



ugr

Universidad  
de Granada

Dpto. de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial  
Programa Oficial de Doctorado en Tecnologías de la Información y la Comunicación

# Aplicación de técnicas evolutivas avanzadas al registrado de imágenes de rango

MEMORIA QUE PRESENTA

José María García Torres

PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR

DIRECTORES

Sergio Damas Arroyo

José Santamaría López

Noviembre de 2013

Editor: Editorial de la Universidad de Granada  
Autor: José María García Torres  
D.L.: GR 872-2014  
ISBN: 978-84-9028-906-8

Editor: Editorial de la Universidad de Granada  
Autor:  
D.L.: En trámite  
ISBN: En trámite

La memoria titulada «*Aplicación de técnicas evolutivas avanzadas al registrado de imágenes de rango*», que presenta D. José María García Torres para optar al grado de doctor ha sido realizada en el «*Programa Oficial de Doctorado en Tecnologías de la Información y la Comunicación*» dentro de la línea de investigación Soft Computing del Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial de la Universidad de Granada bajo la dirección de los Doctores D. Sergio Damas Arroyo y D. José Santamaría López. Garantizamos, al firmar esta tesis doctoral, que en la realización del trabajo se han respetado los derechos de otros autores a ser citados cuando se han utilizado sus resultados o publicaciones.

Granada, Noviembre de 2013

El Doctorando

Los Directores

Fdo: José María García Torres

Fdo: Sergio Damas Arroyo y José Santamaría López

---

# Índice general

<b>Planteamiento</b>	<b>13</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>19</b>
1.1. Introducción . . . . .	19
1.2. Procesamiento de imágenes . . . . .	19
1.3. Registrado de imágenes . . . . .	25
1.3.1. Definición matemática de RI . . . . .	28
1.3.2. Clasificación de RI en base a la intervención del usuario . . . . .	30
1.3.3. Clasificación de RI en base a los componentes del sistema de RI	32
1.3.3.1. Imagen . . . . .	33
1.3.3.2. Transformación de registrado . . . . .	38
1.3.3.3. Métrica de similitud . . . . .	42
1.3.3.4. Estrategia de búsqueda . . . . .	43
<b>2. Metaheurísticas y registrado de imágenes de rango</b>	<b>47</b>
2.1. Introducción . . . . .	47
2.2. Metaheurísticas . . . . .	47
2.3. Registrado de Imágenes de Rango . . . . .	53
2.4. Métodos Evolutivos de registrado . . . . .	56
2.4.1. Computación evolutiva . . . . .	56
2.4.2. Primeros métodos evolutivos de RI . . . . .	57
2.4.3. Estado del arte . . . . .	59
2.4.3.1. Propuesta basada en AGS de He y Narayana . . . . .	59
2.4.3.2. Propuesta basada en AGs de Chow y otros . . . . .	61

2.4.3.3.	Propuesta basada en PSO de Wachowiak y otros . . .	62
2.4.3.4.	Propuesta basada en AG de Silva y otros . . . . .	62
2.4.3.5.	Propuesta basada en AG de Lomonosov y otros . . .	64
2.4.3.6.	Propuesta basada en CHC de Cordón y otros . . . .	65
2.4.3.7.	Propuesta basada en ED de De Falco y otros . . . .	65
2.4.3.8.	Propuesta basada en BD de Cordón y otros . . . . .	66
<b>3.</b>	<b>Sinergia entre búsqueda global y local en los algoritmos de registro de imágenes</b>	<b>68</b>
3.1.	Introducción . . . . .	68
3.2.	Hibridación secuencial . . . . .	69
3.3.	Algoritmos meméticos . . . . .	71
3.3.1.	Estrategia de Búsqueda Global . . . . .	71
3.3.1.1.	CHC . . . . .	71
3.3.1.2.	Evolución Diferencial . . . . .	73
3.3.1.3.	Búsqueda Dispersa . . . . .	74
3.3.2.	Estrategia de Búsqueda Local . . . . .	76
3.3.2.1.	Método de Powell . . . . .	77
3.3.2.2.	Método de Solis y Wets . . . . .	77
3.3.2.3.	Método basado en el cruce . . . . .	77
3.3.3.	Integración . . . . .	78
3.4.	Experimentación y análisis de resultados . . . . .	79
3.4.1.	Imágenes de Rango . . . . .	81
3.4.2.	Diseño experimental . . . . .	82
3.4.3.	Configuración de parámetros. . . . .	84
3.4.4.	Análisis de resultados . . . . .	85
3.4.4.1.	Métodos HS . . . . .	86
3.4.4.2.	Métodos AMs . . . . .	89
3.4.4.3.	Comparación entre HS y AM . . . . .	93
3.4.5.	Análisis visual de los modelos 3D reconstruidos . . . . .	94
3.5.	Apéndice . . . . .	97

---

<b>4. Un enfoque de registrado evolutivo adaptativo</b>	<b>108</b>
4.1. Introducción . . . . .	108
4.2. Registrado de imágenes evolutivo y adaptativo . . . . .	109
4.2.1. Estructura del algoritmo . . . . .	109
4.2.2. Búsqueda de soluciones de registrado . . . . .	111
4.2.3. Búsqueda de los parámetros de control . . . . .	115
4.3. Experimentación y análisis de resultados . . . . .	118
4.3.1. Imágenes de Rango y problemas de RIR . . . . .	118
4.3.2. Configuración de parámetros . . . . .	119
4.3.3. Análisis de resultados . . . . .	121
<b>5. Comparativa con nuevas estrategias de optimización emergentes</b>	<b>129</b>
5.1. Introducción . . . . .	129
5.2. Algoritmos emergentes basados en poblaciones . . . . .	130
5.2.1. Colonia Artificial de Abejas . . . . .	130
5.2.2. Optimización Basada en Biogeografía . . . . .	133
5.2.3. Búsqueda de la armonía . . . . .	135
5.3. Experimentación y análisis de resultados . . . . .	139
5.3.1. Imágenes de Rango y escenarios de problema . . . . .	139
5.3.2. Configuración de parámetros . . . . .	142
5.3.3. Análisis de resultados . . . . .	143
<b>6. Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>153</b>
6.1. Introducción . . . . .	153
6.2. Conclusiones generales . . . . .	153
6.3. Publicaciones . . . . .	158
6.4. Trabajos Futuros . . . . .	159
<b>Bibliografía</b>	<b>161</b>

---

# Índice de figuras

1.1. A la izquierda, cámara digital Panasonic Lumix DMC-GH3. A la derecha, imagen 2D tomada con dicha cámara usando un objetivo Lumix G X 35-100 mm f2.8 . . . . .	21
1.2. De izquierda a derecha y de arriba abajo: Escáner (láser) 3D Konika-Minolta Vivid 910. A continuación, imagen que muestra el escaneado 3D de un objeto e imágenes de rango correspondientes al escaneado de la parte superior del objeto. En la siguiente fila, render 3D completo del objeto escaneado y una instantánea (fotografía) de la escena tomada por una cámara CCD. Las imágenes pertenecen al Proyecto Michelangelo, de la Universidad de Stanford . . . . .	22
1.3. Imagen volumétrica (3D). A la izquierda, combinación de vista sagital, axial y coronal de imágenes de resonancia magnética (MRI). A la derecha, superficie 3D que delimita la información contenida en la imagen volumétrica de la izquierda . . . . .	23
1.4. Imagen de ultrasonidos (US) en cuatro dimensiones (3D+T) mostrando la monitorización del ritmo cardíaco . . . . .	24
1.5. Ejemplo de RI en fotogrametría: de izquierda a derecha, dos imágenes de satélite y la imagen resultante tras el proceso de registrado . . . . .	26
1.6. Detección automático de marcas (esquinas) en la imagen. Con líneas verdes se unen las primitivas que cuentan con su homólogo en la otra imagen. . . . .	28

1.7. De izquierda a derecha y de arriba abajo: fijación de un marco este- reostático sobre el cráneo del paciente y localización del mismo sobre la plataforma del escáner. En la siguiente fila, dos imágenes CT (to- mografía computerizada) y MRI (resonancia magnética) en las que se muestran las marcas dejadas por dicho marco . . . . .	29
1.8. Esquema general de un método de RI . . . . .	31
1.9. Detector robusto de características para imágenes 2D con y sin ruido	35
1.10. Características diferenciales de superficies [178] . . . . .	38
1.11. De arriba abajo: vistas parciales del objeto obtenidas a 0, 45 y 90 grados. A la derecha de cada una se visualizan las líneas de cresta extraídas . . . . .	39
1.12. Transformaciones (de izquierda a derecha): objeto original; transfor- mación rígida; similitud uniforme; similitud no uniforme y cizalla . .	41
1.13. Transformación de perspectiva de diversos objetos . . . . .	41
1.14. Solución al problema de RI desde el enfoque de la búsqueda de las correspondencias . . . . .	44
1.15. Solución al problema de RI desde el enfoque de la búsqueda de los parámetros de la transformación de registrado . . . . .	46
2.1. Evolución de la aplicación de las metaheurísticas al RI en los últimos años. La información mostrada se ha obtenido de SCOPUS a partir de la ecuación de búsqueda «( <i>evolut* OR random* OR stochastic* OR *heuristic* OR annealing OR genetic OR swarm OR tabu</i> ) AND <i>image AND (registration OR alignment)</i> ». Fecha de la consulta: Abril del 2013 . . . . .	53
2.2. De izquierda a derecha. La primera fila corresponde a dos imágenes de rango del busto de Cleopatra tomadas por un escáner de rango desde dos puntos de vista diferentes. La segunda fila, muestra la ali- neación lograda y la foto del busto tomada con una cámara digital convencional CCD . . . . .	54
2.3. Producción científica (izquierda) y referenciación (derecha) en RI Evo- lutivo. Fecha de la Consulta: Abril del 2013 . . . . .	57

3.1. RIR en dos etapas . . . . .	69
3.2. Diagrama de Control de BD . . . . .	75
3.3. Proceso de identificación forense, que comprende la obtención del modelo 3D, la supraproyección fotográfica y, finalmente, la decisión del forense . . . . .	80
3.4. Proceso completo de RIR: desde la captura de imágenes hasta la obtención del modelo 3D. . . . .	81
3.5. De izquierda a derecha. La primera fila corresponde a las imágenes $I_{315^\circ}^1$ e $I_{0^\circ}^1$ de $Skull_1$ . La segunda fila a $I_{0^\circ}^2$ e $I_{45^\circ}^2$ de $Skull_2$ . En todas ellas se muestra sobreimpresa en la superficie 3D las líneas de cresta extraídas con las que opera el método de RIR. . . . .	83
3.6. AE básico vs. HS: mejores resultados medios de ECMed (MedSE en el gráfico) . . . . .	87
3.7. AE básico vs. AM: mejores resultados medios de ECMed (MedSE en el gráfico) . . . . .	91
3.8. De izquierda a derecha: en la primera fila, el mejor modelo reconstruido y el modelo óptimo de $Skull_1$ . Lo mismo para la segunda fila en el caso de $Skull_2$ . . . . .	95
3.9. AE básico y HS con los mejores resultados medios de ECMed . . . . .	97
3.10. AE básico y basado en AM con los mejores resultados medios de ECMed	107
4.1. Esquema de optimización de StEvO. . . . .	111
4.2. Pseudo-Código del algoritmo StEvO. . . . .	112
4.3. Pseudo-Código del esquema SaBS. . . . .	114
4.4. Pseudo-Código del algoritmo de ajuste de parámetros de control del método StEvO. . . . .	116
4.5. Conjunto de imágenes de rango disponibles en SAMPL. De izquierda a derecha y de arriba hacia abajo: “Frog”, “Bird”, “Tele”, “Lobster”, “Angel” y “Buddha”. . . . .	119
4.6. Gráfico que compara el rendimiento (en base a los valores medios en Tabla 4.1) de los algoritmos probados en el escenario de RIR de $20^\circ$ de solapamiento . . . . .	121

4.7. Gráfico que compara el rendimiento (en base a los valores medios en Tabla 4.2) de los algoritmos probados en el escenario de RIR de 40° de solapamiento. . . . .	124
4.8. Mejor prealineación RIR (de acuerdo al valor mínimo en Tabla 4.1) obtenida por StEvO en las imágenes “Bird” y “Tele”. Escenario de problema de RIR con 20° de solapamiento. . . . .	124
4.9. Mejores resultados RIR de prealineación de StEvO en las imágenes “Angel”, “Frog”, “Buddha” y “Lobster”. Escenario de problema de RIR con 40° de solapamiento. . . . .	125
4.10. Gráfico de cajas obtenido de los dos mejores métodos de prealineación RIR en el escenario RIR más complejo: 40° de solapamiento. . . . .	126
4.11. Mejores resultados de StEvO en la imagen “Frog”. Escenario del problema RIR con 40° de solapamiento. La primera fila representa el resultado de la fase de prealineación y la segunda muestra el resultado RIR refinado aplicando el algoritmo I-ICP. . . . .	127
5.1. Pseudo-Código del algoritmo ABC. . . . .	131
5.2. Modelo lineal de migración [142, 164] . . . . .	134
5.3. Pseudo-Código del algoritmo BBO. . . . .	136
5.4. Pseudo-Código del algoritmo HS. . . . .	137
5.5. Conjunto de imágenes de rango disponibles en SAMPL. De izquierda a derecha y de arriba hacia abajo: “Frog”, “Bird”, “Tele”, “Lobster”, “Angel” y “Buddha”. . . . .	140
5.6. Imágenes adquiridas usando escáner Konica-Minolta <sup>®</sup> VI-910. De izquierda a derecha: Imágenes “Craneo” y “Dentadura”. . . . .	141
5.7. Gráficos de barras comparando la precisión de los algoritmos. . . . .	148
5.8. Gráficos de barras comparando la robustez de los algoritmos. La robustez viene expresada en el eje de abscisa. Tanto menor sea el valor, mayor la robustez del método. . . . .	149
5.9. De izquierda a derecha: algunos de los resultados de RIR más precisos (en base a valores mínimos de las Tablas 5.3 a 5.5) obtenidos por: ABC, Santamaria09 y StEvO abordando los cuatro escenarios de problema de RIR con 20°, 40°, 45° y 60°. . . . .	151

---

# Índice de tablas

2.1. Métodos de RI del estado del arte basados en metaheurísticas y CE. Las columnas E.B. y E. Opt. hacen referencia a Estrategia de Búsqueda y Estrategia de Optimización, respectivamente. . . . .	60
3.1. Tamaño (número de puntos 3D) de las imágenes de rango originales y las resultantes despues de aplicar el proceso de extracción de características . . . . .	82
3.2. Resultados (media global de ECMed y, entre paréntesis, valores de desviación típica) para los tres AEs básicos y sus variantes HS . . . .	87
3.3. Significancia estadística (considerando un 5 % de grado de significancia) comparando los resultados de los métodos de RIR AEs básicos y HS . . . . .	88
3.4. Significancia estadística (considerando un 5 % y un 10 % de grado de significancia) para los mejores métodos de RIR basados en el enfoque HS . . . . .	88
3.5. Resultados estadísticos (valores medios y desviación estandard de EC-Med, $\hat{\mu}$ y $\hat{\sigma}$ , respectivamente) obtenidos con los métodos RIR basados en el enfoque de AM para las familias con CHC, DE y SS . . . . .	90
3.6. Significancia estadística (5 % de grado de significancia) para los mejores métodos de RIR AM . . . . .	91
3.7. Significancia estadística (5 % y 10 % de grado de significancia) para los mejores métodos RIR HS y AM . . . . .	94

---

3.8. Resultados estadísticos (mínimo, media y desviación estándar) de las 30 ejecuciones de cada instancia del problema RIR ( $P_1$ a $P_8$ ) para el AE básico CHC y sus versiones basadas en hibridación secuencial . . .	98
3.9. Resultados estadísticos (mínimo, media y desviación estándar) de las 30 ejecuciones de cada instancia del problema RIR ( $P_1$ a $P_8$ ) para el AE básico ED y sus versiones basadas en hibridación secuencial . . .	99
3.10. Resultados estadísticos (mínimo, media y desviación estándar) de las 30 ejecuciones de cada instancia del problema RIR ( $P_1$ a $P_8$ ) para el AE básico SS y sus versiones basadas en hibridación secuencial . . .	100
3.11. Resultados estadísticos (mínimo, media y desviación estándar) de las 30 ejecuciones de cada instancia del problema RIR ( $P_1$ a $P_8$ ) para el método RIR basado en CHC y el algoritmo memético basado en CHC con aplicación probabilística de BL . . . . .	101
3.12. Resultados estadísticos (mínimo, media y desviación estándar) de las 30 ejecuciones de cada instancia del problema RIR ( $P_1$ a $P_8$ ) para el método RIR basado en CHC y el algoritmo memético basado en CHC con aplicación determinística de BL . . . . .	102
3.13. Resultados estadísticos (mínimo, media y desviación estándar) de las 30 ejecuciones de cada instancia del problema RIR ( $P_1$ a $P_8$ ) para el método RIR basado en ED y el algoritmo memético basado en ED con aplicación probabilística de BL . . . . .	103
3.14. Resultados estadísticos (mínimo, media y desviación estándar) de las 30 ejecuciones de cada instancia del problema RIR ( $P_1$ a $P_8$ ) para el método RIR basado en ED y el algoritmo memético basado en ED con aplicación determinística de BL . . . . .	104
3.15. Resultados estadísticos (mínimo, media y desviación estándar) de las 30 ejecuciones de cada instancia del problema RIR ( $P_1$ a $P_8$ ) para el método RIR basado en SS y el algoritmo memético basado en SS con aplicación probabilística de BL . . . . .	105

3.16. Resultados estadísticos (mínimo, media y desviación estándar) de las 30 ejecuciones de cada instancia del problema RIR ( $P_1$ a $P_8$ ) para el método RIR basado en SS y el algoritmo memético basado en SS con aplicación determinística de BL . . . . .	106
4.1. Resultados estadísticos de prealineación en el escenario de RIR con $20^\circ$ de solapamiento. Cada columna corresponde, de izquierda a derecha, a: imagen de SAMPL, algoritmo y valores mínimo, máximo, media y desviación típica de la función objetivo ( $F$ ) tras treinta ejecuciones. La unidad de medida es en $mm^2$ . En <b>negrita</b> se muestran los valores más bajos (mejor calidad de RIR) para el mínimo, media y desviación típica. . . . .	122
4.2. Resultados estadísticos de prealineación en el escenario de RIR con $40^\circ$ de solapamiento. Cada columna corresponde, de izquierda a derecha, a: imagen de SAMPL, algoritmo y valores mínimo, máximo, media y desviación típica de la función objetivo ( $F$ ) tras treinta ejecuciones. La unidad de medida es en $mm^2$ . En <b>negrita</b> se muestran los valores más bajos (mejor calidad de RIR) para el mínimo, media y desviación típica. . . . .	123
5.1. Tamaño original de la imágenes de rango consideradas (en puntos). . . . .	141
5.2. Parámetros de control de los algoritmos ABC, BBO y HS. . . . .	142
5.3. Resultados de RIR para el escenario con $20^\circ$ . . . . .	144
5.4. Resultados de RIR para el escenario con $40^\circ$ . . . . .	145
5.5. Resultados de RIR para los escenarios con $45^\circ$ (“Craneo”) y $60^\circ$ (“Dentadura”). . . . .	146
5.6. U-test Mann-Whitney (10% de nivel de significancia) comparando todos los métodos de RIR evolutivo en las doce instancias de problema. . . . .	152

---

# Planteamiento

## A. Introducción

La visión es la parte del sistema nervioso con la misión de procesar la información proveniente del *espectro electromagnético*, concretamente dentro del rango de la luz visible. La necesidad de ampliar nuestra limitada capacidad visual ha llevado a la comunidad científica a investigar en la construcción de complejos *sistemas de adquisición de imágenes* que operen en diferentes regiones del espectro para trasladar dicha información procesada a nuestro sistema de visión. El *procesamiento de imágenes* es la disciplina del campo de la *visión por ordenador* encargada del tratamiento y análisis de las imágenes haciendo uso de computadoras [53, 70].

El *Registrado de Imágenes* destaca desde hace varias décadas como uno de los problemas de mayor calado entre la comunidad científica del campo de la visión por computador [15, 116, 117, 202]. Grosso modo, la tarea de registrado consiste en lograr la superposición o alineamiento de dos imágenes, haciéndolas corresponder de la mejor forma posible por sus partes iguales o similares. En este sentido, y dependiendo de la naturaleza de las imágenes consideradas (imágenes 2D ó 3D), el registrado puede dar como resultado la inclusión total o parcial de una imagen en la otra, o bien la composición de las imágenes en una imagen de mayor orden a modo de puzzle. Esto último es lo que en algunos ámbitos no familiarizados con el registrado se conoce como «*cosido de imágenes*». De entre las aplicaciones más destacadas en las que el registrado interviene, se encuentran las relacionadas con áreas tales como la medicina, la teledetección, la robótica o la antropología [71].

Existe un tipo especial de dispositivos, conocidos como escáneres de rango que son capaces de adquirir imágenes 3D (conocidas como imágenes de rango) de la superficie

del objeto de estudio. Cada imagen de rango se adquiere desde un punto de vista determinado y modela parcialmente la superficie del objeto escaneado. Es preciso por tanto considerar una técnica de reconstrucción que lleve a cabo la integración precisa de las imágenes para obtener un modelo completo y fiable de la superficie del objeto físico. Nos enfrentamos entonces al modelado 3D de la superficie del objeto que se basa en la aplicación de técnicas de registrado para alcanzar la integración precisa de imágenes de rango, proceso conocido como registrado de imágenes de rango [67, 145, 150]

Para registrar las imágenes correctamente es preciso determinar la transformación geométrica que, al ser aplicada sobre una de ellas, logra la mejor superposición de las mismas. Cuando el modelo asociado a dicha transformación es complejo y/o no se puede asegurar un conjunto adecuado de correspondencias entre imágenes, el uso de métodos no lineales de resolución inmersos en un proceso iterativo de búsqueda u *optimización* se convierte en la estrategia adecuada para solucionar el problema de registrado de imágenes. Dicha estrategia de búsqueda se considera uno de los componentes cruciales dentro del sistema de registrado, el cual además estará constituido por una *métrica* o *función objetivo* y la *transformación* de registrado a optimizar. Independientemente del diseño particular considerado para un método de registrado dado, la solución proporcionada por éste será aquella transformación que relacione y superponga, bajo un mismo sistema de referencia, las imágenes consideradas.

Por un lado, los algoritmos *exactos* garantizan encontrar la mejor solución de entre todas las posibles para un problema de optimización llevando a cabo una búsqueda exhaustiva. Sin embargo, para problemas  $\mathcal{NP}$ -duros, con una gran amplitud del espacio de búsqueda como es el caso del registrado, encontrar la mejor solución explorando todo el espacio de posibles soluciones sería una tarea impracticable en tiempo y recursos, muy por encima de lo admisible en la inmensa mayoría de aplicaciones prácticas. Es aquí donde entran en juego los métodos aproximados basados en metaheurísticas [14, 101], en los que se sacrifica la garantía de encontrar la solución óptima a cambio de obtener soluciones de calidad aceptable (próximas al óptimo o incluso el propio óptimo) en un intervalo de tiempo mucho más reducido. El objetivo de este tipo de algoritmos heurísticos es encontrar (en un tiempo razonable) una solución con una cierta representación, tal como una cadena de bits o una permutación,

que minimice/maximice cierta *función objetivo*. El conjunto de posibles estados que pueden ser evaluados por dicha función se conoce como *espacio de búsqueda*. Una forma de simplificar el complejo problema de explorar todo el espacio de búsqueda es centrarse únicamente en una región del mismo y hallar la solución localmente óptima en el espacio restringido estudiado. Esta es la filosofía de los métodos de búsqueda local, que presuponen una buena inicialización que facilite empezar la búsqueda en la región donde se halla el óptimo global del problema estudiado. Dicha asunción no es posible en muchos problemas reales. En tales situaciones, lo más adecuado es considerar métodos de búsqueda global, caracterizada por explorar todo el espacio de búsqueda. La integración apropiada de la exploración de todo el espacio de búsqueda junto con la intensificación de la misma en regiones prometedoras del mismo da lugar a enfoques híbridos cuyo máximo representantes son los algoritmos meméticos [130].

Las clasificaciones que se pueden hacer de las metaheurísticas son variadas y atienden a diversos criterios. La cardinalidad del conjunto de soluciones que intervienen en el proceso de búsqueda es uno de ellos, a partir del que se pueden realizar dos clasificaciones de estos métodos: las basadas en trayectorias (que considera una única solución en el espacio de búsqueda) y las centradas en poblaciones (que trabajan simultáneamente con más de una solución). La *computación evolutiva* [7] se centra en proponer estrategias de esta segunda categoría. Entre ellas destacan los *algoritmos genéticos* [125] por su amplia difusión. Los métodos que modelan los enjambres de la naturaleza son otro caso exponente de la categoría poblacional. Entre ellos destacan los algoritmos inspirados en el comportamiento de las colonias de hormigas [43] y, más recientemente, de abejas [88]

Por otro lado, como veremos en capítulos posteriores, este tipo de estrategias de resolución se han aplicado al campo del registrado de imágenes con diferente grado de satisfacción, quedando en algunos casos ciertos aspectos de especial relevancia sin abordar. Por todo lo anterior, en esta memoria nos planteamos avanzar en el desarrollo de nuevos métodos de registrado de imágenes empleando las metaheurísticas como enfoque de optimización con el propósito de ofrecer posibles alternativas a los aspectos hasta hoy no abordados.

## B. Objetivos

La principal limitación de los métodos clásicos de registrado de imágenes es su bajo rendimiento tratando instancias complejas, siendo necesaria en numerosas ocasiones la asistencia e intervención manual del usuario para desbloquear al método al quedar atrapado en óptimos locales. Como ya refleja la literatura [35, 151], queda demostrada la viabilidad de uso de los modelos evolutivos como una alternativa más eficaz y robusta a los métodos tradicionales de registrado de imágenes, proporcionando soluciones automáticas o semi-automáticas de alta calidad en un tiempo de ejecución reducido. No obstante, son varios los aspectos no abordados a inicios de la presente investigación, y que desglosamos a continuación como objetivos marcados en la misma:

- Realizar una revisión del estado del arte de los métodos de registrado basados en metaheurísticas existentes en la literatura especializada, analizando algunos de los problemas que presenta la aplicación de los mismos al problema de RI y que no han sido abordados hasta la fecha. Por ejemplo, la no existencia de un marco común de evaluación de estrategias que permita llevar a cabo un análisis pormenorizado de las ventajas, mejoras e inconvenientes que proporcionan los algoritmos comparados.
- Profundizar en el estudio del rendimiento de los algoritmos meméticos abordando el problema de registrado. Debido a los prometedores resultados obtenidos en otros trabajos previos con este tipo de técnicas [30], abordamos dos enfoques diferentes de integrar búsqueda local y búsqueda global, así como la propuesta de posibles nuevos y mejores métodos de registrado.
- Abordar el estudio y posible propuesta de técnicas evolutivas de RI con capacidades de adaptación de los parámetros de control de forma dinámica. Uno de los principales inconvenientes de los algoritmos evolutivos es la necesidad de un ajuste adecuado de los parámetros de control de cara a conseguir un buen rendimiento. Determinar apropiadamente estos parámetros es una tarea que lleva tiempo y que normalmente se lleva a cabo bajo un mecanismo de ensayo y error por parte del usuario. El ajuste automático de los parámetros

de control constituye un importante reto en el campo de las metaheurísticas, aún no tratado en el problema de registrado.

- Ampliar el estudio de los métodos propuestos para el problema de registrado incluyendo diseños de caracter emergente en el campo de las metaheurísticas. En concreto, los tres siguientes novedosos métodos: Colonia Artificial de Abejas (ABC), Optimización Basada en Biogeografía (BBO) y Búsqueda de la Armonía (HS).
- Por último, extraer una serie de conclusiones acerca de los resultados alcanzados en la aplicación de las nuevas técnicas de registrado desarrolladas. A partir de los mismos, se propondrán una serie de líneas futuras a desarrollar.

## C. Estructura

Para alcanzar los objetivos planteados en esta investigación, la presente memoria está organizada en los siguientes capítulos:

En el Capítulo 1 introducimos las bases teóricas del problema de registrado de imágenes y los elementos que constituyen el marco de trabajo de los métodos que tratan de abordar la resolución de este problema. Dichos conceptos facilitarán el mejor entendimiento del problema y el correcto desarrollo del resto de capítulos de esta memoria.

El Capítulo 2 está dedicado a explicar por qué es necesario adoptar una estrategia de resolución aproximada para el problema de registrado presentado en el capítulo anterior, realizando una descripción de las técnicas metaheurísticas que, frente a las técnicas de búsqueda exhaustiva, proporcionan soluciones aceptables en tiempos razonables.

Además, se describe una aplicación concreta del problema de RI aplicado a imágenes de rango, en la cual se basarán el resto de capítulos. Por último, se describen los aspectos más representativos de la computación evolutiva y se hace un análisis del estado del arte de este tipo de métodos abordando el problema de registrado.

En el Capítulo 3 se describen dos enfoques de combinación de búsqueda local y global, denominados híbrido secuencial y memético. Asimismo, se presentan nuevos

diseños meméticos específicos para el problema de registrado y una serie de experimentos orientados a evaluar la eficiencia y la efectividad de los métodos comparados.

En el Capítulo 4 se presenta una propuesta de algoritmo evolutivo con capacidad de adaptación de los parámetros de control de forma dinámica. Asimismo se presentan una serie de experimentos para evaluar dicha propuesta de registrado y se compara con otras técnicas de la literatura.

El Capítulo 5 lleva a cabo un estudio experimental aún más amplio integrando en el mismo tres algoritmos emergentes prometedores. En concreto, se hace un estudio detallado de estos tres algoritmos: Colonia Artificial de Abejas (ABC), Optimización Basada en Biogeografía (BBO) y Búsqueda de la Armonía (HS). El capítulo finaliza con la presentación de una serie de experimentos orientados a evaluar el rendimiento de las propuestas de capítulos previos comparado con los tres algoritmos anteriores.

Por último, el Capítulo 6 resume los resultados más significativos obtenidos en la investigación, finalizando con la presentación de los trabajos futuros planteados.

---

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Introducción

En este capítulo se describe el problema de registrado, proporcionando la definición matemática del mismo por medio de la cual se desglosan y analizan de forma pormenorizada todos los elementos que lo describen. Además, se hace una clasificación del problema según diversos criterios, como son el diseño particular de cada uno de los componentes que lo constituyen o el grado de intervención del usuario que es preciso durante el proceso.

### 1.2. Procesamiento de imágenes

La vista es nuestro sentido más desarrollado y complejo [48], cifrando su importancia en el setenta y cinco por ciento de la información procesada por el cerebro. Por tanto, no es extraño que las imágenes jueguen un papel crucial dentro de la percepción humana. A diferencia del ser humano, cuya visión se encuentra limitada a la conocida como *banda visual* del *espectro electromagnético*, los instrumentos o *sistemas de adquisición* de imágenes cubren casi completamente dicho espectro, desde las ondas gamma a las de radio. De hecho, pueden operar sobre imágenes generadas por fuentes que no pueden ser captadas por nuestro sistema de visión, entre ellas: imágenes de ultrasonidos, de microscopía electrónica, o de resonancia magnética. Por ello, el *procesamiento de imágenes* digitales es una tarea clave en multitud de

aplicaciones de muy diversa índole:

- Telecomunicaciones: teledetección vía satélite.
- Medicina: diagnóstico y tratamiento de enfermedades.
- Robótica: sistemas de navegación.
- Identificación: sistemas de reconocimiento de huellas dactilares, de caras, matrículas de vehículos, etc.
- Tráfico: control viario.
- Control de calidad: inspección y verificación de motores, cristales, soldaduras, circuitos impresos, madera, alimentos, etc.
- Seguridad: vigilancia de edificios, detección de explosivos, etc.

Una imagen digital (2D), puede definirse [70] como una función bidimensional  $I(x, y)$ , donde  $x$  e  $y$  son coordenadas espaciales, mientras que la amplitud de  $I$  en cualquier par de coordenadas  $(x, y)$  se denomina *intensidad* o *nivel de gris* de la imagen en ese punto. Cuando tanto las coordenadas como la amplitud  $I$  son magnitudes discretas y finitas, la imagen se dice *digital*. Es importante destacar que una imagen digital se compone de un número finito de *primitivas elementales*, llamadas *píxeles* o *vóxeles* para imágenes 2D ó 3D respectivamente.

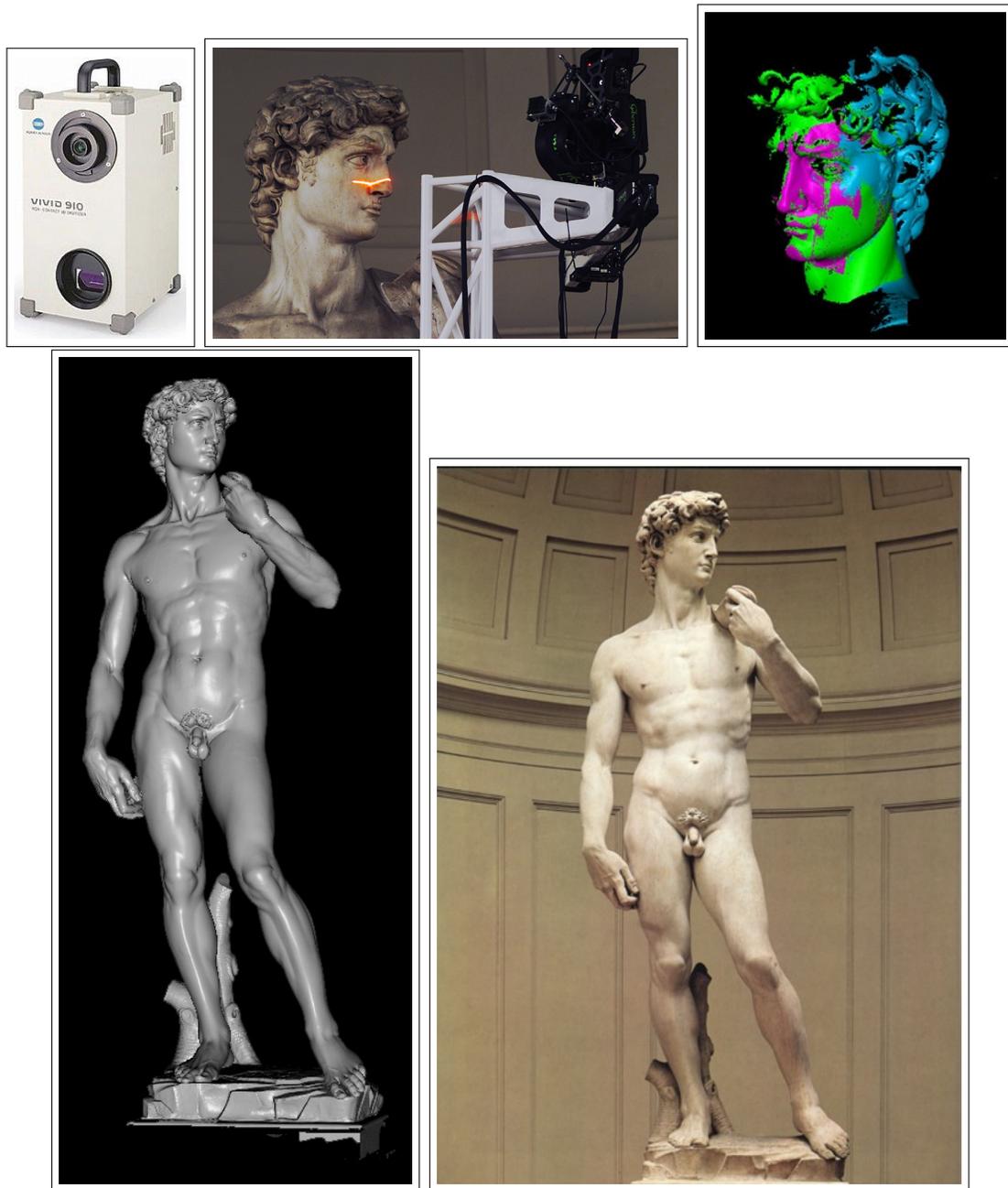
Existen diferentes tipos de imágenes atendiendo a la dimensión del espacio que ocupan:

- Imágenes 2D: son las resultantes de realizar la proyección de la luz irradiada por la escena sobre el plano discreto del dispositivo (malla 2D). Las *cámaras CCD* son los dispositivos de adquisición de este tipo de imágenes, con el *píxel* como primitiva elemental. La Figura 1.1 muestra una cámara CCD y una fotografía tomada con la misma.
- Imágenes 3D: según el tipo de sistema de adquisición empleado podemos encontrar las siguientes variantes:



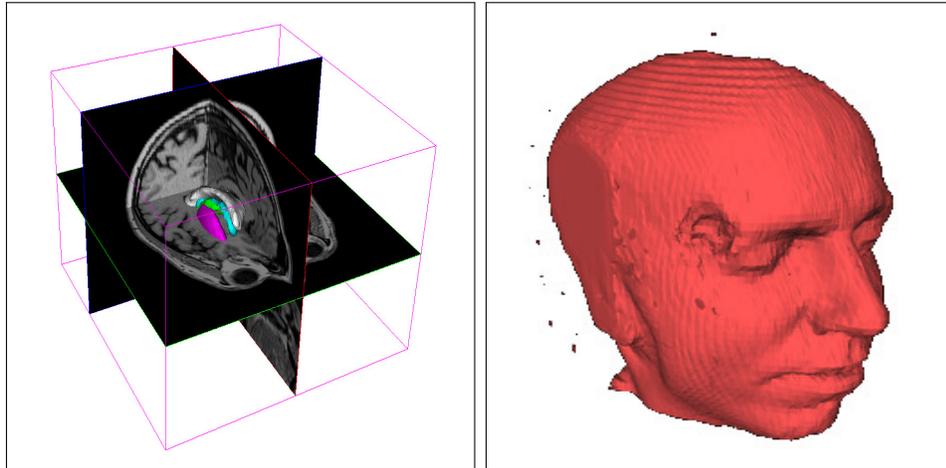
**Figura 1.1:** A la izquierda, cámara digital *Panasonic Lumix DMC-GH3*. A la derecha, imagen 2D tomada con dicha cámara usando un objetivo *Lumix G X 35-100 mm f2.8*

- Imágenes *de rango*, obtenidas mediante un *escáner 3D* o por medio de cámaras CCD (dos como mínimo). Grosso modo, una imagen de rango, también llamada *mapa de rango*, se asemeja a una imagen 2D, con la particularidad de que cada «píxel» almacena un valor de profundidad (distancia del dispositivo a la superficie de la escena escaneada) en lugar de un nivel de intensidad lumínica (Figura 1.2). Además, si el dispositivo lo permite, éste puede recoger información adicional como atributos de color y textura presentes en la superficie de la escena.
- Imágenes *volumétricas*, que generalmente son las obtenidas por ciertos sistemas de adquisición de imagen médica que no se limitan a la superficie 3D del estudio, sino a todo un volumen tridimensional. Existen distintas modalidades de dispositivos, cada uno de los cuales proporciona información de diferente naturaleza que da lugar a imágenes de una modalidad también distinta y cuya combinación resulta de gran ayuda para el experto. Este tipo de sensores captan la escena irradiada en una estructura volumétrica a modo de apilado de una serie de «cortes o rebanadas» (en inglés, *slices*) de imágenes bidimensionales, con el *vóxel* como primitiva elemental (Figura 1.3). Los sistemas de resonancia nuclear son un cla-



**Figura 1.2:** De izquierda a derecha y de arriba abajo: Escáner (láser) 3D Konika-Minolta Vivid 910. A continuación, imagen que muestra el escaneado 3D de un objeto e imágenes de rango correspondientes al escaneado de la parte superior del objeto. En la siguiente fila, render 3D completo del objeto escaneado y una instantánea (fotografía) de la escena tomada por una cámara CCD. Las imágenes pertenecen al Proyecto Michelangelo, de la Universidad de Stanford

ro ejemplo como dispositivo de adquisición de estas imágenes volumétricas, entre ellas: *resonancia magnética* (MRI), *tomografía por computador* (CT), *tomografía axial por computador* (CTA), *tomografía por emisión de positrones* (PET), *tomografía por emisión de fotón único* (SPECT), *angiografía por sustracción digital* (DSA) y *ultrasonidos* (US).



**Figura 1.3:** *Imagen volumétrica (3D). A la izquierda, combinación de vista sagital, axial y coronal de imágenes de resonancia magnética (MRI). A la derecha, superficie 3D que delimita la información contenida en la imagen volumétrica de la izquierda*

- Imágenes 2D+T/3D+T, en las que se añade una tercera/cuarta dimensión referente al instante de tiempo en el que son adquiridas las imágenes. Éstas son ampliamente utilizadas en aplicaciones médicas como por ejemplo en la monitorización del ritmo cardíaco (Figura 1.4).

A pesar de que no existe un acuerdo generalizado entre los autores para delimitar las fronteras entre el procesamiento de imágenes y otras áreas de conocimiento relacionadas, como el análisis de imágenes o la visión por computador, se podrían considerar tres procesamientos diferenciados:

- El *procesamiento de nivel bajo* incluye las operaciones primitivas como el pre-procesamiento para reducir el ruido o aumentar el contraste. En este caso, tanto las entradas como las salidas son imágenes.



**Figura 1.4:** Imagen de ultrasonidos (US) en cuatro dimensiones ( $3D+T$ ) mostrando la monitorización del ritmo cardíaco

- En el *procesamiento de nivel medio* se incluyen tareas como la segmentación (división de una imagen en regiones u objetos); la descripción de dichos objetos con el fin de que sean adecuados para su posterior procesamiento por ordenador; y la clasificación (reconocimiento) de objetos individuales. El procesamiento de medio nivel se caracteriza por el hecho de que sus entradas generalmente son imágenes mientras que sus salidas suelen ser atributos extraídos de dichas imágenes (como fronteras, contornos o la identidad de objetos individuales).
- El *procesamiento de nivel alto* implica «dar sentido» a un conjunto de objetos reconocidos, como en análisis de imágenes y, al final del continuo al que antes hacíamos referencia, desarrollar las funciones cognitivas asociadas habitualmente con la visión.

Según esta clasificación de los problemas relacionados con el procesamiento de imágenes, podríamos ubicar el problema de registrado de imágenes digitales dentro del procesamiento de medio nivel, dado que, según veremos a continuación, como entrada al problema encontramos imágenes que deben ser procesadas con el fin de determinar un atributo, la función de transformación (*mapping*) que las relaciona.

### 1.3. Registrado de imágenes

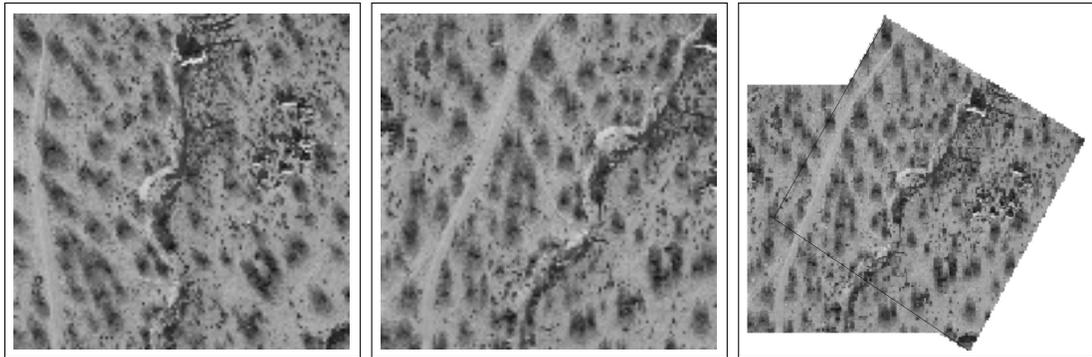
En el campo de la medicina, concretamente en radioterapia, *Calvin R. Maurer* [123] define el registrado de imágenes (RI) como «*la tarea encargada de determinar la correspondencia uno-a-uno entre primitivas en un sistema de coordenadas y primitivas en un sistema de referencia diferente, de tal forma que dichos emparejamientos correspondan a una misma región de la anatomía escaneada*». El RI adquiere la categoría de problema debido a la *inexistencia de la correspondencia verdadera* entre dos imágenes que pertenecen a una misma escena. De forma resumida, la tarea de RI está presente en los siguientes problemas/entornos prácticos:

- Integrar información procedente de diferentes dispositivos.
- Encontrar cambios en imágenes adquiridas en momentos o condiciones diferentes.
- Inferir información tridimensional a partir de imágenes en las que tanto el objeto/sujeto como el dispositivo pueden moverse.
- Identificar objetos empleando enfoques basados en modelos.

En la actualidad, diseñar métodos de RI eficaces, eficientes y completamente automáticos es un tema de investigación de gran interés en campos como la visión y los gráficos por computador, abordando un amplio conjunto de problemas reales. Por ejemplo, en aplicaciones médicas dando apoyo en el diagnóstico de enfermedades y posterior planificación del tratamiento quirúrgico [71], también en la industria (manufacturado de piezas) y en arqueología (reconstrucción digital de restos arqueológicos) [4, 9].

Independientemente de la aplicación particular considerada, el RI tiene como misión fundamental la de *superponer/alinear* imágenes adquiridas en diferentes condiciones: con diferentes mecanismos de captura (sensores, dispositivos, etc.), en diferentes instantes de tiempo, o una combinación de ambos. El factor relevante a tener en cuenta es el hecho de que cada imagen se encuentra en un sistema de referencia diferente, luego su superposición es el resultado de «modificar» el sistema de referencia (posición y orientación de las imágenes) de una de ellas para situarla en el sistema

de coordenadas de la otra. Dicho cambio de coordenadas se realiza mediante lo que se conoce como *transformación de registrado*. La Figura 1.5 muestra un ejemplo de RI para imágenes vía satélite, en el que se puede observar como un RI correcto consigue superponer regiones de ambas imágenes pertenecientes a la misma zona de la escena fotografiada, facilitando, a su vez, una mejor interpretación del contenido de las mismas.



**Figura 1.5:** Ejemplo de RI en fotogrametría: de izquierda a derecha, dos imágenes de satélite y la imagen resultante tras el proceso de registrado

Durante el procesamiento de imágenes médicas el problema de RI puede agravarse aún más bajo la confluencia de factores tales como:

- El sujeto escaneado se mueve (transformación global). De forma inevitable, el paciente cambia de posición a lo largo de sesiones periódicas de escaneado (efectuadas en diferentes intervalos de tiempo). Incluso realizando varios escaneados en un mismo instante, la elevada resolución del dispositivo puede llegar a captar movimientos del sujeto.
- De igual forma, ciertas zonas sufren ligeros desplazamientos (transformación local) y/o deformaciones (transformación elástica), como las orejas, párpados, labios, etc.
- Se emplean distintos dispositivos para escanear una misma zona anatómica (multimodalidad). Como consecuencia, la información contenida en las dife-

rentes imágenes es distinta, con el añadido de que la fusión de las mismas (dos o más imágenes) proporciona información de gran importancia para el experto.

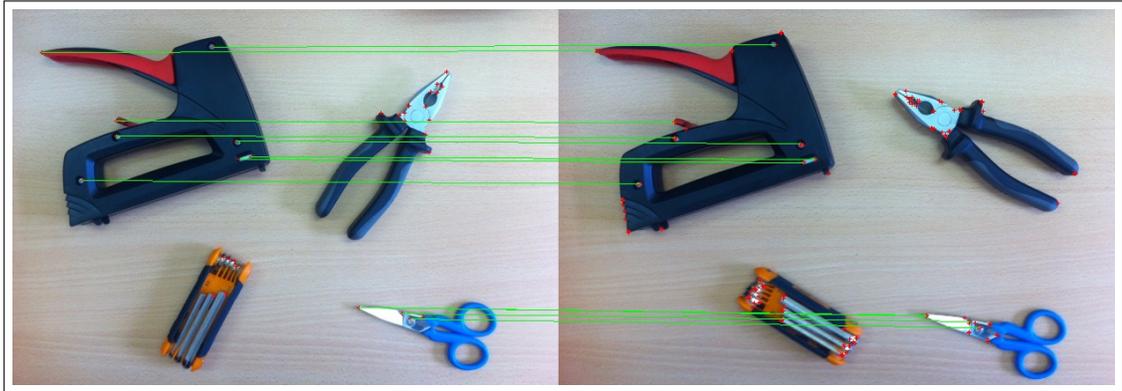
En determinados entornos, el problema de RI puede facilitarse en cierta medida gracias al empleo de *dispositivos de calibración*<sup>1</sup>, también conocidos como *sistemas de posicionamiento*, pudiendo ser de tipo magnético, óptico, mecánico o acústico [17, 42, 100]. Este tipo de sensores proporcionan una transformación próxima a la óptima (debe tenerse en cuenta el error introducido por el propio dispositivo) que hace coincidir de la mejor forma posible ambos sistemas de referencia. Sin embargo, esta forma de operar es poco flexible, debido a que el usuario de estos artefactos debe estar bien formado para hacer un uso correcto de ellos. Además, tienen que seguir un patrón fijo de escaneado (forma de realizar la adquisición de las imágenes) previamente diseñado y asegurarse de que la escena no sufra movimientos incontrolados.

El problema de RI se puede abordar en primera instancia desde una perspectiva de resolución *lineal* haciendo uso de métodos directos, como el planteamiento de sistemas ecuaciones a partir de un conjunto de correspondencias entre primitivas de pares de imágenes. Las Figuras 1.6 y 1.7 muestran dos ejemplos de RI tratados desde esta perspectiva. En el primer ejemplo, las primitivas a emparejar se corresponden con «marcas» obtenidas con algún método de procesamiento de la imagen, en este caso, con un detector de bordes o esquinas. El segundo ejemplo corresponde a un escenario habitual en el procesamiento de imagen médica. Previo anestesiado del paciente, se fija sobre su cráneo un *marco estereostático* (técnica invasiva) provisto de una serie de cánulas estratégicamente localizadas que contienen una sustancia que sirve para dejar una marca impresa en la imagen.

Los métodos directos sólo son válidos cuando el objeto escaneado/fotografiado sufre una transformación de tipo rígido o afín (Sección 1.3.3.2). De esta forma, en aplicaciones reales en las que no se busca un registrado de este tipo, y/o se trata con imágenes con ruido y/o oclusión (lo que impide obtener conjuntos adecuados de primitivas) no es viable hacer uso de este tipo de métodos directos. En este caso, el RI se convierte en un problema de naturaleza *no lineal*, cuya solución debe abordarse

---

<sup>1</sup>El proceso de calibración es la tarea encargada de determinar la geometría interna y las características ópticas del dispositivo de captación (parámetros intrínsecos), así como la orientación y posición 3D del dispositivo con respecto al sistema de coordenadas del mundo (parámetros extrínsecos) en el que está el objeto capturado.



**Figura 1.6:** *Detección automático de marcas (esquinas) en la imagen. Con líneas verdes se unen las primitivas que cuentan con su homólogo en la otra imagen.*

mediante *métodos iterativos de optimización*.

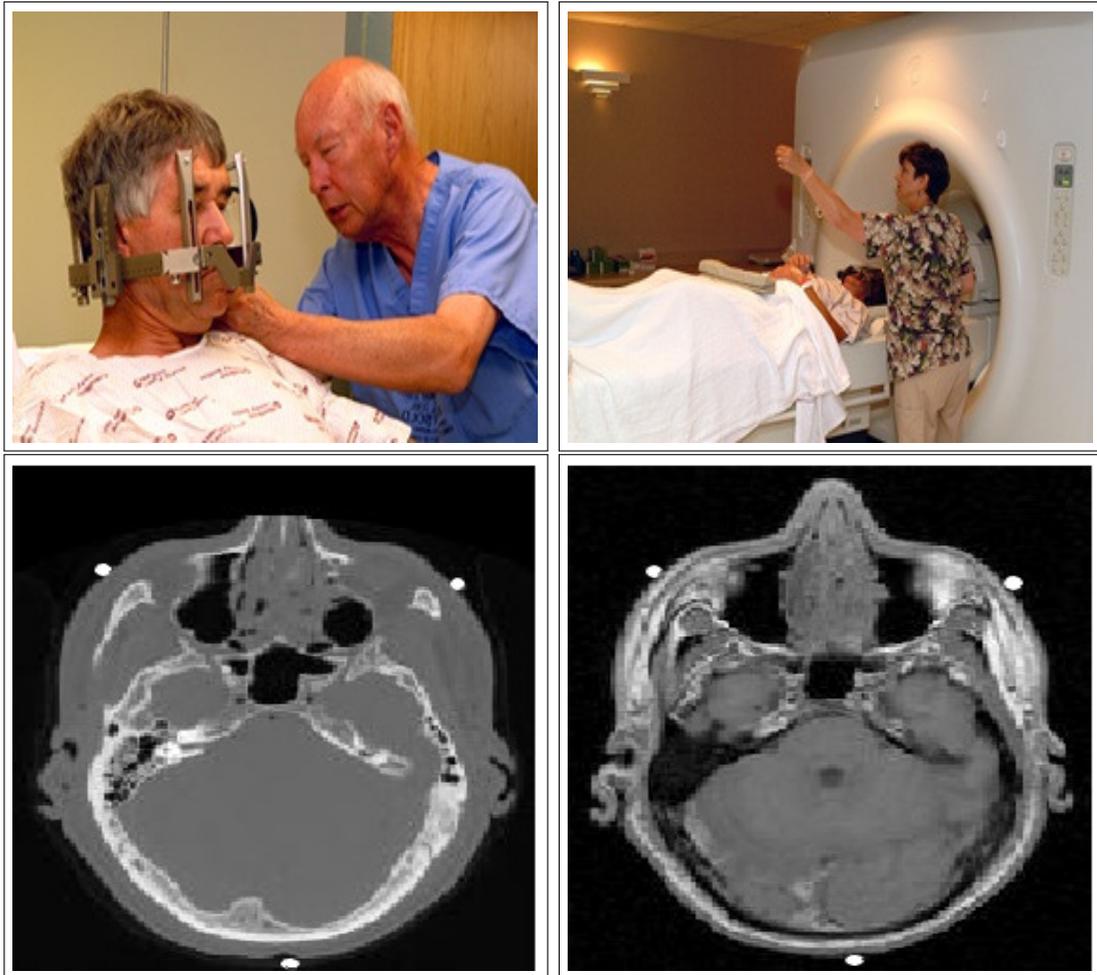
### 1.3.1. Definición matemática de RI

El RI está presente en multitud de aplicaciones de muy diversa naturaleza, lo que hace imposible proporcionar un método de RI universal. Aun así, generalmente se define un marco común de trabajo en el que un sistema de RI se constituye de un conjunto de componentes implicados en un proceso iterativo de optimización:

- Dos *imágenes*, denominadas *escena* (o imagen móvil),  $I_e = \{\vec{p}_1, \vec{p}_2, \dots, \vec{p}_{N_e}\}$ , y *modelo* (o imagen fija),  $I_m = \{\vec{q}_1, \vec{q}_2, \dots, \vec{q}_{N_m}\}$ , donde  $\vec{p}_i$  y  $\vec{q}_j$  son primitivas de la imagen escena y de la imagen modelo, ambas en sus respectivos sistemas de referencia.
- Una *transformación de registrado*,  $f$ , o función paramétrica

$$f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^n \quad (1.1)$$

que relaciona las nuevas coordenadas (coordenadas transformadas) de  $I_e$ ,  $f(I_e)$ , con las de  $I_m$ . La elección del tipo de transformación dependerá de factores



**Figura 1.7:** De izquierda a derecha y de arriba abajo: fijación de un marco estereostático sobre el cráneo del paciente y localización del mismo sobre la plataforma del escáner. En la siguiente fila, dos imágenes CT (tomografía computarizada) y MRI (resonancia magnética) en las que se muestran las marcas dejadas por dicho marco

tales como la naturaleza de los objetos/sujetos escaneados y los sistemas de adquisición empleados [202].

- Una *métrica de similitud*,  $F$ , que mide el grado de solapamiento o correcta integración entre la imagen modelo (estática) y la imagen escena (una vez transformada) mediante la función  $f$  previamente estimada, según:

$$F(I_e, I_m; f) = |f(I_e) - I_m| \quad (1.2)$$

- Una *estrategia de búsqueda* (u optimizador) cuya misión es la de encontrar aquella solución  $f^*$  que optimice  $F$  de acuerdo con la siguiente expresión<sup>2</sup>:

$$f^* = \underset{f}{\arg \text{mín/máx}} F(I_e, I_m; f) \quad t.q. \quad f^*(I_e) = I_m \quad (1.3)$$

Independientemente del diseño particular que se haya realizado para cierto método de RI, la solución o resultado final de éste será una transformación de registrado  $f^*$  cuyos valores de parámetros minimicen (o indistintamente maximicen) la expresión 1.3. La Figura 1.8 describe el esquema general de un método de RI.

### 1.3.2. Clasificación de RI en base a la intervención del usuario

Algunos autores [41] consideran como criterio de clasificación de los métodos de RI la intervención que realiza el usuario, según se trate de sistemas:

- *Interactivos*: el usuario trata de superponer el par de imágenes probando, de forma reiterada, múltiples valores de parámetros de  $f$ . En general, esta es una aproximación considerada en aplicaciones donde la dimensionalidad de  $f$  es reducida (ocho parámetros a lo sumo) y donde el usuario tiene una idea aproximada a priori del resultado que se obtiene después de aplicarse. Además,

<sup>2</sup>En la práctica, en pocas ocasiones se cumple la igualdad  $f^*(I_e) = I_m$ , ya que las imágenes reales consideradas suelen estar corrompidas por ruido y demás afecciones producidas por el error introducido por el sistema de medición del dispositivo, entre otras.

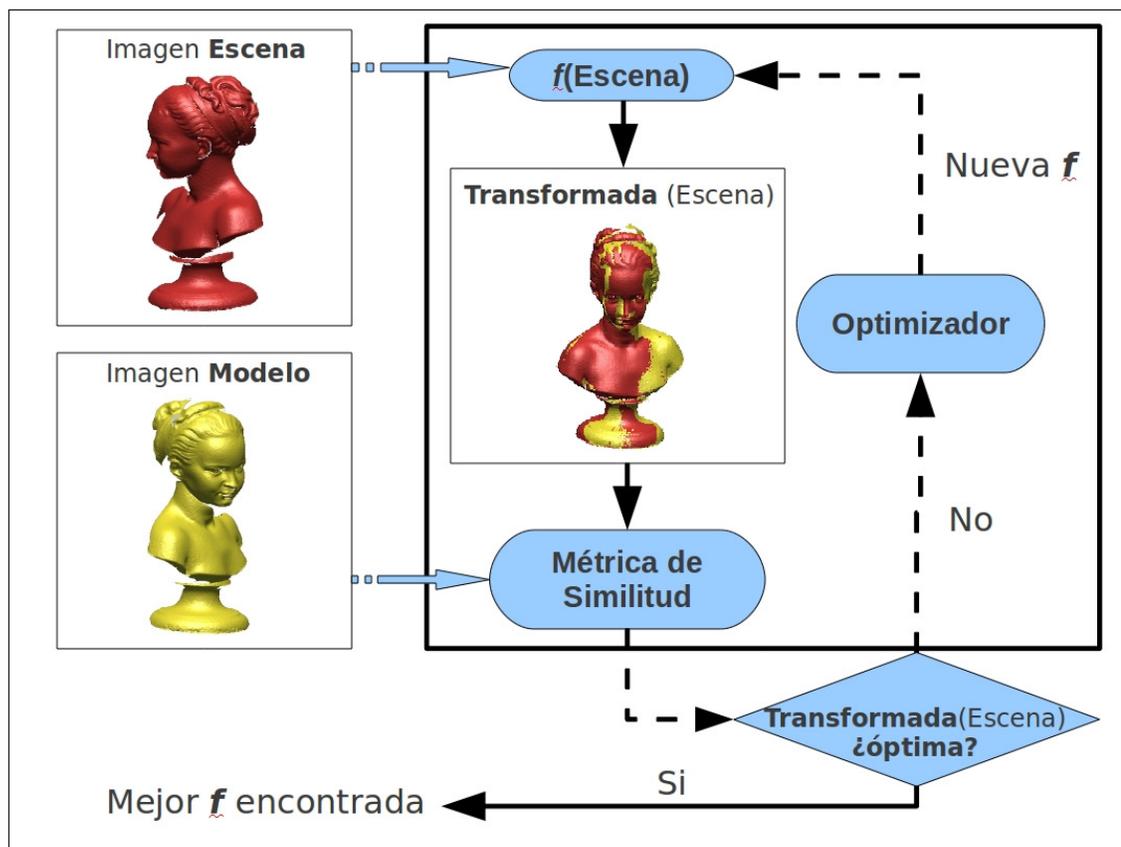


Figura 1.8: Esquema general de un método de RI

dentro de esta categoría se encuentran aquellas herramientas que permiten seleccionar puntos característicos en ambas imágenes y hacerlos corresponder para que, en la mayoría de los casos, un método directo se encargue de estimar  $f$ .

- *Semiautomáticos*: este enfoque reduce en gran medida el grado de interacción software-usuario. Por ejemplo, ciertos métodos necesitan una etapa de procesamiento de imágenes previa al RI en la que se generan dos imágenes de características diferentes a las imágenes originales. A continuación, el método de RI se encarga, de forma automática, de superponer el par de imágenes generadas en el paso anterior. En general, este tipo de métodos de procesamiento previo de la imagen requieren de la experiencia del usuario, que es una tarea laboriosa en la mayoría de los casos.
- *Automáticos*: estos sistemas trabajan directamente con las imágenes originales. Inicialmente, el usuario debe seleccionar el par de imágenes y fijar ciertos parámetros, después, el propio sistema realizará el registro de las imágenes. Esta aproximación al problema de RI es de gran interés en la comunidad por prescindir de etapas previas de procesamiento de la imagen y de la intervención del usuario.

A día de hoy no existe un método capaz de operar de forma eficaz, eficiente y completamente automática en cualquier aplicación, por lo que el estudio e implementación de técnicas de RI automáticas resulta un campo de especial interés en la investigación.

### 1.3.3. Clasificación de RI en base a los componentes del sistema de RI

Otros autores clasifican los métodos de registro atendiendo al diseño particular de cada uno de los componentes que constituyen el método de optimización (optimizador) como en [15, 202], donde además se hace una extensa revisión en cuanto a métodos de RI.

A continuación pasamos a describir los componentes de un sistema de RI y las clasificaciones del método de RI según dichas componentes:

### 1.3.3.1. Imagen

En base al componente imagen, se pueden a su vez realizar distintos tipos de clasificaciones:

1. En primer lugar, los métodos de RI pueden clasificarse según el *tipo de escena u objeto escaneado/fotografiado*. Las imágenes pueden provenir de un único o diferentes (pero similares) objetos/sujetos, tratándose de métodos de RI *intra-sujeto* o *intersujeto*, respectivamente.
2. En segundo lugar, se puede considerar como criterio de clasificación la *dimensionalidad* [116, 117], dando lugar a las siguientes posibles configuraciones de registrado: 2D/2D, 2D/3D, 3D/2D y 3D/3D.
3. Atendiendo al *modo de adquisición de las imágenes*, los métodos de RI pueden clasificarse según hayan sido obtenidas por el mismo, o diferentes dispositivos, RI *monomodal* o *multimodal* respectivamente [116, 117, 181]. La Figura 1.7 muestra un ejemplo de RI multimodal.
4. Por último, la naturaleza de las imágenes permite establecer una clasificación de los métodos de RI en función del tipo de información considerada:
  - *Métodos extrínsecos*: en ellos, se introducen objetos marcadores al margen de los que aparecen en la propia imagen. Estos objetos artificiales están diseñados para ser detectados fácilmente y de forma precisa. Ejemplos de aplicación haciendo uso de estas marcas son el comentado anteriormente empleando marcos estereostáticos (Figura 1.7) o la reconstrucción digital de edificaciones históricas [3]. En este caso, se habla de un RI *prospectivo*.
  - *Métodos intrínsecos*: en los que se emplea exclusivamente el contenido de las imágenes. A diferencia del anterior, esta forma de operar se conoce como RI *retrospectivo*. A pesar de ser una alternativa menos eficaz, cuenta con la ventaja de ser menos dependiente de la intervención manual e invasiva de usuarios altamente cualificados. Este enfoque es el origen de una línea de investigación que cuenta con un gran número de contribuciones [185], siendo en la que se centra la presente memoria.

Los métodos de RI intrínsecos, a su vez, pueden subclasificarse en las dos siguientes categorías, comúnmente tratadas en la literatura de RI [202]:

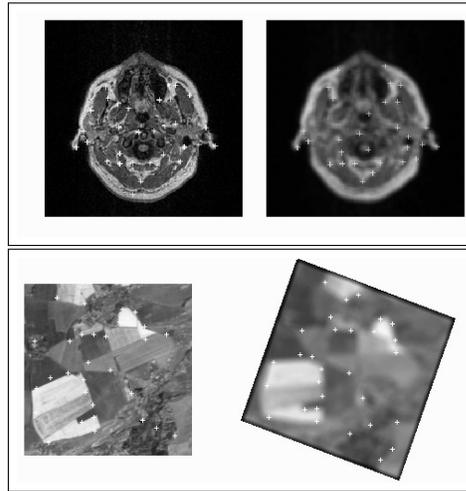
- Basados en *intensidades*: operan directamente con la imagen original, tratando con las primitivas elementales como el píxel o vóxel.
- Basados en *características*: trabaja con un conjunto reducido de *características* relevantes en las imágenes, y extraídas previo al RI por un método de procesamiento de la imagen, por ejemplo, los métodos de detección de contornos en imágenes 2D o los métodos de detección de líneas de cresta en imágenes 3D.

A pesar de que los métodos de RI basados en intensidades consiguen resultados más precisos por tratar con la totalidad de la imagen, su rendimiento puede empeorar en diferentes situaciones:

- Cuando se dan inconvenientes como los cambios en la iluminación y ciertas condiciones radiométricas en la escena.
- Si las imágenes son deformadas por transformaciones complejas (modelos no lineales de transformación, ver Sección 1.3.3.2) la *ventana rectangular*, destinada a establecer correspondencias entre imágenes, no cubrirá las mismas zonas en ambas imágenes.
- En los casos en los que la ventana se encuentre sobre regiones de imagen con valor de intensidad uniforme (valor suavizado de nivel de grises), es decir, carente de rasgos visuales relevantes, se establecerán correspondencias incorrectas entre regiones similares de ambas imágenes con una mayor probabilidad.

Con la intención de tratar los problemas planteados en el enfoque anterior, los métodos basados en características se centran en hacer uso únicamente de aquellas características o rasgos relevantes en la imagen.

Un detector de características que se precie de ser fiable, debe permitir comparar, de forma apropiada, conjuntos de características según cierto criterio de invarianza y precisión, es decir, debe ser robusto ante cambios en la geometría de las imágenes, condiciones radiométricas, cambios de intensidad lumínica y ruido [202].



**Figura 1.9:** *Detector robusto de características para imágenes 2D con y sin ruido*

La Figura 1.9 muestra un ejemplo de detección robusta de primitivas en imágenes desenfocadas y con ruido.

Existe una amplia variedad de características que pueden extraerse de la imagen:

- *Regiones* [57], por ejemplo, las imágenes de satélite albergan embalses de agua, lagos o urbes. Las regiones se representan a menudo a través de sus centros de gravedad.
- *Líneas*, representando segmentos en general o contornos de objetos [116, 117], por ejemplo, estructuras anatómicas en aplicaciones de imagen médica. La correspondencia entre segmentos de línea se expresa normalmente mediante pares de terminaciones de línea o usando puntos intermedios.
- *Puntos*, principalmente para aquellos métodos que manejan intersecciones de líneas, detección de discontinuidades locales en cuanto a curvatura [119] y esquinas [146].

Se debe destacar el amplio uso de los detectores de esquinas como puntos característicos en imágenes [134], debido principalmente a su naturaleza invariante en

cuanto a la geometría y al hecho de que son bien percibidos por un observador humano. Es de especial interés el uso de detectores 3D, en concreto, existe un método de este tipo para extraer un conjunto de características denominadas *líneas de cresta*, utilizado en la experimentación de los métodos presentados en el capítulo 3 (ver Sección 3.4.1).

El objetivo de este proceso es hallar aquellas primitivas, en este caso nos referimos a puntos 3D, que sinteticen información de la estructura de la forma que procesamos reduciendo así la información con la que deben operar los métodos de RI. Nuestro objeto 3D estará delimitado por una superficie y, en este caso, la curvatura en un punto tendrá como referencia dicha superficie. Más formalmente:

Definamos la superficie de *iso-intensidad* de una imagen 3D, a la que a partir de ahora llamaremos *isosuperficie*: Para cualquier función continua  $f(x, y, z)$  de  $\mathbb{R}^3$ , cualquier valor  $I$  de  $\mathbb{R}$  (conocido como *iso-valor*) define una superficie continua, que no interseca consigo misma y sin agujeros, denominada *superficie de iso-intensidad de  $f$* . Una forma de definir sin ambigüedad la isosuperficie es hacerlo considerando la superficie que separa las regiones del espacio donde la intensidad de  $f$  es mayor o igual a  $I$  de aquellas regiones cuyo valor de intensidad es estrictamente menor que  $I$ . Que esa isosuperficie delimite o no el objeto de nuestro estudio es otro problema.

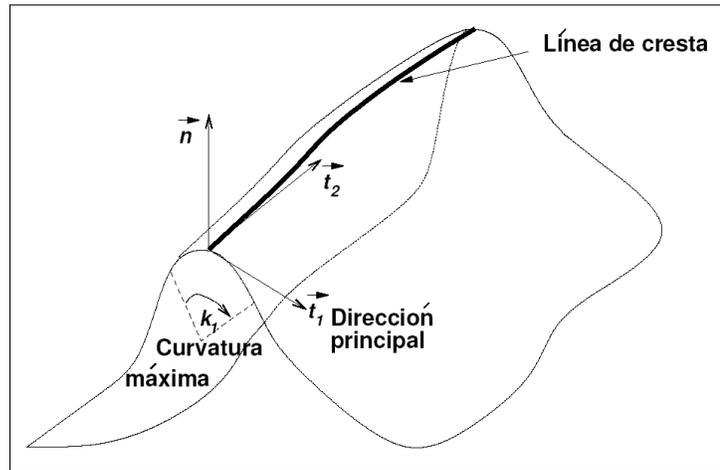
No obstante, las técnicas de obtención de la isosuperficie se usan directamente con el fin de segmentar objetos de forma habitual en determinados entornos, como cuando se trabaja con ciertas imágenes médicas. Es el caso de la extracción de los huesos en imágenes CT. En otras aplicaciones, es preciso emplear estas técnicas como fase final del proceso de extracción de la superficie, con el fin de garantizar que las superficies reconstruidas serán continuas, no intersecarán consigo mismas y no contendrán ningún agujero. Precisamente, gracias a estas propiedades topológicas, las técnicas basadas en las isosuperficies son uno de los métodos más empleados para la segmentación de imágenes 3D.

Como formalizaremos a continuación, la curvatura en una superficie depende de la dirección en la que nos dirijamos (este detalle no tiene sentido en el caso de curvas lineales, pues sólo nos podemos mover a lo largo de la curva). Euler demostró que en cada punto de una superficie existen dos direcciones en las que la curvatura alcanza su máximo y su mínimo, y que estas direcciones son perpendiculares entre sí. Podemos

visualizar la curvatura de una superficie estudiando un cilindro. Si nos movemos a lo largo del cilindro (sobre la generatriz) la curvatura es cero y si nos movemos en dirección perpendicular a la generatriz (recorriendo una circunferencia) la curvatura será máxima.

Estudiemos ahora algunas propiedades de las superficies de  $\mathcal{C}^2$ , esto es, dos veces diferenciables (ver Figura 1.10). En cada punto  $P$  de tales superficies, hay un número infinito de curvaturas, pero para cada dirección  $\vec{t}$  del plano tangente en  $P$ , hay una única curvatura  $k_{\vec{t}}$ . Hay dos direcciones privilegiadas de la superficie, conocidas como *direcciones principales* ( $\vec{t}_1$  y  $\vec{t}_2$ ), que corresponden a los dos valores extremos de la curvatura:  $k_1$  y  $k_2$  (excepto para los puntos umbilicales, para los que la curvatura es la misma en todas direcciones). Las dos curvaturas y direcciones principales bastan para determinar cualquier otro valor de curvatura en  $P$ . Una de estas dos curvaturas principales, llamada *maximal*, es máxima en valor absoluto (supongamos que es  $k_1$ ). Al producto de las curvaturas principales se le denomina curvatura gaussiana  $K$  y a su semisuma, curvatura media  $S$ . Estos valores diferenciales,  $\vec{t}_1, \vec{t}_2, k_1, k_2, K$  y  $S$ , pueden usarse de muy diversas formas para caracterizar localmente la superficie. Asimismo, podemos añadir el *criterio de extremalidad*  $e$ , tal y como lo definen Monga y otros en [128], que equivale a la derivada direccional de la curvatura maximal en la correspondiente dirección ( $\vec{t}_1$ , según nuestra notación). De hecho, el mismo criterio de extremalidad puede definirse para la otra dirección principal. Por tanto, tendríamos dos «extremalidades»  $e_1$  y  $e_2$ . La ubicación sucesiva de los cruces por cero del criterio de extremalidad define unas líneas que se denominaron líneas de sierra (*ridge lines*) en [128] y, más comúnmente, *líneas de cresta* [178]. Por tanto, además de la ubicación espacial, toda primitiva (punto 3D) que forme parte de cierta línea de cresta tendrá asignada un vector de atributos, en este caso bidimensional, con la información de curvatura asociada a ésta, es decir, los valores de los parámetros  $k_1$  y  $k_2$ .

A modo de ejemplo, en la parte izquierda de la Figura 1.11 mostramos una superficie generada artificialmente, concretamente se trata de la malla de un superelipsoide sin polos. A la derecha, se representan las diferentes líneas de cresta detectadas en distintos colores para poder ser distinguidas con facilidad.



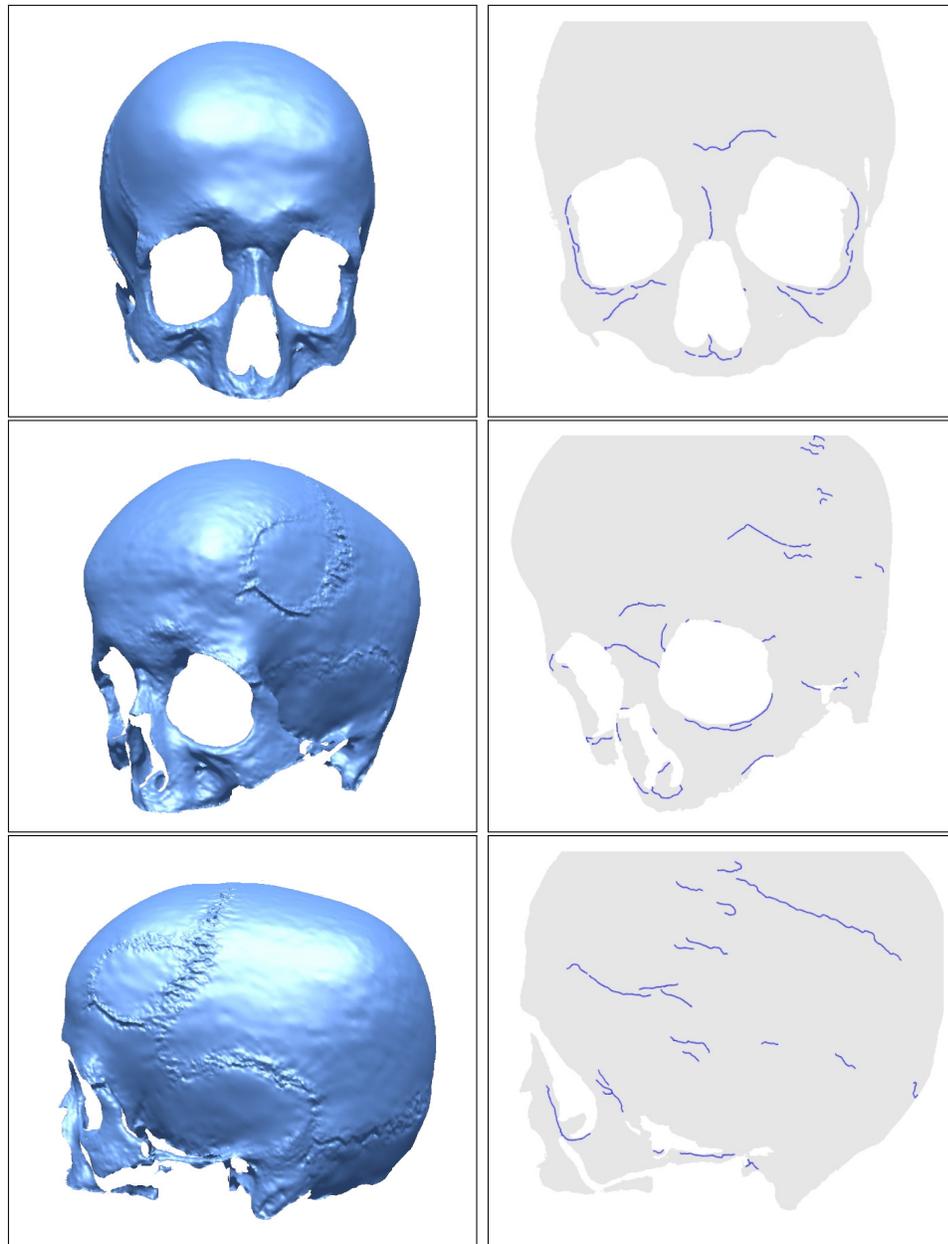
**Figura 1.10:** Características diferenciales de superficies [178]

Por último, es habitual encontrar métodos de RI que llevan a cabo la sinergia de ambos enfoques (intensidades y características). En una primera etapa, el método realiza un registrado basado en características, cuyo resultado se refina mediante una etapa final basada en intensidades [20].

### 1.3.3.2. Transformación de registrado

Los algoritmos de registrado también pueden clasificarse de acuerdo al modelo de transformación (o mapeado)  $f \in \mathbb{R}^n$  considerado:

- Transformaciones de tipo *lineal*: en ellas el resultado, en la mayoría de los casos, es la combinación de una rotación, una traslación y un escalado (uniforme o no uniforme). Las transformaciones afines también estarían dentro de esta categoría.
- Transformaciones *no rígidas* o *elásticas*: segunda categoría de transformaciones [72] que son capaces de modelar deformaciones locales, es decir, permiten transformar regiones concretas de la imagen en lugar de operar de forma global sobre ella como las lineales



**Figura 1.11:** De arriba abajo: vistas parciales del objeto obtenidas a 0, 45 y 90 grados. A la derecha de cada una se visualizan las líneas de cresta extraídas

A continuación pasamos a describir algunos modelos de transformación lineal por ser de gran interés en capítulos posteriores de esta memoria. Las transformaciones del grupo lineal general vienen dadas por las siguientes ecuaciones:

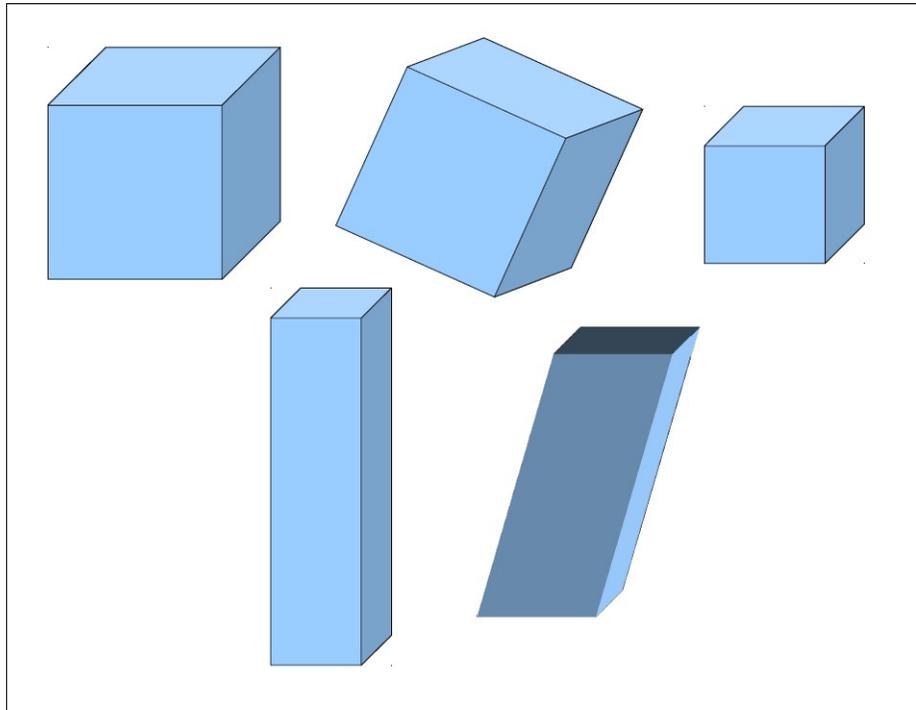
$$\mathbf{X} = \mathcal{A} \cdot \mathbf{Y} + \mathbf{Z}$$

donde  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{Y}$  y  $\mathbf{Z}$  representan vectores  $n$ -dimensionales y  $\mathcal{A}$  una matriz  $n \times n$ .

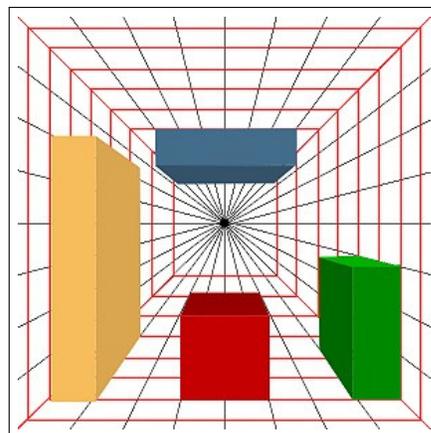
Las matrices  $\mathcal{A}$  del grupo lineal general pueden escribirse como producto de matrices con la condición de que cada una de ellas represente una transformación pura de rotación, simetría o deformación de escala en cada eje.

En el caso 2D y 3D, subgrupos de interés son:

- *Rotaciones*:  $\mathbf{X} = \mathcal{A} \cdot \mathbf{Y}$  con  $\det|\mathcal{A}| = 1$  y  $A = A^T$ . Preserva escala, ángulos y orientación.
- *Isometrías o transformaciones rígidas*:  $\mathbf{X} = \mathcal{A} \cdot \mathbf{Y} + \mathbf{Z}$  con  $\mathbf{Z}$  un vector que recoge los parámetros de la traslación:  $\mathbf{Z} = (t_1, t_2)$  en el caso 2D y  $\mathbf{Z} = (t_1, t_2, t_3)$  en el caso 3D.
- *Similitudes*: Este grupo preserva todas las razones entre distancias y por tanto los ángulos. Si el cambio que se produce en la dimensión de los segmentos es el mismo en todas direcciones, estaremos ante una similitud *uniforme* de parámetro  $s$  (conocido como *escalado*) mientras que si el cambio en la dimensión de los segmentos difiere según el eje, nos encontraremos ante una similitud *no uniforme*.
- *Cizalla*: en este caso se mantendrá invariante el paralelismo, esto es: dos líneas paralelas antes de la cizalla lo seguirán siendo tras aplicarla. Esta matriz sufre una deformación que equivale a la que presenta una figura elástica por una fuerza paralela a su base, pero con la base fija.
- *Transformación de perspectiva*: Esta transformación aplica escenas 3D en escenas 2D. Tiene como objeto estudiar la distorsión que ocurre cuando se proyecta una escena 3D a través de un sistema óptico ideal. Además, este tipo de transformación se caracteriza por hacer aparecer más pequeño lo más lejano a la cámara.



**Figura 1.12:** Transformaciones (de izquierda a derecha): objeto original; transformación rígida; similitud uniforme; similitud no uniforme y cizalla



**Figura 1.13:** Transformación de perspectiva de diversos objetos

En la Figura 1.12 se muestra un cubo y diversas transformaciones ejercidas sobre el mismo: rotación, similitud uniforme o escalado, similitud no uniforme y cizalla. En la Figura 1.13 podemos apreciar como en la transformación de perspectiva los elementos de los objetos más lejanos a la cámara aparecen más pequeños.

### 1.3.3.3. Métrica de similitud

Una de las componentes más importantes de cualquier método de RI es la métrica de similitud,  $F$ . Esta componente se encuentra íntimamente relacionada con la naturaleza de la imagen considerada cuya misión es valorar cómo de solapadas se encuentran las imágenes o, para cierta transformación  $f$ , lo diferentes que son las imágenes modelo y escena (ver expresión 1.2).

Los métodos de RI pueden clasificarse también en función del tipo de métrica de similitud considerada o, más concretamente, en función del tipo particular de primitiva de imagen considerada para calcular el valor de similitud:

- Atributos de la imagen: tratan principalmente con primitivas elementales haciendo uso del valor de nivel de grises de la imagen. Como ejemplo tenemos los basados en la *suma del cuadrado de las diferencias* [8], en la *correlación cruzada de coeficientes* [172] o de fase [18]), y en la *información mutua* [181], entre otros.
- Geometría de la imagen: en este caso, las coordenadas de las primitivas son la fuente principal para evaluar la métrica [4, 6, 21, 131]. Este tipo de métricas se conocen también como *métodos basados en la superficie*.

Algo muy a tener en cuenta en la métrica de similitud, es el coste computacional de la misma, que puede ser elevado en aplicaciones donde el volumen de información de las imágenes es considerable. Para solucionar este problema, los métodos de RI suelen hacer uso de *estructuras de indexación* con el fin de mejorar la eficiencia de dicho cálculo. Esta estructura se construye al comienzo del método de RI y se consulta cada vez que sea necesario evaluar una solución, siendo algunas de las estructuras más empleadas en la literatura especializada de RI el *Kd-tree*[194] y el *mapa de distancias* (o grids espaciales), entre el cual se encuentra la estructura propuesta por Yamany para imágenes 3D conocida *Grid Closest Point* (GCP).

### 1.3.3.4. Estrategia de búsqueda

La resolución del problema de RI, consistente en encontrar la mejor transformación de registrado para las imágenes consideradas, se puede afrontar desde una perspectiva de optimización o búsqueda de la solución óptima. Dicha optimización puede caracterizarse de la siguiente forma: Dada una función  $F$  que opera sobre cierto dominio discreto (finito)  $D$  de soluciones, también llamado *espacio de búsqueda*, encontrar una solución  $x^* \in D$  que satisfaga la expresión

$$F(x^*) \leq F(x), \forall x \in D \quad (1.4)$$

siendo  $x^*$  la solución óptima u óptimo global.

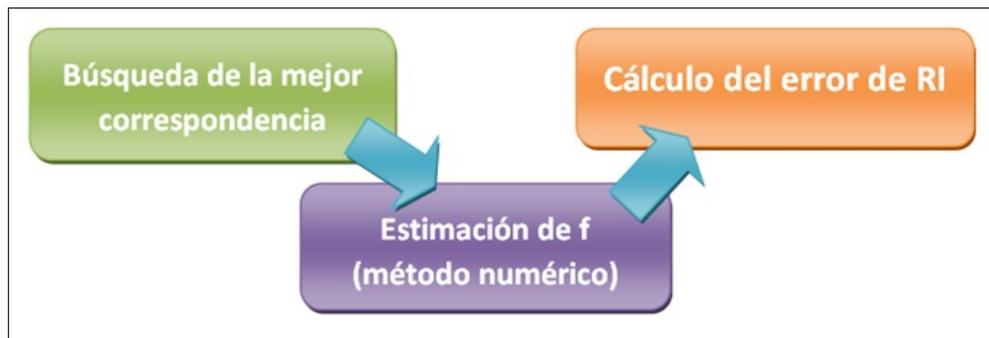
Para llevar a cabo este proceso de optimización o estrategia de búsqueda, hay que enfrentarse a diferentes problemas y, para ello, se pueden aplicar lo que se denominan metaheurísticas (ver Sección 2.2, donde se explican detalladamente tanto los problemas de la búsqueda como las distintas estrategias que se pueden adoptar).

Si, dentro de la estrategia de búsqueda tenemos en cuenta el espacio de búsqueda  $D$  sobre el que se trabaja, podemos encontrar en la literatura de RI dos enfoques principales:

- *Búsqueda en el espacio de correspondencias*: también conocida como *point matching*, donde el espacio de búsqueda está constituido por soluciones ( $x \in D$ ) cuya representación está determinada por un conjunto de correspondencias de primitivas entre imágenes, cualquiera que sea el criterio considerado para establecer dichas correspondencias.

En esta estrategia de búsqueda, en primer lugar, se obtienen un conjunto de correspondencias ( $x$ ) de primitivas entre ambas imágenes, entendiendo por correspondencia el emparejamiento directo entre dos primitivas, cada una de ellas perteneciente a cada imagen. El paso siguiente consiste en calcular la transformación de registrado,  $f$ , implícita en el conjunto de correspondencias, haciendo uso de métodos numéricos (ver Figura 1.14), como los habituales estimadores por *mínimos cuadrados* [5, 53, 79]. Este tipo de estimadores han sido ampliamente usados debido a sus interesantes y especiales propiedades, ya que sólo

precisan de descriptores estadísticos tales como la media, la varianza y la covarianza para operar [110]. A pesar de que estos métodos tienen la ventaja de poder realizar el cálculo de la transformación de registrado con al menos tres correspondencias, en la práctica, las imágenes se corrompen en el proceso de adquisición, por lo que para conseguir estimaciones más precisas, es necesario contar con un conjunto de observaciones más amplio [79].



**Figura 1.14:** Solución al problema de RI desde el enfoque de la búsqueda de las correspondencias

La fase de correspondencia es fundamental en este tipo de RI. Dependiendo de lo apropiado del criterio adoptado para construir los emparejamientos entre primitivas, se establecerá una mejor o peor correspondencia entre ambas imágenes y, cuanto mejor sea la correspondencia entre ambas imágenes, más próxima será la estimación de la transformación de registrado al valor óptimo.

En la literatura de RI, el método clásico por excelencia propuesto para el enfoque de correspondencias se conoce con el nombre de *Iterative Closest Point (ICP)* [10], originalmente propuesto para el registrado de pares de imágenes de rango (ver Sección 2.3).

ICP no está guiado por  $F$  (ECM), sino por el criterio considerado para establecer las correspondencias. En particular, la propuesta original de ICP considera la regla del *vecino más cercano* como criterio para esta tarea (es decir, cada primitiva transformada de la imagen escena se asocia con la primitiva más cercana de la imagen modelo, de acuerdo a la distancia Euclídea).  $F$  sólo in-

terviene como criterio de parada, considerando que el algoritmo ha convergido cuando la reducción del error (ECM) en dos iteraciones consecutivas es inferior a cierto umbral determinado por el usuario ( $\tau$ ), el cual puede ser de ayuda para graduar el grado de monotonía del proceso de búsqueda y tratar de evitar caer en óptimos locales.

Sin embargo, la propuesta original de ICP adolece de los siguientes inconvenientes importantes:

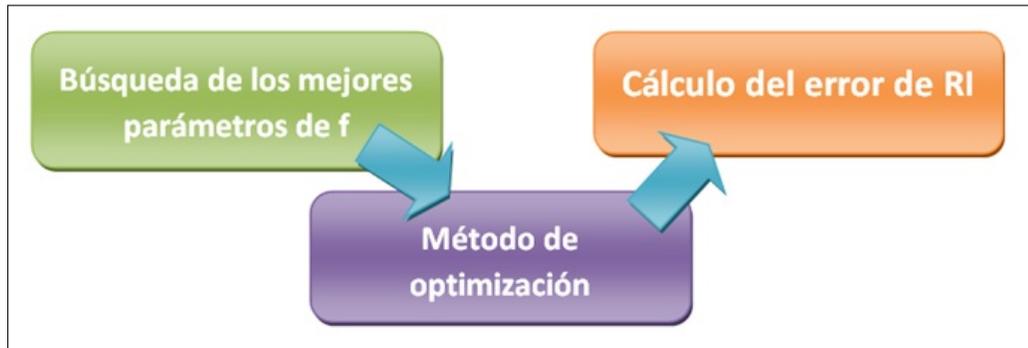
- Una de las dos imágenes (generalmente la imagen escena) debe estar contenida en la otra.
- Es necesario tener una idea del grado de desalineación entre las imágenes, o bien que éste no sea importante.
- No puede tratar con conjuntos de primitivas cuya dispersión no siga una distribución normal.

Desde su propuesta en 1992, han aparecido múltiples variantes de este método con la intención de dotarlo de una mayor robustez [54, 68, 103, 109, 121, 148, 158, 194], así como de otras alternativas a este esquema clásico propuestas desde el campo de las metaheurísticas [16, 28].

- *Búsqueda en el espacio de los parámetros:* en este caso, una solución  $x \in D$  está representada por un vector de parámetros, que coinciden con los parámetros de la transformación de registro ( $x = f$ ) y la búsqueda se realiza directamente en el espacio de parámetros de la transformación de registro ( $D \leftrightarrow f$ ). Por tanto, una solución  $x \in D$  se representa mediante un vector de parámetros con la misma dimensión que el número de parámetros del modelo de transformación considerado.

La estrategia de búsqueda genera directamente vectores candidatos con valores dentro del dominio especificado para cada parámetro de  $f$ , es decir, posibles soluciones al problema de RI (ver Figura 1.15). Además, como segunda diferencia importante con los métodos basados en matching, el proceso de búsqueda sí está guiado por el valor de función  $F$ , considerando el problema de RI como

un procedimiento de optimización de parámetros centrado en la búsqueda de los mejores valores de  $f$  que optimicen  $F$ .



**Figura 1.15:** Solución al problema de RI desde el enfoque de la búsqueda de los parámetros de la transformación de registrado

En la literatura de RI nos encontramos con dos categorías distintas de métodos que siguen este segundo enfoque:

- Métodos de estimación del gradiente de  $F$ : *Gradiente-conjugado*, *Levenberg-Marquardt*, *Quasi-Newton*, etc.
- Métodos no basados en la estimación del gradiente de  $F$ : *Powell*, *Simplex*, *Solis&Wets*, etc.

## Conclusiones

En este capítulo se han introducido las bases teóricas del problema de RI, realizando una descripción matemática del problema y de sus componentes. Asimismo, se ha realizado una clasificación del problema en base a varios criterios. A continuación, en el siguiente capítulo, presentaremos las metaheurísticas, técnicas capaces de proporcionar una solución aceptable en tiempo y en calidad para problemas  $\mathcal{NP}$ -duros. Además definiremos una aplicación concreta del problema de RI aplicado a un tipo particular de imágenes denominadas imágenes de rango.

---

## Capítulo 2

# Metaheurísticas y registrado de imágenes de rango

### 2.1. Introducción

En primer lugar, en este capítulo se justifica la imposibilidad de obtener una solución exacta u óptima al problema de RI en un amplio porcentaje de ocasiones, motivándose así la necesidad de adoptar estrategias de resolución aproximada que afronten con mayor garantía este tipo de escenarios. Entre éstas, este capítulo hace una descripción de las conocidas como metaheurísticas y computación evolutiva, que a diferencia de las técnicas de búsqueda exhaustiva, proporcionan soluciones en tiempo y calidad aceptables. A continuación, se introduce el uso de las mismas en una aplicación real concreta perteneciente al problema de RI empleando imágenes de rango, y que servirá de base en posteriores capítulos para el estudio de diversas técnicas metaheurísticas y/o evolutivas de registrado. Por último, este capítulo hace un estudio del estado del arte de los métodos de registrado que han utilizado estas estrategias de optimización aproximada.

### 2.2. Metaheurísticas

Previo a la introducción de la necesidad de uso de las técnicas metaheurísticas, es importante resaltar el hecho de que los métodos clásicos de RI como ICP [10] tienen

un comportamiento fuertemente local, es decir, suelen quedar atrapados en óptimos locales en situaciones en las que el proceso de optimización/búsqueda no parte de soluciones próximas al óptimo global, lo cual no siempre es posible.

Adoptar estrategias de búsqueda global que aumenten las capacidades explorativas se convierte en la mejor alternativa para dar solución a este problema. Sin embargo, debido a la complejidad del problema en sí, este cambio de estrategia obligaría a realizar la exploración de la totalidad del espacio de búsqueda en caso de realizar una búsqueda exhaustiva, siendo intratable en la mayoría de los casos. Algunos ejemplos de algoritmos exactos que permiten seleccionar las regiones del espacio más prometedoras son la *Programación Dinámica*, el *Backtracking* o el *Branch and Bound*.

A modo de ejemplo de la complejidad del problema, en imagen médica la colocación cuidadosa del paciente sobre el dispositivo de adquisición de imagen puede reducir la posibilidad de encontrar un mal registrado en los rangos  $\pm 10$  mm. y  $\pm 10$  grados para la traslación y rotación, respectivamente. Para llevar a cabo una búsqueda exhaustiva dentro del espacio de búsqueda asociado con una transformación rígida 3D (tres parámetros para la rotación y otros tres para la traslación), es necesario explorar  $20^6$  coordenadas, realizando la evaluación de la métrica de similitud ( $F$ ) para cada una de ellas. Por otro lado, si no es posible garantizar una colocación adecuada del paciente, hecho bastante habitual en entornos clínicos, la incertidumbre en cada parámetro de la transformación de registrado  $f$  puede ser del orden de dos o tres veces superior a la planteada en el anterior caso favorable, aumentando así el número de coordenadas a buscar en un factor de entre  $2^6$  y  $3^6$ , respectivamente. En particular, la evaluación de una métrica basada en la superficie del objeto (imágenes 3D) habitualmente debe: transformar (en los casos más favorables) 500 puntos de la imagen escena; obtener para cada punto transformado su correspondiente más cercano en la imagen modelo; y calcular el cuadrado de las diferencias de dichas correspondencias. Una implementación eficiente de la función objetivo puede suponer la ejecución de aproximadamente 50000 instrucciones en un tiempo aproximado de 100ms para cada evaluación de  $F$ . Por tanto, realizar una exploración exhaustiva mediante métodos exactos resultará impracticable si el tiempo de respuesta es un factor determinante.

Ambos inconvenientes (óptimos locales y tiempo de convergencia) convierten al RI en un problema difícil de tratar, etiquetado dentro de los conocidos como  $\mathcal{NP}$ -duros, los cuales precisan de un tiempo exponencial en el peor caso. Por tanto, incluso para instancias de problema de tamaño reducido, los algoritmos exactos tardarían un tiempo que estaría muy por encima de lo admisible en aplicaciones reales.

En los últimos años, ha surgido una nueva familia de algoritmos aproximados basada en la extensión de métodos heurísticos básicos vía su inclusión en un proceso iterativo que aumente sus capacidades exploratorias. La premisa de estos métodos es proporcionar soluciones aceptables (próximas al óptimo) para tiempos de convergencia razonables. A este grupo de algoritmos aproximados avanzados se le denomina *metaheurísticas* (término acuñado en 1986 por Fred Glover) [65].

En esta familia podría incluirse, entre otros, algoritmos como <sup>1</sup> la *Computación Evolutiva* (CE) [7] con su variante más conocida *Algoritmos Genéticos* (AG) [78, 125], la *Optimización basada en Colonias de Hormigas* (OCH) [44], la *Búsqueda Local Reiterada* («*Iterated Local Search*») (ILS) [106], el *Enfriamiento* (para algunos autores, Templado o Recocido) *Simulado* (ES) [2], la *Búsqueda Tabú* (BT) [66], la *Búsqueda dispersa* («*Scatter Search*») (SS) [97] y los *Métodos Multi-Arranque* (MMA) [120], los *Procedimientos de Búsqueda Adaptativa Aleatoriamente Voraces* («*Greedy Randomized Adaptive Search Procedures*») (GRASP) [55], la *Búsqueda de Vecindario Variable* («*Variable Neighbourhood Search*») (VNS) [127], o los *Algoritmos de Estimación de Distribuciones* («*Estimation of Distribution Algorithms*») (EDAs) [107].

Hasta el momento no existe una definición comúnmente aceptada para el término metaheurística. No obstante, podemos señalar las propiedades fundamentales que se recogen en las definiciones aportadas hasta la fecha:

- Las metaheurísticas son estrategias que «guían» el proceso de búsqueda.
- El objetivo es explorar eficientemente el espacio de búsqueda para encontrar soluciones próximas al óptimo.
- Las técnicas que conforman los algoritmos metaheurísticos van desde la búsqueda

---

<sup>1</sup> Véase que en algunos casos hemos mantenido los acrónimos en inglés (ILS, SS, GRASP y VNS) por ser más habituales que los correspondientes en español.

da local simple a procedimientos complejos de aprendizaje.

- Los algoritmos metaheurísticos son aproximados y no determinísticos.
- Incorporan mecanismos que tratan de evitar quedar atrapados en áreas concretas del espacio de búsqueda.
- Los conceptos básicos de las metaheurísticas permiten una descripción a nivel abstracto.
- Las metaheurísticas son de propósito general, no son específicas de un problema concreto.
- Las metaheurísticas no requieren que la función objetivo sea derivable.
- Las metaheurísticas hacen uso de conocimiento específico del dominio del problema y/o de la experiencia (memoria).

En resumen, las metaheurísticas son conceptos de búsqueda/optimización de alto nivel que se implementan mediante diversas estrategias. Dichas estrategias deberían seleccionarse de forma que se equilibrara la explotación de la experiencia de búsqueda acumulada (conocida como *intensificación*) y la exploración del espacio de búsqueda (conocida como *diversificación*). Este equilibrio es necesario por dos razones:

- Identificar rápidamente regiones del espacio de búsqueda con soluciones de buena calidad
- No malgastar demasiado tiempo en regiones del espacio que ya han sido exploradas previamente o que no proporcionen soluciones de calidad.

La estructura de estas estrategias depende en gran medida de la filosofía de la metaheurística en cuestión. Algunas de estas filosofías pueden verse como extensiones «inteligentes» de los algoritmos de búsqueda local. El objetivo de este tipo de metaheurísticas es escapar de mínimos locales, explorar el espacio de búsqueda para encontrar un óptimo local mejor. Este es el caso, por ejemplo, de los MMA, la BT, la ILS, la VNS, el GRASP y el ES.

Otra filosofía diferente es la de algoritmos como la OCH, los EDAs y la CE, que incorporan un componente de aprendizaje en el sentido de que implícita o explícitamente tratan de aprender correlaciones entre variables de decisión para identificar áreas de alta calidad del espacio de búsqueda. Este tipo de metaheurísticas lleva a cabo, en cierto sentido, un muestreo sesgado del espacio de búsqueda. Así, en CE esto se consigue mediante una recombinación de las soluciones, mientras que en la OCH y en los EDAs con el muestreo del espacio de búsqueda según cierta distribución de probabilidad.

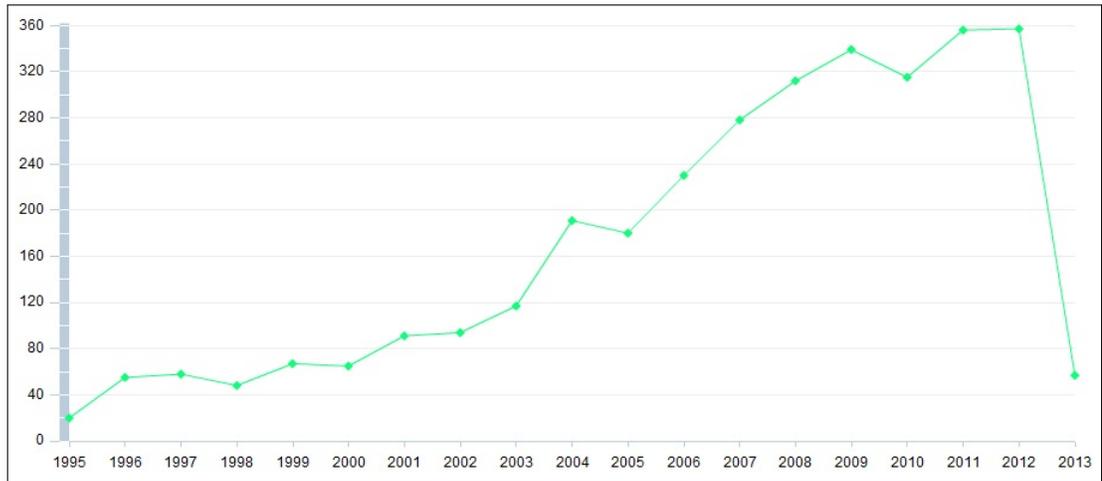
Hay diversas formas de clasificar los algoritmos metaheurísticos atendiendo a las características que seleccionemos para diferenciarlos entre sí. A continuación resumimos algunos de estos criterios de clasificación [12]:

- **Inspirados vs. no inspirados en la naturaleza.** Quizás la forma más intuitiva de clasificar las metaheurísticas es preguntarse por el origen del algoritmo en cuestión. Hay algoritmos inspirados en procesos de la naturaleza (como los AGs o los algoritmos de OCH) y otros no inspirados en aquélla (como la BT o la ILS). No obstante, debemos indicar que no es el mejor criterio de clasificación por diversos motivos: por un lado, día a día proliferan los métodos híbridos que serían difíciles de encuadrar en alguna de estas categorías y, por otro, en ocasiones es complicado conocer el origen del algoritmo.
- **Basados en población vs. búsqueda en un único punto.** Otro criterio para la clasificación de las metaheurísticas es la forma en que llevan a cabo la búsqueda. La pregunta es: «¿en cada instante de tiempo, se centran en el estudio de una población o en un individuo en particular?» Los primeros se caracterizan por llevar a cabo procesos de búsqueda que describen la evolución de un conjunto de puntos dentro del espacio de búsqueda; mientras que los segundos describen una trayectoria concreta dentro del mencionado espacio.
- **Función objetivo dinámica vs. estática.** ¿Cómo podemos hacer uso de la función objetivo? Algunos algoritmos la mantienen inalterada en la representación del problema y durante la búsqueda. Otros, sin embargo, se inclinan por intentar escapar de mínimos locales modificando el formato de la búsqueda.

Así, mientras se busca, la función objetivo se altera al objeto de incorporar información recogida durante el proceso de de búsqueda.

- **Una sola vs. varias estructuras de vecindario.** La mayoría de los algoritmos metaheurísticos trabajan con una sola estructura de vecindario. En otras palabras: la hipersuperficie de ajuste no cambia durante el desarrollo del algoritmo. No obstante, hay algunas metaheurísticas (como VNS) que usan un conjunto de estructuras de vecindario que les proporciona la posibilidad de diversificar la búsqueda y enfrentarse al problema del salto entre diferentes hipersuperficies de ajuste.
- **Métodos con vs. sin memoria.** Un aspecto muy importante de las metaheurísticas es el uso que hacen de la historia de la búsqueda, es decir, el empleo o no de memoria. Los algoritmos sin memoria llevan a cabo un proceso de Markov [174], puesto que la información que precisan se limita al estado actual del proceso de búsqueda. Hay diferentes formas de usar la memoria. Habitualmente, se distingue entre memoria a corto o a largo plazo. La primera, suele controlar los movimientos dados, soluciones visitadas o, en general, decisiones tomadas recientemente. En cambio, la memoria a largo plazo suele manejar un conjunto de parámetros e índices que sintetizan la búsqueda realizada desde el comienzo de la ejecución del algoritmo. El uso de memoria se reconoce hoy en día como uno de los elementos cruciales que determina la potencia de una metaheurística. Un ejemplo de metaheurística que combina ambos modelos de memoria de una forma muy eficaz es la BT.

En los últimos años, estas técnicas heurísticas de optimización han tenido un gran calado entre los investigadores del campo del RI, como así se demuestra en las numerosas contribuciones que sobre este tema podemos encontrar (ver Figura 2.1), en especial aquéllas en las que se ha hecho uso de metaheurísticas con un esquema de búsqueda evolutivo [16, 23, 24, 40, 56, 74, 76, 105, 118, 122, 159, 162, 163, 166, 168, 180, 183, 184, 187, 196, 199], aunque también podemos encontrar, en un conjunto menos amplio, contribuciones que emplean esquemas basados en metaheurísticas no evolutivas [109, 114, 182].



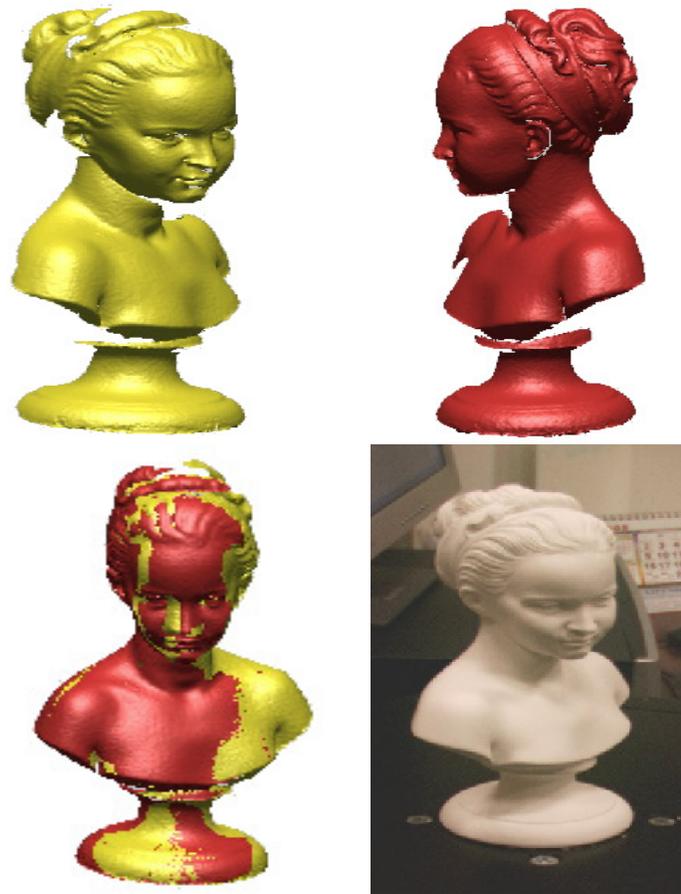
**Figura 2.1:** Evolución de la aplicación de las metaheurísticas al RI en los últimos años. La información mostrada se ha obtenido de SCOPUS a partir de la ecuación de búsqueda «(evolut\* OR random\* OR stochastic\* OR \*heuristic\* OR annealing OR genetic OR swarm OR tabu) AND image AND (registration OR alignment)». Fecha de la consulta: Abril del 2013

### 2.3. Registrado de Imágenes de Rango

Dentro de la amplia variedad de dispositivos de adquisición de imágenes, los *escáneres de rango* son capaces de capturar imágenes 3D, llamadas de rango, las cuales recuperan de forma parcial el objeto escaneado. El registrado o *cosido* de las múltiples vistas parciales (cada una en sistemas de coordenadas diferentes), es lo que se conoce como *registrado de imágenes de rango* (RIR) y constituye un paso previo al problema específico de *reconstrucción 3D* [9].

Tal y como se describe en la Figura 2.2, el procedimiento de reconstrucción 3D implica varios registrados de pares (*pair-wise*) de vistas adyacentes para obtener el modelo final reconstruido del objeto 3D. Cada método de RIR intenta encontrar la transformación Euclídea que sitúa la imagen escena  $I_s = \{p_i\}_1^{N_{I_s}}$  sobre la imagen modelo  $I_m = \{q_i\}_1^{N_{I_m}}$  tratando de maximizar el grado de solapamiento entre ambas.

La transformación Euclídea que hemos considerado en esta memoria está basada en una transformación rígida 3D,  $f$ , representada por siete parámetros con codi-



**Figura 2.2:** De izquierda a derecha. La primera fila corresponde a dos imágenes de rango del busto de Cleopatra tomadas por un escáner de rango desde dos puntos de vista diferentes. La segunda fila, muestra la alineación lograda y la foto del busto tomada con una cámara digital convencional CCD

ficación real que son una rotación,<sup>2</sup>  $R = (\theta, Eje_x, Eje_y, Eje_z)$ , y una traslación,  $t = (t_x, t_y, t_z)$ , donde  $\theta$  y  $Eje$  definen la rotación dada por un ángulo y su eje, respectivamente. Así, los puntos transformados de la imagen Escena ( $I_s$ ) se denotan de la forma

$$f(p_i) = R(p_i - C_{I_s}) + C_{I_s} + t, \quad f(I_s) = \{f(p_i)\}_1^{N_{I_s}} \quad (2.1)$$

donde  $C_{I_s}$  es el centro de masas de  $I_s$ . Definimos la distancia de un punto transformado de  $I_s$ ,  $f(p_i)$ , a la imagen Modelo,  $I_m$ , como la distancia Euclídea al punto más cercano,  $q_{cl}$ , de  $I_m$ ,  $d_i^2 = \|f(p_i) - q_{cl}\|^2$ .

Así, la tarea de RIR se puede formular como un problema de optimización que busca la transformación Euclídea óptima  $f^*$  que consiga el mayor grado de solapamiento de ambas imágenes de acuerdo con la *métrica de similitud*  $F$ :

$$F(I_s, I_m; f) = d_i^2, \quad \forall i \in \{1, \dots, N_{I_s}\} \quad (2.2)$$

$$f^* = \arg \min_f F(I_s, I_m; f) \quad t.q. : f^*(I_s) \cong I_m \quad (2.3)$$

Así, la estimación de  $f$ , se puede introducir dentro de un proceso iterativo de optimización previamente descrito en el capítulo anterior (ver Figura 1.8).

El rendimiento adecuado de cualquier método de RIR depende del grado de solapamiento que presentan entre sí los pares de imágenes adyacentes. La complejidad del problema está relacionada de forma inversa con la cantidad de solapamiento entre imágenes. Reduciendo el solapamiento reducimos el número de vistas, a cambio de aumentar la complejidad del problema de RIR. Por tanto, es necesario encontrar una solución de compromiso entre ambos factores.

---

<sup>2</sup>Para una representación más apropiada de la rotación, se utilizan cuaterniones en lugar de las matrices de Euler, evitando así el *gimbal lock* [160]

## 2.4. Métodos Evolutivos de registrado

### 2.4.1. Computación evolutiva

La *Computación Evolutiva* (CE) [7] forma parte de la familia de las metaheurísticas (ver Sección 2.2). Ésta usa modelos computacionales de procesos evolutivos que desarrollan poblaciones de soluciones, siendo éstos elementos clave en el diseño e implementación de problemas resueltos por sistemas basados en ordenador. Los enfoques basados en CE constituyen una elección muy interesante en la resolución de problemas de optimización. En concreto, en aquellas situaciones donde el elevado número de soluciones factibles hace que encontrar la solución óptima no sea viable en un tiempo de computación razonable. Como ya se vió, estos enfoques son capaces de obtener resultados calidad muy cercanos a la solución global, en algunos casos incluso la óptima.

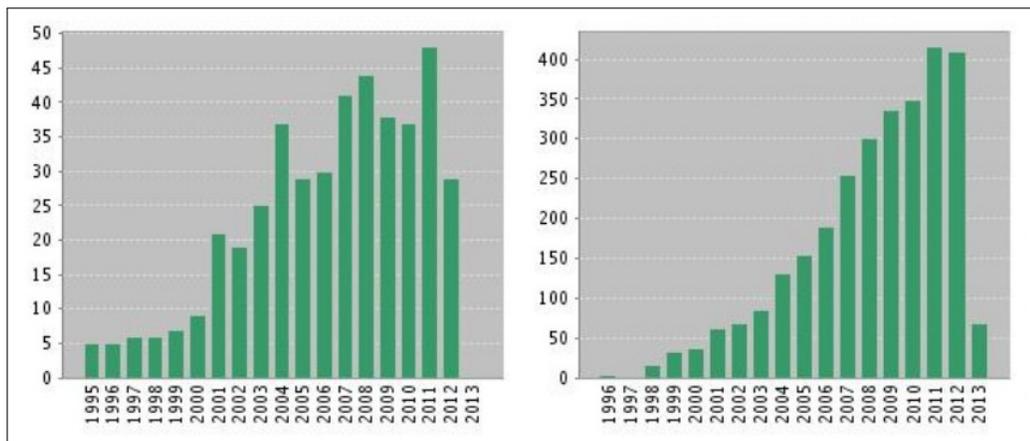
Dentro de la familia de la CE existe un modelo ampliamente extendido y estudiado, denominado algoritmos evolutivos (AEs) [7]. Dentro de ellos, podemos distinguir cuatro variantes que han servido como esquema base en este campo: algoritmos genéticos (AGs) [69, 125], estrategias de evolución (EE) [157], programación genética (PG)[94] y programación evolutiva (PE) [58].

En particular, los AGs son probablemente los AEs más usados en la literatura para hacer frente a problemas de optimización del mundo real. En los últimos años también se han propuesto otros AEs que proporcionan nuevas mejoras en el estado del arte, que serán estudiados y descritos brevemente en el Capítulo 3: algoritmo CHC [49, 51], Evolución Diferencial (ED)[139, 171], Algoritmos Meméticos (AMs) [130] y Búsqueda Dispersa (BD) [97], entre otros.

Además, se han propuesto recientemente algoritmos de optimización basados en la CE siguiendo diferentes modelos evolutivos como los algoritmos de distribución estimada (EDAs) [107], la optimización basada en biogeografía (BBO) [164], la búsqueda de la armonía (HS) [63] y la optimización basada en partículas inteligentes o inteligencia de enjambre (PSO) [26, 93], que posee algunas propuestas bastante novedosas como la colonia artificial de abejas (ABC) [88, 89]. Algunas de estas novedosas propuestas, concretamente BBO, HS y ABC serán estudiadas y analizadas en capítulos posteriores.

### 2.4.2. Primeros métodos evolutivos de RI

La aplicación de los AEs en la tarea de optimización del problema de RI ha causado un notable interés durante las últimas décadas. A diferencia de los enfoques de RI basados en ICP (ver Sección 1.3.3.4), los AEs enfrentan el problema de la necesidad de una prealineación inicial de las imágenes, pudiendo de esta forma realizar una mejor gestión del espacio de búsqueda y evitando así quedar atrapados en óptimos locales. Es por esto que han llegado a ser una alternativa más robusta de cara a abordar problemas complejos de RI. La Figura 2.3 muestra de forma gráfica la evolución del interés de la comunidad científica en la aplicación de este tipo de enfoques de optimización <sup>3</sup>.



**Figura 2.3:** Producción científica (izquierda) y referenciación (derecha) en RI Evolutivo. Fecha de la Consulta: Abril del 2013

Como ya se pudo comprobar, en RI tanto el tamaño de los datos (píxeles, coordenadas, primitivas geométricas, etc) como el número de parámetros a optimizar, impide realizar una búsqueda exhaustiva en el espacio de soluciones, siendo los AEs una buena alternativa. Los primeros intentos para resolver el problema de RI usando enfoques de la CE se remontan a los años ochenta, en los que se usaban un esquema de codificación binario, entre estos:

<sup>3</sup>Los gráficos de la Figura 2.3 se obtuvieron directamente de la ISI Web of Knowledge (Thomson Reuter's) usando la consulta "Title = (image) AND Title = (registration OR alignment OR matching) AND Topic = (\*evolution\* OR swarm OR chc OR scatter OR \*genetic\*)".

- En 1984 se propone un enfoque evolutivo de RI basado en un AG para imágenes 2D de angiográficas en el campo médico [56].
- En 1989, Mandava y otros [118] usaron una estructura de 64 bits para representar la solución a un problema de RI cuya transformación es de ocho parámetros de tipo bilineal, empleando un AG.
- Posteriormente, en 1996, Brunnström y Stoddart [16] propusieron un nuevo método basado en la prealineación manual de las imágenes de rango seguido de un proceso automático de RI que usaba un novedoso AG basado en un enfoque de correspondencias.
- En 1997, Tsang [180] usó un AG con cromosomas de 48 bits para codificar tres puntos test como base para la estimación de la transformación de RI afín en imágenes 2D.
- En 1999, Yamany y otros [187] y Chalermwat y otros [19] adoptaron, respectivamente, el mismo esquema de codificación binario para transformaciones rígidas 3D y 2D. En el caso de Yamany, fijaron el rango  $\pm 31^\circ$  para los ángulos de rotación y  $\pm 127$  unidades para el desplazamiento, usando un cromosoma de 42 bits con ocho bits por parámetro de traslación y seis bits por cada ángulo de rotación. Por el contrario, Chalermwat usó 12 bits para codificar el único parámetro de rotación en imágenes 2D en un rango de  $\pm 20.48^\circ$ , permitiendo además el uso de un factor de precisión para la discretización del intervalo continuo del ángulo de rotación. Otros diez bits almacenaban cada uno de los dos parámetros de traslación ( $\pm 512$  pixels).

Todos los enfoques anteriores presentaban varios inconvenientes. Entre ellos, por ejemplo, hacen uso de un esquema sencillo de codificación binario para abordar un problema (RI) cuya codificación es de naturaleza inherentemente real. Es bien conocido que la codificación binaria reparte negativamente en el proceso de búsqueda debido a la discretización (esto implica que existirán soluciones del espacio de búsqueda que no serán visitadas). Además, normalmente el tipo de AG considerado está basado en la tradicional propuesta original de Holland [69, 78], conocida también como AG canónico (AGc). En esta propuesta se usan una estrategia de selección

basada en asignación de probabilidad en base al valor de la función objetivo y un reemplazamiento con muestreo estocástico, además del clásico cruce uno-punto y una mutación de cambio de bit. Son múltiples los defectos que presenta esta propuesta, por ejemplo, por un lado, la estrategia de selección causa una fuerte presión selectiva y, por tanto, existe un alto riesgo de convergencia prematura. Por otro lado, se ha demostrado la baja productividad en el cruce uno-punto para crear descendientes útiles, siendo además excesivamente perturbador, afectando así el mantenimiento de la coherencia de los bloques construidos [69]. Por tanto, como se puede observar, la consideración de un viejo enfoque de AG obsoleto supone un claro obstáculo en la obtención de soluciones de RI de calidad.

### 2.4.3. Estado del arte

En las últimas dos décadas, se han propuesto un número importante de métodos de RI basados en metaheurísticas y en la CE que abordan los obstáculos descritos anteriormente. La Tabla 2.1 resume el estado del arte hasta la fecha. La primera columna identifica el algoritmo, indicando año de publicación y referencia a la contribución. La segunda columna introduce el esquema de codificación de las soluciones: R (codificación real), B (codificación binaria) y E (codificación entera). En la tercera columna se indica el enfoque de RI seguido: P (basado en parámetros) y C (basado en correspondencias). En la cuarta columna se especifica la estrategia de optimización y en las sucesivas, respectivamente, campo de aplicación, modalidad de imagen y de cómputo.

A continuación, se describen con más detalle y cronológicamente algunos de los métodos listados en la Tabla 2.1. En concreto, aquellos que hacen uso de enfoques evolutivos más elaborados.

#### 2.4.3.1. Propuesta basada en AGS de He y Narayana

Este método de RI [76] es una ligera mejora del enfoque propuesto por Yamany y otros [187]. Considera un esquema de codificación real que empleando un cruce aritmético, una mutación uniforme y un modelo elitista generacional con mecanismo de reinicio. Este método de RI maneja transformaciones de tipo rígido siguiendo una técnica basada en dos pasos. En primer lugar, se hace una estimación preliminar de

**Tabla 2.1:** *Métodos de RI del estado del arte basados en metaheurísticas y CE. Las columnas E.B. y E. Opt. hacen referencia a Estrategia de Búsqueda y Estrategia de Optimización, respectivamente.*

Algoritmo Refs.	Año	Representación			E. B.		E. Opt.	Campo de Aplicación	Modalidad	Arquitectura
		R	B	E	P	C				
[56]	1984	✓			✓		AGc	Imágenes médicas	2D	Serie
[118]	1989	✓			✓		AGc	Imágenes médicas	2D	Serie
[84]	1995	✓			✓		AGc	Imágenes médicas	3D	Serie
[16]	1996			✓		✓	AG	Ingeniería Inversa	3D	Serie
[180]	1997	✓			✓		AGc	No específico	2D	Serie
[187]	1999	✓			✓		AGc	Imágenes médicas	3D	Serie
[147]	2000	✓			✓	✓	AG	Imágenes médicas	3D	Serie
[109]	2000	✓			✓	✓	ICP+SA (MH)	Modelado	3D	Serie
[19]	2001	✓			✓		AG	Sensorización remota	2D	Paralelo
[182]	2001	✓			✓		BT (MH)	Imágenes médicas	2D/3D	Serie
[76]	2002	✓			✓		AG	Imágenes médicas	3D	Serie
[144]	2002	✓			✓		AG	Modelado	3D	Paralelo
[29]	2003	✓			✓		CHC	Imágenes médicas	3D	Serie
[23]	2004	✓			✓		AG	Modelado	3D	Serie
[183]	2004	✓			✓		PSO	Imágenes médicas	2D/3D	Serie
[161]	2005	✓			✓		AGH	Modelado	3D	Serie
[162]	2005	✓			✓		AGMO	Modelado	3D	Serie
[105]	2006	✓			✓		AG	Modelado	3D	Serie
[28]	2006			✓		✓	ILS (MH)	Imágenes médicas	3D	Serie
[30]	2006	✓			✓		BD	Imágenes médicas	3D	Serie
[31]	2006	✓			✓		CHC	Imágenes médicas	3D	Serie
[153]	2007	✓			✓		BD	Modelado	3D	Serie
[136]	2007		✓		✓		AG	Remote Sensing	2D	Serie
[38]	2008	✓			✓		ED	Mosaicking	2D	Serie
[32]	2008			✓		✓	BD	Imágenes médicas	3D	Serie
[190]	2008	✓			✓		RN	Imágenes médicas	3D	Serie
[154]	2009	✓			✓		BD	Modelado	3D	Serie
[141]	2009	✓			✓		ES (MH)	Reconocimiento Facial	3D	Serie
[40]	2010	✓			✓		AG	Imágenes médicas	2D	Serie
[191]	2010	✓			✓		PSO	Imágenes médicas	2D	Serie
[184]	2011	✓			✓		AG	Imágenes médicas	2D	Serie
[195]	2011			✓	✓		PSO	Imágenes médicas	2D	Serie
[196]	2011	✓			✓		PSO	Imágenes médicas	2D	Serie
[193]	2011	✓				✓	PSO	Imágenes satélite	2D	Serie
[192]	2012	✓				✓	ED	Remote Sensing	2D	Serie
[132]	2012	✓			✓		BD	Reconocimiento Facial	3D	Serie
[159]	2012	✓			✓		BCO	No específico	2D	Serie
[102]	2012	✓			✓		HPSO	Imágenes médicas	3D	Serie
[168]	2012			✓	✓		AG	Reconocimiento dactilar	2D	Serie
[199]	2013	✓			✓		AG	Imágenes médicas	2D	Serie

los parámetros (prealineación) usando un AG de codificación real. A continuación, esta solución de partida se refina mediante un procedimiento de búsqueda local basado en un método de división rectangular del espacio de búsqueda. Los rangos de los parámetros de la traslación estimados por el AG se fijan a  $\pm 20$  voxels sobre las direcciones a lo largo de las coordenadas  $x$  e  $y$ , y  $\pm 40$  voxels sobre la dirección  $z$ . En el caso de la rotación, se emplean tres ángulos (rotación de Euler), en los que se considera  $\pm 10^\circ$  para los ejes (parámetros)  $x$  e  $y$ , y  $\pm 20^\circ$  para el eje  $z$ .

A pesar del avance del método usando codificación real, el diseño de AG empleado presenta diversas deficiencias que se han podido ver en estudios posteriores [30, 31, 152].

#### 2.4.3.2. Propuesta basada en AGs de Chow y otros

Los autores proponen igualmente un modelo de AG generacional con una selección proporcional basada en el fitness, pero introduciendo el uso de un operador de cruce que selecciona aleatoriamente el número de genes que a intercambiar [23]. El valor que se acumula para un gen mutado se genera aleatoriamente dentro de un rango constante para los genes de rotación y calculado dinámicamente para los de traslación de acuerdo al valor de fitness del cromosoma. Siguiendo con lo anterior, se consolida el uso de un esquema de codificación real de las soluciones, innovando con la propuesta de un mecanismo sofisticado de reinicio, denominado “frontera dinámica”. Este mecanismo presenta algunos inconvenientes, por ejemplo, en términos de precisión, debido a que se considera un conjunto de datos de la imagen más pequeño aleatoriamente seleccionado. Además, aunque con ello el algoritmo pretende conseguir una estimación de RI rápida, la eficiencia del proceso de búsqueda global podría verse comprometida puesto que se necesita llevar a cabo una pequeña operación para cada evaluación de la función objetivo. Estudios experimentales posteriores así lo han demostrado [152]. Asimismo, otro inconveniente del método es que el esquema de reinicio propuesto asume que antes de su aplicación la población se encuentra en una región del espacio de búsqueda que incluye al óptimo global, lo cual no siempre es correcto.

### 2.4.3.3. Propuesta basada en PSO de Wachowiak y otros

En esta contribución, los autores aportan un amplio estudio del rendimiento de los algoritmos de optimización basados en enjambres (PSO) [26, 93] para resolver el problema de RI en aplicaciones de biomedicina [183]. En particular, se consideró el registro de imágenes 2D sobre volúmenes 3D. A diferencia de los comúnmente usados AEs que explotan las características competitivas de la evolución biológica, PSO explota los aspectos social y cooperativo de los individuos de una comunidad, por ejemplo bancos de peces, bandadas de pájaros y ejambre de insectos [27, 92]. Sin embargo, como punto en común, tanto AEs como PSO se consideran esquemas basados en poblaciones. En particular, los algoritmos de PSO comienzan con una población aleatoria llamada enjambre de individuos o partículas. Tras cada iteración, cada partícula cambia su localización en el espacio de búsqueda guiados por un vector velocidad, el cual representará el modelo “evolutivo” de la población. En su propuesta, los autores abordan el problema de RI desde el enfoque basado en parámetros (ver Sección 1.3.3.4), considerando una transformación rígida y la *mutual information* (MI) [181] como métrica de similitud. En particular, la variante *PSO7* es la que consigue el mejor rendimiento de entre los métodos analizados, la cual emplea un PSO básico cuyo vector de velocidad se actualiza de la siguiente forma:

$$\nu_i(t) = \chi[\nu_i(t-1) + \varphi_1\mu_1(p_i - x_i(t-1)) + \varphi_2\mu_2(g - x_i(t-1))] \quad (2.4)$$

para  $\kappa = 1.0$ ,  $\varphi_1 = 2.1$ ,  $\varphi_2 = 1.3$ , y el coeficiente de limitación  $\chi = 0.7298$ . En este método, el rendimiento depende de la orientación inicial de las imágenes a registrar, siendo necesario que el usuario proporcione un alineamiento inicial adecuado.

### 2.4.3.4. Propuesta basada en AG de Silva y otros

Este método [161, 162] trata el problema de RI para imágenes de rango adquiridas como escáneres láser 3D. En su propuesta, los autores abordan el problema desde el enfoque basado en parámetros empleando transformaciones de tipo rígido. El método hace uso de unb AG estacionario (a diferencia de un esquema generacional, éste reemplaza el 90 % de las peores soluciones)[126]. Como operadores, se consideran la selección por torneo, el cruce uniforme y la mutación por selección

aleatoria. Además, se incorpora un algoritmo de ascenso de colinas para conseguir resultados más precisos a partir del refinamiento de las soluciones suministradas en la exploración global del AG. Este AG híbrido lleva a cabo el RI pair-wise (entre pares de imágenes) en dos pasos bien definidos:

- En primer lugar, se lleva a cabo una prealineación de las imágenes, en las que se minimiza una función objetivo que hace uso de una métrica robusta (inicialmente propuesta en un problema de segmentado de imágenes) basada en las distancias Euclídeas [73]. Esta etapa previa comprende el 90 % del tiempo de cómputo del método.
- A continuación, se realiza el refinamiento en el restante 10 % del tiempo de ejecución del algoritmo. En esta etapa final, la anterior función objetivo de prealineación se sustituye por otra diferente que debe ser maximizada. Ésta se llama *medida de interpenetración de superficie* (surface interpenetration measure, SIM) y se calcula de la siguiente forma:

$$SIM_{(A,B)} = \frac{|C_{(A,B)}|}{|A|}, \quad (2.5)$$

$$C_{(A,B)} = \{p \in A \mid [(q_i - c)n_c][(q_j - c)n_c] < 0\} \quad (2.6)$$

donde A y B son las imágenes escena y modelo, respectivamente;  $q_i, q_j$  son dos de los  $N_p = 25$  puntos más cercanos de la escena alrededor del punto considerado  $p \in A$  de dicha escena;  $c$  es el punto más cercano de la imagen modelo; y  $n_c$  es su vector normal.

Los resultados de RI con la métrica con SIM revelan que son más precisos que los obtenidos con métricas basadas en la distancia Euclídeas. Sin embargo, la fase de refinado con SIM asume que el resultado que se han alcanzado en la fase previa de prealineación está próximo a la solución global de RI, lo cual no siempre es el caso. El rango de los valores de los parámetros de  $f$  se fija a un valor de  $\pm 5$  grados para la rotación y  $\pm 3$  para la traslación en la fase de refinamiento. Otro aspecto a tener en cuenta es el elevado coste computacional asociado a la evaluación de soluciones con SIM.

Los autores extendieron el método para abordar el problema de RI desde una perspectiva multiview (registro simultáneo del total de vistas/imágenes), incrementando así la dimensionalidad del problema [163]. Para este propósito usaron imágenes de rango obtenidas de la base de datos pública SAMPL<sup>4</sup>.

#### 2.4.3.5. Propuesta basada en AG de Lomonosov y otros

En esta propuesta los autores diseñan un nuevo método de RIR [105]. para un enfoque basado en los parámetros de la transformación y transformaciones de tipo rígido. Una de las principales novedades de esta contribución es la inclusión de un parámetro asociado con el grado de solapamiento entre imágenes. Asimismo, en la contribución se considera la métrica LTS<sup>5</sup> (least trimmed square) como función objetivo a minimizar. El enfoque propuesto ofrece resultados de prealineación cercanos al óptimo para un nivel de solapamientos de hasta un 50%. Para acelerar el rendimiento del método, previo al prelineado, se lleva a cabo un proceso de muestreo aleatorio de los puntos de la imagen escena, reduciendo así el coste computacional asociado. Como método de refinamiento se propone la variante de ICP, TrICP [22].

Este método está basado en un AG generacional para soluciones de siete dimensiones con una codificación entera y conformadas por tres parámetros de traslación, tres parámetros de rotación y un parámetro adicional para el grado de solapamiento. Se emplea cruce simple en un punto y se introducen dos operadores de mutación: El *shift mutation*, que altera aleatoriamente un parámetro a un valor que no excede en un 10% del rango de dicho parámetro y el *replacement mutation*, que sustituye el valor de un parámetro por otro valor aleatorio. También incorpora torneo y elitismo. Los autores trabajaron con tres muestras de imágenes del mundo real con ruido tomadas con un escaner láser de rango de la marca REPLICA y otras dos de la base de datos pública SAMPL. Las imágenes consideradas se tomaron a intervalos de hasta 40° grados de rotación de la tabla de giro (turn table). Así, la región de solapamiento entre imágenes adyacentes se encontraba siempre por encima del 50%. La suposición acerca del buen rendimiento que proporciona la métrica LTS para regiones de solapamiento por debajo del 50% no está suficientemente demostrada en

---

<sup>4</sup>Adquiridas con un escáner láser Konica-Minolta Vivid 700<sup>©</sup>. Inicialmente disponibles en <http://sampl.eng.ohio-state.edu>

<sup>5</sup>LTS es un método estadístico robusto frente a la presencia de valores extremos (out-liers)

los estudios experimentales realizados en esta contribución.

#### 2.4.3.6. Propuesta basada en CHC de Cordón y otros

Esta contribución hace uso del sofisticado AE CHC adaptado al enfoque basado en parámetros, el cual mostró un satisfactorio equilibrio intensificación/diversificación en el registrado de IRMs<sup>6</sup>[31]. Los autores introducen dos variantes diferentes del método. Primero, hacen uso de soluciones con codificación binaria y de cruce HUX [29], tomando la estructura original de CHC como base [49, 51]. La segunda variante del método extiende la estructura anterior para trabajar con codificación real, además de usar diferentes operadores genéticos de codificación real, como el cruce BLX- $\alpha$ [50]. Los autores también consideraron transformaciones de similitud (transformaciones de tipo rígido y escalado uniforme) para RI médicas 3D. De este modo, las soluciones codificadas en la transformación son en este caso ocho-dimensionales: cuatro parámetros para la rotación, tres para la traslación y uno para el escalado uniforme. La función objetivo considerada es la misma que la propuesta por los autores en su contribución anterior [30], usando una estructura de indexación espacial de datos llamada GCP.

#### 2.4.3.7. Propuesta basada en ED de De Falco y otros

Los autores contribuyen con un método de RI basado en el AE ED [38]. ED es una estrategia directa de búsqueda paralela que ha demostrado ser un buen candidato para abordar problemas de optimización numérica con codificación real [139, 171]. Ésta combina operadores aritméticos simples con los clásicos operadores de cruce en los AGs, mutación y selección en un esquema fácil de implementar. Una de las ventajas de este AG es que considera pocos parámetros de control: el factor de mutación ( $F$ ) y el índice de recombinación ( $CR$ ). La idea de ED se basa en un nuevo esquema para generar soluciones añadiendo un vector de pesos diferenciados entre dos miembros de la población en la dirección de un tercer miembro. Este método se aplicó a dos problemas de RI 2D: mosaicking y cambios en imágenes satélite, en los que el registro se lleva a cabo con un enfoque basado en parámetros para una transformación afín determinada por siete parámetros de codificación real.

---

<sup>6</sup>Imágenes de resonancia magnética

### 2.4.3.8. Propuesta basada en BD de Cordón y otros

Este método de RI está basado en el AE BD adaptado al enfoque de RI basado en las correspondencias [32], afrontando así un problema de optimización combinatoria. En la experimentación se usaron imágenes del repositorio Brainweb [1, 96], que simula la IRM de cuatro cerebros humanos con niveles diferentes de ruido y lesión, y otras de TC<sup>7</sup> que corresponden a dos huesos de muñeca. A partir de éstas se extrae información de curvatura con el fin de explotar información dependiente del problema. A diferencia de la típica combinación aleatoria de soluciones considerada en AGs, la idea base de BD [64, 97] es la combinación sistemática de soluciones seleccionadas de lo que se denomina *Conjunto de Referencia* (RefSet), el cual normalmente es entre cinco y diez veces más pequeño que los tamaños normales de población en un AG.

De las cinco componentes de la BD, los autores proponen nuevos diseños para tres de ellas: el *generador de soluciones diversas*, el *método de mejora* y el *método de combinación*. Con estas mejoras, se desarrolla una propuesta que consigue un rendimiento mejorado comparado con el estado del arte de los métodos que siguen un enfoque basado en correspondencias. En concreto, los autores tuvieron éxito abordando el problema de RI en escenarios con amplia desalineación entre imágenes, que, como ya se ha descrito (ver Sección 1.3.3.4), es uno de los inconvenientes principales del método ICP.

Otra de las novedades del método radica en que los valores heurísticos de las características extraídas de la imagen (llamadas líneas de cresta [129, 177]) se usan para guiar la correspondencia entre puntos de ambas imágenes. De esta forma, los autores proponen un esquema de codificación avanzado en el que la correspondencia para un punto dado se representa mediante una permutación. Asimismo, se define una función  $m_{error}(\cdot)$  que evalúa la bondad de la correspondencia codificada en una permutación,  $\pi$ , usando los valores de curvatura mencionados,  $k_1$  y  $k_2$ , de la siguiente forma:

$$m_{error}(\pi) = \Delta k_1 + \Delta k_2 \quad \text{donde} \quad \Delta k_j = \sum_{i=1}^r (k_j^i - k_j^{\pi_i})^2, \quad j = \{1, 2\} \quad (2.7)$$

donde  $\Delta k_1$  y  $\Delta k_2$  miden el error relativo a la correspondencia de los puntos de escena

---

<sup>7</sup>Tomografía computerizada

y modelo con diferentes valores para primera y segunda curvaturas, respectivamente.

En lo referente a la función objetivo, se incluye información tanto de la medida usual para el RI  $g(\pi)$  (error cuadrático medio, ECM, de la transformación de registrado resultado de la correspondencia de puntos codificada en  $\pi$ ) como del criterio anterior, de la siguiente forma:

$$\text{mín } F(\pi) = w_1 \cdot g(\pi) + w_2 \cdot m_{error}(\pi) \quad (2.8)$$

donde  $w_1, w_2$  son coeficientes de peso que definen la importancia relativa a cada término.

## Conclusiones

Una vez presentado el problema de registrado empleando escáneres de rango (RIR), justificado el por qué es necesario el uso de técnicas aproximadas de optimización y realizado un análisis del estado del arte de los métodos de registrado más destacados en esta categoría propuestos hasta la fecha, los siguientes capítulos abordan las diferentes deficiencias de diseño de los métodos revisados en este capítulo a través de la propuesta de nuevos modelos de registrado inspirados igualmente en la computación evolutiva.

---

## Capítulo 3

# Sinergia entre búsqueda global y local en los algoritmos de registrado de imágenes

### 3.1. Introducción

Como se ha mostrado en el capítulo anterior, los métodos clásicos de RI son la alternativa más eficiente y eficaz cuando las condiciones del entorno de aplicación así lo permiten. Sin embargo, existen determinadas situaciones que condicionan el procedimiento de optimización, siendo necesario la intervención manual del usuario para dar una orientación inicial o prealineación de cierta calidad entre las imágenes. Para evitar la intervención del usuario, en la literatura de RI se han propuesto diferentes alternativas heurísticas revisadas en el capítulo anterior, fundamentalmente pertenecientes al campo de las metaheurísticas y el de la CE.

En los últimos años, la tendencia es aplicar dos enfoques de optimización diferentes: i) un enfoque de *hibridación secuencial*, que combina separadamente procedimientos de búsqueda global y local; y ii) un segundo tipo de algoritmos denominados meméticos (AM) que incorporan la componente de búsqueda local dentro del proceso de búsqueda global ([82, 95]) de soluciones. A continuación, independientemente del enfoque, se lleva a cabo el refinamiento de la solución (ver Figura 3.1).

Sin embargo, no existe un referente claro acerca de las bondades y deficiencias

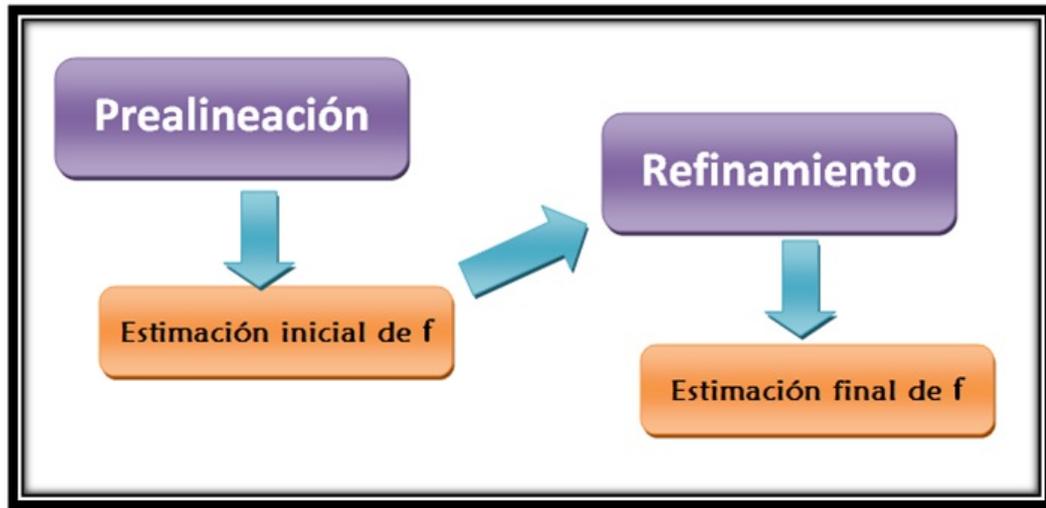


Figura 3.1: RIR en dos etapas

de ambos enfoques, así como de posibles alternativas a las existentes, tales como la propuesta de AM basada en el algoritmo búsqueda dispersa (BD) [30], que se muestra como una de las más exitosas soluciones para el problema de RI. Por tanto, en este capítulo se introduce un amplio estudio experimental de ambos enfoques (híbrido secuencial vs. AM) y se proponen nuevos diseños meméticos, 18 en total, que se comparan con aquellos del estado del arte ([30]).

La estructura de este capítulo se divide como sigue. En la Sección 3.2 se describen algunas de las contribuciones más relevantes basadas en el enfoque de hibridación secuencial. A continuación, la Sección 3.3 presenta el diseño memético considerado, describiendo los distintos enfoques de búsqueda local y global utilizados, así como la integración de ambos. Por último, la Sección 3.4 se destina a presentar el diseño experimental considerado, así como de la evaluación y análisis de los resultados obtenidos.

## 3.2. Hibridación secuencial

En la comunidad de RI una de las aproximaciones/enfoques para abordar la fase de prealineación se basa en la *hibridación secuencial* (primero uno y a continuación otro) de los procedimientos de búsqueda global y local. Mientras que los primeros

están normalmente basados en procedimientos de CE (aprovechando las capacidades de búsqueda global de los AEs), los últimos (búsqueda local) suelen estar basados en algoritmos de gradiente descendente para afinar el resultado anterior. A continuación se revisan algunos de estos enfoques.

**Propuesta de Jenkinson y Smith** Los autores [85] abordan el problema de RI 3D de imágenes médicas de cerebros. Su propuesta combina una optimización local rápida basada en el método de Powell con una fase inicial de búsqueda completa que se conduce sobre los ángulos de rotación considerando vóxeles de 8-mm de resolución en imágenes volumétricas. La etapa de optimización local se escala hacia resoluciones volumétricas mayores para conseguir resultados más precisos en cada paso.

**Propuesta de Xu** En esta ocasión [186], se propone un método basado en el AE Evolución Diferencial (ED) para la fase de búsqueda global y, a continuación, el método de Powell para solucionar el problema de RI médicas 3D con imágenes de resonancia magnética (IRMs).

**Propuesta de Telenczuk y otros** Los autores [175] también emplearon un algoritmo de búsqueda global basado en ED y un algoritmo de Gradiente Descendente como refinado. Para resolver el problema de la determinación de la posición de estructuras moleculares en complejos macromoleculares de resolución media.

**Propuesta de Yao y Goh** Aquí [188], los autores se enfrentaron al problema de RI 2D multisensor, usando para ello AGs para prelinear las imágenes seguido de una etapa de refinado usando el método Powell.

**Propuesta de Dru y otros** Los autores [45] proponen el uso de DIRECT (Rectángulos Divididos) como algoritmo de búsqueda global, seguido por el método Powell, en esta ocasión aplicado al problema de RI 3D (IRMs) de cerebros humanos.

### 3.3. Algoritmos meméticos

A diferencia de los algoritmos de RI Híbridos Secuenciales descritos en el apartado anterior, que proporcionan resultados satisfactorios, existe un segundo enfoque de algoritmos denominados meméticos (AM) en los cuales la búsqueda local está embebida dentro de la búsqueda global ([82, 95]) formando parte del proceso evolutivo, y de los cuales, exceptuando en [30] con el algoritmo de BD, escasean las contribuciones en el campo de RI.

El término *algoritmo memético* fue introducido por Moscato en 1989 para describir AGs en los que la búsqueda local (BL) juega un papel importante [130]. Formalmente, un AM se define como un AE que incluye una o más fases de BL dentro de su ciclo evolutivo [95]. El esquema de AE empleado por los AMs, también llamado *híbrido*, se origina debido a que los operadores de mutación y cruce del AG producen soluciones fuera del espacio de los mínimos locales (búsqueda global) mientras que un optimizador local realiza un proceso de mejora de esas soluciones. Como se puede observar, esto es contrario al enfoque Híbrido Secuencial. La comunidad de CE ha mostrado gran interés en el desarrollo de AMs en diversas áreas de investigación [82, 95, 135, 173, 198, 201].

Como ya se introdujo en [30], la perspectiva memética puede ser una alternativa prometedora en el campo de RI. A continuación, se presentan los diseños meméticos considerados en nuestro estudio.

#### 3.3.1. Estrategia de Búsqueda Global

Tres de los enfoques de AEs más extendidos y que han mostrado resultados satisfactorios en el problema de RI son CHC [31], ED [149] y BD [30]. A continuación se describen cada uno de ellos.

##### 3.3.1.1. CHC

CHC [49] es un AE de codificación binaria que combina una estrategia de selección con una alta presión selectiva, además de varios componentes que introducen una fuerte diversificación. Sus cuatro componentes principales son:

*Generación inicial de soluciones.*

*Selección elitista:* Los miembros de la población actual se combinan con la nueva población obtenida y se seleccionan los mejores individuos para obtener la nueva población. Si un padre y una solución de prueba tienen el mismo objetivo, el padre pasa a la siguiente generación.

*Cruce altamente disruptivo:* El cruce HUX garantiza que las dos soluciones de prueba están siempre a la máxima distancia Hamming de sus dos padres, introduciendo así una alta diversidad en la nueva población, y reduciéndose la posibilidad de convergencia prematura.

*Mecanismo de prevención de incesto:* Durante el paso de reproducción, cada miembro de la población es seleccionado sin reemplazamiento para el emparejamiento. Sin embargo, no todas las parejas se permiten en el cruce. Antes de emparejar, se calcula la distancia Hamming entre padres potenciales, y si el 50% no excede de un determinado umbral, no se permite el emparejamiento y la solución que se obtiene a partir de ellos, no se incluye en la población. Si durante una generación no se obtienen soluciones de prueba, el umbral se decrementa.

En nuestro enfoque de AM con CHC para RI, extendemos el esquema CHC a la codificación real, que está basado en las cuatro componentes anteriores pero haciendo algunos cambios:

*Cruce BLX- $\alpha$  [50]:* Este mecanismo obtiene una solución  $x = (h_1, \dots, h_k, \dots, h_l)$  de prueba (siendo  $l$  el número de parámetros de la transformación de RI ( $f$ ) y  $h_k$  un valor dado para la variable (parámetro de  $f$ )  $k$ -ésima) a partir de las dos soluciones padre  $x^1 = (c_1^1, \dots, c_l^1)$  y  $x^2 = (c_1^2, \dots, c_l^2)$  generando uniformemente un valor aleatorio para cada variable  $h_k$  dentro del intervalo  $[c_{min} - I \cdot \alpha, c_{max} + I \cdot \alpha]$ , siendo  $c_{max} = \max(c_k^1, c_k^2)$ ,  $c_{min} = \min(c_k^1, c_k^2)$ , e  $I = c_{max} - c_{min}$ . De esta forma, el parámetro  $\alpha$  permite obtener un mejor equilibrio entre diversificación e intensificación.

*Mecanismo de prevención de incesto:* Consiste en una conversión de los padres binaria a real.

### 3.3.1.2. Evolución Diferencial

ED [171] es un AE prometedor en la resolución de problemas de optimización real. Combina operadores aritméticos simples con los operadores de selección, mutación y cruce clásicos en un esquema fácil de implementar y con pocos parámetros de control. Estas ventajas lo han hecho estar presente en varias publicaciones que lo usan para abordar el problema de RI [38, 149, 175, 186].

La idea fundamental del algoritmo ED es un nuevo esquema para generar soluciones iniciales que añade un vector de pesos. Después de una experimentación previa con las diversas variantes que existen, se ha considerado una versión que se resume en:

- *Inicialización aleatoria:* Inicializar una población inicial de soluciones siguiendo una distribución uniforme de probabilidad.
- *Operación diferencial o mutación:* Para cada solución  $x_i(t)$  de la población en la generación  $t$ , se genera un vector diferencial  $z_i$  de acuerdo con la ecuación:

$$z_i = x_{r_1}(t) + F \cdot [x_{r_2}(t) - x_{r_3}(t)] \quad (3.1)$$

donde  $i$  es el índice de la solución de la población en la generación  $t$ ;  $r_1, r_2, r_3$  son tres enteros generados aleatoriamente (para cada solución  $i$  –ésima) con una distribución uniforme y sus valores son menores o iguales que el tamaño de la población, y diferentes entre sí; y  $F$  es el *factor de mutación* ( $F > 0$ ) que controla la amplificación de la diferencia entre dos individuos.

- *Operación de recombinación:* Para incrementar la diversidad de la nueva solución de prueba  $x_i(t + 1)$  se aplica recombinación mediante el reemplazo de ciertos parámetros (seleccionados aleatoriamente con una distribución uniforme acorde a un *índice de recombinación*  $CR \in [0, 1]$ ) de la solución  $x_i(t)$  mediante los correspondientes parámetros del vector diferencial previamente generados  $z_i$  de la siguiente forma:

Para cada parámetro  $j$ -ésimo de  $x_i(t)$

$$\text{Si } \text{Aleatorio}(j) \leq CR \text{ entonces } x_{i_j}(t + 1) = z_{i_j}$$

En otro caso,  $x_{i_j}(t + 1) = x_{i_j}(t)$

- *Operación de Selección:* Si la nueva solución  $x_i(t + 1)$  es mejor que  $x_i(t)$ , entonces  $x_i(t)$  será reemplazada por  $x_i(t + 1)$ .

También se considera un mecanismo de reinicio de la población para evitar el estancamiento del proceso de búsqueda, aplicado tras un cierto número de iteraciones en las que no se actualiza la población.

### 3.3.1.3. Búsqueda Dispersa

Los fundamentos de BD fueron introducidos originalmente por Fred Glover en [64] y se desarrollaron posteriormente en varios trabajos como [97]. La idea principal en la que se basa esta técnica es la existencia de un conjunto reducido de soluciones élite (entre diez y veinte), llamado *Conjunto de Referencia (RefSet)*, involucradas en un proceso evolutivo en el que se potencia la combinación *sistemática* de soluciones, opuesto al de los algoritmos genéticos (AGs), en los que se suele hacer uso de mecanismos puramente aleatorios. En la Figura 3.2 se muestra el esquema general de este AE.

A continuación se describe brevemente el diseño específico que se ha considerado para cada uno de los métodos que componen BD adaptados al problema de RIR, el cual está basado en la contribución [153].

**Método de Generación de Soluciones Diversas:** El esquema original de BD considera la generación de un conjunto inicial  $P$  de soluciones de prueba con el que construir el conjunto de Referencia (RefSet). El número de soluciones generadas ( $Psize$ ) es normalmente cinco o diez veces mayor que el tamaño del conjunto de Referencia. Estas soluciones de prueba no se generan aleatoriamente (como ocurre con los AGs) sino heurísticamente. Sin embargo, en este trabajo, hemos considerado una generación inicial aleatoria de soluciones, para llevar a cabo una comparación justa con los AEs previos (CHC y ED). Asimismo, en las versiones meméticas propuestas a continuación, tampoco se aplica método de mejora a las distintas soluciones iniciales, como así sugiere el esquema original de BD.

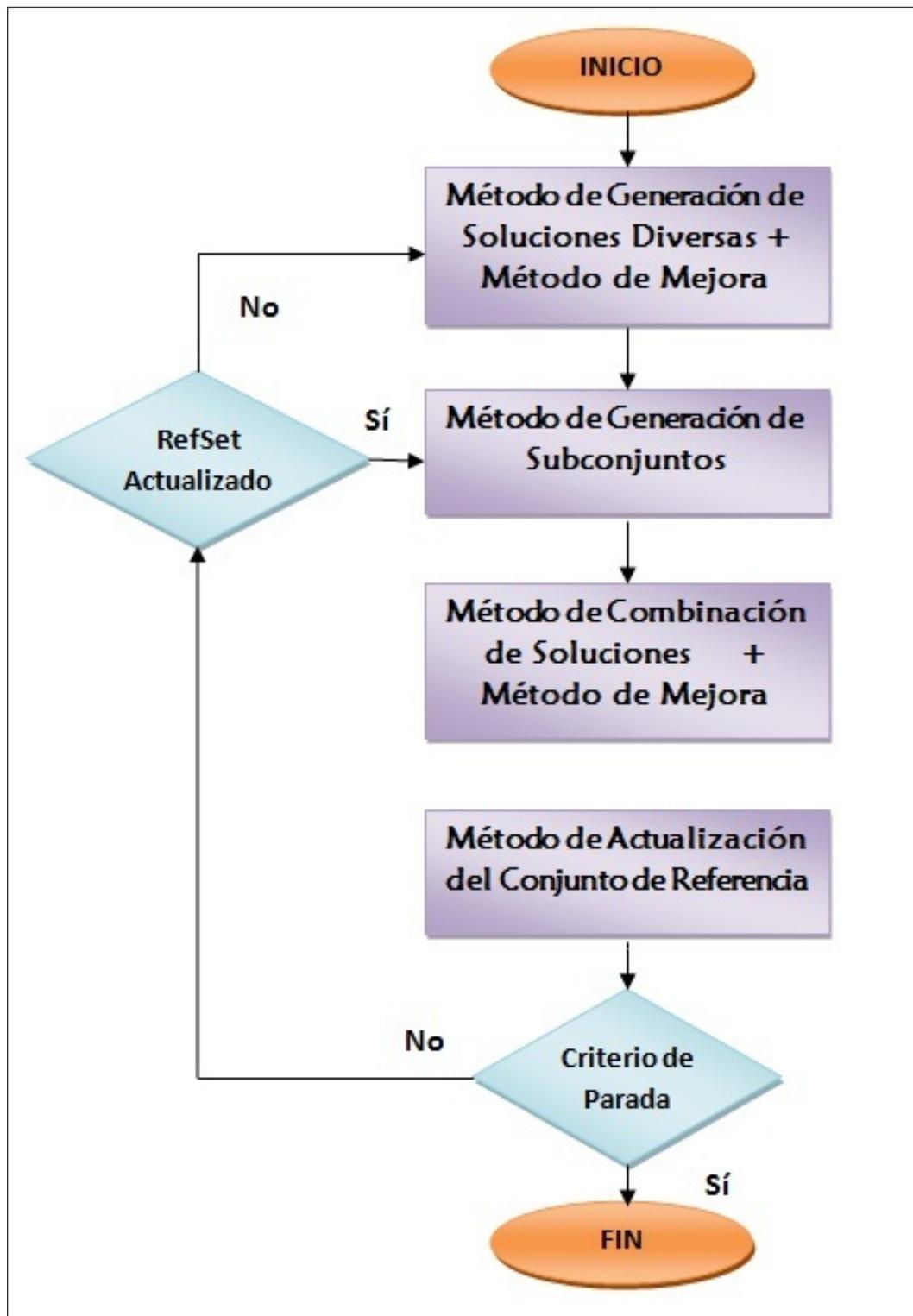


Figura 3.2: Diagrama de Control de BD

**Método de Mejora:** Éste juega un papel importante como intensificador de la búsqueda, transformando una solución de prueba en una solución mejorada. Si no hay mejora, se considera la solución inicial. Su consideración es algo opcional dentro del diseño de BD. En este trabajo, vamos a considerar los algoritmos *Powell*, *Crossover-based LS (XLS)* y *Solis & Wets'* (éste último empleado en [153])

**Método de Actualización del Conjunto de Referencia:** Su misión es construir y actualizar el Conjunto de Referencia en base a criterios de calidad (valor de la función objetivo) o diversidad (distancia entre soluciones). En este caso, consideramos un criterio de actualización basado en la calidad de las soluciones, y un esquema estático, el cual implica la actualización de RefSet una vez los dos siguientes métodos se han realizado.

**Método de Generación de Subconjuntos:** A partir de las soluciones en RefSet, el propósito de este método es generar subconjuntos de  $n$  soluciones que serán la entrada del *Método de Combinación* con las que construir nuevas soluciones o soluciones de prueba. Para nuestra implementación hemos considerado la creación de las  $\frac{b \cdot (b-1)}{2}$  posibles parejas de soluciones presentes en el *Conjunto de Referencia*.

**Método de Combinación:** Éste transforma un conjunto de soluciones dado (normalmente, una pareja) en una nueva solución combinada o de prueba. En la implementación, se ha elegido el operador de cruce BLX- $\alpha$  [50], ampliamente utilizado en AGs con codificación real. De forma similar a los anteriores métodos de Búsqueda Global (CHC y ED), se considera un mecanismo de reinicio de la población (RefSet) para evitar mínimos locales.

### 3.3.2. Estrategia de Búsqueda Local

A continuación, en las siguientes subsecciones, se describen los métodos de Búsqueda Local que se han seleccionado para diseñar los enfoques RIR basados en AMs.

### 3.3.2.1. Método de Powell

Este algoritmo [137] es uno de los métodos de optimización más populares en la literatura de RI [45, 113, 186, 200]. Se clasifica como un algoritmo de optimización en una dirección dada que busca calcular una base óptima para el espacio de la función objetivo tal que los vectores unitarios sean apropiados para un problema de optimización uno-dimensional. Trabaja haciendo de forma repetida sucesivas optimizaciones uno-dimensionales sobre un conjunto de vectores base cuya orientación se revisa iterativamente para incrementar el índice de descenso. Nuestra implementación se basa en el método de Brent [138] para una optimización uno-dimensional.

### 3.3.2.2. Método de Solis y Wets

Solis y Wets [169] proponen un método basado en una heurística greedy. Se generan puntos de prueba usando una distribución normal multivariada, y aquellos que no tienen éxito se reflejan sobre el punto actual para encontrar una dirección descendente. En particular, el algoritmo genera nuevas soluciones de prueba usando pasos prudentes y coordinados. Si las soluciones obtenidas son mejores que la mejor actual, se acepta y el algoritmo se repite. Si no es así, el algoritmo considera un paso en una dirección opuesta. Si este nuevo punto es también peor que la solución actual, entonces se genera una nueva solución de prueba en el vecindario de la actual. El método permite también definir mecanismos para expandir y contraer el tamaño de los desplazamientos usados para generar nuevas soluciones de prueba.

### 3.3.2.3. Método basado en el cruce

Los métodos basados en el cruce (XLS) [11] son un tipo singular de métodos de optimización especialmente atractivos para problemas con codificación real. De hecho, consideran operadores de cruce que tienen una naturaleza auto-adaptativa. Estos operadores pueden generar soluciones de prueba de forma adaptativa de acuerdo a la distribución de las soluciones padres de la población sin parámetros adaptativos. Los ejemplos más usuales de métodos XLS son *Mínima Generación Gap* [156] y *Generación Gap Generalizada* [39].

Su idea fundamental se basa en realizar una BL en el vecindario de las soluciones

padre involucradas en el cruce [108, 133]. Dada una solución a mejorar, denominada padre de familia, se seleccionan aleatoriamente  $L$  soluciones de la población actual para emparejarlas con ella y así generar nuevas soluciones en el vecindario del padre mediante operadores de cruce. Luego se hace una selección para reemplazar el padre de familia con la mejor solución de las  $L$  nuevas soluciones sólo si esta es mejor que la primera. Se puede denominar *estrategia de mejor punto vecino* [133]. Este procedimiento se repite hasta alcanzar un criterio de parada, generalmente número de iteraciones.

En esta implementación, se ha considerado un cruce PBX- $\alpha$  (con  $\alpha = 0.5$ ) para generar cuatro soluciones vecinas en cada iteración de la BL.

### 3.3.3. Integración

En este punto, para conseguir un comportamiento eficaz y apropiado del AM hay que tomar importantes decisiones que afectarán a los resultados obtenidos, las cuales estarán condicionadas por la necesidad de reducir el tiempo de ejecución y conseguir un equilibrio entre intensificación y diversificación. Por tanto, es crucial determinar una adecuada integración de los procesos de búsqueda global y local.

Normalmente, a cada solución obtenida mediante los operadores de cruce y mutación en un AE se le aplica BL [33, 124]. Sin embargo, esto consume mucho tiempo, especialmente en aplicaciones donde la función objetivo es costosa computacionalmente (como es el caso de RIR). Es por esto por lo que los enfoques alternativos consideran la aplicación de BL a sólo una solución, comúnmente a la mejor encontrada en la población actual, o bien a cualquier otra seleccionada mediante el criterio adecuado [77, 82, 133].

Otra posibilidad, que es la que se adopta en esta implementación, es considerar una aplicación selectiva de la BL sobre cada individuo. La decisión de aplicar BL a una solución o no aplicarla afectará a factores importantes tales como el equilibrio entre intensificación y la diversificación. Aplicar BL a cada solución decrementa las capacidades exploratorias de las estrategias de búsqueda global de los AMs. Por esto, se han considerado en la implementación dos criterios fundamentales de aplicación selectiva de la BL. Ambos son fáciles de implementar y con resultados prometedores obtenidos recientemente en [32] y [30]. Uno de ellos, propuesto por Hart [75], se basa

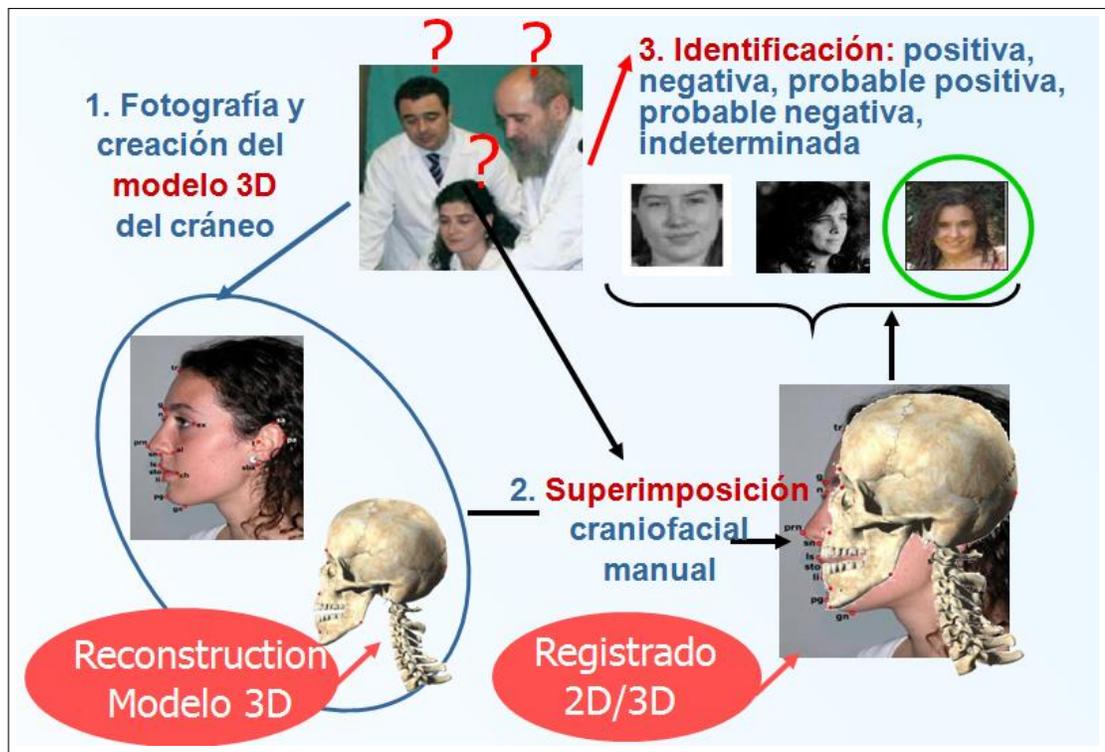
en una aplicación aleatoria con valor de distribución uniforme de probabilidad de 0.0625. El segundo, aplicar BL solo si el individuo es mejor que alguno de sus padres. Ambos criterios se comparan en el estudio experimental de la siguiente sección de este capítulo.

Por último, puesto que la experimentación se va a realizar sobre una aplicación real, tenemos un requisito de velocidad que nos obliga a considerar un tiempo (segundos) para cada método de estudio. Para un tiempo fijado como criterio de parada, un aspecto final que puede afectar significativamente al equilibrio intensificación-diversificación son las iteraciones de la BL (más iteraciones de BL suponen mas intensificación y menos diversificación). En la experimentación llevada a cabo, para ver la influencia de este parámetro, se han considerado tres configuraciones diferentes de la BL: 25, 50 y 100 iteraciones.

### **3.4. Experimentación y análisis de resultados**

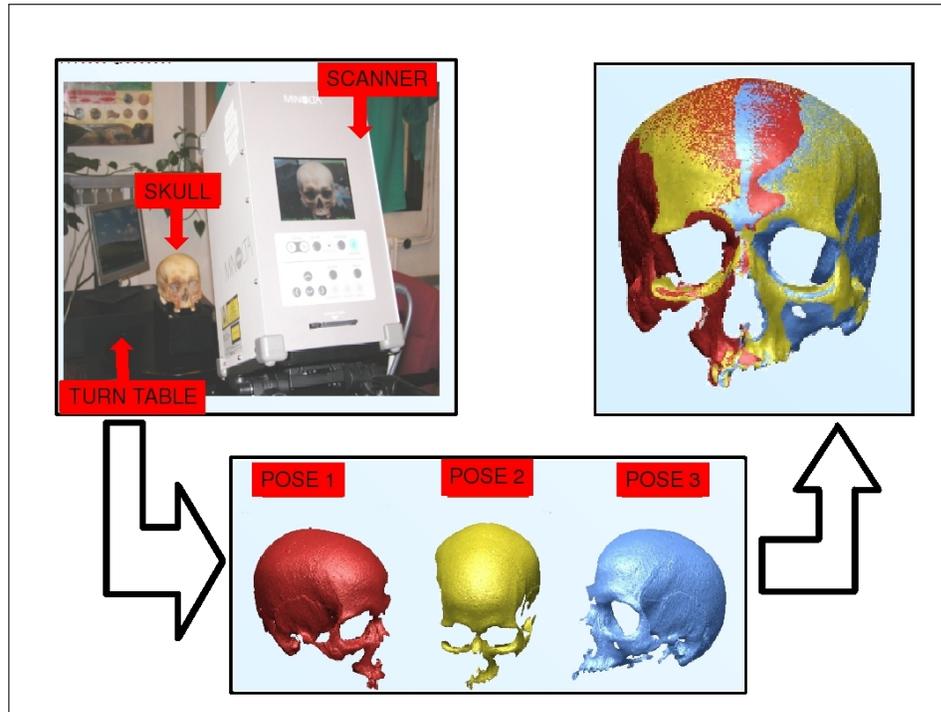
En esta sección presentamos una serie de experimentos diseñados para estudiar la eficacia y el rendimiento de los diferentes métodos de RIR considerados: los basados en el enfoque híbrido secuencial frente a los basados en AMs. Asimismo, en la experimentación se aborda una aplicación real en la que se utilizan diferentes modelos 3D de cráneos. Esto constituye una aplicación novedosa dentro de la medicina forense, cuyo propósito objetivo es el análisis de restos del esqueleto humano y de su entorno [80],[81] y que en ocasiones sirve de ayuda para identificar personas desaparecidas a partir de sus fotografías, lo que en dicho campo se denomina supra-proyección fotográfica (Figura 3.3), en el que el forense hace corresponder el modelo tridimensional escaneado del cráneo con la foto del rostro para así determinar si se trata de la misma persona.

Por tanto, para llevar a cabo el proceso de identificación, es de especial importancia la obtención de un modelo 3D del cráneo lo más preciso y fidedigno posible. En la Figura 3.4 se puede ver un resumen de todo el proceso de RIR, desde que comienza el proceso de adquisición de imágenes hasta la obtención del modelo 3D completo. Por tanto, en este trabajo abordamos la resolución de diferentes instancias de problema de reconstrucción 3D empleando para ello los distintos métodos de RIR



**Figura 3.3:** Proceso de identificación forense, que comprende la obtención del modelo 3D, la supraproyección fotográfica y, finalmente, la decisión del forense

vistos en las secciones previas de este capítulo.



**Figura 3.4:** *Proceso completo de RIR: desde la captura de imágenes hasta la obtención del modelo 3D.*

### 3.4.1. Imágenes de Rango

El Laboratorio de Antropología Física de la Universidad de Granada nos proporcionó las imágenes de dos cráneos humanos (Skull1 y Skull2) adquiridas con un escáner láser marca Konica-Minolta<sup>©</sup> modelo vivid-910.

El proceso de adquisición se realizó considerando un escaneo cada 45° de la tabla de giro (turn table, Figura 3.4)<sup>1</sup>. Se cuenta, por tanto, con ocho vistas (0° – 45° – 90° – 135° – 180° – 225° – 270° – 315°), lo cual supone una ventaja en cuanto a la reducción de tiempo de escaneo y requisitos de almacenamiento. De estas ocho

<sup>1</sup>Hay que tener en cuenta que cuanto menos solapamiento haya entre pares de imágenes (es decir, cuanto más grande sea el ángulo de rotación considerado en la tabla de giro), más probable es que los métodos de RIR clásicos, como el llamado algoritmo ICP [10], queden atrapados en óptimos locales [153].

vistas, en nuestra experimentación hemos usado cinco ( $270^\circ - 315^\circ - 0^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ ), ya que aunque el proceso de reconstrucción 3D tiene por objetivo la obtención de un modelo 3D completo, en el problema de identificación forense (Figura 3.3) sólo se abordan casos en los que la pose de la persona a identificar es frontal o ligeramente lateral. Por tanto, las 5 vistas seleccionadas hacen referencia al rostro de la persona.

Para reducir la información con la que deben operar los métodos de RIR durante la fase de prealineación y acelerar los métodos de RIR, se ha considerado un preproceso de extracción de puntos característicos de las imágenes de rango. En concreto, se hace uso de un detector de líneas de cresta [189]. Por tanto, los datos resultantes de este preprocesado de líneas de cresta se usan posteriormente en cada método de RIR. En la Tabla 3.1 se muestra la reducción de puntos que se obtiene para las imágenes consideradas antes y después de la aplicación del procedimiento de extracción de líneas de cresta. La Figura 3.5 muestra algunas de las imágenes de rango de los cráneos y sus correspondientes puntos característicos extraídos a tal efecto.

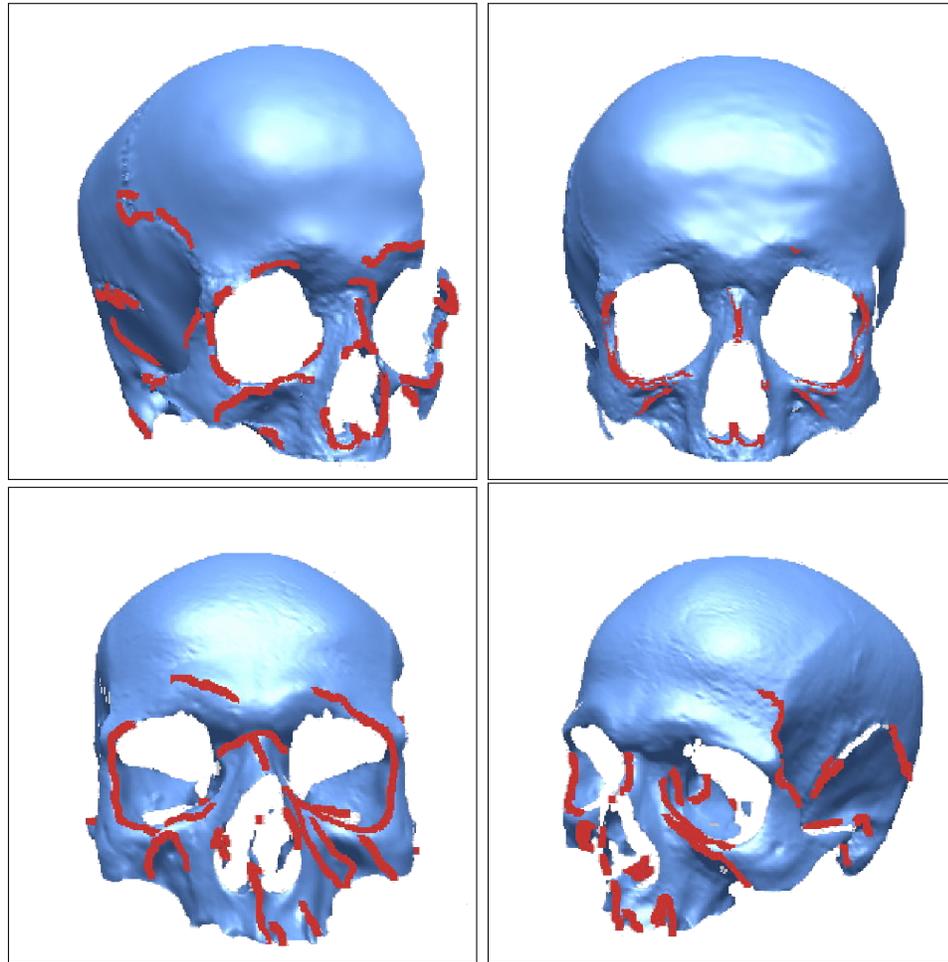
**Tabla 3.1:** *Tamaño (número de puntos 3D) de las imágenes de rango originales y las resultantes despues de aplicar el proceso de extracción de características*

		Imágenes				
		270°	315°	0°	45°	90°
<b>Original</b>	<i>Skull<sub>1</sub></i>	109936	76794	68751	91590	104441
	<i>Skull<sub>2</sub></i>	121605	116617	98139	118388	128163
<b>Líneas de Cresta</b>	<i>Skull<sub>1</sub></i>	1380	1181	986	1322	1363
	<i>Skull<sub>2</sub></i>	1528	2106	1995	2066	1774

### 3.4.2. Diseño experimental

El diseño experimental comprende ocho problemas/instancias de RIR entre pares de imágenes de rango adyacentes: cuatro para Skull1 ( $I_{270^\circ}^1 - I_{315^\circ}^1$ ,  $I_{315^\circ}^1 - I_{0^\circ}^1$ ,  $I_{45^\circ}^1 - I_{0^\circ}^1$  y  $I_{90^\circ}^1 - I_{45^\circ}^1$ ) y el equivalente para Skull2.

Con el propósito de simular escenarios/instancias de RIR reales (por ejemplo, aquellos casos en los que no se dispone de una tabla de giro) se ha realizado un



**Figura 3.5:** De izquierda a derecha. La primera fila corresponde a las imágenes  $I_{315^\circ}^1$  e  $I_{0^\circ}^1$  de  $Skull_1$ . La segunda fila a  $I_{0^\circ}^2$  e  $I_{45^\circ}^2$  de  $Skull_2$ . En todas ellas se muestra sobreimpresa en la superficie 3D las líneas de cresta extraídas con las que opera el método de RIR.

diseño experimental simulando un proceso de escaneo sin tabla de giro. Para ello, se han introducido en las instancias del problema de RIR transformaciones aleatorias de tipo rígido,  $T_i$ , generadas siguiendo una distribución de probabilidad uniforme: cada uno de los tres parámetros del eje de rotación en el rango  $[-1, 1]$ ; el ángulo en  $[0^\circ, 360^\circ]$ ; y los tres parámetros de traslación en  $[-40, 40]$ . La amplitud en el rango de transformaciones que se ha tenido en cuenta tiene por objeto ayudarnos a analizar la robustez de los métodos de RIR.

Así, cualquiera de los métodos RIR considerados a continuación tendrá que superar estas subóptimas inicializaciones para ser considerado un método automático, eficaz, robusto y rápido de reconstrucción 3D. Asimismo, teniendo en cuenta la aplicación real abordada, se ha considerado una función objetivo basada en la minimización del error cuadrático mediano (ECMed) de las distancias al punto más cercano  $d_i^2$ <sup>2</sup>

$$F(I_s, I_m; f) = ECMed(d_i^2) \quad (3.2)$$

donde  $ECMed()$  corresponde al cálculo del valor mediano  $d_i^2$  de la distancia Euclídea al cuadrado de los  $N_{I_s}^{th}$  puntos de la imagen escena  $I_s$ , calculado de la siguiente forma:

$$ECMed(I_m, f(I_s)) = mediana\{\|f(p_i) - q_{cl}\|^2\}, \quad \forall \vec{p}_i \in I_s \quad (3.3)$$

donde  $q_{cl}$  es el punto de  $I_m$  más cercano al punto transformado  $f(p_i)$  de  $I_s$ . Para acelerar el cálculo del punto más cercano  $q_{cl}$  de  $I_m$  se ha utilizado la estructura de indexación espacial conocida como *Grid Closest Point* (GCP) [187].

### 3.4.3. Configuración de parámetros.

Los diferentes métodos RIR se han ejecutado en un ordenador con procesador AMD Athlon 2.2 GHz con 2 GB RAM y S.O GNU/Linux (32 bits).

Todos los algoritmos se han ejecutado considerando un tiempo prefijado de CPU de 20 segundos. Para evitar dependencias de ejecución, cada método RIR se ejecuta treinta veces (con un valor de semilla distinto) sobre cada una de las ocho instancias

---

<sup>2</sup>Se ha usado una función distinta a la considerada en [187] con el propósito de conseguir un enfoque más robusto

de problema consideradas, generando así en cada una de ellas una transformación  $T_i$  aleatoria diferente a estimar por cada método.

Los métodos de RIR basados en AMs comienzan con una población de 100 soluciones aleatorias (ver Sección 3.2). El valor del parámetro  $\alpha$  del operador  $BLX - \alpha$  empleado en CHC se fija a 0.5 [31]. En el AM basado en DE, la mejor configuración encontrada para el control de los parámetros es un factor  $F = 0.5$  de mutación y un índice de recombinación  $CR = 0.7$ . Por otro lado, la variante memética que se basa en SS, el conjunto de referencia (RefSet) se compone de  $b = 8$  soluciones y el cruce  $BLX - \alpha$  se aplica con un  $\alpha = 0.3$  [153].

La BL de los métodos de RIR basados en hibridación secuencial (HS) considera un criterio de parada basado en un número predefinido de evaluaciones sin mejora. En particular, se han considerado  $4 \times \text{número-de-parametros-de-solucion} = 4 \times 7 = 28$ .

Por último, el mecanismo de reinicio en ED y en SS se aplica cuando la población no sufre ningún tipo de actualización tras 3 iteraciones.

### 3.4.4. Análisis de resultados

La notación empleada en el análisis de resultados es la que sigue:

$$Enfoque_{BL/criterio\_sel/\#it}^{AE}$$

donde *Enfoque* se refiere a uno de los elementos en  $\{AM, HS\}$ , indicando un enfoque memético o híbrido secuencial; *AE* corresponde con uno de los tres AE considerados  $\{CHC, ED, SS\}$ ; *BL* hace referencia a alguno de los métodos  $\{Powell, Solis, XLS\}$ ; *criterio\_sel*  $\in \{d, p\}$  e indica la aplicación determinística o probabilística de la BL; e  $\#it \in \{25, 50, 100\}$  se refiere al nivel de intensificación de la BL. Así, por ejemplo,  $AM_{Solis/d/25}^{ED}$  hace referencia a un AM que considera ED como AE y Solis&Wets como BL, usando un criterio de aplicación determinístico y con intensidad de 25 evaluaciones cada vez que se aplica. De igual forma,  $HS_{Solis}^{ED}$  corresponde a la hibridación secuencial entre ED y Solis&Wets.

Los resultados estadísticos que se presentan en las siguientes secciones se hacen en base a la media global de la función objetivo considerada en Ec. (3.2) a partir

de las 8 instancias de problema diseñadas. A tener en cuenta que cuanto menor sea el valor de función objetivo obtenido, tanto mejor será el RIR, y por extensión el modelo 3D final reconstruido. En el Apéndice, las Tablas 3.8 - 3.16 muestran los resultados detallados individuales de cada método para las 8 instancias de problema. Las tablas resumen 3.2 y 3.5 se derivan de las anteriores.

También, se ha llevado a cabo un proceso de análisis de la significancia de los resultados empleando un test estadístico de tipo no paramétrico, conocido como test de Wilcoxon. Este test no asume normalidad en las muestras, y se apoya en los símbolos: ‘+’ para indicar que existe significancia favorable para el método de la fila; ‘-’ idem para el método de la columna; y ‘=’ cuando no hay significancia favorable para ninguno de los métodos comparados.

#### 3.4.4.1. Métodos HS

En la Tabla 3.2 se muestran los resultados medios obtenidos por los métodos AEs básicos y los correspondientes en su versión HS (en las tablas 3.8, 3.9 y 3.10 del apéndice se encuentran los resultados individuales para las 8 instancias de problema). La Figura 3.6 muestra una gráfica en la que se resumen los resultados mostrados en dichas tablas de acuerdo al valor medio de ECMed. Asimismo, la Tabla 3.3 refleja la significancia estadística de los resultados en la comparación AEs básico vs. Hs.

**Análisis técnico:** Las versiones de AEs básicos *CHC* y *SS* son los que ofrecen mejores resultados debido al equilibrio entre intensificación y diversificación, frente a la búsqueda más exploratoria que realiza *DE*. Sin embargo, si tenemos en cuenta el enfoque HS, es  $HS^{DE}$  la variante que obtiene una mejora más importante con respecto a la versión básica si lo comparamos con  $HS^{CHC}$  y  $HS^{SS}$ .

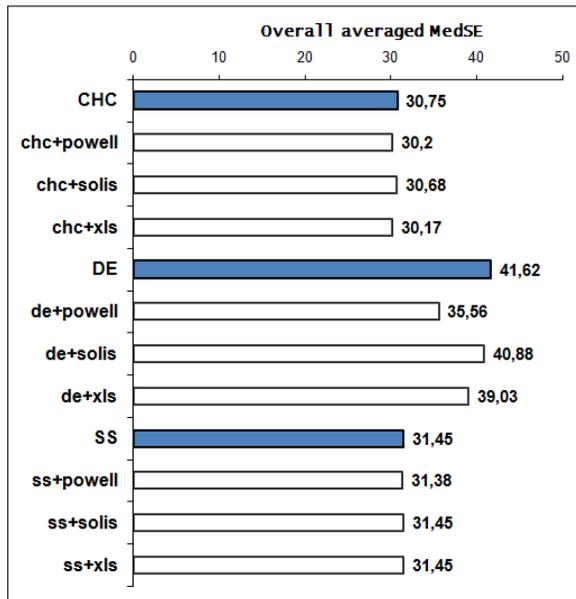
Con respecto a las BLs, el método Powell es el que ofrece un mejor rendimiento, a pesar de ser más costoso computacionalmente comparado con Solis&Wets y con XLS. En particular,  $HS_{Powell}^{DE}$  consigue una mejora del 14.6%.

**Comparación del rendimiento:** La primera fila de la Tabla 3.3 muestra cómo el rendimiento de las tres familias de HS son significativamente mejores que los AEs básicos. En particular, la tercera fila muestra que  $HS_{Powell}^{CHC}/HS_{XLS}^{CHC}$ ,  $HS_{Powell}^{DE}$  y  $HS_{Powell}^{SS}$  son los mejores métodos de RIR HS.

Por último, en la Tabla 3.4 se muestra la significancia del mejor método de RIR

**Tabla 3.2:** Resultados (media global de ECMed y, entre paréntesis, valores de desviación típica) para los tres AEs básicos y sus variantes HS

Hibridación secuencial				
	AE básico	Powell	Solis	XLS
<i>CHC</i>	30.75 (19.36)	30.20 (18.22)	30.68 (18.16)	<b>30.17</b> (18.46)
<i>DE</i>	41.62 (19.74)	<b>35.56</b> (18.29)	40.88 (18.47)	39.03 (18.22)
<i>SS</i>	31.45 (19.66)	<b>31.38</b> (18.44)	31.45 (18.39)	31.45 (18.39)



**Figura 3.6:** AE básico vs. HS: mejores resultados medios de ECMed (MedSE en el gráfico)

**Tabla 3.3:** Significancia estadística (considerando un 5% de grado de significancia) comparando los resultados de los métodos de RIR AEs básicos y HS

	<b>CHC</b>				<b>DE</b>					<b>SS</b>				
	$CHC$	$HS_{XLS}^{CHC}$	$HS_{Powell}^{CHC}$	$HS_{Solis}^{CHC}$	$DE$	$HS_{XLS}^{DE}$	$HS_{Powell}^{DE}$	$HS_{Solis}^{DE}$	$SS$	$HS_{XLS}^{SS}$	$HS_{Powell}^{SS}$	$HS_{Solis}^{SS}$		
$CHC$	●	-	-	=	$DE$	●	-	-	$SS$	●	=	-	=	
$HS_{XLS}^{CHC}$	+	●	=	+	$HS_{XLS}^{DE}$	+	●	-	$HS_{XLS}^{SS}$	=	●	-	=	
$HS_{Powell}^{CHC}$	+	=	●	+	$HS_{Powell}^{DE}$	+	+	●	$HS_{Powell}^{SS}$	+	+	●	+	
$HS_{Solis}^{CHC}$	=	-	-	●	$HS_{Solis}^{DE}$	+	-	-	$HS_{Solis}^{SS}$	=	=	-	●	

**Tabla 3.4:** Significancia estadística (considerando un 5% y un 10% de grado de significancia) para los mejores métodos de RIR basados en el enfoque HS

	$HS_{Powell}^{CHC}$	$HS_{Powell}^{DE}$	$HS_{Powell}^{SS}$
$HS_{Powell}^{CHC}$ (30.20)	●	=, +	=
$HS_{Powell}^{DE}$ (35.56)	=, -	●	-
$HS_{Powell}^{SS}$ (31.38)	=	+	●

HS (las entradas con más de un símbolo indican que se encuentra significancia si se considera un grado del 10 % de significancia). De esta tabla y de la Figura 3.6 llegamos a las siguientes conclusiones:

- $HS_{Powell}^{CHC}$  es el algoritmo con el mejor valor medio de ECMed
- La diferencia entre  $HS_{Powell}^{CHC}$  y  $HS_{Powell}^{SS}$  no es significativa.
- $HS_{Powell}^{DE}$  es el peor algoritmo HS si tenemos en cuenta tanto valor medio de ECMed como significancia estadística

#### 3.4.4.2. Métodos AMs

En la Tabla 3.5 se muestran los resultados de los algoritmos (en las tablas 3.11 - 3.16 del apéndice se encuentran los resultados detallados e individuales para las 8 instancias de problema) y también del test estadístico, que muestra símbolos +, -, = para mostrar significancia favorable o irrelevante frente al mejor método memético de RIR (aquel con el menor valor de ECMed entre todos los métodos de su familia) que está indicado con el símbolo ●. La Figura 3.7 muestra los 6 mejores métodos de RIR de cada una de las tres familias de AMs basadas en CHC, DE y SS.

##### Análisis técnico:

- *Grado de intensificación de BL*: el comportamiento de los mejores (6) métodos de RIR basados en AMs es diferente (ver Figura 3.7). Por un lado, las familias  $AM^{CHC}$  y  $AM^{SS}$  requieren el menor grado de intensificación (en los 6 casos para el primero y en 3 de ellos para el segundo). Por otro lado,  $AM^{DE}$  necesita la más alta intensificación en 3 de los 6 mejores resultados para compensar el alto grado de diversificación de su búsqueda global.
- *Criterio de aplicación de BL*: el criterio determinístico obtiene siempre mejores resultados que su equivalente probabilístico. El criterio determinístico ayuda a mantener un equilibrio apropiado entre intensificación y diversificación, debido a la reducción considerable de recursos que se asigna a la componente de BL, ya que sólo tiene en cuenta soluciones de calidad cada vez que ésta se aplica. Esto revela que en nuestra aplicación resulta más apropiado un esquema sistemático

**Tabla 3.5:** Resultados estadísticos (valores medios y desviación estandar de  $ECMed$ ,  $\hat{\mu}$  y  $\hat{\sigma}$ , respectivamente) obtenidos con los métodos RIR basados en el enfoque de AM para las familias con CHC, DE y SS

		Método de BL y nivel de intensificación (#it)								
		Powell			Solis			XLS		
		25	50	100	25	50	100	25	50	100
$AM_{*/p}^{CHC}$	$\hat{\mu}$ ( $\pm\hat{\sigma}$ )	32.50 (17.10)	37.55 (19.53)	44.23 (16.25)	35.04 (17.06)	37.56 (16.43)	41.32 (21.36)	32.77 (18.35)	34.67 (16.96)	35.32 (18.54)
	Sign.	=	-	-	-	-	-	-	-	-
$AM_{*/d}^{CHC}$	$\hat{\mu}$ ( $\pm\hat{\sigma}$ )	30.84 (17.40)	34.29 (18.82)	38.98 (16.54)	30.75 (19.53)	32.97 (18.62)	33.66 (19.14)	<b>28.91</b> (17.27)	29.12 (18.48)	29.77 (18.43)
	Sign.	-	-	-	=	-	-	●	=	=
$CHC$	AE básico $\hat{\mu}$ ( $\pm\hat{\sigma}$ ) Sign.	30.75 (19.36) =								
$AM_{*/p}^{DE}$	$\hat{\mu}$ ( $\pm\hat{\sigma}$ )	51.57 (20.59)	62.04 (21.65)	70.02 (25.71)	40.51 (19.98)	40.63 (21.12)	38.17 (20.65)	36.37 (18.38)	35.46 (17.79)	34.89 (18.70)
	Sign.	-	-	-	-	-	-	-	=	-
$AM_{*/d}^{DE}$	$\hat{\mu}$ ( $\pm\hat{\sigma}$ )	50.34 (20.49)	59.52 (22.16)	68.64 (25.62)	38.39 (20.30)	38.10 (20.04)	35.63 (21.33)	33.42 (18.19)	34.78 (19.36)	<b>32.87</b> (19.33)
	Sign.	-	-	-	-	-	=	=	=	●
$DE$	AE básico $\hat{\mu}$ ( $\pm\hat{\sigma}$ ) Sign.	41.62 (19.74) -								
$AM_{*/p}^{SS}$	$\hat{\mu}$ ( $\pm\hat{\sigma}$ )	42.55 (16.63)	39.38 (20.73)	40.52 (21.77)	26.96 (18.41)	29.46 (17.85)	28.87 (18.82)	29.94 (17.73)	30.22 (17.93)	28.38 (17.36)
	Sign.	-	-	-	=	-	-	-	-	-
$AM_{*/d}^{SS}$	$\hat{\mu}$ ( $\pm\hat{\sigma}$ )	36.80 (18.47)	41.70 (19.51)	45.14 (17.42)	26.81 (20.44)	28.45 (18.60)	28.75 (17.38)	25.64 (17.96)	25.63 (17.23)	<b>25.20</b> (17.66)
	Sign.	-	-	-	=	-	-	=	=	●
$SS$	AE básico $\hat{\mu}$ ( $\pm\hat{\sigma}$ ) Sign.	31.45 (19.66) -								

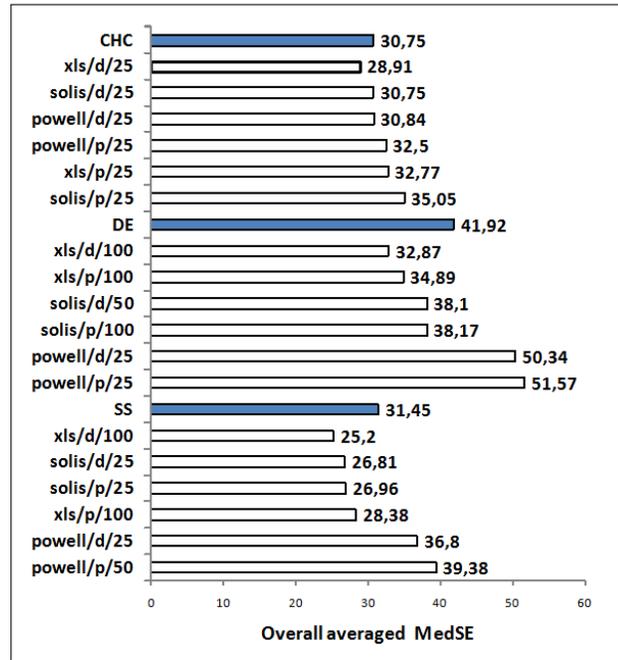


Figura 3.7: AE básico vs. AM: mejores resultados medios de ECMed (MedSE en el gráfico)

Tabla 3.6: Significancia estadística (5% de grado de significancia) para los mejores métodos de RIR AM

		$AM_{XLS/d/25}^{CHC}$	$AM_{XLS/d/100}^{DE}$	$AM_{XLS/d/100}^{SS}$
$AM_{XLS/d/25}^{CHC}$ (28.91)	●	+	-	
$AM_{XLS/d/100}^{DE}$ (32.87)	-	●	-	
$AM_{XLS/d/100}^{SS}$ (25.20)	+	+	●	

de aplicación de la BL comparado con los que se basan en decisiones puramente aleatorias.

- *Método de BL:* Para los 6 mejores métodos de cada familia de AMs, se pueden ordenar las BLs de forma creciente según rendimiento como (de peor a mejor resultado): Powell, Solis&Wets y XLS. El método Powell obtiene los peores resultados en las familias  $AM^{SS}$  y  $AM^{DE}$ , especialmente en SS, y resultados medios en  $AM^{CHC}$ . Esto se debe a su convergencia prematura. De esta forma Powell no es una buena elección para lograr un método competitivo de RIR basado en AMs. Por el contrario, Solis&Wets y XLS tienen un mejor comportamiento. De las dos BLs anteriores, XLS ofrece los mejores resultados en la mayoría de los casos, lo cual apoya las conclusiones expuestas en [108, 133] acerca de los beneficios en el uso de este algoritmo.

Por último, si categorizamos las tres familias de AMs según el número de métodos que superan a su versión básica de AE (CHC, ED ó SS), podemos decir que mientras 4 de los 6 métodos de las familias  $AM^{SS}$  y  $AM^{DE}$  (Solis&Wets y XLS, probabilísticos y determinísticos) superan a sus versiones básicas, solamente la familia  $AM^{CHC}$ , en concreto  $AM_{XLS/d/25}^{CHC}$ , supera siempre al método básico CHC.

**Comparación del rendimiento:**

A pesar de que  $AM_{XLS/d/25}^{CHC}$  es el método que obtiene mejores resultados frente a su versión básica (CHC), los valores del test estadístico muestran que su diferencia en cuanto a rendimiento no es significativa.

Finalmente, la Tabla 3.6 muestra los resultados de significancia estadística para los mejores métodos de RIR basados en AMs. De esta tabla se puede deducir que:

- $AM_{XLS/d/100}^{SS}$  es el algoritmo con el mejor valor medio y significativamente mejor que las otras dos familias de AMs.
- $AM_{XLS/d/100}^{DE}$  es el algoritmo con peor valor medio y es significativamente peor que  $AM_{XLS/d/25}^{CHC}$ .
- El ranking (de mejor a peor) de diseños meméticos en cuanto a rendimiento está bastante claro:  $AM_{XLS/d/100}^{SS}$ ,  $MA_{XLS/d/25}^{CHC}$ , y finalmente  $MA_{XLS/d/100}^{DE}$

### 3.4.4.3. Comparación entre HS y AM

Una vez analizados independientemente los métodos de RIR basados en los enfoques AM y HS, vamos a determinar en términos globales cuál es el mejor enfoque abordando la aplicación de reconstrucción 3D.

En la Tabla 3.7 se recoge la significancia estadística para los mejores algoritmos de RIR HS frente a los mejores AMs. La existencia de dos símbolos indica que para un 10% se ha encontrado significancia, es decir un símbolo ‘+’ o un símbolo ‘-’. A partir de esta tabla se argumenta que:

- Aunque el comportamiento global medio de cada AM supera su correspondiente versión HS, sin embargo, éste es sólo estadísticamente significativo usando SS.
- $AM_{XLS}^{DE}$  es peor que los dos mejores algoritmos HS basados en CHC y SS, aunque estas diferencias no son estadísticamente significativas. La variante de HS basada en ED es la peor de las tres consideradas. Esto resalta que, independientemente del enfoque (HS o AM), DE no es un buen algoritmo para solucionar nuestro problema.
- Aunque el segundo mejor AM,  $AM_{XLS/d/25}^{CHC}$ , supera a los dos mejores métodos HS basados en CHC y SS, las diferencias no son estadísticamente significativas.
- Globalmente, el mejor algoritmo para abordar nuestro problema es  $AM_{XLS/d/100}^{SS}$ , el cual logra el mejor rendimiento con un valor medio de 25.20 frente a los 30.20, 35.56 y 31.38 de los mejores métodos RIR HS ( $HS_{Powell}^{CHC}$ ,  $HS_{Powell}^{DE}$  y  $HS_{Powell}^{SS}$ , respectivamente), además de superar a los otros dos mejores métodos basados en AM,  $AM_{XLS/d/25}^{CHC}$  y  $AM_{XLS/d/100}^{DE}$ , que consiguen unos valores de 28.91 y 32.87, respectivamente. Con un 5% de grado de significancia,  $AM_{XLS/d/100}^{SS}$  supera a los otros dos AMs (véase Tabla 3.6) y a los algoritmos HS basados en DE y SS (véase Tabla 3.7). Si se considera un grado de significancia de un 10%, este algoritmo también supera a la variante de HS basada en CHC. Por lo tanto, este diseño particular de AM consigue el mejor equilibrio entre intensificación y diversificación gracias a la buena interacción establecida entre los procedimientos de búsqueda global y local, es decir, el AE BD y la BL XLS.

- Finalmente, podemos concluir que no todos los AM superan su equivalente HS, sino que se necesita un diseño de AM apropiado para conseguir un buen equilibrio entre intensificación y diversificación.

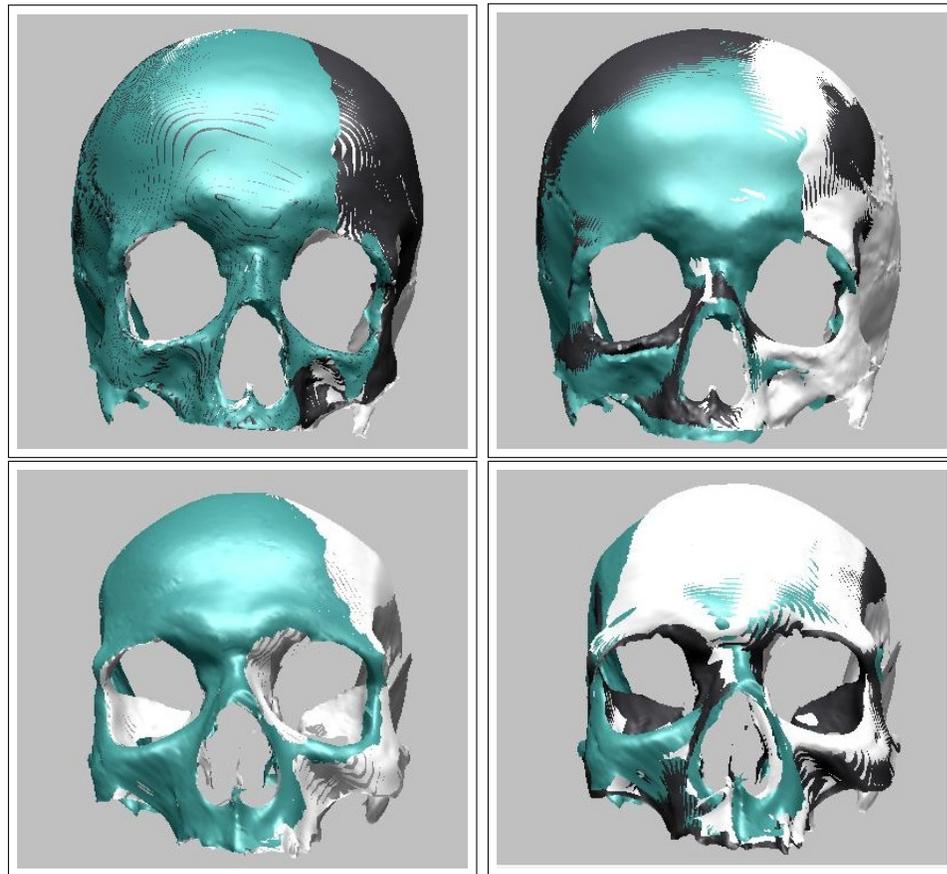
**Tabla 3.7:** Significancia estadística (5 % y 10 % de grado de significancia) para los mejores métodos RIR HS y AM

		$HS_{Powell}^{CHC}$ (30.20)	$HS_{Powell}^{DE}$ (35.36)	$HS_{Powell}^{SS}$ (31.38)
$AM_{XLS/d/25}^{CHC}$ (28.91)		=	+	=
$AM_{XLS/d/100}^{DE}$ (32.87)		=	+	=
$AM_{XLS/d/100}^{SS}$ ( <b>25.20</b> )		=, +	+	+

### 3.4.5. Análisis visual de los modelos 3D reconstruïdos

Como se ha demostrado anteriormente, el mejor diseño de método RIR según resultados medios y significancia estadística es la variante memética  $AM_{XLS/d/100}^{SS}$ . A continuación se muestran los resultados cualitativos obtenidos por dicho método de RIR a partir de la inspección visual de los resultados de RIR comparados con el modelo 3D óptimo. Dicho modelo fue adquirido por los expertos forenses del Laboratorio de Antropología Física de la Universidad de Granada utilizando un sistema de calibración basado en tabla de giro. Los expertos calificaron los resultados obtenidos por  $AM_{XLS/d/100}^{SS}$  como satisfactorios.

En la Figura 3.8 se muestran en la columna de la izquierda los mejores resultados RIR para  $Skull_1$  y  $Skull_2$  obtenidos por  $AM_{XLS/d/100}^{SS}$  y, en la columna de la derecha, los modelos óptimos. Como se puede observar, no hay diferencias notables entre ambos.



**Figura 3.8:** De izquierda a derecha: en la primera fila, el mejor modelo reconstruido y el modelo óptimo de  $Skull_1$ . Lo mismo para la segunda fila en el caso de  $Skull_2$

## Conclusiones

Por un lado, este capítulo se centró en el diseño de algoritmos meméticos de RIR avanzados que proporcionen un mejor rendimiento comparado con los actuales ([30]) y estudiar su comportamiento comparado con el segundo enfoque existente combinando búsqueda global y búsqueda local: hibridación secuencial. Por otro lado, el capítulo ha concluido con la puesta en común de los resultados obtenidos comparando los nuevos diseños meméticos, 18 en total, con la hibridación secuencial, resumiendo los resultados obtenidos de la siguiente manera:

- Independientemente del AE considerado como búsqueda global del enfoque HS, el método de BL que aporta los mejores resultados es Powell en comparación con los obtenidos con Solis&Wets y XLS, ambos de naturaleza estocástica. Por otro lado, XLS es la BL que proporciona los mejores resultados en los métodos de RIR con AM. Además, empleando un criterio determinístico de aplicación de la BL, logra el mejor rendimiento.
- En general, los AMs no superan su equivalente versión HS en todos los casos. Además, de acuerdo con los resultados de los tests estadísticos, la mejora no es significativa. Esto demuestra que *si queremos encontrar el mejor método para el problema de RIR, no es suficiente con reemplazar un enfoque HS por un AM, sino que se necesita un diseño acertado para este último.*
- Asimismo, si tenemos en cuenta tanto resultados medios como significancia estadística, podemos confirmar que el mejor método para el problema RIR es  $AM_{XLS/d/100}^{SS}$ . Si tenemos en cuenta la conclusión acerca del diseño memético del párrafo anterior, se podría decir que estos resultados se podrían mejorar considerando diseños meméticos u otro tipo de esquemas avanzados, por ejemplo, basados en la adaptación de los parámetros y operadores involucrados en el procedimiento evolutivo, aspecto no abordado hasta la fecha en el campo de RI.
- Por último, los resultados han demostrado como el nuevo diseño de  $AM_{XLS/d/100}^{SS}$  propuesto en este capítulo proporciona un mejor rendimiento comparado con el único AM propuesto hasta la fecha,  $AM_{Solis/d/40}^{SS}$  [30].

En el siguiente capítulo pretendemos abordar uno de los principales inconvenientes de los algoritmos basados en la CE, como es el ajuste automático de los parámetros de control y estudiar su repercusión en cuanto a rendimiento comparado con el estado del arte.

### 3.5. Apéndice

Para un mejor entendimiento del estudio experimental que se ha llevado a cabo en el capítulo, las Tablas 3.8 - 3.16 muestran los resultados individuales obtenidos por los métodos RIR basados en HS y en AM para las ocho instancias de problema. Se incluyen además dos gráficos resumen de las mismas, que son los que se analizan con detalle en la Sección 3.4.4

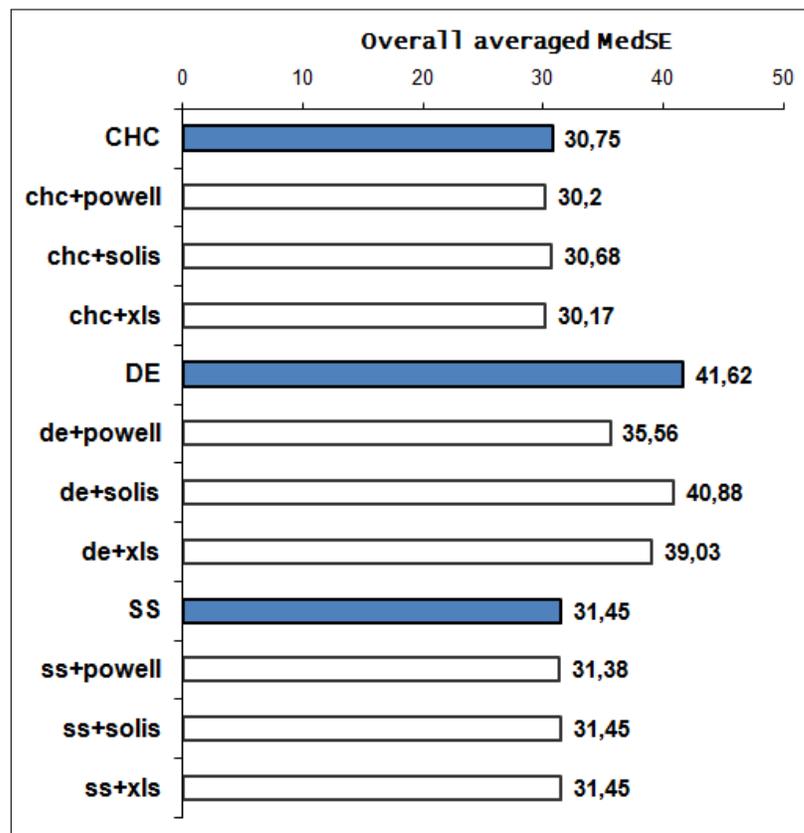


Figura 3.9: AE básico y HS con los mejores resultados medios de ECMed

**Tabla 3.8:** Resultados estadísticos (mínimo, media y desviación estándar) de las 30 ejecuciones de cada instancia del problema RIR ( $P_1$  a  $P_8$ ) para el AE básico CHC y sus versiones basadas en hibridación secuencial

Hibridación Secuencial CHC					
		CHC Básico	Powell	Solis	XLS
$P_1$	min.	20.01	20.01	20.01	20.01
	$\mu (\pm\sigma)$	22.93 (7.52)	22.90 (7.51)	22.93 (7.52)	22.91 (7.51)
$P_2$	min.	35.89	35.89	35.89	35.89
	$\mu (\pm\sigma)$	36.45 (0.47)	36.23 (0.47)	36.45 (0.47)	36.37 (0.46)
$P_3$	min.	58.69	57.94	58.69	58.69
	$\mu (\pm\sigma)$	69.75 (19.02)	69.23 (19.21)	69.75 (19.02)	69.64 (19.06)
$P_4$	min.	21.05	21.05	21.05	21.05
	$\mu (\pm\sigma)$	37.10 (17.98)	36.93 (17.77)	37.10 (17.98)	37.05 (17.92)
$P_5$	min.	1.98	1.97	1.98	1.98
	$\mu (\pm\sigma)$	6.17 (12.96)	5.53 (10.76)	6.17 (12.96)	5.63 (11.00)
$P_6$	min.	24.25	24.04	24.25	24.25
	$\mu (\pm\sigma)$	37.26 (24.56)	36.42 (24.59)	37.26 (24.56)	36.60 (24.55)
$P_7$	min.	8.79	8.79	8.79	8.79
	$\mu (\pm\sigma)$	16.78 (16.95)	14.90 (16.48)	16.24 (15.34)	13.70 (12.85)
$P_8$	min.	5.55	5.55	5.55	5.55
	$\mu (\pm\sigma)$	19.52 (19.36)	19.47 (19.38)	19.52 (19.36)	19.49 (19.36)
$P_1 \dots P_8$	$\mu (\pm\sigma)$	30.75 (19.36)	30.20 (18.22)	30.68 (18.16)	<b>30.17</b> (18.46)

**Tabla 3.9:** Resultados estadísticos (mínimo, media y desviación estándar) de las 30 ejecuciones de cada instancia del problema RIR ( $P_1$  a  $P_8$ ) para el AE básico ED y sus versiones basadas en hibridación secuencial

Hibridación Secuencial ED					
		ED Básico	Powell	Solis	XLS
$P_1$	min	20.01	20.01	20.01	20.01
	$\mu (\pm\sigma)$	32.07 (20.25)	28.86 (17.93)	31.47 (18.87)	29.73 (18.75)
$P_2$	min	35.89	35.89	35.89	35.89
	$\mu (\pm\sigma)$	45.10 (21.71)	43.33 (21.24)	44.72 (21.50)	44.44 (21.45)
$P_3$	min	59.40	58.09	59.40	59.20
	$\mu (\pm\sigma)$	80.83 (24.67)	75.61 (23.64)	80.47 (24.63)	78.61 (25.22)
$P_4$	min	21.10	21.10	21.10	21.10
	$\mu (\pm\sigma)$	39.21 (20.38)	36.50 (19.36)	39.21 (20.38)	37.49 (20.28)
$P_5$	min	2.02	2.02	2.02	2.02
	$\mu (\pm\sigma)$	15.47 (14.05)	10.06 (12.00)	14.64 (13.10)	14.19 (13.93)
$P_6$	min	24.28	24.25	24.28	24.28
	$\mu (\pm\sigma)$	53.69 (22.59)	40.40 (14.48)	51.74 (19.10)	47.30 (22.04)
$P_7$	min	9.30	9.10	9.30	9.30
	$\mu (\pm\sigma)$	40.72 (26.64)	30.46 (25.41)	39.61 (26.26)	38.34 (26.70)
$P_8$	min	5.91	5.86	5.91	5.86
	$\mu (\pm\sigma)$	25.83 (22.70)	19.28 (21.32)	25.17 (22.44)	22.14 (21.88)
$P_1 \dots P_8$	$\hat{\mu} (\pm\hat{\sigma})$	41.62 (19.74)	<b>35.56</b> (18.29)	40.88 (18.47)	39.03 (18.22)

**Tabla 3.10:** Resultados estadísticos (mínimo, media y desviación estándar) de las 30 ejecuciones de cada instancia del problema RIR ( $P_1$  a  $P_8$ ) para el AE básico SS y sus versiones basadas en hibridación secuencial

Hibridación Secuencial SS					
		SS Básica	Powell	Solis	XLS
$P_1$	min. $\mu (\pm\sigma)$	19.76 28.07 (14.13)	19.76 28.06 (14.14)	19.76 28.07 (14.13)	19.76 28.07 (14.13)
$P_2$	min. $\mu (\pm\sigma)$	35.89 41.79 (20.68)	35.89 41.78 (20.68)	35.89 41.79 (20.68)	35.89 41.79 (20.68)
$P_3$	min. $\mu (\pm\sigma)$	58.10 71.12 (18.28)	58.10 71.12 (18.28)	58.10 71.12 (18.28)	58.10 71.12 (18.28)
$P_4$	min. $\mu (\pm\sigma)$	21.10 35.64 (23.25)	21.10 35.62 (23.26)	21.10 35.64 (23.25)	21.10 35.64 (23.25)
$P_5$	min. $\mu (\pm\sigma)$	1.97 9.09 (14.24)	1.97 9.09 (14.24)	1.97 9.09 (14.24)	1.97 9.09 (14.24)
$P_6$	min. $\mu (\pm\sigma)$	24.25 33.66 (14.51)	24.25 33.66 (14.51)	24.25 33.66 (14.51)	24.25 33.66 (14.51)
$P_7$	min. $\mu (\pm\sigma)$	8.72 12.82 (11.00)	8.72 12.81 (11.00)	8.72 12.82 (11.00)	8.72 12.82 (11.00)
$P_8$	min. $\mu (\pm\sigma)$	5.75 19.42 (19.92)	5.75 18.91 (20.04)	5.75 19.42 (19.92)	5.75 19.42 (19.92)
$P_1 \dots P_8$	$\hat{\mu} (\pm\hat{\sigma})$	31.45 (19.66)	<b>31.38</b> (18.44)	31.45 (18.39)	31.45 (18.39)













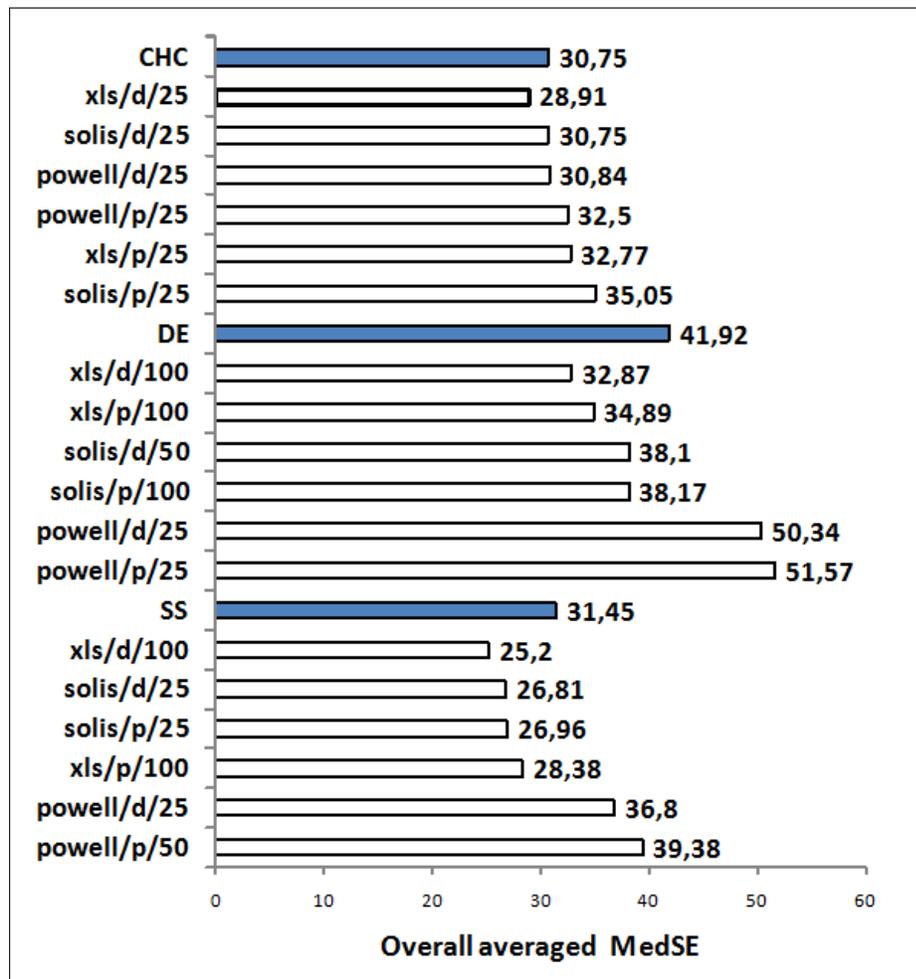


Figura 3.10: AE básico y basado en AM con los mejores resultados medios de ECMed

---

## Capítulo 4

# Un enfoque de registrado evolutivo adaptativo

### 4.1. Introducción

Como ya se ha visto en capítulos anteriores, la CE se ha aplicado con éxito al problema de RI durante la última década dado que ésta no requiere de una alineación inicial próxima al óptimo. De este modo, las técnicas de RI evolutivas se han convertido en una herramienta apropiada cuya combinación con técnicas clásicas de RI (ICP) permiten afrontar el problema con mayores garantías, en algunos casos incluso no siendo necesaria la aplicación de estas últimas. No obstante, uno de los principales inconvenientes de los AEs es la necesidad de ajustar de forma adecuada los parámetros de control (por ejemplo, las probabilidades de cruce o mutación) que proporcione un óptimo rendimiento. Determinar el valor de estos parámetros es una tarea que lleva tiempo y que normalmente se lleva a cabo bajo un mecanismo de ensayo y error. Es por esto que el problema del ajuste automático/adaptativo de parámetros constituye un importante reto [47]. En los últimos años, están surgiendo estrategias evolutivas avanzadas que proporcionan algoritmos de optimización con control adaptativo de sus parámetros [47, 135]. En este capítulo, se propone un nuevo método de RI capaz de ajustar automáticamente dichos parámetros, al tiempo que se lleva a cabo el proceso de búsqueda de la solución óptima de RI. Por tanto, la complejidad del problema en este nuevo escenario es doble comparado con lo aborda-

do hasta la fecha en la literatura. El enfoque propuesto aprovecha las ventajas de la sinergia entre dos AEs: evolución diferencial (ED) [171] y sistemas inmuno artificiales (SIA) [36, 37]. Para validar la propuesta, se llevan a cabo una serie de experimentos que evalúan el rendimiento de este método en el problema de reconstrucción 3D de objetos adquiridos con un escáner láser de rango, comparando los resultados con los obtenidos por otros AEs del estado del arte. Los datos empleados corresponden a imágenes del conocido repositorio SAMPL.

La estructura de este capítulo se divide en las siguientes secciones. En la Sección 4.2 se describe este novedoso método. A continuación, la Sección 4.3 se destina a presentar el diseño experimental considerado para la evaluación de la propuesta, el la que además, se comparan los resultados con otros métodos de RI evolutivos de la literatura. Por último, el capítulo finaliza con una serie de conclusiones obtenidas a partir de dicho estudio.

## 4.2. Registrado de imágenes evolutivo y adaptativo

### 4.2.1. Estructura del algoritmo

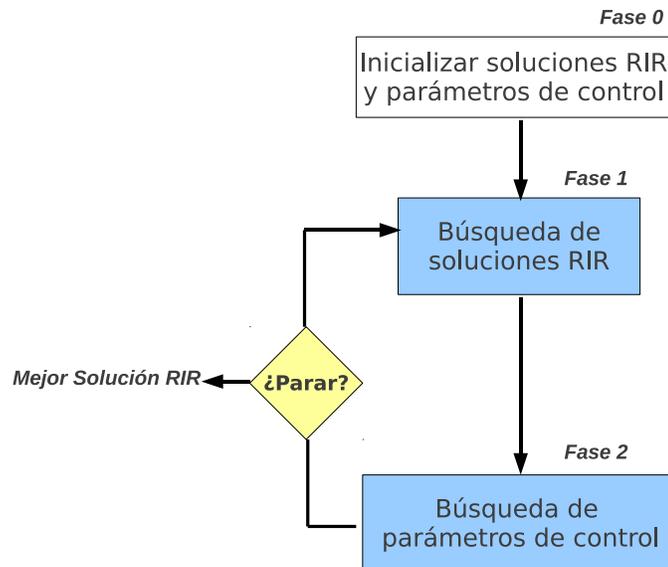
La aplicación de un AE para hacer frente a un problema particular comienza en el diseño de sus componentes más significativas. Es necesario determinar cómo generar la población inicial y las posteriores soluciones de prueba (usando los operadores de cruce y mutación). También es necesario determinar los mecanismos de selección de padres y de población que subsiste [7]. El comportamiento de todos estos componentes está controlado por varios parámetros. Por ejemplo, las probabilidades de cruce y mutación y el tamaño del torneo en la selección. Los valores particulares que toman estos parámetros ejercen una gran influencia en el rendimiento del proceso de optimización, determinando elementos decisivos como si el algoritmo encuentra una solución cercana al óptimo o si se comporta de forma eficiente. Es por esto que el ajuste inicial de parámetros tiene una gran repercusión sobre el algoritmo de optimización de cara a afrontar de forma eficiente el problema concreto que se esté tratando. Sin embargo, la elección de los valores adecuados para los parámetros

es una tarea que consume bastante tiempo, por lo que el procedimiento de adaptar automáticamente los parámetros del AE al problema se ha convertido en uno de los retos actuales [47]. En los últimos años, existen diversas aportaciones dentro de este campo [135].

El objetivo de este capítulo es, por un lado, proponer un nuevo algoritmo de optimización evolutiva con adaptación automática de los parámetros de control, que llamaremos StEvO, al tiempo que se hace frente al problema de RIR obteniendo soluciones de alta calidad. Concretamente, la estructura de la propuesta está inspirada en el enfoque cooperativo introducido en [25]. La Figura 4.1 representa el diseño considerado. En la primera fase (Fase 0), se inicializan de forma aleatoria tanto las soluciones de registrado como los parámetros de control del AE de la siguiente fase siguiendo una distribución uniforme  $U[\cdot, \cdot]$  y  $U\{\dots\}$  para números reales y enteros, respectivamente. En *Fase-1*, el AE ED se encarga de realizar la tarea de optimización vista hasta ahora, es decir, busca soluciones óptimas de registrado. Por último, en la *Fase-2* el AE SIA lleva a cabo el proceso de búsqueda de los parámetros de control óptimos del AE de la fase previa, tomando como información guía la calidad de las soluciones en la iteración actual. De este modo, las dos fases de optimización (Fase 1 y Fase 2) se desarrollan iterativamente usando la misma función objetivo (Ec. (3.2)). Así, cuanto más apropiados sean los parámetros de control, las soluciones de registrado serán de una calidad superior.

A diferencia del método propuesto en [25], en StEvO se hace uso de una estrategia binaria autoadaptativa (SaBS) en el algoritmo ED (*Fase-1*). SaBS se asemeja al algoritmo SaDE propuesto en [140], en el que la estrategia de generación de la solución se selecciona adaptativamente de un almacén con cuatro alternativas diferentes. El diseño de SaBS propuesto en StEvO usa un conjunto más reducido que considera sólo dos esquemas diferentes de generación de soluciones, dando la oportunidad de acelerar la curva de aprendizaje de la estrategia ED de generación de soluciones de prueba más apropiada.

En la Figura 4.2 se muestra una descripción algorítmica detallada de StEvO y, en particular, las líneas 1-7, 8-22 y 23 se corresponden a las *Fases-0*, *-1* y *-2* respectivamente. En las siguientes subsecciones se describen dichas fases.



**Figura 4.1:** Esquema de optimización de *StEvO*.

#### 4.2.2. Búsqueda de soluciones de registrado

La primera fase de la estructura propuesta (ver Fase-1 en Figura 4.1) se centra en la búsqueda de soluciones de RIR. Su diseño está basado en el algoritmo de optimización de ED [171]. Éste es un método de búsqueda directa paralela que ha demostrado ser un candidato muy prometedor cuando se trata de resolver problemas de optimización con codificación real. La ED combina operadores aritméticos simples con los clásicos operadores de cruce, mutación y selección de los AGs dentro de un esquema fácil de implementar. Recientemente, la ED se ha aplicado con éxito a problemas de RI [38, 149, 175, 186]. A diferencia de otros AEs, la ED sólo requiere el ajuste de unos pocos parámetros, siendo esta una característica muy atractiva.

**Definición 1.-** *La ED comienza normalmente con la creación de una población inicial de soluciones aleatorias (Figura 4.2, línea 4). La idea fundamental de la ED es seguir un esquema para generar soluciones de prueba mejoradas,  $\Gamma = \{x_1, x_2, \dots, x_l\}$ , usando un vector de pesos diferenciados entre dos miembros de la población o soluciones de  $\Gamma$  a una tercera solución (Figura 4.2, línea 10). Se pue-*

**Inicio StEvO**

```

1   $t \leftarrow 0$ ;
2   $\rho^{\text{aleatorio}/1/\text{bin}}, \lambda^{\text{aleatorio}/1/\text{bin}} \leftarrow 0$ ;
3   $\rho^{\text{aleatorio}/1/\text{exp}}, \lambda^{\text{aleatorio}/1/\text{exp}} \leftarrow 0$ ;
4  IniciarPoblaciones ( $\Gamma_t, \Omega_t, \Upsilon_t$ );
5  OrdenarPoblacion(F) ( $\Gamma_t$ );
6   $x_{\text{mejor}} \leftarrow x_1$ ;
7  Mientras (No se alcance criterio de parada) Hacer
8    Para  $i \leftarrow 1$  hasta  $l$  Hacer
9      Seleccionar Aleatoriamente  $r_1 \neq r_2 \neq r_3$  ( $r_j \in \{1, \dots, l\}$ );
10      $x_{\text{prueba}} \leftarrow \text{SaBS}(i, \Gamma_t, \Omega_t, r, \rho, \lambda)$ ;
11     Si ( $F(x_{\text{prueba}}) < F(x_i)$ ) Entonces
12        $\text{aff}^i \leftarrow \frac{F(x_i) - F(x_{\text{prueba}})}{F(x_{\text{prueba}})}$ ;
13        $x_i \leftarrow x_{\text{prueba}}$ ;
14     En otro caso
15        $\text{aff}^i \leftarrow 0$ ;
16     Fin-Si
17     Si ( $F(x_{\text{prueba}}) < F(x_{\text{mejor}})$ ) Entonces
18        $x_{\text{mejor}} \leftarrow x_{\text{prueba}}$ ;
19     Fin-Si
20   Fin-Para
21    $\rho^{\text{aleatorio}/1/\text{bin}} \leftarrow \frac{\lambda^{\text{aleatorio}/1/\text{bin}}}{\lambda^{\text{aleatorio}/1/\text{bin}} + \lambda^{\text{aleatorio}/1/\text{exp}}}$ ;
22    $\rho^{\text{aleatorio}/1/\text{exp}} \leftarrow \frac{\lambda^{\text{aleatorio}/1/\text{exp}}}{\lambda^{\text{aleatorio}/1/\text{bin}} + \lambda^{\text{aleatorio}/1/\text{exp}}}$ ;
23   AjustarParametrosControl ( $\Omega_t, \Upsilon_t$ );
24    $t \leftarrow t + 1$ ;
25 Fin-Mientras
26 Devolver  $x_{\text{mejor}}$ ;

```

**Fin StEvO****Figura 4.2:** Pseudo-Código del algoritmo StEvO.

den considerar diferentes variantes de ED [139], de forma que cada una use una estrategia concreta para la generación de soluciones de prueba. Cada una de estas soluciones competirá con su ancestro, de forma tal que la primera reemplazará a esta última en caso de mejora (Figura 4.2, líneas 11-13).

En cada iteración  $t$  de StEvO, cada solución  $x_i$  de la población  $\Gamma$  se considera para un posible reemplazamiento por una solución de prueba  $x_{prueba}$ . La estrategia de generación de soluciones de prueba de la ED está basada en la aplicación tanto del operador diferencial (mutación) como del operador de recombinación (cruce). Ambos operadores dependen de los parámetros de control factor mutación (F) e índice recombinación (IR), respectivamente. Normalmente se adopta sólo una estrategia, y la selección de la más apropiada dependerá del problema concreto de optimización. Siguiendo el enfoque propuesto en [140], se ha considerado un diseño de la ED que hace uso de un enfoque adaptativo de estos dos parámetros de control. En particular, el procedimiento SaBS (Figura 4.2, línea 10) desarrolla una estrategia binaria autoadaptativa que aprende la mejor opción. Ésta se detalla en la Figura 4.3. Entre todas las estrategias disponibles [139], se han considerado los esquemas binomial “aleatorio/1/bin” y exponencial “aleatorio/1/exp” (Figura 4.3, líneas 14-22 y líneas 24-30, respectivamente).

Tal y como se ha explicado, cada estrategia considera las operaciones diferencial y de recombinación, que se implementan como se indica a continuación:

*Operación diferencial:* para una solución dada  $x_i$ , se genera un vector solución diferencial  $z_i$  (denominado  $x_{prueba}$  en las líneas 18 y 27 de la Figura 4.3) para cada estrategia (aleatorio/1/bin y aleatorio/1/exp) usando la siguiente ecuación:

$$z_i^d = x_{r_1}^d + \varrho_i^F \cdot (x_{r_2}^d - x_{r_3}^d), \quad \forall d \in \{1, \dots, D = 7\} \quad (4.1)$$

donde  $r_1, r_2, r_3$  son tres enteros diferentes entre sí y generados aleatoriamente con una distribución uniforme (Figura 4.2, línea 9); y el factor mutación  $\varrho_i^F \in (0, 1]$  controla la amplificación de la diferencia entre dos soluciones.

*Operación de recombinación:* Se aplica recombinación para aumentar la diversidad de la nueva solución de prueba  $x_{prueba}$ . De acuerdo con el índice de recombina-

```

Inicio SaBS

1  Si ( $\rho^{\text{aleatorio}/1/\text{bin}} \geq \rho^{\text{aleatorio}/1/\text{exp}}$ ) Entonces
2    Si ( $U[0,1] < \rho^{\text{aleatorio}/1/\text{bin}}$ ) Entonces
3       $\text{estrategia} \leftarrow \text{aleatorio}/1/\text{bin}$ ;
4    Else
5       $\text{estrategia} \leftarrow \text{aleatorio}/1/\text{exp}$ ;
6    Fin-Si
7  En otro caso
8    Si ( $U[0,1] < \rho^{\text{aleatorio}/1/\text{exp}}$ ) Entonces
9       $\text{estrategia} \leftarrow \text{aleatorio}/1/\text{exp}$ ;
10   En otro caso
11      $\text{estrategia} \leftarrow \text{aleatorio}/1/\text{bin}$ ;
12   Fin-Si
13 Fin-Si
14  $j_{\text{aleatorio}} \leftarrow U\{1, \dots, D\}$ ;
15 Si ( $\text{estrategia} == \text{aleatorio}/1/\text{bin}$ ) Entonces
16   Para  $j \leftarrow 1$  hasta  $D$  Hacer
17     Si ( $(U[0,1] < \varrho_i^{CR}) \text{ O } (j == j_{\text{aleatorio}})$ ) Entonces
18        $x_{\text{prueba}}^j \leftarrow x_{r_3}^j + \varrho_i^F \cdot (x_{r_1}^j - x_{r_2}^j)$ ;
19     En otro caso
20        $x_{\text{prueba}}^j \leftarrow x_i^j$ ;
21     Fin-Si
22   Fin-Para
23 En otro caso
24    $j \leftarrow 1$ ;
25    $x_{\text{prueba}} \leftarrow x_i$ ;
26   Hacer
27      $x_{\text{prueba}}^{j_{\text{aleatorio}}} \leftarrow x_{r_3}^{j_{\text{aleatorio}}} + \varrho_i^F \cdot (x_{r_1}^{j_{\text{aleatorio}}} - x_{r_2}^{j_{\text{aleatorio}}})$ ;
28      $j_{\text{aleatorio}} \leftarrow \text{Modulo}(j_{\text{aleatorio}}, D) + 1$ ;
29      $j \leftarrow j + 1$ ;
30   Mientras ( $(U[0,1] < \varrho_i^{CR}) \text{ Y } (j \leq D)$ )
31 Fin-Si
32 Si ( $F(x_{\text{prueba}}) < F(x_i)$ ) Entonces
33   Si ( $\text{estrategia} == \text{aleatorio}/1/\text{bin}$ ) Entonces
34      $\lambda^{\text{aleatorio}/1/\text{bin}} \leftarrow \lambda^{\text{aleatorio}/1/\text{bin}} + 1$ ;
35   En otro caso
36      $\lambda^{\text{aleatorio}/1/\text{exp}} \leftarrow \lambda^{\text{aleatorio}/1/\text{exp}} + 1$ ;
37   Fin-Si
38 Fin-Si
39 Return  $x_{\text{prueba}}$ ;

Fin SaBS

```

Figura 4.3: Pseudo-Código del esquema SaBS.

ción  $\varrho_i^{CR} \in [0, 1]$ , ciertos parámetros se seleccionan aleatoriamente (denotados como  $x^{j_{aleatorio}}$  y  $j_{aleatorio} \in \{1, \dots, D\}$ ) por los parámetros de la solución diferencial generada previamente  $z_i$  (denotada  $x_{prueba}$  en la Figura 4.3). En la Figura 4.3, las líneas 14-22 y 24-30 describen respectivamente este operador para las estrategias binomial y exponencial.

A continuación, se implementa un esquema autoadaptativo de selección de una de las dos estrategias usando una regla probabilística (Figura 4.3, líneas 1-13) en la que los parámetros  $\rho, \lambda$  tienen como objetivo aprender la estrategia más apropiada. En concreto,  $\rho$  es la probabilidad de selección y  $\lambda$  controla la frecuencia de éxito en la aplicación de los modelos *aleatorio/1/bin* y *aleatorio/1/exp*. En la Figura 4.3, las líneas 32-36 están destinadas a actualizar la frecuencia de éxito de cada una de las dos estrategias. Esto sólo es posible cuando la solución de prueba mejora a su antecesor. Por último, los parámetros de probabilidad ( $\rho$ ) se actualizan en consecuencia (Figura 4.2, líneas 21 y 22) una vez que termina *Fase-1*.

Como se indica en la Figura 4.3, cada solución padre o ancestro  $x_i$  de la población  $\Gamma$  es afín a un vector bidimensional  $\varrho_i \in \Omega$  que almacena el factor de mutación de la ED y el índice de recombinación ( $\varrho_i^F$  y  $\varrho_i^{CR}$ , respectivamente). En la siguiente sección se describe la forma en que dichos parámetros son ajustados en la *Fase-2* del método propuesto.

### 4.2.3. Búsqueda de los parámetros de control

La selección clonal (SC), principio de los sistemas inmunes (SI), inspiró el desarrollo de una nueva clase de AEs denominada sistemas inmuno artificiales (SIA) [36]. SIA se ha aplicado con éxito a diferentes problemas de optimización y reconocimiento de patrones [37].

**Definición 2.-** *Un algoritmo de SC se centra principalmente en imitar el principio de SC, compuesto de los siguientes mecanismos: selección clonal, expansión clonal y madurez de afinidad vía hipermutación somática. En cada iteración, el SI desarrolla una memoria de ataques previos de antígenos y genera anticuerpos más adaptados con el objetivo de conseguir una respuesta inmune más efectiva. Esto se debe al incremento de afinidad entre anticuerpos y antígenos en cada iteración.*

Cada componente bidimensional  $\varrho_i = \langle \varrho_i^F, \varrho_i^{CR} \rangle$  ( $i = \{1, \dots, l\}$ ) de las poblaciones tanto de antígenos  $\Omega = \{\varrho_1, \dots, \varrho_l\}$  como de anticuerpos  $\Upsilon = \{\varrho_1, \dots, \varrho_{k=2 \cdot l}\}$  se genera aleatoriamente (línea 4, Figura 4.2) usando una distribución Gaussiana  $N(0, 1)$  y una distribución uniforme  $U[0, 1]$  para cada parámetro  $\varrho^F, \varrho^{CR}$  dentro de  $(0, 1]$ . En cada iteración  $t$ , se calcula el valor de afinidad de la *Fase-1* cada vez que se encuentra una nueva solución de prueba mejorada. En caso contrario, el correspondiente antígeno  $\varrho_i \in \Omega$  se actualizará con valor 0 (Figura 4.2, líneas 12 y 15). Valores altos de afinidad suponen que el principio SC implementado en la *Fase-2* obtiene mejor respuesta inmunitaria. Por tanto, combinar parámetros de control mejor adaptados respaldará la *Fase-1* para conseguir soluciones de RIR de alta calidad. La Figura 4.4 describe la *Fase-2* basada en SIA.

**Inicio** AjusteParametrosControl

```

1  OrdenarPoblacion(afine) ( $\Omega_t$ );
2  Construir la nueva poblacion de anticuerpos  $\Upsilon_{t+1}$  reemplazando
   los ultimos  $\gamma$  por ciento de anticuerpos de  $\Upsilon_t$  con el (mejor) primer
    $\gamma$  por ciento de los parametros de control de  $\Omega_t$ ;
3  Hipermutacion ( $\Omega_{t+1}$ );
4   $\varphi_1 \leftarrow 1$ ;
5  Desde  $i \leftarrow 2$  hasta  $2 \cdot l$  Hacer
6      $\varphi_i \leftarrow \varphi_{i-1} + i^\beta$ ;
7  Fin-Desde
8  Desde  $i \leftarrow 1$  hasta  $2 \cdot l$  Hacer
9      $\varphi_i \leftarrow \frac{\varphi_i}{\varphi_{2 \cdot l}}$ ;
10 Fin-Desde
11 Desde  $i \leftarrow 1$  hasta  $l$  Hacer
12     Si ( $U[0, 1] \leq \varpi$ ) Entonces
13          $k \leftarrow 1$ ;
14         Mientras ( $k < 2 \cdot l$  Y  $\varphi_k < U[0, 1]$ ) Hacer
15              $k \leftarrow k + 1$ ;
16         Fin-Mientras
17          $\varrho_i \in \Omega_{t+1} \leftarrow \varrho_k \in \Upsilon_{t+1}$ ;
18     Fin-Si
19 Fin-Desde
20 Return

```

**Fin** AjusteParametrosControl

**Figura 4.4:** Pseudo-Código del algoritmo de ajuste de parámetros de control del método *StEvO*.

En cada iteración  $t$  de StEvO, la población de antígenos se ordena (Figura 4.4, línea 1) siguiendo un orden creciente en base a los valores de afinidad previamente calculados en la *Fase-1*. El mecanismo clonal (Figura 4.4, línea 2) promoverá la extensión de una gran cantidad de anticuerpos, que actuarán contra los antígenos mejor clasificados, es decir, aquellos parámetros de control  $\varrho_i$  que consiguen resultados eficientes de RIR. En concreto, la reproducción clonal considera retener el primer mejor porcentaje ( $\gamma$ ) de antígenos de  $\Omega_t$  para la siguiente población  $\Omega_{t+1}$ .  $\gamma$  se fija normalmente al 20%. A continuación, el procedimiento de hipermutación (Figura 4.4, línea 3) genera aleatoriamente la siguiente población de antígenos  $\Omega_{t+1}$  usando una distribución Gaussiana  $N(0, 1)$ . La finalidad del procedimiento anterior es inyectar diversidad al proceso de optimización. Finalmente, el procedimiento de selección clonal (Figura 4.4, líneas 11-19) sigue un esquema probabilístico: en el caso de que  $U[0, 1] < \varpi$ , se usa la memoria del SI para mejorar la respuesta inmunitaria. Los anticuerpos mejor clasificados en  $\Upsilon_{t+1}$  son seleccionados con más probabilidad para su inclusión en la siguiente población de antígenos  $\Omega_{t+1}$ ; en otro caso, se considera un antígeno previamente generado  $\varrho_i \in \Omega_{t+1}$  en el paso de hipermutación. En la Figura 4.4, las líneas 4-10 establecen la importancia (creciente) de los anticuerpos de  $\Upsilon_{t+1}$  (previamente ordenados en las líneas 1 y 2 de la Figura 4.4). Luego, el procedimiento *AjustarParametrosControl*( $\cdot, \cdot$ ) devolverá los parámetros mejor adaptados ( $\Omega_{t+1}$ ) para ser considerados en la siguiente iteración  $t + 1$  de StEvO.

Para analizar la robustez de StEvO se llevó a cabo un experimento preliminar usando diferentes valores de los dos parámetros  $\varpi$  y  $\beta$  usados en los SIAs. Tal y como se esperaba, se obtuvieron los resultados indicados en [25, 40]. En dichas referencias, se aplicó SIA para abordar dos problemas de optimización del mundo real. En este trabajo, tanto la *Fase-2* basada en SIA como el método propuesto (StEvO) en su conjunto consiguen resultados de optimización significativos y estables con respecto a los dos anteriores parámetros de control considerando todas las instancias del problema de RIR. Este comportamiento no es habitual en el campo del RI evolutivo [152]. Normalmente, cada contribución evolutiva necesita una selección cuidadosa y meticulosa de los parámetros de control de cara a conseguir un rendimiento exitoso. En este trabajo se han considerado los valores de SIA de [25]:  $\varpi = 0.25$  y  $\beta = 0.8$ .

## 4.3. Experimentación y análisis de resultados

Con el propósito de estudiar el rendimiento del método propuesto, en esta sección se presentan los resultados de los experimentos diseñados. El análisis tiene en cuenta tanto la robustez como la eficacia obtenida por el enfoque adaptativo de AE StEvO y por otros cuatro métodos de RI evolutivo del estado del arte:

- Propuesta de Santamaría y otros (Santamaria09) [154], reciente contribución basada en el algoritmo de Búsqueda Dispersa (BD) y desarrollada en el Capítulo 3 de esta memoria<sup>1</sup>.
- Método propuesto por De Falco y otros (deFalco08) [38], que hace uso de una implementación básica del algoritmo ED.
- Contribución de Silva y otros (Silva05) [161], que desarrolla una variante de AG estacionario (ver Sección 2.4.3.4).
- Propuesta de Yamany y otros (Yamany99) [187], en la que los autores consideran una representación binaria de los parámetros de la transformación de RI y una implementación canónica de AGs.

Asimismo, a continuación de la aplicación de cada método de RI evolutivo (como prealineación) el refinamiento hace uso de la variante mejorada del método ICP propuesta por Zhang (I-ICP) [194]. Todos estos algoritmos se han implementado en C++ y se han compilado con la herramienta GNU/g++. Para que la comparativa se realice en igualdad de condiciones y de la forma lo más justa posible, se han adaptado todos los métodos testeados usando la misma representación de la transformación rígida ( $f$ ) y de la función objetivo (ver Ec.(3.2) de la Sección 2.3).

### 4.3.1. Imágenes de Rango y problemas de RIR

Para llevar a cabo la comparativa con los resultados obtenidos por otras contribuciones del campo de RI [150, 161], se han usado imágenes de rango del conocido

---

<sup>1</sup>Método propuesto en Capítulo 3 identificado con la notación  $AM_{XLS/d/100}^{SS}$

repositorio público del laboratorio SAMPL<sup>2</sup>. La Figura 4.5 muestra las seis imágenes de rango consideradas, conocidas en contribuciones previas ([161]) como “Frog”, “Bird”, “Tele”, “Lobster”, “Angel” y “Buddha”. Su tamaño (número de puntos con coordenadas espaciales 3D) varía desde los 8K hasta los 15K.



**Figura 4.5:** Conjunto de imágenes de rango disponibles en SAMPL. De izquierda a derecha y de arriba hacia abajo: “Frog”, “Bird”, “Tele”, “Lobster”, “Angel” y “Buddha”.

### 4.3.2. Configuración de parámetros

Todos los métodos de RIR pair-wise (registro de pares de imágenes) se ejecutan en un PC con procesador Intel 2.6 GHz y 2GB de RAM bajo el sistema operativo GNU/Linux Ubuntu 10.10. Los valores de los parámetros de control considerados en los algoritmos Santamaria09, deFalco08, Yamany99 y Silva05 son los mismos que utilizaron en las contribuciones originales. En lo que respecta a StEvO, se realizan experimentos preliminares usando diferentes tamaños de población para el procedimiento de optimización de *Fase-1*. En particular, se han considerado tamaños de

<sup>2</sup>Adquiridas con un escáner láser Konica-Minolta Vivid 700<sup>©</sup>. Inicialmente disponibles en <http://sampl.eng.ohio-state.edu>

población de  $l = \{50, 65, 80, 95\}$  para la imagen “Bird” con 20 grados de área de solapamiento. De acuerdo al valor de la media de la función  $F$  (considerando treinta ejecuciones distintas), se consigue un rendimiento similar para los distintos tamaños de la población: 0.1812, 0.1864, 0.1814 y 0.1824, respectivamente. Este comportamiento tan prometedor se justifica parcialmente por la naturaleza auto adaptativa del método StEvO, que demuestra su capacidad para encontrar valores óptimos de los parámetros de control independientemente del tamaño de la población considerado. No obstante, obtener resultados estables dependerá de la dimensión del problema de optimización abordado<sup>3</sup>. Así pues, se decidió usar un conjunto reducido de soluciones ( $l = 50$ ) para acelerar aún mas la convergencia de StEvO.

Para evitar dependencias de ejecución, se llevan a cabo treinta ejecuciones para cada algoritmo de prealineación. Cada método hace frente a dos tipos de escenario que representan diferentes grados de solapamiento entre imágenes: uno de 20 y otro de 40 grados. Como ya se comentó, aumentando el grado de rotación de la tabla de giro (ver Sección 3.4.1) se disminuye el nivel de solapamiento, aumentando así la complejidad del problema de RIR. Además, cada uno de los algoritmos comienza a partir de una población inicial de soluciones aleatorias. En cada ejecución, se genera una transformación aleatoria que usa una distribución uniforme considerando los siguientes rangos de los parámetros de la transformación de RI: cada uno de los tres ejes de rotación estará en el rango  $[-1, 1]$ ; el ángulo de rotación estará en el rango  $[0^\circ, 360^\circ]$ ; y el rango para los tres parámetros de traslación es  $[-40mm, 40mm]$ . Esta transformación aleatoria (desconocida para el algoritmo de RIR) se aplica a la imagen escena  $f_r(I_s)$  y el método de RIR buscará la transformación óptima  $f^*$  entre la imagen propuesta  $f_r(I_s)$  y la imagen modelo  $I_m$ . Este procedimiento proporciona una medida objetiva del rendimiento del método que está basado en comparar la transformación estimada por el método con los datos reales de la verdadera localización de la imagen escena  $I_s$ .

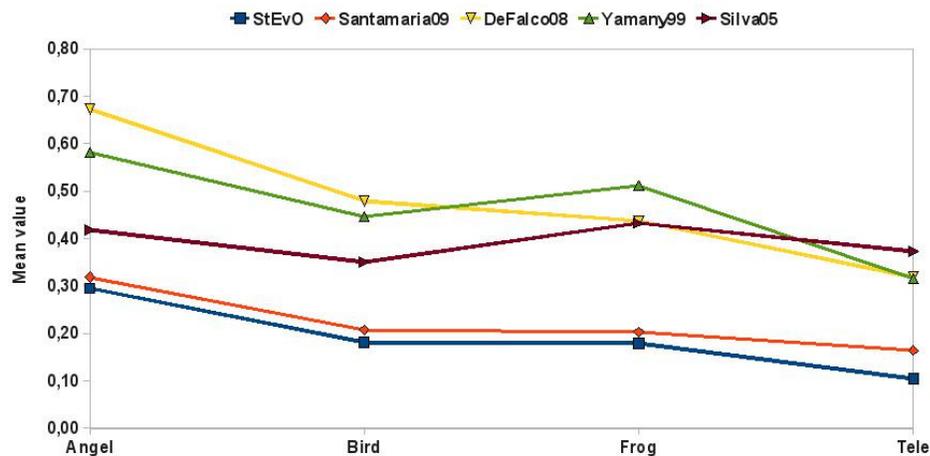
Como criterio de parada se ha elegido el tiempo de ejecución en la CPU. Se probaron diferentes tiempos resultando que 20 segundos permitía a todos los métodos converger a soluciones RIR de calidad. Para la etapa de refinamiento se fijó un máximo de 40 iteraciones.

---

<sup>3</sup>La influencia del tamaño de la población sobre el rendimiento del AE se puede consultar en [104].

### 4.3.3. Análisis de resultados

Las tablas 4.1 y 4.2 muestran los resultados estadísticos de la función objetivo  $F$  (ver Ec.(3.2)) correspondiente a las 30 ejecuciones realizadas por cada uno de los cinco métodos de prealineación abordando los dos escenarios de RIR, es decir, para 20 y 40 grados de solapamiento. La primera columna especifica la imagen de rango, la segunda el algoritmo y las restantes recogen los valores mínimo, máximo, medio y desviación típica de la función  $F$ . Las Figuras 4.6 y 4.7 resumen los datos presentados en dichas tablas usando gráficas.



**Figura 4.6:** Gráfico que compara el rendimiento (en base a los valores medios en Tabla 4.1) de los algoritmos probados en el escenario de RIR de 20° de solapamiento

En el escenario menos complejo (20 grados), el análisis de los resultados (ver Tabla 4.1 y Figura 4.8) nos lleva a la conclusión de que StEvO logra el mejor rendimiento en el proceso de optimización si lo comparamos con el resto de propuestas evolutivas incluídas en la comparativa. Concretamente, StEvO obtiene los valores más bajos de  $F$  (es decir, mejor calidad de RIR) en sus resultados mínimo, medio y desviación típica. Asimismo, estos resultados se muestran de forma más clara en Figura 4.8, resaltando el comportamiento de StEvO en las imágenes “Bird” y “Tele”. Por otro lado, la Figura 4.6 refleja la robustez de los métodos comparados (según el valor medio de  $F$ ) destacando nuevamente el anterior, StEvO.

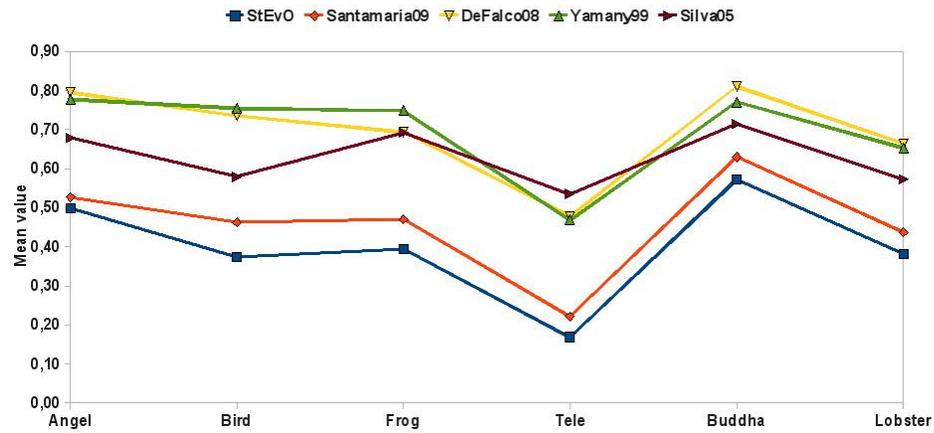
Analizando los resultados en el escenario de mayor complejidad con 40° de solapamiento, resulta notorio como nuestra propuesta de RIR evolutiva mantiene su

**Tabla 4.1:** Resultados estadísticos de prealineación en el escenario de RIR con 20° de solapamiento. Cada columna corresponde, de izquierda a derecha, a: imagen de SAMPL, algoritmo y valores mínimo, máximo, media y desviación típica de la función objetivo ( $F$ ) tras treinta ejecuciones. La unidad de medida es en  $\text{mm}^2$ . En **negrita** se muestran los valores más bajos (mejor calidad de RIR) para el mínimo, media y desviación típica.

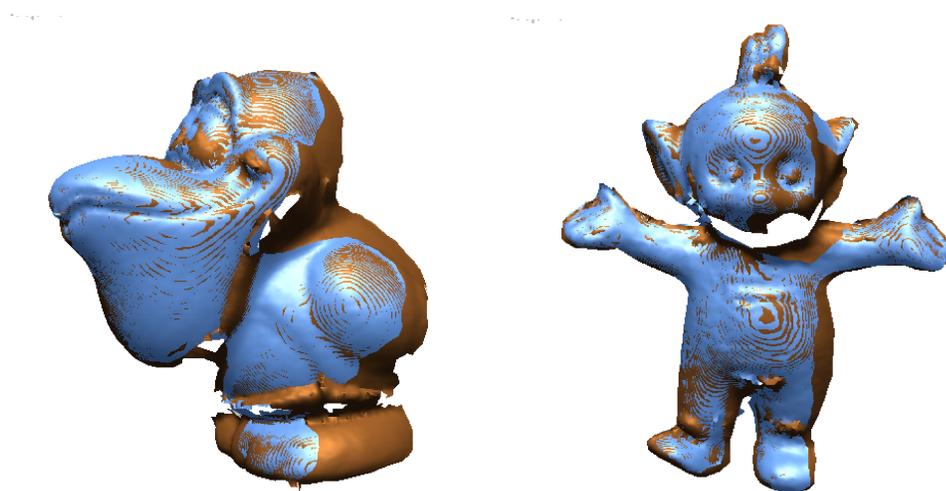
Imagen	Algoritmo	min.	max.	media	desv.
<i>Angel</i>	StEvO	<b>0.2448</b>	0.5269	<b>0.2948</b>	<b>0.0887</b>
	Santamaria09	<b>0.2448</b>	0.9453	0.3185	0.1461
	deFalco08	0.2493	0.9462	0.6732	0.2209
	Yamany99	0.2553	0.9531	0.5818	0.2792
	Silva05	0.2495	0.9555	0.4179	0.2560
<i>Bird</i>	StEvO	<b>0.1125</b>	0.5977	<b>0.1814</b>	<b>0.1569</b>
	Santamaria09	0.1132	0.8881	0.2075	0.2015
	deFalco08	0.1245	0.8429	0.4793	0.2157
	Yamany99	0.1199	0.9180	0.4465	0.2725
	Silva05	0.1152	0.9178	0.3506	0.3112
<i>Frog</i>	StEvO	<b>0.1193</b>	0.5308	<b>0.1792</b>	<b>0.1337</b>
	Santamaria09	0.1194	0.8120	0.2029	0.1756
	deFalco08	0.1322	0.7345	0.4374	0.1615
	Yamany99	0.1234	0.8311	0.5119	0.2162
	Silva05	0.1249	0.8555	0.4329	0.2415
<i>Tele</i>	StEvO	<b>0.0735</b>	0.8647	<b>0.1044</b>	<b>0.1414</b>
	Santamaria09	0.0736	0.7867	0.1639	0.2192
	deFalco08	0.0755	0.6578	0.3193	0.1819
	Yamany99	0.0791	0.8958	0.3159	0.2531
	Silva05	0.0750	0.9234	0.3728	0.3366

**Tabla 4.2:** Resultados estadísticos de prealineación en el escenario de RIR con 40° de solapamiento. Cada columna corresponde, de izquierda a derecha, a: imagen de SAMPL, algoritmo y valores mínimo, máximo, media y desviación típica de la función objetivo ( $F$ ) tras treinta ejecuciones. La unidad de medida es en  $mm^2$ . En **negrita** se muestran los valores más bajos (mejor calidad de RIR) para el mínimo, media y desviación típica.

Imagen	Algoritmo	min.	max.	media	desv.
<i>Angel</i>	StEvO	<b>0.3493</b>	0.9436	<b>0.4990</b>	<b>0.2175</b>
	Santamaria09	0.3498	0.9539	0.5271	0.2467
	deFalco08	0.3694	0.9599	0.7954	0.1499
	Yamany99	0.3623	0.9687	0.7776	0.2057
	Silva05	0.3527	0.9711	0.6790	0.2640
<i>Bird</i>	StEvO	<b>0.2041</b>	0.9168	<b>0.3741</b>	<b>0.2655</b>
	Santamaria09	0.2052	0.9373	0.4626	0.3175
	deFalco08	0.2955	0.9350	0.7358	0.1852
	Yamany99	0.2776	0.9407	0.7547	0.2070
	Silva05	0.2159	0.9425	0.5795	0.3158
<i>Frog</i>	StEvO	<b>0.2517</b>	0.7717	<b>0.3941</b>	<b>0.1856</b>
	Santamaria09	0.2548	0.7812	0.4700	0.2271
	deFalco08	0.3997	0.8000	0.6937	0.0876
	Yamany99	0.2809	0.8964	0.7490	0.1220
	Silva05	0.2735	0.9474	0.6923	0.1750
<i>Tele</i>	StEvO	<b>0.1054</b>	0.4708	<b>0.1682</b>	<b>0.1226</b>
	Santamaria09	0.1062	0.8354	0.2217	0.2116
	deFalco08	0.1240	0.7722	0.4785	0.1520
	Yamany99	0.1104	0.9230	0.4689	0.2686
	Silva05	0.1077	0.8950	0.5354	0.2929
<i>Buddha</i>	StEvO	0.3996	0.6873	<b>0.5730</b>	0.1103
	Santamaria09	<b>0.3978</b>	0.7524	0.6300	<b>0.1020</b>
	deFalco08	0.6705	0.9335	0.8105	0.0812
	Yamany99	0.6080	0.9259	0.7704	0.0889
	Silva05	0.5075	0.9506	0.7146	0.1126
<i>Lobster</i>	StEvO	0.2522	0.8013	<b>0.3816</b>	<b>0.1916</b>
	Santamaria09	<b>0.2490</b>	0.8056	0.4369	0.2231
	deFalco08	0.3392	0.7917	0.6642	0.1020
	Yamany99	0.3010	0.8846	0.6530	0.1756
	Silva05	0.2665	0.9201	0.5727	0.2089

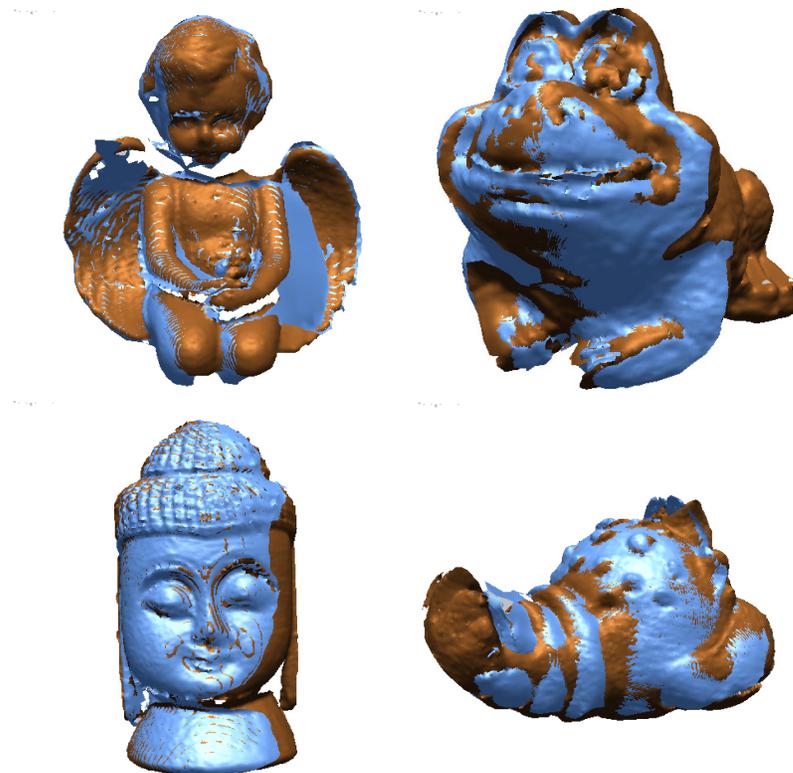


**Figura 4.7:** Gráfico que compara el rendimiento (en base a los valores medios en Tabla 4.2) de los algoritmos probados en el escenario de RIR de 40° de solapamiento.



**Figura 4.8:** Mejor prealineación RIR (de acuerdo al valor mínimo en Tabla 4.1) obtenida por StEvO en las imágenes “Bird” y “Tele”. Escenario de problema de RIR con 20° de solapamiento.

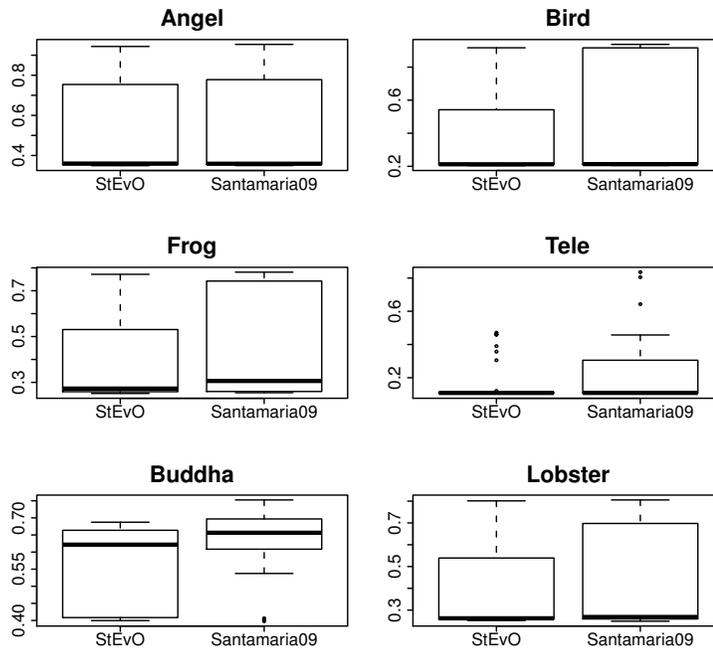
elevado rendimiento. En particular, StEvO obtiene los resultados más eficientes para las imágenes “Angel”, “Bird”, “Frog” y “Tele” (ver Tabla 4.2). En el caso de las dos restantes, “Buddha” y “Lobster”, es Santamaria09 el algoritmo que consigue los resultados más eficientes. La Figura 4.9 muestra cuatro renders diferentes de los resultados RIR de la propuesta StEvO para las imágenes “Angel”, “Frog”, “Lobster” y “Buddha”. De forma similar a lo indicados en el escenario menos complejo, la Figura 4.7 vuelve a resaltar la gran robustez de StEvO frente al resto.



**Figura 4.9:** Mejores resultados RIR de prealineación de StEvO en las imágenes “Angel”, “Frog”, “Buddha” y “Lobster”. Escenario de problema de RIR con 40° de solapamiento.

Por último, la Figura 4.10 nos permite llevar a cabo un análisis más profundo de la robustez de los dos mejores métodos evolutivos RIR abordando el escenario más complejo, de 40° de solapamiento. Los gráficos de caja son una herramienta gráfica mediante la cual se visualiza una muestra de datos (en nuestro caso, el valor medio de  $F$  en treinta ejecuciones) a partir de los valores mínimo y máximo, los cuartiles Q1, Q2 ó mediana y Q3, pudiéndose incluso observar la existencia de valores atípicos

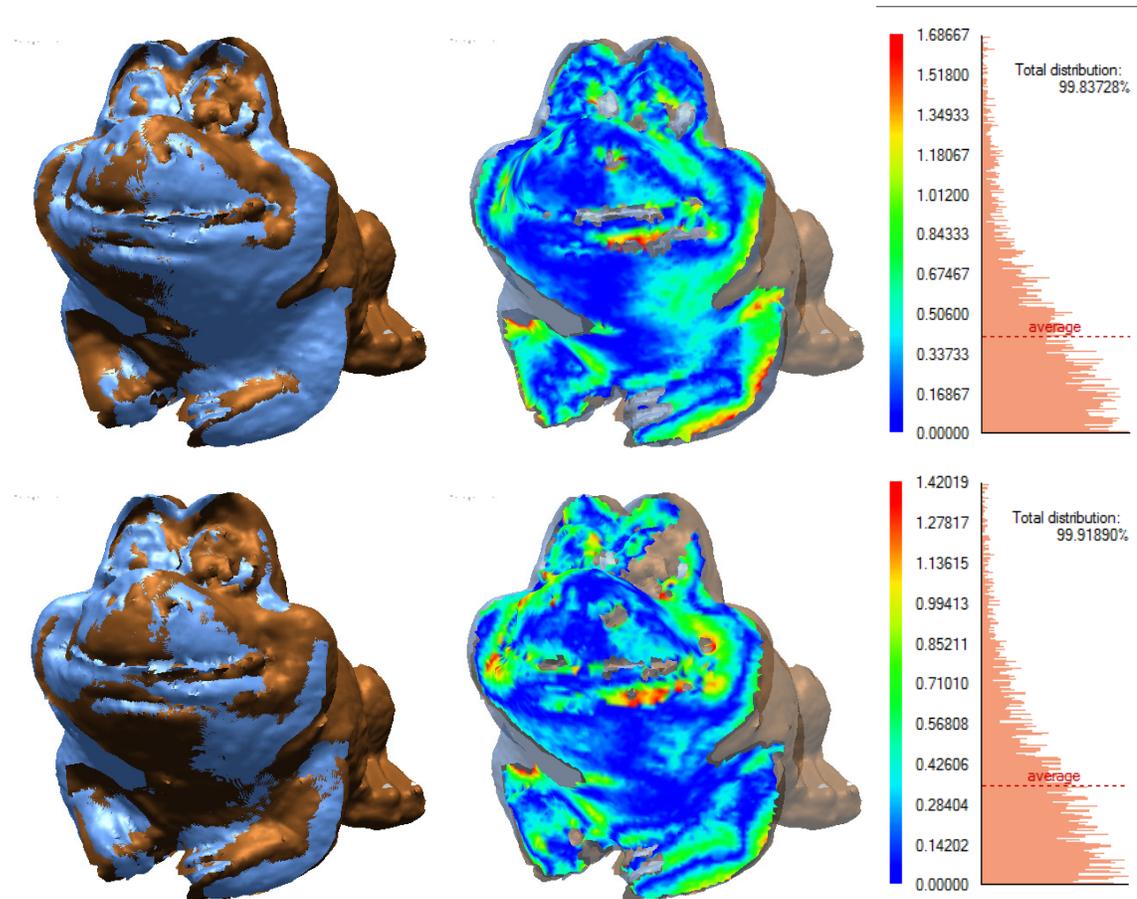
y la simetría de la distribución. De forma específica, las zonas inferior y superior de la caja se corresponden con el percentil 25° y el 75°, respectivamente. La línea horizontal que divide la caja es el percentil 50°, es decir, la mediana. Normalmente, los valores considerados como atípicos se indican con puntos. A partir de Figura 4.10, destaca como en todos los problemas, el límite superior de la caja de StEvO está siempre por debajo del límite superior de Santamaria09. Al igual que en el capítulo anterior, se ha realizado un test estadístico para estudiar la significancia de los resultados usando el U test de Mann-Whitney, también conocido como test de Wilcoxon. Considerando un nivel de confianza estadística de un 5 %, StEvO muestra una diferencia significativa de rendimiento a su favor comparado con el ofrecido por el método propuesto en el capítulo anterior, Santamaria09.



**Figura 4.10:** Gráfico de cajas obtenido de los dos mejores métodos de prealineación RIR en el escenario RIR más complejo: 40° de solapamiento.

La Figura 4.11 muestra el mejor resultado de RIR (tras aplicar etapa de refinado) obtenido por StEvO para la imagen “Frog” en el escenario de RIR con 40° de solapamiento. Hay que indicar como la etapa de refinamiento no muestra diferencias significativas comparado con los resultados obtenidos en la fase de prealineación con

StEvO. Por tanto, estos resultados demuestran claramente el gran comportamiento del enfoque de optimización propuesto, el cual no sólo logra soluciones de gran calidad de RIR, sino el ajuste automático de los parámetros de control del algoritmo, uno de los objetivos principales de este capítulo.



**Figura 4.11:** Mejores resultados de StEvO en la imagen “Frog”. Escenario del problema RIR con 40° de solapamiento. La primera fila representa el resultado de la fase de prealineación y la segunda muestra el resultado RIR refinado aplicando el algoritmo I-ICP.

## Conclusiones

En este capítulo se ha descrito el diseño de una nueva propuesta de RI evolutivo que emplea un novedoso enfoque de optimización con autoajuste de los parámetros

de control. Los resultados experimentales obtenidos demuestran cómo el enfoque de optimización propuesto permite estimar simultáneamente tanto unos resultados RIR de calidad como los parámetros de control que potencian la obtención de dichos resultados, demostrando que el uso de un enfoque de autoajuste de los parámetros de control resulta de gran interés si se pretende conseguir un procedimiento completamente automático de optimización para el problema de RI.

En cuanto a la comparación de los resultados obtenidos por StEvO con aquellos resultados que obtienen otros métodos del estado del arte de RI basado en AEs, podemos concluir que la propuesta con autoajuste obtiene resultados muy prometedores. Así lo demuestran los resultados obtenidos en la experimentación, tanto en robustez, en base a valores medios, donde StEvO supera los resultados obtenidos por todos los algoritmos analizados, como en precisión, donde StEvO consigue los mejores resultados exceptuando sólo dos casos del escenario más complejo de experimentación.

---

## Capítulo 5

# Comparativa con nuevas estrategias de optimización emergentes

### 5.1. Introducción

Recientemente, se han propuesto en la literatura una serie de algoritmos de optimización basados en poblaciones con resultados muy prometedores. En este capítulo el objetivo es doble. Por un lado se pretende hacer un estudio detallado de tres de estos algoritmos emergentes: Colonia Artificial de Abejas (ABC), Optimización Basada en Biogeografía (BBO) y Búsqueda de la Armonía (HS). Por otro lado, se pretende realizar el análisis de su rendimiento abordando el problema de RIR comparándolo con los algoritmos propuestos en los capítulos anteriores (ver Capítulo 3 y 4). Para ello se realizara un amplio estudio experimental en el que se considerarán diferentes escenarios de reconstrucción 3D con distintos niveles de complejidad de RIR.

La estructura de este capítulo se divide en las siguientes secciones. En la Sección 5.2 se detallan tres contribuciones emergentes de algoritmos de optimización basados en poblaciones. A continuación, la Sección 5.3 presenta el diseño experimental considerado y se lleva a cabo el análisis de los resultados obtenidos.

## 5.2. Algoritmos emergentes basados en poblaciones

### 5.2.1. Colonia Artificial de Abejas

Los algoritmos basados en inteligencia colectiva o Swarm Intelligence (SI) es un novedoso paradigma de inteligencia distribuída para la resolución de problemas de optimización que, durante los últimos años, está siendo de interés en diferentes campos de investigación, aplicándose para resolver problemas de optimización [13, 34, 52, 197]. En ellos, existe un sistema de agentes que obedecen a un conjunto de reglas muy simples pero que, actuando cooperativamente, componen un sistema complejo. Dentro de ellos, el algoritmo de colonia artificial de abejas (artificial bee colony, ABC) propuesto por Karaboga [88, 89] se basa en el comportamiento inteligente de las colonias de abejas y se puede considerar un novedoso algoritmo basado en poblaciones. A continuación vamos a describir su estructura y funcionamiento.

En ABC la colonia de abejas se divide en las tres categorías siguientes [90]:

- **Empleadas:** Llevan néctar desde la fuente de alimento a la colmena y comparten información con las exploradoras sobre la localización del mismo.
- **Exploradoras:** Son abejas especializadas en seleccionar una fuente de alimento (la más beneficiosa) de acuerdo a su calidad, que se determina a partir de información compartida en la colmena y que es suministrada por las empleadas.
- **Scouts:** Son un tipo especial de abejas empleadas cuya fuente de comida asociada ha sido abandonada y se encargan de buscar nuevas fuentes de alimento.

El algoritmo funciona a partir de un área común de la colmena, denominada *zona de danza*, donde las abejas comparten e intercambian información sobre las fuentes de alimento. Éstas identifican la calidad de la fuente por la duración de la danza que, a su vez, es determinada por dos factores: la cantidad de néctar de la fuente que está siendo explotada y la distancia de dicha fuente hasta la colmena. Desde el punto de vista de un problema de optimización, cada fuente de alimento representa una posible solución al problema, las abejas scouts desempeñan la función de exploración y las exploradoras y empleadas se centran en la explotación del espacio de búsqueda.

**Begin ABC**

```

1  Inicializar poblacion /*posiciones de fuente de alimento*/
2  Evaluar poblacion /*calcular cantidades de nectar*/
3  mejor alimento ← Mejor(poblacion)
4  Mientras (no se alcance criterio de parada) Hacer
5      /*Producir nuevas soluciones  $v_i$  para abejas empleadas. SeleccionVoraz( $x_i, v_i$ )*/
6      Para  $i \leftarrow 1$  hasta  $N$  Hacer
7           $k \leftarrow (Rand(1, N) \neq i)$ 
8           $j \leftarrow Rand(1, d)$ 
9           $v_{ij} \leftarrow x_{ij} + \Phi_{ij}(x_{ij} - x_{kj})$ 
10         Si ( $F(v_i)$  es mejor que  $F(x_i)$ ) Entonces
11             Mover abeja a  $v_i$ 
11              $trials(i) \leftarrow 0$ 
10         En otro caso
11              $trials(i) \leftarrow trials(i) + 1$ 
12         Fin-Si
13     Fin-Desde
14     /*Calcular valores  $p_i$  para las soluciones  $x_i$ */
15     Para  $i \leftarrow 1$  hasta  $N$  Hacer
16          $p_i \leftarrow \frac{F(x_i)}{\sum_{j=1}^N F(x_j)}$ 
17     Fin-Para
18     /*Producir nuevas soluciones  $v_i$  para exploradores en base a  $p_i$ . SeleccionVoraz( $x_i, v_i$ )*/
19     Desde  $i \leftarrow 1$  hasta  $N$  Hacer
20          $p \leftarrow U[0, 1]$ 
21         Si ( $p < p_i$ ) Entonces
22              $k \leftarrow (Rand(1, N) \neq i)$ 
23              $j \leftarrow Rand(1, d)$ 
24              $v_i^j \leftarrow x_i^j + \Phi_i^j(x_i^j - x_k^j)$ 
25             Si ( $F(v_i)$  es mejor que  $F(x_i)$ ) Entonces
26                 Mover Abeja a  $v_i$ 
27                  $trials(i) \leftarrow 0$ 
28             En otro caso
29                  $trials(i) \leftarrow trials(i) + 1$ 
30             Fin-Si
31         Fin-Si
32     Fin-Desde
33     /* Los Scouts se mueven en búsqueda de nuevas fuentes de alimento*/
34     Desde  $i \leftarrow 1$  hasta  $N$  Hacer
35         Si ( $trials(i) > \#maxtrials$ ) Entonces
36             Desde  $j \leftarrow 1$  hasta  $d$  Hacer
37                  $x_i^d \leftarrow LB^j + U[0, 1] * (UB^j - LB^j)$ 
38             Fin-Desde
39         Fin-Si
40     Fin-Desde
41     mejor alimento ← Mejor(poblacion)
42 Fin-Mientras
43 Devolver mejor fuente de alimento;

```

**Fin ABC**

**Figura 5.1:** Pseudo-Código del algoritmo ABC.

Concretamente, el algoritmo ABC se detalla en la Figura 5.1. Comienza asociando todas las abejas empleadas con fuentes de alimento generadas aleatoriamente. Cada fuente de alimento  $x_i (i = 1, 2, \dots, N)$  es un vector  $d - dimensional$  donde  $d$  es el número de parámetros de optimización. A continuación, en cada iteración se hace lo siguiente: cada abeja empleada determina una fuente de alimento del vecindario de su actual fuente usando la siguiente expresión:

$$v_i^j = x_i^j + \Phi_i^j(x_i^j - x_k^j) \quad (5.1)$$

donde  $k$  es diferente a  $i \in 1, 2, \dots, N$  y a  $j \in 1, 2, \dots, d$ , que son índices escogidos aleatoriamente y  $\Phi_i^j$  es un número aleatorio entre  $[-1, 1]$  que controla la producción de una fuente de alimento vecina alrededor de  $x_i^j$ . Aplicando un proceso de selección voraz, si la cantidad de néctar de la nueva fuente de alimento (valor de la función objetivo) es mejor que la que actualmente está asociada a la abeja empleada, dicha abeja se traslada a esta nueva fuente y abandona la actual. Posteriormente, se comparte información sobre el néctar con las abejas exploradoras y dichas abejas seleccionarán una fuente de acuerdo a una probabilidad  $p_i$  que se determina usando la siguiente expresión:

$$p_i = \frac{F(x_i)}{\sum_{j=1}^N F(x_j)} \quad (5.2)$$

donde  $F(x_i)$  es el valor de la función objetivo de la solución representada por la fuente de alimento  $i$  y  $N$  es el número total de fuentes. A continuación, una fuente que no haya mejorado en un número predeterminado de intentos, es abandonada y reemplazada por scouts con una nueva fuente usando la expresión:

$$x_i^j = LB^j + U[0, 1](UB^j - LB^j) \quad (5.3)$$

donde  $LB^j$  y  $UB^j$  son los límites inferior y superior para la variable  $j$ . Por último, se almacena la mejor solución encontrada hasta el momento. ABC asume que hay solo una abeja empleada para cada fuente de comida y, por tanto, el número de fuentes de comida es igual al número de abejas empleadas.

ABC se ha aplicado en los últimos años para resolver diversos problemas de optimización [91] como el problema de árbol de expansión mínima (LCMST) [167], fun-

ciones de optimización numéricas multidimensionales [86, 87, 89, 176, 179], funciones numéricas benchmark usadas en problemas de ingeniería con alta dimensionalidad [90] y filtros digitales [86].

### 5.2.2. Optimización Basada en Biogeografía

La Optimización Basada en Biogeografía (BBO) [164, 165] es un nuevo algoritmo basado en poblaciones orientado a la resolución de problemas de optimización. Este enfoque innovador está basado en modelos matemáticos de biogeografía que describen la forma natural de distribución de las especies, es decir, cómo emigran, cómo aparecen y cómo llegan a extinguirse. A continuación, se hace una revisión de las componentes del modelo de biogeografía y su correspondencia con el algoritmo BBO desde el punto de vista de la optimización [164]:

- **Habitat (H):** Representa una solución dentro del espacio de búsqueda de un problema de optimización numérico  $d$ -dimensional.
- **Índice de Idoneidad del Habitat (HSI):** En un modelo biogeográfico, tener un alto HSI indica que son áreas geográficas bien acondicionadas para ser utilizadas por las diferentes especies biológicas como residencia. Desde el punto de vista de la optimización, el HSI se corresponde con la función objetivo.
- **Variables de Idoneidad (SIV):** El cálculo del valor del HSI está influenciado por factores adicionales como la lluvia, la diversidad de vegetación, el terreno y la temperatura. A todos estos factores se les denomina variables de idoneidad (SIVs)
- **Ecosistema:** Se refiere a un grupo de  $N$  habitats. Desde el punto de vista de la optimización basada en poblaciones, se corresponde a la población de soluciones. El tamaño  $N$  normalmente es constante, pero se está estudiando el uso de ecosistemas de tamaño variable [164].
- **Índice de Inmigración:** El parámetro de control  $\lambda$  tiene como función controlar la inmigración en el hábitat. El índice máximo de inmigración en un hábitat ( $I$ ) se alcanza cuando no hay especies en el hábitat. A medida que el

número de especies aumenta, dicho hábitat quedará poblado y la inmigración decrecerá debido a que podrán sobrevivir menos especies dentro de ese hábitat.

- **Índice de Emigración:** En este caso, el parámetro  $\mu$  controla la emigración del hábitat. Si no hay especies, la emigración es nula. A medida que el número de especies se incrementa, dichas especies podrían dejar su hábitat para explorar otras residencias. El índice máximo de emigración ( $E$ ) se alcanza en un hábitat cuando contiene el mayor número de especies que puede sustentar.
- **Modelo Migratorio:** Se pueden aplicar numerosas curvas de migración de acuerdo con diferentes modelos matemáticos de biogeografía [112, 142]. En la figura 5.2, se representa un modelo lineal donde  $S_0$  es el número de especies de equilibrio [164], que indica que los índices de inmigración y emigración son iguales.  $I$  es el mayor índice posible de inmigración,  $E$  el mayor índice posible de emigración y  $S_{max}$  es el mayor número de especies posible que el hábitat podría sustentar.

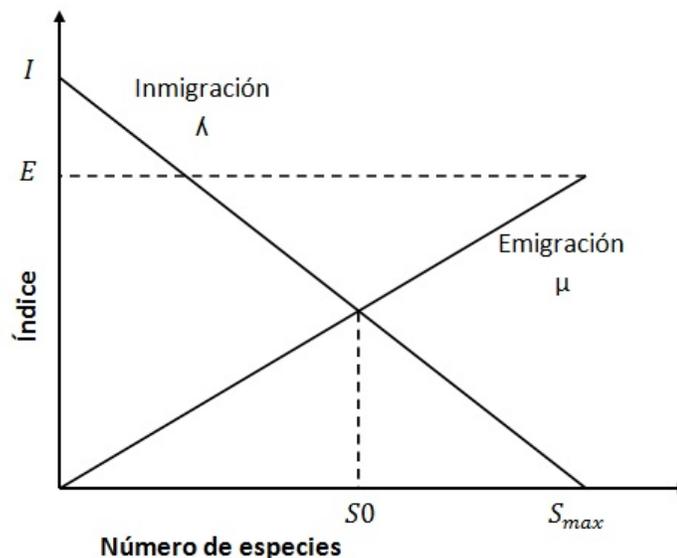


Figura 5.2: Modelo lineal de migración [142, 164]

El algoritmo BBO tiene dos operadores principales: *modificación del hábitat* ( $\Omega$ ) y *mutación* ( $M$ ). El primero es un operador probabilístico  $H^n \rightarrow H$  que ajusta un

hábitat  $H_i$  basado en el ecosistema  $H^n$  de acuerdo a su índice de inmigración  $\lambda_i$  y a su índice de emigración  $\mu_j$  tomando  $H_j$  como fuente de la modificación. El segundo es un operador probabilístico  $H \rightarrow H$  que modifica aleatoriamente los factores SIV de un hábitat  $H_i$  de acuerdo a una probabilidad  $p_i$  basada en los parámetros  $\lambda_i$  y  $\mu_i$  [164]. Ambos operadores permiten al algoritmo BBO implementar el elitismo para los mejores  $b$  hábitats ( $b$  es un parámetro de elitismo seleccionado por el usuario) fijando  $\lambda_i = 0$  en el operador de modificación del hábitat y  $p_i = 0$  en el operador de mutación.

Tal y como se muestra en la Figura 5.3, el algoritmo BBO comienza inicializando la búsqueda con un conjunto de hábitats aleatorios y calculando el HSI para cada uno de ellos. A continuación, los operadores de modificación de hábitat ( $\Omega$ ) y mutación ( $M$ ) se aplican de forma consecutiva sobre cada hábitat perteneciente al conjunto de los  $N - b$  peores hábitats mientras no se satisfaga el criterio de parada.

El algoritmo BBO se ha aplicado recientemente en numerosos problemas de optimización como el Problema del Viajante de Comercio (TSP) [170], la optimización de funciones benchmark de múltiples variables [164], el ajuste de parámetros de sistemas neuronales para el diagnóstico de enfermedades cardíacas [111], problema de selección de sensor para estimar el estado del motor de aviones [164] y el problema de flujo de corriente en el análisis de circuitos [143].

### 5.2.3. Búsqueda de la armonía

El último de los tres algoritmos a estudiar está basado en analogías con el fenómeno natural del proceso musical. Se denomina algoritmo de Búsqueda de la Armonía (HS) [62, 63] y se centra en la búsqueda de un perfecto estado de armonía, proceso que se asemeja a lo que se realiza durante una optimización. Mientras que el procedimiento de optimización trata de buscar una solución global determinada en base a una función objetivo, en una representación musical (por ejemplo los ritmos que reproducen un conjunto de instrumentos en el jazz) se trata de buscar una armonía determinada por un estándar estético que sea agradable al oído. En dicha búsqueda, los posibles valores de cada variable del proceso de optimización se pueden identificar como los tonos de los diferentes instrumentos en la búsqueda de armonía, de forma que cada iteración sería un ensayo y el óptimo global podría considerar-

**Inicio BBO**

```

1  Inicializacion del Ecosistema;
2  mejor habitat ← Mejor(Ecosistema);
3  Mientras (No se alcance criterio de parada) Hacer
4      Desde  $i \leftarrow 1$  hasta  $N$  Hacer
5          Calcular HSI para el habitat  $H_i$ 
6      Fin-Desde
7      /*Aplicar Modificacion de Habitat  $\Omega(\lambda, \mu)$  sobre habitats no elite dentro del ecosistema*/
8      Desde  $i \leftarrow 1$  hasta  $N$  Hacer
9          Seleccionar  $H_i$  con probabilidad basada en el indice de inmigracion  $\lambda_i$ 
10         Si  $H_i$  es seleccionado Entonces
11             Desde  $j \leftarrow 1$  hasta  $N$  Hacer
12                 Seleccionar  $H_j$  con probabilidad basada en  $\mu_j$ 
13                 Si  $H_j$  es seleccionado Entonces
14                     Seleccionar aleatoriamente un factor SIV de  $H_j$ 
15                     Reemplazar un factor SIV aleatorio de  $H_i$  con el seleccionado de  $H_j$ 
16                 Fin-Si
17             Fin-Desde
18         Fin-Si
19     Fin-Desde
20     /*Aplicar Mutacion  $M(\lambda, \mu)$  sobre los habitats no elite dentro del ecosistema*/
21     Desde  $i \leftarrow 1$  hasta  $N$  Hacer
22         Select un factor SIV de  $H_i$  con probabilidad basada en el indice de emigracion;
23         Si  $H_i(SIV)$  es seleccionado Entonces
24             Reemplazar  $H_i(SIV)$  con un SIV generado aleatoriamente
25         Fin-Si
26     Fin-Desde
27     Desde  $i \leftarrow 1$  hasta  $N$  Hacer
28         Recalcular HSI para el habitat  $H_i$ 
29         Si ( $HSI(H_i)$  es mejor que  $HSI(mejorhabitat)$ ) Entonces
30             mejor habitat ←  $H_i$ ;
31         Fin-Si
32     Fin-Desde
33 Fin-Mientras
34 Devolver mejor habitat

```

**Fin BBO**

**Figura 5.3:** Pseudo-Código del algoritmo BBO.

se como encontrar una “*Armonía Fantástica*”. Cada músico toca una nota musical dentro de un rango candidato (todos juntos consiguen una armonía), estando de nuevo ante un paralelismo con el proceso de optimización, donde cada variable del vector solución toma valores dentro de un rango posible. Si la armonía es buena, los músicos almacenan la experiencia en su memoria y, la próxima vez, la posibilidad de obtener una buena armonía es más probable. La Figura 5.4 muestra el pseudocódigo del algoritmo HS que, básicamente, se compone de [98]:

**Inicio HS**

```

1  Inicializar HM;
2  mejor armonia ← Mejor (HM);
3  Mientras (No se alcance criterio de parada) Hacer
4      Desde  $i \leftarrow 1$  hasta  $d$  Hacer
5           $j \in \text{Rand}(1, HMS)$ 
6          Si ( $U[0, 1] < HMCR$ ) Entonces /* considerar memoria */
7               $x^{i'} = x_j^i$ 
8              Si ( $U[0, 1] < PAR$ ) Entonces /*ajuste de nota */
9                   $x^{i'} = x^{i'} \pm r \times bw$ 
10             Else /*seleccion aleatoria*/
11                  $x^{i'} \leftarrow LB^j + r \times (UB^j - LB^j)$ 
12             Fin-Si
13         Fin-Desde
14         Si ( $F(x')$  es mejor que el peor de  $HM$ ) Entonces
15              $HM \leftarrow (HM \setminus worst) \cup x'$ 
16         Fin-Si
17         Si ( $F(x')$  es mejor que la mejor armonia) Entonces
18             mejor armonia ←  $x'$ 
19         Fin-Si
20 Fin-Mientras
21 Devolver mejor armonia

```

**Fin HS**

**Figura 5.4:** Pseudo-Código del algoritmo HS.

- **Inicialización:** La matriz de Memoria de Armonías (HM) se rellena con  $HMS$  vectores aleatorios que se ordenan de acuerdo a los valores de la función objetivo

$F(x)$ :

$$HM = \begin{bmatrix} x_1^1 & x_1^2 & x_1^3 & \dots & x_1^d \\ x_2^1 & x_2^2 & x_2^3 & \dots & x_2^d \\ x_3^1 & x_3^2 & x_3^3 & \dots & x_3^d \\ \vdots & \dots & & & \\ x_{HMS}^1 & x_{HMS}^2 & x_{HMS}^3 & \dots & x_{HMS}^d \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

También se inicializan los parámetros *índice considerado de memoria de armonías* (HMCR) y el *índice de ajuste de tono* (PAR). HMCR hace referencia a la probabilidad de elegir notas aleatorias. Por otro lado, el parámetro PAR trata de imitar el ajuste de cada instrumento mediante la transición a valores vecinos [98] de acuerdo con la ecuación:

$$x^{j'} = x^j \pm r \times bw, \quad 1 \leq j \leq d \quad (5.5)$$

donde  $r \sim U[0, 1]$  y  $bw$  es la amplitud de distancia arbitrario para la variable continua diseñada.

- **Improvisación de Armonía:** Se genera un nuevo vector de armonía,  $x_i = \langle x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^d \rangle$  considerando HCMR y PAR. Para cada instrumento  $x_i^j (1 \leq j \leq d)$ , el valor se selecciona de la siguiente forma:

$$x_i^j \leftarrow \begin{cases} x_i^j \in HM, & \text{si } U[0, 1] \leq HMCR \\ x_i^j \in [LB^j, UB^j], & \text{si } U[0, 1] > HMCR \end{cases} \quad (5.6)$$

donde  $LB^j$  y  $UB^j$  son los límites inferior y superior para cada variable.

- **Actualización de HM:** Si la calidad de la nueva armonía  $x_i'$  supera a la mejor que hay actualmente en HM, se incluye la nueva armonía en HM, reemplazando a la peor.

De la misma forma que los dos métodos anteriores, HS se ha aplicado recientemente en problemas de optimización, como el Viajante de Comercio [63], la minimización

de funciones de múltiple variable [60, 63, 115], el diseño de una red de tuberías para el abastecimiento de agua [63], varios problemas de optimización en ingeniería [98], la resolución de puzzles de sudoku [61], y el problema de optimización de la suma de ratios aplicado en economía e ingeniería [83].

### 5.3. Experimentación y análisis de resultados

En esta sección se describen los experimentos realizados para estudiar el rendimiento de ABC, BBO y HS abordando el problema de RI. Se han tenido en cuenta varias instancias del problema de RIR y los resultados se han comparado con los de otros métodos del estado del arte en RI evolutivo, así como de las dos propuestas de Capítulos anteriores (ver Capítulo 3 y 4). Los algoritmos a comparar son:

- Algoritmo de ajuste automático de los parámetros de control, StEvO [155]
- Propuesta de Santamaría y otros, Santamaria09<sup>1</sup> [154]
- Método propuesto por De Falco y otros, deFalco08 [38]
- Contribución de Silva y otros, Silva05 [161]
- Propuesta de Yamany y otros, Yamany99 [187]

Todos los algoritmos se han implementado en C++ y se han compilado con la herramienta GNU/g++. Para llevar a cabo una comparación justa, se han adaptado todos los métodos usando la misma representación de transformación rígida de registrado ( $f$ ) y función objetivo (ver Ecuación 3.2).

#### 5.3.1. Imágenes de Rango y escenarios de problema

Al igual que en el capítulo anterior, hemos considerado imágenes de rango del repositorio SAMPL *Signal Analysis and Machine Perception Lab* (<http://sAMPL.ece.ohio-state.edu/data/3DDB/RID/index.htm>). La figura 5.5 muestra las seis imágenes de rango utilizadas, conocidas en contribuciones previas ([161]) como “Frog”, “Bird”,

---

<sup>1</sup>Método propuesto en Capítulo 3 identificado con la notación  $AM_{XLS/d/100}^{SS}$ .

“Tele”, “Lobster”, “Angel” y “Buddha”. El tamaño de estas imágenes varía entre los 8 y los 15 mil puntos.

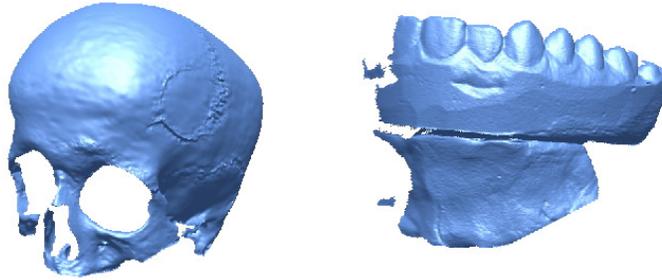


**Figura 5.5:** Conjunto de imágenes de rango disponibles en SAMPL. De izquierda a derecha y de arriba hacia abajo: “Frog”, “Bird”, “Tele”, “Lobster”, “Angel” y “Buddha”.

Además de las anteriores, se han usado también imágenes adquiridas usando un escáner láser Konica-Minolta © VI-910, denominadas “Craneo” y “Dentadura” (ver Figura 5.6). Su tamaño varía desde los 30 a los 70K. Así pues, en total, se han usado ocho imágenes de rango diferentes para el estudio experimental.

Además, se han definido varios escenarios del problema de RIR utilizando para ello diferentes grados de solapamiento entre pares de imágenes adyacentes. En particular, se han considerado 4 instancias de problema de RIR usando imágenes del repositorio SAMPL con  $20^\circ$  de desalineación entre pares de vistas adyacentes, 6 instancias con  $40^\circ$  y, además, 2 instancias más complejas de pares de imágenes, “Craneo” y “Dentadura”, con  $45^\circ$  y  $60^\circ$ , respectivamente. En total, se han diseñado 4 escenarios de problema de RIR teniendo en cuenta la rotación ( $20^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$ ) y 12 instancias diferentes de problema atendiendo al número de imágenes.

Para acelerar el cálculo de la función objetivo (ver Ec.(3.2) de la Sección 2.3) se



**Figura 5.6:** Imágenes adquiridas usando escáner Konica-Minolta<sup>©</sup> VI-910. De izquierda a derecha: Imágenes “Cráneo” y “Dentadura”.

**Tabla 5.1:** Tamaño original de la imágenes de rango consideradas (en puntos).

Imagen	Tamaño original (Número de puntos)
Frog	9584
Bird	9051
Tele	6810
Lobster	11683
Angel	14009
Buddha	14801
Cráneo	76794
Dentadura	59033

ha usado una versión muestreada de cada una de las imágenes de rango (los tamaños reales se muestran en la Tabla 5.1). Concretamente, aleatoriamente se escogen 5K puntos usando una distribución uniforme. También se podrían adoptar enfoques basados en características [59, 202] para conseguir un conjunto reducido y característico de puntos en la imagen, llegando a conseguir en ciertos casos mejores resultados [152]. Sin embargo, esto requiere la intervención de usuarios experimentados para la obtención de características de calidad, no siendo éste el objetivo persiguido aquí, que más bien es minimizar la intervención del usuario.

### 5.3.2. Configuración de parámetros

Todos los algoritmos testeados se han ejecutado en un PC con un procesador Intel Pentium IV a 2.6 GHz y 2GB de RAM con un sistema operativo GNU/Linux Ubuntu. Los valores de los parámetros de control considerados en los algoritmos deFalco08, Yamany99 y Silva05 son los mismos que utilizaron en las contribuciones originales. Para StEvO y Santamaria09, se ha utilizado la configuración especificada en la Sección 4.3.2 del Capítulo 4 y en la Sección 3.4.3 del Capítulo 3, respectivamente. En lo que respecta a los tres algoritmos analizados, ABC, BBO y HS, se llevan a cabo experimentos preliminares para ajustar cuidadosamente sus parámetros de control para abordar de la forma más efectiva el problema de RIR. Los valores de los parámetros que finalmente se han seleccionado se muestran en la Tabla 5.2.

**Tabla 5.2:** Parámetros de control de los algoritmos ABC, BBO y HS.

ABC		BBO		HS	
		<i>Tamaño de Población</i>	100		
		<i>Tamaño Elitismo</i>	2		
<i>Tamaño de la Colonia (CS)</i>	20	<i>Prob. modificación hábitat</i>	1	<i>Tam. de Pob.</i>	50
<i>Límite</i>	150	<i>Rangos prob. inmigración</i>	[0,1]	<i>HMCR</i>	0.9
$n_o, n_e$	50% de CS	<i>Step size</i>	1	<i>PAR</i>	0.2
$n_s$	1	<i>Indice máx. inmigración</i>	1	<i>Step size</i>	0.1
		<i>Indice máx. emigración</i>	1		
		<i>Prob. de Mutación</i>	0.05		

Para evitar dependencias de ejecución, se llevan a cabo treinta ejecuciones de cada uno de los siete algoritmos de RIR testeados para cada uno de los cuatro escenarios del problema ( $20^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$  de solapamiento). Además, cada uno de los algoritmos comienza a partir de una población inicial de soluciones aleatorias. En cada ejecución, se aplica una transformación rígida generada aleatoriamente usando una distribución uniforme sobre la imagen escena  $f_r(I_s)$  y, en cada caso, el método de RIR buscará la transformación óptima  $f^*$  entre la imagen propuesta  $f_r(I_s)$  y la imagen modelo  $I_m$ . Cada transformación rígida se genera de la siguiente forma: cada uno de los parámetros en los tres ejes de rotación estará en el rango  $[-1, 1]$ ; el ángulo de rotación estará en el rango  $[0^\circ, 360^\circ]$ ; y el rango para los tres parámetros de traslación es  $[-40mm, 40mm]$

Para conseguir un criterio justo de comparación entre los algoritmos, se ha considerado como criterio de parada el tiempo de ejecución de la CPU. Se probaron diferentes tiempos resultando que 20 segundos permitía a todos los métodos converger a soluciones RIR de calidad.

### 5.3.3. Análisis de resultados

Las Tablas 5.3 a la 5.5 muestran los resultados estadísticos de las treinta ejecuciones realizadas por cada uno de siete algoritmos para los cuatro escenarios del problema de RIR ( $20^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$  de solapamiento). En cada columna de las tablas se indica la imagen, el algoritmo y los valores mínimo, máximo, media y desviación típica de la función  $F$  (ver Ec.(3.2)) para las treinta ejecuciones. La unidad de longitud está expresada en milímetros cuadrados. Dentro de las tablas, para cada imagen, se han separado las dos familias de algoritmos. Por un lado, la compuesta por los tres nuevos métodos analizados (ABC, BBO y HS) y, por otro, la familia correspondiente a los métodos de RIR evolutivos del estado del arte. Dentro de cada familia se ha resaltado en negrita los mejores resultados (valores de  $F$  menores) tanto de valor mínimo como de valor medio y, además, se ha subrayado el mejor valor para cada imagen teniendo en cuenta ambas familias de algoritmos.

Asimismo, las Figuras 5.7 y 5.8 proveen de una mejor comprensión los datos anteriormente tabulados a partir del nivel de precisión (de acuerdo a los valores mínimos de  $F$ ) y robustez (de acuerdo a los valores medios de  $F$ ).

**Tabla 5.3:** Resultados de RIR para el escenario con 20°.

Imagen	Algoritmo	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
Angel	ABC	<b>0.2470</b>	0.5289	<b>0.3319</b>	0.1007
	BBO	0.2576	0.9554	0.4975	0.2692
	HS	0.2494	0.9535	0.4412	0.2724
	StEvO	<b>0.2448</b>	0.5268	<b>0.2947</b>	0.0886
	Santamaria09	<b>0.2448</b>	0.9453	0.3185	0.1461
	DeFalco08	0.2493	0.9462	0.6732	0.2209
	Silva05	0.2495	0.9555	0.4179	0.2560
	Yamany99	0.2553	0.9531	0.5818	0.2792
Bird	ABC	<b>0.1167</b>	0.9009	<b>0.3107</b>	0.2451
	BBO	0.1263	0.9301	0.4347	0.2759
	HS	0.1170	0.9188	0.4671	0.3603
	StEvO	<b>0.1125</b>	0.5977	<b>0.1814</b>	0.1569
	Santamaria09	0.1132	0.8881	0.2075	0.2015
	DeFalco08	0.1245	0.8429	0.4793	0.2157
	Silva05	0.1152	0.9178	0.3506	0.3112
	Yamany99	0.1199	0.9180	0.4465	0.2725
Frog	ABC	<b>0.1226</b>	0.7733	<b>0.2437</b>	0.1798
	BBO	0.1649	0.8690	0.5396	0.2023
	HS	0.1260	0.8751	0.3476	0.2749
	StEvO	<b>0.1193</b>	0.5308	<b>0.1792</b>	0.1337
	Santamaria09	0.1194	0.8120	0.2029	0.1756
	DeFalco08	0.1322	0.7345	0.4374	0.1615
	Silva05	0.1249	0.8555	0.4329	0.2415
	Yamany99	0.1234	0.8311	0.5119	0.2162
Tele	ABC	<b>0.0752</b>	0.8691	<b>0.1501</b>	0.1817
	BBO	0.0829	0.8699	0.251	0.2292
	HS	0.0754	0.8721	0.2350	0.2963
	StEvO	<b>0.0735</b>	0.8647	<b>0.1044</b>	0.1414
	Santamaria09	0.0736	0.7867	0.1639	0.2192
	DeFalco08	0.0755	0.6578	0.3193	0.1819
	Silva05	0.0750	0.9234	0.3728	0.3366
	Yamany99	0.0791	0.8958	0.3159	0.2531

**Tabla 5.4:** Resultados de RIR para el escenario con 40°.

Imagen	Algoritmo	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
Angel	ABC	<b>0.3542</b>	0.9098	<b>0.5265</b>	0.2210
	BBO	0.3690	0.9674	0.6975	0.2435
	HS	0.3553	0.9567	0.6460	0.2665
	StEvO	<b>0.3493</b>	0.9436	<b>0.4990</b>	0.2175
	Santamaria09	0.3498	0.9539	0.5271	0.2467
	DeFalco08	0.3694	0.9599	0.7954	0.1499
	Silva05	0.3527	0.9711	0.6790	0.2640
Yamany99	0.3623	0.9687	0.7776	0.2057	
Bird	ABC	<b>0.2124</b>	0.9308	<b>0.5072</b>	0.2829
	BBO	0.2426	0.9419	0.7633	0.2189
	HS	0.2165	0.9430	0.6151	0.3058
	StEvO	<b>0.2041</b>	0.9168	<b>0.3741</b>	0.2655
	Santamaria09	0.2052	0.9373	0.4626	0.3175
	DeFalco08	0.2955	0.9350	0.7358	0.1852
	Silva05	0.2159	0.9425	0.5795	0.3158
Yamany99	0.2776	0.9407	0.7547	0.2070	
Frog	ABC	<b>0.2717</b>	0.8410	<b>0.5512</b>	0.2015
	BBO	0.4794	0.9191	0.7691	0.0823
	HS	0.4026	0.9005	0.7403	0.1161
	StEvO	<b>0.2517</b>	0.7717	<b>0.3941</b>	0.1856
	Santamaria09	0.2548	0.7812	0.4700	0.2271
	DeFalco08	0.3997	0.8000	0.6937	0.0876
	Silva05	0.2735	0.9474	0.6923	0.1750
Yamany99	0.2809	0.8964	0.7490	0.1220	
Tele	ABC	<b>0.1082</b>	0.8607	<b>0.2700</b>	0.2222
	BBO	0.1198	0.8837	0.4648	0.2300
	HS	0.1095	0.9222	0.4129	0.3072
	StEvO	<b>0.1054</b>	0.4708	<b>0.1682</b>	0.1226
	Santamaria09	0.1062	0.8354	0.2217	0.2116
	DeFalco08	0.1240	0.7722	0.4785	0.1520
	Silva05	0.1077	0.8950	0.5354	0.2929
Yamany99	0.1104	0.9230	0.4689	0.2686	
Buddha	ABC	<b>0.4473</b>	0.9446	<b>0.6690</b>	0.1220
	BBO	0.6258	0.9481	0.7798	0.0978
	HS	0.5526	0.9285	0.7147	0.1044
	StEvO	0.3996	0.6873	<b>0.5730</b>	0.1103
	Santamaria09	<b>0.3978</b>	0.7524	0.6300	0.1020
	DeFalco08	0.6705	0.9335	0.8105	0.0812
	Silva05	0.5075	0.9506	0.7146	0.1126
Yamany99	0.6080	0.9259	0.7704	0.0889	
Lobster	ABC	0.2745	0.8220	0.6249	0.1530
	BBO	0.3249	0.9406	0.6735	0.1555
	HS	<b>0.2665</b>	0.9257	<b>0.5890</b>	0.1964
	StEvO	0.2522	0.8013	<b>0.3816</b>	0.1916
	Santamaria09	<b>0.2490</b>	0.8056	0.4369	0.2231
	DeFalco08	0.3392	0.7917	0.6642	0.1020
	Silva05	0.2665	0.9201	0.5727	0.2089
Yamany99	0.3010	0.8846	0.6530	0.1756	

**Tabla 5.5:** Resultados de RIR para los escenarios con 45° (“Cráneo”) y 60° (“Dentadura”).

Imagen	Algoritmo	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
Cráneo	ABC	0.2423	0.8897	0.6526	0.1578
	BBO	0.2401	0.9288	0.6648	0.2215
	HS	<b>0.2388</b>	0.9911	<b>0.6499</b>	0.2200
	StEvO	<b><u>0.2251</u></b>	0.7719	0.3783	0.2025
	Santamaria09	0.2260	0.8172	<b><u>0.3620</u></b>	0.1974
	DeFalco08	0.2311	0.8465	0.6677	0.1831
	Silva05	0.2395	0.8451	0.6691	0.1859
	Yamany99	0.2525	0.9416	0.6710	0.2143
Dentadura	ABC	0.0433	0.7066	<b>0.3141</b>	0.1975
	BBO	0.1105	0.8824	0.5590	0.2057
	HS	<b>0.0426</b>	0.7851	0.4202	0.2351
	StEvO	<b><u>0.0396</u></b>	0.6231	<b><u>0.2674</u></b>	0.1752
	Santamaria09	0.0443	0.7631	0.3076	0.2301
	DeFalco08	0.0454	0.7237	0.4936	0.1922
	Silva05	0.0473	0.7511	0.3958	0.2147
	Yamany99	0.0568	0.8549	0.5488	0.1943

Analizando los resultados obtenidos, se puede ver cómo ABC es el algoritmo más robusto y eficiente de los tres métodos emergentes analizados. Concretamente, ABC logra los resultados más precisos en todas las instancias del problema de RIR para el escenario de  $20^\circ$  y en cinco de las seis instancias del escenario con  $40^\circ$ . Sin embargo, para los escenarios de problema con  $45^\circ$  y  $60^\circ$ , ABC no se comporta así, ofreciendo tan sólo una ligera mejora de rendimiento en algunos casos. En cuanto a la robustez, ABC obtiene resultados mejorados en todas las instancias del primer escenario, cinco de las seis instancias del segundo y una de las dos instancias del tercer y cuarto escenarios. Globalmente, por tanto, se demuestra que el algoritmo ABC consigue el equilibrio más apropiado entre exploración y explotación en las fases de búsqueda comparado con BBO y HS.

Con respecto a los dos anteriores (BBO y HS), el segundo obtiene resultados mas precisos que el primero en cada una de las doce instancias del problema de RIR. En cuanto a la robustez, HS también logra mejor rendimiento que BBO en todos los escenarios salvo en dos de las cuatro instancias de problema con  $20^\circ$  (“Bird” y “Frog”). Así pues, estos métodos pueden clasificarse según precisión y robustez en el siguiente orden: ABC, HS y BBO.

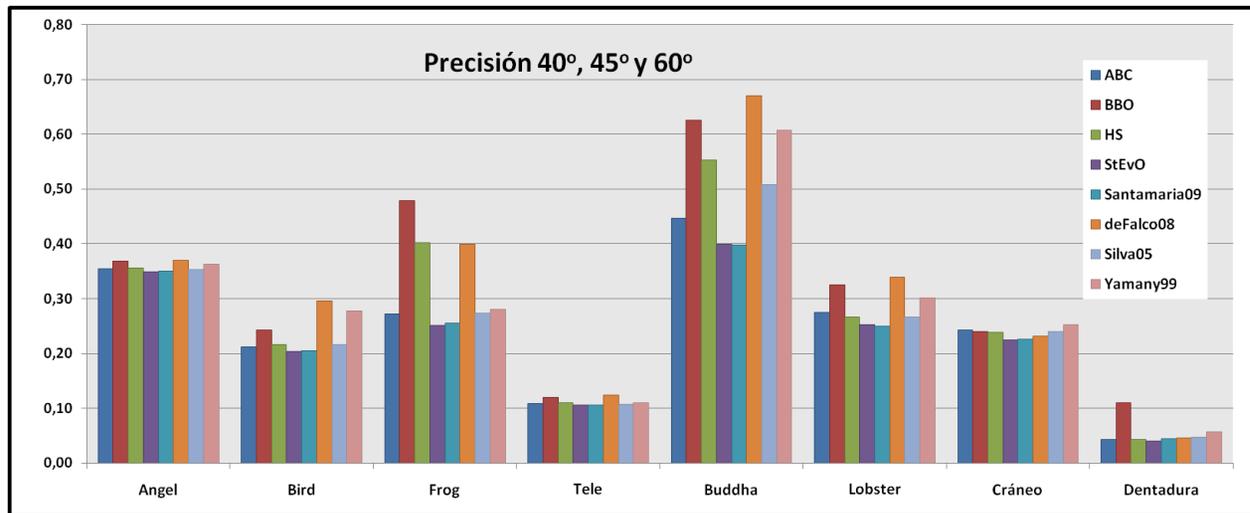
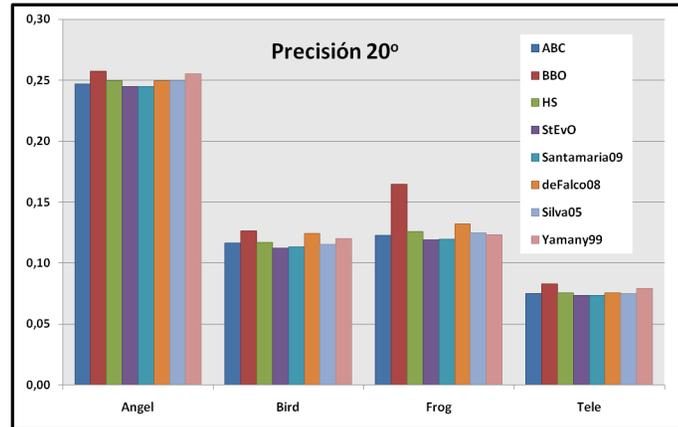
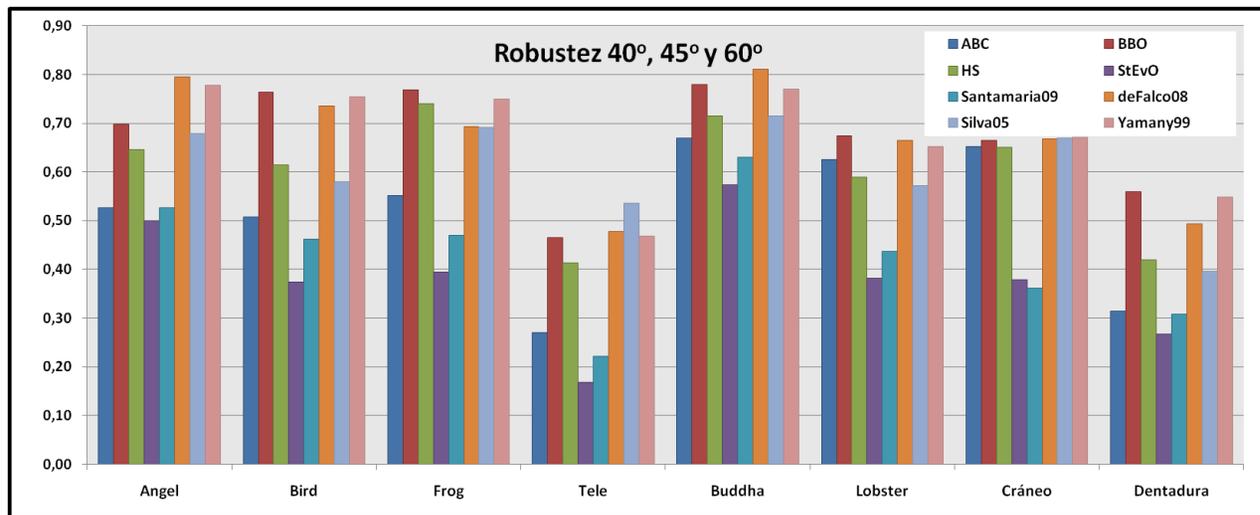
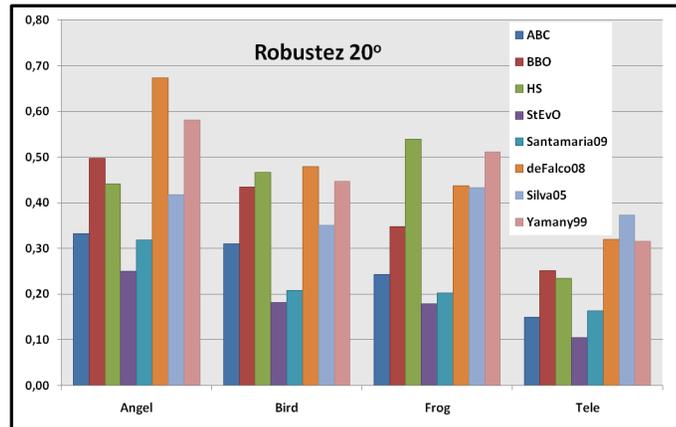


Figura 5.7: Gráficos de barras comparando la precisión de los algoritmos.



**Figura 5.8:** Gráficos de barras comparando la robustez de los algoritmos. La robustez viene expresada en el eje de abcisa. Tanto menor sea el valor, mayor la robustez del método.

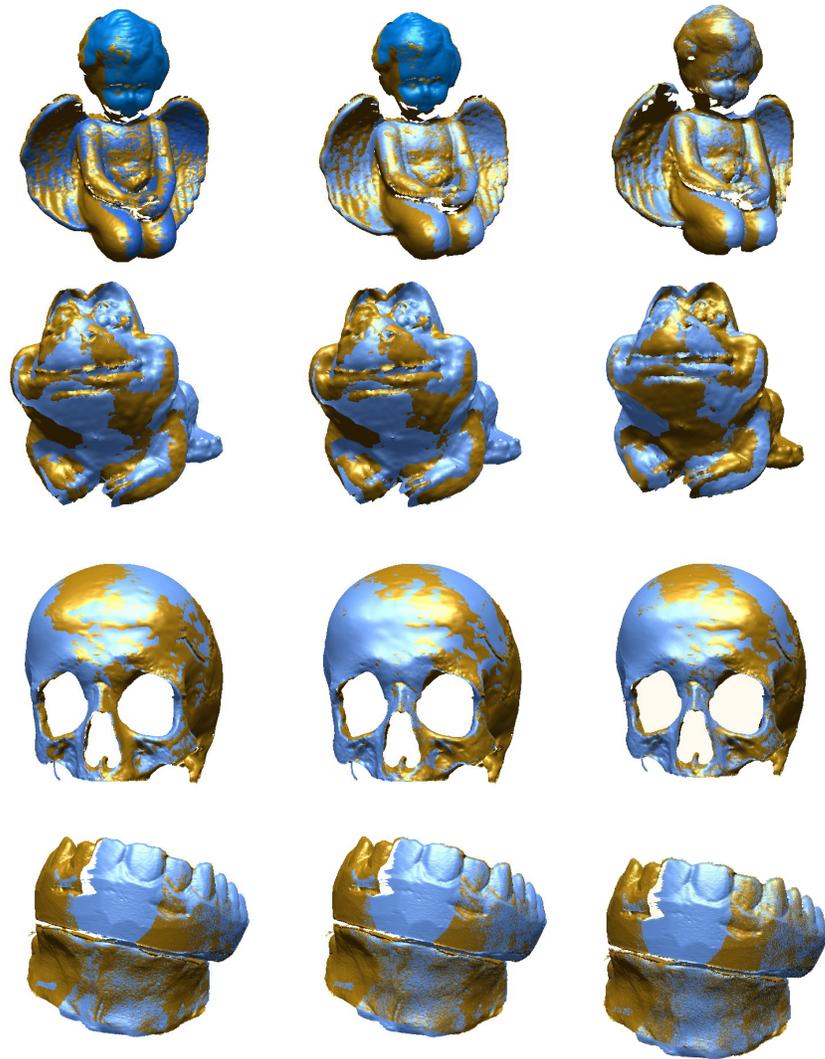
A pesar de los resultados prometedores de ABC, queda patente los resultados superiores en calidad de precisión y robustez proporcionados por los dos métodos de RIR propuestos en los dos capítulos anteriores, Santamaria09 y StEvO. No obstante, hay que resaltar que ABC logra resultados destacados comparado con el diseño más elaborado y específico de los dos anteriores. Por otro lado, con respecto al resto de métodos evolutivos de RIR del estado del arte, Silva05, deFalco08 y Yamany99, ABC obtiene mejores resultados en 11 de las doce instancias utilizadas (excepto en la imagen “Lobster” del escenario con 40°). A pesar del bajo rendimiento de BBO y HS, estos dos algoritmos consiguen resultados de superior precisión y robustez comparado con deFalco08, Silva05 y Yamany99 en varios escenarios de problema.

Por último, la Figura 5.9 muestra cómo ABC consigue resultados de RIR similares a los obtenidos por los dos mejores enfoques evolutivos de RIR propuestos en capítulos anteriores Santamaria09 y StEvO. A pesar de la aparente no existencia de diferencias visuales en los resultados entre los tres métodos, es necesaria aclarar y recordar que la obtención de resultados precisos (ver Tablas 5.3 a 5.5) repercute en tareas posteriores del proceso de reconstrucción 3D, como es el registrado multi-view o de múltiples vistas (ver Capítulo 1). Dicha esta salvedad, resulta evidente la prometedora aportación que algoritmos emergentes como ABC pueden realizar en el campo de RI en el futuro cercano.

Por último, la Tabla 5.6 muestra los resultados en cuanto a su significancia<sup>2</sup> estadística porporcinada por el Mann-Whitney’s U-test, también conocido como test de Wilcoxon [99]. El empleo de esta información adicional está motivado por aquellas situaciones en las que usando simplemente la inspección visual de los resultados no es suficiente para proporcionar una percepción adecuada del rendimiento real de los algoritmos, como así sucede analizando la Figura 5.9. Tal y como se ha expresado anteriormente, los tres algoritmos testeados (ABC, BBO y HS) consiguen resultados de RIR competitivos comparados con los métodos del estado del arte. Concretamente, existen resultados de significancia remarcable para ABC, que sólo es superado por los mejores y más elaborados métodos propuestos en capítulos anteriores: Santamaria09 y StEvO.

---

<sup>2</sup>Para mayor información acerca de este test consultar Sección 3.4.4 del Capítulo 3.



**Figura 5.9:** De izquierda a derecha: algunos de los resultados de RIR más precisos (en base a valores mínimos de las Tablas 5.3 a 5.5) obtenidos por: ABC, Santamaria09 y StEvO abordando los cuatro escenarios de problema de RIR con  $20^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$ .

**Tabla 5.6:** *U-test Mann-Whitney (10% de nivel de significancia) comparando todos los métodos de RIR evolutivo en las doce instancias de problema.*

	ABC	BBO	HS	StEvO	Santamaria09	DeFalco08	Silva05	Yamany99
ABC	○	+	+	-	-	+	+	+
BBO	-	○	-	-	-	=	=	=
HS	-	+	○	-	-	+	=	+
StEvO	+	+	+	○	+	+	+	+
Santamaria09	+	+	+	-	○	+	+	+
DeFalco08	-	=	-	-	-	○	-	=
Silva05	-	=	=	-	-	+	○	+
Yamany09	-	=	-	-	-	=	-	○

## Conclusiones

En este último capítulo se ha analizado el rendimiento de tres algoritmos evolutivos emergentes abordando el problema de RIR: ABC, BBO y HS. Son varias las conclusiones que se pueden sacar en base a los resultados obtenidos.

Por un lado, se puede decir que los tres algoritmos consiguen abordar el problema de forma satisfactoria, siendo ABC el que logra un mejor rendimiento de los tres y pudiéndose establecer un orden para los mismos según calidad, que, ordenado de mayor a menor sería: ABC, HS y BBO.

Por otro lado, a pesar de que se puede afirmar que estas nuevas estrategias obtienen resultados de RIR satisfactorios, queda patente que los dos métodos de RIR propuestos en los capítulos anteriores, Santamaria09 y StEvO, obtienen un mejor rendimiento, proporcionando resultados superiores tanto en calidad de precisión como en robustez. Esto corrobora la relación existente entre el nivel de complejidad en el diseño de los enfoques y su rendimiento, de forma que aquellos enfoques basados en esquemas fáciles de implementar, como es el caso de estas nuevas estrategias, proporcionan resultados competitivos sin llegar a mejorar los de aquellos que cuentan con un diseño más elaborado.

---

# Capítulo 6

## Conclusiones y trabajo futuro

### 6.1. Introducción

En este capítulo se presentan las conclusiones más relevantes derivadas de nuestro estudio. Además, se detallan los resultados alcanzados en relación a los objetivos propuestos inicialmente. Asimismo, se enumeran las publicaciones alcanzadas proporcionando índices de calidad de las mismas. Por último, se proponen líneas de investigación abiertas para futuros estudios.

### 6.2. Conclusiones generales

El problema de modelado o reconstrucción tridimensional (3D) de objetos físicos y su almacenamiento digital goza de gran auge debido a las nuevas prestaciones que ofrecen actualmente los sistemas hardware de adquisición 3D. En particular, los escáneres de rango proporcionan un tipo de imágenes (conocidas como imágenes de rango) cuyo valor de intensidad es proporcional a la distancia entre la superficie del objeto escaneado y el escáner. La constante mejora de la precisión de estos dispositivos así como un notable descenso en su coste ha popularizado su uso, siendo hoy en día cruciales en numerosas tareas como el manufacturado industrial, la animación 3D, la recreación para museos de restos arqueológicos y arquitectónicos, entre otros muchos.

A pesar de ello, el modelado o reconstrucción 3D sigue siendo un proceso muy

laborioso para conseguir lograr una réplica fiel del objeto real a partir de las vistas parciales de la superficie del mismo proporcionadas por el escáner de rango. Este es el problema abordado en esta memoria y que ha sido modelado como un problema de registrado de imágenes (RI), el cual ha recibido gran atención por parte de la comunidad científica especializada en la visión y los gráficos por ordenador debido a sus innumerables aplicaciones prácticas.

Una de las primeras aproximaciones en abordar el problema de registrado fue el algoritmo Iterative Closest Point (ICP). Este algoritmo proporciona soluciones de gran precisión en tiempos de respuesta muy eficientes. Sin embargo, si el par de imágenes de partida presentan cierto grado de desalineación, la convergencia del algoritmo no está garantizada, quedando atrapado en óptimos locales en la mayor parte de los casos. Para afrontar este problema, en las últimas dos décadas se ha hecho uso de los esquemas de búsqueda global proporcionados por las Metaheurísticas (MHs) y la Computación Evolutiva (CE), ambos pertenecientes al paradigma del Soft Computing.

El objetivo fundamental perseguido en esta investigación fue analizar los diseños actuales de los métodos evolutivos de registrado con la intención de profundizar aún más en la mejora del rendimiento de los mismos, no sólo a efectos de precisión y robustez en la calidad de los resultados, sino a efectos prácticos de uso para mejorar las características de automatización de los mismos.

Esta memoria comienza con un primer capítulo en el que se han sentado las bases teóricas del problema de RI, realizando una definición matemática del mismo, describiendo cada uno de los elementos que forman parte del proceso y clasificándolo en base a diferentes criterios como la intervención que realiza el usuario durante el proceso o los distintos componentes que forman parte de él.

A continuación, en el Capítulo 2 se ha justificado la imposibilidad de obtener en el 100 % de los casos una solución exacta al problema de RI. Para abordar estas situaciones, se ha detallado el concepto de metaheurísticas como conjunto de técnicas de resolución aproximada que proporcionan soluciones aceptables en tiempos razonables. Dichas técnicas se caracterizan además por llevar a cabo una estrategia de búsqueda global que soluciona los problemas de los métodos clásicos, los cuales quedaban atrapados en óptimos locales en ciertos escenarios de complejidad desde

un punto de vista de optimización. En este capítulo se han presentado también los aspectos más representativos de la CE (subgrupo, dentro de las metaheurísticas, de técnicas inspiradas en la evolución natural de las especies) que han demostrado tener un gran éxito en los últimos años para resolver de forma satisfactoria el problema de RI. Asimismo, se ha realizado un análisis del estado del arte de este tipo de técnicas evolutivas de RI. Por último, se ha detallado el problema de registrado de imágenes de rango (RIR), el cual ha sido abordado en capítulos posteriores a través de sendas propuestas.

En el Capítulo 3 se ha llevado a cabo un amplio estudio experimental sobre dos enfoques de RIR (híbrido secuencial vs. memético) centrándose en la fase de prealineación del esquema de RI basado en dos etapas (prealineación + refinamiento). Este análisis ha sido crucial en la presente investigación de cara a proporcionar un mayor grado de automatización en el proceso de RIR incluso ante configuraciones iniciales especialmente complejas. Los resultados de este estudio nos han permitido, por un lado, profundizar acerca de las bondades y deficiencias de ambos enfoques, demostrando la idoneidad de las propuestas meméticas frente a la hibridación secuencial. Por otro lado, se ha avanzado en el campo de RI, pues los resultados obtenidos por una de las versiones meméticas diseñadas en este capítulo, en concreto  $AM_{XLS/d/100}^{SS}$ , ha ofrecido un mejor rendimiento que la mejor propuesta de RIR evolutivo que había hasta la fecha, igualmente memética. Por último, este capítulo ha demostrado la idoneidad de las técnicas de RIR consideradas para afrontar la reconstrucción 3D de restos óseos como una de las tareas del proceso de identificación forense.

En el Capítulo 4 se ha descrito una nueva propuesta de RIR basada en un novedoso enfoque de optimización que permite obtener unos resultados de RIR de calidad al tiempo que se ajustan de forma simultánea los parámetros de control del algoritmo de optimización. Hay que resaltar el hecho de que la inclusión de este nuevo diseño de optimización ha sido una contribución novedosa en el campo de RI no considerado hasta la fecha. La combinación de dos técnicas como sistemas inmunes artificiales y la evolución diferencial han permitido establecer una sinergia muy eficiente y efectiva abordando el problema de RIR. Los resultados de la experimentación han demostrado ser muy prometedores tanto en robustez como en precisión, obteniéndose no sólo un algoritmo con mayores prestaciones respecto a las que ofrecen el resto de contribu-

ciones del estado del arte, sino que además logra minimizar aún más la intervención del usuario.

Por último, en el Capítulo 5, se ha ampliado la investigación en métodos evolutivos para el RIR, abordando el problema con recientes algoritmos de optimización basados en poblaciones propuestos en la literatura. Concretamente, se ha hecho un estudio extendido considerando tres algoritmos emergentes: Artificial Bee Colony (ABC), Biogeography Based Optimization (BBO) y Harmony Search (HS). Se han abordado diferentes escenarios de reconstrucción 3D que nos ha permitido poner en valor el superior rendimiento obtenido por los métodos propuestos en los capítulos 3 y 4. De dicho estudio experimental se ha concluido que, aunque estos tres algoritmos emergentes obtienen resultados de RIR satisfactorios, siendo ABC el mejor de ellos, ninguno ha superado los resultados de los mejores enfoques evolutivos de RI propuestos en capítulos anteriores. Esto corrobora lo ya expresado en capítulos anteriores, es decir, el papel determinante que juega un diseño específico adaptado al problema si se quiere alcanzar un método eficaz, eficiente y robusto.

En los apartados siguientes analizaremos los resultados obtenidos en esta memoria, así como el grado de satisfacción conseguido para cada uno de los objetivos planteados al comienzo de la misma:

- *Diseño de nuevas técnicas de RI basadas en nuevos modelos de CE.* Los resultados obtenidos en esta memoria corroboran el éxito obtenido por las técnicas de búsqueda basadas en estrategias evolutivas en la fase de prealineación de RI, que permiten reducir la intervención inicial del usuario para alinear las imágenes. Esta práctica es usual cuando se utilizan los métodos tradicionales de RI.
- *Propuesta de un marco estándar de evaluación de los métodos de RI.* Mediante éste ha sido posible llevar a cabo un análisis pormenorizado de cuáles son las mejoras proporcionadas por los algoritmos comparados en cuanto a rendimiento y robustez. Para validar las propuestas de los diferentes capítulos se han llevado a cabo experimentos que evalúan su rendimiento para el problema de RIR con imágenes de rango del repositorio del laboratorio SAMPL. Además se han añadido escenarios de imágenes de rango adquiridas con un escáner

láser de rango Konica-Minolta © VI-910 como prueba de la aplicación en la reconstrucción 3D de restos óseos para tareas de identificación forense.

- *Profundización en el análisis del rendimiento de métodos de RI basados en diseños de optimización de tipo híbrido secuencial y memético.* De este estudio podemos concluir que aunque el mejor algoritmo global para el problema es un memético (en particular,  $AM_{XLS/d/100}^{SS}$ ), superando a los dos mejores enfoques basados en HS, las diferencias no son estadísticamente significativas. Esto nos ha permitido entender que para encontrar el mejor método de RIR, no es suficiente con reemplazar un enfoque HS por un AM, sino que se necesita un buen diseño de este último.
- *Propuesta evolutiva de RI con capacidad de adaptación de los parámetros de control de forma dinámica.* La consideración de esta novedosa característica evita la pérdida de tiempo durante este proceso, generalmente realizado mediante ensayo y error, y elimina el sesgo introducido en el proceso de optimización. Los resultados de StEvO demuestran que no sólo es capaz de ajustar automáticamente los parámetros de control sino que los resultados de prealineación no muestran diferencias significativas comparado con los que a continuación obtiene la etapa de refinamiento. Esto constituye un hecho de gran interés, ya que demuestra la viabilidad de conseguir un procedimiento completamente automático para el problema de RI.
- *Adopción de modelos evolutivos de optimización emergentes.* Se ha hecho un estudio detallado de tres novedosos algoritmos basados en poblaciones abordando el problema de RIR: ABC, BBO y HS. A pesar de que los tres algoritmos consiguieron buenos resultados con respecto al resto de propuestas del estado del arte, ninguno de ellos consiguió mejorar los resultados de los mejores métodos evolutivos de RI (StEvO y  $AM_{XLS/d/100}^{SS}$ ), hecho que viene a demostrar la relación existente entre el nivel de complejidad en el diseño de los enfoques y su rendimiento, de forma que aquellos enfoques basados en esquemas fáciles de implementar proporcionan resultados competitivos sin llegar a mejorar los de aquellos que cuentan con un diseño más elaborado.
- *Puesta en valor del rendimiento de nuestras propuestas.* Hemos podido cons-

tatar cómo nuestras propuestas StEvO y  $AM_{XLS/d/100}^{SS}$  ofrecen resultados muy competitivos y son significativamente superiores en rendimiento a los métodos del estado del arte ([38, 161, 187]). En particular, en el análisis de todos los algoritmos realizado en el Capítulo 5, se puede ver cómo StEvO ofrece los resultados más significativos, mostrándose como la mejor alternativa y consiguiendo además automatizar prácticamente por completo todo el proceso de RIR, pues la etapa de refinamiento que se realiza a continuación no muestra apenas diferencias con respecto a los obtenidos por ésta tras la etapa de prealineación.

### 6.3. Publicaciones

Los resultados alcanzados en esta tesis han dado lugar a dos contribuciones en congresos y tres artículos en revistas indexadas en JCR:

- “*Evaluación del rendimiento de enfoques meméticos en la reconstrucción 3D de objetos forenses*”, J. Santamaría, O. Cordon, S. Damas y J.M. García-Torres. **VI Congreso Español de Metaheurísticas, Algoritmos Evolutivos y Bioinspirados (MAEB’09)**, páginas 517-524, Año 2009, Málaga, España.
- “*A Study of the Suitability of Evolutionary Computation in 3D Modeling of Forensic Remains*”, J. Santamaría, O. Cordon, S. Damas, J.M. García-Torres y F. Navarro. **XIV Conferencia de la Asociación Española para la Inteligencia Artificial (CAEPIA 2011)**, páginas 293-302, Año 2011, San Cristobal de la Laguna, Tenerife, España.
- “*Performance evaluation of memetic approaches in 3D reconstruction of forensic objects*”, J. Santamaría and O. Cordon and S. Damas and J.M. García-Torres and A. Quirin. Revista **Soft Computing**, Vol. 13, Números 8-9, páginas 883-904, Año 2009. Índice de Impacto (2009): **1.328**. Categoría: Computer Science, Interdisciplinary Applications. Orden: 41/95. **Q2**.
- “*Self-adaptive evolutionary image registration using differential evolution and artificial immune systems*”, J. Santamaría, S. Damas, J.M. García-Torres y O.

Cordón. Revista **Pattern Recognition Letters**, Vol. 33, Número 16, páginas 2065-2070, Año 2012. Índice de Impacto (2012): **1.266**. Categoría: Computer Science, Artificial Intelligence. Orden: 56/114. **Q2**.

- “*A case study of innovative population-based algorithms in 3D modeling: Artificial bee colony, biogeography-based optimization, harmony search*”, J.M. García-Torres, S. Damas, O. Cordón y J. Santamaría, Revista **Expert Systems with Applications**, En Prensa (2013). Índice de Impacto (2012): **1.854**. Categoría: Operations Research & Management Science. Orden: 13/78. **Q1**.  
<http://authors.elsevier.com/sd/article/S0957417413006957>.  
DOI: 10.1016/j.eswa.2013.08.074

## 6.4. Trabajos Futuros

A continuación, discutiremos algunas de las líneas de trabajo que quedan aún abiertas sobre los temas tratados en esta memoria. Además, consideraremos las extensiones sobre nuestras propuestas que serán objeto de futuros estudios.

- *Mejora del rendimiento de nuestras propuestas actuales*. El uso de otras métricas de similitud como la *interpenetration measure*, *SIM* [162] podría suponer mejoras en el rendimiento de las propuestas, principalmente en cuanto a precisión de los resultados de RIR.
- *Diseño de nuevos métodos de registro de imágenes para la reconstrucción de modelos 3D*. La consideración de un enfoque *multiview* o de *registro simultáneo de múltiples vistas* para la reconstrucción de modelos digitales 3D [46] es una línea de trabajo en la que se han aplicado recientemente técnicas de optimización basadas en metaheurísticas [163]. Por ello, se podría plantear extender las actuales propuestas de algoritmos para abordar el problema desde esta perspectiva.
- *Desarrollo de nuevos métodos de RI con características de tiempo real*. En este sentido, la paralelización de métodos de registro basados en CE podría suponer un salto de calidad frente a las técnicas actuales, y nos atrevemos a

pensar que gracias a los últimos avances en la tecnología de las unidades de procesamiento gráfico (GPU) este aspecto sería directamente abordable.

---

# Bibliografía

- [1] Brainweb: Simulated brain database. Website. <http://www.bic.mni.mcgill.ca/brainweb/>.
- [2] E. H. Aarts. *Simulated Annealing and Boltzmann Machines: A Stochastic Approach to Combinatorial Optimization and Neural Computing*. John Wiley and Sons, 1989.
- [3] D. Akca. Full automatic registration of laser scanner point clouds. En A. Gruen y H. Kahmen, eds., *Optical 3-D Measurement Techniques VI*, tomo 1, págs. 330–337. Zurich, Switzerland, 2003.
- [4] P. K. Allen, A. Troccoli, B. Smith, S. Murray, I. Stamos, y M. Leordeanu. New methods for digital modeling of historic sites. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 23(6):32–41, 2003.
- [5] K. S. Arun, T. S. Huang, y S. D. Blostein. Least-squares fitting of two 3-D points sets. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 9(5):698–700, 1987.
- [6] M. A. Audette, F. P. Ferrie, y T. M. Peters. An algorithmic overview of surface registration techniques for medical imaging. *Medical Image Analysis*, 4(3):201–217, 2000.
- [7] T. Bäck, D. B. Fogel, y Z. Michalewicz. *Handbook of Evolutionary Computation*. IOP Publishing Ltd and Oxford University Press, 1997.
- [8] D. I. Barnea y H. F. Silverman. A class of algorithms for fast digital image registration. *IEEE Transactions on Computers*, 21:179–186, 1972.

- 
- [9] F. Bernardini y H. Rushmeier. The 3D model acquisition pipeline. *Computer Graphics Forum*, 21(2):149–172, 2002.
- [10] P. J. Besl y N. D. McKay. A method for registration of 3D shapes. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14:239–256, 1992.
- [11] H. G. Beyer y K. Deb. On self-adaptive features in real-parameter evolutionary algorithms. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 5(3):250–270, 2001.
- [12] C. Blum y A. Roli. Metaheuristics in combinatorial optimization: overview and conceptual comparison. *ACM Computing Surveys*, 35(3):268–308, 2003.
- [13] E. Bonabeau, M. Dorigo, y G. Theraulaz. *Swarm intelligence. From natural to artificial systems*. Oxford University Press, Oxford, Reino Unido, 1999.
- [14] G. Brassard y P. Bratley. *Fundamentos de Algoritmia*. Prentice Hall, Madrid, España, 1997.
- [15] L. G. Brown. A survey of image registration techniques. *ACM Computing Surveys*, 24(4):325–376, 1992.
- [16] K. Brunnström y A. Stoddart. Genetic algorithms for free-form surface matching. En *International Conference of Pattern Recognition*, págs. 689–693. Vienna, Germany, 1996.
- [17] M. Callieri, A. Fasano, G. Impoco, P. Cignoni, R. Scopigno, G. Parrini, y G. Biagini. Roboscan: An automatic system for accurate and unattended 3d scanning. En *The 2nd International Symposium on 3D Data Processing, Visualization and Transmission (3DPVT'04)*, págs. 805–812. 2004.
- [18] E. De Castro y C. Morandi. Registration of translated and rotated images using finite fourier transforms. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 9(4):700–703, 1987.
- [19] P. Chalermwat, T. El-Ghazawi, y J. LeMoigne. 2-phase GA-based image registration on parallel clusters. *Future Generation Computer Systems*, 17:467–476, 2001.

- [20] P. Chalermwat y T. A. El-Ghazawi. Multi-Resolution Image Registration Using Genetics. En *International Conference on Image Processing*, págs. 452–456. 1999.
- [21] C. Chao y I. Stamos. Semi-automatic range to range registration: a feature-based method. En *5th International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling*, págs. 254–261. Ottawa, Canada, 2005.
- [22] D. Chetverikov, D. Svirko, D. Stepanov, y P. Krsek. The trimmed iterative closest point algorithm. En *16th International Conference on Pattern Recognition*, tomo 3, págs. 545–548 vol.3. 2002.
- [23] C. K. Chow, H. T. Tsui, y T. Lee. Surface registration using a dynamic genetic algorithm. *Pattern Recognition*, 37:105–117, 2004.
- [24] C. K. Chow, H. T. Tsui, T. Lee, y T. K. Lau. Medical image registration and model construction using genetic algorithms. En *International Workshop on Medical Imaging and Augmented Reality (MIA-jshR 2001)*, págs. 174–179. IAPR, Shatin N.T. (Hong Kong), 2001.
- [25] H. Chunping y Y. Xuefeng. An Immune Self-adaptive Differential Evolution Algorithm with Application to Estimate Kinetic Parameters for Homogeneous Mercury Oxidation. *Chinese Journal of Chemical Engineering*, 17(2):232–240, 2009.
- [26] M. Clerc. *Particle Swarm Optimization*. ISTE Publishing Company, 2006.
- [27] M. Clerc y J. Kennedy. The particle swarm - explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(1):58–73, 2002.
- [28] O. Cordón y S. Damas. Image Registration with Iterated Local Search. *Journal of Heuristics*, 12:73–94, 2006.
- [29] O. Cordón, S. Damas, y J. Santamaría. A CHC evolutionary algorithm for 3D image registration. En T. Bilgic, B. D. Baets, y O. Bogazici, eds., *International*

- Fuzzy Systems Association World Congress (IFSA '03)*, págs. 404–411. Lecture Notes in Artificial Intelligence 2715, Springer-Verlag, Istambul, Turkey, 2003.
- [30] O. Cordón, S. Damas, y J. Santamaría. A Fast and Accurate Approach for 3D Image Registration using the Scatter Search Evolutionary Algorithm. *Pattern Recognition Letters.*, 27(11):1191–1200, 2006.
- [31] O. Cordón, S. Damas, y J. Santamaría. Feature-based image registration by means of the CHC evolutionary algorithm. *Image and Vision Computing*, 22:525–533, 2006.
- [32] O. Cordón, S. Damas, J. Santamaría, y R. Martí. Scatter Search for the 3D Point Matching Problem in Image Registration. *INFORMS Journal on Computing.*, 20:55–68, 2008.
- [33] D. Costa, A. Hertz, y O. Dubuis. Embedding of a sequential algorithm within an evolutionary algorithm for coloring problems in graphs. *Journal of Heuristics*, 1:105–128, 1995.
- [34] Z.H. Cui, J.C. Zeng, y G.J. Sun. A fast particle swarm optimization. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 2:1365–1380, 2006.
- [35] S. Damas. *Registrado de Imágenes Basado en Características Mediante Metaheurísticas*. Tesis Doctoral, ETSI Informática, Dpto. Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial, Universidad de Granada, España, 2003.
- [36] D. Dasgupta. *Artificial Immune Systems and Their Applications*. Springer-Verlag New York, Inc., 1998.
- [37] L.N. de Castro y J. Timmins. *Artificial Immune Systems: A New Computational Intelligence Approach*. Springer, 2002.
- [38] I. de Falco, A. Della Cioppa, D. Maisto, y E. Tarantino. Differential Evolution as a viable tool for satellite image registration. *Applied Soft Computing*, 8(4):1453–1462, 2008.

- [39] K. Deb y D. Joshi. A computationally efficient evolutionary algorithm for real-parameter optimization. *Evolutionary Computation*, 10(4):371–395, 2002.
- [40] K. K. Delibasis, P. A. Asvestas, y G. K. Matsopoulos. Automatic point correspondence using an artificial immune system optimization technique for medical image registration. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, In press, 2010.
- [41] P.A. Van den Elsen, E.J.D. Pol, y M.A. Viergever. Medical image matching: a review with classification. *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, 12:26–39, 1993.
- [42] P. R. Detmer, G. Bashein, T. Hodges, K. W. Beach, E. P. Filer, D. H. Burns, y D. E. Jr. Strandness. 3D Ultrasound Image Feature Localization based on Magnetic Scanhead Traking: In Vitro Calibration and Validation. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 20(4):923–936, 1994.
- [43] M. Dorigo y G. Di Caro. The ant colony optimization meta-heuristic. En D. Corne, M. Dorigo, y F. Glover, eds., *New ideas in optimization*, págs. 11–32. McGraw-Hill, Nueva York, NY, EE. UU., 1999.
- [44] M. Dorigo y T. Stützle. *Ant Colony Optimization*. MIT Press, 2004.
- [45] F. Dru, M. P. Wachowiak, y T. M. Peters. An ITK Framework for Deterministic Global Optimization for Medical Image Registration. En J. M. Reinhardt y J. P. W. Pluim, eds., *SPIE, Medical Imaging 2006: Image Processing*, págs. 1–12. 2006.
- [46] D. W. Eggert, A. W Fitzgibbon, y R. B. Fisher. Simultaneous registration of multiple range views for use in reverse engineering of CAD models. *Computer Vision and Image Understanding*, 69(3):253–272, 1998.
- [47] A. E. Eiben, R. Hinterding, y Z. Michalewicz. Parameter Control in Evolutionary Algorithms. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 3(2):124–141, 1999.

- 
- [48] A. Escalera. *Visión por computador. Fundamentos y métodos*. Pearson Education, 2001.
- [49] L. J. Eshelman. The CHC adaptive search algorithm: how to safe search when engaging in non traditional genetic recombination. En G. J. E. Rawlins, ed., *Foundations of Genetic Algorithms 1*, págs. 265–283. Morgan Kaufmann, San Mateo, EEUU, 1991.
- [50] L. J. Eshelman. Real-coded genetic algorithms and interval schemata. En L. D. Whitley, ed., *Foundations of Genetic Algorithms 2*, págs. 187–202. Morgan Kaufmann, San Mateo, EEUU, 1993.
- [51] L. J. Eshelman y J. D. Schaffer. Preventing premature convergence by preventing incest. En R. Belew y L. B. Booker, eds., *4th International Conference on Genetic Algorithms*, págs. 115–122. Morgan Kaufmann, San Mateo, EEUU, 1991.
- [52] Y. Farhaana, I. Zuwairie, A. Amar Faiz Zainal, M. Y. Zulkifli, M. Mohd Saberi, W. Khairunizam, y W. Junzo. An ant colony system for solving dna sequence design problem in dna computing. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 8(10B):7329–7339, 2012.
- [53] O. Faugeras. *Three-Dimensional Computer Vision*. MIT Press, 1996.
- [54] J. Feldmar y N. Ayache. Rigid, affine and locally affine registration of free-form surfaces. *International Journal of Computer Vision*, 18(2):99–119, 1996.
- [55] T. A. Feo y M. G. C. Resende. Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of Global Optimization*, 6:109–133, 1995.
- [56] J.M. Fitzpatrick, J.J. Grefenstette, y D.V. Gucht. Image registration by genetic search. En *IEEE Southeast Conference*, págs. 460–464. Louisville, EEUU, 1984.
- [57] J. Flusser y T. Suk. A moment-based approach to registration on images with affine geometric distortions. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 32:382–387, 1994.

- 
- [58] D.B. Fogel. *System Identification through Simulated Evolution: A Machine Learning Approach to Modeling*. Ginn Press, 1991.
- [59] R. Gal y D. Cohen-Or. Salient Geometric Features for Partial Shape Matching and Similarity. *ACM Transactions on Graphics*, 25(1):130–150, 2006.
- [60] X.Z. Gao, X. Wang, y S.J. Ovaska. Uni-modal and multi-modal optimization using modified harmony search methods. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 5(10A):2985–2996, 2009.
- [61] W. Zong Geem. Harmony search algorithm for solving sudoku. En *Proceedings of the 11th international conference, KES 2007 and XVII Italian workshop on neural networks conference on Knowledge-based intelligent information and engineering systems: Part I*, págs. 371–378. 2007.
- [62] Zong Woo Geem. Harmony search algorithm homepage. <https://sites.google.com/a/hydroteq.com/www/>.
- [63] Z.W. Geem, J.H. Kim, y G.V. Loganathan. A New Heuristic Optimization Algorithm: Harmony Search. *Simulation*, 76(2):60–68, 2001.
- [64] F. Glover. Heuristic for integer programming using surrogate constraints. *Decision Sciences*, 8:156–166, 1977.
- [65] F. Glover y G. A. Kochenberger, eds. *Handbook of Metaheuristics*. Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [66] F. Glover y M. Laguna. *Tabu search*. Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [67] G. Godin, P. Hebert, T. Masuda, y G. Taubin. Special issue on new advances in 3d imaging and modeling. *Computer Vision and Image Understanding*, 113(11):1105–1180, 2009.
- [68] S. Gold y A. Rangarajan. A Graduated Assignment Algorithm for Graph Matching. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18:377–388, 1996.

- [69] D. E. Goldberg. *Genetic Algorithms in Search and Optimization*. Addison-Wesley, New York, EEUU, 1989.
- [70] R. C. González y R. E. Woods. *Digital Image Processing*. Prentice-Hall, 2002.
- [71] A. Goshtasby. *2D and 3D Image Registration*. Wiley Interscience, 2005.
- [72] A. Goshtasby, L. Staib, C. Studholme, y D. Terzopoulos. Special issue on nonrigid image registration. *Computer Vision and Image Understanding*, 89(2-3):109–318, 2003.
- [73] P.F.U. Gotardo, O.R.P. Bellon, K.L. Boyer, y L. Silva. Range image segmentation into planar and quadric surfaces using an improved robust estimator and genetic algorithm. 34(6):2303–2316, 2004.
- [74] Y. Guiliang. The Multi-Sensor Fusion: Image Registration Using Artificial Immune Algorithm. En *International Workshop on Soft Computing Techniques in Instrumentation, Measurement and Related Applications*, págs. 32–36. Provo, Utah, EEUU, 2003.
- [75] W. E. Hart. *Adaptive global optimization with local search*. Tesis Doctoral, University of California, San Diego, California, 1994.
- [76] R. He y P. A. Narayana. Global optimization of mutual information: application to three-dimensional retrospective registration of magnetic resonance images. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 26:277–292, 2002.
- [77] F. Herrera, M. Lozano, y D. Molina. Continuous scatter search: an analysis of the integration of some combination methods and improvement strategies. *European Journal of Operational Research*, 169(2):450–476, 2005.
- [78] J. H. Holland. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1975.
- [79] B. K. P. Horn. Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions. *Journal of the Optical Society of America*, 4:629–642, 1987.

- 
- [80] M. Y. Iscan. Concepts in teaching forensic anthropology. *Medical Anthropol Newsletter*, 13(1):10–12, 1981.
- [81] M. Y. Iscan. Integral forensic anthropology. *Practicing Anthropol*, 3(4):21–30, 1981.
- [82] H. Ishibuchi, T. Yoshida, y T. Murata. Balance between Genetic Search and Local Search in Memetic Algorithms for Multiobjective Permutation Flow Shop Scheduling. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 7(2):204–223, 2003.
- [83] M. Jaberipour y E. Khorram. Solving the sum-of-ratios problems by a harmony search algorithm. *J. Comput. Appl. Math.*, 234, 2010.
- [84] J.J. Jacq y C. Roux. Registration of 3-D images by genetic optimization. *Pattern Recognition Letters.*, 16(8):823–841, 1995.
- [85] M. Jenkinson y S. Smith. A global optimisation method for robust affine registration of brain images. *Medical Image Analysis*, 5(2):143–156, 2001.
- [86] Karaboga. A new design method based on artificial bee colony algorithm for digital iir filters. *Journal of the Franklin Institute*, 346(4):328–348, 2009.
- [87] D. Karaboga y B. Akay. A comparative study of artificial bee colony algorithm. *Applied Mathematics and Computation*, 214(1):108 – 132, 2009.
- [88] D. Karaboga y B. Basturk. Artificial bee colony (abc) optimization algorithm for solving constrained optimization problems. En *Proceedings of the 12th international Fuzzy Systems Association world congress on Foundations of Fuzzy Logic and Soft Computing*, págs. 789–798. 2007.
- [89] D. Karaboga y B. Basturk. A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (abc) algorithm. *J. of Global Optimization*, 39:459–471, 2007.
- [90] D. Karaboga y B. Basturk. On the performance of artificial bee colony (abc) algorithm. *Appl. Soft Comput.*, 8:687–697, 2008.

- 
- [91] Dervis Karaboga. Artificial bee colony (abc) algorithm homepage. <http://mf.erciyes.edu.tr/abc/index.htm>.
- [92] J. Kennedy y R. Eberhart. Particle swarm optimization. En *IEEE International Conference on Neural Networks*, tomo 4, págs. 1942–1948. 1995.
- [93] J. Kennedy y R. Eberhart. *Swarm Intelligence*. Morgan Kaufmann, San Francisco, CA, 2001.
- [94] J.R. Koza. *Genetic programming: on the programming of computers by means of natural selection*. The MIT Press, 1992.
- [95] N. Krasnogor y J.E. Smith. A tutorial for competent memetic algorithms: model, taxonomy and design issues. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 9(5):474– 488, 2005.
- [96] R. K. S. Kwan, A. C. Evans, y G. B. Pike. MRI simulation-based evaluation of image-processing and classification. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 18(11):1085–1097, 1999.
- [97] M. Laguna y R. Martí. *Scatter search: methodology and implementations in C*. Kluwer Academic Publishers, Boston, 2003.
- [98] Kang Seok Lee y Zong Woo Geem. A new meta-heuristic algorithm for continuous engineering optimization: harmony search theory and practice. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 194(36-38):3902 – 3933, 2005.
- [99] E. Lehmann. *Nonparametric Statistical Methods Based on Ranks*. McGraw-Hill, New York NY, 1975.
- [100] D. F. Leotta, P. R. Detmer, y R. W. Martin. Performance of a Miniature Magnetic Position Sensor for Three-dimensional Ultrasound Imaging. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 23(4):597–609, 1997.
- [101] A. V. Levitin. *Introduction to the Design and Analysis of Algorithms*. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, EEUU, 2002.

- 
- [102] C.L. Lin, A. Mimori, y Y.W. Chen. Hybrid particle swarm optimization and its application to multimodal 3d medical image registration. *Computational Intelligence and Neuroscience*, 2012, 2012.
- [103] Y. Liu. Improving ICP with easy implementation for free form surface matching. *Pattern Recognition*, 37(2):211–226, 2004.
- [104] F. G. Lobo y C. F. Lima. Revisiting evolutionary algorithms with on-the-fly population size adjustment. En *8th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation (GECCO'06)*, págs. 1241–1248. 2006.
- [105] E. Lomonosov, D. Chetverikov, y A. Ekart. Pre-registration of arbitrarily oriented 3D surfaces using a genetic algorithm. *Pattern Recognition Letters.*, 27(11):1201–1208, 2006.
- [106] H. R. Lourenço, O. C. Martin, y T. Stützle. Iterated local search. En F. Glover y G. Kochenberger, eds., *Handbook of Metaheuristics*, págs. 321–353. Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [107] J. A. Lozano, P. Larrañaga, I. Inza, y E. Bengotxea, eds. *Towards a New Evolutionary Computation: Advances on Estimation of Distribution Algorithms*. Springer Verlag, 2006.
- [108] M. Lozano, F. Herrera, N. Krasnogor, y D. Molina. Real-coded memetic algorithms with crossover hill-climbing. *Evolutionary Computation*, 12(3):273–302, 2004.
- [109] J. P. Luck, C. Q. Little, y W. Hoff. Registration of Range Data Using a Hybrid Simulated Annealing and Iterative Closest Point Algorithm. En *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA'00)*, págs. 3739–3744. 2000.
- [110] D. G. Luenberger. *Optimization by Vector Space Methods*. John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, EEUU, 1997.
- [111] D. Simon M. Ovreiu. Biogeography-based optimization of neuro-fuzzy system parameters for diagnosis of cardiac disease. En *Proceedings of the 12th annual*

- conference on Genetic and evolutionary computation, GECCO '10, págs. 1235–1242. 2010.
- [112] H. Ma. An analysis of the equilibrium of migration models for biogeography-based optimization. *Inf. Sci.*, 180, 2010.
- [113] F. Maes, D. Vandermeulen, y P. Suetens. Comparative evaluation of multi-resolution optimization strategies for image registration by maximization of mutual information. *Medical Image Analysis*, 3(4):373–386, 1999.
- [114] I. Maglogiannis y E. Zafriropoulos. Automated Medical Image Registration Using the Simulated Annealing Algorithm. En G. A. Vouros y T. Panayiotopoulos, eds., *Methods and Applications of Artificial Intelligence*, págs. 456–465. Lecture Notes in Artificial Intelligence 3025, Springer Berlin / Heidelberg, 2004.
- [115] G.H.O Mahamed y M. Mehrdad. Global-best harmony search. *Applied Mathematics and Computation*, 198(2):643 – 656, 2008.
- [116] J. B. Maintz, P. A. van den Elsen, y M. A. Viergever. Evaluation of ridge seeking operators for multimodality medical image matching. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18(4):353 –365, 1996.
- [117] J. B. Maintz y M. A. Viergever. A survey of medical image registration. *Medical Image Analysis*, 2(1):1–36, 1998.
- [118] V. R. Mandava, J. M. Fitzpatrick, y D. R. Pickens. Adaptive search space scaling in digital image registration. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 8(3):251–262, 1989.
- [119] B. S. Manjunath, C. Shekhar, y R. Chellapa. A new approach to image feature detection with applications. *Pattern Recognition*, 29:627–640, 1996.
- [120] R. Marti. Multi-start methods. En F. Glover y G. A. Kochenberger, eds., *Handbook of Metaheuristics*, págs. 355–368. Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [121] T. Masuda y N. Yokoya. A robust method for registration and segmentation of multiple range images. *Computer Vision and Image Understanding*, 61(3):295–307, 1995.

- 
- [122] G. K. Matsopoulos, N. A. Mouravliansky, K. K. Delibasis, y K. S. Nikita. Automatic retinal image registration scheme using global optimization techniques. *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, 3(1):47–60, 1999.
- [123] C. R. Jr. Maurer y J. M. Fitzpatrick. Interactive image-guided neurosurgery. En R. J. Maciunas, ed., *A Review of Medical Image Registration*, págs. 17–44. American Association of Neurological Surgeons, Park Ridge, IL, 1993.
- [124] P. Merz y B. Freisleben. A comparison of memetic algorithms, tabu search, and ant colonies for the quadratic assignment problem. En *Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation*, tomo 3. IEEE Press.
- [125] Z. Michalewicz. *Genetic algorithms + data structures = evolution programs*. Springer-Verlag, 1996.
- [126] Z. Michalewicz y C.Z. Janikow. Genocop: a genetic algorithm for numerical optimization problems with linear constraints. *Communications of the ACM*, pág. 175, 1996.
- [127] N. Mladenović y P. Hansen. Variable neighborhood search. *Computers & Operations Research*, 24:1097–1100, 1997.
- [128] O. Monga, S. Benayoun, y O. Faugeras. From partial derivatives of 3-D density images to ridges lines. En *Computer Vision and Pattern Recognition*, págs. 354–389. IEEE, Champaign, Illinois, EEUU, 1992.
- [129] O. Monga, R. Deriche, G. Malandain, y J. P. Cocquerez. Recursive filtering and edge tracking: two primary tools for 3D edge detection. *Image and Vision Computing*, 9(4):203–214, 1991.
- [130] P. Moscato. On evolution, search, optimization, genetic algorithms and martial arts: Towards memetic algorithms. Report 826, Caltech Concurrent Computation Program, Pasadena, California, 1989.

- 
- [131] D. M. Muratore, J. H. Russ, B. M. Dawant, y R. L. Jr. Galloway. Three-Dimensional Image Registration of Phantom Vertebrae for Image-Guided Surgery: A Preliminary Study. *Computer Aided Surgery*, 7:342–352, 2002.
- [132] O. Ibañez, O. Cordón, S. Damas, y J. Santamaría. An advanced scatter search design for skull-face overlay in craniofacial superimposition. *Expert Systems with Applications*, 39(1):1459–1473, 2012.
- [133] N. Noman y H. Iba. Enhancing Differential Evolution Performance with Local Search for High Dimensional Function Optimization. En *Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO'05)*, ACM, págs. 967–974. 2005.
- [134] G. Olague y B. Hernández. A new accurate and flexible model based multi-corner detector for measurement and recognition. *Pattern Recognition Letters.*, 26:27–41, 2005.
- [135] Y. S. Ong, M. Lim, N. Zhu, y K. Wong. Classification of adaptive memetic algorithms: a comparative study. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, 36(1):141–152, 2006.
- [136] G. Pascale y L. Troiano. A niche based genetic algorithm for image registration. En *9th International Conference on Enterprise Information Systems (ICEIS 2007)*, págs. 342–347. 2007.
- [137] M. Powell. An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives. *The Computer Journal*, 7:155–162, 1964.
- [138] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, y B. P. Flannery. *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1999.
- [139] K. Price. An introduction to differential evolution. En D. Corne, M. Dorigo, y F. Glover, eds., *New ideas in optimization*, págs. 79–108. McGraw-Hill, Cambridge, UK, 1999.

- 
- [140] A. K. Qin, V. L. Huang, y P. N. Suganthan. Differential evolution algorithm with strategy adaptation for global numerical optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 13:398–417, 2009.
- [141] C.C. Queirolo, L. Silva, O.R.P. Bellon, y M. Pamplona. 3D face recognition using simulated annealing and the surface interpenetration measure. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 32(2):206–219, 2010.
- [142] E. Wilson R. MacArthur. *The Theory of Biogeography*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1967.
- [143] R. Rarick, D. Simon, F.E. Villaseca, y B. Vyakaranam. Biogeography-based optimization and the solution of the power flow problem. En *Proceedings of the 2009 IEEE international conference on Systems, Man and Cybernetics, SMC'09*. 2009.
- [144] C. Robertson y R. B. Fisher. Parallel Evolutionary Registration of Range Data. *Computer Vision and Image Understanding*, 87:39–50, 2002.
- [145] M. Rodrigues, R. Fisher, y Y. Liu. Special issue on registration and fusion of range images. *Computer Vision and Image Understanding*, 87(1-3):1–7, 2002.
- [146] K. Rohr. *Landmark-Based Image Analysis: Using Geometric and Intensity Models*. Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [147] J. M. Rouet, J. J. Jacq, y C. Roux. Genetic algorithms for a robust 3-D MR-CT registration. *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, 4(2):126–136, 2000.
- [148] S. Rusinkiewicz y M. Levoy. Efficient variants of the ICP algorithm. En *Third International Conference on 3D Digital Imaging and Modeling (3DIM'01)*, págs. 145–152. Quebec, Canada, 2001.
- [149] M. Salomon, G-R. Perrin, y F. Heitz. Differential evolution for medical image registration. En *International Conference on Artificial Intelligence IC-AI'2001*, tomo 2, págs. 123–129. 2001.

- 
- [150] J. Salvi, C. Matabosch, D. Fofi, y J. Forest. A review of recent range image registration methods with accuracy evaluation. *Image and Vision Computing*, 25(5):578–596, 2007.
- [151] J. Santamaría. *Scatter Search para el Registrado de Imágenes 3D: Aplicación en Antropología Forense*. Tesis Doctoral, ETSI Informática, Dpto. de Lenguajes y Sistemas Informáticos, Universidad de Granada, España, 2006.
- [152] J. Santamaría, O. Cordón, y S. Damas. A comparative study of state-of-the-art evolutionary image registration methods for 3d modeling. *Computer Vision and Image Understanding*, 115(9):1340–1354, 2011.
- [153] J. Santamaría, O. Cordón, S. Damas, I. Alemán, y M. Botella. A Scatter Search-based technique for pair-wise 3D range image registration in forensic anthropology. *Soft Computing.*, 11:819–828, 2007.
- [154] J. Santamaría, O. Cordón, S. Damas, J.M. García-Torres, y A. Quirin. Performance evaluation of memetic approaches in 3D reconstruction of forensic objects. *Soft Computing.*, 13(8-9):883–904, 2009.
- [155] J. Santamaría, S. Damas, J.M. García-Torres, y O. Cordón. Self-adaptive evolutionary image registration using differential evolution and artificial immune systems. *Pattern Recognition Letters*, 33(16):2065 – 2070, 2012.
- [156] M. Y. H. Satoh y S. Kobayashi. Minimal generation Gap model for GAs considering both exploration and exploitation. En *Methodologies for the Conception, Design and Application of Intelligent Systems (IIZUKA '96)*, págs. 494–497. 1996.
- [157] H.P. Schwefel. *Evolution and Optimum Seeking: The Sixth Generation*. John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, USA, 1993.
- [158] G. C. Sharp, S. W. Lee, y D. K. Wehe. ICP registration using invariant features. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 24(1):90–102, 2002.

- 
- [159] J. Shi, F. Chen, J. Lu, y G. Chen. An evolutionary image matching approach. *Applied Soft Computing Journal*, 2012.
- [160] K. Shoemake. Animating rotation with quaternion curves. En *ACM SIGGRAPH*, págs. 245–254. San Francisco, 1985.
- [161] L. Silva, O. R. P. Bellon, y K. L. Boyer. Precision range image registration using a robust surface interpenetration measure and enhanced genetic algorithms. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 27(5):762–776, 2005.
- [162] L. Silva, O. R. P. Bellon, y K. L. Boyer. *Robust range image registration using genetic algorithms and the surface interpenetration measure*. World Scientific, 2005.
- [163] L. Silva, O. R. P. Bellon, y K. L. Boyer. Multiview range image registration using the surface interpenetration measure. *Image and Vision Computing*, 25(1):114–125, 2007.
- [164] D. Simon. Biogeography-based optimization. *IEEE Trans. Evolutionary Computation*, 12(6):702–713, 2008.
- [165] Dan Simon. Biogeography-based optimization algorithm homepage. <http://embeddedlab.csuohio.edu/BBO/>.
- [166] K. Simunic y S. Loncaric. A genetic search-based partial image matching. En *2nd IEEE International Conference on Intelligent Processing Systems (ICIPS'98)*, págs. 119–122. Gold Coast, Australia, 1998.
- [167] A. Singh. An artificial bee colony algorithm for the leaf-constrained minimum spanning tree problem. *Appl. Soft Comput.*, 9, 2009.
- [168] S.K. Singla y A.S. Arora. Optimizing the rotation and translation of fingerprint images using genetic algorithm. *Applied Artificial Intelligence*, 26(6):541–553, 2012.
- [169] F. J. Solis y R. J. B. Wets. Minimization by random search techniques. *Mathematics of Operations Research*, 6:19–30, 1981.

- [170] Ying Song, Min Liu, y Zheng Wang. Biogeography-based optimization for the traveling salesman problems. En *Computational Science and Optimization (CSO), 2010 Third International Joint Conference on*, tomo 1, págs. 295–299. 2010. doi:10.1109/CSO.2010.79.
- [171] R. Storn. Differential evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, págs. 341–359, 1997.
- [172] M. Svedlow, C. D. Mc-Gillem, y P. E. Anuta. Experimental examination of similarity measures and preprocessing methods used for image registration. En *Symposium on Machine Processing of Remotely Sensed Data*, tomo 4(A), págs. 9–17. Indiana, EEUU, 1976.
- [173] J. Tang, M. Lim, y Y. S. Ong. Diversity-adaptive parallel memetic algorithm for solving large scale combinatorial optimization problems. *Soft Computing*, 11(9):873–888, 2007.
- [174] H. M. Taylor y S. Karlin. *An introduction to stochastic modeling*. Academic Press, 1994.
- [175] B. Telenczuk, M. J. Ledesma, J. A. Velazquez, C. O. S. Sorzano, J. M. Carazo, y A. Santos. Molecular image registration using mutual information and differential evolution optimization. En *IEEE International Symposium on Biomedical Imaging: Macro to Nano*, págs. 844–847. 2006.
- [176] C. Theerawut y N. Issarachai. A bee colony optimization based-fuzzy logic-pid control design of electrolyzer for microgrid stabilization. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 8(9):6049–6066, 2012.
- [177] J. P. Thirion y A. Gourdon. Computing the differential characteristics of iso-intensity surfaces. *Computer Vision and Image Understanding*, 61(2):190–202, 1995.
- [178] J. P. Thirion y A. Gourdon. The 3D marching lines algorithm: new results and proofs. *Graphical Models and Image Processing*, 58(6):503–509, 1996.

- [179] P.W. Tsai, J.S. Pan, B.Y. Liao, y S.C. Chu. Enhanced artificial bee colony optimization. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 5(12):5081–5092, 2009.
- [180] P. W. M. Tsang. A genetic algorithm for aligning object shapes. *Image and Vision Computing*, 15:819–831, 1997.
- [181] P. Viola y W. M. Wells. Alignment by maximization of mutual information. *International Journal of Computer Vision*, 24:137–154, 1997.
- [182] M. P. Wachowiak y A. S. El-maghraby. The Continuous Tabu Search as an Optimizer for 2D-to-3D Biomedical Image Registration. En W. Niessen y M. Viergever, eds., *4th International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI'01)*, págs. 1273–1274. Lecture Notes in Computer Science 2207, Springer Berlin / Heidelberg, Utrecht, The Netherlands, 2001.
- [183] M. P. Wachowiak, R. Smolikova, Y. Zheng, J. M. Zurada, y A. S. El-Maghraby. An approach to multimodal biomedical image registration utilizing particle swarm optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 8(3):289–301, 2004.
- [184] Q. Wang y X. Li. Application of improved genetic algorithm in practical medical image registration. *International Journal of Digital Content Technology and its Applications*, 5(10):60–67, 2011.
- [185] J. West, J.M. Fitzpatrick, M.Y. Wang, B.M. Dawant, C.R. Maurer, R.M. Kessler, R.J. Maciunas, C. Barillot, D. Lemoine, A. Collignon, F. Maes, P. Suetens, D. Vandermeulen, P.A. van den Elsen, P.F. Hemler, S. Napel, T.S. Sumanawera, B. Harkness, D.L. Hill, C. Studholme, G. Malandin, X. Pennec, M.E. Noz, G.Q. Maguire, M. Pollack, C.A. Pellizzari, R.A. Robb, D. Hanson, y R. Woods. Comparison and evaluation of retrospective intermodality image registration techniques. En *Medical Imaging: Image Processing (SPIE'96)*, tomo 2710, págs. 332–347. 1996.

- 
- [186] X. Xu y R. D. Dony. Differential evolution with powell's direction set method in medical image registration. En *IEEE International Symposium on Biomedical Imaging: Macro to Nano*, págs. 732–735. 2004.
- [187] S. M. Yamany, M. N. Ahmed, y A. A. Farag. A new genetic-based technique for matching 3D curves and surfaces. *Pattern Recognition*, 32:1817–1820, 1999.
- [188] J. Yao y K. L. Goh. A refined algorithm for multisensor image registration based on pixel migration. *IEEE Transactions on Image Processing*, 15(7):1839–1847, 2006.
- [189] S. Yoshizawa, A. Belyaev, y H. P. Seidel. Fast and robust detection of crest lines on meshes. En *SPM '05: Proceedings of the 2005 ACM symposium on Solid and physical modeling*, págs. 227–232. ACM Press, New York, NY, EEUU, 2005.
- [190] J. Zhang, Y. Ge, S. H. Ong, C. K. Chui, S. H. Teoh, y C. H. Yan. Rapid surface registration of 3D volumes using a neural network approach. *Image and Vision Computing*, 26(2):201–210, 2008.
- [191] J. Zhang, P. Huo, J. Teng, X. Wang, y S. Wang. Medical image registration algorithm with generalized mutual information and pso-powell hybrid algorithm. *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, 6145 LNCS(PART 1):160–166, 2010.
- [192] J. Zhang, A. Zhou, y G. Zhang. An evolutionary approach for image registration. *Communications in Computer and Information Science*, 316 CCIS:321–330, 2012.
- [193] X. Zhang y C. Zhang. Satellite cloud image registration by combining curvature shape representation with particle swarm optimization. *Journal of Software*, 6(3):483–489, 2011.
- [194] Z. Zhang. Iterative point matching for registration of free-form curves and surfaces. *International Journal of Computer Vision*, 13(2):119–152, 1994.

- 
- [195] L.T. Zheng y R.F. Tong. Image registration algorithm using an improved pso algorithm. *Communications in Computer and Information Science*, 234 CCIS(PART 4):198–203, 2011.
- [196] D. Zhou, J. Sun, C.H. Lai, W. Xu, y X. Lee. An improved quantum-behaved particle swarm optimization and its application to medical image registration. *International Journal of Computer Mathematics*, 88(6):1208–1223, 2011.
- [197] X. Zhou y R. Wang. Self-evolving ant colony optimization and its application to traveling salesman problem. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 8(12):8311–8321, 2012.
- [198] Z. Zhou, Y. S. Ong, M. Lim, y B. Lee. Memetic algorithm using multi-surrogates for computationally expensive optimization problems. *Soft Computing*, 11(10):957–971, 2007.
- [199] Q. Zhu y Q. Shi. Application of improved genetic algorithm in medical image registration. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 181 AISC:1063–1071, 2013.
- [200] Y. M. Zhu y S. M. Cochoff. Influence of Implementation Parameters on Registration of MR and SPECT Brain Images by Maximization of Mutual Information. *Journal of Nuclear Medicine*, 43(2):160–166, 2002.
- [201] Z. Zhu, Y. S. Ong, y M. Dash. Wrapper-Filter Feature Selection Algorithm Using a Memetic Framework. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, 37(1):70–76, 2007.
- [202] B. Zitova y J. Flusser. Image registration methods: a survey. *Image and Vision Computing*, 21:977–1000, 2003.