

**UN ESTUDIO COMPARATIVO DE LAS TENDENCIAS DE
PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO DE LOS ESTUDIANTES DE
LOS PROFESORADOS EN BIOLOGÍA Y EN MATEMÁTICA**

TESIS DOCTORAL

DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES

UNIVERSIDAD DE GRANADA

UNIVERSIDAD DE MENDOZA



Presentada por: Amable Moreno

Directores:

Dr. Francisco González García

Dr. José María Cardeñoso Domingo

Granada, 2014

Editor: Editorial de la Universidad de Granada
Autor: Amable Moreno
D.L.: GR 2047-2014
ISBN: 978-84-9083-232-5

UN ESTUDIO COMPARATIVO DE LAS TENDENCIAS DE PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO DE LOS ESTUDIANTES DE LOS PROFESORADO EN BIOLOGÍA Y EN MATEMÁTICA

Tesis Doctoral

MEMORIA realizada bajo la dirección de:

Dr. Francisco González García

Dr. José María Cardeñoso Domingo

que presenta Amable Moreno

para optar al grado de Doctor



Fdo: Amable Moreno

Vº Bº Francisco González García

Vº Bº José María Cardeñoso Domingo

Agradecimientos

A mis directores Francisco y José María porque a pesar de la distancia supieron marcarme el camino con sabiduría y paciencia

A la memoria del Dr. Salvador Navarría de la Universidad Mendoza que hizo posible la realización del doctorado en la provincia de Mendoza, Argentina

A la Dra. Ruth Leiton por su colaboración en la implementación del Doctorado en la Universidad Mendoza

A la Dra. Magdalena Ángela Diblasi por el apoyo y estímulo que me brindó durante todo el proceso de realización del doctorado

A la Dra. Isabel Roccaro por sus palabras de estímulo que me dieron confianza

A la Mgter. Marcela Tagua por sus asesoramientos informáticos

A mi compañera y amiga Dra. Anahi Fraccaro por sus oportunas palabras que me incentivaron en la finalización de la tesis

A la memoria de mi padre y de mi madre por el amor, la cultura del trabajo, el esfuerzo y la perseverancia que me inculcaron durante toda la vida

A mi esposo Omar y a mis hijos Alejandro y Germán por la comprensión y el constante estímulo

A mis hermanas por el cariño y apoyo que me hicieron sentir siempre

A las autoridades de los Institutos de Formación Docente de la provincia de Mendoza por permitirme aplicar el cuestionario

A todos los estudiantes de los Profesorados de Biología y de Matemática de la provincia de Mendoza por la colaboración brindada completando el cuestionario

A la Universidad Nacional de Cuyo por el apoyo económico para la concreción de esta memoria

ÍNDICE

	Página
Presentación de la investigación	1
Capítulo 1. Problema de Investigación	7
1.1 Introducción	9
1.2 Importancia del problema a investigar	11
1.3 Contextualización del problema a investigar	15
1.3.1 El conocimiento probabilístico en matemática	17
1.3.2 El conocimiento biológico y la probabilidad	19
1.4 Marco de referencia conceptual	21
1.4.1 La formación del profesorado en general	21
1.4.2 Teoría de los modelos mentales	29
1.4.3 La formación del profesorado de matemática	32
1.4.3.1 Las ideas estocásticas fundamentales	37
1.4.3.2 Sesgos y heurísticos	44
1.4.4 Sistema de categorías propuesto por Cardeñoso para el pensamiento probabilístico	47
1.4.5 El currículo de estadística en el sistema educativo de Mendoza	50
1.4.5.1 La estadística y la probabilidad en el nivel de primaria	50
1.4.5.2 La estadística y la probabilidad en el nivel de secundaria	51
1.4.5.3 La estadística y la probabilidad en el nivel superior	52
1.5 Antecedentes	52
1.5.1 Investigaciones relacionadas con las creencias y concepciones de profesores de ciencias	52
1.5.2 Investigaciones sobre concepciones de los profesores acerca del conocimiento biológico	54
1.5.3 Estudios sobre las concepciones y creencias de los profesores de matemática	56
1.5.4 Estudios sobre la aleatoriedad y la probabilidad	57
1.5.5 Estudio sobre la aleatoriedad y la probabilidad en profesores de educación primaria	63
1.5.6 Estudios sobre formación de profesores de secundaria sobre aleatoriedad y probabilidad	67
1.5.7 Estudios sobre libros de texto	71

	Página
1.5.8 Estudios sobre experimento aleatorio y espacio muestral	73
1.6 Conclusiones del Capítulo 1	74
Capítulo 2. Los estudiantes del PBF y del PM	76
2.1 Introducción	78
2.2 Características sociodemográficas de los estudiantes del PBF	78
2.2.1 Distribución de los estudiantes del PBF por departamento geográfico	78
2.2.2 Distribución de los estudiantes del PBF por instituto educativo	79
2.2.3 Motivos de elección de la carrera de los estudiantes del PBF	79
2.2.4 Modalidad del título de secundaria de los estudiantes del PBF	80
2.2.5 Relación entre aprobación y cursado de "bioestadística"	80
2.2.6 Relación entre actividad laboral el cursado de "bioestadística"	80
2.2.7 Edad de los estudiantes del PBF	81
2.2.8 Relación entre "edad" y " motivos de elección de la carrera" en PBF	81
2.2.9 Distribución de la "cantidad de estudiantes aprobados en bioestadística" por instituto	81
2.2.10 Gusto de los estudiantes del PBF hacia la "bioestadística"	82
2.2.11 Relación entre el cursado de otras trayectorias académicas realizadas y el gusto hacia la bioestadística	83
2.2.12 Perfil modal de los estudiantes del PBF	83
2.3 Características sociodemográficas de los estudiantes del PMF	84
2.3.1 Distribución de los estudiantes del PMF por departamento geográfico	85
2.3.2 Distribución de los estudiantes del PMF por instituto educativo	85
2.3.3 Motivos de elección de la carrera de los estudiantes del PMF	85
2.3.4 Modalidad del título de secundaria de los estudiantes del PMF	86
2.3.5 Relación entre aprobación y cursado de "Probabilidad y Estadística"	86
2.3.6 Relación entre actividad laboral y la aprobación de "Probabilidad y Estadística"	87
2.3.7 Edad de los estudiantes del PMF	87
2.3.8 Relación entre la "edad" y "motivos de elección de la carrera" en PMF	87
2.3.9 Distribución de los estudiantes aprobados en "Probabilidad y Estadística" por instituto	88
2.3.10 Gusto de los estudiantes del PMF hacia la "Probabilidad y Estadística"	88

2.3.11 Relación entre otras trayectorias académicas realizadas y el gusto hacia la "Probabilidad y la Estadística"	88
2.3.12 Perfil modal de los estudiantes del PMF	89
2.4 Conclusiones del Capítulo 2	90
Capítulo 3. Metodología	92
3.1 Introducción	93
3.2 Objetivos e hipótesis del estudio	93
3.3 Diseño metodológico	94
3.4 Fases de la investigación	96
3.5 Elaboración del cuestionario CCP_1	96
3.6 Aplicación del CCP_1	97
3.7 Validación del cuestionario CCP_1	98
3.7.1 Índices de dificultad de los ítems de la aleatoriedad	98
3.7.2 Índices de discriminación de los ítems de la aleatoriedad	99
3.8 Análisis de las respuestas de los ítems de la aleatoriedad	100
3.8.1 Análisis de los ítems de la aleatoriedad y su relación con el contexto	105
3.8.2 Conclusiones de los ítems de la aleatoriedad	108
3.9 Análisis de las respuestas a los ítems de la probabilidad	109
3.9.1 Relación entre la estimación de la probabilidad y el contexto del suceso	116
3.9.2 Relación entre la estimación de la probabilidad y la categoría argumentativa	117
3.10 Conclusiones de las respuestas al cuestionario CCP_1	118
3.11 Validación del cuestionario CCP_2	120
3.11.1 Introducción	120
3.11.2 Población estudiada	121
3.11.3 Tipo de administración del cuestionario	122
3.11.4 Instrumento	122
3.12 Estudios de validación	122
3.12.1 Validez del contenido	122
3.12.2 Resultados de los ítems de la aleatoriedad	123
3.12.3 Índices de dificultad de los ítems	130
3.12.4 Índices de discriminación de los ítems de la aleatoriedad	131
3.12.5 Validez de constructo	134

	Página
3.12.5.1 Análisis Factorial	134
3.12.5.2 Comunalidades	135
3.12.5.3 Gráfico de sedimentación	136
3.12.5.4 Matriz de componentes no rotadas	136
3.12.5.5 Matriz de componentes rotadas	137
3.13 Estudios de Fiabilidad	139
3.13.1 Fiabilidad de consistencia interna	139
3.13.2 Coeficiente basado en el análisis factorial	140
3.13.3 Generalizabilidad	141
3.13.4 Generalizabilidad a otros ítems	143
3.13.5 Generalizabilidad a otros alumnos	143
3.14 Conclusiones del capítulo 3	144
Capítulo 4. Concepciones Probabilísticas del PBF	146
4.1 Introducción	148
4.2 Análisis de las respuestas de los ítems de la aleatoriedad	148
4.2.1 Síntesis del análisis de los ítems de la aleatoriedad	159
4.2.2 Relación entre "reconocimiento de la aleatoriedad" y "nivel propedéutico de los estudiantes", "edad de los estudiantes" e "instituto educativo"	160
4.2.3 Relación entre el reconocimiento de la aleatoriedad y la categoría argumentativa	161
4.2.4 Relación entre el reconocimiento de la aleatoriedad y el contexto del sucesos	162
4.2.5 Análisis Comparativo de las categorías argumentativas de la probabilidad	164
4.2.6 Relación entre las categorías argumentativas de la aleatoriedad y el contexto del suceso	166
4.3 Análisis de los ítems de estimación de la probabilidad	168
4.3.1 Análisis de los ítems del contexto de juego	169
4.3.2 Análisis de los ítems del contexto cotidiano	176
4.3.3 Análisis de los ítems del contexto físico-natural	180
4.3.4 Análisis de las respuestas de la opción abierta	185
4.3.4.1 Enfoque en el resultado aislado	187
4.3.4.2 Sesgo de equiprobabilidad	187

	Página
4.3.4.3 Sesgo de accesibilidad	187
4.3.5 Síntesis del análisis de las categorías argumentativas de la probabilidad	187
4.3.6 Análisis comparativo de las categorías argumentativas de la probabilidad	188
4.3.7 Estimación de la probabilidad en función del contexto del sucesos	189
4.3.8 Análisis de las categorías argumentativas de la probabilidad y el contexto del suceso	189
4.3.9 Estimación de la probabilidad y las categorías argumentativas	191
4.3.10 Análisis de las categorías argumentativas de la probabilidad y el nivel propedéutico de los estudiantes	192
4.4 Conclusiones del capítulo 4	193
Capítulo 5. Concepciones Probabilísticas del PMF	200
5.1 Introducción	202
5.2 Análisis de los ítems del reconocimiento de la aleatoriedad	202
5.2.1 Síntesis de las respuestas a los ítems de la aleatoriedad	211
5.2.2 Relación entre el reconocimiento de la aleatoriedad y el nivel propedéutico de los estudiantes	212
5.2.3 Relación entre el reconocimiento de la aleatoriedad y la edad de los estudiantes	213
5.2.4 Relación entre el reconocimiento de la aleatoriedad y el instituto educativo	213
5.2.5 Relación entre el reconocimiento de la aleatoriedad y la categoría argumentativa	214
5.2.6 Relación entre el reconocimiento de la aleatoriedad y el contexto del suceso	214
5.2.7 Categorías argumentativas de la aleatoriedad	216
5.2.8 Categorías argumentativas de la aleatoriedad y el contexto del suceso	217
5.3 Análisis de los ítems de estimación de la probabilidad	219
5.3.1 Análisis de los ítems del contexto de juego	219
5.3.2 Análisis de los ítems del contexto cotidiano	226
5.3.3 Análisis de los ítems del contexto físico-natural	231
5.3.4 Análisis de las respuestas a la opción abierta	236
5.3.4.1 Enfoque en el resultado aislado	238
5.3.4.2 Sesgo de equiprobabilidad	238

	Página
5.3.4.3 Sesgo de accesibilidad	238
5.3.5 Síntesis del análisis de las categorías argumentativas de la probabilidad	239
5.3.6 Relación entre las categorías argumentativas de la probabilidad	240
5.3.7 Estimación de la probabilidad en función del contexto del suceso	240
5.3.8 Relación entre la estimación de la probabilidad y las categorías argumentativas	241
5.3.9 Relación entre las categorías argumentativas de la probabilidad y el contexto del suceso	241
5.3.10 Categorías argumentativas de la probabilidad en función del nivel propedéutico	243
5.3.11 Conclusiones del Capítulo 5	244
Capítulo 6. Tendencias de pensamiento probabilístico del PBF y PMF	249
6.1 Introducción	252
6.2 Tendencias de pensamiento probabilístico del PBF	252
6.2.1 Primer análisis de clusters del PBF	252
6.2.2 Primer análisis discriminante del PBF	254
6.2.3 Clasificación de los estudiantes del PBF según el primer análisis	258
6.2.4 Caracterización global de las cinco tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes del PBF	259
6.2.4.1 Caracterización de la tendencia hacia el determinismo	259
6.2.4.2 Caracterización de la tendencia hacia el personalismo	260
6.2.4.3 Caracterización de la tendencia hacia la causalidad	260
6.2.4.4 Caracterización hacia el indeterminismo	261
6.2.4.5 Caracterización de la tendencia hacia la contingencia	261
6.2.4.6 Reconocimiento de la aleatoriedad en cada una de las TPPB	262
6.2.4.7 Relación entre las TPPB y las categorías argumentativas de la probabilidad	262
6.2.4.8 Relación entre las TPPB y el nivel propedéutico de los estudiantes	262
6.2.4.9 Relación entre las TPPB y el instituto educativo	263
6.2.4.10 Conclusiones del primer análisis	263
6.2.5 Segundo análisis de clusters y análisis discriminante del PBF	264

	Página
6.2.6 Caracterización de las cuatro tendencias del PBF	267
6.2.6.1 Caracterización de la tendencia hacia el determinismo	268
6.2.6.2 Caracterización de la tendencia hacia el personalismo	269
6.2.6.3 Caracterización hacia el indeterminismo	270
6.2.6.4 Caracterización hacia la contingencia	271
6.2.7 Relación entre las TPPB y la edad de los estudiantes	272
6.2.8 Relación entre las TPPB y el nivel propedéutico de los estudiantes	272
6.2.9 Relación entre las TPPB y el instituto educativo	272
6.2.10 Relación entre las TPPB y las categorías argumentativas de la aleatoriedad y de la probabilidad	267
6.2.11 Conclusiones sobre las TPPB	268
6.3 Tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes del PMF	269
6.3.1 Análisis de clusters de los estudiantes del PMF	269
6.3.2 Análisis discriminante de los estudiantes del PMF	269
6.3.3 Caracterización de las TPPM	271
6.3.3.1 Caracterización hacia el determinismo	272
6.3.3.2 Caracterización hacia el personalismo	272
6.3.3.3 Caracterización hacia el indeterminismo	280
6.3.3.4 Caracterización de la tendencia hacia la contingencia	281
6.3.4 Relación entre las TPPM y la edad de los estudiantes	282
6.3.5 Relación entre las TPPM y el nivel propedéutico de los estudiantes	283
6.3.6 Relación entre las TPPM y el instituto educativo	283
6.4 Entrevistas confirmatorias a los estudiantes del PBF y del PMF	283
6.4.1 Análisis a priori de las preguntas de las entrevistas	285
6.4.2 Selección de los estudiantes entrevistados	286
6.5 Entrevistas confirmatorias a los estudiantes del PBF	286
6.6 Entrevistas confirmatorias a los estudiantes del PMF	291
6.7 Estudio comparativo de las TPPB y TPPM	296
6.7.1 Reconocimiento de la aleatoriedad de los estudiantes del PBF y del PMF	296
6.7.2 Reconocimiento de la aleatoriedad en función del contexto del suceso en los estudiantes del PBF y del PMF	296
6.7.3 Las argumentaciones de la aleatoriedad de los estudiantes del PBF y del PMF	297
6.7.4 Las categorías argumentativas de la aleatoriedad en función del contexto	

	Página
del suceso en los estudiantes del PBF y del PMF	298
6.7.5 Análisis de la causalidad en los estudiantes del PBF y del PMF	299
6.7.5.1 Reconocimiento de la aleatoriedad desde la causalidad en los estudiantes del PBF y del PMF	299
6.7.5.2 No Reconocimiento de la aleatoriedad desde la causalidad en los estudiantes del PBF y del PMF	301
6.7.6 Análisis de la multiplicidad en los estudiantes del PBF y del PMF	302
6.7.6.1 Reconocimiento de la aleatoriedad desde la multiplicidad en los estudiantes del PBF y del PMF	302
6.7.6.2 No Reconocimiento de la aleatoriedad desde la multiplicidad en los estudiantes del PBF y del PMF	302
6.7.7 Análisis de la incertidumbre en los estudiantes del PBF y del PMF	304
6.7.7.1 Reconocimiento de la aleatoriedad desde la incertidumbre en los estudiantes del PBF y del PMF	304
6.7.7.2 No Reconocimiento de la aleatoriedad desde la incertidumbre en los estudiantes del PBF y del PMF	305
6.7.8 Análisis de la categoría subjetiva en los estudiantes del PBF y del PMF	306
6.7.8.1 Reconocimiento de la aleatoriedad desde la categoría subjetiva en los estudiantes del PBF y del PMF	306
6.7.8.2 No Reconocimiento de la aleatoriedad desde la categoría subjetiva en los estudiantes del PBF y del PMF	307
6.7.9 Análisis de las categorías argumentativas de la aleatoriedad en relación con el contexto del suceso en los estudiantes del PBF y del PMF	308
6.7.10 Análisis comparativo de la dimensión probabilidad entre los estudiantes del PBF y del PMF	311
6.7.11 Análisis comparativo de las tendencias de pensamiento probabilístico en los estudiantes del PBF y del PMF	314
6.7.12 Comparación con las tendencias de pensamiento probabilístico detectadas por Azcárate	318
6.7.13 Comparación con las tendencias de pensamiento probabilístico detectadas por Cardeñoso	320
6.8 Conclusiones del capítulo 6	326

	Página
Capítulo 7. Conclusiones Finales	331
7.1 Conclusiones finales	333
7.2 Nuevas líneas de investigación	345
8 Referencias bibliográficas	347
 ANEXOS	
Anexo 1	1
El currículo de bioestadística del Profesorado de Biología	1
Anexo 2	
El currículo de Probabilidad y Estadística del Profesorado de Matemática	3
Anexo 3	7
Características sociodemográficas de los estudiantes del PBF	7
Tabla 1. Distribución de los estudiantes del PBF en los institutos educativos	7
Tabla 2. Distribución de los estudiantes del PBF por departamento geográfico	7
Tabla 3. Distribución de los estudiantes del PBF por instituto y por nivel propedéutico	8
Tabla 4. Porcentajes y frecuencias de los motivos de elección de la carrera en el PBF	8
Figura 1. Gráfico de barras de los motivos de elección de la carrera en el PBF	9
Figura 2. Gráfico de barras de los títulos de secundaria de los estudiantes del PBF	9

	Página
Figura 3. Porcentajes de las modalidades de los títulos de secundaria de los estudiantes del PBF	10
Tabla 5. Tabla de contingencia de los estudiantes que cursaron "bioestadística" en función de la aprobación y del trabajo	10
Tabla 6. Clasificación de los estudiantes del PBF en función de la edad	11
Tabla 7. Tabla de contingencia de los estudiantes del PBF según el "motivo de elección de la carrera y la "edad"	12
Tabla 8. Tabla de contingencia de los estudiantes del PBF según "instituto educativo" y "aprobación de bioestadística"	12
Tabla 9. Tabla de contingencia de los estudiantes del PBF según "gusto por la bioestadística" y "cursó bioestadística"	13
Tabla 10. Tabla de contingencia de los estudiantes del PBF según "gusto por la bioestadística" y "aprobó bioestadística"	13
Tabla 11. Tabla de contingencia de los estudiantes del PBF según "cursó otras carreras" y "gusto por la bioestadística"	14
 Anexo 4	
Características sociodemográficas de los estudiantes del PMF	15
Tabla 1. Distribución de los estudiantes del PMF por instituto educativo	15
Tabla 2. Distribución de los estudiantes del PMF por departamento geográfico	16
Tabla 3. Tabla de contingencia de los estudiantes del PMF según "instituto educativo y " nivel propedéutico"	17

	Página
Tabla 4. Porcentajes y frecuencias de la modalidad del título de secundaria de los estudiantes del PMF	17
Tabla 5. Tabla de contingencia de los estudiantes del PMF según "cursó Probabilidad y Estadística" y "aprobó Probabilidad y Estadística"	18
Tabla 6. Tabla de contingencia de los estudiantes del PMF según "aprobó Probabilidad y Estadística" y "actividad laboral"	18
Tabla 7. Porcentajes y frecuencias de los estudiantes del PMF según edad	19
Tabla 8. Tabla de contingencia de los estudiantes del PMF según "motivo de elección de la carrera" y " edad"	19
Tabla 9. Tabla de contingencia de los estudiantes del PMF según "instituto educativo" y "aprobó Probabilidad y Estadística"	20
Tabla 10. Tabla de contingencia de los estudiantes del PMF según "gusto por la Probabilidad y Estadística" y " realizó otras trayectorias académicas"	20
 Anexo 5	
Análisis de los resultados de la aplicación del cuestionario CCP_1	21
Tabla 1. Porcentajes y frecuencias del RA y de las categorías argumentativas de la aleatoriedad para el ítem 1	21
Tabla 2. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas de la aleatoriedad para el ítem 2	21
Tabla 3. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas de la aleatoriedad para el ítem 5	22
Tabla 4. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas de la	

	Página
aleatoriedad para el ítem 8	22
Tabla 5. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas de la aleatoriedad para el ítem 10	22
Tabla 6. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas de la aleatoriedad para el ítem 12	23
Tabla 7. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas de la aleatoriedad para el ítem 14	23
Tabla 8. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas de la aleatoriedad para el ítem 16	23
Tabla 9. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas de la aleatoriedad para el ítem 17	24
Tabla 10. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas de la aleatoriedad para el ítem 20	24
Tabla 11. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas de la aleatoriedad para el ítem 21	24
Tabla 12. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas de la aleatoriedad para el ítem 22	25
Tabla 13. Porcentajes del RA y del NRA según el contexto y la categoría argumentativa	25
Tabla 14. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas de la probabilidad para el ítem 3	25
Tabla 15. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas de la probabilidad para el ítem 4	26

Tabla 16. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas de la probabilidad para el ítem 6	26
Tabla 17. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas de la probabilidad para el ítem 7	27
Tabla 18. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas de la probabilidad para el ítem 9	27
Tabla 19. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas de la probabilidad para el ítem 11	28
Tabla 20. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas de la probabilidad para el ítem 13	28
Tabla 21. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas de la probabilidad para el ítem 15	28
Tabla 22. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas de la probabilidad para el ítem 18	29
Tabla 23. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas de la probabilidad para el ítem 19	29
Tabla 24. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas de la probabilidad para el ítem 23	29
Tabla 25. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas de la probabilidad para el ítem 24	30
Tabla 26. Porcentajes de los niveles de confianza de cada ítem de acuerdo al	

	Página
contexto del suceso	30
Tabla 27. Porcentajes de las categorías argumentativas de la probabilidad según el contexto del suceso	31
Tabla 28. Porcentajes de los niveles de confianza y de las categorías argumentativas de la probabilidad por ítem	31
Tabla 29. Puntaje asignado a los ítems de la aleatoriedad	32
Anexo 6	33
Cuestionario sobre concepciones probabilísticas CCP_1	33
Anexo 7	42
Cuestionario de concepciones probabilísticas CCP_2	42
Anexo 8	
Validación del Cuestionario CCP_2	52
Tabla 1. Comunalidades	52
Tabla 2. Varianza total y explicada por cada uno de los factores extraídos	53
Tabla 3. Matriz de Componentes no rotadas	54
Tabla 4. Matriz de componentes rotados	55
Tabla 5. Matriz de componentes rotados simplificados	56
Tabla 6. Estadísticos total-elemento	57
Tabla 7. Estadísticos de resumen de los elementos	57

	Página
Anexo 9	
Concepciones Probabilísticas de los estudiantes del PBF	58
Tabla 1. Porcentajes del RA, NRA y categorías argumentativas de la aleatoriedad	58
Tabla 2. Porcentajes de las categorías de la aleatoriedad en función del contexto	59
Tabla 3. Medidas descriptivas de las categorías argumentativas de la aleatoriedad	60
Tabla 4. Análisis de las categorías argumentativas de la aleatoriedad en el contexto de juego. Tests de Wilcoxon	60
Tabla 5. Análisis de las categorías argumentativas de la aleatoriedad en el contexto cotidiano . Tests de Wilcoxon	61
Tabla 6. Análisis de las categorías argumentativas de la aleatoriedad en el contexto físico-natural	61
Tabla 7. Análisis de las categorías argumentativas del RA según el contexto	61
Tabla 8. Medidas descriptivas de las categorías argumentativas de la aleatoriedad en función del contexto del suceso	62
Tabla 9. Tests de Wilcoxon para la comparación de las categorías argumentativas del NRA en función del contexto del suceso	62
Tabla 10 . Estadísticos descriptivos de las categorías argumentativas de la aleatoriedad en cada contexto	63
Tabla 11. Porcentajes de los niveles de confianza y de las categorías argumentativas de la probabilidad por ítem	64
Tabla 12. Tests de Wilcoxon para los niveles de confianza en cada contexto	65

	Página
Tabla 13 . Medidas descriptivas de las categorías argumentativas de la probabilidad según el contexto del suceso	65
Tabla 14. Porcentajes de los niveles de confianza y de las categorías argumentativas de la probabilidad en función del contexto del suceso	66
Tabla 15. Tests de Wilcoxon para las categorías argumentativas de la probabilidad en función del contexto	66
Figura 1 . Gráfico de líneas de las categorías argumentativas de la probabilidad en función del contexto del suceso	67
Tabla 16. Tests de Wilcoxon para las categorías argumentativas de la probabilidad en función del nivel de confianza	68
Anexo 10	68
Concepciones Probabilísticas de los estudiantes del PMF	68
Tabla 1. Porcentajes de las categorías argumentativas de la aleatoriedad por ítem	68
Tabla 2. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas del RA por ítem	69
Tabla 3. Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas del NRA por ítem	70
Tabla 4. Tests de Pearson entre RA por ítem y la categoría argumentativa de la aleatoriedad	70
Tabla 5. Porcentajes de uso de las categorías argumentativas de la aleatoriedad en función del contexto del suceso	71

Tabla 6. Medidas descriptivas de las categorías argumentativas de la aleatoriedad	71
Tabla 7. Tests de Wilcoxon para comparar las categorías argumentativas del RA según el contexto	72
Tabla 8. Medidas descriptivas de las categorías argumentativas del RA según el contexto del suceso	72
Tabla 9. Tests de Wilcoxon para comparar las categorías argumentativas del NRA según el contexto del suceso	73
Tabla 10. Porcentajes de los niveles de confianza de la estimación de la probabilidad y de las categorías argumentativas de la probabilidad por ítem	73
Tabla 11. Análisis comparativo de los niveles de confianza de la estimación de la probabilidad según el contexto del suceso	74
Tabla 12. Porcentajes de las categorías argumentativas de la probabilidad en función el contexto del suceso y del nivel de confianza	74
Tabla 13. Tests de Wilcoxon para detectar diferencias significativas entre las categorías argumentativas de la probabilidad	75
Tabla 14. Tests de Wilcoxon para detectar diferencias significativas de las categorías argumentativas de la probabilidad en función del nivel de confianza	75
Tabla 15. Tests de Wilcoxon para detectar diferencias significativas de las categorías argumentativas de la probabilidad en función del contexto del suceso	76
Anexo 11	77

	Página
Tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes del PBF	77
Tabla 1. Coeficientes de las funciones canónicas discriminantes	77
Tabla 2. Coeficientes estandarizados de las funciones discriminantes canónicas	77
Tabla 3. Lambda de Wilks	78
Tabla 4. Pruebas de igualdad de las medias de los grupos	78
Tabla 5. Matriz de estructura del primer análisis discriminante	79
Figura 1. Diagrama de cajas de las puntuaciones discriminantes de la primera función	79
Figura 2. Mapa territorial del primer análisis discriminante	80
Tabla 4. Matriz de estructura del primer análisis discriminante	79
Tabla 5. Coeficientes de la función de clasificación	82
Tabla 6. Funciones en los centroides de los grupos	81
Tabla 7. Coeficientes de las funciones de clasificación del primer análisis discriminante del PBF	82
Tabla 8. Resultados de la clasificación del primer análisis del PBF. Matriz de confusión	82
Tabla 9. Tests de Pearson para el RA y las tendencias de pensamiento probabilístico	83
Tabla 10. Tests de Pearson entre las categorías argumentativas de la aleatoriedad y las tendencias de pensamiento probabilístico	83

	Página
Tabla 11. Tests de Pearson entre las categorías de la probabilidad y las tendencias de pensamiento probabilístico.	84
Tabla 12. Porcentajes de estudiantes por tendencia y por nivel propedéutico	84
Tabla 13. Valores medios de las categorías argumentativas por tendencia de pensamiento	84
Figura 4. Diagrama de barras comparativo de las categorías por tendencia de pensamiento probabilístico	84
Tabla 14. Categorías características de cada una de las cinco tendencias de pensamiento probabilístico	85
Segundo análisis discriminante de los estudiantes del PBF	87
Tabla 15. Pruebas de igualdad de las medias de los grupos	87
Tabla 16. Coeficientes de las funciones discriminantes canónicas	87
Tabla 17. Coeficientes estandarizados de las funciones discriminantes canónicas	88
Tabla 18. Matriz de estructura	88
Tabla 19 Funciones en los centroides de los grupos	89
Tabla 20 Coeficientes de la función de clasificación	89
Figura 5 Mapa Territorial de la clasificación de los estudiantes del PBF en 4 grupos	90
Tabla 21 Resultados de la clasificación	91
Tabla 22 Tabla de Contingencia Tendencia- Edad	91
Tabla 23 Resultados del Test de Pearson Tendencia-Edad	92
Tabla 24 Tabla de contingencia para Tendencia-Nivel Propedéutico	92

	Página
Tabla 25 Test de Pearson para Tendencia-Nivel Propedéutico	92
Tabla 26 Tabla de contingencia para Tendencia-Instituto Educativo del estudiante	93
Tabla 27 Test de Pearson para Tendencia-Instituto Educativo	93
Tabla 28 Test de Pearson para la relación Tendencia-Categorías	94
Tabla 29 Tests de Pearson entre las categorías de la probabilidad y las tendencias	94
Tabla 30 Categorías características de cada una de las TPPB	95
Tendencias de Pensamiento Probabilístico de los estudiantes del PMF	96
Tabla 31 Pruebas de igualdad de las medias de los grupos	96
Tabla 32 Coeficientes de las funciones canónicas discriminantes	97
Tabla 33 Coeficientes estandarizados de las funciones discriminantes canónicas	97
Tabla 34 Lambda de Wilks	98
Tabla 35. Funciones en los centroides de los grupos	98
Tabla 36 Matriz de estructura	98
Tabla 37 Funciones en los centroides de los grupos	99
Tabla 38 Coeficientes de la función de clasificación	99
Tabla 39 Resultados de la clasificación	100
Figura 6 Mapa territorial correspondiente a la clasificación de los estudiantes de Matemática	101
Tabla 40 Características de cada uno de los grupos	102

Tabla 41 Tabla de contingencia de las variables “Instituto Educativo” y “Tendencia de pensamiento”	103
Tabla 42 Sucesos del cuestionario con frecuencias y porcentajes del RA en Biología y en Matemática	104
Tabla 43. Estadísticos Descriptivos de las categorías de la aleatoriedad	105
Tabla 44 Tests de Kruskal-Wallis para la determinación de diferencias significativas de las categorías argumentativas en los dos profesados	105
Tabla 45 Medidas descriptivas de las categorías de la aleatoriedad en cada contexto y resultados del Test de Kruskal-Wallis	106
Tabla 46 Estadísticos descriptivos de las categorías de la probabilidad	107
Tabla 47 Tests de Kruskal-Wallis para las categorías argumentaciones de la estimación de la probabilidad en cada contexto entre PBF y PMF	107
Tabla 48 Tests de Mann-Witney para la determinación de diferencias significativas la aplicación de las categorías argumentativas de la probabilidad por nivel propedeúico	108

PRESENTACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

La presente memoria es el resultado del trabajo de investigación, que surgió ante la necesidad de encontrar respuestas a la problemática detectada en los egresados de la escuela secundaria; quienes afirmaban no haber estudiado *probabilidad ni estadística en ninguno de los cursos de la escuela secundaria*; situación que se presenta a pesar de que el curriculum de secundaria establece la enseñanza de los mismos. Lo que motivó los siguientes interrogantes; ¿por qué a estos estudiantes no se los ha preparado, en un tópico tan importante, como es la probabilidad y la estadística? ¿Cuáles son los motivos que producen esta deficiencia en el sistema educativo provincial?, ¿Por qué no han adquirido esos conocimientos, que son precisamente los que les permiten actuar de modos diferentes en contextos nuevos no conocidos? ¿Cómo se están preparando a los futuros profesores de Matemática; quienes serán los responsables de concretar la enseñanza de la probabilidad y la estadística en el nivel medio?

Estos interrogantes nos llevaron a explorar las tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes para profesor de Matemática y de los estudiantes para profesor de Biología. En el primer caso, porque ellos serán los responsables de la enseñanza de esta temática en el nivel medio; y en el segundo caso porque es un conocimiento indispensable para la comprensión de una gran variedad de temas de la Biología.

Desde nuestra cosmovisión, la enseñanza no es sólo una cuestión de conocimientos sino de modos de razonar. Aprender no es tan sólo acumular contenidos de conocimiento sino modos de razonar con ellos hasta aprehenderlos, interiorizarlos en la estructura mental de quien aprende. Desde esta perspectiva, nuestro interés se focaliza en el razonamiento probabilístico.

Buscando respuestas a los planteos presentados, nos propusimos implementar la aplicación de un cuestionario en todos los estudiantes de Matemática y de Biología en la provincia de Mendoza, Argentina; con miras a descubrir las tendencias de pensamiento probabilístico de los mismos.

El análisis de las respuestas y la aplicación de técnicas estadísticas multivariadas, nos permitieron detectar cuatro tendencias de pensamiento probabilístico; que hemos denominado: *Determinista, Personalista, Incertidumbre y Contingencia*. Estas tendencias tienen características comunes y diferenciadas en las dos modalidades estudiadas. Sin embargo, en ambos casos hemos detectado la presencia de heurísticos y sesgos; producto de una enseñanza limitada en ciertos aspectos conceptuales y didácticos.

Para seguir avanzando en el análisis de esta problemática, intentamos encontrar una solución integral al sistema educativo, por lo que planteamos nuevas líneas de investigación, como la de aplicar el cuestionario a los profesores de primaria y de secundaria en activo, para indagar las tendencias de pensamiento probabilístico de los mismos; y sugerimos implementar un sistema de evaluación de los procesos de enseñanza y aprendizaje en la formación de los futuros profesores.

La presente memoria consta de siete capítulos, que detallamos a continuación. En el Primer Capítulo describimos y contextualizamos el problema que dio lugar a esta investigación, seguidamente pasamos a relatar los marcos teóricos en los que se encuadra nuestro trabajo, para posteriormente referirnos a algunas investigaciones previas asociadas a nuestro objeto de estudio.

En el Segundo Capítulo realizamos un estudio descriptivo de las características sociodemográficas de los estudiantes de los Profesorados de Biología y de Matemática, de la provincia de Mendoza, Argentina; que participaron del estudio completando el cuestionario de *Concepciones Probabilísticas CCP_2*.

El Capítulo Tercero se refiere a los objetivos del estudio y las hipótesis correspondientes al estudio; como así también a la Metodología aplicada. Detallamos el método y las técnicas aplicadas, y nos referimos a las diferentes fases de la investigación. También, se describen los pasos en la construcción de nuestro instrumento, o sea del cuestionario CCP_2; y finalizamos con la validación del mismo.

El Cuarto Capítulo lo dedicamos al análisis de las respuestas de los estudiantes del Profesorado de Biología, al cuestionario. En particular, nos detenemos en el análisis pormenorizado de las nociones de *aleatoriedad y estimación de la probabilidad*. También, analizamos el reconocimiento de la aleatoriedad y las argumentaciones propuestas por los estudiantes, en relación con el contexto del suceso; y procedemos de la misma manera con la estimación de la probabilidad y sus respectivas argumentaciones.

En el *Quinto Capítulo* presentamos los mismos procedimientos que en el cuarto, pero considerando las respuestas de los estudiantes del Profesorado de Matemática al cuestionario.

En el Sexto Capítulo se describen las técnicas estadísticas aplicadas para la determinación de las tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes de Biología y de los estudiantes de Matemática: Análisis de Clusters y Análisis Discriminante. En el mismo capítulo realizamos un estudio comparativo de dichas

tendencias, determinando algunas diferencias significativas, que pueden ser de interés a la hora de afrontar la enseñanza del tópico *Probabilidad*.

En el último Capítulo, el Séptimo exponemos nuestras conclusiones y proponemos futuras líneas de investigación.

En un CD anexo, se adjuntan once anexos, con gráficos y tablas. El anexo 1 y el 2 corresponde al capítulo 1; el anexo 3 y el 4 al capítulo 2; el anexo 5, 6, 7 y 8 al capítulo 3; el anexo 9 al capítulo 4; el anexo 10 al capítulo 5; y el anexo 11 al capítulo 6.

CAPÍTULO 1

Problema de investigación

Marco de referencia conceptual

Antecedentes de la investigación

- 1.1 introducción
- 1.2 Importancia del problema a investigar
- 1.3 Contextualización del problema de investigación
 - 1.3.1 El conocimiento probabilístico en Matemática
 - 1.3.2 El conocimiento biológico y la Probabilidad
- 1.4 Marco de referencia conceptual
 - 1.4.1 La formación del profesorado en general
 - 1.4.2 Teoría de los Modelos Mentales
 - 1.4.3 La formación del profesorado de Matemática
 - 1.4.3.1 Las ideas estocásticas fundamentales
 - 1.4.3.2 Sesgos y heurísticos
 - 1.4.4 Sistema de categorías propuesto por Cardeñoso para del pensamiento probabilístico
 - 1.4.5 El curriculum de Estadística en el sistema educativo de la provincia de Mendoza
 - 1.4.5.1 La Estadística y la Probabilidad en el nivel de primaria
 - 1.4.5.2 La Estadística y la Probabilidad en secundaria
 - 1.4.5.3 La Estadística y la Probabilidad en el nivel superior
- 1.5 Antecedentes
 - 1.5.1 Investigaciones relacionadas con las creencias y concepciones de profesores de ciencias
 - 1.5.2 Investigaciones sobre las concepciones de los profesores acerca del conocimiento biológico
 - 1.5.3 Estudios sobre las concepciones y creencias de los profesores de Matemática
 - 1.5.4 Estudios sobre aleatoriedad y probabilidad
 - 1.5.5 Estudios sobre la aleatoriedad y la probabilidad en profesores de educación primaria
 - 1.5.6 Estudios sobre formación de profesores de secundaria sobre aleatoriedad y probabilidad
 - 1.5.7 Estudios sobre libros de texto
 - 1.5.8 Estudios sobre experimento aleatorio y espacio muestral
- 1.6 Conclusiones del capítulo 1

1.1 INTRODUCCIÓN

En este primer capítulo describimos el problema que motivó la realización de la memoria que aquí presentamos; comenzamos destacando la importancia del mismo en la formación de los profesores de Biología y de Matemática; como así también hacemos referencia a su contextualización.

De la problemática detectada surge nuestro objeto de estudio. Nos referimos a *las tendencias de pensamiento probabilístico de los profesores en formación*.

Hablamos de *tendencias de pensamiento* porque compartimos con Rodrigo (1997) la idea de que los escenarios socioculturales actúan como filtro para la diversidad de las teorías implícitas entre las personas. De esta manera resulta que el conocimiento cotidiano se ve limitado por esos escenarios, y en consecuencia entendemos que es más apropiado hablar de tendencias de pensamiento que de pensamiento.

A continuación nos referimos al marco teórico que fundamenta la formación del profesorado en general, para luego dar especificaciones respecto del profesorado de Biología y de Matemática. Finalmente presentamos algunas investigaciones previas relacionadas con nuestro objeto de estudio.

Actualmente en la provincia de Mendoza, Argentina, los institutos de formación docente para el nivel de secundaria, se encuentran transitando un proceso de transformación curricular, según las Resoluciones n° 654/2011 para el Profesorado de Biología; y la Resolución 655/2011 para el Profesorado de Matemática, de la Dirección General de Escuelas (D.G.E., 2011) del Gobierno de la provincia de Mendoza. Esta transformación surge a raíz de los resultados poco satisfactorios de la escuela secundaria. Se espera que con estos diseños se experimenten cambios sustanciales, que suponemos contribuirán a la mejora de los procesos de enseñanza aprendizaje en el nivel superior, y en consecuencia en secundaria.

Como profesora de Estadística en las dos carreras mencionadas, participo de esta transformación y mi interés es precisamente la mejora de la enseñanza de la Estadística, y en particular la enseñanza de la Probabilidad, ya que constituye el cimiento sobre el que se construyen los restantes contenidos de la Estadística.

Sabemos que desde hace más de quince años se viene expresado esta necesidad; así (Borovnick y Peard, 1996: 240), afirman: *“hay dos razones principales para legitimar la probabilidad en el currículo de cualquier nivel. Una es la formación de*

una forma específica de pensar, un pensamiento probabilístico. La segunda es la necesidad de su conocimiento para múltiples aplicaciones". Posteriormente en el *The 18 th ICMI Study* de 2008, este autor plantea los argumentos que justifican el rol de la probabilidad en el currículo estocástico: (a) la probabilidad es indispensable para la comprensión de los métodos de la Estadística Inferencial; (b) la probabilidad ofrece una herramienta para la modelización y/o "creación" de la realidad; (c) la probabilidad ofrece un tipo de pensamiento con el que se puede reflexionar sobre la realidad.

Y como expresan Azcárate (2001); Cardeñoso y Azcárate (2002) conocer las concepciones de los profesores es una pieza clave para el profesor a la hora de desarrollar procesos de formación. Las concepciones son la síntesis entre el conocimiento indicado en el curriculum, el conocimiento enseñado y el conocimiento aprendido; si bien muchas tienen su origen en etapas previas a la formación de profesor, en la etapa de la escolarización y en la experiencia personal de la vida cotidiana (Azcárate y Cardeñoso, 2003). Según Porlán (1990:19): *"los constructos personales son como gafas cognitivas que dirigen la percepción y la representación mental del mundo"*. Para Henry (1996) es importante que los estudiantes para profesor sean conscientes de sus propias ideas y obstáculos para poder analizar las dificultades de comprensión de sus alumnos.

Por lo expresado precedentemente, nos proponemos describir las tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes del Profesorado de Biología y del Profesorado de Matemática, con miras a mejorar la formación probabilística de los futuros profesores.

Además, es importante el estudio del pensamiento del profesor en formación. En este sentido Clark y Peterson (1989: 443) afirman:

"El pensamiento, la planificación y la toma de decisiones de los docentes constituyen una parte considerable del contexto psicológico de la enseñanza. En ese contexto se interpreta y se actúa sobre el curriculum; en ese contexto enseñan los docentes y aprenden los alumnos. Los procesos de pensamiento de los maestros influyen sustancialmente en su conducta e incluso la determinan"

Además de lo expresado, nuestro interés por la enseñanza de la probabilidad surgió a raíz de los resultados obtenidos en dos trabajos de investigación precedentes, *"El concepto de población en los estudiantes del Profesorado de Biología"* (Moreno, 2009); *"Análisis de factores que obstaculizan la formación de competencias inherentes*

al pensamiento estadístico en estudiantes del nivel medio” (2007); los que promovieron la realización del presente trabajo.

1.2 IMPORTANCIA DEL PROBLEMA A INVESTIGAR

El estudio sobre “*El concepto de población en los estudiantes del profesorado de Biología*”, se realizó debido a la importancia que tiene el mismo en el ámbito de la Biología y de la Estadística. En este trabajo comenzamos analizando el diseño curricular del profesorado, luego realizamos el análisis de contenido de los siete libros de texto de Bioestadística a los que tienen acceso estudiantes y profesores, por encontrarse en bibliotecas y librerías de Mendoza; posteriormente aplicamos un cuestionario a todos los estudiantes del Profesorado de Biología del Instituto 9-002, en el que se indagaron fundamentalmente las nociones de población, muestra e individuo; y finalmente aplicamos una encuesta al profesorado del mismo instituto para conocer las ideas de los profesores en relación con la enseñanza del concepto mencionado.

En el diseño curricular del profesorado de Biología encontramos que solamente cuatro disciplinas incluyen entre sus contenidos este concepto, que son, Bioestadística, Genética, Evolución y Sistemas Ecológicos. Lo que se opone a nuestras ideas; dado que consideramos importante que los estudiantes de los profesorados de Biología desarrollen un *pensamiento poblacional*, para comprender la teoría de la evolución por selección natural; y comprender que esta no produce cambios en el individuo sino en las poblaciones, dentro de las cuales existe la variabilidad imprescindible para que actúe la selección natural. Pero este pensamiento no se puede desarrollar si los estudiantes no perciben con claridad el concepto de población.

En relación con el estudio de libros de texto analizamos las diferentes definiciones de población que aparecen en los mismos, los ejemplos y tipos de poblaciones que se presentan; como así también las actividades que involucran el concepto de población, la presencia de ejemplos y problemas resueltos en torno al mismo; las diferencias entre individuo y población, y entre muestra y población. Además, se efectuó el conteo de las actividades, ejemplos resueltos, problemas resueltos, gráficos de poblaciones y muestras, con miras a determinar de qué manera estos libros contribuyen a la formación del concepto de población en los estudiantes del Profesorado de Biología.

En general, todos los libros de texto analizados se caracterizan por presentar diversidad en la forma de definir, presentar actividades y problemas en relación con el

concepto de población; y se caracterizan por presentar cierta uniformidad en cuanto a la diferenciación entre muestra y población. Más de la mitad de las representaciones gráficas se refieren a poblaciones, sin embargo los autores no lo especifican, si bien en la mayoría de los casos son poblaciones estadísticas. Sin embargo, hay libros claramente recomendables y otros con notables deficiencias para estos estudios. Por lo tanto, la responsabilidad del docente en su elección para el aula, es de fundamental importancia para el aprendizaje de los estudiantes.

Los resultados evidenciados en este estudio fueron los siguientes:

En relación, con los resultados del cuestionario aplicado a los estudiantes podemos comprobar que no existen diferencias importantes entre los resultados de los estudiantes de primer año en relación con los de cuarto año.

Los profesores del Profesorado de Biología encuestados se pueden clasificar en dos grupos: por un lado los que consideran que las disciplinas que tienen como objetivo “la clasificación y descripción de los seres vivos” deben coordinar la enseñanza del concepto de población; y por otro lado los que consideran que las disciplinas “que tienen una mirada holística de la biología” son las que deben coordinar la enseñanza de este concepto.

Nuestras conclusiones fundamentales, fueron (Moreno, González-García, 2010, pp. 113-114):

- *“El término “población” tiene una amplia gama de significados, que difieren en forma importante, el significado que se le da en el lenguaje cotidiano, difiere del significado que se le otorga en Biología, en Estadística, etc.*
- *La aparente simplicidad del concepto de población parece ser una de las causas por las cuales no se le otorga la importancia que realmente tiene, por lo que muchos libros de texto no hacen un tratamiento adecuado del mismo, y por otro lado la mayoría de los docentes del nivel superior están convencidos que los alumnos lo han adquirido, debido a que la enseñanza del mismo está prevista para el nivel medio.*
- *Estamos convencidos de estar en presencia de un problema curricular y un problema de formación docente. Es un problema curricular porque es una idea fundamental en la formación del profesor de Biología, lo que implica un tratamiento curricular helicoidal, que no se observa en el diseño curricular del profesorado; pero este diseño fue elaborado por especialistas en Biología, por lo que concluimos que es también un problema de formación docente. Sin embargo, consideramos que una mayor investigación sobre este tema debe llevarse a cabo para corroborar nuestra percepción.*

- *La formación académica que han recibido los estudiantes del Profesorado de Biología no ha propiciado la formación de una idea fundamental, como es el concepto de población, debido a que los resultados que obtuvieron los alumnos de primer año no se alejan mayormente de los alcanzados por los de cuarto año”*

En el segundo estudio, un proyecto de investigación realizado en el marco de la convocatoria realizada por el Ministerio de Educación de la Nación (2007), *“Un análisis sobre los factores que obstaculizan la formación de competencias inherentes al pensamiento estadístico en estudiantes de nivel medio”* (Moreno, 2007), tuvimos la oportunidad de indagar acerca de las causas que hacen, que los egresados de la escuela media mendocina ingresen a los institutos de formación docente, sin tener las nociones básicas de la probabilidad y la estadística, a pesar de la relevancia que tienen estos contenidos en el currículo de la escuela secundaria; por lo que concluimos que existe una discrepancia entre lo que establecen los documentos oficiales y la realidad en las escuelas mendocinas.

Para el logro de nuestro objetivo analizamos todos los documentos curriculares que las escuelas, con especificaciones para la enseñanza de la probabilidad y la estadística para los profesores en actividad, desde el año 1991 al año 2006. Se analizaron diez libros de texto de Matemática de distintas editoriales, además veinte y tres planificaciones didácticas de profesores de Matemática de distintas escuelas secundarias de la provincia de Mendoza, se realizó una encuesta que fue contestada en forma voluntaria por noventa profesores de secundaria y se aplicó un cuestionario a setenta egresados del nivel medio.

Nuestras conclusiones, tras la investigación, fueron las siguientes:

- *“Más de la mitad de los profesores encuestados, consideran que se deben enseñar las nociones estocásticas en la escuela media; sin embargo, no todos justifican los motivos por los cuales se deben enseñar estos tópicos; si bien, estos mismos profesores afirman que llevan a cabo el tratamiento de algunas nociones estadísticas en el aula. Por otra parte, el análisis de los resultados de las encuestas nos ha permitido encontrar que solamente 10 de los 70 profesores encuestados están desarrollando estos contenidos y reconocen las dificultades, que ello implica. Pero, lo más alarmante es que un porcentaje importante de profesores no incluyen en su planificación nociones estocásticas, a pesar de que lo prescriben los documentos oficiales en todos los niveles de la escolaridad secundaria. Luego concluimos que los profesores no cuentan con la formación*

necesaria para abordar su enseñanza; y una de las causas podría ser que nuestra provincia no cuenta con universidades que dicten carreras de estadística.

- *La enseñanza de las nociones estocásticas requieren del uso de recursos informáticos; sin embargo, nuestra encuesta nos ha revelado que menos de la mitad de los profesores encuestados emplean recursos informáticos. Los recursos informáticos pueden y deben, al menos usarse en la enseñanza, como un instrumento de cálculo y representación gráfica; para el logro de un aprendizaje significativo. Claramente se detecta la necesidad de capacitación docente en el uso de software de estadística.*
- *El sistema de evaluación que se debería aplicar en el nivel medio, en relación con estos contenidos, debe contemplar el uso de distintos instrumentos de medida en forma continua, sin embargo hemos encontrado que únicamente la tercera parte de los profesores utilizan dos o tres instrumentos distintos de evaluación.*
- *La bibliografía empleada por un poco más de la mitad de los profesores encuestados se refiere a libros de nivel medio. Sin embargo, el análisis de esta bibliografía, nos ha permitido detectar que, la mayoría de ellos tienen un enfoque determinista, y apuntan fundamentalmente al cálculo. Por otra parte, los textos analizados presentan una visión parcial de los conceptos, en otros casos las aplicaciones se limitan a juegos de azar o no se basan en datos tomados de aplicaciones reales.*
- *Finalmente en algunos de ellos, las definiciones de los conceptos son incorrectas o incompletas como en Cardeñoso, Azcárate y Serradó (2005). Por lo tanto queda planteada la necesidad de elaborar materiales curriculares de nivel didáctico y científico para la enseñanza de estos contenidos.*
- *Los resultados de los cuestionarios contestados por los egresados de la escuela secundaria confirman las conclusiones expresadas en los puntos anteriores. Las capacidades desarrolladas por los estudiantes son fundamentalmente de tipo algorítmico y de cálculo, no se evidencia el razonamiento estadístico”*

El cambio de la enseñanza de la estadística en las escuelas dependerá del grado en que se pueda convencer a los profesores de que la probabilidad y la estadística involucran contenidos útiles para sus estudiantes. También se requiere

una mejor preparación de estos profesores, que con frecuencia, no han tenido suficiente formación en educación estadística (Batanero; Burrill; Reading y Rossman, 2008).

Nuestras conclusiones de este estudio nos permitieron hacer algunas recomendaciones en relación con la enseñanza de la probabilidad y la estadística en la escuela media por dos vías distintas:

“Por un lado, es evidente la necesidad de implementar cambios en la enseñanza de la estadística en los Profesorados de Matemática, y por otra parte es necesario implementar cursos de capacitación en la enseñanza de la probabilidad y la estadística para los profesores de nivel medio en actividad”

1.3 CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

El mundo que nos rodea se caracteriza por la gran diversidad que existe en todos los ámbitos; y a su vez esta diversidad está en constante variación, que hace que cada uno sea único y, a su vez es distinto a como era en el momento precedente. La naturaleza evoluciona continuamente, posee infinita capacidad de crear, de cambiar, de adquirir formas a lo largo del tiempo. Por lo tanto el determinismo es totalmente excluyente para interpretar el mundo. Desde esta visión del mundo, toma relevancia la idea del “azar”. El primer azar, era un azar epistemológico basado en la falta de conocimiento, pero a partir de Darwin nace un nuevo azar, es un azar ontológico, es un azar de la naturaleza.

El azar es una propiedad o característica de ésta; no es determinista, puede o no generar cambios, es por tanto contingente. El tema del azar ha sido tratado por grandes pensadores desde los orígenes del pensamiento occidental, al menos desde el siglo V a.C. y sigue siendo un tema abierto en el siglo XXI. Como indica Azcárate (1995) el reconocimiento de la incertidumbre, como una característica de la realidad, y aprender a manejarse con ella, son fundamentales en el desarrollo intelectual de los individuos del siglo XXI.

En nuestro país, Argentina, los diseños curriculares tanto de primaria como de secundaria plantean el tema de la aleatoriedad, la probabilidad y la estadística; lo que implica involucrar a los profesores de ambos niveles en la enseñanza de los mismos.

Desde nuestra perspectiva epistemológica socio constructivista, entendemos el conocimiento como sistemas de ideas con diferentes formas de concreción y articulación, que está sometido a evolución, reestructuración y reorganización

continua, producto de la interacción con el medio. Estas reestructuraciones configuran nuevas formas de entender y comprender el entorno y las podemos concretar en diferentes niveles de formulación de dichas ideas; la transición de unas formulaciones a otras supone una serie de remodelaciones en el conocimiento previo. Por lo que, desde esta perspectiva consideramos, como educadores, que es necesario conocer las ideas previas de nuestros alumnos.

El estudio de las concepciones estocásticas de los futuros docentes es una necesidad para la comunidad de profesores de Mendoza (Moreno; 2007), pues la investigación educativa reconoce como fundamental el conocimiento del pensamiento del profesor para la mejora de la educación. Si bien, contamos con escasos estudios sobre esta temática, sabemos que constituyen un conocimiento prioritario para planificar los procesos de formación de docentes (Azcárate, 2001; Cardeñoso y Azcárate, 2002; Azcárate y Cardeñoso, 2003).

Sabemos que la investigación educativa, y en especial la vinculada con las didácticas específicas, vienen reclamando cambios en los modos de enseñanza, que proporcionan aprendizaje significativo en la mayoría de los estudiantes, para lo cual proponen modelos alternativos más coherentes con las conclusiones de las investigaciones. Así, compartimos con Porlán, (2002: 273) cuando cita a Hollon y Anderson (1987):

“los modelos formativos más adecuados son aquellos donde los estudiantes de profesorado aprenden a cuestionar sus concepciones y sus prácticas en relación con los problemas curriculares fundamentales: qué enseñar, para qué enseñar, qué tareas poner en marcha en clase, cómo hacer un seguimiento de la evolución de la clase y del aprendizaje de sus alumnos; y diseñar y aplicar cambios controlados en las aulas, que favorecen significativamente el desarrollo profesional de los participantes”.

Los resultados de este trabajo de investigación son necesarios para poder adoptar posiciones cercanas al socio constructivismo en la práctica real de nuestra labor docente, pues esta aporta una visión equilibrada e interactiva de las variables internas y externas que intervienen en la génesis del conocimiento de alumnos y profesores, así como de las relaciones entre la dimensión individual y social del conocimiento. Por otro lado, también nos interesa esta posición desde un punto de vista más epistemológico y filosófico, ya que el constructivismo y el evolucionismo implican la existencia de referentes en el desarrollo de los conocimientos y los valores.

Estos referentes y valores son los que pueden surgir de la investigación en marcha, considerando dichas tendencias de pensamiento probabilístico como provisionales y negociables (frente a las posiciones absolutistas, que las convierten en verdades absolutas e inmutables) (Toulmin, 1972 y Porlán, 1993). En consecuencia, afirmamos que la investigación es pertinente para alimentar con sus resultados, los modelos formativos más adecuados que pensamos son aquellos “*en donde los estudiantes de profesorado aprenden a cuestionar sus concepciones y sus prácticas en relación con los problemas curriculares fundamentales*” (Cardeñoso & Azcárate, 2002:189): qué enseñar, cómo enseñar, para qué enseñar, qué tareas poner en marcha en clase, cómo hacer un seguimiento evaluativo de la evolución de la clase y del aprendizaje de sus alumnos; y cómo diseñar y aplicar innovaciones controladas en las aulas, para que favorezcan significativamente el desarrollo profesional de los participantes.

1.3.1 EL CONOCIMIENTO PROBABILÍSTICO EN MATEMÁTICA

Los ciudadanos de una sociedad, como la nuestra cargada de información, deben poseer capacidades y habilidades de la cultura estadística (Nikiforidou, Lekka y Pange, 2010). De aquí que un objetivo de la formación de los futuros profesores de secundaria sea la alfabetización estadística. Esta competencia está relacionada con la de aprender a lo largo de la vida, y como dicen Villardón-Gallego, Yániz, Achurra, Iraurgi y Aguilar (2013) es un requerimiento para desenvolverse eficazmente en el siglo XXI, porque se deben poseer habilidades vinculadas a la selección y organización de información pertinente para el conocimiento que se pretende construir.

Para el logro del desarrollo de la alfabetización estadística, es imprescindible que los estudiantes logren la comprensión de las ideas fundamentales de la misma (Ben-Zvi y Garfield, 2004); y del análisis de estas ideas se puede inferir que, la noción de probabilidad es una de ellas, que a su vez involucra la de aleatoriedad. Así, Garfield (2002) afirma que el razonamiento estadístico es la manera en la cual las personas razonan con ideas estadísticas y el sentido que le dan a la información estadística, lo cual implica hacer interpretaciones basadas en conjuntos de datos y sus representaciones; incluso el razonamiento estadístico puede implicar conectar un concepto con otro y combinar ideas sobre los datos y el azar. En definitiva, razonar estadísticamente significa entender y explicar los procesos estadísticos e interpretar completamente los resultados estadísticos.

Para nosotros es fundamental hacer hincapié en la naturaleza del conocimiento probabilístico, lo que nos lleva a considerar la noción de aleatoriedad.

De la Conferencia de Azcárate y Cardeñoso (2003) hemos extraído las siguientes ideas, que consideramos de importancia para nuestro estudio. Según estos autores la idea de azar ha estado relacionada con múltiples consideraciones de índole teológico, filosófico, ideológico y epistemológico.

El desarrollo de la idea de azar nos permite conocer los obstáculos con los cuales está ligada su comprensión, y muchos de ellos persisten en la actualidad.

- En la antigüedad el azar era como una fuerza extraña de origen mágico reflejo de la suerte ciega o el destino.
- En la época grecoromana, el azar según Aristóteles era considerado como el cruce de líneas causales que refleja una apariencia o casualidad.
- En la Edad Media y el Renacimiento el azar para el mundo creyente, era el reflejo de la voluntad divina. Para el mundo pagano similar al de épocas anteriores.
- En los siglos XVII, XVIII, XIX; el azar es el producto de la ignorancia sobre el funcionamiento de los fenómenos, pero de carácter pasajero.
- En el siglo XX, el azar es el reflejo de la complejidad resultante de la interacción de múltiples causas y elementos.

Cardeñoso (2001) considera a la aleatoriedad como una magnitud que caracteriza la incertidumbre de ciertos fenómenos y la probabilidad es una medida relativa, al menos ordinalmente considerada, del grado de certeza en la verificación de un evento.

Por otra parte, se sabe que las distintas interpretaciones de la aleatoriedad que han surgido a lo largo de la historia han dado lugar a distintas definiciones de probabilidad, y a una estructura inferencial asociada. Por lo que resulta un tema importante para los futuros profesores de matemática, quienes serán los responsables de la enseñanza de esta temática (Stohl, 2005), y sin una formación adecuada podrían transmitir a sus alumnos concepciones erróneas (Azcárate y Cardeñoso, 2003; Watson, 2011).

Como afirma Nikiforidou et al. (2010) debemos lograr la formación de estudiantes estadísticamente alfabetizados con mínimas ideas erróneas. Por otra parte, se debe considerar lo que expresan Cardeñoso, Azcárate y Serradó (2005),

Azcárate, Serradó y Cardeñoso (2008); Azcárate y Cardeñoso (2011), para quienes la educación estadística es un tema poco trabajado en las aulas y sobre el que los profesores de los diferentes niveles tienen pocos referentes teóricos y prácticos.

1.3.2 EL CONOCIMIENTO BIOLÓGICO Y LA PROBABILIDAD

Los autores como Porlán (1989), Mellado y Carracedo (1993), Jiménez y Sanmartí (1997), Chalmers (2000), y García y Cubero (2000) consideran que, las características del conocimiento varían dependiendo de la perspectiva filosófica con que se aborde, lo que obliga a considerar aspectos generales de la Filosofía de la Ciencia. Estos autores establecen dos grandes perspectivas: la empírico-positivista, y la alternativa, correspondiente a la nueva filosofía de las Ciencias, la cual incluye visiones racionalistas, constructivistas y relativistas. Desde la Nueva Filosofía de la Ciencia, más allá de caracterizar a la ciencia según el método que emplea, se trata de abordar nuevas dimensiones como los paradigmas teóricos de Kuhn (el conocimiento también es cambiante cuando aparece un paradigma que “triumfa” sobre otro debido a que ninguna teoría puede resolver todos los problemas) o los programas de investigación de Lakatos.

Así, Mayr (1998, 2006) hace referencia al enfoque kuhniano al referirse a la Biología, señala que en el desarrollo de la ciencia no han existido largos períodos de normalidad, ni tampoco revoluciones cataclísmicas. A pesar que la teoría de la evolución de Darwin fue revolucionaria, la comunidad científica demoró en aceptarla.

De la postura de Lakatos, Chalmers señala que en ciencias como la Biología, no se puede proceder como en la Física, en la cual se aíslan mecanismos individuales. Para el caso de los sistemas vivos, se necesita una alta complejidad para funcionar, con lo cual la Biología muestra importantes diferencias con la Física.

Respecto de la perspectiva de Popper, el conocimiento científico también es modificable, las hipótesis deben ser refutables y las teorías cambian o abandonan cuando aparecen observaciones que las falsean. Al respecto, Mayr afirma:

“Debido a la naturaleza probabilística de la mayor parte de generalizaciones en Biología evolutiva, resulta imposible aplicar el método falsacionista de Popper para poner a prueba las teorías porque el caso particular de una aparente refutación de una determinada ley puede resultar ser nada más que una excepción, algo común en Biología” (Mayr, 2006: 45)

De acuerdo con Jiménez (2003) los fenómenos que estudia la Biología no se ajustan a regularidades precisas que permitan predicciones certeras, esto se debe a

que los seres vivos cambian constantemente tanto a nivel individual como a nivel generacional. En muchos casos, las predicciones sólo se pueden hacer en términos probabilísticos (como ocurre en Genética). También Mayr (1998, 2006) afirma que las regularidades biológicas casi nunca tienen la universalidad de las leyes físicas. La Biología explica fenómenos únicos, dadas las especificidades propias de cada individuo, cada especie, cada variedad, etc., que también están influenciadas por el ambiente en el que se encuentran. Por lo que no es raro que en Biología una predicción falle. La utilidad de la predicción para poner a prueba leyes es muy variable. Mayr afirma:

“Algunas teorías biológicas, sobre todo en Biología funcional, tienen un gran valor predictivo, mientras que otras están controladas por conjuntos de factores tan complejos que no se pueden hacer predicciones consistentes. En biología las predicciones suelen ser probabilísticas, debido a la gran variedad de casi todos los fenómenos biológicos, a la posibilidad de que ocurran hechos fortuitos y a la multiplicidad de factores interactivos que afectan al curso de los acontecimientos. Para el biólogo no es tan importante que su teoría pase la prueba de la predicción; es mucho más importante que su teoría resulte útil para resolver problemas” (Mayr, 1998:70)

Por lo indicado, en la formación del profesor de Biología, la comprensión de la aleatoriedad es necesaria; como se puede detectar analizando el diseño curricular del profesorado (Moreno y González-García, 2010,2013a). Este puntualiza que se deben jerarquizar algunas teorías, como la *Teoría de la evolución* como Teoría unificadora de la Biología, tal como lo expresa Theodosius Dobzhansky (Mayr, 2006), para quien *nada tiene sentido en biología excepto a la luz de la evolución*. Esto es importante porque la teoría evolucionista fue la responsable de introducir el *azar* en Biología; y como afirma el biólogo Losos (2013) el gran flujo de datos en todas las áreas de la biología evolutiva reclaman nuevas clases de teorías para darles sentido; para ello se requiere de una teoría cuantitativa predictiva.

Paralelamente, desde la Ecología se plantea la necesidad del desarrollo de la capacidad predictiva para anticipar las consecuencias del cambio global. Brewer y Gross (2003) consideran que la evolución de la predicción ecológica será factible con una forma de pensar desde la *incertidumbre*. Ante estas demandas, surge la necesidad de afrontar el desarrollo de un pensamiento probabilístico y estadístico en los estudiantes de Biología (Moreno, Cardeñoso y González-García, 2012a, 2012b), que les permita interpretar las teorías que surjan en el seno de la misma.

Por otra parte, la Psicología ha estudiado el pensamiento de los seres humanos; y como afirman Wasserman, Young y Cook (2004), las personas son capaces de reconocer la aleatoriedad en sus entornos, buscando la estabilidad en su medio ambiente promovida por el instinto de supervivencia; pero no está tan claro si son capaces de generar secuencias aleatorias o hacer selecciones aleatorias de manera intencional (Wagenaar, 1972; Falk, 1981; Budescu, 1994; Brugger, Landis y Regard, 1990; Falk y Konold, 1997; Brugger, 1997).

1.4 MARCO DE REFERENCIA CONCEPTUAL

1.4.1 LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO EN GENERAL

Dada la complejidad, tanto conceptual como contextual de la enseñanza, es difícil definir los componentes y la estructura del Conocimiento Profesional del Profesor. Las investigaciones realizadas diferencian los siguientes componentes:

- El conocimientos de los contenidos, del objeto o materia de enseñanza, que llamaremos conocimiento del contenido disciplinar.
- El conocimiento pedagógico.
- El conocimiento necesario para enseñar un saber particular, llamado Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC)
- El conocimiento del contexto

El conocimiento que requiere el profesor para enseñar contenidos específicos, se denomina *Conocimiento Didáctico del Contenido* (CDC) es lo que denominan los norteamericanos y anglosajones (PCK) *Pedagogical Content Knowledge*.

Lee Shulman (1986a, 1986b) fue uno de los pioneros en la línea de investigación sobre el Conocimiento Profesional Docente. Inicialmente este autor identificó tres componentes del conocimiento del profesor:

- El conocimiento disciplinar
- El conocimiento Didáctico del Contenido
- El conocimiento curricular

Un año más tarde, Shulman (1987) reconoce otros componentes y establece un cuerpo de conocimientos como base para la enseñanza. De esta manera establece los saberes indispensables que todo profesor debe saber como mínimo:

- Conocimiento de la disciplina

- Conocimientos pedagógicos generales, teniendo en cuenta especialmente aquellos principios y estrategias generales de manejo y organización de la clase
- Conocimiento del currículo, en especial dominio de los materiales y los programas que sirven como herramientas para el desempeño de la tarea docente
- Conocimiento pedagógico de la disciplina
- Conocimientos de los estudiantes
- Conocimiento de los contextos educativos
- Conocimiento de los objetivos, las finalidades y los valores, y de sus fundamentos filosóficos e históricos

Shulman da fundamental importancia al conocimiento de las ideas de los alumnos, al igual que a las estrategias metodológicas para facilitar el aprendizaje. La aportación más relevante fue el haber incluido el CDC como un importante cuerpo de conocimiento, fundamental para la enseñanza de un saber particular.

Para Shulman el papel del profesor a partir del dominio del CDC es:

“El profesor debe de algún modo ser fiel, por un lado, a los posibles significados dentro de la materia y, por otro, a las comprensiones que sus estudiantes son capaces de alcanzar. El profesor debe construir puentes entre los significados inherentes al contenido curricular y las construcciones de significados que los estudiantes pueden inventar, idear o discernir”

(Shulman, 1993: 58)

A partir del trabajo de Shulman se han realizado distintas investigaciones, algunas de ellas son: Tamir, 1988; Smith y Neale, 1989; Marks, 1990b; Even, 1990 y 1993; Rovegno, 1992; Llinares, 1993 y 1998; Marcelo, 1993; Fernández-Balboa y Stiehl, 1995; Blanco, Mellado y Ruiz, 1995; Mellado; Garcia, 1997; Cooney, 1999; Graeber, 1999; Barnett y Hodson, 2001; Van Driel, De Jong y Verloop, 2002; Appleton, 2003; An, Kulm y Wu, 2004; Bolivar, 2005; Ponte y Chapman, 2006; Sorto, 2007; Burgess, 2008.

Además, es importante mencionar el aporte de Bromme (1988) quien define el Conocimiento Profesional docente como el conocimiento que los profesores utilizan en su práctica cotidiana. El profesor requiere un conocimiento tal que le permita interrelacionar e integrar los conocimientos científicos y los cotidianos. De tal manera, necesita integrar los conocimientos psicopedagógicos, y

su experiencia profesional para lograr la transformación de la estructura lógica disciplinar de los conocimientos teóricos que esté enseñando.

Según este autor el Conocimiento Profesional requiere de la interrelación de diferentes tipos de conocimientos, como son: los específicos de la asignatura que enseña (conocimientos disciplinares), los de la didáctica específica, el pedagógico y el metaconocimiento.

El **metaconocimiento** es el conocimiento sobre la naturaleza de los conocimientos antes mencionados, en relación con la escuela, con la asignatura que enseña y con los objetivos que se persiguen. Este tipo de conocimiento constituye un elemento nuclear para la integración de los diferentes saberes involucrados en la construcción del Conocimiento Profesional.

El profesor necesita conocer el proceso de comprensión de los alumnos: cómo aprenden, qué obstáculos tienen en el aprendizaje, sus dificultades y errores. Los conocimientos sobre la Didáctica Específica son indispensables para establecer la secuenciación de contenidos. De igual manera, se requieren para definir el grado de profundidad de los diferentes temas de estudio, para evaluar las dificultades de las tareas y para integrar los conceptos de la disciplina que enseña, con los conocimientos, experiencias y expectativas de los alumnos.

En esta misma línea de investigación encontramos a Grossman (1990), quien identifica cuatro componentes en el Conocimiento Profesional del profesor:

- El Conocimiento del contenido de referencia
- El Conocimiento pedagógico general
- El Conocimiento del contexto
- El Conocimiento Didáctico del Contenido

El conocimiento del contenido de la disciplina y su estructura, influye en la manera como han de presentarse los contenidos a los estudiantes en el momento de la enseñanza. Además, enfatiza en la importancia de conocer las concepciones, principalmente las ideas erróneas y los intereses de los alumnos para la definición y estructuración de los contenidos curriculares y de las estrategias de enseñanza.

Magnusson, Krajcik y Borko (1999), reconocieron una naturaleza aún más compleja para el Conocimiento Didáctico del Contenido, llegando a considerar integrado por cinco tipos de conocimiento:

- orientaciones para la enseñanza de la ciencia
- conocimientos y creencias sobre el currículo de la ciencia
- el aprendizaje de los alumnos de temas específicos de ciencia
- la evaluación en ciencia
- las estrategias didácticas en la enseñanza de la ciencia.

Mientras que para Coll (1986) el profesor necesita tener un conocimiento psicopedagógico que le brinde elementos para la selección y secuenciación de contenidos, la planificación de las actividades de aprendizaje, la formulación de objetivos y la evaluación de los aprendizajes. No se puede trabajar cualquier contenido sin importar las características de los estudiantes, por eso se requiere conocer las capacidades cognitivas de los estudiantes, sus intereses, sus experiencias y sus concepciones. Es necesario conocer las formas de organización mental, las estructuras intelectuales, las posibilidades de razonamiento. Es decir, se debe tener muy en cuenta el nivel de desarrollo cognitivo de los estudiantes.

Para el presente trabajo es importante destacar el aporte de Posner, Strike, Hewson y Gertzog (1988), en relación con el cambio conceptual. Estos autores toman de las teorías filosóficas de los paradigmas de Kuhn y los programas de investigación de Lakatos, el cambio conceptual, que ocurre cuando esos compromisos centrales (paradigmas o programas), necesitan alguna modificación, lo cual implica un reto para el científico que se traduce en la revolución científica (perspectiva kuhniana) o un cambio de programa de investigación (Lakatos).

Posner, Strike, Hewson y Gertzog (1988) hacen una analogía del anterior planteamiento filosófico, con el aprendizaje; proponen así, que los nuevos conceptos o fenómenos son relacionados con los conceptos existentes en los alumnos, generándose cambios, que van desde la sustitución de los conceptos previos por lo nuevo, hasta la acomodación (reestructuración) de esos conceptos. Este concepto implica el paso de las concepciones alternativas a las concepciones científicas y está sustentado en modelos gestados desde la nueva filosofía de las ciencias, especialmente en los pensamientos de Toulmin y Khum, en la medida que hacen una analogía entre el proceso mediante el cual las concepciones cambian, por una parte con la evolución de los conceptos y teorías a partir de la selección, y por otra parte con el cambio científico (al comparar el cambio conceptual con la “revolución”, con lo cual dicho cambio puede culminar en éxito o fracaso).

Así, Hewson (1993) señala que al aprender, el individuo utiliza el conocimiento previo para determinar si la nueva concepción es inteligible (si se conoce su significado), plausible (si se cree que es verdadera) y fructífera (si se encuentra útil). Concibe el cambio conceptual desde la perspectiva constructivista, lo que implica que el conocimiento se construye a partir del conocimiento previo, en un contexto de interacción y acuerdo social.

Otro aporte importante es el de Carlsen (1999), quien propone integrar los conocimientos: general pedagógico, disciplinar, didáctico del contenido, del contexto general educativo, del contexto específico educativo. En contraste con otras perspectivas, en esta se considera que los componentes del conocimiento profesional docente no pueden existir independientemente y aisladamente, sino que por el contrario, cobran sentido únicamente dentro de un sistema.

En la formación del profesorado es importante la labor desempeñada por el Proyecto Curricular Investigación y Renovación Escolar (IRES). El conocimiento profesional es asumido desde la perspectiva evolutiva, en la que se formula una hipótesis de progresión con miras a reestructurar, de una forma progresivamente compleja, el conocimiento “de hecho” del profesor en un conocimiento deseable (Porlán, Rivero y Pozo, 1998). Intervenir en la formación profesional docente desde la perspectiva que se plantea en el proyecto Curricular Investigación y Renovación Escolar (IRES); implica considerar el conocimiento profesional docente como la interrelación e integración sistémica y compleja de saberes de distinta índole. Esto demanda un profundo proceso de reelaboración y transformación epistemológica y didáctica. Los productos de esta reelaboración y transformación se constituyen en sistemas de ideas en evolución. Por lo tanto, el conocimiento profesional, es asumido desde una perspectiva evolutiva, en la que se formula una hipótesis de progresión con miras a reestructurar, de una forma progresivamente compleja, lo que permite una gradación de lo simple a lo complejo: una hipótesis de progresión que facilite dicha evolución. Desde esta perspectiva, la formación profesional docente que se plantea en el Proyecto Curricular IRES, considera que el conocimiento escolar se construye teniendo como marco de referencia la epistemología de la complejidad, la concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje, y el planteamiento ideológico crítico.

Para formular, la hipótesis de progresión de un contenido concreto, Garcia (1998) propone establecer una gama que suponga aproximaciones al saber científico a partir del cotidiano, lo cual conduce a niveles de formulación, de uno inferior a otro superior, además de incrementarse el nivel de complejidad de la hipótesis de

progresión es necesario el estudio de las concepciones de los alumnos en busca de su aproximación a una visión más compleja y crítica, superando algunas limitaciones del conocimiento cotidiano.

Desde esta perspectiva, la organización del conocimiento profesional no obedece a la lógica disciplinar, ni a la acumulación de experiencias. Este conocimiento se produce a partir de las interrelaciones entre los diferentes saberes (académicos, experienciales, etc.) que surgen de los problemas relevantes de la práctica profesional.

En la misma línea, Giordan y de-Vicchi (1999) retoman el pensamiento de teóricos como Bachelard y Canguilhem, en el sentido de que las concepciones de los estudiantes pueden constituir obstáculos para el aprendizaje, y al igual que en las ciencias, en la enseñanza es necesario superar dichas dificultades. Es decir, que el saber se construye por aproximaciones sucesivas y esta construcción tan lenta encuentra resistencias, como las ideas preconcebidas, las costumbres, que son otros obstáculos epistemológicos.

Por otra parte, Barnett y Hodson (2001) hacen énfasis en el conocimiento de los profesores del área de las ciencias. Quienes resaltan que el conocimiento profesional está notablemente determinado por las características personales de los docentes, y por un conocimiento colectivo definido por los contextos educativo, social y cultural específicos, al igual que por factores institucionales y políticos de diferente nivel. Además, señalan que cuando el profesor ejerce su profesión no se limita a aplicar de una manera imparcial los currículos generalizados que han sido elaborados por expertos, los cuales suelen estar distantes de la realidad escolar. Por el contrario, responden atendiendo a sus creencias personales, sus valores y experiencia. El conocimiento colectivo de los profesores se gesta a partir de la constante socialización e interacción entre los colegas docentes.

Tardif (2004) a partir de sus investigaciones y reflexiones, realizadas durante doce años acerca de los saberes que sustenta al trabajo y a la formación de profesores de primaria y de secundaria, propone un enfoque que se basa más en las categorías establecidas por los propios profesores, y de los saberes que ellos utilizan en su práctica profesional cotidiana, que en postulados epistemológicos establecidos por los teóricos. Según este autor, el saber profesional docente tiene un carácter diverso, práctico, temporal, de interacción humana, experiencial, y de interfaz entre lo individual y lo social.

Para Tardif (2004), el trabajo docente se diferencia de otros trabajos teniendo en cuenta que:

- Su objeto es heterogéneo y está conformado por sujetos humanos e interacciones humanas.
- Sus objetivos son ambiguos, amplios, ambiciosos y a largo plazo.
- Implica relaciones complejas
- Su producto es intangible e inmaterial, ya que el proceso de aprender a ser maestro es simultáneo con la producción (enseñar, es decir, hacer aprender), con lo cual es difícil separar al trabajador del resultado. Es difícil observar al profesor fuera de su hogar de producción.

Grossman, Wilson y Shulman (2005) consideran muy importante en la formación de profesores el conocimiento de la disciplina que van a enseñar. Estos autores destacan cuatro dimensiones:

- conocimiento del contenido
- conocimiento sustantivo
- conocimiento sintáctico
- creencias acerca de la disciplina.

A lo que agregan que cuando un profesor tiene un conocimiento profundo de la materia que va a enseñar, hace que el profesor ponga más énfasis en las explicaciones conceptuales. Además, aquellos profesores que tienen un mapa más amplio de la materia, que entienden la relación entre tópicos, también son más efectivos en la enseñanza.

La falta de conocimiento de contenido puede afectar al estilo de la instrucción. En la enseñanza de la materia con la que se encuentran inseguros, los profesores suelen preferir hablar más que solicitar a sus alumnos ciertas cuestiones porque esto los puede llevar a un terreno desconocido (Carlsen, 1988).

También la falta de conocimiento de contenido puede influir en la manera en cómo los profesores critican los libros de texto, o cómo seleccionan el material que van a usar en sus clases y a cómo organizan el curso y conducen la enseñanza.

Los profesores deben aprender todo lo concerniente a los conceptos centrales y los principios organizativos de la materia; ellos también deben ser conocedores de su responsabilidad para adquirir nuevo conocimiento hasta el final de sus carreras. La

adquisición de un nuevo conocimiento requiere entre otras cosas la habilidad para reflexionar y aprender desde la experiencia.

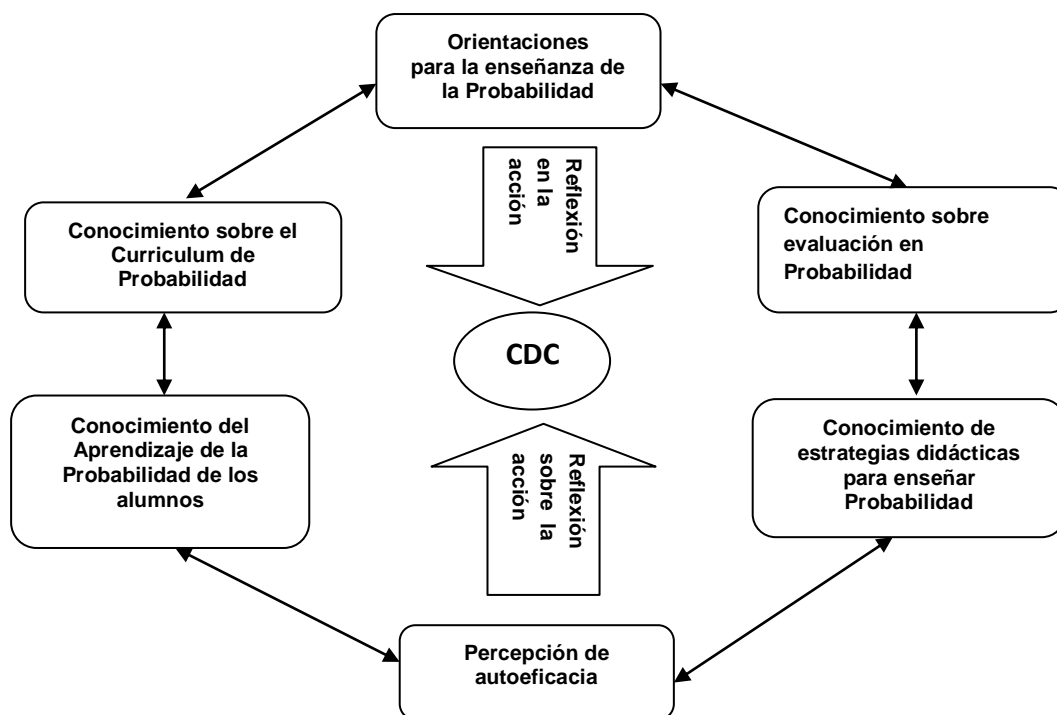
Los profesores deben conocer las estructuras sustantivas de la materia que van a enseñar. Estas estructuras incluyen los marcos exploratorios o paradigmas que son usados tanto para guiar la investigación en el campo como para dar sentido a los datos. Las mismas influyen en el cómo y qué enseñar de los profesores.

El conocimiento disciplinario incluye el conocimiento de las formas en las que el nuevo conocimiento es introducido en el campo. Las estructuras sintácticas son los cánones de evidencia que son usados por los miembros de la comunidad disciplinaria para guiar la investigación en el campo. Sin formación en la sintaxis de una disciplina, los profesores no tienen la capacidad para distinguir entre afirmaciones más o menos legítimas. Como el conocimiento cambia, los profesores necesitan ser capaces de evaluar nuevas teorías y explicaciones sobre la base de la evidencia.

Las creencias que tienen los profesores acerca de la disciplina influyen tanto en lo que eligen enseñar y cómo eligen enseñarlo. Por lo tanto, los formadores de profesores deben proporcionarles oportunidades para que los futuros profesores identifiquen y examinen las creencias que tienen acerca del contenido que enseñan.

Por otra parte, Park y Olivier (2007) incorporaron un nuevo dominio de conocimiento a los cinco propuestos por Magnusson, Krajcik y Borko (1999), la percepción de autoeficacia (Figura 1.1). Este nuevo dominio tiene una dimensión fundamentalmente afectiva dado que consiste en las percepciones y las creencias que el docente tiene sobre su propia habilidad para desempeñarse con éxito en la enseñanza de determinados temas con determinadas estrategias. Luego, el conocimiento didáctico del contenido se genera a partir de las interrelaciones contextualizadas de seis dominios de conocimiento mediante la reflexión sobre la práctica que se tiene al planificarla y la reflexión en la práctica que sale al evaluarla metacognitivamente.

Figura 1.1 Adaptación del Modelo hexagonal del conocimiento pedagógico del contenido de Park y Oliver



1.4.2 TEORÍA DE LOS MODELOS MENTALES

El análisis de las causas que producen el fracaso evidenciado de los estudiantes nos conduce a reflexionar sobre distintos aspectos, que van desde el mensaje que se transmite sobre la naturaleza del conocimiento probabilístico, a los métodos de enseñanza, las herramientas empleadas, la planificación realizada y la evaluación; y de manera prioritaria nos hace pensar sobre los alumnos y en las barreras que impiden que el aprendizaje sea eficaz. En este sentido, consideramos que la teoría de los modelos mentales puede ayudarnos a interpretar el aprendizaje del conocimiento probabilístico.

Para Moreira (1997) la década de los setenta fue la década del estudio de las concepciones alternativas, la de los ochenta fue la década del cambio conceptual y la de los noventa fue la de los modelos mentales; cada una de las etapas es consecuencia de las anteriores.

A partir de las investigaciones sobre concepciones alternativas, llegamos a la conclusión de que los alumnos llegan a la clase con una *ciencia alternativa*; luego nos interesa producir un cambio conceptual en los mismos; es decir pretendemos que abandonen las concepciones alternativas y se apropien de las concepciones científicas. Sin embargo, nos dimos cuenta que el cambio conceptual es una cosa

bastante complicada y debemos pensar de otra manera. Es decir, debemos pensar en una evolución conceptual y no en una sustitución de concepciones (Moreira, 1994).

Así, Vosniadou (1994) interpreta el cambio conceptual como una modificación progresiva de los modelos mentales que el alumno tiene sobre el mundo físico, que logra por medio de enriquecimiento o revisión. Entendiendo enriquecimiento como adición de informaciones, y revisión implica cambios en las creencias o presupuestos individuales en la estructura relacional del modelo.

Desde esta perspectiva, los resultados de la investigación educativa plantean la necesidad de considerar al aprendizaje como un proceso cognitivo, como un modo de procesar mentalmente la información y de utilizarla; y de aquí surge la importancia que tienen las representaciones internas. Para Greca y Moreira (1997: 712):

“Asumimos que construimos representaciones internas del mundo en lugar de aprehenderlo directamente, debe ser posible que el estudio de la estructura de estas representaciones nos suministre una mejor comprensión de los procesos de aprendizaje de nuevas estructuras conceptuales”

Para Pozo (1999) más allá de hablar de cambio conceptual, debemos hablar de cambio representacional. Se entiende por representación a “cualquier notación, signo o conjunto de símbolos que representa algún aspecto del mundo externo o de nuestra imaginación, en su ausencia” (Eysenck y Keane, 1991: 202) Por lo que las representaciones pueden ser externas o internas.

En nuestro estudio el interés recae en el estudio de las representaciones internas de los estudiantes; es decir, el modo cognitivo de operar y que se pone en juego en los procesos de aprendizaje. Estas representaciones internas mentales se analizan desde la perspectiva de los modelos mentales, por lo que sigue:

“Las visiones de las personas del mundo, de sí misma, de sus propias capacidades y de las tareas que se les requiere que desempeñen o los tópicos que se les pide que aprendan dependen fuertemente de la conceptualización que hacen de la tarea. En interacción con el medio, con otros, con artefactos de la tecnología, las personas forman modelos mentales internos de sí mismas y de las cosas con las que interactúan. Estos modelos suministran poder predictivo y explicativo para la comprensión de la interacción” (Norman, 1983:7)

Para Johnson-Laird (1983, 1996), la mente humana representa el mundo ante la imposibilidad de aprehenderlo directamente y lo hace según un triple código, opera mentalmente con proposiciones, imágenes y modelos mentales. Éstos son análogos estructurales del mundo que la mente genera para comprenderlo, de lo que se deriva que la conceptualización científica requiere la construcción de modelos mentales, estos modelos mentales tienen poder predictivo y explicativo, y se caracterizan por su funcionalidad; y por eso dotan al individuo de comprensión. Son los modelos de trabajo que actúan en la memoria a corto plazo.

Como los modelos mentales operan con la abstracción, y los conceptos científicos poseen un alto grado de abstracción y complejidad, de aquí se deriva la consideración de que el aprendizaje de los conceptos científicos requiere de la construcción de un modelo mental de los mismos.

Lograr el conocimiento de los modelos mentales y cómo se construyen, es una prioridad, si pretendemos que el conocimiento científico se construya, porque a partir de ese conocimiento podremos determinar las estrategias y los procesos adecuados para que los estudiantes recorran el camino que va desde los modelos mentales a los modelos conceptuales científicos. Si bien sabemos que, los modelos mentales de las personas son difíciles de investigar, porque son confusos, incompletos, inestables; diferentes a los modelos científicos que son precisos, consistentes y completos.

Para Johnson-Laird (1994) la construcción de los modelos mentales se basa en el conocimiento, las creencias y las concepciones. La teoría de los modelos mentales es una teoría apropiada para estudiar el pensamiento probabilístico, porque es una teoría que fue pensada para explicar los procesos superiores de la cognición, en particular la comprensión y la inferencia. Este autor realiza un estudio sobre el conocimiento general de las creencias y las descripciones de situaciones que conducen a los modelos mentales que se utilizan para evaluar probabilidades.

La mayoría de los científicos cognitivos están de acuerdo en que los seres humanos construyen representaciones mentales, y muchos pueden sospechar que esta teoría usa las palabras “modelo mental” en donde simplemente lo harían las palabras “representación mental”. Por lo que nos planteamos el siguiente interrogante, ¿cómo podemos afirmar de que los individuos piensan probabilísticamente mediante la manipulación de modelos?. La respuesta que da el autor es doble.

En primer lugar, los principios de la representación de modelos permiten tener en cuenta conjuntos de posibilidades de una manera comprimida. Por lo tanto, es

posible evaluar la probabilidad mediante la estimación de los posibles estados de cosas dentro de un marco de trabajo general, mediante una frecuencia o mediante una interpretación del grado de creencia, ambas formas son igualmente factibles. En segundo lugar, la teoría de modelos hace una serie de predicciones basadas en la distinción entre la información implícita y la explícita y sobre las limitaciones del procesamiento de la memoria de trabajo.

1.4.3 LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICA

La formación del profesor de Matemática no concluye cuando egresa del instituto que le otorga la titulación, sino que por lo contrario continua el proceso de formación durante toda su vida. En este sentido, nos parece importante señalar la caracterización de lo que significa desarrollo profesional del profesor de Matemática, como lo expresan Cardeñoso, Flores y Azcárate (2001):

“La carrera profesional de profesor se ve influida por la forma en que se representa la tarea educativa a lo largo de su experiencia como alumno, y la manera en que contempla el mundo, y esta se ve alterada por el ejercicio profesional. Durante su actuación, como profesor, va a cambiar la perspectiva que adopta frente a la sociedad en función de su situación histórica, con relación a la sociedad que lo rodea y a su etapa vital. Por todo ello no es posible pensar que el profesor pasa de ser estudiante a ser profesor por un proceso de formación puntual, sino que se va sumergiendo en un proceso de desarrollo profesional, continuo en el que va atravesando diversos papeles y momentos; y además el desarrollo es personal, adecuado a su experiencia, condiciones y percepciones, por lo que no puede establecerse de manera externa”

En relación con la formación del profesor de Matemática reconocemos la importancia de las ideas de Hill, Ball. Y Schilling (2008), quienes describen el conocimiento matemático para la enseñanza como el conocimiento matemático que debe utilizar el profesor en el aula para producir instrucción y desarrollo en el alumno. Si bien, para la enseñanza de la probabilidad, en niveles no universitarios, los profesores no necesitan altos niveles de conocimiento del contenido matemático, resulta indispensable una comprensión profunda de la probabilidad básica; y además requieren de otros conocimientos, que son necesarios para organizar la enseñanza y llevarla a la práctica.

Para Hill et al. (2008) necesitamos diferenciar el Conocimiento Común del Contenido; Conocimiento Especializado del Contenido y el Conocimiento en el Horizonte Matemático. El conocimiento común del contenido es el puesto en juego para resolver problemas matemáticos por cualquier persona, el conocimiento especializado incluye aspectos que no tiene una persona ordinaria, como identificar las ideas matemáticas trabajadas en un problema; y el conocimiento en el horizonte matemático aporta perspectivas a los profesores para su trabajo, por ejemplo conocimiento de la relación con otras disciplinas, o la historia de las matemáticas.

Para el conocimiento pedagógico del contenido Hill et al. (2008) proponen tener en cuenta tres componentes:

- a) El Conocimiento del Contenido y los Estudiantes es el conocimiento de cómo los estudiantes piensan, saben, o aprenden este contenido particular. Incluye el conocimiento de los errores y dificultades comunes, las concepciones erróneas, las estrategias utilizadas, el ser capaz de valorar la comprensión del alumno y saber cómo evoluciona su razonamiento matemático.
- b) El Conocimiento del Contenido y su enseñanza resulta de la integración del contenido matemático con el conocimiento de la enseñanza de dicho contenido. Incluye saber construir, a partir del razonamiento de los estudiantes y las estrategias utilizadas por ellos, procesos pertinentes para tratar y corregir sus errores y concepciones erróneas.
- c) El Conocimiento del Contenido y el Currículo, sería el conocimiento de las orientaciones curriculares, objetivos y competencias pretendidas, contenidos, medios de evaluación y materiales curriculares.

Si bien estos tipos de conocimientos han sido estudiados por Godino, Batanero, Roa y Wilhelmi (2008), ellos agregan además otros componentes, como los siguientes:

- a) Componente epistémica: El profesor necesita conocer el significado matemático de los conceptos, y también el conocimiento de su desarrollo histórico y de los diversos significados de cada concepto de los que enseña, que han recibido en diferentes períodos, así como las controversias asociadas a estas diferentes definiciones puede ayudarlo a comprender mejor las dificultades de sus alumnos. Como es el caso de los diferentes significados de la probabilidad.
- b) Componente Cognitivo: Es importante conocer el desarrollo que alcanzan los alumnos respecto de los conceptos básicos de la probabilidad, dependiendo de su edad, así como los sesgos de razonamiento más comunes. Todo esto les

permitirá una mejor predicción de las dificultades de aprendizaje de sus alumnos.

- c) Componente Mediacional: El profesor debe conocer los recursos que pueden favorecer el aprendizaje y los métodos de enseñanza adecuados. Debe alcanzar la capacidad crítica para analizar libros de texto y documentos curriculares y habilidad para adaptar los temas a los diferentes niveles de enseñanza. Debe tener habilidad para conseguir el interés de los alumnos, teniendo en cuenta sus actitudes y creencias.
- d) Componente Interaccional: Capacidad para crear una buena comunicación en el aula y organizar el discurso y comunicación entre alumnos y profesor, incluyendo la evaluación.
- e) Componente Ecológico: Relación del contenido matemático con otros de la misma disciplina u otras, así como condicionantes internos y externos en la enseñanza.

Si bien la formación del profesor de matemáticas ha sido analizada desde distintos ámbitos, se concluye que es poco factible que los egresados de los programas de formación docente sean docentes expertos, por lo que algunos investigadores resaltan la importancia que tiene el desarrollo de conocimiento y destrezas para analizar la enseñanza de las matemáticas durante el proceso de formación (Llinares; 2007; Azcárate, Rodríguez y Rivero, 2007). Esta forma de concebir el proceso de aprendizaje y de desarrollo profesional se apoya en la generación de destrezas y conocimiento vinculados a: ver, interpretar, escuchar, y diseñar perspectivas de acción vinculadas a la práctica de enseñar matemáticas.

Según Montes, Contreras y Carrillo (2013), a partir del modelo propuesto por Shulman (1986b) sobre el Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT); Ball, Thames y Phelps (2008) proponen un nuevo modelo que representa una evolución respecto del modelo de Shulman.

Shulman considera dos subdominios: el conocimiento de la materia (SMK) y el conocimiento didáctico del contenido (PCK). Mientras que Ball et al. (2008) propone seis subdominios; tres corresponden al Conocimiento de la materia:

- Conocimiento Común del Contenido (CCK)
- Conocimiento Especializado del Contenido (SCK)
- Conocimiento del Horizonte (HCK)

Otros tres corresponden al conocimiento didáctico del contenido:

- Conocimiento del Contenido y los Estudiantes (SCK)
- Conocimiento del Contenido y la Enseñanza (KCT)
- Conocimiento del Currículo (KCC)

El conocimiento especializado del contenido es aquel exclusivo del profesor de matemáticas para desarrollar su profesión, frente al conocimiento común del contenido, aquel que puede poseer cualquier usuario de la matemática, como un ingeniero, físico o biólogo.

Recientemente el grupo de investigación de la Universidad de Huelva (Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán, 2013) ha propuesto un nuevo modelo sobre el conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK).

El modelo MTSK conserva la separación entre PCK y SMK, pero a este último se lo ha denominado MK (Conocimiento Matemático), para ser coherentes con la ideas que es un modelo elaborado exclusivamente para el profesor de matemáticas. Este modelo consta de seis subdominios; tres referentes al MK:

- Conocimiento de los temas (KoT)
- Conocimiento de la estructura matemática (KSM)
- Conocimiento de la práctica de la matemática

y otros tres referentes al PCK:

- Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM)
- Conocimiento de la Enseñanza de las matemáticas
- Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas

A estos seis subdominios los autores agregan las creencias sobre la matemática y sobre la enseñanza y aprendizaje de la misma.

A continuación describimos los subdominios relativos al conocimiento matemático del profesor y luego los relativos al conocimiento didáctico del contenido:

Conocimiento de los temas (KoT): Además de referirse al contenido disciplinar de las matemáticas que figura en manuales y textos, incluye aspectos fenomenológicos, significados de conceptos, ejemplos específicos; es decir todo lo que permita la caracterización del tópico abordado.

Conocimiento de la estructura matemática (KSM): Se deben incluir no sólo los conceptos como elementos aislados, sino integrados en un sistema de conexiones, que le permitan al profesor entender ciertos conceptos avanzados desde una perspectiva elemental y desarrollar ciertos conceptos elementales mediante el tratamiento de herramientas avanzadas.

Conocimiento de la práctica matemática (KPM): Este subdominio incluye aspectos ligados a cómo se piensa en matemática, diferentes formas de definir, argumentar o demostrar en matemáticas, incluyendo el conocimiento de la sintaxis matemática.

Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT): Se refiere al conocimiento de cómo la enseñanza puede o debe llevarse a cabo, como así también conocer las distintas estrategias de enseñanza que permitan al profesor desarrollar en sus alumnos las capacidades matemáticas, tanto procedimentales como conceptuales. Además, se incluye en este subdominio el conocimiento de los recursos necesarios para que sus alumnos descubran mediante la manipulación conceptos matemáticos.

Conocimiento de las características del aprendizaje matemático (KFLM): Saber cómo aprenden los alumnos el contenido matemático, es decir, el conocimiento de las características del proceso de comprensión de los estudiantes de los distintos contenidos, los errores, las dificultades, y obstáculos asociados a cada concepto, y el lenguaje habitualmente usado por los estudiantes en relación con los diferentes conceptos.

Conocimiento de los estándares de aprendizaje en matemáticas (KMLS): El profesor de matemáticas debe conocer el currículo institucional para saber qué se prescribe en cada etapa. Este conocimiento puede complementarse con información procedente de las producciones de las distintas investigaciones en el área de la didáctica de las matemáticas, o bien la opinión de profesores expertos.

Por otra parte, Lee y Hollebrands (2008, 2011) presentan un modelo del conocimiento profesional para enseñar estadística con apoyo de la tecnología con cuatro componentes:

- a) Concepciones de qué significa enseñar un contenido particular integrando la tecnología en el proceso de aprendizaje.
- b) Conocimiento de las estrategias de enseñanza y las representaciones para enseñar temas particulares con la tecnología.

- c) Conocimiento sobre la comprensión, razonamiento y aprendizaje de los estudiantes con la tecnología.
- d) Conocimiento del currículo y materiales curriculares que integran la tecnología en el aprendizaje y ponen el énfasis en el razonamiento estadístico.

Por otra parte, Garfield y Ben-Zvi (2008) describen el conocimiento profesional mediante seis componentes que se han de desarrollar en la formación de los profesores: ideas estocásticas fundamentales; uso de datos reales; uso de actividades para el aula; integración de las herramientas tecnológicas; implementación del discurso en el aula y uso de métodos alternativos de evaluación.

1.4.3.1 Las ideas estocásticas fundamentales

Para Heitele (1975) las ideas estocásticas fundamentales pueden ser enseñadas desde la escuela primaria a la universidad con distintos niveles de formalización creciente, y por lo tanto deben ser una guía para la elaboración del currículo de la probabilidad. La probabilidad es un tópico de la Matemática, donde prosiguen en la actualidad discusiones sobre la interpretación de algunos conceptos. La definición axiomática de la probabilidad es satisfactoria desde el punto de vista matemático, pero no ha resuelto los problemas filosóficos de interpretación de la probabilidad y tampoco proporciona procedimientos para aplicar en distintas circunstancias.

La construcción de la teoría de la probabilidad no ha sido simple, y solamente mediante el esfuerzo y el aprendizaje a partir del análisis de los errores, ha permitido la evolución de la misma. De la misma forma, los alumnos deben construir su conocimiento mediante un proceso gradual, a partir de sus errores y del esfuerzo.

Por lo tanto, el profesor que debe enseñar probabilidad a sus alumnos, debe conocer esta problemática, para poder comprender las dificultades con las que tropezarán sus alumnos, quienes encontrarán a lo largo de su aprendizaje las mismas situaciones contraintuitivas que aparecieron en el desarrollo histórico de la probabilidad.

Luego, el profesor debe proporcionar a sus alumnos las herramientas necesarias para crecer en su comprensión de la probabilidad.

Para Heitele las ideas estocásticas fundamentales que se deben enseñar son:

1º) La Probabilidad como Normalización de Nuestras Creencias

Los juegos de azar son tan antiguos como la propia civilización, pero durante mucho tiempo nadie intentó desarrollar teorías para poder predecir futuros sucesos, debido a las connotaciones religiosas y mágicas asociadas a los juegos de azar; y las interpretaciones dadas a la idea de azar han sido variadas dependiendo a la visión filosófica de la época, como:

- a) ausencia de idea de azar y creencia en la predeterminación, debida a fuerzas sobrenaturales o divinas.
- b) Asumir el azar personal, diferente en cada persona.
- c) Concebir el azar como fruto de nuestra ignorancia sobre las leyes que rigen los fenómenos aleatorios.
- d) Azar como producto de la gran dificultad de predicción del efecto conjunto de una serie de causas que actúan independientemente.
- e) Aceptar una aleatoriedad caótica y esencial en ciertos fenómenos.
- f) Considerar la aleatoriedad como un modelo matemático que nos permite entender mejor que con otros modelos deterministas ciertas situaciones.

Por otra parte, la probabilidad se ha concebido en forma muy variada:

- a) Probabilidad Clásica o Laplaciana: Expresa que dado un fenómeno particular, la probabilidad de ocurrencia de un resultado eventual (E) del conjunto de sus posibles resultados, está dada por el cociente entre el “número de casos favorables” a dicho resultado (m) y el número total de “casos posibles”(n), suponiendo que estos n resultados posibles sean mutuamente excluyentes, formen un conjunto finito y, sean todos “igualmente probables”.

$$P(E) = \frac{m}{n}$$

La literatura crítica de los siglos XIX y XX ha tratado sobre la tautología que encierra el supuesto de equiprobabilidad de los resultados posibles de la definición clásica. Sin embargo, en virtud del contexto económico legal de los contratos aleatorios en el que se desarrolló la probabilidad clásica, los probabilistas de los siglos XVI y XVII no razonaron en términos de probabilidades sino en términos del concepto de “expectativa” o “esperanza matemática”, entendida como la relación entre un “presente cierto” y un “futuro incierto”, entre una cantidad cierta (apuesta) a pagar hoy para recibir una cantidad aleatoria futura si un evento dado se verifica. Como respuesta a este problema los probabilistas clásicos tomaron el concepto de expectativa como

punto de partida y lo definieron cuantitativamente en términos de equitatividad. Entendida esta como el principio según el cual el riesgo al cual están sometidas las partes de un contrato aleatorio debe observar una justa proporción con su aporte. Es decir, el mismo riesgo de ganar que de perder. En los juegos de azar este principio podría ser expresado de la siguiente forma: para que un juego pueda ser considerado equitativo, las esperanzas matemáticas de los jugadores deben ser iguales. En la medida que basaron sus desarrollos en este concepto de equitatividad, se puede concluir que la cuestión de la equiprobabilidad careció de sentido para los probabilistas del siglo XVII y, en consecuencia, el problema de la tautología, para ellos no existió.

La definición clásica de probabilidad es la única definición que figura en la obra de Laplace, si bien considera eventos que no están relacionados con los juegos de azar, es decir, eventos para los cuales no se puede asegurar que todos los resultados tengan la misma probabilidad de ocurrencia.

b) Probabilidad Frecuencial: Esta definición de probabilidad ya figuraba en los tratados de los siglos XVII y XVIII sin una formalización rigurosa. Siendo esta apta para calcular probabilidades de fenómenos que son repetibles en idénticas condiciones

c) Probabilidad Lógica

Según Batanero y Díaz (2007), Keynes, Jeffreys, Koopman y Carnap, entre otros, desarrollaron otra teoría alternativa a la concepción clásica, dado la imposibilidad de aplicación en situaciones no equiprobables. En este significado, la probabilidad representa un grado de creencia racional. Keynes (1921) es uno de los fundadores de este punto de vista; admite grados de creencia entre 0 y 1, que representan imposibilidad y certidumbre, mientras que valores intermedios entre estos dos se refieren a otros grados de probabilidad. Carnap (1962) construye un lenguaje formal y define la probabilidad como una función que depende completamente de propiedades y relaciones lógicas y semánticas entre la hipótesis H y la evidencia E; sin embargo esta definición sólo es válida en el lenguaje formal donde estas relaciones están explícitas. Desde este punto de vista, la probabilidad de una hipótesis H se define como una función de credibilidad racional, denominada grado de confirmación, que es la probabilidad condicional de H dado E y se asigna por aprendizaje inductivo de la experiencia. Respecto de su uso en la enseñanza, esta acepción no ha sido utilizada en secundaria. Debido a que no es fácil encontrar situaciones reales para la enseñanza a estos estudiantes.

d) Probabilidad Subjetiva

Un nuevo punto de vista sobre la probabilidad aparece a través del Teorema de Bayes. Este teorema y este punto de vista serían la base de lo que hoy conocemos como estadística bayesiana; que permite transformar las probabilidades a priori (antes de realizar el experimento) en probabilidades a posteriori, que incorporan la información de los datos observados. La probabilidad pierde el carácter objetivo que le asigna el significado frecuencial.

e) Probabilidad Axiomática

Durante el siglo XX varios matemáticos trataron de formalizar la teoría de probabilidades. Entre ellos Borel logró conectar la probabilidad con la teoría de la medida y Kolmogorov la combinó con la teoría de conjuntos, en un período en el que se trataba de conectar las diferentes ramas de la matemática con esta teoría.

Para Kolmogorov los sucesos se pueden representar por conjuntos, donde el espacio muestral sería el conjunto total y el resto de los sucesos subconjuntos de este conjunto. Por ello, puede realizar las operaciones conjuntistas de unión, intersección y complemento con los sucesos y definir sobre el espacio muestral un Álgebra de sucesos, con estructura de Álgebra de Boole. La probabilidad en esta acepción es una medida normada (acotada entre 0 y 1) definida sobre estos conjuntos. Si un espacio muestral E tiene una medida conocida, la probabilidad de un suceso A (subconjunto de E) es la fracción con numerador la medida de A y denominador la medida de E , evaluados en el mismo espacio muestral

Para Hacking (1995), la probabilidad ha estado sujeta a la visión dual: grado de creencia personal y valor objetivo obtenido a partir de los datos, o sea la frecuencial.

En cualquiera de estas interpretaciones es un ideal fundamental asignar números a los sucesos aleatorios, que reflejan nuestro grado de creencia en la ocurrencia del suceso. Es decir, le asignamos un valor en la escala de la probabilidad, desde 0 (suceso imposible) a 1 (suceso seguro). De esta forma ponemos en correspondencia a cada uno de los posibles sucesos con el intervalo $[0,1]$.

2º) El Conjunto de todas las posibilidades

Fue fundamental la idea de Kolmogorov de considerar el conjunto de todos los resultados posibles de cada experimento aleatorio, obteniéndose lo que llamamos espacio muestral. Luego, los sucesos observables correspondientes a un fenómeno aleatorio, son subconjuntos del espacio muestral. Es decir, inventariar todos los posibles sucesos elementales que podrían ocurrir al realizar un experimento aleatorio, considerarlo como conjunto de referencia y aplicar toda la potencia del álgebra de conjuntos para poder definir los demás sucesos, a partir de los sucesos elementales.

La consideración del espacio muestral permitió axiomatizar la probabilidad, como medida normada aditiva, sobre el álgebra de conjuntos. La dificultad de construir el espacio muestral completo se debe a que hay que considerar no sólo el suceso que ha ocurrido realmente o incluso el suceso de interés, sino todos los sucesos que podrían ocurrir. Aunque esta idea parezca trivial, no fue hasta los estudios pioneros de probabilidad de Fermat, Cardano y otros autores que fue tomada en cuenta.

Si bien la idea de espacio muestral es demasiado elemental y no le dedicamos mucho tiempo en la enseñanza, podría ser contraintuitiva incluso para los adultos. Como lo indica Jones, Langrall, Thornton y Mogill (1999) la comprensión correcta del espacio muestral es clave para ayudar al alumno en el aprendizaje de la probabilidad y se debe dedicar un tiempo adecuado a su enseñanza.

3°) Equidistribución y Simetría

Para comenzar necesitamos algún criterio para asignar probabilidades a los sucesos elementales. Una idea es tratar de descubrir y usar las simetrías físicas o de otro tipo, decidir que ninguno de los resultados posibles tiene mayor ventaja que el resto y en consecuencia asignarle la misma probabilidad. Una vez que se acepta esta decisión podemos fácilmente calcular probabilidades de los sucesos elementales en espacios muestrales finitos. Por lo tanto, la equidistribución de los sucesos elementales de un experimento no se puede separar de la simetría estadística, es decir, la simetría confirmada por los registros estadísticos de resultados de dicho experimento.

El hecho de que un generador de resultados aleatorios cumpla las condiciones de simetría, solo se puede verificar mediante la experiencia. Por lo que se ha establecido, que la simetría física implica la simetría estadística. Sin embargo, en muchas situaciones de la vida real, la hipótesis de equidistribución no siempre se cumple; lo que nos llevará a ampliar la concepción de la probabilidad, incluyendo las acepciones frecuencial y subjetiva.

4°) Regla de Adición de Probabilidades

La regla de la adición permite calcular la probabilidad de un suceso compuesto calculando por separado la probabilidad de sucesos simples y luego sumarlas. Generalmente el alumno puede comprender fácilmente esta regla para dos o tres sucesos y extender la regla a un número mayor, sin llegar a comprenderla bien y aceptarla para el caso finito, en estudios superiores podrá generalizarla a conjuntos infinitos cuando trabaje con distribuciones de probabilidad.

5°) Espacio Muestral Compuesto

Cuando se ha realizado un experimento compuesto, el espacio muestral es el producto cartesiano de dos o más experimentos simples. Por ejemplo el lanzamiento de dos monedas.

6°) Probabilidad Condicional

La probabilidad no siempre se asigna en ausencia de información, sino que tenemos conocimientos sobre los sucesos implicados, que podemos utilizar para reducir nuestro espacio muestral.

7°) Independencia y Regla del producto

Si dos experimentos son independientes, la probabilidad del suceso compuesto es igual al producto de las probabilidades de los sucesos en los experimentos simples. La idea de independencia se utilizó en forma intuitiva en los primeros probabilistas, porque era natural asumir la independencia en contextos de juegos de azar, donde se desarrollan las primeras aplicaciones. Sin embargo, el concepto no se hizo explícito hasta el siglo XVIII, cuando se definió intuitivamente. Dos sucesos son independientes si uno no depende del otro. Pero tras la axiomática de Kolmogorov se expresa mediante la regla del producto, de modo que dos sucesos A y B son independientes si y sólo si se cumple la siguiente ecuación:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Esta definición es criticada por Von Mises (1952) porque vacía la idea de independencia de su contenido intuitivo, ya que dos sucesos que son independientes en sentido "intuitivo" no cumplen la definición o viceversa. Si bien la definición de independencia dada en la ecuación anterior es fácil de entender, en la vida cotidiana muchas personas no son capaces de aplicarla correctamente en situaciones prácticas.

El hecho de que las personas apuesten al mismo número de lotería y juegan a él todos los años es un ejemplo de la dificultad intuitiva de la idea de independencia.

8°) Combinatoria

El uso de las técnicas de recuento para calcular el número de casos favorables, el número de casos posibles, es crucial para el desarrollo del cálculo de probabilidades. La conexión entre la combinatoria y la probabilidad es más notoria en los experimentos compuestos. En este sentido destacamos el uso de los diagramas de árbol, que constituye una representación icónica fundamental, porque visualiza la configuración combinatoria del experimento.

Para Piaget el camino para la comprensión de los fenómenos aleatorios pasa por el de las operaciones combinatorias básicas; y considera que después de las operaciones formales, el adolescente descubre procedimientos sistemáticos de construcción combinatoria. Sin embargo, Fischbein (1975) muestra que la capacidad de resolver problemas combinatorios no siempre se alcanza en el nivel de las operaciones formales; y se requiere de una enseñanza específica, para alcanzar esta capacidad.

9°) Variable Aleatoria

El concepto de variable aleatoria ha permitido las aplicaciones del cálculo de probabilidades, puesto que a partir de su aparición el cálculo de probabilidades pasó a ocuparse del estudio de las distribuciones de probabilidad. La variable aleatoria y su distribución, el estudio de las familias de distribuciones y sus propiedades, son herramientas muy potentes que permiten trabajar con el análisis matemático. En el modelo de la variable aleatoria hay tres conceptos básicos: su distribución, media y varianza. Mientras que la idea de media es muy intuitiva, no ocurre lo mismo con la de distribución, especialmente cuando algunos valores son más probables que otros.

10°) Las leyes de los Grandes Números

La convergencia estocástica hace posible el estudio de los fenómenos aleatorios. Para analizar la dificultad en la comprensión de la convergencia, hay que distinguir entre las leyes empíricas de los grandes números y las correspondientes leyes matemáticas deducidas de teoremas por diferentes probabilistas y que pueden ser demostradas.

En la enseñanza primaria y secundaria es recomendable introducir a los alumnos en algunas nociones intuitivas de la convergencia empírica; la que es

observable en la realidad; que también es observable utilizando la simulación computacional. Sin embargo, las sucesiones aleatorias obtenidas en clase convergen lentamente y a veces fallan, lo que puede ser contraproducente.

11°) Muestreo

El concepto de muestra aleatoria establece un puente entre la probabilidad y la estadística, y nos introduce a la inferencia. Esta idea es muy importante, porque todo nuestro conocimiento y juicios sobre el mundo o las personas están basados en el muestreo, ya que sólo podemos estudiar u observar una parte de la realidad en la que estamos interesados.

La idea de muestra tiene en sí dos características contradictorias: representatividad y variabilidad. La representatividad nos indica que la muestra se parece a la población, pero la variabilidad indica que una muestra es distinta de otra, por lo que al inferir en base a una muestra se debe ser cauto y crítico. Mientras que la representatividad se percibe en forma intuitiva por la mayoría de las personas, la variabilidad pasa, en cambio, desapercibida o es minimizada.

12°) Simulación

Mediante la simulación ponemos en correspondencia dos experimentos aleatorios distintos, con la condición de que a cada suceso elemental del primer experimento le corresponde un suceso elemental del segundo y sólo uno, de modo que los sucesos en correspondencia deben ser equiprobables. Por ejemplo, si vamos a simular el experimento aleatorio consistente en observar el sexo de un recién nacido mediante el lanzamiento de una moneda al aire.

1.4.3.2 Sesgos y Heurísticos

Para la mejora de la enseñanza de la probabilidad es importante el estudio y análisis de los sesgos y heurísticos que frecuentemente cometen los estudiantes.

El estudio de estos juicios ha surgido en el marco de las teorías de la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre y fundamentalmente en las investigaciones de Tversky y Kahneman. La mayoría de estos trabajos se han basado en las teorías cognitivas y teorías acerca del procesamiento de la información. A partir de estas teorías, se concibe el sistema de procesamiento de la información humano como un sistema con una capacidad limitada; es decir, incorporamos mecanismos para enfrentarnos con la complejidad del mundo que nos rodea, aunque estos mecanismos no la reducen por completo.

En el análisis psicológico del razonamiento probabilístico, un juicio heurístico sería un procedimiento que nos lleva inmediatamente a la solución del problema. Los distintos heurísticos se pueden categorizar en función de dos parámetros: el tipo de acceso selectivo a la información y el tipo de procesos cognitivos implicados. Tversky y Kahneman (1972) dividen los heurísticos en tres tipos: representatividad, accesibilidad y anclaje.

1. Heurístico de representatividad.

Fue descrito por Kahneman et al. (1982) consiste en evaluar la probabilidad de un suceso en base a la representatividad del mismo respecto a la población de la que proviene. En este tipo de razonamiento se prescinde del tamaño de la muestra y, con ello, del estudio de la variabilidad del muestreo, produciéndose una confianza indebida en las pequeñas muestras. Se supone que cada serie de repeticiones del experimento, aunque sea limitada, ha de reproducir todas las características de la población. La representatividad se suele usar para predecir sucesos, ya que, normalmente, los acontecimientos más probables son más representativos que los menos probables, o bien se sobreestima la correlación entre una causa y su efecto (Kahneman et al., 1982). Pero su uso inapropiado da lugar a diferentes sesgos en los juicios probabilísticos. Para estos autores la ordenación de los acontecimientos en base a su **probabilidad subjetiva** coincide con su ordenación por criterio de representatividad (Kahneman y Tversky, 1972:430). La representatividad es una relación entre un proceso o un modelo y algún ejemplo o acontecimiento asociado con el modelo. Entre los sesgos más comunes que surgen, encontramos: la insensibilidad al tamaño de la muestra, la insensibilidad a las probabilidades previas, las concepciones erróneas del azar y las intuiciones sobre las probabilidades compuestas.

1.1. Concepciones erróneas del azar

En algunos casos la representatividad está controlada por las creencias o por los esquemas causales. Las valoraciones de la representatividad dependen menos de un criterio de similaridad que de teorías más sofisticadas sobre la relación entre atributos y acontecimientos que ocurren juntos o que son causa uno de otros. **El sesgo determinista** se presenta cuando se realiza un razonamiento causal, aquel que asocia causas y efectos a los fenómenos que acontecen. Una concepción causal espontánea responde a una determinada visión del mundo, a un modo de ver y explicar cómo se desarrollan los acontecimientos. Se dispone de todo un cuerpo de

causas que dan lugar a una consecuencia bien definida (Borovcnik y Bentz, 1991; Borovcnik y Peard, 1996).

2. Heurístico de accesibilidad.

Juzgar la probabilidad de un suceso por medio de este heurístico es equivalente a estimarla por medio de la facilidad con que los ejemplos o las asociaciones vienen a nuestra mente, es decir, que se utiliza la fuerza de la asociación para medir la frecuencia de los datos. Este heurístico generalmente está asociado a experiencias y perspectivas personales, por lo que son limitadas. En este ejemplo las personas estiman la probabilidad de ocurrencia de un suceso por la información que tienen disponible sobre hechos semejantes, es decir, mediante la valoración de la información disponible.

3. Sesgo de equiprobabilidad.

En los experimentos de Lecoutre (1985, 1992), Lecoutre y Durand (1988) y Lecoutre y Cordier (1990), se describe la creencia de los sujetos en la equiprobabilidad de todos los sucesos asociados a cualquier experimento aleatorio, incluso en aquellos en que no es aplicable el principio de indiferencia o donde no hay una simetría física. Para comprobar esta creencia, usan en sus experimentos un problema en el que se pregunta si al lanzar dos dados hay la misma probabilidad de obtener un 5 y un 6 que la de obtener dos veces un 5. A pesar de variar el contexto, el formato de la pregunta, la edad y la formación de los sujetos, los resultados siempre coinciden y demuestran la estabilidad de la creencia en que los dos resultados son equiprobables. Los sujetos que muestran el sesgo de equiprobabilidad consideran que el resultado del experimento “depende del azar” y en consecuencia todos los posibles resultados son equiprobables.

4. Enfoque en el resultado aislado o “outcome approach”

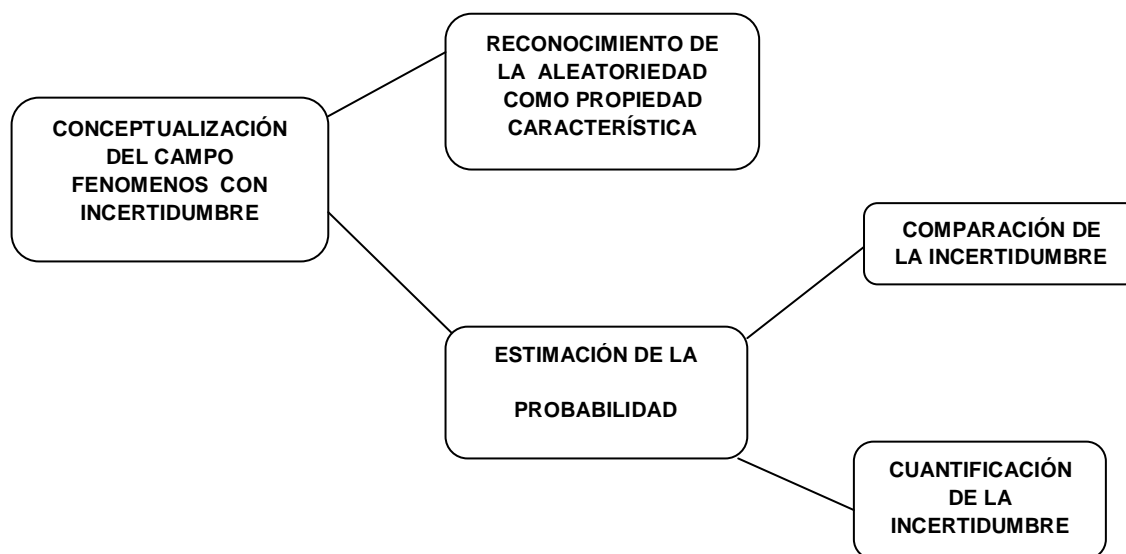
Konold (1991) estudió un patrón de errores que considera más fundamental que los heurísticos descritos anteriormente. Como resultado de sus entrevistas a estudiantes universitarios, llegó a la conclusión de que éstos interpretaban una pregunta sobre la probabilidad de forma no probabilística. Las personas que presentan esta concepción, evalúan las probabilidades comparándolas con los valores, 0%, 50% y 100%. Si una probabilidad se acerca a los extremos 0% o 100%, el suceso se considerará como imposible o seguro, respectivamente. Sólo si se acerca al 50% se considerará verdaderamente aleatorio.

1.4.4 SISTEMA DE CATEGORIAS PROPUESTO POR CARDEÑOSO PARA DEL PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO

Las dos investigaciones tomadas como antecedentes para el presente estudio se pueden encontrar en la tesis doctoral de Azcárate (1995) y en la de Cardeñoso (2001).

Cardeñoso plantea la siguiente estructura para el estudio de las concepciones probabilísticas, la que da origen a un sistema de nueve categorías (Tabla 1.1.)

Figura 1.1. Estructura del Sistema de Categorías (Cardeñoso, 2001)



A partir de este sistema de categorías, Cardeñoso plantea la estructura y contenido del instrumento de recogida de la información, al que denomina **“Cuestionario de Concepciones Probabilísticas”**. Este cuestionario fue sometido a una evaluación de jueces; y además se le midió el índice de fiabilidad arrojando resultados significativos al nivel de confianza superior al 95% para todas las parejas de ítems con contenido similar.

Los resultados del cuestionario le permitieron encontrar cinco tendencias de pensamiento probabilístico estables entre los profesores de educación primaria en actividad docente de Andalucía, sobre la base de 598 respuestas, que representan más del 14% de la población de profesores en servicio activo de Educación Primaria de la Comunidad de Andalucía (España) de unos 9 millones de habitantes.

Tabla 1.1. Sistema de Categorías elaborado por Cardeñoso (2001)

SISTEMA DE CATEGORÍAS		
CÓDIGOS	DENOMINACIONES	SIGNIFICADO
Categoría 1	CAUSALIDAD	Argumentaciones que tienen como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad explicaciones en función de los diversos factores causales o en la ausencia de posibilidad de su control.
Categoría 2	MULTIPLICIDAD	Argumentaciones que tienen como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad la existencia de múltiples posibilidades en el desarrollo del fenómeno.
Categoría 3	INCERTIDUMBRE	Argumentaciones en las que se utiliza como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad la propia imprevisibilidad del suceso, sin profundizar en su explicación o análisis.
Categoría 4	SUBJETIVA	Argumentaciones en las que utiliza como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad consideraciones referidas a la propia vivencia o creencia subjetiva.
Categoría 5	CONTINGENCIA	Argumentaciones estimativas de cuantificación de la probabilidad basadas en la comparación entre los casos favorables y desfavorables de un suceso.
Categoría 6	LAPLACIANA	Argumentaciones estimativas de cuantificación de la probabilidad basadas en la proporción entre los casos favorables y posibles del fenómeno.
Categoría 7	FRECUENCIAL	Argumentaciones estimativas de cuantificación de la probabilidad basadas en la lectura frecuencial del fenómeno o de la información aportada.
Categoría 8	EQUIPROBABILIDAD	Argumentaciones estimativas de cuantificación de la probabilidad basadas en justificaciones desde la equiposibilidad entre los resultados del fenómeno.
Categoría 9	EXPERIENCIAL	Argumentaciones estimativas de cuantificación de la probabilidad basadas en criterios fruto de la experiencia personal.

Las tendencias encontradas son:

1º) Determinista: Se presenta un primer nivel, en el que se sitúan aquellos profesores que tienen una gran dificultad para reconocer la aleatoriedad de los eventos. Representa a la cuarta parte de los profesores encuestados. Realizan siempre un análisis causal del fenómeno y sólo cuando la causa de su ocurrencia es desconocida o claramente incontrolable, entonces es aleatorio.

2º) Contingente: Es un nivel un poco más avanzado que el anterior, representa la octava parte de los profesores encuestados. Se caracteriza por reconocer un número

considerable de las situaciones como aleatorias, aproximadamente el 50% y el argumento más utilizado es el reconocer “múltiples posibilidades de ocurrencias del suceso” y casi ausencia de argumentaciones basadas en la incertidumbre. Para la estimación de probabilidades, este sujeto no tiene problemas en realizar comparaciones con herramientas matemáticas, de tipo aditivo, que representa la relación aditiva entre los casos favorables y desfavorables. Esta estrategia se ha mostrado de gran importancia para una tipología limitada de situaciones, que ha llamado pre-probabilísticas.

3º) Causalidad: En un nivel intermedio podemos considerar a este grupo; formado por un tercio de sujetos aproximadamente. Este grupo presenta un alto reconocimiento de la aleatoriedad, en un 75% de las situaciones propuestas y argumentan mayoritariamente a través de justificaciones de tipo causal. Los fenómenos aleatorios ocurren por la confluencia incontrolable de las causas. Presentan una utilización muy limitada de modelos normativos e instrumentos combinatorios y valoran muy poco el posible tratamiento matemático de este tipo de fenómenos. Para la estimación de la probabilidad, se aprecia una ausencia de razonamiento desde las posturas normativas, presentando unos valores mínimos en las argumentaciones tipo Frecuencial y Laplaciana. Presenta un uso medio de la Contingencia y sobresale la explicación desde la Equiprobabilidad del suceso, bien desde su acepción posibilista, bien heurística o sesgada.

4º) Personalista: En un nivel un poco más avanzado está esta tendencia que se caracteriza por mantener un reconocimiento un poco por encima de la mitad de las ocasiones, pero su reconocimiento medio supera al grupo determinista y el de contingencia. La argumentación subjetiva es el tipo de respuesta máxima que presenta que presenta como característico de esta tendencia de pensamiento, de donde proviene su etiqueta como *Personalista*: Se caracteriza por ser el grupo que menos utiliza las argumentaciones causales para reconocer la aleatoriedad de la situación y denota un uso casi mínimo de la argumentación realizada desde la de Multiplicidad. En la estimación de las probabilidades presenta los dos máximos en las argumentaciones de tipo Frecuencial y Experimental, aunque la laplaciana también la usa por encima de la media. Por lo tanto, es una tendencia que depende más del sentido heurístico, como síntesis de su experiencia personal, para poder realizar y justificar las asignaciones.

5º) Incertidumbre: En un nivel sensiblemente más evolucionado está este grupo. Este pequeño grupo de sujetos presenta también un alto rango de reconocimiento de la aleatoriedad, pero su argumento explicativo básico es el reconocimiento del

resultado incierto del fenómeno. Presentan una baja presencia de modelos explicativo de naturaleza normativa y de instrumentos combinatorios. Ante este tipo de situaciones, confían más en los datos que les aporta su experiencia que los que pueden resultar de un estudio matemático del fenómeno. Sin embargo, la Contingencia y la lectura clásica, son la base sobre la que se realiza más de la mitad de las estimaciones; las de tipo frecuencial, Equiprobabilidad y Personalistas son la otra mitad de las estimaciones realizadas. Se destaca el uso de la categoría de Incertidumbre.

En conclusión, los datos obtenidos en los estudios empíricos nos ofrecen una imagen global de las concepciones de este grupo de profesores que reflejan características propias de un conocimiento probabilístico de naturaleza fundamentalmente intuitiva, cercano a un conocimiento cotidiano del mundo de la incertidumbre.

1.4.5 EL CURRÍCULUM DE ESTADÍSTICA EN EL SISTEMA EDUCATIVO DE LA PROVINCIA DE MENDOZA, ARGENTINA

1.4.5.1 LA ESTADÍSTICA Y LA PROBABILIDAD EN EL NIVEL DE PRIMARIA

En la provincia de Mendoza, la Dirección General de Escuelas ha establecido ciertos contenidos que ha denominado **contenidos indispensables** y que son precisamente todos aquellos que no se deben dejar de enseñar. Estos contenidos se han establecido en base a los NAP (Núcleos prioritarios de aprendizaje, aprobados por el Consejo Federal de Educación en el 2004) y al Documento Curricular Provincial (DCP, 1998). Que se pueden encontrar en la siguiente dirección:

http://www.dpee.mendoza.edu.ar/docu/saberes/saberes_2dociclo_color_20dejunio.pdf

En relación con la Estadística y la Probabilidad, los contenidos indispensables aparecen en séptimo grado de la escuela primaria, y primer año de la educación secundaria son los siguientes:

❖ Interpretación y elaboración de información estadística en situaciones problemáticas que requieran:

- recolectar y organizar datos para estudiar un fenómeno y/o tomar decisiones
- interpretar tablas y gráficos (pictogramas, diagramas de barras, gráficos circulares, de línea, de puntos) y analizar sus ventajas y desventajas en función de la información que se quiere comunicar
- construir gráficos adecuados a la información a describir

- calcular la media aritmética y analizar su significado en función del contexto.

El reconocimiento y uso de la probabilidad como un modo de cuantificar la incertidumbre en situaciones problemáticas que requieran:

- comparar las probabilidades de diferentes sucesos, incluyendo seguros e imposibles, para espacios muestrales finitos

1.4.5.2 LA ESTADÍSTICA Y LA PROBABILIDAD EN SECUNDARIA

Los contenidos indispensables que se han fijado para la secundaria en primer y segundo año se pueden encontrar en:

http://www.dpee.mendoza.edu.ar/docu/saberes/saberesindis_secundaria.pdf

Para primer año:

- ❖ Interpretación y elaboración de información estadística en situaciones problemáticas.
 - Organizar conjuntos de datos discretos y acotados para estudiar un fenómeno, comunicar información y tomar decisiones, analizando el proceso de relevamiento de los mismos.
 - Identificar variables (cualitativa y cuantitativa), organizar los datos y construir distintos tipos de gráficos adecuados a la información a describir, utilizando recursos informáticos.
 - Interpretar el significado de la media, mediana y la moda para describir los datos en estudio.
 - El reconocimiento y uso de la probabilidad como un modo de cuantificar la incertidumbre en situaciones problemáticas.
 - Comparar las probabilidades de diferentes sucesos incluyendo casos que involucren un conteo ordenado sin necesidad de usar fórmulas.

Para segundo año:

- ❖ Interpretación y elaboración de información estadística en situaciones problemáticas.
 - Organizar datos para estudiar un fenómeno y/o tomar decisiones analizando el proceso de relevamiento de los mismos y los modos de comunicar los resultados obtenidos.

- Identificar variables (cualitativas y cuantitativa, discretas y continuas), organizar los datos para su agrupamiento en intervalos y construir gráficos adecuados a la información a describir; leer e interpretar todo tipo de gráficos.
 - Interpretar el significado de los parámetros centrales (media, mediana y moda) y analizar sus límites para describir la situación en estudio y para la elaboración de inferencias y argumentos para la toma de decisiones.
- ❖ Reconocimiento y uso de la probabilidad como un modo de cuantificar la incertidumbre en situaciones problemáticas.
- Identificar la frecuencia relativa de un suceso mediante experimentación real o simulada y compararla con la probabilidad teórica (usando tablas de números al azar que podrían ser generadas con algún programa o método ideado por los alumnos).
 - Construir el concepto de probabilidad de un suceso a partir del estudio de frecuencias relativas de los valores de una variable de estudio de un fenómeno observado, una cantidad grande de veces.
 - Evaluar la razonabilidad de una inferencia elaborada considerando datos estadísticos obtenidos a partir de una muestra

1.4.5.3 LA ESTADÍSTICA Y LA PROBABILIDAD EN EL NIVEL SUPERIOR

En los Institutos de formación docente de la provincia de Mendoza, en los que se ofrecen la carrera de Profesor de Biología para la educación secundaria y la de Profesor de Matemática para la educación secundaria, han reformulado sus diseños curriculares a partir del ciclo lectivo 2011. Estos nuevos diseños proponen en el Profesorado de Biología la asignatura Bioestadística (Anexo 1) y en el Profesorado de Matemática las asignaturas: Probabilidad y Estadística I en 2° año y Probabilidad y Estadística II en 3° año (Anexo 2)

1.5 ANTECEDENTES

1.5.1 INVESTIGACIONES RELACIONADAS CON LAS CREENCIAS Y CONCEPCIONES DE PROFESORES DE CIENCIAS

Para dar claridad al discurso, comenzaremos presentando algunos trabajos de investigación sobre la caracterización de las concepciones y creencias de profesores de ciencias.

Furió (1994) realizó un estudio sobre las tendencias en la formación del profesorado de ciencias, quien hace hincapié en la importancia que tiene una buena enseñanza para que el futuro profesor conozca la disciplina que enseña, a lo que agrega que es necesario que el profesor conozca y cuestione su pensamiento docente de “sentido común”. El mismo Furió hace referencia a los trabajos de Trumbull y Kerr (1991), para destacar que la principal influencia en la formación del profesor es precisamente la forma en que han sido enseñados; y además destaca los trabajos de Lederman y Zeidder (1987), en relación con las creencias que tienen los profesores sobre la naturaleza de la ciencia y del trabajo científico, y cómo éstas pueden afectar el currículo y la toma de decisiones del profesorado en una clase. Sobre la naturaleza de la ciencia asume que hay abundante literatura donde se critica la visión excesivamente empirista-inductivista como la científicista, citando en este sentido el trabajo de Duschl y Wright (1991).

Continuando con el trabajo de Furió, también destaca la resistencia al cambio de las preconcepciones empiristas, y menciona el trabajo de Pomeray (1993), quien considera que los maestros son menos empiristas que los profesores de secundaria, y estos menos que los científicos, hecho que se debe tener en cuenta en los programas de formación del profesorado. También destaca el trabajo de Hodson (1993), en el que se hicieron entrevistas a profesores para ver si existe o no relación entre lo que el maestro dice respecto a la naturaleza del trabajo científico y la manera de enfocar en sus clases los trabajos de laboratorio. Por último, este autor recomienda la necesidad de diseñar y experimentar estrategias de formación inicial y permanente que favorezca un trabajo colectivo, y que conduzca a los profesores, a partir del análisis de sus concepciones hacia un cambio didáctico, que también sea a la vez conceptual, metodológico y actitudinal.

Por otra parte, Mellado (1996) realizaron un estudio sobre concepciones y prácticas de aula de profesores de ciencias en formación inicial de primaria y de secundaria. Su objetivo fue conocer las concepciones que tienen sobre la naturaleza de la ciencia y la didáctica de las ciencias. La metodología que utilizó fue un estudio de caso con cuatro profesores; dos maestros en ciencias y dos licenciados en ciencias. Los resultados mostraron la falta de reflexión previa sobre la naturaleza del conocimiento científico. Junto con Lederman (1992) no encontró una relación

significativa entre los antecedentes escolares de los profesores y sus concepciones sobre la naturaleza de la ciencia. En cuanto a sus concepciones sobre el aprendizaje de las ciencias, mostraron una posición hacia el constructivismo.

Fernández y Elortegui (1996), realizó un estudio sobre el pensamiento de los profesores acerca de cómo creen que se debe enseñar ciencias, para lo cual trabajaron varios años con profesores de primaria y secundaria. Estos autores lograron definir diferentes modelos didácticos para caracterizar a los profesores: profesor transmisor, profesor tecnológico, profesor artesano, profesor descubridor y profesor constructor.

Además, Thomaz, Cruz, Martins y Cachapuz (1996), realizó un estudio con noventa y setenta profesores en dos períodos diferentes, estudia las concepciones de futuros profesores del primer ciclo de primaria sobre la naturaleza de la ciencia. En base al análisis de las respuestas a un cuestionario, concluyeron que, a pesar de los años de enseñanza formal en ciencia, los futuros profesores poseen una visión muy alejada de la visión actualmente defendida por los filósofos contemporáneos respecto de la naturaleza de la ciencia.

Porlán et al (1997, 1998) en sus investigaciones sobre el conocimiento profesional y epistemológico de los profesores, detallan el trabajo realizado durante diez años con grupos de docentes en formación y formados; y proponen una categorización de la epistemología de lo escolar que abarca tanto el conocimiento escolar de los alumnos como el conocimiento profesional de los profesores.

Martinez, Guerrero, Martín, Varela, Fernández y Rodrigo (2001) también indagan sobre las percepciones profesionales y sobre las dimensiones curriculares del pensamiento de los docentes para luego sugerir aspectos importantes sobre la formación inicial y continuada.

1.5.2 INVESTIGACIONES SOBRE LAS CONCEPCIONES DE LOS PROFESORES ACERCA DEL CONOCIMIENTO BIOLÓGICO

Como nuestro trabajo de investigación trata con estudiantes del Profesorado de Biología, nos interesa saber qué piensan respecto del conocimiento biológico.

Shulman (1986 a) en su estudio con profesores de California, concluye que los profesores identifican diferentes organizaciones estructurales de la Biología, debido a

que es una disciplina sumamente amplia; de acuerdo al libro de texto que se use se tienen distintas perspectivas de la misma. Por lo que la Biología puede ser: una ciencia de moléculas; una ciencia de sistemas ecológicos, una ciencia de organismos biológicos.

Por otra parte, Hoz, Tomer y Tamir (1990) analizan los mapas conceptuales elaborados por profesores de Biología, y llegan a la conclusión, que independiente de la experiencia docente, los profesores tienen serias deficiencias de su conocimiento biológico.

A su vez, Hauslein, Good y Cummins (1992) investigaron como cuatro grupos de profesores de Biología (32 profesores) con diferente experiencia docente, y un grupo de siete biólogos, organizaban treinta y siete tópicos de Biología. Los profesores más experimentados estructuran los conceptos con una secuencia jerárquica, empleando un principio de clasificación basado en interrelaciones elaboradas, mientras que los futuros profesores elaboraron un mapa con más categorías y una limitada jerarquización. Los biólogos realizaron una clasificación en esquemas de categorización fluidos ubicando algunos tópicos en más de una clasificación. Se hallaron diferencias entre los profesores expertos y los biólogos, en relación con los futuros docentes, los profesores inexpertos y los estudiantes de postgrado.

Gess-Newsome y Lederman (1993) realizaron un estudio con diez futuros profesores sobre la estructura sustantiva del conocimiento biológico. Los futuros docentes admiten que nunca antes se habían preguntado sobre la estructura de los contenidos. En todos los casos los esquemas realizados son simples y se corresponden con los contenidos de los cursos y de los libros de texto universitarios.

Posteriormente, Lederman, Gess-Newsome y Latz (1994) realizan un estudio con doce futuros profesores de Ciencias de secundaria, siete de ellos de Biología. Los resultados que obtuvieron fueron similares a los obtenidos en el estudio anterior. Por lo que los autores llaman la atención en la manera fragmentada como se enseñan los diferentes campos de la Biología en las instituciones educativas.

Benson (1989) realiza un estudio con tres profesores experimentados de Biología, y el autor menciona que los docentes tienen una concepción empírico-positivista del conocimiento biológico, al afirmar que dicho conocimiento resulta de repetidas observaciones y experimentaciones, y de la aplicación de métodos hipotético-deductivos.

1.5.3 ESTUDIOS SOBRE LAS CONCEPCIONES Y CREENCIAS DE LOS PROFESORES DE MATEMÁTICA

El papel que juegan el conocimiento, las concepciones y las creencias de los profesores en el proceso de enseñanza ha sido señalado por diferentes investigadores (Brown y Cooney, 1982; Marcelo, 1987; Ernest, 1989; Llinares, 1992; Carrillo, 1998; Contreras, 1999). Para Contreras la actividad que los profesores desarrollan en el aula está orientada por sus concepciones. Éstas son como un filtro que regula el estilo personal de enseñar y las decisiones que se toman durante la instrucción.

Las concepciones de los profesores influyen directamente en la visión que los alumnos adquieren en relación a la naturaleza de las matemáticas, y el sentido de su aprendizaje, y los valores inherentes a ella.

Dado que nuestro interés es el análisis de las concepciones que tienen los futuros profesores en relación con la probabilidad, a continuación describimos el significado que le otorgamos a los términos “creencias” y “concepciones”.

En relación al uso del término “creencias” tomamos la que aportan Moreno Moreno & Azcárate Giménez (2003)

En consonancia con las definiciones de Llinares (1991) y Pajares (1992), definen a las creencias de la siguiente forma:

“Las creencias son conocimientos subjetivos, poco elaborados, generados a nivel particular por cada individuo para explicarse y justificar muchas de las decisiones y actuaciones personales y profesionales vividas. Las creencias no se fundamentan sobre la racionalidad, sino más bien sobre los sentimientos, las experiencias y la ausencia de conocimientos específicos del tema con el que se relacionan, lo que las hacen ser muy consistentes y duraderas para cada individuo”

Para la definición del término “concepciones” tomamos la de Moreno Moreno y Azcárate Giménez (2003):

“Las concepciones son organizadores implícitos de los conceptos, de naturaleza esencialmente cognitivas y que incluyen creencias, significados, conceptos, proposiciones, reglas, imágenes mentales, preferencias, etc., que influyen en lo que se percibe y en los procesos de razonamiento que se realizan. El carácter subjetivo es menor en cuanto se apoyan sobre un sustrato filosófico que describe la naturaleza de los objetos matemáticos”

Para Rivero, Azcárate, Porlán, Martín del Pozo, Harres y Solís Ramirez (2011) son numerosos los estudios que han descrito y analizado las concepciones de los profesores sobre la ciencia y sobre su enseñanza y aprendizaje. Estas concepciones se caracterizan por ser estables y difíciles de cambiar pues, en la mayoría de los casos, proceden de su experiencia interiorizada como alumnos y no de la formación recibida para ser docente (Aguirre, Haggerty y Linder, 1990; Gustafson y Rowel, 1995; Haswe, 1996; Mellado, 1996; Yerrick, Parke y Nugent, 1997; Joram y Gabriele, 1998; Porlán & Rivero, 1998; Szydlik, Szydlik & Benson, 2003; Beswick, 2006). Además estos autores consideran que, es un criterio bastante aceptado que la formación de profesores ha de organizarse en torno a dichas concepciones para facilitar su evolución (Lemberger, Hewson y Park, 1999; Duit y Treagust, 2003; Ambrose, 2004).

En relación con la probabilidad son pocas las investigaciones sobre creencias y actitudes; uno de los primeros autores en referirse a este tema fue Steinbring (1990), quien sugiere que los formadores de profesores tienen que hacer frente al problema de concienciar a los profesores sobre la naturaleza de lo estocástico y ampliar los puntos de vista sobre lo que es la Matemática. Este autor agrega que, el conocimiento estocástico es más complejo y sistémico y se basa mucho más en las actividades interpretativas que en otras áreas de la Matemática.

Friz, Sanhueza y Figueroa (2011) realizaron un estudio con ochenta y un estudiantes chilenos sobre las competencias que deberían ser valoradas por los estudiantes para profesor de Matemática, que estaban realizando un curso sobre Didáctica de la Estadística, a partir de la aplicación de un cuestionario. El cuestionario fue administrado al inicio y al término del programa con el propósito de valorar y contrastar en los estudiantes a) la reflexión sobre la práctica en un entorno colaborativo de aprendizaje, b) las competencias relativas al diseño de tareas de aprendizaje y c) el uso de tecnología Educativa. Los resultados muestran que la valoración que realizan los estudiantes inicialmente está determinada por lo que ellos ya conocen sobre la estadística (conocimiento intuitivo); sin embargo, sus concepciones sobre las competencias Profesionales referidas a la naturaleza de la estadística (competencia matemática), así como el conocimiento pedagógico relativo a la enseñanza y aprendizaje de la estadística en la educación secundaria (competencia profesional) se van modificando positivamente durante el curso.

1.5.4 ESTUDIOS SOBRE ALEATORIEDAD Y PROBABILIDAD

A partir del siglo XX los psicólogos han llevado a cabo una amplia investigación sobre la capacidad de las personas de producir o percibir la aleatoriedad. En el primer

caso, los sujetos han tenido que simular resultados de un proceso aleatorio, como lanzar una moneda (Wagenaar, 1972); en el segundo caso, los sujetos han tenido que evaluar la aleatoriedad de secuencias obtenidas en un experimento. Los resultados de estos estudios confirmaron la idea que las personas no son naturalmente hábiles para producir o percibir la aleatoriedad (Falk y Konold, 1997; Nickerson, 2002).

Existen algunos trabajos que aportan elementos para la comprensión del modo de apropiación de los alumnos de las nociones de probabilidad y azar. Uno de ellos es Maury (1984), quien estudió los argumentos que los alumnos de quinto año de secundaria utilizan para resolver problemas de cuantificación de probabilidades. Maury se propuso identificar los factores que intervienen en los argumentos utilizados por los alumnos en la resolución de problemas. Estudió el efecto sobre el argumento de dos factores: el contexto y el vocabulario utilizado en la presentación de los problemas. Como resultado de la investigación señala que el contexto del problema tiene un claro impacto sobre los argumentos utilizados, tanto en el caso de los argumentos pertinentes como los no pertinentes. Esto sugiere que los alumnos disponen de varios argumentos espontáneos, y que la movilización de uno de ellos depende, entre otros factores, del contexto interviniente.

Konold (1991) considera que lo que piensan los estudiantes acerca de la aleatoriedad juega un papel importante en la comprensión de las distribuciones de probabilidad; esto lo llevó a realizar un estudio exploratorio sobre los criterios subjetivos que usan las personas sobre la aleatoriedad; con 20 estudiantes de psicología y 5 de matemática; a quienes se les pidió clasificar los sucesos involucrados en dieciseis ítems, en aleatorios o no aleatorios. Este autor clasifica a los ítems en “estocásticos” y en “reales”. Los sucesos de los ítems estocásticos suponen un proceso repetible, como por ejemplo lanzar un dado; mientras que los sucesos de los ítems “reales” hacen referencia a experiencias de la vida cotidiana, como por ejemplo la germinación de una semilla. El estudio arrojó los siguientes resultados: es mayor el porcentaje de ítems estocásticos, que el porcentaje de ítems reales reconocidos como aleatorios; las argumentaciones de los sujetos en relación a la aleatoriedad ha dado lugar a una amplia gama de concepciones y algunos estudiantes de matemática han expresado su dificultad al tener que dicotomizar los ítems porque ellos tienden a ver el azar como una entidad que se manifiesta en diferentes gradaciones.

Rouan y Pallascio (1994) se propusieron identificar concepciones sobre la noción de azar y sobre la noción de probabilidad. Como resultado de esta

investigación señalan ciertas hipótesis concernientes a cada una de las concepciones anticipadas.

A continuación detallamos la descripción de algunas de esas conclusiones e incluimos algunas hipótesis en las conclusiones.

Concepción 1: “El azar se encuentra principalmente en la actividad lúdica”

La primera concepción no fue confirmada por la experimentación, las concepciones sobre la noción de azar no están necesariamente ligadas a los juegos. Se vio sí, que esas concepciones tienen componentes lingüísticos o culturales que se oponen a una modelización matemática de la aleatoriedad.

De este estudio podemos armar dos nuevas hipótesis: las limitaciones en las adquisiciones y en los significados lingüísticos de la palabra “azar” son los que impiden la abstracción y la generalización de esta palabra; y la enseñanza de las probabilidades no favorece esta abstracción sino que se opone a ella.

Concepción 2: “El azar se puede controlar por la experiencia”

Según esta concepción, si una persona juega seguido adquiere habilidades y estrategias que le ayudan a ganar. Esta concepción marca un deseo de hacer desaparecer lo aleatorio de los juegos de azar.

La concepción sobre el control del azar, sin ser dominante, fue confirmada. Sin embargo, los autores consideran necesario estudiarla en otras situaciones.

Concepción 3: “La equiprobabilidad y el rechazo de la medida”

Es el rechazo a considerar todos los datos o condiciones eventuales relativas a la situación en cuestión.

En cuanto a las diferentes concepciones de equiprobabilidad, están ampliamente expresadas en la experimentación. Se muestran de dos formas:

- Una forma que apela a la cuantificación, es decir a la evaluación numérica de la probabilidad. Proviene de una hipótesis de simetría o de equitatividad del azar, o del “a priori” de la igualdad de chances.
- Una forma que apela a un juicio no cuantificado de equiprobabilidad. Esto último está basado en la ignorancia y en la imposibilidad de cuantificación ligadas al carácter fortuito.

Shaughnessy (1997) evaluó los conocimientos de estudiantes en relación con el uso que hacían de las heurísticas mediante cuestionarios y entrevistas, antes y después de la instrucción. La instrucción que llevó a cabo consistió en un curso intensivo donde se realizaban experimentos y simulaciones en grupos reducidos de alumnos. Observó que en el grupo experimental se produjo una reducción del uso de heurísticas y diferencias importantes respecto al grupo control. El éxito del curso se atribuyó a la posibilidad de comparar los resultados experimentales con las concepciones erróneas que tenían en un principio.

Batanero y Serrano (1995) indican que el análisis epistemológico del concepto así como la investigación psicológica muestran la complejidad para los estudiantes acerca del significado de la aleatoriedad.

Metz (1998) indica que las principales dificultades que los conceptos de azar y aleatoriedad presentan a los estudiantes son: a) fallos al interpretar los patrones resultantes de muchas repeticiones de un suceso; b) la ocurrencia de que una persona o dispositivo puede controlar un suceso y c) la creencia de que algún tipo de orden o propósito subyace a los sucesos. Desde el enfoque subjetivo de la probabilidad, según Hawkins, Jolliffe y Glickman (1992) muchas personas creen que los ejemplos más apropiados de la aleatoriedad son los “resultados desordenados”. Estos sesgos en la percepción subjetiva de la aleatoriedad se muestran en la tesis de Serrano (1996), quien encuentra que los alumnos comprenden bien las tendencias en las secuencias de resultados aleatorios, pero no perciben la variabilidad intrínseca de los mismos, o al menos la subestiman.

Los experimentos aleatorios tienen dos características importantes, la primera es su impredecibilidad; que es bien reconocida por los sujetos como ha quedado de manifiesto en investigaciones con niños pequeños (Green, 1983, 1989, 1991), con alumnos de secundaria (Toohey, 1995; Serrano, 1996) y adultos (Falk, 1981). La segunda característica es la repetibilidad de los experimentos aleatorios, que como afirman Batanero y Serrano (1995), un experimento aleatorio sólo tiene interés para el cálculo de probabilidades si es posible, al menos imaginariamente, repetirlo en idénticas condiciones.

Steinbring (1991) indica que, desde el punto de vista formal, la idea central del concepto de azar es la de sucesión de resultados de un mismo experimento realizado de forma repetida e independientemente. En la exigencia de repetibilidad del experimento se halla implícita la concepción frecuencial de probabilidad (Fine, 1973; Buxton, 1970).

Para Zabell (1992), la aleatoriedad tiene ideas distintas, que se refieren al proceso de generación de los resultados aleatorios, a cada resultado aislado y al patrón obtenido en una serie de resultados de dicho proceso. El proceso de generación es lo que denominamos experimento aleatorio; los posibles resultados de este proceso son los sucesos aleatorios y la sucesión obtenida en una serie de ensayos particulares es lo que conocemos como secuencia aleatoria. Aunque parezca que estos aspectos están relacionados, esto no es siempre así. Un ejemplo son los números pseudoaleatorios producidos por calculadoras y computadoras usando algoritmos deterministas, pero que se toman como aleatorios en las aplicaciones estadísticas.

Konold, Lohmeier, Pollatsek y Well (1991) consideran que el término “aleatoriedad” se puede ver como una familia de conceptos, que incluye la idea de experimento, suceso, espacio muestral, probabilidad, etc. Por ello, la aleatoriedad la podemos percibir como un modelo abstracto que se puede aplicar a situaciones muy variadas.

Del Mas y Bart (1998) realizaron un experimento de enseñanza en el que los estudiantes comparaban las predicciones sobre las secuencias aleatorias obtenidas al lanzar una moneda varias veces con los resultados obtenidos. Los estudiantes del grupo experimental, usaron más explicaciones normativas tras la instrucción. Los estudiantes del grupo control que no tuvieron la oportunidad de confrontar sus ideas erróneas acabaron confiando más en sus heurísticas.

Guisasola y Barragués (2002) realizaron un estudio para detectar las concepciones de los estudiantes universitarios cuando tratan de explicar fenómenos aleatorios dentro de una teoría introductoria de la probabilidad. En segundo lugar tratan de agrupar estas concepciones en categorías explicativas que den una idea de la progresión del aprendizaje de los estudiantes. Encuentran que la mayoría de los estudiantes presentan, tras su formación ideas alternativas a las formales sobre los fenómenos aleatorios, el modo de estimar la probabilidad y la forma de interpretar su valor. Los autores detectaron el sesgo determinista, el heurístico de representatividad, el heurístico de accesibilidad, el sesgo de equiprobabilidad y el enfoque del resultado aislado.

Lecoutre, Rovira, Lecoutre y Poitevineau (2006) continuando con la línea de investigación de Konold (1991), exploraron las creencias subjetivas sobre la aleatoriedad y la probabilidad en tres grupos de estudiantes: un grupo de veinte estudiantes de los últimos años de secundaria, que no habían tenido estadística ni

probabilidad; otro grupo de veinte investigadores de psicología, todos con un doctorado y veinte investigadores de matemática, también con un doctorado, a los que se les aplicó un cuestionario con dieciseis ítems; ocho ítems hacían referencia a eventos de la vida cotidiana, en cuatro de los ocho el sujeto estaba implicado en la formulación del ítem, no ocurriendo lo mismo en los otros cuatro; y finalmente ocho ítems estocásticos que suponían un proceso repetible; cuatro implicaban dos resultados igualmente probables y los otros cuatro implicaban resultados que no eran equiprobables. De esta forma, pudieron detectar algunas concepciones generales de aleatoriedad. En los ítems “reales” se observaron dos concepciones principales: por una parte están los que reconocen la aleatoriedad debido a que es posible *calcular su probabilidad* y otros consideran que el azar no está presente porque el *determinismo* desempeña un papel importante o bien porque se han identificado *factores causales*.

Otro resultado importante obtenido por estos autores fue el poco efecto que tuvo el conocimiento de la teoría de la probabilidad sobre la aleatoriedad. Aproximadamente un tercio de los psicólogos clasificaron cada ítem estocástico como no aleatorio, mientras que en los otros dos grupos todos los ítems estocásticos se clasificaron como aleatorios en casi todos los casos. Para algunos psicólogos un ítem no es aleatorio cuando es posible calcular su probabilidad; y clasifican a los ítems reales como no aleatorios con más frecuencia que otros sujetos. Una característica del grupo de los matemáticos es que explicitan dos tipos de aleatoriedades: una “matemática” cuando es fácil calcular la probabilidad objetiva, generalmente con los ítems estocásticos; y una aleatoriedad cuando no es fácil calcular una probabilidad debido a la falta de información respecto del modelo probabilístico estándar, que sería en el caso de los ítems reales.

Atorresi, García Díaz y Pralong (2009) realizaron un estudio con 218 estudiantes ingresantes a la universidad de Buenos Aires provenientes de colegios secundarios privados y estatales de nivel socioeconómico medio. El estudio consistió en la aplicación de dos reactivos: el primero (RVO) se utilizó para indagar el reconocimiento de variables ocultas al plantear la existencia de relación entre dos variables. El segundo reactivo (RA) fue diseñado previamente y utilizado para examinar el reconocimiento de la aleatoriedad en distintos contextos. Dicho reactivo estaba compuesto por tres situaciones y a cada una de ellas los sujetos debían caracterizarla como aleatoria o no aleatoria, fundamentando las respuestas. La primera corresponde al ámbito psicológico-biológico y estaba referida al pensamiento; la segunda con un perfil cotidiano-lúdico referida a un juego de azar, englobaba los ámbitos social y político; la tercera se construyó en un contexto físico-meteorológico.

Los resultados mostraron que menos de un tercio de los estudiantes identificaron la existencia de variables ocultas que vinculaban a las variables consideradas. El reconocimiento de otros factores en dicha vinculación fue argumentado por los participantes que entendieron adecuadamente la situación planteada. La mención de otros factores intervinientes, también fue mencionada por quienes no interpretaron correctamente la situación, desestimando la importancia de estos factores, a favor de una vinculación causal ficticia, parece que este último grupo le otorgó al enunciado un carácter de verdad indiscutible. Los estudiantes que rechazaron la hipótesis de vinculación causal, decisión correcta, no dieron justificaciones. Los autores advierten que el no reconocimiento de variables ocultas en forma explícita puede llevar a establecer falsas causalidades y por lo tanto a interpretaciones erróneas en fenómenos de la vida diaria. La identificación de variables ocultas constituye la base sobre la que se construye la explicación de un fenómeno y su comprensión.

En relación con el reconocimiento de la aleatoriedad se detectó como éste depende fuertemente del contexto, siendo el más favorable el relativo a los juegos de azar (ámbito social), que el representado por la idea fugaz (ámbito psicológico-biológico) y más aún que el de clima (ámbito físico-metereológico).

A pesar que Steinbring (1991) señaló que la dificultad para la enseñanza de la probabilidad en las aulas se produce por la naturaleza misma de la probabilidad, ya que hay que tener en cuenta el enfoque clásico y experimental. Las dificultades que tienen los docentes para entender y enseñar probabilidad pueden deberse a la complejidad del concepto de probabilidad así como la no vinculación de los conceptos de probabilidad y estadística. En la actualidad, a pesar de tiempo transcurrido, no se ha podido superar este problema.

Desde Shaughnessy (1992), quien aseveraba la necesidad de investigar sobre la comprensión de la estocástica en los docentes, a la fecha las investigaciones han sido muy escasas.

1.5.5 ESTUDIOS SOBRE LA ALEATORIEDAD Y LA PROBABILIDAD EN PROFESORES DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Azcárate (1995) realiza su investigación desde la reflexión teórica tanto conceptual como didáctica; y plantea 26 cuestiones abiertas sobre la interpretación de la información probabilística, el pensamiento combinatorio, la detección de fenómenos aleatorios, y la asignación de probabilidades; además de solicitar las argumentaciones explicativas de cada respuesta. A partir de los resultados obtenidos, se han podido

encontrar cuatro tendencias de pensamiento en los sujetos encuestados Concepción No Probabilística, Concepción Probabilística Intuitiva; Concepción Probabilística Emergente, Concepción Normativa. En sus reflexiones críticas sobre la investigación la autora sugiere (Azcárate, 1995:681-682) *"realizar un estudio exploratorio más amplio, con una muestra representativa de la población; estudio necesario para la modelización global de las concepciones y de su hipótesis de progresión"*, como el que realizó Cardeñoso (2001) y como el que estamos realizando.

Cardeñoso (2001) realizó su investigación sobre las concepciones probabilísticas en 598 profesores de primaria en activo, y encontró-estabilizó cinco tendencias de pensamiento, a partir de un sistema de nueve categorías: causalidad, multiplicidad, incertidumbre, subjetiva, contingencia, laplaciana, frecuencial, equiprobabilidad y experiencial. Detectó cinco tendencias de pensamiento probabilístico: Determinista, Causalidad, Personalista, Contingente e Incertidumbre.

Dugdale (2001) en un estudio con profesores de educación primaria utilizó la simulación por computadora para revelar el conocimiento didáctico; observó que el uso del software permitió a los profesores diseñar un par de dados, con igual probabilidad de obtener pares que impares al multiplicar las cifras en cada tirada, simular un gran número de tiradas, calcular las frecuencias relativas. Además, destacó que los profesores en prácticas podían usar este software como una herramienta para promover el debate y la comprensión de la probabilidad desde un punto de vista que normalmente no permite un número limitado de pruebas con un dado físico.

Nicholson y Darnton (2003) sostienen que los docentes con una buena preparación en matemáticas pero con un conocimiento leve de la estadística tienden a centrarse en los cálculos para encontrar la respuesta correcta y no se sienten cómodos al estudiar y enseñar procesos aleatorios que busquen inferencia a la toma de decisiones.

Pereira-Mendoza (2002), en un estudio con profesores de cursos elementales, comprobaron que la experiencia matemática de los profesores tiene un impacto negativo en su visión de la estocástica e impiden su desarrollo como docentes en este campo.

Batanero, Godino y Cañizares (2005) en un estudio realizado con 132 futuros profesores de educación primaria, donde evaluaban la presencia de sesgos en el razonamiento probabilístico de los profesores, observaron que un 60% razonaba de acuerdo a la heurística de representatividad (Tversky y Kahneman, 1982b)

considerando irrelevante el tamaño de la muestra, otro 60% de los participantes mostró el sesgo de equiprobabilidad descrito en experimentos de Lecoutre (1992), Lecoutre y Durand (1988), que consiste en la creencia de los sujetos de que todos los sucesos asociados a cualquier experimento aleatorio tienen las mismas posibilidades, y que el 23% de los futuros profesores mostró el “outcome approach” descrito por Konold (1989) interpretando un enunciado probabilístico en forma no probabilística.

Ortiz, Mohamed, Batanero, Serrano y Rodríguez (2006) evaluaron la capacidad de los futuros profesores de educación primaria para comparar probabilidades, utilizando tareas sencillas tomadas de un cuestionario de probabilidad que había sido utilizado previamente con niños de 11 a 14 años. Para ello analizaron las respuestas de 102 estudiantes de magisterio a siete problemas, analizando los porcentajes de respuestas correctas y los argumentos proporcionados por los alumnos, y comparando sus resultados con los obtenidos por los alumnos participantes en la investigación de Cañizares, que realizara en 1997. Estos autores detectaron una mejora del número de respuestas correctas respecto a los niños de la investigación de Cañizares en todos los problemas, aunque los porcentajes de errores son muy altos.

Godino, Batanero, Roa y Wilhelmi (2008). En un estudio para evaluar el conocimiento estadístico de 55 futuros profesores de educación primaria, propusieron un proyecto estadístico titulado “Comprueba tus intuiciones sobre el azar”, en el que cada estudiante se debía inventar una secuencia de 20 lanzamientos de una moneda y posteriormente realizar de forma real otros 20 lanzamientos de una moneda. Con los resultados globales de la clase, obtenidos en la secuencia simulada y en la secuencia real, se pidió que de forma individual realizaran una comparación de las dos distribuciones obtenidas. Los autores observaron que, en general, los futuros profesores usaron los conceptos estadísticos elementales en el análisis de la tarea planteada, siendo sus principales errores la identificación de las variables estadísticas y un uso inadecuado de los gráficos. Sólo un grupo muy pequeño obtuvo conclusiones válidas sobre la investigación planteada, por lo que indican la necesidad de mejorar la preparación de los futuros profesores en estadística y probabilidad.

Contreras (2011) realizó un estudio sobre el conocimiento de la probabilidad condicional en 183 futuros profesores de educación primaria, propuso un problema con datos representados en una tabla de contingencia, donde debían calcular la probabilidad simple, condicional y compuesta. El autor encontró que la mayoría de los participantes tuvieron cierta dificultad en la lectura de la tabla y en el cálculo de las probabilidades pedidas. Los futuros profesores de educación primaria confundieron los

conceptos de probabilidad condicional y compuesta, tal y como ocurría en las investigaciones de Einhorn y Hogarth (1986), Ojeda (1995) y Estrada y Díaz (2007). Contreras identificó otros errores que no habían sido descritos en trabajos previos como la confusión de un suceso con su complementario, errores en la fórmula de cálculo, cálculos incorrectos, confusión de frecuencia absoluta con probabilidad e inversión de la fórmula para calcular la probabilidad. Sus resultados fueron peores que los obtenidos por Estrada y Díaz (2007) en un estudio con profesores en formación.

Mohamed, Ortiz y Serrano (2011) realizaron un estudio de evaluación del conocimiento y creencias sobre probabilidad en 283 profesores en formación de educación primaria. La gran mayoría de los profesores en formación poseen un conocimiento insuficiente de la probabilidad y, a veces, basan sus respuestas en unas creencias o conocimientos informales, que pueden influir en la incorrecta asignación de probabilidad a los sucesos.

Estos autores encuentran un alto porcentaje de profesores en formación que manifiestan la heurística de representatividad y el efecto de recencia negativa; por lo tanto, para evitar que transmitan a sus alumnos estas ideas, sugieren que se deben seleccionar actividades adecuadas, como resolución de problemas, experimentación con fenómenos reales, utilización de la simulación (Batanero, Godino y Cañizares, 2005) y de paradojas (Contreras, Díaz, Batanero y Ortiz, 2010).

Dollard (2011) llevó a cabo un estudio con 24 estudiantes voluntarios de la carrera de maestro de primaria, que aún no habían estudiado probabilidad. El estudio consistió en una entrevista a cada uno de los estudiantes. Las preguntas se referían al significado de la probabilidad y a la segunda ley de los grandes números. Las descripciones del pensamiento de los participantes se centraban en la identificación de las ideas erróneas o lagunas en la comprensión que realmente necesitan conocer los formadores de los futuros maestros.

Cada participante fue entrevistado durante 45 minutos aproximadamente; y debían responder a dos tareas. La primera se centraba en la comprensión del significado del término "probabilidad". La segunda tarea tenía que ver con la manipulación de objetos: monedas y una casa de juguete. El autor del estudio considera que los resultados que se obtuvieron se deben tomar con cierta cautela dado que la muestra no es aleatoria y además es pequeña.

La mayor parte de los participantes no tuvieron problema para calcular probabilidades simples. Sin embargo, las respuestas a la pregunta sobre la

probabilidad de que al lanzar la casa de juguete esta apoye el techo sobre la mesa no fue contestada por muchos de ellos. Por lo que podemos inferir que los participantes no parecen tener una buena comprensión con el proceso de determinación experimental de la probabilidad. Se sugiere involucrar a los estudiantes en actividades que permitan relacionar los dos significados de la probabilidad a través de la ley de los grandes números.

Batanero, Serrano, Gómez y Contreras (2012) analizan las respuestas abiertas a un problema utilizado en las investigaciones sobre percepción subjetiva de la aleatoriedad. El estudio se realizó con 157 futuros profesores de Educación Primaria. Los datos se tomaron como parte de una actividad práctica en la asignatura “Enseñanza y Aprendizaje de las matemáticas”, después se discutieron las respuestas con los futuros profesores y se realizaron actividades de simulación para ayudarles a reconocer las intuiciones erróneas. Los resultados muestran una mezcla de concepciones correctas e incorrectas, algunas de las cuáles son paralelas a las que el concepto de aleatoriedad ha recibido a lo largo de su historia.

Batanero & Díaz (2012). Afirman que los profesores necesitan apoyo y formación adecuada para lograr un equilibrio entre intuición y rigor en la enseñanza de la probabilidad. Debido a que la probabilidad es distinta de otras áreas de la Matemática, los futuros profesores necesitan una preparación especial en este tema. Además, afirman que se necesita más investigación para especificar los componentes esenciales en la preparación de los docentes para enseñar probabilidad, identificar los métodos apropiados, establecer los niveles adecuados en los que cada componente debe ser enseñado.

1.5.6 ESTUDIOS SOBRE FORMACIÓN DE PROFESORES DE SECUNDARIA SOBRE ALEATORIEDAD Y PROBABILIDAD

Carnell (1997) en un estudio realizado sobre la comprensión de la probabilidad condicionada en trece profesores de enseñanza secundaria en prácticas, probó que todos mostraron tener conceptos erróneos, como por ejemplo, definir el elemento condicionante, el orden temporal del elemento condicionante y el elemento objetivo, o confundir la condicionalidad con la causalidad (Batanero y Sánchez, 2005; Jones y Thornton, 2005; Tarr y Lannin, 2005).

Haller (1997) observó las clases de probabilidad de cuatro profesores de secundaria en un programa que incluía experiencias con contenido probabilístico,

concepciones erróneas y aspectos pedagógicos ligados a la enseñanza de la probabilidad. Las observaciones de Haller indican que los profesores se encontraban en el espectro bajo de conocimientos de probabilidad, mostraban errores y concepciones erróneas, dependían en gran medida de libros de texto. Mientras que los profesores que se encontraban en el espectro alto de conocimientos de probabilidad, no cometían errores de contenido, y ampliaban las lecciones de los libros de texto.

Begg y Edwards (1999) en un estudio realizado con veintidós profesores en servicio y doce profesores de enseñanza elemental en prácticas, comprobó que los docentes tenían un conocimiento poco sólido de la probabilidad, ya que alrededor de dos tercios comprendían eventos probables, y muy pocos comprendían el concepto de independencia. Los docentes tendían a creer que el orden o el modelo no estaban asociados con sucesos aleatorios y con frecuencia usaban el heurístico de la representatividad, suponiendo que toda muestra o serie de resultados debe ser una representación de la población. Estos docentes mostraban menos seguridad a la hora de enseñar probabilidad en comparación con la enseñanza de gráficas o cálculos estadísticos, y emplean más tiempo buscando ideas y actividades para sus clases que ampliando sus conocimientos sobre probabilidad y estadística.

Watson (2001) realizó una encuesta a quince profesores de primaria y a veintiocho profesores de secundaria de Australia. Los resultados mostraron que cuando se pidió a los profesores de primaria que eligieran temas sobre azar o datos usaban generalmente temas como encuestas, gráficas, ideas generales sobre el azar y la probabilidad en contextos específicos, mientras que los profesores de secundaria elegían principalmente ideas generales sobre el azar y algunas distribuciones de probabilidad. En general, todos los profesores se encontraban más cómodos usando el concepto de media que el de muestra, ya que éste último supone un grado mayor de incertidumbre para ellos. Además, Watson encontró que los profesores de secundaria tenían un nivel de seguridad más alto que los de primaria a la hora de enseñar cálculos probabilísticos básicos, y muestreo.

Zaslavsky, Zaslavsky y Moore (2001) en un estudio que se centró en diferencias culturales y lingüísticas, examinaron el conocimiento de 33 futuros profesores sobre sucesos independientes y mutuamente excluyentes. Casi el 70% no pudo explicar lo que significa sucesos mutuamente excluyentes y casi la mitad no pudo dar ejemplos de sucesos mutuamente excluyentes, siendo pocos los profesores que pueden determinar si dos acontecimientos dados son mutuamente excluyentes. De manera similar, el 70% de los profesores no pueden explicar cuando los sucesos

son independientes y más del 40% de ellos no pudo determinar si dos sucesos son independientes. No es de extrañar que casi el 90% de ellos no entiendan la relación entre sucesos independientes, dependientes y sucesos mutuamente excluyentes. A pesar de su incapacidad para hacer frente a la independencia, alrededor del 80% de los futuros profesores pueden encontrar la probabilidad de selección de bolas consecutivas de una urna sin reemplazamiento.

Stohl (2005) realizó un estudio con treinta y cinco profesores de educación secundaria, observó cómo estos profesores interpretaban las interacciones de los alumnos con un software sobre simulaciones. Las interpretaciones fueron comparadas con las interpretaciones realizadas por los profesores, Los resultados indicaron que los profesores criticaban la ausencia de ideas formales por parte de los alumnos, y pasaban por alto las acciones y el lenguaje de los estudiantes que daban indicios del desarrollo de ideas probabilísticas. Por lo que se puede concluir que los profesores no comprendían que el desarrollo de ideas sobre la probabilidad es un proceso complejo y difícil de valorar.

Serradó, Azcárate y Cardeñoso (2006) realizaron una investigación utilizando cuestionarios y entrevistas para comprender las razones por las cuáles los profesores omiten la enseñanza de la probabilidad en la escuela y las fuentes de información que pueden influir en esta decisión. Realizaron un estudio de caso con cinco profesores; presentaron los resultados obtenidos de dos de ellos, ninguno de los cuales enseñaba probabilidad. El primero (Profesor 1) era licenciado en matemáticas con especialidad en estadística y 5 años de antigüedad en la docencia; el segundo (Profesor 2) también era licenciado en matemáticas, pero no era especialista en estadística con 2 años de experiencia docente. Las fuentes de información consideradas por el profesor 1, fueron el contacto con sus colegas que propiciaban innovaciones en la enseñanza de las matemáticas, pero su omisión en relación con la enseñanza de la probabilidad se debía a su creencia de que la probabilidad no tenía consistencia educativa en la enseñanza obligatoria. Este profesor argumentaba desde una visión formal de la Matemática que había adquirido en su formación como profesor, como en los libros de texto de secundaria. El profesor 2 no estaba de acuerdo en enseñar probabilidad pensando en las dificultades que podrían tener los estudiantes y suponía que la metodología que usaba habitualmente no era válida para este tipo de contenido. A lo que se suma, la falta de fuentes de información que constituía otro obstáculo. A su vez, los docentes manifestaron tener teorías subjetivas sobre los objetivos y contenidos, que hacen que se alejen de las indicaciones dadas en las orientaciones curriculares.

Chernoff (2009) analizó las respuestas de 239 futuros profesores, 163 de primaria y 76 de secundaria. Estos sujetos debían reconocer secuencias formadas por 5 repeticiones del lanzamiento de una moneda. Para el análisis se consideraron las respuestas de 19 sujetos que habían contestado en forma errónea, debido a que consideraron alguna de las siguientes tres interpretaciones del espacio muestral: a) considerando los cambios de cara a cruz; b) considerando la longitud de la racha más largo; c) teniendo en cuenta los cambios de cara a cruz y la longitud de la racha más larga. Por lo tanto los errores podrían ser consistentes con estas interpretaciones del espacio muestral; y en consecuencia sería por el uso de probabilidades subjetivas personales. Lo más novedoso de la tesis de Chernoff es la introducción de la noción de "*espacio- muestral- subjetivo*", como el espacio muestral que plantea cada individuo y la noción de "*meta-espacio-muestral*", el que lo define como el conjunto de todas las particiones del espacio muestral o como un espacio muestral de todos los espacios muestrales posibles; el que debería ser el marco de referencia para el análisis de las respuestas de los sujetos, y en particular las respuestas incorrectas, cuando se pide una tarea relativa a la comparación de probabilidades; y no basarse únicamente en la definición normativa de espacio muestral, como lo hacen la mayoría de los autores. Para la autora, este nuevo marco que presenta, nos permite saber más acerca de cómo los estudiantes aprenden a razonar probabilísticamente (Maher, Speiser, Friel y Konold, 1998:82).

Ives (2009) analizó a cinco futuros profesores de Matemática de secundaria a cerca de las orientaciones, el conocimiento del contenido y el conocimiento pedagógico del contenido de la probabilidad; como así también las relaciones entre estos tres aspectos y la utilidad de las tareas propuestas a estos estudiantes para examinar los conocimientos mencionados. El marco conceptual utilizado se basó en el trabajo de Hill, Ball & Schilling (2008); Kvatinky y Even (2002), y Garuti, Orlandoni y Ricci (2008). Encontró que los estudiantes tienen a considerar los distintos enfoques de la probabilidad, pero hacen hincapié en el objetivo y descuidan el enfoque subjetivo. Los estudiantes logran relacionar los tres aspectos mencionados en las tareas propuestas, en las que tenían que aplicar la probabilidad en situaciones del mundo real. La autora también encontró que las tareas relacionadas con situaciones pedagógicas tienden a ser más eficaces que las tareas que implican sólo preguntas.

Guzmán Reyes y Inzunza Cazares (2011) realizaron un estudio sobre los conocimientos y comprensión de la probabilidad en 80 profesores mexicanos de secundaria. Aplicaron un cuestionario de 17 preguntas sobre los conceptos de probabilidad establecidos en el programa de matemáticas. Los resultados obtenidos

señalan que la probabilidad es un área complicada para los profesores de secundaria, además se observó un conocimiento combinatorio muy endeble y poca utilización de representaciones gráficas.

Vásquez Ortiz y Parraguez González (2012) realizaron un estudio sobre la construcción del concepto de probabilidad, con estudiantes universitarios de primer año; utilizando como referente teórico de la Didáctica de la Matemática, la Teoría APOE. Se analizaron las construcciones mentales que ponen en juego los estudiantes para la construcción del concepto de probabilidad desde su dualidad de significados. Bajo esta perspectiva se diseñó y documentó una descomposición genética hipotética del concepto. Para lo cual se aplicó un cuestionario con 14 preguntas a 12 estudiantes de primer año de la carrera de Licenciatura en Ciencia Estadística. Uno de los principales resultados fue la dificultad que tuvieron los estudiantes, debido a que no lograron coordinar la construcción del objeto métodos de enumeración con la construcción del espacio muestral.

Sin embargo, en base a los resultados obtenidos lograron una descomposición genética del concepto de probabilidad, a partir de la cual se pueden elaborar propuestas didácticas para su enseñanza.

1.5.7 ESTUDIOS SOBRE LIBROS DE TEXTO

El análisis de los libros de texto es de fundamental importancia, ya que como dice García (2011) en la enseñanza de la estadística y la probabilidad, el libro contribuye a la formación docente; confirmando la idea de Cordero y Flores (2007), quienes indican que el discurso matemático escolar está determinado con frecuencia por el libro de texto, por lo que regula la enseñanza y el aprendizaje.

León Gómez (2006) afirma que el azar está presente en todos los contextos de la vida del hombre, por ello es importante desarrollar el pensamiento aleatorio. La Probabilidad nos proporciona conceptos y métodos para manejar la incertidumbre y tomar decisiones. Por este motivo, este autor analiza de manera intuitiva cuestiones en las que interviene el azar, para luego ir formalizando progresivamente. Además, comenta que los libros de texto lo desarrollan siguiendo los contenidos previstos, siendo éstos en séptimo grado: la resolución de problemas no deterministas y la representación de eventos mediante diagramas de árbol. Los libros son un excelente recurso tanto para el docente como para el estudiante; en consecuencia, al plasmar en ellos los contenidos de un área específica el autor debe realizar una transposición didáctica para convertir el "saber sabio" en un "saber escolar" que el alumno pueda

comprender. Este autor realiza la revisión de cuatro textos de Matemática de 7° grado de Educación Básica en los cuales analizó: alcance de los contenidos, secuencia, ejemplos y problemas, enfoque de la probabilidad y uso del lenguaje del azar; todo esto con el fin de mostrar la riqueza del lenguaje empleado en esta área y detectar formas de presentación que puedan generar ambigüedades y malas interpretaciones de los conceptos probabilísticos.

Barragués Fuentes y Guisasola Aranzabal (2006) realizaron un estudio sobre el modo en que se introducen los conceptos de azar y probabilidad en una muestra de 34 libros de texto universitarios, desde un enfoque epistemológico y didáctico. Los resultados mostraron la ausencia en la mayoría de los textos de ciertos aspectos importantes del marco teórico de las matemáticas que podrían ser explotados para aproximarse al objetivo de lograr un aprendizaje significativo por parte de los estudiantes. En general, la mayoría de los textos analizados hacen una presentación de los conceptos de la teoría elemental de la probabilidad de manera aproblemática. Los conceptos se introducen atendiendo a la estructura lógica de la materia, sin hacer mención a la problemática de la que surgen y a la que intentan dar solución. Generalmente los libros mencionan las teorías como construcciones acabadas y en su aspecto actual. Menos de la mitad de los libros mencionan las diferentes formas de entender la probabilidad. Ningún libro de texto presta atención significativa a los resultados de la investigación didáctica sobre las dificultades de aprendizaje de los conceptos y procedimientos de la teoría de la probabilidad.

Serradó, A. Azcárate, P. y Cardeñoso, J.M. (2006). En este estudio se realizó una investigación sobre los libros de texto, utilizando como estrategia metodológica el análisis de contenido, cuyas fases son: la determinación de los objetivos, la muestra, las categorías y la hipótesis de progresión, y la elaboración de un instrumento de recogida de información, la codificación de la información en relación con las categorías, la interpretación de los datos obtenidos y la elaboración de conclusiones. En conclusión, la caracterización de la noción de probabilidad en los libros de texto se realiza asimilándola con su medida desde una perspectiva clásica, como el valor que se obtiene de aplicar la regla de Laplace, o desde una perspectiva frecuencial como el valor al cual tienden las frecuencias relativas, sin incidir en el significado de esta noción; por lo que enfatizan el cálculo por encima de la comprensión de la idea.

Serradó, A.; Cardeñoso, J.M. & Azcárate, P. (2008) analizaron libros de texto de Educación Secundaria. Dicho análisis se refiere a cómo es caracterizada teóricamente la idea de suceso, qué actividades proponen y cómo se organizan e

introducen ambos elementos. En primer lugar, las editoriales Santillana y Bruno otorgan a la noción de suceso un peso específico como contenido curricular. El perfil que intentan presentar los textos es un “*Tratamiento normativo del azar*”, que se caracteriza por la formalización de la noción de suceso, mostrando una tendencia tradicional. En segundo lugar, las editoriales Guadiel y Mc Graw Hill otorgan a la noción de suceso un papel secundario, como herramienta para facilitar el cálculo de probabilidades. Se puede considerar que el perfil que intentan presentar es un “*Tratamiento emergente del azar*”, al intentar establecer ciertas relaciones a nivel conceptual, y están asociados a una *tendencia innovadora tecnológica*.

Gómez, Ortiz, Batanero y Contreras (2013). Realizaron un estudio en el que analizaron el lenguaje de la probabilidad en dos series de libros de texto españoles de Educación Primaria. Los resultados muestran la gran riqueza y diversidad de expresiones verbales y predominio de lenguaje coloquial frente al formal; el lenguaje se asocia a diversos significados de la probabilidad (intuitivo, clásico, frecuencial y subjetivo). El lenguaje numérico se desarrolla de acuerdo a la introducción de diferentes sistemas numéricos en la enseñanza; se encuentra también, amplio uso de representaciones tabulares y gráficas.

1.5.8 ESTUDIOS SOBRE EXPERIMENTO ALEATORIO Y ESPACIO MUESTRAL

Hawkins, Jolliffe y Glickman (1992) indican que en la definición del experimento aleatorio hay dos aspectos claves: la clara formulación de las condiciones del experimento y la enumeración del espacio muestral correspondiente al mismo. La correcta enumeración depende de la formulación, ya que si el estudiante interpreta incorrectamente el experimento, llegará a un espacio muestral incorrecto. En opinión de estos autores no se presta suficiente atención en la enseñanza a estos dos aspectos y ello puede ser el origen de concepciones incorrectas en los estudiantes.

Jones, Langrall, Thornton y Mogill (1999) examinaron la habilidad de estudiantes de 8 y 9 años para identificar el espacio muestral en situaciones aleatorias, encontrando que 15 de los 37 estudiantes participantes no creían que todos los resultados podrían ocurrir en un experimento aleatorio simple. Según los autores puede ser debido a que piensan en el espacio muestral desde un punto de vista determinista, atribuyendo certeza donde no existe, y que este problema persistió en dos de los 15 estudiantes a pesar de realizar una instrucción con múltiples experiencias mediante generadores aleatorios discretos y continuos.

Batanero, Navarro-Pelayo y Godino (1997) señalaron que la dificultad para determinar el espacio muestral de un experimento aleatorio puede ser debida a una falta de razonamiento combinatorio; o bien como afirma English (2005) es un concepto poco tratado en los currículos escolares.

Shaugnessy y Ciancetta (2002) y Shaugnessy, Canada y Ciancetta (2003) destacan que los programas de instrucción deben implicar a los estudiantes en la determinación de los espacios muestrales en los experimentos aleatorios.

Jones, Langrall & Money (2007), afirman que si se quiere mejorar la enseñanza, los profesores deben tener en cuenta las características del pensamiento de los estudiantes sobre este concepto: a) la dificultad de parte de los niños para realizar una lista de los resultados de un experimento aleatorio, aunque sea simple; b) falta de herramientas sistemáticas para generar los resultados en un experimento compuesto, y c) imposibilidad de relacionar determinación del espacio muestral y probabilidad de los resultados. Además del conjunto de todos los resultados (espacio muestral) y sus elementos (sucesos elementales), la teoría de la probabilidad se ocupa de los sucesos asociados al experimento. Se define un suceso como un subconjunto del espacio muestral. Esto es correcto para los espacios muestrales finitos, pero en los espacios muestrales infinitos, es necesario restringir la definición de probabilidad a conjuntos medibles (Borovcnik, Bentz y Kapadia, 1991).

1.6 Conclusiones del capítulo 1

A modo de cierre del capítulo; concluimos que el problema a investigar, presentado en este capítulo es un tema de actualidad y preocupación de los investigadores comprometidos con la formación del profesorado. Sin embargo, son escasas las investigaciones sobre la formación probabilística de los profesores de secundaria. Por lo tanto, nuestro interés es contribuir al desarrollo de esta línea de investigación.

CAPÍTULO 2

Caracterización de los profesores de Biología y de Matemática en formación

2.1. Introducción

2.2. Análisis de las características sociodemográficas de los profesores de Biología en formación

2.2.1 Distribución de los profesores de Biología en formación por departamento

2.2.2 Distribución de los profesores de Biología en formación por instituto

2.2.3 Motivos de los profesores de Biología en formación que determinaron la elección de la carrera

2.2.4 Modalidad del título de secundaria de los profesores de Biología en formación

2.2.5 Relación entre la aprobación y el haber cursado Bioestadística

2.2.6 Relación entre la actividad laboral y la aprobación de Bioestadística

2.2.8 Edad de los profesores de Biología en formación

2.2.8 Relación entre la edad y las motivaciones que determinaron la elección de la carrera

2.2.9 Distribución de la cantidad de profesores en formación aprobados en Bioestadística por instituto formación

2.2.10 Gusto de los profesores en formación hacia la Bioestadística

2.2.11 Relación entre el haber cursado otras carreras y el gusto por la Bioestadística

2.2.12 Perfil modal de los profesores de Biología en formación

2.3. Análisis de las características sociodemográficas de los profesores de Matemática en formación

2.3.1 Distribución de los profesores de Matemática en formación por departamento

2.3.2 Distribución de los profesores de Matemática en formación por instituto

2.3.3 Motivos de los profesores de Matemática en formación que determinaron la elección de la carrera

2.3.4 Modalidad del título de secundaria de los profesores de Matemática en formación

2.3.5 Relación entre la aprobación y el haber cursado Probabilidad y Estadística

2.3.6 Relación entre la actividad laboral de los profesores de Matemática en formación y la aprobación en Probabilidad y Estadística

2.3.7 Edad de los profesores de Matemática en formación

2.3.8 Relación entre la edad y las motivaciones en la elección de la carrera

2.3.9 Distribución de la cantidad de profesores en formación aprobados en Probabilidad y Estadística por instituto

2.3.10 Gusto de los profesores de Matemática en formación hacia la Probabilidad y Estadística

2.3.11 Relación entre la realización de otras trayectorias académicas y el gusto por la Probabilidad y la Estadística

2.3.12 Perfil modal de los profesores de Matemática en formación

2.4 Conclusiones del Capítulo 2

2.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo nos ocupamos de las características sociodemográficas de los profesores de Biología y de Matemática en formación de la provincia de Mendoza.; que llamaremos estudiantes de Biología y estudiantes de Matemática. En primer lugar, nos referimos a los estudiantes del Profesorado de Biología y en segundo lugar a los estudiantes del Profesorado de Matemática.

2.2 ANÁLISIS DE LAS CARACTERÍSTICAS SOCIODEMOGRÁFICAS DE LOS PROFESORES DE BIOLOGÍA EN FORMACIÓN

Los estudiantes de Biología que participaron del estudio fueron 325; de los cuales el 90,46% (294) son de sexo femenino, el 9,2% (30) son de sexo masculino. Los estudiantes se distribuyen en cinco institutos (Tabla 1, Anexo 3). Los egresados de estos institutos son los que se desempeñarán como profesores de Biología en las escuelas de nivel medio. Dichos institutos se ubican en distintos departamentos de la provincia de Mendoza; dos de ellos en la Ciudad de Mendoza, uno es de gestión estatal y otro de gestión privada; mientras que los otros tres se localizan en los departamentos de San Martín, Tunuyán y San Rafael. El título que otorgan es el de “Profesor de Biología para el nivel medio”.

2.2.1 DISTRIBUCIÓN DE LOS PROFESORES DE BIOLOGÍA EN FORMACIÓN POR DEPARTAMENTO

Los estudiantes encuestados residen en dieciseis de los dieciocho departamentos de la provincia de Mendoza. La distribución de los estudiantes en los distintos departamentos se muestra en la Tabla 2 y Figura 1 del Anexo 3, en la que detallamos la población por departamento, la cantidad de estudiantes por departamento, el porcentaje de estudiantes encuestados por departamento, y el porcentaje de estudiantes por departamento relativo a la población departamental. Se observa que dos departamentos que no poseen estudiantes en el Profesorado de Biología, ellos son La Paz y Malargüe. Por otra parte, los departamentos que aportan la mayor cantidad de estudiantes a este profesorado son San Rafael con el 16,6% (54); seguido Guaymallén con el 15,7% (51) y Godoy Cruz con el 11,4% (37). Sin embargo, la mayor concentración de estudiantes de Biología se encuentran en Tunuyán, seguido por Junín, luego por San Rafael y finalmente San Martín.

2.2.2 DISTRIBUCIÓN DE LOS PROFESORES DE BIOLOGÍA EN FORMACIÓN POR INSTITUTO

En cuanto a la distribución de los estudiantes por instituto y por nivel propedeútico se muestra en la Tabla 3 del Anexo 3. En la que se observa que los institutos con una población estudiantil más numerosa son; en primer lugar el instituto 9-002 de la ciudad de Mendoza, con 154 alumnos (47,38%); seguido por el instituto 9-001 de San Martín con 60 estudiantes (18,46%), luego el instituto 9-011 de San Rafael con 55 estudiantes (16,92%); seguido por el instituto 9-004 de Tunuyán con 35 estudiantes (10,77%); y finalmente el instituto PT-013 con 21 estudiantes (6,5%).

Los estudiantes se distribuyen, en cada uno de los institutos en cuatro niveles propedeúticos. La mayor cantidad de estudiantes se encuentra cursando el primer curso, es decir el 45,85% (149), le sigue en cantidad de estudiantes el tercer curso con el 21,23% (69); mientras que el resto se distribuye regularmente en segundo y cuarto año.

2.2.3 MOTIVOS DE LOS PROFESORES DE BIOLOGÍA EN FORMACIÓN QUE DETERMINARON LA ELECCIÓN DE LA CARRERA

Las motivaciones que llevaron a los estudiantes encuestados a realizar esta carrera son muy variadas (Tabla 4 y Figura 2 del Anexo 3). En primer lugar se destaca el gusto, la curiosidad, el deseo de conocer todo lo concerniente al mundo de la Biología, las ciencias naturales, la ecología, el medio ambiente, la vida de los animales y las plantas, a lo que agregan el hecho de enseñar o transmitir estos conocimientos y de relacionarse con los adolescentes. Algunos estudiantes expresan que desean adquirir estos conocimientos para poder enseñarlos correctamente, ya que la enseñanza de la Biología no siempre se realiza de forma adecuada. En segundo lugar, están los estudiantes para los cuales la elección de esta carrera se ha debido al amor, pasión por la Biología, y agregan que desean continuar con estudios de nivel superior, como la licenciatura en Biología, un posgrado en Paleontología, o bien dedicarse a la investigación básica. En tercer lugar, encontramos los que tienen la necesidad de obtener un título, que les permita una rápida salida laboral, y los argumentos que manifiestan son de índole económico, como “es una carrera no arancelada”, “la ubicación de la institución es muy cercana a mi domicilio”, “es la única opción que tengo”, “es lo que puedo estudiar de acuerdo a mis posibilidades”. Por otra parte, están los que tienen vocación por la docencia, les interesa dedicarse a la enseñanza, y

consideran que pueden contribuir con la formación de los adolescentes. Luego, encontramos los que no han podido ingresar a otras carreras como Medicina y Veterinaria, y encuentran que esta carrera es la que más se parece a la que anhelaban, por lo que comenta “es mi segunda opción”. Finalmente están los que no contestan, que representan un porcentaje muy bajo.

2.2.4 MODALIDAD DEL TÍTULO DE SECUNDARIA DE LOS PROFESORES DE BIOLOGÍA EN FORMACIÓN

En cuanto a la orientación de la escuela secundaria que han realizado, es muy variada (Figura 3 del Anexo 3). Encontramos estudiantes con títulos como, Maestro Mayor de Obras, Técnico en electromecánica, Técnico Hidráulico, Técnico Agrario, Técnico Agropecuario, Técnico Frutihortícola, Técnico en Farmacia y Laboratorio, Técnico Químico, Técnico en Comercio Exterior, Técnico en Microemprendimientos, Perito en Técnicas Policiales; Bachiller con orientación en Humanidades y Ciencias Sociales, con orientación Docente, en Ciencias Biológicas, en Ciencias Naturales, en Nutrición y Medio Ambiente, en Salud y Medio Ambiente, en Ecología y Medio Ambiente, en Administración, Contable, en Economía y Gestión de las Empresas y Animador Socio Comunitario. Por lo tanto, podemos apreciar que la modalidad de la escuela secundaria no es determinante en la elección de la carrera.

2.2.5 RELACIÓN ENTRE LA APROBACIÓN Y EL HABER CURSADO BIOESTADÍSTICA

Guiados por el objetivo de nuestro trabajo de investigación, incluimos en el cuestionario dos ítems acerca del cursado y la aprobación de Bioestadística, ya que esta disciplina contiene una unidad dedicada a la probabilidad. Por lo que analizamos la relación entre el “haber cursado” y “haber aprobado”. A excepción de los estudiantes de primer año (149), todos cursaron Bioestadística, o sea el 54,15% (176). De los que cursaron, solamente el 56,82%(100) han aprobado. Estos estudiantes representan 30,77% del total de estudiantes encuestados.

2.2.6 RELACIÓN ENTRE LA ACTIVIDAD LABORAL Y LA APROBACIÓN DE BIOESTADÍSTICA

Del total de los profesores de Biología en formación, el 39,1% (127) trabajan, siendo muy variable el número de horas por día. De los que trabajan, el 51,97% (66) han cursado Bioestadística, y de éstos últimos el 65,15% (43) la han aprobado. Mientras que los que no trabajan, representan el 60,9% (198), y de estos el 55,55%

(110) ha cursado Bioestadística, y de estos últimos el 51,82% (57) la han aprobado. Es decir que, en términos porcentuales, entre los que realizan alguna actividad laboral encontramos un mayor porcentaje de estudiantes aprobados.

Si consideramos únicamente a los estudiantes que han cursado Bioestadística, y consideramos las variables “trabaja” y “aprobó”, el test de independencia de Pearson detecta asociación entre las mencionadas variables, con un valor $p < 0,0001$ ($\chi^2 = 24,43$, g.l.=1). Encontramos que entre los estudiantes que trabajan el porcentaje de aprobados es mayor que entre los que no trabaja (Tabla 5, Anexo 3).

2.2.7 EDAD DE LOS PROFESORES DE BIOLOGÍA EN FORMACIÓN

En cuanto a las edades de los estudiantes, estas son muy variadas, oscilan entre 17 y 47 años (Tabla 6, Anexo 3); donde se destaca que más de la mitad tiene entre 17 y 22 años, mientras que son pocos los que superan los 40 años.

2.2.8 RELACIÓN ENTRE LA EDAD Y LAS MOTIVACIONES QUE DETERMINARON LA ELECCIÓN DE LA CARRERA

Por otra parte, analizamos la relación entre la edad de los estudiantes y las motivaciones que los llevaron a elegir esta carrera. Con un valor $p=0$ ($\chi^2 = 37,564$, g.l.=30) podemos decir que existe dependencia entre las motivaciones y la edad. Así encontramos que de los estudiantes que tienen entre 17 y 22 años, el 30,6% (56 de 183) han elegido esta carrera por el gusto hacia la Biología o a las Ciencias Naturales, y el 37,16% (68 de 183) la han elegido por el gusto a la biología y a la docencia; mientras que de los que tienen entre 23 y 28 años, el 33,75% (27 de 80) lo han hecho por el gusto a la Biología y el 33,75% (27 de 80) por el gusto a la Biología y a la docencia. Los que tienen entre 29 y 34 años lo hacen pensando en una rápida salida laboral, estos representan el 33,33% (11 de 34) y la misma cantidad de estudiantes manifiestan haberla elegido por su interés hacia el estudio de la Biología. Finalmente los estudiantes que tienen más de 34 años muestran una tendencia a justificar su elección basándose en su gusto por la Biología y a la docencia (Tabla 7, Anexo 3).

2.2.9 DISTRIBUCIÓN DE LA CANTIDAD DE PROFESORES EN FORMACIÓN APROBADOS EN BIOESTADÍSTICA POR INSTITUTO

Nuestro interés por conocer qué institutos tienen un mayor porcentaje de estudiantes aprobados en Bioestadística, nos llevó a incluir un ítem, en el que se les

preguntó acerca de esta situación. Lo que permitió indagar la cantidad de aprobados en cada uno de los institutos; encontramos que el instituto 9-002, es el que tiene menor porcentaje de estudiantes aprobados en relación con el total de estudiantes de la institución. Sin embargo, vemos que el instituto 9-002 se destaca respecto de los restantes por la cantidad de estudiantes que cursan primer año (80 estudiantes) lo que influye en el porcentaje anterior. Por este motivo, consideramos únicamente los estudiantes que han cursado la materia mencionada, y los hemos clasificado según el instituto y la aprobación, como se detalla en la Tabla 8 del Anexo 3. La aplicación del test de independencia de Pearson arrojó un valor $p = 0,0109$ ($\chi^2 = 13,07$; g.l.=4) que nos indica que existe una relación de dependencia entre “el instituto” y “el número de aprobados”; destacándose el PT-013 con el mayor número de aprobados.

2.2.10 GUSTO DE LOS PROFESORES EN FORMACIÓN POR LA BIOESTADÍSTICA

En cuanto al gusto por la asignatura Bioestadística, consideramos importante la opinión de aquellos estudiantes que han cursado la asignatura, y encontramos que a menos de la mitad les pareció interesante y les agradó, estos son 80 estudiantes de un total de 176 estudiantes que la habían cursado, lo que representa un 45,45%; mientras que entre los que les gusta medianamente y les gusta, o sea 97 estudiantes, representan al 55,11%. Además, son únicamente 32, o sea un 18,18% los que manifiestan desagrado por la misma, a lo que agregamos un 26,14% que no contestaron y el resto dijo que no sabían (Tabla 9, Anexo 3).

El test de Pearson confirma la asociación entre el haber cursado Bioestadística y el gusto por la misma; con un valor $p < 0,0001$ ($\chi^2 = 73,834$, g.l. =4).

De manera similar hemos encontrado que existe una relación de dependencia entre el gusto por la Bioestadística y el haberla aprobado (Tabla 10, Anexo 3) con un valor $p < 0,001$ ($\chi^2 = 74,834$, g.l. =4). Del total de los estudiantes el 38,15% (104+20) manifiesta su preferencia por la materia; mientras que de los que aprobaron el 66% (52+14) también manifiestan su gusto hacia la Bioestadística. Lo que expresa claramente que el conocimiento de la Bioestadística influye definitivamente en la valoración del estudiantado hacia la misma.

2.2.11 RELACIÓN ENTRE EL HABER CURSADO OTRAS CARRERAS Y EL GUSTO POR LA BIOESTADÍSTICA

Resulta interesante conocer la opinión de los estudiantes que han realizado otras trayectorias académicas, aún en el caso de que no las hayan concluido. Estos datos se consignan en la Tabla 11 del Anexo 3. Para las variables consideradas el test de Pearson indica que existe asociación entre las variables con un valor $p < 0,001$ ($\chi^2 = 37,972$, g.l.=4). De la información indicada en la Tabla 11 podemos afirmar que el 35,69% (116) de los estudiantes han realizado otras trayectorias académicas, que en la mayoría de los casos no han sido concluidas; y el 64,31% (209) no lo han hecho. De los que han realizado otras trayectorias académicas, el 55,17% (64 de 116) manifiesta su gusto hacia la Bioestadística, mientras que de los que no han realizado otras trayectorias académicas, el 28,71% (60 de 209) también manifiesta su preferencia hacia la Bioestadística. Por lo que concluimos que cuando el estudiantado tiene una formación académica más amplia hace una mejor valoración de la Bioestadística.

2.2.12 PERFIL MODAL DE LOS ESTUDIANTES DEL PROFESORADO DE BIOLOGÍA DE LA PROVINCIA DE MENDOZA

A modo de síntesis, describimos las características más relevantes de los estudiantes del Profesorado de Biología de la provincia de Mendoza.

La mayoría de los estudiantes (90,46%) de esta carrera son de sexo femenino, y más de la mitad (56,1%) tiene entre 17 y 22 años. Casi la mitad de los estudiantes se encuentran cursando primer año, el 45,85% y solamente el 17,23% se encuentra en cuarto año. Casi la mitad de los estudiantes, el 47,38% asisten al instituto 9-002, que se ubica en Capital. San Rafael y Guaymallén son los departamentos que aportan la mayor cantidad de estudiantes. Sin embargo, el departamento Tunuyán es el que tiene la mayor concentración de estudiantes de Biología en relación a su población, seguido por Junín

La tercera parte de los estudiantes han egresado de escuelas secundarias con orientación en Ciencias Naturales o Ciencias Biológicas.

Los motivos por los que han elegido esta carrera son en primer lugar por el gusto a la Biología y a la Docencia, y en segundo lugar por el gusto a la Biología. Las motivaciones del ingreso al Profesorado, entre los más jóvenes, son por vocación, es decir por sus preferencias hacia la Biología y la docencia; sin embargo, los que tienen

entre 29 y 34 años lo hacen por tener una rápida salida laboral o por el gusto hacia la Biología.

Más de la tercera parte de los estudiantes (39,08%) desarrolla alguna actividad laboral. Entre los que se encuentra el mayor porcentaje de estudiantes que han aprobado Bioestadística.

Se destaca un creciente interés hacia la Bioestadística a medida que aumente su formación académica, ya que este porcentaje es máximo para los que tiene realizadas otras trayectorias académicas de nivel superior, aunque inconclusas. Siendo estos resultados coherentes con los que encontrados por Estrada Roca en distintos estudios (2002, 2003, 2008, 2009, 2010, 2011). En su tesis doctoral estudia las actitudes de los profesores en formación y en activo hacia la Estadística. Evalúa la relación entre las actitudes y los conocimientos estadísticos elementales que tenían estos profesores, encontrando que en general la actitud hacia la estadística es positiva. Sin embargo, las peores actitudes las encuentra en aquellos profesores con menor conocimiento. Con lo que se confirma que la actitud está relacionada con los conocimientos estadísticos elementales. La autora hace hincapié en la necesidad de potenciar una mayor formación estadística en los futuros profesores de Educación Primaria y educar a los estudiantes en las actitudes si queremos que estas se desarrollen positivamente.

Por otra parte, Vega Quirós (2012) en su estudio con estudiantes de secundaria comprobó, mediante la aplicación de la metodología por proyectos, una evolución positiva en el nivel competencial estadístico de partida de sus alumnos, lo que además repercutió favorablemente en las actitudes matemáticas de los alumnos. Por lo tanto, el cambio en la metodología de enseñanza favoreció el desarrollo de actitudes positiva hacia la estadística.

2.3 ANÁLISIS DE LAS CARACTERÍSTICAS SOCIODEMOGRÁFICAS DE LOS PROFESORES DE MATEMÁTICA EN FORMACIÓN

Los profesores de Matemática en formación que participaron del estudio fueron 583; de los cuales el 27,79% (162) son de sexo masculino y el 72,21 % (421) son de sexo femenino. Los estudiantes se distribuyen en nueve institutos de formación docente (Tabla 1, Anexo 4). Los egresados de estos institutos son los que se desempeñarán como profesores de Matemática en las escuelas de nivel medio. Dichos institutos se ubican en distintos departamentos de la provincia de Mendoza; tres de ellos en la Ciudad de Mendoza, uno de gestión privada y los otros dos de

gestión estatal; mientras que los otros seis se distribuyen en los departamentos de Rivadavia, Luján, Tupungato, San Rafael, Lavalle, Maipú y San Martín respectivamente.

2.3.1 DISTRIBUCIÓN DE LOS PROFESORES EN FORMACIÓN POR DEPARTAMENTO

Los departamentos aportan la mayor cantidad de estudiantes al Profesorado de Matemática son Guaymallén con el 15,61% (91), seguido por Las Heras con el 10,81% (63) y Maipú con el 9,95% (58). Sin embargo, los departamentos que tienen la mayor concentración de estudiantes en este profesorado son Lavalle, Rivadavia, Tunuyán y Tupungato. En el resto de los departamentos la proporción es menor, a excepción de La Paz y Malargüe que no aportan estudiantes al profesorado (Tabla 2, Anexo 4).

2.3.2 DISTRIBUCIÓN DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICA POR INSTITUTO Y NIVEL PROPEDEÚTICO

Los institutos con una mayor población estudiantil son: en primer lugar el instituto 9-002 ubicado en la Ciudad de Mendoza, con 215 alumnos (36,88%), luego el instituto 9-009 con 95 estudiantes (16,29%); seguido por el instituto 9-011 que cuenta con 53 estudiantes (9,09%); a continuación tenemos el instituto de Rivadavia con 52 estudiantes (8,92%); con menor cantidad de estudiantes se localizan en; el instituto 9-013 con 38 estudiantes (6,52%); el instituto 9-026 con 37 estudiantes (6,35%); al que le sigue el instituto 9-024 con 34 estudiantes (5,83%); a continuación se encuentra el instituto TP-13 con 32 estudiantes (5,49%); y finalmente el instituto 9-023 con 27 estudiantes (4,63%) del total de encuestados (Tabla 3, Anexo 4).

Los estudiantes de cada uno de los institutos se distribuyen en cuatro niveles propedeúticos. Se puede apreciar que la mayor la cantidad de estudiantes se concentra el primer curso, representando al 42,20% (246) de los estudiantes encuestados, le sigue el tercer curso con el 23,84% (139) y el resto de los estudiantes se distribuyen en el segundo y cuarto curso.

2.3.3 MOTIVOS DE LOS PROFESORES DE MATEMÁTICA EN FORMACIÓN QUE DETERMINARON LA ELECCIÓN DE LA CARRERA

En relación con la pregunta, de cuál fue el motivo que originó la elección de la carrera las respuestas fueron variadas. Encontramos que el 4,46% (26) no contestan, el 36,36% (212) de los estudiantes afirman que la razón fundamental que los llevó fue

el gusto por la Matemática unida a la vocación docente; el 31,05% (181) lo hicieron exclusivamente por el gusto por la disciplina y en tercer lugar están los que optaron por la carrera guiados por su vocación a la docencia. Mientras que el resto de los estudiantes expusieron distintas razones, como “rápida salida laboral” aparece también como un motivo fuerte, ya que fue declarado por el 8,58% (50) de los estudiantes; también encontramos respuestas como “la necesidad de superación personal” por el 4,46% (26), “contribuir a la sociedad a través de la tarea docente” por el 2,22% (13), y finalmente el 1,89% (11) declaran que ante la imposibilidad de ingresar en otra carrera lo hicieron en ésta, porque les resulta más fácil.

2.3.4 MODALIDAD DEL TÍTULO DE SECUNDARIA DE LOS PROFESORES DE MATEMÁTICA EN FORMACIÓN

También nos interesa saber si la modalidad del título de secundaria influyó en la elección de la carrera. Los resultados obtenidos en el cuestionario nos informan que el 45,46% de los mismos han recibido formación con orientación en Economía y el 16,30% han realizado alguna Tecnicatura; es decir que el 61,76% tienen una formación hacia las matemáticas (Tabla 4, Anexo 4). Por lo que podemos concluir que más de la mitad de los estudiantes se encuentra en mejores condiciones que el resto para abordar los tópicos de la Matemática.

2.3.5 RELACIÓN ENTRE LA APROBACIÓN Y EL HABER CURSADO PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

De todos los estudiantes de Matemática encuestados, solamente la tercera parte de los estudiantes, o sea el 32,93% (192) han aprobado por lo menos una de las asignaturas referidas a Probabilidad y Estadística. De los estudiantes que cursaron alguna de las dos, aprobaron el 60,48%(150), mientras que de los estudiantes que no la han cursado, solamente el 12,65% (41) también han aprobado; dado que algunos estudiantes han cursado otras carreras en las que han logrado la aprobación der la asignatura Probabilidad y Estadística (Tabla 5, Anexo 4). Por lo que existe una asociación entre las variables consideradas: “haber cursado Probabilidad y Estadística” y el “Haber aprobado Probabilidad y Estadística” con un valor $p < 0,001$ ($\chi^2 = 193.505$, g.l. =4).

2.3.6 RELACIÓN ENTRE LA ACTIVIDAD LABORAL DE LOS ESTUDIANTES Y LA APROBACIÓN EN PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Se puede determinar que existe una asociación entre las variables: “aprobar Probabilidad y Estadística” y “desarrollar una actividad laboral” con un valor $p=0,001$ y $\chi^2=18,238$, g.l. =4. En efecto, de los estudiantes que trabajan el 36,8% (99 de 269) tiene aprobado Probabilidad y Estadística; mientras que de los que no trabajan el 30,09% (93 de 309) también la han aprobado (Tabla 6, Anexo 4). Por lo que concluimos que, entre los estudiantes que realizan alguna actividad laboral encontramos un mayor porcentaje de estudiantes aprobados.

2.3.7 EDAD DE LOS PROFESORES DE MATEMÁTICA EN FORMACIÓN

Una característica del grupo de estudiantes de Matemática encuestados es la heterogeneidad respecto de la edad. Las edades oscilan entre los 18 y 57 años, encontramos un fuerte predominio de estudiantes que tienen entre 18 y 28 años, ya que constituye el 72,04% (420). La distribución de la variable edad se consigna en la siguiente Tabla 7 del Anexo 4.

2.3.8 RELACIÓN ENTRE LA EDAD Y LAS MOTIVACIONES

En primer lugar se detecta que el motivo fundamental que llevó a los estudiantes a elegir la carrera se basa en su preferencia hacia la Matemática y hacia la docencia, y en segundo lugar al gusto por la Matemática. Otros motivos que también aparecen pero con menor frecuencia son: “Gusto por la docencia”, “salida laboral”, “Superación personal”, como “segunda opción” por no haber podido acceder a otra carrera“, “Cumplir una función social”,

El análisis de la relación entre la edad y los motivos que llevaron a los estudiantes a elegir la carrera se consigna en la Tabla 8 del Anexo 4, en la que se observa que los estudiantes de mayor edad, los que tienen entre 47 y 57 años han basado su elección en el interés o gusto por la Matemática, mientras que el resto de los estudiantes muestran una tendencia a justificar su elección en base a su preferencia por la Matemática y por la docencia.

2.3.9 CANTIDAD DE PROFESORES DE MATEMÁTICA EN FORMACIÓN APROBADOS EN PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA POR INSTITUTO

Hemos considerado la cantidad de estudiantes por institución que han aprobado por lo menos una de las dos asignaturas: Probabilidad y Estadística I y Probabilidad y Estadística II (Tabla 9, Anexo 4). Del análisis de estos datos podemos concluir que el instituto 9-013 es el que tienen la mayor porcentaje de estudiantes aprobados, siendo de 60,5% (23); seguido por el instituto 9-011 con un 56,6% (30).

Si consideramos el total de estudiantes encuestados (583), el instituto que aporta la mayor cantidad de estudiantes aprobados es el 9-002 con 58 (26,9%) estudiantes, seguido por el instituto 9-011 con 30 (56,6%) de estudiantes y el instituto 9-009 con 28 (29,5%) de estudiantes.

2.3.10 INTERÉS DE LOS PROFESORES DE MATEMÁTICA EN FORMACIÓN POR LA PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

El análisis de las respuestas a la pregunta planteada en el cuestionario acerca de si les había gustado haber estudiado Probabilidad y Estadística, nos permitió obtener los siguientes resultados, que se muestran en la Tabla 10 del Anexo 4. El 45,63%(266) de los estudiantes no contesta y el 0,69 %(4) no lo sabe;. el 37,91 %(221) afirman que no les ha gustado; al 10,12 %(59) les ha gustado medianamente, y al 5,66 %(33) consideran que si les ha gustado el estudio de la Probabilidad y Estadística. Por lo que, concluimos que solamente al 15,78 % (92) han manifestado su gusto por el estudio de una asignatura tan importante para su futura actividad profesional.

2.3.11 RELACIÓN ENTRE LA REALIZACIÓN DE OTRAS TRAYECTORIAS ACADÉMICAS Y EL GUSTO POR LA PROBABILIDAD Y LA ESTADÍSTICA

En relación con la pregunta, en la que los estudiantes deben contestar si les ha gustado estudiar la asignatura Probabilidad y Estadística, se puede apreciar en la Tabla 10 del Anexo 4, una fuerte tendencia a no contestar, en particular el 59,33% (124) de los estudiantes que no han realizado otras trayectorias académicas no contestan, mientras que el 25% (56 de 224) de los que han cursado otras carreras, tampoco lo hacen.

De los estudiantes que han realizado otras carreras, aunque inconclusas; el 22,32% (50 de 224) ha manifestado su gusto hacia la probabilidad y estadística,

mientras que de los que no han cursado otras carreras, sólo el 12,24% (42 de 343) manifiestan su agrado.

También, se ha detectado en general, una fuerte tendencia a declarar que no ha sido de su agrado, el 51,8 % (116 de 224) de los que han realizado otras carreras y el 30,3% (104 de 343) de los que no han realizado otras carreras; por lo que podemos concluir que no se le ha dado un tratamiento adecuado a la enseñanza de esta disciplina, en la que se debería hacer hincapié en la importancia que tiene en la vida de las personas.

Con un valor $p < 0,001$ ($\chi^2 = 89,485$, g.l.=10) el test de Pearson muestra la existencia de asociación entre las variables: “haber cursado otras carreras” y “gusto por la Probabilidad y Estadística”; por lo que la situación sería análoga a la detectada entre los estudiantes de Biología.

Si ahora analizamos la relación entre “haber aprobado Probabilidad y Estadística” y el “Gusto por la Probabilidad y Estadística”, con un valor $p < 0,001$ ($\chi^2 = 161,375$, g.l.=10) los resultados, poco alentadores, son los siguientes.

De los que aprobaron, el 22,39% (43 de 192) no contesta, el 67,19% (129 de 192) no le gusta, al 9,37% (18 de 192) le gusta medianamente y solamente al 1,04% (2) le gusta; lo que resumimos diciendo sólo al 10,41% de los qprobaron les gusta la Probabilidad y la Estadística. De los que no han aprobado, el 43,9% (108 de 246) no contesta, el 30,89% (76 de 249) no le gusta, al 14,23% (35 de 246) le gusta medianamente, al 9,35% (23 de 246) le gusta y solamente el 1,63% (4 de 246) no lo sabe; en este caso, podemos decir que al 23,58% (58 de 246) les gusta esta disciplina. Vemos que los resultados son diametralmente opuestos a los encontrados entre los estudiantes de Biología.

Entre los que no han realizado otras trayectorias académicas y entre los que no han aprobado, el porcentaje de estudiantes que muestran cierta preferencia hacia la Probabilidad y Estadística, es mayor.

2.3. 12 PERFIL MODAL DE LOS ESTUDIANTES DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICA

Las características sociodemográficas más destacables de de los estudiantes de Matemática son las que a continuación detallamos.

Un poco menos de las tres cuartas partes de los estudiantes son de sexo femenino, es decir, el 72, 21% y el resto, el 27,79% son de sexo masculino.

Casi la mitad de los estudiantes (49,06%) tienen entre 18 y 22 años y el resto tiene entre 23 y 57 años. Además, el 42,2% se encuentran cursando el primer año; y el 42,54% ya ha cursado alguna de las dos asignaturas relativas a la Probabilidad y Estadística.

El Instituto 9-002 es el que concentra la mayor cantidad de estudiantes, alcanzando el 36,88% del total de los encuestados. Los departamentos que aportan la mayor cantidad de estudiantes al profesorado de Matemática son Guaymallén y Las Heras, mientras que la mayor concentración de estudiantes se encuentra en Lavalle y Rivadavia.

Los dos motivos principales por los cuales estos estudiantes han elegido esta carrera es el gusto por la Matemática y por la docencia; y el otro motivo es el gusto por la Matemática. Siendo el primero el que se presenta con mayor frecuencia entre los más jóvenes y el segundo por los estudiantes de mayor edad, es decir lo que tienen entre 47 y 57 años.

Casi la mitad de los estudiantes (45,46%) tiene ha realizado la secundaria en escuelas con orientación en Economía, y en segundo lugar encontramos los estudiantes que han realizado estudios secundarios en escuelas técnicas (16,3%).

La mayor cantidad de estudiantes que han aprobado se encuentran entre los estudiantes que desarrollan alguna actividad laboral. Por otra parte, se destaca un alto porcentaje de estudiantes que no contesta cuando se les pregunta acerca de si les ha gustado el estudio de la Probabilidad y Estadística; y además se destaca un alto porcentaje de estudiantes a los que no les ha gustado entre los estudiantes que han desarrollado otras trayectorias académicas, situación opuesta a la detectada en el Profesorado de Biología.

2.4 Conclusiones del Capítulo 2

A modo de cierre del capítulo, concluimos que tanto los estudiantes para profesor de Biología y para profesor de Matemática de secundaria comparten algunas características en común. Son dos grupos de estudiantes bastante heterogéneos respecto de la edad. Las edades varían entre 18 y 57 años.

En general los de mayor edad, han elegido la carrera motivados por el gusto por la disciplina; mientras que los más jóvenes por sus preferencias hacia la docencia y hacia la disciplina. Por otra parte, algunos ven esta profesión

como fuente segura de trabajo. Además, se observa que en la mayoría de los estudiantes que han cursado Bioestadística, en el caso de Biología; y Probabilidad y Estadística en el caso de Matemática; la experiencia que han tenido, no les ha permitido despertar el interés por estas disciplinas.

CAPÍTULO 3

Objetivos del estudio

Diseño metodológico

Validación del Cuestionario

- 3.1 Introducción
- 3.2 Objetivos e hipótesis del estudio
- 3.3 Diseño metodológico
- 3.4 Fases de la investigación
- 3.5 Elaboración del cuestionario CCP_1
- 3.6 Aplicación del cuestionario CCP-1
- 3.7 Validación del cuestionario CCP_1
 - 3.7.1 Índices de dificultad de los ítems de la aleatoriedad
 - 3.7.2 Índices de discriminación de los ítems de la aleatoriedad
- 3.8 Análisis de las respuestas de los ítems de la aleatoriedad
 - 3.8.1 Análisis de los ítems de la aleatoriedad y su relación con el contexto del suceso
 - 3.8.2 Conclusiones del análisis de los ítems de la aleatoriedad
- 3.9 Análisis de las respuestas a los ítems de la dimensión "estimación de la probabilidad"
 - 3.9.1 Relación entre el nivel de confianza y el contexto del suceso
 - 3.9.2 Relación entre el nivel de confianza y la categoría argumentativa
- 3.10 Conclusiones del análisis de las respuestas del cuestionario CCP_1
- 3.11 Validación del Cuestionario CCP_2
 - 3.11.1 Introducción
 - 3.11.2 Población estudiada
 - 3.11.3 Tipo de administración del cuestionario
 - 3.11.4 Instrumento
- 3.12 Estudios de validación
 - 3.12.1 Validez del contenido
 - 3.12.2 Resultados de los ítems de la aleatoriedad
 - 3.12.3 Índices de dificultad
 - 3.12.4 Validez discriminante de los ítems de la aleatoriedad
 - 3.12.5 Validez de constructo
 - 3.12.5.1 Análisis Factorial
 - 3.12.5.2 Comunalidades
 - 3.12.5.3 Gráfico de sedimentación
 - 3.12.5.4 Matriz de componentes no rotados
 - 3.12.5.5 Matriz de componentes rotados
- 3.13 Estudios de Fiabilidad
 - 3.13.1 Fiabilidad de consistencia interna
 - 3.13.2 Coeficiente basado en el Análisis Factorial
 - 3.13.3 Generalizabilidad
 - 3.13.4 Generalizabilidad a otros ítem
 - 3.13.5 Generalizabilidad a otros alumnos
- 3.14 Conclusiones del capítulo 3

3.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo presentamos, en primer lugar los objetivos que orientan el presente estudio, en segundo lugar detallamos el diseño metodológico que hemos aplicado para alcanzar nuestros objetivos y finalmente realizamos la validación del cuestionario.

3.2 OBJETIVOS E HIPÓTESIS DEL ESTUDIO

Objetivo 1: Describir y analizar las argumentaciones que usan los futuros profesores de matemática y de biología para la educación secundaria de la provincia de Mendoza, para reconocer la aleatoriedad de los sucesos, que se presentan en distintos contextos.

Hipótesis 1: Pensamos que los futuros profesores poseen un conocimiento endeble de la noción de aleatoriedad, debido a los resultados obtenidos en la literatura de la investigación en didáctica de la probabilidad. En efecto, hemos encontrado en investigaciones sesgos y heurísticos relacionados con la aleatoriedad; escaso tratamiento de esta noción en el discurso docente y dificultades en la determinación del espacio muestral.

Objetivo 2: Describir y analizar las argumentaciones que usan los futuros profesores de matemática y de biología para la educación secundaria de la provincia de Mendoza, para estimar la probabilidad de los sucesos, que se presentan en distintos contextos.

Hipótesis 2: Pensamos que los futuros profesores poseen un conocimiento incompleto de la noción de probabilidad, debido a las informaciones que hemos recibido de los resultados de investigaciones previas. Se ha podido observar que los estudiantes no logran una correcta interpretación de los diferentes significados de la probabilidad; en el mejor de los casos interpretan correctamente el significado clásico, y desconocen el subjetivo. Los docentes en general no realizan actividades que involucren simulaciones, y por lo tanto no logran relacionar el significado clásico con el frecuencial, a pesar que los diseños curriculares contemplan su tratamiento.

Objetivo 3: Obtener una caracterización de las diferentes tipologías de concepciones probabilísticas que presentan los futuros profesores, para lograr una modelización de las tendencias de pensamiento probabilístico de los mismos.

Hipótesis 3: Pensamos que en general, los estudiantes de biología y los de matemática poseen tendencias de pensamiento probabilístico diferenciadas, dada la heterogeneidad de las características socioculturales y sociodemográficas de los estudiantes que participan en el estudio.

Objetivo 4: Determinar semejanzas y diferencias en las concepciones de pensamiento probabilístico que poseen los estudiantes de los dos profesorados en función de los niveles propedéuticos; y en función de la modalidad de cada uno de los profesorados.

Hipótesis 4: Pensamos que la formación académica de los estudiantes del profesorado de biología difiere sustancialmente de la de los estudiantes del profesorado de matemática, debido a las disciplinas que integran el diseño curricular de cada profesorado. Esto trae como consecuencia diferencias en sus concepciones probabilísticas; pero a su vez estudiantes de ambos profesorados tienen características socioculturales similares, razón por la cual encontraremos semejanzas entre los mismos.

3.3 DISEÑO METODOLÓGICO

A partir de la descripción del problema de investigación realizada en el primer capítulo, podemos afirmar que nuestro enfoque metodológico responde al paradigma *interpretativo*, debido a que el objeto del problema de investigación implica conocer y comprender un fragmento de la realidad educativa; y que además surgió de la observación y el análisis de la misma. Es decir, nos interesa conocer cómo perciben, cómo entienden los estudiantes del profesorado de Biología y de Matemática las nociones probabilísticas.

En nuestro estudio tomamos de Cohen & Manion (1980:26) la definición de métodos, citada por Colás Bravo & Buendía Eisman (1994).

Por métodos nosotros entendemos toda una variedad de enfoques utilizados en la investigación educativa para recoger datos que se utilizarán como base para la inferencia, interpretación, explicación y predicción”

Mientras que las técnicas, que es un concepto estrechamente ligado al de métodos, las consideran de la siguiente forma:

“Entendemos por técnicas las formas y modalidades en las que se pueden concretar en cada una de las etapas u operaciones de cualquiera de los métodos de investigación”

Existe una gran clasificación de métodos de investigación debido a la gran diversidad de criterios utilizados para su catalogación. De acuerdo con las consideraciones de Rodríguez Gómez y Valdeoriola Roquet (2003), para determinar el método de investigación es conveniente adoptar una visión ontológica del mismo, según la cual el método se constituye a partir de la realidad objeto de estudio y de los objetivos planteados. Desde esta perspectiva nuestro método de investigación es el *descriptivo*, porque permite proveer información básica para la toma de decisiones y aporta conocimientos sobre situaciones del ámbito educativo.

Las técnicas de recogida y análisis de datos responden al enfoque cuantitativo. Para analizar e interpretar los datos, los hemos transformado en unidades numéricas, que hacen factible la interpretación de los mismos. Con este fin se han aplicado técnicas estadísticas que permiten argumentar objetivamente los resultados; los que son interpretados en función de las hipótesis de partida.

La técnica aplicada para la recogida de datos que es la encuesta; y los instrumentos son: el cuestionario y la entrevista estructurada.

Siguiendo a Sabino (2007), consideramos a la entrevista como una forma específica de interacción social que tiene por objeto recolectar datos para una indagación. En nuestro estudio aplicamos la entrevista formalizada o estructurada de final abierto, porque el objetivo es contrastar los resultados obtenidos mediante la encuesta. Ésta se desarrolla en base a un listado fijo de preguntas cuyo orden y redacción permanece invariable. Tiene la ventaja de proporcionar una variedad más amplia de repuestas pues éstas pueden ser escogidas libremente por los entrevistados

A partir de los resultados del cuestionario, analizamos las respuestas de los estudiantes, buscando establecer relaciones entre las variables consideradas, para definir las tendencias de pensamiento; y dar una descripción de cada una de ellas. Para ello, aplicamos las siguientes técnicas estadísticas: transformación de las respuestas de los estudiantes en variables cuantitativas, índices de dificultad, índices de discriminación, análisis factorial, índices de generalizabilidad, análisis de clusters, análisis discriminante descriptivo, análisis discriminante confirmatorio, el Test Friedman, el Test de Kruskal-Wallis, el Test de Wilcoxon, el Test de Mann-Witney; y el Test de Pearson (Martínez Arias, 2005; Sierra, 2007; Zar, 2010).

Además, hemos tenido en cuenta criterios de rigurosidad para la validación del cuestionario; como la validación interna y externa, y la fiabilidad debido a que son factores esenciales en la valoración del presente estudio.

Por lo expuesto precedentemente, concluimos que nuestro diseño metodológico es un diseño mixto, porque desde el punto de vista del objeto y objetivos del estudio responde al enfoque *interpretativo*; y desde el punto de vista del método aplicado responde al enfoque *cuantitativo*.

3.4 FASES DE LA INVESTIGACIÓN

1° Fase: Determinación del problema a investigar y de su importancia en el contexto educativo; y del objeto de estudio.

2° Fase: Determinación de los objetivos e hipótesis de la investigación. Explicitación del marco de referencia conceptual y de los antecedentes de la investigación.

3° Fase: Elaboración del instrumento y la validación del mismo.

4° Fase: Recogida y tratamiento de datos. El cuestionario se aplica a todos los estudiantes de los Profesorados de matemática y de biología para la educación secundaria de la provincia de Mendoza. El cuestionario fue pasado bajo condiciones de examen, es decir, sin comunicarse entre ellos, y contaron con el tiempo que necesitaron para completarlo.

5° Fase: Análisis de las respuestas dadas por los estudiantes al cuestionario. Se construye la matriz de datos, sobre la que se aplican diferentes técnicas estadísticas.

6° Fase: Elaboración de las conclusiones finales y proponer nuevas líneas de investigación.

3.5 ELABORACIÓN DEL CUESTIONARIO CCP_1

Hemos tomado como base el cuestionario de Cardeñoso (2001) que aplicó a profesores de educación primaria en actividad; al que le hemos realizado algunas modificaciones lingüísticas, y otras debido a las diferencias en las características físicas y climáticas de nuestro país; como así también hemos tenido en cuenta que los sujetos a los que se les aplicará el cuestionario son actualmente estudiantes. Como por ejemplo, hemos reemplazado: "Que nieve en el Veleta" por "Que nieve en el cerro

Arco”; “ el mes de abril” por “el mes de Octubre”; “coger la gripe” por “contraer la gripe”; “papeletas vendidas” por “números vendidos”.

El cuestionario se elaboró teniendo en cuenta las nueve categorías definidas por Cardeñosos (2001): Causalidad, Multiplicidad, Incertidumbre, Subjetiva, Contingencia, Laplaciana, Frecuencial, Equiprobabilidad y Experiencial. Quedando estructurado en dos dimensiones, a la primera dimensión la llamaremos “A”(aleatoriedad), determinada por las cuatro primeras categorías, y a la segunda la llamaremos dimensión “P” (probabilidad) determinada por las otras cinco categorías. La dimensión “A” está definida por los criterios de reconocimiento de la aleatoriedad, y la dimensión “P” por la argumentación y estimación de la probabilidad. El cuestionario está constituido por 24 ítems, de los cuales 12 corresponden a la dimensión “A” y los otros 12 a la dimensión “P”.

Estos ítems se encuadran en tres tipologías de contextos: Juego, Cotidiano y Físico-Natural; quedando cuatro ítems por contexto para cada una de las dimensiones. En cada uno de los ítems se ha presentado en primer lugar una elección, en el caso de la dimensión “A” entre aleatorio y no aleatorio; y en el caso de la dimensión “P”, entre las cotas de estimación “baja”, “media” y “alta”.

Para justificar la elección se les solicita la elección de una opción de respuesta abierta o de una de las tres o cuatro opciones cerradas, que ejemplifican las categorías correspondientes a cada dimensión, con respuestas reales obtenidas por Azcárate (1995).

3.6 APLICACIÓN DEL CUESTIONARIO CCP-1

El instrumento, al que llamaremos cuestionario CCP_1 (Anexo 6), se aplicó a una muestra de 75 estudiantes de dos Institutos de formación docente. A partir de las respuestas de los estudiantes al cuestionario, hemos analizado las características psicométricas del mismo, que nos han permitido verificar su utilidad para el logro de nuestro objetivo de investigación.

Los estudiantes que respondieron el cuestionario habían cursado la asignatura “Matemática”, que incluye una unidad sobre Probabilidad y Estadística; si bien muchos de ellos no la habían aprobado.

El cuestionario fue pasado bajo condiciones de examen, es decir, sin comunicarse entre ellos, y contaron con el tiempo que necesitaron para completarlo. En general, los estudiantes no mostraron problemas para entender los enunciados de los diferentes ítems.

3.7 VALIDACIÓN DEL CUESTIONARIO CCP_1

Para verificar la validez del cuestionario hemos determinado el valor de los índices de dificultad, índices de discriminación de cada uno de los ítems de la aleatoriedad y además se realizó el análisis del contenido de todas las respuestas.

3.7.1 ÍNDICES DE DIFICULTAD DE LOS ÍTEMS DE LA ALEATORIEDAD

El índice de dificultad valora la dificultad que implica la resolución del ítem para la población a la que va dirigido el test. El valor del índice varía entre 0 y 1. El 0 indica una alta dificultad, ya que nadie ha contestado correctamente y 1 representa la máxima facilidad, todos han contestado correctamente. Para la estimación de este índice hemos calculado el intervalo de confianza correspondiente, usando la fórmula propuesta por Agresti & Caffo (2000) para cada uno de los doce ítems. Usando un nivel de confianza del 95% obtuvimos los intervalos que se presentan en la Tabla 3.1.

De la información que nos brinda los intervalos obtenidos para el índice de dificultad, podemos concluir que estos ítems pueden ser resueltos por los estudiantes sin mayores inconvenientes. Si bien se destaca el ítem 3 y el ítem 11 como los que presentan mayor dificultad.

Tabla3.1 Índice de Dificultad e Intervalo de Confianza para cada ID

Ítem	ID	Intervalo de Confianza para ID	Ítem	ID	Intervalo de confianza para ID
1	0,7848	(0,7806; 0,7890)	7	0,5949	(0,6017; 0,6135)
2	0,8228	(0,8320; 0,8389)	8	0,7848	(0,7935; 0,8015)
3	0,4810	(0,4875; 0,4999)	9	0,7468	(0,7550; 0,7640)
4	0,8228	(0,8320; 0,8389)	10	0,6329	(0,6399; 0,6512)
5	0,7595	(0,7618; 0,7765)	11	0,4810	(0,4875; 0,4999)
6	0,6076	(0,6144; 0,6261)	12	0,5570	(0,5635; 0,5757)

3.7.2 ÍNDICES DE DISCRIMINACIÓN DE LOS ÍTEMS DE LA ALEATORIEDAD

Los índices de discriminación permiten determinar la capacidad del ítem para discriminar los sujetos que poseen una característica de los que no la poseen (en este caso, que reconozcan o no la aleatoriedad de un suceso). En nuestro cuestionario un ítem tiene un elevado poder de discriminación si lo responden correctamente casi todos los que han tenido muchos aciertos en el cuestionario, y no lo responden correctamente la mayoría de los que han tenido pocos aciertos en el cuestionario.

Tabla 3.2 Intervalos de confianza para el índice de discriminación con un 95% de confianza

ítem	p_i	p_s	$P_s - p_i$	ítem	p_i	p_s	$P_s - p_i$
1	0,5454	0,9545	(0,3843; 0,4339)	7	0,3636	0,9090	(0,5186; 0,5722)
2	0,5909	0,9545	(0,3393; 0,3879)	8	0,5909	0,9090	(0,2905; 0,3457)
3	0,2727	0,8181	(0,5158; 0,5750)	9	0,5454	0,9090	(0,3354; 0,3918)
4	0,6818	0,9545	(0,2505; 0,2949)	10	0,4545	0,9545	(0,4752; 0,5248)
5	0,6364	0,9545	(0,2947; 0,3415)	11	0,3182	0,7727	(0,4210; 0,4879)
6	0,4545	0,9090	(0,4263; 0,4827)	12	0,2273	0,9545	(0,7085; 0,7459)

Hemos calculado este índice en los mismos ítems que hemos calculado el índice de dificultad. Para ello, seleccionamos dos grupos de estudiantes en función de sus puntuaciones totales de acuerdo el criterio de Kelley (1939), quien mostró que el índice es más sensible cuando se forman los grupos con el 27% superior y el 27% inferior. Una vez identificados los grupos se calculan las proporciones de aciertos del ítem en los dos grupos, p_s y p_i y se define el índice de discriminación como: $D= p_s - p_i$. Se considera que un ítem discrimina si existe una diferencia significativa entre las proporciones de respuestas correctas en ambos grupos. Consideramos la proporción de respuestas correctas en cada grupo y en cada uno de los ítems. Luego, calculamos intervalos con una confianza del 95% para la diferencia de proporciones según el criterio de Agresti & Caffo (2000):

Ninguno de los intervalos de confianza presentados en la tabla 3.2 contiene el cero, por lo tanto podemos concluir con una confianza del 95% que existen diferencias significativas entre la proporción de estudiantes que responde correctamente a los

ítems en el grupo superior respecto del grupo inferior. Por lo tanto, todos los ítems discriminan en relación con el reconocimiento de la aleatoriedad. Nuestra conclusión final es que los ítems de la aleatoriedad tienen una dificultad moderada y tienen la capacidad de discriminar a los estudiantes respecto del reconocimiento de la aleatoriedad.

3.8 ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS DE LOS ÍTEMS DE LA ALEATORIEDAD

Como nuestro interés es saber si cada uno de los estudiantes reconoce o no la aleatoriedad del suceso presentado en el ítem; y desde que categoría justifica su elección (causalidad, multiplicidad, incertidumbre y subjetiva), hemos registrado la frecuencia con que usan cada una de las categorías conjuntamente con la afirmación ó negación de la aleatoriedad, por ello resultó apropiado considerar las variables definidas por Cardeñoso (2001): ALEA11, ALEA12, ALEA13, ALEA14, ALEA10, ALEA20, ALEA21, ALEA22, ALEA23, ALEA24, ALEA00.

El primer subíndice de A_{ij} , o sea i si es 1 indica que el estudiante reconoció la aleatoriedad del suceso, si es 2 indica que no la reconoció y si es 0 que no contestó. El segundo subíndice, o sea j , indica desde que categoría realiza la argumentación; si $j=0$ indica que no argumenta, si $j=1$ indica que ha contestado desde la causalidad, si $j=2$ indica que lo hizo desde la multiplicidad, si $j=3$ indica la incertidumbre y si $j=4$ indica la subjetiva. Cada una de estas variables puede tomar cualquiera de los valores: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12, dado que el cuestionario contiene 12 ítems relativos a la aleatoriedad. Luego, el significado que le otorgamos a cada variable es:

ALEA 11: "cantidad de sucesos reconocidos como aleatorios y argumentados desde la causalidad por estudiante"

ALEA 21: "cantidad de sucesos no reconocidos como aleatorios y argumentados desde la causalidad por estudiante"

ALEA 12: "cantidad de sucesos reconocidos como aleatorios y argumentados desde la multiplicidad por estudiante"

ALEA 22: "cantidad de sucesos no reconocidos como aleatorios y argumentados desde la multiplicidad por estudiante!"

ALEA 13: “cantidad de sucesos reconocidos como aleatorios y argumentados desde la incertidumbre por estudiante”

ALEA 23: “cantidad de sucesos no reconocidos como aleatorios y argumentados desde la incertidumbre por estudiante”

ALEA 14: “cantidad de sucesos reconocidos como aleatorios y argumentados desde la categoría subjetiva por estudiante”

ALEA 24: “cantidad de sucesos no reconocidos como aleatorios y argumentados desde la categoría subjetiva por estudiante”

A continuación detallamos los resultados obtenidos en la aplicación del Cuestionario CCP_1.

En los ítems relativos a la aleatoriedad, el estudiante debe decir si el suceso presentado es aleatorio o no; y además debe justificar su decisión.

A continuación procedemos a medir las variables: ALEA 10, ALEA11, ALEA 12, ALEA 13, ALEA 14, ALEA 20, ALEA 21, ALEA 22, ALEA 23, ALEA 24 en cada uno de los ítems relativos a la aleatoriedad.

Ítem 1: ***“Encontrarme por la calle con el primer Maestro/a que tuve en la Escuela”***

Las frecuencias y porcentajes de las variables aplicadas a las respuestas del ítem 1 se detallan en la Tabla 1 del Anexo 5.

En función de los resultados destacamos que un porcentaje elevado de estudiantes reconoce la aleatoriedad, es decir el 80% (60 de 75), resultado coherente con el valor obtenido para el índice de dificultad, el que resultó ser uno de los más altos; y el 18,7% (14) no lo reconoce como aleatorio. En este ítem, muchos estudiantes han argumentado la aleatoriedad desde la causalidad, como el estudiante que dice: *“Porque ya ha transcurrido tanto tiempo que me resultaría imposible conocerlo”*. Otros, en cambio han argumentado desde la multiplicidad como: *“Puedo encontrarme con muchas personas, entre las cuales está ella”*

Mientras que algunos que no reconocen la aleatoriedad, y también la justifican desde la causalidad: *“Primer grado lo hice en otra provincia y la maestra es muy mayor”*; *“Es muy relativo porque no vivo en el lugar del cursado”*

En el ítem 2: **“Sufrir un accidente es un fenómeno aleatorio ó no aleatorio”**

Nuevamente se detecta un alto porcentaje de estudiantes que reconoce la aleatoriedad, el 85,3% (64); resultado coherente con el índice de dificultad, que resultó ser el más alto para este ítem; en contra un 14,7% (11) que no la reconoce (Tabla 2, Anexo 5)

La categoría más empleada en el reconocimiento de la aleatoriedad es la incertidumbre, dado que casi la mitad de los que reconocen la aleatoriedad la justifican desde esta categoría; como el estudiante que dice: *“Porque nadie está exento de sufrir un accidente, a pesar de tener la mayor preocupación posible”*

También usan la categoría subjetiva como: *“Por qué no sé, ni puedo saber que me deparará el destino”*. Idea que expresa un pensamiento muy determinista.

La multiplicidad aparece de la siguiente forma: *“Estoy expuesto a lesiones o a sufrir accidentes debido a mi actividad profesional, que a veces hay situaciones de riesgo físico”*

Mientras que la no aleatoriedad la justifican desde la causalidad como: *“Porque los accidentes los producen las personas conscientes de ello o no”*

En el ítem 3: **“que nieve en el cerro Arco dentro de 30 días”**

Las respuestas a este ítem se han consignado en la Tabla 3 del Anexo 5.

En este ítem el reconocimiento de la aleatoriedad ha disminuido de manera considerable respecto de los anteriores, siendo solamente del 49,4% (37), situación que se expresa también en el índice de dificultad. En este caso el mayor porcentaje de respuestas en el reconocimiento de la aleatoriedad, se dan desde la incertidumbre (22,7%), si bien el porcentaje es mucho menor que en los dos ítems anteriores; como se expresa en el siguiente argumento: *“Se puede predecir meteorológicamente, pero tal vez se confundan”*

La no aleatoriedad alcanza el mismo porcentaje que la aleatoriedad, y la justifican fundamentalmente desde la causalidad (22,7%), como: *“Ya estamos por entrar en primavera y es casi imposible que nieve”*

En el ítem 4 : **“Obtener el número 23 en la ruleta de 36 es un suceso”**

Las respuestas fueron clasificadas de acuerdo a lo indicado en la Tabla 4 del Anexo 5. Igual que el ítem 2 presenta un elevado porcentaje de reconocimiento de la aleatoriedad, 85,3% (64); donde el mayor reconocimiento de la aleatoriedad lo hacen desde la incertidumbre. Se destaca la presencia del heurístico de equiprobabilidad, cuando afirman que: *“Porque existen tantas posibilidades a favor de que ocurra o no”*

La no aleatoriedad la argumentan desde la categoría subjetiva, como cuando afirman que no es aleatorio porque: *“Yo no juego”*.

En el ítem 5: ***“Acertar el número que muestra un dado ya lanzado”***

Las respuestas (Tabla 5, Anexo 5) muestran que el 78,7% (59) de los estudiantes reconocen la aleatoriedad desde distintas categorías, destacándose la incertidumbre como la categoría dominante, que en este caso es empleada por más de la mitad de los estudiantes (56%).

La no aleatoriedad alcanza un bajo porcentaje en este ítem, siendo del 16%; y se destaca la no aplicación de la causalidad.

En el ítem 6: ***“Predecir la próxima idea que me venga a la cabeza”***

Los resultados (Tabla 6 del Anexo 5) nos indican que más de la mitad de los estudiantes reconoce la aleatoriedad, o sea el 62,7%(47), siendo la argumentación dominante la causalidad que alcanza el 30,7% (23) y el 11,7 % lo hace desde la multiplicidad; como el que dice: *“Son cambiantes las ideas dada la situación que se presenta respetando los compromisos”*

Mientras que el 34,7% (26) no reconoce al fenómeno como aleatorio pero en este caso, más de la mitad de los que no reconocen la aleatoriedad lo hacen desde la causalidad, el 69,2% (18 de 26).

En el ítem 7 : ***“Que germine una semilla plantada”***

Los resultados obtenidos se consignan en la Tabla 7 del Anexo 5

En este caso el 61,3%(46) de los estudiantes reconocen al suceso como aleatorio, y aproximadamente la mitad lo hace desde la causalidad, como el estudiante que afirma: *“Es posible que ocurra si las condiciones existen para que ocurra”*; y aproximadamente la tercera parte desde la multiplicidad (14 de 46); mientras que el

37,3% (28) no reconoce la aleatoriedad y la mayoría lo hace desde la causalidad, el 78,6% (22 de 28), como el que dice: *“Toda semilla siempre germina”*

En el ítem 8: **“Predecir la cantidad de caras que se obtienen en 100 lanzamientos de una moneda”**, los resultados se expresan en la Tabla 8 del Anexo 5.

Para este suceso hemos encontrado un alto reconocimiento de la aleatoriedad, siendo éste de un 81,3%, de los cuales más de la mitad argumentan desde la incertidumbre y un tercio desde la multiplicidad; mientras que sólo un 18,7% (14) no reconoce la aleatoriedad.

En este ítem se presenta el sesgo de equiprobabilidad, así un estudiante afirma la aleatoriedad de la siguiente forma: *“Tengo un 50% que salgan caras o no”*

En el ítem 9: **“Predecir el color de una bola que se extrae de una urna con bolas de distintos colores”**.

Los resultados se consignan en la Tabla 11 del Anexo 5. El 82,7% (62) de los estudiantes reconoce al suceso como aleatorio, de éstos la mayoría (42 de 62) lo hace desde la incertidumbre; mientras que el 16% (12) no lo reconoce como aleatorio; y de éstos más de la mitad argumentan desde la incertidumbre (7 de 12).

En el ítem 10: **“contraer la gripe el mes que viene”**, los resultados se expresan en la Tabla 10 del Anexo 5.

En este ítem más de la mitad de los estudiantes, el 65,3% (49) reconoce la aleatoriedad, de los cuales más de la mitad 65,3% (32 de 49) lo hace desde la causalidad; como el estudiante que dice: *“El tiempo cambia mucho constantemente, y el cambio brusco del tiempo hace que uno se enferme”*

También, de los que no la reconocen, el 34,7% (26), un porcentaje elevado de estudiantes usa la causalidad 76,9%(20 de 26); como el que dice: *“Se puede controlar con vacunas y cuidados”*

En el ítem 11: **“Encontrar un trabajo que tenga que ver con mi formación”** las respuestas se presentan en la Tabla 11 del Anexo 5.

Casi la mitad de los estudiantes reconocen este suceso como aleatorio, el 49,3% (37), de los cuales un poco menos de la mitad argumenta desde la causalidad (16 de 37) y aproximadamente un tercio lo hace desde la multiplicidad, el 32,4% (12 de 37); como el estudiante que afirma: *“Esta profesión tiene mucha salida laboral”*

Mientras que el porcentaje de estudiantes que no reconoce la aleatoriedad es el mismo que el correspondiente al reconocimiento, o sea es del 49,3%; de éstos la mitad (18 de 37) lo hace desde la causalidad, como por ejemplo: *“Es para lo que estoy preparada y es lo que buscaría”* y *“soy docente y sé que sólo en una escuela lo voy a conseguir”*

En el ítem 12: ***“sufrir un corte de digestión”***, las respuestas se presentan en la Tabla 12 del Anexo 5.

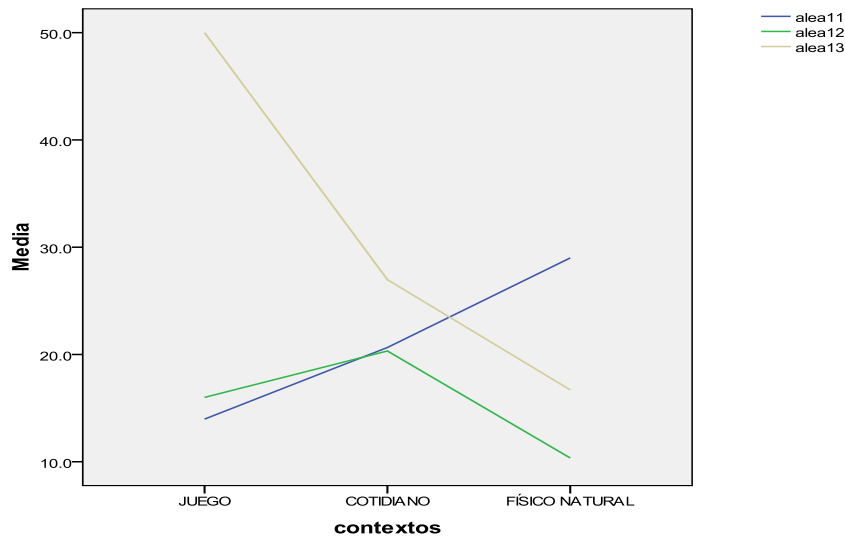
En este caso un poco más de la mitad, el 57,3% (43) reconoce la aleatoriedad del suceso, de los cuales más de la mitad, el 58,2% (25 de 43) lo hacen desde la causalidad y el 18,6% (8 de 43) usa la incertidumbre. De los que no reconocen la aleatoriedad, el 42,7%(32); más de la mitad usa la causalidad, el 65,6% (21 de 32), como el estudiante que comenta: *“Porque ya dije que mentalmente controlo mi cuerpo”* o *“Porque lo puedo controlar, sabiendo que lo produce o no”*

3.8.1 ANÁLISIS DE LOS ÍTEMS DE LA ALEATORIEDAD Y SU RELACIÓN CON EL CONTEXTO DEL SUCESO

Para lograr una mejor descripción de las respuestas de los ítems, hemos analizado las variables consideradas de acuerdo al contexto al que pertenecen. Comenzando por los ítems relativos al contexto de juego, luego al cotidiano y finalmente al físico-natural. Las respuestas se han clasificado en dos grupos, por una parte los que reconocen la aleatoriedad, y por otro lado los que no la reconocen. En cada uno de los grupos se ha determinado el porcentaje de uso de las categorías las cuales argumentan la aleatoriedad o la no aleatoriedad (Tabla 13 del Anexo 5).

Mediante los gráficos de líneas de la Figura 3.1, podemos visualizar la relación de las categorías en función del contextos: juego, cotidiano y físico natural.

Figura 3.1. Porcentajes medios de reconocimiento de la aleatoriedad desde las distintas categorías

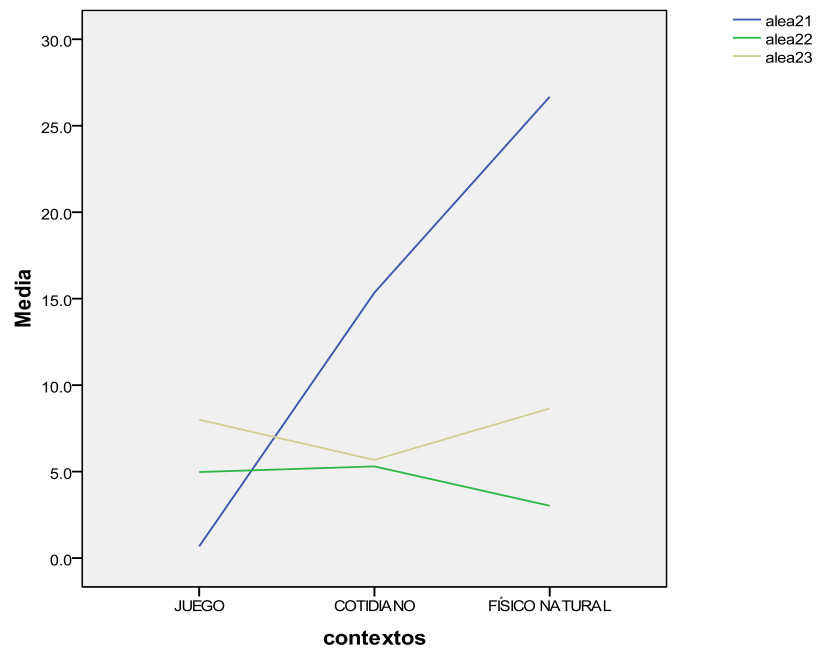


El mayor reconocimiento de la aleatoriedad desde la incertidumbre se logra en el contexto de juego, en segundo lugar en el contexto cotidiano.

En cambio, en el contexto físico natural el mayor reconocimiento se logra desde la causalidad; resultado coincidente con el obtenido por Barragués y Guisasola (2006), quienes consideran que “la interpretación determinista del azar es una posible dificultad de los alumnos a tomar muy en consideración”, y esto se debe fundamentalmente, a nuestro sistema educativo que tradicionalmente entrena el pensamiento causal.

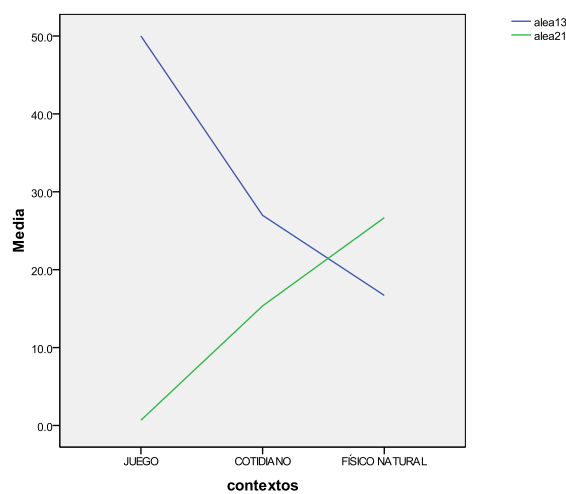
En la figura 3.2, mostramos los porcentajes correspondientes al no reconocimiento de la aleatoriedad. El menor porcentaje se logra en el contexto de juego y el mayor en el contexto físico-natural, en ambos casos desde la causalidad. Mientras que el no reconocimiento de la aleatoriedad desde la multiplicidad y desde la incertidumbre no arroja diferencias destacables entre los tres contextos.

Figura 3.2. Porcentajes de no reconocimiento de la aleatoriedad



En la Figura 3.3 se compara el mayor reconocimiento de la aleatoriedad desde la categoría incertidumbre, con el menor no reconocimiento de la aleatoriedad desde la causalidad en el contexto de juego; luego el reconocimiento va disminuyendo hasta alcanzar su valor mínimo en el contexto físico natural, mientras que el no reconocimiento de la aleatoriedad desde la causalidad va aumentando hasta alcanzar su valor máximo en el contexto físico-natural.

Figura 3.3. Porcentajes de reconocimiento desde la incertidumbre y no reconocimiento desde la causalidad



3.8.2 CONCLUSIONES DEL ANÁLISIS DE LOS ÍTEMS DE LA ALEATORIEDAD

El reconocimiento de la aleatoriedad en los sucesos o fenómenos dependen fundamentalmente del contexto del suceso o fenómeno presentado, siendo el contexto físico natural el que ofrece mayores dificultades; como Lajoie, Jacobs y Lavigne (1995) y Atorresi, Garcia Díaz y Pralong (2009) afirman que en el contexto físico-natural se

piensa más desde la perspectiva determinista. Esto se debe a la tendencia a buscar relaciones causa-efecto para enjuiciar situaciones de azar. Quizás el buscar un

explicación causal convincente a todo fenómeno observable sea un mecanismo inherentemente humano, que surge para tratar de reducir la incertidumbre en la búsqueda de un pronóstico certero. Pfannkuch y Brown (1996) nos recuerdan que en situaciones del mundo real se aplica más el razonamiento causal extraído de su propia experiencia; y como dice Russell (1990), Greer y Riston (1993) y Azcárate (1995) y Cardeñoso (2001), esto es producto de la débil comprensión de los profesores de las ideas básicas probabilísticas.

Se observa una tendencia a usar la misma categoría para reconocer la aleatoriedad y para negarla en determinados ítems; lo que expresa la verdadera falta de discriminación entre los sucesos aleatorios y los no aleatorios.

Se ha encontrado una fuerte relación positiva entre el reconocimiento de la aleatoriedad y el porcentaje de respuestas que argumentan desde la incertidumbre; y una relación negativa entre el no reconocimiento de la aleatoriedad y el porcentaje de respuestas que argumentan desde la causalidad, la que nos indica que a medida que disminuye el uso de la causalidad aumenta el de la incertidumbre, y por lo tanto el reconocimiento de la aleatoriedad. El máximo reconocimiento de la aleatoriedad corresponde a los ítems relativos al contexto de juego; y el mínimo reconocimiento se presenta de los relativos al contexto físico natural. En el contexto cotidiano, el porcentaje de reconocimiento de la aleatoriedad alcanza valores similares desde la multiplicidad, que desde la incertidumbre. Es evidente que las personas usan más el saber cotidiano, desde la perspectiva que sea, que el conocimiento escolar, y ni siquiera el aplicado.

Esto sugiere que el pensamiento multiplicista, de corte causal por una parte, pero necesario para avanzar en el conocimiento y explicación del suceso, no se aprecia en las respuestas a los ítems sobre situaciones físico-naturales o socio-cotidianas; por lo que desde la escolaridad, no les han aportado ese inventario de múltiples soluciones; con lo que se aleja y refuerza tanto la negación de la aleatoriedad como el pensamiento de tendencia más causal.

3.9 ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS A LOS ÍTEMS DE LA DIMENSIÓN “ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD”

Como nuestro interés es conocer el nivel de confianza que cada uno de los estudiantes le asigna a los sucesos aleatorios y desde qué categoría justifican su elección, por lo que hemos registrado la frecuencia de cada nivel de confianza y de cada una de las categorías que utilizan para justificar su elección; empleando las variables definidas por Cardeñoso (2001):

PRO 5: cantidad de estudiantes que justifica la estimación de probabilidad desde la categoría “Contingencia”

PRO 6: cantidad de estudiantes que justifica la estimación de probabilidad desde la categoría “Laplaciana”

PRO 7: cantidad de estudiantes que justifica la estimación de probabilidad desde la categoría “Frecuencial”

PRO 8: cantidad de estudiantes que justifica la estimación de probabilidad desde la categoría “Equiprobabilidad”

PRO 9: cantidad de estudiantes que justifica la estimación de probabilidad desde la categoría “Experiencial”

En relación con el nivel de confianza en la ocurrencia del suceso, hemos asignado los siguientes valores: 0 si no contestan al ítem, 1 si tienen un nivel bajo de confianza en la ocurrencia del suceso, 2 si el nivel es medio y 3 si el nivel es alto.

A continuación detallamos los resultados obtenidos de los ítems relativos a la estimación de la probabilidad.

Ítem 3: “La confianza que tengo en que corra viento mañana en mi localidad, es...”

Los resultados correspondientes a este ítem se han consignado en la Tabla 14 del Anexo 5. En este ítem más de la mitad de los estudiantes (52%) tienen una confianza media que ocurra el fenómeno, mientras que un 29,3% elige el nivel de confianza “bajo” y sólo un 16% tiene una confianza alta en la ocurrencia del suceso; a lo que se agrega un 2,7% de estudiantes que no contestan.

En cuanto a las argumentaciones usadas para justificar el nivel de confianza elegido, se destaca el uso de la “Equiprobabilidad”, siendo este de un 45,3%, seguido de la categoría Frecuencial con un 34,7%; luego la categoría Contingencia con un 12% y finalmente la Experiencial con un 4%. Los estudiantes que no contestaron representan el 4% del total.

Para este ítem entre los estudiantes que tienen un nivel de confianza medio en la ocurrencia del suceso, encontramos argumentaciones como: *“Hay un 50% de probabilidad de que ocurra”* (Equiprobabilidad)

En relación con los que tienen un nivel alto en la ocurrencia del suceso, encontramos argumentaciones como:

“El conocimiento del clima sobre el clima en la provincia, tiene características desérticas, como que corra viento” (Frecuencial)

“Porque en la zona que vivo siempre corre viento, al ser un lugar que se ubica en el pedemonte” (Frecuencial).

Ítem 4 : “La confianza que tengo en que, en un edificio de seis vecinos, en el primer intento consiga pulsar el timbre del portero automático que corresponde a la puerta de un amigo, sin saber dónde vive, es...”

Los resultados de este ítem se consignan en la Tabla 4 del Anexo 5.

En este ítem se destaca el uso del nivel de confianza bajo, con un 82,7%, seguido por el medio con un 16% y un 1,3% de estudiantes no contesta.

Entre los argumentos que emplean se destaca la Equiprobabilidad con un uso del 40%, seguida por la categoría Laplaciana con un 28%, luego la Contingencia con un 21,3%, finalmente la Experiencial con un 1,3% y un 5,3% de estudiantes no contestan.

Este ítem se destaca por la variedad de argumentaciones empleadas. Encontramos argumentos como: *“Por qué no sé donde vive”* (Experiencial)

Ítem 6: “La confianza que tengo en sacar una bola roja de una urna que contiene 5 bolas blancas, 5 bolas rojas y 1 azul, es...”

En este ítem encontramos que más de la mitad de los estudiantes, el 65,3% tienen una confianza media de que ocurra el suceso, mientras que el 17,3% tienen poca confianza de que ocurra, seguida por un 14,7% de estudiantes que tienen una alta confianza, y un 2,7% que no contesta.

El argumento más empleado para justificar el nivel de confianza es la Contingencia con un 56%, seguida por la Equiprobabilidad con un 25,3%, luego la categoría laplaciana con un 12% y un 6,7% de estudiantes que no contestan (Tabla 16 del Anexo 5).

Ítem 7: “La confianza que tengo en conseguir horas cátedra de octavo año en la escuela secundaria de la localidad en la que resido; cuando me reciba es...”

Para este ítem el nivel de confianza más frecuente es el correspondiente a la categoría “media” con un uso del 48%, seguida por la categoría “baja” con un 41,3%, finalmente la “alta” con un 6,7%; y un 4% de estudiantes que no contestan.

Se destaca el uso de la Equiprobabilidad con un 34,7%, seguida de la categoría Frecuencial con un 33,3%, luego la Contingencia con un 21,3%, finalmente la Experiencial con un 5,3%; y un 5,3% que no contesta (Tabla 17 del Anexo 5).

Un estudiante que tiene un bajo nivel de confianza de que ocurra, argumenta de la siguiente forma: *“No creo que me guste dar clase en 8° año”* (Experiencial)

Ítem 9: “La confianza que tengo en que amanezca un día frío el 14 de Octubre, es...”

Este ítem se destaca por la variedad de argumentaciones empleadas. Encontramos argumentos como: *“Por qué no sé donde vive”* (Experiencial)

Ítem 6: “La confianza que tengo en sacar una bola roja de una urna que contiene 5 bolas blancas, 5 bolas rojas y 1 azul, es...”

En este ítem encontramos que más de la mitad de los estudiantes, el 65,3% tienen una confianza media de que ocurra el suceso, mientras que el 17,3% tienen poca confianza de que ocurra, seguida por un 14,7% de estudiantes que tienen una alta confianza, y un 2,7% que no contesta.

El argumento más empleado para justificar el nivel de confianza es la Contingencia con un 56%, seguida por la Equiprobabilidad con un 25,3%, luego la categoría laplaciana con un 12% y un 6,7% de estudiantes que no contestan (Tabla 16 del Anexo 5).

Ítem 7: “La confianza que tengo en conseguir horas cátedra de octavo año en la escuela secundaria de la localidad en la que resido; cuando me reciba es...”

Para este ítem el nivel de confianza más frecuente es el correspondiente a la categoría “media” con un uso del 48%, seguida por la categoría “baja” con un 41,3%, finalmente la “alta” con un 6,7%; y un 4% de estudiantes que no contestan.

Se destaca el uso de la Equiprobabilidad con un 34,7%, seguida de la categoría Frecuencial con un 33,3%, luego la Contingencia con un 21,3%, finalmente la Experiencial con un 5,3%; y un 5,3% que no contesta (Tabla 17 del Anexo 5).

Un estudiante que tiene un bajo nivel de confianza de que ocurra, argumenta de la siguiente forma: “No creo que me guste dar clase en 8° año” (Experiencial).

Ítem 9: “La confianza que tengo en que amanezca un día frío el 14 de Octubre, es...”

Menos de la mitad de los estudiantes, un 48% tienen un nivel de confianza bajo de que ocurra el suceso, la misma cantidad de estudiantes tiene un nivel de confianza medio, quedando un 2,7 % que tienen un nivel alto y un 1,3% que no contesta.

Más de la mitad de los estudiantes argumentan desde la Contingencia, un 54,7%, seguido por un 30,7% que lo hace desde la Equiprobabilidad, un 9,3 % usa la categoría Frecuencial y finalmente un 5,3% que no contesta (tabla 18 del Anexo 5)

Un estudiante, que afirma tener un alto nivel de confianza en la ocurrencia de este suceso, argumenta de la siguiente forma: “Porque el cambio de clima se intensifica cada año” (Frecuencial).

Ítem 11: “La confianza que tengo en que se produzca un deterioro del medio ambiente de mi localidad, el próximo año, es...”

Aproximadamente la mitad de los estudiantes tienen una confianza baja de que esto ocurra, es decir el 50,7%; un poco menos de la mitad, el 45,3% tienen una confianza media y un 1,3% tiene una confianza alta; mientras que un 2,7% no contesta.

En este ítem los argumentos empleados son muy variados; se usan todas las categorías. Encontramos predominio de la Contingencia, con un 53,3%, seguida por un 18,7% que argumenta desde la Equiprobabilidad, luego un 12 % usa la estrategia Laplaciana, un 2,7% la Frecuencial, un 1,3% la Experiencial y un 9,3% de estudiantes no contesta.

Un estudiante, que no contesta al nivel de confianza pedido, afirma que: “No hay interés en los habitantes” (Frecuencial).

Entre los estudiantes que tienen un nivel de confianza bajo, encontramos estas argumentaciones: “Se está tomando conciencia gradualmente de lo necesario que es trabajar a favor de ese tema” (Frecuencial).

Entre los que tienen un nivel de confianza medio de que ocurra el suceso: “Con todo el daño que le hacemos al medio ambiente puede ocurrir cualquier cosa”(Experiencial); “Porque los profesionales lo pueden predecir pero también está la posibilidad de que se equivoquen” (Equiprobabilidad).

Ítem 13: “La confianza que tengo en que me toque algún regalo en una rifa, en la que participo con alguno de los 10.000 números vendidos para el viaje de estudios del colegio, es...”

Más de la mitad de los estudiantes tienen poca confianza de que ocurra el suceso, es decir el 61,3%, el 37,3 % tienen una confianza media, y el 1,3% tiene una confianza alta. Lo que se destaca es que este ítem fue contestado por todos los estudiantes.

Los argumentos que utilizan para justificar el nivel de confianza son variados. El 36 % usa la Contingencia, la Equiprobabilidad con un 25,3%, la Laplaciana con un 24%, la Frecuencial con un 12%, y finalmente el 1,3% usa la Experiencial, siendo el mismo porcentaje de estudiantes los que no contestan (Tabla 20 del Anexo 5).

En este ítem se destaca el uso de todas las categorías.

Entre los estudiantes que tienen un nivel de confianza bajo de que ocurra, encontramos argumentaciones como: *“Porque me considero que no tengo suerte para esas cosas”* (Experiencial)

Entre los que tienen un nivel de confianza medio, encontramos este argumento: *“Depende de la cantidad de premios”* (Frecuencial)

Ítem 15: “La confianza que tengo en que esta primavera haya un terremoto en Mendoza, es...”

En este ítem más de la mitad de los estudiantes tienen una confianza media que ocurra el suceso, es decir el 54,7%, seguido por el 33,3% que tienen poca confianza de que ocurra, mientras que el 9,3% tiene una confianza alta y un 2,7% de estudiantes que no contesta.

La categoría más usada en este ítem para argumentar es la Equiprobabilidad con un 65,3%, seguida por la Frecuencial con un 24%, luego la Contingencia con un 6,7% y un 4% de estudiantes que no contestan (Tabla 21 del Anexo 5).

Entre los estudiantes que tienen un nivel de confianza medio, encontramos argumentos como: *“Es un fenómeno que puede suceder por ser Mendoza una zona sísmica”* (Frecuencial)

Entre los que tienen un nivel de confianza alto, encontramos: *“Mendoza es una zona sísmica por naturaleza”* (Frecuencial).

Ítem 18: “La confianza que tengo en que me encuentre con un atasco, un sábado antes de Navidad, al ir al centro de la ciudad, es...”

En este ítem el 60% de los estudiantes tienen una elevada confianza que este suceso ocurra, mientras que el 26,7% tiene una confianza media, el 9,3% tiene poca confianza y el 4% no contesta.

Más de la mitad argumenta desde la categoría Frecuencial, es decir el 60%, le sigue la Equiprobabilidad con un 16%, luego la categoría Laplaciana con un 14,7%, finalmente la Contingencia con un 6,7%, siendo de un 2,7% los estudiantes que no contestan (Tabla 22 del Anexo 5) .

Un estudiante que afirma tener un nivel de confianza medio, argumentó de la siguiente forma: *“Puede ocurrir o no independiente del contexto”* (Equiprobabilidad).

Ítem 19: “En una mesa de juego se dispone de una caja de fichas, contiene 29 fichas negras y 16 amarilla. La confianza que tengo en que salga una ficha negra, a lo largo de toda una tarde de juego, es...”

Los resultados de este ítem se consignan en la Tabla 23 del Anexo 5.

El nivel de confianza más aplicado en la ocurrencia del suceso es el medio con un 60%, seguido por el alto con un 26,7% y el menos aplicado es el bajo con un 8%, siendo de un 5,3% el porcentaje de los que no contestan

La categoría más usada para argumentar la estimación de la probabilidad es la Contingencia con un 46,7%, seguida por la Equiprobabilidad con un 33,3%, la Laplaciana con un 9,3%, y finalmente la Frecuencial con un 2,7%, siendo un 8% los estudiantes que no contestan.

Ítem 23: “Durante una tarde de jugamos a lanzar los dados legales y acordamos que gana quien acierta el resultado de sumar los números obtenidos. La confianza que tengo en ganar eligiendo el 7 para toda una tarde de juego, es...”

Los resultados de este ítem se consignan en la Tabla 24 del Anexo 5.

En este ítem el 62,7% de los estudiantes tienen una confianza media de que este suceso ocurra, el 29,3% tiene poca confianza, el 4% tiene una elevada confianza, y el 4 % de los estudiantes no contesta.

Este ítem se caracteriza por el uso de todas las categorías; destacándose la Equiprobabilidad con un 58,7%, le sigue la Laplaciana con un 10,7%, la Frecuencial con un 9,3%, y finalmente la Contingencia con un 5,3% y la Experiencial con un 4%; siendo de un 12% los estudiantes que no contestan.

Los estudiantes que tienen un nivel de confianza bajo, argumentan: “Hay 1/12 posibilidades de que salga en un lanzamiento” (Laplaciana); “No tengo posibilidad” (Experiencial)

Los estudiantes que tienen un nivel de confianza medio, argumentan: “Si se tiene fe se puede todo, la confianza abarca mucho” (Experiencial).

Ítem 24: “La confianza que tengo en conocer una persona famosa el mes que viene, es..”

Los resultados de este ítem se consignan en la Tabla 25 del Anexo 5.

Para este ítem encontramos que la mayoría de los estudiantes tienen poca confianza de que esto ocurra, siendo de un 72%, mientras que el 24% tienen una confianza media, y finalmente el 2,7% tienen una elevada confianza de que ello ocurra, el 1,3% de estudiantes que no contestan.

Menos de la mitad de los estudiantes argumenta su elección desde la categoría Laplaciana, siendo del 42,7% en este grupo; el 36% usan la Equiprobabilidad; el 12% lo hace con la categoría Frecuencial y el 8% usa la Contingencia; además el 1,3% no contesta.

Entre los estudiantes que tienen un nivel de confianza bajo, encontramos argumentos como: *“Donde vivo no hay personas famosas”* (Frecuencial).

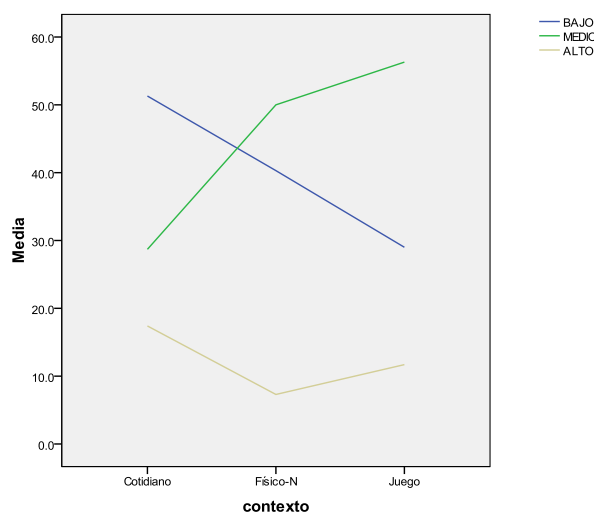
Entre los que tienen un nivel de confianza medio, encontramos: *“Nuestra ciudad es turística y visitada por distintas personas siendo también una importante meca cultural”* (Frecuencial)

Entre los que tienen un nivel de confianza alto, encontramos: *“En el mes de setiembre se hacen recitales para el día de la primavera a los que asisto”* (Frecuencial)

3.9.1 RELACIÓN ENTRE EL NIVEL DE CONFIANZA Y EL CONTEXTO DEL SUCESO

En la Tabla 26 del Anexo 5 se muestran los porcentajes de uso de los niveles de confianza en la ocurrencia de los sucesos planteados en cada uno de los ítems, en función del contexto en el que se enmarca el mismo. Se pretende establecer una relación entre las frecuencias de los distintos niveles de confianza respecto de la ocurrencia del suceso y el contexto del mismo. Se puede inferir que hay una tendencia a considerar, que los sucesos relativos al contexto cotidiano son los menos frecuentes, mientras que en los relativos al contexto de juego y al contexto físico-natural, el nivel de confianza más frecuente es el “medio”. Esta situación también se puede apreciar en el gráfico de líneas de la Figura 3.4.

Figura 3.4 Niveles medios de confianza en función del contexto destacándose el contexto de juego



Por otra parte, el análisis del uso de los tres niveles de confianza (bajo, medio y alto) experimenta variaciones importantes respecto del contexto.

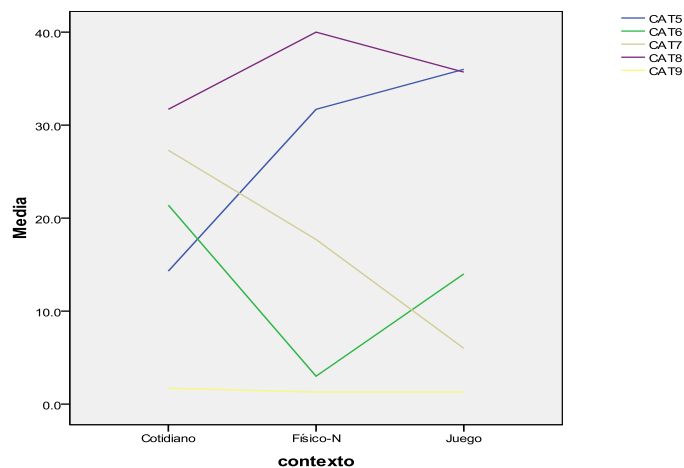
En nuestro caso el “porcentaje de uso del nivel de confianza medio”; muestra en el gráfico diferencias importantes en los contextos de juego y cotidiano, siendo mayor en el contexto de juego y menor en el cotidiano. En oposición, aparece el nivel de confianza “bajo”, siendo máximo en el contexto cotidiano y mínimo en el contexto de juego. Mientras que, el nivel de confianza “alto” alcanza su máximo valor en el cotidiano, no detectándose diferencias entre el contexto de juego y el físico-natural. Por lo que podemos concluir que, los niveles de confianza “bajo” y “alto” aparecen más asociados a los sucesos de la vida cotidiana, en donde las cuales el estudiante se ve más involucrado.

3.9.2 RELACIÓN ENTRE EL NIVEL DE CONFIANZA Y LA CATEGORÍA ARGUMENTATIVA

En Tabla 27 del Anexo 5 se muestran los porcentajes de uso de las cinco categorías en las argumentaciones que utilizan los estudiantes para realizar la estimación de la probabilidad en la ocurrencia de los sucesos planteados en cada uno de los ítems, en función del contexto en el que se enmarcan. Se pretende establecer una relación entre la frecuencia de uso de las categorías y el contexto del suceso. Se puede concluir que hay una tendencia a argumentar la estimación de la probabilidad desde la “equiprobabilidad” en todos los contextos y la “contingencia” en el contexto de juego. En todos los ítems relativos a la estimación de la probabilidad, el test de la independencia de Pearson rechaza la hipótesis nula de independencia entre las variables “nivel de confianza” y “categoría que argumenta el nivel de confianza”

elegido”, con valores p menores a 0,05. Por lo que podemos afirmar que la categoría argumentativa usada en la estimación de la probabilidad está asociada al contexto del suceso.

Figura 3.5 Gráfico de líneas de las categorías utilizadas para argumentar la estimación de la probabilidad en función del contexto



3.10 CONCLUSIONES DEL ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS DEL CUESTIONARIO CCP_1

Del análisis de los resultados del cuestionario, encontramos que existe una relación de dependencia entre el nivel de confianza asignado al suceso y la categoría que argumenta dicha estimación; sin embargo, no hemos podido determinar cuál es esa relación que los vincula. En cuanto a las categorías más usadas, son la “Equiprobabilidad” y la “Contingencia; cada una de ellas es la más usada en cinco de los doce ítems; la “Contingencia” alcanza una media de 27,3, mientras que la “Equiprobabilidad” de 35,8. Por otra parte, el nivel de confianza más elegido es el “bajo”.

En relación con el contexto, únicamente se ha encontrado que el nivel de confianza “medio” en el contexto de juego es significativamente mayor que en el contexto cotidiano.

Ningún estudiante ha utilizado la categoría 6 (laplaciana) en el ítem 3, este resultado es coincidente con el de Cardeñoso (1998); por lo que hemos incorporado al mismo otra opción; que es la siguiente: “**porque en primavera la proporción de días que corre viento por mes así lo indica**”. Lo mismo ha ocurrido en los ítems 7 y 9. Lo que nos llevó a modificar el enunciado y una de las opciones del ítem 7; resultando:

4. porque según la información de la estación sismológica por cada 10.000 sismos, 155 son destructivos. (Laplaciana)

Consideramos que con estas modificaciones realizadas al cuestionario CCP_1, estamos en condiciones de aplicarlo a la población de estudiantes del Profesorado de Matemática y del Profesorado de Biología de la provincia de Mendoza. A este nuevo cuestionario lo llamaremos CCP_2 (Anexo 7).

3.11 VALIDACIÓN DEL CUESTIONARIO CCP_2

3.11.1 INTRODUCCIÓN

En la construcción de nuestro cuestionario tuvimos en cuenta las dos dimensiones que definen el constructo sobre el cual se realiza el estudio; es decir, las “*concepciones probabilísticas*”. Estas dos dimensiones son precisamente “el reconocimiento de la aleatoriedad” y “la estimación de la probabilidad”. Ambas están conectadas entre sí mediante un modelo que determina una estructura concreta; que como sabemos no es observable directamente, sino que debe ser inferida de las respuestas de los estudiantes. Por ello, nos proponemos ligar las creencias y concepciones de los estudiantes con indicadores empíricos, que en nuestro caso son las respuestas a los ítems del cuestionario.

Cuando la relación entre los indicadores empíricos, o sea las respuestas y las concepciones subyacentes es fuerte, el análisis de los indicadores nos permite hacer inferencias acertadas. Para medir esta relación se han definido diversos conceptos, como la validez y la fiabilidad. Como las respuestas de los estudiantes pueden variar dependiendo de muchos factores, como es el cansancio, el desinterés, la atención u otros factores, debemos reconocer un carácter aleatorio en las mismas.

Las respuestas de los estudiantes a las preguntas planteadas nos brindan una estimación de sus concepciones, que definen una estructura de pensamiento probabilístico, que se presenta en cada uno de ellos con un nivel de complejidad diferente, que oscila entre un pensamiento probabilístico ingenuo hasta un pensamiento probabilístico complejo. La cantidad de niveles diferentes que se presentan entre los dos extremos pueden variar dependiendo de las características sociales, culturales e idiosincrásicas de los estudiantes.

Para Lord y Novick (1968) los constructos teóricos están conectados con los fenómenos observables por medio de las definiciones semánticas, mientras que, la definición sintáctica se realiza en términos de las relaciones lógicas o matemáticas del constructo con otros constructos o variables dentro de un marco teórico.

Nuestro estudio está dedicado a la definición semántica del constructo o variable de interés, lo que nos llevó a la consideración de un instrumento con doce ítems que contemplan el reconocimiento de la aleatoriedad de sucesos que aparecen en el contexto lúdico, cotidiano y físico natural, y a los que se le suma las argumentaciones de los estudiantes correspondientes a cada una de sus decisiones. Además, consta de otros doce ítems destinados a la estimación de la probabilidad, medida en una escala ordinal: baja, media, alta, sobre sucesos de los tres contextos mencionados; y cada estimación de la probabilidad debe ir acompañada con la argumentación que dio lugar a su decisión.

Para Ghiselli, Campbell & Zedeck (1981) un constructo es un atributo psicológico que caracteriza los comportamientos de los individuos; y como sólo pueden ser observados indirectamente, están sujetos a cambios y sólo los comprendemos vagamente. Esto explica la dificultad de su evaluación. La determinación de los niveles de un constructo presenta algunas dificultades, como: no hay una única aproximación a un nivel del constructo; las medidas psicológicas están basadas en muestras limitadas de la conducta y las medidas siempre tienen un error, ligado al muestreo de tareas, ocasiones o situaciones.

Por lo expresado precedentemente llevamos a cabo un estudio sobre la validez del instrumento. La validez la hemos constatado a través de tres métodos diferentes: validez de contenido, validez discriminante de los ítems y validez de constructo. Además, analizamos el control del error aleatorio desde la teoría clásica de los tests (Martínez Arias, 2005), estimamos el coeficiente de fiabilidad de consistencia interna Alfa, y el coeficiente θ basado en el resultado del análisis factorial.

3.11.2 POBLACIÓN ESTUDIADA

La población estudiada está formada por todos los estudiantes de los profesorado de Biología de la provincia de Mendoza. Del instituto 9-001 del departamento de San Martín completaron el cuestionario 60 estudiantes, que representó el 18,46% del total; del instituto 9-002 de Capital participaron 154 estudiantes, o sea el 47,38% del total, del instituto TP- 013 de Capital participaron 21

estudiantes, que representan al 6,46%; del instituto 9-004 de Tunuyán participaron 35 estudiantes, el 10,77% y finalmente del instituto 9-011 de San Rafael participaron 55 estudiantes, es decir el 16,92%. En total logramos recopilar 325 cuestionarios correspondientes a estudiantes de primero a cuarto año.

3.11.3 TIPO DE ADMINISTRACIÓN DEL CUESTIONARIO

El cuestionario fue pasado bajo condiciones de examen, es decir, sin comunicarse entre ellos, y contaron con el tiempo que necesitaron para completarlo. En general, los estudiantes no mostraron problemas para entender los enunciados de los diferentes ítems.

3.11.4 INSTRUMENTO

El instrumento utilizado fue el cuestionario CCP_2 en su versión final, que se compone de doce ítems relativos al reconocimiento de la aleatoriedad y otros doce ítems destinados a la estimación de la probabilidad de sucesos del mundo lúdico, cotidiano y físico natural. En todos los casos el estudiante debe argumentar su decisión desde el sistema de categorías propuestas o bien completando la opción abierta, que aparece en cada uno de los ítems y que posteriormente se categoriza en función del mismo sistema de categorías propuesto. En el Anexo 7 se presenta el cuestionario CCP_2.

3.12 ESTUDIOS DE VALIDACIÓN

3.12.1 VALIDEZ DEL CONTENIDO

La validez de contenido está justificada por el grado en que el contenido del instrumento refleja en forma representativa una muestra de un universo más amplio de ítems posibles que constituyen el contenido.

La primera tarea realizada fue la de tabular las respuestas de los estudiantes a cada uno de los ítems en una planilla del SPSS versión 17. A continuación describimos las respuestas correspondientes a los ítems que solicitan el reconocimiento de la aleatoriedad de un suceso. A partir de las cuales determinamos algunas características psicométricas de los mismos; como el índice de dificultad y el índice de discriminación. En segundo lugar describimos las respuestas relativas a los ítems que estiman la probabilidad.

3.12.2 RESULTADOS DE LOS ÍTEMS DE LA ALEATORIEDAD

En relación con los ítems relativos al reconocimiento de la aleatoriedad, los resultados fueron los siguientes:

Ítem 2 F: “Que nieve en el cerro Arco dentro de 30 días es un suceso...”

Este es un suceso del contexto físico natural, y es identificado como aleatorio por el 68,30% (222) de los estudiantes, argumentando fundamentalmente desde la imprevisibilidad propia de un suceso aleatorio, es decir desde la **incertidumbre** por el 34,46% (112) de los estudiantes, o bien argumentando desde las condiciones del tiempo que se den ese día, por lo tanto desde la **causalidad** por el 15,08 % (49) de los estudiantes; y solamente un estudiante argumenta la aleatoriedad desde la categoría subjetiva. En oposición, aparece un grupo de estudiantes que parece no comprender la idea de aleatoriedad, que representa al 29,23% (93), dado que se pone de manifiesto cuando algunos estudiantes expresan *“no es aleatorio porque no se puede predecir ya que el pronóstico del tiempo nunca es acertado”*, sin embargo, es precisamente esta característica la que hace que el suceso sea aleatorio. Además, este ítem se ha caracterizado por ser el que logró, que el 5,54% de estudiantes no argumentaron su decisión.

Ítem 3 J: ”Predecir la cantidad de caras que se obtienen en 100 lanzamientos de una moneda es un suceso...”

Este es un suceso del contexto de juego, y es identificado por el 76,92 % (250) de los estudiantes, argumentando fundamentalmente en primer lugar desde la **incertidumbre** por el 39,69 % (129) de los estudiantes y desde la **multiplicidad** por el 23,69% (77) de los estudiantes; solamente el 8,62% (28) argumenta desde la causalidad, mientras que sólo 2 estudiantes argumentan desde la propia subjetividad. Por otra parte, el 22,15% (72) de los estudiantes no logran darse cuenta que están en presencia de un suceso aleatorio. Este ítem se caracteriza por ser uno de los dos ítems que han alcanzado el mayor porcentaje de estudiantes que no han contestado junto con el ítem 2. En este caso el 5,23 % (17) de los estudiantes no argumentan su decisión.

Ítem 5 C: “Sufrir un accidente es un fenómeno...”

Este suceso del contexto cotidiano reconocido como aleatorio por el 78,77% (256), argumentando fundamentalmente desde la **incertidumbre** por el 47,07 % (153), desde la **multiplicidad** por el 16,92 % (55), desde la causalidad por el 11,69 % (38) y el 1,23 % (4) desde la subjetividad. Este ítem es el que logra la mayor cantidad de argumentos subjetivos. Cuando no lo identifican como aleatorio, argumentan con mayor frecuencia desde la incertidumbre con el 8,62% (28) y desde la causalidad con el 5,85% (19), como por ejemplo cuando dicen “*se puede tratar de evitar. Si conduces ebrio tenemos posibilidades de tener un accidente, pero si conduces sobrio no*”, o bien cuando dicen “*usando medidas preventivas se puede evitar*”.

Ítem 7 J : “Obtener el número 23 en la ruleta de 36 números es un suceso..”

Este ítem del contexto de juego es identificado como aleatorio por el 82,77 % (269) de los estudiantes argumentando desde la incertidumbre por el 33,23% de los estudiantes, desde la multiplicidad por el 30,77% (100) de los estudiantes y desde la causalidad por el 15,08% (49); y solamente un estudiante argumenta desde la categoría subjetiva; mientras que un 4,30 % (14) no argumentan su decisión.

Ítem 8 C: “Encontrarme por la calle con el primer Maestro/a que tuve en la Escuela, es un suceso..”

Este suceso del contexto cotidiano es reconocido como aleatorio por el 77,85% (253) de los estudiantes, argumentando desde la **incertidumbre** por el 32,31% (105), desde la **multiplicidad** por el 24,31% (79), desde la causalidad por el 18,46% (60) y solamente dos estudiantes argumentan desde la subjetividad; mientras que el 2,77 % (9) no argumenta su decisión. Siendo el 21,54% (70) de los estudiantes no lo reconocen como aleatorio.

Ítem 13 J: “Predecir el color de una bola que se extrae de una urna con bolas de distintos colores es un fenómeno...”

Este suceso del contexto de juego es reconocido como aleatorio por el 81,23% (264) de los estudiantes, argumentando desde la **incertidumbre** por el 49,54% (161) de los estudiantes, desde la **multiplicidad** por el 20,92% (68) y solamente 3 estudiantes argumentan desde su propia subjetividad, siendo el 3,08 % (10) de estudiantes que no justifican su decisión. Mientras que el 17,85% (58) de estudiantes no identifican al suceso como aleatorio.

Ítem 14 C: “Que me guste la película que voy a ver el próximo sábado en Cinemak, es un fenómeno...”

Este suceso del contexto cotidiano es identificado como aleatorio por el 50,15% (163) de los estudiantes, argumentando desde la **incertidumbre** por el 24% (78) de los estudiantes, desde la **causalidad** por el 18,76% (61) y solamente un estudiante argumenta desde la subjetividad, mientras que el 3,08% (10) de estudiantes no argumentan su decisión. Este suceso se caracteriza por ser el suceso que alcanza el menor reconocimiento de la aleatoriedad. Sorprenden algunos argumentos subjetivos como los siguientes: *“no es aleatorio porque sé que voy a ver”* ; *“no es aleatorio porque si la elijo es porque me gusta y me interesa”*

Ítem 15 C: “Predecir la próxima idea que me venga a la cabeza es un suceso...”

Este suceso del contexto del suceso cotidiano es reconocido como aleatorio por el 63,69% (207) de los estudiantes, argumentando desde la **causalidad** por el 32,61% (106), desde la **incertidumbre** por el 17,85% (58) de los estudiantes, desde la multiplicidad por el 11,38% (37) y solamente 1 estudiante argumenta desde su propia subjetividad. Mientras que el 34,77% (113) de los estudiantes no lo reconocen como aleatorio, argumentando desde distintas perspectivas como: *“no es aleatorio porque según lo que vivo es lo que pienso”*; *“no es aleatorio porque nunca me pongo a predecir las próximas ideas”*.

Ítem 20 F: “Creo que germine una semilla plantada es un fenómeno..”

Este suceso del contexto físico natural es identificado como aleatorio por el 55,08% (179) de los estudiantes argumentando desde la causalidad por el 24,31% (79) de los estudiantes, desde la multiplicidad por el 17,54% (57) de los estudiantes, desde la incertidumbre por el 11,69% (38) y ningún estudiante hace uso de la categoría subjetiva, mientras que el 2,77 % (9) no argumentan su decisión. A su vez un alto porcentaje de estudiantes no lo reconocen como aleatorio, siendo este del 43,69% (142); y argumentan con frecuencia desde la causalidad, como se puede comprobar en los siguientes argumentos: *“no es aleatorio porque depende del cuidado que cada uno le dé”*; *“no es aleatorio porque si la cuido como es debido va a germinar”*.

Ítem 21 J: “Acertar el número que muestra un dado ya lanzado, pero que no puedo ver es un suceso..”

Este suceso del contexto de juego, es identificado como aleatorio por un elevado porcentaje de estudiantes, es decir por el 80,62% (262) de los estudiantes, quienes argumentan fundamentalmente desde la incertidumbre por el 57,85% (188); desde la causalidad por el 12,31% (40) y el 1,23% (4) estudiantes argumentan desde su propia subjetividad, no argumentando su decisión el 3,69 % (12) de los estudiantes. Solamente un 18,15% (59) no lo identifican como aleatorio.

Ítem 23 F: “Contraer la gripe el mes que viene es un fenómeno..”

Este suceso del contexto físico natural es identificado como aleatorio por el 66,15% (215) de los estudiantes, argumentando desde la causalidad por el 41,84% (136), desde la incertidumbre por el 13,23% (43) y ningún estudiante aplica la categoría subjetiva, mientras que el 2,77% (9) de los estudiantes no argumentan su decisión. Además, el 32,92% (107) de los estudiantes no lo reconocen como aleatorio y también argumentan en muchos casos desde la causalidad, así encontramos argumentos como los siguientes: *“no es aleatorio porque si me cuido y tengo prevención no me contagio”*; *“no es aleatorio porque sé las cosas que tengo que evitar y aquellas que debo hacer para que no me ocurra”*

Ítem 24 F: “Sufrir un corte de digestión es un fenómeno..”

Este suceso del contexto físico natural es identificado como aleatorio por el 60,92% (192) de los estudiantes, argumentando desde la causalidad por el 28,62 % (93) de los estudiantes, desde la incertidumbre por el 18,77% (61) y solamente 1 estudiante argumenta desde su propia subjetividad, mientras que el 2,77% (9) de los estudiantes no argumentan su decisión. A su vez el 38,77% (126) de los estudiantes no lo identifican como aleatorio, y también en este caso argumentan fundamentalmente desde la causalidad; así encontramos argumentos como: *“no es aleatorio porque puedo evitar aquello que hará que lo sufra”*; *“no es aleatorio porque si yo no ingiero alimentos que lo provoquen no me puede pasar”*

En relación con los ítems que estiman la probabilidad los resultados fueron los siguientes:

Ítem 1: Durante una tarde jugamos a lanzar dos dados legales y acordamos que gana quien acierta el resultado de sumar los números

obtenidos. La confianza que tengo en ganar eligiendo el 7 para toda una tarde de juego, es...

En este ítem más de la mitad de los estudiantes, el 68,31% (222) tiene una confianza media de que ocurra, el 18,15% (59) tiene poca confianza, el 12% (39) tiene una elevada confianza y un 1,5% (5) no contestan. En relación con las categorías más usadas en la argumentación, en forma decreciente respecto de sus frecuencias son, la equiprobabilidad con un 53,85% (175), seguida por la frecuencial con un 14,46%(47), luego encontramos la contingencia con un 9,54%(31), seguida por la categoría laplaciana con un 8,00% (26) y finalmente la experiencial con un 3,08% (10).

Ítem 4 : La confianza que tengo en que me toque algún regalo en una rifa, en la que participo con alguno de los 10.000 números vendidos para el viaje de estudios del colegio, es...

El nivel de confianza más usado es el bajo, con un 68,62% (223), seguido por el medio con un 28,31% (92) y en último término el nivel alto con un 2,15%(7). Presentándose tres estudiantes que no contestan, esto es el 0,92% (3). En términos generales, la categoría más usada es la contingencia con un 36,92% (120), seguida por la equiprobabilidad con un 28,31%(92), la laplaciana con un 23,69% (77), la frecuencial con un 4,62% (15) y la experiencial con un 2,77% (3).

Ítem 6:La confianza que tengo en que amanezca un día frío el 14 de Octubre, es...

El nivel de confianza más seleccionado fue el medio, elegido por el 61,54% (200) de los estudiantes, en segundo lugar aparece el bajo elegido por el 35,08% (114), y el alto solo es seleccionado por el 2,46 % (8); además tres estudiantes, el 0,92 % no contesta. La categoría más usada en las argumentaciones es la contingencia con un 39,69% (129), en segundo lugar la equiprobabilidad con un 34,77% (113), el 13,54% (44) usa la frecuencial, mientras que la laplaciana es aplicada por el 7,08% (23) y solamente el 1,54% (5) argumenta desde la categoría experiencial. Además, no justifican la estimación de la probabilidad el 3,38 % (11).

Ítem 9: La confianza que tengo en conocer una persona famosa el mes que viene, es..

El nivel de confianza que presenta mayor frecuencia es el nivel “bajo”, elegido por el 70,46 % (229) por los estudiantes, seguido por el nivel “medio” con un 26,46% (86), luego el “alto” elegido por el 2,15 % (7); y hay tres estudiantes que no contestan, esto es el 0,92 % (3). En relación con las categorías más usadas en las argumentaciones encontramos en primer lugar la categoría “laplaciana” usada por el 44,62% (145) de los estudiantes, seguida por la “equiprobabilidad” elegida por el 36,92% (120), mientras que el 4,62% (15) argumentan desde la contingencia, el 4,31% (14) usan la frecuencial y el 5,23% (17) usan la categoría experiencial.

Ítem 10: En una mesa de juego se dispone de una caja de fichas, contiene 29 fichas negras y 16 amarillas. La confianza que tengo en que salga una ficha negra, a lo largo de toda una tarde de juego, es ..

De los estudiantes encuestados el 50,15% (163) tiene una alta confianza de que ocurra este suceso, el 44,92%(146) tiene una nivel de confianza medio, mientras que el 4,62% (15) tiene un bajo nivel de confianza de que ocurra y solamente un estudiante, el 0,31% (1) no ha contestado. En cuanto a las argumentaciones más usadas, encontramos que el 60,00% (195) se basan en la contingencia, seguida por el 19,38% (63) que argumenta desde la equiprobabilidad, el 13,23% (43) aplican la categoría laplaciana, sólo el 2,46% (8) usan la categoría frecuencial y el 0,62% (2) argumenta desde la categoría experiencial.

Ítem 11: La confianza que tengo en sacar una bola roja de una urna que contiene 5 bolas blancas, 5 rojas y 1 azul, es ...

En este ítem, el 82,15% (267) de los estudiantes han seleccionado el nivel de confianza medio, seguido por el 10,46% (34) que se inclinan por el nivel alto; y solamente un 6,46%(21) tienen un nivel de confianza bajo de que ocurra; y tres estudiantes no contesta, o sea el 0,92%. En relación con las argumentaciones, el 51,38% (167) estudiantes se inclinan por la contingencia, el 24,00% (78) por la equiprobabilidad, el 11,69% (38) por la laplaciana, el 11,69 % (38) aplican la categoría laplaciana y sólo el 1,23% (4) lo hacen desde la experiencial.

Ítem 12: La confianza que tengo en que se produzca un deterioro del medio ambiente de mi localidad, el próximo año, es...

En relación con el nivel de confianza seleccionado, encontramos que el 51,69% (168) se inclina por un nivel de confianza medio, el 25,85% (84) por un nivel bajo, el

20,62 % (67) por un nivel de confianza alto y finalmente encontramos un 1,85% (6) estudiantes que no contestan. Por otra parte, cuando argumentan el 32% (104) lo hace desde la contingencia, seguido por el 31,69% (103) que usa la equiprobabilidad, un 22,77% (74) usa la categoría frecuencial, mientras que el 5,85% (19) aplican la categoría laplaciana y el 3,69%(12) usan la experiencial.

Ítem 16: La confianza que tengo en conseguir las horas cátedra de 8° 1° de la Escuela Secundaria de mi barrio cuando me reciba, es...

El 62,77% (204) de los estudiantes eligen un nivel de confianza medio, el 21,54% (70) un nivel de confianza bajo, el 14,46% (47) eligen un nivel de confianza alto y el 1,23% (4) de los estudiantes no contesta. La categoría más usada es la equiprobabilidad con un 39,08% (127), seguida por la laplaciana con un 22,15% (72), luego la contingencia con un 20,92% (68), el 8,62% (28) aplican la frecuencial y el 4,62% (15) aplican la categoría experiencial.

Ítem 17: La confianza que tengo en que corra viento mañana en mi localidad, es...

El 61,54% (200) de los estudiantes eligen un nivel de confianza medio, el 22,77% (74) un nivel de confianza bajo, el 14,77% (48) eligen un nivel de confianza alto y el 0,92% (3) de los estudiantes no contesta. La categoría más usada es la equiprobabilidad con un 37,85% (123), seguida por frecuencial con un 29,85% (97), la contingencia con un 16,31% (53), la laplaciana es aplicada por el 9,85% (32) y solamente el 1,85% (6) argumentan desde la experiencial.

Ítem 18: La confianza que tengo en que me encuentre con un atasco, un sábado antes de Navidad, al ir al centro de la ciudad, es...

El nivel de confianza alto es el más usado en este ítem, ya que es elegido por el 67,38% (219) de los estudiantes, le sigue el nivel medio con 18,77% (61), luego el nivel bajo con un 12,62%(41) y se encontraron tres estudiantes, el 0,92% (31) que no contestaron. En las argumentaciones, la categoría más usada es la frecuencial con un 60,62%(197), en segundo lugar la laplaciana con un 16,62%(54), la equiprobabilidad con un 8,31%(27), la contingencia es aplicada por el 8% (26) y solamente el 2,15% (7) aplica la categoría experiencial.

Ítem 19: La confianza que tengo en que, en un edificio de seis vecinos, en el primer intento consiga pulsar el timbre del portero automático que corresponde a la puerta de un amigo, sin saber dónde vive, es...

El nivel de confianza bajo es el más usado en este ítem, ya que representa al 59,38% (193) de los estudiantes, le sigue el nivel medio con el 36% (117), el nivel alto con un 3,38% (11) y se encontraron que el 1,23% (4) de los estudiantes no contestaron. En las argumentaciones, la categoría más usada es la contingencia con un 32,62% (106), en segundo lugar la laplaciana con un 29,85% (97), luego la equiprobabilidad con un 20% (65), la categoría frecuencial es aplicada por el 12% (39) y el 1,85% (6) usan la experiencial.

Ítem 22: La confianza que tengo en que el próximo sismo que ocurra en Mendoza, sea un sismo destructivo es...

El nivel de confianza medio es el más usado en este ítem, ya que es usado por un 59,69% (194) de los estudiantes, le sigue el nivel bajo con el 32,92% (107), el nivel alto con un 7,08% (23) y se encontraron que el 0,31% (1) de los estudiantes no contestaron. En las argumentaciones, la categoría más usada es la equiprobabilidad con un 50,15% (163), en segundo lugar la frecuencial con un 18,15% (59), la contingencia con un 12,92% (42), la laplaciana con un 12,62% (41) y sólo el 4,62% (15) usan la categoría experiencial.

3.12.3 ÍNDICES DE DIFICULTAD

Queremos determinar si los ítems propuestos son asequibles al menos a la mayoría de los estudiantes, por lo que hemos calculado el índice de dificultad de cada uno de ellos.

Los ítems de la aleatoriedad que tienen una respuesta correcta y son puntuados de forma dicotómica son susceptibles de la determinación del índice de dificultad, que es la proporción de examinados que responde correctamente el ítem, p_i

$$p_i = \frac{\sum A_{ai}}{N}$$

Donde A_{ai} es el acierto en el ítem del estudiante a , que toma el valor 1 si contesta correctamente y el valor 0 si lo hace incorrectamente y N es el número de

estudiantes que contestaron el ítem. Los índices de dificultad de los ítems propuestos para los estudiantes de Biología y los intervalos de confianza que se obtuvieron utilizando la aproximación normal se muestran en la Tabla 3.3.

Suponiendo que la letra X representa la cantidad de estudiantes que han contestado correctamente el ítem, entonces se tiene que X tomará valores entre 0 y 325. Por ello se asumirá que X se distribuye de manera binomial con parámetros $n=325$ y probabilidad de éxito estimada por $\hat{p} = \frac{X}{n}$ donde cada intervalo de confianza se determina usando la aproximación normal y utilizando la aproximación por intervalos de Agresti y Caffo (2000), resultan los extremos inferior y superior:

$$LI = \hat{p} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n + 4}} \quad LS = \hat{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n + 4}}$$

Se han calculado los intervalos con una confianza del 95%.

Tabla 3.3 Índices de Dificultad e Intervalos de confianza del 95%

Ítem	ID	int. Conf.(ID)	Ítem	ID	Int. Conf.(ID)
7J	0,8277	(0,78253;0,86488)	2 F	0,6831	(0,63048; 0,731222)
13 J	0,8123	(0,76599; 0,85102)	23 F	0,6615	(0,60837; 0,71077)
21 J	0,8062	(0,75940, 0,84545)	15 C	0,6369	(0,58324; 0,68727)
5 C	0,7877	(0,73974; 0,82864)	24 F	0,6092	(0,55514; 0,66065)
8 C	0,7785	(0,72995; 0,82019)	20 F	0,5508	(0,49639; 0,60390)
3 J	0,7662	(0,71696; 0,80887)	14 C	0,5015	(0,44749; 0,55554)

Los índices de dificultad encontrados varían desde el 0,5015 al 0,8277, lo que nos indican que tienen una dificultad moderada; siendo únicamente el ítem 14 y el ítem 20 los que tienen mayor dificultad.

3.12.4 VALIDEZ DISCRIMINANTE DE LOS ÍTEMS DE LA ALEATORIEDAD

El propósito del cuestionario es proporcionar información sobre las diferencias individuales en el constructo que el cuestionario pretende predecir, en nuestro caso las “*concepciones probabilísticas*”. Desde este punto de vista, un parámetro importante en la selección de los ítems es un índice que permita discriminar de forma efectiva entre los estudiantes que son relativamente altos en el criterio de interés y los que son

relativamente bajos. Es decir, un ítem será eficaz en la medida en que los estudiantes altos en el criterio tiendan a responderlo correctamente y los estudiantes bajos en el criterio tiendan a hacerlo incorrectamente. La fiabilidad de las puntuaciones totales se maximiza cuando todos los ítems tienen un elevado poder de discriminación con respecto a la puntuación total.

En nuestro caso aplicaremos un índice simple, que es aplicable únicamente a ítems dicotómicos, que es el llamado *índice de discriminación*. Un clásico estudio de Kelley (1939) demostró que bajo ciertas condiciones el índice de discriminación más sensible y estable puede obtenerse formando los grupos definidos por el 27% de los estudiantes que logran las mayores puntuaciones y el otro grupo formado por el 27% de los estudiantes que logran puntuaciones más bajas. No obstante, cuando el grupo es razonablemente amplio se encuentran resultados muy similares utilizando como puntos de corte el 30% e incluso el 50% (Beuchert & Mendoza, 1979).

Una vez que se han formado los grupos se calcula el índice de discriminación D como $D = p_s - p_i$

Donde p_s es la proporción de estudiantes del grupo superior que responden correctamente al ítem; y p_i es la proporción de estudiantes del grupo inferior que responde correctamente al ítem.

En el presente trabajo adoptaremos el criterio de Kelley, en el sentido de que consideraremos los siguientes grupos:

Grupo inferior: Todas las puntuaciones inferiores o iguales al percentil 27.

Grupo superior: Todas las puntuaciones iguales o mayores al percentil 73.

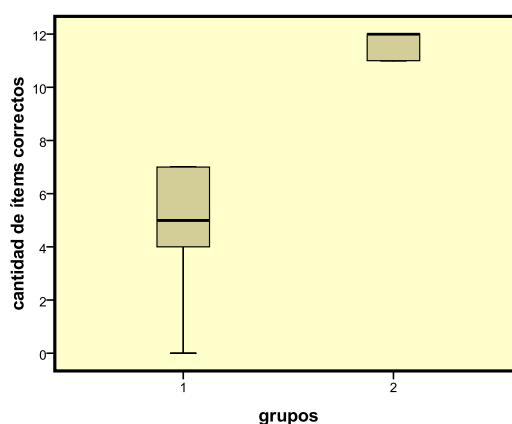
El índice D varía dentro del intervalo [-1, +1]. Valores positivos indican que el ítem discrimina a favor del grupo superior y valores negativos indican que el ítem discrimina en forma invertida. Se considera que el ítem discrimina si existen diferencias significativas entre la proporción de respuestas correctas en ambos grupos.

Tabla 3.4 Número de ítems correctos por grupo

Grupo	N	Media	Desviación estándar
Inferior	102	4,888	1,889
Superior	89	11,53	0,502

Figura 3.6 Gráfico de cajas para la distribución

del número de ítems correctos por grupo



Calculamos los índices de discriminación y los intervalos de confianza del 95% para la diferencia de proporciones de las respuestas a los ítems del reconocimiento de la aleatoriedad de las respuestas que dieron los 325 estudiantes del profesorado de Biología, como se muestran en la siguiente tabla 3.5.

Tabla 3.5 Índices de discriminación e intervalos del 95% de confianza

Ítem	ID	int. Conf.(ID)	Ítem	ID	Int. Conf.(ID)
2F	0,51923	(0,41072; 0,62773)	14 C	0,53430	(0,41729; 0,65139)
3 J	0,39010	(0,28881; 0,49140)	15 C	0,59615	(0,49119; 0,70110)
5 C	0,49862	(0,40066, 0,59659)	20 F	0,56730	(0,46076; 0,67384)
7 J	0,45054	(0,35284; 0,54825)	21 J	0,48901	(0,39102; 0,58699)
8 C	0,54670	(0,44934; 0,64406)	23 F	0,75824	(0,67488; 0,84159)
13 J	0,40796	(0,30396; 0,51197)	24 F	0,744505	(0,65586; 0,83314)

Los intervalos de confianza del 95% muestran que existen diferencias significativas entre la proporción de estudiantes que contesta correctamente los ítems en el grupo inferior respecto de los estudiantes del grupo superior. Esto nos informa que todos los ítems discriminan de manera adecuada entre los que identifican los sucesos aleatorios de los que no lo hacen.

3.12.5 VALIDEZ DE CONSTRUCTO

La validez de constructo trata de evaluar hasta qué punto una prueba mide los constructos sobre los que se ha construido. Se trata de probar si el instrumento mide el concepto teórico no si se cumplen las hipótesis sobre la estructura del constructo (Martinez Arias, 2005).

Entre las técnicas más usadas para analizar la validez de constructo, encontramos el análisis factorial. Por lo que lo aplicamos sobre las respuestas que dieron los estudiantes a los doce ítems que plantean el reconocimiento de la aleatoriedad de los sucesos y a los otros doce ítems en los que se solicita la estimación de la probabilidad de un suceso, medida en una escala ordinal. Se trata de confirmar, la existencia de un constructo subyacente que agrupe a la mayor cantidad de ítems y que explique el reconocimiento de la aleatoriedad y la estimación de la probabilidad.

Para llevar a cabo el análisis factorial debemos trabajar con variables cuantitativas que representen puntuaciones logradas por los estudiantes de acuerdo a algún criterio. En relación con los ítems de la aleatoriedad las puntuaciones otorgadas siguen el criterio indicado en la Tabla 29 del Anexo 5.

En relación a los ítems que estiman la probabilidad el criterio de asignación de puntajes es el siguiente. Si el nivel de confianza asignado por el estudiante coincide con el determinado apriorísticamente por el investigador se le otorga el puntaje 3, si le asigna el nivel más cercano al determinado apriorísticamente se le asigna el puntaje 2 y el puntaje 1 si corresponde al nivel más alejado al que corresponde, mientras que si no contesta se le asigna el valor 0.

3.12.5.1 ANÁLISIS FACTORIAL

Aplicamos el análisis factorial (Pérez, 2005) para descubrir los factores o variables causales, no observables que son las causantes de la variabilidad y la estructura de correlaciones presentes en el conjunto de las 24 variables observadas en los 325 estudiantes. Los factores no son observables directamente sino a través de las variables que se correlacionan con ellos.

La extracción de factores se llevó a cabo mediante el método de componentes principales, con el objeto de obtener factores estadísticamente independientes y de máxima variabilidad y al mismo tiempo que no deforme la estructura de los datos.

3.12.5.2 COMUNALIDADES

La comunalidad de una variable X_i representa la fracción de la varianza de la variable que es explicada por los factores. Por lo que si una variable tiene una comunalidad pequeña, menor a 0,30 puede eliminarse, porque significa que los factores no son causales para ella.

La Tabla 1 del Anexo 8 presenta las comunalidades obtenidas que oscilan entre 0.367 (Ítem 6.1) y 0.692 (ítem 7.1) lo que indica la variabilidad de cada ítem (variable X_i) que es explicada por el conjunto de factores retenidos. Esto indica que cada ítem tiene una parte específica fuerte, en especial alguno de ellos. Los ítems más específicos son: el ítem 6 que estima la probabilidad de un suceso relativo al contexto físico natural, debido a que su proporción común a todos los ítems es la más baja con un valor de 0.367 y el que le sigue tiene una comunalidad de 0.395 en la proporción común es el ítem 16, en donde se pide al alumno estimar la probabilidad de un suceso del contexto cotidiano.

Mientras que los ítems menos específicos son: el ítem 7 con un valor de 0.692 en la proporción común, que evalúa el reconocimiento de la aleatoriedad en un suceso del contexto de juego y el ítem 11 con un valor de 0.687 en la proporción común con el resto de los ítems, que evalúa la estimación de la probabilidad de un suceso de juego.

La determinación del número de factores se realizó teniendo en cuenta los autovalores mayores a 1, que en nuestro caso son 7, y explican el 53,17% de la varianza (Tabla 2, Anexo 8), que también está de acuerdo a la sugerencia de Peña (2002) de que el número máximo de factores a extraer debe ser menor a la mitad del número inicial de variables menos 1.

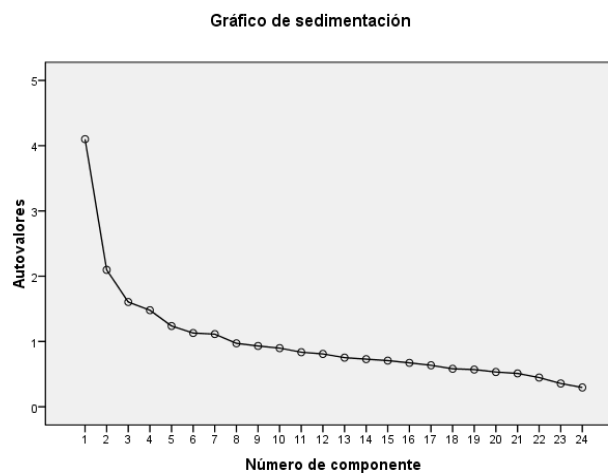
El primer factor explica el 17,082% de la varianza, mientras que los siguientes entre el 8,7% y el 4,6%, cada uno, lo que indica la importancia relativa del primer factor. Este porcentaje proporciona una evidencia de validez del constructo, en cuanto este porcentaje es claramente superior al explicado por los restantes.

3.12.5.3 GRÁFICO DE SEDIMENTACIÓN

En el gráfico de sedimentación se observa que la mayor varianza es debida al primer factor (que interpretamos como el reconocimiento de la aleatoriedad; el

segundo factor representa el reconocimiento de la aleatoriedad en un contexto de mayor dificultad (cotidiano y físico-natural), mientras que los cinco factores restantes hacen referencia a la estimación de la probabilidad, siendo el tercer factor y el cuarto los que mejor explican la variabilidad. El tercer factor lo podemos interpretar como la estimación de la probabilidad en sucesos aleatorios de diferentes contextos, mientras que el quinto se refiere a la estimación de la probabilidad en el contexto de juego y en el contexto físico natural. Además, el cuarto hace referencia al a las dificultades del reconocimiento de la aleatoriedad en el contexto cotidiano y a la estimación de la probabilidad en el contexto cotidiano y físico natural. Los dos factores restantes representan las dificultades en la estimación de la probabilidad.

Figura 3.7 Gráfico de sedimentación



3.12.5.4 Matriz de Componentes no rotados

La matriz de componentes no rotadas se muestra en la Tabla 3 del Anexo 8. Los componentes de la matriz representan las correlaciones entre los factores y los ítems (variables observables).

En la matriz de componentes no rotadas se observa que la mayoría de los ítems contribuyen con correlaciones positivas al primer factor y un elevado número de ellos tiene un peso importante en el mismo, lo pone en evidencia la existencia del constructo subyacente. Pero para obtener una estructura más simple se aplicó una rotación Varimax (Tabla 4, Anexo 8), que maximiza la varianza de los coeficientes que definen efectos de cada factor sobre las variables observadas (Peña, 2002).

3.12.5.5 Matriz de Componentes rotados

Para lograr una mejor interpretación hemos repetido la matriz de componentes rotados pero suprimiendo todas aquellas correlaciones que sean menores a 0,3. (Tabla 5, Anexo 8). Para elegir la matriz final se han seguido los criterios (Martinez Arias, 2005):

- 1°) Tomar sólo factores interpretables para el investigador (Afifi y Clark, 1990)
- 2°) Cada fila de la matriz rotada tenga al menos un cero; es decir que para cada variable debe haber al menos un factor que no contribuya a su varianza.
- 3°) Para cada factor, debe haber un conjunto de variables cuyas saturaciones se aproximen a cero (Afifi y Clark, 1990).
- 4°) Cada factor debe tener peso importante de al menos dos variables, porque de otro modo sería un factor específico (Afifi y Clark, 1990).

A continuación se da la interpretación detallada de los factores.

Los dos primeros factores se refieren a la aleatoriedad de los sucesos y los otros cinco factores a la estimación de la probabilidad de los sucesos.

Primer Factor. EL Reconocimiento de la aleatoriedad en distintos contextos.

Agrupar con altas puntuaciones a ítems relativos al reconocimiento de la aleatoriedad en el contexto de juego ($r=0,816$; $r=0,795$; $r=0,707$; $r=0,642$); a ítems relativos al reconocimiento de la aleatoriedad en el contexto cotidiano, también con altas puntuaciones ($r=0,652$; $r=0,594$; $r=0,343$) y a ítems relativos al reconocimiento de la aleatoriedad en el contexto físico natural ($r=0,442$; $r=0,324$; $r=0,314$). Es decir que, este factor agrupa a diez de los doce ítems dedicados a la aleatoriedad. En este factor encontramos a aquellos ítems que han logrado el mayor reconocimiento de la aleatoriedad por parte de los estudiantes (Tabla 4, Anexo 8).

Factor segundo: El Reconocimiento de la aleatoriedad en el mundo cotidiano y físico natural

Agrupación con altas puntuaciones a ítems relacionados con el reconocimiento de la aleatoriedad que han logrado el menor porcentaje de reconocimiento de la aleatoriedad por parte de los estudiantes. Así encontramos los ítems correspondientes al contexto cotidiano y al contexto físico natural. Tres de los cuatro que involucran sucesos del contexto físico natural ($r=0.673$; $r=0,650$; $r=0,654$) y tres de los cuatro relativos al contexto cotidiano ($r=0.655$; $r=0,386$; $r=0,306$) (Tabla 4, Anexo 8).

Factor tercero: Estimación de la probabilidad en los tres contextos

Agrupación con puntuaciones altas a los ítems relativos a la estimación de la probabilidad en el contexto cotidiano ($r=0,693$; $r=0,531$); en el contexto de juego ($r=0,516$; $r=0,331$) y en el contexto físico ($r=0,481$). Predomina el nivel de confianza medio y el uso de la contingencia y de la equiprobabilidad (Tabla 4, Anexo 8).

Factor cuarto: Dificultades en el reconocimiento de la aleatoriedad y en la estimación de la probabilidad en el contexto cotidiano y físico natural

Agrupación con puntuaciones altas a los ítems de la estimación de la probabilidad del contexto cotidiano ($r=0.649$) con un nivel de confianza alto, con una fuerte presencia de la categoría frecuencial y la laplaciana; y un ítem del contexto físico natural ($r=-0,734$) con un nivel de confianza alto, con fuerte presencia de la contingencia y la equiprobabilidad; siendo ambos ítems diametralmente opuestos. Además, se integra un ítem del reconocimiento de la aleatoriedad en el contexto cotidiano ($r=0,382$) (Tabla 4, Anexo 8).

Factor quinto: Estimación de la probabilidad en el contexto de juego y físico natural

Aglutina a dos ítems relativos a la estimación de la probabilidad en el contexto de juego ($r=0.582$; $r=0,443$), y otro del contexto físico natural ($r=0,692$) (Tabla 4, Anexo 8).

Factor Sexto: Dificultades en la estimación de la probabilidad en el contexto físico natural en relación con el de juego

Aglutina a dos ítems opuestos relativos a la estimación de la probabilidad en el contexto de juego ($r=-0,471$) con un nivel de confianza alto y al contexto físico natural ($r= 0,487$) con un nivel de confianza medio (Tabla 4, Anexo 8).

Factor séptimo: Dificultades en la estimación de la probabilidad en el contexto cotidiano en relación con el de juego

Aglutina a dos ítems que estiman la probabilidad en el contexto cotidiano ($r=0,794$; $r=0,317$) conjuntamente con un ítem del contexto de juego ($r=-0,437$) (Tabla 4, Anexo 8).

3.13 ESTUDIOS DE FIABILIDAD

3.13.1 FIABILIDAD DE CONSISTENCIA INTERNA

El coeficiente de fiabilidad es un indicador de la fiabilidad de las puntuaciones observadas, en el sentido de proporcionar un valor numérico que indica el grado de confianza que podíamos tener en dichas puntuaciones como estimadores de las puntuaciones verdaderas de los estudiantes. Entre los diversos procedimientos para el cálculo del estimador del coeficiente de fiabilidad hemos tomado el coeficiente Alfa de Cronbach.

Este coeficiente se calculó a partir de la muestra de 325 estudiantes mediante el programa SPSS, analizando los estadísticos en cada ítem si se suprime del cuestionario y estudiando el efecto sobre el coeficiente de ir suprimiendo sucesivamente los ítems (Tabla 6, Anexo 8).

Tabla 3.6 Estadísticos de fiabilidad de la prueba (n=325)

Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach basada en los elementos tipificados	N de elementos
.719	.697	24

El valor obtenido 0,719 indica una consistencia interna aceptable. Algunos autores indican como límite general aceptable en los cuestionarios el valor 0,50 (Santisteban, 1990).

La correlación corregida ítem-test oscila entre 0,000 y 0,549, es otro indicador de la validez discriminante, que en general es buena.

La correlación media entre ítems es aceptable, por lo que se ha decidido conservar a todos los ítems.

La prueba T-cuadrado de Hotelling prueba la hipótesis nula de que todos los elementos de la escala tienen la misma media, resultando que son estadísticamente

significativos que las medias son diferentes, hecho que lo confirman los índices de dificultad.

Tabla 3.7 Prueba T cuadrado de Hotelling

T-cuadrado de Hotelling	F	gl1	gl2	Sig.
911.432	36.937	23	302	.000

El coeficiente de correlación intraclase proporcionó un alto valor promedio, indicador de la fiabilidad de una sola medida y fue significativo tanto para los valores promedios como para las medidas individuales, aunque para éstas el valor fue menor.

Tabla 3.8 Coeficiente de correlación intraclase

	Correlación intraclase	Intervalo de confianza 95%	
		Límite inferior	Límite superior
Medidas individuales	.096	.079	.117
Medidas promedio	.719	.673	.761

3.13.2 COEFICIENTE BASADO EN EL ANÁLISIS FACTORIAL

Este coeficiente llamado Theta de Carmines se basa en el análisis factorial; y se calcula teniendo en cuenta el primer autovalor.

En nuestro caso nos estaría indicando una cierta unidimensionalidad del cuestionario. Como el valor obtenido es superior a 0,7 se considera suficientemente alto para llevar un estudio de evaluación (Santisteban, 1990)

$$\theta = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{1}{\lambda_1} \right) = 0,7889$$

Como puede observarse sube respecto al coeficiente Alfa.

3.13.3 GENERALIZABILIDAD

Hemos utilizado la teoría de la generalizabilidad que usa el análisis de la varianza para estudiar las diferentes fuentes de error en el proceso de medida y a su vez extiende el concepto de fiabilidad (Feldt y Brennan, 1991).

Cuando el objeto de estudio son las personas, la fiabilidad del estudio se maximiza cuando la varianza entre las personas aumenta y es grande respecto de los ítems. En nuestro caso la varianza de las personas es un 17% mayor que la varianza de los ítems (Díaz, 2007; Olivo, 2008).

En el estudio de la generalizabilidad la puntuación media X_{pi} de una persona p bajo la condición i se descompone en la siguiente forma (Martinez Arias, 1995)

$$X_{pi} = \mu + (\mu_p - \mu) + (\mu_i - \mu) + (X_{pi} - \mu_p + \mu_i - \mu) \quad (1)$$

Siendo μ la media de todos los estudiantes en el cuestionario; $\alpha_p = (\mu_p - \mu)$ el efecto debido al estudiante $\beta_i = (\mu_i - \mu)$ efecto de la condición i (en nuestro caso el ítem i), $\gamma_{(p\beta)e} = (X_{pi} - \mu_p + \mu_i - \mu)$ la interacción entre estudiante-condición. Se estimaron las diferentes varianzas a partir de la tabla de análisis de varianza y el modelo de estimación de Dunn y Clark (1987)

- Varianza debida a los sujetos σ_p^2 o varianza de diferenciación de todas las personas del universo de personas entre sí.
- Varianza debida a los ítems σ_i^2 refleja los errores asociados con los diferentes niveles de dificultad de los ítems.
- Varianza residual σ_r^2 o del error aleatorio de medida, que en este tipo de diseño está confundido con la interacción ítem-persona.

De esta tabla se obtuvo los cuadrados medios entre sujetos, entre los diferentes ítems y residual, así como sus grados de libertad.

CM_r es un estimador de σ_r^2

CM_p es un estimador de $b\sigma_p^2 + \sigma_r^2$ siendo b el número de ítems

CM_i es un estimador de $a\sigma_i^2 + \sigma_r^2$ siendo a el número de sujetos

Tabla 3.9 ANOVA con prueba de Friedman

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	Chi-cuadrado de Friedman
Inter-personas	682.397	324	2.106	644.779
Intra-personas Inter-elementos	416.576 ^a	23	18.112	
Residual	4412.840	7452	.592	
Total	4829.417	7475	.646	
Total	5511.813	7799	.707	

Tabla 3.10 Componentes de la varianza

Fuente de variación	Componentes de varianza	% de varianza total
Sujetos	0,06308	8,90%
Ítems	0,0539	7,60
Residual	0,592	83,50
Total	0,70898	100

Despejando en las ecuaciones anteriores se obtuvieron las estimaciones de componentes de varianza presentadas en la tabla 3.10.

El coeficiente de generalizabilidad se define como el cociente entre la varianza de las puntuaciones verdaderas y la suma de la varianza más la varianza debida al error aleatorio:

$$G = \frac{\sigma_v^2}{\sigma_v^2 + \sigma_e^2}$$

La varianza de error depende de cuál es el universo de puntuaciones verdaderas considerado (Thorndike, 1989). En este estudio hemos considerado dos situaciones diferentes.

3.13.4 GENERALIZABILIDAD A OTROS ÍTEMS

Cuando queremos generalizar a otros ítems, conservamos fijos a los sujetos y consideramos la varianza dentro de los sujetos como la varianza de la puntuación verdadera. La varianza de error en cada ítem será la varianza residual dividida por el número de ítems. Tomamos como universo de generalización el conjunto de todos los ítems posibles asociados a nuestra variable. El universo de generalización sería el universo de tests de la misma longitud con ítems muy similares a los dados.

La fórmula del coeficiente de generalizabilidad se transforma en:

$$G = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2 + \frac{\sigma_r^2}{24}} = 0,7188$$

El valor obtenido es muy próximo al coeficiente Alfa (0,719), dado que el coeficiente de generalizabilidad a otros ítems coincide con la fiabilidad de consistencia interna, salvo errores de redondeo.

3.13.5 GENERALIZABILIDAD A OTROS ALUMNOS

Cuando queremos generalizar a otros sujetos, conservando fijos los ítems, consideramos la varianza dentro de los ítems como la varianza de la puntuación verdadera. La varianza de error en cada sujeto será la varianza residual, dividido por el número de sujetos. La fórmula del coeficiente de generalizabilidad se transforma en este caso en la siguiente expresión:

$$G = \frac{\sigma_i^2}{\sigma_i^2 + \frac{\sigma_r^2}{325}} = 0,9673$$

Observamos que en nuestro caso la generalizabilidad de nuestro cuestionario a otros estudiantes es un valor muy alto, lo que nos estaría indicando una alta posibilidad de generalizar los resultados a otros estudiantes, conservando el mismo cuestionario, siempre que las características sociológicas y educativas de los estudiantes sean similares.

3.14 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO 3

En este capítulo hemos realizado el análisis de validez de contenido, el análisis de validez discriminante de los ítems y validez de constructo, así como el análisis de fiabilidad del cuestionario, que nos permiten enunciar las siguientes conclusiones:

- El análisis de los índices dificultad obtenidos para cada uno de los ítems que implican el reconocimiento de la aleatoriedad muestran una dificultad moderada.
- El análisis de los índices de discriminación de los ítems correspondientes al reconocimiento de la aleatoriedad nos permiten concluir que todos los índices resultan discriminativos, como se puede observar en el diagrama de cajas, mostrando un desplazamiento importante de la distribución de las puntuaciones del grupo superior respecto de las puntuaciones del grupo inferior.
- El análisis factorial ha permitido detectar la presencia de siete factores que explican el 53,17 % de la varianza y con autovalores mayores a uno. Además respecto de los factores podemos destacar lo siguiente:
 1. El primer factor tuvo un peso bastante mayor que los restantes, lo que explica el 17% de la varianza, lo que nos sugiere el carácter no unidimensional de nuestro instrumento de medición.
 2. Hemos interpretado a los dos primeros factores como los componentes específicos del reconocimiento de la aleatoriedad. Los factores tercero, cuarto y quinto hacen referencia a la estimación de la probabilidad en los diferentes contextos. Mientras que el sexto y el séptimo representan las dificultades en la estimación de la probabilidad en los contexto físico natural y cotidiano en relación con el contexto de juego.
- El análisis factorial da cuenta de la dimensión lógica-matemática del constructo “concepciones probabilísticas”
- Los coeficientes de fiabilidad y generalizabilidad que intentan dar una medida de la estabilidad de las puntuaciones obtenidas frente a las variaciones aleatorias, nos permiten concluir que el cuestionario puede considerarse como fiable en cuanto a la generalizabilidad a otros ítems y también a otros estudiantes.

CAPÍTULO 4

CONCEPCIONES PROBABILÍSTICAS DE LOS ESTUDIANTES DE BIOLOGÍA

4.1 Introducción

4.2 Análisis de las respuestas a los ítems relativos al reconocimiento de la aleatoriedad

4.2.1 Síntesis del análisis de las respuestas relativas a los ítems de la aleatoriedad

4.2.2 Relación entre el “reconocimiento de la aleatoriedad” y las variables “nivel propedéutico de los estudiantes”, “edad de los estudiantes” e “instituto docente”

4.2.3 Relación entre el reconocimiento de la aleatoriedad y la categoría argumentativa

4.2.4 Relación entre el reconocimiento de la aleatoriedad y el contexto del suceso

4.2.5 Análisis Comparativo de las categorías argumentativas de la aleatoriedad

4.2.6 Relación entre las categorías argumentativas de la aleatoriedad y el contexto del suceso

4.3 Análisis de los ítems de estimación de la probabilidad

4.3.1 Análisis de los ítems del contexto de juego

4.3.2 Análisis de los ítems del contexto cotidiano

4.3.3 Análisis de los ítems del contexto físico-natural

4.3.4 Análisis de las respuestas de la opción abierta

4.3.4.1 Enfoque en el resultado aislado

4.3.4.2 Sesgo de equiprobabilidad

4.3.4.3 Sesgo de accesibilidad

4.3.5 Síntesis del análisis de las categorías argumentativas de la probabilidad

4.3.6 Análisis comparativo de las categorías argumentativas de la probabilidad

4.3.7 Estimación de la probabilidad en función del contexto del suceso

4.3.8 Análisis de las categorías argumentativas de la probabilidad y el contexto del suceso

4.3.9 Estimación de la probabilidad y las categorías argumentativas

4.3.10 Análisis de las categorías argumentativas de la probabilidad y el nivel propedéutico de los estudiantes

4.4 Conclusiones del capítulo 4

4.1 INTRODUCCIÓN

Nuestra concepción de la enseñanza y el aprendizaje parte de la idea de Porlán (2003):

las personas aprenden a partir del mundo de significados que ya tienen contruidos. Sólo conociendo y analizando la “materia prima” cognitiva con la que los estudiantes se manejan en la vida extra-académica, los profesores podrán diseñar propuestas con auténtico sentido educativo

Por este motivo nos proponemos conocer las concepciones que tienen los estudiantes en relación con la aleatoriedad y la probabilidad. Entendemos que la enseñanza efectiva debe apoyarse en el conocimiento previo sobre estas concepciones de los estudiantes.

En este capítulo describimos el análisis realizado de las respuestas al cuestionario de concepciones probabilísticas, que dieron los 325 estudiantes de primero a cuarto año, de los cinco profesorados de Biología, que se cursan en los institutos de nivel superior de formación docente: 9-001, 9-002, 9-004, 9-011 y TP-013, de la provincia de Mendoza, Argentina.

Primero analizamos el reconocimiento de la aleatoriedad de distintos sucesos, en el contexto de juego, cotidiano y físico natural; y los argumentos a los que recurren para justificar la aleatoriedad. Posteriormente procedemos de la misma forma con la estimación de la probabilidad, que realizan empleando una escala ordinal (*baja, media y alta*) de sucesos de distintos contextos con sus correspondientes argumentaciones, con las que justifican su decisión anterior.

Los resultados obtenidos se analizaron con técnicas estadísticas univariadas y multivariadas.

4.2 ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS A LOS ÍTEMS RELATIVOS AL RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD

Los ítems relativos al reconocimiento de la aleatoriedad que se consignaron en el cuestionario son los que se presentan en la tabla 4.1.

En la primera columna aparece el número del ítem como figura en el cuestionario, en la segunda columna se especifica el contexto al cual pertenece el suceso y en la tercera columna se enuncia el ítem que involucra un suceso, y que el estudiante debe clasificar como “aleatorio” o “no aleatorio”.

Para cada uno de los ítems que solicitan el reconocimiento de la aleatoriedad, se ha elaborado una tabla, donde se consignan las frecuencias y porcentajes relativos al reconocimiento y no reconocimiento de la aleatoriedad, por categoría argumentativa, y en relación con la totalidad de los estudiantes que completaron el cuestionario.

Tabla 4.1 Ítems de la dimensión de Reconocimiento de la aleatoriedad

Cuestionario de Concepciones Probabilísticas. Ítems de la Dimensión: ALEA		
N° Ítem	Contexto	Enunciado
3	Juego	Predecir la cantidad de caras que se obtienen en 100 lanzamientos de una moneda es un suceso....
7	Juego	Obtener el número 23 en la ruleta de 36 números es un suceso....
13	Juego	Predecir el color de una bola que se extrae de una urna con bolas de distintos colores es un fenómeno...
21	Juego	Acertar el número que muestra un dado ya lanzado, pero que no puedo ver es un suceso....
5	Cotidiano	Sufrir un accidente es un fenómeno.....
8	Cotidiano	Encontrarme por la calle con el primer Maestro/a que tuve en la escuela, es un suceso.....
14	Cotidiano	Que me guste la película que voy a ver el próximo sábado en Cinemak, es un fenómeno.....
15	Cotidiano	Predecir la próxima idea que me venga a la cabeza es un suceso.....
2	Físico -Nat.	Que nieve en el cerro Arco dentro de 30 días es un suceso.....
20	Físico-Nat.	Creo que germine una semilla plantada es un fenómeno...
23	Físico-Nat.	Contraer la gripe el mes que viene es un fenómeno....
24	Físico-Nat.	Sufrir un corte de digestión es un fenómeno....

Comenzamos el análisis con los ítems relativos al contexto de juego.

Ítem 3: “predecir la cantidad de caras que se obtienen en 100 lanzamientos de una moneda es un suceso...”

Las tres cuartas partes de los estudiantes, el 76,92% (250) reconocen la aleatoriedad del suceso, menos de la tercera parte, el 22,16 % (72) no lo reconoce como aleatorio y solamente el 0,92 % (3) no contestan (Tabla 4.2).

De los que reconocen la aleatoriedad se destaca el uso de la *incertidumbre* y la *multiplicidad*. El 51,60 % (129 de 250) argumentan usando la *incertidumbre*; el 30,80 % (77 de 250) usan la *multiplicidad*; el 11,2% (28 de 250) aplica la *causalidad*; el 1,6% (4 de 250) se basa en la propia *subjetividad* y el 4,8% (12 de 250) no argumenta su

elección. Mientras que de los que no reconocen la aleatoriedad el 40,28 % (29 de 72) lo hacen desde la *incertidumbre*; el 11,11 % (26 de 72) desde la *multiplicidad*; el 2,78% (2 de 72) argumenta desde la categoría *subjetiva* y el 6,94% (5 de 72) no responden

Tabla 4.2 Porcentajes de las categorías aplicadas al ítem 3

Reconoce la aleatoriedad			No reconoce la aleatoriedad		
categoría	porcentaje	frecuencia	categoría	porcentaje	frecuencia
ALEA 10	3,69%	12	ALEA 20	1,54%	5
ALEA 11	8,62%	28	ALEA 21	3,08%	10
ALEA 12	23,69%	77	ALEA 22	8,00%	26
ALEA 13	39,69%	129	ALEA 23	8,92%	29
ALEA 14	1,23%	4	ALEA 24	0,62%	2
	76,92%	250		22,16%	72

Por otra parte, el test de la independencia nos indica que existe dependencia entre el reconocimiento de la aleatoriedad y la categoría que argumenta su elección con un valor $p < 0,020$ ($\chi^2 = 21,172$; g.l. = 10)

Ítem 7: “obtener el número 23 en la ruleta de 36 números es un suceso...”

Este suceso es reconocido como aleatorio por el 82,77% (269), mientras que el 15,69% (51) considera que no es aleatorio y el 1,54 % (5) no contesta (Tabla 4.3).

De los que reconocen la aleatoriedad del suceso, el 40,15 % (108 de 269) lo hace desde la *incertidumbre*, el 37,17 % (100 de 269) desde la *multiplicidad*; el 18,21% (49 de 269) usan la *causalidad*; solamente 1 usa la *subjetividad* y el 4,09% (11 de 269) no contesta.

De los que no reconocen la aleatoriedad, el 50,98% (26 de 51) argumenta desde la *multiplicidad*, el 23,53 % (12 de 51) desde la *causalidad*: el 19,61% (10 de 51) lo hace desde la *incertidumbre*; ninguno aplica la categoría *subjetiva* y el 5,88% (3 de 51) no contesta.

Por otra parte, el test de la independencia nos indica que existe dependencia entre el reconocimiento de la aleatoriedad y la categoría que se usa para argumentarla con un valor $p < 0,001$ ($\chi^2 = 97,009$; g.l. = 8)

Tabla 4.3 Porcentajes de las categorías de la aleatoriedad aplicadas al ítem 7

Reconoce la aleatoriedad			No reconoce la aleatoriedad		
categoría	porcentaje	frecuencia	categoría	porcentaje	Frecuencia
ALEA 10	3,38%	11	ALEA 20	0,92%	3
ALEA 11	15,08%	49	ALEA 21	3,69%	12
ALEA 12	30,77%	100	ALEA 22	8,00%	26
ALEA 13	33,23%	108	ALEA 23	3,08%	10
ALEA 14	0,31%	1	ALEA 24	0%	0
	82,77%	269		15,69%	51

Ítem 13: “predecir el color de una bola que se extrae de una urna con bolas de distintos colores es un fenómeno...”

Para este suceso, el 81,23% (264) de los estudiantes lo reconoce como aleatorio, mientras que el 17,85% (58) considera que no es aleatorio y el 0,92% (3) no contesta en relación con el reconocimiento de la aleatoriedad (Tabla 4.4).

De los que reconocen la aleatoriedad, el 60,98 % (161 de 264) argumentan desde la *incertidumbre*, el 25,76% (68 de 264) lo hace desde la *multiplicidad*; el 8,33% (22 de 264) aplican la *causalidad*; el 1,14% (3 de 264) aplican la categoría *subjetiva* y el 3,79% (10 de 264) no justifica su elección de no aleatorio.

De los que no reconocen la aleatoriedad, el 60,34% (35 de 58) justifican desde la *incertidumbre* y el 24,14% (14 de 58) lo hacen desde la *multiplicidad*.

Por otra parte, el test de la independencia nos indica que existe dependencia entre el reconocimiento de la aleatoriedad y la categoría que se usa para argumentarla con un valor $p < 0,001$ ($\chi^2 = 39,113$; g.l. = 8)

Tabla 4.4 Porcentajes de las categorías de la aleatoriedad aplicadas al ítem 13

Reconoce la aleatoriedad			No reconoce la aleatoriedad		
categoría	porcentaje	frecuencia	categoría	porcentaje	frecuencia
ALEA 10	3,08%	10	ALEA 20	0%	0
ALEA 11	6,77%	22	ALEA 21	2,77%	9
ALEA 12	20,92%	68	ALEA 22	4,31%	14
ALEA 13	49,54%	161	ALEA 23	10,77%	35
ALEA 14	0,92%	3	ALEA 24	0%	0
	81,23%	264		17,85%	58

Ítem 21: “acertar el número que muestra un dado ya lanzado, pero que no puedo ver es un suceso...”

El suceso presentado en este ítem es reconocido como aleatorio por el 80,62 % (262) de los estudiantes, mientras que solamente el 18,15 % (59) no lo reconoce como tal y un 1,23% (4) no contesta (Tabla 4.5).

De los estudiantes que reconocen la aleatoriedad el 71,76%(188 de 262) lo hace desde la *incertidumbre*, el 15,27% (40 de 262) lo hacen desde la *causalidad*; solamente el 8,40% (22 de 262) lo hacen desde la *multiplicidad*; el 1,53% (4 de 262) usa la categoría subjetiva y el 3,05% (8 de 262) no argumenta su decisión.

De los que no reconocen la aleatoriedad, el 55,93% (33 de 59) argumentan desde la incertidumbre, el 20,34% (12 de 59) aplican la causalidad; solamente el 13,54% (8 de 54) desde la multiplicidad; el 3,39% (2 de 59) usa la propia *subjetividad* y el 6,78% 4 de 59) no argumenta.

Por otra parte, entre los que no reconocen la aleatoriedad del suceso, se observa que la categoría que tiene mayor frecuencia es la incertidumbre con un 10,15% (33) seguida por la causalidad con un 3,69% (12)

Tabla 4.5 Porcentajes de las categorías de la aleatoriedad aplicadas al ítem 21

Reconoce la aleatoriedad			No reconoce la aleatoriedad		
categoría	porcentaje	frecuencia	categoría	porcentaje	frecuencia
ALEA 10	2,46%	8	ALEA 20	1,23%	4
ALEA 11	12,31%	40	ALEA 21	3,69%	12
ALEA 12	6,77%	22	ALEA 22	2,46%	8
ALEA 13	57,85%	188	ALEA 23	10,15%	33
ALEA 14	1,23%	4	ALEA 24	0,62%	2
	80,62%	262		18,15%	59

Por otra parte, el test de la independencia nos indica que existe dependencia entre el reconocimiento de la aleatoriedad y la categoría que se usa para argumentarla con un valor $p < 0,002$ ($\chi^2 = 28,391$; g.l. = 10)

Ítem 5: “sufrir un accidente es un fenómeno...”

Más de las tres cuartas partes de los estudiantes, el 78,77 % (256) reconoce la aleatoriedad del suceso, el 19,39 % (63) no lo reconoce como aleatorio y sólo el 1,84 % (6) no contesta (Tabla 4.6).

De los que reconocen la aleatoriedad el 59,76 % (153 de 256) argumentan desde la *incertidumbre*, el 21,48% (55 de 256) lo hacen desde la *multiplicidad*; en tercer lugar el 14,84% (38 de 256) eligen la *causalidad*; el 1,56% (4 de 256) aplica la propia *subjetividad* y 2,34%(6 de 256) no argumentan su elección.

De los que no reconocen la aleatoriedad el 44,44 (28 de 63) % lo hacen desde la *incertidumbre*, el 30,16% (19 de 63) lo hace desde la *causalidad*; el 15,87 % (10 de 63) lo hacen desde la *multiplicidad*; el 6,35% argumenta desde la categoría *subjetiva* y solamente el 3,17% (2 de 63) no contestan.

Tabla 4.6 Porcentajes de categorías de la aleatoriedad aplicadas en el ítem 5

Reconoce la aleatoriedad			No reconoce la aleatoriedad		
categoría	porcentaje	frecuencia	categoría	porcentaje	frecuencia
ALEA 10	1,85%	6	ALEA 20	0,61%	2
ALEA 11	11,69%	38	ALEA 21	5,85%	19
ALEA 12	16,92%	55	ALEA 22	3,08%	10
ALEA 13	47,07%	153	ALEA 23	8,62%	28
ALEA 14	1,23%	4	ALEA 24	1,23%	4
	78,77%	256		19,39%	63

Por otra parte, el test de la independencia nos indica que existe dependencia entre el reconocimiento de la aleatoriedad y la categoría correspondiente con un valor $p < 0,001$ ($\chi^2 = 82,997$; g.l. = 8)

Ítem 8: “encontrarme por la calle con el primer Maestro/a que tuve en la Escuela, es un suceso...”

Para este suceso, el 77,85% (253) lo reconocen como aleatorio, mientras que el 21,54% (70) no reconoce el suceso como aleatorio y el 0,62% (2) no contesta en relación con el reconocimiento de la aleatoriedad (Tabla 4.7).

De los que reconocen la aleatoriedad el 41,50% (105 de 253) argumentan desde la *incertidumbre*, el 31,22% (79 de 253) argumentan desde la *multiplicidad*; el 23,71% (60 de 253) lo hacen desde la *causalidad*; el 0,79% (2 de 253) usan la propia *subjetividad* y el 2,77% (7 de 253) no contestan a la argumentación.

De los que no reconocen la aleatoriedad, el 34,29 % (24 de 70) lo hacen desde la *incertidumbre*, el 31,43 % (22 de 70) argumentan desde la *incertidumbre*, el 31,43% (22 de 70) lo hace desde la *multiplicidad* y el 27,14% (19 de 70) aplican la *causalidad*; y solamente el 2,86% (2 de 70).

Por otra parte, el test de la independencia nos indica que existe dependencia entre el reconocimiento de la aleatoriedad y la categoría que se usa para argumentarla con un valor $p < 0,020$ ($\chi^2 = 18,154$; g.l. = 8).

Tabla 4.7 Porcentajes de las categorías de la aleatoriedad aplicadas al ítem 8

Reconoce la aleatoriedad			No reconoce la aleatoriedad		
categoría	porcentaje	frecuencia	categoría	porcentaje	frecuencia
ALEA 10	2,15%	7	ALEA 20	0,62%	2
ALEA 11	18,46%	60	ALEA 21	5,85%	19
ALEA 12	24,31%	79	ALEA 22	6,77%	22
ALEA 13	32,31%	105	ALEA 23	7,38%	24
ALEA 14	0,62%	2	ALEA 24	0,92%	3
	77,85%	253		21,54%	70

Ítem 14: “que me guste la película que voy a ver el próximo sábado en Cinemak, es un fenómeno...”

El 50,15% (163) de los estudiantes consideran que este suceso es aleatorio, el 48,62% (158) que no lo es y el 1,23% (4) no contestan (Tabla 4.8).

De los que reconocen la aleatoriedad, el 47,85% (78 de 163) argumentan desde la incertidumbre, el 37,42% (61 de 163) argumentan desde la causalidad; el 11,66% (19 de 163) lo hacen desde la multiplicidad; solamente 1 estudiante argumenta desde la categoría subjetiva y el 2,43% (4 de 163) no responden a la argumentación.

De los que no reconocen la aleatoriedad, el 60,13% (95 de 158) argumentan desde la causalidad, el 21,52% (34 de 158) lo hacen desde la incertidumbre; el 9,49% (15 de 158) argumentan desde su propia *subjetividad*; el 5,6% (8 de 158) lo hacen desde la multiplicidad y el 3,8% (6 de 158) no contestan a la argumentación.

Por otra parte, el test de la independencia nos indica que existe dependencia entre el reconocimiento de la aleatoriedad y la categoría que se usa para argumentarla con un valor $p < 0,001$ ($\chi^2 = 68,946$; g.l. = 8)

Tabla 4.8 Porcentajes de las categorías de la aleatoriedad aplicadas al ítem 14

Reconoce la aleatoriedad			No reconoce la aleatoriedad		
categoría	porcentaje	frecuencia	categoría	porcentaje	frecuencia
ALEA 10	1,23%	4	ALEA 20	1,85%	6
ALEA 11	18,76%	61	ALEA 21	29,23%	95
ALEA 12	5,85%	19	ALEA 22	2,46%	8
ALEA 13	24,00%	78	ALEA 23	10,46%	34
ALEA 14	0,31%	1	ALEA 24	4,62%	15
	50,15%	163		48,62%	158

Ítem 15: “predecir la próxima idea que me venga a la cabeza es un suceso...”

El 63,69% (207) de los estudiantes reconocen la aleatoriedad de este suceso, mientras que el 34,77% (113) no lo reconocen como aleatorio y el 1,54% (5) no contesta respecto del tipo de suceso expuesto (Tabla 4.9).

De los que reconocen la aleatoriedad, el 51,21% (106 de 207) argumentan desde la *causalidad*, el 28,02% (58 de 207) argumenta desde la *incertidumbre*; el 17,87% (37 de 207) lo hacen desde la *multiplicidad*; solamente 1 estudiante argumenta desde la *subjetividad* y el 2,42% (5 de 207) no responden.

Mientras que de los que no reconocen la aleatoriedad, el 59,29% (67 de 113) argumentan desde la *causalidad*; el 20,35% (23 de 113) considera la *incertidumbre*; el 8,85% (10 de 113) lo hacen desde la *multiplicidad*; el 6,19% (7 de 113) usa la *subjetividad* y el 5,31% (6 de 113) no contesta.

Por otra parte, el test de la independencia nos indica que existe dependencia entre el reconocimiento de la aleatoriedad y la categoría que se usa para argumentarla con un valor $p < 0,001$ ($\chi^2 = 86,349$; g.l. = 8)

Tabla 4.9 Porcentajes de las categorías de la aleatoriedad aplicadas al ítem 15

Reconoce la aleatoriedad			No reconoce la aleatoriedad		
categoría	porcentaje	frecuencia	categoría	porcentaje	frecuencia
ALEA 10	1,54%	5	ALEA 20	1,85%	6
ALEA 11	32,61%	106	ALEA 21	20,61%	67
ALEA 12	11,38%	37	ALEA 22	3,08%	10
ALEA 13	17,85%	58	ALEA 23	7,08%	23
ALEA 14	0,31%	1	ALEA 24	2,15%	7
	63,69%	207		34,77%	113

Ítem 2: “que nieve en el cerro Arco dentro de 30 días es un suceso”

Este suceso del contexto físico-natural fue reconocido como aleatorio por más de la mitad de los estudiantes, es decir, por el 68,3% (222); un poco menos de la tercera parte de los estudiantes considera que no es aleatorio, el 29,23 % (95) y el 2,46 % (8) no contesta en relación con el reconocimiento de la aleatoriedad (Tabla 4.10)

Entre los que reconocen la aleatoriedad, el 50,45% (112 de 222) argumentan desde la *incertidumbre*, el 22,97 % (51 de 222) lo hacen desde la *causalidad*; el 18,92% (42 de 222) usa la *multiplicidad*; solamente 1 estudiante argumenta desde su propia *subjetividad* y el 7,21% (16 de 222) no argumenta la aleatoriedad. Mientras que de los que no reconocen la aleatoriedad el 45,26 % (43 de 95) lo hacen desde la *incertidumbre*; el 36,84 % (35 de 95) desde la *causalidad*; el 11,58% (11 de 95) usan la *multiplicidad*; el 4,21% (4 de 95) argumenta desde la categoría *subjetiva* y solamente 2,11% (2 de 95) estudiantes no argumentan

Es decir que, los argumentos dominantes son la *incertidumbre* y la *causalidad*, tanto para afirmar como para negar la aleatoriedad.

Por otra parte, el test de la independencia nos indica que existe dependencia entre el reconocimiento de la aleatoriedad y la categoría argumentativa con un valor $p < 0,001$ ($\chi^2 = 46,459$; g.l. = 8)

Tabla 4.10 Porcentajes de las categorías aplicadas al ítem 2

Reconoce la aleatoriedad			No reconoce la aleatoriedad		
categoría	porcentaje	frecuencia	categoría	porcentaje	frecuencia
ALEA 10	4,92%	16	ALEA 20	0,62%	2
ALEA 11	15,69%	51	ALEA 21	10,77%	35
ALEA 12	12,92%	42	ALEA 22	3,38%	11
ALEA 13	34,46%	112	ALEA 23	13,23%	43
ALEA 14	0,31%	1	ALEA 24	1,23%	4
68,30%			29,23%		
222			95		

Ítem 20: “creo que germine una semilla plantada es un fenómeno....”

Para este suceso el 55,08% (179) reconocen la aleatoriedad y el 43,69% (142) no la reconocen, mientras que el 1,23% (4) no contestan (Tabla 4.11).

De los estudiantes que reconocen la aleatoriedad, el 44,13% (79 de 179) desde la *causalidad*, el 31,84% (57 de 179) lo hacen desde la *multiplicidad*; el 21,22% (38 de 179) desde la *incertidumbre*; ningún estudiante argumenta desde la categoría *subjetiva* y el 2,79% (5 de 179) no explican porque es aleatorio.

El 76,06% (108 de 142) de los estudiantes que no reconocen la aleatoriedad argumentan fundamentalmente desde la *causalidad*; el 9,86% (14 de 142) lo hace desde la *incertidumbre*; el 9,15% (13 de 142) aplica la *multiplicidad*; el 2,11% (3 de 142) lo hace desde la propia subjetividad y 2,82 (4 de 142) no argumentan la negación de la aleatoriedad.

Por otra parte, el test de la independencia nos indica que existe dependencia entre el reconocimiento de la aleatoriedad y la categoría que se usa para argumentarla con un valor $p < 0,001$ ($\chi^2 = 68,700$; g.l. = 8)

Tabla 4.11 Porcentajes de las categorías de la aleatoriedad aplicadas al ítem 20

Reconoce la aleatoriedad			No reconoce la aleatoriedad		
categoría	porcentaje	frecuencia	categoría	porcentaje	frecuencia
ALEA 10	1,54%	5	ALEA 20	1,23%	4
ALEA 11	24,31%	79	ALEA 21	33,23%	108
ALEA 12	17,54%	57	ALEA 22	4,00%	13
ALEA 13	11,69%	38	ALEA 23	4,31%	14
ALEA 14	0%	0	ALEA 24	0,92%	3
55,08%			43,69%		
179			142		

Ítem 23: “contraer la gripe el mes que viene es un fenómeno...”

Más de la mitad de los estudiantes, el 66,15 % (215) reconoce este fenómeno como aleatorio, el 32,92 % (107) no lo reconocen como aleatorio y el 0,92 % (3) no contesta (Tabla 4.12).

De los estudiantes que reconocen como aleatorio este suceso, el 63,26% 136 de 215) argumentan desde la *causalidad*, el 20% (43 de 215) lo hacen desde la *incertidumbre*; el 14,42% (31 de 215) lo hacen desde la *multiplicidad*; ninguno usa la subjetividad y el 2,33% (5 de 215) no argumentan la afirmación de la aleatoriedad.

De los estudiantes que no reconocen la aleatoriedad, el 58,88% (63 de 107) argumenta desde la *causalidad*, el 21,49% (23 de 107) lo hace desde la *incertidumbre* y solamente el 15,89% (17 de 107) argumentan desde la *multiplicidad*; ninguno argumenta desde la *subjetividad* y el 3,74% (4 de 107) no argumenta la negación de la aleatoriedad.

Por otra parte, el test de la independencia nos indica que existe independencia entre el reconocimiento de la aleatoriedad y la categoría que se usa para argumentarla con un valor $p = 0,945$ ($\chi^2 = 1,698$; g.l. = 6)

Tabla 4.12 Porcentajes de las categorías de la aleatoriedad aplicadas al ítem 23

Reconoce la aleatoriedad			No reconoce la aleatoriedad		
categoría	porcentaje	frecuencia	categoría	porcentaje	frecuencia
ALEA 10	1,54%	5	ALEA 20	1,23%	4
ALEA 11	41,84%	136	ALEA 21	19,38%	63
ALEA 12	9,54%	31	ALEA 22	5,23%	17
ALEA 13	13,23%	43	ALEA 23	7,08%	23
ALEA 14	0%	0	ALEA 24	0,00%	0
	66,15%	215		32,92%	107

Ítem 24: “sufrir un corte de digestión es un fenómeno...”

De los estudiantes encuestados el 60,92 % (198) reconoce al fenómeno como aleatorio, el 38,77% (126) no lo reconoce como aleatorio y el 0,31 % (1) no contesta (Tabla 4.13).

De los estudiantes que reconocen la aleatoriedad, el 46,97% (93 de 198) lo hace desde la *causalidad*, el 30,81% (61 de 198) desde la *incertidumbre*; solamente el 18,69% (37 de 198) desde la *multiplicidad*; ninguno argumenta desde la *subjetividad* y el 3,54% (7 de 198).

Por otra parte, de los estudiantes que no reconocen la aleatoriedad, el 61,90% (78 de 126) argumenta desde la *causalidad* y el 19,05% (24 de 126) desde la *multiplicidad*.

Por otra parte, el test de la independencia nos indica que existe independencia entre el reconocimiento de la aleatoriedad y la categoría que se usa para argumentarla con un valor $p = 0,228$ ($\chi^2 = 10,556$; g.l. = 8)

Tabla 4.13 Porcentajes de las categorías de la aleatoriedad aplicadas al ítem 24

Reconoce la aleatoriedad			No reconoce la aleatoriedad		
categoría	porcentaje	frecuencia	categoría	porcentaje	frecuencia
ALEA 10	2,15%	7	ALEA 20	0,62%	2
ALEA 11	28,62%	93	ALEA 21	24,00%	78
ALEA 12	11,38%	37	ALEA 22	7,38%	24
ALEA 13	18,77%	61	ALEA 23	6,46%	21
ALEA 14	0,00%	0	ALEA 24	0,31%	1
	60,92%	198		38,77%	126

4.2.1 SÍNTESIS DEL ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS RELATIVAS A LOS ÍTEMS DE LA ALEATORIEDAD

A modo de síntesis, en la Tabla 1 del Anexo 9, presentamos el resumen de los resultados de los ítems correspondientes al reconocimiento de la aleatoriedad de los PBF.

En la primera columna figuran cada uno de los ítems con el contexto al que pertenece: J (juego), C (cotidiano) y F (físico-natural); el resto de las columnas muestran porcentajes de estudiantes. En la segunda, en forma creciente el correspondiente a los estudiantes que no han reconocido el suceso como aleatorio; en la tercera columna el de los estudiantes que han reconocido el suceso como aleatorio, en forma creciente; en la cuarta columna el de los estudiantes que no contestaron a la clasificación del suceso como “aleatorio” o “no aleatorio”; la quinta columna corresponde al de los estudiantes que argumentaron desde la categoría 1 (causalidad); en la sexta columna al de los que argumentaron desde la categoría 2(multiplicidad); en la séptima columna al de los que argumentaron desde la categoría 3 (incertidumbre); en la octava columna al de los que argumentaron desde la categoría 4 (subjetiva) y finalmente en la última columna el porcentaje de estudiantes que no argumentaron su decisión.

En la tabla podemos apreciar la presencia de dos ítems en donde el no reconocimiento de la aleatoriedad es aproximadamente igual a la mitad de las respuestas. Tal es el caso del ítem 14 (cotidiano), con un 48,62%; y el ítem 20 (físico-natural) con un 43,69%. A continuación encontramos cuatro ítems, en los que las respuestas de no reconocimiento de la aleatoriedad son aproximadamente de un tercio; son los ítems: 24(físico-natural) con un 38,77%, 15 (cotidiano) con un 34,77%, 23 (físico-natural) con el 32,92% y el 2(físico-natural) con un 29,23%. Alcanzando el menor porcentaje el ítem 7(juego).

Es importante destacar que de los seis ítems, en los que se alcanza el mayor no reconocimiento de la aleatoriedad, encontramos cuatro del contexto físico-natural y dos del contexto cotidiano; como afirman Cardeñoso (2001) y Lajoie, Jacobs y Lavigne (1995), en el contexto físico-natural se piensa más desde la perspectiva determinista que desde un planteamiento probabilístico. Sin embargo, en la tercera columna vemos que el reconocimiento de la aleatoriedad en estos ítems supera el 50%; situación que difiere bastante de los resultados encontrados por Cardeñoso (2001) con los profesores de educación primaria en activo.

En general, se puede afirmar que en los estudiantes para profesor de biología, el reconocimiento de la aleatoriedad es mayor que el no reconocimiento de la aleatoriedad. Este resultado fue proporcionado por el test de Wilcoxon, dando como valor para el estadístico $z = -10,948$ un valor $p < 0,001$.

En promedio, un estudiante reconoce como aleatorio 8,40 sucesos de los 12 planteados en el cuestionario.

4. 2.2 RELACIÓN ENTRE EL “RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD” Y LAS VARIABLES “NIVEL PROPEDÉUTICO DE LOS ESTUDIANTES”, “EDAD DE LOS ESTUDIANTES e “INSTITUTO DOCENTE”

Nuestro interés docente se centra en saber si el reconocimiento de la aleatoriedad depende del nivel propedéutico de los estudiantes; para lo cual aplicamos el test de independencia de Pearson a las variables “cantidad de sucesos reconocidos como aleatorios por estudiante” y “nivel propedéutico del estudiante”, encontrando que estas dos variables son independientes con un valor de $\chi^2 = 55,759$, g.l.=42 y un valor $p=0,076$. Por lo tanto, concluimos que la formación académica no ha favorecido el desarrollo del pensamiento aleatorio.

Además, consideramos importante saber si esta noción es independiente de la edad, por lo que la aplicación del test de independencia de Pearson arrojó un valor de $\chi^2 = 75,770$, con g.l.=70 y un valor p= 0,298; indicándonos que el reconocimiento de la aleatoriedad es independiente de la edad.

Por otra parte, podríamos pensar que esta noción depende de la enseñanza impartida en el instituto donde se realiza la carrera; y nuevamente el test de independencia nos proporcionó un valor de $\chi^2 = 53,346$, con g.l.=56 y valor p= 0,576; con lo que concluimos que el reconocimiento de la aleatoriedad es independiente del instituto.

4.2.3 RELACIÓN ENTRE EL RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD Y LA CATEGORÍA ARGUMENTATIVA

Pensamos que el tipo de suceso aleatorio considerado está estrechamente relacionado con las argumentaciones que dan los estudiantes. Por este motivo, aplicamos a cada uno de los ítems el test de independencia de Pearson; para analizar si existe alguna relación. Los resultados obtenidos se muestran a continuación e indican que en 10 de los 12 ítems se detecta la dependencia entre las variables consideradas. Los dos ítems en los que no se encuentra dependencia, son dos ítems que representan fenómenos del contexto físico-natural, en los que se destaca el uso de la causalidad tanto para afirmar como para negar la aleatoriedad y que representan verdaderos obstáculos para los estudiantes (Tabla 4.14).

Tabla 4.14 Resultados de los tests de independencia aplicados cada uno de los ítems relativos a la aleatoriedad

Ítem	Contexto	Chi-Cuadrado	Valor P	g.l.
2	Físico-natural	46,459	0,001	8
3	Juego	21,172	0,020	10
5	Cotidiano	82,997	0,001	8
7	Juego	97,009	0,001	8
8	Cotidiano	18,154	0,020	8
13	Cotidiano	39,113	0,001	8
14	Físico-natural	68,946	0,001	8
15	cotidiano	86,349	0,001	8
20	Físico-natural	68,700	0,001	8
21	Juego	28,391	0,002	10
23	Físico-natural	1,698	0,945*	6
24	Físico-natural	10,556	0,228*	8

4.2.4 RELACIÓN ENTRE EL RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD Y EL CONTEXTO del SUCESO

Es importante saber cómo influye el contexto en el reconocimiento de la aleatoriedad; es decir, nos interesa saber en qué contexto se reconoce con mayor o menor facilidad la aleatoriedad; a los efectos de contar con un conocimiento que nos permita implementar estrategias adecuadas en la enseñanza.

Para el logro de este objetivo, consideramos las variables:

ALEAJ: “cantidad de sucesos reconocidos como aleatorios en el contexto de juego por estudiante”

ALEAC: “cantidad de sucesos reconocidos como aleatorios en el contexto cotidiano por estudiante”

ALEAF: “cantidad de sucesos reconocidos como aleatorios en el contexto físico-natural por estudiante”

NALEAJ: “cantidad de sucesos no reconocidos como aleatorios en el contexto de juego por estudiante”

NALEAC: “cantidad de suceso no reconocidos como aleatorios en el contexto cotidiano por estudiante”

NALEAF: “cantidad de sucesos no reconocidos como aleatorios en el contexto físico-natural por estudiante”

En primer lugar, de manera global aplicamos el test no-paramétrico de Friedman a las variables ALEAF, ALEAC y ALEAJ, que nos permite asegurar que existen diferencias significativas en el reconocimiento de la aleatoriedad en los tres contextos. Los resultados muestran que, en promedio se reconocen como aleatorios 2,30 sucesos por estudiante en el contexto de juego; 2,11 en el contexto cotidiano y 1,59 en el contexto físico-natural; el estadístico usado es $\chi^2 = 112,77$ con g.l.=2 y valor $p < 0,001$.

Luego, comparamos las variables, tomadas de a dos, aplicando el test no paramétrico de Wilcoxon por tratarse de muestras dependientes (Zar, 2010; Sierra, 2007). Los resultados se muestran en la Tabla 4.15.

Tabla 4.15 Tests de Wilcoxon para la comparación del RA en los distintos contextos

Categorías/Contexto	Estadístico (z)	Valor p	conclusión
ALEAJ- ALEAC	-0.819	0.413	No hay diferencias significativas
ALEAJ- ALEAF	-7.857	0.000*	Juego > Físico-Natural
ALEAC- ALEAF	-8.764	0.000*	Cotidiano > Físico-Natural

Podemos concluir que el reconocimiento de la aleatoriedad es mayor en el contexto de juego que en el Físico-Natural, como así también en el contexto cotidiano respecto del contexto físico-natural. Pero no podemos asegurar que en el contexto de juego sea mayor que en el cotidiano.

De la misma manera que en el caso anterior comparamos el no reconocimiento de la aleatoriedad en los tres contextos. En el contexto físico-natural, no se reconocen los sucesos aleatorios con un promedio de 2,50 sucesos por estudiante, de los 12 sucesos planteados en el cuestionario; en el contexto cotidiano 1,92 sucesos, y en el de juego 1,58 sucesos. De manera global, el test de Friedman indicó que existen diferencias significativas entre los tres contextos; y proporcionó el siguiente resultado $\chi^2 = 189,751$ con g.l.=2 y un valor $p < 0,001$.

Luego, comparamos las variables tomadas de a dos, mediante el test de Wilcoxon, como se muestra en la Tabla 4.16.

Tabla 4.16 Tests de Wilcoxon para el NRA en los distintos contextos

Categorías/Contexto	Estadístico (z)	Valor p	conclusión
NALEAJ- NALEAC	-5,531	0.000	Cotidiano > Juego
NALEAJ- NALEAF	-10,741	0.000	Físico-Natural > Juego
NALEAC- NALEAF	-9,25	0.000	Físico-Natural > Cotidiano

Se puede concluir que en el contexto físico- natural la falta de reconocimiento de la aleatoriedad es mayor que en el cotidiano, y en el cotidiano mayor que en el de juego; y en consecuencia en el físico-natural es mayor que el de juego.

Sin embargo, creemos apropiado analizar por separado en cada contexto el “reconocimiento de la aleatoriedad” (RA) y el “no reconocimiento de la aleatoriedad” (NRA) de cada uno de los sucesos aleatorios.

En el contexto de juego, el test de Wilcoxon con el estadístico $z=-12,243$ y un valor $p < 0,001$ nos permite afirmar que el reconocimiento de la aleatoriedad es significativamente mayor respecto del no reconocimiento de la aleatoriedad.

En el contexto cotidiano, ocurre exactamente lo mismo que en el de juego, con $z=-10,41$ y un valor $p < 0,001$.

En el contexto físico-natural, si bien el no reconocimiento es mayor que el reconocimiento de la aleatoriedad, no se puede afirmar que esta diferencia sea significativa, con un $z=-1,825$ y un valor $p=0,068$.

4.2.5 ANÁLISIS COMPARATIVO DE LAS CATEGORÍAS ARGUMENTATIVAS DE LA ALEATORIEDAD

En la Tabla 2 del Anexo 9, presentamos los porcentajes de estudiantes que argumentan la aleatoriedad desde cada una de las ocho categorías y en cada uno de los tres contextos de los sucesos analizados. Se concluye que en el contexto de juego y en el cotidiano se usa con mayor frecuencia la “incertidumbre” y en el contexto físico-natural se usa la “causalidad”, en el reconocimiento de la aleatoriedad del suceso. Mientras que en el no reconocimiento de la aleatoriedad, se aplica con mayor frecuencia la “incertidumbre” en el contexto de juego; mientras que en el cotidiano y el físico-natural se argumenta desde la causalidad.

Luego, se determinaron las medidas descriptivas de las categorías argumentativas de la aleatoriedad, alcanzando el mayor valor ALEA13 (reconocimiento de la aleatoriedad desde la incertidumbre) con una media de 4,5, seguida por la categoría ALEA21 (no reconocimiento de la aleatoriedad desde la causalidad) con un valor medio de 2,03 (Tabla 3, Anexo 9).

De manera global, el test de Friedman, nos indica que existen diferencias significativas en la aplicación de las diferentes categorías argumentativas de la aleatoriedad, con un $\chi^2 = 556,359$, con g.l.=3 y valor $p < 0,001$.

Posteriormente, aplicamos el test de Wilcoxon a cada par de variables que representan la cantidad de sucesos reconocidos como aleatorios por categoría y por estudiante: ALEA11, ALEA12, ALEA13, ALEA14, como se indica en la Tabla 4.17.

Tabla 4.17 Tests de Wilcoxon para la comparación de las categorías argumentativas del RA

categorías	Estadístico (z)	Valor p
ALEA12 > ALEA11	-0.146	0.884
ALEA13 > ALEA 11	-11.884	0.000
ALEA11 > ALEA14	-14.014	0.000
ALEA13 > ALEA12	-11.538	0.000
ALEA12 > ALEA14	-13.392	0.000
ALEA13 > ALEA14	-15.015	0.000

Podemos concluir que: ALEA13 > ALEA12 > ALEA14; y ALEA13 > ALEA11 > ALEA14. No podemos asegurar que ALEA11 sea diferente de ALEA12.

Concluimos que el reconocimiento de la aleatoriedad se justifica fundamentalmente desde la incertidumbre, y en segundo lugar desde la causalidad o desde la multiplicidad; y que la categoría menos usada es la subjetiva.

En relación con el no reconocimiento de la aleatoriedad, nuevamente el test de Friedman, nos informa que existen diferencias significativas entre las distintas categorías argumentativas del no reconocimiento de la aleatoriedad, con $\chi^2 = 408,034$, g.l.=3, valor p < 0,001 .

Pero nuestro interés es saber entre qué categorías se presentan esas diferencias significativas. Por lo tanto, el análisis lo realizamos tomando las variables: ALEA21, ALEA22, ALEA23 y ALEA24 por pares.

Tabla 4.18 Tests de las categorías argumentativas en el NRA

categorías	Estadístico (z)	Valor p
ALEA21 > ALEA22	-11.942	0.000
ALEA21 > ALEA 23	-6.387	0.000
ALEA21 > ALEA24	-14.553	0.000
ALEA23 > ALEA22	-6.632	0.000
ALEA22 > ALEA44	-7.06	0.000
ALEA23 > ALEA24	-9.451	0.000

Podemos concluir que: ALEA21 > ALEA23 > ALEA22 > ALEA24

Se puede concluir que, el no reconocimiento de la aleatoriedad se argumenta en primer lugar desde la causalidad, en segundo lugar desde la incertidumbre, luego desde la multiplicidad y finalmente desde la categoría subjetiva.

4.2.6 CATEGORÍAS ARGUMENTATIVAS DE LA ALEATORIEDAD Y EL CONTEXTO

Consideramos que sería importante saber qué categorías se usan con mayor frecuencia para argumentar la aleatoriedad, en cada uno de los contextos.

En el contexto de juego, el test de Friedman afirma que existe diferencias significativas en la aplicación de la aleatoriedad, con un valor del estadístico $\chi^2 = 500,935$, con g.l.=3 y valor $p < 0,001$.

A continuación aplicamos el test de Wilcoxon a cada par de variables argumentativas de la aleatoriedad en el contexto de juego.

En el contexto de juego la categoría incertidumbre se usa de manera significativamente mayor que cualquiera de las otras tres (multiplicidad, causalidad y subjetiva). En segundo lugar, la más usada es la categoría multiplicidad respecto de las otras dos (causalidad y subjetiva); y finalmente la causalidad se usa de manera significativamente mayor que la categoría subjetiva (Tabla 4 del Anexo 9).

En el contexto cotidiano, también el test de Friedman arrojó diferencias significativas entre las cuatro categorías argumentativas de la aleatoriedad, con $\chi^2 = 382,283$, con g.l.=3 y valor $p < 0,001$. Con el test de Wilcoxon se pudo comprobar que: la incertidumbre se aplica de manera significativamente mayor que las otras tres categorías (causalidad, multiplicidad y subjetiva); la causalidad se usa en segundo lugar, de manera significativamente mayor que las otras dos categorías (multiplicidad y subjetiva); y finalmente la multiplicidad se aplica de manera significativamente mayor respecto de la categoría subjetiva (Tabla 5 del Anexo 9).

En el contexto físico-natural, ocurre exactamente lo mismo que en el cotidiano. El test de Friedman dio $\chi^2 = 268,739$, con g.l.=3 y valor $p < 0,001$. Los resultados del test de Wilcoxon se muestran en la Tabla 6 del Anexo 9.

Luego, analizamos el comportamiento de cada una de las categorías en los tres contextos. Se generan de esta forma 12 variables para el reconocimiento de la aleatoriedad y otras 12 para el no reconocimiento de la aleatoriedad. Aplicando el test de Wilcoxon para cada par de variables (Tabla 7 del Anexo 9).

Podemos concluir que:

ALEA11C > ALEA11F > ALEA11J

ALEA12J > ALEA12C; ALEA12C > ALEA12F

ALEA13J > ALEA13C > ALEA13F

La causalidad se usa para reconocer la aleatoriedad, con mayor frecuencia en el contexto cotidiano, en segundo lugar en el contexto físico-natural y en tercer lugar en el contexto de juego.

Por otra parte, la multiplicidad se usa con mayor frecuencia en el contexto juego que en cualquiera de los otros dos contextos; lo que se esperaba dado que en este contexto resulta más simple pensar en el espacio muestral asociado al suceso. Finalmente, la incertidumbre se usa en primer lugar en el contexto de juego, en segundo lugar en el cotidiano y en tercer lugar en el contexto físico-natural, que es dónde menos se reconoce la aleatoriedad.

En relación con el no reconocimiento de la aleatoriedad, aplicamos nuevamente el test de Wilcoxon a las variables: ALEA21, ALEA22, ALEA23 y ALEA24 en el contexto de juego, en el contexto cotidiano y en el contexto físico-natural (Tabla 9, Anexo 9)

Podemos concluir que:

ALEA21F > ALEA21C > ALEA21J

ALEA22J > ALEA22C; ALEA22F > ALEA22C

ALEA24C > ALEA24J; ALEA24F > ALEA24J

El no reconocimiento de la aleatoriedad desde la causalidad se aplica con mayor frecuencia en el contexto físico-natural, en segundo lugar en el contexto cotidiano y en tercer lugar en el contexto de juego. Mientras que la multiplicidad se aplica en el contexto de juego o en el contexto físico-natural, en segundo lugar en el cotidiano. Por otra parte, la subjetiva se aplica en el contexto cotidiano o en el contexto físico-natural y en segundo lugar en el contexto de juego; lo que revela que la propia subjetividad se asocia más fácilmente a la vida cotidiana y a los fenómenos físico-naturales.

4.3 ANÁLISIS DE LOS ÍTEMS DE ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD

Una de las funciones para las que fue creada la probabilidad, es la de instrumento para la toma de decisiones (Hacking, 2005), en esta ocasión es cuando la probabilidad interviene y es aquí donde emerge el significado de la misma.

En algunas situaciones se debe tener como criterio la estimación cualitativa de la probabilidad en relación con la ocurrencia de un fenómeno. Estas situaciones son de gran utilidad para nosotros, porque nos permiten cuestionar las concepciones deterministas de los estudiantes. Es en este tipo de problemas, donde mejor se vislumbra la estructura argumentativa de la estadística, es donde una decisión es tomada no por el valor lógico de la conclusión sino por el peso de la argumentación. En estas situaciones indeterministas, lo que interesa es la razonabilidad de los argumentos presentados.

Cuando les preguntamos a los estudiantes sobre los argumentos que les han permitido cuantificar cualitativamente la probabilidad, los estamos incitando a explicitar sobre el sentido que le dan a la probabilidad. Es por este motivo que les presentamos situaciones decisionales, porque éstas constituyen el contexto apropiado para que emerja el significado de la probabilidad con sentido.

Las situaciones decisionales a las que hacemos referencia se materializan a través de doce ítems, que se presentan en la Tabla 4.19.

Las argumentaciones de la probabilidad que dan los estudiantes las hemos clasificado en cinco categorías: contingencia, laplaciana, frecuencial, equiprobabilidad, experiencial (Cardeñoso, 2001).

Sabemos que la probabilidad tiene dos significados bien diferenciados: por un lado representa la estabilización de la frecuencia de aparición de un fenómeno y por otro lado una medida de certeza de la veracidad de una proposición. A la primera se la conoce como probabilidad frecuentista, que es la llamada probabilidad “objetiva”, porque dos o más observadores dan el mismo valor de probabilidad a un determinado suceso; y a la segunda como probabilidad bayesiana, también llamada probabilidad “subjetiva”, dos o más observadores pueden dar distintos valores de probabilidad al mismo suceso. La noción frecuentista corresponde a la inferencia clásica, y la segunda a la bayesiana, dos métodos estadísticos bien diferenciados de inferir.

Esta dualidad se puede entender si consideramos dos dimensiones de la probabilidad: la primera es la calculatoria y la segunda es la semántica. Por dimensión calculatoria entendemos todos los aspectos referidos al valor numérico, y por semántica todos los aspectos referidos al significado del valor numérico. En el presente trabajo, el interés se centra en la dimensión semántica de la probabilidad, sin dejar de considerar la estimación cualitativa de la probabilidad.

El conocimiento que nos aportan las respuestas de los estudiantes al cuestionario constituyen una primera aproximación al significado que le otorgan a la *probabilidad*. Este conocimiento permitirá orientar la creación de un sistema de prácticas asociadas al mismo, que permita la emergencia del significado como una entidad compleja. Desde esta perspectiva, sería difícil encontrar un estudiante que “comprende” o “no comprende” en su totalidad el concepto matemático considerado. Por el contrario, nos permitirá identificar los aspectos específicos del mismo que les resulten asequibles y los que no.

Tabla 4.19 Ítems de la dimensión Probabilidad

1	Juego	Durante una tarde jugamos a lanzar dos dados legales y acordamos que gana quien acierta el resultado de sumar los números obtenidos. La confianza que tengo en ganar eligiendo el 7 para toda una tarde de juego, es....
4	Juego	La confianza que tengo en que me toque algún regalo en una rifa, en la que participo con alguno de los 10.000 números vendidos para el viaje de estudios del colegio, es..
10	Juego	En una mesa de juego se dispone de una caja de fichas, contiene 29 fichas negras y 16 amarillas. La confianza que tengo en que salga una ficha negra, a lo largo de toda una tarde de juego, es..
11	Juego	La confianza que tengo en sacar una bola roja de una urna que contiene 5 bolas blancas, 5 rojas y 1 azul, es..
9	Cotidiano	La confianza que tengo en conocer una persona famosa el mes que viene, es..
16	Cotidiano	La confianza que tengo en conseguir las horas cátedra de 8°1° de la escuela secundaria de mi barrio cuando me reciba, es..
18	Cotidiano	La confianza que tengo en que me encuentre con un atasco, sábado antes de Navidad, al ir al centro de la ciudad, es...
19	Cotidiano	La confianza que tengo en que, en un edificio de seis vecinos, en el primer intento consiga pulsar el timbre del portero automático que corresponde a la puerta de un amigo sin saber dónde vive, es...
6	Físico -Nat.	La confianza que tengo en que amanezca un día fío el 14 de Octubre, es..
12	Físico-Nat.	La confianza que tengo en que se produzca un deterioro del medio ambiente de mi localidad, el próximo año, es..
17	Físico-Nat.	La confianza que tengo en que corra viento mañana en mi localidad, es..
22	Físico-Nat.	La confianza que tengo en que el próximo sismo que ocurra en Mendoza, sea un sismo destructivo es..

4.3.1 ANÁLISIS DE LOS ÍTEMS DEL CONTEXTO DE JUEGO

Ítem1: “Durante una tarde jugamos a lanzar dos dados legales y acordamos que gana quien acierta el resultado de sumar los números obtenidos. La confianza que tengo en ganar eligiendo el 7 para toda una tarde de juego, es...”

En este ítem más de la mitad de los estudiantes, o sea el 68,3% (222) tienen una confianza *media* de que ocurra el suceso; el 18,2% (59) tiene poca confianza, el 12% (39) tiene una elevada confianza y un 1,5% (5) no contestan.

En relación con las categorías más usadas en la argumentación, en forma decreciente respecto de sus frecuencias y porcentajes son, la *equiprobabilidad* con un 53,85% (175), seguida por la *frecuencial* con un 14,46%(47), a continuación encontramos la *contingencia* con un 9,54%(31), luego la categoría *laplaciana* con un 8,00% (26) y finalmente la *experiencial* con un 3,08% (10).

Pero lo que sorprende es la cantidad de estudiantes que no contestan cuando se les solicita que argumenten el nivel de confianza elegido, ellos representan un 10,15%(33).

Si contrastamos el nivel de confianza con las categorías asignadas, se destaca el uso de la *equiprobabilidad* conjuntamente con un nivel de confianza *medio*, alcanzando un 39,69%(129), seguido por el uso de la categoría *equiprobabilidad* con un nivel de confianza *bajo* un 10,77% (35) y el uso de la *frecuencial* con un nivel de confianza *medio* con un 10,15% (33) (Tabla 4.20).

Que la suma de las puntuaciones observadas en los dos dados de siete tiene mayor probabilidad de ocurrencia que cualquier otro suceso referido a la suma de las puntuaciones observadas; pero la probabilidad de ocurrencia del mismo es baja. Sin embargo, encontramos que se presenta con una alta frecuencia la categoría *equiprobabilidad*; por lo que podemos afirmar que representa un sesgo en esta situación. Este sesgo se ha podido observar en muchos otros estudios (Lecoutre, 1985, 1992; Lecoutre y Durand, 1988; Lecoutre y Cordier, 1990; Azcárate, 1995; Fischbein y Scharnch, 1997; Carnel, 1997; Begg y Edwards, 1999; Cardeñoso, 2001; Batanero, Godino y Cañizares, 2005; Ortiz, Mohamed, Batanero, Serrano y Rodríguez, 2006; Batanero,Arteaga, Ruiz y Roa, 2010; Mohamed. 2012; Ortiz, Mohamed y Serrano, 2013).

En este ítem, se solicita al estudiante que estime la probabilidad del suceso compuesto: $\{(1,6); (2,5); (3,4); (4,3); (5,2); (6,1)\}$. Sin embargo, son numerosos los estudiantes que no lo determinan correctamente debido a la falta de razonamiento combinatorio; como el que a continuación presentamos:

S248: "la confianza que tengo es *media* porque en cada tirada que haga hay 3 combinaciones para obtener el 7: $(6+1); (5+2); (4+3)$ "

Esta argumentación es considerada por varios estudiantes, en la que se puede observar la falta de razonamiento combinatorio. Esta dificultad ha sido indagada por Fischbein, Nello y Marino (1991), quienes estudiaron el papel que tiene el orden en que se generan los diversos resultados que conforman un suceso compuesto. Para estos autores, la explicación a esto es que no existe una intuición natural para evaluar la probabilidad de un suceso compuesto. Además, Lecoutre y Durand (1988), concluyen que lo que resulta intuitivamente deficiente es el tipo especial de suceso compuesto en el que hay que considerar los diferentes órdenes posibles del conjunto de resultados favorables al suceso. La misma dificultad detectó Azcárate (1995) en su estudio con 57 profesores de educación primaria en formación, quien concluye que entre los mismos se evidencia una falta de capacidad combinatoria para enumerar todos los posibles resultados que determinan el suceso compuesto.

Otras justificaciones que argumentan desde la equiprobabilidad, consideran que si el suceso es aleatorio, por lo que hay dos posibilidades, que ocurra o que no ocurra y le dan el mismo peso a ambas. Así encontramos argumentaciones como:

S124: "la confianza que tengo en que la suma de las caras de los dos dados dé siete es media, porque es un juego de azar"

S97: "con un nivel de confianza medio, creo que si es un dado legal el número que va a salir es al azar y es una cuestión de confianza"

Otra explicación muy frecuente es la que se relaciona con la creencia subjetiva asociada a la suerte, como las siguientes:

S167: con un nivel de confianza medio, afirma: "el número siete es un número que me gusta, y es cabalístico, es el número de los días de la semana"

S223: con un nivel de confianza medio, afirma: "creo demasiado en el factor suerte más que en las estadísticas en los juegos de este tipo"

De manera similar, Azcárate (1995) encontró que el sesgo de equiprobabilidad aparece cuando los estudiantes cuantifican la probabilidad de un suceso desde criterios personales sin analizar de forma global el fenómeno.

Por otra parte, algunos estudiantes consideran que los números que no están ubicados en los extremos, como el 3 y 4 tienen mayor probabilidad de salir. Así, Teigen (1983 b) observó que si bien un suceso que tiene una alta probabilidad de ocurrencia desde el modelo normativo, algunos sujetos adoptan por atribuirle una baja probabilidad de ocurrencia, si este suceso es un valor extremo en el rango de los

posibles valores que puede tomar. Esta idea es consistente con el argumento siguiente:

S146: “la confianza que tengo en que la suma de los dos dados dé siete es “media” dado que los valores intermedios 3+4 son los que tienen mayores posibilidades de salir”

Por otra parte, el test de la independencia nos indica que existe dependencia entre el nivel de confianza en la ocurrencia del fenómeno y la categoría que se usa para argumentarla con un valor $p < 0,001$ ($\chi^2 = 61,696$; g.l. = 15)

Tabla 4.20 Porcentajes de uso de los niveles de confianza y de las categorías que estiman la probabilidad para el ítem 1

nivel de confianza en el suceso			estimación de la probabilidad		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	1,54	5	PRO 0	10,15	33
1	18,15	59	PRO 5	9,54	31
2	68,31	222	PRO 6	8,00	26
3	12,00	39	PRO 7	14,46	47
			PRO 8	53,85	175
			PRO 9	3,08	10

Ítem 4: “La confianza que tengo en que me toque algún regalo en una rifa, en la que participo con alguno de los 10.000 números vendidos para el viaje de estudios del colegio, es...”

Para este suceso el nivel de confianza más usado es el *bajo*, con un 68,6% (223), seguido por el *medio* con un 28,3% (92) y en último término el nivel *alto* con un 2,2%(7). Presentándose tres estudiantes que no contestan, esto es el 0,9%. En términos generales, la categoría más usada es la *contingencia* con un 36,92% (120), seguida por la *equiprobabilidad* con un 28,31%(92), y la *laplaciana* con un 23,69% (77).

Es notable el uso de la contingencia con un nivel de confianza bajo, esto es un 36% (117), seguido por la equiprobabilidad con un nivel de confianza medio con un 23,69% (77), luego encontramos la categoría laplaciana con un nivel de confianza bajo con un 20% (65). (Tabla 4.21).

Cuando argumentan desde la categoría experiencial, los argumentos son fundamentalmente de tipo personalista, como el siguiente:

S157: Con un nivel de confianza bajo, afirma “jamás en la vida me saqué algo en una rifa y siempre compro cuando me ofrecen números de rifa en la escuela”

La equiprobabilidad, en este suceso representa un sesgo y en algunos casos aparece asociado al nivel “medio” y en otros casos al nivel “alto”, como en los siguientes argumentos:

S74: Con un nivel de confianza medio, un estudiante dice “ya sea que me toque o no, tengo las mismas posibilidades que los demás, me puede tocar a mi o a otro de igual forma”

S100: Con un nivel de confianza alto, un estudiante afirma “es cuestión de azar (suerte), el número ganador puede ser el mío o no, solamente sacarán una sola vez”

Tabla 4.21 Porcentajes de los niveles de confianza y de las categorías aplicadas al ítem 4

nivel de confianza en la ocurrencia del suceso			estimación de la probabilidad		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	0,92	3	PRO 0	3,69	12
1	68,62	223	PRO 5	36,92	120
2	28,31	92	PRO 6	23,69	77
3	2,15	7	PRO 7	4,62	15
			PRO8	28,31	92
			PRO9	2,77	9

Por otra parte, el test de la independencia nos indica que existe dependencia entre el nivel de confianza en la ocurrencia del fenómeno y la categoría que se usa para argumentarla con un valor $p < 0,001$ ($\chi^2 = 252,324$; g.l. = 15) .

Ítem 10: “En una mesa de juego se dispone de una caja de fichas, contiene 29 fichas negras y 16 amarillas. La confianza que tengo en que salga una ficha negra, a lo largo de toda una tarde de juego, es .”.

De los estudiantes encuestados el 50,15% (163) tienen una confianza *alta* de que ocurra este suceso, el 44,92%(146) se inclinan por un nivel de confianza *medio*, mientras que el 4,62% (15) tienen poca confianza de que ocurra y solamente un estudiante, el 0,31% no ha contestado.

En cuanto a las argumentaciones más usadas, encontramos que el 60,00% (195) se basan en la *contingencia*, seguida por el 19,38% (63) que argumenta desde la *equiprobabilidad*.

Si cruzamos el nivel de confianza con las categorías seleccionadas en la argumentación, encontramos que el 38,77% (126) estudiantes eligen un nivel de confianza alto para la contingencia; el 20,31% (66) se inclinan por un nivel de confianza medio con la contingencia; y un 15,38% (50) prefieren la equiprobabilidad con un nivel de confianza medio (Tabla 4.22).

Si bien en este suceso del contexto de juego se inclinan por la argumentación contingencia, esperábamos una mayor cantidad de estudiantes que argumentaran desde la categoría laplaciana.

Como los sucesos “salir ficha negra” y “salir ficha amarilla” no son equiprobables, la equiprobabilidad aparece como sesgo, como es el caso del estudiante que argumenta de la siguiente forma:

S136: Con un nivel de confianza medio, afirma “porque puede que salga o que no salga”

Cuando argumentan desde la categoría experiencial surgen elementos de tipo personalista, como el siguiente:

S231: Con un nivel de confianza alto, afirma “tener confianza indica seguridad (eso es positivo) y la positividad es la energía y entusiasmo para uno a la hora de jugar, es por eso que creo que las cosas salen como uno quiere que salgan”

Para este suceso, el test de la independencia nos indica que existe dependencia entre el nivel de confianza en la ocurrencia del fenómeno y la categoría que se usa para argumentarla con un valor $p < 0,001$ ($\chi^2 = 106,873$; g.l. = 15).

Tabla 4.22 Porcentajes de los niveles de confianza y de las categorías aplicadas al ítem 10

nivel de confianza en el suceso			estimación de la probabilidad		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	0,31%	1	PRO 0	4,31%	14
1	4,62%	15	PRO 5	60,00%	195
2	44,92%	146	PRO 6	13,23%	43
3	50,15%	163	PRO 7	2,46%	8
			PRO 8	19,38%	63
			PRO 9	0,62%	2

Ítem 11: “La confianza que tengo en sacar una bola roja de una urna que contiene 5 bolas blancas, 5 rojas y 1 azul, es ...”

En este ítem, el 82,15% (267) de los estudiantes han seleccionado el nivel de confianza *medio*, seguido por el 10,46% (34) que se inclinan por el nivel *alto*; y solamente un 6,46%(21) tienen un nivel de confianza *bajo* de que ocurra; y tres estudiantes no contestan.

En relación con las argumentaciones, el 51,38% (167) de estudiantes se inclinan por la *contingencia*, el 24,00% (78) por la *equiprobabilidad* y el 11,69% (38) por la *laplaciana*. Cuando en realidad se esperaba un porcentaje mayor para la categoría laplaciana.

Si cruzamos el nivel de confianza con las categorías empleadas en la argumentación, detectamos que el 41,54% (135) de los estudiantes se inclinan por la contingencia con un nivel de confianza medio, seguida por la equiprobabilidad con un nivel de confianza medio con un 21,23% (69); en menor medida eligen la laplaciana con un nivel de confianza medio, la que representa un 9,85% (32) y la contingencia con un nivel de confianza alto con un 6,15% (20) (Tabla 4.23).

Se destaca el uso de la contingencia en este suceso del contexto de juego.

Además, el test de la independencia nos indica que existe dependencia entre el nivel de confianza en la ocurrencia del fenómeno y la categoría que se usa para argumentarla con un valor $p < 0,001$ ($\chi^2 = 46,905$; g.l. = 15)

Tabla 4.23 Porcentajes de los niveles de confianza y de las categorías aplicadas al ítem 11

nivel de confianza en el suceso			estimación de la probabilidad		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	0,92%	3	PRO 0	4,31%	14
1	6,46%	21	PRO 5	51,38%	167
2	82,15%	267	PRO 6	11,69%	38
3	10,46%	34	PRO 7	7,38%	24
			PRO 8	24,00%	78
			PRO9	1,23%	4

4.3.2 ANÁLISIS DE LOS ÍTEMS DEL CONTEXTO COTIDIANO

Ítem 9: “*La confianza que tengo en conocer una persona famosa el mes que viene, es..*”

El nivel de confianza que presenta mayor frecuencia es el *bajo*, elegido por el 70,5% (229) por los estudiantes, seguido por el nivel *medio* con un 26,5% (86), luego el *alto* es elegido por el 2,2% (7); y hay tres estudiantes que no contestan, esto es el 0,9%.

En relación con las categorías más usadas en las argumentaciones encontramos en primer lugar la categoría *laplaciana* usada por el 44,62%(145) de los estudiantes, seguida por la *equiprobabilidad* elegida por el 36,92% (120).

Si cruzamos los niveles de confianza y las categorías, se destaca la presencia de la categoría *laplaciana* con un nivel de confianza bajo, elegido por el 42,15% (137) de los estudiantes, resultado que coincide con el encontrado por Cardeñoso (2001) seguido por la *equiprobabilidad* con un nivel de confianza medio elegido por el 23,38% (76) y nuevamente la *equiprobabilidad* con el nivel de confianza bajo, elegido por el 12,31% (40) de los estudiantes (Tabla 4.24).

Se destaca el uso de la categoría *laplaciana*, denominación dada por su semejanza con la forma de asignar probabilidades desde la Teoría Clásica (Cardeñoso, 2001; Maury, 1984, 1987). Sin embargo, algunos estudiantes argumentan desde la categoría *experiencial*, y lo hacen con un pensamiento determinista causal, como el estudiante que afirma:

S96: Con un nivel de confianza bajo, dice: “yo no frecuento lugares en donde pueda encontrar a algún famoso”

Tabla 4.24 Porcentajes de los niveles de confianza y de las categorías aplicadas al ítem 9

nivel de confianza en el suceso			estimación de la probabilidad		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	0,92%	3	PRO 0	4,31%	14
1	70,46%	229	PRO5	4,62%	15
2	26,46%	86	PRO 6	44,62%	145
3	2,15%	7	PRO 7	4,31%	14
			PRO 8	36,92%	120
			PRO 9	5,23%	17

Además, el test de la independencia nos indica que existe dependencia entre el nivel de confianza en la ocurrencia del fenómeno y la categoría que se usa para argumentarla con un valor $p < 0,001$ ($\chi^2 = 207,188$; g.l. = 18)

Ítem 16: “La confianza que tengo en conseguir las horas cátedra de 8° 1° de la Escuela Secundaria de mi barrio cuando me reciba, es...”

El 62,77% (204) de los estudiantes eligen un nivel de confianza *medio*, el 21,54% (70) un nivel de confianza *bajo*, el 14,46% (47) eligen un nivel de confianza *alto* y el 1,23% (4) de los estudiantes no contesta.

La categoría más usada es la *equiprobabilidad* con un 39,08% (127), seguida por la *laplaciana* con un 22,15% (72) y la *contingencia* con un 20,92% (68).

Si cruzamos el nivel de confianza con las categorías, encontramos que el 31,69% (103) argumentan desde la equiprobabilidad con un nivel de confianza medio; el 13,23% (43) argumentan desde la laplaciana con un nivel de confianza medio y el 11,69% (38) elige la contingencia con un nivel de confianza medio (Tabla 5.25).

La equiprobabilidad es la categoría más aplicada en la argumentación de la estimación de la probabilidad para este suceso del contexto cotidiano, que como expresa Cardeñoso (2001) representa más un sesgo que una argumentación apropiada para justificar la estimación de la probabilidad, dado que apriorísticamente

se le había asignado un nivel de confianza “bajo” y se esperaba una argumentación de tipo frecuencial o laplaciana.

Los que argumentan desde la categoría experiencial, lo hacen fundamentalmente desde sus creencias fuertemente arraigadas y que responden a un pensamiento determinista causal: *si me preparo bien consigo trabajo*, como los estudiantes que responden de la siguiente forma:

S159: Con un nivel de confianza alto, afirma que “me voy a preparar lo mejor posible para conseguir trabajo cuando me reciba”

S97: Con un nivel de confianza alto, dice “me voy a sentir super preparada para conseguirlo”

Además, el test de la independencia nos indica que existe dependencia entre el nivel de confianza en la ocurrencia del fenómeno y la categoría que se usa para argumentarla con un valor $p < 0,0001$ ($\chi^2 = 118,755$; g.l. = 18).

Tabla 4.25 Porcentajes de los niveles de confianza y de las categorías aplicadas al ítem 16

NIVEL DE CONFIANZA EN EL SUCESO			ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	1,23%	4	PRO 0	4,62%	15
1	21,54%	70	PRO 5	20,92%	68
2	62,77%	204	PRO 6	22,15%	72
3	14,46%	47	PRO 7	8,62%	28
			PRO 8	39,08%	127
			PRO 9	4,62%	15

Ítem 18: *“La confianza que tengo en que me encuentre con un atasco, un sábado antes de Navidad, al ir al centro de la ciudad, es...”*

El nivel de confianza *alto* es el más usado en este ítem, ya que es elegido por el 67,36% (219) de los estudiantes, le sigue el nivel *medio* con un 18,77% (61), luego el nivel *bajo* con un 12,62% (41) y se encontraron tres estudiantes, el 0,92% que no contestaron.

En las argumentaciones, la categoría más usada es la *frecuencial* con un 60,62%(197), en segundo lugar la *laplaciana* con un 16,62%(54) y la *equiprobabilidad* con un 8,31%(27).

Combinando los niveles de confianza con las categorías, encontramos en orden decreciente que, el 49,85% (162) argumenta desde la categoría frecuencial con un nivel de confianza alto, coincidente con la determinación apriorística para este suceso y con el resultado encontrado por Cardeñoso (2001); el 9,54% (31) usa la categoría laplaciana con un nivel de confianza alto y el 8,92% (29) lo hace desde la frecuencial con un nivel de confianza medio (Tabla 4.26).

Se destaca la presencia de la categoría frecuencial en este suceso del contexto cotidiano. Sin embargo, en algunos casos aparecen explicaciones condicionadas por razonamientos propios de un pensamiento determinista, donde el objeto principal es predecir resultados de pruebas aisladas más que en realizar un estudio global del fenómeno. Este razonamiento Konold (1991) lo relaciona con el heurístico “ enfoque en el resultado aislado” o “outcome approach”. El mismo ha sido detectado en el estudio de Azcárate (1995), Cardeñoso (2001); Batanero, Godino y Cañizares (2005), Mohamed (2012).

Por otra parte, el test de la independencia nos indica que existe dependencia entre el nivel de confianza en la ocurrencia del fenómeno y la categoría que se usa para argumentarla con un valor $p < 0,001$ ($\chi^2 = 146,805$; g.l. = 15) .

Tabla 4.26 Porcentajes de los niveles de confianza y de las categorías aplicadas al ítem 18

NIVEL DE CONFIANZA EN EL SUCESO			ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	0,92%	3	PRO 0	4,31%	14
1	12,62%	41	PRO 5	8,00%	26
2	18,77%	61	PRO 6	16,62%	54
3	67,38%	219	PRO 7	60,62%	197
			PRO 8	8,31%	27
			PRO 9	2,15%	7

Ítem 19: “La confianza que tengo en que, en un edificio de seis vecinos, en el primer intento consiga pulsar el timbre del portero automático que corresponde a la puerta de un amigo, sin saber dónde vive, es...”

El nivel de confianza más usado en este ítem es el *bajo*, ya que es elegido por el 59,38% (193) de los estudiantes, le sigue el *medio* con el 36% (117), luego el *alto* con un 3,38% (11) y además se encontró que el 1,23% (4) de los estudiantes no contestaron.

En cuanto a las argumentaciones, la categoría más usada es la *contingencia* con un 32,62% (106), en segundo lugar la *laplaciana* con un 29,85% (97) y la *equiprobabilidad* con un 20% (65).

Combinando los niveles de confianza con las categorías, encontramos en orden decreciente que, el 24,93% (81) argumenta desde la categoría contingencia con un nivel de confianza bajo, el 20,92 % (68) usa la categoría laplaciana con un nivel de confianza bajo; resultado coincidente con el detectado por Cardeñoso (2001), el 16% (52) lo hace desde la equiprobabilidad con un nivel de confianza medio y el 8,31% (27) argumenta desde la laplaciana con un nivel de confianza medio (Tabla 4.27).

Por otra parte, el test de la independencia nos indica que existe dependencia entre el nivel de confianza en la ocurrencia del fenómeno y la categoría que se usa para argumentarla con un valor $p < 0,001$ ($\chi^2 = 151,144$; g.l. = 15)

Tabla 4.27 Porcentajes de los niveles de confianza y de las categorías aplicadas al ítem 19

NIVEL DE CONFIANZA EN EL SUCESO			ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	1,23%	4	PRO 0	3,69%	12
1	59,38%	193	PRO 5	32,62%	106
2	36,00%	117	PRO 6	29,85%	97
3	3,38%	11	PRO 7	12,00%	39
			PRO 8	20,00%	65
			PRO 9	1,85%	6

4.3.3 ANÁLISIS DE LOS ÍTEMS DEL CONTEXTO FÍSICO-NATURAL

Ítem 6: “La confianza que tengo en que amanezca un día frío el 14 de Octubre, es...”

El nivel de confianza que presenta la mayor frecuencia es el *medio*, elegido por el 61,5% (114) de los estudiantes, en segundo lugar aparece el *bajo* elegido por el 35,1% (114), y el *alto* solo es seleccionado por el 2,5% (8); además tres estudiantes, el 0,9% no contesta.

La categoría argumentativa más usada es la *contingencia* con un 39,69% (129), resultado que coincide con el hallado por Cardeñoso (2001), en segundo lugar la *equiprobabilidad* con un 34,77% (113) y en tercer lugar la *frecuencial* con el 13,54% (44).

Se destaca el uso de la equiprobabilidad con el nivel de confianza medio, que representa al 26,77% (87) de los estudiantes, seguido por el uso de la contingencia con un nivel de confianza bajo, representado por el 21,85% (71) y el uso de la contingencia con un nivel de confianza alto, este es el 17,23% (56) (Tabla 4.28).

El estudiante S136, con un nivel de confianza medio argumenta desde la equiprobabilidad, de la siguiente forma, donde también se observa el sesgo de *outcome approach*:

S136: “porque no sé cómo va a estar el clima para ese día”

Además, el test de la independencia nos indica que existe dependencia entre el nivel de confianza en la ocurrencia del fenómeno y la categoría que se usa para argumentarla con un valor $p < 0,001$ ($\chi^2 = 105.125$; g.l. = 15) .

Tabla 4.28 Porcentajes de los niveles de confianza y de las categorías aplicadas al ítem 6

NIVEL DE CONFIANZA EN LA OCURRENCIA DEL SUCESO			ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	0,92%	3	PRO 0	3,38%	11
1	35,08%	114	PRO 5	39,69%	129
2	61,54%	200	PRO 6	7,08%	23
3	2,46%	8	PRO 7	13,54%	44
			PRO 8	34,77%	113
			PRO 9	1,54%	5

Ítem 12: “La confianza que tengo en que se produzca un deterioro del medio ambiente de mi localidad, el próximo año, es...”

En relación con el nivel de confianza seleccionado, encontramos que el 51,69% (168) se inclina por el *medio*, el 25,85% (84) por un nivel *bajo*, el 20,31% (66) por un nivel de confianza *alto* y finalmente encontramos un 1,85% (6) estudiantes que no contestan.

Por otra parte, cuando argumentan, el 32% (104) lo hace desde la *contingencia*, seguido por el 31,69% (103) que usa la *equiprobabilidad* y un 22,77% (74) usa la categoría *frecuencial*.

En el cruzamiento entre los niveles de confianza y las categoría usadas en la argumentación, encontramos que el 20,92% (68) argumenta desde la equiprobabilidad con un nivel de confianza medio, el 19,69% (64) argumenta desde la contingencia usando un nivel de confianza medio, el 9,23% (30) usa la equiprobabilidad con un nivel de confianza bajo, el 8,31% (27) eligen la categoría frecuencial con un nivel de confianza alto (Tabla 4.29).

Un estudiante argumenta desde la equiprobabilidad, con un nivel de confianza medio, de la siguiente forma:

S23: “es un fenómeno natural que no se puede prever 50% que ocurra, 50% que no ocurra”

Mientras que otro estudiante argumenta desde la categoría frecuencial con un nivel de confianza bajo, de la siguiente forma:

S63: “en mi localidad somos de cuidar el medio ambiente, regamos los jardines, siempre se limpia o sea hay conciencia ecológica”

Además, el test de la independencia nos indica que existe dependencia entre el nivel de confianza en la ocurrencia del fenómeno y la categoría que se usa para argumentarla con un valor $p < 0,001$ ($\chi^2 = 115,308$; g.l. = 18).

Tabla 4.29 Porcentajes de los niveles de confianza y de las categorías aplicadas al ítem 12

NIVEL DE CONFIANZA EN EL SUCESO			ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	1,85%	6	PRO 0	4,00%	13
1	25,85%	84	PRO 5	32,00%	104
2	51,69%	168	PRO 6	5,85%	19
3	20,62%	67	PRO 7	22,77%	74
			PRO 8	31,69%	103
			PRO 9	3,69%	12

Ítem 17: “La confianza que tengo en que corra viento mañana en mi localidad, es...”

El 61,54% (200) de los estudiantes eligen el nivel de confianza *medio*, el 22,77% (74) optan por el *bajo*, el 14,77% (48) eligen el *alto* y el 0,92% (3) de los estudiantes no contesta.

La categoría más usada es la *equiprobabilidad* con un 37,85% (123), seguida por *frecuencial* con un 29,85% (97) y la *contingencia* con un 16,31% (53).

Si cruzamos el nivel de confianza con las categorías, encontramos que el 24,31% (79) argumentan desde la equiprobabilidad con un nivel de confianza medio; el 15,38% (50) argumentan desde la frecuencial con un nivel de confianza medio, el 13,23% (43) elige la contingencia con un nivel de confianza medio y el 10,77% (35) se inclinan por la equiprobabilidad con un nivel de confianza bajo (Tabla 4.30).

Para este suceso la argumentación desde la equiprobabilidad aparece como un sesgo, dado que se le había asignado apriorísticamente el nivel de confianza “bajo” con argumentaciones del tipo frecuencial o laplaciana.

Dos estudiantes que argumentan desde la equiprobabilidad, con un nivel de confianza medio, lo hacen de la siguiente forma:

S146: “mañana tal vez corra viento, no lo sé 50%, 50%”

S76: “es un fenómeno y no puede predecirse o como puede producirse”

Tabla 4.30 Porcentajes de los niveles de confianza y de las categorías aplicadas al ítem 17

NIVEL DE CONFIANZA EN EL SUCESO			ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	0,92%	3	PRO 0	4,31%	14
1	22,77%	74	PRO5	16,31%	53
2	61,54%	200	PRO 6	9,85%	32
3	14,77%	48	PRO 7	29,85%	97
			PRO 8	37,85%	123
			PRO 9	1,85%	6

Para este suceso, el test de la independencia nos indica que existe dependencia entre el nivel de confianza en la ocurrencia del fenómeno y la categoría que se usa para argumentarla con un valor $p < 0,001$ ($\chi^2 = 101,864$; g.l. = 18)

Ítem 22: “La confianza que tengo en que el próximo sismo que ocurra en Mendoza, sea un sismo destructivo es...”

Para este ítem el nivel de confianza más usado es el *medio*, ya que es usado por un 59,69% (194) de los estudiantes, le sigue el nivel *bajo* con el 32,92% (107), luego el *alto* con un 7,08% (23) y se encontraron que el 0,31% (1) de los estudiantes no contestaron (Tabla 4.31).

En las argumentaciones, la categoría más usada es la *equiprobabilidad* con un 50,15% (163), en segundo lugar usan la *frecuencial* con un 18,15% (59), luego la *contingencia* con un 12,92% (42) y finalmente la *laplaciana* con un 12,62% (41).

Combinando los niveles de confianza con las categorías, encontramos en orden decreciente que, el 37,54% (122) argumenta desde la categoría *equiprobabilidad* con un nivel de confianza *medio*, resultado que difiere considerablemente del hallado por Cardeñoso (2001), quien encuentra con mayor presencia el nivel de confianza “bajo” y argumentaciones de tipo *frecuencial*; además, el 12 % (39) usa la categoría *equiprobabilidad* con un nivel de confianza *bajo*; el 8,31% (27) usa la *frecuencial* con un nivel de confianza *medio* y la *contingencia* con un nivel de confianza *medio* es alcanzado por el 8% (26) (Tabla 4.31). La *equiprobabilidad* resulta ser la categoría modal en este suceso del contexto físico natural.

A continuación presentamos algunas argumentaciones:

S318: con un nivel de confianza *bajo* desde la categoría *experiencial*, afirma: “porque depende de factores que no se pueden predecir” Este estudiante revela un pensamiento determinista causal.

S159: con un nivel de confianza **medio** desde la categoría *equiprobabilidad*, afirma: “puede ocurrir cualquier cosa”

S156: con un nivel de confianza **medio** desde la categoría *frecuencial*, afirma: “estamos en zona sísmica y ha habido reajustes de las placas tectónicas”

Tabla 4.31 Porcentajes de los niveles de confianza y de las categorías aplicadas al ítem 22

NIVEL DE CONFIANZA EN EL SUCESO			ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	0,31%	1	PRO 0	3,38%	11
1	32,92%	107	PRO 5	12,92%	42
2	59,69%	194	PRO 6	12,62%	41
3	7,08%	23	PRO 7	18,15%	59
			PRO 8	50,15%	163
			PRO 9	4,62%	15

Además, el test de la independencia nos indica que existe dependencia entre el nivel de confianza en la ocurrencia del fenómeno y la categoría que se usa para argumentarla con un valor $p < 0,001$ ($\chi^2 = 92,530$; g.l. = 15).

4.3.4 ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS DE LA OPCIÓN ABIERTA

Las respuestas que dieron los estudiantes a la opción abierta fueron clasificadas de acuerdo al sistema de categorías: contingencia, laplaciana, frecuencial, equiprobabilidad y experiencial. En la mayoría de los casos la respuesta de la opción abierta es de tipo experiencial, y en algunos casos representan juicios heurísticos.

Sabemos que el estudio de los juicios heurísticos ha surgido en el marco de las teorías de la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre y fundamentalmente en las investigaciones de Tversky y Kahneman. La mayoría de estos trabajos se han basado en las teorías cognitivas y teorías acerca del procesamiento de la información.

A partir de estas teorías incorporamos mecanismos para enfrentarnos con la complejidad del mundo que nos rodea, aunque esos mecanismos no la reducen por completo.

En el análisis psicológico del razonamiento probabilístico, un juicio heurístico sería un procedimiento que nos lleva inmediatamente a la solución del problema. Kahneman y Tversky (1972) dividen los heurísticos en tres tipos: representatividad, accesibilidad y anclaje.

La representatividad es una relación entre un proceso o modelo y algún ejemplo o acontecimiento asociado al modelo. Entre los sesgos más comunes está el sesgo de equiprobabilidad.

Un heurístico de accesibilidad consiste en juzgar la probabilidad de un fenómeno por medio de la facilidad con que los ejemplos o las asociaciones vienen a nuestra mente.

El enfoque en el resultado aislado o “outcome approach” (Konold, 1991) consiste en interpretar una pregunta sobre probabilidad de forma no probabilística. Konold describe la dificultad que tienen algunos estudiantes para interpretar la repetición de un experimento aleatorio como parte de una serie de ensayos. Los sujetos que muestran esta dificultad consideran que cada una de las repeticiones del experimento está aislada; no tiene porque guardar relación con las anteriores o las posteriores. Konold llegó a la conclusión de que los estudiantes universitarios con los que hizo el estudio, interpretaban una pregunta sobre la probabilidad de forma no probabilística. Cuando se pide explícitamente calcular la probabilidad de un suceso, se interpreta como tener que predecir si el suceso ocurrirá o no en el siguiente experimento. Los sujetos que presentan este sesgo ignoran la información de tipo frecuencial basando sus juicios en consideraciones subjetivas sobre el fenómeno.

Por otra parte, Mohamed (2012) considera que entre los elementos subjetivos que pueden intervenir en la asignación de probabilidades podemos citar los siguientes: pensamiento causal, teorías previas y creencias socioculturales, heurísticos y sesgos en el razonamiento estocástico. Estos elementos deben ser considerados a la hora de implementar la enseñanza de la probabilidad. Por otra parte, Amir y Williams (1999) entrevistaron a 38 alumnos de 11 a 12 años de dos escuelas de Manchester, de diferentes razas y diferentes entornos culturales y religiosos para estudiar el efecto de los factores culturales sobre los heurísticos, sesgos e intuiciones en el campo de la probabilidad, así como su influencia en la idea de azar. Los resultados mostraron que las creencias son el elemento cultural que más influye en el razonamiento probabilístico.

Para Kahneman y Tversky estudiar los errores sistemáticos y sesgos inferenciales tienen una triple utilidad. En primer lugar, representan nuestras limitaciones intelectuales y nos sugieren formas de mejorar la calidad de nuestro pensamiento. En segundo lugar, revelan a menudo los procesos psicológicos y los procedimientos heurísticos que dirigen el juicio y la inferencia. Por último, las falacias y las equivocaciones nos ayudan a construir un mapa de las intuiciones humanas en la medida en que indican los principios de la lógica y de la matemática que no son intuitivos o que son contraintuitivos (Perez Echeverría, 1988).

En nuestro estudio, entre las respuestas formuladas por los estudiantes en la opción abierta hemos detectado juicios heurísticos, algunos de los cuales enunciaremos a continuación.

4.3.4.1 ENFOQUE EN EL RESULTADO AISLADO

En el ítem 6 algunos estudiantes argumentaron de la siguiente forma, incurriendo en el heurístico denominado *enfoque en el resultado aislado*, de la siguiente forma:

S136: (Media) *“porque no sé cómo va a estar el clima para ese día”*

S197: (Media) *“es dependiente de la amplitud térmica, humedad que ocurra ese momento”*

4.3.4.2 SESGO DE EQUIPROBABILIDAD

En el ítem 4 encontramos argumentaciones basadas en el heurístico que da lugar al sesgo de equiprobabilidad, como las siguientes:

S 068: (Media) *“es el azar puedo ganar o no” Estudiante de 1° año*

S136: (Media) *“porque puede que salga mi número o no” Estudiante de 1° año*

S233: (Media) *“creo que no depende de la cantidad de números vendidos o de lo que compre, creo que es exclusivamente azar” Estudiante de 2° año*

S279: (Media) *“porque el hecho que tenga comprado más de la mitad de los números no asegura el premio y puede que me toque” Estudiante de 2° año*

4.3.4.3 SESGO DE ACCESIBILIDAD

En el ítem 12 se dieron algunas argumentaciones producto del heurístico de accesibilidad, como las siguientes:

S124: (Alto) *“conozco la falta de conciencia de mis vecinos”*

S281: (Alto) *“porque hoy en día los habitantes de San Rafael no cuidan nuestro medio ambiente ni sus animales, ni el agua, nada”*

S298: (Alto) *“esto sucederá ya que los individuos que habitan mi localidad, contaminan, no cuidan el suelo, el aire”*

4.3.5 SÍNTESIS DE LAS CATEGORÍAS ARGUMENTATIVAS DE LA PROBABILIDAD

En los doce ítems correspondientes a la estimación de la probabilidad, los estudiantes tuvieron que elegir una de las tres cotas propuestas: baja, media y alta; y luego argumentar su elección de acuerdo con las cinco categorías propuestas a través de las cuatro opciones cerradas y otra opción abierta, que se especifican en cada uno

de los ítems. En la Tabla 11 del Anexo 9 se detallan las respuestas de los estudiantes en términos de porcentajes. En la segunda, tercera y cuarta columna se indica mediante el subrayado de los porcentajes, la estimación que es el valor dominante esperado apriorísticamente, en función del análisis lógico que hemos realizado en cada uno de los ítems. Con S/C indicamos los porcentajes de estudiantes que no han contestado al ítem. Resaltamos con negrita cualquier cota de estimación de la probabilidad que supere el valor de la cota prevista como dominante.

Las seis últimas columnas representan los porcentajes de elección de cada categoría y en la última columna aparece el porcentaje de estudiantes que no responde a la argumentación.

De manera global, podemos decir que en la dimensión probabilidad la categoría que alcanza el mayor uso es la equiprobabilidad (PRO 8), a pesar que la mayoría de los espacios muestrales asociados no son equiprobables, alcanzando el 32,03% de las respuestas; seguida por la contingencia (PRO.5) con un 27,08%; luego la laplaciana (PRO 6) con un 17,10%, la frecuencial (PRO.7) con un 16,56%; y finalmente la experiencial (PRO.9) que es prácticamente inexistente con un 2,77%.

4.3.6 ANÁLISIS COMPARATIVO DE LAS CATEGORIAS ARGUMENTATIVAS DE LA PROBABILIDAD

Las medidas descriptivas de las categorías argumentativas indican que la categoría más aplicada en la estimación de la probabilidad es la equiprobabilidad seguida de la contingencia y en tercer lugar la laplaciana, como se muestra en la Tabla 4.32.

Tabla 4.32 Medidas descriptivas de las categorías argumentativas aplicadas en la estimación de la probabilidad

Estadísticos descriptivos					
	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
contingencia	325	0	8	3.25	1.726
laplaciana	325	0	7	2.05	1.554
frecuencial	325	0	6	1.99	1.227
equiprobabilidad	325	0	11	3.84	2.294
experiencial	325	0	11	.30	.986

El test de Friedman aplicado a las cinco variables que representan la cantidad de sucesos argumentados por cada una de las categorías en la Tabla 4.32, nos informó que existen diferencias significativas en el uso de cada una de ellas, con un valor para el estadístico $\chi^2 = 567,401$; g.l. = 4 y un valor $p < 0,001$.

La aplicación del test de Wilcoxon a cada par de variables nos permitió afirmar que la equiprobabilidad se usa de manera significativamente mayor que el resto de las categorías, seguida por la contingencia; siendo la experiencial la categoría menos usada y respecto de la laplaciana y la frecuencial no podemos asegurar que una de ellas se use más que la otra; como se muestra en la Tabla 4.33.

Tabla 4.33 Test de Wilcoxon para detectar diferencias significativas entre las categorías argumentativas de la estimación de la probabilidad

Categorías	Estadístico (z)	Valor p
contingencia > laplaciana	-8,342	0,000
contingencia > frecuencial	-9,071	0,000
equiprobabilidad > contingencia	-2,975	0,003
contingencia > experiencial	-14,217	0,000
laplaciana = frecuencial	-0,519	0,603
Equiprobabilidad > laplaciana	-8,598	0,000
Laplaciana > experiencial	-12,496	0,000
Equiprobabilidad > frecuencial	-9,839	0,000
Frecuencial > experiencial	-13,492	0,000
Equiprobabilidad > experiencial	-14,331	0,000

4.3.7 ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD EN FUNCIÓN DEL CONTEXTO DEL SUCESO

El análisis de los niveles de confianza en cada contexto, mediante la aplicación del test de Friedman, encontramos que existen diferencias significativas en el uso del nivel de confianza en cada uno de los tres contextos con $\chi^2 = 872,145$; g.l. = 8 con un valor $p < 0,001$.

Hemos analizado los niveles de confianza en cada uno de los contextos mediante la aplicación del test de Wilcoxon (Tabla 12, Anexo 9).

Los resultados muestran que en el contexto de juego y en el físico-natural el nivel de confianza más aplicado es el *medio*; y en el cotidiano es el *bajo*.

4.3.8 ANÁLISIS DE LAS CATEGORÍAS ARGUMENTATIVAS DE LA PROBABILIDAD Y EL CONTEXTO DEL SUCESO

Las medidas descriptivas de las categorías argumentativas en cada uno de los contextos se muestran en la Tabla 13 del Anexo 9. Mientras que en la Tabla 14 se indican los porcentajes de estudiantes que aplican cada una de las categorías en los respectivos contextos.

Hemos encontrado que en el contexto de juego la categoría más usada es la contingencia (39,46%); en el cotidiano la laplaciana (28,31%) y en el físico-natural la equiprobabilidad (38,61%).

En el contexto cotidiano se puede observar que la categoría argumentativa dominante alcanza un menor porcentaje que las categorías dominantes de los otros dos contextos. Lo que parece apoyar la idea de Nisbett y Ross (1980) quienes afirman que el razonamiento humano es muy diferente cuando las tareas se resuelven en laboratorio que cuando este tipo de razonamiento se aplica en situaciones de la vida cotidiana.

Posteriormente se aplicó el Test de Wilcoxon para determinar el comportamiento de las categorías argumentativas de la probabilidad en cada uno de los contextos. De esta manera se encontró un comportamiento diferenciado de nuestras categorías en los tres contextos: juego (J), cotidiano (C) y físico-natural (F). Los resultados se muestran en la Tabla 15 del Anexo 9.

Los resultados obtenidos nos permiten enunciar las siguientes conclusiones:

- La contingencia se usa con mayor frecuencia en el contexto de juego, y con menor frecuencia en el cotidiano.
- La laplaciana se usa con mayor frecuencia en el contexto cotidiano, que en cualquiera de los otros dos; y con menor frecuencia en el físico-natural.
- La frecuencial se usa con mayor frecuencia en el contexto cotidiano y en el contexto físico natural.
- La equiprobabilidad se usa más en el contexto físico-natural que en los otros dos.
- La Experiencial se usa con mayor frecuencia en el contexto cotidiano que en el contexto de juego; y no se ha encontrado diferencia significativa con el contexto físico-natural.

Con estos resultados se confirma lo que expresó Maury (1984), quien en un trabajo con estudiantes de quinto año de secundaria encontró en la resolución de problemas de cuantificación de probabilidades, que los argumentos que usan estos estudiantes dependen de dos factores: el contexto y el vocabulario utilizado en la presentación de los problemas.

Luego, la tendencia es aplicar en el contexto juego la contingencia y en el contexto físico-natural la equiprobabilidad, mientras que en el contexto cotidiano es la laplaciana y en segundo lugar la equiprobabilidad. Este resultado es análogo al

obtenido por Inzunza y Guzmán (2011) en un estudio realizado con 80 profesores de matemática de escuelas secundarias técnicas, encontrando que solamente el 51% de los ítems relativos a la interpretación frecuencial de la probabilidad son contestados correctamente. En este sentido, es importante destacar los resultados de Horvath y Lehrer (1998) y Pratt (2000); quienes han demostrado que los estudiantes de primaria pueden abordar la interpretación frecuentista de manera significativa.

Por otra parte, resultados similares a los nuestros los encontramos en el trabajo de Ortiz, Mohamed, Contreras y Serrano (2010) en el estudio *“Probabilidad frecuencial en profesores en formación”*, el que se realizó a partir de las respuestas que dieron 167 futuros profesores de educación primaria a dos problemas; destacándose además, el sesgo de equiprobabilidad.

Paralelamente, Barragués Fuentes y Guisasola Aranzabal (2009) afirman que *“el uso competente de los conceptos relacionados con la concepción frecuencial de la probabilidad es problemática para una proporción significativa de estudiantes universitarios, incluso tras recibir enseñanza y asumen de manera irreflexiva la equiprobabilidad de los sucesos elementales”*.

Posteriormente, Dollard (2011) en un estudio que lleva a cabo con 24 estudiantes voluntarios, consistente en una entrevista sobre el significado de probabilidad y la ley de los grandes números, concluye que los estudiantes no parecen tener una buena idea de la probabilidad experimental y sugiere que estos estudiantes realicen actividades con objetos tangibles a fin de tener una idea de la probabilidad más asociada a los fenómenos reales.

4.3.9 ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD Y LAS CATEGORÍAS ARGUMENTATIVAS

Nuestro interés es saber si el nivel de confianza asignado a un suceso determina la categoría argumentativa aplicada por los estudiantes. Para tal objetivo, aplicamos el test de Wilcoxon.

Las variables consideradas fueron las que cuentan la cantidad de sucesos en los que se argumentó desde cada una de las categorías argumentativas, en cada uno de los niveles de confianza asignados a la ocurrencia del suceso. Esta información se muestra en la Tabla 16 del Anexo 9. Los resultados que se obtuvieron nos permiten enunciar las siguientes conclusiones:

- En general, el nivel de confianza más usado es el “medio”, seguido del “bajo” y en último lugar el “alto”.

- La categoría contingencia se usa con mayor frecuencia para argumentar la estimación de la probabilidad de un suceso, cuando el nivel de confianza asignado al suceso ha sido “medio” o “bajo”, respecto del “alto”
- La categoría equiprobabilidad se usa con mayor frecuencia para argumentar la estimación de la probabilidad de sucesos, cuando el nivel de confianza asignado al suceso, ha sido “medio” respecto del “bajo” o del “alto”; y además se usa más con el nivel “alto” que con el “bajo”
- La categoría laplaciana y la experiencial se usan con mayor frecuencia para argumentar la estimación de probabilidad de sucesos, cuando el nivel de confianza asignado es “bajo”.
- La categoría frecuencial se usa con mayor frecuencia para argumentar la estimación de probabilidad de sucesos, cuando se les ha asignado el nivel “medio” o “alto”, respecto del nivel “bajo”.

4.3.10 ANÁLISIS DE LAS CATEGORÍAS ARGUMENTATIVAS DE LA PROBABILIDAD Y EL NIVEL PROPEDEÚTICO DE LOS ESTUDIANTES

Consideramos que el nivel propedéutico del estudiante puede influir en el tipo de argumento que usa para estimar la probabilidad. Por este motivo, analizamos la relación de dependencia entre la categoría argumentativa de la probabilidad y el nivel propedéutico de los estudiantes, mediante la aplicación del test de Pearson.

En primer lugar se determinó la media y la desviación estándar de cada una de las categorías argumentativas de la estimación de la probabilidad, como se muestra en la tabla 4.34. En donde se puede apreciar que la categoría “equiprobabilidad” es la más usada en todos los cursos.

El test de Pearson se aplicó a cada una de las categorías, los resultados se muestran en la tabla 4.35.

Tabla 4.34 Media y Desviación estándar de las categorías argumentativas de la probabilidad en cada uno de los niveles propedéuticos

categoria	1° año	2° año	3° año	4° año
contingencia	3,34 (1,769)	3,29 (1,579)	3,13 (1,814)	3,12 (1,652)
laplaciana	1,89 (1,434)	1,98 (1,631)	2,10 (1,487)	2,48 (0,179)
frecuencial	2,05 (1,199)	2,16 (1,286)	1,64 (1,317)	2,11 (1,073)
equiprobabilidad	3,77 (2,2)	3,55 (2,11)	4,00 (2,544)	4,11 (2,395)
experiencial	0,33 (0,817)	0,55 (1,238)	0,28 (1,381)	0,05 (0,227)

Tabla 4.35 Test de Pearson para determinar asociación entre las categorías argumentativas de la probabilidad y el nivel propedeúutico de los estudiantes

categoria	Estadístico	g.l.	Valor p
Contingencia	19,088	24	0,747
Laplaciana	24,058	21	0,290
Frecuencial	30,156	18	0,036
Equiprobabilidad	27,040	30	0,621
Experiencial	24,659	18	0,135

Los resultados del test de Pearson muestran que hay una categoría que depende del nivel propedeútico de los estudiantes, que es la categoría *frecuencial*. Este resultado es debido al hecho de que los estudiantes de tercer año la usan con menor frecuencia que el resto de los estudiantes.

4.4 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO 4

De manera global podemos afirmar que, los estudiantes para profesor de biología logran un reconocimiento satisfactorio de la aleatoriedad.

La formación académica, la edad y la institución en la que realizan la carrera los estudiantes no están asociados al correcto reconocimiento de la aleatoriedad.

El RA está relacionado con el contexto del suceso. En el contexto de juego se reconocen más sucesos aleatorios que en el Físico-Natural; y en el contexto cotidiano más que en el Físico-Natural.

El NRA depende del contexto. En con el contexto Físico-Natural la falta de reconocimiento de la aleatoriedad es mayor que en el cotidiano, y en éste más que en de juego; en consecuencia se niegan más sucesos aleatorios en el contexto físico-Natural que en el de juego.

En el RA, se argumenta en primer lugar desde la incertidumbre, en segundo lugar desde la causalidad y la multiplicidad y finalmente mediante la categoría subjetiva.

En el NRA, se usa en primer lugar la causalidad, en segundo lugar la incertidumbre, luego la multiplicidad y finalmente con la subjetiva.

En el RA, la causalidad se usa con mayor frecuencia en el contexto cotidiano, luego en el contexto físico-natural y finalmente en el de juego.

En el RA, la multiplicidad se usa en primer lugar en el contexto de juego y en segundo lugar en el cotidiano; y en el contexto cotidiano se usa más que en el Físico-Natural.

En el RA, la incertidumbre se usa en primer lugar en el contexto de juego, en segundo lugar en el cotidiano y en el tercer lugar en el Físico-Natural.

En el NRA, la causalidad se usa más en el contexto Físico-Natural, en segundo lugar en el cotidiano y en éste se usa más que en el de juego.

En el NRA, la multiplicidad se usa más en el contexto de juego que en el cotidiano y en el Físico-Natural se usa más que en el cotidiano.

En el NRA, la categoría subjetiva se usa más en el contexto cotidiano que en el de juego; y en el Físico-Natural más que en el de juego.

La estimación de la probabilidad que asigna el nivel “bajo” se presenta con mayor frecuencia en el contexto cotidiano, el “medio” en el contexto de juego y en el físico natural. En términos generales, el nivel de confianza asignado a la estimación de la probabilidad de un suceso, no coincide con el asignado apriorísticamente por los investigadores en cinco de los doce ítems. En el contexto de juego, ocurre en el ítem 1 predomina entre los estudiantes el nivel de confianza “medio” cuando se esperaba que fuera “bajo”. En el contexto cotidiano, como ocurre en el ítem 16, en el que el nivel dominante es “medio”, se esperaba que fuera “bajo”. En contexto físico-natural no hay coincidencias; en el ítem 12 e ítem 22 aparece con mayor frecuencia el nivel “medio” y se esperaba “alto”, en el ítem 17 es más frecuente el nivel “medio” y se esperaba “bajo”.

En los ítems del contexto de juego, el nivel de confianza asignado a la estimación de la probabilidad es mayoritariamente el “medio” cuando en realidad debería ser el nivel “bajo”, dado que dos ítems corresponden al nivel “bajo”, un ítem al nivel “alto” y otro ítem al “medio”. En el contexto cotidiano el nivel de confianza más aplicado es el “bajo”, lo que se corresponde con lo asignado apriorísticamente. En el contexto físico-natural es el “medio”, cuando en realidad dos ítems corresponden al nivel “alto”, un ítem para el nivel “bajo” y otro para el nivel “medio”. Por lo que, podemos decir que la mejor estimación de la probabilidad ocurre en el contexto cotidiano.

La contingencia es la segunda categoría más usada, después de la equiprobabilidad; y se usa de manera significativamente mayor en el contexto de juego asociada al nivel de confianza “bajo” o al “medio”. Entendemos que esto ocurre porque en el contexto de hace factible la determinación del espacio muestral correspondiente y en consecuencia les permite percatarse de las distintas posibilidades en las que ocurre el suceso; es decir que, tienen en cuenta los casos favorables a la ocurrencia, los casos desfavorables a la ocurrencia y los posibles simultáneamente, pero gestionan los datos por medio de alguna operación aditiva para lograr la estimación de la probabilidad. Para Piaget e Inhelder, estos argumentos son característicos del período de operaciones concretas.

La *laplaciana* es la tercera categoría más usada. Se aplica en forma significativamente mayor en el contexto *cotidiano* basándose en la experiencia y asociada al nivel de confianza “bajo”. Esta estrategia se desarrolla según Piaget e Inhelder (1951) en el período de las operaciones formales, es la más elaborada, se requiere relacionar los casos favorables con los casos posibles, es decir, la parte con el todo. Esta situación aparece en el estudio de Cardeñoso (2001: 341), mientras que en este autor, se destaca un uso importante de la categoría laplaciana en el contexto de juego; lo que nos estaría indicando que estos dos contextos favorecen la aplicación de la estrategia multiplicativa en la estimación de la probabilidad de un suceso.

La categoría *experiencial* aglutina aquellas argumentaciones de índole subjetiva y experiencial; de allí que se use de forma significativamente mayor en el contexto cotidiano y con un nivel de confianza “bajo” y en menor medida en el contexto físico-natural con el nivel de confianza “medio”. Aunque también aparece en el contexto de juego asociado al factor “suerte”.

La *equiprobabilidad* es la categoría más usada en términos generales; resultado que difiere del encontrado por Cardeñoso (2001), para quien es la cuarta categoría más usada. En relación con el contexto es la más aplicada en el físico-natural asociada al nivel de confianza “medio”, en donde aparece más como un sesgo que como una argumentación apropiada. Este contexto se presenta como un obstáculo importante en la estimación de la probabilidad; y es donde los sucesos elementales por el hecho de ser aleatorios son considerados equiprobables.

Una dificultad demasiado generalizada la hemos encontrado en el ítem 1, en donde los estudiantes evidentemente no han podido determinar el espacio muestral correspondiente al experimento aleatorio. Según Hawkins et al. (1992) en la definición del experimento aleatorio hay dos aspectos claves: la clara formulación de las condiciones del experimento y la descripción del espacio muestral correspondiente al mismo. La correcta enumeración de los elementos del espacio muestral depende de la formulación del experimento. Para estos autores no se le presta la debida atención a la enseñanza de estos dos aspectos. Mientras que para Batanero, Navarro-Pelayo y Godino (1997) la dificultad está en la falta de razonamiento combinatorio. Por otra parte, English (2005) considera que es un tema poco tratado en los currículos. Así, Jones, Langrall y Money (2007) consideran que si se quiere mejorar la enseñanza, los profesores deben tener en cuenta las características del pensamiento de los estudiantes sobre este concepto. Entre las que destaca: la dificultad para realizar una lista con los resultados del experimento aleatorio; la falta de herramientas sistemáticas para generar los resultados en un experimento compuesto y la imposibilidad de relacionar la determinación del espacio muestral y la probabilidad de los resultados.

Esta dificultad también ha sido detectada por Contreras (2011) en un estudio con 70 profesores de secundaria, unos en activo y otros en formación. Este autor informa que entre los conflictos identificados se encuentran la construcción del espacio muestral y la asignación incorrecta de probabilidades a sucesos. Por otra parte, Vásquez y Parraguez (2012) encontraron en un grupo de estudiantes universitarios de primer año de la licenciatura en Estadística, que el mayor obstáculo en la asignación de probabilidades fue la determinación del espacio muestral.

La categoría frecuencial se usa mayoritariamente en el contexto cotidiano con el nivel de confianza “bajo” y en el físico-natural se presenta asociada al nivel de confianza “medio”; situación que se aleja de la detectada en el estudio de Cardeñoso (2001), en donde aparece en el contexto físico-natural asociada a la cota “alta” en la estimación probabilística. Entendemos que los contextos: cotidiano y físico-natural son los más apropiados para dar argumentaciones de tipo frecuencial. En efecto, si tenemos en cuenta la definición de probabilidad desde el enfoque frecuencial, ésta es entendida como el valor hacia el cual tiende la frecuencia relativa de un suceso en una secuencia de resultados de un experimento aleatorio realizado en idénticas condiciones. Esta convergencia es entendida en sentido estocástico y argumentada por los teoremas de límite. La característica más importante de esta definición es la estabilidad global de las frecuencias relativas de cada uno de los posibles sucesos asociados al experimento. La importancia de la aproximación frecuencial radica en el hecho que permite establecer un puente entre la estadística y la probabilidad.

Se ha encontrado una relación de dependencia entre el nivel propedéutico de los estudiantes y la categoría argumentativa: frecuencial, siendo este uso menor entre los estudiantes de tercer año que entre los estudiantes de los otros tres niveles.

Si consideramos la totalidad de la dimensión se mantiene la tendencia a la estimación de la cota “media”, lo que nos plantea la necesidad de una mayor instrucción para estos estudiantes en relación con las nociones probabilísticas básicas.

También, nuestros resultados confirman los resultados del estudio de Teigen (1983 a), quien indica que cuando se pide a los estudiantes que hagan una predicción del resultado de un experimento aleatorio en el que todos los sucesos elementales son equiprobables, tienden a elegir los valores centrales, evitando los valores extremos.

Además, debemos decir que se ha detectado la presencia de sesgos de equiprobabilidad, de accesibilidad y el sesgo del enfoque en el resultado aislado. Para Tversky y Kahneman los sesgos que tienen lugar por la aplicación de juicios heurísticos no son debidos a la falta de comprensión de las normas estadísticas, sino al valor adaptativo y el bajo costo cognitivo que tiene el empleo de heurísticos frente a la utilización de cálculos normativos (Tversky y Kahneman, 1982 a y b). Según Evans

(1982) las explicaciones que dan estos autores indican que el razonamiento humano está guiado por principios más o menos generales que funcionan según el contexto en que se apliquen. Resulta evidente que los errores están guiados por los heurísticos pero no está nada claro qué principios seguimos cuando realizamos razonamientos adecuados.

Por otra parte, los trabajos de Nisbett y sus colaboradores (Nisbett, Krantz y Kunda, 1983; Nisbett y Kunda, 1985; Jepson, Krantz y Nisbett, 1983) indican que los adultos poseemos cierto conocimiento de las reglas estadísticas pero que su aplicación depende de diversos factores. Como por ejemplo, la familiaridad con el contenido de las tareas influye en que se almacene un mayor número de datos de la situación y en que el resultado del razonamiento sea más acorde con las normas estadísticas (Nisbett, Krantz, Jepson & Kunda, 1983). Es posible que existan algunos factores que influyan en que se preste una atención diferencial a la información y en que los acontecimientos no se codifiquen de igual manera. Este tipo de factores no son analizados en los trabajos de heurísticos y podrían proporcionar explicaciones a las descripciones realizadas por Tversky y Kahneman (Pérez Echeverría, 1988). Y como expresan Pollard y Evans (1983: 131) *“comprender la actuación es la verdadera esencia del estudio científico de la inferencia humana”* Como afirman Nisbett y Ross (1980) y Evans (1984) se necesita una teoría que tenga en cuenta el *contexto* en el que se realizan los juicios, el *contenido* de los problemas y las *ideas previas* de los estudiantes sobre ellos mismos y de la importancia que tienen estas tareas para el estudiante que intenta resolver.

Pérez Echeverría (1987) considera que la forma en que se presenten las tareas puede tener un impacto fundamental en la manera en que se codifica la información. Este hecho se ha demostrado en multitud de problemas matemáticos que incluyen diferentes conceptos al que en esta ocasión estamos tratando.

Por otra parte, no debemos dejar de considerar la hipótesis de Meletiou-Mavrotheris (2007), quien sostiene que la persistencia de las dificultades de los estudiantes en el razonamiento en la estocástica, podría ser el resultado de los efectos continuados de la tradición matemática formalista. En efecto, el enfoque lineal y jerárquico adoptado en los cursos de estadística y programas de estudio es un testimonio del efecto profundo y permanente de la cultura matemática formalista en las estadísticas. La presentación de los contenidos de estadística como una lista secuencial de los temas curriculares podría dar lugar a la compartimentación del conocimiento y no permite comunicarle a los estudiantes de la interconexión de las diferentes ideas estadísticas que se detallan en el curso (Meletiou-Mavrotheris, 2007). Desde esta misma perspectiva, Biehler (1997) considera que las personas

tienen dificultades para distinguir entre el problema del mundo real y el modelo estadístico. Por un lado, se encuentran muchas personas que utilizan métodos estadísticos para la solución de problemas del mundo real de la misma manera que los utilizaría para resolver un problema artificial de las matemáticas. Por otra parte, nos encontramos con personas que desconfían de las estadísticas por completo debido al hecho que, a diferencia de las matemáticas, se trata de la incertidumbre. Ambas de estas dos actitudes extremas sugieren la falta de comprensión de las estadísticas como un sistema de apoyo a las decisiones.

Nuestros resultados confirman la idea de que la capacidad de resolver problemas pseudo-reales, tomados de la enseñanza de las matemáticas, no son útiles a los estudiantes, porque la capacidad para resolver problemas con dispositivos aleatorios no se transfiere de manera muy eficaz a los problemas aplicados (Garfield y delMas, 1990; Pfannkuch y Brown, 1996; Meletiou-Mavrotoris y Lee C., 2002, 2003). Estos autores afirman que la comprensión de las personas sobre la probabilidad es más limitada en contextos del mundo real que en contextos artificiales.

CAPÍTULO 6

Tendencias de pensamiento probabilístico de los profesores de Biología y de Matemática en formación: Estudio Comparativo

- 6.1 Introducción
- 6.2 Tendencias de pensamiento probabilístico de los profesores de biología en formación
 - 6.2.1 Primer Análisis de Clusters del PBF
 - 6.2.2 Primer Análisis Discriminante del PBF
 - 6.2.3 Clasificación de los PBF según el primer análisis discriminante
 - 6.2.4 Caracterización global de las cinco tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes del PBF
 - 6.2.4.1 Caracterización de la tendencia hacia el determinismo
 - 6.2.4.2 Caracterización de la tendencia hacia el personalismo
 - 6.2.4.3 Caracterización de la tendencia hacia la causalidad
 - 6.2.4.4 Caracterización de la tendencia hacia el indeterminismo
 - 6.2.4.5 Caracterización de la tendencia hacia la contingencia
 - 6.2.4.6 Reconocimiento de la aleatoriedad en cada una de las TPPB
 - 6.2.4.7 Relación entre las TPPB y las categorías argumentativas de la estimación de la probabilidad
 - 6.2.4.8 Relación entre las TPPB y el nivel propedéutico de los estudiantes del PBF
 - 6.2.4.9 Relación entre las TPPB y el instituto educativo
 - 6.2.4.10 Conclusiones del primer análisis de clusters y análisis discriminante de los estudiantes del PBF
 - 6.2.5 Segundo análisis de clusters y análisis discriminante del PBF
 - 6.2.6 Caracterización de las cuatro tendencias del PBF
 - 6.2.6.1 Caracterización de la tendencia hacia el determinismo
 - 6.2.6.2 Caracterización de la tendencia hacia el personalismo
 - 6.2.6.3 Caracterización de la tendencia hacia la incertidumbre
 - 6.2.6.3 Caracterización de la tendencia hacia la contingencia
 - 6.2.7 Relación entre las TPPB y la edad de los estudiantes del PBF
 - 6.2.8 Relación entre las TPPB y el nivel propedéutico de los estudiantes del PBF
 - 6.2.9 Relación entre las TPPB y el instituto educativo
 - 6.2.10 Relación entre las TPPB y las categorías argumentativas de la aleatoriedad y de estimación de la probabilidad
 - 6.2.11 Conclusiones en relación con las TPPB
- 6.3 Tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes del PMF
 - 6.3.1 Análisis de clusters de los estudiantes del PMF
 - 6.3.2 Análisis Discriminante de los estudiantes del PMF
 - 6.3.3 Caracterización de las TPPM
 - 6.3.3.1 Caracterización de la tendencia hacia el determinismo
 - 6.3.3.2 Caracterización de la tendencia hacia el personalismo
 - 6.3.3.3 Caracterización de la tendencia hacia la incertidumbre
 - 6.3.3.4 Caracterización de la tendencia hacia la contingencia
 - 6.3.4 Relación entre las TPPM y la edad de los estudiantes del PMF
 - 6.3.5 Relación entre las TPPM y el nivel propedéutico de los estudiantes del PMF
 - 6.3.6 Relación entre las TPPM y el instituto educativo

- 6.4 Entrevistas confirmatorias a los estudiantes del PBF y PMF
 - 6.4.1 Análisis a priori de las preguntas de las entrevistas
 - 6.4.2 Selección de los estudiantes entrevistados
- 6.5 Entrevistas confirmatorias a los estudiantes del PBF
- 6.6 Entrevistas confirmatorias a los estudiantes del PMF
- 6.7 Estudio comparativo de las TPPB y TPPM
 - 6.7.1 Reconocimiento de la aleatoriedad de los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.2 Reconocimiento de la aleatoriedad en función del contexto del suceso en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.3 Las argumentaciones de la aleatoriedad de los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.4 Las categorías argumentativas de la aleatoriedad en función del contexto del suceso en los estudiantes del PBF y del PMF.
 - 6.7.5 Análisis de la causalidad en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.5.1 Reconocimiento de la aleatoriedad desde la causalidad en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.5.2 No reconocimiento de la aleatoriedad desde la causalidad en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.6 Análisis de la multiplicidad en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.6.1 Reconocimiento de la aleatoriedad desde la Multiplicidad en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.6.2 No reconocimiento de la aleatoriedad desde la Multiplicidad en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.7 Análisis de la incertidumbre en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.7.1 Reconocimiento de la aleatoriedad desde la incertidumbre en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.7.2 No Reconocimiento de la aleatoriedad desde la incertidumbre en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.8 Análisis de la categoría subjetiva en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.8.1 Reconocimiento de la aleatoriedad desde la categoría subjetiva en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.8.2 No reconocimiento de la aleatoriedad desde la categoría subjetiva en los estudiantes del PBF y en el PMF
 - 6.7.9 Análisis de las categorías argumentativas de la aleatoriedad en relación con el contexto del suceso en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.10 Conclusiones sobre el reconocimiento de la aleatoriedad
 - 6.7.11 Estudio Comparativo de la dimensión probabilidad entre los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.12 Análisis Comparativo de las tendencias de pensamiento probabilístico en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.13 Comparación con las tendencias de pensamiento probabilístico detectadas por Azcárate
 - 6.7.14 Comparación con las tendencias de pensamiento probabilístico detectadas por Cardeñoso
- 6.8 Conclusiones del capítulo 6

6.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo determinamos las tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes para profesor de biología (que en adelante llamaremos TPPB); y de los estudiantes para profesor de matemática (TPPM), ubicadas en distintos puntos de un gradiente que van desde lo simple a lo complejo. Lo que permitirá encontrar un modelo de pensamiento probabilístico para estos estudiantes. Posteriormente realizamos un análisis comparativo. En primer lugar comparamos las TPPB con las TPPM. En segundo lugar comparamos las tendencias encontradas por Azcárate (1995) entre los estudiantes de educación primaria, con las TPPB y con TPPM y en tercer lugar comparamos las tendencias de los profesores de educación primaria en activo, encontradas por Cardeñoso (2001), con las TPPB y TPPM.

6.2 TENDENCIAS DE PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO DE LOS ESTUDIANTES PARA PROFESOR DE BIOLOGÍA

Para reducir la complejidad del fenómeno que estamos estudiando, representada por un conjunto de trece variables: ALEA11, ALEA12, ALEA13, ALEA14, ALEA21, ALEA22, ALEA23, ALEA24, PRO5, PRO6, PRO7, PRO8 y PRO9; nos proponemos transformar estas variables por otras, que sean combinaciones de las anteriores y que determinen una estructura más simple del problema.

Para el logro de este objetivo aplicamos las técnicas estadísticas multivariantes: análisis de clusters y análisis discriminante; mediante el uso del software SPSS versión 17.

6.2.1 PRIMER ANÁLISIS DE CLUSTERS DE LOS ESTUDIANTES DEL PBF

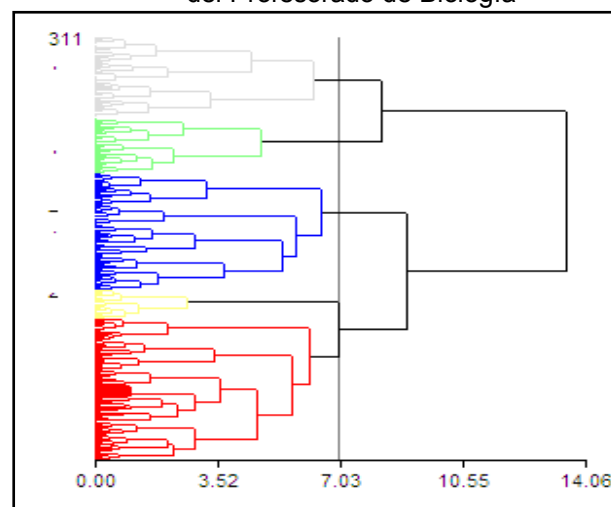
Comenzamos con la aplicación del análisis de clusters, también llamado análisis de conglomerado. Se trata de un método estadístico multivariante de clasificación a partir de una tabla de datos (casos-variables), que trata de situarlos en grupos homogéneos, no conocidos de antemano. Nuestro objetivo es encontrar concentraciones de datos (en nuestro caso de estudiantes), de manera tal que cada uno de los clusters sean homogéneos respecto de las variables consideradas; y por otra parte, cada grupo debe ser lo más diferente posible de los demás grupos. Para el análisis de nuestro problema de investigación consideramos dos dimensiones: aleatoriedad y probabilidad. A los efectos de la cuantificación de estas dimensiones,

hemos propuesto las siguientes variables: mencionadas en el apartado anterior, que han sido definidas en el capítulo 3.

En el análisis de clusters aplicamos un método jerárquico aglomerativo. En este método el agrupamiento se produce por un proceso iterativo que comienza siempre asumiendo que hay tantos clusters como sujetos y se finaliza con un solo cluster en el que están incluidos todos los sujetos. El problema es ahora, que hay que adoptar una regla para calcular la nueva matriz de distancias. Una vez establecida la regla, el proceso de agrupamiento comienza con la matriz de semejanzas y se agrupan los dos sujetos más semejantes entre sí, de manera que el número de clusters se reduce de 325 a 324, continua asignando los sujetos al cluster más cercano, hasta que sólo queda un cluster que los incluye a todos.

Como los datos son frecuencias la medida de semejanza que usaremos es el “coeficiente *phi-cuadrado*”. De los métodos jerárquicos aglomerativos hemos seleccionado el método de Ward. La característica de este método, es que no emplea las distancias entre clusters para realizar la agrupación, sino que trata de hacer mínima la variabilidad intracluster, esto hace que cada cluster sea lo más homogéneo posible. Es importante saber que cuando un sujeto ha sido asignado a un cluster ya no puede ser excluido del mismo. La determinación del número de clusters se realiza mediante el dendograma. Se traza la línea de corte en el 50% de la variabilidad total; quedando así determinada una línea, que por su ubicación nos permite tomar cinco o cuatro clusters (Fig. 6.1).

Figura 6.1 Dendograma de la clasificación de los estudiantes del Profesorado de Biología



Como la línea de corte no define claramente si debemos tomar cuatro o cinco clusters. Primero consideraremos cinco clusters y luego cuatro clusters; analizaremos los resultados de ambas clasificaciones y luego determinaremos cuál de las dos es la más apropiada.

Tabla 6.1 Clasificación de los 325 estudiantes en cinco grupos

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
1	45	13.8	13.8	13.8
2	100	30.8	30.8	44.6
3	90	27.7	27.7	72.3
4	87	26.8	26.8	99.1
5	3	.9	.9	100.0
Total	325	100.0	100.0	

Determinado el número de clusters, se recomienda realizar un segundo análisis con un método de partición, en nuestro caso seleccionamos el método de las K-Medias, como sugieren Catena, Ramos & Trujillo (2003). Este método requiere especificar de antemano el número de clusters, y otra diferencia con el método de Ward es que en cada iteración cada sujeto puede cambiar de cluster, de manera tal que al final del proceso de asignación y reasignación de casos, cada sujeto sea miembro del grupo cuyo centroide es más cercano.

6.2.2 PRIMER ANÁLISIS DISCRIMINANTE DE LOS ESTUDIANTES DEL PBF

Luego de aplicar el análisis de clusters es apropiado aplicar el análisis discriminante para confirmar la clasificación anterior.

El análisis discriminante es una técnica estadística multivariante cuyo objetivo fundamental es doble. En primer lugar, se analiza la existencia de diferencias entre un conjunto de grupos en los que se ha dividido la población, en relación con un conjunto de variables métricas. En este caso estamos en presencia del análisis discriminante descriptivo.

Si se encuentra que existen diferencias significativas entre las medias de las variables entre los grupos, entonces se determina a qué se deben estas diferencias. Para ello se determinan los procedimientos sistemáticos de clasificación de nuevas

observaciones de origen desconocido. En este caso estamos en presencia del análisis discriminante predictivo.

En nuestro caso tenemos que encontrar esta regla para realizar la clasificación lo más correctamente posible. Es decir, encontrar lo que se llama *función de clasificación lineal*. La variable a predecir, es la variable dependiente: “tendencia de pensamiento probabilístico” y los predictores son las variables independientes: ALEA11, ALEA123, ALEA13, ALEA14, ALEA21, ALEA22, ALEA23, ALEA24, PRO5, PRO6, PRO7, PRO8 y PRO9.

En primer lugar, determinaremos si los grupos difieren significativamente entre sí, considerando el conjunto de medidas que hemos tomado de los estudiantes. Cada grupo de estudiantes que define una tendencia de pensamiento, está representado por un vector cuyas componentes son las medias de las variables independientes, al que llamamos centroide. Lo que nos interesa es constatar si podemos rechazar o no la hipótesis nula que establece que los grupos no difieren entre sí (que sus medias son iguales). Como el valor $p < 0,05$ podemos rechazar la hipótesis nula. En este caso el estadístico de contraste es la Lambda de Wilks, mediante el cual se comparan los centroides (vectores de medias) de los distintos grupos. Para lo cual aplicamos el análisis de la varianza múltiple o MANOVA (Tabla 4 del Anexo 11). La salida computacional del SPSS nos informa que los centroides de los cinco grupos son significativamente diferentes.

En segundo lugar, nos interesa saber cuántas funciones discriminantes podemos construir y en cuántas de ellas se discrimina a unos grupos de otros. Cada combinación lineal de las variables predictoras es una función discriminante de la forma:

$$Y_{ij} = b_o + b_1 X_{i1} + b_2 X_{i2} + \dots + b_p X_{ip}$$

i representa al sujeto ; j representa a la función discriminante

Número de funciones discriminantes es el número mínimo del par ordenado:

(n° de grupos – 1; n° de variables predictoras). En nuestro caso: mín (4, 13)= 4

Los coeficientes de las funciones discriminantes, de manera tal que estos pesos maximicen la separación de los grupos, o sea la variabilidad entre los grupos; y que a su vez minimicen la variabilidad dentro de cada grupo.

Los coeficientes de las funciones sin estandarizar (Tabla 1 del Anexo 11) no nos informan sobre la importancia de cada variable en la función discriminante, puesto que las variables no están correlacionadas, por lo que no es posible saber la importancia de cada una. Los coeficientes estandarizados se refieren a los valores de las variables convertidas en puntuaciones Z, con media 0 y desviación estándar 1 se presentan en la Tabla 3 del Anexo 11.

En la Tabla 6.2 se observa que la primera función discriminante explica el 39,8% de la variabilidad del modelo, la segunda el 27,1%, la tercera el 20,7% y la cuarta el 12,4%, y los valores p del Lambda de Wilks son significativas, por lo tanto las cuatro funciones discriminan (Tabla 3 del Anexo 11).

En la tabla 6.2 se observa que los valores de la correlación canónica decrecen $0,860 > 0,812 > 0,772 > 0,685$, con lo que la primera función discrimina más que la segunda y así sucesivamente. Con los autovalores ocurre lo mismo $2,839 > 1,938 > 1,479 > 0,884$. La primera función es la que va a dar prácticamente la clasificación, aunque ya hemos visto que todas las funciones son significativas. Por otra parte, los valores del lambda de Wilks cuanto más cercanos a cero son, indican mayor poder discriminante. En este caso son: $0,019 < 0,073 < 0,214 < 0,531$, que nos indican que las funciones que tienen mayor poder discriminante son las dos primeras.

Tabla 6.2 Autovalores

Función	Autovalor	% de varianza	% acumulado	Correlación canónica
1	2.839 ^a	39.8	39.8	.860
2	1.938 ^a	27.1	66.9	.812
3	1.479 ^a	20.7	87.6	.772
4	.884 ^a	12.4	100.0	.685

Luego, en función de las variables independientes, se analiza si los grupos quedan suficientemente discriminados; y se determina cuáles son las variables que contribuyen más a discriminar entre los grupos que se han formado. Por este motivo lo que se hace es reducir las variables que mejor discriminan a unas pocas variables, llamadas “variables canónicas”. La correlación entre la función y las variables indican la contribución de la variable en la función discriminante. Estos coeficientes de correlación son congruentes con los coeficientes estandarizados. Así se determina la **matriz de estructura** de la Tabla 5 del Anexo 11; que se interpreta de la siguiente forma. Para función 1, las variables ALEA23 y ALEA22 están correlacionadas positivamente con ella; mientras que las variables ALEA 11 y ALEA 13 lo están en forma negativa. Esto significa que estudiantes con puntuaciones discriminantes positivas, dadas por esta función, tendrán una tendencia a usar por encima de la

media las categorías ALEA 22 y ALEA 23; y por debajo de la media las categorías ALEA 13 y ALEA 11. Lo contrario ocurre con estudiantes que tengan valores negativos de la función 1. De manera análoga, podemos decir que la función 2 está correlacionada positivamente con PRO 8 y negativamente con ALEA 14, ALEA 24, ALEA 21 y PRO 9. Por lo que valores negativos de estas funciones indican tendencia a usar las cuatro últimas categorías mencionadas; y valores positivos tendencia a usar la equiprobabilidad.

En relación con la función discriminante 3; está correlacionada negativamente con PRO 6 y PRO 7. Mientras que la función 4 está correlacionada positivamente con PRO 5 y negativamente con ALEA12. Los asteriscos indican cuales de las variables son las que mejor correlacionan con ella.

Las funciones en los centroides de los grupos de la Tabla 6 del Anexo 11 nos da una idea de cómo las funciones discriminan grupos. Si las medias de los cinco grupos en cada función son muy parecidas la función no discrimina grupos. Se observa que la discriminación es buena para las cuatro funciones como ya lo había asegurado el lambda de Wilks.

La clasificación de un sujeto en un grupo, puede hacerse con distintos procedimientos. Uno de esto procedimientos consiste en utilizar **probabilidades de pertenencia al grupo**. Un caso se clasifica en el grupo al que su pertenencia resulta más probable. El cálculo de probabilidad de pertenencia al grupo debe considerar las **probabilidades a priori** y aplicando el teorema de Bayes, calculamos la **probabilidad a posteriori**. Un caso será clasificado en el grupo cuya pertenencia cuenta con mayor probabilidad a posteriori.

Otro procedimiento seguido para asignar un sujeto a un grupo, se basa en las llamadas funciones de clasificación por grupos. Estas funciones (Tabla 7 del Anexo 11) dan valores más elevados cuanto mayor sea la proximidad del sujeto al grupo. Evaluando las puntuaciones obtenidas por un sujeto en cada una de las funciones de clasificación, podemos establecer a qué grupo podrá ser asignado.

Un tercer procedimiento consiste en clasificar una futura observación en el grupo cuyo centroide esté más cerca de la puntuación discriminante de la observación según la función discriminante considerada.

Los resultados de la clasificación o *matriz de confusión* (Tabla 8 del Anexo 11) muestra los casos en total que están correcta o incorrectamente clasificados. En nuestro caso el 96,9% de los casos han sido clasificados correctamente. La validación cruzada es un procedimiento recomendable consiste en calcular los coeficientes de las

funciones excluyendo uno por uno a todos los sujetos de la muestra. Es decir, como tenemos 325 sujetos, se calculan 325 conjuntos de coeficientes empleando sólo 324 sujetos en cada cómputo. La validación cruzada nos informa que han sido clasificados correctamente.

El mapa territorial (Figura 3 del ANEXO 11) representa los valores de las puntuaciones en las funciones discriminantes canónicas (en abscisas se sitúan las puntuaciones en la función 1 y en ordenadas las puntuaciones de la función 2). La región del grupo 1 está delimitada por números 1 en el mapa, la del grupo 2 por el número 2, y así sucesivamente.

6.2.3 CLASIFICACIÓN DE LOS ESTUDIANTES DEL PBF SEGÚN EL PRIMER ANÁLISIS DISCRIMINANTE

Si comparamos los resultados del análisis de clusters con los resultados del análisis discriminante, podemos concluir que:

- Para el grupo 1 formado por 45 estudiantes, el análisis discriminante considera clasificados correctamente al 97,8% (44) de los mismos, por lo que elimina a un sujeto pero incorpora dos sujetos más a este grupo, quedando constituido por 46 integrantes.
- Para el grupo 2 formado por 100 estudiantes, el análisis discriminante considera bien clasificados al 99% (99), elimina a un sujeto e incorpora 3 de otros grupos, quedando formado por 102 integrantes.
- Para el grupo 3 formado por 90 estudiantes, el análisis discriminantes considera bien clasificados al 95,6%(86) e incorpora 3 der otros grupos, quedando integrado por 89 estudiantes.
- Para el grupo 4 formado por 87 estudiantes, el análisis discriminante clasifica correctamente al 95,4% (83), elimina a 4 e incorpora 2 estudiantes quedando conformado por 85 estudiantes.
- Para el grupo 5 formado por 3 estudiantes, el análisis discriminante considera bien clasificados a los tres.

Las cinco tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes de biología se describen a continuación en orden de complejidad creciente.

6.2.4 CARACTERIZACIÓN GLOBAL DE LAS CINCO TENDENCIAS DE PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO DE LOS ESTUDIANTES DEL PBF

La distribución de los valores medios de las variables en cada grupo (Tabla 13 del ANEXO 11) nos permiten realizar una caracterización global de cada uno de los grupos.

El grupo 1 se caracteriza por negar la aleatoriedad desde la **Incertidumbre** y estimar la probabilidad desde la **Equiprobabilidad**. Mientras que el grupo 2 se destaca por reconocer la aleatoriedad desde la **Incertidumbre** y la **Causalidad**, la estimación de la probabilidad la hace desde la **Contingencia**. También en el grupo 3 el reconocimiento de la aleatoriedad se concreta desde la **Incertidumbre** y la **Causalidad**, pero estiman la probabilidad desde la **Equiprobabilidad**. Por otra parte, el grupo 4 reconoce la aleatoriedad desde las tres primeras categorías: **Incertidumbre**, **Multiplicidad** e **Incertidumbre**; y se destaca por negar la aleatoriedad desde la **Causalidad**, y estimar la probabilidad desde la **Laplaciana** y la **Contingencia**. Finalmente en el grupo 5 es destacable la negación de la aleatoriedad desde la **Causalidad**, y cuando la afirma usa la categoría **Subjetiva**, y estima la probabilidad fundamentalmente desde la **Experiencial**

6.2.4.1 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA EL DETERMINISMO

Este grupo está formado por 45(13,84%) estudiantes según el análisis de clusters; y por 46 estudiantes según el análisis discriminante, representa el 14,15% de los estudiantes encuestados. Es el cuarto grupo en importancia numérica. Es bastante heterogéneo respecto de la edad, y esta varía entre 17 y 47 años. Se destaca la poca presencia de alumnos de cuarto año, y la presencia de estudiantes del Instituto 4. Es el grupo que alcanza el menor reconocimiento de la aleatoriedad, en promedio el 31,34% de los estudiantes **no reconocen** los sucesos aleatorios; y argumentan desde las distintas categorías con valores superiores a la media, en primer lugar aplica la **Incertidumbre** (ALEA 23), en segundo lugar la **Causalidad** (ALEA 21) y también aplica la **Multiplicidad** (ALEA 22), siempre con valores superiores a la media. Cuando reconoce la aleatoriedad también lo hacen desde las mismas categorías. Por lo que podemos decir que tienen una concepción particular de la aleatoriedad. A pesar de la falta de reconocimiento de los sucesos aleatorios, esto no representa un impedimento para estimar la probabilidad. En particular, se apoyan en la **Equiprobabilidad** y la **Contingencia**, con valores superiores a la media. El 30,43% de los estudiantes de este grupo (14 de 46) han aprobado bioestadística. La falta de reconocimiento de la

aleatoriedad de los sucesos o fenómenos que se presentan en los distintos contextos, ha dado lugar a la denominación de este grupo.

6.2.4.2 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA EL PERSONALISMO

Es el grupo formado por 3 estudiantes según el análisis de clusters; y por tres estudiantes según el análisis discriminante, representa sólo el 0,92% de los estudiantes de biología que participaron del estudio. Al ser un grupo tan reducido no lo podemos considerar representativo de una determinada tipología de pensamiento probabilístico. En cuanto las edades varían entre 29 y 40 años. Estos estudiantes usan la categoría **Subjetiva** para afirmar y para negar la aleatoriedad. También niegan la aleatoriedad desde la causalidad. Para estimar la probabilidad se destaca el uso de la categoría **Experiencial**. Uno de los alumnos es de primer año, otro de segundo año y otro de tercer año. El 33,33% (1 de 3) ha aprobado Bioestadística.

La tabla 14 del Anexo 11 resume las características más relevantes de los cinco grupos. La primera columna indica la tipología de la tarea realizada por el estudiante, la segunda columna las argumentaciones características de dicha tarea, la tercera las categorías de uso máximo, la cuarta las categorías de uso promedio y la última las categorías de uso mínimo.

6.2.4.3 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA LA CAUSALIDAD

Este grupo está integrado por 87 (26,76%) estudiantes según el análisis de clusters; y por 85 (26,15%) según el análisis discriminante. La proporción de estudiantes de cada uno de los niveles académicos es aproximadamente el mismo en cada uno de los grupos. Se destaca la presencia de los estudiantes que tienen entre 23 y 28 años. La mayoría de los estudiantes de este grupo pertenecen al Instituto 11 y en segundo lugar al Instituto 4. Es el tercer grupo en el reconocimiento de la aleatoriedad (66,67%). Es el que hace mayor uso de la **Causalidad** para negar la aleatoriedad (ALEA 21); como así también se destaca el uso de la **Multiplicidad** en la afirmación de la aleatoriedad (ALEA 12) y la **Incertidumbre** (ALEA 13) con valores superiores a la media. En cuanto a la estimación de la probabilidad se prefiere usar la **Laplaciana y la Frecuencial** con valores superiores a la media. El 25,88% (22 de 85) han aprobado Bioestadística.

6.2.4.4 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA LA INCERTIDUMBRE

Es el segundo grupo en importancia numérica, está constituido por 89 estudiantes (27,38%) según el análisis discriminante; si bien el análisis de clusters había clasificado en este grupo a 90 estudiantes. Se destaca la presencia de estudiantes que tienen entre 35 y 40 años en primer lugar, seguidos por los que tienen entre 17 y 22 años. Es el grupo que más aglutina a los más jóvenes. Se destaca la presencia de estudiantes del Instituto 1 y del Instituto 13. Se caracteriza por ser uno de los dos grupos que logran el mayor reconocimiento de la **aleatoriedad** (83,15%); argumentando desde la **Incertidumbre** (ALEA 13), la **Multiplicidad** (ALEA 12) y la **Causalidad** (ALEA 11). Todas estas categorías aparecen con valores superiores a la media. Este grupo es uno de los dos grupos que más usa la incertidumbre, lo que motivó la denominación del grupo. En cuanto a la estimación de la probabilidad, se destaca por el uso de la **Equiprobabilidad** (53,18%). La proporción de estudiantes de cada uno de los niveles académicos es aproximadamente la misma. El 32,58% (29 de 89) han aprobado Bioestadística.

6.2.4.5 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA LA CONTINGENCIA

Es el grupo más numeroso, el análisis de clusters agrupó a 100 (30,76%) estudiantes; mientras que el análisis discriminante aglutina a 102 estudiantes, que representa al 31,38% del total de estudiantes encuestados. Se destaca la presencia de estudiantes que tienen entre 29 y 34 años, como así también los que tienen entre 41 y 47 años. Es el grupo que aglutina a los estudiantes de mayor edad y en particular son estudiantes de cuarto año. Es notable la presencia de estudiantes del Instituto 9-002 y en segundo lugar del Instituto 11. El 33,33% (34 de 102) han aprobado Bioestadística. Es uno de los dos grupos que logra el mayor reconocimiento de la aleatoriedad, en promedio el 82,35% de los estudiantes reconocen los fenómenos aleatorios. Cuando reconoce la aleatoriedad, usa fundamentalmente la **Incertidumbre** (ALEA 13), siendo este grupo el que más la aplica y en segundo lugar usa la **Causalidad** (ALEA 11); en ambos casos con valores superiores a la media. En la estimación de la probabilidad, es el grupo que más usa la **Contingencia y la Frecuencial**; de allí la denominación del grupo. También aplican la concepción **Laplaciana** con valores superiores a la media. Se destaca un uso mínimo de argumentaciones probabilísticas de tipo personalista. Esta tendencia viene a representar la situación conceptual más avanzada. Por el amplio reconocimiento de los sucesos o fenómenos aleatorios con argumentaciones apropiadas.

6.2.4.6 RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD EN CADA UNA DE LAS TPPB

Para el logro de una caracterización idónea de los grupos, aplicamos el Test de Pearson entre las variables RA y TPPB, cuyos resultados se muestran en la Tabla 9 del Anexo 11; los que nos informan que existe una relación de dependencia entre el RA y TPPB. Sin embargo, este resultado no se observa en el ítem 14, para el cual el reconocimiento y las TPPB son independientes; esto se debe a que el ítem 14 ha sido el que alcanzó el menor RA, y entendemos que representó un verdadero conflicto para los estudiantes de biología.

Además, se aplicó el test de Pearson entre las categorías argumentativas de la aleatoriedad y las TPPB, encontrándose una relación de dependencia entre las mismas excepción de la categoría ALEA 11, como se puede observar en la Tabla 10 del Anexo 11. Este resultado indica que el uso de la causalidad en el RA es independiente de la TPPB, razón para afirmar que en general, los estudiantes de Biología hacen un uso extensivo de la causalidad en todas las TPPB. No podemos asegurar la existencia de un grupo fuertemente o débilmente causal.

6.2.4.7 RELACIÓN ENTRE LAS TPPB Y LAS CATEGORÍAS ARGUMENTATIVAS DE LA ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD

De la misma manera que en el punto anterior, el test de Pearson se aplicó a cada uno de los ítems relativos a la estimación de la probabilidad, y se comprobó la existencia de una relación de dependencia entre las categorías argumentativas que usan los estudiantes cuando estiman la probabilidad y las TPPB. Luego, podemos concluir que el tipo de argumento que empleen los estudiantes en la estimación de la probabilidad depende de la TPPB (Tabla 11 del Anexo 11).

6.2.4.8 RELACIÓN ENTRE LAS TPPB Y EL NIVEL PROPEDEÚTICO DE LOS ESTUDIANTES

Como nos interesa saber si la formación que están recibiendo los estudiantes influye en el desarrollo del pensamiento probabilístico, aplicamos el test de Pearson a las variables “nivel propedéutico del estudiante” y TPPB (Tabla 12 del Anexo 11). El resultado obtenido nos indica que, la enseñanza impartida en el profesorado de biología no está relacionada con la tendencia de pensamiento probabilístico, con un valor $p = 0,909$ ($\chi^2 = 6,146$). Sin embargo, se ha encontrado que la *tendencia hacia la Contingencia* es la que más aglutina estudiantes de tercer y cuarto año, seguido por la *tendencia hacia la Incertidumbre*, luego encontramos la *tendencia hacia la Causalidad* y finalmente la *tendencia al determinismo*.

Además, hemos analizado la relación entre “haber aprobado bioestadística” y las TPPB, encontrándose un valor $p=0,841$ ($\chi^2_{(6)}=1,417$); con lo que concluimos que las variables son independientes. Concluimos que, el hecho de haber estudiado una disciplina estadística, como la bioestadística no ha ejercido la influencia suficiente como para hacer evolucionar el pensamiento probabilístico de los estudiantes.

6.2.4.9 RELACIÓN ENTRE LAS TPPB Y EL INSTITUTO EDUCATIVO

Por otra parte, nos interesa saber si la enseñanza que se está impartiendo en los diferentes institutos educativos está relacionada con la tipología de pensamiento probabilístico de sus estudiantes. El test de Pearson aplicado a las variables “Instituto al que pertenece el estudiante” y TPPB, nos permitió obtener el valor $p=0,006$ ($\chi^2_{(6)}=33,464$); es decir que, que la enseñanza llevada a cabo en cada instituto incide en el tipo de pensamiento de los estudiantes. Así, encontramos que en la *tendencia Determinista* se destaca la presencia de estudiantes del Instituto 1; la *tendencia al Personalismo* está conformado por dos estudiantes del Instituto 2 y un estudiante del Instituto 13; mientras que en la *tendencia hacia la Causalidad* por estudiantes del Instituto 4 y del Instituto 11; en cambio en la *tendencia hacia la Incertidumbre* está conformada por estudiantes del Instituto 1 y del Instituto 13; y en la *tendencia hacia la contingencia* encontramos estudiantes del Instituto 2. Esta dependencia entre el grupo de pertenencia y el instituto al que pertenece el estudiante tiene que ver con el tipo de formación que está ofreciendo el instituto.

6.2.4.10 CONCLUSIONES DEL PRIMER ANÁLISIS DE CLUSTERS Y DISCRIMINANTE DE LOS PBF

Las tendencias de pensamiento probabilístico detectadas se encuentran fuertemente relacionadas con:

- el reconocimiento de la aleatoriedad
- categorías argumentativas de la aleatoriedad, a excepción de la que argumenta el RA desde la causalidad
- las categorías argumentativas de la estimación de la probabilidad
- la institución en la que cursa la carrera el estudiante

Mientras que estas tendencias de pensamiento son independientes del nivel académico de los estudiantes y también de haber aprobado bioestadística.

6.2.5 SEGUNDO ANÁLISIS DE CLUSTERS Y ANÁLISIS DISCRIMINANTE DE LOS ESTUDIANTES DEL PBF

Debido a que el grupo personalista está integrado únicamente por tres estudiantes y a que la línea de corte del dendograma de la Fig. 6.1 no define claramente si se deben tomar cuatro o cinco grupos; decidimos realizar un nuevo análisis de clusters y análisis discriminante a partir de la consideración de la existencia de cuatro grupos. El método de las K-Medias determinó la clasificación que se presenta en la Tabla 6.3.

Tabla 6.3 Número de casos en cada clusters

	1	128(39,38%)
Conglomerado	2	60(18,46%)
	3	132(40,62%)
	4	5(1,54%)
Total		325(100%)

En la Tabla 15 del Anexo 11 se muestran los resultados de los test para la igualdad de medias. Como los valores p son todos menores a 0,05, se concluye que los centroides de los cuatro grupos son significativamente diferentes.

Los coeficientes de las funciones discriminantes canónicas sin estandarizar se presentan en la Tabla 16 del Anexo 11, mientras que las estandarizadas se muestran en la Tabla 17 del Anexo 11.

Por otra parte, las funciones discriminantes en los centroides de los grupos se presentan en la Tabla 19 del Anexo 11.

En la Tabla 6.4 se observa que la primera función discriminante explica el 39,8% de la variabilidad del modelo, la segunda el 33,5% y la tercera el 26,7%. Los valores de la correlación canónica son $0,814 > 0,789 > 0,753$; indicando que la primera función discrimina más que las otras, la segunda más que la tercera. Con los autovalores ocurre lo mismo $1,959 > 1,647 > 1,313$. A su vez en la Tabla 15 del Anexo 11 aparecen los valores del estadístico lambda de Wilks con los valores p correspondientes, siendo los tres significativos, por lo que las tres funciones permiten discriminar a los estudiantes. Los valores del lambda de Wilks son:

0,055 < 0,163 < 0,432, indican que la primera función es la que mejor discrimina.

Tabla 6.4 Autovalores

Función	Autovalor	% de varianza	% acumulado	Correlación canónica
1	1.959 ^a	39.8	39.8	.814
2	1.647 ^a	33.5	73.3	.789
3	1.313 ^a	26.7	100.0	.753

La matriz de estructura de la Tabla 18 del Anexo 11 se interpreta de la siguiente forma. Para la función 1, la variable PRO8 está correlacionada positivamente, y las variables PRO 6 y ALEA 24 están correlacionadas negativamente con ella. Luego, estudiantes con puntuaciones positivas en esta función, tendrán tendencia a usar por encima de la media la categoría PRO8, y con puntuaciones negativas, indicarán tendencia a usar por encima de la media a las variables PRO 6 y ALEA 24. Además la segunda función está correlacionada positivamente con ALEA 11 y ALEA 13, y correlacionada negativamente con ALEA 23, ALEA 22 y ALEA 21. Finalmente, la tercera función está correlacionada positivamente con ALEA 14, y negativamente con ALEA 12, PRO 7 y PRO 5. La Tabla 20 del Anexo 11 muestra las funciones de clasificación por grupos. Estas funciones dan valores más elevados cuando mayor sea la proximidad del sujeto al grupo. Para clasificar a un nuevo sujeto se evalúan las puntuaciones obtenidas por el sujeto en cada una de las funciones de clasificación, la que de mayor valor indica el grupo al que pertenece el sujeto.

La matriz de confusión se presenta en la Tabla 21 del Anexo 11, la que indica de manera global que el 93,8% de los estudiantes han sido clasificados correctamente. El análisis de clusters aglutinó a 128 estudiantes en el grupo 1, de los cuales el 97,7% está bien clasificado según nos informa el análisis discriminante, eliminando tres e incorporando ocho de otros grupos, quedando conformado por 133 estudiantes. El grupo 2 está formado por 60 estudiantes, de los cuales el análisis discriminante informa que el 78,3% ha sido bien clasificado, elimina a trece e incorpora a un estudiante quedando conformado por 48 estudiantes. El grupo 3 está conformado por 132 estudiantes, de los cuales el 80% ha sido bien clasificado, el análisis de clusters elimina a un estudiante, quedando conformado por cuatro.

Para clasificar estudiantes se puede usar el mapa territorial, se observan las puntuaciones del estudiante en las funciones discriminantes consideradas y se determina a qué grupo corresponde, la región del mapa territorial en que se sitúa el punto cuyas coordenadas son precisamente las puntuaciones discriminantes (Figura 5 del Anexo 11). Estos grupos quedan definidos mediante los valores medios que las variables independientes que toman en cada uno de ellos (Tabla 6.6). Son

precisamente estas medidas las que caracterizan al grupo y determinan la denominación del mismo.

Tabla 6.5 - Clasificación de los estudiantes según el análisis de clusters y del análisis discriminante

Grupo	Análisis de clusters	Análisis discriminante
Determinista	60 (39,38%) estudiantes	48 estudiantes (14,77%)
Personalista	5 (1,54%) estudiantes	4 estudiantes (1,23%)
Incertidumbre	128 (39,38%) estudiantes	133 estudiantes (40,92%)
Contingente	132 (40,62%) estudiantes	140 estudiantes (43,08%)

Tabla 6.6 - Valores medios de las trece variables independientes en los 4 grupos en Biología

Categorías	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	media
ALEA 11	2,57	1,43	2,47	3,40	2,33
ALEA 12	2,14	1,22	2,11	0,40	1,93
ALEA 13	5,59	1,80	2,99	3,00	3,80
ALEA 14	0,02	0,07	0,05	1,20	0,06
ALEA 21	0,91	2,25	1,99	2,00	1,61
ALEA 22	0,17	1,55	0,45	0,00	0,54
ALEA 23	0,32	3,12	0,67	0,20	0,98
ALEA 24	0,09	0,07	0,14	0,60	0,12
PRO 5	2,96	3,03	3,70	1,40	3,25
PRO 6	1,43	1,68	2,86	1,00	2,05
PRO 7	1,91	1,43	2,35	1,20	1,99
PRO 8	5,34	5,30	1,83	1,00	3,84
PRO 9	0,24	0,17	0,20	6,20	0,30

Grupo 1: Incertidumbre; Grupo 2: Determinista; Grupo 3: Contingente; Grupo 4: Personalista

6.2.6 CARACTERIZACIÓN DE LAS CUATRO TENDENCIAS DE LOS ESTUDIANTES DE LOS ESTUDIANTES DEL PBF

A continuación describimos las cuatro grupos a partir de las siguientes consideraciones: argumentación característica, categoría de uso máximo, categoría de uso según promedio y categoría de uso mínimo; y los presentamos en orden de complejidad creciente.

6.2.6.1 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA EL DETERMINISMO

Este grupo está integrado por 60 (18,46%) según el análisis de clusters; y por el 14,77% (48) de los estudiantes según el análisis discriminante. Es el tercer grupo en importancia numérica. El 78,3 % de los estudiantes fueron clasificados correctamente por el análisis de clusters. Es el que logra el menor reconocimiento de la aleatoriedad, aproximadamente cada estudiante reconoce cuatro ítems como aleatorios, en promedio. En este grupo encontramos los valores máximos para la negación de la aleatoriedad desde la **Causalidad** (ALEA 21), la **Multiplicidad** (ALEA 22) y la **Incertidumbre** (ALEA 23), lo que nos lleva a identificarlo como el más determinista de los grupos. Sin embargo, en este sentido son los que menos argumentan desde la subjetividad (ALEA 24), cuestión que suele coincidir con la pericia matemática de los sujetos y su apropiación de los modelos deterministas escolares. Se destaca la presencia de los valores mínimos para las categorías (ALEA 11 y ALEA 12). Así, también manifiestan un uso máximo de la **Equiprobabilidad** en la estimación de la probabilidad (PRO 8) y el valor mínimo de la Experiencial (PRO 9), siendo la Contingencia la única categoría en la estimación de la probabilidad que es ligeramente inferior al valor medio. Un representante de este grupo es el estudiante 171, quien ha contestado algunos ítems de la siguiente forma:

Ítem 14: *“Que me guste la película que voy a ver el próximo sábado en Cinemak, es un suceso no aleatorio porque leo las críticas antes de comprar la entrada”*. Argumenta la no aleatoriedad desde *la causalidad*.

Ítem 20: *“Creo que germine una semilla plantada es un fenómeno no aleatorio porque sé las condiciones que tengo que ofrecerle para que germine”*. Argumenta desde *la causalidad*.

Ítem 23: *“Contraer la gripe el mes que viene es un fenómeno no aleatorio porque sé las cosas que tengo que evitar y aquellas que debo hacer para que no ocurra”*. Argumenta desde la *causalidad*.

6.2.6.2 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA EL PERSONALISMO

Es el grupo más reducido, integrado por 5 (1,54%) estudiantes según el análisis de clusters; y por cuatro estudiantes según el análisis discriminante, que representan al 1,23% de la población. El 80 % de los estudiantes de este grupo fueron clasificados correctamente por el análisis de clusters. Ocupa el segundo lugar en el reconocimiento de la aleatoriedad conjuntamente con el grupo Contingencia. Es decir, cada estudiante reconoce, en promedio, como aleatorios entre siete y ocho ítems. Cuando afirma la aleatoriedad lo hace desde la **Causalidad** (ALEA 11) y desde la categoría **Subjetiva** (ALEA 14) con valores máximos. Cuando niega la aleatoriedad, también lo hace desde la **Causalidad** y desde la **Subjetividad** con valores máximos (ALEA 21, ALEA 24). Las categorías argumentativas de la estimación de la probabilidad alcanzan en este grupo los valores mínimos (PRO 5, PRO 6, PRO 7 y PRO 8), a excepción de la categoría **Experiencial** (PRO 9) que emerge con un valor máximo que sorprende. Esta tendencia se caracteriza por hacer uso de sus creencias y de sus experiencias de vida, que le permiten identificar y justificar la naturaleza de los fenómenos. Estaríamos ante un indeterminismo incipiente de corte experiencial.

Un representante de este grupo es el estudiante 310, y ha contestado de la siguiente forma:

Ítem 5: Reconoce el suceso como aleatorio y argumenta desde la categoría *subjetiva* al decir: *“Sufrir un accidente es un fenómeno aleatorio porque según mi opinión es el destino de cada uno”*

Ítem 9: *“La confianza que tengo en conocer una persona famosa el mes que viene, es baja porque no visito los lugares a donde asisten los famosos”*. Argumenta desde la categoría *experiencial*.

6.2.6.3 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA LA INCERTIDUMBRE

Este es el segundo grupo en importancia numérica, está integrado por 128 (39,38%) estudiantes según el análisis de clusters; y representa al 40,92% (133) de los estudiantes según el análisis discriminante; es decir que el 97,7% de los estudiantes fueron clasificados correctamente por el análisis de clusters. Es el que logra el mayor reconocimiento de la aleatoriedad, en promedio cada estudiante afirma la aleatoriedad de aproximadamente diez de los doce ítems propuestos. Esta afirmación la hace fundamentalmente basándose en la **Incetidumbre** (ALEA 13), ya que esta variable alcanza el valor máximo en este grupo. También estos estudiantes argumentan desde la **Causalidad** (ALEA 11) y desde la **Multiplicidad** (ALEA 12) con valores superiores a las medias correspondientes de las variables. Cabe destacar que la afirmación de la aleatoriedad desde la categoría **Subjetiva** (ALEA 14) tiene poca presencia, alcanza el valor mínimo en este grupo. Cuando niegan la aleatoriedad lo hacen desde la causalidad (ALEA 21), la multiplicidad (ALEA 22) y desde la incertidumbre (ALEA23) con valores mínimos en relación con los grupos: determinista y contingencia.

Cuando deben estimar la probabilidad se basa en la **Equiprobabilidad** (PRO 8), categoría que alcanza el máximo valor en este grupo y que es aplicada en más de la mitad de los ítems, cuestión que es coherente con su caracterización como indeterminista incipiente. Los estudiantes que muestran este sesgo consideran que el resultado del experimento “depende del azar” y en consecuencia todos los resultados son equiprobables. En realidad representa la extensión indebida de la regla de Laplace y la no discriminación de las situaciones en las que es o no es aplicable el principio de indiferencia. Mientras que el resto de las argumentaciones se basan en: Contingencia (PRO 5), Laplaciana (PRO 6), Frecuencial (PRO 7) y Experiencial (PRO 9) con valores inferiores a los valores medios. Por lo expresado, podemos concluir que representan al grupo de indeterministas ingenuos porque reconocen el carácter incierto de las situaciones pero sin poder abordarlas.

En conclusión, este grupo de profesores en formación reflejan características propias de un conocimiento probabilístico de naturaleza fundamentalmente intuitiva, cercano a un conocimiento cotidiano del mundo de la incertidumbre.

Un representante de este grupo es la estudiante 136, quien reconoce la aleatoriedad de algunos sucesos de la siguiente forma:

Ítem 3: *“Predecir la cantidad de caras que se obtienen en 100 lanzamientos de una moneda es un suceso aleatorio porque puede salir cara o cruz cada vez que se lance la moneda”*

Ítem 5: *“Sufrir un accidente es un fenómeno aleatorio porque yo no sé cuando puedo sufrir un accidente”*

Ítem 7: *“Obtener el número 23 en la ruleta de 36 números es un suceso aleatorio porque puede caer en el número 23 o como puede que no caiga”*

En relación con la estimación de la probabilidad lo hace de la siguiente forma:

Ítem 10: *“Tengo una confianza media en sacar una ficha negra, a lo largo de toda una tarde de juego, de una caja que contiene 29 fichas negras y 16 amarillas, porque puede que salga o que no salga”*

En este caso argumenta desde la *equiprobabilidad*.

6.2.6.4 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA LA CONTINGENCIA

Es el grupo más numeroso, está integrado 132 (40,62%) estudiantes según el análisis de clusters, y representa al 43,08% (140) de los estudiantes de acuerdo al análisis discriminante. El 97,7 % de los estudiantes de este grupo fueron clasificados correctamente por el análisis de clusters. Un estudiante de este grupo reconoce como aleatorios, en promedio, aproximadamente entre 7 y 8 ítems de los doce; por lo que ocupa el segundo lugar en el reconocimiento de la aleatoriedad; y cuando lo hace argumenta fundamentalmente desde la **Multiplicidad** (ALEA 12) y desde la **Causalidad** (ALEA 11) con valores que superan a las respectivas medias poblacionales. Pero más que las anteriores argumentaciones, aplica la categoría de incertidumbre (ALEA 13), pese a usarla con un valor inferior a la media. Cuando recurre a la categoría Subjetiva (ALEA 14) lo hace con un valor aproximadamente igual a la media. La negación de la aleatoriedad la basa fundamentalmente en la Causalidad (ALEA 21) con un valor superior a la media y desde su propia subjetividad (ALEA 24) superando ligeramente a la media. En la estimación de la probabilidad, se destaca la presencia de la Contingencia (PRO 5) con un valor máximo, que ha permitido darle esta denominación, sobre todo entendiendo el uso de la multiplicidad del fenómeno que posee, tan imprescindible para un sujeto que estima la probabilidad

desde el establecimiento de las relaciones aditivas entre los casos favorables y desfavorables a la ocurrencia de un suceso. También usa la categoría **Laplaciana** (PRO 6) y la **Frecuencial** (PRO 7) con valores superiores a las medias poblacionales, cuestión esperable pues este tipo de sujeto suele presentar un buen desempeño del cálculo. Se destaca la ausencia de categorías argumentativas desde la Experiencial (PRO 9).

Un representante de este grupo es el estudiante 91 y responde de la siguiente forma:

Ítem 3: *“El número de caras que se obtienen en los 100 lanzamientos de una moneda es un suceso aleatorio porque puede variar cada vez que lo repitamos”*. Argumenta la aleatoriedad desde la *multiplicidad*.

Ítem 6: *“Tengo un nivel de confianza medio que amanezca frío el 14 de Octubre porque en Octubre hay menos días fríos que templados”*. Argumenta la estimación de la probabilidad desde la *contingencia*.

Ítem 10: *“Si en una mesa de juego se dispone de una caja de fichas, que contiene 29 fichas negras y 16 fichas amarillas; la confianza que tengo en que salga una ficha negra, a lo largo de toda una tarde de juego es alta porque hay más fichas negras que amarillas”*. Argumenta la estimación de la probabilidad desde la *contingencia*.

Ítem 11: *“La confianza que tengo en sacar una bola roja de una urna que contiene 5 bolas blancas, 5 rojas y 1 azul, es media porque son 6 bolas en contra de 5 buenas”*. Argumenta la estimación de la probabilidad desde la *contingencia*.

6.2.7 RELACIÓN ENTRE LAS TPPB Y LA EDAD DE LOS ESTUDIANTES DEL PBF

Consideramos apropiado analizar la relación entre las TPPF y la edad, pensamos que puede existir una relación entre la tendencia de pensamiento probabilístico y la edad. El test de independencia de Pearson nos informa con un valor del estadístico $\chi^2 = 15,846$, g.l.=15, valor p= 0,392 que existe independencia entre la edad y la TPPB (Tabla 22 y 23 del Anexo 11). Es decir que, cada una de las TPPB incluye a estudiantes de distintas edades.

6.2.8 RELACIÓN ENTRE LAS TPPB Y NIVEL PROPEDEÚTICO DE LOS ESTUDIANTES DEL PBF

La distribución de los estudiantes según el nivel propedeútico en cada una de las tendencias de pensamiento se muestra en la Tabla 24 y 25 del Anexo 11. Se puede observar que hay dos grupos mayoritarios: Incertidumbre y Contingencia, que aglutinan a estudiantes de los diferentes niveles; ocurriendo lo mismo con el Determinista, mientras que el Personalista no concentra estudiantes de cuarto año. Por este motivo no se encuentra asociación entre la tendencia de pensamiento probabilístico y el nivel propedeútico con un valor $p=0,385$ (Tabla 27 del Anexo 11).

6.2.9 RELACIÓN ENTRE LAS TPPB Y EL INSTITUTO EDUCATIVO

Con un valor $p=0,034$ el Test de Pearson muestra que existe asociación entre la tendencia de pensamiento probabilístico y la institución educativa (Tabla 27 del Anexo 11).

La distribución de las cuatro tendencias de pensamiento probabilístico en los cinco institutos de formación docente se muestran en la Tabla 26 del Anexo 11.

Se observa que la tendencia Incertidumbre, que concentra a la mayor cantidad de estudiantes, cuenta fundamentalmente con la presencia de estudiantes de los institutos 1, 2, 11 y 13; mientras que la tendencia Determinista está conformada por estudiantes del instituto 1, 4 y 13. Finalmente la tendencia Contingencia aglutina al instituto 2, 4 y 11. Por lo que podemos concluir que la formación del Profesorado está influyendo en las tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes.

6.2.10 RELACIÓN DE LAS TPPB Y LAS CATEGORÍAS ARGUMENTATIVAS DE LA ALEATORIEDAD Y DE LA ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD

Los resultados del Test de Pearson aplicado a las TPPB y al RA indican que existe una relación de dependencia entre el reconocimiento de la aleatoriedad y las tendencias de pensamiento probabilístico, con un valor del estadístico $\chi^2 = 223,534$, con g.l.=36 y valor $p < 0,001$. De la misma forma las tendencias de pensamiento probabilístico dependen de las categorías argumentativas de la aleatoriedad con un valor $p < 0,001$ (Tabla 28 del Anexo 11). Ocurre lo mismo con las categorías argumentativas de la probabilidad (Tabla 29 del Anexo 11).

6.2.11 CONCLUSIONES EN RELACIÓN CON LAS TPPB

Consideramos que la clasificación de los PBF en cuatro grupos es más idónea que la realizada en cinco grupos. Debido a que cuando se consideran únicamente cuatro TPPB, hemos encontrado una total relación de dependencia entre las TPPB y las categorías argumentativas de la aleatoriedad y de la probabilidad; cuestión que no se presentaba al considerar los cinco grupos, en cuyo caso la categoría ALEA 11 resultaba independiente de las TPPB.

Globalmente se entiende que los estudiantes para profesor presentan un aceptable nivel de reconocimiento de la aleatoriedad alcanzando un valor promedio de 8 ítems por estudiante. Sin embargo, hemos detectado la presencia de aproximadamente un 15% de estudiantes que conforman el grupo determinista, lo que es preocupante ya que este tipo de pensamiento no deja espacio para el reconocimiento de la variación propia de los fenómenos aleatorios que son tan importantes en biología.

En oposición al grupo determinista aparece el grupo incertidumbre, que logra un mayor reconocimiento de la aleatoriedad, representa a menos de la mitad de los estudiantes, con un porcentaje que está por debajo de lo esperado; el que hace un uso elevado de la equiprobabilidad, situación que expresa un indeterminismo incipiente, porque no logra fundamentar sus decisiones desde una perspectiva más compleja; lo que indica que no han alcanzado el nivel cognitivo que les permita interpretar los fundamentos probabilísticos de los fenómenos fortuitos, que son tan necesarios para comprender algunas disciplinas de la biología, como la evolución, la genética y la ecología, en las que el azar juega un rol fundamental (Moreno y González, 2013).

Entre el grupo determinista y el grupo incertidumbre, se posicionan los otros dos grupos: contingencia y personalista. El grupo contingente es el más numeroso y supera ligeramente al grupo incertidumbre; si bien estima la probabilidad argumentando desde posiciones más cercanas a las formales, no logra un nivel en el reconocimiento de aleatoriedad que le permita utilizar una modelización indeterminista apropiada para la comprensión de los fenómenos aleatorios. En cuanto al grupo personalista, logra el mismo nivel que el grupo contingencia en relación con el reconocimiento de la aleatoriedad, pero difiere de éste en sus argumentaciones, basadas en sus creencias y en sus experiencias.

Los aspectos más débiles de los resultados detectados entre los estudiantes del PBF se refieren a la estimación de las probabilidades de sucesos aleatorios; basan

sus argumentos fundamentalmente, en los conocimientos obtenidos a partir de su propia experiencia; y además no logran reconocer el espacio muestral asociado a cada suceso. Por lo tanto, no perciben que no todos los espacios muestrales son equiprobables; lo que los lleva a argumentar en la mayoría de los casos, desde la equiprobabilidad; denotando una falta de conocimiento normativo en relación con el campo del conocimiento probabilístico.

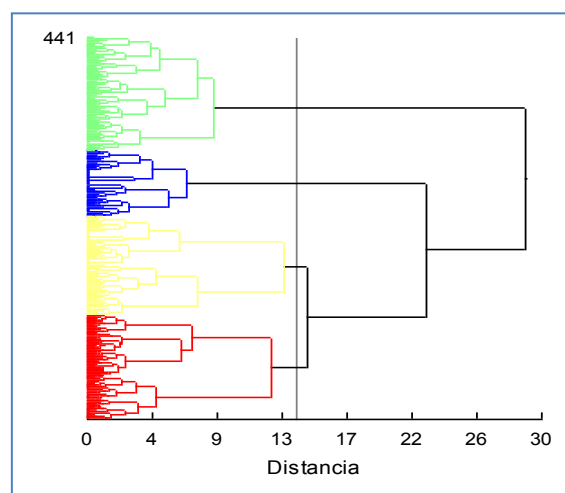
6.3 TENDENCIAS DE PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO DE LOS ESTUDIANTES DEL PMF

En este apartado analizamos las creencias y concepciones de los profesores de Matemática en formación (PMF), a los efectos de determinar una tipología de pensamiento probabilístico, expresada en tendencias de pensamiento, ubicadas en distintos puntos de un gradiente que van desde lo simple a lo complejo. Para lo que seguimos la misma metodologías que en el caso del profesorado de biología. Es decir, comenzamos realizando el análisis de clusters y el análisis discriminante.

6.3.1 ANÁLISIS DE CLUSTERS DE LOS ESTUDIANTES DEL PMF

Para agrupar a los estudiantes del PMF según sus tendencias de pensamiento probabilístico (TPPM), hemos aplicado el análisis de clusters, el método jerárquico de Ward, y la distancia empleada fue el coeficiente Phi, quedando definidos de esta manera cuatro clusters; determinados por la línea de corte trazada al considerar el 50% de la distancia máxima.

Figura 6.2 Dendograma de la clasificación de los estudiantes de Matemática



6.3.2 ANÁLISIS DISCRIMINANTE DE LOS ESTUDIANTES DEL PMF

A partir de los grupos determinados por el análisis de clusters, aplicamos el análisis discriminante en busca de funciones discriminantes a partir de las variables independientes para clasificar a los estudiantes según las variables dependientes: tendencias de pensamiento probabilístico. El análisis discriminante nos informa que el análisis de clusters ha clasificado correctamente al 93,5% de los estudiantes del PMF.

La Tabla 31 del Anexo 11 muestra los resultados de las pruebas de igualdad de las medias de las variables independientes en los cuatro grupos discriminantes. Los valores p indican que se rechaza la igualdad de las medias. Luego, todas las variables independientes permiten discriminar a los estudiantes respecto de sus tendencias de pensamiento.

Los valores del lambda de Wilks (0,068; 0,217 y 0,568) y los valores p de los lambda de Wilks aseguran la significatividad de los ejes discriminantes (Tabla 34 del Anexo 11).

Se han determinado tres funciones discriminantes canónicas. Los coeficientes de estas funciones sin estandarizar aparecen en la Tabla 32 del Anexo 11. Los valores de las funciones discriminantes no estandarizadas evaluadas en los centroides se presentan en la Tabla 37 del Anexo 11, y estos valores nos dan una idea de cómo las funciones discriminan grupos, si las medias en los cuatro grupos son parecidas la función no discrimina grupos.

Los coeficientes de las funciones discriminantes canónicas se han estandarizado, convertidas en puntuaciones Z; permiten informar sobre la importancia de cada variable en la función discriminante (Tabla 33 del Anexo 11). Las variables que contribuyen a cada una de las funciones se presentan en la matriz de estructura (Tabla 36 del Anexo 11).

La matriz de estructura se puede interpretar de la siguiente forma. Para la función 1, la variable ALEA 13 está correlacionada positivamente con ella; las variables ALEA 23 y ALEA 22 están correlacionadas negativamente con la función 1. Esto significa que puntuaciones positivas dadas por la función 1, tendrán una tendencia a usar por encima de la media las categorías ALEA 13; y por debajo de la media las categorías ALEA 23 y ALEA 22.

De manera análoga, la función 2 está correlacionada positivamente con la categoría PRO 8, y negativamente con ALEA 21, ALEA 24 y PRO 7. Mientras que la función 3 está correlacionada positivamente con ALEA 12, ALEA 11, PRO 5, PRO 6 y negativamente con ALEA 14 y PRO 9.

La Tabla 6.7 muestra que la primera función discriminante explica el 47,8% de la variabilidad del modelo; la segunda función el 35,5% y la tercera el 16,7%. En la misma tabla se observa que los valores de la correlación canónica decrecen $0.828 > 0.786 > 0.657$.

La matriz de clasificación desempeña un papel importante en la clasificación de nuevos sujetos. Esta matriz se muestra en la Tabla 38 del Anexo 11. Un procedimiento seguido para asignar un sujeto a un grupo, se basa en las funciones de clasificación. Estas funciones dan valores más elevados cuanto mayor sea la proximidad del sujeto al grupo. Evaluando las puntuaciones obtenidas por un sujeto en cada una de las funciones de clasificación, podemos establecer a qué grupo podrá ser asignado.

Tabla 6.7 Autovalores

Función	Autovalor	% de varianza	% acumulado	Correlación Canónica
1	2,178	47,8	47,8	0,828
2	1,614	35,5	83,3	0,786
3	0,760	16,7	100,0	0,657

La matriz de confusión (Tabla 39 del Anexo 11) indica los resultados de la clasificación. En este caso el análisis de clusters ha clasificado correctamente al 93,3% de los estudiantes.

Tabla 6.8 Clasificación de los estudiantes según el análisis de clusters y el análisis discriminante

Grupo	Análisis de clusters	Análisis discriminante
Determinista	140 (24,01%) estudiantes	139 (23,84%)estudiantes
Personalista	134 (22,98%) estudiantes	137 (23,50%) estudiantes
Incertidumbre	157 (26,25%) estudiantes	159 (27,27%) estudiantes
Contingencia	152 (26,07%) estudiantes	148 (25,39%) estudiantes

Para clasificar nuevos estudiantes se puede usar el mapa territorial, se observan las puntuaciones del estudiante en las funciones discriminantes consideradas (función 1 y función 2); se puede determinar a qué grupo corresponde. Las funciones discriminantes 1 y y la 2 nos proporcionan las coordenadas para cada estudiante, que puede ser representado en el mapa territorial; según sea la región del mapa territorial en que se sitúa el punto, nos indican el grupo al cual pertenece (Figura 6 del Anexo 11).

Estos grupos quedan definidos mediante los valores medios que las variables independientes toman en cada uno de ellos. Son precisamente estas medidas las que caracterizan al grupo y determinan la denominación del mismo (Tabla 6.8).

En la Tabla 40 del Anexo 11 muestra: argumentación característica, categoría de uso máximo, categoría de uso promedio y categoría de uso mínimo.

Tabla 6.8 Valores medios de las categorías en cada uno de los grupos determinados por el análisis de clusters en Matemática

Categorías	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	media
ALEA 11	1.98	2.40	1.08	1.47	1.76
ALEA 12	2.16	2.84	1.28	1.49	1.98
ALEA 13	5.90	4.52	3.24	1.71	1.98
ALEA 14	0.03	0.07	0.17	0.04	0.08
ALEA 21	0.76	1.02	3.36	1.91	1.70
ALEA 22	0.39	0.37	0.60	2.13	0.85
ALEA 23	0.51	0.34	0.58	2.74	1.02
ALEA 24	0.10	0.22	0.26	0.09	0.17
PRO 5	2.73	3.67	3.01	3.45	3.21
PRO 6	1.55	3.77	2.43	1.88	2.41
PRO 7	1.66	2.11	2.44	1.84	2.00
PRO 8	5.62	1.91	2.23	4.16	3.52
PRO 9	0.27	0.26	0.69	0.40	0.40

Grupo 1: Incertidumbre, Grupo 2: Contingencia, Grupo 3: Personalista, Grupo 4: Determinista

6.3.3 CARACTERIZACIÓN DE LAS TPPM

A continuación presentamos una caracterización de las tendencias de pensamiento probabilístico entre estudiantes de matemática en orden de complejidad creciente.

6.3.3.1 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA EL DETERMINISMO

Este grupo reúne a 140 (24,01%) estudiantes según el análisis de clusters; y al 23,84% de los estudiantes (139) según el análisis discriminante, concentra al 26% de los estudiantes de sexo femenino y al 18% de los de sexo masculino. En este grupo el análisis de clusters clasificó correctamente al 92,1%. Es el que logra el menor

reconocimiento de la aleatoriedad; cada estudiante, en promedio reconoce seis sucesos como aleatorios de los doce propuestos. Este hecho fue el que motivó la denominación del grupo. Cuando niega la aleatoriedad lo hace desde la **Multiplicidad** (ALEA 22) y desde la **Incertidumbre** (ALEA 23), categorías que alcanzan valores máximos en este grupo; mientras que la **Subjetividad** (ALEA 24) alcanza el valor mínimo en este grupo. Cuando estima la probabilidad lo hace desde la **Contingencia** (PRO 5) y la **Equiprobabilidad** (PRO 8) con valores que superan a la media; mientras que la categoría **Experiencial** alcanza valores iguales a la media (PRO 9).

Un estudiante de este grupo es el alumno de primer S206, que responde a algunos ítems de la siguiente forma:

Ítem 20: *“Creo que germine una semilla plantada no es un fenómeno aleatorio porque a la semilla le pueden ocurrir muchas cosas, que se hiele, se la coman, o que germine”*. En esta situación no reconoce la aleatoriedad del fenómeno y argumenta desde la multiplicidad.

Ítem 23: *“Contraer la gripe el mes que viene no es un fenómeno aleatorio porque es imprevisible si me voy a contagiar o no”* En este caso no reconoce la aleatoriedad y argumenta desde la incertidumbre.

Evidentemente que este estudiante confunde *“sucesos aleatorios”* con *“sucesos no aleatorios”*

6.3.3.2 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA EL PERSONALISMO

Este grupo está integrado por 134 (22,98%) estudiantes según el análisis de clusters; y representa aproximadamente al 23,5% de los estudiantes (137) según el análisis discriminante; en este grupo el análisis de clusters clasificó correctamente al 91,8% de sus miembros; siendo el grupo menos numeroso y el que aglutina el mayor porcentaje de estudiantes del sexo masculino; en efecto, el 34% de los estudiantes varones encuestados pertenece a este grupo. Es el tercer grupo en el reconocimiento de la aleatoriedad; un estudiante de este grupo reconoce como aleatorios, en promedio, entre 6 y 7 sucesos de los doce sucesos propuestos. Es este grupo el que más usa de la **Subjetividad** en la afirmación de la aleatoriedad (ALEA 14), alcanzando el valor máximo, si bien tiene mayor presencia la **Incertidumbre** (ALEA13) en el reconocimiento de la aleatoriedad, pero el valor que alcanza es inferior a la media. Mientras que la **Causalidad** (ALEA 11) y la **Multiplicidad** (ALEA 12) alcanzan valores

mínimos en este grupo. Cuando niega la aleatoriedad, argumenta desde la **Causalidad** (ALEA 21) y desde la **Subjetividad** (ALEA 24); categorías que alcanzan valores máximos en este grupo. Mientras que, cuando estiman la probabilidad lo hacen desde las categorías **Frecuencial** (PRO7) y **Experiencial** (PRO 9) con valores máximos en este grupo. Este grupo representa una tendencia que dependen del sentido heurístico, como síntesis de su experiencia personal para poder tomar decisiones y argumentarlas. Como afirma Cardeñoso (2001) estaríamos en presencia de un indeterminismo incipiente de corte experiencial.

Un estudiante de este grupo es el alumno S362, de cuarto año, que responde de la siguiente forma:

Ítem 23: *“Contraer la gripe el mes que viene es un fenómeno aleatorio porque yo nunca me enfermo, me pasa sólo una vez al año”*. En esta situación reconoce la aleatoriedad del fenómeno y argumenta mediante la categoría subjetiva.

Ítem 3: *“Predecir la cantidad de caras que se obtienen en 100 lanzamientos de una moneda es un suceso no aleatorio porque cuando el número de experimentos tiende al infinito, la probabilidad es de 0,5; en 100 lanzamientos me parece un número alto de sucesos para que esta ley se cumpla”* En este caso niega la aleatoriedad desde la categoría subjetiva; da la idea de que cuando se puede calcular la probabilidad el suceso ya no es aleatorio.

Ítem 1: *“Durante una tarde jugamos a lanzar dos dados legales y acordamos que gana quien acierta el resultado de sumar los números obtenidos. La confianza que tengo en ganar eligiendo el 7 para toda una tarde de juego, es alta porque cuando hago algo me gusta tener confianza en lo que estoy haciendo y siempre ir con mi mejor predisposición”*. Es claro que este estudiante argumenta desde su propia subjetividad.

Ítem 6: *“La confianza que tengo en que amanezca un día frío el 14 de Octubre, es baja porque en octubre hay menos posibilidad de que haga frío”*. En esta situación el estudiante argumenta desde la categoría frecuencial

6.3.3.3 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA LA INCERTIDUMBRE

Este grupo concentra a 157 estudiantes según el análisis de clusters, y representan a casi el 27,27% de los estudiantes encuestados (159) según el análisis discriminante. Este es el grupo mejor clasificado por el análisis de clusters, dado que

lo hizo correctamente con el 96,8% de sus miembros. En este grupo encontramos al 30% de los estudiantes de sexo femenino. Los integrantes de este grupo son los que logran el mayor reconocimiento de la aleatoriedad; en promedio un estudiante de este grupo reconoce aproximadamente entre 9 y 10 ítems entre los 12 propuestos. Fundamenta este reconocimiento desde la imprevisibilidad del suceso (ALEA 13), en promedio cada estudiante fundamenta la aleatoriedad desde la **Incertidumbre** en casi 6 ítems; superando ampliamente al valor medio que es de 3,92; esta es la causa que ha motivado la denominación del grupo. En segundo lugar, fundamenta desde la **Multiplicidad**, con un valor que supera al valor medio; es decir que, considera los posibles resultados distintos que pueden ocurrir ante el planteo del suceso. Pero no por esto, se descartan los argumentos **Causales** (ALEA 11), ya que la presencia de los mismos tienen cierta relevancia dado que superan al valor de la media, mientras que la categoría **Subjetiva** (ALEA 14) alcanza el valor mínimo en este grupo. En relación con la negación de la aleatoriedad, los valores que toman las distintas categorías son mínimos; en particular, la **Causalidad** (ALEA21) y la **Multiplicidad** (ALEA 22). En cuanto a la estimación de la probabilidad, la **Equiprobabilidad** (PRO 8) alcanza en este grupo el valor máximo, y supera ampliamente al valor de la media. Sin embargo, las categorías **Contingencia** (PRO 5), **Laplaciana** (PRO 6) y **Frecuencial** (PRO 7) alcanzan los valores mínimos en este grupo. Por lo expresado, podemos concluir que este grupo representa al indeterminismo ingenuo porque reconocen el carácter incierto de las situaciones pero no logran abordarlas. Por lo que reflejan características propias de conocimiento probabilístico de naturaleza fundamentalmente intuitiva, cercano a un conocimiento cotidiano del mundo de la incertidumbre.

Un estudiante de cuarto año S351, responde de la siguiente forma:

Ítem 13: *“Predecir el color de una bola que se extrae de una urna con bolas de distintos colores es un fenómeno aleatorio porque no puedo adivinar cuál va a salir”.*

En este caso el estudiante argumenta desde la incertidumbre.

Ítem 4: *“Tengo una confianza media en que me toque algún regalo en una rifa, en la que participo con alguno de los 10.000 números vendidos para el viaje de estudios del colegio; porque es un suceso en el que interviene el azar, más allá de si mi confianza alta, baja o media, y más allá de si antes tuve suerte o no, o si vendí más números, porque el azar puede hacer que todos los premios los saque quien menos números vendió”* Este estudiante argumenta la estimación de la probabilidad desde la equiprobabilidad.

6.3.3.4 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA LA CONTINGENCIA

Está integrado por 152 (26,07%) estudiantes según el análisis de clusters, y representa al 25,39% de los estudiantes (148)según el análisis discriminante. Este grupo está integrado por el 92,1% de los estudiantes clasificados correctamente por el análisis de clusters. Cuenta con la presencia del 30% de todos los estudiantes de sexo masculino, y el 24% de los estudiantes de sexo femenino encuestadas. Es el segundo grupo en relación al reconocimiento de la aleatoriedad; estos estudiantes reconocen en promedio 9 ítems como aleatorios de los 12 ítems presentados. Se destacan la presencia de los argumentos basados en la **Multiplicidad** (ALEA 12), alcanzando el valor máximo en este grupo, ocurriendo exactamente lo mismo con la **Causalidad** (ALEA 11). Sin embargo, la categoría más usada es la **Incertidumbre** (ALEA 13), con un valor superior al valor medio. En cuanto a la negación de la aleatoriedad, las categorías **Multiplicidad** (ALEA 22) e **Incertidumbre** (ALEA 23) alcanzan los valores mínimos en este grupo. Cuando tienen que estimar la probabilidad, argumentan desde la contingencia (PRO 5) y la **Laplaciana** (PRO 6), categorías que alcanzan los valores máximos en este grupo. También, emplean la categoría **Frecuencial** (PRO 7) con un valor que supera ligeramente al valor medio; mientras que la categoría **Experiencial** (PRO 9) y la **Equiprobabilidad** (PRO 8) son las categorías que alcanzan los valores mínimos en este grupo. Esta tendencia de pensamiento es la de mayor nivel de complejidad. Reconoce el carácter aleatorio de las situaciones presentadas argumentando desde distintas categorías y logra una estimación de la probabilidad con argumentaciones que hacen referencia a una concepción objetiva de la probabilidad.

Un estudiante de este grupo es el alumno S146 de tercer año, que responde:

Ítem 13: *“Predecir el color de una bola que se extrae de una urna con bolas de distintos colores es un fenómeno aleatorio porque todas las bolas van a tener la misma probabilidad, va a depender de la cantidad de bolas que hay de cada color”*. Este estudiante reconoce la aleatoriedad y argumenta desde la multiplicidad.

Ítem 2: *“Que nieve en el cerro Arco dentro de 30 días es un suceso aleatorio porque nevará o no, según las condiciones del tiempo que se den ese día”*. En este caso el estudiante reconoce la aleatoriedad y argumenta desde la causalidad.

Ítem 11: *“Tengo una confianza media en sacar una bola roja de una urna que contiene 5 bolas blancas, 5 rojas y 1 azul; porque el rojo tiene más probabilidad de salir que el*

azul e igual posibilidad que la blanca”. En esta situación el estudiante argumenta desde la contingencia.

Ítem 10: “En una mesa de juego se dispone de una caja de fichas, contiene 29 fichas negras y 16 amarillas. Tengo una confianza alta en que salga una ficha negra, a lo largo de toda una tarde de juego, porque hay mayor posibilidad considerando las proporciones 29/45 en relación a 16/45”. En este caso el estudiante argumente desde la categoría laplaciana.

6.3.4 RELACIÓN ENTRE LAS TPPM Y LA EDAD DE LOS ESTUDIANTES DEL PMF

El test de Pearson aplicado a las variables “edad del estudiante” y “tendencia de pensamiento probabilístico de los estudiantes del PMF”, arrojó un valor $\chi_{(12)}^2 = 13,715$ con un valor $p = 0,319$, por lo que concluimos que ambas variables son independientes. Sin embargo, si observamos la columna encabezada por la etiqueta “contingencia” podemos detectar un tendencia a aumentar el porcentaje de estudiantes que pertenecen al grupo a medida que aumenta la edad.

Tabla 6.10 Relación entre la edad y las TPPM

EDAD (años)	Incertidumbre	Contingencia	Personalista	Determinista	total
17 a 24	28,12 %	23,58 %	21,31 %	26,99 %	100%
25 a 32	25,22 %	28,69 %	20,87 %	25,22 %	100%
33 a 40	29,23 %	29,23 %	27,69 %	13,85 %	100%
41 a 48	19,35 %	32,26 %	32,26 %	16,13 %	100%
49 a 57	17,65 %	41,18 %	29,41 %	11,76 %	100%

6.3.5 RELACIÓN ENTRE LAS TPPM Y EL NIVEL PROPEDEÚTICO DE LOS ESTUDIANTES DEL PMF

Considerando las variables “nivel propedeútico del estudiante” y “tendencia de pensamiento de los estudiantes del PMF” (Tabla 6.11) los porcentajes de estudiantes de cada nivel académico que pertenecen a cada una las tendencias de pensamiento. El test de Pearson arrojó el valor $\chi_{(9)}^2 = 13,736$ con un valor $p = 0,132$, por lo que concluimos que las variables son independientes. Sin embargo, se observa que en el

grupo contingencia hay una leve tendencia a aumentar el porcentaje de estudiantes que pertenece al grupo, en la medida en que aumenta el nivel académico.

Tabla 6.11 Tabla de contingencia del “nivel académico del estudiante” y “grupo de pertenencia del estudiante”

Nivel	Incertidumbre	Contingencia	Personalista	Determinista	total
Propedeúutico					
1° año	33,33 %	21,95 %	21,14 %	23,58 %	100%
2° año	25,45 %	27,27 %	20,91 %	26,37 %	100%
3° año	23,02 %	28,78 %	29,55 %	24,46 %	100%
4° año	17,04 %	31,82 %	29,55 %	21,59 %	100%

6.3.6 RELACIÓN ENTRE LAS TPPM Y EL INSTITUTO EDUCATIVO

Consideramos las variables “Instituto Educativo” y “TPPM de los estudiantes del PMF”. En la que se muestran los porcentajes de estudiantes de cada institución educativa que pertenecen a cada una de las tendencias de pensamiento (Tabla 41 del Anexo 11). El Test de Pearson proporcionó el valor del estadístico $\chi^2_{(24)} = 30,556$ con $p=0,167$. Este resultado nos informa de la ausencia de relación entre el Instituto en el que el estudiante realiza la carrera y la tendencia de pensamiento probabilístico.

6.4 ENTREVISTAS CONFIRMATORIAS A LOS PBF Y PMF

Con el fin de corroborar la clasificación de los estudiantes para profesor en cuatro grupos, que caracterizan las tendencia de pensamiento determinista (TPD), incertidumbre (TPI), personalista (TPP) y contingente (TPC); se llevaron a cabo entrevistas personales e individuales sin la presencia de otras personas, con cada uno de los representantes de cada uno de los tres grupos mayoritarios detectados por el análisis de clusters y confirmados por el análisis discriminante.

Las entrevistas consistieron en seis preguntas, tres relativas al reconocimiento de la aleatoriedad de sucesos del contexto de juego, cotidiano y físico-natural; y otras tres preguntas relativas a la estimación de la probabilidad de los sucesos anteriores.

La entrevista consistió en las siguientes preguntas:

ÍTEM 1°) En una caja hay 75 sobres con \$100 cada uno, 150 sobres con \$50 cada uno y 275 con \$10 cada uno. Supongamos que ahora se extrae

un sobre de esta caja; la pregunta es: *¿“el suceso extraer un sobre con \$100” es aleatorio ó no aleatorio?..... ¿por qué?.....*

ÍTEM 2°) Siguiendo con el experimento del punto anterior, si ahora consideras el suceso *“ganarme \$10 cuando extraiga un sobre de la caja”*; *¿la confianza que tienes en que esto ocurra es baja ó media ó alta?.....¿por qué?.....*

ÍTEM 3°) Si consideramos el suceso *“que el próximo viernes aumente la cotización del dólar oficial”*, *¿este suceso es aleatorio ó no aleatorio?.....¿por qué?.....*

ÍTEM 4°) En relación con el suceso del punto anterior; *“la confianza que tienes en que aumente el dólar el próximo viernes es baja ó media ó alta?.....¿por qué?.....*

ÍTEM 5°) Si ahora consideramos el suceso *“que el 1 de enero de 2014 llueva”*; *¿este suceso es aleatorio ó no aleatorio?.....¿por qué?.....*

ÍTEM 6°) En relación con el suceso planteado en el ítem anterior; *¿la confianza que tienes en que ocurra este suceso es baja ó media ó alta?.....¿por qué?.....*

Las preguntas que se realizaron en las entrevistas a los estudiantes, se diseñaron de manera tal que contemplaran las características globales del cuestionario. Por este motivo, se plantearon tres preguntas relativas al reconocimiento de la aleatoriedad de sucesos del contexto de juego, cotidiano y físico-natural, a continuación se les pidió a los estudiantes que justificaran su respuesta, es decir que, argumentaran por qué eran aleatorios o por qué eran no aleatorios. La entrevista continua con preguntas acerca de la estimación de la probabilidad de los sucesos, en una escala cualitativa: baja, media y alta; y de la misma manera que en la situación anterior, se les solicita la argumentación de esta estimación.

Cada una de las entrevistas tuvo una duración aproximada de cuarenta minutos; y se llevó a cabo en la institución en donde el estudiante realiza sus estudios.

6.4.1 ANÁLISIS A PRIORI DE LAS PREGUNTAS DE LAS ENTREVISTAS

El suceso correspondiente a la primera pregunta, es un suceso del contexto de juego; el que se reconoce más fácilmente como aleatorio que los otros dos, y lo más frecuente es que se argumente desde la multiplicidad. En cuanto a la estimación de la probabilidad, se espera que el estudiante seleccione la cota “alta” y que argumente desde la contingencia, laplaciana ó frecuencial, dado que hay más billetes de diez pesos que de cincuenta y de cien pesos.

El suceso que se plantea en la tercera pregunta corresponde al contexto cotidiano, y está asociado a la vida del ciudadano argentino. La cotización del dólar es una función de términos deterministas más términos aleatorios, por lo tanto es aleatorio. Ocurre que algunas personas prestan atención a los términos deterministas e ignoran el término aleatorio, de allí que para algunos sea “no aleatorio”. En efecto, resulta imposible predecir si el dólar aumentará ó no su cotización el próximo viernes. En cuanto a la estimación de la probabilidad de este suceso es “baja”, porque actualmente el gobierno tiene interés en que no incremente su cotización, y ante cualquier sospecha de que esto ocurra, inmediatamente sale a vender dólares para estabilizar su precio, pero esto no implica seguridad respecto a variaciones en su cotización.

El suceso planteado en la quinta pregunta, corresponde al contexto físico-natural, es suceso aleatorio, dado que no se puede predecir si el 1 de enero de 2014 lloverá. En cuanto a la estimación de la probabilidad, podríamos decir que es “baja”, y se podría argumentar desde cualquiera de las categorías a excepción de la equiprobabilidad.

6.4.2 SELECCIÓN DE LOS ESTUDIANTES ENTREVISTADOS

Entre los estudiantes de Biología y de Matemática que completaron el cuestionario, se seleccionó un estudiante por cada grupo; excepto en Biología, donde no se seleccionó un representante del grupo personalista, debido a que estaba integrado únicamente por el 1,23% de del total de estudiantes que participaron en el estudio: En cada grupo se tuvieron en cuenta aquellos estudiantes que fueron confirmados en el mismo grupo por el análisis discriminante, es decir, se consideraron los estudiantes bien clasificados; y de estos se seleccionó el estudiante cuya distancia al centroide del cluster fuera mínima. De esta manera quedaron seleccionados los

siguientes estudiantes de los dos profesorados. Los estudiantes de Biología fueron: S167(Silvina) del grupo Determinista; esta estudiante es la que se encuentra más cerca del centroide de su grupo, siendo su distancia de 2,531; S57(Joana) del grupo Incertidumbre, se encuentra del centroide a una distancia de 2,716 y S302 (Micaela) del grupo Contingencia, cuya distancia al centroide es de 1,89. Los estudiantes de Matemática seleccionados fueron: S457 (María Belén) del grupo Determinista, por ser la que se encuentra a menor distancia del centroide, siendo esta distancia de 2,094; S3120 (Cecilia) del grupo Incertidumbre, que se encuentra a una distancia de 2,001 del centroide, S85 (Walter) del grupo Personalista, ubicado a una distancia de 2,465 del centroide y S583 (Federico) del grupo Contingencia, a una distancia de 1,975.

6.5 ENTREVISTAS CONFIRMATORIAS A LOS ESTUDIANTES DEL PBF

Los estudiantes del Profesorado de Biología entrevistados fueron: Silvina del grupo determinista, Joana del grupo incertidumbre, y Micaela del grupo contingencia. A continuación detallamos las cuatro entrevistas:

ITEM 1°

Profesora: *Si en una caja hay 75 sobres con \$100 cada uno, 150 sobres con \$50 cada uno y 275 con \$10 cada uno. Supongamos que ahora extraes un sobre de esta caja; la pregunta es: ¿“el suceso extraer un sobre con \$100” es aleatorio ó no aleatorio?.....*

Silvina(TPD): *no es aleatorio*

Joana(TPI): *aleatorio*

Micaela(TPC): *aleatorio*

Profesora: *¿por qué?*

Silvina(TPD): *no es aleatorio porque hay más sobres con \$10 que sobres con \$100 (categoría de multiplicidad)*

Joana(TPI): *es aleatorio porque no sé lo que pudo sacar, puedo sacar cualquier sobre, puede ser un sobre con \$10 ó un sobre con \$50 ó un sobre con \$100 (categoría incertidumbre).*

Micaela(TPC): *es aleatorio porque hay una mayor cantidad de sobres de \$10 que de \$100 y de \$50. Es decir, que es menos probable sacar un sobre de \$100 que de cualquier otro (categoría multiplicidad).*

ITEM 2°

Profesora: *Siguiendo con el experimento del punto anterior, si ahora consideras el suceso “ganarme \$10 cuando extraiga un sobre de la caja”; ¿la confianza que tienes en que esto ocurra es: baja ó media ó alta?*

Silvina(TPD): *alta*

Joana(TPI): *alta*

Micaela(TPC): *alta*

Profesora: *¿por qué?*

Silvina(TPD): *la confianza que tengo es alta porque la cantidad de sobres de \$10 es mayor que la cantidad de sobres con \$50 y que la cantidad de sobres con \$100. (categoría de contingencia)*

Joana(TPI): *la confianza que tengo es alta porque hay más sobres con \$10 (categoría de contingencia)*

Micaela(TPC): *la confianza que tengo es alta porque hay más sobres de \$100 que de \$50 y que de \$100. (categoría de contingencia)*

ITEM 3°

Profesora: *Si consideramos el suceso “que el próximo viernes aumente la cotización del dólar oficial”, ¿este suceso es aleatorio ó no aleatorio?*

Silvina(TPD): *no aleatorio*

Joana(TPI): *aleatorio*

Micaela(TPC): *no aleatorio*

Profesora: *¿por qué?*

Silvina(TPD): *no es aleatorio porque la situación económica actual así lo sugiere; o sea que las variaciones que experimenta el precio del dólar nos hacen pensar que no es aleatorio.(categoría causalidad)*

Joana(TPI): *es aleatorio porque no sé qué va a ocurrir; puede aumentar o puede bajar.*
(categoría de incertidumbre)

Micaela(TPC): *no es aleatorio porque la cotización del dólar está controlada por la bolsa y por grandes inversionistas, la variación del precio del dólar es producida por acciones de los inversionistas* (categoría causalidad)

ITEM 4°

Profesora: *En relación con el suceso del punto anterior; “la confianza que tienes en que aumente el dólar el próximo viernes es baja ó media ó alta”*

Silvina(TPD): *media*

Joana(TPI): *media*

Micaela(TPC): *media*

Profesora: *¿por qué?*

Silvina(TPD): *la confianza que tengo es media porque la información periodística nos hace pensar que puede aumentar o no aumentar.*(categoría de equiprobabilidad)

Joana(TPI): *la confianza que tengo es media porque hay un 50% de posibilidades que aumente y otro 50% de posibilidades de que disminuya*(categoría de equiprobabilidad)

Juliana(TPC): *la confianza que tengo es alta porque la información periodística nos hace pensar que aumentará en los próximos días.* (categoría frecuencial)

Micaela(TPC): *la confianza que tengo en que aumente la cotización del dólar es media porque las variaciones que experimenta ocurren de manera gradual, puede aumentar y puede disminuir.*(categoría de equiprobabilidad)

ITEM 5°

Profesora: *Si ahora consideramos el suceso “que el 1 de enero de 2014 llueva”; ¿este suceso es aleatorio ó no aleatorio?*

Silvina(TPD): *no aleatorio*

Joana(TPI): *aleatorio*

Juliana(TPC): *aleatorio*

Micaela(TPC): *aleatorio*

Profesora: *¿por qué?*

Silvina(TPD): *no es aleatorio porque no se sabe que va a ocurrir, no se puede predecir con tanta anticipación un fenómeno climático.(categoría de causalidad)*

Joana(TPI): *es aleatorio porque no sé qué puede ocurrir, puede llover ó no llover. (categoría de incertidumbre)*

Micaela(TPC): *es aleatorio porque no se puede controlar un fenómeno natural.(categoría de causalidad)*

ITEM 6°

Profesora: *En relación con el suceso del punto anterior; “la confianza que tienes en que el 1 de enero de 2014 llueva es baja ó media ó alta?.*

Silvina(TPD): *media*

Joana(TPI): *media*

Micaela(TPC): *baja*

Profesora: *¿por qué?*

Silvina(TPD): *la confianza que tengo es media porque la estación del año a la que corresponde ese día suele llover; podría decir que es un fenómeno que puede llegar a ocurrir porque pensando en años anteriores hubieron varias ocasiones en las que llovió el primer día del año. (categoría frecuencial)*

Joana(TPI): *la confianza que tengo es media porque hay un 50% de posibilidades que llueva y otro 50% de que no llueva ese día. (categoría de equiprobabilidad)*

Micaela(TPC): *la confianza que tengo es baja porque el medio experimenta variaciones permanentemente. Un pico de presión atmosférica produce corrientes de viento que hacen que varíe la temperatura y que llueva. Se necesita el conjunto de muchas condiciones simultáneas para que esto ocurra. (categoría frecuencial)*

Del análisis de las entrevistas podemos concluir lo siguiente:

Silvina, representante del grupo de tendencia de pensamiento *Determinista* cumple con las características más notables del mismo, cuando *no reconoce la aleatoriedad* de los sucesos, argumenta desde la *multiplicidad* en el contexto de *juego*, es decir que considera las distintas posibilidades en la ocurrencia del fenómeno, por lo que podríamos decir que tiene en cuenta el espacio muestral asociado; mientras que en el contexto *cotidiano* argumenta desde la *causalidad* y en el *físico-natural*, también argumenta desde la *causalidad*; en los dos últimos contextos no considera el espacio muestral asociado, sino que busca las causas que lo producen. En cuanto a la estimación de la probabilidad, las cotas que estima se corresponden con las esperadas, argumenta en el contexto de *juego* lo hace desde la *contingencia*, categoría consistente con la multiplicidad y el espacio muestral correspondiente; mientras que en el contexto *cotidiano* argumenta desde la *equiprobabilidad*, por lo que podríamos asegurar que es el contexto que ofrece mayores dificultades, y no logra asociarlo al espacio muestral, como así tampoco indaga acerca de las posibles causas que lo originan; y finalmente en el *físico-natural* lo hace desde la categoría *frecuencial*, basándose en informaciones asociadas al fenómeno y transfiriéndolas a la situación planteada.

Joana, representante del grupo de *tendencia de pensamiento incertidumbre*; ha reconocido todos los sucesos como *aleatorios* y ha argumentado desde la *incertidumbre*. En cuanto a la *estimación de la probabilidad* usa con mayor frecuencia la cota *media* lo que es coherente con su argumento preferido. la *equiprobabilidad*, salvo en el contexto de *juego*, en el que aplica la *contingencia*. Esta estudiante representa una tendencia de pensamiento más avanzada de Silvina, pero a la hora de estimar la probabilidad sus argumentos no son consistentes con los consensuados en la literatura específica.

Micaela, es representante del grupo de tendencia de pensamiento *contingencia*. Reconoce como *aleatorios* dos de los tres sucesos presentados; argumenta desde la *multiplicidad* en el contexto de *juego*, y desde la *causalidad* en el contexto cotidiano y en el físico-natural; categoría muy usada por los estudiantes del Profesorado de Biología. En cuanto a la *estimación de la probabilidad* argumenta desde la *contingencia* en el contexto de *juego* y desde la *frecuencial* en el contexto *cotidiano* y en el *físico-natural*. Lo que muestra una tendencia más evolucionada que las anteriores, debido a que el discurso de esta estudiante es un poco más consistentes con las ideas probabilísticas formales.

6.6 ENTREVISTAS CONFIRMATORIAS A LOS ESTUDIANTES DEL PMF

Los estudiantes entrevistados del Profesorado de Matemática fueron: Belén del grupo Determinista, Cecilia del Incertidumbre, Walter del Personalista y Federico del Contingencia. A continuación detallamos las entrevistas:

ITEM 1°

Profesora: *Si en una caja hay 75 sobres con \$100 cada uno, 150 sobres con \$50 cada uno y 275 con \$10 cada uno. Supongamos que ahora extraes un sobre de esta caja; la pregunta es: ¿“el suceso extraer un sobre con \$100” es aleatorio ó no aleatorio?.....*

Belén(TPD): *aleatorio*

Cecilia(TPI): *aleatorio*

Walter(TPP): *no aleatorio*

Federico(TPC): *aleatorio*

Profesora: *¿por qué?*

Belén(TPD): *es aleatorio porque puedo sacar cualquiera de los sobres.(categoría incertidumbre)*

Cecilia(TPI): *es aleatorio porque puede variar el resultado del contenido del sobre que se extraiga; puedo obtener cualquiera de los tres valores indicados.(categoría incertidumbre)*

Walter(TPP): *no es aleatorio porque puedo calcular la probabilidad de sacar un sobre de \$100.(categoría subjetiva)*

Federico(TPC): *es aleatorio porque no sé que sobre voy a sacar, hay distintas cantidades de sobres con \$10, \$50 y \$100.(categoría de multiplicidad)*

ITEM 2°

Profesora: *Siguiendo con el experimento del punto anterior, si ahora consideras el suceso “ganarme \$10 cuando extraiga un sobre de la caja”; ¿la confianza que tienes en que esto ocurra es: baja ó media ó alta?*

Belén(TPD): *alta*

Cecilia(TPI): *alta*

Walter(TPP): *alta*

Federico(TPC): *alta*

Profesora: *¿por qué?*

Belén(TPD): *la confianza que tengo es alta porque tengo más probabilidad de sacar un sobre de \$10 porque hay más sobres de \$10.(categoría contingencia)*

Cecilia(TPI): *la confianza que tengo es alta porque hay más sobres con \$ 10 que de los otros.(categoría contingencia).*

Walter(TPP): *la confianza que tengo es alta porque la probabilidad de sacar \$10 es mayor que la de sacar \$50 ó sacar \$100.(categoría personalista)*

Federico(TPC): *la confianza que tengo es alta porque hay más de la mitad de sobres con \$10 que sobres con \$50 y con \$100.(categoría contingencia)*

ITEM 3°

Profesora: *Si consideramos el suceso “que el próximo viernes aumente la cotización del dólar oficial”, ¿este suceso es aleatorio ó no aleatorio?*

Belén (TPD): *no aleatorio*

Cecilia(TPI): *aleatorio*

Walter(TPP): *no aleatorio*

Federico(TPC): *no aleatorio*

Profesora: *¿por qué?*

Belén(TPD): *no es aleatorio porque no se puede predecir si va a aumentar la cotización del dólar.(categoría de incertidumbre)*

Cecilia(TPI): *es aleatorio porque de acuerdo con las noticias periodísticas y de acuerdo al plan económico actual, éste varía diariamente.(categoría causalidad)*

Walter(TPP): *no es aleatorio porque existen razones definidas que determinan la cotización; además es consecuencia de hechos ocurridos como la oferta y la demanda.(categoría causalidad)*

Federico(TPC): *no es aleatorio desde el punto de vista de la realidad de nuestro país, porque hay seguridad que va a aumentar.*(categoría causalidad)

ITEM 4°

Profesora: *En relación con el suceso del punto anterior; “la confianza que tienes en que aumente el dólar el próximo viernes” es baja ó media ó alta?.*

Belén(TPD): *alta*

Cecilia(TPI): *alta*

Walter(TPP): *media*

Federico(TPC): *alta*

Profesora: *¿por qué?*

Belén(TPD): *la confianza que tengo es alta porque estoy segura que va a aumentar.*(categoría personalista)

Cecilia(TPI): *la confianza que tengo es alta porque en relación al gasto diario familiar que aumenta continuamente, la falsa información periodística, y además se ve reflejado en el hecho de que la importación y la exportación están detenida; todo nos hace pensar que va a subir.*(categoría frecuencial)

Walter(TPP): *la confianza que tengo es media porque el gobierno busca que se mantenga pero la realidad tiende a que suba; hay factores económicos que pueden hacer que suba.*(categoría frecuencial)

Federico(TPC): *la confianza que tengo en que aumente la cotización del dólar es alta porque tengo la seguridad que va a subir por la situación que actualmente se vive en el país y la información que dan los medios de comunicación.*(categoría frecuencial)

ITEM 5°

Profesora: *Si ahora consideramos el suceso “que el 1 de enero de 2014 llueva”; ¿este suceso es aleatorio ó no aleatorio?*

Belén(TPD): *no aleatorio*

Cecilia(TPI): *aleatorio*

Walter(TPP): *aleatorio*

Federico(TPC): *aleatorio*

Profesora: *¿por qué?*

Belén(TPD): *no es aleatorio porque existe una alta posibilidad de que llueva, dado que enero es un mes donde se producen tormentas en algunos días.(categoría causalidad)*

Cecilia(TPI): *es aleatorio porque puede llover ó no llover (categoría incertidumbre)*

Walter(TPP): *es aleatorio porque las predicciones no se hacen con tanta anticipación, ya que faltan dos meses.(categoría subjetiva)*

Federico(TPC): *es aleatorio porque faltan dos meses y por lo tanto no sabemos cómo va a estar el tiempo el 1 de enero de 2014.(categoría causalidad)*

ITEM 6°

Profesora: *En relación con el suceso del punto anterior; “la confianza que tienes en que el 1 de enero de 2014 llueva es baja ó media ó alta?.*

Belén(TPD): *media*

Cecilia(TPI): *baja*

Walter(TPP): *media*

Federico(TPC): *media*

Profesora: *¿por qué?*

Belén(TPD): *la confianza que tengo es media porque puede llover como no llover.(categoría equiprobabilidad).*

Cecilia(TPI): *la confianza que tengo es baja porque es un mes caluroso y brinda poca probabilidad de lluvia. (categoría frecuencial)*

Walter(TPP): *la confianza que tengo es media porque en verano es más probable que llueva que en invierno.(categoría frecuencial)*

Federico(TPC): *la confianza que tengo es media porque en enero llueve más que en otros meses. En Mendoza hay veranos en los que llueve y otros en los que no llueve.(categoría equiprobabilidad)*

Del análisis de las entrevistas podemos concluir que:

Belén, representante del grupo de tendencia *determinista*, niega la aleatoriedad de dos de los tres sucesos presentados, y argumenta desde la *incertidumbre* en el contexto de *juego* y en el contexto *cotidiano*, mientras que en el contexto *físico-natural* lo hace desde la *multiplicidad*. En cuanto a la *estimación de la probabilidad*, en el contexto de *juego* considera la *contingencia*, en el *cotidiano* desde la *experiencial* y en el *físico-natural* desde la *equiprobabilidad*.

Cecilia, representante del grupo de *tendencia de pensamiento incertidumbre*, reconoce correctamente la *aleatoriedad* de los tres sucesos presentados y argumenta desde la imprevisibilidad inherente al fenómeno que representa la categoría de *incertidumbre* del suceso en el contexto de *juego* y en el contexto *físico-natural*; mientras que en el *cotidiano* lo hace desde la *causalidad*. En cuanto a la *estimación de la probabilidad* lo hace con cotas esperadas, y argumenta desde la *contingencia* en el contexto de *juego*, en el contexto *cotidiano* lo hace desde la *experiencial* y en el *físico-natural* desde la *frecuencial*.

Walter, representante del grupo de *tendencia de pensamiento personalista*, niega la aleatoriedad de dos de los tres sucesos, argumenta desde la *subjetividad* y desde la *causalidad*. En cuanto a la *estimación de la probabilidad* usa la *laplaciana* en el contexto de *juego*, y la *frecuencial* en el contexto *cotidiano* y en el *físico-natural*.

Federico, representante del grupo de *tendencia de pensamiento contingencia*, reconoce la *aleatoriedad* de dos de los tres sucesos argumenta desde la *multiplicidad* y desde la *causalidad*. En cuanto a la *estimación de la probabilidad* argumenta desde la *contingencia* en el contexto de *juego*, desde la *frecuencial* en el contexto *cotidiano* y en el contexto *físico-natural*.

6.7 ESTUDIO COMPARATIVO ENTRE LAS TPPB y TPPM

6.7.1 RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

En la Tabla 42 del ANEXO 11 se ha indicado el porcentaje de estudiantes de ambos profesorados, que reconocieron la aleatoriedad de los sucesos planteados en el cuestionario. Posteriormente aplicamos el test de Mann_Whitney, y encontramos con un valor $p=0,021$ que existen diferencias significativas en el reconocimiento de la

aleatoriedad entre los estudiantes de ambos profesorados, siendo mayor este reconocimiento entre los estudiantes de Biología. Además, podemos comprobar que los estudiantes de biología superan a los de matemática en nueve de los doce ítems; dos del contexto de juego, cuatro del contexto cotidiano y tres del contexto físico natural; éstos son: 13, 21, 8, 5, 20, 23, 15, 24 y el 14. Notemos que las diferencias en términos de porcentajes son, en el ítem 13 (juego) la diferencia es de 0,1%, en el 21 (juego) es 3,09%, en el 8 (cotidiano) es 8,21%, en el 5 (cotidiano) es 9,13%, en el 20 (físico natural) es 4,82%, en el 23 (físico natural) es 7,83%, en el 15 (cotidiano) es 8,29%, en el 24 (físico natural) es 11,01% y en el 14 (cotidiano) es el 2,2%.

6.7.2 RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD EN FUNCIÓN DEL CONTEXTO DEL SUCESO EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

Se analizó la relación entre el RA y NRA en cada contexto del suceso aleatorio propuesto (*juego, cotidiano, físico-natural*). Para ello se consideraron seis variables; tres representan la cantidad de sucesos reconocidos como aleatorios en cada uno de los tres contextos, y otras tres variables que representan la cantidad de sucesos aleatorios no reconocidos como tales por contexto. Se compararon estas seis variables entre los estudiantes del PBF y los del PMF mediante el test de Kruskal-Wallis. Los resultados indicaron que los futuros profesores de Biología reconocen más sucesos aleatorios en el contexto *cotidiano* ($\chi^2_{(1)} = 44.44$, $p < 0.001$); y menos en el contexto *físico-natural* ($\chi^2_{(1)} = 14.12$, $p < 0.001$). Mientras que, los estudiantes de Matemática reconocen más sucesos aleatorios en el contexto de *juego* ($\chi^2_{(1)} = 3.99$, $p = 0.04$) y menos en el contexto *cotidiano* ($\chi^2_{(1)} = 11.76$, $p = 0.001$).

6.7.3 LAS ARGUMENTACIONES DE LA ALEATORIEDAD EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

Para concretar el análisis de las argumentaciones de la aleatoriedad, se han considerado ocho variables, que cuentan la cantidad de sucesos reconocidos como aleatorios o no aleatorios desde una determinada categoría y por estudiante. A estas ocho variables les hemos aplicado el test no paramétrico de Kruskal-Wallis para muestras independientes, con la idea de determinar qué argumentos para el reconocimiento y no reconocimiento de la aleatoriedad caracterizan a cada una de las dos modalidades de profesorados. Para alcanzar este objetivo se ha determinado, para cada una de las variables la media, la desviación estándar, el mínimo y el

máximo (Tabla 43 del Anexo 11). Los resultados obtenidos nos informan que se presentan diferencias significativas entre ciertas variables entre los estudiantes del PBF y PMF.

En los estudiantes de biología, la categoría más usada es la *incertidumbre* en la afirmación de la aleatoriedad (ALEA13_B) con un valor medio de 4,50; es decir, que en promedio un estudiante de Biología reconoce como aleatorio desde la incertidumbre 4,5 sucesos de los 12 sucesos presentados; resultado que difiere significativamente del encontrado entre los estudiantes de matemática (ALEA13_M), quienes alcanzan un valor medio de 4,12 con un valor $p=0,026$ ($\chi^2 = 4,93$); Además, los estudiantes de biología usan en forma significativamente mayor la *incertidumbre* para negar la aleatoriedad (ALEA23_B) con un valor medio de 1,21, mientras que los estudiantes de matemática (ALEA23_M) lo hacen con un valor medio de 0,19, valor $p=0,001$ ($\chi^2 = 112,72$). De manera similar ocurre con la negación de la aleatoriedad desde la *causalidad*, siendo significativamente mayor en biología con un valor medio de 2,03 (ALEA21_B) que en matemática (ALEA21_M) con 1,71. Otra característica significativa en matemática es la negación de la aleatoriedad desde la *multiplicidad* (ALEA22_M) con un valor medio de 0,85, respecto de biología (ALEA23_B) que alcanzan un valor medio de 0,58 y con un valor $p=0,001$ ($\chi^2 = 15,90$) (Tabla 44 del Anexo 11).

6.7.4 CATEGORÍAS ARGUMENTATIVAS DE LA ALEATORIEDAD EN FUNCIÓN DEL CONTEXTO DEL SUCESO EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

Para conocer en qué contexto es más factible la correcta identificación de la aleatoriedad y desde qué categoría se argumenta con mayor frecuencia por cada grupo de futuros profesores, se aplicó el test de Kruskal-Wallis, con resultados que se muestran en la Tabla 45 del Anexo 11.

Si analizamos las categorías argumentativas de la aleatoriedad en cada uno de los contextos de los sucesos, vemos un comportamiento diferenciado de las mismas. Así, la causalidad que no revelaba diferencias entre los PBF y los PMF, cuando consideramos el contexto comprobamos que en el de *juego*, el uso de la *causalidad* es mayor en los PBF que los PMF, con un valor $p=0,001$ ($\chi^2 = 20,03$); mientras que la *incertidumbre* que mostraba diferencias significativas entre las dos modalidades; en el

contexto de *juego* no ocurre, mientras que en el contexto *cotidiano* realmente la diferencia es significativamente mayor en los PBF con un valor $p=0,001$ ($\chi^2 = 30,57$); ocurriendo lo mismo en el contexto físico-natural con un valor $p=0,018$ ($\chi^2 = 5,61$). En cuanto a los PMF, éstos superan significativamente a los PBF en el contexto de *juego* argumentando desde la *multiplicidad*, con valor $p=0,001$ ($\chi^2 = 25,94$).

Si analizamos el no reconocimiento de la aleatoriedad, en el contexto de *juego* los PBF se destacan por el uso significativo de la *incertidumbre* con un valor $p=0,001$ ($\chi^2 = 19,09$); mientras que los PMF en el contexto *juego* usan de manera significativa la *multiplicidad* con valor $p=0,002$ ($\chi^2 = 9,86$), ocurriendo exactamente lo mismo en el contexto *cotidiano* con valor $p=0,004$ ($\chi^2 = 8,11$). Por otra parte, la negación de la aleatoriedad desde la categoría *subjetiva* no se ha detectado diferencias significativas entre las dos modalidades; sin embargo cuando consideramos el contexto, la categoría *subjetiva* se usan de manera significativa mayor en el PMF en el contexto de *juego* con valor $p=0,002$ ($\chi^2 = 9,19$); y en el *cotidiano* con valor $p=0,011$ ($\chi^2 = 6,52$).

Por lo que podríamos concluir, que los estudiantes del PBF, en el contexto de *juego* cuando conocen las causas que originan los fenómenos consideran que es aleatorio, mientras que cuando no las conocen afirman que no es aleatorio.

En cuanto a los PMF, en el contexto de *juego* usan la *multiplicidad* tanto para reconocer como para no reconocer la aleatoriedad; y cuando argumenta desde su propia *subjetividad* consideran que no es aleatorio, en el contexto de *juego* y en el *cotidiano*.

6.7.5 ANÁLISIS DE LA CAUSALIDAD EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

6.7.5.1 RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD DESDE LA CAUSALIDAD EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

Una característica notable de los argumentos *causales* de los estudiantes del PBF, es la descripción detallada de las posibles causas que dan origen a la ocurrencia del suceso, tras la búsqueda de la respuesta al *por qué* ocurre algún fenómeno, rasgo distintivo del pensamiento causal.

A continuación se transcriben argumentos que dan los estudiantes de ambos grupos de profesores en formación desde la *causalidad*.

Tabla 6.12 Argumentos de los estudiantes en los que afirman la aleatoriedad desde la causalidad

Biología	Matemática
<p>Ítem 2</p> <p><i>“Que nieve en el cerro Arco dentro de 30 días es un suceso aleatorio porque depende de la zona, del clima y de la época del año”</i></p>	<p>Ítem 2</p> <p><i>“Que nieve en el cerro Arco dentro de 30 días es un suceso aleatorio porque depende de factores tales como el período en el que se analiza el fenómeno, la probabilidad de que ocurra es mayor en invierno que en verano”</i></p>
<p>Ítem 3</p> <p><i>“Predecir la cantidad de caras que se obtienen en 100 lanzamientos de una moneda es un suceso aleatorio, porque depende cómo se lance la moneda”</i></p>	<p>Ítem 3</p> <p><i>“Predecir la cantidad de caras que se obtienen en 100 lanzamientos de una moneda es un suceso aleatorio, porque yo no lo puedo saber, pero tal vez alguien que estudie física, las leyes de la gravedad y algo más tal vez si pueda estipular”</i></p>
<p>En este ítem, el azar es epistemológico, y la aleatoriedad implica falta de conocimiento de las leyes que rigen los fenómenos aleatorios.</p>	
<p>Ítem 5</p> <p><i>“Sufrir una accidente es un suceso aleatorio porque es algo relativo ya que puedo tener un accidente por negligencia mía o de otra persona, también depende del contexto del lugar del accidente, si trabajo en un lugar de riesgo o si trabajo en una fábrica de almohadas”</i></p>	<p>Ítem 5</p> <p><i>“Sufrir un accidente es un suceso aleatorio porque cualquier acción que uno realiza al final tendrá una reacción positiva o negativa y también uno puede verse perjudicado por otro”</i></p>
<p>Ítem 7</p> <p><i>“Obtener el número 23 en la ruleta de los 36 números es un suceso aleatorio porque a veces también pienso que eso está controlado por alguien o por una computadora”</i></p>	<p>Ítem 7</p> <p><i>“Obtener el número 23 en la ruleta de los 36 números es un suceso aleatorio porque hay que tener en cuenta quien hace girar la ruleta”</i></p>
<p>Ítem 8</p>	<p>Ítem 8</p>

“Encontrarme por la calle con el primer Maestro/a que tuve en la Escuela, es un suceso aleatorio porque decidimos ir los dos al mismo lugar”

“Encontrarme por la calle con el primer Maestro/a que tuve en la Escuela, es un suceso aleatorio, porque es muy difícil que ocurra porque hace mucho tiempo que hice la escuela primaria”

En el argumento del estudiante de biología subyace la idea determinista, de que las dos series de causas juntas implican que ambas personas cruzarán sus caminos, en este caso no hay nada *indeterminado* en el encuentro; porque el azar es considerado como el resultado de líneas causales que se encuentran en un punto de intersección. Esta idea fue propuesta por Aristóteles, Tomás de Aquino y el probabilista del siglo XIX, A.A.Carnot. (Hacking, 2006)

Ítem 14

“Que me guste la película que voy a ir a ver el próximo sábado en Cinemak, es un suceso aleatorio porque primero averiguo la sinopsis de la película, por lo que hay altas probabilidades de que me guste”

Ítem 14

“Que me guste la película que voy a ir a ver el próximo sábado en Cinemak, es un suceso aleatorio porque si la voy a ver es porque tengo una idea del tipo de película que se trata”

Ítem 23

“Contraer la gripe el mes que viene es un fenómeno aleatorio porque depende de mis defensas”

Ítem 23

“Contraer la gripe el mes que viene es un fenómeno aleatorio depende del cuidado que le de a mi salud”

Ítem 24

“Sufrir un corte de digestión es un fenómeno aleatorio porque depende de la comida, la temperatura, etc.”

Ítem 24

“Sufrir un corte de digestión es un fenómeno aleatorio porque puede ocurrir o no depende de lo que haya consumido”

6.7.5.2 NO RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD DESDE LA CAUSALIDAD DE LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

De manera similar a lo expresado en el punto anterior, ocurre con la negación causal de la aleatoriedad; los estudiantes del PBF niegan con mayor frecuencia la aleatoriedad de los sucesos del contexto *físico-natural*, que los estudiantes del PMF. En estos argumentos se detectan respuestas fuertemente deterministas, en las que los estudiantes explicitan claramente las causas que dan origen a la ocurrencia del fenómeno, y al conocerlas, presuponen su posible control. Mientras que para los

estudiantes del PMF la falta de control sobre el fenómeno le permite asignarle el carácter de no aleatorio.

Para documentar las ideas de los estudiantes transcribimos algunos argumentos de los estudiantes de ambos profesorados en relación con la negación de la aleatoriedad desde la Causalidad.

Tabla 6.13 Argumentos desde la categoría ALEA 21 en Matemática y Biología

Biología	Matemática
<p>Ítem 14</p> <p><i>“que me guste la película que voy a ver el próximo sábado en Cinemak, es un fenómeno no aleatorio, porque si voy a ver una película, es porque, por lo menos me ha gustado la colilla, y así cuando voy a verla seguramente me gustará”</i></p>	<p>Ítem 14</p> <p><i>“que me guste la película que voy a ver el próximo sábado en Cinemak, es un fenómeno no aleatorio porque si voy a ver una película es porque he escuchado comentarios favorables sobre ella”</i></p>
<p>Ítem 20</p> <p><i>“creo que germine una semilla plantada es un suceso no aleatorio porque si preparo la tierra y la cuido seguro que germinará”</i></p>	<p>Ítem 20</p> <p><i>“creo que germine una semilla plantada es un fenómeno no aleatorio porque sé que si planto una semilla, la riego, la cuido, va a germinar y no se va a secar ni a helar”</i></p>
<p>Ítem 24</p> <p><i>“sufrir un corte de digestión es un fenómeno no aleatorio porque depende de los cuidados, de la comida y del estado de ánimo con el que comió la persona”</i></p>	<p>Ítem 7</p> <p><i>“Obtener el número 23 en la ruleta de 36 números no es un suceso aleatorio porque no se puede controlar de ninguna manera el número que resulta”</i></p>

6.7.6 ANÁLISIS DE LA MULTIPLICIDAD EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

6.7.6.1 RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD DESDE LA MULTIPLICIDAD EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

De manera global no se han detectado diferencias significativas en el RA desde la *multiplicidad* entre ambos grupos de profesores en formación, con un valor $p=0.226$. Sin embargo, cuando consideramos las variables relativas al RA desde la *multiplicidad* en los tres contextos, se detecta que en el contexto de *juego* los estudiantes de PMF logran reconocer un mayor número de sucesos aleatorios que los de PBF, mientras

que en el contexto *cotidiano* ocurre lo contrario, en ambos casos con un valor $p < 0.001$

A continuación se transcriben algunos argumentos esbozados por estudiantes de ambos grupos de profesores en formación desde la *multiplicidad*.

A continuación transcribimos algunos argumentos esbozados por estudiantes de ambos profesorado.

Tabla 6.14 Argumentos desde la categoría ALEA12 en Biología y Matemática

Biología	Matemática
<p>Ítem 14</p> <p><i>Que me guste la película que voy a ver el próximo sábado en Cinemak, es un suceso aleatorio porque hay muchos tipos diferentes de películas</i></p>	<p>Ítem 7</p> <p><i>“Obtener el número 23 en la ruleta de 36 números es un suceso aleatorio porque tengo aproximadamente un 3% de posibilidades de que ocurra, 1 en 36”</i></p>
<p>Ítem 21</p> <p><i>“acertar el número que muestra un dado ya lanzado, pero que no puedo ver es un suceso aleatorio porque hay seis posibilidades”</i></p>	<p>Ítem 21</p> <p><i>“acertar el número que muestra un dado ya lanzado, pero que no puedo ver es un suceso aleatorio porque tenés cinco números que son erróneos y uno que es verdadero pero no depende de ningún factor que influya”</i></p>

6.7.6.2 NO RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD DESDE LA MULTIPLICIDAD EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

El NRA desde la *multiplicidad* es mayor entre los estudiantes del PMF que entre los del PBF con un valor $p < 0.001$, en el contexto de *juego* y en el contexto *cotidiano*. En ambos casos, el motivo que lleva a estos profesores en formación a negar la aleatoriedad a pesar de reconocer la existencia de múltiples posibilidades, puede tener su origen en la incorrecta comprensión del significado del concepto o término de *aleatoriedad*. A continuación se presentan algunas respuestas de los estudiantes de ambos grupos de profesores en formación desde la *multiplicidad*.

La Negación de la aleatoriedad desde la Multiplicidad es mayor en Matemática que en Biología, con un valor $p < 0,001$. Si bien en ambos casos, su uso es poco

frecuente, en Matemática es casi el doble que en Biología; o sea, en promedio son 0.85 de los 12 en Matemática y 0.58 en Biología.

Pensamos que en ambos casos, el motivo que lleva a estos estudiantes a negar la aleatoriedad a pesar de reconocer la existencia de múltiples posibilidades, tiene su origen en la incorrecta comprensión del significado del término “aleatorio”. Como afirman Zhao, Hahn y Osherson (2012) la cognición de la aleatoriedad tiene dos componentes, uno conceptual y otro perceptivo. Uno puede ser capaz de discriminar entre fenómenos aleatorios de los no aleatorios; sin embargo, ser incapaz de identificar cuál es uno y cuál es el otro.

En otros estudios diferentes al presente, se ha encontrado que la identificación de secuencias aleatorias es mayor cuando estas presentan mayor alternancia (Lopes and Oden, 1987; Bar-Hillel and Wagenaar, 1991; Falk and Konold, 1997; Nickerson, 2002). Las personas con menor instrucción tienden a generar secuencias de bits con rachas cortas (Wagenaar, 1972; Kahneman and Tversky, 1972; Baddeley, 1966).

A continuación presentamos algunas respuestas de los estudiantes de ambos profesorado:

Tabla 6.15 Argumentos desde la categoría ALEA22 en Biología y Matemática

Biología	Matemática
<p>Ítem 20</p> <p><i>Creo que germine una semilla plantada es un fenómeno no aleatorio porque si quiero que germine una semilla la cuido, y si se seca, se hiela, etc... es porque soy una irresponsable que no la cuidé</i></p>	<p>Ítem 7</p> <p><i>“Obtener el número 23 en la ruleta de 36 números es un suceso no aleatorio porque sólo hay un 23 y tenés muchos números más”</i></p>
<p>Ítem 14</p> <p><i>“Que me guste la película que voy a ver el próximo sábado en Cinemak, es un suceso no aleatorio porque depende de la opción que elija, que depende de las diferentes películas”</i></p>	<p>Ítem 14</p> <p><i>“Que me guste la película que voy a ver el próximo sábado en Cinemak, es un suceso no aleatorio porque me puede gustar el título, los actores, pero el desarrollo puede ser muy malo”</i></p>

6.7.7 ANÁLISIS DE LA INCERTIDUMBRE EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

6.7.7.1 RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD DESDE LA INCERTIDUMBRE EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

La *incertidumbre* es la categoría más aplicada en el RA, y su aplicación, es significativamente mayor entre los estudiantes del PBF que entre los de matemática, en el contexto *cotidiano* y en el contexto *físico-natural*. A continuación se presentan algunas argumentaciones de los estudiantes de ambos grupos de profesores en formación desde la *incertidumbre*. Las repuestas dadas por algunos estudiantes se presentan en la Tabla 6.16.

En el ítem 2 el estudiante del PBF reconoce acertadamente el suceso aleatorio del contexto *físico-natural* y argumenta desde la imprevisibilidad del suceso. En el ítem 15 el estudiante del PMF, si bien identifica correctamente el suceso como aleatorio, confunde el resultado impredecible y la posibilidad de predicción; y como dice Azcárate (1995) establece una posible relación con el enfoque del resultado aislado, un sesgo consistente en interpretar un enunciado de probabilidad en forma no probabilística (Konold, 1989 ; Cardeñoso y Azcárate, 2004).

Tabla 6.16 Argumentos desde la categoría alea13 en Biología y Matemática

Biología	Matemática
<p>Ítem 3</p> <p>“Predecir la cantidad de caras que se obtienen en 100 lanzamientos de una moneda es un suceso aleatorio porque cada suceso es aislado y puede salir cara o cruz cada vez que se lance”</p>	<p>Ítem 2</p> <p>“Que nieve en el cerro Arco dentro de 30 días es un suceso aleatorio porque <i>nadie puede saber</i> lo que ocurrirá con el clima mañana, mucho menos dentro de 30 días”</p>
<p>En este caso el estudiante de matemática confunde el resultado impredecible y la posibilidad de predicción; y como dice Serrano (1996) establece una posible relación con el enfoque del resultado aislado, un sesgo consistente en interpretar un enunciado de probabilidad en forma no probabilística (Konold, 1989). En el caso del estudiante de biología se ve más claramente el mismo sesgo.</p>	
<p>Ítem 2</p> <p>“Que nieve en el cerro Arco dentro de 30 días es un suceso aleatorio porque se puede predecir el estado del tiempo pero estas predicciones pueden o no ser correctas”</p>	<p>Ítem 15</p> <p>“Predecir la próxima idea que me venga a la cabeza es un suceso aleatorio porque no sé que voy a pensar dentro de un rato”</p>

6.7.7.2 NO RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD DESDE LA INCERTIDUMBRE EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

El NRA desde la *incertidumbre*, de manera global no es significativamente diferente entre ambos grupos de futuros profesores. Sin embargo, cuando se analiza en cada uno de los contextos, se encuentra que en el contexto de *juego*, los estudiantes del PBF niegan la aleatoriedad en un mayor número de sucesos que los estudiantes del PMF. Basar la negación de la aleatoriedad en la *incertidumbre*, induce a pensar, igual que en el caso de la negación desde la *multiplicidad*, que estos estudiantes posiblemente discriminen los sucesos aleatorios de los no aleatorios, pero no saben cuál es uno y cuál es el otro, confunden la falta de conocimiento con la no aleatoriedad.

En los argumentos que se transcriben a continuación los estudiantes para afirmar el NRA desde la *incertidumbre*; estos son argumentos usualmente más usados en el RA, lo que induce a pensar en una confusión en la interpretación de la aleatoriedad del sujeto, tal vez asociado a la falta de información del sujeto, como parecen sugerir las dos respuestas siguiente.

En estos dos argumentos, el desconocimiento se identifica con la no aleatoriedad; y dado que el argumento de imprevisibilidad es la base de la categoría de *incertidumbre*, podríamos pensar que los estudiantes la esgrimen para indicar que no tienen un conocimiento particularizado del espacio muestral del fenómeno (pues no saben prever sus posibles resultados o les es inconcebible: “no ves”, “no puedo saber”), por lo que esa *incertidumbre* que enuncian, no es la relativa al fenómeno en su totalidad.

Tabla 6.17 Argumentos desde la categoría ALEA23 en Biología y en Matemática

Biología	Matemática
Ítem 2 “Que nieve en el cerro Arco dentro de 30 días es un suceso no aleatorio porque no sabemos como puede estar el clima dentro de 30 días”	Ítem 15 “Predecir la próxima idea que me venga a la cabeza es un suceso no aleatorio porque yo no puedo saber qué se me va a ocurrir dentro de un rato”

En estos dos argumentos, la falta de conocimiento la identifican con la no aleatoriedad; y dado que estos argumentos son más usados en la argumentación de los sucesos aleatorios, podríamos pensar que los estudiantes discriminan los sucesos aleatorios de los no aleatorios, la dificultad está en la incorrecta codificación de los mismos (Zhao, Hahn y Osherson; 2012)

Ítem 8 <i>“Encontrarme por la calle con el primer Maestro/a que tuve en la Escuela, es un suceso no aleatorio porque puedo encontrarlo o no en los lugares que transitaba”</i>	Ítem 5 <i>“Sufrir un accidente es un fenómeno no aleatorio porque puedo tener o no un accidente”</i>
Ítem 13 <i>“Predecir el color de una bola que se extrae de una urna con bolas de distintos colores es un fenómeno no aleatorio porque es impredecible”</i>	Ítem 20 <i>“Creo que germine una semilla plantada es un fenómeno no aleatorio porque la semilla germina o no, más allá de los factores externos que puedan influirla”</i>
Ítem 20 <i>“Creo que germine una semilla plantada es un fenómeno no aleatorio porque puede pasar que no germine”</i>	Ítem 23 <i>“Contraer la gripe el mes que viene es un fenómeno no aleatorio porque es imprevisible si me voy a contagiar o no”</i>

Esperábamos que estos argumentos fueran la justificación de la afirmación de la aleatoriedad; sin embargo no fue así debido, nuevamente a la incorrecta codificación del suceso aleatorio.

La percepción de una característica de un elemento, no les sirve para pensar en todo el fenómeno, sino más bien al contrario, pues parece que se quedan ofuscados por su “anormal” formulación o por el desconocimiento de una de las características de “todo fenómeno aleatorio”, la existencia del espacio muestral conocido y esta ausencia o “rareza”, les lleva a decidir la no aleatoriedad del mismo. En suma, entendemos que la respuesta puede ser originada por la dificultad de concebir la relación entre las propiedades de un fenómeno incierto en su totalidad y las propiedades de uno de sus elementos asociados, como es en este caso del espacio muestra, en el que parecen estar centrados.

6.7.8 ANÁLISIS DE LA CATEGORÍA SUBJETIVA EN LOS PBF Y PMF

6.7.8.1 RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD DESDE LA CATEGORÍA SUBJETIVA EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

De manera global, no se han encontrado diferencias significativas en el RA en ambos grupos de futuros profesores, sin embargo, se detectado una tendencia a un mayor uso de la *subjetividad* entre los estudiantes de matemática. A continuación se presentan argumentos dados por los estudiantes de ambos profesorados, en cada uno de ellos está presente la idea de la predeterminación; la que se expresa a través de las frases *suerte, cosa del destino o casualidad*, como aquellos que no se pueden prever ni evitar. ¿

Tabla 6.18 Argumentos desde la categoría ALEA 24 en Biología y en Matemática

Biología	Matemática
<p>Ítem 3</p> <p><i>“Predecir la cantidad de caras que se obtienen en 100 lanzamientos de una moneda es un suceso aleatorio porque es un juego de azar depende de la suerte. Creo que no varía según como lance la moneda, sino la energía con que caiga”</i></p>	<p>Ítem 8</p> <p><i>“Encontrarme por la calle con el primer Maestro/a que tuve en la Escuela, es un suceso aleatorio porque es cosa del destino, puede pasar así como puede que nunca pase”</i></p>
<p>Ítem 5</p> <p><i>“Sufrir un accidente es un fenómeno aleatorio porque nadie está exento de nada son cosas que pasan en la vida y es parte del destino, también muchas veces es por imprudencia por no valorar las cosas y la vida como es el exceso de velocidad”</i></p>	<p>Ítem 13</p> <p><i>“Predecir el color de una bola que se extrae de una urna con bolas de distintos colores es un fenómeno aleatorio porque la suerte se da junto con la confianza que uno se tenga”</i></p>
<p>Ítem 8</p> <p><i>“Encontrarme por la calle con el primer Maestro/a que tuve en la Escuela, es un suceso porque es suerte o pura coincidencia”</i></p>	<p>Ítem 23</p> <p><i>“Contraer la gripe el mes que viene es un fenómeno aleatorio porque yo nunca me enfermo, me pasa sólo una vez al año”</i></p>

6.7.8.2 NO RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD DESDE LA CATEGORÍA SUBJETIVA EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

De manera global, no se han detectado diferencias significativas en el NRA desde la categoría *subjetiva* entre los estudiantes de ambos profesorados. Sin embargo, cuando se analiza en cada uno de los contextos, se encuentra que es mayor en el contexto de *juego* entre los estudiantes de matemática.

Desde la antigüedad una de las características del pensamiento mágico ha sido la de establecer relaciones subjetivas. Esto ocurre como consecuencia de la necesidad de buscar certezas en medio de las circunstancias que escapan a su control. Así, se encuentran entre los estudiantes frases como *cuando te tiene que pasar te pasa, porque es cosa del destino, nada ocurre porque sí*.

Una característica destacable de la negación de la aleatoriedad desde la subjetividad es *la confianza o fe ciega* en sí mismos, que queda expresada mediante frases como: *yo manejo mi pensamiento*. Estos pensamientos representan la defensa a lo imprevisible, y denotan una visión determinista del mundo (Azcárate, 1995).

Sin embargo, si consideramos el contexto se puede comprobar que en el contexto de *juego* y en el *físico-natural*, los estudiantes del PMF hacen un uso significativamente mayor que los del PBF.

A continuación transcribimos algunos argumentos de los estudiantes sobre el NRA desde la categoría *subjetiva*.

Tabla 6.19 Argumentos desde la categoría ALEA 24 en Biología y en Matemática

Biología	Matemática
<p>Ítem 5</p> <p><i>“Sufrir un accidente es un fenómeno no aleatorio porque cuando te tiene que pasar te pasa ya que por más que andes con cuidado o quieras prevenirlo te pasa”</i></p>	<p>Ítem 5</p> <p><i>“Sufrir un accidente es un fenómeno no aleatorio porque nada ocurre porque sí, todo sucede por algo”</i></p>
<p>Ítem 14</p> <p><i>“Que me guste la película que voy a ver el próximo sábado en Cinemak, es un fenómeno no aleatorio porque no existen películas malas, existen malos críticos”</i></p>	<p>Ítem 15</p> <p><i>“Predecir la próxima idea que me venga a la cabeza es un suceso no aleatorio porque me conozco bien para saber lo que normalmente me viene a la cabeza”</i></p>
<p>Ítem 15</p> <p><i>“Predecir la próxima idea que me venga a la cabeza es un suceso no aleatorio porque yo manejo mi pensamiento y se que ciertos temas no vendrán a mi mente, yo elijo lo que quiero”</i></p>	<p>Ítem 20</p> <p><i>“Creo que germine una semilla plantada es un fenómeno no aleatorio porque tarde o temprano va a germinar”</i></p>
<p>Ítem 20</p> <p><i>“Creo que germine una semilla plantada es un fenómeno no aleatorio porque si planto una semilla es para que crezca y me voy a encargar de que así sea”</i></p>	<p>Ítem 21</p> <p><i>“Acertar el número que muestra un dado ya lanzado, pero que no puedo ver es un suceso no aleatorio porque es cuestión de suerte”</i></p>

6.7.9 CONCLUSIONES SOBRE EL RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD

En general los estudiantes de ambos profesorados logran un aceptable reconocimiento de la aleatoriedad. En efecto, el 70,18% de los estudiantes de biología logran el reconocimiento de la aleatoriedad y el 66,35% de los estudiantes de matemática. Estos resultados son similares a los encontrados por Cardeñoso (2001), quien detecta en su estudio que el 65,5% de los profesores de primaria en actividad reconocen la aleatoriedad de los sucesos. En general, argumentan la afirmación de la aleatoriedad desde la Incertidumbre; siendo la presencia de esta argumentación

significativamente mayor entre los estudiantes de biología. En segundo lugar aparece la Causalidad, tanto para afirmar como para negar la aleatoriedad, con valores significativamente mayor entre los estudiantes de biología.

Por otra parte, se hace presente la Multiplicidad en la negación de la aleatoriedad, de manera significativamente mayor en matemática; posiblemente esto se deba a que esta categoría está estrechamente asociada a la noción de espacio muestral, considerado como conjunto de todos los posibles resultados del experimento aleatorio o como el conjunto de todos los valores que toma una variable aleatoria, y esta idea aparece en distintos tópicos de la matemática. Pero lo sorprendente, es que se haya empleado en la negación de la aleatoriedad, así como cuando se niega desde la Incertidumbre. En las dos situaciones los argumentos utilizados parecen ser más apropiados para afirmar que para negar la aleatoriedad. Es muy factible que los estudiantes distingan los sucesos aleatorios de los no aleatorios, pero no logran etiquetarlos correctamente; como lo indican los resultados de la investigación de Zhao, Hahn y Osherson (2012); quienes encuentran en sus experimentos que la capacidad de distinguir estímulos aleatorios de los no aleatorios es superior a la capacidad de etiquetarlos correctamente.

Por otra parte, algunos investigadores afirman que las personas tienen grandes dificultades para seleccionar de manera adecuada una secuencia aleatoria de otra que no lo es, lo que muestra nuestra pobre comprensión sobre la aleatoriedad (Falk, 1981; Falk y Konold, 1997; Wagenaar, 1972). Sin embargo, McDonald y Newell (2009) encontraron que las personas cuando no están influenciadas por información causal, son capaces de seleccionar con más precisión una secuencia aleatoria, confirmando de esta forma los resultados de Ayton y Fisher (2004), Burns y Corpus (2004) quienes encontraron que el tipo de creencias causales influye en los juicios. En contraste con los casos en los que se da una creencia causal, es decir información sobre el generador de la secuencia, la percepción de la aleatoriedad está sesgada hacia las secuencias con mayor alternancia como aleatorias.

Por lo tanto, cuando no estamos influidos por la información causal somos capaces de percibir con precisión la aleatoriedad. En efecto, Rapoport y Budescu (1992) y Budescu y Rapoport (1994) encontraron que bajo condiciones de juego y cuando no se les dio una creencia causal, las personas producen secuencias menos sesgadas que cuando se les pidió producir secuencias aleatorias con el lanzamiento de una moneda o un dado.

Por otra parte, queda demostrado en nuestro estudio la influencia del contexto del suceso en el reconocimiento de la aleatoriedad. En efecto, tanto los estudiantes de biología como los de matemática logran un mejor reconocimiento de la aleatoriedad en

el contexto de juego, y un menor reconocimiento en el contexto físico-natural. Además, de ser la causalidad es una categoría que se usa fundamentalmente en los sucesos que se presentan en el contexto físico natural, tanto para afirmar como para negar la aleatoriedad; se confirma lo expresado por Pfannkuch y Brown (1996) quienes sostienen que el razonamiento causal se usa en situaciones del mundo real como resultado de su propia experiencia; esta idea es posteriormente confirmada por Batanero (2006) cuando expresa que *las situaciones de la vida cotidiana suelen ser más complejas que los problemas presentados en la enseñanza*.

Podemos concluir que el contexto cotidiano y el contexto físico natural constituyen verdaderos obstáculos en el reconocimiento de la aleatoriedad. Este resultado es similar al encontrado por Cardeñoso (2001: 273). En efecto, los estudiantes de biología usan más la incertidumbre para afirmar la aleatoriedad en el contexto de juego que en el contexto físico-natural, y los estudiantes de matemática niegan con mayor frecuencia la aleatoriedad en el contexto cotidiano que en el contexto de juego.

Las diferencias señaladas a favor de los estudiantes de biología, sugieren la idea de que estos estudiantes tienen un particular interés en comprender los fenómenos que se presentan en el mundo cotidiano y en el mundo físico-natural. Lo que los lleva a adoptar una perspectiva más crítica, y por ende a lograr una racionalidad más compleja de la realidad (Moreno, Cardeñoso y González-García, 2013, 2014). Por lo que podemos concluir que en la formación del futuro profesor de biología, el entramado de las disciplinas biológicas, como la genética, la evolución y la ecología; para las cuales la noción de *azar* surge naturalmente; inciden en forma sustantiva en el pensamiento de los estudiantes de este profesorado.

Las concepciones que tienen los estudiantes de matemática, sobre el mundo parecen ser el resultado de una visión más simplificadora de la realidad; debido a que sus intereses se centralizan en los *entes abstractos y los sistemas deductivos*; y todavía no han logrado el nivel de desarrollo necesario que les permita interpretar los fenómenos de la vida cotidiana y del mundo físico desde concepciones más cercanas a la matemática.

Se esperaba que los resultados de los estudiantes del profesorado de matemática superaran a los de biología, en la comprensión de esta noción, la aleatoriedad; sin embargo, no fue así, a pesar que, uno de los ejes que regulan el tipo de actividad que deberían realizar los estudiantes en su formación, es la modelización y contextualización de los objetos matemáticos en la resolución de problemas internos y externos de la matemática.

Entendemos que comprender un objeto matemático, como es la *aleatoriedad*, significa haber transitado por diversas experiencias en las que éste entre en funcionamiento y sobre las cuales el estudiante produzca relaciones nuevas u organice la red de relaciones ya existentes. Por lo que podríamos concluir, que estos estudiantes no han transitado el itinerario necesario para lograr la comprensión requerida.

6.7.10 ESTUDIO COMPARATIVO DE LA DIMENSIÓN PROBABILIDAD EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

En este apartado comparamos la estimación de la probabilidad que realizan los profesores de biología y los de matemática. Esta estimación la realizan en la escala ordinal: baja, media y alta.

De manera global, tanto los estudiantes de biología como los de matemática, emplean la cota *media* cuando estiman la probabilidad de sucesos del contexto de juego. En el contexto físico-natural, nuevamente emplean con mayor frecuencia el nivel *medio*; tanto en biología como en matemática; y en el contexto cotidiano predomina el *bajo* en los dos profesorados. Mientras que en el estudio de Cardeñoso (2001) los profesores de educación primaria usan los tres niveles de confianza, siendo el *bajo* el de mayor presencia en el contexto de juego, en el contexto físico-natural es el *medio*, mientras que en el cotidiano es el *bajo*.

A continuación, presentamos los resultados del estudio comparativo relativo al uso de las categorías argumentativas de la probabilidad entre los estudiantes de biología y los de matemática. Para lo cual hemos aplicado el Test de Man-Witney a cada una de las cinco categorías: Contingencia, Laplaciana, Frecuencial, Equiprobabilidad y Experiencial. Los resultados que se muestran en la Tabla 6.22 nos permiten afirmar que los estudiantes de matemática aplican de manera significativamente mayor la categoría *Laplaciana* ($p=0,007$) y la categoría *Experiencial* ($p=0,025$); mientras que en los estudiantes de biología se destaca de manera significativa la aplicación de la *Equiprobabilidad* ($p=0,037$), como un verdadero sesgo más que como una categoría, debido a que la mayoría de los sucesos tienen espacios muestrales no equiprobables. Estos resultados muestran que la instrucción que han recibido los estudiantes de matemática en probabilidad ha incidido de manera significativa en sus concepciones probabilísticas, en relación con las detectadas entre los estudiantes de biología, entre los que se destaca la ausencia de ideas normativas de la teoría de la probabilidad.

Tabla 6.22 Test de Mann-Witney para la comparación entre las categorías argumentativas usadas por los estudiantes de Matemática y de Biología

categoria	Estadístico (z)	Valor p
Contingencia (PRO 5)	-0,752	0,452
Laplaciana (PRO 6)	-2,698	0,007*
Frecuencial (PRO 7)	-0,185	0,853
Equiprobabilidad (PRO 8)	-2,082	0,037*
Experiencial (PRO 9)	-2,238	0,025*

Completamos el estudio comparativo analizando el uso de cada una de las categorías en cada uno de los tres contextos, mediante la aplicación del test no paramétrico de Kruskal-Wallis. En el contexto de *juego*, los estudiantes del PMF superan de manera significativa a los estudiantes del PBF mediante la aplicación de la argumentación *Laplaciana* con un valor del estadístico $\chi^2=16,126$, con g.l.=1 y valor p < 0,001; y con la argumentación *Experiencial*, con un valor del estadístico $\chi^2=3,831$, con g.l.=1 y valor p < 0,001; mientras que los estudiantes del PBF superan a los del PMF en la aplicación de la argumentación *Equiprobabilidad* con un valor del estadístico $\chi^2=25,627$, con g.l.=1 y valor p < 0,001. En el contexto físico-natural, los estudiantes del PBF superan a los del PMF en el uso de la argumentación *Contingencia*, con un valor del estadístico $\chi^2=6,591$, con g.l.=1 y valor p = 0,010 (Tabla 47 del Anexo 11).

Si consideramos los niveles propedeúticos de los estudiantes, para determinar la influencia de la instrucción en los argumentos probabilísticos, mediante la aplicación del test de Kruskal-Wallis para cada unas argumentaciones, los resultados que se obtienen se muestran en la Tabla 48 del Anexo 11.

Se observa que entre los estudiantes de primer año del PBF y del PMF no se detectan diferencias significativas. En segundo año, se puede probar que los estudiantes del PMF aplican de manera significativamente mayor la categoría *Laplaciana* (p=0,019), ya se comienza a vislumbrar la influencia de la instrucción que reciben los estudiantes de matemática en probabilidad, si bien los estudiantes de biología se encuentran cursando bioestadística. En tercer año, esta influencia es mayor, los estudiantes de matemática aplican de manera significativamente mayor las categorías *Laplaciana* (p=0,013) y *Frecuencial* (p=0,016), mientras que los estudiantes de biología lo hacen con la *Equiprobabilidad* (p=0,020). Finalmente, en cuarto año los estudiantes de matemática se destacan de manera significativa en la aplicación de las

categorías *Laplaciana* ($p=0,008$) y *Experiencial* ($p=0,002$), mientras que los estudiantes de biología lo hacen con la *Equiprobabilidad* ($p=0,000$). Es evidente que la instrucción recibida por los estudiantes de matemática, ha incidido en sus concepciones probabilísticas, mientras que en los estudiantes de biología el conocimiento probabilístico parece estar ausente.

Por otra parte, hemos comparado las argumentaciones en función del nivel propedeútico y el contexto del suceso. Se comprueba que entre los estudiantes de primer año del PMF y del PBF se detectan diferencias significativas en la argumentación *Experiencial* en el contexto de físico-natural a favor del PMF, con un valor del estadístico $\chi^2=6,346$, con g.l.=1 y valor $p=0,012$, situación que no se presenta a nivel global.

En el segundo curso, se detectan diferencias significativas en la argumentación *Laplaciana* entre los estudiantes del PMF respecto de los del PBF, con un valor del estadístico $\chi^2=6,72$, con g.l.=1 y valor $p=0,010$; siendo mayor en matemática.

En el tercer curso, se detectan diferencias significativas a favor de los estudiantes del PMF respecto del PBF en la aplicación de la argumentación *Laplaciana*, en el contexto de juego con un valor del estadístico $\chi^2=6,165$, con g.l.=1 y valor $p=0,013$; y con la argumentación *frecuencial* en el contexto físico-natural, con un valor $\chi^2=8,011$, con g.l.=1 y valor $p=0,005$. Mientras que los estudiantes del PBF superan a los del PMF en la argumentación *Equiprobabilidad*, tanto en el contexto de *juego*, con un valor de $\chi^2=7,772$, con g.l.=1 y valor $p=0,005$; como en el contexto *cotidiano*, con un valor $\chi^2=4,8$, con g.l.=1 y valor $p=0,028$.

En el cuarto curso, las diferencias se acentúan aún más; así en el contexto de *juego*, los estudiantes del PMF usan de manera significativamente la *Contingencia* ($\chi^2=5,779$, con g.l.=1 y valor $p=0,016$) y la *Laplaciana* ($\chi^2=5,615$, con g.l.=1 y valor $p=0,018$); mientras que los del PBF lo hacen de manera significativamente con la *Equiprobabilidad* ($\chi^2=32,824$, con g.l.=1 y valor $p<0,001$). También en el contexto *cotidiano* los estudiantes del PBF usan de manera significativamente mayor la *Equiprobabilidad* con $\chi^2=6,613$, con g.l.=1 y valor $p=0,010$; y la *Contingencia* en el contexto físico-natural con $\chi^2=4,978$, con g.l.=1 y valor $p=0,026$. Mientras que los

estudiantes del PMF usan más argumentaciones de tipo *Experiencial* en el contexto físico-natural, $\chi^2 = 8,804$, con g.l.=1 y valor p = 0,003.

Además, hemos analizado la relación entre la categoría argumentativa de la probabilidad y el nivel de confianza asignado a la ocurrencia del suceso. Así, encontramos que entre los estudiantes de biología, la *Contingencia* se usa con mayor frecuencia cuando el nivel de confianza es el “bajo” y el “medio” respecto del “alto” (Anexo 9, Tabla 16); mientras que los estudiantes de matemática lo hacen en primer lugar con el nivel de confianza “bajo”, con menor frecuencia con el “medio” y finalmente con el “alto” (Anexo 10, Tabla 14). Por otra parte, la estrategia multiplicativa *Laplaciana*, se asocia con los niveles de confianza, de igual manera en matemática que en biología; siendo dominante el uso del nivel “bajo”, seguido por el “medio” y finalmente con el “alto”. De la misma manera se usa la categoría *frecuencial* en ambos profesorados; tanto el nivel “alto” como el “medio” se usan con mayor frecuencia que el “bajo”. En cuanto a la *Equiprobabilidad*, entre los estudiantes de biología, se relaciona con mayor frecuencia con el nivel “bajo” y el “medio” respecto del “alto”; mientras que en matemática, los estudiantes usan esta categoría con mayor frecuencia con el nivel “medio”, en segundo lugar el nivel “alto”, y finalmente el “bajo”. Para la categoría *Experiencial*, los estudiantes de biología, la asocian en primer lugar con el nivel “bajo” respecto del “medio” y del “alto”; mientras que en matemática, se usa con el nivel “bajo”, seguido por el “medio” y finalmente el “alto”.

6.7.11 ANÁLISIS COMPARATIVO DE LAS TENDENCIAS DE PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

Comparamos y contrastamos las cuatro tendencias de pensamiento probabilístico encontradas entre los estudiantes de biología y los de matemática. El análisis diferencial de estos dos tipos de pensamiento probabilístico nos lleva a examinar las concepciones que tienen sobre los sucesos aleatorios, los sucesos no aleatorios, los diferentes significados de probabilidad; y en consecuencia nos permite detectar similitudes e incompatibilidades; para comprender cómo razonan los estudiantes en función de la modalidad del profesorado. Estas tendencias en orden jerárquico, desde la postura más compleja a la menos compleja son: Contingencia, Incertidumbre, Personalista y Determinista; y se presentan en los dos profesorados con algunos matices diferentes.

Las tendencias hacia la **Contingencia** en biología y en matemática tienen varias características en común, si bien en biología el grupo que manifiesta esta tendencia es más numeroso, dado que representa aproximadamente al 43,08% de los estudiantes que respondieron al cuestionario; mientras que en Matemática sólo representa al 25,39%. Las similitudes entre ambos grupos son las siguientes; reconocen la aleatoriedad fundamentalmente desde la **Multiplicidad** con valores máximos; y usan la propia **Subjetividad** con valores similares al valor medio de esta categoría. La **Causalidad** alcanza el valor máximo entre los estudiantes de Matemática; mientras que en Biología si bien no alcanza el valor máximo se aproxima bastante a éste. Cuando estiman la probabilidad, lo hacen desde las estrategias aditiva y la multiplicativa: **Contingencia** y **Laplaciana**; siendo la **Experiencial** la que se aplica con menor frecuencia en ambos grupos. En cuanto a la categoría **Frecuencial**, ésta alcanza el valor máximo en biología, mientras que en matemática si bien no es el valor máximo se acerca bastante a éste.

Es decir que, los estudiantes de ambos profesorados reconocen la multiplicidad de resultados distintos, algunos favorables, otros desfavorables en la ocurrencia del fenómeno, y completan sus argumentaciones con explicaciones causales respecto de la aleatoriedad de los sucesos. Cuando estiman la probabilidad, lo hacen fundamentalmente usando estrategias, a las que Cardeñoso (2001) nombra como pre-probabilísticas, la que resulta válida para los sucesos planteados en este estudio, pero no es válida para comparar probabilidades de sucesos correspondientes a espacios muestrales distintos. También aplican la estrategia multiplicativa: concepción clásica de probabilidad, que si bien tiene limitaciones es más evolucionada que la anterior. También es importante el uso que hacen de la concepción Frecuencial, que permite estimar probabilidades en sucesos en los que es imposible aplicar la definición clásica. Se destaca la escasa presencia de argumentaciones basadas en las categorías Experiencial. y Equiprobabilidad. Por lo que podemos concluir que, la estimación de la probabilidad la realizan desde concepciones objetivas de la misma; y además que esta tendencia de pensamiento es la que presenta concepciones más cercanas a las expertas.

De acuerdo con las características enunciadas podemos decir que estamos en presencia de una tendencia hacia la **Contingencia con matices causales** y es la que alcanza el mayor nivel de complejidad entre los estudiantes de biología y los de matemática.

La tendencia denominada **Incertidumbre**, representa el primer grupo en el reconocimiento de la aleatoriedad en ambos profesorados, además es el grupo más numeroso en matemática, representa al 27,27% de los estudiantes de este profesorado; y es el segundo en importancia numérica en biología, representa al 40,92% de los mismos. Las características comunes a los dos grupos en relación al reconocimiento de la aleatoriedad, son por un lado el hecho de que en ambos grupos la categoría **Incertidumbre** alcanza el valor máximo, la **Multiplicidad** es otra categoría que también alcanza el valor máximo en biología; y en matemática si bien no es el máximo, es el más cercano al máximo; por otra parte la categoría **Subjetiva** toma el valor mínimo en ambos profesorados. En cuanto a la negación de la aleatoriedad, en ambos, la **Causalidad** alcanza el valor mínimo.

En relación con la estimación de la probabilidad, la **Equiprobabilidad** alcanza el valor máximo, siendo este resultado inconsistente con los espacios muestrales de los sucesos planteados en el cuestionario; por lo que estamos en presencia de dos grupos cuyas concepciones probabilísticas distan bastante de las ideas formales de la teoría probabilística.

La diferencia en la tendencia Incertidumbre entre ambos profesorados; se refiere a la estimación de la probabilidad; en efecto, entre los estudiantes de matemática se destaca el uso mínimo de la Contingencia, la Laplaciana y la Frecuencial.

Los grupos Incertidumbre poseen características similares con el detectado por Cardeñoso (2001) en relación con la aleatoriedad, pero no así con la estimación de la probabilidad; por lo que podríamos concluir, en coincidencia con este autor, que estamos en presencia de un *Indeterminismo ingenuo*. Para nosotros, los dos grupos que hemos encontrado con tendencia a la Incertidumbre, a pesar de su alto reconocimiento de la aleatoriedad, tienen concepciones acerca de la estimación de la probabilidad incompatibles con las consensuadas por la literatura específica.

La tendencia denominada **Personalista**, representa el tercer grupo en el reconocimiento de la aleatoriedad. Tiene escasa presencia entre los estudiantes de biología, dado que sólo está representado por el 1,23% de los mismos y en matemática representa aproximadamente al 23,5% de los mismos. Las características comunes a los dos grupos personalistas se refieren, al reconocimiento de la aleatoriedad desde la propia **Subjetividad** con valores máximos, y desde la **Multiplicidad** con valores mínimos; además, la negación de la aleatoriedad se argumenta desde la propia **Subjetividad** con valores máximos. Lo que denota una

fuerte tendencia muy subjetiva, asociada a sus creencias, desconociendo la variedad de posibilidades que se presentan en la ocurrencia del fenómeno; y por lo tanto se detecta la ausencia de ideas matemáticas, como la de espacio muestral; siendo el destino o la suerte los determinantes en la ocurrencia del fenómeno.

En la estimación de la probabilidad, es la propia experiencia el argumento más empleado, por lo que se destaca la ausencia de concepciones objetivas de la probabilidad.

En relación con las diferencias encontradas entre los dos grupos personalistas, se evidencia un uso elevado de la Causalidad tanto en el reconocimiento de la aleatoriedad como en la negación entre los estudiantes de biología, lo que no sorprende, por ser una categoría de uso común entre estos estudiantes, ocurriendo lo contrario en Matemática, usan la causalidad en el reconocimiento de la aleatoriedad con valores mínimos; y también niegan la aleatoriedad desde la **Subjetividad** con valores mínimos.

En la estimación de la probabilidad, los estudiantes del PMF y del PBF usan la categoría **Experiencial** con valores máximos. Las diferencias detectadas entre ambos profesados se deben a que los estudiantes de matemática usan la **Contingencia** y la **Equiprobabilidad** con valores superiores a la media; mientras que los estudiantes de biología usan la **Contingencia**, la **Laplaciana** y la **Equiprobabilidad** con valores mínimos. Resultado que nos indica que los estudiantes de biología son más personalistas que los de matemática y estos últimos manifiestan concepciones más cercanas a las normativas de la teoría probabilística.

La tendencia **Determinista** es más importante en el PMF, representa al 23,84% de la población y en el PBF sólo al 14,77%. Las similitudes entre ambos grupos se presentan en relación al reconocimiento de la aleatoriedad, dado que lo hacen con valores mínimos desde la **Incertidumbre**; y a su vez la negación con valores máximos desde la **Incertidumbre** y la **Multiplicidad**, hecho que estaría indicando la falta de conocimiento del significado del término aleatorio; y a su vez se argumenta con valores mínimos desde la **Subjetividad**.

En cuanto a las diferencias más notables se refieren a que en el PBF el reconocimiento de la aleatoriedad también lo hacen con valores mínimos desde la **Causalidad**; y la negación de la aleatoriedad se hace en primer lugar desde la **Causalidad**, según la cual cuando consideran que conocen las causas que producen el fenómeno, ya no es aleatorio y cuando desconocen las causas que producen el

fenómeno es aleatorio, explicación coincidente con la concepción determinista del azar.

En relación a la estimación de la probabilidad, tanto los estudiantes del PBF y el PMF lo hacen desde la **Equiprobabilidad** con valores que superan a la media, denotando la fuerte presencia de este sesgo y la falta de conocimiento normativo sobre la probabilidad.

En canto a las diferencias en la estimación de la probabilidad, los estudiantes del PBF hacen un uso mínimo de la categoría **Experiencial**, mientras que los estudiantes del PMF su uso alcanza el valor medio de esta categoría y la **Contingencia** alcanza un valor que supera al valor medio. Situación que revela la presencia de concepciones más evolucionadas que las de los estudiantes de biología, respecto de la estimación de la probabilidad.

6.7.12 COMPARACIÓN CON LAS TENDENCIAS DE PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO DETECTADAS POR AZCÁRATE

Recordemos que, Azcárate (1995) realizó un estudio con 57 futuros profesores de Educación Primaria, a quienes les aplicó una serie de enunciados en los que se describían diferentes fenómenos, se les preguntó a los estudiantes si dichos fenómenos eran aleatorios o no y se les solicitó que justificaran su respuesta. Las respuestas de los estudiantes mostraron la presencia de ideas deterministas con argumentaciones causales. Encontró cinco tendencias de pensamiento probabilístico: Indeciso, Determinista, Causalidad, Standard e Incertidumbre.

Si comparamos las tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes del PMF y de los estudiantes del PBF; con las detectadas por Azcárate (1995) en su estudio con los estudiantes del profesorado de Educación Primaria; podemos apreciar ciertas similitudes en las tendencias: Determinista e Incertidumbre. Pero nosotros no hemos encontrado las tendencias: Indecisos, Causalidad y Stándar, que encontrara la mencionada autora. Una diferencia destacable es que, el grupo determinista de Azcárate, representa a uno de sus dos grupos más dominantes, ya que representa a un 26,32% de los estudiantes del estudio, mientras que en el PMF es el grupo menos numeroso, concentra al 23,5% del total, y en el PBF tiene aún menor presencia, alcanzando el 14,77%. Por otra parte, los tres grupos presentan características comunes, como el hecho de reconocer pocos sucesos como aleatorios; y además son los que menos utilizan el criterio de imprevisibilidad y usan de manera moderada la Causalidad.

Si comparamos el grupo incertidumbre, podemos destacar que, en el PBF representa al 40,92%, en el PMF al 27,17%; siendo el grupo con mayor importancia numérica en ambos profesorados; mientras que para Azcárate, éste es el de menor presencia, y solo alcanza al 10,53% de los estudiantes.

Las características comunes a los tres grupos se refieren al hecho de que reconocen fácilmente los sucesos aleatorios usando como criterio básico el de imprevisibilidad; y una diferencia importante es el hecho de que los estudiantes de Azcárate usan muy poco la causalidad, mientras que nuestros grupos usan la Causalidad con valores que superan el valor medio de esta categoría.

Como ya lo mencionamos, en nuestro estudio no hemos encontrado un grupo como el *Indecisos* de Azcárate, en el que los estudiantes no se han involucrado en dar respuestas a las situaciones planteadas, ya sea por falta de motivación o por no comprender los interrogantes planteados. Como así tampoco hemos encontrado un grupo como el *Causalidad* detectado por la misma autora, cuya característica fundamental es el reconocimiento de la aleatoriedad desde la Causalidad. La ausencia de esta tendencia en nuestro estudio está determinada por la fuerte presencia de argumentos causales entre todos nuestros estudiantes. Además, queremos enfatizar que la categoría Causalidad alcanza el valor máximo entre los estudiantes de biología en el grupo *Personalista*, en el que además se destacan los argumentos subjetivos, tanto para reconocer como para negar la aleatoriedad, a lo que se suma la tendencia personalista en la estimación de la probabilidad, producto de su experiencia personal.

Por otra parte, las tendencias *Incertidumbre* y *Contingencia* también usan la Causalidad con valores superiores a la media. Por lo tanto, tres de los cuatro grupos hacen uso intensivo de la Causalidad, no quedando configurado un solo grupo con tendencia hacia la Causalidad.

En relación, con las tendencias encontradas entre los estudiantes del PMF, tampoco hemos detectado la presencia de la tendencia *Causalidad*, debido a que el grupo *Contingencia* es el que mayor uso realiza de la categoría Causalidad, si bien se destacan las argumentaciones desde la Multiplicidad en el reconocimiento de la aleatoriedad y la Contingencia en la estimación de la probabilidad. Por otra parte, el grupo *Personalista* es el que hace un importante uso de la causalidad en la negación de la aleatoriedad, a pesar que este grupo presenta las características propias de la tendencia *Personalista*, como son el uso de la categoría subjetiva para reconocer y para negar la aleatoriedad, como así también aplican la argumentación Experiencial en la estimación de la probabilidad.

6.7.13 COMPARACIÓN CON LAS TENDENCIAS DE PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO DETECTADAS POR CARDEÑOSO

Cardeñoso (2001) realizó su investigación sobre las concepciones probabilísticas en 598 profesores de Educación Primaria en activo, y encontró que el mayor reconocimiento de la aleatoriedad se presenta en sucesos del contexto de juego; y el no reconocimiento de la aleatoriedad en sucesos del contexto físico natural y del cotidiano. Además, detectó una fuerte asociación entre la negación de la aleatoriedad y la aplicación de la causalidad, y entre el reconocimiento de la aleatoriedad y las categorías incertidumbre y multiplicidad. Determinó cinco tendencias de pensamiento probabilístico: Determinista, Contingencia, Personalista, Causalidad e Incertidumbre.

Las cuatro tendencias de pensamiento probabilístico que hemos encontrado en nuestro estudio, también fueron detectadas por Cardeñoso; sin embargo, este autor encontró una quinta tendencia, al igual que Azcárate, a la que denominaron *Causalidad*, porque el criterio básico de reconocimiento de la aleatoriedad fue precisamente el uso de argumentos causales, si bien también es el que más usa la Multiplicidad y logra el reconocimiento de la aleatoriedad de la misma forma que el grupo Incertidumbre.

En relación con las categorías argumentativas de la probabilidad y los niveles de confianza asignados a la ocurrencia de los fenómenos, hemos detectado las mismas relaciones que las detectadas por Cardeñoso (2001:358), entre los estudiantes de biología y los de matemática. En efecto, la Contingencia y la Laplaciana se encuentran asociadas al nivel de confianza “bajo” en los tres grupos, de la misma forma que la contingencia y la equiprobabilidad se asocia al nivel “medio”; mientras que la categoría frecuencial lo hace con el nivel “alto”.

Tendencia hacia el Determinismo

El grupo con tendencia al determinismo detectado por Cardeñoso, estaba integrado por el 20% de los maestros andaluces encuestados; se caracteriza por, reconocer pocas situaciones como aleatorias; a negar la aleatoriedad argumentando desde la Causalidad, y a estimar la probabilidad desde la categoría Laplaciana, la que no tienen cabida en los espacios que no equiprobables, a pesar de que los sucesos del cuestionario están asociados, en su mayoría, a espacios muestrales no

equiprobables. En cuanto al grupo *Determinista* del PBF, éste se caracteriza por argumentar la negación de la aleatoriedad desde la **Causalidad**, la **Multiplicidad** y la **Incertidumbre** con valores máximos; y la estimación de la probabilidad la realizan mediante la **Equiprobabilidad**, categoría que alcanza el valor máximo en este grupo. Por otra parte, el grupo *Determinista* del PMF, niegan la aleatoriedad desde la **Multiplicidad** y la **Incertidumbre**; y en cuanto a la estimación de la probabilidad usan la **Contingencia** y la **Equiprobabilidad** con valores superiores a la media, sin llegar a ser máximos. Por lo que podemos concluir que los tres grupos deterministas presentan características comunes y características diferenciadas.

Tabla 6.23 Análisis comparativo de las tendencias *determinista* entre los estudiantes de Biología, Matemática y los profesores de Educación Primaria de Cardeñoso

		Argumentación característica	Categorías de uso máximo	Categorías de uso promedio	Categorías de uso mínimo
Biología (60 sujetos)	Reconoce alea	-----	-----	ALEA 14	ALEA 11 ALEA 13
	Niega alea	Incertidumbre Multiplicidad	ALEA 23 ALEA 22		ALEA 24
	Asigna Prob.	-----	-----	PRO 6, PRO 8	-----
Matemática (140 sujetos)	Reconoce alea	-----	-----	-	ALEA 13
	Niega alea	Multiplicidad incertidumbre	ALEA 22 ALEA 23	-----	ALEA 24
	Asigna Prob.	-----	-----	PRO 9	-----
Cardeñoso (134 sujetos)	Reconoce alea	-----	-----	-----	-----
	Niega alea	causalidad	ALEA 21	-----	-----
	Asigna Prob.	Laplaciana	PRO 6	PRO 7	-----

Las características comunes se refieren al hecho de que los tres son los que menos reconocen la aleatoriedad; siendo el grupo determinista del PBF el que más se asemeja al grupo de Cardeñoso; porque ambos grupos usan la Causalidad para negar la aleatoriedad con valores máximos; lo que nos lleva a afirmar, que estamos en presencia de un *determinismo causal*. En cuanto a la estimación de la probabilidad, el grupo determinista del PBF y del PMF, aplican el sesgo de Equiprobabilidad de forma sustantiva, y no se detecta la presencia de argumentos normativos.

Tendencia hacia el Personalismo

Los sujetos del grupo *Personalista* de Cardeñoso, integrado por un poco más del 10% de los sujetos encuestados, se caracterizan por conformar el tercer grupo en cuanto al reconocimiento de la aleatoriedad, siendo la argumentación característica la **Subjetiva**, y son las argumentaciones causales las menos usadas entre estos estudiantes; mientras que la **Incertidumbre** alcanza valores promedio. En la negación de la aleatoriedad mantienen el uso de la categoría **Subjetiva**, la **Multiplicidad** la usan con valores promedio, y son mínimas las argumentaciones desde la **Incertidumbre**. En la estimación de la probabilidad las argumentaciones **Frecuencial** y **Experiencial** alcanzan valores máximos, mientras que la **Contingencia**, la **Laplaciana** y la **Equiprobabilidad** toman valores mínimos.

Por otra parte, el grupo *Personalista* del PBF, muestra una fuerte tendencia a las argumentaciones **subjetivas y causales**, a su vez cuando niegan la aleatoriedad aplicando argumentos **causales**, con valores superiores a la media de esta categoría. Siendo la fuerte presencia de la Causalidad, lo que le otorga matices diferentes respecto del grupo de Cardeñoso. En la estimación de la probabilidad, usan fundamentalmente la **Experiencial** con valores máximos, mientras que el resto de las categorías relativas a la estimación de la probabilidad aparecen con valores mínimos.

Por otra parte, el grupo *Personalista* detectado entre los estudiantes del PMF, también es el tercer grupo en el reconocimiento de la aleatoriedad, como el de Cardeñoso; y argumentan la presencia de la aleatoriedad desde la categoría **Subjetiva**, la que alcanza el máximo en este grupo, si bien la Incertidumbre alcanza un valor superior a la media y la Causalidad adquiere el valor mínimo en este grupo; en relación con la negación de la aleatoriedad lo hacen desde la propia **Subjetividad**, y desde la **Causalidad**, alcanzando estas categorías valores máximos. Por lo que podemos concluir, que este grupo es marcadamente **Personalista** con tendencia hacia a la **Causalidad**.

Luego, el grupo *Personalista* del PMF, presenta una tendencia hacia la Causalidad en relación con la negación de la aleatoriedad. En cuanto a la estimación de la probabilidad lo hacen de la misma forma que el grupo de Cardeñoso, es decir, desde la **Frecuencial**, que como expresa este autor *sería equivalente al uso de los heurísticos de Kahneman, Slovic y Tvetrsky (1982), basados en la lectura de carácter empírico de la propia realidad.* y además confirmamos lo que expresa respecto de la ausencia de la Equiprobabilidad; debido a que estos sujetos no realizan una lectura estándar de la incertidumbre, y en consecuencia no asumen la hipótesis de

equiprobabilidad, en concordancia con la lectura clásica de la probabilidad. Además, coincidimos en el uso de la categoría **Experiencial**; como resultado de su propia experiencia.

Tabla 6.24 Análisis comparativo de la tendencia *personalista* entre los estudiantes de Biología, Matemática y los profesores de Educación Primaria de Cardeñoso

		Argumentación característica	Categorías de uso máximo	Categorías de uso promedio	Categorías de uso mínimo
Biología (5 sujetos)	Reconoce alea	Subjetiva	ALEA 14	-----	ALEA 12 ALEA 13
	Niega alea	Causalidad Subjetiva	ALEA 21 ALEA 24	-----	ALEA 22 ALEA 23
	Asigna Prob.	Experiencial	PRO 9	-----	ALEA 11 ALEA 12
Matemática (134 sujetos)	Reconoce alea	Subjetiva	ALEA 14	-----	-----
	Niega alea	Causalidad	ALEA 21	-----	-----
	Asigna Prob.	Experiencial Frecuencial	PRO 9 PRO 7	PRO 6	-----
Cardeñoso (77 sujetos)	Reconoce alea	Subjetiva	ALEA 14	ALEA 13	ALEA 11
	Niega alea	Subjetiva	ALEA 24	ALEA 22	ALEA 23
	Asigna Prob.	Frecuencial Personalista	PRO 7 PRO 9		PRO5, PRO 6 PRO 8

Los tres grupos tienen en común el uso de la **Subjetividad** para reconocer y para negar la aleatoriedad y el uso de la categoría **Experiencial** para estimar la probabilidad. El grupo de Cardeñoso se diferencia del grupo personalista del PBF, en que este último usa de manera significativa la **Causalidad** en la afirmación y en la negación de la aleatoriedad; mientras que el de Cardeñoso la usa en la negación de la misma forma que el grupo de los estudiantes del PMF.

Tendencia hacia la Incertidumbre

La tendencia **Incetidumbre** detectada por Cardeñoso, reúne aproximadamente al 15% de los sujetos encuestados, representa para este autor la situación conceptual más avanzada, no ocurriendo lo mismo con la tendencia incertidumbre detectada entre los estudiantes del PBF y en los del PMF. Los miembros de los tres grupos son los que logran el mayor reconocimiento de la aleatoriedad, y argumentan fundamentalmente desde la imprevisibilidad de los sucesos con valores

máximos.; siendo los argumentos causales y los argumentos desde la multiplicidad de importancia, ya que superan el valor medio; mientras que en el grupo de Cardeñoso, los argumentos causales son inferiores a la media. Cuando niegan la aleatoriedad, los argumentos causales alcanzan valores mínimos en los tres grupos.

Tabla 6.25 Análisis comparativo de la tendencia *incertidumbre* entre los estudiantes de Biología, de Matemática y los profesores de Educación Primaria de Cardeñoso.

		Argumentación característica	Categorías de uso máximo	Categorías de uso promedio	Categorías de uso mínimo
Biología (128 sujetos)	Reconoce alea	Incertidumbre	ALE 13 ALEA 12 ALEA 11	-----	ALEA 14
	Niega alea	-----	-----	ALEA 24	ALEA 22
	Asigna Prob.	Equiprobabilidad	PRO 8	-----	PRO 9
Matemática (157 sujetos)	Reconoce alea	Incertidumbre	ALEA 13	-----	ALEA 14
	Niega alea			-----	ALEA 21
	Asigna Prob.	Equiprobabilidad	PRO 8	-----	PRO 5 PRO 6
Cardeñoso (92 sujetos)	Reconoce alea	Incertidumbre	ALEA 13		ALEA 12
	Niega alea	-----	-----	ALEA 24	ALEA 21 ALEA 22
	Asigna Prob.	-----	-----	PRO 5, PRO 6, PRO 7, PRO 8. PRO 9	-----

En relación con la estimación de la probabilidad se pueden apreciar diferencias considerables, mientras los estudiantes del PBF y del PMF argumentan desde la Equiprobabilidad, indicando la falta de argumentos expertos en estos estudiantes; mientras que los maestros de Cardeñoso lo hacen desde la **Contingencia** y la **Laplaciana**. La diferencia en la estimación de la probabilidad a favor del grupo de Cardeñoso, lo posiciona en un nivel de mayor complejidad que los otros dos.

Tendencia hacia la Contingencia

La tendencia hacia la **Contingencia** en Cardeñoso, sobrepasa escasamente al 10% de la muestra; representa al grupo que menos sujetos aglutina, reconoce y niegan la aleatoriedad de los sucesos desde la **Multiplicidad** con valores máximos; mientras que en el profesorado de Biología es la tendencia que agrupa a la mayor cantidad de estudiantes y argumenta la aleatoriedad desde la **Multiplicidad** y en segundo lugar desde la **Causalidad**. En Matemática es el segundo grupo en importancia numérica, y también argumentan desde la **Multiplicidad** y desde la **Causalidad**. Cuando niegan la aleatoriedad los maestros de Cardeñoso lo hacen desde la **Multiplicidad** y la **Incertidumbre** con valores máximos; mientras que los estudiantes del PMF usan las mismas categorías con valores mínimos; los estudiantes del PBF usan la Causalidad y la Subjetividad con valores que superan levemente el valor medio. En relación a la estimación de la probabilidad, los tres grupos usan la **Contingencia** con valores máximos y la **Experiencial** con valores mínimos. Pero además los estudiantes del PBF usan las categorías **Laplaciana** y **Frecuencial** con valores máximos; y los del PMF también usan la **Frecuencial** con valores máximos.

Tabla 6.26 Análisis Comparativo de la tendencia *Contingente* entre los estudiantes de Biología, Matemática y los profesores de Educación Primaria de Cardeñoso

		Argumentación característica	Categorías de uso máximo	Categorías de uso promedio	Categorías de uso mínimo
Biología (132 sujetos)	Reconoce alea	Incertidumbre	ALEA 13	ALEA 14	-----
	Niega alea	-----	-----	-----	ALEA 22 ALEA 23
	Asigna Prob.	Contingencia Frecuencial	PRO 5 PRO 7	PRO 9	-----
Matemática (152 sujetos)	Reconoce alea	Multiplicidad Causalidad	ALEA 12 ALEA 11	ALEA 14	-----
	Niega alea	-----	-----	-----	ALEA 22 ALEA 23
	Asigna Prob.	Contingencia Laplaciana	PRO 5 PRO 6	-----	PRO 8 PRO 9
Cardeñoso (63 sujetos)	Reconoce alea	-----	-----	ALEA 12 ALEA 14	ALEA 13
	Niega alea	Multiplicidad Incertidumbre	ALEA 22 ALEA 23	-----	-----
	Asigna Prob.	Contingencia	PRO 5	PRO 6, PRO 7	PRO 9

Los tres grupos coinciden en el uso de la **Multiplicidad** para reconocer la aleatoriedad y la **Contingencia** en la estimación de la probabilidad. Pero dadas las características que presenta el grupo contingencia en biología y en matemática, podemos afirmar que representan tendencias de pensamiento probabilístico más avanzadas que las detectadas por Azcárate y por Cardeñoso.

6.8 CONCLUSIONES FINALES DEL CAPÍTULO 6

El uso de la causalidad de manera significativa entre los estudiantes del PMF, y en particular entre los estudiantes del PBF, nos lleva a reflexionar acerca de las razones que producen esta situación. Los estudiantes del PBF apoyan sus argumentos en la descripción detallada de las posibles causas que pueden originarlos; mientras que los estudiantes del PMF prefieren argumentar desde la falta de control de las causas que originan el fenómeno.

La ausencia del grupo *Causalidad* entre los estudiantes del PBF se debe al hecho de que curiosamente, los estudiantes que más argumentan la aleatoriedad desde la causalidad, son también los que la explican desde las propias creencias y experiencias vivenciales. A lo que se suma las explicaciones experienciales en la estimación probabilística. Todo contribuye a que éste sea un grupo fuertemente personalista con una marcada tendencia hacia la causalidad, otorgándole un carácter distintivo respecto de los otros dos grupos personalistas; es decir, al detectado entre los estudiantes del PMF y el encontrado por Cardeñoso.

En general, la causalidad es un argumento ampliamente usado por los estudiantes del PBF. Por otra parte, la presencia de este argumento es prominente en el grupo Incertidumbre, en el Contingente y en el Personalista; los que concentran al 85,23% de los estudiantes del PBF. Por lo que entendemos que esta sea la causa que produce la ausencia de la tendencia hacia *Causalidad*, el que fue detectado en el estudio de Azcárate (1995) y en de Cardeñoso (2001). En el estudio de Cardeñoso el grupo Causalidad fue el más numeroso, concentrando al 35% de todos los maestros participantes; mientras que en el estudio de Azcárate fue el segundo en importancia numérica.

En relación con los estudiantes del PMF y la causalidad, ocurre una situación similar; ellos usan la causalidad con valores superiores a la media en los grupos Incertidumbre y Contingencia; que aglutinan al 52,66% de los estudiantes que participaron del estudio. Sin embargo, el grupo Personalista usa la causalidad con

valores inferiores a la media, siendo ésta una característica que lo diferencia del grupo Personalista de los estudiantes del PBF. Además, cabe destacar que éstos usan la causalidad de manera significativamente menor que los estudiantes del PBF.

Como expresa Pozo (1987) la importancia del pensamiento causal en nuestra vida cotidiana es tal que, raro es el día en que no hacemos o respondemos a las preguntas que empiezan con *por qué*. Además agrega, “*el pensamiento causal y el aprendizaje de la ciencia son dos caras de la misma moneda*” (p.16); y en palabras de Lakatos (1978, p.30): “*se puede decir que una proposición es científica sólo si trata de expresar conocimiento causal*”. Por lo que podemos concluir que, el desarrollo del pensamiento científico va de la mano del pensamiento causal.

Es evidente que las disciplinas científicas que integran el diseño curricular de ambos profesorados y en particular el de biología, está contribuyendo en el desarrollo del pensamiento causal.

Por otra parte, como afirma Glymour (2001, 2003) las personas construimos una representación causal de la realidad por medio de la observación y manipulación de ciertos eventos que la componen. Esta interacción observacional y manipulativa con el ambiente nos va dando pistas para ir generando una idea sobre la estructura causal del mundo; la cual a su vez es comparable, por lo menos fenológicamente, a una red bayesiana. Esta idea proviene de Heider al considerar a las personas como *científicos ingenuos* que llevamos a cabo procesos de generación, contraste y modificación de hipótesis sobre la realidad de modo parecido a como lo hace el método científico (López y Garcia, 2009)

En definitiva, los estudiantes del PBF son los que han logrado interpretaciones más complejas del mundo real, lo que les permite un mayor reconocimiento de la aleatoriedad y a su vez son los que más han utilizado argumentos causales. La causalidad y el azar son dos ingredientes fundamentales para entender los procesos naturales. En efecto, cuando suceden una serie de sucesos azarosos que tengan las mismas tendencias, nos interesa estudiar la regularidad de estos sucesos de modo que podamos establecer una ley causal que nos permita predecir el comportamiento futuro. Por lo que, la causalidad y las leyes de azar son inseparables, y la interconexión entre ellos permite que la ciencia pueda seguir avanzando.

Por otra parte, debemos destacar la importante presencia del grupo *personalista* entre los estudiantes del PMF, que representa al 23,5% de los mismos, situación que no ocurre en el PBF. En efecto; si bien la objetividad es un deseo natural

y legítimo, ésta parece ser una característica del pensamiento de los estudiantes de Biología; mientras que la subjetividad, que es un fenómeno inevitable, especialmente en situaciones de incertidumbre, vemos que siempre aparecerá en una u otra medida; y es una característica que tiene más presencia en el pensamiento de los estudiantes de Matemática.

Los estudiantes que conforman la tendencia personalista, estiman la probabilidad, desde la perspectiva producto de sus convicciones, creencias, experiencias. En esta concepción, se considera que la probabilidad es una expresión de la creencia o percepción personal. Mide el grado de confianza que la persona asigna a la probabilidad de ocurrencia de un suceso, por lo cual la probabilidad ya no es considerada como una cualidad del suceso. La probabilidad subjetiva puede ser un precursor fundamental para la comprensión de la concepción formal, ya que permite al sujeto modificar sus previsiones iniciales en función de los resultados experimentales.

Esta visión subjetiva de la probabilidad es la que dio origen a la probabilidad bayesiana. La probabilidad bayesiana puede definirse para cualquier proposición, mientras que la frecuencial se define sólo para sucesos en un espacio muestral; lo que hace que se aplique con mayor frecuencia en el contexto cotidiano y en el físico-natural, en donde el espacio muestral no aparece fácilmente. Con lo que asevera lo que expresa Hacking (2005), *la probabilidad que surgió en tiempos de Pascal es esencialmente dual; tiene que ver tanto con frecuencias estables como con grados de creencia* (p. 23). Por un lado es estadística y tiene que ver con las leyes estocásticas de los procesos aleatorios, y por otro lado es epistemológica, dedicada a estimar grados razonables de creencias.

Como en el método bayesiano se hace uso de toda la información previa disponible, esto hace que distintos investigadores obtengan diferentes resultados de los mismos datos en función del conocimiento o experiencia previa; hecho que ha originado fuertes críticas a la inferencia bayesiana. La posibilidad que ofrece el teorema de Bayes de revisar las probabilidades iniciales en función de la nueva información, le hace perder el carácter objetivo (Hacking, 2005; Cabriá, 1994). Mientras que en la inferencia clásica esta información no se tiene en cuenta.

En general, y en relación con la estimación de la probabilidad podemos afirmar que, los estudiantes del PMF han demostrado poseer unas concepciones probabilísticas más cercanas a las que establece la teoría probabilística.

Estas características distintivas de los estudiantes del PBF y del PMF están relacionadas con la especificidad de cada profesorado; representada por los enfoques epistemológicos de las disciplinas que integran los respectivos diseños curriculares. Estos enfoques epistemológicos interactúan con los perfiles socioculturales de los estudiantes, y con la formación profesional del profesorado, determinando de esta forma modelos mentales, que conllevan a distintas interpretaciones de los fenómenos que ocurren en el mundo real, y configuran tendencias de pensamiento probabilístico diferenciadas.

Considerando los marcos teóricos sobre los cuales se apoyan los diseños curriculares, vemos que contemplan el enfoque clásico de la estadística. En oposición a éstos, Krynski y Tenenbaum (2007) en un estudio sobre razonamiento probabilístico bajo incertidumbre, concluyen que el formalismo de las redes bayesianas como modelo teórico del razonamiento bajo incertidumbre, puede explicar mejor el comportamiento de las personas ante juicios causales frente a las perspectivas frecuentistas y de los sesgos. Para estos autores las desviaciones de los juicios de las personas respecto de la normas tradicionales, se puede explicitar en términos de desajuste entre la estadística que se les enseña a las personas y los modelos causales que intuitivamente construyen para afrontar el razonamiento probabilístico. De acuerdo con los resultados de los experimentos que realizaron; concluyen que, *los juicios de las personas son más consistentes con las normas de la bayesiana causal. Donde las inferencias bayesianas son hechas sobre modelos causales.*

Por lo que podríamos sugerir, la incorporación a los diseños curriculares mencionados, un marco teórico que complemente a la normativa que aporta la estadística clásica; es decir, nos referimos a la estadística bayesiana; lo que podría generar modelos mentales que proporcionen interpretaciones más ajustadas al mundo real.

CAPÍTULO 6

Tendencias de pensamiento probabilístico de los profesores de Biología y de Matemática en formación: Estudio Comparativo

- 6.1 Introducción
- 6.2 Tendencias de pensamiento probabilístico de los profesores de biología en formación
 - 6.2.1 Primer Análisis de Clusters del PBF
 - 6.2.2 Primer Análisis Discriminante del PBF
 - 6.2.3 Clasificación de los PBF según el primer análisis discriminante
 - 6.2.4 Caracterización global de las cinco tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes del PBF
 - 6.2.4.1 Caracterización de la tendencia hacia el determinismo
 - 6.2.4.2 Caracterización de la tendencia hacia el personalismo
 - 6.2.4.3 Caracterización de la tendencia hacia la causalidad
 - 6.2.4.4 Caracterización de la tendencia hacia el indeterminismo
 - 6.2.4.5 Caracterización de la tendencia hacia la contingencia
 - 6.2.4.6 Reconocimiento de la aleatoriedad en cada una de las TPPB
 - 6.2.4.7 Relación entre las TPPB y las categorías argumentativas de la estimación de la probabilidad
 - 6.2.4.8 Relación entre las TPPB y el nivel propedéutico de los estudiantes del PBF
 - 6.2.4.9 Relación entre las TPPB y el instituto educativo
 - 6.2.4.10 Conclusiones del primer análisis de clusters y análisis discriminante de los estudiantes del PBF
 - 6.2.5 Segundo análisis de clusters y análisis discriminante del PBF
 - 6.2.6 Caracterización de las cuatro tendencias del PBF
 - 6.2.6.1 Caracterización de la tendencia hacia el determinismo
 - 6.2.6.2 Caracterización de la tendencia hacia el personalismo
 - 6.2.6.3 Caracterización de la tendencia hacia la incertidumbre
 - 6.2.6.3 Caracterización de la tendencia hacia la contingencia
 - 6.2.7 Relación entre las TPPB y la edad de los estudiantes del PBF
 - 6.2.8 Relación entre las TPPB y el nivel propedéutico de los estudiantes del PBF
 - 6.2.9 Relación entre las TPPB y el instituto educativo
 - 6.2.10 Relación entre las TPPB y las categorías argumentativas de la aleatoriedad y de estimación de la probabilidad
 - 6.2.11 Conclusiones en relación con las TPPB
- 6.3 Tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes del PMF
 - 6.3.1 Análisis de clusters de los estudiantes del PMF
 - 6.3.2 Análisis Discriminante de los estudiantes del PMF
 - 6.3.3 Caracterización de las TPPM
 - 6.3.3.1 Caracterización de la tendencia hacia el determinismo
 - 6.3.3.2 Caracterización de la tendencia hacia el personalismo
 - 6.3.3.3 Caracterización de la tendencia hacia la incertidumbre
 - 6.3.3.4 Caracterización de la tendencia hacia la contingencia
 - 6.3.4 Relación entre las TPPM y la edad de los estudiantes del PMF
 - 6.3.5 Relación entre las TPPM y el nivel propedéutico de los estudiantes del PMF
 - 6.3.6 Relación entre las TPPM y el instituto educativo

- 6.4 Entrevistas confirmatorias a los estudiantes del PBF y PMF
 - 6.4.1 Análisis a priori de las preguntas de las entrevistas
 - 6.4.2 Selección de los estudiantes entrevistados
- 6.5 Entrevistas confirmatorias a los estudiantes del PBF
- 6.6 Entrevistas confirmatorias a los estudiantes del PMF
- 6.7 Estudio comparativo de las TPPB y TPPM
 - 6.7.1 Reconocimiento de la aleatoriedad de los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.2 Reconocimiento de la aleatoriedad en función del contexto del suceso en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.3 Las argumentaciones de la aleatoriedad de los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.4 Las categorías argumentativas de la aleatoriedad en función del contexto del suceso en los estudiantes del PBF y del PMF.
 - 6.7.5 Análisis de la causalidad en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.5.1 Reconocimiento de la aleatoriedad desde la causalidad en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.5.2 No reconocimiento de la aleatoriedad desde la causalidad en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.6 Análisis de la multiplicidad en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.6.1 Reconocimiento de la aleatoriedad desde la Multiplicidad en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.6.2 No reconocimiento de la aleatoriedad desde la Multiplicidad en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.7 Análisis de la incertidumbre en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.7.1 Reconocimiento de la aleatoriedad desde la incertidumbre en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.7.2 No Reconocimiento de la aleatoriedad desde la incertidumbre en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.8 Análisis de la categoría subjetiva en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.8.1 Reconocimiento de la aleatoriedad desde la categoría subjetiva en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.8.2 No reconocimiento de la aleatoriedad desde la categoría subjetiva en los estudiantes del PBF y en el PMF
 - 6.7.9 Análisis de las categorías argumentativas de la aleatoriedad en relación con el contexto del suceso en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.10 Conclusiones sobre el reconocimiento de la aleatoriedad
 - 6.7.11 Estudio Comparativo de la dimensión probabilidad entre los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.12 Análisis Comparativo de las tendencias de pensamiento probabilístico en los estudiantes del PBF y del PMF
 - 6.7.13 Comparación con las tendencias de pensamiento probabilístico detectadas por Azcárate
 - 6.7.14 Comparación con las tendencias de pensamiento probabilístico detectadas por Cardeñoso
- 6.8 Conclusiones del capítulo 6

6.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo determinamos las tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes para profesor de biología (que en adelante llamaremos TPPB); y de los estudiantes para profesor de matemática (TPPM), ubicadas en distintos puntos de un gradiente que van desde lo simple a lo complejo. Lo que permitirá encontrar un modelo de pensamiento probabilístico para estos estudiantes. Posteriormente realizamos un análisis comparativo. En primer lugar comparamos las TPPB con las TPPM. En segundo lugar comparamos las tendencias encontradas por Azcárate (1995) entre los estudiantes de educación primaria, con las TPPB y con TPPM y en tercer lugar comparamos las tendencias de los profesores de educación primaria en activo, encontradas por Cardeñoso (2001), con las TPPB y TPPM.

6.2 TENDENCIAS DE PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO DE LOS ESTUDIANTES PARA PROFESOR DE BIOLOGÍA

Para reducir la complejidad del fenómeno que estamos estudiando, representada por un conjunto de trece variables: ALEA11, ALEA12, ALEA13, ALEA14, ALEA21, ALEA22, ALEA23, ALEA24, PRO5, PRO6, PRO7, PRO8 y PRO9; nos proponemos transformar estas variables por otras, que sean combinaciones de las anteriores y que determinen una estructura más simple del problema.

Para el logro de este objetivo aplicamos las técnicas estadísticas multivariantes: análisis de clusters y análisis discriminante; mediante el uso del software SPSS versión 17.

6.2.1 PRIMER ANÁLISIS DE CLUSTERS DE LOS ESTUDIANTES DEL PBF

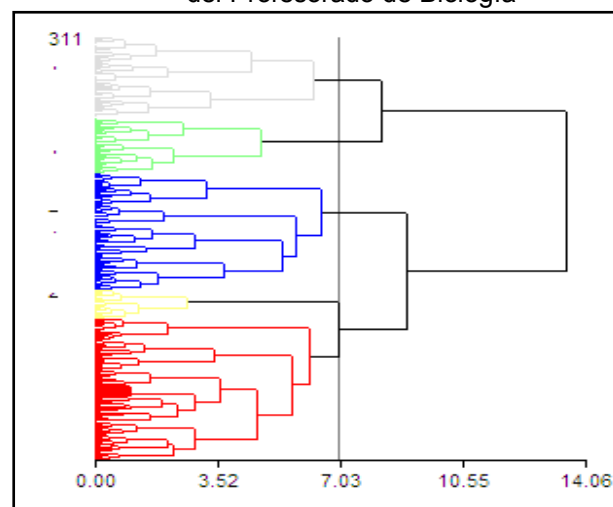
Comenzamos con la aplicación del análisis de clusters, también llamado análisis de conglomerado. Se trata de un método estadístico multivariante de clasificación a partir de una tabla de datos (casos-variables), que trata de situarlos en grupos homogéneos, no conocidos de antemano. Nuestro objetivo es encontrar concentraciones de datos (en nuestro caso de estudiantes), de manera tal que cada uno de los clusters sean homogéneos respecto de las variables consideradas; y por otra parte, cada grupo debe ser lo más diferente posible de los demás grupos. Para el análisis de nuestro problema de investigación consideramos dos dimensiones: aleatoriedad y probabilidad. A los efectos de la cuantificación de estas dimensiones,

hemos propuesto las siguientes variables: mencionadas en el apartado anterior, que han sido definidas en el capítulo 3.

En el análisis de clusters aplicamos un método jerárquico aglomerativo. En este método el agrupamiento se produce por un proceso iterativo que comienza siempre asumiendo que hay tantos clusters como sujetos y se finaliza con un solo cluster en el que están incluidos todos los sujetos. El problema es ahora, que hay que adoptar una regla para calcular la nueva matriz de distancias. Una vez establecida la regla, el proceso de agrupamiento comienza con la matriz de semejanzas y se agrupan los dos sujetos más semejantes entre sí, de manera que el número de clusters se reduce de 325 a 324, continua asignando los sujetos al cluster más cercano, hasta que sólo queda un cluster que los incluye a todos.

Como los datos son frecuencias la medida de semejanza que usaremos es el “coeficiente *phi-cuadrado*”. De los métodos jerárquicos aglomerativos hemos seleccionado el método de Ward. La característica de este método, es que no emplea las distancias entre clusters para realizar la agrupación, sino que trata de hacer mínima la variabilidad intracluster, esto hace que cada cluster sea lo más homogéneo posible. Es importante saber que cuando un sujeto ha sido asignado a un cluster ya no puede ser excluido del mismo. La determinación del número de clusters se realiza mediante el dendograma. Se traza la línea de corte en el 50% de la variabilidad total; quedando así determinada una línea, que por su ubicación nos permite tomar cinco o cuatro clusters (Fig. 6.1).

Figura 6.1 Dendograma de la clasificación de los estudiantes del Profesorado de Biología



Como la línea de corte no define claramente si debemos tomar cuatro o cinco clusters. Primero consideraremos cinco clusters y luego cuatro clusters; analizaremos los resultados de ambas clasificaciones y luego determinaremos cuál de las dos es la más apropiada.

Tabla 6.1 Clasificación de los 325 estudiantes en cinco grupos

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
1	45	13.8	13.8	13.8
2	100	30.8	30.8	44.6
3	90	27.7	27.7	72.3
4	87	26.8	26.8	99.1
5	3	.9	.9	100.0
Total	325	100.0	100.0	

Determinado el número de clusters, se recomienda realizar un segundo análisis con un método de partición, en nuestro caso seleccionamos el método de las K-Medias, como sugieren Catena, Ramos & Trujillo (2003). Este método requiere especificar de antemano el número de clusters, y otra diferencia con el método de Ward es que en cada iteración cada sujeto puede cambiar de cluster, de manera tal que al final del proceso de asignación y reasignación de casos, cada sujeto sea miembro del grupo cuyo centroide es más cercano.

6.2.2 PRIMER ANÁLISIS DISCRIMINANTE DE LOS ESTUDIANTES DEL PBF

Luego de aplicar el análisis de clusters es apropiado aplicar el análisis discriminante para confirmar la clasificación anterior.

El análisis discriminante es una técnica estadística multivariante cuyo objetivo fundamental es doble. En primer lugar, se analiza la existencia de diferencias entre un conjunto de grupos en los que se ha dividido la población, en relación con un conjunto de variables métricas. En este caso estamos en presencia del análisis discriminante descriptivo.

Si se encuentra que existen diferencias significativas entre las medias de las variables entre los grupos, entonces se determina a qué se deben estas diferencias. Para ello se determinan los procedimientos sistemáticos de clasificación de nuevas

observaciones de origen desconocido. En este caso estamos en presencia del análisis discriminante predictivo.

En nuestro caso tenemos que encontrar esta regla para realizar la clasificación lo más correctamente posible. Es decir, encontrar lo que se llama *función de clasificación lineal*. La variable a predecir, es la variable dependiente: “tendencia de pensamiento probabilístico” y los predictores son las variables independientes: ALEA11, ALEA123, ALEA13, ALEA14, ALEA21, ALEA22, ALEA23, ALEA24, PRO5, PRO6, PRO7, PRO8 y PRO9.

En primer lugar, determinaremos si los grupos difieren significativamente entre sí, considerando el conjunto de medidas que hemos tomado de los estudiantes. Cada grupo de estudiantes que define una tendencia de pensamiento, está representado por un vector cuyas componentes son las medias de las variables independientes, al que llamamos centroide. Lo que nos interesa es constatar si podemos rechazar o no la hipótesis nula que establece que los grupos no difieren entre sí (que sus medias son iguales). Como el valor $p < 0,05$ podemos rechazar la hipótesis nula. En este caso el estadístico de contraste es la Lambda de Wilks, mediante el cual se comparan los centroides (vectores de medias) de los distintos grupos. Para lo cual aplicamos el análisis de la varianza múltiple o MANOVA (Tabla 4 del Anexo 11). La salida computacional del SPSS nos informa que los centroides de los cinco grupos son significativamente diferentes.

En segundo lugar, nos interesa saber cuántas funciones discriminantes podemos construir y en cuántas de ellas se discrimina a unos grupos de otros. Cada combinación lineal de las variables predictoras es una función discriminante de la forma:

$$Y_{ij} = b_o + b_1 X_{i1} + b_2 X_{i2} + \dots + b_p X_{ip}$$

i representa al sujeto ; j representa a la función discriminante

Número de funciones discriminantes es el número mínimo del par ordenado:

(n° de grupos – 1; n° de variables predictoras). En nuestro caso: mín (4, 13)= 4

Los coeficientes de las funciones discriminantes, de manera tal que estos pesos maximicen la separación de los grupos, o sea la variabilidad entre los grupos; y que a su vez minimicen la variabilidad dentro de cada grupo.

Los coeficientes de las funciones sin estandarizar (Tabla 1 del Anexo 11) no nos informan sobre la importancia de cada variable en la función discriminante, puesto que las variables no están correlacionadas, por lo que no es posible saber la importancia de cada una. Los coeficientes estandarizados se refieren a los valores de las variables convertidas en puntuaciones Z, con media 0 y desviación estándar 1 se presentan en la Tabla 3 del Anexo 11.

En la Tabla 6.2 se observa que la primera función discriminante explica el 39,8% de la variabilidad del modelo, la segunda el 27,1%, la tercera el 20,7% y la cuarta el 12,4%, y los valores p del Lambda de Wilks son significativas, por lo tanto las cuatro funciones discriminan (Tabla 3 del Anexo 11).

En la tabla 6.2 se observa que los valores de la correlación canónica decrecen $0,860 > 0,812 > 0,772 > 0,685$, con lo que la primera función discrimina más que la segunda y así sucesivamente. Con los autovalores ocurre lo mismo $2,839 > 1,938 > 1,479 > 0,884$. La primera función es la que va a dar prácticamente la clasificación, aunque ya hemos visto que todas las funciones son significativas. Por otra parte, los valores del lambda de Wilks cuanto más cercanos a cero son, indican mayor poder discriminante. En este caso son: $0,019 < 0,073 < 0,214 < 0,531$, que nos indican que las funciones que tienen mayor poder discriminante son las dos primeras.

Tabla 6.2 Autovalores

Función	Autovalor	% de varianza	% acumulado	Correlación canónica
1	2.839 ^a	39.8	39.8	.860
2	1.938 ^a	27.1	66.9	.812
3	1.479 ^a	20.7	87.6	.772
4	.884 ^a	12.4	100.0	.685

Luego, en función de las variables independientes, se analiza si los grupos quedan suficientemente discriminados; y se determina cuáles son las variables que contribuyen más a discriminar entre los grupos que se han formado. Por este motivo lo que se hace es reducir las variables que mejor discriminan a unas pocas variables, llamadas “variables canónicas”. La correlación entre la función y las variables indican la contribución de la variable en la función discriminante. Estos coeficientes de correlación son congruentes con los coeficientes estandarizados. Así se determina la **matriz de estructura** de la Tabla 5 del Anexo 11; que se interpreta de la siguiente forma. Para función 1, las variables ALEA23 y ALEA22 están correlacionadas positivamente con ella; mientras que las variables ALEA 11 y ALEA 13 lo están en forma negativa. Esto significa que estudiantes con puntuaciones discriminantes positivas, dadas por esta función, tendrán una tendencia a usar por encima de la

media las categorías ALEA 22 y ALEA 23; y por debajo de la media las categorías ALEA 13 y ALEA 11. Lo contrario ocurre con estudiantes que tengan valores negativos de la función 1. De manera análoga, podemos decir que la función 2 está correlacionada positivamente con PRO 8 y negativamente con ALEA 14, ALEA 24, ALEA 21 y PRO 9. Por lo que valores negativos de estas funciones indican tendencia a usar las cuatro últimas categorías mencionadas; y valores positivos tendencia a usar la equiprobabilidad.

En relación con la función discriminante 3; está correlacionada negativamente con PRO 6 y PRO 7. Mientras que la función 4 está correlacionada positivamente con PRO 5 y negativamente con ALEA12. Los asteriscos indican cuales de las variables son las que mejor correlacionan con ella.

Las funciones en los centroides de los grupos de la Tabla 6 del Anexo 11 nos da una idea de cómo las funciones discriminan grupos. Si las medias de los cinco grupos en cada función son muy parecidas la función no discrimina grupos. Se observa que la discriminación es buena para las cuatro funciones como ya lo había asegurado el lambda de Wilks.

La clasificación de un sujeto en un grupo, puede hacerse con distintos procedimientos. Uno de esto procedimientos consiste en utilizar **probabilidades de pertenencia al grupo**. Un caso se clasifica en el grupo al que su pertenencia resulta más probable. El cálculo de probabilidad de pertenencia al grupo debe considerar las **probabilidades a priori** y aplicando el teorema de Bayes, calculamos la **probabilidad a posteriori**. Un caso será clasificado en el grupo cuya pertenencia cuenta con mayor probabilidad a posteriori.

Otro procedimiento seguido para asignar un sujeto a un grupo, se basa en las llamadas funciones de clasificación por grupos. Estas funciones (Tabla 7 del Anexo 11) dan valores más elevados cuanto mayor sea la proximidad del sujeto al grupo. Evaluando las puntuaciones obtenidas por un sujeto en cada una de las funciones de clasificación, podemos establecer a qué grupo podrá ser asignado.

Un tercer procedimiento consiste en clasificar una futura observación en el grupo cuyo centroide esté más cerca de la puntuación discriminante de la observación según la función discriminante considerada.

Los resultados de la clasificación o *matriz de confusión* (Tabla 8 del Anexo 11) muestra los casos en total que están correcta o incorrectamente clasificados. En nuestro caso el 96,9% de los casos han sido clasificados correctamente. La validación cruzada es un procedimiento recomendable consiste en calcular los coeficientes de las

funciones excluyendo uno por uno a todos los sujetos de la muestra. Es decir, como tenemos 325 sujetos, se calculan 325 conjuntos de coeficientes empleando sólo 324 sujetos en cada cómputo. La validación cruzada nos informa que han sido clasificados correctamente.

El mapa territorial (Figura 3 del ANEXO 11) representa los valores de las puntuaciones en las funciones discriminantes canónicas (en abscisas se sitúan las puntuaciones en la función 1 y en ordenadas las puntuaciones de la función 2). La región del grupo 1 está delimitada por números 1 en el mapa, la del grupo 2 por el número 2, y así sucesivamente.

6.2.3 CLASIFICACIÓN DE LOS ESTUDIANTES DEL PBF SEGÚN EL PRIMER ANÁLISIS DISCRIMINANTE

Si comparamos los resultados del análisis de clusters con los resultados del análisis discriminante, podemos concluir que:

- Para el grupo 1 formado por 45 estudiantes, el análisis discriminante considera clasificados correctamente al 97,8% (44) de los mismos, por lo que elimina a un sujeto pero incorpora dos sujetos más a este grupo, quedando constituido por 46 integrantes.
- Para el grupo 2 formado por 100 estudiantes, el análisis discriminante considera bien clasificados al 99% (99), elimina a un sujeto e incorpora 3 de otros grupos, quedando formado por 102 integrantes.
- Para el grupo 3 formado por 90 estudiantes, el análisis discriminantes considera bien clasificados al 95,6%(86) e incorpora 3 der otros grupos, quedando integrado por 89 estudiantes.
- Para el grupo 4 formado por 87 estudiantes, el análisis discriminante clasifica correctamente al 95,4% (83), elimina a 4 e incorpora 2 estudiantes quedando conformado por 85 estudiantes.
- Para el grupo 5 formado por 3 estudiantes, el análisis discriminante considera bien clasificados a los tres.

Las cinco tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes de biología se describen a continuación en orden de complejidad creciente.

6.2.4 CARACTERIZACIÓN GLOBAL DE LAS CINCO TENDENCIAS DE PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO DE LOS ESTUDIANTES DEL PBF

La distribución de los valores medios de las variables en cada grupo (Tabla 13 del ANEXO 11) nos permiten realizar una caracterización global de cada uno de los grupos.

El grupo 1 se caracteriza por negar la aleatoriedad desde la **Incertidumbre** y estimar la probabilidad desde la **Equiprobabilidad**. Mientras que el grupo 2 se destaca por reconocer la aleatoriedad desde la **Incertidumbre** y la **Causalidad**, la estimación de la probabilidad la hace desde la **Contingencia**. También en el grupo 3 el reconocimiento de la aleatoriedad se concreta desde la **Incertidumbre** y la **Causalidad**, pero estiman la probabilidad desde la **Equiprobabilidad**. Por otra parte, el grupo 4 reconoce la aleatoriedad desde las tres primeras categorías: **Incertidumbre**, **Multiplicidad** e **Incertidumbre**; y se destaca por negar la aleatoriedad desde la **Causalidad**, y estimar la probabilidad desde la **Laplaciana** y la **Contingencia**. Finalmente en el grupo 5 es destacable la negación de la aleatoriedad desde la **Causalidad**, y cuando la afirma usa la categoría **Subjetiva**, y estima la probabilidad fundamentalmente desde la **Experiencial**

6.2.4.1 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA EL DETERMINISMO

Este grupo está formado por 45(13,84%) estudiantes según el análisis de clusters; y por 46 estudiantes según el análisis discriminante, representa el 14,15% de los estudiantes encuestados. Es el cuarto grupo en importancia numérica. Es bastante heterogéneo respecto de la edad, y esta varía entre 17 y 47 años. Se destaca la poca presencia de alumnos de cuarto año, y la presencia de estudiantes del Instituto 4. Es el grupo que alcanza el menor reconocimiento de la aleatoriedad, en promedio el 31,34% de los estudiantes **no reconocen** los sucesos aleatorios; y argumentan desde las distintas categorías con valores superiores a la media, en primer lugar aplica la **Incertidumbre** (ALEA 23), en segundo lugar la **Causalidad** (ALEA 21) y también aplica la **Multiplicidad** (ALEA 22), siempre con valores superiores a la media. Cuando reconoce la aleatoriedad también lo hacen desde las mismas categorías. Por lo que podemos decir que tienen una concepción particular de la aleatoriedad. A pesar de la falta de reconocimiento de los sucesos aleatorios, esto no representa un impedimento para estimar la probabilidad. En particular, se apoyan en la **Equiprobabilidad** y la **Contingencia**, con valores superiores a la media. El 30,43% de los estudiantes de este grupo (14 de 46) han aprobado bioestadística. La falta de reconocimiento de la

aleatoriedad de los sucesos o fenómenos que se presentan en los distintos contextos, ha dado lugar a la denominación de este grupo.

6.2.4.2 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA EL PERSONALISMO

Es el grupo formado por 3 estudiantes según el análisis de clusters; y por tres estudiantes según el análisis discriminante, representa sólo el 0,92% de los estudiantes de biología que participaron del estudio. Al ser un grupo tan reducido no lo podemos considerar representativo de una determinada tipología de pensamiento probabilístico. En cuanto las edades varían entre 29 y 40 años. Estos estudiantes usan la categoría **Subjetiva** para afirmar y para negar la aleatoriedad. También niegan la aleatoriedad desde la causalidad. Para estimar la probabilidad se destaca el uso de la categoría **Experiencial**. Uno de los alumnos es de primer año, otro de segundo año y otro de tercer año. El 33,33% (1 de 3) ha aprobado Bioestadística.

La tabla 14 del Anexo 11 resume las características más relevantes de los cinco grupos. La primera columna indica la tipología de la tarea realizada por el estudiante, la segunda columna las argumentaciones características de dicha tarea, la tercera las categorías de uso máximo, la cuarta las categorías de uso promedio y la última las categorías de uso mínimo.

6.2.4.3 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA LA CAUSALIDAD

Este grupo está integrado por 87 (26,76%) estudiantes según el análisis de clusters; y por 85 (26,15%) según el análisis discriminante. La proporción de estudiantes de cada uno de los niveles académicos es aproximadamente el mismo en cada uno de los grupos. Se destaca la presencia de los estudiantes que tienen entre 23 y 28 años. La mayoría de los estudiantes de este grupo pertenecen al Instituto 11 y en segundo lugar al Instituto 4. Es el tercer grupo en el reconocimiento de la aleatoriedad (66,67%). Es el que hace mayor uso de la **Causalidad** para negar la aleatoriedad (ALEA 21); como así también se destaca el uso de la **Multiplicidad** en la afirmación de la aleatoriedad (ALEA 12) y la **Incertidumbre** (ALEA 13) con valores superiores a la media. En cuanto a la estimación de la probabilidad se prefiere usar la **Laplaciana y la Frecuencial** con valores superiores a la media. El 25,88% (22 de 85) han aprobado Bioestadística.

6.2.4.4 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA LA INCERTIDUMBRE

Es el segundo grupo en importancia numérica, está constituido por 89 estudiantes (27,38%) según el análisis discriminante; si bien el análisis de clusters había clasificado en este grupo a 90 estudiantes. Se destaca la presencia de estudiantes que tienen entre 35 y 40 años en primer lugar, seguidos por los que tienen entre 17 y 22 años. Es el grupo que más aglutina a los más jóvenes. Se destaca la presencia de estudiantes del Instituto 1 y del Instituto 13. Se caracteriza por ser uno de los dos grupos que logran el mayor reconocimiento de la **aleatoriedad** (83,15%); argumentando desde la **Incertidumbre** (ALEA 13), la **Multiplicidad** (ALEA 12) y la **Causalidad** (ALEA 11). Todas estas categorías aparecen con valores superiores a la media. Este grupo es uno de los dos grupos que más usa la incertidumbre, lo que motivó la denominación del grupo. En cuanto a la estimación de la probabilidad, se destaca por el uso de la **Equiprobabilidad** (53,18%). La proporción de estudiantes de cada uno de los niveles académicos es aproximadamente la misma. El 32,58% (29 de 89) han aprobado Bioestadística.

6.2.4.5 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA LA CONTINGENCIA

Es el grupo más numeroso, el análisis de clusters agrupó a 100 (30,76%) estudiantes; mientras que el análisis discriminante aglutina a 102 estudiantes, que representa al 31,38% del total de estudiantes encuestados. Se destaca la presencia de estudiantes que tienen entre 29 y 34 años, como así también los que tienen entre 41 y 47 años. Es el grupo que aglutina a los estudiantes de mayor edad y en particular son estudiantes de cuarto año. Es notable la presencia de estudiantes del Instituto 9-002 y en segundo lugar del Instituto 11. El 33,33% (34 de 102) han aprobado Bioestadística. Es uno de los dos grupos que logra el mayor reconocimiento de la aleatoriedad, en promedio el 82,35% de los estudiantes reconocen los fenómenos aleatorios. Cuando reconoce la aleatoriedad, usa fundamentalmente la **Incertidumbre** (ALEA 13), siendo este grupo el que más la aplica y en segundo lugar usa la **Causalidad** (ALEA 11); en ambos casos con valores superiores a la media. En la estimación de la probabilidad, es el grupo que más usa la **Contingencia y la Frecuencial**; de allí la denominación del grupo. También aplican la concepción **Laplaciana** con valores superiores a la media. Se destaca un uso mínimo de argumentaciones probabilísticas de tipo personalista. Esta tendencia viene a representar la situación conceptual más avanzada en relación a la estimación de la probabilidad. Sin embargo, es superado por el grupo Incertidumbre en el reconocimiento de la aleatoriedad.

6.2.4.6 RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD EN CADA UNA DE LAS TPPB

Para el logro de una caracterización idónea de los grupos, aplicamos el Test de Pearson entre las variables RA y TPPB, cuyos resultados se muestran en la Tabla 9 del Anexo 11; los que nos informan que existe una relación de dependencia entre el RA y TPPB. Sin embargo, este resultado no se observa en el ítem 14, para el cual el reconocimiento y las TPPB son independientes; esto se debe a que el ítem 14 ha sido el que alcanzó el menor RA, y entendemos que representó un verdadero conflicto para los estudiantes de biología.

Además, se aplicó el test de Pearson entre las categorías argumentativas de la aleatoriedad y las TPPB, encontrándose una relación de dependencia entre las mismas excepción de la categoría ALEA 11, como se puede observar en la Tabla 10 del Anexo 11. Este resultado indica que el uso de la causalidad en el RA es independiente de la TPPB, razón para afirmar que en general, los estudiantes de Biología hacen un uso extensivo de la causalidad en todas las TPPB. No podemos asegurar la existencia de un grupo fuertemente o débilmente causal.

6.2.4.7 RELACIÓN ENTRE LAS TPPB Y LAS CATEGORÍAS ARGUMENTATIVAS DE LA ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD

De la misma manera que en el punto anterior, el test de Pearson se aplicó a cada uno de los ítems relativos a la estimación de la probabilidad, y se comprobó la existencia de una relación de dependencia entre las categorías argumentativas que usan los estudiantes cuando estiman la probabilidad y las TPPB. Luego, podemos concluir que el tipo de argumento que empleen los estudiantes en la estimación de la probabilidad depende de la TPPB (Tabla 11 del Anexo 11).

6.2.4.8 RELACIÓN ENTRE LAS TPPB Y EL NIVEL PROPEDEÚTICO DE LOS ESTUDIANTES

Como nos interesa saber si la formación que están recibiendo los estudiantes influye en el desarrollo del pensamiento probabilístico, aplicamos el test de Pearson a las variables “nivel propedéutico del estudiante” y TPPB (Tabla 12 del Anexo 11). El resultado obtenido nos indica que, la enseñanza impartida en el profesorado de biología no está relacionada con la tendencia de pensamiento probabilístico, con un valor $p = 0,909$ ($\chi^2 = 6,146$). Sin embargo, se ha encontrado que la *tendencia hacia la Contingencia* es la que más aglutina estudiantes de tercer y cuarto año, seguido por la *tendencia hacia la Incertidumbre*, luego encontramos la *tendencia hacia la Causalidad* y finalmente la *tendencia al determinismo*.

Además, hemos analizado la relación entre “haber aprobado bioestadística” y las TPPB, encontrándose un valor $p=0,841$ ($\chi^2_{(6)}=1,417$); con lo que concluimos que las variables son independientes. Concluimos que, el hecho de haber estudiado una disciplina estadística, como la bioestadística no ha ejercido la influencia suficiente como para hacer evolucionar el pensamiento probabilístico de los estudiantes.

6.2.4.9 RELACIÓN ENTRE LAS TPPB Y EL INSTITUTO EDUCATIVO

Por otra parte, nos interesa saber si la enseñanza que se está impartiendo en los diferentes institutos educativos está relacionada con la tipología de pensamiento probabilístico de sus estudiantes. El test de Pearson aplicado a las variables “Instituto al que pertenece el estudiante” y TPPB, nos permitió obtener el valor $p=0,006$ ($\chi^2_{(6)}=33,464$); es decir que, que la enseñanza llevada a cabo en cada instituto incide en el tipo de pensamiento de los estudiantes. Así, encontramos que en la *tendencia Determinista* se destaca la presencia de estudiantes del Instituto 1; la *tendencia al Personalismo* está conformado por dos estudiantes del Instituto 2 y un estudiante del Instituto 13; mientras que en la *tendencia hacia la Causalidad* por estudiantes del Instituto 4 y del Instituto 11; en cambio en la *tendencia hacia la Incertidumbre* está conformada por estudiantes del Instituto 1 y del Instituto 13; y en la *tendencia hacia la contingencia* encontramos estudiantes del Instituto 2. Esta dependencia entre el grupo de pertenencia y el instituto al que pertenece el estudiante tiene que ver con el tipo de formación que está ofreciendo el instituto.

6.2.4.10 CONCLUSIONES DEL PRIMER ANÁLISIS DE CLUSTERS Y DISCRIMINANTE DE LOS PBF

Las tendencias de pensamiento probabilístico detectadas se encuentran fuertemente relacionadas con:

- el reconocimiento de la aleatoriedad
- categorías argumentativas de la aleatoriedad, a excepción de la que argumenta el RA desde la causalidad
- las categorías argumentativas de la estimación de la probabilidad
- la institución en la que cursa la carrera el estudiante

Mientras que estas tendencias de pensamiento son independientes del nivel académico de los estudiantes y también de haber aprobado Bioestadística.

6.2.5 SEGUNDO ANÁLISIS DE CLUSTERS Y ANÁLISIS DISCRIMINANTE DE LOS ESTUDIANTES DEL PBF

Debido a que el grupo personalista está integrado únicamente por tres estudiantes y a que la línea de corte del dendograma de la Fig. 6.1 no define claramente si se deben tomar cuatro o cinco grupos; decidimos realizar un nuevo análisis de clusters y análisis discriminante a partir de la consideración de la existencia de cuatro grupos. El método de las K-Medias determinó la clasificación que se presenta en la Tabla 6.3.

Tabla 6.3 Número de casos en cada clusters

	1	128(39,38%)
Conglomerado	2	60(18,46%)
	3	132(40,62%)
	4	5(1,54%)
Total		325(100%)

En la Tabla 15 del Anexo 11 se muestran los resultados de los test para la igual de medias. Como los valores p son todos menores a 0,05, se concluye que los centroides de los cuatro grupos son significativamente diferentes.

Los coeficientes de las funciones discriminantes canónicas sin estandarizar se presentan en la Tabla 16 del Anexo 11, mientras que las estandarizadas se muestran en la Tabla 17 del Anexo 11.

Por otra parte, las funciones discriminantes en los centroides de los grupos se presentan en la Tabla 19 del Anexo 11.

En la Tabla 6.4 se observa que la primera función discriminante explica el 39,8% de la variabilidad del modelo, la segunda el 33,5% y la tercera el 26,7%. Los valores de la correlación canónica son $0,814 > 0,789 > 0,753$; indicando que la primera función discrimina más que las otras, la segunda más que la tercera. Con los autovalores ocurre lo mismo $1,959 > 1,647 > 1,313$. A su vez en la Tabla 15 del Anexo 11 aparecen los valores del estadístico lambda de Wilks con los valores p correspondientes, siendo los tres significativos, por lo que las tres funciones permiten discriminar a los estudiantes. Los valores del lambda de Wilks son:

0,055 < 0,163 < 0,432, indican que la primera función es la que mejor discrimina.

Tabla 6.4 Autovalores

Función	Autovalor	% de varianza	% acumulado	Correlación canónica
1	1.959 ^a	39.8	39.8	.814
2	1.647 ^a	33.5	73.3	.789
3	1.313 ^a	26.7	100.0	.753

La matriz de estructura de la Tabla 18 del Anexo 11 se interpreta de la siguiente forma. Para la función 1, la variable PRO8 está correlacionada positivamente, y las variables PRO 6 y ALEA 24 están correlacionadas negativamente con ella. Luego, estudiantes con puntuaciones positivas en esta función, tendrán tendencia a usar por encima de la media la categoría PRO8, y con puntuaciones negativas, indicarán tendencia a usar por encima de la media a las variables PRO 6 y ALEA 24. Además la segunda función está correlacionada positivamente con ALEA 11 y ALEA 13, y correlacionada negativamente con ALEA 23, ALEA 22 y ALEA 21. Finalmente, la tercera función está correlacionada positivamente con ALEA 14, y negativamente con ALEA 12, PRO 7 y PRO 5. La Tabla 20 del Anexo 11 muestra las funciones de clasificación por grupos. Estas funciones dan valores más elevados cuando mayor sea la proximidad del sujeto al grupo. Para clasificar a un nuevo sujeto se evalúan las puntuaciones obtenidas por el sujeto en cada una de las funciones de clasificación, la que de mayor valor indica el grupo al que pertenece el sujeto.

La matriz de confusión se presenta en la Tabla 21 del Anexo 11, la que indica de manera global que el 93,8% de los estudiantes han sido clasificados correctamente. El análisis de clusters aglutinó a 128 estudiantes en el grupo 1, de los cuales el 97,7% está bien clasificado según nos informa el análisis discriminante, eliminando tres e incorporando ocho de otros grupos, quedando conformado por 133 estudiantes. El grupo 2 está formado por 60 estudiantes, de los cuales el análisis discriminante informa que el 78,3% ha sido bien clasificado, elimina a trece e incorpora a un estudiante quedando conformado por 48 estudiantes. El grupo 3 está conformado por 132 estudiantes, de los cuales el 80% ha sido bien clasificado, el análisis de clusters elimina a un estudiante, quedando conformado por cuatro.

Para clasificar estudiantes se puede usar el mapa territorial, se observan las puntuaciones del estudiante en las funciones discriminantes consideradas y se determina a qué grupo corresponde, la región del mapa territorial en que se sitúa el punto cuyas coordenadas son precisamente las puntuaciones discriminantes (Figura 5 del Anexo 11). Estos grupos quedan definidos mediante los valores medios que las variables independientes que toman en cada uno de ellos (Tabla 6.6). Son

precisamente estas medidas las que caracterizan al grupo y determinan la denominación del mismo.

Tabla 6.5 - Clasificación de los estudiantes según el análisis de clusters y del análisis discriminante

Grupo	Análisis de clusters	Análisis discriminante
Determinista	60 (39,38%) estudiantes	48 estudiantes (14,77%)
Personalista	5 (1,54%) estudiantes	4 estudiantes (1,23%)
Incertidumbre	128 (39,38%) estudiantes	133 estudiantes (40,92%)
Contingente	132 (40,62%) estudiantes	140 estudiantes (43,08%)

Tabla 6.6 - Valores medios de las trece variables independientes en los 4 grupos en Biología

Categorías	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	media
ALEA 11	2,57	1,43	2,47	3,40	2,33
ALEA 12	2,14	1,22	2,11	0,40	1,93
ALEA 13	5,59	1,80	2,99	3,00	3,80
ALEA 14	0,02	0,07	0,05	1,20	0,06
ALEA 21	0,91	2,25	1,99	2,00	1,61
ALEA 22	0,17	1,55	0,45	0,00	0,54
ALEA 23	0,32	3,12	0,67	0,20	0,98
ALEA 24	0,09	0,07	0,14	0,60	0,12
PRO 5	2,96	3,03	3,70	1,40	3,25
PRO 6	1,43	1,68	2,86	1,00	2,05
PRO 7	1,91	1,43	2,35	1,20	1,99
PRO 8	5,34	5,30	1,83	1,00	3,84
PRO 9	0,24	0,17	0,20	6,20	0,30

Grupo 1: Incertidumbre; Grupo 2: Determinista; Grupo 3: Contingente; Grupo 4: Personalista

6.2.6 CARACTERIZACIÓN DE LAS CUATRO TENDENCIAS DE LOS ESTUDIANTES DE LOS ESTUDIANTES DEL PBF

A continuación describimos las cuatro grupos a partir de las siguientes consideraciones: argumentación característica, categoría de uso máximo, categoría de uso según promedio y categoría de uso mínimo; y los presentamos en orden de complejidad creciente.

6.2.6.1 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA EL DETERMINISMO

Este grupo está integrado por 60 (18,46%) según el análisis de clusters; y por el 14,77% (48) de los estudiantes según el análisis discriminante. Es el tercer grupo en importancia numérica. El 78,3 % de los estudiantes fueron clasificados correctamente por el análisis de clusters. Es el que logra el menor reconocimiento de la aleatoriedad, aproximadamente cada estudiante reconoce cuatro ítems como aleatorios, en promedio; y el 37,63% de los estudiantes reconoce la aleatoriedad por ítem. En este grupo encontramos los valores máximos para la negación de la aleatoriedad desde la **Causalidad** (ALEA 21), la **Multiplicidad** (ALEA 22) y la **Incertidumbre** (ALEA 23), lo que nos lleva a identificarlo como el más determinista de los grupos. Sin embargo, en este sentido son los que menos argumentan desde la subjetividad (ALEA 24), cuestión que suele coincidir con la pericia matemática de los sujetos y su apropiación de los modelos deterministas escolares. Se destaca la presencia de los valores mínimos para las categorías (ALEA 11 y ALEA 12). Así, también manifiestan un uso máximo de la **Equiprobabilidad** en la estimación de la probabilidad (PRO 8) y el valor mínimo de la **Experiencial** (PRO 9), siendo la Contingencia la única categoría en la estimación de la probabilidad que es ligeramente inferior al valor medio. Un representante de este grupo es el estudiante 171, quien ha contestado algunos ítems de la siguiente forma:

Ítem 14: *“Que me guste la película que voy a ver el próximo sábado en Cinemak, es un suceso no aleatorio porque leo las críticas antes de comprar la entrada”*. Argumenta la no aleatoriedad desde *la causalidad*.

Ítem 20: *“Creo que germine una semilla plantada es un fenómeno no aleatorio porque sé las condiciones que tengo que ofrecerle para que germine”*. Argumenta desde *la causalidad*.

Ítem 23: *“Contraer la gripe el mes que viene es un fenómeno no aleatorio porque sé las cosas que tengo que evitar y aquellas que debo hacer para que no ocurra”*. Argumenta desde la *causalidad*.

6.2.6.2 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA EL PERSONALISMO

Es el grupo más reducido, integrado por 5 (1,54%) estudiantes según el análisis de clusters; y por cuatro estudiantes según el análisis discriminante, que representan al 1,23% de la población. El 80 % de los estudiantes de este grupo fueron clasificados correctamente por el análisis de clusters. Ocupa el segundo lugar en el reconocimiento de la aleatoriedad conjuntamente con el grupo Contingencia. Es decir, cada estudiante reconoce, en promedio, como aleatorios entre siete y ocho ítems; y el 66,66% de los estudiantes reconocen la aleatoriedad por ítem. Cuando afirma la aleatoriedad lo hace desde la **Causalidad** (ALEA 11) y desde la categoría **Subjetiva** (ALEA 14) con valores máximos. Cuando niega la aleatoriedad, también lo hace desde la **Causalidad** y desde la **Subjetividad** con valores máximos (ALEA 21, ALEA 24). Las categorías argumentativas de la estimación de la probabilidad alcanzan en este grupo los valores mínimos (PRO 5, PRO 6, PRO 7 y PRO 8), a excepción de la categoría **Experiencial** (PRO 9) que emerge con un valor máximo que sorprende. Esta tendencia se caracteriza por hacer uso de sus creencias y de sus experiencias de vida, que le permiten identificar y justificar la naturaleza de los fenómenos. Estaríamos ante un indeterminismo incipiente de corte experiencial.

Un representante de este grupo es el estudiante 310, y ha contestado de la siguiente forma:

Ítem 5: Reconoce el suceso como aleatorio y argumenta desde la categoría *subjetiva* al decir: *“Sufrir un accidente es un fenómeno aleatorio porque según mi opinión es el destino de cada uno”*

Ítem 9: *“La confianza que tengo en conocer una persona famosa el mes que viene, es baja porque no visito los lugares a donde asisten los famosos”*. Argumenta desde la categoría *experiencial*.

6.2.6.3 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA EL INDETERMINISMO

Este es el segundo grupo en importancia numérica, está integrado por 128 (39,38%) estudiantes según el análisis de clusters; y representa al 40,92% (133) de los estudiantes según el análisis discriminante; es decir que el 97,7% de los estudiantes fueron clasificados correctamente por el análisis de clusters. Es el que logra el mayor reconocimiento de la aleatoriedad, en promedio cada estudiante afirma la aleatoriedad de aproximadamente diez de los doce ítems propuestos; y el 86,07% de los estudiantes reconoce la aleatoriedad por ítem. Esta afirmación la hace fundamentalmente basándose en la **Incertidumbre** (ALEA 13), ya que esta variable alcanza el valor máximo en este grupo. También estos estudiantes argumentan desde la **Causalidad** (ALEA 11) y desde la **Multiplicidad** (ALEA 12) con valores superiores a las medias correspondientes de las variables. Cabe destacar que la afirmación de la aleatoriedad desde la categoría **Subjetiva** (ALEA 14) tiene poca presencia, alcanza el valor mínimo en este grupo. Cuando niegan la aleatoriedad lo hacen desde la causalidad (ALEA 21), la multiplicidad (ALEA 22) y desde la incertidumbre (ALEA23) con valores mínimos en relación con los grupos: determinista y contingencia.

Cuando deben estimar la probabilidad se basa en la **Equiprobabilidad** (PRO 8), categoría que alcanza el máximo valor en este grupo y que es aplicada en más de la mitad de los ítems, cuestión que es coherente con su caracterización como indeterminista incipiente. Los estudiantes que muestran este sesgo consideran que el resultado del experimento “depende del azar” y en consecuencia todos los resultados son equiprobables. En realidad representa la extensión indebida de la regla de Laplace y la no discriminación de las situaciones en las que es o no es aplicable el principio de indiferencia. Mientras que el resto de las argumentaciones se basan en: Contingencia (PRO 5), Laplaciana (PRO 6), Frecuencial (PRO 7) y Experiencial (PRO 9) con valores inferiores a los valores medios. Por lo expresado, podemos concluir que representan al grupo de indeterministas ingenuos porque reconocen el carácter incierto de las situaciones pero sin poder abordarlas.

En conclusión, este grupo de profesores en formación reflejan características propias de un conocimiento probabilístico de naturaleza fundamentalmente intuitiva, cercano a un conocimiento cotidiano del mundo de la incertidumbre.

Un representante de este grupo es la estudiante 136, quien reconoce la aleatoriedad de algunos sucesos de la siguiente forma:

Ítem 3: *“Predecir la cantidad de caras que se obtienen en 100 lanzamientos de una moneda es un suceso aleatorio porque puede salir cara o cruz cada vez que se lance la moneda”*

Ítem 5: *“Sufrir un accidente es un fenómeno aleatorio porque yo no sé cuando puedo sufrir un accidente”*

Ítem 7: *“Obtener el número 23 en la ruleta de 36 números es un suceso aleatorio porque puede caer en el número 23 o como puede que no caiga”*

En relación con la estimación de la probabilidad lo hace de la siguiente forma:

Ítem 10: *“Tengo una confianza media en sacar una ficha negra, a lo largo de toda una tarde de juego, de una caja que contiene 29 fichas negras y 16 amarillas, porque puede que salga o que no salga”*

En este caso argumenta desde la *equiprobabilidad*.

6.2.6.4 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA LA CONTINGENCIA

Es el grupo más numeroso, está integrado 132 (40,62%) estudiantes según el análisis de clusters, y representa al 43,08% (140) de los estudiantes de acuerdo al análisis discriminante. El 97,7 % de los estudiantes de este grupo fueron clasificados correctamente por el análisis de clusters. Un estudiante de este grupo reconoce como aleatorios, en promedio, aproximadamente entre 7 y 8 ítems de los doce; por lo que ocupa el segundo lugar en el reconocimiento de la aleatoriedad; y el 63,45% de los estudiantes reconoce la aleatoriedad por ítem. Cuando argumentan la aleatoriedad lo hacen fundamentalmente desde la **Multiplicidad** (ALEA 12) y desde la **Causalidad** (ALEA 11) con valores que superan a las respectivas medias poblacionales. Pero más que las anteriores argumentaciones, aplica la categoría de incertidumbre (ALEA 13), pese a usarla con un valor inferior a la media. Cuando recurre a la categoría Subjetiva (ALEA 14) lo hace con un valor aproximadamente igual a la media. La negación de la aleatoriedad la basa fundamentalmente en la Causalidad (ALEA 21) con un valor superior a la media y desde su propia subjetividad (ALEA 24) superando ligeramente a la media. En la estimación de la probabilidad, se destaca la presencia de la Contingencia (PRO 5) con un valor máximo, que ha permitido darle esta denominación, sobre todo entendiendo el uso de la multiplicidad del fenómeno que

posee, tan imprescindible para un sujeto que estima la probabilidad desde el establecimiento de las relaciones aditivas entre los casos favorables y desfavorables a la ocurrencia de un suceso. También usa la categoría **Laplaciana** (PRO 6) y la **Frecuencial** (PRO 7) con valores superiores a las medias poblacionales, cuestión esperable pues este tipo de sujeto suele presentar un buen desempeño del cálculo. Se destaca la ausencia de categorías argumentativas desde la Experiencial (PRO 9).

Un representante de este grupo es el estudiante 91 y responde de la siguiente forma:

Ítem 3: *“El número de caras que se obtienen en los 100 lanzamientos de una moneda es un suceso aleatorio porque puede variar cada vez que lo repitamos”*. Argumenta la aleatoriedad desde la *multiplicidad*.

Ítem 6: *“Tengo un nivel de confianza medio que amanezca frío el 14 de Octubre porque en Octubre hay menos días fríos que templados”*. Argumenta la estimación de la probabilidad desde la *contingencia*.

Ítem 10: *“Si en una mesa de juego se dispone de una caja de fichas, que contiene 29 fichas negras y 16 fichas amarillas; la confianza que tengo en que salga una ficha negra, a lo largo de toda una tarde de juego es alta porque hay más fichas negras que amarillas”*. Argumenta la estimación de la probabilidad desde la *contingencia*.

Ítem 11: *“La confianza que tengo en sacar una bola roja de una urna que contiene 5 bolas blancas, 5 rojas y 1 azul, es media porque son 6 bolas en contra de 5 buenas”*. Argumenta la estimación de la probabilidad desde la *contingencia*.

6.2.7 RELACIÓN ENTRE LAS TPPB Y LA EDAD DE LOS ESTUDIANTES DEL PBF

Consideramos apropiado analizar la relación entre las TPPF y la edad, pensamos que puede existir una relación entre la tendencia de pensamiento probabilístico y la edad. El test de independencia de Pearson nos informa con un valor del estadístico $\chi^2 = 15,846$, g.l.=15, valor p= 0,392 que existe independencia entre la edad y la TPPB (Tabla 22 y 23 del Anexo 11). Es decir que, cada una de las TPPB incluye a estudiantes de distintas edades.

6.2.8 RELACIÓN ENTRE LAS TPPB Y NIVEL PROPEDEÚTICO DE LOS ESTUDIANTES DEL PBF

La distribución de los estudiantes según el nivel propedeútico en cada una de las tendencias de pensamiento se muestra en la Tabla 24 y 25 del Anexo 11. Se puede observar que hay dos grupos mayoritarios: Incertidumbre y Contingencia, que aglutinan a estudiantes de los diferentes niveles; ocurriendo lo mismo con el Determinista, mientras que el Personalista no concentra estudiantes de cuarto año. Por este motivo no se encuentra asociación entre la tendencia de pensamiento probabilístico y el nivel propedeútico con un valor $p=0,385$ (Tabla 27 del Anexo 11).

6.2.9 RELACIÓN ENTRE LAS TPPB Y EL INSTITUTO EDUCATIVO

Con un valor $p=0,034$ el Test de Pearson muestra que existe asociación entre la tendencia de pensamiento probabilístico y la institución educativa (Tabla 27 del Anexo 11).

La distribución de las cuatro tendencias de pensamiento probabilístico en los cinco institutos de formación docente se muestran en la Tabla 26 del Anexo 11.

Se observa que la tendencia Incertidumbre, que concentra a la mayor cantidad de estudiantes, cuenta fundamentalmente con la presencia de estudiantes de los institutos 1, 2, 11 y 13; mientras que la tendencia Determinista está conformada por estudiantes del instituto 1, 4 y 13. Finalmente la tendencia Contingencia aglutina al instituto 2, 4 y 11. Por lo que podemos concluir que la formación del Profesorado está influyendo en las tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes.

6.2.10 RELACIÓN DE LAS TPPB Y LAS CATEGORÍAS ARGUMENTATIVAS DE LA ALEATORIEDAD Y DE LA ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD

Los resultados del Test de Pearson aplicado a las TPPB y al RA indican que existe una relación de dependencia entre el reconocimiento de la aleatoriedad y las tendencias de pensamiento probabilístico, con un valor del estadístico $\chi^2 = 223,534$, con g.l.=36 y valor $p < 0,001$. De la misma forma las tendencias de pensamiento probabilístico dependen de las categorías argumentativas de la aleatoriedad con un valor $p < 0,001$ (Tabla 28 del Anexo 11). Ocurre lo mismo con las categorías argumentativas de la probabilidad (Tabla 29 del Anexo 11).

6.2.11 CONCLUSIONES EN RELACIÓN CON LAS TPPB

Consideramos que la clasificación de los PBF en cuatro grupos es más idónea que la realizada en cinco grupos. Debido a que cuando se consideran únicamente cuatro TPPB, hemos encontrado una total relación de dependencia entre las TPPB y las categorías argumentativas de la aleatoriedad y de la probabilidad; cuestión que no se presentaba al considerar los cinco grupos, en cuyo caso la categoría ALEA 11 resultaba independiente de las TPPB.

Globalmente se entiende que los estudiantes para profesor presentan un aceptable nivel de reconocimiento de la aleatoriedad alcanzando un valor promedio de 8 ítems por estudiante. Sin embargo, hemos detectado la presencia de aproximadamente un 15% de estudiantes que conforman el grupo determinista, lo que es preocupante ya que este tipo de pensamiento no deja espacio para el reconocimiento de la variación propia de los fenómenos aleatorios que son tan importantes en biología.

En oposición al grupo determinista aparece el grupo incertidumbre, que logra un mayor reconocimiento de la aleatoriedad, representa a menos de la mitad de los estudiantes, con un porcentaje que está por debajo de lo esperado; el que hace un uso elevado de la equiprobabilidad, situación que expresa un indeterminismo incipiente, porque no logra fundamentar sus decisiones desde una perspectiva más compleja; lo que indica que no han alcanzado el nivel cognitivo que les permita interpretar los fundamentos probabilísticos de los fenómenos fortuitos, que son tan necesarios para comprender algunas disciplinas de la biología, como la evolución, la genética y la ecología, en las que el azar juega un rol fundamental (Moreno y González, 2013).

Entre el grupo determinista y el grupo incertidumbre, se posicionan los otros dos grupos: contingencia y personalista. El grupo contingente es el más numeroso y supera ligeramente al grupo incertidumbre; si bien estima la probabilidad argumentando desde posiciones más cercanas a las formales, no logra un nivel en el reconocimiento de aleatoriedad que le permita utilizar una modelización indeterminista apropiada para la comprensión de los fenómenos aleatorios. En cuanto al grupo personalista, logra el mismo nivel que el grupo contingencia en relación con el reconocimiento de la aleatoriedad, pero difiere de éste en sus argumentaciones, basadas en sus creencias y en sus experiencias.

Los aspectos más débiles de los resultados detectados entre los estudiantes del PBF se refieren a la estimación de las probabilidades de sucesos aleatorios; basan

sus argumentos fundamentalmente, en los conocimientos obtenidos a partir de su propia experiencia; y además no logran reconocer el espacio muestral asociado a cada suceso. Por lo tanto, no perciben que no todos los espacios muestrales son equiprobables; lo que los lleva a argumentar en la mayoría de los casos, desde la equiprobabilidad; denotando una falta de conocimiento normativo en relación con el campo del conocimiento probabilístico.

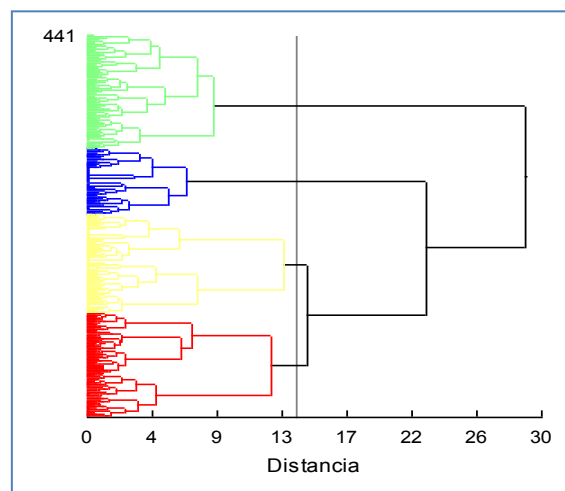
6.3 TENDENCIAS DE PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO DE LOS ESTUDIANTES DEL PMF

En este apartado analizamos las creencias y concepciones de los profesores de Matemática en formación (PMF), a los efectos de determinar una tipología de pensamiento probabilístico, expresada en tendencias de pensamiento, ubicadas en distintos puntos de un gradiente que van desde lo simple a lo complejo. Para lo que seguimos la misma metodología que en el caso del profesorado de Biología. Es decir, comenzamos realizando el análisis de clusters y el análisis discriminante.

6.3.1 ANÁLISIS DE CLUSTERS DE LOS ESTUDIANTES DEL PMF

Para agrupar a los estudiantes del PMF según sus tendencias de pensamiento probabilístico (TPPM), hemos aplicado el análisis de clusters, el método jerárquico de Ward, y la distancia empleada fue el coeficiente Phi, quedando definidos de esta manera cuatro clusters; determinados por la línea de corte trazada al considerar el 50% de la distancia máxima.

Figura 6.2 Dendograma de la clasificación de los estudiantes de Matemática



6.3.2 ANÁLISIS DISCRIMINANTE DE LOS ESTUDIANTESP DEL PMF

A partir de los grupos determinados por el análisis de clusters, aplicamos el análisis discriminante en busca de funciones discriminantes a partir de las variables independientes para clasificar a los estudiantes según las variables dependientes: tendencias de pensamiento probabilístico. El análisis discriminante nos informa que el análisis de clusters ha clasificado correctamente al 93,5% de los estudiantes del PMF.

La Tabla 31 del Anexo 11 muestra los resultados de las pruebas de igualdad de las medias de las variables independientes en los cuatro grupos discriminantes. Los valores p indican que se rechaza la igualdad de las medias. Luego, todas las variables independientes permiten discriminar a los estudiantes respecto de sus tendencias de pensamiento.

Los valores del lambda de Wilks (0,068; 0,217 y 0,568) y los valores p de los lambda de Wilks aseguran la significatividad de los ejes discriminantes (Tabla 34 del Anexo 11).

Se han determinado tres funciones discriminantes canónicas. Los coeficientes de estas funciones sin estandarizar aparecen en la Tabla 32 del Anexo 11. Los valores de las funciones discriminantes no estandarizadas evaluadas en los centroides se presentan en la Tabla 37 del Anexo 11, y estos valores nos dan una idea de cómo las funciones discriminan grupos, si las medias en los cuatro grupos son parecidas la función no discrimina grupos

Los coeficientes de las funciones discriminantes canónicas se han estandarizado, convertidas en puntuaciones Z; permiten informar sobre la importancia de cada variable en la función discriminante (Tabla 33 del Anexo 11). Las variables que contribuyen a cada una de las funciones se presentan en la matriz de estructura (Tabla 36 del Anexo 11).

La matriz de estructura se puede interpretar de la siguiente forma. Para la función 1, la variable ALEA 13 está correlacionada positivamente con ella; las variables ALEA 23 y ALEA 22 están correlacionadas negativamente con la función 1. Esto significa que puntuaciones positivas dadas por la función 1, tendrán una tendencia a usar por encima de la media las categorías ALEA 13; y por debajo de la media las categorías ALEA 23 y ALEA 22.

De manera análoga, la función 2 está correlacionada positivamente con la categoría PRO 8, y negativamente con ALEA 21, ALEA 24 y PRO 7. Mientras que la función 3 está correlacionada positivamente con ALEA 12, ALEA 11, PRO 5, PRO 6 y negativamente con ALEA 14 y PRO 9.

La Tabla 6.7 muestra que la primera función discriminante explica el 47,8% de la variabilidad del modelo; la segunda función el 35,5% y la tercera el 16,7%. En la misma tabla se observa que los valores de la correlación canónica decrecen $0.828 > 0.786 > 0.657$.

La matriz de clasificación desempeña un papel importante en la clasificación de nuevos sujetos. Esta matriz se muestra en la Tabla 38 del Anexo 11. Un procedimiento seguido para asignar un sujeto a un grupo, se basa en las funciones de clasificación. Estas funciones dan valores más elevados cuanto mayor sea la proximidad del sujeto al grupo. Evaluando las puntuaciones obtenidas por un sujeto en cada una de las funciones de clasificación, podemos establecer a qué grupo podrá ser asignado.

Tabla 6.7 Autovalores

Función	Autovalor	% de varianza	% acumulado	Correlación Canónica
1	2,178	47,8	47,8	0,828
2	1,614	35,5	83,3	0,786
3	0,760	16,7	100,0	0,657

La matriz de confusión (Tabla 39 del Anexo 11) indica los resultados de la clasificación. En este caso el análisis de clusters ha clasificado correctamente al 93,3% de los estudiantes.

Tabla 6.8 Clasificación de los estudiantes según el análisis de clusters y el análisis discriminante

Grupo	Análisis de clusters	Análisis discriminante
Determinista	140 (24,01%) estudiantes	139 (23,84%)estudiantes
Personalista	134 (22,98%) estudiantes	137 (23,50%) estudiantes
Incertidumbre	157 (26,25%) estudiantes	159 (27,27%) estudiantes
Contingencia	152 (26,07%) estudiantes	148 (25,39%) estudiantes

Para clasificar nuevos estudiantes se puede usar el mapa territorial, se observan las puntuaciones del estudiante en las funciones discriminantes consideradas (función 1 y función 2); se puede determinar a qué grupo corresponde. Las funciones discriminantes 1 y y la 2 nos proporcionan las coordenadas para cada estudiante, que puede ser representado en el mapa territorial; según sea la región del mapa territorial en que se sitúa el punto, nos indican el grupo al cual pertenece (Figura 6 del Anexo 11).

Estos grupos quedan definidos mediante los valores medios que las variables independientes toman en cada uno de ellos. Son precisamente estas medidas las que caracterizan al grupo y determinan la denominación del mismo (Tabla 6.8).

En la Tabla 40 del Anexo 11 muestra: argumentación característica, categoría de uso máximo, categoría de uso promedio y categoría de uso mínimo.

Tabla 6.8 Valores medios de las categorías en cada uno de los grupos determinados por el análisis de clusters en Matemática

Categorías	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	media
ALEA 11	1.98	2.40	1.08	1.47	1.76
ALEA 12	2.16	2.84	1.28	1.49	1.98
ALEA 13	5.90	4.52	3.24	1.71	1.98
ALEA 14	0.03	0.07	0.17	0.04	0.08
ALEA 21	0.76	1.02	3.36	1.91	1.70
ALEA 22	0.39	0.37	0.60	2.13	0.85
ALEA 23	0.51	0.34	0.58	2.74	1.02
ALEA 24	0.10	0.22	0.26	0.09	0.17
PRO 5	2.73	3.67	3.01	3.45	3.21
PRO 6	1.55	3.77	2.43	1.88	2.41
PRO 7	1.66	2.11	2.44	1.84	2.00
PRO 8	5.62	1.91	2.23	4.16	3.52
PRO 9	0.27	0.26	0.69	0.40	0.40

Grupo 1: Incertidumbre, Grupo 2: Contingencia, Grupo 3: Personalista, Grupo 4: Determinista

6.3.3 CARACTERIZACIÓN DE LAS TPPM

A continuación presentamos una caracterización de las tendencias de pensamiento probabilístico entre estudiantes de matemática en orden de complejidad creciente.

6.3.3.1 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA EL DETERMINISMO

Este grupo reúne a 140 (24,01%) estudiantes según el análisis de clusters; y al 23,84% de los estudiantes (139) según el análisis discriminante, concentra al 26% de los estudiantes de sexo femenino y al 18% de los de sexo masculino. En este grupo el análisis de clusters clasificó correctamente al 92,1%. Es el que logra el menor

reconocimiento de la aleatoriedad; cada estudiante, en promedio reconoce seis sucesos como aleatorios de los doce propuestos; y el 39,35% de los estudiantes reconoce la aleatoriedad por ítem. Este hecho fue el que motivó la denominación del grupo. Cuando niega la aleatoriedad lo hace desde la **Multiplicidad** (ALEA 22) y desde la **Incertidumbre** (ALEA 23), categorías que alcanzan valores máximos en este grupo; mientras que la **Subjetividad** (ALEA 24) alcanza el valor mínimo en este grupo. Cuando estima la probabilidad lo hace desde la **Contingencia** (PRO 5) y la **Equiprobabilidad** (PRO 8) con valores que superan a la media; mientras que la categoría **Experiencial** alcanza valores iguales a la media (PRO 9).

Un estudiante de este grupo es el alumno de primer S206, que responde a algunos ítems de la siguiente forma:

Ítem 20: *“Creo que germine una semilla plantada no es un fenómeno aleatorio porque a la semilla le pueden ocurrir muchas cosas, que se hiele, se la coman, o que germine”*. En esta situación no reconoce la aleatoriedad del fenómeno y argumenta desde la multiplicidad.

Ítem 23: *“Contraer la gripe el mes que viene no es un fenómeno aleatorio porque es imprevisible si me voy a contagiar o no”* En este caso no reconoce la aleatoriedad y argumenta desde la incertidumbre.

Evidentemente que este estudiante confunde *“sucesos aleatorios”* con *“sucesos no aleatorios”*

6.3.3.2 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA EL PERSONALISMO

Este grupo está integrado por 134 (22,98%) estudiantes según el análisis de clusters; y representa aproximadamente al 23,5% de los estudiantes (137) según el análisis discriminante; en este grupo el análisis de clusters clasificó correctamente al 91,8% de sus miembros; siendo el grupo menos numeroso y el que aglutina el mayor porcentaje de estudiantes del sexo masculino; en efecto, el 34% de los estudiantes varones encuestados pertenece a este grupo. Es el tercer grupo en el reconocimiento de la aleatoriedad; un estudiante de este grupo reconoce como aleatorios, en promedio, entre 6 y 7 sucesos de los doce sucesos propuestos; y el 50,24% de los estudiantes reconoce la aleatoriedad por ítem. Es este grupo el que más usa de la **Subjetividad** en la afirmación de la aleatoriedad (ALEA 14), alcanzando el valor máximo, si bien tiene mayor presencia la **Incertidumbre** (ALEA13) en el

reconocimiento de la aleatoriedad, pero el valor que alcanza es inferior a la media. Mientras que la **Causalidad** (ALEA 11) y la **Multiplicidad** (ALEA 12) alcanzan valores mínimos en este grupo. Cuando niega la aleatoriedad, argumenta desde la **Causalidad** (ALEA 21) y desde la **Subjetividad** (ALEA 24); categorías que alcanzan valores máximos en este grupo. Mientras que, cuando estiman la probabilidad lo hacen desde las categorías **Frecuencial** (PRO7) y **Experiencial** (PRO 9) con valores máximos en este grupo. Este grupo representa una tendencia que dependen del sentido heurístico, como síntesis de su experiencia personal para poder tomar decisiones y argumentarlas. Como afirma Cardeñoso (2001) estaríamos en presencia de un indeterminismo incipiente de corte experiencial.

Un estudiante de este grupo es el alumno S362, de cuarto año, que responde de la siguiente forma:

Ítem 23: *“Contraer la gripe el mes que viene es un fenómeno aleatorio porque yo nunca me enfermo, me pasa sólo una vez al año”*. En esta situación reconoce la aleatoriedad del fenómeno y argumenta mediante la categoría subjetiva.

Ítem 3: *“Predecir la cantidad de caras que se obtienen en 100 lanzamientos de una moneda es un suceso no aleatorio porque cuando el número de experimentos tiende al infinito, la probabilidad es de 0,5; en 100 lanzamientos me parece un número alto de sucesos para que esta ley se cumpla”* En este caso niega la aleatoriedad desde la categoría subjetiva; da la idea de que cuando se puede calcular la probabilidad el suceso ya no es aleatorio.

Ítem 1: *“Durante una tarde jugamos a lanzar dos dados legales y acordamos que gana quien acierta el resultado de sumar los números obtenidos. La confianza que tengo en ganar eligiendo el 7 para toda una tarde de juego, es alta porque cuando hago algo me gusta tener confianza en lo que estoy haciendo y siempre ir con mi mejor predisposición”*. Es claro que este estudiante argumenta desde su propia subjetividad.

Ítem 6: *“La confianza que tengo en que amanezca un día frío el 14 de Octubre, es baja porque en octubre hay menos posibilidad de que haga frío”*. En esta situación el estudiante argumenta desde la categoría frecuencial

6.3.3.3 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA LA INCERTIDUMBRE

Este grupo concentra a 157 estudiantes según el análisis de clusters, y representan a casi el 27,27% de los estudiantes encuestados (159) según el análisis discriminante. Este es el grupo mejor clasificado por el análisis de clusters, dado que lo hizo correctamente con el 96,8% de sus miembros. En este grupo encontramos al 30% de los estudiantes de sexo femenino. Los integrantes de este grupo son los que logran el mayor reconocimiento de la aleatoriedad; en promedio un estudiante de este grupo reconoce aproximadamente entre 9 y 10 ítems entre los 12 propuestos; y el 83,9% de los estudiantes reconoce la aleatoriedad por ítem. Fundamenta este reconocimiento desde la imprevisibilidad del suceso (ALEA 13), en promedio cada estudiante fundamenta la aleatoriedad desde la **Incetidumbre** en casi 6 ítems; superando ampliamente al valor medio que es de 3,92; esta es la causa que ha motivado la denominación del grupo. En segundo lugar, fundamenta desde la **Multiplicidad**, con un valor que supera al valor medio; es decir que, considera los posibles resultados distintos que pueden ocurrir ante el planteo del suceso. Pero no por esto, se descartan los argumentos **Causales** (ALEA 11), ya que la presencia de los mismos tienen cierta relevancia dado que superan al valor de la media, mientras que la categoría **Subjetiva** (ALEA 14) alcanza el valor mínimo en este grupo. En relación con la negación de la aleatoriedad, los valores que toman las distintas categorías son mínimos; en particular, la **Causalidad** (ALEA21) y la **Multiplicidad** (ALEA 22). En cuanto a la estimación de la probabilidad, la **Equiprobabilidad** (PRO 8) alcanza en este grupo el valor máximo, y supera ampliamente al valor de la media. Sin embargo, las categorías **Contingencia** (PRO 5), **Laplaciana** (PRO 6) y **Frecuencial** (PRO 7) alcanzan los valores mínimos en este grupo. Por lo expresado, podemos concluir que este grupo representa al indeterminismo ingenuo porque reconocen el carácter incierto de las situaciones pero no logran abordarlas. Por lo que reflejan características propias de conocimiento probabilístico de naturaleza fundamentalmente intuitiva, cercano a un conocimiento cotidiano del mundo de la incertidumbre.

Un estudiante de cuarto año S351, responde de la siguiente forma:

Ítem 13: *“Predecir el color de una bola que se extrae de una urna con bolas de distintos colores es un fenómeno aleatorio porque no puedo adivinar cuál va a salir”*. En este caso el estudiante argumenta desde la incertidumbre.

Ítem 4: *“Tengo una confianza media en que me toque algún regalo en una rifa, en la que participo con alguno de los 10.000 números vendidos para el viaje de estudios del*

colegio; porque es un suceso en el que interviene el azar, más allá de si mi confianza alta, baja o media, y más allá de si antes tuve suerte o no, o si vendí más números, porque el azar puede hacer que todos los premios los saque quien menos números vendió” Este estudiante argumenta la estimación de la probabilidad desde la equiprobabilidad.

6.3.3.4 CARACTERIZACIÓN DE LA TENDENCIA HACIA LA CONTINGENCIA

Está integrado por 152 (26,07%) estudiantes según el análisis de clusters, y representa al 25,39% de los estudiantes (148)según el análisis discriminante. Este grupo está integrado por el 92,1% de los estudiantes clasificados correctamente por el análisis de clusters. Cuenta con la presencia del 30% de todos los estudiantes de sexo masculino, y el 24% de los estudiantes de sexo femenino encuestados. Es el segundo grupo en relación al reconocimiento de la aleatoriedad; estos estudiantes reconocen en promedio 9 ítems como aleatorios de los 12 ítems presentados; y el 81,95% de los estudiantes reconoce la aleatoriedad por ítem. Se destacan la presencia de los argumentos basados en la **Multiplicidad** (ALEA 12), alcanzando el valor máximo en este grupo, ocurriendo exactamente lo mismo con la **Causalidad** (ALEA 11). Sin embargo, la categoría más usada es la **Incertidumbre** (ALEA 13), con un valor superior al valor medio. En cuanto a la negación de la aleatoriedad, las categorías **Multiplicidad** (ALEA 22) e **Incertidumbre** (ALEA 23) alcanzan los valores mínimos en este grupo. Cuando tienen que estimar la probabilidad, argumentan desde la contingencia (PRO 5) y la **Laplaciana** (PRO 6), categorías que alcanzan los valores máximos en este grupo. También, emplean la categoría **Frecuencial** (PRO 7) con un valor que supera ligeramente al valor medio; mientras que la categoría **Experiencial** (PRO 9) y la **Equiprobabilidad** (PRO 8) son las categorías que alcanzan los valores mínimos en este grupo. Esta tendencia de pensamiento es la de mayor nivel de complejidad. Reconoce el carácter aleatorio de las situaciones presentadas argumentando desde distintas categorías y logra una estimación de la probabilidad con argumentaciones que hacen referencia a una concepción objetiva de la probabilidad.

Un estudiante de este grupo es el alumno S146 de tercer año, que responde:

Ítem 13: *“Predecir el color de una bola que se extrae de una urna con bolas de distintos colores es un fenómeno aleatorio porque todas las bolas van a tener la misma probabilidad, va a depender de la cantidad de bolas que hay de cada color”*. Este estudiante reconoce la aleatoriedad y argumenta desde la multiplicidad.

Ítem 2: “Que nieve en el cerro Arco dentro de 30 días es un suceso aleatorio porque nevará o no, según las condiciones del tiempo que se den ese día”. En este caso el estudiante reconoce la aleatoriedad y argumenta desde la causalidad.

Ítem 11: “Tengo una confianza media en sacar una bola roja de una urna que contiene 5 bolas blancas, 5 rojas y 1 azul; porque el rojo tiene más probabilidad de salir que el azul e igual posibilidad que la blanca”. En esta situación el estudiante argumenta desde la contingencia.

Ítem 10: “En una mesa de juego se dispone de una caja de fichas, contiene 29 fichas negras y 16 amarillas. Tengo una confianza alta en que salga una ficha negra, a lo largo de toda una tarde de juego, porque hay mayor posibilidad considerando las proporciones 29/45 en relación a 16/45”. En este caso el estudiante argumente desde la categoría laplaciana.

6.3.4 RELACIÓN ENTRE LAS TPPM Y LA EDAD DE LOS ESTUDIANTES DEL PMF

El test de Pearson aplicado a las variables “edad del estudiante” y “tendencia de pensamiento probabilístico de los estudiantes del PMF”, arrojó un valor $\chi_{(12)}^2 = 13,715$ con un valor $p = 0,319$, por lo que concluimos que ambas variables son independientes. Sin embargo, si observamos la columna encabezada por la etiqueta “contingencia” podemos detectar un tendencia a aumentar el porcentaje de estudiantes que pertenecen al grupo a medida que aumenta la edad.

Tabla 6.10 Relación entre la edad y las TPPM

EDAD (años)	Incertidumbre	Contingencia	Personalista	Determinista	total
17 a 24	28,12 %	23,58 %	21,31 %	26,99 %	100%
25 a 32	25,22 %	28,69 %	20,87 %	25,22 %	100%
33 a 40	29,23 %	29,23 %	27,69 %	13,85 %	100%
41 a 48	19,35 %	32,26 %	32,26 %	16,13 %	100%
49 a 57	17,65 %	41,18 %	29,41 %	11,76 %	100%

6.3.5 RELACIÓN ENTRE LAS TPPM Y EL NIVEL PROPEDEÚTICO DE LOS ESTUDIANTES DEL PMF

Considerando las variables “nivel propedeútico del estudiante” y “tendencia de pensamiento de los estudiantes del PMF” (Tabla 6.11) los porcentajes de estudiantes de cada nivel académico que pertenecen a cada una de las tendencias de pensamiento. El test de Pearson arrojó el valor $\chi_{(9)}^2 = 13,736$ con un valor $p=0,132$, por lo que concluimos que las variables son independientes. Sin embargo, se observa que en el grupo contingencia hay una leve tendencia a aumentar el porcentaje de estudiantes que pertenece al grupo, en la medida en que aumenta el nivel académico.

Tabla 6.11 Tabla de contingencia del “nivel académico del estudiante” y “grupo de pertenencia del estudiante”

Nivel	Incertidumbre	Contingencia	Personalista	Determinista	total
Propedeútico					
1° año	33,33 %	21,95 %	21,14 %	23,58 %	100%
2° año	25,45 %	27,27 %	20,91 %	26,37 %	100%
3° año	23,02 %	28,78 %	29,55 %	24,46 %	100%
4° año	17,04 %	31,82 %	29,55 %	21,59 %	100%

6.3.6 RELACIÓN ENTRE LAS TPPM Y EL INSTITUTO EDUCATIVO

Consideramos las variables “Instituto Educativo” y “TPPM de los estudiantes del PMF”. En la que se muestran los porcentajes de estudiantes de cada institución educativa que pertenecen a cada una de las tendencias de pensamiento (Tabla 41 del Anexo 11). El Test de Pearson proporcionó el valor del estadístico $\chi_{(24)}^2 = 30,556$ con $p=0,167$. Este resultado nos informa de la ausencia de relación entre el Instituto en el que el estudiante realiza la carrera y la tendencia de pensamiento probabilístico.

6.4 ENTREVISTAS CONFIRMATORIAS A LOS PBF Y PMF

Con el fin de corroborar la clasificación de los estudiantes para profesor en cuatro grupos, que caracterizan las tendencias de pensamiento determinista (TPD), incertidumbre (TPI), personalista (TPP) y contingente (TPC); se llevaron a cabo entrevistas personales e individuales sin la presencia de otras personas, con cada

uno de los representantes de cada uno de los tres grupos mayoritarios detectados por el análisis de clusters y confirmados por el análisis discriminante.

Las entrevistas consistieron en seis preguntas, tres relativas al reconocimiento de la aleatoriedad de sucesos del contexto de juego, cotidiano y físico-natural; y otras tres preguntas relativas a la estimación de la probabilidad de los sucesos anteriores.

La entrevista consistió en las siguientes preguntas:

ÍTEM 1°) En una caja hay 75 sobres con \$100 cada uno, 150 sobres con \$50 cada uno y 275 con \$10 cada uno. Supongamos que ahora se extrae un sobre de esta caja; la pregunta es: *¿“el suceso extraer un sobre con \$100” es aleatorio ó no aleatorio?..... ¿por qué?.....*

ÍTEM 2°) Siguiendo con el experimento del punto anterior, si ahora consideras el suceso *“ganarme \$10 cuando extraiga un sobre de la caja”*; *¿la confianza que tienes en que esto ocurra es baja ó media ó alta?.....¿por qué?.....*

ÍTEM 3°) Si consideramos el suceso *“que el próximo viernes aumente la cotización del dólar oficial”*, *¿este suceso es aleatorio ó no aleatorio?.....¿por qué?.....*

ÍTEM 4°) En relación con el suceso del punto anterior; *“la confianza que tienes en que aumente el dólar el próximo viernes es baja ó media ó alta?.....¿ por qué?.....*

ÍTEM 5°) Si ahora consideramos el suceso *“que el 1 de enero de 2014 llueva”*; *¿este suceso es aleatorio ó no aleatorio?.....¿por qué?.....*

ÍTEM 6°) En relación con el suceso planteado en el ítem anterior; *¿la confianza que tienes en que ocurra este suceso es baja ó media ó alta?.....¿por qué?.....*

Las preguntas que se realizaron en las entrevistas a los estudiantes, se diseñaron de manera tal que contemplaran las características globales del cuestionario. Por este motivo, se plantearon tres preguntas relativas al reconocimiento de la aleatoriedad de sucesos del contexto de juego, cotidiano y físico-natural, a continuación se les pidió a los estudiantes que justificaran su respuesta, es decir que, argumentaran por qué eran aleatorios o por qué eran no aleatorios. La entrevista

continúa con preguntas acerca de la estimación de la probabilidad de los sucesos, en una escala cualitativa: baja, media y alta; y de la misma manera que en la situación anterior, se les solicita la argumentación de esta estimación.

Cada una de las entrevistas tuvo una duración aproximada de cuarenta minutos; y se llevó a cabo en la institución en donde el estudiante realiza sus estudios.

6.4.1 ANÁLISIS A PRIORI DE LAS PREGUNTAS DE LAS ENTREVISTAS

El suceso correspondiente a la primera pregunta, es un suceso del contexto de juego; el que se reconoce más fácilmente como aleatorio que los otros dos, y lo más frecuente es que se argumente desde la multiplicidad. En cuanto a la estimación de la probabilidad, se espera que el estudiante seleccione la cota “alta” y que argumente desde la contingencia, laplaciana ó frecuencial, dado que hay más billetes de diez pesos que de cincuenta y de cien pesos.

El suceso que se plantea en la tercera pregunta corresponde al contexto cotidiano, y está asociado a la vida del ciudadano argentino. La cotización del dólar es una función de términos deterministas más términos aleatorios, por lo tanto es aleatorio. Ocurre que algunas personas prestan atención a los términos deterministas e ignoran el término aleatorio, de allí que para algunos sea “no aleatorio”. En efecto, resulta imposible predecir si el dólar aumentará ó no su cotización el próximo viernes. En cuanto a la estimación de la probabilidad de este suceso es “baja”, porque actualmente el gobierno tiene interés en que no incremente su cotización, y ante cualquier sospecha de que esto ocurra, inmediatamente sale a vender dólares para estabilizar su precio, pero esto no implica seguridad respecto a variaciones en su cotización.

El suceso planteado en la quinta pregunta, corresponde al contexto físico-natural, es suceso aleatorio, dado que no se puede predecir si el 1 de enero de 2014 lloverá. En cuanto a la estimación de la probabilidad, podríamos decir que es “baja”, y se podría argumentar desde cualquiera de las categorías a excepción de la equiprobabilidad.

6.4.2 SELECCIÓN DE LOS ESTUDIANTES ENTREVISTADOS

Entre los estudiantes de Biología y de Matemática que completaron el cuestionario, se seleccionó un estudiante por cada grupo; excepto en Biología, donde no se seleccionó un representante del grupo personalista, debido a que estaba integrado únicamente por el 1,23% de del total de estudiantes que participaron en el estudio: En cada grupo se tuvieron en cuenta aquellos estudiantes que fueron confirmados en el mismo grupo por el análisis discriminante, es decir, se consideraron los estudiantes bien clasificados; y de estos se seleccionó el estudiante cuya distancia al centroide del cluster fuera mínima. De esta manera quedaron seleccionados los siguientes estudiantes de los dos profesorados. Los estudiantes de Biología fueron: S167(Silvina) del grupo Determinista; esta estudiante es la que se encuentra más cerca del centroide de su grupo, siendo su distancia de 2,531; S57(Joana) del grupo Incertidumbre, se encuentra del centroide a una distancia de 2,716 y S302 (Micaela) del grupo Contingencia, cuya distancia al centroide es de 1,89. Los estudiantes de Matemática seleccionados fueron: S457 (María Belén) del grupo Determinista, por ser la que se encuentra a menor distancia del centroide, siendo esta distancia de 2,094; S3120 (Cecilia) del grupo Incertidumbre, que se encuentra a una distancia de 2,001 del centroide, S85 (Walter) del grupo Personalista, ubicado a una distancia de 2,465 del centroide y S583 (Federico) del grupo Contingencia, a una distancia de 1,975.

6.5 ENTREVISTAS CONFIRMATORIAS A LOS ESTUDIANTES DEL PBF

Los estudiantes del Profesorado de Biología entrevistados fueron: Silvina del grupo determinista, Joana del grupo incertidumbre, y Micaela del grupo contingencia. A continuación detallamos las cuatro entrevistas:

ITEM 1°

Profesora: *Si en una caja hay 75 sobres con \$100 cada uno, 150 sobres con \$50 cada uno y 275 con \$10 cada uno. Supongamos que ahora extraes un sobre de esta caja; la pregunta es: ¿“el suceso extraer un sobre con \$100” es aleatorio ó no aleatorio?.....*

Silvina(TPD): *no es aleatorio*

Joana(TPI): *aleatorio*

Micaela(TPC): *aleatorio*

Profesora: *¿por qué?*

Silvina(TPD): *no es aleatorio porque hay más sobres con \$10 que sobres con \$100 (categoría de multiplicidad)*

Joana(TPI): *es aleatorio porque no sé lo que pudo sacar, puedo sacar cualquier sobre, puede ser un sobre con \$10 ó un sobre con \$50 ó un sobre con \$100 (categoría incertidumbre).*

Micaela(TPC): *es aleatorio porque hay una mayor cantidad de sobres de \$10 que de \$100 y de \$50. Es decir, que es menos probable sacar un sobre de \$100 que de cualquier otro (categoría multiplicidad).*

ITEM 2°

Profesora: *Siguiendo con el experimento del punto anterior, si ahora consideras el suceso “ganarme \$10 cuando extraiga un sobre de la caja”; ¿la confianza que tienes en que esto ocurra es: baja ó media ó alta?*

Silvina(TPD): *alta*

Joana(TPI): *alta*

Micaela(TPC): *alta*

Profesora: *¿por qué?*

Silvina(TPD): *la confianza que tengo es alta porque la cantidad de sobres de \$10 es mayor que la cantidad de sobres con \$50 y que la cantidad de sobres con \$100. (categoría de contingencia)*

Joana(TPI): *la confianza que tengo es alta porque hay más sobres con \$10 (categoría de contingencia)*

Micaela(TPC): *la confianza que tengo es alta porque hay más sobres de \$100 que de \$50 y que de \$100. (categoría de contingencia)*

ITEM 3°

Profesora: *Si consideramos el suceso “que el próximo viernes aumente la cotización del dólar oficial”, ¿este suceso es aleatorio ó no aleatorio?*

Silvina(TPD): *no aleatorio*

Joana(TPI): *aleatorio*

Micaela(TPC): *no aleatorio*

Profesora: *¿por qué?*

Silvina(TPD): *no es aleatorio porque la situación económica actual así lo sugiere; o sea que las variaciones que experimenta el precio del dólar nos hacen pensar que no es aleatorio.*(categoría causalidad)

Joana(TPI): *es aleatorio porque no sé qué va a ocurrir; puede aumentar o puede bajar.*
(categoría de incertidumbre)

Micaela(TPC): *no es aleatorio porque la cotización del dólar está controlada por la bolsa y por grandes inversionistas, la variación del precio del dólar es producida por acciones de los inversionistas* (categoría causalidad)

ITEM 4°

Profesora: *En relación con el suceso del punto anterior; “la confianza que tienes en que aumente el dólar el próximo viernes es baja ó media ó alta”*

Silvina(TPD): *media*

Joana(TPI): *media*

Micaela(TPC): *media*

Profesora: *¿por qué?*

Silvina(TPD): *la confianza que tengo es media porque la información periodística nos hace pensar que puede aumentar o no aumentar.*(categoría de equiprobabilidad)

Joana(TPI): *la confianza que tengo es media porque hay un 50% de posibilidades que aumente y otro 50% de posibilidades de que disminuya*(categoría de equiprobabilidad)

Juliana(TPC): *la confianza que tengo es alta porque la información periodística nos hace pensar que aumentará en los próximos días.* (categoría frecuencial)

Micaela(TPC): *la confianza que tengo en que aumente la cotización del dólar es media porque las variaciones que experimenta ocurren de manera gradual, puede aumentar y puede disminuir.*(categoría de equiprobabilidad)

ITEM 5°

Profesora: *Si ahora consideramos el suceso “que el 1 de enero de 2014 llueva”; ¿este suceso es aleatorio ó no aleatorio?*

Silvina(TPD): *no aleatorio*

Joana(TPI): *aleatorio*

Juliana(TPC): *aleatorio*

Micaela(TPC): *aleatorio*

Profesora: *¿por qué?*

Silvina(TPD): *no es aleatorio porque no se sabe que va a ocurrir, no se puede predecir con tanta anticipación un fenómeno climático.*(categoría de causalidad)

Joana(TPI): *es aleatorio porque no sé qué puede ocurrir, puede llover ó no llover.*
(categoría de incertidumbre)

Micaela(TPC): *es aleatorio porque no se puede controlar un fenómeno natural.*(categoría de causalidad)

ITEM 6°

Profesora: *En relación con el suceso del punto anterior; “la confianza que tienes en que el 1 de enero de 2014 llueva es baja ó media ó alta?.*

Silvina(TPD): *media*

Joana(TPI): *media*

Micaela(TPC): *baja*

Profesora: *¿por qué?*

Silvina(TPD): *la confianza que tengo es media porque la estación del año a la que corresponde ese día suele llover; podría decir que es un fenómeno que puede llegar a ocurrir porque pensando en años anteriores hubieron varias ocasiones en las que llovió el primer día del año.* (categoría frecuencial)

Joana(TPI): *la confianza que tengo es media porque hay un 50% de posibilidades que llueva y otro 50% de que no llueva ese día.* (categoría de equiprobabilidad)

Micaela(TPC): *la confianza que tengo es baja porque el medio experimenta variaciones permanentemente. Un pico de presión atmosférica produce corrientes de viento que hacen que varíe la temperatura y que llueva. Se necesita el conjunto de muchas condiciones simultáneas para que esto ocurra.* (categoría frecuencial)

Del análisis de las entrevistas podemos concluir lo siguiente:

Silvina, representante del grupo de tendencia de pensamiento *Determinista* cumple con las características más notables del mismo, cuando *no reconoce la aleatoriedad* de los sucesos, argumenta desde la *multiplicidad* en el contexto de *juego*, es decir que considera las distintas posibilidades en la ocurrencia del fenómeno, por lo que podríamos decir que tiene en cuenta el espacio muestral asociado; mientras que en el contexto *cotidiano* argumenta desde la *causalidad* y en el *físico-natural*, también argumenta desde la *causalidad*; en los dos últimos contextos no considera el espacio muestral asociado, sino que busca las causas que lo producen. En cuanto a la estimación de la probabilidad, las cotas que estima se corresponden con las esperadas, argumenta en el contexto de *juego* lo hace desde la *contingencia*, categoría consistente con la multiplicidad y el espacio muestral correspondiente; mientras que en el contexto *cotidiano* argumenta desde la *equiprobabilidad*, por lo que podríamos asegurar que es el contexto que ofrece mayores dificultades, y no logra asociarlo al espacio muestral, como así tampoco indaga acerca de las posibles causas que lo originan; y finalmente en el *físico-natural* lo hace desde la categoría *frecuencial*, basándose en informaciones asociadas al fenómeno y transfiriéndolas a la situación planteada.

Joana, representante del grupo de *tendencia de pensamiento incertidumbre*; ha reconocido todos los sucesos como *aleatorios* y ha argumentado desde la *incertidumbre*. En cuanto a la *estimación de la probabilidad* usa con mayor frecuencia la cota *media* lo que es coherente con su argumento preferido. la *equiprobabilidad*, salvo en el contexto de *juego*, en el que aplica la *contingencia*. Esta estudiante representa una tendencia de pensamiento más avanzada de Silvina, pero a la hora de estimar la probabilidad sus argumentos no son consistentes con los consensuados en la literatura específica.

Micaela, es representante del grupo de tendencia de pensamiento *contingencia*. Reconoce como *aleatorios* dos de los tres sucesos presentados; argumenta desde la *multiplicidad* en el contexto de juego, y desde la *causalidad* en el contexto cotidiano y en el físico-natural; categoría muy usada por los estudiantes del Profesorado de Biología. En cuanto a la *estimación de la probabilidad* argumenta desde la *contingencia* en el contexto de *juego* y desde la *frecuencial* en el contexto *cotidiano* y en el *físico-natural*. Lo que muestra una tendencia más evolucionada que las anteriores, debido a que el discurso de esta estudiante es un poco más consistentes con las ideas probabilísticas formales.

6.6 ENTREVISTAS CONFIRMATORIAS A LOS ESTUDIANTES DEL PMF

Los estudiantes entrevistados del Profesorado de Matemática fueron: Belén del grupo Determinista, Cecilia del Incertidumbre, Walter del Personalista y Federico del Contingencia. A continuación detallamos las entrevistas:

ITEM 1°

Profesora: *Si en una caja hay 75 sobres con \$100 cada uno, 150 sobres con \$50 cada uno y 275 con \$10 cada uno. Supongamos que ahora extraes un sobre de esta caja; la pregunta es: ¿“el suceso extraer un sobre con \$100” es aleatorio ó no aleatorio?.....*

Belén(TPD): *aleatorio*

Cecilia(TPI): *aleatorio*

Walter(TPP): *no aleatorio*

Federico(TPC): *aleatorio*

Profesora: *¿por qué?*

Belén(TPD): *es aleatorio porque puedo sacar cualquiera de los sobres.(categoría incertidumbre)*

Cecilia(TPI): *es aleatorio porque puede variar el resultado del contenido del sobre que se extraiga; puedo obtener cualquiera de los tres valores indicados.(categoría incertidumbre)*

Walter(TPP): *no es aleatorio porque puedo calcular la probabilidad de sacar un sobre de \$100.(categoría subjetiva)*

Federico(TPC): *es aleatorio porque no sé que sobre voy a sacar, hay distintas cantidades de sobres con \$10, \$50 y \$100.(categoría de multiplicidad)*

ITEM 2°

Profesora: *Siguiendo con el experimento del punto anterior, si ahora consideras el suceso “ganarme \$10 cuando extraiga un sobre de la caja”; ¿la confianza que tienes en que esto ocurra es: baja ó media ó alta?*

Belén(TPD): *alta*

Cecilia(TPI): *alta*

Walter(TPP): *alta*

Federico(TPC): *alta*

Profesora: *¿por qué?*

Belén(TPD): *la confianza que tengo es alta porque tengo más probabilidad de sacar un sobre de \$10 porque hay más sobres de \$10.(categoría contingencia)*

Cecilia(TPI): *la confianza que tengo es alta porque hay más sobres con \$ 10 que de los otros.(categoría contingencia).*

Walter(TPP): *la confianza que tengo es alta porque la probabilidad de sacar \$10 es mayor que la de sacar \$50 ó sacar \$100.(categoría personalista)*

Federico(TPC): *la confianza que tengo es alta porque hay más de la mitad de sobres con \$10 que sobres con \$50 y con \$100.(categoría contingencia)*

ITEM 3°

Profesora: *Si consideramos el suceso “que el próximo viernes aumente la cotización del dólar oficial”, ¿este suceso es aleatorio ó no aleatorio?*

Belén (TPD): *no aleatorio*

Cecilia(TPI): *aleatorio*

Walter(TPP): *no aleatorio*

Federico(TPC): *no aleatorio*

Profesora: *¿por qué?*

Belén(TPD): *no es aleatorio porque no se puede predecir si va a aumentar la cotización del dólar.(categoría de incertidumbre)*

Cecilia(TPI): *es aleatorio porque de acuerdo con las noticias periodísticas y de acuerdo al plan económico actual, éste varía diariamente.(categoría causalidad)*

Walter(TPP): *no es aleatorio porque existen razones definidas que determinan la cotización; además es consecuencia de hechos ocurridos como la oferta y la demanda.(categoría causalidad)*

Federico(TPC): *no es aleatorio desde el punto de vista de la realidad de nuestro país, porque hay seguridad que va a aumentar.(categoría causalidad)*

ITEM 4°

Profesora: *En relación con el suceso del punto anterior; “la confianza que tienes en que aumente el dólar el próximo viernes” es baja ó media ó alta?.*

Belén(TPD): *alta*

Cecilia(TPI): *alta*

Walter(TPP): *media*

Federico(TPC): *alta*

Profesora: *¿por qué?*

Belén(TPD): *la confianza que tengo es alta porque estoy segura que va a aumentar.(categoría personalista)*

Cecilia(TPI): *la confianza que tengo es alta porque en relación al gasto diario familiar que aumenta continuamente, la falsa información periodística, y además se ve reflejado en el hecho de que la importación y la exportación están detenida; todo nos hace pensar que va a subir.(categoría frecuencial)*

Walter(TPP): *la confianza que tengo es media porque el gobierno busca que se mantenga pero la realidad tiende a que suba; hay factores económicos que pueden hacer que suba.(categoría frecuencial)*

Federico(TPC): *la confianza que tengo en que aumente la cotización del dólar es alta porque tengo la seguridad que va a subir por la situación que actualmente se vive en el país y la información que dan los medios de comunicación.*(categoría frecuencial)

ITEM 5°

Profesora: *Si ahora consideramos el suceso “que el 1 de enero de 2014 llueva”; ¿este suceso es aleatorio ó no aleatorio?*

Belén(TPD): *no aleatorio*

Cecilia(TPI): *aleatorio*

Walter(TPP): *aleatorio*

Federico(TPC): *aleatorio*

Profesora: *¿por qué?*

Belén(TPD): *no es aleatorio porque existe una alta posibilidad de que llueva, dado que enero es un mes donde se producen tormentas en algunos días.*(categoría causalidad)

Cecilia(TPI): *es aleatorio porque puede llover ó no llover* (categoría incertidumbre)

Walter(TPP): *es aleatorio porque las predicciones no se hacen con tanta anticipación, ya que faltan dos meses.*(categoría subjetiva)

Federico(TPC): *es aleatorio porque faltan dos meses y por lo tanto no sabemos cómo va a estar el tiempo el 1 de enero de 2014.*(categoría causalidad)

ITEM 6°

Profesora: *En relación con el suceso del punto anterior; “la confianza que tienes en que el 1 de enero de 2014 llueva es baja ó media ó alta?.*

Belén(TPD): *media*

Cecilia(TPI): *baja*

Walter(TPP): *media*

Federico(TPC): *media*

Profesora: *¿por qué?*

Belén(TPD): *la confianza que tengo es media porque puede llover como no llover.(categoría equiprobabilidad).*

Cecilia(TPI): *la confianza que tengo es baja porque es un mes caluroso y brinda poca probabilidad de lluvia. (categoría frecuencial)*

Walter(TPP): *la confianza que tengo es media porque en verano es más probable que llueva que en invierno.(categoría frecuencial)*

Federico(TPC): *la confianza que tengo es media porque en enero llueve más que en otros meses. En Mendoza hay veranos en los que llueve y otros en los que no llueve.(categoría equiprobabilidad)*

Del análisis de las entrevistas podemos concluir que:

Belén, representante del grupo de tendencia *determinista*, niega la *aleatoriedad* de dos de los tres sucesos presentados, y argumenta desde la *incertidumbre* en el contexto de *juego* y en el contexto *cotidiano*, mientras que en el contexto *físico-natural* lo hace desde la *multiplicidad*. En cuanto a la *estimación de la probabilidad*, en el contexto de *juego* considera la *contingencia*, en el *cotidiano* desde la *experiencial* y en el *físico-natural* desde la *equiprobabilidad*.

Cecilia, representante del grupo de *tendencia de pensamiento incertidumbre*, reconoce correctamente la *aleatoriedad* de los tres sucesos presentados y argumenta desde la imprevisibilidad inherente al fenómeno que representa la categoría de *incertidumbre* del suceso en el contexto de *juego* y en el contexto *físico-natural*; mientras que en el *cotidiano* lo hace desde la *causalidad*. En cuanto a la *estimación de la probabilidad* lo hace con cotas esperadas, y argumenta desde la *contingencia* en el contexto de *juego*, en el contexto *cotidiano* lo hace desde la *experiencial* y en el *físico-natural* desde la *frecuencial*.

Walter, representante del grupo de *tendencia de pensamiento personalista*, niega la *aleatoriedad* de dos de los tres sucesos, argumenta desde la *subjetividad* y desde la *causalidad*. En cuanto a la *estimación de la probabilidad* usa la *laplaciana* en el contexto de *juego*, y la *frecuencial* en el contexto *cotidiano* y en el *físico-natural*.

Federico, representante del grupo de *tendencia de pensamiento contingencia*, reconoce la *aleatoriedad* de dos de los tres sucesos argumenta desde la *multiplicidad* y desde la *causalidad*. En cuanto a la *estimación de la probabilidad* argumenta desde

la *contingencia* en el contexto de *juego*, desde la *frecuencial* en el contexto *cotidiano* y en el contexto *físico-natural*.

6.7 ESTUDIO COMPARATIVO ENTRE LAS TPPB y TPPM

6.7.1 RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

En la Tabla 42 del ANEXO 11 se ha indicado el porcentaje de estudiantes de ambos profesorados, que reconocieron la aleatoriedad de los sucesos planteados en el cuestionario. Posteriormente aplicamos el test de Mann_Whitney, y encontramos con un valor $p=0,021$ que existen diferencias significativas en el reconocimiento de la aleatoriedad entre los estudiantes de ambos profesorados, siendo mayor este reconocimiento entre los estudiantes de Biología. Además, podemos comprobar que los estudiantes de Biología superan a los de Matemática en nueve de los doce ítems; dos del contexto de juego, cuatro del contexto cotidiano y tres del contexto físico natural; éstos son: 13, 21, 8, 5, 20, 23, 15, 24 y el 14. Notemos que las diferencias en términos de porcentajes son, en el ítem 13 (juego) la diferencia es de 0,1%, en el 21 (juego) es 3,09%, en el 8 (cotidiano) es 8,21%, en el 5 (cotidiano) es 9,13%, en el 20 (físico natural) es 4,82%, en el 23 (físico natural) es 7,83%, en el 15 (cotidiano) es 8,29%, en el 24 (físico natural) es 11,01% y en el 14 (cotidiano) es el 2,2%.

6.7.2 RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD EN FUNCIÓN DEL CONTEXTO DEL SUCESO EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

Se analizó la relación entre el RA y NRA en cada contexto del suceso aleatorio propuesto (*juego*, *cotidiano*, *físico-natural*). Para ello se consideraron seis variables; tres representan la cantidad de sucesos reconocidos como aleatorios en cada uno de los tres contextos, y otras tres variables que representan la cantidad de sucesos aleatorios no reconocidos como tales por contexto. Se compararon estas seis variables entre los estudiantes del PBF y los del PMF mediante el test de Kruskal-Wallis. Los resultados indicaron que los futuros profesores de Biología reconocen más sucesos aleatorios en el contexto *cotidiano* ($\chi^2_{(4)} = 44.44$, $p < 0.001$); y menos en el contexto *físico-natural* ($\chi^2_{(4)} = 14.12$, $p < 0.001$). Mientras que, los estudiantes de Matemática reconocen más sucesos aleatorios en el contexto de *juego* ($\chi^2_{(4)} = 3.99$, $p = 0.04$) y menos en el contexto *cotidiano* ($\chi^2_{(4)} = 11.76$, $p = 0.001$).

6.7.3 LAS ARGUMENTACIONES DE LA ALEATORIEDAD EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

Para concretar el análisis de las argumentaciones de la aleatoriedad, se han considerado ocho variables, que cuentan la cantidad de sucesos reconocidos como aleatorios o no aleatorios desde una determinada categoría y por estudiante. A estas ocho variables les hemos aplicado el test no paramétrico de Kruskal-Wallis para muestras independientes, con la idea de determinar qué argumentos para el reconocimiento y no reconocimiento de la aleatoriedad caracterizan a cada una de las dos modalidades de profesorado. Para alcanzar este objetivo se ha determinado, para cada una de las variables la media, la desviación estándar, el mínimo y el máximo (Tabla 43 del Anexo 11). Los resultados obtenidos nos informan que se presentan diferencias significativas entre ciertas variables entre los estudiantes del PBF y PMF.

En los estudiantes de Biología, la categoría más usada es la *incertidumbre* en la afirmación de la aleatoriedad (ALEA13_B) con un valor medio de 4,50; es decir, que en promedio un estudiante de Biología reconoce como aleatorio desde la incertidumbre 4,5 sucesos de los 12 sucesos presentados; resultado que difiere significativamente del encontrado entre los estudiantes de matemática (ALEA13_M), quienes alcanzan un valor medio de 4,12 con un valor $p=0,026$ ($\chi^2 = 4,93$); Además, los estudiantes de biología usan en forma significativamente mayor la *incertidumbre* para negar la aleatoriedad (ALEA23_B) con un valor medio de 1,21, mientras que los estudiantes de matemática (ALEA23_M) lo hacen con un valor medio de 0,19, valor $p=0,001$ ($\chi^2 = 112,72$). De manera similar ocurre con la negación de la aleatoriedad desde la *causalidad*, siendo significativamente mayor en biología con un valor medio de 2,03 (ALEA21_B) que en matemática (ALEA21_M) con 1,71. Otra característica significativa en matemática es la negación de la aleatoriedad desde la *multiplicidad* (ALEA22_M) con un valor medio de 0,85, respecto de biología (ALEA23_B) que alcanzan un valor medio de 0,58 y con un valor $p=0,001$ ($\chi^2 = 15,90$) (Tabla 44 del Anexo 11).

6.7.4 CATEGORÍAS ARGUMENTATIVAS DE LA ALEATORIEDAD EN FUNCIÓN DEL CONTEXTO DEL SUCESO EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

Para conocer en qué contexto es más factible la correcta identificación de la aleatoriedad y desde qué categoría se argumenta con mayor frecuencia por cada grupo de futuros profesores, se aplicó el test de Kruskal-Wallis, con resultados que se muestran en la Tabla 45 del Anexo 11.

Si analizamos las categorías argumentativas de la aleatoriedad en cada uno de los contextos de los sucesos, vemos un comportamiento diferenciado de las mismas. Así, la causalidad que no revelaba diferencias entre los PBF y los PMF, cuando consideramos el contexto comprobamos que en el de *juego*, el uso de la *causalidad* es mayor en los PBF que los PMF, con un valor $p=0,001$ ($\chi^2 = 20,03$); mientras que la *incertidumbre* que mostraba diferencias significativas entre las dos modalidades; en el contexto de *juego* no ocurre, mientras que en el contexto *cotidiano* realmente la diferencia es significativamente mayor en los PBF con un valor $p= 0,001$ ($\chi^2 = 30,57$); ocurriendo lo mismo en el contexto físico-natural con un valor $p=0,018$ ($\chi^2 = 5,61$). En cuanto a los PMF, éstos superan significativamente a los PBF en el contexto de *juego* argumentando desde la *multiplicidad*, con valor $p= 0,001$ ($\chi^2 = 25,94$).

Si analizamos el no reconocimiento de la aleatoriedad, en el contexto de *juego* los PBF se destacan por el uso significativo de la *incertidumbre* con un valor $p= 0,001$ ($\chi^2 = 19,09$); mientras que los PMF en el contexto *juego* usan de manera significativa la *multiplicidad* con valor $p= 0,002$ ($\chi^2 = 9,86$), ocurriendo exactamente lo mismo en el contexto *cotidiano* con valor $p= 0,004$ ($\chi^2 = 8,11$). Por otra parte, la negación de la aleatoriedad desde la categoría *subjetiva* no se ha detectado diferencias significativas entre las dos modalidades; sin embargo cuando consideramos el contexto, la categoría *subjetiva* se usan de manera significativa mayor en el PMF en el contexto de *juego* con valor $p= 0,002$ ($\chi^2 = 9,19$); y en el *cotidiano* con valor $p= 0,011$ ($\chi^2 = 6,52$).

Por lo que podríamos concluir, que los estudiantes del PBF, en el contexto de *juego* cuando conocen las causas que originan los fenómenos consideran que es aleatorio, mientras que cuando no las conocen afirman que no es aleatorio.

En cuanto a los PMF, en el contexto de *juego* usan la multiplicidad tanto para reconocer como para no reconocer la aleatoriedad; y cuando argumenta desde su propia *subjetividad* consideran que no es aleatorio, en el contexto de juego y en el cotidiano.

6.7.5 ANÁLISIS DE LA CAUSALIDAD EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

6.7.5.1 RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD DESDE LA CAUSALIDAD EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

Una característica notable de los argumentos *causales* de los estudiantes del PBF, es la descripción detallada de las posibles causas que dan origen a la ocurrencia del suceso, tras la búsqueda de la respuesta al *por qué* ocurre algún fenómeno, rasgo distintivo del pensamiento causal.

A continuación se transcriben argumentos que dan los estudiantes de ambos grupos de profesores en formación desde la *causalidad*.

Tabla 6.12 Argumentos de los estudiantes en los que afirman la aleatoriedad desde la causalidad

Biología	Matemática
<p>Ítem 2</p> <p><i>“Que nieve en el cerro Arco dentro de 30 días es un suceso aleatorio porque depende de la zona, del clima y de la época del año”</i></p>	<p>Ítem 2</p> <p><i>“Que nieve en el cerro Arco dentro de 30 días es un suceso aleatorio porque depende de factores tales como el período en el que se analiza el fenómeno, la probabilidad de que ocurra es mayor en invierno que en verano”</i></p>
<p>Ítem 3</p> <p><i>“Predecir la cantidad de caras que se obtienen en 100 lanzamientos de una moneda es un suceso aleatorio, porque depende cómo se lance la moneda”</i></p>	<p>Ítem 3</p> <p><i>“Predecir la cantidad de caras que se obtienen en 100 lanzamientos de una moneda es un suceso aleatorio, porque yo no lo puedo saber, pero tal vez alguien que estudie física, las leyes de la gravedad y algo más tal vez si pueda estipular”</i></p>
<p>En este ítem, el azar es epistemológico, y la aleatoriedad implica falta de conocimiento de las leyes que rigen los fenómenos aleatorios.</p>	

Ítem 5

“Sufrir una accidente es un suceso aleatorio porque es algo relativo ya que puedo tener un accidente por negligencia mía o de otra persona, también depende del contexto del lugar del accidente, si trabajo en un lugar de riesgo o si trabajo en una fábrica de almohadas”

Ítem 5

“Sufrir un accidente es un suceso aleatorio porque cualquier acción que uno realiza al final tendrá una reacción positiva o negativa y también uno puede verse perjudicado por otro”

Ítem 7

“Obtener el número 23 en la ruleta de los 36 números es un suceso aleatorio porque a veces también pienso que eso está controlado por alguien o por una computadora”

Ítem 7

“Obtener el número 23 en la ruleta de los 36 números es un suceso aleatorio porque hay que tener en cuenta quien hace girar la ruleta”

Ítem 8

“Encontrarme por la calle con el primer Maestro/a que tuve en la Escuela, es un suceso aleatorio porque decidimos ir los dos al mismo lugar”

Ítem 8

“Encontrarme por la calle con el primer Maestro/a que tuve en la Escuela, es un suceso aleatorio, porque es muy difícil que ocurra porque hace mucho tiempo que hice la escuela primaria”

En el argumento del estudiante de biología subyace la idea determinista, de que las dos series de causas juntas implican que ambas personas cruzarán sus caminos, en este caso no hay nada *indeterminado* en el encuentro; porque el azar es considerado como el resultado de líneas causales que se encuentran en un punto de intersección. Esta idea fue propuesta por Aristóteles, Tomás de Aquino y el probabilista del siglo XIX, A.A.Carnot. (Hacking, 2006)

Ítem 14

“Que me guste la película que voy a ir a ver el próximo sábado en Cinemak, es un suceso aleatorio porque primero averiguo la sinopsis de la película, por lo que hay altas probabilidades de que me guste”

Ítem 14

“Que me guste la película que voy a ir a ver el próximo sábado en Cinemak, es un suceso aleatorio porque si la voy a ver es porque tengo una idea del tipo de película que se trata”

Ítem 23

“Contraer la gripe el mes que viene es un fenómeno aleatorio porque depende de mis defensas”

Ítem 23

“Contraer la gripe el mes que viene es un fenómeno aleatorio depende del cuidado que le de a mi salud”

Ítem 24

“Sufrir un corte de digestión es un fenómeno aleatorio porque depende de la comida, la temperatura, etc.”

Ítem 24

“Sufrir un corte de digestión es un fenómeno aleatorio porque puede ocurrir o no depende de lo que haya consumido”

6.7.5.2 NO RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD DESDE LA CAUSALIDAD DE LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

De manera similar a lo expresado en el punto anterior, ocurre con la negación causal de la aleatoriedad; los estudiantes del PBF niegan con mayor frecuencia la aleatoriedad de los sucesos del contexto *físico-natural*, que los estudiantes del PMF. En estos argumentos se detectan respuestas fuertemente deterministas, en las que los estudiantes explicitan claramente las causas que dan origen a la ocurrencia del fenómeno, y al conocerlas, presuponen su posible control. Mientras que para los estudiantes del PMF la falta de control sobre el fenómeno le permite asignarle el carácter de no aleatorio.

Para documentar las ideas de los estudiantes transcribimos algunos argumentos de los estudiantes de ambos profesorados en relación con la negación de la aleatoriedad desde la Causalidad.

Tabla 6.13 Argumentos desde la categoría ALEA 21 en Matemática y Biología

Biología	Matemática
<p>Ítem 14</p> <p><i>“que me guste la película que voy a ver el próximo sábado en Cinemak, es un fenómeno no aleatorio, porque si voy a ver una película, es porque, por lo menos me ha gustado la colilla, y así cuando voy a verla seguramente me gustará”</i></p>	<p>Ítem 14</p> <p><i>“que me guste la película que voy a ver el próximo sábado en Cinemak, es un fenómeno no aleatorio porque si voy a ver una película es porque he escuchado comentarios favorables sobre ella”</i></p>
<p>Ítem 20</p> <p><i>“creo que germine una semilla plantada es un suceso no aleatorio porque si preparo la tierra y la cuido seguro que germinará”</i></p>	<p>Ítem 20</p> <p><i>“creo que germine una semilla plantada es un fenómeno no aleatorio porque sé que si planto una semilla, la riego, la cuido, va a germinar y no se va a secar ni a helar”</i></p>
<p>Ítem 24</p>	<p>Ítem 7</p>

“sufrir un corte de digestión es un fenómeno no aleatorio porque depende de los cuidados, de la comida y del estado de ánimo con el que comió la persona”

“Obtener el número 23 en la ruleta de 36 números no es un suceso aleatorio porque no se puede controlar de ninguna manera el número que resulta”

6.7.6 ANÁLISIS DE LA MULTIPLICIDAD EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

6.7.6.1 RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD DESDE LA MULTIPLICIDAD EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

De manera global no se han detectado diferencias significativas en el RA desde la *multiplicidad* entre ambos grupos de profesores en formación, con un valor $p=0.226$. Sin embargo, cuando consideramos las variables relativas al RA desde la *multiplicidad* en los tres contextos, se detecta que en el contexto de *juego* los estudiantes de PMF logran reconocer un mayor número de sucesos aleatorios que los de PBF, mientras que en el contexto *cotidiano* ocurre lo contrario, en ambos casos con un valor $p < 0.001$

A continuación se transcriben algunos argumentos esbozados por estudiantes de ambos grupos de profesores en formación desde la *multiplicidad*.

A continuación transcribimos algunos argumentos esbozados por estudiantes de ambos profesorados.

Tabla 6.14 Argumentos desde la categoría ALEA12 en Biología y Matemática

Biología	Matemática
<p>Ítem 14</p> <p><i>Que me guste la película que voy a ver el próximo sábado en Cinemak, es un suceso aleatorio porque hay muchos tipos diferentes de películas</i></p>	<p>Ítem 7</p> <p><i>“Obtener el número 23 en la ruleta de 36 números es un suceso aleatorio porque tengo aproximadamente un 3% de posibilidades de que ocurra, 1 en 36”</i></p>

6.7.6.2 NO RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD DESDE LA MULTIPLICIDAD EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

El NRA desde la *multiplicidad* es mayor entre los estudiantes del PMF que entre los del PBF con un valor $p < 0.001$, en el contexto de *juego* y en el contexto *cotidiano*.

En ambos casos, el motivo que lleva a estos profesores en formación a negar la aleatoriedad a pesar de reconocer la existencia de múltiples posibilidades, puede tener su origen en la incorrecta comprensión del significado del concepto o término de *aleatoriedad*. A continuación se presentan algunas respuestas de los estudiantes de ambos grupos de profesores en formación desde la *multiplicidad*.

La Negación de la aleatoriedad desde la Multiplicidad es mayor en Matemática que en Biología, con un valor $p < 0,001$. Si bien en ambos casos, su uso es poco frecuente, en Matemática es casi el doble que en Biología; o sea, en promedio son 0.85 de los 12 en Matemática y 0.58 en Biología.

Pensamos que en ambos casos, el motivo que lleva a estos estudiantes a negar la aleatoriedad a pesar de reconocer la existencia de múltiples posibilidades, tiene su origen en la incorrecta comprensión del significado del término “aleatorio”. Como afirman Zhao, Hahn y Osherson (2012) la cognición de la aleatoriedad tiene dos componentes, uno conceptual y otro perceptivo. Uno puede ser capaz de discriminar entre fenómenos aleatorios de los no aleatorios; sin embargo, ser incapaz de identificar cuál es uno y cuál es el otro.

En otros estudios diferentes al presente, se ha encontrado que la identificación de secuencias aleatorias es mayor cuando estas presentan mayor alternancia (Lopes and Oden, 1987; Bar-Hillel and Wagenaar, 1991; Falk and Konold, 1997; Nickerson, 2002). Las personas con menor instrucción tienden a generar secuencias de bits con rachas cortas (Wagenaar, 1972; Kahneman and Tversky, 1972; Baddeley, 1966).

A continuación presentamos algunas respuestas de los estudiantes de ambos profesorado:

Tabla 6.15 Argumentos desde la categoría ALEA22 en Biología y Matemática

Biología	Matemática
Ítem 20 <i>Creo que germine una semilla plantada es un fenómeno no aleatorio porque si quiero que germine una semilla la cuido, y si se seca, se hiela, etc... es porque soy una irresponsable que no la cuidé</i>	Ítem 7 <i>“Obtener el número 23 en la ruleta de 36 números es un suceso no aleatorio porque sólo hay un 23 y tenés muchos números más”</i>
Ítem 14 <i>“Que me guste la película que voy a ver el próximo sábado en Cinemak, es un suceso</i>	Ítem 14 <i>“Que me guste la película que voy a ver el próximo sábado en Cinemak, es un suceso</i>

no aleatorio porque depende de la opción que elija, que depende de las diferentes películas” *no aleatorio porque me puede gustar el título, los actores, pero el desarrollo puede ser muy malo”*

6.7.7 ANÁLISIS DE LA INCERTIDUMBRE EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

6.7.7.1 RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD DESDE LA INCERTIDUMBRE EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

La *incertidumbre* es la categoría más aplicada en el RA, y su aplicación, es significativamente mayor entre los estudiantes del PBF que entre los de Matemática, en el contexto *cotidiano* y en el contexto *físico-natural*. A continuación se presentan algunas argumentaciones de los estudiantes de ambos grupos de profesores en formación desde la *incertidumbre*. Las repuestas dadas por algunos estudiantes se presentan en la Tabla 6.16.

En el ítem 2 el estudiante del PBF reconoce acertadamente el suceso aleatorio del contexto *físico-natural* y argumenta desde la imprevisibilidad del suceso. En el ítem 15 el estudiante del PMF, si bien identifica correctamente el suceso como aleatorio, confunde el resultado impredecible y la posibilidad de predicción; y como dice Azcárate (1995) establece una posible relación con el enfoque del resultado aislado, un sesgo consistente en interpretar un enunciado de probabilidad en forma no probabilística (Konold, 1989 ; Cardeñoso y Azcárate, 2004).

Tabla 6.16 Argumentos desde la categoría alea13 en Biología y Matemática

Biología	Matemática
<p>Ítem 3</p> <p>“Predecir la cantidad de caras que se obtienen en 100 lanzamientos de una moneda es un suceso aleatorio porque cada suceso es aislado y puede salir cara o cruz cada vez que se lance”</p>	<p>Ítem 2</p> <p>“Que nieve en el cerro Arco dentro de 30 días es un suceso aleatorio porque <i>nadie puede saber</i> lo que ocurrirá con el clima mañana, mucho menos dentro de 30 días”</p>
<p>En este caso el estudiante de matemática confunde el resultado impredecible y la posibilidad de predicción; y como dice Serrano (1996) establece una posible relación con el enfoque del resultado aislado, un sesgo consistente en interpretar un enunciado de probabilidad en forma no probabilística (Konold, 1989). En el caso del estudiante de biología se ve más claramente el mismo sesgo.</p>	
<p>Ítem 2</p> <p>“Que nieve en el cerro Arco dentro de 30</p>	<p>Ítem 15</p> <p>“Predecir la próxima idea que me venga a la</p>

<i>días es un suceso aleatorio porque se puede predecir el estado del tiempo pero estas predicciones pueden o no ser correctas”</i>	<i>cabeza es un suceso aleatorio porque no sé que voy a pensar dentro de un rato”</i>
---	---

6.7.7.2 NO RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD DESDE LA INCERTIDUMBRE EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

El NRA desde la *incertidumbre*, de manera global no es significativamente diferente entre ambos grupos de futuros profesores. Sin embargo, cuando se analiza en cada uno de los contextos, se encuentra que en el contexto de *juego*, los estudiantes del PBF niegan la aleatoriedad en un mayor número de sucesos que los estudiantes del PMF. Basar la negación de la aleatoriedad en la *incertidumbre*, induce a pensar, igual que en el caso de la negación desde la *multiplicidad*, que estos estudiantes posiblemente discriminen los sucesos aleatorios de los no aleatorios, pero no saben cuál es uno y cuál es el otro, confunden la falta de conocimiento con la no aleatoriedad.

En los argumentos que se transcriben a continuación los estudiantes para afirmar el NRA desde la *incertidumbre*; estos son argumentos usualmente más usados en el RA, lo que induce a pensar en una confusión en la interpretación de la aleatoriedad del sujeto, tal vez asociado a la falta de información del sujeto, como parecen sugerir las dos respuestas siguiente.

En estos dos argumentos, el desconocimiento se identifica con la no aleatoriedad; y dado que el argumento de imprevisibilidad es la base de la categoría de *incertidumbre*, podríamos pensar que los estudiantes la esgrimen para indicar que no tienen un conocimiento particularizado del espacio muestral del fenómeno (pues no saben prever sus posibles resultados o les es inconcebible: “no ves”, “no puedo saber”), por lo que esa *incertidumbre* que enuncian, no es la relativa al fenómeno en su totalidad.

Tabla 6.17 Argumentos desde la categoría ALEA23 en Biología y en Matemática

Biología	Matemática
Ítem 2 “Que nieve en el cerro Arco dentro de 30 días es un suceso no aleatorio porque no sabemos como puede estar el clima dentro de 30 días”	Ítem 15 “Predecir la próxima idea que me venga a la cabeza es un suceso no aleatorio porque yo no puedo saber qué se me va a ocurrir dentro de un rato”

En estos dos argumentos, la falta de conocimiento la identifican con la no aleatoriedad; y dado que estos argumentos son más usados en la argumentación de los sucesos aleatorios, podríamos pensar que los estudiantes discriminan los sucesos aleatorios de los no aleatorios, la dificultad está en la incorrecta codificación de los mismos (Zhao, Hahn y Osherson; 2012)

<p>Ítem 8</p> <p><i>“Encontrarme por la calle con el primer Maestro/a que tuve en la Escuela, es un suceso no aleatorio porque puedo encontrarlo o no en los lugares que transitaba”</i></p>	<p>Ítem 5</p> <p><i>“Sufrir un accidente es un fenómeno no aleatorio porque puedo tener o no un accidente”</i></p>
<p>Ítem 13</p> <p><i>“Predecir el color de una bola que se extrae de una urna con bolas de distintos colores es un fenómeno no aleatorio porque es impredecible”</i></p>	<p>Ítem 20</p> <p><i>“Creo que germine una semilla plantada es un fenómeno no aleatorio porque la semilla germina o no, más allá de los factores externos que puedan influirla”</i></p>
<p>Ítem 20</p> <p><i>“Creo que germine una semilla plantada es un fenómeno no aleatorio porque puede pasar que no germine”</i></p>	<p>Ítem 23</p> <p><i>“Contraer la gripe el mes que viene es un fenómeno no aleatorio porque es imprevisible si me voy a contagiar o no”</i></p>

Esperábamos que estos argumentos fueran la justificación de la afirmación de la aleatoriedad; sin embargo no fue así debido, nuevamente a la incorrecta codificación del suceso aleatorio.

La percepción de una característica de un elemento, no les sirve para pensar en todo el fenómeno, sino más bien al contrario, pues parece que se quedan ofuscados por su “anormal” formulación o por el desconocimiento de una de las características de “todo fenómeno aleatorio”, la existencia del espacio muestral conocido y esta ausencia o “rareza”, les lleva a decidir la no aleatoriedad del mismo. En suma, entendemos que la respuesta puede ser originada por la dificultad de concebir la relación entre las propiedades de un fenómeno incierto en su totalidad y las propiedades de uno de sus elementos asociados, como es en este caso del espacio muestra, en el que parecen estar centrados.

6.7.8 ANÁLISIS DE LA CATEGORÍA SUBJETIVA EN LOS PBF Y PMF

6.7.8.1 RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD DESDE LA CATEGORÍA SUBJETIVA EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

De manera global, no se han encontrado diferencias significativas en el RA en ambos grupos de futuros profesores, sin embargo, se detectado una tendencia a un

mayor uso de la *subjetividad* entre los estudiantes de matemática. A continuación se presentan argumentos dados por los estudiantes de ambos profesorados, en cada uno de ellos está presente la idea de la predeterminación; la que se expresa a través de las frases *suerte, cosa del destino o casualidad*, como aquellos que no se pueden prever ni evitar.¿

Tabla 6.18 Argumentos desde la categoría ALEA 24 en Biología y en Matemática

Biología	Matemática
<p>Ítem 3</p> <p><i>“Predecir la cantidad de caras que se obtienen en 100 lanzamientos de una moneda es un suceso aleatorio porque es un juego de azar depende de la suerte. Creo que no varía según como lance la moneda, sino la energía con que caiga”</i></p>	<p>Ítem 8</p> <p><i>“Encontrarme por la calle con el primer Maestro/a que tuve en la Escuela, es un suceso aleatorio porque es cosa del destino, puede pasar así como puede que nunca pase”</i></p>
<p>Ítem 5</p> <p><i>“Sufrir un accidente es un fenómeno aleatorio porque nadie está exento de nada son cosas que pasan en la vida y es parte del destino, también muchas veces es por imprudencia por no valorar las cosas y la vida como es el exceso de velocidad”</i></p>	<p>Ítem 13</p> <p><i>“Predecir el color de una bola que se extrae de una urna con bolas de distintos colores es un fenómeno aleatorio porque la suerte se da junto con la confianza que uno se tenga”</i></p>
<p>Ítem 8</p> <p><i>“Encontrarme por la calle con el primer Maestro/a que tuve en la Escuela, es un suceso porque es suerte o pura coincidencia”</i></p>	<p>Ítem 23</p> <p><i>“Contraer la gripe el mes que viene es un fenómeno aleatorio porque yo nunca me enfermo, me pasa sólo una vez al año”</i></p>

6.7.8.2 NO RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD DESDE LA CATEGORÍA SUBJETIVA EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

De manera global, no se han detectado diferencias significativas en el NRA desde la categoría *subjetiva* entre los estudiantes de ambos profesorados. Sin embargo, cuando se analiza en cada uno de los contextos, se encuentra que es mayor en el contexto de *juego* entre los estudiantes de matemática.

Desde la antigüedad una de las características del pensamiento mágico ha sido la de establecer relaciones subjetivas. Esto ocurre como consecuencia de la necesidad de buscar certezas en medio de las circunstancias que escapan a su control. Así, se encuentran entre los estudiantes frases como *cuando te tiene que pasar te pasa, porque es cosa del destino, nada ocurre porque sí*.

Una característica destacable de la negación de la aleatoriedad desde la subjetividad es *la confianza o fe ciega* en sí mismos, que queda expresada mediante frases como: *yo manejo mi pensamiento*. Estos pensamientos representan la defensa a lo imprevisible, y denotan una visión determinista del mundo (Azcárate, 1995).

Sin embargo, si consideramos el contexto se puede comprobar que en el contexto de *juego* y en el *físico-natural*, los estudiantes del PMF hacen un uso significativamente mayor que los del PBF.

A continuación transcribimos algunos argumentos de los estudiantes sobre el NRA desde la categoría *subjetiva*.

Tabla 6.19 Argumentos desde la categoría ALEA 24 en Biología y en Matemática

Biología	Matemática
<p>Ítem 5</p> <p><i>“Sufrir un accidente es un fenómeno no aleatorio porque cuando te tiene que pasar te pasa ya que por más que andes con cuidado o quieras prevenirlo te pasa”</i></p>	<p>Ítem 5</p> <p><i>“Sufrir un accidente es un fenómeno no aleatorio porque nada ocurre porque si, todo sucede por algo”</i></p>
<p>Ítem 14</p> <p><i>“Que me guste la película que voy a ver el próximo sábado en Cinemak, es un fenómeno no aleatorio porque no existen películas malas, existen malos críticos”</i></p>	<p>Ítem 15</p> <p><i>“Predecir la próxima idea que me venga a la cabeza es un suceso no aleatorio porque me conozco bien para saber lo que normalmente me viene a la cabeza”</i></p>
<p>Ítem 15</p> <p><i>“Predecir la próxima idea que me venga a la cabeza es un suceso no aleatorio porque yo manejo mi pensamiento y se que ciertos temas no vendrán a mi mente, yo elijo lo que quiero”</i></p>	<p>Ítem 20</p> <p><i>“Creo que germine una semilla plantada es un fenómeno no aleatorio porque tarde o temprano va a germinar”</i></p>
<p>Ítem 20</p> <p><i>“Creo que germine una semilla plantada es un fenómeno no aleatorio porque si planto una semilla es para que crezca y me voy a encargar de que así sea”</i></p>	<p>Ítem 21</p> <p><i>“Acertar el número que muestra un dado ya lanzado, pero que no puedo ver es un suceso no aleatorio porque es cuestión de suerte”</i></p>

6.7.9 CONCLUSIONES SOBRE EL RECONOCIMIENTO DE LA ALEATORIEDAD

En general los estudiantes de ambos profesorados logran un aceptable reconocimiento de la aleatoriedad. En efecto, el 70,18% de los estudiantes de biología

logran el reconocimiento de la aleatoriedad y el 66,35% de los estudiantes de matemática. Estos resultados son similares a los encontrados por Cardeñoso (2001), quien detecta en su estudio que el 65,5% de los profesores de primaria en actividad reconocen la aleatoriedad de los sucesos. En general, argumentan la afirmación de la aleatoriedad desde la Incertidumbre; siendo la presencia de esta argumentación significativamente mayor entre los estudiantes de biología. En segundo lugar aparece la Causalidad, tanto para afirmar como para negar la aleatoriedad, con valores significativamente mayor entre los estudiantes de biología.

Por otra parte, se hace presente la Multiplicidad en la negación de la aleatoriedad, de manera significativamente mayor en matemática; posiblemente esto se deba a que esta categoría está estrechamente asociada a la noción de espacio muestral, considerado como conjunto de todos los posibles resultados del experimento aleatorio o como el conjunto de todos los valores que toma una variable aleatoria, y esta idea aparece en distintos tópicos de la matemática. Pero lo sorprendente, es que se haya empleado en la negación de la aleatoriedad, así como cuando se niega desde la Incertidumbre. En las dos situaciones los argumentos utilizados parecen ser más apropiados para afirmar que para negar la aleatoriedad. Es muy factible que los estudiantes distingan los sucesos aleatorios de los no aleatorios, pero no logran etiquetarlos correctamente; como lo indican los resultados de la investigación de Zhao, Hahn y Osherson (2012); quienes encuentran en sus experimentos que la capacidad de distinguir estímulos aleatorios de los no aleatorios es superior a la capacidad de etiquetarlos correctamente.

Por otra parte, algunos investigadores afirman que las personas tienen grandes dificultades para seleccionar de manera adecuada una secuencia aleatoria de otra que no lo es, lo que muestra nuestra pobre comprensión sobre la aleatoriedad (Falk, 1981; Falk y Konold, 1997; Wagenaar, 1972). Sin embargo, McDonald y Newell (2009) encontraron que las personas cuando no están influenciadas por información causal, son capaces de seleccionar con más precisión una secuencia aleatoria, confirmando de esta forma los resultados de Ayton y Fisher (2004), Burns y Corpus (2004) quienes encontraron que el tipo de creencias causales influye en los juicios. En contraste con los casos en los que se da una creencia causal, es decir información sobre el generador de la secuencia, la percepción de la aleatoriedad está sesgada hacia las secuencias con mayor alternancia como aleatorias.

Por lo tanto, cuando no estamos influidos por la información causal somos capaces de percibir con precisión la aleatoriedad. En efecto, Rapoport y Budescu (1992) y Budescu y Rapoport (1994) encontraron que bajo condiciones de juego y cuando no se les dio una creencia causal, las personas producen secuencias menos

sesgadas que cuando se les pidió producir secuencias aleatorias con el lanzamiento de una moneda o un dado.

Por otra parte, queda demostrado en nuestro estudio la influencia del contexto del suceso en el reconocimiento de la aleatoriedad. En efecto, tanto los estudiantes de biología como los de matemática logran un mejor reconocimiento de la aleatoriedad en el contexto de juego, y un menor reconocimiento en el contexto físico-natural. Además, de ser la causalidad es una categoría que se usa fundamentalmente en los sucesos que se presentan en el contexto físico natural, tanto para afirmar como para negar la aleatoriedad; se confirma lo expresado por Pfannkuch y Brown (1996) quienes sostienen que el razonamiento causal se usa en situaciones del mundo real como resultado de su propia experiencia; esta idea es posteriormente confirmada por Batanero (2006) cuando expresa que *las situaciones de la vida cotidiana suelen ser más complejas que los problemas presentados en la enseñanza*.

Podemos concluir que el contexto cotidiano y el contexto físico natural constituyen verdaderos obstáculos en el reconocimiento de la aleatoriedad. Este resultado es similar al encontrado por Cardeñoso (2001: 273). En efecto, los estudiantes de biología usan más la incertidumbre para afirmar la aleatoriedad en el contexto de juego que en el contexto físico-natural, y los estudiantes de matemática niegan con mayor frecuencia la aleatoriedad en el contexto cotidiano que en el contexto de juego.

Las diferencias señaladas a favor de los estudiantes de biología, sugieren la idea de que estos estudiantes tienen un particular interés en comprender los fenómenos que se presentan en el mundo cotidiano y en el mundo físico-natural. Lo que los lleva a adoptar una perspectiva más crítica, y por ende a lograr una racionalidad más compleja de la realidad (Moreno, Cardeñoso y González-García, 2013, 2014). Por lo que podemos concluir que en la formación del futuro profesor de biología, el entramado de las disciplinas biológicas, como la genética, la evolución y la ecología; para las cuales la noción de *azar* surge naturalmente; inciden en forma sustantiva en el pensamiento de los estudiantes de este profesorado.

Las concepciones que tienen los estudiantes de matemática, sobre el mundo parecen ser el resultado de una visión más simplificadora de la realidad; debido a que sus intereses se centralizan en los *entes abstractos y los sistemas deductivos*; y todavía no han logrado el nivel de desarrollo necesario que les permita interpretar los fenómenos de la vida cotidiana y del mundo físico desde concepciones más cercanas a la matemática.

Se esperaba que los resultados de los estudiantes del profesorado de matemática superaran a los de biología, en la comprensión de esta noción, la

aleatoriedad; sin embargo, no fue así, a pesar que, uno de los ejes que regulan el tipo de actividad que deberían realizar los estudiantes en su formación, es la modelización y contextualización de los objetos matemáticos en la resolución de problemas internos y externos de la matemática.

Entendemos que comprender un objeto matemático, como es la *aleatoriedad*, significa haber transitado por diversas experiencias en las que éste entre en funcionamiento y sobre las cuales el estudiante produzca relaciones nuevas u organice la red de relaciones ya existentes. Por lo que podríamos concluir, que estos estudiantes no han transitado el itinerario necesario para lograr la comprensión requerida.

6.7.10 ESTUDIO COMPARATIVO DE LA DIMENSIÓN PROBABILIDAD EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

En este apartado comparamos la estimación de la probabilidad que realizan los profesores de biología y los de matemática. Esta estimación la realizan en la escala ordinal: baja, media y alta.

De manera global, tanto los estudiantes de Biología como los de Matemática, emplean la cota *media* cuando estiman la probabilidad de sucesos del contexto de juego. En el contexto físico-natural, nuevamente emplean con mayor frecuencia el nivel *medio*; tanto en biología como en matemática; y en el contexto cotidiano predomina el *bajo* en los dos profesorados. Mientras que en el estudio de Cardeñoso (2001) los profesores de educación primaria usan los tres niveles de confianza, siendo el *bajo* el de mayor presencia en el contexto de juego, en el contexto físico-natural es el *medio*, mientras que en el cotidiano es el *bajo*.

A continuación, presentamos los resultados del estudio comparativo relativo al uso de las categorías argumentativas de la probabilidad entre los estudiantes de Biología y los de Matemática. Para lo cual hemos aplicado el Test de Man-Witney a cada una de las cinco categorías: Contingencia, Laplaciana, Frecuencial, Equiprobabilidad y Experiencial. Los resultados que se muestran en la Tabla 6.22 nos permiten afirmar que los estudiantes de matemática aplican de manera significativamente mayor la categoría *Laplaciana* ($p=0,007$) y la categoría *Experiencial* ($p=0,025$); mientras que en los estudiantes de biología se destaca de manera significativa la aplicación de la *Equiprobabilidad* ($p=0,037$), como un verdadero sesgo más que como una categoría, debido a que la mayoría de los sucesos tienen espacios muestrales no equiprobables. Estos resultados muestran que la instrucción que han

recibido los estudiantes de matemática en probabilidad ha incidido de manera significativa en sus concepciones probabilísticas, en relación con las detectadas entre los estudiantes de biología, entre los que se destaca la ausencia de ideas normativas de la teoría de la probabilidad.

Tabla 6.22 Test de Mann-Witney para la comparación entre las categorías argumentativas usadas por los estudiantes de Matemática y de Biología

categoria	Estadístico (z)	Valor p
Contingencia (PRO 5)	-0,752	0,452
Laplaciana (PRO 6)	-2,698	0,007*
Frecuencial (PRO 7)	-0,185	0,853
Equiprobabilidad (PRO 8)	-2,082	0,037*
Experiencial (PRO 9)	-2,238	0,025*

Completamos el estudio comparativo analizando el uso de cada una de las categorías en cada uno de los tres contextos, mediante la aplicación del test no paramétrico de Kruskal-Wallis. En el contexto de *juego*, los estudiantes del PMF superan de manera significativa a los estudiantes del PBF mediante la aplicación de la argumentación *Laplaciana* con un valor del estadístico $\chi^2=16,126$, con g.l.=1 y valor p < 0,001; y con la argumentación *Experiencial*, con un valor del estadístico $\chi^2=3,831$, con g.l.=1 y valor p < 0,001; mientras que los estudiantes del PBF superan a los del PMF en la aplicación de la argumentación *Equiprobabilidad* con un valor del estadístico $\chi^2=25,627$, con g.l.=1 y valor p < 0,001. En el contexto físico-natural, los estudiantes del PBF superan a los del PMF en el uso de la argumentación *Contingencia*, con un valor del estadístico $\chi^2=6,591$, con g.l.=1 y valor p = 0,010 (Tabla 47 del Anexo 11).

Si consideramos los niveles propedeúticos de los estudiantes, para determinar la influencia de la instrucción en los argumentos probabilísticos, mediante la aplicación del test de Kruskal-Wallis para cada unas argumentaciones, los resultados que se obtienen se muestran en la Tabla 48 del Anexo 11.

Se observa que entre los estudiantes de primer año del PBF y del PMF no se detectan diferencias significativas. En segundo año, se puede probar que los estudiantes del PMF aplican de manera significativamente mayor la categoría *Laplaciana* ($p=0,019$), ya se comienza a vislumbrar la influencia de la instrucción que reciben los estudiantes de matemática en probabilidad, si bien los estudiantes de biología se encuentran cursando bioestadística. En tercer año, esta influencia es

mayor, los estudiantes de matemática aplican de manera significativamente mayor las categorías *Laplaciana* ($p=0,013$) y *Frecuencial* ($p=0,016$), mientras que los estudiantes de biología lo hacen con la *Equiprobabilidad* ($p=0,020$). Finalmente, en cuarto año los estudiantes de matemática se destacan de manera significativa en la aplicación de las categorías *Laplaciana* ($p=0,008$) y *Experiencial* ($p=0,002$), mientras que los estudiantes de biología lo hacen con la *Equiprobabilidad* ($p=0,000$). Es evidente que la instrucción recibida por los estudiantes de matemática, ha incidido en sus concepciones probabilísticas, mientras que en los estudiantes de biología el conocimiento probabilístico parece estar ausente.

Por otra parte, hemos comparado las argumentaciones en función del nivel propedeúutico y el contexto del suceso. Se comprueba que entre los estudiantes de primer año del PMF y del PBF se detectan diferencias significativas en la argumentación *Experiencial* en el contexto de físico-natural a favor del PMF, con un valor del estadístico $\chi^2=6,346$, con g.l.=1 y valor $p=0,012$, situación que no se presenta a nivel global.

En el segundo curso, se detectan diferencias significativas en la argumentación *Laplaciana* entre los estudiantes del PMF respecto de los del PBF, con un valor del estadístico $\chi^2=6,72$, con g.l.=1 y valor $p=0,010$; siendo mayor en matemática.

En el tercer curso, se detectan diferencias significativas a favor de los estudiantes del PMF respecto del PBF en la aplicación de la argumentación *Laplaciana*, en el contexto de juego con un valor del estadístico $\chi^2=6,165$, con g.l.=1 y valor $p=0,013$; y con la argumentación *frecuencial* en el contexto físico-natural, con un valor $\chi^2=8,011$, con g.l.=1 y valor $p=0,005$. Mientras que los estudiantes del PBF superan a los del PMF en la argumentación *Equiprobabilidad*, tanto en el contexto de *juego*, con un valor de $\chi^2=7,772$, con g.l.=1 y valor $p=0,005$; como en el contexto *cotidiano*, con un valor $\chi^2=4,8$, con g.l.=1 y valor $p=0,028$.

En el cuarto curso, las diferencias se acentúan aún más; así en el contexto de *juego*, los estudiantes del PMF usan de manera significativamente la *Contingencia* ($\chi^2=5,779$, con g.l.=1 y valor $p=0,016$) y la *Laplaciana* ($\chi^2=5,615$, con g.l.=1 y valor $p=0,018$); mientras que los del PBF lo hacen de manera significativamente con la *Equiprobabilidad* ($\chi^2=32,824$, con g.l.=1 y valor $p<0,001$). También en el contexto *cotidiano* los estudiantes del PBF usan de manera significativamente mayor la

Equiprobabilidad con $\chi^2=6,613$, con g.l.=1 y valor p = 0,010; y la *Contingencia* en el contexto físico-natural con $\chi^2=4,978$, con g.l.=1 y valor p = 0,026. Mientras que los estudiantes del PMF usan más argumentaciones de tipo *Experiencial* en el contexto físico-natural, $\chi^2=8,804$, con g.l.=1 y valor p = 0,003.

Además, hemos analizado la relación entre la categoría argumentativa de la probabilidad y el nivel de confianza asignado a la ocurrencia del suceso. Así, encontramos que entre los estudiantes de biología, la *Contingencia* se usa con mayor frecuencia cuando el nivel de confianza es el “bajo” y el “medio” respecto del “alto” (Anexo 9, Tabla 16); mientras que los estudiantes de matemática lo hacen en primer lugar con el nivel de confianza “bajo”, con menor frecuencia con el “medio” y finalmente con el “alto” (Anexo 10, Tabla 14). Por otra parte, la estrategia multiplicativa *Laplaciana*, se asocia con los niveles de confianza, de igual manera en matemática que en biología; siendo dominante el uso del nivel “bajo”, seguido por el “medio” y finalmente con el “alto”. De la misma manera se usa la categoría *frecuencial* en ambos profesorados; tanto el nivel “alto” como el “medio” se usan con mayor frecuencia que el “bajo”. En cuanto a la *Equiprobabilidad*, entre los estudiantes de biología, se relaciona con mayor frecuencia con el nivel “bajo” y el “medio” respecto del “alto”; mientras que en matemática, los estudiantes usan esta categoría con mayor frecuencia con el nivel “medio”, en segundo lugar el nivel “alto”, y finalmente el “bajo”. Para la categoría *Experiencial*, los estudiantes de biología, la asocian en primer lugar con el nivel “bajo” respecto del “medio” y del “alto”; mientras que en matemática, se usa con el nivel “bajo”, seguido por el “medio” y finalmente el “alto”.

6.7.11 ANÁLISIS COMPARATIVO DE LAS TENDENCIAS DE PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO EN LOS ESTUDIANTES DEL PBF Y PMF

Comparamos y contrastamos las cuatro tendencias de pensamiento probabilístico encontradas entre los estudiantes de Biología y los de Matemática. El análisis diferencial de estos dos tipos de pensamiento probabilístico nos lleva a examinar las concepciones que tienen sobre los sucesos aleatorios, los sucesos no aleatorios, los diferentes significados de probabilidad; y en consecuencia nos permite detectar similitudes e incompatibilidades; para comprender cómo razonan los estudiantes en función de la modalidad del profesorado. Estas tendencias en orden jerárquico, desde la postura más compleja a la menos compleja son: Contingencia e

Incertidumbre, Personalista, Determinista; se presentan en los dos profesorados con algunos matices diferentes.

Las tendencias hacia la **Contingencia** en Biología y en Matemática tienen varias características en común, si bien en Biología el grupo que manifiesta esta tendencia es más numeroso, dado que representa aproximadamente al 43,08% de los estudiantes que respondieron al cuestionario; en Matemática sólo representa al 25,39%. Se destaca un mayor reconocimiento de la aleatoriedad en el grupo de estudiantes de Matemática.

Las similitudes entre ambos grupos son las siguientes; reconocen la aleatoriedad fundamentalmente desde la **Multiplicidad** con valores máximos; y usan la propia **Subjetividad** con valores similares al valor medio de esta categoría. La **Causalidad** alcanza el valor máximo entre los estudiantes de Matemática; mientras que en Biología si bien no alcanza el valor máximo se aproxima bastante a éste. Cuando estiman la probabilidad, lo hacen desde las estrategias aditiva y la multiplicativa: **Contingencia** y **Laplaciana**; siendo la **Experiencial** la que se aplica con menor frecuencia en ambos grupos. En cuanto a la categoría **Frecuencial**, ésta alcanza el valor máximo en biología, mientras que en matemática si bien no es el valor máximo se acerca bastante a éste.

Es decir que, los estudiantes de ambos profesorados reconocen la multiplicidad de resultados distintos, algunos favorables, otros desfavorables en la ocurrencia del fenómeno, y completan sus argumentaciones con explicaciones causales respecto de la aleatoriedad de los sucesos. Cuando estiman la probabilidad, lo hacen fundamentalmente usando estrategias, a las que Cardeñoso (2001) nombra como pre-probabilísticas, la que resulta válida para los sucesos planteados en este estudio, pero no es válida para comparar probabilidades de sucesos correspondientes a espacios muestrales distintos. También aplican la estrategia multiplicativa: concepción clásica de probabilidad, que si bien tiene limitaciones es más evolucionada que la anterior. También es importante el uso que hacen de la concepción Frecuencial, que permite estimar probabilidades en sucesos en los que es imposible aplicar la definición clásica. Se destaca la escasa presencia de argumentaciones basadas en las categorías Experiencial. y Equiprobabilidad. Por lo que podemos concluir que, la estimación de la probabilidad la realizan desde concepciones objetivas de la misma; y además que esta tendencia de pensamiento es la que presenta concepciones más cercanas a las expertas.

De acuerdo con las características enunciadas podemos decir que estamos en presencia de una tendencia hacia la **Contingencia con matices causales**, que junto con la tendencia hacia la **Incertidumbre**; son las dos tendencias que alcanzan el mayor nivel de complejidad entre los estudiantes Matemática. Sin embargo, la situación no es tan definida entre los estudiantes de Biología.

La tendencia denominada **Incertidumbre**, representa el primer grupo en el reconocimiento de la aleatoriedad en ambos profesorados, además es el grupo más numeroso en Matemática, representa al 27,27% de los estudiantes de este profesorado; y es el segundo en importancia numérica en Biología, representa al 40,92% de los mismos. Las características comunes a los dos grupos en relación al reconocimiento de la aleatoriedad, es el hecho de que en ambos grupos la categoría **Incertidumbre** alcanza el valor máximo, mientras que la **Multiplicidad** es la categoría que alcanza el **valor máximo** en Biología; y en Matemática si bien no es el máximo, es el más cercano al máximo. Por otra parte la categoría **Subjetiva** toma el valor mínimo en ambos profesorados. En cuanto a la negación de la aleatoriedad, la **Causalidad** alcanza el valor mínimo en ambos profesorados.

En relación con la estimación de la probabilidad, la **Equiprobabilidad** alcanza el valor máximo, siendo este resultado inconsistente con los espacios muestrales de los sucesos planteados en el cuestionario; por lo que estamos en presencia de dos grupos cuyas concepciones probabilísticas distan bastante de las ideas formales de la teoría probabilística.

La diferencia en la tendencia Incertidumbre entre ambos profesorados; se refiere a la estimación de la probabilidad; en efecto, entre los estudiantes de Matemática se destaca el uso mínimo de la Contingencia, la Laplaciana y la Frecuencial.

Los grupos Incertidumbre poseen características similares con el detectado por Cardeñoso (2001) en relación con la aleatoriedad, pero no así con la estimación de la probabilidad; por lo que podríamos concluir, en coincidencia con este autor, que estamos en presencia de un *Indeterminismo ingenuo*. Para nosotros, los dos grupos que hemos encontrado con tendencia a la Incertidumbre, a pesar de su alto reconocimiento de la aleatoriedad, tienen concepciones acerca de la estimación de la probabilidad incompatibles con las consensuadas por la literatura específica.

La tendencia denominada **Personalista**, representa el tercer grupo en el reconocimiento de la aleatoriedad. Tiene escasa presencia entre los estudiantes de

Biología, dado que sólo está representado por el 1,23% de los mismos y en Matemática representa aproximadamente al 23,5% de los mismos. Las características comunes a los dos grupos personalistas se refieren, al reconocimiento de la aleatoriedad desde la propia **Subjetividad** con valores máximos, y desde la **Multiplicidad** con valores mínimos; además, la negación de la aleatoriedad se argumenta desde la propia **Subjetividad** con valores máximos. Lo que denota una fuerte tendencia muy subjetiva, asociada a sus creencias, desconociendo la variedad de posibilidades que se presentan en la ocurrencia del fenómeno; y por lo tanto se detecta la ausencia de ideas matemáticas, como la de espacio muestral; siendo el destino o la suerte los determinantes en la ocurrencia del fenómeno.

En la estimación de la probabilidad, es la propia experiencia el argumento más empleado, por lo que se destaca la ausencia de concepciones objetivas de la probabilidad.

En relación con las diferencias encontradas entre los dos grupos personalistas, se evidencia un uso elevado de la Causalidad tanto en el reconocimiento de la aleatoriedad como en la negación entre los estudiantes de biología, lo que no sorprende, por ser una categoría de uso común entre estos estudiantes, ocurriendo lo contrario en Matemática, usan la causalidad en el reconocimiento de la aleatoriedad con valores mínimos; y también niegan la aleatoriedad desde la **Subjetividad** con valores mínimos.

En la estimación de la probabilidad, los estudiantes del PMF y del PBF usan la categoría **Experiencial** con valores máximos. Las diferencias detectadas entre ambos profesorados se deben a que los estudiantes de Matemática usan la **Contingencia** y la **Equiprobabilidad** con valores superiores a la media; mientras que los estudiantes de Biología usan la **Contingencia**, la **Laplaciana** y la **Equiprobabilidad** con valores mínimos. Resultado que nos indica que los estudiantes de biología son más personalistas que los de matemática y estos últimos manifiestan concepciones más cercanas a las normativas de la teoría probabilística.

La tendencia **Determinista** es más importante en el PMF, representa al 23,84% de la población y en el PBF sólo al 14,77%. La similitudes entre ambos grupos se presentan en relación al reconocimiento de la aleatoriedad, dado que lo hacen con valores mínimos desde la **Incertidumbre**; y a su vez la negación con valores máximos desde la **Incertidumbre** y la **Multiplicidad**, hecho que estaría indicando la falta de conocimiento del significado del término aleatorio; y a su vez se argumenta con valores mínimos desde la **Subjetividad**.

En cuanto a las diferencias más notables se refieren a que en el PBF el reconocimiento de la aleatoriedad también lo hacen con valores mínimos desde la **Causalidad**; y la negación de la aleatoriedad se hace en primer lugar desde la **Causalidad**, según la cual cuando consideran que conocen las causas que producen el fenómeno, ya no es aleatorio y cuando desconocen las causas que producen el fenómeno es aleatorio, explicación coincidente con la concepción determinista del azar.

En relación a la estimación de la probabilidad, tanto los estudiantes del PBF y el PMF lo hacen desde la **Equiprobabilidad** con valores que superan a la media, denotando la fuerte presencia de este sesgo y la falta de conocimiento normativo sobre la probabilidad.

En cuanto a las diferencias en la estimación de la probabilidad, los estudiantes del PBF hacen un uso mínimo de la categoría **Experiencial**, mientras que los estudiantes del PMF su uso alcanza el valor medio de esta categoría y la **Contingencia** alcanza un valor que supera al valor medio. Situación que revela la presencia de concepciones más evolucionadas que las de los estudiantes de Biología, respecto de la estimación de la probabilidad.

6.7.12 COMPARACIÓN CON LAS TENDENCIAS DE PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO DETECTADAS POR AZCÁRATE

Recordemos que, Azcárate (1995) realizó un estudio con 57 futuros profesores de Educación Primaria, a quienes les aplicó una serie de enunciados en los que se describían diferentes fenómenos, se les preguntó a los estudiantes si dichos fenómenos eran aleatorios o no y se les solicitó que justificaran su respuesta. Las respuestas de los estudiantes mostraron la presencia de ideas deterministas con argumentaciones causales. Encontró cinco tendencias de pensamiento probabilístico: Indeciso, Determinista, Causalidad, Standard e Incertidumbre.

Si comparamos las tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes del PMF y de los estudiantes del PBF; con las detectadas por Azcárate (1995) en su estudio con los estudiantes del profesorado de Educación Primaria; podemos apreciar ciertas similitudes en las tendencias: Determinista e Incertidumbre. Pero nosotros no hemos encontrado las tendencias: Indecisos, Causalidad y Stándar, que encontrara la mencionada autora. Una diferencia destacable es que, el grupo determinista de Azcárate, representa a uno de sus dos grupos más dominantes, ya

que representa a un 26,32% de los estudiantes del estudio, mientras que en el PMF es el grupo menos numeroso, concentra al 23,5% del total, y en el PBF tiene aún menor presencia, alcanzando el 14,77%. Por otra parte, los tres grupos presentan características comunes, como el hecho de reconocer pocos sucesos como aleatorios; y además son los que menos utilizan el criterio de imprevisibilidad y usan de manera moderada la Causalidad.

Si comparamos el grupo incertidumbre, podemos destacar que, en el PBF representa al 40,92%, en el PMF al 27,17%; siendo el grupo con mayor importancia numérica en ambos profesorados; mientras que para Azcárate, éste es el de menor presencia, y solo alcanza al 10,53% de los estudiantes.

Las características comunes a los tres grupos se refieren al hecho de que reconocen fácilmente los sucesos aleatorios usando como criterio básico el de imprevisibilidad; y una diferencia importante es el hecho de que los estudiantes de Azcárate usan muy poco la causalidad, mientras que nuestros grupos usan la Causalidad con valores que superan el valor medio de esta categoría.

Como ya lo mencionamos, en nuestro estudio no hemos encontrado un grupo como el *Indecisos* de Azcárate, en el que los estudiantes no se han involucrado en dar respuestas a las situaciones planteadas, ya sea por falta de motivación o por no comprender los interrogantes planteados. Como así tampoco hemos encontrado un grupo como el *Causalidad* detectado por la misma autora, cuya característica fundamental es el reconocimiento de la aleatoriedad desde la Causalidad. La ausencia de esta tendencia en nuestro estudio está determinada por la fuerte presencia de argumentos causales entre todos nuestros estudiantes. Además, queremos enfatizar que la categoría Causalidad alcanza el valor máximo entre los estudiantes de biología en el grupo *Personalista*, en el que además se destacan los argumentos subjetivos, tanto para reconocer como para negar la aleatoriedad, a lo que se suma la tendencia personalista en la estimación de la probabilidad, producto de su experiencia personal.

Por otra parte, las tendencias *Incertidumbre* y *Contingencia* también usan la Causalidad con valores superiores a la media. Por lo tanto, tres de los cuatro grupos hacen uso intensivo de la Causalidad, no quedando configurado un solo grupo con tendencia hacia la Causalidad.

En relación, con las tendencias encontradas entre los estudiantes del PMF, tampoco hemos detectado la presencia de la tendencia *Causalidad*, debido a que el grupo *Contingencia* es el que mayor uso realiza de la categoría Causalidad, si bien se

destacan las argumentaciones desde la Multiplicidad en el reconocimiento de la aleatoriedad y la Contingencia en la estimación de la probabilidad. Por otra parte, el grupo *Personalista* es el que hace un importante uso de la causalidad en la negación de la aleatoriedad, a pesar que este grupo presenta las características propias de la tendencia *Personalista*, como son el uso de la categoría subjetiva para reconocer y para negar la aleatoriedad, como así también aplican la argumentación Experiencial en la estimación de la probabilidad.

6.7.13 COMPARACIÓN CON LAS TENDENCIAS DE PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO DETECTADAS POR CARDEÑOSO

Cardeñoso (2001) realizó su investigación sobre las concepciones probabilísticas en 598 profesores de Educación Primaria en activo, y encontró que el mayor reconocimiento de la aleatoriedad se presenta en sucesos del contexto de juego; y el no reconocimiento de la aleatoriedad en sucesos del contexto físico natural y del cotidiano. Además, detectó una fuerte asociación entre la negación de la aleatoriedad y la aplicación de la causalidad, y entre el reconocimiento de la aleatoriedad y las categorías incertidumbre y multiplicidad. Determinó cinco tendencias de pensamiento probabilístico: Determinista, Contingencia, Personalista, Causalidad e Incertidumbre.

Las cuatro tendencias de pensamiento probabilístico que hemos encontrado en nuestro estudio, también fueron detectadas por Cardeñoso; sin embargo, este autor encontró una quinta tendencia, al igual que Azcárate, a la que denominaron *Causalidad*, porque el criterio básico de reconocimiento de la aleatoriedad fue precisamente el uso de argumentos causales, si bien también es el que más usa la Multiplicidad y logra el reconocimiento de la aleatoriedad de la misma forma que el grupo Incertidumbre.

En relación con las categorías argumentativas de la probabilidad y los niveles de confianza asignados a la ocurrencia de los fenómenos, hemos detectado las mismas relaciones que las detectadas por Cardeñoso (2001:358), entre los estudiantes de Biología y los de Matemática. En efecto, la Contingencia y la Laplaciana se encuentran asociadas al nivel de confianza “bajo” en los tres grupos, de la misma forma que la contingencia y la equiprobabilidad se asocia al nivel “medio”; mientras que la categoría frecuencial lo hace con el nivel “alto”.

Tendencia hacia el Determinismo

El grupo con tendencia al determinismo detectado por Cardeñoso, estaba integrado por el 20% de los maestros andaluces encuestados; se caracteriza por, reconocer pocas situaciones como aleatorias; a negar la aleatoriedad argumentando desde la Causalidad, y a estimar la probabilidad desde la categoría Laplaciana, la que no tienen cabida en los espacios que no equiprobables, a pesar de que los sucesos del cuestionario están asociados, en su mayoría, a espacios muestrales no equiprobables. En cuanto al grupo *Determinista* del PBF, éste se caracteriza por argumentar la negación de la aleatoriedad desde la **Causalidad**, la **Multiplicidad** y la **Incertidumbre** con valores máximos; y la estimación de la probabilidad la realizan mediante la **Equiprobabilidad**, categoría que alcanza el valor máximo en este grupo. Por otra parte, el grupo *Determinista* del PMF, niegan la aleatoriedad desde la **Multiplicidad** y la **Incertidumbre**; y en cuanto a la estimación de la probabilidad usan la **Contingencia** y la **Equiprobabilidad** con valores superiores a la media, sin llegar a ser máximos. Por lo que podemos concluir que los tres grupos deterministas presentan características comunes y características diferenciadas.

Tabla 6.23 Análisis comparativo de las tendencia *determinista* entre los estudiantes de Biología, Matemática y los profesores de Educación Primaria de Cardeñoso

		Argumentación característica	Categorías de uso máximo	Categorías de uso promedio	Categorías de uso mínimo
Biología (60 sujetos)	Reconoce alea	-----	-----	ALEA 14	ALEA 11 ALEA 13
	Niega alea	Incertidumbre Multiplicidad	ALEA 23 ALEA 22		ALEA 24
	Asigna Prob.	-----	-----	PRO 6, PRO 8	-----
Matemática (140 sujetos)	Reconoce alea	-----	-----	-	ALEA 13
	Niega alea	Multiplicidad incertidumbre	ALEA 22 ALEA 23	-----	ALEA 24
	Asigna Prob.	-----	-----	PRO 9	-----
Cardeñoso (134 sujetos)	Reconoce alea	-----	-----	-----	-----
	Niega alea	causalidad	ALEA 21	-----	-----
	Asigna Prob.	Laplaciana	PRO 6	PRO 7	-----

Las características comunes se refieren al hecho de que los tres son los que menos reconocen la aleatoriedad; siendo el grupo determinista del PBF el que más se asemeja al grupo de Cardeñoso; porque ambos grupos usan la Causalidad para negar la aleatoriedad con valores máximos; lo que nos lleva a afirmar, que estamos en presencia de un *determinismo causal*. En cuanto a la estimación de la probabilidad, el grupo determinista del PBF y del PMF, aplican el sesgo de Equiprobabilidad de forma sustantiva, y no se detecta la presencia de argumentos normativos.

Tendencia hacia el Personalismo

Los sujetos del grupo *Personalista* de Cardeñoso, integrado por un poco más del 10% de los sujetos encuestados, se caracterizan por conformar el tercer grupo en cuanto al reconocimiento de la aleatoriedad, siendo la argumentación característica la **Subjetiva**, y son las argumentaciones causales las menos usadas entre estos estudiantes; mientras que la **Incertidumbre** alcanza valores promedio. En la negación de la aleatoriedad mantienen el uso de la categoría **Subjetiva**, la **Multiplicidad** la usan con valores promedio, y son mínimas las argumentaciones desde la **Incertidumbre**. En la estimación de la probabilidad las argumentaciones **Frecuencial** y **Experiencial** alcanzan valores máximos, mientras que la **Contingencia**, la **Laplaciana** y la **Equiprobabilidad** toman valores mínimos.

Por otra parte, el grupo *Personalista* del PBF, muestra una fuerte tendencia a las argumentaciones **subjetivas y causales**, a su vez cuando niegan la aleatoriedad aplicando argumentos **causales**, con valores superiores a la media de esta categoría. Siendo la fuerte presencia de la Causalidad, lo que le otorga matices diferentes respecto del grupo de Cardeñoso. En la estimación de la probabilidad, usan fundamentalmente la **Experiencial** con valores máximos, mientras que el resto de las categorías relativas a la estimación de la probabilidad aparecen con valores mínimos.

Por otra parte, el grupo *Personalista* detectado entre los estudiantes del PMF, también es el tercer grupo en el reconocimiento de la aleatoriedad, como el de Cardeñoso; y argumentan la presencia de la aleatoriedad desde la categoría **Subjetiva**, la que alcanza el máximo en este grupo, si bien la Incertidumbre alcanza un valor superior a la media y la Causalidad adquiere el valor mínimo en este grupo; en relación con la negación de la aleatoriedad lo hacen desde la propia **Subjetividad**, y desde la **Causalidad**, alcanzando estas categorías valores máximos. Por lo que podemos concluir, que este grupo es marcadamente **Personalista** con tendencia hacia a la **Causalidad**.

Luego, el grupo *Personalista* del PMF, presenta una tendencia hacia la Causalidad en relación con la negación de la aleatoriedad. En cuanto a la estimación de la probabilidad lo hacen de la misma forma que el grupo de Cardeñoso, es decir, desde la **Frecuencial**, que como expresa este autor *sería equivalente al uso de los heurísticos de Kahneman, Slovic y Tversky (1982), basados en la lectura de carácter empírico de la propia realidad.* y además confirmamos lo que expresa respecto de la ausencia de la Equiprobabilidad; debido a que estos sujetos no realizan una lectura estándar de la incertidumbre, y en consecuencia no asumen la hipótesis de equiprobabilidad, en concordancia con la lectura clásica de la probabilidad. Además, coincidimos en el uso de la categoría **Experiencial**; como resultado de su propia experiencia.

Tabla 6.24 Análisis comparativo de la tendencia *personalista* entre los estudiantes de Biología, Matemática y los profesores de Educación Primaria de Cardeñoso

		Argumentación característica	Categorías de uso máximo	Categorías de uso promedio	Categorías de uso mínimo
Biología (5 sujetos)	Reconoce alea	Subjetiva	ALEA 14	-----	ALEA 12 ALEA 13
	Niega alea	Causalidad Subjetiva	ALEA 21 ALEA 24	-----	ALEA 22 ALEA 23
	Asigna Prob.	Experiencial	PRO 9	-----	ALEA 11 ALEA 12
Matemática (134 sujetos)	Reconoce alea	Subjetiva	ALEA 14	-----	-----
	Niega alea	Causalidad	ALEA 21	-----	-----
	Asigna Prob.	Experiencial Frecuencial	PRO 9 PRO 7	PRO 6	-----
Cardeñoso (77 sujetos)	Reconoce alea	Subjetiva	ALEA 14	ALEA 13	ALEA 11
	Niega alea	Subjetiva	ALEA 24	ALEA 22	ALEA 23
	Asigna Prob.	Frecuencial Personalista	PRO 7 PRO 9		PRO5, PRO 6 PRO 8

Los tres grupos tienen en común el uso de la **Subjetividad** para reconocer y para negar la aleatoriedad y el uso de la categoría **Experiencial** para estimar la probabilidad. El grupo de Cardeñoso se diferencia del grupo *personalista* del PBF, en que este último usa de manera significativa la **Causalidad** en la afirmación y en la negación de la aleatoriedad; mientras que el de Cardeñoso la usa en la negación de la misma forma que el grupo de los estudiantes del PMF.

Tendencia hacia la Incertidumbre

La tendencia ***incertidumbre*** detectada por Cardeñoso, reúne aproximadamente al 15% de los sujetos encuestados, representa para este autor la situación conceptual más avanzada, no ocurriendo lo mismo con la tendencia incertidumbre detectada entre los estudiantes del PBF y en los del PMF. Los miembros de los tres grupos son los que logran el mayor reconocimiento de la aleatoriedad, y argumentan fundamentalmente desde la imprevisibilidad de los sucesos con valores máximos.; siendo los argumentos causales y los argumentos desde la multiplicidad de importancia, ya que superan el valor medio; mientras que en el grupo de Cardeñoso, los argumentos causales son inferiores a la media. Cuando niegan la aleatoriedad, los argumentos causales alcanzan valores mínimos en los tres grupos.

Tabla 6.25 Análisis comparativo de la tendencia *incertidumbre* entre los estudiantes de Biología, de Matemática y los profesores de Educación Primaria de Cardeñoso.

		Argumentación característica	Categorías de uso máximo	Categorías de uso promedio	Categorías de uso mínimo
Biología (128 sujetos)	Reconoce alea	Incetidumbre	ALE 13 ALEA 12 ALEA 11	-----	ALEA 14
	Niega alea	-----	-----	ALEA 24	ALEA 22
	Asigna Prob.	Equiprobabilidad	PRO 8	-----	PRO 9
Matemática (157 sujetos)	Reconoce alea	Incetidumbre	ALEA 13	-----	ALEA 14
	Niega alea			-----	ALEA 21
	Asigna Prob.	Equiprobabilidad	PRO 8	-----	PRO 5 PRO 6
Cardeñoso (92 sujetos)	Reconoce alea	Incetidumbre	ALEA 13		ALEA 12
	Niega alea	-----	-----	ALEA 24	ALEA 21 ALEA 22
	Asigna Prob.	-----	-----	PRO 5, PRO 6, PRO 7, PRO 8. PRO 9	-----

En relación con la estimación de la probabilidad se pueden apreciar diferencias considerables, mientras los estudiantes del PBF y del PMF argumentan desde la Equiprobabilidad, indicando la falta de argumentos expertos en estos estudiantes; mientras que los maestros de Cardeñoso lo hacen desde la **Contingencia** y la **Laplaciana**. La diferencia en la estimación de la probabilidad a favor del grupo de Cardeñoso, lo posiciona en un nivel de mayor complejidad que los otros dos.

Tendencia hacia la Contingencia

La tendencia hacia la **Contingencia** en Cardeñoso, sobrepasa escasamente al 10% de la muestra; representa al grupo que menos sujetos aglutina, reconoce y niega la aleatoriedad de los sucesos desde la **Multiplicidad** con valores máximos; mientras que en el profesorado de Biología es la tendencia que agrupa a la mayor cantidad de estudiantes y argumenta la aleatoriedad desde la **Multiplicidad** y en segundo lugar desde la **Causalidad**. En Matemática es el segundo grupo en importancia numérica, y también argumentan desde la **Multiplicidad** y desde la **Causalidad**. Cuando niegan la aleatoriedad los maestros de Cardeñoso lo hacen desde la **Multiplicidad** y la **Incertidumbre** con valores máximos; mientras que los estudiantes del PMF usan las mismas categorías con valores mínimos; los estudiantes del PBF usan la Causalidad y la Subjetividad con valores que superan levemente el valor medio.

Tabla 6.26 Análisis Comparativo de la tendencia *Contingente* entre los estudiantes de Biología, Matemática y los profesores de Educación Primaria de Cardeñoso

		Argumentación característica	Categorías de uso máximo	Categorías de uso promedio	Categorías de uso mínimo
Biología (132 sujetos)	Reconoce alea	Incertidumbre	ALEA 13	ALEA 14	-----
	Niega alea	-----	-----	-----	ALEA 22 ALEA 23
	Asigna Prob.	Contingencia Frecuencial	PRO 5 PRO 7	PRO 9	-----
Matemática (152 sujetos)	Reconoce alea	Multiplicidad Causalidad	ALEA 12 ALEA 11	ALEA 14	-----
	Niega alea	-----	-----	-----	ALEA 22 ALEA 23
	Asigna Prob.	Contingencia Laplaciana	PRO 5 PRO 6	-----	PRO 8 PRO 9
		-----	-----	ALEA 12	ALEA 13

Cardeñoso (63 sujetos)	Reconoce alea			ALEA 14	
	Niega alea	Multiplicidad Incertidumbre	ALEA 22 ALEA 23	-----	-----
	Asigna Prob.	Contingencia	PRO 5	PRO 6, PRO 7	PRO 9

En relación a la estimación de la probabilidad, los tres grupos usan la **Contingencia** con valores máximos y la **Experiencial** con valores mínimos. Pero además los estudiantes del PBF usan las categorías **Laplaciana** y **Frecuencial** con valores máximos; y los del PMF también usan la **Frecuencial** con valores máximos.

Los tres grupos coinciden en el uso de la **Multiplicidad** para reconocer la aleatoriedad y la **Contingencia** en la estimación de la probabilidad. Pero dadas las características que presenta el grupo contingencia en biología y en matemática, podemos afirmar que representan tendencias de pensamiento probabilístico más avanzadas que las detectadas por Azcárate y por Cardeñoso.

6.8 CONCLUSIONES FINALES DEL CAPÍTULO 6

El uso de la causalidad de manera significativa entre los estudiantes del PMF, y en particular entre los estudiantes del PBF, nos lleva a reflexionar acerca de las razones que producen esta situación. Los estudiantes del PBF apoyan sus argumentos en la descripción detallada de las posibles causas que pueden originarlos; mientras que los estudiantes del PMF prefieren argumentar desde la falta de control de las causas que originan el fenómeno.

La ausencia del grupo *Causalidad* entre los estudiantes del PBF se debe al hecho de que curiosamente, los estudiantes que más argumentan la aleatoriedad desde la causalidad, son también los que la explican desde las propias creencias y experiencias vivenciales. A lo que se suma las explicaciones experienciales en la estimación probabilística. Todo contribuye a que éste sea un grupo fuertemente personalista con una marcada tendencia hacia la causalidad, otorgándole un carácter distintivo respecto de los otros dos grupos personalistas; es decir, al detectado entre los estudiantes del PMF y el encontrado por Cardeñoso.

En general, la causalidad es un argumento ampliamente usado por los estudiantes del PBF. Por otra parte, la presencia de este argumento es prominente en el grupo Incertidumbre, en el Contingente y en el Personalista; los que concentran al 85,23% de los estudiantes del PBF. Por lo que entendemos que esta sea la causa que produce la ausencia de la tendencia hacia *Causalidad*, el que fue detectado en el

estudio de Azcárate (1995) y en de Cardeñoso (2001). En el estudio de Cardeñoso el grupo Causalidad fue el más numeroso, concentrando al 35% de todos los maestros participantes; mientras que en el estudio de Azcárate fue el segundo en importancia numérica.

En relación con los estudiantes del PMF y la causalidad, ocurre una situación similar; ellos usan la causalidad con valores superiores a la media en los grupos Incertidumbre y Contingencia; que aglutinan al 52,66% de los estudiantes que participaron del estudio. Sin embargo, el grupo Personalista usa la causalidad con valores inferiores a la media, siendo ésta una característica que lo diferencia del grupo Personalista de los estudiantes del PBF. Además, cabe destacar que éstos usan la causalidad de manera significativamente menor que los estudiantes del PBF.

Como expresa Pozo (1987) la importancia del pensamiento causal en nuestra vida cotidiana es tal que, raro es el día en que no hacemos o respondemos a las preguntas que empiezan con *por qué*. Además agrega, *“el pensamiento causal y el aprendizaje de la ciencia son dos caras de la misma moneda”* (p.16); y en palabras de Lakatos (1978, p.30): *“se puede decir que una proposición es científica sólo si trata de expresar conocimiento causal”*. Por lo que podemos concluir que, el desarrollo del pensamiento científico va de la mano del pensamiento causal.

Es evidente que las disciplinas científicas que integran el diseño curricular de ambos profesorados y en particular el de biología, está contribuyendo en el desarrollo del pensamiento causal.

Por otra parte, como afirma Glymour (2001, 2003) las personas construimos una representación causal de la realidad por medio de la observación y manipulación de ciertos eventos que la componen. Esta interacción observacional y manipulativa con el ambiente nos va dando pistas para ir generando una idea sobre la estructura causal del mundo; la cual a su vez es comparable, por lo menos fenomenológicamente, a una red bayesiana. Esta idea proviene de Heider al considerar a las personas como *científicos ingenuos* que llevamos a cabo procesos de generación, contraste y modificación de hipótesis sobre la realidad de modo parecido a como lo hace el método científico (López y García, 2009)

En definitiva, los estudiantes del PBF son los que han logrado interpretaciones más complejas del mundo real, lo que les permite un mayor reconocimiento de la aleatoriedad y a su vez son los que más han utilizado argumentos causales. La causalidad y el azar son dos ingredientes fundamentales para entender los procesos

naturales. En efecto, cuando suceden una serie de sucesos azarosos que tengan las mismas tendencias, nos interesa estudiar la regularidad de estos sucesos de modo que podamos establecer una ley causal que nos permita predecir el comportamiento futuro. Por lo que, la causalidad y las leyes de azar son inseparables, y la interconexión entre ellos permite que la ciencia pueda seguir avanzando.

Por otra parte, debemos destacar la importante presencia del grupo *personalista* entre los estudiantes del PMF, que representa al 23,5% de los mismos, situación que no ocurre en el PBF. En efecto; si bien la objetividad es un deseo natural y legítimo, ésta parece ser una característica del pensamiento de los estudiantes de Biología; mientras que la subjetividad, que es un fenómeno inevitable, especialmente en situaciones de incertidumbre, vemos que siempre aparecerá en una u otra medida; y es una característica que tiene más presencia en el pensamiento de los estudiantes de Matemática.

Los estudiantes que conforman la tendencia personalista, estiman la probabilidad, desde la perspectiva producto de sus convicciones, creencias, experiencias. En esta concepción, se considera que la probabilidad es una expresión de la creencia o percepción personal. Mide el grado de confianza que la persona asigna a la probabilidad de ocurrencia de un suceso, por lo cual la probabilidad ya no es considerada como una cualidad del suceso. La probabilidad subjetiva puede ser un precursor fundamental para la comprensión de la concepción formal, ya que permite al sujeto modificar sus previsiones iniciales en función de los resultados experimentales.

Esta visión subjetiva de la probabilidad es la que dio origen a la probabilidad bayesiana. La probabilidad bayesiana puede definirse para cualquier proposición, mientras que la frecuencial se define sólo para sucesos en un espacio muestral; lo que hace que se aplique con mayor frecuencia en el contexto cotidiano y en el físico-natural, en donde el espacio muestral no aparece fácilmente. Con lo que asevera lo que expresa Hacking (2005), *la probabilidad que surgió en tiempos de Pascal es esencialmente dual; tiene que ver tanto con frecuencias estables como con grados de creencia* (p. 23). Por un lado es estadística y tiene que ver con las leyes estocásticas de los procesos aleatorios, y por otro lado es epistemológica, dedicada a estimar grados razonables de creencias.

Como en el método bayesiano se hace uso de toda la información previa disponible, esto hace que distintos investigadores obtengan diferentes resultados de los mismos datos en función del conocimiento o experiencia previa; hecho que ha originado fuertes críticas a la inferencia bayesiana. La posibilidad que ofrece el

teorema de Bayes de revisar las probabilidades iniciales en función de la nueva información, le hace perder el carácter objetivo (Hacking, 2005; Cabriá, 1994). Mientras que en la inferencia clásica esta información no se tiene en cuenta.

En general, y en relación con la estimación de la probabilidad podemos afirmar que, los estudiantes del PMF han demostrado poseer unas concepciones probabilísticas más cercanas a las que establece la teoría probabilística.

Estas características distintivas de los estudiantes del PBF y del PMF están relacionadas con la especificidad de cada profesorado; representada por los enfoques epistemológicos de las disciplinas que integran los respectivos diseños curriculares. Estos enfoques epistemológicos interactúan con los perfiles socioculturales de los estudiantes, y con la formación profesional del profesorado, determinando de esta forma modelos mentales, que conllevan a distintas interpretaciones de los fenómenos que ocurren en el mundo real, y configuran tendencias de pensamiento probabilístico diferenciadas.

Considerando los marcos teóricos sobre los cuales se apoyan los diseños curriculares, vemos que contemplan el enfoque clásico de la estadística. En oposición a éstos, Krynski y Tenenbaum (2007) en un estudio sobre razonamiento probabilístico bajo incertidumbre, concluyen que el formalismo de las redes bayesianas como modelo teórico del razonamiento bajo incertidumbre, puede explicar mejor el comportamiento de las personas ante juicios causales frente a las perspectivas frecuentistas y de los sesgos. Para estos autores las desviaciones de los juicios de las personas respecto de la normas tradicionales, se puede explicitar en términos de desajuste entre la estadística que se les enseña a las personas y los modelos causales que intuitivamente construyen para afrontar el razonamiento probabilístico. De acuerdo con los resultados de los experimentos que realizaron; concluyen que, *los juicios de las personas son más consistentes con las normas de la bayesiana causal. Donde las inferencias bayesianas son hechas sobre modelos causales.*

Por lo que podríamos sugerir, la incorporación a los diseños curriculares mencionados, un marco teórico que complemente a la normativa que aporta la estadística clásica; es decir, nos referimos a la estadística bayesiana; lo que podría generar modelos mentales que proporcionen interpretaciones más ajustadas al mundo real.

CAPÍTULO 7

CONCLUSIONES FINALES

NUEVAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

7.1 CONCLUSIONES FINALES

A modo de conclusión analizamos el logro de nuestros objetivos y la verificación de nuestras hipótesis planteadas en el capítulo 3.

En el capítulo 4 hemos descripto las concepciones probabilísticas de los estudiantes para profesor de biología de la provincia de Mendoza en Argentina; y hemos procedido de la misma manera en el capítulo 5, con los estudiantes para profesor de matemática; cumpliéndose de esta manera con el Objetivo 1 y Objetivo 2.

Objetivo 1: *“Describir y analizar las argumentaciones que usan los futuros profesores de Matemática y de Biología para la educación secundaria de la provincia de Mendoza, para reconocer la aleatoriedad de los sucesos, que se presentan en distintos contextos”.*

En relación con el objetivo 1, habíamos planteado la siguiente hipótesis:

Hipótesis 1: *Pensamos que los futuros profesores poseen un conocimiento endeble de la noción de aleatoriedad, debido a los resultados obtenidos en la literatura de la investigación en didáctica de la probabilidad. En efecto, hemos encontrado en investigaciones sesgos y heurísticos relacionados con la aleatoriedad; escaso tratamiento de esta noción en el discurso docente y dificultades en la determinación del espacio muestral.*

Esta hipótesis fue confirmada a través del análisis de las respuestas de los estudiantes al cuestionario y a las entrevistas. Estos resultados que nos han permitido saber cómo los estudiantes están pensando y a su vez nos han dado una imagen de sus concepciones alternativas. Es decir, podemos explicar la situación actual en relación con la formación de los futuros profesores de biología y de matemática acerca de la aleatoriedad, y en consecuencia este conocimiento puede conducir a mejoras en la forma de enseñar y conceptualizar respecto de la misma. Se debe solventar esta situación, dado que algunos de los futuros profesores pueden construir concepciones incorrectas de la aleatoriedad en ausencia de una instrucción adecuada, como nos advierte Borovcnick (2012), cuestión que pasa por implementar un sistema formativo

que ayude a los futuros profesores para que hagan explícitas sus concepciones sobre el azar, la aleatoriedad y la probabilidad, dándoles oportunidad de evolucionarlas (Batanero, Arteaga, Serrano y Ruiz, 2014)

La negación incorrecta de la aleatoriedad de los estudiantes de ambas modalidades de profesores, se debe a que la cognición de la aleatoriedad tiene dos componentes, uno conceptual y otro perceptivo. Uno puede ser capaz de discriminar entre fenómenos aleatorios de los no aleatorios; sin embargo, ser incapaz de identificar cuál es uno y cuál es el otro (Nickerson, 2002; Nickerson y Butler, 2009; Zhao y Osherson, 2012).

Los futuros profesores de biología logran un mayor RA, que los de matemática. Sin embargo, estos últimos logran un mayor RA que los profesores de Educación Primaria en activo obtenidos por Cardeñoso (2001). En general, estos resultados son similares a los encontrados por Azcárate (1996) con profesores de Educación Primaria en formación y con los de Azcárate et al. (1998).

Para los estudiantes del PBF, el mayor RA respecto de los estudiantes del PMF, se presenta en los sucesos del contexto *cotidiano* argumentando en primer lugar desde la *incertidumbre*, en segundo lugar usan la *causalidad* y luego desde la *multiplicidad*; mientras que en el contexto de *juego* lo hacen desde la *causalidad*. En cuanto al NRA, en el contexto de *juego* la categoría más aplicada es la *incertidumbre*; y en el contexto *físico-natural* la *causalidad*, como ocurre en el trabajo de Cardeñoso (2001) esta categoría es la más usada por los profesores de educación primaria en activo para argüir incorrectamente la negación de la aleatoriedad de los sucesos aleatorios planteados.

Por lo que podemos concluir, que entre los estudiantes del PBF se destaca el uso del razonamiento causal. Entendemos que una concepción causal espontánea responde a una determinada visión del mundo, a un modo de ver y de explicar cómo se desarrollan los acontecimientos y está presente en la manera habitual de expresarse las personas. Cuando estos estudiantes comenzaron con el estudio de la biología, adquirieron entrenamiento en la elaboración de explicaciones biológicas y es probable que en ese momento construyeron explicaciones utilizando el razonamiento causal o el razonamiento analógico. De esta manera se confirma lo expresado por Azcárate (1995) y Pfannkuch y Brown (1996) quienes sostienen que el razonamiento causal se usa en situaciones del mundo real como resultado de su propia experiencia.

Los estudiantes del PMF logran el mayor RA respecto de los estudiantes del PBF, en el contexto de *juego* desde la argumentación, denominada *multiplicidad*. Mientras que el NRA es mayor en el contexto *cotidiano* y de *juego*, en donde argumentan desde la *multiplicidad* y desde la categoría *subjetiva*.

En general, los PBF y PMF hacen un menor uso de la *subjetividad* en relación con los profesores de educación primaria en activo del estudio del Cardeñoso (2001).

La *multiplicidad* resultó ser la argumentación más empleada por los estudiantes del PMF; posiblemente porque está asociada a la noción de espacio muestral, y éste es un concepto más estudiado por estos estudiantes. Pero lo sorprendente es que también la hayan empleado en la negación incorrecta de la aleatoriedad, de la misma manera que cuando lo hacen desde la *incertidumbre*. Por lo que se puede pensar que algunos estudiantes distinguen los sucesos aleatorios de los no aleatorios, pero no logran etiquetarlos correctamente.

Los estudiantes del profesorado de matemática logran un RA con menos dificultades en el contexto de *juego*; este resultado es análogo al encontrado por el Cardeñoso y Azcárate (2004) con profesores de Educación Primaria en activo y con los resultados encontrados por Lecoutre, Rovira, Lecoutre y Poitevineau (2006). Podemos concluir que el contexto *cotidiano* y el contexto *físico-natural* constituyen un obstáculo en el reconocimiento de la aleatoriedad, confirmando el resultado que ya fue encontrado por Cardeñoso (2001) en su estudio con profesores de educación primaria en activo.

Las diferencias señaladas a favor de los estudiantes del PBF, sugieren la idea de que estos estudiantes tienen un particular interés en comprender los fenómenos que se presentan en el mundo *cotidiano* y en el mundo *físico-natural*. Lo que los lleva a adoptar una perspectiva más crítica, y por ende a lograr una racionalidad más compleja de la realidad. Por lo que podemos concluir que en la formación del futuro profesor de biología, el entramado de las disciplinas biológicas, como la genética, la evolución y la ecología; para las cuales la noción de *azar* surge naturalmente; inciden en forma sustantiva en el pensamiento de los estudiantes del PBF.

Las concepciones que tienen los estudiantes del PMF, sobre el mundo parecen ser el resultado de una visión más determinista desde su formación matemática,

conllevando una visión más simplificadora de la realidad; debido a que sus intereses se centralizan en los *entes abstractos* y los *sistemas deductivos*; y todavía no han logrado el nivel de desarrollo necesario que les permita interpretar los fenómenos de la vida cotidiana y del mundo físico-natural desde concepciones más cercanas a la *incertidumbre*.

Los resultados muestran, que tanto entre los futuros profesores de Matemática como entre los futuros profesores de Biología para la educación secundaria, no se detectan cambios en el reconocimiento de la aleatoriedad en la medida en que aumenta el nivel propedéutico de los estudiantes. Por lo tanto, queda planteada la necesidad de la revisión del currículo de ambos planes de formación de los dos profesorados.

El objetivo 2: “*Describir y analizar las argumentaciones que usan los futuros profesores de Matemática y de Biología para la educación secundaria de la provincia de Mendoza, para estimar la probabilidad de los sucesos, que se presentan en distintos contextos*”. La Hipótesis correspondiente a este objetivo es la siguiente:

“Pensamos que los futuros profesores poseen un conocimiento incompleto de la noción de probabilidad, debido a las informaciones que hemos recibido de los resultados de investigaciones previas. Se ha podido observar que los estudiantes no logran una correcta interpretación de los diferentes significados de la probabilidad; en el mejor de los casos interpretan correctamente el significado clásico, y desconocen el subjetivo. Los formadores de los futuros profesores, en general no realizan actividades que involucren simulaciones, y por lo tanto no logran relacionar el significado clásico con el frecuencial, a pesar que los diseños curriculares lo contemplan”.

La que también se ha verificado a través del análisis de las respuestas de los estudiantes al cuestionario realizado en los capítulo 4 y 5.

Se ha detectado entre los estudiantes del PBF una fuerte carencia de nociones probabilísticas, a pesar de haber logrado un mayor RA respecto de los estudiantes del PMF. Esta carencia se ve reflejada en el uso intensivo de la *Equiprobabilidad*, como un verdadero sesgo y no como argumentación valedera; y en el mejor de los casos hacen uso de la estrategia aditiva *Contingencia*. Por otra parte, entre los estudiantes del PMF, se puede comprobar una mejor formación probabilística. Hacen un uso importante de la argumentación multiplicativa *Laplaciana* en relación con los estudiantes del PBF, fundamentalmente entre los estudiantes de los últimos tres años de la carrera. Luego, podemos concluir que esta formación es insuficiente para

afrontar la enseñanza de este tópico tan importante, como es el de la *Probabilidad*. Con lo que se confirmaría nuestra hipótesis.

El objetivo 3 se alcanzó en el capítulo 6, en el que se describen las TPPB y las TPPM. Recordemos que era el siguiente: “*Obtener una caracterización de las diferentes tipologías de concepciones probabilísticas que presentan los futuros profesores, para lograr una modelización de las tendencias de pensamiento probabilístico de los mismos*”. Para el que habíamos esbozado la siguiente hipótesis:

Pensamos que en general, los estudiantes de Biología y los de Matemática poseen tendencias de pensamiento probabilístico diferenciadas, dada la heterogeneidad de las características socioculturales y sociodemográficas de los estudiantes que participan en el estudio.

Tanto entre los estudiantes del PBF y los estudiantes del PMF hemos detectado la presencia de cuatro tendencias de pensamiento probabilístico. Estas tendencias en orden jerárquico, desde la postura más compleja a la menos compleja son: Contingencia, Incertidumbre, Personalista y Determinista; y se presentan en los dos profesorados con algunos matices diferentes.

Las tendencias hacia la **Contingencia** en el PBF y en el PMF tienen varias características en común, si bien en biología el grupo que manifiesta esta tendencia es más numeroso, dado que representa aproximadamente al 43,08% de los estudiantes que respondieron al cuestionario; en matemática sólo representa al 25,39%. Este grupo se diferencia de los otros tres, porque logran mejores argumentaciones en relación con la estimación de la probabilidad. En particular, en el caso de los estudiantes de Matemática, se diferencian del grupo de estudiantes de Biología, porque usan con mayor frecuencia las categorías *laplaciana* y *frecuencial*; acercándose a concepciones más normativas.

La tendencia denominada **Incertidumbre**, representa el primer grupo en el reconocimiento de la aleatoriedad en ambos profesorados, además es el grupo más numeroso entre los estudiantes del PMF, representa al 27,27% de los mismos; y es el segundo en importancia numérica en biología, representa al 40,92% de los estudiantes. Si bien no logran dar argumentaciones satisfactorias respecto de la

estimación de la probabilidad; en muchos casos parecen desconocer las nociones probabilísticas básicas.

La tendencia denominada **Personalista**, representa el tercer grupo en el reconocimiento de la aleatoriedad. Tiene escasa presencia entre los estudiantes de biología, dado que sólo está representado por el 1,23% de los mismos y en matemática representa aproximadamente al 23,5%.

La tendencia **Determinista** es más importante en matemática, representa al 23,84% de la población y en Biología sólo al 14,77%.

El objetivo 4 se alcanzó y se describe en el capítulo 6, el que expresa lo siguiente: *“Determinar semejanzas y diferencias en las concepciones de pensamiento probabilístico que poseen los estudiantes de los dos profesorados en función de los niveles propedéuticos; y en función de la modalidad de cada uno de los profesorados”*.

La hipótesis correspondiente a este objetivo es la siguiente: *“Pensamos que la formación académica de los estudiantes del profesorado de biología difiere sustancialmente de la de los estudiantes del profesorado de Matemática, debido a las disciplinas que integran el diseño curricular de cada profesorado. Esto trae como consecuencia diferencias en sus concepciones probabilísticas; pero a su vez estudiantes de ambos profesorados tienen características socioculturales similares, razón por la cual encontraremos semejanzas entre los mismos”*.

Comparamos y contrastamos las cuatro tendencias de pensamiento probabilístico encontradas entre los estudiantes de biología y los de matemática. El análisis diferencial de estos dos tipos de pensamiento probabilístico nos lleva a examinar las concepciones que tienen sobre los sucesos aleatorios, los sucesos no aleatorios, los diferentes significados de probabilidad; y en consecuencia nos permite detectar similitudes e incompatibilidades; para comprender cómo razonan los estudiantes en función de la modalidad del profesorado.

Las similitudes entre ambos grupos **Contingencia** son las siguientes; reconocen la aleatoriedad fundamentalmente desde la **Multiplicidad** con valores máximos; y usan la propia **Subjetividad** con valores similares al valor medio de esta categoría. La **Causalidad** alcanza el valor máximo entre los estudiantes de Matemática; mientras que en Biología si bien no alcanza el valor máximo se aproxima bastante a éste.

Cuando estiman la probabilidad, lo hacen desde las estrategias aditiva y la multiplicativa: **Contingencia** y **Laplaciana**; siendo la **Experiencial** la que se aplica con menor frecuencia en ambos grupos. En cuanto a la categoría **Frecuencial**, ésta alcanza el valor máximo en Biología, mientras que en Matemática si bien no es el valor máximo se acerca bastante a éste.

Es decir que, los estudiantes de ambos profesorados reconocen la multiplicidad de resultados distintos, algunos favorables, otros desfavorables en la ocurrencia del fenómeno, y completan sus argumentaciones con explicaciones causales respecto de la aleatoriedad de los sucesos.

Cuando estiman la probabilidad, lo hacen fundamentalmente usando la estrategia: *Contingencia*, a la que Cardeñoso (2001) nombra como pre-probabilística, la que resulta válida para los sucesos planteados en este estudio, pero no es válida para comparar probabilidades de sucesos correspondientes a espacios muestrales distintos.

También aplican la estrategia multiplicativa: concepción clásica de probabilidad, que si bien tiene limitaciones es más evolucionada que la anterior. También es importante el uso que hacen de la concepción *Frecuencial*, que permite estimar probabilidades en sucesos en los que es imposible aplicar la definición clásica.

Se destaca la escasa presencia de argumentaciones basadas en las categorías *Experiencial* y *Equiprobabilidad*. Por lo que podemos concluir que, la estimación de la probabilidad la realizan desde concepciones objetivas de la misma; y además que esta tendencia de pensamiento es la que presenta concepciones más cercanas a las expertas.

De acuerdo con las características enunciadas podemos decir que estamos en presencia de una tendencia hacia la **Contingencia con matices causales** y es la que alcanza el mayor nivel de complejidad entre los estudiantes de biología y los de matemática respecto de la estimación de la probabilidad.

Las características comunes a los dos grupos **Incertidumbre** en relación al reconocimiento de la aleatoriedad, son por un lado el hecho de que en ambos grupos la categoría **Incertidumbre** alcanza el valor máximo, la **Multiplicidad** es otra categoría que también alcanza el valor máximo en biología; y en matemática si bien

no es el máximo, es el más cercano al máximo; por otra parte la categoría **Subjetiva** toma el valor mínimo en ambos profesorados. En cuanto a la negación incorrecta de la aleatoriedad, en ambos, la **Causalidad** alcanza el valor mínimo.

En relación con la estimación de la probabilidad, la **Equiprobabilidad** alcanza el valor máximo, siendo este resultado inconsistente con los espacios muestrales de los sucesos planteados en el cuestionario; por lo que estamos en presencia de dos grupos cuyas concepciones probabilísticas distan bastante de las ideas formales de la teoría probabilística.

La diferencia en la tendencia *Incertidumbre* entre ambos profesorados; se refiere a la estimación de la probabilidad; en efecto, entre los estudiantes de Matemática se destaca el uso mínimo de la *Contingencia*, la *Laplaciana* y la *Frecuencial*.

Los grupos *Incertidumbre* poseen características similares al detectado por Cardeñoso (2001) en relación con la aleatoriedad, pero no así con la estimación de la probabilidad; por lo que podríamos concluir, en coincidencia con este autor, que estamos en presencia de un *Indeterminismo ingenuo*. Si bien, como dice Cardeñoso (2001) *es el grupo que se encuentra en mejores condiciones para adentrarse en el estudio matemático de la realidad incierta*; en nuestro estudio es superado por el grupo *Contingencia en relación a la estimación de la probabilidad, pero supera a la tendencia Contingencia en el reconocimiento de la aleatoriedad*.

Para nosotros, los dos grupos que hemos encontrado con tendencia a la *Incertidumbre*, a pesar de su alto reconocimiento de la aleatoriedad, tienen concepciones acerca de la estimación de la probabilidad incompatibles con las consensuadas por la literatura específica

Las características comunes a los dos grupos **Personalistas** se refieren, al reconocimiento de la aleatoriedad desde la propia **Subjetividad** con valores máximos, y desde la **Multiplicidad** con valores mínimos; también, la negación incorrecta de la aleatoriedad se argumenta desde la propia **Subjetividad** con valores máximos. Lo que denota una fuerte tendencia subjetiva, asociada a sus creencias, desconociendo la variedad de posibilidades que se presentan en la ocurrencia del fenómeno; y por lo tanto se detecta la ausencia de ideas matemáticas, como la de espacio muestral; siendo el destino o la suerte los determinantes en la ocurrencia del fenómeno.; y en este sentido aparecen rasgos característicos del pensamiento mágico, el que dominaba la antigüedad.

En la estimación de la probabilidad, es la propia experiencia el argumento más empleado, por lo que se destaca la ausencia de concepciones objetivas de la probabilidad.

En relación con las diferencias encontradas entre los dos grupos personalistas, se evidencia un uso elevado de la Causalidad tanto en el reconocimiento de la aleatoriedad como en el no reconocimiento entre los estudiantes de Biología, lo que no sorprende, por ser una categoría de uso común entre estos estudiantes, ocurriendo lo contrario en matemática, usan la causalidad en el reconocimiento de la aleatoriedad con valores mínimos; y niegan incorrectamente la aleatoriedad desde la **Subjetividad** de la misma forma.

En la estimación de la probabilidad, los estudiantes de Matemática y de Biología usan la categoría **Experiencial** con valores máximos. Las diferencias detectadas entre ambos profesorados se deben a que los estudiantes de matemática usan la **Contingencia** y la **Equiprobabilidad** con valores superiores a la media; mientras que los estudiantes de biología usan la **Contingencia**, la **Laplaciana** y la **Equiprobabilidad** con valores mínimos. Resultado que nos indica que los estudiantes de biología son más personalistas que los de matemática y estos últimos manifiestan concepciones más cercanas a las normativas de la teoría probabilística.

Las similitudes entre ambos grupos **Determinista** se presentan en relación al reconocimiento de la aleatoriedad, dado que lo hacen con valores mínimos desde la **Incertidumbre**; y a su vez el no reconocimiento con valores máximos desde la **Incertidumbre** y la **Multiplicidad**, hecho que estaría indicando la falta de conocimiento del significado del término aleatorio; y a su vez se argumenta con valores mínimos desde la **Subjetividad**.

En cuanto a las diferencias más notables se refieren a que en biología el reconocimiento de la aleatoriedad también lo hacen con valores mínimos desde la **Causalidad**; y el no reconocimiento de la aleatoriedad se hace en primer lugar desde la **Causalidad**, según la cual cuando consideran que conocen las causas producen el fenómeno, ya no es aleatorio y cuando desconocen las causas que producen el fenómeno es aleatorio, explicación coincidente con la concepción determinista del azar; asociando de esta manera el azar a la ignorancia del hombre, pensamiento

dominante en los siglos XVII, XVIII y XIX. De esta manera, para Poincaré (1936:69) los fenómenos fortuitos son, por definición, aquellos cuyas leyes ignoramos.

En relación a la estimación de la probabilidad, tanto los estudiantes de matemática como los de biología lo hacen desde la **Equiprobabilidad** con valores que superan a la media, denotando la fuerte presencia de este sesgo y la falta de conocimiento normativo sobre la probabilidad.

En cuanto a las diferencias en la estimación de la probabilidad, los estudiantes de biología hacen un uso mínimo de la categoría **Experiencial**, mientras que en matemática su uso alcanza el valor medio de esta categoría y la **Contingencia** alcanza un valor que supera al valor medio. Situación que revela la presencia de concepciones algo más evolucionadas que las de los estudiantes de biología, respecto de la estimación de la probabilidad.

Por otra parte, debemos destacar la importante presencia del grupo *personalista* entre los estudiantes de Matemática, el que representa al 23,5% de los mismos, situación que no ocurre en Biología. En efecto; si bien la objetividad es un deseo natural y legítimo, ésta parece ser una característica del pensamiento de los estudiantes de biología; mientras que la subjetividad, que es un fenómeno inevitable, especialmente en situaciones de incertidumbre, siempre aparecerá en una u otra medida; y es una característica que tiene más presencia en el pensamiento de los estudiantes de Matemática; lo cual no deja de ser importante. En esta tendencia de pensamiento encontramos estudiantes que consideran que un fenómeno es aleatorio si se comporta de acuerdo al cálculo de probabilidades, de la misma forma que consideraba Ayer (1974).

Los estudiantes que conforman la tendencia personalista, estiman la probabilidad, desde la perspectiva producto de sus convicciones, creencias, experiencias. En esta concepción, se considera que la probabilidad es una expresión de la creencia o percepción personal. Mide el grado de confianza que la persona asigna a la probabilidad de ocurrencia de un suceso, por lo cual la probabilidad ya no es considerada como una cualidad del suceso. La probabilidad subjetiva puede ser un precursor fundamental para la comprensión de la concepción formal, ya que permite al sujeto modificar sus previsiones iniciales en función de los resultados experimentales.

Esta visión subjetiva de la probabilidad es la que dio origen a la probabilidad bayesiana. La probabilidad bayesiana puede definirse para cualquier proposición, mientras que la frecuencial se define sólo para sucesos en un espacio muestral; lo

que hace que se aplique con mayor frecuencia en el contexto cotidiano y en el físico-natural, en donde el espacio muestral no aparece fácilmente. Con lo que se asevera lo que expresa Hacking, *la probabilidad que surgió en tiempos de Pascal es esencialmente dual; tiene que ver tanto con frecuencias estables como con grados de creencia* (2005: 23). Por un lado es estadística y tiene que ver con las leyes estocásticas de los procesos aleatorios, y por otro lado es epistemológica, dedicada a estimar grados razonables de creencias.

Como en el método bayesiano se hace uso de toda la información previa disponible, esto hace que distintos investigadores obtengan diferentes resultados de los mismos datos en función del conocimiento o experiencia previa; hecho que ha originado fuertes críticas a la inferencia bayesiana. La posibilidad que ofrece el teorema de Bayes de revisar las probabilidades iniciales en función de la nueva información, le hace perder el carácter objetivo (Hacking, 2005; Cabriá, 1994). Mientras que en la inferencia clásica esta información no se tiene en cuenta.

En general, y en relación con la estimación de la probabilidad podemos afirmar que, los estudiantes de Matemática han demostrado poseer unas concepciones probabilísticas más cercanas a las esperables.

Estas características distintivas de los estudiantes de Biología y de Matemática están relacionadas con la especificidad de cada profesorado; representada por los enfoques epistemológicos de las disciplinas que integran los respectivos diseños curriculares. Estos enfoques epistemológicos interactúan con los perfiles socioculturales de los estudiantes, y con la formación profesional del profesorado, determinando de esta forma modelos mentales, que conllevan a distintas interpretaciones de los fenómenos que ocurren en el mundo real, y configuran distintas tendencias de pensamiento probabilístico.

Por tanto, podemos concluir que el conocimiento general, las creencias, junto con descripciones de situaciones, conducen a modelos mentales que se utilizan para evaluar probabilidades. Lo que se fundamenta en el hecho, de que es factible evaluar probabilidades mediante la estimación de posibles estados de cosas dentro de un marco general que abarca la deducción, la inducción y el pensamiento probabilístico. Este marco proporciona una extensión de la teoría de las probabilidades, en la que no

está comprometida la interpretación de la probabilidad, ya sea como una frecuencia o como grados de creencia.

Considerando los marcos teóricos sobre los cuales se apoyan los diseños curriculares, vemos que contemplan el enfoque clásico de la Estadística. En oposición a éstos, Krynski y Tenenbaum (2007) en un estudio sobre razonamiento probabilístico bajo incertidumbre, concluyen que el formalismo de las redes bayesianas como modelo teórico del razonamiento bajo incertidumbre, puede explicar mejor el comportamiento de las personas ante juicios causales frente a las perspectivas frecuentistas y de los sesgos. Para estos autores las desviaciones de los juicios de las personas respecto de la normas tradicionales, se puede explicitar en términos de desajuste entre la Estadística que se les enseña a las personas y los modelos causales que intuitivamente construyen para afrontar el razonamiento probabilístico.

De acuerdo con los resultados de los experimentos que realizaron; concluyen que, *los juicios de las personas son más consistentes con las normas de la bayesiana causal. Donde las inferencias bayesianas son hechas sobre modelos causales.*

Por lo que podríamos sugerir, la incorporación a los diseños curriculares mencionados, de un marco teórico que complementa a la normativa que aporta la Estadística Clásica; es decir, nos referimos a la Estadística Bayesiana; lo que podría generar modelos mentales que proporcionen interpretaciones más ajustadas al mundo real.

A partir de los resultados de este estudio, nos animamos a sugerir las siguientes recomendaciones:

Consideramos que posiblemente los profesores que actualmente enseñan Estadística, en su mayor parte con titulación en matemáticas puras, han recibido una educación puramente formal con poco desarrollo del conocimiento y razonamiento estocástico; confirmando lo expresado por Meletiou y Stylianou (2003), para quienes el formalismo matemático genera sistemas epistemológicos relativamente deterministas; lo cual, como afirman Azcárate, Serradó, Cardeñoso, Meletiou-Mavroteris y Papatodemos (2008), plantea la necesidad de reciclar a los profesores en el nuevo paradigma no sólo a través de cursos de estadística, sino también en los cursos pedagógicos apropiados que puedan ayudar a comprender las dificultades que los estudiantes enfrentan con respecto al razonamiento estocástico.

De cara a la mejora de los currículos de formación inicial de los futuros profesores de biología y de matemáticas, planteamos dirigirlos hacia una formación a través de proyectos contextualizado, puesto que compartimos con Chadjipadelis y Adreadis (2006) que la enseñanza basada en proyectos es un método instructivo que incita a los estudiantes a interactuar entre ellos y con su educador y los motiva a explorar nociones y procesos estadísticos. En este sentido, Azcárate y Cardeñoso (2011) analizan la influencia del trabajo por proyectos, para la formación permanente del profesorado de estadística en la educación secundaria y concluyen que dicha estrategia, ayuda al profesor a evolucionar, siempre y cuando los procesos formativos se focalicen en el análisis de las actividades organizadas en escenarios de aprendizaje auténticos, donde dichos profesores deben diseñar y evaluar los conceptos estadísticos introducidos, considerando las potenciales propuestas de intervención para su propia aula de educación secundaria. La estrategia conlleva la implementación y evaluación de dichos diseños, teniendo en consideración las respuestas y la autoevaluación que los alumnos hacen, de su propio aprendizaje, trabajando con dichos escenarios contextualizado en cada aula.

7.2 LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS

A partir de los resultados del presente estudio, consideramos que se podrían realizar otras investigaciones, para completar los nuestros y continuar el análisis de las demandas y estrategias formativas de los futuros profesores de biología y de matemática:

- a) Comparar nuestros resultados con otros de investigaciones que se realicen con estudiantes del PBF y PMF de otras instituciones educativas de nuestro país u otro.
- b) Elaborar y aplicar propuestas de actualización de profesores de biología y de matemática en formación y en activo; que impliquen el uso de herramientas tecnológicas; y de los distintos significados de la aleatoriedad y de la probabilidad.
- c) Realizar un análisis reflexivo en los planes de estudio de los profesados de Biología y de Matemática, para producir cambios, que contribuyan al desarrollo de una mejor visión estocástica de los estudiantes de dichos

profesorados, respecto de los resultados obtenidos. Seguido por un proceso evaluativo, como actividad crítica de aprendizaje, entendiendo a la evaluación como aprendizaje en el sentido que por ella adquirimos conocimiento. Este conocimiento debe ser utilizado para mejorar la práctica docente en su complejidad, para colaborar en el aprendizaje de los estudiantes conociendo las dificultades que tienen que superar, el modo de resolverlas y las estrategias que ponen en funcionamiento. Este proceso evaluativo, tiene como fin servir a los interés formativos de los futuros profesores, y en consecuencia a la calidad del sistema educativo. Por lo que se debería poner en práctica en los institutos que otorgan la titulación de "profesor de Matemática para la enseñanza secundaria" y "profesor de Biología para la enseñanza secundaria".

- d) Investigar en los niveles de Primaria y de Secundaria, con el mismo instrumento, que el aplicado en el presente estudio; bajo la hipótesis de que el sistema educativo no mejora las tendencias de pensamiento de los sujetos, sino posiblemente todo lo contrario, como ciertos autores ya han comentado.

REFERENCIAS

REFERENCIAS

- Afifi, A. & Clark, V. (1990). *Computer- aided multivariate analysis*. Nueva York: Van Nostrand Reinhold.
- Agresti, A. & Caffo, B.(2000).Simple and Effective Confidence Intervals for Proportions and Differences of Proportions Result from Adding Two Successes and Two Failures. *The American Statistician*, 54 (4), 280-288.
- Aguirre, J.M.; Haggerty, S.M. & Linder, C.J. (1990). Student-teachers' conceptions of science, teaching and learning: a case study in pre service science education. *International Journal of Science Education*, 12(4), 381-390.
- Ambrose, R. (2004). Initiating change in prospective elementary school teachers' orientations to Mathematics teaching by building on beliefs. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 91-119.
- Amir, G. y Williams, J. (1994). The influence of children's culture on their probabilistic thinking.En J.P. Pontes y J.F. Matos (Eds.),*Proceedings of the XVIII Conference on the Psychology of Mathematics Education*, 2, 24-31. Lisboa: Universidad de Lisboa.
- Amir, G. y Williams, J. S. (1999). Cultural influences on children's probabilistic thinking. *Journal of Mathematical Behavior*, 18(10), 85-107.
- An, S., Kulm, G. y Wu, Z.(2004). The pedagogical content knowledge of middle school, mathematics teachers in China and U.S. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 145-172.
- Appleton, K.(2003). How do beginning Primary School Teachers Cope with Science? Toward and understanding of Science Teaching Practice. *Research in Science Education*, 33 (1), 1-25.
- Ato García, M. y López García, J.J. (1996). *Metodología de las Ciencias del Comportamiento. Análisis estadístico para datos categóricos*. Madrid: Síntesis

Psicología.

Attorresi, H.F.; Garcia Díaz, A.M. & Pralong, H.O.(2009). Identificación de Variables Ocultas y su Vinculación con el Reconocimiento de la Aleatoriedad. *SUMMA Psicológica UST*, 6, (2), 45-54.

Ayton, P., & Fisher, I. (2004). The hot hand fallacy and the gambler's fallacy: Two faces of subjective randomness? *Memory & Cognition*, 32, 1369 – 1378.

Ayer, A. (1974). El azar . En Kline (Ed.). *Matemáticas en el mundo moderno*. Barcelona: Blume.

Azcárate, P. (1995). *El conocimiento Profesional de los Profesores sobre las nociones de Aleatoriedad y Probabilidad. Su estudio en el caso de la Educación Primaria*. Tesis doctoral inédita. Universidad de Cádiz.

Azcárate, P. (2001): El conocimiento profesional didáctico-matemático en la formación inicial de los maestros. Cádiz: Servicio de publicaciones de la Universidad de Cádiz.

Azcárate, P. y Cardeñoso, J.M. (2003). Conocimiento profesional de referencia con relación al conocimiento probabilístico. Una aproximación a las ideas de los futuros profesores de primaria sobre el mismo. 27 Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa .Lleida, 8-11 de abril de 2003.

Azcárate, P.; Cardeñoso, J.M. & Porlán, R. (1998). Concepciones de futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad. En *Enseñanza de las Ciencias*, 16 (1), 85-97.

Azcárate, P., Rodríguez, A. y Rivero, A. (2007). Los profesores noveles de matemáticas ante el análisis de su práctica. *Investigación en la escuela*, 61, 37-51.

Azcárate, P; Serradó, A.; Cardeñoso, J.M.; Meleitou-Mavrotheris, M. & Papanastasiou, E. (2008). An on-line professional environment to improve the teaching of statistics.

- In: JOINT ICMI/IASE STUDY (Teaching Statistics in School Mathematics.Challenges for Teaching and Teacher Education), 18th, Monterrey, 2008. Proceedings Monterrey, México: IASE, 2008. p. 1-6. (BATANERO, C.; BURRILL, G. ;READING, C; ROSSMAN, A. (Eds.)). Disponible en <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications.php?show=rt08>. Acceso en: 13 Marzo 2013.
- Azcárate, P. y Cardeñoso, J.M. (2011). La Enseñanza de la Estadística a través de Escenarios: implicación en el desarrollo profesional. *Bolema: Rio Claro*, 24(40), 789-810.
- Baddeley, A.D. (1966). The capacity for generating information by randomization. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 18, 119-129.
- Bagarrés, J.I. y Guisasola, J.(2006). La introducción de los conceptos relativos al azar y la probabilidad en libros de texto universitarios. *Enseñanza de las Ciencias*, 24(2), 241-255.
- Ball, D.L., Thames, M.H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.
- Barragués, J.I., Guisasola, J. (2009). Una propuesta para la enseñanza de la probabilidad en la Universidad basada en la investigación didáctica. *Educación Matemática*, 21(3), 127-162.
- Bar-Hillel, M. y Wagenar, W. A. (1991). The perception of randomness. *Advances in Applied Mathematics*, 12, 428 – 454
- Barnett, J. y Hodson, D. (2001). Pedagogical Context Knowledge: Toward a Fuller Understanding of What Good Science Teachers Know. *Science Education*, 85 (4), 436-453.

- Barragués, J.I., Guisasola, J. (2009). Una propuesta para la enseñanza de la probabilidad en la Universidad basada en la investigación didáctica. *Educación Matemática*, 21(3), 127-162.
- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. En R. Farfán y cols. (Eds.) *Relime*, 8 (3), 247-263.
- Batanero, C. (2006). Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: Un desafío educativo. En P. Flores y J. Lupiáñez (Eds.), *Investigación en el aula de matemáticas. Estadística y azar*. Granada: Sociedad de Educación Matemática Thales. CD ROM.
- Batanero, C. y Serrano, L. (1995). Aleatoriedad, sus significados e implicaciones educativas. *UNO*, 15-28.
- Batanero, C. y Godino, J. (2002). Didáctica de la estadística y probabilidad para maestros: Probabilidad. In: Godino, J. **Didáctica de las Matemáticas para Maestros**. Proyecto Edumat maestros. Granada: Universidad de Granada, 2002, p. 425-444. Disponible en: <<http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros>>. Acceso en: 18 Marzo 2013.
- Batanero, C. & Sánchez, E. (2005). What is the nature of high school students' conceptions and misconceptions about probability? In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 241-266). New York: Springer.
- Batanero, C. & Díaz, C. (2007). Meaning and understanding of mathematics. The case of probability. En: J.P. Van Bendegen y K. François (Eds.), *Philosophical dimensions in mathematics education* (pp. 107-127). New York: Springer.
- Batanero, C. & Díaz, C. (2012). Training school teachers to teach probability: reflections and challenges. *Chilean Journal of Statistics*. 3, (1), p 3-13.

- Batanero, C., Godino, J. y Cañizares, M.J. (2005). Simulation as a tool to train Pre-service School Teachers. *Proceedings of First ICMI African Regional Conference*. Johannesburg: ICMI. CD-ROM.
- Batanero, C., Navarro-Pelayo, V. y Godino, J. D. (1997). Effect of the implicit combinatorial model on combinatorial reasoning in secondary school pupils. *Educational Studies in Mathematics*, 32, 181-199.
- Batanero, C., Arteaga, P., Ruiz, B. y Roa, R. (2010). Assessing pre-service teachers conceptions of randomness through project work. En C. Reading (Ed.), *Proceedings of the Eight International Conference on Teaching Statistics*. [CD-ROM]. Lubjana: International Association for Statistical Education.
- Batanero, C.; Burrill, G.; Reading, C. & Rossman, A. (2008). (Eds.) *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey, México: International Commission on Mathematical Instruction and International Association for Statistical Education.
- Batanero, C., Arteaga, P., Ruiz, B. y Roa, R. (2010). Assessing pre-service teachers conceptions of randomness through project work. En C. Reading (Ed.), *Proceedings of the Eight International Conference on Teaching Statistics*. [CD-ROM]. Lubjana: International Association for Statistical Education.
- Batanero, C., Serrano, L., Gómez, E. y Contreras, J.M. (2012). Comprensión de la aleatoriedad por Futuros Profesores de Educación Primaria. *Journal of Research in Mathematics Education*, 1(3), 222-245.
- Begg, A. & Edwards, R. (1999). Teachers' ideas about teaching statistics. Trabajo presentado en el *Annual Meeting of the Australian Association for Research in Education and the New Zealand Association for Research in Education*. Melbourne, Australia.

- Benson, G. (1989). Epistemology and science curriculum. *Journal of Curriculum Studies*, 21 (4), 329-344.
- Ben-Zvi, D. (2000). Toward understanding the role of technological tools in statistical learning. *Mathematical Thinking Learning*, 2 (1&2), 127–155.
- Ben-Zvi, D. & Garfield, J.(Ed.) (2004). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*. London: Kluwer Academic Publishers.
- Ben-Zvi, D. (2006). Scaffolding students informal inference and argumentation. En A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Working cooperatively in statistics education: Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*, Salvador, Brazil. http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/2D1_BENZ.pdf
- Beswick, K. (2006). Changes in preservice teachers'attitudes and beliefs: the net impact of two mathematics education units and intervening experiences. *School Science and Mathematics* 106(1), 36-47.
- Beuchert. A. K., & Mendoza. J. L. (1979). A Monte Carlo comparison of ten item discrimination indices. *Journal of Educational Measurement*, 16, 109-117.
- Biehler,R. (1997).Students´Difficulties in Practicing Computer-Supported Data Anzlysis: Some Hypothetical Generalizations From Results of Two Exploratory Studies. In: J.B.Garfield and G.Burrill (Eds.). *Research on the Role of Technology in Teaching and Learning Statistics* (176-197). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Blanco, L. J., Mellado, V. y Ruiz, C. (1995). Conocimiento Didáctico del Contenido de Ciencias y Matemáticas y Formación de Profesores. *Revista de Educación*, 307, 427-446
- Bolívar, A. (2002). "¿De nobis ipsis silemus?": Epistemología de la investigación biográfico-narrativa en educación. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 4 (1). <http://redie.uabc.mx/vol4no1/contenido-bolivar.html>

- Borovnick, M. & Peard, R.(1996). Probability. In: A. Bishop e.a. (eds.) *International Handbook of Mathematics Education*, Dordrecht, part. I, 239-288.
- Borovcnik, M., Bentz, H. J. & Kapadia, R. (1991). A probabilistic perspective. En R. Kapadia y M. Borovcnik (Eds.), *Chance encounters: Probability in education* (pp. 27-73). Dordrecht: Kluwer.
- Bromme, R. (1988). Conocimientos profesionales de los profesores. *Enseñanza de las Ciencias*, 6 (1), 19-29.
- Brown, C.A. & Cooney, T.J. (1982). Research on teacher education: A philosophical orientation. *Journal of Research and Development in Education*, 15(4), 13-18.
- Budescu, D.V. & Rapoport, A. (1994). Subjective randomization in one- and two-person games. *Journal of Behavioral Decision Making*, 7, 261-278.
- Brugger, P. (1997). Variables that influence the generation of random sequences: An update. *Perceptual and Motor Skills*, 84, 627-661.
- Brugger, P. Landis, T. & Regard, M. (1990). A “sheep-goat effect” in repetition avoidance: Extra-sensory perception as an effect of subjective probability? *British Journal of Psychology*, 81, 455-468.
- Burgess, T. (2008). Teacher knowledge for teaching statistics through investigations. En C. Batanero, G. Burril, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey: ICMI y IASE.
- Buxton, R. (1970). Probability and its measurement. *Mathematics teaching*, 49, 4-12 y 50, 56-51.

- Budescu, D.V. y Rapoport, A. (1994). Subjective randomization in one- and two-person games. *Journal of Behavioral Decision Making*, 7, 261-278.
- Burns, B. D., y Corpus, B. (2004). Randomness and inductions from streaks: “Gambler’s fallacy” versus “Hot hand”. *Psychonomic Bulletin & Review*, 11, 179 – 184.
- Brugger, P. (1997). Variables that influence the generation of random sequences: An update. *Perceptual and Motor Skills*, 84, 627-661.
- Cañizares, M. J. (1997). Influencia del razonamiento proporcional y de las creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Cañizares, M. J. (1997). Influencia del razonamiento proporcional y de las creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Cardeñoso, J. M. (2001). *Las creencias y conocimientos de los profesores de primaria andaluces sobre la matemática escolar. Modelización de concepciones sobre la aleatoriedad y probabilidad*. Tesis Doctoral, Universidad de Cádiz. España: Servicio de Publicaciones de la UCA.
- Cardeñoso, J. M. y Serradó, A. ¿Puedo adivinar qué idioma está hablando mi amigo con sólo contar las vocales? (2006) Escenarios para el aprendizaje de la Estadística y la Probabilidad. In: Flores, P.; Pozuelo, R.; Roa, R. (Eds.). **Investigación en el aula de matemáticas. Estadística y azar**. Granada: S.A.E.M.Thales y Univ. de Granada, 279-301. Disponible en:
http://earlystatistics.net/template/pdf/Cardenoso_serrado_Thales2006_taller.pdf
 Acceso: 14 de Marzo de 2013.
- Cardeñoso, J. M. y Azcárate, P.(2002). Una estrategia de formación de maestros de matemáticas, basada en los ámbitos de investigación profesional. In: L. Blanco & L.C. Contreras (Coord.) Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas: una mirada a la práctica docente. Serv. Publicaciones, Universidad de Extremadura, Cáceres, pp.181-226.

- Cardeñoso, J.M.; Flores, P. y Azcárate, P. (2001). El desarrollo profesional de los profesores de Matemáticas como campo de investigación en educación matemática. En Gómez, P., y Rico, L. (Eds.). *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática*. Homenaje al profesor Mauricio Castro. Granada: Editorial Universidad de Granada.
- Cardeñoso, J.M.; Azcárate, P. y Serradó, A. (2005). Los obstáculos en el aprendizaje del conocimiento probabilístico: su incidencia desde los libros de texto. *Statistics Education Research Journal*, 4 (2), 59-81.
- Carlsen, W. (1999). Domains of Teacher Knowledge. In: Gess-Newsome, J. and Lederman, N. (Eds.). *Examining Pedagogical Content Knowledge. The Construct and its Implications for Science Education*. Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers. pp. 133-144.
- Carnell, L. J. (1997). Characteristics of reasoning about conditional probability (preservice teachers). Unpublished doctoral dissertation, University of North Carolina-Greensboro.
- Carnap, R. (1962). *Logical Foundations of Probability*. Chicago: University of Chicago Press. (original de 1950).
- Carrillo, J. (1998). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la Matemática y su enseñanza: metodología de la investigación y relaciones*. Huelva. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Huelva.
- Catena, A.; Ramos, M. y Trujillo, H.M.(2003). *Análisis Multivariado. Un manual para investigadores*. Madrid: Ed. Biblioteca Nueva.
- Cazorla, I.; Gusmão, T.C. y Kataoka, V.Y.. Validação de uma Sequência Didática de Probabilidade a partir da Análise da Prática de Professores, sob a Ótica do Enfoque Ontossemiótico. **Bolema**, Río Claro, v.24, n.39, p. 515-536, ago. 2011. Disponible en:

<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/5107>>.

Acceso: 18 Marzo 2013.

Chalmers, A. (2000). *¿Qué es esa cosa llamada ciencia?* Traducción de José María Padilla, Pilar López y Eulalia Pérez. Madrid: Siglo veintiuno.

Chernoff, E. (2009). Subjective probabilities derived from the perceived randomness of sequences of outcomes. Tesis (Doctorado en Educación), Simon Fraser University, Vancouver.

Clark, C.M. y Peterson, P.L. (1989). Procesos de pensamiento de los docentes, en WITTROCK, M.C. *La investigación de la enseñanza, III. Profesores y alumnos*. Barcelona: Paidós Educador.

Cohen, L. & Manion, L. (1980). *Research Methods in Education*. London: Croom Helm London.

Colás Bravo, M.P. y Buendía Eisman, L. (1994). *Investigación Educativa*. Sevilla: Ediciones Alfar (2ª Edición).

Coll, C. (1986). Un marco psicológico para el curriculum escolar. Ponencia presentada en el Simposio sobre "Educación y Desarrollo". I.C.E. de la Universidad Autónoma de Madrid. En: Coll, C. (1990). *Aprendizaje Escolar y Construcción del Conocimiento*. Barcelona: Paidós. Pp. 153-175.

Contreras, L.C. (1999). *Concepciones de los profesores sobre la resolución de problemas*. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Huelva.

Contreras, J. M. (2011). Evaluación de conocimientos y recursos didácticos en la formación de profesores sobre probabilidad condicional. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

- Contreras, J. M.; Díaz, C., Batanero, C. y Ortiz, J. J. (2010). Razonamiento probabilístico de profesores y su evolución en un taller formativo. *Educação Matemática e Pesquisa*. 12(2), 181-198.
- Cooney, T.(1999). Conceptualizing teachers' ways of knowing. *Educational Studies in Mathematics*, 38(1-3), 163-187.
- Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socio epistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10 (1), 7-38.
- DeGroot, M.H. & Schervish, M.J. (2002). *Probability and Statistics*. United States States of America: I. E. Addison Wesley
- Díaz, C. y de la Fuente, I. (2007). Validación de un cuestionario de razonamiento probabilístico condicional. *REMA*, 12 (1). Disponible en:
<http://www.psico.uniovi.es/REMA/>.
- Dollard, C. (2011). Preservice elementary teachers and the fundamentals of probability. *Statistics Education Research Journal*, 10(2), 27-47
[online: [https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ10\(2\)_Dollard.pdf](https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ10(2)_Dollard.pdf)]
- Del Mas, R. & Bart, M. (1998). The role of an evaluation exercise in the resolution of misconceptions of probability. *Focus on learning problems in Mathematics*, 11 (3), 39-54.
- Documento Aprobado por Resolución N° 182/12. Núcleos de Aprendizaje Prioritarios para 7° año de la Educación Primaria y 1, 2° y 3° año de la Educación Secundaria.
- Documento Aprobado por Resolución N° 180/12. Núcleos de Aprendizaje Prioritarios. Ciclo Orientado de la Educación Secundaria. MATEMÁTICA.
- Dollard, C. (2011). Preservice elementary teachers and the fundamentals of probability. *Statistics Education Research Journal*, 10 (2), 27-47.

- Dugdale, S. (2001). Pre-service teachers use of computer simulation to explore probability. *Computers in the Schools*, 17(1/2), 173-182
- Dunn, O. J. y Clark, V.A. (1987). *Applied statistics: Analysis of variance and Regression*. Nueva York: John Wiley.
- Duit, R., & Treagust, D. (2003). Conceptual change: a powerful framework for improving science teaching and learning. *International Journal of Science Education*, 25(6), 671–688.
- Duschl, R. & Wright, E. (1991). Epistemological perspectives on conceptual change: Implication for educational practice. *Journal of Research in Science Teaching*, 28 (9), 839-858.
- English, L. D. (2005). Combinatorics and the development of children’s combinatorial reasoning. In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 121-141). New York: Springer.
- Evans, J. (1982). On statistical intuitions and inferential rules. A discussion of Kahneman and Tversky. *Cognition*, 12, 323-326.
- Evans, J. (1984). Heuristic and analytic processes in reasoning. *British Journal of Psychology*, 75, 461-468.
- Einhorn, H. J. & Hogart, R. M. (1986). Judging probable cause. *Psychological Bulletin*. 99, 3–19.
- Ernest, P. (1989). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: a model. *Journal of Education for Teaching*, 15 (1), 13-33.
- Estrada, A. (2002). *Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado*. Tesis doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona.

- Estrada, A., Batanero, C. y Fortuny, J. (2003). Actitudes y estadística en profesores en formación y en ejercicio. *Actas del 27 Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa. Sociedad de Estadística e Investigación Operativa* (pp. 909-920). Lleida. Ediciones de la Universitat de Lleida.
- Estrada, A. y Díaz, A. (2007). Errores en el cálculo de probabilidades en tablas de doble entrada en profesores en formación. *UNO*, 44, 48-58.
- Estrada, A. (2009). *Las actitudes hacia la estadística en la formación de los profesores*. Milenio. Lleida. ISBN: 978-84-9743-284-9
- Estrada, A. (2011). Evaluación de actitudes y conocimientos estadísticos elementales de profesores de educación primaria en formación. En J.Ortiz (Ed.), *Investigaciones actuales en educación estadística y formación de profesores*. Granada (ESPAÑA): Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática, 2011(pp. 89-102). ISBN: 978-84-694-4597-6.
- Estrada, A. & Batanero, C. (2008). Explaining teachers' attitudes towards statistics. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.). *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 Conference and IASE 2008 Round Table Conference. Monterrey*. International Commission on Mathematical Instruction e International Association for Statistical Education.
<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>
- Estrada, A., Bazán, J. y Aparicio, A. (2010). Un estudio comparado de las actitudes hacia la estadística en profesores españoles y peruanos. *Revista UNIÓN*, 24 . ISBN: 1815-0640.
<http://www.fisem.org/paginas/union/info.php?id=96>
- Even, R.(1990). Subject matter knowledge for teaching and the case of functions. *Educational Studies in Mathematics*, 21 (6), 521-544.
- Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge:

- Prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24 (2), 94-116.
- Even, R. & Tirosh, T. (2002). Teacher knowledge and understanding of students' mathematical learning. En L. D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 219-240). London: Lawrence Erlbaum y NCTM.
- Eysenck, M. & Keane, M. (1991). *Cognitive Psychology: a student's handbook*. London: Erlbaum.
- Falk, R. (1981). The perception of randomness. *Proceedings of the V PME Conference Grenoble*, 222-229.
- Falk, R., & Konold, C. (1997). Making sense of randomness: Implicit encoding as a basis for judgment. *Psychological Review*, 104, 301-318.
- Feldt, L. S. y Brennan, R. L. (1991). Reliability. En R. Linn (Ed.): *Educational measurement* (pp. 105-146). Nueva York: Mc- Millan.
- Fernández, G. y Elortegui, N. (1996). Qué piensan los profesores de cómo se debe enseñar. *Enseñanza de las Ciencias*, 14(3), 331-341.
- Fine, T. L. (1973). *Theories of Probability: An examination of foundations*. New York: Academic Press.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.
- Fischbein, E. y Gazit, A. (1988). The combinatorial solving capacity in children and adolescents. *Zentralblatt für Didaktik de Mathematik*, 5, 193-198.
- Fischbein, E. y Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 96-105.

- Fischbein, E., Nello, M. S. y Marino, M. S. (1991). Factors affecting probabilistic judgements in children in adolescence. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 523-549.
- Friz Carrillo, M., Sanhueza Henriquez, S. & Figueroa Manzi, E. (2011). Concepciones de los estudiantes para profesor de Matemáticas sobre las competencias profesionales implicadas en la enseñanza de la Estadística. *REDIE*, 13 (2), 113-131.
- Furió Mas, C. (1994). Tendencias actuales en la formación del profesorado de ciencias. *Enseñanza de las ciencias*, 12(2), 188-199.
- García de Ceretto, J. y Giacobbe, M.S. (2009). *Nuevos desafíos en investigación. Teorías, métodos, técnicas e instrumentos*. Rosario: HomoSapiens Ediciones.
- García, E. (1998). *Hacia una teoría alternativa sobre los contenidos escolares*. Sevilla: Díada.
- García, J. y Cubero, R. (2000). Constructivismo y formación inicial del profesorado. Las concepciones de los estudiantes de magisterio sobre la naturaleza y el cambio de las ideas del alumnado de primaria. *Investigación en la escuela*, 42, 55-65.
- García, I. (2011). Análisis de los términos de inferencia estadística en bachillerato. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 77, 51-73.
- Garfield J. and delMas, R. (1990). Exploring the stability of students' conceptions of probability. In J. B. Garfield (Ed.) *Research Papers from the Third International Conference on Teaching Statistics*. University of Otago, Dunedin, New Zealand.
- Hacking, I. (2005). *El surgimiento de la probabilidad*. Gedisa editorial. Barcelona.
- Hacking, I. (2006). *La domesticación del azar*. Gedisa editorial. Sevilla.

- Gal, I. (2005). Towards “probability literacy” for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 39-63). New York: Springer.
- Garfield, J. (2002). Web ARTIST: Assessment Resource Tools for Improving Statistical Thinking. Founded by National Science Foundation and University of Minnesota and California Polytechnic State University.
- Garfield, J. B. & Ben-Zvi, D. (2008). Preparing school teachers to develop students' statistical reasoning. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey: ICMI e IASE. www.ugr.es/~icmi/iase_study/.
- Garuti, R., Orlandoni, A., & Ricci, R. (2008). Which probability do we have to meet...? A case study about statistical and classical approach to probability in students' behaviour. Paper presented at the ICMI Study and IASE Round Table Conference, Monterrey, Mexico.
- Gess-Newsome, S. & Lederman, N. (1993). Preservice Biology Teachers' Knowledge Structures as a Function of Professional Teacher Education: A Year-Long Assessment. *Science Education*, 77 (1), 25-45.
- Ghiselli, E., Campbell, J. & Zedeck, S (1981). *Measurement theory for the behavioral Sciences*. USA: W.H. Freeman and Company.
- Giordan, A. y De-Vecchi, G. (1999). *Los orígenes del saber. De las concepciones personales a los conceptos científicos*. Sevilla: Díada.
- Glymour, C.(2001). *The mind's arrows: Bayes nets and causal graphical models in psychology*. Cambridge, MA:MIT Press.

- Glymour, C. (2003). Learning, prediction and causal Bayes nets. *TRENDS in Cognitive Sciences*, 7 (1), 42-48.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 22 (2 y 3), 237-284.
- Godino, J.D.; Batanero, C. y Font, V.T. (2007). The onto-semiotic approach to research. In: *mathematics education. ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, New York: Springer, 39 (1), 27-135.
- Godino, J. D.; Batanero, C.; Font, V. (2008). Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. *Acta Scientiae, Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, Canoas, 10 (2), 7-37
- Godino, J. D., Batanero, C., Roa, R. & Wilhelmi, M. R. (2008). Assessing and developing pedagogical content and statistical knowledge of primary school teachers through project work. En C. Batanero, G. Burril, C. Reading y A. Rossman (2008).
- Gómez, E. (2011). Bases para la definición del conocimiento matemático didáctico sobre la probabilidad en futuros profesores de educación secundaria. Tesis de Máster. Universidad de Granada.
- Gómez, E., Ortiz de Haro, J.J., Batanero, C. y Contreras, J.M. (2013). El lenguaje de probabilidad en los libros de texto de Educación Primaria. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 35, 75-91.
- Graeber, A. (1999). Forms of knowing mathematics: What preservice teachers should learn. *Educational Studies in Mathematics*, 38(1-3), 189-208.
- Greca, I.M. & Moreira, M.A. (1997). The kinds of mental representations-models, propositions and images- used by college physics students regarding the concept of field. *International Journal of Science Education*, 19 (6), 711-724.
- Green, D. R. (1983). A Survey of probabilistic concepts in 3000 pupils aged 11-16 years.

- En D. R. Grey et al. (Eds.), *Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics*(v.2, pp. 766-783). Universidad de Sheffield: Teaching Statistics Trust.
- Green, D.R.(1989). Schools students' understanding of randomness. In R. Morris (Ed.): *Studies in Mathematics education, 7.The Teaching of Statistics* (pp. 27-39). Paris: Unesco.
- Green, D. R. (1991). A longitudinal study of children's probability concepts. En: D. Vere Jones (Ed.), *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics* (pp. 320-328). Dunedin: Universidad de Otago.
- Greer, B. & Riston, R. (1993). *Teaching data handling within the Northern Ireland Mathematics Curriculum: Report on survey in schools*. Informe de investigación. School of Psychology. Belfast: Queen's University.
- Grossman, P. (1990). *The Making of a Teacher. Teacher Knowledge and Teacher Education*. New York: Teachers College, Columbia University.
- Grossman, P.L.; Wilson, S. M. & Shulman, L.S.(2005). Profesores de sustancia: el conocimiento de la materia para la enseñanza del Profesorado. *Profesorado. Revista de curriculum y formación del profesorado*, 9, 2. Universidad de Granada. Granada, España (Publicación original: "Teachers of substance: subject matter knowledge for teaching", en M.C. Reynolds (ed.): *Knowledge Base for the Beginning Teacher*. Pergamon Press, Oxford, 1989, 23-36. Traducción de Pedro de Vicente Rodríguez).
- Guisasola, J. y Barragués, J.I.(2002): Heurísticas y sesgos de los estudiantes de primer ciclo de universidad en la resolución de problemas de probabilidad. *Enseñanza de las Ciencias*, 20 (2), 285-302.
- Gustafson, B.J., & Rowell, P.M. (1995). Elementary pre service teachers: constructing conceptions about learning science, teaching science and the nature of science. *International Journal of Science Education*, 17, 589-605.

- Guzmán Reyes, M. y Insunza Cazares, S. (2011). Un estudio sobre la comprensión y dificultades de profesores de secundaria acerca de la probabilidad. *XIII CIAEM_IACME*. Recife, Brasil.
- Hacking, I. (1995). *El surgimiento de la probabilidad*. (Trad.: José A. Álvarez). Barcelona: Gedisa.
- Hacking, I. (2006). *La domesticación del azar*. Barcelona: Gedisa
- Haller, S. K. (1997). Adopting probability curricula: The content and pedagogical content knowledge of middle grades teachers. Tesis Doctoral. Universidad de Minnesota, Estados Unidos.
- Haswe M.Z. (1996). Effects of science teachers' epistemological beliefs in teaching. *Journal of Research in Science Teaching*, 33(1), 47-63.
- Hauslein, P.; Good, R. & Cummis, C.(1992). Biology Content Cognitive Structure: From Science Student to Science Teacher. *Journal of Research in Science Teaching*, 29 (9), 939-964.
- Hawkins, A., Jolliffe, F. y Glickman, L. (1992). *Teaching statistical concepts*. London: Longman.
- Heitele, D. (1975). An Epistemological View on Fundamental Stochastic Ideas. En *Educational Studies in Mathematics*, 6, (187-205).
- Hewson, P. (1993). El cambio conceptual en la enseñanza de las ciencias y la formación de profesores. En: Palacios Gómez, C. , Ansoleaga, D. y Ajo, A. (Eds.). *Diez años de investigación e innovación en enseñanza de las ciencias: Investigaciones financiadas por el C.I.D.E. en el decenio 1983-1993*. Madrid: Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia. Pp. 329-351.
- Hill, H. C., Ball, D. L. & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge:

- Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39, 372-400.
- Hodson, D. (1993). Philosophical stance of Secondary school Science teachers, Curriculum Experiences and Children's understanding of Science: Some preliminary Findings. *Interchange*, 24(1), 41-52.
- Horvath, J. K. y Lehrer, R. (1998). A model-based perspective on the development of children's understanding of chance and uncertainty. In S. P. Lajoie (Ed.), *Reflections in statistics: Learning, teaching, and assessment in grades K-12* (pp. 121-148). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Hoz, R., Tomer, Y, & Tamir, P. (1990). The relations between disciplinary and pedagogical knowledge and the length of teaching experience of biology and geography teachers. *Journal of Research in science teaching*, 27 (10), 973-985.
- Inzursa, S., Guzmán, M:C. (2011). Comprensión que muestran profesores de secundaria acerca de los conceptos de probabilidad: un estudio exploratorio. *Educación Matemática*, 23(1), 63-95.[fecha de consulta: 24 de marzo de 2013]. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40521127003>
- Ives, S. (2009). Learning to Teach Probability: Relationships among Preservice Teachers' Beliefs and Orientations, Content Knowledge, and Pedagogical Content Knowledge of Probability. Tesis doctoral. Faculty of North Carolina State University. Raleigh, North Carolina. Disponible en: http://math.unipa.it/~grim/21_project/21_Charlotte_IVESPaperEdit.pdf
- Jacovkis, P.M. & Perazzo, R. (2012). *Azar, ciencia y Sociedad*. Eudeba: Editorial Universitaria de Buenos Aires. Argentina.
- Jepson, C., Krantz, D.H. & Nisbett, R. (1983). Inductive reasoning: competence or skill? *The Behavioral and Brain Sciences*, 6, 494-501.
- Jones, G., Langrall, C. y Mooney, E. (2007). Research in probability: responding to classroom realities. En F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on*

- mathematics teaching and learning*. Greenwich, CT: Information Age Publishing y NTCM.
- Jiménez, M.P. y Sanmartí, N. (1997). ¿Qué ciencia enseñar?: objetivos y contenidos en la Educación Secundaria, En: Del Carmen, L (Coordinador). *La enseñanza y el aprendizaje de las ciencias de la naturaleza en la educación secundaria*, Barcelona: Horsori editorial. Pp.17-46.
- Jiménez, M.P. (2003). La enseñanza y el aprendizaje de la biología. En: Jiménez, M.P. (coordinadora). *Enseñar ciencias*. Barcelona: Graó. 119-146.
- Johnson-Laird, P. (1983). *Mental Models. Towards a Cognitive Science of Language, Inference, and Consciousness*. Harvard University Press. Cambridge.
- Johnson-Laird, P. (1994). Mental models probabilistic thinking. *Cognition*, 50, 189-209.
- Johnson-Laird, P. (1996). Images, Models and Propositional Representations, 90-127. En De Vega, M.; Intons-Peterson, M.J.; Johnson-Laird, P.N.; Denis, M. y Marschark, M. *Models of Visuospatial Cognition*. Oxford. University Press.
- Jones, G. A.; Langrall, C. W.; Thornton, C. A., & Mogill, A. T. (1999). Students' probabilistic thinking in instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30, 487-519.
- Jones, G. A. y Thornton, C. A. (2005). An overview of research into the learning and teaching of probability. In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 65-92). New York: Springer.
- Jones, G. A., Langrall, C. W. & Mooney, E. S. (2007). Research in probability. En F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, pp. 909-955. Charlotte, NC, USA: Information Age-NCTM.
- Joram, E., & Gabriele, A. (1988). Preservice teachers' prior beliefs: transforming obstacles into opportunities. *Teaching and Teacher Education*, 12(4), 365-384.

Kahneman, D., y Tversky, A. (1972). Subjective probability: A judgment of representativeness. *Cognitive Psychology*, 3, 430-454.

Kahneman, D., Slovic, P. y Tversky, A.(1982).*Judgment under uncertainty: heuristics and biases*. Nueva York: Cambridge University Press.

Kahneman, D., y Tversky, A. (1972). Subjective probability: A judgment of representativeness. *Cognitive Psychology*, 3, 430-454.

Kahneman, D., Slovic, P. y Tversky,A. (1982). *Judgment undet uncertainty: Heuristics and biases*. Cambridge: Cambridge University.

Kahneman, D., Slovic, P. & Tversky, A. (1982). *Judgment under uncertainty: heuristics and biases*. Cambridge: Cambridge University Press.

Kahneman, D., & Tversky, A. (1972). Subjective probability: A judgment of representativeness. *Cognitive Psychology*, 3, 430-454.

Kelley, T.L.(1939). Selection of upper and lower groups for the validation of test items. *Journal of Educational Psychology*, 30, 17-24.

Keynes, J.M. (1921). *A treatise on probability*. London: Macmillan.

Konold, C.(1989). Informal Conception of Probability. In *Cognition and Instruction*, 6(1), pp.59-98.

Konold, C. (1991). Understanding student's beliefs about probability. In: E. von Glasersfeld (ed.).*Radical Constructivism in Mathematics Education*, Dordrecht, 139-156.

Konold, C., Lohmeier, J., Pollatsek, A. & Well, A. (1991). Novices views on randomness. Comunicación presentada en el XIII PME Conference.

- Konold, C., Pollatsek, A., Well, A., Lohmeier, J. y Lipson, A, (1993). Inconsistencies in students' reasoning about probability. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(5), 392-414.
- Kvatinsky, T. & Even, R. (2002). Framework of teacher knowledge and understanding of probability. In B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. [CD-ROM]. Voorburg, Netherlands: International Statistical Institute.
- Lajoie, S.; Jacobs, V.R. y Lavigne, N. C. (1995). Empowering Children in the Use of Statistics. *Journal of Mathematical Behavior, United States*, 14 (4), 401-425.
- Lakatos, I.(1978). *La metodología de los programas de investigación científica*. Cambridge University Press.
- Lecoutre, M. P. (1985). Effect d'informations de nature combinatoire et de nature fréquentielle sur le judgments probabilistes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 6, 193.213.
- Lecoutre, M. P. (1992). Cognitive models and problem spaces in "purely random" situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 557-568.
- Lecoutre, M. P. & Cordier, J. (1990). Effect du mode de présentation d'un problème aleatoire sur les modèles développés par les élèves. *Bulletin de l'APMEP*, 372, 9-22.
- Lecoutre, M. P. & Durand, J. L. (1988). Judgements probabilistes et modèles cognitifs: etude d'une situation aleatoire. *Educational Studies in Mathematics*, 19, 357-368.
- Lecoutre, M.P.; Rovira, k.; Lecoutre, B. & Poitevineau, J.(2006). People's Intuitions about randomness and probability: an empirical study. *Statistics Education Research Journal*, Alexandria, v.5, n.1, p. 20-35.
- Lederman, N.G. & Zeidler, D.L. (1987). Science teachers. Conceptions of research in

- Science Education. *Science Education*, 71(5), 721-734.
- Lederman, N.G. (1992). Student's and Teacher's Conception of the Nature of Science: A Review of the Research. *Journal of Research in Science Teaching*, 29, 331-359.
- Lederman, N.G.; Gess-Newsome, N.G. & Latz, M.S. (1994). The Nature and development of preservice science teachers' conceptions of subject matter and pedagogy. *Journal of research in Science Teaching*, 31, 129-146.
- Lee, H.S. y Hollebrands, K. (2008). Preparing to teach data analysis and probability with technology. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.), Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference. Monterrey: ICMI e IASE. Online: www.ugr.es/~icmi/iase_study/.
- Lee, H. S. & Hollebrands, K. (2011). Characterizing and developing teachers' knowledge for teaching statistics with technology. En C. Batanero, G. Burrill, y C. Reading (Eds.), Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI and IASE study (pp. 359-369). New York: Springer.
- Lemberger, J.; Hewson, P. & Park, H. (1999): Relationships between prospective secondary teachers' classroom practice and their conceptions of biology and of teaching science. *Science Education*, 83, 347-371.
- Lecoutre, M. P. (1985). Effect d'informations de nature combinatoire et de nature fréquentielle sur le judgments probabilistes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 6, 193-213.
- Lecoutre, M. P. (1992). Cognitive models and problem spaces in "purely random" situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 557-568.

- Lecoutre, M. P. y Cordier, J. (1990). Effect du mode de présentation d'un problème aleatoire sur les modèles développés par les élèves. *Bulletin de l'APMEP*, 372, 9-22.
- Lecoutre, M. P. y Durand, J. L. (1988). Judgements probabilistes et modèles cognitifs: etude d'une situation aleatoire. *Educational Studies in Mathematics*, 19, 357-368.
- Lecoutre, M. P. (1992). Cognitive models and problem spaces in "purely random" situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 557-568.
- Lecoutre, M. P. y Cordier, J. (1990). Effect du mode de présentation d'un problème aleatoire sur les modèles développés par les élèves. *Bulletin de l'APMEP*, 372, 9-22.
- Lecoutre, M.P.; Rovira, K.; Lecoutre, B. y Poitevineau, J. (2006). People's Intuitions about randomness and probability: an empirical study. *Statistics Education Research Journal*. 5 (1), 20-35. Recuperado el 20 de marzo de 2012 de: <http://www.stat.auckland.ac.nz/serj>.
- León Gómez, N.A. (2006). La probabilidad en los textos de matemática de 7° grado de educación básica. *Investigación y Posgrado*, 21 (2), 177-200.
- Lord, F.M. y Novick, M.R. (1968). *Statistical theories of mental test scores*. Reading, M.A.: Addison Wesley.
- Losos, J.B.; Arnold, S.J.; Bejerano, G.; Brodie, E.D. III; Hibbett, D. y otros (2013). Evolutionary Biology for the 21st Century. *PloS Biol* 11 (1): e1001466. Doi:10.1371/journal.pbio.1001466. Recuperado el 15 de abril de 2013, de: <http://www.plosbiology.org/article/info%3Adoi%2F10.1371%2Fjournal.pbio.1001466>
- Llinares, S. (1991). *La formación de profesores de matemáticas*. Sevilla: GID-Universidad de Sevilla.
- Llinares, S. (1992). Los mapas cognitivos como instrumentos para investigar las

- creencias epistemológicas de los profesores. En: MARCELO (Ed.): *La investigación sobre la formación del profesorado: métodos de investigación y análisis de datos*, pp. 57-95. Cincel, Buenos Aires.
- Llinares, S. (1993). Aprender a enseñar matemáticas. Conocimiento del contenido pedagógico y entornos de aprendizaje. En L. Montero y J. Vez (Eds.), *Las didácticas específicas en la formación del profesorado I* (pp. 377-407). Santiago de Compostela: Tórculo Ediciones.
- Llinares, S. (1998). La investigación “sobre” el profesor de matemáticas: aprendizaje del profesor y práctica profesional. *Aula*, 10, 153-179.
- Llinares, S. (2007). Formación de profesores de matemáticas. Desarrollando entornos de aprendizaje para relacionar la formación inicial y el desarrollo profesional. *Análisis de la práctica de enseñar matemáticas e interacción. Elementos clave en el proceso de llegar a ser profesor en el ámbito de la Didáctica de la Matemática I*. Conferencia invitada a la XIII Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas. JAEM. Granada. España.
- Lopes, L.L. y Oden, G.C. (1987). Distinguishing between random and norandom events. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, 13, 392-400.
- Martínez Arias, R. (2005). *Psicometría: teoría de los tests psicológicos y educativos*. Segunda Edición. Madrid: Síntesis.
- Maury, S. (1984). La quantification des probabilités: analyse des arguments utilisés par les élèves de classe de seconde. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 5(2), 187-214.
- Maury, S. (1987). Procédure dans la Résolution de Problèmes Probabilistes. En Vergnaud, Brusseau y Hulin (Eds): *Didactique et Acquisition des Connaissances Scientifiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage.

- McDonald, y F. Newell, B.(2009). When a coin toss does not appear random: causal belief and judgments of randomness. COGSCI2009 *The annual meeting of the cognitive Science Society*. Amsterdam, Netherlands.
- Magnusson, S.; Krajcik, J. & Borko, H. (1999). Nature, Sources, and Development of Pedagogical Content Knowledge for Science Teaching. In: Gess-Newsome, J.; and Ledertman, N. (Eds.). *Examining Pedagogical Content Knowledge. The Construct and its Implications for Science Education*. Dordrecht, Boston, London: Kluwert Academic Publishers, pp. 95-2132.
- Maher, C. A., Speiser, R., Friel, S., & Konold, C. (1998). Learning to reason probabilistically. In S. B. Berenson, K. R. Dawkins, M. Blanton, W. N. Coulombe, J. Kolb, K. Norwood, L. Stiff (Eds.), *Proceedings of the 20th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Vol. X. (pp. 82-87). Raleigh: NC.
- Martinez, M.M., Guerrero Serrón, A., Martín, R., Varela, M.P., Fernández, M.P. y Rodrigo, M. (2001). ¿Qué pensamiento profesional y curricular tienen los futuros profesores de ciencias de secundaria?. *Enseñanza de las ciencias*, 19(1), 67 - 83.
- Marcelo, C. (1987). *El pensamiento del profesor*. Barcelona: CEAC.
- Marcelo, C. (1993). Cómo conocen los profesores la materia que enseñan. Algunas contribuciones de la investigación sobre el conocimiento didáctico del contenido. En L. Montero y J.M. Vez (Eds.). *Las didácticas específicas en la formación del Profesorado* (pp. 191-211), Santiago de Compostela: Tórculo.
- Marks, R. (1990). Pedagogical Content Knowledge. From a Mathematical Case to a Modified Conception. *Journal of Teacher Education*, 41 (3), 3-11.
- Maury, S.(1984). La quantification des probabilités: analyse des arguments utilisés par les élèves de classe de seconde. *Recherches en Didactiques des Mathématiques* 5 (2), 187-214.

- Mayr, E. (1998). *Así es la biología*. Barcelona: Debate.
- Mayr, E. (2004). *What Makes Biology Unique? Considerations on the autonomy of a scientific discipline*. Cambridge: The Press Syndicate of the University of Cambridge.
- Mayr, E. (2006). *Por qué es única la biología: Consideraciones sobre la autonomía de una disciplina científica*. (J.M. Lebrón, Trad.). Buenos Aires: Katz Editores.
- Meletiou-Mavrotheris, M. (2007). The Formalist Mathematical Tradition as an Obstacle to Stochastic Reasoning. En Karen Francois y Jean Paul Van Bendegen (Eds.): *Philosophical Dimensions in Mathematics Education*. Springer. N.York.
- Meletiou-Mavrotheris, M., and Lee, C. (2002). Teaching Students the Stochastic Nature of Statistical Concepts in an Introductory Statistics Course. *Statistics Education Research Journal*, 1 (2), 22-37.
- Meletiou-Mavrotheris, M., and Lee, C. (2003). Students' Conceptual Development of Variation: A Study Using the Transformative and Conjecture-Driven Methodology. Presented at: Third International Research Forum on Statistical Reasoning, Thinking and Literacy, Lincoln, Nebraska.
- Mellado, V. y Carracedo, D. (1993). Contribuciones de la filosofía de la ciencia a la didáctica de las ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, 11 (3), 331-339.
- Mellado, V. (1996). Concepciones y prácticas de aula de profesores de ciencias, en formación inicial de primaria y secundaria. *Enseñanza de las ciencias*, 14(3), 289-302.
- Mellado, V. (1997). Preservice teachers' classroom practice and their conceptions of the nature of science. *Science and Education*, 6, 331-354.
- Metz, K. E. (1998). Emergent understanding and attribution of randomness: Comparative analysis of reasoning of primary grade children and undergraduates. *Cognition and*

- Instruction, 16, 285-365.
- Mises, R. von (1952). *Probability, statistics and truth* (J.Newman, O. school & E. Rabinovitch, Trans.). London: William Hodge and company. (Original work published 1928)
- Mohamed, N., Ortiz, J. J. y Serrano, L. (2011). Evaluación del conocimiento y las creencias de profesores en formación sobre la probabilidad. En J. J. Ortiz (Ed.), *Investigaciones actuales en Educación estadística y formación de profesores* (pp. 133-146). Melilla. ISBN: 978-84-694-4597-6.
- Mohamed, N. (2012). Evaluación del Conocimiento de los futuros profesores de Educación Primaria sobre probabilidad. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Montes, M., Contreras, L.C. y Carrillo, J. (2013). Conocimiento del profesor de matemáticas: Enfoques del MKT y del MTSK. En Berciano Alcaraz, A., Gutiérrez Pereda, G. Estepa Castro, A. y Climent Rodríguez, N. (Eds.) *Actas del XII Simposio de Investigación en Educación Matemática*. pp. 403-410. Bilbao.
- Moreira, M.A. (1994). Cambio Conceptual: Crítica a modelos actuales y una propuesta a la luz de la Teoría del Aprendizaje Significativo. II Simposio sobre investigación en Educación en Física. Buenos Aires. Argentina.
- Moreira, M.A.(1997). Modelos Mentais. *Investigações em Ensino de Ciências*, 1 (3), 193-232. Traducción de M^a Luz Rodríguez Palmero. Revisado en 1999.
- Moreno Moreno, M. y Azcárte Giménez, C. (2003). Concepciones y Creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Enseñanza de las ciencias*, 21 (2), 265-280.
- Moreno, A. (2007). Análisis de factores que obstaculizan la formación de competencias inherentes al pensamiento estadístico en los estudiantes del nivel medio. Res. N 6/2007, cód. 65. Proyecto aprobado y financiado en el marco de la convocatoria: "Conocer para incidir sobre las Prácticas Pedagógicas". http://cedoc.infod.edu.ar/index.cgi?wid_seccion=9&wid_item=31

- Moreno, A. y González-García, F.(2009). *El concepto de población en los estudiantes del Profesorado de Biología*. Diploma de Estudios Avanzados (DEA), U. de Mendoza y U. de Granada.
- Moreno, A. y González-García, F. (2013). *El concepto de población: Un análisis en el contexto del profesorado de Biología*. Saarbrücken: Editorial académica española.
- Moreno, A, González-García, F.(2010). *The concept of population in students of biology programs*. The 8th International Conference on Teaching Statistics. Data and context in statistics education: towards an evidence based society. Ljubljana. Slovenia. Disponible en http://iase-web.org/documents/papers/icots8/ICOTS8_P29_MORENO.pdf
- Moreno, A; Cardeñoso, J.M. y González-García, F. (2011). Las argumentaciones que usan los estudiantes en el reconocimiento de la aleatoriedad. En *Actas Congreso Internacional de Educación en Ciencia y Tecnología 2th.*, Catamarca. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Catamarca. CD-ROM.
- Moreno, A.; Cardeñoso, J.M. y González-García, F.(2012a). Las dificultades detectadas en un grupo de estudiantes del profesorado de educación primaria cuando afrontan la asignación de probabilidades. En M. Marín-Rodríguez y N. Climent (Eds.) *Actas Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los Grupos de Investigación de la SEIEM XV, Simposio de la SEIEM*, (pp. 153-178) Ciudad Real: SEIEM. Recuperado el 15 noviembre de 2013 <http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/comunicacionesgrupos/GruposXVSimposio.pdf>.
- Moreno, A.; Cardeñoso, J.M.; González-García, F.(2012b). Un estudio exploratorio de las tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes del profesorado de biología. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M.C. Penalva, F.J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Actas Investigación en Educación Matemática XVI*, (pp. 407-415)

- Moreno, A.; Cardeñoso, J.M. y González-García, F. (2013a). Un análisis sobre las interpretaciones de la aleatoriedad en los estudiantes del profesorado de biología. A. Estepa y N. Climent (Eds.) *Actas Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los Grupos de Investigación de la SEIEM XVI, Simposio de la SEIEM*, (pp. 177-189). Jaén: SEIEM. Recuperado enero 2013 de <https://dl.dropboxusercontent.com/u/104572257/Grupos/GruposBaeza.pdf>
- Moreno, A.; Cardeñoso, J.M. y González-García, F. (2013b). La aleatoriedad desde la perspectiva de los estudiantes del Profesorado de Matemática. En J.M. Contreras, G.R. Cañadas, M.M. Gea y P. Arteaga (Eds.) *Actas de las I Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*. Granada: Departamento Didáctica Matemática de la Universidad de Granada, (pp. 367-372). Recuperado 14 noviembre de 2013 desde <http://www.jydiesproyco.es/documentos/ACTAS/Actas%20jornadas.pdf>
- Moreno, A.; Cardeñoso, J.M. y González-García, F. (en prensa). El Pensamiento Probabilístico de los Profesores de Biología en Formación. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*.
- Moreno, A., Cardeñoso, J.M. y González-García, F. (2014). La Aleatoriedad en los Profesores de Biología y de Matemática en Formación: Análisis y Contraste de Significados. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 11(2), 198-215.
- Nicholson, J. R., y Darnton, C. (2003). Mathematics teachers teaching statistics: Wat are the challenges for the classroom teacher? In proceedings of the 54th Session of the International Statistical Institute. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Nickerson, R.S. (2002). The production and perception of randomness. *Psychological Review*, 109, 330-357
- Nikiforidou,Z, Lekka,A. y Pange, J. (2010). Statistical literacy at university level: the current trends. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 9, 795–799.

- Nisbett, R. y Ross, L. (1980). *Human inference: Strategies and shortcomings of social judgments*. Nueva Jersey: Prentice Hall.
- Nisbett, R.E., Krantz, D.H., Jepson, C. & Kunda, Z. (1983). The use of statistical heuristics in everyday inductive reasoning. *Psychological Review*, 90 (4), 339-363.
- Nisbett, R.E. & Kunda, Z. (1985). Perception of social distributions. *Journal of Personality and Social Psychology*, 48, 297-311.
- Norman, D.A.(1983). Some Observations en Mental Models. En Gentner, D. y Stevens, A.L. *Mental Models*. LEA. New Jersey, pp.7-14.
- Ojeda, A. M. (1995). Dificultades del alumnado respecto a la probabilidad condicional. *UNO*, 5, 37-55.
- Olivo, E. (2008). *Significado para los intervalos de confianza para los estudiantes de ingeniería en México*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Ortiz, J.J., Batanero, C., Serrano, L. (2001). El lenguaje probabilístico en los libros de texto. *Duma*, 38, 5-14.
- Ortiz, J. J., Mohamed, N., Batanero, C., Serrano, L. y Rodríguez, J. D. (2006). Comparación de probabilidades en maestros en formación. En P. Bolea, M. J. Gonzáles y M. Moreno (Eds.), *Actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 268-276). Huesca: SEIEM. ISBN: 84-8127-156-X.
- Ortiz, J. J., Mohamed, N., Contreras, J. y Serrano, L. (2010). Significado personal del enfoque frecuencial de la probabilidad en profesores en formación. En Clame. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa (Ed.), *RELME 24 Vigésima Cuarta Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Resúmenes*, (p. 108). Ciudad de Guatemala. Guatemala.

- Ortiz, J. J., Mohamed, N. y Contreras, J. M. (2011). Significado personal del enfoque frecuencial de la probabilidad en profesores en formación. En P. Leston. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa (Ed.), *Acta latinoamericana de Matemática Educativa*. Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. 24, (pp. 989-998). México D. F. (México).
- Ortiz, J.J., Mohamed, N., & Serrano, L. (2013). Significado de la probabilidad frecuencial en futuros profesores. *Actas de las Primeras Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*. En: Contreras, J.M., Cañadas, G.R., Gea, M.M., Arteaga, P. (Eds.). Universidad de Granada.
- Ortiz, J.J., Mohamed, N., & Serrano, L. (2013). Significado de la probabilidad frecuencial en futuros profesores. *Actas de las Primeras Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*. En: Contreras, J.M., Cañadas, G.R., Gea, M.M., Arteaga, P. (Eds.). Universidad de Granada.
- Pajares, M.(1992). "Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning up a Messy Construct". *Review of Educational Research*, 62 (39), 307-332.
- Park, S. & Oliver, S. (2007). Revisiting the conceptualization of pedagogical content knowledge: PCK as a conceptual tool to understand teachers as professionals. *Research in Science Education*, 38 (3), 261-284.
- Peña, D. (2002). *Análisis de datos multivariantes*. Madrid: McGraw-Hill.
- Pereira-Mendoza, L. (2002). Would you allow your accountant to perform surgery? Implications for the education of primary teachers. En B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on the Teaching of Statistics*.
- Pérez Echeverría, M. (1987). Los problemas matemáticos. *Cuadernos de Pedagogía*, 14, 79-81.

- Pérez Echeverría, M. P. (1988). *Psicología del razonamiento probabilístico*. Madrid: Universidad Autónoma.
- Pfannkuch, M. & Brown, C.M. (1996). Building on and Challenging Students' Intuition About Probability: Can We Improve Undergraduate Learning?. *Journal of Statistics Education*, 4(1). Disponible en: <http://www.amstat.org/publications/jse/v4n1/pfannkuch.html>.
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1951). *La genése de l'idée de hasard chez l'enfant*. París:
- Pollard, P.& Evans, J.(1983). The role of "representativeness" in statistical inference: a critical appraisal. En J. St. B.T. Evans (ed.): *Thinking and Reasoning*. Londres: Routledge and Kegan Paul.
- Pozo, J.I.(1987). *Aprendizaje de la ciencia y pensamiento causal*. Madrid: aprendizaje VISOR
- Pomeray, D. (1993). Implication of Teachers! Beliefs about the nature of Science: Comparison of the Beliefs of Scientifics, secondary Science teachers, and elementary teachers. *Science Education*, 77, 261-278.
- Poncairé, H. (1979). El azar. En Newman (Comp). *El mundo de las Matemáticas*, Vol. III. Barcelona: Grijalbo.
- Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. En A. Gutierrez y P. Boero (Eds.). *Handbook of reaserch on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 461-494). Róterdam: Sense.
- Ponte, J.P. (1992). Concepções dos professores de matemática e procesos de formação. In J.P.Ponte (Ed.), *Educação matemática: Temas de investigação* (pp. 185-210). Lisboa: Instituto de Inovação Educavcional.
- Ponte, J. (1994). Mathematics Teachers' professional knowledge. En J. Ponte y J. Matos (edts.) *Proceedings of the Eighteenth International Conference for the*

- Psychology of Mathematics Education*. Lisboa: International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Porlán, R. (1989). *Teoría del conocimiento, teoría de la enseñanza y desarrollo profesional*. Tesis doctoral inédita. Universidad de Sevilla.
- Porlán, R. (1990). Hacia una fundamentación epistemológica de la enseñanza. *En Investigación en la Escuela*, 10, 3-22.
- Porlán, R. (1993). *Constructivismo y Escuela*. Sevilla: Diada.
- Porlán, R.; Rivero, A. y Martín del Pozo, R.(1997). Conocimiento profesional y epistemología de los profesores I: teoría, métodos, instrumentos. *Enseñanza de las ciencias*, 15 (2), 155-164.
- Porlán, R. y Rivero, A. (1998). Conocimiento profesional y epistemologías de los profesores II: estudios empíricos y conclusiones. *Enseñanza de las ciencias*, 16(2), 271-288.
- Porlán, R. (2002) La formación del profesorado en un contexto constructivista. *En Investigações em Ensino de Ciências* 7(3), pp. 271-281.
- Posner, G., Strike, K., Hewson, P. y Gertzog, W. (1988). Acomodación de un concepto científico: Hacia una teoría del cambio conceptual. En: Porlán, R., García, E. y Cañal, P. (Eds.). *Constructivismo y Enseñanza de las Ciencias*. Sevilla: Díada. Pp.91-114.
- Pozo, J.I. (1999). Más allá del cambio conceptual: el aprendizaje de la ciencia como cambio representacional. *Enseñanza de las Ciencias*, 17 (3), p. 513-520.
- Pratt, D. (2000). Making sense of the total of two dice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(5), 602–625.
- Presses Universitaires de France. Porlán, R. (1993). *Constructivismo y Escuela*. Sevilla: Diada.

- Rapoport, A., & Budescu, D. V. (1992). Generation of random series in two-person strictly competitive games. *Journal of Experimental Psychology: General*, 121, 352-363.
- Reyes, K. (2013). Análisis de recursos en internet para la enseñanza de la probabilidad en la educación primaria. Tesis de Máster. Universidad de Granada.
- Rivero, A; Azcárate, P. ; Porlán, R.; Martín del Pozo, R.: Harres, J.B. y Solís Ramirez, E. (2011). La progresión de las concepciones de los futuros profesores de primaria sobre la metodología de enseñanza. *EDUCAÇÃO EN FOCO*, 14 (18), 169-206.
- Rodrigo, M.J. (1997). Del escenario sociocultural al constructivismo episódico: Un viaje al conocimiento escolar de la mano de las Teorías Implícitas. En M.J. Rodrigo y J. Arnay (Eds.). *La construcción del conocimiento escolar*. Barcelona: Paidós. pp.177-191.
- Rodríguez Gómez, D. & Valdeoriola Roquet, J. (2003). *Metodología de la investigación*. UOC Universitat Oberta de Catalunya.
- Rouan, O. & Pallascio, R.(1994). Conceptions probabilistes d'élèves marocains Du secondaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 393-428.
- Rovegno, I. C. (1992). Learning to teach in a field-based methods course: The development of pedagogical content knowledge. *Teaching and Teacher Education*, 8(1), 69-82
- Sánchez, E. y Valdez, J. (2013). La cuantificación del azar: Una articulación de las definiciones subjetiva, frecuencial y clásica de probabilidad. *Probabilidad Condicional. Revista de didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria. Actas de las I Jornadas de Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y la Combinatoria*. Granada: SEIEM. ISSN: 2255-5854.
- Russell, S.J. (1989). Issues in Training Teachers to Teach Statistics in the Elementary School: A World of Uncertainty. En Hawkins (Ed.): *Triningf Teacherts to Teach Statistics*. Voorburg: International Statistical Institute.

- Sabino, C. A. (1996). *El proceso de investigación*. (4^a reimpresión). Buenos Aires: LUMEN-HVMANITAS.
- Santisteban, C. (1990). *Psicometría aplicada*. Madrid: Norma.
- Serrano, L. (1996). Significados institucionales y personales de objetos matemáticos ligados a la aproximación frecuencial a la enseñanza de la probabilidad. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Serrado, A.; Azcárate, P. & Cardeñoso, J.M. (2006). Analyzing teacher resistance to teaching probability in compulsory education. In: the international conference on teaching statistics, Salvador de Bahía. Proceedings Salvador de Bahía International Association for Statistical Education, pp.1-20 (Rossman, A.; Chance, B. (Eds.)).
- Serradó, A., Cardeñoso, J.M. y Azcárate, P. (2008) Los sucesos aleatorios: Tendencias en los libros de texto. En: Luengo González, R., Gómez Alfonso, B, Camacho Machín, M. y Blanco Nieto, L. J. (Eds.). *XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. 12th, 2008, Badajoz.
- Serradó, A., Azcárate, P. y Cardeñoso, J.M. (2006). La caracterización de la noción de probabilidad en libros de texto de la ESO. *Tarbiya: Revista de Investigación e Innovación Educativa*, 38, 91-112.
- Serradó, A. y Azcárate, P. (2006). Tendencias didácticas en los libros de texto de matemáticas para la ESO. *Revista de Educación*, 340, 41-378.
- Shaughnessy, M. (1997). Missed opportunities in research on the teaching and learning of data and chance. In F. Biddulph and K. Carr (Eds.), *People in mathematics education*, 1, 6-22, Waikato, New Zealand: Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Shaughnessy, J. M. (1992). Research in probability and statistics. In D. A. Grouws (Ed.),

- Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 465-494). New York: Macmillan.
- Shaughnessy, J. M. y Ciancetta, M. (2002). Students' understanding of variability in a probability environment. En B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics: Developing a statistically literate society*. Cape Town: International Statistics Institute. CD-ROM.
- Shaughnessy, J.M., Canada, D. & Ciancetta, M. (2003). Middle school student' thinking about variability in repeated trials: A cross-task comparison. In N.A. Paterman, B.J. Dougherty & J.T. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 27th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education held jointly with the 25th Conference of PME-NA* (Vol. 4, PP. 159-165). Honolulu, HI: Center for Research and Development Group, University of Hawaii.
- Shaughnessy, M. (2003). Research on student's understanding of probability. En J. Kilpatrick, W. G. Martín y D. Schifter (Eds.). *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics*. 216-226. National Council of Teachers of Mathematics. Reston VA.
- Shulman, L. S. (1986a). Paradigm and research programs in the study of teaching: A contemporary perspective. En M. C. Witrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 3-36). New York: Macmillan.
- Shulman, L. S. (1986b). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4 - 14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Shulman, L. S. (1993). Renewing the pedagogy of teacher education: the impact of subject-specific conceptions of teaching. En L. Morenoy J. M. Vez (Eds.). *Las didácticas específicas en la formación de profesores* (pp. 53-69). Santiago de Compostela: Tórculo Ediciones.

- Smith, D.C. & Neale, D. C.(1989). The construction of subject matter knowledge in primary science teaching. *Teaching and Teacher Education*, 5 (1), 1-20.
- Sorto, M. A. (2007). *Assessing the Knowledge of Future Middle School Teachers in Statistics by Lesson Design*. Documento presentado en Proceedings of the International Association of Statistics Education, Guimaraes, Portugal.
- Steinbring, H.(1990).The nature of stochastic knowledge and the traditional mathematics curriculum.Some experiences with in-service training and developing materials. En A.Hawkins (Ed.),*Training teachers to teach statistics* (pp. 2-19). Voorburg: International Statistical Institute.
- Steinbring, H. (1991). The theoretical nature of probability in the classroom. In R. Kapadia y M. Borovcnik (Eds.), *Chance encounters: Probability in education* (pp. 135-167). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Szydlík, J.E.; Szydlík, S.D. & Benson, S.R. (2003) Exploring changes in Pre-Service Elementary Teachers' mathematical beliefs. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6, 253–279.
- Sierra Bravo, R. (2007). *Técnicas de Investigación Social. Teoría y Ejercicios*. (Decimocuarta edición). Madrid: Thomson.
- Thorndike, R. L. (1989). *Psicometría aplicada*. Mexico: Limusa.
- Tamir, P. (1988). Subject matter and related pedagogical knowledge in teacher education. *Teaching and Teacher Education*, 4(2), 99-110
- Tardif, M. (2004). *Los sabers del docente y su desarrollo profesional*. Traducción de Pablo Manzano. Madrid: Narcea.
- Tarr, J. E. & Lannin, J. K. (2005). How can teachers build notions of conditional probability and independence? En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school. Challenges*

for for teaching and learning. New York: Springer.

Teigin, K.H. (1983a). Studies in subjective probability I: Prediction of random events. *Scandinavian Journal of Psychology*, 24, 13-25.

Teigin, K.H. (1983a). Studies in subjective probability II: Dilemmas of chance. *Scandinavian Journal of Psychology*, 24, 27-33.

Thomaz, M.F.; Cruz, M.N.; Martins, I.P. y Cachapuz, A.F. (1996). Concepciones de futuros profesores del primer ciclo de primaria sobre la naturaleza de la ciencia: contribuciones de la formación inicial. *Enseñanza de las ciencias*, 14(3), 315-322.

Thompson, A.G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). New York, NY: Macmillan.

Toohy, P. G. (1995). Adolescent perceptions of the concept of randomness Unpublished Master Thesis University of Adelaide.

Toulmin, S. (1972). Human understanding. Vol. I: The Collective Use and Evolution of Concepts. Princeton: Princeton University Press. (Trad. cast. La comprensión humana. Vol. I: El uso colectivo y la evolución de los conceptos. Madrid: Alianza, 1977)

Trumbull, D.J. & Kerr, P. (1993). University researchers' inchoate critiques of science teaching: implications for the preservice science teacher education. *Science Education*, 77(3), 301-317.

Tversky, A. y Kahneman, D. (1982a). Causal schemas in judgment under uncertainty. En D. Kahneman, P. Slovic y A. Tversky (Eds.), *Judgement under uncertainty: Heuristics and biases* (pp. 117-128). Cambridge, MA: Cambridge University Press.

- Tversky, A. y Kahneman, D. (1982b). On the psychology of prediction. En D. Kahneman, P. Slovic y A. Tversky (Eds.), *Judgement under uncertainty: Heuristics and biases* (pp. 69-83). Cambridge, MA: Cambridge University Press.
- Van Driel, J., De Jong, O. & Verloop, N. (2002). The development of preservice Chemistry Teachers' Pedagogical Content Knowledge. *Science Teacher Education*, 86, 572-590.
- Vásquez Ortiz, C. & Parraguerz González, M. (2012). Construcción del concepto probabilidad: una perspectiva desde la teoría APOE. En R. Flores (Ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Clame*, 25, 573-582.
- Vega Quirós, M. (2012). *El aprendizaje estadístico en la educación secundaria obligatoria a través de una metodología por proyectos. Estudio de caso en un aula inclusiva*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Villardón-Gallego, L.; Yániz, C.; Achurra, C.; Iraurgi, I. y Aguilar, M.C.(2013). La competencia para aprender en la universidad: desarrollo y validación de un instrumento de medida. *Revista Psicodidáctica* 18 (2), 357-374. Doi:10.1387/Psicodidact.6470.Recuperado el 27 de Junio de 2013 de:
<http://www.ehu.es/ojs/index.php/psicodidactica/article/view/6470/6344>
- Vosniasdou, S. & Brewer, W. (1994). Mental models of the day/night cycle. *Cognitive Science*, 18, (7), 123-183.
- Wagenaar, W. A.(1972). Sequential response bias: A study on choice and chance Unpublished doctoral dissertation. Utrecht University.
- Wasserman, E. A., Young, M. E., & Cook, R. G. (2004). Variability discrimination in humans and animals: Implications for adaptive action. *American Psychologist*, 59(9), 879-890.
- Watson, J. M. (2001). Profiling teachers competence and confidence to teach particular mathematics topics: The case of chance and data. *Journal of Mathematic*

Teacher Education 4 (4), 305-337.

Watson, J.M. (2011). Foundations for improving statistical literacy. *Statistical Journal of the International Association of Official Statistics*, 27 (3/4), 197-204.

Yerrick, R.; Parker, H. & Nugent, J. (1997). Struggling to promote deeply rooted change: the "filtering effect" of teachers' beliefs on understanding transformational views of teaching science. *Science Education*, 81(2), 137-159.

Zabell, S. L. (1992). Randomness and statistical applications. En F. Gordon and S. Gordon (Eds.), *Statistics for the XX1 Century*. The Mathematical Association of America.

Zaslavsky, T., Zaslavsky, O. & Moore, M. (2001). Language influences on prospective mathematics teachers' understanding of probabilistic concepts. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 23, 23-40.

Zar, J.H. (2010). *Biostatistical Analysis*. Canada: Edition Pearson International.

Zhao, J.H. y Osherson, D. (2012). *Perception and identification of random events*. Recuperado el 10 de diciembre de 2012, de:
<https://www.princeton.edu/~osherson/papers/Ranperc.pdf>

ANEXO 1

EL CURRÍCULO DE BIOESTADÍSTICA DEL PROFESORADO DE BIOLOGÍA

El diseño curricular del Profesorado de Biología propone la asignatura Bioestadística en 1º año de la carrera, según se detalla a continuación:

Bioestadística
Formato: Asignatura
Régimen: Cuatrimestral
Localización en el diseño curricular: primer año. Segundo cuatrimestre
Carga horaria para el alumno: 4 horas cátedra semanales
Síntesis explicativa: La Bioestadística se ocupa de los métodos y procedimientos para recoger, clasificar, resumir, hallar regularidades y analizar los <i>datos de fenómenos biológicos</i> , siempre y cuando la variabilidad e <i>incertidumbre</i> sea una causa intrínseca de los mismos; así como de realizar <i>inferencias</i> a partir de ellos. En el marco del Profesorado de Biología, se espera que el alumno y futuro docente pueda entender como se realiza esta aproximación de la realidad, y pueda interpretar sus conclusiones.
Expectativas de logro: 1. Aplicar los conceptos y metodologías de la Estadística en el ámbito de las Ciencias Biológicas. 2. Lograr el desarrollo personal de los estudiantes, fomentando un razonamiento crítico, basado en la valoración de la evidencia objetiva. 3. Reconocer e interpretar los modelos de probabilidad en situaciones propias de la Biología que requieran su modelización. 4. Diferenciar los conceptos de muestra y población para un tratamiento adecuado de las mismas. 5. Aplicar los métodos estadísticos que permiten realizar inferencias, a partir de un conjunto de datos, reconociendo la importancia que estos tienen para el desarrollo de la ciencia. 6. Comprender el significado del modelo de regresión lineal para establecer relaciones entre variables biológicas.

Descriptores:

La Estadística en la Biología. Probabilidad: Sucesos. Noción de Probabilidad. Definición de probabilidad. Distribuciones de probabilidad. Variables Aleatorias y Distribuciones de Probabilidad. Variable discreta y continua. Definición. Distribución de probabilidad de variables aleatorias discretas. Distribución de probabilidad de variables aleatorias continuas. Propiedades. Distribución acumulada. Propiedades.

Distribuciones Fundamentales de Muestreo. Distribuciones muestrales. Análisis exploratorio de muestras. Muestra. Análisis exploratorio de los datos.

Estimación por Intervalos y Pruebas de Hipótesis Estadística Estadísticos. Estimadores. Estimación puntual. Estimación por intervalos. Pruebas de hipótesis. Chi cuadrado. Regresión y Correlación. Dispersión diagramas.

Análisis de Varianza . Las varianzas de muestreo y sus medidas. Análisis de varianzas

ANEXO 2

EL CURRÍCULO DE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA EN EL PROFESORADO DE MATEMÁTICA

Denominación de la unidad curricular: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA I
Formato: ASIGNATURA
Régimen: ANUAL
Carga horaria del estudiante: 4 horas cátedra
Carga horaria del profesor: 6 horas cátedra
<p><i>Expectativas de logro:</i></p> <p>Que el educando logre:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Desarrollar la capacidad de razonamiento estadístico. 2. Aumentar la capacidad de plantear analíticamente un problema. 3. Ejercitar y aumentar sus habilidades creativas. 4. Desarrollar la capacidad de interpretación y traslación de resultados teóricos sobre realidades concretas de su medio. 5. Interpretar medidas de probabilidad en relación con las situaciones que describen. 6. Familiarizarse con las distribuciones de probabilidad usuales y distinguir sus propiedades básicas. 7. Demostrar justificando teoremas y propiedades desarrolladas. 8. Resolver problemas e inventarlos justificando sus pasos. 9. Aplicación de software estadístico en el tratamiento de datos poblacionales.
<p><i>Síntesis explicativa:</i> En esta asignatura se intenta introducir al alumno en los conceptos básicos del estudio de la probabilidad y de la estadística a partir del tratamiento de datos poblacionales. El estudio de las variables aleatorias con las medidas que las caracterizan y la distribución de las mismas. Como así también los errores frecuentes en los juicios probabilísticos. El abordaje de la enseñanza se hará desde una perspectiva histórica y fenomenológica, teniendo en cuenta los resultados de las investigaciones realizadas en el ámbito de la Educación Estadística sobre todo con estudiantes de nivel medio para conocer las dificultades más frecuentes de los mismos, sin dejar de lado la reflexión sobre el papel que esta disciplina tiene en la formación de los ciudadanos. Con el objetivo fundamental que el futuro profesor pueda lograr que sus estudiantes evidencien la utilidad de las estadísticas y sobre todo entiendan sus razonamientos.</p>

Descriptores: Probabilidad .Variable aleatoria discreta y continua .Función de densidad de probabilidad. Función de distribución acumulativa .Momentos centrados y no centrados. Función generadora de momentos de una variable aleatoria discreta y continua. Algunos modelos particulares de variables aleatorias. Teorema de Chevychev. Variables aleatorias conjuntas. Función de densidad y de distribución acumulada para variables aleatorias discretas y contínuas conjuntas. Funciones de densidad marginal y condicional. Valores esperados de una función de variables aleatorias conjuntas. Función generadora de momentos conjunta. Covarianza y coeficiente de correlación. Esperanza condicionada. Odds ratio para tablas de contingencia de 2*2

BIBLIOGRAFÍA PROPUESTA

1. Canavos, G.,(1988), probabilidad y Estadística. Aplicaciones y métodos. McGraw Hill- Interamericana, México.
2. Larson, H.(1994) Introducción a la teoría de probabilidades e inferencia estadística, Limusa, México.
3. Marona, R. (1993) Probabilidad y estadística elementales para estudiantes de ciencias exactas Bs As.
4. Douglas C. Montgomery y George C. Runger (1996) Probabilidad y estadística aplicadas a la Ingeniería. McGraw Hill.
5. Ugarte, M.D. Militino, y A.F. (2002), Estadística Aplicada con S-Plus, 2a Edición Revisada, Ediciones Universidad Pública de Navarra, Pamplona, España, ISBN 84-95075-78-4
6. Anderson, D, Sweeney,D, Williams,T. (2004) Estadística para la administración y la economía Edit. Thompson.
7. Weiers,R. (2006) Introducción a la estadística para negocios, Edit. Thompson.
8. Mendenhall, W. & Reinmuth, J.(1978), Estadística para administración y economía, Iberoamericana, México.

Denominación de la unidad curricular: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA II
<i>Formato:</i> ASIGNATURA
<i>Régimen:</i> ANUAL
Carga horaria del estudiante: 4 h
Carga horaria del profesor: 6 h
<p>Que el educando logre:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Desarrollar la capacidad de razonamiento estadístico. 2. Aumentar la capacidad de plantear analíticamente un problema. 3. Ejercitar y aumentar sus habilidades creativas. 4. Desarrollar la capacidad de interpretación y traslación de resultados teóricos sobre realidades concretas de su medio. 5. Comprender el alcance y significado de las medidas que se obtienen de muestras en términos de la descripción de los fenómenos. 6. Realizar inferencias sobre datos muestrales e interpretar sus resultados. Comprender el alcance de la modelación estadística. 7. Realizar estimaciones de modelos lineales sobre variables aleatorias observadas en una muestra. 8. Verificar o negar los supuestos de los modelos lineales aplicando test adecuados al caso. Interpretar sus resultados. 9. Realizar predicciones adecuadas sobre los modelos aceptados 10. Demostrar justificando teoremas y propiedades desarrolladas. 11. Aplicación de software estadístico en el tratamiento de datos muestrales.
<p><i>Síntesis explicativa:</i> en esta asignatura se intenta introducir al alumno en los conceptos básicos del estudio de la estadística inferencial a partir del tratamiento de datos muestrales. Estimadores y distribuciones de los mismos. Propiedades de los estimadores. Simulación estocástica. Pruebas de hipótesis estadísticas y Predicción Estadística. Modelización estadística. El abordaje de la enseñanza se hará desde una perspectiva histórica y fenomenológica, destacando la naturaleza interdisciplinaria y teniendo en cuenta los resultados de las investigaciones realizadas en el ámbito de la Educación Estadística; sobre todo con estudiantes de nivel medio para conocer las dificultades más frecuentes de los mismos. Con el objetivo fundamental que el futuro profesor pueda lograr que sus estudiantes evidencien la utilidad de las estadísticas y sobre todo entiendan sus razonamientos. Por otra parte, el</p>

conocimiento de esta disciplina le debe dar herramientas que le permitan transformarse en un profesional reflexivo, crítico e investigador de su propia práctica docente.

Descriptores: Muestra aleatoria. Distribución de una muestra aleatoria. Estadísticos. Algunas funciones de muestras de poblaciones normales y sus distribuciones. Estimador puntual. Método de los momentos. Método de máxima verosimilitud. Propiedades de los estimadores. Intervalo de confianza para parámetros de poblaciones normales, asintóticos y para odds ratio. Prueba de hipótesis para parámetros y distribucionales. Test de independencia. Modelos de regresión lineal simple. Estimación puntual de parámetros y de un valor de predicción de un modelo de regresión lineal simple. Método de mínimos cuadrados. Propiedades de los estimadores. Intervalos de confianza y test de hipótesis para los parámetros del modelo. Test de bondad de ajuste de un modelo de regresión lineal simple. Coeficiente de determinación. Modelo de regresión lineal múltiple. Revisión de los supuestos a partir de test gráficos y analíticos. Medidas remediables para la violación de algunos supuestos

BIBLIOGRAFÍA

1. Canavos, G.,(1988), probabilidad y Estadística. Aplicaciones y métodos. McGraw Hill-Interamericana, México.
2. Larson, H.(1994) Introducción a la teoría de probabilidades e inferencia estadística, Limusa, México.
3. Marona, R. (1993) Probabilidad y estadística elementales para estudiantes de ciencias exactas Bs As.
4. Douglas C. Montgomery y George C. Runger (1996) Probabilidad y estadística aplicadas a la Ingeniería. McGraw Hill.
5. Ugarte, M.D. Militino, y A.F. (2002), Estadística Aplicada con S-Plus, 2a Edición Revisada, Ediciones Universidad Pública de Navarra, Pamplona, España, ISBN 84-95075-78-4
6. Anderson, D, Sweeney,D, Williams,T. (2004) Estadística para la administración y la economía
Edit. Thompson.
7. Weiers,R. (2006) Introducción a la estadística para negocios, Edit. Thompson.
8. Mendenhall, W. & Reinmuth, J.(1978), Estadística para administración y economía, Iberoamericana, México.

ANEXO 3

Características sociodemográficas de los estudiantes del PBF

Tabla 1 Distribución de los estudiantes del PBF en los institutos de formación docente

Institución Educativa	Cantidad de Estudiantes	Ubicación
9-001 Instituto de formación docente Gral. San Martín	60 (18,46%)	San Martín
9-002 Instituto de formación docente "Tomás Godoy Cruz	154 (47,38%)	Capital
9-004 Instituto de formación docente de Tunuyán	35 (10,77%)	Tunuyán
9-011 Instituto de formación docente del Atuel	55 (16,92%)	San Rafael
Instituto de formación docente San Pedro Nolasco TP-013	21 (6,46%)	Capital

Tabla 2 Distribución de los estudiantes del PBF por departamento geográfico

Departamento	Población departamental	Cantidad de estudiantes por departamento	Porcentaje de estudiantes por departamento	Porcentaje relativo a la población departamental
La Provincia	1,738,929	325	100	0,0187
Capital	115,041	17	5.2	0,0148
General Alvear	46,429	1	.3	0,0021
Godoy Cruz	191,903	37	11.4	0,0193
Guaymallén	283,803	51	15.7	0,0179
Junín	37,859	13	4.0	0,0343
La Paz	10,012	0	0.0	0,000
Las Heras	203,666	30	9.2	0,0147
Lavalle	36,738	6	1.8	0,0163
Luján	119,888	7	2.2	0,0058
Maipú	172,332	26	8.0	0,0151
Malargüe	27,660	0	.0	0,000
Rivadavia	56,373	12	3.7	0,0213
San Carlos	32,631	6	1.8	0,0184
San Martín	118,220	30	9.2	0,0254
San Rafael	188,018	54	16.6	0,0287
Santa Rosa	16,374	5	1.5	0,0305
Tunuyán	49,458	27	8.3	0,0546
Tupungato	32,524	2	.6	0,0061

Tabla 3 Distribución de los estudiantes del PBF por instituto y por nivel

INSTITUTO	NIVEL PROPEDEÚTICO				CANTIDAD DE ESTUDIANTES
	1	2	3	4	
9-001	33	0	13	14	60
9.002	80	19	29	26	154
9-004	15	7	12	1	35
9-011	18	19	8	10	55
TP-013	3	6	7	5	21
Total	149(45,85%)	51(15,69%)	69(21,23%)	56(17,23%)	325(100%)

Tabla 4 Frecuencias y Porcentajes de los distintos motivos que llevaron a los estudiantes del PBF a elegir la carrera

MOTIVOS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
Gusto Biología/Docencia	116	35.6
Gusto Biología	102	31.3
Salida Laboral	45	13.8
Gusto Docencia	31	9.5
Segunda Opción	17	5.2
No contesta	10	3.1
Igual modalidad de la secundaria	4	1.2
Total	325	100

Figura 1 Número de estudiantes del PBF por departamento de la provincia de Mendoza

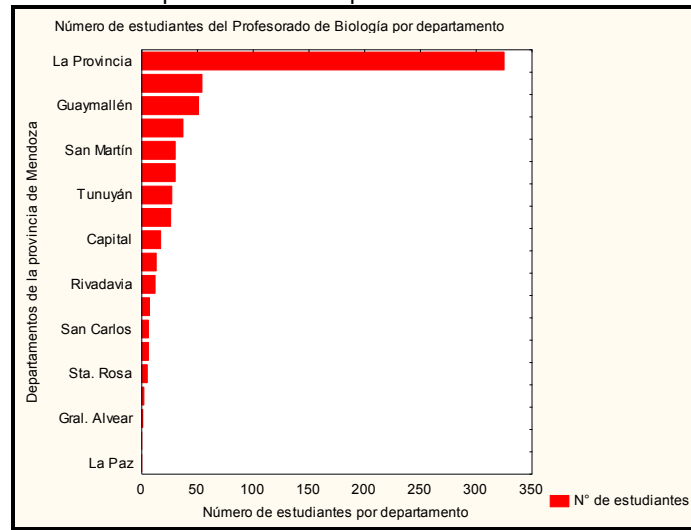


Figura 2 Motivos de los estudiantes para ingresar al Profesorado de Biología

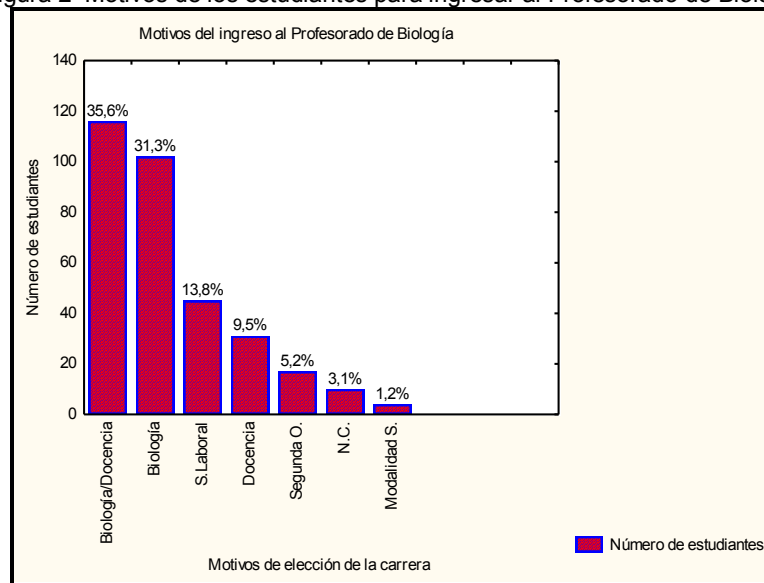


Figura 3 Porcentajes de las modalidades de los títulos de secundaria de los estudiantes del PBF

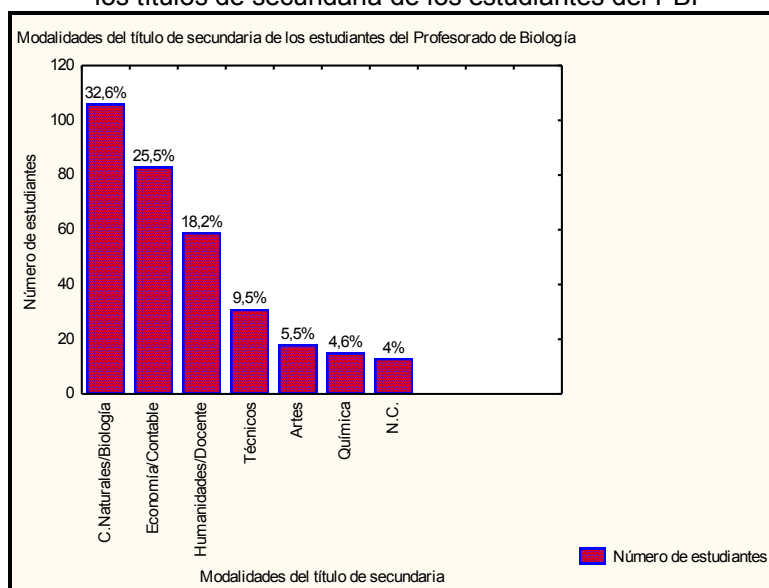


Tabla 5 Clasificación de los estudiantes que cursaron bioestadística en función de la aprobación y del trabajo

	APROBÓ	NO APROBÓ	TOTAL
trabaja	43(65,15%)	23(34,85%)	66(100%)
no trabaja	57(51,82%)	53(48,18%)	110(100%)
total	100(56,82%)	76(43,18%)	176(100%)

Tabla 6 Clasificación de los estudiantes de PBF en función de la edad

EDAD	FRECUENCIA	PORCENTAJE
0 (No Contesta)	4	1.2
1 (17 a 22 años)	183	56.1
2 (23 a 28 años)	80	24.5
3 (29 a 34 años)	34	10.5
4 (35 a 40 años)	13	4.0
5 (41 a 47 años)	11	3.4
Total	325	100.0

Tabla 7 Clasificación de los estudiantes del PBF según la edad y los motivos de elección de la carrera

EDAD	MOTIVOS DE LA ELECCIÓN DE LA CARRERA						TOTAL
	no contesta	Gusto Biología	Gusto Docencia	Gusto Biología Docencia	Salida Laboral	Segunda Opción	
No contesta	0	3	0	1	0	0	4
17 a 22	5	56	16	68	24	14	183
23 a 28	1	27	12	27	8	5	80
29 a 34	2	11	1	8	11	1	34
35 a 40	0	4	2	5	1	1	13
41 a 47	2	1	0	7	1	0	11
Total	10	102	31	116	45	21	325

Tabla 8 Clasificación de los estudiantes de acuerdo a la instituto y a la aprobación de bioestadística

INSTITUTO	APROBO	NO APROBO	TOTAL
9-001	20(76,9%)	6(23,1%)	26(100%)
9-002	25(46,3%)	29(53.7%)	54(100%)
9-004	11(55%)	9(45%)	20(100%)
9-011	27(49,1%)	28(50,9%)	55(100%)
PT-013	17(80,9%)	4(19,1%)	21(100%)

Tabla 9 Clasificación de los estudiantes, de acuerdo con el haber cursado bioestadística y el gusto por la misma

CURSÓ BIOESTADÍSTICA	GUSTO POR LA BIOESTADÍSTICA					TOTAL
	No contesta	No le gusta	le gusta medianamente	le gusta	No lo sabe	
No	106 (71,14%)	11 (7,38%)	3 (2,01%)	24 (16,11%)	5 (3,36%)	149 (100%)
Si	46 (26,14%)	32 (18,18%)	17 (9,66%)	80 (45,45%)	1 (0,57%)	176 (100%)
Total	152 (46,77%)	43 (13,23%)	20 (6,15%)	104 (32%)	6 (1,85%)	325 (100%)

Tabla 10 Clasificación de los estudiantes, de acuerdo al hecho de haber aprobado bioestadística y el gusto por la misma

APROBÓ BIOESTADÍSTICA	GUSTO POR LA BIOESTADÍSTICA					TOTAL
	No contesta	No le gusta	le gusta medianamente	le gusta	No lo sabe	
No	131 (58,22%)	30 (13,33%)	6 (2,67%)	52 (23,11%)	6 (2,67%)	225 (100%)
si	21 (21%)	13 (13%)	14 (14%)	52 (52%)	0 (0%)	100 (100%)
Total	152 (46,77%)	43 (13,23%)	20 (6,15%)	104 (32%)	6 (1,85%)	325 (100%)

Tabla 11 Relación entre haber realizado otras carreras
y el gusto hacia la bioestadística

		Otras carreras		Total
		no	si	
gusto	N.C.	124(59,33%)	28(24,14%)	152(46,77%)
	No le gusta	21(10,05%)	22(18,97%)	43(13,23%)
	le gusta medianamente	10(4,78%)	10(8,62%)	20(6,15%)
	le gusta	50(23,92%)	54(46,55%)	104(32%)
	no lo sabe	4(1,921%)	2(1,72%)	6(1,85%)
Total		209(100%)	116(100%)	325(100%)

ANEXO 4

Características sociodemográficas de los estudiantes del PMF

Tabla 1 Distribución de los estudiantes del PMF por instituto docente

INSTITUCIÓN EDUCATIVA	CANTIDAD DE ESTUDIANTES	UBICACIÓN
9-002 Instituto Sup. de Formación Docente "Dr. Tomás Godoy Cruz"	215 (36,88%)	Ciudad de Mendoza
9-006 Instituto Sup. de Formación Docente "Humberto Tolosa".	52 (8,92%)	Rivadavia
9-009 Instituto Sup. de Formación Docente de Tupungato	95 (16,29%)	Luján y Tupungato
9-011 Instituto de Formación Docente "del Atuel"	53 (9,09%)	San Rafael
9-013 Instituto de Formación Docente ISTECA	38 (6,52%)	Ciudad de Mendoza
9-023 Instituto Sup. de Formación Docente de Maipú	27 (4,63%)	Maipú
9-024 Instituto Sup. de Formación Docente de Lavalle	34 (5,83%)	Lavalle
9-026 Instituto Sup. de Formación Docente "San Vicente de Paul"	37 (6,35%)	San Martín
TP-13 Instituto de Formación Docente "San Pedro Nolasco"	32 (5,49%)	Ciudad de Mendoza

Tabla 2 Distribución de los estudiantes del PMF
por departamento geográfico

Departamento	Población departamental	Cantidad de estudiantes por departamento	Porcentaje de estudiantes por departamento	Porcentaje relativo a la población departamental
La Provincia	1.738.929	583	100	0,0335
Capital	115.041	27	4,63	0,0235
General Alvear	46.429	2	0,34	0,0043
Godoy Cruz	191.903	51	8,75	0,0266
Guaymallén	283.803	91	15,61	0,0321
Junín	37.859	14	2,40	0,0370
La Paz	10.012	0	0	0
Las Heras	203.666	63	10,81	0,0309
Lavalle	36.738	41	7,03	0,1116
Luján	119.888	55	9,43	0,0459
Maipú	172.332	58	9,95	0,0336
Malargüe	27.660	0	0	0
Rivadavia	56.373	33	5,66	0,0585
San Carlos	32.631	6	1,03	0,0184
San Martín	118.220	44	7,55	0,0271
San Rafael	188.018	51	8,75	0,0271
Santa Rosa	16.374	3	0,51	0,0183
Tunuyán	49.458	24	4,12	0,0485
Tupungato	32.524	15	2,57	0,0461
No contestan		5	0,86	

Tabla 3 Distribución de los estudiantes del PMF por instituto y por nivel propedéutica

Instituto	nivel propedéutico				Total
	1	2	3	4	
TP-13	6	12	5	9	32
9-002	78	46	53	38	215
9-006	24	9	19	0	52
9-009	44	15	14	22	95
9-011	21	4	19	9	53
9-013	10	10	8	10	38
9-023	27	0	0	0	27
9-024	15	6	13	0	34
9-026	21	8	8	0	37
Total	246(42,20%)	110(18,87%)	139(23,84%)	88(15,09%)	583(100%)

Tabla 4 Porcentajes y frecuencias de la modalidad del título de secundaria de los estudiantes del PMF

	Frecuencia	Porcentaje
N/C	34	5,83%
C.Naturales	49	8,40%
Química	7	1,20%
Salud	16	2,74%
Tecnicaturas	95	16,30%
Humanidades	107	18,35%
Arte	10	1,72%
Economía	265	45,46%
Total	583	100%

Tabla 5. Tabla de Contingencia de los estudiantes del PMF según "curso Probabilidad y Estadística" y "aprobó Probabilidad y Estadística"

Cursó	aprobó			Total
	N/C	SI	NO	
N/C	9	1	1	11
SI	9	150	89	248
NO	127	41	156	324
Total	145	192	246	583

Tabla 6. Tabla de contingencia de los estudiantes del PMF según "aprobó Probabilidad y Estadística" y "desarrolla una actividad laboral"

		aprobó			Total
		N/C	SI	NO	
trabaja	N/C	2	0	3	5
	SI	46	99	124	269
	NO	97	93	119	309
Total		145	192	246	583

Tabla 7 Porcentajes y frecuencias de los estudiantes del PMF según la edad

Edad en años	Frecuencia	Porcentaje
N/C	3	0,51%
18 a 22	286	49.06%
23 a 28	134	22,98%
29 a 34	73	12,52%
35 a 40	39	6,69%
41 a 46	26	4,46%
47 a 52	14	2,41%
53 a 57	8	1,37%
Total	583	100%

Tabla 8 Tabla de contingencia de los estudiantes del PMF según el "motivo de elección de la carrera" y "edad"

EDAD	MOTIVOS DE LA ELECCIÓN DE LA CARRERA								TOTAL
	N/C	Gusto Matemática	Gusto Docencia	Gusto Matemática Docencia	Salida laboral	Segunda Opción	Superación Personal	Función social	
N/C	1	0	0	2	0	0	0	0	3
18 a 22	10	101	21	116	20	7	7	4	286
24 a 28	6	8	19	44	14	4	4	5	134
29 a 34	4	21	13	25	7	0	1	2	73
35 a 40	3	6	8	10	4	0	7	1	39
41 a 46	1	6	2	11	1	0	4	1	26
47 a 52	1	6	1	3	2	0	1	0	14
53 a 57	0	3	0	1	2	0	2	0	8
Total	26	181	64	212	50	11	26	13	583

ANEXOS

Tabla 9 Tabla de contingencia de los estudiantes del PMF según "instituto educativo" y "aprobó Probabilidad y Estadística"

APROBÓ P. Y E.	INSTITUTO									
	TP-13	9002	9006	9009	9011	9013	9023	9024	9026	total
N/C	5 15,6%	38 17,7%	19 36,5%	30 31,6%	11 20,8%	6 15,8%	14 51,9%	7 20,6%	15 40,5%	145 24,9%
SI	12 37,5%	58 26,9%	19 36,5%	28 29,5%	30 56,6%	23 60,5%	1 3,7%	17 50%	4 10,8%	192 32,9%
NO	15 46,9%	119 55,3%	14 27,0%	37 38,9%	12 22,6%	9 23,7%	12 44,4%	10 29,4%	18 48,7%	246 42,2%
total	32 100%	215 100%	52 100%	95 100%	53 100%	38 100%	27 100%	34 100%	37 100%	583 100%

Tabla 10 Tabla de contingencia de los estudiantes del PMF según "gusto hacia la Probabilidad y Estadística" y "realizó otras trayectorias académicas"

OTRAS TRAYECTORIAS ACADÉMICAS	GUSTO POR LA PROBABILIDAD					TOTAL
	No contesta	No le gusta	Le gusta medianamente	Le gusta	No sabe lo	
N/C	15 93,8%	1 6,2%	0	0	0	16 100%
SI	56 25%	116 51,8%	24 10,7%	26 11,6%	2 0,9%	224 100%
NO	195 56,8%	104 30,3%	35 10,2%	7 2,0%	2 0,6%	343 100%
Total	266	221	59	33	4	583

ANEXO 5

Análisis de los resultados de la aplicación del Cuestionario CCP_1

Tabla 1 Porcentajes y frecuencias del RA y de las categorías argumentativas de la aleatoriedad del ítem 1

Reconoce la aleatoriedad			No reconoce la aleatoriedad		
categoría	porcentaje	frecuencia	categoría	porcentaje	frecuencia
ALEA 11	13,3%	10	ALEA 21	6,7%	5
ALEA 12	29,3%	22	ALEA 22	5,3%	4
ALEA 13	37,3%	28	ALEA 23	4%	3
			ALEA 20	2,7%	2

Tabla 2 Porcentajes y frecuencias del RA y de las categorías argumentativas de la aleatoriedad del ítem 2

Reconoce la aleatoriedad			No reconoce la aleatoriedad		
categoría	porcentaje	frecuencia	categoría	porcentaje	frecuencia
ALEA 11	13,3%	10	ALEA 21	10,7%	8
ALEA 12	29,3%	22	ALEA 22	1,3%	1
ALEA 13	41,3%	31	ALEA 23	1,3%	1
ALEA 14	1,3%	1	ALEA 20	1,3%	1

Tabla 3 Porcentajes y frecuencias del RA y de las categorías argumentativas de la aleatoriedad del ítem 5

Reconoce la aleatoriedad			No reconoce la aleatoriedad		
categoría	porcentaje	frecuencia	categoría	porcentaje	frecuencia
ALEA 11	9,3%	7	ALEA 21	22,7%	17
ALEA 12	14,7%	11	ALEA 22	6,7%	5
ALEA 13	22,7%	17	ALEA 23	17,3%	13
ALEA 14	2,7%	2	ALEA 20	2,7%	2

Tabla 4 Porcentajes y frecuencias del RA y de las categorías argumentativas de la aleatoriedad del ítem 8

Reconoce la aleatoriedad			No reconoce la aleatoriedad		
categoría	porcentaje	frecuencia	categoría	porcentaje	frecuencia
ALEA 11	17,3%	13	ALEA 21	2,7%	2
ALEA 12	21,3%	16	ALEA 22	1,3%	1
ALEA 13	44,0%	33	ALEA 23	6,7%	5
ALEA 10	1,3%	1	ALEA 24	1,3%	1
ALEA 18	1,3%	1	ALEA 20	1,3%	1

Tabla 5 Porcentajes y frecuencias del RA y de las categorías argumentativas de la aleatoriedad del ítem 10

Reconoce la aleatoriedad			No reconoce la aleatoriedad		
categoría	porcentaje	frecuencia	categoría	porcentaje	frecuencia
ALEA 11	13,3%	10	ALEA 11	0,0%	0
ALEA 12	6,7%	5	ALEA 22	5,3%	4
ALEA 13	56,0%	42	ALEA 23	9,3%	7
ALEA 10	1,3%	2	ALEA 24	1,3%	1

Tabla 6 Porcentajes y frecuencias del RA y de las categorías argumentativas de la aleatoriedad del ítem 12

RECONOCE LA ALEATORIEDAD			NO RECONOCE LA ALEATORIEDAD		
categoría	porcentaje	frecuencia	categoría	porcentaje	frecuencia
ALEA 11	30,7%	23	ALEA 21	24,0%	18
ALEA 12	14,7%	11	ALEA 22	1,3%	1
ALEA 13	13,3%	10	ALEA 23	6,7%	5
ALEA 10	4,0%	3	ALEA 24	2,7%	2

Tabla 7 Porcentajes y frecuencias del RA y de las categorías argumentativas de la aleatoriedad del ítem 14

RECONOCE LA ALEATORIEDAD			NO RECONOCE LA ALEATORIEDAD		
categoría	porcentaje	frecuencia	categoría	porcentaje	frecuencia
ALEA 11	30,7%	23	ALEA 21	29,3%	22
ALEA 12	14,7%	14	ALEA 22	2,7%	2
ALEA 13	10,7%	8	ALEA 23	2,7%	2
ALEA 10	1,3%	1	ALEA 24	2,7%	2

Tabla 8 Porcentajes y frecuencias del RA y de las categorías argumentativas de la aleatoriedad del ítem 16

Reconoce la aleatoriedad			No reconoce la aleatoriedad		
categoría	porcentaje	frecuencia	categoría	porcentaje	frecuencia
ALEA 11	8,0%	6	ALEA 11	0,0%	0
ALEA 12	25,3%	19	ALEA 22	8,0%	6
ALEA 13	44,0%	33	ALEA 23	6,7%	7
ALEA 10	4,0%	3	ALEA 24	1,3%	1

Tabla 9 Porcentajes y frecuencias del RA y de las categorías argumentativas de la aleatoriedad del ítem 17

Reconoce la aleatoriedad			No reconoce la aleatoriedad		
categoría	porcentaje	frecuencia	categoría	porcentaje	frecuencia
ALEA 11	17,3%	13	ALEA 21	0,0%	0
ALEA 12	10,7%	5	ALEA 22	5,3%	4
ALEA 13	56,0%	42	ALEA 23	9,3%	7
ALEA 10	2,7%	2	ALEA 24	1,3%	1

Tabla 10 Porcentajes y frecuencias del RA y de las categorías argumentativas de la aleatoriedad del ítem 20

Reconoce la aleatoriedad			No reconoce la aleatoriedad		
categoría	porcentaje	Frecuencia	categoría	porcentaje	frecuencia
ALEA 11	42,7%	32	ALEA 21	26,7%	20
ALEA 12	0,0%	0	ALEA 23	5,3%	4
ALEA 13	22,7%	17	ALEA 20	2,7%	2

Tabla 11 Porcentajes y frecuencias del RA y de las categorías argumentativas de la aleatoriedad del ítem 21

Reconoce la aleatoriedad			No reconoce la aleatoriedad		
categoría	porcentaje	Frecuencia	categoría	porcentaje	frecuencia
ALEA 11	21,3%	16	ALEA 21	24,0%	18
ALEA 12	16,0%	12	ALEA 22	17,3%	13
ALEA 13	9,3%	7	ALEA 23	8,0%	6
ALEA 10	2,7%	2	ALEA 24	0,0%	0

Tabla 12 Porcentajes y frecuencias del RA y de las categorías argumentativas de la aleatoriedad del ítem 22

Reconoce la aleatoriedad			No reconoce la aleatoriedad		
categoría	porcentaje	Frecuencia	categoría	porcentaje	frecuencia
ALEA 11	33,3%	25	ALEA 21	28,0%	21
ALEA 12	12,0%	9	ALEA 22	2,7%	2
ALEA 13	10,7%	8	ALEA 23	9,3%	7
ALEA 10	1,3%	1	ALEA 24	2,7%	2

Tabla 13 Porcentajes del RA y NRA según el contexto y la categoría argumentativa

	CAUSALIDAD		MULTIPLICIDAD		INCERTIDUMBRE	
	ALEA11	ALEA21	ALEA12	ALEA22	ALEA13	ALEA23
Juego	17,3	2,7	21,3	1,3	44,0	6,7
	13,3	0,0	6,7	5,3	56,0	9,3
	8,0	0,0	25,3	8,0	44,0	6,7
	17,3	0,0	10,7	5,3	56,0	9,3
Cotidiano	17,3	2,7	21,3	1,3	44,0	6,7
	13,3	10,7	29,3	1,3	41,3	1,3
	30,7	24,0	14,7	1,3	13,3	6,7
	21,3	24,0	16,0	17,3	9,3	8,0
Físico natural	9,3	22,7	14,7	6,7	22,7	17,3
	30,7	29,3	14,7	2,7	10,7	2,7
	42,7	26,7	0,0	0,0	22,7	5,3
	33,3	28,0	12,0	2,7	10,7	9,3

Tabla 14 Porcentajes y frecuencias del nivel de confianza y de las categorías argumentativas de la probabilidad del ítem 3

Nivel de confianza en la ocurrencia del suceso			Estimación de la probabilidad		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	2,7	2	PRO 0	4.0	3
1	29,3	22	PRO 5	12.0	9
2	52,0	39	PRO 6	0,0	0
3	16,0	12	PRO 7	34.7	26
			PRO 8	45.3	34
			PRO 9	4.0	3

Tabla 15 Porcentajes y frecuencias del nivel de confianza y de las categorías argumentativas de la probabilidad del ítem 4

Nivel de confianza en la ocurrencia del suceso			Estimación de la probabilidad		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	1.3	1	PRO 0	5.3	4
1	82.7	62	PRO 5	21.3	16
2	16.0	12	PRO 6	28.0	21
3	0,0	0	PRO 7	4.0	3
			PRO 8	40.0	30
			PRO 9	1.3	1

Tabla 16 Porcentajes y frecuencias del nivel de confianza y de las categorías argumentativas de la probabilidad del ítem 6

Nivel de confianza en la ocurrencia del suceso			Estimación de la probabilidad		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	2.7	2	PRO 0	6.7	5
1	17.3	13	PRO 5	56.0	42
2	65.3	49	PRO 6	12.0	9
3	14.7	11	PRO 7	0,0	0
			PRO 8	25,3	19
			PRO 9	0,0	0

Tabla 17 Porcentajes y frecuencias del nivel de confianza y de las categorías argumentativas de la probabilidad del ítem 7

Nivel de confianza en la ocurrencia del suceso			Estimación de la probabilidad		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	4.0	3	PRO 0	5.3	4
1	41.3	31	PRO 5	21.3	16
2	48.0	36	PRO 6	0,0	0
3	6.7	5	PRO 7	33.3	25
			PRO 8	34.7	26
			PRO 9	5.3	4

Tabla 18 Porcentajes y frecuencias del nivel de confianza y de las categorías argumentativas de la probabilidad del ítem 9

Nivel de confianza en la ocurrencia del suceso			Estimación de la probabilidad		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	1.3	1	PRO 0	5.3	4
1	48.0	36	PRO 5	54.7	41
2	48.0	36	PRO 6	0,0	0
3	2.7	2	PRO 7	9.3	7
			PRO 8	30.7	23
			PRO 9	0,0	0

Tabla 19 Porcentajes y frecuencias del nivel de confianza y de las categorías argumentativas de la probabilidad del ítem 11

Nivel de confianza en la ocurrencia del suceso			Estimación de la probabilidad		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	2.7	2	PRO 0	9,3	7
1	50.7	38	PRO 5	53.3	40
2	45.3	34	PRO 6	12.0	9
3	1.3	1	PRO 7	2.7	2
			PRO 8	18.7	14
			PRO 9	1.3	1

Tabla 20 Porcentajes y frecuencias del nivel de confianza y de las categorías argumentativas de la probabilidad del ítem 13

Nivel de confianza en la ocurrencia del suceso			Estimación de la probabilidad		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	0,0	0	PRO 0	1.3	1
1	61.3	46	PRO 5	36.0	27
2	37.3	28	PRO 6	24.0	18
3	1.3	1	PRO 7	12.0	9
			PRO 8	25.3	19
			PRO 9	1.3	1

Tabla 21 Porcentajes y frecuencias del nivel de confianza y de las categorías argumentativas de la probabilidad del ítem 15

Nivel de confianza en la ocurrencia del suceso			Estimación de la probabilidad		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	2.7	2	PRO 0	4.0	3
1	33.3	25	PRO 5	6.7	5
2	54.7	41	PRO 6	0,0	0
3	9.3	7	PRO 7	24.0	18
			PRO 8	65.3	49

Tabla 22 Porcentajes y frecuencias del nivel de confianza y de las categorías argumentativas de la probabilidad del ítem 18

Nivel de confianza en la ocurrencia del suceso			Estimación de la probabilidad		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	4.0	3	PRO 0	2.7	2
1	9.3	7	PRO 5	6.7	5
2	26.7	20	PRO 6	14.7	11
3	60.0	45	PRO 7	60.0	45
			PRO 8	16.0	12

Tabla 23 Porcentajes y frecuencias del nivel de confianza y de las categorías argumentativas de la probabilidad del ítem 19

Nivel de confianza en la ocurrencia del suceso			Estimación de la probabilidad		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	4	5,3	PRO 0	8.0	6
1	6	8,0	PRO 5	46.7	35
2	45	60,0	PRO 6	9.3	7
3	20	26,7	PRO 7	2.7	2
			PRO 8	33.3	25

Tabla 24 Porcentajes y frecuencias del nivel de confianza y de las categorías argumentativas de la probabilidad del ítem 23

Nivel de confianza en la ocurrencia del suceso			Estimación de la probabilidad		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	4.0	3	PRO 0	12.0	9
1	29.3	22	PRO 5	5.3	4
2	62.7	47	PRO 6	10.7	8
3	4.0	3	PRO 7	9.3	7
			PRO 8	58.7	44
			PRO 9	4.0	3

Tabla 25 Porcentajes y frecuencias del nivel de confianza y de las categorías argumentativas de la probabilidad del ítem 24

Nivel de confianza en la ocurrencia del suceso			Estimación de la probabilidad		
Nivel	Porcentaje	Frecuencia	Categoría	Porcentaje	Frecuencia
0	1.3	1	PRO 0	1.3	1
1	72.0	54	PRO 5	8.0	6
2	24.0	18	PRO 6	42.7	32
3	2.7	2	PRO 7	12.0	9
			PRO 8	36.0	27

Tabla 26 Porcentajes de los niveles de confianza de cada ítem de acuerdo al contexto del suceso

Contexto	Nivel de Confianza			
	Bajo	Medio	Alto	No Contesta
Juego	17,3	65,3	14,7	2,7
	61,3	37,3	1,3	0,0
	8,0	60,0	26,7	5,3
	29,3	62,7	4,0	4,0
Valor medio	28,98	56,32	11,67	3,00
Cotidiano	82,7	16,0	0,0	1,3
	41,3	48,0	6,7	4,0
	9,3	26,7	60,0	4,0
	72,0	24,0	2,7	1,3
Valor medio	51,32	28,67	17,35	2,65
Físico Natural	29,3	52,0	16,0	2,7
	48,0	48,0	2,7	1,3
	50,7	45,3	1,3	2,7
	33,3	54,7	9,3	2,7
Valor medio	40,32	50,00	7,32	2,35

Tabla 27 Porcentajes de las categorías argumentativas de la probabilidad según el contexto

Contexto	CATEGORÍAS DE ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD					
	CAT 5	CAT 6	CAT 7	CAT 8	CAT 9	No Contesta
Juego	56,0	12,0	0,0	25,3	0,0	6,7
	36,0	24,0	12,0	25,3	1,3	1,3
	46,7	9,3	2,7	33,3	0,0	8,0
	5,3	10,7	9,3	58,7	4,0	12,0
Valor medio	36,00	14,00	6,00	35,65	1,32	7,00
Cotidiano	21,3	28,0	4,0	40,0	1,3	5,3
	21,3	0,0	33,3	34,7	5,3	5,3
	6,7	14,7	60,0	16,0	0,0	2,7
	8,0	42,7	12,0	36,0	0,0	1,3
Valor medio	14,32	21,35	27,32	31,67	1,65	3,65
Físico Natural	12,0	0,0	34,7	45,3	4,0	4,0
	54,7	0,0	9,3	30,7	0,0	5,3
	53,3	12,0	2,7	18,7	1,3	9,3
	6,7	0,0	24,0	65,3	0,0	4,0
Valor medio	31,67	3,00	17,67	40,00	1,32	5,65

Tabla 28 Porcentajes de los niveles de confianza y de las categorías argumentativas de la probabilidad por ítem

	B	M	A	N/C	CAT. 5	CAT.6	CAT.7	CAT.8	CAT.9	N/C
3F	29,3	52	16	2,7	12	0	34,7	45,3	4	4
4C	82,7	16	0	1,3	21,3	28	4	40	1,3	5,3
6J	17,3	65,3	14,7	2,7	56	12	0	25,3	0	6,7
7C	41,3	48	6,7	4	21,3	0	33,3	34,7	5,3	5,3
9F	48	48	2,7	1,3	54,7	0	9,3	30,7	0	5,3
11F	50,7	45,3	1,3	2,7	53,3	12	2,7	18,7	1,3	9,3
13J	61,3	37,3	1,3	0	36	24	12	25,3	1,3	1,3
15F	33,3	54,7	9,3	2,7	6,7	0	24	65,3	0	4
18C	9,3	26,7	60	4	6,7	14,7	60	16	0	2,7
19J	8	60	26,7	5,3	46,7	9,3	2,7	33,3	0	8
23J	29,3	62,7	4	4	5,3	10,7	9,3	58,7	4	12
24C	72	24	2,7	1,3	8	42,7	12	36	0	1,3
Media	40,2	45	12,1	2,7	27,3	12,8	17	35,8	1,4	5,4
D. E.	23,8	15,9	17,0	1,5	20,7	13,2	17,9	14,9	1,9	3,2
C.V.%	59,3	35,4	140,4	56,7	75,7	103,6	105,1	41,6	134,2	58,8

Tabla 29 Puntaje asignado a los ítems de la aleatoriedad

Reconocimiento	Argumentación	Puntaje
No contesta	No contesta	0
Niega la aleatoriedad	No contesta	0
No contesta	Argumenta	1
Niega la aleatoriedad	Argumenta	1
Afirma la aleatoriedad	No contesta	2
Afirma la aleatoriedad	Argumenta	3

ANEXO 6

CUESTIONARIO DE CONCEPCIONES PROBABILÍSTICAS

CCP_1

Desde el Instituto de Formación Docente 9-002 de la provincia de Mendoza, Argentina, estamos investigando acerca del desarrollo profesional; y sobre las estrategias más adecuadas para facilitarlos. Por este motivo nos proponemos investigar acerca de las concepciones probabilísticas que poseen los estudiantes.

Nuestro principal objetivo es conocer tus ideas sobre “el mundo de la incertidumbre”. Por lo cual, te presentamos una serie de situaciones en las que se requiere tu opinión sobre algunas de sus características. Respóndenos, bien señalando con una sola (X) una de las opciones previstas en el cuestionario, si es que tus razones se ven reflejadas; o dando tu opinión en el espacio libre.

Dada la propia naturaleza del conocimiento probabilístico no hay respuestas correctas o incorrectas de forma genérica, [sino en función del Modelo Matemático de análisis empleado, que son distintas formas de entender e interpretar una misma realidad. Lo importante es que las respuestas reflejen lo que piensas realmente para caracterizar la modelización que tú utilizas].

DATOS DE IDENTIFICACIÓN

1. Nombre:.....
2. Apellido :
3. Número del Documento Nacional de Identidad:.....
4. Sexo: masculino:Femenino:.....
5. Edad:.....
6. Nombre del Departamento donde resides:.....
7. Nombre del Título de secundaria:
8. Año en el que terminaste tus estudios secundarios:.....
9. ¿Actualmente, estás trabajando?:
10. ¿Cuántas horas trabajas por día?:.....
11. Nombre del Instituto al que asistes:.....
12. Nombre del departamento en el que está ubicado el instituto:.....
13. Modalidad del Profesorado que estas cursando:.....
14. Curso del Profesorado al que asistes actualmente:.....
15. ¿Has cursado “Probabilidad y Estadística” en el Profesorado de 3º ciclo de EGB y de la Educación Polimodal?.....
16. ¿Has aprobado “Probabilidad y Estadística” en el Profesorado?:.....
17. ¿Qué motivó tu ingreso al profesorado?:.....
.....
18. ¿Has cursado otras carreras de nivel superior?:
19. ¿Cuántas carreras cursaste?:
20. ¿Cuántas carreras terminaste?:

- 21. Nombra las carreras cursadas.....
- 22. ¿Cuántas materias de Probabilidad y Estadística has cursado en dichas carreras?.....
- 23. ¿Cuántas de dichas materias de Probabilidad y Estadística has aprobado?.....
- 24. ¿Te han gustado cursar las materias relativas a Estadística y Probabilidad?:.....

En las situaciones que a continuación se describen, expresa tu opinión en la opción abierta o señala con una (X) la opción que refleja totalmente esa opinión.

1).-Encontrarme por la calle con el primer Maestro/a que tuve en la Escuela, es un suceso

aleatorio

no aleatorio

- 1) porque tienen que coincidir muchas cosas, el camino que elija, la hora a la que salga.
- 2) porque es inesperado y no lo puedes prever.
- 3) porque me puedo encontrar con muchas personas, entre las cuales está él/ella.
- 4) porque, según mi opinión

.....
.....
.....

2).- Sufrir un accidente es un fenómeno...

aleatorio

no aleatorio

- 1) porque no puedo evitar su ocurrencia.
- 2) porque hay muchos tipos de cosas que pueden suceder y no sabes cuál va a ocurrir.
- 3) porque puedo tener un accidente de forma imprevista o no tenerlo.
- 4) Porque, según mi opinión

.....
.....
.....

3).-La confianza que tengo en que corra viento mañana en mi localidad, es...

baja

media

alta

- 1) porque el tiempo está loco, hay tantas posibilidades de que corra viento como de que no.
- 2) porque he visto los partes meteorológicos y todos dan un porcentaje semejante de posibilidades para que ocurra.
- 3) porque en primavera hay más días con viento que días en calma.
- 4) porque, según mi opinión

.....
.....
.....

4).-La confianza que tengo en que, en un edificio de seis vecinos, en el primer intento consiga pulsar el timbre del portero automático que corresponde a la puerta de un amigo, sin saber dónde vive, es...

baja

media

alta

- 1) porque puede salir cada uno de los vecinos con un sexto de probabilidad.
- 2) porque puede que sea el piso esperado puede que no, con la misma probabilidad de acertar.
- 3) porque la posibilidad de conseguirlo es de uno a favor y cinco en contra.
- 4) porque lo usual es que en esas circunstancias no lo consiga en el primer intento.
- 5) porque

.....
.....
.....

5).-Que nieve en el cerro Arco dentro de 30 días es un suceso...

aleatorio

no aleatorio

- 1) porque se puede predecir si ocurrirá o no dentro de treinta días.
- 2) porque nevará o no, según las condiciones del tiempo que se den ese día.
- 3) porque ese día puede nevar, llover, granizar,... y ese es un fenómeno de los que pueden ocurrir.
- 4) porque, según mi opinión

.....
.....
.....

6).-La confianza que tengo en sacar una bola roja de una urna que contiene 5 bolas blancas, 5 rojas y 1 azul, es ...

baja

media

alta

- 1) porque el rojo tiene las mismas posibilidades de salir que cualquier color.
- 2) porque si se repite muchas veces la misma situación, lo esperado es que así ocurra.
- 3) porque hay cinco bolas favorables y seis desfavorables en la urna.
- 4) porque tengo 5 contra 11 posibilidades a favor de sacar una bola roja.
- 5) porque

.....
.....
.....

7).-La confianza que tengo en conseguir las horas-cátedra de octavo año en la escuela secundaria de la localidad en la que resido; cuando me reciba es...

baja media alta

- 1) porque es lo esperado comparando mis posibilidades a favor y en contra de conseguirlo.
- 2) porque analizando las peticiones y la cantidad de octavos años, hay 188 profesores que tienen interés en trabajar en octavo año.
- 3) porque tengo las mismas posibilidades de conseguirlo como de no conseguirlo.
- 4) porque lo más normal es que así ocurra cuando me reciba.
- 5) porque

.....
.....
.....

8).- Obtener el número 23 en la ruleta de 36 números es un suceso...

aleatorio no aleatorio

- 1) porque de forma imprevisible cualquiera de los números puede salir o no salir.
- 2) porque hay 36 números diferentes en los que puede caer la bola al pararse la ruleta.
- 3) porque no se puede controlar de ninguna forma el número que resulta.
- 4) porque, según mi opinión

.....
.....
.....

9).-La confianza que tengo en que amanezca un día frío el 14 de Octubre, es...

baja media alta

- 1) porque en Octubre hay menos días fríos que templados.
- 2) porque es igualmente posible que haga frío o que no lo haga.
- 3) porque en esa fecha es natural que ocurra con esa frecuencia.
- 4) porque

.....
.....
.....

10).-Acertar el número que muestra un dado ya lanzado, pero que no puedo ver es un suceso...

aleatorio

no aleatorio

- 1) porque puedo acertar o no acertar, no lo puedes prever.
- 2) porque acertar entre tantos números posibles es muy difícil.
- 3) porque no puedo controlar la posición del dado al caer.
- 4) porque, según mi opinión

.....
.....
.....

11).-La confianza que tengo en que se produzca un deterioro del medio ambiente de mi localidad, el próximo año, es...

baja

media

alta

- 1) porque depende del número de personas concienciadas frente al de las insensibles al problema.
- 2) porque estudiando las encuestas, dos de cada siete habitantes se declaran ecologistas.
- 3) porque puede ocurrir cualquier cosa, con las mismas posibilidades que para no ocurrir.
- 4) porque depende del número de personas concienciadas frente al de las insensibles al problema.
- 5) porque

.....
.....
.....

12).-Predecir la próxima idea que me venga a la cabeza es un suceso...

aleatorio

no aleatorio

- 1) porque depende de lo que ocurre, de las relaciones entre las ideas, de lo que me preocupe, de lo que haya pensado anteriormente.
- 2) porque yo no puedo saber qué se me va a ocurrir dentro de un rato.
- 3) porque a la mente vienen muchas ideas en las que tú ni siquiera estás pensando.
- 4) porque, según mi opinión

.....
.....
.....

13).-La confianza que tengo en que me toque algún regalo en una rifa, en la que participo con alguno de los 10.000 números vendidos para el viaje de estudios del colegio, es...

baja

media

alta

- 1) porque tengo muchos más números en contra que a favor de que me toque un premio.
- 2) porque así lo indica la proporción entre los números que compré con relación al total de los vendidos.
- 3) porque siempre puede tocar o no tocarme, siempre tengo un 50% de las posibilidades.
- 4) porque nunca me ha tocado nada en todos los sorteos en que he participado.
- 5) porque

.....
.....
.....

14).-Creo que germine una semilla plantada es un fenómeno...

aleatorio

no aleatorio

- 1) porque a la semilla le pueden ocurrir muchas otras cosas: que se hiele, se la coman, se seque,... o que germine.
- 2) porque tiene que coincidir una serie de condiciones ambientales favorables a la germinación: atmosféricas, de la tierra, de las semillas...
- 3) porque puede que germine aunque también puede que no germine, no se puede saber.
- 4) porque, según mi opinión

.....
.....
.....

15).-La confianza que tengo en que esta primavera haya un terremoto en Mendoza, es..

baja

media

alta

- 1) porque es igualmente posible que haya un terremoto o que no lo haya.
- 2) porque las estadísticas indican que esa es la frecuencia con que se produce un terremoto.
- 3) porque comparo los factores que influyen a favor con los que lo hacen en contra.
- 4) porque

.....
.....
.....

16).-Predecir la cantidad de caras que se obtienen en 100 lanzamientos de una moneda es un fenómeno...

aleatorio no aleatorio

- 1) porque ya que puede caer cara o cruz cada vez que se lance, no puedes saber cuantas saldrán.
 - 2) porque el número de caras que se obtienen en los 100 lanzamientos puede variar cada vez que lo repitamos.
 - 3) porque, para que salga una u otra cara, en cada lanzamiento depende de la posición inicial, de la fuerza con que la tires, del ángulo con que caiga,...
 - 4) porque
-
-
-

17).-Predecir el color de una bola que se extrae de una urna con bolas de distintos colores es un fenómeno...

aleatorio no aleatorio

- 1) porque no puedes saber qué color va a salir, es algo imprevisible.
 - 2) porque el color de la bola que se obtiene puede variar cada vez que lo hagamos.
 - 3) porque depende de múltiples factores que salga una u otra bola y no puedes controlarlas.
 - 4) porque, según mi opinión
-
-
-

18).-La confianza que tengo en que me encuentre con un atasco, un sábado antes de Navidad, al ir al centro de la ciudad, es...

baja media alta

- 1) porque es lo que suele ocurrir normalmente esos días
 - 2) porque vaya por donde vaya tengo las mismas posibilidades de encontrármelo.
 - 3) porque la relación entre calles atascadas y libres, para llegar a esa zona, así lo indica.
 - 4) porque la proporción de vehículos en relación con el espacio de las calles así lo indica.
 - 5) porque
-
-
-

19).-En una mesa de juego se dispone de una caja de fichas, contiene 29 fichas negras y 16 amarillas. La confianza que tengo en que salga una ficha negra, a lo largo de toda una tarde de juego, es...

baja

media

alta

- 1) porque todas las fichas tienen las mismas posibilidades, en cualquier extracción puede salir tanto una ficha amarilla como una negra.
- 2) porque en esta caja hay más fichas negras y puede salir más fácilmente este color.
- 3) porque hay una proporción de 29 a 45 de fichas negras en la caja.
- 4) porque si repetimos la extracción es así de frecuente que esto ocurra.
- 5) porque

.....
.....
.....

20).-Contraer la gripe el mes que viene es un fenómeno...

aleatorio

no aleatorio

- 1) porque depende de tus defensas, de con quién te relaciones, de cómo te cuides,...
- 2) porque en el ambiente hay muchos virus y el de la gripe es uno de los que pueden infectarte.
- 3) porque es imprevisible si me voy a contagiar o no.
- 4) porque, según mi opinión

.....
.....
.....

21).-Encontrar un trabajo que tenga que ver con mi formación es un fenómeno...

aleatorio

no aleatorio

- 1) porque hay muchos tipos posibles de trabajos que tienen que ver con lo que sé hacer.
- 2) puedes encontrarlo o no encontrarlo nunca se sabe.
- 3) porque depende de tu preparación, de a quién conozcas, de en dónde vivas,,..., hay muchas cosas que influyen.
- 4) porque, según mi opinión

.....
.....
.....

22).-Sufrir un corte de digestión es un fenómeno,

Aleatorio no aleatorio

- 1) porque es producto de muchas cosas, del tipo de comida, de un cambio de temperatura, de un baño,.....
- 2) porque después de una comida puedo sufrir muy diversos contratiempos, entre ellos un corte de digestión.
- 3) porque es posible que ocurra pero no lo puedo saber con seguridad.
- 4) porque, según mi opinión

.....

23).-Durante una tarde jugamos a lanzar dos dados legales y acordamos que gana quien acierta el resultado de sumar los números obtenidos. La confianza que tengo en ganar eligiendo el 7 para toda una tarde de juego, es...

baja media alta

- 1) porque hay las mismas posibilidades para cualquiera de los números posibles.
- 2) porque la experiencia indica que el 7 es el número que sale con mayor frecuencia.
- 3) porque tengo una proporción favorable a que salga de 6 a 36.
- 4) porque tengo 6 posibilidades a favor de que salga el 7 por 30 en contra.
- 5) porque

.....

24).-La confianza que tengo en conocer una persona famosa el mes que viene, es..

baja media alta

- 1) porque la proporción de famosos en el entorno que me muevo así lo indica.
- 2) porque esa es la frecuencia con que esto ocurre habitualmente.
- 3) porque todo puede ocurrir, pues tengo las mismas posibilidades de conocerla como de no conocerla.
- 4) porque la comparación entre personas famosas y normales así lo sugiere.
- 5) Porque

.....

ANEXO 7

CUESTIONARIO DE CONCEPCIONES PROBABILÍSTICAS CCP_2

Desde el Instituto de Formación Docente 9-002 de la provincia de Mendoza, Argentina, estamos investigando acerca del desarrollo profesional; y sobre las estrategias más adecuadas para facilitarlos. Por este motivo nos proponemos investigar acerca de las concepciones probabilísticas que poseen los futuros profesores de secundaria.

Nuestro principal objetivo es conocer tus ideas sobre “el mundo de la incertidumbre”. Por lo cual, te presentamos una serie de situaciones en las que se requiere tu opinión sobre algunas de sus características. Respóndenos, bien señalando con una sola (X) una de las opciones previstas en el cuestionario, si es que tus razones se ven reflejadas; o dando tu opinión en el espacio libre.

Dada la propia naturaleza del conocimiento probabilístico no hay respuestas correctas o incorrectas de forma genérica, [sino en función del Modelo Matemático de análisis empleado, que son distintas formas de entender e interpretar una misma realidad. Lo importante es que las respuestas reflejen lo que piensas realmente para caracterizar la modelización que tú utilizas].

DATOS DE IDENTIFICACIÓN

1. Nombre:.....
2. Apellido :
3. Número del Documento Nacional de Identidad:.....
4. Sexo: masculino:Femenino:.....
5. Edad:.....
6. Nombre del Departamento donde resides:.....
7. Nombre del Título de secundaria:
8. Año en el que terminaste tus estudios secundarios:.....
9. ¿Actualmente, estás trabajando?:
10. ¿Cuántas horas trabajas por día?:.....
11. Nombre del Instituto al que asistes:.....
12. Nombre del departamento en el que está ubicado el instituto:.....
13. Modalidad del Profesorado que estas cursando:.....
14. Curso del Profesorado al que asistes actualmente:.....
15. ¿Has cursado “Probabilidad y Estadística” en el Profesorado de 3º ciclo de EGB y de la Educación Polimodal?.....
16. ¿Has aprobado “Probabilidad y Estadística” en el Profesorado?:.....
17. ¿Qué motivó tu ingreso al profesorado?:.....
-

- 18. ¿Has cursado otras carreras de nivel superior?:
 - 19. ¿Cuántas carreras cursaste?:
 - 20. ¿Cuántas carreras terminaste?:
 - 21. Nombra las carreras cursadas.....
 - 22. ¿Cuántas materias de Probabilidad y Estadística has cursado en dichas carreras?.....
 - 23. ¿Cuántas de dichas materias de Probabilidad y Estadística has aprobado?.....
 - 24. ¿Te han gustado cursar las materias relativas a Estadística y Probabilidad?:.....
-

En las situaciones que a continuación se describen, expresa tu opinión en la opción abierta o señala con una (X) la opción que refleja totalmente esa opinión.

En las situaciones que a continuación se describen, expresa tu opinión en la opción abierta o señala con una (X) la opción que refleja totalmente esa opinión.

1).-Encontrarme por la calle con el primer Maestro/a que tuve en la Escuela, es un suceso

- aleatorio
- no aleatorio

- 1) porque tienen que coincidir muchas cosas, el camino que elija, la hora a la que salga.
 - 2) porque es inesperado y no lo puedes prever.
 - 3) porque me puedo encontrar con muchas personas, entre las cuales está él/ella.
 - 4) porque, según mi opinión
-
-
-

2).- Sufrir un accidente es un fenómeno...

- aleatorio
- no aleatorio

- 1) porque no puedo evitar su ocurrencia.
- 2) porque hay muchos tipos de cosas que pueden suceder y no sabes cuál va a ocurrir.
- 3) porque puedo tener un accidente de forma imprevista o no tenerlo.
- 4) Porque, según mi opinión

.....
.....
.....

3).-La confianza que tengo en que corra viento mañana en mi localidad, es...

baja media alta

- 1) porque el tiempo está loco, hay tantas posibilidades de que corra viento como de que no.
- 2) porque he visto los partes metereológicos y todos dan un porcentaje semejante de posibilidades para que ocurra.
- 3) porque en primavera hay más días con viento que días en calma.
- 4) porque en primavera la proporción de días que corre viento por mes así lo indica.
- 5) porque, según mi opinión

.....
.....
.....

4).-La confianza que tengo en que, en un edificio de seis vecinos, en el primer intento consiga pulsar el timbre del portero automático que corresponde a la puerta de un amigo, sin saber dónde vive, es...

baja media alta

- 1) porque puede salir cada uno de los vecinos con un sexto de probabilidad.
- 2) porque puede que sea el piso esperado puede que no, con la misma probabilidad de acertar.
- 3) porque la posibilidad de conseguirlo es de uno a favor y cinco en contra.
- 4) porque lo usual es que en esas circunstancias no lo consiga en el primer intento.
- 5) Porque

.....
.....
.....

5).-Que nieve en el cerro Arco dentro de 30 días es un suceso...

aleatorio no aleatorio

- 1) porque se puede predecir si ocurrirá o no dentro de treinta días.
- 2) porque nevará o no, según las condiciones del tiempo que se den ese día.
- 3) porque ese día puede nevar, llover, granizar,... y ese es un fenómeno de los que pueden ocurrir.
- 4) porque, según mi opinión

.....
.....
.....

6).-La confianza que tengo en sacar una bola roja de una urna que contiene 5 bolas blancas, 5 rojas y 1 azul, es ...

baja media alta

- 1) porque el rojo tiene las mismas posibilidades de salir que cualquier color.
- 2) porque si se repite muchas veces la misma situación, lo esperado es que así ocurra.
- 3) porque hay cinco bolas favorables y seis desfavorables en la urna.
- 4) porque tengo 5 contra 11 posibilidades a favor de sacar una bola roja.
- 5) Porque

.....
.....
.....

7).-La confianza que tengo en conseguir las horas cátedra de 8° 1° de la Escuela Secundaria de mi barrio cuando me reciba, es...

baja media alta

- 1) porque es lo esperado comparando mis posibilidades a favor y en contra de conseguirlo.
- 2) porque analizando los ofrecimientos de horas cátedra en esa escuela, se presentan alrededor de 10 profesores por ofrecimiento con un puntaje similar al que tendré cuando me reciba.
- 3) porque tengo las mismas posibilidades de conseguirlas como de no conseguirlas.
- 4) porque lo más normal es que así ocurra cuando me reciba.
- 5) Porque

.....
.....
.....

8).- Obtener el número 23 en la ruleta de 36 números es un suceso...

aleatorio no aleatorio

- 1) porque de forma imprevisible cualquiera de los números puede salir o no salir.

- 2) porque hay 36 números diferentes en los que puede caer la bola al pararse la ruleta.
- 3) porque no se puede controlar de ninguna forma el número que resulta.
- 4) porque, según mi opinión

.....
.....
.....

9).-La confianza que tengo en que amanezca un día frío el 14 de Octubre, es...

baja media alta

- 1) porque en Octubre hay menos días fríos que templados.
- 2) porque es igualmente posible que haga frío o que no lo haga.
- 3) porque en esa fecha es natural que ocurra con esa frecuencia.
- 4) porque según los partes meteorológicos alrededor de dos días por semana amanece frío en Octubre.
- 5) porque

.....
.....
.....

10).-Acertar el número que muestra un dado ya lanzado, pero que no puedo ver es un suceso...

aleatorio no aleatorio

- 1) porque puedo acertar o no acertar, no lo puedes prever.
- 2) porque acertar entre tantos números posibles es muy difícil.
- 3) porque no puedo controlar la posición del dado al caer.
- 4) porque, según mi opinión

.....
.....
.....

11).-La confianza que tengo en que se produzca un deterioro del medio ambiente de mi localidad, el próximo año, es...

baja media alta

- 1) porque depende del número de personas concienciadas frente al de las insensibles al problema.
- 2) porque estudiando las encuestas, dos de cada siete habitantes se declaran ecologistas.
- 3) porque puede ocurrir cualquier cosa, con las mismas posibilidades que para no ocurrir.

4) porque sobre la base de lo ocurrido históricamente, el porcentaje de posibilidades así lo indica.

5) Porque

.....
.....
.....

12).-Predecir la próxima idea que me venga a la cabeza es un suceso...

aleatorio

no aleatorio

1) porque depende de lo que ocurre, de las relaciones entre las ideas, de lo que me preocupe, de lo que haya pensado anteriormente.

2) porque yo no puedo saber qué se me va a ocurrir dentro de un rato.

3) porque a la mente vienen muchas ideas en las que tú ni siquiera estás pensando.

4) porque, según mi opinión

.....
.....
.....

13).-La confianza que tengo en que me toque algún regalo en una rifa, en la que participo con alguno de los 10.000 números vendidos para el viaje de estudios del colegio, es...

baja

media

alta

1) porque tengo muchos más números en contra que a favor de que me toque un premio.

2) porque así lo indica la proporción entre los números que compré con relación al total de los vendidos.

3) porque siempre puede tocar o no tocarme, siempre tengo un 50% de las posibilidades.

4) porque nunca me ha tocado nada, ni a ninguna persona que conozca, en todos los sorteos en los que he participado.

5) Porque

6)
.....
.....

14).-Creo que germine una semilla plantada es un fenómeno...

aleatorio

no aleatorio

1) porque a la semilla le pueden ocurrir muchas otras cosas: que se hiele, se la coman, se seque,... o que germine.

2) porque tiene que coincidir una serie de condiciones ambientales favorables a la germinación: atmosféricas, de la tierra, de las semillas....

3) porque puede que germine aunque también puede que no germine, no se puede saber.

4) porque, según mi opinión

.....
.....
.....

15).-La confianza que tengo en que el próximo sismo que ocurra en Mendoza, sea un sismo destructivo es..

baja

media

alta

- 1) porque es igualmente posible que un sismo sea destructivo o que no lo sea.
- 2) porque las estadísticas indican que esa es la frecuencia con que se produce un sismo destructivo.
- 3) porque comparo las intensidades de los sismos que determinan que sea destructivo o no.
- 4) porque según la información de la estación sismológica por cada 10.000 sismos, 155 son destructivos.

.....
.....
.....

16).-Predecir la cantidad de caras que se obtienen en 100 lanzamientos de una moneda es un suceso...

aleatorio

no aleatorio

- 1) porque puede caer cara o cruz cada vez que se lance, no puedes saber cuántas saldrán.
- 2) porque el número de caras que se obtienen en los 100 lanzamientos puede variar cada vez que lo repitamos
- 3) porque, para que salga una u otra cara, en cada lanzamiento depende de la posición inicial, de la fuerza con que la tires, del ángulo con que caiga,...
- 4) porque

.....
.....
.....

17).-Predecir el color de una bola que se extrae de una urna con bolas de distintos colores es un fenómeno...

aleatorio

no aleatorio

- 1) porque no puedes saber qué color va a salir, es algo imprevisible.
- 2) porque el color de la bola que se obtiene puede variar cada vez que lo hagamos.
- 3) porque depende de múltiples factores que salga una u otra bola y no puedes controlarlos.

4) porque, según mi opinión

.....
.....
.....

18).-La confianza que tengo en que me encuentre con un atasco, un sábado antes de Navidad, al ir al centro de la ciudad, es...

baja media alta

- 1) porque es lo que suele ocurrir normalmente esos días.
- 2) porque vaya por donde vaya tengo las mismas posibilidades de encontrármelo.
- 3) porque la relación entre calles atascadas y libres, para llegar a esa zona, así lo indica.
- 4) porque la proporción de vehículos en relación con el espacio de las calles así lo indica.
- 5) Porque

.....
.....
.....

19).-En una mesa de juego se dispone de una caja de fichas, contiene 29 fichas negras y 16 amarillas. La confianza que tengo en que salga una ficha negra, a lo largo de toda una tarde de juego, es...

baja media alta

- 1) porque todas las fichas tienen las mismas posibilidades, en cualquier extracción puede salir tanto una ficha amarilla como una negra.
- 2) porque en esta caja hay más fichas negras y puede salir más fácilmente este color.
- 3) porque hay una proporción de 29 a 45 de fichas negras en la caja.
- 4) porque si repetimos la extracción es así de frecuente que esto ocurra.
- 5) Porque

.....
.....
.....

20).-Contraer la gripe el mes que viene es un fenómeno...

aleatorio no aleatorio

- 1) porque depende de tus defensas, de con quién te relaciones, de cómo te cuides,...
- 2) porque en el ambiente hay muchos virus y el de la gripe es uno de los que pueden infectarte.
- 3) porque es imprevisible si me voy a contagiar o no.
- 4) porque, según mi opinión

.....
.....
.....

21).-Que me guste la película que voy a ver el próximo sábado en Cinemark, es un fenómeno...

aleatorio

no aleatorio

- 1) porque hay muchos tipos diferentes de películas.
- 2) puede que me guste o que no me guste.
- 3) porque depende del tema de la película, de a quiénes sean los actores, del título de la película,,....., hay muchas cosas que influyen.
- 4) porque, según mi opinión

.....
.....
.....

22).-Sufrir un corte de digestión es un fenómeno,

aleatorio

no aleatorio

- 1) porque es producto de muchas cosas, del tipo de comida, de un cambio de temperatura, de un baño,.....
- 2) porque después de una comida puedo sufrir muy diversos contratiempos, entre ellos un corte de digestión.
- 3) porque es posible que ocurra pero no lo puedo saber con seguridad.
- 4) porque, según mi opinión

.....
.....
.....

23).-Durante una tarde jugamos a lanzar dos dados legales y acordamos que gana quien acierta el resultado de sumar los números obtenidos. La confianza que tengo en ganar eligiendo el 7 para toda una tarde de juego, es...

baja

media

alta

- 1) porque hay las mismas posibilidades para cualquiera de los números posibles.

- 2) porque la experiencia indica que el 7 es el número que sale con mayor frecuencia.
- 3) porque tengo una proporción favorable a que salga de 6 a 36.
- 4) porque tengo 6 posibilidades a favor de que salga el 7 por 30 en contra.
- 5) Porque

.....
.....
.....

24).-La confianza que tengo en conocer una persona famosa el mes que viene, es..

baja

media

alta

- 1) porque la proporción de famosos en el entorno que me muevo así lo indica.
- 2) porque esa es la frecuencia con que esto ocurre habitualmente.
- 3) porque todo puede ocurrir, pues tengo las mismas posibilidades de conocerla como de no conocerla.
- 4) porque la comparación entre personas famosas y normales así lo sugiere.
- 5) Porque

.....
.....
.....

ANEXO 8

VALIDACIÓN DEL CUESTIONARIO CCP_2

Tabla 1 Comunalidades

	Inicial	Extracción
Ítem 1.1: Estimación de la probabilidad de un suceso del contexto juego	1.000	.643
Ítem 2.1: Reconocimiento de la aleatoriedad de un suceso del contexto físico natural	1.000	.408
Ítem 3.1: Reconocimiento de la aleatoriedad de un suceso del contexto juego	1.000	.467
Ítem 4.1 : Estimación de la probabilidad de un suceso del contexto juego	1.000	.400
Ítem 5.1 : Reconocimiento de la aleatoriedad de un suceso del contexto cotidiano	1.000	.483
Ítem 6.1 : Estimación de la probabilidad de un suceso físico natural	1.000	.367
Ítem 7.1 : Reconocimiento de la aleatoriedad de un suceso de juego	1.000	.692
Ítem 8.1 : Reconocimiento de la aleatoriedad de un suceso del contexto cotidiano	1.000	.548
Ítem 9.1 : Estimación de la probabilidad de un suceso del contexto cotidiano	1.000	.515
Ítem 10.1 : Estimación de la probabilidad de un suceso del contexto juego	1.000	.579
Ítem 11.1 : Estimación de la probabilidad de un suceso del contexto juego	1.000	.687
Ítem 12.1 : Estimación de la probabilidad de un suceso del contexto físico natural	1.000	.590
Ítem 13.1 : Reconocimiento de un suceso del contexto juego	1.000	.679
Ítem 14.1 : Reconocimiento de la aleatoriedad de un suceso del contexto cotidiano	1.000	.520
Ítem 15.1 : Reconocimiento de la aleatoriedad de un suceso del contexto cotidiano	1.000	.430
Ítem 16.1 : Estimación de la probabilidad de un suceso del contexto cotidiano	1.000	.395
Ítem 17.1 Estimación de la probabilidad de un suceso del contexto físico natural	1.000	.420
Ítem 18.1 : Estimación de la probabilidad de un suceso del contexto cotidiano	1.000	.484
Ítem 19.1 : Estimación de la probabilidad de un suceso del contexto cotidiano	1.000	.678
Ítem 20.1 : Reconocimiento de la aleatoriedad de un suceso del contexto físico natural	1.000	.498
Ítem 21.1 : Reconocimiento de la aleatoriedad de un suceso del contexto juego	1.000	.531
Ítem 22.1 : Estimación de la probabilidad de un suceso del contexto físico natural	1.000	.589
Ítem 23.1 : Reconocimiento de la aleatoriedad de un suceso del contexto físico natural	1.000	.593
Ítem 24.1 : Reconocimiento de la aleatoriedad de un suceso del contexto físico natural	1.000	.565

Tabla 2 Varianza total explicada por cada uno de los factores extraídos

Componente	Autovalores iniciales			Sumas de las saturaciones al cuadrado de la extracción	
	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza
1	4.100	17.082	17.082	4.100	17.082
2	2.097	8.738	25.820	2.097	8.738
3	1.605	6.686	32.505	1.605	6.686
4	1.479	6.164	38.669	1.479	6.164
5	1.237	5.156	43.825	1.237	5.156
6	1.130	4.707	48.532	1.130	4.707
7	1.113	4.638	53.170	1.113	4.638
8	.972	4.049	57.218		
9	.931	3.880	61.099		
10	.899	3.744	64.843		
11	.836	3.483	68.326		
12	.809	3.373	71.698		
13	.753	3.137	74.835		
14	.730	3.040	77.875		
15	.707	2.947	80.822		
16	.673	2.804	83.625		
17	.636	2.648	86.274		
18	.582	2.424	88.697		
19	.570	2.374	91.071		
20	.533	2.219	93.291		
21	.511	2.129	95.419		
22	.448	1.865	97.284		
23	.356	1.485	98.768		
24	.296	1.232	100.000		

Tabla 3 Matriz de Componentes no rotadas

	Componente						
	1	2	3	4	5	6	7
ITEM2	.498	-.031	.113	-.111	-.121	-.068	.337
ITEM3	.515	.391	-.176	-.083	.012	-.005	.108
ITEM5	.652	.086	-.094	.121	-.039	-.134	-.089
ITEM7	.736	.341	-.071	-.135	.075	.064	.038
ITEM8	.712	-.002	-.096	-.019	-.110	-.068	-.121
ITEM13	.704	.288	.015	-.267	-.035	.088	-.139
ITEM14	.269	-.548	.009	.288	.037	-.024	-.251
ITEM15	.517	-.273	.196	-.030	-.119	-.006	-.186
ITEM20	.193	-.564	.046	.295	.086	-.136	.167
ITEM21	.668	.137	-.085	-.225	.073	.052	-.014
ITEM23	.568	-.382	-.102	.191	.107	-.087	.242
ITEM24	.549	-.412	-.139	.169	.012	-.209	-.043
ITEM1	.208	.004	-.048	-.028	.544	.541	.086
ITEM4	.150	.420	.182	.283	-.176	-.029	-.237
ITEM6	.158	.002	.520	.177	-.005	-.193	-.060
ITEM9	.093	.318	.370	.467	.069	.137	-.165
ITEM10	-.022	.187	.528	-.311	-.187	-.317	.180
ITEM11	-.005	.242	.332	.036	.569	-.439	-.021
ITEM12	.047	.395	-.206	.457	.232	-.159	.319
ITEM16	.093	.129	.415	.373	-.019	.219	.101
ITEM17	.047	-.098	.179	-.035	.358	.255	-.426
ITEM18	.166	-.293	.462	-.320	-.124	.146	-.134
ITEM19	.173	-.057	.281	.208	-.310	.463	.461
ITEM22	.005	-.259	.299	-.383	.421	-.027	.328

Tabla 4 Matriz de componentes rotados

	Componente						
	1	2	3	4	5	6	7
ITEM2	.442	.189	-.030	.037	.222	-.180	.303
ITEM3	.642	-.095	.010	-.210	-.012	.000	.045
ITEM5	.594	.298	.140	-.064	-.101	-.057	-.061
ITEM7	.816	-.005	.078	-.065	.048	.105	.050
ITEM8	.652	.306	.040	.096	-.123	-.049	-.022
ITEM13	.795	-.061	.078	.179	-.013	.066	-.016
ITEM14	-.034	.655	.077	.200	-.149	.125	-.085
ITEM15	.343	.386	.123	.382	-.015	-.024	.025
ITEM20	-.119	.673	-.018	-.012	.126	-.006	.123
ITEM21	.707	.081	-.054	.072	.058	.113	.007
ITEM23	.324	.650	-.085	-.101	.117	.048	.179
ITEM24	.314	.674	-.065	.030	-.044	-.044	-.058
ITEM1	.177	-.003	-.030	-.068	.165	.744	.160
ITEM4	.197	-.148	.516	-.061	-.222	-.124	-.066
ITEM6	.027	.157	.481	.160	.237	-.168	-.016
ITEM9	.027	-.042	.693	-.093	-.066	.135	.041
ITEM10	.062	-.256	.176	.238	.443	-.471	.055
ITEM11	.019	-.030	.331	-.214	.582	.026	-.437
ITEM12	.091	.003	.201	-.734	.048	.004	.032
ITEM16	-.026	.031	.531	-.021	.052	.089	.317
ITEM17	-.019	.032	.185	.291	.027	.487	-.249
ITEM18	.060	.072	.066	.649	.187	.007	.122
ITEM19	.038	.059	.197	.059	-.013	.022	.794
ITEM22	-.049	.058	-.202	.169	.692	.171	.078

Tabla 5 Matriz de componentes rotados simplificada

	Componente						
	1	2	3	4	5	6	7
ITEM2	.442						.303
ITEM3	.642						
ITEM5	.594						
ITEM7	.816						
ITEM8	.652	.306					
ITEM13	.795						
ITEM14		.655					
ITEM15	.343	.386		.382			
ITEM20		.673					
ITEM21	.707						
ITEM23	.324	.650					
ITEM24	.314	.674					
ITEM1							
ITEM4			.516				
ITEM6			.481				
ITEM9			.693				
ITEM10					.443	-.471	
ITEM11			.331		.582		-.437
ITEM12				-.734			
ITEM16			.531				.317
ITEM17						.487	
ITEM18				.649			
ITEM19							.794
ITEM22					.692		

Tabla 6 Estadísticos total-elemento

	Media de la escala si se elimina el elemento	Varianza de la escala si se elimina el elemento	Correlación elemento-total corregida	Correlación múltiple al cuadrado	Alfa de Cronbach si se elimina el elemento
ITEM2	54.98	44.728	.382	.206	.699
ITEM3	54.81	45.811	.324	.353	.705
ITEM5	54.74	44.186	.488	.364	.691
ITEM7	54.67	44.110	.549	.567	.688
ITEM8	54.76	43.882	.518	.429	.689
ITEM13	54.69	44.553	.499	.526	.692
ITEM14	55.31	46.358	.223	.245	.715
ITEM15	55.05	43.889	.419	.263	.695
ITEM20	55.21	46.908	.186	.206	.718
ITEM21	54.71	44.615	.470	.399	.693
ITEM23	54.98	43.713	.461	.390	.692
ITEM24	55.09	43.958	.432	.369	.694
ITEM1	55.25	48.904	.152	.117	.717
ITEM4	54.63	49.418	.100	.126	.720
ITEM6	54.71	48.751	.175	.117	.716
ITEM9	54.62	49.386	.105	.176	.719
ITEM10	54.83	50.197	.000	.156	.725
ITEM11	54.54	49.718	.052	.135	.723
ITEM12	55.27	50.079	-.008	.178	.729
ITEM16	55.23	49.137	.112	.095	.720
ITEM17	54.83	49.302	.059	.050	.725
ITEM18	54.76	48.327	.156	.143	.718
ITEM19	54.74	48.697	.167	.117	.716
ITEM22	55.02	49.154	.040	.134	.730

Tabla 7 Estadísticos de resumen de los elementos

	Media	Mínimo	Máximo	Rango	Máximo/mínimo
Medias de los elementos	2.387	1.966	2.738	.772	1.393
Varianzas de los elementos	.655	.322	1.064	.741	3.300
Covarianzas inter-elementos	.063	-.133	.434	.567	-3.265
Correlaciones inter-elementos	.088	-.236	.597	.833	-2.528

ANEXO 9

CONCEPCIONES PROBABILÍSTICAS DE LOS ESTUDIANTES DEL PBF

Tabla 1 Porcentajes de las categorías de la aleatoriedad por ítem

ÍTEMS DE LA DIMENSIÓN DE ALEATORIEDAD								
	No A	ALEA	N/C	CAT 1	CAT 2	CAT3	CAT4	N/C
Ítem 14 C	48,62	50,15	1,23	48,00	8,31	34,46	4,93	3,70
Ítem 20 F	43,69	55,08	1,23	57,54	21,54	16,00	0,92	3,39
Ítem 24 F	38,77	60,92	0,31	52,62	18,76	25,23	0,62	2,77
Ítem 15 C	34,77	63,69	1,54	53,24	14,46	24,93	2,46	4,62
Ítem 23 F	32,92	66,15	0,92	61,23	14,77	20,31	0,00	3,39
Ítem 2 F	29,23	68,30	2,46	26,16	16,30	47,69	1,84	6,77
Ítem 3 J	22,15	76,62	1,23	11,69	31,69	48,61	1,84	5,85
Ítem 8 C	21,54	77,85	0,62	24,31	31,08	39,69	1,54	3,08
Ítem 5 C	19,40	78,77	1,85	17,54	20,00	55,69	2,46	3,70
Ítem 21 J	18,15	80,62	1,23	16,00	9,54	68,00	1,24	4,00
Ítem 13 J	17,85	81,23	0,92	9,54	25,23	60,31	0,92	3,70
Ítem 7 J	15,69	82,77	1,54	18,77	38,77	36,31	0,31	4,61
% medio	28,56	70,18	1,26	32,97	20,87	40,05	1,59	4,13

Tabla 2 Porcentajes de las categorías de la aleatoriedad en función del contexto

contexto	causalidad		multiplicidad		incertidumbre		subjativa	
	ALEA11	ALEA21	ALEA12	ALEA22	ALEA13	ALEA23	ALEA14	ALEA24
Juego	8,62	3,07	23,69	8,00	39,69	8,92	1,23	0,62
	15,08	3,69	30,77	8,00	33,23	3,08	0,31	0,00
	6,77	2,77	20,92	4,31	49,54	10,77	0,92	0,00
	12,31	3,69	7,08	2,46	57,85	10,15	0,62	0,62
% medio	10,69	3,31	20,62	5,69	45,08	8,23	0,77	0,31
Cotidiano	11,69	5,85	16,92	3,08	47,07	8,62	1,23	1,23
	18,46	5,85	24,31	6,77	32,31	7,38	0,62	0,92
	18,77	29,23	5,85	2,46	24,00	10,46	0,31	4,62
	32,62	20,62	11,38	3,08	17,85	7,08	0,31	2,15
% medio	20,38	15,39	14,62	3,85	30,31	8,39	0,62	2,23
Físico natural	15,08	11,08	12,92	3,38	34,46	13,23	0,92	0,92
	24,31	33,23	17,54	4,00	11,69	4,31	0,00	0,92
	41,85	19,38	9,54	5,23	13,23	7,08	0,00	0,00
	28,62	24,00	11,38	7,38	18,77	6,46	0,31	0,31
% medio	27,47	21,92	12,85	5,00	19,54	7,77	0,31	0,54
% Promedio	19,515	13,54	16,03	4,85	31,64	8,13	0,57	1,03

Tabla 3 Medidas descriptivas de las categorías argumentativas de la aleatoriedad

VARIABLES (escala de 1-12)	media	Desviación estándar
ALEA11	1,91	1,47
ALEA21	2,03	1,42
ALEA12	1,93	1,65
ALEA22	0,58	1,03
ALEA13	4,50	2,65
ALEA23	1,21	1,86
ALEA14	0,06	0,38
ALEA24	0,12	0,36

Tabla 4 Análisis de las categorías argumentativas de la aleatoriedad en el contexto de juego

TEST DE WILCOXON		
Categorías/contexto	Estadístico (z)	Valor p
ALEA13J > ALEA11J	-12,87	0,000
ALEA13J > ALEA12J	-12,633	0,000
ALEA12J > ALEA11J	-2,92	0,003
ALEA11J > ALEA14J	-9,439	0,000
ALEA12J > ALEA14J	-11,347	0,000
ALEA13J > ALEA14J	-14,443	0,000

Tabla 5 Análisis de las categorías argumentativas de la aleatoriedad en el contexto cotidiano

TEST DE WILCOXON		
Categorías/contexto	Estadístico (z)	Valor p
ALEA13C > ALEA11C	-7,759	0,000
ALEA13C > ALEA12C	-9,931	0,000
ALEA13C > ALEA14C	-14,052	0,000
ALEA11C > ALEA12C	-3,309	0,001
ALEA11C > ALEA14C	-11,795	0,000
ALEA12C > ALEA14C	-10,502	0,000

Tabla 6 Análisis de las categorías argumentativas de la aleatoriedad en el contexto físico-natural. Tests de Wilcoxon.

Categorías/contexto	Estadístico (z)	Valor p
ALEA13F > ALEA11F	-4,227	0,000
ALEA13F > ALEA12F	-6,417	0,000
ALEA13F > ALEA14F	-12,585	0,000
ALEA11F > ALEA12F	-2,765	0,006
ALEA11F > ALEA14F	-11,755	0,000
ALEA12F > ALEA14F	-10,392	0,000

Tabla 7 Análisis de las categorías argumentativas del RA en función del contexto. Tests de Wilcoxon

Categorías/contexto	Estadístico	Valor p
ALEA11C > ALEA11J	-6.591	0.000
ALEA11F > ALEA11J	-4.652	0.000
ALEA11C > ALEA11F	-2.321	0.020
ALEA12J > ALEA12C	-3,821	0.000
ALEA12J > ALEA12F	-1,736	0.083
ALEA12C > ALEA12F	-4,768	0.000
ALEA13J > ALEA13C	-7,396	0,000
ALEA13J > ALEA13F	-10,353	0,000
ALEA13C > ALEA13F	-7,779	0,000
ALEA14C > ALEA14J	-0,277	0,782
ALEA14J > ALEA14F	-1,508	0,132
ALEA14C > ALEA14F	-1,897	0,058

Tabla 8 Medidas descriptivas de las categorías argumentativas de la aleatoriedad en función del contexto

categoría	media	desv. est.	categoría	media	desv. est.
ALEA11J	0,42	0,62	ALEA21J	0,13	0,39
ALEA11C	0,81	0,86	ALEA21C	0,62	0,73
ALEA11F	0,68	0,74	ALEA21F	1,28	0,97
ALEA12J	0,82	0,75	ALEA22J	0,23	0,55
ALEA12C	0,59	0,93	ALEA22C	0,14	0,39
ALEA12F	0,52	0,70	ALEA22F	0,21	0,47
ALEA13J	2,00	1,26	ALEA23J	0,41	0,77
ALEA13C	1,49	1,05	ALEA23C	0,39	0,75
ALEA13F	1,01	1,02	ALEA23F	0,41	0,72
ALEA14J	0,02	0,21	ALEA24J	0,01	0,08
ALEA14C	0,03	0,18	ALEA24C	0,05	0,23
ALEA14F	0,01	0,09	ALEA24F	0,06	0,24

Tabla 9 Tests de Wilcoxon para la comparación de las categorías argumentativas del NRA en función del contexto

Categorías/contexto	Estadístico	Valor p
ALEA21C > ALEA21J	-8,922	0.000
ALEA21F > ALEA21J	-13,362	0.000
ALEA21F > ALEA21C	-9,478	0.000
ALEA22J > ALEA22C	-2,497	0.013
ALEA22J > ALEA22F	-0,565	0.572
ALEA22F > ALEA22C	-2,512	0.012
ALEA23J > ALEA23C	-0,638	0,524
ALEA23F > ALEA23J	-0,205	0,838
ALEA23F > ALEA23C	-0,637	0,524
ALEA24C > ALEA24J	-3,3	0,001
ALEA24F > ALEA24J	-4,025	0,000
ALEA24F > ALEA24C	-0,686	0,493

Tabla 10 Estadísticos descriptivos de las categorías argumentativas de la aleatoriedad en cada contexto

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
ALEA12C	325	0	3	.59	.751
ALEA12J	325	0	3	.82	.931
ALEA11J	325	0	3	.42	.622
ALEA11F	325	0	3	.68	.743
ALEA11C	325	0	3	.81	.865
ALEA21J	325	0	3	.13	.398
ALEA12F	325	0	3	.52	.701
ALEA21C	325	0	3	.62	.735
ALEA21F	325	0	4	1.28	.969
ALEA22J	325	0	3	.23	.553
ALEA22C	325	0	2	.14	.391
ALEA22F	325	0	2	.21	.469
ALEA13J	325	0	4	2.00	1.258
ALEA13C	325	0	4	1.49	1.053
ALEA13F	325	0	4	1.01	1.024
ALEA23J	325	0	4	.41	.775
ALEA23C	325	0	3	.39	.752
ALEA23F	325	0	3	.41	.722
ALEA14J	325	0	3	.02	.206
ALEA14C	325	0	2	.03	.182
ALEA14F	325	0	1	.01	.096
ALEA24J	325	0	1	.01	.078
ALEA24C	325	0	2	.05	.230
ALEA24F	325	0	1	.06	.241
N válido (según lista)	325				

Tabla 11 Porcentajes de los niveles de la estimación de la probabilidad y de las categorías argumentativas por ítem

	Baja	Media	Alta	S/C	Cat 5	Cat 6	Cat 7	Cat 8	Cat 9	S/C
Ítem 1 J	<u>18,15</u>	68,31	12,00	1,54	9,54	8,00	14,46	53,85	3,08	10,15
Ítem 4 J	<u>68,62</u>	28,31	2,15	0,92	36,92	23,69	4,62	28,31	2,77	3,69
Ítem 10J	4,62	44,92	<u>50,15</u>	0,31	60,00	13,23	2,46	19,38	0,62	4,31
Ítem 11J	6,46	<u>82,15</u>	10,46	0,92	51,38	11,69	7,38	24,00	1,23	4,31
Ítem 9 C	<u>70,46</u>	26,46	2,15	0,92	4,62	44,62	4,31	36,92	5,23	4,31
Ítem 16C	<u>21,54</u>	62,77	14,46	1,23	20,92	22,15	8,62	39,08	4,62	4,62
Ítem 18C	12,62	18,77	<u>67,38</u>	0,92	8,00	16,62	60,62	8,31	2,15	4,31
Ítem 19C	<u>59,38</u>	36,00	3,38	1,23	32,62	29,85	12,00	20,00	1,85	3,69
Ítem 6 F	35,08	<u>61,54</u>	2,46	0,92	39,69	7,08	13,54	34,77	1,54	3,38
Ítem 12 F	25,85	51,69	<u>20,62</u>	1,85	32,00	5,85	22,77	31,69	3,69	4,00
Ítem 17 F	22,77	<u>61,54</u>	14,77	0,92	16,31	9,85	29,85	37,85	1,85	4,31
Ítem 22 F	32,92	59,69	<u>7,08</u>	0,31	12,92	12,62	18,15	50,15	4,62	3,38
% Total	31,54	50,18	17,25	T	27,08	17,10	16,56	32,03	2,77	4,54
				B	8,54	5,39	5,22	10,10	0,87	1,43
				M	13,59	8,58	8,31	16,07	1,39	2,28
				A	4,67	2,95	2,86	5,53	0,48	0,48
				S/C	0,27	0,17	0,16	0,32	0,03	0,04

Tabla 12 Tests de Wilcoxon para los niveles de confianza en cada contexto

contexto	Nivel de confianza	Estadístico (z)	Valor p
Juego	bajo > alto	-7,88	0,000
	medio > bajo	-10,949	0,000
	medio > alto	-14,871	0,000
Cotidiano	bajo > medio	-6,441	0,000
	bajo > alto	-14,208	0,000
	medio > alto	-7,535	0,000
Físico-Natural	medio > bajo	-7,535	0,000
	bajo > alto	-7,510	0,000
	medio > alto	-13,961	0,000

Podemos concluir que en el contexto de juego y físico-natural, el nivel de confianza más aplicado es el “medio”; y en el contexto cotidiano el nivel “bajo”.

Tabla 13 Medidas Descriptivas de las categorías argumentativas de la probabilidad según el contexto del suceso: juego (J), cotidiano (C) y físico-natural (F)

	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
CO (J)	0	4	1.58	1.035
CO (C)	0	3	.66	.717
CO (F)	0	4	1.01	.901
LA (J)	0	4	.57	.781
LA (C)	0	4	1.13	.935
LA (F)	0	3	.35	.619
FR (J)	0	2	.29	.512
FR (C)	0	4	.86	.716
FR (F)	0	4	.84	.859
EQ (J)	0	4	1.26	1.071
EX (J)	0	4	.08	.388
EQ (C)	0	4	1.04	.939
EQ (F)	0	4	1.54	1.208
EX (C)	0	4	.14	.505
EX (F)	0	3	.10	.360

Tabla 14 Porcentajes de los niveles de confianza y categorías argumentativas de la probabilidad en función del contexto del suceso

ESTIMACION DE LA PROBABILIDAD Y PORCENTAJES PROMEDIOS POR CONTEXTO									
	Bajo	Medio	Alto		CAT5	CAT6	CAT7	CAT8	CAT9
%TOTAL	24,46	55,92	18,69	T	39,46	14,15	7,23	31,38	1,92
CONTEXTO				B	9,65	3,46	1,77	7,68	0,47
JUEGO				M	22,07	7,91	4,04	17,55	1,07
				A	7,38	2,64	1,35	5,86	0,36
%TOTAL	41,00	36,00	21,84	T	16,54	28,31	21,39	26,08	4,23
CONTEXTO				B	6,78	11,61	8,77	10,69	1,73
COTIDIANO				M	5,95	10,19	7,70	9,39	1,52
				A	3,61	6,18	4,67	5,69	0,92
%TOTAL	29,15	58,61	11,23	T	25,23	8,85	21,08	38,61	3,77
CONTEXTO				B	7,35	2,58	6,14	11,25	1,09
FÍSICO-				M	14,79	5,19	12,35	22,63	2,21
NATURAL				A	2,83	0,99	2,37	4,34	0,42
% TOTAL P	31,54	50,18	17,25						

Tabla 15 Tests de Wilcoxon para la comparación entre las categorías argumentativas de la probabilidad en función del contexto

Categorías	Estadístico (z)	Valor p
contingencia (J) > contingencia (C)	-10,895	0,000
contingencia (J) > contingencia (F)	-7,466	0,000
Contingencia (F) > contingencia (C)	-5,424	0,000
laplaciana (C) > laplaciana (J)	-8,321	0,000
laplaciana (J) > laplaciana (F)	-3,829	0,000
laplaciana (C) > laplaciana(F)	-10,626	0,000
frecuencial (F) > frecuencial (J)	-9,043	0,000
frecuencial (C) > frecuencial (J)	-9,845	0,000
frecuencial (C) > frecuencial (F)	-0,122	0,969
equiprobabilidad (J) > equiprobabilidad (C)	-2,954	0,117
equiprobabilidad (F) > equiprobabilidad (J)	-3,425	0,000
equiprobabilidad (F) > equiprobabilidad (C)	-6,546	0,000
experiencial (C) > experiencial (J)	-2,242	0,025
experiencial (F) > experiencial (J)	-0,598	0,399
experiencial (C) > experiencial (F)	-1,616	0,219

Figura 1 Gráfico de líneas de las categorías argumentativas de la probabilidad en función del contexto del suceso

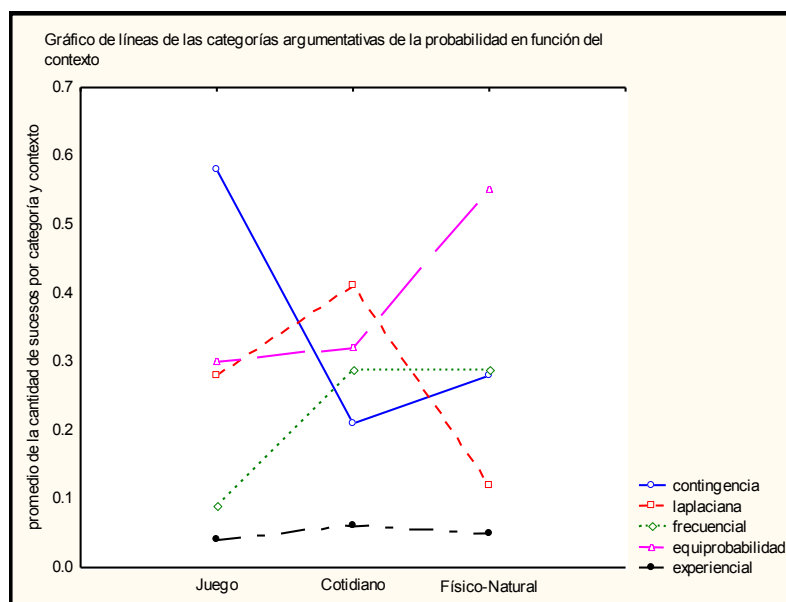


Tabla 16 Tests de Wilcoxon para detectar diferencias significativas de cada una de las categorías argumentativas de la probabilidad para cada nivel de confianza

Categorías/nivel de confianza	Estadístico (z)	Valor p
contingencia (B) > contingencia (M)	-0,733	0,464
contingencia (B) > contingencia (A)	-5,556	0,000
contingencia (M) > contingencia (A)	-6,629	0,000
laplaciana (B) > laplaciana (M)	-4,425	0,000
laplaciana (B) > laplaciana (A)	-10,464	0,000
laplaciana (M) > laplaciana (A)	-7,291	0,000
frecuencial(M) > frecuencial (B)	-4,067	0,000
frecuencial (A) > frecuencial (B)	-5,637	0,000
frecuencial(A) > frecuencial (M)	-1,295	0,195
equiprobabilidad(M) > equiprobabilidad(B)	-11,709	0,000
equiprobabilidad(A) > equiprobabilidad (B)	-8,485	0,000
equiprobabilidad(M) > equiprobabilidad(A)	-14,3	0,000
experiencial(B) > experiencial(M)	-3,469	0,001
experiencial(B) > experiencial (A)	-2,796	0,005
experiencial (M) > experiencial (A)	-0,631	0,528

ANEXO 10

CONCEPCIONES PROBABILÍSTICAS DE LOS ESTUDIANTES DEL PMF

Tabla 1 Porcentajes de las categorías argumentativas de la aleatoriedad por ítem

	Ítems de la dimensión de Aleatoriedad							
	No A	ALEA	N/C	CAT 1	CAT 2	CAT3	CAT 4	N/C
Ítem 14 C	51,11	48,03	0,86	44,94	10,29	33,80	7,38	2,74
Ítem 24 F	49,40	49,91	0,69	54,72	16,12	25,21	0,69	2,57
Ítem 20 F	48,21	50,26	1,54	43,57	27,96	22,30	1,89	2,74
Ítem 15 C	43,39	55,40	0,86	45,97	18,86	28,65	2,57	2,74
Ítem 23 F	41,17	58,32	0,51	59,86	9,10	28,13	0,34	2,06
Ítem 2 F	29,51	69,12	1,37	20,41	25,90	47,00	1,54	3,77
Ítem 5 C	29,33	69,64	1,80	18,35	22,65	54,20	2,06	1,71
Ítem 8 C	28,99	69,65	1,37	23,16	28,47	42,03	2,57	2,41
Ítem 21 J	21,78	77,53	0,69	0,00	21,78	77,53	0,00	0,00
Ítem 13 J	18,35	81,14	0,51	9,95	24,87	59,35	1,72	2,40
Ítem 3 J	16,47	82,85	0,69	9,95	30,71	51,12	3,77	3,77
Ítem 7 J	13,89	84,40	1,72	17,50	45,28	30,36	2,92	2,23
% medio	32,63	66,35	1,05	29,03	23,50	41,64	2,29	2,43

Tabla 2 Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas del RA por ítem

	ALEA 11	ALEA 12	ALEA 13	ALEA 14
Ítem 2	11,15%(65)	20,41%(119)	34,99%(204)	0,51%(3)
Ítem 3	7,03%(41)	26,76%(156)	44,43%(259)	1,20(7)
Ítem 5	11,49%(67)	17,50%(102)	39,11%(228)	0,34%(2)
Ítem 7	13,38%(78)	39,62%(231)	27,62%(161)	1,72%(10)
Ítem 8	15,61%(91)	21,27%(124)	30,02%(175)	1,03%(6)
Ítem 13	6,00%(35)	22,13%(129)	50,09%(292)	1,03%(6)
Ítem 14	15,27%(89)	6,52%(38)	24,19%(141)	1,72%(10)
Ítem 15	24,36%(142)	11,66%(68)	17,84%(104)	0,34%(2)
Ítem 20	15,95%(93)	18,70%(109)	14,75%(86)	0,17%(1)
Ítem 21	0%	0%	77,53%(452)	0%
Ítem 23	32,93%(192)	5,15%(30)	19,04%(111)	0,17%(1)
Ítem 24	24,01%(140)	8,40%(49)	16,47%(96)	0,17%(1)
% medio	14,765%	16,51%	33,01%	0,70%

Tabla 3 Porcentajes y frecuencias de las categorías argumentativas del NRA por ítem

	ALEA 21	ALEA 22	ALEA 23	ALEA 24
Ítem 2	9,26%(54)	5,49%(32)	12,01%(70)	1,03%(6)
Ítem 3	2,92%(17)	3,95%(23)	6,69%(39)	2,57(15)
Ítem 5	6,86%(40)	5,15%(30)	15,09%(88)	1,72%(10)
Ítem 7	4,12%(24)	5,66%(33)	2,74%(16)	1,20%(7)
Ítem 8	7,55%(44)	7,20%(42)	12,01%(70)	1,54%(9)
Ítem 13	3,95%(23)	3,95%(23)	9,26%(54)	0,69%(4)
Ítem 14	29,67%(173)	3,77%(22)	9,61%(56)	5,66%(33)
Ítem 15	21,61%(126)	7,20%(42)	10,81%(63)	2,23%(13)
Ítem 20	27,62%(161)	9,26%(54)	7,55%(44)	1,72%(10)
Ítem 21	0%	21,78%(127)	0%	0%
Ítem 23	26,93%(157)	3,95%(23)	9,09%(53)	0,17%(1)
Ítem 24	30,70%(179)	7,72%(45)	8,75%(51)	0,51%(3)
% medio	14,266%	7,09%	8,63%	1,587%

Tabla 4 Tests de Pearson entre el RA por ítem y la categoría argumentativa de la aleatoriedad

ÍTEM	CONTEXTO	CHI-CUADRADO	VALOR P	GRADOS DE LIBERTAD
2	Físico-natural	91,332	0,000	8
3	Juego	76,492	0,000	8
5	Cotidiano	89,180	0,000	8
7	Juego	98,223	0,000	8
8	Cotidiano	73,187	0,000	8
13	Cotidiano	69,963	0,000	8
14	Físico-natural	179,265	0,000	8
15	cotidiano	74,756	0,000	8
20	Físico-natural	160,637	0,000	8
21	Juego	1166,000	0,000	4
23	Físico-natural	122,096	0,000	8
24	Físico-natural	91,476	0,000	8

Tabla 5 Porcentajes de uso de las categorías de la aleatoriedad en función del contexto del suceso

contexto	Causalidad		multiplicidad		incertidumbre		Subjetiva	
	ALEA11	ALEA21	ALEA12	ALEA22	ALEA13	ALEA23	ALEA14	ALEA24
Juego	7,03	2,92	26,76	3,95	44,43	6,69	1,20	2,57
	13,38	4,12	39,62	5,66	27,62	2,74	1,72	1,20
	6,00	3,95	22,13	3,95	50,09	9,26	1,03	0,69
	0,00	0,00	0,00	21,78	77,53	0,00	0,00	0,00
%medio	6.60	2.75	22.13	8.84	49.92	4.67	0.99	1.12
Cotidiano	11,49	6,86	17,50	5,15	39,11	15,09	0,34	1,72
	15,61	7,55	21,27	7,20	30,02	12,01	1,03	1,54
	15,27	29,67	6,52	3,77	24,19	9,61	1,72	5,66
	24,36	21,61	11,66	7,20	17,84	10,81	0,34	1,72
%medio	16,68	16,42	14,24	5,83	27,79	11,88	0,86	2,79
Físico natural	11,15	9,26	20,41	5,49	34,99	12,01	0,51	1,03
	15,95	27,62	18,70	9,26	14,75	7,55	0,17	1,72
	32,93	26,93	5,15	3,95	19,04	9,09	0,17	0,17
	24,01	30,70	8,40	7,72	16,47	8,75	0,17	0,51
%medio	21,01	23,63	13,16	6,61	21,31	9,35	0,25	0,86

Tabla 6 Medidas descriptivas de las categorías argumentativas de la aleatoriedad

Variables	Media	Desviación Estándar
ALEA11	1,77	1,58
ALEA21	1,71	1,62
ALEA12	1,98	1,40
ALEA22	0,85	1,19
ALEA13	4,12	2,27
ALEA23	0,19	0,45
ALEA14	0,08	0,41
ALEA24	0,19	0,52

Tabla 7. Test de Wilcoxon para comparar categorías argumentativas del RA según el contexto

Categorías/contexto	Estadístico	Valor p
ALEA11C > ALEA11J	-9,539	0.000
ALEA11F > ALEA11J	-11,532	0.000
ALEA11F > ALEA11C	-4,060	0.000
ALEA12J > ALEA12C	-6,492	0.000
ALEA12J > ALEA12F	-7,421	0.000
ALEA12C > ALEA12F	-1,310	0.190
ALEA13J > ALEA13C	-13,157	0,000
ALEA13J > ALEA13F	-15,434	0,000
ALEA13C > ALEA13F	-5,714	0,000
ALEA14J > ALEA14C	-0,354	0,724
ALEA14J > ALEA14F	-2,626	0,009
ALEA14C > ALEA14F	-2,309	0,021

Tabla 8 Medidas descriptivas de las categorías argumentativas del RA según el contexto del suceso

categoría	media	desv. est.	categoría	media	desv. est.
ALEA11J	0,26	0,54	ALEA21J	0,11	0,38
ALEA11C	0,67	0,81	ALEA21C	0,66	0,80
ALEA11F	0,84	0,94	ALEA21F	0,95	1,07
ALEA12J	0,89	0,87	ALEA22J	0,36	0,68
ALEA12C	0,57	0,73	ALEA22C	0,23	0,49
ALEA12F	0,53	0,69	ALEA22F	0,26	0,53
ALEA13J	2,00	1,15	ALEA23J	0,19	0,45
ALEA13C	1,11	1,01	ALEA23C	0,48	0,79
ALEA13F	0,85	0,97	ALEA23F	0,37	0,71
ALEA14J	0,04	0,24	ALEA24J	0,01	0,08
ALEA14C	0,03	0,22	ALEA24C	0,05	0,23
ALEA14F	0,01	0,11	ALEA24F	0,06	0,24

Categorías/contexto	Estadístico	Valor p
ALEA21C > ALEA21J	-12,514	0.000
ALEA21F > ALEA21J	-14,027	0.000
ALEA21F > ALEA21C	-6,591	0.000
ALEA22J > ALEA22C	-4,263	0.000
ALEA22J > ALEA22F	-2,725	0.006
ALEA22C > ALEA22F	-1,214	0.225
ALEA23C > ALEA23J	-7,925	0,000
ALEA23F > ALEA23J	-5,749	0,000
ALEA23C > ALEA23F	-3,101	0,002
ALEA24C > ALEA24J	-3,736	0,000
ALEA24J > ALEA24F	-0,890	0,373
ALEA24C > ALEA24F	-4,717	0,000

Tabla 10 Porcentajes de los niveles de confianza de la estimación de la probabilidad y de las categorías argumentativas de la probabilidad por ítem

	Baja	Media	Alta	S/C	Cat 5	Cat 6	Cat 7	Cat 8	Cat 9	S/C
Ítem 1 J	<u>27,79</u>	54,03	16,30	1,89	18,20	12,52	9,95	45,63	5,32	8,40
Ítem 4 J	<u>77,70</u>	18,35	2,74	1,20	43,05	29,33	5,49	15,27	4,12	2,74
Ítem 10J	3,26	41,85	<u>54,37</u>	0,51	61,58	19,55	3,77	11,66	1,72	1,72
Ítem 11J	10,63	<u>80,96</u>	7,55	0,86	49,74	22,47	7,55	16,98	1,20	2,06
Ítem 9 C	<u>75,30</u>	20,93	3,26	0,51	5,83	49,40	6,86	28,13	7,03	2,74
Ítem 16C	<u>27,27</u>	60,55	11,66	0,51	20,41	24,70	7,55	40,14	5,15	2,06
Ítem 18C	10,98	20,41	<u>68,10</u>	0,51	4,97	13,55	62,78	12,86	3,09	2,74
Ítem 19C	<u>65,87</u>	29,33	3,43	1,37	32,59	35,33	10,46	15,95	2,40	3,26
Ítem 6 F	46,14	<u>48,89</u>	3,95	1,03	42,88	4,63	12,52	33,62	3,60	2,74
Ítem 12 F	32,42	52,14	<u>14,41</u>	1,03	21,78	7,03	27,44	36,02	3,95	3,77
Ítem 17 F	<u>24,19</u>	59,52	15,78	0,51	11,84	9,78	28,13	45,45	2,23	2,58
Ítem 22 F	38,94	51,80	<u>8,75</u>	0,51	8,92	13,38	19,73	50,77	4,46	2,74
% Total				T	26,82	20,14	16,85	29,37	3,69	3,13
				B	9,85	7,39	6,19	10,78	1,35	1,15
				M	12,04	9,04	7,56	13,19	1,66	1,41
				A	4,70	3,53	2,95	5,15	0,65	0,55
				S/C	0,22	0,17	0,14	0,24	0,03	0,02

Tabla 11 Tests de Wilcoxon para los niveles de confianza en cada contexto

contexto	Nivel de confianza	Estadístico (z)	Valor p
Juego	bajo > alto	-7,88	0,000
	medio > bajo	-10,949	0,000
	medio > alto	-14,871	0,000
Cotidiano	bajo > medio	-6,441	0,000
	bajo > alto	-14,208	0,000
	medio > alto	-7,535	0,000
Físico-Natural	medio > bajo	-7,535	0,000
	bajo > alto	-7,510	0,000
	medio > alto	-13,961	0,000

Tabla 12 Porcentajes de las categorías argumentativas de la probabilidad en función del contexto del suceso y del nivel de confianza

ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD Y PORCENTAJES PROMEDIOS POR CONTEXTO									
	Bajo	Medio	Alto		CAT5	CAT6	CAT7	CAT8	CAT9
%TOTAL CONTEXTO JUEGO	29,84	48,8	20,14	T	43,14	20,97	6,69	22,38	3,09
				B	12,87	6,26	1,99	6,68	0,92
				M	21,05	10,23	3,26	10,92	1,51
				A	8,69	4,22	1,35	4,51	0,62
%TOTAL CONTEXTO COTIDIANO	44,85	32,8	21,61	T	15,95	30,74	21,91	24,27	4,42
				B	7,15	13,77	9,83	10,88	1,98
				M	5,23	10,08	3,22	7,96	1,45
				A	3,45	6,64	4,73	5,24	0,95
%TOTAL CONTEXTO FÍSICO- NATURAL	35,42	53,09	10,72	T	21,35	8,7	21,95	41,46	3,56
				B	7,56	3,08	7,77	14,68	1,26
				M	11,33	4,62	11,65	22,01	1,89
				A	2,29	0,93	2,35	4,44	0,38
% TOTAL P	36,70	44,90	17,49						

Tabla 13 Test de Wilcoxon para detectar diferencias significativas entre las categorías argumentativas de la probabilidad

CATEGORÍAS	ESTADÍSTICO (Z)	VALOR P
contingencia > laplaciana	-7,602	0,000
contingencia > frecuencial	-12,151	0,000
equiprobabilidad > contingencia	-1,938	0,053
contingencia > experiencial	-19,111	0,000
laplaciana > frecuencial	-4,08	0,000
Equiprobabilidad > laplaciana	-7,504	0,000
Laplaciana > experiencial	-16,875	0,000
Equiprobabilidad > frecuencial	-11,434	0,000
Frecuencial > experiencial	-17,602	0,000
Equiprobabilidad > experiencial	-18,826	0,000

Tabla 14 Test de Wilcoxon para detectar diferencias significativas de las categorías argumentativas de la probabilidad en función del nivel de confianza

CATEGORÍAS/NIVEL DE CONFIANZA	ESTADÍSTICO (Z)	VALOR P
PRO5 (B) > PRO5 (M)	-0,697	0,486
PRO5 (B) > PRO5 (A)	-11,543	0,000
PRO5 (M) > PRO5 (A)	-11,250	0,000
PRO6 (B) > PRO6 (M)	-13,281	0,000
PRO6 (B) > PRO6 (A)	-15,348	0,000
PRO6 (M) > PRO6 (A)	-2,486	0,013
PRO7 (M) > PRO7 (B)	-6,363	0,000
PRO7 (A) > PRO7 (B)	-7,308	0,000
PRO7 (A) > PRO7 (M)	-0,100	0,921
PRO8 (M) > PRO8 (B)	-15,345	0,000
PRO8 (A) > PRO8 (B)	-11,449	0,000
PRO8 (M) > PRO8 (A)	-18,831	0,000
PRO9 (B) > PRO9 (M)	-6,257	0,000
PRO9 (B) > PRO9 (A)	-8,909	0,000
PRO9 (M) > PRO9 (A)	-3,558	0,000

Tabla 15 Test de Wilcoxon para detectar diferencias significativas entre las categorías argumentativas de la probabilidad en función del contexto del suceso

CATEGORÍAS	ESTADÍSTICO (Z)	VALOR P
contingencia (J) > contingencia (C)	-15,692	0,000
contingencia (J) > contingencia (F)	-13,343	0,000
Contingencia (F) > contingencia (C)	-4,728	0,000
laplaciana (C) > laplaciana (J)	-7,848	0,000
laplaciana (J) > laplaciana (F)	-10,261	0,000
laplaciana (C) > laplaciana (F)	-15,907	0,000
frecuencial (F) > frecuencial (J)	-14,092	0,000
frecuencial (C) > frecuencial (J)	-11,766	0,000
frecuencial (C) > frecuencial (F)	-0,039	0,969
equiprobabilidad (C) > equiprobabilidad (J)	-1,566	0,117
equiprobabilidad (F) > equiprobabilidad (J)	-11,78	0,000
equiprobabilidad (F) > equiprobabilidad (C)	-11,936	0,000
experiencial (C) > experiencial (J)	-2,246	0,025
experiencial (F) > experiencial (J)	-0,843	0,399
experiencial (C) > experiencial (F)	-1,229	0,219

ANEXO 11

TENDENCIAS DE PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO DEL PBF

Tabla 1 Coeficientes de las funciones canónicas discriminantes				
categorías	Función			
	1	2	3	4
ALEA14	.254	-1.166	.990	.019
ALEA24	.108	-.049	.224	-.398
PRO9	.328	-.913	1.158	.333
PRO8	.052	.212	.615	-.023
PRO7	.028	-.077	.211	.233
PRO6	.136	-.304	.102	.161
PRO5	.154	-.113	.232	.446
ALEA23	.617	.507	.007	.213
ALEA13	-.419	.223	-.063	.278
ALEA22	.104	.116	-.266	.041
ALEA12	-.078	.147	-.089	-.401
ALEA21	-.086	.047	-.333	-.219
ALEA11	-.179	.215	-.209	-.120
(Constante)	.577	-1.795	-2.547	-2.171

Tabla 2 Coeficientes estandarizados de las funciones discriminantes canónicas

variables	Función			
	1	2	3	4
ALEA14	.073	-.335	.284	.005
ALEA24	.038	-.017	.079	-.140
PRO9	.225	-.626	.794	.229
PRO8	.078	.321	.931	-.035
PRO7	.033	-.091	.252	.278
PRO6	.191	-.426	.143	.226
PRO5	.248	-.181	.373	.717
ALEA23	.606	.498	.007	.209
ALEA13	-.652	.347	-.098	.433
ALEA22	.090	.101	-.232	.035
ALEA12	-.126	.238	-.145	-.649
ALEA21	-.125	.068	-.483	-.318
ALEA11	-.291	.349	-.340	-.196

Tabla 3 Lambda de Wilks

Contraste de las funciones	Lambda de Wilks	Chi-cuadrado	gl	Sig.
1 a la 4	.019	1248.672	52	.000
2 a la 4	.073	824.902	36	.000
3 a la 4	.214	485.444	22	.000
4	.531	199.445	10	.000

Tabla 4 Pruebas de igualdad de las medias de los grupos

	Lambda de Wilks	F	gl1	gl2	Sig.
ALEA14	.695	35.071	4	320	.000
ALEA24	.929	6.134	4	320	.000
PRO9	.478	87.384	4	320	.000
PRO8	.430	106.209	4	320	.000
PRO7	.932	5.807	4	320	.000
PRO6	.802	19.735	4	320	.000
PRO5	.858	13.238	4	320	.000
ALEA23	.320	170.153	4	320	.000
ALEA13	.389	125.839	4	320	.000
ALEA22	.715	31.860	4	320	.000
ALEA12	.828	16.613	4	320	.000
ALEA21	.885	10.432	4	320	.000
ALEA11	.942	4.968	4	320	.001

Tabla 5 Matriz de Estructura del primer análisis discriminante del PBF

	Función			
	1	2	3	4
ALEA23	.787	.373	.050	.327
ALEA13	-.638	.172	.198	.586
ALEA22	.353	.130	-.060	.087
ALEA11	-.145	-.008	.000	-.049
PRO8	-.100	.614	.574	-.304
PRO9	.094	-.560	.556	.063
ALEA14	.099	-.363	.322	.054
ALEA24	-.009	-.162	.110	-.094
ALEA21	.122	-.156	-.150	-.092
PRO6	.036	-.158	-.362	.033
PRO7	-.089	-.076	-.135	.115
ALEA12	-.107	.043	.013	-.440
PRO5	.042	.007	-.149	.380

Figura 1 Diagrama de cajas de las puntuaciones discriminantes de la primera función

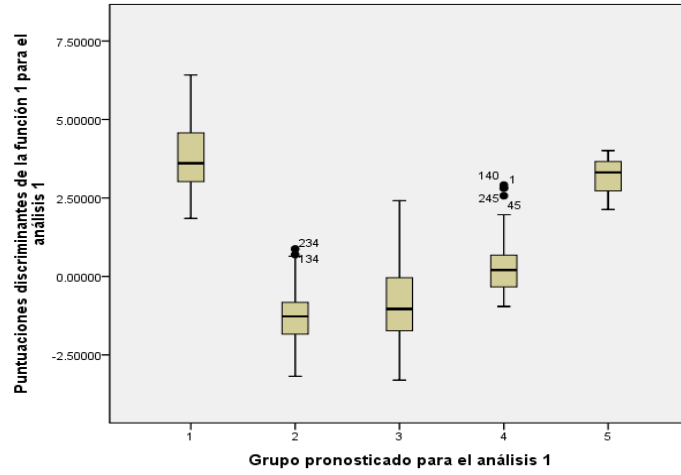


Figura 2 Distribución de los valores de ALEA 13 y ALEA 23

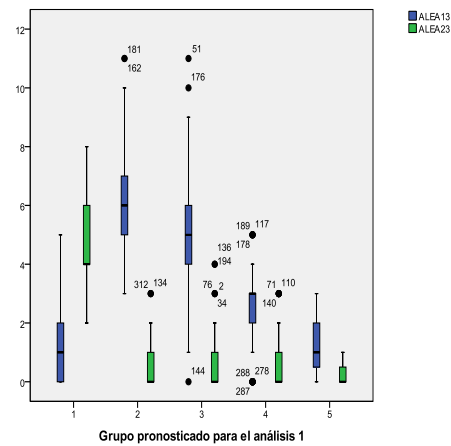


Tabla 6 Funciones en los centroides de los grupos

Número inicial de casos	Función			
	1	2	3	4
1	3.808	1.098	.059	.592
2	-1.240	-.197	-.241	1.194
3	-.865	1.150	1.177	-.780
4	.243	-1.173	-1.256	-.890
5	3.152	-10.381	8.274	.506

Tabla 7 Coeficientes de las funciones de clasificación del primer análisis

	Número inicial de casos				
	1	2	3	4	5
ALEA14	1.351	1.292	1.183	1.762	22.705
ALEA24	1.142	.356	1.433	1.165	3.516
PRO9	3.657	3.035	2.913	2.542	23.412
PRO8	3.565	2.831	4.055	2.125	6.154
PRO7	2.691	2.728	2.474	2.143	5.268
PRO6	2.174	1.946	1.413	2.005	6.400
PRO5	3.322	2.889	2.243	2.063	6.383
ALEA23	4.420	.773	1.278	.743	-1.766
ALEA13	.249	2.263	1.767	.908	-2.573
ALEA22	1.213	.644	.381	.869	-2.382
ALEA12	-.008	-.020	.815	.648	-2.348
ALEA21	-.251	.091	.083	.713	-3.449
ALEA11	.209	.823	.986	.812	-3.844
(Constante)	-31.842	-25.682	-27.816	-16.474	-120.248

Tabla 8 Resultados de la clasificación del primer análisis. Matriz de Confusión

	Número inicial de casos	Grupo de pertenencia pronosticado					Total	
		1	2	3	4	5		
Original	Recuento	1	44	0	0	1	0	45
		2	0	99	1	0	0	100
		3	2	1	86	1	0	90
		4	0	2	2	83	0	87
		5	0	0	0	0	3	3
	%	1	97.8	.0	.0	2.2	.0	100.0
		2	.0	99.0	1.0	.0	.0	100.0
		3	2.2	1.1	95.6	1.1	.0	100.0
		4	.0	2.3	2.3	95.4	.0	100.0
		5	.0	.0	.0	.0	100.0	100.0
Validación cruzada ^a	Recuento	1	42	0	1	2	0	45
		2	0	95	5	0	0	100
		3	2	2	85	1	0	90
		4	2	5	4	76	0	87
		5	0	0	0	1	2	3
	%	1	93.3	.0	2.2	4.4	.0	100.0
		2	.0	95.0	5.0	.0	.0	100.0
		3	2.2	2.2	94.4	1.1	.0	100.0
		4	2.3	5.7	4.6	87.4	.0	100.0
		5	.0	.0	.0	33.3	66.7	100.0

Tabla 9 Tests de Pearson para el reconocimiento de la aleatoriedad y las tendencias de pensamiento probabilístico

ÍTEMS	RELACIÓN	CHI-CUADRADO	G.L.	VALOR P
2	DEPENDENCIA	45,678	8	0,000
3	DEPENDENCIA	59,971	8	0,000
5	DEPENDENCIA	98,194	8	0,000
7	DEPENDENCIA	125,835	8	0,000
8	DEPENDENCIA	104,628	8	0,000
13	DEPENDENCIA	151,962	8	0,000
14	INDEPENDENCIA	12,912	8	0,115*
15	DEPENDENCIA	49,722	8	0,000
20	DEPENDENCIA	16,052	8	0,042
21	DEPENDENCIA	154,121	8	0,000
23	DEPENDENCIA	55,635	8	0,000
24	DEPENDENCIA	48,507	8	0,000

Tabla 10 Tests de Pearson entre las categorías de la aleatoriedad y las tendencias

CATEGORÍAS	CHI CUADRADO	GRADOS DE LIBERTAD	VALOR P
ALEA 11	35,434	32	0,309
ALEA 21	71,215	28	0,000
ALEA 12	82,604	32	0,000
ALEA 22	101,555	24	0,000
ALEA 13	289,487	44	0,000
ALEA 23	271,067	32	0,000
ALEA 14	117,705	8	0,000
ALEA 24	115,144	12	0,000

Tabla 11 Tests de Pearson entre las categorías de la probabilidad y las tendencias

CATEGORÍAS	CHI CUADRADO	GRADOS DE LIBERTAD	VALOR P
contingencia	79,282	32	0,000
laplaciana	106,923	28	0,000
frecuencial	56,463	24	0,000
equiprobabilidad	269,140	40	0,000
experiencial	331,505	24	0,000

Tabla 12 Porcentajes de estudiantes por tendencia y nivel propedéutico

	GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3	GRUPO 4	GRUPO 5
1° AÑO	24(16,10%)	40(26,85%)	41(27,52%)	43(28,86%)	1(0,67%)
2° AÑO	7(13,72%)	15(29,41%)	14(27,45%)	14(27,45%)	1(1,96%)
3° AÑO	10(14,49%)	22(31,88%)	20(28,98%)	16(23,19%)	1(1,45%)
4° AÑO	4(7,14%)	23(41,07%)	15(26,78%)	14(25%)	0 (0%)

Tabla 13 Valores medios de las categorías en cada tendencia de pensamiento probabilístico

VARIABLES	GRUPO1	GRUPO 2	GRUPO 3	GRUPO 4	GRUPO 5
ALEA11	1,38	2,54	2,59	2,37	1,67
ALEA12	1,11	1,46	2,92	2,60	0,67
ALEA13	1,31	6,43	5,06	2,48	1,33
ALEA14	0,07	0,04	0,01	0,06	2,00
ALEA21	1,96	1,34	1,06	2,32	2,67
ALEA22	1,93	0,30	0,34	0,54	0
ALEA23	4,67	0,47	0,69	0,54	0,33
ALEA24	0,02	0,08	0,12	0,16	1,00
PRO5	3,87	3,95	2,44	3,01	1,67
PRO6	2,00	2,21	1,12	2,92	0,33
PRO7	1,56	2,34	1,68	2,15	1,33
PRO8	4,07	3,09	6,42	2,03	0,67
PRO9	0,18	0,26	0,22	0,25	7,67

Figura 3 Mapa Territorial del primer análisis discriminante del PBF

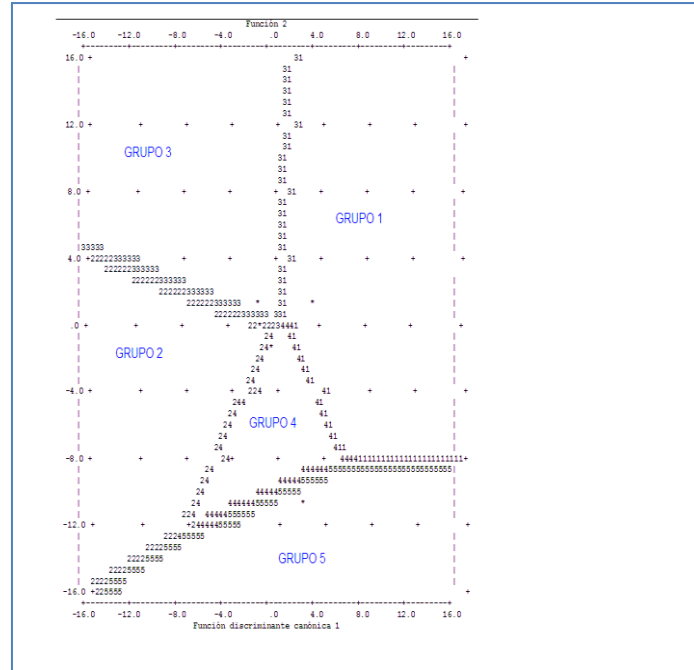


Figura 4 Diagrama de barras comparativo

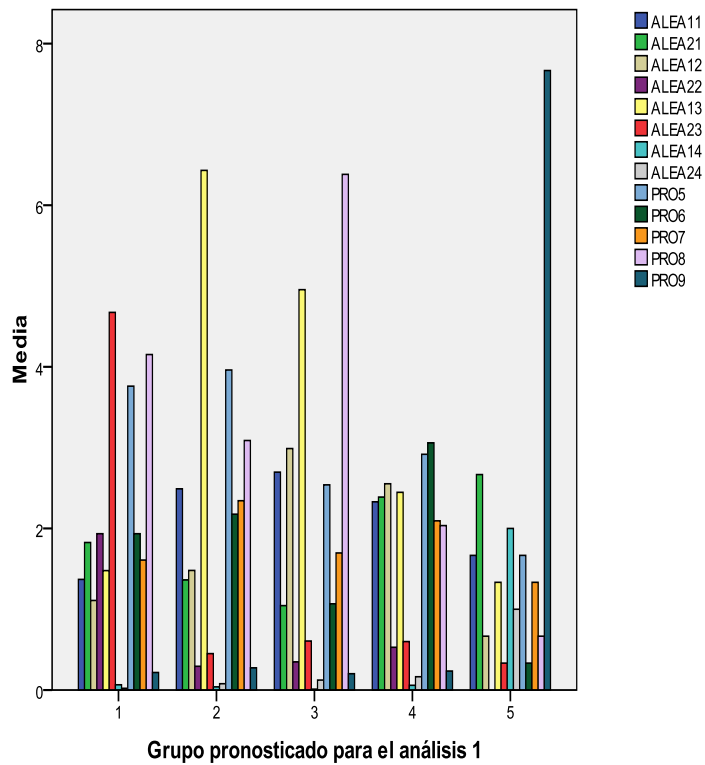


Tabla 14 Categorías características de cada una de las cinco tendencias de PP

	argumentación característica	categorías de uso máximo	categorías de uso según promedio	categorías de uso mínimo
Grupo 1: TENDENCIA HACIA EL DETERMINISMO (45)				
Reconoce Alea	-----	-----	ALEA 14	ALEA 11 ALEA 13
Niega Alea	INCERTIDUMBRE MULTIPLICIDAD	ALEA 23 ALEA 22		ALEA 24
Asigna Prob.	-----	-----	PRO 6, PRO 8	-----
Grupo 2: TENDENCIA HACIA LA CONTINGENCIA (100)				
Reconoce Alea	INCERTIDUMBRE	ALEA 13	ALEA 14	-----
Niega Alea	-----	-----	-----	ALEA 22 ALEA 23
Asigna Prob.	CONTINGENCIA	PRO 5 PRO 7	PRO 9	-----
Grupo 3: TENDENCIA HACIA LA INCERTIDUMBRE (90)				
Reconoce Alea	INCERTIDUMBRE	ALEA 13 ALEA 12 ALEA 11	-----	ALEA 14
Niega Alea	-----	-----	ALEA 24	ALEA 22
Asigna Prob.	EQUIPROBABILIDAD	PRO 8	-----	PRO 9
Grupo 4: TENDENCIA HACIA LA CAUSALIDAD(87)				
Reconoce Alea	MULTIPLICIDAD CAUSALIDAD	ALEA 12	ALEA 11 ALEA 14	ALEA 14
Niega Alea	CAUSALIDAD	ALEA 21	ALEA 22	ALEA 24
Asigna Prob.	LAPLACIANA	PRO 6	PRO 9	PRO 9
Grupo 5: TENDENCIA HACIA EL RAZONAMIENTO PERSONALISTA (3)				
Reconoce Alea	SUBJETIVA	ALEA 14		ALEA 12 ALEA 13
Niega Alea	CAUSALIDAD SUBJETIVA	ALEA 21 ALEA 24		ALEA 22 ALEA 23

SEGUNDO ANÁLISIS DISCRIMINANTE PARA EL PBF

Tabla 15 Pruebas de igualdad de las medias de los grupos

	Lambda de Wilks	F	gl1	gl2	Sig.
ALEA11	.929	8.200	3	321	.000
ALEA21	.855	18.201	3	321	.000
ALEA12	.937	7.158	3	321	.000
ALEA22	.727	40.253	3	321	.000
ALEA13	.576	78.713	3	321	.000
ALEA23	.542	90.514	3	321	.000
ALEA14	.823	22.981	3	321	.000
ALEA24	.966	3.773	3	321	.011
PRO5	.940	6.872	3	321	.000
PRO6	.808	25.436	3	321	.000
PRO7	.919	9.444	3	321	.000
PRO8	.420	147.865	3	321	.000
PRO9	.437	137.691	3	321	.000

Tabla 16 Coeficientes de las funciones canónicas discriminantes

	Función		
	1	2	3
ALEA11	-.135	.080	-.064
ALEA21	-.148	-.202	.004
ALEA12	-.128	.063	-.145
ALEA22	-.010	-.272	.119
ALEA13	.105	.296	-.157
ALEA23	.223	-.361	.284
ALEA14	-.243	.282	.843
ALEA24	-.013	-.082	.069
PRO5	.056	-.036	.015
PRO6	-.082	-.052	.086
PRO7	.057	-.009	-.108
PRO8	.632	.062	.181
PRO9	-.231	.819	1.150
(Constante)	-2.280	-.859	-.435

Coeficientes no tipificados

Tabla 17 Coeficientes estandarizados de las funciones discriminantes canónicas

	Función		
	1	2	3
ALEA11	-.218	.130	-.103
ALEA21	-.208	-.283	.006
ALEA12	-.200	.098	-.225
ALEA22	-.008	-.223	.098
ALEA13	.186	.524	-.278
ALEA23	.251	-.407	.320
ALEA14	-.076	.088	.263
ALEA24	-.005	-.030	.025
PRO5	.094	-.061	.025
PRO6	-.115	-.072	.121
PRO7	.068	-.010	-.128
PRO8	.943	.093	.270
PRO9	-.151	.536	.753

Tabla 18 Matriz de estructura

	Función		
	1	2	3
PRO8	.830 ⁺	.120	.083
PRO6	-.293 ⁺	-.165	-.139
ALEA24	-.095 ⁺	.069	.086
ALEA23	.214	-.565 ⁺	.420
ALEA13	.242	.542 ⁺	-.324
ALEA22	.110	-.403 ⁺	.255
ALEA21	-.149	-.248 ⁺	.138
ALEA11	-.084	.181 ⁺	-.082
PRO9	-.265	.477	.768 ⁺
ALEA14	-.118	.147	.340 ⁺
ALEA12	-.034	.073	-.206 ⁺
PRO7	-.151	.015	-.181 ⁺
PRO5	-.108	-.103	-.135 ⁺

Tabla 19 Funciones en los centroides de los grupos

Número inicial de casos	Función		
	1	2	3
1	1.092	1.122	-.438
2	1.311	-1.865	1.342
3	-1.513	-.436	-.459
4	-3.762	5.167	7.226

Funciones discriminantes canónicas no tipificadas evaluadas en las medias de los grupos

Tabla 20 Coeficientes de la función de clasificación

	Número inicial de casos			
	1	2	3	4
ALEA11	1.033	.649	1.260	1.526
ALEA21	.446	1.023	1.146	.382
ALEA12	.936	.462	1.176	.706
ALEA22	.936	1.957	1.383	.800
ALEA13	1.962	.823	1.231	1.444
ALEA23	1.132	2.765	1.108	.766
ALEA14	1.013	1.616	1.188	9.791
ALEA24	1.227	1.592	1.388	1.486
PRO5	1.781	1.929	1.692	1.478
PRO6	1.368	1.658	1.660	2.221
PRO7	1.918	1.763	1.784	.775
PRO8	3.384	3.659	1.638	1.956
PRO9	2.502	2.051	1.804	15.751
(Constante)	-24.070	-25.713	-16.774	-68.271

Funciones discriminantes lineales de Fisher

Figura 5 Mapa Territorial de la clasificación de los estudiantes del PBF en 4 grupos

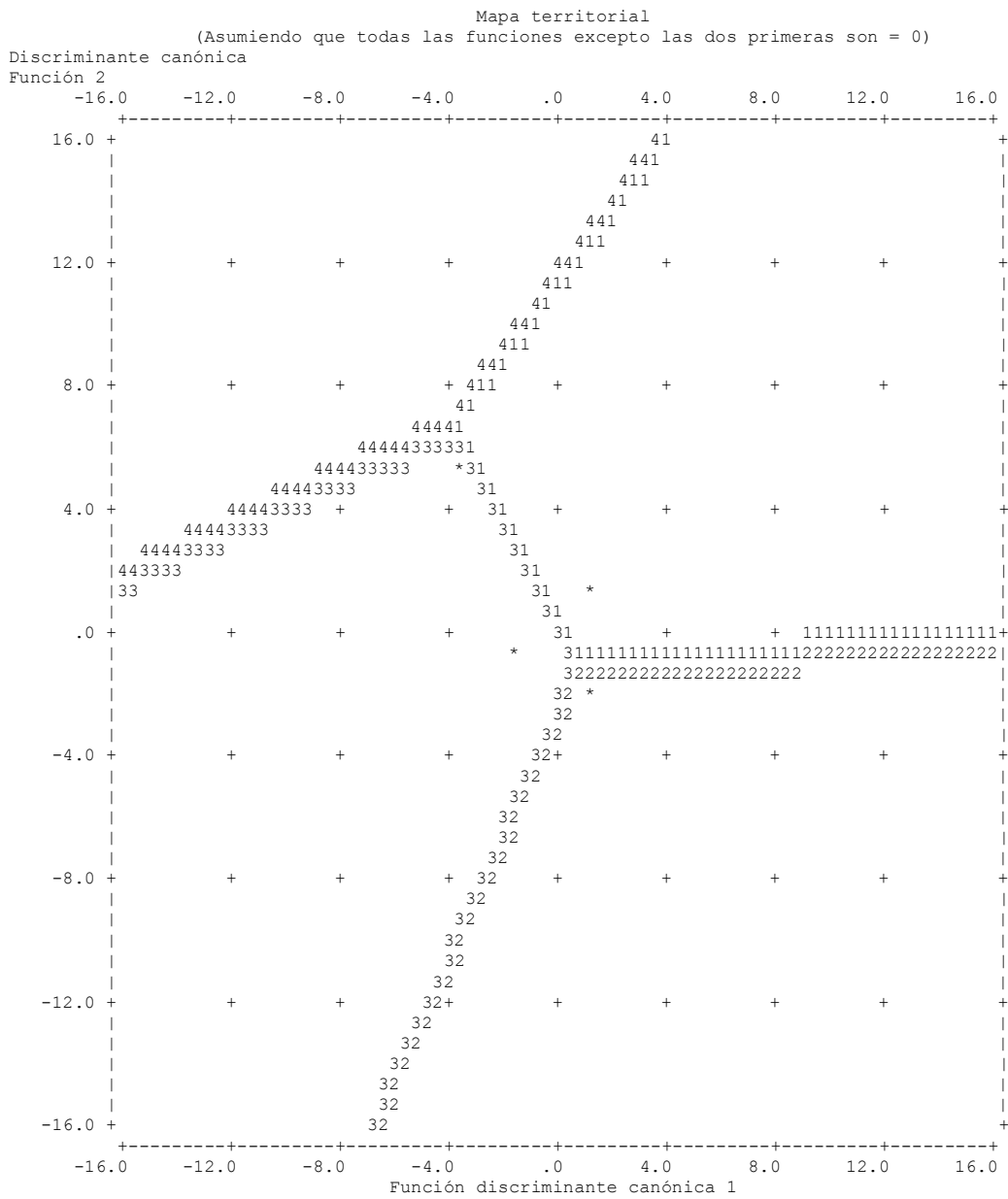


Tabla 21 Resultados de la clasificación^a

		Número inicial de casos	Grupo de pertenencia pronosticado				Total
			1	2	3	4	
Original	Recuento	1	125	0	3	0	128
		2	6	47	7	0	60
		3	2	1	129	0	132
		4	0	0	1	4	5
	%	1	97.7	.0	2.3	.0	100.0
		2	10.0	78.3	11.7	.0	100.0
		3	1.5	.8	97.7	.0	100.0
		4	.0	.0	20.0	80.0	100.0

a. Clasificados correctamente el 93.8% de los casos agrupados originales.

Tabla 22 Tabla de Contingencia Tendencia- Edad

edad	1 Incert.	2 Determ.	3 Conting.	4 Person.	total
No Contesta	1(100%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	1
17 a 22 años	49(37,4%)	33(25,2%)	47(35,9%)	2(1,5%)	131
23 a 28 años	36(36%)	15(15%)	49(49%)	0(0%)	100
29 a 34 años	23(44,2%)	9(17,3%)	19(36,5%)	1(1,9%)	52
35 a 40 años	15(60%)	1(4%)	7(28%)	2(8%)	25
41 a 47 años	2(15,4%)	2(15,4%)	9(69,2%)	0(0%)	13
48 a 52 años	2(66,7%)	0(0%)	1(33,3%)	0(0%)	3
Total	128	60	132	5	325

Tabla 23 Resultados del Test de Pearson Tendencia-Edad

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	29.715 ^a	18	.040
Razón de verosimilitudes	29.706	18	.040
Asociación lineal por lineal	.097	1	.756
N de casos válidos	325		

Tabla 24 Tabla de contingencia para Tendencia-Nivel Propedéutico

	Tendencias				Total
	1 Inc.	2 Determ.	3 Contin.	4 Person.	
1	51(34,2%)	34(22,8%)	62(41,6%)	2(1,3%)	149
2	19(37,2%)	7(13,7)	23(45,1%)	2(3,9%)	51
3	30(43,5%)	12(17,4%)	26(37,7%)	1(1,4%)	69
4	28(50%)	7(12,5%)	21(37,5%)	0(0%)	56
Total	128	60	132	5	325

Tabla 25 Test de Pearson para Tendencia-Nivel Propedéutico

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	9.587 ^a	9	.385
Razón de verosimilitudes	9.882	9	.360
Asociación lineal por lineal	2.770	1	.096
N de casos válidos	325		

Tabla 26 Tabla de contingencia para Tendencia-Instituto Educativo del estudiante

	Tendencias				Total
	1 Inc.	2 Determin.	3 Contin.	4 Person.	
1	25(41,7%)	16(26,7%)	19(31,7%)	0(0%)	60
2	64(41,7%)	25(16,2%)	62(40,2%)	3(1,9%)	154
instituto 4	7(11,4%)	7(20%)	20(57,1%)	1(2,9%)	35
11	21(38,2%)	6(10,9%)	28(50,9%)	0(0%)	55
13	11(52,4%)	6(28,6%)	3(14,3%)	1(4,8%)	21
Total	128	60	132	5	325

Tabla 27 Test de Pearson para Tendencia-Instituto Educativo

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	22.345 ^a	12	.034
Razón de verosimilitudes	24.966	12	.015
Asociación lineal por lineal	.000	1	.985
N de casos válidos	325		

Tabla 28 Test de Pearson para la relación Tendencia-Categorías

CATEGORÍA	ESTADÍSTICO (CHI-CUADRADO)	VALOR P
ALEA 11	$\chi^2_{(4)} = 55,958$	p=0,000
ALEA 12	$\chi^2_{(1)} = 42,468$	p=0,004
ALEA13	$\chi^2_{(3)} = 161,598$	p=0,000
ALEA14	$\chi^2_{(6)} = 69,549$	p=0,000
ALEA 21	$\chi^2_{(1)} = 72,382$	p=0,000
ALEA 22	$\chi^2_{(5)} = 96,04$	p=0,000
ALEA 23	$\chi^2_{(1)} = 162,129$	p=0,000
ALEA 24	$\chi^2_{(1)} = 67,786$	p=0,000
PRO 5	$\chi^2_{(4)} = 69,381$	p=0,000
PRO 6	$\chi^2_{(1)} = 78,467$	p=0,000
PRO7	$\chi^2_{(8)} = 50,496$	p=0,000
PRO 8	$\chi^2_{(6)} = 243,545$	p=0,000
PRO 9	$\chi^2_{(8)} = 275,583$	p=0,000

Tabla 29 Tests de Pearson entre las categorías de la probabilidad y las tendencias

CATEGORÍAS	CHI CUADRADO	GRADOS DE LIBERTAD	VALOR P
contingencia	59,972	24	0,000
laplaciana	66,771	21	0,000
frecuencial	35,025	18	0,009
equiprobabilidad	159,011	30	0,000
experiencial	274,837	18	0,000

Tabla 30 categorías características de cada una de las TPPB

Tarea	Argumentación característica	Categorías de uso máximo	Categorías de uso según promedio	Categorías de uso mínimo
Grupo 1: Tendencia hacia la incertidumbre (128)				
Reconoce Alea	Incertidumbre	ALEA 13		ALEA 14
Niega Alea	Causalidad	ALEA 21		ALEA 24
Asigna Prob.	Equiprobabilidad	PRO 8	PRO 7	PRO 9
Grupo 2: Tendencia hacia el determinismo (60)				
Reconoce Alea	-----	ALEA 13	ALEA 14	ALEA 14
Niega Alea	Incertidumbre	ALEA 23	-----	ALEA 24
Asigna Prob.	Equiprobabilidad	PRO 8	-----	PRO 9
Grupo 3: Tendencia hacia la Contingencia (132)				
Reconoce Alea	Multiplicidad	ALEA 13	ALEA 14	ALEA 14
Niega Alea	Causalidad	ALEA 21	ALEA 24	ALEA 24
Asigna Prob.	Contingencia	PRO 5	-----	PRO 9
Grupo 4: Tendencia hacia el Personalista				

ANEXOS

Reconoce Alea	Causalidad Subjetiva	Alea 11	-----	Alea 12
Niega Alea	Subjetiva	Alea 21	-----	Alea 22
Asigna Prob.	Experiencial	Pro 9	-----	Pro 6

**TENDENCIAS DE PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO DE
LOS ESTUDIANTES DEL PMF**

Tabla 31 Pruebas de igualdad de las medias de los grupos

	Lambda de Wilks	F	gl1	gl2	Sig.
ALEA11	.901	21.090	3	579	.000
ALEA21	.621	117.815	3	579	.000
ALEA12	.811	45.092	3	579	.000
ALEA22	.636	110.416	3	579	.000
ALEA13	.531	170.225	3	579	.000
ALEA23	.548	159.299	3	579	.000
ALEA14	.981	3.706	3	579	.012
ALEA24	.979	4.216	3	579	.006
CONTINGENCIA	.946	11.072	3	579	.000
LAPLACIANA	.758	61.539	3	579	.000
FRECUENCIAL	.943	11.713	3	579	.000
EQUIPROBABILIDAD	.509	185.811	3	579	.000
EXPERIENCIAL	.967	6.497	3	579	.000

Tabla 32 Coeficientes de las funciones canónicas discriminantes

	Función		
	1	2	3
ALEA11	.108	.158	.259
ALEA21	-.258	-.335	-.288
ALEA12	.220	.081	.377
ALEA22	-.317	.391	.379
ALEA13	.344	.169	-.031
ALEA23	-.461	.421	.274
CONTINGENCIA	.011	.121	.202
LAPLACIANA	.170	.038	.354
EQUIPROBABILIDAD	.073	.522	-.185
(Constante)	-1.496	-3.614	-2.041

Coeficientes no tipificados

Tabla 33 Coeficientes estandarizados de las funciones discriminantes canónicas

	Función		
	1	2	3
ALEA11	.163	.239	.390
ALEA21	-.332	-.430	-.369
ALEA12	.279	.103	.477
ALEA22	-.304	.375	.364
ALEA13	.572	.281	-.052
ALEA23	-.496	.453	.294
CONTINGENCIA	.017	.191	.318
LAPLACIANA	.262	.058	.545
EQUIPROBABILIDAD	.114	.816	-.290

Tabla 34 Lambda de Wilks

Contraste de las funciones	Lambda de Wilks	Chi-cuadrado	gl	Sig.
1 a la 3	.068	1543.745	27	.000
2 a la 3	.217	878.396	16	.000
3	.568	325.495	7	.000

Tabla 35 Funciones en los centroides de los grupos

Número inicial de casos	Función		
	1	2	3
1	1.367	1.305	-.771
2	1.226	-.708	1.175
3	-.703	-1.811	-.901
4	-2.192	1.039	.451

Tabla 36 Matriz de estructura

	Función		
	1	2	3
ALEA13	.609 [*]	.119	-.258
ALEA23	-.534 [*]	.324	.216
ALEA22	-.460 [*]	.228	.188
EQUIPROBABILIDAD	.038	.690 [*]	-.502
ALEA21	-.338	-.409 [*]	-.346
FRECUENCIAL ^a	-.077	-.159 [*]	.002
ALEA24 ^a	-.010	-.118 [*]	-.045
LAPLACIANA	.119	-.281	.460 [*]
ALEA12	.260	.036	.333 [*]
CONTINGENCIA	-.037	-.045	.259 [*]
ALEA11	.168	.070	.228 [*]
EXPERIENCIAL ^a	-.020	-.064	-.109 [*]
ALEA14 ^a	.003	-.038	-.084 [*]

Tabla 37 Funciones en los centroides de los grupos

Número inicial de casos	Función		
	1	2	3
1	1.367	1.305	-.771
2	1.226	-.708	1.175
3	-.703	-1.811	-.901
4	-2.192	1.039	.451

Funciones discriminantes canónicas no tipificadas evaluadas en las medias de los grupos

Tabla 38 Coeficientes de la función de clasificación

	Número inicial de casos			
	1	2	3	4
ALEA11	4.164	4.334	3.413	4.054
ALEA21	1.490	1.640	3.105	2.147
ALEA12	3.643	4.182	2.884	3.297
ALEA22	3.821	3.816	3.209	5.308
ALEA13	4.498	4.049	3.264	3.191
ALEA23	3.358	3.107	2.964	5.222
CONTINGENCIA	1.438	1.585	1.012	1.615
LAPLACIANA	1.311	1.899	.794	1.127
EQUIPROBABILIDAD	2.659	1.238	.906	2.033
(Constante)	-35.256	-31.382	-20.998	-32.535

Funciones discriminantes lineales de Fisher

Tabla 39 Resultados de la clasificación^a

		Número inicial de casos	Grupo de pertenencia pronosticado				Total
			1	2	3	4	
Original	Recuento	1	152	2	0	3	157
		2	3	140	7	2	152
		3	2	4	123	5	134
		4	2	2	7	129	140
	%	1	96.8	1.3	.0	1.9	100.0
		2	2.0	92.1	4.6	1.3	100.0
		3	1.5	3.0	91.8	3.7	100.0
		4	1.4	1.4	5.0	92.1	100.0

a. Clasificados correctamente el 93.3% de los casos agrupados originales.

Figura 6 Mapa territorial correspondiente a la clasificación de los estudiantes de Matemática

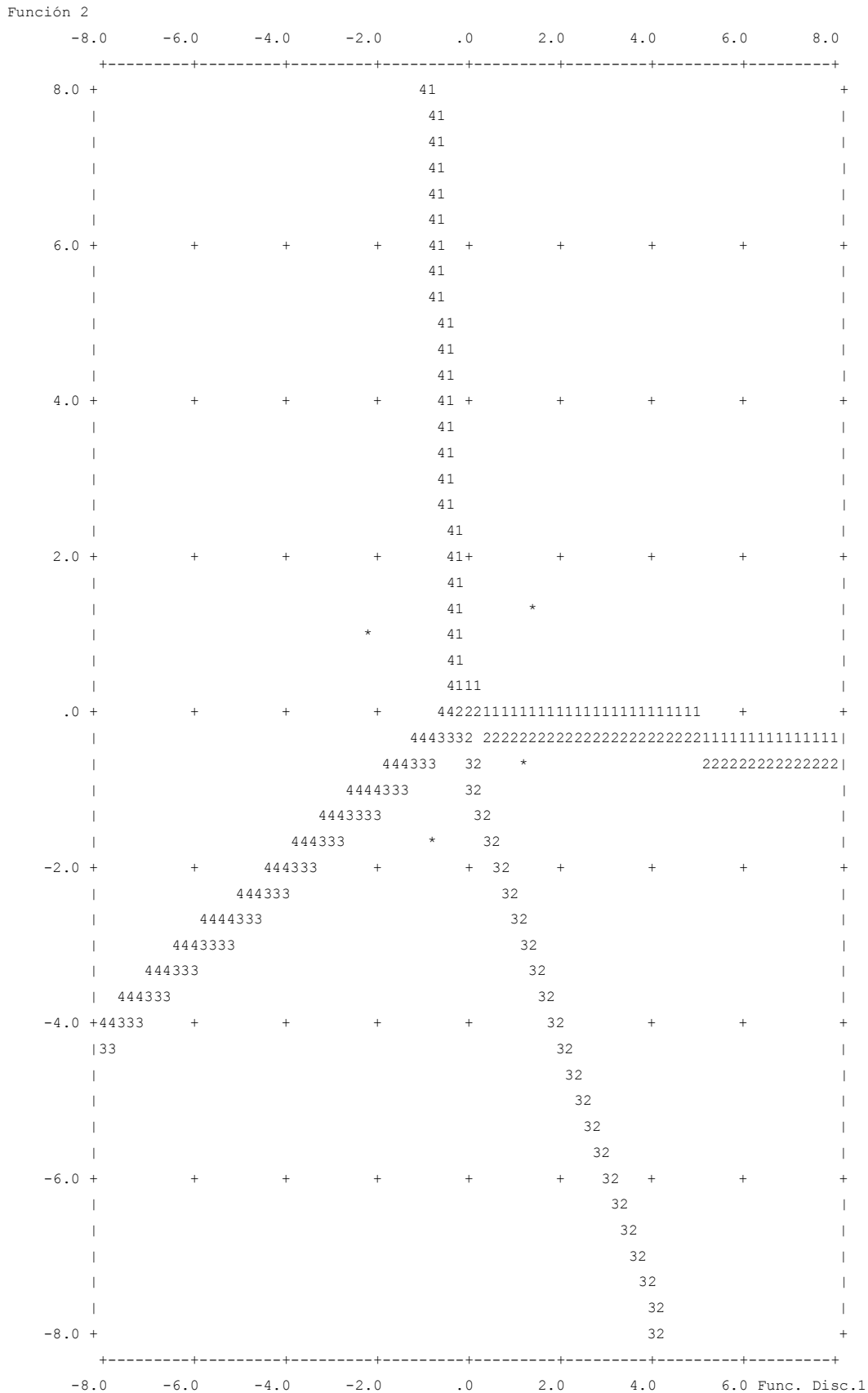


Tabla 40 Características de cada uno de los grupos

Al objeto de	Argumentación característica	Categorías de uso máximo	Categorías de uso según promedio	Categorías de uso mínimo
Grupo 1: Tendencia hacia la Incertidumbre (157)				
Reconoce alea	Incertidumbre	ALEA 13		ALEA 14
Niega alea	-----	-----	-----	ALEA 21
Asig. Probab.	Equiprobabilidad	PRO 8	-----	PRO 5 PRO 6 PRO 7
Grupo 2: Tendencia hacia la Contingencia (152)				
Reconoce alea	Multiplicidad Causalidad	ALEA 12 ALEA 11	ALEA 14	-----
Niega alea	-----	-----	-----	ALEA 22 ALEA 23
Asigna proba.	Contingencia Laplaciana	PRO 5 PRO 6	-----	PRO 8 PRO 9
Grupo 3: Tendencia hacia la Personalista (134)				
Reconoce alea	Subjetiva	ALEA 14	-----	ALEA 11 ALEA 12
Niega alea	Causalidad Subjetiva	ALEA 21 ALEA 24	-----	-----
Asigna. Proba.	Personalista Frecuencial	PRO 9 PRO 7	PRO 6	-----
Grupo 4: Tendencia hacia el Determinismo (140)				
Reconoce alea	-----	-----	-----	ALEA 13
Niega alea	Multiplicidad Incertidumbre	ALEA 22 ALEA 23	-----	ALEA 24
Asigna prob.	-----	-----	PRO 9	-----

Tabla 41 Tabla de contingencia de las variables "Instituto Educativo" y "Tendencia de pensamiento"

		Tendencias				Total
		1 Incertid.	2 Conting.	3 Personal.	4 Determin.	
instituto	13 P	5	8	9	10	32
	2	57	55	48	55	215
	6	14	6	15	17	52
	9	25	32	22	16	95
	11	16	17	12	8	53
	13	12	12	9	5	38
	23	4	6	7	10	27
	24	11	6	4	13	34
	26	13	10	8	6	37
Total		157	152	134	140	583

Tabla 42 *Sucesos del cuestionario con frecuencias y porcentajes del RA en Biología y en Matemática*

Sucesos	Espacio muestral	Reconocimiento aleatoriedad	
		Biología (325)	Matemática (583)
Ítem7: "Obtener el número 23 en la ruleta de 36 números es un suceso..."	$S = \{1, 2, 3, 4, \dots, 36\}$	269 (82.77%)	492 (84.39%)
Ítem3: "Predecir la cantidad de caras que se obtienen en 100 lanzamientos de una moneda es un suceso..."	$S = \{0, 1, 2, \dots, 100\}$	250 (76.92%)	483 (82.85%)
Ítem13: "Predecir el color de una bola que se extrae de una urna con bolas de distintos colores es un suceso..."	$S = \{\text{blanca, azul, verde, roja, .}\}$	264 (81.23%)	473 (81.13%)
Ítem21: "Acertar el número que muestra un dado ya lanzado, pero que no puedo ver es un suceso..."	$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	262 (80.62%)	452 (77.53%)
Ítem8: "Encontrarme por la calle con el primer Maestro/a que tuve en la escuela, es un suceso..."	$S = \{\text{si sufrir un...}, \text{no sufrir un ...}\}$	253 (77.85%)	406 (69.64%)
Ítem5: "Sufrir un accidente es un fenómeno..."	$S = \{\text{si encontrarme, no encontrarme...}\}$	256 (78.77%)	406 (69.64%)
Ítem20: "Creo que germine una semilla plantada es un fenómeno..."	$S = \{\text{si germine...}, \text{no germine...}\}$	179 (55.08%)	293 (50.26%)
Ítem2: "Que nieve en el cerro Arco dentro de 30 días es un suceso..."	$S = \{\text{que si nieve, que no nieve}\}$	222 (68.31%)	403 (69.12%)
Ítem 23: "Contraer la gripe el mes que viene es un fenómeno..."	$S = \{\text{contraer la gripe, no contraer la gripe}\}$	215 (66.15%)	340 (58.32%)
Ítem15: "Predecir la próxima idea que me venga a la cabeza es un suceso..."	$S = \{x/x \text{ es una idea que me viene a la cabeza}\}$	207 (63.69%)	323 (55.40%)
Ítem24: "Sufrir un corte de digestión es un fenómeno..."	$S = \{\text{si sufrir un corte...}, \text{no sufrir un corte ...}\}$	198 (60.92%)	291 (49.91%)
Ítem14: "Que me guste la película que voy a ver el próximo sábado en Cinemak, es un suceso..."	$S = \{\text{que me guste, que no me guste}\}$	163 (50.15%)	280 (48.03%)

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv.T.
ALEA11_M	583	0	7	1.76	1.582
ALEA11_B	325	0	8	2.33	1.665
ALEA21_M	583	0	8	1.70	1.625
ALEA21_B	325	0	7	2.03	1.425
ALEA12_M	583	0	6	1.98	1.401
ALEA12_B	325	0	7	1.93	1.658
ALEA22_M	583	0	8	0.85	1.199
ALEA22_B	325	0	6	0.58	1.030
ALEA13_M	583	0	12	3.92	2.275
ALEA13_B	325	0	11	4.50	2.651
ALEA23_M	583	0	8	1.02	1.448
ALEA23_B	325	0	9	1.21	1.862
ALEA14_M	583	0	5	0.08	.392
ALEA14_B	325	0	6	0.06	.388
ALEA24_M	583	0	4	0.17	.500
ALEA24_B	325	0	3	0.12	.367

Tabla 44 Tests de Kruskal-Wallis para la determinación de diferencias significativas de las categorías argumentativas en los dos profesorados

Variables	P. Biología	P. Matemática	Estadísticos	
	F. (n=325) <i>M (DT)</i>	F. (n=583) <i>M (DT)</i>	χ^2	p
ALEA11	1.91 (1.47)	1.77 (1.58)	3.43	0.060
ALEA21	2.03 (1.42)	1.71 (1.62)	15.21	0.001*
ALEA12	1.93 (1.65)	1.98 (1.40)	1.57	0.210
ALEA22	0.58 (1.03)	0.85 (1.19)	15.90	0.001*
ALEA13	4.50 (2.65)	4.12 (2.27)	4.93	0.026*
ALEA23	1.21 (1.86)	0.19 (0.45)	112.72	0.001*
ALEA14	0.06 (0.38)	0.08 (0.41)	0.37	0.541
ALEA24	0.12 (0.36)	0.19 (0.52)	3.41	0.065

Tabla 45 Medidas descriptivas de las categorías de la aleatoriedad en cada contexto y resultados del Test de Kruskal-Wallis

Variables (escala de 1-12)	P. Biología F.	P. Matemática F.	Estadísticos	
	(n=325) <i>M (DT)</i>	(n=583) <i>M (DT)</i>	$\chi^2(1)$	P
ALEA11J	0.42 (0.62)	0.26 (0.54)	20.03	0.001*
ALEA11C	0.81 (0.86)	0.67 (0.81)	6.08	0.014*
ALEA11F	0.68 (0.74)	0.84 (0.94)	3.07	0.080
ALEA21J	0.13 (0.39)	0.11 (0.38)	1.35	0.246
ALEA21C	0.62 (0.73)	0.66 (0.80)	0.17	0.675
ALEA21F	1.28 (0.97)	0.95 (1.07)	32.05	0.001*
ALEA12J	0.82 (0.93)	0.89 (0.87)	25.94	0.001*
ALEA12C	0.59 (0.75)	0.57 (0.73)	13.58	0.001*
ALEA12F	0.52 (0.70)	0.53 (0.69)	0.07	0.786
ALEA22J	0.23 (0.55)	0.36 (0.68)	9.86	0.002*
ALEA22C	0.14 (0.39)	0.23 (0.49)	8.11	0.004*
ALEA22F	0.21 (0.47)	0.26 (0.53)	2.45	0.117
ALEA13J	2.00 (1.26)	2.00 (1.15)	0.16	0.682
ALEA13C	1.49 (1.05)	1.11 (1.01)	30.57	0.001*
ALEA13F	1.01 (1.02)	0.85 (0.97)	5.61	0.018*
ALEA23J	0.41 (0.77)	0.19 (0.45)	19.09	0.001*
ALEA23C	0.39 (0.75)	0.48 (0.79)	3.57	0.059
ALEA23F	0.41 (0.72)	0.37 (0.71)	1.13	0.286
ALEA14J	0.02 (0.21)	0.04 (0.24)	1.25	0.263
ALEA14C	0.03 (0.18)	0.03 (0.22)	0.06	0.796
ALEA14F	0.01 (0.09)	0.01 (0.12)	0.01	0.921
ALEA24J	0.01 (0.08)	0.04 (0.22)	9.19	0.002*
ALEA24C	0.05 (0.23)	0.11 (0.38)	6.52	0.011*
ALEA24F	0.06 (0.24)	0.03 (0.18)	3.67	0.055

Tabla 46 Estadísticos descriptivos de las categorías de la probabilidad

CATEGORÍAS	N	MÍNIMO	MÁXIMO	MEDIA	DESV. TIP.
PRO 5_B	325	0	8	3,25	1,721
PRO 5_M	583	0	9	3,21	1,614
PRO 6_B	325	0	7	2,05	1,554
PRO 6_M	583	0	9	2,41	1,763
PRO 7_B	325	0	6	1,99	1,227
PRO 7_M	583	0	7	2,00	1,220
PRO 8_B	325	0	11	3,84	2,294
PRO 8_M	583	0	11	3,52	2,187
PRO 9_B	325	0	11	0,30	0,985
PRO 9_M	583	0	8	0,40	0,952

Tabla 47 Tests de Kruskal-Wallis para las categorías argumentaciones de la estimación de la probabilidad en cada contexto entre PBF y PMF

Categoría	Estadístico	
	χ^2	Valor p
COJ	3,399	0,065
COC	0,181	0,671
COF	6,591	0,010*
LAJ	16,126	0,000*
LAC	2,146	0,143
LAF	0,001	0,972
FRJ	1,033	0,309
FRC	0,636	0,425
FRF	0,018	0,893
EQJ	25,627	0,000*
EQC	1,711	0,191
EQF	2,218	0,136
EXJ	3,831	0,050*
EXC	2,205	0,138
EXF	3,609	0,057

Tabla 48 Tests de Mann-Witney para la determinación de diferencias significativas en la aplicación de las categorías argumentativas de la probabilidad por nivel propedeúutico

CURSO	CATEGORÍA	ESTADÍSTICO	VALOR P
Primer año	Contingencia	-1,442	0,142
	Laplaciana	-1,147	0,251
	Frecuencial	-0,234	0,815
	Equiprobabilidad	-0,936	0,349
	Experiencial	-1,161	0,246
Segundo año	Contingencia	-0,395	0,693
	Laplaciana	-2,353	0,019*
	Frecuencial	-1,195	0,232
	Equiprobabilidad	-0,132	0,895
	Experiencial	-0,548	0,584
Tercer año	Contingencia	-0,534	0,593
	Laplaciana	-2,481	0,013*
	Frecuencial	-2,405	0,016*
	Equiprobabilidad	-2,333	0,020*
	Experiencial	-1,275	0,202
Cuarto año	Contingencia	-0,215	0,830
	Laplaciana	-2,667	0,008*
	Frecuencial	-1,434	0,152
	Equiprobabilidad	-3,501	0,000*
	Experiencial	-3,096	0,002*