

# **TRABAJO FIN DE MASTER**

**“HERRAMIENTA PARA LA SIMULACIÓN DE CARGAS DE VIENTO SOBRE  
UNA ESTRUCTURA Y OBTENCIÓN DE SU RESPUESTA. APLICACIÓN A  
LA TORRE DE UN AEROGENERADOR OFF-SHORE”**

**ALUMNO: ANTONIO MÁRQUEZ TORRES  
TUTOR: D. MIGUEL LOSADA**



**MASTER OFICIAL DE ESTRUCTURAS**  
Curso 2012-2013  
**Universidad de Granada**

**MASTER EN ESTRUCTURA**  
**Universidad de Granada**  
**Curso 2012-2013**

**“HERRAMIENTA PARA LA SIMULACIÓN DE CARGAS DE VIENTO SOBRE UNA ESTRUCTURA Y OBTENCIÓN DE SU RESPUESTA. APLICACIÓN A LA TORRE DE UN AEROGENERADOR OFF-SHORE”**

Antonio Márquez Torres

---

**RESUMEN**

*El presente documento desarrolla una herramienta que nos permite simular las cargas del viento sobre una estructura a partir de los registros de velocidad – bien obtenidos de forma experimental, bien obtenidos mediante simulación numérica; y la respuesta de dicha estructura a través del momento en la base de las misma. Dicha herramienta está basada en un modelo de tratamiento de señales de múltiples entradas.*

*Como aplicación práctica se realizará una simulación numérica mediante un modelo de cuatro entradas mediante un conjunto de registros (inputs) experimentales. A partir de los ‘outputs’ obtenidos podremos comprobar las similitudes entre ambos conjuntos. Se completa el trabajo con otra aplicación en la cual, a partir de ‘inputs’ y ‘output’ conocidos determinaremos el espectro de respuesta de la estructura y el espectro de ruido.*

---

## **1.- INTRODUCCIÓN**

Cuando se trata de evaluar los efectos del viento sobre una estructura y la respuesta de ésta, las actuales normativas recurren a modelizar el sistema mediante un conjunto de parámetros evaluados en un determinado punto. Normalmente, en el caso de los aerogeneradores, este punto será el ‘hub’. Así – por ejemplo – cuando tratamos de determinar el espectro de energía de la resultante de fuerzas sobre una estructura, asumiendo el modelo de Davenport, ésta vendrá dada por:

$$S_{FF}(f) = \frac{4 \bar{F}^2}{\bar{U}^2} S_u(f) \chi(f)$$

donde los distintos parámetros que intervienen están evaluados en un único punto, el ‘hub’. Se incluye además una función  $\chi(f)$ , denominada de admitancia aerodinámica, cuyo propósito es “casar” la simplificación hecha de reducir todos los parámetros a un punto, con la realidad. Dicha función de admitancia es muy utilizada en diversos ámbitos de la ingeniería y aunque su determinación es normalmente experimental, tiene sin embargo un cierto ‘sustrato’ teórico que no debemos olvidar.

En ocasiones, en lugar de proporcionar la función de admitancia aerodinámica – como hace por ejemplo el Eurocódigo - diversos códigos proporcionan la denominada función de coherencia, ligada a la anterior. Así lo hace por ejemplo la normativa sobre aerogeneradores IEC 61400 o la noruega DNV-OS-J101.

Por otro lado, la respuesta dinámica de la estructura se suele realizar en términos de desplazamientos. En concreto, comparando el desplazamiento máximo horizontal de un punto con su desplazamiento medio – es lo que se conoce como DGLF (Displacement Gust Load

Factor). Para ello, la metodología actual considera única y exclusivamente el primer modo de vibración de la estructura, y funciones de transferencia (admitancia mecánica) que si bien en el caso de sistema lineales tiene fácil tratamiento matemático, en el caso de no linealidades (amortiguamiento no lineal) el tratamiento se complica. (Ver apéndice I).

Experimentalmente, no resulta fácil determinar con precisión el desplazamiento de un punto determinado de la estructura. Ello sin contar la dificultad que supone modelizar correctamente las rigideces de la propia estructura. El ASCE establece la siguiente relación de similitud entre velocidades y rigideces para una correcta modelización en ensayos:

$$\lambda_v = \frac{V_m}{V_p} = \sqrt{\frac{E_m}{E_p}}$$

Además, en laboratorio lo normal es medir la velocidad del viento a distintas alturas por lo que sería bastante útil disponer de una sistema con varias entradas que nos proporcione como salida algún parámetro fácil de medir experimentalmente como puede ser el momento en la base. Dicha medida se puede hacer con facilidad mediante el uso de una balanza.

Por todo ello, nuestro objetivo consiste en crear una herramienta sencilla, a partir de modelos existentes que, a partir de datos experimentales, sea capaz de reproducir los efectos de las cargas de viento sobre una estructura y además, aporte información sobre el fenómeno que estamos estudiando.

Dicha herramienta se va a aplicar a un caso concreto: determinar las cargas de viento sobre la torre de un aerogenerador y la respuesta que en forma de momento en la base experimenta la estructura.

Para el desarrollo de nuestro objetivo, en primer lugar se describe la metodología seguida – sección dos.

En la sección tres, se realiza una revisión del Estado del Arte comenzando con una completa caracterización de la capa límite atmosférica que nos servirá como modelo en la simulación, en particular en todo lo relacionado con el fenómeno de la turbulencia. A continuación se han establecido la relación entre la velocidad del viento en un punto y la fuerza ejercida por este en dicho punto. Para ello hemos tomado como base el modelo propuesto por Davenport. Dicha relación se establecerá tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia. Por último, se ha presentado un modelo de tratamiento de señales con múltiples entradas y una salida que será la base para la obtención de la respuesta de la estructura.

En la sección cuatro, se ha procedido a describir la herramienta en sí, integrada en dos partes: la primera nos permite simular los registros de velocidad del viento a partir de sus parámetros espectrales. La segunda parte nos permite obtener la respuesta de la estructura – en este caso el momento en la base – a partir de los datos de velocidad simulados.

En la sección cinco se realiza una aplicación práctica de la herramienta desarrollada. Para ello, simularemos en primer lugar un conjunto de registros de velocidades con características espectrales similares a otros registros aportados obtenidos de forma experimental. A continuación determinaremos el momento en la base para ambos conjuntos de registros – simulado y experimental – y procederemos a comparar los resultados obtenidos. Finalizaremos esta sección separando de una hipotética señal de salida, la parte correspondiente a la respuesta de la estructura de la parte correspondiente al ruido – en términos espectrales.

Como aspectos complementarios, en la sección seis se tratan someramente otras fuerzas que también actúan sobre la torre de aerogenerador como son: la fuerza de empuje que ejerce el rotor y la fuerza debida al oleaje.

Finalmente, en la sección siete se exponen las conclusiones obtenidas y algunas propuestas sobre futuras líneas de trabajo.

## 2.- METODOLOGÍA

Se plantea la construcción de una herramienta que permita el tratamiento de señales con múltiples entradas (inputs) y una única salida (output) que se corresponderá con un parámetro relacionado con la respuesta de la estructura ante tales inputs. Dicho modelo nos permitirá trabajar tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia.

Para relacionar a través de nuestro modelo de tratamiento de señales las señales de entrada con la señal de salida es necesario definir un conjunto de funciones que denominamos funciones de transferencia, las cuales estarán directamente relacionadas con el fenómeno que estamos estudiando – en este caso, la acción del viento. Por tanto, dichas funciones se obtendrán a partir del denominado modelo de Davenport que relaciona la velocidad del viento en un punto con la presión ejercida por el viento en dicho punto. Este modelo se basa en una premisa fundamental denominada hipótesis cuasi-estacionaria según la cual, las fluctuaciones en la presión del viento sigue las fluctuaciones en la velocidad del viento. La citada hipótesis nos permitirá establecer una relación directa entre la velocidad del viento y la fuerza ejercida por él y de ahí, el momento sobre la base de la estructura, que constituye el output de la herramienta que queremos desarrollar.

En cuanto a los inputs, estos pueden ser obtenidos experimentalmente o bien, mediante simulación numérica. En este último caso, presentaremos como parte de la herramienta el método propuesto por Veers (1988) [7] que permite obtener registros simulados de viento a partir del espectro de energía del mismo. Pero además, permite considerar durante la generación de dichos registros la posible correlación espacial entre puntos. Dicha correlación se define mediante funciones de coherencia también descritas.

Finalmente, a partir de las características de los datos experimentales aportados simularemos unos nuevos registros de viento los cuales, junto con el conjunto anterior, serán procesados para obtener la respuesta de la estructura. La comparación de ambas respuestas nos permitirá deducir la bondad de la simulación de velocidades previamente realizada.

## 3.- DESCRIPCIÓN DEL ESTADO DEL ARTE

### 3.1.- CAPA LÍMITE ATMOSFÉRICA

El viento puede considerarse como el movimiento o flujo de aire en la atmósfera, cuya principal componente resulta horizontal. Aquél que se produce a una cierta altura ( $z_{geo}$ ) como consecuencia del equilibrio entre el gradiente de presión y la fuerza de Coriolis se denomina geostrófico. Bajo dicha cota se extiende una zona denominada PBL (Planetary Boundary Layer) en la cual la influencia de la superficie terrestre es apreciable.

Panofsky y Dutton (1983) [4] hacen la siguiente estimación de la altura geostrófica en condiciones de atmósfera neutra y latitudes medias:

$$z_{geo} = 0.175 \frac{u_*}{f_c}$$

donde  $u_* = \sqrt{\tau_0/\rho}$  es la velocidad friccional y  $f = 2\Omega\sin(\lambda)$  es el parámetro de Coriolis.

El hecho de que la superficie de la Tierra no sea perfectamente lisa es el causante del descenso en la velocidad del viento en las proximidades de la superficie, debido al incremento de las fuerzas de fricción. Esto origina un gradiente de velocidad tanto más acusado cuanto más próximos nos encontramos a la superficie terrestre. Con la altura, dicho gradiente se suaviza de modo que a una determinada cota ( $z_0$ ) puede considerarse prácticamente nulo. Dicha cota nos define una nueva capa dentro de la capa límite planetaria que denominamos ABL (Atmospheric Boundary Layer) – Capa Límite Atmosférica. Es en esta capa donde se desarrollan los fenómenos relativos al viento que son de interés en el campo de la Ingeniería Civil.

### 3.1.1.- Factores que influyen sobre la capa límite

Los principales factores que gobiernan el viento dentro de la capa límite atmosférica son la rugosidad, la fuerza de Coriolis, el viento geostrófico y los efectos térmicos.

#### Rugosidad

Es el parámetro principal. La rugosidad de una superficie queda caracterizada mediante el parámetro ( $z_0$ ) que denominamos (longitud de) rugosidad. Es un parámetro que va a condicionar de manera directa el campo de velocidades en las proximidades de la superficie, tanto en su componente estacionaria como en su componente fluctuante.

Dicho parámetro se puede estimar de una manera razonablemente buena mediante la relación:

$$z_0 = 0.5h \frac{A_r}{A_t}$$

donde las variables que intervienen en tal expresión quedan explicadas en la figura inferior.

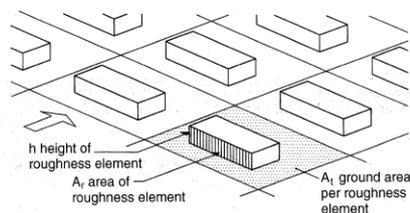


Figura 1: Estimación de la rugosidad superficial a partir de elementos prismáticos.

Se asume como condición que la rugosidad es uniforme en todo un área plana afectada por el viento. Es lo que se conoce como FUR-Terrain (Flat Uniformly Rough Terrain). Existen modelos para describir las desviaciones que respecto al modelo anterior pueden presentarse (no uniformidad de la rugosidad debido a cambios en la naturaleza de la superficie, cambios en la topografía, etc).

#### Fuerza de Coriolis

Se trata de una fuerza aparente (de inercia) que surge como consecuencia de la rotación terrestre. Dicha fuerza tiene como efecto – en el hemisferio Norte – desviar el flujo de aire hacia la derecha.

El valor de la aceleración de Coriolis (fuerza por unidad de masa) en los polos viene determinada por la siguiente expresión:

$$a_c = 2u\Omega$$

valor que decrece con la latitud hasta el Ecuador donde se anula:

$$a_c = 2u\Omega \sin(\lambda)$$

donde  $\Omega = 7,27 \times 10^{-5}$  rad/s es la velocidad de rotación terrestre.

### Viento geostrófico

Se trata de un flujo estacionario en capas superiores de la Atmósfera en el cual se equilibran el gradiente de presión y la fuerza de Coriolis. Es un viento a gran altura donde la influencia de la superficie terrestre es nula.

La ecuación que rige su campo de velocidades es la siguiente:

$$U = -\left(\frac{1}{\rho f_c}\right) \frac{\partial P}{\partial x}$$

En dicha expresión puede observarse como la velocidad es proporcional al gradiente de presión.

### Efectos térmicos

Los efectos térmicos tienen una gran influencia en el desarrollo del viento dentro de la capa límite atmosférica. Desde el punto de vista térmico, la Atmósfera puede ser clasificada en tres categorías: estable, inestable y neutra. En este último caso, el enfriamiento del aire es tal que permanece en equilibrio con su entorno.

La condición de neutralidad es la que con mayor frecuencia se produce en las aplicaciones ingenieriles y por tanto será la que utilizemos – de modo implícito – a la hora de definir las condiciones climáticas.

### **3.1.2.- Perfil de viento**

El campo de velocidades en el interior de la capa límite atmosférica resulta obvio que no es constante sino que es variable con la altura y con el tiempo. Con la altura como consecuencia de la fricción que se origina entre las propias capas de aire y de éstas con la superficie terrestre. Fricción que por otro lado se manifiesta en la existencia de un gradiente de velocidad tanto más acusado cuanto más próximos nos situamos a la superficie.

El hecho que el campo de velocidades no sea un campo estacionario – invariable en el tiempo – es consecuencia de la turbulencia. La turbulencia básicamente consiste en rápidas variaciones de la velocidad en torno a un valor medio. Dicha turbulencia se origina por causa de dos factores: la fricción del aire y los efectos térmicos.

Podemos admitir que la velocidad (longitudinal) del viento se compone de dos términos: un primer término estacionario, variable con la altura, que recoge los efectos del gradiente de velocidad. Y un segundo término, variable con la altura y con el tiempo, que recoge los efectos de la turbulencia existente. De este modo concluimos que:

$$U(z, t) = \bar{U}(z) + u(z, t)$$

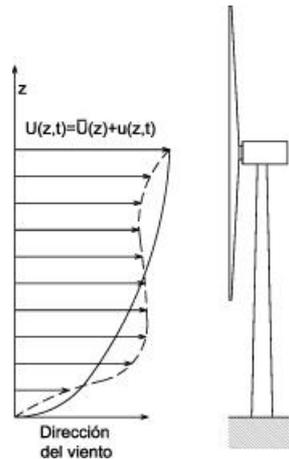


Figura 2: El perfil real de velocidades se descompone en un perfil de velocidad medio y una fluctuación de media nula.

A continuación nos centraremos en los modelos que nos describen la variación de la componente estacional del viento con la altura: perfiles de velocidad.

### Perfil logarítmico

Fue inicialmente propuesto por *Prandtl* para el estudio de un flujo turbulento sobre una superficie plana.

$$\bar{U}(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)$$

donde  $\kappa$  es la denominada constante de Kármán cuyo valor es 0.4.

Una variación de la anterior, ESDU (1985), que tiene en cuenta el efecto de la convección térmica sobre el perfil de velocidades es la siguiente:

$$\bar{U}(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) + \psi$$

donde  $\psi = 86.25 f_c z$

### Ley potencia

Como alternativa a la anterior se propone la ley potencia. Históricamente fue la primera representación que se utilizó para la representación del perfil de velocidad (*G.Hellman, 1916*), tiene carácter empírico y su expresión es la siguiente:

$$\bar{U}(z) = \bar{U}_{ref} \left(\frac{z}{z_{ref}}\right)^\alpha$$

donde el exponente  $\alpha$  depende de la rugosidad de la superficie.

Una relación que permite relacionar las dos leyes anteriores es la siguiente:

$$\alpha = \frac{1}{\ln(z_{ref}/z_0)}$$

en la cual se supone que a la altura de referencia ambas leyes coinciden.

Como puede verse en la figura inferior los perfiles obtenidos son muy similares a la hora de describir las variaciones de la velocidad media con la altura. Por ello, por su simplicidad y por fácil tratamiento matemático, a partir de ahora emplearemos la ley 'potencial' para establecer el campo de velocidades en las proximidades de la superficie terrestre.

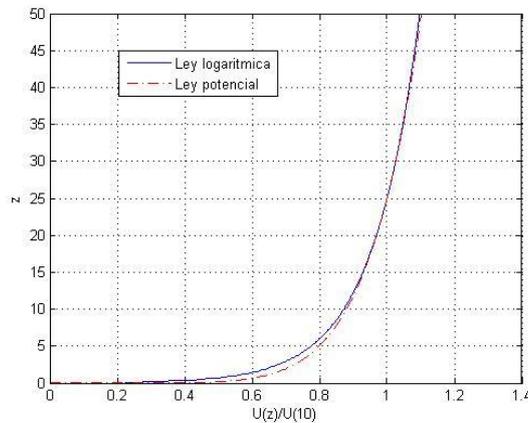


Figura 3: Comparación entre el perfil de velocidad logarítmico ( $z_0=0.02$ ) y potencial ( $\alpha=0.140$ )

El exponente  $\alpha = 0,14$  es el propuesto en la norma IEC 61400-3 sobre aerogeneradores marinos.

### 3.1.3.- Turbulencia

#### Índice de turbulencia

Una medida de la turbulencia del viento es la desviación estándar ( $\sigma_u$ ) que coincidirá con el valor cuadrático medio de la velocidad ( $u_{rms}$ ) al tratarse de una señal de media nula.

En ocasiones la turbulencia viene descrita mediante el parámetro siguiente:

$$I_u = \frac{\sigma_u}{\bar{U}}$$

denominado intensidad de la turbulencia.

En una atmósfera en condiciones neutra, la turbulencia viene determinada por la rugosidad si bien, próxima a la zona geostrófica, la desviación estándar es muy próxima a cero. Resultados experimentales obtenidos por Davenport (1967), Harris (1970) y Armit (1976) [4] demostraron que próxima a la superficie terrestre y para alturas usuales en ingeniería (100-200 m), la desviación estándar permanecía prácticamente constante y de valor igual a  $2.5u_*$ . Podemos admitir por tanto que la intensidad de la turbulencia decrece con la altura en la forma:

$$I_u = \frac{1}{\ln(z/z_0)}$$

Distintas normativas y manuales proponen diferentes expresiones para la intensidad de la turbulencia.

#### Espectro de energía

Otra forma de caracterizar la turbulencia es a través de lo que se conoce como espectro (de densidad) de energía.

Diversos autores (Davenport, Harris, Kaimal, von Kármán) han propuesto distintos espectros de energía que tratan de representar el fenómeno de la turbulencia en el dominio de las frecuencias.

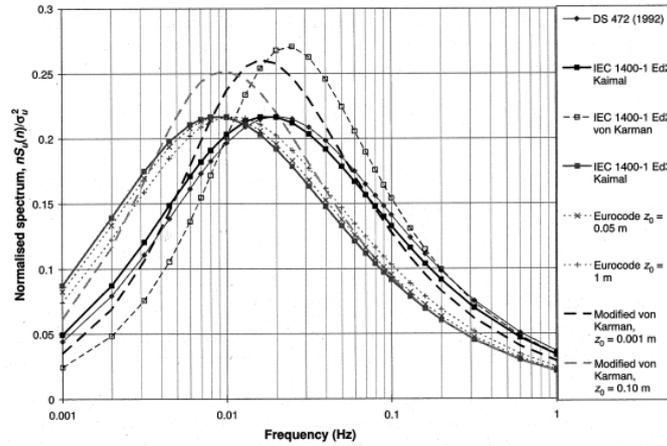


Figura 4: Espectros de densidad de energía (normalizados) propuesto por diversos autores.

En el presente trabajo consideraremos el espectro de Kaimal por ser uno de los que mejor se ajusta a los datos experimentales y por ser el más citado en la normativa sobre aerogeneradores. El espectro de Kaimal viene dado por la siguiente expresión:

$$\frac{f S_u(z, f)}{\sigma_u^2(z)} = \frac{4 f_L}{(1 + 6 f_L)^{5/3}}$$

donde

$$f_L = f \frac{L_u(z)}{\bar{U}(z)}$$

El parámetro  $L_u$  se denomina escala integral de longitud.

Ambas formas de describir el fenómeno turbulento quedan relacionadas mediante la siguiente expresión:

$$\sigma_u^2 = \int_0^{\infty} S_{uu}(f) df$$

### Función de coherencia

Tal y como se ha comentado en este mismo epígrafe, los espectros anteriores nos describen bien el fenómeno de la turbulencia en un determinado punto. No obstante, para completar el modelo de turbulencia es necesario describir cómo varía, o cómo se relaciona, la turbulencia entre dos puntos separados una determinada distancia – correlación espacial. Para ello, nos ayudamos del espectro coincidente (co-espectro) y de la función de coherencia cuya relación viene dada por la siguiente expresión:

$$coh(\Delta r, f) = \frac{|C_{12}(f)|}{\sqrt{S_{11}(f)S_{22}(f)}}$$

donde:

- $C_{12}(f)$  es el espectro coincidente entre dos puntos (1 y 2) separados una distancia  $\Delta r$ . El espectro coincidente se define como la parte real del espectro cruzado entre dichos puntos.
- $S_{11}(f)$  y  $S_{22}(f)$  los espectros de energía correspondiente a cada uno de los puntos.

Como función de coherencia asociada al espectro de Kaimal emplearemos la siguiente obtenida de la norma IEC 61400.

$$coh(\Delta r, f) = \exp \left[ -12\Delta r \sqrt{\left(\frac{0.12}{L_u}\right)^2 + \left(\frac{f}{\bar{U}}\right)^2} \right]$$

Dicha expresión ha sido obtenida de modo experimental debido a que no es “fácil” obtener una expresión analítica derivada del propio espectro de Kaimal.

### Escala integral de tiempo y escala integral de longitud

La escala integral de tiempo es un promedio de tiempo sobre el cual, las fluctuaciones en la velocidad del viento están autocorrelacionadas. Es un valor que se determina a partir de la función de autocorrelación como el área bajo dicha función entre el origen y el punto en el cual la curva corta por primera vez el eje de abscisas. Es un parámetro que aparece en la propia definición del espectro de Kaimal como  $L_u/\bar{U}$  que determina la posición del ‘pico’ en una frecuencia concreta.

La escala integral de longitud depende de la rugosidad y de la altura sobre la superficie. Cerca de la superficie el tamaño de los remolinos está limitado por la propia superficie con lo que la escala de longitud se reduce. Por otro lado, a partir de cierta altura, la turbulencia no estaría afectada por la rugosidad superficie y la turbulencia desarrollada se denomina isotrópica. Según ESDU (1975) [4] la cota a partir de la cual la turbulencia es isotrópica puede determinarse mediante:

$$z_{iso} = 1000z_0^{0.18}$$

con una escala integral de longitud ( $L_u$ ) de 280 m. Por debajo de dicha cota se recurre a las siguientes relaciones:

$$L_u^x = 280(z/z_{iso})^{0.35}$$

$$L_u^y = 140(z/z_{iso})^{0.38}$$

$$L_u^z = 140(z/z_{iso})^{0.45}$$

Por su parte, la norma IEC-64100 establece para el espectro de Kaimal las siguiente escala integral de longitud:

$$L_u = 5,67z, \quad \text{para } z < 30 \text{ m}$$

$$L_u = 170.1, \quad \text{para } z \geq 30 \text{ m}$$

Finalmente, como se apuntó al inicio de este epígrafe podemos establecer la siguiente relación entre la escala integral de longitud y la escala integral de tiempo:

$$L_u = \bar{U} \cdot T$$

### 3.2.- CARGAS DE VIENTO

Es obvio que el flujo de aire alrededor de un cuerpo genera una serie de fuerzas sobre el mismo cuya resultante es necesario determinar. Las ecuaciones que gobiernan dicho movimiento son las ecuaciones de Navier-Stokes que junto con las condiciones de contorno del problema nos permitirán resolver el mismo.

Sin embargo, la resolución del problema se presenta muy complicada debido a la presencia de un término no lineal (denominado convectivo) en las ecuaciones anteriores. Si a ello añadimos el carácter turbulento del fenómeno, la complejidad se multiplica en exceso. De hecho una primera aproximación al fenómeno turbulento consiste en plantear las ecuaciones de Navier-Stokes en términos de media, derivando en una nueva ecuación (de Reynolds) en la cual aparece un nuevo término (vortex shedding) que representa el 'alma' del fenómeno.

Resulta pues necesario buscar modelos más sencillos que nos permitan determinar las cargas debidas al viento, huyendo de los modelos anteriores.

*Davenport* (1962) [1] propone un modelo para calcular las cargas debidas al viento sobre una estructura. Dicho modelo se asienta sobre una hipótesis fundamental: las fluctuaciones en la presión del viento, sigue las fluctuaciones en la velocidad del viento (hipótesis cuasi-estacionaria). Es decir:

$$p(z, t) = C_{p0} \frac{1}{2} \rho U^2(z, t)$$

donde  $\rho$  es la densidad del aire.

Como consecuencia de dicha hipótesis, también podemos afirmar que el coeficiente de presión cuasi-estacionario ( $C_{p0}$ ) es igual al coeficiente de presión medio ( $C_d$ ).

El parámetro  $C_d$  también conocido como coeficiente de arrastre es un parámetro que ha sido bastante estudiado en el campo de la aerodinámica. Dicho coeficiente depende del número de Reynolds ( $D \cdot U/\nu$ ) tal y como se muestra en la figura inferior.

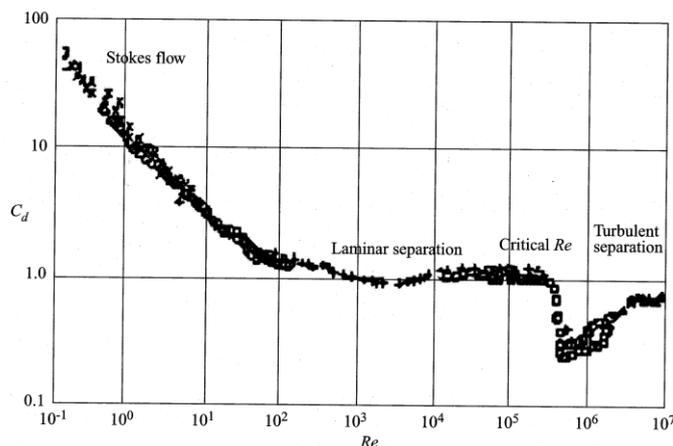


Figura 5: Variación del coeficiente de arrastre en función del número de Reynolds.

De este modo, la fuerza debida al viento viene determinada por:

$$F(z, t) = C_d A \frac{1}{2} \rho U^2(z, t)$$

donde A es el área de exposición de la estructura.

Por otro lado, teniendo en cuenta la siguiente aproximación:

$$U^2 \approx \bar{U}^2 + \bar{U}u$$

podemos expresar la fuerza anterior como suma de un primer término estacionario (o medio) y de un segundo término, fluctuante, cuyo valor medio es cero.

$$F = C_d A \frac{1}{2} \rho \bar{U}^2 + C_d A \rho \bar{U}u$$

Desde el punto de vista espectral, el espectro de energía de la componente fluctuante vendrá relacionado con el de la velocidad de la siguiente forma:

$$S_{FF}(f) = \frac{4\bar{F}^2}{\bar{U}^2} S_{uu}(f)$$

donde  $\bar{F}$  representa el primer sumando de la ecuación anterior.

### 3.3.- RESPUESTA DE LA ESTRUCTURA

La respuesta de la estructura puede determinarse tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia y se obtiene a partir de unos datos de entrada afectados por unas funciones que denominamos de transferencia. El trabajar en uno u otro dominio depende de dónde queremos llegar.

#### 3.3.1.- Dominio del tiempo

Ante la acción del viento, la respuesta de la estructura puede ser descrita según distintos parámetros. Normalmente, los distintos códigos existentes consideran la respuesta de la estructura en términos de desplazamientos. Sin embargo, por su fácil tratamiento matemático y por su facilidad para ser medido experimentalmente, recurriremos al momento en la base.

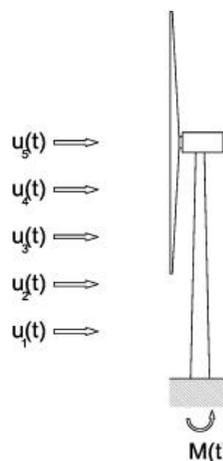


Figura 6: Aerogenerador sometido a la acción del viento y respuesta considerada.

Si partimos de una serie de registros de velocidad a diferentes altura, el momento en la base quedaría determinado por la siguiente expresión:

$$\bar{M} = \sum_{i=1}^n C_d A_i \frac{1}{2} \rho z_i \bar{U}_i^2$$

que nos proporciona la componente estacionaria del momento, y:

$$M(t) = \sum_{i=1}^n C_d A_i \rho z_i \bar{U}_i u_i(t)$$

que nos proporciona la componente fluctuante. En el caso de considerar una distribución continua de velocidades, las sumas anteriores se transformarían en integrales.

### 3.3.2.- Dominio de la frecuencia

Lo que parece obvio en el dominio del tiempo, no lo es tanto en el dominio de las frecuencias. Así, podemos afirmar que:

$$S_{MM}(f) \neq \sum_{i=1}^n \frac{4\bar{F}_i^2}{\bar{U}_i^2} z_i S_{uui}(f)$$

sino que habrá que tener en cuenta la correlación existente entre las distintas señales de entrada; es decir, la función de coherencia anteriormente definida.

A continuación veremos cómo funciona el modelo anterior en el dominio de la frecuencia.

#### Modelo de dos entradas

Como paso previo a la compresión del modelo general con múltiples entradas, desarrollaremos un modelo con dos únicas entradas como el de la figura siguiente.

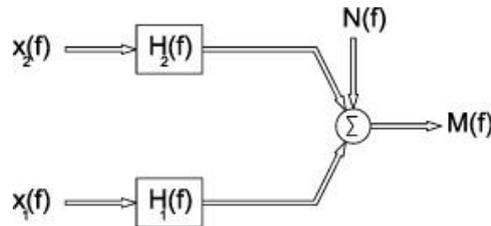


Figura 7: Modelo con dos entradas y una salida. Dicho modelo incluye una señal de ruido añadida.

En la figura anterior, las señales de entrada  $X_1(t)$  y  $X_2(t)$  serán las transformadas de Fourier de los registros del viento a una determinada altura. Y la señal de salida  $M(f)$  será la transformada de Fourier del momento medido sobre la base.  $N(f)$  es, igualmente, la transformada de Fourier de una señal aleatoria que denominamos ruido y que podrá estar correlacionada o no con las señales de entrada.

Por su parte,  $H_1(f)$  y  $H_2(f)$  serán las funciones de transferencia del sistema en el dominio de la frecuencia. En nuestro caso, tales funciones toman las siguientes expresiones:

$$H_1(f) = C_d B(H/2) \rho z_1 \bar{U}_1$$

$$H_2(f) = C_d B(H/2) \rho z_2 \bar{U}_2$$

Para el sistema anterior se cumple las siguientes relaciones:

$$M(f) = H_1(f)X_1(f) + H_2(f)X_2(f) + N(f)$$

El espectro de energía de la función de salida vendrá dado por:

$$S_{MM}(f) = \frac{M^*(f)M(f)}{\Delta f}$$

Combinando ambas expresiones llegamos a la siguiente expresión:

$$S_{MM}(f) = S_{vv} + S_{nn} + H_1^* S_{1n} + H_1 S_{n1} + H_2^* S_{2n} + H_2 S_{n2}$$

donde:

$$S_{vv} = |H_1|^2 S_{11} + H_1^* H_2 S_{12} + H_1 H_2^* S_{21} + |H_2|^2 S_{22}$$

Por otra parte,

$$S_{1M} = \frac{X_1^*(f)M(f)}{\Delta f} = H_1 S_{11} + H_2 S_{12} + S_{1n}$$

$$S_{2M} = \frac{X_2^*(f)M(f)}{\Delta f} = H_1 S_{21} + H_2 S_{22} + S_{2n}$$

donde:

- $S_{11}$  y  $S_{22}$  son los espectros de energía correspondientes a las señales de entrada en 1 y 2.
- $S_{1M}$  y  $S_{2M}$  son los co-espectros entre las señales de entrada y la señal de salida.
- $S_{1n}$  y  $S_{2n}$  son los co-espectros entre las señales de entrada y la señal de ruido (en principio dichos espectros son desconocidos)
- $S_{nn}$  es el espectro de energía correspondiente a la señal de ruido.

A partir de la relaciones anteriores podemos determinar el espectro correspondiente a la señal ruido.

### Modelo con entradas múltiples

El modelo de dos entradas puede ser fácilmente extendido a múltiples entradas.

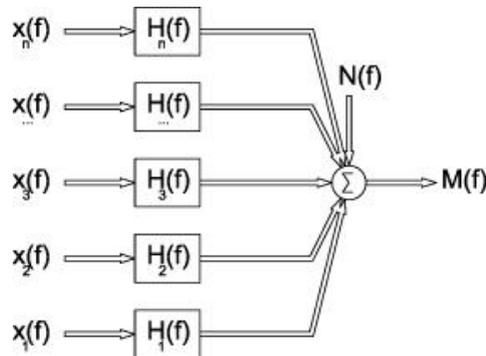


Figura 8: Modelo con multiples entradas y una salida.

En tal caso, el espectro de energía de la función de salida vendrá dado por la siguiente expresión:

$$S_{MM}(f) = S_{vv} + S_{nn} + \sum_{i=1}^N H_i^* S_{in} + \sum_{i=1}^N H_i S_{in}$$

donde:

$$S_{vv} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N H_i^* H_j S_{ij}$$

Por otra parte,

$$S_{iM} = \frac{X_i^*(f)M(f)}{\Delta f} = \sum_{j=1}^N H_j^* S_{ij} + S_{in}$$

Las funciones de transferencia H(f) en cada punto tomarán la siguiente expresión:

$$H_i(f) = C_d B(H/N) \rho z_i \bar{U}_i$$

### 3.3.3.- Ruido

Como aplicación al epígrafe anterior, a partir los registros de entrada al sistema (series temporales) y de salida del mismo (serie temporal) que pueden ser obtenidos experimentalmente; y conocidas las funciones de transferencia H(f) podemos separar – en el dominio de la frecuencia – el espectro correspondiente a la respuesta de la estructura (en este caso el momento en la base) del espectro correspondiente a una señal de ruido, parasitaria o de cualquier otro origen.

Efectivamente, a partir de las expresiones mostradas en el epígrafe 3.3.2. podemos determinar:

$$S_{vv} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N H_i^* H_j S_{ij}$$

que nos proporcionará el espectro correspondiente a la respuesta de la estructura.

Para los espectro  $S_{in} = S_{ni}$  emplearemos la siguiente expresión:

$$S_{in} = S_{iM} - \sum_{j=1}^N H_j^* S_{ij}$$

Donde  $S_{iM}$  es el espectro cruzado entre la señal de entrada (i) y la señal de salida.

Finalmente, es espectro correspondiente al ruido añadido vendra dado por:

$$S_{nn} = S_{MM}(f) - S_{vv} - \sum_{i=1}^N H_i^* S_{in} - \sum_{i=1}^N H_i S_{ni}$$

## 4.- DESCRIPCIÓN DE LA HERRAMIENTA

### 4.1.- MODELO DE SIMULACIÓN

Llegados a este punto, se trata pues de simular los registros de velocidad que sirvan posteriormente de entrada al modelo desarrollado y que se ajusten a un patrón conocido, por ejemplo, obtenido de datos experimentales.

Para ello y en primera aproximación utilizaremos las expresiones empleadas por Veers y Yang.

$$u(t) = \bar{U} + \sum_{i=1}^n A_n \cos(2\pi f_n t - \varphi_n)$$

donde:

$$A_n = \sqrt{2\Delta f S_{uu}(f_n)}$$

y  $\varphi_n$  una variable aleatoria uniformemente distribuida entre 0 y  $\pi$ .

El método anterior, válido para simular series aisladas no resulta sin embargo conveniente para conjuntos de registros debido a que no considera en modo alguno la correlación espacial entre las señales. Además se observa que al aumentar el número de puntos considerados para simular los registros, el espectro de energía obtenido para el momento tiende a cero. Esto también se observa en cómo varía la desviación estándar al aumentar el número de tramos en el que dividimos la estructura.

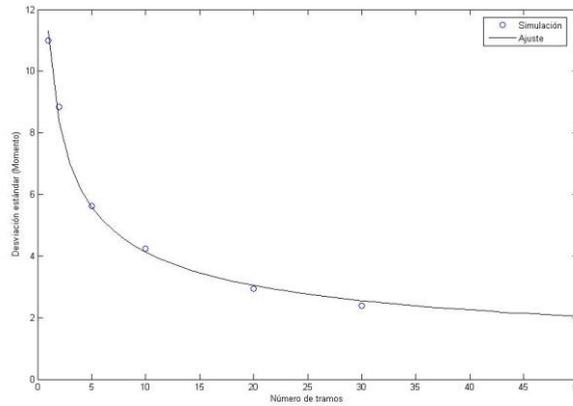


Figura 9: Variación de la desviación estándar del momento en función del número de tramos considerados.

Para salvar este problema se considera otro método de simulación, propuesto por Veers (1988) [7], que si tiene en cuenta la correlación espacial. En él, suponiendo  $N$  puntos de aplicación se establece la matriz espectral  $S$  dada por:

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{21} & \dots \\ S_{21} & S_{22} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

en la cual, los elementos de la diagonal se corresponden con los espectros de energía en cada uno de los puntos considerados  $\{1,2,3, \dots, N\}$ . Los elementos fuera de la diagonal son los espectros cruzados entre distintos puntos y vienen dados por la expresión:

$$S_{ij} = \text{coh}(\Delta r_{ij}, f) \sqrt{S_{ii} S_{jj}}$$

Dicha matriz puede ser expresada mediante el producto de dos matrices  $L$  y  $L^T$ ; donde la matriz  $L$  no será única. Con el objeto de poder posteriormente determinar sus componentes con facilidad, Veers elige como matriz  $H$  una matriz triangular inferior de modo que:

$$S = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} L_{11} & L_{21} & \dots \\ 0 & L_{22} & \dots \\ 0 & 0 & \dots \end{bmatrix}$$

Ello nos permitirá determinar las componentes de  $H$  en función de las de  $S$  de la siguiente forma:

$$L_{11} = S_{11}^{1/2}$$

$$L_{21} = H_{21}/H_{11}$$

$$L_{22} = (S_{22} - H_{21}^2)^{1/2}$$

$$\dots$$

$$L_{jk} = \left( S_{jk} - \sum_{l=1}^{k-1} H_{jl} H_{kl} \right) / H_{kk}$$

$$L_{kk} = \left( S_{kk} - \sum_{l=1}^{k-1} H_{kl}^2 \right)^{1/2}$$

A partir de las componentes anteriores podemos obtener:

$$V_j(f) = \sum_{k=1}^j L_{jk} \cdot e^{-i\theta_k(f)}$$

donde  $\theta$  es una variable aleatoria uniformemente distribuida entre 0 y  $\pi$ .

La transformada inversa de Fourier de  $V_j(f)$  nos permitirá obtener los registros de velocidades deseados.

#### 4.2.- RESPUESTA DEL SISTEMA

Para obtener la respuesta del sistema podemos trabajar bien en el dominio del tiempo, bien en el dominio de la frecuencia. Para ello emplearemos respectivamente las expresiones formuladas en el epígrafe 3.3.1 o 3.3.2.

El trabajar en uno u otro dominio dependerá de nuestros objetivos. Si lo que deseamos es obtener un registro temporal de salida a partir de registros temporales de entrada, experimentales o simulados es obvio que trabajaremos en el dominio del tiempo. Por el contrario si deseamos separar un posible ruido parasitario de una señal de salida, trabajaremos en el dominio de la frecuencia.

De cualquier forma, el parámetro seleccionado como respuesta de la estructura sera en todo caso el momento en la base. Ello se debe fundamentalmente a tres razones:

- Aporta información sobre lo que estamos estudiando (p.e. órdenes de magnitud)
- Es fácil de medir experimentalmente.
- Tiene fácil tratamiento matemático.

### 5.- APLICACIÓN PRÁCTICA

#### 5.1.- DESCRIPCIÓN DE LOS ENSAYOS

Los registros de velocidades experimentales han sido obtenidos en el túnel de viento del CEAMA como parte de un trabajo anterior [6]. En el se han reproducido las condiciones de capa límite atmosférica sobre un modelo a escala 1:250 de un aerogenerador de tres palas, habitual en la construcción de parques eólicos tanto marinos como terrestres. Para más detalles nos remitimos a la lectura de dicho artículo.

#### 5.2.- DESCRIPCIÓN DE LAS SERIES TEMPORALES

A partir de los registros de velocidades obtenidos en laboratorio se ha procedido a realizar un análisis de los mismos (ver apéndice II) para obtener las características de velocidad y turbulencia que mejor se adaptan a ellos; con el objeto de, posteriormente, proceder a una simulación de registros de viento con características similares.

En la tabla siguiente se recogen alturas a las que han sido tomados los registros junto a la velocidad media, desviación típica e intensidad de la turbulencia de los mismos.

Registro	Altura (mm)	Velocidad media (m/s)	Desviación típica (m/s)	I.T.
Registro 1	20	6,7979	0,9778	14,06%
Registro 2	40	7,1080	0,8606	10,42%
Registro 3	80	7,4190	0,8802	10,44%
Registro 4	120	7,6399	0,8650	9,79%
Registro 5	160	7,9049	0,8493	9,12%

La tabla siguiente se muestran distintos parámetros que posteriormente serán utilizados en la simulación. Especial importancia tiene el primero de ellos 'a' que representa la escala integral de tiempo que mejor ajusta el espectro de Kaimal a la serie de velocidades.

REGISTRO	'a'	$\bar{U}$	$L_u$
Registro 1	0,0990	6,7979	0,6730
Registro 2	0,1085	7,1080	0,7712
Registro 3	0,1355	7,4190	1,0053
Registro 4	0,1332	7,6399	1,0176
Registro 5	0,1203	7,9049	0,9510
Registro 6	0,1382	8,3021	1,1474
Registro 7	0,1244	8,7520	1,0887

En cuanto a la desviación típica de los datos, ésta se ha considerado constante de valor igual a 0,8707 m/s.

### 5.3.- SIMULACIÓN DE REGISTROS DE VELOCIDAD

La siguiente tabla muestra los distintos parámetros utilizados para la simulación de los registros de vientos. Dichos parámetros han sido obtenidos a partir de los datos experimentales analizados en el epígrafe anterior. En relación a la escala integral de longitud, indicar que para los puntos de cota  $z=20$  mm y  $z=120$  mm se ha fijado los mismos valores que sus homólogos correspondientes en los registros experimentales. Para el resto de puntos se ha interpolado linealmente.

Registro	Cota	Velocidad	Desv. Est.	IT	$L_u$	a
Registro 1	20	6,520	0,8707	13,35%	0,6730	0,1032
Registro 2	60	7,327	0,8707	11,88%	0,8108	0,1107
Registro 3	100	7,735	0,8707	11,26%	0,9487	0,1227
Registro 4	120	7,886	0,8707	11,04%	1,0176	0,1290

Otro aspecto muy importante es el tema de la correlación espacial. En nuestro caso hemos utilizado como función de coherencia la propuesta en la norma sobre aerogeneradores IEC 61400:

$$coh(\Delta r, f) = \exp \left[ -12\Delta r \sqrt{\left(\frac{0,12}{L_u}\right)^2 + \left(\frac{f}{\bar{U}}\right)^2} \right]$$

donde  $L_u$  se ha fijado en el valor medio correspondiente a los cuatro registros – valor medio de los valores de la última columna de la tabla anterior. Esto no supone un grave trastorno ya que los valores considerados no son muy dispares entre si y el factor dentro de la raíz tiene poco peso en el conjunto de la función. De hecho hay formulaciones que elimina el término  $0,12/L_u$ .

En cuanto al parámetro  $\bar{U}$  este se fija en la media de las velocidades correspondiente a los puntos considerados.

Para la generación de los registros de viento hemos utilizado una pequeña rutina en Matlab – denominada VEERS04 - cuya listado se encuentra en el apéndice III. En ella, también se han fijado los siguientes parámetros:

- Resolución temporal ( $\Delta t$ ): 0,0005 sg (de este modo se fija  $f_{\text{NYQ}}$  en 1000 Hz.)
- Resolución frecuencial ( $\Delta f$ ): 0,0305 Hz
- El número de datos (N) lo hemos fijado a 65.536.
- La longitud del registro (T): 32,768 sg

Los registros de velocidades obtenidos han sido los siguientes:

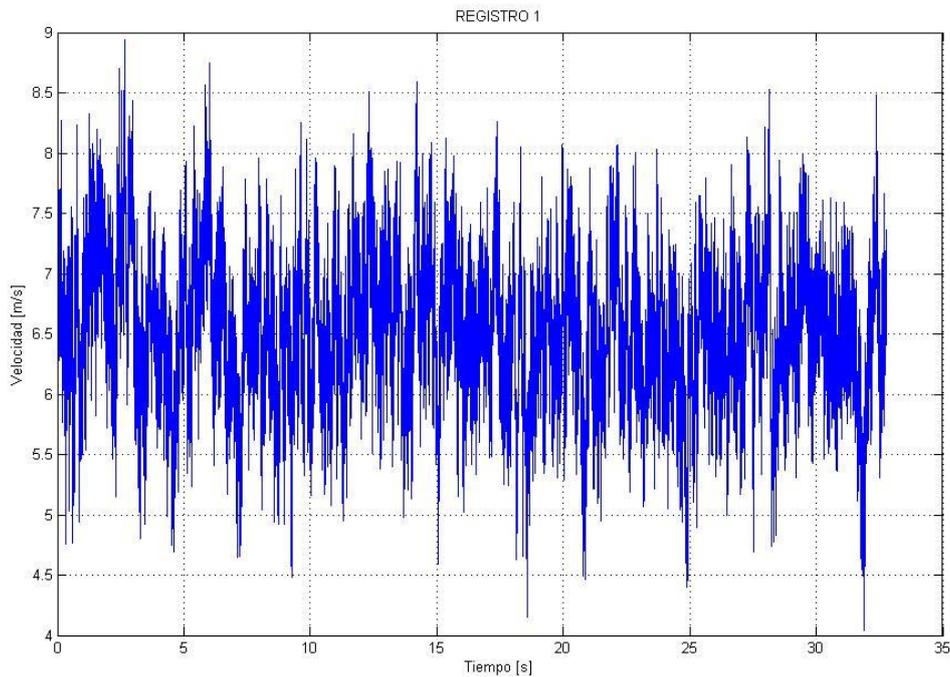


Figura 10: Registro simulado en el punto  $z=20$  mm;  $U=6,520$  m/s; Des. Estánd.=0,8707 m/s;  $L_u=0,1032$  m.

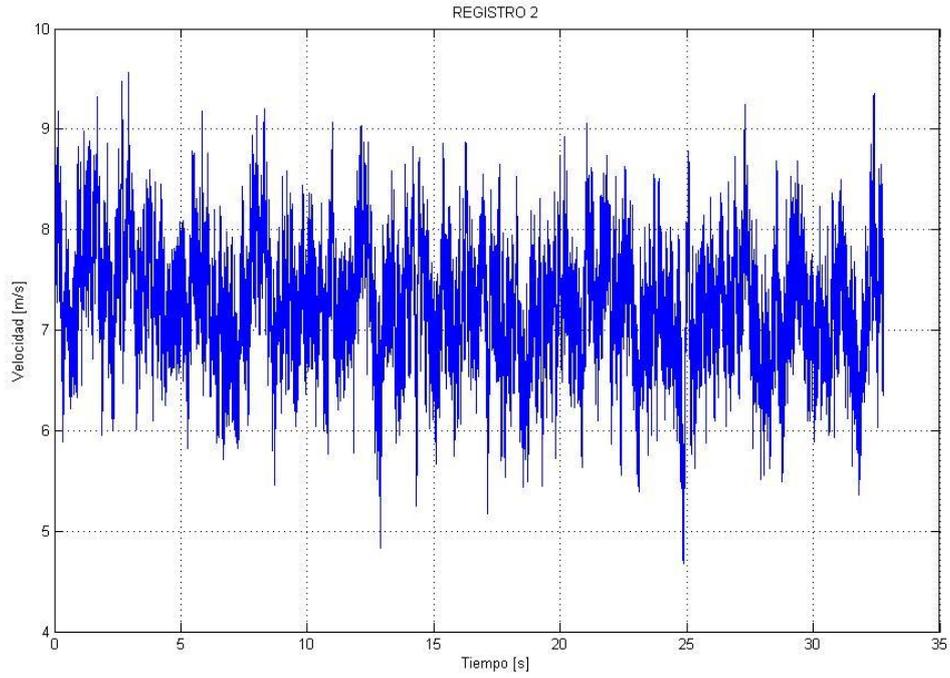


Figura 11: Registro simulado en el punto  $z=60$  mm;  $U=7,327$  m/s; Des. Estánd.=0,8707 m/s;  $Lu=0,1107$  m.

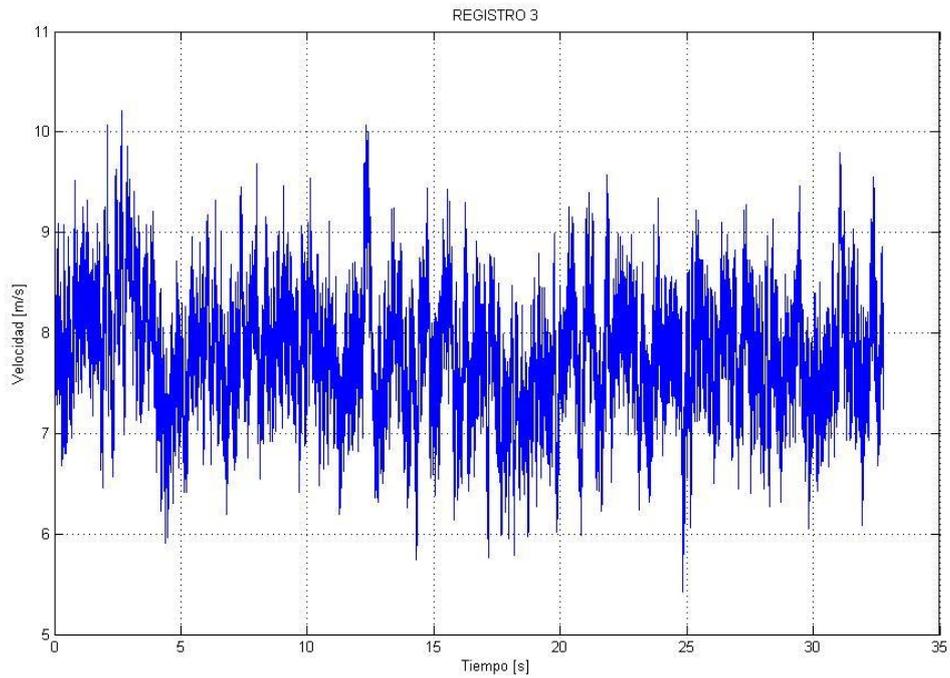


Figura 12: Registro simulado en el punto  $z=100$  mm;  $U=7,735$  m/s; Des. Estánd.=0,8707 m/s;  $Lu=0,1227$  m.

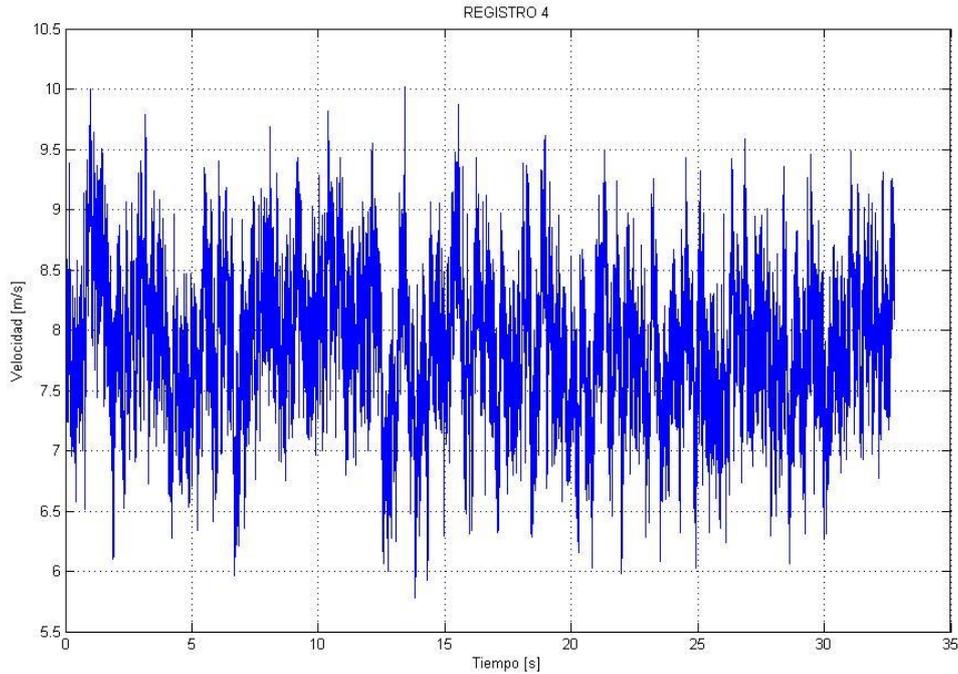


Figura 13: Registro simulado en el punto  $z=120$  m;  $U=7,886$  m/s; Des. Estánd.=0,8707 m/s;  $L_u=0,1290$  m.

## 5.4.- MOMENTOS DE LA BASE

### 5.4.1.- Registros simulados

A partir de los registros anteriormente simulado, obtendremos el momento sobre la base mediante las siguiente expresión:

$$M(t) = \sum_{i=1}^n F_i(t) \cdot z_i = \sum_{i=1}^n C_d A_i \rho z_i \bar{U}_i u_i(t)$$

El hecho de haber trabajado en el dominio del tiempo se debe únicamente a razones de simplicidad si bien, se hubieran obtenido idénticos resultados trabajando en el dominio de las frecuencia. Los parámetros que intervienen en la fórmula anterior toman los siguientes valores:

- Coeficiente de arrastre  $C_d$  igual a 1,0.
- Area de aplicación dada por  $B \times H/4$
- Densidad del aire  $\rho$  igual a 1,25 Kg/m<sup>3</sup>.
- $z_i$  y  $\bar{U}_i$  - punto de aplicación y velocidad media en dicho punto – dados en la tabla [].

Para ello, hemos utilizado otra rutina en Matlab – denominada BENDING - cuyo listado también se encuentra en el apéndice III de este trabajo. El registro obtenido para el momento en la base de la estructura es el siguiente:

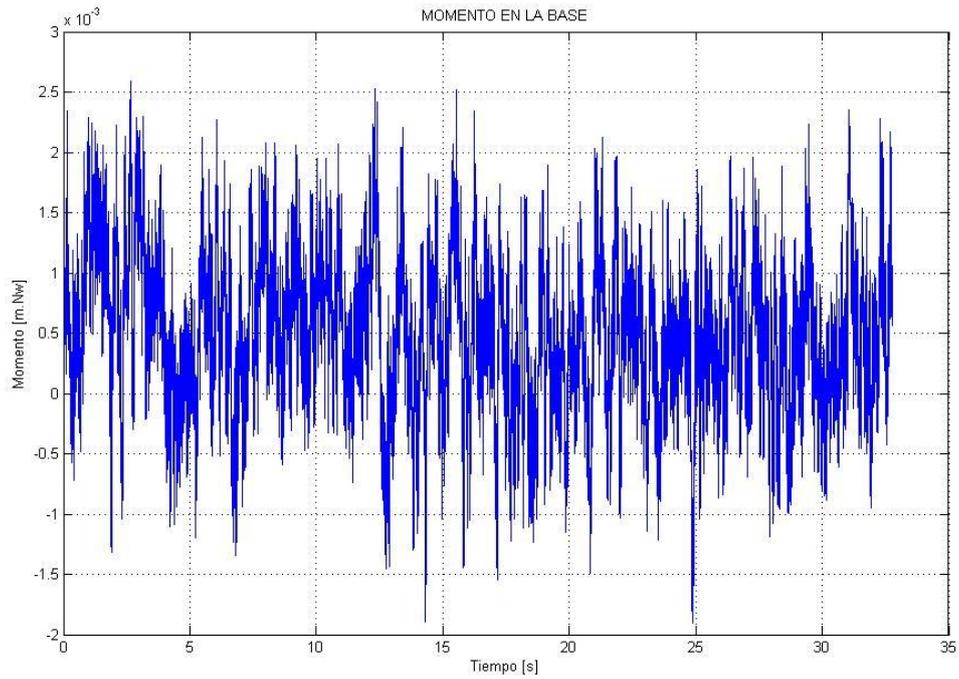


Figura 14: Registro del momento en la base de la estructura (obtenido a partir de inputs simulados)

En el dominio de la frecuencia, los espectros de energía y normalizado de energía correspondientes con los siguientes:

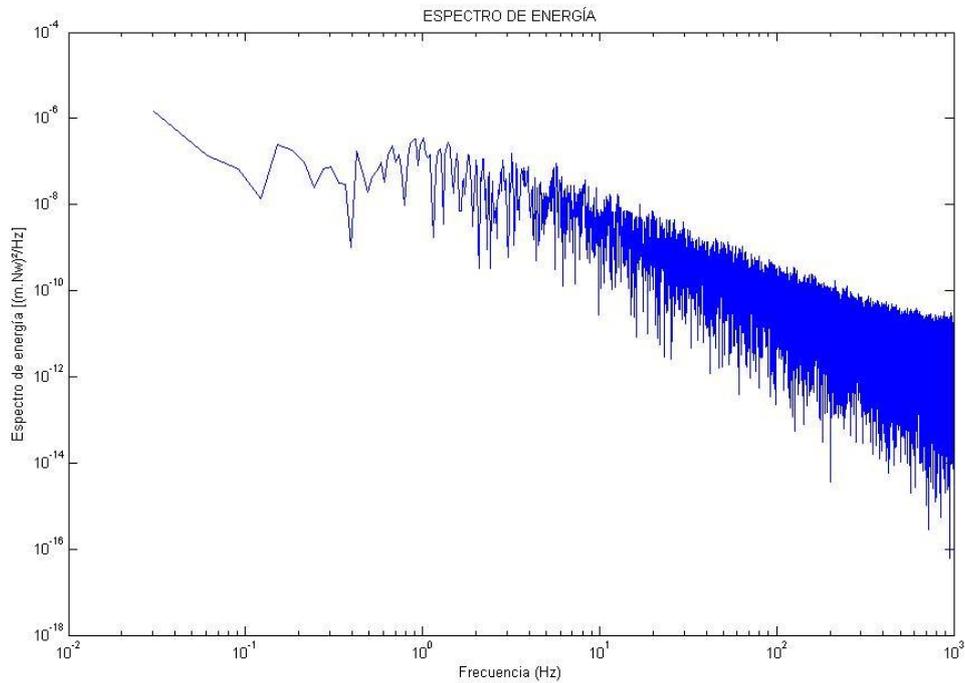


Figura 15: Espectro de energía correspondiente al momento en la base de la estructura (obtenido a partir de inputs simulados).

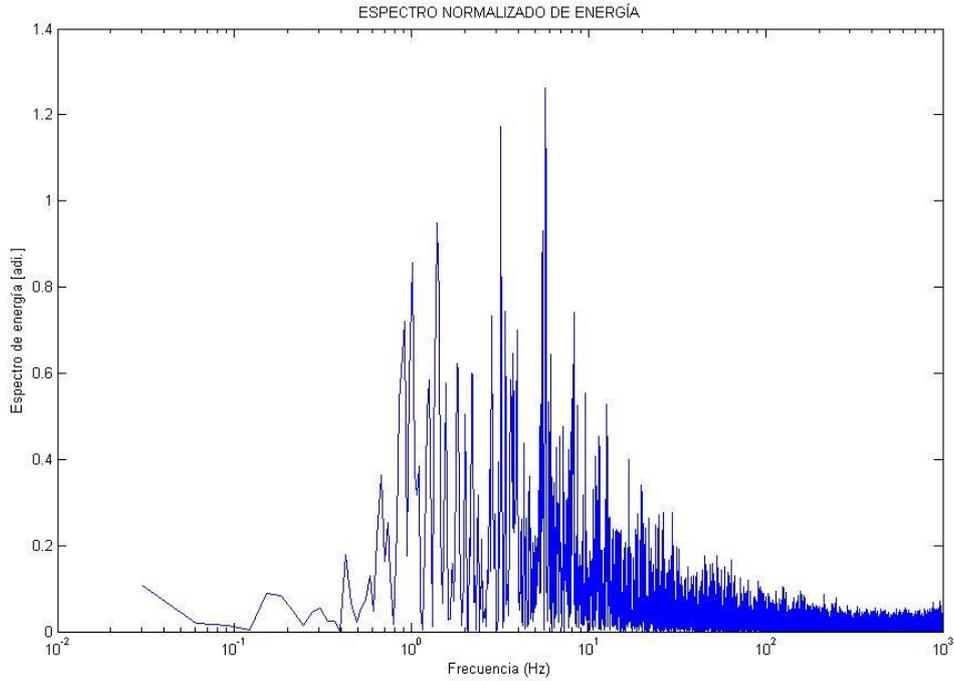


Figura 16: Espectro normalizado de energía correspondiente al momento en la base de la estructura (obtenido a partir de inputs simulados)

#### 5.4.2.- Registros experimentales

Del mismo modo que en el epígrafe se han obtenido los momentos en la base y los espectros de energía y normalizado de energía correspondientes.

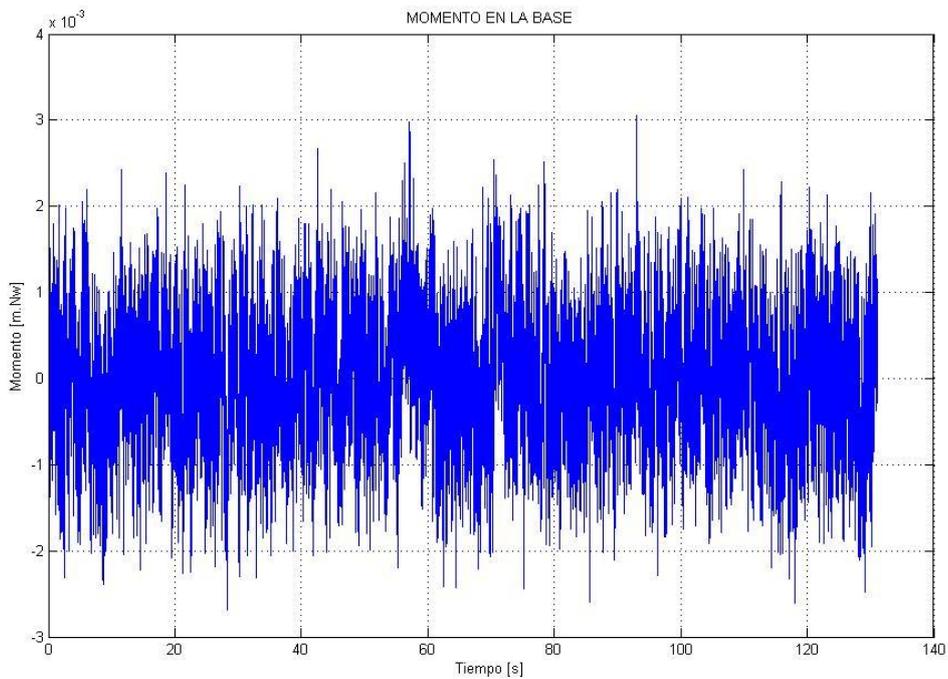


Figura 17: Registro del momento en la base de la estructura (obtenido a partir de datos obtenidos experimentalmente).

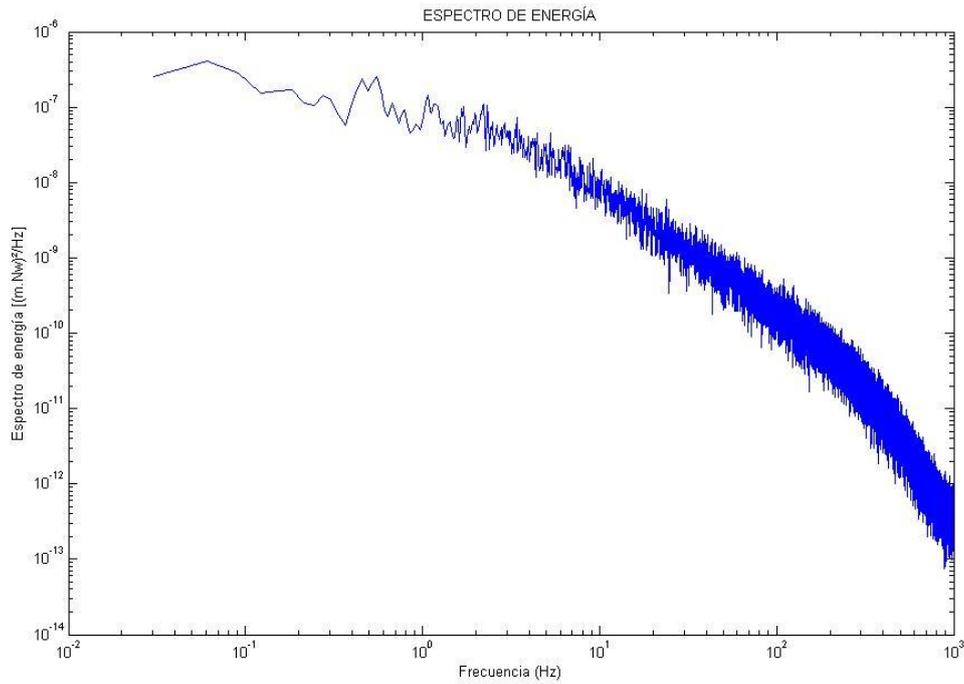


Figura 18: Espectro de energía correspondiente al momento en la base de la estructura (obtenido a partir de datos obtenidos experimentalmente).

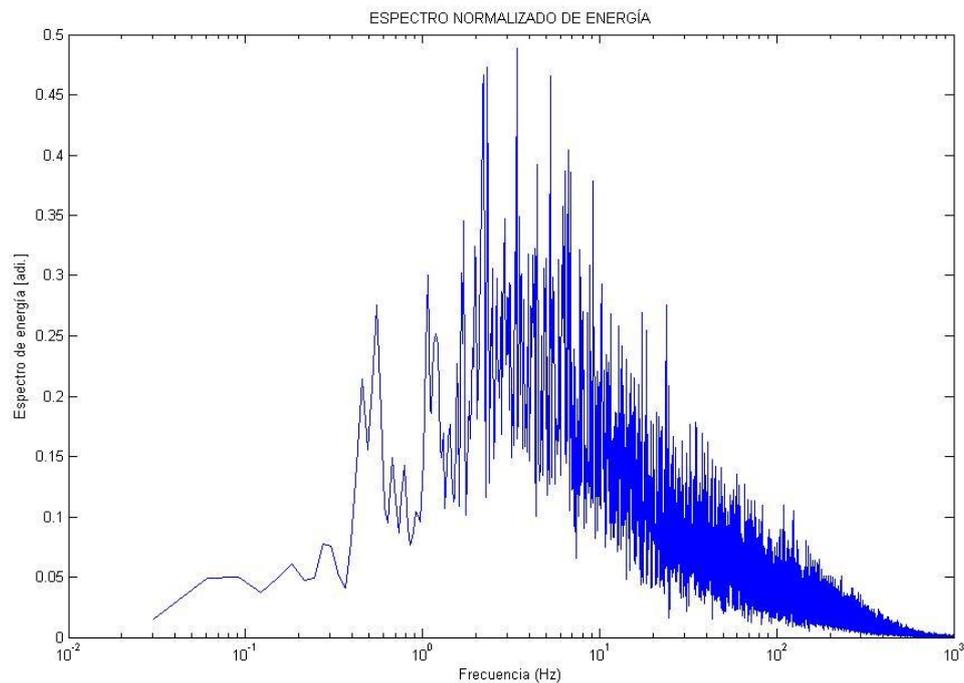


Figura 19: Espectro normalizado de energía correspondiente al momento en la base de la estructura (obtenido a partir de datos obtenidos experimentalmente)

### 5.4.3.- Comparación de los resultados

A partir de los espectros normalizados anteriormente obtenidos procedemos a realizar las curvas de ajuste de los mismos para poder compararlos.

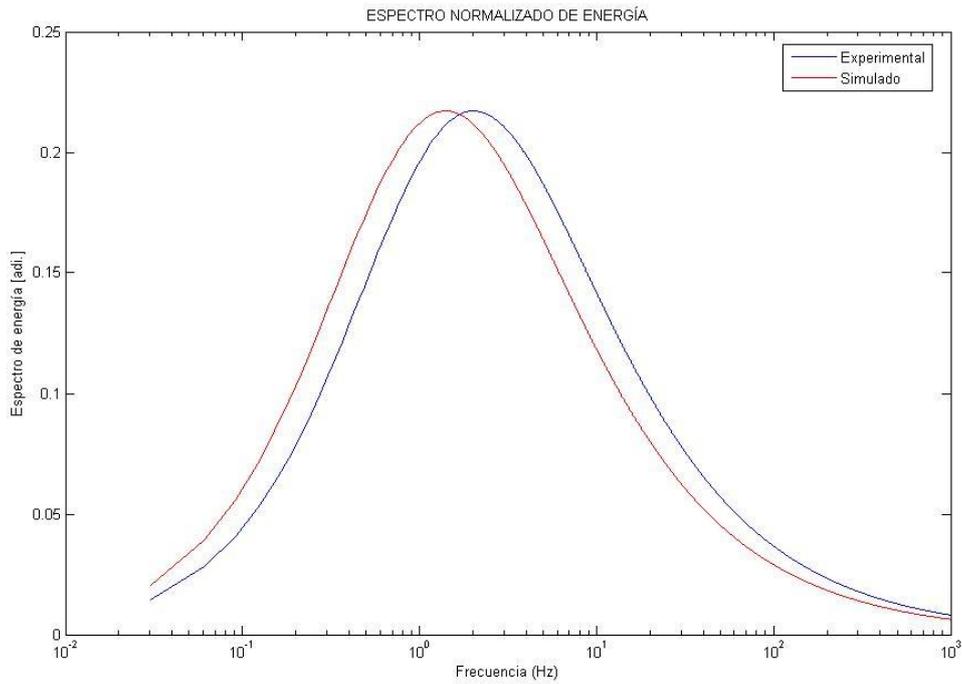


Figura 20: Curvas de ajuste correspondiente a los espectros normalizados de energía correspondientes a los inputs simulados y a los registros obtenidos experimentalmente.

Sobre la figura anterior se observa como las formas son similares y casi coincidentes si bien, el espectro correspondiente a los registros simulados presenta una escala integral de tiempos ligeramente mayor. Ello es debido quizás a las simplificaciones utilizadas – igual desviación para todos los registros simulados, igual escala integral de longitudes en las funciones de correlación utilizadas, etc.

Las curvas obtenidas para los espectros de energía han sido las siguientes.

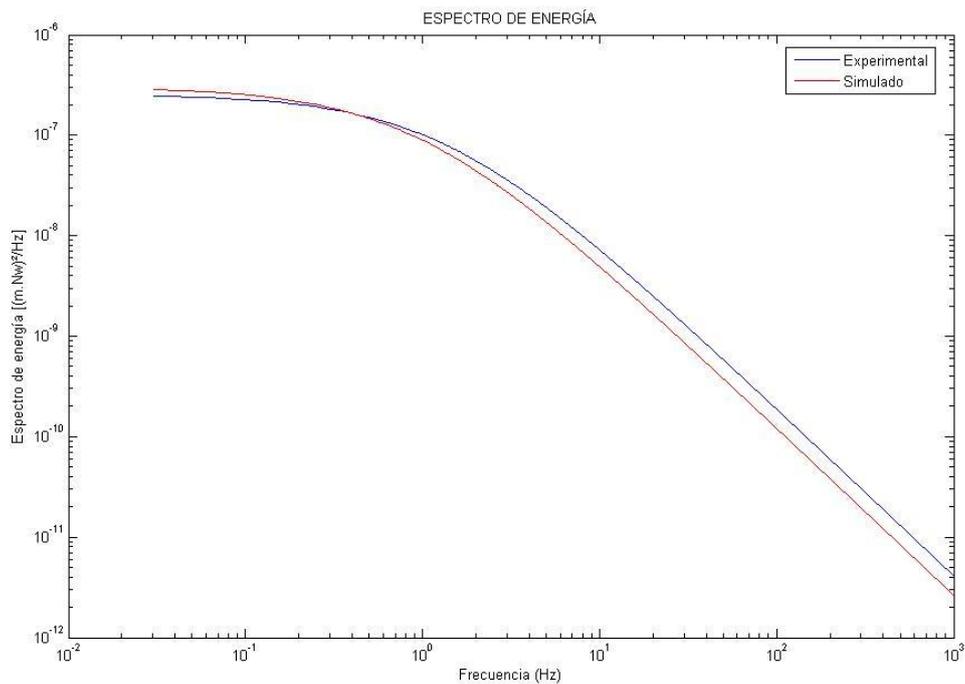


Figura 21: Curvas de ajuste correspondiente a los espectros de energía correspondientes a los inputs simulados y a los registros obtenidos experimentalmente.

Se puede observar como ambos espectros son muy próximos. En el caso experimental, la desviación típica de los datos simulado ha sido de  $6,4752E-04$  y la correspondiente a los datos experimentales de  $7,1713E-04$  (aproximadamente un 10% de diferencia entre ambos valores respecto a valor obtenido experimentalmente). Todo ello a pesar de que para obtener el momento respecto a los valores simulados se han utilizado cuatro puntos frente a los cinco puntos empleado en el caso de los datos experimentales; donde además dichos registros – correspondientes a valores simulados y a valores experimentales – han sido obtenidos para puntos distintos.

## 5.5.- RUIDO

Supongamos que en un determinado ensayo experimental hemos medido las velocidades en cuatro puntos de la estructura y obtenidos los registros simulados en el epígrafe anterior. Así mismo, medimos el siguiente registro como momento en la base.

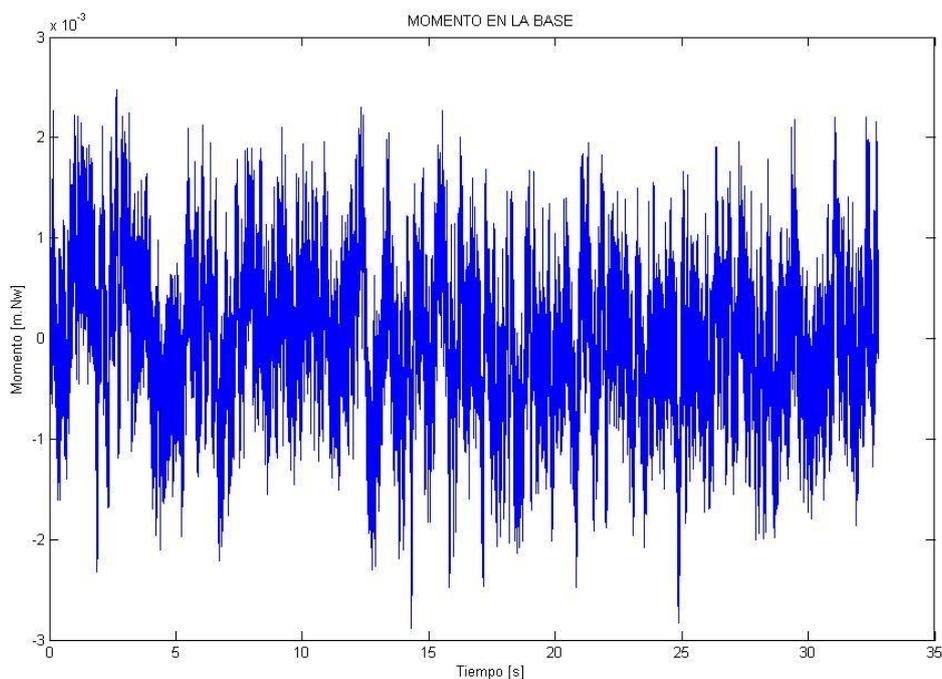


Figura 22: Registro del momento obtenido en la base de la estructura el cual lleva adicionado un ruido parasitario.

A efectos de este ejemplo, este registro se ha obtenido sin más que añadir al momento simulado en el epígrafe anterior una señal de ruido aleatoria.

Nuestro propósito será en obtener a partir de las señales de entrada y salida el espectro correspondiente a la señal de entrada y el espectro correspondiente a este ruido. Para ello trabajaremos en el dominio de la frecuencia empleando las expresiones propuesta en el epígrafe 3.3.3.

Para realizar todas estas operaciones se ha utilizado nuevamente una rutina en Matlab – denominada NOISE – cuyo listado se muestra en el apéndice III. Los resultados obtenidos se muestran a continuación:

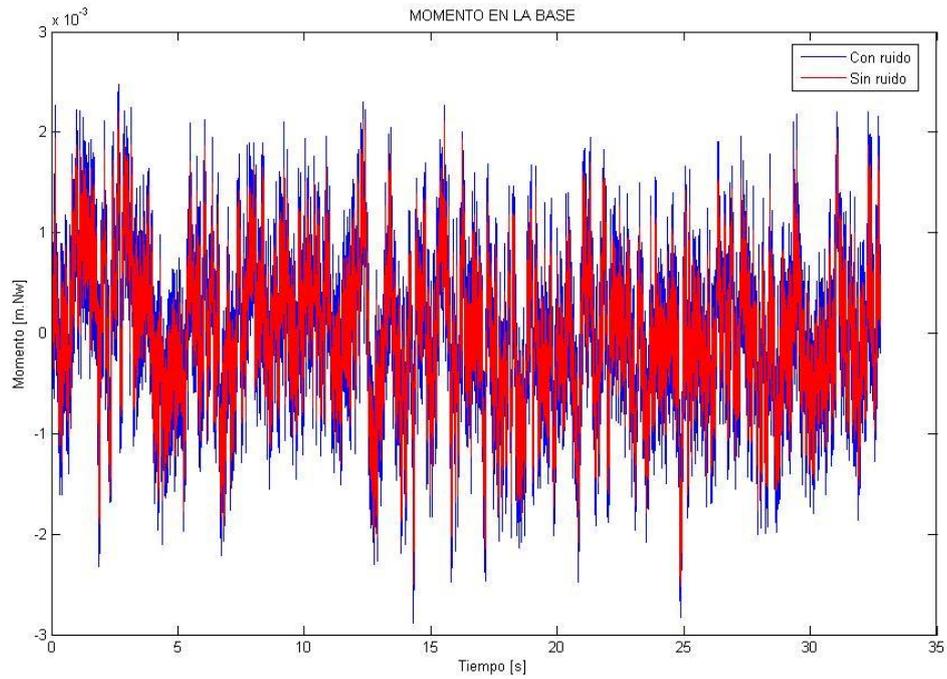


Figura 23: Superposicion de dos registros de momentos con y sin ruido.

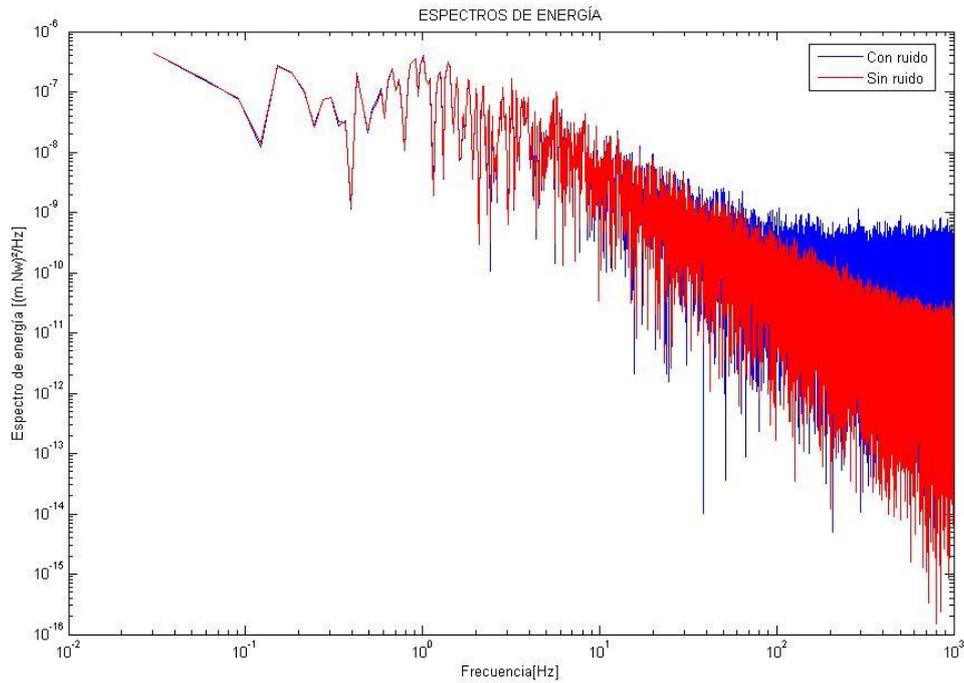


Figura 24: Espectros de energía correspondientes a los registros mostrados en la figura 17.

El espectro de energía correspondiente a la respuesta de la estructura se ha obtenido a partir de la expresión siguiente:

$$S_{vv} = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 H_i^* H_j S_{ij}$$

El espectro correspondiente al ruido se ha obtenido a partir de la expresión:

$$S_{nn} = S_{MM}(f) - S_{vv} - \sum_{i=1}^4 H_i^* S_{in} - \sum_{i=1}^4 H_i S_{ni}$$

donde:

$$S_{in} = S_{iM} - \sum_{j=1}^4 H_j^* S_{ij}$$

Los espectros  $S_{ij}$  y  $S_{iM}$  se han obtenido a partir de los registros de entrada y salida, conocidos.

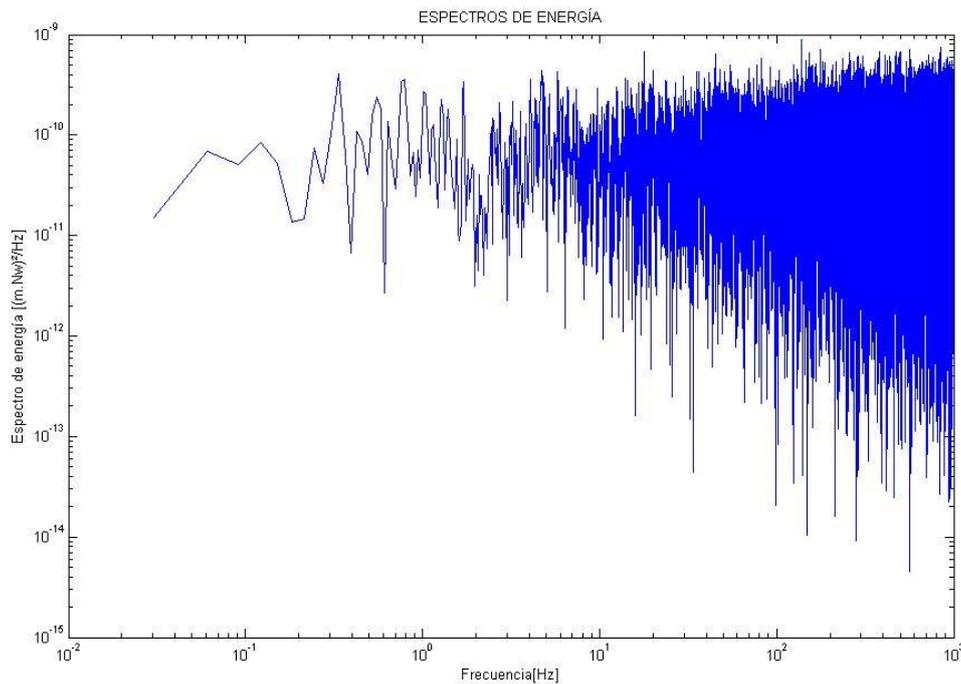


Figura 25: Espectro de energía correspondiente a la señal de ruido una vez separada de la señal medida.

## 5.6.- ASPECTOS COMPLEMENTARIOS

Hasta el momento se ha considerado única y exclusivamente la carga de viento que actúa directamente sobre la torre del aerogenerador. No obstante, existen otras cargas muy importantes desde el punto de vista dinámico: la primera es debida a la acción del viento sobre el rotor del aerogenerador y la segunda debida al oleaje.

### 5.6.1- Empuje del rotor (Rotor Thrust)

Asumiendo las mismas hipótesis del modelo de Davenport, el arrastre que se produce como consecuencia del movimiento del rotor es el siguiente [5]:

$$F_R = \frac{1}{2} \rho \Omega r c(r) \frac{dC_L}{d\alpha} u$$

donde:

- $\Omega$  es la velocidad de rotación del rotor.

- $r$  es la distancia del punto considerado al 'hub' (radio)
- $c(r)$  es la cuerda del perfil que constituye el aspa del rotor (variable con el radio).
- $C_L$  es el coeficiente de sustentación del perfil variable con el ángulo de ataque  $\alpha$ .

En el dominio de la frecuencia, el espectro de energía de la fuerza anterior vendrá dado por:

$$S_{RR}(f) = \left(\frac{1}{2}\rho\Omega\frac{dC_L}{d\alpha}\right)^2 \int \int S_u(r_1, r_2, f)c(r_1)c(r_2)r_1r_2dr_1dr_2$$

Como puede observarse, es la misma metodología seguida anteriormente, cambiando únicamente los parámetros que intervienen.

### 5.6.2.- Oleaje

En relación al oleaje, Morison et al. (1950) [13] propusieron la siguiente expresión para determinar la fuerza total de la ola.

$$dF_D = dF_D + dF_I = \frac{1}{2}\rho C_D A U^2(t) + \rho C_M V \frac{DU}{Dt}$$

Integrando sobre la altura de la pila y admitiendo ciertas hipótesis podemos determinar la fuerza total. En efecto,

$$F = C_D D n E \cos(kx_1 - \sigma t) |\cos(kx_1 - \sigma t)| + C_M \pi D E \frac{D}{H} \tanh kh \sin(kx_1 - \sigma t)$$

Donde:

- $E = \frac{1}{2}\rho g H^2$
- $n = \frac{C_G}{C} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh}\right)$

En el dominio de la frecuencia,

$$S_{FF}(f) = \left\{ \left[ \frac{8}{\pi} \left( \frac{\rho D C_D}{2} \right)^2 f^2 G_1(f) \right] + \left[ \left( \frac{\pi \rho D^2}{4} C_M \right)^2 G_2(f) \right] \right\} S_\eta(f)$$

donde:

- $G_1(f) = \int_0^H U_{rms} \cosh ks \, ds / \sinh ks$
- $G_2(f) = f^2 / k$

## 6.- CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE TRABAJO

Se ha presentado una herramienta que nos permite – en el dominio del tiempo – simular la acción del viento sobre una estructura; en este caso, la torre de un aerogenerador. Dicho método está basado en un modelo de tratamiento de señales y en un 'algoritmo' que nos permite generar un registro simulando correctamente las condiciones climáticas a través del espectro de energía y de la función de coherencia.

Por otro lado, el método propuesto permite a partir de entradas y salida conocidas separar – en el dominio de la frecuencia – que parte del espectro de salida se corresponde con el momento en la base (de acuerdo con funciones de transferencia conocidas) y que parte es ruido añadido. El ruido obtenido puede tener su origen en causas relacionadas directamente con el propio

ensayo – en tal caso siempre estará ahí – o bien, en cambios en el propio modelo ensayado; en cualquier caso, aportará información relevante sobre el experimento que será necesario interpretar.

Aunque el método propuesto no se limita a la salida propuesta, la elección realizada – el momento en la base – facilita el tratamiento matemático de la señal al considerar funciones de transferencia constantes; además es una magnitud que se puede medir fácilmente en laboratorio mediante el uso de una balanza, esto permite comparar de manera prácticamente directa simulaciones y datos experimentales. Su utilidad como complemento a los ensayos experimentales queda pues de manifiesto.

Tal y como se ha dicho el método se puede extender a otras magnitudes de salida como puede ser los desplazamientos en un punto. Para ello, sería necesario conocer las funciones de transferencia correspondientes. Esto lo hace muy versátil.

En resumen, el método recogido en este trabajo se presenta como un método versátil que se puede aplicar a distintos tipos de estructuras y a distintos parámetros de salida (momento, desplazamiento, etc). Un método que puede complementar adecuadamente los ensayos experimentales y que además aporta información sobre la propia estructura.

Como futuras líneas de trabajo se plantean las siguientes:

Desarrollar un programa de ordenador que nos permita realizar una simulación completa del aerogenerador incluido el efecto del rotor. Por supuesto sería conveniente poder validar o calibrar el modelo creado con datos experimentales.

También podría extenderse la citada herramienta a otro tipo de fenómeno como podría ser las fuerzas debida al oleaje. En este caso, los registro de entrada serían las elevaciones del nivel del mar. También se podrían considerar otro tipo de respuesta como el desplazamiento de un determinado punto; en este caso, las funciones de transferencia no serían tan simples como las empleadas hasta el momento.

Por supuesto, realizar un estudio de patrones de ruido que nos permita obtener información relevante acerca del comportamiento de la estructura. En este sentido podríamos hacer simulaciones y ensayos experimentales del aerogenerador con el rotor en parado y con el rotor en funcionamiento. El ‘ruido’ obtenido en el segundo ensayo nos podría aportar información relevante sobre los efectos que sobre la estructura tiene el movimiento del rotor.

## **7.- AGRADECIMIENTOS**

En primer lugar quiero agradecer a mi tutor D. Miguel Losada el haber dirigido este Trabajo Fin de Master. Quiero también agradecer a D. Asunción Baquerizo y a Dña. M<sup>a</sup> Lourdes Jalón Ramírez la ayuda prestada. Y especialmente agradecer a D. Pedro Rodríguez Folgueras la ayuda y dedicación prestada en todo momento.

Finalmente, dedicar este trabajo a mis dos grandes apoyos durante este año: Victoria Haro y Lucía Márquez.

## 8.- REFERENCIAS

- [1] John D Holmes. *Wind loading of structures*. 2001
- [2] Julius S Bendat, Allan G. Piersol. *Random Data. Analysis and measurement procedures*. 3rd. Edition. Wiley.2000.
- [3] E. Newland. *An introduction to random vibration, spectral and wavelet analysis*. 3rd. Edition. Longman Scientific & Technical. 1993
- [4] *Wind tunnel studies of building and structures*. ASCE.
- [5] T.Burton, N. Jenkins, D. Sharpe, E. Bossanyi. *Wind Energy Handbook*. 2nd. Edition. 2011. Wiley.
- [6] Pedro R. Folgueras. *Caracterización del campo de vientos a sotavento de un aerogenerador marino*. Universidad de Granada.
- [7] Paul S Veers. *Three dimensional wind simulation*. Sandia Report. 1988
- [8] Yin Zhou, Ahsan Kareem. *Aerodynamic admittance function of tall buildings*.
- [9] J.C.Kaimal, J.C. Wyngaard, Y. Izumi, O.R. Coté. *Spectral characteristics of surface-layer turbulence*. Air Force Cambridge Research Laboratories. 1972.
- [10] *International Standard IEC 61400. Wind turbines – Part 1: Design Requirement*.
- [11] *International Standard IEC 61400. Wind turbines – Part 3: Design Requirement for off-shore wind turbines*.
- [12] *Offshore Standard DNV-OS-J101*. 2010.
- [13] Robert G. Dean, Robert A. Dalrymple. *Water wave mechanics for engineers and scientists*. Volume 2. World Scientific. 2000

## APENDICE I

### 1.- Función de admitancia aerodinámica.

Cuando la estructura tiene un cierto tamaño y queremos determinar la acción del viento mediante una única medida, la expresión [-] se transforma en:

$$S_{FF}(f) = \frac{4 \bar{F}^2}{\bar{U}^2} S_u(f) \chi(f)$$

donde  $\chi(f)$  es la función de admitancia aerodinámica. Dicha función permite obtener el resultante de fuerzas sobre la estructura a partir de los parámetros medidos a una determinada altura de referencia – normalmente  $z_{hub}$ .

#### Estructura de dos tramos

La fuerza total sobre la estructura vendrá dada por la siguiente expresión:

$$F_t = C_d \left( B \frac{H}{2} \right) \rho \bar{U}_1 u_1(t) + C_d \left( B \frac{H}{2} \right) \rho \bar{U}_2 u_2$$

Si sustituimos  $\bar{U}_1$  y  $\bar{U}_2$  por  $\bar{U}$  obtendremos la siguiente expresión:

$$F_t = C_d \left( B \frac{H}{2} \right) \rho \bar{U} [u(z_1, t) + u(z_2, t)]$$

En el dominio de la frecuencia, el espectro de energía vendrá dado por:

$$S_{FF}(f) = \frac{4 \bar{F}^2}{\bar{U}^2} [S_{11}(f) + 2S_{12}(f) + S_{22}(f)]$$

También,

$$S_{FF}(f) = \frac{4 \bar{F}^2}{\bar{U}^2} [S_{11}(f) + 2S_{21}(f) + S_{22}(f)]$$

Sumando ambas expresiones e igualando a obtenemos:

$$\chi(f) = \frac{[S_{11}(f) + S_{12}(f) + S_{21}(f) + S_{22}(f)]}{2S_u(f)}$$

#### Estructura de parámetros distribuidos

En este caso siguiendo el razonamiento anterior llegamos a la siguiente expresión:

$$\chi(f) = \frac{1}{H^2 S_u(f)} \int_0^H \int_0^H \phi(z_1, z_2, f) dz_1 dz_2$$

donde  $\phi$  es el espectro coincidente (co-spectrum) que se define como la parte real del espectro cruzado (cross-spectrum).

### 2.- Respuesta de la estructura en términos de desplazamientos. Factor de respuesta.

El desplazamiento máximo de una estructura viene dada por la siguiente expresión:

$$x_{max} = \bar{x} + K_p \sigma_x$$

donde  $K_p$  es un coeficiente de pico cuyo valor oscila entre 3 y 4.

Si tenemos en cuenta que:

$$\sigma_x = \int_0^{\infty} S_{xx}(f) df$$

$$S_{FF}(f) = \frac{4\bar{F}^2}{\bar{U}^2} S_{uu}(f) \chi^2(f)$$

$$S_{xx}(f) = |H(f)|^2 S_{FF}(f)$$

Obtenemos que

$$\sigma_x = \frac{4\bar{F}^2}{\bar{U}^2} \int_0^{\infty} |H(f)|^2 S_{uu}(f) \chi^2(f) df$$

La integral anterior puede aproximarse de la siguiente forma:

$$\sigma_x = \frac{4\bar{F}^2}{\bar{U}^2} \sigma_u^2 [B + R]$$

donde:

$$B = \int_0^{\infty} \chi(f) \frac{S_u(f)}{\sigma_u^2} df$$

$$R = \chi(f_1) \frac{S_u(f_1)}{\sigma_u^2} \int_0^{\infty} |H(f)|^2 df$$

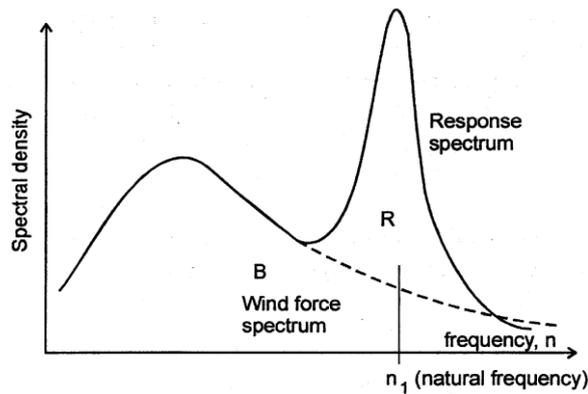


Figura 25: Componentes de la respuesta: de fondo (background) y de resonancia (resonant).

Volviendo a desplazamiento máximo de la estructura, éste puede expresarse como:

$$x_{max} = \bar{x} \cdot (1 + K_p \cdot 2I_u \cdot \sqrt{B + R})$$

El factor de respuesta DGLF (Displacement Gust Load Factor)

$$DGLF = \frac{x_{max}}{\bar{x}} = 1 + K_p \cdot 2I_u \cdot \sqrt{B + R}$$

## APENDICE II

El objeto de este apéndice es analizar los datos experimentales aportados para determinar sus características de velocidad y turbulencia, al objeto de poder ser utilizadas posteriormente en una simulación. Dichos registros representan velocidades de viento obtenidas a diferentes alturas que se muestran en la tabla siguiente junto a la velocidad media, desviación típica e intensidad de la turbulencia para cada registro.

Registro	Altura (mm)	Velocidad media (m/s)	Desviación típica (m/s)	I.T.
Registro 1	20	6,7979	0,9778	14,06%
Registro 2	40	7,1080	0,8606	10,42%
Registro 3	80	7,4190	0,8802	10,44%
Registro 4	120	7,6399	0,8650	9,79%
Registro 5	160	7,9049	0,8493	9,12%
Registro 6	240	8,3021	0,8699	9,11%
Registro 7	320	8,7520	0,7808	6,97%

### Perfil de velocidad media

Considerando como punto de referencia el correspondiente al registro 7, el perfil de velocidad media vendrá dada por la siguiente curva (perfil potencial):

$$\bar{U}(z) = \bar{U}_{ref} \left( \frac{z}{z_{ref}} \right)^\alpha$$

donde:

- $z_{ref}$  es la altura de referencia correspondiente a 320 mm.
- $\bar{U}_{ref}$  es la velocidad de referencia correspondiente a dicha altura: 8,752 m/s

El exponente  $\alpha$  se ha determinado mediante ajuste y su valor resulta ser de 0,1062

Bondad del ajuste	
SSE	0,003161
R-square	0,9157
RMSE	0,02295

Valor significativamente próximo a 0,11, establecido en distintas normas (e.g. IEC 63100-3).

A partir del exponente anterior podemos determinar la longitud de rugosidad mediante la expresión:

$$z_0 = z_{ref} \exp[-1/\alpha]$$

valor que resulta ser de 0,0260 mm.

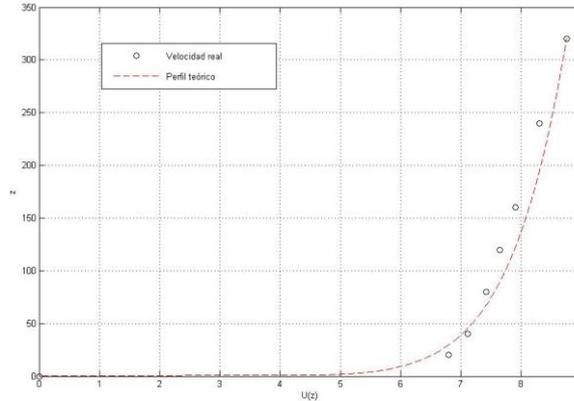


Figura 26: Perfil de velocidad seguido por las medidas experimentales

### Turbulencia

Una primera medida de la turbulencia nos la da la desviación estándar. Siguiendo a Davenport (1967), Harris (1970) y Armit (1976), esta debería permanecer constante dentro del rango de altura considerado (la altura real del aerogenerador considerado es de 40 m). La desviación estándar de la velocidad se establece como RMS de las desviaciones estándar de cada uno de los registros obtenidos; es decir, 0,8707 m/s.

A partir de los registros obtenidos se obtiene el espectro de densidad de energía normalizado para cada uno de ellos. Espectro que por otro lado se comparará con los espectros teóricos de von Kármán, Kaimal y Davenport.

### Von Kármán

$$\frac{f S_u}{\sigma_u^2} = \frac{4af}{(1 + 70.8 (af)^2)^{5/6}}$$

### Kaimal

$$\frac{f S_u}{\sigma_u^2} = \frac{4af}{(1 + 6 af)^{5/3}}$$

### Davenport

$$\frac{f S_u}{\sigma_u^2} = \frac{2}{3} \frac{(af)^2}{(1 + (af)^2)^{4/3}}$$

donde el parámetro 'a' representa el cociente entre la escala integral de longitud y la velocidad media, es decir:

$$a = \frac{L_u}{\bar{U}}$$

De acuerdo con ello, el parámetro 'a' representa la escala integral de tiempo. En las tablas siguiente se recogen los valores de 'a' que mejor se ajustan a cada espectro y a cada registro.

**REGISTRO 1**

	<b>von Kármán</b>	<b>Kaimal</b>	<b>Davenport</b>
<b>a</b>	0,0492	0,0990	0,7139
<b>SSE</b>	7,9880	7,4710	8,7950
<b>R-square</b>	0,7634	0,7788	0,7395
<b>RMSE</b>	0,0156	0,0151	0,0164

**REGISTRO 2**

	<b>von Kármán</b>	<b>Kaimal</b>	<b>Davenport</b>
<b>a</b>	0,0519	0,1085	0,7328
<b>SSE</b>	7,0450	7,6960	7,4540
<b>R-square</b>	0,8012	0,7828	0,7897
<b>RMSE</b>	0,0147	0,0153	0,0151

**REGISTRO 3**

	<b>von Kármán</b>	<b>Kaimal</b>	<b>Davenport</b>
<b>a</b>	0,0654	0,1355	0,9280
<b>SSE</b>	5,6260	5,7800	6,1720
<b>R-square</b>	0,7961	0,7905	0,7763
<b>RMSE</b>	0,0131	0,0133	0,0137

**REGISTRO 4**

	<b>von Kármán</b>	<b>Kaimal</b>	<b>Davenport</b>
<b>a</b>	0,0634	0,1332	0,8951
<b>SSE</b>	5,9240	6,4250	6,3170
<b>R-square</b>	0,8017	0,7849	0,7885
<b>RMSE</b>	0,0135	0,0140	0,0139

**REGISTRO 5**

	<b>von Kármán</b>	<b>Kaimal</b>	<b>Davenport</b>
<b>a</b>	0,0569	0,1203	0,7998
<b>SSE</b>	6,0900	6,8900	6,4290
<b>R-square</b>	0,8159	0,7917	0,8056
<b>RMSE</b>	0,0136	0,0145	0,0140

**REGISTRO 6**

	<b>von Kármán</b>	<b>Kaimal</b>	<b>Davenport</b>
<b>a</b>	0,0649	0,1382	0,9173
<b>SSE</b>	5,9920	6,5540	6,4220
<b>R-square</b>	0,7976	0,7787	0,7831
<b>RMSE</b>	0,0135	0,0141	0,0140

## REGISTRO 7

	von Kármán	Kaimal	Davenport
<b>a</b>	0,0569	0,1244	0,7899
<b>SSE</b>	7,3140	8,6620	7,6190
<b>R-square</b>	0,7944	0,7565	0,7858
<b>RMSE</b>	0,0149	0,0163	0,0153

De acuerdo con las tablas anteriores, el mejor ajuste se hace a través del espectro de von Kármán (ver R-square), es decir:

REGISTRO	'a'	$\bar{U}$	$L_u$
Registro 1	0,0492	6,7979	0,3343
Registro 2	0,0519	7,1080	0,3690
Registro 3	0,0654	7,4190	0,4852
Registro 4	0,0634	7,6399	0,4844
Registro 5	0,0569	7,9049	0,4495
Registro 6	0,0649	8,3021	0,5385
Registro 7	0,0569	8,7520	0,4976

No obstante y por otro lado, el espectro de Kaimal presenta muy buen ajuste (muy similar al anterior) y es el espectro que normalmente se utiliza en las normas sobre aerogeneradores. Por ello, será este el que emplearemos en las simulaciones y otros cálculos que posteriormente realizaremos.

REGISTRO	'a'	$\bar{U}$	$L_u$
Registro 1	0,0990	6,7979	0,6730
Registro 2	0,1085	7,1080	0,7712
Registro 3	0,1355	7,4190	1,0053
Registro 4	0,1332	7,6399	1,0176
Registro 5	0,1203	7,9049	0,9510
Registro 6	0,1382	8,3021	1,1474
Registro 7	0,1244	8,7520	1,0887

La normativa establece un valor para la longitud integral que depende entre otros parámetros de la altura. La norma IEC-64100 establece para el espectro de Kaimal la siguiente relación:

$$L_u = 5,67z, \quad \text{para } z < 30 \text{ m}$$

$$L_u = 170.1, \quad \text{para } z \geq 30 \text{ m}$$

La relación anterior se refiere a un modelo a escala real. Para un modelo a escala como el considerado es necesario satisfacer la siguiente igualdad:

$$\left(\frac{B}{L_u}\right)_m = \left(\frac{B}{L_u}\right)_p$$

donde los subíndices 'm' y 'p' representan respectivamente el modelo real y el modelo a escala. Por tanto, para una escala geométrica de (1:250) debería cumplirse la siguiente relación:

$$L_u = 0,0227z \text{ (en m)}, \quad \text{para } z < 120 \text{ mm}$$

$$L_u = 0,680 \text{ (en m)}, \quad \text{para } z \geq 30 \text{ m}$$

Claramente se observa como los valores obtenidos en el ajuste de Kaimal son superiores a los establecidos en la norma considerada.

Las gráficas siguientes muestran los registros de velocidades aportados así como los ajustes espectrales realizados.

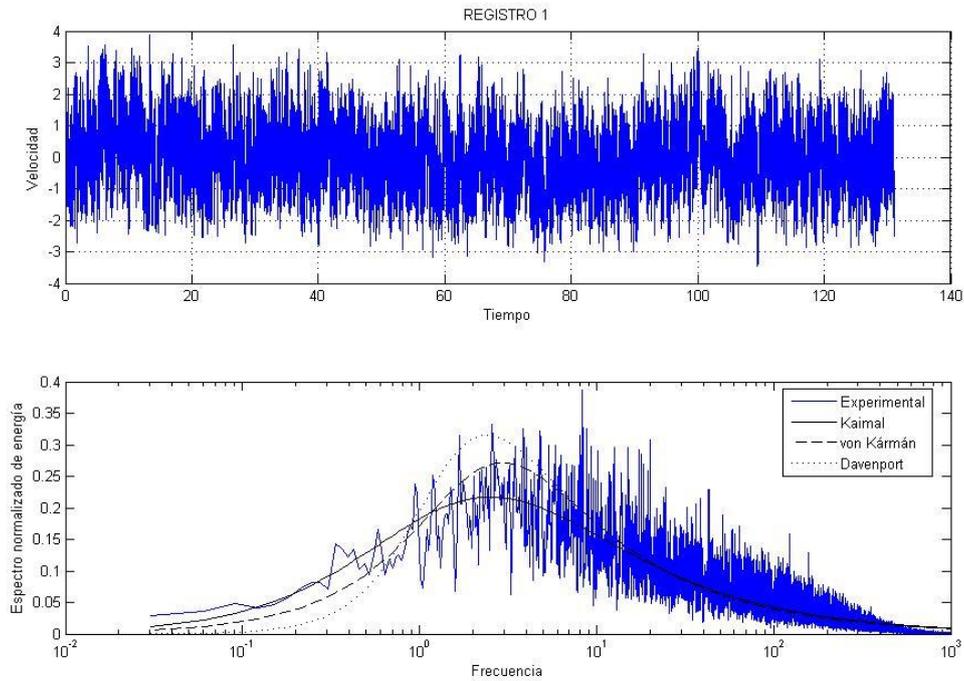


Figura 27: Registro experimental y espectro normalizado de energía correspondiente al registro 1.

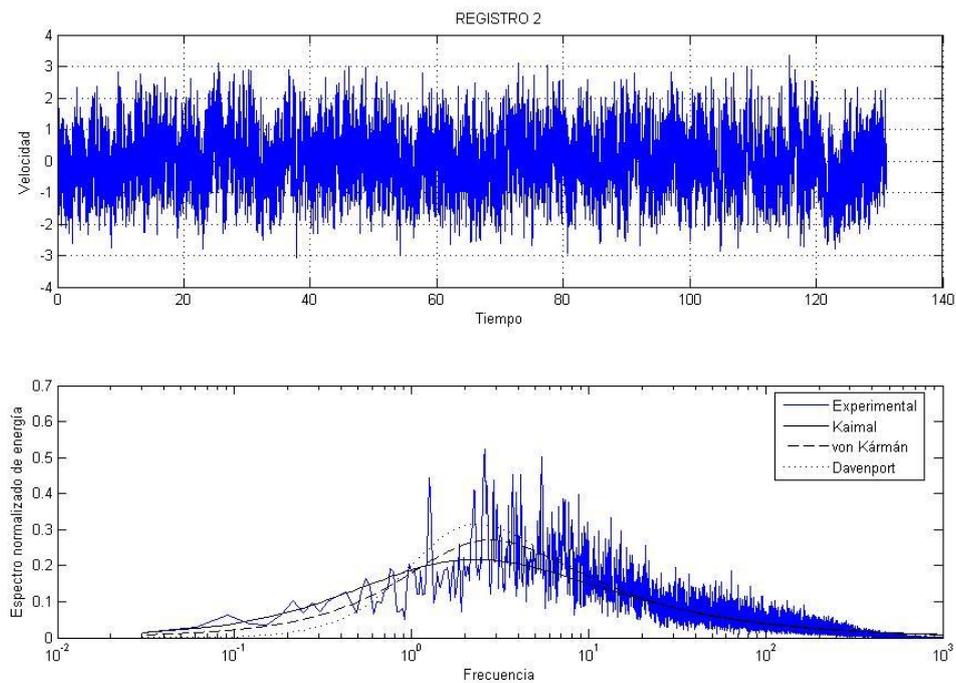


Figura 28: Registro experimental y espectro normalizado de energía correspondiente al registro 2.

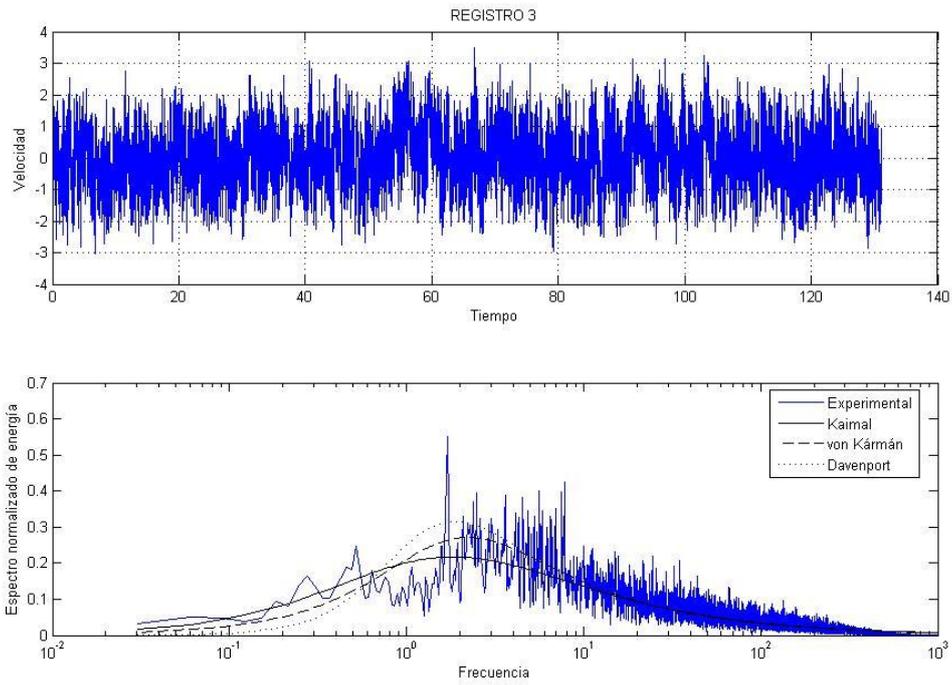


Figura 29: Registro experimental y espectro normalizado de energía correspondiente al registro 3.

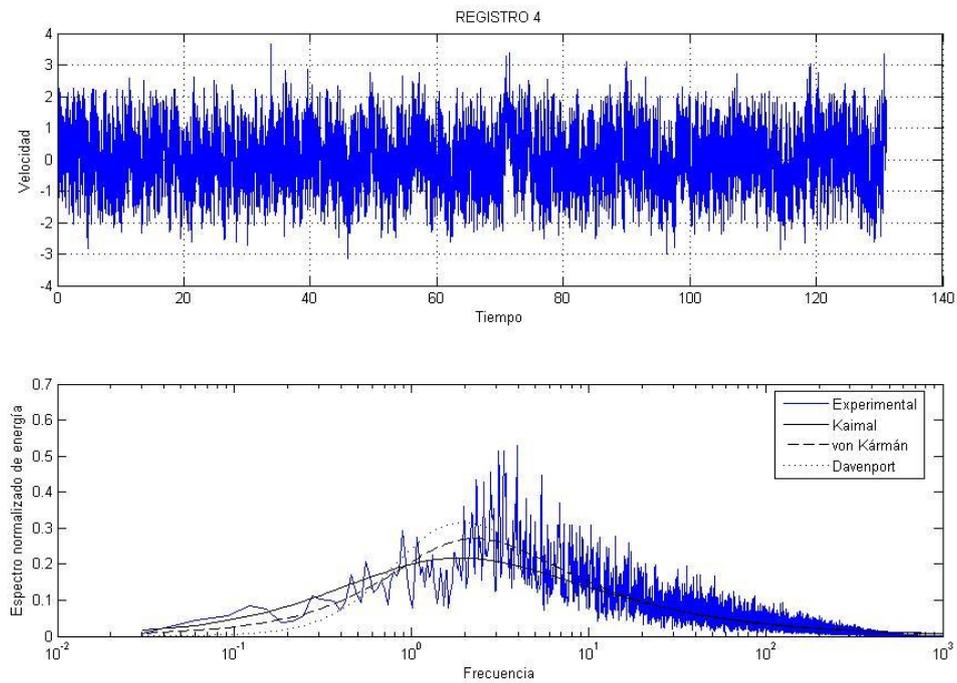


Figura 30: Registro experimental y espectro normalizado de energía correspondiente al registro 4.

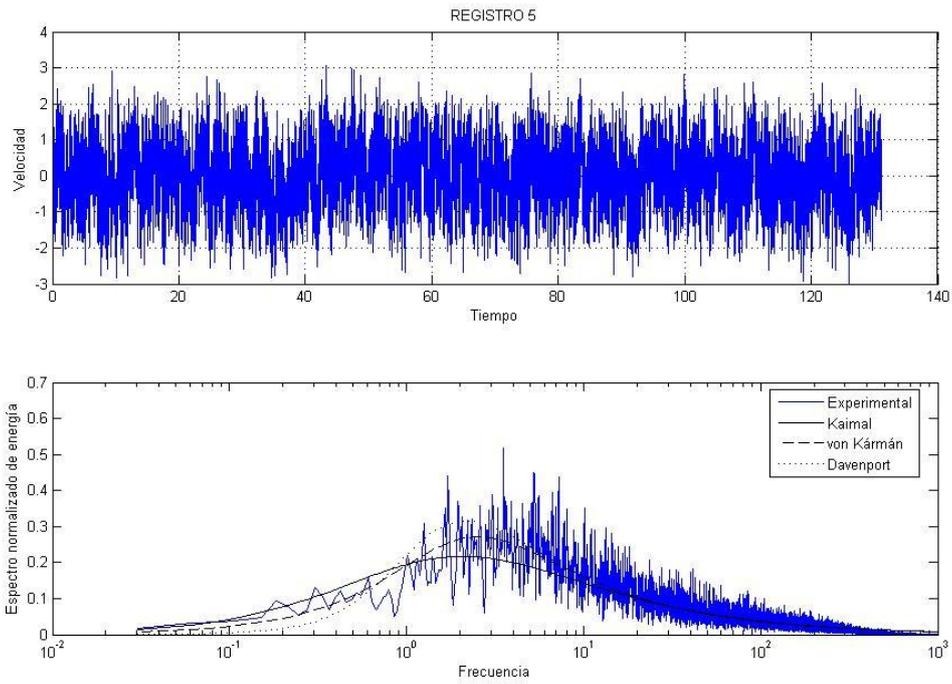


Figura 31: Registro experimental y espectro normalizado de energía correspondiente al registro 5.

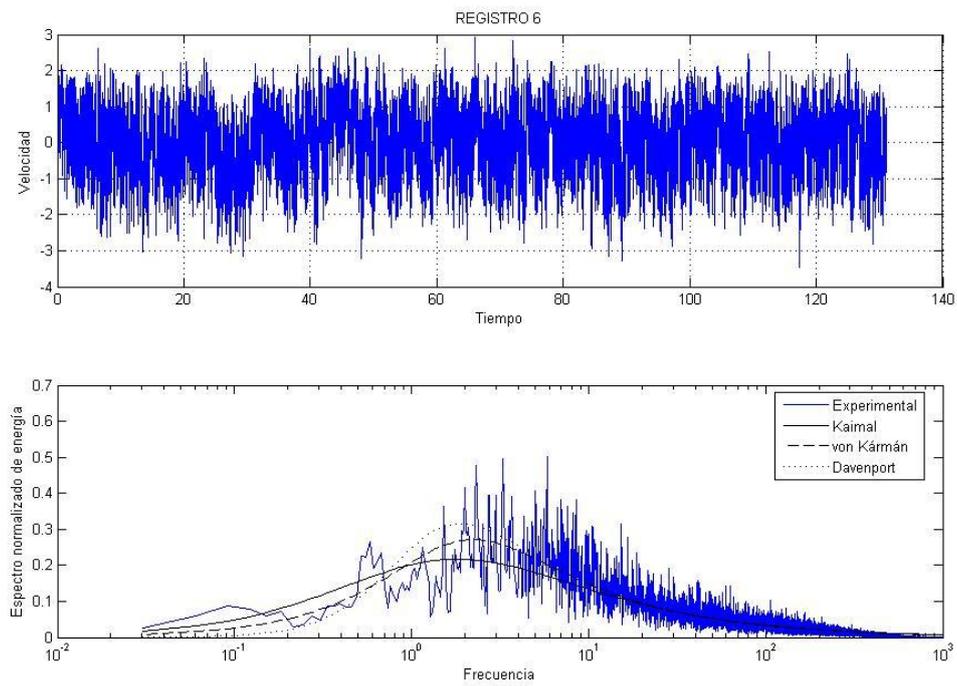


Figura 32: Registro experimental y espectro normalizado de energía correspondiente al registro 6.

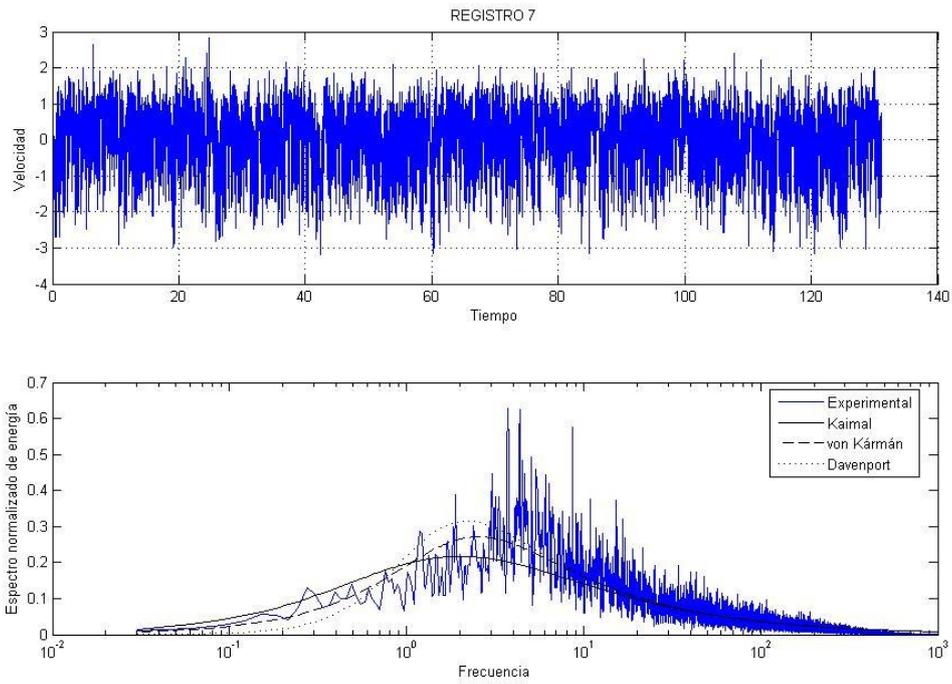


Figura 33: Registro experimental y espectro normalizado de energía correspondiente al registro 7.

### APENDICE III

A continuación se incluye el listado de tres ficheros de Matlab:

```
% VEERS 04
%
% Crea registros simulados a partir
% del espectro de Kaimal y la función
% coherencia (IEC 61400)

clear all;
clc;

% Parámetros
N=65536; % Número de datos
Dt=0.0005; % Resolución temporal
Df=1/(N*Dt); % Resolución frecuencial
t=[0:N]*Dt; % Dominio del tiempo
f=[0:N]*Df; % Dominio de la frecuencia
su = 0.8707; % Desviación estándar de la velocidad

% Espectros de energía
a1=0.1032;
S11=Df*(4*a1*su^2./(1+6*a1*f).^5/3);
a2=0.1107;
S22=Df*(4*a2*su^2./(1+6*a2*f).^5/3);
a3=0.1227;
S33=Df*(4*a3*su^2./(1+6*a3*f).^5/3);
a4=0.1290;
S44=Df*(4*a4*su^2./(1+6*a4*f).^5/3);

% Función de coherencia y co-espectro de energía
C21=exp(-12*0.04*sqrt((0.12/0.1164)^2+(f/6.924).^2));
C31=exp(-12*0.08*sqrt((0.12/0.1164)^2+(f/7.128).^2));
C32=exp(-12*0.04*sqrt((0.12/0.1164)^2+(f/7.531).^2));
C41=exp(-12*0.12*sqrt((0.12/0.1164)^2+(f/7.203).^2));
C42=exp(-12*0.08*sqrt((0.12/0.1164)^2+(f/7.607).^2));
C43=exp(-12*0.04*sqrt((0.12/0.1164)^2+(f/7.811).^2));

S21=real(C21.*sqrt(S11.*S22));
S31=real(C31.*sqrt(S11.*S33));
S32=real(C32.*sqrt(S22.*S33));
S41=real(C41.*sqrt(S11.*S44));
S42=real(C42.*sqrt(S22.*S44));
S43=real(C43.*sqrt(S33.*S44));

% Simulación Veers
H11=sqrt(S11);
H21=S21./H11;
H22=sqrt(S22-H21.^2);
H31=S21./H11;
```

```

H32=(S32-H31.*H21)./H22;
H33=sqrt(S33-H31.^2-H32.^2);
H41=S41./H11;
H42=(S42-H41.*H41)./H22;
H43=(S43-H41.*H31-H42.*H32)./H33;
H44=sqrt(S44-H41.^2-H42.^2-H43.^2);

for i=1:N+1;
    K1(i)=exp(j*2*pi*rand());
    K2(i)=exp(j*2*pi*rand());
    K3(i)=exp(j*2*pi*rand());
    K4(i)=exp(j*2*pi*rand());
end

V1=H11.*K1;
V2=H21.*K1+H22.*K2;
V3=H31.*K1+H32.*K2+H33.*K3;
V4=H41.*K1+H42.*K2+H43.*K3+H44.*K4;

% Transformadas inversas de Fourier
y1=ifft(V1*N,'nonsymmetric');
y2=ifft(V2*N,'nonsymmetric');
y3=ifft(V3*N,'nonsymmetric');
y4=ifft(V4*N,'nonsymmetric');

% Representación gráfica de los resultados
plot(t,y1+6.520);
grid on;
title('REGISTRO 1');
xlabel('Tiempo [s]');
ylabel('Velocidad [m/s]');

y=[y1+6.520;y2+7.327;y3+7.735;y4+7.886];
save('Veers-simulado.dat','y','-ascii');

```

```

% BENDING
%
% Crea el registro simulado del momento
% en la base a partir de velocidades simuladas
% también los espectros de energía y de
% energía normalizado

clear all;
clc;

Ca=1.0; % Coeficiente de arrastre
B=0.013; % Diámetro de la torre
H=0.160; % Altura de la torre
d=1.25; % Densidad del aire

x=load('Veers-simulado.dat'); % Carga los registros de viento

N=65536; % Número de datos
Dt=0.0005; % Resolución temporal
t=[0:N]*Dt; % Dominio del tiempo

Nite=4; % Numero de tramos

z=[0.020;0.060;0.100;0.120]; % Puntos de aplicación
U=[5.908;6.891;7.402;7.593]; % Velocidades medias

% Determina la componente fluctuante de la velocidad
for i=1:Nite
    x(i,:)=x(i,:)-U(i);
end

% Determina las componentes del momento en la base
for i=1:Nite
    M(i,:)=Ca*B*(H/4)*d*z(i)*U(i)*x(i,:);
end

% Determina el momento total sobre la base
Mt=0;
for i=1:Nite
    Mt=Mt+M(i,:);
end

% Determina el espectro de energía
fs=1/Dt;
[Smm,f]=pwelch(Mt,N,0,N,fs);

% Determina el espectro normalizado de energía
sm=std(Mt);
Rmm=f.*Smm/sm^2;

% Representación gráfica de los resultados
plot(t,Mt);
grid on;

```

```
title('MOMENTO EN LA BASE');  
xlabel('Tiempo [s]');  
ylabel('Momento [m.Nw]');
```

```
pause;close;
```

```
% Representación gráfica de los resultados  
loglog(f,Smm);  
title('ESPECTRO DE ENERGÍA');  
xlabel('Frecuencia (Hz)');  
ylabel('Espectro de energía [(m.Nw)2/Hz]');
```

```
pause;close;
```

```
% Representación gráfica de los resultados  
semilogx(f,Rmm);  
title('ESPECTRO NORMALIZADO DE ENERGÍA');  
xlabel('Frecuencia (Hz)');  
ylabel('Espectro de energía [adi.]');
```

```

% NOISE
%
% Crea un registro al que se le ha añadido
% un ruido parasitario que posteriormente
% es separado espectralmente

clear all;
clc;

Ca=1.0; % Coeficiente de arrastre
B=0.013; % Diámetro de la torre
H=0.160; % Altura de la torre
d=1.25; % Densidad del aire

x=load('Veers-simulado.dat'); % Carga los registros de viento

N=65536; % Número de datos
Dt=0.0005; % Resolución temporal
t=[0:N]*Dt; % Dominio del tiempo

Nite=4; % Numero de tramos

z=[0.020;0.060;0.100;0.120]; % Puntos de aplicación
U=[6.520;7.327;7.735;7.886]; % Velocidades medias

% Determina la componente fluctuante de la velocidad
for i=1:Nite
    x(i,:)=x(i,:)-U(i);
end

% Determina una señal de ruido aleatoria
n=1e-3*rand(1,N+1);
n=n-mean(n);
%Sn=pwelch(n);

% Determina las componentes del momento en la base
for i=1:Nite
    M(i,:)=Ca*B*(H/4)*d*z(i)*U(i)*x(i,:);
end

% Determina el momento total sobre la base
Mt=0;
for i=1:Nite
    Mt=Mt+M(i,:);
end

Mtn=Mt+n;

% Determina las funcione de transferencia H

H1=Ca*B*(H/4)*d*z(1)*U(1);
H2=Ca*B*(H/4)*d*z(2)*U(2);

```

```
H3=Ca*B*(H/4)*d*z(3)*U(3);
H4=Ca*B*(H/4)*d*z(4)*U(4);
```

```
fs=1/Dt;
[S11,f]=pwelch(x(1,:),N,0,N,fs);
S22=pwelch(x(2,:),N,0,N,fs);
S33=pwelch(x(3,:),N,0,N,fs);
S44=pwelch(x(4,:),N,0,N,fs);
S12=cpsd(x(1,:),x(2,:),N,0,N,fs);
S13=cpsd(x(1,:),x(3,:),N,0,N,fs);
S14=cpsd(x(1,:),x(4,:),N,0,N,fs);
S23=cpsd(x(2,:),x(3,:),N,0,N,fs);
S24=cpsd(x(2,:),x(4,:),N,0,N,fs);
S34=cpsd(x(3,:),x(4,:),N,0,N,fs);
```

```
Svv=H1*H1*S11+2*H1*H2*S12+2*H1*H3*S13+2*H1*H4*S14...
+H2*H2*S22+2*H2*H3*S23+2*H2*H4*S24...
+H3*H3*S33+2*H3*H4*S34+H4*H4*S44;
```

```
S1m=cpsd(Mtn,x(1,:),N,0,N,fs);
S2m=cpsd(Mtn,x(2,:),N,0,N,fs);
S3m=cpsd(Mtn,x(3,:),N,0,N,fs);
S4m=cpsd(Mtn,x(4,:),N,0,N,fs);
```

```
S1n=S1m-(H1*S11+H2*S12+H3*S13+H4*S14);
S2n=S2m-(H1*S12+H2*S22+H3*S23+H4*S24);
S3n=S3m-(H1*S13+H2*S23+H3*S33+H4*S34);
S4n=S4m-(H1*S14+H2*S24+H3*S34+H4*S44);
```

```
Smt=pwelch(Mtn,N,0,N,fs);
```

```
Snn=Smt-Svv-2*(H1*S1n+H2*S2n+H3*S3n+H4*S4n);
SN=pwelch(n,N,0,N,fs);
```

```
Smm=pwelch(Mt,N,0,N,fs);
```

```
plot(t,Mtn);hold on;
plot(t,Mt,'r');
title('MOMENTO EN LA BASE');
xlabel('Tiempo [s]');
ylabel('Momento [m.Nw]');
legend('Con ruido','Sin ruido');
```

```
pause;close
```

```
loglog(f,Smt);hold on;
loglog(f,Svv,'r');
title('ESPECTROS DE ENERGÍA');
xlabel('Frecuencia[Hz]');
ylabel('Espectro de energía [(m.Nw)2/Hz]');
legend('Con ruido','Sin ruido');
```

```
pause;close
```

```
loglog(f,Snn);hold on;  
%loglog(f,Smt,'r');  
title('ESPECTROS DE ENERGÍA');  
xlabel('Frecuencia[Hz]');  
ylabel('Espectro de energía [(m.Nw)2/Hz]');  
%legend('Sin ruido','Con ruido');
```