(2)

THEODOSII TRIPOLITÆ SPHÆRICORVM LIBRI III.

à

CHRISTOPHORO CLAVIO BAMBERGENSI SOCIETATIS IESV

PERSPICVIS DEMONSTRATIONIBVS, & scholiis illustrati.

Et ab eodem secunda hac editione correcti, & aucti.

MOGVNTIÆ,

Sumptibus ANTONII HIERAT, excudebat
REINHARDVS ELTZ.

Cum Gratia & Priuilegio Sacræ Cæsar. Maiest.

ANNO M. DC. XI.

THEODOSII TRIPOLITÆ SPHÆRICORVM LIBRI TRES.

PRÆFATIO.

CVM & in Phœnicia, & in Africa urbs, cui nomen Tripolis, à Geographis, atque Historicis describatur, certo non constat apud scriptores, vtra harum ciuitatum Theodosii patria fuerit. Quo item tempore floruerit, non satis inter eosdem conuenit: Non tamen leuis coniectura est, eum circa tempora Pompeij Magni vixisse: propterea quod eum simul cum Asclepiade medico (qui temporibus Pompeij Magni floruit, si Plinio credimus) in Bithynia floruisse scribit Strabo. Scripsit autem varia opuscula Mathematica, vt De Habitationibus, De Noctibus, & diebus, atque etiam tres hosce Sphæricorum libros summa eruditione refertos, in quibus varias sphæræ proprietates demonstrat, quarum quidem cognitio magnopere est necessaria ad rerum cœlestium doctrinam consequendam. Etenim sine his Astronomia suam dignitatem tueri nulla ratione potest: Gnomonice quoque, seu ratio horologiorum Solarium describendorum ex his maxime pendet. Adde quod & ad Geographiam, & ad Perspectiuam recte intelligendam non parum momenti habeant, vt interim alias vtilitates sphæricorum elementorum taceamus.

QVONIAM vero duplex versio Sphæricorum Theodosii circumfertur, germana altera & propria Joannis Penæ exemplari græco ad verbum respondens, altera Francisci Maurolyci Abbatis Messanensis ex traditione Arabum: nos priorem secuti sumus, quæ nouem & quinquaginta propositionibus absoluitur, inseruimusq; varia scholia, quibus plurima theoremata necessaria, & scitu iucunda, à Theodosio quidem omissa, ab Arabibus autem adiuncta, demonstrauimus. In demonstrationibus autem non sumus secuti verba codicis Græci, sed sensum, vt demonstrationes ipsæ clariores fierent: adiecimusq; nonnunquam corollaria quædam, & scholia, necnon

 lemma-

lemmata, vt illis vti poßimus, quando res poſtulabit. In margine porro appoſuimus numeros ſeriem propoſitionum iuxta verſionem Franciſci Maurolyci referentes; vt facile à quouis propoſitiones Theodoſii, quas nonnulli ſecundum ordinem Arabum citant, poßint inueniri. Figuras quoque, quæ in græco exemplari extant, plerumque neglex imus, quod illæ, quas Maurolycus pinxit, commodiores ſint, & ad intelligendas res ſphæricas multo faciliores. Poſtremo, ne demonſtrationum curſus interrumperetur, citauimus propoſitiones Euclidis, & horum librorum in margine. Id quod & in ſequentibus operibus obſeruauimus. Citationes autem hoc modo intelligendæ ſunt.

1. primi.	Prima propoſitio lib. 1. Euclid.	Coroll. 10. huius.	Corollarium propoſitionis decimæ huius lib.
18. vndec.	Decimaoctaua propoſitio lib. 11. Euclid.	Coroll. 1. 1. huius.	Corollarium propoſitionis primæ lib. 1. huius operis.
Coroll. 16. tertij.	Corollarium propoſitionis ſextædecimæ lib. 3. Euclid.	Schol. 15. huius.	Scholium propoſitionis quintædecimæ huius lib.
Coroll. 2. 33. ſexti.	Corollarium ſecundum propoſitionis trigeſimætertiæ ſexti libr. Euclid.	Schol. 15. 1. huius.	Scholium propoſitionis quintædecimæ lib. 1. huius operis.
Schol. 1. 2. octaui.	Scholium primum propoſitionis ſecundæ lib. 8. Euclid.	20. 1. Theod.	Propoſitio vigeſima lib. 1. Theod.
4. huius.	Propoſitio quarta huius lib.	Coroll. 16. 1. Theod.	Corollarium propoſitionis ſextædecimæ lib. 1. Theodoſii.
12. 2. huius.	Propoſitio duodecima libr. 2. huius operis.	Schol. 19. 1. Theod.	Scholium propoſitionis decimænonæ lib. 1. Theodoſii.

Ex his aliæ citationes facile percipientur, cum in omnibus eadem ſit ratio.

THEO-

THEODOSII SPHÆRICORVM LIBER PRIMVS.

DEFINITIONES.

I.

SPHÆRA eſt figura ſolida comprehenſa vna ſuperficie, ad quam ab vno eorum punctorum, quæ intra figuram ſunt omnes rectæ lineæ ductæ ſunt inter ſe æquales.

II.

Centrum autem Sphæræ, eſt eiuſmodi punctum.

III.

Axis vero Sphæræ, eſt recta quædam linea per centrum ducta, & vtrinque terminata in ſphæræ ſuperficie, circa quam quieſcentem circumuoluitur ſphæra.

IV.

Poli ſphæræ ſunt extrema puncta ipſius axis.

V.

Polus Circuli in Sphęra, eſt punctum in ſuperficie ſphęræ, à quo omnes rectę lineæ ad Circuli circumferentiam tendentes ſunt inter ſe æquales.

S C H O L I V M.

ADDITVR in exemplari græco alia adhuc definitio, qua explicatur, quid ſit planum ad planum ſimiliter inclinari, atque alterum ad alterum. Sed quoniam inclinatio plani ad planum ab Euclide explicata eſt lib. 11. def. 6. At vero quando planum ad planum ſimiliter inclinari dicitur, atque alterum ad alterum, eodem lib. defin. 7. declaratum eſt, ſtatui eam omnino omittere hoc loco, & ſequentem apponere non diſſimilem def. 4. lib. 3. Euclidis, ita vt ſextum locum obtineat.

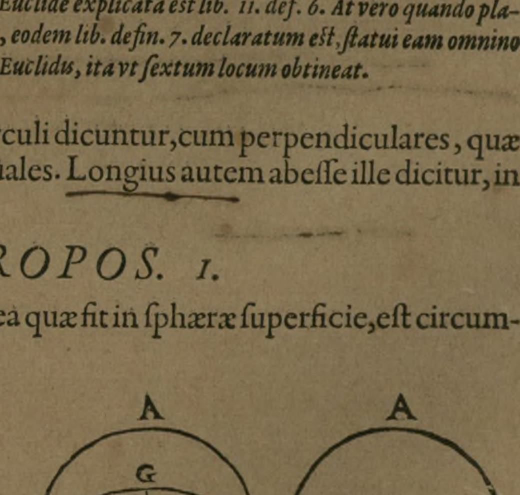
VI.

IN ſphæra æqualiter diſtare à centro ſphæræ circuli dicuntur, cum perpendiculares, quæ à centro ſphæræ in ipſorum plana ducuntur, ſunt æquales. Longius autem abeſſe ille dicitur, in cuius planum maior perpendicularis cadit.

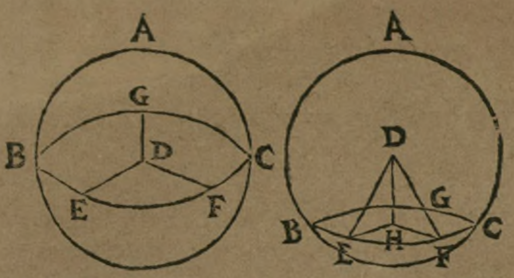
THEOR. 1. PROPOS. 1. 1.

SI Sphærica ſuperficies plano aliquo ſecetur, linea quæ fit in ſphæræ ſuperficie, eſt circumferentia circuli.

SECETVR Sphęrica ſuperficies ABC, cuius centrum D, plano aliquo faciente in ſuperficie ſphæræ lineam BEFCG. Dico BEFCG, circumferentiã eſſe circuli. Tranſeat enim primo planum ſecans per centrum ſphæræ D, ita vt D, ſit in plano ſecante, in quo ex D, ad lineam factam BEFCG, ducantur lineæ rectæ quotcunque DE, DF, DG. Quoniam igitur omnes hæ lineæ ductæ, quotcunque fuerint, cum ex centro ſphæræ ad eius ſuperficiem cadant, inter ſe æquales ſunt, erit, per defin. 15. lib. 1. Eucl. linea BEFCG, circumferentia circuli, cuius centrum D, idem quod ſphæræ.



TRAN-



TRANSEAT deinde planum secans non per centrum sphæræ. a Ducatur autẽ ex D, centro sphæræ ad planum secans perpendicularis DH, emittanturque ex H, rectæ vtcunque HE, HF, ad lineam BEFCG, & connectantur rectæ DE, DF. Quoniam igitur anguli DHE, DHF, recti sunt, ex def. 3. lib. 11. Euclid. b erit tam quadratum ex DE, quadratis ex DH, HE, quam quadratum ex DF, quadratis ex DH, HF, æquale: Sunt autem quadrata ex DE, DF, inter se æqualia, quod & rectæ DE, DF, ex centro sphæræ in eius superficiem cadentes inter se æquales sint. Quadrata igitur ex DH, HE, simul quadratis ex DH, HF, simul æqualia erunt. Dempto igitur communi quadrato rectæ DH, reliqua quadrata rectarum HE, HF, inter se æqualia, & rectæ propterea HE, HF, inter se æquales erunt. Eodem argumento ostendemus, omnes lineas ex H, ad lineam BEFCG, cadentes esse æquales & inter se, & dictis duabus HE, HF. Linea ergo BEFCG, circumferentia erit circuli, ex def. 15. lib. 1. Eucl. cuius centrum est punctum H, in quod perpendicularis DH, cadit. Quare si sphærica superficies plano aliquo secetur, &c. Quod erat demonstrandum.

a 11. vnde.
b 47. pri.

COROLLARIVM.

ITAQVE si planum secans per centrum sphæræ transierit, efficietur circulus idem centrum habens, quod sphæra. Si vero non per centrum transierit, efficietur circulus aliud habens centrum, quam sphæra, illud videlicet punctum, in quod cadit perpendicularis ex centro sphęrę ad planum secans deducta. Nam semper demonstrabuntur lineæ rectæ cadentes ex hoc puncto in circumferentiam circuli esse æquales.

HOC EST.

IDEM est sphæræ centrum, & circuli per sphæræ centrum traiecti. Et perpendicularis ducta à centro sphæræ in planum circuli per centrum sphæræ non traiecti, cadit in centrum circuli: quia punctum H, in quod perpendicularis DH, cadit, demonstratum est centrum esse circuli.

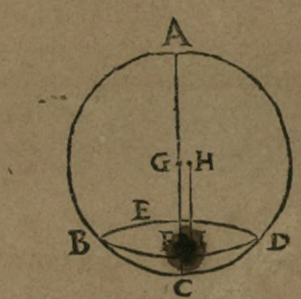
ij.

PROBL. 1. PROPOS. 2.

DATÆ Sphæræ centrum inuenire.

SIT centrum inueniendum Sphæræ ABCD. Secetur eius superficies plano quopiam faciente in ipsa lineam BDE, a quæ circuli circumferentia erit. b Sit huius circuli centrum F. Si igitur circulus BDE, per centrum sphæræ traiicitur, c erit punctum F, centrum quoque sphæræ. Si vero per centrum sphæræ non traiicitur, d erigatur ex F, ad planum circuli BDE, perpendicularis FG, quæ vtrinque ad superficiem sphæræ educta ad puncta A, C, secetur bifariam in G. Dico G, centrum esse sphæræ. Si enim non est, sit, si fieri potest, centrum H, secans diametros omnes bifariam, quod quidem in linea AC, non existet, cum ea in puncto G, solum bifariam diuidatur, sed extra illam. e Demittatur ex H, centro sphæræ ad planum circuli BDE, perpendicularis HI, f quæ æquidistans erit lineæ FG; ac proinde in punctum F, non cadet: coirent enim tunc duæ parallelæ HI, GF, in F, pũcto quod fieri non potest. Quoniã vero perpendicularis ex centro sphæræ in planũ circuli BDE, demissa g cadit in eius centrum, erit I, centrum circuli BDE. Sed & F, ex constructione, centrum est eiusdem circuli. Quod absurdum est. Idem enim circulus vnum tantum habeat centrum necesse est. Non ergo aliud punctum præter G, centrum erit sphæræ. Quare datæ sphæræ centrum inuenimus. Quod faciendum erat.

a 1. huius.
b 1. tertij.
c Coroll. 1. huius.
d 12. vnd.
e 11. vnde.
f 6. vndec.
g Coroll. 1. huius.



COROLLARIVM.

HINC constat, si in sphæra sit circulus non per centrum sphęrę traiectus, à cuius centro excitetur perpendicularis ad ipsius planum, in linea perpendiculari centrum esse sphærę. Ostensum enim est, punctum G, quod perpendicularem AC, bifariam diuidit, esse sphæræ centrum.

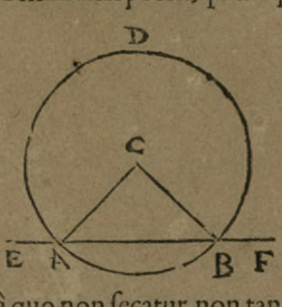
iij.

THEOR. 2. PROPOS. 3.

Sphęra planum, à quo non secatur, non tangit in pluribus punctis vno.

SI enim fieri potest, sphæra planum, à quo non secatur, tangat in pluribus punctis vno, vt in A, & B. a Inuento igitur C, centro sphæræ, ducantur rectæ CA, CB: & per CA, CB, ducatur planum faciens quidem in superficie sphæræ b circumferentiam circuli ABD, in plano autem tangente, c rectam lineam EABF. Quia igitur planum tangens, in quo est recta EABF, sphęram non secat, atq; adeo neq; circulum ABD, in sphęrę superficie existentẽ, fit vt neq; recta EABF, circulum ABD, secet. Cadet ergo recta AB, tota extra circulum. Quoniam vero duo puncta sumpta sunt A, B, in circumferentia circuli ABD, d cadet eadem recta AB, à puncto A, in punctum B, ducta tota intra circulum ABD. Quod est absurdum. Sphæra igitur planum, à quo non secatur, non tangit in pluribus punctis vno. Quod erat demonstrandum.

a 2. huius.
b 1. huius.
c 3. vnde.
d 2. tertij.



COROLLARIVM.

HINC fit, si duo puncta signentur in superficie sphæræ, rectam, quæ illa connectit, intra sphæram cadere. e quia videlicet cadit intra circulum, qui in sphæræ superficie circumferentiam habet.

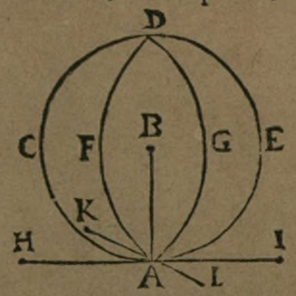
e 2. tertij.

THEO-

THEOR. 3. PROPOS. 4. iv.

SI Sphæra planum tangat, quod eam non ſecet, recta linea ducta à centro ſphæræ ad contactum, perpendicularis erit ad planum.

TANGAT Sphæra planum, quod ipſam non ſecet, in puncto A:[a] Et inuento B, centro ſphæræ, ducatur a 2. *huius.* ab eo recta BA, ad punctum contactus A. Dico rectam BA, ad dictum planum perpendicularem eſſe. Nam per rectam AB, ducantur duo plana vtcunq; ſe mutuo ſecantia, quę in ſuperficie quidem ſphęræ [b] faciant circulorum circumferentias ACDE, AFDG, in plano autem tangente [c] rectas HAI, KAL. Quoniam igitur vterque circulus ACDE, AFDG, per centrum B, ſphæræ traijcitur, [d] erit quoque B, vtriuſque centrum. Rurſus quia planum tangens ſphæram non ſecat, fit, vt neque rectæ HAI, KAL, in eo exiſtentes eandem ſecent; ac proinde neque circulos ACDE, AFDG, in ſphæræ ſuperficie exiſtentes. Tanget igitur recta HAI, circulum ACDE, in puncto A, & recta KAL, circulum AFDG, in eodem puncto A.[e] Igitur recta BA, & ad rectam HAI, & ad rectam KAL, perpendicularis eſt.[f] Quare eadem recta BA, & ad planum tangens, quod per rectas HAI, KAL, ducitur, perpendicularis erit. Si ſphæra ergo planum tangat, quod eam non ſecet, &c. Quod oſtendendum erat.

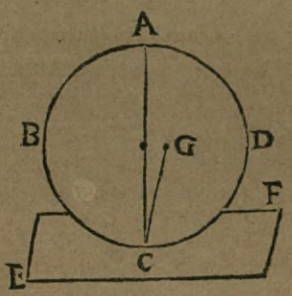


b 1. *huius.*
c 3. *vndec.*
d 1. *Coroll. huius.*
e 18. *tertij.*
f 4. *vndec.*

THEOR. 4. PROPOS. 5. v.

SI Sphæra planum tangat, quod ipſam non ſecet, à contactu autem excitetur recta linea ad angulos rectos ipſi plano, in linea excitata erit centrum ſphæræ.

SPHÆRA ABCD, tangat in C, puncto planum EF, quod eam non ſecet, à puncto autem C, [a] excitetur ad planum EF, perpendicularis CA. Dico in AC, centrum eſſe ſphæræ. Si enim non eſt, ſit G, centrum ſphæræ extra rectam AC, ſi fieri poteſt, & à G, ad C, recta ducatur GC, [b] quæ ad planum EF, perpendicularis erit: Erat autem & AC, ad idem planum perpendicularis. Igitur ex eodem puncto C, ad idem planum EF, duæ perpendiculares ducuntur. Quod eſt abſurdum. Dato enim plano, à puncto, quod in illo datum eſt, [c] duæ rectæ lineæ ad rectos angulos non excitantur. Quare ſi ſphæra planum tangat, quod ipſam non ſecet, &c. Quod erat oſtendendum.

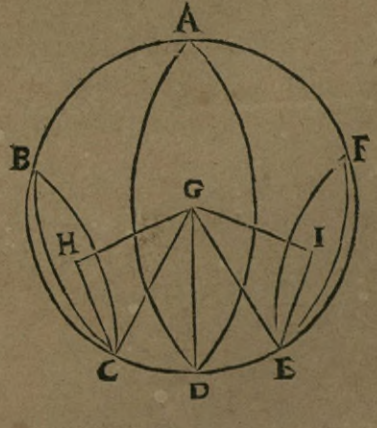


a 12. *vndec.*
b 4. *huius.*
c 13. *vndec.*

THEOR. 5. PROPOS. 6. vj. vij.

CIRCVLORVM, qui in ſphęra ſunt, maximi ſunt, qui per ſphęrę centrum ducuntur: aliorum autem illi inter ſe ęquales ſunt, qui ęqualiter à centro diſtant: qui vero longius à centro diſtant, minores ſunt. Et circuli in ſphęra maximi per ſphęrę centrum tranſeunt: aliorum autem ęquales à centro ęqualiter diſtant: minores vero longius à centro diſtant.

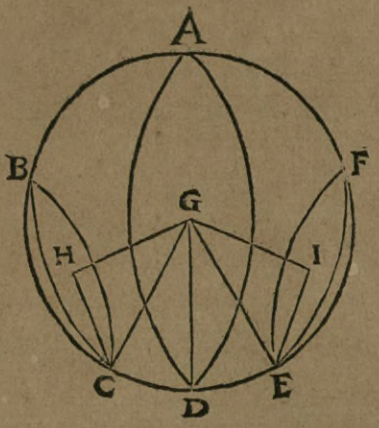
IN ſphæra ABCDEF, cuius centrum G, tranſeat circulus AD, per centrum G, & alij BC, FE, non per centrum, Dico AD, circulum eſſe omnium maximum, &c.[a] Ducantur ex centro G, ad plana circulorum BC, a 11. *vndec.* FE, perpendiculares GH, GI, [b] quæ in ipſorum centra cadent; ita vt H, I, centra ſint circulorum BC, FE: [c] Eſt autem G, centrum ſphæræ, centrum quoque circuli AD, per centrum ſphæræ traiecti. Si igitur ex G, H, I, ad ſuperficiem ſphæræ rectæ ducantur GD, HC, IE, erunt hæ ſemidiametri circulorum AD, BC, FE. Connectantur autem rectæ GC, GE. Quoniam igitur in triangulo GHC, angulus H, rectus eſt, ex defin. 3. lib. 11. Eucl.[d] erit quadratum ex GC, æquale quadratis ex GH, HC. Dempto ergo quadrato rectæ GH, maius erit quadratum ex GC, quadrato ex HC; atque adeo & recta GC, hoc eſt, ſibi æqualis GD, (ducuntur enim GC, GD, ex centro ſphæræ ad ſuperficiem) maior erit, quam recta HC. Quare circulus AD, maiorem habens ſemidiametrum, quam circulus BC, maior erit circulo BC. Non ſecus oſtendemus, circulum AD, quocunque alio, qui per centrum G, non tranſeat, maiorem eſſe. Maximus eſt ergo circulus AD.



b *Coroll. 1. huius.*
c *Coroll. 1. huius.*
d 47. *prim.*

DISTENT iam circuli BC,FE,à centro G,æqualiter, hoc eſt, perpendiculares GH, GI, æquales ſint,ex defin.6.huius libri.Dico circulos BC,FE,æquales eſſe. Cum enim rectæ GC, GE, à centro ſphæræ in eius ſuperficiem cadentes ſint æquales,ac proinde & earum quadrata æqualia;[e] ſit autem tam quadratum ex GC,quadratis ex GH,HC,quam quadratum ex GE,quadratis ex GI,IE, æquale; erunt quadrata ex GH, HC, ſimul æqualia quadratis ex GI,IE,ſimul.Demptis ergo æqualibus quadratis rectarum GH, GI, (poſitæ enim ſunt hæ lineæ æquales)æqualia erunt reliqua quadrata rectarum HC,IE,ac proinde & rectæ HC,IE,æquales erunt:quę cum ſint ſemidiametri circulorum BC,FE,æquales erunt circuli ipſi BC,FE.

e 47.prim.



QVOD ſi alter horum circulorum, nempe BC, longius à centro G,ponatur diſtare,quam alter FE,hoc eſt, perpendicularis GH, maior ponatur perpendiculari GI, oſtendemus eodem fere modo,circulum,BC,minorem eſſe circulo FE.Cum enim quadrata ex GH,HC, æqualia ſint demonſtrata quadratis ex GI, IE; ſi auferantur quadrata inæqualia rectarum inæqualium GH,GI,quorum illud maius eſt,(quod & recta GH, maior ponatur quam recta GI,) erit reliquum quadratum rectæ HC, minus quadrato reliquo rectæ IE; ac propterea & recta HC,minor erit,quam recta IE.Igitur & circulus BC,circulo FE,minor erit.

SIT iam circulus omnium maximus AD. Dico eum per G, centrum ſphæræ tranſire. Si enim non tranſeat per centrum, erit alius quiſpiam circulus per centrum G, tranſiens maior circulo AD,non per centrum tranſeunte, vt in hac propoſ.demonſtratum eſt. Quare AD,non eſt maximus circulus. Quod eſt abſurdum. Ponitur enim maximus. Tranſit ergo per G, centrum ſphæræ.

DEINDE ſint æquales circuli BC,FE. Dico eos à centro G,æqualiter diſtare.Constructa enim figura,vt prius,erunt ſemidiametri HC,IE,æquales. Et quoniam quadrata ex GH, HC, æqualia ſunt quadratis ex GI, IE, [f] vt demonſtratum eſt; ablatis æqualibus quadratis linearum æqualium HC, IE,erunt reliqua quadrata rectarum GH,GI,æqualia;ac proinde & lineæ GH,GI,æquales erunt.Quæ cum perpendiculares ſint, ex conſtructione,ad plana circulorum BC,FE,æqualiter à centro G,diſtabunt circuli BC,FE,ex defin.6.huius lib.

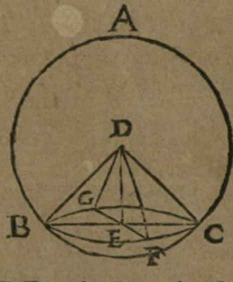
f 47.prim.

QVOD ſi alter circulorum BC, FE, nimirum circulus BC, minor ponatur altero circulo FE, oſtendemus eodem fere modo,perpendicularem GH,maiorem eſſe perpendiculari GI. Cum enim quadrata ex GH, HC,oſtenſa ſint æqualia quadratis ex GI, IE; ſit autem quadratum ex HC, minus quadrato ex IE; (quod & ſemidiameter HC, circuli minoris minor ſit ſemidiametro IE, circuli maioris) erit quadratum reliquum rectæ GH,reliquo quadrato rectæ GI,maius;atque adeo & recta GH,maior erit,quàm GI.Quare cum GH,GI,perpendiculares ſint, ex conſtructione, ad plana circulorum, longius diſtabit, per defin.6. huius lib. circulus BC, minor à centro G,quam circulus maior FE. Itaque circulorum, qui in ſphæra ſunt,maximi ſunt,qui per ſphæræ centrum ducuntur,&c.Quod erat demonſtrandum.

viij.

THEOR. 6. PROPOS. 7.

SI in ſphæra ſit circulus,à centro autem ſphæræ ad centrum circuli connectatur recta linea,connexa linea ad circuli planum recta erit.



IN ſphæra ABC,cuius centrum D, ſit circulus BFCG, cuius centrum E:Et recta DE,connectat duo centra D,E. Dico DE, rectam eſſe ad planum circuli BFCG. Ductis enim duabus diametris vtcunque BC, FG,in circulo, ducantur ab earum extremis ad D, centrum ſphæræ rectæ lineæ, BD,CD,FD,GD, quæ omnes inter ſe æquales erunt, cum à centro ſphæræ ad eius ſuperficiem cadant:Sunt autem & BE,CE,FE, GE, ſemidiametri circuli BFCG,æquales.Igitur duo triangula DEB,DEC, duo latera DE,EB,duobus lateribus DE,EC, & baſim DB, baſi DC, æqualem habent; ex quo fit, [a] angulos DEB, DEC, æquales, atque adeo rectos eſſe. Recta igitur DE,rectæ BC,ad rectos inſiſtet angulos.Non aliter oſtendemus, rectam DE, rectæ FG, ad rectos angulos inſiſtere.[b] Quamobrem & plano circuli BFCG,per rectas BC,FG,ducta ad rectos angulos inſiſtet.Si igitur in ſphæra ſit circulus,&c.Quod oſtendendum erat.

a 8. primi.

b 4.vndec.

ix.

THEOR. 7. PROPOS. 8.

SI ſit in ſphæra circulus,& à centro ſphæræ ad circulum ducatur perpendicularis, quæ ad vtramque partem producatur,cadet ea in polos ipſius circuli.

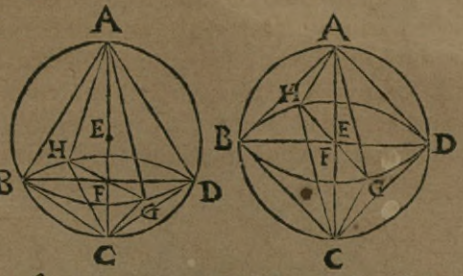
a 11.vndec.

IN ſphæra ABCD, cuius centrum E,ſit circulus BGDH, [a] in cuius planum è centro ſphæræ E, perpendicularis deducta ſit EF, quæ in vtramque partem protracta cadat in ſuperficiem ſphæræ ad puncta A,C. Dico AC,polos eſſe circuli BGDH. Cadet enim perpendicularis EF,in centrum circuli BGDH, atque adeo F, centrum erit circuli. Quod ſi circulus BGDH, per centrum ſphæræ ducatur, [b] erit ipſum

b Coroll. 1. huius.

centrum

centrum sphæræ E, idem quod F, centrum circuli, [c] ex quo ad planum circuli excitata sit perpendicularis AC. Ductis igitur diametris BD, GH, vtcunque, ducantur ab earum extremis rectæ ad puncta A, C. Et quia AF, perpendicularis est ad planum circuli BGDH, erunt anguli omnes, quos ad F, facit, recti, ex defin. 3. lib. 11. Euclid. Quare duo triangula AFB, AFH, duo latera AF, FB, duobus lateribus AF, FH, æqualia habent, quę quidem angulos comprehendunt æquales, nempe rectos. [d] Igitur bases AB, AH, æquales erunt. Eodem modo ostendemus & rectas AD, AG, & alias quascunque ex A, ad circumferentiam circuli BGDH, ductas tam inter se, quam rectis AB, AH, æquales esse. Punctum ergo A, polus est circuli BGDH, ex defin. 5. huius lib. Non aliter demonstrabimus, & C, punctum eiusdem circuli polum esse. Si igitur sit in sphæra circulus, & à centro, &c. Quod erat ostendendum. c 11. vnde. d 4. primi.



S C H O L I V M.

IN versione Maurolyci adduntur sequentia duo theoremata, quæ Arabes adiecerunt.

I.

SI sit in sphæra circulus, à cuius centro educatur perpendicularis ad circuli planum, quæ in vtramque partem producatur, cadet hæc in vtrumque polum circuli. x.

IN eadem figura ex F, centro circuli BGDH, [a] erigatur recta FA, perpendicularis ad circuli planum, quæ occurrat superficiei sphæræ in punctis A, C. Dico A, C, esse polos circuli BGDH. Erunt enim rursus ex definit. 3. lib. 11. Eucl. omnes anguli, quos ad F, facit recta AF, recti. [b] Quare, vt prius, lineæ AB, AD, AG, AH, &c. æquales inter se erunt, &c. a 12. vnde. b 4. primi.

ALITER. [c] Quoniam perpendicularis FA, transit per centrum sphæræ E; ducta erit recta EF, ex E, centro sphæræ ad planum circuli BGDH, perpendicularis. [d] Quare vt demonstratum est, cadet in polos eiusdem circuli. Quod est propositum. c Coroll. 2. huius. d 8. huius.

II.

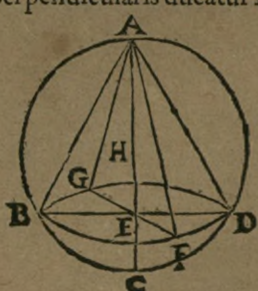
SI sit in sphæra circulus, & ab altero polorum eius recta ducatur per centrum illius, erit hæc ad planum circuli perpendicularis, & producta cadet in reliquum polum. xj.

IN eadem adhuc figura ex A, polo circuli BGDH, per centrum eius F, demittatur linea recta AF, occurrens superficiei sphæræ in C. Dico rectam AF, perpendicularem esse ad planum circuli BGDH, & C, esse reliquum polum eiusdem circuli. Quoniam enim duo triangula AFB, AFD, duo latera AF, FB, duobus lateribus AF, FD, & basim AB, basi AD, æqualem habent, ex defin. poli; [a] habebunt quoque duos angulos AFB, AFD, æquales, atque adeo rectos. Igitur AF, rectæ BD, insistit ad angulos rectos. Similiter ostendemus, eandem AF, ad angulos rectos insistere rectæ GH. [b] Quare & plano circuli BGDH, per rectas BD, GH, ducto eadem recta AF, ad rectos insistet angulos. Quod est primo propositum. Quoniam igitur AF, ad rectos est angulos plano circuli BGDH, ducta erit FA, ex centro circuli F, ad planum circuli perpendicularis. Quare, vt in hoc scholio proxime demonstratum est, in vtramque partem protracta in vtrumque polum circuli cadet, ac proinde C, reliquus polus erit circuli BGDH, quod est secundo loco propositum. a 8. primi. b 4. vnde.

THEOR. 8. PROPOS. 9. xij.

Si sit in sphæra circulus, & ab altero polorum eius in ipsum ducatur perpendicularis recta linea, cadet hæc in circuli centrum, & inde producta cadet in reliquum polum ipsius circuli.

IN sphæra ABCD, sit circulus BFDG, [a] à cuius polo A, ad eius planum perpendicularis ducatur AE, occurrens superficiei sphæræ in C. Dico E, centrum esse circuli BFDG, & C, reliquum polum. Ductis enim per E, duabus rectis vtcunq; BD, FG, connectantur earum extrema cum polo A, rectis AB, AD, AF, AG, quæ omnes inter se æquales erunt, ex definitione poli. Omnes item anguli, quos recta AE, facit ad E, recti, ex definition. 3. lib. 11. Euclid. [b] Erit igitur tam quadratum ex AB, quadratis ex AE, EB, quam quadratum ex AG, quadratis ex AE, EG, æquale; atque adeo cum quadrata rectarum AB, AG, æqualium æqualia sint, erunt quadrata ex AE, EB, simul quadratis ex AE, GE, simul æqualia. Dempto ergo communi quadrato rectæ AE, reliqua quadrata rectarum EB, EG, æqualia erunt, ac proinde & rectæ EB, EG, æquales. Eodem modo ostendemus, rectas EG, ED, æquales esse. [c] Quare E, centrum est circuli BFDG; Quod est propositum. Quoniam igitur ex E, centro circuli BFDG, ad ipsius planum educta est perpendicularis EA, [d] transibit hæc per H, centrum sphæræ, atque adeo ex H, centro sphæræ eadem HE, ducta erit perpendicularis ad planum circuli BFDG. [e] Quocirca HE, vtrinque educta cadet in polos eiusdem circuli; ac proinde C, reliquus polus erit circuli BFDG. Si igitur sit in sphæra circulus, & ab altero polorum eius, &c. Quod ostendendum erat. a 11. vnde. b 47. primi. c 9. tertij. d Coroll. 2. huius. e 8. huius.



THEOR. 9. PROPOS. 10. xiij.

SI sit in sphæra circulus, linea recta per eius polos ducta, ad circulum recta est, transitque per centrum circuli, & sphæræ.

IN ſphæra ABCD, ſit circulus BFDG, per cuius polos A, C, recta ducatur AC, occurrens plano circuli in E. Dico rectam AC, ad planum circuli rectam eſſe, tranſireq; per eius centrum, (hoc eſt, E, eſſe ipſius centrum)

nec non per centrum ſphæræ. Ductis namque per E, duabus rectis vtcunque BD, FG, quarum extrema cum polis A, C, iungantur rectis, vt in figura; erunt tam AB, AG, AF, AD, inter ſe, quam CB, CG, CF, CD, inter ſe æquales, ex defi. poli. Igitur duo triãguli ABC, ADC, duo latera AB, AC, duobus lateribus AD, AC, & baſim BC, baſi DC, æqualem habent.
a 8. primi. [a] Quapropter & angulos BAC, DAC, æquales habebunt. Quoniam igitur duo triangula ABE, ADE, duo latera AB, AE, duobus lateribus AD, AE, æqualia habent, anguloſque ſub ipſis contentos BAE, DAE, æquales,
b 4. primi. vt proxime demonſtratum eſt, [b] erunt & anguli AEB, AED, æquales, & ob id recti. Non aliter demonſtrabimus, rectos eſſe angulos AEG, AEF. Recta igitur AE, duabus rectis
c 4. vndec. BD, FG, ad rectos inſiſtit angulos. [c] Quare perpendicularis erit ad planum circuli BFDG, per rectas BD, FG, ductum. Quod eſt primo loco propoſitum. Quoniam igitur ex A, polo circuli BFDG, ad eius planum perpen-
d 9. huius. dicularis eſt ducta AE, [d] cadet AE, in centrum ipſius. Eſt ergo E, centrum circuli BFDG. Rurſus quia ex E, cen-
e Coroll. 2. huius. tro circuli, BFGD, educta eſt ad eius planum perpendicularis EA, [e] tranſibit hæc per centrum quoque ſphæræ. Quare recta AC, perpendicularis eſt, ad planum circuli BFDG, tranſitque per eius centrum, & ſphæræ. Quod eſt propoſitum. Si ſit igitur in ſphæra circulus, linea recta per eius polos ducta, &c. Quod erat demonſtrandum.

SCHOLIVM.

ADDVNTVR hoc loco alia duo theoremata huiuſmodi.

I.

xiv. SI in ſphæra ſit circulus, & ab altero polorum eius per centrum ſphæræ recta linea ducatur, erit hæc ad planum circuli perpendicularis, & producta cadet in centrum ipſius, & in reliquum polum.

IN ſphæra ABCD, cuius centrum E, ſit circulus BGDH, à cuius polo A, per E, centrum ſphæræ ducatur recta AE, occurrens plano circuli in F, & ſuperficiei ſphæræ in C. Dico AE, perpendicularem eſſe ad planum circuli, tranſireque per eius centrum, vt reliquum polum, hoc eſt, F, eſſe eius centrum; & C, reliquum polum.

Ductis enim per F, duabus rectis vtcunque BD, GH, iungantur extrema cum punctis A, & E, vt in figura; eruntq; AB, AH, AD, AG, ex definitione poli, inter ſe æquales; nec non & EB, EH, ED, EG ſemidiametri ſphæræ inter ſe æquales. Quoniam igitur duo triangula ABE, ADE, duo latera AB, AE, duobus lateribus AD, AE, & baſim EB, baſi ED,
a 8. primi. *habent æqualem; [a] erunt anguli BAE, DAE, æquales. Itaque duo triangula ABF, ADF,*
b 4. primi. *duo latera AB, AF, duobus lateribus AD, AF, æqualia habent, anguloſque ſub ipſis contentos BAF, DAF, æquales, vt proxime oſtenſum eſt. [b] Quare anguli AFB, AFD, æquales erunt, atque adeo recti. Eodem modo demonſtrabimus rectos eſſe angulos AFH,*
c 4. vndec. *AFG. Recta igitur AF, duabus rectis BD, GH, inſiſtit ad angulos rectos. [c] Quare perpendicularis erit ad planum circuli BGDH,*
d 9. huius. *per rectas BD, GH, ductum. [d] Itaque producta cadet & in centrum circuli, & in reliquum polum: ac proinde F, centrum erit circuli, & C, reliquus polus. Quod eſt propoſitum. Si in ſphæra igitur ſit circulus, &c. Quod erat oſtendendum.*

COROLLARIVM.

HINC fit, circulum maximum, qui per alterum polorum cuiuslibet circuli in ſphæra tranſit, tranſire quoque per polum reliquum. Nam ſi ex vno polo per centrum ſphæræ diameter ducatur circuli maximi, qui per illum polum tranſit, cadet hæc in alterum polum, vt demonſtratum eſt. Idem ergo circulus maximus per reliquum polum tranſibit.

ET quia diameter circuli maximi eſt quoque diameter ſphæræ, manifeſtum eſt, duos polos circuli cuiuslibet in ſphæra per diametrum eſſe oppoſitos: atque adeo inter ipſos interpoſitum eſſe ſemicirculum maximi circuli.

II.

xv. SI in ſphæra ſit circulus, & à centro ſphæræ per centrum circuli recta linea ducatur, cadet hæc in vtrumque polum circuli.

IN eadem figura ducatur per E, centrum ſphæræ, & F, centrum circuli BGDH, recta EF, in vtramque partem. Dico EF, cadere in vtrumque polum circuli BGDH; Quoniam enim recta EF, centrum ſphæræ, & centrum circuli BGDH, connectens
e 7. huius. *[e] perpendicularis eſt ad planum eiuſdem circuli, [f] cadet eadem EF, vtrinque protracta in polum vtrumque eiuſdem circuli.*
f 8. huius. *Quod eſt propoſitum.*

COROLLARIVM.

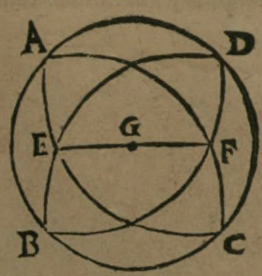
EX his omnibus conſtat, in ſphæra quatuor hæc puncta, nempe duos polos cuiuſque circuli, eiuſdem centrum, & centrum ſphæræ, perpetuo in vna linea recta, nempe diametro ſphæræ, exiſtere, & ipſam quidem diametrum ad planum eiuſdem circuli eſſe perpendicularem: Adeo vt recta per quælibet duo puncta ex his ducta tranſeat per reliqua duo, ſitque ad planum circuli perpendicularis: Et recta per vnum eorum ducta perpendicularis ad planum circuli, tranſeat quoque per tria puncta reliqua.

xvj. ## *THEOR. 10. PROPOS. 11.*

IN ſphæra maximi circuli ſe mutuo ſecant bifariam.

IN

IN ſphæra ABCD, ſecent ſe mutuo duo circuli maximi AC, BD, in punctis E, F. Dico ſe mutuo ſecare biſariam.[a] Quoniam enim circuli maximi in ſphæra per centrum ſphæræ tranſeunt, tranſibunt circuli AC, BD, per ſphæræ centrum, quod ſit G. [b] Et quoniam idem eſt ſphæræ centrum, & circuli per ſphæræ centrum traiecti, erit punctum G, quod ſphæræ centrum ponitur, centrum quoq; vtriuſq; circuli AC, BD, ita vt in vtroq; eodē plano circulorum AC, BD, exiſtat. Sunt autem & puncta E, F, in vtroque eodem plano. Tria igitur puncta E, G, F, in vtroque plano circulorum AC, BD, exiſtunt; atq; adeo in communi eorum ſectione erunt, cum ſolum communis eorum ſectio ſit in vtroque plano.[c] Eſt autem communis eorum ſectio linea recta. Igitur tria puncta E, G, F, in linea recta ex E, per G, ad F, ducta exiſtunt, quæ cum tranſeat per G, centrum vtriuſq; circuli, & ſphæræ, vt oſtenſum eſt, diameter erit & ſphæræ, & vtriuſque circuli; atque adeo vtrumque eorum biſariam ſecabit, ita vt ſemicirculi ſint EAF, FCE, EBF, FDE: In ſphæra ergo maximi circuli ſe mutuo ſecant biſariam. Quod demonſtrandum erat.

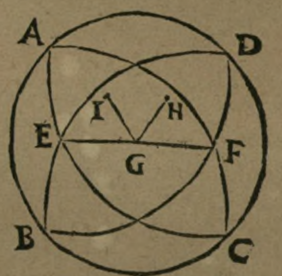


a 6. huius.
b Coro. 1. huius.
c 3. vndec.

THEOR. 11. PROPOS. 12. 17.

IN ſphæra circuli, qui ſe mutuo biſariam ſecant, ſunt maximi.

IN ſphæra ABCD, circuli AE, BD, ſe mutuo ſecent biſariam in punctis E, F. Dico circulos AC, BD, eſſe maximos. Cum enim ſe mutuo ſecent biſariam in E, F, erit ducta recta EF, vtriuſque diameter, cum ſola diameter circulum quemcunque biſariam diuidat; ac proinde diuiſa recta EF, biſariam in G, erit G, vtriuſque circuli centrum: quod dico etiam eſſe ſphæræ centrum atque adeo vtrumque circulum per ſphæræ centrum duci. Si namque G, dicatur non eſſe centrum ſphæræ, ac proinde circulos AC, BD, non eſſe per ſphæræ centrum ductos; hoc ipſo oſtendemus, G, eſſe centrum ſphæræ, atque idcirco vtrumque circulum per ſphæræ centrum duci.[a] Erigatur enim ex G, ad planum circuli AC, perpendicularis GH: Item GI, perpendicularis ad planum circuli BD. Quoniam igitur circuli AC, BD, ponuntur non tranſire per centrum ſphæræ,[b] tranſibit vtraque perpendicularis GH, GI, per centrum ſphæræ. Quare punctum G, in quo conueniunt, centrum erit ſphæræ, alias centrum nō exiſteret in vtraque: ac proinde vterq; circulus per centrum ſphæræ traijcietur.[c] Sunt ergo circuli AC, BD, per centrum ſphæræ traiecti, maximi. In ſphæra ergo circuli, qui ſe mutuo biſariam ſecant, ſunt maximi. Quod erat oſtendendum.



a 12. vnde.
b Coroll. 2. huius.
c 6. huius.

SCHOLIVM.

HIC vides mirabililem ſane argumentandi modum. Nam ex eo, quod G, dicitur non eſſe centrum ſphæræ demonſtratum eſt demonſtratione affirmatiua, G, eſſe centrum ſphæræ. Quo modo argumentandi etiam vſus eſt Euclides lib. 9. propoſ. 12. & Cardanus lib. 5. de Proport. propoſ. 201. vt in ſcholio eiuſdem propoſ. monuimus.

THEOR. 12. PROPOS. 13. 18.

SI in ſphæra maximus circulus circulum quempiam ad rectos angulos ſecet; & biſariam eum ſecat, & per polos.

IN ſphæra maximus circulus ABCD, ſecet circulum BED, in punctis B, D, ad angulos rectos, hoc eſt, planum circuli ABCD, rectum ſit ad planum circuli BED, ſitque communis eorum ſectio recta BD. Dico circulum ABCD, biſariam, & per polos ſecare circulum BED.[a] Sumpto enim F, cētro circuli maximi ABCD, quod & centrum ſphæræ erit, [b] (Nam cum circulus maximus ducatur per centrum ſphæræ, [c] erit eius centrum idem, quod ſphæræ) [d] ducatur ex F, ad planum circuli BED, perpendicularis FG, [e] quæ in BD, communem ſectionem cadet. Cadat autem in punctum G.[f] Et quoniā eadem cadit quoque in centrum circuli BED, erit G, centrum circuli BED; atq; adeo BD, per G, ducta, diameter eiuſdem: quæ cum diuidat circulum BED, biſariam diuidet quoque eundem biſariam circulus maximus ABCD, per rectam BD, ductus. Quod eſt primo loco propoſitum. Quoniam vero recta FG, in plano eſt circuli ABCD, cadet ea producta in circumferentiam ad A, C, puncta, quæ in ſuperficie ſphæræ ſunt:[g] cadit autem & in vtrumq; polum circuli BED, quod ex F, centro ſphæræ ad circuli planum perpendicularis ſit ducta. Igitur A, C, poli ſunt circuli BED, ac proinde circulus maximus ABCD, per polos circuli BED, tranſit, quod ſecundo loco proponebatur demonſtrandum. Si igitur in ſphæra maximus circulus circulum quempiam, &c. Quod demonſtrandum erat.

a 1. tertij.
b 6. huius.
c Corol. 1. huius.
d 11. vnde.
e 38. vnde.
f Coroll. 1. huius.
g 8. huius.

SCHOLIVM.

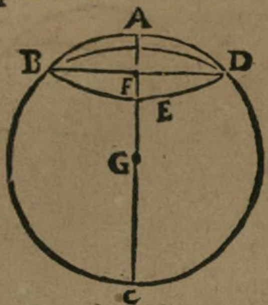
CÆTERVM hæc propoſ. vna cum 8. 9. 10. & earum ſcholijs intelligenda etiam eſt, quando circulus BD, maximus eſt, & per ſphæræ centrum tranſit. Eadem enim eſt fere ſemper demonſtratio, vt perſpicuum eſt.

THEOR. 13. PROPOS. 14. 19.

SI in ſphæra maximus circulus circulum non maximum biſariam ſecet; ad angulos rectos eum ſecat, & per polos.

IN

IN sphæra maximus circulus ABCD, non maximum BED, secet bifariam in punctis B, D, sitque communis eorum sectio recta BD. Dico circulum ABCD, secare circulum BED, ad angulos rectos, & per polos. Quia enim circulus BED, bifariam secatur in B, D, hoc est, in semicirculos, erit BD, communis sectio diameter eius. Diuisa ergo BD, bifariam in F, erit F, centrum circuli BED.[a] Sumpto autem G, centro sphæræ, quod & centrum erit maximi circuli ABCD, ducatur ex G, ad F, recta FG, [b] quæ perpendicularis erit ad planum circuli BED. [c] Igitur & planum circuli maximi ABCD, per rectam FG, ductum ad idem planum circuli BED, rectum erit. Secat igitur circulus maximus ABCD, circulum BED, non maximum ad angulos rectos. Quod est primo loco propositum. Et quoniam ostensum est, rectam FG, ex G, centro sphæræ ductam ad planum circuli BED, esse perpendicularem, [d] cadet FG, vtrinque producta in polos circuli BED. Quare cum GF, in plano circuli ABCD, existens, producta cadat in circumferentiam eius ad puncta A, C, quæ etiam in superficie sphæræ sunt, erunt A, C, poli circuli BED, atque adeo circulus maximus ABCD, circulum non maximum BED, per polos A, C, secabit, quod secundo loco propositum fuit. Si igitur in sphæra maximus circulus circulum non maximum, &c. Quod erat ostendendum.



a 2. huius
b 7. huius.
c 18. vnde.
d 8. huius.

20. ## THEOR. 14. PROPOS. 15.

SI in sphæra maximus circulus, eorum, qui in sphæra sunt, circulorum aliquem per polos secet; bifariam, & ad angulos rectos eum secat.

IN sphæra maximus circulus ABCD, secet circulum BED, per polos AC. Dico circulum ABCD, secare circulum BED, bifariam, & ad angulos rectos. Connectat enim recta AC, polos A, C, occurrens plano circuli BED, in F, puncto.[a] Et quoniam recta AC, ad planum circuli BED, perpendicularis est, transitque per centrum sphæræ, & circuli BED; erit F, centrum circuli BED. Cum ergo circulus maximus ABCD, circulum BED, secans transeat per rectam AC, ac proinde per centrum F, erit communis sectio B F D, diameter circuli BED. Bifariam ergo secatur circulus BED. Dico quod & ad angulos rectos. Cum enim recta AC, ostensa sit perpendicularis ad planum circuli BED, [b] erit quoque planum circuli maximi ABCD, per rectam AC, ductum ad idem planum circuli BED, rectum. Igitur si in sphæra maximus circulus, &c. Quod demonstrandum erat.

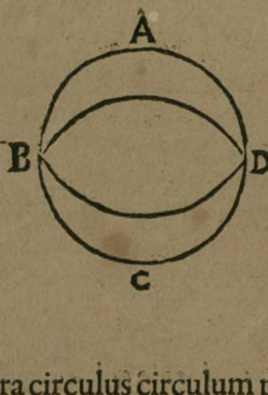
a 10. huius.
b 18. vnde.

S C H O L I V M.

QVATVOR alia theoremata hoc loco adduntur in alia versione, hoc ordine.

I.

21. SI in sphæra maximus circulus per polos alterius cuiuspiam maximi circuli transeat, transibit vicissim hic per polos illius.



IN sphæra transeat maximus circulus ABCD, per A, C, polos circuli maximi BD. Dico & maximum circulum BD per polos maximi circuli ABCD, transire. Quoniam enim circulus maximus ABCD, circulum BD, secat per polos,[a] secabit ipsum ad angulos rectos. Quare vicissim maximus circulus BD, circulum ABCD, ad angulos rectos secabit; [b] atque adeo per ipsius polos eum secabit. Quod est propositum.

a 15. huius.
b 13. huius.

II.

22. SI in sphæra circulus circulum per polos secet, circulus maximus est, & bifariam eum secat, & ad angulos rectos.

IN sphæra circulus ABCD, secet circulum BD, per polos A, C. Dico ipsum esse circulum maximum, secareque circulum BD, bifariam, & ad angulos rectos. Coniungat enim recta AC, polos A, C, quæ necessario in plano circuli ABCD, erit, quod circumferentia eius per eosdem polos A, C, ponatur transire. Quoniam vero recta AC, per A, C, polos circuli BD, ducta [a] transit per centrum sphæræ, transibit quoque circulus ABCD, (cum per rectam AC, ducatur) per centrum sphæræ; [b] atque adeo maximus erit. Quare cum per A, C, polos circuli BD, ponatur transire, [c] secabit eum bifariam, & ad angulos rectos. Quod est propositum.

a 10. huius.
b 6. huius.
c 15. huius.

III.

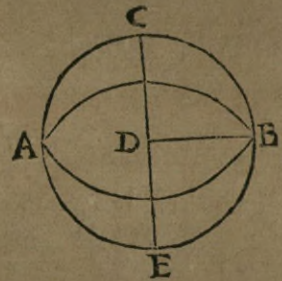
23. SI in sphæra circulus circulum bifariam, & ad angulos rectos secet, circulus maximus est, & per polos eum secat.

IN

IN sphæra circulus ABCD, secet circulum BD, bifariam, & ad angulos rectos. Dico ipsum esse circulum maximum, transireque per polos circuli BD. Sit recta BD, communis circulorum sectio. Quoniam igitur circulus ABCD, circulum BD, secat bifariam, erit recta BD, nempe communis sectio circulorum, diameter circuli BD, atque adeo diuisa recta BD, bifariam in E: erit E, eiusdem circuli centrum. Ducatur in plano circuli ABCD, recta EA, perpendicularis ad rectam BD. Et quoniam circulus ABCD, circulum BD, ponitur secare ad angulos rectos, erit ex defin. 4. lib. 11. Eucl. EA, ad planum circuli BD, recta; ac proinde cum ex E, centro ipsius educatur, [h] *in vtrumque polum eiusdem cadet.* h schol. 8. huius. *Cadit autem in circumferentiam circuli ABCD, in superficie sphæræ existentem ad puncta A, C. Sunt ergo A, C, poli circuli BD; atque adeo circulus ABCD, circulum BD, per polos A, C, secat. Quare ex præcedenti theoremate, maximus circulus est. Probatum autem est, quod & circulum BD, per polos secat. Constat ergo propositum.*

IV.

SI in sphæra sit circulus, & ab altero polorum eius recta cadens in planum ipsius ad angulos rectos æqualis sit semidiametro eius, circulus maximus est. xxiv.

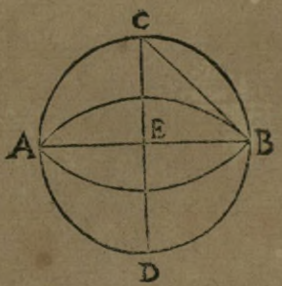


IN sphæra sit circulus AB, à cuius altero polorum C, in planum eius cadens recta perpendicularis CD, æqualis sit ipsius semidiametro. Dico AB, esse circulum maximum. Cum enim CD, perpendicularis sit ad circulum AB, [i] *cadet ipsa in circuli centrum, & producta cadet in alterum polum, qui sit E.* i 9. huius. *Est ergo D, centrum circuli AB:* [k] *atque adeo perpendicularis CD, transit per centrum sphæræ.* k coroll. 2. huius. *Ducatur per rectam CE, in sphæra planum vtcunque* [l] *faciens in sphæra circulum AEBC,* l 1. huius. *qui cum transeat per centrum sphæræ,* [m] *maximus erit:* m 6. huius *qui circulum AB, secet in punctis AB, & iungatur semidiameter DB, cui ex hypothesi æqualis est CD. Quoniam vero CD, perpendicularis ponitur ad circulum AB, erit, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. angulus CDB, rectus.* [n] *Quare BD, media proportionalis est inter CD, DE, hoc est, erit, vt CD, ad BD, ita BD, ad DE.* n schol. 13. sexti. *Est autem CD, ipsi BD, æqualis. Igitur & DE, eidem BD, æqualis erit; atque adeo & CD, DE, inter se æquales erunt. Cum ergo CE, ostensa sit transire per centrum sphæræ, erit D, centrum sphæræ. Erat autem & centrum circuli AB. Idem ergo est centrum sphæræ, & circuli AB,* [o] *ac proinde circulus AB, maximus est. Quod est propositum.* o 6. huius.

THEOR. 15. PROPOS. 16. xxv.

SI in sphæra sit maximus circulus, recta linea ducta ab eiusdem circuli polo ad circumferentiam æqualis est lateri quadrati inscripti in maximo circulo.

IN sphæra sit circulus maximus AB, à cuius polo C, ad eius circumferentiam ducatur recta CB. Dico CB, æqualem esse lateri quadrati in circulo AB, vel quouis alio maximo inscripti. [a] Ducatur ex C, ad circulum AB, perpendicularis CE, [b] quæ in centrum ipsius cadet, quod sit E, & producta in reliquum polum, qui sit D, cadet. a 11. vndeci. b 9. huius. Iam per rectas CB, CD, planum ducatur [c] faciens in sphæra circulum ADBC, c 1. huius. qui cum per E, centrum sphæræ (Est enim E, centrum circuli maximi AB, quod per centrum sphæræ transeat, [d] idem, quod sphæræ) transeat, [e] maximus erit, [f] atque adeo circulum maximum AB, bifariam secabit. d coroll. 1. huius. e 6. huius. f 11. huius. Quod etiam inde patet, quod per eius polos incedat. [g] Hinc enim fit, vt ipsum bifariam diuidat. g 15. huius. Sit ergo communis sectio diameter BEA. Et quoniam CE, perpendicularis ducta est ad circulum AB, erit eadem perpendicularis ad rectam AB, ex defin. 3. lib. 11. Euclid. Duæ ergo diametri AB, CD, in maximo circulo ADBC, sese mutuo secant ad angulos rectos: [h] ac propterea vt in lib. 4. Euclidis demonstratum est, CB, latus est quadrati in circulo maximo ADBC, atque adeo & in maximo AB, descripti. h 6. quar. Si igitur in sphæra sit maximus circulus, recta linea ducta, &c. Quod demonstrandum erat.



COROLLARIVM.

QVONIAM vero quatuor anguli recti ad centrum E, æquales sunt, atque [i] adeo quatuor arcus BC, CA, AD, DB, super quos ascenderunt, æquales, nempe quadrantes, perspicuum est, in sphæra polum maximi circuli abesse à circumferentia maximi circuli quadrante maximi circuli. i 26. tertij. Abest enim C, polus circuli maximi AB, ab eius circumferentia quadrante CB, eademque ratio de cæteris habenda est. [k] Semper enim recta ducta à circumferentia maximi circuli ad eiusdem polum æqualis est lateri quadrati in maximo circulo inscripti, atque adeo quadrantem in maximo circulo subtendet. k 16. huius.

SCHOLIVM.

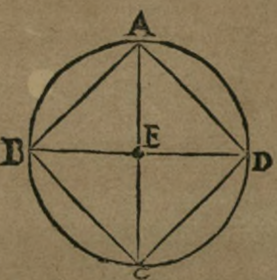
CONVERSVM quoque huius demonstratur in alia versione hoc theoremate.

SI in sphæra sit circulus, & ab eius polo ad circumferentiam ducta recta æqualis sit lateri quadrati in eo descripti, circulus ipse maximus est.

IN eadem figura ex C, polo ad circumferentiam circuli A B, ducta recta C B, sit æqualis lateri quadrati in circulo A B,
l 11. vndec. *descripti. Dico AB, circulum esse maximum.* [l] *Ducatur enim ex C, ad circulum AB, perpendicularis C E,* [m] *quæ in eius cen-*
trum cadet, quod sit E. Ducta autem semidiametro E B, erit ex defin. 3. lib. 11. Euclid. angulus E, rectus. [n] *Igitur quadratum*
m 9. huius *ex CB, hoc est, quadratum in circulo AB, descriptum, æquale est quadratis ex BE, CE: sed quadratum semidiametri B E, dimi-*
n 47. pri. *dium est quadrati in circulo AB, descripti, vt mox ostendemus. Igitur & quadratum ex C E, eiusdem quadrati in circulo A B,*
descripti dimidium erit; atque adeo quadrata ex B E, C E, inter se æqualia, nec non & lineæ propterea BE, CE, æquales erunt.
Quare cum C E, ducta sit ex C, polo circuli A B, ad ipsum circulum perpendicularis, ostensaque sit semidiametro BE, æqualis;
o schol. 15. huius. [o] *erit circulus A B, maximus.*

L E M M A.

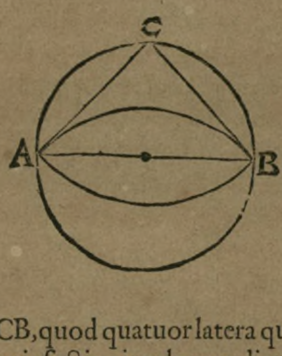
IN omni circulo quadratum semidiametri dimidium est quadrati in ipso circulo descripti.



IN circulo, cuius centrum E, ductæ sint duæ diametri AC, BD, sese ad angulos rectos secantes in E, centro. Iunctis igitur rectis A B, B C, C D, D A, quadratum erit ABCD, in circulo inscriptum, vt constat ex propos. 6. lib. 4. Euclid. Quoniam vero quadrata ex semidiametris æqualibus E A, EB, æqualia inter se,
p 47. pri. [p] *æqualia simul sunt quadrato ex A B; dimidium erit quadratum semidiametri E A, quadrati ex A B, quod in circulo describitur. Quod est propositum. Ex quo constat, in superiori figura, quadratum semidiametri BE, dimidium esse quadrati ex CB, quod æquale ponitur ei, quod in circulo A B, inscribitur.*

xxvij.
THEOR. 16. PROPOS. 17.

SI in sphæra sit circulus, à cuius polo in ipsius circumferentiam ducta recta linea æqualis sit lateri quadrati inscripti in maximo circulo, ipse circulus maximus erit.

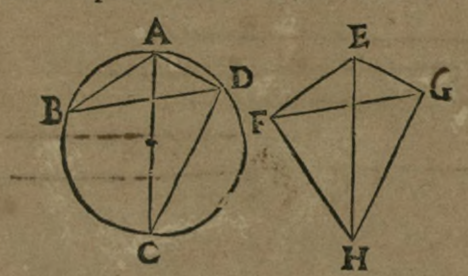


IN sphæra sit circulus AB, à cuius polo C, ad eius circumferentiam recta ducta C A, æqualis sit lateri quadrati in maximo circulo sphæræ descripti. Dico A B, circulum esse maximum. Per rectam enim AC, & centrum sphæræ planum ducatur, [a] faciens in sphæra circulum A C B, [b] qui maximus erit, cum per sphæræ centrum ducatur.
a 1. huius. b 6. huius. Ducatur quoque ex C, recta linea CB, ad B, punctum, in quo circulus maximus ACB, circulum AB, secat; eritque per definit. poli, recta CB, rectæ CA, æqualis. Cum ergo AC, ponatur latus quadrati in maximo circulo ACB, descripti, erit quoque CB, latus eiusdem quadrati; atque adeo duo arcus A C, C B, quadrantes erunt conficientes semicir-
c 28. ter. culũ ACB, quod quatuor latera quadrati æqualia [c] subtendant quatuor circuli arcus æquales. Recta igitur AB, communis sectio circulorum diameter erit circuli maximi ACB; ac proinde & sphæræ. Quoniam vero circu-
d 15. huius. lus maximus ACB, circulum AB, per polos secans, [d] secat bifariam, erit quoque A B, communis sectio diameter circuli AB, ac proinde cum & sphæræ diameter sit, circulus maximus erit AB. Si in sphæra ergo sit circulus, à cuius polo, &c. Quod erat demonstrandum.

xxviij.
PROBL. 2. PROPOS. 18.

LINEAM rectam describere æqualem diametro circuli cuiuslibet in sphæra dati.

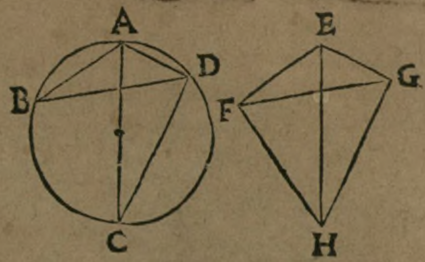
IN sphæra sit datus circulus quilibet ABCD, cuius diametro rectam æqualem oporteat describere. Sum-
a schol. 22. primi. ptis tribus punctis in circumferentia circuli vtcunq; A, B, D, & iunctis rectis A B, A D, B D, [a] constituatur triangulo ABD, triangulũ æquale EFG, ita vt latus EF, lateri AB, & EG, ipsi AD, & FG, ipsi BD, æquale sit. Possunt n. tria interualla AB, AD, BD, circino in superficie sphæræ accepta in planum transferri, atq; adeo triangulum constitui, cuius tria latera tribus illis spatijs sint æqualia. Deinde ex G, F, ducantur ad rectas E F, EG, perpendiculares F H, G H, coeuntes in H, connectaturque recta E H. Dico E H, æqualem esse diametro circuli A B C D. Ducta enim diametro A C, iungatur recta D C. [b] Quoniam vero quatuor anguli quadrilateri E F H G, quatuor rectis æquales sunt,



b schol. 32. primi. suntque EFH, EGH, recti; erunt FEG, FHG, duobus rectis æquales; atque adeo in quadrilate-
c schol. 22. tertij. ro E F H G, duo quilibet anguli ex aduerso duobus rectis æquales erunt. [c] Quare circa ipsum circu-
d 27. tert. lus describi potest: Quo descripto [d] erunt anguli E F G, E H G, eidem segmento, cuius chorda E G,
insisten-

insistentes, æquales. [e] Est autem angulus E F G, angulo ABD, æqualis; quod duo latera EF, FG, duobus lateribus AB, BD, æqualia sint, & basis EG, basi AD, ex constructione, [f] & angulus A B D, angulo ACD, æqualis est. Igitur & angulus EHG, angulo ACD, æqualis erit. Est autem & rectus angulus EGH, angulo ADC, æqualis, [g] quod hic quoque rectus sit in semicirculo A D C, existens. Igitur triangula E H G, ACD, duos angulos duobus angulis æquales habent, nec non & latus E G, lateri A D, quod æqualium angulorum vni subtenditur, æquale. [h] Quare & latus EH, lateri AC, æquale erit. Lineam igitur rectam EH, descripsimus æqualem diametro A C, circuli A B C D. Quod erat faciendum.

e 8. primi.
f 27. tertij.
g 31. tertij.
h 26. pri.

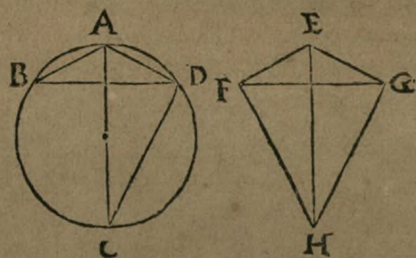


PROBL. 3. PROPOS. 19. xxix.

LINEAM rectam describere æqualem diametro datæ sphæræ.

IN sphæra data sumptis vtcunque duobus punctis A, B, describatur ex A, polo, & interuallo AB, circulus BD, [a] cuius diametro æqualis recta describatur F G, [b] & fiat supra FG, triangulum EFG, habens vtrumque reliquorum laterum E F, E G, rectæ ductæ A B, æquale, sumendo nimirum circino interuallum A B, &c. Deinde ex F, G, ad EF, EG, perpendiculares educantur F H, G H, coeuntes in H; iungaturque recta EH. Dico EH, æqualem esse diametro datæ sphæræ. Ducta enim sphæræ diametro A C, traiiciatur per rectas A B, A C, planum [c] faciens in sphæra circulum ABCD, [d] qui maximus erit, cum per diametrum sphæræ, atque adeo per centrum eiusdem ducatur. Quare idem per A, polum circuli B D, ductus [e] circulum BD, bifariam secabit; ac propterea communis sectio B D, diameter erit circuli B D. Iunctis autem rectis A D, D C, erunt duo latera AB, BD, duobus lateribus EF, FG, æqualia, nec non & bases AD, EG, æquales. Est enim F G, diametro BD, æqualis, ex constructione: & vtraque EF, EG, rectæ A B, vel A D. [f] Igitur & anguli A B D, EFG, æquales erunt. [g] Est autem angulo ABD, angulus ACD, æqualis: & angulo E F G, angulus EHG, vt in præcedenti propos. demonstratum est. Igitur & anguli A C D, E H G, æquales erunt. Sunt autem & recti ADC, EGH, æquales, & latus A D, lateri E G, quod vni æqualium angulorum obiicitur, æquale. [h] Igitur & recta EH, rectæ A C, æqualis erit. Lineam igitur rectam EH, descripsimus æqualem diametro AC, datæ sphæræ. Quod faciendum erat.

a 18. huius
b schol. 22. primi.
c 1. huius.
d 6. huius.
e 15. huius.
f 8. primi.
g 27. tert.
h 26. pri.



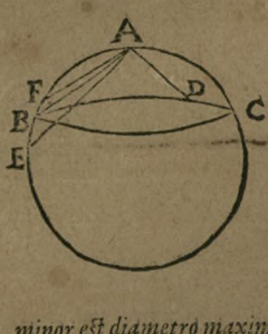
SCHOLIUM.

ADDITUR in alia versione sequens hoc Theorema.

LINEA recta à polo cuiusuis circuli in sphæra ad superficiem sphæræ ducta, quæ sit æqualis lineæ rectæ ab eodem polo ad circumferentiam circuli ductæ, in circuli circumferentiam cadit. xxx.

IN sphæra ex A, polo circuli B C, recta ducta sit vtcumque A D, ad eius circumferentiam, quæ minor erit diametro sphæræ, atque adeo diametro circuli maximi in sphæra, cum diameter sphæræ sit omnium rectarum in sphæra ductarum maxima. Ducatur iam ex eodem polo A, ad superficiem sphæræ recta A E, quæ ipsi A D, æqualis sit. Dico rectam A E, cadere in circumferentiam circuli B C. Si enim fieri potest, non cadat in eius circumferentiam. Et per rectam A E, & centrum sphæræ ducatur planum, [i] faciens in sphæra circulum A B C, [k] qui maximus erit, cum per centrum sphæræ transeat. Secet autem circulus A B C, circulum B C, in punctis B, C. Non cadet ergo recta A E, in puncta B, C, cum ponatur non cadere in circumferentiam circuli BC. Ducta igitur recta AB, erit hæc, ex defin. poli, rectæ AD, atque adeo rectæ A E, æqualis. Et quia vtraque A B, A E, minor est diametro maximi circuli ABC, vt dictum est, [l] erunt arcus AB, AE, cum sint segmenta semicirculo minora, æquales, pars & totum. Quod est absurdum. Cadet ergo recta AE, in circumferentiam circuli B C. Quod est propositum.

i 1. huius.
k 6 huius.
l 28. tertij.



PROBL. 4. PROPOS. 20. xxxj.

PER duo puncta data in sphærica superficie maximum circulum describere.

IN sphærica superficie data sint duo puncta A, B, per quæ describere oporteat circulum maximum. Si ergo puncta A, B, sint opposita ex diametro sphæræ, certum est, infinitos circulos maximos per ipsa duci posse, ductis nimirum infinitis planis per diametrum sphæræ puncta illa connectentem. Si autem puncta A, B, non sint in sphæræ diametro, describatur ex A, polo, & interuallo quod lateri quadrati in maximo circulo descripti æquale sit; circulus C D, [a] qui maximus erit, cum recta ex A, polo ad eius circumferentiam ducta æqua- a 17. huius.

+ quomodo invenies hoc latus? ~~[illegible]~~ p 19. huius & 6. 4 — respondet. 1a.

lis sit lateri quadrati in circulo maximo descripti, propter interuallum, quo circulus CD, descriptus est: Hoc autem interuallum ita inuenietur. Inuenta diametro sphæræ, siue circuli maximi, vt in præcedenti propos. ostensum est, erit latus quadrati in circulo illius diametri descripti interuallum, quod quæritur, vt patet. Similiter ex B, polo, & interuallo eodem, quo prius, circulus describatur EF, [b] qui rursus erit maximus. Secet autem hic priorem in puncto G, à quo ad polos A, B, rectæ ducantur GA, GB; quarum vtraque, ex constructione, æqualis erit lateri quadrati in maximo circulo descripti. Tanto enim interuallo ex polis A, B, circuli CD, EF, descripti sunt. Æquales ergo sunt GA, GB. Iam ex G, polo & interuallo G A, circulus describatur A E D F C B, [c] qui maximus erit; cum recta G A, ex G, polo ad eius circumferentiam ducta æqualis sit lateri quadrati in maximo circulo inscripti, vt demonstratum est. Quoniam vero recta GB, æqualis ipsi GA, ducta ad superficiem sphæræ, [d] cadit in circumferentiam circuli A E D F C B, descriptus propterea erit circulus maximus AEDFCB, per data duo puncta A, B, in superficie sphæræ. Per duo ergo puncta data in sphærica superficie maximum circulum descripsimus. Quod faciendum erat.

b 17. huius.
c 17. huius.
d schol. 19. huius.

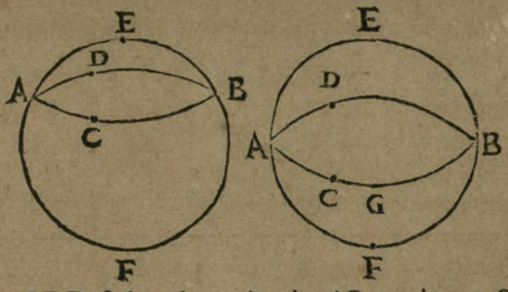
xxxij.

PROBL. 5. PROPOS. 21.

CVIVSLIBET circuli in sphæra dati polum inuenire.

a 30. tert.
b 20. huius.

SIT inueniendus polus circuli AB, in sphæra dati, sitque primum circulus AB, non maximus. Sumptis duobus punctis in circumferentia vtcumque C, D, [a] diuidatur vterque arcus C A D, CBD, bifariam in A, & B, punctis, [b] per quæ describatur maximus circulus AEB; seceturque arcus AEB, bifariam in E. Dico E, polum esse circuli A B; Quoniam enim arcus A C, A D, æquales sunt, nec non BC, BD, erunt toti arcus A C B, A D B, æquales. Quare maximus circulus AEB, cum circulum non maximum A B, bifariam secet in A, & B, [c] secabit eum per polos. Punctum ergo E, æqualiter distans à circumferentia circuli A B, polus est circuli A P. Eodem modo, si reliquus arcus A F B, secetur bifariam in F, erit F, alter polus circuli AB.



c 14. huius.

d 30. tert.

SED sit iam datus circulus AB, maximus. Sumptis rursus punctis C, D, vtcumque, [d] & diuisis arcubus CAD, CBD, bifariam in A, B, ostendemus, vt prius, totos arcus ACB, ADB, esse æquales, ac propterea vtrumque esse semicirculum circuli maximi. Diuiso ergo altero semicirculo, nempe ACB, bifariam in G, erit recta G A, subtendens quadrantem circuli, latus quadrati in maximo circulo A B, descripti; vt ex propos. 6. lib. 4. Euclid. constat. Itaque ex polo G, & interuallo GA, circulus describatur AEB, [e] qui maximus erit, cum recta ex G, polo, ad eius circumferentiam ducta nimirũ ad punctum A, sit æqualis lateri quadrati in circulo maximo AB, descripti. Diuidatur deniq; arcus AEB, bifariam in E. Dico E, polum esse circuli AB. Cum enim maximus circulus ACB, transeat per G, polum maximi circuli AEB, [f] transibit vicissim maximus circulus AEB, per polos maximi circuli ACB. Quare punctum E, æqualiter remotum à circumferentia circuli ACB, polus est circuli ACB. Eodem modo diuiso arcu AFB, bifariam in F, erit F, alter polus circuli ACB. Cuiuslibet ergo circuli in sphæra dati polum inuenimus. Quod erat faciendum.

e 17. huius
f schol. 15. huius.

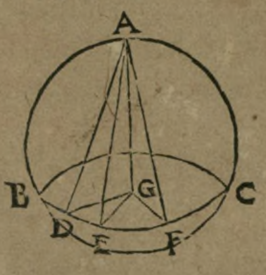
SCHOLIVM.

IN alia versione demonstrantur sequentia duo theoremata.

xxxiij.

I.

SI in superficie sphæræ acceptum fuerit punctum aliquod, & ab eo puncto ad circumferentiam circuli cuiuspiam in sphæra dati cadant plures, quam duæ rectæ lineæ æquales, acceptum punctum polus est ipsius circuli.



a 11. vndec.
b 47. pri.

IN superficie sphæræ ABC, acceptum sit punctum A, à quo ad circumferentiam circuli BC, cadant plures, quam duæ rectæ lineæ æquales AD, AE, AF. Dico A, polum esse circuli B C. [a] Demittatur enim ex A, in planum circuli BC, perpendicularis AG, iunganturque rectæ DG, EG, FG, eruntque ex 3. defin. lib. 11. Eucl. omnes tres anguli ad G, recti. [b] Quare tam quadratum ex AD, quadratis ex A G, G D, quam quadratum ex A E, quadratis ex A G, G E, & quadratum ex AF, quadratis ex AG, GF, æquale erit. Cum ergo quadrata rectarum æqualium AD, AE, A F, æqualia sint, erunt & quadrata ex AG, GD, simul quadratis ex AG, GE, simul, nec non quadratis ex AG, GF, simul æqualia; demptoq; communi quadrato lineæ A G, æqualia erunt reliqua quadrata linearum G D, G E, G F, atque adeo & rectæ GD, GE, GF, æquales erunt. [c] Igitur G, centrum erit circuli BC; [d] ac proinde recta G A, quæ ex centro G, ad circulum B C, perpendicularis est ducta, in polum circuli BC, cadet. Punctum ergo A, polus est circuli B C. Quod est propositum.

c 9. tertij.
d schol. 8. huius.

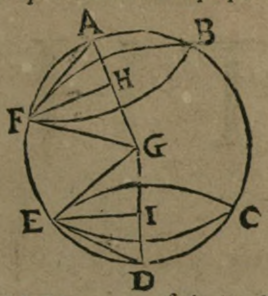
II. IN

II.

IN ſphæra circuli, à quorum polis rectæ ad eorum circumferentias ductæ ſunt æquales, xxxiv.
inter ſe æquales ſunt. Et circulorum æqualium æquales ſunt rectæ ab eorum polis ad circumferentias ductæ.

IN ſphæra ABCDEF, cuius centrum G, ſint duo circuli BF, CE, à quorum polis A,D, rectæ AF,DE, ad eorum circumferentias ductæ ſint æquales. Dico circulos BF, CE, æquales eſſe. [a] Ducantur ex polis A,D, ad plana circulorum perpendiculares AH, DI, [b] quæ cadent in eorum centra H, I, & inde productæ in reliquos polos, [c] atque adeo & in G, centrum ſphæræ. Ductis igitur ſemidiametris ſphæræ FG, EG, & ſemidiametris circulorum FH, EI, cum latera AG, GF, lateribus DG, GE, ſint æqualia, & baſis AF, baſi DE, [d] erunt anguli AGF, DGE, æquales. Sunt autem anguli H, I, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. recti. Triangula igitur FGH, EGI, duos angulos duobus angulis æquales habent: habent autem & latus FG, lateri EG, quod recto angulo opponitur, æquale: [e] Igitur & ſemidiametri FH, EI, æquales erunt, atque adeo & circuli BF, CE, æquales. Quod primo loco propoſitum eſt.

a 11. vndec.
b 9. huius.
c 10. huius.
d 8. primi.
e 26. pri.



SINT iam circuli BF, CE, æquales. Dico & rectas AF, DE, ab eorum polis ad circumferentias ductas eſſe æquales. Conſtructis enim eiſdem, erunt ſemidiametri FH, EI, æquales, [f] & circuli ipſi æqualiter à centro ſphæræ diſtabunt. Perpendiculares ergo GH, GI, æquales erunt; atque adeo & reliquæ lineæ AH, DI, erunt æquales. Quoniam igitur latera AH, HF, lateribus DI, IE, æqualia ſunt, continentque angulos H I, æquales, cum recti ſint ex defin. 3. lib. 11. Euclid. [g] erunt baſes AF, DE, æquales. Quod ſecundo loco propoſitum erat.

f 6. huius.
g 4. pri.

THEOR. 17. PROPOS. 22.

SI in ſphæra recta linea per centrum ducta rectam aliquam lineam non per centrum ductam bifariam ſecet, ad angulos rectos ipſam ſecabit. Quod ſi ad angulos rectos eam ſecet, bifariam quoque ipſam ſecabit.

IN ſphæra, cuius centrum A, recta AB, per centrum ducta rectam CD, non per centrum ductam ſecet bifariam in B. Dico ipſam CD, ſecari ad angulos rectos. Ducto enim per rectas AB, CD, plano, [a] quod circulum faciat CD, [b] qui maximus erit, cum per centrum ſphæræ tranſeat. Quoniam in circulo CD, recta AB, per eius centrum A, tranſiens rectam CD, non per centrum ductam ſecat bifariam in B, [c] ad angulos rectos ipſam ſecabit. Et ſi ad angulos rectos ipſam ſecet, bifariam ipſam ſecabit. Si igitur in ſphæra recta linea, &c. Quod demonſtrandum erat.

a 1 huius.
b 6. huius.
c 3. tertij.

SCHOLIVM.

ADDITVR hic in exemplari græco theorema aliud, quod idem prorſus eſt, quod propoſ. 7. demonſtratum eſt. Vnde ſuperuacaneum eſſe duximus, illud hic repetere.

FINIS LIBRI I. THEODOSII.

THEODOSII SPHÆRICORVM

LIBER SECVNDVS.

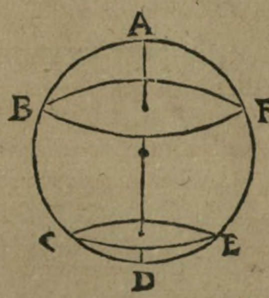
DEFINITIO.

IN ſphæra circuli ſe mutuo tangere dicuntur, cum communis ſectio planorum vtrumque circulum tetigerit.

QVONIAM enim recta tangens circulum quempiam in ſphæra tangit quoque ſuperficiem ſphærę in eo puncto, in quo circulum tangit (alioquin ſi eam non tangeret, ſed ſecaret, ſecaret etiam neceſſario circulum, cum in eius plano exiſtat, connectatq; duo puncta in ſphærę ſuperficie, in quibus nimirum eam ſecare dicitur; quæ quidem duo puncta in circuli quoque circumferentia exiſtent, cum planum circuli per eam rectam ducatur, ac proinde ab ea duobus illis punctis ſecetur) fit, vt circumferentiæ duorum circulorum, quorum communis ſectio (quam nimirum eorum plana producta efficiunt) vtrumque tangit, habeant ſolum illud punctum, in quo ſphęram tangit commune: quandoquidem in eo puncto, & in nullo alio, communis illa ſectio vtrumque circulum tangere poteſt, cum omnia alia illius puncta extra ſuperficiem ſphærę, atque adeo extra circulum vtrumque exiſtant. Recte ergo Theodoſius dixit, circulos in ſphæra ſe mutuo tangere, cum communis ſectio planorum vtrumque circulum tetigerit.

j. *THEOR. 1. PROPOS. 1.*

IN ſphæra paralleli circuli circa eoſdem polos ſunt.



IN ſphæra ABCDEF, paralleli circuli ſint BF, CE. Dico eos circa eoſdem polos eſſe. [a] Sint enim A, D, poli circuli B, F, & connectatur recta AD, [b] quæ ad circulum BF, recta erit, tranſibitque per centrum ſphærę. Quoniam igitur recta AD, ad circulum BF, perpendicularis eſt, [c] erit quoque ad circulum parallelum CE, perpendicularis. Quare cum tranſeat per centrum ſphærę, vt oſtenſum eſt, [d] cadet in polos circuli CE. Sunt ergo A, D, poli circuli CE: ſunt autem & poli circuli BF. In ſphæra igitur paralleli circuli BF, CE, circa eoſdem polos A, D, ſunt, &c. Quod erat demonſtrandum.

a 21. 1. *huius.*
b 10. *1. huius.*
c *ſchol. 14. vndec.*
d 8. 1. *huius.*

ij. *THEOR. 2. PROPOS. 2.*

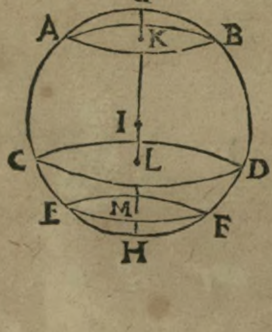
IN ſphæra circuli, qui ſunt circa eoſdem polos, ſunt paralleli.

IN eadem ſphæra ABCDEF, circa eoſdem polos A, D, ſint circuli BF, CE. Dico eos parallelos eſſe. Connexa enim recta AD, [a] erit hæc ad vtrumque circulum perpendicularis. [b] Quare plana circulorum BF, CE, parallela ſunt. In ſphæra igitur circuli, qui ſunt circa eoſdem polos, ſunt paralleli. Quod oſtendendum erat.

a 10. *1. huius.*
b 14. *vndec.*

SCHOLIVM.

SED & hoc theorema ſequens in alia verſione demonſtratur.



IN ſphera nõ ſunt plures circuli æquales, & paralleli, quã duo.

IN ſphæra quacunque ſint, ſi fieri poteſt, plures quam duo circuli æquales, & paralleli, nempe tres AB, CD, EF, [c] *qui circa eoſdem polos erunt. Sint ergo eorum poli G, H, & iungatur recta GH,* [d] *quæ tranſibit per I, centrum ſphæræ, & per K, L, M, centra circulorum; perpendicularisque erit ad circulos AB, CD, EF. Quoniam igitur circuli AB, CD, EF, æquales ſunt,* [e] *ipſi æqualiter diſtabunt à centro ſphæræ I. Per defin. ergo 6. lib. 1. huius, perpen-*

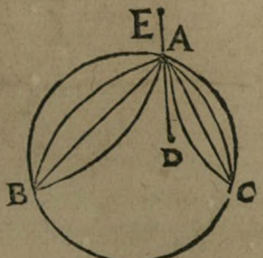
c 1. *huius.*
d 10. *1. huius.*
e 6. *1. huius.*

perpendiculares IK, IL, IM, æquales erunt, nempe pars IL, & totum IM. Quod est absurdum. In sphæra igitur non sunt plures circuli æquales, & paralleli, quàm duo. Quod demonstrandum erat.

THEOR. 3. PROPOS. 3. iv.

SI in sphæra duo circuli secent in eodem puncto circumferentiam illius maximi circuli, in quo polos habent, se mutuo tangent illi circuli.

IN sphæra duo circuli AB, AC, secent in puncto A, circumferentiam maximi circuli ABC, qui per illorum polos transeat. Dico circulos AB, AC, se mutuo tangere in A. Quoniam enim circulus maximus ABC, secat circulos AB, AC, per polos, [a] bifariam ipsos secabit, & ad angulos rectos. Communes ergo sectiones circuli ABC, & circulorum AB, AC, nempe rectæ AB, AC, diametri sunt circulorum AB, AC. Sit quoque communis sectio planorum, in quibus circuli AB, AC, existunt, recta DE, quæ per punctum A, transibit, propterea quod plana circulorum in A, ponantur secare circulum ABC. Et quoniam planum circuli ABC. ad plana circulorum AB, AC, rectum est ostensum, erunt vicissim plana circulorum AB, AC, ad planum circuli ABC, recta; [b] atque adeo & DE, communis ipsorum sectio ad idem planum circuli ABC, perpendicularis erit. Igitur & ad diametros AB, AC, in eodem plano existentes, perpendicularis erit, ex defin. 3. lib. 11. Euclid. [c] Quare DE, vtrumque circulum AB, AC, tanget in *A*; ac proinde per defin. huius lib. circuli AB, AC, se mutuo tangent in *A*, puncto. Si igitur in sphæra duo circuli secent, &c. Quod erat ostendendum.

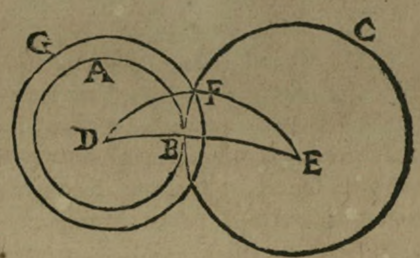


a 15.1. *huius.*
b 19. *vndeci.*
c *coroll.* 16 *tertij.*

THEOR. 4. PROPOS. 4. v.

SI in sphæra duo circuli se mutuo tangant, maximus circulus per eorum polos descriptus, per eorum contactum transibit.

IN sphæra tangant se mutuo circuli *AB*, CB, in B; & per D, polum circuli *AB*, & E, polum circuli CB, [a] describatur circulus maximus DE. Dico circulum DE, per contactum B, transire. Non transeat enim, si fieri potest, per tactum B, sed secet circumferentiam v.g. circuli CB, in F. Polo igitur D, & interuallo DF, circulus describatur FG, qui, cum ad maius interuallum descriptus sit, quam circulus *AB*, secabit circulum CB, in F; quandoquidem circulus *AB*, eundem tangit in B, puncto, vltra quod circulus GF, ex polo D, descriptus est. Quoniam vero in sphæra duo circuli GF, CF, secant in eodem puncto F, maximum circulum DFE, per eorum polos descriptum, [b] tangent se mutuo in F, duo circuli GF, CF: Sed & mutuo sese secant in F, vt dictum est. Quod est absurdum. Non ergo circulus maximus DE, secat alibi circulos *AB*, CB, quam in B, contactu, atque adeo per eorum tactum transibit. Itaque si in sphæra duo circuli se mutuo tangant, &c. Qnod ostendendum erat.

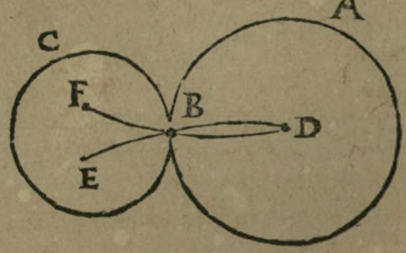


a 20.1. *huius.*
b 3. *huius.*

THEOR. 5. PROPOS. 5. vj.

SI in sphæra duo circuli se mutuo tangant, maximus circulus descriptus per vnius polos, & per contactum amborum circulorum, per reliqui quoque circuli polos transibit.

IN sphæra duo circuli *AB*, CB, tangant se mutuo in B, sintque D, E, poli ipsorum. Dico maximum circulum per D, polum circuli *AB*, & per contactum B, descriptum transire quoque per E, polum circuli CB. Si enim fieri potest, non transeat per E, sed per aliud quoduis punctum F, cuiusmodi est circulus maximus DBF: [a] Et per polos D, E, maximus circulus describatur DE, [b] qui omnino per contactum B, transibit; atque adeo duo circuli maximi DBF, DBE, se mutuo secabunt in D, & B, [c] ac proinde bifariam. Semicirculus ergo erit vterque arcus DB. Quoniam vero circulus maximus per alterum polorum cuiuslibet circuli in sphæra transiens, [d] transit quoque per reliquum polum, estque inter duos polos eiusdem circuli semicirculus circuli maximi interpositus; fit, vt existente D, vno polorum circuli *AB*, punctum B, sit alter polus. Quod est absurdum. Est enim B, in circumferentia circuli. Transit igitur circulus maximus DB, per E. Quocirca, si in sphæra duo circuli se mutuo tangant, &c. Quod erat ostendendum.



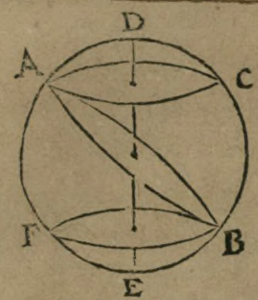
a 20.1. *huius.*
b 4. *huius.*
c 11. 1. *huius.*
d *coroll.* 16. 1. *huius.*

THEOR. 6. PROPOS. 6. vij.

SI in sphæra maximus circulus aliquem circulorum in sphærica superficie descriptorum tangat, tanget & alterum ei æqualem, & parallelum.

a 20.1.huius. b 5.huius. c 10.1.huius.

IN ſphæra maximus circulus A B, tangat circulum A C, in A. Dico circulum AB, tangere quoque alterum circulum ipſi AC, æqualem, & parallelum. Sit enim D, polus circuli AC: [a] ac per D, A, circulus maximus deſcribatur DA: qui, cum per D, polum circuli AC, & per contactum A, tranſeat, [b] tranſibit per polos quoque circuli AB. Aſſumpto autem E, reliquo polo circuli A C, ducatur recta D E, [c] quæ per centrum ſphæræ tranſibit, atque adeo ſphæræ diameter erit. Ex polo igitur E, & ad interuallum E B, circulus deſcribatur BF. Dico circulum maximum A B, tangere quoque circulum B F, in B, & circulum BF, æqualem eſſe, ac parallelum circulo A C. Quoniam enim recta D E, per polos circulorum A C, B F, tranſiens [d] perpendicularis eſt ad ipſos circulos, [e] erunt circuli A C, BF, paralleli. [f] Rurſus quia circuli maximi in ſphera bifariam ſe ſecant, ſemicirculus erit ACB; atque adeo ſemicirculo DCE, æqualis. Dempto ergo communi arcu BD, æquales remanebunt arcus DA, EB; [g] atque adeo rectæ DA, EB, à polis D, E, ad circumferentias circulorum AC, BF, ductæ æquales. [h] Quare æquales ſunt circuli AC, BF,. Denique quia circuli AB BF, in eodem puncto B, ſecant maximum circulum AEB, in quo quidem polos habent, [i] ſe mutuo tangent in B, circuli AB, BF. Quare circulus maximus A B, tangens in ſphæra circulum A C, tangit quoque alterum circulum BF, ipſi AC, æqualem, & parallelum. Ac proinde ſi in ſphæra maximus circulus aliquem circulorum, &c. Quod erat demonſtrandum.



d 10.1.huius. e 14.vndec. f 11.1.huius. g 29.tert. h ſchol.21.1.huius. i 3.huius.

COROLLARIVM.

HINC perſpicuum eſt, puncta contactuum A, B, per diametrum eſſe oppoſita. Oſtenſum enim eſt, A C B, eſſe ſemicirculum, ac propterea rectam ex *A*, ad B, ductam eſſe diametrum ſphæræ, ſeu circuli maximi A C B, &c.

viij.

THEOR. 7. PROPOS. 7.

SI ſint in ſphæra duo æquales, & paralleli circuli, maximus circulus, qui eorum alterum tetigerit, reliquum quoque tanget.

a 6.huius. b ſchol. 2. huius.

IN eadem figura ſint duo circuli æquales, & paralleli AC, BF, & maximus A B, tangat A C. Dico eundem AB, tangere quoque BF. Si enim A B, non tangat ipſum B F, [a] tanget vtique alterum ipſi A C, æqualem, & parallelum. Cum ergo & B F, eidem AC, æqualis ponatur, & parallelus, erunt tres circuli in ſphæra, nempe A C, B F, & ille alius, quem *A* B, tangit, inter ſe æquales, & paralleli. Quod eſt abſurdum. [b] Non enim plures circuli æquales ſunt, & paralleli in ſphæra, quàm duo. Tanget igitur circulus AB, circulum BF. Quamobrem, ſi ſint in ſphæra duo æquales, & paralleli circuli, &c. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM.

IN alia verſione demonſtratur & ſequens theorema.

ix.

CIRCVLI in ſphæra paralleli, quos maximus aliquis circulus tangit, æquales inter ſe ſunt.

c 1.huius. d 20.1.huius. e 4.huius. f 29.tert. g ſchol.21.1.huius.

IN eadem adhuc figura ſint duo circuli paralleli A C, BF, quos circulus maximus AB, tangat in A, B. Dico circulos AC, BF, æquales inter ſe eſſe. Quoniam enim paralleli ponuntur circuli A C, B E, [c] *ipſi circa eoſdem polos erunt, qui ſint D, E;* [d] *per quos, & polos circuli AB, circulus maximus deſcribatur AFB,* [e] *qui per contactus A, B, tranſibit. Quoniam vero circuli maximi in ſphæra ſe mutuo ſecant bifariam, ſemicirculus erit ADB, atque adeo ſemicirculo DBE, æqualis. Dempto ergo arcu communi DB, æquales remanebunt arcus DA, EB;* [f] *ac proinde & rectæ DA, EB, ex polis D, E, ad circumferentias circulorum AC, BF, ductæ æquales.* [g] *Quare circuli AC, BF, æquales erunt. Quod eſt propoſitum.*

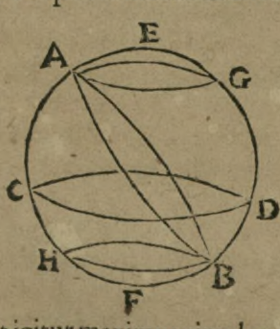
x.

THEOR. 8. PROPOS. 8.

SI in ſphæra maximus circulus ad aliquem ſphæræ circulum obliquus ſit, tanget is duos circulos æquales quidem inter ſe, parallelos autem prædicto circulo, ad quem obliquus eſt.

a 1.1.huius. b 20.1.huius. c 3.huius. d 6.huius. e 1.huius. f 2.huius.

IN ſphæra maximus circulus AB, ad circulum quemcunque CD, obliquus ſit. Dico circulum *A* B, tangere duos circulos inter ſe quidem æquales, parallelos autem ipſi C D. [a] Sint E, F, poli circuli CD, [b] per quos, & polos circuli *A* B, circulus maximus deſcribatur E *A* B, ſecans *A* B, in *A*, & B. Ex polo deinde E, & interuallo E *A*, circulus deſcribatur *A* G. Et quoniam circuli *A* B, *A* G, in eodem puncto A, ſecant maximum circulum E *A* B, in quo polos habent, [c] ipſi ſe mutuo tangent in *A*. Circulus igitur maximus *A* B, tangens circulum *A* G, [d] tanget alterum illi æqualem, & parallelum, qui ſit B H. Quia vero circuli paralleli *A* G, BH, [e] circa eoſdem polos ſunt E, F: Sunt autem E, F, poli etiam circuli C D; erunt tres circuli *A* G, CD, B H, circa eoſdem polos; [f] atque adeo paralleli inter ſe erunt. Tangit igitur maximus circulus *A* B, duos *A* G, BH, æquales quidem inter ſe, parallelos autem ipſi CD, ad quem obliquus eſt. Quocirca, ſi in ſphæra maximus circulus ad aliquem, &c. Quod oſtendendum erat.

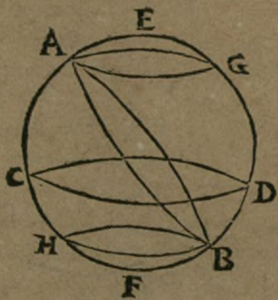


SCHO-

SCHOLIVM.

ALIVD theorema hoc loco adiicitur in alia versione, videlicet.

SI in sphera maximus circulus aliquem circulorum in sphærica superficie tangat, obliquus erit ad alios circulos, quos secat, parallelos ei, quem tangit.

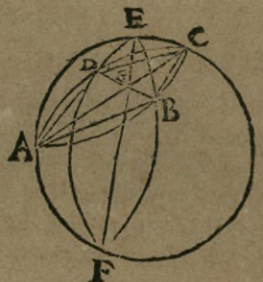


IN eadem figura maximus circulus AB, tangat circulum AG, secet autem circulum CD, ipsi AG, parallelum. Dico circulum AB, obliquum esse ad circulum CD. Quoniam enim maximus circulus AB, tangens circulum AG, non transit per ipsius polos. (Si namque per ipsius polos duceretur, [a] *secaret ipsum bifariam, non autem tangeret.) atque adeo neque per polos circuli CD; (*[b] *habent enim paralleli circuli AG, CD, eosdem polos) non secabit maximus circulus AB, circulum CD, ad angulos rectos:* [c] *Alias transiret per eius polos. Igitur obliquus est ad circulum CD. Quod est propositum.*

a 15.1. huius.
b 1. huius.
c 13.1. huius.

THEOR. 9. PROPOS. 9. x ij.

SI in sphæra duo circuli se mutuo secent, maximus circulus per eorum polos ductus secabit bifariam segmenta ipsorum circulorum.



IN sphæra se mutuo secent duo circuli ABCD, EDFB, in punctis B,D,& per eorum polos [a] describatur maximus circulus AFCE, secans circulos dictos in punctis A, C, E, F. Dico circulum AFCE, secare bifariam segmenta BAD,BCD,BED, BFD. [b] Quoniam enim circulus maximus AFCE, circulos ABCD, EDFB, secat bifariam, & ad angulos rectos, quod per eorum polos ductus sit, erunt communes sectiones AC, EF, quas cum ipsis facit, diametri ipsorum secantes sese in G. Secabunt enim se mutuo rectæ AC, EF, cum in eodem plano circuli AFCE, existant, sitque punctum F, inter puncta A,& C; atque punctum E, inter eadem puncta. Connectantur rectæ BG, DG; Eruntque tria puncta B, G, D, in vtroque plano circulorum ABCD, EDFB; atque adeo in communi eorum sectione: [c] Est autem communis eorum sectio linea recta. Igitur recta erit BGD. Et quoniam circulus AFCE, ostensus est secans ad angulos rectos vtrumq; circulũ ABCD, EDFB, erit viciſsim vterq; rectus ad circulum AFCE, [d] atq; adeo & BD, communis eorum sectio ad eundem perpendicularis erit. Recti igitur erunt anguli BGA, DGA, BGC, DGC, ex definit. 3. lib. 11. Euclid. Quare diameter AC, cum per centrum circuli ABCD, transeat, secetque rectam BD, ad angulos rectos, [e] bifariam eam secabit. Itaque cum latera AG, GB, æqualia sint lateribus AG, GD, contineantque angulos æquales, nempe rectos, [f] erunt bases AB, AD, subtendentes arcus AB, AD, inter se æquales, [g] ac proinde & arcus AB, AD, æquales erunt. Eodem modo ostendemus arcus CB, CD, æquales esse; nec non & arcus EB, ED; & FB, FD. Circulus igitur AFCE, segmenta BAD, BCD, BED, BFD, bifariam diuidit. Quapropter si in sphæra duo circuli se mutuo secent, &c. Quod demonstrandum erat.

a 20.1. huius.
b 15.1. huius.
c 3. vndec.
d 19. vndec.
e 3. tertij.
f 4. primi.
g 28. tert.

SCHOLIVM.

DVO alia theoremata in alia versione hoc loco adduntur, hæc videlicet.

I.

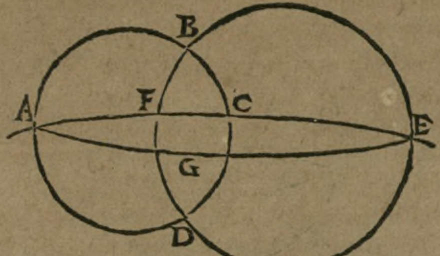
SI in sphæra circuli se mutuo secent, circulus alius eorum segmenta bifariam secans, it per polos eorum, estque circulus maximus. xiij.

IN eadẽ figura secent se mutuo duo circuli ABCD, EDFB, in punctis B, D, & alius quispiã circulus AFCE, secet segmenta BAD, BCD, BED, BFD, bifariam. Dico circulum AFCE, ire per polos ipsorum, esseque circulum maximum. Quoniam enim arcus AD, AB, æquales sunt, nec non CD, CB; erunt toti arcus ADC, ABC, æquales, & propterea semicirculi. Eodemque modo semicirculi erunt EDF, EBF. Circulus igitur AFCE, bifariam secat circulos ABCD, EDFB, atque adeo communes sectiones AC, EF, se intersecantes in G, ipsorum diametri sunt. Quod si connectantur rectæ BG, DG, cum tria puncta B, G, D, in vtroque plano circulorum ABCD, EDFB, sint, atque adeo in communi ipsorum sectione; [a] *sit autem communis eorum sectio linea recta; recta erit BGD.* [b] *Quoniam vero subtensæ rectæ DA, DC, subtensis rectis BA, BC, singulæ singulis æquales sunt, ob æquales arcus, angulosque continent æquales,* [c] *nempe rectos in semicirculis existentes;* [d] *æquales erunt anguli DAC, BAC. Quod etiam ita probari poterit. Quoniam latera DA, AC, lateribus BA, AC, æqualia sunt, basisque DC, basi BC, æqualis,* [e] *erunt anguli DAC, BAC, æquales. Rursus quia latera AD, AG, lateribus AB, AG, æqualia sunt, angulosque continent æquales, vt demonstratum est;* [f] *æquales erunt anguli AGD, AGB, ac propterea recti. Perpendicularis igitur est BGD, ad rectam AC. Eodem modo ostendemus rectam eandem BGD, ad EF, perpendicularem esse.* [g] *Quare eadem BGD, perpendicularis erit ad planũ circuli AFCE, per rectas AC, EF, ductum;* [h] *ac proinde & vtrumq; planum circulorum ABCD, EDFB, per rectam BGD, ductum ad idem planum circuli AFCE, rectum erit: & viciſsim circulus AFCE, ad circulos ABCD, EDFB, rectus erit. Itaque circulus AFCE, circulos ABCD, EDFB, & bifariam & ad angulos rectos secat.* [i] *Quare maximus est, transitque per ipsorum polos. Quod est propositum.*

a 3. vndec.
b 29. tert.
c 21. tert.
d 4. primi.
e 8. primi.
f 4. primi.
g 4. vndec.
h 18. vndec.
i schol. 15. 1. huius.

I I.

xiv. SI in ſphæra duo circuli ſe mutuo ſecent, maximus circulus ſecans bifariam duo illorum ſegmenta quæcunque, habens tamen arcum inter illa ſegmenta poſitum ſemicirculo inæqualem; tranſit per polos ipſorum, duoque reliqua ſegmenta bifariam ſecat.



IN ſphæra duo circuli A B C D, EBFD, ſe mutuo ſecent in punctis B, D: Et maximus circulus A F C E, ſecet duo quæcumque illorum ſegmenta, nempe BAD, BED, bifariam in punctis A, E, & arcus AFCE, interceptus inter dicta ſegmenta non ſit ſemicirculus. Dico circulũ AFCE, tranſire per polos circulorum A B C D, E B F D, ſecareq; reliqua ſegmenta BCD, BFD, bifariam. Si enim circulus A F C E, non tranſeat per ipſorum polos, deſcribatur, ſi fieri poteſt, alius circulus maximus AGE, per eorum polos, a 9 huius. [a] *qui ſegmenta ipſorum bifariam ſecabit; atque adeo per puncta A, E, tranſibit.* b 11.1. huius. [b] *Secabunt ſe igitur circuli maximi AFCE, AGE, in A, E, bifariam: ac propterea ſemicirculus erit AFCE. Quod eſt contra hypotheſim. Tranſit ergo circulus AFCE, per polos cir-*

c 9. huius. *culorum ABCD, EBFD.* [c] *Quare omnia ſegmenta ipſorum ſecabit bifariam. Quod eſt propoſitum.*

THEOR. 10. PROPOS. 10.

xv. SI ſint in ſphæra paralleli circuli, per quorum polos deſcribantur maximi circuli; parallelorum quidem circumferentiæ inter maximos circulos interceptæ, ſimiles ſunt; maximorum autem circulorum circumferentiæ inter parallelos circulos interceptæ, ſunt æquales.

a 1. huius. SINT in ſphæra circuli paralleli ABCD, EFGH, quorum polus I: [a] (ſunt enim paralleli circuli in ſphæra circa eoſdem polos.) Per I, autem circuli maximi deſcribantur vtcumque AEIGC, BFIHD. Dico circumferentias parallelorum AB, EF, ſimiles, nec non BC, FG; Item CD, GH; & DA, HE: circumferentias vero maximorum circulorum inter parallelos, nempe AE, BF, CG, DH, æquales eſſe. Sint enim communes ſectiones circuli AIC, & parallelorum rectæ AC, EG, [b] quæ parallelæ erunt: communes vero ſectiones circuli BID, & parallelorum eorundem, rectæ BD, FH, quæ ſimiliter parallelæ erunt. Et quia circuli maximi AIC, BID, per polos parallelorum deſcripti [c] ſecant parallelos bifariam; erunt AC, BD, diametri circuli ABCD, & punctum L, vbi ſe interſecant, centrum eiuſdem: Item EG, FH, diametri circuli EFGH, & punctum K, vbi ſe interſecant, centrum eiuſdem. Quoniam igitur rectæ EK, KF, rectis AL, LB, parallelæ ſunt, ſuntq; in diuerſis planis, [d] erunt anguli EKF, ALB, ad centra K, L, æquales. Quare circumferentiæ AB, EF, per ea, quæ in ſcholio propoſ. 22. lib. 3. Euclid. oſtendimus, ſimiles erunt. Eodemque modo ſimiles erunt BC, FG, & CD, GH, nec non DA, HE.

b 16. vndec.

c 15.1. huius.

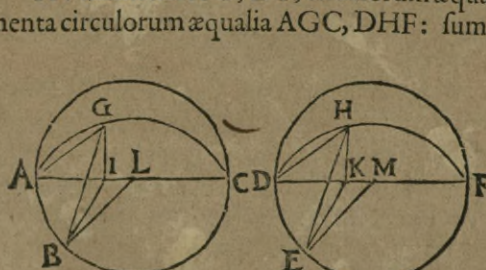
d 10. vndec.

e 28. tert. RVRSVS, quia rectæ ex polo I, ad puncta A, B, C, D, demiſſæ æquales ſunt, ex defin. poli, [e] erunt quoque arcus IA, IB, IC, ID, æquales: Et eodem modo æquales erunt arcus IE, IF, IG, IH. Reliquæ igitur circumferentiæ AE, BF, CG, DH, æquales inter ſe erunt. Quapropter, ſi ſint in ſphæra paralleli circuli, &c. Quod erat demonſtrandum.

xvj. *THEOR. 11. PROPOS. 11.*

SI in diametris circulorum æqualium æqualia circulorum ſegmenta ad angulos rectos inſiſtant, à quibus ſumantur æquales circumferentiæ, quarum quælibet inchoata ab extremitate ſui ſegmenti, ſit minor ſemiſſe circumferentiæ integri ſegmenti, à punctis autem æquales circumferentias terminantibus ducantur æquales rectæ lineæ ad circumferentias circulorum primo poſitorum; ipſæ circulorum primo poſitorum circumferentiæ interceptæ inter illas rectas lineas, & extremitates diametrorum, erunt æquales.

IN diametris AC, DF, circulorum æqualium ABC, DEF, inſiſtant ipſis circulis ad angulos rectos ſegmenta circulorum æqualia AGC, DHF: ſumanturque æquales arcus AG, DH, ita vt puncta G, H, ſecent ſegmenta AGC, DHF, non bifariam. Ex G, H, denique in circumferentias circulorum ABC, DEF, cadant rectæ æquales GB, HE. Dico circumferentias AB, DE, eſſe æquales. [a] Demittantur ex G, H, rectæ GI, HK, ad plana circulorum ABC, DEF, perpendiculares, [b] quæ in communes ſectiones AC, DF, cadent in puncta I, K. Sumptis quoque L, M, centris circulorum ABC, DEF, ducantur rectæ LB, BI, AG; ME, EK, DH; cadantque primum puncta I, K, in ſemidiametro AL, DM. Quoniam igitur arcus AGC, DHF, æquales ſunt, nec non & arcus AG, DH; æquales quoque erunt arcus CG, FH; [c] ac propterea anguli GAC, HDF, illis inſiſtentes æquales. Sunt autem & angu-



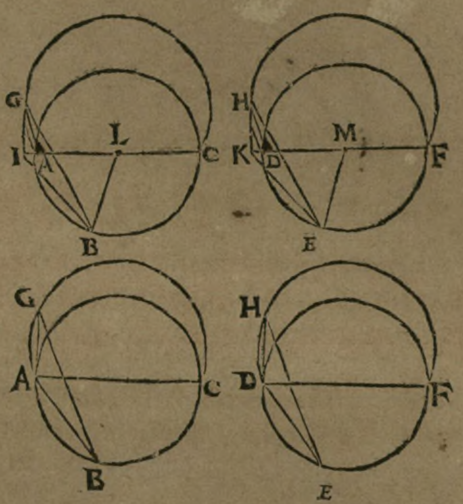
a 11. vndec.

b 38. vndec.

c 27. tert.

& anguli AIG, DKH, æquales, quod recti sint ex defin.3.lib.11.Euclid. Itaque duo triangula AIG, DKH,
habent duos angulos GAI,AIG, duobus angulis HDK,DKH, æquales. [d] Habent autem & latus AG, lateri
DH, æquale (ob æqualitatem arcuum AG, DH.) quod angulis æqualibus I, K, subtenditur. [e] Igitur & la- d 29. tert.
tus AI, lateri DK, & latus GI, lateri HK, æquale erit. Quoniam vero anguli GIB, HKE, recti sunt ex defin. e 26.pri.
3.lib.11. Euclid. erunt quadrata ex GB, HE, quæ inter se æqualia sunt, ob æqualitatem rectarum GB, HE,
[f] quadratis ex GI,IB, & ex HK,KE, æqualia, ac propterea quadrata ex GI,IB, quadratis ex HK, KE, æqualia e- f 47.pri.
runt. Ablatis ergo quadratis æqualibus rectarum æqualium GI, HK, remanebunt quadrata rectarum IB, KE,
æqualia; Et idcirco & rectæ IB, KE, æquales. Et quia AL, DM, semidiametri circulorum æqualium æquales
sunt; ostensæ autem quoque sunt æquales AI, DK, erunt & reliquæ IL,KM, æquales. Quare latera IL, LB,
lateribus KM, ME, æqualia erunt: sunt autem & bases IB, KE, ostensæ æquales. [g] Igitur & anguli L, M, ad g 8.primi.
centra æquales erunt; [h] ac proinde & arcus AB, DE, æquales erunt. h 26. tert.

CADANT deinde puncta I, K, in semidiametros LA, MD, productas ad A, & D: quod quidem
contingere potest, quando segmenta AGC, DHF, semicirculo sunt maiora; fiatque eadem constructio,
quæ prius. [i] Ostendemus, vt prius, angulos GAC, i 27. tert.
HDF, esse æquales; ac propterea [k] cum tam GAC, k 13. pri.
GAI, quam HDF, HDK, duobus sint rectis æquales,
erunt & GAI, HDK, æquales. Cum ergo & anguli I,
K, æquales sint, nempe recti, [l] & latera GA,HD, æqualia,
ob æquales arcus AG, DH, [m] erunt, vt prius, recti l 29. tert.
GI, IA, rectis HK, KD, æquales; ac propterea & totæ m 26. pri.
IL,KM, inter se æquales erunt. Igitur, vt prius, [n] ostendemus
rectam IB, rectæ KE, [o] & angulum L, angulo n 47. pri.
M, æqualem esse, [p] ac denique arcum AB, ar- o 8. pri.
cui DE. p 26. tert.

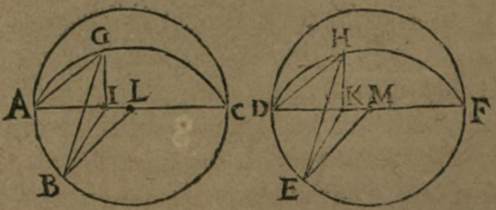


CADANT tertio perpendiculares ex G, H,
demissæ in plana circulorum ABC, DEF, in puncta
AD, quod etiam contingere potest, quando segmenta
AGC, DHF, semicirculo sunt maiora. Ductis igitur
rectis AB, DE, erunt anguli GAB, HDE, recti, ex
defin.3.lib.11.Euclid. [q] Quare, vt prius, æqualia erunt quadrata rectarum GA, AB, quadratis rectarum HD, q 47. pri.
DE: Sunt autem quadrata ex GA, HD, æqualia, [r] quod & rectæ GA,HD, æquales sint, ob æquales arcus AG, r 29. tert.
DH. Igitur & quadrata ex AB, DE, æqualia erunt; & propterea & rectæ AB,DE, æquales. [s] Quare & arcus s 28. tert.
AB, DE, æquales erunt. Quod est propositum. Itaque si in diametris circulorum æqualium æqualia circulorum
segmenta ad angulos rectos insistant, &c. Quod erat demonstrandum.

THEOR. 12. PROPOS. 12. xvj.

SI in diametris circulorum æqualium, æqualia segmenta circulorum erigantur, & ab
ipsis segmentis æquales circumferentiæ ad extremitates segmentorum desumantur minores
dimidijs ipsorum partibus: ab ipsis autem circulis æquales circumferentiæ sumantur ad easdem
partes, quæ sunt ad extremitates diametrorum, rectæ lineæ ductæ à punctis in circumferentijs
segmentorum ad puncta in circumferentijs circulorum, erunt æquales.

REPETANTVR figuræ propositionis præcedentis, cum eisdem constructionibus, ponanturque
arcus AB,DE, æquales. Dico & rectas GB, HE, æquales esse. Quoniam enim, vt in præcedenti propos. demonstratum
est, rectæ AI, IG, rectis DK, KH, æquales sunt; erunt & reliquæ IL, KM, ex semidiametris
AL, DM, vt in prima figura, vbi puncta I,
k, cadunt in semidiametros AL, DM, vel certe erunt
& totæ IL, kM, æquales, vt in secunda figura,
vbi puncta Ik, cadunt in semidiametros AL, DM,
productas ad A, & D. Quia igitur IL, LB, rectis
kM, ME, æquales sunt; [a] continentque angulos
ad L,M, æquales, ob æqualitatem arcuum AB, DE; a 27. tert.

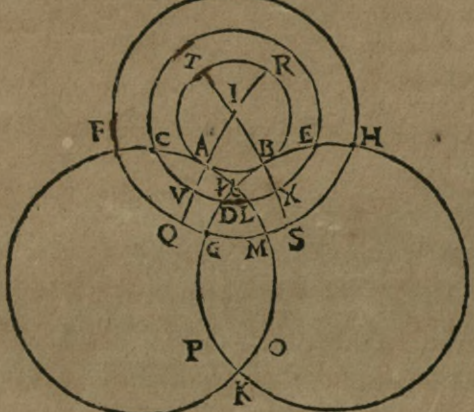


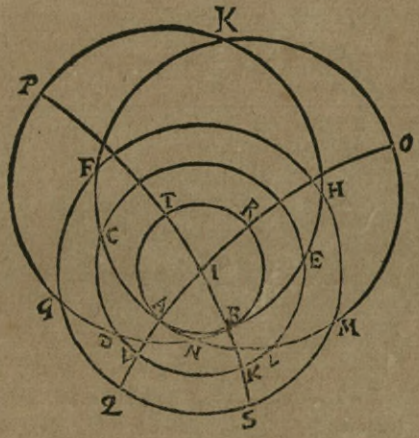
[b] erunt & bases IB, kE, æquales. Quamobrem cum latera GI,IB, lateribus Hk, kE, æqualia sint, contineantque b 4. pri.
angulos GIB, HkE, æquales, nimirum rectos, ex defin.3.lib.11.Euclid. [c] erunt & bases GB, HE, æ- c 4. pri.
quales. Quod est propositum. Facilius idem concludetur, si perpendiculares ex G, H, in plana circulorum
ABC, DEF, demissæ cadant in puncta A, D, vt in tertia figura. [d] Nam quia rectæ GA, AB, rectis HD, d 29. tert.
DE, æquales sunt, ob æquales arcus AG, DH, & AB, DE, continentque angulos æquales, vt-
pote rectos, ex defin.3. lib.11.Euclid. [e] erunt bases GB, HE, æquales. Si igitur e 4. primi.
in diametris circulorum æqualium, æqualia segmenta, &c.
Quod erat ostendendum.

THEOR. 13. PROPOS. 13.

xviij. SI in sphæra sint paralleli circuli, & describantur maximi circuli, qui vnum quidẽ parallelorum tangant, reliquos vero secent; circumferentiæ parallelorum interceptæ inter eos maximorum circulorum semicirculos, qui non concurrunt, similes erunt; maximorum vero circulorum circumferentiæ inter duos quoscunque parallelos interceptæ, erunt æquales.

a 1. huius. SINT in sphæra paralleli circuli AB, CDE, FGH, [a] qui eundem polum habebunt, nempe I. Circuli autem maximi AFK, BHK, tangant parallelum AB, in punctis A, B, & reliquos secent in punctis F, C, L, M; H,
b 11. 1. huius. E, D, G; seipsos autem muto secent in K, N, vt sint semicirculi KMN, NFK; KGN, NHK. [b] Maximi enim circuli se secant mutuo bifariam. Sumatur quoque arcus KO, arcui NA, & arcus KP, arcui NB, æqualis, vt sint quoque semicirculi AMO, OFA; BGP, PHB. Erunt igitur semicirculi AMO, BHP, non coeuntes, cũ se mutuo non secent. (Hi autem semicirculi abscinduntur à circulis AIRO, BITP, vt in secunda figura apparet. In prima autem figura circuli AI, BI, per R, & T, producti intelligendi sunt transire per O, P, vt eosdem semicirculos auferant.) Eodem modo non coeuntes erunt semicirculi BGP, AFO. Dico arcus parallelorum AB, LE, MH, interceptos inter semicirculos AMO, BHP, non coeuntes similes esse, necnon & arcus AB, CD, FG, interceptos inter semicirculos BGP, AFO, non concurrentes similes esse: Arcus vero maximorum circulorum AC, AL, BD, BE, æquales esse; necnon & arcus CF, LM, DG, EH: quorum illi inter parallelos AB, CDE, hi vero inter parallelos CDE, FGH, interiiciuntur: Eodemque pacto æquales esse arcus AF, AM, BG, BH, inter parallelos AB, FGH, interiectos. [c] Per polum enim I, & puncta contactuum A, B, circuli maximi describantur QAIR, SBIT, secantes parallelos in Q, S, V, X. [d] Transibunt hi circuli maximi per polos quoque circulorum AFK, BHK; [e] ac proinde bifariam secabunt segmenta CAL, DBE, CVL, DXE: necnon segmenta FAM, GBH, FQM, GSH. [f] Præterea iidem circuli ad angulos rectos secabunt parallelos AB, CDE, FGH, & maximos circulos AFK, BHK. Quoniam igitur diametris circulorum æqualium AFK, BHK, insistunt ad angulos rectos segmenta circulorum æqualia, nempe semicirculi inchoati à punctis A, B, & per I, transeuntes, donec iterum secent circulos AFK, BHK, nimirum in punctis O, P, vt in secunda figura apparet; [g] suntque arcus æquales AI, BI, quod ex defin. poli rectæ IA, IB, æquales sint; qui quidem minores sunt dimidijs semicirculorum partibus: (cum enim dimidij sint arcuum AIR, BIT, quod, ex defin. poli, rectæ ex I, ad puncta A, B, R, T, [h] atq; adeo arcus quoque sint æquales: sint autem arcus AIR, BIT, semicirculo minores, quod semicirculi tendant ex A, & B, per I, vsque ad circulos AFK, BHK, quales in secunda figura sunt ARO, BTP; erunt arcus AI, BI, minores dimidijs partibus illorum semicirculorum.) sunt quoque æquales rectæ IC, IE, ex poli defin. [i] erunt arcus AC, BE, æquales: Est autem AC, ipsi AL, & BE, ipsi BD, æqualis, [k] propterea quod arcus CAL, DBE, bifariam secantur, vt demonstratum est. Quatuor ergo arcus AC, AL, BE, BD, æquales sunt. Eodem modo ostendemus, æquales esse quatuor arcus AF, AM, BH, BG; ac propterea & reliquos CF, LM, EH, DG, qui quidem singuli inter binos parallelos intercipiuntur. Quod secundo loco proponebatur demonstrandum.





c 10. 1. huius.
d 5. huius.
e 9. huius.
f 15. 1. huius.
g 28. tert.
h 28. tert.
i 11. huius.
k 9. huius.

QVIA vero arcus toti CAL, DBE, æquales sunt, quod ipsorum dimidia æqualia sint, vt demonstratum
l 29. tertij. est; [l] erunt & rectæ subtensæ CL, DE, æquales, quæ quidem arcubus quoque CVL, DXE, subtenduntur;
m 18. tert. [m] ac propterea & arcus parallelorum CVL, DXE, æquales erunt. [n] Cum ergo secentur bifariam in V, X,
n 9. huius. vt dictum est, æquales erunt eorum medietates, nimirum quatuor arcus CV, VL, DX, XE. Si igitur arcubus æqualibus CV, DX, communis arcus addatur VD, vel auferatur in secunda figura, æquales erunt arcus
o 10. huius. CD, VX: [o] Est autem arcus VX, arcui AB, similis. Igitur & CD, eidem AB, similis erit. Non secus ostendemus FG, eidem AB, similem esse; nec non & arcus EL, HM, eidem arcui AB, esse similes. Quod primo loco proponebatur demonstrandum. Si ergo in sphæra sint paralleli circuli, &c. Quod ostendendum erat.

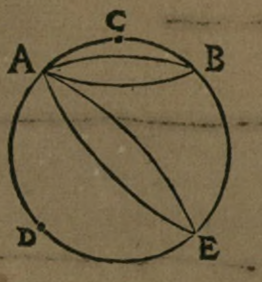
SCHOLIVM.

DEBENT autem semicirculi non concurrentes inchoari à punctis contactuum A, B: quales sunt AMO, BHP. Quare cum cuiuslibet circuli maximi sint duo semicirculi inter puncta contactuum duorum parallelorum oppositorum non sumendi sunt duorum circulorum semicirculi se inter puncta contactuum duorum parallelorum secantes, sed vnus quidem versus illud punctum sectionis, alter vero in alteram partem vergens; ita vt conuexum vnius respiciat concauum alterius, & contra

contra, vt in prædictis duobus ſemicirculis apparet. Itaque ſi accipiantur duo ſemicirculi AMO, DKY, (ſumpto arcu KY, æquali ipſi DN,) non concurrentes, vt patet, non erunt arcus DL, GM, ſimiles. Alias maximi duo circuli per polum I, & puncta D, I, ducti, tranſirent per puncta G, M: quandoquidem per 10. huius intercipiunt arcus ſimiles. Hoc autem fieri non poteſt. Eſſent enim DG, LM, ſemicirculi: cum per 11. primi huius maximi circuli ſe bifariam ſecent.

PROBL. 1. PROPOS. 14. xvij.

CIRCVLO in ſphæra dato, qui minor ſit quam circulus maximus, datoq; aliquo puncto in eius circumferentia, per illud punctum deſcribere circulum maximum, qui tangat datum circulum.



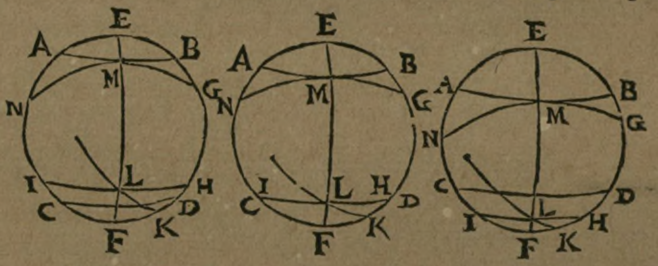
IN ſphæra datus circulus ſit non maximus AB, cuius polus C, oporteatq; per A, punctum in eius circumferentia datum, deſcribere maximum circulum, qui circulum AB, tangat. [a] Per polum C, & punctum A, deſcribatur circulus maximus CADEB, in quo ſumatur quadrans AD, & polo D, interuallo DA, circulus deſcribatur AE, [b] qui maximus erit, quod recta ſubtenſa DA, latus ſit quadrati in maximo circulo deſcripti. Dico circulum maximum AE, tangere circulum AB, in A. Quoniam enim duo circuli AB, AE, eundem circulum CAD, per eorum polos tranſeuntem ſecant in eodem puncto A, [c] ipſi ſe mutuo tangent in puncto A. Circulo igitur in ſphæra dato, &c. Quod faciendum erat.

a 20. 1. hui.
b 17. 1. hu.
c 3. huius.

PROBL. 2. PROOS. 15. xix.

CIRCVLO in ſphæra dato, qui minor ſit maximo circulo, & puncto aliquo dato in ſphæræ ſuperficie, quod ſit inter datum circulum, & alium eidem æqualem, & parallelum, per punctum illud datum deſcribere maximum circulum, qui tangat datum circulum maximo minorem.

SIT in ſphæra datus circulus non maximus AB, cui æqualis ſit & parallelus CD, datumq; punctum ſit G, inter duos circulos AB, CD; oporteatque per G, circulum maximum deſcribere, qui tangat circulum AB. Sint E, F, poli parallelorũ AB, CD, [a] (habent enim paralleli eoſdem polos) [b] & per E, G, circulus maximus deſcribatur EAC, qui per reliquum polum F, tranſibit, ex coroll. ſcholij prop. 10. lib. 1. huius. In hoc accipiatur quadrans BH; cadetque punctum H, vel ſupra D, vel in D, vel infra D: Quodcunque autem horum contingat, ita rem exequemur. Ex polo E, ad interuallum EH, vel ex polo F, ad interuallum FH, circulus deſcribatur HI, [c] qui ipſis AB, CD, parallelus erit, exiſtetque vel ſupra CD, vel idem erit qui CD, vel infra CD, ſitus erit, prout punctum H, ſupra D, vel in D, vel infra D, poſitum fuerit.



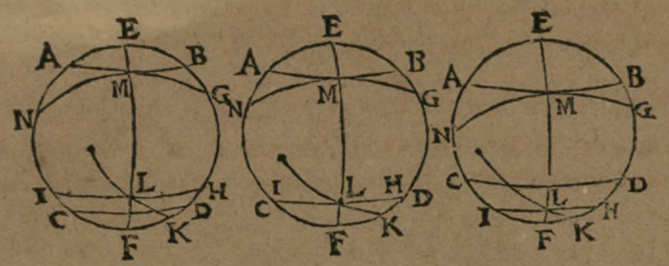
Sumatur rurſum quadrans GK, eritque punctum K, vltra H, cum GH, quadrante minor ſit. Polo deinde G, interuallo autem GK, circulus deſcribatur KL, [d] qui maximus erit, quod recta ſubtendens quadrantem GK, æqualis ſit lateri quadrati in maximo circulo deſcripti. Secet autem KL, circulum HI, in L, [e] (Secabit enim eum neceſſario, cum punctum K, ſit infra H, & ad I, non perueniat. Nam cum paralleli AB, CD, æquales ſint; [f] erunt rectæ EA, FD, æquales, [g] ac proinde & arcus AE, DF, æquales erunt. Addito ergo communi arcu AF, æquales erunt arcus EAF, AFD: atque adeo cum EAF, ſit ſemicirculus inter polos E, F; erit quoque AFD, ſemicirculus. Eſt autem AI, quadrans; [h] cum æqualis ſit quadranti BH. Igitur & ID, quadrans erit: ac propterea IG, quadrante maior. Quare ſumpto quadrante GK, cadet quidem punctum K, infra H, ſed ad I, non perueniet. Ex quo fit, circulum HI, à circulo KL, ſecari) & per L, F, circulus maximus deſcribatur FL, qui per reliquum polum E, tranſibit, ex coroll. ſcholij propoſ. 10. lib. 1. huius. Secet autem hic circulus FLE, circulum AB, in M. [i] Eruntque arcus ML, BH, circulorum maximorum per E, F, polos parallelorum tranſeuntium, intercepti inter parallelos AB, HI, æquales, ac propterea exiſtente BH, quadrante per conſtructionem, erit & LM, quadrans. Polo igitur L, interuallo autem LM, circulus deſcribatur MN, [k] qui maximus erit, quod recta ſubtendens quadrantem LM, æqualis ſit lateri quadrati in maximo circulo deſcripti. Quoniam vero maximus circulus KL, tranſit per L, polum maximi circuli NM, [l] tranſibit viciſſim maximus circulus NM, per G, polum circuli KL: atque ita tranſit maximus circulus NM, per datum punctum G. Dico iam eundem tangere circulum AB, in M. Quoniam enim circuli AB, GN, in eodem puncto M, ſecant maximum circulum EF, in quo polos habent, [m] ipſi ſe mutuo tangent in M. Deſcriptus eſt ergo per G, circulus maximus GN, tangens circulum AB, in M. Quare circulo in ſphæra dato, &c. Quod faciendum erat.

a 1. huius.
b 20. 1. hui.
c 2. huius.
d 17. 1. hui.
e 20. 1. hui.
f Schol. 11. huius.
g 28. tertij.
h 10. huius.
i 10. huius.
k 17. 1. hui.
l Schol. 15. huius.
m 3. huius.

SCHOLIVM.

QVOD ſi punctum G, datum ſit præciſe in medio arcus BD, erit GF, quadrans. Tunc enim ſi æqualibus arcubus GB, GD, addantur arcus BE, DF, [n] qui æquales ſunt; cum rectæ EB, FD, per defin. poli æquales ſint: æquales fient arcus GE, GF; ac proinde, exiſtente EGF, ſemicirculo inter polos E, F, quadrãtes erunt GE, GF. Polo igitur G, interualloq; GF, circulus deſcriptus FE,

n 28. tertij.



secabit HI, in L, puncto, quod rursum erit polus circuli tangentis, vt prius. Si vero G, punctum datum sit idem, quod D, erit polus circuli tangentis in medio arcus D-CA, cũ hic arcus semicirculus sit. q 3. huius. *q Circulus autem ex illo polo descriptus tanget AB, in A, & CD, in D, vt patet: quoniam videlicet circulus hic maximus, & paralleli AB, CD, secant in punctis A, D, circumferentiam maximi circuli ACDB, in quo polos habent.*

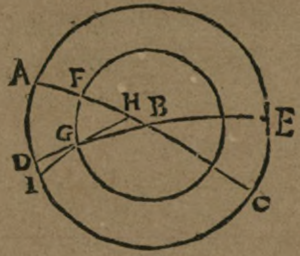
QVONIAM vero sicut L, polus est ostensus circuli maximi GN, tangentis, circulum AB, ita quoque ostendi potest, aliud punctum, in quo maximus circulus KL, circulum HI, ex altera parte secat, polum esse alterius cuiusdam circuli maximi, qui per G transeat, tangatque circulum AB, in alio puncto; perspicuum est per punctum in sphæra datum inter duos circulos æquales, & parallelos describi posse duos circulos maximos, qui circulum AB, tangant in duobus punctis.

xx.

THEOR. 14. PROPOS. 16.

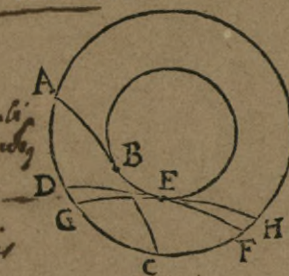
MAXIMI circuli, qui similes circumferentias parallelorum circulorum in sphæra auferunt, aut per parallelorum polos transeunt, aut eundem vnum parallelum tangunt.

IN sphæra maximi circuli ABC, DBE, auferant ex parallelis ADC, FG, circumferentias similes AD, FG. Dico maximos circulos ABC, DBE, aut transire per polos parallelorum ADC, FG, aut vnum eundem parallelum tangere. Aut enim alter illorum, nempe ABC, transit per polos parallelorum, atque ita ostendemus, alterum per eosdem transire, aut non transit quidem per polos parallelorũ, sed alterum tamen illorum tangit, atque ita demonstrabimus, alterum eundem tangere; aut denique neque per polos parallelorum incedit, neque alterum illorum tangit, quo posito concludemus circulos maximos datos aliquem alium parallelum tangere datis parallelis minorem. Transeat enim primum ABC, per polos parallelorum. Dico & DBE, per eosdem transire, hoc est, punctum B, in quo se secant maximi circuli ABC, DBE, polum esse parallelorum ADC, FG. Si namque B, non est eorum polus, sit H, polus ipsorum. Et quia circulus ABC, ponitur transire per

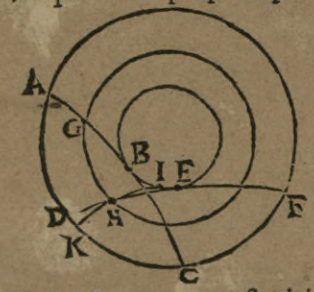


a 10.1. hui. b 10. huius. eorum polos, erit H, in circumferentia ABC. a Per H, G, describatur circulus maximus HG, secans ADC, in I. b Eruntque arcus AI, FG, similes, cum intercipiantur inter maximos circulos AH, HI, per polum H, descriptos: Ponitur autem & arcus AD, eidem arcui FG, similis. Similes ergo sunt arcus AI, AD; atque adeo cum sint eiusdem circuli, inter se æquales erunt, totum & pars. Quod est absurdum. Non ergo aliud punctum, præter B, polus erit parallelorum, si alter circulorum ABC, DBE, nempe ABC, per illorum polos ducitur. Quare vterque circulus maximus ABC, DBE, per polum B, parallelorum transit, si vnus ipsorum transit.

SED iam duo maximi circuli ABC, DEF, auferant rursum ex parallelis ADC, BE, circumferentias similes AD, BE, & neuter illorum transeat per parallelorum polos, sed alter, nempe ABC, vnum eorum, puta BE, tangat in B. Dico & circulum DEF, eundem BE, tangere in E. Si enim non tangit, sed secat. c 14. huius. c describatur per E, punctum in parallelo BE, datum maximus circulus GEH, tangens parallelum BE, in E; eruntque semicirculi, quorum alter ex E, per G, ducitur, alter vero ex B, per A, transit, non coeuntes, vt constat ex figura propos. 13. huius libri, & ex demonstratis ibidem. d 13 huius. d Igitur arcus BE, AG, similes erunt: Ponuntur autem & similes BE, AD. Similes ergo sunt inter se AG, AD; ac proinde, cum sint eiusdem circuli, inter se æquales erunt, totum, & pars. Quod est absurdum. Nullus ergo alius circulus maximus per E, ductus præter DEF, parallelum BE, tangit in E, si ABC, eundem in B, tangit. Quare si ABC, tangit BE, tanget & DEF, eundem BE.



POSTREMO maximi circuli ABC, DEF, auferant ex parallelis ADC, GH, circumferentias similes AD, GH; & neuter illorum per parallelorum polos ducatur, aut alterum eorum tangat. Dico circulos maximos ABC, DEF, tangere alium quendam parallelum ipsis ADC,, GH minorem. Quoniam enim circulus maximus ABC, neque transit per polos parallelorum, neque alterum ipsorum tangit, erit circulus maximus ABC, ad vtrumque parallelorũ ADC, GH, obliquus. e 13 1. hui. f 5. huius. Si enim rectus esset, e transiret per ipsorum polos, quod non ponitur. f Tanget igitur ABC, duos circulos æquales inter se, & parallelos vtrique ADC, GH. Tangat ergo parallelum BE, qui minor erit vtroque ADC, GH; (cum ABC, ipsos secet) atque adeo & alter sibi æqualis, & parallelus minor erit vtroque ADC, GH: ac proinde paralleli ADC, GH, positi erũt inter illos duos, quos circulus ABC, tangit. Dico & DEF, eundem BE, tangere. Si enim non tangit, g 15. huius. g describatur per punctum H, quod est inter circulum BE, & sibi æqualem, ac parallelum, vt ostendimus, circulus maximus KH, tangens BE, in I; eruntque semicirculi, quorum alter ex I, per H, alter vero ex B, per G, transit, non coeuntes, vt constat ex figura propos. 13. huius libri, & ex demonstratis ibidem. h Igitur arcus AK, GH, similes erunt: Ponuntur autem & AD, GH, similes. h 13. huius. Similes igitur sunt AK, AD; atque adeo, cum sint eiusdem circuli, inter se æquales



quales erunt, totum & pars. Quod est absurdum. Nullus ergo alius circulus maximus per H, descriptus, præter DEF, parallelum BE, tangit, si ABC, eundem tangit in B. Quare si ABC, tangit circulum BE, tanget & DEF, eundem BE. Quapropter maximi circuli, qui similes circumferentias, &c. Quod erat ostendendum.

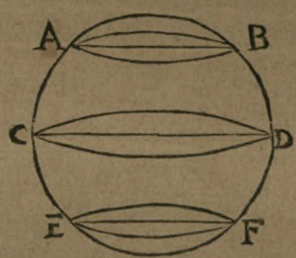
SCHOLIVM.

MANIFESTVM autem est, circulos maximos ABC, DEF, ita tangere eundem parallelum BE, vt semicirculi eorum à contactibus per arcus similes procedentes non coeant. Alias non essent arcus ablati similes, vt constat ex propos. 13. huius libri.

THEOR. 15. PROPOS. 17. xxj.

IN sphæra paralleli circuli, inter quos & maximum parallelorum æquales circumferentiæ maximorum circulorum intercipiuntur, sunt inter se æquales: Illi vero, inter quos & maximum parallelorum maiores maximorum circulorum circumferentiæ intercipiuntur, sunt minores.

SINT in sphæra paralleli circuli AB, CD, EF; sitque CD, maximus parallelorum. Inter circulum vero CD, & vtrumque parallelorum AB, EF, intercipiantur æquales circumferentiæ AC, CE, maximi alicuius circuli ACEFDB. Dico parallelos AB, EF, æquales esse. Sint enim communes sectiones parallelorum, & circuli ACEFDB, rectæ AB, CD, EF, [a] quæ parallelæ inter se erunt. Transeat autem primum circulus maximus ACE, FDB, per polos parallelorum. Quo posito, [b] secabit circulus ACEFDB, parallelos AB, CD, EF, bifariam, & ad angulos rectos; atque adeo diametri erũt AB, CD, EF, parallelorum. [c] Quoniam vero arcus AC, BD, æquales sunt, nec non & arcus CE, DF; ponitur q; AC, æqualis ipsi CE; erunt AC, BD, simul ipsis CE, DF, simul æquales: Sunt autem semicirculi æquales CABD, CEFD: [d] quia circuli maximi CD, ACEFDB, se mutuo bifariam diuidunt. Igitur reliqui arcus AB, EF, æquales erunt, [e] ac propterea & rectæ AB, EF, hoc est, diametri circulorum AB, EF, æquales. Circuli ergo AB, EF, æquales sunt.

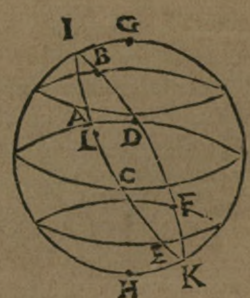


a 16. vnde. b 15. 1. hui. c 10. huius. d 11. 1. hui. e 29. tertij.

QVOD si arcus AC, maior ponatur arcu CE. Dico circulum AB, minorem esse circulo EF. Posita enim eadem constructione, & demonstratione, [f] erunt vt prius, arcus AC, BD, æquales, nec non CE, DF, cum ergo AC, maior ponatur quam CE, erunt duo arcus AC, BD, simul maiores duobus arcubus CE, DF, simul. Reliquus igitur AB, ex semicirculo CABD, minor erit reliquo EF, ex semicirculo CEFD; ac propterea & recta AB, hoc est, diameter circuli AB, minor erit, quam recta EF, hoc est, quam diameter circuli EF, vt in schol. propos. 29. lib. 3. Eucl. à nobis est demonstratum, cum arcus AB, EF, semicirculo sint minores. Quare minor erit circulus AB, circulo EF. Quod est propositum.

f 10. huius.

SED iam circulus maximus ACEFDB, non transeat per polos parallelorum AB, CD, EF; sintque rursus arcus AC, CE, æquales. Dico adhuc circulos AB, EF, esse æquales. Sint enim G, H, poli parallelorum AB, CD, EF, [g] & per G, H, ac polos circuli maximi ACEFDB, circulus maximus describatur GIHK, [h] qui circulum ACEFDB, secabit duobus in punctis vt in IK, ad angulos rectos. Quoniam igitur circulus maximus GIHK, per polos maximorum circulorum ACEFDB, CD, transit, ex constructione, [i] transibunt hi vicissim per illius polos. Puncta igitur C, D, vbi se duo hi circuli intersecant, poli erunt circuli GIHK; (alias non vterq; circulus ACEFD, CD, per polos circuli GIHK, transiret) ac proinde ductæ rectæ CI, CK, ex defin. poli, æquales erunt [k] ac propterea & arcus CI, CK, inter se erunt æquales. Sunt autem & arcus AC, CE, per hypothesim, æquales. Reliqui igitur arcus AI, EK, æquales quoque erunt. Rursus quia semicirculus IGK; semicirculo GKH, æqualis est; [l] (Diuidunt enim se mutuo circuli ACEFDB, & GIHK, bifariam; ac proinde IGK, semicirculus est; Arcus autẽ GKH, semicirculus est, propter G, H, polos parallelorũ) Dempto cõmuni arcu GK, erunt reliqui arcus GI, HK, æquales. Quoniam igitur in diametro circuli ICKD, segmenta circulorum æqualia IGK, KHI, [m] quæ semicirculi sunt, vt ostendimus, insistunt ad angulos rectos, suntque arcus IG, KH, æquales, & non sunt segmentorum semisses, siue quadrantes, cum G, H, non sint poli circuli ICKD: Item æquales sunt arcus IA, KE, vt demonstratum est; [n] erunt rectæ demissæ GA, HE, æquales. [o] Quare circuli AB, EF, æquales inter se erunt.



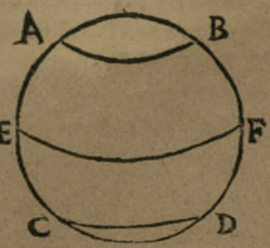
g 20. 1. hui. h 15. 1. hui. i Schol. 15. 1 huius. k 28. tertij. l 11. 1. huius m 11. 1. hui. n 12. huius. o Sch. 26. 1. huius.

QVOD si arcus AC, maior ponatur arcu CE; Dico circulum AB, minorem esse circulo EF. Sumpto enim arcu CL, qui æqualis sit arcui CE, erit, vt proxime demonstratum est, parallelus per L, descriptus æqualis parallelo EF: [p] sed parallelus AB, minor est, quam parallelus per L, descriptus, cum ille longius à maximo parallelorum, atque adeo à centro sphæræ, absit. Minor igitur quoque est parallelus AB, quam EF. Quod est propositum. In sphæra ergo paralleli circuli, inter quos & maximum parallelorum, &c. Quod erat demonstrandum.

p 6. 1. huiu.

THEOR. 16. PROPOS. 18. xxij.

IN sphæra circumferentiæ maximorum circulorum interceptæ inter maximum parallelorum, & duos alios circulos æquales, & parallelos, sunt ęquales: Illę vero, quę intercipiuntur inter maiorem parallelum, & maximum, sunt minores.



IN ſphæra ſint duo paralleli æquales AB,CD,& maximus parallelorum ſit EF: Hos autem omnes parallelos ſecet maximus alius circulus ACDB.Dico arcus AE,EC,nec non BF,FD,æquales eſſe. Si enim non ſunt æquales,ſit AE,maior.[a] Erit igitur circulus AB,minor circuloCD, quod eſt contra hypotheſim.Sunt ergo æquales arcus AE,EC, nec non BF,FD.

a 17.huius.

QVOD ſi circulus AB,maior ponatur circulo CD;Dico arcum AE, minorem eſſe arcu EC.Si enim non eſt minor, erit vel æqualis, vel maior. Si æqualis, [b] erunt circuli AB, CD, æquales: ſi maior, [c] erit circulus AB minor circulo CD,quorum vtrumque eſt contra hypotheſim.Minor ergo eſt arcus AE,quam EC.Quamobrem in ſphæra circumferentiæ maximorum circulorum interceptæ,&c.Quod oſtendendum erat.

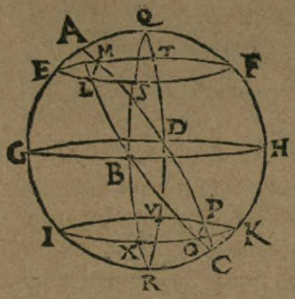
b 17.huius.
c 17.huius.

xxiij.

THEOR. 17. PROPOS. 19.

Si in ſphæra maximus circulus parallelos aliquot circulos in ſphærica ſuperficie deſcriptos ſecet quidem,non tamen per polos,in partes inæquales eos ſecabit, excepto maximo parallelorum: De parallelorum autem ſegmentis in vno hemiſphæriorum interceptis, ea quæ ſunt inter maximum parallelorum, & polum conſpicuum, ſunt maiora ſemicirculo; reliqua vero, quæ ſunt inter maximum parallelorum, & polum occultum, ſunt ſemicirculo minora: Æqualium denique ac parallelorum circulorum alterna ſegmenta ſunt inter ſe æqualia.

IN ſphæra maximus circulus ABCD,parallelos EF,GH,IK,ſecet in L,M;B,D;& O,P,non per polos,qui ſint Q,R:& ſit GH,parallelorum maximus,& Q, polus conſpicuus, & R, occultus in hemiſphærio, quod ſupra circulum maximum ABCD, extat,& ad partes F,vergit.Dico circulum ABCD, parallelos non bifariam ſecare,excepto maximo GH;[a] hunc enim bifariam ſecat:ſegmentum autem LFM, inter maximum parallelum, & polum Q conſpicuũ ſemicirculo eſſe maius, & OKP, minus. Si denique paralleli EF, IK, æquales ſint,alterna ſegmenta LFM,OIP,æqualia eſſe.[b] Per polum enim Q,& punctum B, circulus maximus deſcribatur QBRD; qui per reliquum polum R,tranſibit ex coroll,ſchol. prop.16.lib.1. huius; nec non per punctum D,[c] cum vtrumque circulum GBHD, ABCD, bifariam diuidat;circuli autem hi ſecentur bifariam in B,D.Ex quo fit, circulum QBRD,parallelum EF,ſecare ſupra circulum ABCD,at parallelum IK,infra eundem;vt in punctis S, T; & V, X.[d] Quoniam vero circulus QBRD, parallelos EF,IK,bifariam ſecat,erunt SFT,VKX,ſemicirculi;ac propterea arcus LFM,ſemicirculo maior,& OKP,ſemicirculo minor erit.Quod eſt propoſitum.



a 11.1. hui.
b 20.1.huius
c 11 1. hui.
d 15.1. hui.

SINT iam paralleli EF,IK,æquales.Dico alterna ſegmenta LFM,OIP, æqualia inter ſe eſſe; nec non ſegmenta alterna LEM,OKP.[e] Nam per polos parallelorum, & polos circuli ABCD,deſcribatur circulus maximus AGCH, [f] qui diuidet ſegmenta LAM, OCP, bifariam.Æquales ergo ſunt arcus AL, AM, inter ſe,& CO, CP,inter ſe.Et quoniam circulus maximus AGCH,tranſit per polos maximorum circulorũ GH,AC;[g] tranſibunt viciſſim hi per illius polos.Puncta igitur B,D,poli ſunt circuli AGCH;ac propterea rectæ BA, BC,æquales erunt,ex defi.poli;[h] atque idcirco & arcus ipſi BA,BC,æquales erunt:[i] Sunt autem & arcus BL, BO, æquales propterea quod æquales ponuntur paralleli EF,IK.Igitur & reliqui arcus AL,CO, æquales erunt: Sunt autem arcus AL,CO,dimidii arcuum LAM,OCP; propterea quod AL, ipſi AM, & CO, ipſi CP, oſtenſus eſt æqualis. Æquales ergo ſunt quoque arcus LAM, OCP, [k] ac proinde & rectæ ſubtenſæ LM, OP, æquales erunt. [l] Quare ex circulis æqualibus EF, IK, auferent æquales arcus, maiorem quidem LFM, maiori OIP,& minorem LEM, minori OKP,(hoc eſt alternum ſegmentum alterno ſegmento)æqualem. Quod eſt propoſitum. Itaque ſi in ſphæra maximus circulus parallelos aliquot circulos in ſphærica ſuperficie deſcriptos ſecet quidem, &c. Quod erat demonſtrandum.

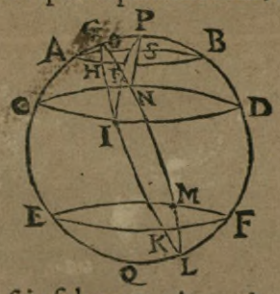
e 20.1. hui.
f 9. huius.
g Schol. 15. 1.huius.
h 28.tertij.
i 18. huius.
k 29.tertij.
l 28. tertij.

xxiv.

THEOR. 18. PROPOS. 20.

SI in ſphera maximus circulus parallelos aliquot circulos ſecet,non tamen per polos; de parallelorum aſſumptis circumferentijs in vno hemiſphærio,illæ quæ propius accedunt ad polum conſpicuum,erunt maiores,quam vt ſimiles eſſe poſſint illis,quæ ab eodem conſpicuo polo longius abſunt.

IN ſphæra parallelos AB,CD,EF,ſecet in H,O;I,N;K,M,non tamen per polos, circulus maximus GHIKLMNO, ſitque ſupra hemiſphærium GBL, polus conſpicuus P, occultus autem Q.Dico arcum OBH,maiorem eſſe,quã vt ſimilis ſit arcui NDI,& NDI, maiorẽ, quam vt ſimilis ſit arcui MFK. [a] Per polum enim parallelorum P, & puncta IN, deſcribantur duo circuli maximi PI,PN, ſecantes parallelum AB, ſupra circulum GILN, in R, S: [b] eritque arcus RBS,arcui IDN,ſimilis.Cum ergo arcus OBH,maior ſit arcu RBS,maior quoque erit, quam vt ſimilis ſit arcui NDI. Eodem modo oſtendemus arcum NDI, maiorem eſſe, quam vt ſimilis ſit arcui MFK, ſi nimirum per polum P, & puncta KM, duo alij circuli maximi deſcribantur.



a 20.1. hui.
b 10.huius.

Igitur ſi in ſphæra maximus circulus parallelos aliquot,&c.Quod demonſtrandum erat.

COROL-

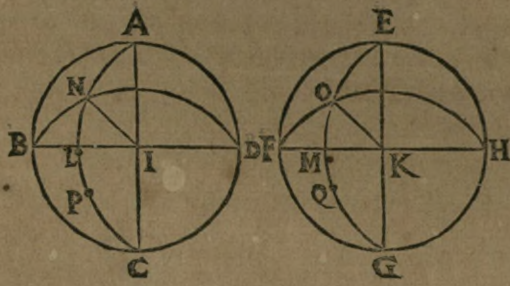
COROLLARIVM.

HINC fit, ſimpliciter arcum OBH, maiorem eſſe partem ſui paralleli AB, quam arcum NDI, ſui paralleli, &c. quandoquidem arcus RBS, tanta pars eſt ſui paralleli, quanta eſt arcus IDN, ſui paralleli, cum hi arcus demonſtrati ſint eſſe ſimiles, &c.

THEOR. 19. PROPOS. 21. xxv.

SI in ſphæris æqualibus maximi circuli ad maximos circulos inclinentur, ~~ille, cuius polus~~ ſublimior ſupra planum ſubiectum eſt, inclinatior erit: illi vero ~~circuli, quorum~~ poli æqualiter diſtant à ſubiectis planis, æqualiter inclinantur.

IN ſphæris æqualibus ABCD, EFGH, quarum centra I, K, ad circulos maximos ABCD, EFGH, quorum poli L, M, inclinentur duo circuli maximi BND, FOH, quorum poli, P, Q; ſitque primum polus P, ſublimior ſupra planum circuli ABCD, quam polus Q, ſupra planum circuli EFGH. Dico circulum BND, inclinatiorem eſſe ad circulum ABCD, quam FOH, ad EFGH. [a] Deſcribantur enim per L, P, polos, & per polos M, Q, circuli maximi ANC, EOG; ſitque communis ſectio circulorum ABCD, BND, recta BD; circulorum autem ABCD, ANC, recta AC; & circulorum BND, ANC, recta NI: quæ omnes rectæ per centrum ſphæræ I, tranſibunt, [b] cum circuli maximi per idem centrum ſphæræ ducantur. Eodem ordine ſint in alia ſphæra communes ſectiones circulorum, vt recta FH, circulorum EFGH, FOH; recta vero EG, circulorum EFGH, EOG; & recta OK, circulorum FOH, EOG: quæ omnes rectæ ſimiliter per centrum ſphæræ K, tranſibunt. Et quoniam circulus ANC, per polos circulorum ABCD, BND, tranſiens, [c] eos ſecat ad angulos rectos; erit viciſſim vterque circulus ABCD, BND, ad circulum ANC, rectus, [d] atque adeo & recta BD, communis eorum ſectio, ad eundem circulum ANC, perpendicularis erit. Quare anguli AID, NID, recti erunt, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. ac proinde AIN, angulus erit inclinationis circuli BND, ad circulum ABCD, ex defin. 6. lib. 11. Eucl. Eodem modo erit EKO, angulus inclinationis circuli FOH, ad circulum EFGH. Quoniam vero, P, polus circuli BND, ſublimior ponitur ſupra circulum ABCD, quam polus Q, circuli FOH, ſupra circulum EFGH, erit maior arcus CP, arcu GQ. Hi enim arcus, cum ſint perpendiculares ad circulos ABCD, EFGH, altitudines polorum P, Q, ſupra ipſos circulos metiuntur. Sunt autem arcus PN, QO, æquales, cum ſint quadrantes. [e] Poli enim P, Q, à circulis maximis BND, FOH, per quadrantem abſunt. Arcus ergo CN, maior erit arcu GO, ac propterea AN, reliquus ex ſemicirculo ANC, minor erit reliquo EO, ex ſemicirculo EOG. [f] Quare angulus AIN, angulo EKO, minor erit, ac proinde magis inclinatus erit circulus BND, ad circulum ABCD, quam circulus FOH, ad circulum EFGH, vt in explicatione defin. 7. lib. 11. Eucl. ſcripſimus.



a 20. 1. huius.
b 6. 1. huius.
c 15. 1. huius.
d 19. vnde.
e Corol. 16. huius.
f Schol. 27. tertij.

SED ſint iam arcus CP, GQ, æquales, hoc eſt, poli B, Q, æqualiter diſtent à planis circulorum ABCD, EFGH. Dico circulos BND, FOH, æqualiter inclinari ad circulos ABCD, EFGH. Quoniam enim arcus CP, GQ, æquales ſunt, ſi addantur quadrantes PN, QO, erunt & arcus CN, GO, æquales; ac propterea & reliqui arcus AN, EO, ex ſemicirculis æquales erunt. [g] Anguli igitur AIN, EKO, æquales erunt, ac propterea, ex defin. 7. lib. 11. Eucl. ſimiles, ſiue æquales erunt inclinationes circulorum BND, FOH, ad circulos ABCD, EFGH. Si igitur in ſphæris æqualibus maximi circuli ad maximos circulos, &c. Quod erat oſtendendum.

g 27. tertij.

SCHOLIVM.

HINC fit, ſi circulorum maximorum ad alios inclinatorum poli æqualiter diſtent à polis maximorum, ad quos inclinatur inclinationes eſſe æquales: cuius vero polus vicinior ſit polo eius, ad quem inclinantur, inclinationem eſſe maiorem. Nam ſi arcus LP, MQ, ſint æquales, erunt & CP, GQ, æquales, [h] cum quadrantes ſint CL, GM; atq; adeo poli P, Q, circulorũ inclinatorum æqualiter diſtabunt à ſubiectis planis circulorum ABCD, EFGH. Quare, vt demonſtratum eſt in hac propoſ. æquales erunt inclinationes circulorum BND, FOH, ad circulos ABCD, EFGH. Si vero arcus LP, minor ſit arcu MQ, erit reliquus arcus CP, ex quadrante maior arcu GQ, reliquo ex quadrante. Igitur, vt oſtendimus in hac propoſ. maior erit inclinatio circuli BND, ad circulum ABCD, quam circuli FOH, ad circulum EFGH.

h Corol. 16. 1. huius.

CONVERSVM quoque huius Theorematis, & ſcholij demonſtrabimus in hunc modum.

SI in ſphæris æqualibus maximi circuli ad maximos circulos æqualiter inclinentur, erunt diſtantiæ polorum ipſorum à ſubiectis planis æquales: Illius vero, qui magis inclinatur, ſublimior erit polus. Item diſtantiæ polorum illorum circulorum, qui æqualiter inclinantur, à polis circulorum, ad quos inclinantur, æquales erunt: Diſtantia vero poli illius circuli, qui magis inclinatur, à polo circuli, ad quem inclinatur, minor erit.

SI namq; circuli BND, FOH, ad circulos ABCD, EFGH, æqualiter inclinentur, erunt anguli AIN, EKO, æquales, ex defin. 7. lib. 11. Eucl. [i] ac propterea & arcus AN, EO, æquales erunt. Additis igitur quadrantibus NP, OQ, æquales erunt arcus AP, EQ, ac propterea & reliqui, CP, GQ, ex ſemicirculis æquales erunt.

SI vero circulus BND, ad circulum ABCD, magis inclinetur, quam circulus FOH, ad circulum EFGH, erit minor angulus AIN, angulo EKO, vt in definitionem 7. lib. 11. Eucl. ſcripſimus; [k] ac propterea & arcus AN, minor erit arcu EO. Additis igitur quadrantibus NP, OQ, minor erit arcus AP, arcu EQ, ac proinde reliquus CP, ex ſemicirculo ANC, reliquo GQ, ex ſemicirculo EOG, maior erit.

i 26. tertij.
k Schol. 26. tertij.

l Corol. 16. 1. huius. RVRSVS, si circuli æqualiter inclinentur, erunt arcus CP, GQ, vt proxime ostendimus, æquales. [l] Cum ergo quadrantes sint CL, GM; erunt & arcus LP, MQ, æquales.

SI denique circulus BND, magis inclinetur, erit ex proxime demonstratis, arcus PC, maior arcu GQ. Reliquus igitur LP, ex quadrante CL, minor erit reliquo MQ, ex quadrante GM, &c.

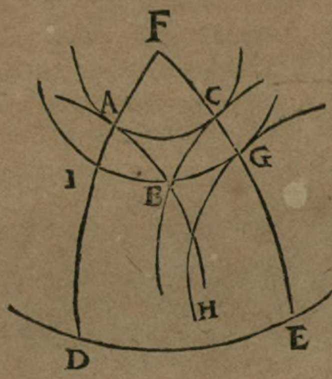
DVO quoque alia Theoremata in alia versione hoc loco adiecta sunt, videlicet.

I.

xxvj. CIRCVLI maximi tangentes eundem parallelum, æqualiter inclinantur ad maximum parallelorum: qui vero maiorem parallelum tangit, inclinatior est ad maximum parallelorum. Et circuli æqualiter inclinati ad maximum parallelorum, tangunt eundem parallelum: Qui vero inclinatior est ad maximum parallelorum, maiorem parallelum tangit.

a 20. 1. hui. b 5. huius. c 15. 1. hui. d 28. tertij. e 21. huius. f 20. 1. hui. g 21. 1. hui.

MAXIMI circuli AB, CB, tangant eundem parallelum AC: sitque parallelorum maximus DE. Dico circulos AB, CB, æqualiter inclinari ad circulum DE. Sit enim F, polus parallelorum, [a] & per F, & contactus A, C, circuli maximi describantur FAD, FCE, [b] qui per polos circulorum AB, CB, transibunt; [c] atque adeo ipsos ad angulos rectos secabunt. Quare arcus, AF, CF, metientur altitudinem poli F, circuli DE, supra circulos AB, CB; [d] ac proinde cum arcus AF, CF; æquales sint, propterea quod rectæ subtensæ FA, FC, æquales sunt, ex defin. poli, [e] æqualiter inclinabitur circulus DE, ad circulos AB, CB; & hi vicissim ad illum æqualiter inclinabuntur.



TANGAT iam maximus circulus GH, maiorem parallelum GI. Dico maiorem esse inclinationem circuli GH, ad maximum parallelorum DE, quam circuli AB. [f] Descripto enim per F, & contactum G, circulo maximo FGE, metietur eodem modo, vt proxime demonstratum est, arcus FG, altitudinem poli F, circuli DE, supra circulum GH. Est autem arcus FG, maior arcu FA, quod circulus GI, maior ponatur circulo AC, ac proinde à polo F, remotior. [g] Igitur magis inclinabitur circulus DE, ad circulum GH, quam ad circulum AB; & vicissim GH, magis ad DE, inclinabitur, quam AB.

h 20. 1. hui. i 15. 1 huius. k Schol. 21. huius. l 3. huius.

RVRSVS circuli maximi AB, CB, æqualiter inclinentur ad circulum DE, maximum parallelorum. Dico illos eundem parallelum tangere [h] Per F, enim polum parallelorum, & polos circulorum AB, CB, circuli maximi describantur FAD, FCE, secantes circulos AB, CB, in A, C. [i] Et quoniam eos secans ad angulos rectos; metientur arcus FA, FC, altitudinem poli F, circuli DE, supra circulos AB, CB. [k] Sunt autem arcus FA, FC, æquales, quod circuli AB, CB, æqualiter ponantur inclinari ad circulum DE, atque adeo & hic vicissim ad illos. Si igitur ex polo F, interuallo FA, vel FC, circulus describatur AC. [l] tanget hic circulos AB, CB, propterea quod circulus AC, & circuli AB, CB, in eisdem punctis A, C, secant circulos maximos FD, FE, qui per eorum polos transeunt.

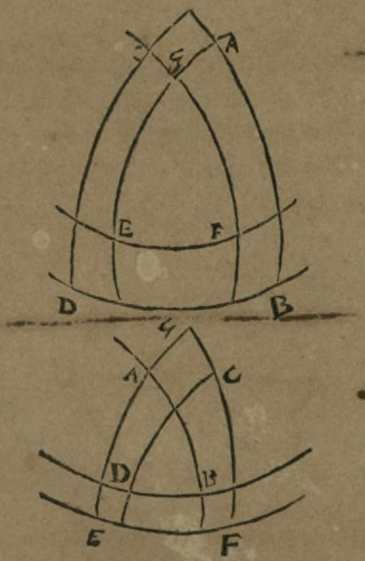
m 20. 1. hu. n 15. 1. hui. o Scho. 21. huius. p 3. huius.

IAM vero circulus maximus GH, magis inclinatus sit ad circulum DE. Dico illum tangere maiorem parallelum. [m] Descripto enim per F, polum parallelorum, & per polum circuli GH, circulo maximo FG, [n] qui circulum GH, secabit ad angulos rectos, nimirum in puncto G; metietur rursus arcus FG, altitudinem poli F, circuli DE, supra circulum GH: [o] Est autem FG, maior quam FA, quod magis inclinatus ponatur circulus GH, quam AB. Igitur circulus ex polo F, & interuallo FG, descriptus maior erit circulo ex eodem polo F, & interuallo FA, descripto. [p] Cum ergo AB, AC, se mutuo tangant in A, & GH, GI, se mutuo quoque tangant in G, constat propositum.

II.

xxvij. CIRCVLI maximi ad maximum parallelorum æqualiter inclinati, polos habent in circumferentia eiusdem paralleli. Et circuli maximi, qui polos habent in circumferentia eiusdem paralleli, ad maximum parallelorum æqualiter inclinantur.

a 20. 1. hui. b 15. 1. hui. c Schol. 21. huius. d 2. huius.



CIRCVLI maximi AB, CD, quorum poli E, F, æqualiter sint inclinati ad DB, maximum parallelorum. Dico eorum polos E, F, esse in eodem parallelo. [a] Descriptis enim per G, polum parallelorum, & per E, F, polos circulorum AB, CD, maximis circulis GE, GF, [b] qui recti erunt ad circulos AB, CD; erunt arcus EG, FG, distantiæ polorum E, F, à polo G: [c] sunt autem æquales, quod circuli AB, CD, ponantur æqualiter in huius linati ad circulum DB. Igitur circulus EF, ex polo G, & interuallo GE, vel GF, descriptus, [d] parallelus est circulo DB; in quo quidem parallelo EF, circuli AB, CD, polos E, F, habent. Quod est propositum.

e 28. tertij. f Schol. 21. huius.

SED iam circuli maximi AB, CD, habeant polos E, F, in parallelo EF. Dico eos æqualiter inclinari ad DB, maximum parallelorum. Erunt enim ex defin. poli, rectæ GE, GF, æquales, [e] atque ob id arcus EG, FG, æquales quoque erunt. Cum ergo ijdem arcus sint distantiæ polorum E, F, à G, polo parallelorum, [f] æqualiter inclinati erunt circuli AB, CD, ad DB, parallelorum maximum.

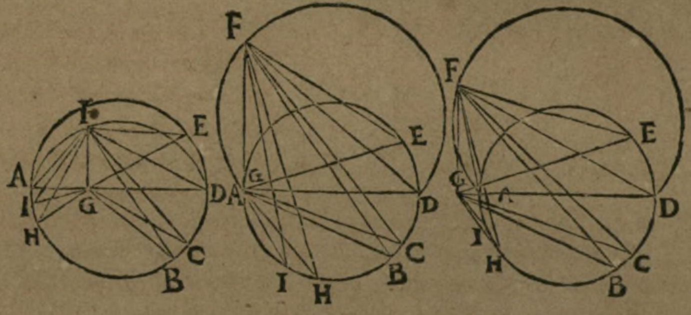
SEQVITVR iam in codice græco propositio 22. cuius demonstratio longissima est. Vnde quoniam in alia versione multo breuius, dilucidiusque eadem demonstratur, visum est hoc loco inserere alia tria theoremata alterius versionis, vt facilius deinde propositionem 22. huius libri demonstremus. Est autem primum Theorema secunda pars propos. 1. libr. 3. Theodosii, quamuis magis vniuersale sit, vt hic proponitur. Primum ergo Theorema, quod ordine tertium est in hoc scholio, ita se habet.

III. SI

III. xxviii.

SI super diametro circuli constituatur rectum circuli segmentum, diuidatur auten segmenti insistentis circumferentia in duas inęquales partes, & à puncto sectionis ad circumferentiam circuli primi plurimę rectę lineę cadant; erit recta subtendens minorem partem insistentis segmenti omnium minima: quę autem maiorem subtendit, omnium maxima. Reliquarum vero propinquior maximę remotiore semper maior est: At propinquior minimę remotiore semper minor est. Duę vero rectę lineę ęquales ab eodem puncto in circumferentiam circuli cadunt, à maxima ęqualiter distantes.

SVPER diametro AD, circuli ABCDE, constituatur rectum circuli segmentum AFD, quod secetur non bifariam in F, sitque minor pars AF, & maior DF: Cadant autem ex F, plurimæ rectæ lineæ FA, FI, FH, FB, FC, FD, FE. Dico omnium minimam esse FA: maximam vero FD: At FC, maiorem, quam FB, &c. Et FI, minorem, quam FH, &c. Denique duas FE, FC, æquales esse, si æqualiter distent à maxima FD, hoc est, si arcus DE, DC, æquales sint. a Demittatur enim ex F, in planum circuli ABCDE, perpendicularis FG, b quæ in AD, communem sectionem cadet: eritque punctum G, vel inter puncta A, D, vt in prima figura. (Id quod semper continget, quando segmentum AFD, semicirculo maius non est, quamuis idem accidere possit in segmento maiore,) vel idem quod A; vel extra circulum in diametro DA, protracta, vt posteriores duæ figuræ indicant. Id quod solum in segmento, quod semicirculo maius sit, contingere potest. In prima autem figura non erit G, centrum circuli ABCDE, quod GF, non diuidat bifariam segmentum AFD: Multo minus in posterioribus duabus figuris erit G, centrum circuli ABCDE. Iungantur rectæ GI, GH, GB, GC, GE; eruntq; omnes anguli ad G, recti, ex definit. 3. lib. 11. Euclid. Quoniam vero rectarum ex G, in circulū ABCDE, cadentium in prima figura, & tertia c minima est, GA; In omnibus autem figuris d maxima est, GD; & GC, maior, quam GB; atq; GI, minor, quam GH; duæ deniq; GC, GE, æquales: erunt propterea in prima, & tertia figura duo quadrata rectarum AG, GF, minora duobus quadratis rectarum IG, GF: e quibus cum æqualia sint quadrata rectarum FA, FI; minus quoq; erit quadratum ex FA, quadrato ex FI; atq; adeo & recta FA, minor erit quam FI. Eodem modo ostendemus FA, in eadem figura prima, & tertia minorem esse, quam FH, &c. In secunda vero figura f minor quoque est FA, quam FI, vel FH, &c. propterea quod in triangulis AIF, AHF, (in quibus angulus A, rectus est, ex defin. 3. lib. 11. Euclid. ac proinde alii acuti.) recta FA, subtendit angulum acutum I, vel H, at recta FI, vel FH, &c. angulum rectum A. Minima ergo omnium est recta FA. Rursus in omnibus figuris erunt duo quadrata ex GD, GF, maiora duobus quadratis ex GC, GF, g quibus cum æqualia sint quadrata ex FD, FC; maius quoq; erit quadratum ex FD, quadrato ex FC; ac proinde & recta FD, maior erit, quam recta FC. Non aliter ostendemus, rectam FD, maiorem esse, quam FB, &c. Maxima ergo omnium est recta FD. Præterea in omnibus figuris erunt duo quadrata ex GC, GF, maiora duobus quadratis ex GB, GF, h quibus cum æqualia sint quadrata ex FC, FB; erit quoque quadratum ex FC, maius quadrato ex FB; ac proinde & recta FC, maior erit, quam FB. Non aliter ostendemus, rectam FC, quæ propinquior est maximæ FD, maiorem esse quacunque alia remotiore, &c. Adhuc in omnibus figuris erunt duo quadrata ex GI, GF, minora duobus quadratis ex GH, GF: i quibus cum æqualia sint quadrata ex FI, FH; erit quoq; quadratum ex FI, minus quadrato ex FH; propterea; & recta FI, minor, quam FH, erit. Eodemque modo demonstrabimus, rectam FI, quæ propinquior est minimæ FA, minorem esse quacunque alia remotiore, &c. Postremo erunt duo quadrata ex GC, GF, æqualia duobus quadratis ex GE, GF: k quibus cum æqualia sint quadrata ex FC, FE, æqualia quoque erunt quadrata ex FC, FE; atq; adeo & rectæ FC, FE, æquales erunt. Constat ergo id, quod proponitur. Cæterum vt ex demonstratione patet, eam rectam dicimus propinquiorem maximæ FD, quæ cadit in punctum vicinius puncto D: Illam vero propinquiorem minimæ FA, quæ cadit in punctum propinquius puncto A.

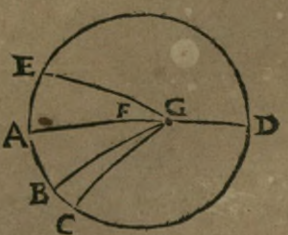


a 21. vnd.
b 38. vnde.
c 7. vel 8. tertij.
d 7 vel 15. vel 8. tertij.
e 47. prim.
f 19. primi.
g 47. prim.
h 47. prim.
i 47. prim.
k 47. pri.

IV. xxxi.

SI in sphæræ superficie intra circuli cuiusque peripheriam punctum signetur præter eius polum, ab eo autem ad circuli circumferentiam plurimi arcus circulorum maximorum ducantur semicirculo minores; maximus est, qui per circuli polum ducitur; minimus autem, qui ei adiacet: Reliquorum vero propinquior maximo remotiore semper maior est: Duo vero arcus ab eodem maximo, vel minimo æqualiter remoti inter se æquales sunt.

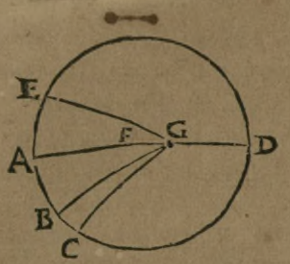
SIT in sphæra circulus ABCDE, cuius polus F, signeturque in sphæra superficie intra peripheriam circuli præter polum F, punctum quodlibet G, à quo plurimi arcus maximorum circulorum ad circumferentiam circuli ABCDE, ducantur, quorum GA, in vtramque partem eductus transeat per polum F; arcus vero GB, propinquior sit ipsi GA, quam GC; duo deniq; GB, GE, æqualiter distent ab eodem GA, vel à GD; sintq; omnes hi arcus semicirculo minores: quod tum demum erit, cum se mutuo non interfecabunt in alio puncto, quam in G, a Cum enim circuli maximi se mutuo diuidant bifariam, erunt arcus GA, GE, semicirculo minores, cum nondū se interfecent. Eademq; rōe erunt alij arcus ex G, exeuntes minores semicirculo, si se mutuo non interfecent. Quod si vnus eorū, vt v.g. arcus GA, esset semicirculus, transirent omnes alij per punctū A, essentq; semicirculi quoq;: Si vero GA, esset semicirculo maior, secarent eum omnes alij, antequam ad circū-



a 11. 1. huı.

ferentiam peruenirent, essentq; semicirculo maiores, vt patet. Vnde nihil colligi posset. Dico arcum GA, omnium esse maximum, & GD, minimum: GB, vero maiorem esse arcu GC; duos denique GB, GE, esse æquales. [b] *Quoniam enim arcus AD, secat circulum ABC, bifariam, & ad angulos rectos; erit recta subtensa AD, diameter circuli ABC; & super ipsam rectum circuli segmentum AGD, constitutum, quod quidem inæqualiter secatur in G, (Nam quia, ex de. polis, rectæ subtensæ FA, FD, æquales sunt,* [c] *erunt quoque arcus FA, FD, æquales ac proinde arcus AD, sectus erit bifariam in F, atque ob id in G, non bifariam) maiorq; pars est GA, & minor GD.* [d] *Igitur rectarum ductarum ex G, ad circumferentiam circuli ABC, maxima est GA, & minima GD: GB, vero maior quàm GC: & GB, GE, æquales. Quare cum arcus, quibus subtenduntur, ponantur semicirculo minores,* [e] *erit & arcus, GA, maximus, & GD, minimus: GB, vero maior, quam GC;* [f] *Arcus denique GB, GE, æquales.*

b 15. 1. hui. c 28. tertij. d Schol. 21. huius. e Schol. 28. tertij. f 28. tertij.

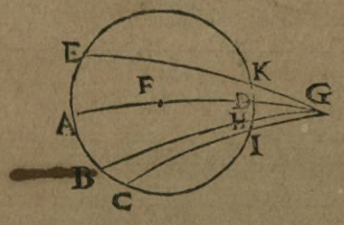


xxxij. V.

SI in sphærę superficie extra circuli cuiusque peripheriam punctum signetur præter eius polum, ab eo autem ad circuli circumferentiam plurimi arcus circulorum maximorum ducantur semicirculo minores, secantesque circumferentiam circuli; maximus est, qui per circuli polum ducitur; Reliquorum vero maximo propinquior, remotiore semper maior est: Minimus autem est ille maximi, qui inter punctum, & circuli circumferentiam extra circulum interijcitur; Reliquorum vero minimo propinquior, remotiore semper minor est: Duo vero arcus ab eodem maximo, vel minimo æqualiter remoti inter se æquales sunt.

IN sphæra circulus sit ABCDE, cuius polus F, signeturq; in sphæræ superficie extra peripheriam circuli, punctum quoduis G, præter alterum polũ circuli ABCDE: & à G, plurimi arcus maximorum circulorum ducantur ad circumferentiam circuli ABCDE, ipsam secantes; quorum GDFA per polum F, transeat; arcus vero GHB, propinquior sit ipsi GDFA, quam GIC: duo denique GHB, GKE, æqualiter distent ab eodem GDFA, vel à GD, sintq; omnes hi arcus semicirculo minores: quod tum demum erit, cum se mutuo non intersecabunt in alio puncto, quam in G, veluti in antecedenti theoremate est ostensum. Dico arcum GA, esse omnium maximum; & GB, maiorem quam GC: Minimum autem esse GD; & GH, minorem quam GI: Deniq; duos arcus GB, GE, Item GH, GK, æquales esse. [a] *Quoniam enim arcus GA, secat circulum ABCDE, bifariam, & ad angulos rectos; erit recta subtensa AD, diameter circuli ABCDE, & super ipsam rectum circuli segmentum constitutum DG, quod initium sumens à D, per G, ducitur, donec in alio puncto A, circulum ABCDE, iterum secet: quod quidem non bifariam sectum est in G, (quod G, non ponatur polus circuli ABCDE, in quo dictum segmentum bifariam diuiditur, vt in præcedenti theoremate ostensum est) maiorque pars est à puncto G, vsque ad A, cum in ea sit reliquus polus, (alias arcus GDA, per vtrumque polum duceretur, ac proinde maior esset semicirculo, cum arcus inter duos polos semicirculus sit.) minor vero DG.* [b] *Igitur rectarum ex G, ad circumferentiam circuli ABCDE, ductarum, maxima est GA, & minima GD, GB, vero maior quam GC; & GB, GE, æquales. Item GH, minor quam GI; & GH, GK, æquales. Quapropter cum arcubus semicirculo minoribus subtendantur, ex hypothesi,* [c] *erit quoque arcus GA, omnium maximus, & GD, minimus: a. GB, maior, quam GC; & GH, minor quam GI.* [d] *Denique GB, GE, necnon GH, GK, æquales inter se. Quod est propositum.*

a 15. 1. hui. b Schol. 21. huius. c Schol. 28. tertij. d 28. tertij.



PERSPICVVM autem est in proximis duobus theorematibus arcus singulos ex G, ductos non debere esse maiores semicirculo: alias non auferrent maiores lineæ maiores arcus, & contra, vt constat ex scholio propos. 28. lib. 3. Euclid.

xxxiii.

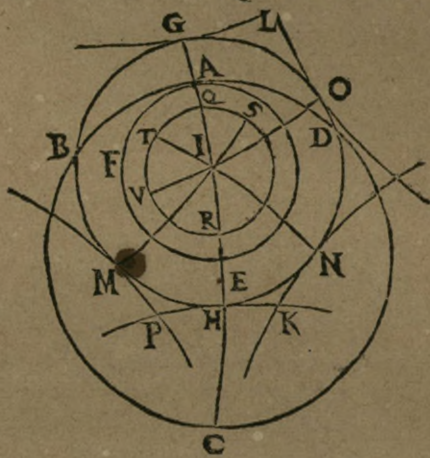
THEOR. 20. PROP. 22.

SI in sphæra maximus circulus vnum quidem circulum tangat, alium vero ei parallelum secet, positum inter sphæræ centrum, & eum circulum, quem tangit maximus circulus, polus autem maximi circuli fuerit inter vtrumque parallelorum, describanturque maximi circuli tangentes duorum parallelorum maiorem: hi omnes erunt inclinati ad maximum circulum, & eorum rectissimus quidem erit ille, cuius contactus erit in eo puncto, in quo maius segmentum paralleli maioris bifariam diuiditur; humillimus vero & maxime inclinatus, cuius contactus erit in eo puncto, in quo minus segmentum bifariam diuiditur: Reliquorum autem illi quidem, qui æqualiter distant ab alterutro eorum punctorum, in quibus segmenta bifariam secantur, sunt similiter inclinati: qui vero contactum remotiorem habet à puncto, in quo maius segmentum bifariam secatur, inclinatior perpetuo est, quam qui contactum eidem puncto propiorem habet. Poli denique maximorum circulorum erunt in vno circulo, qui & minor erit eo circulo, quem tangit maximus in principio circulus, & eidem parallelus erit.

IN sphæra maximus circulus ABCD, cuius polus E, tangat circulum AF, secet autem alium huic parallelum GHBD, positum inter sphæræ centrum, & circulum AF, ita vt circulus GBHD, maior sit quam AF; sitque E, polus circuli maximi ABCD, inter vtrumque circulum AF, GBHD. Quoniam vero maximus circulus ABCD, secat circulum GBHD, non bifariam, cum non transeat per eius polos, hoc est, per polos parallelorum, [a] erit segmentum BHD, ad polum conspicuum, qui sit I, maius semicirculo, & BGD, minus. [b] Ducatur per E, polum

a 19. huius. b 20. 1. hui.

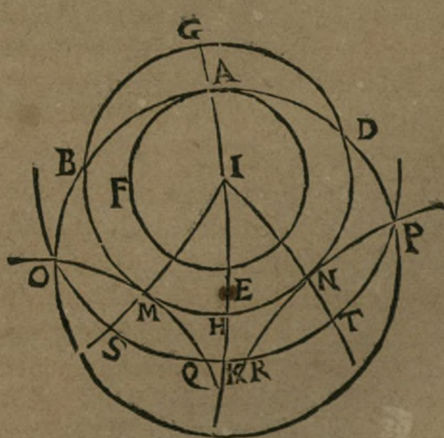
polum circuli ABCD, & I, polum parallelorum circulus maximus GAC, [c] qui secabit segmenta BGD, BH- c 9. huius.
D, bifariam: puncta autem M, N, æqualiter distent ab H; & O, magis distet ab H, quam N, [d] Tangant autem d 14. huius
parallelum GBHD, in punctis G, H, M, N, O, circuli maximi GL, Hk, MP, Nk, OL, qui quidem omnes in-
clinati erunt ad maximum circulum ABCD, cum non transeant per E, polum ipsius. Cum enim E, polus po-
natur inter parallelos AF, GBHD, non poterunt circuli tangentes circulum GBHD, per E, transire, alias seca-
rent ipsum, cum alter polus, [e] per quem etiam necessario transeunt, sit extra dictos parallelos, vt patet. Dico e Corol. 10.
circulum Hk, esse rectissimum, hoc est, minime inclinatum, humilimum autem, id est, maxime inclinatum esse 1. huius.
GL; At MP, Nk, similiter inclinari, & OL, magis quam Nk: Polos denique horum circulorum tangentium
esse in vno eodemque parallelo, qui minor sit, quam AF. Quoniam enim E, polus est circuli ABCD, [f] erit f Coroll. 16.
EA, quadrans maximi circuli; sumatur ei æqualis arcus HQ; eritque punctum Q, inter puncta A, & I, cum ar- 1. huius.
cus HA, maior sit quadrante, (quod EA, quadrans sit ostensus.) & HI, quadrante minor, [g] propterea quod g Coro. 16.
arcus ex I, polo per H, vsque ad maximum parallelorum porrectus sit quadrans. Si igitur ex polo I, ad interual- 1. huius.
lum IQ, circulus describatur QTR, [h] erit is ipsi AF, parallelus, & eo minor. In hoc ergo parallelo QTR, dico h 2. huius.
esse polos omnium circulorum parallelum GBHD, tangentium. [i] Per polum enim I, & puncta contactuum i 20. 1. hui.
describantur circuli maximi MIS, NIT, OIV; [k] qui transibunt quoque per polos tangentium. [l] Quia ve- k 5. huius.
ro arcus HI, MI, NI, OI, GI, æquales sunt, quod ex definitione poli, rectæ illis arcubus subtensæ æquales sint, l 28. tertij.
eademq; ratione & arcus IQ, IS, IT, IV, IR, æquales sunt; erunt toti arcus HQ, MS, NT, OV, GR, æquales;
atque adeo cum HQ, sit quadrans, omnes
illi arcus quadrantes erunt. Quare cum de-
monstratum sit eos transire per polos tan-
gentium, [m] erunt puncta Q, S, T, V, R, m Coro. 16.
poli circulorum tangentium, quæ quidem 1. huius.
omnia sunt in parallelo QTR, quod vlti-
mo loco proponebatur demonstrandum.



Iam vero quia arcus circulorum maximo-
rum ex E, polo circuli maximi ABCD, ad
Q, S, T, V, R, polos tangentium ducti me-
tiuntur distantias poli E, à polis tangenti-
um; (quod hi duo à maximo EQ, æquali-
ter distent, propter arcus QS, QT, qui æ-
quales sunt. [n] Nã arcꝰ paralleli *VR*, inter ma-
ximos circulos HI, MI, NI, similes sunt arcu- n 10. huius.
bus MH, NH: ac proinde cũ hi æquales ponantur, erũt & illi æquales: qui cũ æquales sint arcubus QS, QT, sin-
guli singulis; [o] propterea quod comes sectiones paralleli VR, & maximorũ circulorũ HQ, MS, NT, per eius o 15. 1. hui.
polos ductorum diametri sunt ipsius. Ex quo fit, cum arcus inter has diametros prope R, sint inter se æquales,
[p] arcus quoque oppositos illis QS, QT, æquales esse, propter angulos in centro à prædictis diametris conten- p 26. tertij.
tos, [q] qui æquales sunt vtpote qui æqualibus arcubus prope R, insistant. Hinc enim fit, & angulos ad verticem
arcubus QS, QT, insistentes esse æquales,) estque [r] omnium maximus EQ: minimus autem ER; æquales ve- q 27. tertij.
ro ES, ET, & deniq; ET, maior, quam EV, quod omnes hi arcus sint semicirculo minores;) est enim EQ, qua- r Scho. 21.
drante EA, minor; atque adeo reliqui cum non secabunt circa punctum Q, ideoque semicirculo minores e- huius.
runt.) [s] erit circulus Hk, minime inclinatus ad circulum maximum ABCD; & GL, maxime; at MP, Nk, æ- s Schol. 21.
qualiter, seu similiter; & OL, magis quam Nk, quod primo loco demonstrandum proponebatur. Quocirca si huius.
in sphæra maximus circulus, &c. Quod erat demonstrandum.

THEOR. 21. PROP. 23. xxxiv.

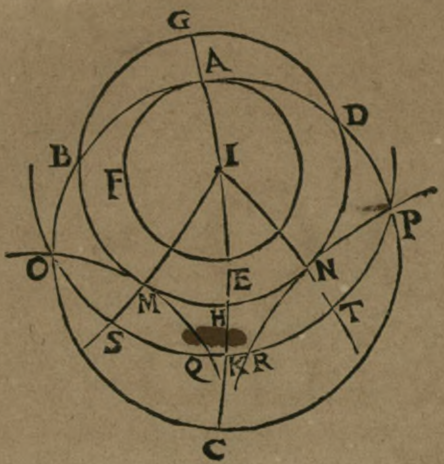
IISDEM positis, si circumferentiæ circulorum tangentium à contactibus ad nodos sint æquales; prædicti circuli maximi similiter inclinati erunt.



RVRSVS in sphæra maximus circulus
ABCD, cuius polus E, tangat circulum AF, se-
cet autem alium huic parallelum GBHD, posi-
tum inter sphæræ centrum, & circulum AF,
ita vt GBHD, maior sit, quam AF; sitque E, po-
lus maximi circuli ABCD, inter vtrumque cir-
culum AF, GBHD: Tangant deinde in punctis
M, N, circuli maximi MO, NP, circulum GBH-
D, secantes ABCD, in O, P, nodis, sintque arcus
MO, NP, æquales. Dico circulos MO, NP, simi-
liter inclinari ad maximum circulum ABCD. [a] a 20. 1. hui.
Ducatur enim per E, polum circuli ABCD, &
I, polum parallelorum circulus maximus GAC:
Item per I, polum parallelorum & puncta conta-
ctuum circuli maximi IM, IN, [b] qui per polos b 5. huius.
quoque circulorum tangentium transibunt, [c] c 15. 1. hui.
atque adeo ipsos ad angulos rectos secabunt. Quoniam igitur segmenta circulorum æqualia, nempe semicir-
culi,

culi, qui tendunt ex M, & N, per I, donec iterum secent circulos tangentes MO, NP, insistunt diametris circulorum MO, NP, (est enim communis sectio circulorum maximorum IM, M O, diameter vtriusque, [d] cum se mutuo secent bifariam) ad angulos rectos, & diuiduntur non bifariam in I, quod I, polus parallelorum non sit polus tangentium; ponunturque arcus MO, NP, æquales; [e] erunt ductæ rectæ IO, IP, æquales. Si igitur ex I, polo parallelus describatur Ok, ad interuallum IO, transibit is quoque per P. Et quia circulus maximus IM, transiens per polos circulorum MO, OQ, se secantium in O, Q, [f] secat eorum segmenta bifariam, æquales erunt arcus MO, MQ, & SO, SQ; Eodemque argumento æquales erunt arcus NP, NR, & TP, TR; nec non kO, kP, & CO, CP; propterea quod circulus maximus IkC, transiens per polos circulorum OkP, OCP, [g] secat eorum segmenta bifariam in k, & C. Cum ergo arcus MO, NP, ponantur æquales, erunt & toti OMQ, PNR, quorum ipsi dimidii sunt, æquales; [h] atq; adeo & rectæ subtensæ OQ, PR, æquales erunt. [i] Igitur & arcus OSQ, PTR, æquales erunt; ac proinde & eorum dimidii OS, PT, æquales erunt. Sunt autem & toti kO, kP, ostensi æquales. Reliqui ergo kS, kT, æquales erunt; atque adeo, cum sint vnius eiusdemque circuli, similes inter se erunt. [k] Quia vero arcubus kS, kT, similes sunt arcus HM, HN; erunt quoque æquales arcus HM, HN. [l] Itaque cum segmentum BHD, bifariam secetur in H, sintque æquales arcus HM, HN; [m] erunt circuli MO, NP, similiter inclinati ad circulum ABCD. Quare iisdem positis, si circumferentiæ à contactibus, &c. Quod erat demonstrandum.

d 11. 1. hui.
e 12. huius.
f 9. huius.
g 9. huius.
h 29. tertij.
i 28. tertij.
k 10. huius.
l 9. huius.
m 22. hui.



FINIS LIBRI II. THEODOSII.

THEODOSII SPHÆRICORVM

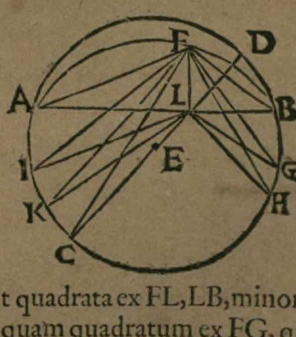
LIBER TERTIVS.

THEOR. 1. PROP. 1.

SI recta linea circulum in partes inæquales secet, super qua constituatur rectũ circuli segmentum, quod non sit maius semicirculo; diuidatur autem segmẽti insistentis circumferentia in duas inæquales partes: Recta linea subtendens earum minorem, minima est linearum rectarum ductarum ab eodem puncto ad maiorem partem circumferentiæ primi circuli: Rectarum vero ductarum ab eo ipso puncto ad circumferentiam interceptam inter illam minimam rectam, & diametrum, in quam cadit perpendicularis deducta ab illo pũcto sempr minimæ propior remotiore minor est. Omnium autem maxima est ea, quæ ab illo eodem puncto ducitur ad extremitatem eiusdem diametri: Item recta subtendens maiorem circumferentiam segmenti insistentis, minima est earum, quæ cadunt in circumferentiam interceptam inter ipsam, & diametrum, semperque huic propior remotiore minor est. Si vero recta linea subiectum circulum secans sit eius diameter, & reliqua omnia eadem sint, vt supra; recta linea subtendens minorem partem circumferentiæ segmenti insistentis, minima est rectarum ductarum ab illo eodem puncto ad primi, & subiecti circuli circumferentiam; ea vero, quæ maiorem partem circumferentiæ segmenti insistentis subtendit, maxima est.

RECTA linea AB, secet circulum ACBD, cuius centrum E, in partes inæquales, quarum maior sit ACB: Insistat autem ipsi AB, rectum circuli segmentum AFB, semicirculo non maius, quod in partes inæquales diuidatur in F; sitque minor pars BF: Ex F, [a] demittatur in circulum ACBD, perpendicularis EL, [b] quæ in AB. communem sectionem cadet: Per E, autem, & L, diameter agatur CD; & ex F, in circumferentiam ACB, maioris segmenti circuli ACBD, plurimæ rectæ cadant FB, FG, FH, FC, FA, FI, FK. Dico omniũ minimã esse FB, & FG, minorem, quã FH; omnium autem maximam esse FC. Item FA, esse omnium minimam, quæ ex F, in portionem AC, cadent; & FI, minorem, quam FK. Ducantur ex L, lineæ rectæ LG, LH, LI, LK; eruntq; ex def. 3. lib. 11. Euclid. omnes anguli ad L, quos recta FL, facit, recti. [c] Quoniam igitur recta LD, est omnium rectarum ex L, cadentium minima, & LB, minor, quam LG, LH, LC, LK, LI, LA; erunt quadrata ex FL, LB, minora quadratis ex FL, LG: [d] Est autem tam quadratum ex FB, quadratis ex FL, LB, quam quadratum ex FG, quadratis ex FL, LG, æquale. Igitur erit quoque quadratum ex FB, minus quadrato ex FG; atq; adeo & recta FB, minor erit quam FG. Non aliter ostendemus rectam FB, minorem esse, quam FH, FC, FK, FI, FA. Quare FB, omnium minima est,

a 11. vnde.
b 38. vnde.



c 7. tertij.
d 47. prim.

RVRSVS [e] quia LG, minor est, quam LH, erunt quadrata ex FL, LG, minora quadratis ex FL, LH: [f] Est autem tam quadratum ex FG, quadratis ex FL, LG, quam quadratum ex FH, quadratis ex FL, LH, æquale. Igitur & quadratum ex FG, quadrato ex FH, minus erit; atq; adeo & recta FG, minor erit, quam recta FH.

e 7. tertij.
f 47. prim.

AMPLIVS

g 7. tertij. AMPLIVS g quia LC, omnium ex L, cadentium maxima est; erunt quadrata ex FL, LC, maiora qua-
h 47. prim. dratis ex FL, LK. h Est autem tam quadratum ex FC, quadratis ex FL, LC, quam quadratum ex FK, quadratis ex FL, LK, æquale. Igitur & quadratum ex FC, maius erit quadrato ex FK; ac proinde & recta FC, maior erit, quam recta FK. Non aliter demonstrabimus, rectam FC, maiorem esse, quam FI, & FA. Est ergo recta FC, omnium maxima.

i 7. tertij. ITEM i quia LA, minor est, quam LI, LK, LC; erunt quadrata ex FL, LA, minora quadratis ex FL, LI,
k 47. prim. k Est autem tam quadratum ex FA, quadratis ex FL, LA, quam quadratum ex FI, quadratis ex FL, LI, æquale. Igitur & quadratum ex FA, minus erit quadrato ex FI; atque ob id recta quoque FA, minor erit, quam recta FI. Eodem modo ostendemus, rectam FA, minorem esse, quam FK, FC. Est ergo FA, omnium rectarum ex F, in arcum AC, cadentium minima.

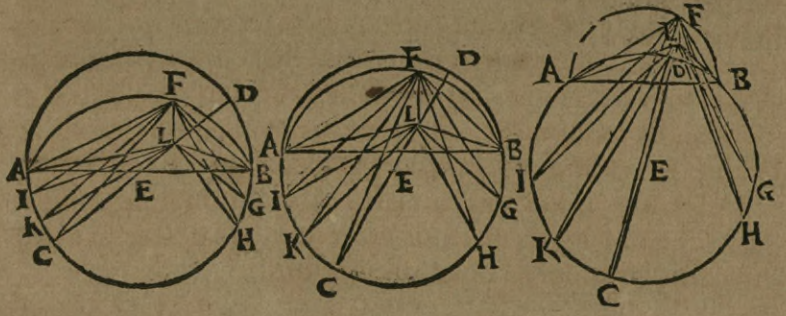
l 7. tertij. DENIQVE l quia LI, minor est, quam LK; erunt quadrata ex FL, LI, minora quadratis ex FL, Lk; est autem tam quadratum ex FI, quadratis ex FL, LI, quam quadratum ex Fk, quadratis ex FL, Lk, æquale. Igitur & quadratum ex FI, minus erit quadrato ex FK, ideoque & recta FI, minor erit, quam recta Fk.

QVOD si recta AB, secet circulum ABCD, bifariam, ita vt sit eius diameter, demonstratum à nobis iam est theoremate tertio scholii propos. 21. præcedentis libri, rectam FB, minimam esse, & FA, maximam. Vnde non est necesse, idem hoc loco demonstrare. Imo plura ibi sunt demonstrata quam hic proponuntur. Si recta igitur linea circulum in partes inæquales secet, &c. Quod ostendendum erat.

THEOR. 2. PROP. 2.

SI recta linea secans circulum segmentum auferat, quod semicirculo minus non sit, super ipsa autem recta linea statuatur aliud circuli segmentum, quod & semicirculo maius non sit, & inclinatum sit ad alterum segmentum, quod semicirculo maius non est; diuidatur vero insistentis segmenti circumferentia in partes inæquales: Recta linea subtendens minorem circumferentiæ partem minima est rectarum omnium ductarum ab illo puncto, à quo ipsa ducitur, ad subiecti circuli circumferentiam illam, quæ semicirculo minor non est: & reliqua omnia, quæ in præcedenti, sequuntur.

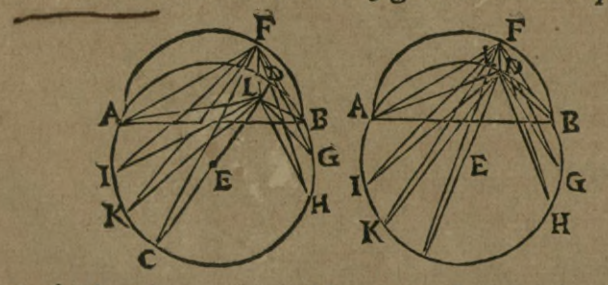
RECTA linea AB, à circulo ABCD, cuius centrum E, auferat segmentum ACB, semicirculo non minus, sed vel semicirculo æquale, vt in prima figura, vel maius, vt in aliis figuris; & super recta AB, statuatur segmentum aliud circuli AFB, semicirculo non maius, sed vel semicirculo æquale, vt in postrema trium figurarum, vel minus, vt in primis duabus figuris, & inclinatum ad segmentum alterum ADB, quod semicirculo maius non est, cum ACB, vel semicirculo æquale, vel maius ponatur. Diuidatur quoque circumferentia AFB, in F, in partes inæquales, & sit FB, minor. Ex F, demittatur in planum circuli ACBD, perpendicularis FL, quæ ad partes segmenti ADB, cadet, propterea quod segmentum AFB, ad segmentum ADC, est inclinatum, ita vt punctum L, sit vel intra segmentum ADB, vel extra, vel certe in ipsa circumferentia ADB. Per centrum autem E, & punctum L, diameter agatur CD, & ex F, in circumferentiam ACB, plurimæ rectæ cadant EB, FG, &c. Dico omnium minimam esse FB; & FG, minorem quam FH: omnium autem maximam esse FC: Item FA, esse omnium minimam, quæ ex F, in circumferentiam AC, cadunt; & FI, minorem



a 7. vel 8. vel 15. tert. quam FK. Ducantur ex L, rectæ lineæ LB, LG, LH, LA, LI, Lk, eruntq; omnes anguli ad L, quos facit perpendicularis FL, recti, ex def. 3. lib. 11. Eucl. a Quoniam igitur recta LD, est omnium minima, (hæc autem linea nihil est omnino in ea figura, vbi punctum L, cadit in D.) & LB, minor, quam LG, LH, LC, Lk, LI, LA, & omnium maxima LC, &c. demonstrabimus, vt in præcedenti, rectam FB, esse omnium minimam, & FG, minorem quam FH: Item FC, omnium maximam, & FA, minimam omnium ex F, in circumferentiam AC, cadentium; & FI, minorem quam Fk. Si igitur recta linea secans circulum, &c. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM.

ADDANTVR, hæ duæ figuræ tribus huius propositionis secundæ, vt omnes casus lineæ perpendicularis FL, perspiciantur. In prima namque harum figurarum segmentum insistens AFB, est semicirculus, caditque perpendicularis FL, intra segmentum ADB: In posteriore autem eadem FL, in ipsam circumferentiam ADB, cadit, existente eodem segmento insistente AFB, semicirculo; quemadmodum & in tertia figura dictæ propositionis idem segmentum insistens AFB, semicirculus est, lineaq; perpendicularis FL, extra segmentum ADB, cadit. Hoc benigne lector, te latere noluimus.

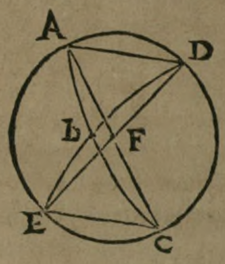


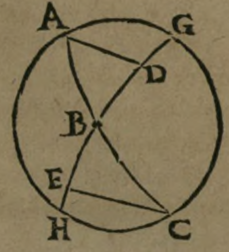
THEO-

THEOR. 3. PROPOS. 3. 1.

SI in sphæra duo circuli maximi se mutuo secent, ab eorum vero vtroq; æquales circumferentiæ sumantur vtrinque à puncto, in quo se secant: Rectæ lineæ, quæ extrema puncta circumferentiarum connectunt ad easdem partes, æquales inter se sunt.

IN sphæra duo circuli maximi A B C, D B E, se mutuo secent in B, & in vno quoque vtrinque à B, sumantur duo arcus æquales BA, BC, & BD, BE, iunganturque rectæ AD, CE. Dico rectas AD, CE, æquales esse. Polo enim B, & interuallo BA, circulus describatur, qui etiam per C, transibit, ob æqualitatem arcuum BA, BC. Aut igitur idem circulus transit etiam per D, atq; adeo & per E, ob æqualitatem arcuum BD, BE, aut non. Transeat primum per D, & E, vt in priori figura; sintq; communes sectiones circulorum maximorum, & circuli ADCE, rectæ AC, DE. Et quoniam circuli maximi ABC, DBE, per B, polum circuli ADCE, transeuntes [a] secant ipsum bifariam, erunt AC, DE, diametri circuli ADCE, & F, centrum; ac proinde rectæ FA, FD, rectis FC, FE, æquales. [b] Cum ergo & angulos æquales comprehendant ad verticem F; [c] erunt & rectæ AD, CE, æquales.





a 15. 1. hui.
b 15. primi.
c 4. prim.

SED non transeat iam circulus ex B, polo descriptus ad interuallum BA, per D, sed vltra punctum D, atq; adeo & vltra punctum E, excurrat. Quod si circulus AGCH, citra punctũ D, transiret, (quod quidẽ contingeret, si arcus BD, maior foret arcu BA,) describendus esset circulus ex B, ad interuallum maioris arcus BD, vt vltra punctum A, excurrat. Producantur arcus BD, BE, ad G, H. [d] Quoniam igitur arcus BG, BH, æquales sunt, quod ex defin. poli, rectæ subtensæ BG, BH, æquales sint: Sunt autem & BD, BE, ex hypothesi, æquales; erunt & reliqui DG, EH, æquales. Et quoniam rectæ ductæ AG, CH, æquales sunt, vt proxime demonstratum est in prima parte huius prop. [e] erunt & arcus AG, CH, æquales. Quia igitur circulus maximus GBH, per polum B, ductus [f] secat circulum AG, CH, bifariam, & ad angulos rectos, insistet segmentum GH, rectum diametro circuli AG, CH. Cum ergo arcus DG, EH, æquales sint, & minores dimidio arcu GDH; sintque arcus GA, HC, ostensi quoq; æquales, [g] erunt rectæ DA, EC, inter se æquales. Si igitur in sphæra duo maximi circuli se mutuo secent, &c. Quod erat demonstrandum.

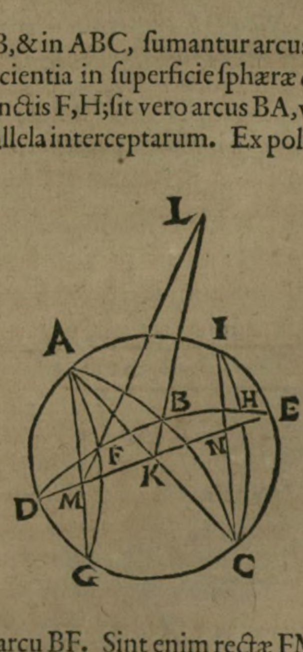
d 28. tertij.
e 28. tertij.
f 15. 1. hui.
g 11. 2. hui.

THEOR. 4. PROPOS. 4. ij.

SI in sphæra duo maximi circuli se mutuo secent, ab eorumque altero æquales circumferentiæ sumantur vtrinque à puncto, in quo se intersecant, & per puncta terminantia æquales circumferentias ducantur duo plana parallela, quorum alterum conueniat cum communi sectione ipsorum circulorum extra sphæram versus prædictum punctum; sit vero vna illarum æqualium circumferentiarum maior vtralibet circumferentiarum in altero maximo circulo interceptarum inter prædictum punctum, & vtrumque planorum parallelorum: Ea circumferentia, quæ est inter illud punctum, & planum, quod non conuenit cum communi sectione ipsorum circulorum, maior est, quam ea eiusdem circuli circumferentia, quæ est inter idem punctum, & planum, quod conuenit cum communi sectione circulorum.

IN sphæra duo maximi circuli ABC, DBE, se mutuo secent in B, & in ABC, sumantur arcus BA, BC, æquales, & per A, C, puncta duo plana parallela inter se ducantur [a] facientia in superficie sphæræ circumferentias circulorum AFG, CHI, quæ secent circumferentiam DBE, in punctis F, H; sit vero arcus BA, vel BC, maior vtralibet circumferentiarum BF, BH, inter punctum B, & plana parallela interceptarum. Ex polo deinde B, & interuallo BA, vel BC, circulus describatur ADCE, qui puncta F, H, transcendet, propterea quod arcus BF, BH, minores ponuntur arcubus B A, B C. Producantur arcus BF, BH, vsque ad circumferentiam circuli ADCE, ad puncta, D, E; sintque communes sectiones circuli ADCE, & circulorum AFG, CHI, rectæ AG, CI; communes autem sectiones circulorum maximorum, & circuli ADCE, rectæ AC, DE; quæ ipsius diametri erunt, atque adeo eiusdem centrum K, [b] cum circuli maximi ipsum per B, polum bifariam secent: Secet autem recta DE, rectas AG, CI, in M, N. Sit quoque maximorum circulorum communis sectio KB, recta, cum qua producta ad partes B, conueniat planum AFG, productum extra sphæram in puncto L. Quo posito, non conueniet alterum planum CHI, cum recta KB, ad partes B, ne cum sibi parallelo plano AFG, conueniat. Dico arcum BH, maiorem esse arcu BF. Sint enim rectæ FM, HN, communes sectiones circuli DBE, & circulorum AFG, CHI. Et quoniam planum AFG, conuenit productum cum

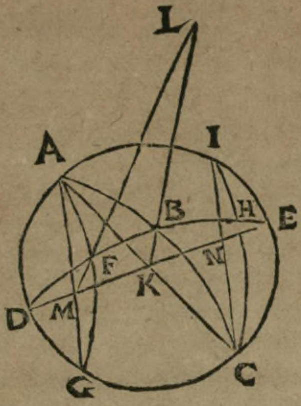
a 1. 1. hui.



b 15. 1. hui.

recta KB; producta in L, erit L, punctum tam in plano DBE, quam in plano AFG; atque adeo in communi eorum sectione, nempe in recta MF. Producta ergo MF, coibit cum KB, producta in L. Quoniam vero planum DBE, secat plana parallela AFG, CHI, [c] erunt sectiones factæ ME, NH, parallelæ. Rursus quia planum ADCE, eadem plana parallela secat, [d] erunt quoq; sectiones factæ AG, CI, parallelæ. [e] Anguli ergo alterni KAM, KCN, æquales [f] sunt. Sunt autem & anguli AKM, CKN, ad verticē æquales, & latera KA, KC, æqualia, cum sint semidiametri circuli ADCE. [g] Igitur & latera KM, KN, æqualia erunt: sunt autem & semidiametri KD, KE, æquales. Reliquæ ergo rectæ DM, EN, æquales erunt. Rursus quoniam recta BK, ex B, polo circuli ADCE, ad eiusdem centrum K, ducta, [h] recta est ad planum circuli, erit angulus MKL, in triangulo KLM, rectus, ex defin. 3. lib. 11. Euclidis. [i] Angulus igitur KML, acutus erit. [k] Cum ergo duo anguli FMN, HNM, duobus sint rectis æquales; erit angulus HNM, obtusus. Quare, vt mox, lemmate sequenti ostendemus, arcus EH, minor erit, arcu DF; atque adeo, [l] cum æquales sint arcus BD, BE, quod rectæ subtensæ BD, BE, ex definit. poli, sint æquales, maior erit arcus BH, arcu BF. Si igitur in sphæra duo maximi circuli se mutuo secent, &c. Quod erat demonstrandum.

c 16. vnde.
d 16. vnde.
e 29. primi.
f 15. primi.
g 26. prim.
h Schol 8.1. huius.
i 17. prim.
k 29. prim.
l 28. tertij.



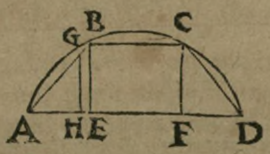
L E M M A.

QVOD autem arcus EH, arcu DF, minor sit, facile demonstrabimus, hoc proposito theoremate prius demonstrato.

SI arcui circuli recta subtendatur, ad quam ex arcu duæ perpendiculares demittantur auferentes versus terminos arcus duos arcus æquales; auferent eædem duas rectas ex recta subtensa æquales. Et si duæ perpendiculares ad rectam subtensam ducantur auferentes duas rectas æquales; auferent eædem duos arcus æquales.

ARCVI circuli ABCD, subtendatur recta AD, ad quam ex arcu demittantur duæ perpendiculares BE, CF, auferentes duos arcus AB, DC, æquales. Dico easdem auferre æquales rectas AE, DF. Ducta enim recta BC, [m] *erunt AD, BC, parallelæ, ob æqualitatem arcuum AB, DC:* [n] *sunt autem & BE, CF, parallelæ. Parallelogrammum igitur est BEFC,* [o] *atque adeo & rectæ BE, CF, æquales.* [p] *Et quoniam æqualibus arcubus AB, DC, rectæ subtensæ AB, DC, æquales sunt; erunt quadrata ex AB, DC, æqualia.* [q] *Cum ergo tam illud æquale sit quadratis ex AE, BE, quam hoc quadratis ex DF, CF; si auferantur æqualia quadrata rectarum BE, CF, æqualia erunt quadrata rectarum AE, DF; ac proinde & rectæ AE, DF, æquales erunt. Quod primo loco proponebatur.*

m Scho. 27 tertij.
n 28. primi.
o 34. prim.
p 29. tertij.
q 47. prim.



SED iam perpendiculares BE, CF, auferant æquales rectas AE, DF. Dico easdem auferre æquales arcus AB, DC. Si enim non sunt æquales, sit, si fieri potest, maior arcus AB, à quo æqualis abscindatur AG, & ex G, ad AD, perpendicularis ducatur GH: Erit igitur, vt proxime demonstratum est, recta AH, rectæ DF, æqualis, atque adeo & recta AE, pars toti: Quod est absurdum. Non est ergo arcus AB, maior arcu DC: eademque ratione neque minor erit. Aequalis ergo est. Quod est propositum. Ex his constat, arcum HE, in figura propositionis minorem esse arcu DF. Nam cum angulus FMK, acutus sit, & HMK, obtusus, si ex M, N, ad DE, perpendiculares ducerentur, caderent hæ in arcus DF, BH, auferrentq;, vt in proximo lemmate ostendimus, arcus æquales. Quare arcus HE, minor est arcu DF.

iij.

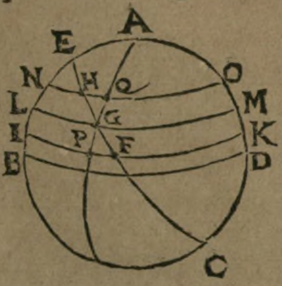
THEOR. 5. PROP. 5.

SI in circumferentia maximi circuli sit polus parallelorum, huncque maximum circulum secent ad angulos rectos duo alii maximi circuli, quorum alter sit vnus parallelorum, alter vero obliquus sit ad parallelos; ab hoc autem obliquo circulo æquales circumferentiæ sumantur deinceps ad eandem partem maximi parallelorum, perque illa puncta terminantia æquales circumferentias describantur paralleli circuli: Circumferentiæ maximi illius circuli primo positi inter parallelos interceptæ inæquales erunt, semperque ea, quæ propior fuerit maximo parallelorum, remotiore maior erit.

IN circumferentia maximi circuli ABCD, sit A, polus parallelorum, eumque secent duo maximi circuli BD, EC, ad angulos rectos, quorum BD, sit maximus parallelorum, & EC, ad parallelos obliquus: & per F, G, H, puncta, quæ ex obliquo circulo arcus æquales auferunt FG, GH, describantur paralleli IK, LM, NO, ex polo A. Dico arcum IL, maiorem esse arcu LN. [a] Per polum enim A, & punctum G, circulus maximus describatur AP, secans parallelos in P, Q. Quoniam igitur in sphæræ superficie intra peripheriam circuli IK, punctum G, signatum est præter polum A, & ex G, duo arcus GP, GF, circulorum maximorum cadunt in circumferentiam circuli

a 20. 1. hui.

circuli IK; [b] erit arcus GP, omnium minimus atque adeo minor quam GF: quod arcus GP, GF, minores sint semicirculo, cum se non intersecent, antequam parallelum IK, diuidunt. Cum enim GP, sit pars quadrantis ex A, per G, vsque ad maximum parallelorum BD, tendentis, non poterit arcum GF, secare, nisi vltra circulum IK, ne GP, sit vel semicirculus, vel semicirculo maior, pro vt videlicet secaret GF, vel in F, vel citra F. Rursus quia in superficie sphæræ extra peripheriam circuli NO, punctum G, signatum est præter eius polum; [c] erit & arcus GQ, omnium ex G, cadentium minimus, hoc est, minor, quam GH: quod arcus GQ, GH, minores sint semicirculo, cum se non intersecent, antequam parallelo NO, occurrant, quod demonstrabitur, vt paulo ante de arcubus GP, GF, dictũ est. Vterque igitur arcus FG, GH, vtroque GP, GQ, maior est. Et quoniam recta per G, & centrum sphæræ ducta, id est, communis sectio circulorum maximorum AP, EC, secant paralleli IK, planum intra sphæram; (non enim recta illa ad centrum sphæræ perueniet, hoc est, ad centrum maximi circuli BD, nisi prius planum circuli IK, secet; quod parallelus IK, positus sit inter maximum parallelorum, & punctum G.) secabit eadem recta plana paralleli NO, extra sphæram, si recta illa, & planum circuli ad partes G, producantur: propterea quod punctum G, positum est inter maximum parallelorum, & parallelum NO. Quoniam igitur duo circuli maximi AP, EC, se mutuo secant in G, puncto, & à circulo EC, vtrinque à puncto G, duo arcus æquales sumpti sunt GF, GH, & per F, H, plana parallela circulorum IK, NO, ducta, quorum NO, occurrit communi sectioni circulorum maximorum AP, EC, extra sphæram, vt ostensum est, estque vterque arcuum GF, GH, maior vtroque arcuum GP, GQ: [d] erit arcus GP, maior arcu GQ: [e] Est autem arcus GP, arcui IL, & arcus GQ, arcui LN, æqualis. Igitur & arcus IL, arcu LN, maior erit. Quare si in circumferentia maximi circuli sit polus, &c. Quod demonstrandum erat.



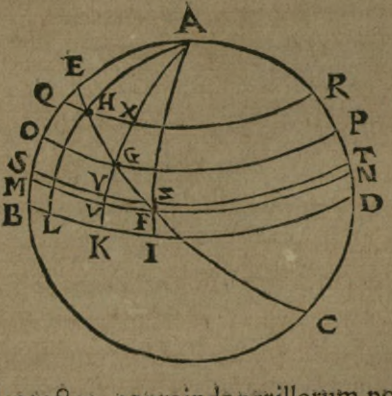
[b] Schol. 21. 2. huius.
[c] Schol. 21. 2. huius.
[d] 4. huius.
[e] 10. 2. hui.

THEOR. 6. PROP. 6.

iv.

SI in circumferentia maximi circuli sit polus parallelorum, huncque maximum circulum, ad angulos rectos secent duo alii circuli maximi, quorum alter sit vnus parallelorum, alter vero obliquus sit ad parallelos; sumantur autem ab obliquo circulo æquales circumferentiæ deinceps ad easdem partes maximi illius paralleli, & per puncta terminantia ęquales circumferentias, perque polum, describantur maximi circuli: Hi circumferentias inæquales intercipient de maximo parallelorum, quarum propior maximo circulo primo posito semper erit remotiore maior.

IN circumferentia maximi circuli ABCD, sit A, polus parallelorum, eumque secent duo maximi circuli BD, EC, ad angulos rectos, quorum BD, sit parallelorum maximus, at EC, ad parallelos obliquus, ex quo sumantur arcus æquales FG, GH; & per puncta F, G, H, [a] perque polum A, circuli maximi describantur AI, AK, AL, secantes BD, in I, K, L, Dico arcum KL, maiorem esse arcu IK, Describantur enim per eadem puncta F, G, H, paralleli MN, OP, QR, secantes AK, in V, G, X, [b] Erit igitur arcus MO, maior arcu OQ; atque adeo, [c] cum arcui MO, arcus VG, & arcui OQ arcus GX, sit æqualis; erit & VG, maior, quàm GX. Sumatur arcus GY, ipsi GX, æqualis, & per Y, parallelus describatur ST, secans circulum AI, in Z. Quoniam igitur arcus GY, GX, æquales sunt, nec non GF, GH, [d] erunt ductæ rectæ HX, YF, æquales. Et quia circulus maximus AI, per polum A, [e] secat circulum ST, ad angulos rectos, & bifariam, erit communis sectio, nempe recta ex Z, ad alteram sectionem ducta diameter circuli ST, super quam insistit semicirculus rectus ad circulum AI, nempe semicirculus à puncto Z, incipiens, & per S, vsque ad alteram sectionem progrediens, (hoc est, segmentum circuli, quod semicirculo maius non est.) aufertque recta illa ex circulo AI, segmentum semicirculo maius, quod nimirum à puncto Z, per I, vsque ad alteram sectionem cum circulo ST, ducitur, atque est YZ, arcus insistẽtis semicirculi quadrãte minor, (propterea quod arcus IK, [f] qui illi est similis, quadrante quoque minor est, quod ita ostendi potest. Quoniam circuli maximi BD, EC, recti sunt ad maximum circulum ABCD, erit hic vicissim ad illos rectos, ac proinde per illorum polos transibit. Quare eorum segmentum, [g] quæ semicirculi sunt, [h] bifariam secabit, id est, in quadrantes. Quadrans ergo est arcus circuli BD, positus inter B, & illud punctum, vbi se mutuo secant circuli BD, EC, ideoque IK, quadrante minor. Nam circulus AK, cadit inter puncta B, I, cũ circulũ ABCD, secet in altero polo.) atque adeo reliquus arcus ex semicirculo insistente interceptus inter Y, & alteram sectionem cum circulo AI, quadrante maior; [i] erit recta YZ, omnium rectarum ex Y, cadentium in circumferentiam ZI, minima; atque adeo minor quam YF, hoc est, quam HX, quam æqualem ostendimus esse rectæ YF. Quocirca cum circulus QR, minor sit circulo ST, auferet recta HX, maior maiorem arcum ex suo circulo, quam recta YZ, minor ex suo, vt mox ostendemus. Maior igitur est arcus HX, quam vt similis esse possit arcui YZ. [k] Est autem arcui HX, arcus KL, & arcui YZ, arcus IK, similis. Igitur & KL, maior est, quam vt similis sit ipsi IK; ac proinde, cum sint in eodem circulo, maior erit arcus KL, quam IK. Quamobrem, si in circumferentia maximi circuli sit polus parallelorum, &c. Quod demonstrandum erat.



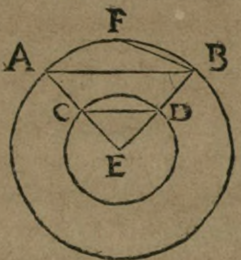
[a] 20. 1. hui.
[b] 5. huius.
[c] 10. 2. hui.
[d] 3. huius.
[e] 15. 1. hui.
[f] 10. 2. hui.
[g] 11. 1. hui.
[h] 9. 2. hui.
[i] 1. huius.
[k] 10. 2. hui.

LEMMA.

QVOD autem recta HX, maiorem arcum auferat ex suo circulo quam recta YZ, ex suo, perspicuum fiet, si prius theorema, quod sequitur, demonstretur.

ÆQVALES rectæ lineæ ex circulis inæqualibus auferunt arcus inæquales, maiorq́; est arcus minoris circuli, quam vt similis sit arcui maioris circuli.

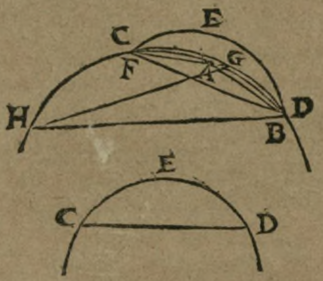
SINT circuli inæquales AB, CD, circa idem centrum E, descripti ducantur autem ex E, duæ rectæ a Scho. 33. sexti. *vtcunq; EA, EB, secantes circulum CD, in punctis C, D.* a *eruntq; arcus AB, CD, similes, cum illis idem angulus E, insistat ad centrum. Et quoniam rectæ EA, EB, proportionaliter sunt sectæ in punctis C, D,* b 2. sexti. *quod EA, EB, æquales sint, nec non EC, ED;* b *erunt rectæ ductæ AB, CD, parallelæ;* c Coroll. 4. sexti. c *atque adeo triangula EAB, ECD, similia, habentia angulos EAB, ECD, inter se æquales, nec non & angulos EBA, EDC, & angulum E, communem.* d 4. sexti. d *Quare erit vt EA, ad AB, ita EC, ad CD: Est autem EA, maior quam EC.* e 14. quin. e *Igitur & AB, maior erit, quam CD.* f 1. quarti. f *Accommodetur igitur ipsi CD, in circulo AB, æqualis BF,* g Schol. 28. tertij. g *eritque arcus AB, maior, quam FB. Quare cum arcus CD, arcui AB, sit similis; erit arcus CD, maior, quam vt similis sit ipsi FB. Aequales igitur rectæ FB, CD, ex circulis inæqualibus AB, CD, inæquales arcus auferunt, maiorq; est arcus CD, circuli minoris, quam vt similis sit arcui FB, circuli maioris. quod est propositum.*



HINC perspicuum est, multo magis maiorem lineam ex circulo minore auferre arcum maiorem, quam vt similis sit ei, quem ex circulo maiore aufert linea minor. Cum enim recta CD, æqualis ipsi FB, auferat arcum CD, maiorem, quam vt similis sit arcui FB; multo magis linea maior quam CD, auferet h Schol. 28. tertij. *maiorem arcum, quam vt similis sit arcui FB;* h *cum illa maior maiorem arcum abscindat, quam, CD. Quare in propos. hac sexta etiam recta HX, maior existens, quam recta YZ, auferet ex circulo minore QR, arcum HX, maiorem, quam vt similis sit arcui YZ, quem recta YZ, aufert ex ST, circulo maiore.*

HAEC autem demonstratio intelligenda tantum est de arcubus semicirculo minoribus: quales sunt BF, CD, vt ex ipsa demonstratione liquet. Nam alias non construeretur angulus in centro E, communi: quod tamen ad demonstrationem requiritur. Verum erit tamen, si arcus minor circuli minoris maior est, quam vt similis sit arcui minori circuli maioris, multo maiorem esse arcum maiorem circuli minoris, quam vt similis sit arcui minori circuli maioris. Quod si quando contingat, rectam CD, ex minori circulo auferre semicirculum, hoc est, esse eius diametrum, liquido constat, semicirculum minoris circuli maiorem esse, quam vt similis sit arcui minori circuli maioris: neque opus tunc erit alia demonstratione.

HOC autem lemmate demonstrato, facile etiam ostendemus, æquales rectas lineas ex circulis inæqualibus auferre arcus inæquales simpliciter, ita vt arcus minoris circuli simpliciter maior sit arcu circuli maioris, & non solum maior, quam vt similis sit. Sint enim rectæ lineæ CD, BF, æquales, auferatque CD, arcum minoris circuli CED, & FB, arcum circuli maioris FGB. Dico simpliciter arcum CED, maiorem esse arcu FGB. Congruente enim recta CD, rectæ FB, cadet necessario arcus CED, extra arcum FGB; atque adeo arcus CED, maior erit arcu FGB, cum ille hunc totum intra se contineat, sintque ambo arcus in eandem partem caui, atque eadem extrema puncta habeant, vt vult Archimedes in suppositionibus ante lib. 1. de sphæra & cylindro. Neq; vero arcus CED, arcui FGB, congruet, aut intra ipsum cadet. Nam si dicatur congruere, congruet etiam tota circumferentia circuli CED, toti circumferentiæ circuli F G B, atque adeo æquales erunt circuli. Quod est absurdum, cum inæquales ponantur: Si vero arcus CED, dicatur cadere intra arcum FGB, cuiusmodi est arcus CAD, quoniam vt paulo ante in hoc lemmate ostensum est, arcus CED, id est, CAD, maior est, quam vt similis sit arcui FGB, sumatur arcus HFB, arcui CAD, similis, atque adeo maior arcu FGB: Assumpto autem in arcu CAD, puncto A, vtrumq;, ducantur rectæ AF, AB; productaq; recta FA, donec arcum FGB, secet in G, ducantur rectæ GH, GB. Itaq; quoniam arcus CAD, HFB, similes sunt, erunt anguli CAD, HGB, in illis i 16. prim. *segmentis existentes, æquales.* i *Quia vero angulus CAD, angulo CGB, maior est, externus interno; & angulus CGB, angulo HGB, maior quoque, totum parte; erit multo maior angulus CAD, angulo HGB. Quod est absurdum. Ostensus enim est æqualis. Non ergo arcus CED, cadet intra arcum FGB: sed neq; ei cógruit, vt demonstratú est. Cadet ergo extra, atq; adeo maior erit arcus CED, arcu FGB, vt dictú est.*

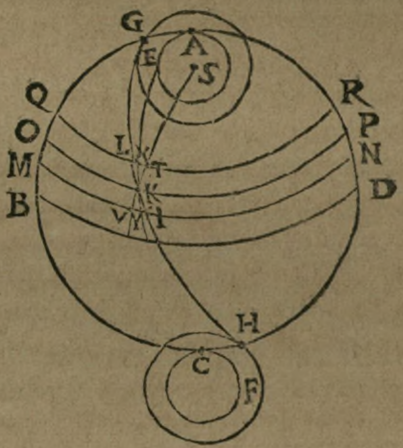


HINC etiam liquido constat, multo magis maiorem lineam ex circulo minore auferre arcum maiorem simpliciter eo, quem minor linea ex circulo maiore aufert.

THEOR. 7. PROP. 7. v.

SI in sphæra maximus circulus tangat aliquem sphæræ circulum, alius autem maximus circulus ad parallelos obliquus sit, tangatque circulos maiores illis, quos tangit maximus circulus primo positus, fuerintque eorum contactus in maximo circulo primo posito, & sumantur à circulo obliquo circumferentiæ, æquales, & continuæ ad easdem partes maximi parallelorum; per puncta autem terminantia æquales circumferentias describantur paralleli circuli: Hi circumferentias inæquales intercipient de maximo circulo primo posito, quarum ea, quæ propior erit maximo parallelorum, erit maior remotiore.

IN sphæra maximus circulus ABCD, tangat circulum AE, in puncto A; [a] atque adeo & alium CF, illi æqualem: Alius autem circulus maximus GH, ad parallelos obliquus tangat alios duos circulos maiores illis, quos ABCD, tangit, sintque puncta contactuum G,H, in maximo circulo ABCD; sitque BD, maximus parallelorum: Ex obliquo denique circulo GH, sumantur arcus æquales IK, KL, & per puncta I,K,L, paralleli describantur MN, OP, QR. Dico arcum MO, maiorem esse arcu OQ. [b] Nam per K, & S, polum parallelorum circulus maximus describatur SK, secans parallelos in punctis T,V. [c] Item per K, describatur maximus circulus KE, tangens parallelum AE, in E, secansque parallelos alios in X,Y; ita tamen, vt hæc puncta X,Y, sint inter puncta L,T, & V,I. quod ita fiet. [d] Quoniam per K, duo circuli describi possunt tangentes circulum AE, quorum vnus inter arcus KG, KS, cadit, alter vero extra ipsos; (Nam si ambo ex eadem parte circulum AE, tangerent, secarent sese mutuo prope puncta contactuum, quod alter alteri occurreret. Quod est absurdum; cum se intersecent in puncto, quod ipsi K, opponitur inter alterum polum, & maximum parallelorum. Tanget igitur, alter eorum circulum AE, ad dextram ipsius KS, qui circulum AE, bifariam secat, alter vero ad sinistram, inter KG, & KS, cadens: qualis est KE. Si namque extra KG, caderet non posset tangere parallelum AE; propterea quod ipsi KG, non prius occurrit, quam in puncto ipsi K, opposito, vbi se bifariam diuidunt.) si prior sumatur, cadent puncta X,Y, inter puncta L,T, & V,I, vt patet, cum in K, vtrumque KG, KS, secet. Igitur quoniam in sphæræ superficie intra peripheriam circuli MN, punctum K, signatum est præter polum S, & ex K, tres arcus cadunt in eius circumferentiam KV, KY, KI; [e] erit KV, omnium minimus, & KY, minor, quam KI. Rursus quia in superficie sphæræ extra peripheriā circuli QR, signatum est punctum K, præter eius polum, & ex K, in eius circumferentiā cadunt tres arcus KT, kX, KL, [f] erit KT, omnium minimus, & KX, minor quam KL. Vterq; igitur arcus KI, KL, vtroque KY, KX, maior est. Et quoniam recta per K, & sphæræ centrum ducta, id est, communis sectio maximorum circulorum GH, EY, secat planum paralleli QR, extra sphæram, si recta illa, & planum circuli QR, producantur ad partes K, vt in demonstratione propos. 5. huius lib. dictum est; [g] erit arcus kY, maior arcu kX. [h] Sed arcui kY, arcus MO, & arcui kX, arcus OQ, æqualis est; Sunt enim semicirculi, quorum vnus ex A, per B, alter vero ex E, per k, ducitur, non conuenientes, vt ex iis, quę in demonstratione propos. 13. secundi lib. diximus, perspicuum est. Igitur & arcus MO, maior erit arcu OQ. Si ergo in sphæra maximus circulus tangat, &c. Quod demonstrandum erat.



a 6.1. hui. b 20. 1. hui. c 15. 2. hui. d Schol. 15. 2. huius. e Scho. 21. 2. huius. f Scho. 21. 2. huius. g 4. huius. h 13. 2. hui.

THEOR. 8. PROPOS. 8. vi.

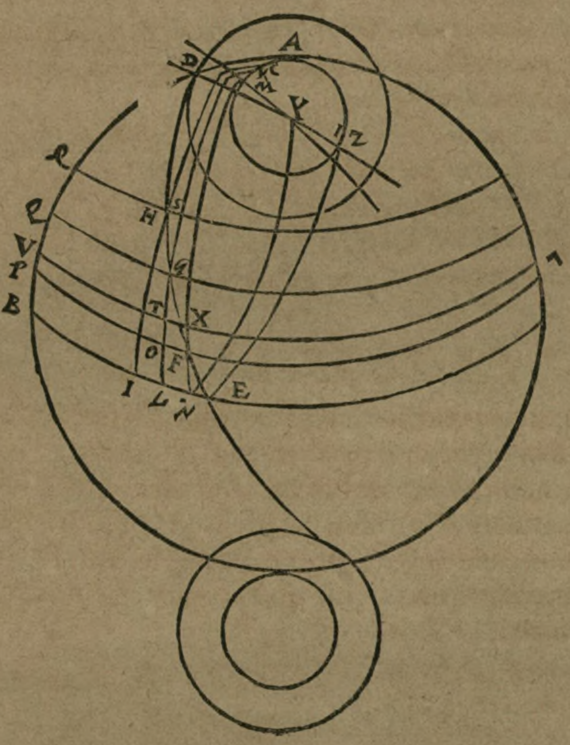
SI in sphera maximus circulus aliquem sphere circulum tangat, aliquis autem alius maximus circulus obliquus ad parallelos tangat circulos maiores illis, quos tangebat maximus circulus primo positus, fuerintque eorum contactus in maximo circulo primo posito; sumantur autem de obliquo circulo ęquales circumferentię continuę ad easdem partes maximi parallelorum, perque puncta terminantia ęquales circumferentias describantur maximi circuli, qui & tangant eundem circulum, quem tangebat maximus circulus primo positus, & similes parallelorum circumferentias intercipiant, habeantque eos semicirculos, qui tendunt à punctis contactuum ad puncta terminantia ęquales obliqui circuli circumferentias, per quę describuntur, eiusmodi, vt minime conueniant cum illo circuli maximi primo positi semicirculo, in quo est contactus obliqui circuli inter apparentem polum, & maximum parallelorum: Inęquales intercipient circumferentias de maximo parallelorum, quarum propior circulo maximo primo posito semper erit maior remotiore.

IN sphæra maximus circulus AB, tangat circulum AC, in A; [a] atque adeo alium illi æqualem, & parallelum: & alius circulus maximus DE, ad parallelos obliquus tangat alios parallelos maiores, sintque contactus in circulo AB, cuiusmodi est punctum D; & sit BE, parallelorum maximus: Ex obliquo autem circulo DE, sumantur arcus æquales FG, GH; & per puncta F, G, H, circuli maximi describantur CI, kL, MN, tangentes a 6. 2. hui.

paralle-

parallelum AC,in C,K,M, ſecanteſq; BE, maximum parallelorum in I, L, N, ita vt ſimiles arcus parallelorum intercipiant,eorumque ſemicirculi à punctis C, K, M, incipientes, & per F, G, H, tranſeuntes non conueniant cum ſemicirculo circuli AB,ab A,incipiente,& per B,tranſeunte. Dico arcum IL, maiorem eſſe arcu LN.
b 7. huius. Deſcribantur enim per F,G,H,paralleli PF,QG,RH,ſecantes circulum KL, in O, S. b Erit ergo arcus PQ, maior arcu QR; c quibus cum ſint æquales arcus GO,GS,erit & GO, maior, quam GS. Fiat GT, ipſi GS, æqualis, & per T, parallelus deſcribatur VT,ſecans circulum MN,in X. Et quoniam communis ſectio circulorum MN,VX,hoc eſt,recta ab X,ſectione, ad alteram ſectionem ducta aufert ſegmentum,quod incipit ab
d 19.2.hui. X, & tranſit per V, vſque ad alteram ſectionem,ſemicirculo minus; d Nam circulus maximus MN,ſecans parallelum VX,non per polos aufert ſegmentum maius ſemicirculo, quod nimirum eſt inter maximum parallelorum,& polum conſpicuum,quale eſt ſegmentũ incipiens ab X,& tranſiens per α, vſque ad alteram ſectionem cum circulo MN.) aufertque ex maximo circulo MN, ſegmentum maius ſemicirculo, quod nimirum ab X, incipiens per N, ad alteram ſectionem tranſit; eſtque ſegmentum XV, ad ſegmentum XM, inclinatum verſus partes. Nam ſi per N,&Y, polum parallelorum circulus maximus deſcribatur YN, e erit hic rectus ad BE. Ergo MN, quia inter hos duos eſt poſitus.
f (Quoniam enim ex puncto F, duo circuli tangentes parallelum AC, duci poſſunt, vnus ad ſiniſtram circuli maximi YN, & ad dexteram alter, nos priorem eligimus, vt nimirum ponatur inter maximos circulos YN,BE.)ad eundem BE, inclinatus eſt ad partes R,& viciſſim BE, atque adeo & ſibi parallelus VX,ad MN, ad eaſdem partes R,erit inclinatus. Item ſegmentum incipiens ab X, & per V, vſque ad alteram ſectionem tranſiens ſectum eſt inæqualiter in T, eſtque minor pars TX,vt mox oſtendemus. g Igitur recta TX,minor eſt, quam recta TF: h Sed recta TF, æqualis eſt rectæ HS. Igitur & recta TX,minor erit quam recta HS; atque adeo, vt in lemmate propoſ. 6. huius lib. demonſtratum eſt,maior erit arcus HS, quam vt ſimilis eſſe poſſit arcui TX. i Cum ergo arcus IL, arcui HS, & arcus LN, arcui TX, ſit ſimilis, maior erit quoque arcus IL, quam vt ſimilis ſit arcui LN; atque adeo, cum in eodem circulo ſint, erit IL, maior, quam LN. Si igitur in ſphæra maximus circulus aliquem ſphæræ circulum tangat,&c. Quod erat oſtendendum.

c 13.2. hui. e 15.1 hui. f Scho.15.2. huius. g 2. huius. h 3. huius. i 14. 2. hui.



LEMMA I.

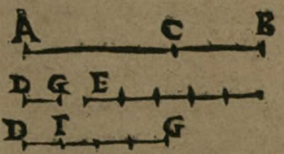
QVOD autem arcus TX, minor ſit ſemiſſe ſegmenti, quod ab X, incipit, & per V, vſque ad alteram ſectionem protenditur, ita demonſtrabimus. Per E, ducatur circulus maximus EZ, tangens parallelum AC, in Z, puncto, quod ſit ad dexteram circuli maximi NY: k *cum ex E, duo circuli tangentes AC, deſcribi poſſint, vnus ad ſiniſtram circuli NY, & ad dexteram alter. Eritque EZ, quadrans. Nam circulus maximus ZY, per Y, polum circuli AC, & per Z, contactum deſcriptus* l *tranſit quoque per polũ circuli tangentis EZ.* m *Quare idem circulus YZ, ſecabit ſegmenta circulorũ BE, EZ, bifariam.* n *Cum ergo hi maximi circuli ſe bifariam ſecent, ſecabitur ſegmentum à puncto E, per Z, vſque ad alteram ſectionem, in duos quadrantes in puncto Z; atque adeo EZ, quadrans erit. Eodem modo quadrans erit ED, ſi per polum Y, & contactum D, circulus maximus YD, deſcribatur.* o *Eſt autem & arcus circuli maximi inter E, & Y, polum, quadrans. Igitur circulus maximus ex E, tanquam polo, & interuallo EZ, deſcriptus tranſibit per puncta Y, D. Non aliter oſtendemus NM, eſſe quadrantem; atque adeo circulum maximum ex N, polo, & interuallo NM, deſcriptum tranſire per Y, polum parallelorum, qualis eſt MY, atq; adeo ſecare arcum BD, vltra punctum D, & arcum NB, vltra arcum DB, ideoq; & arcũ XV, vltra eundem arcum DB: propterea quod maximi circuli ZYD, MY, ſe mutuo ſecant in Y, polo; & punctum M, eſt vltra circulum DYZ, vt oſtendemus. Quoniam vero circulus maximus MY, ductus per Y, polum paralleli AC, & per contactum M,* p *tranſit etiam per polum circuli tangentis NM; tranſibit per polos circulorum XV, & NM, ſe mutuo ſecantium in X,* q *Quare bifariam ſecabit ipſorum ſegmenta. Cum ergo vltra punctum V, ſecet ſegmentum ab X, per V, vſq; ad aliud punctum, vbi ſe mutuo ſecant circuli XV, NM, vt proxime eſt oſtenſum; erit XV, arcus minor ſemiſſe ſegmenti ab X, per V, vſq; ad alteram ſectionem; ac proinde multo minor ſemiſſe eiuſdem ſegmenti erit TX. Quod eſt propoſitum. Quod autem punctum contactus M, ſit vltra circulum maximum DYZ, ita demonſtrabitur. Quoniam tam arcus maximi parallelorum EB, inter E, & circulum YD,* r *eſt quadrans, quam arcus eiuſdem inter N, & circulum YM; Eſt autem punctum N, vltra E, verſus B; erit quoq; circulus YM, vltra YD; ac proinde M, vltra YD, exiſtet.*

k Scho.15.2 huius. l 5. 2. hui. m 9. 2. hui. n 11. 1. hui. o Corol 16. 1. huius. p 5. 2. hui. q 9. 2. hui. r Coro. 16. 1. huius.

LEMMA II.

PROROSITIS duabus magnitudinibus inæqualibus, reperire aliam mediam, quæ datæ cuicunque magnitudini commenſurabilis ſit.

SINT propoſitæ duæ magnitudines inæquales AB, AC, & data alia quæcunque DG: oporteatque inuenire aliam mediam, hoc eſt, quæ maior quidem ſit, quam AC, minor vero, quam AB, & ipſi DG, commenſurabilis. Sit primum DG, minor quam BC, exceſſus inter magnitudines AB, AC; & E, multiplex ipſius DG, proxime maior quam AC. Quo poſito, erit E, minor, quã AB. Si enim æqualis eſſet, ſi detraheretur ex E, vna magnitudo ipſi DG, æqualis (quæ quidem minor ponitur, quam BC,) maneret adhuc reliqua multiplex ipſius DG, maior quam AC. Non ergo E, eſſet multiplex ipſius DG, proxime maior, quam AC. Quod eſt abſurdum. Non ergo æqualis eſt E, ipſi AB; atq; adeo multo magis neque maior erit. Minor igitur eſt, quam AB; atq; adeo cum maior quoque ſit quam AC, & ipſi DG, commenſurabilis, quod eius multiplex ſit, conſtat propoſitum.



SED iam data magnitudo DG, non minor ſit, quam BC. Diuiſa igitur DG, bifariam, & dimidia parte rurſus bifariam, & ſic deinceps, [a] *donec relinquatur pars DF, minor quam BC; ſit E, ipſius DF, multiplex proxime maior, quam AC; eritque E, ipſi DF, commenſurabilis;* [b] *atque adeo & ipſi DG: propterea quod vtraque E, & DG, ipſi DF, commenſurabilis eſt. Rurſus eodem pacto, vt paulo ante demonſtrauimus, erit E, minor, quam AB. Cum ergo maior quoque ſit, quam AC, & ipſi DG, commenſurabilis; conſtat propoſitum.*

a 1. decim.
b 12. deci.

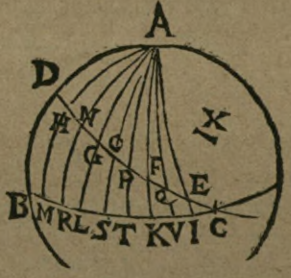
THEOR. 9. PROPOS. 9.

viij.

SI polus parallelorum ſit in circumferentia maximi circuli, quem duo alij maximi circuli ad angulos rectos ſecent, quorum circulorum alter ſit vnus parallelorum, alter vero ad parallelos obliquus ſit: & ab hoc obliquo circulo ſumantur æquales circumferentiæ, quæ continuæ quidem non ſint, ſed tamen ſint ad eaſdem partes maximi illius paralleli; per polum autem, & ſingula puncta æquales circumferentias terminantia deſcribantur maximi circuli: Inæquales circumferentias de maximo parallelo intercipient, quarum ea, quæ propior erit maximo circulo primo poſito, ſemper erit maior remotiore.

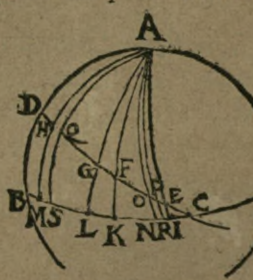
IN circumferentia maximi circuli AB, ſit A, polus parallelorum, eumque ſecent duo maximi circuli BC, DC, ad angulos rectos, quorum BC, ſit maximus parallelorum, & DC, ad parallelos obliquus; ex quo ſumantur arcus æquales non continui EF, GH: [a] & per puncta E, F, G, H, & polum A, deſcribantur maximi circuli AEI, AFK, AGL, AHM. Dico arcum ML, maiorem eſſe arcu KI. Aut enim intermedius arcus FG, vtriq; æqualium EF, GH, commenſurabilis eſt, aut incommenſurabilis. Sit primum commenſurabilis. [b] Inuenta autem maxima communi menſura X, diuidantur tres arcus EF, FG, GH, in partes ipſi X, æquales, vt in prima figura apparet; [c] & per puncta diuiſionum, & polum A, circuli maximi ducantur. Quoniam igitur arcus EQ, QF, FP, &c. æquales ſunt, [d] maior erit arcus MR, arcu RL, & RL, maior, quam L, S, &c. Igitur cum MR, maior ſit quã KV, & RL, maior quã VI, erit & totus ML, maior toto KI. Quod eſt propoſitũ.

a 20. 1. huius
b 4. decim.
c 20. 1. huis
d 6. huius.



SED iam ſit arcus intermedius FG, incommenſurabilis vtrique arcuum æqualium EF, GH. Dico rurſus arcum ML, maiorem eſſe arcu KI. Si enim maior non eſt, erit vel minor, vel æqualis. Sit primum, ſi fieri poteſt, ML, minor quam KI, vt in ſecunda figura; & ex KI, ſumatur KN, ipſi ML, æqualis; [e] & per N, & A, circulus maximus deſcribatur AON, ſecans circulũ CD, in O. Deinde per lẽma 2. præcedentis propoſ. inueniatur arcus FP, maior quidem, quam FO, minor vero quam FE, & ipſi FG, commenſurabilis: ſitq; GQ, ipſi FP, (qui minor eſt, quam EF, atq; adeo minor etiam quam GH, ipſi EF, æqualis.) æqualis, [f] & per P, Q, & A, circuli maximi deſcribãtur APR, AQS. Quoniam igitur arcus PF, GQ, æquales ſunt non continui, eſtq; vtriq; illorum commenſurabilis arcus intermedius FG; erit, vt demonſtratum iam eſt in prima figura, arcus SL, maior arcu KR. Igitur & multo maior erit, quam KN; ac proinde & ML, multo maior erit, quam KN: Sed & KN, ipſi ML, æqualis poſitus eſt. Quod eſt abſurdũ. Non ergo ML, minor eſt quam KI.

e 20. 1. huius
f 20. 1. huius



SIT deinde, ſi fieri poteſt, arcus ML, æqualis arcui KI, vt in tertia figura. Diuiſis autem arcubus EF, GH, bifariam in N, O, [g] deſcribantur per N, O, & A, circuli maximi ANP, AOQ, [h] Erit igitur arcus MQ, maior arcu QL, & KP, maior quam PI. Quare QL, minor erit quam dimidium ipſius MLK; & KP maior quam dimidium ipſius KI. Cum ergo ML, KI, ponantur æquales; erit QL, minor quam KP, quod eſt abſurdum. Quoniam enim arcus FN, GO, dimidij æqualium arcuum EF, GH, æquales ſunt non continui, non poterit QL, minor eſſe quam KP, vt proxime in ſecunda figura demonſtratum eſt. Non ergo arcus ML, arcui KI, æqualis eſt: ſed neque minor eſt oſtenſus. Maior ergo eſt. Si igitur polus parallelorum ſit in circumferẽtia, &c. Quod erat demonſtrandum.

g 20. 1. huius
h 6. huius

SCHOLIVM.

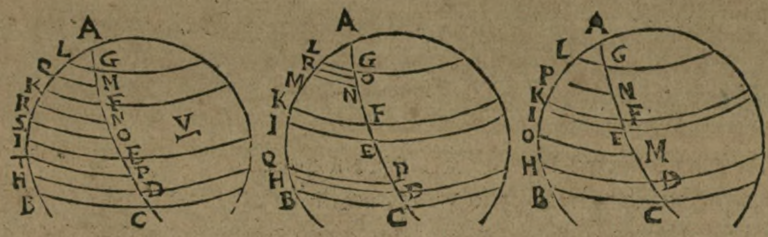
SICVT Theodosius in hac propositione 9. idem demonstrauit de arcubus non continuis, quod de continuis propos. 6. docuit, ita in alia versione demonstrantur tribus Theorematibus eadem de arcubus non continuis, quæ Theodosius de continuis demonstrauit propos. 5. 7. & 8. Primum autem theorema eiusmodi est.

vij. I.

SI polus parallelorum sit in circumferentia maximi circuli, quem duo alii maximi circuli ad angulos rectos secent, quorum circulorum alter sit vnus parallelorum, alter vero ad parallelos obliquus sit, & ab hoc obliquo circulo sumantur æquales circumferentiæ, quæ continuæ quidem non sint, sed tamen sint ad easdem partes maximi illius paralleli; per singula autem puncta æquales circumferentias terminantia, describantur paralleli circuli. Circumferentiæ maximi illius circuli primo positi inter parallelos interceptæ, inæquales erunt, semperque ea, quæ propior fuerit maximo parallelorum, remotiore maior erit.

IN circumferentia maximi circuli AB, sit polus parallelorum, quem alij duo maximi BC, AC, secent ad angulos rectos, sitque BC, parallelorum maximus, & AC, ad parallelos obliquus. Sumantur arcus non continui æquales DE, FG; ac per D, E, F, G, paralleli ducantur DH, EI, FK, GL. Dico arcum HI, maiorem esse arcu KL. Aut enim arcus intermedius EF, vtrique æqualium DE, FG, commensurabilis est, aut incommensurabilis. Sit primum commensurabilis. [a] *Inuenta autem maxima mensura V, secentur tres arcus DE, EF, FG, in partes ipsi V, æquales, & per puncta diuisionum paralleli describantur, vt in prima figura apparet. Quoniam igitur arcus continui DP, PE, EO, &c. æquales sunt;* [b] *erit arcus HT, maior arcu TI, & TI, maior, quam IS, &c. Quare cum HT, maior sit, quam KQ, & TI, maior quam QL; erit totus HI, maior toto kL. Quod est propositum.*

a 4. decim.



b 5. huius.

SED iam EF, incommensurabilis sit vtrique DE, FG. Dico adhuc arcum HI, maiorem esse arcu kL. Si enim maior non est, erit vel minor, vel æqualis. Sit primum minor; & ex kL, (vt in secunda figura) auferatur ipsi HI, æqualis kM; & per M, parallelus ducatur MN. Deinde per Lemma 2. propos. 8. huius lib. reperiatur arcus FO, maior quidem, quam FN, minor vero quã FG, & commensurabilis intermedio arcui EF: Sitq; EP, ipsi FO, (qui minor est, quam FG, atque adeo minor etiam, quam DE, ipsi FG, æqualis) æqualis, ac per O, P, paralleli describantur OR, PQ. Quoniam igitur arcus non continui PE, FO, æquales sunt, estq; vtrique illorum commensurabilis arcus intermedius EF; erit, vt iam est demonstratum in prima figura, arcus QI, maior arcu kR. Ergo & multo maior erit, quam KM; ac proinde multo magis arcus HI, maior erit quam KM: Sed & HI, æqualis ponitur ipsi KM. Quod est absurdum. Non ergo HI, minor est, quam KL.

SIT deinde, si fieri potest, arcus HI, arcui KL, æqualis, vt in tertia figura. Diuisis autem arcubus DE, FG, bifariã in M, N, ducantur per M, N, paralleli MO, NP. [c] *Erit igitur arcus HO, maior, quam OI; & KP, maior, quam PL. Quare OI, minor erit, quam dimidium ipsius HI, & KP, maior dimidio ipsius KL. Cum ergo HI, KL, ponantur æquales, minor erit OI, quam KP. Quod est absurdum. Quia enim arcus EM, FN, dimidij æqualium DE, FG, æquales sunt, & non continui, non poterit OI, minor esse, quam KP, vt in secunda figura demonstratum est. Non ergo arcus HI, arcui KL, æqualis est: Sed neque minor est ostensus. Maior igitur est. Quod est propositum.*

c 5. huius.

ix. II.

SI in sphæra maximus circulus tangat aliquem sphęrę circulum, alius autem maximus circulus ad parallelos obliquus sit, tangatque circulos maiores illis, quos tangit maximus circulus primo positus, fuerintque eorum contactus in maximo circulo primo posito; & sumantur à circulo obliquo circumferentię ęquales, quę continuę quidem non sint, sed tamen sint ad easdem partes maximi parallelorum; per puncta autem terminantia ęquales circumferentias describantur paralleli circuli: Hi circumferentias inęquales intercipient de maximo circulo primo posito, quarum ea, quę propior erit maximo parallelorum, maior erit remotiore.

HOC Theorema demonstrabitur ex propos. 7. huius lib. quemadmodum præcedens Theorema ex propos. 5. demonstratum fuit: dummodo duo circuli maximi AB, AC, præcedentis Theorematis tangant duos parallelos, vt in propos. 7. huius lib. dictum est. Reliqua constructio figuræ à constructione præcedentis Theorematis non differt, &c.

x. III.

SI in sphæra maximus circulus aliquem sphęrę circulum tangat, aliquis autem alius maximus circulus obliquus ad parallelos tangat circulos maiores illis, quos tangebat maximus circulus primo positus, fuerintque eorum contactus in maximo circulo primo posito; sumantur autem de obliquo circulo ęquales circumferentię, quę continuę quidem non sint, sed tamen sint ad easdem partes maximi parallelorum, per quę puncta terminantia ęquales circumferentias

ferentias deſcribantur maximi circuli, qui & tangant eundem circulum, quem tangebat maximus circulus primo poſitus, & ſimiles parallelorum circumferentias intercipiant, habeantq; eos ſemicirculos, qui tendunt à punctis contactuum ad puncta terminantia æquales obliqui circuli circumferentias, per quæ deſcribuntur, eiuſmodi, vt minime conueniant cum illo circuli maximi primo poſiti ſemicirculo, in quo eſt contactus obliqui circuli inter apparentem polum, & maximum parallelorum: Inæquales intercipient circumferentias de maximo parallelorum, quarum propior circulo maximo primo poſito, ſemper erit maior remotiore.

HOC etiam Theorema demonſtrabitur ex propoſ. 8. huius lib. quemadmodum propoſitio 9. ex propoſ. 6. fuit oſtenſa, dummodo maximi circuli propoſ. 9. ex A, prodeuntes tangant eundem circulum minorem illo, quem DC, tangere debet, &c.

THEOR. 10. PROPOS. 10.

xj.

SI polus parallelorum ſit in circumferentia maximi circuli, quem duo alij maximi circuli ad angulos rectos ſecent, quorum alter ſit vnus parallelorum, alter vero ſit obliquus ad parallelos; in hoc autem obliquo circulo ſumantur duo quælibet puncta ad eaſdem partes maximi illius paralleli, perque polum parallelorum, & per vtrumque illorum punctorum deſcribantur maximi circuli: Erit, vt circumferentia maximi parallelorum intercepta inter maximum circulum primo poſitum, & proximum maximum circulum per polum, & per vnum punctorum deſcriptum, ad circumferentiam obliqui circuli inter eoſdem circulos interceptã, ita circumferentia maximi parallelorum intercepta inter duos magnos circulos per polum, perq; vtrumque punctorum deſcriptos, ad circumferentiam aliquam, quæ ſit minor, quam circumferentia obliqui circuli inter vtrumque punctum intercepta.

SIT polus A, parallelorum in circumferentia maximi circuli AB, quem duo alii maximi circuli BD, CD,
ſecent ad angulos rectos, & ſit BD, parallelorum maximus, & CD, ad parallelos obliquus; in quo ſumptis duo-
bus punctis vtcunque E, F,[a] deſcribantur per A, polum, & per E, F, circuli maximi AEG, AFH. Dico, vt eſt ar- a 30.1. hui.
cus BH, ad arcum CF, ita eſſe arcum HG, ad arcum minorem arcu FE. Aut enim arcus CF, FE, commenſura-
biles ſunt, aut incommenſurabiles. Sint primum commenſurabiles, vt in prima figura, [b] & inuenta eorum ma- b 3. decim.
xima menſura P, diuidantur arcus
CF, FE, in arcus maximæ menſuræ
æquales, [c] perq; puncta diuiſionũ, c 20.1. hui.
& polum A, circuli maximi ducan-
tur IM, KN, LO. Quoniam igitur
arcus continui CL, LK, KF, FI, IE,
æquales ſunt, [d] erit arcus BO, ma- d 6. huius.
ior quam ON, & ON, maior quam
NH, &c. [e] Igitur maior erit pro- e 8. quinti.

portio BO, ad CL, quam ON, ad LK; & maior proportio ON, ad LK, quã NH, ad KF, &c. Quare, cum ſint quot-
cunque magnitudines BO, ON, NH, & totidem numero CL, LK, KF, ſitque maior proportio primæ BO, ad
primam CL, quam ſecundæ ON, ad ſecundam LK; & maior ſecundæ ON, ad ſecundam LK, quam tertiæ NH,
ad tertiam KF; [f] maior erit proportio BH, ad CF, quam NH, ad KF: [g] Sed proportio NH, ad KF, maior adhuc f 34. quint.
eſt proportione HM, ad FI, vt oſtenſum eſt. Multo ergo maior eſt proportio BH, ad CF, quam HM, ad FI: [h] Sed g 8. quinti.
adhuc maior eſt proportio HM, ad FI, quam HG, ad FE; propterea quod arcus HM, MG, multitudine æqua- h 34. quin.
les ſunt arcubus FI, IE, [i] eſtque maior proportio primæ HM, ad primam FI, quam ſecundæ MG, ad ſecundam i 8. quinti.
IE, vt dictum eſt. Multo igitur maior eſt proportio BH, ad CF, quã HG, ad FE. Sit vt BH, ad CF, ita HG ad P. k 10. quin.
Erit ergo maior proportio quoque HG, ad P, quam HG, ad FE, [k] ac proinde P, arcus minor erit arcu FE. Qua-
re eſt, vt arcus BH, ad arcum CF, ita arcus HG, ad arcum P, arcu FE, minorem. Quod eſt propoſitum.

SED iam ſint arcus CF, FE, incommenſurabiles, vt in ſecunda figura. Dico adhuc, vt eſt arcus BH, ad ar-
CF, ita eſſe arcum HG, ad arcum arcu FE, minorem. Si enim non ita ſit, erit, vt BH, ad CF, ita HG, vel ad arcum
arcu FE, maiorem, vel ad ipſummet FE. Sit primum, ſi fieri poteſt, vt BH, ad CF, ita HG, ad arcum FI, arcu FE,
maiorem. Inueniatur per lemma 2. propoſ. 8. huius lib. arcus FK, maior quidem quam FE, minor autem quam
FI, & ipſi CF, commenſurabilis, [l] ducaturque per K, & A, polum circulus maximus KL. Quoniam igitur com- l 20.1. huiu.
menſurabiles ſunt arcus CF, FK: erit, vt demonſtratum iam eſt in prima figura, vt BH, ad CF, ita HL, ad arcum
arcu FK. minorem: Sed vt BH, ad CF, ita ponebatur HG, ad FI. Igitur erit quoque, vt HG, ad FI, ita HL, ad ar-
cum arcu FK, minorem: & permutando, vt HG, ad HL, ita FI, ad arcum arcu FK, minorem: Sed HG, arcus mi-
nor eſt arcu HL. Igitur & arcus FI, minor erit, quam arcus arcu FK, minor, totum quam pars. Quod eſt abſur-
dum. Non ergo eſt, vt BH, ad CF, ita HG, ad arcum arcu FE, maiorem.

SIT deinde, ſi fieri poteſt, vt BH, ad CF, ita HG, ad FE, vt in tertia figura. Diuiſo arcu FE, bifariam in I,
[m] deſcribatur per I, & per A, polum circulus maximus IK. Quoniam igitur arcus continui FI, IE, æquales ſunt, m 20.1. hu.
[n] erit HK, maior quam KG; atque adeo HK, maior erit dimidio ipſius HC. [o] Quare maior erit proportio HK, n 6. huius.
ad FI, quam arcus dimidii ipſius HG, ad FI, [p] Sed vt dimidium arcus HG, ad FI, dimidium arcus FE, ita eſt to- o 8. quinti.
tus arcus HG, ad totum arcum FE. Igitur maior erit proportio HK, ad FI, quam HG, ad FE: Ponitur autem, vt p 15. quint.
HG, ad FE, ita BH, ad CF. Igitur maior erit quoque proportio HK, ad FI, quam BH, ad CF; [q] atque adeo arcus q 10. quint.
HK, ad arcum arcu FI, maiorem erit, vt BH, ad CF. Quod eſt abſurdum. Demonſtratum enim proxime fuit in
ſecunda figura, non poſſe eſſe, vt eſt arcus BH, ad CF, ita arcum HK, ad arcum arcu FI; maiorem. Non ergo eſt,
vt BH, ad CF, ita HG, ad FE: ſed neque, vt BH, ad CF, ita eſt HG, ad arcum arcu FE, maiorem, vt demonſtra-
tum eſt. Igitur erit, vt BH, ad CF, ita HG, ad arcum arcu FE, minorem. Quare ſi polus parallelorum ſit in cir-
cumferentia, &c. Quod demonſtrandum erat.

COROL-

COROLLARIVM.

HINC fit, maiorem eſſe proportionem arcus BH, ad arcum CF, quam arcus HG, ad arcum FE. [r] Cum enim ſit, vt BH, ad CF, ita HG, ad arcum arcu FE, minorem: [s] Sit autem maior proportio arcus HG, ad arcum arcu FE, minorem, quam ad FE; erit quoque maior proportio BH, ad CF, quam HG, ad FE. — y por la 27. del 5° permutando tendra el arco BH. al HG. maior proporcion que el CF ad FE.

r 10. huius.
s 8. quinti.

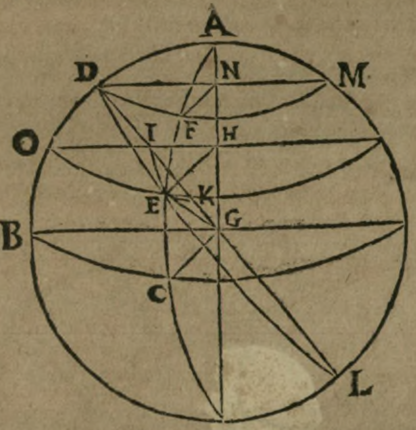
xij.

THEOR. 11. PROPOS. 11.

SI polus parallelorum ſit in circumferentia maximi circuli, quem duo alij maximi circuli ad angulos rectos ſecent, quorum alter ſit vnus parallelorum, alter vero ſit obliquus ad parallelos; alius autem maximus circulus per polos parallelorum tranſiens obliquum circulum ſecet inter maximum parallelorum, & eum, quem obliquus circulus tangit: Diameter ſphæræ ad diametrum eius circuli, quem tangit obliquus circulus, maiorem rationem habet, quam circumferentia maximi parallelorum intercepta inter maximum circulum primo poſitum, & maximum circulum per polos parallelorum tranſeuntem, ad circumferentiam obliqui circuli inter eoſdem circulos interceptam.

IN circumferentia maximi circuli AB, ſit parallelorum polus A, eumq; duo alij circuli maximi BC, DE, ad angulos rectos ſecent, quorum BC, ſit maximus parallelorum, & DE, ad parallelos obliquus tangens parallelum DF. Per polum quoque A, alius circulus maximus deſcribatur AE, ſecans obliquum DE, in puncto E, inter maximum parallelorum BC, & parallelum DF, quem obliquus tangit, poſito. Dico diametrum ſphæræ ad diametrum paralleli DF, maiorem habere rationem, quam circumferentiam BC, ad circumferentiam DE. Sit AG, recta communis ſectio circulorum AB, AE; & BG, communis ſectio circulorum AB, BC; eruntque AG, BG, ſemidiametri ipſorum, [a] (cum ſe mutuo ſecent bifariam circuli maximi in ſphæra) atque adeo & ſphæræ, ſecantes ſe ſe in G, centro ſphæræ, & circulorum maximorum. Sit quoque DL, communis ſectio circulorum AB, DE, quæ quoque diameter ſphæræ erit tranſiens per centrum G. Rurſus DM, ſit communis ſectio circulorum AB, DF; eritque DM, diameter circuli DF, [b] propterea quod circulus AB, parallelum DF, ſecet bifariã per polos. Item FN, CG, ſint communes ſectiones circulorum DF, BC, cum circulo AE. Ex polo A, interuallo vero AE, parallelus deſcribatur OE, ſintq; OH, EH, communes eius ſectiones cum circuli AB, AE; Eruntque & FN, EH, CG, ſemidiametri circulorum DF, OE, BC, [c] quod ipſos bifariam ſecet circulus maximus AE, per polos; atque adeo communes ſectiones diametri ſint occurrentes diametris DM, OH, BG, in cētris N, H, G. Eſt enim & OH, diameter circuli OE, [d] cum eum circulus AB, per polum A, bifariam ſecet. Sit rurſum EG, communis ſectio circulorum maximorum AE, DE, quæ etiam diameter erit tranſiens per G, centrum ſphæræ. Denique EI, communis ſit ſectio circulorum DE, OE. [e] Et quoniam recta AG, ducta per polos paralleli OE, recta eſt ad planum paralleli, caditque in eius centrum H; erit angulus OHG, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. in triangulo GHI, rectus; atque adeo angulus HGI, acutus. [f] Latus igitur GI, maius erit latere HI. Auferatur recta IK, rectæ IH, æqualis, iungaturque recta EK. Rurſus quia vterque circulus DE, OE, rectus eſt ad circulum AB; [g] erit & EI, communis eorum ſectio ad eundem perpendicularis; ac proinde, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. vterque angulus EIH, EIK, rectus. Quoniam igitur duo latera EI, IH, trianguli EIH, duobus lateribus EI, IK, trianguli EIK, æqualia ſunt, anguloſq; continent æquales, nempe rectos, vt oſtendimus, [h] erunt anguli quoque IHE, IKE, æquales. Quia vero maior eſt proportio rectæ GI, ad rectam IK, quam anguli IKE, hoc eſt anguli OHE, ſibi æqualis, ad angulum IGE, vt mox demõſtrabimus: [i] Eſt autem angulus OHE, angulo BGC, æqualis; [k] (ſunt enim rectæ OH, BG, communes ſectiones planorum parallelorum OE, BC, factæ à plano AB, parallelæ; necnon & rectæ EH, CG, communes ſectiones eorundem planorum factæ à plano AE,) erit quoque maior proportio rectæ GI, ad rectam IK, hoc eſt, ad rectam ſibi æqualem IH, quam anguli BGC, ad angulum DGE: [l] Vt autem angulus BGC, ad angulum DGE, ita eſt arcus BC, ad arcum DE. Maior igitur proportio quoq; erit rectæ GI, ad rectam IH, quam arcus BC, ad arcum DE: [m] Eſt autem, vt GI, ad IH, ita GD, ad DN, hoc eſt, [n] ita tota diameter DL, ad totam diametrũ DM, [o] (ſunt enim DN, OH, communes ſectiones planorum parallelorum DF, OE, factæ à plano AB, parallelæ.) Igitur maior quoque proportio erit DL, diametri ſphæræ ad DM, diametrum paralleli DF, quam arcus BC, ad arcum DE. Quapropter, ſi polus parallelorum ſit in circumferentia maximi circuli, &c. Quod demonſtrandum erat.

a 11. 1. hui.



b 15. 1. hui.
c 15. 1. hui.
d 15. 1. hui.
e 10. 1. hui.
f 19. primi.
g 19. vnde.
h 4. primi.
i 10. vndec.
k 15. vnde.
l 33. ſexti.
m 4. ſexti.
n 15. quint.
o 16. vnde.

L E M M A.

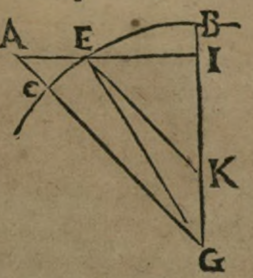
QVOD autem maior ſit proportio rectæ GI, ad rectam IK, quam anguli IKE, ad angulum IGE, hoc theoremate propoſito demonſtrabimus.

IN omni triangulo rectangulo, ſi ab vno acutorum angulorum vtcunque ad latus oppoſitum linea recta ducatur; erit maior proportio huius lateris ad eius ſegmentum, quod prope angulum rectum exiſtit, quam anguli acuti, quem linea ducta cum prædicto latere, effecit, ad reliquum angulum acutum trianguli.

SIT triangulum rectangulum EGI, habens angulum I, rectum, ducaturque ab angulo acuto IGE, ad latus oppoſitum GI, recta linea EK, vtcunque. Dico maiorem eſſe proportionem rectæ GI, ad IK, quam anguli acuti IKE, ad angulum acutum IGE. p *Ducatur enim per G, recta GA, ipſi EK, parallela, occurrens rectæ IE, protractæ in A. Et quoniam angulus I, rectus eſt, erit angulus IEG, acutus, & propterea AEG, obtuſus.* q *Latus igitur EG, in triangulo GEI, maius eſt latere GI; in triangulo vero AEG, minus latere AG. Qua*

p 31. primi.
q 19. prim.

AG. Quare arcus circuli ex centro G, ad interuallum GE, descriptus secabit rectam GI, productam vltra I, nempe in B, rectam vero GA, citra A, vt in C. Quoniam igitur triangulum GAE, maius est sectore GCE, r maior erit proportio trianguli GAE, ad triangulum GEI, quam sectoris GCE, ad triangulum GEI: s Est autem maior adhuc proportio sectoris GCE, ad triangulum GEI, quam ad sectorem GEB; quod triangulum GEI, minus sit sectore GEB. Multo igitur maior erit proportio trianguli GAE, ad triangulum GEI, quam sectoris GCE, ad sectorem GEB: t ac proinde & componendo maior erit proportio trianguli GAI, ad triangulum GEI, quam sectoris GCB, ad sectorem GEB: u Est autem vt triangulum GAI, ad triangulum GEI, ita recta AI, ad rectam, IE; x & vt sector GCB, ad sectorē GEB, ita angulus BGC, ad angulū BGE. Maior igitur erit quoque proportio AI, ad IE, quam anguli BGA, hoc est, y quam anguli sibi æqualis IKE, ad angulum IGE: z Vt autem AI, ad IE, ita est GI, ad IK. Igitur & maior erit proportio rectæ GI, ad rectam IK, quam anguli IKE, ad angulum IGE. Quod est propositum.



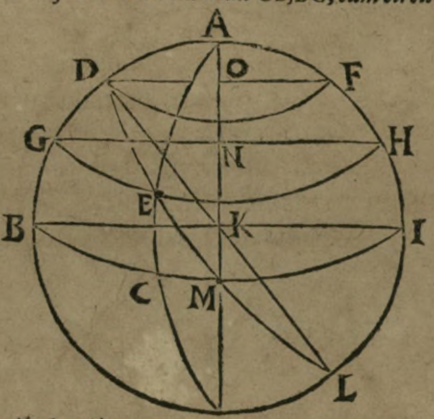
r 8. quinti. s 8. quinti. t 28. quint. u 1. sexti. x Cor. 1. 33. sexti. y 29. prim. z 2. vel 4. sexti.

SCHOLIVM. xiij.

ADDITVR in alia versione hoc loco sequens Theorema.

IISDEM positis, Diameter sphęrę ad diametrū paralleli per punctū obliqui circuli, ꝑ quod maximus circulus è polo transit, descripti, minorē rationē habet quam circūferentia maximi parallelorū intercepta inter maximū circulū primo positū, & maximū circulū per polos parallelorum transeuntem, ad circumferentiam obliqui circuli inter eosdem circulos interceptam.

SINT descripti circuli, vt in precedenti propos. Dico minorem esse proportionem diametri sphæræ ad diametrum paralleli GE; quam circumferentiæ BC, ad circumferentiam DE. Sint GH, BI, communes sectiones circulorum GE, BC, cum circulo AB, quæ diametri illorum erunt, [a] cum AB, per eorum polos ductus ipsos secet bifariam, & ad angulos rectos. Erit ergo BI, diameter etiam sphæræ. Et quoniam circulus DE, ponitur rectus ad AB, [b] transibit DE, per polos ipsius AB. Eodem modo BC, per polos eiusdem AB, transibit, cum rectus ad ipsum ponatur. Quare M, punctum, vbi se mutuo secant, polus erit circuli AB, ac propterea segmentum DEL, quod rectum est ad circulum AB, inæqualiter diuidetur in E, puncto, vbi circuli DE, GE se intersecant, minorque pars erit ED: [c] quandoquidem arcus MD, ML, æquales sunt, quod rectæ illis subtensæ, ex defi. poli, æquales sint. [d] Recta igitur ducta ED, minor erit, quā recta EG; ac proinde cum circulus GE, minor sit circulo DE, maior erit circumferentia EG, quam circumferentia DE. [e] Si enim recta rectæ ED, æqualis aufert ex circulo GE, maiorem arcum, quam recta DE, ex circulo DE, multo magis recta EG, quæ maior est, quam recta ED, vt ostendimus, maiorem arcū auferet, &c. [f] Quare minor erit proportio arcus BC, ad arcum GE, quā ad arcū DE. Quoniā vero est, vt arcus BC, ad totā circumferentiā circuli BC, ita arcus GE, ad totam circumferentiā circuli GE, propter similitudinē arcuum BC, GE; (In hoc n. consistit similitudo arcuū, vt ad suorū circulorum circumferentias integras eandem habeant proportionem, vt in schol. propos. 33. lib. 6. Eucl. tradidimus) atq; adeo permutando, vt arcus BC, ad arcū GE, ita tota circumferentia circuli BC, ad totā circumferentiā circuli GE; erit quoq; minor proportio circūferentiæ circuli BC, ad circumferentiā circuli GE, quam arcus BC, ad arcū DE. Vt autē circūferentia circuli BC, ad circūferentiā circuli GE, ita est diameter BI, (quæ sphæræ etiā diameter est) ad diametrū GH, vt Pappus demonstrauit, & nos in libello Archimedis de dimensione circuli ostēdimus. Igitur minor quoq; erit proportio diametri sphæræ BI, ad GH, diametrū paralleli GE, quā arcus BC, ad circumferentiam DE. Quod est propositū.



a 15. 1. hui. b 13. 1. hui. c 28. tertij. d Sch. 21. 2 huius. e lemma 6. huius. f 8. quinti.

COROLLARIVM.

HINC fit, iisdem positis, maiorem esse rationem circumferentiæ BC, maximi parallelorum interceptæ inter maximum circulum AB, primo positum, & maximum circulum AC, per polos parallelorum transeuntē, ad circumferentiam DE, obliqui circuli inter eosdem circulos interceptam, quam sinus totius ad sinum circūferentiæ AE, maximi circuli per polos parallelorum transeuntis; minorem vero, quam sinus totius ad sinum circumferentiæ AD, maximi circuli primo positi inter polos parallelorum, & obliquum circulum interceptæ. Quoniam enim hoc Theoremate ostensum est, maiorem esse rationem arcus BC, ad arcum DE, quam diametri sphæræ ad diametrum paralleli GE, [g] vt autem diameter BI, sphæræ ad GH, diametrum circuli GE, ita est BK, semidiameter, hoc est, sinus totus, ad GN, semidiametrum, hoc est, ad sinum arcus AE. [h] Cum n. arcus AG, AE, æquales sint, sitque GN, sinus arcus AG; erit quoq; GN, sinus arcus AE.) Maior igitur erit quoque ratio arcus BC, ad arcum DE, quam sinus totius BK, ad GN, sinum arcus AE.

g 15. quint. h 10. 2. hui.

[i] RVRSVS, quoniā ostensū est, minorē esse rationē arcus BC, ad arcū DE, quā diametri sphæræ ad diametrū paralleli DF. [k] Vt autē diameter sphærę BI, ad DF, diametrū paralleli DF, ita est BK, sinus totus ad DO, sinū arcus AD. Minor igitur quoq; est ꝓportio arcus BC, ad arcū DE, q̄ sinus totius ad sinū arcus AD. Quod est propositū.

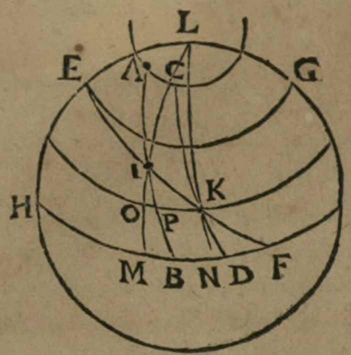
i 11. huius. k 15. quin.

CÆTERVM quid sit sinus, ex sequenti tractatione intelligetur.

THEOR. 12. PROPOS. 12. xiv.

SI in sphæra maximi circuli tangant vnum, eundemq; parallelorum, intercipiantq; similes parallelorum circumferentias inter vtrumq; maximorum circulorum interiectas; alius autem maximus circulus ad parallelos obliquus circulos tangat maiores illis, quos tangunt maximi circuli primo positi, secetq; obliquus idem circulus eosdem maximos circulos primo positos in punctis positis inter maximum parallelorū, & circulū, quem tangunt circuli maximi primo positi: Diameter sphæræ ad diametrū circuli, quē tangit obliquus circulus, maiorē rationē habet, quam circumferentia maximi paralleli intercepta inter circulos primo positos, eundemque circulum tangentes ad circumferentiam obliqui circuli inter eosdem circulos interceptam.

IN sphæra duo maximi circuli AB, CD, tangant eundem parallelum AC, intercipiantque similes parallelorum circumferentias inter ipsos interiectas; alius autem circulus maximus EF, tangat parallelū EG, maiorē



parallelo AC, in E, ſitque obliquus ad parallelos, & ſecet duos priores AB CD, inter maximũ parallelorum HF, & parallelum AC, in punctis IK. Dico maiorem eſſe rationem diametri ſphæræ ad diametrũ paralleli EG, quã circũferentiæ BD, ad circumferentiam IK. [a] Per L, enim polum parallelorum, & puncta E, I, K maximi circuli deſcribantur LH, LM, LN; ac per K, parallelus KO, ſecans circulum AB, in P. [b] Quoniam igitur maior eſt ratio diametri ſphæræ ad diametrum circuli EG, quam arcus HM, ad arcũ EI; ratio autem arcus HM, ad arcum EI, [c] maior eſt, quam arcus MN, ad arcum IK; erit quoque maior ratio diametri ſphæræ ad diametrum circuli EG, quam arcus MN, ad arcum IK. Et quia arcus PK, ſimilis eſt arcui BD, ex hypotheſi, [d] & arcus OK, ſimilis arcui MN; eſtque arcus PK, minor arcu OK; erit quoque arcus BD, minor arcu MN; [e] ac proinde minor erit ratio arcus BD, ad arcum IK, quam arcus MN, ad eundem arcum IK. Cum ergo oſtenſum ſit, rationem diametri ſphæræ ad diametrum circuli EG, maiorem eſſe, quam arcus MN, ad arcum IK; Multo maior erit ratio diametri ſphæræ ad diametrum circuli EG, quam arcus BD, ad arcum IK. Si igitur in ſphæra maximi circuli tangant vnum, &c, Quod erat demonſtrandum.

a 20. 1. hui.
b 11. huius.
c Corol. 10. huius.
d 10. 2. hui.
e 8. quinti.

SCHOLIVM.

IN exemplari græco habetur, maiorem eſſe rationem duplæ diametri ſphæræ ad diametrum circuli EG, quam arcus BD, ad arcum IK. Quod quidem ex noſtra demonſtratione liquido conſtat. Cum enim diameter ſphæræ maiorem habeat rationem ad diametrum circuli EG, quam arcus BD, ad arcum IK; multo maiorem rationem habebit dupla diametri ſphæræ ad diametrum circuli EG, quam arcus BD, ad arcum IK; [f] propterea quod dupla diametri ſphæræ ad diametrum circuli EG, maiorem rationem habet, quam diameter ſphæræ ad eandem diametrum circuli EG.

f 8. quinti.

XV.

THEOR. 13. PROPOS. 13.

SI in ſphæra paralleli circuli intercipiant circumferentias maximi alicuius circuli vtrinq; ęquales ab illo puncto, in quo ipſe maximus circulus ſecat maximum parallelorum; per puncta autem terminantia æquales circumferentias, & per parallelorum polos deſcribantur maximi circuli, aut ſi diſcribantur maximi circuli qui vnum eundemq; parallelorum tangant: æqaules intercipient circumferentias de maximo parallelorum.

IN ſphæra AB, paralleli circuli CD, EF, auferant de maximo circulo AF, duas circumferentias æquales GC, GF, vtrinque à puncto G, in quo circulus AF, ſecat maximum parallelorum BG; & per puncta C, G, F, ducãtur maximi circuli ſiue per polos parallelorum, vt in priori figura, ſiue tangentes vnum eundemque parallelum, vt in figura poſteriori, ſecantes maximum parallelorum in H, I. Dico arcus GH, GI, æquales eſſe. Quoniã enim arcus GC, GF, æquales ponuntur, [a] erunt paralleli CD, EF, æquales [b] Igitur & arcus GK, GL, æquales erũt. [c] Quare rectæ ductæ CK, FL, æquales erunt; [d] ac proinde in circulis æqualib. CD, EF, arcus æquales auferent CK, FL; & idcirco inter ſe ſimiles erunt arcus CK, FL: [e] Eſt autem arcus GH, arcui CK, & arcus GI, arcui FL, ſimilis. Igitur & arcus GH, GI, ſimiles inter ſe erunt, ac proinde, cum ſint eiuſdem circuli, æquales inter ſe. Si igitur in ſphæra maximus circulus, &c. Quod demonſtrandum erat.

a 17. 2. hui.
b 18. 2. hui.
c 3. huius.
d 28. tertij.
e 10. vel 13. 2. huius.

SCHOLIVM.

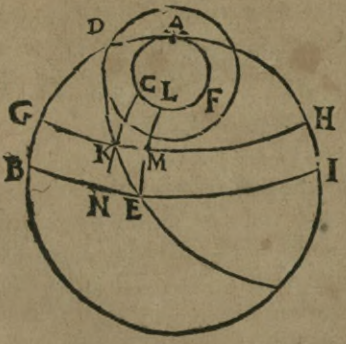
HINC etiam conſtat, iiſdem poſitis, omnes arcus maximorum circulorum inter parallelos interceptos inter ſe æquales eſſe, quales ſunt CH, HE, KG, GL, DI, IF. Cum enim arcus GC, GH, arcubus GF, GI, æquales ſint, [f] erunt & rectæ CH, FI, æquales; [g] ac propterea & arcus CH, FI, æquales erunt: [h] Sunt autem arcui CH, arcus KG, DI, & arcui FI, arcus LG, EH, æquales. Igitur omnes illi ſex arcus æquales erunt.

f 3. huius.
g 28. tertij.
h 10. vel 13. 2. huius.

XVJ.

THEOR. 14. PROPOS. 14.

SI in ſphæra maximus circulus aliquem circulum tangat, alius autem maximus circulus obliquus ad parallelos tangat circulos maiores illis, quos tangebat maximus circulus primo poſitus: inæquales intercipient circumferentias parallelorum circulorum, quarum propiores vtriuis polorum maiores erunt, quam vt ſimiles ſint remotioribus.



IN ſphæra maximus circulus AB, tangat circulum AC; & alius maximus DE, tangat alium maiorem DF, ſecetque duos parallelos quoſcunque GH, BI, in KE. Dico arcus KH, EI, inæquales eſſe, maioremq; eſſe KH, polo conſpicuo propiorem, quam vt ſimilis ſit arcui EI, remotiori: vel ipſum EB, polo occulto propiorem eſſe maiorem, quam vt arcui KG, remotiori ſimilis ſit. [a] Per puncta enim E, K, deſcribantur maximi circuli LE, CN, tangentes circulum AC, ita vt ſemicirculi à C, per N, & ab A, per B, procedentes non conueniant: item ſemicirculi ab L, per E, & ab A, per I, tendentes non coeant. [b] Erunt igitur arcus MH, EI, ſimiles. Quare KH, maior eſt, quam vt arcui EI, ſimilis ſit. Eodem modo, quoniam ſimiles ſunt arcus BN, GK, erit BE, alteri polo propior maior, quam vt ſimilis ſit arcui GK, ab eodem polo remotiori. Itaque ſi in ſphæra maximus circulus aliquem circulum tangat, &c. Quod erat demonſtrandum.

a 15. 2. hui.
b 13. 2. hui.

FINIS LIBRI III. THEODOSII.

CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS E SOCIETATE IESV

SINVS VEL SEMISSES RECTARVM IN CIRCVLO SVBTENSARVM:

LINEÆ TANGENTES ATQVE SECANTES.

CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS E SOCIETATE IESV

SINVS, VEL SEMISSES RECTARVM IN CIRCVLO SVBTENSARVM:

LINEÆ TANGENTES, ATQVE SECANTES.

PRÆFATIO.

Sinuum vtilitas.

DICI vix potest, quantam in rebus tam Astronomicis, quam Geometricis, vtilitatem habeat Sinuum cognitio: cum innumerabilia pene problemata Astronomica, & Geometrica ad vsum per calculum & rationem Sinuum reuocentur, vt tum ex nostris triangulis rectilineis, ac sphæricis, tum ex Almagesto Ptolemæi, ex nostra Gnomonica, & ex alijs variorum Astronomorum libris manifestum est. Quare, cum à paucis admodum Sinuum demonstrationes sint explicatæ, operæ pretium me facturum arbitror, si, quanta potero breuitate, ac perspicuitate, ex varijs auctoribus, præsertim ex Ptolemæo, Purbachio, atque Iohanne Regiomontano, demonstrationes colligam, quibus omnium arcuum sinus & chordas cognitas habeamus, vt & tabulas Sinuum, ac chordarum iam à multis scriptoribus supputatas examinare, (facile enim error in numerorum impressione committitur) & nouas alias, quando res tulerit (posito Sinu toto vel diametro quotcunque particularum) condere possimus.

QVONIAM vero Recentiores summa felicitate ex sinubus alias lineas collegerunt, nimirum Tangentes, atque Secantes, vt facilius quædam ac breuius demonstrarent; de hisce etiam lineis agemus. Habent enim lineæ hæ egregium vsum in rebus Astronomicis & Geometricis, vt ex nostris triangulis planis, ac sphæricis fiet perspicuum. Initium autem sumemus à definitionibus.

DEFI-

DEFINITIONES.

I.

COMPLEMENTVM arcus alicuius, eſt exceſſus, quo quadrans eum ſuperat, ſi arcus minor eſt quadrante, vel ab eo ſuperatur, ſi eſt quadrante maior. *Complementũ arcus quid.*

II.

CHORDA (quam alij ſubtenſam, alij inſcriptam dicunt) eſt linea recta arcum quemcunque in circulo ſubtendens. *Chorda quid.*

III.

SINVS rectus (qui alijs ſinus rectus primus dicitur) eſt dimidium chordæ ſubtendentis duplum eius arcus, cuius dicitur ſinus rectus. *Sinus rectus quid.*

Vel aliter.

SINVS rectus eſt linea perpendicularis cadens ab vno extremo arcus, cuius dicitur ſinus rectus, in diametrum circuli ab altero extremo eiuſdem arcus ductam.

IV.

SINVS verſus (quem ſagittam alij vocant) eſt pars diametri circuli inter extremum dati arcus, cuius dicitur ſinus verſus, & ſinum rectum eiuſdem arcus intercepta. *Sinus verſus quid.*

V.

SINVS complementi alicuius arcus (qui quibuſdam ſinus rectus ſecundus dicitur) eſt ſinus rectus alterius arcus, qui complementum eſt illius arcus, cuius dicitur ſinus complemẽti. *Sinus complementi quid.*

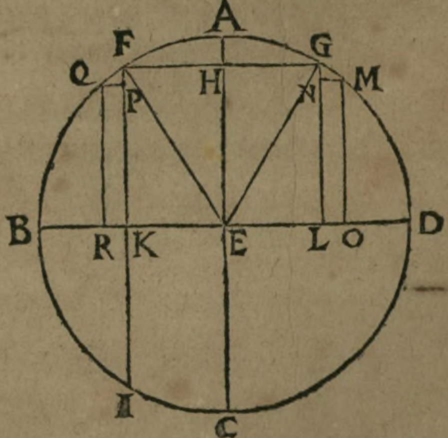
VI.

SINVS totus eſt radius, ſiue ſemidiameter circuli, hoc eſt, ſinus rectus, vel verſus quadrantis circuli. *Sinus totus quid.*

VII.

SINVS tam rectus, & verſus, quàm complementi alicuius anguli rectilinei eſt ſinus illius arcus, qui in circulo deſcripto ex angulo inter duas rectas angulum conſtituentes interiicitur. *Sinus anguli rectilinei quid.*

EXPONATVR *circulus* A B C D, *cuius centrum* E, *per quod ducantur duæ diametri* AC, BD, *ſeſe ad rectos angulos ſecantes*, [a] *& totum circulum in quatuor quadrantes æquales diuidentes, vtpote qui angulis rectis æqualibus in centro ſubtenduntur: ſumanturque arcus æquales* AF, AG: *Item* BF, BI; *& rectæ ducantur* FG, FI, *ſecantes diametros in* H, *&* K. *Arcus igitur* F B, *dicitur complementum arcus* FA; *quia quadrans* A B, *arcum* FA, *ſuperat arcu* FB. *Eadem ratione arcus* F A, *complementum nominatur arcus* FB. *Item arcus* BI, *complementum appellatur arcus* AI; *quia arcu* B I, *ſuperatur quadrans* AB, *ab arcu* A I. *a 26. tert. Exempla definitionum.*



RECTA *deinde* FG, *chorda dicitur arcus* F A G; *& recta* F I, *chorda arcus* F B I. *Et quia diameter* A C, *ſecans arcum* F AG, *bifariam, ſecat quoque rectam* FG, *bifariam, vt ex coroll. 1. propoſ. 10. lib. 13. Euclid. conſtat, (quod tamen in lemmate ſequenti breuius oſtendemus.) erit recta* F H, *ſinus rectus arcus* FA, *iuxta priorem defin. ſinus recti: quia eſt dimidium chordæ* FG, *ſubtendentis arcum* F AG, *duplum arcus* F A, *cuius* F H, *dicitur ſinus. Itaque ſi quemlibet arcum, eiuſque chordam bifariam ſecemus, dimidium chordæ dicetur ſinus rectus dimidiati arcus. Hinc factum eſt, vt Sinus recti à pleriſque dicantur Semiſſes rectarum in circulo ſubtenſarum. Eadem quoque recta* FH, *erit ſinus rectus eiuſdem arcus* F A, *ſecundum poſteriorem defin. ſinus recti: quoniam perpendicularis eſt, ducta ab* F, *extremo dicti arcus ad diametrum* A C, *ab altero extremo* A, *eiuſdem arcus ductam;* [b] *propterea quod recta* EA, *ſecans rectam* FG, *bifariam, ſecat eandem ad angulos rectos.* *Sinus recti cur dicantur ſemiſſes rectarum in circulo ſubtenſarum.* *b 3. tertij.*

RECTA *vero* AH, *ſinus verſus eſt eiuſdem arcus* F A; *cum ſit pars diametri* A C, *inter* A, *extremum dicti arcus, & ſinum eius rectum* F H, *intercepta. Dicitur autem verſus hic Sinus, quia verſo modo collocatur, ſi cum ſinu recto conferatur. Hunc nonnulli dicunt ſagittam, quoniam inſtar ſagittæ eſt in arcu* FAG, *à chorda* FG, *excuſſæ.* *Sinus verſus cur dicatur ſagitta.*

RECTA *porro* F K, *eſt ſinus complementi arcus* F A; *quia eſt ſinus rectus arcus* F B, *qui complementum eſt arcus* F A. *Sinus verſus complementi alicuius arcus quid.*

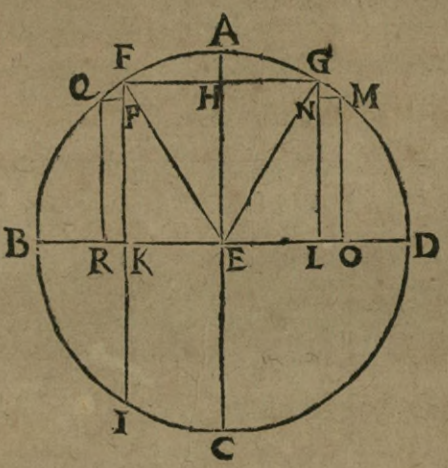
RECTA *autem* K B, *eſt ſinus verſus complementi arcus* F A, *hoc eſt, ſinus verſus arcus* FB, *qui complementum eſt arcus* F A.

NONNVLLI porro Astronomi Sinum, quem nos rectum diximus, appellant Sinum rectum primum; Sinum vero, quem Sinum complementi diximus, vocant Sinum rectum secundum. Vt rectam FH, appellant sinum rectum primum arcus FA; rectam vero FK, sinum rectum secundum eiusdem arcus. Sunt alij etiam, qui sinum rectum simpliciter appellent sinum primum, versum autem dicant sinum secundum. Quod dixerim, vt intelligas auctores, qui varie de sinubus sunt locuti. Nos communem modum loquendi retinuimus. Cæterum cum scriptores de sinu aliquo loquuntur, semper intelligunt sinum rectum: nisi illum vocent sinum complementi, aut versum.

SEMIDIAMETER deinde AE, sinus est tam rectus, quam versus quadrantis AB: qui totus dicitur, siue maximus, propterea quod maximus sit omnium sinuum tam rectorum, quam complementorum, immo vero & maior omnibus sinubus versis illorum arcuum, qui quadrante minores sunt: Solum minor est sinubus versis illorum arcuum, qui quadrante sunt maiores, vt infra dicemus, qui quidem rarius in vsum veniunt, quam alij. Vel certe dicitur totus, siue maximus, quia in tabula Sinuum, in qua sinus recti tantummodo ponuntur, omnium Sinuum maximus est ille, qui quadranti, seu gradibus 90. respondet, vt ex tabula Sinuum, quam infra ponemus, perspicuum erit.

POSTREMO, ducta recta EF, erit recta FH, sinus rectus anguli FEH; recta autem FK, sinus complementi eiusdem anguli; & recta AH, eiusdem anguli sinus versus: quoniam recta FH, est sinus rectus arcus FA, in circulo descripto ex angulo FEH, interceptus inter rectas EF, EA, angulum dictum constituentes: recta autem FK, est sinus complementi eiusdem arcus; & recta AH, sinus versus.

CÆTERVM duo arcus semicirculum constituentes eundem prorsus habent sinum, tam rectum quam complementi; quemadmodum & duo arcus circulum conficientes vnam eandemque chordam habent: sinus tamen versi eorum differunt, conficiunt que totam circuli diametrum. Vt duo arcus FA, FC, conficientes semicirculum ABC, eundem habent sinum rectum FH, quemadmodum & duo arcus FAG, FCG, eorum dupli, circulum conficientes, eandem habent chordam FG, cuius dimidium est sinus rectus FH, vt vult prior definitio sinus recti; qui quidem sinus rectus FH, linea perpendicularis est, ducta à communi extremo F, vtriusque arcus FA, FC, ad diametrum AC, ab extremis reliquis A, C, eorundem arcuum ductam, vt vult posterior sinus recti definitio. Iidem duo arcus FA, FC, eundem sinum complementi habent FK; propterea quod arcus FB, cuius sinus rectus est FK, est complementum vtriusque arcus. Sinus tamen versi iidem non sunt, sed AH, est sinus versus arcus FA; & CH, est sinus versus arcus FC: qui quidem duo sinus versi diametrum AC, constituunt. Vbi vides sinum versum CH, arcus FC, quadrantem superantis maiorem esse semidiametro, seu sinu toto CE.



SIC etiam duo anguli duobus rectis æquales eundem sinum habent tam rectum, quam complementi. Vt patet in angulis AEF, FEC, quorum vtriusque sinus rectus est FH; sinus autem complementi FK: propterea quod arcubus AF, FC, insistunt, quorum vtriusque sinus rectus est FH, complementi autem sinus FK, vt dictum est. Sinus tamen versi eorundem angulorum iidem non sunt, sed AH, sinus versus est anguli AEF, nempe arcus AF; & HC, est sinus versus anguli FEC, puta arcus FC. Conficiunt autem ambo sinus versi totam diametrum AC.

RVRSVM sinus rectus cuiusuis arcus æqualis est segmento diametri inter centrum, & sinum rectum complementi eiusdem arcus interiecto: Sinus autem complementi cuiuslibet arcus æqualis est segmento diametri inter centrum, & sinum rectum eiusdem arcus posito. [c] Vt FH, sinus rectus arcus FA, æqualis est segmento diametri EK: & FK, sinus complementi eiusdem arcus FA, æqualis est segmento diametri EH; ob parallelogrammum HK; [d] sunt enim tam rectæ HF, EK, quam rectæ KF, EH, parallelæ, propter rectos angulos H, E, K, F. Hinc fit, si sint duo arcus, quorum vnus alterius sit complementum, vtriusuis sinum rectum æqualem esse complemento sinus versi alterius arcus. Vocamus autem complementum sinus versi segmentum diametri, quo ipse sinus versus à semidiametro superatur, si eius arcus quadrante minor est, vel semidiametrum superat, si eius arcus maior est quadrante. Vt HE, dicimus complementum tam sinus versi AH, arcui FA, respondentis, quam sinus versi CH, arcui FC, respondentis. Vides igitur, duorum arcuum FA, FB, quorum vnus alterius est complementum, [e] sinum rectum FK, arcus FB, æqualem esse ipsi HE, complemento sinus versi AH, alterius arcus FA, & sinum rectum FH, arcus FA, æqualem esse ipsi EK, complemento sinus versi BK, alterius arcus FB. Eadem ratione, quoniam arcus FB, complementum est arcus FC, vides sinum rectum FH, arcus FC, æqualem esse ipsi EK, complemento sinus versi BK, alterius arcus FB. Et sinum rectum FK, arcus FB, æqualem esse ipsi EH, complemento sinus versi CH, alterius arcus FC. Sic etiam sinus complementi arcus cuiusuis æqualis est complemento sinus versi eiusdem arcus. Vt FK, sinus complementi arcus AF, vel FC, æqualis est ipsi HE, complemento sinus versi AH, vel CH, arcus AF, vel FC.

PARI ratione in eodem circulo, vel in circulis æqualibus, sinus tam recti, quam versi, aut sinus complementorum arcuum æqualium, & quadrante minorum, æquales sunt. Et contra, æqualium sinuum tam rectorum, quam versorum, aut sinuum complementorum, arcus quadrante minores æquales sunt. Arcuum vero inæqualium, & quadrante minorum, sinus inæquales sunt, sinus quidem tam rectus quam versus maioris maior, minoris vero minor; sinus autem complementi maioris arcus minor, & minoris maior; Et contra, inæqualium sinuum tam rectorum, quam versorum, aut sinuum complementorum, inæquales arcus sunt, maioris quidem sinus tam recti quam versi maior arcus, & minoris minor; maioris autem sinus complementi arcus minor, & minoris maior. Sint enim arcus æquales BF, DG. Dico eorum sinus rectos FK, GL, æquales esse; Item sinus versus KB, LD, nec non sinus complementorum EK, EL. Cum enim arcus BF, DG, æquales sint, [f] erunt quoque anguli BEF, DEG, æquales. Sunt autem & recti anguli K, L, æquales, nec non & latera EF, EG, æqualia, vtpote semidiametri. [g] Igitur & tam latera FK, GL, quam latera EK, EL, inter se æqualia erunt, nempe sinus recti inter se, & sinus complementorum

Sinus rectus primus ac secundus: Item sinus primus & sinus secundus apud quosdam quid.

Quando fit mentio alicuius sinus absolute, intelligitur sinus rectus.

Sinus totus vel maximus cur sic dicatur.

Duo arcus semicirculum conficientes eundem habent sinum, quemadmodũ & duo arcus circulum conficientes, eandẽ chordam: sinus tamen versos habent differẽtes, conficientes totam diametrũ.

Sinus versus arcus quadrãte maioris maior est sinu toto.

Duo anguli duobus rectis æquales eũdem sinũ habẽt, sed sinus versos differẽtes, vtpote qui totam diametrũ conficiãt.

Sinus tam rectus, q̃ complemẽti, cui segmento diametri sit æqualis.

c 34. pri.
d 28. pri.
e 34. pri.

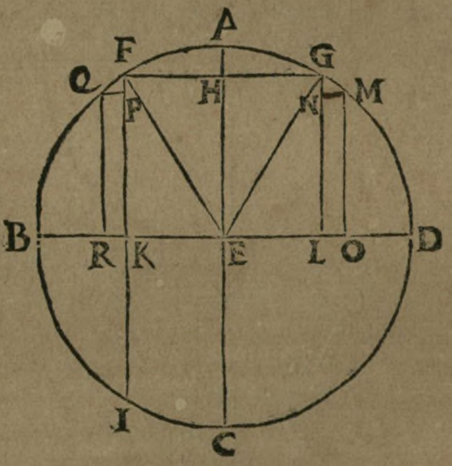
Duorum arcuum, quorum vnus alterius est complemẽtum, sinus rectus vtriuslibet æqualis est complemento sinus versi alterius arcus. *Complementum sinus versi quid.* *In eodem circulo, aut æqualibus, arcuum æqualium sinus æquales sunt; & contra. At arcuum inæqualium sinus inæquales sunt; & contra.* f 27. tertij. g 26. primi.

torum inter se. Detractis autem EK, EL, æqualibus ex semidiametris EB, ED, reliqui erunt sinus versi KB, LD, æquales. Quod est propositum. Sint iam sinus æquales siue recti FK, GL, siue versi KB, LD, siue sinus complementorum EK, EL. Dico arcus BF, DG, esse æquales. Nam si FK, GL, sint æquales, erunt eorum quadrata æqualia. Cum ergo quadrata rectarum EF, EG, æqualia quoque sint, [h] & illi quidem æqualia sint quadrata ex FK, KE, huic vero quadrata ex GL, LE; ac proinde duo quadrata ex FK, KE, duobus quadratis ex GL, LE, æqualia: si auferantur duo æqualia quadrata rectarum FK, GL, æqualia remanebunt quadrata ex EK, EL; ac proinde & rectæ EK, EL, æquales erunt. Quare cum latera EF, EK, lateribus EG, EL, æqualia sint, & basis FK, basi GL, æqualis; [i] erunt anguli FEB, GED, æquales; [k] ac proinde & arcus BF, DG, æquales erunt. Quod si sinus complementorum EK, EL, sint æquales, ostendemus eodem modo, rectas FK, GL, æquales esse. Quare vt prius, erunt arcus BF, DG, æquales. Si tandem sinus versi KB, LD, ponantur æquales; ijs ablatis ex semidiametris EB, ED, relinquentur sinus complementorum EK, EL, æquales. Quare rursus ostendemus, vt prius, arcus BF, DG, æquales esse. Quod erat ostendendum. Iam vero sit arcus BF, maior arcu DM, & ducatur sinus MO. Dico sinum rectum FK, maiorem esse sinu recto MO: Item sinum versum KB, maiorem sinu verso OD: sinum vero complementi EK, minorem sinu complementi EO. Posito enim arcu DG, æquali arcui BF, erunt, vt demonstrauimus, tam sinus recti FK, GL, quam versi KB, LD, & sinus complementorum EK, EL, æquales. Cum ergo LD, maior sit, quàm OD, erit quoque sinus versus KB, sinu verso OD, maior: Item cum EL, minor sit, quam EO, erit quoque sinus complementi EK, minor sinu complementi EO. Ducatur MN, ad GL, perpendicularis, [l] eritque NL, ipsi MO, æqualis. Cum ergo GL, maior sit, quam NL, hoc est, quam MO, erit quoque sinus rectus FK, maior sinu recto MO. Quod demonstrandum erat. Sit denique tam sinus rectus FK, maior sinu recto MO, quam sinus versus KB, sinu verso OD; & sinus complementi EO, maior sinu complementi EK. Dico sinui maiori tam recto, quam verso respondentem arcum BF, maiorem esse arcu DM, qui minori sinui tam recto, quam verso respondet. At maiori sinui complementi arcum respondentem DM, minorem esse arcu BF, qui minori sinui complementi respondet. Nam si FK, maior sit, quam MO, auferatur KP, ipsi MO, æqualis, & ducatur PQ, ad FK, perpendicularis, ducaturque QR, ad BE, perpendicularis, [m] quæ ipsi PK, hoc est, ipsi MO, æqualis erit; ac proinde, vt paulo ante ostensum est, erunt arcus BQ, DM, æquales, propter æqualitatem sinuum rectorum QR, MO. Cum ergo arcus BF, arcu BQ, maior sit, erit idem arcus BF, arcu DM, maior. Quod si KB, maior sit, quam OD, abscindatur BR, ipsi DO, æqualis, ducaturque RQ, ad BE, perpendicularis: Eruntque arcus BQ, DM, vt paulo ante monstrauimus, æquales, ob æqualitatem sinuum versorum RB, OD. Quare cum arcus BF, maior sit arcu BQ, erit idem arcus BF, arcu DM, maior. Si tandem maior sit EO, quam EK, detrahatur EL, ipsi EK, æqualis, ducaturque ad ED, perpendicularis LG: Eruntque arcus BF, DG, ob æqualitatem sinuum complementorum EK, EL, æquales, vt paulo ante fuit ostensum. Quam ob rem arcus DM, arcu DG, sit minor, erit idem arcus DM, arcu BF, minor. Quod est propositum.

IDEM prorsus dicendum est de sinubus angulorum. Nam & anguli æquales habent sinus æquales tam rectos, quam complementorum, & versos, &c. propterea quod æquales anguli insistunt in centro æqualibus arcubus, &c.

Anguli æquales habent sinus æquales, &c.

POSTREMO in omni triangulo rectangulo, si latus recto angulo oppositum ponatur sinus totus, reliqua duo latera sunt sinus recti reliquorũ angulorum acutorũ, quibus opponuntur. Vt in triãgulo rectãgulo EKF, in quo EF, est sin⁹ totus, vtpote semidiameter circuli ex E, descripti, latus FK, est sinus rectus anguli FEK, ex defin. 7. Sic quoque si idem circulus ex F, describeretur, esset latus EK, sinus rectus anguli EFK, ex eadem defin. 7. Quod etiam hinc patet, quod angulus EFK, [n] æqualis est angulo alterno AEF; cuius sinus rectus est, ex defin. 7. recta FH, [o] quæ quidem æqualis est lateri EK. Eodem pacto vtrumuis reliquorum laterum in triangulo rectangulo est sinus complementi anguli acuti sibi adiacentis, nempe sinus complementi illius arcus, cuius alterum latus est sinus rectus. Vt in eodem triangulo rectangulo EKF, latus FK, est sinus complementi anguli EFK, siue arcus FA, cuius sinui recto FH, alterum latus EK, æquale est. Item latus EK, æquale est ipsi FH, sinui complementi anguli FEK, siue arcus FB, cuius alterum latus FK, sinus rectus est. Sed iam lemma, cuius supra fecimus mentionem, demonstremus.



Si in triangulo rectãgulo latus recto angulo oppositum sit sinus totus, erit vtrumuis laterum reliquorũ sinus rectus anguli acuti oppositi.

n 29. pri.
o 34. pri.

Si in trigulo rectãgulo latus recto angulo oppositum sit sinus totus, erit vtrumuis reliquorum laterum sinus complementi anguli sibi adiacentis, cuius nimirum alterum latus sinus rectus est.

L E M M A.

SI in circulo recta linea è centro ducta aliam rectam non per centrum ductam bifariam secet, secabit eadem & arcum, cui illa recta subtenditur, bifariam: Et si arcum secet bifariam, secabit quoque rectam ei subtensam bifariam.

Recta linea è centro ducta secans aliam rectã bifariam secat quoque arcũ, cui illa subtenditur, bifariam: Et contra.

SECET in eadem figura recta EA, rectam FG, bifariam in H. Dico eandem secare quoque arcum EG, bifariam in A, & contra. Ducta enim recta EG; quoniam duo latera EF, EH, trianguli EFH, æqualia sunt duobus lateribus EG, EH, trianguli EGH, vtrumq; vtrique; basisque HF, basi HG, ponitur æqualis; [p] erit angulus FEH, angulo GEH, æqualis. [q] Igitur arcus AF, arcui AG, æqualis erit. Quod est propositum.

VERVM secet iam recta EA, arcum FG, bifariam in A. Dico eandem secare quoque rectam FG, bifariam in H; Quoniam enim arcus AF, AG, æquales sunt, [r] erunt quoque anguli FEH, GEH, æquales. Igitur cum & duo latera EF, EH, trianguli EFH, duobus lateribus EG, EH, trianguli EGH, æqualia sint; [s] erunt & bases HF, HG, æquales. Quod est propositum.

EX hoc sequitur rectam EA, quæ arcum FG, bifariam secat in A, secare quoque rectam FG, bifariam in H; vt supra posuimus.

h 47. pri.
i 8. primi.
k 26. tert.
l 34. pri.
m 34. pri.
p 8. primi.
q 26. tert.
r 27. tert.
s 4. primi.

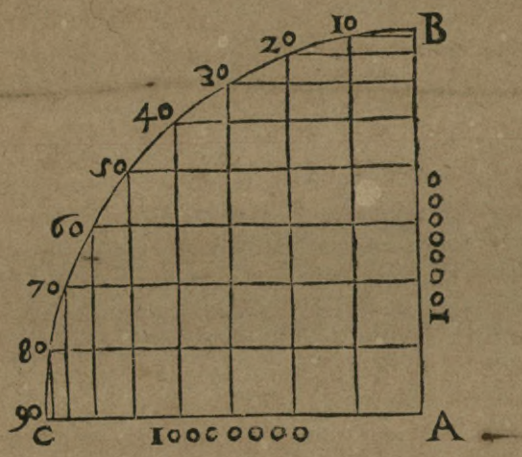
Omnes sinus exprimuntur in partibus, in quas sinus totus concipitur esse diuisus. Semidiameter circuli, in quot partes secetur à Ptolemæo & Arzahele.

QVONIAM vero Sinus totus (hoc est, semidiameter cuiusuis circuli) intelligitur ab Astronomis diuisus in aliquot partes æquales, vt ratione harum partium omnes alios sinus metiantur, proportionesue omnium sinuum ad sinum totum, siue ad semidiametrum in numeris exprimant; explicandum paucis erit, in quot partes semidiametrum distribuerint: Neque enim omnes eodem modo eam sunt partiti. Ptolemæus namque semidiametrum secat in 60. partes æquales, totam vero diametrum in 120. Quamlibet deinde partem concipit diuisam esse in 60. Minuta, & quoduis Minutum in 60. Secunda. Hanc diuisionem omnes ferme antiqui, & nonnulli ex recentioribus, inter quos est Orontius, secuti sunt. Supputauit autem Ptolemæus lib. 1. Almagesti tabulam omnium chordarum, quæ arcubus semicirculo dimidiato gradu sese ordine superantibus, initio facto ab arcu 30. Minutorum, respondent, in partibus, quarum 120. tota diameter continet. Orontius vero tabulã condidit omnium sinuum, qui arcubus quadrantis vno Minuto sese ordine superantibus initio facto ab arcu 1. Minuti, respondet, in partibus, quarum 60. semidiameter, seu sinus totus continet. Arzahel vero Arabs constituit semidiametrum partium 150. ac proinde totam diametrum partium 300. quas quidem partes rursus distribuit in Minuta, & Secunda, vt Ptolemæus. Sed vtrouis modo semidiameter, siue diameter diuidatur, permolestum est, alios omnes sinus siue chordas in eiusmodi partibus inuestigare, cum semper multiplicatio, diuisio, extractioque radicum per fractiones Astronomicas instituenda sit; Vel certe Partes in Minuta, ac Secunda conuertendæ, & contra, Minuta ac secunda in Partes: quæ res valde laboriosa est non solum parum exercitatis in Arithmeticis, verum etiam peritissimis.

Commodior est diuisio semidiametri, vel sinus totius in particulas 10000000. vel 100000 quàm in 60.

QVAMOBREM alij Astronomi, inter quos est Georgius Purbachius, Ioannes Regiomontanus, Petrus Appianus, semidiametrum, hoc est, sinum totum, in multo plures particulas æquales partiti sunt, vtpote in partes 10000000. vel 100000. Ita enim opus non erit partes has in Minuta, ac Secunda distribuere; cum vna harum partium sit vel multo minor, quam vnum Secundum semidiametri in partes 60. secundum Ptolemæum diuisæ, vel certe non multo maior. Nam vnum Secundum est $\frac{1}{216000}$ totius semidiametri diuisæ in 60. partes, cum 60. partes contineant 216000. Secunda: At vna particula semidiametri diuisæ in partes 10000000. vel 100000. est $\frac{1}{10000000}$. vel $\frac{1}{100000}$. totius semidiametri. Constat autem minutiam hanc $\frac{1}{10000000}$. esse multo minorem illa $\frac{1}{216000}$. hanc vero $\frac{1}{100000}$. non esse multo maiorem illa eadem $\frac{1}{216000}$. Itaq; etiamsi in sinu aliquo negligatur interdum vna ferme particula ex 10000000 particulis sinus totius, multo tamen minor error committetur, quàm si negligatur vnum ferè secundum ex 216000. Secundis, in quæ sinus totus intelligitur esse diuisus: Si vero negligatur vna ferè particula ex 100000 particulis sinus totius, non multo maior error committetur, quàm si negligatur vnum fere secundum ex 216000. secundis, in quæ sinus totus distribuitur.

Quantus sit sinus totus secundum communem vsum, & quantus ab auctore statuatur. Item eo fieri calculũ accuratiorem, quo maior fuerit sinus totus.



SVNT etiam, qui distribuant sinum totum in partes 6000000. vel 60000. extantque tabulæ sinuum à Ioan. Regiom. compositæ, in quibus sinus totus tot particulas ponitur continere: sed magis in vsu est apud Astronomos diuisio sinus totius in particulas 10000000. vel 100000. Immo cõmunis fere vsus omniũ obtinuit, vt in supputationibus, quæ ex sinubus depromuntur, sinus totus statuatur particularum 100000. qualem & nos tam in sphæra, quàm in Gnomonica alijsque operibus constituimus: quamuis, quo maior fuerit sinus totus, eo etiam accuratior supputatio atque calculus reddatur. Construxit porro Ioan. Regiom. tabulam omniũ Sinuum, qui arcubus quadrantis vno Minuto sese ordine superantibus respondet, in partibus sinus toti' in partes 10000000 diuisi, initio facto ab arcu 1. Minuti: quam nos summa cura ac diligentia examinauimus, & in quibusdam locis correximus, quoniam propter typographorum incuriam mendis omnino non carebat, Hanc tabulam emendatam infra subiiciemus, si prius demonstrationes ex Ioanne Regiomontano potissimum decerptas exponamus, quibus omnium arcuum sinus numeris exprimi possint in partibus sinus totius in quotuis partes distributi. Post tabulæ vero vsum subiiciemus quoque Ptolemæi & aliorum demonstrationes, quibus omnium arcuum chordæ numeris exprimantur, ex quibus rursus facili negotio tabula Sinuum construi potest.

Quo pacto omnes sinus possint cognosci in maximo aliquo quadrante, sine vllo supputationis labore, aut molestia.

ATQVE in primis, si in plano aliquo Quadrans tantæ magnitudinis construeretur, vt eius arcus commode in 90 gradus, & singuli gradus in 60. Minuta; itemque vtraque eius semidiameter, siue sinus totus, in 10000000. partes æquales, vel etiam in plures, paucioresue diuidi posset, facili negotio sine vlla supputationis molestia, aut labore, omnium sinuum magnitudines cognoscerentur, si ex singulis arcus Minutis rectæ ad vtramque semidiametrum perpendiculares ducerentur. Vt in quadrante hoc ABC, si arcus BC, in Gradus, ac Minuta secetur; (Nos ob spatij angustias eum in nouem partes secuimus, vt singulæ denos complectantur gradus.) Item vtraque semidiameter in 10000000. particulas, vel in plures, paucioresue distribuatur; atque ad vtramque semidiametrum perpendiculares ducantur: erunt perpendiculares ad semidiametrum AB ductæ, sinus recti arcuum quadrantis à puncto B, incipientium, [t] quibus æquales sunt portiones semidiametri AC, inter punctum A, & perpendiculares ad semidiametrum AC, ductas. Quot ergo particulas continebunt hæ portiones ex illis 10000000. tot particularum erunt sinus recti arcum quadrantis. Eodem modo tam sinus complementorum arcuum eorundem, quam sinus versi cognoscentur. Perpendiculares enim ad semidiametrum AC, demissæ sunt sinus complementorum, [u] quibus æquales sunt portiones semidiametri AB, inter punctum A, & perpendiculares ad semidiametrum AB, ductas: Portiones vero eiusdem semidiametri AB, inter punctum B, & dictas perpendiculares sunt sinus versi eorundem arcuum à puncto B, incipientium. Sed quoniam fieri non potest, vt Quadrans tantæ magnitudinis reperiatur, qui commode tot diuisiones recipiat, inuestigabimus sinuum magnitudines per demonstrationes Geometricas, posito sinu toto quotcunque particularum, sequentibus propositionibus. Satis autem erit, sinus rectos omnium arcuum inquiramus: ex his enim cognitis & sinus complementorum, & versi eorundem arcuum patefient, vt in vsu tabulæ Sinuum exponemus.

t 34. pri.
u 34. pri.

THEOR.

THEOR. 1. PROPOS. 1.

Perpendiculares ex arcubus quadrantis æqualibus ad alterutram semidiametrorum, vel ad rectam semidiametro parallelam ductæ auferunt segmenta inæqualia, maiusq; est illud, quod alteri semidiametro propinquius est.

IN Quadrante circuli sumptis arcubus æqualibus, si ab eorum terminis ad alterutram semidiametrorum, vel ad rectam semidiametro parallelam, perpendiculares ducantur; erunt segmenta semidiametri, vel illius parallelæ inter illas perpendiculares intercepta, inæqualia, maiusq; erit illud, quod alteri semidiametro propinquius est.

SIT Quadrans ABC, in quo arcus æquales sint DE, EF, à quorum terminis ad semidiametrum A C, vel ad rectam RS, ipsi AC, parallelã perpendiculares ducantur DKG, ELH, FMI. Dico segmenta GH, HI, vel KL, LM, inæqualia esse, maiusq; esse GH, quã HI, vel KL, maius, quàm L M. Completo n. semicirculo BCN, producantur rectæ DG, EH, FI, vsq; ad O, P, Q. Ductis quoq; rectis ET, FV, ad DO, EP, perpendicularibus, iungantur rectæ EO, EP. Et quoniã arcus DE, EF, æquales sunt, [a] erũt anguli quoq; DOE, EPF, illis insistentes, æquales: Sunt autẽ & recti anguli T, V, æquales. [b] Igitur cum tres anguli trianguli EOT, tribus angulis trianguli FPV, sint æquales; quod tam illi, quàm hi duobus rectis sint æquales; erit & reliquus angulus TEO, reliquo angulo VFP, æqualis: ac propterea æquiangula erunt triangula E OT, EPV. [c] Quare erit vt O E, ad E T, ita P F, ad FV: [d] Est autem recta O E, maior, quàm recta P F; quod illa centro propinquior sit, quam hæc, [e] Igitur & recta ET, maior est, quam recta FV. [f] Cum ergo recta E T, æqualis sit segmentis GH, K L, ob parallelogramma TH, TL; & recta FV, segmentis HI, L M, ob parallelogramma VI, VM; erit quoque segmentum GH, maius segmento H I, & segmentum KL, segmento L M. In quadrante ergo circuli sumptis arcubus æqualibus, &c. Quod erat demonstrandum.

a 27. tert.
b 32. pri.
c 4. sexti.
d 15. tertij.
e 14. quin.
f 34. pri.

BREVIVS. Ducatur recta D F, secans semidiametrum ductam AE, in Z, & rectam EH, in a, producaturque recta F V, vsque ad b. Quoniam igitur arcus D F, sectus est bifariam in E, secta quoque erit recta D F, bifariam in Z, ex lemmate in definitionibus posito, ac proinde D a, maior erit quàm aF. [g] Cum ergo sit vt D a, ad a F, ita b V, ad VF, erit quoque b V, maior, quam VF, hoc est, GH, maior quam HI, & KL, maior quam LM. *g 2. sexti.*

COROLLARIVM.

Differentia sinuũ rectorum à principio quadrantis vsque ad eius finem sensim decrescunt: adeo vt sinus minorum arcuũ maiores habeant differentias, quã sinus arcuũ maiorũ, dummodo arcus habeant differentias æquales.

CONSTAT ex hac propositione, si quotcunque arcus quadrantis à semidiametro eadem incipientes habeant æquales differentias, excessusue; sinus rectos minorum arcuum habere maiores differentias, quam sinus arcuum maiorum: adeo vt differentiæ sinuum à principio Quadrantis ad finem vsque semper decrescant. Nam si in eadem figura huius propos. accipiatur arcus FX, arcubus DE, EF, æqualis, ducaturq; recta XY, ad semidiametrum AC, perpendicularis, habebunt quatuor arcus BX, BF, BE, BD, æquales excessus, cum BX, ipsum BF, superet arcu FX: & BF, ipsum BE, arcu EF, qui arcui FX, positus est æqualis: & arcus BE, arcum B D, arcu DE, qui arcui EF, æqualis est. Sinus autem recti eorum arcuum sunt AY, A I, A H, AG, vt supra in expositione definitionum docuimus, cum sint partes semidiametri AC, inter centrum A, & sinus complementorum interiecti, vt patet. Et quoniam in hac propos. demonstrauimus, rectam GH, maiorem esse, quam H I, & H I, maiorem, quam IY; liquet, excessum GH, inter sinus arcuum minorum BE, BD, maiorem esse excessu HI, inter sinus arcuum maiorum B F, B E: Item excessum HI, inter sinus arcuum minorum BF, BE, maiorem esse excessu IY, inter sinus maiorum arcuum BX, BF. Eademque ratio est de cæteris. Constat igitur, differentias sinuum rectorum sensim decrescere à principio quadrantis vsque ad eius finem: Id quod perspicuè ex sinuum tabula apparet. Quod autem interdum proximi sinus aliquot, præsertim in principio quadrantis, eandem habeant differentiam, vel etiam (licet rarò) posteriores duo maiorem, quam duo priores, id ex eo prouenit, quod sinus sequentis tabulæ non sint omnino accurati, vt ex eorum inuentione constat. Si sinus totus poneretur maior quam 10000000. differentiæ sinuum clarius apparerent.

PROBL. 1. PROPOS. 2.

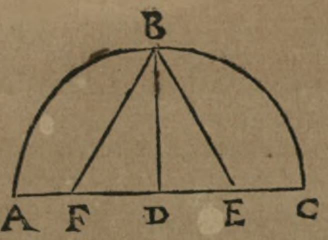
Latera Decagoni, & Pentagoni in vno eodemq; circulo quo pacto inueniatur.

LATERA Decagoni & Pentagoni æquilateri in vno eodemque circulo inuestigare.

QVAMVIS hæc latera inueniantur per ea, quæ ab Euclide lib. 4. sunt demonstrata: nihilominus eadem à Ptolemæo lib. 1. Almagesti cap. 9. inuestigantur ratione alia, quæ ad plurimorum sinuum inuentionem multum conducit. Est autem hæc ratio. Sit circulus, vel (quod satis est) semicirculus A B C, ad cuius diametrum A C, ex D, centro educatur perpendicularis D B. Diuisa quoque semidiametro C D, bifariam in E, ducatur recta EB, cui æqualis abscindatur E F, iungaturque recta FB. Dico rectam B F, esse latus Pentagoni, & DF, latus Decagoni in circulo ABC. Cum enim recta C D, secta sit bifariam in E, eique addita D F; [a] erit rectangulum sub CF, DF, vna cum quadrato rectæ DE, æquale quadrato rectæ E F, ideoque quadrato rectæ E B, quæ ipsi E F, æqualis est: [b] Est autem quadratum rectæ E B, æquale quadratis rectarum B D, D E. Igitur rectangulum sub C F, D F, vna cum quadrato rectæ DE, æquale est quadratis rectarum BD, DE: Ac proinde, dempto communi quadrato rectę DE, relinquetur rectangulum sub CF, DF, æquale quadrato rectæ B D, hoc est, quadrato rectæ CD: [c] Quamobrem

a 6. secun.
b 47. pri.
c 17. sexti.

[illegible] proposit. in num. inveni 3 propos. 9. 8. post hac [illegible]



erit, vt CF, ad CD, ita CD, ad DF; propterea que recta CF, diuisa erit in D, extrema ac media ratione. Cum igitur maius segmentum CD, sit latus Hexagoni in circulo ABC, ex coroll. propos. 15. lib. 4. Euclid. erit minus segmentum DF, latus Decagoni in eodem circulo, vt ad propos. 9. lib. 13. Euclid. demonstrauimus. *e 10. tertijdec.* e Rursus quoniam quadrato lateris Hexagoni BD, vna cum quadrato lateris Decagoni DF, æquale est quadratum lateris Pentagoni in eodem circulo. *f 47. pri.* f Est autem eisdem quadratis rectarum BD, DF, æquale quadratum rectæ BF; erit quadratum lateris Pentagoni æquale quadrato rectæ BF; ac propterea recta BF, lateri Pentagoni æqualis. Latera igitur Decagoni, & Pentagoni æquilateri in vno eodemque circulo inuestigauimus. Quod faciendum erat.

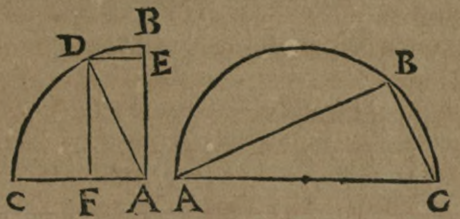
PROBL. 2. PROPOS. 3.

Ex sinu recto cuiusuis arcus quo pacto sinus complementi eiusdem arcus, & ex chorda cuiusuis arcus qua ratione chorda reliqui arcus semicirculi cognoscatur.

[illegible] pro [illegible] 9. 8. [illegible]

EX sinu recto cuiusuis arcus quadrante minoris cognito, sinum complementi eiusdem arcus; Item ex chorda cuiusuis arcus semicirculo minoris, chordam reliqui arcus semicirculi cognoscere.

SIT primo cognitus sinus rectus DE, arcus BD, cuius arcus complementi sinus sit DF, quem cognoscere debemus. Ducta recta DA, *a 47. pri.* a erit quadratum rectæ DA, æquale quadratis rectarum DE, EA. Si igitur ex quadrato sinus totius DA, noti (Ponitur enim sinus totus particularum certo numero comprehensarum) detrahatur quadratum sinus recti DE, cogniti in partibus sinus totius DA, relinquetur quadratum rectæ EA, notum; ac proinde per radicem quadratam recta EA, in eisdem partibus nota erit. *b 34. pri.* b Cum ergo recta EA, æqualis sit sinui complementi arcus BD, hoc est, rectæ DF, cognitus erit DF, sinus complementi arcus BD, cuius sinus rectus DE, notus est positus.



SIT deinde cognita chorda AB, arcus AB, & chorda BC, subtendens reliquum arcum BC, semicirculi, quam iubemur inuestigare. *c 31. tertij.* c Quoniam angulus B, rectus est in semicirculo, *d 47. pri.* d erit quadratum diametri AC, æquale quadratis chordarum AB, BC. Si igitur ex quadrato diametri AC, notæ (Ponitur enim diameter diuisa in particulas certo numero comprehensas) dematur quadratum chordæ AB, notæ in partibus diametri AC, notum relinquetur quadratum chordæ BC; ac proinde per radicem quadratam chorda BC, in eisdem partibus nota efficietur. Ex sinu igitur recto cuiusuis arcus, &c. cognouimus. Quod faciendum erat.

COROLLARIVM.

Sinus versus cognoscitur ex cognito sinu recto.

HINC efficitur, sinum versum cuiusuis arcus cognosci quoque ex cognito sinu recto. Quoniam enim e sinu recto DE, cognoscitur sinus complementi DF, hoc est, AE; si sinus complementi dati arcus BD, auferatur ex sinu toto AB, notus relinquetur sinus versus EB, dati arcus BD. Pari ratione, si sinus rectus DE, hoc est, AF, dati arcus BD, dematur ex sinu toto AC, notus relinquetur sinus versus CF, complementi dati arcus BD.

THEOR. 2. PROPOS. 4.

Cuiusuis arcus quadrante minoris sinus rectus medio loco proportionalis est inter semissem sinus totius & sinum versum alterius arcus, qui prioris duplus est, & quadrante quoque minor.

[illegible] prop [illegible]

SINVS rectus cuiuslibet arcus quadrante minoris medio loco proportionalis est inter semissem semidiametri, seu sinus totius, & sinum versum arcus alterius, qui prioris arcus duplus est, & quadrante quoque minor. Item sinus totus ad duplum sinus dati eandem proportionem habet, quam datus sinus ad sinum versum dupli arcus.

SIT arcus quicunque CE, quadrante minor, cuius dimidium sit CD. Diuisa autem semidiametro AC, bifariam in G, ducatur ex E, ad AC, perpendicularis EF, iungaturque recta AD, quæ ductam chordam CE, secabit in H, bifariam, ex lemmate à nobis ad definitiones supra demonstrato, *a 3. tertij.* a atque adeo & ad angulos rectos. Erit igitur CH, sinus rectus arcus CD, & CF, sinus versus arcus CE, qui duplus est arcus CD, cum EF, sit eiusdem arcus CE, sinus rectus: vt ex definitionibus constat. Dico CH, sinum rectum arcus CD, medio loco esse proportionalem inter CG, dimidium sinus totius, & CF, sinum versum arcus CE, qui arcus CD, duplus est. Item ita esse AC, sinum totum ad CE, duplum sinus CH, vt est sinus datus CH, ad CF, sinum versum dupli arcus CE. Quoniam enim duo anguli ACH, AHC, trianguli ACH, æquales sunt duobus angulis ECF, EFC, trianguli ECF, quod angulus C, vtrique triangulo sit communis, & anguli H, F, recti;

b 32. pri. b æquiangula erunt triangula ACH, ECF. *c 4. sexti.* c Igitur erit, vt AC, ad CH, ita EC, ad CF: Et permutando, vt AC, ad CE, ita CH, ad CF: *d 15. quin.* d Vt autem AC, ad CE, ita est CG, dimidium ipsius AC, ad CH,

dimi

dimidium ipsius CE. Igitur erit quoque vt CG, ad CH, ita CH, ad CF: ac propterea CH, sinus rectus arcus CD, medio loco proportionalis est inter CG, semissem sinus totius, & CF, sinum versum arcus CE, qui arcus CD, duplus est. Igitur sinus rectus cuiuslibet arcus quadrante minoris, &c. Quod demonstrandum erat. Altera pars constat, cum ostensum sit, esse vt AC, sinum totum ad CE, duplum sinus CH, ita CH sinum datum ad CF, sinum versum arcus CE, qui arcus CD, duplus est.

Ex sinu recto cuiusuis arcus cognito notus fit sinus rectus alterius arcus, qui illius dimidium fit.

COROLLARIVM.

COLLIGITVR hinc, si sinus rectus alicuius arcus cognitus sit, notum etiam fieri sinum rectum alterius arcus, qui illius dimidium sit: ita vt ex EF, sinu recto arcus CE, cognito, cognoscatur etiam CH, sinus rectus arcus CD, qui dimidiũ est arcus CE. Nam ex noto sinu recto EF, notus fiet sinus EI, complementi: quo ablato ex sinu toto AC, [e] aequalis enim est sinus EI, rectae AF.) notus relinquetur sinus versus CF, arcus CE, vt in coroll. praecedentis propos. dictum est. [f] Cum ergo sinus CH, sit medio loco proportionalis inter medietatem sinus totius, & sinum versum CF, vt ostendimus, [g] erit rectangulum sub dimidio sinus totius, & sinu verso CF, contentum aequale quadrato sinus CH. Quare si multiplicetur medietas sinus totius in sinum versum CF, producetur quadratus numerus sinus CH, cuius radix quadrata notum dabit sinum rectum CH. Eademque ratio est de caeteris.

e 34. pri. f 4. huius. g 17. sexti.

IDEM hac etiam ratione ostendi potest. Quoniam enim EF, sinus rectus arcus CE, notus ponitur, [h] cognoscetur & EI, sinus complemẽti eiusdem arcus, hoc est, recta AF, [i] illi aequalis. Detracta igitur recta AF, hoc est, sinu complemẽti arcus CE, ex sinu toto AC, cognitus erit sinus versus FC, arcus eiusdem CE, vt etiam in coroll. propos. 3. ostendimus. Quia vero quadratum rectae CE, aequale est quadratis rectarum EF, FC; sit, vt quadrata rectarum EF, FC, notarum in vnam summam collecta efficiant quadratum rectae CE; cuius radix quadrata ipsam rectam CE, reddet notam; ac proinde huius radicis dimidium dabit CH, sinum rectum arcus CD, qui dimidium est dati arcus CE, notum.

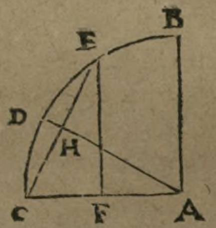
h 3. huius. i 34. primi

VICISSIM ex hac eadem propos. 4. colligitur, si sinus rectus alicuius arcus cognitus sit, notum etiam fieri sinum rectum alterius arcus, qui illius duplus sit, dummodo quadrante sit minor: ita vt ex CH, sinu recto arcus CD, cognito cognoscatur etiam EF, sinus rectus arcus CE, qui arcus CD, est duplus. Cum enim sinus CH, sit medio loco proportionalis inter medietatem sinus totius, & sinum versum FC, vt ostendimus; erit rectangulum sub dimidio sinus totius, & sinu verso FC, contentum aequale quadrato sinus recti CH. Quare quadratum sinus CH, noti erit illud rectangulum; quo diuiso per dimidium sinus totius, notus euadet sinus versus FC. Quia vero recta CE; cum sit dupla sinus CH, noti nota est, erit & eius quadratum notum: a quo si auferatur quadratum sinus versi FC, noti, relinquetur etiam quadratum rectae EF, notum; (cum quadratum rectae CE, quadratis rectarum CF, FE, sit aequale.) ac proinde radix quadrata illius notum dabit sinum rectum EF.

Ex sinu recto cuiusuis arcus cognito notus fit sinus rectus alterius arcus, qui illius sit duplus, dummodo quadrãte minor sit.

SCHOLIVM.

QVOD si quando perpendicularis EF, semidiametrum AC, secet bifariam, vt in hac figura contingit, erit adhuc CH, sinus arcus CD, medio loco proportionalis inter CF, semissem sinus totius, & CF, sinum versus arcus CE, qui arcus CD, duplus est. Erunt enim rursum triangula ACH, ECF, aequiangula; [k] *ac proinde, vt AC, ad CH, ita EC, ad CF: Et permutando, vt AC, ad CE, ita CH, ad CF.* [l] *Cum ergo sit, vt AC, ad CE, ita CF, dimidium ipsius AC, ad CH, dimidium ipsius CE; erit quoque vt CF, ad CH, ita CH, ad CF: propterea que CH, sinus rectus arcus CD, medio loco proportionalis est inter CF, semissem sinus totius, & CF, sinum versum arcus CG, qui duplus est arcus CD.*



k 4. sexti. l 15. quin.

HINC fit, si perpendicularis EF, semidiametrum AC, secet bifariam, rectam CH, aequalem esse rectae CF. Si enim maior esset, aut minor, non posset esse, vt CF, ad CH, ita CH, ad CF: cum vna proportio esset maioris inaequalitatis, & altera minoris inaequalitatis.

THEOR. 3. PROPOS. 5.

SINVS rectus arcus graduum 54. componitur ex semisse sinus totius, & sinu recto arcus grad. 18. Sinus autem versus arcus grad. 72. componitur ex semisse sinus totius, & sinu verso arcus grad. 36.

Sinus rectus grad. 54. aequalis est semissi sinus totius, & sinui gra. 18 simul. Sinus autem versus grad. 72. aequalis est semissi sinus totius, & sinui verso grad. 36 simul.

IN quadrante ABC, sit BD, arcus grad. 54. ac proinde eius complementum CD, grad. 36. quod diuidatur bifariam in H, vt vterque arcuum CH, HD, habeat grad. 18. Ducatur DM, ad AB, perpendicularis pro sinu arcus grad. 54. & DE, ad AC, perpendicularis pro sinu arcus grad. 36. Iungatur quoque recta AH, quae per lemma in definitionibus demonstratum secabit rectam CD, in I, bifariam, [a] ac proinde & ad angulos rectos: eritque propterea CI, sinus rectus arcus CH, grad. 18. Sumpta tandem recta EF, ipsi EC, aequali diuidantur AC, AF, bifariam in G, K, & ex K, ad AC, perpendicularis ducatur KL. Dico sinum rectum DM, arcus grad. 54. hoc est, rectam AE, [b] illi aequalẽ, componi ex AG, dimidio sinus totius, &

a 3. tertij. b 34. pri.

ex CI, sinu recto arcus grad. 18. hoc est, rectam G E, (quæ cum A G, constituit totam rectam AE,) æqualem esse sinui recto CI. Item sinum versum arcus grad. 72. componi ex dimidio sinus totius, & ex C E, sinu verso arcus CD, grad. 36. hoc est, rectam EK, (quæ cum sinu verso C E, rectã Ck, componit) æqualem esse dimidio sinus totius, ipsam vero CK, esse sinum versum arcus grad. 72. hoc est, arcum CL, (cuius sinus versus est CK,) esse grad. 72. Ducta enim recta L N, ad A B, perpendiculari, pro sinu arcus B L, iungantur rectæ A D, D F. Quoniam igitur arcus CH, grad. 18. continet $\frac{1}{5}$. quadrantis B C, (quod quinquies 18. faciant 90.) continebit arcus CD, $\frac{2}{5}$. eiusdem quadrantis, ac proinde proportio arcus CD, ad arcum BC, erit vt 2. ad 5. c Est autem, vt arcus CD, ad arcum B C, ita angulus CAD, ad rectum angulum BAC. Igitur proportio anguli C A D, ad angulum rectum B A C, erit quoque, vt 2. ad 5. ac proinde angulus C A D, continebit $\frac{2}{5}$. vnius anguli recti. Cum ergo tres anguli trianguli C A D, contineant $\frac{10}{5}$. vnius recti, hoc est, d æquales sint duobus rectis, e sintque inter se æquales duo anguli A C D, A D C; continebit vterque eorum $\frac{4}{5}$. vnius recti. f Et quoniam angulus D F C, angulo D C F, est æqualis, quod & rectæ D F, D C, æquales sint; (cum enim D E, E F, latera trianguli D E F, æqualia sint lateribus D E, E C, trianguli D E C, angulosque ad E, contineant æquales, vtpote rectos, g æquales erunt bases D F, D C,) continebit quoq; angulus D F C, $\frac{4}{5}$. vnius recti; ac proinde reliquus angulus D F A, ex duobus rectis, hoc est, ex $\frac{10}{5}$. vnius recti continebit $\frac{6}{5}$. vnius recti. Cum ergo angulus D A F, ostensus sit continere $\frac{2}{5}$. vnius recti, h & omnes tres anguli in triangulo A F D, contineant $\frac{10}{5}$. vnius recti: continebit angulus ADF, $\frac{2}{5}$. vnius recti, proptereaque angulo DAF, æqualis erit. i Quare æqualia erunt latera DF, AF. Cum ergo recta DF, rectæ DC, ostensa sit æqualis, erit & recta A F, rectæ D C, æqualis: ideoque & KF, medietas ipsius AF, ipsi CI, medietati ipsius DC, æqualis erit:

c 33. sexti.

d 32. pri.
e 5. primi.
f 5. primi.
g 4. pri.
h 31. pri.
i 6. pri.

RVRSVS quoniam A K, K F, æquales sunt; additis æqualibus EC, FE, erit recta composita ex A K, E C, æqualis rectæ KE: ac proinde KE, medietas erit semidiametri A C; quandoquidem A C, diuisa est in duas partes æquales, quarum vna est K E, altera vero, recta ex A K, E C, composita. Est igitur K E, æqualis ipsi C G. Ablata ergo communi recta G E, remanebunt æquales G K, EC. Est autem E C, sumpta ipsi E F, æqualis. Igitur & G K, ipsi EF, æqualis erit; additaque communi recta F G, erit E G, ipsi F K, æqualis, hoc est, ipsi C I, cui ostendimus supra rectam K F, esse æqualem. Componitur ergo A E, (quæ sinui D M, arcus grad. 54. æqualis est.) ex A G, medietate sinus totius, & G E, quæ æqualis est ostensa sinui C I, arcus grad. 18. Quod est primum.

3
a utraq constat
ex ~~...~~
linea. A f. et
linea f. c. et
... totius semidia
metri componi
tur

TAM vero, quoniam KF, ipsi EG; & E G ipsi C I, ostensa est æqualis: erit K F, sinui recto C I, æqualis. Est autem KF, ipsi Ak, æqualis. Igitur erit quoque AK, ipsi CI, æqualis. k Cum ergo A K, sinui LN, sit æqualis, erit etiam sinus LN, sinui CI, æqualis. Est autem CI, sinus arcus grad. 18. Igitur & L N, sinus erit arcus grad. 18. ac proinde arcus B L, cuius sinus est L N, continebit grad. 18. ideoque eius complementum C L; continebit grad. 72. cuius sinus versus K C, componitur ex C G, medietate sinus totius, & ex G k, quæ sinui verso EC, arcus CD, grad. 36. ostensa est æqualis. Quod est secundum. Itaque Sinus rectus arcus gradum 54. componitur, &c. Quod erat demonstrandum.

k 34. pri.

COROLLARIVM.

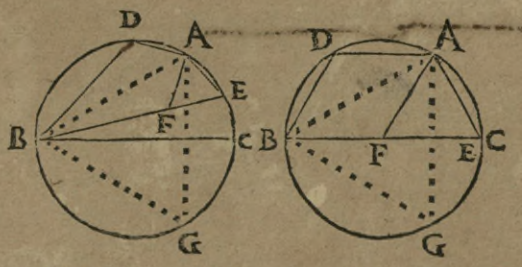
CONSTAT ex his, triangulum A C D, cuius basis C D, subtendit gradus 36. verticemque habet in centro, esse Isosceles, cuius vterque æqualium angulorum C, D, reliqui anguli ad centrum duplus est. Nam angulus CAD, ostensus est continere $\frac{2}{5}$. vnius recti, vtrumque vero C, & D, $\frac{4}{5}$.

THEOR. 4. PROPOS. 6.

Differentia inter chordas duorum arcuum, quorum alter tanto sit minor arcu grad. 120. quanto alter maior est, æquatur chordæ arcus, quo alteruter dictorum differt ab arcu grad. 120.

DIFFERENTIA chordarum duorum arcuum semicirculi, quorum alter tanto minor sit arcu grad. 120. quanto alter maior est, æqualis est chordæ arcus, quo alteruter dictorum arcuum ab arcu grad. 120. differt.

IN semicirculo ABC, sit arcus BA, grad. 120. arcus vero BD, eo tanto minor, quanto arcus BE, maior est; quorum chordæ B D, B E: abscindaturque BF, ipsi B D, æqualis, & iungantur rectæ AD, AE, AF. Dico E F, differentiam duarum chordarum B D, B E, æqualem esse chordæ AE, vel A D. Completo enim circulo, & inscripto triangulo æquilatero ABG, cuius vnum latus est A B, chorda arcus grad. 120. cum subtendat tertiam circumferentiæ partem; a erit angulus A G B, tertia pars duorũ rectorum. b Cum ergo ei æqualis sit angulus AEB, in eodem cum illo existens segmento AGB; erit & A E B, tertia pars duorum rectorum. Deinde, quoniam latera DB, BA, trianguli DBA, lateribus FB, BA, trianguli F B A, æqualia sunt, c angulosque continent æquales; erunt bases AD, AF, inter se æquales. d Cum ergo A D, ipsi AE, æqualis sit, propter æquales arcus AD, AE; erit & AF, eidem A E, æqualis; e ac propterea anguli AEF, AFE, æquales inter se erunt: Est autem AEF, vt ostendimus, tertia pars duorum rectorum. Igitur & AFE, tertia pars erit duorum rectorum; f atque adeo & reliquus EAF, tertia pars erit duorum rectorum. Quare



a 32. pri.
b 21. tert.
c 27. tert.
d 29. tert.
e 5. primi.
f 32. pri.

Quare triangulum AEF, æquilaterum erit, ex coroll. propos. 6. lib. 1. Euclid. ideoque recta EF, differentia chordarum BD, BE, chordæ AE, vel AD, æqualis erit. Differentia ergo chordarum duorum arcuum semicirculi, &c. Quod erat demonstrandum.

Duæ chordæ duorum arcuum conficientium grad. 120. simul æquales sunt chordæ arcus compositi ex arcu grad. 120. & arcu minore illorum duorum.

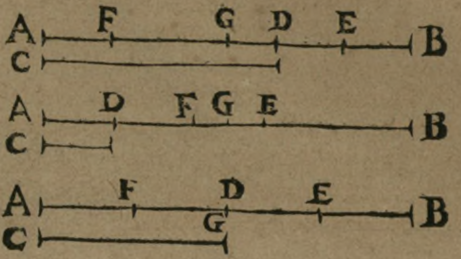
COROLLARIVM.

SEQVITVR hinc, si duorum arcuum, qui simul grad. 120. conficiant, chordæ simul iungantur, effici chordam arcus compositi ex arcu grad. 120. & arcu minore illorum duorum, si inæquales sint. Ita namque vides chordas BD, DA, arcuum BD, DA, conficientium grad. 120. simul sumptas æquari chordæ BE, arcus BAE, compositi ex arcu BA, grad. 120. & arcu AE, qui minori AD, æqualis est: propterea quod vt demonstratum est, differentia EF, inter chordas BD, BE, æqualis est chordæ AD.

THEOR. 5. PROPOS. 7.

SI quantitas quantitatē excedat, semissis illius semissem huius superabit excessus semisse.

Si quantitas superet quantitatem semissis, semissem superabit excessus semisse.

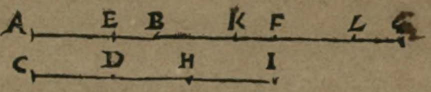


SVPERET quantitas AB, quantitatem C, excessu DB, qui bifariam secetur in E, & ipsi EB, æqualis ponatur AF. Quoniam igitur AF, EB, toti excessui DB, æquales sunt, erit reliqua FE, ipsi C, æqualis. Secetur FE, bifariam in G. Quia ergo GE, GF, æquales sunt; additis æqualibus EB, FA, æquales quoque erunt GB, GA; ac proinde & AB, in G, secta erit bifariam. Semissis igitur BG, ipsius AB, superat GE, semissem ipsius FE, hoc est, ipsius C, excessu EB, qui semissis est excessus DB. Si quantitas ergo quantitatem excedat, &c. Quod demonstrandum erat.

IDEM aliter demonstrabimus, hoc proposito theoremate.

SI quantitas quantitatem superet erit excessus earum æque multipliciū æque, multiplex prioris excessus.

SVPERET quantitas AB, quantitatem CD, excessu EB; sintque AG, CI, æquemultiplices ipsarum AB, CD. Dico AG, superare ipsam CI, excessu, qui ita multiplex sit excessus EB, vt est multiplex AG, ipsius AB, vel CI, ipsius CD. Diuisis n. BG, DI, in magnitudines BF, FG; DH, HI, ipsis AB, CD, æquales; excedent BF, FG, ipsas DH, HI, excessibus KF, LG, qui excessui EB, æquales sint: eruntque AE, BK, FL, toti CI, æquales. Ergo AG, ipsam CI, superabit tot excessibus ipsi EB, æqualibus, quotuplex est AG, ipsius AB, vel CI, ipsius CD. Quod erat demonstrandum.



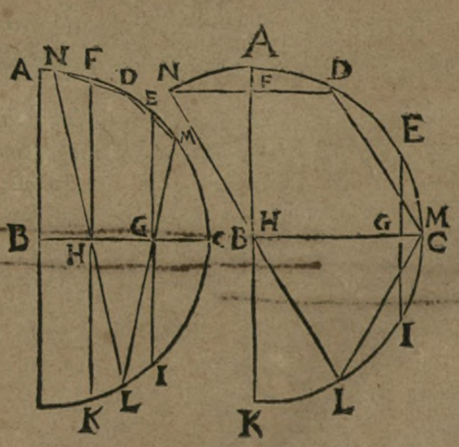
HINC manifesta est veritas huius propos. 7. Quocunque enim excessu semissis ipsius AB, semissem ipsius CD, superet, superabit tota AB, totam CD, duplo illius excessus, vt proxime ostendimus. Est ergo excessus EB, quo AB, ipsam CD, superat, duplus excessus, quo semissis ipsius AB, semissem ipsius CD, superat: ac proinde semissis semissem semisse excessus superat. Quod est propositum.

THEOR. 6. PROPOS. 8.

DIFFERENTIA sinuum duorum arcuum quadrantis, quorum alter tanto minor sit arcu grad. 60. quanto alter maior est, æqualis est sinui arcus, quo alteruter dictorum arcuum ab arcu grad. 60. differt.

Differentia inter sinus duorum arcuum, quorum alter tanto sit minor arcu grad. 60. quanto alter maior est, æquatur sinui arcus, quo alteruter dictorum arcuum differt ab arcu grad. 60.

IN quadrante ABC, sit arcus CD, grad. 60. arcus vero CE, eo tanto minor, quanto arcus CF, maior est: quorum sinus recti EG, FH. Dico horum sinuum differentiam æqualem esse sinui arcus DE, vel DF. Producto enim quadrante, vna cum sinubus EG, FH, ad I, K; sumatur arcus CL, arcui CD, æqualis, ita vt totus arcus DCL, contineat grad. 120. Et quia & arcus CI, CK, æquales sunt arcubus CE, CF; quod per lemma in definitionibus positū recta BC, secet arcus ECI, FCK, bifariā [a] cum & rectas EI, FK, bifariā secet: erunt quoq; reliqui arcus LI, LK, reliquis arcubus DE, DF, æquales. Sumptis quoq; arcubus EM, FN, qui arcubus DE, DF, æquales sint, ducantur chordæ LM, LN. Et quoniam arcus FN, arcui LK, & arcus EM, arcui LI, æqualis est; additis communibus FL, ML, erit tam arcus NL, arcui FK, quam arcus ML, arcui EI, æqualis: ac [b] proinde tā chorda NL, chordæ FK, quā chorda ML, chordæ EI, æqualis. Quoniam igitur arcus LM, tanto minor est arcu LD, grad. 120. quanto arcus LN, eodem maior est; erit per propos. 6. differentia chordarum LN, LM, chordæ DN, vel DM, æqualis; hoc est, recta KF, rectam IE, superabit chorda DN, vel DM. Quare per antecedentē propos. semissis HF, hoc est, sinus arcus CF, superabit semissem GE, id est, sinum arcus CE, semisse chordæ DN, vel DM, hoc est, sinu arcus DF, vel DE. Quod demonstrandum erat.



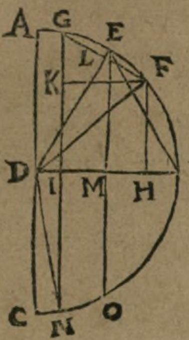
a 3. tertij.
b 29. tertij.

ALITER. In quadrante ABD, arcus BE, sit grad. 60. & arcus EF, EG, æquales, ac proinde arcus BF, tanto minor arcu BE, quanto arcus BG, eodem arcu BE, maior est: ducanturque FH, GI, ad BD, perpendiculares, quæ sinus erunt arcuum BF, BG. Ducta autem chorda FG, secet eam semidiametrum ducta DE, in L. Et quoniam arcus FG, bifariam sectus est in E, erit quoque recta FG, bifariam

secta

c 3. tert. ſecta in L, ex lemmate in definitionibus demonſtrato; [c] ac propterea & ad angulos rectos. Eſt ergo FL, ſinus arcus EF; & GL, ſinus arcus EG. Ducta quoque recta FK, ad GI, perpendiculari, [d] erit IK, rectæ FH, æqualis, ob parallelogrammum FI. Quare GK, differentia erit ſinuum FH, GI. Dico hanc differentiam GK, æqualem eſſe ſinui FL, vel GL. Ducta enim recta BE, quæ latus hexagoni eſt, ac propterea, ex coroll. propoſ. 15. lib. 4. Euclid. ſemidiametro DE, æqualis; ſecetur BD, bifariam in M, iungaturque recta EM. Quoniam igitur latera DM, ME, lateribus BM, ME, æqualia ſunt, & baſis DE, baſi BE, æqualis, [e] erunt anguli ad M, æquales, atque adeo recti. Completo autem ſemicirculo ABC, & productis rectis GI, EM, ad N, O, erit arcus NO, arcui GE, hoc eſt, arcui EF, æqualis, ex ſcholio propoſ. 27. lib. 3. Euclid. [f] propterea quod rectæ GN, EO, parallelæ ſunt, ob rectos angulos I, M. Addito ergo communi arcu FO, erit arcus FN, arcui EO, æqualis. Sed arcus EO, duplus eſt arcus BE. (Nam recta DB, rectam EO, ſecans ad angulos rectos, [g] ſecat eandem bifariam: ac proinde & arcum EO, bifariam, ex ſcholio in definitionibus poſito.) Igitur & arcus FN, eiuſdem arcus BE, duplus erit. Quare ductis rectis DF, DN, [h] erit quoque angulus FDN, anguli EDB, duplus: [i] Eſt autem idem angulus FDN, in centro anguli FGN, in circumferentia duplus. Igitur æquales ſunt anguli EDM, FGK: Sunt autem & recti M, K, æquales. Æquiangula ergo ſunt triangula EDM, FGK: [k] atque idcirco erit vt ED, ad DM, ita FG, ad GK. Cum ergo ED, dupla ſit ipſius DM, (ſecta enim eſt DB, ipſi DE, æqualis, bifariam in M.) erit & FG, ipſius GK, dupla: Eſt autem & FG, ipſius FL, vel GL, dupla. Igitur recta GK, differentia ſinuum FH, GI, æqualis eſt rectæ FL, ſinui arcus EF, vel rectæ GL, ſinui arcus EG. Differentia ergo ſinuum duorum arcuum quadrantis, &c. Quod erat demonſtrandum.

d 34. pri.
e 8. primi.
f 28. pri.
g 3. tert.
h 33. ſexti.
i 20. tert.
k 4. ſexti.

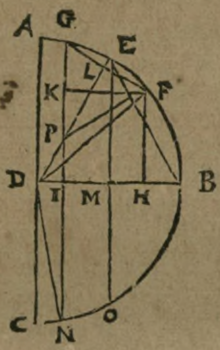


SCHOLIVM.

l 4. pri.
m 5. primi.
n 4. pri.
o 29. pr.

ALITER ſecet ſinus GI, ſemidiametrum DE, in P, iungaturq; recta FP: [l] quæ ipſi GP, æqualis erit, propter triangula GLP, FLP, habentia latera GL, LP, lateribus FL, LP, æqualia, & angulos ad L, æquales: [m] Igitur anguli G, F, æquales erunt in Iſoſcele FGP, [n] nec non & duo ad P. [o] Cum ergo angulus EPG, æqualis ſit interno EDA, qui eſt grad. 30. erit totus FPG, grad. 60. Ergo & vterque G, F, continebit grad. 60. vt omnes tres contineant grad. 180. Æquilaterum ergo eſt triangulum FGP; ac proinde GL, GK, ſemiſſes laterum æqualium GF, GP, æquales erunt.

QVOD autem GK, ſit ſemiſſis rectæ GP, conſtat ex eo, quod FK, perpendicularis ad latus GP, ſecet ipſum bifariam, ex ſcholio propoſ. 26. lib. 1. Euclidis.



COROLLARIVM.

Duo ſinus duorũ arcuum conficientium grad. 60. æquales ſunt ſinui arcus compoſiti ex arcu grad. 60. & arcu minore illorum duorum. Qua ratione omnium arcuũ ſinus recti ſupputentur.

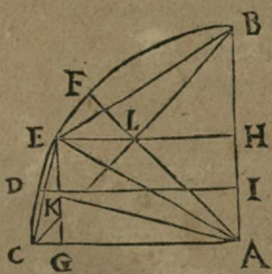
HINC ſequitur, ſi duorum arcuum conficientium grad. 60. ſinus ſimul componãtur, effici ſinum arcus compoſiti ex arcu grad. 60. & arcu minore illorum duorum, ſi inæquales ſunt. Ita enim vides in figura poſterioris demonſtrationis huius propoſ. ſinus rectos FH, FL, arcuum BF, FE, conficientium grad 60. ſimul ſumptos æquari ſinui recto GI, arcus BEG, compoſiti ex arcu BE, grad. 60. & arcu EG, qui minori EF, æqualis eſt: propterea quod, vt demonſtratum eſt, differentia GK, inter ſinus FH, GI, æqualis eſt ſinui FL.

PROBL. 3. PROPOS. 9.

SINVS rectos omnium arcuum quadrantis ſeſe ordine ſuperantium vno Minuto, in partibus Sinus totius in quotcunque particulas diſtributi, ſupputare.

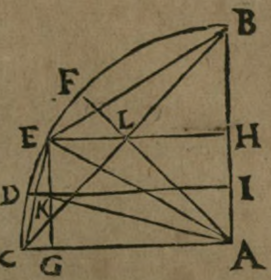
Sinus totus in cuius partibus alij ſinus computantur, quot particulariũ ponendus ſit, vt aſſ ſinus inueniantur magis exquiſiti reſpectu Sinus totius partium 100000. vel pauciorũ pluriumue.

PRIMVM omnium ſupputabimus ſinus rectos arcuum ſeſe 15. gradibus ſuperantium, reſpectu Sinus totius particularum 100000. quot nimirum communiter ab omnibus, & à nobis etiam conſtituitur, vt ſupra diximus. Vt autem accuratior fiat ſupputatio, ponemus in hiſce ſupputationibus Sinum totum partium 10000000. Ita enim fiet, vt abiectis duabus primis figuris ad dexteram, ex ſingulis ſinubus inuentis, (addita tamen vnitate, ſi duæ figuræ abiectæ numerum 50. ſuperent) relinquantur ſinus magis exquiſiti reſpectu ſinus totius partium 100000. Quod ſi quis ſinus deſideret plurium particularum, poſito nimirum ſinu toto partium 10000000. quot cum Ioan. Regiom. poſuit, & nos in ſequenti tabula ſtatuemus, conſtituendus erit ſinus totus partium 1000000000. Nam hac ratione, abiectis duabus primis figuris ad dexteram ex ſingulis ſinubus inuentis, vt dictum eſt, remanebunt Sinus magis exquiſiti reſpectu Sinus totius partium 10000000. Ratio huius rei eſt, quod in ſinum inueſtigatione error ſolum contingere poteſt in vna aut altera figura ad dexteram: quare abiectis duabus figuris ad dextram, relinquentur ſinus reſpectu ſinus totius minoris exquiſitiſſimi. Id quod in ſupputationibus ſinuum quiuis facile experietur, & nos infra demonſtrabimus. Pari ratione, ſi inueſtigandi ſint ſinus reſpectu alterius Sinus totius, qui plures, aut pauciores particulas contineat, quã 100000. vel 10000000. conſtituendus erit in ſupputatione Sinus totus, qui ad dexteram illum ſuperet duabus figuris his, 00; adeo vt illius ſit centu-



centuplus, quemadmodum & hic 10000000. quem in calculo aſſumimus, centuplus eſt illius 100000. quem nos cum alijs Aſtronomis in vſu recipimus.

SIT igitur in quadrante ABC, arcus CD, grad. 15. CE, 30. CF, 45. ac proinde EB, grad. 60. & DB, 75. vtpote complementa arcuum grad. 30. & 15. Horum ergo arcuum ſinus rectos ita ſupputabimus. Ducantur EH, DI, ad AB, perpendiculares, quæ ſinus recti erunt arcuum grad. 60. & grad. 75. Ductam autem chordam BC, ſecet recta AF, in L, bifariam, ex lemmate in definitionibus demonſtrato; [a] ac proinde ad angulos rectos: eritque BL, ſinus rectus grad. 45. hoc eſt, arcus BF. Ducatur rurſus EG, ad AC, perpendicularis pro ſinu grad. 30. Item ductam chordam CE, ſecet recta AD, in K, bifariam, ex dicto lemmate; ac propterea ad angulos rectos; eritque CK, ſinus rectus grad. 15. Denique rectæ iungantur AE, EB. Quoniam igitur arcus BE, grad. 60. ſexta pars eſt totius circumferentiæ circuli, cum ſexies 60. faciant 360. grad. erit recta BE, latus Hexagoni; atque adeo, ex coroll. propoſ. 15. lib. 4. Euclid. ſemidiametro AE, æqualis. [b] Anguli ergo EAB, EBA, æquales erunt: Sunt autem & anguli ad H, æquales, vtpote recti. Igitur cum duo anguli EAH, EHA, trianguli AEH, æquales ſint duobus angulis EBH, EHB, trianguli BEH, latusque AE, lateri BE, æquale; [c] erit latus AH, lateri BH, æquale; ac proinde AH, medietas erit ſemidiametri AB. [d] Quare cum EG, ſinus rectus grad. 30. ſit ipſi AH, æqualis, erit ſinus rectus grad. 30. medietati ſemidiametri, ſiue ſinus totius, æqualis. Cum ergo ſinus totus ponatur 10000000. erit EG, ſinus grad. 30. talium particularum 5000000. nempe medietas ſinus totius.



a 3. tert.

Supputatio ſinuũ arcuum gradibus 15. ſeſe ſuperantiũ quales ſũt arcus gra. 15. 30. 45. 60. 75. & 90.

b 5. primi.
c 26. pri.
d 34. pri.

SEMISSEM ſinus totius eſſe ſinum arcus grad. 30. facillime ita oſtendemus. Quoniam ſinus totus æqualis eſt chordæ arcus grad. 60. nimirũ lateri hexagoni, ex coroll. propoſ. 15. lib. 4. Eucl. erit ex defin. ſinus recti, ſemiſſis ſinus totius, ſiue chordæ arcus grad. 60. ſinus arcus grad. 30. qui ſemiſſis eſt arcus grad. 60.

Sinus rectus grad. 30. æqualis eſt medietati ſinus totius.

EX hoc ſinu, per propoſ. 3. cognoſcetur ſinus complementi arcus grad. 30. nempe ſinus EH, grad. 60. ſi nimirum quadratum ſinus 5000000. ex quadrato ſinus totius 10000000. auferatur, & reliqui numeri radix quadrata accipiatur, quæ eſt 8660254. fere.

DEINDE, quoniam recta AF, ſecans arcum BC, bifariam, ſecat quoque, ex lemmate definitionum rectam BC, bifariam, [e] atque adeo & ad angulos rectos; erit CL, ſinus arcus CF, grad. 45. quem ita inueniemus. Cum in triangulo CAL, angulus L, rectus ſit, & angulus CAL, ſemirectus, [f] erit & angulus ACL, ſemirectus, atque adeo angulo CAL, æqualis. [g] Igitur rectæ AL, CL, æquales erunt. [h] Cum ergo quadratum rectæ AC, æquale ſit quadratis rectarum AL, CL, ſimul; erit quadratum ſinus totius AC, duplum quadrati ſinus CL, grad. 45. Medietas igitur quadrati ſinus totius erit quadratum rectæ CL, cuius radix quadrata dabit ſinum CL, 7071068. fere pro arcu grad. 45. Qui etiam hoc modo reperietur. [i] Quoniam quadratum rectæ BC, æquale eſt quadratis rectarum AB, AC; atque adeo duplum quadrati ſinus toti us AC, ſi quadratum ſinus totius duplicetur, habebitur quadratum rectæ BC, cuius quadrati radix dabit rectam BC, partium 14142136. fere, & huius dimidium 7071068. dabit ſinũ CL, grad. 45.

e 5. tert.
f 32. pri.
g 6. pri.
h 47. pri.
i 47. pri.

RVRSVS, quia recta AD, ſecans arcum CE, bifariam, ſecat quoque rectam CE, bifariam in K, ex lemmate definitionum, [k] atque adeo & ad angulos rectos; erit CK, ſinus arcus CD, grad. 15. quem ſic inueniemus. Quoniam ex propoſ. 4. ſinus CK, medio loco proportionalis eſt inter medietatem ſinus totius, & ſinum verſum CG; (qui quidẽ habetur, ſi EH, ſinus grad. 60. ex ſinu toto AC, detrahatur, vt in coroll. propoſ. 3 diximus) fit vt per corol. prop. 4. notus fiat ſinus CK, arcus CD, qui dimidiũ eſt arcus CE. Nam ſi medietas ſinus totius multiplicetur in ſinum verſum CG, cognitum, producetur quadratum rectæ CK, [l] quod rectangulũ ſub medietate ſinus totius, & ſinu verſo CG, contentum, æquale ſit quadrato mediæ proportionalis CK. Si igitur quadrati rectæ CK, radix eruatur, habebitur ſinus CK, partium 2588190. vt in dicto coroll. propoſ. 4. docuimus. Quem ſinum hoc etiam modo inueſtigabimus. [m] Quoniam quadratis rectarum notarum EG, GC, æquale eſt quadratum rectæ EC; fiet notum quadratum rectæ EC; cuius quadrati radix quadrata dabit rectam EC, notam, & huius medietas erit ſinus CK, cognitus.

k 3. tert.
l 17. ſexti.
m 47. pri.

EX ſinu autem grad. 15. cognito cognoſcetur quoque, per propoſ. 3. ſinus DI, complementi arcus CD, hoc eſt, ſinus arcus BD, grad. 75. qui quidem deprehendetur partium 9659258. Itaque inuenti ſunt hactenus ſinus recti arcuum continentium grad. 15. 30. 45. 60. 75. & 90. vt in hac formula apparet.

Arcus. G.	Sinus
15	2588190
30	5000000
45	7071068
60	8660254
75	9659258
90	10000000

HORVM autem ſinuum beneficio ad aliorum inueſtigationem ita progrediemur. Quoniam per coroll. propoſ. 4. ex ſinu recto cuiuſuis arcus noto cognoſcitur quoque ſinus rectus dimidij illius arcus; cognoſcemus ex ſinu arcus grad. 15. ſinum arcus grad. 7. Min. 30. Atque ex hoc ſinum arcus grad. 3. Min. 45. qui arcus amplius bifariam ſecari non poteſt ſine Secundis, (continet enim eius medietas grad. 1. Min. 52. Sec. 30.) quæ in Sinuũ tractatione negliguntur. Deinde quia per propoſ. 3. ex ſinu recto cuiuslibet arcus cognito notus quoque efficitur ſinus complementi illius arcus, cognoſcemus ex ſinu arcus grad. 7. Min. 30. ſinum arcus grad. 82. Min. 30. Ex hoc autem, per coroll. propoſ. 4. ſinum arcus grad. 41. Min. 15. Atque ex hoc, per propoſ. 3. ſinum arcus grad. 48. Min. 45. Item ex ſinu arcus grad. 3. Min. 45. cognoſcemus, per propoſ. 3. ſinum arcus grad. 86. Min. 15. Quod ſi alij arcus, quorum ſinus inuenti ſunt, bifariam quoque ſecentur, & eorum medietates rurſus bifariam, & ita deinceps, donec ad Minuta numero imparia, quæ amplius bifariam diuidi ſine Secundis nequeunt, peruentum ſit; Itemque harum medietatum complementa accipiantur, quæ rurſus, eodem modo continue bifariam ſecentur, donec ad Minuta numero imparia ſit peruentum; & medietatum complementa ſumantur, &c. cognoſcemus, per coroll. propoſ. 4. & per propoſ. 3. ſinus omnium harum medietatum, & complementorum. Qui ſinus cum illis ſex primo inuentis conſtituent ſinus 24. arcuum ſeſe ordine ſuperantium gradibus 3. Min. 45. vt in hac tabula vides.

Supputatio ſinuũ arcuum gradibus 3. Min. 45. ſeſe ſuperantium.

Arcus G	M	Sinus	Arcus G	M	Sinus	Arcus G	M	Sinus	Arcus G	M	Sinus.
3	45	654031	26	15	4422887	48	45	7518398	71	15	9469301
7	30	1305262	30	0	5000000	52	30	7933533	75	0	9659258
11	15	1950903	33	45	5555702	56	15	8314696	78	45	9807853
15	0	2588190	37	30	6087614	60	0	8660254	82	30	9914449
18	45	3214395	41	15	6593458	63	45	8968727	86	15	9978589
22	30	3826834	45	0	7071068	67	30	9238795	90	0	10000000

Supputatio sinuũ arcuus grad.36.

POST hæc, per ea, quæ propos. 2. de inuentione lateris Decagoni, & pentagoni æquilateri in eodem circulo demonstrauimus, inquiremus sinum arcus grad.36. hac ratione. Repetatur figura propositionis 2. vbi demonstratum est, DF, esse latus Decagoni, & BF, latus Pẽtagoni æquilateri. Et quoniã quadrata rectarum BD, DE, notarum (Est n. BD, sinus totus, & DE, eius medietas.) [a] & æqualia quadrato rectæ EB; notũ erit quadratũ rectę EB, ac propterea & ipsa recta EB, hoc est, recta E F, illi æqualis, nota erit, nẽpe partiũ fere 11180339. Ex qua si detrahatur recta ED, medietas sinus toti⁹ partiũ 5000000. nota fiet recta DF, partiũ 6180339. cuius quadratũ si addatur quadrato sinus totius B D, notum fiet aggregatum quadratorum ex rectis D F, B D, descriptorum; atque adeo & quadratum rectæ B F, [b] quod illis duobus æquale est, cognitum erit; cuius radix quadrata notam reddet rectam BF: quæ cum subtendat grad.72. in circulo ABC, vtpote quintam partem circumferentiæ, quod sit latus pentagoni, nota erit chorda arcus grad. 72. cuius medietas partium 5877852. dabit sinum rectum arcus grad.36. qui illius dimidium est.

a 47.pri.

b 47.pri.

Supputatio sinuũ arcuum gradibus 2. Min.15. sese superantium, & aliorũ quorundam.

PORRO ex hoc sinu arcus grad.36. inueniemus, per propos.3. sinum eius complementi, hoc est, sinũ arcus grad.54. Quos duos arcus si bifariam secemus, eorumque medietates rursus bifariam, & ita deinceps, donec ad minuta numero imparia veniamus, quæ amplius diuidi nequeunt, reperiemus quoq; per coroll. propos. 4. harum medietatum sinus, nec non, per propos.3. sinus earum complementorum: quæ complementa si rursus bifariam secemus, quoad possumus, & harum medietatum complementa accipiamus, quæ rursus secemus bifariam, &c. inueniemus eodem modo sinus omnium arcuum in hac tabella contentorum. Quos sinus si cum

Arcus G	M	Sinus	Arcus G	M	Sinus	Arcus G	M	Sinus	Arcus G	M	Sinus
36	0	5877852	2	15	392598	40	30	6494480	15	45	2714405
54	0	8090170	87	45	9992290	49	30	7604060	74	15	9624552
18	0	3090170	27	0	4539905	20	15	3461171	38	15	6190940
72	0	9510565	63	0	8910065	69	45	9381913	51	45	7853169
9	0	1564345	13	30	2334454	42	45	6788007	24	45	4186597
81	0	9876883	76	30	9723699	47	15	7343225	65	15	9081432
4	30	784591	6	45	1175374	31	30	5224986	29	15	4886212
85	30	9969173	83	15	9930685	58	30	8526402	60	45	8724960

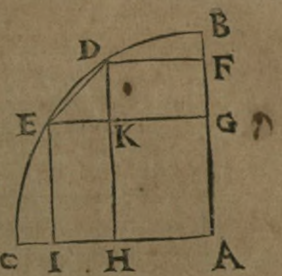
præcedentibus hactenus inuentis in ordinem redigamus, habebimus sinus rectos omnium arcuum sese ordine superantium gradibus 2. & Min.15. initio facto ab arcu grad.2. Min.15. vsque ad arcum grad. 87. Min. 45. inclusiue; & insuper sinus aliorum 17. arcuum, qui non seruant huiusmodi incrementum. Vt in hac tabella apparet.

Arcus G	M	Sinus	Arcus G	M	Sinus	Arcus G	M	Sinus	Arcus G	M	Sinus
2	15	392598	33	45	5555702	65	15	9081432	18	45	3214395
4	30	784591	36	0	5877852	67	30	9238795	26	15	4422887
6	45	1175374	38	15	6190940	69	45	9381913	30	0	5000000
9	0	1564345	40	30	6494480	72	0	9510565	37	30	6087614
11	15	1950903	42	45	6788007	74	15	9624552	41	15	6593458
13	30	2334454	45	0	7071068	76	30	9723699	48	45	7518398
15	45	2714405	47	15	7343225	78	45	9807853	52	30	7933533
18	0	3090170	49	30	7604060	81	0	9876883	60	0	8660254
20	15	3461171	51	45	7853169	83	15	9930685	63	45	8968727
22	30	3826834	54	0	8090170	85	30	9969173	71	15	9469301
24	45	4186597	56	15	8314696	87	45	9992290	75	0	9659250
27	0	4539905	58	30	8526402	3	45	654031	82	30	9914449
29	15	4886212	60	45	8724960	7	30	1305262	86	15	9978589
31	30	5224986	63	0	8910065	15	0	2588190	90	0	10000000

Vbi manifestum est, sinum grad. 54. hoc est, 8090170. componi præcise ex sinubus grad. 18. & 30. hoc est, ex 3090170. & 5000000. Et quia sinus grad.30. æqualis est semissi sinus totius, vt supra ostensum est, liquet sinum grad.54. componi ad vnguem ex semisse sinus totius, & sinu recto grad.18. Id quod prop. 6. à nobis est demonstratum.

IAM

IAM vero ſinum arcus gr. 12. beneficio ſinuum gr. 30. & 54. qui iam noti facti ſunt, ita inueſtigabimus. Sit in quadrante ABC, arcus BD, gr. 30. & BE, gr. 54. atq; adeo arcus DE, eorũ differentia, gr. 24. ducanturq; rectæ DF, EG, ad AB, perpendiculares, quæ ſinus recti, erunt arcuũ BD, BE; Itẽ rectæ DH, EI, ad AC, perpendiculares, quæ ſinus recti erũt arcuum CD, CE, gr. 60. & 36. qui complementa ſunt arcuum BD, BE. Secet autem recta DH, rectam EG, in K. Et quoniam ſinus DF, [a] hoc eſt, KG, illi æqualis, & EG, noti ſunt; erit quoq; eorum differentia EK, nota. Similiter quia ſinus EI, [b] hoc eſt, KH, illi æqualis, & DH, noti quoq; ſunt, per propoſ. 3. cum ſint ſinus complementorum arcuum BE, BD; erit etiam eorum differentia DK, nota; ac proinde duo quadrata rectarum notarum EK, DK, nota erunt: [c] quæ cum æqualia ſint quadrato rectæ DE, notum quoq; erit quadratum rectæ DE, proptereaque & ipſa recta DE, nota erit, nempe chorda arcus grad. 24. Hinc & eius medietas nota erit, nimirum ſinus rectus arcus gr. 12. continebitque particulas 2079117. Hac eadem arte; ſi duorum arcuum quorumcunque ſinus cogniti ſint, cognoſcetur etiam ſinus medietatis differentiæ illorum arcuum. Vt ſi ſinus arcuum BD, BE, quorumcunque etiamſi non contineant gr. 30. & 54. noti ſint, erunt & ſinus cõplementorum CD, CE, per propoſ. 3. noti. Quare, vt modo demonſtrauimus, nota fiet chorda DE; ac proinde eius medietas nota quoque erit, nempe ſinus medietatis arcus DE.



Supputatio ſinus arcus gra. 12.

a 34. pri.

b 34. pri.

c 47. pri.

Ex duorũ arcuũ ſinubus notis notus quoque fit ſinus medietatis differentiæ arcuũ.

CÆTERVM ex ſinu arcus gr. 12. (ſi hunc arcũ bifariã ſecemus continue, quoad poſſumus, medietatumque complementa accipiamus, vna cum ſinu complementi arcus gr. 12. quæ rurſus ſecemus bifariam continue, &c.) reperiemus per corol. prop. 4. & per prop. 3. ſinus omnium horum arcuum, qui in hac tabella continentur. Quos ſinus ſi cum ſinubus proxime antecedentis tabellę in ordinem redigamus, habebimus ſinus arcuũ n. 120.

Supputatio ſinuũ arcuum Minutis 45. ſeſe ſuperantium.

Arcus G	Arcus M	Sinus	Arcus G	Arcus M	Sinus	Arcus G	Arcus M	Sinus	Arcus G	Arcus M	Sinus.
12	0	2079117	42	0	6691306	12	45	2206974	33	0	5446390
78	0	9781476	48	0	7431448	77	15	9753423	57	0	8386706
6	0	1045285	21	0	3583679	35	15	5771452	16	30	2840153
84	0	9945219	69	0	9335804	54	45	8166416	73	30	9588197
3	0	523360	10	30	1822355	24	0	4067366	8	15	1434926
87	0	9986295	79	30	9832549	66	0	9135455	81	45	9896514
1	30	261769	5	15	915016	34	30	5664062	27	45	4656145
88	30	9996573	84	45	9958049	55	30	8241262	62	15	8849876
0	45	130896	43	30	6883546	17	15	2965416	28	30	4771588
89	15	9999143	46	30	7253744	72	45	9550199	61	30	8788171
39	0	6293204	21	45	3705574	39	45	6394390	14	15	2461533
51	0	7771460	68	15	9288096	50	15	7688418	75	45	9692309
19	30	3338069	44	15	6977905	23	15	3947439	36	45	5983246
70	30	9426415	45	45	7163019	66	45	9187912	53	15	8012538
9	45	1693495	25	30	4305111	32	15	5336145	30	45	5112931
80	15	9855561	64	30	9025853	57	45	8457278	59	15	8594064

qui ſe ordine continuo ſuperant 45. Minutis, quorum primus eſt arcus grad. 0. Min. 45. vltimus vero totus quadrans grad. 90. cuiuſmodi ſunt arcus ſequentis tabellæ. Omnium enim illorum arcuum ſinus inuentos eſſe comperies in proximis duabus tabellis antecedentibus, licet non eo ordine ſint collocati.

Arcus G	Arcus M	Arcus G	Arcus M	Arcus G	Arcus M	Arcus G	Arcus M	Arcus G	Arcus M	Arcus G	Arcus M	Arcus G	Arcus M	Arcus G	Arcus M	Arcus G	Arcus M	Arcus M	Arcus G
0	45	9	45	18	45	27	45	36	45	45	45	54	45	63	45	72	45	81	45
1	30	10	30	19	30	28	30	37	30	46	30	55	30	64	30	73	30	82	30
2	15	11	15	20	15	29	15	38	15	47	15	56	15	65	15	74	15	83	15
3	0	12	0	21	0	30	0	39	0	48	0	57	0	66	0	75	0	84	0
3	45	12	45	21	45	30	45	39	45	48	45	57	45	66	45	75	45	84	45
4	30	13	30	22	30	31	30	40	30	49	0	58	30	67	30	76	30	85	30
5	15	14	15	23	15	32	15	41	15	50	15	59	15	68	15	77	15	86	15
6	0	15	0	24	0	33	0	42	0	51	0	60	0	69	0	78	0	87	0
6	45	15	45	24	45	33	45	42	45	51	45	60	45	69	45	78	45	87	45
7	30	16	30	25	30	34	30	43	30	52	30	61	30	70	30	79	30	88	30
8	15	17	15	26	15	35	15	44	15	53	15	62	15	71	15	80	15	89	15
9	0	18	0	27	0	36	0	45	0	54	0	63	0	72	0	81	0	90	0

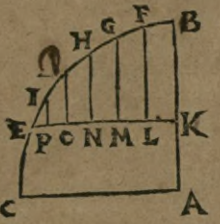
POSTREMO aliorum arcuum ſinus ita inueniemus. Ponatur in quadrante ABC, arcus BD, grad. 1. & arcus BE, grad. 1. Min. 30. & arcus BH, grad. 0. Min. 45. Ducta autem recta EK, ad AB, perpendiculari, diuiſoque arcu BH, in tres partes ęquales BF, FG, GH, & arcu DE, in duas DI, IE, vt ſinguli arcus contineant 15. Min. ducantur ad EK, perpendiculares FL, GM, HN, DO, IP. Eritque EK, ſinus rectus arcus BE, & OK, ſinus rectus

arcus

d 34. pri.

Supputatio sinus grad. 1.

arcus BD, [d] cum æqualis sit rectæ ex D, ductæ ad AB, perpendiculari, quæ quidem sinus est arcus BD. Eademq; ratione erit NK, sinus rectus arcus BH. Sit ergo propositum inuenire sinum OK, arcus BD, grad. 1. Quoniam NK, sinus grad. 0. Min. 45. est inuentus 130896. erit eius tertia pars, nempe 43632. maior, quam MN: propterea quod, per propos. 1. maior est KL, quam LM, & LM, maior quam MN, adeo vt MN, minor sit, quam tertia pars ipsius NK, hoc est, minor, quam 43632. Multo igitur maior erit eadem tertia pars rectæ NK, nempe 43632. quam NO: quod, per eandē propos. 1. maior quoque sit MN, quam NO. Quare si addamus 43632. ad 130896. id est, ad NK, sinum Minutorum 45. efficiemus numerum 174528. qui maior erit quam OK, sinus rectus grad. 1. quandoquidem ad NK, plus addimus, quam rectam NO, vt dictum est. Rursus quia EK, sinus grad. 1. Min. 30. inuentus est 261769. si ex eo detrahamus sinum NK, Minutorum 45. nempe 130896. relinquetur recta EN, partiū 130873. cuius tertia pars, nempe 43624. fere, minor erit, quam NO: propterea quod, per propos. 1. maior est NO, quam OP, & OP, maior, quam PE, adeo vt NO, maior sit, quā tertia pars ipsius EN, hoc est, maior, quā 43624. Quare si addamus 43624. ad 130896. id est, ad NK, sinū Min. 45. efficiemus numerū 174520. qui minor erit, q̄ OK, sinus rectus grad. 1. quandoquidē ad NK, minus addimus, q̄ rectam NO. Constat igitur, sinū rectū grad. 1. consistere inter hos duos numeros, 174528. 174520. cū ille maior sit, hic autē minor. Statuamus ergo eū esse, 174524. inter illos numeros omnino mediū. Ita n. non differet sensibiliter hic numerus à vero sinu gra. 1.



Supputatio sinus grad. 89.

EX hoc sinu grad. 1. inueniemus per propos. 3. sinū eius complementi, hoc est, sinum arcus grad. 89. esse 9998477. Quem hoc etiam modo reperiemus. Quoniam numerus 174528. maior est, quam sinus grad. 1. vt diximus: fit, vt per eum inuestigatus, iuxta doctrinam propos. 3. sinus complementi grad. 1. hoc est, sinus grad. 89. sit numerus 9998476. & paulo amplius, qui minor erit necessario, quam verus sinus arcus grad. 89. quandoquidem pro sinu grad. 1. numerum sumpsimus vero sinu maiorem. Rursus quia numerus 174520. minor est, quam sinus grad. 1. vt diximus; fit, vt per eum inuestigatus, iuxta doctrinam propos. 3. sinus eius complementi, nimirum sinus grad. 89. sit numerus 9998477. & paulo amplius, qui maior erit necessario, quam verus sinus grad. 89. quandoquidē pro sinu grad. 1. numerum accepimus vero sinu minorem. Constitutus ergo erit sinus grad. 89. inter duos hos numeros 9998476. & paulo amplius, atque 9998477. & paulo amplius: ac proinde sine notabili errore eum statuemus esse 9998477. quantum videlicet eundem inuenimus ex sinu grad. 1. Ex quo constat, recte constitutum esse sinum grad. 1. partium 174524. cum ex eo, per propos. 3. repertus sit sinus complementi ipsius tot particularum, quot vere ac re ipsa continere debet.

Supputatio sinus Min. 30. & sinus grad. 89. Min. 30. Item sinus Min. 15. & sinus gra. 89. Min. 45.

PRÆTEREA ex sinu arcus grad. 1. reperiemus, per coroll. propos. 4. sinū rectum arcus Min. 30. & ex hoc, per propos. 3. sinum complementi, nempe sinum grad. 89. Min. 30. Item ex sinu arcus Min. 30. inueniemus, per coroll. propos. 4. sinum arcus Min. 15. atq; ex hoc sinum complementi, hoc est, sinum grad. 89. Min. 45.

QVEMADMODVM autem supra ex sinubus rectis grad. 30. & 54. indagauimus sinū rectum grad. 12. qui dimidium est chordæ arcus grad. 24. quo dicti arcus grad. 30. & 54. inter se differunt: ita quoque ex sinubus rectis arcus Min. 30. & arcus grad. 52. Min. 30. cognitis cognoscemus sinum rectum grad. 26. qui dimidium est chordæ arcus grad. 52. quo dicti arcus Min. 30. & grad. 52. Min. 30. inter se differunt, vt supra ostendimus; atq; ex sinu grad. 26. fiet, per propos. 3. notus quoque sinus complementi, nimirum sinus grad. 64.

Supputatio sinus grad. 26. & grad. 64.

QVOD si arcus grad. 26. & grad. 64. & grad. 89. Min. 30. quorum sinus inuenti sunt, secemus continue bifariam, quoad possumus, accipiamusque medietatum complementa, quæ rursus continue bifariam diuidamus, &c. adhibeamusq; doctrinam illam, qua ex duorum arcuum sinubus notis cognoscitur sinus medietatis differentiæ illorum arcuum, reperiemus sinus arcuum numero 240. qui in ordinē redacti cum sinubus arcuum numero 120. prius inuentis, constituent sinus arcuum numero 360. sese ordine superantium Minutis 15.

Supputatio sinuū arcuum Minutis 15. sese superantiū.

Alia supputatio sinuum arcuū Minutis 15. sese superantium.

VERVM quia laboriosum est, atq; molestum tot sinus ea ratione indagare, satis erit, tanta difficultate inuenisse sinus illos arcuum superiorum numero 120. sese ordine superantium Minutis 45. Ex illis enim facile per regulam proportionum reperiemus sinus arcuum se ordine superantium Minutis 15. Deinde ex his sinus arcuum, qui ordine se superant Minutis 5. Ac deniq; ex istis sinus arcuum per singula Minuta extensorum; neq; vnquam in hac supputatione error sensibilis continget. Cum enim sinum totū posuerimus centies maiorem, quam 100000. fit vt abiectis primis duabus figuris ad dexterā, vt supra dictum est, exquisitissimi relinquantur sinus respectu sinus totius 100000. quod totus error, qui in hac supputatione cōtingere potest, consistat in prima figura ad dexteram, vel ad summum in duabus primis. Quare abiectis duabus primis figuris, remanebunt iidem sinus, qui inuenti essent priori illo modo Geometrico respectu eiusdem sinus totius 100000. si in supputatione poneretur sinus totus cēties etiā maior, nempe partiū 10000000. & ex inuētis sinubus duæ figuræ reiicerētur. Id quod experiētia docebit. Ita autē rem exequemur. Statuātur ordine illi arcus cū sinubus, & ad dexterā cuiusq; sinus ascribatur differētia, q̄ à præcedenti sinu differt; vt hic factum esse vides, in quinq, arcubus. Deinde dic. Si Minuta 45. requirūt differentiā 130896. addendā ad sinū Minuti 0. vt fiat sinus Minutorū 45. Minuta 15. quantā postulant differentiā addēdam eidē sinui Minut. 0. vt fiat sinus Minutorū 15? Inuenies n. requiri differentiā 43632. quæ addita sinui Minuti 0. constituet sinū Minut. 15. partiū 43632. Rursus dic. Positis iisdē, quantā differentiā exigunt Min. 30. addendā eidem sinui Min. 0. vt fiat sinus Min. 30?

Arcus G	Arcus M	Sinus	Differentiæ
0	0	000000	
0	45	130896	130896
1	30	261769	130873
2	15	392598	1308[illegible]
3	0	523360	130762
3	45	654031	130671

Reperies n. differentiā 87264. q̄ addita sinui Min. 0. faciet 87264. sinū Min. 30. Item dic. Si Min. 45. quibus arcus Min. 45. ab arcu sequēti grad. 1. Min. 30. differt, requirūt differentiam 130873. addendā sinui Min. 45. vt fiat sinus grad. 1. Min. 30. quantā differentiā postulant Min. 15. addendā eidem sinui Min. 45. vt fiat sinus Min. 60. hoc est, sinus grad. 1? Inuenies n. differentiā 43624. q̄ addita ad 130896. sinū Min. 45. faciat 174520. sinū grad. 1. qui licet minor aliquanto sit illo, quē alio modo inuenimus, abiectis tū duabus primis figuris 20. relinquetur sinus 1745. exquisitissimus grad. 1. respectu sinus totius 100000. Dic præterea. Iisdem positis, quantā differentiam poscunt Min. 30. addendā eidem sinui Min. 45. vt fiat sinus Min. 75. hoc est, sinus grad. 1. Min. 15? Inuenies n. differentiam 87249. quę addita ad 130896. sinum Min. 45. faciet 218145. sinū grad. 1. Min. 15. qui licet sit aliquanto minor illo, quē prior ille modus exhibet, tamē abiectis duabus primis figuris 45. remanebit sinus 2181. exquisitissimus grad. 1. Min. 15. respectu sinus totius 100000. Itē dic. Si Min. 45. quibus arcus grad. 1. Min. 30. differt ab arcu seq. grad. 2.

Min.15.requirunt differentiam 130829.addendam ſinui grad.1.Min.30.vt fiat ſinus grad.2.Min. 15. quãtam differentiam poſcũt Minuta 15.addendam eidem ſinui grad.1.Min.30.vt fiat ſinus grad.1,Min.45?quãtam præterea differentiam flagitant Minuta 30. addendam eidem ſinui grad.1. Min. 30. vt fiat ſinus grad. 2?Reperies enim priorem differentiam eſſe 43610.quæ addita ad 261769.ſinum grad.1.Min.30.efficiet 305379. ſinũ grad.1. Min. 45.Poſteriorem vero differentiam inuenies eſſe 87219. quæ addita ad 261769. ſinum eundem grad. 1. Min. 30. componet 348988.ſinum grad,2.qui duo ſinus quamuis minores ſint,quam illi,quos prior ille modus exhibet, reiectis tamen duabus figuris primis ex vtroque,reliqui erunt ſinus 3053.3489. exquiſitiſſimi reſpectu ſinus totius 100000.Hac eadem arte progrediendum erit in cæteris, donec inuenti ſint ſinus omnium arcuum per 15. Minuta extenſorum vſque ad arcum grad.45. Vltra hunc etenim progredi hac via non expedit,cum magis exquiſite ſinus complementorum arçuum illorũ,per prop.3,inueſtigari poſſint,reſpectu ſinus totius 10000000. quam per regulam proportionum;propterea quod,vt ſupra oſtendimus in coroll propoſ.1. differentiæ ſinuum verſus finem quadrantis minores ſunt,quam prope initium quadrantis; ac proinde ſæpius differentiæ ſinuum mutantur prope finem quadrantis,quam iuxta principium. Ex quo fit rectius prope quadrantis initium reperiri ſinus per regulam proportionum,quam prope finem:quandoquidem ibi vna eademque differentia plurib. ſinubus deſeruit,quam hic,vt dictum eſt. Id quod experientia apertiſſime quoque demonſtrat.

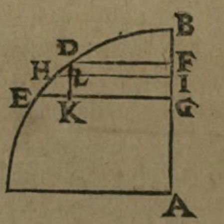
Sinus cur magis exquiſite per regulã proportionum inueniãtur prope quadrãtis initium quã prope finem.

QVOD ſi omnes ſinus arcuum per 15. Minuta progredientium, initio facto ab arcu Min. 0. in ordinem redigantur,vna cum eorum differentiis; reperiemus eodem artificio ſinus omnium arcuum per 5. minuta extenſorum : Ex quibus demum eadem ratione ſinus omnium arcuum per ſingula minuta progrediẽtium explorabimus;ac proinde tabulam ſinuum conficiemus vſque ad arcum grad.45. Per ſinus autem horum arcuum eliciemus,per propoſ.3.ſinus complementorum arcuum eorundem. Quare tota ſinuum tabula confecta erit:ac proinde ſinus rectos omnium arcuum Quadrantis ſeſe ordine ſuperantium vno Minuto, in partibus Sinus totius in quotcunque particulas diſtributi,ſupputauimus. Quod faciendum erat.

Supputatio ſinuum arcuum per 5. Minuta, & per ſingula Minuta extenſorum.

SCHOLIVM.

CÆTERVM vt rationem ſupputationis ſinuum per proportionum regulam videas,ſint in Quadrante ABC,arcuum BD,BE,ſinus DF,EG,noti,ex quibus propoſitum ſit elicere ſinum HI,arcus BH, inter duos illos arcus poſiti.Ducta recta DK,perpendiculari ad EG,erunt rectæ LI,KG,ſinui DF,æquales;atque adeo HL, EK, differentiæ inter ſinus HI, EG, & ſinum DF. Quoniam vero arcus DE, ſi exiguus fuerit, qualem nos ponimus,nempe Minutorum 45.vel 15.vel 5. (Ex his enim ſolis intermediorum arcuum ſinus inquirimus) à recta linea, quoad ſenſum, non differt, ac proinde multo minus arcus DH; erunt triangula DEK,DHL,quodammodo rectilinea,& æquiangula inter ſe.[a] Quamobrem erit,vt DE,differentia inter arcum BD,& arcum BE,ad EK,differentiam inter ſinum DF, & ſinum EG, ita DH,differentia inter arcum BD,& arcum BH, ad HL, differentiam inter ſinum DF, & ſinum HI.Cũ ergo priores tres magnitudines ſint cognitæ,(nẽpe arcus DE,quo arcus BE,arcũ BD,ſuperat;& recta EK,qua ſinus EG, ſinũ DF,excedit,nec non arcus DH,quo arcus BH,cuius ſinus quæritur,ſuperat arcum BD) cognita etiam erit quarta magnitudo,id eſt,recta HL,quæ addenda eſt ſinui DF,vt fiat ſinus HI. Conſtat igitur, ſinus per regulam proportionum inuentos ſenſibiliter non differre à veris ſinubus, præſertim quando arcus DE, quo arcus cognitorum ſinuum inter ſe differunt,valde exiguus eſt,ita vt à recta linea vix differat.



Demõſtratio ſupputationis ſinuum per regulam proportionum.

a 4. ſexti.

MAGNVM quoque compendium in hoc negotio nobis afferet propoſitio octaua.Ex ea enim plurimos ſinus ex aliis inuẽtis per ſolam additionem,ſubtractionemue nanciſcemur. Nam ſi ſinum cuiuſuis arcus,qui maior non ſit,quam grad.30.addamus ſinui arcus,qui ab arcu grad.60.ſuperatur ſumpto illo arcu,componemus ſinum arcus qui eodem illo arcu aſſumpto arcum grad.60.ſuperat:propterea quod differentia inter ſinus duorum horum arcuum maiorum æqualis eſt ſinui arcus illius aſſumpti qui maior non ponitur,quam grad.30.vt ibi demõſtrauimus.Vt ſi 3461171.ſinũ arcus grad.20. Min.15.adijciamus ad 6394390. ſinum arcus grad.39.Min.45.qui ab arcu gra.60.ſuperatur dicto arcu grad.20. Min.15.conficiemus 9855561.ſinũ arcus gra.80. Min.15.qui arcum grad.60.eodem arcu grad.20.Min.15 ſuperat. Sic ſi 5000000.ſinum arcus grad. 30. addamus ſinui 5000000. arcus grad.30.quem arcus grad.60.ſuperat dicto illo arcu grad.30.componemus 10000000.ſinum arcus grad.90.qui arcum gra. 60.eodem illo arcu aſſumpto grad.30.ſuperat.

Compendium miri ſicum pro inuentione plurimorũ ſinuum.

ITEM ſi ſinum cuiuslibet arcus,qui arcu grad. 30.maior non ſit,ſubducamus ex ſinu arcus, qui arcum grad. 60. ſumpto illo arcu ſuperat,relinquetur ſinus arcus, qui eodem illo arcu aſſumpto ab arcu grad.60.ſuperatur. Vt ſi 3502075.ſinum arcus grad.20.Min.30.detrahamus ex 9862856.ſinu arcus grad.80 Min.30.qui arcum grad.60.dicto arcu grad.20. Min.30.ſuperat, reliquus erit 6360781.ſinus arcus grad.39.Min.30.quem arcus grad.60.eodem illo arcu grad.20. Min.30.ſuperat.

RVRSVS,ſi ex ſinu cuiuſuis arcus,qui maior ſit arcu grad.60.detrahatur ſinus arcus,qui tanto minor ſit arcu grad.60 quanto ille maior eſt,relinquetur ſinus arcus,quo vteruis illorum ab arcu grad.60.differt. Vt ſi ex 9781476.ſinu arcus gra.78, auferatur 6691306.ſinus arcus grad.42.reliquus erit 3090170.ſinus arcus grad.18.quo vterq; illorum ab arcu grad.60. differt. Quæ omnia ex dicta propoſ.8.colliguntur.

ITAQVE ſatis eſt, vt inueniantur per regulam proportionum ſinus omnium arcuum à principio quadrantis vſque ad arcum grad.30.Si enim ex his eliciantur ſinus complementorum,& ex his inuentis detrahantur priores illi ſinus,reliqui erũt ſinus omnium arcuum inter arcum grad.30. & arcum grad. 60. Item ſi cogniti eſſent ſinus arcuum omnium ab arcu grad. 30. vſq; ad finem quadrantis,& ſinus omnium arcuum,qui minores ſunt arcu grad.60. detraherentur ex ſinubus omniũ arcuum maiorum,quam grad.60.remanerent ſinus omnium arcuum à principio quadrantis vſque ad arcum grad.30.Denique ſi ſinus omnium arcuum à principio quadrantis vſque ad arcum grad. 60. inuenti eſſent, & ſinus omnium arcuum minorum,quam grad.30.ſinubus omnium arcuum maiorum, quam grad.30. adijcerentur, componerentur ſinus omnium arcuum maiorum, quam grad.60.

SED iam ſubijciamus tabulam ſinuum omnium arcuum quadrantis per ſingula Minuta extenſorum à Ioanne Regiom. ſupputatam,quam tamen pleriſq; in locis ab erroribus,qui incuria typographorum irrepſerant,purgauimus.Continet autem in hac tabula ſinus totus particulas 10000000.ratione cuius omnes alij ſinus inuenti ſunt. Quod ſi à ſingulis reijciantur primæ duæ figuræ ad dexteram,(addita tamen vnitate,ſi duæ figuræ abiectæ numerum maiorem conſtituant,quam 50.) relinquetur ſinus reſpectu ſinus totius 100000. Si tamen quis eandem tabulam per præcepta tradita proprio Marte conſtruere velit,poſito ſinu toto partium 10000000.conſtituendus ei erit ſinus totus in ſupputatione partium 1000000000. Nam ſi ex ſingulis ſinubus

Quid agẽdum,vt ſequens tabula ſinuũ

inuentis

exquisite cõstruatur, posito sinu toto partium 10000000.

inuentis abijciantur duæ primæ figuræ ad dexteram, vt diximus, reliqui erunt sinus respectu sinus totius 10000000 ijdem omnino, qui in tabula Ioannis Regiom. descripti sunt. Hoc idcirco dico, ne mireris, non omnes sinus per regulam proportionum inuentos ex sinubus arcuum Minutis 45. se ordine superantium, posito sinu toto 10000000. ad vnguem respondere sinubus huius tabulæ. Vt enim sinus exquisite reperiatur respectu alicuius sinus totius, constituendus est in supputatione sinus totus centies maior, vt supra dictum est.

Ratio, cur abiectis duab. primis figuris ex sinu quocunque respectu sinus totius 10000000. relinquatur idem sinus respectu sinus totius 100000. licet prior ille non sit exquisite inuentus,

QVOD autem, abiectis duabus primis figuris ad dexteram ex singulis sinubus, remaneant sinus exquisiti respectu sinus totius 100000. quamuis priores illi non sint exquisite inuenti, manifestum est. Quoniam enim sinus totus, siue semidiameter ad sinum rectum quemcunq; determinatam quandam proportionem habet; fit, vt omnes partes illius, quotcunque illæ sint, ad partes huius inuentas respectu illarum partium sinus totius eandem habeant proportionem, quam omnes partes eiusdem sinus totius pauciores, quam illæ priores, habent ad partes eiusdem sinus respectu illarum partium sinus totius pauciorum: alioquin sinus totus non haberet semper ad eundem sinum eandem proportionem, sed aliquando esset maioris quantitatis respectu illius, & aliquando minoris: quod est absurdum. Quocirca si sinus cuiuslibet arcus, vt v.g. illius, qui continet grad. 28. inuentus sit respectu sinus totius in quotuis particulas distributi, facile per regulam proportionum inueniemus eundem sinum respectu eiusdem sinus totius in pauciores partes diuisi, si ita dicamus. Si sinus totus partium 10000000. dat sinum arcus grad. 28. partium 4694716. Idem sinus totus partium 100000. quot partium dabit sinum eiusdem arcus grad. 28? Inueniemus enim sinum partium $46947\frac{1600000}{10000000}$. Omissa autem hac fractione, (quod minor sit, quam vnitas) continebit idem sinus partes duntaxat 46947. quemadmodum in tabulis sinuum ponitur, in quibus sinus totus continet partes 100000. Vbi vides, sinum hunc relinqui si ex illo duæ primæ figuræ ad dexteram abijciantur. Ratio huius abiectionis est; quia vt sinus ille grad. 28. multiplicatus per sinum totum 100000. (quæ multiplicatio fit per appositionem quinq; cifrarum, hoc modo; 469471600000. vt in cap. 4. Arithmeticæ diximus) diuidatur per sinum totum 10000000. vt regula proportionum præcipit; satis est, si ex numero producto reijciantur septem figuræ, quot nimirum cifræ sunt in diuisore 10000000. vt in cap. 5. Arithmeticæ docuimus. Quare reijciendæ sunt quinque illæ cifræ appositæ, & præterea duæ figuræ primæ, nempe hic numerus 1600000. qui cum diuisore hanc minutiam $\frac{1600000}{10000000}$. constituit, quæ vnitate minor est; propterea quod numerator continet septem figuras, denominator autem octo. Eademque ratio est in omnibus alijs sinubus. Hinc fit, sinum relictum post, abiectionem duarum primarum figurarum satis exquisitum esse respectu sinus totius 100000. etiamsi ille, à quo duæ figuræ abijciuntur, respectu sinus totius 10000000. non esset exquisite inuentus. Cum enim totus error, qui in supputatione contingere potest, (quando nimirum constituendus est sinus inter duos numeros, quorum vnus vero sinu maior est, & alter minor; Vel quando per regulam proportionum sinus inquiritur: hic enim maius periculum errandi esse potest. Nam quando sinus inuenitur per extractionem radicis quadratæ, error vnitatem non excedit) consistat vel in prima sola figura ad dexteram, vel in duabus primis, ita vt ad summum error sit in 99. vnitatibus, quibus sinus inuentus verum sinum excedat, vel ab eo deficiat; (quis enim pluribus vnitatibus à scopo aberret, nisi plane rerum Geometricarum, atque Arithmeticarum sit ignarus?) Duæ vero primæ figuræ cum quinque cifris appositis constituant numeratorem fractionis, quam diuisio exhibet, minorem denominatore, ita vt fractio minor sit, quam vnitas; liquet, satis exquisitum sinum relinqui.

Si ad sinũ quemcunque respectu sinus totius 100000. adijciantur duæ cifræ ad dexterã, fit idem sinus respectu sinus totius 10000000.

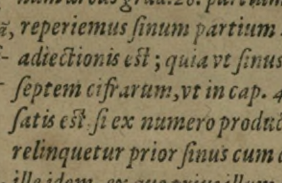
EADEM ratione, si cuilibet sinui respectu sinus totius partium 100000. inuento apponantur duæ cifræ ad dexteram, habebitur idem sinus respectu sinus totius partium 10000000. Nam si dicamus verbi gratia; Sinus totus partium 100000. dat sinum arcus grad. 28. partium 46947. Sinus ergo totus partium 10000000. quot partium dabit eundem sinum arcus grad. 28? reperiemus sinum partium 4694700. Vbi vides, sinum hunc procreari, si illi duæ cifræ ad dexteram adijciantur. Ratio huius adiectionis est; quia vt sinus ille grad. 28. multiplicatus per sinum totum 10000000. (quæ multiplicatio fit per appositionem septem cifrarum, vt in cap. 4. Arithmeticæ tradidimus) diuidatur per sinum totum 100000. vt regula proportionum præcipit, satis est, si ex numero producto 469470000000. auferantur quinque cifræ, vt ex cap. 5. nostræ Arithmeticæ constat. Quocirca relinquetur prior sinus cum duabus cifris ad dextram appositis. Quod autem ex sinu 46947. non sit inuentus sinus 4694716. ille idem, ex quo prius illum elicuimus, sed solum hic 4694700. causa est, quod sinus 46947. non est omnino exquisitus respectu sinus totius 100000. Deberet namq; esse 46947. & insuper $\frac{1600000}{10000000}$. vt ex dictis patet, ex quo præcise inuenietur sinus ille 4694716. Sed licet hæ 16. vnitates negligantur, accipiaturque sinus 4694700. qualem inuenimus, non tamen fit error notabilis, cũ 16. vnitates respectu sinus totius sint $\frac{16}{10000000}$. quæ minutia multo minor est, quam $\frac{1}{216000}$. hoc est, quam vnum secundũ respectu sinus totius 60. vt merito negligi possit. Ad summum poterit aliquando contingere error, quamuis valde raro, in $\frac{99}{10000000}$. quæ minutia licet sit aliquanto maior, quam $\frac{1}{216000}$. hoc est, quam vnum Secundum respectu sinus totius 60. est tamen multo minor, quam $\frac{1}{3600}$. hoc est, quam vnum Minutum respectu sinus totius 60. Id vero, quod de sinubus totis partium 10000000. & 100000. diximus, intelligendum quoque est de aliis sinubus totis quotcunque partium siue plurium, siue pauciorum.

Quo pacto ex sinubus maioribus fiant minores, & contra, quotcunq; particularum sinus totus statuatur.

Semper enim ex sinubus respectu sinus totius maioris inuentis abijciendæ sunt tot figuræ, vt relinquantur sinus respectu sinus totius minoris, quot cifris sinus totus maior sinum totum minorem superat: Item sinubus respectu sinus totius minoris inuentis adijciendæ sunt tot cifræ, vt fiant sinus respectu sinus totius maioris, quot cifris minor sinus totus à sinu toto maiore superatur. Quod eodem modo demonstrabitur. Vt si supputentur sinus respectu sinus totius 100000000. & ex singulis abijciantur tres primæ figuræ ad dexteram, reliqui erunt sinus respectu sinus totius 100000. & quidem multo exquisitiores, quam si sinus supputentur respectu sinus totius 10000000. & ex singulis duæ figuræ abijciantur. Quod si sinubus respectu sinus totius 100000. inuentis adijciantur tres cifræ, fient sinus respectu sinus totius 100000000. atque ita de cæteris.

Cognitis duab. lineis rectis respectu alicuius mensuræ, deinde vero vna earum respectu alterius mensuræ cognita, quo pacto altera respectu huius alterius mensuræ cognoscatur. Id quod Astronomis est familiarissimum.

EX his patet ratio illius operationis, qua frequenter & in mea Gnomonica, & aliis in locis vsus sum; cum duabus lineis cognitis respectu alicuius lineæ rectæ, tanquam sinus totius, deinde vero vna earum iterum cognita respectu alterius lineæ rectæ maioris vel minoris veluti sinus totius, vel respectu alterius cuiuspiam mensuræ, alteram respectu huius alterius sinus totius, vel respectu alterius huius mensuræ inuestigo. Id quod & Ptolemæus, & alij Astronomi non raro etiam faciunt. Exempli gratia; cum duabus lineis rectis A, B, cognitis respectu lineæ rectæ C, tanquam sinus totius continentis particulas 100000. linea quidem A, partium 91354. linea vero B, partium 40673. Deinde vero recta A, respectu alterius lineæ maioris D, veluti sinus totius complectentis quoq; particulas 100000. deprehensa iterum sit partium 80901. vel palmorum 4. respectu mensuræ E, quæ palmo sit æqualis, vel respectu mensuræ F, quæ plures palmos, nempe quinque, contineat, inquiro, quot partes, aut palmos linea B contineat respectu posterioris sinus totius, aut respectu dictæ illius mensuræ E, vel F. Quod quidem expedio per regulam proportionum hoc modo Si linea A, partium 91354. dat lineam B, partium 40673. Eadem linea A, partium 80901. vel palmorum 4. quot partium, aut palmorum dabit eandem lineam B? Inuenietur namque linea B, partium 36019. & paulo amplius, vel palmorum $1\frac{35660}{45677}$. Cuius operationis ratio à superiori non differt, cum recta A, ad rectam B, habeat semper vnam & eandem, determinatamque proportionem.



SEQVI-

SEQVITVR

TABVLA SINVVM RECTORVM PER SINGVLA QVADRANTIS MINVTA EXTENSA, ET

à Ioan. Regiomontano quondam ſupputata, nunc autem per me examinata, & pleriſque in locis caſtigata, atque correcta.

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	0		1		2		3		4		
0	0000		174524		348995		523360		697565		60
1	2909	48. 5	177433	48. 5	351902	48. 4	526265	48. 5	700467	48. 3	59
2	5818		180341		354809		529170		703369		58
3	8727		183250		357716		532075		706270		57
4	11636		186158		360623		534980		709172		56
5	14544		189066		363530		537884		712073		55
6	17453		191975		366437		540789		714975		54
7	20362		194883		369344		543694		717876		53
8	23271		197792		372251		546598		720777		52
9	26180		200700		375158		549503		723678		51
10	29088		203608		378064		552407		726579		50
11	31997		206517		380971		555312		729480		49
12	34906		209425		383878		558216		732381		48
13	37815		212333		386785		561120		735282		47
14	40724		215241		389692		564024		738183		46
15	43632		218149		392598		566928		741084		45
16	46541		221057		395505		569832		743985		44
17	49450		223965		398412		572736		746886		43
18	52359		226873		401318		575640		749787		42
19	55268		229781		404225		578544		752688		41
20	58177		232689		407131		581448		755588		40
21	61086		235597		410038		584352		758489		39
22	63995		238505		412944		587256		761389		38
23	66904		241413		415851		590160		764290		37
24	69813		244321		418757		593064		767190		36
25	72721		247229		421663		595967		770090		35
26	75630		250137		424570		598871		772991		34
27	78539		253045		427476		601775		775891		33
28	81448		255953		430382		604678		778791		32
29	84357		258861		433288		607582		781691		31
30	87265	48. 5	261769	48. 5	436194	48. 4	610485	48. 4	784591	48. 3	30
31	90174		264677		439100		613389		787491		29
32	93083		267585		442006		616292		790391		28
33	95992		270493		444912		619196		793291		27
34	98901		273401		447818		622099		796191		26
35	101809		276308		450724		625002		799090		25
36	104718		279216		453630		627905		801990		24
37	107627		282124		456536		630808		804889		23
38	110536		285032		459442		633711		807789		22
39	113445		287940		462348		636614		810688		21
40	116353		290847		465253		639517		813587		20
41	119262		293755		468159		642420		816486		19
42	122171		296663		471065		645323		819385		18
43	125079		299570		473970		648226		822284		17
44	127988		302478		476876		651129		825183		16
45	130896		305385		479781		654031		828082		15
46	133805		308293		482687		656934		830981		14
47	136714		311200		485592		659837		833880		13
48	139622		314108		488498		662739		836778		12
49	142531		317015	48. 4	491403		665642		839677		11
50	145439		319922		494308		668544		842576		10
51	148348		322830		497214		671447		845474		9
52	151257		325737		500119		674349		848372		8
53	154165		328645		503024		677251		851271		7
54	157074		331552		505929		680153		854169		6
55	159982		334459		508834		683055		857067		5
56	162891		337367		511740		685957		859965		4
57	165799		340274		514645		688859		862863		3
58	168708		343181		517550		691761		865761		2
59	171616		346088		520455		694663		868659		1
60	174524	48. 5	348995	48. 4	523360	48. 4	697565	48. 4	871557	48. 3	0
	89		88		87		86		85		

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis complementorum arcuum eiuſdẽ Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	5		6		7		8		9		
0	871557	48. 3	1045285	48. 2	1218693	48. 1	1391731	48. 0	1564345	47. 9	60
1	874455		1048178		1221580		1394612		1567218		59
2	877353		1051071		1224467		1397492		1570091		58
3	880250		1053964		1227354		1400373		1572964		57
4	883148		1056857		1230241		1403253		1575837		56
5	886045		1059749		1233128		1406133		1578709		55
6	888943		1062642		1236015		1409013		1581581		54
7	891840		1065534		1238901		1411893		1584453		53
8	894737		1068426		1241788		1414772		1587325		52
9	897634		1071318		1244674		1417652		1590197		51
10	900531		1074210		1247560		1420531		1593069		50
11	903428		1077102		1250446		1423410		1595941		49
12	906325		1079994		1253332		1426289		1598812		48
13	909222		1082886		1256218		1429168		1601684	47. 8	47
14	912119		1085778		1259104		1432047		1604555		46
15	915016		1088669		1261990		1434926		1607426		45
16	917913		1091561		1264876		1437805		1610297		44
17	920809		1094452		1267761		1440684		1613168		43
18	923706		1097344		1270647		1443562		1616038		42
19	926602		1100235		1273532		1446441		1618909		41
20	929498		1103126		1276417		1449319		1621779		40
21	932395		1106017		1279302		1452197		1624649		39
22	935291		1108908		1282187		1455075		1627519		38
23	938187		1111799		1285072		1457953		1630389		37
24	941083		1114690		1287957		1460831		1633259		36
25	943979		1117580		1290841		1463708		1636129		35
26	946875		1120471		1293726		1466586		1638999		34
27	949771		1123361		1296610		1469463	47. 9	1641868		33
28	952667		1126252		1299495		1472340		1644738		32
29	955563		1129142		1302378		1475217		1647607		31
30	958458		1132032		1305262		1478094		1650476		30
31	961354	48. 2	1134922		1308146		1480971		1653345		29
32	964249		1137812		1311030		1483848		1656214		28
33	967144		1140702		1313914		1486724		1659082		27
34	970039		1143592		1316798		1489601		1661951		26
35	972934		1146482		1319681	48. 0	1492477		1664819		25
36	975829		1149372		1322564		1495353		1667687		24
37	978724		1152261		1325447		1498229		1670555		23
38	981619		1155151		1328330		1501105		1673423		22
39	984514		1158040	48. 1	1331213		1503981		1676291		21
40	987408		1160929		1334096		1506857		1679159		20
41	990303		1163818		1336979		1509733		1682027		19
42	993198		1166707		1339862		1512608		1684894		18
43	996092		1169596		1342744		1515484		1687761		17
44	998987		1172485		1345627		1518359		1690628		16
45	1001881		1175374		1348509		1521234		1693495		15
46	1004775		1178263		1351392		1524109		1696362		14
47	1007669		1181151		1354274		1526984		1699229		13
48	1010563		1184040		1357156		1529859		1702095		12
49	1013457		1186928		1360038		1532734		1704962		11
50	1016351		1189816		1362920		1535608		1707828		10
51	1019245		1192704		1365802		1538482		1710694		9
52	1022139		1195592		1368683		1541356		1713560		8
53	1025032		1198480		1371564		1544230		1716426		7
54	1027926		1201368		1374446		1547104		1719292	47. 7	6
55	1030819		1204255		1377327		1549978		1722157		5
56	1033713		1207143		1380208		1552852		1725022		4
57	1036606		1210031		1383089		1555725		1727887		3
58	1039499		1212198		1385970		1558599		1730752		2
59	1042392		1215806		1388851		1561472		1730617		1
60	1045285	48. 2	1218693	48. 1	1391731	48. 0	1564345	47. 9	1736482	47. 7	0
	84		83		82		81		80		

Gradus Quadrātis pro sinubus rectis complementorũ arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	10		11		12		13		14		
0	1736482	47. 7	1908090	47. 6	2079117	47. 4	2249511	47. 2	2419219	47. 0	60
1	1739347		1910945		2081962		2252345		2422041		59
2	1742211		1913800		2084807		2255179		2424863		58
3	1745075		1916655		2087652		2258013		2427685		57
4	1747939		1919510		2090497		2260847		2430507		56
5	1750803		1922365		2093342		2263680		2433329		55
6	1753667		1925220		2096186		2266513		2436150		54
7	1756531		1928074		2099030		2269346		2438971		53
8	1759394		1930928		2101874		2272179		2441792		52
9	1762258		1933782		2104718		2275012		2444613		51
10	1765121		1936636		2107562		2277844		2447434		50
11	1767984		1939490		2110405		2280676		2450254		49
12	1770847		1942344		2113248		2283508		2453074		48
13	1773710		1945197	47. 5	2116091		2286340		2455894		47
14	1776563		1948050		2118934		2289172		2458714		46
15	1779435		1950903		2121777		2292004		2461533		45
16	1782298		1953756		2124620		2294835		2464352		44
17	1785160		1956609		2127462		2297666		2467171		43
18	1788022		1959462		2130304		2300497		2469990		42
19	1790884		1962314		2133146		2303328		2472809		41
20	1793746		1965166		2135988		2306159		2475628		40
21	1796608		1968018		2138830	47. 3	2308985		2478446		39
22	1799469		1970870		2141671		2311819		2481264		38
23	1802331		1973722		2144512		2314649		2484082		37
24	1805192		1976574		2147353		2317479		2486900		36
25	1808053		1979425		2150194		2320309		2489717	46. 9	35
26	1810914		1982276		2153035		2323138	47. 1	2492534		34
27	1813774		1985127		2155876		2325967		2495351		33
28	1816634		1987978		2158716		2328796		2498168		32
29	1819495		1990829		2161556		2331625		2590984		31
30	1822355		1993679		2164396		2334454		2503800		30
31	1825215		1996530		2167236		2337282		2506616		29
32	1828075		1999380		2170076		2340110		2509431		28
33	1830935		2002230		2172916		2342938		2512248		27
34	1833795	47. 6	2005080		2175755		2345766		2515064		26
35	1836654		2007930		2178594		2348594		2517879		25
36	1839513		2010780		2181433		2351421		2520694		24
37	1842372		2013629		2184272		2354248		2523509		23
38	1845231		2016478		2187111		2357075		2526324		22
39	1848090		2019327		2189949		2359902		2529138		21
40	1850949		2022176		2192787		2362729		2531952		20
41	1853808		2025025		2195625		2365555		2534766		19
42	1856666		2027874		2198463		2368381		2537580		18
43	1859524		2030722		2201300		2371207		2540393		17
44	1862382		2033570		2204137		2374033		2543206		16
45	1865240		2036418		2206974		2376859		2546019		15
46	1868098		2039266		2209811		2379684		2548832		14
47	1870956		2042114		2212648		2382509		2551645		13
48	1873813		2044962		2215485		2385334		2554458		12
49	1876670		2047809	47. 4	2218322		2388159		2557270		11
50	1879527		2050656		2221158		2390983		2560082		10
51	1882384		2053503		2223994		2393808		2562894		9
52	1885241		2056350		2226830		2396632		2565706		8
53	1888098		2059197		2229666		2399456		2568517	46. 8	7
54	1890954		2062043		2232502	47. 2	2402280		2571328		6
55	1893810		2064889		2235337		2405104	47. 0	2574139		5
56	1896666		2067735		2238172		2407927		2576950		4
57	1899522		2070581		2241007		2410750		2579760		3
58	1902378		2073427		2243842		2413573		2582570		2
59	1905234		2076272		2246677		2416396		2585380		1
60	1908090	47. 6	2079117	47. 4	2249511	47. 2	2419219	47. 0	2588190	46. 8	0
	79		78		77		76		75		

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis complementorum arcuum eiusdē Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	15		16		17		18		19		
0	2588190	46. 8	2756373	46. 6	2923717	46. 4	3090170	46. 1	3255682	45. 8	60
1	2591000		2759169		2926499		3092936		3258532		59
2	2593809		2761965		2929280	46. 3	3095702		3261182		58
3	2596618		2764761		2932061		3098468		3263931		57
4	2599427		2767556		2934842		3101234		3266681		56
5	2602236		2770351		2937623		3103999		3269430		55
6	2605045		2773146		2940403		3106764		3272179		54
7	2607853		2775941		2943183		3109529		3274927		53
8	2610661		2778735		2945963		3112294		3277675		52
9	2613469		2781529		2948743		3115058		3280423		51
10	2616277		2784323		2951523		3117822		3283171		50
11	2619084		2787117		2954302		3120586	46. 0	3285918		49
12	2621891		2789911	46. 5	2957081		3123349		3288665		48
13	2624698		2792704		2959860		3126112		3291412		47
14	2627505		2795497		2962638		3128875		3294159		46
15	2630312		2798290		2965416		3131638		3296906		45
16	2633118		2801082		2968194		3134400		3299652		44
17	2635924		2803874		2970972		3137162		3302398		43
18	2638730		2806666		2973750		3139624		3305144	45. 7	42
19	2641536		2809458		2976527		3142686		3307889		41
20	2644342	46. 7	2812250		2979304		3145448		3310634		40
21	2647147		2815041		2982081		3148209		3313379		39
22	2649952		2817832		2984857		3150970		3316123		38
23	2652757		2820623		2987633		3153731		3318867		37
24	2655562		2823414		2990409		3156491		3321611		36
25	2658366		2826204		2993185	46. 2	3159251		3324355		35
26	2661170		2828994		2995960		3162011		3327098		34
27	2663974		2831784		2098735		3164770		3329841		33
28	2666777		2834574		3001510		3167529		3332585		32
29	2669580		2837264		3004284		3170288		3335327		31
30	2672383		2840153		3007058		3173047		3338069		30
31	2675186		2842942		3009832		3175805		3340811		29
32	2677989		2845731		3012606		3178563		3343553		28
33	2680792		2848520		3015380		3181321		3346294		27
34	2683595		2851308		3018153		3184079		3349035		26
35	2686397		2854096		3020926		3186837	45. 9	3351776		25
36	2689199		2856884		3023699		3189594		3354516		24
37	2692001		2859672	46. 4	3026472		3192351		3357256		23
38	2694802		2862459		3029244		3195108		3359996		22
39	2697603		2865246		3032016		3197864		3362736	45. 6	21
40	2700404		2868033		3034788		3200620		3365475		20
41	2703205		2870819		3037559		3203375		3368214		19
42	2706005		2873605		3040330		3206130		3370953		18
43	2708805		2876391		3043101		3208885		3373691		17
44	2711605		2879177		3045872		3211640		3376429		16
45	2714405	46. 6	2881963		3048643		3214395		3379167		15
46	2717204		2884748		3051413		3217150		3381905		14
47	2720003		2887533		3054183		3219904		3384642		13
48	2722802		2890318		3056953		3212658		3387379		12
49	2725601		2893103		3059723	46. 1	3225412		3390116		11
50	2728400		2895888		3062492		3228165		3392852		10
51	2731198		2898672		3065261		3230918		3395588		9
52	2733996		2901456		3068030		3233671		3398324		8
53	2736794		2904240		3070798		3236423		3401060		7
54	2739592		2907023		3073566		3239175		3403795		6
55	2742389		2909806		3076334		3241927		3406530		5
56	2745186		2912589		3079102		3244679	45. 8	3409265		4
57	2747983		2915371		3081869		3247430		3411999		3
58	2750780		2918153		3084636		3250181		3414733		2
59	2753577		2920935		3087403		3252932		3417467		1
60	2756373	46. 6	2923717	46. 4	3090170	46. 1	3255682	45. 8	3420201	45. 6	0
	74		73		72		71		70		

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis complementorum arcuum eiuſdẽ Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	20		21		22		23		24		
0	3420201		3583679	45. 3	3746066	44. 9	3907311	44. 6	4067366		60
1	3422934	45. 5	3586395		3748763		3909989		4070023	44. 3	59
2	3425667		3589110		3751460		3912666		4072680		58
3	3428400		3591825	45. 2	3754156		3915343		4075337		57
4	3431133		3594540		3756852		3918020		4077993		56
5	3433865		3597254		3759548		3920696		4080649		55
6	3436597		3599968		3762243		3923372		4083305		54
7	3439329		3602682		3764938		3926048		4085960	44. 2	53
8	3442060		3605395		3767633		3928723		4088615		52
9	3444791		3608108		3770327		3931398		4091269		51
10	3447522		3610821		3773021		3934072		4093923		50
11	3450253		3613533		3775715		3936746		4096577		49
12	3452983		3616245		3778408		3939420		4099231		48
13	3455713		3618957		3781101		3942093	44. 5	4101884		47
14	3458442		3621669		3783794		3944766		4104537		46
15	3461171		3624380		3786486		3947439		4107189		45
16	3463900		3627091		3789178		3950112		4109841		44
17	3466629		3629802		3791870		3952784		4112493		43
18	3469357		3632512		3794562	44. 8	3955456		4115144		42
19	3472085		3635222		3797253		3958128		4117795		41
20	3474813		3637932		3799944		3960799		4110446		40
21	3477540	45. 4	3640642		3802635		3963470		4123096		39
22	3480267		3643351	45. 1	3805325		3966140		4125746		38
23	3482994		3646060		3808015		3968810		4128395	44. 1	37
24	3485721		3648768		3810704		3971480		4131044		36
25	3488447		3651476		3813393		3974149		4133693		35
26	3491173		3654184		3816082		3976818		4136341		34
27	3493899		3656892		3818771		3979487		4138989		33
28	3496624		3659599		3821459		3982155		4141637		32
29	3499349		3662306		3824147		3984823		4144285		31
30	3502075		3665012		3826834		3987491		4146932		30
31	3504799		3667718		3829521		3990159		4149579		29
32	3507523		3670424		3832208		3992826	44. 4	4152226		28
33	3510247		3673130		3834895		3995493		4154872		27
34	3512971		3675835		3837581		3998159		4157518		26
35	3515694		3678541		3840267		4000825		4160163		25
36	3518417		3681246		3842953		4003491		4162808		24
37	3521140		3683951		3845638	44. 7	4006156		4165453		23
38	3523862		3689955		3848323		4008821		4168097		22
39	3526584		3689359	45. 0	3851008		4011486		4170741		21
40	3529306		3692062		3853692		4014150		4173385		20
41	3532027	45. 3	3694765		3856376		4016814		4176028	44. 0	19
42	3534748		3697468		3859060		4019478		4178671		18
43	3537469		3700170		3861743		4022141		4181313		17
44	3540190		3702872		3864426		4024804		4183955		16
45	3542910		3705572		3867109		4027467		4186597		15
46	3545630		3708276		3869791		4030130		4189239		14
47	3548350		3710977		3872473		4032792		4191880		13
48	3551070		3713678		3875155		4035454		4194521		12
49	3553789		3716379		3877837		4038115	44. 3	4197162		11
50	3556508		3719080		3880518		4040776		4199802		10
51	3559227		3721780		3883199		4043437		4020442		9
52	3561945		3724480		3885880		4046097		4205081		8
53	3564663		3727179		3888560		4048757		4207720		7
54	3567380		3729878		3891240		4051416		4210359		6
55	3570097		3732577		3893919	44. 6	4054075		4212997		5
56	3572814		3735275		3890598		4056734		4215635		4
57	3575531		3737973		3899277		4059392		4218273		3
58	3578247		3740671		3901955		4062050		4220910	43. 9	2
59	3580963		3743369		3904633		4064708		4223547		1
60	3583679	45. 3	3746066	44. 9	3907311	44. 6	4067366	44. 3	4226183	43. 9	0
	69		68		67		66		65		

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis complementorum arcuum eiusdē Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	25		26		27		28		29		
0	4226183	43. 9	4383712	43. 6	4539905	43. 2	4694716	42. 8	4848096	42. 4	60
1	4228819		4386326		4542497		4697284		4850640		59
2	4231455		4388940		4545088		4699852		4853184		58
3	4234090		4391554	43. 5	4547679		4702419		4855727		57
4	4236725		4394167		4550270		4704986		4858270		56
5	4239360		4396780		4552860		4707553		4860812		55
6	4241994		4399392		4555450		4710119		4863354	42. 3	54
7	4244628		4402004		4558039	43. 1	4712685	42. 7	4865895		53
8	4247362		4404616		4560628		4715250		4868436		52
9	4249895		4407227		4563216		4717815		4870977		51
10	4252528		4409838		4565804		4720380		4873517		50
11	4255161		4412449		4568392		4722944		4876057		49
12	4257793		4415059		4570979		4725508		4878596		48
13	4260425	43. 8	4417669		4573566		4728071		4881135		47
14	4263056		4420278		4576153		4730634		4883674		46
15	4265687		4422887		4578739		4733197		4886212		45
16	4268318		4425496		4581325		4735759		4888750		44
17	4270949		4428104		4583911		4738321		4891287		43
18	4273579		4430712		4586496		4740882		4893824		42
19	4276209		4433320		4589081		4743443		4896361		41
20	4277838		4435927	43. 4	4591665		4746004		4898897		40
21	4281467		4438534		4594249		4748564		4901433	42. 2	39
22	4284096		4441140		4596833	43. 0	4751124		4903968		38
23	4286724		4443746		4599416		4753683	42. 6	4906503		37
24	4289352		4446352		4601999		4756242		4909037		36
25	4291979		4448957		4604581		4758801		4911571		35
26	4294606		4451562		4607163		4761359		4914105		34
27	4297233		4454167		4609744		4763917		4916638		33
28	4299859		4456771		4612325		4766474		4919171		32
29	4302485		4459375		4614906		4769031		4921703		31
30	4305111	43. 7	4461978		4617486		4771588		4924235		30
31	4307736		4464581		4620060		4774144		4926767		29
32	4310361		4467184		4622646		4776700		4929298		28
33	4312986		4469786		4625225		4779255		4931829		27
34	4315610		4472388		4627804		4781810		4934359		26
35	4318234		4474990		4630382		4784365		4936889		25
36	4320858		4477591	43. 3	4632960		4786919		4939418	42. 1	24
37	4323481		4480192		4635538		4789473		4941947		23
38	4326104		4482792		4638115	42. 9	4792026	42. 5	4944476		22
39	4328726		4485392		4640692		4794579		4947004		21
40	4331348		4487992		4643268		4797132		4949532		20
41	4333970		4490591		4645844		4799684		4952059		19
42	4336591		4493190		4648420		4802236		4954686		18
43	4339212		4495788		4650995		4804787		4957113		17
44	4341833		4498386		4653570		4807338		4959639		16
45	4344453		4500984		4656145		4809888		4962165		15
46	4347073		4503582		4658719		4812438		4964690		14
47	4349693	43. 6	4506179		4661293		4814988		4967215		13
48	4352312		4508776		4663866		4817537		4969740		12
49	4354931		4511372		4666439		4820086		4972264		11
50	4357549		4513968		4669012		4822635		4974788	42. 0	10
51	4360167		4516563	43. 2	4671584		4825183		4977311		9
52	4362785		4519158		4674156		4827731		4979834		8
53	4365402		4521753		4676727	42. 8	4830278	42. 4	4982356		7
54	4368019		4524347		4679298		4832825		4984878		6
55	4370635		4526941		4681869		4835371		4987399		5
56	4373251		4529535		4684439		4837917		4989920		4
57	4375867		4532128		4687009		4840462		4992441		3
58	4378482		4534721		4689578		4843007		4994961		2
59	4381097		4537313		4692147		4845552		4997481		1
60	4383712	43. 6	4539905	43. 2	4694716	42. 8	2848096	42. 4	5000000	42. 0	0
	64		63		62		61		60		

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis complementorum arcuum eiusdẽ Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	30		31		32		33		34		
0	5000000	42. 0	5150381		5299192	41. 1	5446390	40. 6	5591929	40. 2	60
1	5002519		5152874	41. 5	5301659		5448829		5594340		59
2	5005038		5155367		5304125		5451268		5596751		58
3	5007556		5157859		5306591		5453707		5599161		57
4	5010074	41. 9	5160351		5309056		5456145		5601571		56
5	5012591		5162843		5311521		5458583		5603981		55
6	5015108		5165334		5313985		5461020		5606390	40. 1	54
7	5017624		5167825		5316449		5463456		5608798		53
8	5020140		5170315		5318913		5465892		5611206		52
9	5022656		5172805		5321376	41. 0	5468328		5613614		51
10	5025171		5175294		5323839		5470763		5616021		50
11	5027686		5177783		5326301		5473198		5618427		49
12	5030200		5180271		5328763		5475632		5620833		48
13	5032714		5182759		5331224		5478066	40. 5	5623239		47
14	5035227		5185246	41. 4	5333685		5480499		5625644		46
15	5037740		5187733		5356145		5482932		5628049		45
16	5040253		5190220		5338605		5485364		5630453		44
17	5042765		5192706		5341065		5487796		5632857		43
18	5045277		5195192		5343524		5490228		5635260	40. 0	42
19	5047788	41. 8	5197677		5345983		5492659		5637663		41
20	5050299		5200162		5348441	40. 9	5495090		5640066		40
21	5052809		5202646		5350898		5497520		5642468		39
22	5055319		5205130		5353355		5499950		5644869		38
23	5057829		5207614		5355812		5502379		5647270		37
24	5060338		5210097		5358268		5504808		5649670		36
25	5062847		5212580		5360724		5507236		5652070		35
26	5065355		5215062		5363179		5509664		5654469		34
27	5067863		5217544		5365634		5512091	40. 4	5656868		33
28	5070370		5220025	41. 3	5368088		5514518		5659266		32
29	5072877		5222506		5370542		5516944		5661664		31
30	5075384		5224986		5372996		5519370		5664062		30
31	5077890		5227466		5375449		5521795		5666459	39. 9	29
32	5080396		5229946		5377902		5524220		5668856		28
33	5082901	41. 7	5232425		5380354		5526645		5671252		27
34	5085406		5234904		5382806		5529069		5673648		26
35	5087911		5237382		5385258	40. 8	5531493		5676043		25
36	5090415		5239860		5387709		5533916		5678438		24
37	5092619		5242337		5390159		5536338		5680832		23
38	5095422		5244814		5392609		5538760		5683226		22
39	5097925		5247290		5395058		5541182		5685619		21
40	5100427		5249766		5397507		5543603	40. 3	5688012		20
41	5102929		5252241	41. 2	5399955		5546024		5690404		19
42	5105430		5254716		5402403		5548444		5692796		18
43	5107931		5257191		5404851		5550864		5695187	39. 8	17
44	5110431		5259665		5407298		5553283		5697578		16
45	5112931		5262139		5409745		5555702		5699968		15
46	5115431		5264612		5412191		5558120		5702358		14
47	5117930	41. 6	5267085		5414637	40. 7	5560538		5704747		13
48	5120429		5269557		5417082		5562956		5707136		12
49	5122927		5272029		5419527		5565373		5709524		11
50	5125425		5274501		5421972		5567790		5711912		10
51	5127922		5276972		5424416		5570206		5714299		9
52	5130419		5279443		5426859		5572622		5716686		8
53	5132919		5281913		5429302		5575037	40. 2	5719072		7
54	5135412		5284383		5431745		5577452		5721458		6
55	5137908		5286852	41. 1	5434187		5579866		5723844		5
56	5140403		5289321		5436629		5582280		5726229	39. 7	4
57	5142898		5291789		5439070		5584693		5728613		3
58	5145393		5294257		5441510		5587106		5730997		2
59	5147887		5296725		5443950		5589518		5733381		1
60	5150381	41. 6	5299192	41. 1	5446390	40. 7	5591929	40. 2	5735764	39. 7	0
	59		58		57		56		55		

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis complementorum arcuum eiuſdē Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	35		36		37		38		39		
0	5735764	39. 7	5877852	39. 2	6018150	38. 7	6156615	38. 2	6293204	37. 7	60
1	5738147		5880205		6020473		6158907		6295464		59
2	5740529		5882558		6022796		6161198		6297724	37. 6	58
3	5742911		5884910		6025118		6163489		6299983		57
4	5745292		5887262		6027439		6165780		6302242		56
5	5747672		5889613		6029760	38. 6	6168070		6304501		55
6	5750052		5891964		6032080		6170359	38. 1	6306759		54
7	5752432		5894314		6034400		6172648		6309016		53
8	5754811	39. 6	5896664	39. 1	6036719		6174936		6311273		52
9	5757190		5899013		6039038		6177224		6313529		51
10	5759568		5901361		6041357		6179512		6315784		50
11	5761946		5903709		6043675		6181799		6318039		49
12	5764323		5906056		6045992		6184085		6320293		48
13	5766700		5908403		6048309		6186371		6322547	37. 5	47
14	5769076		5910750		6050625		6188656		6324800		46
15	5771452		5913096		6052940		6190940		6327053		45
16	5773827		5915442		6055255		6193224		6329305		44
17	5776202		5917787		6057570		6195508		6331557		43
18	5778576		5920132		6059884		6197791	38. 0	6333808		42
19	5780950		5922476		6062198	38. 5	6200074		6336059		41
20	5783324		5924820		6064511		6202356		6338310		40
21	5785697	39. 5	5927163	39. 0	6066824		6204638		6340560		39
22	5788069		5929505		6069136		6206919		6342809		38
23	5790441		5931847		6071448		6209199		6345058		37
24	5792812		5934189		6073759		6211479		6347306	37. 4	36
25	5795183		5936530		6076069		6213758		6349553		35
26	5797553		5938871		6078379		6216037		6351800		34
27	5799923		5941211		6080688		6218315		6354046		33
28	5802292		5943551		6082997		6220593		6356292		32
29	5804661		5945890		6085306		6222870	37. 9	6358537		31
30	5807030		5948228		6087614		6225146		6360782		30
31	5809398		5950566		6089922		6227422		6363026		29
32	5811766		5952904	38. 9	6092229	38. 4	6229698		6365270		28
33	5814133	39. 4	5955241		6094536		6231973		6367513		27
34	5816499		5957578		6096842		6234248		6369756		26
35	5818865		5959914		6099147		6236522		6371999		25
36	5821230		5962250		6101452		6238796		6374241		24
37	5823595		5964585		6103756		6241069		6376482		23
38	5825959		5966919		6106060		6243342		6378722	37. 3	22
39	5828323		5969253		6108364		6245614	37. 8	6380962		21
40	5830687		5971586		6110667		6247885		6383201		20
41	5833050		5973919		6112970		6250156		6385440		19
42	5835412		5976251	38. 8	6115272		6252426		6387678		18
43	5837774		5978583		6117573	38. 3	6254696		6389916		17
44	5840136		5980915		6119873		6256966		6392153		16
45	5842497	39. 3	5983246		6122173		6259235		6394390		15
46	5844858		5985577		6124473		6261593		6396626		14
47	5847218		5987907		6126772		6263771		6398862		13
48	5849578		5990237		6129071		6266038		6401097	37. 2	12
49	5851937		5992566		6131369		6268305		6403332		11
50	5844195		5994894		6133667		6270572		6405566		10
51	5856653		5997222		6135964		6272838		6407799		9
52	5859010		5999549		6138261		6275103	37. 7	6410032		8
53	5861367		6001876		6140557		6277368		6412264		7
54	5863724		6004202		6142853		6279632		6414496		6
55	5866080		6006528		6145148	38. 2	6281895		6416728		5
56	5868436		6008853	38. 7	6147442		6284158		6418959		4
57	5870791	39. 2	6011178		6149736		6286420		6421189		3
58	5873145		6013502		6152030		6288682		6423419	37. 1	2
59	5875499		6015826		6154323		6290943		6425648		1
60	5877852	39. 2	6018150	38. 7	6156615	38. 2	6293204	37. 7	6427876		0
	54		53		52		51		50		

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis complementorum arcuum eiuſdē Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	40		41		42		43		44		
0	6427876	37. 1	6560590	36. 6	6691306	36. 0	6819984		6946584	34. 8	60
1	6430104		6562785		6693468		6822111	35. 4	6948676		59
2	6432331		6564979		6695629		6824237		6950767	34. 8	58
3	6434558		6567173		6697789		6826363		6952858		57
4	6436785		6569367		6699949		6828489		6954949		56
5	6439011		6571560	36. 5	6702108		6830614		6957039		55
6	6441236		6573753		6704267		6832738		6959128		54
7	6443461		6575945		6706425		6834861		6961216		53
8	6445685		6578136		6708582	35. 9	6836984		69633[illegible]		52
9	6447909		6580326		6710739		6839107		6965392		51
10	6450132	37. 0	6582516		6712895		6841229		6967479		50
11	6452355		6584705		6715051		6843350	35. 3	6969565		49
12	6454577		6586894		6717206		6845471		6971651	34. 7	48
13	6456799		6589082		6719361		6847591		6973736		47
14	6459020		6591270		6721515		6849711		6975821		46
15	6461240		6593458	36. 4	6723668		6851830		6977905		45
16	6463460		6595645		6725821		6853949		6979988		44
17	6465679		6597831		6727973		6856067		6982071		43
18	6467898		6600016		6730125		6858184		6984153		42
19	6470116		6602201		6732276	35. 8	6860301		6986235		41
20	6472333	36. 9	6604386		6734427		6862417		6988316		40
21	6474550		6606570		6736577		6864533	35. 2	6990396		39
22	6476766		6608753		6738726		6866648		6992476		38
23	6478982		6610936		6740875		6868762		6994555	34. 6	37
24	6481198		6613118		6743024		6870876		6996634		36
25	6483413		6615300	36. 3	6745172		6872989		6998712		35
26	6485628		6617481		6747319		6875102		7000789		34
27	6487842		6619661		6749465		6877214		7002866		33
28	6490055		6621841		6751611		6879325		7004942		32
29	6492268		6624021		6753757	35. 7	6881436		7007018		31
30	6494480		6626200		6755902		6883546		7009093		30
31	6496692	36. 8	6628379		6758047		6885656	35. 1	7011167		29
32	6498903		6630557		6760191		6887765		7013241		28
33	6501114		6632734		6762334		6889874		7015314	34. 5	27
34	6503324		6634911		6764477		6891982		7017387		26
35	6505533		6637087		6766619		6894089		7019459		25
36	6507742		6639263	36. 2	6768760		6896196		7021530		24
37	6596950		6641438		6770901		6898302		7023601		23
38	6512158		6643612		6773041		6900408		7025671		22
39	6514365		6645786		6775181		6902513		7027741		21
40	6516572		6647959		6777320	35. 6	6904617		7029810		20
41	6518778		6650132		6779459		6906721	35. 0	7031879		19
42	6520984		6652304		6781597		6908824		7033947		18
43	6523189	36. 7	6654476		6783734		6910927		7036014	34. 4	17
44	6525394		6656647		6785871		6913029		7038081		16
45	6527598		6658817		6788007		6915131		7040147		15
46	6529801		6660987		6790143		6917232		7042213		14
47	6532004		6663156	36. 1	6792258		6919332		7044278		13
48	6534206		6665325		6794413		6921432		7046342		12
49	6536408		6667493		6796547		6923531		7048406		11
50	6538609		6669661		6798681		6925630		7050469		10
51	6540809		6671828		6800814	35. 5	6927728		7052432		9
52	6543009		6673994		6802946		6929725	34. 9	7054594		8
53	6545208	36. 6	6676160		6805078		6931922		7056655	34. 3	7
54	6547407		6678326		6807209		6934018		7058716		6
55	6549606		6680491		6809340		6936114		7060776		5
56	6551804		6682655		6811470		6938209		7062836		4
57	6554001		6684818	36. 0	6813599		6940303		7064895		3
58	6556198		6686981		6815728		6942397		7066953		2
59	6558394		6689144		6817856		6944491		7069011		1
60	6560590	36. 6	6691306	36. 0	6819984	35. 5	6946584	34. 9	7071068	34. 3	0
	49		48		47		46		45		

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis complementorum arcuum eiuſdē Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	45		46		47		48		49		
0	7071068	34. 3	7193398	33. 7	7313537	33. 1	7431448	32. 4	7547096	31. 8	60
1	7073125		7195418		7315521		7433394		7549004		59
2	7075181		7197438		7317504	33. 0	7435339		7550911		58
3	7077236	34. 2	7199457	33. 6	7319486		7437284		7552818		57
4	7079291		7201476		7321468		7439229		7554724		56
5	7081345		7203494		7323449		7441173		7556630		55
6	7083399		7205511		7325429		7443116		7558535	31. 7	54
7	7085452		7207527		7327409		7445058		7560439		53
8	7087504		7209543		7329388		7447000		7562343		52
9	7089556		7211559		7331367		7448941	32. 3	7564246		51
10	7091607		7213574		7333345	32. 9	7450882		7566148		50
11	7093658		7215588		7335322		7452822		7568050		49
12	7095708	34. 1	7217601	33. 5	7337298		7454761		7569951		48
13	7097757		7219614		7339274		7456699		7571851		47
14	7099806		7221627		7341250		7458637		7573751		46
15	7101854		7223639		7343225		7460574		7575650	31. 6	45
16	7103902		7225651		7345199		7462511		7577548		44
17	7105949		7227662		7347173		7464447		7579446		43
18	7107995		7229672		7349146		7466382	32. 2	7581343		42
19	7110041		7231681		7351118		7468317		7583240		41
20	7112086		7233689		7353090	32. 8	7470251		7585136		40
21	7114131		7235697		7355061		7472184		7587031		39
22	7116175		7237704	33. 4	7357031		7474117		7588925		38
23	7118218	34. 0	7239711		7359001		7476249		7590819		37
24	7120261		7241718		7360970		7477981		7592713		36
25	7122303		7243724		7362939		7479912		7594606	31. 5	35
26	7124344		7245729		7364907		7481842		7596498		34
27	7126385		7247733		7366874		7483771		7598389		33
28	7128425		7249737		7368841		7485700	32. 1	7600280		32
29	7130465		7251741		7370807		7487629		7602170		31
30	7132504		7253744		7372773	32. 7	7489557		7604060		30
31	7134543		7255746	33. 3	7374738		7491484		7605949		29
32	7136581		7257747		7376702		7493410		7607837		28
33	7138618	33. 9	7259748		7378666		7495336		7609725	31. 4	27
34	7140655		7261749		7380629		7497262		7611612		26
35	7142691		7263749		7382592		7499187		7613498		25
36	7144727		7265748		7384554		7501111		7615384		24
37	7146762		7267746		7386515		7503034	32. 0	7617269		23
38	7148796		7269744		7388475		7504957		7619153		22
39	7150830		7271741		7390435		7506879		7621037		21
40	7152863		7273737		7392394	32. 6	7508801		7622920	31. 3	20
41	7154895		7275733	33. 2	7394353		7510722		7624802		19
42	7156927		7277728		7396311		7512642		7626683		18
43	7158958	33. 8	7279722		7398268		7514561		7628564		17
44	7160989		7281716		7400225		7516480		7630445		16
45	7163019		7283710		7402181		7518398		7632325		15
46	7165049		7285703		7404137		7520316		7634204		14
47	7167078		7287695		7406092		7522233	31. 9	7636082		13
48	7169106		7289687		7408046		7524149		7637960		12
49	7171134		7291678		7410000		7526065		7639838		11
50	7173161		7293668		7411953	32. 5	7527980		7641715		10
51	7175187		7295658		7413905		7529894		7643591		9
52	7177213	33. 7	7297647	33. 1	7415856		7531808		7645466	31. 2	8
53	7179238		7299635		7417807		7533721		7647341		7
54	7181263		7301623		7419758		7535634		7649215		6
55	7183287		7303610		7421708		7537546	31. 8	7651088		5
56	7185310		7305597		7423657		7539457		7652961		4
57	7187333		7307583		7425605		7541367		7654833		3
58	7189355		7309568		7427553		7543277		7656704		2
59	7191377		7311553		7429501		7545187		7658575		1
60	7193398	33. 7	7313537	33 1	7431448	32 4	7547090	31. 8	7660445	31. 1	0
	44		43		42		41		40		

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis complementorum arcuum eiusdē Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	50		51		52		53		54		
0	7660445		7771460	30. 5	7880108	29. 8	7986355	29. 2	8090170	28. 5	60
1	7662314	31. 1	7773290		7881898		7988105		8091879		59
2	7664183		7775120		7883688		7989855	29. 1	8093588		58
3	7666051		7776949		7885477		7991604		8095296		57
4	7667919		7778777		7887266		7993352		8097004	28. 4	56
5	7669786		7780605		7889054		7995100		8098711		55
6	7671652		7782432	30. 4	7890841		7996847		8100417		54
7	7673517		7784258		7892927		7998593		8102122		53
8	7675382		7786084		7894413	29. 7	8000339		8103827		52
9	7677246		7787909		7896198		8002084		8105531		51
10	7679110	31. 0	7789833		7897983		8003828	29. 0	8107234		50
11	7680973		7791557		7899767		8005571		8108936		49
12	7682835		7793380		7901550		8007314		8110638	28. 3	48
13	7684697		7795202		7903332		8009056		8112339		47
14	7686558		7797024	30. 3	7905114		8010797		8114040		46
15	7688418		7798845		7906895		8012538		8115740		45
16	7690278		7800665		7908676		8014278		8117439		44
17	7692137		7802485		7910456	29. 6	8016017		8119137		43
18	7693995		7804304		7912235		8017756		8120835		42
19	7695853		7806123		7914014		8019494		8122532		41
20	7697710	30. 9	7807941		7915792		8021232	28. 9	8124229		40
21	7699566		7809758		7917569		8022969		8125925	28. 2	39
22	7701422		7811574		7919345		8024705		8127620		38
23	7703277		7813390	30. 2	7921121		8026440		8129314		37
24	7705132		7815205		7922896		8028175		8131008		36
25	7706986		7817020		7924671	29. 5	8029909		8132701		35
26	7708839		7818834		7926445		8031642		8134393		34
27	7710692		7820647		7928218		8033375		8136084		33
28	7712544	30. 8	7822569		7929990		8035107	28. 8	8137775		32
29	7714395		7824271		7931762		8036838		8139465		31
30	7716246		7826082		7933533		8038569		8141155	28. 1	30
31	7718096		7827892		7935303		8040299		8142844		29
32	7719945		7829702	30. 1	7937073		8042028		8144532		28
33	7721794		7831511		7938842		8043757		8146220		27
34	7723642		7833320		7940611		8045485		8147907		26
35	7725490		7835128		7942379	29. 4	8047212		8149593		25
36	7727337		7836935		7944146		8048938		8151278		24
37	7729183	30. 7	7838741		7945912		8050664	28. 7	8152963		23
38	7731028		7840547		7947678		8052389		8154647	28. 0	22
39	7732872		7842352		7949443		8054114		8156330		21
40	7734716		7844157		7951208		8055838		8158013		20
41	7736559		7845961	30. 0	7952972		8057561		8159695		19
42	7738402		7847764		7954735		8059283		8161376		18
43	7740244		7849566		7956497		8061005		8163057		17
44	7742085		7851368		7958259	29. 3	8062726		8164737		16
45	7743926		7853169		7960020		8064446		8166416		15
46	7745766		7854970		7961780		8066166	28. 6	8168094		14
47	7747606	30. 6	7856770		7963540		8067885		8169772	27. 9	13
48	7749445		7858569		7965299		8069603		8171449		12
49	7751283		7860368		7967057		8071321		8173126		11
50	7753121		7862166	29. 9	7968815		8073038		8174802		10
51	7754958		7863963		7970572		8044754		8176477		9
52	7756794		7865759		7972328		8076470		8178151		8
53	7758630		7867555		7974084	29. 2	8078185		8179825		7
54	7760465		7869350		7975839		8079899		8181498		6
55	7762299	30. 5	7871145		7977593		8081613	28. 5	8183170		5
56	7764132		7872939		7979347		8083326		8184841	27. 8	4
57	7765965		7874732		7981100		8085038		8186512		3
58	7767797		7876525		7982852		8086749		8188182		2
59	7769629		7878317	29. 8	7984604		8088460		8189851		1
60	7771460	30. 5	7880108		7986355	29. 2	8090170	28. 5	8191520	27. 8	0
	39		38		37		36		35		

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis complementorum arcuum eiusdē Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

	55		56		57		58		59		
0	8191520	27. 8	8290376	27. 1	8386706	26. 4	8480481	25. 7	8571673	25. 0	60
1	8193188		8292002		8388290		8482022		8573171		59
2	8194855		8293628		8389873		8483562		8574668		58
3	8196522		8295253		8391456		8485102	25. 6	8576164	24. 9	57
4	8198188		8296877		8393038		8486641		8577660		56
5	8199854	27. 7	8298501		8394619	26. 3	8488180		8579155		55
6	8201519		8300124	27. 0	8396199		8489718		8580649		54
7	8203183		8301746		8397778		8491255		8582142		53
8	8204846		8303367		8399357		8492791		8583635		52
9	8206508		8304987		8400935		8494326		8585127		51
10	8208170		8306607		8402513		8495860		8586619		50
11	8209831		8308226		8404090		8497394		8588110	24. 8	49
12	8211491		8309844		8405666		8498927	25. 5	8589600		48
13	8213151	27. 6	8311462	26. 9	8407241	26. 2	8500459		8591089		47
14	8214810		8313079		8408816		8501991		8592577		46
15	8216469		8314696		8410390		8503522		8594064		45
16	8218127		8316312		8411963		8505052		8595551		44
17	8219784		8317927		8413536		8506582		8597037		43
18	8221440		8319541		8415108		8508111		8598523		42
19	8223096		8321155		8416679		8509639		8600008	24. 7	41
20	8224751		8322768		8418250		8511167		8601492		40
21	8226405	27. 5	8324380	26. 8	8419820		8512694	25. 4	8602975		39
22	8228058		8325991		8421389	26. 1	8514220		8604457		38
23	8229711		8327602		8422957		8515745		8605939		37
24	8231363		8329212		8424525		8517270		8607420		36
25	8233015		8330822		8426092		8518794		8608901		35
26	8234666		8332431		8427658		8520317		8610381		34
27	8236316		8334039		8429223		8521839		8611860	24. 6	33
28	8237965		8335646		8430788		8523361		8613338		32
29	8239614		8337252		8432352		8524882	25. 3	8614815		31
30	8241262	27. 4	8338858		8433915	26. 0	8526402		8616292	24. 6	30
31	8242909		8340463	26. 7	8435477		8527921		8617768		29
32	8244556		8342067		8437039		8529440		8619243		28
33	8246202		8343671		8438600		8530958		8620718		27
34	8247847		8345244		8440161		8532476		8622192		26
35	8249492		8346877		8441721		8533993		8623665	24. 5	25
36	8251136		8348479		8443280		8535509	25. 2	8625137		24
37	8252779		8350080		8444838		8537024		8626608		23
38	8254421	27. 3	8351680	26. 6	8446396	25. 9	8538538		8628079		22
39	8256062		8353279		8447953		8540052		8629549		21
40	8257703		8354878		8449509		8541565		8631019		20
41	8259343		8356476		8451064		8543077		8632488		19
42	8260982		8358073		8452618		8544588		8633956		18
43	8262621		8359670		8454172		8546099		8635423	24. 4	17
44	8264259		8361266		8455725		8547609		8636889		16
45	8265897		8362862		8457278		8549119		8638355		15
46	8267534		8364457		8458830	25. 8	8550628	25. 1	8639820		14
47	8269170		8366051	26. 5	8460381		8552136		8641284		13
48	8270806	27. 2	8367644		8461932		8553643		8642748		12
49	8272441		8369236		8463482		8555149		8644211		11
50	8274075		8370828		8465031		8556655		8645673		10
51	8275708		8372419		8466579		8558160		8647134	24. 3	9
52	8277340		8374009		8468126		8559664		8648595		8
53	8278972		8375599		8469673		8561168		8650055		7
54	8280603		8377188		8471219		8562671	25. 0	8651514		6
55	8282234		8378776		8472765		8564173		8652673		5
56	8283864	27. 1	8380363	26. 4	8474310	25. 7	8565675		8654431		4
57	8285493		8381950		8475854		8567176		8655888		3
58	8287121		8383536		8477397		8568676		8657344		2
59	8288749		8385121		8478939		8570175		8658799	24. 2	1
60	8290376	27. 1	8386706	26. 4	8480481	25. 7	8571673	25. 0	8660254		0
	34		33		32		31		30		

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis complementorum arcuum eiuſdē Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

	60		61		62		63		64		
0	8660254	24. 2	8746197	23. 5	8829476		8910065	22. 0	8987940		60
1	8661708		8747607		8830841	22. 7	8911385		8989215	21. 2	59
2	8663162		8749016		8832205		8912704		8990489		58
3	8664615		8750425		8833569		8914023		8991762		57
4	8666067		8751833	23. 4	8834932		8915341		8993035		56
5	8667518		8753240		8836295		8916659	21. 9	8994307		55
6	8668968	24. 1	8754646		8837657		8917976		8995578		54
7	8670417		8756051		8839018		8919292		8996848		53
8	8671866		8757456		8840378	22. 6	8920607		8998117	21. 1	52
9	8673314		8758860		8841737		8921921		8999386		51
10	8674762		8760263		8843095		8923234		9000654		50
11	8676209		8761665		8844452		8924546		9001921		49
12	8677655		8763067	23. 3	8845809		8925858		9003187		48
13	8679100		8764468		8847165		8927169	21. 8	9004453		47
14	8680544		8765868		8848521		8928479		9005718		46
15	8681988		8767268		8849876		8929789		9006982		45
16	8683431	24. 0	8768667		8851230	22. 5	8931098		9008245	21. 0	44
17	8684874		8770065		8852583		8932406		9009508		43
18	8686316		8771462		8853936		8933714		9010770		42
19	8687757		8772859		8855288		8935021		9012031		41
20	8689197		8774255	23. 2	8856639		8936327		9013292		40
21	8690636		8775650		8857989		8937632	21. 7	9014552		39
22	8692074		8777044		8859338		8938936		9015811		38
23	8693512	23. 9	8778437		8860687		8940240		9017069		37
24	8694949		8779830		8862035		8941543		9018326	20. 9	36
25	8696386		8781222		8863383		8942845		9019582		35
26	8697822		8782613		8864730	22. 4	8944146		9020833		34
27	8699257		8784003		8866076		8945446		9022093		33
28	8700691		8785393		8867421		8946746		9023347		32
29	8702124		8786782	23. 1	8868765		8948045	21. 6	9024600		31
30	8703557		8788171		8870108		8949344		9025853		30
31	8704989	23. 8	8789559		8871451	22. 3	8950642		9027105	20. 8	29
32	8706420		8790946		8872793		8951939		9028356		28
33	8707851		8792332		8874134		8953235		9029606		27
34	8709281		8793717		8875475		8954530		9030856		26
35	8710710		8795102		8876815		8955824	21. 5	9032105		25
36	8712138		8796486		8878154		8957117		9033353		24
37	8713565		8797869	23. 0	8879492		8958410		9034600		23
38	8714992		8799251		8880830		8959702		9035847		22
39	8716418		8800633		8882167		8960994		9037093		21
40	8717844	23. 7	8802014		8883503	22. 2	8962285		9038338	20. 7	20
41	8719269		8803394		8884838		8963575		9039582		19
42	8720693		8804773		8886172		8964804		9040825		18
43	8722116		8806152		8887506		8966152		9042068		17
44	8723538		8807530		8888839		8967440	21. 4	9043310		16
45	8724960		8808907	22. 9	8890171		8968727		9044551		15
46	8726381		8810283		8891502		8970013		9045791		14
47	8727801		8811659		8892833		8971299		9047031		13
48	8729221	23. 6	8813034		8894163	22. 1	8972584		9048270	20. 6	12
49	8730640		8814408		8895492		8973868		9049508		11
50	8732058		8815782		8896821		8975151		9050746		10
51	8733475		8817155		8898149		8976433		9051983		9
52	8734891		8818527	22. 8	8899476		8977715	21. 3	9053219		8
53	8736307		8819898		8900802		8978996		9054454		7
54	8737722		8821268		8902127		8980276		9055688		6
55	8739137		8822638		8903452		8981555		9056922		5
56	8740551	23. 5	8824007		8904776		8982833		9058155	20. 5	4
57	8741964		8825375		8906099	22. 0	8984111		9059387		3
58	8743376		8826743		8907422		8985388		9060618		2
59	8744787		8828110		8908744		8986664		9061848		1
60	8746197	23. 5	8829476	22. 8	8910065	22. 0	8987940	21. 3	9063078	20. 5	0
	29		28		27		26		25		

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis complementorum arcuum eiuſdẽ Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

	65		66		67		68		69		
0	9063078	20. 5	9135455	19. 7	9205049	18. 9	9271836		9335804	17. 4	60
1	9064307		9136638		9206185		9272928	18. 1	9336846		59
2	9065535		9137820		9107321		9274017		9337887	17. 3	58
3	9066763	20. 4	9139001		9208456		9275105		9338928		57
4	9067990		9140181		9209590		9276192		9339968		56
5	9069216		9141361	19. 6	9210723		9277278		9341007		55
6	9070441		9142540		9211855		9278363		9342045		54
7	9071665		9143718		9212986	18. 8	9279448		9343082		53
8	9072889		9144895		9214117		9280532		9344119		52
9	9074112		9146072		9215247		9281615	18. 0	9345155		51
10	9075334	20. 3	9147248		9216376		9282697		9346190	17. 2	50
11	9076555		9148423		9217504		9283778		9347224		49
12	9077775		9149597	19. 5	9218631		9284859		6348257		48
13	9078995		9150770		9219758		9285939		9349289		47
14	9080214		9151943		9220884		9287018		9350321		46
15	9081432		9153115		9222010		9288096		9351352		45
16	9082649		9154286		9223135	18. 7	9289173	17. 9	9352382		44
17	9083866		9155457		9224259		9290250		9353411	17. 1	43
18	9085082	20. 2	9156627		9225382		9291326		9354440		42
19	9086297		9157796		9226504		9292401		9355468		41
20	9087512		9158964	19. 4	9227625		9293476		9356495		40
21	9088726		9160131		9228746		9294550		9357521		39
22	9089939		9161297		9229866	18. 6	9295623		9358546		38
23	9091151		9162463		9230985		9296695	17. 8	9359571		37
24	9092362		9163628		9232103		9297766		9360595	17. 0	36
25	9093572	20. 1	9164792		9233220		9298836		9361618		35
26	9094781		9165955		9234337		9299905		9362640		34
27	9095990		9167117		9235453		9300974		9363662		33
28	9097198		9168279	19. 3	9236568		9302042		9364683		32
29	9098406		9169440		9237682	18. 5	9303109		9365703		31
30	9099613		9170601		9238795		9304176		9366722		30
31	9100819		9171761		9239908		9305242	17. 7	9367740		29
32	9102024		9172920		9241020		9306307		9368758	16. 9	28
33	9103228		9174078		9242131		9307371		9369775		27
34	9104432	20. 0	9175235		9243242		9308434		9370791		26
35	9105635		9176391		9244352		9309497		9371806		25
36	9106837		9177547	19. 2	9245461		9310559		9372820		24
37	9108038		9178702		9246569	18. 4	9311620		9373834		23
38	9109238		9179856		9247670		9312680	17. 6	9374847		22
39	9110438		9181009		9248782		9313739		9375859	16 8	21
40	9111637		9182161		9249888		9314798		9376870		20
41	9112835	19. 9	9183313		9250993		9315856		9377880		19
42	9114032		9184464		9252097		9316913		9378889		18
43	9115229		9185614	19. 1	9253200		9317969		9379898		17
44	9116425		9186763		9254303		9319024		9380906		16
45	9117620		9187912		9255405	18. 3	9320079		9381913		15
46	9118814		9189060		9256506		9321133	17. 5	9382919		14
47	9120007		9190207		9257606		9322186		9383925		13
48	9121200		9191353		9258706		9323238		9384930	16. 7	12
49	9122392		9192499		9259805		9324290		9385934		11
50	9123584	19. 8	9193644		9260903		9325341		9386937		10
51	9124775		9194788	19. 0	9262000		9326391		9387939		9
52	9125965		9195931		9263096		9327440		9388941		8
53	9127154		9197073		9264192	18. 2	9328488	17. 4	9389942		7
54	9128342		9198215		9265287		9329535		9390942	16. 6	6
55	9129526		9199356		9266381		9330582		9391941		5
56	9130716		9200496		9267474		9331628		9392940		4
57	9131902	19. 7	9201635		9268566		9332673		9393938		3
58	9133087		9202774		9269658		9333717		9394935		2
59	9134271		9203912	18. 9	9270749		9334761		9395931		1
60	9135455	19. 7	9205049		9271839	18. 2	9335804	17. 4	9396926	16. 6	0
	24		23		22		21		20		

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis complementorum arcuum eiuſdē Quadrantis.

T A B V L A

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	70		71		72		73		74		
0	9396926	16. 6	9455186	15. 8	9510565	15. 0	9563048	14. 2	9612617		60
1	9397921		9456133		9511464		9563898		9613418	13. 3	59
2	9398915		9457079		9512362		9564747	14. 1	9614219		58
3	9399908	16. 5	9458024	15. 7	9513259	14. 9	9565596		9615019		57
4	9400900		9458968		9514155		9566444		9615818		56
5	9401891		9459911		9515050		9567291		9616616		55
6	9402882		9460854		9515944		9568137		9617413		54
7	9403872		9461796		9516838		9568982		9618209		53
8	9404861		9462737		9517731		9569826		9619005	13. 2	52
9	9405849	16. 4	9463677		9518623		9570670		9619800		51
10	9406836		9464616	15. 6	9519514	14. 8	9571513	14. 0	9620594		50
11	9407822		9465555		9520404		9572355		9621387		49
12	9408808		9466493		9521294		9573196		9622179		48
13	9409793		9467430		9522183		9574036		9622971		47
14	9410777		9468366		9523071		9574875		9623762		46
15	9411760		9469301	—.—	9523958		9575714		9624552	13. 1	45
16	9412742		9470236		9524844		9576552	13. 9	9625341		44
17	9413724	16. 3	9471170		9525730		9577389		9626129		43
18	9414705		9472103	15. 5	9526615	14 7	9578225		9626917		42
19	9415685		9473035		9527499		9579061		9627704		41
20	9416665		9473967		9528382		9579896		9628490		40
21	9417644		9474898		9529264		9580730		9629275		39
22	9418622		9475828		9530146		9581563		9630059		38
23	9419599		9476757		9531027		9582395	13. 8	9630843	13. 0	37
24	9420575	16. 2	9477685		9531907	14. 6	9583226		9631626		36
25	9421550		9478612	15. 4	9532786		9584057		9632408		35
26	9422525		9479539		9533664		9584887		9633189		34
27	9423499		9480465		9534541		9585716		9633969		33
28	9424472		9481390		9535418		9586544		9634748		32
29	9425444		9482314		9536294		9587371		9635527		31
30	9426415		9483237		9537169		9588197		9636305		30
31	9427386		9484160		9538043		9589023	13. 7	9637082	12. 9	29
32	9428356		9485082		9538917	14. 5	9589848		9637858		28
33	9429325	16. 1	9486003		9539790		9590672		9638633		27
34	9430293		9486923	15. 3	9540662		9591495		9639408		26
35	9431260		9487842		9541533		9592318		9640182		25
36	9432227		9488761		9542403		9593140		9640955		24
37	9433193		9489679		9543272		9593961		9641727	12. 8	23
38	9434158		9490596		9544141		9594781	13. 6	9642498		22
39	9435122		9491512	15. 2	9545009		9595600		9643268		21
40	9436085	16. 0	9492427		9545876	14. 4	9596419		9644038		20
41	9437048		9493341		9546742		9597237		9644807		19
42	9438010		9494255		9547607		9598054		9645575		18
43	9438971		9495168		9548472		9598870		9646342		17
44	9439931		9496080		9549336		9599685		9647108	12. 7	16
45	9440890		9496991		9550199		9600499		9647873		15
46	9441849		9497902		9551061	14. 3	9601313	13. 5	9648638		14
47	9442807	15. 9	9498812		9551922		9602126		9649402		13
48	9443764		9499721	15. 1	9552783		9602938		9650165		12
49	9444720		9500629		9553643		9603749		9650927		11
50	9445676		9501536		9554502		9604559		9651689		10
51	9446631		9502443		9555360		9605368		9652450		9
52	9447585		9503349		9556217		9606177		9653210	12. 6	8
53	9448538		9504254		9557074		9606985		9653969		7
54	9449490	15. 8	9505158		9557930		9608792	13. 4	9654727		6
55	9450441		9506061	15. 0	9558785	14. 2	9608598		9655484		5
56	9451392		9506963		9559639		9609403		9656240		4
57	9452342		9507865		9560492		9610208		9656996		3
58	9453291		9508766		9561345		9611012		9657751		2
59	9454239		9509666		9562197		9611815		9658505	12. 6	1
60	9455186	15. 8	9510565	15. 0	9563048	14. 2	9612617	13. 4	9659258		0
	19		18		17		16		15		

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis complementorum arcuum eiusde Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	75		76		77		78		79		
0	9659258	12. 5	9702957	11. 7	9743700	10. 9	9781476	10. 1	9816272		60
1	9660011		9703660		9744355		9782080		9816827	9.2	59
2	9660163		9704363		9745008		9782684	10. 0	9817381		58
3	9661514		9705065		9745660		9783287		9817934		57
4	9662264		9705766		9746312	10. 8	9783889		9818486		56
5	9663013		9706466	11. 6	9746963		9784490		9819037		55
6	9663761	12. 4	9707165		9747613		9785090		9819587		54
7	9664508		9707863		9748262		9785689		9820137		53
8	9665255		9708561		9748910		9786288		9820686	9.1	52
9	9666001		9709258		9749557		9786886	9.9	9821234		51
10	9666746		9709954		9750203		9787483		9821781		50
11	9667490		9710649		9750849	10. 7	9788079		9822327		49
12	9668233		9711343	11. 5	9751494		9788674		9822872		48
13	9668976		9712036		9752138		9789268		9823417		47
14	9669718	12. 3	9712729		9752781		9789862		9823961	9.0	46
15	9670459		9713421		9753423		9790455		9824504		45
16	9671199		9714112		9754065		9791047	9.8	9825046		44
17	9671938		9714802		9754706		9791638		9825587		43
18	9672677		9715491		9755346	10. 6	9792228		9826128		42
19	9673415		9716180		9755985		9792818		9826668		41
20	9674152		9716868	11. 4	9756623		9793407		9827207		40
21	9674888	12. 2	9717555		9757260		9793995		9827745	8.9	39
22	9675623		9718241		9757897		9794582		9828282		38
23	9676357		9718926		9758533		9795168		9828818		37
24	9677091		9719610		9759168		9795753	9.7	9829354		36
25	9677824		9720294		9759802	10. 5	9796337		9829889		35
26	9678556		9720977		9760435		9796921		9830423		34
27	9679287		9721659	11. 3	9761067		9797504		9830956		33
28	9680017		9722340		9761699		9798086		9831488	8.8	32
29	9680747	12. 1	9723020		9762330		9798667		9832019		31
30	9681476		9723699		9762960		9799247		9832549		30
31	9682804		9724378		9763589		9799827		9833079		29
32	9682931		9725056		9794217		9800406	9.6	9833608		28
33	9683657		9725733		9764845	10. 4	9800984		9834136		27
34	9684383		9726409		9765472		9801561		9834663		26
35	9685108		9727085	11. 2	9766098		9802137		9835189	8. 7	25
36	9685832	12. 0	9727760		9766723		9802712		9835714		24
37	9686555		9728434		9767347		9803287		9836239		23
38	9687277		9729107		9767970		9803861		9836763		22
39	9687998		9729779		9768593		9804434	9.5	9837286		21
40	9688719		9730450		9769215	10. 3	9805006		9837808		20
41	9689439		9731120	11. 1	9769836		9805577		9838329		19
42	9690158		9731789		9770456		9806147		9838850		18
43	9690876	11. 9	9732458		9771075		9806716		9839370	8.6	17
44	9691593		9733126		9771693		9807285		9839889		16
45	9692309		9733793		9772311		9807853	9.4	9840407		15
46	9693025		9734459		9772928		9808420		9840924		14
47	9693740		9735124		9773544	10. 2	9808986		9841440		13
48	9694454		9735789		9774159		9809551		9841956		12
49	9695167		9746453	11. 0	9774773		9810116		9842471		11
50	9695879	11. 8	9737116		9775387		9810680		9842985	8.5	10
51	9696590		9737778		9776000		9811243		9843498		9
52	9697301		9738439		9776612		9811805		9844010		8
53	9698011		9739099		9777223		9812366	9.3	9844521		7
54	9698720		9739759		9777833	10. 1	9812926		9845032		6
55	9699428		9740418		9778442		9813486		9845542		5
56	9700135		9741076	10. 9	9779050		9814045		9846051		4
57	9700842		9741733		9779658		9814603		9846559	8.4	3
58	9701548	11. 7	9742389		9780265		9815160		9847066		2
59	9702253	11. 7	9743045		9780871		9815716		9847572		1
60	9702957		9743700	10. 9	9781476	10. 1	9816272	9.3	9848078	8.4	0
	14		13		12		11		10		

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorũ arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	80		81		82		83		84		
0	9848078	8.4	9876883	7.6	9902681	6.7	9925461	5.9	9945219	5.1	60
1	9848583		9877338		9903085		9925816		9945523		59
2	9849087		9877792	7.5	9903489		9926169		9945826	5.0	58
3	9849590		9878245		9903892		9926521		9946128		57
4	9850092	8.3	9878697		9904294		9926873	5.8	9946429		56
5	9850593		9879148		9904695		9927224		9946729		55
6	9851093		9879598		9905095	6.6	9927574		9947028		54
7	9851593		9880048		9905494		9927923		9947327		53
8	9852092		9880497		9905893		9928271		9947625		52
9	9852590		9880945	7.4	9006291		9928618		9947922	4.9	51
10	9853087		9881392		9906688		9928965		9948218		50
11	9853583		9881838		9907084		9929311		9948513		49
12	9854079	8.2	9882283		9007479		9929656	5.7	9948807		48
13	9854574		9882728		9907873	6.5	9930000		9949100		47
14	9855068		9883172		9908266		9930343		9949393		46
15	9855561		9883615		9908659		9930685		9949685		45
16	9856053		9884057	7.3	9909051		9931026		9949976	4.8	44
17	9856544		9884498		9909442		9931367		9950266		43
18	9857035		9884938		9909832		9931707	5.6	9950555		42
19	9857525	8.1	9885378		9901221		9932046		9950844		41
20	9858014		9885817		9910610		9932384		9951132		40
21	9858502		9886255		9910998	6.4	9932721		9951419		39
22	9858989		9886692		9911385		9933057		9951705	4.7	38
23	9859475		9887128		9911771		9933393		9951990		37
24	9859961		9887564	7.2	9912156		9933728		9952274		36
25	9860446		9887999		9911540		9934062	5.5	9952557		35
26	9860930	8.0	9888433		9912923		9934395		9952840		34
27	9861413		9888866		9913306		9934727		9953122		33
28	9861895		9889298		9913688		9935058		9953403		32
29	9862376		9889729		9914069	6.3	9935389		9953683	4.6	31
30	9862856		9890159	7.1	9914449		9935719		9953962		30
31	9863336		9890588		9914828		9936048		9954240		29
32	9863815		9891017		9915206		9936376	5.4	9954518		28
33	9864293	7.9	9891445		9915584		9936703		9954795		27
34	9864770		9891872		9915961		9937029		9655071		26
35	9865246		9892298		9916337	6.2	9937355		9955346		25
36	9865722		9892723		9916712		9937680		9955620		24
37	9866197		9893147		9917086		9938004		9955893	4.5	23
38	9866671		9893571	7.0	9917459		9938327		9956165		22
39	9867144		9893994		9917832		9938649	5.3	9956437		21
40	9867616	7.8	9894416		9918204		9938970		9956708		20
41	9868087		9894837		9918575		9939290		9956978		19
42	9868557		9895257		9918945	6.1	9939609		9957247		18
43	9869027		9895677		9919314		9989928		9957515	4.4	17
44	9869496		9896096		9919682		9940246		9957782		16
45	9869964		9896514		9920049		9940563		9958049		15
46	9870431		9896931	6.9	9920416		9940879	5.2	9958315		14
47	9870897	7.7	9897347		9920782		9941194		9958580		13
48	9871362		9897762		9921147		9941509		9958844		12
49	9871827		9898177		9921511		9941823		9959307		11
50	9872291		9898591		9921874	6.0	9942136		9959370		10
51	9872754		9899004		9922236		9942448		9959632	4.3	9
52	9873216		9899416	6.8	9922598		9942759		9959893		8
53	9873677		9899827		9922959		9943069		9960153		7
54	9874137		9900237		9923319		9943379	5.1	9960412		6
55	9874597		9900646		9923678		9943688		9960670		5
56	9875056	7.6	9901055		9924036	5.9	9943996		9960927		4
57	9875514		9901463		9924393		9944303		9961183	4.2	3
58	9875971		9901870		9924750		9944609		9961438		2
59	9876427		9902276	6.7	9925106		9944914		9961693		1
60	9876883	7.6	9902681		9925461	5.9	9945219	5.1	9961947	4.2	0
	9		8		7		6		5		

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubns rectis complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrātis pro ſinubus rectis complementorū arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	85		86		87		88		89		
0	9961947	4,2	9975640	3.4	9986295	2.5	9993908	1.7	9998477	0.8	60
1	9962200		9975843		9986447		9994009		9998527		59
2	9962452		9976045	3.3	9986598		9994109	1.6	9998576		58
3	9962703		9976246		9986748		9994208		9998625		57
4	9962954		9976446		9986897		9994307		9998673		56
5	9963204		9976645		9987045		9994405		9998720		55
6	9963453	4.1	9976843		9987193		9994502		9998766		54
7	9963701		9977040		9987340	2.4	9994598		9998811	0.7	53
8	9963948		9977237		9987486		9994693		9998855		52
9	9964194		9977433		9987631		9994787		9998899		51
10	9964440		9977628	3.2	9987775		9994881	1.5	9998942		50
11	9964685		9977822		9987918		9994974		9998984		49
12	9964929	4.0	9978015		9988061		9995066		9999025		48
13	9965172		9978207		9988203	2.3	9995157		9999065	0.6	47
14	9965414		9978398		9988344		9995247		9999104		46
15	9965655		9978589		9988484		9995336		9999143		45
16	9965895		9978779		9988623		9995424		9999181		44
17	9966135		9978968	3.1	9988761		9995512	1.4	9999218		43
18	9966374		9979156		9988899		9995599		9999254		42
19	9966612	3.9	9979343		9989036		9995685		9999289		41
20	9966849		9979530		9989172	2.2	9995770		9999323	0.5	40
21	9967085		9979716		9989307		9995854		9999356		39
22	9967320		9979901		9989441		9995937		9999389		38
23	9967555		9980085		9989574		9996019		9999421		37
24	9967789		9980268	3.0	9989706		9996101	1.3	9999452		36
25	9968022		9980450		9989837		9996182		9999482		35
26	9968254	3.8	9980631		9989968		9996262		9999511		34
27	9968485		9980811		9990098	2.1	9996341		9999539		33
28	9968715		9980991		9990227		9996419		9999566	0.4	32
29	9968944		9981170		9990355		9996496		9999593		31
30	9969173	3.8	9981348	3.0	9990482	2.1	9996573	1.3	9999619	0.4	30
31	9969401		9981525		9990608		9996649		9999644		29
32	9969628		9981701	2.9	9990734		9996724	1.2	9999668		28
33	9969854		9981877		9990859		9996798		9999691		27
34	9970079	3.7	9982052		9990983		9996871		9999713		26
35	9970304		9982226		9991106	1.0	9996943		9999735	0.3	25
36	9970528		9982399		9991228		9997014		9999756		24
37	9970751		9982571		9991349		9997085		9999776		23
38	9970973		9982742	2.8	9991470		9997155	1.1	9999795		22
39	9971194		9982912		9991590		9997224		9999813		21
40	9971414		9983082		9991709		9997292		9999830		20
41	9971633	3.6	9983251		9991827		9997359		9999846		19
42	9971851		9983419		9991944	1.9	9997425		9999862	0.2	18
43	9972069		9983586		9992060		9997491		9999877		17
44	9972286		9983752		9992175		9997556		9999891		16
45	9972502		9983917	2.7	9992290		9997620		9999904		15
46	9972717		9984081		9992404		9997683	1.0	9999916		14
47	9972931		9984245		9992517		9997745		9999927		13
48	9973145		9984408		9992629		9997806		9999938		12
49	9973358	3.5	9984570		9992740	1.8	9997867		9999948	0.1	11
50	9973570		9984731		9992850		9997927		9999957		10
51	9973781		9984891		9992960		9997986		9999965		9
52	9973991		9985050	2.6	9993069		9998044	0.9	9999972		8
53	9974200		9985209		9993177		9998101		9999978		7
54	9974408		9985367		9993284		9998157		9999984		6
55	9974615	3.4	9985524		9993390	1.7	9998212		9999989		5
56	9974822		9985680		9993495		9998267		9999993	0.0	4
57	9975028		9985835		9993599		9998321		9999996		3
58	9975233		9985989		9993703		9998374		9999998		2
59	9975437		9986143	2.5	9993806		9998426		9999999		1
60	9975640	3 4	9986295		9993908	1 7	9998477	0.8	10000000	0.0	0
	4		3		2		1		0		

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis complementorum arcuum eiuſdē Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

EXPLICATIO, ATQVE VSVS TABVLÆ præcedentis Sinuum rectorum.

Expositio partium tabulæ Sinuum.

Complementum cuiusuis arcus quo pacto ex hac tabula eliciatur.

IN vertice præcedentis tabulæ ordine descripti sunt 90. gradus Quadrantis, & ad sinistram deorsum versus, 60. Minuta. In infimo deinde latere iidem 90. gradus Quadrantis repositi sunt ordine retrogrado, & ad dexteram sursum versus, 60. Minuta. Quod ideo factum est à nobis, vt illico cuiuslibet arcus complementum cognoscatur. Nam quilibet gradus in vertice tabulæ positus cum quouis Minuto ad sinistram collocato, habet pro complemento gradum in infimo latere gradui accepto in vertice respondentem cum Minuto, quod ad dextram Minuto ad sinistram accepto respondet. Vt quoniam gradui 46. in vertice, & Minuto 0. ad sinistram posito, respondet in infimo latere gradus 43. & Minutum 60. ad dexteram collocatum, erit arcus grad. 43. Min. 60. hoc est, arcus, grad. 44. Min. 0. complementum arcus grad. 46. Min. 0. Sic quoque arcus grad. 43. Min. 13. complementum habebit arcum grad. 46. Min. 47 Eadem ratione quilibet gradus in infimo latere positus cum quouis Minuto ad dexteram collocato, habet pro complemento gradū in vertice gradui accepto in infimo latere respondentem cum Minuto, quod ad sinistram Minuto ad dextram accepto respondet. Postremo sub gradibus in vertice tabulæ descriptis positi sunt sinus recti omniū arcuum per singula Quadrantis Minuta progredientium, quatenus sinus totus est 10000000. Quod si ex singulis sinubus binæ priores figuræ ad dexteram abiiciantur, (addita tamen vnitate, si duæ figuræ abiectæ numerum 50. excedunt) reliqui erunt sinus eorundem arcuum, quatenus sinus totus est 100000. vt supra diximus. Vnde quicquid in vsu huius tabulæ præcipiemus de sinubus respectu sinus totius 10000000. intelligendum quoque erit de sinubus respectu sinus totius 100000. abiectis nimirum duabus primis figuris ad dexteram, vt diximus.

Vsus tabulæ sinuum duplex.

Sinus recti cuiusuis arcus quadrāte minoris quo pacto in tabula reperiatur.

HVIVS tabulæ vsus duplex est. Nam in ea vel cuiuslibet arcus inquiritur sinus, vel cuiusuis sinus cogniti arcus inuestigatur. Quando ergo dati arcus Quadrāte minoris sinum rectum quæris, sume gradus illius in vertice tabulæ, Minuta vero ad sinistram. In communi enim angulo, procedendo nimirum à Minutis dextram versus, donec ad locum sub gradibus acceptis peruenias, illico sinum rectum inuenies. Ita sinum rectum arcus grad. 25. sub grad. 25. è regione Minuti 0. ad sinistram collocati reperies 4226183. Sinum vero rectum arcus grad. 25. Min. 19. inuenies 4276209. Sinum deniq; rectum arcus grad. 25. Min. 50. offendes 4357549. Si vero Sinum rectum arcus Quadrante maioris, sed semicirculo minoris desideras, detrahe arcum datum ex semicirculo, & residui arcus sinum rectum cape, vt prius. Hic enim sinus erit etiam sinus rectus arcus quadrante maioris: propterea quod duo arcus semicirculum conficientes eundem sinum rectum habent, vt in definitionum expositione diximus. Vt si datus sit arcus grad. 138. Min. 47. detrahe eum ex semicirculo, hoc est, ex grad. 180. Sinus namq; rectus 6589082. residui arcus grad. 41. Min. 13. est quoque sinus rectus arcus grad. 138. Min 47. cum illo arcu grad. 41. Min. 13. semicirculum conficientis.

Sinus recti cuiusuis arcus quadrāte maioris, qua ratione inueniatur.

Sinus recti cuiusuis arcus habentis Secunda, præter Minuta quomodo eliciatur per partē pporcionalem.

Secunda communiter in tractatione sinuū negliguntur ab Astronomis.

QVOD si arcus datus præter gradus, ac minuta habeat etiam Secunda, inquirenda erit pars proportionalis, hoc modo. Accipe differentiam inter sinū rectum arcus proxime minoris, & sinum rectū arcus proxime maioris, & dic. Si 60. secunda (quibus singuli arcus proximi in hac tabula inter se differunt) requirunt totam eam differentiam addendam sinui arcus proxime minoris, vt componatur sinus arcus proxime maioris, quantam differentiam requirunt proposita secunda addendam eidem sinui arcus proxime minoris, vt fiat sinus propositi arcus? Nam differentia inuenta erit pars proportionalis, quæ si addatur sinui arcus proxime minoris, efficietur sinus rectus arcus propositi. Vt si propositus sit arcus grad. 20. Min. 43. Sec. 20. Accipe differentiam 2721. inter sinum 3537469. arcus grad. 20. Min. 43. proxime minoris, & sinum 3540190. arcus grad. 20. Min. 44. proxime maioris, & dic. Si 60. secunda requirunt differentiam 2721. addendam sinui 3537469. arcus grad 20. Min. 43. vt efficiatur sinus 3540190. arcus grad. 20. Min. 44. quantam differentiam postulant 20. secunda addendam eidem sinui 3537469. arcus grad. 20. Min. 43. vt fiat sinus arcus grad. 20. Min. 43. sec. 20? Inuenies enim differentiam, siue partem proportionalem 907. quæ addita sinui 3537469. efficiet 3538376. sinum arcus grad. 20. Min. 43. sec. 20. Communiter tamen ab Astronomis negliguntur in hoc negotio Secunda, si pauciora sunt, quàm 30. Si vero plura, addunt pro illis vnum Minutum alijs Minutis. Nullus enim error, qui alicuius momenti sit, inde oritur. Itaque pro dato arcu grad. 20. Min. 43. Sec. 20. accipiunt sinum arcus grad. 20. Min. 43. neglectis illis 20. sec. Pro arcu vero grad. 20. Min. 43. sec. 48. sumunt sinum arcus grad. 20. Min. 44. computatis illis 48. sec. pro vno Minuto.

Semicirculi & arcus semicirculo maioris, nō est sinus rectus inquirēdus: immo nullus est eorum sinus rectus.

SEMICIRCVLI porro, atq; arcus semicirculo maioris, non est quod sinus rectus inuestigetur, cum nunquam in supputationibus Astronomicis huiusmodi arcuum sinus adhibeantur, quod ijs perspicuum est, qui in triangulis rectilineis, ac sphæricis, in quibus tota Sinuum scientia versatur, sunt exercitati. Immo semicirculus nullum habet sinum, vt ex vtraque defin. sinus recti patet. quod etiam de arcu maiore dici potest, nisi quis in prima figura definitionū rectam FK. sinum rectum velit appellare arcus DBF, secundum posteriorem defin. sinus recti; & rectam FH, sinum rectum arcus ACF, quod non videtur proprie dici, cum huiusmodi lineis prior definitio sinus recti nullo modo conuenire possit, vt ex eadem figura perspicuum est.

Sinus complementi arcus quadrāte minoris quomodo in tabula reperiatur.

QVANDO autem dati arcus Quadrante minoris sinum complementi quæris, cape gradus illius in inferiori parte tabulæ, Minuta vero ad dexteram. In communi enim angulo continuo sinum complementi reperies, hoc est, sinum rectum illius arcus, qui dati arcus complemētum est. Nam sinus ille rectus debetur arcui, cuius gradus in vertice tabulæ, & minuta in sinistro latere collocantur, qui quidem dati arcus complementum est, vt supra diximus. Ita sinum complementi arcus grad. 30. supra grad. 30. infimi lateris tabulæ è regione Minuti 0. ad dexteram collocati inuenies 8660254. qui quidem sinus rectus est arcus grad. 59. Min. 60. hoc est, arcus grad. 60. qui complementum est arcus grad. 30 Item sinum complementi arcus grad. 30. Min. 49. reperies 8588110. qui quidem sinus rectus est arcus grad. 59. Min. 11. qui complementum est arcus grad. 30. Min. 49. Si vero offeratur arcus Quadrante maior, sed semicirculo minor, ita sinum complementi ipsius reperies. Detrahe ex eo quadrantem, & residui arcus sinum rectum cape. Cum enim reliquus hic arcus sit complementum dati arcus, vt in definitionibus dictum est, erit eius sinus rectus, sinus complementi dati arcus. Vt si oblatus sit arcus grad. 127. Min. 30. Detrahe ex eo quadrantem, hoc est, 90. gradus. Sinus namque rectus 6087614. reliqui arcus grad. 37. Min. 30. est sinus complementi dati arcus grad. 127. Min. 30, cum ille arcus sit huius complementum.

Sinus complementi cuiusuis arcus quadrāte maioris, qua arte deprehendatur.

* QVOD si datus arcus præter gradus, ac Minuta habeat etiam Secunda; si quidem Quadrante minor sit, inuestigabis eius sinum complementi per regulam proportionum, quemadmodum supra de sinu recto diximus, nisi quod hic differentia inuenta, siue pars proportionalis subtrahenda est, à sinu arcus proxime minoris. Si vero arcus datus sit Quadrante maior, sed semicirculo minor: detracto Quadrante, inquires residui arcus sinum rectum per eandem regulam proportionum, eo modo, quem supra de sinu recto tradidimus. Quamuis Secunda negligi possint, vt supra docuimus, in hoc sinuum negotio. Exemplū. Sit datus

arcus

* *Sinus complementi cuiusuis arcus habentis Secunda, præter Minuta, quomodo eliciatur per partem proportionalem.*

arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40. Accipe differentiam 2721. inter sinum 3540190. arcus grad. 69. Min. 16. proxime minoris in parte tabulæ inferiori descripti, & sinum 3537469. arcus grad. 69. Min. 16. proxime minoris in parte tabulæ interiori descripti, & sinum 3537469. arcus grad. 69. min. 17. proxime maioris in eadem parte inferiori tabulæ positi; & dic. Si 60. Secunda requirunt differentiam 2721. subtrahendam à sinu 3540190. arcus grad. 69. Min. 16. in inferiori parte tabulæ positi, vt relinquatur sinus 3537469. arcus grad. 69. Min. 17. in eadem parte inferiori tabulæ descripti: quantã differentiam postulant 40. Secunda subtrahendam ab eodẽ sinu 3540190. arcus grad. 69. Min. 16. positi in parte inferiori tabulæ vt relinquatur sinus arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40. in eadem parte inferiori tabulæ contenti? Inuenies enim differentiam, siue partem proportionalem 1814. quæ subtracta ex sinu 3540190. relinquet sinum 3538376. arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40. in inferiori parte tabulæ collocati: qui quidem est sinus rectus arcus grad. 20. Min. 40. Sec. 20. hoc est, complementi arcus dati grad. 69. Min. 16. Sec. 40. Sit rursum datus arcus grad. 110. Min. 43. Sec. 20. Detrahe Quadrantem, id est, grad. 90. & residui arcus grad. 20. Min. 43. Sec. 20. quære sinum rectum, vt supra tradidimus. Inuenies enim per partem proportionalem, sinum 3538376. qui est sinus complementi arcus propositi.

Alia ratio inuestigandi sinum complemẽti arcus quadrãte minoris.

HOC etiam modo sinum complementi arcus propositi quadrante minoris reperies. Subtrahe propositum arcum ex quadrante, vt habeas eius complementum. Sinus enim rectus eius complementi inuentus, vt de sinu recto diximus, est is, qui quæritur. Vt si quæratur sinus complementi arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40. detrahe hunc arcum ex grad. 90. & residui arcus grad 20. Min. 43. sec. 20. (qui complementum est dati arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40.) sinum rectum, quære, quem inuenies esse 3538376. atque hic est sinus complementi dati arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40.

Sinus complementi semicirculi, aut arcus maioris, quærendus non est.

HIC quoq; semicirculi, atq; arcus semicirculo maioris sinus complementi quærendus nõ est, ob rationem supra dictam.

Sinus versus cuiuscuis arcus siue quadrante minoris, siue maioris, quo pacto colligatur.

QVANDO denique propositi arcus sinum versum desideras; si quidem Quadrante minor est, detrahe eius sinum complementi ex sinu toto: si vero Quadrante est maior, sed semicirculo minor, adde eius sinum complementi sinui toti. Numerus enim reliquus, vel compositus, erit sinus versus dati arcus: propterea quod sinus complementi cuiusuis arcus æqualis est complemento sinus versi eiusdem arcus, vt supra in definitionibus ostendimus. Ex quo fit, vt sinus complementi arcus cuiusuis ablatus ex sinu toto, vel ad eum adiectus relinquat, vel componat eiusdem arcus sinum versum: Id quod perspicuum est ex prima figura, quam in expositione definitionum posuimus. Exemplum. Sit quærendus sinus versus arcus grad. 20. Min. 57. Huius sinus complementi est 9338928. qui detractus ex sinu toto 10000000. relinquet sinum versum 661072. dati arcus grad. 20. Min. 57. Rursus sit inuestigandus sinus versus arcus grad. 138. Min. 31. Huius sinus complementi est 7491484. qui additus sinui toti 10000000. efficiet sinum versum 17491484. arcus propositi grad. 138. Min. 31. Postremo sit inueniendus sinus versus arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40. Huius complementi sinus est 3538376. inuentus per partem proportionalem; qui subtractus ex sinu toto 10000000. relinquet sinum versum 6461624. dati arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40. Sic quoque sinus versus arcus grad. 159. Min. 16. Sec. 40. reperietur 19353068. per partem proportionalem.

Sinus tam rectus, quã versus Quadrantis est sinus totus, sinus vero complemẽti nihil est.

CÆTERVM Quadrantis tam sinus rectus, quàm versus est sinus totus; sinus vero complementi nihil est, vt manifestum est ex prima figura in definitionibus posita.

Arcus quadrãte minor quo pacto ex sinu recto cognito eliciatur.

IAM vero ex cognito sinu recto ita arcum inuenies. Quære sinum rectum propositum inter sinus tabulæ; vel si eum non inueneris, sume proxime maiorem, vel minorem, qui nimirum paucioribus vnitatibus à proposito sinu distat. Nam in vertice tabulæ reperies gradus, & ad sinistram è regione sinus accepti, Minuta illius arcus, qui proposito sinui respondet. Vt si cognitus sit sinus 7510767. Inuenio sinum 7510722. proxime minorem, qui paucioribus vnitatibus a sinu cognito distat, quàm sinus 7512642. proxime maior: Cui sinui proxime minori respondent in vertice tabulæ grad. 48. & ad sinistram Minuta 41. Arcum ergo grad. 48. & Min. 41. dico deberi sinui proposito. Nam vnitates illæ, quibus sinus propositus à sinu dicti arcus differt, non inducunt errorem notabilem. Si tamen arcum cupis præcisiorem, inuestiganda erit pars proportionalis, hac arte. Cape differentiam inter sinum proxime minorem, & sinum proxime maiorem: Item differentiam inter sinum propositum, & illum in tabula repertum, à quo minus differt; & dic. Si differentia inter duos sinus in tabula repertos dat 60. Secunda addenda arcui sinus proxime minoris, vel auferenda ab arcu sinus proxime maioris, (prout videlicet sumpta fuerit differentia inter sinum propositum, & sinum proxime minorem, vel proxime maiorem) vt habeatur arcus sinus proxime maioris, vel proxime minoris; quot Secunda postulat differentia inter sinum propositum & sinum proxime minorem, vel proxime maiorem, addenda arcui sinus proxime minoris, vel auferenda ab arcu sinus proxime maioris, vt habeatur arcus propositi sinus? Nam hæc secunda inuẽta arcui addita sinus proxime minoris, vel ablata ab arcu sinus proxime maioris, dabunt arcũ sinus propositi. Vt in dato exemplo, si dicas. Differentia 1920. inter sinum 7510772. proxime minorem, & sinum 17512642. proxime maiorem, dat 60. Secunda addenda arcui grad. 48. Min. 41. qui sinui proxime minori respondet, (quoniam propositus sinus minus differt à sinu proxime minori quàm à sinu proxime maiori) vt habeatur arcus grad. 48. Min. 41. Sec. 60. hoc est, grad. 48. Min. 42. respondens sinui proxime maiori. Quot ergo Secunda postulat differentia 45. inter sinum propositum, & sinum proxime minorem, addenda eidem arcui sinus proxime minoris, vt fiat arcus dati sinus? Inuenies enim Secundum 1. & paulo amplius addendum arcus grad. 48. Min. 41. ita vt sinui proposito 7510767. respondeat arcus grad. 48. Min. 41. Sec. 1. & paulo amplius.

Arcus quadrãte minor magis præcisus, quo pacto per partẽ proportionalem ex dato sinu eliciatur.

Rursus sit datus sinus 455630. quem in tabula quæsitum non inuenio. Accipio ergo proxime maiorem 456536. (Ab hoc enim minus distat, quàm à proxime minori 453630.) cui respondet arcus grad. 2. Min. 37. Quod si magis præcisum arcum desiderem, inquiram partem proportionalem, hoc modo. Differentia 2906. inter sinum 456536. proxime maiorem, & sinũ 453630. proxime minorem, dat 60. Secunda auferenda ab arcu grad. 2. Min. 37. qui sinui proxime maiori respondet, vt reliquus sit arcus grad. 2. Min. 36. respondens sinui proxime minori: Quot ergo Secunda postulat differentia 906. inter sinum propositum, & sinum proxime maiorem, auferenda ab eodem arcu sinus proxime maioris, vt fiat arcus dati sinus? Inuenio enim Secunda 19. fere, quæ ablata ex arcu grad. 2. Min. 37. relinquunt arcum grad. 2. Min. 36. Sec. 41. sinui dato 455630. debitum.

Arcus quadrãte maior qua arte ex sinu recto eruatur.

Quoniam vero idem sinus rectus respondet duobus arcubus semicirculum conficientibus, vt supra diximus, si arcus dicta arte ex sinu recto inuentus subducatur ex semicirculo, id est, ex grad. 180. reliquus erit alter arcus quadrante maior, qui dicto etiam sinui debetur. Vt si arcus grad. 48. Min. 41. Sec. 1. inuentus dematur ex grad. 180. remanebit arcus grad. 131. Min. 18. Sec. 59. eidem sinui recto 7510767. debitus. Pulchre autem operatio in triangulis tam rectilineis, quàm sphæricis, docebit, num accipiendus sit arcus quadrante maior proposito sinui respondens, an vero minor; vt proprijs locis apparebit.

Arcus quadrãte minor quo pacto ex sinu complementi eruatur.

SI vero sinus cognitus, est sinus complementi arcus quæsiti, sumendi erunt gradus in parte inferiori tabulæ, & Minuta ad dextram. Ita enim habebitur arcus quæsitus. Vel certe inueniendus erit arcus, vt prius diximus, sinui dato, tanquam recto, respondens, isque ex quadrante demendus, vt arcus quæsitus relinquatur. Vt si cognitus sit 7510767. sinus complementi alicuius arcus. Inuenio sinum 7510722. proxime minorem; quoniã paucioribus hic vnitatibus à sinu cognito distat, quàm sinus 7512642.

proxime maior in tabula sinuum: Cui sinui proxime minori respondent in ima sede tabulæ grad. 41. & ad dexteram Minuta 19. Arcus igitur grad. 41. Min. 19. est is, qui quæritur. Huius enim complementum est arcus grad. 48. Min. 41. cui sinus datus debetur. Idem arcus grad. 41. Min. 19. reperietur, si arcus grad. 48. Min. 41. sinui dato in vertice tabulæ, & ad sinistram respondens ex quadrante subducatur. Quod si partem proportionalem supra inuentam, nimirum Sec. 1. detrahas ex arcu reperto gr. 41. Min. 19. (quia maiorem arcum, quam par est, dato sinui 7510767. tribuimus) inuenietur arcus magis præcisus grad. 41. Min. 18. Sec. 59. Qui etiam reperietur, si arcum grad. 48. Min. 41. Sec. 1. eidem sinui, tanquam recto, debitum, & secundum partem proportionalem inuentum, detrahas ex quadrante. Rursus detur 455630. sinus complementi alicuius arcus, quem in tabula quæsitum non inuenio. Accipio ergo proxime maiorem 456536. (quoniam ab hoc minus distat, quã à proxime minore 453630.) cui in parte inferiori tabulæ respondet arcus grad. 87. Min. 23. quæsitus; cum huius complementum sit arcus grad. 2. Min. 37. sinui dato, tanquam recto, debitus. Quod si partem proportionalem supra inuentam, nimirum Sec. 19. addas arcui inuento gra. 87. Min. 23. (quia minorem arcum, quam par est, dato sinui 455630. tribuimus) inuenietur arcus magis præcisus grad. 87. Min. 23. Sec. 19. Quem etiam reperies, si arcum grad. 2. Min. 36. Sec. 41. eidem sinui, tanquam recto, debitum, & secundum partem proportionalem inuentum, ex quadrante subducas. Iam vero si sinus propositus, est sinus complementi arcus quadrante maioris, (Quod quando fiat, pulchre operatio in triangulis siue rectilineis, siue sphæricis docebit) sumendus erit arcus ei in vertice tabulæ, tanquam sinui recto respondens, & quadranti adijciendus, vt arcus quæsitus conficiatur. Vt si sinus complementi alicuius arcus quadrante maioris cognitus sit 7510767. sumendus erit arcus ei respondẽs in vertice tabulæ vna cum parte proportionali, grad. 48. Min. 41. Sec. 1. & quadranti adijciendus. Componetur enim arcus grad. 138. Min. 41. Sec. 1. qui quæritur, cuius nimirum complemento datus sinus debetur.

Arcus quadrante minor magis præcisus, qua via ex sinu complementi cognoscatur.

Arcus quadrante maior quomodo ex sinu cõplementi inuestigetur.

DENIQVE ex sinu verso cognito ita arcum inquires. Si datus sinus versus minor est, quam sinus totus, detrahe eum ex sinu toto. Reliquus enim erit sinus complementi arcus quæsiti. Quare ex hoc, vt proxime docuimus, arcum quæsitum inuenies. Si vero datus sinus versus sinum totum superat, subtrahe ex eo sinum totum. Remanebit enim sinus rectus arcus, qui quadranti adiectus arcum quæsitum conficiet. Exemplum. Detur sinus versus 9544370. Hunc detraho ex sinu toto 10000000. remanebitque 455630. sinus complementi arcus quæsiti, ex quo inuenietur arcus grad. 87. Min. 23. Vel per partem proportionalem magis præcisus, grad. 87. Min. 23. Sec. 19. Item sit datus sinus versus 10455630. Ex hoc subduco sinum totum 10000000. relinqueturque 455630. sinus rectus, cuius arcus gra. 2. Min. 37. vel magis præcisus per partem proportionalem inuentus gra. 2. Min. 36. Sec. 41. adiectus quadranti efficiet arcum quæsitum grad. 92. Min. 37. vel magis præcisum grad. 92. Min. 36. Sec. 41. Huius operationis ratio perspicua est ex prima figura in expositione definitionũ posita. In ea enim sinus versus AH, ex sinu toto AE sublatus relinquit HE, vel FK, sinum complementi arcus AF, qui dicto sinui verso AH, debetur. Item ex sinu verso HC, subductus sinus totus EC, relinquit EH, vel KF, sinum rectum arcus FB, qui quadranti BC, adiectus componit arcum FC, dicto sinui verso HC, respondentem.

Arcus quo pacto ex sinu verso eruatur.

EX eadem tabula sinuum rectorum indagabimus quoq; cuiusque arcus chordam; & contra data cuiusque chordæ arcũ reperiemus. Nam si dimidij arcus propositi sinum rectum accipiamus, eumque duplicemus, conflabimus dicti arcus chordam. Item si datæ chordæ dimidium, tanquam sinum rectum sumamus, eiusque arcum eliciamus, dabit hic arcus duplicatus arcum datæ chordæ respondentem. Id quod ex eadem figura prima, quam in defintionum explicatione descripsimus, manifestum est. Nam in ea FH, sinus rectus arcus AF, vel FC, est semissis chordæ FG, arcus FAG, vel FCG, &c.

Chorda cuiusq; arcus & contra, arcus chordæ cuiusq; qua ratione tabula sinuum eliciatur.

Quia vero partem proportionalem, eo, quo diximus, modo eruere perquam molestum est, voluimus hoc labore studiosos subleuare. Itaque supputauimus ipsimet partes proportionales, quæ singulis secundis congruunt, easque per huius tabulæ intercolumnia digessimus, quarum vsum breuiter explicabimus.

DE PARTE PROPORTIONALI SINVVM, ET ARCVVM FACILIORE MODO INQVIRENDA.

ANTEQVAM doceamus, qua ratione pars proportionalis ex præcedenti tabula Sinuum facilius eruatur, explicandum prius erit, quidnam bini numeri columnis Sinuum interpositi significent, & quo sint artificio procreati. Prior ergo continet partes differentiæ inter duos sinus, inter quos scriptus est, congruentes vni Secundo illius arcus, quem gradus in vertice tabulæ & minutum in latere eiusdem tabulæ exprimit: posterior autem numerus decimas particulas vnius partis differentiæ prædictæ complectitur. Vt quoniam inter duos sinus grad. 16. Min. 12. & grad. 16. Min 13. positi sunt duo hi numeri 46. 5. colligemus vni Secundo inter minutum 12. & 13. gradus 16. congruere particulas $46\frac{5}{10}$. ex differentia 2793. inter duos sinus 2789911. 2792704. prædictorum arcuum grad. 16. Min. 12. & grad. 16. min. 13. quæ tota differentia Secundis 60. hoc est, vni minuto debetur: quod idem intelligendum est de sequentium arcuum sinubus vsque ad arcus grad. 16. Min. 37. & grad. 16. Min. 38. inter quorum sinus positi sunt alij hi numeei 46. 4. ita vt iam vni Secundo conueniant ex differentia duorum proximorum Sinuum particulæ tantummodo $46\frac{4}{10}$. & sic de cæteris.

Explicatio numerorũ pro parte proportionali sinuũ elicienda.

PROCREATI autem sunt huiusmodi numeri inter sinus positi hoc modo. Inuentis differentijs omnium sinuum, partiti sumus singulas per 60. Secunda, vt particulas vni Secundo debitas produceremus: fractionem autem reliquam ad decimas reduximus, multiplicantes eam per 10. vt in quæstiuncula 14. cap. 16. nostræ Arithmeticæ docuimus. Sic enim minori labore pars proportionalis eruetur, vt mox patebit. Verbi gratia. Differentia prædicta 2793. si diuidatur per 60. fit Quotiens 46. & supersunt $\frac{33}{60}$. quæ efficiunt 5. decimas & semis. Relicta ergo semisse, (Nam quando fractio vnius decimæ superat $\frac{1}{2}$. addidimus vnam decimam in tabula, quando autem non superat $\frac{1}{2}$. sed vel æqualis est, vel minor, eam negleximus) scripsimus in tabula 46. 5. id est, particulas differentiæ integras 46. & $\frac{5}{10}$. vnius, quæ efficiunt 465. decimas vnius particulæ, quæ producuntur etiam, si tota differentia 2793. ducatur in 10. & productus numerus 27930. per 60. diuidatur. Et quia in sequentibus differentiis vsque ad differentiam Sinuum grad. 16. Min. 37. & grad. 16. Min. 38. exclusiue, hac ratione reperitur idem numerus 465. hoc est, particulæ 46. & 5. decimæ; inseruiet nobis hæc pars proportionalis vsque ad grad. 16. Min. 37. & grad. 16. min. 38. exclusiue, vbi iam numerus reperietur minor, nimirum 46. & 4. decimæ. Vt quoniam differentia inter sinum 2837364. & 2840153. grad. 16. Min. 29. & grad. 16. Min. 33. est 2789. Si ea ducatur in 10. & productus nnmerus 27890. per 60. diuidatur, fiet Quotiens 464. & supererunt $\frac{50}{60}$. quæ superant $\frac{1}{2}$. Ergo habebimus iterum partes 46. & 5. decimas. Atque ita de cæteris.

Numerorũ procreatio ad partem proportionalẽ sinuum eruenda.

BENE-

BENEFICIO horum numerorum expedite admodum pars proportionalis, per vnicam videlicet vel multiplicationem, vel diuisionem reperietur. Nam si sinus rectus quærendus sit alicuius arcus, qui præter minuta complectatur quoque Secunda, accipiendus erit sinus ex tabula respondens gradibus, ac minutis arcus propositi in vertice tabulæ positis, & ei adijciendus numerus, qui ex multiplicatione numeri interiecti proxime antecedentis in numerum Secundorum producitur. Vt si quæratur Sinus rectus grad. 19. min. 36. Sec. 40. quoniam hunc arcum in tabula proxime præcedunt hi numeri 45.7. hoc est, 457. decimæ, quæ multiplicatæ in 40. Secunda producunt 18280. decimas, id est, particulas integras 1828. addemus 1828. ad 3354516. sinum grad. 19. min. 36. vt conficiamus 3356344. sinum propositi arcus grad. 19. min. 36. Sec. 40.

Inuentio sinus recti cum parte proportionali.

VICISSIM si ex sinu recto inquirendus sit arcus, accipiendus erit arcus respondens sinui proxime minori, & ei apponenda tot Secunda, quot vnitates continentur in Quotiente, si differentia inter sinum propositum & sinum proxime minorem (apposita prius ziphra, vt ad partes decimas reuocetur) diuidatur per numerum decimarum in tabula inuentum. Vt si datus sit sinus 3356344. sumemus arcum grad. 19. min. 36. sinui proxime minori 3354516. respondentem, eiq; adiungemus Sec. 40. qui numerus gignitur ex diuisione 1828. differentiæ inter sinum propositum, & sinum proxime minorem, apposita prius ziphra 0. nimirum ex diuisione 18280. per 457. decimas in tabula inuentas. Ita enim arcus quæsitus erit grad. 19. min. 36. Sec. 40. Apponitur autem ziphra ad differentiam inuentam 1828. quia cum diuidi debeat per $4\frac{5}{10}\frac{7}{}$. multiplicanda est per 10. & productus numerus per 457. diuidendus, vt ex nostra Arithmetica liquido constat.

Inuentio arcus cum parte proportionali ex dato sinu recto.

SI vero sinus complementi alicuius arcus quadrante minoris sit inuestigandus, qui præter minuta habeat etiam Secunda, accipiendus est sinus ex tabula respondens gradibus ac minutis arcus propositi in inferiore parte tabulæ positis, & ab eo subtrahendus numerus, qui ex multiplicatione numeri interiecti superioris in numerum Secundorum producitur. Vt si quæratur sinus complementi grad. 70. min. 23. Sec. 20. quoniam huic arcui inseruiunt hi numeri interiecti 45.7. hoc est, 457. decimæ, ducemus 457. in 20. Secunda, & productum numerum, qui est 9140. decimæ, id est, particulæ integræ 914. detrahemus ex 3357256. sinu complementi arcus grad. 70. min. 23. vt relinquatur sinus 3356342. complementi arcus grad. 70. min. 23. Sec. 20.

Inuentio sinus complementi cum parte proportionali.

ALITER, & fortaße commodius, ne regulæ muliplicentur. Accipiatur dati arcus complemenum, & ipsius sinus rectus inuestigetur, vt iam docuimus. Vt in eodem exemplo, complementum arcus grad. 70. min. 23. Sec. 20. est arcus gradus 19. min. 36. Sec. 40. cuius sinus rectus inuenietur 3356344. duabus vnitatibus maior illo, qui alio modo proxime iuuentus fuit. Hoc idcirco euenit, quia arcus propositus parum abest ab insequenti numero interiecto minori.

Inuentio commodior sinus complementi arcus quadrante minoris, vna cum parte proportionali.

QVANDO arcus, cuius complementi sinus quæritur, quadrante maior est, sed semicirculo minor, detrahemus ex dato arcu quadrantem, & reliqui arcus sinum rectum inquiremus. Vt si quæratur sinus complementi arcus grad. 109. min. 36. Sec. 40. Detracto quadrante, superest arcus grad. 19. min. 36 Sec. 40. cui debetur sinus 3356344.

E CONTRARIO si ex sinu complementi eliciendus sit arcus, sumendus erit arcus, vna cum parte proportionali, respondens sinui dato, tanquam recto, isque ex quadrante auferendus, si sinus datus est sinus complementi arcus quadrante minoris; vel ad quadrantem adijciendus, quando nimirum datus sinus respondet complemento arcus quadrante maioris. Pulchre autem ipsa operatio in triangulis siue sphæricis, siue rectilineis docebit, num sinus propositus congruat complemento arcus quadrante minoris, an vero maioris. Vt si propositus sit sinus 3356342. complementi arcus quadrante minoris, inuenietur, arcus grad. 19. min. 39. Sec. 40. qui detractus ex quadrante relinquet arcum grad. 70. min. 32. Sec. 20. quæsitum. Si vero idem sinus debeatur complemento arcus quadrante maioris, addemus arcum eius inuentum ad quadrantem, conficiemusque arcum grad. 109. min. 36. Sec. 40. Huius enim complemento, nimirum arcui grad. 19. min. 36. Sec. 40. sinus 3356342. congruit.

Inuentio sinus complementi arcus quadrante minoris, vna cum parte proportionali.

Inuentio arcus ex sinu complementi dato vna cum parte proportionali.

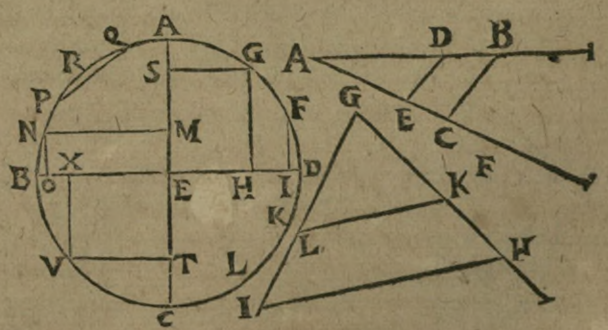
DENIQVE sinus versus arcus, qui præter gradus ac minuta, annexa quoque habet Secunda, inuenietur, si ipsius complementi sinus cum parte proportionali inuentus, ex sinu toto auferatur, vel sinui toti adijciatur, prout arcus quadrante minor est, vel maior. Vt si quæratur sinus versus arcus grad. 70. min. 23. Sec. 20. reperiemus eius complementi, nimirum grad. 19. min. 36. Sec. 40. sinum 3356342. qui detractus ex sinu toto 10000000. reliquum faciet sinum versum quæsitum 6643658. Si vero sinus versus desideretur arcus grad. 109. min. 36. Sec. 40. inueniemus eius complementi, videlicet grad. 19. min. 36. Sec. 40. sinum 3356342. qui ad sinum totum 10000000. adiectus conficiet sinum versum 13356342. quæsitum.

Inuentio sinus verum cum parte proportionali.

PARI ratione si ex sinu verso arcus inueniendus sit, detrahemus eum ex sinu toto, vel sinum totum ex ipso, minorem scilicet ex maiore. Ita namque reliquus fiet sinus complementi arcus quæsiti; ex quo quæsitus arcus elicietur. Vt si datus sit sinus versus 6643658. detrahemus eum ex sinu toto 10000000. & cum reliquo 3356342. tanquam sinu recto expiscabimur arcum grad. 19. min. 36. Sec. 40. qui ex quadrante ablatus relinquet quæsitum arcum grad. 70. min. 23. Sec. 20. Si vero sinus versus datus sit 13356342. auferemus ex eo sinum totum, & cum reliquo 3356342. indagabimus, arcum grad. 19. min. 36. Sec. 40. qui adiectus ad quadrantem conficiet arcum quæsitum grad. 109. min. 36. Sec. 40.

Inuentio arcus ex sinu verso cum parte proportionali.

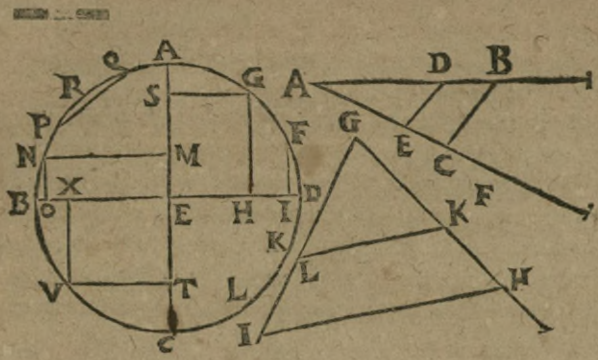
VERVM quia tabulam sinuum non semper in promptu habemus, non iniucundum studiosis fore sum arbitratus, si breuiter hoc loco doceam, antequam ad alia progrediar, qua ratione sinubus Geometrice, sine auxilio numerorum, vti possimus in theorematibus, atque problematibus Astronomorum ac Geometrarum explicandis: ita vt solo circini beneficio omnia illa consequamur, quæ longis multiplicationibus, diuisionibusque numerorum in sinuum tabula contentorum inquiri solent. Hac enim re iis præsertim consultum erit, qui vel magnam molestiam in numerorum supputationibus sentiunt, vel non admodum in ijs sese exercuerũt. Quod vt commodius exequamur, rem totam vno aut altero exemplo exponemus. Sit ergo, exempli causa,



inuestiganda declinatio cuiusuis puncti Eclipticæ, vt grad. 20. tauri. Describatur circulus ABCD, vna cum duabus diametris AC, BD, sese in centro E, ad angulos rectos secantibus. Et quoniam, vt in coroll. propos. 1. lib. 1. nostræ Gnomonices ostendimus, ea est proportio sinus totius ad sinum maximæ declinationis, quæ sinus illius arcus, quo datum punctum à viciniori puncto æquinoctij distat, ad sinum declinationis eiusdem puncti; sumatur arcus maximæ declinationis DF, (quod quidem facile fiet, si adsit quadrans æneus, aut ligneus accurate in 90. gradus diuisus, de quo in initio nostræ Gnomonices scripsimus. Sine hoc enim quadrante non esset operæ pretium velle sinubus vti sine numeris) & arcus grad. 50. DG, quo nimirum datus gradus 20. tauri à principio arietis abest: atq; ex F, G, ad DE, perpendiculares demittantur FI, GH, quod facile fiet, si arcubus DF, DG, sumantur

Quo pacto sinubus vtendum sit Geometrice sine tabula sinuũ.

arcus DK, DL, æquales: Rectæ enim puncta G, L, & F, K, iungentes erunt ad DE, perpendiculares, cum per scholium in defini-
a 3. tertij. *tionibus positum secentur in H, I, bifariam;*[a] *ac propterea ad angulos rectos: Erunt autem FI, GH, sinus recti arcuum DF, DG.*
Igitur si tribus rectis ED, sinui toti, & FI, sinui maximæ declinationis, & GH, sinui arcus, quo datum punctum ab æquinoctio
b 12. sexti. *distat,*[b] *inueniatur quarta proportionalis, inuentus erit sinus rectus declinationis quæsitæ. Ita autem sine magno labore quartam proportionalem reperiemus cum Euclide. Ductis duabus rectis AB, AC, angulum quemcunq; facientibus in A, sumatur in earum altera, recta AD, prima lineæ hoc est, sinui toti ED, æqualis; & DB, æqualis secũdæ lineæ, vt sinui maximæ declinationis FI: In altera vero, recta AE, tertiæ lineæ, nẽpe sinui GH, æqualis. Deinde ducta recta DE, agatur illi per B, parallela BC. Nã EC, erit quarta proportionalis, hoc est, sinus rectus declinationis grad. 20. tauri. Cuius arcũ ita inquiremus.*



Recta EC, inuenta abscindemus ex semidiametro EA, æqualem EM, & per M, rectæ EB, parallelam ducemus MN. Arcus namque BN, erit arcus declinationis quæsitæ, cum respondeat sinui recto EM, siue EC: propterea quod, ducto sinu recto NO, arcus NB,[c] *inter se æquales sint rectæ EM, ON, ob parallelogrammum MO. Eundem tamen arcum ita*
c 34. prim. *quoq; obtinebimus. Rectæ inuentæ EC, æqualem abscindemus CF, vt EF, ipsius EC, sit dupla, hoc est, chorda illius arcus, qui duplus est arcus, cuius sinus rectus est EC. Nam si rectæ EF, æqualem chordam PQ, in circulo accommodemus, & eius arcum PQ, bifariam secemus in R, erit quoq; QR, vel PR, arcus declinationis quæsitæ respondens sinui EC, hoc est, dimidiatæ chordæ PQ, vt constat ex definitione sinus recti. Quadrans porro in 90. gradus diuisus monstrabit, (si hoc etiam scire lubeat) quot gradus ac Minuta in BN, vel PR, arcus declinationis contineantur: quamuis Minuta secundum existimationem accipienda sint; propterea quod gradus quadrantis, nisi admodum magnus esset, in Minuta diuidi non possit.*

RVRSVS inuestiganda sit ascensio recta grad. 20. tauri. Quoniam igitur, vt in scholio prop. 9. lib. 2. Gnomonices demonstrauimus, eadem est proportio sinus complementi declinationis puncti propositi ad sinum complementi arcus, quo datũ punctum à viciniori puncto æquinoctij abest; quæ sinus totius ad sinum complementi ascensionis rectæ: sumatur in eadem figura arcus BN, declinationis grad. 20. tauri, quæ in tabula declinationis continet grad. 17. Min. 47. ducaturq; NM, ad EA, perpendicularis, quæ sinus erit complementi dictæ declinationis. Capiatur quoq; arcus DG, gr. 50. quo datũ punctum ab æquinoctio verno abest, & ad EA, perpendicularis ducatur GS, nempe sinus complementi dicti arcus DG. Post hæc trib. rectis NM, sinui complementi declinationis dati puncti, & GS, sinui complementi arcus DG, quo datum punctũ ab æquinoctij puncto distat, & ED, sinui toti, quarta proportionalis inueniatur LI, vt in lineis GH, GI, sese in G, secantibus factum est: Sumpta enim ibi est GK, ipsi NM, & KH, ipsi GS, & GI, sinui toti ED, æqualis, &c. Nam LI, inuenta erit sinus complementi ascensionis rectæ dati grad. 20. tauri. Quare si ipsi LI, ex semidiametro EC, abscindatur æqualis recta ET, ducaturq; TV, ipsi EB, parallela, & VX, ipsi EC,
d 34. prim. *parallela,*[d] *erunt æquales rectæ ET, VX, Cum ergo sinui VX, respondeat arcus BV, erit huius complementum VC, ascensio recta gradus 20. tauri. Quot autem gradus complectatur arcus VC. indicabit quadrans in 90. gradus diuisus.*

EODEM pacto omnia alia problemata Geometrice per sinus absoluemus, etiamsi sinubus versis vti oportuerit aliquando, qui quidem eadem facilitate ex datis arcubus inueniuntur, & ex ipsis arcus, qua sinus rectos, & sinus complementorum reperimus. Si enim arcus datus minor est quadrante, vt AG; ducta GS. ad AE, perpendiculari, erit AS, sinus versus arcus AG. Si vero datus arcus quadrante maior est, vt AV; ducta VT, ad EC, perpendiculari, erit AT, sinus versus arcus AV, vt ex definitione manifestum est.

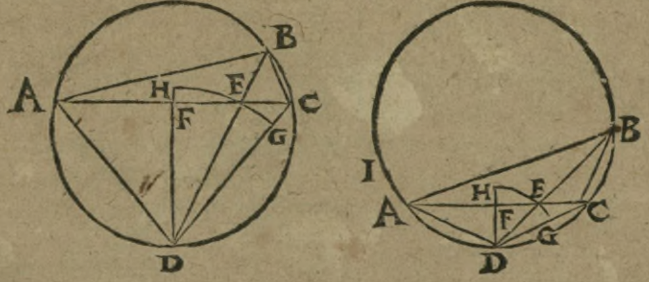
SED iam ad inquisitionem chordarum Geometricam aggrediamur, ex quibus rursum sinuum tabulam facili negotio componemus.

THEOR. 7. PROPOS. 10.

IN circulo sumptis duobus arcubus inæqualibus, quorum maioris chorda maior sit, quã chorda minoris; maior est proportio arcus maioris ad minorem, quam chordæ arcus maioris ad chordam minoris arcus.

Maior est proportio maioris arcus in circulo ad arcum minorem, quã chordæ maioris arcus ad chordam minoris.

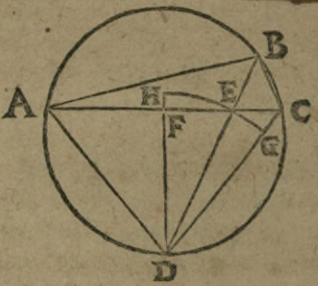
IN circulo ABCD, sint inæquales arcus AB, BC; ille maior, hic vero minor: quorum chordæ AB, BC; illa maior, hæc vero minor. Dico maiorem esse proportionem arcus AB, ad arcum AC, quam chordæ AB, ad chordam BC. Contineant enim chordæ AB, BC, angulum ABC, ita vt arcus sint continuati, minoresque sint tota circumferentia. Nam si toti circumferentiæ forent æquales, esset eadem chorda vtriusq; arcus: si vero totam circunferentiam excederent, esset chorda arcus minoris maior, quam maioris, vt patet in secunda figura, si minor arcus

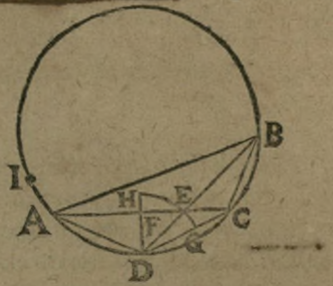


a 9. primi. foret BAI.[a] Angulus porro ABC, bifariam secetur recta BD, connectanturq; rectæ AC, AD, CD, quarum AC, rectam BD, secet in E.[b] Erunt autem re-
b 29. tertij.
c 26. tertij. ctæ AD, CD, æquales, propter arcus AD, CD,[c] qui subtensi angulis ABD, CBD, ex constructione æqualibus
d 3. sexti. æquales inter se sunt. Et quoniam in triãgulo ABC, recta BE, angulum ABC, bifariam secat;[d] erit, vt AB, ad BC, ita AE, ad EC: Est autem recta AB, maior, quam recta BC, ex hypothesi. Igitur & AE, maior erit, quam EC. Diuisa ergo AC, bifariam in F, erit punctum F, in maiori segmento AE. Ducta autem recta DF; quoniam latera AF, FD, trianguli AFD, lateribus CF, FD, trianguli CFD, basisque AD, basi CD, ostensa est

æqualis

æqualis; [e] erit angulus AFD, angulo CFD, sunt æqualia, æqualis; ac proinde vterque rectus erit. [f] Cum er- e 8. primi.
go in triangulo DEF, duo anguli E, F, duobus rectis sint minores, erit angulus E, acutus, ac proinde reliquus f 17. primi.
CED, obtusus. Quare in triangulo CDE, duo anguli C, E, sint duobus rectis minores, erit angulus C, acutus. [g] g 16. primi.
Est igitur in triangulo DEF, latus DE, maius latere DF, & in triangulo CDE, minus latere CD. Quocirca arcus circuli ex D, centro per E, descriptus, secabit rectam DF, productam in H, rectam autem CD, infra punctũ C, in G. [h] Quoniam vero sector DHE, ad triangulum DEC, maiorẽ proportionem habet, quam triangulum h 8. quint.
DFE, ad idem triangulum DEC: Item sector idem DHE, sectorẽ DEG, maiorem proportionem habet, quam i Coroll. 1.
ad triangulum DEC; habebit multo maiorem proportionem sector DHE, ad sectorem DEG, quam trian- propos. 33.
gulum DFE, ad triangulum DEC. [i] lib. 6.





Est autem, vt sector DHE, ad sectorem DEH, ita angulus GDE, ad angulum EDG. Maior ergo quoque erit proportio anguli HDE, ad angulũ EDG, quam trianguli DFE, ad triangulum DEC: [k] Sed vt triangulum k 1. sexti.
DFE, ad triangulum DEC, ita est recta FE, ad rectam EC. Est igitur maior quoque proportio anguli HDE, l 28. quin.
ad angulum EDG, quam rectæ FE, ad rectam EC. [l] Et componendo, maior etiam erit proportio anguli HDG, ad angulum EDG, quam rectæ FC, ad rectam EC. Quia igitur est, vt angulus ADC, ad angulum HDG, ita recta AC, ad rectam FC: (vtrobique enim est proportio dupla) Angulus autem HDG, ad angulum EDG, m 31. quin.
maiorem habet proportionem, quam recta FC, ad rectam EC, vt ostendimus; [m] erit ex æquo maior quoque proportio anguli ADC, ad angulum EDG, quam rectæ AC, ad rectam EC, vt in hac formula apparet. [n] Diuidendo ergo erit quoq; n 29. quin.
maior proportio anguli ADE, ad angulum EDG, quam rectæ AE, ad rectam EC. [o] Atqui vt angulus ADE, ad angulum EDG, ita est o 33. sexti.
arcus AB, ad arcum BC, [p] Et vt recta AE, ad rectam EC, ita est chorda AB, ad chordam BC. Igitur maior erit etiam proportio arcus AB, p 3. sexti.
ad arcum BC, quam chordæ AB, ad chordam BC. In circulo ergo sumptis duobus arcubus inæqualibus, &c. Quod demonstrandum erat.

Anguli	Rectæ.
ADC.	AC.
HDG.	FC.
EDG.	EC.

S C H O L I V M.

QVAMVIS autem Theorema hoc proponatur solum de arcubus illis inæqualibus, quorum maiori maior chorda subtenditur, quam minori: Idem tamen locum etiam habet in illis arcubus inæqualibus, quorum maioris chorda minor est, quam chorda minoris. Nam quia tunc arcus maior ad minorem habet proportionem maioris inæqualitatis, chorda vero maioris arcus ad chordam minoris arcus proportionem habet minoris inæqualitatis, maior erit proportio maioris arcus ad minorem, quam chordæ arcus maioris ad chordam minoris arcus.

C O R O L L A R I V M.

SEQVITVR ex hac propositione, minorem esse proportionem minoris arcus ad maiorem, quam chordæ minoris arcus ad chordam maioris. Cum enim maior arcus ad minorem habeat maiorem proportionem, quam chorda maioris arcus ad chordam minoris, vt demonstratum est; [q] habebit conuertendo minor q 26. quin.
arcus ad maiorem, minorem proportionem, quam chorda arcus minoris ad chordam maioris.

THEOR. 8. PROPOS. 11.

Rectangulũ sub diametris quadrilateri in circulo descripti contentum æquale est duobus rectangulis sub oppositis lateribus contentis.

SI in circulo quadrilaterum describatur cum suis diametris; erit rectangulum sub diametris comprehensum æquale duobus rectangulis simul, quæ sub lateribus oppositis continentur.

IN circulo ABCD, sit quadrilaterum ABCD, cuius diametri AC, BD. Dico rectangulum sub AC, BD, comprehensum æquale esse rectangulis simul sub AD, BC, & sub AB, DC, contentis. Fiat angulo DAC, æqualis angulus BAE; cadetque recta AE, vel in ipsam rectam AC; vel inter AC, rectam, & punctum B; vel deniq; inter rectam AC, & punctum D: atque erit in primo casu angulus BAC, angulo DAE; & in secundo casu totus angulus BAC, toti angulo DAE, propter communem angulum EAC, additum; & in tertio casu reliquus angulus BAC, reliquo angulo DAE, ob communem angulum EAC, ablatum æqualis. [a] Et quoniam angulus quo- a 21. tertij.
que ACB, angulo ADB, æqualis est, [b] erit reliquus etiam angulus ABC, in triangulo ABC, reliquo angulo b 32. prim.

AED, in triangulo AED, æqualis. [c] Erit igitur vt AC, ad CB, ita AD, ad DE. [d] Quare rectangulum sub c 4. sexti.
AC, DE, æquale est rectangulo sub CB, AD. Rursus quia angulus BAE, angulo DAC, ex constructione d 16. sexti.
æqualis est, [e] & angulus ABD, angulo ACD: erit & reliquus angulus AEB, in triangulo AEB, reliquo angulo e 21. tertij.
ADC, in triangulo ADC, æqualis. [f] Erit igitur, vt AC, ad CD, ita AB, ad BE. [g] Quare rectangulum sub AC, f 4. sexti.
BE, æquale est rectangulo sub CD, AB. Quoniam igitur rectangulum sub AC, DE, rectangulo sub CB, AD, o- g 16. sexti.
stensum est æquale; & rectangulum sub AC, BE, rectangulo sub CD, AB. [h] Sunt autem rectangula sub AC, D h 1. secund.
E, & sub AC, BE, simul rectangulo sub AC, BD, æqualia; erit rectangulum sub AC, BD, rectangulis sub BC, AD, & sub CD, AB, contentis æquale. Si ergo in circulo quadrilaterum describatur, &c. Quod erat demonstrandũ.

SCHOLIVM.

i Schol. 34. lib. 1. *k 47 prim.*

QVANDO figura in circulo descripta est quadratum, vt in prima figura, facilius demonstrabitur theorema, hoc modo. Quoniam rectangulum sub AC, BD, hoc est, quadratum ex AC, [i] *(sunt enim diametri in quadrato æquales)* [k] *æquale est quadratis ex AD, DC, hoc est, rectangulis sub AD, BC, & sub AB, DC, contentis, propter æqualitatem rectarum AD, BC, & AB, DC; liquido constat id, quod proponitur.*

PROBL. 4. PROP. 12.

Ex data diametro circuli quo pacto latera trianguli, æquilateri, quadrati, hexagoni, pentagoni, & decagoni eiusdem circuli inuestigetur.

EX data circuli diametro quotlibet particularum, latera trianguli æquilateri, quadrati, hexagoni, pentagoni, & decagoni in eodem circulo descriptorum, in eisdem partibus inuestigare.

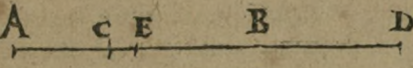
a Coroll. 15. quarti. *b Schol. 47. primi.* *c 47. primi.* *d 12. tertij. dec.* *e 30. sexti.* *f 5. tertijd.* *g Cor. 15. q.* *h Scho. 9. 13* *i 3. tertijd.* *k 10. tertij. dec.*

PONATVR diameter partium 20000000. [a] Quoniam igitur latus hexagoni semidiametro circuli est æquale, ipsum notum fiet partium 10000000.

RVRSVS, [b] quia quadratum à diametro quadrati cuiusuis descriptum, duplum est quadrati eiusdem; est autem diameter quadrati in circulo descripti eadem, quæ circuli diameter: si accipiatur quadratum à diametro circuli descriptum, nempe 400000000000000, erit dimidium eius, puta 200000000000000. quadratum lateris quadrati, cuius radix quadrata 14142136. dabit latus quadrati. Quod hoc etiam modo reperietur. [c] Quoniam quadratum in circulo descriptum duplum est quadrati à semidiametro descriptum, vt patet in triangulo rectangulo ADE, primæ figuræ præcedentis propos. demonstratumq; est à nobis in lemmate propos. 16. lib. 1. Theod. si 100000000000000. quadratum semidiametri duplicetur, fiet quadratum in circulo descriptum partium 200000000000000. cuius radix quadrata 14142136. rursus dabit latus quadrati.

PRÆTEREA, [d] cum latus trianguli æquilateri in circulo descripti sit potentia triplum semidiametri eiusdem circuli, efficitur, vt quadratum semidiametri triplicatum det quadratum lateris trianguli 300000000000000. cuius radix quadrata idem latus exhibebit partium 17320508.

SIT insuper AB, semidiameter circuli cuiusuis, [e] qua diuisa secundum extremam ac mediam rationem in C, vt maius segmentum sit BC; producta autem AB, & abscissa BD, quæ maiori segmento BC, sit æqualis; [f] erit quoque AD, in B, diuisa secundum extremam ac mediam rationem, maiusq; segmentum erit AB: [g] quod cum sit latus hexagoni in circulo, cuius semidiameter AB; [h] erit BD, latus decagoni in eodem circulo. Quod hac ratione notum efficietur. Secta AB, bifariam in E, [i] erit quadratum rectæ DE, compositæ ex minori segmento DB, & dimidio BE, maioris segmenti BA, quintuplum quadrati rectæ BE, quæ cognita est, cum sit semissis semidiametri AB, ac proinde partiũ 5000000. Quare si quadratum rectę BE, quincuplicetur, fiet quadratum rectæ DE, 125000000000000. cuius radix quadrata dabit rectam DE, partium 11180340. ex qua si dematur recta BE, partium 5000000. reliquum erit BD, latus decagoni partium 6180340.



POSTREMO, [k] quoniam pentagoni latus potest & latus hexagoni, & latus decagoni; si quadratum lateris hexagoni 100000000000000. & quadratum lateris decagoni 38196602515600. simul componantur, fiet quadratũ lateris pẽtagoni 138196602515600. cuius radix quadrata dabit latus pentagoni partium 11755705. Atque ita latera trianguli æquilateri, quadrati, pentagoni, hexagoni, & decagoni nota facta sunt in partibus diametri circuli, in quo describuntur. Ex data igitur circuli diametro quotlibet particularum, latera trianguli æquilateri quadrati, &c. inuestigauimus. Quod erat faciendum.

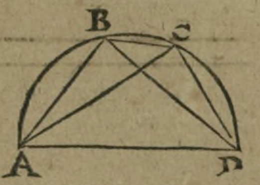
PROBL. 5. PROPOS. 13.

Qua ratione ex duabus chordis cognitis inuestigetur corda differentiæ, qua arcus chordarũ datarum inter se differunt.

EX datis chordis duorum arcuum inæqualium, chordam arcus, quo maior arcus minorem superat, inquirere.

a 3 huius. *b 11. huius.*

IN semicirculo ABCD, sint datæ chordæ AB, AC, & BC, sit chorda arcus BC, quo maior arcus AC, minorem AB, superat: oporteatque inquirere chordam BC. Ductis rectis BD, CD; quoniam chordæ AB, AC, ponuntur; [a] notæ quoque erunt chordæ BD, CD. Rectangulum ergo sub datis rectis AB, CD, comprehensum, notum erit: Item rectangulum sub datis rectis AC, BD. [b] Est autem rectangulum sub rectis, AC, BD, æquale duobus rectangulis AB, CD, & sub BC, ad AD. Ablato ergo rectangulo noto sub AC, CD, notum fiet reliquum rectangulum sub BC, AD. Quod diuisum per diametrum AD, notam, cognitam faciet chordam BC. Ex datis ergo chordis duorum arcuum inæqualium chordam arcus, quo maior arcus minorem superat, inquisiuimus. Quod faciendum erat.



COROLLARIVM.

Praxis.

ITAQVE datis chordis duorum arcuum inæqualium, si maioris chorda multiplicetur in chordam arcus, qui cum maiori arcu semicirculum conficit, quæ quidem per 3. propos. datur; & ex producto subtrahatur numerus procreatus ex minoris arcus chorda in chordam arcus, qui cum arcu maiori semicirculum complet, quæ per eandem propos. 3. datur, reliquus autem numerus per diametrum diuidatur, reddetur chorda illius arcus, quo maior arcus minorem superat, nota: vt ex figura & demonstratione huius propos. manifestum est.

PRO-

PROBL. 6. PROPOS. 14.

Qua arte ex datis duabꝰ chordis cognoscatur chorda arcꝰ cōpositi ex duobus arcubus datarum duarum chordarum

EX datis chordis duorum arcuum chordam arcus, qui ex duobus illis arcubus componitur, inuestigare.

IN circulo ABCDE, cuius centrum F, datæ sint duæ chordæ AB, BC: oporteatque inuestigare chordam AC, arcus ABC, ex duobus arcubus AB, BC, compositi. Ductis duabus diametris AD, BE, & rectis BD, CE, CD, DE; quoniam data est chorda AB,[a] dabitur quoq; chorda BD, arcus BCD, reliqui in semicirculo ABD. Pari ratione, quia data est chorda BC, dabitur quoque chorda CE, arcus CDE, reliqui in semicirculo BCE. [b] Et quia anguli AFB, DFE, æquales sunt, lateraque FA, FB, lateribus FD, FE, æqualia, [c] æquales quoque erunt bases AB, DE; ac proinde cum AB, data sit, data quoque erit DE. [d] Quoniam igitur rectangulum sub datis rectis BD, CE, æquale est rectangulis sub datis rectis BC, DE, & sub diametro BE, ac recta CD: si rectangulum sub BC, DE, datum auferatur ex rectangulo dato sub BD, CE; notum relinquetur rectangulum sub BE, CD, quo diuiso per diametrum notam BE, nota fiet chorda CD; [e] ac proinde & chorda AC, reliqui arcus ABC, in semicirculo ACD, nota erit.

a 3. huius.
b 15. primi.
c 4. primi.
d 11. huius.
e 3. huius.

ALITER. Quoniam data est chorda AB, [f] dabitur etiam BD; reliqui arcus BCD, in semicirculo ABD: Data est autem & BC. Igitur cum chordæ BD, BC, datæ sint, [g] dabitur quoq; chorda CD, arcus CD, quo maior arcus BD, minorem arcum BC, superat; [h] ac proinde rursus chorda AC, reliqui arcus ABC, in semicirculo ACD, dabitur. Ex datis ergo chordis duorum arcuum chordam arcus, qui ex duobus illis arçubus componitur, inuestigauimus. Quod erat faciendum.

f 3. huius.
g 13. huius
h 3. huius.

COROLLARIVM.

Praxis.

ITAQVE datis chordis duorum arcuum, si chordæ arcuum duorum, qui cum illis semicirculos complent, quæ quidem per propos. 3. dantur, inter se multiplicentur, & ex producto auferatur numerus procreatus ex multiplicatione duarum chordarum datarum inter se; reliquus autem numerus per diametrum diuidatur, relinquetur chorda, ex qua si per propos. 3. inuestigetur chorda arcus, qui cum relictæ chordæ arcu semicirculum conficit, erit hæc inuenta subtendens arcum compositum ex duobus arcubus duarum chordarum datarum. Operatio hæc perspicua est ex figura, & demonstratione priori huius propos.

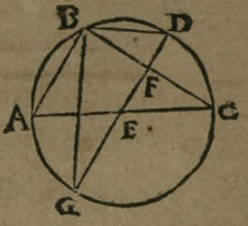
EADEM hæc operatio colligi potest ex posteriori demonstratione, vt manifestum est.

PROBL. 7. PROP. 15.

Quo pacto ex data chorda reperiatur chorda semissis arcus datæ chordæ.

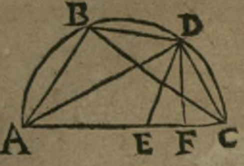
EX data chorda cuiusuis arcus chordam semissis illius arcus inuenire.

IN circulo ABC, cuius centrum E, data sit chorda BC, arcus BDC, cuius semissis sit arcus BD, eiusque chorda BD, quam inuenire oporteat. Ducta diametro DG, secabit ea, per lemma in definitionibus positum, rectam BC, bifariam, [a] ac proinde ad angulos rectos. Iunctis autem rectis BA, BG, erunt duo triangula ABC, EFC, æquiangula, cum angulus EFC, ostensus sit rectus, [b] & angulus ABC, sit quoque rectus in semicirculo, at angulus C, communis. [c] Igitur erit, vt CF, ad FE, ita CB, ad BA; & permutando, vt CF, ad CB, ita FE, ad BA. Cum ergo CF, dimidium sit ipsius CB, vt ostendimus, erit & EF, dimidium ipsius AB: [d] ac propterea cum AB, data sit ex data BC, data quoque erit EF; qua dempta ex semidiametro ED, nota, data erit quoq; reliqua FD. [e] Quoniam vero in triangulo GBD, angulus B, rectus est, à quo demissa est BC, ad basim GD, perpendicularis, [f] erit recta DB, media proportionalis inter GD, & FD: [g] atque adeo rectangulum sub GD, FD, notis quadrato rectę DB, ęquale. Notum ergo erit quadratum rectæ DB; propterea que radix eius quadrata rectam DB, notam exhibebit. Quam etiam ita cognoscemus. Quoniam FD, nota facta est, erunt quadrata rectarum FD, FB, nota: [h] quæ cum æqualia sint quadrato rectæ, BD; erit & hoc quadratum notum, cuius radix quadrata iterum rectam BD, efficiet notam. Quod est propositum.



a 3. tertij
b 31. tertij.
c 4. sexti.
d 3. huius.
e 31. tertij.
f Coro. 8. 6.
g 17. sexti.
h 47. prim.

ALITER. SIT rursus in semicirculo ABC, data chorda BC, arçus BDC, cuius semissis sit arcus DC, eiusque chorda DC, quam oporteat dari. Ducta chorda AB, abscindatur ei æqualis AE, iunganturq; rectæ BD, DE; Diuisa quoq; EC, bifariam in F, demittatur recta DF. Quoniam igitur duo latera BA, AD, æqualia sunt duobus lateribus EA, AD, [i] angulosq; comprehendunt æquales, ob arcus æquales BD, DC, [k] erunt bases BD, DE, æquales. [l] Est autem BD, recta rectæ DC, æqualis. Igitur & recta DE, eidem DC, æqualis erit. Quare cũ duo latera EF, FD, duobus lateribus CF, FD, æqualia sint, basisq; DE, basi DC, æqualis; [m] erunt anguli ad F, æquales, ideoq; recti. [n] Quoniam vero chorda AB, nota est ex data chorda BC, erit quoq; AE, ipsi AB, æqualis, nota: qua ablata ex diametro AC, nota relinquetur EC; ac proinde & huius medietas FC. [o] Iam vero, quia CD, media proportionalis est inter AC, FC; [p] erit rectangulum sub AC, FC, æquale quadrato rectæ CD. Cum ergo illud notum sit, ob notas AC, FC; erit & quadratum ex DC, notum: atque adeo radix eius quadrata rectam DC, efficiet notam. Quare ex data chorda çuiusuis arcus chordam semissis illius arcus inuenimus. Quod erat faciendum.



i 27. tertij.
k 24. prim.
l 29. tertij.
m 8. prim.
n 3. huius.
o Cor. 8. 6.
p 17. sexti.

COROLLARIVM.

Praxis.

ITAQVE, si propos. 3. inueniatur chorda arcus, qui cum arcu datæ chordæ semicirculum conficiet inuentæ

inuentæ autem huius chordæ dimidium ex ſemidiametro detrahatur, & reliquus numerus in diametrum multiplicetur, dabit radix quadrata huius producti chordam ſemiſſis illius arcus, cuius chorda data eſt. Vel ſi reliqui illius numeri quadratum iungatur quadrato ſemiſſis chordæ datæ, componetur numerus, cuius radix quadrata chordam quæſitam exhibebit cognitam. Quæ quidem operatio facile colligitur ex figura, & priori demonſtratione huius propoſ.

ITEM ſi per propoſ. 3. reperiatur chorda arcus, qui cum arcu datæ chordæ ſemicirculum conficit; inuenta autem hæc chorda ex diametro detrahatur, & reliqui numeri dimidium in diametrum multiplicetur, dabit radix quadrata huius producti chordam ſemiſſis illius arcus, cuius corda data eſt. Vt perſpicuum eſt ex figura, & poſteriori demonſtratione huius propoſ.

Qua ratione omnium arcuũ chordæ ſupputentur.

PROBL. 8. PROPOS. 16.

CHORDAS omnium arcuum ſemicirculi ſeſe ordine ſuperantium vno Minuto, in partibus diametri in quotuis particulas diſtributæ, ſupputare.

STATVAMVS, chordas omnium arcuum ſupputandas eſſe reſpectu diametri in partes 200000. diſtributæ. Quod vt fiat accuratius, ponenda erit in ſupputationibus diameter partium 20000000. Ita enim fiet, vt abiectis duabus primis figuris ad dexteram ex ſingulis chordis inuẽtis, relinquantur chordę magis exquiſitæ reſpectu diametri partium 200000. quemadmodum ad initium propoſ. 9. de Sinubus docuimus, vbi etiam addidimus, quot particularum ſinus totus aſſumi debeat in ſupputatione, ſi ſinus totus in tabula plurium particularum deſideretur. Quod etiam de tota diametro hic intelligi debet, ſtatuendo ſemper diametrum duplo plurium particularum in ſupputatione, quam ſinum totum ibi conſtituimus.

PRIMVM ergo omnium inuentæ ſunt in propoſ. 12. chordæ arcuum grad. 36. grad. 60. grad. 72. grad. 90. & grad. 120. nempe latera decagoni, hexagoni, pentagoni, quadrati, & trianguli æquilateri, partium 6180340. 10000000. 11755705. 14142136. 17320508. qualium 20000000. tota diameter ſtatuitur. Ex chordis autem 6180340. 11755705. arcuum grad. 36. & grad. 72. inuenientur chordæ arcuum reliquorum in ſemicirculo, vt grad. 144. & grad. 108. partium 19021130. 16180340. vt in propoſ. 3. oſtendimus.

DEINDE per propoſ. 13. eiuſque corollarium reperientur chordæ omnium arcuum, qui differentiæ ſint duorum quorumlibet arcuum, quorum chordæ ſint notæ. Vt ex chorda arcus grad. 120. & ex chorda arcus grad. 36. inueniemus chordam arcus grad. 84. qui illorum differentia eſt. Item ex chorda arcus grad. 90. & ex chorda arcus gr. 60. cognoſcemus chordam arcus grad. 30. quo duo illi inter ſe differunt. Eodemq; modo plurimorum arcuum chordas inueſtigabimus.

RVRSVS per ea, quæ propoſ. 14. eiuſq; corollario demonſtrauimus, reperiemus chordam cuiuſq; arcus compoſiti ex duobus, quorum chordæ notæ ſint. Vt ex chorda arcus grad. 60. & ex chorda arcus grad. 90. nota reddetur chorda arcus grad. 150. ex illis duobus compoſiti. Sic etiam ex chorda arcus grad. 90. & ex chorda arcus grad. 36. cognoſcetur chorda arcus grad. 126. &c.

PRÆTEREA per doctrinam propoſ. 15. eiuſq; coroll. cognita chorda cuiuſuis arcus, cognoſcemus & chordam dimidiati arcus. Vt ex chorda arcus grad. 60. notam efficiemus chordam arcus grad. 30. Ex hac chordam arcus grad. 15. Ex hac vero chordam arcus grad. 7. Min. 30. & ex hac chordam arcus grad. 3. Min. 45. Item ex chorda arcus grad. 72. explorabimus chordam arcus grad. 36. Et ex hac chordam arcus grad. 18. Et ex hac chordam arcus grad. 9. Et ex hac chordam arcus grad. 4. Min. 30. Et ex hac chordam arcus grad. 2. Min. 15. Sic etiam quoniam per propoſ. 13. eiuſq; coroll. ex chordis arcuum grad. 36. & grad. 48. cognoſcitur chorda arcus grad. 12. quo illi duo inter ſe differunt, cognoſcemus ex chorda arcus grad. 12. chordam arcus grad. 6. Et ex hac chordam arcus grad. 3. Ex hac chordam arcus grad. 1. Min. 30. Et ex hac chordam arcus grad. 0. Min. 45. Deinde ſi per ea, quæ demonſtrata ſunt, arcuum cæterorum chordas diligenter ex inuentis inquiramus, inueniemus chordas omnium arcuum, qui ſe ordine continuo ſuperant Minutis 45. ita vt primus arcus contineat grad. 0. Min. 45. ſecund. grad. 1. Min. 30. tertius grad. 2. Min. 15. vltimus deniq; ſit totus ſemicirculus grad. 180. Immo vero, ſi, vt proxime docuimus, inuenta fuerit chorda arcus grad. 0. Min. 45. inueniemus ex hac, per doctrinam propoſ. 14. eiuſque coroll. chordas omnium arcuum ſeſe continue Minutis 45. ſuperantium, ſi primo inueſtigemus chordam arcus grad. 1. Min. 30. ex duobus arcubus Min. 45. & Min. 45. compoſiti: Deinde vero chordam arcus grad. 2. Min. 15. qui ex duobus arcubus grad. 1. Min. 30. & Min. 45. componitur: Et poſtea chordam arcus grad. 3. qui componitur ex arcu grad. 2. Min. 15. & ex arcu Min. 45. atque ita deinceps, apponendo ſemper arcui antecedenti arcum Min. 45.

Supputatio chordarũ arcuũ Min. 45. ſeſe ſuperantium

Supputatio chordæ arcus grad. 1.

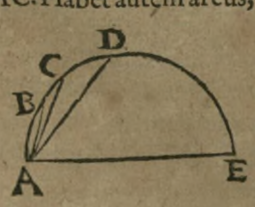
POSTREMO aliorum arcuum chordas inueſtigabimus hac arte. Sit in ſemicirculo ABCDE, chorda AB, arcus Min. 45. & AD, chorda arcus grad. 1. Min. 30. at AC, chorda arcus grad. 1. quæ inueſtiganda proponatur. [a] Quoniam igitur maior eſt proportio arcus AC, ad arcum AB, quam chordæ AC, ad chordam AB: Habet autem arcus AC, ad arcum AB, proportionem ſeſquitertiam; habebit chorda AC, ad chordam AB, proportionem minorem, quam ſeſquitertiam. Cum ergo chorda AB, arcus Min. 45, ex præcedentibus inuenta ſit partium fere 130899. [b] erit chorda AC, arcus grad. 1. (quæ nimirum ad chordam AB, hoc eſt, ad 130899. minorẽ proportionem habet, quam ſeſquitertiam.) minor, quam 174532. cum hic numerus ad illum proportionem habeat ſeſquitertiam. [c] Rurſus quia maior eſt proportio arcus AD, ad arcum AC, quam chordæ AD, ad chordã AC: Habet autem arcus AD, ad arcum AC, proportionem ſeſquialteram; habebit chorda AD, ad chordam BC, minorem proportionem, quam ſeſquialteram. Cum ergo chorda AD arcus grad. 1. Min. 30. ex præcedentibus inuenta ſit partiũ fere 261792. [d] erit chorda AC, arcus gr. 1. (ad quã nimirũ chorda AD, hoc eſt, numerus 261792. minorẽ proportionẽ habet quã ſeſquialterã.) maior, quam 174528. cum ad hunc numerũ numerus 261792. proportionem ſeſquialteram habeat. Conſtat igitur, chordam arcus grad. 1. conſiſtere inter duos hos numeros, 174532. 174528. cũ ille maior ſit, hic vero minor Statuam⁹ ergo

a 10. huius.

b 10. quin.

c 10. huius.

d 10. quin.



eam

eam esse 174530. inter numeros illos omnino mediam. Ita enim sensibiliter non differet à vera chorda arcus grad.1.

NON putes autem, eadem hac arte inuestigari posse chordam arcus cuiusuis plurium graduum ex duabus chordis notis duorum arcuum circumstantium. Nam cum in maioribus arcubus magna sit differentia inter arcus,& chordas,ægre iudicari poterit, quinā numerus ex intermedijs inter duos inuentos constitui debeat chorda arcus propositi. Quod hoc exemplo faciemus perspicuū. Sint cognitæ chordæ arcū grad. 59. Min.46.& grad.60. Min. 30. partium 9964712.& 10075480. Si quis igitur ex his eruere vellet chordā arcus grad. 60. ita esset ei progrediendum. [e] Quoniam minor est proportio arcus grad. 59. Min. 46. ad arcum grad. 60. quam chordæ ad chordam : Habet autē 9964712. chorda arcus grad.59. Min.46. ad 10003614 $\frac{1608}{1793}$. proportionem eandem,quam arcus grad.59.Min.46.ad arcū grad.60.[f] erit chorda arcus grad.60.minor,quā 10003614 $\frac{1608}{1793}$. vtpote ad quam chorda 9964712. maiorem proportionem habeat,quam ad 10003614 $\frac{1608}{1793}$. [g] Item quia maior est proportio arcus grad. 60. Min. 30. ad arcum grad. 60. quam chordæ ad chordam : Habet autem 10075480. chorda arcus grad. 60. Min. 30. ad 9992211 $\frac{60}{121}$. eandem proportionē,quam arcus grad. 60. Min. 30. ad arcum grad. 60. [h] erit chorda arcus grad. 60. maior, quam 9992211 $\frac{60}{121}$. vtpote ad quam chorda 10075480. proportionem habeat minorem, quam ad 9992211 $\frac{60}{121}$. Constituenda igitur esset chorda arcus grad. 60. inter hos duos numeros 10003614 $\frac{1608}{1793}$. 9992211 $\frac{60}{121}$. qui cum valde inter se differant (est enim eorum differentia ferme 11403.) ambiguum erit,quanta ea sit assumenda. Quæ ambiguitas in peruestigatione chordæ arcus grad. 1. locum non habet, cum in tam paruis arcubus chordæ parum ab arcubus differant.

[e] *Coroll. 10. huius.*
[f] *10. quin.*
[g] *10. huius*
[h] *10, quin.*

IAM vero inuenta chorda arcus grad.1. reperiemus quoque, per propos.15. eiusque coroll. chordam arcus Min.30. Et ex hac chordam arcus Min.15. Sed hanc postremam etiam inueniemus per propos.13. eiusque coroll.cum arcus Min.15.sit differentia inter arcum grad.1. & arcum Min. 45. quorum chordæ iam sunt cognitæ. Per chordam autem arcus Min. 14. cognoscemus per propos. 14. eiusque coroll. chordam arcus Min. 30. qui ex arcu Min. 15. & ex arcu Min.15.componitur. Item chordam arcus Min. 45. ex arcubus Min.30. & Min. 15.compositi. Item chordā arcus grad.1.ex arcubus Min. 45. & Min.15.conflati. Et chordā arcus grad.1.Min.15. Et chordam arcus grad.1.Min. 30. quamuis omnes hæ chordæ iam factæ sint alia ratione notæ. Deniq; hac via reperiemus chordas omnium arcuum sese ordine Minutis 15. superantium : quamuis multas illarum alijs rationibus inuestigare possimus, vt ex propos. 13.14. 15. earumque corollarijs manifestum est. *Supputatio chordarum arcuum per Min. 15. extensorum.*

QVOD si statuantur ordine omnes arcus sese Minutis 15. superantes, vna cum eorum chordis; & ad dexteram cuiusuis chordæ ascribatur differentia, qua à præcedenti chorda differt, inueniemus per regulam proportionum chordas aliorum arcuum intermediorum per quina minuta extensorum : & ex his chordas omnium arcuum per singula minuta progredientium; quemadmodum supra de inuentione sinuum diximus. Quod vt facilius intelligatur,proponemus hoc vnum exemplum. Sit inquirenda chorda arcus Min.20. Quoniam igitur differentia inter 43632. chordam Min. 15. & 87264. chordam Min.30. est 43632. Dic. Si Min. 15. quibus arcus Min. 15. ab arcu Min. 30. differt, requirunt differentiam 43632. adiiciendam ad chordam arcus Min.15. vt fiat chorda arcus Min.30. quantā postulant differentiam Minuta 5. quibus arcus Min.15. ab arcu Min. 20. differt, addendam ad eandem chordam arcus Min.15. vt componatur chorda arcus Min. 20 ? Inuenies enim requiri differentiam 14544. quæ addita ad 43632. chordam arcus Min. 15. constituet 58176. chordam arcus Min.20. Eademque ratio est de cæteris. *Supputatio chordarum arcuum per singula Minuta extensorum.*

S C H O L I V M.

SED magnum compendium nobis in hac re afferet propositio sexta. Nam ex ea plurimas chordas ex alijs inuentis per solam additionem, subtractionemue conficiemus. Si namque chordam cuiusuis arcus, qui maior non sit. quam grad. 60. addamus chordæ arcus, quem arcus grad. 120. sumpto illo arcu superat, componemus chordam arcus, qui eodem illo arcu assumpto arcum grad. 120. excedit : propterea quod differentia inter chordas duorum horum arcuum maiorum æqualis est chordæ arcus illius assumpti, qui maior non ponitur, quam grad. 60. vt ibi ostendimus. Vt si 3472964. chordam arcus grad. 20. adiiciamus ad 15320890. chordā arcus grad.100. quem arcus grad. 120. superat dicto arcu grad. 20. componemus 18793854. chordam arcus grad.140. qui arcum grad.120 eodem arcu grad. 20.excedit Ita quoque, si 10000000. chordam arcus grad. 60. addamus chordæ 10000000. arcus grad. 60. quem arcus grad. 120. dicto illo arcu grad. 60. superat, conficiemus 20000000. chordam arcus grad. 180. qui arcum grad.120. eodem illo arcu grad.60. superat. *Compendium mirificū pro inuentione plurimarum chordarū.*

ITEM si chordam cuiuslibet arcus, qui arcu grad. 60. maior non sit, subtrahamus ex chorda arcus, qui arcum grad. 120. sumpto illo arcu superat, relinquetur chorda arcus, quem arcus grad. 120. eodem illo arcu assumpto excedit. Vt si 3472964. chordā arcus grad.20. detrahamus ex 18793854. chorda arcus grad.140. qui arcum grad. 120. superat arcu illo sumpto grad. 20. remanebit 15320890. chorda arcus grad.100. qui eodem illo arcu grad.20. ab arcu grad.120. superatur.

RVRSVS si ex chorda cuiusuis arcus, qui maior sit arcu grad. 120. subducatur chorda arcus, qui tanto minor sit arcu grad. 120. quanto ille maior est, reliqua erit chorda arcus, quo vteruis illorum ab arcu grad. 120. differt. Vt si ex 18793854. chorda arcus grad. 140. auferamus 15320890. chordam arcus grad. 100. relinquetur 3472964. chorda arcus grad.20. quo vterque illorum ab arcu grad.120. differt. Quæ omnia ex dicta propos.6. colliguntur.

SATIS ergo est, vt per regulam proportionum inuestigentur chordæ omnium arcuum à principio semicirculi vsque ad arcum grad.60. Si enim ex his reperiantur chordæ arcuum, qui cum illis semicirculum conficiant, & ex his repertis subducantur priores illæ inuentæ, remanebunt chordæ omnium arcuum inter arcum grad. 60. & arcum grad. 120. Item si notæ essent chordæ omnium arcuum ab arcu grad. 60. vsque ad finem semicirculi, & chordæ omnium arcuum, qui minores sunt arcu grad. 120. auferrentur ex chordis omnium arcuum maiorum, quam grad.120. reliquæ fierent chordæ omnium arcuum à principio semicirculi vsque ad arcum grad. 60. Denique si chordæ omnium arcuum à principio semicirculi vsque ad arcum grad. 120. inuentæ essent, & chordæ omnium arcuum minorum, quam 60. grad. chordis omnium arcuum maiorum, quam grad. 60. adiicerentur, componerentur chordæ omnium arcuum maiorum, quam grad, 120. *Qua ratione sinus omnium arcuū ex chordis inueniātur.*

PORRO, si chordæ omnium arcuum semicirculi in tabulam redigantur, & chordæ omnium arcuum, qui se continue

Minutis

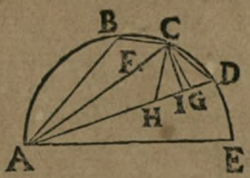
Rectius facere eos, qui tabulam sinuum construunt, quam qui chordarū.

Minutis 2. excedunt, secentur bifariam, inuenti erunt sinus omnium arcuum per singula Minuta progredientium, vt ex defin. 3. constat.

HINC constat, rectius fecisse recentiores, qui sinuum tabulam confecerunt, quam Ptolemæum & veteres, qui chordas in tabulam redegerunt. Pro sinubus enim satis est, si Quadrans circuli per singula Minuta extendatur: at pro chordis necesse est totum semicirculū per Minuta singula extendere: ita vt chordarum tabula sit duplo maior quam tabula sinuum. Taceo, multo expeditiorem, breuiorem, faciliorem que esse sinuum vsum in rebus Astronomicis, & Geometricis, quam chordarum: vt ijs est manifestum, qui sese in huiusmodi vsu exercuerunt aliquando.

Differentiæ chordarum à principio semicirculi vsq; ad eius finem sensim decrescunt, ita vt chordæ minoris arcuum maiores habeant differentias quā chordæ arcuū maiorum dummodo arcus habeant differentias æquales.

QVEMADMODVM autem sinuum differentiæ sensim decrescunt à principio quadrantis vsque ad eius finem; ita vt, positis pluribus arcubus æqualiter sese excedentibus, minorum sinus habeant maiores differentias, quam sinus maiorum, vt in coroll. propos. 1. ostendimus: ita quoque chordarum differentiæ paulatim decrescunt à principio semicirculi ad eius finem vsque. Nam positis pluribus arcubus, quorum æquales sint differentiæ, minorum chordæ maiores habent differentias, quam chordæ maiorum. Quod ita demonstrabimus.



Sint in semicirculo ABCDE, arcus AB, AC, AD, quorum differentiæ BC, CD, æquales sint, chordæ autem eorundem AB, AC, AD: abscindaturque recta AF, chordæ AB, æqualis; & recta AG, chordæ AC, æqualis. Dico FC, differentiam inter chordas AB, AC, maiorem esse, quam GD, differentiam inter chordas AC, AD. Abscissa enim recta AH, æquali ipsi AF, vel ipsi AB, iunctisque rectis BC, CD, CG, CH: quoniam latera BA, AC, lateribus HA, AC, æqualia sunt, [a] angulosq; continent æquales ad A, propter æquales arcus BC, CD; [b] erunt bases BC, CH, æquales. [c] Est autem recta BC, rectæ CD, æqualis, ob æquales arcus eosdem BC, CD. Igitur & recta CH, rectæ CD, æqualis erit. [d] Anguli ergo CHD, CDH, æquales quoque erunt: [e] qui cum sint duobus rectis minores; erit vterque eorum acutus. Eodem pacto erit vterque angulorum ACG, AGC, acutus: [f] propterea quod inter se etiam æquales sunt, ob æquales rectas AC, AG. Quia igitur in triangulo CGH, anguli ad G, H, acuti sunt; fit, vt CI, ducta ad DH, perpendicularis cadat intra triangulum in rectam GH, vt in scholio propos. 13. lib. 2. Eucl. demonstrauimus. Itaq; quia duo anguli CHI, CIH, trianguli CHI, duobus angulis CDI, CID, æquales sunt, suntque duo latera CH, CD, æqualibus rectis angulis opposita æqualia, vel certe latus CI, commune est; [g] erunt quoq; latera IH, ID, æqualia. Cum ergo ID, maior sit quam GD, erit quoq; HI, & à fortiori HG, maior quam GD. Est autem HG, ipsi FC, æqualis, propterea quod & rectæ AC, AG, inter se, & rectæ AF, AH, inter se æquales sunt. Igitur & FC, differentia chordarum AB, AC, maior erit, quam GD, differentia chordarum AC, AD. Quod est propositum.

a 27. tertij.
b 4. pri.
c 29. tert.
d 5. primi.
e 27. pri.
f 5. primi.
g 26. pri.

Arcus.		Chordæ.		
G	M	Par.	M.	Sec.
0	30	0	31	25
10	0	10	27	32
20	0	20	50	16
45	0	45	55	19
50	0	50	42	51
60	0	60	0	0
66	30	65	47	43
80	30	77	32	6
90	0	84	51	10
120	0	103	55	23
170	0	119	32	37

NEC vero prætereundum est, si, posita diametro partium 120. chordas arcuum inquiramus in partibus, Minutis, & Secundis, vt Ptolemæus fecit, chordas arcuum minorum, quàm grad. 60. habere plures Partes, Minuta, ac Secunda: quam arcus, quorum sunt chordæ: at vero chordas arcuum maiorum, quam grad. 60. esse pauciorum Partium, Minutorum, ac Secundorum, quam arcus illis respondentes. Vt in tabula hic apposita manifestum est, quam ex Ptolemæi tabula excerptam huc transtuli. In qua cernis chordas arcuum minorum, quàm grad. 60. maiores esse, quoad numerum Partium, Minutorum, & Secundorum, quam arcus respondentes, quoad gradus, ac Minuta; chordas vero arcuum maiorum, quàm grad. 60. esse minores arcubus respondentibus, quoad eosdem numeros. Cuius quidem rei hæc est demonstratio.

IN semicirculo ABCDE, sit arcus AC, grad. 60 & AB, minor, nempe grad. 45. at AD, maior, puta grad. 80. Min. 30. ducanturque chordæ AB, AC, AD. Dico chordam AB, maiorem esse, quam Par. 45. at chordam AD, minorem, quàm Partium 80. Min. 30. [h] Cum enim maior sit proportio arcus AC, ad arcum AB, quam chordæ AC, ad chordam AB: sit autem proportio arcus AC, ad arcum AB, eadem, quæ 60. ad 45. erit proportio chordæ AC, ad chordam AB, minor, quam 60. ad 45. Quare cum chorda AC, sit partiū 60. vtpote quæ semidiametro æqualis est, per coroll. propos. 15. lib. 4. Eucl. erit chorda AB, maior, quam partium 45. [i] propterea quod 60. ad numerum, qui maior sit, quā 45. minorem proportionem habet, quā ad 45. Atq; ita in tabella superiori vides chordam arcus grad. 45. esse Partiū 45 Min. 55. Sec. 19. [k] Rursus quia maior est proportio arcus AD, ad arcum AC, quam chordæ AD, ad chordam AC: Est autem proportio arcus AD, ad arcum AC, eadem, quæ grad. 80. Min. 30. ad 60. erit chordæ AD, ad chordam AC, minor proportio, quàm Par. 80. Min. 30. ad 60. Cum ergo chorda AC, sit partium 60. erit chorda AD, minor, quā Par. 80. Min. 30. [l] propterea quod numerus, qui minor sit, quàm Par. 80. Min. 30. ad 60. minorem proportionem habet, quàm Par. 80. Min. 30. ad eundem numerum 60. Atque ita cernis in superiori tabella chordam arcus grad. 80. Min. 30. continere partes duntaxat 77. Min. 32. Sec. 6. Eademque ratio est de alijs chordis minoribus, & maioribus, quàm AC, hoc est, quam chorda arcus grad. 60.

h 10. huius
i 8. quinti.
k 16. huius
l 8. quin.

LINEÆ

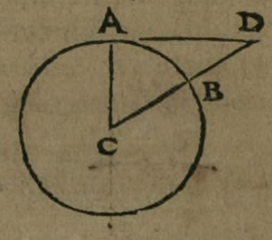
LINEÆ TANGENTES, ATQVE SECANTES.

QVANQVAM Astronomi omnia sua problemata atq; theoremata per solos sinus explicare poßint, vt communiter ab omnibus fieri solet, quia tamen multa facilius, ac breuius expediuntur, si vna cum sinubus lineæ tangentes, secantesq; adhibeantur, vt ex doctrina triangulorum erit manifestum; quas quidem lineas vtili sane consilio Recentiores excogitarunt, atque in tabulas redegerunt: visum est has etiam lineas paucis exponere, vt doctrina nostrorum triangulorum perfectior euadat. Vniuersa siquidem triangulorum doctrina in tribus hisce linearū generibus, nempe in sinubus, lineis tangentibus, & secantibus, potißimū consistere videtur. Primū autem explicandū est, quid sit linea tāgēs, & quid secans propositi cuiusuis arcus.

Doctrina triangulorum in quo consistat.

CVM ergo ab altero extremo cuiuslibet arcus, qui quadrante minor sit, semidiameter ducta fuerit, in cuius extremitate recta linea circulum tangat, & per alterum extremum eiusdem arcus extendatur alia recta linea ex centro ad tangentem lineam vsque: appellatur portio lineæ tangentis inter duas rectas è centro egredientes, Linea tangens (alijs Prosinus, vel Ascripta dicetur) illius arcus, quem eædē duæ rectæ è centro eductæ includunt: Recta verò altera puncto contactus opposita inter centrum, & lineam tangentem, dicitur Linea secans (quam alij Hypotenusam, vel Transsinuosam dicunt) eiusdem arcus. Vt si in circulo AB, cuius centrum C, sumatur arcus AB, quadrante minor, & in extremitate semidiametri AC, ab extremitate A, ducta recta AD, circulum tangat, recta autem CD, circulum secet, conueniens cum AD, in D, (conueniet enim necessariò, propterea quod duo anguli CAD, DCA, duobus rectis sunt minores; cum ille rectus sit, hic autem recto minor, propter arcum AB, quadrante minorem.) dicetur AD, Tangens arcus AB, at CD, Secans eiusdem arcus. Tangentem vocant nonnulli Adscriptam, quod circulo quodammodo adscribatur; Secantem verò, Hypotenusam, propterea quod in triangulo rectangulo ACD, [a] (angulus enim A, apud contactum rectus est) angulum rectum subtendit: Semidiametrū denique AC, siue sinum totum, dicunt basem eiusdem trianguli.

Linea tangens, & secans quid.



Linea adscripta, & Hypotenusa quid.

a 18. tert.

QVEMADMODVM autem in omni triangulo rectangulo, si latus recto angulo oppositum ponatur sinus totus, reliqua duo latera sunt sinus recti reliquorum angulorum acutorum, quibus opponuntur; Item vtrumuis reliquorum laterum est sinus complementi anguli sibi adiacentis, vt in definitionibus sinuum traditum est: ita quoque si alterutrum laterum circa angulum rectum statuatur sinus totus, erit alterum latus circa angulum rectum Tangens anguli acuti sibi oppositi, latus verò angulo recto oppositum Secans eiusdem anguli. Vt in triangulo rectangulo ACD, latus CA, est sinus totus, nempe semidiameter circuli AB: at AD, tangens anguli C, vel arcus AB, & CD, eiusdem secans. Eodem pacto, si DA, statuatur sinus totus, erit AC, tangens anguli D, & DC, eiusdem secans.

Si in triangulo rectangulo alterutrum laterum circa angulū rectū ponatur sinus totus, erit alterum latus circa angulum rectum tangens anguli acuti sibi oppositi, & latus recto angulo oppositum eiusdem secans.

ETSI autem diximus, tangentem, & secantem sumi respectu arcus quadrante minoris, tamen eadem tangens, & secans referri solet ad arcum etiam, qui cum illo semicirculum complet: adeo vt duo arcus semicirculum conficientes, vel duo anguli duobus rectis æquales, vnam eandemque tangentem, atque secantem habeant: quemadmodum & eundem sinum rectum habent, vt in tractatione sinuum tradidimus: adeo vt si quæratur tangens & secans alicuius arcus quadrante maioris, sumenda sit tangens & secans arcus quadrante minoris, qui cum illo semicirculum complet.

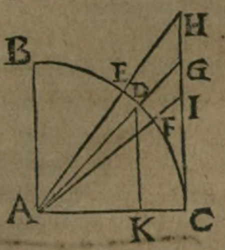
PORRO qua ratione Tangentes, & Secantes omnium arcuum quadrantis reddantur cognitæ in partibus sinus totius, ac proinde qua via tabula Tangentium, tabula item Secantium componenda sit, sequentibus propositionibus, quæ ad lineas Tangentes, ac Secantes spectant, planum fiet.

Duo arcus semicirculum conficientes vel duo anguli duobus rectis æquales habent eandem tangentem & secantem.

THEOR. 9. PROPOS. 17.

TANGENS dimidij quadrantis sinui toti æqualis est: Tangens autem arcus maioris dimidio quadrantis maior est sinu toto: Et Tangens minoris arcus minor est. Secans denique dimidij quadrantis dupla est sinus recti eiusdem dimidij.

IN quadrante ABC, sit arcus CD, semissis ipsius, CE, semisse maior, & CF, minor. Ducta autem recta CH, ad AC, perpendiculari, [a] quæ circulum tanget in C, ducantur rectæ AG, AH, AI, per puncta D, E, F. Item DK, ad AC, perpendicularis. Eritq; CG, tangens arcus CD; & CH, tangens arcus CE; & CI, tangens arcus CF. at DK, sinus rectus arcus CD, & AG, eiusdem secans. Dico CG, æqualem esse sinui toti AC; at CH, maiorem, & CI, minorem. Item AG duplam sinus DK. [b] Quoniam enim anguli CAG, GAB, æquales sunt, ob arcus æquales CD, DB; estque angulus BAC, rectus, erit vterq; illorum semirectus. [c] Quare & reliquus angulus CGA, in triangulo ACG, semirectus erit; propterea quod angulus C, rectus est. [d] Igitur recta CG, tangens arcus CD, qui semissis est quadrantis, sinui toti AC, æqualis erit. Ex quo sequitur, CH, tangentem arcus CE, qui semisse quadrantis maior est, sinu toto AC, maiorem esse; & CI, tangentem arcus CF, qui semisse quadrantis minor est, minorem: cum punctum H, necessariò cadat supra G, & punctum I, infra.



Tangētes quomodo se habeāt cum sinu toto comparatæ.

a Corol. 16 3.

b 27. tert.

c 32. pri.

d 6. pri.

QVOD tamen seorsum ita quoque ostendi potest, nulla habita ratione tangentis CG, cuius arcus est semissis quadrantis. Quoniam arcus CE, semisse quadrantis maior est, erit arcus BE, semisse quadrantis minor.

e schol. 27. 3. f 32. pri. g 19. pri. h schol. 27. 3. i 32. pri. k 29. pri.

[e] Igitur angulus C A H, angulo H A B, maior eſt, ac proinde maior ſemirecto. Cum ergo angulus C, rectus ſit, [f] erit reliquus AHC, in triangulo ACH, ſemirecto minor. [g] Quare recta C H, tangens arcus C E, qui ſemiſſe quadrantis maior eſt, maior eſt ſinu toto A C.

RVRSVS quia arcus CF, ſemiſſe quadrantis minor eſt, ac proinde BF, maior, [h] erit angulus CAI, angulo IAB, minor; atque adeo minor ſemirecto. Cum ergo angulus C, ſit rectus, [i] erit reliquus AIC, in triangulo ACI, maior ſemirecto: [k] ac propterea recta CI, tangens arcus CF, qui quadrantis ſemiſſe minor eſt, minor erit ſinu toto A C.

l 6. primi. m 4. ſexti. n Coroll. 20. 6. o 47. pri.

PRÆTEREA quoniam angulus K, rectus eſt, & DAK, ſemirectus, vt oſtenſum eſt; erit & ADK, ſemirectus; [l] ac proinde AK ſinui DK, æqualis erit. Quia vero triangula G A C, D A K, æquiangula ſunt, [m] erit vt AG, ad AC, ita AD, hoc eſt, AC, ad AK; ac proinde tres rectæ GA, ſecans; AC, ſinus totus, & AK, ſinus dimidij quadrantis, continue proportionales erunt. [n] Ita ergo erit quadratum ex AG, ad quadratum ex A C, vt recta A G, ad rectam A K. Eſt autem quadratum ex AG, quadrati ex A C, duplum, [o] propterea quod æquale eſt quadratis ex AC, CG, æqualibus. Igitur & AG, ſecans dimidij quadrantis dupla eſt ſinus AK, vel DK, eiuſdem dimidij. Quocirca tangens dimidij quadrantis ſinui toti æqualis eſt, &c. Quod demonſtrandum erat.

Quæ tangentes in tabula tangentium minores ſint ſinu toto, & quæ maiores. Item cur ſecans gr. 45. dupla ſit ſinus grad. 45.

SCHOLIVM.

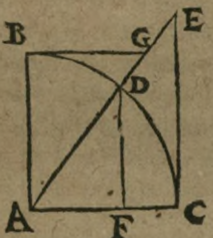
EX hac propoſ. aperte cauſa colligitur, cur in tabula Tangentium omnes tangentes arcuum minorum, quam grad. 45. minores ſint ſinu toto: Tangens vero arcus grad. 45. ſinui toti æqualis: Tangentes denique omnes arcuum maiorum, quam grad. 45. ſinu toto maiores. Item cur in tabula Secantium ſecans arcus grad. 45. dupla ſit ſinus arcus eiuſdem grad. 45.

THEOR. 10. PROPOS. 18.

Quã proportionem habeat ſinus totus ad tangẽtem, & ſecantem cuiuſuis arcus.

QVAM proportionem habet ſinus complementi arcus cuiuſuis ad ſinum rectum eiuſdem arcus, eam habet ſinus totus ad tangentem eiuſdem arcus: Item quam proportionem habet ſinus rectus cuiuſlibet arcus ad ſinum complementi eiuſdem arcus, eam habet ſinus totus ad tangentem eiuſdem complementi. Sinus autem totus medio loco proportionalis eſt inter ſinum complementi cuiuſuis arcus, & ſecantem eiuſdem arcus: Item inter ſinum rectum cuiuſlibet arcus, & ſecantem complementi eiuſdẽ arcus. Sinus deniq; idem totus medius proportionalis eſt inter tangentem arcus cuiuſuis, & tangentem complementi eiuſdem arcus.

IN quadrante ABC, ſit D F, ſinus arcus C D; & C E, eiuſdem tangens inter ſemidiametrum A C, & ſecantem AE: Item BG, tangens arcus BD, qui complementum eſt arcus CD. Dico ita eſſe ſinum complementi arcus CD, ad ſinum rectum eiuſdem arcus, vt eſt ſinus totus AC, ad tangẽtem CE, &c. Quoniam enim, vt in expoſitione definitionum dictum eſt, AF, æqualis eſt ſinui complementi arcus C D, cũ ſit æqualis ſinui recto arcus BD, qui complementum eſt arcus C D; ſuntque triangula AFD, ACE, æquiangula, ob rectos angulos F, C, & communem angulum A: [a] erit vt AF, ſinus complemẽti arcus CD, ad FD, ſinum rectum eiuſdem arcus C D, ita A C, ſinus totus ad CE, tangentem eiuſdem arcus. Quod eſt primum.



a 4. ſext.

DEINDE eadem ratione erit, vt AF, ſinus rectus arcus BD, ad FD, ſinum complementi eiuſdem arcus B D, ita A C, ſinus totus ad C E, tangentem eiuſdem complementi arcus B D. Quod eſt ſecundum.

TERTIO in eiſdem triangulis erit, vt AF, ſinus complementi arcus CD, ad AD, ſinum totum, ita AC, ſinus totus ad AE, ſecantem eiuſdem arcus C D. Item vt A F, ſinus rectus arcus BD, ad A D, ſinum totum, ita AC, ſinus totus ad AE, ſecantem arcus CD, qui complementum eſt eiuſdem arcus BD. Quare ſinus totus medius proportionalis eſt inter AF, ſinum complementi arcus CD, & AE, ſecantem eiuſdem arcus CD: Item inter AF, ſinum rectum arcus BD, & AE, ſecantem complementi eiuſdem arcus BD. Quod eſt tertium.

b 29. pri. c 4. ſexti.

POSTREMO, quia triangula ACE; GBA, æquiangula ſunt, quod anguli C, B, ſint recti; [b] & alterni CAE, BGA, nec non alterni AEC, GAB, æquales: [c] erit vt CE, tangens arcus CD, ad AC, ſinum totum, ita AB, ſinus totus ad BG, tangentem complementi eiuſdem arcus C D. Pari ratione erit, vt BG, tangens arcus BD, ad AB, ſinum totum, ita AC, ſinus totus ad CE, tangentem complementi eiuſdem arcus B D. quod eſt quartum. Quam ergo proportionem habet ſinus complementi arcus cuiuſuis, &c. Quod erat demonſtrandum.

SCHOLIVM.

Quo pacto tangentes omnium arcuum reperiantur.

ITAQVE per ea, quæ primo loco demonſtrata ſunt in hac propoſ. ſi fiat, vt ſinus complementi cuiuſuis arcus ad ſinum rectum eiuſdem arcus, ita ſinus totus ad aliud; hoc eſt, ſi ſinus arcus cuiuſlibet in ſinum totum multiplicetur, (quod fiet facile, ſi ei ad dextram præponas tot cifras, quot in ſinu toto continentur, nempe ſeptem, ſi ſinus totus fuerit 10000000. vel quinque, ſi ſinus totus fuerit 100000.) productuſque numerus per ſinum complementi eiuſdem arcus diuidatur: inuenietur Tangens illius arcus, cuius ſinum complementi accepiſti, vel cuius ſinum rectum in ſinum totum multiplicaſti. Vt ſi tangens arcus grad. 30. quæratur, adiungemus eius ſinui recto 5000000. ſeptem cifras, hoc modo 50000000000000. & hunc numerum per 8660254. ſinum complementi eiuſdem arcus grad. 30. partiemur. Nam quotiens numerus 5773503. dabit tangentem arcus grad. 30. quatenus ſinus totus eſt 10000000. Hinc fit, tangentes omnes per ſolam diuiſionem inueniri. Nam, ſi omnium arcuum ſinubus, initio facto à principio quadrantis, ſeptem cifras apponas, & compoſitos numeros per ſinus complementorum eorundem arcuum, quemlibet per ſuum correſpondentem, diuidas, prodibunt omnium arcuum tangentes, vt ex demonſtratis liquido conſtat. Quamobrem perfacilis eſt conſtructio tabulæ Tangentium.

Sola diuiſione omnes tangẽtes eliciuntur.

Qua rõne ſecantes omnium arcuũ inueſtigẽtur.

RVRSVS per ea, quæ tertio loco in hac propoſ. ſunt demonſtrata, ſi fiat, vt ſinus complementi cuiuſuis arcus ad ſinum totum, ita ſinus totus ad aliud: hoc eſt, ſi ſinus totus in ſeipſum multiplicetur, (quod facile fiet, ſi ei ad dextram præponas tot cifras, quot ſunt in ſinu toto, puta ſeptem, vel quinq;, prout ſinus totus habuerit ſeptẽ, aut quinq; cifras.) numeruſq; productus per ſinũ complemẽti cuiuſuis arcus diuidatur: reperietur Secans illius arcus, per cuius ſinũ complementi diuiſio facta eſt. Vt ſi ſecans arcus

arcus grad. 30. desideretur, diuidemus 100000000000000. (productum scilicet numerum ex sinu toto in seipsum per 8660254. sinum complementi arcus grad. 30. Numerus enim Quotiens 11547005. dabit secantem arcus grad. 30. quatenus sinus totus est 10000000. Sola ergo diuisione huius semper numeri 100000000000000. per sinus complementorum omnium arcuum, initio facto à principio Quadrantis, omnium arcuum secantes eruuntur, vt ex demonstratis liquet. Ex quo facilima erit constructio tabulæ Secantium.

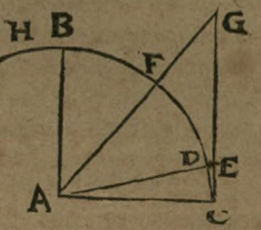
Sola diuisione eiusdem semper numeri per sinus omnes secãtes inueniũtur.

THEOR. 11. PROPOS. 19.

TANGENS cuiusuis arcus, qui semisse quadrantis maior sit, æqualis est tangenti & secanti simul arcus, qui duplus sit excessus, quo datus arcus semissem quadrantis superat.

Tangens arcus maioris semisse quadrantis, cum tangẽti, & secãti simul sit æqualis.

IN quadrante A B C, sit C G, tangens arcus CF, qui semisse quadrantis maior sit, inter semidiametrum AC, & secantem AG, eiusdem arcus CF, comprehensa. Dico C G, æqualem esse tangenti, & secanti simul arcus, qui duplus sit excessus, quo arcus C F, semissem quadrantis superat. Sumpto enim arcu F D, ipsi F B, æquali, ducatur recta A D, extendaturque vsque ad E. [a] Et quoniam anguli B A F, F A E, ob æquales arcus B F, D F, æquales sunt: [b] Et angulo B A F, æqualis est alternus angulus G; erit quoque idem angulus G, angulo GAE, æqualis. [c] Quare rectæ E G, E A, æquales sunt: ac propterea, addita communi C E, erit C G, tota tangens arcus CF, duabus CE, & AE, hoc est, tangenti, & secanti arcus CD, simul æqualis. Dico iam arcum C D, duplum esse excessus, quo arcus CF, propositus semissem quadrantis superat. Producto enim arcu quadrantis ad partes B, sumptoque arcu BH, æquali ipsi CD, cum & arcus FB, arcui F D, sit æqualis, erit totus arcus FH, toti arcui CF, æqualis, ac proinde arcus CH, duplus erit arcus C F. Quoniam vero arcus C H, quadrantem C B, superat arcu B H, hoc est, arcu C D; [d] superabit C F, semissis arcus C H, semissem quadrantis CB, semisse excessus CD. Arcus igitur CD, duplus est excessus, quo datus arcus CF, semissem quadrantis superat. Est autem ostensum, C G, tangentem arcus C F, æqualem esse tangenti CE, & secanti AE, simul arcus CD. Igitur tangens cuiusuis arcus, qui semisse quadrantis maior sit, æqualis est tangenti, & secanti simul arcus, qui duplus sit excessus, quo datus arcus semissem quadrantis superat. Quod ostendendum erat.



a 27. tert.
b 29 pri
c 6. primi.
d 7. huius.

S C H O L I V M.

HANC propositionem nonnulli ita proponunt.

SECANS cuiusuis arcus vna cum tangente eiusdem æqualis est tangenti arcus compositi ex dato arcu, & semisse complementi eiusdem.

Secans, & tangens eiusdẽ arcus cui tã gẽti simul æquales sint.

NAM in eadem figura sit A E, secans, & CE, tangens eiusdem arcus C D. Secto autem arcu BD, nempe complemento arcus CD, bifariam in F, ducatur ex centro A, per F, recta AG, secans tangentem C E, productam in G. Eritque C G, tangens arcus C F, compositi ex dato arcu CD, & D F, semisse complementi DB. Dico secantem AE, & tangentem CE, simul æquales esse tangenti CG. [e] *Quia enim anguli B A F, F A E, æquales sunt, propter æquales arcus BF, FD;* [f] *& angulo BAF, alternus angulus G, æqualis est; erit quoque angulus idem G, angulo GAE, æqualis.* [g] *Quare æquales sunt rectæ E A, E G: atque adeo, addita communi EC, duæ AE, EC, simul toti CG, æquales erunt.*

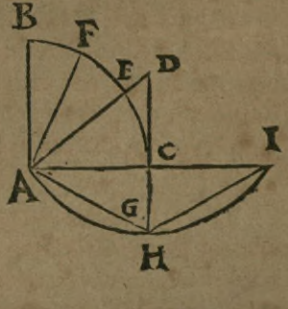
e 27. tert.
f 29. pri.
g 6 primi.

THEOR. 12. PROPOS. 20.

SECANS cuiusuis arcus æqualis est tangenti eiusdem, vna cum tangente semissis complementi arcus eiusdem.

Secãs cuiusuis arcus quorũ duorum arcuũ tangentibus sit æqualis.

IN quadrante A B C, sit A D, secans, & C D, tangens arcus CE, cuius complementi EB, semissis sit EF, vel F B, & huic semissi æqualis sit arcus CG. Ducta autem recta A G, & producta, donec cum DC, protracta coeat in H, erit C H, tangens arcus C G, qui semissis est complementi arcus CE. Dico secantem AD, æqualem esse tangenti CD, & tangenti CH, simul, hoc est, toti lineæ DH. [a] Quoniam enim anguli EAF, CAG, æquales sunt, ob æquales arcus EF, CG; addito communi angulo EAC, erunt toti anguli F A C, E A H, æquales. [b] Rursus quia in triangulo rectangulo ACH, duo anguli A H, vni recto, nimirum angulo BAC, æquales sunt; ablatis angulis BAF, CAH, [c] qui propter æquales arcus BF, CG, æquales sunt, erunt reliqui anguli FAC, & H, æquales. Est autem angulus FAC, ostensus æqualis angulo EAH. Igitur & angulus H, eidem angulo EAH, æqualis erit: [d] ac propterea rectæ AD, DH, æquales erunt, hoc est, secans AD, tangentibus DC, CH, æqualis erit. Quod est propositum.



a 27. tert.
b 32. pri.
c 27. tert.
d 6. primi.

ALITER. Sit rursus A D, secans, & CD, tangens arcus CE. Dico secantem AD, æqualem esse tangenti CD, vna cum tangente semissis complementi arcus E C, seu anguli DAC, hoc est, vna cum tangente semissis anguli D, qui complementum est anguli D A C, [e] cum ambo in triangulo rectangulo ACD, vni recto sint æquales. Centro namque D, & interuallo D A, arcus circuli describatur A H I, secans DC, productam in H, & AC, productam in I, ducanturque rectæ AH, HI. Quia igitur recta DC, ex centro D, circuli AHI, educta secans rectam AI, ad angulos rectos, [f] secat eam bifariam; secabit eadem DCH, & arcum AHI, bifariam, ex lemmate in definitionibus demonstrato. [g] Quare anguli CAH, & I, æquales sunt. Quoniam autem, cum anguli D, & I, eandem habeant basim arcum AH, & ille sit ad centrum D, hic vero ad circumferentiam, [h] angulus D, anguli I, duplus est, erit quoq; idem angulus D, anguli CAH, duplus: ac proinde angulus CAH, semissis erit anguli D, qui complementum est anguli DAC. Cum ergo CH, tangens sit anguli CAH, sitque DA, recta rectæ DH, ex defin. circuli æqualis: liquido constat, secantem AD, arcus CE, æqualem esse tangenti CD, eiusdem arcus, vna

e 32. pri.
f 3. tert.
g 27. tert.
h 20. tert.

cum CH, tangente semissis complementi arcus CE, seu anguli CAD. Quapropter Secans cuiusuis arcus æqualis est tangenti eiusdem, &c. Quod demonstrandum erat.

SCHOLIVM.

Compendium mirificũ pro constructione tabulæ tam tangentiũ, quam secantiũ.

EX proximis duobus theorematibus mirificum nobis compendium suppeditatur ad tabulam tam Tangentium, quam Secantium construendam. Nam si per ea, quæ propos. 18. eiusque scholio præcepimus, tangentes omnium arcuum per singula minuta extensorum vsque ad semissem quadrantis, secantes vero omnium arcuum totius quadrantis inquiramus; inueniemus earum beneficio per solam additionem tangentes aliorum arcuum, vsque ad arcum grad. 67. Min. 30. si nimirum tangentem, & secantem cuiusque arcus minoris semisse quadrantis, qui minuta numero paria contineat, in vnam summam colligamus: i propterea quod tangens cuiusuis arcus maioris semisse quadrantis æqualis est tangenti, ac secanti arcus, qui duplus sit excessus, quo datus arcus semissem quadrantis superat; quales sunt omnes arcus minutorum parium vsq. ad grad. 45. vt arcus Min. 2. Min. 4. Min. 6. &c. Exempli causa, si desideretur tangens arcus grad. 45. Min. 1. colligemus in vnã summam tangentem 5818. & secantem 10000002. arcus Min. 2. qui duplus est arcus Min. 1. quo datus arcus grad. 45. Min. 1. semissem quadrantis, hoc est, arcum grad. 45. superat. Numerus enim conflatus 10005820 dabit tangentẽ propositi arcus grad. 45. Min 1. qui semissem quadrantis superat semisse arcus Min. 2. vt propos. 19. ostensum est. Idẽ arcus grad. 45. Min. 1. componitur ex arcu Min. 2. & semisse complementi eiusdem arcus, quod complectitur grad. 89. Min. 58. hoc est, ex arcu Min. 2. & arcu grad. 44. Min. 59. ac proinde, vt in scholio propos. 19. demonstrauimus, numerus 10005820. conflatus ex tangente, & secante arcus ~~Min.~~ 2. dabit tangentem dicti arcus compositi ex arcu Min. 2. & semisse complementi eiusdem.

i 19 huius.

EADEM ratione tangens cuiusuis arcus maioris semisse quadrantis componetur ~~ex tangente,~~ & secante arcus, qui duplus sit excessus, quo arcus ille semissem quadrantis superat. Item si in vnam summam colligantur tangens, & secans cuiusuis arcus minoris semisse quadrantis, conflabitur tangens arcus compositi ex illo arcu, & semisse complementi eiusdem. Vt tangens 14352451. arcus grad. 55. Min. 8. composita est ex tangente 3692500. & secante 10659951. arcus grad. 20. Min. 16. qui duplus est arcus grad. 10. Min. 8. quo datus arcus grad. 55. Min. 8. quadrantis semissem superat. Item si tangens 3692500. & secans 10659951. arcus grad. 20. Min. 16. in vnam summam colligantur, conflabitur tangens 14352451. arcus grad. 55. Min. 8. compositi ex illo arcu grad. 20. Min. 16. & semisse complementi eiusdem, nempe ex arcu grad. 34. Min. 52. cum complementum arcus grad. 20. Min. 16. comprehendat grad. 69. Min. 44.

ITAQVE proposito arcu quocunque, qui maior sit quadrantis dimidio, si ex eo detrahatur semissis quadrantis, id est, arcus grad. 45. & reliqui arcus sumatur duplus, component tangens & secans huius dupli arcus sumpti tangentem propositi illius arcus. Vt si quæratur tangens arcus grad. 55. Min. 8. detrahendi erunt grad. 45. ex eo, & reliqui arcus grad. 10. Min. 8. sumendus duplus arcus grad. 20. Min. 16. k Huius enim tangens, & secans component illius tangentem, vt demonstratum est.

k 19. huius.

INVENTIS autem hoc modo tangentibus arcuum semisse quadrantis maiorum vsq. ad arcũ grad. 67. Min. 30. inclusiue; si rursus tangentem, & secantem cuiusq. horum arcuũ, qui minuta numero paria complectatur, (quales sunt arcus grad. 45. Min. 2. & grad. 45. Min. 4. &c.) in vnam summam colligamus, reperiemus tangentes maiorum adhuc arcuũ, nempe grad. 67. Min. 31 & grad. 67. Min. 32. &c. vsq. ad arcum grad. 78. Min. 45. inclusiue. Nam huius arcus grad. 33. Min. 45. quo arcus grad. 78. Min. 45. semissem quadrantis excedit, duplus est arcus grad. 67. Min. 30. cuius tangens vltimo loco inuenta fuit. Item ex his tangentibus arcuum maiorum, quam grad. 67. Min. 30. vsq. ad arcum grad. 78 Min. 45. inclusiue inuentis; si rursus tangentem, & secantem cuiusq. illorum, qui minuta numero paria comprehendat, in vnam colligamus summam, inueniemus tangentes maiorum adhuc arcuum, cuiusmodi sunt arcus grad. 78. Min. 46. & grad 78. Min. 47. &c. vsq. ad arcum grad. 84. Min. 22. inclusiue. Nam huius arcus grad. 39. Min. 22. quo arcus grad. 84. Min. 22. semissem quadrantis superat, duplus est arcus grad. 78. Min. 44. qui maximus est eorum, qui minuta numero paria habent, & quorum tangentes iam inuentæ sunt. Sic etiam ex his inuentis reperiemus tangentes maiorum adhuc arcuum, quam grad. 84. Min. 22. vsq. ad arcum grad. 87. Min. 11. Quia huius arcus grad. 42. Min. 11. quo arcus grad. 87. Min 11. dimidium quadrantis excedit, duplus est arcus grad. 84. Min. 22. cuius tangens vltimo loco fuit inuenta. Ex his vero repertis conficiemus tangentes sequentium arcuum, vsq. ad arcum grad. 88. Min. 35. propterea quod huius arcus grad. 43. Min. 35. quo arcus grad. 88. Min. 35. quadrantis dimidium excedit, duplus est arcus grad. 87. Min. 10. qui maximus est eorũ, qui minuta habent numero paria, & quorum tangentes proxime inuentæ sunt. Per has quoq. reperiemus aliorum arcuum tangentes, vsq. ad arcum grad. 89. Min. 17. inclusiue; cum huius arcus grad. 44. Min. 17. quo arcus grad. 89. Min. 17. dimidiatum quadrantem excedit, duplus sit arcus grad. 88. Min. 34. vtpote maximus eorum, qui minuta numero paria continent, & quorum iam tangentes sunt cognitæ. Beneficio deinde harum tangentium inuentarum eliciemus tangentes aliorũ arcuum, vsq. ad arcum grad. 89. Min. 38. inclusiue; eo quod huius arcus grad. 44. Min 38. quo arcus grad. 89. Min. 38. semissem quadrantis superat, duplus est arcus grad. 89. Min. 16. qui maximus est eorũ, qui minuta numero habent paria, & quorũ tangentes iam factæ sunt notæ; Hinc aliorum arcuũ tangentes inquiremus, vsq. ad arcum grad. 89. Min. 49. quippe qui superet quadrantis dimidiũ arcu grad. 44. Min. 49. cuius duplus est arcus grad. 89. Min. 38. ad quẽ proxime peruenimus. At ex his inuestigabimus tangẽtes sequentiũ arcuũ vsq. ad arcũ grad. 89. Min. 54. quippe qui quadrantis medietatẽ superet arcu grad. 44. Min. 54. cuius duplus est arcus grad. 89. Min. 48. qui maximus est eorũ, qui minuta habẽt numero paria, & quorũ tangentes iã sunt inuentæ. Eadem ratione ex his inueniemus tangentes sequentiũ arcuũ vsq. ad arcũ grad. 89. Min. 57. Quia huius arcus grad. 44. Min. 57. quo arcus grad. 89. Min. 57. quadrãtis dimidiũ superat, duplus est arcus grad. 89. Min. 54. ad quẽ proxime peruentũ fuit. Deniq. ex tangente, & secãte arcus grad. 89. Min. 56. cõficiemus tangentẽ arcus grad. 89. Min. 58. Et hinc tangentẽ explorabimus arcus grad 89. Min. 59. Atq. ita, vt vides, ex tangẽtibus arcuũ vsq. ad grad. 45. & ex secãtib. oĩm arcuũ quadrãtis perficitur integra tabula tãgentiũ.

QVOD si secantem cuiuscunq. arcus subducas ex tangẽte alterius arcus, qui ex priore illo, ac semisse complementi eiusdem componitur, reliquam facies tangentem eiusdem prioris illius arcus, cuius secantem subduxisti. Item si tangentẽ cuiuslibet arcus ex eiusdem secante detrahas, remanebit tangens semissis complementi arcus eiusdem. Primum constat ex scholio propos. 19. vbi ostensum est, secantem, & tangentem cuiusuis arcus simul æquales esse tangẽti arcus compositi ex illo, & ex semisse complementi eiusdem. Hinc enim fit, vt secans ex composita hac tangente ablata relinquat alteram illã tangentem. Secundũ vero liquet ex propos. hac 20. vbi demonstrauimus, secantẽ cuiusuis arcus æqualẽ esse tangenti eiusdem, vna cũ tangente semissis complementi arcus eiusdem. Quare huius semissis tangens reliqua fiet post subtractionem alterius illius tangentis ex secante. V. g. si secantẽ arcus grad. 20. quæ est 10641777. detrahamus ex 14281480. tangente arcus grad. 55. compositi ex arcu grad. 20. & semisse complementi eiusdem, relinquetur tangens 3639703. arcus eiusdem grad. 20. Item si 4244748. tangentem arcus grad. 23. ex 10863603. secante eiusdem arcus subducamus, remanebit tangens 6618855. arcus grad. 33. Min. 30. hoc est, semissis complementi dati arcus grad. 23. Rursus si 11547004. secantem illius grad. 30. ex 17320508. tangente arcus grad. 60. qui ex qui ex arcu grad. 30. & semisse complementi eiusdem componitur, auferamus, relinquetur tangens 5773504. arcus grad. 30. Et si 1763268. tangentem arcus grad. 10. demamus ex 10154264. secante eiusdem arcus grad. 10. remanebit tangens 8390996. arcus grad. 40. qui semissis est complementi dicti arcus grad. 10.

IAM vero si per ea, quæ propos. 18. eiusque scholio tradidimus, tangentes omnium arcuum quadrantis per singula Minuta extensorum inuestigemus; reperiemus earum beneficio per solam additionem secantes omnium arcuum per bina minuta progredientium, si nimirum tangentem cuiusuis arcus minuta numero paria habentis addamus ad tangentem semissis complementi arcus eiusdem: [l] propterea quod Secans cuiusuis arcus æqualis est tangenti eiusdem, vna cum tangente semissis complementi eiusdem; constat autem omnium arcuum minuta numero paria habentium complementa semisses habere. Exempli causa, si desideretur secans arcus Min. 2. addemus eius tangentem 5818. ad 9994184. ad tangentẽ arcus grad. 44 Min. 59. qui semissis est complementi arcus dati Min. 2. Numerus enim compositus 10000002. erit secans arcus Min. 2. Sic etiam si quæratur secans arcus grad. 89. Min. 58. addemus eius tangentem 1718803 3689. ad 2909. tangentem arcus Min. 1. qui semissis est complementi arcus dati grad. 89. Min. 58. Nam numerus conflatus 1718803 6598. erit secans arcus grad. 89. Min. 58. Hac ratione conficietur dimidiata pars tabulæ Tangentium: at tangentes arcuum minuta numero imparia habentium, quoniam eorum complementa semisses non habent, nisi ad Secunda venire velimus, inuestigandæ erunt, vt propos. 18. eiusque scholio præcepimus.

l 20. huius.

RVRSVS secantem cuiusuis arcus inueniemus, si eius tangentem demamus ex tangente arcus compositi ex arcu illo, & semisse complementi eiusdem arcus. Nam cum, vt demonstrauimus, secans cuiusuis arcus, vna cum tangente eiusdem æqualis sit tangenti arcus compositi ex dato arcu, & semisse complementi eiusdem; [m] efficitur, vt tangens dati arcus ex tangente arcus ex eo, & semisse complementi compositi ablata relinquat secantem eiusdem dati arcus. Vt si cupiamus secantem arcus Min. 2. auferemus 5818. tangentem ipsius ex 10005820. tangente arcus grad. 45. Min. 1. compositi ex arcu Min. 2. & ex arcu grad. 44. Min. 59. qui semissis est complementi arcus dati Min. 2. Relictus namque numerus 10000002. erit secans arcus dati Min. 2. Ita quoque si velimus habere secantem arcus grad. 60. subducemus 17320508. eius tangentem ex 37320514. tangente arcus grad. 75. compositi ex dato arcu grad. 60. & arcu grad. 15. qui semissis est complementi dati arcus grad. 60. Remanebit enim numerus 20000006. pro secante dati arcus grad. 60.

m Schol. 19. huius.

HÆC, quæ hoc scholio tradita à nobis sunt, vera sunt, si sinus exquisite inuenti fuerint: sed quia non omnes sinus accurate sunt cogniti, maxime sinus arcus grad. 1. & alij ex hoc dependentes, quales sunt sinus arcuum per singula minuta extensorum; fit vt neque tangentes, neque secantes inuentæ per hosce sinus sint admodum accuratæ. Quare si ex inuentis quibusdam aliæ per solam additionem, subtractionemue inquirantur, vt hoc scholio docuimus, non parum different ab eisdem, si per sinus inuestigarentur. Nam tangentes & secantes per sinus inuentæ ex vno solo principio non omni ex parte vero, nempe ex sinubus, gignuntur: at eædem per solam additionem, subtractionemue procreatæ oriuntur ex pluribus falsis principijs, nimirum ex sinubus primum, deinde verò etiam ex tangentibus, & secantibus per sinus inuentis, quæ accuratæ esse non possunt, vt diximus. Magis exquisite ergo cognoscentur huiusmodi lineæ per sinus, vt propos. 18. eiusque scholio traditum est. Hac ratione & tabulam Tangentium, & tabulam Secantium breui supputabimus. Non paruos enim errores in aliorum tabulis deprehendimus; vt tuto illis fidere non possimus; propterea quod multas tangentes, & secantes vel per partem proportionalem, vel per solam additionem aut subtractionem inuestigarunt, non autem omnes per sinus. Subiungemus tamen paulo infra aliorum tabulas, donec per tempus nouas construere licebit.

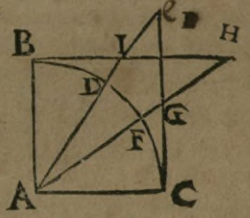
Tangẽtes & Secantes magis esse accuratas, per sinus inuentas, quam per additionem, & subtractionemue, vt in hoc scholio traditum est.

THEOR. 13. PROPOS. 21.

TANGENS cuiusuis arcus est ad tangentem alterius arcus cuiuslibet, vt tangens complementi posterioris arcus ad tangentem complementi prioris.

Tangẽtes duorũ arcuũ quorumlibet sunt reciproce proportionales cũ tangentibus complemẽtorum arcuum eorundem.

IN quadrante ABC, arcus CD, tangens sit CE, & secans AE: Item arcus CF, tangens sit CG, & secans AG: Ducta autem recta BH, circulum tangente, & vtriq; secanti AE, AG, occurrente in I, H; erit BI, tangens complementi arcus CD, & BH, Tangens complementi arcus CF. Dico ita esse CE, tangentẽ arcus CD, ad CG, tangentẽ arcus CF, vt est BH, tangẽs complemẽti posterioris arcus CF, ad BI, tangentẽ complemẽti arcus prioris CD. [a] Cũ enim sinus totus sit medius proportionalis tã inter CE, tangentẽ arcus CD, & BI, tangentẽ complementi arcus eiusdem CD, q̃ inter CG, tangentem arcus CF, & BH, tangentem complemẽti arcus eiusdẽ CF; [b] erit tam rectangulũ sub CE, BI, quam rectangulum sub CG, BH, quadrato sinus totius æquale: ac proinde rectangulum sub CE, BI, rectangulo sub CG, BH, æquale erit. [c] Quare erit, vt CE, prima ad CG, secundam, ita vt BH, tertia ad BI, quartam, nempe vt CE, tangens arcus CD, ad CG, tangentem arcus CF, ita BH, tangens complementi arcus posterioris CF, ad BI, tangentem complementi prioris arcus CD. Tangens igitur cuiusuis arcus est ad tangentem alterius, &c. Quod ostendendum erat.



a 18. huius.
b 17. sexti.
c 16. sexti.

THEOR. 14. PROPOS. 22.

SECANS cuiusuis arcus est ad Secantem alterius arcus cuiuslibet, vt sinus complementi posterioris arcus ad sinum complementi prioris.

Secantes duorum arcuũ quorumlibet sunt reciproce proportionales cũ sinubus cõplementorũ arcuũ eorundem.

IN quadrante ABC, sit AD, secans arcus CE, & AF, secans arcus CG: & EH, sinus complemẽti arcus CE, ad GI, sinus complemẽti arcus CG. Dico ita esse secantẽ AD, arcus CE, ad AF, secantẽ arcus CG, vt est GI, sinus complementi posterioris arcus CG, ad EH, sinũ complementi arcus prioris CE. [a] Quoniã enim sinus totus est medius proportionalis tam inter secantem AD, arcus CE, & EH, sinum complementi eiusdem arcus CE, quam inter AF, secantem arcus CG, & GI, sinum complementi eiusdem arcus CG; [b] erit tam rectangulum sub AD, EH, quam rectangulum sub AF, GI, quadrato sinus totius æquale: ac proinde rectangulum illud huic æquale. [c] Quare erit vt AD, prima ad AF, secundam, ita GI, tertia ad EH, quar-

a 18. huius
b 17. sexti.
c 16. sexti.

tam;

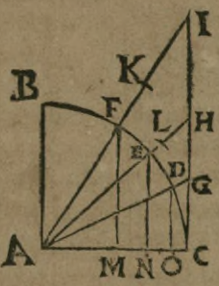
tam; hoc eſt, vt A D, ſecans arcus CE, ad AF, ſecantem arcus C G, ita G I, ſinus complementi arcus poſterioris C G, ad EH, ſinum complementi arcus prioris CE. Secans igitur cuiuſuis arcus eſt ad ſecantem alterius arcus, &c. Quod demonſtrandum erat.

THEOR. 15. PROPOS. 23.

Tangẽtes & ſecantes arcuũ æqualiter creſcentiũ augẽt ſemper differentias.

SI plures ſint arcus æquali exceſſu progredientes, habebunt tam tangentes, quam Secantes maiorum arcuum maiorem differentiam, quam minorum: ita vt in tabula differentiæ tam tangentium, quam ſecantium ſemper creſcant vſque ad finem quadrantis.

a 17. pri. *b 13. pri.* *c 17. pri.* *d 19. pri.* *e 27. tert.* *f 3. ſexti.*



IN quadrante A B C, ſint arcus C D, CE, C F, quorum differentiæ DE, EF, æquales ſint, & eorundem tangentes ſint CG, CH, CI; ſecantes autem AG, AH, AI. Et quia in triangulo ACH, angulus C, rectus eſt; erit A H C, recto minor, [a] cum ambo ſint duobus rectis minores. [b] Cum ergo duo anguli ad H, ſint duobus rectis æquales, erit AHI, maior recto, [c] ac proinde angulus I, in triangulo AHI, recto minor. [d] Quare maior erit ſecans A I, ſecante A H. Eadem ratione maior erit quam AG: Item AH, maior, quam AG. Abſcindatur ergo AK, ipſi AH, & AL ipſi AG, æqualis. Dico IH, differentiam tangentium CI, CH, arcuum maiorum CF, CE, maiorem eſſe differentia H G, tangentium CH, CG, minorum arcuum CE, CD: Item K I, differentiam ſecantium AI, AH, arcuum maiorum CF, CE, maiorem eſſe differentia LH, ſecantium A H, A G, minorum arcuum CE, CD. Cum enim arcus DE, EF, æquales ſint, [e] erunt & anguli D A E, E A F, æquales: ac proinde angulus I A G, ſectus erit bifariam per rectam AH. [f] Igitur erit, vt I A, ad AG, ita IH, ad HG: Eſt autem AI, maior, quam AG, vt oſtenſum eſt. Recta ergo IH, maior quoque erit, quam HG. Quod eſt primum.

g 1. huius *h 8. quin.* *i 30. quin.* *k 22. huius.* *l 29. quin.* *m 26. quinti.* *n 8. quin.* *o 10. quin.*

DVCTIS iam FM, EN, DO, ad AC perpendicularibus, nempe ſinubus rectis arcuum C F, C E, C D; erit AM, ſinus complementi arcus CF; & AN, ſinus complementi arcus CE; & AO, ſinus complementi arcus CD, vt in expoſitione definitionum dictum eſt. [g] Quoniam vero recta MN, maior eſt, quã NO; [h] maior erit proportio A N, ad NO, quam ad MN: Eſt autem adhuc maior proportio AO, ad NO, quam AN, ad eandem NO. Igitur multo maior erit proportio AO, ad NO, quam AN, ad MN. [i] Et per conuerſionem rationis, minor proportio AO, ad AN, quam AN, ad AM: hoc eſt, maior proportio AN, ad AM, quam AO, ad AN. [k] Cum ergo ſit, vt AN, ad AM, ita A I, ad AH: Et vt A O, ad A N, ita AN, ad AG: maior quoque erit proportio AI, ad AH, hoc eſt, ad AK, quam AH, ad AG, hoc eſt, ad AL: [l] Diuidendo ergo maior etiam proportio erit IK, ad AK, hoc eſt, ad AH, quam HL, ad AL: [m] Et conuertendo minor erit proportio AK, ad KI, quam AL, ad L H: hoc eſt, maior proportio erit AL, ad LH, quam A H, ad KI. [n] Quare cum maior adhuc ſit proportio A H, ad LH, quam AL, ad eandem L H: multo maior proportio erit AH, ad LH, quam eiuſdem AH, ad KI; [o] ac propterea recta LH, minor erit, quam KI. Quod eſt ſecundum. Ex quo fit, differentias tam tangentium, quàm ſecantium in tabula ſemper augeri ad finem vſque quadrantis: cuius quidem contrarium in ſinubus accidit, vt ſupra demonſtratum eſt. Quamobrem ſi plures ſint arcus æquali exceſſu progredientes, &c. Quod demonſtrandum erat.

COROLLARIVM.

Arcus tangentium æquales exceſſus habentiũ inæquales habẽt exceſſus.

SEQVITVR hinc, ſi quotlibet arcuum tangentes æqualiter ſeſe excedant, arcus earum inæqualiter ſeſe excedere, exceſſuſque maiorum arcuum eſſe minores: quam minorum. Omnium item ſecantium ſegmenta extra quadrantem eſſe inæqualia, minoraque eſſe illa, quæ principio quadrantis ſunt propinquiora. Quoniam enim poſitis arcubus D E, E F, æqualibus, oſtenſum fuit, rectam IH, maiorem eſſe quam H G; liquido conſtat, ſi ex HI, auferatur recta ipſi HG, æqualis, ſecantem inter duas AI, AH, ductam diuidere arcum E F, atque adeo abſcindere arcum minorem arcu DE, nempe partem arcus EF. Eademque ratio eſt de alijs.

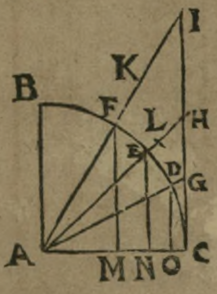
RVRSVS quia demonſtratum eſt, ſecantem AG, minorem eſſe, quam AH, fit, vt ablatis ſemidiametris æqualibus AD, AE, ſegmentum DG, reliquum minus ſit ſegmento reliquo EH, &c.

THEOR. 16. PROPOS. 24.

Arcuum inæqualium tangẽs maioris ad tangentem minoris proportionem habet maiorẽ, quã ſecans maioris ad ſecantem minoris.

TANGENS arcus maioris ad tangentem minoris arcus maiorem proportionem habet, quam ſecans maioris eiuſdem arcus ad ſecantem eiuſdem minoris.

a 4. ſexti. *b 8. quin.* *c ſchol. 27. 5.*



REPETATVR figura præcedentis propoſ. Dico maiorem eſſe proportionem tangentis CI, ad tangentem CH, quam ſecantis AI, ad ſecantẽ A H. [a] Quoniam enim eſt, vt AF, ad FM, ita AI, ad IC: Item vt AE, ad EN, ita AH, ad HC. [b] Eſt autem minor proportio ſemidiametri AF, ad FM, quam ſemidiametri AE, ad EN; quod ſinus FM, maioris arcus CF, maior ſit ſinu EN, minoris arcus CE, vt in expoſitione definitionum dictum eſt. Igitur minor quoque erit proportio A I, ad I C, quam A H, ad HC: [c] Et permutando, minor etiam proportio AI, ad AH, quam IC, ad H C; hoc eſt, tangens CI, ad tangentem C H, habebit maiorem proportionem, quam ſecans AI, ad ſecantem A H. Quocirca Tangens arcus maioris ad tangentem minoris arcus, &c. Quod demonſtrandum erat.

SEQVVNTVR TABVLÆ TANGENTIUM atque ſecantium.

Gradus Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	0	1	2	3	4	
0	0000	174550	349207	524078	699269	60
1	2909	177459	352120	526995	702193	59
2	5818	180369	355033	529911	705116	58
3	8727	183279	357945	532828	708039	57
4	11636	186189	360858	535745	710962	56
5	14544	189100	363770	538663	713886	55
6	17452	192010	366683	541580	716809	54
7	20361	194920	369596	544498	719733	53
8	23270	197830	372508	547415	722657	52
9	26179	200740	375421	550333	725580	51
10	29088	203650	378334	553251	728504	50
11	31996	206561	381247	556169	731428	49
12	34905	209471	384160	559087	734353	48
13	37814	212381	387073	562005	737277	47
14	40723	215291	389987	564923	740202	46
15	43632	218201	392900	567841	743127	45
16	46541	221111	395814	570759	746052	44
17	49450	224022	398727	573678	748978	43
18	52359	226932	401641	576596	751903	42
19	55268	229842	404554	579514	754829	41
20	58177	232752	407468	582433	757754	40
21	61086	235663	410382	585352	760680	39
22	63995	238574	413295	588270	763606	38
23	66904	241485	416209	591189	766532	37
24	69813	244395	419123	594108	769459	36
25	72722	247306	422037	597028	772385	35
26	75631	250217	424951	599947	775311	34
27	78540	253128	427866	602866	778238	33
28	81450	256038	430780	605786	781164	32
29	84359	258949	433694	608705	784091	31
30	87268	261859	436609	611625	787017	30
31	90177	264770	439523	614544	789944	29
32	93086	267681	442438	617464	792871	28
33	95995	270592	445353	620384	795799	27
34	98904	273503	448267	623304	798726	26
35	101814	276414	451182	626225	801653	25
36	104723	279325	454097	629145	804581	24
37	107632	282237	457012	632066	807509	23
38	110541	285148	459927	634986	810437	22
39	113450	288059	462842	637907	813365	21
40	116360	290970	465757	640828	816293	20
41	119269	293882	468672	643749	819221	19
42	122178	296794	471588	646671	822150	18
43	125088	299705	474503	649592	825079	17
44	127997	302617	477419	652514	828008	16
45	130906	305528	480335	655435	830937	15
46	133816	308439	483251	658357	833866	14
47	136725	311351	486166	661278	836795	13
48	139635	314262	489082	664200	839724	12
49	142544	317174	491997	667121	842653	11
50	145454	320085	494913	670043	845583	10
51	148363	322997	497829	672965	848513	9
52	151273	325909	500745	675888	851443	8
53	154182	328821	503662	678810	854374	7
54	159092	331733	506578	681733	857304	6
55	160001	334645	509495	684656	860234	5
56	162911	337558	512411	687578	863164	4
57	165820	340470	515328	690501	866095	3
58	168730	343382	518244	693423	869025	2
59	171640	346295	521161	696346	871956	1
60	174550	349207	524078	699269	874886	0
	89	88	87	86	85	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrãtis pro tangentibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	5	6	7	8	9	
0	874886	1051042	1227846	1405408	1583844	60
1	877817	1053983	1230798	1408374	1586826	59
2	880748	1056924	1233751	1411341	1589808	58
3	883680	1059866	1236704	1414308	1592791	57
4	886611	1062808	1239658	1417275	1595774	56
5	889543	1065750	1242612	1420242	1598757	55
6	892475	1068692	1245566	1423210	1601740	54
7	895407	1071634	1248520	1426178	1604723	53
8	898339	1074576	1251474	1429146	1607707	52
9	901271	1077518	1254428	1432115	1610691	51
10	904204	1080461	1257383	1435084	1613675	50
11	907137	1083404	1260338	1438053	1616660	49
12	910070	1086347	1263293	1441022	1619645	48
13	913003	1089291	1266249	1443992	1622630	47
14	915936	1092234	1269205	1446961	1625615	46
15	918870	1095178	1272161	1449931	1628601	45
16	921804	1098122	1275117	1452901	1631587	44
17	924738	1101066	1278073	1455871	1634573	43
18	927771	1104010	1281029	1458842	1637560	42
19	930605	1106954	1283986	1461813	1640547	41
20	933539	1109899	1286943	1464784	1643534	40
21	936473	1112844	1289900	1467755	1646522	39
22	939407	1115789	1292857	1470727	1649510	38
23	942342	1118734	1295815	1473699	1652499	37
24	945277	1121680	1298773	1476671	1655488	36
25	948212	1124625	1301731	1479644	1658477	35
26	951147	1127571	1304689	1482617	1661466	34
27	954083	1130517	1307648	1485590	1664456	33
28	957019	1133463	1310607	1488563	1667446	32
29	959954	1136409	1313566	1491536	1670436	31
30	962890	1139355	1316525	1494510	1673426	30
31	965826	1142302	1319485	1497484	1676417	29
32	968763	1145249	1322445	1500458	1679408	28
33	971699	1148196	1325405	1503433	1682399	27
34	974636	1151144	1328365	1506408	1685390	26
35	977573	1154092	1331325	1509383	1688382	25
36	980509	1157040	1334285	1512358	1691374	24
37	983446	1159988	1337246	1515334	1694366	23
38	986383	1162936	1340207	1518310	1697358	22
39	989320	1165884	1343168	1521286	1700351	21
40	992257	1168832	1346129	1524262	1703344	20
41	995195	1171781	1349891	1527239	1706337	19
42	998133	1174730	1352453	1530216	1709331	18
43	1001072	1177679	1355015	1533193	1712325	17
44	1004010	1180628	1357977	1536170	1715319	16
45	1006949	1183577	1360940	1539148	1718313	15
46	1009887	1186527	1363903	1542126	1721308	14
47	1012825	1189478	1366866	1545104	1724304	13
48	1015763	1192427	1369830	1548082	1727300	12
49	1018702	1195377	1372793	1551061	1730296	11
50	1021641	1198328	1375757	1554040	1733292	10
51	1024580	1201279	1378721	1557019	1736287	9
52	1027519	1204230	1381686	1559999	1739284	8
53	1030459	1207181	1384650	1562979	1742281	7
54	1033399	1210132	1387615	1565959	1745278	6
55	1036339	1213084	1390580	1568939	1748275	5
56	1039279	1216036	1393545	1571920	1751273	4
57	1042219	1218988	1396510	1574901	1754271	3
58	1045160	1221940	1399476	1577882	1757270	2
59	1048101	1224892	1402442	1580863	1760269	1
60	1051042	1227845	1405408	1583844	1763268	0
	84	83	82	81	80	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrãtis pro tangentibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	10	11	12	13	14	
0	1763268	1943803	2125565	2308682	2493280	60
1	1766268	1946822	2128605	2311746	2496370	59
2	1769268	1949841	2131646	2314810	2499411	58
3	1772268	1952861	2134687	2317875	2502552	57
4	1775269	1955881	2137729	2320940	2505643	56
5	1778270	1958901	2140771	2324006	2508735	55
6	1781271	1961922	2143814	2327072	2511827	54
7	1784272	1964943	2146857	2330139	2514920	53
8	1787274	1967964	2149900	2333206	2518013	52
9	1790276	1970985	2152944	2336273	2521106	51
10	1793278	1974007	2155988	2339341	2524200	50
11	1796281	1977029	2159032	2342419	2527294	49
12	1799284	1980052	2162077	2345478	2530389	48
13	1802287	1983075	2165122	2348547	2533484	47
14	1805291	1986098	2168167	2351616	2536580	46
15	1808295	1989122	2171213	2354686	2539676	45
16	1811299	1992146	2174259	2357757	2542773	44
17	1814303	1995171	2177306	2360828	2545870	43
18	1817308	1998196	2180352	2363899	2548968	42
19	1820313	2001221	2183400	2366971	2552066	41
20	1823318	2004247	2186448	2370043	2555165	40
21	1826324	2007273	2189496	2373116	2558264	39
22	1829329	2010299	2192544	2376189	2561364	38
23	1832335	2013326	2195593	2379263	2564464	37
24	1835342	2016353	2198642	2382337	2567564	36
25	1838349	2019380	2201692	2385411	2570665	35
26	1841357	2022408	2204742	2388486	2573766	34
27	1844365	2025436	2207792	2391561	2576868	33
28	1847373	2028464	2210843	2394636	2579970	32
29	1850382	2031493	2213894	2397712	2583073	31
30	1853391	2034522	2216946	2400788	2586176	30
31	1856400	2037552	2219998	2403865	2589280	29
32	1859409	2040582	2223051	2406942	2592384	28
33	1862419	2043612	N226104	2410020	2595489	27
34	1865429	2046643	2229157	2413098	2598594	26
35	1868439	2049674	2232211	2416176	2601700	25
36	1871449	2052705	2235265	2419255	2604806	24
37	1874460	2055737	2238319	2422334	2607912	23
38	1877471	2058769	2241374	2425414	2611019	22
39	1880482	2061801	2244429	2428494	2614126	21
40	1883494	2064834	2247485	2431574	2617234	20
41	1886506	2067867	2250541	2434655	2620342	19
42	1889518	2070900	2253597	2437736	2623451	18
43	1892531	2073934	2256654	2440818	2626560	17
44	1895544	2076968	2259711	2443900	2629670	16
45	1898558	2080002	2262769	2446983	2632780	15
46	1901572	2083037	2265827	2450066	2635891	14
47	1904586	2086073	2268885	2453150	2639002	13
48	1907601	2089109	2271944	2456234	2642114	12
49	1910616	2092145	2275003	2459319	2645226	11
50	1913632	2095182	2278063	2462404	2648339	10
51	1916648	2098219	2281123	2465490	2651452	9
52	1919664	2101256	2284183	2468576	2654566	8
53	1922680	2104293	2287244	2471662	2657680	7
54	1925697	2107331	2290305	2474749	2660795	6
55	1928714	2110369	2293367	2477836	2663910	5
56	1931731	2113407	2296429	2480924	2667026	4
57	1934749	2116446	2299492	2484012	2670142	3
58	1937767	2119485	2302555	2487101	2673258	2
59	1940785	2122525	2305618	2490191	2676375	1
60	1943803	2125565	2308682	2493280	2679492	0
	79	78	77	76	75	

Gradus Quadrãtis pro tangentibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	15	16	17	18	19	
0	2679492	2867453	3057307	3249197	3443276	60
1	2682610	2870601	3060487	3252413	3446530	59
2	2685728	2873749	3063669	3255630	3449785	58
3	2688847	2876898	3066851	3258848	3453040	57
4	2691966	2880048	3070034	3262066	3456296	56
5	2695086	2883198	3073218	3265285	3459553	55
6	2698206	2886349	3076402	3268504	3462810	54
7	2701327	2889501	3079587	3271724	3466068	53
8	2704448	2892653	3082772	3274944	3469326	52
9	2707570	2895806	3085958	3278165	3472585	51
10	2710693	2898960	3089144	3281387	3475845	50
11	2713816	2902114	3092331	3284609	3479105	49
12	2716940	2905268	3095518	3287832	3482366	48
13	2720064	2908423	3098706	3291055	3485628	47
14	2723189	2911578	3101895	3294280	3488891	46
15	2726314	2914734	3105084	3297505	3492154	45
16	2729439	2917890	3108274	3300731	3495418	44
17	2732565	2921047	3111464	3303957	3498683	43
18	2735691	2924204	3114655	3307184	3501949	42
19	2738818	2927362	3117846	3310411	3505215	41
20	2741945	2930520	3121038	3313639	3508482	40
21	2745073	2933679	3124230	3316868	3511749	39
22	2748201	2936839	3127423	3320097	3515017	38
23	2751330	2939999	3130617	3323327	3518286	37
24	2754459	2943160	3133811	3326558	3521555	36
25	2757589	2946321	3137006	3329789	3524825	35
26	2760729	2949483	3140201	3333020	3528096	34
27	2763850	2952645	3143397	3336252	3531368	33
28	2766981	2955808	3146594	3339485	3534640	32
29	2770113	2958971	3149791	3342719	3537913	31
30	2773245	2962135	3152989	3345953	3541186	30
31	2776378	2965299	3156187	3349188	3544460	29
32	2779511	2968464	3159386	3352423	3547735	28
33	2782645	2971629	3162585	3355659	3551010	27
34	2785779	2974795	3165785	3358896	3554286	26
35	2788914	2977962	3168986	3362133	3557563	25
36	2792050	2981129	3172187	3365371	3560840	24
37	2795186	2984297	3175389	3368610	3564118	23
38	2798323	2987465	3178591	3371850	3567397	22
39	2801460	2990634	3181794	3375090	3570676	21
40	2804597	2993804	3184998	3378331	3573956	20
41	2807735	2996973	3188202	3381572	3577237	19
42	2810873	3000143	3191407	3384814	3580519	18
43	2814012	3003314	3194613	3388057	3583801	17
44	2817151	3006486	3197819	3391300	3587084	16
45	2820291	3009658	3201026	3394544	3590367	15
46	2823432	3012831	3204233	3397798	3593651	14
47	2826573	3016004	3207441	3401033	3596936	13
48	2829714	3019178	3210649	3404279	3600221	12
49	2832856	3022353	3213858	3407525	3603507	11
50	2835999	3025528	3217067	3410772	3606794	10
51	2839142	3028703	3220277	3414020	3610082	9
52	2842286	3031879	3223488	3417268	3613370	8
53	2845430	3035055	3226699	3420517	3616659	7
54	2848575	3038232	3229911	3423766	3619949	6
55	2851720	3041410	3233124	3427016	3623239	5
56	2854866	3044588	3236337	3430267	3626530	4
57	2858012	3047767	3239551	3433518	3629822	3
58	2861159	3050946	3242766	3436770	3633115	2
59	2864306	3054126	3245981	3440023	3636408	1
60	2867453	3057307	3249197	3443276	3639702	0
	74	73	72	71	70	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrãtis pro tangentibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	20	21	22	23	24	
0	3639702	3838640	4040262	4244748	4452286	60
1	3642997	3841978	4043647	4248182	4455772	59
2	3646293	3845316	4047031	4251617	4459259	58
3	3649589	3848655	4050416	4255052	4462747	57
4	3652886	3851995	4053802	4258488	4466236	56
5	3656183	3855336	4057189	4261925	4469726	55
6	3659481	3858678	4060577	4265363	4473216	54
7	3662780	3862020	4063966	4268801	4476707	53
8	3666079	3865363	4067356	4272240	4480199	52
9	3669379	3868707	4070747	4275680	4483692	51
10	3672680	3872052	4074139	4279121	4487186	50
11	3675982	3875397	4077531	4282563	4490681	49
12	3679284	3878743	4080924	4286006	4494177	48
13	3682587	3882090	4084318	4289450	4497674	47
14	3685891	3885438	4087713	4292895	4501172	46
15	3689195	3888787	4091109	4296340	4504671	45
16	3692500	3892136	4094506	4299786	4508171	44
17	3695806	3895486	4097903	4303233	4511672	43
18	3699113	3898837	4101301	4306681	4515173	42
19	3702420	3902188	4104699	4310130	4518675	41
20	3705728	3905540	4108097	4313580	4522178	40
21	3709037	3908893	4111497	4317031	4525682	39
22	3712347	3912247	4114898	4320482	4529187	38
23	3715657	3915601	4118300	4323934	4532693	37
24	3718968	3918956	4121703	4327387	4536200	36
25	3722279	3922312	4125107	4330841	4539708	35
26	3725591	3925669	4128511	4334296	4543217	34
27	3728904	3929027	4131916	4337752	4546727	33
28	3732218	3932385	4135322	4341209	4550238	32
29	3735533	3935744	4138728	4344666	4553750	31
30	3738848	3939104	4142135	4348124	4557264	30
31	3742164	3942465	4145544	4351583	4560778	29
32	3745480	3945826	4148953	4355043	4564293	28
33	3748797	3949188	4152363	4358504	4567809	27
34	3752115	3952551	4155773	4361966	4571326	26
35	3755434	3955915	4159184	4365429	4574843	25
36	3758753	3959280	4162596	4368893	4578361	24
37	3762073	3962646	4166009	4372357	4581880	23
38	3765394	3966012	4169423	4375822	4585400	22
39	3768716	3969379	4172838	4379288	4588921	21
40	3772038	3972746	4176255	4382755	4592443	20
41	3775361	3976114	4179672	4386223	4595966	19
42	3778685	3979483	4183090	4389692	4599490	18
43	3782010	3982853	4186509	4393162	4603015	17
44	3785335	3986224	4189928	4396633	6406541	16
45	3788661	3989596	4193348	4400105	4610068	15
46	3791988	3992969	4196769	4403578	4613596	14
47	3795315	3996342	4200191	4407051	4617125	13
48	3798643	3999716	4203613	4410525	4620654	12
49	3801972	4003090	4207036	4414000	4624184	11
50	3805302	4006465	4210460	4417476	4627715	10
51	3808632	4009841	4213885	4420953	4631247	9
52	3811963	4013217	4217311	4424431	4634780	8
53	3815295	4016594	4220738	4427910	4638314	7
54	3818628	4019972	4224165	4431390	4641849	6
55	3821961	4023351	4227593	4434871	4645385	5
56	3825295	4026731	4231022	4438352	4648922	4
57	3828630	4030112	4234452	4441834	4652460	3
58	3831966	4033494	4237883	4445317	4655999	2
59	3835303	4036877	4241315	4448801	4659540	1
60	3838640	4040262	4244748	4452286	4663081	0
	69	68	67	66	65	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrãtis pro tangentibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	25	26	27	28	29	
0	4663081	4877328	5095254	5317094	5543090	60
1	4666623	4880930	5098919	5320826	5546893	59
2	4670166	4884533	5102585	5324559	5550697	58
3	4673710	4888137	5106252	5328293	5554503	57
4	4677255	4891742	5109920	5332028	5558310	56
5	4680801	4895347	5113589	5335765	5562118	55
6	4684348	4898953	5117259	5339503	5565927	54
7	4687896	4902560	5120930	5343242	5569738	53
8	4691444	4906168	5124602	5346982	5573550	52
9	4694993	4909777	5128275	5350723	5577363	51
10	4698543	4913387	5131949	5354465	5581177	50
11	4702094	4916998	5135625	5358209	5584993	49
12	4705646	4920610	5139302	5361954	5588810	48
13	4709199	4924223	5142980	5365700	5592628	47
14	4712753	4927838	5146659	5369447	5596447	46
15	4716308	4931454	5150339	5373195	5600268	45
16	4719864	4935071	5154020	5376944	5604090	44
17	4723422	4938689	5157702	5380694	5607913	43
18	4726981	4942308	5161385	5384445	5611737	42
19	4730541	4945928	5165069	5388198	5615562	41
20	4734102	4949549	5168755	5391952	5619388	40
21	4737664	4953171	5172442	5395707	5623216	39
22	4741227	4956794	5176130	5399463	5627045	38
23	4744790	4960418	5179819	5403221	5630875	37
24	4748354	4964043	5183509	5406980	5634707	36
25	4751919	4967669	5187200	5410740	5638540	35
26	4755485	4971296	5190892	5414501	5642374	34
27	4759052	4974924	5194585	5418263	5646210	33
28	4762620	4978553	5198279	5422026	5650047	32
29	4766189	4982184	5201974	5425791	5653885	31
30	4769759	4985816	5205670	5429557	5657725	30
31	4773330	4989448	5209368	5433324	5661566	29
32	4776902	4993081	5213067	5437092	5665408	28
33	4780475	4996716	5216767	5440861	5669251	27
34	4784049	5000352	5220468	5444632	5673096	26
35	4787624	5003989	5224170	5448404	5676942	25
36	4791200	5007627	5227873	5452177	5680789	24
37	4794777	5011266	5231577	5455951	5684637	23
38	4798355	5014906	5235283	5459726	5688486	22
39	4801934	5018547	5238990	5463503	5692337	21
40	4805515	5022189	5242698	5467281	5696189	20
41	4809096	5025832	5246407	5471060	5700043	19
42	4812678	5029476	5250117	5474840	5703898	18
43	4816261	5033121	5253828	5478621	5707754	17
44	4819845	5036767	5257540	5482404	5711611	16
45	4823430	5040414	5261254	5486188	5715469	15
46	4827016	5044062	5264969	5489973	5719329	14
47	4830603	5047712	5268685	5493759	5723190	13
48	4834191	5051363	5272402	5497546	5727052	12
49	4837780	5055015	5276120	5501335	5730916	11
50	4841371	5058668	5279839	5505125	5734781	10
51	4844962	5062322	5283959	5508916	5738647	9
52	4848554	5065977	5287280	5512708	5742515	8
53	4852147	5069633	5291003	5516501	5746384	7
54	4855741	5073290	5294727	5520296	5750254	6
55	4859336	5076948	5298452	5524092	5754125	5
56	4862932	5080607	5302178	5527889	5757998	4
57	4866525	5084267	5305905	5531687	5761872	3
58	4870127	5087928	5309633	5535487	5765747	2
59	4873727	5091590	5313363	5539288	5769624	1
60	4877328	5095254	5317094	5543090	5773502	0
	64	63	62	61	60	

Gradus Quadrãtis pro tangentibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	30	31	32	33	34	
0	5773502	6008606	6248693	6494076	6745085	60
1	5777381	6012566	6252738	6498212	6749318	59
2	5781262	6016528	6256785	6502350	6753553	58
3	5785144	6020491	6260834	6506489	6757789	57
4	5789027	6024455	6264884	6510630	6762027	56
5	5792911	6028420	6268935	6514773	6766267	55
6	5796797	6032387	6272988	6518917	6770508	54
7	5800684	6036355	6277042	6523063	6774751	53
8	5804572	6040324	6281098	6527200	6778996	52
9	5808462	6044295	6285155	6531359	6783243	51
10	5812353	6048267	6289214	6535510	6787491	50
11	5816245	6052241	6293274	6539662	6791741	49
12	5820139	6056216	6297336	6543816	6795993	48
13	5824034	6060193	6301399	6547971	6800246	47
14	5827930	6064171	6305464	6552128	6804501	46
15	5831828	6068150	6309530	6556287	6808758	45
16	5835727	6072131	6313598	6560447	6813016	44
17	5839627	6076113	6317667	6564609	6817276	43
18	5843528	6080096	6321738	6568772	6821538	42
19	5847431	6084081	6325810	6572937	6825801	41
20	5851335	6088067	6329883	6577103	6830066	40
21	5855241	6092055	6333958	6581271	6834333	39
22	5859148	6096044	6338034	6585440	6838602	38
23	5863056	6100035	6342112	6589611	6842872	37
24	5866966	6104027	6346191	6593784	6847144	36
25	5870877	6108020	6350272	6597958	6851417	35
26	5874489	6112015	6354355	6602134	6855692	34
27	5878702	6116011	6358439	6606312	6859969	33
28	5882617	6120009	6362525	6610491	6864247	32
29	5886533	6124008	6366613	6614672	6868527	31
30	5890450	6128008	6370702	6618855	6872809	30
31	5894369	6132010	6374792	6623039	6877093	29
32	5898289	6136013	6378884	6627225	6881379	28
33	5902211	6140018	6382977	6631413	6885666	27
34	5906134	6144024	6387072	6635603	6889955	26
35	5910058	6148032	6391169	6639792	6894246	25
36	5913984	6152041	6395267	6643984	6898539	24
37	5917911	6156052	6399366	6648178	6902833	23
38	5921839	6160064	6403467	6652373	6907129	22
39	5925769	6164077	6407569	6656570	6911426	21
40	5929700	6168092	6411673	6660768	6915725	20
41	5933633	6172108	6415779	6664968	6920026	19
42	5937567	6176126	6419886	6669170	6924329	18
43	5941502	6180147	6423995	6673373	6928634	17
44	5945438	6184168	6428105	6677578	6932940	16
45	5949376	6188190	6432216	6681785	6937248	15
46	5955315	6192213	6436329	6685994	6941558	14
47	5957255	6196237	6440444	6690204	6945869	13
48	5961197	6200263	6444560	6694416	6950182	12
49	5965140	6204290	6448678	6698630	6954497	11
50	5969084	6208319	6452798	6702845	6958813	10
51	5973030	6212350	6456919	6707062	6963131	9
52	5976776	6216382	6461042	6711281	6967451	8
53	5980926	6220416	6465166	6715501	6971773	7
54	5984876	6224451	6469292	6719723	6976097	6
55	5988827	6228488	6473419	6723946	6980423	5
56	5992780	6232526	6477548	6728171	6984750	4
57	5996734	6236566	6481678	6732397	6989079	3
58	6000690	6240607	6485809	6736625	6993409	2
59	6004647	6244649	6489942	6740854	6997741	1
60	6008606	6248693	6494076	6745085	7002075	0
	59	58	57	56	55	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrãtis pro tangentibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	35	36	37	38	39	
0	7002075	7265424	7535541	7812856	8097840	60
1	7006411	7269869	7540103	7817542	8102658	59
2	7010749	7274316	7544667	7822230	8107478	58
3	7015088	7278765	7549233	7826920	8112300	57
4	7019429	7283216	7553801	7831612	8117124	56
5	7023772	7287669	7558371	7836306	8121951	55
6	7028117	7292124	7562943	7841002	8126780	54
7	7032463	7296581	7567517	7845700	8131611	53
8	7036811	7301040	7572093	7850400	8136444	52
9	7041161	7305501	7576670	7855102	8141280	51
10	7045513	7309963	7581249	7859807	8146118	50
11	7049867	7314427	7585830	7864514	8150958	49
12	7054223	7318893	7590413	7869223	8155801	48
13	7058581	7323361	7594999	7873934	8160646	47
14	7062940	7327831	7599587	7878647	8165493	46
15	7067301	7332303	7604177	7883363	8170343	45
16	7071664	7336777	7608769	7888081	8175195	44
17	7076029	7341253	7613363	7892801	8180049	43
18	7080395	7345731	7617959	7897523	8184905	42
19	7084763	7350210	7622557	7902247	8189764	41
20	7089133	7354691	7627157	7906973	8194625	40
21	7093505	7359174	7631759	7911702	8199488	39
22	7097879	7363659	7636363	7916433	8204354	38
23	7102254	7368146	7640969	7921166	8209222	37
24	7106631	7372635	7645577	7925901	8214092	36
25	7111010	7377126	7650187	7930638	8218965	35
26	7115391	7381619	7654799	7935378	8223840	34
27	7119773	7386114	7659413	7940120	8228717	33
28	7124167	7390611	7664030	7944864	8233597	32
29	7128543	7395110	7668649	7949610	8238479	31
30	7132931	7399610	7673270	7954358	8243363	30
31	7137321	7404112	7677893	7959109	8248250	29
32	7141713	7408616	7682518	7963862	8253139	28
33	7146106	7413122	7687145	7968617	8258031	27
34	7150501	7417630	7691774	7973374	8262925	26
35	7154898	7422140	7696405	7978133	8267821	25
36	7159297	7426652	7701038	7982895	8272720	24
37	7163698	7431167	7705673	7987659	8277621	23
38	7168100	7435684	7710310	7992425	8282524	22
39	7172504	7440203	7714949	7997193	8287429	21
40	7176910	7444724	7719590	8001963	8292337	20
41	7181318	7449246	7724233	8006736	8297247	19
42	7185728	7453770	7728878	8011511	8302160	18
43	7190140	7458296	7733525	8016288	8307075	17
44	7194554	7462824	7738175	8021067	8311992	16
45	7198970	7467354	7742827	8025849	8316912	15
46	7203387	7471886	7747481	8030633	8321834	14
47	7207806	7476420	7752137	8035419	8326759	13
48	7212227	7480956	7756795	8040207	8331686	12
49	7216650	7485494	7761455	8044997	8336615	11
50	7221075	7490033	7766117	8049790	8341547	10
51	7225502	7494574	7770781	8054585	8346481	9
52	7229931	7499117	7775447	8059382	8351418	8
53	7234362	7503663	7780116	8064181	8356357	7
54	7238794	7508211	7784787	8068983	8361298	6
55	7243228	7512761	7789460	8073787	8366242	5
56	7247664	7517313	7794135	8078593	8371188	4
57	7252102	7521867	7798812	8083401	8376136	3
58	7256541	7526423	7803491	8088212	8381087	2
59	7260982	7530981	7808172	8093025	8386040	1
60	7265424	7535541	7812856	8097840	8390996	0
	54	53	52	51	50	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	40	41	42	43	44	
0	8390996	8692867	9004040	9325151	9656888	60
1	8395954	8697975	9009308	9330591	9662511	59
2	8400915	8703085	9014579	9336034	9668137	58
3	8405878	8708198	9019853	9341480	9673766	57
4	8410844	8713344	9025130	9346929	9679398	56
5	8415812	8718433	9030410	9352381	9685034	55
6	8420782	8723555	9035693	9357835	9690674	54
7	8425754	8728679	9040978	9363292	9696315	53
8	8430729	8733806	9046266	9368752	9701960	52
9	8435706	8738935	9051557	9374215	9707609	51
10	8440686	8744067	9056850	9379682	9713261	50
11	8445668	8749201	9062146	9385152	9718916	49
12	8450653	8754338	9067445	9390625	9724574	48
13	8455640	8759478	9072747	9396101	9730235	47
14	8460630	8764620	9078052	9401580	9735900	46
15	8465622	8769764	9083360	9407062	9741568	45
16	8470617	8774911	9088670	9412547	9747239	44
17	8475614	8780061	9093983	9418034	9752913	43
18	8480614	8785214	9099299	9423524	9758591	42
19	8485617	8790369	9104618	9429017	9764272	41
20	8490622	8795527	9109940	9434513	9769956	40
21	8495629	8800688	9115265	9440012	9775643	39
22	8500639	8805851	9120593	9445514	9781334	38
23	8505651	8811017	9125923	9451019	9787028	37
24	8510666	8816186	9131256	9456528	9792725	36
25	8515683	8821357	9136592	9462040	9798425	35
26	8520703	8826531	9141930	9467555	9804128	34
27	8525725	8831708	9147271	9473073	9809835	33
28	8530750	8836887	9152615	9478594	9815545	32
29	8535777	8842069	9157962	9484118	9821258	31
30	8540806	8847253	9163312	9489645	9826974	30
31	8545838	8852440	9168665	9495175	9832694	29
32	8550872	8857630	9174021	9500708	9838417	28
33	8555909	8862822	9179380	9506244	9844143	27
34	8560949	8868017	9184741	9511783	9849872	26
35	8565991	8873015	9190105	9517325	9855605	25
36	8571036	8878415	9195472	9522870	9861341	24
37	8576083	8883628	9200842	9528419	9867180	23
38	8581133	8888824	9206215	9533971	9872922	22
39	8586185	8894033	9211590	9539526	9878668	21
40	8591239	8899244	9216968	9545084	9884317	20
41	8596296	8904458	9222349	9550645	9890070	19
42	8601355	8909675	9227733	9556209	9895826	18
43	8606417	8914894	9233120	9561776	9901585	17
44	8611482	8920116	9238510	9567346	9907347	16
45	8616549	8925341	9243903	9572919	9913113	15
46	8621619	8930568	9249299	9578495	9918882	14
47	8626692	8935798	9254698	9584074	9924654	13
48	8631767	8941031	9260100	9589656	9930430	12
49	8636845	8946267	9265505	9595241	9936209	11
50	8641926	8951506	9270913	9600830	9941991	10
51	8647009	8956747	9276324	9606422	9947777	9
52	8652095	8961991	9281738	9612017	9953566	8
53	8657183	8967238	9287155	9617615	9959359	7
54	8662273	8972487	9292574	9623216	9965155	6
55	8667366	8977739	9297996	9628820	9970954	5
56	8672461	8982994	9303421	9634427	9976756	4
57	8677559	8988252	9308849	9640037	9982562	3
58	8682659	8993512	9314280	9645651	9988371	2
59	8687762	8998775	9319714	9651268	9994184	1
60	8692867	9004040	9325151	9656888	10000000	0
	49	48	47	46	45	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrãtis pro tangentibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	45	46	47	48	
0	10000000	10355302	10723686	11106124	60
1	10005820	10361332	10729942	11112623	59
2	10011643	10367365	10736202	11119126	58
3	10017469	10373402	10742466	11125634	57
4	10023299	10379443	10748734	11132146	56
5	10029132	10385487	10755006	11138662	55
6	10034968	10391535	10761282	11145182	54
7	10040808	10397587	10767562	11151706	53
8	10046651	10403643	10773845	11158235	52
9	10052497	10409702	10780132	11164768	51
10	10058347	10415765	10786423	11171305	50
11	10064201	10421832	10792718	11177846	49
12	10070058	10427902	10799017	11184392	48
13	10075918	10433976	10805320	11190942	47
14	10081782	10440054	10811627	11197496	46
15	10087649	10446135	10817938	11204054	45
16	10093520	10452220	10824253	11210617	44
17	10099394	10458309	10830572	11217184	43
18	10105272	10464401	10836895	11223755	42
19	10111153	10470497	10843222	11230330	41
20	10117038	10476597	10849554	11236910	40
21	10122926	10482701	10855889	11243494	39
22	10128818	10488808	10862228	11250082	38
23	10134713	10494919	10868571	11256675	37
24	10140611	10501034	10874918	11263272	36
25	10146513	10507153	10881269	11269873	35
26	10152418	10513275	10887624	11276478	34
27	10158327	10519401	10893983	11283088	33
28	10164239	10525531	10900346	11289702	32
29	10170154	10531664	10906713	11296321	31
30	10176073	10537801	10913084	11302944	30
31	10181996	10543942	10919459	11309571	29
32	10187922	10550087	10925838	11316203	28
33	10193852	10556235	10932221	11322899	27
34	10199785	10562387	10938608	11329480	26
35	10205722	10568543	10945000	11336125	25
36	10211663	10574703	10951396	11342774	24
37	10217607	10580867	10957796	11349428	23
38	10223555	10587034	10964200	11356086	22
39	10229506	10593205	10970608	11362748	21
40	10235460	10599280	10977020	11369415	20
41	10241418	10605559	10983436	11376086	19
42	10247380	10611742	10989856	11382762	18
43	10253345	10617929	10996280	11389442	17
44	10259314	10624119	11002708	11396126	16
45	10265286	10630313	11009140	11402815	15
46	10271262	10636511	11015577	11409508	14
47	10277242	10642713	11022028	11416206	13
48	10283225	10648919	11028463	11422908	12
49	10289212	10655128	11034912	11429615	11
50	10295202	10661341	11041365	11436326	10
51	10301196	10667558	11047822	11443042	9
52	10307193	10673779	11054283	11449762	8
53	10313194	10680004	11060748	11456487	7
54	10319199	10686233	11067218	11463216	6
55	10325207	10692466	11073692	11469950	5
56	10331219	10698702	11080170	11476688	4
57	10337234	10704942	11086652	11483431	3
58	10343253	10711186	11093138	11490178	2
59	10349276	10717434	11099629	11496929	1
60	10355302	10723686	11106124	11503684	0
	44	43	42	41	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentib. complementorū arcuum eiuſdē Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	49	50	51	52	
0	11503684	11917537	12348972	12799416	60
1	11510444	11924580	12356320	12807093	59
2	11517208	11931628	12363673	12814776	58
3	11523977	11938680	12371031	12822465	57
4	11530751	11945737	12378394	12830159	56
5	11537529	11952799	12385762	12837859	55
6	11544312	11959866	12393136	12845565	54
7	11551100	11966938	12400515	12853277	53
8	11557893	11974015	12407999	12860994	52
9	11564691	11981097	12415288	12868717	51
10	11571494	11988183	12422683	12876445	50
11	11578301	11995274	12430083	12884179	49
12	11585112	12002370	12437489	12891919	48
13	11591928	12009471	12444900	12899665	47
14	11598748	12016578	12452317	12907417	46
15	11605572	12023690	12459739	12915175	45
16	11612401	12030807	12467167	12922939	44
17	11619234	12037929	12474600	12930709	43
18	11626072	12045056	12482039	12938485	42
19	11632915	12052188	12489484	12946267	41
20	11639763	12059325	12496934	12954055	40
21	11646615	12066467	12504389	12961848	39
22	11653472	12073614	12511850	12969647	38
23	11660334	12080766	12519316	12977457	37
24	11667200	12087923	12526787	12985263	36
25	11674071	12095085	12534264	12993080	35
26	11680947	12102252	12541746	13000903	34
27	11687827	12109424	12549233	13008732	33
28	11694712	12116601	12556725	13016567	32
29	11701602	12123783	12564222	13024407	31
30	11708497	12130970	12571724	13032253	30
31	11715396	12138162	12579232	13040105	29
32	11722300	12145359	12586746	13047963	28
33	11729208	12152561	12594265	13055827	27
34	11736121	12159768	12601790	13063697	26
35	11743039	12166981	12609321	13071573	25
36	11749962	12174199	12616858	13079455	24
37	11756989	12181422	12624400	13087343	23
38	11763821	12188650	12631948	13095237	22
39	11770758	12195883	12639501	13103138	21
40	11777700	12203121	12647060	13111045	20
41	11784646	12210364	12654624	13118958	19
42	11791597	12217613	12662194	13126877	18
43	11798553	12224867	12669769	13134802	17
44	11805514	12232126	12677350	13142732	16
45	11812479	12239390	12684937	13150668	15
46	11819449	12246659	12692530	13158610	14
47	11826424	12253933	12700128	13166558	13
48	11833404	12261212	12707732	13174512	12
49	11840388	12268496	12715341	13182472	11
50	11847377	12275786	12722956	13190438	10
51	11854371	12283081	12730577	13198411	9
52	11861370	12290381	12738203	13206390	8
53	11868374	12297687	12745835	13214375	7
54	11875383	12304998	12753473	13222367	6
55	11882397	12312314	12761116	13230365	5
56	11889417	12319635	12768765	13238369	4
57	11896438	12326961	12776420	13246379	3
58	11903466	12334293	12784080	13254396	2
59	11910499	12341630	12791745	13262419	1
60	11917537	12348972	12799416	13270448	0
	40	39	38	37	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentib. complementorū arcuū eiusdē Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	53	54	55	56	
0	13270448	13763820	14281480	14825610	60
1	13278483	13772243	14290325	14834916	59
2	13286524	13780673	14299177	14844230	58
3	13294571	13789109	14308037	14853553	57
4	13302624	13797552	14316905	14862884	56
5	13310683	13806002	14325780	14872223	55
6	13318749	13814459	14334662	14881570	54
7	13326821	13822922	14343552	14890925	53
8	13334899	13831392	14352451	14900288	52
9	13342984	13839869	14361354	14909659	51
10	13351075	13848352	14370266	14919038	50
11	13359172	13856842	14379186	14928426	49
12	13367276	13865339	14388113	14937822	48
13	13375386	13873843	14397048	14947226	47
14	13383502	13882354	14405990	14956638	46
15	13391624	13890872	14414939	14966058	45
16	13399753	13899397	14423896	14975486	44
17	13407888	13907930	14432861	14984923	43
18	13416029	13916470	14441833	14994368	42
19	13424177	13925017	14450812	15003821	41
20	13432331	13933571	14459799	15013283	40
21	13440492	13942131	14468794	15022753	39
22	13448659	13950698	14477797	15032231	38
23	13456832	13959272	14486807	15041717	37
24	13465011	13967853	14495825	15051211	36
25	13473197	13976441	14504850	15060714	35
26	13481390	13985035	14513883	15070225	34
27	13489589	13993636	14522924	15079744	33
28	13497794	14002244	14531972	15089271	32
29	13506006	14010859	14541028	15098807	31
30	13514224	14019481	14550091	15108351	30
31	13522449	14028110	14559162	15117903	29
32	13530680	14036746	14568241	15127464	28
33	13538918	14045389	14577327	15137034	27
34	13547162	14054040	14586421	15146612	26
35	13555413	14062698	14595523	15156199	25
36	13563670	14071363	14604633	15165794	24
37	13571834	14080035	14613750	15175398	23
38	13580104	14088715	14622875	15185011	22
39	13588381	14097402	14632007	15194632	21
40	13596764	14106097	14641146	15204261	20
41	13605054	14114798	14650293	15213899	19
42	13613350	14123506	14659449	15223545	18
43	13621653	14132221	14668613	15233200	17
44	13629963	14140923	14677785	15242863	16
45	13638279	14149672	14686965	15252535	15
46	13646602	14158409	14696153	15262216	14
47	13654932	14167153	14705349	15271905	13
48	13663268	14175904	14714553	15281603	12
49	13671610	14184663	14723765	15291309	11
50	13679959	14193429	14732985	15301024	10
51	13688315	14202202	14742212	15310748	9
52	13696677	14210982	14751447	15320481	8
53	13705046	14219769	14760690	15330222	7
54	13713422	14228563	14769941	15339972	6
55	13721805	14237365	14779200	15349730	5
56	13730194	14246174	14788466	15359497	4
57	13738590	14254990	14797740	15369273	3
58	13746993	14263813	14807022	15379057	2
59	13755403	14272643	14816312	15388850	1
60	13763820	14281480	14825610	15398651	0
	36	35	34	33	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentib. complementorū arcuum eiusdē Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	57	58	59	60	
0	15398651	16003347	16642794	17320508	60
1	15408461	16013710	16653766	17332150	59
2	15418280	16024083	16664749	17343804	58
3	15428108	16034466	16675742	17355469	57
4	15437945	16044859	16686746	17367146	56
5	15447791	16055261	16697760	17378834	55
6	15457646	16065673	16708785	17390534	54
7	15467510	16076095	16719820	17402246	53
8	15477382	16086527	16730866	17413969	52
9	15487263	16096968	16741922	17425704	51
10	15497153	16107419	16752989	17437451	50
11	15507052	16117880	16764067	17449210	49
12	15516960	16128351	16775156	17460981	48
13	15526877	16138832	16786256	17472764	47
14	15536803	16149322	16797367	17484559	46
15	15546738	16159822	16808489	17496366	45
16	15556682	16170332	16819621	17508185	44
17	15566636	16180852	16830764	17520026	43
18	15576599	16191381	16841918	17531869	42
19	15586571	16201920	16853083	17543724	41
20	15596552	16212469	16864259	17555591	40
21	15606542	16223028	16875446	17567470	39
22	15616541	16233597	16886644	17579362	38
23	15626549	16244176	16897853	17591266	37
24	15636566	16254766	16909074	17603182	36
25	15646592	16265366	16920306	17615111	35
26	15656627	16275976	16931549	17627052	34
27	15666671	16286596	16942803	17639006	33
28	15676724	16297226	16954068	17650972	32
29	15686786	16307866	16965344	17662951	31
30	15696857	16318516	16976631	17674941	30
31	15706938	16329176	16987929	17686945	29
32	15717028	16339847	16999239	17698960	28
33	15727127	16350528	17010560	17710987	27
34	15737235	16361219	17021892	17723027	26
35	15747353	16371920	17033236	17735079	25
36	15757480	16382631	17044591	17747143	24
37	15767616	16393352	17055957	17759220	23
38	15777761	16404083	17067325	17771309	22
39	15787915	16414824	17078714	17783410	21
40	15798078	16425575	17090115	17795524	20
41	15808251	16436337	17101527	17808651	19
42	15818433	16447109	17112950	17819790	18
43	15828625	16457892	17124384	17831942	17
44	15838827	16468685	17135829	17844107	16
45	15849038	16479488	17147285	17856285	15
46	15859259	16490302	17158752	17868475	14
47	15869489	16501126	17170231	17880678	13
48	15879729	16511960	17181721	17892894	12
49	15889979	16522805	17193222	17905123	11
50	15900238	16533660	17204734	17917364	10
51	15910507	16544526	17216258	17929618	9
52	15920785	16555402	17227794	17941885	8
53	15931073	16566289	17239342	17954164	7
54	15941370	16577186	17250902	17966456	6
55	15951676	16588094	17262473	17978761	5
56	15961992	16599013	17274056	17991079	4
57	15972317	16609942	17285651	18003410	3
58	15982651	16620882	17297258	18015753	2
59	15992994	16631833	17308877	18028109	1
60	16003347	16642794	17320508	18040478	0
	32	31	30	29	

Gradus Quadrantis pro tangentib. complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

	61	62	63	64	
0	18040478	18807265	19626104	20503034	60
1	18052860	18820471	19640225	20518180	59
2	18065255	18833691	19654362	20533344	58
3	18077663	18846925	19668516	20548526	57
4	18090084	18860174	19682686	20563726	56
5	18102518	18873437	19696872	20578945	55
6	18114966	18886715	19711074	20594182	54
7	18127427	18900007	19725293	20609437	53
8	18139901	18913314	19739528	20624711	52
9	18152388	18926636	19753780	20640003	51
10	18164889	18939972	19768048	20655313	50
11	18177403	18953323	19782333	20670642	49
12	18189930	18966689	19796634	20685989	48
13	18202470	18980070	19810951	20701355	47
14	18215024	18993466	19825285	20716739	46
15	18227591	19006876	19839635	20732142	45
16	18240171	19020301	19854002	20747564	44
17	18252765	19033741	19868386	20763004	43
18	18265372	19047196	19882786	20778463	42
19	18277992	19060665	19897203	20793941	41
20	18290626	19074149	19911637	20809438	40
21	18303273	19087648	19926088	20824953	39
22	18315934	19101162	19940555	20840487	38
23	18328608	19114691	19955039	20856040	37
24	18341296	19128235	19969540	20871612	36
25	18353997	19141795	19984057	20887202	35
26	18366712	19155370	19998591	20902811	34
27	18379440	19168960	20013142	20918439	33
28	18392182	19182565	20027709	20934086	32
29	18404938	19196185	20042297	20949752	31
30	18417707	19209821	20056898	20965436	30
31	18430490	19223472	20071516	20981140	29
32	18443287	19237138	20086152	20996863	28
33	18456098	19250819	20100805	21012605	27
34	18468922	19264516	20115475	21028367	26
35	18481760	19278228	20130163	21044148	25
36	18494612	19291955	20144868	21059949	24
37	18507478	19305698	20159590	21075769	23
38	18520357	19319456	20174329	21091609	22
39	18533250	19333230	20189086	21107468	21
40	18546157	19347019	20203860	21123347	20
41	18559078	19360824	20218651	21139246	19
42	18572013	19374644	20233460	21155164	18
43	18584962	19388480	20248286	21171102	17
44	18597925	19402331	20263130	21187059	16
45	18610902	19416198	20277991	21203036	15
46	18623894	19430081	20292870	21219032	14
47	18636900	19443980	20307767	21235048	13
48	18649920	19457894	20322681	21251083	12
49	18662954	19471824	20337613	21267138	11
50	18676002	19485770	20352563	21283213	10
51	18689064	19499732	20367531	21299308	9
52	18702140	19513710	20382516	21315423	8
53	18715231	19527704	20397519	21331558	7
54	18728335	19541714	20412539	21347713	6
55	18741454	19555739	20427577	21363888	5
56	18754587	19569780	20442633	21380083	4
57	18767735	19583837	20457706	21396298	3
58	18780897	19597910	20472797	21412534	2
59	18794074	19611999	20487906	21428790	1
60	18807265	19626104	20503034	21445067	0
	28	27	26	25	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangẽtibus complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	65	66	67	68	
0	21445067	22460371	23558529	24750869	60
1	21461364	22477965	23577595	24771613	59
2	21477681	22495582	23596687	24792387	58
3	21494019	22513222	23615805	24813191	57
4	21510377	22530885	23634950	24834024	56
5	21526756	22548571	23654121	24854887	55
6	21543155	22566281	23673318	24875780	54
7	21559575	22584014	23692542	24896704	53
8	21576015	22601771	23711793	24917659	52
9	21592475	22619551	23731071	24938644	51
10	21608956	22637355	23750375	24959659	50
11	21625458	22655183	23769706	24980705	49
12	21641981	22673034	23789064	25001782	48
13	21658525	22690909	23808448	25022890	47
14	21675090	22708808	23827859	25044029	46
15	21691676	22726730	23847297	25065198	45
16	21708283	22744676	23866762	25086398	44
17	21724911	22762646	23886254	25107629	43
18	21741559	22780639	23905773	25128991	42
19	21758228	22798656	23925320	25150183	41
20	21774918	22816696	23944895	25171506	40
21	21791629	22834760	23964496	25192861	39
22	21808362	22852848	23984124	25214248	38
23	21825116	22870960	24003779	25235666	37
24	21841892	22889096	24023462	25257116	36
25	21858689	22907256	24043172	25278597	35
26	21875508	22925441	24062910	25300110	34
27	21892348	22943650	24082675	25321655	33
28	21909210	22961883	24102468	25343232	32
29	21926094	22980141	24122289	25364841	31
30	21943000	22998424	24142137	25386482	30
31	21959926	23016731	24162013	25408154	29
32	21976874	23035062	24181917	25429858	28
33	21993843	23053418	24201849	25451594	27
34	22010834	23071798	24221809	25473362	26
35	22027846	23090203	24241798	25495162	25
36	22044879	23108632	24261815	25516995	24
37	22061934	23127086	24281860	25538860	23
38	22079011	23145565	24301934	25560758	22
39	22096109	23164068	24322037	25582688	21
40	22113229	23182597	24342169	25604651	20
41	22130372	23201151	24362329	25626647	19
42	22147537	23219730	24382518	25648675	18
43	22164725	23238335	24402735	25670736	17
44	22181935	23256965	24422981	25692830	16
45	22199168	23275621	24443256	25714957	15
46	22216424	23294302	24463559	25737118	14
47	22233703	23313008	24483891	25759312	13
48	22251004	23331740	24504252	25781540	12
49	22268328	23350498	24524642	25803801	11
50	22285675	23369282	24545061	25826096	10
51	22303044	23388092	24565509	25848424	9
52	22320435	23406927	24585986	25870786	8
53	22337848	23425788	24606492	25893181	7
54	22355284	23444674	24627028	25915610	6
55	22372742	23463586	24647594	25938073	5
56	22390223	23482523	24668189	25960569	4
57	22407726	23501486	24688814	25983099	3
58	22425252	23520475	24709469	26005663	2
59	22442800	23539489	24730154	26028261	1
60	22460371	23558529	24750869	26050893	0
	24	23	22	21	

Gradus Quadrantis pro tangentib. complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

	69	70	71	72	
0	26050893	27474777	29042105	30776834	60
1	26073559	27499665	29069569	30807323	59
2	26096260	27524592	29097080	30837866	58
3	26118996	27549559	29124638	30868465	57
4	26141766	27574565	29152243	30899119	56
5	26164571	27599612	29179895	30929828	55
6	26187411	27624699	29207595	30960593	54
7	26210286	27649827	29235343	30991413	53
8	26233196	27674995	29263139	31022289	52
9	26256141	27700204	29290382	31053221	51
10	26279120	27725453	29318873	31084208	50
11	26302135	27750742	29346811	31115252	49
12	26325185	27776072	29374797	31146352	48
13	26348270	27801443	29402831	31177508	47
14	26371390	27826855	29430913	31208720	46
15	26394546	27852308	29459043	31239989	45
16	26417738	27877803	29487221	31271315	44
17	26440966	27903339	29515446	31302698	43
18	26464229	27928917	29543719	31334138	42
19	26487528	27954536	29572041	31365636	41
20	26510863	27980196	29600411	31397191	40
21	26534234	28005898	29628831	31428805	39
22	26557641	28031642	29657301	31460476	38
23	26581084	28057429	29685820	31492205	37
24	26604563	28083258	29714388	31523992	36
25	26628079	28109129	29743006	31555838	35
26	26651631	28135043	29771674	31587742	34
27	26675220	28160999	29800392	31619705	33
28	26698845	28186998	29829160	31651727	32
29	26722507	28213040	29857978	31683807	31
30	26746206	28239125	29886847	31715946	30
31	26769942	28265253	29915765	31748144	29
32	26793716	28291424	29944734	31780401	28
33	26816527	28317638	29973753	31812717	27
34	26841375	28343895	30002823	31845093	26
35	26865260	28379195	30031943	31877528	25
36	26889183	28396539	30061113	31910024	24
37	26913143	28422926	30090334	31942580	23
38	26937141	28449357	30119605	31975197	22
39	26961177	28475832	30148927	32007875	21
40	26985251	28502350	30178299	32040613	20
41	27009362	28528913	30207723	32073413	19
42	27033511	28555520	30237200	32106275	18
43	27057698	28582172	30266730	32139200	17
44	27081922	28608868	30296312	32172187	16
45	27106184	28635608	30325947	32205237	15
46	27130484	28662393	30355635	32238349	14
47	27154823	28689222	30385375	32271524	13
48	27179200	28716096	30415169	32304762	12
49	27203616	28743015	30445015	32338064	11
50	27228070	28769979	30474915	32371430	10
51	27252563	28796987	30504867	32404858	9
52	27277095	28824040	30534872	32438348	8
53	27301667	28851139	30564930	32471901	7
54	27326278	28878283	30595041	32505517	6
55	27350929	28905472	30625205	32539196	5
56	27375620	28932707	30655423	32572937	4
57	27400350	28959988	30685695	32606741	3
58	27425120	28987315	30716020	32640907	2
59	27449929	29014687	30746400	32674536	1
60	27474777	29042105	30776834	32708528	0
	20	19	18	17	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangẽtibus cōplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Gradum Quadrantis pro tangentibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

	77	78	79	80	
0	43314742	47046295	51445543	56712854	60
1	43372301	47113680	51525561	56809480	59
2	43430006	47181249	51605820	56906425	58
3	43487857	47249003	51686321	57003690	57
4	43545855	47316942	51767065	57101277	56
5	43604000	47385067	51848053	57199188	55
6	43662293	47453380	51929285	57297425	54
7	43720733	47521882	52010762	57395990	53
8	43779321	47590575	52092485	57494885	52
9	43838057	47659460	52174455	57594111	51
10	43896942	47728538	52256673	57693670	50
11	43955977	47797809	52339140	57793564	49
12	44015163	47867274	52421857	57893795	48
13	44074501	47936934	52504826	57994366	47
14	44133992	48006790	52588048	58095279	46
15	44193637	48076841	52671525	58196536	45
16	44253435	48147088	52755259	58298138	44
17	44313387	48217531	52839251	58400087	43
18	44373494	48288171	52923503	58502385	42
19	44433756	48359008	53008016	58605034	41
20	44494174	48430043	53092792	58708035	40
21	44554749	48501278	53177831	58811388	39
22	44615481	48572714	53263134	58915095	38
23	44676371	48644352	53348702	59019157	37
24	44737419	48716193	53434536	59123576	36
25	44798626	48788238	53520637	59228353	35
26	44859993	48860488	53607006	59333490	34
27	44921521	48932945	53693644	59438989	33
28	44983211	49005610	53780552	59544852	32
29	45045065	49078483	53867731	59651081	31
30	45107083	49151565	53955183	59757678	30
31	45169263	49224856	54042909	59864646	29
32	45231607	49298357	54130911	59971987	28
33	45294114	49372069	54219190	60079703	27
34	45356785	49445993	54307748	60187796	26
35	45419621	49520130	54396586	60296268	25
36	45482623	49594481	54485705	60405121	24
37	45545790	49669047	54575107	60514358	23
38	45609123	49743829	54664793	60623981	22
39	45672623	49818827	54754764	60733992	21
40	45736291	49894042	54845022	60844392	20
41	45800128	49969475	54935569	60955184	19
42	45864135	50045127	55029406	61066370	18
43	45928314	50120999	55117535	61177952	17
44	45992666	50197092	55208958	61289930	16
45	46057192	50273407	55300676	61402307	15
46	46121892	50349935	55392692	61515085	14
47	46186767	50426707	55485007	61628267	13
48	46251817	50503695	55577622	61741856	12
49	46318043	50580910	55670539	61855854	11
50	46382445	50658353	55763759	61970263	10
51	46448023	50736025	55857283	62085085	9
52	46513778	50813927	55951112	62200323	8
53	46579711	50892060	56045247	62315979	7
54	46645823	50970425	56139689	62432056	6
55	46712115	51049023	56234439	62548556	5
56	46778587	51127855	56329498	62665481	4
57	46845240	51206922	56424868	62782833	3
58	46912075	51286225	56520550	62900615	2
59	46979093	51365765	56616545	63018829	1
60	47046295	51445543	56712854	63137478	0
	12	11	10	9	

Minuta Gradum Quadrantis pro tangentibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangētibus complementorū arcuū eiusdē Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	73	74	75	76	
0	32708528	34874151	37320517	40107808	60
1	32745286	34912477	37363987	40157569	59
2	32776709	34950881	37407551	40207446	58
3	32810898	34989364	37451210	40257440	57
4	32845153	35027925	37494964	40307552	56
5	32879747	35066565	37538814	40357781	55
6	32913862	35105283	37582760	40408129	54
7	32948317	35144080	37626803	40458596	53
8	32982839	35182956	37670943	40509183	52
9	33017427	35221911	37715180	40559890	51
10	33052082	35260945	37759515	40610718	50
11	33086802	35300059	37803948	40661665	49
12	33121588	35339253	37848479	40712731	48
13	33156441	35378528	37893109	40763917	47
14	33191362	35417883	37937838	40815224	46
15	33226351	35457320	37982666	40866652	45
16	33261408	35496838	38027592	40918201	44
17	33296534	35536438	38072616	40969871	43
18	33331728	35576121	38117740	41021663	42
19	33366990	35615888	38162963	41073577	41
20	33402321	35655739	38208285	41125614	40
21	33437720	35695672	38253708	41177775	39
22	33473188	35735689	38299232	41230062	38
23	33508725	35775789	38344857	41282475	37
24	33544330	35815973	38390584	41335015	36
25	33580005	35856241	38436414	41387683	35
26	33615750	35896593	38482347	41440480	34
27	33651566	35937029	38528384	41493407	33
28	33687453	35977550	38574525	41546464	32
29	33723410	36018156	38620772	41599653	31
30	33759438	36058848	38667125	41652974	30
31	33795535	36099623	38713580	41706424	29
32	33831703	36140483	38760139	41760003	28
33	33867942	36181427	38806801	41813712	27
34	33904252	36222456	38853567	41867550	26
35	33940634	36263570	38900438	41921518	25
36	33977088	36304771	38947416	41975617	24
37	34013615	36346060	38994501	42029848	23
38	34050215	36387437	39041695	42084211	22
39	34086888	36428903	39088998	42138706	21
40	34123634	36470459	39136409	42193334	20
41	34160453	36512103	39183929	42248096	19
42	34197345	36553836	39231557	42302993	18
43	34234310	36595659	39279294	42358025	17
44	34271348	36637572	39327139	42413193	16
45	34308459	36679574	39375094	42468497	15
46	34345644	36721666	39423158	42523937	14
47	34382903	36763849	39471331	42579514	13
48	34420237	36806121	39519614	42635228	12
49	34457647	36848483	39568006	42691080	11
50	34495132	36890936	39616509	42747070	10
51	34532692	36933479	39665124	42803199	9
52	34570327	36976114	39713852	42859468	8
53	34608038	37018840	39762695	42915878	7
54	34645824	37061659	39811654	42972429	6
55	34683686	37104570	39860729	43029122	5
56	34721625	37147574	39909917	43085958	4
57	34759640	37190670	39959218	43142937	3
58	34797733	37233859	40008633	43200060	2
59	34835903	37277141	40058103	43257328	1
60	34874151	37320517	40107808	43314742	0
	16	15	14	13	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentib. complementorũ arcuum eiusdẽ Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	81	82	83	84	
0	63137478	71153707	81443502	95143611	60
1	63256564	71304198	81639821	95410585	59
2	63376089	71455313	81837074	95679034	58
3	63496056	71607058	82035268	95948971	57
4	63616468	71759440	82234410	96220411	56
5	63737327	71912459	82434508	96493467	55
6	63858635	72066117	82635570	96767939	54
7	63980394	72220422	82837603	97044063	53
8	64102607	72375376	83040614	97321646	52
9	64225276	72530983	83244610	97600890	51
10	64348404	72687247	83449598	97881716	50
11	64471994	72844173	83655585	98164135	49
12	64596049	73001766	83862572	98448162	48
13	64720571	73160031	84070565	98733810	47
14	64845563	73318972	84279571	99021104	46
15	64971028	73478593	84489598	99310047	45
16	65096969	73638898	84700687	99600655	44
17	65223388	73799892	84912817	99893042	43
18	65350287	73961579	85125995	100187022	42
19	65477669	74123964	85340229	100482822	41
20	65605537	74287052	85555525	100780346	40
21	65733894	74450847	85771891	101079507	39
22	65862743	74615354	85989335	101380525	38
23	65992087	74780577	86207866	101683314	37
24	66121928	74946521	86427493	101987889	36
25	66252268	75113189	86648225	102294266	35
26	66383110	75280586	86870072	102602473	34
27	66514457	75448716	87093043	102912514	33
28	66646313	75617584	87317150	103224405	32
29	66778681	75787195	87542404	103538166	31
30	66911564	75957554	87768816	103853919	30
31	67044965	76128666	87996394	104171468	29
32	67178887	76300536	88225146	104491055	28
33	67313334	76473170	88455079	104812581	27
34	67448309	76646573	88686196	105136063	26
35	67583815	76820751	88918508	105461519	25
36	67719855	76995710	89152021	105788969	24
37	67856423	77171455	89386745	106118428	23
38	67993549	77347991	89622688	106449917	22
39	68131209	77525324	89859858	106783466	21
40	68269416	77703459	90098268	107119198	20
41	68408173	77882402	90337927	107456902	19
42	68547438	78062159	90578848	107796712	18
43	68687350	78242737	90821043	108138767	17
44	68827777	78424142	91064526	108482852	16
45	68968768	78606379	91309309	108829233	15
46	69110326	78789454	91555401	109177805	14
47	69252455	78973371	91802810	109528589	13
48	69395158	79158136	92051546	109881598	12
49	69538439	79343754	92301618	110236864	11
50	69682302	79530231	92553036	110594415	10
51	69826751	79717572	92805759	110954264	9
52	69971789	79905783	93059875	111316432	8
53	70117419	80094869	93315361	111680940	7
54	70263645	80284835	93572238	112047814	6
55	70410470	80475688	93830595	112417202	5
56	70557898	80667435	94090270	112788878	4
57	70705932	80860083	94351448	113163656	3
58	70854576	81053639	94614055	113539681	2
59	71003833	81248110	94878103	113918875	1
60	71153706	81443502	95143611	114300579	0
	8	7	6	5	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	85	86	87	
0	114300579	143006601	190811200	60
1	114684819	143606943	191879163	59
2	115071619	144212307	192959095	58
3	115461005	144822757	194051200	57
4	115853017	145438358	195155685	56
5	116247668	146059175	196273146	55
6	116644985	146685275	197403054	54
7	117044995	147316726	198545993	53
8	117447864	147953611	199702191	52
9	117853346	148595987	200871878	51
10	118261757	149244148	202055705	50
11	118672834	149897753	203253093	49
12	119086890	150557233	204464726	48
13	119503669	151222301	205691260	47
14	119923488	151893462	206932111	46
15	120346233	152570581	208188402	45
16	120771937	153253487	209459545	44
17	121200643	153942729	210746693	43
18	121632370	154638158	212049271	42
19	122067151	155339855	213368514	41
20	122505017	156047923	214704085	40
21	122946003	156762433	216056022	39
22	123390142	157483474	217425507	38
23	123837634	158211136	218812405	37
24	124288195	158945509	220217049	36
25	124742169	159686753	221639784	35
26	125199280	160434770	223080983	34
27	125659878	161189849	224540987	33
28	126123842	161952305	226020167	32
29	126591211	162721698	227518902	31
30	127062036	163498660	229037584	30
31	127536341	164282764	230576614	29
32	128014165	165074651	232136427	28
33	128495548	165873906	233717425	27
34	128980531	166681172	235320041	26
35	129469305	167496287	236945285	25
36	129961652	168319085	238592501	24
37	130457692	169150247	240262714	23
38	130957670	169989613	241957021	22
39	131461286	170837304	243674732	21
40	131968930	171693461	245417543	20
41	132480297	172558198	247184785	19
42	132995769	173431641	248978216	18
43	133515636	174313925	250797165	17
44	134038804	175205183	252643455	16
45	134566419	176105555	254517088	15
46	135098153	177015180	256417991	14
47	135634096	177934219	258348100	13
48	136174272	178862806	260307416	12
49	136718731	179801085	262296605	11
50	137267523	180749537	264316358	10
51	137820702	181707670	266366704	9
52	138378319	182676299	268449755	8
53	138940429	183654941	270565570	7
54	139507087	184644417	272714927	6
55	140078545	185644562	274898633	5
56	140654481	186655202	277117516	4
57	141235334	187677207	279372435	3
58	141820765	188710414	281664304	2
59	142411234	189755028	283994009	1
60	143006601	190811200	286362498	0
	4	3	2	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	88		89		
0	286362498		572899830		60
1	288770746		582610421		59
2	291219764		592655713		58
3	293710598		603057015		57
4	296244357		613825994		56
5	298823024		624990311		55
6	301445987		636564040		54
7	304115322		648578536		53
8	306833212		661050728		52
9	309599077		674016435		51
10	312416191		687500739		50
11	315283945		701531474		49
12	318204757		716149676		48
13	321181137		731385593		47
14	324212583		747289264		46
15	327302782		763899813		45
16	330451272		781259259		44
17	333661982		799432199		43
18	336934467		818463792		42
19	340272744		838430438		41
20	343677949		859395374		40
21	347150587		881427652		39
22	350695255		904627361		38
23	354312962		929081086		37
24	358006024		954893332		36
25	361776788		982180553		35
26	365626388		1011062679		34
27	369560062		1041705454		33
28	373579199		1074263399		32
29	377686614		1108922084		31
30	381885288		1145801136		30
31	386178258		1185395877		29
32	390568737		1227736470		28
33	395060088		1273213435		27
34	399655828		1322188681		26
35	404359642		1375082163		25
36	409175388		1432363027		24
37	414111295		1494645462		23
38	419159137		1562590046		22
39	424335793		1637005697		21
40	429641796		1718863124		20
41	435082056		1809337410		19
42	440661780		1909864971		18
43	446386310		2022219818		17
44	452261453		2148619711		16
45	458293185		2291873854		15
46	464487853		2455533838		14
47	470852152		2644433955		13
48	477393195		2864819229		12
49	484118353		3125276745		11
50	491038024		3437829002		10
51	498155754		3819696333		9
52	505482730		4297181900		8
53	513030946		4911098124		7
54	520805157		5729633839		6
55	528821258		6875680006		5
56	537085003		8594012547		4
57	545610968		11458686834		3
58	554414914		17188033688		2
59	563504309		34376070815		1
60	572899830		Infinita.		0
	1		0		

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrantis.

TABVLA
LINEARVM SECANTIVM,
SIVE
BENEFICA.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	0	1	2	3	
0	10000000	10001524	10006095	10013723	60
1	10000001	10001574	10006198	10013874	59
2	10000002	10001626	10006301	10014029	58
3	10000004	10001679	10006405	10014184	57
4	10000007	10001733	10006509	10014339	56
5	10000010	10001788	10006615	10014495	55
6	10000014	10001844	10006721	10014653	54
7	10000020	10001900	10006828	10014811	53
8	10000027	10001957	10006936	10014970	52
9	10000034	10002015	10007045	10015130	51
10	10000042	10002074	10007155	10015291	50
11	10000051	10002134	10007265	10015453	49
12	10000060	10002195	10007376	10015615	48
13	10000071	10002256	10007488	10015778	47
14	10000083	10002318	10007601	10015942	46
15	10000095	10002381	10007716	10016107	45
16	10000108	10002445	10007831	10016273	44
17	10000122	10002510	10007946	10016440	43
18	10000137	10002576	10008062	10016608	42
19	10000152	10002642	10008179	10016777	41
20	10000168	10002709	10008298	10016946	40
21	10000186	10002777	10008417	10017116	39
22	10000204	10002846	10008537	10017287	38
23	10000223	10002916	10008658	10017459	37
24	10000243	10002987	10008779	10017632	36
25	10000264	10003058	10008902	10017806	35
26	10000285	10003130	10009025	10017981	34
27	10000308	10003203	10009149	10018157	33
28	10000332	10003277	10009274	10018333	32
29	10000357	10003352	10009400	10018510	31
30	10000381	10003428	10009527	10018687	30
31	10000407	10003505	10009655	10018865	29
32	10000433	10003582	10009783	10019044	28
33	10000461	10003660	10009912	10019224	27
34	10000489	10003739	10010043	10019405	26
35	10000518	10003819	10010174	10019587	25
36	10000548	10003900	10010306	10019770	24
37	10000579	10003982	10010439	10019954	23
38	10000611	10004060	10010572	10020138	22
39	10000643	10004148	10010706	10020324	21
40	10000677	10004232	10010841	10020510	20
41	10000711	10004317	10010977	10020698	19
42	10000746	10004403	10011114	10020886	18
43	10000782	10004490	10011252	10021086	17
44	10000819	10004578	10011390	10021266	16
45	10000857	10004666	10011529	10021456	15
46	10000895	10004755	10011670	10021649	14
47	10000934	10004845	10011811	10021842	13
48	10000975	10004936	10011952	10022035	12
49	10001016	10005028	10012098	10022239	11
50	10001058	10005122	10012238	10022424	10
51	10001100	10005216	10012383	10022620	9
52	10001144	10005310	10012528	10022817	8
53	10001188	10005405	10012674	10023015	7
54	10001233	10005501	10012822	10023213	6
55	10001280	10005598	10012970	10023412	5
56	10001327	10005696	10013119	10023612	4
57	10001375	10005795	10013269	10023813	3
58	10001423	10005894	10013419	10024014	2
59	10001473	10005994	10013570	10024217	1
60	10001524	10006095	10013723	10024420	0
	89	88	87	86	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantib. complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	4	5	6	7	
0	10024420	10038198	10055082	10075098	60
1	10024625	10038454	10055390	10075459	59
2	10024830	10038710	10055699	10075820	58
3	10025036	10038968	10056009	10076182	57
4	10025242	10039226	10056320	10076545	56
5	10025450	10039486	10056632	10076909	55
6	10025658	10039746	10056944	10077274	54
7	10025868	10040008	10057256	10077639	53
8	10026078	10040269	10057570	10078005	52
9	10026289	10C40532	10057884	10078372	51
10	10026500	10040796	10058200	10078740	50
11	10026713	10041061	10058517	10079009	49
12	10026927	10041326	10058834	10079479	48
13	10027141	10041592	10059153	10079850	47
14	10027357	10041859	10059472	10080222	46
15	10027573	10042128	10059792	10080595	45
16	10027790	10042397	10060113	10080968	44
17	10028009	10042667	10060435	10081332	43
18	10028227	10042936	10060757	10081717	42
19	10028447	10043207	10061080	10082093	41
20	10028667	10043479	10061405	10082470	40
21	10028889	10043752	10061730	10082848	39
22	10029111	10044025	10062056	10083226	38
23	10029334	10044300	10062383	10063606	37
24	10029559	10044576	10062711	10083987	36
25	10029784	10044853	10063039	10084368	35
26	10030009	10045130	10063369	10084750	34
27	10030236	10045409	10063700	10085134	33
28	10030463	10045689	10064031	10085518	32
29	10030692	10045969	10064364	10085903	31
30	10030920	10046250	10064696	10086289	30
31	10031150	10046532	10065035	10086677	29
32	10031381	10046815	10065365	10087065	28
33	10031614	10047098	10065701	10087454	27
34	10031846	10047383	10066038	10087843	26
35	10032079	10047669	10066376	10088243	25
36	10032314	10047954	10066715	10088623	24
37	10032550	10048241	10067054	10089015	23
38	10032786	10048529	10067394	10089408	22
39	10033023	10048818	10067735	10089802	21
40	10033261	10049107	10068076	10090196	20
41	10033500	10049398	10068419	10090592	19
42	10033740	10049690	10068763	10090988	18
43	10033981	10049983	10069107	10091385	17
44	10034223	10050276	10069452	10091783	16
45	10034465	10050571	10069808	10092182	15
46	10034708	10050865	10070155	10092582	14
47	10034952	10051160	10070493	10092983	13
48	10035196	10051456	10070842	10093385	12
49	10035441	10051753	10071192	10093787	11
50	10035688	10052051	10071543	10094190	10
51	10035936	10052350	10071895	10094624	9
52	10036184	10052649	10072247	10095030	8
53	10036434	10052951	10072600	10095406	7
54	10036684	10053252	10072954	10095813	6
55	10036934	10053555	10073310	10096221	5
56	10037185	10053858	10073666	10096630	4
57	10037438	10054162	10074023	10097040	3
58	10037690	10054468	10074380	10097451	2
59	10037944	10054775	10074737	10097863	1
60	10038198	10055082	10075098	10098275	0
	85	84	83	82	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	8	9	10	11	
0	10098275	10124650	10154264	10187166	60
1	10098698	10125117	10154786	10187743	59
2	10099103	10125585	10155308	10188320	58
3	10099518	10126054	10155831	10188899	57
4	10099934	10126524	10156356	10189478	56
5	10100351	10126994	10156881	10190058	55
6	10100769	10127465	10157407	10190639	54
7	10101188	10127947	10157934	10191221	53
8	10101607	10128410	10158462	10191804	52
9	10102028	10128684	10158991	10192387	51
10	10102450	10129358	10159520	10192972	50
11	10102872	10129634	10160051	10193557	49
12	10103295	10130311	10160582	10194144	48
13	10103720	10130788	10161114	10194732	47
14	10104144	10131266	10161648	10195320	46
15	10104570	10131746	10162182	10195910	45
16	10104996	10132226	10162707	10196500	44
17	10105423	10132707	10163252	10197092	43
18	10105851	10133189	10163789	10197684	42
19	10106286	10133672	10164327	10198277	41
20	10106710	10134156	10165865	10198872	40
21	10107140	10134641	10165495	10199467	39
22	10107572	10135127	10165944	10200063	38
23	10108005	10135614	10166485	10200660	37
24	10108438	10136102	10167028	10201258	36
25	10108873	10136591	10167571	10201857	35
26	10109309	10137080	10168116	10202457	34
27	10109755	10137571	10168661	10203058	33
28	10110182	10138163	10169207	10203659	32
29	10110620	10138555	10169765	10204262	31
30	10111059	10139048	10170303	10204867	30
31	10111509	10139543	10170852	10205470	29
32	10111940	10140038	10171401	10206075	28
33	10112482	10140534	10171952	10206681	27
34	10112825	10141036	10172504	10207289	26
35	10113279	10141528	10173056	10207897	25
36	10113713	10142027	10173609	10208506	24
37	10114159	10142526	10174163	10209116	23
38	10114606	10143026	10174718	10209727	22
39	10115053	10143528	10175274	10210339	21
40	10115501	10144030	10175831	10210952	20
41	10115951	10144533	10176389	10211566	19
42	10116401	10145037	10176947	10212180	18
43	10116852	10145542	10177507	10212796	17
44	10117303	10146048	10178068	10213412	16
45	10117754	10146554	10178630	10214030	15
46	10118209	10147062	10179193	10214668	14
47	10118663	10147572	10179756	10215268	13
48	10119118	10148082	10180321	10215889	12
49	10119574	10148593	10180886	10216510	11
50	10120031	10149104	10181453	10217113	10
51	10120489	10149615	10182021	10217756	9
52	10120948	10150128	10182589	10218380	8
53	10121408	10150642	10183158	10219015	7
54	10121868	10151156	10183728	10219631	6
55	10122330	10151672	10184299	10220258	5
56	10122792	10152188	10184870	10220885	4
57	10123256	10152705	10185443	10221514	3
58	10123720	10153224	10186017	10222143	2
59	10124275	10153744	10186591	10222774	1
60	10124650	10154264	10187166	10223405	0
	81	80	79	78	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantib. complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	12	13	14	15	
0	10223405	10263040	10306136	10352762	60
1	10224037	10263730	10306884	10353569	59
2	10224671	10264420	10307633	10354377	58
3	10225305	10265112	10308383	10355186	57
4	10225941	10265804	10309134	10355996	56
5	10226577	10266498	10309886	10356807	55
6	10227215	10267192	10310639	10357619	54
7	10227854	10267888	10311393	10358433	53
8	10228493	10268584	10312148	10359247	52
9	10229134	10269281	10312903	10360063	51
10	10229775	10269979	10313660	10360880	50
11	10230417	10270688	10314417	10361698	49
12	10231060	10271379	10313176	10362517	48
13	10231644	10272080	10315935	10363337	47
14	10232288	10272782	10316696	10364158	46
15	10232994	10273485	10317457	10364980	45
16	10233641	10274190	10318220	10365802	44
17	10234289	10274895	10318984	10366626	43
18	10234938	10275601	10319749	10367450	42
19	10235587	10276318	10320525	10368276	41
20	10236238	10277016	10321282	10369102	40
21	10236889	10277726	10322050	10369930	39
22	10237541	10278436	10322819	10370758	38
23	10238195	10279148	10323589	10371588	37
24	10238849	10279860	10324359	10372418	36
25	10239505	10280573	10325131	10373250	35
26	10240161	10281287	10325903	10374092	34
27	10240818	10282002	10326677	10374916	33
28	10241476	10282717	10327451	10375750	32
29	10242135	10283434	10328227	10376586	31
30	10242795	10284151	10329003	10377422	30
31	10243456	10284870	10329781	10378260	29
32	10244118	10285589	10330559	10379098	28
33	10245782	10286310	10331339	10379938	27
34	10245445	10287032	10332119	10380778	26
35	10246110	10287754	10332902	10381620	25
36	10246776	10288478	10333684	10382463	24
37	10247442	10289202	10334467	10383307	23
38	10248110	10289928	10335252	10384153	22
39	10248778	10290654	10336037	10384999	21
40	10249448	10291381	10336824	10385846	20
41	10250119	10292119	10337612	10386694	19
42	10250790	10292838	10338400	10387543	18
43	10251461	10293569	10339189	10388393	17
44	10252136	10294300	10339980	10389244	16
45	10252811	10295043	10340771	10390096	15
46	10253482	10295766	10341564	10390949	14
47	10254162	10296501	10342347	10391803	13
48	10254839	10297237	10343152	10392657	12
49	10255517	10297973	10343947	10393513	11
50	10256196	10298710	10344743	10394370	10
51	10256876	10299449	10345541	10395228	9
52	10257557	10300188	10346340	10396087	8
53	10258239	10300928	10347139	10396947	7
54	10258922	10301669	10347940	10397808	6
55	10259606	10302411	10348741	10398670	5
56	10260291	10303154	10349544	10399533	4
57	10260977	10303898	10350347	10400397	3
58	10261661	10304643	10351151	10401262	2
59	10262351	10305390	10351956	10402128	1
60	10263040	10306136	10352762	10402994	0
	77	76	75	74	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	16	17	18	19	
0	10402994	10456917	10514621	10576207	60
1	10403862	10457847	10515616	10577267	59
2	10404730	10458779	10516612	10578328	58
3	10405590	10459711	10517609	10579400	57
4	10406471	10460645	10518607	10580463	56
5	10407343	10461580	10519606	10581518	55
6	10408216	10462516	10520606	10582583	54
7	10409091	10463453	10521607	10583650	53
8	10409966	10464391	10522608	10584717	52
9	10410843	10465330	10523611	10585795	51
10	10411721	10466270	10524615	10586855	50
11	10412600	10467211	10525620	10587925	49
12	10413479	10468153	10526626	10588997	48
13	10414360	10469096	10527633	10590070	47
14	10415241	10470041	10528642	10591145	46
15	10416124	10470986	10529651	10592220	45
16	10417007	10471933	10530662	10593297	44
17	10417892	10472880	10531673	10594375	43
18	10418778	10473829	10532686	10595455	42
19	10419665	10474778	10533699	10596534	41
20	10420553	10475729	10534714	10597615	40
21	10421442	10476680	10535730	10598697	39
22	10422333	10477633	10536747	10599780	38
23	10423224	10478587	10537765	10600865	37
24	10424116	10479542	10538785	10601950	36
25	10425009	10480498	10539805	10603037	35
26	10425903	10481454	10540826	10604125	34
27	10426798	10482412	10541848	10605214	33
28	10427694	10483371	10542872	10606304	32
29	10428591	10484331	10543897	10607395	31
30	10429489	10485292	10544923	10608487	30
31	10430388	10486254	10545950	10609580	29
32	10431288	10487217	10546977	10610675	28
33	10432189	10488181	10548006	10611770	27
34	10433091	10489146	10549036	10612867	26
35	10433995	10490113	10550067	10613964	25
36	10434899	10491080	10551099	10615063	24
37	10435805	10492049	10552133	10616163	23
38	10436711	10493018	10553168	10617264	22
39	10437619	10493989	10554204	10618366	21
40	10438528	10494961	10555241	10619469	20
41	10439436	10494934	10556279	10620574	19
42	10440346	10496908	10557318	10621680	18
43	10441257	10497883	10558359	10622787	17
44	10442170	10498059	10559400	10623895	16
45	10443083	10499836	10560443	10625004	15
46	10443998	10500814	10561496	10626114	14
47	10444913	10501793	10562531	10627226	13
48	10445830	10502773	10563577	10628338	12
49	10446749	10503754	10564623	10629451	11
50	10447668	10504736	10565670	10630566	10
51	10448588	10505719	10566719	10631682	9
52	10449509	10506704	10567769	10632799	8
53	10450431	10507689	10568820	10633917	7
54	10451354	10508676	10569872	10635037	6
55	10452279	10509664	10570925	10636157	5
56	10453204	10510653	10571980	10637279	4
57	10454131	10511643	10573034	10638402	3
58	10455058	10512635	10574091	10639526	2
59	10455987	10513627	10575149	10640651	1
60	10456917	10514621	10576207	10641777	0
	73	72	71	70	

Gradus Quadrantis pro secantib. complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	20	21	22	23	
0	10641777	10711449	10785347	10863603	60
1	10642905	10712646	10786616	10864945	59
2	10644034	10713888	10787885	10866289	58
3	10645164	10715042	10789155	10867633	57
4	10646295	10716242	10790427	10868979	56
5	10647427	10717444	10791700	10870326	55
6	10648560	10718647	10792974	10871675	54
7	10649694	10719850	10794250	10873024	53
8	10650829	10721056	10795527	10874374	52
9	10651965	10722261	10796805	10875626	51
10	10653103	10723469	10798085	10877079	50
11	10654242	10724677	10799365	10878434	49
12	10655381	10725887	10800647	10879790	48
13	10656522	10727098	10801930	10881147	47
14	10657664	10728310	10803214	10882506	46
15	10658807	10729524	10804500	10883865	45
16	10659951	10730738	10805787	10885226	44
17	10661097	10731953	10807074	10886588	43
18	10662244	10733170	10808363	10887952	42
19	10663392	10734387	10809652	10889317	41
20	10664541	20735606	10810942	10890683	40
21	10665692	10736826	10812234	10892051	39
22	10666844	10738048	10813528	10893417	38
23	10667996	10739270	10814823	10894788	37
24	10669150	10740494	10816119	10896159	36
25	10670304	10741719	10817417	10897531	35
26	10671460	10742945	10818715	10898905	34
27	10672617	10744173	10820015	10900280	33
28	10673776	10745401	10821316	10901656	32
29	10674936	10746631	10822617	10903033	31
30	10676096	10747864	10823920	10904413	30
31	10677258	10749094	10825225	10905790	29
32	10678420	10750327	10826531	10907171	28
33	10679584	10751561	10827838	10908553	27
34	10680749	10752797	10829146	10909936	26
35	10681915	10754034	10830455	10911322	25
36	10683082	10755273	10831766	10912709	24
37	10684250	10756513	10833078	10914096	23
38	10685420	10757753	10834391	10915484	22
39	10686591	10758995	10835706	10916874	21
40	10687763	10760237	10837023	10918265	20
41	10688936	10761481	10838341	10919657	19
42	10690111	10762726	10839660	10921051	18
43	10691287	10763972	10840980	10922436	17
44	10692464	10765220	10842301	10923833	16
45	10693642	10766469	10843623	10925241	15
46	10694821	10767720	10844947	10926641	14
47	10696001	10768971	10846272	10928041	13
48	10697182	10770224	10847597	10929442	12
49	10698364	10771477	10848924	10930846	11
50	10699548	10772732	10850252	10932249	10
51	10700732	10773988	10851583	10933654	9
52	10701918	10775244	10852914	10935061	8
53	10703105	10776502	10854246	10936469	7
54	10704294	10777761	10855578	10937879	6
55	10705483	10779022	10856912	10939290	5
56	10706674	10780284	10858247	10940702	4
57	10707866	10781547	10859584	10942115	3
58	10709059	10782802	10860922	10943527	2
59	10710254	10784078	10862262	10944945	1
60	10711449	10785347	10863603	10946362	0
	69	68	67	66	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantib. complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	24	25	26	27	
0	10946362	11033783	11126021	11223262	60
1	10947781	11035280	11127601	11224927	59
2	10949291	11036779	11129182	11226593	58
3	10950622	11038279	11130765	11228260	57
4	10952045	11039780	11132349	11229929	56
5	10953469	11041283	11133933	11231599	55
6	10954898	11042787	11135519	11233270	54
7	10956320	11044293	11137106	11234943	53
8	10957747	11045799	11138694	11236617	52
9	10959175	11047306	11140284	11238292	51
10	10960605	11048815	11141875	11239969	50
11	10962036	11050325	11143467	11241648	49
12	10963469	11051837	11145061	11243329	48
13	10964903	11053350	11146656	11245011	47
14	10966338	11054865	11148254	11246694	46
15	10967775	11056381	11149853	11248378	45
16	10969213	11057898	11151453	11250064	44
17	10970652	11059420	11153055	11251751	43
18	10972092	11060939	11154658	11253440	42
19	10973533	11062461	11156262	11255130	41
20	10974976	11063985	11157868	11256822	40
21	10976420	11065510	11159475	11258516	39
22	10977865	11067037	11161084	11260211	38
23	10979312	11068564	11162694	11261907	37
24	10980760	11070092	11164306	11263605	36
25	10982210	11071621	11165919	11265304	35
26	10983661	11073152	11167533	11267005	34
27	10985113	11074684	11169149	11268707	33
28	10986567	11076218	11170766	11270410	32
29	10988022	11077753	11172385	11272114	31
30	10989480	11079289	11174006	11273820	30
31	10990938	11080827	11175627	11275528	29
32	10992398	11082366	11177249	11277238	28
33	10993859	11083906	11178873	11278949	27
34	10995321	11085448	11180499	11280661	26
35	10996783	11086990	11182125	11282374	25
36	10998247	11088536	11183753	11284089	24
37	10999712	11090082	11185383	11285805	23
38	11001179	11091629	11187014	11287524	22
39	11002647	11093178	11188647	11289244	21
40	11004116	11094729	11190281	11290965	20
41	11005587	11096280	11191916	11292688	19
42	11007059	11097833	11193553	11294412	18
43	11008533	11099387	11195191	11296132	17
44	11010008	11100943	11196831	11297864	16
45	11011484	11102500	11198472	11299593	15
46	11012957	11104058	11200114	11301324	14
47	11014441	11105618	11201758	11303056	13
48	11015921	11107179	11203404	11304789	12
49	11017402	11108741	11205051	11306523	11
50	11018884	11110306	11206700	11308259	10
51	11020367	11111871	11208350	11309996	9
52	11021852	11113438	11210001	11311735	8
53	11023338	11115006	11211654	11313476	7
54	11024826	11116575	11213308	11315218	6
55	11026315	11118145	11214963	11316961	5
56	11027806	11119717	11216620	11318706	4
57	11029298	11121290	11218278	11319452	3
58	11030791	11122865	11219938	11322199	2
59	11032287	11124442	11221599	11323949	1
60	11033783	11126021	11223262	11325700	0
	65	64	63	62	

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro secantib. complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	28	29	30	31	
0	11325700	11433540	11547004	11666331	60
1	11327452	11435384	11548944	11668371	59
2	11329206	11437230	11550886	11670413	58
3	11330961	11439078	11552829	11672457	57
4	11332718	11440927	11554774	11674502	56
5	11334479	11442777	11556720	11676548	55
6	11336237	11444629	11558669	11678597	54
7	11337999	11446483	11560619	11680647	53
8	11339762	11448339	11562570	11682698	52
9	11341526	11450196	11564523	11684752	51
10	11343292	11452054	11566480	11686807	50
11	11345060	11453915	11568434	11688864	49
12	11346830	11455776	11570393	11690923	48
13	11348601	11457639	11572353	11692984	47
14	11350373	11459503	11574314	11695046	46
15	11352149	11461370	11576277	11697110	45
16	11353923	11463238	11578242	11699176	44
17	11355698	11465107	11580208	11701243	43
18	11357475	11466978	11582175	11703312	42
19	11359255	11468850	11584145	11705383	41
20	11361036	11470723	11586116	11707455	40
21	11362819	11472599	11588089	11709530	39
22	11364603	11474483	11590064	11711606	38
23	11366389	11476354	11592040	11713684	37
24	11368177	11478235	11594018	11715764	36
25	11369966	11480117	11595998	11717845	35
26	11371756	11482001	11597979	11719928	34
27	11373548	11483887	11599961	11722012	33
28	11375341	11485774	11601946	11724099	32
29	11377136	11487662	11603932	11726187	31
30	11378933	11489353	11605919	11728276	30
31	11380731	11491445	11607909	11730367	29
32	11382530	11493338	11609900	11732460	28
33	11384331	11495233	11611893	11734555	27
34	11386134	11497140	11613888	11736652	26
35	11387938	11499028	11615876	11738751	25
36	11389744	11500928	11617882	11740851	24
37	11391551	11502829	11619881	11742953	23
38	11393359	11504731	11621882	11745057	22
39	11395169	11506626	11623885	11747162	21
40	11396981	11508532	11625889	11749269	20
41	11398794	11510450	11627996	11751378	19
42	11400609	11512360	11629904	11753489	18
43	11402425	11514271	11631913	11755603	17
44	11404243	11516183	11633924	11757718	16
45	11406063	11518097	11635937	11759834	15
46	11407884	11520013	11637952	11761951	14
47	11409706	11521930	11639968	11764069	13
48	11411530	11523849	11641986	11766190	12
49	11413356	11525770	11644005	11768312	11
50	11415183	11527692	11646026	11770437	10
51	11417012	11529616	11648049	11772564	9
52	11418842	11531542	11650075	11774696	8
53	11420673	11533469	11652099	11776822	7
54	11422507	11535398	11654127	11778954	6
55	11424342	11537328	11656156	11781088	5
56	11426178	11539260	11658188	11783223	4
57	11428016	11541193	11660221	11785361	3
58	11429856	11543128	11662256	11787500	2
59	11431689	11545065	11664292	11789640	1
60	11433540	11547004	11666331	11791783	0
	61	60	59	58	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	32	33	34	35	
0	11791783	11923633	12062179	12207745	60
1	11793927	11925886	12064546	12210233	59
2	11796073	11928141	12066916	12212723	58
3	11798221	11930397	12069286	12215214	57
4	11800371	11932656	12071660	12217708	56
5	11802522	11934917	12074036	12220204	55
6	11804675	11937180	12076413	12222702	54
7	11806830	11939445	12078792	12225201	53
8	11808987	11941701	12081174	12227703	52
9	11811145	11943979	12083558	12230207	51
10	11813306	11946250	12085943	12232713	50
11	11815468	11948522	12088330	12235221	49
12	11817632	11950796	12090720	12237732	48
13	11819797	11953071	12093111	12240245	47
14	11821965	11955349	12095504	12242759	46
15	11824134	11957629	12097899	12245275	45
16	11826306	11959910	12100296	12247794	44
17	11828479	11962194	12102696	12250315	43
18	11830654	11964479	12105097	12252837	42
19	11832830	11966766	12107500	12255361	41
20	11835008	11969055	12109905	12257888	40
21	11837188	11971346	12112312	12260417	39
22	11839369	11973638	12114722	12262948	38
23	11841552	11975932	12117133	12265481	37
24	11843737	11978229	12119546	12268016	36
25	11845924	11980527	12121960	12270553	35
26	11848114	11982828	12124377	12273093	34
27	11850305	11985131	12126796	12275634	33
28	11852498	11987435	12129216	12278187	32
29	11854693	11989741	12131638	12280722	31
30	11856890	11992050	12134063	12283270	30
31	11849088	11994360	12136490	12285820	29
32	11861288	11996672	12138919	12288372	28
33	11863489	11998986	12141350	12290925	27
34	11865693	12001303	12143783	12293481	26
35	11867899	12003619	12146218	12296039	25
36	11870107	12005938	12148656	12298599	24
37	11872316	12008259	12150095	12301161	23
38	11874527	12010582	12153536	12303725	22
39	11876739	12012907	12155978	12306291	21
40	11878954	12015233	12158423	12308859	20
41	11881171	12017562	12160870	12311430	19
42	11883389	12019893	12163319	12314003	18
43	11885609	12022226	12165770	12316578	17
44	11887831	12024560	12168223	12319156	16
45	11890054	12026897	12170677	12321736	15
46	11892280	12029236	12173135	12324317	14
47	11894508	12031576	12175594	12326900	13
48	11896737	12033919	12178055	12329486	12
49	11898968	12036264	12180518	12332074	11
50	11901202	12038610	12182983	12334664	10
51	11903437	12040958	12185450	12337256	9
52	11905674	12043309	12187919	12339851	8
53	11907912	12045661	12190390	12342448	7
54	11910153	12048016	12192864	12345046	6
55	11912395	12050372	12195340	12347646	5
56	11914640	12052730	12197817	12350249	4
57	11916886	12055089	12200296	12352854	3
58	11919133	12057451	12202777	12355460	2
59	11921382	12059814	12205260	12358068	1
60	11923633	12063179	12207745	12360678	0
	57	56	55	54	

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrãtis pro secantibus complementorũ arcuum eiusdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

	36	37	38	39	
0	12360678	12521357	12690184	12867599	60
1	12363290	12524103	12693070	12870632	59
2	12365906	12526851	12695957	12873667	58
3	12368524	12529601	12698847	12876704	57
4	12371144	12532354	12701739	12879744	56
5	12373766	12535110	12704634	12882787	55
6	12376391	12537867	12707531	12885832	54
7	12379018	12540627	12710430	12888879	53
8	12381647	12543389	12713332	12891929	52
9	12384278	12546152	12716236	12894982	51
10	12386911	12548918	12719143	12898037	50
11	12389546	12551686	12722052	12901094	49
12	12392183	12554456	12724964	12904155	48
13	12394822	12557229	12727878	12907218	47
14	12397464	12560005	12730794	12910283	46
15	12400108	12562783	12733713	12913351	45
16	12402754	12565563	12736635	12916422	44
17	12405402	12568345	12739559	12919494	43
18	12408053	12571130	12742485	12922569	42
19	12410705	12573917	12745413	12925647	41
20	12413359	12576706	12748344	12928727	40
21	12416015	12579597	12751277	12931809	39
22	12418674	12582912	12754213	12934895	38
23	12421335	12585087	12757151	12937983	37
24	12423998	12587885	12760092	12941073	36
25	12426663	12590685	12763035	12944166	35
26	12429331	12593488	12765981	12947262	34
27	12432001	12596293	12768929	12950360	33
28	12434673	12599101	12771880	12953461	32
29	12437348	12601911	12774833	12956565	31
30	12440024	12604724	12777788	12959671	30
31	12442702	12607539	12780746	12962780	29
32	12445383	12610356	12783707	12965892	28
33	12448066	12613175	12786670	12969007	27
34	12450751	12615997	12789635	12972124	26
35	12453438	12618821	12792602	12975243	25
36	12456128	12621648	12795573	12978366	24
37	12458821	12624477	12798546	12981491	23
38	12461516	12627308	12801521	12984618	22
39	12464213	12630141	12804498	12987747	21
40	12466913	12632977	12807478	12990880	20
41	12469614	12635815	12810460	12994015	19
42	12472317	12638655	12813445	12997153	18
43	12475022	12641497	12816432	13000293	17
44	12477730	12644343	12819422	13003436	16
45	12480440	12647191	12822415	13006582	15
46	12483152	12650041	12825410	13009730	14
47	12485866	12652893	12828407	13012881	13
48	12488583	12655748	12831407	13016034	12
49	12491302	12658605	12834409	13019189	11
50	12494022	12661464	12837414	13022348	10
51	12496744	12664325	12840421	13025509	9
52	12499469	12667189	12843431	13028673	8
53	12502197	12670055	12846443	13031839	7
54	12504927	12672924	12849458	13035008	6
55	12507659	12675795	12852475	13038180	5
56	12510394	12678668	12855495	13041354	4
57	12513132	12681543	12858517	13044530	3
58	12515871	12684421	12861542	13047710	2
59	12518613	12687301	12864569	13050892	1
60	12521357	12690184	12867599	13054077	0
	53	52	51	50	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	40	41	42	43	
0	13054077	13250131	13456326	13673275	60
1	13057264	13253482	13459851	13676986	59
2	13060455	13256835	13463380	13680700	58
3	13063646	13260192	13466912	13684417	57
4	13066843	13263582	13470447	13688138	56
5	13070041	13266915	13473985	13691861	55
6	13073242	13270282	13477527	13695587	54
7	13076445	13273651	13481071	13699316	53
8	13079651	13277023	13484618	13703048	52
9	13082859	13280397	13488168	13706783	51
10	13086071	13283775	13491721	13710523	50
11	13089285	13287155	13495276	13714266	49
12	13092502	13290538	13498835	13718012	48
13	13095721	13293924	13502397	13721761	47
14	13098944	13297313	13505962	13725514	46
15	13102169	13300704	13509530	13729270	45
16	13105397	13304098	13513101	13733029	44
17	13108627	13307495	13516675	13736790	43
18	13111861	13310896	13520252	13740555	42
19	13114098	13314299	13523832	13744322	41
20	13118337	13317705	13527416	13748092	40
21	13121578	13321114	13531003	13751867	39
22	13124823	13324526	13534593	13755644	38
23	13128070	13327941	13538185	13759424	37
24	13131320	13331359	13541781	13763209	36
25	13134572	13334779	13545380	13766997	35
26	13137828	13338203	13548981	13770788	34
27	13141085	13341629	13552585	13774582	33
28	13144346	13345058	13556193	13778380	32
29	13147509	13348490	13559803	13782181	31
30	13150874	13351924	13563417	13785985	30
31	13154142	13355361	13567034	13789792	29
32	13157413	13358802	13570654	13793603	28
33	13160687	13362245	13574277	13797416	27
34	13163964	13365691	13577903	13801233	26
35	13167243	13369140	13581532	13805053	25
36	13170526	13372592	13585164	13808876	24
37	13173811	13376057	13588799	13812703	23
38	13177099	13379505	13592438	13816534	22
39	13180389	13382966	13596079	13820368	21
40	13183682	13386430	13599723	13824205	20
41	13186978	13389897	13603370	13828045	19
42	13190276	13393367	13607021	13831889	18
43	13193577	13396839	13610975	13835736	17
44	13196882	13400315	13614332	13839586	16
45	13200189	13403794	13617992	13843439	15
46	13203499	13407275	13621656	13847296	14
47	13206812	13410759	13625323	13851156	13
48	13210128	13414247	13628993	13855019	12
49	13213447	13417738	13632666	13858885	11
50	13216769	13421232	13636342	13862755	10
51	13220093	13424728	13640021	13866628	9
52	13223421	13428227	13643704	13870505	8
53	13226750	13431729	13647390	13874385	7
54	13230082	13435234	13651078	13878268	6
55	13233417	13438742	13654769	13882154	5
56	13236754	13442253	13658464	13886044	4
57	13240094	13445767	13662162	13889636	3
58	13243437	13449284	13665863	13893833	2
59	13246783	13452804	13669567	13897733	1
60	13250131	13456326	13673275	13901636	0
	49	48	47	46	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantib. complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	44	45	46	47	
0	13901636	14142135	14395564	14662790	60
1	13905542	14146251	14399901	14667366	59
2	13909452	14150371	14404242	14671946	58
3	13913365	14154494	14408587	14676530	57
4	13917281	14158621	14412937	14681119	56
5	13921201	14162751	14417290	14685712	55
6	13925126	14166884	14421647	14690309	54
7	13929052	14171021	14426008	14694910	53
8	13932982	14175162	14430374	14699514	52
9	13936919	14179306	14434743	14704122	51
10	13940854	14183454	14439116	14708735	50
11	13944795	14187606	14443493	14713352	49
12	13948739	14191761	14447874	14717973	48
13	13952686	14195919	14452259	14722598	47
14	13956638	14200082	14456648	14727228	46
15	13960592	14204248	14461040	14731862	45
16	13964550	14208418	14465437	14736500	44
17	13968511	14212591	14469838	14741142	43
18	13972476	14216769	14474242	14745788	42
19	13976444	14220950	14478650	14750438	41
20	13980416	14225135	14483062	14755094	40
21	13984391	14229324	14487478	14759753	39
22	13988370	14233517	14491898	14764416	38
23	13992352	14237713	14496322	14769083	37
24	13996338	14241912	14500750	14773755	36
25	14000327	14246115	14505182	14778430	35
26	14004319	14250321	14509617	14783110	34
27	14008315	14254531	14514056	14787794	33
28	14012314	14258745	14518500	14792482	32
29	14016316	14262961	14522946	14797174	31
30	14020322	14267182	14527397	14801871	30
31	14024332	14271407	13531852	14806571	29
32	14028345	14275635	14536311	14811276	28
33	14032361	14279867	14540773	14815985	27
34	14036381	14284103	14545240	14820698	26
35	14040404	14288343	14549711	14825416	25
36	14044431	14292587	14554186	14830139	24
37	14048461	14296834	14558665	14834866	23
38	14052494	14301086	14563148	14839597	22
39	14056531	14305331	14567635	14844332	21
40	14060572	14309599	14572126	14849072	20
41	14064616	14313861	14576621	14853815	19
42	14068664	14318127	14581120	14858563	18
43	14072715	14322396	14585624	14863315	17
44	14076770	14326670	14590131	14868071	16
45	14080829	14330947	14594642	14872831	15
46	14084891	14335228	14599157	14877597	14
47	14088956	14339513	14603676	14882377	13
48	14093026	14343802	14608199	14887141	12
49	14097099	14348095	14612725	14891919	11
50	14101175	14352391	14617256	14896701	10
51	14105255	14356691	14621791	14901487	9
52	14109339	14360995	14626330	14906278	8
53	14113427	14365303	14630873	14911073	7
54	14117518	14369615	14635421	14915873	6
55	14121612	14373930	14639973	14920677	5
56	14125709	14378350	14644528	14925486	4
57	14129810	14382573	14649087	14930299	3
58	14133915	14386900	14653651	14935116	2
59	14138023	14391230	14658218	14939938	1
60	14142135	14395564	14662790	14944764	0
	45	44	43	42	

Gradus Quadrantis pro ſecantib. complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum, eiuſdem Quadrantis.

	48	49	50	51	
0	14944764	15242532	15557239	15890158	60
1	14949594	15247634	15562635	15895869	59
2	14954429	15252741	15568036	15901586	58
3	14959268	15257852	15573441	15907307	57
4	14964112	15262969	15578852	15913034	56
5	14968960	15268090	15584267	15918766	55
6	14973812	15273216	15589688	15924504	54
7	14978668	15278347	15595114	15930247	53
8	14983530	15283484	15600545	15936095	52
9	14988396	15288626	15605981	15941748	51
10	14993266	15293773	15611422	15947508	50
11	14998104	15298924	15616868	15953273	49
12	15003020	15304080	15622319	15959044	48
13	15007903	15309240	15627775	15964820	47
14	15012791	15314405	15633237	15970603	46
15	15017683	15319574	15639704	15976390	45
16	15022580	15324748	15644177	15982184	44
17	15027481	15329926	15649655	15987983	43
18	15032387	15335109	15655138	15993788	42
19	15037297	15340297	15660626	15999599	41
20	15042212	15345491	15666119	16005416	40
21	15047131	15350689	15671617	16011237	39
22	15052054	15355892	15677121	16017065	38
23	15056982	15361100	15682630	16022898	37
24	15061915	15366313	15688144	16028736	36
25	15066852	15371530	15693663	16034579	35
26	15071791	15376753	15699188	16040429	34
27	15076739	15381980	15704717	16046283	33
28	15081690	15387212	15710252	16052143	32
29	15086645	15392449	15715792	16058008	31
30	15091605	15397692	15721337	16063878	30
31	15096569	16402939	15726887	16069754	29
32	15101538	15408191	15732443	16075637	28
33	15106571	15413447	15738003	16081524	27
34	15111490	15418708	15743569	16087418	26
35	15116472	15423974	15749141	16093318	25
36	15121459	15429246	15754718	16099224	24
37	15126451	15434522	15760300	16105135	23
38	15131447	15439803	15765887	16111053	22
39	15136447	15445089	15771479	16116976	21
40	15141453	15450380	15777077	16122905	20
41	15146463	15455675	15782680	16128839	19
42	15151478	15460976	15788289	16134779	18
43	15156497	15466282	15793903	16140724	17
44	15161520	15471593	15799523	16146676	16
45	15166548	15476908	15805147	16152634	15
46	15171581	15482229	15810777	16158598	14
47	15176619	15487554	15816412	16164567	13
48	15181661	15492885	15822052	16170542	12
49	15186708	15498220	15827697	16176522	11
50	15191760	15503560	15833349	16182509	10
51	15196816	15508905	15839005	16188501	9
52	15201877	15514256	15844667	16194499	8
53	15206943	15519611	15850335	16200503	7
54	15212013	15524972	15856008	16206513	6
55	15217088	15530338	15861676	16212528	5
56	15222168	15535710	15867370	16218550	4
57	15227253	15541083	15873058	16224577	3
58	15232342	15546463	15878753	16230610	2
59	15237435	15551848	15884453	16236648	1
60	15242532	15557239	15890158	16242692	0
	41	40	39	38	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus complementorū arcuum eiuſdē Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	52	53	54	55	
0	16242692	16616401	17013017	17434469	60
1	16248742	16622819	17019832	17441715	59
2	16254799	16629243	17026654	17448968	58
3	16260819	16635673	17033482	17456229	57
4	16266929	16642109	17040318	17463499	56
5	16273003	16648551	17047160	17470775	55
6	16279083	16655001	17054010	17478059	54
7	16285169	16661457	17060866	17485351	53
8	16291261	16667919	17067729	17492650	52
9	16297358	16674408	17074599	17499957	51
10	16303461	16680864	17081476	17507272	50
11	16309570	16687345	17088359	17514594	49
12	16315685	16693834	17095250	17521924	48
13	16321806	16700328	17102148	17529262	47
14	16327934	16706829	17109053	17536607	46
15	16334067	16713336	17115965	17543959	45
16	16340197	16719850	17122885	17551319	44
17	16346353	16726362	17129812	17558687	43
18	16352505	16732877	17136747	17566063	42
19	16358663	16739430	17143689	17573446	41
20	16364827	16745970	17150638	17580837	40
21	16370996	16752517	17157593	17588236	39
22	16377172	16759070	17164556	17595643	38
23	16383359	16765629	17171525	17603057	37
24	16389542	16772195	17178502	17610480	36
25	16395736	16778767	17185485	17617909	35
26	16401936	16785347	17192476	17625347	34
27	16408152	16791933	17199472	17632793	33
28	16414365	16798525	17206477	17640246	32
29	16420573	16805124	17213488	17647707	31
30	16426798	16811729	17220507	17655174	30
31	16433027	16818341	17227532	17662651	29
32	16439263	16824960	17234565	17670136	28
33	16445505	16831585	17241605	17677627	27
34	16451754	16838217	17248653	17685127	26
35	16458008	16844856	17255708	17692635	25
36	16464269	16851502	17262770	17700151	24
37	16470536	16858154	17269839	17707674	23
38	16476809	16864813	17276917	17715206	22
39	16483089	16871479	17284002	17722744	21
40	16489385	16878151	17291095	17730290	20
41	16495668	16884830	17298194	17737844	19
42	16501967	16891515	17305300	17745407	18
43	16508272	16898207	17312413	17752978	17
44	16514582	16904907	17319514	17760555	16
45	16520898	16911613	17326662	17768142	15
46	16527220	16918326	17333798	17775740	14
47	16533548	16925046	17340941	17783343	13
48	16539883	16931772	17348091	17790955	12
49	16546224	16948504	17355249	17798575	11
50	16552571	16945244	17362415	17806203	10
51	16558925	16951990	17369587	17813838	9
52	16565286	16958743	17376767	17821481	8
53	16571642	16965495	17383954	17829132	7
54	16578026	16972270	17391148	17836792	6
55	16584406	16979044	17398350	17844460	5
56	16590792	16985824	17405560	17852135	4
57	16597184	16992611	17412776	17859818	3
58	16603584	16999406	17420000	17867509	2
59	16609989	17006208	17427231	17875209	1
60	16616401	17013017	17434469	17882917	0
	37	36	35	34	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuum eiuſdẽ Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	56	57	58	59	
0	17882917	18360816	18870800	19416039	60
1	17890632	18369014	18879589	19425445	59
2	17898356	18377251	18888389	19434862	58
3	17906089	18385497	18897196	19444290	57
4	17913830	18393753	18906018	19453727	56
5	17921579	18402017	18914846	19463175	55
6	17929337	18410291	18923685	19472635	54
7	17937102	18418574	18932534	19482114	53
8	17944876	18426865	18941393	19491595	52
9	17952658	18435165	18950261	19501076	51
10	17960448	18443454	18959139	19510578	50
11	17968247	18451792	18968027	19520091	49
12	17976054	18460120	18976926	19529615	48
13	17983869	18468456	18985834	19539150	47
14	17991693	18476802	18994752	19548697	46
15	17999525	18485157	19003680	19558254	45
16	18007365	18493521	19012618	19567822	44
17	18015214	18501895	19021516	19577401	43
18	18023071	18510278	19030523	19586991	42
19	18030936	18518670	19039491	19596592	41
20	18038811	18527072	19048468	19606204	40
21	18046693	18535483	19057455	19615827	39
22	18054584	18543903	19066453	19625462	38
23	18062482	18552332	19075461	19635107	37
24	18070389	18560770	19084480	19644765	36
25	18078305	18569217	19093509	19654434	35
26	18086229	18577674	19102549	19664114	34
27	18094161	18586139	19111598	19673805	33
28	18102102	18594614	19120658	19683507	32
29	18110051	18603098	19129727	19693220	31
30	18118009	18611591	19138807	19702945	30
31	18125975	18620094	19147897	19712680	29
32	18133950	18629606	19156998	19722428	28
33	18141934	18637127	19166109	19732186	27
34	18149926	18645658	19175231	19741956	26
35	18157927	18654198	19184362	19751738	25
36	18165937	18662748	19193504	19761531	24
37	18173956	18671307	19202656	19771335	23
38	18181984	18679875	19211818	19781141	22
39	18190021	18688452	19220990	19790968	21
40	18198065	18697038	19230172	19800808	20
41	18206118	18705634	19239365	19810658	19
42	18214179	18714239	19248569	19820320	18
43	18222249	18722854	19257783	19830393	17
44	18230328	18731480	19267008	19840277	16
45	18238416	18740115	19276242	19850172	15
46	18246513	18748760	19285488	19860079	14
47	18254618	18757414	19294744	19869997	13
48	18262732	18766078	19304010	19879927	12
49	18270854	18774752	19313287	19889868	11
50	18278986	18783436	19322574	19899820	10
51	18287126	18792130	19331872	19909784	9
52	18295276	18800833	19341181	19919760	8
53	18303434	18809546	19350501	19929748	7
54	18311601	18818268	19359831	19939749	6
55	18319776	18826999	19369172	19949760	5
56	18327961	18835741	19378524	19959784	4
57	18337154	18844492	19387886	19966820	3
58	18344356	18853252	19397260	19979868	2
59	18352567	18862021	19406644	19989928	1
60	18360816	18870800	19416039	20000000	0
	33	32	31	30	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrātis pro ſecantibus complementorū arcuum eiuſdē Quadrātis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	60	61	62	63	
0	20000000	20626654	21300545	22026892	60
1	20010083	20637484	21312206	22039475	59
2	20020179	20648338	21323882	22052074	58
3	20030285	20659184	21335570	22064690	57
4	20040404	20670054	21347275	22077322	56
5	20050534	20680937	21358993	22089970	55
6	20060676	20691834	21370727	22102635	54
7	20070832	20702744	21382475	22115316	53
8	20080995	20713667	21394238	22128014	52
9	20091172	20724603	21407016	22140728	51
10	20101361	20735554	21417808	22153459	50
11	20111562	20746517	21429615	22166204	49
12	20121776	20757494	21441438	22178971	48
13	20132001	20768484	21453275	22191751	47
14	20142239	20779488	21465128	22204548	46
15	20152489	20790505	21476995	22217361	45
16	20162751	20801535	21488877	22230191	44
17	20173035	20812579	21500774	22243038	43
18	20183321	20823636	21512686	22255902	42
19	20193619	20834706	21524612	22268782	41
20	20203930	20845791	21536553	22281680	40
21	20214252	20856888	21548509	22294595	39
22	20224588	20868000	21560481	22307526	38
23	20234936	20879125	21572467	22320474	37
24	20245296	20890264	21584469	22333439	36
25	20255669	20901416	21596487	22346420	35
26	20266054	20912582	21608520	22359419	34
27	20276452	20923761	21620568	22372434	33
28	20286863	20934955	21632631	22385466	32
29	20297286	20946162	21644710	22398418	31
30	20307721	20957383	21656804	22411584	30
31	20318170	20968618	21668913	22424667	29
32	20328630	20979867	21681038	22437768	28
33	20339102	20991130	21693178	22450886	27
34	20349587	21002406	21705334	22464022	26
35	20360084	21013696	21717505	22477175	25
36	20370594	21025001	21729691	22490346	24
37	20381116	21036319	21741893	22503543	23
38	20391751	21047651	21754111	22516748	22
39	20402198	21058997	21766344	22529965	21
40	20412758	21070357	21778593	22543201	20
41	20423331	21081731	21790858	22556358	19
42	20433916	21093119	21803138	22569723	18
43	20444514	21104522	21815434	22583025	17
44	20455126	21115938	21827745	22596336	16
45	20465750	21127368	21840072	22609663	15
46	20476387	21138814	21852415	22623009	14
47	20487037	21150273	21864774	22636372	13
48	20497700	21161747	21877149	22649754	12
49	20508376	21173235	21889539	22663152	11
50	20519064	21184737	21901946	22676569	10
51	20529765	21196253	21914369	22690004	9
52	20540479	21207783	21926808	22703456	8
53	20551205	21219328	21939263	22716924	7
54	20561945	21230887	21951734	22730414	6
55	20572697	21242460	21964220	22743919	5
56	20583463	21254048	21976722	22757443	4
57	20594242	21265650	21989240	22770984	3
58	20605033	21277267	22001775	22784543	2
59	20615837	21288899	22014325	22798120	1
60	20626654	21300545	22026892	22811726	0
	29	28	27	26	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuum eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro fecantibus arcuum eiufdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro fecantibus arcuum eiufdem Quadrantis.

	64	65	66	67	
0	22811726	23662013	24585936	25593051	60
1	22825329	23676784	24602010	25610602	59
2	22838962	23691575	24618107	25628180	58
3	22852612	23706387	24634227	25645783	57
4	22866281	23721220	24650370	25663414	56
5	22879968	23736073	24666536	25681071	55
6	22893674	23750947	24682727	25698754	54
7	22907387	23765842	24698940	25716464	53
8	22921140	23780757	24715178	25734201	52
9	22934901	23795692	24731439	25751965	51
10	22948680	23810648	24747724	25769755	50
11	22962478	23825625	24764033	25787582	49
12	22976294	23840623	24780365	25805417	48
13	22990129	23855642	24796721	25823287	47
14	23003983	23870683	24813101	25841185	46
15	23017855	23885844	24829504	25859104	45
16	23031747	23900827	24845932	25877061	44
17	23045657	23915931	24862383	25895040	43
18	23059586	23931055	24879958	25913046	42
19	23073534	23946200	24895356	25931080	41
20	23087501	23961366	24911878	25949142	40
21	23101486	23976553	24928423	25967230	39
22	23115490	23991762	24944993	25985345	38
23	23129513	24006992	24961587	26003487	37
24	23143556	24022245	24978205	26021658	36
25	23157616	24037518	24994847	26039855	35
26	23171696	24052814	25012514	26058081	34
27	23185795	24068130	25028205	26076333	33
28	23199913	24083469	25044920	26094614	32
29	23214050	24098830	25061660	26112923	31
30	23228205	24114213	25078426	26131259	30
31	23242380	24129616	25095216	26149623	29
32	23256574	24145041	25112030	26168015	28
33	23270797	24160487	25128869	26186436	27
34	23285021	24175956	25145732	26204884	26
35	23299273	24191445	25162620	26223361	25
36	23313546	24206956	25179432	26241867	24
37	23327838	24222488	25196469	26260400	23
38	23342150	24238043	25213432	26278963	22
39	23356481	24253619	25230418	26297555	21
40	23370832	24269217	25247431	26316176	20
41	23385203	24284838	25264468	26334825	19
42	23399593	24300481	25281531	26353503	18
43	23414003	24316147	25298620	26372209	17
44	23428433	24331835	25315734	26390945	16
45	23442882	24347546	25332874	26409709	15
46	23457351	24363281	25350039	26428502	14
47	23471840	24379038	25367229	26447323	13
48	23486348	24394818	25384445	26466174	12
49	23500876	24410620	25401687	26485053	11
50	23515424	24426446	25418956	26503962	10
51	23529992	24442294	25436250	26522890	9
52	23544580	24458164	25453570	26541867	8
53	23559188	24474056	25470915	26560863	7
54	23573817	24489973	25488286	26579889	6
55	23588565	24505908	25505683	26598945	5
56	23603134	24521869	25523005	26618030	4
57	23617822	24537851	25540553	26637145	3
58	23632532	24553857	25558027	26656291	2
59	23647262	24569885	25575526	26675466	1
60	23662013	24585936	25593051	26694672	0
	25	24	23	22	

Minuta Graduum Quadrantis pro fecantibus complementorum arcuum eiufdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro fecantibus complementorũ arcuũ eiufdẽ Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	68	69	70	71	
0	26694672	27904284	29238045	30715531	60
1	26713907	27925445	29261433	30741500	59
2	26733172	27946642	29284861	30767516	58
3	26752467	27967873	29308328	30793579	57
4	26771791	27989139	29331835	30819689	56
5	26791145	28010440	29355382	30845846	55
6	26810529	28031776	29378970	30872051	54
7	26829942	28053147	29402599	30898304	53
8	26849390	28074553	29426268	30924605	52
9	26868867	28095994	29449978	30950953	51
10	26888373	28117469	29473728	30977350	50
11	26907910	28138980	29497519	31003793	49
12	26927479	28160527	29521350	31030285	48
13	26947078	28182108	29545222	31056824	47
14	26966709	28203725	29569136	31083412	46
15	26986370	28225378	29593090	31110047	45
16	27006062	28247067	29617087	31136731	44
17	27025785	28268793	29641124	31163462	43
18	27045539	28290553	29665204	31190241	42
19	27065323	28312349	29689326	31217019	41
20	27085138	28334181	29713488	31243945	40
21	27104985	28356049	29737692	31270871	39
22	27124864	28377954	29761938	31297848	38
23	27144774	28399894	29786227	31324873	37
24	27164717	28421871	29810558	31351948	36
25	27184690	28443884	29834931	31379072	35
26	27204686	28465934	29859347	31406247	34
27	27224734	28488021	29883705	31433472	33
28	27244804	28510144	29908306	31460747	32
29	27264906	28532304	29932850	31488072	31
30	27285040	28554501	29957438	31515448	30
31	27305205	28576735	29982069	31542873	29
32	27325402	28599007	30006743	31570349	28
33	27345631	28622316	30031460	31597875	27
34	27365893	28643662	30056220	31625453	26
35	27386186	28666045	30081023	31653080	25
36	27406513	28688467	30105870	31680758	24
37	27426872	28710925	30130760	31708486	23
38	27447264	28733422	30155714	31736265	22
39	27467688	28755956	30180672	31764094	21
40	27488145	28778549	30205694	31791974	20
41	27508635	28801139	30230760	31819906	19
42	27529157	28823787	30255871	31847891	18
43	27549722	28846473	30281026	31875929	17
44	27570301	28869196	30306226	31904019	16
45	27590922	28891957	30331460	31932164	15
46	27611578	28914756	30356759	31960358	14
47	27632266	28937594	30382092	31988606	13
48	27652989	28960471	30407470	32016909	12
49	27673745	28983386	30432893	32045263	11
50	27694535	29006340	30458361	32073672	10
51	27715358	29029332	30483873	32102132	9
52	27736215	29052363	30509430	32130649	8
53	27757105	29075435	30535033	32159212	7
54	27778029	29098546	30560682	32187832	6
55	27798987	29121697	30586375	32216504	5
56	27819978	29144888	30612115	32245231	4
57	27841003	29168118	30637890	32274012	3
58	27862060	29191388	30663732	32302846	2
59	27883156	29214697	30689608	32331735	1
60	27904284	29238045	30715531	32360678	0
	21	20	19	18	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	72	73	74	75	
0	32360678	34203038	36279559	38637042	60
1	32389676	34235609	36316402	38679033	59
2	32418726	34268245	36353333	38721117	58
3	32447837	34300947	36390323	38763296	57
4	32477001	34333716	36427401	38805571	56
5	32506219	34366553	36464558	38847941	55
6	32535494	34399452	36501793	38890408	54
7	32564823	34432420	36539107	38932971	53
8	32594209	34465456	36570511	38975632	52
9	32623651	34498557	36613973	39018390	51
10	32653148	34531726	36651525	39061246	50
11	32682701	34564959	36689156	39104200	49
12	32712311	34598259	36726868	39147252	48
13	32741977	34631526	36864660	39190423	47
14	32771699	34665061	36802533	39233653	46
15	32801478	34698564	36840488	39277002	45
16	32831314	34732135	36878524	39320449	44
17	32861207	34765775	36916641	39363994	43
18	32891157	34799483	36954842	39407640	42
19	32921165	34833259	36993127	39451384	41
20	32951231	34867105	37031496	39495228	40
21	32981355	34901024	37069947	39539172	39
22	33011537	34935005	37108482	39583218	38
23	33041776	34966052	37147101	39627364	37
24	33072074	35003172	37185803	39671613	36
25	33102431	35037361	37224589	39715965	35
26	33131846	35071621	37263459	39760420	34
27	33163320	35105952	37302413	39804979	33
28	33193853	35140354	37341453	39849642	32
29	33224444	35174826	37380577	39894411	31
30	33255094	35209369	37419788	39939286	30
31	33285803	35243981	37459081	39984263	29
32	33316571	35278664	37498460	40029344	28
33	33347398	35313418	37537923	40074528	27
34	33378286	35348244	37577471	40119816	26
35	33409132	35383140	37617104	40165289	25
36	33440240	35418110	37656824	40210709	24
37	33471307	35453152	37696632	40256316	23
38	33502436	35488268	37736518	40302033	22
39	33533625	35523456	37776513	40347858	21
40	33564875	35558718	37816588	40393792	20
41	33596187	35594052	37856751	40439834	19
42	33627561	35629460	37897004	40485985	18
43	33658998	35664940	37937146	40532245	17
44	33690497	35700494	37977779	40578613	16
45	33722059	35736121	38018300	40625091	15
46	33753683	35771822	38058912	40671678	14
47	33785370	35807597	38099614	40718374	13
48	33817120	35843447	38140406	40765180	12
49	33848934	35879373	38181288	40812093	11
50	33880813	35915374	38222261	40859121	10
51	33912753	35951451	38263324	40906259	9
52	33944756	35987602	38304479	40953510	8
53	33976821	36023829	38345725	41004876	7
54	34008950	36060132	38387064	41048358	6
55	34041141	36096510	38428495	41095957	5
56	34073395	36132966	38470019	41143668	4
57	34105712	36169497	38511635	41191492	3
58	34138091	36206107	38553344	41239431	2
59	34170523	36242794	38595146	41287425	1
60	34203038	36279559	38637042	41335654	0
	17	16	15	14	

Gradus Quadrantis pro ſecantib. complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	76	77	78	79	
0	41335654	44454097	48097335	52408435	60
1	41383937	44510183	48163151	52486983	59
2	41432338	44566415	48229350	52565774	58
3	41480856	44622793	48295633	52644807	57
4	41529492	44679318	48362102	52724084	56
5	41578245	44735990	48428756	52803604	55
6	41627117	44792810	48495599	52883368	54
7	41676108	44849777	48562631	52963377	53
8	41725219	44906892	48629854	53043632	52
9	41774450	44964155	48697269	53124134	51
10	41823802	45021567	48764877	53204885	50
11	41873273	45079129	48832678	53285884	49
12	41922863	45136843	48900673	53367134	48
13	41972573	45194707	48968853	53448635	47
14	42022405	45252726	49037249	53530390	46
15	42072357	45310898	49105830	53612399	45
16	42122431	45369224	49174607	53694666	44
17	42172625	45427703	49243590	53777191	43
18	42222942	45486338	49312751	53859976	42
19	42273380	45545127	49382118	53943022	41
20	42323942	45604073	49451684	54026331	40
21	42374627	45663175	49521449	54109903	39
22	42425439	45722435	49591416	54193739	38
23	42476377	45781853	49661584	54277840	37
24	42527442	45841429	49731956	54362207	36
25	42578635	45901164	49802532	54446842	35
26	42629957	45961059	49873313	54531744	34
27	42681409	46021115	49944301	54616915	33
28	42732991	46081333	50015497	54702356	32
29	42784705	46141715	50086901	54788068	31
30	42836551	46202261	50158514	54874053	30
31	42888527	46262969	50230335	54960312	29
32	42940631	46323841	50302367	55046847	28
33	42992865	46384877	50374610	55133659	27
34	43045229	46446076	50447065	55220751	26
35	43097722	46507440	50519732	55308122	25
36	43150347	46568970	50592614	55395775	24
37	43203103	46630665	50665711	55483710	23
38	43255992	46692527	50739024	55571930	22
39	43309012	46754555	50812553	55660434	21
40	43362166	46816752	50886299	55749226	20
41	43415454	46879117	50960263	55838300	19
42	43468877	46941653	51034447	55927677	18
43	43522435	47004361	51108850	56017340	17
44	43576129	47067242	51183475	56107297	16
45	43629959	47130297	51258321	56197549	15
46	43683925	47193526	51333391	56288099	14
47	43738728	47256930	51408684	56378948	13
48	43792268	47320509	51484204	56470097	12
49	43846646	47384264	51559951	56561548	11
50	43901162	47448195	51635936	56653302	10
51	43955817	47512302	51712129	56745360	9
52	44000612	47576586	51788563	56837723	8
53	44065548	47641048	51865227	56930392	7
54	44120625	47705689	51942124	57023369	6
55	44175844	47770510	52019254	57116653	5
56	44231207	47835511	52096618	57210246	4
57	44286712	47900693	52174216	57304150	3
58	44342362	47966058	52252051	57398367	2
59	44398156	48031605	52330123	57492896	1
60	44454097	48097335	52408433	57587740	0
	13	12	11	10	

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro secantibus complementorũ arcuum eiusdẽ Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	80	81	82	83	
0	57587740	63924495	71852975	82055127	60
1	57682901	64042118	72002006	82249986	59
2	57778381	64160180	72151659	82445779	58
3	57874180	64278683	72301942	82642513	57
4	57970302	64397632	72452863	82840196	56
5	58066748	64517028	72604421	83038833	55
6	58163520	64636873	72756618	83238436	54
7	58260619	64757168	72909461	83439009	53
8	58358049	64877918	73062954	83640561	52
9	58455810	64999124	73217100	83843097	51
10	58553904	65120789	73371903	84046626	50
11	58652333	65242916	73527367	84251153	49
12	58751099	65365508	73683499	84456680	48
13	58850205	65488566	73840302	84663213	47
14	58949653	65612095	73997782	84870760	46
15	59049444	65736097	74155942	85079327	45
16	59149581	65859675	74314786	85288957	44
17	59250065	65985531	74474318	85499628	43
18	59350898	66110967	74634544	85711347	42
19	59452082	66246886	74795468	85924121	41
20	59553618	66363291	74857095	86137958	40
21	59655506	66490185	75119429	86352864	39
22	59757728	66617572	75282475	85568849	38
23	59860346	66745453	75446238	86785921	37
24	59963291	66873831	75610721	87004089	36
25	60066612	67002708	75775928	87223362	35
26	60170285	67132088	75941864	87443750	34
27	60274319	67261972	76108533	87665261	33
28	60378718	67392365	76275941	87887909	32
29	60483482	67523270	76444091	88111704	31
30	60588615	67654691	76612989	88336657	30
31	60694118	67786629	76782641	88562776	29
32	60799995	67919089	76953050	88790069	28
33	60906246	68052073	77124223	89018543	27
34	61012875	68185585	77296165	89248201	26
35	61119882	68319630	77468882	89479054	25
36	61227271	68454208	77642381	89711108	24
37	61335043	68589313	77816665	89944373	23
38	61443202	68724977	77991740	90178856	22
39	61551749	68861175	78167612	90414568	21
40	61660686	68997920	78344287	90651519	20
41	61770013	69135315	78521769	90889717	19
42	61879735	69273018	78700066	91129181	18
43	61989853	69411469	78879183	91369917	17
44	62100367	69550434	79059128	91611941	16
45	62211280	69689963	79239905	91855265	15
46	62322594	69830059	79421520	92099899	14
47	62434312	69970726	79603976	92345849	13
48	62546437	70111967	79787381	92593126	12
49	62658971	70253786	79971439	92841739	11
50	62771918	70396188	80156456	93091699	10
51	62885274	70539174	80342336	93342963	9
52	62999049	70682751	80529087	93595620	8
53	63113241	70826919	80716713	93849647	7
54	63227855	70971684	80905219	94105066	6
55	63342890	71117047	81094612	94361964	5
56	63458352	71263014	81284899	94620181	4
57	63574240	71409586	81476087	94879901	3
58	63690559	71556760	81668183	95141050	2
59	63807309	71704564	81861195	95403630	1
60	63924495	71852975	82055127	95667689	0
	9	8	7	6	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuum eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	84	85	86	
0	95667689	114737188	143355808	60
1	95933204	115119970	143954694	59
2	96200195	115505313	144558602	58
3	96468673	115893242	145167595	57
4	96738655	116283797	145781740	56
5	97010253	116676991	146401101	55
6	97283267	117072851	147025745	54
7	97557932	117471403	147655740	53
8	97834057	117872815	148291169	52
9	98111843	118276840	148932108	51
10	98391211	118683794	149578791	50
11	98672171	119093414	150230942	49
12	98954738	119506013	150888966	48
13	99236930	119921335	151552578	47
14	99524766	120339695	152222283	46
15	99812250	120760985	152897946	45
16	100101400	121185232	153579394	44
17	100392329	121612482	154267179	43
18	100684851	122042752	154961155	42
19	100979193	122476076	155661396	41
20	101275259	122912485	156368008	40
21	101572962	123352014	157081063	39
22	101872522	123794696	157800648	38
23	102173854	124240732	158526854	37
24	102476971	124689836	159259771	36
25	102781890	125142353	159999560	35
26	103088639	125598007	160746121	34
27	103397202	126057149	161499724	33
28	103707656	126519656	162260744	32
29	104019959	126985568	163028671	31
30	104334254	127454936	163804188	30
31	104650345	127927785	164586836	29
32	104968474	128404152	165377268	28
33	105288542	128884078	166175067	27
34	105610566	129367604	166980877	26
35	105934564	129854921	167794536	25
36	106260557	130345812	168615879	24
37	106588558	130840395	169445585	23
38	106918589	131338917	170283495	22
39	107250680	131841076	171129820	21
40	107584955	132347264	171984431	20
41	107921201	132857174	172847712	19
42	108259554	133371390	173719700	18
43	108600151	133889600	174600528	17
44	108942779	134411312	175490331	16
45	109287702	134937471	176389247	15
46	109634817	135467749	177297417	14
47	109984143	136002235	178215000	13
48	110335695	136540955	179142131	12
49	110689503	137083887	180078954	11
50	111045597	137631223	181025951	10
51	111403988	138183016	181982628	9
52	111764699	138739177	182949802	8
53	112127750	139299830	183926988	7
54	112493167	139865032	184915009	6
55	112861097	140435034	185913698	5
56	113231316	141009514	186922883	4
57	113604036	141588910	187943432	3
58	113979204	142172885	188975184	2
59	114356941	142761897	190018342	1
60	114737188	143355808	191073059	0
	5	4	3	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuum eiuſdẽ Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	87	88	89	
0	191073059	286537048	527987098	60
1	192139567	288943841	582696234	59
2	193218044	291391404	592740072	58
3	194308693	293880683	603139919	57
4	195411723	296413087	613907444	56
5	196527729	298990299	625070305	55
6	197656182	301611807	636642580	54
7	198797665	304279687	648655621	53
8	199952408	306996123	661126359	52
9	201120639	309760533	674090521	51
10	202303011	312576192	687573461	50
11	203498943	315442491	701612741	49
12	204709121	318361849	716229489	48
13	205934200	321336774	731453951	47
14	207173596	324366765	747356168	46
15	208428431	327455509	763965262	45
16	209698119	330602545	781323254	44
17	210983811	333811800	799494739	43
18	212294614	337082830	818524878	42
19	213602421	340419652	838490069	41
20	214936837	343823403	859453551	40
21	216287319	347294586	881484374	39
22	217655350	350837799	904682629	38
23	219040792	354454051	929134899	37
24	220443981	358145679	954945691	36
25	221865261	361914968	982231457	35
26	223305005	365763109	1011112129	34
27	224763453	369695332	1041753449	33
28	226241278	373713015	1074309940	32
29	227738558	377818975	1108967170	31
30	229255785	382016194	1145934768	30
31	230793360	386307709	1185438054	29
32	232351718	390696734	1227777193	28
33	233931261	395186630	1273252703	27
34	235532422	399780916	1322226495	26
35	237156211	404483275	1375118522	25
36	238801972	409297566	1432397932	24
37	240470730	414227875	1494678912	23
38	242163582	419278406	1562622042	22
39	243879838	424453607	1637036239	21
40	245621193	429758156	1718892212	20
41	247386980	435196961	1809365043	19
42	249178956	440775230	1909891150	18
43	250996450	446498305	2022234532	17
44	252841285	452371994	2148642981	16
45	254713463	458402271	2291895669	15
46	256612915	464595485	2455554199	14
47	258541565	470958329	2644450861	13
48	260499426	477497828	2864836990	12
49	262487160	484221619	3125282743	11
50	264505458	491139838	3437843546	10
51	266554348	498256113	3819709423	9
52	268635944	505581634	4297193536	8
53	270750304	513128395	4911255640	7
54	272898206	520901152	5729642566	6
55	275080457	528915798	6875687278	5
56	277297985	537178089	8594018365	4
57	279551349	545702599	11458691197	3
58	281841763	554505091	17188036598	2
59	284170013	563593031	34376072269	1
60	286537048	572987098	Infinita.	0
	2	1	0	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuum eiuſdẽ Quadrãtis.

VSVS TABVLÆ TAM TANGENTIUM, quàm ſecantium.

Vſus tabulæ tam tangentiũ quàm ſecantium.

EX *vtraque tabula non aliter tangentes, ac ſecantes arcuum, vel complementorum arcuum inueſtigabimus, ac ſupra ſinus rectos, & ſinus complementorum arcuum ex ſinuum tabula eruere docuimus. Vt ſi quæratur tam tangens, quam ſecans arcus grad.* 50. *Min.* 24. *inuenietur in tabula tangentium ſub grad.* 50. *in vertice tabulæ poſitis, è regione Min.* 24. *ad ſiniſtram collocatorum tangens particularum* 12087923. *qualium ſinus totus ponitur* 10000000. *In tabula vero ſecantium reperietur ſub grad.* 50. *è regione Min.* 24. *ſecans earundem particularum.* 15688144. *Quod ſi quæratur tam tangens, quàm ſecans complementi arcus* 39. *Min.* 36. *reperietur in priori quidem tabula ſupra grad.* 39. *in ima ſede poſitos, è regione Min.* 36. *ad dextram collocatorum tangens eadem, quæ prius,* 12087923. *In poſteriori vero tabula eadem ſecans* 15688144. *propterea quòd complementum arcus grad.* 39. *Min.* 36. *complectitur grad.* 50. *Min.* 24. *cui arcui dicta tangens, ac ſecans debetur, vt patet.*

IAM *verò ſi ſinus totus aſſumatur particularũ tantummodo* 100000. *abiectis duabus cifris ex ſinu toto* 10000000. *abiiciendæ quoque erunt ex ſingulis tangentibus, ac ſecantibus duæ priores figuræ ad dextram: quemadmodum de ſinubus diximus.*

SINVVM TANGENTIVM, ET SECANTIVM FINIS.

CHRI-

CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS E SOCIETATE IESV

TRIANGVLA RECTILINEA.

CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS E SOCIETATE IESV

TRIANGVLA RECTILINEA.

PRÆFATIO.

Vsus sinuum, linearum tangentium, & secantium in doctrina triangulorũ potissimũ consistit.

SINVVM, *linearum tangentium, & secantium vsus potissimum in doctrina triangulorum tam rectilineorum, quam sphæricorum consistit. Omnes enim Astronomi in motibus cœlestibus vel inuestigandis, vel explicandis explorant in triangulis beneficio sinuum, linearum tangentium, & secantium tum latera ex angulis notis, tum etiam angulos ex lateribus cognitis. Id quod ex Epitoma Ioan. Regiomon. in Almogestum, siue magnam constructionem Ptolomæi, ex opere Copernici de reuolutionibus cœlestibus, & ex aliorum Astronomorum scriptis perspicue constare potest. Quam ob rem cum iam tractationem sinuum, linearumq́; tangentium, ac secantium absoluerimus, ordo postulat, vt scientiam hanc triangulorum à Ioanne Regiomontano quinque libris diffusé explicatam, & á Gebro Hispalensi Arabe, necnon à Nicolao Copernico breuiter quidem, sed paulò obscurius traditam, pro virili etiam exponamus, cum incredibilis sit eorum vtilitas cum in rebus omnibus Mathematicis, tum præsertim in cœlestibus motibus, & in ijs rebus, quæ ex illis pendent, rectè intelligendis, vel inuestigandis, vt dictum est, & partim etiam non obscurè ex nostra Gnomonica colligi potest, vbi permulta ad horologia pertinentia ex triangulis à nobis sunt demonstrata. Exordiemur autem à triangulis rectilineis, tanquam facilioribus, de quibus ea solum demonstrabimus, quæ ad res Astronomicas, & Geometricas rectè percipiendas necessaria esse iudicamus: Id quod etiam in sphæricis triangulis obseruauimus. Qui plura desiderat, legat Menelaum, & Maurolycum de sphæricis triangulis, de rectilineis vero Ioannem Regiomontanum. Ante omnia autem explicandum erit, penes quid angulorum rectilineorum quantitas sumenda sit.*

PENES

PENES QVID ANGVLI RECTILINEI magnitudo sumatur.

Angulorũ rectilineorum magnitudo penes quid sumatur.

ANGVLI cuiusuis rectilinei magnitudo sumitur penes arcum circulo ex ipso angulo, vt centro, descripti ad quodcunque interuallum, inter rectas lineas angulum comprehendentes interceptum. Nam quilibet angulus rectilineus tantus esse dicitur, quantus est arcus circuli, cuius centrum est in ipso angulo, inter duas lineas rectas, quæ angulum continent, interiectus: ita vt quot graduum fuerit ille arcus, totidem partium sit & angulus, qualium quatuor recti sunt 360. aut vnus rectus 90. Ex quo fit, indifferenter sinum anguli rectilinei pro sinu arcus accipi posse, & contra; quod etiam de tangente, & secante intelligatur: quandoquidem arcus, & angulus illi in centro insistens eundem habent partium numerum, licet diuersi generis, cum partes arcus sint arcus, partes vero anguli sint anguli: quamuis & partes anguli dici possint arcus, ita vt angulus dicatur habere tot gradus, quot in arcu, cui insistit, comprehenduntur.

Angulus rectilineus est tot partiũ, quot graduum est arcus circuli, cui in centro insistit.

QVANDOCVNQVE ergo arcus angulum rectilineum metiens est quadrans, id est, quarta pars totius circumferentiæ, angulus ei insistens in centro rectus erit, nempe quarta pars quatuor rectorum, a quibus spatium, quod circumstat centrum circuli æqualiter omnes partes circumferentiæ respiciens, æquale est: quando autem arcus idem est quadrante minor, angulus quoque minor erit recto, nempe acutus: quando denique arcus est maior quadrante, angulus etiam recto maior erit, nimirum obtusus. Et contra, quando angulus est rectus, erit arcus illum metiens quadrans: quando acutus, quadrante minor: quando denique obtusus, maior quadrante. Quæ omnia ex lemmate sequenti erunt perspicua.

a Corol. 2. 13. primi.

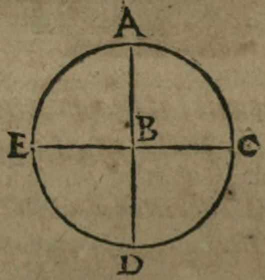
LEMMA.

RECTÆ lineæ angulum rectum comprehendentes abscindunt quadrantem ex circulo, qui ex ipso angulo, vt centro, ad quodcunque interuallum describitur: lineæ vero rectæ angulum acutum continentes auferunt arcum quadrante minorem: lineæ deniq; rectæ constituentes angulum obtusum intercipiunt in eodem circulo arcum maiorem quadrante. Et contra, rectæ lineæ ex centro circuli egredientes, quadrantemque intercipientes constituunt angulum rectum: lineæ vero arcum quadrante minorem abscindentes angulum acutum continent: rectæ denique lineæ auferentes arcum maiorem quadrante obtusum angulum comprehendunt.

Quomodo se habeat anguli rectilinei ad arcus circulorum ex ipsis, vt centris descriptorũ & contra.

RECTAE lineæ AB, CB, angulum rectum contineant ABC, & ex B, circulus describatur ACDE. Dico arcum AC, quadrantem esse, &c. b *Quoniam enim est, vt angulus ABC, in centro ad quatuor rectos, ita arcus AC, ad totam circumferentiam; est autem angulus ABC, cum rectus sit, quarta pars quatuor rectorum: erit quoque arcus AC, totius circumferentiæ quarta pars, id est, quadrans. Quoniam vero recta linea constituens cum recta AB, in puncto B, angulum acutum, cadit in arcum AC, recta vero linea cum eadem AB, constituens angulum obtusum in puncto B, cadit in arcum CD; liquido constat, rectas lineas angulum acutum in centro B, constituentes intercipere arcum quadrante AC, minorem, lineas vero rectas continentes angulum obtusum abscindere arcum quadrante AC, maiorem.*

b Coroll. 2 33. sexti.



SED auferant iam rectæ BA, BC, ex centro B, egredientes quadrantem AC. Dico angulum ABC, esse rectum, &c. c *Quoniam enim est, vt arcus AC, ad totam circumferentiam, ita angulus ABC, in centro ad quatuor rectos; est autem arcus AC, quadrans, id est, quarta pars circumferentiæ totius: erit quoque angulus ABC, quarta pars quatuor rectorum, atque adeo rectus. Quia vero rectæ ex centro B, emissæ, atque arcum quadrante AC, minorem auferentes angulum constituunt minorem angulo recto ABC, auferentes vero arcum quadrante AC, maiorem constituunt angulum recto angulo ABC, maiorem; perspicuum est, rectas lineas arcum quadrante AC, minorem intercipientes constituere in centro B, angulum acutum, lineas vero rectas arcum quadrante AC, maiorem includentes continere in centro B, angulum obtusum. Quod est propositum.*

c Corol. 2. 33. sexti.

ALITER. Contineant rursum rectæ AB, CB, angulum rectum ABC, & ex B, circulus describatur ACDE. Dico arcum AC, esse quadrantem, &c. Productis enim rectis AB, CB, ad D, E, erunt & anguli ABE, CBD, cum sint angulo ABC, deinceps, recti, ex definitione; necnon & angulus DBE, d *quod angulo ABC, sit ad verticem æqualis, rectus. Quare cum omnes quatuor anguli ad B, centrum sint recti, id est, æquales,* e *æquales quoque erunt quatuor arcus AC, CD, DE, EA; atque adeo quilibet eorum quadrans erit. Reliqua demonstrabuntur, vt prius.*

d 15. pri. e 26. tert.

VERVM rectæ BA, BC, ex centro B, emissæ auferant iam quadrantem AC. Dico angulum ABC, rectum esse, &c. Productis enim rectis AB, CB, ad D, E, f *cum angulus DBE, angulo ABC, ad verticem sit æqualis,* g *erit & arcus DE, arcui AC, æqualis, & proinde quadrans. Semicirculum ergo conficiunt duo quadrantes AC, DE; atque adeo reliqui duo arcus AE, DC, alterum semicirculum constituent.* h *Cum ergo duo arcus AE, DC, æquales sint,* i *quod anguli ABE, CBD, ad verticem sint æquales: erit vterq; eorum quadrans: ac propterea quatuor arcus AC, CD, DE, EA, cum sint quadrantes, æquales erunt.* k *Quatuor ergo anguli ad centrum B, æquales quoq; erunt; atq; adeo eorum quilibet erit rectus, vel breuius. Cum AC, sit quadrans, erit quoq; tam in semicirculo CAE, reliquus arcus AE, quam in semicirculo ACD, reliquus arcus CD, quadrans: Eodemq; modo in semicirculo AED, vel CDE, reliquus arcus DE, quadrans erit;* l *& proinde quatuor anguli ad B, quatuor quadrantibus æqualibus insistentes erunt æquales, & recti. Reliqua, vt prius, ostendentur.*

f 15. pri. g 26. tert. h 26. tert. i 15. primi. k 27. tert. l 27. tert.

SCHOLIVM.

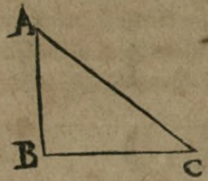
Datis duobus angulis trianguli rectilinei datus etiam erit tertius. Item in triangulo rectangulo, si detur vnus angulus acutus, datus quoque erit acutus reliquus.

IN materia porro triangulorum rectilineorum, cum dantur duo anguli noti, tertius illico notus quoque erit, cum sit complementum duorum rectorum. Item cũ in triangulo rectangulo datur vnus acutus angulus, notus etiã erit reliquus acutus, quod sit complementum vnius recti. Itaq; detractis duobus angulis notis simul ex grad. 180. reliquus erit tertius notus. Item in triangulo rectangulo, si detrahatur acutus notus ex grad. 90. remanebit alter acutus notus. Quod semel monuisse satis sit.

THEOR. 1. PROPOS. 1.

IN omni triangulo rectilineo latera quæuis duo eandem proportionem habent, quam sinus angulorum illis oppositorum.

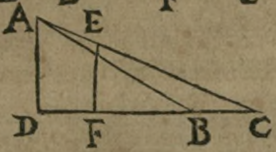
SIT primum triangulum rectangulum ABC, cuius angulus rectus B. Dico esse AB, ad AC, vt est sinus anguli C, ad siuum anguli B. Item AB, ad BC, vt est sinus anguli C, ad sinum anguli A, &c. Quoniam enim, vt in definitionibus sinuum ostendimus, si AC. ponatur sinus totus, latus AB, est sinus anguli C, & BC, sinus anguli A: liquido constat, ita esse latus AB, ad latus AC, vt est AB, sinus anguli C, ad AC, sinum totum anguli recti B: Vel ita esse latus AC, ad latus AB, vt est AC, sinus totus recti anguli B, ad AB, sinum anguli C; cum ipsa latera sint sinus angulorum oppositorum, ac proinde vtrobique sit identitatis proportio. Eadem ratione erit, vt latus AC, ad latus BC, ita AC, sinus totus anguli recti B, ad BC, sinum anguli A: Vel vt latus BC, ad latus AC, ita BC, sinus anguli A, ad AC, sinum totum recti anguli B. Item vt latus AB, ad latus BC, ita AB, sinus anguli C, ad BC, sinum anguli A: Vel vt latus BC, ad latus AB, ita BC, sinus anguli A, ad AB, sinum anguli C.



Latera trianguli rectilinei sunt sinubus angulorum oppositorum proportionalia.

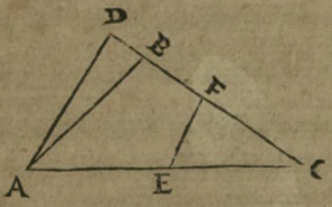
a 5. primi.

SIT deinde triangulum ABC, non rectangulum. Dico rursus esse latus AB, ad latus AC, vt est sinus anguli C, ad sinum anguli B, &c. Aut enim latera assumpta AB, AC, æqualia sunt, aut inæqualia. Si æqualia, [a] erunt quoque anguli C, B, æquales; ac proinde, vt in definitionibus sinuum docuimus, eorum sinus æquales. Quare erit, vt latus AB, ad latus AC, ita sinus anguli C, ad sinum anguli B, vel latus AC, ad latus AB, ita sinus anguli B, ad sinum anguli C; cum semper sit proportio æqualitatis. Si vero latera AB, BC, sunt inæqualia, sic AC, maius, ex quo abscindatur recta CE, minori lateri AB, æqualis, & ex A, E, ad tertium latus BC, perpendiculares demittantur AD, EF, quarum vtraque cadet intra triangulum, quando angulus B, maiori lateri AC, oppositus acutus est. Erit enim & tunc angulus quoque C, acutus, [b] cum minor sit, quam B. [c] Quare perpendicularis AD, intra triangulum cadet, ac proinde & perpendicularis EF. Quando vero angulus B, obtusus est, [d] cadet quidem AD, semper extra triangulum, at EF, cadere potest vel extra etiam, vel in punctum B, vel intra triangulum. Quomodocunque autem cadant dictæ perpendiculares, semper eadem erit demonstratio. [e] Nam cum AD, EF, sint parallelæ, [f] erunt triangula CEF, CAD, similia. [g] Quamobrem erit, vt CE, ad EF, ita CA, ad AD. Cum ergo ex ijs, quæ in definitionibus sinuum tradidimus, posito sinu toto CE, recta EF, sit sinus anguli C; posito item sinu toto AB, sit sinus anguli ABD; sintq; sinus toti CE, AB, respectu quorũ illi sunt sinus, æquales; liquet esse, vt CE, hoc est, latus rectæ AD, AB, ad EF, sinum anguli C, ita latus CA, ad AD, sinum anguli ABD: Et permutando, vt latus AB, ad latus AC, ita EF, sinum anguli C, ad AD, sinum anguli ABD, hoc est, in posteriori triangulo, ad sinum anguli ABC, cum duo anguli ad B, æquales sint duobus rectis, & proinde eundem sinum habeant, vt in definitionibus sinuum docuimus. Ex quo constat, ita esse minus latus AB, ad maius AC, vt est EF, sinus anguli C, minori lateri oppositi ad AD, sinum anguli ABC, maiori lateri oppositi: Et conuertendo, ita esse maius latus AC, ad minus AB, vt est AD, sinus anguli ABC, maiori lateri oppositi ad EF, sinum anguli C, minori lateri oppositi. Non aliter ostendemus esse, vt latus AB, ad latus BC, ita sinum anguli C, ad sinum anguli A: Vel vt latus BC, ad latus AB, ita sinum anguli A, ad sinum anguli C, &c. dummodo ex puncto, vbi conueniunt latera assumpta inæqualia, (si forte æqualia non sunt) ducas ad latus oppositum lineam perpendicularem, & minori lateri ex maiore rectam æqualem abscindas, initio facto ab altero puncto extremo maioris lateris, vbi cum tertio latere coniungitur, vt à nobis factum est, &c. Hic etiam est, vt CE, hoc est, AB, ad CA, ita EF, sinus anguli C, oppositi priori lateri AB, ad AD, sinum anguli B, oppositi priori lateri AC. Dico enim anguli ad B, eundem sinum habent.



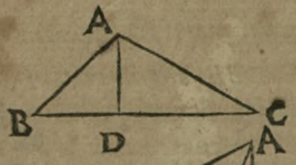
b 18. pri.
c schol. 13. secundi.
d schol. 12. secundi.
e 28. pri.
f Coroll. 4. sexti.
g 4. sexti.

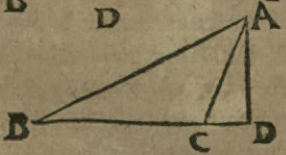
a. b.
a. d.



ALITER. Sit rursus triangulum non rectangulum ABC: de rectangulo enim in principio huius demonstrationis iam est demonstratum. Dico esse, vt latus AB, ad latus AC, ita sinum anguli C, ad sinum anguli B: Vel vt latus AC, ad latus AB, ita sinum anguli B, ad sinum anguli C, &c. Ducta enim ex A, vbi duo latera assumpta coeunt, ad tertium latus BC, perpendiculari AD, quæ vel intra triangulum cadet, vel extra, prout anguli B, & C, acuti fuerint, vel alter eorum obtusus: erit in triangulo rectangulo ABD, vt latus AB, ad latus AD, ita sinus anguli recti D, ad sinum anguli B, vt supra est demonstratum: Item in triangulo rectangulo ADC, vt latus AD, ad latus AC, ita sinus anguli C, ad sinum anguli recti D. Ex æqualitate ergo, & perturbata propor-

latus AB.	sin. ang. C.
latus AD.	sin. ang. D.
latus AC.	sin. ang. B.





proportione erit, vt latus AB, ad latus A C, ita sinus anguli C, (Habent .n. duo anguli ad C, in obtusangulo triangulo eundem sinum, vt in tractatione sinuum ostendimus) ad sinum anguli B, vt in formula suprapposita apparet: Et conuertendo quoque, vt latus AC, ad latus AB, ita sinus anguli B, ad sinum anguli C. Eodem modo concludemus esse, vt latus A B, ad latus BC, ita sinum anguli C, ad sinum anguli BAC: Vel, vt latus B C, ad latus AB, ita sinum anguli B A C, ad sinum anguli C, &c. Quocirca in omni triangulo rectilineo latera quæuis duo eandem proportionem habent, quam sinus angulorum illis oppositorum. Quod erat demonstrandum.

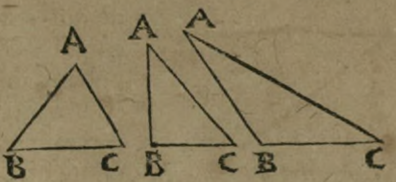
BREVIVS. Posito sinu toto A D, erit A B, secans anguli BAD, & AC, secans anguli CAD. Cum ergo per 22. sinuum sit, vt secans A B, ad secantem AC, ita sinus complementi anguli CAD, hoc est, ita sinus anguli C, ad sinum complementi anguli BAD, hoc est, ad sinum anguli B, constat propositum.

SCHOLIVM.

EX hac propos. facile colligemus proportiones laterum cuiusuis trianguli rectilinei, cuius omnes anguli cogniti sint, vel duo tantum. Sint enim omnes anguli in triangulo A B C, noti. Dico proportiones laterum notas esse. [a] *Cum enim eadem sit proportio lateris A B, ad latus A C, quæ sinus anguli C, ad sinum anguli B; sint autem sinus angulorum C, B, notorum cogniti ex tabula Sinuum; nota erit proportio lateris A B, ad latus A C, &c. Exempli causa, ponatur in primo triangulo angulus C, grad. 60. B, grad. 50. & A, grad. 70. Horum sinus sunt 86602. 76604. 93969. Est ergo proportio A B, ad A C, eadem, quæ 86602. ad 76604. & A B, ad BC, eadem, quæ 86602. ad 93969. & A C, ad B C, eadem, quæ 76604. ad 93969. In triangulo vero secundo ponatur angulus B, rectus, ac proinde grad. 90. C, grad. 50. & A, grad. 40. Horum sinus sunt sunt 100000. 76604. 64278. Erit igitur A B, ad A C, vt 76604. ad 100000. & A B, ad BC, vt 76604. ad 64278. & A C, ad B C, vt 100000. ad 64278. In triangulo deniq; tertio statuatur angulus B, obtusus & grad. 124. C, grad. 30. & A, grad. 26. Horum sinus sunt (si pro sinu anguli obtusi accipiatur sinus complementi ipsius vsque ad grad. 180. nempe sinus grad. 56.) 82903. 50000. 43837. Quare erit A B, ad A C, vt 50000. ad 82903. & A B, ad B C, vt 50000. ad 43837. & A C, ad B C, vt 82903. ad 43837.*

Qua ratione ex tribus vel duobus angulis notis cuiusuis trianguli cognoscantur proportiones laterũ.

a 1. huius.



ITAQVE vt facile proportiones laterum habeantur, satis est, si lateribus sinus angulorum oppositorum ascribantur: propterea quòd latera eandem proportionem habent, quam oppositorum angulorum sinus, vt demonstratum est.

Praxis.

QVOD si duo tantum anguli cogniti sint, erit reliquus tertius quoque notus. Quare, vt prius, laterum proportiones cognoscentur.

POSSVMVS easdem proportiones laterum cognoscere ex angulis datis, sine auxilio antecedentis propos. hoc modo. [b] *Circa datum triangulum ABC, describatur circulus, cuius centrum D,* [c] *quod cadet vel intra triangulum, vel in vnum latus, vel extra triangulum, prout triangulum fuerit acutangulum, vel rectangulum, aut obtusangulum. Ductis deinde ex centro D, ad omnes angulos rectis DA, DB, DC, (In rectangulo triangulo satis est, si ducatur DA, quod DB, D C, partes sint lateris BC.) secentur singula latera, & arcus, quos subtendunt, bifariam in punctis F, H, K, & E, G, I. In rectangulo tamen triangulo arcus BC, cui rectus angulus insistit, non est diuidendus bifariam: In obtusangulo autem secandus est bifariam arcus B A C, in quo existit obtusus angulus, non autem arcus B C, cui insistit. Erunt autem medietates laterum sinus recti medietatum arcuum, ex defin. sinus recti.* [d] *Itaque quoniam tam angulus ADB, anguli ACB, quàm angulus A D C, anguli ABC, & in triangulo acutangulo etiam angulus B D C, anguli BAC, duplus est: ponuntur autem anguli triangulorum noti; erunt quoque eorum dupli in centro cogniti. Quare & eorum arcus A B, A C, necnon & arcus B C, in primo circulo noti erunt; ac proinde & semisses eorundem. Igitur, ex tabula sinuum, dabuntur sinus harum semissium, hoc est, semisses laterum AB, AC, & in triangulo acutangulo semissis quoque lateris BC: propterea que & tota latera A B, A C, vna cum latere BC, in triangulo acutangulo, cognita fient in partibus sinus totius A D. In triangulo porro rectangulo latus B C, recto angulo oppositum duplum est sinus totius, ac proinde notum in eisdem partibus sinus totius A D: In triangulo vero obtusangulo latus BC, angulo obtuso oppositum ita dabitur. Quoniam arcus A B, AC, dati sunt, datus etiam erit totus arcus BAC, ex ipsis conflatus. Igitur & eius semissis B E, & proinde & huius semissis sinus rectus B F, dabitur; propterea que & totum latus BC. Cognita ergo erunt hac ratione omnia latera in partibus semidiametri circuli triangulo circumscripti; & proinde eorum proportiones notæ.*

b 5. quar.
c Coroll. 5. quarti.

d 20. tert.

ITA autem sine longa circuitione latera cognosces in partibus dictæ semidiametri. Sinus rectus cuiusuis anguli acuti duplicetur, & habebitur latus illi angulo oppositum in partibus dictæ semidiametri, quod facile ex demonstratis intelligi potest. Nam quilibet angulus acutus continet tot gradus, quot sunt in semisse arcus, cui insistit; Vt angulus ACB, continet tot gradus, quot sunt in arcu A G, semisse arcus AB, cui insistit, [e] *propterea quòd angulus ADB, cui totus arcus AB, debetur, duplus est anguli ACB. Quare cum A H, semissis lateris A B, sit sinus arcus A G, erit eadem AH, sinus anguli ACB: atque adeo sinus anguli A C B, duplicatus dabit latus A B, in partibus semidiametri A D, &c. Latus autem recto angulo oppositum perpetuò est diameter circuli circumscripti triangulo. Quare si semidiameter, sinusue totus duplicetur, cognitum fiet ipsum latus. Latus deniq; obtuso angulo oppositum habebitur, si vterq; angulorum acutorum duplicetur, & duplicatorum semissis accipiatur. Nam sinus huius semissis duplicatus illico latus ostendet notum.* [f] *Anguli namque ADB, ADC, dupli sunt acutorum angulorum ACB, ABC: quibus quidem duplis angulis totus arcus BAC, debetur, &c.*

Praxis.
e 20. tert.
f 20. tert.

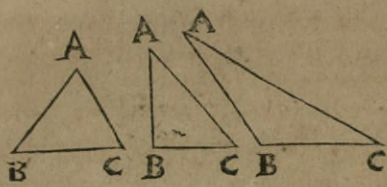
IMMO

Quomodo ex datis proportionibus omnium angulorum trianguli cognoscantur ipsi anguli.

b 35. septi.

c 4. octa.

IMMO vero si non dentur anguli, sed eorum tantum proportiones, cognoscemus nihilominus proportiones laterum, si prius ex angulorum proportionibus datis eorundem magnitudines inuestigemus hoc modo. In primo triangulo prioris figuræ huius scholij ponatur proportio anguli C, ad angulum B, eadem, quæ 12. ad 10. & anguli B, ad angulum A, quæ 20. ad 28. quæ duæ proportiones notæ satis sunt, etiamsi proportio anguli A, ad angulum C, ignota sit. [b] Inuentis autem minimis numeris 6. 5. qui eandem proportionem habeant, quam anguli C, B, hoc est, quam numeri 12. 10. si hi minimi non sint; Item minimis 5. 7. eandem proportionem habentibus, quam anguli B, A, siue numeri 20. 28. sumemus tres hosce numeros deinceps minimos 6. 5. 7. in proportionibus numerorum minimorum 6. 5. & 5. 7. qui si non essent deinceps minimi, [c] inquirendi essent tres minimi, per ea, quæ ab Euclide demonstrata sunt lib. 8. Erit ergo angulus C, vt 6. B, vt 5. & A, vt 7. quos in gradibus per regulam Societatum ita notos efficiemus. Collectis numeris 6. 5. 7. in vnam summam 18. dicemus per auream regulam. Si 18. dant grad. 180. (tot enim gradibus omnes tres anguli, hoc est, duo recti, æquiualent.) quid dabunt 6? quid 5? & quid 7? vt hic vides.



		6?		60. grad.		C.
18.	180. grad.	5?	fiunt	50. grad.	pro angulo	B.
		7?		70. grad.		A.

Quando proportiones angulorum notæ nō sunt continuatæ, quid agendum.

Inueniemusque angulum C, grad. 60. B, grad. 50. & A, grad. 70. Quod si duæ notæ proportiones angulorum non sint continuatæ, vt in dato exemplo, continuandæ erunt. Vt si dicat quis. Proportio anguli C, ad angulum B, est vt 12. ad 10. & proportio anguli A, ad angulum B, vt 28. ad 20. vbi vides, eundem angulum B, in vtraque proportione esse consequens: continuabimus illas, si dicamus, proportionem C, ad B, esse vt 12. ad 10. & B, ad A, vt 20. ad 28. Aut si quis dicat. Proportio anguli C, ad B, est vt 12. ad 10. proportio autem A, ad C, est vt 28. ad 24. continuabimus eas, ponendo proportionem A, ad C, vt 28. ad 24. & C, ad B, vt 12. ad 10. Aut denique si quis dicat. Proportio C, ad B, est vt 12. ad 10. & C, ad A, vt 24. ad 28. continuabimus eas, ponendo B, ad C, vt 10. ad 12. & C, ad A, vt 24. ad 28. &c.

SED demus aliud exemplum in tertio triangulo eiusdem figuræ, in quo sit proportio anguli B, ad angulum C, vt 62. ad 15. & proportio anguli B, ad angulum A, vt 248. ad 52. Quoniam angulus B, bis fuit antecedens, hoc est, proportiones datæ non sunt continuatæ, eas continuabimus, statuendo proportionem A, ad B, vt 52. ad 248. & B, ad C, vt 62. ad 15. Inuentis autem minimis numeris 13. 62. eandem proportionem habentibus, quam anguli A, B, siue numeri 52. 248. erunt duæ datæ proportiones continuatæ in his tribus numeris minimis 13. 62. 15. vt constat. Collectis ergo ipsis in vnam summam 90. inueniemus per regulam Societatum angulos in gradibus, vt hic apparet.

		13?		26. grad.		A.
90.	180. grad.	62?	fiunt	124. grad.	pro angulo	B.
		15?		30. grad.		C.

Inuentis hac ratione angulis, reperientur laterum proportiones, vt prius.

Quo pacto ex proportione duorum tantum angulorum in triangulo rectangulo proportiones laterum cognoscantur.

PORRO in triangulo rectangulo satis est, si duorum angulorum proportio detur. Sit enim in secundo triangulo eiusdem figuræ proportio anguli A, ad angulum B, rectum, vt 8. ad 18. Quoniam ergo rectus angulus B, est grad. 90. inueniemus per regulam auream angulum A, esse grad. 40. vt hic vides.

18. 90. grad. 8? fiunt 40. grad. pro angulo A.

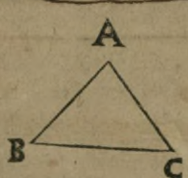
Reliquus ergo angulus C, complectetur grad. 50. &c. Sit rursum proportio acuti anguli A, ad angulum acutum C, vt 16. ad 20. Quoniam ergo duo anguli A, C, vni recto sunt æquales, hoc est, continent grad. 90. Collectis numeris 16. & 20. in vnam summam 36. reperiemus per regulam Societatum vtrumque angulum in gradibus, vt hic cernis.

36.	90. grad.	16?	fiunt	40. grad.	pro angulo	A.
		20?		50. grad.		C.

Quo pacto ex proportione vtriusuis angulorū æqualium ad tertiū angulum in triangulo Isosce le inueniantur laterū proportiones.

Inuentis autem angulis hac ratione, notæ fient laterum proportiones, vt prius.

EODEM modo in triangulo Isoscele satis est, si proportio vtriuslibet æqualium angulorum ad tertium angulum cognoscatur, aut tertij anguli ad vtrumlibet angulorum æqualia. Nam si in triangulo Isoscele ABC, cuius duo latera AB, AC, æqualia sunt, cognita sit proportio anguli B, ad angulum A, nempe eadem, quæ 10. ad 16. erit quoque proportio anguli C, ad angulum A, vt 10. ad 16. Quare duæ proportiones notæ erunt, quas continuabimus, si dicamus proportionem A, ad B, esse, vt 16. ad 10. & B, ad C, vt 10. ad 10. Ex quibus inuenietur angulus A, grad. 80. & vterque B, C, grad. 50. per ea, quæ iam demonstrata sunt.



DE æquilatero triangulo non est, quòd quicquam præcipiamus, cum in eo latera habeant æqualitatis proportionem.

SED iam ad inuentionem laterum, atque angulorum in triangulis rectilineis ex quibusdam datis ac cognitis accedamus; qua in re, vt certum ordinem, ac methodum seruemus, agemus primo loco de triangulis rectangulis, deinde vero de non rectangulis, cum in illis minor, quàm in his, difficultas reperiatur.

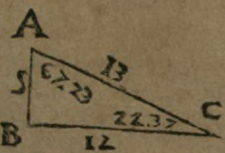
PROBL.

PROBL. I. PROPOS. 2.

DATO vno latere, cum vno angulo acuto trianguli rectanguli, vel cũ proportione duorum angulorum quorumcunque; reliqua duo latera cognoſcere, & quorumlibet duorum laterum proportionem efficere notam.

In triangulo rectãgulo ex vno latere dato, vnà cũ angulo acuto reliqua inueſtigantur. Quando latus recto angulo oppoſitum datur, cũ acuto angulo.

SIT triangulum ABC, cuius angulus B, rectus, ſitque primo latus AC, recto angulo oppoſitum datum 13 palmorum vna cum angulo acuto C, grad. 22. Min. 37. ac proinde & cum angulo acuto A, grad. 67. Min. 23. Oportet ex his indagare reliqua latera. Quoniam, per ea, quæ in defin. Sinuum tradidimus, poſito ſinu toto AC, latera AB, BC, ſunt ſinus oppoſitorum angulorum: ſunt autem anguli dati; noti erunt ſinus dictorum angulorum; AB, quidem 38456. at BC, 92310. Per regulam ergo auream dicemus. Si AC, partium 100000. nempe quatenus ſinus totus, dat 13. palmos, quid dabit AB, ſinus partium 38456. & quid ſinus BC, partium 92310? vt hic vides. Inueniemusque latus AB, palm. 5. & BC, palm. 12. ferè.



AC. 100000.	AC. 13.	AB. 38456? BC. 92310?	fiunt	AB. 5. BC. 12.

ITAQVE quando latus recto angulo oppoſitum datur cum angulo vno acuto, ac proinde cum altero etiam acuto: Si fiat; vt ſinus totus ad latus datum recto angulo oppoſitum, ita ſinus vtriuſque anguli acuti ſeorſum ad aliud, reperientur latera eiſdem angulis oppoſita in partibus menſuræ, ſecundum quam datum eſt latus angulo recto oppoſitum. *Praxis.*

DEINDE datum ſit vnum ex lateribus circa angulum rectum, vt BC, palmorum 12. cum angulo C, grad. 22. Min. 37. & proinde cum angulo etiam A, grad. 67. Min. 23. Oportet ex his reliqua latera inueſtigare. Quoniam per ea, quæ in lineis tangentibus, atque ſecantibus ad initium oſtendimus, poſito ſinu toto BC, latus AB, eſt tangens anguli C, & latus AC, eiuſdem ſecans, dabitur tangens AB, partium 41660. & ſecans AC, partium 108331. Quare per regulam auream dicemus. Si BC, quatenus ſinus totus partium 100000. dat 12. palmos, quid dabit tangens AB, inuenta partium 41660. & quid ſecans AC, inuenta partium 108331? vt hic cernis. Inueniemusque latus AB, palm. 5. & AC, palm. 13. ferè.

Quando latus vnũ circa angulum rectum datur, cum acuto angulo.

BC. 100000.	BC. 12.	AB. 41660? AC. 108331?	fiunt	AB. 5. AC. 13.

ITAQVE cum datur vnum latus circa angulum rectum, cum vno angulo acuto, ac proinde cum altero etiam acuto: Si fiat, vt ſinus totus ad datum latus circa angulum rectum, ita tam tangens anguli acuti dato lateri adiacentis, quàm ſecans eiuſdem anguli, ad aliud, prodibit tam latus, quod fuit tangens, quàm latus, quod fuit ſecans, notum in partibus menſuræ, ſecundum quam latus circa angulum rectum fuit datum. *Praxis.*

PER ſolos autem ſinus, cum datur vnum latus circa rectum angulum, cum vno acuto angulo, & proinde etiam cum altero acuto, ita reliqua latera exquiremus. Sit rurſum datum latus BC, palm. 12. & angulus C, grad. 22. Min. 37. ac proinde angulus A, grad. 67. Min. 23. Quoniam igitur, vt in defin. ſinuum diximus, poſito ſinu toto AC, latus AB, eſt ſinus anguli C, & BC, ſinus anguli A: ſunt autem anguli dati; noti erunt dicti ſinus, vt AB, 38456. & BC, 92310. Per auream igitur regulam dicemus. Si BC, ſinus partium 92310. dat palm. 12. quid dabit ſinus AB, partium 38456. & quid ſinus totus AC, partium 100000? &c. vt hic apparet. Inuenietur enim latus AB, palm. 5. & AC, palm. 13. ferè.

Aliter per ſolos ſinus.

BC. 92310.	BC. 12.	AB. 38456? AC. 100000?	fiunt	AB. 5. AC. 13.

QVANDO ergo vnum latus datur circa angulum rectum, & vnus acutus angulus, ac proinde & alter acutus: Si fiat, vt ſinus anguli acuti dato lateri circa angulum rectum oppoſiti ad latus datum, ita tam ſinus alterius anguli acuti, quàm ſinus totus, ad aliud, prodibit tam latus alterum circa angulum rectum, quàm latus recto angulo oppoſitum, notum in partibus menſuræ, ſecundum quam latus circa angulum rectum fuit datum. Sed expeditior eſt via per lineas tangentes, & ſecantes, cum ibi ſinus totus in regula aurea primum locum obtineat, & proinde diuiſio fiat facilior. *Praxis.*

QVOD ſi detur vnum latus, vnà cum proportione duorum angulorum, ita problema abſoluemus. Ex proportione angulorum reperiemus acutorum angulorum magnitudines, vt in ſcholio propoſ. 1. oſtendimus. Quam ob rem inueniemus ex angulis notis reliqua latera, vt prius.

Quando latus vnũ datur, & proportio duorum angulorũ quorumlibet.

INVENTIS autem lateribus, manifeſtum eſt, proportionem quorumlibet duorum dari in numeris, in quibus inuenta ſunt. Erit enim proportio AB, ad AC, vt 5. ad 13. Vel vt 38456. ad 100000. Vel vt 41660. ad 108331. &c. In his enim omnibus numeris dicta latera inuenta ſunt. Dato ergo vno latere, cum vno angulo acuto trianguli rectanguli, &c. Quod faciendum erat.

PROBL.

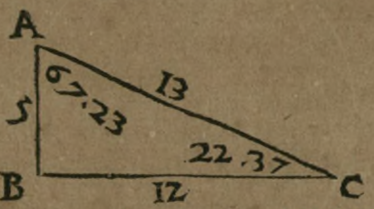
PROBL. 2. PROPOS. 3.

In triangulo rectangulo ex duobus lateribus notis, vel eorũ proportione nota, vna cum vno latere quocunq; reliqua inquiruntur.

DATIS duobus lateribus trianguli rectanguli, duos angulos acutos efficere notos, vna cum tertio latere. Item data proportione duorum laterum, & insuper vno latere dato quocunque, duos angulos acutos, vna cum reliquis duobus lateribus cognoscere.

Quando latus angulo recto oppositũ, cum vno latere circa angulũ rectum datur.

IN triangulo ABC, cuius angulus B, rectus, sit primum latus AC, recto angulo oppositum, & insuper latus AB, circa angulum rectum datum, nempe AC, palm. 13. & AB, palm. 5. Oportet ex his & angulos A, C, & latus tertium BC, explorare. Quoniam, posito sinu toto AC, latus AB, est sinus anguli C, dicemus. Si AC, palm. 13. dat AC, sinum totum partium 100000. quid dabit AB, palm. 5? inueniemusque sinum AB, partium 38461. vt hic vides.



AC.	AC.	AB.		AB.
13.	100000.	5?	fit	38461.

Ex tabula ergo sinuum dabitur angulus C, grad. 22. Min. 37. ac proinde reliquus angulus A, grad. 67. Min. 23. Igitur & huius anguli A, sinus, nempe BC, dabitur partiũ 92310. ex eadem tabula sinuum. Dicemus ergo rursum. Si sinus totus AC, partium 100000. dat AC, palm. 13. Vel si sinus AB, inuentus partium 38461. dat AB, palm. 5. quid dabit sinus BC, partium 92310? reperiemusque BC, esse palm. 12. ferme, vt hic apparet.

AC.	AC.	BC.		BC.
100000.	13.	92310?	fit	12.
AB.	AB.			
38461.	5.			

Praxis. *CVM ergo datur latus angulo recto oppositum, cum vno latere circa eundem angulum rectum; Si fiat, vt datum latus recto angulo oppositum ad sinum totum, ita alterum latus datum ad aliud, prodibit sinus acuti anguli, qui lateri dato circa rectum angulum opponitur. Inuento autem, beneficio huius sinus inuenti, vtroque angulo acuto; Si iterum fiat, vt sinus totus ad datum latus recto angulo oppositum; vel vt sinus anguli acuti dato lateri circa rectum angulum oppositi ad datum latus circa angulum rectum, ita sinus alterius anguli acuti ad aliud, cognoscetur tertium latus in partibus mensuræ, secundum quam duo latera sunt data.*

Aliter per lineas tangentes & secantes.

ALITER. Sit rursus AC, palm. 13. & AB, palm. 5. Quia igitur, vt ad initium linearum tangentium, ac secantium ostendimus, posito AB, sinu toto latus AC, secans est anguli A, & BC, tangens eiusdem; dicemus. Si AB, palm. 5. dat AB, sinum totum partium 100000. quid dabit AC, palm. 13? inueniemusque secantem AC, partium 260000. vt hic patet.

AB.	AB.	AC.		AC.
5.	100000.	13?	fit	260000.

Ex tabula ergo Secantium erit angulus A, grad. 67. Min. 23. & proinde reliquus angulus C, grad. 22. Min. 37. Igitur & tangens anguli A, nempe BC, dabitur partium 240038. ex tangentium tabula. Quare rursum dicemus. Si sinus totus AB, partium 100000. dat AB, palm. 5. Vel si secans AC, inuenta partium 200000. dat AC, palm. 13. Quid dabit tangens BC, partium 240038? inueniemusque iterum BC, esse ferme palm. 12. vt hic constat.

AB.	AB.	BC.		BC.
100000.	5.	240038?	fit	12.
AC.	AC.			
260000.	13.			

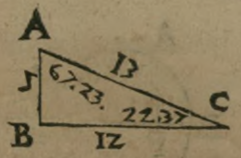
Praxis. *IGITVR quando latus recto angulo oppositum datur, cum vno latere circa angulum rectum: Si fiat, vt datum latus circa angulum rectum ad sinum totum, ita datum latus angulo recto oppositum ad aliud, prodibit secans anguli acuti sub datis lateribus comprehensi. Inuento ergo, beneficio huius secantis repertæ, vtroque angulo acuto, & tangente acuti anguli sub datis lateribus comprehensi, ex tangentium tabula; Si iterum fiat, vt sinus totus ad datum latus circa angulum rectum; Vel vt secans acuti anguli sub datis lateribus comprehensi ad latus datum recto angulo oppositum, ita tangens acuti anguli sub lateribus datis comprehensi ad aliud, notum fiet tertium latus in partibus mensuræ, secundum quam sunt data duo latera. Verum satius est per solos sinus operari, cum tangentes lineæ, atque secantes nihil compendij afferant, sintque per sinus inuentæ.*

a 47. pri.

ADHVC aliter. Ponatur rursum AC, palm. 13. & AB, palm. 5. [a] Quoniam ergo quadratum rectæ AC, duobus quadratis rectarum AB, BC, æquale est; si auferatur quadratum lateris AB, quod est 25. ex quadrato lateris AC, quod est 169. relinquetur quadratum lateris BC, nempe 144. cuius radix quadrata 12. dabit latus BC, palm. 12. Et quia, posito AC, sinu toto, latera AB, BC, sunt sinus angulorum oppositorum, vt in defin. sinuum explicauimus: Si fiat, vt latus AC, angulo recto oppositum palmorum 13. ad AC, sinum totum partium 100000. ita alterutrum laterum circa angulum rectum, nempe BC, palm. 12. ad aliud, prodibit sinus anguli acuti A, sumpto lateri oppositi partium 92308. Ex sinuum ergo tabula dabitur angulus A, grad. 67. Min. 23. atq; adeo reliquus C, grad. 22. Min. 37. Hoc modo primo loco inuenitur tertium latus, deinde vero anguli, cum alijs vijs inuenti sint prius anguli, quam tertium latus.

SINT iam duo latera AB, BC, circa rectum angulum data, vt AB, palm. 5. & BC, palm. 12. Oportet ex his tertium latus AC, & acutos angulos inuenire. Quoniam, ex demonstratis in principio linearum tangentium, secantiumque, posito AB, sinu toto, latus BC, tangens est anguli A, & latus AC, eiusdem secans; dicemus. Si AB, palm. 5. dat AB, sinum totum partium 100000. quid dabit BC, palm. 12? reperiemusque tangentem BC, partium 240000. vt hic manifestum est.

Quando duo latera circa angulum rectum data sunt.



AB.	AB.	BC.	BC.
5.	100000.	12? fit.	240000.

Ex tabula ergo tangentium dabitur angulus A, grad. 67. Min. 23. ac proinde reliquus angulus C, grad. 22. Min. 37. Igitur & AC, secans anguli A, dabitur ex tabula secantium, partium 260035. Rursus ergo dicemus. Si AB, sinus totus partium 100000. dat AB, palm. 5. Vel si tangens BC, inuenta partium 240000. dat BC, palm. 12. quid dabit AC, secans partium 260035? inueniemusque AC, palm. 13. fere vt hic vides.

AB. 100000.	AB. 5.	AC.	AC.
BC. 240000.	BC. 12.	260035? fit.	13.

ITAQVE si dentur duo latera circa angulum rectum: Si fiat, vt alterutrum datorum laterum ad sinum totum, ita alterum latus datum ad aliud, proueniet tangens acuti anguli huic alteri dato lateri oppositi. Inuento ergo, beneficio huius tangentis inuentæ, vtroq; angulo acuto, in tabula tangentium; & ex tabula secantium, secante anguli acuti, qui alteri huic dato lateri opponitur: Si rursum fiat, vt sinus totus ad primum latus datum; vel vt tangens inuenta ad secundum latus datum, ita secans accepta ex tabula secantium, ad aliud, notum fiet latus tertium recto angulo oppositum in iisdem partibus, in quibus duo latera circa angulum rectum data sunt. *Praxis.*

ALITER. Sit rursum AB, palm. 5. & BC, palm. 12. [a] Et quoniam quadrata laterum AB, BC, simul æqualia sunt quadrato lateris AC; erit quadratum lateris AC, palm. 169. cuius radix quadrata dabit latus AC, palm. 13. Quia vero, vt in defin. sinuum traditum est, posito AC, sinu toto, latera AB, BC, sunt sinus oppositorum angulorum: Si fiat, vt latus AC, quod angulo recto opponitur, inuentum palm. 13 ad AC, sinum totũ partiũ 100000. ita alterutrum laterum circa angulum rectum, nempe AB, palm. 5. ad aliud, reperietur sinus anguli acuti C, qui accepto lateri opponitur, partium 38461. Ex tabula ergo sinuum dabitur angulus C, gra. 22. Min. 37. ac propterea reliquus A, grad. 67. Min. 23. Hac via primo loco reperitur tertium latus, deinde vero duo anguli: cum tamen alio modo anguli prius inuenti sint, quam tertium latus. *Aliter sine tangentib. & secantibus.* *a 47. primi.*

IAM vero si detur duorum laterum quorumlibet proportio, & vnum latus, quodcunq; illud sit, sumemus numeros proportionis notæ, ac si essent partes alicuius mensuræ, in quibus duo illa latera dentur; atque ex his, vt demonstrauimus in hac propos. angulos inueniemus, ac tertium latus in eisdem partibus. Deinde, si fiat, vt numerus illius lateris, quod datum est, ad ipsum latus datum, ita numeri aliorum laterum sigillatim ad aliud, reperientur alia latera in partibus mensuræ, secundum quam illud alterum latus est datum. Vt si proportio AB, ad AC, sit, vt 15. ad 39. & latus BC, palm. 12. reperietur, ex demonstratis, angulus A, grad. 67. Min. 23. & angulus C, grad. 22. Min. 37. latus vero BC, partium 36. qualium AB, est 15. & AC, 39. Quare si fiat, vt latus BC, inuentum partium 36. ad idem BC, datum palm. 12. ita tam AB, partium 15. quam AC, partium 39. ad aliud, inuenietur AB, palm. 5. & AC, palm. 13. Datis ergo duobus lateribus trianguli rectanguli, duos angulos acutos effecimus notos, &c. Quod erat faciendum. *Quando proportio duorum laterum datur, ad vnum latus.*

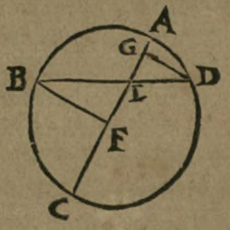
SCHOLIVM.

ABSOLVTVS iam est rectangulorum triangulorum calculus, sequitur de triangulis non rectangulis. Sed prius quædam ad hanc rem necessaria demonstranda sunt, quorum nonnulla plurimum etiam triangulis sphæricis conducent.

THEOR. 2. PROPOS. 4.

SI diameter circuli chordam quamlibet, eiusque arcum secet in duas partes; habebunt segmenta chordæ eandem proportionem, quam sinus segmentorum arcus respondentium. *Quam proportionem habeant duo segmẽta cuiusque chordæ.*

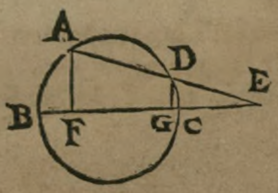
IN circulo ABCD, diameter AC, secet chordam BD, in E, eiusque arcum BAD, in A, vel BCD, in C: ducanturque BF, DG, ad diametrum AC, perpendiculares; quarum BF, sinus est arcus BA, vel BC: & DG, sinus arcus AD, vel CD. Dico ita esse BE, ad ED, vt BF, ad DG. Quoniam enim in triangulis BEF, DEG, anguli F, G, æquales sunt, vtpote recti: [a] Item anguli E, ad verticem æquales, [b] æquiangula erunt triangula BEF, DEG. [c] Quare erit, vt BE, ad BF, ita ED, ad DG: Et permutando, vt BE, ad ED, ita BF, ad DG. Si ergo diameter circuli chordam quamlibet, eiusque arcum secet in duas partes, &c. Quod erat demonstrandum.



a 15. primi. *b 32. prim.* *c 4. sexti.*

THEOR. 3. PROPOS. 5.

SI in circulo chorda cuiuslibet arcus ad vnam partem producatur, conueniatque cum diametro quauis ad eandem partem producta: erit eadem proportio totius chordæ productæ ad segmentum exterius, quæ sinus arcus inter punctum, per quod diameter producta est, & remotius punctum extremum dictæ chordæ, ad sinum arcus inter idem punctum diametri, & propinquius punctum extremum eiusdem chordæ. *Quã proportionem habeat chorda circuli producta, & cum diametro producta conueniens ad segmentum exterius.*



IN circulo ABCD, chorda AD, arcus AD, ad partes D, producta, conueniat cum diametro BC, ad easdem partes producta in puncto E; demittanturque AF, DG, ad diametrum BC, perpendiculares; quarum AF, sinus est arcus AC: & DG, sinus arcus CD. Dico ita esse AE, ad DE, vt AF, ad DG. [a] Quoniam enim AF, DG, parallelę sunt ob angulos rectos F, G, [b] similia erunt triangula AEF, DEG. Quare erit, vt AE, ad AF, ita DE, ad DG: Et permutando, vt AE, ad DE, ita AF, ad DG. Si igitur in circulo chorda cuiuslibet arcus ad vnam partem producatur, conueniatque cum diametro quauis, &c. Quod ostendendum erat.

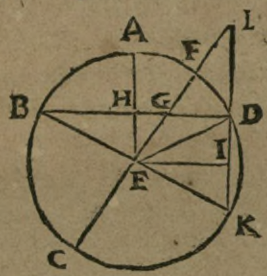
a 28. prim. b Coroll. 4. sexti.

PROBL. 3. PROPOS. 6.

Ex summa data duorum arcuũ quorum quilibet semicirculo minor sit, vel duorũ angulorum vna cum proportione, quam eorum sinus habet, vterque cognoscitur. Quando aggregatũ arcuum, vel angulorum minus est, quã grad. 180.

DATO aggregato duorum arcuum, quorum singuli semicirculo sint minores, vel duorum angulorum rectilineorum, siue minus illud sit, siue maius, quam grad. 180. vna cum proportione, quam eorum sinus habent: vtrumque illorum sigillatim exhibere notum.

IN circulo ABCD, cuius centrum E, datum sit primo aggregatum arcuum BF, FD, quorum singuli sint semicirculo minores, vel angulorum BEF, FED, & aggregatum tam arcuum, quam angulorum minus, quam grad. 180. nimirum datum sit grad. 130. Data quoque sit proportio sinus arcus BF, vel anguli BEF, ad sinum arcus FD, vel anguli FED, eadem, quæ 10. ad 5. Oportet ex his vtrumque arcum BF, FD, vel vtrumque angulum BEF, FED, notum efficere. Ducta chorda BD, ducatur ex puncto F, vbi dati arcus coniunguntur, diameter FC, secans chordam BD, in G. Diuiso quoque toto arcu BAD, bifariam in A, secabit semidiameter ducta EA, chordam BD, bifariam in H, ex lemmate ad defin. sinuum demonstrato; [a] atque adeo & ad angulos rectos. Quoniam vero proportio sinus arcus BF, ad sinum arcus FD, ponitur, vt 10. ad 5. [b] estq; vt sinus arcus BF, ad sinum arcus FD, ita BG, ad GD; erit quoque BG, ad GD, vt 10. ad 5. Posita igitur recta BG, 10. erit GD, 5. ac proinde tota BD, 15. vtraque vero semissis BH, HD, $7\frac{1}{2}$. & denique HG, differentia inter semissem BH, & maius segmentum BG, vel inter semissem HD, & minus segmentum GD, erit $2\frac{1}{2}$. Rursus quia totus arcus BAD, ponitur grad. 130. erit vtraque semissis BA, AD, grad. 65. ac proinde & vterque angulus BEA, AED, gradum quoque 65. Et quoniam ex iis, quæ ad initium tangentium, secantiumque tradidimus, posito sinu toto EH, recta BH, tangens est anguli BEH, & HG, tangens anguli HEG, dabitur, ex tangentium tabula, tãgens grad. 65. nempe BH, partium 214451. Quare, vt tangentem anguli AEF, nimirum HG, inueniamus, dicemus per auream regulam. Si BH, semissis aggregati terminorum proportionis datæ, nempe $7\frac{1}{2}$. dat BH, tangentem semissis aggregati angulorum BEF, FED, vel arcuum BF, FD, partium 214451. quid dabit HG, differentia inter semissem aggregati terminorum datæ proportionis, & vtrumlibet terminorum eiusdem proportionis, nimirum $2\frac{1}{2}$? inueniemusque tangentem HG, partium 71484. vt hic factum vides.



a 3. tertij. b 4. huius.

BH.	BH.	HG.		HG.
$7\frac{1}{2}$.	214451.	$2\frac{1}{2}$?	fit	71484.

Ex tabula ergo tangentium elicietur angulus HEG, hoc est, arcus AF, grad. 35. Min. 34. qui additus semissi AB, grad. 65. componet arcum BF, maiorem, atque adeo & angulum BEF, grad. 100. Min. 34. ablatus vero ex semisse AD, relinquet arcum minorem FD, & proinde & angulum FED, grad. 29. Min. 26.

Praxis.

ITAQVE, quando duo arcus simul minores sunt, quam semicirculus, vel duo anguli simul duobus rectis minores: Si fiat, vt semissis aggregati terminorum proportionis datæ ad tangentem semissis aggregati arcuum, vel angulorum (quærendo tangentem per partem proportionalem respondentem 30. secundis, si forte aggregatum bifariam diuidi nequeat sine Secundis) ita differentia inter semissem aggregati terminorum datæ proportionis, & alterutrum terminorum, ad aliud, reperietur tangens arcus, vel anguli, quo vterque arcus, angulusve quæsitus à semisse aggregati eorundem differt. Additus igitur arcus vel angulus huius inuentæ tangentis ad semissem dabit maiorem arcum, vel angulum; ablatus vero ex eadem semisse relinquet arcum, vel angulum minorem.

Alia demonstratio.

ALITER. Producta semidiametro BE, ad K, & diametro CF, producta, donec in L, conueniat cum recta KDL, ex K, per D, ducta, agatur ei, ad DK, perpendicularis, [c] quæ ipsam DK, bifariam secabit; ac proinde cum latera DE, EI, lateribus KE, EI, æqualia sint, & basis DI, basi KI; [d] angulus DEI, angulo KEI, æqualis erit. Quia ergo arcus BFD, datus est grad. 130. dabitur reliquus DK, de semicirculo grad. 50. & eius semissis, id est, angulus DEI, grad. 25. Rursus quia sinus arcus BF, ad sinum arcus FD, ponitur, vt 10. ad 5. estque idem sinus arcus KF, qui arcus BF, vt in defin. sinuum ostensum est: erit quoque sinus arcus KF, ad sinum arcus DF, vt 10. ad 5. [e] Cum ergo sit, vt sinus arcus KF, ad sinum arcus DF, ita KL, ad DL; erit etiam KL, ad DL, vt 10. ad 5. Posita igitur KL, 10. erit DL, 5. ac proinde & reliqua KD, 5. & eius semissis ID, $2\frac{1}{2}$. At quoniam, vt ad initium tangentium & secantium diximus, posito sinu toto EI, recta ID, tangens est anguli DEI, hoc est, grad. 25. dabitur ID, ex tabula tangentium partium 46631. Dicemus ergo per auream regulam. Si ID, semissis differentiæ inter terminos proportionis datæ, nempe $2\frac{1}{2}$. dat ID, tangentem semissis differentiæ inter aggregatum datum, & semicirculum, partium 46631. quid dabit IL, composita ex semisse differentiæ inter terminos datæ proportionis, & consequente eiusdem proportionis, nimirum $7\frac{1}{2}$? reperiemusque IL, partium 139893. qualium ID, est 46631. vel EI, 100000. vt hic vides.

c 3. tertij. d 8. primi. e 5. huius.

ID.	ID.	IL.		IL.
$2\frac{1}{2}$.	46631.	$2\frac{1}{2}$?	fit.	139893.

Cum ergo IL, sit tangens anguli IEL, posito sinu toto EI, vt in tractatione tangentiũ ac secantium tradidimus, dabitur,

dabitur, ex tangentium tabula, angulus IEF, grad. 54. Min. 26. Ablato ergo angulo DEI, gra. 25. nimirum semisse differentiæ inter datum aggregatum, & semicirculum, reliquus erit angulus FED, ac propterea & arcus FD, minor, grad. 29. Min. 26. qui subtractus ex dato aggregato grad. 130. relinquet angulum BEF, & proinde & arcum BF, maiorem, grad. 100. Min. 34. vt prius.

IGITVR si fiat, vt semissis differentiæ inter terminos proportionis datæ ad tangentem semissis differentiæ inter aggregatum datum, & semicirculum, ita aggregatum ex semisse differentiæ inter terminos datæ proportionis, & consequentem eiusdem proportionis, ad aliud, inuenietur tangens anguli, à quo si dematur semissis differentiæ inter datum aggregatum, & semicirculum, reliquus erit angulus, seu arcus minor quæsitus: qui detractus ex aggregato dato, relinquet maiorem angulum, siue arcum quæsitum. *Praxis.*

ALITER adhuc per solos sinus sine tangentibus. Iisdem positis, quoniam vt in sinubus declarauimus, posito sinu toto EB, recta BH, est sinus anguli BEH, nempe semissis aggregati angulorum, vel arcuum dati nempe grad. 65. & HE, sinus anguli EBH, grad. 25. vtpote complementi anguli BEH; dabitur ex tabula sinuum, BH, partium 90631. at HE, partium 42262. Quod si dicamus. Si BH, semissis aggregati terminorum proportionis datæ, nempe 7½. dat BH, sinum semissis aggregati angulorum, vel arcuum, partium 90631. quid dabit HG, differentia inter semissem aggregati terminorum proportionis datæ, & alterutrum terminorum, nimirum 2½? reperiemus HG, partium 30210. qualium sinus totus EB, est 100000. vel EH, 42262. vt hic patet. *Aliter absque tangentibus.*

BH.	BH.	HG.		HG.
7½.	90631.	2½?	fit	30210.

Quia vero quadrata rectarum HE, HG, nempe 1786076644. 912644100. quadrato rectæ EG, æqualia sunt, si ea in vnam summam colligamus, fiet quadratũ rectæ EG, 2698720744. cuius radix quadrata dabit EG, partiũ 51949. Cum autem, posito sinu toto EG, recta HG, sinus sit anguli HEG, vt in sinuum defi. diximus, dicemus rursum. Si EG, inuenta partium 51949. dat EG, sinum totum partium 100000. quid dabit HG, inuenta partium 30210? inueniemusque HG, sinum anguli HEG, partium 58153. vt hic vides. *a 47. primi.*

EG.	EG.	HG.		HG.
51949	100000.	30210?	fit.	58153.

Ex sinuum ergo tabula dabitur angulus HEG, siue arcus AF, grad. 35. Min. 34. qui additus semissi AB, grad. 65. exhibebit maiorem arcum BF, ideoque & angulum BEF, grad. 100. Min. 34. ablatus vero ex semisse AD, reliquum faciet arcum minorem FD, atque adeo & angulum FED, grad. 29. Min. 26. vt prius.

QVOCIRCA, quando aggregatum duorum arcuum, vel angulorum minus est, quàm grad. 180. Si fiat, vt semissis aggregati terminorum proportionis datæ ad sinum semissis aggregati arcuum, angulorumve, ita differentia inter semissem aggregati terminorum datæ proportionis, & alterutrum terminorum, ad aliud, inuenietur numerus: cuius quadratum si adiungatur quadrato sinus complementi semissis aggregati arcuum, seu angulorum; Et tandem fiat, vt compositi huius numeri radix quadrata ad sinum totum, ita numerus per auream regulam nuper inuentus ad aliud, producetur sinus anguli, siue arcus, quo vterq; angulus, arcusve quæsitus ab eorundem aggregati semisse differt. Additus ergo arcus, siue angulus huius sinus inuenti ad semissem aggregati dati, dabit maiorem arcum, vel angulum: ablatus vero ex eadem semisse relinquet minorem arcum, siue angulum. Sed priores duæ viæ longe sunt expeditiores: vt perspicuum est. *Praxis.*

DETVR deinde aggregatum arcuum BC, CD, quorum singuli semicirculo quoque sint minores, vel angulorum BEC, CED, at aggregatum tam arcuum, quam angulorum superet grad. 180. nempe detur grad. 230. Detur item proportio sinus arcus BC, vel anguli BEC, ad sinum arcus CD, vel anguli CED, eadem, quæ 10. ad 5. Oportet ex his vtrumque arcum BC, CD, vel vtrumque angulum BEC, CED, elicere. Ducta diametro CE, & detracto dato aggregato ex integro circulo, hoc est, ex grad. 360. reliquum erit aggregatum arcuum BF, FD, vel angulorum BEF, FED, grad. 130. minus, quam grad. 180. Et quoniam arcus BC, BF, eundem sinũ habent, necnon & arcus CD, FD, vt in defin. sinuum diximus, data quoque erit proportio sinuum arcuum BF, FD, vel angulorum BEF, FED, eadem, quæ 10. ad 5. Quamobrem, vt iam demonstratum est, inueniemus arcus BF, FD, vel angulos BEF, FED, grad. 100. Min. 34. & grad. 29. Min. 26. qui ex semicirculo, hoc est, ex grad. 180. sublati relinquent arcus BC, CD, vel angulos BEC, CED. grad. 79. Min. 26. & grad. 150. Min. 34. *Quando aggregatũ arcuum, vel angulorum maius est, quàm grad. 180.*

QVANDO ergo aggregatum duorum arcuum, seu angulorum maius est, quam grad. 180. Si illud ex grad. 360, auferamus, remanebit aggregatum aliorum duorum arcuum, vel angulorum minus, quã grad. 180. Quare si, vt iam demonstratum est, beneficio huius aggregati minoris, & proportionis datæ, vtrumque arcum, vel angulum inquiramus, & vtrumque inuentum sigillatim ex grad. 180. demamus, noti relinquentur arcus, vel anguli quæsiti. *Praxis.*

QVOD si quando proportio sinuum data sit proportio æqualitatis, hoc est, sinus sint æquales, erunt quoque tam duo arcus, quam duo anguli æquales, vt in defin. sinuum ostendimus. Quapropter semissis dati aggregati dabit vtrumque arcum, siue angulum cognitum. Dato igitur aggregato duorum arcuum, quorum singuli semicirculo sint minores, vel duorum angulorum rectilineorum, &c. vtrumque illorum sigillatim exhibuimus notum. Quod faciendum erat. *Quando sinuum proportio data est proportio æqualitatis.*

SCHOLIVM.

SI aggregatum duorum arcuum, vel angulorum fuerit præcise grad. 180. non poterunt arcus illi, vel anguli cognosci etiam si proportio, quam eorum sinus habent, data sit. Nam quomodocunq; semicirculus in duos arcus secetur, habebunt semper *Quando aggregatũ datum co-*

tinet grad. 180. problema solui non potest.

eorum sinus proportionem æqualitatis, cum vnus, & idem sinus sit vtriusque arcus, vt ad defin. sinuum demonstrauimus. Necesse est ergo, aggregatum datum vel minus esse, vel maius, quam grad. 180. vt in propositione expressum est.

PROBL. 4. PROOS 7.

Ex differentia data duorum arcuum, quorum quilibet semicirculo minor sit, vel duorũ angulorum vna cum proportione, quam eorum sinus habẽt, vterque cognoscitur.

DATA differentia duorum arcuum, quorum singuli semicirculo sint minores, vel duorum angulorum rectilineorum, vna cum proportione, quam eorum sinus habent: vtrumque illorum sigillatim notum efficere.

Quando sinus maioris arcus vel anguli ad sinum minoris habet proportionem maioris inæqualitatis.

IN circulo ABCD, cuius centrum E, superet arcus BF, semicirculo minor arcum DF, arcu BD, vel angulus BEF, angulum DEF, angulo BED, sitque differentia hæc, nempe arcus BD, vel angulus BED, data gra. 60. proportio quoque sinus maioris arcus BF, vel anguli BEF, ad sinum arcus minoris DF, vel anguli DEF, sit primo maioris inæqualitatis data, eadem, quæ 11. ad 5. quod quidem contingit, quando duo arcus BF, DF, semicirculo sunt minores simul sumpti. Oportet ex his vtrumque arcum BF, DF, siue vtrumque angulum BEF, DEF, cognitum facere. Ducta chorda BD, & diametro CF, conuenient hæ lineæ productæ ad partes D, F, vt in puncto G. Cum enim sinuum proportio sit data maioris inæqualitatis, maior erit sinus arcus BF, hoc est, perpendicularis ex B, ad CF, demissa, sinu arcus DF, hoc est, perpendiculari ex D, ad CF, demissa. Quare minus distabit punctum D, à recta CF, quam punctum B; atque adeo tandem coibunt BD, CF, productæ ad partes DF. Quod etiam ita probabitur. Si ambo sinus, hoc est, perpendiculares ex B, D, ad CF, demissæ essent æquales,[a] cum ipsæ sint parallelæ,[b] essent quoque BD, CF, parallelæ. Cum ergo perpendicularis ex D, demissa minor sit, efficitur, vt conueniant, &c. Diuiso deinde arcu BD, bifariam in A, secabit semidiameter ducta EA, chordam BD, quoque bifariam in H, ex lemmate ad defin. sinuum demonstrato; [c] & proinde & ad angulos rectos. Quoniam vero proportio sinus arcus BF, ad sinum arcus DF, est, ex hypothesi, vt 11. ad 5. [d] estq; vt sinus arcus BF, ad sinum DF, ita BG; ad DG; erit quoq; BG, ad DG, vt 11. ad 5. Posita igitur recta BG, 11. erit DG, 5. ac proinde reliqua BD, 6. vtraque vero semissis BH, HD, 3. ac denique HG, 8. Rursus quia arcus BD, ponitur grad. 60. erit vtraque semissis BA, AD, grad. 30. proptereaque & vterque angnlus BEA, AED, grad. quoq; 30. Et quia, posito sinu toto EH, recta HD, tangens est anguli DEH, & HG, tangens anguli HEG, vt ad initium tangentium, atque secantium monuimus; dabitur ex tangentium tabula, tangens gr. 30. hoc est, HD, partium 57735. Quapropter, vt tangentem HG, anguli HEG, cognoscamus, dicemus per auream regulam. Si HD, semissis differentiæ terminorum proportionis datæ, nempe 3. dat HD, tangentem semissis differentiæ datæ arcuũ BF, FD, vel angulorum BEF, DEF, partium 57735. quid dabit HG, aggregatum ex semisse differentiæ terminorum datæ proportionis, & consequente eiusdem proportionis, nimirum 8? prouenietq; HG, tangens partium 153960. vt hic apparet.

a 28. primi.
b 33. primi.
c 3. tertij.
d 5. huius.

HD.	HD.	HG.		HG.
3.	57735.	8?	fit	153960.

In tangentium autem tabula hæc tangens inuenta offert angulum AEF, siue arcum AF, grad. 57. cui si addatur semissis AB, grad. 30. dabitur maior arcus BF, siue angulus BEF, grad. 87. si vero ab eodem subtrahatur semissis AD, grad. 30. remanebit minor arcus DF, vel angulus DEF, grad. 27.

Praxis.

IGITVR quando proportio sinus maioris arcus vel anguli, ad sinum minoris est maioris inæqualitatis: Si fiat, vt semissis differentiæ terminorum proportionis datæ ad tangentem semissis differentiæ arcuum vel angulorum datæ, ita aggregatum ex semisse differentiæ terminorum proportionis, & consequente proportionis ad aliud, producetur tangens arcus vel anguli, qui semissi differentiæ arcuum, vel angulorum datæ additus componit maiorem arcum seu angulum; & si ab eodem semissis dicta subducatur, remanet arcus vel angulus minor.

Aliter sine tangentib.

ALITER sine tangentibus per solos sinus. Iisdem positis, quoniam, per ea, quæ in sinuum definit. ostendimus, posito sinu toto ED, recta HD, sinus est anguli HED, nimirum semissis differentiæ arcuum, vel angulorum datæ, hoc est, grad. 30. & HE, sinus anguli HDE, grad. 60. vtpote complementi anguli HED; dabitur ex sinuum tabula HD, partium 50000. & EH, partium 86603. Iam vero si dicamus. Si HD, semissis differentiæ terminorum proportionis datæ, nimirum 3. dat HD, sinum 50000. vtpote sinum semissis differentiæ arcuum, angulorumue datæ, quid dabit HG, aggregatũ ex semisse differentiæ terminorum proportionis, & consequente eiusdem proportionis, nempe 8? inueniemus HG, esse 133333. respectu sinus totius ED, vt hic vides.

HD.	HD.	HG.		HG.
3.	50000.	8?	fit	133333.

e 47. prim.

[e] Igitur, cum quadrata rectarum EH, HG, nempe 7499906404. 17777688889. æqualia sint quadrato rectæ EG, fiet quadratum rectæ EG, 25277595293. cuius radix quadrata indicabit rectam EG, esse 158989. respectu sinus totius ED. Cum autem, vt in nostris sinubus diximus, posito sinu toto EG, recta HG, sit sinus anguli HEG; dicemus rursum. Si EG, inuenta partium 158989. dat EG, sinum totum partium 100000. quid dabit HG, inuenta partium 133333? reperiemusque HG, sinum anguli HEG, partium 83863. vt hic apparet.

EG.	EG.	HG.		HG.
158989.	100000.	133333?	fit.	83862.

Hic sinus in tabula sinuum monstrat arcum grad. 57. Tantus est ergo angulus AEF, siue arcus AF; cui si adijciatur semissis AB, grad. 30. fiet arcus maior BF, & angulus BEF, grad. 87. Si vero ab eodem minuatur semissis AD, grad. 30. reliquus erit minor arcus DF, & angulus DEF, grad. 27. vt prius.

SI igitur (quando proportio sinuũ data est maioris inæqualitatis) fiat, vt semissis differentiæ terminorum proportionis datæ ad sinum semissis differentiæ arcuum, vel angulorum datæ, ita aggregatum ex semisse differentiæ terminorum proportionis, & consequente eiusdem proportionis ad aliud, inuenietur numerus; cuius quadratum si adiiciatur quadrato sinus complementi semissis differentiæ arcuum, vel angulorum datæ: Et tandem fiat, vt compositi huius numeri radix quadrata ad sinum totum, ita numerus per regulam auream nuper inuentus ad aliud, inuenietur sinus anguli, siue arcus, cui si addatur semissis differentiæ arcuum, vel angulorum datæ, notus fiet maior arcus, siue angulus: Ab eodẽ vero si eadẽ semissis detrahatur, remanebit minor arcus, angulusue cognitus. Sed prior ratio breuior est, vt cõstat. Praxis.

ADHVC aliter tam per tangentes, quam per sinus. Iisdem positis, & extensa recta BE, vsque ad I: Quoniam arcus BD, hoc est, differentia arcuum BF, DF, datur grad. 60. dabitur reliquus semicirculi arcus DI, nimirum aggregatum arcuum DF, FI, grad. 120. Datur autem & proportio sinus arcus BF, hoc est, arcus FI, (cum arcus BF, FI, eundem sinum habeant, vt in defin. sinuum diximus.) ad sinum arcus DF, eadem quæ 11. ad 5.[f] Quare, vt demonstratum est, vterque arcus IF, DF, cognoscetur, quorum DF, est minor propositorum arcuum: at FI, complementum maioris BF, vsque ad semicirculum, ac proinde ex semicirculo sublatus maiorem BF, notum relinquet. Erit autem semper arcus IF, maior, quam DF, [g] propterea quod æqualis est arcus IF, arcui BC, qui maior est arcu DF, quod illius sinus maior ponatur sinu huius. f 6. huius. g 26. tertii.

QVOCIRCA iisdem positis: Si ex data proportione sinuum maioris inæqualitatis, & ex arcu, qui relinquitur post detractionem differentiæ datæ ex semicirculo, tanquam aggregato duorũ arcuum, inquirantur duo arcus huius aggregati, vt in antecedenti propos. ostensum est; dabit maior inuentus, si ex semicirculo auferatur, maiorem arcum, atque adeo & angulum propositum, minor vero inuentus erit minor propositus. Praxis.

DEINDE superet arcus DCB, semicirculo minor arcum BC, arcu DB, vel angulus DEC, angulum BEC, angulo DEB; sitque differentia hæc, nempe arcus DB, vel angulus DEB, data grad. 60. Proportio quoq; sinus arcus maioris DBC, vel anguli DEC, ad sinum arcus minoris BC, vel anguli BEC, sit data, & minoris inæqualitatis, eadem, quæ 5. ad 11. quod quidem accidit, quando duo arcus simul sumpti DBC, BC, semicirculũ excedunt. Oportet ex his vtrumque arcum DBC, BC, vel vtrumque angulum DEC, BEC, notum fieri. Iisdem constructis, quæ prius, non conueniet chorda DB, cum diametro CF, ad partes BC, minoris arcus producta, sed ad partes D, F, vt ex ijs, quæ ad initium huius propos. ostendimus, manifestum est. Quia vero tam arcus DBC, DF, eundem sinum habent, quam arcus BC, BF, erit quoque proportio sinus arcus DF, ad sinum arcus BF, data, eadem, quæ 5. ad 11. & proinde proportio sinus arcus BF, ad sinum arcus DF, vt 11. ad 5. nempe maioris inæqualitatis. Quare cum arcus BF, DF, eandem differẽtiam habeant BD, datam, reperiemus vtrumque arcum BF, DF, atque adeo & vtrumque angulum BEF, DEF, vt ante demonstrauimus, illũ nimirum grad. 87. hunc vero grad. 27. qui ex semicirculo sigillatim detracti relinquent minorem arcum propositum BC, grad. 93. maiorem vero DBC, grad. 153. *Quando sinus maioris arcus aut anguli ad sinum minoris proportionem minoris inæqualitatis habet.*

ITAQVE, quando proportio sinuum data est minoris inæqualitatis; Si inuertatur, vt fiat maioris inæqualitatis proportio, & ex hac, & differentia data inquirantur duo arcus, dabit maior inuentus, si ex semicirculo dematur, minorem arcum, atque angulum propositum, minor vero, si ex eodem semicirculo auferatur, maiorem. Praxis.

IAM vero si quando sinuum data proportio fuerit æqualitatis; quod quidem euenit, quando duo arcus propositi BF, DF, semicirculo æquantur, erunt arcus DF, BC, æquales, vt in sinuum defin. demõstrauimus, ob æqualitatem sinuum. Vel certe, si BF, cum DF, semicirculum conficiat, cum CD, cum eodem arcu DF, conficiat semicirculum, erunt arcus BF, CD, æquales. Ablato ergo communi arcu BD, æquales erũt arcus DF, BC. *Quando proportio sinuum est æqualitatis.*

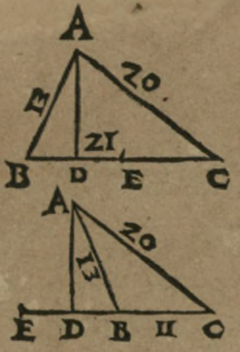
QVARE si tunc data differentia grad. 60. nempe arcus BD, ex semicirculo detrahatur, & residui arcus grad. 120. semissis, nempe grad. 60. ad differentiam addatur, componetur maior arcus BF, siue angulus BEF, grad. 120. Ipsa vero semissis erit arcus minor DF, vel angulus DEF, grad. 60. Ita si differentia data complectatur grad. 104. Min. 20. detrahemus eam ex grad. 180. & reliqui arcus grad. 75. Min. 40. semissem, nempe grad. 37. Min. 50. datæ differentiæ addemus, vt componatur maior arcus, seu angulus propositus, grad. 142. Min. 10. Minor enim erit ipsa semissis grad. 37. Min. 50. Praxis.

QVOCIRCA, data differentia duorum arcuum, quorum singuli semicirculo sint minores, vel duorum angulorum rectilineorum, &c. vtrumq; illorum sigillatim notum effecimus. Quod faciendum erat.

THEOR. 4. PROPOS. 8.

SI ab angulo trianguli cuiusuis duobus lateribus inæqualibus comprehenso linea perpendicularis ad basim ducatur, si quidem intra triangulum cadit, erit quadratum maioris laterum dictum angulum ambientium maius, quam quadratum minoris, rectangulo sub base, & differentia segmentorum à perpendiculari factorũ comprehenso: si vero extra cadit, erit quadratum maioris lateris maius, quã quadratum minoris, rectãgulo sub base, & recta linea, quæ ex base, & duplo exterioris lineæ inter perpẽdicularẽ, & angulũ trianguli cõponitur, comprehẽso. *Quanto maius sit quadratũ maioris lateris, quã minoris in quouis triangulo.*

IN triangulo ABC, cuius duo latera AB, AC, inæqualia sint, AC, maius, & AB, minus, ducatur ex angulo
a 47. pri. A, ad basim BC, perpendicularis AD, cadens primum intra triangulum, vt in priori figura. [a] Et quoniam tam quadrata rectarum AD, DB, quadrato rectæ AB, quàm quadrata rectarum AD, DC, quadrato rectæ AC, æqualia sunt; est autem quadratum rectæ AB, minus quadrato rectæ AC, quod minor ponatur recta AB, quam AC: erunt quoque duo quadrata rectarum AD, DB, simul minora duobus quadratis AD, DC, simul; ablatoque propterea communi quadrato rectæ AD, quadratum rectæ BD, quadrato rectæ DC, minus erit, & proinde & recta BD, minor, quam recta DC. Abscissa ergo recta DE, ipsi BD, æquali, erit EC, differentia inter segmenta BD, DC. Dico quadratū lateris AC, superare quadratū lateris AB, rectāgulo sub BC, EC, cōprehenso. Quia enim recta BE, secta est bifariam in D, eique addita in continuum recta EC,



b 6. secun. [b] erit rectangulum sub BC, EC, contentum vna cum quadrato rectæ DE, quadrato rectæ DC, æquale. Addito ergo quadrato communi rectæ AD, erit rectangulum sub BC, EC, vnà cum quadratis rectarum DE, AD, hoc est, rectarum BD, AD, hoc est, cum quadrato rectæ AB, æquale quadratis rectarum DC, AD, hoc est, quadrato rectæ AC. Maius ergo est quadratum lateris AC, quam quadratum lateris AB, rectangulo sub BC, EC, comprehenso. Quod est propositum.

CADAT deinde perpendicularis AD, extra triangulum in basim CB productam, vt in figura posteriori. Abscissa recta DE, ipsi DB, æquali, erit recta EC, composita ex base BC, & EB, quæ dupla est lineæ DB, inter perpendicularem, & angulum B. Dico rursus, quadratum lateris AC, superare quadratum lateris AB, re-
c 6. secun. ctangulo sub BC, EC, comprehenso. [c] Erit enim rursus rectangulū sub BC, EC, vna cum quadrato rectæ DB, quadrato rectæ DC, æquale. Addito ergo quadrato communi rectæ AD, erit rectangulū sub BC, EC, vnà cum quadratis rectarū DB, AD, hoc est, cum quadrato rectæ AB, æquale quadratis rectarum DC, AD, hoc est, quadrato rectæ AC. Excedit igitur quadratum lateris AC, quadratū lateris AB, rectangulo contento sub BC, EC.

d 47. pri. ALITER. [d] Quoniam quadratis ex AD, DC, quadratum ex AC; & quadratis ex AD, DB, quadratum ex AB, æquale est: idem erit excessus quadrati ex AC, supra quadratum ex AB, qui quadratorum ex AD, DC, supra quadrata ex AD, DB: Et, ablato communi quadrato ex AD, idem, qui quadrati ex DC, supra quadratum ex DB, per pronunciatum 17. lib. 1. Euclid. Sed quadratum ex DC, superat quadratum ex DB, rectangulo sub
e 6. secun. BC, CE, comprehenso; [e] propterea quod quadratum ex DC, æquale est quadrato ex DB, vel ex DE, in prima figura, vnà cum rectangulo sub BC, CE, contento. Igitur & quadratum ex AC, superat quadratum ex AB, rectangulo comprehenso sub BC, CE. Quocirca, Si ab angulo trianguli cuiusuis duobus lateribus inæqualibus comprehenso linea perpendicularis ad basim ducatur, &c. Quod ostendendum erat.

COROLLARIVM.

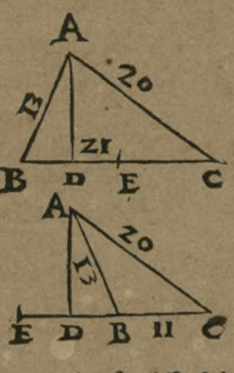
Perpendicularis in Isoscele secat basim bifariam.

EX demonstratis constat, In Isoscele perpendicularem secare basim bifariam. Nam si in priore triangulo latera AB, AC, ponantur æqualia, erunt eorum quadrata quoque æqualia. [f] Quare cum quadratum ex AB, æquale sit quadratis ex AD, BD; & quadratum ex AC, quadratis ex AD, CD: erunt quoque quadrata ex AD, BD, quadratis ex AD, CD, æqualia: Ablatoque communi quadrato rectæ AD, reliqua erunt quadrata ex BD,
f 47. pri. CD, æqualia, & proinde rectæ BD, CD, æquales.

PROBL. 5. PROPOS. 9.

Cognitis lateribus trianguli, cognoscuntur segmēta basis inter perpendicularē, & vtrumque angulum comprehensa.

SI ab vno angulo trianguli cuiusuis notorum laterum ad oppositum latus perpendicularis demittatur: quanta sit recta inter perpendicularem, & vtrumuis angulorum reliquorum comprehensa cognoscere.



REPETANTVR duo triangula præcedentis propos. sitque latus AC, 20. AB, 13. & in priori quidem triangulo, BC, 21. in posteriori vero, 11. Oporteatque cognoscere, quanta sit tam recta BD, quam
a 8. huius. CD. [a] Quoniam quadratum ex AC, superat quadratum ex AB, rectangulo sub BC, CE, contento; si quadratum rectæ AB, hoc est, 169. detrahatur ex 400. quadrato rectæ AC, reliquum erit rectangulum sub BC, CE, contentum 231. quo diuiso per latus BC, hoc est, per 21. in priori triangulo, prodibit recta CE, 11. quæ ablata ex latere BC, id est, ex 21. relinquet BE, 10. Huius ergo dimidium 5. dabit rectam BD: ac proinde reliqua CD, erit 16. nempe residuum lateris BC. In posteriori vero triangulo, diuiso eodem rectangulo 231. per 11. nimirum per latus BC, inuenietur CE, 21. à qua si latus BC, hoc est, 11. auferatur, remanebit BE, 10. cuius semissis dabit BD, 5. ac proinde CD, erit 16. nempe compositum ex latere BC, ac BD.

hoc spectat utitur Ptolomeus lib. 6. almag. cap. et demonstrat praecedtis authoris

Praxis.

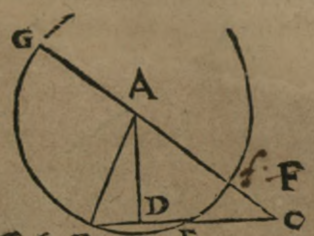
ITAQVE, Si differentia inter duo quadrata laterum ambientium angulum, à quo perpendicularis ducta est, diuidatur per tertium latus, in quod perpendicularis est demissa, producetur numerus, qui si minor tertio latere fuerit, indicabit perpendicularem intra triangulum cecidisse, idemque ex tertio latere subductus relinquet numerum, cuius semissis dabit minus segmentum basis: hoc autem ex tertio latere subtractum exhibebit segmentum maius. Si vero numerus ille ex diuisione productus fuerit tertio latere maior, argumento est, perpendicularem extra triangulum cecidisse. Quare si ex eo tertium latus detrahatur, reliquus erit numerus, cuius semissis dabit rectam extra triangulum inter perpendicularem, & angulum obtusum; eadem vero semissis tertio lateri addita exhibebit alteram rectam inter perpendicularem, & angulum acutum.

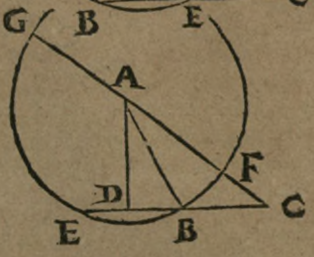
Quo pacto ex operatione intelligatur, num perpendicularis intra triangulū cadat, an extra.

ALITER.

ALITER & facilius. Ex A, ad interuallum minoris lateris A B, circulus describatur secans maius latus A C, in F, idemque productum in G, & latus B C, si perpendicularis intra triangulum cadit, vel certe, si extra cadit, ipsum productum in E: [b] secabiturq; recta BE, bifariam in D.[c] Quia vero rectangulum sub BC, CE, rectangulo sub GC, CF, æquale est; [d] erit vt BC, latus, in quod perpendicularis ducitur, nempe vt 21. in priori triangulo, vel vt 11. in posteriori, ad G C, summam reliquorũ duorum laterum AC, AB, (quod A G, ipsi AB, sit æqualis) hoc est, ad 33. ita C F, differentia inter eadem duo latera, id est, ita 7. ad CE. Quare per regulam auream inuenietur CE, partium 11. in triangulo priori, in posteriori autem 21. vt hic perspicuum est.

Alia inuentio segmentorũ basis, & facilior.
b 3. tertij.
c coroll. 1. 36. tertij.
d 16. sexti.





BC.	GC.		CF.		CE.
21.	33.		7?	fit	11.
		Item.			
11.	33.		7?	fit	21.

Quod si EC, inuenta partium 11. in priori triangulo auferatur ex latere B C, nempe ex 21. remanebit B E, 10. cuius semissis 5. erit segmentum BD, ac proinde alterum CD, erit 16. In posteriori vero triangulo, si ex E C, inuenta partium 21. dematur latus B C, partium 11. relinquetur rursus BE, 10. Quare eius dimidium 5. dabit rectam B D, extra triangulum inter perpendicularem, & angulum obtusum; ac proinde tota CD, composita ex latere BC, & dicto dimidio B D, erit 16.

SI igitur fiat, vt latus, in quod perpendicularis ducta est, ad summam aliorum duorum laterum, ita differentia eorundem laterum ad aliud, reperietur numerus, qui si minor fuerit tertio latere, indicabit perpendicularem intra triangulum cecidisse, idemq; ex tertio latere ablatus relinquet numerum, cuius dimidium erit minus segmentum basis, hoc autem ex tertio latere demptum reliquum faciet maius segmentum. Si vero numerus per auream regulam inuentus tertiũ latus superet, argumento est, perpendicularem cecidisse extra triangulum. Quare si ex eo latus tertium detrahatur, dabit semissis reliqui numeri rectam extra triangulum inter perpendicularem, & angulum obtusum: Eadem vero semissis tertio lateri adiuncta offeret alteram rectam inter perpendicularem, & angulum acutum.

Praxis.
Quo pacto ex ipsa operatione cognoscatur, an perpendicularis cadat intra triangulũ, an extra.

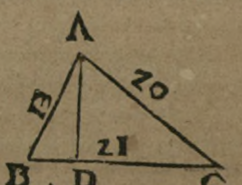
SI ergo ab vno angulo trianguli cuiusuis notorum laterum, &c. Quod faciendum erat.

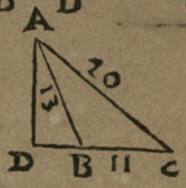
SCHOLIVM.

VIDES igitur, in vtraq; praxi calculum ipsum monstrare, num perpendicularis intra triangulum cadat, an vero extra.

IDEM hoc problema absolui potest per propos. 13. aut 12. lib. 2. Euclid. prout perpendicularis intra triangulum cadit, vel extra. Cadat enim primum perpendicularis AD, intra, sintque latera, vt prius; AB, 13. AC, 20. BC, 21. Eritque vterque angulus B, C, acutus, propter rectos angulos ad D. [e] *cũ tam duo auguli B, & ADB, quàm duo C, & ADC, sint duobus rectis minores.* [f] *Quoniam igitur quadratum ex AC, minus est, quàm duo quadrata ex AB, B C, rectangulo bis comprehenso sub CB, BD; si quadratum lateris AC, nempe 400. auferatur ex summa quadratorum laterum A B, B C, nimirum ex 610. reliquum erit rectangulum sub CB, BD, bis comprehensum 210. Semissis ergo huius, vtpote 105. erit rectangulum sub CB, BD, comprehensum: quo diuiso per latus BC, hoc est, per 21. exibit segmentum BD, 5. Reliquum ergo CD, erit 16. Quod tamen eodem modo reperiri potest, si quadratum lateris AB, ex quadratis laterum AC, CB, subducatur, &c.* [g] *Est enim & illud minus, quàm hæc duo, rectangulo sub B C, C D, bis comprehenso.*

e 17. pri.
f 13. secun.





g 13. secun.

CADAT deinde perpendicularis AD, extra, sintq; latera, vt prius; A B, 13. AC, 20. BC. 11. Eritque angulus A B C, obtusus: [h] *propterea quod duo D, & ABD, sunt duobus rectis minores; ac proinde A B D, acutus, cum D, rectus sit.* [i] *Quia ergo quadratum ex AC, maius est, quam duo quadrata ex AB, BC, rectangulo bis comprehenso sub CB, BD; si summa quadratorum laterum AB, BC, id est, 290. auferatur ex 400. quadrato lateris AC, relinquetur rectangulum bis comprehensum sub CB, BD, 110. Semissis ergo huius, nimirum 55. erit rectangulum sub CB, BD, contentum: quo diuiso per 11. latus BC, prodibit recta BD, extra triangulum, 5. quæ cum 11. lateris B C, componet rectam C D, 16.*

h 17. pri.
i 12. secun.

ITAQVE, cadente perpendiculari intra triangulum; Si semissis differentiæ inter quadratum vtriusuis laterum ambientium angulum, à quo perpendicularis demissa est, & summam quadratorum ex reliquis duobus lateribus descriptorum, diuidatur per latus, in quod perpendicularis cadit, producetur segmentum basis prope angulum, quem continent latera, quorum summa quadratorum accepta fuit: Hoc autem segmentum ex eadem base detractum relinquet alterum segmentum.

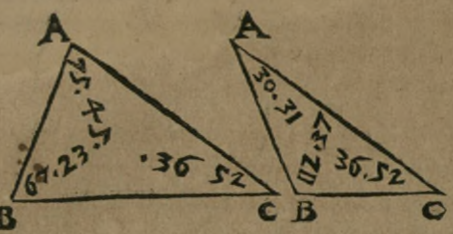
Praxis.

CADENTE vero perpendiculari extra triangulum; Si semissis differentiæ inter quadratum lateris angulo obtuso oppositi, & summam quadratorum ex reliquis duobus lateribus descriptorum, diuidatur per latus, in quod productum perpendicularis cadit, procreabitur linea extra triangulum inter perpendicularem, & angulum obtusum: Hæc vero addita basi constituet alteram rectam inter perpendicularem, & angulum acutum basis.

In triangulo non rectangulo ex angulis notis, vel ex proportionibus angulorũ notis, vna cum vno latere reliqua inuestigantur.

PROBL. 6. PROPOS. 10.

DATIS omnibus angulis trianguli non rectanguli, vel datis eorum proportionibus, vna cũ vno latere; reliqua duo latera cognoscere, & quorũlibet duorũ proportionẽ facere notam.



IN triangulo ABC, ſint primum omnes anguli acuti, & dati; A, grad. 75. Min. 45. B, grad. 67. Min. 23. C, grad. 36. Min. 52. Datum quoque ſit latus AB, 13. Oportet ex his reliqua duo latera inuenire. [a] Quoniam eſt, vt ſinus anguli C, ad ſinum anguli A, ita latus AB, datũ ad latus BC: ſi fiat, vt ſinus anguli C, nempe 59996. ad 96923. ſinum anguli A, ita latus AB, datum 13. ad aliud, inuenietur latus BC, 21. ferè, vt hic apparet.

a 1. huius.

C.	A.	AB.		BC.	
59996.	96923.	13?	fit	21.	ferè

Item quia eſt, vt ſinus anguli C, ad ſinum anguli B, ita latus AB, datum ad latus AC: ſi fiat, vt 59996. ſinus anguli C, ad 92310. ſinum anguli B, ita latus AB, datum 13. ad aliud, inuenietur latus AC, fere 20. vt hic vides.

C.	B.	AB.		AC.	
59996.	92310.	13?	fit	20.	ferè

b 1. huius. [b] Vel quia eſt, vt ſinus anguli A, ad ſinũ anguli B, ita latus BC, inuentũ ad latus AC: ſi fiat, vt 96923. ſinus anguli A, ad 92310. ſinum anguli B, ita latus BC, inuentum 21. ad aliud, reperietur latus AC, fere 20. vt hic cernis.

A.	B.	BC.		AC.	
96923.	92310.	21?	fit	20.	ferè.

SIT deinde angulus B, obtuſus grad. 112. Min. 37. A, grad. 30. Min. 31. C, grad. 36. Min. 52. & rurſum latus AB, 13. Quoniam idem eſt ſinus anguli B, qui eius complementi grad. 67. Min. 23. vt in tractatione ſinuum demonſtrauimus, inuenietur ratione iam expoſita latus BC, 11. & AC, 20. ferme, vt hic liquido conſtat.

C.	A.	AB.		BC.	
59996.	50779.	13?	fit	11.	ferè.
		Item.			
C.	B.	AB.		AC.	
59996.	92310.	13?	fit	20.	ferè
		Vel.			
A.	B.	BC.		AC.	
50779.	92310.	11?	fit	20.	ferè.

Praxis. *ITAQVE, datis angulis omnibus, cum vno latere; Si fiat, vt ſinus anguli lateri oppoſiti ad ſinum vtriuſuis reliquorum angulorum: ita latus datum ad aliud, inuenietur latus angulo illi, cuius ſinus acceptus eſt, oppoſitum: Et ſi rurſus fiat, vt ſinus anguli lateri dato oppoſiti ad ſinum tertij anguli, ita datum latus ad aliud, reperietur latus tertio angulo oppoſitum, &c.*

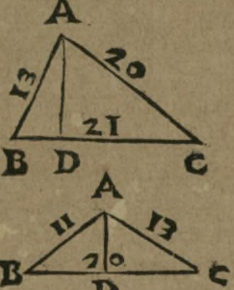
Quando triangulũ eſt Iſoſceles, vel æquilaterũ: aut quando in ſcaleno dantur duo latera cum angulis. QVOD ſi triangulum fuerit Iſoſceles, & dentur anguli: Vel ſi fuerit ſcalenum, & duo dentur latera cum angulis, vnius tantum lateris inuentione opus eſt, vt patet. In æquilatero autem triangulo, ſi detur vnum latus, erunt & reliqua data, vtpote illi æqualia.

Quando dãtur proportiones angulorũ, cum vno latere. IAM verò ſi datæ ſint proportiones angulorum, cum vno latere, inueſtigandæ erunt ex illis proportionibus magnitudines angulorum, vt in ſcholio propoſ. 1. demonſtrauimus: Deinde vero reliqua latera exploranda, vt hic oſtenſum eſt.

INVENTIS autem lateribus, liquido conſtat, eorum proportiones eſſe notas in numeris, in quibus ipſa cognita ſunt. Datis ergo omnibus angulis trianguli non rectanguli, &c. Quod erat faciendum.

PROBL. 7. PROPOS. 11.

In triangulo ex notis lateribus, vel ex eorum proportionibus notis, anguli inueniũtur. DATIS omnibus trianguli non rectanguli lateribus, vel eorum proportionibus, omnes angulos notos efficere.



a 19. pri. b 17. pri. c ſchol. 13. ſecundi. d 9. huius.

IN triangulo priori ABC, ſint data omnia latera; AB, 13. AC, 20. & BC, 21. Oportet ex his inueſtigare angulos. In maximum latus BC, ex oppoſito angulo A, ducatur perpendicularis AD, quæ neceſſario intra triangulum cadet. Cum enim latus BC, ſit mximum, [a] erit & angulus A, ipſi oppoſitus, maximus, [b] ac propterea vterque B, C, acutus. [c] Ex quo fit, perpendicularem AD, intra triangulum cadere. [d] Primum itaque inquirantur rectæ BD, CD. Inuenietur BD, 5. & CD, 16. Quia ergo, poſito ſinu toto AB, recta BD, ſinus eſt anguli BAD, vt in tractatione ſinuum oſtendimus, dicemus per auream regulam. Si AB, 13. dat AB, ſinum totum partium 100000. quid dabit BD, 5? inueniemusq; ſinum BD, 38461. vt hic vides.

AB.	AB.	BD.		BD.
13.	100000.	5?	fit	38461.

Ex tabula ergo Sinuum dabitur angulus BAD, grad. 22. Min 37. atque adeo eius complementum B, grad. 67. Min. 23. qui eſt vnus angulorum quæſitorum. Rurſus, quia poſito AC, ſinu toto, CD, ſinus eſt anguli CAD, dicemus iterum per regulam auream. Si AC, 20. dat AC, 100000. ſinum totum, quid dabit CD, 16? Inueniemusq; ſinum CD, 80000. Vt hic patet.

AC.	AC.	CD.		CD.
20.	100000.	16?	fit	80000.

Qui ſinus in tabula ſinuum monſtrat angulum CAD, grad. 53. Min. 8. ac proinde eius complementum C, erit

erit grad. 36. Min. 52. qui est vnus etiam angulorum quæsitorum. Quod si duo anguli duorum sinuum inuentorum, nempe gr. 22. Min. 37. & gr. 53. Min. 8. simul componantur, fiet tertius angulus BAC, gr. 75. Min. 45. Vel certe si summa duorum angulorum B, C, inuentorum ex grad. 180. auferatur, reliquus fiet tertius angulus BAC, grad. 75. Min. 45.

Praxis.

ITAQVE, (vt totam praxim complectamur) si fiat, vt maximum latus (in quod perpendicularis ducta est) ad summam aliorum duorum, ita differentia eorundem duorum ad aliud, reperietur numerus, qui ex maximo latere subductus relinquet numerum, cuius semissis dabit minus segmentum basis, hoc autem ex basi detractum relinquet maius segmentum, vt constat ex secunda praxi propos. 9. Quod si rursum fiat, vt minimum latus ad sinum totum, ita segmentum basis minus ad aliud, inuenietur sinus cuius arcus complementum dabit angulum supra basim medio lateri oppositum. Deinde si rursum fiat, vt medium latus ad sinum totum, ita maius segmentum basis ad aliud, reperietur sinus, cuius arcus complementum dabit angulum supra basim minimo lateri oppositum. Tertius vero angulus maximo lateri oppositus conflabitur ex duobus illis arcubus duorum sinuum inuentorum: vel certe relinquetur post detractionem duorum angulorum inuentorum ex duobus rectis.

RVRSVS in posteriori triangulo datum sit latus AB, 11. AC. 13. & BC, 20. Demissa in maximum latus BC, perpendiculari AD, inuenietur segmentum BD, $8\frac{4}{5}$. at CD, $11\frac{1}{5}$. vt hic apparet secundum praxim posteriorem propos. 9.

BC.	AB. AC.	Differ. inter AB, AC.		
20.	24.	2?	fit	$2\frac{2}{5}$.

Hic numerus ex base 20. ablatus relinquit $17\frac{3}{5}$. cuius semissis $8\frac{4}{5}$. dat segmentum minus BD. Ergo maius CD, erit $11\frac{1}{5}$. Hinc inuenietur angulus B, gr. 36. Min. 52. C, gr. 30. Min. 31. & BAC, gr. 112. Min. 37. vt hic vides.

AB.	AB.	BD.		BD.
11.	100000.	$8\frac{4}{5}$?	fit	80000.
		Item.		
AC.	AC.	CD.		CD.
13.	100000.	$11\frac{1}{5}$?	fit	86154.

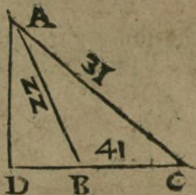
Complementum arcus, quem prior sinus inuentus offert, dat angulum B, grad. 36. Min. 52. At complementum arcus posterioris sinus inuenti dat angulum C, gr. 30. Min. 31. &c. Est ergo doctrina huius propositionis generalis siue angulus maximus A, acutus sit, vt in priori triangulo, siue obtusus, vt in posteriori, siue deniq; rectus sit; quamuis in rectangulo triangulo iam supra traditum sit propos. 3. quo pacto ex duobus lateribus cognitis facilius anguli duo acuti inueniantur. *Generalitas huius propos.*

IAM si dentur laterum proportiones, saltem duæ, [a] continuabimus eas in tribus minimis numeris, si proportionum numeri minimi non sint, vt Eucl. docuit propos. 4. lib. 8. eosque numeros lateribus ascribemus, perinde ac si in illis numeris darentur. Vt si in priori triangulo proportio AB, ad BC, sit, quæ 26. ad 42. At AB, ad AC, quæ 39. ad 60. reuocabuntur hæ proportiones ad minimos hosce numeros 13. 21. & 13. 20. Dabitur ergo AB, 13. AC. 20. & BC, 21. Ex quibus angulos eruemus, vt prius. *Quando laterũ proportiones datæ sunt.* *a 35. septi.*

PORRO in Isoscele datorum laterum ducenda est perpendicularis ad basim, siue ea sit maximum latus, siue minimum: [b] quæ diuidet basim bifariam. Quare si fiat, vt vnum æqualium laterum ad sinum totum, ita dimidium basis ad aliud, inuenietur sinus cuiusdam arcus, cuius complementum dabit vnum æqualium angulorum supra basim, vt ex demonstratis liquet. Ergo & alter dabitur: ac proinde & tertius basi oppositus, vt potereliquus duorum rectorum. *Quando triangulũ est Isosceles.* *b Coroll. 8. huius.*

IN æquilatero denique triangulo dabuntur anguli, etiamsi latera non dentur, cum quilibet sit tertia pars duorum rectorum, hoc est, contineat gr. 60. Datis igitur omnibus trianguli non rectanguli lateribus, &c. Quod faciendum erat. *Quando triangulũ est æquilaterum.*

S C H O L I V M.



ETSI in hac propos. præcepimus, perpendicularem ad maximum latus esse ducendam ex angulo opposito, vt intra triangulum cadat, fiatque calculus facilior: tamen eadem fere via problema absoluemus, si in triangulo obtusangulo perpendicularis non ducatur ab obtuso angulo in maximum latus, sed ab alterutro acutorum angulorum in latus oppositum protractum, ita vt cadat extra triangulum, vt in hoc triangulo ABC, manifestum est, in quo latus AB, datur 22. AC. 31. & BC. 14. Nam si fiat, vt BC, 14. (in quod latus perpendicularis est ducta) ad 53. summam aliorum laterum AB, AC, ita 9. differentia eorundem laterum ad aliud, reperietur numerus $34\frac{1}{14}$. *à quo si subducatur latus BC, remanebit numerus* $20\frac{1}{14}$. *cuius semissis* $10\frac{1}{28}$. *erit recta BD, ac proinde CD,* $24\frac{1}{28}$. *Quam ob rem si iam fiat, vt AB, 22, ad AB, sinum totum 100000. ita BD,* $10\frac{1}{28}$. *ad aliud, inuenietur BD, sinus 45617. cuius arcus complementum exhibebit angulum ABD grad. 62. Min. 52. ac propterea reliquum duorum rectorum ABC, grad. 117. Min. 8. Item si fiat, vt AC, 35. ad AC, 100000. sinum totum, ita CD,* $24\frac{1}{28}$. *ad aliud, reperietur sinus 77534. cuius arcus complementum offeret angulum C, grad. 39. Min. 10. Quod si duo anguli ABC, & C, ex gr. 180. demantur, relinquetur angulus BAC, gr. 23. Min. 42. Ratio huius operationis colligitur ex tractatione sinuum, vbi ostendimus, si AB, statuatur sinus totus, B D, esse sinum anguli BAD: Item si AC, ponatur sinus totus, C D, esse sinum anguli CAD, &c.* *Quando perpendicularis in obtusangulo triangulo cadit extra triangulũ.*

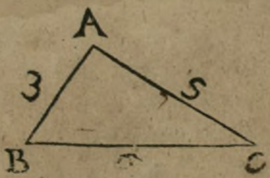
THEOR. 8. PROPOS. 12.

DATIS duobus lateribus trianguli non rectanguli, cum angulo ab ipsis comprehenso; vel data proportione duorum laterum angulum datum continentium: tertium latus, & reliquos angulos inuenire. *In triangulo non rectãgulo ex duobus lateribus notis, vel ex eorum proportione nota, cum angulo ab ipsis comprehenso, tertium latus & reliqui anguli exquiruntur.*

IN

IN triangulo ABC, data ſint primum duo latera AB, AC, illud 3. hoc 5. ambientia angulum A, obtuſum, qui datus etiam ſit grad. 93. Min. 50. Oportet ex his tertium latus BC, & reliquos angulos B, C, inueſtigare. Quoniam datur angulus A, grad. 93. Min. 50. ſi detrahatur ex grad. 180. hoc eſt, ex duobus rectis, reliquum erit aggregatum duorum angulorum B, C, grad. 86. Min. 10. Eſt autem & proportio ſinuum angulorum C, B, data, nempe, eadem, quæ lateris AB, 3. ad latus AC, 5. [a] propterea quod eſt, vt latus AB, ad latus AC, ita ſinus anguli C, ad ſinum anguli B. [b] Quare vterque angulus C, B, ſigillatim cognitus erit, ille gr. 29. Min. 55. hic vero gr. 56. Min. 15. [c] Quia vero latera ſunt ſinubus angulorum oppoſitorum proportionalia, erit, vt ſinus anguli C, ad ſinum anguli A, ita latus AB, ad latus BC, vel vt ſinus anguli B, ad ſinum anguli A, ita latus AC, ad latus BC. Per auream ergo regulam inuenietur latus BC. ferme 6. vt hic apparet.

a 1. huius.
b 6. huius.
c 1. huius



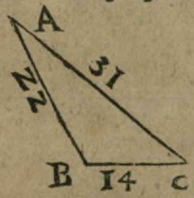
C.	A.	AB.		BC.
49874.	99776.	3?	fit	6. fere.

Vel.

B.	A.	AC.		BC.
83147.	99776.	5?	fit	6. fere.

Praxis.

VT ergo totam praxim complectamur: Si (ablato angulo dato ex grad. 180. vt ſumma aliorum duorum habeatur) fiat, vt ſemiſsis ſummæ duorum laterum datorum, nempe ſemiſsis ſummæ terminorum proportionis ſinuum angulorum reliquorum, ad tangentem ſemiſsis ſummæ reliquorum angulorum, ita differentia inter ſemiſſem ſummæ datorum laterum, hoc eſt, terminorum proportionis ſinuum angulorum reliquorum, & alterum laterum, ſiue terminorum proportionis, ad aliud, reperietur tangens anguli, qui cum ſemiſſe ſummæ reliquorum angulorum componet maiorem angulum, qui nimirum maiori lateri dato opponitur: idem vero ex eadem ſemiſſe dictæ ſummæ detractus relinquet angulum minorem minori lateri dato oppoſitum; vt perſpicuum eſt ex praxi priore propoſit. 6. Quod ſi rurſus fiat, vt ſinus vtriuſuis angulorum inuentorum ad ſinum anguli in principio dati, ita latus inuento angulo, qui acceptus fuerit in regula aurea, oppoſitum ad aliud, inuenietur tertium latus. Et ad maiorem perſpicuitatem proponemus aliud exemplum.



SINT in triangulo ABC, data duo latera AB, AC, 22. & 31. vna cum angulo A, gr. 23. Min. 42. Hic angulus ablatus ex grad. 180. reliqua fiet ſumma angulorum B, C, grad. 156. Min. 18. Si ergo fiat, vt 26½. ſemiſſis laterum AB, AC, id eſt, terminorum proportionis ſinuũ angulorũ B, C, ad 476595. tangentẽ ſemiſſis ſummæ angulorũ B, C, hoc eſt, ad tangentẽ gr. 78. Min. 9. ita 4½. differentia inter ſemiſſem ſummæ laterum AB, AC, vel terminorum proportionis ſinuum angulorum B, C, & alterutrum laterũ, ſeu terminorum, ad aliud, reperietur tangens 80931. cuius arcus gr. 38. Min. 59. additus ad gr. 78. Min. 9. nempe ad ſemiſſem ſummæ angulorum B, C, conſtituet angulum maiorem B, maiori lateri dato AC, oppoſitum gr. 117. Min. 8. Idem vero arcus gr. 38. Min. 59. ex eadem ſemiſſe ſummæ angulorum B, C, id eſt, ex gr. 78. Min. 9. detractus relinquet minorem angulũ C, minori lateri dato AB. oppoſitũ gr. 39. Min. 10. Operationẽ aureæ regulæ hic vides.

26½	476595	4½?	fit	80931.

Quod ſi iam fiat, vt 63158. ſinus anguli C, ad 40195. ſinum anguli A, ita latus AB, 22. ad aliud: Vel vt 88995. ſinus anguli B, ad 40195. ſinum anguli A, ita latus AC, 31. ad aliud, inuenietur latus BC, 14. fere. vt hic cernis.

C.	A.	AB.		BC.
63158.	4095.	22?	fit	14. fere.

Vel

B.	A.	AC.		BC.
88995.	40195.	31?	fit	14. fere.

SI vti nolis tangentibus, vſurpanda erit poſterior praxis propoſ. 6. in inuentione angulorum B, C.

Quando laterum proportio data eſt.

IAM ſi proportio laterum AB, AC, data ſit, vna cum angulo A, ab ipſis comprehenſo, aſcribemus dictis lateribus numeros proportionis, ac ſi in ipſis data eſſent, problemaq; abſoluemus, vt prius.

Alia demõſtratio problematis ſine ppoſ. 6.

HOC etiam problema abſolui poteſt ſine auxilio propoſ. 6. hoc modo. In triangulo ABC, detur latus AB, 29. AC, 24. & angulus A, primum acutus gr. 38. Min. 16. Ducatur ad maius latus AB, ab angulo oppoſito C, perpendicularis CD: quæ neceſſario intra triangulum cadet. Cum enim latus AB, maius ſit latere AC, [d] erit & angulus C, angulo B, maior. Quare B, acutus erit. Nam ſi rectus eſſet, aut maior, eſſet C, etiam maior recto. Quod eſt abſurdum; [e] quod B, C, ſint minores duobus rectis. Cum ergo & A, ponatur acutus, [f] cadet perpendicularis CD, intra triangulum. In triangulo igitur rectangulo ACD, cum angulus A, ſit gr. 38. Min. 16. erit eius complementum ACD, grad. 51. Min. 44. [g] Quare cum ſit, vt ſinus totus anguli recti D, ad ſinum anguli A, ita latus AC, 24. ad latus CD: inuenietur latus CD, per regulam auream, $14\frac{2699}{3125}$. Vt hic apparet.

d 19. primi.
e 17. primi.
f Schol. 13. ſecundi.
g 1. huius.

D.	A.	AC.		CD.
100000.	61932.	24?	fit	$14\frac{2699}{3125}$.

h 1. huius.

Eadem ratione, [h] cum ſit, vt ſinus totus anguli recti D, ad ſinum anguli ACD, ita latus AC, 24. ad latus AD: reperietur latus AD, $18\frac{5271}{6250}$. vt hic vides.

D.	ACD.	AC.		AD.
100000.	78514.	24?	fit	$18\frac{5271}{6250}$.

Ablata autem AD, inuenta ex AB, data 29. relinquetur BD, $10\frac{979}{6250}$. Et quia, vt in tractatu tangentium oſtendimus, poſito ſinu toto BD, recta CD, tangẽs eſt anguli B, inuenietur CD, tangens 146344. vt hic manifeſtũ eſt.

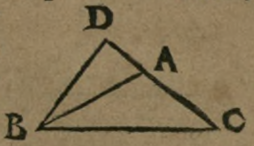
BD.	BD.	CD.		CD.
$10\frac{979}{6250}$	100000.	$14\frac{2699}{3125}$?	fit	146344.

Tangens

Tangens autem 146344. monstrat in tabula tangentium angulum B,gr. 55. Min. 40. ac proinde duo anguli A, B,gr. 38. Min. 16.& gr. 55. Min. 40. ex gr. 180. subducti reliquum facient angulum ACB,gr. 86. Min. 4. [i] Quoniam autem est, vt sinus anguli B, noti ad sinum anguli A, dati, ita latus datum AC, 24. ad latus BC, reperietur latus BC, 18. fere. vt hic vides. i 1. huius.

B.	A.	AC.		BC.
82577.	61932.	24?	fit	18. fere.

RVRSVS in triangulo ABC, datum sit latus AB, 13. AC, 11. & angulus A, ab ipsis comprehensus obtusus, & datus gr. 112. Min. 37. Ducatur ex alterutro angulorum acutorum, vt ex B, ad oppositum latus CA, perpendicularis: [k] quæ extra triangulum cadet. Quia igitur angulus BAC, ponitur gr. 112. Min. 37. erit BAD, gr. 67. Min. 23. eiusq; complementum propterea ABD, necessario gr. 22. Min. 37. [l] Quare cum sit, vt sinus totus anguli recti D, ad sinum anguli BAD, ita latus AB, datum 13. ad latus BD: Item vt sinus totus anguli recti D, ad sinum anguli ABD, ita latus datum AB, 13. ad latus AD; inuenietur BD, quidem 12. at AD, 5. fere. vt hic apparet.



k Schol. 12. secundi.

l 1. huius.

D.	BAD.	AB.		BD.
100000.	92310.	13?	fit	12. fere.

Item.

D.	ABD.	AB.		AD.
100000,	38456.	13?	fit	5. fere.

Addita autem AD, inuenta 5. ad latus AC, datum 11. fiet tota CD, 16. Cum ergo posito sinu toto CD, recta BD, sit tangens anguli C; reperietur tangens BD, 75000. vt hic cernis.

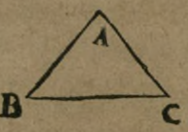
CD.	CD.	BD.		BD.
16.	100000.	12?	fit	75000.

Quæ tangens offeret in tangentium tabula angulum C,gr. 36. Min. 52.& proinde duo anguli A, C, grad. 112. Min. 36.& gr. 36. Min. 52. ex gr. 180. ablati relinquent angulum ABC,gr. 30. Min. 31. [m] Quoniam tandem est, vt sinus anguli C, cogniti ad sinum anguli BAC, dati, ita latus AB, 13. datum ad BC, inuenietur latus BC, 20. fere. vt hic apparet. m 1. huius.

C.	BAC.	AB.		BC.
59996.	92310.	13?	fit	20. fere.

Verum, vt vides, prior ratio multo est breuior, & expeditior.

QVOD si quando data duo latera datum angulum ambientia fuerint æqualia, facilius erit problema. Sint namq; in triangulo ABC, duo latera AB, AC, æqualia, quodlibet 9. & angulus A, comprehensus grad. 80. Ablato hoc angulo ex gr. 180. dabit semissis residui quod est gr. 100. vtrumq; angulorum B, C, gr. 50 Si autem fiat, vt sinus anguli B, vel C, ad sinum anguli A, ita latus AC, vel AB, ad aliud, prodibit latus BC, 11$\frac{43685}{76604}$. vt hic vides.



Quando data latera sunt æqualia.

B, vel C.	A.	AB, vel AC.		BC.
76604.	98481.	9?	fit	11$\frac{43685}{76704}$.

Datis ergo duobus lateribus trianguli non rectanguli, cum angulo ab ipsis comprehenso, &c. Quod erat faciendum.

PROBL. 9. PROP. 13.

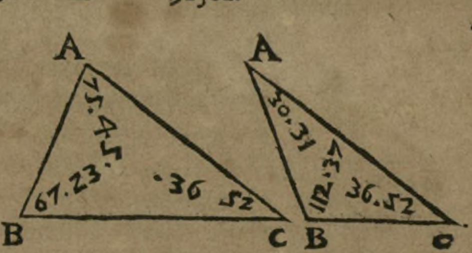
In triangulo non rectangulo ex datis duob. lateribus vel ex eorum proportione data, cum vno angulo non ab ipsis comprehenso, tertium latus & reliqui anguli inuestigantur.

DATIS duobus lateribus trianguli non rectanguli, vel eorum proportione data, vna cum angulo, qui alteri datorum laterum opponitur: reliquos angulos, & tertium latus inquirere. Oportet autem constare, num alter angulus reliquo lateri dato oppositus sit acutus, an obtusus, si datus angulus acutus est.

SINT in triangulo ABC, data duo latera AB, AC, 13.& 20. datusq; sit acutus angulus C,gr. 36. Min. 52. lateri dato AB, oppositus, constetq; de angulo B, qui alteri dato lateri AC, opponitur, num acutus sit, an obtusus: alias enim nihil certi colligi posset, vt ex sequenti scholio patebit. [a] Quoniam ergo est, vt latus AB, ad latus AC, ita sinus anguli C, ad sinum anguli B; suntque tria prima data, inuenietur per auream regulam quartum, hoc est, sinus anguli B, 92302. vt hic liquet. a 1. huius.

AB.	AC.	C.		B.
13.	20.	59996?	fit	92302.

Qui sinus in tabula sinuum exhibet angulum B, fere gr. 67. Mi. 23. si acutus fuerit, vt in priore triangulo: si autē obtusus, vt in triangulo posteriori, gr. 112. Mi. 37. vtpote qui cū illo semicirculū cōpleat; cum obtusus, & acutus conficientes gr. 180. eundem sinum habeant, vt ad definitiones sinuum demonstrauimus. Ablatis autem duobus angulis C, B, ex gr. 180. relinquetur in priori triangulo angulus A, gr. 75. Min. 45. in posteriori vero gr. 30. Min. 31. Latus autem BC, inuenietur, per auream regulam, partium fere 21. in priori triangulo; in posteriori autem fere 11. [b] quod sit vt sinus anguli C, ad sinum anguli A, ita latus AB, ad latus BC. vt in hac operatione apparet. b 1. huius.



C.	A.	AB.		BC.
59996.	96923.	13?	fit	21. fere.

Item.

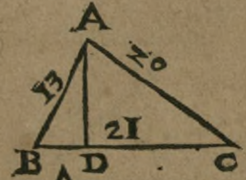
C.	A.	AB.		BC.
59996.	50779.	13?	fit	11. fere.

ITAQVE, si fiat, vt latus dato angulo oppositum ad alterum latus datum, ita sinus dati anguli ad aliud, reperietur sinus, cuius arcus dabit angulū alteri lateri dato oppositū, si acutus fuerit, (quod Praxis.

quidem

quidem semper contingit, quando datus angulus est obtusus) aut certe ex semicirculo sublatus dabit illũ angulũ, si obtusus fuerit: Summa vero ex dato angulo, & inuento angulo conflata ex grad. 180. subducta exhibebit tertium angulum. Si deniq; fiat, vt sinus anguli dati ad sinũ tertij anguli à datis lateribus comprehensi, qui vltimo inuentus est, ita latus datũ dato angulo oppositũ ad aliud, producetur tertium latus.

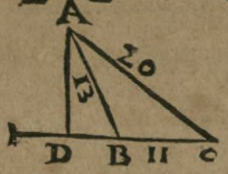
Quando proportio duorum laterum datur.



QVOD si detur duorum laterum proportio, si lateribus illis numeri proportionis ascribantur, eodem modo problema exequemur.

ALITER. Dentur rursum duo latera AB, 13. & AC, 20. vna cum angulo C, acuto grad. 36. Min. 52. sitque primum alter angulus B, acutus etiam, vt in priori triangulo. Ducta ex A, ad BC, perpendiculari AD, [c] quæ intra triangulum cadet: quoniam in triangulo rectangulo ACD, posito sinu toto AC, recta AD, sinus est anguli dati C, vt in tractatu sinuum docuimus; si fiat, vt AC, sinus totus ad AC, latus datum, ita AD, sinus dati anguli C, ad aliud, reperietur AD, 12. fere, vt hic vides.

c Schol. 13. secundi.



AC.	AC.	AD.	AD.
100000.	20.	59996? fit	12. fere.

Rursus, quia posito sinu toto AB, recta AD, est sinus anguli B, vt in sinubus traditum est; si fiat, vt AB, latus datum ad sinum totum, ita AD, iam inuenta ad aliud, inuenietur sinus AD, 92308. vt hic apparet.

AB.	AB.	AD. fit	AD.
13.	100000.	12?	92308.

Ex tabula ergo sinuum dabitur angulus B, grad. 67. Min. 23. ac proinde BAC, reliquus duorum rectorum grad. 75. Min. 45. [d] Quoniam vero est, vt sinus anguli dati C, ad sinum anguli A, inuenti, ita latus AB, ad latus BC, inuenietur latus BC, 21. ferme: vt hic cernis.

d 1. huius.

C.	BAC.	AB.	BC.
59996.	96923.	13? fit	21. fere.

DEINDE, iisdem positis, sit alter angulus B, obtusus, vt in posteriori triangulo. Ducta ex A, ad BC, perpendiculari AD, [e] quæ extra triangulum cadet: quoniam in triangulo rectangulo ACD, posito sinu toto AC, recta AD, sinus est anguli C, vt dictum est in tractatione sinuum; si fiat, vt sinus totus ad datum latus AC, ita sinus dati anguli C, ad aliud, inuenietur AD, ferme 12. vt hic apparet.

e Schol. 12. secundi.

AC.	AC.	AD.	AD.
100000	20.	59996? fit	12. fere.

Rursus, quia posito sinu toto AB, recta AD, sinus est anguli ABD, vt in defin. sinuum explicauimus; Si fiat, vt latus datum ad sinum totum, ita AD, proxime inuenta ad aliud, reperietur sinus AD, 92308. vt hic vides.

AB.	AB.	AD.	AD.
13.	100000.	12? fit	92308.

Qui sinus exhibet in tabula sinuum angulum ABD, grad. 67. Min. 23. ac proinde reliquum duorum rectorum ABC, grad. 11. Min. 37. Ablatis autem duobus angulis C, & ABC, notis ex grad. 180. remanebit angulus BAC, gr. 30. Min. 31. [f] Hinc, quoniam est, vt sinus anguli C, dati ad sinum anguli A, inuenti, ita latus AB, datum ad latus BC, inuenietur latus BC, fere 11. vt hic manifestum est.

f 1. huius.

C.	A.	AB.	BC.
59996.	50779.	13? fit	11. fere.

POSTREMO, datis iisdem lateribus, detur angulus obtusus ABC. gr. 112. Min. 37. vt in posteriori triangulo, factaque eadem constructione quoniam posito sinu toto AB, recta AD, sinus est anguli ABD, hoc est, anguli dati ABC, inuenietur rursum AD, 12. fere, vt hic cernis.

AB.	AB.	AD.	AD.
100000.	13.	92308? fit	12. fere.

Rursus, quia posito AC, recta AD, sinus est anguli C, reperietur sinus AD, 60000. Vt hic apparet.

AC.	AC.	AD.	AD.
20.	100000.	12? fit	60000.

Est ergo angulus C, gr. 36. Min. 52. & proinde reliquus duorum rectorum BAC, gr. 30. Min. 31. Latus BC, inuenietur 11. vt prius. Igitur, Datis duobus lateribus trianguli non rectanguli, &c. Quod faciendum erat.

SCHOLIVM.

Quando dat9 angulus est acutus, cur cõstare debeat, num alter angulus sit acutus, vel obtusus.

QVOD autem nihil certi colligi possit, quando datus angulus vni datorum laterum oppositus acutus est, nisi prius cognitum sit, num angulus alteri dato lateri oppositus sit acutus, obtususve, vt in propos. diximus, ita perspicuum faciemus. Sint in triangulo ABC, data latera AB, AC, vna cum angulo acuto B. Ducta ex A, ad BC, perpendiculari AD, ignorabitur, num ea cadat extra triangulum, an intra, nisi sciatur, angulum alterum ACB, esse obtusum, acutumve. Sumpta quoq; recta DE, ex altera parte perpendicularis AD, ipsi DC, æquali, ductaq; recta AE; [g] *erit AE, ipsi AC, æqualis: propterea quod latera DC, DA, lateribus DE, DA, æqualia sunt, anguloso; comprehendunt æquales, vtpote rectos. Itaq; etiamsi nota sint latera AB, AC, vel AB, AE, & angulus acutus B, non tamen idcirco reliquum latus notum erit, aut reliqui anguli; cum reliquum latus possit esse vel BC, vel BE; ac propterea reliqui anguli vel BCA, BAC, vel BEA, BAE: nisi prius constet, angulum BCA, obtusum esse, vel acutum. Hoc enim cognito sciemus, quando perpendicularis AD, extra triangulum cadit, & quando intra; &c.*

g 4. primi.

Error Nicolai Copernici

EX quibus constat, Nicolaum Copernicum, alioquin diligentissimum, hallucinatum fuisse lib. 1. Reuolutionum propos. 6. triangulorum rectilineorum, dum simpliciter proponit: Si duo latera trianguli data sint, & angulus vni eorum oppositus datus etiam, reliquum latus, & reliquos angulos dari posse. Hoc etenim fieri non potest, vt demonstrauimus, quando datus angulus est acutus, nisi constet, num angulus alteri laterum datorum oppositus sit acutus, an obtusus.

FINIS TRIANGVLORVM RECTILINEORVM.

CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS E SOCIETATE IESV

TRIANGVLA SPHÆRICA.

CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS E SOCIETATE IESV

TRIANGVLA SPHÆRICA.

PRÆFATIO.

EXPLICATIS iis, quæ ad triangulorum rectilineorum scientiam qua ex angulis notis latera, & vicißim ex notis lateribus anguli cognoscuntur, necessaria esse duximus; reliquum est, vt sphæricorum etiam triangulorum doctrinam, qua arcus ex cognitis angulis, & contra, anguli ex arcubus notis inquiruntur, tradamus. Quamuis enim Menelaus, qui etiam Mileus, nobilis scriptor, qui temporibus Traiani Imperatoris floruit, vt auctor est Ptolemæus, acutißimos tres libros de triangulis sphæricis composuerit, non tamen eius ordinem nos in hisce nostris sphæricis triangulis sequemur; propterea quod & plurimas eius propositiones, licet iucundißimæ sint, miraque eruditione refertæ, tanquam non necessarias reiecimus, & alias non paucas ab eo omissas ex Gebro Hispalensi, Joanne Regiom. Francisco Maurolyco, & ex aliis adiecimus, quas omnino necessarias esse iudicauimus ad res Astronomicas intelligendas. Plerunque etiam nouas demonstrationes, easque breuiores, ac faciliores adhibuimus, nonnullas item eodem modo demonstrauimus, quo eædem de angulis, & triangulis rectilineis demonstratæ sunt ab Euclide, vt planior fieret earum demonstratio: ex quarum numero sunt propos. 5. 6. 7. 8. & 9. Non parum tamen operæ in eo posuimus, vt omnes propositiones triangulorum sphæricorum ita in ordinem redigeremus, vt posteriores ex prioribus penderent, quemadmodum res Mathematicæ postulant, & in omnibus elementis Geometricis fieri consueuit. Sed iam ad rem veniamus, exordio sumpto à definitionibus.

Lib. 7. Almag. cap. 3.

DEFINITIONES.

I.

Angulus sphæricus quid.

ANGVLVS sphæricus est, quem in sphæræ superficie duo arcus circulorum maximorum sese mutuo secantes continent.

QVONIAM

QVONIAM angulus sphæricus, qui à Geometris in sphærica superficie consideratur, ab arcubus maximorum circulorum tantummodo constituitur, omnes autem circuli maximi in sphæra [a] *se mutuo secant bifariam, fit, vt duo arcus angulũ sphæricum in superficie sphæræ continentes, si producantur, se mutuo secent, non autem se mutuo contingant: Ita vt omnis angulus sphæricus fiat ex duobus arcubus sese intersecantibus in superficie sphæræ, non autem ex arcubus se mutuo tangentibus. Id quod de angulis in plana superficie existentibus dici non potest. In hac enim non solum duæ lineæ rectæ, vel curuæ, vel quarum vna recta est, & altera curua, se mutuo secantes si producantur, angulum planum constituunt, verum etiam duæ lineæ, quarum vtraque vel curua est, vel vna curua, & altera recta, sese tangentes tantummodo, angulum planum curuilineum, vel mixtum (qui quidem angulus contactus, vel contingentiæ à Geometris vocatur,) constituere possunt, vt ex propos. 16. lib. 3. Eucl. perspicuum est: licet Iacobus Peletarius neget eum esse angulum, coneturque illud multis rationibus confirmare, quæ omnes sophisticæ sunt, & friuolæ, vt ex solutionibus illarum, quas in scholio dictæ propos. adduximus, perspicuum est.*

a 11. 1. Theo. — Angulus sphæricus necessario fit ex duob. arcubus se mutuo secantibus. — Angulus planus fieri etiã potest ex duabus lineis se non secantibus, sed tãgentib. se mutuo duntaxat.

II.

ANGVLVS sphæricus rectus est, quem in sphæræ superficie duo arcus circulorum maximorum sese ad angulos rectos secantium, id est, quorum alter ad alterum rectus est, continent.

Angulus sphæricus rectus quid.

III.

ANGVLVS sphæricus obtusus est, qui recto maior est.

Angulus sphæricus obtusus quid.

IV.

ACVTVS vero, qui minor est recto.

Angulus sphæricus acutus quid.

CONSTITVITVR angulus sphæricus rectus ad punctum datum in dato arcu circuli maximi in superficie sphæræ, si per illud punctum & per polum dati arcus (qui per propos. 21. lib. 1. Theod. inuenitur) circulus maximus describatur. Huius enim circuli circumferentia cum arcu dato angulum rectum constituet; [a] *cum circulus hic ad circulum illius arcus sit rectus. Si vero per datum punctum describatur arcus circuli maximi non per polos dati arcus, constituet circumferentia huius circuli cum dato arcu angulos inæquales, obtusum vnum, & alterum acutum.*

Cõstructio anguli sphæralis recti, obtusi & acuti. — a 15 1. The.

V.

TRIANGVLVM sphæricum est, quod tribus arcubus circulorum maximorum in sphæræ superficie continetur.

Triangulũ sphæricum quid.

HOC autem est vel æquilaterum, si omnes arcus æquales fuerint; vel Isosceles, si duo arcus tantum fuerint æquales; vel deniq; Scalenum, si omnes arcus inæquales inter se fuerint. Itemq; vel rectangulum, si aliquem angulum habuerit rectum vel obtusangulum, in quo angulus aliquis fuerit obtusus; vel deniq; acutangulum, si omnes anguli fuerint acuti: quemadmodum de rectilineo triangulo dixit Euclides. Hoc tamen discrimen reperitur inter triangulum rectangulum, obtusangulumque rectilineum, & sphæricum, quod in rectilineo reliqui duo anguli necessario sint acuti, [b] *propterea quod duo anguli quomodolibet sumpti minores sunt duobus rectis; in sphærico autem si vnus angulus fuerit rectus, vel obtusus, possunt alij duo etiam esse recti, vel obtusi, vel alter saltem, vt ex demonstrationibus sequentibus perspicuum fiet.*

Triangulũ sphæricum diuiditur, vt rectilineum ab Euclide. — Discrimen inter triãgulum rectangulum obtusangulumque rectilineum, ac sphæricum. — b 17. prim.

VI.

ARCVS anguli sphærici est arcus circuli maximi, cuius polus est in ipso angulo, inter duos arcus angulum sphæricum comprehendentes interceptus.

[a] *QVIA vero polus circuli maximi quadrante maximi circuli ab eo abest, fit, vt vterq; arcuum angulum comprehendentium inter angulum, & arcum anguli positorum sit quadrans. Quare si angulus fuerit rectus, arcus anguli erit quadrans; si acutus, quadrante minor; si denique obtusus, maior quadrante: & contra. Vt propos. 26. demonstrabimus.*

Arcus anguli sphærici quid. — a Coroll. 16. 1 Theod.

VII.

COMPLEMENTVM arcus est excessus, quo quadrans eum superat, si arcus minor est quadrante, vel ab eo superatur, si est quadrante maior.

Complementũ arcus quid.

VIII.

COMPLEMENTVM anguli sphærici dicitur excessus, quo quadrans arcum ipsius anguli superat, vel ab eo superatur.

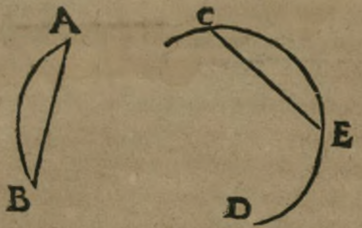
Complementũ anguli sphærici quid.

IX.

SINVS, Tangens, & Secans alicuius anguli sphærici est sinus, tangens, & secans illius arcus, qui arcus anguli dicitur.

PROBL. 1. PROPOS. 1.

DATIS duobus arcubus circulorum maximorum in superficie sphæræ inæqualibus, quorum neuter semicirculo maior sit, de maiore æqualem minori arcum detrahere.



a 5. quarti.
b 28. tertij.

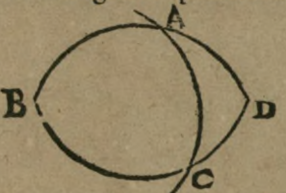
SINT duo arcus circulorum maximorum inæquales AB, CD, quorum neuter semicirculo maior sit, & maior sit CD; oporteatque ex maiori CD, minori AB, æqualem detrahere. Ducta recta AB, [a] applicetur ei æqualis CE, in arcu CD. Dico arcum ablatum CE, æqualem esse arcui minori AB. Cũ enim circuli arcuum AB, CD, maximi sint, & propterea æquales; [b] auferent rectæ æquales AB, CE: arcus æquales AB, CE, quod vterque arcus semicirculo minor ponatur. Datis igitur duobus arcubus circulorum, &c. Quod erat faciendum.

THEOR. 1. PROPOS. 2.

IN omni triangulo sphærico, latus quotcunque minus est semicirculo.

a 11. 1. Theo.

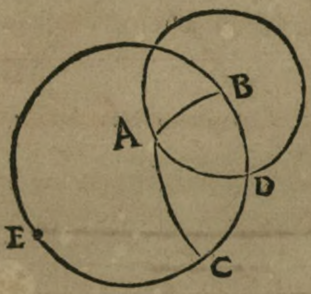
SIT triangulum sphæricum ABC. Dico quodcunque latus semicirculo esse minus. Productis enim arcubus BA, BC, donec conueniant in D, vltra A, & C, erunt arcus BAD, BCD, semicirculi; [a] cum circuli maximi se mutuo bifariã secent. Quare tam arcus BA, quam BC, semicirculo minor est. Eodem modo productis arcubus AB, AC, ostendemus arcum AC, semicirculo esse minorem. Conuenient autem arcus BA, BC, producti vltra puncta A, & C, propterea quod sphæricos angulos faciunt cum arcu AC, suntque omnes tres arcus proportiones circulorum maximorum, qui se mutuo secant in punctis A, B, C, non autem tangunt. Hinc enim fit, vt vterque arcus BA, BC, productus arcum AC, productum secet in punctis A, C, vt ex defin. constat; ac proinde inter se coeant vltra puncta A, C. In omni ergo triangulo sphærico, &c. Quod erat demonstrandum.



THEOR. 2. PROPOS. 3.

IN omni triangulo sphærico, duo latera reliquo sunt maiora, quomodocunq; assumpta.

SIT triangulum sphæricum ABC. Dico duo quælibet latera, vt AB, AC, maiora esse latere BC. Si enim triangulum est æquilaterum, manifestum est duo simul dupla esse reliqui, atque adeo maiora. Quod si alterum laterum AB, AC, æquale sit lateri BC, vel maius, vel etiam vtrumq; maius, perspicuum quoque est, duo latera AB, AC, maiora esse reliquo BC. Si vero vtrumque latus AB, AC, assumptum latere tertio BC, minus sit, demonstrabimus, latera AB, AC, simul maiora esse latere BC, hac ratione. Perficiatur circulus arcus tertij BC. Deinde ex polo B, nempe ex altero extremo maioris lateris BC, ad interuallum vtriusuis arcuum minorum, nimirum ad interuallum arcus BA, in superficie sphæræ circulus describatur AD, secans arcum BC, qui maior ponitur arcu BA, in D, puncto inter B, & C. [a] Et quoniam circulus BC, transit quoque per reliquum polum circuli AD; sit alter polus E, qui per semicirculum remotus erit à polo B; ita vt semicirculus sit BCE. [b] Cum ergo arcus BC, semicirculo minor sit, existet polus E, vltra punctum C: Est autem punctum D, inter B, & C, vt dictum est. Punctum igitur C, inter puncta D, E, cadet. Quare cum ex puncto C, quod extra peripheriam circuli AD, est, & præter eiusdem polum E, signatur, ducantur duo arcus maximorum circulorum CB, CA. [c] semicirculo minores (quod latera sint trianguli sphærici ABC,) ad peripheriã AD, [d] erit arcus CD, per polum B, transiens, minor arcu CA. Additis ergo æqualibus arcubus DB, AB; [f] (sunt autem æquales, propterea quod rectæ eos subtendentes æquales sunt, per defin. poli) erit totus arcus BC, minor duob. arcubus AB, AC; hoc est, duo latera AB, AC, maiora erunt latere BC. Eodemque modo quælibet alia duo latera reliquo maiora demonstrabuntur. In omni ergo triangulo, &c. Quod erat demonstrandum.

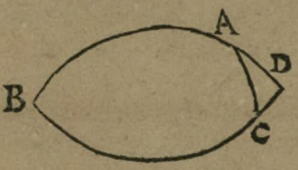


a Scho. 10. 1. Theod.
b 2. huius.
c 2. huius.
d Sch. 21. 2. Theod.
f 28. tertij.

THEOR. 3. PROPOS. 4.

IN omni triangulo sphærico, tria latera simul minora sunt integro circulo maximo.

SIT triangulum sphæricum ABC. Dico tria latera simul minora esse integro circulo maximo. Productis enim duobus arcubus quibuslibet BA, BC, donec coeãt in D, puncto. (Coibunt autem necessario vltra A, C, quod circulum maximum AC; secent in punctis A, C, vel propterea quod vterque arcus BA, BC, semicirculo minor est) erunt duo arcus BAD, BCD, semicirculi; [a] propterea quod circuli maximi sese bifariam diuidunt. [b] Quoniam vero in triangulo DAC, latera DA, DC, maiora sunt latere AC; si addantur communes arcus AB, CB, hoc est, aggregatum ex arcubus AB, CB, fient quoque arcus BAD, BCD, maiores tribus arcubus AC, AB, BC, hoc est, tria latera AC, AB, BC, minora erunt duobus semicirculis BAD, BCD, hoc est, integro circulo maximo. In omni ergo triangulo sphærico, &c. Quod demonstrandum erat.



a 11. 1. Theo.
b 3. huius.

THEOR. 4. PROPOS. 5.

CVM arcus circuli maximi in sphæra super arcum circuli maximi consistens angulos facit; aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

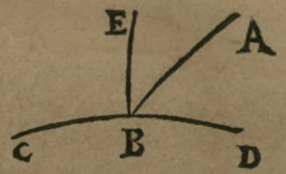
a 15. 1. Theo.

ARCVS circuli maximi AB, consistens super arcũ circuli maximi CD, faciat duos angulos sphæricos ABC. ABD. Si igitur circulus arcus AB, per polũ circuli arcus CD, trãsit, [a] secabit omnino arcũ CD, ad angulos

rectos

rectos; atque idcirco anguli ABC, ABD, recti erunt. Si vero arcus AB, per polos arcus CD, non transit, faciet vnum quidem angulum obtusum, alterum vero acutum. Dico igitur ipsos duobus esse rectis æquales. [b] Ducatur enim arcus circuli maximi EB, per punctum B, & polum arcus CD; [c] eruntque duo anguli EBC, EBD, recti. Quoniam vero angulus rectus EBD, æqualis est duobus angulis DBA, ABE; apposito communi angulo recto EBC, erunt duo recti EBD, EBC, tribus angulis DBA, ABE, EBC, æquales. Rursus quia angulus ABC, duobus angulis ABE, EBC, æqualis est, apposito communi angulo ABD, erunt duo anguli ABC, ABD, tribus angulis DBA, ABE, EBC, æquales. Sed eisdem his tribus ostensum fuit esse etiam æquales duos rectos EBD, EBC; quæ autem eidem æqualia, inter se sunt æqualia. Duo igitur anguli ABC, ABD, æquales sunt duobus rectis EBD, EBC. Cum ergo arcus circuli maximi in sphæra, &c. Quod erat ostendendum.

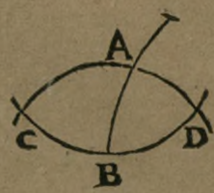
b 20.1. Th.
c 15.1. The.



COROLLARIVM.

SEQVITVR ex his, duos arcus duorum angulorum, qui duobus rectis angulis sunt æquales, hoc est, qui ab arcu circuli maximi arcui alterius circuli maximi insistente efficiuntur, quales sunt duo anguli ABC, ABD, semicirculum constituere. Nam si ex polo B, circulus maximus describatur CAD, erunt, ex defin. 6. CA, AD, arcus angulorum ABC, ABD. Perspicuum autem est, arcus CA, AD, semicirculum conficere; [d] cum circuli maximi CBD, CAD, se mutuo secent bifariam in C, D.

d 11.1. The.



THEOR. 5. PROPOS. 6.

SI duo arcus circulorum maximorum in sphæra se mutuo secuerint, angulos ad verticem æquales inter se efficient.

SECENT se duo arcus AB, CD, circulorum maximorum in sphæra in E, vtcunque. Dico angulos, quos faciunt ad verticem E, inter se esse æquales, angulum videlicet AED, angulo BEC, & angulum AEC, angulo BED. [a] Quoniam enim tam anguli AED, DEB, quam anguli DEB, BEC, duobus sunt rectis æquales, erunt illi duo his duobus æquales: Ablato ergo communi angulo DEB, remanebit angulus AED, angulo BEC, æqualis. Eademque ratione confirmabimus, angulum AEC, angulo BED, æqualem esse. Si duo ergo arcus circulorum maximorum, &c. Quod ostendendum erat.

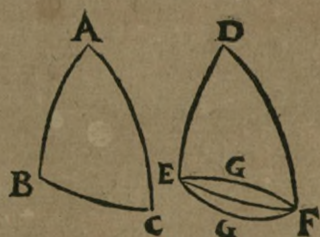
a 5. huius.

THEOR. 6. PROPOS. 7.

SI duo triangula sphærica duo latera duobus lateribus æqualia habeant, vtrumq; vtrique; habeant vero & angulum angulo æqualem sub æqualibus arcubus contentum: Et basim basi æqualem habebunt; eritque triangulum triangulo æquale, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, vterque vtrique, sub quibus æqualia latera subtenduntur.

SINT duo triangula sphærica ABC, DEF, habentia duo latera AB, AC, duobus lateribus DE, DF, æqualia, vtrumque vtrique, & angulum A, angulo D, æqualem. Dico & basem BC, basi EF, æqualem esse, & triangulum ABC, triangulo DEF, & reliquos angulos B, C, reliquis angulis E, F, vtrumque vtrique. Quoniam enim arcus AB, arcui DE, æqualis ponitur, fit, vt si alter alteri intelligatur superponi in superficie sphæræ, collocato puncto A, in puncto D, & puncto B, in puncto E, plana circulorum AB, DE, sibi mutuo congruant, & proinde arcus AB, arcui DE, congruat. [a] Alias se mutuo secarent bifariam circuli illorum arcuum in A, & B, atque adeo semicirculi essent AB, DE. Quod est absurdum. [b] Est enim semicirculo vterq; minor. Cum ergo angulus A, angulo D, ponatur æqualis, congruet quoque arcus AC, arcui DF, punctumque C, in punctum F, cadet, ob æqualitatem arcuum AC, DF. Basis igitur BC, basi EF, congruet quoque: alias, si supra caderet, aut infra, cuiusmodi est arcus EGF, essent arcus EF, EGF, vel BC, se mutuo secantes in E, F, semicirculi, [c] cum circuli maximi se mutuo secent bifariam. Quod est absurdum. [d] Singuli enim semicirculo minores sunt. Quocirca basis BC, basi EF, æqualis erit, cum neutra alteram excedat; & triangulum ABC, triangulo DEF; & anguli B, C, angulis E, F, vterque vtrique, æquales erunt, ob eandem causam. Quare si duo triangula sphærica, &c. Quod ostendendum erat.

a 11.1. The.
b 2. huius.
c 11.1. The.
d 2. huius.



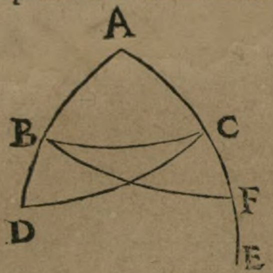
THEOR. 7. PROPOS. 8.

ISOSCELIVM triangulorum sphæricorum, qui ad basim sunt, anguli inter se sunt æquales: Et productis æqualibus arcubus, qui sub basi sunt, anguli inter se æquales erunt.

SIT triangulum sphæricum Isosceles ABC, cuius duo latera AB, AC, æqualia sint. Dico angulos B, C, supra basim BC, æquales esse. Item si producantur arcus æquales AB, AC, infra basim BC, quantumlibet, angulos quoque B, C, sub basi BC, æquales esse. [a] Quoniam enim arcus AB, semicirculo minor est, poterit in eo produ-

a 2. huius.

 cto acb 1. huius. c 20.1. Th. d 7. huius. e 7. huius.



cto accipi adhuc arcus minor semicirculo. Sit igitur arcus AD, semicirculo minor, [b] & ex arcu AE, quantumcunque producto abscindatur arcus AF, æqualis arcui AD; & per duo puncta B, F, nec non per C, D, [c] ducantur duo arcus maximorum circulorum BF, CD. Quia ergo duo latera AB, AF, trianguli ABF, æqualia sunt duobus lateribus AC, AD, trianguli ACD, vtrumque vtrique, continentque angulum communem A, [d] erit basis BF, basi CD, æqualis, & anguli ABF, & F, angulis ACD, & D. Rursus, quoniã arcus AD, AF, æquales sunt; si demantur æquales AB, AC, erunt & BD, CF, æquales. Quare duo latera DB, DC, trianguli DBC, æqualia sunt duob. lateribus FC, FB, trianguli FCB: quæ cum contineant angulos æquales D, F, vt ostendimus, [e] erunt & anguli DBC, DCB, angulis FCB, FBC, æquales. Quod si ex angulis ABF, ACD, quos ostendimus æquales esse, auferantur anguli FBC, DCB, quos etiam æquales esse demonstrauimus, remanebunt anguli ABC, ACB, supra basim BC, æquales: Ostens m est autem & angulos DBC, FCB, infra eandem basim BC, esse æquales. Igitur & anguli supra basim inter se; & anguli infra eandem inter se æquales sunt. Quam ob rem Isoscelium triangulorum sphæricorum, &c. Quod demonstrandum erat.

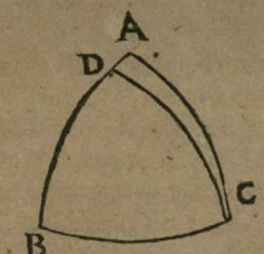
COROLLARIVM.

HINC manifestum est, omne triangulum sphæricum æquilaterum, esse quoque æquiangulum.

THEOR. 8. PROPOS. 9.

SI trianguli sphærici duo anguli æquales inter se fuerint: Et sub æqualibus angulis subtensa latera æqualia inter se erunt.

a 2. huius. b 1. huius. c 20.1. The. d 7. huius.



IN triangulo ABC, sint duo anguli B, C, supra latus BC, æquales. Dico latera quoque AB, AC, illis subtensa esse æqualia. Si enim non sunt æqualia, sit, si fieri potest AB, maius.[a] Et quoniam arcus AC, minor est semicirculo, [b] abscindatur ex arcu maiore AB, arcus BD, arcui minori AC, æqualis,[c] & per puncta C, D, arcus circuli maximi ducatur CD. Quoniã ergo duo latera AC, CB, trianguli ACB, æqualia sunt duobus lateribus DB, BC, trianguli DBC, continentq; angulos æquales ACB, DBC;[d] erunt triangula ACB, DBC, æqualia, totum & pars. Quod fieri non potest. Non ergo inæqualia sunt latera AB, AC, sed æqualia. Si trianguli igitur sphærici duo anguli, &c. Quod erat ostendendum.

COROLLARIVM.

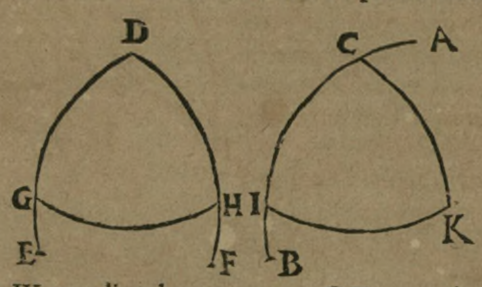
SEQVITVR hinc, omne triangulum sphæricum æquiangulum, esse quoque æquilaterum.

PROBL. 2. PROOS. 10.

AD datum arcum circuli maximi in sphæra, datumq; in eo punctum, dato angulo sphærico æqualem angulum sphæricum constituere.

SIT datus arcus maximi circuli in sphæra AB, datumque in eo punctum C, oporteatq; dato angulo sphærico D, ad punctum C, æqualem angulum sphæricum constituere. Productis arcubus DE, DF, angulum D, continentibus quantumlibet, sumatur quadrans DG, [a] atque per G, & polum circuli DE, arcus circuli maximi ducatur GH, secans arcum DF, in H. [b] Erit igitur angulus G, rectus. Deinde sumpto quoque quadrante CI, [c] ducatur per I, & polum circuli AB, arcus maximi circuli IK.[d] Erit igitur & angulus I, rectus. Postremo, [e] quia arcus GH, semicirculo minor est, [f] abscindatur ei arcus IK, æqualis,[g] ducaturque per C, K, arcus circuli maximi CK. Dico angulum C, æqulem esse angulo D. Cum enim latera DG, GH, æqualia sint lateribus CI, IK, contineantque angulos æquales, vt pote rectos, [h] æquales erunt anguli D, & C. Ad datum ergo arcum circuli maximi, &c. Quod faciendum erat.

a 20.1. Th. b 15.1. The. c 20.1. Th. d 15.1. The. e 2. huius. f 1. huius. g 20.1. Th. h 7. huius.



THEOR. 9. PROPOS. 11.

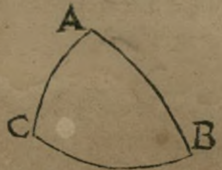
OMNIS trianguli sphærici maior angulus maiori lateri subtenditur. Et maius latus maiorem angulum subtendit.

a 10. huius. b 9. huius. c 3. huius.

IN triangulo sphærico ABC, sit angulus ACB, angulo A, maior. Dico latus AB, maius esse latere BC. Quoniam angulus ACB, maior ponitur angulo A,[a] fiat angulus ACD, angulo A, æqualis, secetque arcus CD, arcum AB, in D. Quoniam igitur in triangulo ADC, anguli A, & ACD, æquales sunt; [b] erunt & latera AD, CD, æqualia. Addito ergo communi arcu DB, erunt arcus BD, DC, æquales arcui AB.[c] Sed arcus BD, DC, simul maiores sunt arcu BC. Igitur & arcus AB, eodem arcu BC, maior erit. Quod est propositum.

SED

SED iam in triangulo sphærico ABC, latus AB, maius sit latere BC. Dico angulum C, maiorem esse angulo A. Si enim angulus C, maior non est angulo A, erit vel ei æqualis, vel minor. Si est æqualis, [a] erunt latera AB, CB, æqualia. Quod est absurdum, cum AB, ponatur maius, quam CB: Si vero minor est angulus C, angulo A, erit latus BC, latere AB, maius, vt iam ostensum est. Quod etiam absurdum est. ponitur enim AB, maius, quam BC. Cum ergo angulus C, æqualis non sit, neque minor angulo A, erit vtique maior. Quod est propositum. Omnis ergo trianguli sphærici maior angulus, &c. Quod erat ostendendum.

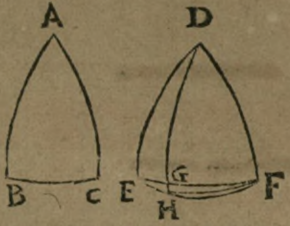


a 9. huius.

THEOR. 10. PROP. 12.

SI duo triangula sphærica duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, vtrumque vtrique, angulum vero angulo maiorem sub æqualibus arcubus contentum: Et basim basi maiorem habebunt. Quod si basim basi maiorem habuerint: & angulum sub æqualibus arcubus contentum angulo maiorem habebunt.

SINT duo latera AB, AC, trianguli ABC, æqualia duobus lateribus DE, DF, trianguli DEF, sed angulus EDF, maior sit angulo A. Dico basim EF, maiorem quoque esse basi BC. Sint enim primum triangula hæc sphærica Isoscelia, & ex D, polo per puncta E, F, arcus circuli describatur in superficie sphæræ EGF, qui circulus, si maximus fuerit, idem erit omnino, qui EF: alias, [a] cum maximi circuli se bifariam secent, esset EF, semicirculus. Quod est absurdum, [b] cum sit semicirculo minor. Tunc autem circulus arcus EGF, maximus erit, cum arcus DE, DF, quadrantes fuerint; [c] quod maximus circulus quadrante absit à suo polo. Sit ergo iam arcus EGF, maximi circuli, & idem, qui EF, [d] fiatque angulus FDG, angulo A, æqualis. [e] Erit arcus DG, arcui DE, atque adeo & arcui AB, æqualis: propterea quod rectæ subtendentes DE, DG, ex defin. poli, æquales sunt. Quia igitur latera AB, AC, æqualia sunt lateribus DG, DF, angulosque continent æquales; [f] æquales erunt bases BC, GF. Cum ergo arcus EF, maior sit arcu GF, maior quoque erit arcus EF, arcu BC. Quod est propositum.

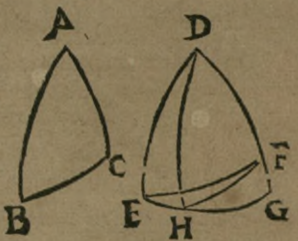


a 11. 1. The.
b 2. huius.
c Corol. 16. 1. Theod.
d 10. huius.
e 28. tertij.
f 7. huius.

QVOD si circulus ex polo D, per puncta E, F, descriptus non fuerit maximus, atq; adeo idem non sit, qui EF; sed vel cadat infra arcum EF, siue supra, (nihil enim interest, quocunque cadat.) [g] fiat nihilominus angulus FDH, angulo A, æqualis: [h] eritq; rursus arcus DH, arcui DE, hoc est, arcui AB, æqualis; eo quod rectæ subtēdētes DE, DH, æquales sint, ex def. poli. [i] Ducto igit per puncta FH; arcu circuli maximi FH. Cū latera AB, AC, lateribus DH, DF, æqualia sint, angulosq; contineant æquales; [k] erunt & bases BC, HF, æquales. Quoniam vero circulus maximus DF, per D, polum circuli EHF, transiens [l] eum bifariam secat; erit arcus EHF, semicirculo minor; (quia arcus à puncto F, per E, vsq; ad illud punctum, in quo, si protractus esset vltra E, secaretur ab arcu FD, ad partes D, producto, est semicirculus: quandoquidem circulus arcus EHF, bifariam secatur à circulo arcus FD, vt dictum est.) [m] atq; adeo recta FE, maior, quam recta FH, in eodem circulo: quia illa propinquior est centro circuli EHF, hoc est, diametro, quam hæc. Cum ergo circuli arcuū EF, HF, maximi sint, ideoq; æquales, [n] sit autem vterq; arcus EF, HF, semicirculo minor; [o] erit arcus EF, maior arcu HF: Ostensus autem est arcus HF, æqualis arcui BC. Maior igitur erit quoq; arcus EF, arcu BC. Quod est propositum.

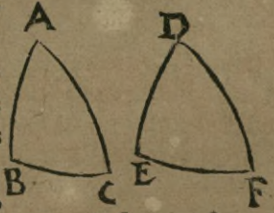
g 10. huius.
h 28. tertij.
i 20. 1. The.
k 7. huius.
l 15. 1. The.
m 15. tertij.
n 2. huius.
o Schol. 28. tertij.

SINT deinde triangula proposita non Isoscelia, sed latus AB, maius sit latere AC, ac proinde & latus DE, maius latere DF. Producto ergo arcu DF, ad partes F, [p] abscissoq; arcu DG, æquali ipsi DE, [q] qui minor est semicirculo, describatur ex polo D, per puncta E, G, arcus circuli EHG, siue maximus is sit, siue non maximus. [r] Fiat rursus angulus FDH, angulo A, æqualis; [s] eritq; arcus DH, arcui DE, hoc est, arcui AB, æqualis; eo quod rectæ subtensæ DH, DE, æquales sint, ex def. poli. Ducto igitur per puncta H, F, arcu circuli maximi HF, [t] erit, vt prius, arcus BC, arcui HF, æqualis. Quoniam vero circulus maximus DG, per D, polum circuli EG, ducitur, estque punctum F, intra peripheriam circuli EG, nempe inter circulum, & polum D.) & præter eius polum; [u] erit arcus FE, maior arcu FH, cum ille propinquior sit arcui FD, per polum D, transeunti, & vterq; arcus FE, FH, semicirculo sit minor: propterea quod non se intersecant, nisi in puncto F: Ostensus est autem arcus HF arcui BC, æqualis. Maior ergo erit quoque arcus EF, arcu BC. Quod est propositum.



p 1. huius.
q 2. huius.
r 10 huius.
s 28. tertij.
t 7. huius.
u Schol. 21. 1. Theod.

SED iam basis EF, maior sit basi BC. Dico & angulum D, maiorem esse angulo A. Si enim angulus D, maior non est angulo A, erit vel æqualis, vel minor. Si æqualis dicatur esse, [x] erit arcus EF, æqualis arcui BC. Quod est absurdum. Ponitur enim arcus EF, maior arcu BC. Si vero minor dicatur esse angulus D, angulo A, erit, vt iam ostensum est, arcus BC, maior arcu EF. quod etiam absurdum est, cum EF, maior ponatur, quam BC. Cum ergo angulus D, neq; æqualis sit angulo A, neq; minor, erit vtiq; maior. Quod est propositum. Itaque si duo triangula sphærica, &c. Quod demonstrandum erat.



x 7. huius.

THEOR. 11. PROPOS. 13.

DVO semicirculi maximorū circulorū se mutuo secātes cōtinēt duos angulos inter se æquales.

DVO semicirculi maximorum circulorum ABC, ADC, se mutuo secent in A, C. Dico angulos A, & C, æquales esse. Diuiso enim semicirculo ABC, in B, bifariam vt AB, BC, quadrantes sint, [a] ducatur per B, & polū circuli ABC, arcus circuli maximi BD, secans arcum ADC, in D; [b] eritq; angulus B, ex vtraq; parte rectus. Quia igitur duo latera AB, BD, duobus lateribus CB, BD, æqualia sunt, continentq; angulos, æquales, vtpote rectos; [c] erunt & anguli A, & C, æquales. Quare duo semicirculi maximorum circulorum, &c. Quod demonstrandum erat.

a 20. 1. Th.
b 15. 1. The.
c 7. huius.

THREOR. 12. PROPOS. 14.

CVIUSCVNQVE trianguli sphærici vno latere producto, si reliqua latera simul æqualia sint semicirculo, erit angulus externus æqualis angulo interno opposito supra arcum productum: Si vero minora sint semicirculo, erit angulus externus eodem interno opposito maior: si denique maiora sint semicirculo, idem angulus externus dicto angulo interno opposito minor erit.

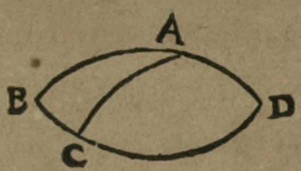
IN triangulo sphærico ABC, producatur latus BC, ad D, & sint primum reliqua duo latera AB, AC, simul semicirculo æqualia. Dico angulum externum ACD, æqualem esse interno opposito B, supra arcum productum BC, &c. Coeat enim arcus BA, productus cum arcu
a 11.1.Theo. BC, producto in D; [a] eritque BAD, semicirculus. Quia vero arcus BA, AC, æquales ponuntur semicirculo BAD; dempto communi ar-
b 8. huius. cu BA, erunt reliqui arcus AC, AD, æquales. [b] Quare & angulus A-
c 13. huius. CD, angulo D, æqualis erit. [c] Cum igitur anguli B, & D, sint quoq; æquales, æqualis quoque erit angulus ACD, angulo B. Quod est propositum.

SINT deinde duo latera AB, AC, minora semicirculo BAD. Dempto ergo communi arcu AB, erit
d 11. huius. reliquus AC, reliquo AD, minor, [d] ac propterea angulus ACD, maior angulo D, hoc est, angulo B, [e] qui
e 13. huius. angulo D, æqualis est. Quod est propositum.

SINT postremo latera AB, AC, maiora semicirculo BAD. Dempto igitur communi arcu AB, erit reli-
f 11. huius. quus AC, reliquo AD, maior; [f] ac propterea angulus D, maior erit angulo ACD. [g] Cum ergo angulo D, æ-
g 13. huius. qualis sit angulus B, erit quoq; angulus B, maior angulo ACD, hoc est, angulus ACD, angulo B, minor erit. Cuiuscunq; ergo trianguli, &c. Quod erat ostendendum.

THEOR. 13. PROPOS. 15.

SI cuiuscunque trianguli sphærici vno latere producto, externus angulus æqualis fuerit interno opposito supra arcum productum, erunt duo reliqua latera simul æqualia semicirculo: Si vero angulus externus maior fuerit interno eodem, & opposito, erunt duo reliqua latera semicirculo minora: Si denique externus angulus interno opposito dicto minor fuerit, erunt duo latera reliqua semicirculo maiora.



POSITO eodem triangulo sphærico, & constructione figuræ eadem; Sit primum angulus ACD, externus æqualis interno opposito B. Dico latera AB, AC, semicirculo esse æqualia, &c. [a] Cum enim angulus B,
a 13. huius.
b 9. huius. angulo D, æqualis sit, erit quoque angulus ACD, angulo D, æqualis; [b] ideoque & arcus AC, AD, æquales erunt. Addito ergo communi arcu AB, erunt duo arcus AB, AC, semicirculo, BAD, æquales. Quod est propositum.

c 13 huius. SIT deinde angulus ACD, maior angulo B, hoc est, angulo D, [c] qui angulo B, æqualis est; [d] eritq; ar-
d 11. huius. cus AD, maior arcu AC. Addito ergo communi arcu AB, erunt duo arcus AB, AC, minores semicirculo BAD. Quod est propositum.

e 13. huius. SIT postremo angulus ACD, minor angulo B, hoc est, angulo D. [e] qui angulo B, æqualis est; [f] eritque
f 11. huius. arcus AC, maior arcu AD. Addito ergo communi arcu AB, erunt duo arcus AB, AC, maiores semicirculo BAD. Quod est propositum. Si igitur cuiuscunq; trianguli sphærici, &c. Quod erat demonstrandum.

THEOR. 14. PROPOS. 16.

SI cuiuscunque trianguli sphærici duo latera simul æqualia sint semicirculo, erunt duo anguli supra basim duobus rectis æquales: Si vero minora sint semicirculo, erunt duobus rectis minores: Si deniq; semicirculo sint maiora, erunt duobus rectis maiores.

IN triangulo sphærico ABC, sint primum duo latera AB, AC, semicirculo æqualia. Dico duos angulos
a 14. huius. B, C, esse æquales duobus rectis, &c. Producto enim arcu BC, ad D, [a] erit angulus ACD, angulo B, æqualis [b]
b 5. huius.

Cum ergo duo anguli ad C, duobus sint rectis æquales; erunt quoque duo anguli B, & ACB, æquales duobus rectis.

c 5. huius.
d 14. huius. SINT deinde latera AB, AC, semicirculo minora. [c] Cum ergo duo anguli ad C, sint duobus rectis æquales [d] & angulus B, minor sit angulo ACD; erunt anguli B, & ACB, duobus rectis minores.

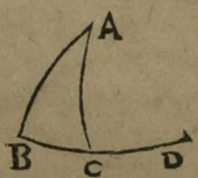
e 5. huius.
f 14. huius. SINT tandem latera AB, AC, semicirculo maiora. [e] Quoniam igitur duo anguli C, sunt duobus rectis æquales, [f] estque angulus B, maior angulo ACB; erunt anguli B, & ACB, maiores duobus rectis. Si igitur cuiuscunque trianguli sphærici, &c. Quod erat ostendendum.

THEO-

THEOR. 15. PROPOS. 17.

SI cuiuſcunq; trianguli ſphærici duo anguli ſupra vnum latus duobus rectis æquales fuerint, erunt reliqua duo latera ſemicirculo æqualia: Si vero duobus rectis fuerint minores, erunt minora ſemicirculo: Si denique maiores extiterint duobus rectis, erunt ſemicirculo maiora.

POSITO eodem triangulo ſphærico. & conſtructione figuræ eadem; Sint primum duo anguli B, C, duobus rectis æquales ſupra latus BC. Dico reliqua duo latera AB, AC, ſemicirculo æqualia eſſe, &c. [a] Cum enim & anguli duo ad C, æquales ſint duobus rectis; Dempto communi angulo ACB, remanebit angulus ACD, angulo B, æqualis, [b] Quare ſemicirculo æquales ſunt arcus AB, AC. — a 5. huius. b 15. huius.



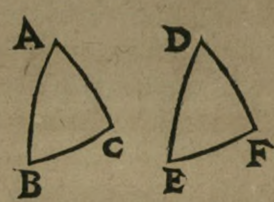
SINT deinde anguli B, ACB, duobus rectis minores. [c] Cum ergo duo anguli ad C, ſint duobus rectis æquales; dempto communi angulo ACB, remanebit angulus ACD, maior angulo B. [d] Arcus ergo AB, AC, ſemicirculo ſunt minores. — c 5. huius. d 15. huius.

SINT denique anguli B, ACB, duobus rectis maiores. [e] Cum ergo duo anguli ad C, ſint æquales duobus rectis; ſi dematur communis angulus ACB, erit reliquus ACD, reliquo B, minor; [f] atque adeo arcus AB, AC, ſemicirculo maiores. Quocirca ſi cuiuſcunq; trianguli ſphærici, &c. Quod oſtendendum erat. — e 5. huius. f 15. huius.

THEOR. 16. PROPOS. 18.

SI duo triangula ſphærica habeant tria latera tribus lateribus æqualia, ſingula ſingulis: habebunt & tres angulos tribus angulis æquales, ſingulos ſingulis, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur.

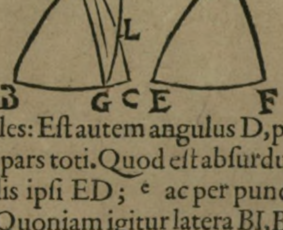
SINT duo triangula ſphærica ABC, DEF, habentia tria latera AB, AC, BC, tribus lateribus DE, DF, EF, ſingula ſingulis, æqualia. Dico & angulos tres A, B, C, tribus angulis D, E, F, ſingulos ſingulis, eſſe æquales, ſub quibus æqualia ſubtenduntur latera. Si enim angulus A, (vt ab hoc angulo incipiamus.) non eſt æqualis angulo D, erit vel maior eo, vel minor. Si maior, [a] erit baſis BC, maior quoque baſi EF. Quod eſt abſurdum. Ponuntur enim latera BC, EF, æqualia. Si vero minor eſt angulus A, angulo D, [b] erit baſis EF, maior baſi BC. Quod rurſum eſt abſurdum, cum æquales ponantur. Cum ergo angulus A, neque maior ſit, neque minor angulo D, erit vtique illi æqualis. [c] Igitur & reliqui anguli B, C, angulis reliquis E, F, æquales erunt, nempe B, ipſi E, & C, ipſi F. Si duo ergo triangula ſphærica, &c. Quod erat oſtendendum. — a 12. huius. b 12. huius. c 7. huius.



THEOR. 17. PROPOS. 19.

SI duo triangula ſphærica habeant tres angulos tribus angulis, ſingulos ſingulis, æquales: habebunt & tria latera tribus lateribus æqualia, ſingula ſingulis, quæ æquales angulos ſubtendunt.

HABEANT duo triangula ſphærica ABC, DEF, tres angulos A, B, C, tribus angulis D, E, F, ſingulos ſingulis, æquales. Dico & tria latera AB, AC, BC, tribus lateribus DE, DF, EF, eſſe æqualia, ſingula ſingulis, quæ angulos æquales ſubtendunt. Si enim latera BC, EF, (vt ab his lateribus exordiamur.) non ſunt æqualia, ſit BC, ſi fieri poteſt, maius; [a] & abſcindatur arcus BG, arcui EF, æqualis. Aut ergo arcus BA, æqualis eſt arcui ED, aut maior, aut minor. Quodcunq; horum dicatur, ſequetur abſurdum ex eo, quod inæqualia dicuntur eſſe latera BC, EF, nempe BC, maius, quam EF. Sit enim primum arcus BA, arcui ED, æqualis, [b] ducaturque per puncta A, G, arcus maximi circuli AG. Igitur cum latera BA, BG, æqualia ſint lateribus ED, EF, anguloſq; contineant æquales B, E, ex hypotheſi; [c] erunt anguli BAG, & D, æquales: Eſt autem angulus D, poſitus æqualis angulo BAC. Angulus igitur BAG, æqualis erit quoque angulo BAC, pars toti. Quod eſt abſurdum. — a 1. huius. b 20. 1. The. c 7. huius.

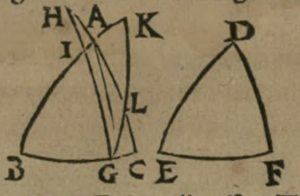


SIT deinde arcus BA, maior arcu ED, [d] & abſcindatur arcus BI, æqualis ipſi ED; [e] ac per puncta G, I, arcus circuli maximi ducatur GI, conueniens cum arcu CA, protracto in H. Quoniam igitur latera BI, BG, æqualia ſunt lateribus ED, EF, anguloſque continent æquales B, E; [f] erunt anguli BIG, BGI, angulis D, F, hoc eſt, angulis BAC, BCA, æquales; quod his duobus æquales ſint poſiti D, & F, [g] ſunt autem anguli BIG, BAC, angulis HIA, HAK, ad verticem æquales. Æquales ergo ſunt & anguli HAK, HIA. Igitur cum & angulus BGH, externus æqualis ſit interno BCH, & externus HAK, interno HIK, vt oſtendimus: [h] erunt tam arcus AHI, quam arcus CH, HG, ſemicirculo æquales; atque adeo arcus AH, HI, arcubus CH, HG, æquales erunt, pars toti. Quod eſt abſurdum. — d 1. huius. e 20. 1. The. f 7. huius. g 6. huius. h 15. huius.

SIT tandem arcus BA, minor arcu ED, producaturque vltra A, [i] & ex eo abſcindatur arcus BK, æqualis arcui ED; [k] atque per puncta G, K, arcus circuli maximi ducatur GK, ſecans arcum AC, in L. Quoniam ergo — i 1. huius. k 20. 1. The.

latera

l 7. huius. latera BK, BG, lateribus ED, EF, æqualia ſunt, anguloſque continent æquales B, E; [l] erunt & anguli BKG, BGK, angulis D, F, hoc eſt, angulis BAC, BCA, (quod his duobus æquales ſint poſiti anguli D, F.) æquales. Itaq;



cum & angulus BAL, externus æqualis ſit interno BKL, & externus BGL, interno BCL, vt oſtendimus, [m] erunt tam arcus AL, LK, quam arcus CL, LG, ſemicirculo æquales; ac proinde duo arcus AC, GK, integro circulo æquales erunt. Quod eſt abſurdum. [n] cum vterque arcus AC, GK, ſemicirculo ſit minor. Non ergo inæqualia ſunt latera BC, EF, ſed æqualia. Eodemq; modo oſtendemus, latera AC, DF, nec non AB, DE, æqualia eſſe. Tria ergo latera trianguli ABC, tribus lateribus trianguli DEF, æqualia ſunt. Quare ſi duo triangula ſphærica, &c. Quod oſtendendum erat.

m 15. huius
n 2. huius.

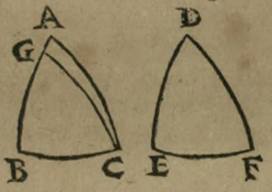
THEOR. 18. PROPOS. 20.

vt Ablemos X 26.

SI duo triangula ſphærica duos angulos duobus angulis æquales habuerint, vtrumque vtrique, vnumque latus vni lateri æquale, quod ęqualibus adiacet angulis: Et reliqua latera reliquis lareribus ęqualia, vtrumque vtrique, & reliquum angulum reliquo angulo ęqualem habebunt.

DVO triangula ſphærica ABC, DEF, habeant duos angulos B, C, duobus angulis E, F, æquales vtrumque vtrique, & latus BC, lateri EF, æquale, quod æqualibus angulis adiacet. Dico & reliqua latera AB, AC, reliquis lateribus DE, DF, æqualia eſſe, vtrumque vtrique, & reliquum angulum A, reliquo angulo D. Si enim latera AB, DE, (vt ab his exordiamur.) non ſunt æqualia, ſit AB, maius, [a] & abſcindatur arcus BG, arcui DE, æqualis, [b] & per puncta C, G, arcus circuli maximi ducatur CG. Quoniam igitur latera GB, BC, æqualia ſunt lateribus DE, EF, anguloſque comprehendunt ęquales B, E, ex hypotheſi; [c] erunt & anguli BCG, & F, æquales: Sed F, æqualis ponitur ipſi BCA. Igitur & angulus BCG, eidem BCA, æqualis erit, pars toti. Quod eſt abſurdum. Non ergo inæqualia ſunt latera AB, DE, ſed æqualia. Quare

a 1. huius.
b 20. 1. The.
c 7. huius.



d 7. huius. cum latera AB, BC, lateribus DE, EF, æqualia ſint, anguloſque comprehendant æquales B, E; [d] erunt & latera AC, DF, æqualia, & anguli A, D, æquales. Quapropter ſi duo triangula ſphærica duos angulos, &c. Quod oſtendendum erat.

THEOR. 19. PROPOS. 21.

X

SI fuerint duo triangula ſphærica rectangula, habuerintque duos alios angulos æquales, & non rectos, nec non duo latera æqualia, quæ ſub rectis angulis ſubtenduntur: Erunt & duo reliqua latera duobus lateribus æqualia, vtrumque vtrique, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis erit.

SINT in duobus triangulis ſphæricis ABC, DEF, anguli B, E, recti, & duo anguli C, F, æquales, & non recti, nec non latera AC, DF, rectos angulos ſubtendentia, æqualia. Dico & reliqua latera AB, BC, reliquis laterib⁹ DE, EF, æqualia eſſe, vtrumque vtrique; Item & reliquos angulos A, D, eſſe æquales. Productis enim arcubus

a 1. huius. AC, BC, [a] abſcindatur arcus CH, arcui FD, hoc eſt, arcui CA, & arcus CG, arcui FE, æqualis; [b] & per puncta G,

b 20. 1. The. H, deſcribatur arcus GH, maximi circuli. Et quoniã latera CH, CG, æqualia ſunt lateribus FD, FE, anguloſque

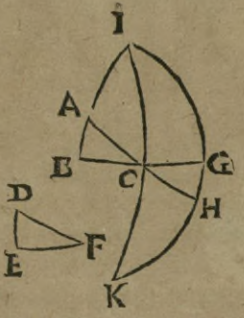
c 6. huius. continent æquales GCH, & F; (Eſt enim hypotheſi angulus F, angulo ACB, æqualis, [c] & ACB, ipſi GCH,

d 7. huius. ad verticem æqualis,) [d] erunt & baſes GH, ED, æquales, & anguli GH, angulis E, D, æquales; ac propterea,

e 20. 1. The. exiſtente angulo E, recto, erit & angulus G, rectus. [e] Ducatur iam per C, & polum arcus BG, in vtramque par-

f 13. 1. The. tem arcus circuli maximi ICK, ſitque I, polus arcus BG. [f] Et quia circuli arcuum BA, HG, tranſeunt quoque per polos eiuſdem arcus BG, ob angulos rectos B, G; conuenient arcus BA, GH, protracti cum arcu CI, in polo I. Conueniat quoque arcus GH, ex altera parte cum eodem arcu ICK, in K, puncto, quod alter polus erit

g Corol. 10. 1. Theo.
h 28. tertij.



arcus BG, [g] cum vterque arcus ICK, IGK, per alterum polum arcus BG, tranſeat. [h] Erunt igitur tres arcus IB, IC, IG, æquales; propterea quod rectæ ſubtenſæ illis inter ſe æquales ſunt, ex definitione poli: Similiterque æquales erunt arcus KC, KG. Quoniam vero anguli ICG, IGC, æquales ſunt angulis KCG, KGC, [i] cum omnes ſint recti; quod I, polus ſit arcus BG; illiſque adiacet latus commune CG; [k] erunt latera IC, IG, lateribus KC, KG, æqualia, vtrumque vtrique; ac propterea cum IG, arcus arcui IB, æqualis ſit oſtenſus, erit & arcus KG, eidem arcui IB, æqualis. Et quoniam latera IC, CA, æqualia ſunt lateribus KC, CH, (factus enim eſt arcus CH, arcui AC, æqualis.) [l] anguloſque ad verticem continent æquales; [m] erunt baſes IA, KH, & anguli IAC, KHC,

i 15. 1. The.
k 20. hui.
l 6. huius.
m 7. huius.

n 5. huius. æquales. Ablatis ergo arcubus æqualibus IA, KH, ex arcubus æqualibus IB, KG, & angulis æqualibus IAC, KHC, ex binis ad A, & H, [n] quorum bini duobus rectis æquales ſunt; remanebunt & arcus AB, HG, & anguli BAC, GHC, æquales: oſtenſus eſt autem arcus HG, arcui DE, & angulus GHC, angulo D, æqualis. Igitur & arcus AB, arcui DE, & angulus BAC, angulo D, æqualis erit. Quare cum latera AB, AC, æqualia ſint lateribus

o 7. huius. DE, DF, anguloſque complectantur æquales; [o] erunt & arcus BC, EF, æquales. Sunt ergo latera AB, BC, lateribus DE, EF, æqualia, & angulus BAC, angulo D. Quamobrem, ſi fuerint duo triangula ſphærica rectangula, &c. Quod demonſtrandum erat.

SCHO-

SCHOLIVM.

DEBENT autem latera æqualia sub rectis angulis subtendi. Alioquin, si alios angulos subtenderent, nihil certi colligi posset. Sit enim triangulum sphæricum quodcunq; ABC, habens duo latera AB, AC, inæqualia inter se, sed simul semicirculo æqualia: producto vero latere CB, ad partes B, [p] *ducatur per A, & polum arcus CD, arcus AD, circuli maximi secans CD, in D;* [q] *eritq; angulus D, rectus. Quoniam igitur arcus AB, AC, semicirculo sunt æquales,* [r] *erit angulus ABD, angulo C, æqualis. Itaque duo triangula ADB, ADC; angulum rectum D, habent communem, & duos angulos ABD, & C, æquales, & non rectos:* [s] *(alias latera AB, AC, æqualia essent, propter angulos B, C, rectos, & æquales:) nec non latus AD, æquales angulos nõ rectos subtendens, commune: Et tamẽ nec reliqua latera AB, BD, reliquis laterib. AC, CD, æqualia sunt, vtrumque vtrique, nec reliquus angulus BAD, reliquo angulo CAD, vt perspicuum est. Hoc autem inde prouenit, quod latera æqualia non subtendunt rectos angulos, sed latus commune AD, angulos æquales non rectos subtendit.*

p 20.1. Th.
q 15.1. The.
r 14. huius.
s 9. huius.

QVAMOBREM decipitur Nicolaus Copernicus lib. 1. Reuolutionum propos. 6. triangulorum sphæricorum, vbi dicit. [Si bina triangula rectum angulum, ac insuper alium æqualem habuerint, alterum alteri, vnumq; latus vni lateri æquale, quod alterutri æqualium angulorum (etiam non recto, vt in demonstratione dicit) opponitur; reliqua quoque latera reliquis lateribus, alterum alteri, ac angulum angulo, reliquum reliquo æqualem habebunt] *Oppositum enim apparuit in triangulis rectangulis ADB, ADC, in quibus latus commune AD, opponitur angulis æqualibus ABD, ACD, non rectis.* Error Nicolai Copernici.

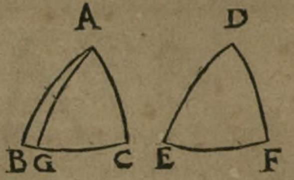
Vnde verum non semper est, quod idem Compernicus docet ibidem propos. 4. vbi ait. [In quocunque triangulo rectum angulum habente, alius insuper angulus fuerit datus, cum quolibet latere, reliquus etiam angulus cum reliquis lateribus dabitur.] *Quamuis enim angulus rectus D, & angulus ABD, noti sint, cum latera AD, quod angulo noto ABD, non recto opponitur, non tamen propterea in cognitionem reliqui anguli, & reliquorum laterum veniemus, cum reliqua latera possint esse vel AB, BD, vel AC, CD, & reliquus angulus vel BAD, vel CAD, vt perspicuum est. Oportebit ergo aliquid aliud præterea constare, antequam reliquus angulus cum reliquis lateribus colligatur, vt in scholio proposit. 41. & 42. docebimus.* Alius error Nicolai Copernici.

THEOR. 20. PROP. 22.

SI fuerint duo triangula sphærica, quæ duos angulos habeant duobus angulis æquales, vtrumque vtrique, vnumque latus vni lateri æquale, quod vni æqualium angulorum subtenditur, duo vero latera subtendentia reliquos angulos, æquales, æqualia non sint semicirculo, sed vel maiora, vel minora: Erunt & duo reliqua latera duobus reliquis lateribus equalia, vtrumq; vtriq; & reliquus angulus reliquo angulo æqualis erit.

HABEANT duo triangula sphærica ABC, DEF, duos angulos B, C, duobus angulis E, F, æquales vtrũque vtrique, & latera AC, DF, subtendentia angulos æquales B, E, inter se æqualia, reliqua vero latera AB, DE, subtendentia alios æquales angulos C, F, non æqualia sint semicirculo, sed vel maiora, vel minora. Dico reliqua latera CB, BA, reliquis lateribus FE, ED, esse æqualia, vtrumque vtrique, & reliquos quoque angulos A, D, esse æquales. Si enim CB, & FE, non sunt æqualia, sit CB, maius, [a] & abscindatur CG, arcus arcui FE, æqualis, [b] & per A, G, arcus circuli maximi ducatur AG. Quoniam igitur latera AC, CG, lateribus DF, FE, æqualia sunt, angulosque continent æquales C, F; [c] erunt & arcus AG, DE, & anguli AGC, & E, æquales: Positus est autem angulus E, angulo B, æqualis. Æqualis igitur est etiam angulus AGC, angulo B [d] ac propterea arcus AB, AG, semicirculo æquales erunt. Cum ergo arcus AG, arcui DE, ostensus sit æqualis, erunt quoque arcus AB, DE, semicirculo æquales: Ponuntur autem & non æquales semicirculo. Quod est absurdum. Non ergo inæquales sunt arcus CB, FE, sed æquales. Quare cum latera AC, CB, sint æqualia lateribus DF, FE, angulosque æquales contineant C, F, [e] erunt & arcus AB, DE, & anguli BAC, & D, æquales. Si igitur fuerint duo triangula sphærica, &c. Quod demonstrandum erat.

a 1. huius.
b 20. 1. The.
c 7. huius.
d 15. huius.
e 7. huius.



SCHOLIVM.

DIXIMVS, duo latera subtendentia reliquos angulos æquales, non debere esse æqualia semicirculo. Nam alias propositio vera non esset. Sit enim triangulum sphæricum ABC, quodcunque habens duo latera AB, AC, inæqualia inter se, sed simul semicirculo æqualia: Producto autem latere BC, vsq; ad D, ita tamen vt BD, semicirculo sic minor, [f] *ducatur per A, D, arcus circuli maximi AD. Quoniam igitur arcus AB, AC, semicirculo æquales sunt,* [g] *erit angulus ACD, angulo B, æqualis. Itaq; duo triangula ABD, ACD; duos angulos B, D, duobus angulis C, D, æquales habent, vtrumque vtrique, & latus AD, commune, quod æqualibus angulis B, C, subtenditur; & tamen neque reliqua latera AB, BD, reliquis lateribus AC, CD, æqualia sunt, vtrumque vtrique, neque reliquus angulus BAD, reliquo angulo CAD, vt perspicuum est. Hoc autem ideo contingit, quod latera AB, AC, semicirculo sunt æqualia.*

f 20. 1. Th.
g 14. huius.

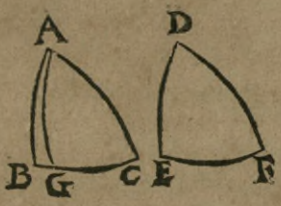
NICOLAVS ergo Copernicus libr. 1. Reuolutionum propos. 12. triangulorum sphæricorum hallucinatur, cum docet, omne triangulum sphæricum, cuius duo anguli vtcunq; dati fuerint, cum aliquo latere, datorum effici angulorum, & laterum. Nam in triangulo ACD, licet duo anguli D, & ACD, noti sint cum latere AD, non tamen ex hoc perueniemus in notitiam reliquorum laterum, & reliqui anguli: cum reliqua latera esse possint vel AC, CD, vel AB, BD, &c. Oportebit ergo præterea aliquid aliud constare, antequam reliquus angulus, cum reliquis lateribus cognoscatur, vt in scholio propos. 66. dicemus. Error Nicolai Copernici.

THEO-

THREOR. 21. PROPOS. 23.

SI fuerint duo triangula ſphærica, quæ duos angulos duobus angulis habeant æquales, vtrumq; vtrique, duoque latera duobus lateribus circa reliquum angulum æqualia, vtrumq; vtrique, & in reliquo angulo dicto non ſit polus reliqui lateris: Erit & reliquum latus reliquo lateri, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis.

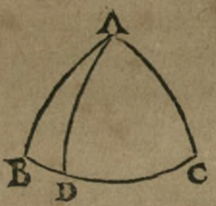
IN duobus triangulis ſphæricis ABC, DEF, ſint anguli B, C, angulis E, F, æquales, vterque vtrique, & latera AB, AC, circa reliquum angulum A, æqualia lateribus DE, DF, vtrumque vtrique, non ſint autem A, D, poli arcuum BC, EF. Dico & reliqua latera BC, EF, æqualia eſſe, & reliquos angulos A, D. Si enim arcus BC, EF, non ſunt æquales, ſit BC, maior, [a] abſcindaturque arcus CG, æqualis ipſi FE, [b] & per puncta A, G, arcus maximi circuli deſcribatur AG. Quoniam igitur latera AC, CG, æqualia ſunt lateribus DF, FE, anguloſque æquales continent C, F; [c] erunt & arcus AG, DE, & anguli AGC, & E, æquales: Ponitur autem arcus DE, arcui AB, & angulus E, angulo B, æqualis. Igitur & arcus AG, arcui AB, & angulus AGC, angulo B, æqualis erit, atque adeo, [d] cum AGC, AGB, ſint æquales duobus rectis, erunt & B, AGB, duobus rectis æquales: [e] Sunt autem B, & AGB, inter ſe æquales, ob æqualitatem arcuum AB, AG. Vterque igitur rectus erit, [f] ac propterea vterque arcus AB, AG, per polum arcus BC, tranſibit. Eſt ergo A, polus arcus BC. Quod eſt abſurdum. Ponitur enim non eſſe. Non igitur inæquales ſunt arcus BC, EF, ſed æquales, [g] atq; idcirco & anguli BAC, & D, æquales erunt.



a 1. huius.
b 20.1. The.
c 7. huius.
d 5. huius.
e 8. huius.
f 13. 1. The.
g 18. huius.

S C H O L I V M.

EST autem neceſſaria conditio illa, quod in reliquo angulo polus non ſit reliqui lateris. Falſa enim eſſet propoſitio, ſi in illo angulo polus foret reliqui lateris. Sit enim triangulum ſphæricum ABC, ſitque in A, polus arcus BC; & ex A, arcus circuli maximi deſcendat quicunque AD, ſecans BC, in D. [h] Erunt igitur anguli ad B, C, D, omnes recti, [i] atque omnes tres arcus AB, AC, AD, quadrantes. Itaque duo triangula ABC, ADC, duos angulos B, C, duobus angulis ADC, & C, æquales habent, vtrumque vtrique, & duo latera AB, AC, duobus lateribus AD, AC, circa angulos BAC, DAC, æqualia, vtrumque vtriq; & tamen neq; reliqua latera BC, DC, æqualia inter ſe ſunt, neque reliqui anguli BAC, DAC, vt manifeſtum eſt. Hoc autem ideo accidit, quod A, polus ſit arcuum BC, DC.



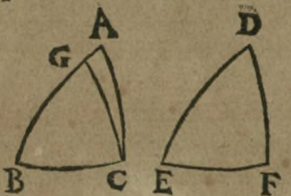
h 15.1. The.
i Coro. 16. 1. Theo.

HINC perſpicuum quoq; eſt Copernicum hallucinari lib. 1. Reuolutionum prop. 12. cum aſſerit, omne triangulum ſphæricum, cuius duo anguli vtcunque dati fuerint, cum aliquo latere, datorum, effici angulorum, & laterum. Nam in triangulo ABC, etiamſi dentur duo anguli B, C, cum duobus lateribus AB, AC, (& non cum vno tantum, vt ipſe vult) non tamen ſtatim reliquum latus, & reliquus angulus cognoſcetur, cum reliquum latus eſſe poſſit vel BC, vel DC, & reliquus angulus vel BAC, vel DAC, &c. Aliquid ergo aliud præterea conſtet, neceſſe eſt, vt reliquus angulus, cum reliquis lateribus cognoſcatur, vt in ſcholio propoſ. 66. oſtendemus.

Error Nicolai Copernici.

THEOR. 22. PROPOS. 24.

SI fuerint duo triangula ſphærica, quæ vnum angulum vni angulo æqualem habeant, & duo latera duobus lateribus circa alium angulum æqualia vtrumque vtrique, atque vtrumque reliquorum angulorum vel maiorem recto, vel minorem: Erit & reliquum latus reliquo lateri æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales vterque vtrique.



IN duobus triangulis ſphæricis ABC, DEF, ſint anguli B, E, æquales & duo latera BC, CA, æqualia duobus laterib. EF, FD, vtrũq; vtrique, circa angulos C, F, & vterque angulorum reliquorum A, D, vel minor ſit, vel maior recto. Dico reliqua latera AB, DE, æqualia quoque eſſe, & reliquos duos angulos A, C, reliquis duobus angulis D, F, vtrũq; vtrique. Si enim latera AB, DE, æqualia non ſunt, ſit AB, maius, [a] & abſcindatur arcus BG, æqualis arcui DE, [b] & per pũcta C, G, arcus circuli maximi ducatur CG. Quia igitur latera BG, BC, æqualia ſunt lateribus ED, EF, anguloſque comprehendunt æquales BE; [c] erunt & arcus GC, DF, & anguli G, D, æquales; Ponitur autem arcus DF, arcui AC, æqualis. Æqualis igitur erit quoque arcus GC, eidem arcui AC; [d] atque adeo anguli A, & CGA, æquales. [e] Et quoniam anguli duo ad G, ſunt æquales duobus rectis, erunt quoque duo anguli BGC, & A, duobus rectis æquales; ac proinde, cum angulus BGC, oſtenſus ſit æqualis angulo D, erunt & duo anguli D, & A, duobus rectis æquales. Quod fieri non poteſt. Cum enim vterque minor recto ponatur, vel maior, erunt ambo ſimul vel duobus rectis minores, vel maiores. Non ergo inæqualia ſunt latera AB, DE, ſed æqualia. [f] Quare & duo Anguli A, C, duobus angulis D, F, æquales erunt, vterq; vtriq;. Si fuerint igitur duo triangula, &c. Quod oſtendendum erat.

a 1. huius.
b 20.1. The.
c 7. huius.
d 8. huius.
e 5. huius.
f 18. huius.

S C H O L I V M.

DIXIMVS, vtrumq; reliquorum angulorum debere eſſe vel maiorem, vel minorem recto. Nam alias falſa eſſet propoſitio. Sit enim triangulum ſphæricum quodcunque ABC, habens duo latera AB, AC, æqualia. Producto autem latere CB, ad D, ita vt CD, ſit arcus ſemicirculo minor, [g] ducatur per puncta A, D, arcus circuli maximi AD. Itaq; triangula ADB, ADC, angulum angulo æqualem habent, nempe D, communem, & duo latera AD, AB, æqualia duobus lateribus AD, AC, vtrumque vtrique; & tamen reliqua latera DB, DC, æqualia non ſunt, nec reliqui anguli DAB, DAC, immo neque anguli ABD, ACD

g 20.1. The.

BD,ACD,nisi vterq; rectus sit,vt demonstrabimus. Hoc autem ideo euenit, quod non vterque angulus ABD, ACD, maior est vel minor recto,sed vel vterque rectus, vel vnus maior recto,& alter minor: quod ita ostendemus. Sit primum angulus ABD, rectus. Dico & C,rectum esse. Recto enim existente angulo ABD,erit & ABC,rectus; [h] *quod ambo anguli ad B,æquales sint duobus rectis:* [i] *sed hic æqualis est angulo C,ob æqualitatem laterum AB,AC. Igitur & C, rectus erit.* h 5. huius. i 8. huius.

SIT deinde angulus ABD,maior recto. Dico C,minorem esse recto. Cum enim ABD, sit recto maior, erit ABC, minor recto, [k] *cum ambo duobus rectis sint æquales. Igitur & angulus C,* [l] *qui æqualis est angulo ABC,recto minor erit.* k 5. huius. l 8. huius.

SIT tandem angulus ABD,minor recto.Dico C,esse recto maiorem. Cum enim ABD,sit minor recto, erit ABC, hoc est, sibi æqualis C,maior recto.

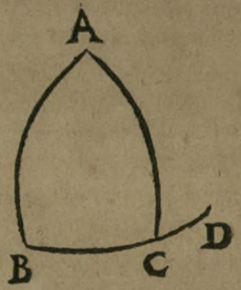
HINC manifestum est,propositionem 8. Nicolai Copernici de sphæricis triangulis,lib.1. Reuolutionum falsam esse, quo ad eam partem,in qua dicit. Si bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint,alterum alteri,& angulum angulo æqualem,qui ad basim fuerit; basim quoque basi, ac reliquos angulos reliquis angulis habebunt æquales. *Hoc enim verum non est,nisi ponatur vterque reliquorum angulorum ad basim vel maior recto,vel minor. In triangulis enim propositis ADB,ADC,sunt duo latera AD,AB,duobus lateribus AD,AC,æqualia, angulusq; D, communis est super bases DB,DC; & tamen bases non sunt æquales,ob causam dictam.* Error Nicolai Copernici.

VNDE errat idem Nicolaus in eodem libro propos. 11. vbi ait. Omne triangulum, cuius duo latera fuerint data cum aliquo angulo,datorum efficitur angulorum,& laterum. *Nam etiamsi latera AD, AB, nota sint cum angulo D, non tamen inde in notitiam alterius lateris,& aliorum angulorum perueniemus,cum reliquum latus possit esse vel DB,vel DC,&c. Necesse est ergo aliud quippiam præterea constare,antequam reliquum latus, cum reliquis angulis notum efficiatur, vt in Scholio propos. 67. perspicuum faciemus.* Alius error Nicolai Copernici.

THEOR. 23. PROP. 25.

IN omni triangulo sphærico Isoscele,si duo latera æqualia sint quadrantes,erunt duo anguli æquales super basim recti: si vero vtrumque quadrante minus sit,acuti: si denique maius quadrante,obtusi. Et si duo anguli æquales ad basim sint recti; erunt duo latera æqualia quadrantes: si vero acuti,vtrumque quadrante minus erit: si denique obtusi, vtrumq; quadrante maius.

IN triangulo sphærico Isoscele ABC,sint primum duo arcus æquales AB, AC,quadrantes. Dico æquales angulos B,C,ad basim esse rectos. Cum enim vterq; arcus AB,AC,quadrans sit erunt ambo simul semicirculo æquales. Quare producto arcu BC,ad D, [a] angulus ACD,æqualis erit angulo B: [b] sed angulus B,angulo ACB,æqualis est. Igitur & angulus ACD,angulo ACB,æqualis erit; atq; adeo, [c] cum duo anguli ad C, duob. rectis æquales sint,erit vterq; angulus ad C,rectus. Quare & angulus B, [d] qui recto ACB,æqualis est,rectus erit. Quod est propositũ. a 14. huius. b 8. huius. c 5. huius. d 8. huius.

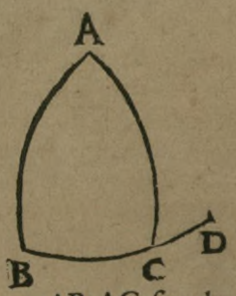


SIT deinde vterque arcuum AB, AC, æqualium quadrante minor. Dico angulos B,C,æquales esse acutos. Cum enim vterque arcus AB, AC, quadrante minor sit,erunt ambo simul semicirculo minores. [e] Quare angulus ACD, maior erit angulo B, hoc est,angulo ACB, [f] cum anguli B, & ACB,æquales sint. [g] Cum ergo duo anguli ad C,æquales sint duobus rectis,erit angulus ACB,recto minor; atque adeo angulus B, [h] qui ei æqualis est, recto quoque minor erit. Sunt ergo duo anguli B,& ACB,acuti. Quod est propositum. e 14. huius. f 8. huius. g 5. huius. h 8. huius.

SIT postremo vterque arcuum AB,AC,quadrante maior. Dico angulos æquales,B, C,esse obtusos.Cum enim vterque arcus AB,AC, maior sit quadrante, erunt ambo maiores semicirculo. [i] Quare angulus ACD, minor erit angulo B,hoc est,angulo ACB, [k] qui angulo B,æqualis est. [l] Cum ergo duo anguli ad C, duobus rectis sint æquales,erit angulus ACB,recto maior,hoc est,obtusus; atque idcirco & angulus B, [m] qui ei æqualis est,obtusus erit. Quod est propositum. i 14. huius. k 8. huius. l 5. huius. m 8. huius.

SED iam vterque angulorum æqualium B,C,sit rectus. Dico vtrumq; arcum AB,AC, quadrantem esse. Cum enim ACB,rectus sit, [n] & duo anguli ad C,æquales duobus rectis,erit quoque ACD,rectus, ac proinde recto B,æqualis. [o] Sunt ergo duo arcus AB,AC, simul semicirculo æquales,ac propterea cum ipsi æquales ponantur,vterque quadrans erit. Quod est propositum. n 5. huius. o 15. huius.

DEINDE vterq; angulorum B,C,sit acutus.Dico vtrumq; arcum AB,AC,quadrante minorem esse.[p] Cum enim duo anguli ad C,æquales duobus rectis sint, & ACB, ponatur recto minor; erit ACD, recto maior; ac propterea maior,quam B,qui recto etiam minor ponitur. [q] Sunt ergo arcus AB, AC,simul semicirculo minores; atq; idcirco,cum ipsi sint æquales, vterque quadrante minor erit.Quod est propositum. p 5. huius. q 15. huius.

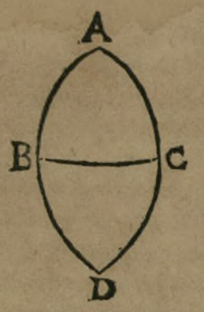


POSTREMO sit vterque angulorum B,C,obtusus. Dico vtrumque arcum AB, AC, maiorem esse quadrante. [r] Cum enim duo anguli ad C, sint æquales duobus rectis, & ACB, ponatur maior recto, erit ACD, recto minor,atque idcirco minor angulo B,qui recto quoque maior ponitur. [s] Arcus ergo AB, AC, simul maiores sunt semicirculo; atque adeo,cum ipsi æquales sint,erit vterque quadrante maior. Quod est propositum. In omni ergo triangulo sphærico Isoscele,&c. Quod demonstrandum erat. r 5. huius. s 15. huius.

COROLLARIVM.

EX his sequitur, omne triangulum sphæricum æquilaterum, seu æquiangulum, si singula latera sint quadrantes,habere singulos angulos rectos: si vero quadrante minora,acutos. Si deniq; quadrante maiora,obtusos. Et omne triangulum sphæricum æquiangulum,seu æquilaterum,si singuli anguli sint recti,habere singula latera quadrantes: Si vero acuti, quadrante minora: si deniq; obtusi,quadrante maiora.

SCHOLIVM.



CÆTERVM, quando duo latera trianguli sphærici sunt quadrantes, vtrumque angulum ad basim esse rectum: Et si vterq; angulus ad basim rectus est, vtrumq; latus esse quadrantem, demonstrari etiam poterit hac ratione.

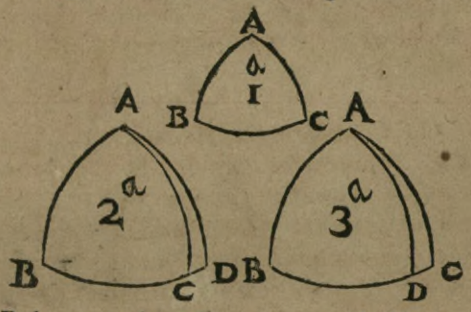
t 11.1. The. *SINT in triangulo ABC, quadrantes AB, AC. Dico angulos B, C, esse rectos. Productis enim arcubus AB, AC, donec coëant in D,* [t] *vt sint ABD, ACD, semicirculi; erunt quoq; arcus DB, DC, quadrantes, atque adeo vterq; arcus ABD, ACD,*
u Schol. 9. 2. Theod. *bifariam diuidetur ab arcu BC, in punctis B, & C.* [u] *Igitur arcus BC, per polos arcuum AB, AC, transibit;* [x] *atque idcirco rectos angulos ad B, & C, efficiet.*
x 15.1. Th.

VERVM iam anguli B, C, recti sint. Dico latera AB, AC, quadrantes esse.
y 13.1. Th. *Cum enim anguli B, C, sint recti,* [y] *transibit arcus BC, per polos arcuum ABD, A-*
z 11.1. Th. *CD,* [z] *qui quidem semicirculi sunt;* [a] *atque adeo vtrumque bifariam secabit in B, C. Sunt ergo arcus AB, AC, DB, DC,*
a 9.2. Th. *quadrantes. Quod demonstrandum erat.*

THEOR. 24. PROPOS. 26.

IN omni triangulo Isoscele sphærico, cuius duo latera æqualia sint quadrantes, si angulus sub ipsis, comprehensus fuerit rectus, erit basis quadrans: Si vero acutus, quadrante minor: Si denique obtusus, quadrante maior. Et si basis fuerit quadrans, erit angulus sub lateribus comprehensus, rectus: Si vero minor quadrante, acutus: Si deniq; maior quadrante, obtusus. Semper autem polus basis erit in angulo sub lateribus comprehenso.

IN triangulo sphærico Isoscele ABC, sint latera AB, AC, quadrantes, & primum angulus A, sit rectus, vt
a 25. huius. in prima figura. Dico basim BC, quadrantem esse. Cum enim AB, AC, sint quadrantes, [a] erunt anguli B, C,
b Coro. 25. huius. recti. [b] Quare omnes arcus erunt quadrantes. Quadrans ergo est BC. Quod est propositum.



SIT deinde angulus A, acutus, vt in secunda fi-
c 20. 1. Th. gura. Dico basim BC, minorem esse quadrante. [c] Ducto enim per A, & polum arcus AB, arcu circuli maxi-
d 15.1. The. mi AD, [d] erit angulus BAD, rectus, atque adeo maior acuto angulo BAC. Occurret ergo AD, arcus arcui
e 25. huius. BC, producto, nempe in puncto D. [e] Quoniam igitur in triangulo ABC. vterque angulus B, C, rectus est, erunt in triangulo ABD, duo anguli recti B, & DAB,
f 9. huius. ideoque æquales; [f] ac propterea & arcus DA, DB, æquales erunt. Quare Isosceles est DAB, habens ad ba-
g 25. huius. sim AB, duos angulos rectos; [g] ac proinde vterque arcus AD, BD, quadrans est. Igitur BC, quadrante erit minor. Quod est propositum.

h 20.1. Th. TERTIO sit angulus A, obtusus, vt in tertia figura. Dico basim BC, esse quadrante maiorem.[h] Ducto
i 15.1. Th. enim per A, & polum arcus AB, arcu circuli maximi AD, [i] erit angulus DAB, rectus; atq; adeo minor obtuso
k 25. huius. angulo BAC. Occurret ergo arcus AD, arcui BC, intra triangulum, nempe in puncto D. [k] Quoniam ergo in triangulo ABC, rectus est vterque angulus B, C, erunt in triangulo DAB, duo anguli ad basim AB, recti, & pro-
l 9. huius. pterea æquales; [l] atque idcirco & arcus AD, BD, æquales. Quare Isosceles est DAB, habens ad basim AB, du-
m 25. huius os angulos rectos. [m] Vterque igitur arcus AD, BD, quadrans est, ideoq; BC, quadrante maior. Quod est propositum.

n 25. huius. SED iam basis BC, quadrans sit, vt in eadem prima figura. Dico angulum A, rectum esse. [n] Quoniam enim duo arcus CA, CB, quadrantes sunt, erit vterque angulus A, B, rectus. Rectus igitur est angulus, A.

SIT deinde basis BC, quadrante minor. Dico angulum BAC, esse acutum. Producto enim arcu BC, ad
o 20.1. Th. D, vt sit BD, quadrans, [o] ducatur per puncta A, D, arcus AD, circuli maximi. Quoniam igitur duo arcus BA,
p 25. huius. BD, quadrantes sunt, [p] erit vterque angulus D, & DAB, rectus. Acutus igitur est angulus BAC.

q 1. huius. SIT tandem basis B C, maior quadrante. Dico angulum BAC, obtusum esse. [q] Abscindatur BD,
r 20.1. Th. arcus æqualis quadranti AB; [r] & per puncta A, D, arcus circuli maximi describatur AD. Et quia duo arcus BA,
s 25. huius. BD, quadrantes sunt, [s] erit vterq; angulus BDA, DAB, rectus. Obtusus igitur est BAC, angulus.
t 25 huius.

u 13.1. Th. DICO præterea, in omnibus his punctum A, polum esse basis BC. Cum enim latera AB, AC, ponantur quadrantes, [t] erit vterque angulus ad basim BC, rectus, [u] ac propterea vterque arcus AB, AC, per polum arcus BC, transibit. Siue igitur BC, quadrans sit, siue minor, siue maior quadrante; Et siue angulus A, sit rectus, siue acutus, siue obtusus, semper punctum A, vbi coëunt arcus AB, AC, polus erit basis BC. In omni igitur triangulo Isoscele sphærico, cuius duo latera, &c. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM.

IMMO in omni triangulo sphærico habente duos angulos rectos, demonstrabimus eodem modo, in concursu duorum la-
x 13.1. The. *terum, quæ rectos subtendunt angulos, reliqui lateris, quod rectis angulis adiacet, polum esse, etiam si nondum sciatur, duo illa latera esse quadrantes. Sint enim in triangulo sphærico ABC, duo anguli recti B, C. Dico A, polum esse arcus BC.* [x] *Nam vterq; arcus AB, AC, per polum arcus BC, transibit; ac propterea A, polus erit arcus BC.*
y 25. huius *VERVM est tamen,* [y] *duos arcus AB, AC, esse semper quadrantes, propter angulos rectos B, C.*

THEO-

THEOR. 25. PROPOS. 27.

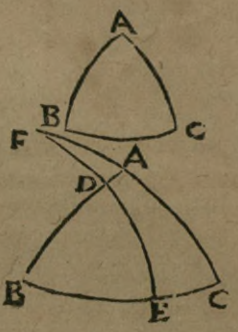
IN omni triangulo sphærico, cuius omnes arcus sint quadrante maiores, vel vnus quadrans, & reliqui duo quadrante maiores, omnes tres anguli sunt obtusi.

IN triangulo sphærico ABC, sint primum singula latera quadrante maiora. Dico tres angulos A, B, C, esse obtusos. Aut enim triangulum æquilaterum est, aut Isosceles, aut Scalenum.

SI æquilaterum, [a] perspicuum est, tres angulos esse obtusos. a Corol. 25. huius.

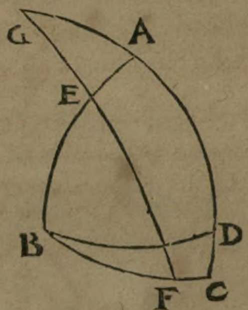
SI vero est Isosceles, habens duo latera AB, AC, æqualia, [b] erunt duo anguli B, C, ad basim obtusi. Sint quadrantes BD, BE, [c] & per puncta D, E, arcus circuli maximi ducatur ED, conueniens cum arcu CA, protracto in F. Quoniam igitur BD, BE, quadrantes sunt, & angulus B, ostensus est obtusus, [d] erit DE, arcus quadrante maior, [e] & anguli BDE, BED, recti: Ponitur autem & arcus AC, quadrante maior. Igitur arcus DE, AC, simul semicirculo maiores sunt; ac propterea arcus FD, FA, simul minores semicirculo, cum arcus EF, FC, integro circulo simul sint minores; [f] cum vterq; arcus minor sit semicirculo. [g] Angulus igitur FDB, maior est angulo FAD: Est autem angulus FDB, rectus, [h] quod anguli FDB, BDE, duobus rectis æquales sint, & BDE, rectus ostensus. Ergo FAD, acutus est; ac proinde, [i] cum FAD, DAC, æquales sint duobus rectis, angulus BAC, obtusus erit: ostensi sunt autem & anguli B, C, obtusi. Omnes ergo tres anguli A, B, C, obtusi sunt.

b 25. huius. c 20. 1. The. d 26. huius. e 25. huius. f 2. huius. g 14. hui. h 5. huius. i 5. huius.



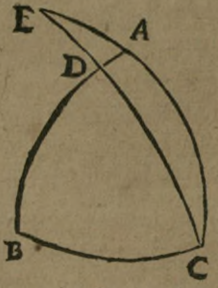
SI denique triangulum ABC, est Scalenum, sit latus AC, latere AB, maius, [k] & abscindatur arcus AD, arcui AB, æqualis; eritque adhuc arcus AD, quadrante maior, quod & arcus AB, cui æqualis est, maior ponatur quadrante. [l] Si igitur per puncta B, D, ducatur arcus BD, circuli maximi, [m] erit vterque angulus ADB, ABD, obtusus. Multo ergo magis obtusus erit angulus ABC. Sint quadrantes BE, BF, [n] & per puncta E, F, ducatur arcus EF, circuli maximi, coiens cum arcu CA, producto in G. Quoniam igitur BE, BF, quadrantes sunt, [o] erunt anguli ad E, & F, recti; & cum angulus EBF, ostensus sit obtusus, [p] erit arcus EF, quadrante maior ponitur autẽ & arcus AC, quadrante maior. Igitur arcus EF: AC, simul semicirculo sunt maiores; & idcirco multo magis FG, CG, maiores erunt semicirculo. [q] Angulus ergo BFG, quem ostendimus esse rectum minor est angulo BCG; ac propterea angulus C, obtusus erit. Et quoniam arcus FG, CG, simul integro sunt circulo minores; [r] quod vterque semicirculo minor sit; & EF, AC, simul semicirculo maiores; erunt arcus GE, GA, simul semicirculo minores [s] ac proinde angulus GEB, maior erit angulo GAB. Cum ergo angulus GEB, rectus sit, [t] quod duo anguli ad E, duobus sint rectis æquales, & angulus BEF, ostensus sit rectus; erit angulus GAB, acutus. Quapropter [u] cum GAB, BAC, æquales sint duobus rectis, erit BAC, obtusus. Sunt autem duo etiam anguli ABC, & C, ostensi obtusi. Tres ergo anguli A, B, C, trianguli ABC, obtusi sunt. Quod est propositum.

k 1. huius. l 20. 1. The. m 25. huius. n 20. 1. Th. o 25. huius. p 26. hui. q 14. huius. r 2. huius. s 14. huius. t 5. huius. u 5. huius.



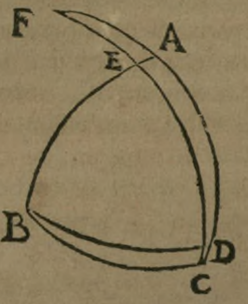
SINT iam in eodem triangulo ABC, duo arcus AB, AC, quadrante quidem maiores, at BC, quadrans. Aut igitur arcus AB, AC, æquales sunt, aut inæquales. Si æquales, [x] erunt duo anguli B, C, obtusi. Sit quadrans BD, [y] & per puncta C, D, arcus CD, maximi circuli ducatur conueniens cum arcu CA, protracto in E. Quia igitur arcus BC, BD, quadrantes sunt, [z] erunt anguli D, & BCD, recti, [a] & arcus CD, propter angulum B, quem obtusum esse ostendimus, quadrante maior: Ponitur autem & arcus AC, quadrante maior. Igitur arcus CD, CA, simul maiores sunt semicirculo; ac propterea, cum arcus CDE, CAE, circulum conficiant, [b] (quod vterq; semicirculus sit) erunt arcus ED, EA, semicirculo minores. Quare angulus EDB, qui rectus est, [c] (quod duo anguli ad D, æquales sint duobus rectis, [d] & angulus BDC, ostensus sit rectus) maior erit angulo EAD; atque adeo EAD, acutus erit. [e] Cum ergo anguli EAD, DAC, duobus rectis sint æquales, erit BAC, obtusus. Sunt etiam anguli B, C, demonstrati obtusi. Tres igitur anguli A, B, C, trianguli ABC, obtusi sunt.

x 25. huius. y 20. 1. Th. z 25. huius. a 26. huius. b 11. 1. The. c 5. huius. d 14. huius. e 5. huius.



SI vero AB, AC, latera, quæ quadrante maiora sunt, non sunt æqualia, sit maius AC, [f] & abscindatur arcus AD, æqualis arcui AB, [g] & per puncta B, D, transeat arcus BD, circuli maximi: eritque adhuc arcus AD, maior quadrante, cum ei æqualis AB, maior etiam ponatur. [h] Anguli igitur ADB, ABD, obtusi sunt. Multo ergo magis obtusus erit angulus ABC. Sit quadrans BE, [i] & per puncta C, E, transeat arcus CE, circuli maximi occurrens arcui CA, producto in F. Quoniam igitur quadrantes sunt BE, BC, & angulus EBC, ostensus est obtusus, [k] erit arcus EC, maior quadrante, [l] sed anguli E, & BCE, recti erunt. Angulus ergo ACB, obtusus erit. Et quoniam arcus CE, ostensus est quadrante maior, & arcus AC, maior etiam ponitur, quam quadrans; erunt arcus CE, CA, simul semicirculo maiores. Cum ergo arcus CEF, CAF, integro circulo æquales sint, [m] quod vterque sit semicirculus, erunt arcus, FE, FA, simul semicirculo minores. Quamobrem angulus FEB, qui rectus est, [n] (sunt enim duo anguli ad E, duo-

f 1. huius. g 20. 1. The. h 25. huius. i 20. 1. The. k 26. huius. l 25. huius. m 11. 1. The n 5. huius.



o 14. huius bus rectis æquales, & angulus BEC, ostensus est rectus.) o maior erit angulo FAE. Acutus ergo est angulus FAE, ac propterea p cum duo anguli ad A, sint æquales duobus rectis, angulus BAC, obtusus erit. Sunt autem etiam ostensi obtusi anguli ABC, ACB. Tres igitur anguli in triangulo ABC, obtusi sunt. In omni ergo triangulo sphærico, cuius omnes arcus, &c. Quod erat demonstrandum.

p 5. huius.

S C H O L I V M.

HÆC propositio non conuertitur. Non enim omne triangulum sphæricum, cuius omnes anguli sunt obtusi, necessario habet omnes arcus quadrante maiores, vel duos quidem maiores quadrante, & vnum quadranti æqualem: Sed possunt esse duo quidem quadrante maiores, reliquus vero quadrante minor. Sint enim duo semicirculi in superficie sphæræ continentes angulos A, C, obtusos. Si igitur accipiantur duo arcus æquales AB, AD, quorum vterq; maior sit sesquialtero quadrante, ita vt ambo simul tres quadrantes superent; q *describatur autem per puncta B, D, arcus circuli maximi BD; erit hic arcus BD, quadrante minor.* r *Cum enim tres arcus AB, AD, BD, integro circulo minores sint, ponantur autem duo arcus AB, AD, tribus quadrantibus maiores; erit necessario tertius arcus BD, minor quadrante: Alias, si quadrans esset, aut maior quadrante, superarent tres arcus trianguli ABC, integrum circulum.* s *Quoniam igitur duo anguli B, & D, in triangulo ABD, obtusi sunt, necnon & tertius angulus A, obtusus quoque, ex hypothesi; erunt omnes tres anguli A, B, D, obtusi: & tamen neque omnes arcus sunt quadrante maiores; neq; duo tantum, & tertius quadrans: sed duo quidem AB, AD, quadrante maiores sunt, at tertius arcus BD, quadrante minor, vt ostendimus.*

q 20. 1. The.

r 4. huius.

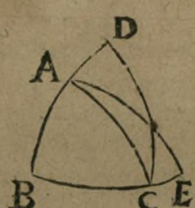
s 25. huius.

THEOR. 26. PROP. 28.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus sint quadrante minores, reliqui duo anguli acuti sunt. Et si reliqui duo anguli sint acuti, erunt singuli arcus quadrante minores.

IN triangulo sphærico ABC, sit angulus B, rectus, & singuli arcus quadrante minores. Dico reliquos angulos A, C, esse acutos. Producantur enim arcus BA, BC, vt sint quadrantes BD, BE, a & per puncta C, D, arcus maximi circuli ducatur CD, necnon per puncta A, E, arcus circuli maximi AE. b Et quoniam quadrans BD, ob angulum rectum B, per polos arcus BC, transit, c abestque polus circuli maximi quadrante circuli maximi ab eo, erit D, polus arcus BC. d Igitur erit angulus BCD, rectus; ac propterea angulus ACB, acutus. Eodem modo, quia quadrans BE, ob angulum rectum B, e per polos arcus AB, transit, f abestque polus circuli maximi quadrante maximi circuli ab eo, erit E, polus arcus AB. g Igitur angulus EAB, rectus erit; ac proinde BAC, acutus.

a 20. 1. The.
b 13. 1. Th.
c Coro. 16. 1. Theo.
d 15. 1. Th.
e 13. 1. Th.
f Corol. 16. 1. Theod.
g 15. 1. Th.



SED iam in eodem triangulo ABC, angulus B, rectus sit, & reliqui A, C, acuti. Dico singulos arcus esse quadrante minores. Fiant enim recti anguli BCD, BAE. Quia igitur vterque angulus B, BCD, rectus est, h erit vterque arcus BD, CD, quadrans. Arcus igitur BA, quadrante minor est. Eodem modo arcus BC, minor erit quadrante; i propterea quod & arcus BE, AE, quadrantes sunt, ob angulos rectos B, BAE. Sed & arcum AC, minorem, esse quadrante, ita ostendemus. Quoniam arcus BE, ducitur per E, polum arcus BD, (ostendemus enim E, esse polum arcus AB, vt supra, cum BE, quadrans sit, rectusque ad arcum AB.) erit punctum C, intra peripheriam circuli arcus BD, in superficie sphæræ, & præter eiusdem polum. k Quare arcus CA, minor erit arcu CD. At CD, ostensus est esse quadrans. Igitur AC, quadrante minor erit. Omnes ergo arcus trianguli ABC, quadrante sunt minores. Quocirca in omni triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod ostendendum erat.

h 25. huius.
i 25. huius.
k Schol. 21. 2. Theod.

S C H O L I V M.

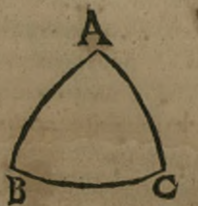
PRIMA pars huius propositionis vera quoque est, si solum vterque arcus circa angulum rectum ponatur quadrante minor, etiamsi ignoretur, reliquum arcum, qui rectum angulum subtendit, minorem esse quadrante. Id quod liquido constat ex demonstratione prioris partis. Ostensum est enim, angulos BAC, BCA, esse acutos, ex eo solum, quod vterq; arcus BA, BC, quadrante minor ponatur, nulla facta mentione arcus, AC. Erit tamen semper arcus rectum angulum subtendens quadrante minor, si duo arcus rectum angulum continentes quadrante minores sint, vt ex demonstratione manifestum est. Nam cum ex eo, quod arcus BA, BC, minores sint quadrante, anguli A, C, acuti sint, vt in priore parte demonstratum est, fit, vt & arcus AC, minor sit quadrante, vt in parte posteriori est ostensum. Itaq; proponi poterit etiam huiusmodi Theorema.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius duo arcus rectum angulum comprehendentes quadrante sint minores, erit & arcus angulum rectum subtendens quadrante minor.

THEOR. 27. PROPOS. 29.

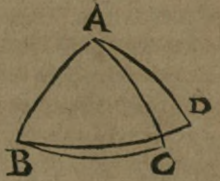
IN omni triangulo sphærico, cuius omnes anguli sint acuti, arcus singuli quadrante sunt minores.

IN triangulo sphærico ABC, sint omnes anguli acuti. Dico singulos arcus quadrante minores esse. Sint enim primum omnes anguli acuti æquales. Quo posito, [a] erunt singuli arcus quadrante minores, vt supra demonstratum est. a Corol. 25. huius.



DEINDE sint duo tantum anguli acuti æquales B, C; & A, minor vtroq; illorum. [b] Erit igitur vterque arcus AB, AC, minor quadrante. Et quia angulus b 25. huius. B, maior ponitur angulo A, [c] erit arcus AC, maior arcu BC. Cum igitur arcus c 11. huius. A C, ostensus sit quadrante minor, erit multo magis arcus B C, minor quadrante.

TERTIO sint duo tantum anguli acuti iterum æquales B, C; & A, acutus vtroq; illorum maior. [d] Erit igitur rursus vterque arcus AB, AC, quadrante mi- d 25. hui. nor. Dico & BC, quadrante esse minorem. Fiat enim angulus rectus BAD, sitque arcus AD, vtrique arcuum AB, AC, æqualis; [e] & per puncta B, D, describatur e 20. 1. Th. arcus circuli maximi BD. Quoniam igitur vterq; arcus AB, AC, ostensus est quadrante minor, erit & AD, minor quadrante. [f] Vterque ergo angulus ABD, & f 25. huius. D, acutus est. Quare cum in triangulo ABD, angulus BAD, rectus sit, & reliqui acuti [g] erunt omnes arcus quadrante minores. Arcus igitur BD, quadrante mi- g 28. hui. nor est: At quia latera AB, AC, lateribus AB, AD, æqualia sunt, estque angulus BAD, angulo BAC, maior; [h] erit & basis BD, base BC, maior: Ostensus est au- h 12. huius tem arcus BD, quadrante minor. Multo ergo minor quadrante erit arcus BC. Omnes ergo tres arcus trianguli ABC, quadrante sunt minores.

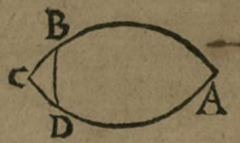


POSTREMO sint omnes anguli acuti A, B, C, inæquales; & sit A, omnium maximus [i] Erit igitur propterea arcus BC, maior vtrouis arcuum AB, AC. Sit quoque angulus C, maior angulo B; [k] eritque propterea arcus AB, maior arcu AC. Quoniam igitur arcus BC, maior est arcu AB, & AB, maior, quam AC; abscindatur arcus BD, æqualis arcui AB, & per puncta A, D, ducatur arcus AD, circuli maximi: [l] eruntque anguli BAD, BDA, æquales: Est autem angulus BAD, acutus, cum pars sit anguli acuti BAC. Igitur & angulus BDA, acutus erit, [m] Vterque igitur arcus AB, BD, quadrante est minor. Multo igitur magis arcus AC, qui minor est arcu AB, minor erit quadrante. Dico & arcum BC, quadrante minorem esse. Fiat enim angulus BAE, rectus, & arcus AE, arcui AC, æqualis, [n] ac per puncta B, E, describatur arcus BE, maximi circuli. Et quia arcus AC, ostensus est minor quadrante, erit & AE, minor quadrante. In triangulo ergo ABE, angulus BAE, rectus est, & vterque arcuum ipsum comprehendentium quadrante minor. [o] Igitur reliqui anguli ABE, AEB, acuti sunt. Quoniam igitur in eodem triangulo ABE, angulus BAE, rectus est, & reliqui duo acuti, [p] erunt omnes arcus quadrante minores. Arcus ergo BE, minor est quadrante. Quoniam vero duo latera AB, AE, duobus lateribus AB, AC, æqualia sunt, estque angulus BAE, maior angulo BAC; [q] erit & basis BE, base BC, maior: Ostensus est autem arcus BE, minor quadrante. Multo igitur minor quadrante erit arcus BC. Tres ergo arcus trianguli ABC, quadrante sunt minores. Quamobrem, in omni triangulo sphærico, cuius, &c. Quod demonstrandum erat.

i 11. huius. k 11. huius. l 8. huius. m 25. huius n 20. 1. Th. o Scho. 28. huius. p 28. huius. q 12. huius.

SCHOLIVM.

PORRO neq; hæc propositio conuerti potest. Non enim omne triangulum sphæricum cuius singuli arcus quadrante sunt minores, necessario habet omnes angulos acutos. Nam vnus angulus potest esse rectus, & reliqui duo acuti, vt ex propos. præcedenti constat. Immo & vnus potest esse obtusus, & reliqui acuti. Sint enim duo semicirculi ABC, ADC, continentes angulos A, C, obtusos, accipianturq; duo arcus æquales AB, AD, quorum vterque sesquialterum quadrantem superet, [r] & per puncta B, D, arcus circuli maximi describatur BD, qui minor erit quadrante, vt in scholio propos. 27. ostendimus. Erunt igitur in triangulo BCD, tres arcus BC, CD, BD, singuli quadrante minores, & tamen non omnes anguli in triangulo BCD, acuti sunt, sed C, quidem obtusus, ex hypothesi, [s] at vero B, D, acuti, propterea quod duo latera CB, CD, æqualia sunt, & quadrante minora. r 20. 1. The. s 25. huius.



THEOR. 28. PROP. 30.

IN quolibet triangulo sphærico, cuius vnus quidem arcus quadrante maior sit, reliquorum vero vterq; quadrante minor, nullus angulorum rectus erit.

IN triangulo sphærico ABC, sit quidem arcus AC, quadrante maior, ac tam AB, quam BC, minor quadrante, Dico nullum angulorum esse rectum. Sit enim si fieri potest, angulus B, qui arcui AC, quadrante maiori opponitur, rectus. Abscisso igitur AD, quadrante, & producto arcu AB, ad E, vt AE, sit etiam quadrans, [a] & per puncta D, E, arcu DE, circuli maximi descripto, qui arcum BC, secet in F; [b] erit vterque angulus D, E, rectus: Ponitur autem & angulus ABC, rectus, hoc est, EBC; [c] sunt enim duo anguli ad B, duobus rectis æquales. [d] Vterq; igitur arcus EF, BF, quadrans erit, atque adeo arcus BC, maior quadrante. Quod est absurdum, cum ponatur quadrante minor. Non ergo angulus B, rectus esse potest.

a 20. 1. The. b 25. huius. c 5. huius. d 25. huius.

e 25. huius. QVOD ſi angulus C, rectus eſſe dicatur, [e] erit, ſi eadem ſiat conſtructio, eodem modo vterque
f 25. huius. arcus DF, CF, quadrans: (Nam & angulus CDF, rectus eſt, [f] cum vterque D, E, rectus ſit, ob quadrantes AD, AE.) atque adeo arcus BC, quadrante maior. quod eſt contra hypotheſim.

SI denique angulus A, rectus concedatur, ſi ex arcu CA, abſcindatur quadrans CG, & arcus CB, produ-
g 20. 1. The. catur vſque ad H, vt & CH, quadrans ſit, [g] deſcribaturque per puncta G, H, arcus circuli maximi GH, ſecans
h 25. huius. arcum AB, in I; [h] erit vterq; angulus G, H, rectus. Cum ergo & angulus A, ponatur rectus, erunt in triangu-
i 25. huius. lo AGI, duo anguli A, G, recti. [i] Quare vterque arcus HI, GI, quadrans eſt; atque adeo arcus AB, quadrante maior. Quod eſt contra hypotheſim.

POSSVMVS tamen aliter demonſtrare, angulum A, non poſſe eſſe rectũ, licet non abſcindatur quadrans CG, &c. Si enim angulus A, rectus concedatur,
k 26. huius [k] erit arcus DE, quadrans. Cum ergo & EA, quadrans ſit, [l] erit vterque an-
l 25. huius. gulus A, D, rectus; & E, polus arcus AC, [m] propterea quod vterque arcus D-
m 13. 1. Th. E, AE, per polum arcus AD, tranſit, ob angulos rectos A, D. Eodem modo D, polus erit arcus AB. Quoniam igitur punctum F, eſt intra peripheriam circuli AB, & præter eius polum, duci-
n Scho. 21. turque arcus FE, per polum circuli AB, nempe per D, [n] erit arcus FB, maior arcu FE. Eadem ratione arcus
2. Theo. FC, maior erit arcu FD, cum FD, ducatur per E, polum circuli AC. Totus igitur arcus BC, quadrante DE, maior erit. Quod eſt abſurdum, cum minor quadrante ponatur. Nullus ergo angulorum A, B, C, rectus eſt. Quamobrem, in quolibet triangulo ſphærico, &c. Quod demonſtrandum erat.

THEOR. 29. PROPOS. 31.

CVIVSCVNQVE trianguli ſphærici tres anguli duobus quidem rectis ſunt maiores, ſex vero rectis minores.

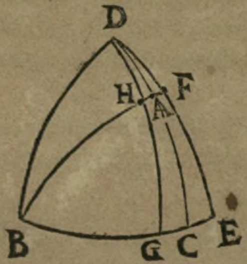
SIT triangulum ſphæricum ABC. Dico tres angulos A, B, C, maiores quidem eſſe duobus rectis, minores vero ſex rectis. Si enim omnes tres anguli recti ſint, vel obtuſi; vel duo tantum recti, vel obtuſi; vel vnus tantum rectus, & reliquorum alter obtuſus, perſpicuum eſt, omnes tres duobus eſſe rectis maiores. In quolibet autem triangulo hæc erit demonſtratio. Producto latere BC, ad D, erit angulus ACD, vel æqualis, vel minor,
a 15. huius. vel maior angulo B. Sit primum æqualis. [a] Erunt igitur arcus AB, AC,
b 16. huius. AC, ſimul ſemicirculo æquales; [b] atque adeo duo anguli ABC, ACB, duobus rectis æquales. Tres ergo anguli A, B, C, duobus rectis maiores
c 15. huius. erunt. Sit deinde angulus ACD, minor angulo B. [c] Erunt igitur arcus
d 16. huius AB, AC, ſimul maiores ſemicirculo; [d] ac propterea duo anguli ABC, ACB, duobus rectis maiores. Multo er-
e 10. huius. go magis tres anguli A, B, C, duobus rectis maiores erunt. Sit denique angulus ACD, maior angulo B, [e] & fiat angulus DCE, angulo B, æqualis, occurratque arcus CE, arcui BA, producto in E: & tandem arcus CA,
f 15. huius. protrahatur ad F. [f] Erunt igitur arcus EB, EC, ſimul æquales ſemicirculo; ac propterea arcus EA, EC, ſimul
g 14. huius. ſemicirculo minores. [g] Angulus igitur EAF, hoc eſt, angulus BAC, qui illi ad verticem æqualis eſt, maior erit
h 16. huius. angulo ACE: [h] Sed angulus ACE, & anguli ACB, & B, duobus rectis ſunt æquales. Igitur anguli BAC, ACB, & B, maiores erunt duobus rectis. Semper ergo tres anguli ſimul duobus rectis ſunt maiores.

QVIA vero omnis angulus ſphæricus, etiam obtuſus, minor eſt duobus rectis; perſpicuum eſt, tres angulos cuiuſuis trianguli ſphærici ſimul minores eſſe ſex rectis. Cuiuſcunque ergo trianguli ſphærici tres anguli, &c. Quod erat demonſtrandum.

THEOR. 30. PROPOS. 32.

IN omni triangulo ſphærico, cuius vnus angulus rectus ſit, & alter reliquorum acutus, ſi quidem arcus illis angulis adiacens fuerit quadrans, erit & arcus rectum ſubtendens angulum quadrans; ſi vero minor fuerit quadrante, quadrante quoque minor erit: ſi deniq; quadrante fuerit maior, quadrante quoque maior erit: Semper autem arcus acutum angulum ſubtendens minor erit quadrante.

IN triangulo ABC, angulus C, rectus ſit, & B, acutus, ſitque primum arcus BC, quadrans. Dico & AB,
a 25. huius. quadrantem eſſe. Fiat enim angulus CBD, rectus, coëatque arcus BD, cum arcu CA, producto in D. [a] Erit igitur vterque arcus BD, CD, quadrans: Ponitur autem & BC, qua-
b 26. huius. drans. [b] Ergo B, polus eſt arcus CD, [c] atque adeo rectus erit
c 15. 1. Th. angulus ad A. [d] Quare vterque arcus BC, BA, quadrans erit. Qua-
d 25. huius. drans igitur eſt arcus AB, angulo recto C, oppoſitus.



SIT deinde arcus BC, quadrante minor. Dico & arcum AB, quadrante eſſe minorem. Fiat enim rurſus angulus CBD, rectus, oc-
e 25. huius. curratque arcus BD, arcui CA, producto in D; [e] eritque vt prius, vterque arcus BD, CD, quadrans. Producto autem BC, ad E, vt ſit
f 20. 1. Th. BE, quadrans. [f] ducatur per puncta D, E, arcus circuli maximi D-E, quem BA, productus ſecet in F. Quoniam igitur arcus BE, BD,
g 25. & 26. huius. quadrantes ſunt, [g] erit vterque angulus BDE, BED, rectus, & B, polus arcus DE. [h] Rectus ergo erit angu-
h 15. 1. Th. i 25. huius. lus ad F; [i] atq; adeo vterq; arcus BE, BF, quadrans erit. Igitur arcus BA, quadrante erit minor.

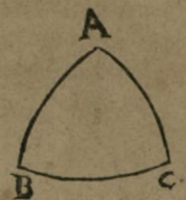
SIT

SIT denique arcus BC, quadrante maior. Dico & arcum AB, maiorem quadrante esse. Fiat enim rursus angulus CBD, rectus, conueniatque arcus BD, cum CA, protracto in D; [l]eritque, vt prius, vterque arcus BD, CD, quadrans. Abscisso autem quadrante BG, [m] ducatur per puncta D, G, arcus circuli maximi DG, secans arcum AB, in H. Quoniam igitur arcus BD, BG, quadrantes sunt, [n] erit vterque angulus BDG, BGD, rectus, & B, polus arcus DG. [o] Rectus ergo erit angulus ad H; [p] ac proinde vterque arcus BG, BH, erit quadrans. Quare AB, quadrante maior erit. l 25. huius. m 10.1.Th. n 25. & 26. huius. o 15.1.The. p 25. huius.

ET quoniam arcus CD, semper ostensus est esse quadrans, erit arcus AG, quadrante minor. Quapropter in omni triangulo sphærico, &c. Quod ostendendum erat.

THEOR. 31. PROPOS. 33.

IN omni triangulo sphærico, cuius vnus angulus rectus, & alter reliquorum acutus, si quidem arcus illis angulis adiacens fuerit quadrans, erit reliquus angulus rectus: si vero minor quadrante, acutus: si denique quadrante maior, obtusus.



SIT in triangulo ABC, sphærico angulus C, rectus, & B, acutus, sitque primum arcus BC, quadrans. Dico reliquum angulum A, rectum esse. [a] Erit enim, & AB, quadrans. [b] Igitur vterque angulus C, A, rectus. a 32. huius. b 25. huius.

SIT deinde arcus BC, quadrante minor. Dico angulum A, esse acutum. [c] Erit enim & arcus AB, quadrante minor; atque adeo arcus AB, BC, simul semicirculo erunt minores. [d] Quare anguli A, C, duobus rectis sunt minores; ac proinde, cum C, sit rectus, erit A, acutus. c 32. huius. d 16. huius.

SIT tandem arcus BC, maior quadrante. Dico angulum A, obtusum esse. [e] Erit enim & AB, quadrante maior; ac propterea arcus AB, BC, simul semicirculo maiores erunt. [f] Igitur anguli A, C, duobus rectis sunt maiores; atque adeo, cum C, sit rectus, erit A, obtusus. Quocirca in omni triangulo sphærico, cuius vnus angulus, &c. Quod erat ostendendum. e 32. huius. f 16. huius.

THEOR. 32. PROPOS. 34.

IN omni triangulo sphærico, cuius vnus angulus rectus, si vteruis reliquorum angulorum sit rectus, erit arcus eum subtendens, quadrans: si vero acutus, quadrante minor: si denique obtusus, maior quadrante. Et si vteruis arcuum rectum angulum continentium fuerit quadrans, erit angulus, quem subtendit, rectus: si vero minor quadrante, acutus: si deniq; quadrante maior, obtusus.

SIT in triangulo sphærico ABC, angulus C, rectus, sitque primum alter reliquorum, nempe B, etiam rectus. Dico arcum AC, qui eum subtendit, quadrantem esse. Cum enim vterque angulus B, C, rectus sit, [a] erit & vterque arcus AB, AC, quadrans. a 25. huius.

SIT deinde B, angulus acutus. Dico arcum AC, esse quadrante minorem. Fiat enim angulus CBD, rectus coeatque arcus BD, cum arcu CA, producto in D. Quoniam igitur vterque angulus C, CBD, rectus est, [b] erit & vterque arcus BD, CD, quadrans; atque adeo arcus AC, minor erit quadrante. b 25 huius.

SIT postremo angulus B, obtusus. Dico arcum AC, quadrante maiorem esse. Fiat enim angulus CBE, rectus, secetque arcus BE, arcũ AC, in E. Quoniam igitur vterque angulus C, CBE, rectus est, [c] erit & vterq; arcus BE, CE, quadrans; atque adeo arcus AC, quadrante maior erit. c 25. huius.

RVRSVM sit angulus C, rectus, & sit primum arcus AC, quadrans. Dico angulum ei subtensum B, esse rectum. [d] Erit enim A, polus arcus BC, [e] (cum arcus CA, per polum arcus BC, transeat, ob angulum rectum C; [f] atque adeo angulus ABC, rectus. d Corol 16. 1. Theod. e 13.1.The. f 5.1. The.

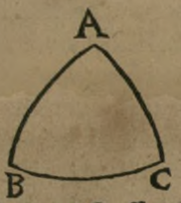
DEINDE sit arcus AC, quadrante minor. Dico angulum ei subtensum B, esse acutum. Producto enim arcu CA, ad D, vt sit CD, quadrans, [g] erit eodem modo D, polus arcus CB; [h] cum arcus CA, per polum arcus BC, transeat. [i] Ducto ergo per puncta D, B, arcu DB, circuli maximi, [k] erit angulus DBC, rectus; ac proinde ABC, acutus. g Coro. 16. 1. Theod. h 13.1.The. i 20.1.The.

POSTREMO sit arcus AC, maior quadrante. Dico angulum B, ei subtensum obtusum esse. Abscisso enim quadrante CE, [l] erit rursum E, polus arcus BC; [m] propterea quod arcus CA, per polum arcus BC, transit. [n] Ducto ergo per puncta E, B, arcu EB, circuli maximi, [o] erit angulus EBC, rectus; atque adeo ABC, obtusus. Quapropter, in omni triangulo sphærico, &c. Quod erat demonstrandum. k 15.1.The. l Coroll. 16. 1. Theod. m 13.1.Th. n 20.1.Th. o 15.1.The.

THEOR. 33. PROPOS. 35.

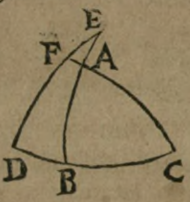
IN omni triangulo sphærico rectangulo, si vterque arcuum comprehendentium angulum rectum, vel vnus tantum, fuerit quadrans, erit & arcus rectum angulum subtendens, quadrans: Si vero vterque dictorum arcuum minor fuerit quadrante, aut maior, erit arcus rectum angulum subtendens quadrante minor: si denique alter illorum maior fuerit quadrante, & alter minor, erit arcus rectum angulum subtendens maior quadrante.

IN triangulo ſphærico rectangulo ABC,ſit angulus B,rectus,& primum vterque arcus AB,BC, vel alter illorum tantum quadrans. Dico & arcum AC, qui rectum angulum ſubtendit, quadrantem eſſe.Si enim vterque arcus AB,BC,quadrans eſt,cum angulus B,ponatur rectus,[a] erit quoque arcus AC,quadrans. Si vero alter tantum arcuum AB,

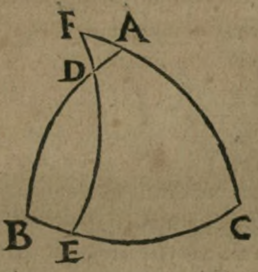


a 26.huius
b 13.1 Th.
c Corol 16.
1 Theod.
d 15.1.The.
e 25.huius.

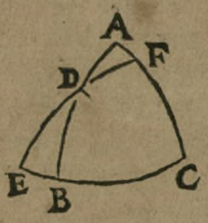
BC,eſt quadrans,ſit AB, quadrans. Quoniam igitur arcus AB,quadrãs eſt,[b] tranſitque per polos arcus BC, propter angulum rectum B, [c] erit A, polus arcus BC; [d] aç propterea angulus C, rectus erit. Cum ergo vterque angulus B, C, rectus ſit, [e] erit vterque arcus AB, AC, quadrans. Eodem modo ſi BC. ponatur quadrans, oſtendemus AC,eſſe quadrantem.Erit enim ſimiliter C,polus arcus AB;ac proinde angulus A,rectus.Cum er-
f 25. huius. go vterque angulus B,A,rectus ſit,[f] erit vterque arcus BC,AC,quadrans.



SIT deinde vterque arcus AB,BC, quadrante minor,vel maior.Dico arcum AC, eſſe quadrante minorem. Si enim vterque eſt quadrante minor,producto arcu CB, ad partes B, & BA, ad partes A, vt ſint CD, BE,
g 20.1.Th. quadrantes, [g] ducatur per puncta DE, arcus circuli maximi DE, ſecans arcum CA, productum in F. Quoniam igitur in triangulo BED, angu-
h 34.huius lus B,rectus eſt,& arcus BE,quadrans,[h] erit angulus D,quem ſubtendit, rectus. Rurſus quia in triãgulo CDF, angulus D,rectus eſt, & arcus DC,
34.huius. quadrans,[i] erit ſimiliter angulus F,rectus;[k] atq; idcirco vterq; arcus DC,
k 25.huius. FC,quadrans erit.Quare arcus AC,quadrante minoc erit.Si vero vterq;
l 20.1. The. arcus AB,BC,quadrante maior eſt abſciſſis quadrantibus BD, CE,[l] ducatur per puncta D,E, arcus circuli maximi ED, ſecans arcum CA, productum in F. Quoniam igitur in triangulo DBE,angulus B,rectus eſt,&
m 34. hui. arcus BD,quadrans [m] erit angulus E,quem BD, ſubtendit,rectus. Rurſus quia in triangulo CEF, angulus E,eſt rectus,& arcus EC, quadrans,
n 34.huius
o 25.huius. [n] erit eodem modo angulus F,rectus.[o] Vterque ergo arcus CE,CF,quadrans erit;ac propterea arcus AC, quadrante minor.

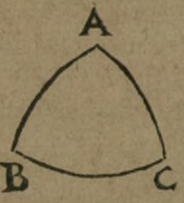


SIT poſtremo arcus AB,quadrante quidem maior, arcus vero BC, minor quadrante. Dico arcum AC, maiorem eſſe quadrante. Auferatur enim quadrans BD;& arcus CB,produca-
p 20.1. Th. tur ad E, vt CE, ſit quadrans;[p] ac per puncta D, E, arcus circuli maximi ducatur ED,ſecans arcum AC, in F. Quia igitur in triangulo BED, angulus B, rectus eſt,& arcus BD, quadrans, [q] erit angulus E, rectus. Rurſus,quia in trian-
q 34.huiu. gulo CEF, angulus E, rectus eſt, & arcus EC, quadrans, [r] erit eadem ratione
r 34 huius.
s 25.huius. angulus F,rectus.[s] Vterque igitur arcus CE,CF,quadrans erit; ac proinde arcus AC, quadrante maior. In omni ergo triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod erat demonſtrandum.



THEOR. 34. PROPOS. 36.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo,ſi arcus rectum angulum ſubtendens fuerit quadrans, erit vel vterque arcuum angulum rectum comprehendentium quadrans, vel alter illorum ſaltem:ſi vero fuerit minor quadrante,vterq; reliquorum vel minor, vel maior, quadrante erit: ſi denique quadrante maior fuerit, erit reliquorum alter maior quadrante; & alter minor.



SIT in triangulo ſphærico ABC,angulus B, rectus, & eum ſubtendens arcus AC,ſit primum quadrans.Dico vel vtrumque arcuum AB,BC,eſſe quoq; quadrantem,vel ſaltem alterum illorum. Si enim neuter illorum eſt quadrans
a 35.huius. erit vel vterque illorum maior,vel minor quadrante, [a] atque adeo arcus AC, quadrante minor;vel alter illorum quadrãte quidem maior,alter vero minor,
b 35 huius. [b] ac proinde arcus AC, quadrante maior; quorum vtrumque abſurdum eſt, cum arcus AC, ponatur quadrans. Erit ergo vel vterque arcus AB, BC, quadrans,vel ſaltem alter illorum.

DEINDE ſit arcus AC, quadrante minor.Dico vtrumque arcum AB,BC, eſſe vel quadrante minorem,
c 35. huius. vel maiorem.Si enim vterque non eſt minor,vel maior quadrante,erit vel vterque quadrans, [c] ideoque & arcus
d 35.huius. AC,quadrans;vel vnus illorum quadrans,& alter non, [d] atque idcirco & arcus AC, quadrans; vel vnus quidem
e 35. huius. quadrante minor, alter vero maior, [e] atque adeo & arcus AC, quadrante maior: quæ omnia abſurda ſunt,cum arcus AC,ponatur quad rante minor.Erit ergo vel vterque arcus AB, BC, minor quadrante:vel maior.

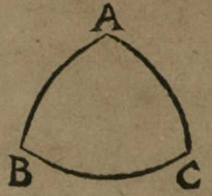
TERTIO ſit arcus AC, maior quadrante.Dico alterum reliquorum AB, BC; quadrante quidem eſſe maiorem alterum vero minorem. Si enim non eſt alter maior,& alter minor quadrante,erit vel vterque quadrans,
f 35. huius. vel alter ſaltem quadrans, & alter non, [f] ac proinde & arcus AC, quadrans; vel vterque minor quadrante, aut
g 35.huius. maior,[g] atque adeo arcus AC,quadrante minor: quæ omnia ſunt abſurda, cum arcus AC, maior ponatur, quã quadrans.Erit ergo alter arcuum AB,BC,quadrante quidem maior,alter vero minor.Quoçirca in omni triangulo ſphærico rectangulo,&c. Quod demonſtrandum erat.

THEOR. 35. PROPOS. 37.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, ſi vterque reliquorum angulorum, vel alter ſaltem

ſaltem fuerit rectus, erit arcus rectum angulum ſubtendens, quadrans: ſi vero vterque reliquorum angulorum minor fuerit recto, vel maior, erit arcus ſubtendens angulum rectum quadrante minor: ſi denique alter reliquorum fuerit maior recto, & alter minor, erit arcus angulum rectum ſubtendens, quadrante maior.

IN triangulo ſphærico ABC, cuius angulus B, rectus, ſit primum vterque angulorum A, C, vel alter ſaltem nempe C, rectus. Dico arcum AC, qui rectum angulum B, ſubtendit, eſſe quadrantem. Si enim vterque angulus A, C, rectus eſt, vel C, tantum, erit triangulum ABC, rectangulum, habens angulum C, rectum: Eſt autem & angulus B, rectus. [a] Igitur arcus AC, quadrans erit. a 34. huius.



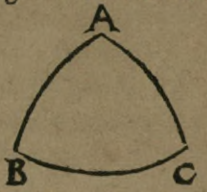
DEINDE ſit vterque angulus A, C, vel minor recto, vel maior. Dico arcum AC, quadrante eſſe minorem. Si namque vterque angulus A, C, eſt minor recto, [b] erit tam arcus BC, quam AB, minor quadrante; ſi vero vterque angulus A, C, maior eſt, recto, [c] erit tam arcus BC, quam AB, quadrante maior. Quare cum in triangulo ABC, angulus B, rectus ſit, & vterque arcus AB, BC, vel minor, vel maior quadrante, [d] erit ſemper arcus AC, quadrante minor. b 34. huius c 34. huius. d 35. huius.

TERTIO ſit angulus A, maior recto, & C, minor. Dico arcum AC, eſſe quadrante maiorem. Cum enim angulus A, obtuſus ſit, [e] erit arcus BC, maior quadrante: Et cum angulus C, acutus ſit, [f] erit arcus AB, quadrante minor. Igitur cum arcus BC, quadrante quidem maior ſit, & AB, minor, [g] erit arcus AC, quadrante maior. Quamobrem in omni triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod erat oſtendendum. e 34. huius f 34. huius. g 35. huius.

THEOR. 36. PROPOS. 38.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, ſi arcus rectum angulum ſubtendens fuerit quadrans, erit ſaltem alter reliquorum angulorum rectus quoque: ſi vero minor quadrante, erit vterque reliquorum angulorum vel maior recto, vel minor: ſi denique quadrante maior, erit alter reliquorum angulorum maior recto, & alter minor.

IN triangulo ſphærico ABC, cuius angulus B, rectus, ſit primum arcus AC, ſubtendens angulum rectum B, quadrans. Dico ſaltem alterum angulorum A, C, rectum quoque eſſe. Cum enim angulus B, ſit rectus, & arcus AC, quadrans, [a] erit ſaltem alter arcuum AB, BC, quadrans, [b] atque adeo & angulus A, vel C, quem ille arcus ſubtendit, rectus erit. a 36. huius. b 34. huius



SIT deinde arcus AC, quadrante minor. Dico vtrumque angulorum A, C, eſſe maiorem, vel minorem recto. [c] Erit enim vterque arcus AB, BC, vel maior quadrante, vel minor. [d] Quare vterque angulus A, C, maior erit recto, vel minor. c 36. huius d 34 huius

POSTREMO ſit arcus AC, maior quadrante. Dico alterum angulorum A, C, eſſe recto maiorem, & alterum minorem. [e] Erit enim alter arcuum AB, BC, quadrante maior, & alter minor. [f] Igitur alter angulorum A, C, recto erit maior, & alter minor. Quapropter in omni triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod oſtendendum erat. e 36. huius. f 34. huius.

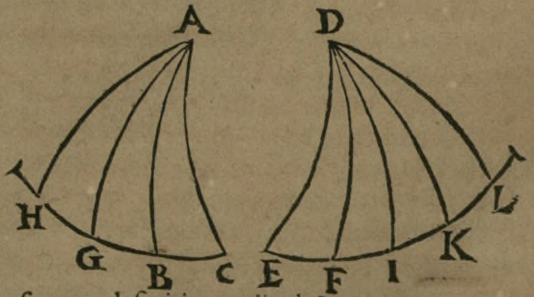
COROLLARIVM.

EX his omnibus colligitur. In omni triangulo ſphærico, cuius vnus arcuum eſt quadrans, vnusque angulorum rectus, reliquorum quoque arcuum vnum ſaltem eſſe quadrantem, & reliquorum angulorum vnum ſaltem rectum. Nam ſi vnus angulorum rectus eſt, & alter arcuum ipſum comprehendentium quadrans, [g] erit & arcus rectum angulum ſubtendens quadrans; [h] & angulus quem prior quadrans ſubtendit rectus: Si vero arcus angulum rectum ſubtendens quadrans eſt, [i] erit & vel vterque arcuum rectum angulum comprehendentium, vel alter ſaltem quadrans; [k] & vel vterque reliquorum angulorum, vel alter ſaltem rectus. Itaque fieri non poteſt, vt detur triangulum ſphæricum rectangulum, cuius vnus duntaxat arcus ſit quadrans, ſed vel nullus erit quadrans, vel omnes tres, vel duo quadrantes erunt. g 35. huius. h 34. huius i 36. huius. k 38. huius. NOTA.

THEOR. 37. PROPOS. 39.

ANGVLI ſphærici eandem habent rationem, quam eorum arcus.

SINT duo anguli ſphærici BAC, EDF, quorum arcus BC, EF. Dico ita eſſe angulum A, ad angulum D, vt eſt arcus BC, ad arcum EF. [a] Erunt enim A, D, poli arcuum BC, EF; & arcus AB, AC, DE, DF, quadrantes. Productis igitur arcubus BC, EF, ſumantur quotcunq; arcus BG, GH, arcui BC, & quotcunque arcus FI, IK, KL, arcui EF, æquales; [b] ac per puncta G, H, I, K, L, & polos A, D, arcus circulorum maximorum ducantur AG, AH, DI, DK, DL, qui omnes quadrantes erunt, [c] nempe quadrantibus AB, AC, DE, DF, æquales, propterea quod & rectæ ſubtenſæ AG, AH, DI, DK, DL, rectis ſubtenſis AB, AC, DE, DF, æquales ſunt, ex definition. poli. [d] Erunt ergo omnes anguli ad A, inter ſe æquales; atque adeo quam multiplex eſt arcus CH, arcus BC, tam multiplex erit aggregatum omnium angulorum ad A, anguli BAC: Eademque ratione tam multiplex erit aggregatum omnium angulorum ad D, anguli EDF, quam multiplex eſt arcus EL, arcus EF. Quoniam vero ſi arcus CH, arcui EL, æqualis fuerit, [e] etiam angulus HAC, angulo EDL, æqualis eſt; ſi autem arcus CH, maior fuerit arcu EL, a Deſin. 6. huius. b 20. 1. The. c 28. tertij. d 18. huius. e 18. huius.



[f] etiam

f12. huius. [f]etiam angulus HAC, angulo EDL, maior est; & si minor, minor; deficient propterea vna arcus CH, & angulus HAC, æque multiplicia primæ magnitudinis BC, & tertiæ BAC, ab arcu EL, & angulo EDL, æque multiplicibus secundæ magnitudinis EF, & quartæ EDF; vel vna æqualia
g Defin. 6. quinti. erunt, vel vna excedent. [g] Quare quæ proportio est arcus BC, primæ magnitudinis ad arcum EF, secundam magnitudinẽ, ea erit anguli BAC, tertiæ magnitudinis ad angulum EDF, quartam magnitudinem. Itaque anguli sphærici eandem habent rationem, quam eorum arcus. Quod erat demonstrandum.

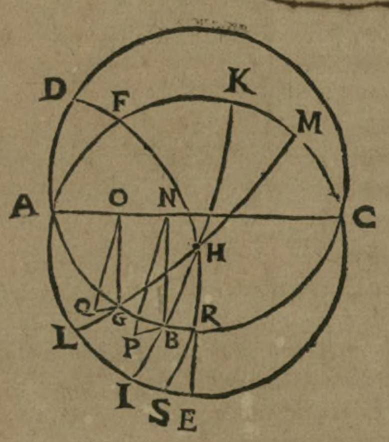
COROLLARIVM.

EX hoc sequitur, ita esse angulum sphæricum quemcunque ad quatuor angulos rectos sphæricos, vt est
h 39. huius arcus illius anguli ad totam circumferentiam circuli maximi; & contra. [h] Cum enim sit angulus sphæricus quicunque ad angulum rectum sphæricum, vt arcus illius anguli ad quadrantem, nimirum ad arcum anguli recti
i Scho. 22. quinti. [i] erit quoque idem angulus ad quadruplum anguli recti nempe ad quatuor rectos, vt idem arcus illius anguli ad quadruplum quadrantis, hoc est, ad totam circumferentiam, & contra.

THEOR. 38. PROPOS. 40.

SI duo circuli maximi in sphæra se mutuo secent, & in eorum peripheriis duo puncta signentur, quorum vtrumque vel in eodem semicirculo sumatur; vel in vno semicirculo vnum, & alterum in altero eiusdem circuli; vel vnum in semicirculo vno vnius circuli, & alterum in semicirculo vtrolibet alterius circuli; atq; per vtrumq; horum punctorum arcus maximi circuli ducatur faciens cum peripheria alterius circuli, ad quamcunque partem, angulum rectum: habebit sinus arcus intercepti inter vnum illorum punctorum, & alterutram sectionem circulorum, ad sinum arcus, qui per illud punctum ductus rectum cum peripheria alterius circuli angulum facit, eandem proportionem, quam habet sinus arcus inter punctum alterum, & alterutram circulorum sectionem interiecti, ad sinum arcus, qui per illud punctum descriptus cum alterius circuli peripheria rectum constituit angulum.

IN sphæra duo circuli maximi ABCD, AECF, se mutuo secent in A, & C, & primum ad angulos non re-
a 20. 1. Th. ctos; signenturque primum in eodem semicirculo ABC, duo puncta vtcunque B, G; [a] per quæ, & polum circu-
b 15. 1. The. li AECF, qui sit H, circuli maximi ducantur IBHK, LGHM; [b] eruntque anguli ad I, L, K, M, recti. Dico eandem habere proportionem sinum arcus AB, vel CB, ad sinum arcus BI, vel BK, quam habet sinus arcus AG, vel CG,
c 3. vndec. ad sinum arcus GL, vel GM. [c] Sit enim communis sectio circulorum recta AC, [d] ad quam ex B, G, perpendicu-
d 12. lares agantur BN, GO, in plano circuli ABCD; eritque BN, sinus rectus tam arcus AB, quam arcus CB, ex definitione sinus



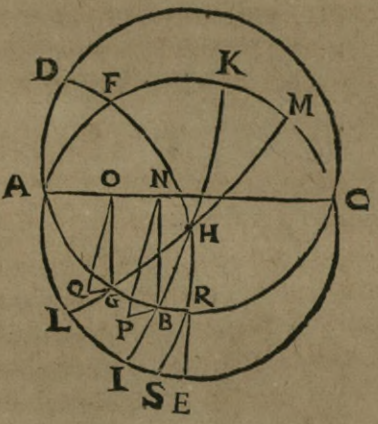
e 31 vnde. recti; & eodem modo GO, sinus vtriusq; arcus AG, CG. [e] Demittantur ab eisdem punctis B, G, ad planum circuli AECF,
f 38. vnde. perpendiculares BP, GQ. [f] Et quoniam rectæ BP, GQ, cadunt in communes sectiones circulorum IBK, LGM, cum circulo
g 11. 1. Tho. AECF, [g] quem bifariam secant in punctis I, K; L, M, hoc est,
h 15. 1. The. cadunt in diametros circulorũ maximorũ IBK, LGM; [h] (quod horum circulorum plana recta sint ad planum circuli AECF,) ac proinde rectos angulos faciunt cum diametris circulorum IBK, LGM, ex defin. 3, lib. 11. Eucl. erit quoq; tam BP, sinus rectus arcuum BI, BK, quam GQ, sinus rectus arcuum GL, GM, ex definitione sinus recti. Ducantur in plano circuli AECF, rectæ NP, OQ; eruntque per defin. 3. lib. 11. Eucl. anguli P, Q, recti, in triangulis NBP, OGQ. [i] Quia vero tam rectæ BN, GO,
i 28. prim.
k 6. vndec. parallelæ sunt, propter angulos rectos ANB, AOG, [k] quam rectæ BP, GQ, cum hæ perpendiculares sint ad pla-
l 10. vnde. num circuli AECF; [l] erunt quoque anguli B, G, æquales in eisdem triangulis NBP, OGQ. [m] Æquiangula igi-
m 32. pri. tur sunt triangula NBP, OGQ; [n] atque adeo erit, vt NB, sinus arcus AB, vel CB, ad BP, sinum arcus BI, vel BK,
n 4. sexti. ita OG, sinus arcus AG, vel CG, ad GQ, sinum arcus GL, vel GM, quomodocunque arcus sumantur, cum cuilibet sinui duo arcus semicirculum conficientes respondeant. Hoc est, erit, vt sinus arcus AB, ad sinum arcus BI, ita sinus arcus AG, ad sinum arcus GL. Item vt sinus arcus AB, ad sinum arcus BK, ita sinus arcus AG, ad sinum arcus GM. Item vt sinus arcus CB, ad sinum arcus BI, ita sinus arcus CG, ad sinum arcus GL. Item vt sinus arcus CB, ad sinum arcus BK, ita sinus arcus CG, ad sinum arcus GM. Item vt sinus arcus AB, ad sinum arcus BI, ita sinus arcus CG, ad sinum arcus GM, &c.

DEINDE sumatur vnum punctum, puta B, in semicirculo ABC, & alterum, nempe D, in altero semicir-
o 20. 1. The. culo CDA, eiusdem circuli, [o] ducanturque per puncta B, D, & polum circuli AECF, qui sit H, duo arcus circu-
p 15. 1. Th. lorum maximorum IBK, DFS, [p] eruntque anguli recti F, I, S, K. Dico rursus, vt est sinus arcus AB, vel CB, ad sinum

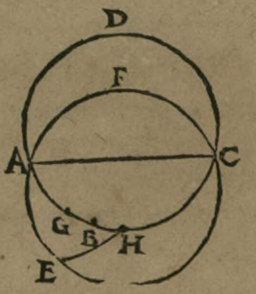
num

ſum arcus BI, vel BK, ita eſſe ſinum arcus AD, vel CD, ad ſinum arcus DF, vel arcus, qui cum arcu FD, ſemicirculum perficit à puncto D, vſque ad punctum S, ſemicirculi AEC. Nam arcus ab F, per D, vſque ad S, ſemicirculus eſt, [q] cum circuli AECF, DFS, ſe mutuo bifariam ſecent in F, S. [r] Sumatur enim arcui AD, arcus AG, æqualis, [s] & per G, & polum circuli AECF, nempe per H, arcus maximi circuli ducatur LGM; [t] eruntque anguli L, M, recti. Quoniam igitur duo anguli A, L, trianguli AGL, duobus angulis A, F, trianguli ADF, æquales ſunt, ([u] ſunt enim duo anguli A, ad verticem æquales, & anguli L, F, recti) ſuntque latera AG, AD, rectos ſubtendentia angulos, per conſtructionem, æqualia; [x] erunt quoque arcus GL, DF, æquales, ac propterea & eorum ſinus æquales erunt, necnon & ſinus arcuum æqualium AG, AD, erunt æquales. Eadem ergo eſt proportio ſinus arcus AG, ad ſinum arcus GL, quæ ſinus arcus AD, ad ſinum arcus DF: Vt autem ſinus arcus AG, ad ſinum arcus GL, ita demonſtratum eſt, eſſe ſinum arcus AB, vel CB, ad ſinum arcus BI, vel BK, propterea quod puncta B, G, in eodem ſemicirculo ſumpta ſunt. Igitur erit quoque, vt ſinus arcus AB, vel CB, ad ſinum arcus BI, vel BK, ita ſinus arcus AD, ad ſinum arcus DF, &c. q 11.1.The. r 1.huius. s 20.1.The. t 15.1.The. u 6.huius. x 21.huius.

POSTREMO ſumatur in ſemicirculo ABC, punctum B, & in alterius circuli ſemicirculo vtrouis nempe in AEC, aliud punctum L: [y] Et per B, & polum circuli AEC, arcus maximi circuli ducatur IBK: Item per L, & per polum circuli ABC, arcus LGM, maximi circuli; [z] eruntq; anguli I, G, recti. Dico rurſus, vt eſt ſinus arcus AB, ad ſinum arcus BI, ita eſſe ſinum arcus AL, ad ſinum arcus LG, &c. [a] Per polos enim vtriuſque circuli ABCD, AECF, arcus circuli maximi ducatur RE; [b] eruntque anguli R, E, recti, [c] diuidenturq; ſemicirculi ABC, AEC, bifariam in punctis R, E, atque adeo ſinus quadrantũ AR, AE, æquales erunt; [d] Eademq; proportio erit ſinus arcus AR, ad ſinũ arcus RE, quæ ſinus arcus AE, ad ſinũ arcus ER. Quoniã vero eſt, vt ſinus arcus AR, ad ſinũ arcus RE, ita ſinus arcus AB, ad ſinũ arcus BI, vt demonſtratum eſt; (ſumpta ſunt enim duo puncta R, B, in eodẽ ſemicirculo) erit quoque, vt ſinus arcus AE, ad ſinum arcus ER, ita ſinus arcus AB, ad ſinum arcus BI: Sed eadem ratione eſt, vt ſinus arcus AE, ad ſinum arcus ER, ita ſinus arcus AL, ad ſinum arcus LG. Igitur erit quoque, vt ſinus arcus AB, ad ſinum arcus BI, ita ſinus arcus AL, ad ſinum arcus LG, &c. Quod ſi loco puncti L, ſumatur in altero ſemicirculo AFC, eiuſdem circuli AECF, aliud punctum, nempe F, & arcus FD, faciat angulum D, rectum, erit adhuc, vt ſinus arcus AB, ad ſinum arcus BI, ita ſinus arcus AF, ad ſinum arcus FD, &c. Vt enim proxime oſtendimus, vt ſinus arcus AB, ad ſinum arcus BI, ita eſt ſinus arcus AL, ad ſinum arcus LG. Vt autem ſinus arcus AL, ad ſinum arcus LG, ita demõſtratum eſt, eſſe ſinum arcus AF, ad ſinum arcus FD, quod puncta L, F, ſumatur in duobus ſemicirculis eiuſdem circuli. Igitur erit quoque, vt ſinus arcus AB, ad ſinum arcus BI, ita ſinus arcus AF, ad ſinum arcus FD: Atque ita in vniuerſum vera eſt propoſitio, quomodocunque duo puncta ſumantur, quando circuli ABCD, AECF, ſe mutuo ſecant ad angulos non rectos. y 20.1.Th. z 15.1.The. a 20.1.Th. b 15.1.The. c 9.2.The. d 7.quinti.



SED iam circuli ABCD, AECF, ſecent ſe mutuo ad angulos rectos in punctis A, C; ſitq; eorum communis ſectio recta AC. Diuiſo autem v.g. ſemicirculo ABC, bifariam in H, vt ſint quadrantes AH, CH, ſumantur duo puncta vtcunque B, G. Dico ita eſſe rurſus ſinum arcus AB, ad ſinum arcus, qui per B, ductus rectos angulos facit cum circulo AECF, vt eſt ſinus arcus AG, ad ſinum arcus, qui per G, ductus cum circulo AECF, rectos facit angulos. Quoniam enim circulus ABC, cum rectus ad circulum AEC, ponatur, [e] tranſit per polos circuli AEC, [f] erit H, polus circuli AEC. Quare arcus perpendiculares ad circulum AEC, per puncta B, G, ducti, [g] neceſſario per H, tranſibunt; atque adeo arcus illi erunt BA, GA: Perſpicuum autem eſt, vt eſt ſinus arcus AB, ad ſinum arcus BA, ita eſſe ſinum arcus AG, ad ſinum arcus GA, cum vtrobique ſit proportio æqualitatis, ſeu identitatis: Eſt enim idem ſinus arcus AB, & arcus BA, necnon idem ſinus arcus AG, & arcus GA. e 13.1.The. f Coroll.16. 1.Theod. g 13.1.The.



QVOD ſi alterum punctorum ſit H, polus circuli AEC, [h] erit quicunque arcus ex H, ductus, qualis eſt HE, perpendicularis, ad AEC, [i] atque adeo quadrans. Rurſus igitur manifeſtum eſt, ita eſſe ſinum arcus AB, ad ſinum arcus BA, vt eſt ſinus arcus AH, ad ſinum arcus HE, vel HA; cum vtrobique quoque ſit æqualitatis proportio, &c. Si duo ergo circuli maximi in ſphæra ſe mutuo ſecent, &c. Quod erat oſtendendum. h 15.1.The. i Corol. 16. 1. Theod.

SCHOLIVM.

PERSPICVVM eſt ex demonſtratis: Si duo circuli ſe mutuo ſecent, & in vno eorum ex duob. punctis vtcunq; aſſumptis ducantur ad alterius circuli planum duæ lineæ rectæ perpendiculares; ita eſſe ſinum rectum arcus intercepti inter vnum illorũ punctorum, & alterutram circulorum ſectionem, ad perpendiculare ex illo puncto in planũ alterius circuli demiſſam, vt eſt ſinus rectus arcus inter alterum punctum, & alterutram ſectione circulorũ interiecti, ad perpendiculare ab hoc altero pũcto in planũ alterius circuli demiſſam. Nã in priori figura huius prop. oſtenſum eſt, ita eſſe ſinũ arcus AB, vel CB, ad BP, ſinũ rectũ arcus BI, vt eſt ſinus arcus AG, vel CG, ad GQ, ſinum rectum arcus GL. Cum ergo ſinus BP, GQ, ſint perpendiculares ex pũctis B, G, in planum circuli AECF, demiſſa, patet propoſitum. Quod ſi vnum punctorum acceptum ſit B, ex vna parte ſectionis A, & alterum punctum acceptum ſit D, ex altera parte ſectionis A, in eodem circulo; erit nihilominus ita ſinus arcus AB, ad perpendiculare BP, ex B, demiſſam in planũ alterius circuli AECF, vt ſinus arcus AD, ad perpendiculare, quæ ex D, in planũ alterius circuli AECF, demitteretur: propterea ꝙ oſtenſum eſt, ita eſſe ſinũ arcus AB, ad ſinũ arcus BI, vt eſt ſinus arcus AD, ad ſinum arcus DF: qui quidẽ ſinus arcuum BI, DF, ſunt perpendiculares ex punctis B, D, in planũ circuli AECF, cadentes, vt ex demonſtratis in hac propoſ. liquido conſtat. Idem perſpicitur in figura poſteriori; cum ibi etiam ſit, vt ſinus arcus AB, ad perpendicularem

larem ex B, in planum circuli AECF, demiſſam, ita ſinus arcus AG, ad perpendicularem ex G, in planum circuli AECF, demiſſam: propterea quod ſinus arcuum AB, AG, ſunt ipſæmet perpendiculares ex B, G, in planum circuli AECF, demiſſæ[k] cadentes in rectam AC, communem circulorum ſectionem, vt patet.

k 38. vnd.

HINC facile demonſtrari poterunt ſequentia theoremata, quorum nonnulla plurimum ad ſphæricorum triangulorum calculum conducunt. Primum autem ac ſecundum ſunt duo Theoremata Ptolæmæi Cyclica in primo lib. Almageſti, ſed multo breuius, ac facilius demonſtrata ex iis, quæ in hoc ſcholio oſtenſa ſunt. Vnde omittenda non videbantur, licet eorum vſus in hiſce triangulis non appareat.

I.

SI in ſphæræ ſuperficie ab vno puncto duo arcus maximorum circulorum educantur, quorum vterque ſemicirculo ſit minor, & ab eorum terminis in ipſos reflectantur alij duo arcus maximorum circulorum ſe inter duos illos priores arcus interſecantes: proportio, quam ſinus ſegmenti vnius eductorum arcuum inter terminum eius, & arcum reflexum habet ad ſinum alterius ſegmenti eiuſdem arcus educti, componitur ex proportione, quam ſinus ſegmenti arcus reflexi inter eundem terminum, & alterum arcum reflexum habet ad ſinum alterius ſegmenti eiuſdem arcus reflexi, & ex proportione, quam ſinus ſegmenti alterius eductorum arcuum inter eius terminum, & arcum reflexum habet ad ſinum totius eiuſdem arcus educti.

EX puncto A, in ſuperficie ſphæræ educantur duo arcus AB, AC, ſemicirculis minores, & à terminis B, C, reflectantur ad ipſos duo arcus BD, CE, ſe interſecantes in F. Dico proportionem ſinus arcus BE, ad ſinum arcus EA, componi ex proportione ſinus arcus BF, ad ſinum arcus FD, & ex proportione ſinus arcus CD, ad ſinum arcus CA. Ductis enim ex punctis B, A, D, ad planum circuli CE, tribus perpendicularibus BG, AH, DI; quoniam duo circuli AB, CE, ſe mutuo ſecant in E, & ex punctis B, A, in planum circuli CE, demiſſæ ſunt perpendiculares BG, AH,[a] erit vt ſinus arcus EB, ad ſinum arcus EA, ita recta BG, ad rectam AH: Item quoniam duo circuli BD, CE, ſe mutuo ſecant in F, & ex punctis B, D, in planum circuli CE, deductæ ſunt perpendiculares BG, DI; erit eadem ratione; vt ſinus arcus FB, ad ſinum arcus FD, ita recta BG, ad rectam DI: Denique quia duo circuli AC, CE, ſe interſecant in C, & ex punctis D, A, in planum circuli CE, demiſſæ ſunt perpendiculares rectæ lineæ DI, AH; erit ſimiliter, vt ſinus arcus CD, ad ſinum arcus CA, ita recta DI, ad rectam AH. Proportio autem rectæ BG, ad rectam AH, (poſita media linea DI,) componitur ex proportione rectæ BG, ad rectã DI, & ex proportione rectæ DI, ad rectam AH. Igitur & proportio ſinus arcus BE, ad ſinum arcus EA, (quæ eadem eſt, quæ proportio BG, ad AH,) componetur ex proportione ſinus arcus BF, ad ſinum arcus FD, (quæ eadem eſt, quæ proportio BG, ad DI,) & ex proportione ſinus arcus CD, ad ſinum arcus AC, (quæ eadem eſt, quæ DI, ad AH.) Quod eſt propoſitum.

a Schol. 40. huius & permutando.

II.

IISDEM poſitis, proportio ſinus vnius arcuum eductorum ad ſinum ſegmenti eiuſdem arcus inter punctum eductionis, & arcum reflexum, componitur ex proportione ſinus arcus reflexi à termino dicti arcus ad ſinum ſegmenti eiuſdem arcus reflexi inter alterum arcum eductum, & alterum arcum reflexum, & ex proportione ſinus ſegmenti alterius arcus reflexi inter terminum alterius arcus educti, & priorem arcum reflexum ad ſinum totius poſterioris arcus reflexi.

HOC eſt, proportio ſinus arcus AB, ad ſinum arcus AE, componitur ex proportione ſinus arcus BD, ad ſinum arcus DF, & ex proportione ſinus arcus CF, ad ſinum arcus CE. Ductis enim ex punctis B, E, F, ad planum circuli AC, tribus perpendicularibus BG, EH, FI; quoniam duo circuli AB, AC, ſe mutuo ſecant in A, & ex punctis B, E, in planum circuli AC, demiſſæ ſunt perpendiculares BG, EH;[a] erit, vt ſinus arcus AB, ad ſinum arcus AE, ita recta BG, ad rectam EH: Item quia duo circuli BD, AC, ſe interſecant in D, & ex punctis B, F, in planum circuli AC, deductæ ſunt perpendiculares BG, FI; erit pari ratione, vt ſinus arcus DB, ad ſinum arcus DF, ita recta BG, ad rectam FI. Denique quoniam duo circuli AC, CE, ſe in C, interſecant & ex punctis F, E, in planum circuli AC, demiſſæ ſunt perpendiculares FI, EH; erit eadem argumentatione, vt ſinus arcus CF, ad ſinum arcus CE, ita recta FI, ad rectam EH. Componitur autem proportio rectæ BG, ad rectam EH, (poſita media linea FI,) ex proportione rectæ BG, ad rectam FI, & ex proportione rectæ FI, ad rectam EH. Igitur & proportio ſinus arcus AB, ad ſinum arcus AE, (quæ eadem eſt, quæ BG, ad EH,) componetur ex proportione ſinus arcus BD, ad ſinum arcus DF, (quæ eadem eſt, quæ BG, ad FI,) & ex proportione ſinus arcus CF, ad ſinum arcus CE, (quæ eadem eſt, quæ FI, ad EH.) Quod eſt propoſitum.

a Schol. 40. huius. & permutando.

III.

IISDEM poſitis, proportio ſinus vnius arcuum eductorum ad ſinum ſegmenti eiuſdem arcus inter eius terminum, & arcum reflexum, componitur ex proportione ſinus ſegmenti alterius arcus educti inter punctum eductionis, & arcum reflexum ad ſinum reliqui ſegmenti, & ex proportione ſinus ſegmenti arcus reflexi à termino poſterioris arcus educti inter terminum arcum reflexum ad ſinum reliqui ſegmenti eiuſdem arcus reflexi.

HOC

HOC est, (repetita figura primi theorematis) proportio sinus arcus AC, ad sinũ arcus CD, componitur ex proportione sinus arcus AE, ad sinum arcus EB, & ex proportione sinus arcus BF, ad sinum arcus FD. Quoniam enim duo circuli AC, CE, se intersecant in C, & ex punctis A, D, demissæ sunt perpendiculares AH, DI, ad planum circuli CE; [a] erit, vt sinus arcus CA, ad sinum arcus CD, ita recta AH, ad rectam DI: Item quoniam duo circuli AB, CE, se mutuo secant in E, & ex punctis A, B, in planum circuli CE, deductæ sunt perpendiculares AH, BG; erit simili modo, vt sinus arcus EA, ad sinum arcus EB, ita recta AH, ad rectam BG: Denique quia duo circuli BD, CE, se mutuo secant in F, & ex punctis B, D, ad planum circuli CE, ductæ sunt perpendiculares BG, DI; erit eadem ratione, vt sinus arcus FB, ad sinum arcus FD, ita recta BG, ad rectam DI. Componitur autem proportio rectæ AH, ad rectam DI, (posita media linea BG,) ex proportione rectæ AH, ad rectam BG, & ex proportione rectæ BG, ad rectam DI. Igitur & proportio sinus arcus AC, ad sinum arcus CD, (quæ eadem est, quæ AH, ad DI,) componetur ex proportione sinus arcus AE, ad sinum arcus EB, (quæ eadem est, quæ AH, ad BG,) & ex proportione sinus arcus BF, ad sinum arcus FD, (quæ eadem est, quæ BG, ad DI.) Quod est propositum.

a *Schol. 40. huius, & permutando.*

IV.

IISDEM positis, proportio sinus segmenti vnius arcuum reflexorum inter terminum arcus educti, & alterum arcum reflexum ad sinum reliqui segmenti, componitur ex proportione sinus segmenti vnius arcuum eductorum inter eundem terminum, & alterum arcum reflexum ad sinum reliqui segmenti, & ex proportione sinus alterius arcus educti ad sinum segmenti illius inter terminum, & arcum reflexum.

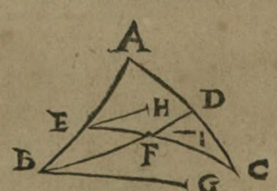
HOC est, (repetita eadem figura primi theorematis) proportio sinus arcus BF, ad sinum arcus FD, componitur ex proportione sinus arcus BE, ad sinum arcus EA, & ex proportione sinus arcus AC, ad sinum arcus CD. Cum enim duo circuli BD, CE, se mutuo secent in F, & ex BD, ad planum circuli CE, perpendiculares BG, DI, sint demissæ; [a] erit, vt sinus arcus FB, ad sinum arcus FD, ita recta BG, ad rectam DI: Quia item duo circuli BA, CE, se mutuo secant in E, & ex punctis B, A, ad circulum CE, perpendiculares ductæ sunt BG, AH: erit quoque, vt sinus arcus EB, ad sinum arcus EA, ita recta BG, ad rectam AH: Denique quia duo circuli AC, CE, sese in C, secãt, & ex punctis A, D, ad planum circuli CE, demissæ sunt perpendiculares AH, DI; erit similiter, vt sinus arcus CA, ad sinum arcus CD, ita recta AH, ad rectam DI. Proportio autem rectæ BG, ad rectam DI, (posita media linea AH,) componitur ex proportione rectæ BG, ad rectam AH, & ex proportione rectæ AH, ad rectam DI. Igitur & proportio sinus arcus BF, ad sinum arcus FD, (quæ eadem est; quæ BG, ad DI,) componetur ex proportione sinus arcus BE, ad sinum arcus EA, (quæ eadem est, quæ BG, ad AH,) & ex proportione sinus arcus AC, ad sinum arcus CD, (quæ eadem est, quæ AH, ad DI.) Quod est propositum.

a *Schol. 40. huius, & permutando.*

V.

IISDEM positis, proportio sinus vnius arcuum reflexorum ad sinum segmenti eiusdem inter terminum arcus educti, & alterum arcum reflexum, componitur ex proportione sinus segmenti alterius arcus educti inter punctum eductionis, & arcum reflexum ad sinum totius arcus educti; & ex proportione sinus alterius arcus reflexi ad sinum segmenti eiusdem inter priorem arcum eductum & priorem arcum reflexum.

HOC est, (repetita figura secundi theorematis) proportio sinus arcus CE, ad sinum arcus CF, componitur ex proportione sinus arcus AE, ad sinum arcus AB, & ex proportione sinus arcus BD, ad sinum arcus DF. Nam cum duo circuli AC, CE, se in C, mutuo secent, & ex punctis E, F, ad planum circuli AC, ductæ sint perpendiculares EH, FI, [a] erit vt sinus arcus CE, ad sinum arcus CF, ita recta EH, ad rectam FI: Item cum duo circuli AB, AC, se intersecent in A, & ex punctis E, B, ad planum circuli AC, cadant perpendiculares EH, BG; erit etiam, vt sinus arcus AE, ad sinum arcus AB, ita recta EH, ad rectam BG: Quia denique duo circuli AC, BD, se mutuo secant in D, & ex punctis B, F, ad planum circuli AC, demissæ sunt perpendiculares BG, FI, erit pari ratione, vt sinus arcus DB, ad sinum arcus DF, ita recta BG, ad rectam FI. Componitur autẽ proportio rectæ EH, ad rectã FI, (posita media linea BG,) ex proportione rectæ EH, ad rectam BG, & ex proportione BG, ad rectam FI. Igitur proportio quoque sinus arcus CE, ad sinum arcus CF, (quæ eadem est, quæ EH, ad FI,) componetur ex proportione sinus arcus AE, ad sinum arcus AB, (quæ eadem est, quæ EH, ad BG,) & ex proportione sinus arcus BD, ad sinum arcus DF, (quæ eadem est, quæ BG, ad FI.) Quod est propositum.



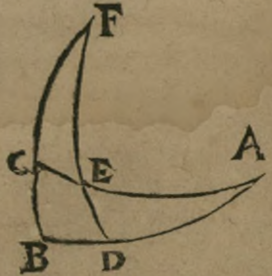
a *Scho. 40. huius, & permutando.*

VI.

SI in sphæræ superficie duo maximi circuli se mutuo non ad angulos rectos secent, & à duobus punctis in vno assumptis ad alterum circulum ducantur duo arcus perpendiculares: Erit, vt sinus arcus inter punctum intersectionis, & alterutrum angulorum rectorum intercepti ad tangentem illius arcus perpendicularis, ita sinus arcus inter punctum intersectionis, & alterum angulum rectum interiecti ad tangentem alterius huius arcus perpendicularis.

DVO circuli maximi AB, AC, se mutuo secent in A, non ad angulos rectos, & ex punctis C, E, in circulo AC, assumptis ad circulum AB, ducantur arcus perpendiculares CB, ED. Dico ita esse sinum arcus AB, ad tangentem arcus CB, vt est sinus

 arcus



a 25.huius.
b Theorema 3.huius scholij.
c 18. Sinuū

arcus AD, ad tangentem arcus ED. Productis enim arcubus BC, DE, donec coeant in F,[a] erunt BF, DF, quadrantes. Quoniam vero à puncto B, duo arcus maximorum circulorum BA, BF, educuntur, ab eorumque terminis A, F, ad ipsos duo arcus AC, FD, reflectuntur se intersecantes in E;[b] componetur proportio sinus arcus AB, ad sinum arcus AD, ex proportione sinus arcus BC, ad sinum arcus CF, & ex proportione sinus arcus EF, ad sinum arcus DE.[c] Est autem, (cum CF, sit complementum arcus BC,) vt sinus arcus CF, ad sinum arcus BC, ita sinus totus ad tangentem arcus BC; conuertendoque vt sinus arcus BC, ad sinum arcus CF, ita tangens arcus BC, ad sinum totum: Item (cum EF, sit complementum arcus DE,) vt sinus arcus EF, ad sinum arcus DE, ita sinus totus ad tangentem arcus DE. Igitur proportio sinus arcus AB, ad sinum arcus AD, componetur quoque ex proportione tangentis arcus BC, ad sinum totum, & ex proportione sinus totius ad tangentem arcus DE. Cum ergo & proportio tangentis arcus BC, ad tangentem arcus DE, componatur ex proportione tangentis arcus BC, ad sinum totum, & ex proportione sinus totius ad tangentem arcus DE; quod sinus totus inter dictas tangentes sit positus: erit, vt sinus arcus AB, ad sinum arcus AD, ita tangens arcus BC, ad tangentem arcus DE; & permutando, vt sinus arcus AB, ad tangentem arcus CB, ita sinus arcus AD, ad tangentem arcus ED. Quod est propositum.

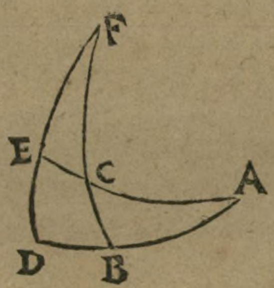
VII.

SI in sphæræ superficie duo quadrantes maximorum circulorum se intersecent ad angulos non rectos, & per extrema puncta arcus maximi circuli ducatur, necnon ab aliquo puncto vnius quadrantis ad alterum arcus perpendicularis demittatur: Erit, vt sinus totus ad tangentem huius arcus perpendicularis, ita tangens complementi arcus per extremitates quadrantum ducti ad sinum arcus quadrantis, ad quem perpendicularis arcus demissus est, inter punctum sectionis, & arcum perpendicularem interiecti.

a 25 huius.
b 25. huius

DVO quadrantes maximorum circulorum AD, AE, secent sese in A, ad angulos non rectos, & per D, E, arcus circuli maximi describatur DE:[a] eruntque anguli D, E, recti. Item ex C, puncto quocunque demittatur ad AD, arcus perpendicularis CB: Productis autem arcubus DE, BC, donec in F, coeant,[b] erunt DF, BF, quadrantes. Dico ita esse sinum totum ad tangentem arcus BC, vt est tangens arcus EF, qui complementum est arcus DE, ad sinum arcus AB. Quoniam enim à puncto D, duo arcus circulorum maximorum educti sunt DA, DF, & ab eorum terminis A, F, duo alij reflectuntur AE, FB, secantes sese in C;[c] erit proportio sinus arcus CF, ad sinum arcus BC, composita ex proportione sinus arcus EF, ad sinum arcus DE, & ex proportione sinus totius quadrantis AD, ad sinum arcus AB.[d] Est autem, (cum CF, sit complementum arcus BC,) vt sinus arcus CF, ad sinum arcus CB, ita sinus totus ad tangentem arcus BC: Item, (cum DE, sit complementum arcus EF,) vt sinus arcus DE, ad sinum arcus EF, ita sinus totus ad tangentem arcus EF; & conuertendo, vt sinus arcus EF, ad sinum arcus DE, ita tangens arcus EF, ad sinum totum. Igitur & proportio sinus totius ad tangentem arcus BC, composita erit ex proportione tangentis arcus EF, ad sinum totum, & ex proportione sinus totius quadrantis AD, ad sinum arcus AB. Cum ergo proportio tangentis arcus EF, ad sinum arcus AB, componatur quoque ex proportione tangentis arcus EF, ad sinum totum, & ex proportione sinus totius ad sinum arcus AB; quod sinus totus sit medius inter illam tangentem, & hunc sinum: erit, vt sinus totus ad tangentem arcus BC, ita tangens arcus EF, ad sinum arcus, AB. Quod est propositum.

c Theorema 4. huius scholij.



d 18. Sinuū

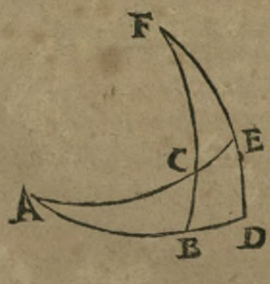
VIII.

SI in sphæræ superficie duo maximi circuli ad angulos non rectos se mutuo secent, & à duobus punctis in vno assumptis ad alterum circulum duo arcus perpendiculares ducantur: Erit, vt sinus arcus inter punctum sectionis, & alterutrum punctorum sumptorum ad secantem complementi arcus per reliquum punctum assumptum ducti, ita sinus arcus inter punctum sectionis, & reliquum hoc punctum sumptum ad secantem complementi arcus per alterum illud punctum assumptum ducti.

a 25. huius.

IN proxima figura secent sese duo maximi circuli AD, AE, in A, ad angulos non rectos, & ex punctis C, E, ad AD, arcus perpendiculares ducantur CB, ED, producanturque, donec coeant in F.[a] Erunt BF, DF, quadrantes, ac propterea CF, EF, complementa arcuum BC, DE. Dico ita esse sinum arcus AE, ad secantem arcus CF, vt est sinus arcus AC, ad secantem arcus EF. Quoniam enim à puncto D, duo arcus educuntur DA, DF, à quorum terminis A, F, duo alij ad ipsos reflectuntur AE, FB, se intersecantes in C;[b] erit proportio sinus arcus AE, ad sinum arcus AC, composita ex proportione sinus arcus DE, ad sinum totum quadrantis DF, & ex proportione sinus totius quadrantis BF, ad sinum arcus BC.[c] Est autem, vt sinus arcus DE, ad sinum totum quadrantis DF, ita sinus totus ad secantem arcus EF;[d] propterea quod sinus totus medio loco proportionalis est inter sinum rectum arcus DE, & secantem arcus EF, qui complementum est arcus DE: Eademque ratione ita est secans arcus CF, ad sinum totum, vt sinus totus quadran-

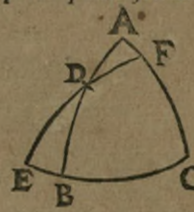
b Theorema 5. huius scholij.
c 18. Sinuū.
d 18. Sinuū



quadrantis BF, ad sinum arcus BC; quod sinus totus medio quoque loco sit proportionalis inter secantem arcus CF, qui complementum est arcus BC, & sinum rectum arcus BC. Igitur proportio sinus arcus AE, ad sinum arcus AC, componetur quoque ex proportione secantis arcus CF, ad sinum totum, & ex proportione sinus totius ad secantem arcus EF. Cum ergo & proportio secantis arcus CF, ad secantem arcus EF, componatur ex proportione secantis arcus CF, ad sinum totum, & ex proportione sinus totius ad secantem arcus EF; quod sinus totus sit medius inter has secantes: erit, vt sinus arcus AE, ad sinum arcus AC, ita secans arcus CF, ad secantem arcus EF; & permutando, vt sinus arcus AE, ad secantem arcus CF, ita sinus arcus AC, ad secantem arcus EF. Quod est propositum.

ALITER. [c] *Quoniam est, vt sinus arcus AE, ad sinum arcus ED, ita sinus arcus AC, ad sinum arcus CB; hoc est, permutando, vt sinus arcus AE, ad sinum arcus AC, ita sinus arcus ED, ad sinum arcus CB:* [f] *Est autem ita secans arcus CF, ad secantem arcus EF, vt sinus arcus ED, qui complementum est posterioris arcus EF, ad sinum arcus CB, qui complementum est arcus prioris CF; erit quoque, vt sinus arcus AE, ad sinum arcus AC, ita secans arcus CF, ad secantem arcus EF. Et permutando, vt sinus arcus AE, ad secantem arcus CF, ita sinus arcus AC, ad secantem arcus EF. Quod est propositum.* c 40. huius f 22. Sinuū.

EADEM hæc demonstratio locum etiam habet, licet duo puncta assumpta sint ad diuersas partes puncti sectionis. Secent enim rursum sese duo circuli maximi EF, BA, in D; & à punctis F, E, arcus EF, ducantur ad BA, arcus perpendiculares FA, EB. Dico ita esse sinum arcus ED, ad secantem complementi arcus FA, vt est sinus arcus DF, ad secantem complementi arcus EB. [g] *Nam quoniam est, vt sinus arcus ED, ad sinum arcus EB, ita sinus arcus DF, ad sinum arcus FA; & permutando, vt sinus arcus ED, ad sinum arcus DF, ita sinus arcus EB, ad sinum arcus FA:* [h] *Vt autem sinus arcus EB, ad sinum arcus FA, ita est secans complementi arcus FA, ad secantem complementi arcus EB: erit quoque, vt sinus arcus ED, ad sinum arcus DF, ita secans complementi arcus FA, ad secantem complementi arcus EB; & permutando, vt sinus arcus ED, ad secantem complementi arcus FA, ita sinus arcus DF, ad secantem complementi arcus EB. Quod est propositum.* g 40. huiu. h 22. Sinuū



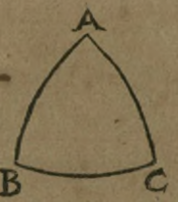
REPETIVIMVS autem hic figuram quartam propos. 35. licet arcuum BC, CF, nulla fiat mentio, ne nouam figuram cogeremur extruere.

THEOR. 39. PROPOS. 41.

IN omni triangulo sphærico, sinus cuiuslibet arcus ad sinum anguli, quem subtendit, eandem habet proportionem, quam sinus vtriusque reliquorum arcuum ad sinum anguli, quem subtendit.

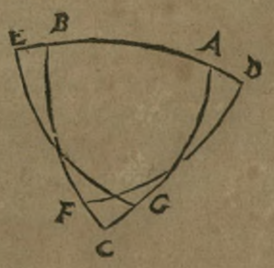
SIT triangulum sphæricum quodcunque ABC. Dico ita esse sinum arcus AB, ad sinum anguli C, quem subtendit, vt est sinus arcus AC, ad sinum anguli B, quem subtendit, & vt sinus arcus BC, ad sinum anguli A, quē subtendit. Sint enim primum omnes tres anguli recti; [a] eruntque propterea omnes arcus quadrantes. Manifestum igitur est, vt est sinus totus quadrantis AB, ad sinum totum anguli recti C, ita esse sinum totum quadrantis AC, ad sinum totum anguli recti B, & sinum totum quadrantis BC, ad sinum totum anguli recti A. a Coroll. 25. huius.

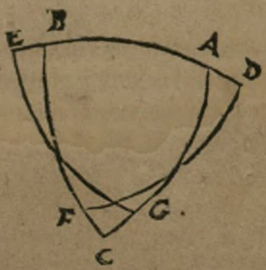
DEINDE sint duo tantum anguli A, B, recti, [b] eruntq; idcirco arcus AC, BC, quadrantes, [c] & C, polus arcus AB. Itaque rursus perspicuum est, vt est sinus arcus AB, ad sinum anguli C, hoc est, ad sinum arcus AB, (Est enim AB, arcus anguli C, cum C, sit polus arcus AB, vt ostensum est) ita esse sinum totum quadrantis AC, ad sinum totum anguli recti B, & sinum totum quadrantis BC, ad sinum totum anguli recti A; cum semper sit æqualitatis proportio. b 25. huius c Schol. 26. huius.



TERTIO sit angulus duntaxat C, rectus, & reliquorum angulorum A, B, vterque recto minor, vel maior; vel alter recto maior, & alter minor. Si igitur vterque recto minor est, [d] erunt omnes arcus quadrante minores. Producantur omnes, & fiant quadrantes BD, AE, BF, AG, [e] & per puncta D, F, arcus maximi circuli DF, & per puncta E, G, arcus maximi circuli EG, ducatur; [f] eruntque anguli D, F, E, G, recti, [g] & B, polus arcus DF, & A, polus arcus EG; ac proinde arcus DF, EG, arcus erunt angulorum B, A. Tam vero quadrans BD, quam AE, arcus est anguli recti C, vt ex defin. 6. perspicuum est. Quoniam igitur duo circuli maximi BD, BF, se mutuo secant in sphæra in puncto B, & in arcu BD, sumpta sunt duo puncta A, D, à quibus ad arcum BF, ducti sunt arcus perpendiculares AC, DF; [h] erit vt sinus arcus AB, ad sinum arcus AC, ita sinus arcus BD, ad sinum arcus DF, & permutando, vt sinus arcus AB, trianguli ABC, ad sinum quadrantis BD, hoc est, ad sinum totum anguli recti C, in eodem triangulo ABC, ita sinus arcus AC, trianguli eiusdem ABC, ad sinum arcus DF, hoc est, ad sinum anguli B, eiusdem trianguli ABC. Eodem modo erit, vt sinus arcus AB, in triangulo ABC, ad sinum quadrantis AE, hoc est, ad sinum totum anguli recti C, eiusdem trianguli ABC, ita sinus arcus BC, eiusdem trianguli ABC, ad sinum arcus EG, hoc est, ad sinum anguli A, in eodem triangulo ABC. Patet ergo propositum. d 28. huius. e 20. 1. The. f 25. huius. g Schol. 26. huius. h 40. huius

SI vero vterque angulorum A, B, est recto maior, [i] erit arcus AB, quadrante minor: [k] & tam arcus AC, quam BC, quadrante maior. Producto igitur arcu AB, in vtramque partem, vt sint quadrantes AE, BD, abscissisque quadrantibus AG, BF, [l] ducatur per puncta D, F, arcus maximi circuli DF, & per E, G, maximi circuli arcus EG; [m] eritque rursum B, polus arcus DF, & A, polus arcus EG. Igitur DF, EG, arcus erunt angulorum B, A, necnon tam quadrans BD, quam AE, arcus anguli recti C, ex defin. 6. Item propter quadrantes BD, BF, [n] vterque angulus D, F; & propter qua- i 37. huius. k 34. huiu. l 20. 1. Th. m 26. hui. n 25. huius



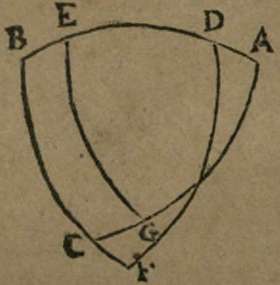


drantes AE,AG,vterq; angulus E, G, rectus erit. Quia igitur duo maximi circuli BD,BC,ſe mutuo in ſphæra ſecant in B,ſumptaque ſunt in BD,duo puncta A D,à quibus ad BC,ducti ſunt duo arcus AC, DF, perpendiculares, [o] erit vt ſinus arcus AB, ad ſinum arcus AC, ita ſinus arcus BD, ad ſinum arcus DF: & permutando, vt ſinus arcus AB, trianguli ABC,ad ſinum quadrantis BD, hoc eſt,ad ſinum totum anguli recti C,in eodem triangulo ABC,ita ſinus arcus AC, eiuſdem trianguli ABC, ad ſinum arcus DF, hoc eſt, ad ſinum anguli B,in eodem triangulo ABC. Eademque ratione erit, vt ſinus arcus AB, trianguli ABC, ad ſinum quadrantis AE, hoc eſt, ad ſinum totum anguli recti C, in eodem triangulo.ABC, ita ſinus arcus BC, eiuſdem trianguli ABC, ad ſinum arcus EG, hoc eſt, ad ſinum anguli A,in eodem triangulo ABC.Quod eſt propoſitum.

o 40.huius

SI denique alter angulorum A,B,recto maior eſt,& alter minor;ſit B, maior & A, minor. [p] Erit igitur arcus AB,quadrante maior.[q] Item arcus AC,quadrante etiam maior,at vero BC, minor quadrante. Abſcindantur ergo quadrantes BD,AE,& AG,productoque arcu BC fiat quadrans BF; [r] & per puncta D, F, ducatur arcus DF, circuli maximi, necnon per E, G, arcus circuli maximi EG;[s] eritque rurſus B, polus arcus DF,& A,polus arcus EG.Igitur DF,EG,arcus erunt angulorum B, A; necnon tam quadrans BD,quam AE,arcus anguli C, recti, ex defi.6.Item propter quadrantes AE,AG, [t] vterque angulus E, G, rectus erit. Quoniam igitur duo circuli maximi BA, BF, in ſphæra ſe mutuo ſecant in B,ſumptaque ſunt in BA,duo puncta A,D,à quibus ad BF,ducti ſunt duo arcus perpendiculares AC, DF, [u] erit, vt ſinus arcus AB,ad ſinum arcus AC, ita ſinus arcus BD, ad ſinum arcus DF: & permutando, vt ſinus arcus AB,trianguli ABC, ad ſinum quadrantis BD,hoc eſt,ad ſinum totum anguli recti C,in eodem triangulo ABC,ita ſinus arcus AC, trianguli eiuſdem ABC,ad ſinum arcus DF,hoc eſt,ad ſinum anguli B,in triangulo eodem ABC. Eodemque modo erit,vt ſinus arcus AB,trianguli ABC,ad ſinum quadrantis AE, hoc eſt, ad ſinum totum recti anguli C, in eodem triangulo ABC,ita ſinus arcus BC,eiuſdem trianguli ABC,ad ſinum arcus EG, hoc eſt, ad ſinum anguli A, eiuſdem trianguli ABC.Quod eſt propoſitum.

p 37.huius.
q 34 huius
r 20.1.Th.



s 26.huius
t 25. huius
u 40.huius

QVARTO ac vltimo nullus angulorum A,B,C, rectus ſit.[x] Per punctum A,& polum circuli BC, ducatur arcus circuli maximi AD, cadatque primum in latus BC, intra triangulum ;[y] eruntque anguli ad D, recti. Quoniam igitur in triangulo ABD, angulus D rectus eſt;erit, vt iam demonſtratum eſt, vt ſinus arcus AB,ad ſinum anguli ADB,ita ſinus arcus AD,ad ſinum anguli B:& permutando, vt ſinus arcus AB, ad ſinum arcus AD,ita ſinus anguli ADB,ad ſinum anguli B. Sed eodem modo, cum in triangulo ADC, angulus D, rectus ſit; eſt, vt ſinus arcus AD, ad ſinum anguli ACD, ita ſinus arcus AC,ad ſinum anguli ADC:& permutando,vt ſinus arcus AD, ad ſinum arcus AC,ita ſinus anguli ACD,ad ſinum anguli ADC, hoc eſt,ad ſinum anguli ADB,cum anguli ad D,ſint recti. Ex æqualitate ergo, & perturbata proportione,erit,vt ſinus arcus AB, ad ſinum arcus AC, ita ſinus anguli ACD,ad ſinum anguli B;vt in appoſita formula apparet. Igitur & permutando erit, vt ſinus arcus AB, in triangulo ABC,ad ſinum anguli ACB, in eodem triangulo ABC,ita ſinus arcus AC,eiuſdem trianguli ABC,ad ſinum anguli B,in eodem triangulo ABC.

x 20.1.The.
y 15.1.The.

CADAT deinde arcus per A & polum circuli BC,ductus in arcum BC,productum ad E,[z] eritque angulus E,rectus.Quoniam igitur in triangulo ABE,angulus E,rectus eſt,erit vt demonſtratum eſt,vt ſinus arcus AB, ad ſinum anguli E, ita ſinus arcus AE, ad ſinum anguli B: & permutando, vt ſinus arcus AB, ad ſinum arcus AE, ita ſinus anguli E,ad ſinum anguli B. Sed eadem ratione, cum in triangulo ACE, angulus E,rectus ſit,eſt,vt ſinus arcus AE,ad ſinum anguli ACE, ita ſinus arcus AC, ad ſinum anguli E:& permutando,vt ſinus arcus AE, ad ſinum arcus AC,ita ſinus anguli ACE,ad ſinum anguli E. Igitur ex æqualitate, & perturbata proportione, erit vt ſinus arcus AB,ad ſinum arcus AC,ita ſinus anguli ACE,hoc eſt,anguli ACB,(cum idem ſit ſinus vtriuſque anguli ad C, quod eorum arcus ſemicirculum conſtituant, vt conſtat ex coroll propoſ.5. huius tractatus. Perſpicuum autem eſt ex iis, quæ in tractatione ſinuum diximus, duos arcus ſemicirculum conficientes, eundem habere ſinum)ad ſinum anguli B,vt in appoſita formula apparet.Igitur & permutando erit,vt ſinus arcus AB,in triangulo ABC,ad ſinum anguli ACB, eiuſdem trianguli ABC,ita ſinus arcus AC,in eodem triangulo ABC,ad ſinum anguli B,eiuſdem trianguli ABC. Quod ſi ex B, ad arcum AC, ducatur alius arcus perpendicularis,qui vel intra triangulum cadet,vel in arcum productum,oſtendemus eodem modo,ita eſſe ſinum arcus AB,ad ſinum anguli ACB,vt eſt ſinus arcus BC,ad ſinum anguli BAC. Itaq; in omni triangulo ſphærico, ſinus cuiuslibet arcus,&c.Quod erat oſtendendum.

z 15.1.The.

arcus	anguli
AB.	ACD.
AD.	ADB.
AC.	B.

arcus	anguli
AB.	ACE.
AE.	E.
AC.	B.

COROLLARIVM.

HINC perſpicuum eſt, in omni triangulo ſphærico rectangulo, vt eſt ſinus arcus rectum angulum ſubtendentis ad ſinum totum nempe ad ſinum anguli recti, quem ſubtendit, ita eſſe ſinum cuiuslibet reliquorum

arcuum

arcuum ad ſinum anguli, quem ſubtendit. Quod idcirco dixerim, quia plerique ſcriptores hoc corollarium, tanquam propoſitionem ab hac noſtra propoſitione 41. diuerſam, demonſtrant: ſed placuit nobis propoſitionem hanc magis vniuerſalem reddere, prout nimirum complectitur & triangulum ſphæricum rectangulum, & non rectangulum.

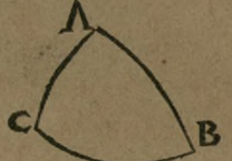
SCHOLIVM.

IN hac, & ſequentibus propoſitionibus adducemus problemata, quibus ſphæricorum triangulorum rectangulorum calculus perficitur, quæque ex ipſis propoſitionibus eliciuntur. Quanquam autem nonnunquam in problemate aliquo plura proponantur inueſtiganda, primum tamen ſemper potiſſimum eſt, quod quæritur, inferturque primo ac per ſe ex ipſo problemate. Ex hac igitur propoſitione ſequentia tria problemata colliguntur.

I.

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur & alterutro arcuum angulum rectum ambientium; inuenire angulum huic arcui oppoſitum.

IN triangulo ABC, cuius angulus C, rectus, dati ſint arcus AB, AC. Dico dari quoque angulum B, arcui AC, oppoſitum.[a] *Quoniam enim eſt, vt ſinus arcus AB, ad ſinum totum anguli recti C, ita ſinus arcus AC, ad ſinum anguli B:* a 41. huius.



SI fiat, vt ſinus arcus dati recto angulo oppoſiti ad ſinum totum, ita ſinus arcus circa angulum rectum dati ad aliud, reperietur ſinus anguli quæſiti. Praxis.

VERVM hic diligenter attendendum eſt, num angulus quæſitus B, ſit acutus, an obtuſus. Si enim acutus eſt, dabit arcus ſinui inuento reſpondens angulum B: Si vero eſt obtuſus, relinquet idem arcus ex ſemicirculo ſublatus angulum B. Pulchre autem arcus datus AC, circa angulum rectum C, docebit, an angulus B, acutus ſit, vel obtuſus.[b] *Nam ſi AC, eſt minor quadrante erit angulus B, acutus: Si vero quadrante maior, obtuſus. Sumimus autem hic triangulum ſphæricum, in quo vnus tantum angulus rectus eſt, & proinde nullus arcus Quadrans, quod etiam in ſequentibus intelligatur.* b 34. huius

II.

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur, & alterutro angulorum non rectorum; inuenire arcum huic angulo oppoſitum.

IN eodem triangulo datus ſit arcus AB, recto angulo C, oppoſitus, & inſuper angulus B. Dico dari quoque arcum AC, angulo B, oppoſitum.[a] *Cum enim ſit, vt ſinus arcus AB, ad ſinum totum anguli recti C. ita ſinus arcus AC, ad ſinum anguli B; erit conuertendo, vt ſinus totus ad ſinum arcus AB, ita ſinus anguli B, ad ſinum arcus AC.* a 41. huius

SI igitur fiat, vt ſinus totus ad ſinum arcus angulo recto oppoſiti, ita ſinus anguli dati ad aliud, inuenietur ſinus arcus quæſiti. Praxis.

[b] *Hic autem arcus erit quadrante minor, ſi datus angulus eſt acutus: quadrante autem maior, ſi obtuſus.* b 34. huius

III.

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato alterutro arcuum circa angulum rectum, & angulo, qui ei opponitur; inuenire arcum recto angulo oppoſitum. Oportet autem cõſtare, num tertius angulus ſit acutus, an obtuſus: vel an tertius arcus ſit quadrante minor, aut maior.

IN eodem triangulo datus ſit arcus AC, circa angulum C, rectum, & angulus præterea B, illi oppoſitus. Dico dari quoque arcum AB, recto angulo oppoſitum.[a] *Cum enim ſit, vt ſinus arcus AC, ad ſinum anguli B, ita ſinus arcus AB, ad ſinum totum anguli recti C; erit conuertendo, vt ſinus anguli B, dati ad ſinum arcus AC, dati, ita ſinus totus ad ſinum arcus AB, recto angulo oppoſiti, qui quæritur.* a 41. huius.

SI igitur fiat, vt ſinus anguli dati ad ſinum dati arcus, ita ſinus totus ad aliud, reperietur ſinus arcus quæſiti, qui recto angulo opponitur. Praxis.

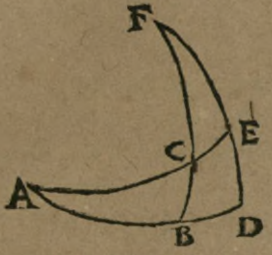
OPORTET autem conſtare, num tertius angulus A, acutus ſit, an obtuſus: vel an tertius arcus CB, quadrante minor ſit, aut maior. Hinc enim diſcemus, quando arcus quæſitus AB, eſt quadrante minor, & quando maior; ſi aliunde id non conſtiterit. Nam ſi angulus A, fuerit acutus, ſi quidem & B, datus ſit acutus: Vel ſi A, fuerit obtuſus, ſiquidem & B, datus ſit obtuſus; [b] *erit arcus AB, recto angulo oppoſitus quadrante minor. Si vero angulus A, fuerit acutus, at B, datus obtuſus: Vel ſi A, fuerit obtuſus, at B, datus acutus; erit arcus AB, maior quadrante. Ita etiam, ſi arcus CB, fuerit quadrante minor, ſiquidem & AC, datus ſit quadrante minor: Vel ſi CB, fuerit quadrante maior, ſi quidem & AC, datus ſit maior quadrãte;*[c] *erit arcus AB, recto angulo oppoſitus quadrante minor. Si vero arcus CB, fuerit minor quadrante, at AC, datus quadrante maior: Vel ſi CB, fuerit quadrante maior, at AC, datus quadrante minor; erit arcus AB, maior quadrante. Itaque non ſatis eſt, dari vnum arcum circa rectum angulum, cum angulo oppoſito, vt vult Copernicus propoſ. 4. de triangulis ſphæricis: Id quod in ſcholio propoſ. 21. ſupra admonuimus; ſed dari etiam debet ſpecies tertij anguli vel tertij arcus. Qua in re etiam lapſus eſt Ioan. Regiom. propoſ. 27. lib. 4. triangulorum.* b 37. huius. c 35. huius.

THEOR. 40. PROPOS. 42.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius nullus arcuum quadrans ſit, ſinus vtriuslibet reliquorum angulorum eandem habet proportionem ad ſinum totum, quam ſinus complementi reliqui anguli ad ſinum complementi arcus ipſum ſubtendentis.

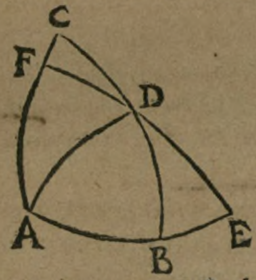
IN triangulo sphærico ABC, angulus B, sit rectus, & nullus arcuum quadrans. Dico ita esse sinum anguli C, ad sinum totum, vt est sinus complementi reliqui anguli A, ad sinum complementi arcus BC, angulum A, subtendentis. Quoniam enim nullus arcuum ponitur quadrans, nullus reliquorum angulorum rectus erit:[a] Alias triangulum ABC, duos habens angulos rectos haberet duos arcus quadrantes; quod non ponitur. Sit ergo primum angulus A, acutus, & arcus AB, ipsi, & recto angulo B, adiacens quadrante minor. Quo posito, [b] erit & angulus C, acutus: [c] atque adeo omnes arcus trianguli ABC, quadrante minores. Producantur arcus AB, AC, & fiant quadrantes AD, AE, [d] ac per puncta D, E, arcus DE, circuli maximi ducatur DE, conueniens cum arcu BC, producto in F; [e] Erit ergo vterque angulus D, E, rectus, ob quadrantes AD, AE; atque adeo, cum & angulus B, rectus sit, [f] vterque arcus BF, DF, quadrans erit, ob angulos rectos B, D. Erit quoque DE, arcus anguli A; [g] propterea quod A, polus est arcus DE, ob quadrantes AD, AE. Item arcus EF, complementum erit arcus DE, & arcus CF, complementum arcus BC, ob quadrantes DF, BF. Quoniam vero in triangulo CEF, angulus E, rectus est; [h] erit vt sinus arcus CF, ad sinum totum, ita sinus arcus EF, ad sinum anguli ECF: & conuertendo, vt sinus anguli ECF, hoc est, anguli ACB, [i] qui illi æqualis est ad verticem, ad sinum arcus EF, ita sinus totus ad sinum arcus CF: & permutando, vt sinus anguli ACB, ad sinum totum, ita sinus arcus EF, hoc est, sinus complementi anguli A, ad sinum arcus CF, id est, ad sinum complementi arcus CB. Quod est propositum.

a Schol. 25. huius.
b 33. huius.
c 28. huius.
d 20. 1. Th.
e 25 huius.
f 25. huius.
g 26. huius
h Coro. 41. huius.
i 16. huius.



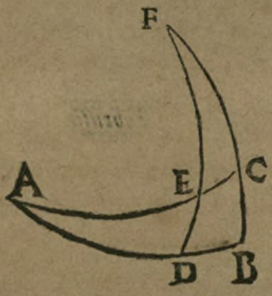
SIT deinde angulus A, obtusus, & adhuc arcus AB, quadrante minor. Fiat angulus BAD, rectus, secetq; arcus AD, arcum BC, in D. Producto quoq; arcu AB, fiat quadrans AE, [k] & per puncta E, D, ducatur arcus ED, circuli maximi secans arcum AC, in F. Et quia duo anguli DAB, DBA, recti sunt, [l] erunt arcus AD, BD, quadrantes; atque adeo cum AE, quadrans quoque sit, & angulus DAE, rectus, [m] erit & DE, quadrans, & A, polus arcus DE. Igitur & arcus AF, quadrans erit, [n] cum arcus EF, quadrante semper absit à suo polo. [o] Angulus item vterq; ad F, cum arcus AF, transeat per A, polũ arcus EF, rectus erit. Præterea EF, erit arcus anguli BAC, ob quadrantes AE, AF. Erit quoq; arcus DF, cõplementũ arcus EF, seu anguli BAC; & arcus CD, complementum arcus BC, ob quadrantes DE, BD. Quoniã igitur in triangulo CDF, angulus F, rectus est, [p] erit vt sinus arcus CD, ad sinũ totum, ita sinus arcus DF, ad sinum anguli C: & conuertendo, vt sinus anguli C, ad sinum arcus DF, ita sinus totus ad sinum arcus CD: & permutando, vt sinus anguli C, ad sinum totum, ita sinus arcus DF, hoc est, sinus cõplementi anguli BAC, ad sinum arcus CD, id est, ad sinum complementi arcus BC. Quod est propositum.

k 20. 1. Th.
l Schol. 25. huius.
m 26. hui.
n Corol. 16. 1. Theod.
o 15. 1. The.
p Coro. 41. huius.



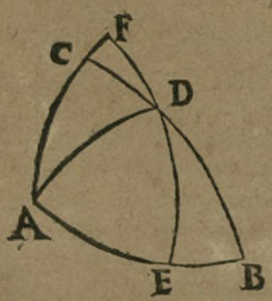
SIT tertio angulus A, acutus, & arcus AB, quadrante maior. Quo posito, [q] erit reliquus angulus C, obtusus; [r] ac proinde arcus AC, rectum angulum B, subtendens quadrante quoque maior. Abscindantur quadrantes AD, AE, [s] & per puncta D, E, ducatur arcus DE, circuli maximi coiens cum arcu BC, protracto in F; [t] eritque vterq; angulus D, E, rectus, ob quadrantes AD, AE; atq; idcirco, cum & angulus B, sit rectus, [u] quadrantes erunt BF, DF. Erit quoque DE, arcus anguli A, [x] quod A, polus sit arcus DE. Quare EF, complementum est anguli A; & CF, complementum arcus BC, ob quadrantes DF, BF. Quoniam igitur in triangulo CEF, angulus E, rectus est, [y] erit vt sinus arcus CF, ad sinum totum, ita sinus arcus EF, ad sinum anguli ECF: & conuertẽdo vt sinus anguli ECF, hoc est, anguli ACB. (Habent enim duo anguli ad C, eundem sinum, cum eorum arcus semicirculum conficiant, ex coroll. propos. 5.) ad sinum arcus EF, hoc est, ad sinum complementi anguli A, ita sinus totus ad sinum arcus CF, hoc est, ad sinum complementi arcus BC: & permutando, vt sinus anguli ACB, ad sinum totum, ita sinus arcus EF, siue complementi anguli A, ad sinum arcus CF, seu complementi arcus BC. Quod est propositum.

q 33. huius.
r 37. huius.
s 20. 1. The.
t 25. huius.
u 25. huius.
x 26. huius
y Coro. 41. huius.



QVARTO ac vltimo sit angulus A, obtusus, & adhuc arcus AB, quadrante maior. Fiat angulus rectus BAD, secetque arcus AD, arcum BC, in D. Abscindatur quoque, ex AB, quadrans AE, [z] & per puncta E, D, ducatur arcus ED, circuli maximi secans arcum AC, productum in F. Et quia angulus B, rectus ponitur, & angulus BAD, rectus quoq; ex constructione est, [a] erunt arcus AD, BD, quadrantes. Rursus quia arcus AD, AE, quadrantes sunt, continentque angulum DAE, rectum, [b] erit arcus DE, quadrans, & A, polus arcus DE; ac proinde cum arcus AF, transeat per A, polum arcus EF, [c] erit angulus F, rectus. Item EF, erit arcus anguli BAC. Præterea arcus DF, complementum erit arcus EF, seu anguli BAC, & arcus CD, complementum arcus BC, ob quadrantes DE, BD. Quoniam igitur in triangulo CDF, angulus F, rectus est, [d] erit vt sinus arcus CD, ad sinum totum; ita sinus arcus DF, ad sinum anguli DCF: Et conuertendo, vt sinus anguli DCF, hoc est, anguli ACB. (Habent enim arcus angulorum DCF, ACB, eundem sinum, [e] cum semicirculum constituant) ad sinum arcus DF, hoc est, ad sinum complementi anguli BAC, ita sinus totus ad sinum arcus CD, hoc est, ad sinum complementi arcus BC: Et permutando, vt sinus anguli ACB, ad sinum totum, ita sinus arcus DF, siue complementi anguli BAC, ad sinum arcus CD, seu complementi arcus BC. Quod est propositum. Igitur in omni triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod demonstrandum erat.

z 20. 1. Th.
a 25. huius.
b 26. huius
c 15. 1. The.
d Coro. 41. huius.
e Coroll. 5. huius,



SCHOLIVM.

COLLIGEMVS ex hac propositione duo hæc problemata.

IN

I.

IN triangulo ſphærico rectangulo, datis duobus angulis non rectis; inuenire arcum vtrilibet eorum oppoſitum, vna cum arcu, qui recto angulo opponitur.

IN triangulo ABC, cuius angulus C, rectus, dati ſint duo anguli A, B. Dico vtrumuis arcuum AC, BC, quoq; dari, cum arcu AB. [a] *Quoniam enim eſt, vt ſinus anguli A, ad ſinum totum, ita ſinus complementi anguli B, ad ſinum complementi arcus AC. Item, vt ſinus anguli B, ad ſinum totum, ita ſinus complementi anguli A, ad ſinum complementi arcus BC.* a 42. huius

SI fiat, vt ſinus anguli dati, qui quæſito lateri adiacet, ad ſinum totum, ita ſinus complementi reliqui anguli dati ad aliud, producetur ſinus complementi arcus huic poſteriori angulo oppoſiti, qui quæritur. Inuento autem vtroque arcu circa angulum rectum, reperietur quoque ex vtrolibet illorum, & ex angulo, quiei opponitur dato, arcus recto angulo oppoſitus, vt in problemate 3. propoſ. 41. oſtendimus. Praxis.

VTRVM autem arcus AC, BC, ſint minores quadrante, aut maiores, ita diſcemus. Si angulus B, eſt acutus, [b] *erit arcus AC, ei oppoſitus quadrante minor: Si vero obtuſus, quadrante maior. Eadem ratione ſi angulus A, fuerit acutus, erit arcus ei oppoſitus BC, quadrante minor: ſi vero obtuſus, quadrante maior.* b 34. huius.

II.

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato alterutro angulorum non rectorum, cum alterutro arcuum circa angulum rectum; inuenire alium angulum non rectum, & reliquos duos arcus.

IN eodem triangulo datus ſit primum arcus AC, cum angulo A, ſibi adiacente. Dico dari quoque angulum B, cum arcubus BC, AB. [c] *Cum enim ſit, vt ſinus anguli A, ad ſinum totum, ita ſinus complementi anguli B, ad ſinum complementi arcus AC erit conuertendo, vt ſinus totus ad ſinum anguli A, dati, ita ſinus complementi dati arcus AC, ad ſinum complementi anguli B, qui quæritur.* c 42. huius

QVANDO ergo datur arcus cum angulo ſibi adiacente, ſi fiat, vt ſinus totus ad ſinum anguli dati, ita ſinus complementi arcus dati ad aliud, reperietur ſinus complementi alterius anguli, qui quæritur. Hinc ex duobus angulis non rectis iam cognitis, cognoſcentur reliqui duo arcus, vt in proxime antecedenti problemate demonſtratum eſt. Tertius autem datus eſt ex hypotheſi. Praxis, quando datur arcus cum angulo adiacente.

NVM vero angulus B, quæſitus ſit acutus, obtuſuſve, docebit datus arcus AC. [d] *Si enim fuerit quadrante minor, erit angulus B, acutus: ſi vero maior quadrante, obtuſus.* d 34. huius.

DATVS deinde ſit arcus AC, cum angulo B, ſibi oppoſito, conſtetq; de reliquo angulo A, num acutus ſit, an obtuſus: vel de altero arcu BC, circa rectum angulum, qualis ſit. Dico rurſum dari & reliquum angulum A, & reliquos arcus BC, AB. Nam [e] *cum ſit, vt ſinus anguli A, ad ſinum totum, ita ſinus complementi anguli B, ad ſinum complementi arcus AC; erit conuertendo, vt ſinus complementi arcus AC, dati ad ſinum complementi anguli B, dati, ita ſinus totus ad ſinum anguli A, quæſiti.* e 42. huius.

IGITVR cum datur arcus cum angulo ſibi oppoſito, ſi fiat, vt ſinus complementi arcus dati ad ſinum complementi anguli dati, ita ſinus totus ad aliud, procreabitur ſinus reliqui anguli, qui quæritur. Ex duobus ergo angulis non rectis iam cognitis, cognoſcentur reliqui duo arcus, vt in præcedenti problemate monſtrauimus. Tertius autem per hypotheſim datus eſt. Praxis, quando datur arcus cum angulo oppoſito.

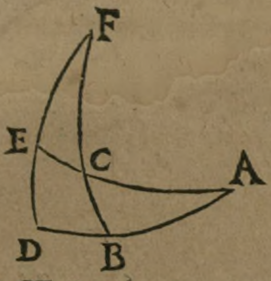
OPORTET autem conſtare, num reliquus angulus A, ſit acutus, an obtuſus, vt ſciatur, qualis angulus ſinui inuento reſpondens ſit accipiendus, acutuſne, an obtuſus. Quod ſi conſtaret de arcu BC, qualis ſit, illico cognoſceretur quoq; ſpecies anguli A. Nam ſi arcus BC, fuerit quadrante minor, [f] *erit angulus A, acutus: ſi autem quadrante maior, obtuſus. Pari ratione, ſi ſciretur, qualis ſit arcus AB, angulo recto oppoſitus, continuo ſpeciem anguli A, cognoſceremus. Nam ſi arcus AB fuerit minor quadrante, & datus quidem angulus B, acutus,* [g] *erit quoque angulus A, acutus; Si vero datus angulus B, ſit obtuſus, erit quoq; obtuſus angulus A. At ſi arcus AB fuerit maior quadrante, & datus quidem angulus B, acutus, erit angulus A, obtuſus: Si vero datus angulus B, ſit obtuſus, erit angulus A, acutus. Itaq; non eſt ſatis, dari angulum non rectum, cum arcu oppoſito, vt vult Copernicus propoſ. 4. de triangulis ſphæricis: Id quod ſupra quoq; monuimus in ſcholio propoſ. 21. ſed debet etiam dari ſpecies tertij anguli, vel ſpecies arcus alterius circa rectum angulum; vel certe ſpecies arcus recto angulo oppoſiti. Qua in re lapſus eſt Nicolaus Copernicus, qui voluit in propoſ. 4. de triangulis ſphæricis, ſatis eſſe, vt detur arcus circa rectum angulum, cum alterutro angulorum non rectorum. Falſum enim hoc eſt de angulo dato arcui oppoſito, niſi aliud præterea conſtet, vt hic diximus, & in ſcholio propoſ. 21. monuimus.* f 34. huius. g 38. huius. Error Copernici.

THEOR. 41. PROPOS. 43.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius nullus arcuum quadrans ſit, ſinus complementi arcus rectum angulum ſubtendentis ad ſinum complementi vtriuſve reliquorum arcuum eandem habet proportionem, quam ſinus complementi reliqui arcus ad ſinum totum.

IN triangulo ſphærico rectangulo ABC, angulus B, ſit rectus, & nullus arcuum quadrans. Dico ita eſſe ſinum complementi arcus AC, ad ſinum complementi arcus v.g. AB, vt eſt ſinus complementi reliqui arcus BC, ad ſinum totum. Quoniã enim nullus arcuũ ponitur quadrans, nullus reliquorũ angulorũ erit rectus. [a] Alias triangulũ ABC, duos angulos habẽs rectos haberet duos arcus quadrantes, quod non ponitur. Sit ergo primũ angu- a Schol. 18. huius.

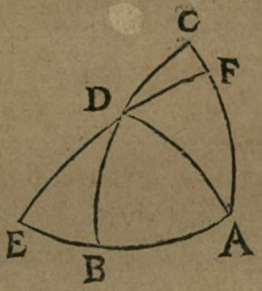
b 33. huius. c 28. huius. d 20. 1. Th. e 25. huius. f 26. huius. g 41. huius.



lus A, acutus, & arcus AB, ipsi & recto angulo B, adiacens quadrante minor. Quo posito, [b] erit & angulus C, acutus; [c] atq; adeo omnes arcus trianguli ABC, quadrante minores. Producantur arcus AB, AC, & fiant quadrantes AD, AE; [d] ac per puncta D, E, arcus DE, circuli maximi ducatur DE, conueniens cum arcu BC, producto in F. [e] Erit ergo vterque angulus D, E, rectus, ob quadrantes AD, AE; atque adeo, cum & angulus B, ponatur rectus, erit vterque arcus BF, DF, quadrans, ob rectos angulos B, D. Præterea BD, erit arcus anguli F; [f] propterea quod F, polus est arcus BD, ob quadrantes BF, DF. Item CF, complementum erit arcus BC; & BD, CE, complementa arcuum AB, AC, ob quadrantes BF, AD, AE. [g] Manifestum autem est in triangulo CEF, ita esse sinum arcus CE, hoc est, sinum complementi arcus AC, ad sinum anguli F, hoc est, ad sinum arcus BD, seu complementi arcus AB, vt est sinus arcus CF, hoc est, sinus complementi arcus BC, ad sinum anguli recti E, id est, ad sinum totum. Quod est propositum.

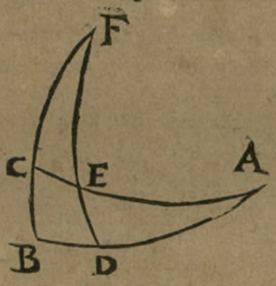
h 20. 1. Th. i Schol. 25. huius. k 26. huius. l 6. huius. m 26. hui. n Coro. 16. 1. Theod. o 15. 1. Th. p 41. huius. q 33. huius.

SIT deinde angulus A, obtusus, & adhuc arcus AB, quadrante minor. Fiat angulus BAD, rectus secetque arcus AD, arcum BC, in D. Producto quoque arcu AB, fiat quadrans AE, [h] & per puncta E, D, ducatur arcus ED, circuli maximi, secans arcum AC, in F. Et quia duo anguli DAB, DBA, recti sunt, [i] erunt arcus AD, BD, quadrantes; atque adeo cum AE, quoq; sit quadrans, & angulus DAE, rectus, [k] erit & arcus DE, quadrans; ac proinde BE, ob quadrantes BD, ED, erit arcus anguli BDE, hoc est, anguli CDF, [l] qui illi ad verticem est æqualis. [m] Quoniam vero A, polus est arcus ED, erit & arcus AF, quadrans, [n] cum arcus EF, quadrante semper absit à suo polo; [o] necnon & angulus AFE, & angulus CFD, rectus. Præterea erit arcus CF, complementum arcus AC; & arcus BE, complementum arcus AB; & arcus CD, complementum arcus BC, ob quadrantes AF, AE, BD, [p] Perspicuum autem est in triangulo CDF, ita esse sinum arcus CF, hoc est sinum complementi arcus AC, ad sinũ anguli CDF, hoc est, ad sinum arcus BE, siue complementi arcus AB, vt est sinus arcus CD, nempe sinus complementi arcus BC, ad sinum anguli recti F, hoc est, ad sinum totum. Quod est propositum.



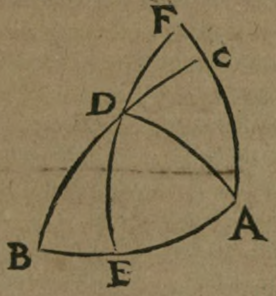
r 37. huius. s 20. 1. Th. t 25 huius. u 25. huius. x 41. huius.

TERTIO sit angulus A, acutus, & arcus AB, quadrante maior. Quo posito, [q] erit reliquus angulus C, obtusus; [r] ac proinde arcus A C, rectum angulum B, subtendens quadrante quoque maior. Abscindantur quadrantes AD, AE, [s] & per puncta D, E, ducatur arcus DE, circuli maximi conueniens cum arcu BC, producto in F; [t] Eritque vterque angulus D, E, rectus, ob quadrantes AD, AE; atque adeo, cum & angulus B, rectus sit, [u] quadrantes erunt arcus BF, DF; proptereaq; BD, arcus erit anguli F. Item arcus CF, complementum erit arcus BC, & arcus DB, EC, complementa arcuum AB, AC, ob quadrantes BF, AD, AE. [x] Perspicuum est autem in triangulo CEF, ita esse sinum arcus EC, id est, sinum complementi arcus AC, ad sinum anguli F, hoc est, ad sinum arcus DB, hoc est, ad sinum complementi arcus A B, vt est sinus arcus C F, nempe sinus complementi arcus B C, ad sinum anguli recti E, hoc est, ad sinum totum. Quod est propositum.



y 20. 1. Th. z 25. huius. a 26. huius. b 15. 1. The. c 6. huius. d Coros. 16. 1. Theod. e 41. huius.

POSTREMO sit angulus A, obtusus & adhuc arcus AB, quadrante maior. Fiat angulus rectus BAD, secetque arcus AD, arcum BC, in D. Abscindatur quoque ex AB, quadrans AE, [y] & per puncta E, D, describatur arcus ED, circuli maximi secans arcum AC, productum in F. Et quia angulus B, ponitur rectus, & angulus BAD, rectus factus est, [z] erunt arcus AD, BD, quadrantes. Rursus quia arcus AD, AE, quadrantes sunt, continentq; angulum rectum DAE, [a] erit & arcus DE, quadrans, & A, polus arcus ED; [b] atque adeo angulus F, rectus erit. Præterea quia DB, DE, quadrantes sunt ostensi, erit E, B, arcus anguli BDE, hoc est, anguli CDF, qui illi [c] ad verticem est æqualis. Item cum A, polus sit arcus EF, erit arcus AF, quadrans, [d] quod arcus EF, quadrante semper absit à suo polo. Arcus item CF, complementum erit arcus AC; & arcus EB, complementum arcus AB; & arcus CD, complementum arcus BC, ob quadrantes AF, AE, BD. [e] Manifestum est autem in triangulo CDF, ita esse sinum arcus CF, id est, sinum complementi arcus AC, ad sinum anguli CDF, hoc est, ad sinum arcus BE, siue complementi arcus AB, vt est sinus arcus CD, nempe sinus complementi arcus BC, ad sinum anguli recti F, hoc est, ad sinum totum. Quod est propositum. In omni ergo triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod erat ostendendum.



S C H O L I V M. 1.

SEQVENS *problema ex hac propos. colligemus hunc in modum.*

IN triangulo sphærico rectangulo, datis duobus arcubus quibuslibet, inuenire tertium arcum, & reliquos duos angulos non rectos.

IN

IN triangulo ABC, cuius angulus C, rectus, dati sint primum duo arcus AC, CB, circa angulum rectum C. Dico dari quoq; tertium arcum AB, cum duobus angulis A, B, [a] Quoniam enim est, vt sinus complementi arcus AB, ad sinum complementi arcus AC, ita sinus complementi arcus CB, ad sinum totum; erit conuertendo, vt sinus totus ad sinum complementi arcus C B, ita sinus complementi arcus A C, ad sinum complementi arcus AB. a 43. huius

QVAMOBREM, datis duobus rectum angulũ arcubus ambientibus, si fiat, vt sinus totus ad sinum complementi vtriuslibet arcuum datorum, ita sinus complementi alterius arcus dati ad aliud, producetur sinus complementi arcus recto angulo oppositi, qui quæritur. Ex dato autem arcu, qui recto angulo opponitur, cum vtrouis arcu circa rectum angulum, inuenietur angulus ei oppositus, vt in problemate 1. propos. 41. tradidimus. Praxis, quando dantur duo arcus circa angulum rectum.

VTRVM vero quæsitus arcus AB, quadrante minor sit, aut maior, docebunt duo arcus dati. Si enim vterq; fuerit minor aut maior quadrante, [b] erit arcus AB, quadrante minor: Si vero vnus sit quadrante minor, & alter maior, erit arcus AB, quadrante maior. b 35. huius.

DATVS deinde sit arcus AB, recto angulo oppositus, cum alterutro arcuum circa angulum rectum, vt cum AC. Dico rursum dari reliquum arcum CB, cum duobus angulis A, B. [c] Nam cum sit, vt sinus complementi arcus AB, ad sinum complementi arcus AC, ita sinus complementi arcus CB, ad sinum totum; erit conuertendo, vt sinus complementi arcus AC, ad sinum complementi arcus AB, ita sinus totus ad sinum complementi arcus CB. c 43. huius.

QVAPROPTER, dato arcu, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa angulum rectum, si fiat, vt sinus complementi arcus dati circa angulum rectum ad sinum complementi arcus angulo recto oppositi, ita sinus totus ad aliud, inuenietur sinus complementi alterius arcus circa angulum rectum, qui quæritur. Ex quouis autem arcu dato circa rectum angulum, cum arcu, qui recto angulo opponitur, reperietur angulus illi arcui oppositus, vt in problemate 1. propos. 41. demonstratum est. Praxis, quando datur arcus recto angulo oppositus cum alterutro circa angulum rectum.

AN vero tertius arcus CB, quæsitus sit quadrante minor, aut maior, intelligemus ex duobus arcubus datis. Si namque arcus AB, angulo recto oppositus fuerit quadrante minor, si quidem & alter datus AC, sit quadrante minor, [d] erit & arcus CB, quadrante minor; si vero AC, sit quadrante maior, erit & CB, maior quadrante. Si autem AB, fuerit quadrante maior, si quidem & AC, sit quadrante maior, erit CB, quadrante minor; si vero AC, sit minor quadrante, erit CB, quadrante maior. d 36. huius.

SCHOLIVM II.

Quicquid demonstratur de triãgulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus sint quadrante minores, locum etiam habet in omni triangulo sphærico rectangulo.

QVAMVIS & hanc propos. 43. & antecedentem 42. quadrimembrem fecerimus, vt vtraq; in omnibus casibus demonstraretur: satis tamen fuisset, si vtraq; in primo casu, existentibus nimirum omnibus arcubus quadrante minoribus, demonstratione fuisset confirmata. Eo enim casu demonstrato, facile demonstrationem omnibus aliis casibus accommodabimus. Sit namq; triangulum sphæricum quodcunq; rectangulum ACD, habens angulum C, rectum. Aut igitur duo arcus AC, CD, circa angulum rectum quadrante sunt minores, [e] ac proinde & tertius arcus AD, quadrante quoque minor; aut vnus quadrante maior, & alter minor; aut denique ambo quadrante maiores: Nam de eo solo sphærico triangulo rectangulo agimus, in quo nullus arcus est quadrans. Sint primum duo arcus AC, CD, circa angulum rectum quadrante minores: quo posito, [f] erit vterque angulus D, A, acutus, propterea q; triangulo ACD, demonstratio vtriusq; propositionis conueniet, quoad primum casum.

SIT deinde arcus DC, quadrante maior, & CA, minor. Productis arcubus DC, DA, donec coeant in B; [g] erunt DAB, DCB, semicirculi; atq; adeo CB, quadrante minor. Sunt ergo in triangulo ABC, duo arcus AC, CB, circa angulum rectum C, quadrante minores. Quare, vt proxime ostendimus, ei vtriusq; propositionis demonstratio, quo ad primum casum, conueniet. Cum ergo iidem sinus tam recti, quam complementorum, sint arcuum, & angulorum trianguli ACB, qui arcuum, & angulorum trianguli ACD; (Nam, vt in sinubus diximus, arcus CD, CB, eundem sinum habent tam rectum, quam complementi, necnon & arcus AD, AB. Item tam recti anguli ad C, eundem sinum habent, nempe totum, quam anguli obliqui ad A, [h] cum duobus rectis sint æquales. Deniq; & anguli D, B, eundem sinum habent, [i] cum sint inter se æquales: Arcus autem AC, vtrique triangulo communis est.) liquido constat, quicquid de sinubus arcuum, angulorumq; trianguli ACB, fuerit ostensum, idem in sinubus arcuum, & angulorum trianguli ACD, locum habere. e 35. huius. f 34. huius. g 11. 1. Theo. h 5. huius. i 13. huius.

POSTREMO sint duo arcus DC, CA, quadrante maiores: quo posito, erit arcus CB, minor quadrante. Habet igitur triangulum ACB, arcum AC, circa angulum rectum C, quadrante maiorem, & CB, minorem. Quare ei, vt proxime est demonstratum, vtraque propositio conueniet. Cum ergo iidem sinus tam recti, quam complementorum, sint arcuum, & angulorum trianguli ACB, qui arcuum, & angulorum trianguli ACD, vt paulo ante diximus, liquet easdem propositiones triangulo quoque ACD, conuenire. Perspicuum ergo est, quicquid de sinubus arcuum, angulorumque trianguli sphærici rectanguli, cuius duo arcus circa angulum rectum quadrante sunt minores, demonstratum fuerit, locum etiam habere in quocunq; alio triangulo sphærico rectangulo.

IDEM prorsus dicendum est de tertio casu propos. 41. Satis enim fuisset illum demonstrasse in triangulo rectangulo, cuius omnes arcus sunt quadrante minores, quale est triangulum secundæ figuræ prop. 41. dictæ; cum eius trianguli demonstratio omnibus aliis conueniat, vt ex demonstratis in hoc scholio est manifestum.

EX his, quæ proximis tribus propositionibus demonstrauimus, absolutus iam per sinus est calculus triangulorum sphæricorum rectangulorum: quare iam non rectangulorum calculus sequi deberet. Sed quia per lineas tangentes, ac secantes breuius plerumq; triangulorum rectangulorum calculus, quam per sinus, expeditur, adiungemus sequentes propositiones ad triangula quoq; sphærica rectangula spectantes, antequam triangulorum sphæricorum non rectangulorũ calculum exponamus. Vt autem clariores fiant demonstrationes, & minus confusæ, proponemus semper triangulum sphæricum rectangulum, cuius duo arcus circa angulum rectum, ac proinde omnes tres, minores sint quadrante. Nam eædem demonstrationes aliis omnibus conueni-

conuenient, vt in hoc scholio demonstrauimus: quippe cum & tam duo arcus semicirculum conficientes, quam duo anguli duobus rectis æquales, eandem habeant tangentem, ac secantem, quemadmodum & eundem sinum, vt in tractatione tangentium, & secantium monuimus.

THEOR. 42. PROP. 44.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante sint minores: sinus totus ad sinum vtriusuis arcuum circa rectum angulum eandem habet proportionem, quam tangens anguli non recti dicto arcui adiacentis ad tangentem reliqui arcus circa angulum rectum, huic angulo oppositi.

IN triangulo sphærico ABC, cuius omnes arcus quadrante minores, sit angulus C, rectus. Dico ita esse sinum totum ad sinum arcus BC, vt est tangens anguli B, ad tangentem arcus AC. Productis enim arcubus BC, BA, donec fiant quadrantes BF, BD, ac per puncta F, D, arcu FD, circuli maximi descripto; [a] erit vterq; angulus, F, D, rectus, ob quadrantes BF, BD: & DF, arcus erit anguli B, [b] cum B, polus sit arcus DF. Quia igitur duo circuli maximi in sphæra BF, BD, secant sese in B, ductique sunt ex A, D, ad BF, arcus perpendiculares AC, DF; [c] erit, vt sinus quadrantis BF, hoc est, sinus totus, ad tangentem arcus FD, hoc est, ad tangentem anguli B, ita sinus arcus BC, ad tangentem arcus AC: Et permutando, vt sinus totus ad sinum arcus BC, ita tangens anguli B, ad tangentem arcus AC. Non aliter demonstrabimus, ita esse sinum totum ad sinum arcus AC, vt est tangens anguli A, ad tangentem arcus BC: vt patet, si arcus AC, AB, producantur, donec fiant quadrantes AG, AE, perque G, E, arcus maximi circuli describatur GE: [d] Erit enim rursus, vt sinus quadrantis AG, id est, sinus totus, ad tangentem arcus EG, seu anguli A, ita sinus arcus AC, ad tangentem arcus BC: Et permutando, vt sinus totus ad sinum arcus AC, ita tangens anguli A, ad tangentem arcus BC. In omni ergo triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod erat demonstrandum.

a 25. huius.
b 26. huius
c Theor. 6. schol. 40. huius.

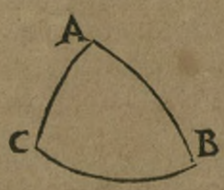
d Theor, 6. schol. 40. huius.

SCHOLIVM.

HINC colligemus duo sequentia problemata.

I.

IN triangulo sphærico rectangulo, dato alterutro arcuum circa angulum rectum, cum alterutro angulorum non rectorum, reperire alium arcum circa rectum angulum, & reliquum angulum non rectum, cum arcu, qui recto angulo opponitur: dum modo, quando angulus datus opponitur arcui dato, constet an reliquus arcus circa rectum angulum sit quadrante minor, maiorve; vel an reliquus angulus non rectus sit acutus, obtususve.



IN triangulo ABC, cuius angulus C, rectus, datus sit primum arcus AC, cum angulo A, sibi adiacente. Dico dari quoque arcum BC, vna cum angulo B, & arcu AB. [e] *Quoniam enim est, vt sinus totus ad sinum arcus AC, ita tangens anguli A, ad tangentem arcus BC:*

e 44. huius.

Praxis, cũ datur arcg cum angulo adiacente.

SI (quando datur arcus cum angulo adiacente) fiat, vt sinus totus ad sinum dati arcus, ita tangens anguli dati ad aliud, producetur tangens arcus quæsiti. Ex eodem vero arcu dato, & angulo dato, inuenietur alter angulus non rectus, & arcus recto angulo oppositus, vt in problemate 2. propos. 42. demonstrauimus.

AN vero arcus quæsitus BC, sit quadrante minor, maiorue, indicabit angulus datus A. Nam si fuerit acutus, [f] *erit arcus BC, quadrante minor; si vero obtusus, quadrante maior.*

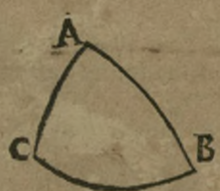
f 34. huius.

SIT deinde datus arcus AC, cum angulo B, sibi opposito, constetque præterea de altero arcu BC, num quadrante minor sit, an maior; vel an alter angulus A, acutus sit, an obtusus. Dico rursum dari arcum BC, vna cum angulo B, & arcu AB. [g] *Cum enim sit, vt tangens anguli B, ad tangentem arcus AC, ita sinus totus ad sinum arcus BC:*

g 44. huius

Praxis, cũ datur arcg cũ angulo opposito.

SI (quando datur arcus cum angulo opposito) fiat, vt tangens anguli dati ad tangentem dati arcus, ita sinus totus ad aliud, reperietur sinus arcus quæsiti. Ex dato vero arcu, & angulo dato dabitur & alter angulus non rectus, & arcus recto angulo oppositus, vt in problemate 2. propositionis 42. diximus.

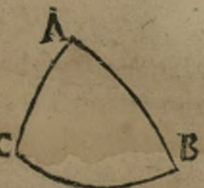


OPORTET autem constare, an arcus BC, sit quadrante minor, an maior, vt sciamus, qualis arcus inuento sinui respondens accipiendus sit, an videlicet minor quadrante, an vero maior. Quod si constaret de angulo A, qualis sit, statim cognosceremus, qualis sit arcus BC. Existente enim angulo A, acuto, [h] *erit arcus BC, quadrante minor: existente vero obtuso, quadrante maior. Sic etiam, si sciretur, qualis sit arcus AB, recto angulo oppositus, speciem quoque arcus BC, cognosceremus.*

h 34. huius

Nam

Nam si AB, sit quadrante minor, [i] erit vterq; AC, BC, vel minor quadrante, vel maior: qualis ergo est datus arcus AC, talis quoq; erit arcus BC. Si vero AB, fuerit maior quadrante, & datus arcus AC, minor quidem quadrante, erit BC, quadrante maior; si vero datus arcus AC, sit quadrante maior, erit BC, quadrante minor. Itaq; non satis est, dari arcum, cum angulo opposito, vt vult Copernicus propos. 4. de triangulis sphæricis. Id quod supra in scholio propos. 21. monuimus. i 36. huius.



II.

IN triangulo sphærico rectangulo, datis duobus arcubus circa rectum angulum, vtrumlibet angulorum non rectorum, vna cum arcu reliquo, qui angulo recto opponitur, explorare.

IN eodem triangulo dati sint duo arcus AC, BC. Dico dari quoque vtrumuis angulorum A, B, & arcum AB. [k] Cum enim sit, vt sinus totus ad sinum arcus AC, ita tangens anguli A, ad tangentem arcus BC: Et conuertendo, vt sinus arcus AC, ad sinum totum, ita tangens arcus BC, ad tangentem anguli A; Eademque ratione, vt sinus arcus BC, ad sinum totum, ita tangens arcus AC, ad tangentem anguli B: k 44. huius

SI fiat, vt sinus vtriusuis arcuum circa angulum rectum ad sinum totum, ita tangens alterius arcus ad aliud, inuenietur tangens anguli huic posteriori arcui oppositi. Ex datis quoq; duobus arcubus circa angulum rectum cognoscetur & tertius arcus recto angulo oppositus, vt in problemate proposit. 43. traditum est. Vel certe ex dato vno arcu, & alterutro angulorum inuento, vt in problemate 2. propos. 42. ostensum est. Praxis.

NVM autem angulus quæsitus sit acutus, obtususve, docebit arcus ei oppositus. Hic enim si minor quadrante fuerit [l] erit angulus ei oppositus, acutus, si vero maior, obtusus. l 34. huius.

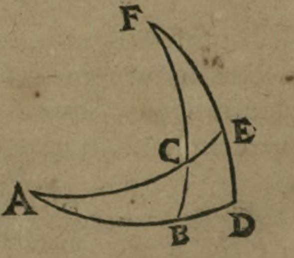
QVONIAM vero in scholio 2. propos. præcedentis diximus, per lineas tangentes, ac secantes breuius nonnulla expediri, quam per sinus, intelligendum id est de iis, quæ primo loco in problematibus quæruntur, non autem, quæ secundo loco inuestigantur. Quod vt planius fiat, exponemus, quo pacto vtrumq; problema hic propositum absoluendum sit per sinus. Itaq;, vt ex arcu circa angulum rectum dato, cum alterutro angulorum acutorum, inueniatur alter arcus circa angulum rectum; qui primo loco in primo problemate inuestigandus proponitur: ita progrediendum erit. Si arcus circa rectum angulum detur cum angulo opposito, inquirendus primum erit arcus recto angulo oppositus, ex problemate 3. propos. 41. Deinde ex hoc arcu inuento, & dato arcu, eliciendus erit, per problema propos. 43. alter arcus circa angulum rectum, qui quæritur. Si vero detur arcus circa angulum rectum cum angulo adiacente, quærendus est primum per problema 2. propos. 42. alter angulus acutus. Deinde per problema 1. eiusdem propos. 42. ex hoc angulo inuento, & angulo dato, arcus dato angulo oppositus eliciendus. At, vt ex duobus arcubus circa angulum rectum datis, vteruis angulorum acutorum eruatur; qui primo loco in secundo problemate inquiritur: reperiendus erit primum arcus recto angulo oppositus per problema propos. 43. ex datis duobus arcubus. Deinde per problema 1. propos. 41. ex hoc arcu inuento, & alterutro circa angulum rectum dato, inueniendus angulus huic dato arcui oppositus. Vides igitur, id, quod primo loco in vtroq; problemate quæritur, duplici opere inuestigari per sinus, quod simplici per tangentes inuenimus. Eadem ratio est in sequentibus problematibus, quod semel hic monuisse satis sit.

THEOR. 43. PROPOS. 45.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante sint minores: sinus totus ad sinum complementi vtriusuis angulorum acutorum eandem proportionem habet, quam tangens arcus recto angulo oppositi ad tangentem arcus dicto acuto angulo adiacentis.

IN triangulo sphærico ABC, cuius omnes arcus quadrante minores, sit angulus B, rectus. Dico ita esse sinum totum ad sinum complementi anguli A, vt est tangens arcus AC, ad tangentem arcus AB. Productis enim arcubus AB, AC, dictum angulum comprehendentibus, donec quadrantes fiant AD, AE; descriptoque per D, E, arcu circuli maximi DE, productoque, donec cum arcu BC, producto coëat in F: [a] erit vterque angulus D, E, rectus, ob quadrantes AD, AE; & DE, arcus erit anguli A, [b] cum A, sit polus arcus DE. Item arcus DF, BF, quadrantes erunt, ob rectos angulos B, D; ac proinde arcus EF, complementum anguli A. Quoniam igitur duo circuli maximi in sphæra BF, DF, se intersecant in F; ductique sunt ex punctis B, C, arcus BF, ad arcum DF, arcus perpendiculares BD, CE; [c] erit vt sinus totus quadrantis DF, ad tangentem arcus BD, ita sinus arcus EF, hoc est, sinus complementi anguli A, ad tangentem arcus CE: Et permutando, vt sinus totus ad sinum complementi anguli A, ita tangens arcus BD, ad tangentem arcus CE. [d] Est autem (cum AC, AB, sint complementa arcuum CE, BD.) vt tangens arcus BD, ad tangentem arcus CE, ita tangens arcus AC, ad tangentem arcus AB. Igitur erit quoque, vt sinus totus ad sinum complementi anguli A, ita tangens arcus AC, recto angulo oppositi ad tangentem arcus AB, acuto angulo A, adiacentis. Eodem modo ostendemus, ita esse sinum totum ad sinum complementi anguli C, vt est tangẽs arcus AC, recto angulo oppositi ad tangentem arcus BC, angulo acuto C, adiacentis, si nimirum arcus CA, CB, angulum C, continentes producantur, &c. In omni ergo triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod ostendendum erat.

a 25. huius
b 16. huius.
c Theor. 6. schol. 40. huius.
d 21. Sinuū



SCHOLIVM.

EX hoc theoremate absoluemus sequentia tria problemata.

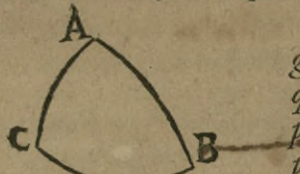
IN

I.

IN triangulo sphærico rectangulo, dato alterutro arcuum circa angulum rectum, cum angulo non recto adiacente, inuenire arcum recto angulo oppositum, & reliquum arcum circa angulum rectum, cum reliquo angulo non recto.

a 45. huius *IN triangulo ABC, cuius angulus C, rectus, datus sit arcus AC, & angulus A. Dico dari quoque arcum AB, cum arcu B C, & angulo B.* [a] *Cum enim sit, vt sinus totus ad sinum complementi anguli A, ita tangens arcus AB, ad tangentem arcus AC, Et conuertendo, vt sinus complementi anguli A, ad sinum totum, ita tangens arcus AC, ad tangentem arcus AB:*

Praxis.



SI fiat, vt sinus complementi anguli dati ad sinum totum, ita tangens arcus dati ad aliud, reperietur tangens arcus recto angulo oppositi, qui quæritur. Ex arcu vero AB, & angulo A, inuenietur arcus BC, per problema 2. propos. 41. Et ex arcubus AB, AC, angulus B, arcui AC, oppositus, per problema 1. eiusdem propos. 41.

ITA autem sciemus, an arcus quæsitus AB, sit quadrante maior, an minor. Si datus angulus A, fuerit acutus, [b] *erit arcus BC, quadrante minor. Si ergo datus arcus AC, sit quoque minor,* [c] *erit & arcus AB, minor quadrante. Si vero AC, sit quadrante maior,* [d] *erit & AB, maior. At si datus angulus A, fuerit obtusus, erit arcus BC, quadrante maior: Si ergo datus arcus AC, sit quoq; maior,* [e] *erit arcus AB, minor quadrante; Si vero AC, sit minor quadrante, erit AB, maior.*

b 34. huius c 35. huius. d 34. huius e 35. huius.

II.

IN triangulo sphærico rectangulo, dato alterutro arcuum circa angulum rectum, cum arcu, qui recto angulo opponitur, inuestigare angulum à dictis arcubus comprehensum, hoc est, arcui, qui circa angulum rectum datus est, adiacentem, cum reliquo arcu, & angulo.

f 45. huius. *IN eodem triangulo dati sint arcus AC, AB. Dico dari etiam angulum A, cum arcu BC, & angulo B.* [f] *Quoniam enim est, vt sinus totus ad sinum complementi anguli A, ita tangens arcus AB, ad tangentem arcus AC: Hoc est, vt tangens arcus AB, ad tangentem arcus AC, ita sinus totus ad sinum complementi anguli A:*

Praxis. *SI fiat, vt tangens arcus recto angulo oppositi ad tangentem dati arcus circa rectum angulum, ita sinus totus ad aliud, procreabitur sinus complementi anguli quæsiti. Hinc reliqua inuenientur, vt in præcedenti problemate.*

VTRVM vero angulus A, quæsitus sit acutus, obtususve, ita discemus. Si arcus AB, recto angulo oppositus fuerit quadrante minor, [g] *erit vterq; arcus AC, BC, vel minor quadrante, vel maior. Si ergo datus arcus AC, sit minor, erit quoq; BC, minor,* [h] *ac proinde angulus A, acutus; si vero AC, sit quadrante maior, erit & BC, maior, ac propterea angulus A, obtusus. At si arcus AB, fuerit quadrante maior,* [i] *erit alter reliquorum arcuum maior, & alter minor: Si igitur datus arcus AC, sit maior, erit BC, minor,* [k] *proptereaque angulus A, acutus; Si vero AC, sit quadrante minor, erit BC, maior, & angulus A, obtusus:*

g 36. huius. h 34. huius i 36. huius. k 34. huius

III.

IN triangulo sphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur, cum alterutro angulorum non rectorum, inuenire arcum huic angulo adiacentem, cum reliquo arcu, & angulo.

l 45 huius. *IN eodem triangulo datus sit arcus AB, cum angulo A. Dico dari quoq; arcum AC, &c.* [l] *Nam cum sit, vt sinus totus ad sinum complementi anguli A, ita tangens arcus AB, ad tangentem arcus AC:*

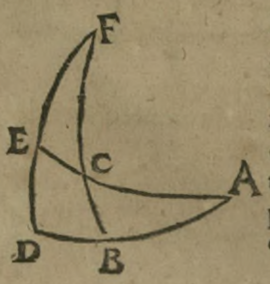
Praxis. *SI fiat, vt sinus totus ad sinum complementi anguli dati, ita tangens arcus recto angulo oppositi ad aliud, producetur tangens arcus quæsiti. Reliqua inuenientur, vt in primo problemate huius propos.*

NVM autem quæsitus arcus AC, sit minor quadrante, maiorve, hinc cognoscemus. Si arcus AB, angulo recto oppositus fuerit minor quadrante, [m] *erit vterq; angulus A, B, vel acutus, vel obtusus. Quare si datus angulus A, sit acutus, erit quoq; B, acutus,* [n] *atq; adeo arcus AC, quadrante minor; Si vero A, sit obtusus, erit & B, obtusus, ideoq; arcus AC, quadrante maior. At si arcus AB, fuerit maior quadrante,* [o] *erit alter reliquorum angulorum acutus, & alter obtusus Si ergo A, datus sit acutus, erit B, obtusus,* [p] *& idcirco arcus AC, quadrante maior; Si vero A, sit obtusus, erit B, acutus, & arcus AC, quadrante minor.*

m 38. hui. n 34. huius. o 38. huius p 34. huius.

THEOR. 44. PROPOS. 46.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante sint minores: sinus totus ad sinum complementi vtriusuis angulorum acutorum eandem proportionem habet, quam tangens complementi arcus circa angulum rectum dicto angulo adiacentis ad tangentem complementi arcus recto angulo oppositi.



IN triangulo ABC, cuius omnes arcus quadrante minores, sit angulus B, rectus. Dico ita esse sinum totum ad sinum complementi anguli A, vt est tangens complementi arcus AB, ad tangentem complementi arcus AC. Facta namq; constructione, vt in præcedenti propos. quoniam duo circuli maximi in sphæra BF, DF, se mutuo secant in F, productique sunt ex punctis B, C, arcus BF, ad arcum DF, arcus perpendiculares B D, C E; [q] erit, vt sinus totus quadrantis D F, ad tangentem arcus B D, ita sinus arcus E F, ad tangentem arcus C E: Et permutando, vt sinus totus ad sinum arcus E F, hoc est, ad sinum complementi anguli A, ita tangens arcus B D, hoc est, ita tangens complemen-

q Theor. 6. schol. 40. huius.

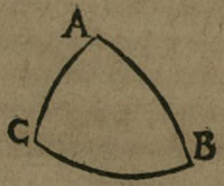
plementi arcus AB,ad tangentem arcus CE,hoc est,ad tangentem complementi arcus AC.Non aliter demonstrabimus,ita esse sinum totum ad sinum complementi anguli C,vt est tangens complementi arcus BC,ad tangentem complementi arcus AC,si nimirum arcus CB,CA,angulum C,continentes producantur, &c. In omni igitur triangulo sphærico rectangulo,&c.Quod demonstrandum erat.

SCHOLIVM.

INFEREMVS hinc problema sequens, quod quamuis in problemate primo antecedentis propos. demonstratum quoque sit, facilius tamen hic absoluitur, cum in aurea regula primum locum sortiatur sinus totus.

IN triangulo sphærico rectangulo, dato alterutro arcuum circa angulum rectum, cum angulo non recto adiacente, inuenire arcum recto angulo oppositum, vna cum reliquo arcu circa angulum rectum,& reliquo angulo non recto.

IN triangulo ABC,cuius angulus C, rectus,datus sit arcus AC,cum angulo A,sibi adiacente.Dico dari quoq; arcum AB,vna cum arcu BC, & angulo B. [b] *Nam cum sit,vt sinus totus ad sinum complementi anguli A,ita tangens complementi arcus AC,ad tangentem complementi arcus AB.* b 46.huius.



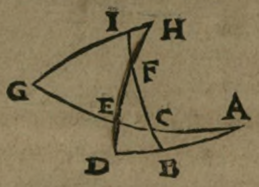
SI fiat, vt sinus totus ad sinum complementi anguli dati, ita tangens complementi arcus dati ad aliud, producetur tangens complementi arcus recto angulo oppositi,qui quæritur.Reliqua inuenientur, vt in problemate 1.propositionis antecedentis dictum est. Praxis.

ARCVM autem AB, quæsitum esse quadrante minorem, maioremve, cognoscemus, vt in dicto problemate 1.superioris propos.ostendimus.

THEOR. 45. PROPOS. 47.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante sint minores: sinus totus ad sinum complementi arcus recto angulo oppositi eandem proportionem habet, quam tangens vtriusvis angulorum non rectorum ad tangentem complementi reliqui anguli.

IN triangulo ABC,cuius omnes arcus quadrante minores, sit angulus B, rectus. Dico, ita esse sinum totum ad sinum complementi arcus AC,vt est tangens anguli C,ad tangentem complementi anguli A. Facta constructione,vt in propos.45.productoque arcu CE,ad G,vt CG,sit quadrans,describatur ex polo C.ad interuallum quadrantis CG,arcus circuli maximi GH,secans arcus CF,EF,productos in I,H:[a] eritque CI,quadrans quoque;cum circulus GH, à polo C,absit quadrante.[b] Arcus item GH,EH, quadrantes erunt, propter rectos angulos G,E.Est enim angulus E,rectus,vt propos.45. ostensum est;at G,rectus est,[c] propterea quod circulus CG,ad circulum GH, rectus est. Rursus IG,arcus est anguli C; & CE, complementum arcus AC, recto angulo oppositi;& FE, complementum arcus DE, id est, anguli A. Quoniam igitur duo circuli maximi CG,CI,in sphæra se intersecant in C,ductique sunt ex arcus CI,punctis F, I, ad arcum CG, arcus perpendiculares FE,IG;[d] erit,vt sinus totus quadrantis CG,ad tangentem arcus IG,hoc est,anguli C,ita sinus arcus CE, hoc est, complementi arcus AC, ad tangentem arcus FE, hoc est, complementi anguli A: Et permutando erit,vt sinus totus ad sinum complementi arcus AC, recto angulo oppositi, ita tangens anguli C, ad tangentem complementi anguli A. Simili modo,aliter constructa figura, demonstrabimus, ita esse sinum totum ad sinum complementi arcus AC, vt est tangens anguli A, ad tangentem complementi anguli C. In omni igitur triangulo sphærico rectangulo,&c.Quod ostendendum erat.



a Corol 16. 1 Theod.
b 25.huius.
c 15.1.The.
d Theor.6. scholij 40. huius.

SCHOLIVM.

EX hoc theoremate sequens problema colligitur.

IN triangulo sphærico rectangulo,dato arcu,qui recto angulo opponitur, cum alterutro angulorum non rectorum,inuenire alterum angulum non rectum, & duos arcus circa angulum rectum.

IN triangulo ABC, cuius angulus C, rectus, datus sit arcus AB, cum angulo B. Dico dari quoq; reliquum angulum A, & duos arcus AC, CB. [e] *Cum enim sit, vt sinus totus ad sinum complementi arcus AB, ita tangens anguli B, ad tangentem complementi anguli A.* e 47.huius

SI fiat,vt sinus totus ad sinum complementi arcus recto angulo oppositi,& dati;ita tangens anguli dati ad aliud, reperietur tangens complementi anguli quæsiti.Hinc ex arcu AB, & vtroque angulo B, A, vterq; arcus AC,CB,inuenietur,vt in 2.problemate propos.41.ostendimus. Praxis.

AN vero angulus quæsitus A,acutus sit,obtususve,discernemus ex arcu dato AB,& dato angulo B.Nam si AB,est quadrante minor,& angulus B,acutus quidem, [f] *erit & A, acutus; si autem B,est obtusus, erit & A, obtusus. At si AB,est maior quadrante,& B,quidem acutus,erit A,obtusus:si vero B,est obtusus,erit A,acutus.* f 38.huius.

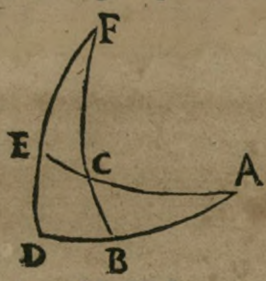
THEOR. 46. PROPOS. 48.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante sint minores: Sinus totus ad sinum vtriusvis arcuum circa angulum rectum eandem habet proportionem,

S quam

quam tangens complementi alterius arcus circa angulum rectum ad tangentem complementi anguli oppositi.

IN triangulo sphærico ABC, cuius omnes arcus minores quadrante, sit rectus angulus B. Dico ita esse sinum totum ad sinum arcus AB, vt est tangens complementi arcus BC, ad tangentem complementi anguli A. Facta enim constructione, vt in propos. 45. erit angulus D, rectus, & CF, complementum arcus BC; & EF, complementum anguli A; & AD, quadrans, vt ibi ostensum est. Quoniam igitur duo circuli maximi AD, AE, in sphæra se mutuo secant in A, ductique sunt ex punctis C, E, ad arcum AD, arcus perpendiculares CB, ED; [b] erit, vt sinus totus quadrantis AD, ad tangentem arcus DE, ita sinus arcus AB, ad tangentem arcus BC: Et permutando, vt sinus totus ad sinum arcus AB, ita tangens arcus DE, ad tangentem arcus BC. [c] Est autem, (cum CF, EF, sint complementa arcuum BC, DE,) vt tangens arcus DE, ad tangentem arcus BC, ita tangens arcus CF, ad tangentem arcus EF. Igitur erit quoque, vt sinus totus ad sinum arcus AB, ita tangens arcus CF, hoc est, complementi arcus BC, ad tangentem arcus EF, hoc est, complementi anguli A, arcui BC, oppositi. Non aliter ostendemus, si aliter figura construatur, ita esse sinum totum ad sinum arcus BC, vt est tangens complementi arcus AB, ad tangentem complementi anguli C. In omni triangulo ergo sphærico rectangulo, &c. Quod demonstrandum erat.



b Theor. 6. scholij 40. huius.

c 21. Sinuū.

SCHOLIVM.

INFERTVR ex theoremate hoc sequens problema: quod licet demonstratum quoque sit problemate 2. propos. 44. facilius tamen hic absoluitur, cum in aurea regula sinus totus primum obtineat locum.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, datis duobus arcubus circa angulum rectum, vtrumlibet angulorum non rectorum, vna cum arcu reliquo, qui angulo recto opponitur, indagare.

IN triangulo ABC, cuius angulus C, rectus, sint dati duo arcus AC, CB. Dico vtrumuis angulorum A, B, & arcum AB, quoque dari. [d] Nam cum sit, vt sinus totus ad sinum arcus AC, ita tangens complementi arcus CB, ad tangentem complementi anguli A. Item vt sinus totus ad sinum arcus CB, ita tangens complementi arcus AC, ad tangentem complementi anguli B.

d 48 huius

Praxis.

SI fiat, vt sinus totus ad sinum vtriusvis arcuum circa angulum rectum, ita tangens complementi alterius arcus circa rectum angulum ad aliud, reperietur tangens complementi anguli huic posteriori arcui oppositi. Ex datis quoque duobus arcubus circa angulum rectum cognoscetur & tertius arcus angulo recto oppositus, vt in problemate propos. 43. ostendimus. Vel certe ex dato vtrolibet arcu, & angulo, qui ei opponitur, inuento, vt in problemate 3. propos. 41. traditum est.

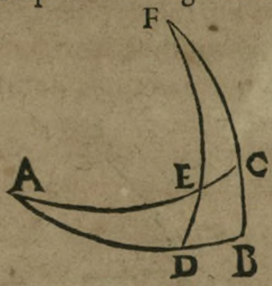
VTRVM autem angulus quæsitus sit acutus, obtususve, docebit arcus ei oppositus. Hic enim si minor fuerit quadrante, [e] erit angulus ei oppositus, acutus; si vero maior, obtusus.

e 34. huius

THEOR. 47. PROPOS. 49.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus sint minores quadrante: sinus totus ad tangentem vtriusvis arcuum circa angulum rectum eandem proportionem, habet, quam tangens complementi anguli oppositi ad sinum alterius arcus circa rectū angulum.

IN sphærico triangulo ADE, cuius arcus omnes quadrante minores, sit angulus D, rectus. Dico ita esse sinum totum ad tangentem arcus DE, vt est tangens complementi anguli A, ad sinum arcus AD. Repetita enim constructione figuræ propos. 45. erunt AB, AC, quadrantes, & CF, complementum arcus BC, id est, anguli A, vt ibi ostensum est. Igitur quoniam quadrantes sunt AB, AC, & arcus ED, & AB, perpendicularis; [a] erit, vt sinus totus ad tangentem arcus ED, ita tangens complementi arcus CB, hoc est anguli A, ad sinum arcus AD. Eodem modo ostendetur, ita esse sinum totum ad tangentem arcus AD, vt est tangens complementi anguli E, ad sinum arcus DE: si nimirum aliter figura construatur. In omni ergo triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod erat demonstrandum.

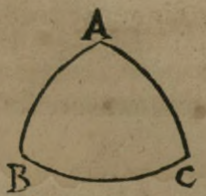


a Theor. 7. scholij 40. huius.

SCHOLIVM.

HINC tale problema colligitur, quod per problema 1. propos. 44. alio modo absolui quoq; potest.

IN triangulo sphærico rectangulo, dato alterutro arcuum circa angulum rectum, cum angulo opposito, reliquum arcum circa rectum angulum, & arcum recto angulo oppositum, cum reliquo angulo non recto inquirere: si modo constet, num arcus quæsitus sit maior quadrante, minorve: Vel an reliquus angulus non rectus sit acutus, obtususve.



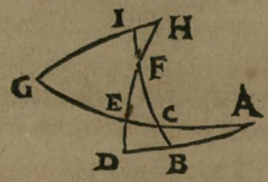
IN triangulo ABC, cuius angulus C, rectus, datus sit arcus AC, cum angulo opposito B. Dico dari quoq; arcum BC, &c. [b] *Cum enim sit, vt sinus totus ad tangentem arcus AC, ita tangens complementi anguli B, ad sinum arcus BC.* b 49. huius

SI fiat, vt sinus totus ad tangentem dati arcus, ita tangens complementi anguli dati ad aliud, producetur sinus arcus quæsiti. Ex duobus porro arcubus circa rectum angulum cognitis in cognitionem reliqui arcus, & reliqui anguli non recti perueniemus, vt in problemate propos. 43. demonstrauimus, vel certe ex alterutro arcuum circa angulum rectum, & dato angulo, vt in problemate 2. propos. 42. docuimus. Praxis.

OPORTET autem hic constare, nũ arcus quæsitus BC, sit quadrante maior, minorve; vel an angulus A, reliquus sit acutus, obtususve: quemadmodum in posteriore parte problematis 1. propos. 44. traditũ est: Vbi etiã errorẽ Copernici deteximus.

THEOR. 48. PROPOS. 50.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante sint minores: sinus totus ad tangentem complementi vtriusvis angulorum non rectorum habet proportionem eandem, quam tangens complementi reliqui anguli ad sinum complementi arcus recto angulo oppositi.

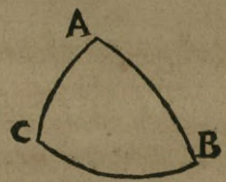


IN triangulo ABC, cuius omnes arcus quadrante minores, sit angulus B, rectus. Dico ita esse sinum totum ad tangentem complementi anguli A, vt est tangens complementi anguli C, ad sinum complementi arcus AC. Repetita namque figura propos. 47. cum CG, CI, quadrantes sint se intersecantes in C, & arcus IG, FE, ad CG, perpendiculares, vt ex constructione ibidem facta perspicuum est; [a] erit, vt sinus totus ad tangentem arcus EF, qui complementum est arcus DE, hoc est, anguli A, ita tangens complementi arcus IG, id est, anguli C, ad sinum arcus CE, hoc est, complementi arcus AC, recto angulo oppositi. Simili ratione ostendemus, si aliter figuræ constructio instituatur, ita esse sinum totum ad tangentem complementi anguli C, vt est tangens complementi anguli A, ad sinum complementi arcus AC. Quam ob rem in omni triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod demonstrandum erat. a Theor. 7. scholii 40. huius.

SCHOLIVM.

INFEREMVS ex hac propos. problema sequens.

IN triangulo sphærico rectangulo, datis duobus angulis non rectis, inquirere arcum angulo recto oppositum, & reliquos duos arcus circa angulum rectum.



IN triangulo ABC, cuius angulus C, rectus, dati sint duo anguli non recti A, B. Dico dari quoq; arcum AB, vna cum arcubus AC, BC. [b] *Quoniam enim est, vt sinus totus ad tangentem complementi anguli A, ita tangens complementi anguli B, ad sinum complementi arcus AB.* b 50. huius

SI fiat, vt sinus totus ad tangentem complementi vtriusvis angulorum datorum, ita tangens complementi alterius dati anguli ad aliud, procreabitur sinus complementi arcus recto angulo oppositi. Iam ex arcu, qui recto angulo opponitur, & vtrolibet angulorum non rectorum, inuenietur arcus ei oppositus, vt in 2. problemate propos. 41. monstrauimus. Praxis.

PORRO an arcus quæsitus quadrante sit maior, aut minor, ita discemus. Si vterq; angulorum A, B, fuerit obtusus, vel acutus, [c] *erit arcus AB, quadrante minor; si vero alter eorum acutus fuerit, & alter obtusus, erit idẽ arcus quadrante maior.* c 37. huius

THEOR. 49. PROPOS. 51.

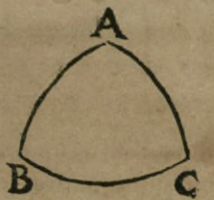
IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius arcus omnes sint minores quadrante: sinus totus ad tangentem complementi arcus recto angulo oppositi proportionem habet eandem, quam tangens vtriusuis arcuum circa angulum rectum ad sinum complementi anguli non recti adiacentis.

IN triangulo sphærico ABC, cuius omnes arcus quadrante minores, rectus sit angulus B. Dico ita esse sinum totum ad tangentem complementi arcus AC, vt est tãgens arcus AB, ad sinum complementi anguli A. Repetita namq; constructione figuræ propos. 45. erunt AD, AE, quadrãtes & anguli D, E, recti, necnon & BF, DF, quadrantes, vt ibi est ostensum. Quia igitur in sphæra arcus DB, per extremitates quadrantum BF, DF, sese in F, secantium ducitur, & CE, ad DF, perpendicularis est; [a] erit vt sinus totus ad tangentẽ arcus CE, qui complementum est arcus AC, recto angulo oppositi, ita tangens complementi arcus DB, hoc est, tangens arcus AB, ad sinum arcus EF, qui complementum est arcus DE, seu anguli A. Non aliter demonstrabitur, ita esse sinum totum ad tangentem complementi arcus AC, vt est tangens arcus BC, ad sinum complementi anguli C, si aliter instituatur constructio figuræ. Quocirca in omni triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod erat ostendendum. a Theor. 7. scholij 40. huius.

SCHOLIVM.

ORITVR ex hoc theoremata problema huiusmodi, quod problemate 2. propos. 45. declaratum quoq; fuit.

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa eundem rectum angulum, reperire angulum non rectum huic arcui adiacētem, hoc eſt, à datis arcubus comprehenſum, cum reliquo arcu, & angulo non recto.



IN triangulo ABC, cuius angulus C, rectus, datus ſit arcus AB, cum arcu AC. Dico dari quoque angulum A, cum arcu BC, & angulo B.[b] *Quoniam enim eſt, vt ſinus totus ad tangentem complementi arcus AB, ita tangens arcus AC, ad ſinum complementi anguli A.*

b 51. huius

Praxis.

SI fiat, vt ſinus totus ad tangentem complementi arcus recto angulo oppoſiti, ita tangens dati arcus circa rectum angulum ad aliud, inuenietur ſinus complementi anguli adiacentis, qui quæritur. Hinc reliqua inuenientur, vt in problemat 1. propoſ. 45. traditum eſt.

NVM vero quæſitus angulus acutus ſit, nec ne, addiſcemus, vt in problemate 2. propoſ. 45. docuimus.

THEOR. 50. PROPOS. 52.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante ſint minores: ſinus totus ad ſinum vtriusvis angulorum non rectorum habet proportionem eandem, quam ſecans alterius anguli non recti ad ſecantem arcus huic angulo oppoſiti.

IN triangulo ſphærico ABC, cuius omnes arcus quadrante minores, ſit angulus B, rectus. Dico ita eſſe ſinum totum ad ſinum anguli A, vt eſt ſecans anguli C, ad ſecantem arcus AB. Facta conſtructione, vt in propoſ. 47. erunt GH, HE, AE, AD, DF, quadrantes, & GI, arcus anguli C, & DE, arcus anguli A, vt partim in propoſ. 45. partim vero in 47: oſtenſum eſt. Item angulus I, rectus erit,[a] propterea quod arcus CI, tranſiens per C, polum arcus GH, rectus eſt, ad GH. Itaque quoniam duo circuli maximi BI, DH, in ſphæra ſe mutuo ſecant in F, & ex punctis D, H, arcus DH, ad arcum BI, ducti ſunt arcus perpendiculares DB, HI;[b] erit, vt ſinus totus quadrantis DF, ad ſecantem arcus GI, qui complementum eſt arcus HI, ita ſinus arcus FH, ad ſecantem arcus AB, qui complementum eſt arcus DB: Et permutando, vt ſinus totus ad ſinum arcus FH, vel arcus DE, (ſunt enim arcus FH, DE, æquales, quod & toti quadrantes EH, DF, æquales ſint) hoc eſt, anguli A, ita ſecans arcus GI, id eſt, anguli C, ad ſecantem arcus AB, angulo C, oppoſiti. Pari ratione, ſi aliter conſtruatur figura, demonſtrabimus, ita eſſe ſinum totum ad ſinum anguli C, vt eſt ſecans anguli A, ad ſecantem arcus BC. In omni ergo triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod erat oſtendendum.

a 15. 1. The.

b Theor. 8. ſcholii 40. huius.

SCHOLIVM.

ELICITVR hinc ſequens problema, quod aliter etiam in probl. 1. ſcholij propoſ. 42. ſolutum fuit.

IN triangulo ſphærico rectangulo, datis duobus angulis non rectis, elicere arcum vtrilibet eorum oppoſitum, vna cum arcu, qui recto angulo opponitur.

IN triangulo ABC, cuius angulus C, rectus, dati ſint duo anguli A, B. Dico dari quoq; vtrumuis arcuū BC, AC, vna cum arcu AB.[c] *Nam cum ſit, vt ſinus totus ad ſinum anguli A, ita ſecans anguli B, ad ſecantem arcus AC: Item, vt ſinus totus ad ſinum anguli B, ita ſecans anguli A, ad ſecantem arcus BC.*

c 52. huius.

Praxis.

SI fiat, vt ſinus totus ad ſinum anguli non recti quæſito lateri adiacentis, ita ſecans alterius anguli non recti ad aliud, reperietur ſecans arcus huic poſteriori angulo oppoſiti, qui quæritur. Inuento autem vtroque arcu circa angulum rectum, reperietur ex ipſis tertius arcus recto angulo oppoſitus, vt in problemate propoſ. 43. oſtendimus: Vel certe ex inuento alterutro arcu, & angulo dato, qui ei opponitur, vt in problemate 3. propoſ. 41. diximus.

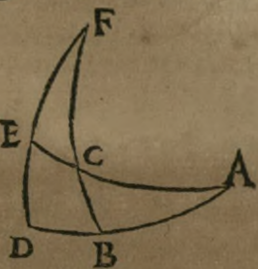
NVM vero duo arcus quæſiti circa angulum rectum minores quadrante ſint, maioresve, ſciemus, vt in problemate 1. propoſ. 42. docuimus.

THEOR. 51. PROPOS. 53.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante minores ſint: ſinus totus ad ſinum complementi vtriusuis arcuum circa angulum rectum habet eandem proportionem quam ſecans arcus recto angulo oppoſiti ad ſecantem reliqui arcus.

IN

IN triangulo ſphærico ABC, cuius omnes arcus quadrante minores, ſit angulus B, rectus. Dico ita eſſe ſinum totum ad ſinum complementi arcus BC, vt eſt ſecans arcus AC, ad ſecantem arcus AB. Facta namq; conſtructione figuræ, vt in propoſ. 45. erit BF, quadrans; CE, BD, ad DF, perpendiculares, vt ibi eſt demonſtratum. Quia ergo in ſphæra duo circuli maximi BF, DF, ſe mutuo ſecant in F, ductique ſunt ex punctis B, C, ad DF, perpendiculares arcus BD, CE; [a] erit, vt ſinus totus quadrantis BF, ad ſecantem complementi arcus CE, hoc eſt, ad ſecantem arcus AC, ita ſinus arcus FC, qui complementum eſt arcus BC, ad ſecantem complementi arcus BD, hoc eſt, ad ſecantem arcus AB: Et permutando, vt ſinus totus ad ſinum complementi arcus BC, ita ſecans arcus AC, ad ſecantem arcus AB. Simili modo oſtendemus, ita eſſe ſinum totum ad ſinum complementi arcus AB, vt eſt ſecans arcus AC, ad ſecantem arcus BC, ſi nimirum figura paulo aliter conſtruatur. In omni ergo triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod erat demonſtrandum.



a Theor. 8. ſcholii 40. huius.

SCHOLIVM.

SEQVENS problema ex hoc theoremate colligitur.

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa rectum angulum, inueſtigare tertium arcum, cum duobus angulis non rectis.

In triangulo ABC, cuius angulus C, rectus, datus ſit arcus AB, vna cum arcu AC. Dico dari quoque arcum BC, cum angulis A, B. [a] Cum enim ſit, vt ſinus totus ad ſinum complementi arcus AC, ita ſecans arcus AB, ad ſecantem arcus BC.

a 53. huius.

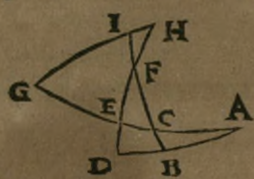
Praxis. *SI fiat, vt ſinus totus ad ſinum complementi dati arcus circa angulum rectum, ita ſecans arcus angulo recto oppoſiti ad aliud, producetur ſecans tertij arcus, qui inquiritur. Hinc ex duobus arcubus circa rectum angulum cognitis, vterlibet angulorum non rectorum cognoſcetur, vt in 5. problemate ſcholij propoſ. 44. vel in problemate ſcholij propoſ. 48. docuimus.*

VTRVM vero quæſitus arcus BC, ſit quadrante maior, minorve, diſcemus ex datis duobus arcubus, vt ad finem problematis ſcholij 1. propoſ. 43. traditum eſt.

THEOR. 52. PROPOS. 54.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante ſint minores: ſinus totus ad ſinum vtriuslibet angulorum non rectorum proportionem habet eandem, quam ſecans complementi arcus illi angulo oppoſiti ad ſecantem complementi arcus recto angulo oppoſiti.

IN triangulo ABC, cuius arcus omnes ſint minores quadrante, ſit angulus B, rectus. Dico ita eſſe ſinum totum ad ſinum anguli A, vt eſt ſecans complementi arcus BC, ad ſecantem complementi arcus AC. Repetita enim conſtructione figuræ propoſ. 47. erit angulus I, rectus, vt in prop. 52. monſtratum eſt; necnon & angulus G. Item GH, EH, DF, BF, AE, quadrãtes, vt ex demonſtratis in propoſ. 45. & 47. cõſtat. Quia igitur in ſphæra duo circuli maximi EH, GH, ſe mutuo ſecant in H, & ex punctis E, F, arcus EH, ad arcum GH, ducti ſunt arcus perpendiculares EG, FI; [a] erit, vt ſinus totus quadrantis EH, ad ſecantem complementi arcus FI, hoc eſt, ad ſecantem arcus CF, qui complementum etiam eſt arcus BC, ita ſinus arcus FH, hoc eſt, arcus DE, (eſt enim arcus FH, arcui DE, æqualis, ob quadrantes EH, DF, æquales) qui arcus eſt anguli A, ad ſecantem complemẽti arcus EG, id eſt, ad ſecantem arcus EC, qui complementum quoque eſt arcus AC. Et permutando, vt ſinus totus ad ſinum arcus DE, hoc eſt, anguli A, ita ſecans complementi arcus BC, ad ſecantem complementi arcus AC. Non ſecus oſtendemus, ſi aliter figura conſtruatur, ita eſſe ſinum totum ad ſinum anguli C, vt eſt ſecans complementi arcus AB, ad ſecantem complementi arcus AC. In omni igitur triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod erat demonſtrandum.



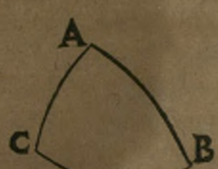
a Theor. 8. ſcholij 40. huius.

SCHOLIVM.

SEQVITVR ex hoc theoremate ſequens problema, quod aliter etiam abſoluimus in problemate 3. propoſ. 41.

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato vtrolibet angulorum non rectorum, cum arcu oppoſito, inueſtigare arcum recto angulo oppoſitum, vna cum tertio arcu, & reliquo angulo non recto: dummodo conſtet, num arcus angulo recto oppoſitus ſit maior quadrante, minorve: aut an alter angulus non rectus ſit acutus, obtuſuſve.

IN triangulo ABC, rectum habente angulum C, datus ſit angulus B, cum arcu AC. Dico dari quoque arcum AB, vna cum arcu BC, & angulo A. [b] Cum namq; ſit, vt ſinus totus ad ſinum anguli B, dati, ita ſecans complementi arcus dati AC, ad ſecantem complementi arcus AB.



b 54. huius

Praxis. *SI fiat, vt ſinus totus ad ſinum dati anguli, ita ſecans complementi dati arcus ad aliud, producetur ſecans complementi arcus recto angulo oppoſiti, qui inquiritur. Ex arcubus vero AB, AC, cognitis notus fiet tertius arcus BC, ex problemate propoſ. 43. Item ex arcubus AB, BC, notis cognitus fiet angulus A, ex problemate 1. propoſ. 41.*

OPORTET autem hic conſtare, num arcus quæſitus AB, ſit quadrante maior, an minor: Vel an reliquus angulus non rectus A, ſit acutus, obtuſusue, alioquin neſciremus, qualis arcus pro AB, aſſumendus ſit, cum poſſit eſſe maior quadrante, vel minor, vt perſpicuum eſt. Id quod ad problema 3. propoſ. 41. monuimus. Vbi etiã Copernici, atq; Ioh. Regiom. errorem aperuimus.

THEOR. 53. PROPOS. 55.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius omnes arcus minores quadrante ſint: ſinus totus ad ſinum arcus recto angulo oppoſiti eandem proportionẽ habet, quam ſecans complementi vtriuslibet arcuum circa angulum rectum ad ſecantem complementi anguli huic arcui oppoſiti.

IN ſphærico triangulo ABC, cuius omnes arcus ſint minores quadrante, angulus B, rectus ſit. Dico ita eſſe ſinum totum ad ſinum arcus AC, vt eſt ſecans complementi arcus BC, ad ſecantem complementi anguli A, arcui BC, oppoſiti. Repetita enim conſtructione figuræ propoſ. 45. erit AE, quadrans; DE, arcus anguli A, & EF, eius complementum; atque CF, complementum arcus BC, vt ibi demonſtratum eſt. Quia ergo in ſphæra duo maximi circuli AE, AD, ſe interſecant in A, & ex punctis C, E, arcus AE, ad arcum AD, ducti ſunt perpendiculares arcus CB, ED; [a] erit vt ſinus totus quadrantis AE, ad ſecantem complementi arcus CB, hoc eſt, ad ſecantem arcus CF, ita ſinus arcus AC, ad ſecantem complementi arcus DE, ſiue anguli A, id eſt, ad ſecantem arcus EF: Et permutando, vt ſinus totus ad ſinum arcus AC, ita ſecans complementi arcus BC, ad ſecantem complementi anguli A. Pari ratione, ſi aliter figura extruatur, erit, vt ſinus totus ad ſinum arcus AC, ita ſecans complementi arcus AB, ad ſecantem complementi anguli C. Quare in omni triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod erat oſtendendum.

a Theor. 8. ſcholij 40. huius.

SCHOLIVM.

EX his ſequens problema diſſoluemus, quod alio quoque modo in problemate 1. propoſ. 41. abſolutum fuit.

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa rectum angulum, inuenire angulum huic arcui oppoſitum: cum reliquo arcu, & angulo.

IN triangulo ABC, (in figura ſcholij propoſ. 54.) cuius rectus angulus C, datus ſit tam arcus AB, quam AC. Dico dari quoque angulum B, vna cum arcu BC, & angulo A. [b] Quia enim eſt, vt ſinus totus ad ſinum arcus AB, ita ſecans complementi arcus AC, ad ſecantem complementi, anguli B.

b 55. huius.

Praxis.

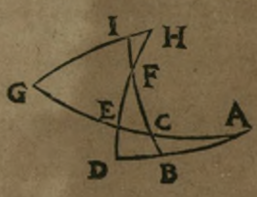
SI fiat, vt ſinus totus ad ſinum arcus angulo recto oppoſiti, ita ſecans complementi arcus circa rectum angulum dati ad aliud, producetur ſecans complementi anguli quæſiti, qui dicto arcui opponitur. Iam ex datis duobus arcubus tertium inueniemus, vt in problemate propoſ. 43. vel in problemate propoſ. 53. tradidimus. Item ex arcu, qui recto angulo opponitur, & hoc arcu inuento, reperiemus reliquum angulum huic inuento arcui oppoſitum, vt dictum eſt in hoc problemate, vel certe, vt in problemate 1. propoſ. 41. oſtendimus.

AN vero quæſitus angulus B, acutus ſit, an obtuſus, docebit arcus AC, circa angulum rectum datus, vt in problemate 1. propoſ. 41. præcepimus.

THEOR. 54. PROPOS. 56.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius arcus ſint omnes quadrante minores: ſinus totus ad ſinum complementi vtriuslibet arcuum circa rectum angulum eandem proportionem habet, quam ſecans anguli huic arcui oppoſiti ad ſecantem complementi reliqui anguli non recti.

IN triangulo ſphærico ABC, angulum B, rectum habente, ſint omnes arcus quadrante minores. Dico ita eſſe ſinum totum ad ſinum complementi arcus BC, vt eſt ſecans anguli non recti A, ad ſecantem complementi anguli C. Repetita enim conſtructione figuræ propoſ. 47. erunt anguli G, E, recti, & arcus BF, DF, CI, EH, GH, quadrantes, & DE, arcus anguli A, & GI, arcus anguli C, vt ex demonſtratis in propoſ. 45. & 47. liquet. Igitur quia duo maximi in ſphæra circuli CG, CI, ſe in C, interſecant, ductiq; ſunt ex punctis F, I, arcus CI, ad arcum CG, arcus perpendiculares FE, IG; [a] erit, vt ſinus totus quadrantis CI, ad ſecantem complementi arcus FE, hoc eſt, ad ſecantem arcus DE, anguli A, ita ſinus arcus CF, qui complementum eſt arcus BC, ad ſecantem complementi arcus GI, anguli C: Et permutando, vt ſinus totus ad ſinum complementi arcus BC, ita ſecans anguli A, ad ſecantem complementi anguli C. Non ſecus oſtendemus, ſi aliter conſtruatur figura, ita eſſe ſinum totum ad ſinum complementi arcus AB, vt eſt ſecans anguli C, ad ſecantem complementi anguli A. Quapropter in omni triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod demonſtrandum erat.



a Theor. 8. ſcholij 40. huius.

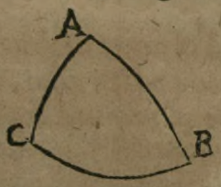
SCHOLIVM.

INFERTVR hinc problema huiuſmodi.

IN

IN triangulo sphærico rectangulo, dato vtrouis arcuum circa angulum rectum, cum angulo non recto opposito, inquirere reliquum angulum non rectum, & insuper reliquos duos arcus: modo constet, an quæsitus angulus sit acutus, obtususve: Vel certe, an alter arcus circa angulum rectum sit minor quadrante, an maior.

IN triangulo ABC, angulum C, rectum habente, datus sit arcus AC, cum angulo B. Dico dari quoque angulum A, cum arcubus BC, AB. [a] *Cum enim sit, vt sinus totus ad sinum complementi arcus AC, dati, ita secans anguli dati B, ad secantem complementi anguli A:* a 56. huius



Praxis.

SI fiat, vt sinus totus ad sinum complementi arcus dati, ita secans dati anguli ad aliud, reperietur secans complementi anguli alterius non recti. Hinc ex duobus angulis non rectis notis inuestigabitur arcus recto oppositus angulo, vt in problemate propos. 50. monstrauimus, ac proinde & reliquus arcus, ex arcu, qui recto angulo opponitur, & ex noto angulo, qui reliquo arcui opponitur, vt in problemate 2. propos. 41. diximus.

OPORTET *autem constare, an reliquus angulus non rectus, qui quæritur, sit acutus, obtususve; vel, an reliquus arcus circa angulum rectum sit minor, aut maior quadrante, vt ad calcem problematis 2. propos. 42. monuimus, vbi errorem etiam Nicolai Copernici deteximus*

QVONIAM *vero absolutus iam est triangulorum sphæricorum rectangulorũ calculus, libet hoc loco omnia problemata hactenus explicata in tabulam quandam referre, vt facilius quilibet id, quod maxime scire desiderat, possit inuenire. Itaq; cum in omni triangulo sphærico rectangulo id, quod primo loco quæritur, si vel arcus recto angulo oppositus, vel vterlibet arcuum circa rectum angulum, vel deniq; alteruter angulorum non rectorum, (quamuis eo, quod potissimum quæritur, inuento, cætera quoq; reperiantur, vt ad praxes singulorum problematum monuimus) trimembrem tabulam, pro numero quæsitorum, confecimus, apposuimusq; problemata propositionum, in quibus inuentiones quæsitorum demonstratæ sunt.*

Sequuntur problemata superiorum propositionum in trimembrem tabulam digesta.

Inuentio arcus recto angulo oppositi.

Quando datur.	1.	Arcus circa angulum rectum: Et angulus non rectus ei oppositus.	Probl. 3. propos. 41. & (Probl. propos. 54.
	2.	Vterque arcus circa angulum rectum.	Probl. propos. 43.
	3.	Arcus circa angulum rectum: Et angulus non rectus ei adiacens.	Probl. 1. propos. 45. (& Probl. propos. 46.
	4.	Vterque angulus non rectus.	Probl. propos. 50.

Inuentio arcus vtriuslibet circa angulum rectum.

Quando datur	1.	Arcus recto angulo oppositus: Et angulus non rectus quæsito arcui oppositus.	Probl. 2. propos. 41.
	2.	Vterque angulus non rectus.	Probl. 1. propos. 42. (& Probl. propos. 52.
	3.	Arcus recto angulo oppositus: & alter arcus circa rectum angulum.	Probl. propos. 43. & 53.
	4.	Arcus alter circa angulum rectum: Et vteruis angulorum non rectorum.	Probl. 1. propos. 44.
	5.	Arcus recto angulo oppositus: Et angulus non rectus quæsito arcui adiacens.	Probl. 3. propos. 45.
	6.	Arcus alter circa angulum rectum: Et alter angulus non rectus ei oppositus.	Probl. proposit. 49. & (Probl. 1. propos. 44.

Inuentio anguli non recti vtriusuis.

Quando datur

1.	Arcus recto angulo oppositus: Et arcus circa angulum rectum quæsito angulo oppositus.	Probl. 1. propos. 41. & (Probl. propos. 55.
2.	Arcus circa angulum rectum: Et alter angulus non rectus.	Probl. 2. propos. 42.
3.	Vterque arcus circa rectum angulum.	Probl. 2. propos. 44. (& Probl. propos. 48.
4.	Arcus recto angulo oppositus: Et arcus circa rectum angulum quæsito angulo adiacens.	Probl. 2. propos. 45. (& Probl. propos. 51.
5.	Arcus recto angulo oppositus: Et alter angulus non rectus.	Probl. propos. 47.
6.	Arcus circa angulum rectum quæsito angulo adiacens: Et alter angulus non rectus huic arcui oppositus:	Probl. posit. 56. & (Probl. 2. propos. 42.

Quid agẽdum in triangulo rectãgulo, in quo quadrãtes sũt.

a Coro. 38. huius. b 35. huius. c 25 huius. d Coro. 26. huius.

SED quia hactenus de eo solum triangulo rectangulo egimus, cuius nullus arcuum quadrans est, doceamus breuiter, (rem quidem cuilibet perfacilem ex demonstratis) quo pacto nos gerere debeamus in eo, quod duos saltem arcus habet, quadrantes, & duos angulos rectos. [a] *Nullum enim triangulum esse potest rectangulum, cuius vnus duntaxat arcus sit quadrans, sed vel nullus erit quadrans, vel omnes tres quadrantes erunt, vel duo, &c. Sit ergo triangulum sphæricum ABC, in quo angulus B, ponatur rectus, & arcus AB, circa angulum rectum quadrans. Hoc posito,* [b] *erit & arcus AC, recto angulo oppositus, quadrans. Quare cum duo arcus AB, AC, quadrantes sint,* [c] *erunt duo anguli B, C, recti;* [d] *ac propterea A, polus erit arcus BC; & BC, arcus anguli A, ex definitione 6. Igitur si datus sit tertius angulus A, datus etiam erit tertius arcus BC: Et contra, si datus sit tertius arcus BC, datus quoque erit tertius angulus A. Eodem modo, si alter arcus BC, circa angulum rectum quadrans ponatur, ostendemus & arcum AC, recto angulo oppositum quadrantem esse, & angulum A, rectum. Si ergo detur tertius angulus C, dabitur quoq; tertius arcus AB, & contra, vt prius. Quod si quantitas tertij anguli, aut arcus data non fuerit, nihil certi colligi poterit, licet duo alij anguli recti sint, duoque arcus illis oppositi, quadrantes, vt manifestum est.*

e 36. huius.

PONATVR iam arcus AC, recto angulo B, oppositus quadrans. Quo posito, [e] *erit & alter saltem arcuum AB, BC, circa angulum rectum quadrans. Quamobrem reliqua consequentur, vt proxime demonstratum est.*

f 26. vel 35. huius. g Corol. 25. huius.

QVOD si quando duo arcus AB, BC, circa angulum rectum quadrantes ponantur, [f] *erit quoque tertius arcus AC, recto angulo oppositus, quadrans. Quocirca cum omnes arcus quadrantes sint,* [g] *erunt omnes anguli recti.*

EX his facile quiuis intelliget, quid agere debeat, quando aliquis arcus in triangulo rectangulo quadrans ponitur: præsertim si propos. 25.26.27.28.29.30.31.32.33.34.35.36.37.38. attente considerentur.

SEQVITVR iam, vt calculum triangulorum non rectangulorum tandem exponamus: Verum prius aliquot theoremata ad hanc rem perutilia demonstranda sunt.

THEOR. 55. PROPOS. 57.

SI in triangulo sphærico supra vnum arcum duo anguli acuti, aut obtusi consistant; Perpendicularis arcus à tertio angulo in eum arcum demissus intra triangulum cadit. Si vero duorum angulorum supra vnum arcum consistentium vnus sit acutus, & obtusus alter; Perpendicularis arcus à tertio angulo in eum arcum demissus extra triangulum cadit.

IN triangulo sphærico ABC, sint duo anguli B, C, supra arcum BC, acuti, vel obtusi. Dico arcum perpendicularem ex A, ad arcum BC, demissum cadere intra triangulum, cuiusmodi est arcus AD. Si enim dicatur cadere extra, cadat, si fieri potest, arcus AE, ad BC, arcum productum perpendicularis extra triangulum, & ponantur primum duo anguli B, C, acuti, ac proinde angulus ACE, obtusus. Quoniam igitur in triangulo ACE, angulum E, habente rectum, angulus ACE, obtusus est, [a] erit arcus AE, quadrante maior. Rursus in triangulo ABE, habente angulum rectum E, angulus B, acutus est, [b] erit arcus AE, quadrante minor: Sed & quadrante maior ostensus est; quod est absurdum.

a 34. huius. b 34. huius.

PONAN-

PONANTVR deinde anguli B, C, obtuſi, atque adeo angulus ACE, acutus. Quia ergo in triangulo ACE, habente rectum angulum E, angulus ACE, acutus eſt, [c] erit arcus AE, minor quadrante. Rurſus quoniam in triangulo ABE, rectum habente E, angulum, angulus B, obtuſus eſt, [d] erit arcus AE, quadrante maior: Sed & quadrante minor oſtenſus eſt; quod eſt abſurdum. Non cadit ergo arcus perpendicularis extra triangulum: ſed neq; cum altero arcuum AB, AC, coincidet, quod neuter angulorum B, C, ponatur rectus. Cadit ergo intra triangulum. c 34. huius d 34. hui.

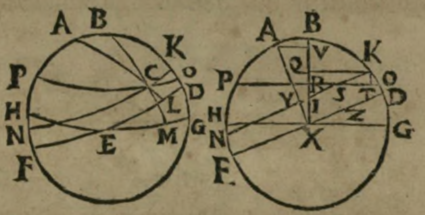
IAM vero ponatur in eodem triangulo ABC, angulus B, acutus, & C, obtuſus. Dico perpendicularem arcum ex A, ad arcum BC, demiſſum extra triangulum cadere, cuiuſmodi eſt arcus AE. Nam ſi intra dicatur cadere, cadat, ſi fieri poteſt, arcus AD, ad BC, perpendicularis intra triangulum. Itaque quia in triangulo ACD, angulum rectum habente D, angulus C, obtuſus eſt, [e] erit arcus AD, maior quadrante. Rurſus cum in triangulo ABD, rectum habente angulum D, angulus B, acutus ſit, [f] erit arcus AD, quadrante minor: Sed & quadrante oſtenſus eſt maior; quod eſt abſurdum. Arcus ergo perpendicularis non cadit intra triangulum; ſed neque cum altero arcuum AB, AC, coincidit, cum neuter angulorum B, C, rectus ponatur. Cadit ergo extra triangulum. Quapropter, ſi in triangulo ſphærico ſupra vnum arcum duo anguli acuti, &c. Quod erat demonſtrandum. e 34. huius. f 34. huius.

THEOR. 56. PROPOS. 58.

IN omni triangulo ſphærico, cuius duo arcus ſint inæquales; quadratum ſinus totius ad rectangulum ſub ſinubus rectis duorum arcuum inæqualium contentum, eandem proportionem habet, quam ſinus verſus anguli a dictis arcubus comprehenſi ad differentiam duorum ſinuum verſorum, quorum vnus differentiæ eorundem arcuum debetur, alter vero tertio arcui, qui prædicto angulo oppoſitus eſt, reſpondet.

IN triangulo ſphærico ABC, ſint duo arcus AB, AC, inæquales, ille minor, & hic maior. Dico ita eſſe quadratum ſinus totius ad rectangulum ſub ſinubus rectis arcuum AB, AC, contentum, vt eſt ſinus verſus anguli A, ad differentiam inter ſinum verſum arcus, quo arcus AB, AC, inter ſe differunt, & ſinum verſum arcus BC. Cuius rei demonſtrationem, vt clarior fiat, & generalior, in quindecim caſus diuidemus.

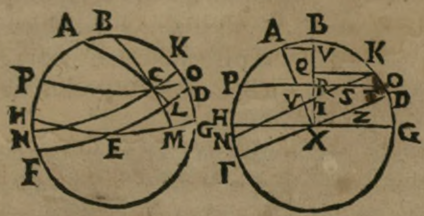
1. SINT omnes tres arcus quadrante minores. Compleatur minoris arcus AB, circulus ABDGH, productisque arcubus AC, BC, fiant quadrantes AL, BM; & polis A, B, interuallis autem quadrantum AL, BM, circuli maximi deſcribantur DLEF, GMEH: Et eiſdem polis, interuallis autem AC, BC, circuli non maximi delineentur kCN, OCP, [a] qui illis maximis paralleli erunt: [b] & tam hi, quam illi ad circulum ABDGH, recti erunt, cum ille per horum polos tranſiens ad ipſos ſit rectus. Poſt hæc, vt confuſio vitetur, in circulo ABDGH, ſeorſum deſcripto ſint cōmunes ſectiones ipſius, & circulorū ex polis A, B, deſcriptorum, nempe DF, GH, communes ſectiones ipſius, & maximorum circulorum DL, EF, GMEH, quæ ipſorum diametri erunt ſeſe in centro ſphæræ X, interſecantes: At kN, OP, communes ſectiones eiuſdem, & circulorum kCN, OCP, ſe interſecantes in S; [c] quæ ipſis DF, GH, parallelæ erunt; & diametri circulorum kCN, OCP; [d] quod maximus circulus ABDGH, per eorum polos tranſiens eos bifariam ſecet, nimirum per eorum diametros. Ducantur quoque ſemidiametri AX, ſecans kN, in Y; & BX, ſecans KN, OP, in I, R. [e] Eruntque ſemidiametri AX, BX perpendiculares ad circulos per DF, kN, GH, OP, ductos; cum ab eorum polis A, B, ducantur per X, ſphæræ centrum: ac proinde anguli ad Y, & R, recti erunt, ex definit. 3. libr. 11. Euclidis. Ducantur denique ad BX, OP, perpendiculares AV, kQ, kT. Erit igitur, per ea, quæ in tractatione ſinuum ſcripſimus, AV, ſinus rectus arcus AB; & kY, ſinus rectus arcus Ak, hoc eſt, arcus AC, cum arcus Ak, AC, ex definit. poli, æquales ſint, vt in primo circulo apparet. BR, erit ſinus verſus arcus BO, id eſt, arcus BC, cum arcus BO, BC, æquales ſint, ex defin. poli. BQ, ſinus verſus erit arcus Bk, qui differentia eſt arcuum inæqualium AB, AC, propterea quod, ex defin. poli, arcus Ak, arcum AB, arcu Bk, ſuperans, æqualis eſt arcui AC: ac proinde QR, vel kT, differentia erit inter BR, ſinum verſum tertii arcus BC, & BQ, ſinum verſum differentiæ arcuum inæqualium AB, AC, hoc eſt ſinum verſum arcus Bk. Poſtremo erit kS, ſinus verſus arcus kC, in circulo non maximo kCN, cum recta ex C, in communes ſectiones circulorum kCN, OCP, cum circulo ABDGH, hoc eſt, in punctum S, cadens, [f] (quæ quidem ad circulum ABDGH, recta eſt, vtpote communis ſectio circulorum kCN, OCP, ad eundem circulum ABDGH, rectorum) ſinus rectus ſit eiuſdem arcus kC. Sumatur quoque DZ, ſinus verſus arcus DL, hoc eſt, anguli A, [g] qui quidem arcus arcui kC, ſimilis eſt. Demonſtrandum igitur eſt, ita eſſe quadratum ſinus totius, hoc eſt, rectangulum ſub DX, XA, contentum, ad rectangulum ſub ſinubus rectis AV, kY, arcuum AB, AC, contentum, vt eſt ſinus verſus DZ, anguli A, ad kT, differentiam inter BR, ſinum verſum arcus BC, & BQ, ſinum verſum arcus Bk, differentiæ arcuum inæqualium AB, AC. quod ita fiet.



1. caſus. a 2. 2. Th. b 15. 1. Th. c 16. vnd. d 15. 1. The. e Schol. 10. 1. Theo. f 19. vnde. g 10. 1. Th.

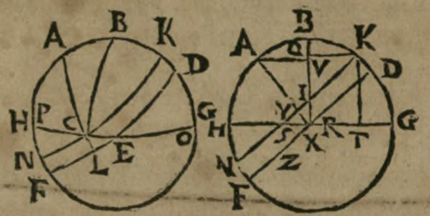
[h] QVONIAM angulus XIY, angulo RIS, æqualis eſt, & angulus rectus Y, angulo recto R; [i] erit reliquus angulus IXY, trianguli IXY, reliquo angulo ISR, trianguli ISR, æqualis, hoc eſt, angulo ad verticem kST. Cum ergo & angulus rectus V, recto angulo T, æqualis ſit, erit & reliquus angulus XAV, trianguli XAV, reliquo angulo SkT, trianguli SkT, æqualis. [k] Quamobrem erit, vt XA, ad AV, ita Sk, ad kT. Rurſus quia DZ, kS, ſinus verſi ſunt arcuum ſimilium DL, kC; erit, vt DX, ad kY, ſinus totus ad ſinum totum, ita DZ, ad kS, per lemma propoſ. 1. noſtræ Gnomonices. [l] Quia vero proportio rectanguli ſub DX, XA, ad rectan- h 15. primi. i 32. primi. k 4. ſexti. l 23. ſexti.

rectangulum sub KY, AV, componitur ex proportione DX, ad KY, hoc est, DZ, ad KS, & ex proportione XA ad AV: Et proportio DZ, ad KT, componitur ex eisdem proportionibus, nempe (posita media recta KS,) ex proportione DZ, ad KS, & ex proportione KS, ad KT, hoc est, ex proportione XA, ad AV; erit, vt rectangulum sub DX, XA, idest, quadratum sinus totius, ad rectangulum sub KY, AV, sinubus rectis arcuum inæqualium AC, AB, ita DZ, sinus versus anguli A, ad KT, differentiam inter BR, sinum versum arcus BC, angulo A, oppositi, & BQ, sinum versum differentiæ arcuum inæqualium AC, AB. Quod est propositum.

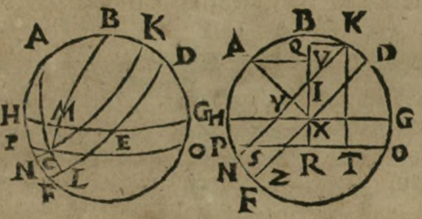


2. casus. 2. SINT duo arcus inæquales AB, AC, quadrante quidem minores, at BC, quadrans. Compleatur minoris arcus AB, circulus ABDGH, & producto arcu AC, vt fiat quadrans AL, describantur ex polis A, B, ad interualla quadrantum AL, BC, circuli maximi DELF, GECH: Item ex polo A, ad interuallum AC, circulus non maximus KCN, [o] qui ipsi DELF, parallelus erit, [p] secabitque circulus ABDGH, circulos DELF, GECH, KCN, ad angulos rectos, & bifariam: ac proinde horum cum illo communes sectiones DF, GH, KN, diametri eorum erunt, & DF, GH, se in X, centro sphæræ intersecabunt, [q] parallelæque erunt DF, KN. Reliqua fiant, vt in præcedenti casu, nisi quod hic punctum R, idem est, quod X, propterea quod circulus OCP, à circulo GEH, atque adeo recta ORP, à recta GH, non differt. Erit, vt prius, AV, sinus rectus arcus AB; & KY, sinus rectus arcus AK, hoc est, arcus AC, ipsi AK, ex defin. poli, æqualis. Item BR, sinus versus erit arcus BG, id est, arcus BC, ipsi BG, æqualis. At BQ, sinus erit versus arcus BK, differentiæ arcuum AB, AC; ideoque QR, vel KT, differentia erit inter sinus versos BR, BQ, arcuum BC, BK. Denique KS, erit sinus versus arcus KC. Sumpto ergo DZ, sinu verso arcus DL, hoc est, anguli A, demonstrandum est, ita esse quadratum sinus totius, id est, rectangulum sub DX, XA, ad rectangulum sub AV, KY, sinubus rectis arcuum AB, AC, vt est sinus versus DZ, anguli A, ad KT, differentiam sinuũ versorum BR, BQ, arcuum BC, BK. Quod quidem demonstrabitur, vt in præcedenti casu nisi quod triangulum XAV, ostendetur hic æquiangulum esse triangulo SKT, ex eo quod angulus IXY, angulo YSX, æqualis est, [r] propterea quod triangula IXY, YSX, similia sunt inter se. Hinc enim fit, rectangula trianguli XAV, SKT, inter se omnino æquiangula esse.

o 2. 1. Theo.
p 15. 1. Th.
q 16. vnd.
r 8. sexti.

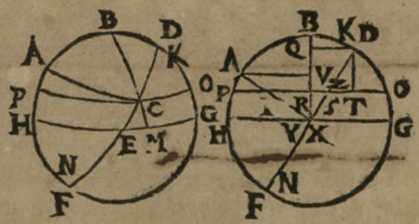


3. casus. 3. SINT rursus AB, AC, quadrante minores, at BC, maior. Compleatur minoris arcus AB, circulus, & ex CB, abscindatur quadrans BM, producaturque AC, vt fiat quadrans AL. Reliqua construantur, vt in primo casu. Erunt hic sinus, vt ibi. Demonstandum ergo est, ita esse quadratum sinus totius, nempe rectangulum sub DX, XA, ad rectangulum sub AV, KY, sinubus rectis arcuum AB, AC, vt est sinus versus DZ, anguli A, ad KT, differentiam sinuum versorum BR, BQ, arcuum BC, BK. quod quidem ostendetur, vt in primo casu, nisi quod triangulum XAV, ostendemus hic triangulo SKT, æquiangulum esse, [s] ex eo, quod angulus XIY, angulo SkT, externus interno, æqualis est. Hinc enim efficitur, in triangulis rectangulis XIY, SKT, reliquos angulos IXY, KST, æquales esse; atque idcirco rectangula triangula XAV, SKT, esse æquiangula.



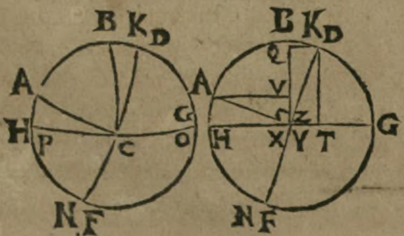
s 29. primi.

4. casus. 4. SIT arcus AC, quadrans, atque adeo AB, quadrante minor; statuatur quoque BC, minor quadrante. Completo circulo ABDGH, minoris ~~arcus~~ AB; productoque arcu BC, vt fiat quadrans BM, describantur ex polis A, B, ad interualla quadrantum AC, BM, circuli maximi DCEF, GMEH: Item ex polo B, ad interuallum arcus BC: circulus non maximus OCP. Reliqua construantur, vt in primo casu, nisi quod hic duo circuli paralleli DEF, KCN, inter se non differunt, propter quadrantem AC. Ex quo fit, rectas, DF, kN, inter ~~se quoque~~ non differre. Quod etiam de sinubus versis kS, DZ, dicendum est. Alii sinus sunt, vt prius. Iam vero ~~ita~~ esse quadratum sinus totius, siue rectangulum sub DX, XA, ad rectangulum sub AV, ~~KY~~ sinubus rectis arcuũ AB, AC, vt est DZ, sinus versus anguli A, siue arcus KC, ad KT, differentiam sinuum versorum BR, BQ, arcuum BC, BK, ostendemus, vt in primo casu; excepto, quod hic triangulum XAV, triangulo SKT, æquiangulum esse demonstrabimus, ex eo, quod angulus AXV, angulo YSR, æqualis est, [t] (propterea quod triangula IXR, RSY, similia sunt) atque adeo angulo KST. Hinc enim fit rectangula triangula XAV, SKT, esse æquiangula.



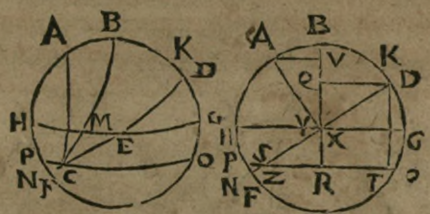
t 8. sexti.

5. casus. 5. SIT rursus AC, quadrans, proptereaque AB, quadrante minor, sed BC, ~~ponatur quoque quadrans~~. Completo circulo ABDGH, minoris arcus AB, describantur ex polis A, B, ad interualla quadrantum AC, BC, circuli maximi DCF, GCH, & reliqua fiant, vt prius, nisi quod hic circuli KN, OP, non maximi à maximis DF, GH, non differunt, &c. Demonstrandum igitur est, ita esse quadratum sinus totius, hoc est, rectangulum sub DX, XA, ad rectangulum

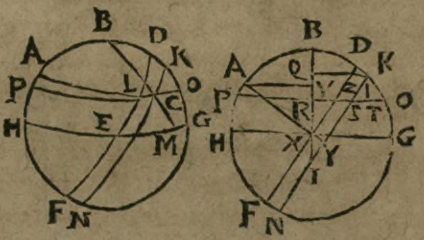


lum ſub AV,kY,ſinubus rectis arcuum AB, AC, vt eſt DZ. ſinus verſus anguli A, ſeu arcus kC, ad kT, differentiam ſinuũ verſorum BY, BQ, quorum ille arcui BC, hic autem arcui Bk, debetur. Quod quidem oſtendemus, vt in primo caſu, Solum triangulum XAV, ita demonſtrabitur triangulo SKT, æquiangulum. Quoniam anguli DSA, BSH, recti ſunt, cum AS, BS, axes ſint circulorum DF, GH; erunt, dempto communi ASB, reliqui DSB, ASH, æquales: [a] ſed ille angulo alterno SKT, & hic alterno angulo XAV, æqualis eſt. Igitur & anguli SkT, XAV, æquales erunt: ac proinde triangula rectangula XAV, SkT, æquiangula erunt. a 29. prim.

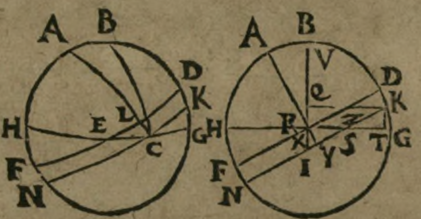
6. SIT adhuc AC, quadrans, ideoq; AB, minor quadrante, ſed BC, quadrante ſtatuatur maior. Completo circulo ABDGH, arcus minoris AB; & ex BC, abſciſſo quadrante BM, deſcribantur ex polis A, B, ad interualla quadrantum AC, BM, maximi circuli DEF, GEH: Item ex polo B, ad interuallum BC, circulus non maximus OCP, [b] qui ipſi GEH, parallelus erit. Reliqua fiant, vt prius, niſi quod hic inter ſe non differunt circuli DF, KN, &c. Iam demonſtrabimus, vt in primo caſu, ita eſſe quadratum ſinus totius, id eſt, rectangulum ſub DX, XA, ad rectangulum ſub AV, KY, ſinubus rectis arcuum AB, AC, vt eſt DZ. ſinus verſus anguli A, ſeu arcus DC, ad KT, differentiam ſinuum verſorum BR, BQ, arcuum BC, BK. Verum triangulum XAV, triangulo SKT, æquiangulum eſſe, ita monſtrabimus. Cum anguli recti ſint AXK, BXG, reliqui æquales erunt AXV, KXG: [c] ſed hic æqualis eſt oppoſito, & interno TSK. Igitur & angulus AXB, angulo TSK, æqualis erit: atque adeo rectangula triangula XAV, SKT, æquiangula erunt. 6. caſus. b 2. 2. The. c 29. prim.



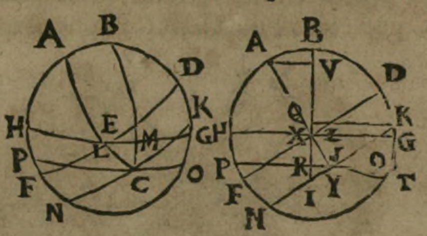
7. SIT arcus AC, quadrante maior, & AB, BC, quadrante minores. Completo circulo ABDGH, & abſciſſo quadrante AL, ex AC, productoq; arcu BC, vt fiat quadrans BM, fiant reliqua omnia, vt in primo caſu. Demonſtrabimus enim, vt ibi, ita eſſe quadratum ſinus totius, ſiue rectangulum ſub DX, XA, ad rectangulum ſub AV, KY, ſinubus rectis arcuum AB, AC, vt eſt DZ, ſinus verſus anguli A, ſiue arcus DL, ad KT, differentiam ſinuum verſorum BR, BQ, arcuum BC, BK: ſed triangulum AXV, ita probabitur æquiangulum eſſe triangulo SKT. [d] Angulus KST, angulo ISR, æqualis eſt. Igitur in triangulis rectangulis SKT, ISR, reliqui anguli SKT, SIR, æquales erunt; ac proinde & in rectangulis triangulis SKT, XIY, reliqui anguli KST, IXY, æquales erunt. [e] Cum ergo angulus IXY, angulo AXV, æqualis ſit, erit quoque KST, eidem AXV, æqualis; propterea que in triangulis rectangulis SKT, XAV, reliqui anguli SKT, XAV, æquales erunt. 7. caſus. d 15. primi. e 15. primi.



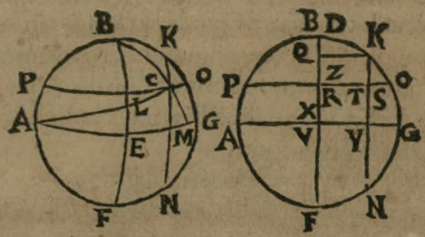
8. SIT adhuc AC, quadrante maior, & AB, minor quadrante, ſed BC, quadrans. Completo circulo ABDGH, & abſciſſo quadrante AL, ex AC, deſcribantur ex polis A, B, ad interualla quadrantum AL, BC, maximi circuli DEF, GEH: Item ex polo A, ad interuallum AC, circulus non maximus KCN, & alia fiant, vt in primo caſu. Demonſtrabitur, vt ibi, ita eſſe quadratum ſinus totius, nimirum rectangulum ſub DX, XA, ad rectangulum ſub AV, KY, ſinubus rectis arcuum AB, AC, vt eſt DZ, ſinus verſus arcus DL, ſiue anguli A, ad KT, differentiam ſinuum verſorum BR, BQ, arcuum BC, BK: ſi tamen triangula XAV, SKT, oſtendamus æquiangula eſſe, vt in ſeptimo caſu. 8. caſus.



9. SIT rurſus AC, maior quadrante, & AB, quadrante minor, ſed BC, maior etiam quadrante. Completo circulo ABDGH, & abſciſſis quadrantibus AL, BM, ex AC, BC, reliqua conſtruantur, vt in primo caſu. Nam, vt ibi, ita hic demonſtrabitur, ita eſſe quadratum ſinus totius, rectangulum videlicet ſub DX, XA, ad rectangulum ſub AV, KY, ſinubus rectis arcuum AB, AC, vt eſt DZ, ſinus verſus arcus DL, ſiue anguli A, ad KT, differentiam ſinuum verſorum BR, BQ arcuum BC, BK. Sed triangula XAV, SKT, eſſe æquiangula, ita confirmabitur. [f] Angulus KST, angulo ISR, æqualis eſt. Igitur in rectangulis triangulis SKT, SIR, & reliqui anguli SKT, SIR, æquales erunt; ac proinde in triangulis rectangulis SKT, IXY, reliqui quoque anguli KST, IXY, hoc eſt, AXV, [g] (cum hic ipſi IXY, ſit æqualis) inter ſe æquales erunt. Quare & reliqui anguli SKT, XAV, in triangulis rectangulis SKT, XAV, erunt æquales. 9. caſus. f 15. primi. g 15. primi.

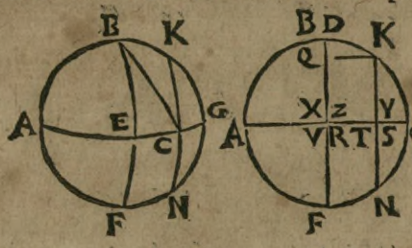


10. SIT arcus AC, maior quadrante, & AB, quadrans, at BC, quadrante minor. Completo circulo ABGF, abſciſſoq; quadrante AL, ex AC, & producto BC, vt fiat quadrans BM, deſcribantur ex polis A, B, ad interualla quadrantum AL, BM, circuli maximi BLEF, AEMG, incedetque ille per punctum B, & hic per punctum A, ob quadrantem AB; [h] propterea quod maximus circulus à polo abeſt quadrante maximi circuli. Item ex eiſdem polis, A, B, ad interualla AC, BC, delineentur circuli non maximi KCN, OCP, [i] qui prioribus erunt paralleli. Deſcriptis deinde in alio circulo communibus ſectionibus horum circulorum cum circulo ABGF, [k] quæ inter ſe parallelæ erunt, ſeſeque ad angulos rectos ſecabunt; [l] (Nam AX, ex A, polo circuli BF, in ſphæræ centrum X, cadens ad ipſum circulum recta eſt; ac propterea, ex definitione 3. libr. 11. Euclidis anguli ad X, recti erunt. Ex quo fit, [m] etiam angulos ad R, S, Y, rectos eſſe, ob parallelas lineas BF, KN, & AG, OP.) erit AV, ſinus rectus quadrantis AB; KY, ſinus rectus arcus AC, ſiue arcus AK, illi, ex definit. poli æqualis; BR, ſinus verſus arcus BC, ſeu arcus BO, illi, ex poli definit. æqualis; BQ, (ducta KQ, ad BF, perpendiculari) ſinus verſus arcus BK, quo arcus AB, AC, inter ſe differunt: Denique KS, ſinus verſus 10. caſus. h Coro. 16. 1. Theod. i 2. 2. Th. k 16. vnd. l Schol. 10. 1. Theod. m 29. pri.

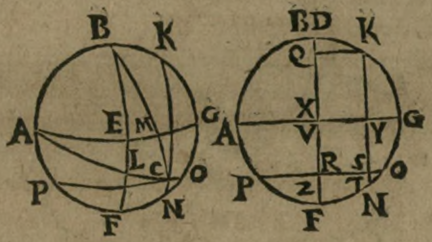


verſus arcus KC. Itaque ſi ſumatur DZ, ſinus verſus anguli A, ſiue arcus BL, qui arcui KC, ſimilis eſt, demonſtrabimus, vt in primo caſu, ita eſſe quadratum ſinus totius, nempe rectangulum ſub DX, XA, ad rectangulum ſub AV, KY, ſinubus rectis arcuum AB, AC, vt eſt DZ, ſinus verſus anguli A, ſiue arcus BL, ad KT, ſiue ad QR, differentiam ſinuum verſorum BR, BQ, arcuum BC, BK, niſi quod hic non inueniuntur triangula æquiangula, ſed AV, ab XA, non differt, quemadmodum nec KS, à KT.

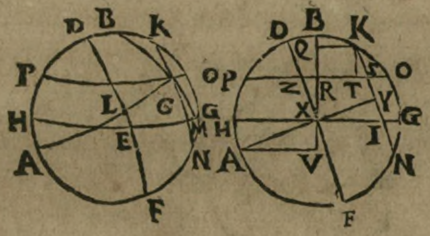
11. *caſus.* 11. SIT iterum AC, quadrante maior, at tam AB, quam BC, quadrans. Completo circulo ABGF, & reſecto quadrante AE, ex AC, deſcribantur ex polo A, ad interualla AE, AC, circuli BEF, kCN, & ex polo B, ad interuallum BC, circulus AEG, aliaque fiant, vt in præcedenti caſu. Oſtendemus ergo, vt in primo caſu, ita eſſe quadratum ſinus totius, hoc eſt, rectangulum ſub DX, XA, ad rectangulum ſub AV, kY, ſinubus rectis arcuum AB, AC, vt eſt DZ, ſinus verſus anguli A, ſiue arcus BE, ad kT, ſeu QR, differentiam ſinuum verſorum BR, BQ, arcuum BC, Bk, niſi quod hic nulla adſint æquiangula triangula, quemadmodum nec in præcedenti caſu, atque AV, ab XA, & DZ, à BR, & kS, à kT, non differt.



12. *caſus.* 12. SIT arcus AC, quadrante maior, & AB, quadrans, ſed BC, maior etiam quadrante. Completo circulo ABGF, & ablatis quadrantibus AL, BM, ex arcubus AC, BC, deſcribantur circuli ex polis A, B, ad interualla quadrantum AL, BM, & arcuum AC, BC, cæteraque fiant, vt in præcedentibus. Erit ergo rurſus, vt in primo caſu demonſtratum eſt, ita quadratum ſinus totius, id eſt, rectangulum ſub DX, XA, ad rectangulum ſub AV, kY, ſinubus rectis arcuum AB, AC, vt eſt DZ, ſinus verſus anguli A, ſiue arcus EL, ad KT, differentiam ſinuum verſorum BR, BQ, arcuum BC, BK; quamuis nulla hic appareant triangula æquiangula, ſed XA, AV, inter ſe non differant, quemadmodum neque kS, kT.

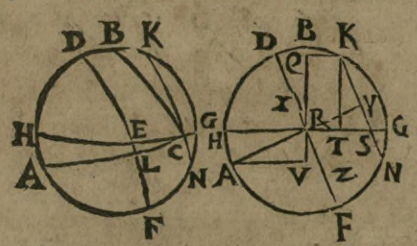


13. *caſus.* 13. SINT arcus AC, AB, quadrãte maiores, at BC, minor quadrante. Cõpleto circulo ABGF, & reſecto quadrãte AL, ex AC, ꝓducto item arcu BC, vt fiat quadrãs BM, reliqua fiant, vt in ſuperioribus. Demõſtrabimꝰ iam, vt in primo caſu, ita eſſe quadratum ſinus totius, nimirum rectangulum ſub DX, XA, ad rectangulum ſub AV, kY, ſinubus rectis arcuum AB, AC, vt eſt DZ, ſinus verſus anguli A, ſeu arcus DL, ad kT, differentiam ſinuum verſorum BR, BQ, arcuum BC, Bk; niſi quod triangulum XAV, triangulo SkT, demonſtrandum eſt eſſe æquiangulum hac ratione. [a] Quoniam angulus kST, angulo oppoſito, & interno YIX, æqualis eſt, erit in triangulis rectangulis, SkT, IXY, & reliquus angulus SkT, reliquo angulo IXY, hoc eſt, angulo oppoſito, & interno VAX, (cum parallelæ ſint AV, GH.) æqualis. Igitur in triangulis rectangulis SkT, XAV, anguli quoque reliqui kST, AXV, æquales erunt, ac proinde æquiangula erunt triangula SkT, XAV.



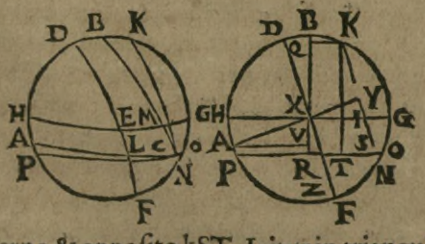
a 29. prim.

14. *caſus.* 14. SINT rurſum AC, AB, maiores quadrante, at BC, quadrans. Completo circulo ABGF, & abſciſſo quadrante AL, ex AC, necnon deſcriptis circulis DEF, KCN, ex polo A, ad interualla AL, AC, deſcribatur quoq; ex polo B, ad interuallum quadrantis BC, circulus maximus GEH, atque alia fiant, vt ſupra. Demonſtrandum ergo eſt, ita eſſe quadratum ſinus totius, id eſt, rectangulum ſub DX, XA, ad rectangulum ſub AV, kY, ſinubus arcuum AB, AC, vt eſt DZ, ſinus verſus anguli A, arcuſve DL, ad kT, differentiam inter ſinus verſos BR, BQ, arcuum BC, Bk. Quod quidem oſtendemus, vt in primo caſu. Solum triangula SkT, XAV, probabuntur æquiangula eſſe, hoc modo. Angulus S, communis eſt vtrique triangulo rectangulo SkT, SRY. Igitur angulus reliquus SkT, reliquo angulo SRY, [b] hoc eſt, angulo oppoſito, & interno VAX, (cum parallelæ ſint AV, GH.) æqualis erit. Quare rectangula triangula SkT, XAV, æquiangula erunt.



b 29. prim.

15. *caſus.* 15. SINT poſtremo omnes tres arcus trianguli ABC, quadrante maiores. Completo circulo ABGF, & reſectis quadrantibus AL, BM, ex arcubus AC, BC, fiant omnia alia, vt prius. Oſtendemus non ſecus, ac in primo caſu, ita eſſe quadratum ſinus totius, nempe rectangulum ſub DX, XA, ad rectangulum ſub AV, kY, ſinubus rectis arcuum AB, AC, vt eſt DZ, ſinus verſus anguli A, ſeu arcus DL, ad kT, differentiam inter ſinus verſos BR, BQ, arcuum BC, Bk; ſi modo triangula SkT, XAV, æquiangula eſſe concludamus, hac argumentatione. [c] Angulus YIX, æqualis eſt interno & oppoſito kST. Igitur in triangulis rectangulis SkT, IXY, reliquus angulus SkT, reliquo angulo IXY,



c 29. prim.

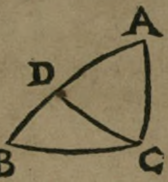
XY, hoc eſt, angulo interno, & oppoſito XAV, (cum parallelæ ſint AV, GH.) æqualis erit; ac proinde triangula rectangula SKT, XAV, æquiangula erunt. Quapropter in omni triangulo ſphærico, cuius duo arcus ſint inæquales, &c. Quod demonſtrandum erat.

SCHOLIVM. I.

EX omnibus quindecim caſibus huius demonſtrationis liquet, arcum BC, angulo A, ſub arcubus inæqualibus comprehenſo oppoſitum ſemper maiorem eſſe arcu BK, hoc eſt, differentia arcuum inæqualium. In omnibus enim figuris arcus BC, per defin. poli, arcui BO, (vel arcui BG, quando BC, quadrans eſt, vt in caſu 2. 5. 8. 11. & 14.) æqualis eſt. Conſtat autem arcum BO, (vel arcum BH, in dictis quinque caſibus,) maiorem eſſe arcu BK: quod tamen ita eſſe, facile ſequens quoq; theorema demonſtrabit.

IN omni triangulo ſphærico, cuius duo arcus ſint inæquales; arcus reliquus maior eſt arcu, quo inæquales arcus inter ſe differunt.

IN triangulo enim ABC, ſit arcus AB, maior arcu AC, & ex polo A, ad interuallum AC, arcus circuli deſcribatur CD. Erit ergo arcus AD, arcui AC, per defin. poli, æqualis, atque adeo arcus BD, differentia arcuum inæqualium AB, AC. Dico arcum BC, arcu BD. maiorem eſſe. a Quoniam enim duo arcus AC, CB, ſimul maiores ſunt arcu AB; ablatis æqualibus arcubus AC, AD, reliquus quoque CB, reliquo BD, maior erit. Quod eſt propoſitum. a 3. huius



ITAQVE in omni ſphærico triangulo, cuius duo arcus inæquales ſint, ſinus verſus reliqui arcus ſemper maior eſt ſinu verſo differentiæ arcuum inæqualium. Cum enim arcus ille reliquus oſtenſus ſit maior, quam ea differentia, maior autem arcus habeat ſemper maiorem ſinum verſum, vt ex tractatione ſinuum conſtat, perſpicuum fit, reliqui arcus ſinum verſum maiorem eſſe ſinu verſo differentiæ arcuum inæqualium.

In triangulo ſphærico duorum arcuum inæqualium, ſinus verſo tertij arcus maior eſt ſinu verſo differentiæ arcuum inæqualium.

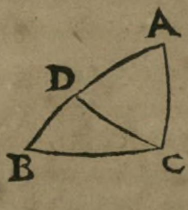
HOC idcirco dixerim, vt rationem videas, quare in praxi propoſ. 64. differentia inter ſinus verſos, quorum vnus reliquo tertio arcui, alter vero differentiæ inæqualium arcuum debetur, adijcienda præcipiatur ſinui verſo differentiæ arcuum inæqualium, vt componatur ſinus verſus reliqui tertii arcus, nunquam autem detrahenda à ſinu verſo dictæ differentiæ, vt ſinus verſus reliqui arcus relinquatur.

SCHOLIVM II.

CÆTERVM ex hac prop. 58. colligemus ſequens theorema ad calculum triangulorum ſphæricorum non rectangulorum perutile, videlicet.

IN omni triangulo ſphærico, cuius duo arcus ſint inæquales: ſinus totus ad quantitatem, quæ ſinui toti, & duobus ſinubus arcuum inæqualium quarto loco proportionalis eſt, eandem proportionem habet, quam ſinus verſus anguli ſub dictis arcubus comprehenſi ad differentiam inter ſinum verſum reliqui tertii arcus, & ſinum verſum arcus, quo duo inæquales arcus inter ſe differunt.

IN triangulo ſphærico ABC, proxime antecedenti ſit arcus AB, maior arcu AC, & ex polo A, ad interuallum AC, deſcribatur arcus circuli CD, vt arcus AC, AD, per defin. poli, ſint æquales, atque adeo arcus BD, exceſſus ſit, ſeu differentia arcuum AB, AC. Fiat iam, vt ſinus totus ad ſinum arcus AB, ita ſinus arcus AC, ad aliud, quod quantitas quarta proportionalis vocetur, vt hic vides:



Sinus totus.	ſinus arcus AB.	ſinus arcus AC.	quantitas quarta. proportionalis.

Dico ita eſſe ſinum totum ad quantitatem quartam ſinui toti, & duobus ſinubus arcuum inæqualium proportionalem, vt eſt ſinus verſus anguli A, ad differentiam inter ſinum verſum arcus BC, & ſinum verſum arcus BD, quo inter ſe arcus AB, AC, differunt. Quoniam enim proportio ſinus totius ad quantitatem quartam proportionalem componitur (poſito ſinu arcus AB, medio) ex proportione ſinus totius ad ſinum arcus AB, & ex proportione ſinus arcus AB, ad quantitatem quartam proportionalem: Et proportio quadrati ſinus totius ad rectangulum ſub ſinubus rectis arcuum AB, AC, b componitur ex eiſdem proportionibus, nempe ex proportione ſinus totius ad ſinum arcus AB, & ex proportione ſinus totius ad ſinum arcus AC, quæ eadem eſt, quæ proportio ſinus arcus AB, ad quantitatem quartam proportionalem: (Nam cum ſit, vt ſinus totus ad ſinum arcus AB, ita ſinus arcus AC, ad quantitatem quartam proportionalem; erit permutando, vt ſinus totus ad ſinum arcus AC, ita ſinus arcus AB, ad quantitatem quartam proportionalem) erit, vt ſinus totus ad quantitatem quartam proportionalem, ita quadratum ſinus totius ad rectangulum ſub ſinubus arcuum AB, AC, contentum. c Cum ergo ſit, vt quadratum ſinus totius ad rectangulum ſub ſinubus arcuum AB, AC, ita ſinus verſus anguli A, ad differentiam ſinuum verſorum arcuum BC, BD; erit quoque, vt ſinus totus ad quantitatem quartam proportionalem, ita ſinus verſus anguli A, ad differentiam inter ſinus verſos arcuum BC, BD. Quod eſt propoſitum.

b 23. ſexti.

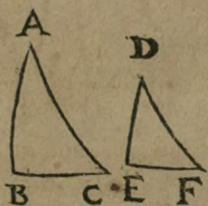
c 58. primi.

THEOR. 57. PROPOS. 59.

SI duo triangula sphærica duos angulos duobus angulis æquales habeant, vtrumque vtrique: erunt sinus arcuum circa reliquum angulum vnius sinubus arcuum circa reliquum angulum alterius proportionales, homologiq; erunt sinus arcuum æquales angulos subtendentium. Et si vnus angulus vnius vni angulo alterius sit æqualis, sinusq; arcuum circa alium angulum vnius sinubus arcuum circa alium angulum alterius proportionales, ita vt sinus arcuum æquales angulos subtendentium sint homologi: erunt & anguli arcubus reliquorum sinuum homologorum oppositi inter se æquales, vel æquales duobus rectis.

SINT in duobus triangulis sphæricis ABC, DEF, duo anguli inter se æquales B, E, necnon duo CF. Dico ita esse sinum arcus AB, ad sinum arcus AC, vt est sinus arcus DE, ad sinum arcus DF. [a] Quia enim est, vt sinus arcus AB, ad sinum anguli C, ita sinus arcus AC, ad sinum anguli B; erit permutando, vt sinus arcus AB, ad sinum arcus AC, ita sinus anguli C, ad sinum anguli B, hoc est, ita sinus anguli F, ad sinum anguli E, cum hi anguli illis ponantur æquales. [b] Item quia est, vt sinus arcus DE, ad sinum anguli F, ita sinus arcus DF, ad sinum anguli E; erit permutando, vt sinus arcus DE, ad sinum arcus DF, ita sinus anguli F, ad sinum anguli E. Ostensum autem est, ita etiam esse sinum arcus AB, ad sinum arcus AC, vt est sinus anguli F, ad sinum anguli E. Igitur erit, vt sinus arcus AB, ad sinum arcus AC, ita sinus arcus DE, ad sinum arcus DF. Quod est propositum.

a 41. huius
b 41. huius



SED sint iam anguli B, E, æquales, & ita sit sinus arcus AB, ad sinum arcus AC, vt est sinus arcus DE, ad sinum arcus DF. Dico angulos quoque C, F, æquales esse, vel certe duobus rectis æquales. [c] Ostendemus enim, vt prius, ita esse sinum arcus AB, ad sinum arcus AC, vt est sinus anguli C, ad sinum anguli B. Item ita esse sinum arcus DE, ad sinum arcus DF, vt est sinus anguli F, ad sinum anguli E. Quare cum ponatur, vt sinus arcus AB, ad sinum arcus AC, ita sinus arcus DE, ad sinum arcus DF; erit, vt sinus anguli C, ad sinum anguli B, ita sinus anguli F, ad sinum anguli E: Et conuertendo, vt sinus anguli B, ad sinum anguli C, ita sinus anguli E, ad sinum anguli F. Cum ergo sinus æqualium angulorum B, E, æquales sint, [d] erunt & sinus angulorum C, F, æquales; ac proinde vel anguli C, F, æquales erunt, vel duobus rectis æquales. Quod est propositum. Itaq; si duo triangula sphærica duos angulos, &c. Quod erat demonstrandum.

c 41. huius. Et permutando.
d 14. quin.

SCHOLIVM.

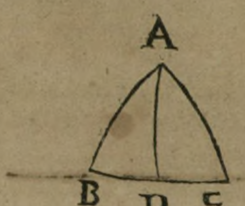
QVOD si anguli B, E, vel C, F, non forent æquales, sed solum æquales duobus rectis, adhuc theorematis veritas retinetur: propterea quod anguli B, E, semper æquales sinus rectos habenr, siue ipsi inter se æquales sint, siue æquales duobus rectis. Quod etiam de angulis C, F, dicendum est. Id quod perspicue constare potest ex iis, quæ in tractatione sinuum tradidimus.

THEOR. 58. PROPOS. 60.

SI ab angulo sphærici trianguli ad basim arcus maximi circuli demittatur diuidens angulum bifariam: habebunt sinus segmentorum basis eandem proportionem, quam sinus reliquorum duorum arcuum. Et si sinus segmentorum basis eandem proportionem habeant, quam sinus reliquorum duorum arcuum: diuidet arcus demissus angulum bifariam.

IN triangulo sphærico ABC, secet arcus AD, angulum A, bifariam. Dico ita esse sinum arcus AB, ad sinum arcus AC, vt est, sinus arcus BD, ad sinum arcus DC. Quia enim triangula ABD, ACD, angulos ad A, habent æquales, & angulos ad D, æquales duobus rectis; [a] erit, vt sinus arcus AB, ad sinum arcus BD, ita sinus arcus AC, ad sinum arcus CD: Et permutando, vt sinus arcus AB, ad sinum arcus AC, ita sinus arcus BD, ad sinum arcus DC. Quod est propositum.

a 59. huius. & eius scholium.



SED iam sit, vt sinus arcus AB, ad sinum arcus AC, sinus arcus BD, ad sinum arcus DC. Dico angulum A, sectum esse bifariam. Erit enim permutando quoque, vt sinus arcus AB, ad sinum arcus BD, ita sinus arcus AC, ad sinum arcus CD. Habent igitur triangula ABD, ACD, angulos ad D, æquales duobus rectis, & sinus arcuum circa angulos B, C, proportionales, homologiq; sunt sinus arcuum angulis ad D, oppositorum. [b] Igitur & anguli ad A, vel æquales erunt inter se, vel duobus rectis æquales: Non possunt autem duobus rectis esse æquales, quod angulus A, sit duobus rectis minor. Igitur æquales inter se erunt. Quod est propositum. Si igitur ab angulo sphærici trianguli ad basim, &c. Quod ostendendum erat.

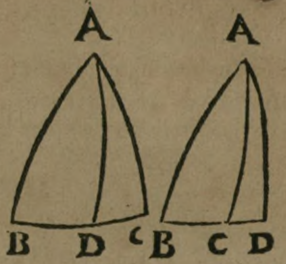
b 59. huius. & eius scholium.

THEO-

THEOR. 59. PROPOS. 61.

SI ab angulo ſphærici trianguli ad baſim, etiam productam, arcus perpendicularis deducatur: habebunt ſinus angulorum, quos arcus perpendicularis cum duobus arcubus dictum angulum comprehendentibus facit eandem proportionem, quam ſinus complementorum reliquorum duorum trianguli angulorum.

IN triangulo ABC, deducatur ex angulo A, ad baſim BC, arcus perpendicularis AD, cadens ſiue intra triangulum, ſiue extra, ſitque neuter angulorum B, C, item neuter angulorum BAD, DAC, ad A, factorum rectus. Quando enim alter horum rectus fuerit, in ſcholio propoſitio demonſtrabitur. Similiter, quando vterque B, C, vel alteruter ipſorum rectus fuerit, in eodem ſcholio dicetur, quid inde ſequatur. Dico ita eſſe ſinum anguli BAD, ad ſinum anguli DAC, vt eſt ſinus complementi anguli B, ad ſinum complementi anguli C. Nam in triangulo ABD, cuius angulus D, rectus, [a] erit vt ſinus anguli BAD, ad ſinum totum, ita ſinus complementi anguli B, ad ſinum complementi arcus AD. Item in triangulo CAD, habente angulum D, rectum, erit, vt ſinus anguli DAC, ad ſinum totum, ita ſinus complementi anguli C, (habent autem duo anguli ad C, in ſecundo triangulo eundem ſinum) ad ſinum complementi arcus AD: Et conuertendo, vt ſinus totus ad ſinum anguli DAC, ita ſinus complementi arcus AD, ad ſinum complementi anguli C. Ex æqualitate ergo (vt in appoſita formula vides) erit, vt ſinus anguli BAD, ad ſinum anguli DAC, ita ſinus complementi anguli B, ad ſinum complementi anguli C. Si igitur ab angulo ſphærici trianguli ad baſin, &c. Quod oſtendendum erat.



a 42. huius

Sin. ang. BAD.	*Sin. compl. ang. B.*
Sinus totus.	*Sin. compl. arcus AD.*
Sin. ang. DAC.	*Sin. compl. ang. C.*

SCHOLIVM.

SI vterque angulorum B, C, fuerit rectus, non erit vera propoſitio, niſi quando arcus perpendicularis AD, ſecat baſim BC, bifariam. [b] *Tunc enim & anguli ad A, æquales erunt, ac proinde eorum ſinus proportionem habebunt æqualitatis, qualem etiam habent ſinus complementorum angulorum rectorum B, C, cum hæc complementa ſint Nihil.* b 7. huius.

SI vero alter tantum angulorum B, C, ſit rectus, nullo modo vera erit propoſitio. Cum enim complementum anguli recti ſit Nihil, non poterunt ſinus complementorum angulorum B, C, eandem proportionem habere, quam ſinus angulorum ad A, factorum; cum illa proportio ſit Nihil ad aliquid, vel alicuius ad Nihil: hæc vero alicuius ad aliquid.

QVOD ſi quando contingat, alterum angulorum ad A, factorum eſſe rectum, hoc modo demonſtranda erit propoſitio. Sit primum rectus angulus BAD. [c] *Ergo AB, DB, quadrantes ſunt; ac propterea AD, arcus anguli B. Igitur erit, vt ſinus anguli recti BAD, ad ſinum totum, ita ſinus complementi anguli B, ad ſinũ complementi arcus AD; cum vtrobiq; ſit proportio æqualitatis. Eſt enim idem complementum anguli B, & arcus AD, cum AD, ſit arcus anguli B. Rurſus* [d] *quia eſt, vt ſinus anguli DAC, (qui ſemper minor eſt recto BAD, cum totus angulus BAC, minor ſit duobus rectis, vt in priori figura: In poſteriori autem idem DAC, pars eſt recti BAD) ad ſinum totum, ita ſinus complementi anguli C, ad ſinum complementi arcus AD: erit conuertendo, vt ſinus totus ad ſinum anguli DAC, ita ſinus complementi arcus AD, ad ſinum complementi anguli C. Igitur, vt prius, erit ex æqualitate, vt ſinus anguli recti BAD, ad ſinum anguli DAC, ita ſinus complementi anguli B, ad ſinum complementi anguli C. Quod eſt propoſitum.* c 25. huius. d 42. huius

SIT deinde rectus angulus DAC. [e] *Ergo quadrantes ſunt AC, DC; ac propterea AD, arcus anguli C.* [f] *Et quia eſt, vt ſinus anguli BAD, (qui in prima figura minor eſt recto, in ſecunda autem maior) ad ſinum totum, ita ſinus complementi anguli B, ad ſinum complementi arcus AD. Item, vt ſinus totus ad ſinum anguli recti DAC, ita ſinus complementi arcus AD, ad ſinum complementi anguli C; cum vtrobique ſit proportio æqualitatis. Eſt enim idem complementum arcus AD, & anguli C; cum AD, ſit arcus anguli C: Erit ex æqualitate, vt prius, vt ſinus anguli BAD, ad ſinum anguli recti DAC, ita ſinus complementi anguli B, ad ſinum complementi anguli C. Quod eſt propoſitum.* e 25. huius. f 42. huius.

SCIENDVM porro hic eſt, quando neuter angulorum B, C; Item neuter angulorum BAD, DAC, ad A, factorum rectus eſt, vt in demonſtratione propoſitionis ponitur; nullum arcum in triangulis ABD, ACD, eſſe quadrantem. Nam ſi vnus eſſet quadrans, cum angulus D, ſit rectus, eſſent ſaltem duo quadrantes, ex Coroll. propoſ. 38. huius: [g] *ac proinde ſaltem duo anguli forent recti. Quod non ponitur. Pari ratione quando alter angulorum ad A, rectus eſt, nullus arcus in triangulo, cuius angulus A, recto minor eſt, quadrans eſt, vt in demonſtratione ſcholij ſumitur. Neuter enim tunc angulorum B, C, rectus eſſe poteſt: quia cum anguli ad A, ſint inæquales, propoſitio locum non haberet, vt hoc ſcholio oſtenſum eſt.* g 25. huius.

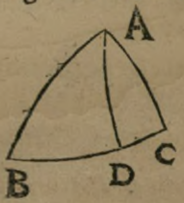
PROBL. 3. PROP. 62.

DATIS omnibus angulis trianguli ſpærici non rectanguli, omnes tres arcus efficere notos.

IN triangulo ſphærico non rectangulo ABC, dati ſint omnes anguli A, B, C: ſintque primum omnes tres anguli inæquales. Oportet ex his tres eius arcus perſcrutari. Quoniam nullus angulus ponitur rectus, erunt ſaltem duo vel acuti, vel obtuſi: ſint B, C, vel ambo acuti, vel obtuſi, quicquid ſit de reliquo A, à quo ad arcum BC, ar- *Quando omnes tres anguli ſunt inæquales.*

a 57. huius. BC, arcus perpendicularis ducatur, [a] qui necessario cadet intra triangulum. [b] Et quia est, vt sinus anguli B AD, ad sinum anguli DAC, ita sinus complementi anguli B, ad sinum complementi anguli C: proportio autem hæc posterior data est in sinubus complementorum angulorum B, C, datorum; erit quoque proportio sinus anguli BAD, ad sinum anguli DAC, data, nempe in sinubus complementorum angulorum B, C: Sed & aggregatum eorundem duorum angulorum BAD, DAC, datum est, & minus semicirculo, nempe totus angulus BAC, qui duobus rectis minor est. [c] Sigillatim igitur vterque angulorum BAD, DAC, cognitus erit. Quoniam ergo in triangulo ABD, cuius angulus D, rectus, dati sunt duo anguli non recti B, & BAD; [d] dabitur quoque arcus AB, recto angulo oppositus. Hinc, quia in eodem triangulo ABD, angulum habente rectum D. cognitus est arcus AB, recto angulo oppositus, & insuper angulus non rectus BAD:

b 61. huius.



c 6 triang. rectilinei.

d Schol. 50. huius.

VEL certe, quoniam dati sunt duo anguli non recti B, & BAD;

e Schol. 41. huius. e Schol. 42. vel 52. hu. f Schol. 50. huius. g Schol. 41. huius. g Schol. 42. vel 52. hu. h 25. hui.

[e] notus quoque fiet, ex scholiis in margine citatis, arcus BD, circa angulum rectum angulo BAD, oppositus. Eadem ratione, quia in triangulo ACD, cuius angulus D, rectus, dati sunt duo anguli non recti C, & CAD; [f] dabitur quoque arcus AC, angulo recto oppositus. Hinc, quoniam in eodem triangulo ACD, habente rectum angulum D, cognitus iam est arcus AC, recto angulo oppositus, cum angulo non recto CAD:

AVT certe, quia dati sunt duo anguli non recti C, & CAD;

[g] cognoscetur etiam, ex eisdem scholiis in margine adductis, arcus CD, circa angulum rectum angulo CAD, oppositus. Atque ita iam duo arcus AB, AC, cogniti sunt: Aggregatum vero duorum arcuum BD, CD, inuentorum tertium arcum BC, notum etiam efficiet.

QVOD si quando alter angulorum ad A, nempe BAD, inuentus fuerit rectus, cum & D, rectus sit, [h] erit vterque arcus AB, BD, quadrans: atque ita sine vlla molestia inuenti erunt dicti arcus. Pari ratione, si angulus CAD, deprehensus fuerit rectus, non autem BAD, (fieri enim non potest, vt vterq; angulus ad A, rectus sit, cum angulus BAD, duobus rectis sit minor.) erunt arcus AC, CD, quadrantes; atque adeo noti, sine alio labore.

Praxis. quando omnes tres dati anguli inæquales sunt.

Propositio 6. triang. rectilinea intelligenda etiam est de angulis sphæricis.

PRAXIS huius problematis, cum ex propos. 6. triangul. rectilinei & ex scholiis in margine scriptis petenda sit, non est, quod hic pluribus explicetur. Nam si statuantur duo sinus complementorum angulorum B, C, acutorum, vel obtusorum, pro terminis proportionis sinus anguli BAD, ad sinum anguli CAD, inueniemus vtrumq; angulum BAD, CAD, per primam, vel secundam praxim propos. 6. triangulorum rectilineorum, quod hæ expeditiores sint, quam tertia. Nam licet propositio illa 6. de arcubus, & angulis rectilineis tantum proposita sit, intelligenda tamen etiam est de angulis sphæricis, cum illorum sinus à sinubus arcuum eorundem angulorum non discrepent. Inuento autem vtroque angulo BAD, CAD, adhibenda erit praxis problematis scholij propos. 50. huius, vt tam arcus AB, recto angulo D, in triangulo ABD, oppositus, quam arcus AC, angulo recto D, in triangulo ACD, oppositus inueniatur. Postremo adducenda est praxis problematis 2. scholii propos. 41. vel problematis 1. scholii propos. 42. vel certe praxis scholii propos. 52. ad eruendum tam arcum BD, angulo non recto BAD, in triangulo ABD, oppositum, quam arcum CD, angulo non recto CAD, oppositum in triangulo ACD.

Praxis per solos sinus, quando omnes tres anguli dati sunt inæquales.

QVOD si in hoc problemate enodando solis sinubus vti libeat, inueniendus erit vterque angulus BAD, CAD, per praxim tertiam propos. 6. triangul. rectilin. non autem per primam, vel secundam. Deinde ex praxi problematis 1. scholij propos. 42. huius, eliciendus tam arcus BD, angulo non recto BAD, oppositus in triangulo ABD, quam arcus CD, angulo non recto CAD, in triangulo ACD, oppositus. Ad extremum, per praxim problematis 3. scholii proposit. 41. inuestigandus tam arcus AB, quam arcus AC, recto angulo D, quilibet in suo triangulo oppositus: quia præter inuentum arcum BD, & oppositum angulum BAD; necnon præter arcum inuentum CD, & angulum CAD, oppositum, constat etiam species tam anguli B, quam anguli C, cum vterq; datus sit.

Quando omnes tres anguli dati vel duo saltem, sunt æquales.

i 9. huius. k 57. huius. l 21. huius.

LONGE facilius fit hoc problema, quando omnes tres anguli dati, vel duo saltem sunt æquales. [i] Nam si sint duo v. g. anguli B, C, æquales, quicquid sit de reliquo A; erunt & arcus AB, AC, æquales. Et quoniam triangulum ABC, ponitur non rectangulum, erit vterq; angulorum æqualium B, C, vel acutus, vel obtusus [k] Quare arcus perpendicularis AD, ex tertio angulo A, ad arcum BC, demissus intra triangulum cadet. Quia ergo triangula ABD, ACD, angulos ad D, rectos habent, & angulos B, C, non rectos, æquales; necnon & arcus AB, AC, rectis angulis oppositos, æquales, vt ostendimus; [l] erũt & arcus BD, CD, & anguli BAD, CAD, æquales; ac proinde vterque angulus BAD, CAD, cum dimidium sit dati anguli BAC, notus erit. Post hæc, quoniam in triangulo ABD, rectum habente angulum D, datus est vterque angulus non rectus B, & BAD; [m] dabitur quoque arcus AB, recto angulo oppositus; propterea que & illi æqualis AC, notus erit. Atque ita iam duo arcus AB, AC, noti facti sunt. Rursus quia in eodem triangulo ABD, dati sunt duo anguli non recti B, & BAD:

m Schol. 50 huius.

VEL,

Vel quoniam datus est arcus AB, angulo recto oppositus,
&angulus non rectus B:
VEL denique, quia datus est arcus AB, recto angulo oppositus, cum angulo non recto BAD;

[n] cognitus etiam erit arcus BD, circa angulum rectum: qui duplicatus totum tertium arcum BC, notum exhibebit. Omnes ergo tres arcus, qui quæruntur, noti effecti sunt. n Schol. 42. vel 52. hui. n Schol. 45 huius.

NON est obscura praxis huius rei. Pendet enim ex scholiis in margine citatis. At si solis sinubus quis vti velit, inquirendus erit per problema 1. scholii propos. 42. arcus BD, in triangulo ABD, in quo datus est angulus B, & angulus BAD, nempe dimidium anguli dati BAC: qui arcus BD, duplicatus dabit totum arcum BC. Deinde per proble. 3. scholii prop. 41. in eodē triangulo, in quo repertus est arcus BD, & angulus oppositus BAD, constatq; species alterius anguli non recti B, dati, eliciendus erit arcus AB, angulo recto oppositus: quo inuento, inuentus quoque erit ei æqualis AC. n Schol. 41. huius. *Praxis per solos sinus, quando omnes tres anguli dati, vel duo saltem sunt æquales.*

DATIS igitur omnibus angulis trianguli sphærici non rectanguli, omnes tres arcus effecimus notos. Quod faciendum erat.

SCHOLIVM.

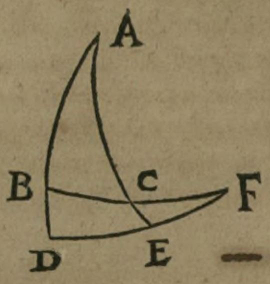
DIFFERT ergo, vt vides, sphæricum triangulum non rectangulum à rectilineo non rectangulo; quod in sphærico ex solis angulis datis inueniuntur omnes arcus, vt in hoc problemate ostensum est; in rectilineo vero ex datis solis angulis latera cognosci nequeunt, nisi vnum saltem latus etiam detur. Cuius rei causa hæc est, quod duo triangula rectilinea, similia quæuis latera vnius laterib. alterius valde sint inæqualia, singula singulis, angulos tamen habeat angulis æquales, singulos singulis; ita vt dari possint duo triangula rectilinea inter se quidem æquiangula, non tamen æquilatera: [o] *At vero duo triangula sphærica inter se æquiangula esse non possunt, quin etiam æquilatera existant. Ex quo fit, in sphærico triangulo ex datis angulis dari etiam arcus, cum angulis determinati respondeant arcus; in rectilineo vero ex datis angulis latera dari non posse, cum angulis determinata latera non respondeant, sed possint eisdem maiora, vel minora latera subtendi.* o 19. huius.

PROBL. 4. PROP. 63.

DATIS omnibus arcubus trianguli sphærici non rectanguli, omnes tres eius angulos inuestigare.

IN triangulo sphærico non rectangulo ABC, dati sint omnes tres arcus. Oportet ex ipsis omnes tres angulos reperire. Sit primo loco quærendus angulus A: Neque enim semper omnibus angulis indigemus; sed sæpenumero vnus, aut alter ex datis arcubus inquirendus est. Aut igitur duo arcus AB, AC, angulum A, qui quæritur, complectentes, sunt inæquales, aut æquales: Si inæquales, aut ambo sunt quadrante minores; aut maiores; aut vnus maior, & alter minor; aut vnus quadrans, & alter quadrante minor; aut denique vnus quadrans, & alter maior quadrante. Neque enim ambo esse posse quadrantes, [a] quia duo anguli ipsis oppositi essent recti. Quod esset absurdum, cum triangulum ponatur non rectangulum. Sint primum duo arcus AB, AC, inæquales, & quadrante minores, quicquid sit de arcu BC. Productis arcubus AB, AC, vt fiant quadrantes AD, AE, describatur per D, E, arcus circuli maximi DE, occurrens arcui BC, in vtramuis partem producto in F: Hortarer autem, vt produceretur versus maiorem arcum, qui hic sit AC. Erunt autem anguli D, E, recti, ob quadrantes AD, AE. Quoniam igitur duo maximi circuli BF, DF, se intersecant in F, & à punctis B, C, arcus BF, ad arcum DF, demissi sunt perpendiculares arcus BD, CE; [b] erit, vt sinus arcus BF, ad sinum arcus BD, ita sinus arcus CF, ad sinum arcus CE: Et permutando, vt sinus arcus BF, ad sinum arcus CF, ita sinus arcus BD, ad sinum arcus CE. Est autem proportio sinus arcus BD, ad sinum arcus CE, data quod arcus BD, CE, dati sint, vtpote complementa datorum arcuum AB, AC. Igitur proportio sinus arcus BF, ad sinum arcus CF, data quoque erit, nempe in sinubus complementorum arcuum datorum AB, AC: Sed & eorundem arcuum BF, CF, [c] quorum singuli semicirculo minores sunt, differentia data est, nempe arcus BC. [d] Vterque ergo arcus BF, CF, notus reddetur. Itaq; quoniam in triangulo BFD, habente angulum D, rectum, datus est arcus BF, recto angulo oppositus cum arcu BD, complemento videlicet arcus AB, dati; [e] cognitus erit & tertius arcus DF. Eadem ratione, cum in triangulo CFE, angulum habente rectum E, datus sit arcus CF, angulo recto oppositus, cum arcu CE, complemento nimirum arcus dati AC; [f] cognoscetur etiam tertius arcus EF: qui subtractus ex inuento arcu DF, notum reddet arcum reliquum DE, anguli A; ac proinde angulus A, cognitus erit. Rursus in triangulo priore BFD, cuius angulus D, rectus, cum datus sit arcus BF, recto angulo oppositus, cum arcu BD, complemento videlicet arcus dati AB:

a 25. huius. *Quando duo arcus angulum primo loco inueniendū comprehendentes sunt inæquales.* b 40. huius



c 2. huius. d triang. rectilinea. e Schol. 53. vel 43. huius. f Schol. 53. vel 43. hu.

VEL cum duo arcus BD, DF, circa angulum rectum dati sint:
AVT denique, cum datus sit arcus BF, recto angulo oppositus, & arcus DF;

 inuenietur

f Schol. 51. vel 45. hu. f Schol. 44. vel 48. hu. f Schol. 55. vel 41. hu.

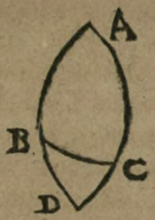
f inuenietur quoque, ex ſcholiis in margine citatis, angulus DBF: ideoque & reliquus duorum rectorũ ABC, notus erit. Eadem ratione, cum in poſteriore triangulo CFE, angulum E, habente rectum, datus ſit arcus CF, angulo recto oppoſitus, cum arcu CE, complemento nimirum arcus dati AC:

VEL, cum duo arcus CE, EF, circa rectum angulum dati ſint:

AVT denique, cum datus ſit arcus CF, recto angulo oppoſitus, & inſuper arcus EF;

g Schol. 41. vel 45. hu. g Schol. 44 vel 48. hu. g Schol. 55. vel 41. hu. h 6. huius. i 11. 1. The.

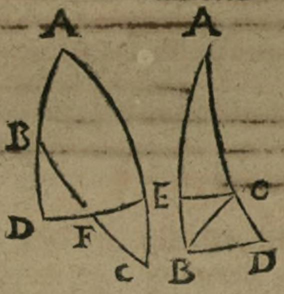
g cognoſcetur etiam, ex ſcholiis in margine poſitis, angulus ECF: ideoque & angulus ACB, h qui ei ad verticem æqualis eſt, notus erit. Tres ergo anguli trianguli ABC, omnes noti facti ſunt.



SINT deinde duo arcus inæquales AB, AC, maiores quadrante. Producantur, donec coeant in D. Erunt in triangulo DBC, duo arcus DB, DC, quadrante minores, atque adeo noti, cum reliqui ſint ex arcubus ABD, ACD, i qui ſemicirculi ſunt. Igitur, vt proxime demonſtrauimus, omnes eius tres anguli noti fient, ac proinde & reliqui duorum rectorum ABC, ACB, necnon & angulus A, k cum angulo D, ſit æqualis

k 13. huius. l 25. huius. m 40. hui. n 2. huius.

SIT tertio arcus quidem AB, quadrante minor, at AC, maior. Producto arcu AB, vt fiat quadrans AD, & reſecto quadrante AE, ex AC, vt in prima harum figurarum, ducatur per D, E, arcus circuli maximi DE, ſecans arcum BC, in F. l Eruntque anguli D, E, recti, ob quadrãtes AD, AE. Quia ergo duo maximi circuli BC, DE, ſecãt ſeſe in F, & à pũctis B, C, arcus BC, ad arcum DE, ducti ſunt arcus perpẽdiculares BD, CE; m erit, vt ſinus arcus BF, ad ſinũ arcus BD, ita ſinus arcus CF, ad ſinũ arcus CE: Et permutando, vt ſinus arcus BF, ad ſinũ arc. CF, ita ſinus arcus BD, ad ſinum arcus CE. Eſt autẽ proportio ſinus arcus BD, ad ſinum arcus CE, cognita, quod arcus BD, CE, dati ſint, cum ſint complementa datorum arcuum AB, AC. Igitur & proportio ſinus arcus BF, ad ſinum arcus CF, cognita erit, vtpote in ſinubus complementorum arcuum AB, AC, datorum: Sed & eorundem arcuũ BF, CF, aggregatum datum eſt, (nimirum totus arcus BC.) & minus ſemicirculo; n quod latus quolibet trianguli ſphærici ſemicirculo ſit minus. o Igitur vterque arcus BF, CF, cognitus erit. Quoniam ergo in triangulo BFD, cuius angulus D, rectus, datus eſt arcus BF, angulo recto oppoſitus, cum arcu



o 6 triang. rectilinea. p Schol. 53. vel 43. hu.

BD, qui complementum eſt arcus AB, dati, p notus erit quoque tertius arcus DF. Simili modo, quia in triangulo CFE, rectũ habente angulum E, datus eſt arcus CF, angulo recto oppoſitus, & arcus CE, complementum ſcilicet arcus AC; q reperietur quoque tertius arcus EF: qui additus arcui DF, inuento, notum efficiet totum arcum DE, anguli A; propterea que angulus A, notus erit. Rurſus in triangulo priori BFD, cuius angulus D, rectus, quoniam datus eſt arcus BF, recto angulo oppoſitus, & arcus BD, complementum nimirum dati arcus AB:

AVT quia duo arcus BD, DF, circa rectum angulum dati ſunt:

VEL certe, quia datus eſt arcus BF, recto angulo oppoſitus, cum arcu DF;

q Schol. 53. vel 43. hu.

r notus efficietur quoque angulus DBF, ex ſcholiis in margine adductis; atque adeo & reliquus duorum rectorum ABC, notus erit. Pari ratione, cum in poſteriori triangulo CFE, cuius angulus E, rectus, datus ſit arcus CF, recto angulo oppoſitus, cum arcu CE, complemento videlicet arcus AC, dati;

VEL cum duo arcus CE, EF, circa angulum rectum dati ſint:

VEL certe, cum datus, ſit arcus CF, recto angulo oppoſitus, cum arcu EF;

r Schol. 51. vel 45. hu. r Schol. 44. vel 48. hu. r Schol. 55. vel 41. hu. s Schol. 51. vel 45. hu. s Schol. 44 vel 48. hu. s Schol. 55. vel 41. hu. t 25. huius. u Schol. 53. vel 43. hu.

s dabitur etiam angulus C, per ſcholia in margine deſcripta. Atque ita omnes tres anguli A B C, noti facti ſunt.

SIT quarto arcus AB, quadrans, & AC, minor, vt in poſteriore proximarum figurarum. Producto arcu AC, vt fiat quadrans AD, ducatur per B, D, arcus circuli maximi BD. t Eruntque anguli A B D, & D, recti, ob quadrantes A B, A D. Et quoniam in triangulo B C D, cuius angulus D, rectus, datus eſt arcus B C, angulo recto oppoſitus, & inſuper arcus C D, quippe qui complementum ſit dati arcus AC, u dabitur quoque arcus tertius BD, anguli A, ideoque angulus A, notus erit. Deinde quia in eodem triangulo BCD, habente angulum rectum D, datus eſt arcus BC, recto angulo oppoſitus, cum arcu CD, complemento ſcilicet arcus dati AC:

VEL, quia duo arcus BD, CD, circa angulum rectum dati ſunt:

VEL certe, quoniam datus eſt arcus BC, recto angulo oppoſitus, cum arcu BD;

x Schol. 51. vel 45. hu. x Schol. 44. vel 48. hu. x Schol. 55. vel 41. hu.

x inuenietur etiam ex ſcholiis notatis in margine, angulus B C D: ac proinde & duorum rectorum reliquus A C B, notus erit. Poſtremo, cum in eodem proximo triangulo B C D, angulum rectum habente D, datus ſit arcus BC, angulo recto oppoſitus, & præterea arcus C D, complementum videlicet dati arcus AC:

AVT.

AVT cum dati sint duo arcus BD, CD, circa angulum rectum:

VEL cum datus sit arcus BC, recto angulo oppositus, cum arcu BD;

AVT cum datus sit angulus BCD, cum arcu CD, vel BD; Nam quando datur arcus BD, constat de altero arcu CD, circa rectum angulum, cum datus sit, an sit maior quadrante, vel minor: d Scho. 44. vel 48. hu.

VEL denique, quia datus est arcus BC, recto angulo oppositus, cum angulo BCD; d Schol. 51. vel 45. hui.

d notus fiet quoq; ex scholijs in margine citatis, angulus CBD; atque adeo & eius complementum, angulus scilicet ABC, cognoscetur. Omnes ergo tres anguli trianguli ABC, cogniti sunt. d Schol. 47. huius.

SIT quinto, & vltimo arcus AC, quadrans, & AB, maior, vt in eadem posteriore proximarum figurarum. Abscisso quadrante AE, ex AB, ducatur per C, E, arcus circuli maximi CE, [e] Eruntq; anguli ACE, & E, recti, ob quadrantes AC, AE. Quia ergo in triangulo ACE, angulum rectum habente E, datus est arcus BC, recto angulo oppositus, & praeterea arcus BE, nempe complementum dati arcus AB, [f] dabitur quoque tertius arcus CE, anguli A; proindeque & angulus A, cognitus fiet. Rursus, cum in eodem triangulo BCE, cuius angulus E, rectus, datus sit arcus BC, recto angulo oppositus, cum arcu BE, complemento nimirum dati arcus AB: d Scho. 47. huius. e 25. huius f Schol. 53. vel 43. hu.

AVT cum dati sint duo arcus BE, CE, circa angulum rectum. g Schol. 51. vel 45. hu.

VEL denique, cum datus sit arcus BC, angulo recto oppositus, cum arcu CE; g Scho. 44. vel 48. hu.

g dabitur etiam angulus CBE, ex scholiis in margine adductis. Denique quia in triangulo eodem BCE, angulum rectum habente E, datus est arcus BC, angulo recto oppositus, & arcus etiam BE, cum sit complementum arcus AB, dati: g Schol. 55. vel 41. hu.

VEL, quia duo arcus BE, CE, circa angulum rectum dati sunt:

AVT, quoniam notus est arcus BC, recto angulo oppositus, & arcus CE: h Schol. 55. vel 41. hui.

VEL, quia datus est angulus CBE, & arcus BE, vel CE; Nam quando datur arcus CE, constat etiam, an alter arcus BE, circa angulum rectum datus, maior sit quadrante, vel minor: h Scho. 44. vel 48. hu. h Schol. 51. vel 45. hu.

AVT denique, quia notus est arcus BC, angulo recto oppositus, cum angulo CBE; h Schol. 42. huius.

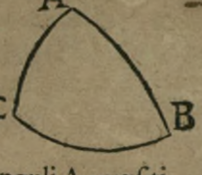
h notus quoque fiet, ex scholiis, in margine citatis angulus BCE; atque idcirco, addito recto angulo ACE, totus angulus ACB, datus erit. Rursus ergo omnes tres anguli trianguli ABC, inuenti sunt. h Scho. 47. huius.

PRAXIS huius problematis petenda est ex scholiis in margine citatis. Solum, vt cognoscantur arcus BF, CF, in primo casu, & tertio, statuendi erunt sinus complementorum arcuum datorum AB, AC, pro terminis proportionis sinus arcus BF, ad sinum arcus CF, & in primo quidem casu adhibenda vel prima praxis propos. 7. triangulorum rectilineorum, vel aliqua ex alijs eiusdem propos. prout res exiget; in tertio vero casu adducenda erit prima, vel secunda praxis propositio n. 6. triangulorum rectilineorum, &c. *Praxis, quādo duo arcus quæsitum angulum cōtinētes sunt inæquales.*

QVOD si solis vti libeat sinubus, inuestigandi erunt arcus BF, CF, in primo casu, per secundam praxim propos. 7. triang. rectil. In tertio vero per praxim tertiam propos. 6. Deinde in triangulo BFD, per praxim scholij 1. propos. 43. eruendus arcus DF: Et eodem modo in triangulo CFE, arcus EF; vt reliquus arcus DE, in primo casu, vel totus arcus DE, in tertio casu habeatur, qui quidem est arcus anguli A. Post hæc per praxim problematis 1. scholij propos. 41. inueniendus in triangulo BFD, angulus DBF: ex quo reliquus duorum rectorum ABC, notus fiet. Atque eodem pacto in triangulo CFE, eliciendus angulus ECF, ex quo in primo casu angulus quoque ACB, ad verticem cognitus erit. *Praxis, per solos sinus, quando arcus duo angulum quæsitum ambientes sunt inæquales.*

AT vero in quarto casu ex praxi scholij 1. propos. 43. inueniendus est arcus BD, anguli A, in triangulo BCD: Et eodem modo in quinto casu arcus CE, anguli eiusdem A, in triangulo BCE. Deinde in quarto casu, per praxim problematis 1. scholij propos. 41. in triangulo BCD, indagandus angulus BCD; ex quo reliquus duorum rectorum ACB, notus fiet: Atque eadem ratione in quinto casu, angulus EBC, in triangulo BCE, inueniendus. Ad extremum in quarto casu, per praxim problematis 2. propos. 42. in triangulo BCD, exquirendus angulus CBD; ex quo & ABC, reliquus recti ABD, notus erit: Et similiter in quinto casu, eliciendus angulus BCE; qui additus recto angulo ACE, totum angulum ACB, notum exhibebit.

ALITER, & multo breuius. Sint rursum dati tres arcus trianguli ABC, arcusque AB, AC, angulum A, inquirendum continentes, inæquales. [i] Quoniā igitur est, vt sinus totus ad quātitatem quartam proportionalem sinui toti, & duobus sinubus arcuum AB, AC, inæqualium, ita sinus versus anguli A, ad differentiam inter sinum versum arcus BC, angulo A, oppositi, & sinum versum arcus, quo se mutuo excedunt arcus inæquales AB, AC: Et conuertendo, vt dicta quantitas quarta proportionalis ad sinum totum, ita differentia inter sinum versum arcus BC, & sinum versum arcus, quo inter se arcus inæquales AB, AC, differunt, ad sinum versum anguli A, quæsiti. *Alia demonstratio breuior, & per solos sinus.* i Schol. 2. 38. huius.



Praxis, breuior, & per solos sinus, quando duo arcus dati quæsitum angulum comprehẽdentes sunt inæquales.

SI fiat, vt sinus totus ad sinum vtriuslibet arcuum inæqualium quæsitum angulum comprehendentium, ita sinus alterius arcus circa eundem angulum ad aliud, inuenietur numerus quartus proportionalis sinui toti, & duobus sinubus dictorum duorum arcuum. Si ergo rursum fiat, vt numerus quartus proportionalis proxime inuentus ad sinum totum, ita differentia inter sinum versum arcus quæsito angulo oppositi, & sinum versum arcus, quo duo arcus quæsitum angulum ambientes inter se differunt, ad aliud, producetur sinus versus anguli, qui quæritur: Ex quo arcum anguli quæsiti, atque adeo ipsum angulum, elicies, vt in explicatione, atque vsu tabulæ Sinuum docuimus.

Inuentio differentiæ inter sinũ versum arcus anguloquæsito oppositi & sinum versũ differentiæ arcuũ eundem angulum ambientum.

CAETERVM differentia inter sinum versum arcus quæsito angulo oppositi, & sinum versum differentiæ arcuum eundem angulum continentium, ita facile reperietur. Quando arcus angulo quæsito oppositus quadrante minor est, detrahendus erit sinus eius complementi ex sinu complementi differentiæ arcuum quæsitum angulum ambientium. Reliqua enim erit differentia, quæ inquiritur. Id quod liquido constat ex figuris casuum 1. 4. 7. 10. & 13. propos. 58. Quando vero arcus quæsito angulo oppositus quadrans est, dabit sinus complementi differentiæ arcuum angulum quæsitum comprehendentium differentiam inter dictos sinus versos quæsitam: vt manifestum ex figuris casuum 2. 5. 8. 11. & 14. eiusdem propos. 58. Quando denique arcus quæsito angulo oppositus quadrante maior est; adijciendus erit sinus eius complementi ad sinum complementi differentiæ arcuum quæsitum angulum continentium. Compositus namque numerus erit differentia quæsita: vt facile apparere potest ex figuris casuum 3. 6. 9. 12. & 15. eiusdem propos. 58.

EODEM modo inuestigabimus angulos B, C, si arcus illos continentes fuerint inæquales.

PORRO, inuento vno angulo, nullo fere negotio reliqui duo inuenirentur, si constaret, qualis quisque eorum sit, acutusne, an obtusus. Nam inuento v. g. angulo A, si esset inueniendus angulus B, sumeremus pro eius sinu numerum, qui quartus proportionalis est sinui arcus BC, inuento angulo A, oppositi; sinui anguli inuenti A; & sinui arcus AC, quæsito angulo B, oppositi: Si autem quærendus esset angulus C, acciperemus pro eius sinu numerum, qui quartus proportionalis est sinui arcus BC, inuento angulo A, oppositi; sinui anguli inuenti A, & sinui arcus AB, angulo quæsito C, oppositi: [a] propterea quod est, vt sinus arcus BC, ad sinum anguli A, ita tam sinus arcus AC, ad sinum anguli B, quam sinus arcus AB, ad sinum anguli C. Quocirca si constaret, qualis sit tam angulus B, quam angulus C, illico ex sinu illo quarto proportionali angulum quæsitum in tabula sinuum reperiremus.

a 41. huius.

Quando omnes tres arcus, vel duo tãtum angulum primo loco inuestigãdum continentes sunt æquales.

IAM vero si omnes tres arcus dati, vel duo tantum AB, AC, angulum A, cõplectentes, æquales sint, quicquid sit de reliquo arcu BC, longe facilius angulum A, & reliquos duos B, C, inquiremus. Quoniam duo arcus AB, AC, æquales sunt, erunt & duo anguli B, C, æquales inter se, [b] propterea quod Isoscelium triangulorum sphæricorum, qui ad basin sunt, anguli inter se sunt æquales. Cum ergo triangulum ABC, ponatur nõ rectangulum, neuter angulorum B, C, rectus erit, ac proinde neuter arcuum AB, AC, quadrans: [c] quia alias duo anguli B, C, essent recti. Erit igitur vterque angulus B, C, vel acutus, vel obtusus. [d] Demissus ergo ex A, ad arcum BC, arcus perpendicularis AD, intra triangulum cadet. Duo ergo triangula ABD, ACD, angulos ad D, rectos habent, & angulos B, C, non rectos æquales, necnon & arcus AB, AC, rectis oppositos angulis æquales. [e] Quare & arcus BD, CD, & anguli ad A, inter se æquales erunt. Itaque quoniam in triangulo ABD, cuius angulus D, rectus est, arcus AB, recto angulo oppositus datus est, & præterea arcus BD, quippe qui dimidium sit dati arcus BC; [f] dabitur quoque angulus BAD, arcui BD, circa angulum rectum dato oppositus: qui duplicatus totum angulum quæsitum BAC, notum efficiet; cum anguli ad A, ostensi sint æquales. Rursus, quia in eodem triangulo ABD, angulum rectum habente D, arcus AB, angulo recto oppositus datus est, cum arcu BD, nempe cum dimidio dati arcus BC;

b 8. huius.
c 35. huius
d 37. huius.
e 21. huius.
f Schol. 55. vel 41. huius.

Vel, quia datus est angulus non rectus BAD, cum arcu opposito BD, circa angulum rectum; constatque præterea species reliqui anguli non recti B. Nam si AB, quadrante minor sit, [g] erit angulus B, acutus, quemadmodum & BAD, acutus est; Si vero AB, sit maior quadrante, erit idem angulus B, obtusus, cum BAD, acutus sit:

g Schol. 51. vel 45. hui.
g Schol. 52. vel 56. hui.
g 38. huius.

VEL certe, quoniam datus est arcus AB, recto angulo oppositus, cum angulo non recto BAD;

h Scho. 47. huius.

[h] datus quoque erit angulus B; ac proinde & reliquus angulus C, ipsi B, æqualis notus erit. Atque ita omnes tres anguli in triangulo ABC, inuenti sunt.

Praxis, quãdo duo arcus quæsitum angulum ambientes sunt æquales.

QVANDO ergo duo arcus sunt æquales, adhibenda erit praxis scholij propos. 55. vel problematis 1. propos. 41. vt ex altero arcuum æqualium, & ex dimidio tertij arcus eliciatur angulus, qui duplicatus angulum tertio arcui oppositum exhibeat. Deinde adhibenda praxis scholij propos. 51. vel 45. vt ex eisdem arcubus inueniatur alter angulorum æqualium supra tertium arcum, vel aduocanda praxis problematis 2. scholij propos. 42. vel propos. 56. aut certe praxis scholij propos. 47.

Praxis per solos sinus, quãdo duo arcus datũ quæsitum angulum continẽtes sunt æquales.

PER solos sinus ita rem peragemus. Ex praxi problematis 1. propos. 41. inueniemus angulum BAD, qui duplicatus totum BAC, dabit. Deinde per praxim problematis 2. scholij propos. 42. reperiemus angulum B, qui ipsi C, æqualis est.

SCHOLIVM.

IOANNES Regiom. & Nicolaus Copernicus alio etiam modo, datis omnibus arcubus trianguli sphærici, omnes tres angulos

gulos inquirunt, inuestigantes nimirum angulum qnendam rectilineum in centro sphæræ, cuius arcus angulum sphæricum quæsitum exhibet notum. Sed eam rationem, quamuis acutam, & subtilem, quoniam obscurior est, & longior, dedita opera hic omisimus: præsertim, cum eam quilibet apud Regiom. propos. 34. lib. 4. triangulorum, & apud Copernicum lib. 1. Reuolutionum propos. 13. de triangulis sphæricis, legere possit.

MALVIMVS in secunda demonstratione huius problematis vsurpare theorema scholij 2. prop. 58. quã cum Ioan. Regiom. theorema eiusdem propos. 58. vt laboris difficultatem effugeremus. [a] *Nam cum sit, vt rectangulum sub sinubus arcuum inæqualium angulum quæsitum ambientium ad quadratum sinus totius, ita differentia inter sinum versum arcus eidem angulo oppositi, & sinum versum differentiæ arcuum illorum inæqualium, ad sinum versum anguli quæsiti: si vellemus hoc theoremate propos. 58. vti, obtineret rectangulum illud primum aureæ regulæ locum. Quare laboriosa redderetur diuisio, vt patet. Facilior autem fit diuisio secundum theorema scholij 2. eiusdem propos. 58. cum primum locum aureæ regulæ quantitas quarta proportionalis occupet, quæ multo minor est illo rectangulo, facileque inuenitur per abiectionem solam tot figurarum ad dexteram ex eo rectangulo, quot cifræ in sinu toto continentur; propterea quod dictum rectangulum per sinum totum sit diuidendum, vt illa quantitas quarta proportionalis producatur.*

a 58. huius. & permutando.

PROBL. 5. PROPOS. 64.

DATIS duobus arcubus trianguli sphærici non rectanguli, cum angulo ab ipsis comprehenso; reliquum arcum, cum reliquis angulis reperire.

IN sphærico triangulo ABC, non rectangulo dati sint duo arcus AB, BC, cum angulo B. Oportet ex his & reliquum arcum AC, & reliquos angulos BAC, & ACB, exquirere. Sint primum dati arcus inæquales, & ex termino vnius eorum, nempe ex termino A, arcus AB, ad alterum arcum BC, demittatur arcus perpendicularis AD: qui an intra triangulum, an vero extra cadat, calculus, & operatio docebit. Quoniam enim in triangulo ABD, cuius angulus D, rectus, datus est arcus AB, recto angulo oppositus, cum angulo B; [b] dabitur quoque arcus perpendicularis AD, dato angulo B, oppositus. Rursus, quia in eodem triangulo datus est arcus AB, recto angulo oppositus, cum angulo B:

Quando duo arcus dati inæquales sunt & neucer quadrans.

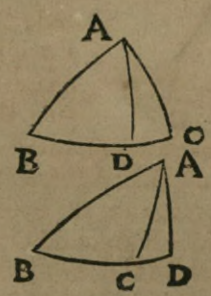
b Schol. 41. huius.

VEL, quia cognitus est arcus AD, & præterea angulus B, datus: constatque species alterius arcus BD, circa angulum rectum. Nam quando arcus AB, est minor quadrante, si quidem & inuentus AD, sit minor, [c] erit & BD, minor; Si vtro AD, sit quadrante maior, erit & BD, maior: At si AB, est maior quadrante, si quidem & inuentus AD, sit maior, erit BD, minor; si autem AD, sit minor, erit BD, maior:

c 36. huius

VEL denique, quia datus est arcus AB, recto angulo oppositus, & arcus AD, circa rectum angulum:

[d] inuenietur quoque, ex scholiis in margine adductis, arcus BD. Si igitur arcus hic BD, inuentus fuerit minor dato arcu BC, argumento est, arcum perpendicularem AD, intra triangulum cecidisse; extra vero, si maior. Et quoniam ad vtramque partem arcus AB, duci potest arcus perpendicularis ad BC, nos quando is extra triangulum cadit, cum in hac, & sequentibus propositionibus eligimus, qui angulum ABC, subtendit. Iam ablato arcu inuento BD, si minor est, quam datus arcus BC, ex arcu BC; vel si maior est, sublato arcu dato BC, ex inuento arcu BD, notus fiet reliquus arcus CD. Quare cum in triangulo ADC, angulum habente rectum D, arcus duo AD, CD, circa rectum angulum cogniti sint; dabitur quoque arcus AC, recto angulo oppositus, qui in triangulo ABC, quærebatur.



d Schol. 45. huius.
d Scho. 49. vel 44. hu.
d Schol. 53. vel 43. hu.

POST hæc, quoniam in triangulo ABD, rectum habente angulum D, datus est arcus AB, recto angulo oppositus, cum angulo B:

VEL, quia notus est arcus AD, circa angulum rectum, cum angulo B, non recto; constatq; præterea de reliquo arcu BD, circa rectum angulum inuento, an maior sit quadrante, minorve.

AVT quia datus est arcus AB, recto angulo oppositus, & insuper arcus AD, circa rectum angulum:

VEL denique, quia datus est arcus AB, oppositus angulo recto, & præterea arcus BD, circa rectum angulum;

[e] cognitus quoque erit, per scholia in margine notata, angulus BAD. Sic quoque, quia in triangulo ACD, rectum, habente angulum D, datus est arcus AC, recto angulo oppositus, cum arcu AD, circa rectum angulum.

VEL certe, quia datur arcus AC, recto angulo oppositus, & præterea arcus CD, circa angulum rectum;

e Schol. 1. 43. huus.
e Schol. 47. huius.
e Schol. 56. vel 42. hu.
e Schol. 51. vel 45. hu.
e Schol. 55. vel 41. hu.

[f] notus efficietur etiam, per scholia in margine apposita, angulus CAD. Additus autem angulus CAD, proxime inuentus angulo BAD, nuper etiam inuento, quando arcus AD, intra triangulum cadit; vel quando cadit extra, ablatus angulus CAD, ex angulo BAD, notum efficiet angulum BAC, qui in triangulo ABC, quærebatur.

f Schol. 51 vel 4
f Sc

AD, extremum, cum in triangulo ACD, rectum habente angulum D, datus sit arcus AC, angulo re[...] oppositus, & angulus CAD, iam inuentus:

Vel cum sit cognitus arcus CD, circa angulum rectum, ac præterea angulus CAD; constetque de reliquo arcu AD, circa rectum angulum noto iam facto, an minor quadrante sit, an maior:

g Schol. 56. vel 42. hu. g Schol. 51. vel 45. hui. g Schol. 55. vel 41. hui.

AVT, cum datus sit arcus AC, angulo recto opposi-tus, cum arcu CD, circa angulum rectum:

VEL denique, quoniam notus est arcus AC, recto an-gulo oppositus, vna cum arcu AD, circa angulum rectum; [g] cognitus quoque fiet, per scholia in margine adducta, angulus ACD; qui quidem in priori triangulo, vbi ar-cus AD, intra triangulum cadit, quærebatur: in posteriori autem, vbi arcus AD, extra triangulum cadit, idem angulus ACD, ex duobus rectis ablatus, notum relinquit quæsitum angulum ACB. Atq; ita inuentus est & ar-cus reliquus AC, & reliqui anguli BAC, ACB.

h 35. huius. NVLLA porro ratione alteruter arcuum AD, BD, esse potest quadrans:[h] quia alias & arcus AB, recto an-gulo oppositus quadrans foret: quod est contra hypothesim.

i 35. huius. k 34. huius. QVOD si quando arcus CD, deprehensus fuerit quadrans; [i] erit & arcus AC, quæsitus, & recto angulo oppositus, quadrans; & angulus CAD, rectus. Atque ita sine vllo labore inuentus erit & arcus AC, qui quæritur, [k] & angulus CAD. Reliqua reperientur, vt prius.

Praxis per solos sinus, quando duo dati arcus sunt inæquales, & neuter quadrans.

PRAXIS ad enodandum hoc problema petenda est ex scholiis in margine citatis.

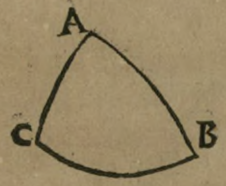
VERVM per solos sinus ita progrediendum erit. Ex praxi problematis 2. scholij propos. 41. inqui-rendus erit arcus AD.

DEINDE ex praxi scholij 1. propos. 43. arcus BD; ex quo arcus CD, notus efficietur, auferendo in-uentum arcum BD, ex dato arcu BC, vel datum arcum BC, ex ipso inuento arcu BD, prout minor inuen-tus fuerit, quam datus arcus BC, aut maior.

AD hæc, in triangulo BAD, explorandus erit angulus BAD, per praxim problematis 1. propos. 41. vel per praxim problematis 2. scholij propos. 42. Similiter in triangulo ACD, eliciendus angulus CAD, ex praxi problematis 1. scholij propos. 41. Ex duobus autem angulis BAD, CAD, inuentis notus euadet angulus BAC, trianguli propositi; addendo scilicet vnum alteri, vt in priori triangulo, vel auferendo angulum CAD, ex angulo BAD, vt in triangulo posteriori.

PER praxim deniq; problematis 1 scholij propos. 41. vel problematis 2. scholij propos. 42. in trian-gulo ACD, eodem indagandus angulus ACD. Hic enim in priori triangulo proposito est quæsitus, in po-steriori vero reliquus duorum rectorum est is, qui quæritur.

Alia demonstratio breuior. l Schol. 58. huius.



ALITER, & quidem magis expedite. Sint rursus in triangulo ABC, dati duo arcus inæquales AB, AC, cum angulo A.[l] Quoniam igitur est, vt sinus to-tus ad quantitatem quartam proportionalem sinui toti; & duobus sinubus arcuum inæqualium AB, AC, ita sinus versus anguli A, ad differentiam inter sinum versum arcus BC, angulo A, oppositi, & sinum versum differentiæ ar-cuum AB, AC:

Praxis breuior, per solos sinus quando dati duo arcus sunt inæquales, & neuter quadrans. m Schol. 1. 58. huius.

SI fiat, vt sinus totus ad sinum vtriuslibet arcuum inæqualium datorum, ita sinus alterius arcus dati ad aliud, producetur numerus quartus proportionalis sinui toti, & duobus sinubus dictorum duo-rum arcuum. Si ergo rursus fiat, vt sinus totus ad numerum quartum proportionalem proxime inuen-tum, ita sinus versus anguli A, dati ad aliud, reperietur differentia inter sinum versum tertij arcus, qui quæritur, & sinum versum differentiæ arcuum datorum inæqualium: m *Et quia supra monstrauimus, sinum versum tertij arcus maiorem semper esse sinu verso differentiæ duorum arcuum inæqualium; si differentia nuper inuenta adijciatur ad sinum versum differentiæ datorum arcuum inæqualium, com-ponetur sinus versus tertij arcus dato angulo oppositi, qui quæritur, ex quo arcum ipsum eliciemus, vt in explicatione, atque vsu tabulæ sinuum dictum est. Angulum porro C, inueniemus ex cognitis arcubus AC, CB; & angulum B, ex notis arcubus AB, BC, vt in praxi secundæ demonstrationis præcedentis pro-pos. præcepimus, si duo arcus angulum quemlibet quæsitum continentes fuerint inæquales. Nam si ali-quando æquales sint, adhibenda erit praxis postremæ demonstrationis eiusdem propositionis anteceden-tis. Quod si sciremus, an anguli B C, sint acuti, vel obtusi, facili negotio, inuento arcu BC, ipsos inuenire-mus, vt ad finem secundæ demonstrationis antecedentis propos. monuimus.*

Quando alter arcuum datorũ inæqualiũ est quadrans. n 36. huius [...] huius. [...]us

QVOD si alter inæqualium arcuum datorum sit quadrans, nempe AB, ducemus ab eius extremo A, ad alterum arcum BC, arcum perpendicularem AD. n *Eritque alter saltē arcuum AD, BD, quadrans quoque. Non potest autem AD, esse quadrans; quia alias, cum & AB, quadrans ponatur,* o *essent anguli B, D, recti, atque adeo triangulum ABC, esset rectangulum, quod non ponitur. Erit ergo BD, quadrans,* p *ideoque angulus oppositus BAD, rectus.* q *Polus quoque arcus AD, erit B, ob quadrantes AB, BD: pro-ptereaque arcus AD, ex angulo ipso B, dato cognitus erit. Atque ita duo arcus AD, BD, cum angulo BAD, facti erunt noti sine vllo negotio multiplicationis. Reliqua inuenientur, vt prius.*

SED sint iam dati arcus AB, AC, datum angulum A, comprehendentes, æquales. Erunt igitur duo anguli [...]uales, nempe vel acuti, vel obtusi, & neuter arcuum AB, AC, quadrans; arcusque perpendicularis AD, ex [...], demissus intra triangulum cadet, necnon & arcus BD, CD, & anguli ad A, æquales erunt, vt in vltima figura

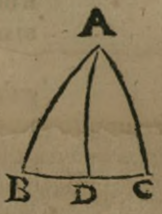


figura præcedentis propos. ostendimus: ac proinde vterque angulus ad A, datus erit, cum dimidium sit anguli BAC, dati. Quoniam ergo in triangulo ABD, angulum habente rectum D, datus est arcus AB, recto angulo oppositus, cum angulo BAD, nimirum cum dimidio dati anguli BAC; [a] cognitus erit arcus BD, dato angulo BAD, oppositus: qui duplicatus totum arcum BC, quæsitum reddet notum. Rursus quia in eodem triangulo ABD, rectum habente angulum D; datus est arcus AB, angulo recto oppositus, cum arcu BD, circa angulum rectum. a Schol. 41. huius.

VEL, quia datus est arcus AB, recto angulo oppositus, & præterea angulus non rectus BAD.

VEL denique, quia datus est arcus BD, circa rectum angulum, vna cum angulo non recto BAD, qui dato arcui BD, opponitur, constatque præterea species reliqui anguli non recti B. Nam si AB, fuerit quadrante minor, [b] erit angulus B, acutus, sicut & BAD, acutus est: Si vero AB, maior quadrante extiterit, erit angulus B, obtusus, quandoquidem BAD, acutus est; b Schol. 51. vel 45. hui. b Scho. 47. huius. b Schol. 56. vel 42. hu.

[c] notus erit quoque, ex scholiis in margine adductis, angulus B; ideoque & angulus C, illi æqualis. c 38. huius.

PRAXIS petatur ex scholijs in margine adductis. *Praxis.*

SOLIS sinubus ita vtemur. Per praxim problematis 2. scholij propos. 41. exquiremus arcum BD; qui duplicatus totum BC, qui quæritur, dabit. Deinde ex praxi problematis 2. scholij propos. 42. quæremus angulum B; cui æqualis est alter angulus C. *Praxis per solos sinus, quando dati duo arcus sunt æquales.*

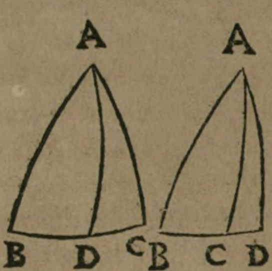
DATIS igitur duobus arcubus trianguli sphærici non rectanguli, cum angulo ab ipsis comprehenso; reliquum arcum, cum reliquis angulis reperimus. Quod faciendum erat.

S C H O L I V M.

HIC quoque potius vti voluimus theoremate scholij 2. propos. 58. in demonstratione secunda huius problematis, quam theoremate eiusdem propos. 58. vt praxis minus fieret laboriosa. [d] Nam cum sit, vt quadratum sinus totius ad rectangulum sub sinubus datorum arcuum inæqualium contentum, ita sinus versus anguli dati à dictis arcubus comprehensi ad differentiam inter sinum versum arcus dato angulo oppositi, & sinum versum differentiæ duorum arcuum datorum inæqualium: si vellemus vti hoc theoremate propos. 58. molesta redderetur multiplicatio in aurea regula, cum sinus versus dati anguli multiplicandus esset per dictum rectangulum. At in nostra praxi multo breuior fit multiplicatio, vt patet, quamuis bis regulam auream adhibeamus. d 58. huius.

PROBL. 6. PROPOS. 65.

DATIS duobus angulis trianguli sphærici non rectanguli, vna cum arcu ipsis adiacente; reliquos arcus, cum reliquo angulo scrutari.



IN triangulo sphærico ABC, non rectangulo dati sint duo anguli B, & BAC, cum arcu adiacente AB. Oportet ex his reliquos arcus AC, BC, cum reliquo angulo C, scrutari. Sit primum datus arcus AB, non quadrans, sed vel maior, vel minor quadrante, & dati anguli B, BAC, inæquales, à quorum vno, nempe à BAC, ad arcum oppositum BC, arcus perpendicularis demittatur AD: qui an intra triangulum, an vero extra cadat, calculus, atque operatio indicabit. Nam cum in triangulo ABD, rectum habente angulum D, datus sit arcus AB, angulo recto oppositus, & angulus B; [a] dabitur etiam angulus BAD: qui si minor repertus fuerit dato angulo BAC, cadet arcus AD, intra triangulum; extra vero, si maior. Iam ablato angulo BAD, inuento, si minor est dato angulo BAC, ex angulo BAC, vel si maior est, subducto angulo dato BAC, ex inuento angulo BAD, notus euadet reliquus angulus CAD. *Quando duo anguli dati sunt inæquales, & arcus adiacēs datus maior aut minor quadrāte.* a Scho. 47. huius.

NVNQVAM vero inuentus angulus BAD, esse potest rectus: [b] quia duo arcus AB, BD, essent quadrantes, ob angulos rectos BAD, ADB; cum tamen AB, ponatur esse non quadrans: sed CAD, poterit aliquando esse rectus. b 25. huius.

RVRSVS, quia in eodem triangulo ABD, rectum habente angulum D, datus est arcus AB, angulo recto oppositus, & angulus non rectus B:

VEL, quia notus est vterq; angulus non rectus B, & BAD:

AVT denique, quoniam datus est arcus AB, recto angulo oppositus, vna cum angulo non recto BAD;

[c] cognoscetur quoque, per scholia adducta in margine, arcus AD. Eodemque pacto, quia in eodem triangulo BAD, cuius angulus D, rectus, datus est arcus AB, recto angulo oppositus, vna cum angulo BAD: c Schol. 41. huius. c Schol. 52. vel 42. hu. c Schol. 45. huius.

VEL, quia cognitus est vterque angulus non rectus B, & BAD:

VEL, quoniam notus est arcus AB, angulo recto oppositus, vna cum angulo non recto B:

AVT, quia datus est arcus AB, angulo recto oppositus, & præterea arcus AD, circa rectum angulum:

VEL, quoniam notus est arcus AD, circa angulum rectum, vna cum angulo non recto B, ei opposito: constatque præterea, an alter arcus BD, circa rectum angulum sit maior, minorue quadrante. Nam

si inuensi inuentus angulus BAD, est acutus, erit arcus BD, quadrante minor maior autem, si obtusus.

d Schol. 41. huius. d Schol. 52. vel 42. hu. d Schol. 45. huius d Schol. 53. vel 43. hu. d Scho. 49. vel 44. hu. d Schol. 44. huius. e Schol. 46. vel 45. hui. f Schol. 41. huius. f Schol 43. vel 53. hui. f Schol. 44. huius.

VEL denique, quoniam notus est arcus AD, circa rectum angulum, & præterea angulus non rectus BAD, ei adiacens;

[d] cognoscetur quoque, ex scholiis in margine citatis, arcus BD. Præterea, quia in triangulo ACD, habente rectum angulum D, cognitus est arcus AD, circa angulum rectum, vna cum angulo non recto CAD, ei adiacente [e] Inuenietur quoque arcus AC, recto angulo oppositus. Atque ita iam vnus reliquorum arcuum repertus est AC.

POST hæc, quoniam in eodem triangulo ACD, cuius angulus D, rectus, datus est arcus AC, recto angulo oppositus, vna cum angulo non recto CAD:

VEL, quia datus est arcus AC, recto angulo oppositus, & præterea arcus AD, circa eundem angulum rectum:

VEL denique, quia datus est arcus AD, circa angulum rectum, vna cum angulo non recto CAD, ei adiacente:

[f] notus quoque fiet, ex scholiis in margine descriptis, arcus CD, qui adiectus arcui inuento BD, quando perpendicularis arcus AD, intra triangulum cadit; vel, quando extra cadit, sublatus ex arcu inuento BD, notum exhibebit arcum BC, qui est alter reliquorum arcuum, qui quæruntur.

AD extremum in eodem triangulo ACD, quoniam datus est arcus AC, recto angulo oppositus, cum arcu AD, circa rectum angulum:

VEL, quia datus est arcus AD, circa angulum rectum, & angulus non rectus CAD, ei adiacens:

VEL, quia datus est arcus AD, circa angulum rectum, & angulus non rectus ACD, ei oppositus; constatque præterea, an reliquus arcus CD, circa rectum angulum inuentus sit maior quadrante, aut minor:

AVT, quia datus est vterque arcus AD, CD, circa angulum rectum:

g Schol. 41. vel 55. hui. g Schol. 42. huius. g Schol. 56. vel 42. hu. g Schol. 48. vel 44. hu. g Schol. 45. vel 51. hui. g Scho. 47. huius.

AVT, quia datus est arcus AC, angulo recto oppositus, & insuper arcus CD, circa rectum angulum:

AVT denique, quoniam datus est arcus AC, recto angulo oppositus, cum angulo non recto CAD;

[g] notus quoque fiet, ex scholiis in margine nominatis, angulus ACD, qui in priori triangulo est is, qui quæritur in posteriori vero subductus ex duobus rectis reliquum facit quæsitum angulum ACB. Atque ita iam omnia, quæ proposita sunt, inuenimus.

DE praxi nihil noui præcipimus, sed recurrendum erit ad praxes scholiorum, quæ in margine citata sunt.

Praxis per solos sinus, quando dati duo anguli inæquales sunt & arcus datus illis adiacens non est quadrans.

PER solos autem sinus ita propositum exequemur. Per praxim problematis 2. scholij propos. 41. in triangulo ABD, rectangulo inuestigabimus arcum AD: Et per praxim problematis scholij 1. propos. 43. arcum BD. Deinde per praxim problematis 1. scholij propos. 41. angulum BAD: quem, si minor est dato angulo BAC, auferemus ex angulo BAC, dato; vel, si maior est, ab eo datum angulum BAC, detrahemus, vt notus fiat angulus CAD.

HINC per praxim problematis 2. scholij propos. 42. eliciemus in triangulo rectangulo ACD, angulum ACD: qui erit quæsitus ACB, in triangulo ABC, si inuentus angulus BAD, fuerit minor angulo dato BAC: Si autem maior, idem angulus ACD, ex duobus rectis demptus reliquum faciet angulum quæsitum ACB.

IAM vero per praxim problematis 3. scholij propos. 41. inueniemus in triangulo eodem ACD, arcum AC, recto angulo oppositum. Datur enim arcus AD, circa angulum rectum, & angulus non rectus ACD, constatque præterea, qualis sit alter angulus non rectus CAD, iamdudum inuentus: qui quidem arcus AC, est vnus reliquorum, qui in triangulo ABC, quæruntur.

PER praxim tandem problematis 2. scholij propos. 41. reperietur arcus CD: Vel per praxim problematis 1. scholij propos. 42. vel certe per praxim problematis scholij 1. propos. 43. eundem arcum CD, cognoscemus: qui additus inuento arcui BD, quando angulus BAD, inuentus minor fuerit dato angulo BAC; vel, quando maior fuerit, ab eodem arcu BD, subtractus, notum efficiet arcum BC, qui est alter eorum in triangulo ABC, qui inuestigari debent.

h 25. huius.

QVOD si quando angulus inuentus CAD, fuerit rectus, cum & ADC, rectus sit, [h] erunt AC, CD, quadrantes; & AD, arcus anguli C; ac proinde angulus C, ex arcu inuento AD, cognitus erit. Reliquus autem arcus BC, cognoscetur ex quadrante CD, & arcu BD, inuento, vt prius.

Quando duo anguli sunt inæquales, & arcus adiacens datus quadrans. i 36. huius k 25. huius. l 34. huius. m 26. hui.

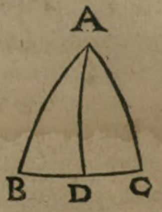
IAM vero si datus arcus AB, sit quadrans, existentibus adhuc angulis B, & BAC, inæqualibus erit angulus BAD, rectus, & arcus etiam BD, quadrans. Nam cum in triangulo rectangulo ABD, arcus AB, angulo recto oppositus ponatur quadrans, [i] erit saltem alter reliquorum arcuum quadrans. Non potest autem AD, esse quadrans: [k] quia duo anguli B, D, essent recti, ob quadrantes AB, AD, cum tamen triangulum ABC, ponatur non rectangulum. Igitur BD, quadrans erit; [l] ac propterea oppositus angulus BAD, rectus. [m] Polus quoque arcus AD, erit B, ob quadrantes BA, BD; ac proinde AD, arcus erit dati anguli B, ideoque datus. Inuentis autem arcubus AD, BD, & angulo recto BAD, sine vllo labore, cum in eis inuestigandis nullo problemate ex præcedentibus egeamus, reliqua inueniemus, vt prius.

SINT

Quando duo anguli dati ſunt æquales,

f 9. huius.

SINT deinde in triangulo ABC, dati duo anguli B, & C, æquales, cum arcu BC, illis adiacente, ſiue quadrans is ſit, ſiue quadrante maior, aut minor. [f] Erunt arcus AB, AC, æquales; ideoque arcus perpendicularis AD, ad datum arcum BC, ex oppoſito angulo A, demiſſus intra triangulum cadet, ſecabitque & arcum datum BC, & angulum BAC, oppoſitum bifariam, vt in poſteriori caſu propoſ. 62. monſtrauimus. Quoniam ergo in triangulo ABD, rectum habente angulum D, datus eſt arcus BD, circa rectum angulum, quippe qui dimidium ſit dati arcus BC, & inſuper angulus B, ei adiacens, [g] dabitur & arcus AB, recto angulo oppoſitus, ideoque & AC, illi æqualis datus erit. Atque ita duo arcus reliqui iam noti facti ſunt. Rurſus quia in eodem triangulo datus eſt, per inuentionem, arcus AB, recto angulo oppoſitus, cum arcu BD, circa rectum angulum:



g Schol 45. vel 46. hui.

g Schol. 41. vel 55. hui.

g Scho. 42. huius.

g Scho. 47. huius.

VEL, quia datus eſt arcus BD, circa angulum rectum, vna cum angulo non recto B, ei adiacente:

VEL certe, quia datus eſt arcus AB, angulo recto oppoſitus, cum angulo non recto B;

[h] reperietur, per ſcholia in margine adducta, angulus quoque BAD: qui duplicatus totum angulum BAC, quæſitum efficiet cognitum.

Praxis per ſolos ſinus, quando duo anguli dati ſunt æquales.

SED per ſolos ſinus ita praxis ſe habet. Per praxim problematis 2. ſcholij propoſ. 42. ex arcu BD, circa angulum rectum dato, & ex angulo B, ei adiacente dato, inueniemus angulum BAD, qui duplicatus totum angulum quæſitum BAC, dabit. Deinde per praxim problematis 3. ſcholij propoſ. 41. ex arcu BD, circa rectum angulum, & angulo BAD, oppoſito iam inuento, eruemus arcum AB, recto angulo oppoſitum, ideoque & arcum AC, illi æqualem. Nam præter data conſtat etiam ſpecies reliqui anguli B, dati non recti.

DATIS igitur duobus angulis trianguli ſphærici non rectanguli, vna cum arcu ipſis adiacente; reliquos arcus, cum reliquo angulo ſcrutati ſumus. Quod faciendum erat.

SCHOLIVM

IN triangulis rectilineis non rectangulis problema huic ſimile propoſitum non fuit: propterea quod datis duobus angulis, [i] *datur & tertius: qui nimirum relinquitur, ſi duo illi ex duobus rectis tollantur. Quare cum vnum etiam latus detur, duo reliqua latera per propoſ. 10. triang. rectil. efficientur nota.*

i 32. huius.

PROBL. 7. PROPOS 66.

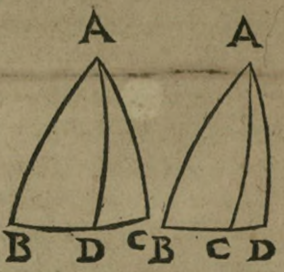
DATIS duobus angulis trianguli ſphærici non rectanguli, cum arcu, qui alteri illorum opponitur; reliquos arcus, cum reliquo angulo indagare. Oportet autem conſtare, num arcus alteri angulo dato oppoſitus maior ſit quadrante, an minor, aut certe quadrans.

Quando duo anguli dati inæquales ſunt & arcus datus qui vni eorum opponitur, non quadrans.

a 57. huius.

b Scho. 41. huius.

IN triangulo ABC, non rectangulo dati ſint duo anguli B, C, cum arcu AB, qui angulo C, opponitur, conſtetque, an arcus AC, maior quadrante ſit, minorve, an quadrans. Oportet ex his & reliquos arcus AC, BC, & reliquum angulum BAC, inuenire. Sint primum dati duo anguli B, C, inæquales, & datus arcus AB, non quadrans. Ducatur ex angulo A, ad arcum BC, datis angulis adiacentem arcus perpendicularis AD: [a] qui intra triangulum cadet, ſi vterque angulorum B, C, datorum fuerit acutus vel obtuſus; extra vero, ſi vnus fuerit acutus, & obtuſus alter. Quia ergo in triangulo ABD, rectum habente angulũ D, datus eſt arcus AB, angulo recto oppoſitus, cum angulo nõ recto B; [b] notus fiet arcus AD, circa angulum rectum dato angulo B, oppoſitus. Hinc in eodem triangulo ABD, quoniam datus eſt arcus AB, recto angulo oppoſitus, cum arcu AD, circa angulum rectum:



c Scho. 43. vel 53. hui.

c Schol. 45. huius.

c Schol. 49. vel 44 hu.

d 36. huius

VEL, quia datus eſt arcus AB, angulo recto oppoſitus, & præterea angulus B. non rectus:

VEL denique, quoniam datus eſt arcus AD, circa rectum angulum, cum angulo B, non recto ei oppoſito; conſtatque præterea ſpecies arcus BD. Nam ſi AB, datus fuerit minor quadrante, ſi quidem & AD, inuentus ſit minor, [c] erit quoque BD, minor; ſi autem maior, maior. Si vero AB, datus fuerit quadrante maior; ſi quidem & AD, inuentus ſit maior, erit BD, minor; ſi vero AD, ſit minor, erit BD, maior;

[d] reperietur quoque, ex ſcholiis in margine citatis, alter arcus BD, circa angulum rectum. Hinc rurſus in eodem triangulo ABD, quoniam datus eſt arcus AB, recto angulo oppoſitus, & præterea arcus BD, circa angulum rectum:

AVT, quia datus eſt vterque arcus AD, BD, circa angulum rectum

VEL, quia datus eſt arcus AB, recto angulo oppoſitus, cum arcu AD, circa angulum rectum:

VEL, quia datus eſt arcus AD, circa rectum angulum, & inſuper angulus non rectus B, ei oppoſitus; conſtatque præterea ſpecies anguli BAD. Nam ſi BD, arcus inuentus ſit quadrante maior, [f] erit angulus BAD, obtuſus; ſi vero minor, acutus.

f 34. huius

V VEL

VEL denique, quia datus est arcus AD, angulo recto oppositus, cum angulo non recto B;

e Schol. 41. vel 55. hui. [e] notus fiet quoque angulus non rectus BAD, ex scholiis in margine appositis.

e Scho. 44. vel 48. hu. e Schol. 45. vel 51. hui. e Schol. 56. vel 42. hu. e Scho. 47. huius. g Scho. 41. vel. 54. hu.

DEINDE in triangulo ACD, rectum habente angulum D, quoniam datus est arcus AD, circa rectum angulum, cum angulo C, opposito; (Nam quando perpendicularis arcus AD, extra triangulum cadit, dabitur angulus ACD, si datus angulus ACB, ex duobus rectis subducatur) poniturque præterea constare species arcus AC, qui in proposito triangulo ABC, alteri dato angulo B, opponitur, in hoc vero triangulo ACD, recto angulo D, oppositus est,[g] notus quoque euadet arcus AC; qui vnus est reliquorum arcuum, qui inuestigandi proponuntur in triangulo ABC. Hinc quia in eodem triangulo ACD, datus est arcus AC, recto angulo oppositus, & arcus AD, circa rectum angulum.

VEL, quia datus est arcus AC, angulo recto oppositus, cum angulo non recto C:

VEL denique, quoniam datus est arcus AD, circa angulum rectum, cum angulo C, ei opposito, constatque præterea species arcus CD. Nam si arcus AC, recto angulo oppositus, inuentus fuerit minor quadrante, [h] erit vterque arcus AD, CD, vel minor etiam, vel maior; atque ita ex cognito arcu AD, sciemus an CD, minor sit, vel maior quadrante: Si vero inuentus arcus AC, fuerit quadrante maior, & AD, minor, erit CD, maior; at si AD, maior fuerit, erit CD, minor;

h 36. huius. i Scho. 43. vel 53. hui. i Schol. 45. huius. i Schol. 49. vel 44. hu.

[i] cognoscetur etiam, per scholia in margine posita, arcus CD: qui additus arcui iamdudum inuento BD, si perpendicularis arcus AD, intra triangulum cadit; vel, si extra, ablatus ex arcu BD, inuento, notum efficiet arcum BC, quæsitum. Atque ita iam reliqui duo arcus AC, BC, inuenti erunt.

POSTREMO, quia in eodem proximo triangulo ACD, datus est arcus AC, angulo recto oppositus cum arcu CD, circa rectum angulum:

VEL, quoniam datus est arcus CD, circa rectum angulum, & præterea angulus non rectus C:

l 36 huius.

VEL quia datus est arcus AD, circa angulum rectum, vna cum angulo non recto C, opposito; constatque præterea species alterius anguli CAD. Nam si arcus inuentus CD, minor est quadrante, [l] erit angulus CAD, acutus; obtusus vero, si CD, quadrante maior est:

k Scho. 41. vel. 55. hui. k Scho. 42. huius. k Scho. 42. vel 56. hui. k Scho. 44. vel 48 hu. k Schol. 45. vel 51. hui. k Schol. 47. huius.

VEL, quia datus est vterque arcus AD, CD, circa angulum rectum.

VEL, quoniam datus est arcus AC, recto angulo oppositus, & arcus AD, circa rectum angulum;

VEL denique, quia datus est arcus AC, angulo recto oppositus, vna cum angulo C, non recto;

[k] fiet quoque notus angulus CAD, ex scholiis in margine adductis. Hic autem angulus CAD, additus angulo BAD, iam antea inuento, si arcus perpendicularis AD, intra triangulum cadit; vel si extra, ablatus ex inuento angulo BAD, cognitum exhibebit angulum BAC, quæsitum.

m 35. huius

CÆTERVM nullo modo alteruter arcuum AD, BD, quadrans esse potest in hoc casu: quia si alter illorum esset quadrans, [m] esset quoque arcus AB, angulo recto oppositus, quadrans, quod est contra hypothesim.

Praxis, per solos sinus, quando dati anguli inæquales sunt, & datus arcus, qui vno eorum opponitur, non quadrans.

PRAXIS huius problematis pendet ex scholiis in margine notatis.

SOLIS autem sinubus ita rem perficiemus. Per praxim problematis 2. scholij propos. 41. inueniemus arcum AD: Et per praxim problematis scholij 1. propos. 43. arcum BD: Et per praxim problematis 1. scholij propos. 41. angulum BAD.

DEINDE per praxim problematis 3. scholij propos. 41. cognoscemus arcum AC, cum constet ex hypothesi eius species. Hinc per praxim problematis scholij 1. propos. 43. arcus CD, notus fiet; ex quo, si addatur arcui inuento BD, vel ab eodem subtrahatur, prout perpendicularis arcus AD, intra, vel extra triangulum ceciderit, cognitus fiet arcus BC.

AD extremum, per praxim problematis 1. scholij propos. 41. eruemus angulum CAD; qui additus angulo inuento BAD, vel ab eo subtractus, prout arcus perpendicularis AD, intra triangulum ceciderit, vel extra, notum faciet angulum BAC.

n 36. huius. o 34. huius. *Quando duo anguli dati inæquales sunt & datus arcus vni eorum oppositus, quadrans.*

QVOD si quando arcus AC, alteri angulo B, dato oppositus, sit quadrans, quod euenire potest, non existente quadrante AB; [n] erit alter saltem reliquorum quoque arcuum AD, CD, in triangulo ACD, quadrans. Cum ergo AD, esse non possit quadrans, erit CD, quadrans; [o] ac proinde angulus ei oppositus CAD, rectus. Itaque tunc inuentus erit & arcus CD, & angulus CAD, sine vllo alio labore: ex quibus & arcus BC, & angulus BAC, deprehendentur, vt dictum est.

p 36 huius. q 5. huius. r 54. huius. s 26 huius. t 25. huius.

SIT iam arcus datus AB, quadrans, & adhuc duo anguli dati B, C, inæquales. Erit arcus BD, quadrans etiam, & angulus BAD, rectus. Cum enim in triangulo ABD, arcus AB, angulo recto oppositus quadrans ponatur; [p] erit saltem & alter reliquorum arcuum AD, BD, quadrans. Non potest autem AD, esse quadrans: [q] quia duo anguli B, D, ob quadrantes AB, AD, recti essent, ideoque triangulum ABC, rectangulum, quod non ponitur. Erit ergo BD, quadrans, [r] ac proinde angulus oppositus BAD, rectus. [s] Erit quoque B, polus arcus AD, ob quadrantes AB, BD; propterea que datus angulus B, arcum AD, notum efficiet. Inuentis autem arcubus AD, BD, cum angulo recto BAD, sine vlla multiplicationis molestia, inuenientur reliqua, vt prius. In hoc tamen casu arcus AC, nullo pacto quadrans erit, ne duo quadrantes sint AB, AC, in triangulo ABC, ac proinde duo anguli B, C, recti. Quod est contra hypothesim, cum triangulum ponatur non rectangulum.

VERVM

VERVM ſint iam in triangulo ABC, dati duo anguli B, C, æquales. Erunt duo arcus AB, AC, æquales; atque adeo neuter eorum quadrans, ne duo anguli B, C, recti exiſtant. Demiſſus igitur arcus perpendicularis AD, ex tertio angulo A, intra triangulum cadet, diuidetque tam arcum BC, quam angulum BAC, bifariam, vt ſupra in ſecundo caſu propoſ. 62. oſtendimus. Igitur quia in triangulo ABD, rectum habente angulum D, datus eſt arcus AB, angulo recto oppoſitus, cum angulo B, [h] cognitus erit & arcus BD: qui duplicatus totum arcum BC, notum efficiet: Sed & AC, notus eſt, cum dato arcui AB, æqualis ſit. Deinde quoniam in eodem triangulo ABD, datus eſt arcus AB, angulo recto oppoſitus, cum arcu BD, circa angulum rectum proxime inuento;

Quando duo dati anguli æquales ſunt.

h *Schol. 45. huius.*

VEL, quia datus eſt arcus BD, circa angulum rectum, cum angulo non recto adiacente B:

VEL denique, quoniam datus eſt arcus AB, recto angulo oppoſitus cum angulo non recto B;

[i] dabitur quoque, per ſcholia in margine adducta, angulus BAD: qui duplicatus totum BAC, quæſitum præbebit.

i *Schol. 41. vel 55. hui.*

i *Scho. 42. huius.*

i *Scho. 47. huius.*

ITA autem ſolis ſinubus in hoc caſu vtemur. Per praxim problematis 2. ſcholij propoſ. 41. reperiemus arcum AD: Et hinc per praxim problematis ſcholij 1. propoſ. 43. arcum BD; qui duplicatus totum arcum BC, dabit notum. Deinde per praxim problematis 1. ſcholij propoſ. 41. Vel per praxim problematis 2. ſcholij propoſ. 42. inueniemus angulum BAD, ac proinde eius duplum BAC, qui quæritur. Tertius autem arcus AC, dato arcui AB, æqualis eſt, atque adeo cognitus.

Praxis per ſolos ſinus quando dati duo anguli æquales ſunt.

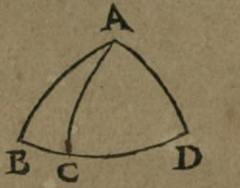
DATIS igitur duobus angulis trianguli ſphærici non rectanguli, cum vno arcu, qui alteri illorum opponitur, &c. Quod erat faciendum.

SCHOLIVM.

HVIC etiam problemati nullam propoſitionem reſpondentem attulimus in triangulis rectilineis, propter cauſam in ſcholio antecedentis propoſ. allatam.

OPORTET autem in primo caſu huiuſce problematis dari etiam neceſſario ſpeciem arcus AC, alteri angulo dato B, oppoſiti. Alioquin in triangulo ACD, ex dato arcu AD, & angulo C, oppoſito, (cum nihil certi adhuc exploratum habeamus de arcu CD, vel angulo CAD, quales nam ſint) non inueniretur arcus AD, recto angulo oppoſitus, cum is poſſit eſſe vel maior quadrante, vel minor, & nondum ex datis, vel demonſtratis conſtet, qualis futurus ſit.

Cæterum non ſatis eſſe, ſi dentur anguli duo, cum arcu vni eorum oppoſito, ad eliciendos reliquos arcus, & reliquum angulum, iampridem admonuimus in ſcholio propoſ. 22. & 23. Vbi etiam Copernicum hallucinatum ea in re eſſe lib. 1. Reuolutionum propoſ. 12. triang. ſphær. indicauimus. Quod tamen hic breuiter ita rurſum demonſtrabimus. Sint duo arcus inæquales AB, AC, angulum BAC, continentes, & ſemicirculo ſimul æquales; atque adeo vnus quadrante maior, & alter minor. Ducto autem per B, C, arcu circuli maximi BC, ducatur ad eum productum ex A, alius arcus AD, neque per polos arcus AC, neque per polos arcus BC; ita vt anguli D, & CAD, ſint non recti. Sed neque angulus ACD, rectus eſt. Nam ſi foret rectus, eſſet angulus ABC [k] cui ille æqualis eſt, rectus quoque; [l] atque ita duo arcus AB, AC, propter rectos angulos B, C, æquales eſſent, & quadrantes. Quod eſt contra hypotheſin. Triangulum ergo ACD, non rectangulum eſt; in quo licet duo anguli ACD, & D, dentur, cum arcu AD, qui angulo ACD, opponitur; non tamen inde colligemus arcum AC, alteri dato angulo D, oppoſitum, cum eidem opponatur in triangulo ABD, etiam arcus AB, ipſi AC, inæqualis; propterea quod eadem hypotheſis manet in triangulo ABD, nempe anguli dati B, D, (cum angulus B, angulo ACD, æqualis ſit, vt oſtendimus) & arcus datus AD, angulo B, oppoſitus. Neceſſe eſt ergo, vt detur ſpecies arcus angulo D, oppoſiti, vt ſciamus, num maior quadrante is ſit, an minor, hoc eſt, num arcus AB, an AC, ſumendus ſit, cum vnus eorum maior quadrante ſit, & alter minor, &c.



Error Copernici. Non ſatis eſſe, dari duos angulos cum arcu vni eorum oppoſito, ad reliqua inuenienda in triangulo non rectangulo.

k *14. huius*

l *25. huius.*

HAC in re lapſus etiam eſt Ioan. Regiom. lib. 4. triangulorum propoſ. 32. cum vult ex duobus angulis datis, cum vno latere oppoſito, reliqua inuenire, quod tamen non ſatis eſſe, hic demonſtrauimus.

Error Regiom.

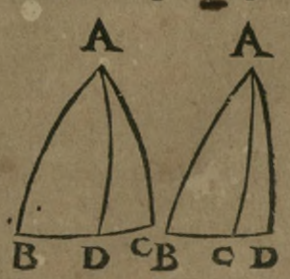
PROBL. 8. PROPOS. 67.

DATIS duobus arcubus trianguli ſphærici non rectanguli, cum angulo, qui alteri eorum opponitur; reliquos angulos, cum reliquo arcu inuenire. Oportet autem conſtare, num angulus alteri arcui dato oppoſitus acutus ſit, an obtuſus.

IN triangulo ſphærico non rectangulo ABC, dati ſint duo arcus AB, AC, cum angulo B, qui arcui AC, opponitur, conſtetque, an angulus C, acutus ſit, an obtuſus. Oportet ex his & reliquos angulos C, BAC, & reliquum arcum BC, ſcrutari. Sint primum dati duo arcus AB, AC, inæquales, & neuter eorum quadrans. Ducantur ab angulo A, tertio arcui oppoſito ad ipſum arcum tertium BC, arcus perpendicularis AD; [a] qui intra triangulum cadet, ſi vterque angulus B, C, acutus eſt, vel obtuſus; extra vero, ſi vnus acutus, & alter obtuſus fuerit: conſtat autem ex datis, an vterque angulus acutus ſit, obtuſuſve, an vnus acutus, & obtuſus alter; cum datus ſit angulus B, cum ſpecie anguli C. Itaque quoniam in triangulo ABD, rectum habente angulũ D,

Quando neuter datorum arcuum inæqualium eſt quadrans.

a *37. huius.*



b Schol. 41. huius. datus est arcus AB, angulo recto oppositus, cum angulo B; [b] datus etiam erit arcus AD, circa rectum angulum dato angulo B, oppositus. Hinc in eodem triangulo ABD, quia datus est arcus AB, recto angulo oppositus, & insuper arcus AD, circa eundem angulum rectum.

VEL, quia datus est arcus AB, recto angulo oppositus, & præterea angulus non rectus B:

VEL denique, quia datus est arcus AD, circa angulum rectum, cum angulo B, opposito; constatque species præterea arcus BD. Nam si AB, datus fuerit minor quadrante; si quidem & AD, inuentus minor sit, [c] erit quoque BD, minor; si autem maior, maior. At si AB, datus fuerit maior quadrante; si quidem & AD, inuentus maior sit, erit BD, minor; si autem AD, minor sit, erit BD maior;

c Schol. 43. vel 53. hui. c Schol. 45. huius. c Scho. 49. vel 44. hu. d 36. huius

[d] cognitus etiam erit, ex adductis scholiis in margine, alter arcus BD, circa angulum rectum. Hinc rursus in eodem triangulo ABD, quia datus est arcus AB, angulo recto oppositus, cum arcu BD, circa eundem rectum angulum:

VEL, quia datus est vterque arcus AD, BD, circa angulum rectum:

VEL, quoniam datus est arcus AB, recto angulo oppositus, cum arcu AD, circa eundem angulum rectum:

VEL, quia datus est arcus AD, circa angulum rectum, cum angulo opposito B, constatque præterea species anguli BAD. Nam si BD, arcus inuentus sit minor quadrante, [e] erit angulus BAD, acutus; obtusus vero, si maior:

VEL denique, quoniam datus est arcus AB, angulo recto oppositus, & insuper angulus non rectus B;

e Schol. 41. vel 55. hui. e Schol. 44. vel 48. hu. e Schol. 45. vel 51. hui. e Schol. 56. vel 42. hu. e 34. huius. f Schol. 47. huius. g Schol. 51. vel 45. hui.

[f] efficietur quoque notus, ex scholiis in margine positis, angulus non rectus BAD.

DEINDE, quia in triangulo ACD, rectum habente angulum D, datus est arcus AC, recto angulo oppositus, & inuentus arcus AD, circa angulum rectum, [g] cognoscetur quoq; angulus CAD, à dictis arcubus comprehensus: qui additus inuento angulo BAD, vel ab eo subtractus, prout arcus perpendicularis AD, intra triangulum cadit, aut extra, (quod quidem cognoscemus, vt ad initium diximus, ex dato angulo B, & specie data anguli C,) dabit quæsitum angulum BAC.

RVRSVS, quoniam in eodem triangulo ACD, datus est arcus AC, angulo recto oppositus, & inuentus arcus AD, circa rectum angulum:

VEL quia datus est arcus AD, circa angulum rectum, & insuper angulus non rectns CAD:

AVT denique, quoniam datus est arcus AC, angulo recto oppositus, & præterea angulus non rectus CAD:

h Schol 55. vel 41. hui. h Scho. 42. huius. h Scho. 47. huius. i 41. huius.

[h] cognitus quoque erit angulus ACD. Si igitur arcus perpendicularis AD, cadit intra triangulum, inuentus angulus erit ACB, qui quæritur; si vero cadit extra, angulus inuentus ACD, demptus ex duobus rectis, notum relinquet quæsitum angulum ACB. Qui quidem angulus ACB, ita quoque reperietur, licet arcus AD, non adesset. Quoniam est, vt sinus arcus AC, ad sinum anguli B, ita sinus arcus AB, ad sinum anguli ACB: si fiat, vt sinus dati arcus dato angulo oppositi ad sinum dati anguli, ita sinus alterius arcus dati ad aliud, producetur sinus anguli huic arcui oppositi; ac proinde angulus ipse ACB, cognitus erit, cum constet eius species. Atque ita inuenti iam sunt reliqui duo anguli BAC, ACB.

QVONIAM denique in eodem triangulo ACD, datus est arcus AC, angulo recto oppositus, cum angulo CAD, proxime inuento:

VEL, quia datus est vterque angulus non rectus ACD, CAD:

VEL, quia datus est arcus AC, recto angulo oppositus, cum arcu AD, circa angulum rectum:

VEL, quia datus est arcus AD, circa angulum rectum, cum angulo non recto CAD:

VEL, quoniam datus est arcus AD, circa rectum angulum, cum angulo opposito ACD, constatq; præterea species alterius arcus CD, circa rectum angulum. Existente enim angulo inuento CAD, acuto [k] erit arcus CD, quadrante minor; maior autem, si obtusus.

VEL denique, quia datus est arcus AC, recto angulo oppositus, cum angulo non recto ACD;

k Schol. 41. huius, k Scho. 42. vel 52. hui. k Schol. 43. vel 53. hui. k Scho. 44. huius. k Scho. 49. vel 44. hu. k 34. huius l Schol. 45. huius.

[l] reperietur quoque, per scholia in margine adducta, arcus CD, circa rectum angulum: qui vel additus arcui BD, iam dudum inuento, vel ab eo subductus, (prout nimirum arcus perpendicularis AD, intra triangulum ceciderit, vel extra) dabit arcum BC, in proposito triangulo ABC, quæsitum.

m 35. huius

PORRO nulla ratione alteruter arcuum AD, BD, in hoc casu, quadrans esse potest: [m] quia alioquin & arcus AB, recto angulo D, oppositus esset quadrans, quod est contra hypothesim. Eadem ratione neq; CD, quadrant erit, ne & arcus AC, angulo recto oppositus quadrans sit, quod esset etiam contra hypothesim.

Praxis per solos sinus quando neuter datorum arcuum inæqualium est quadrans.

PRAXIS huius problematis petatur ex scholiis in margine positis.

SED per solos sinus ita problema absoluetur. Per praxim problematis 2. scholij propos. 41. inuenietur arcus AD, in triangulo ABD: Et hinc per praxim problematis scholij propos. 43. arcus BD. Deinde per praxim problematis 2. scholij propos. 42. reperietur angulus BAD.

POST

ACD, qui est vnus quæsitorum, si constet angulum C, eiusdem esse speciei cum angulo dato B; si vero diuersæ, reliquus duorum rectorum erit angulus ACB, quæsitus, m *quia ibi arcus perpendicularis intra triangulum cadit, hic vero extra. Rursus per praxim problematis scholij propos. 43. notus efficietur arcus CD,* m 57. hui. *qui in priori triangulo additus inueto arcui BD, in posteriori vero ex eodem sublatus exhibebit reliquum arcum BC, in proposito triangulo notum. Ad extremum, per praxim problematis 1. scholij propos. 41. reperietur angulus CAD, qui additus, vel subductus ex inuento angulo BAD, tertium angulum BAC, qui quæritur, notum efficiet.*

QVOD si alter arcuum datorum inæqualium AB, AC, sit quadrans; si quidem AB, quadrans fuerit, erit quoque BD, quadrans & angulus BAD, rectus, necnon B, polus arcus AD, atque adeo angulus datus B, eundem arcum AD, notum exhibebit, vt in præcedenti prop. ostendimus, quando arcus AB, ponebatur esse quadrans. Inuentis igitur arcubus AD, BD, & angulo BAD, sine vllo negotio, reliqua inueniemus, vt prius. Si vero arcus AC, sit quadrans, erit eadem ratione CD, quadrans, & angulus CAD, rectus, nec non C, polus arcus AD; atque adeo inuentus arcus AD, angulum ACD, notum faciet: qui vnus erit ex quæsitis, quando arcus AD, cadit intra triangulum; si vero extra, reliquus duorum rectorum dabit angulum quæsitum ACB. Atque ita inuentus tunc erit, sine multiplicatione vlla, & arcus CD, & angulus CAD, necnon angulus ACD; ex quibus reperientur reliqua, vt prius. *Quando alter duorum arcuũ inæqualiũ datorum est quadrans.*

SINT iam dati duo arcus AB, AC, æquales; Erunt duo anguli B, C, æquales; & arcus perpendicularis AD, ex A, in BC, demissus intra triangulum cadet; necnon & arcus BD, CD, & anguli ad A, æquales erunt, vt in vltimo casu propos. 63. ostendimus. Cum ergo angulus B, datus sit, erit quoque C, illi æqualis, datus. Deinde quia in triangulo ABD, habente rectum angulum D, datus est arcus AB, angulo recto oppositus, cum angulo B; n dabitur quoque angulus BAD, qui duplicatus totum angulum BAC, quæsitum offeret notum. Hinc, quoniam in eodem triangulo ABD, datus est arcus AB, recto angulo oppositus, cum angulo BAD, inuento: *Quando dati duo arcus æquales sunt.* n Scho. 47. huius.

VEL, quia vterque angulus non rectus B, & BAD, datus est:

VEL denique, quia datus est arcus AB, angulo recto oppositus, cum angulo B, non recto;

o cognoscetur quoque, per scholia in margine allata, arcus BD, circa angulum rectum; atque adeo & eius duplus BC, qui inquirendus proponitur. o Schol. 41. huius. o Scho. 42, vel 52. hui. o Schol. 45. huius.

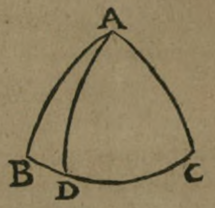
PRAXIS facile colligi potest ex scholiis in margine appositis.

SI vero solos sinus adhibere malueris; inueniendus primum erit arcus AD, per praxim problematis 2. scholij propos. 41. Atque hinc per praxim problematis scholij propos. 43. arcus BD: qui duplicatus totum quæsitum BC, dabit. Deinde per praxim problematis 1. scholij propos. 41. vel per praxim problematis 2. scholij propos. 42. reperiendus angulus BAD; ex quo eius duplus BAC, quem quærimus, notus erit: tertius autem angulus C, iam datus est, cum æqualis sit dato angulo B. *Praxis, per solos sinus, quando duo arcus dati æquales sunt.*

DATIS igitur duobus arcubus trianguli sphærici non rectanguli, cum vno angulo, qui alteri eorum opponitur, &c. Quod faciendum erat.

SCHOLIVM I.

NECESSE est autem constare in hoc problemate, num angulus C, alteri dato arcui oppositus sit acutus, obtususve, vt sciatur, num perpendicularis arcus AD, intra triangulum cadat, nec ne. Hoc enim ignorato, nesciremus, an angulus CAD, addendus sit angulo BAD, an ab eo subtrahendus, vt inueniatur angulus BAC, quæsitus: Item an arcus CD, arcui BD, sit adijciendus, an subducendus ex eo, vt arcus quæsitus BC, reperiatur. Vel denique, num angulus inuentus ACD, sit is, qui quæritur, an vero reliquus duorum rectorum, vt manifestum est.



Non esse porro satis, si duo arcus dentur, cum angulo vni eorum opposito, ad inquirendos reliquos angulos, cum reliquo arcu, iam dudum supra docuimus in scholio propos. 24. Qua in re Nicolaum Copernicum errasse lib. 1. Reuolutionum, propos. 11. triang. sphær. ibidem monuimus. Quod tamen breuiter ita hic rursus ostendemus. Sint duo arcus æquales AD, AC, angulum DAC, ambientes, & vterque quadrante minor, aut maior. Ducto autem per C, D, arcu circuli maximi CD, ducatur ad eum productum alius arcus AB, ex A, neque per polos arcus CD, neque per polos arcus AD, ita vt anguli B, & DAB, sint non recti. Sed neque angulus ADB, rectus est. Si namque vterque arcus AD, AC, minor est quadrante, erunt duo anguli C, & ADC, acuti; si vero vterque arcus AD, AC, quadrante maior est, erunt duo anguli C, & ADC, obtusi. Ex quo fit, angulum ADB, esse vel obtusum, quando nimirum ADC, acutus est; vel acutum, quando videlicet ADC, est obtusus: p *cum duo anguli ad D, duobus rectis sint æquales. Triangulum ergo ABD, non rectangulum est: in quo licet duo arcus AB, AD, dentur, cum angulo B, qui arcui AD, opponitur; non tamen inde colligere poterimus reliquum angulum alteri arcui dato AB, oppositum esse ADB; cum eidem arcui AB, opponatur quoque in triangulo ABC, angulus C, ipsi ADC, inæqualis: propterea quod in triangulo ABC, eadem hypothesis manet, nempe arcus duo dati AB, AC, (ponitur enim arcus AC, arcui AD, æqualis) & angulus datus B, arcui AC, oppositus. Oportet ergo constare, num angulus alteri arcui AB, oppositus sit acutus, aut obtusus, hoc est, an sumendus sit angulus ADB, an vero C, cum vnus obtusus sit, & alter acutus, &c.* *Error Copernici. Non satis esse, dari duos arcus cum angulo vni eorũ opposito, in triangulo non rectãgulo, vt reliqua inueniãtur, 25. huius.* p 5. huius.

SCHOLIVM II.

HACTENVS demonſtrauimus ea, quæ ad triangulorum calculum requiruntur, pluribus ſane propoſitionibus, & fortaſſe longioribus, quam in calculo, qui facilis & breuis eſſe debet, quis deſideret. Quare operæpretium me facturum arbitror, ſi Epilogi loco praxes omnium problematum, quæ in triangulis rectilineis, & ſphæricis demonſtratæ ſunt, ſeorſum hic, in vnum quaſi locum congeſtas, deſcribam; vt in promptu eas ſemper, & quaſi ad manus habeamus, quando vſurpandæ ſunt, ne fruſtra in eis è tanta propoſitionum multitudine ſeligendis tempus teramus. In margine porro propoſitiones, ac problemata, in quibus earum demonſtrationes continentur, adducemus, vt facile à quovis, cum res exiget, poßint reperiri. Itaque quod ad calculum triangulorum attinet, ſatis erit, ſi pauca hæc, quæ ſequuntur, attente, cum opus fuerit, perlegantur. In eis enim ſumma omnium, quæ de triangulis demonſtrauimus, comprehenditur. Quamuis autem in triangulis ſphæricis non rectangulis plerunque arcus, & angulos triangulorum, in quæ triangula non rectangula reſoluimus, pluribus viis inueſtigauerimus, in praxibus tamen ſequentibus, vt omnem confuſionem vitaremus, vnam tantum in quouis arcu, ſiue angulo inquirendo, quam videlicet iudicauimus eſſe commodiorem, delegimus.

SEQVVNTVR PRAXES PROBLEMATVM omnium triangulorum ex demonſtrationibus ſuperioribus excerptæ, in quibus totus fructus noſtrorum triangulorum tam rectilineorum, quam ſphæricorum conſiſtit.

TRIANGVLORVM RECTILINEORVM RECTANGVLORVM PROBLEMATA, ET PRAXES.

1. DATIS angulis omnibus cuiuſcunque trianguli; inuenire omnium laterum proportiones. *Quæritur proportiones laterũ.*

ADSCRIBANTVR ſingulis lateribus ſinus recti angulorum oppoſitorum. [a] Latera enim eas inter ſe proportiones habent, quæ inter dictos ſinus angulorum lateribus oppoſitis adſcriptos reperiuntur. Quod ſi duo tantum anguli dati ſint, inueniendus primum erit tertius angulus, per ſubtractionem duorum datorum ex duobus rectis, ac tum demum eodem modo proportiones laterum indagandæ.

a Schol. pro poſ. 1. trian gul. rectilin.

Aliter.

DVPLICETVR ſinus rectus cuiuſuis anguli acuti, [b] habebiturque latus illi angulo oppoſitum in par~~tibus ſinus totius~~, quem refert ſemidiameter circuli triangulo circumſcripti. Pro latere vero, quod recto angulo opponitur, ſi forte triangulum eſt rectangulum, ſumatur ſinus totus duplicatus. Pro latere denique, quod angulo obtuſo opponitur, ſi forte obtuſangulum eſt triangulum, accipiatur duplum ſinus recti, qui ſemiſſi aggregati ex duplis duorum angulorum acutorum debetur.

b Schol. pro poſ. 1. triangul. rectil.

2. DATO latere in triangulo rectangulo, quod recto angulo opponitur, cum vno angulorum acutorum, ac proinde & cum altero acuto: (cum ambo ſint vni recto æquales) inuenire latus circa angulum rectum vtrilibet acutorum angulorum oppoſitum. *Quæritur latus, circa angulũ rectum vtrilibet angulorum acutorum oppoſitum.*

FIAT, vt ſinus totus ad datum latus recto angulo oppoſitum, ita ſinus vtriuſuis anguli acuti dati ad aliud, [c] produceturque latus illi dato acuto angulo oppoſitum in partibus menſuræ, ſecundum quam datum eſt latus angulo recto oppoſitum.

c Propoſ. 2. triang. rectil.

3. DATO vno latere trianguli rectanguli circa rectum angulum, cum vno acutorum angulorum, atque adeo & cum altero acuto: (quod ambo vni recto ſint æquales) inuenire alia duo latera. *Quæritur latus recto angulo oppoſitum, & alterutrũ duorum circa eundem angulum rectum.*

FIAT, vt ſinus totus ad latus datum circa angulum rectum, ita tangens acuti anguli dato lateri adiacentis ad aliud, [d] inuenieturque alterum latus circa angulum rectum: Fiat item, vt ſinus totus ad latus idem circa angulum rectum datum, ita ſecans eiuſdem anguli acuti dato lateri adiacentis ad aliud, producetur; latus recto angulo oppoſitum, in partibus menſuræ, ſecundum quam latus circa angulum rectum eſt datum.

d Propoſ. 2. triang. rectil.

Aliter per ſolos ſinus.

FIAT, vt ſinus anguli acuti dato lateri oppoſiti ad latus datum circa angulum rectum, ita ſinus alterius anguli acuti ad aliud, [e] *inuenietur q; latus huic alteri acuto angulo oppoſitum circa angulum rectum: Fiat item, vt ſinus anguli acuti dato lateri oppoſiti ad datum latus circa rectum angulum, ita ſinus totus ad aliud, producetur q; latus angulo recto oppoſitum, in partibus menſuræ, ſecundum quam latus circa angulum rectum datum eſt.*

e Propoſ. 2. triang. rectil.

4. DATO latere in triangulo rectangulo, quod angulo recto opponitur, cum alterutro reliquorum duorum laterum circa angulum rectum, reperire duos angulos acutos, & alterum latus circa angulum rectum. *Quæruntur duo anguli acuti, & vnum latꝰ circa angulum rectũ.*

FIAT, vt datum latus recto angulo oppoſitum ad ſinum totum, ita datum latus circa angulum rectum ad aliud, [f] procreabiturque ſinus anguli acuti huic poſteriori lateri dato oppoſiti: Ex hoc autem angulo inuento, alter quoq; acutus notus fiet, cum ambo vni recto ſint æquales. Fiat rurſus, vt ſinus totus ad datum latus angulo recto oppoſitum, ita ſinus acuti anguli inuenti quæſito tertio lateri oppoſiti ad aliud, inuenietur q; alterum hoc latus circa angulum rectum, in partibus menſuræ, ſecundum quam duo alia latera data ſunt.

f Propoſ. 3. triang. rectil.

5. DATIS duobus lateribus circa angulum rectum, inuenire duos angulos acutos, & latus recto angulo oppoſitum. *Quæruntur duo acuti anguli, & latus recto angulo oppoſitum.*

FIAT, vt alterutrum laterum datorum ad ſinum totum, ita alterum latus datum ad aliud, [g] prodibitq; tangens anguli acuti huic poſteriori lateri oppoſiti. Ex hoc autem angulo inuento notus euadet alter acutus

g Propoſ. 3. triang. rectil.

angulus, cum ambo acuti vni recto sint æquales. Fiat rursum, vt sinus totus ad vtrumuis laterum circa angulum rectum datum, ita secans anguli acuti accepto huic lateri adiacentis ad aliud, inuenieturque latus angulo recto oppositum, in partibus, in quibus data sunt duo latera circa rectum angulum.

Aliter per solos sinus.

ADDANTVR simul quadrata duorum laterum circa angulum rectum datorum. Nam huius aggregati radix erit latus angulo recto oppositum. Fiat rursus, vt latus recto angulo oppositum, quod iam inuentum est, ad sinum totum, ita alterutrum datorum laterum circa angulum rectum ad aliud, [h] prouenietq; sinus acuti anguli assumpto lateri circa angulum rectum oppositi. Ex hoc autem angulo inuento fiet quoq; alter cognitus, cum vni recto ambo acuti sint æquales.

h *Propos. 3. triang. rectilinea.*

TRIANGVLORVM RECTILINEORVM NON RECTANGVLORVM PROBLEMATA, ET PRAXES.

Quæritur duo arcus, vel anguli, ex eorũ aggregato.

6. DATO aggregato duorum arcuum, vel angulorum, quod minus sit, quam grad. 180. vna cum proportione, quam eorum sinus habent, vtrumq; illorum exhibere notum.

FIAT, vt semissis aggregati terminorum proportionis datæ, quam sinus arcuum, vel angulorum habent, ad tangentem semissis aggregati arcuum, vel angulorum dati, (quærendo tangentem per partem proportionalem respondentem 30. secundis, si forte aggregatum arcuum, vel angulorum bifariam diuidi nequeat sine secundis.) ita differentia inter semissem aggregati terminorum datæ proportionis, & alterutrum terminorum, ad aliud. [a] Inuenietur enim tangens arcus, vel anguli, quo vterque arcus, vel angulus quæsitus à semisse aggregati eorundem arcuum, vel angulorum dati differt: atq; adeo arcus, vel angulus tangentis huius inuentæ additus ad semissem dati aggregati arcuum, vel angulorum dabit maiorem arcum, vel angulum quæsitum; ablatus vero ab eadem semisse relinquet arcum, vel angulum minorem.

a *Propos. 6. triang. rectilin.*

Aliter.

FIAT, vt semissis differentiæ inter duos terminos proportionis datæ ad tangentem semissis differentiæ inter datum aggregatum arcuum, vel angulorum, & semicirculum, ita aggregatum ex semisse differentiæ inter duos terminos datæ proportionis, & consequente termino eiusdem proportionis, ad aliud. [b] Producetur enim tangens arcus, seu anguli, à quo si detrahatur semissis differentiæ inter datum aggregatum arcuum, vel angulorum, & semicirculum, reliquus fiet arcus, siue angulus minor quæsitus: hic autem ex dato aggregato subductus relinquet arcum, vel angulum quæsitum maiorem.

b *Propos. 6. triang. rectilin.*

Aliter per solos sinus.

FIAT, vt semissis aggregati terminorum proportionis datæ ad sinum semissis aggregati arcuum, seu angulorum, ita differentia inter semissem aggregati terminorum datæ proportionis, & alterutrum terminorum, ad aliud, [c] inuenieturq; quartus quidam numerus; cuius quadratum si adijciatur quadrato sinus complementi semissis aggregati arcuum, seu angulorum: Et rursum fiat, vt radix quadrata aggregati duorum dictorum quadratorum ad sinum totum, ita quartus ille numerus inuentus ad aliud, producetur sinus arcus, siue anguli, quo vterq; arcus angulusve ab eorundem aggregati dati semisse differt. Additus ergo hic arcus, seu angulus ad semissem aggregati dati præbebit maiorem arcum, vel angulum; ablatus vero ex eadem semisse minorem arcum, seu angulum relinquet.

c *Propos. 6. triang. rectilin.*

QVOD si quando proportio sinuum data sit æqualitatis, dabit semissis dati aggregati arcuum, seu angulorum, vtrumque arcum, siue angulum.

Quæritur duo arcus, seu anguli, ex eorũ aggregato.

7. DATO duorum arcuum, quorum vterque semicirculo minor sit, vel duorum angulorum aggregato, quod maius sit, quam grad. 180. vna cum proportione, quam eorum sinus habent, vtrumq; illorum reddere notum.

DETRACTO dato aggregato ex gr. 360. [d] inueniatur per problema 6. vterq; arcus siue angulus residui aggregati, quod minus est semper quam grad. 180. remanetq; eadem proportio sinuum. Nam si ambo inuenti seorsum ex semicirculo subtrahantur, reliqui erunt arcus, vel anguli quæsiti.

d *Propos. 6. triang. rectilin.*

QVANDO proportio data est æqualitatis, dabit quoque semissis dati aggregati vtrumque arcum, siue angulum quæsitum.

QVOD si forte datum aggregatum contineat præcise gr. 180. problema solui non potest.

Quæritur duo arcus, siue anguli ex eorum differẽtia.

8. DATA differentia duorum arcuum, quorum vterq; semicirculo sit minor, vel duorum angulorum, vna cum proportione, quam eorum sinus habent, vtrumque illorum notum efficere.

SI

SI proportio ſinus maioris arcus,vel anguli, ad ſinum minoris eſt maioris inæqualitatis; fiat, vt ſemiſſis differentiæ terminorum proportionis datæ ad tangentem ſemiſſis datæ differentiæ arcuum, vel angulorum, ita aggregatum ex ſemiſſe differentiæ terminorum proportionis, & conſequente termino proportionis eiuſdem, ad aliud, [e] producetturque tangens arcus,ſiue anguli,qui ſemiſſi differentiæ arcuum,vel angulorum datæ additus componet maiorem arcum,ſeu angulum;ſi vero ab eodem ſemiſſis differentiæ arcuum,vel angulorum ſubducatur,reliquus erit arcus,vel angulus minor. e *Propoſ. 7. triang. rectilinei.*

SI vero proportio ſinus maioris arcus, vel anguli,ad ſinum minoris eſt minoris inæqualitatis; inuertantur eius termini,vt fiat proportio maioris inæqualitatis; atque ex hac,& data differentia arcuum, ſeu angulorum inueniantur duo arcus, vel anguli, vt dictum eſt. Nam maior eorum ex ſemicirculo ſublatus dabit minorem arcum, ſeu angulum quæſitum; minor vero ſubductus ex ſemicirculo offeret maiorem.

Aliter.

QVANDO ſinus maioris arcus, vel anguli ad ſinum minoris habet proportionem maioris inæqualitatis; [f] inquirantur ex data illa proportione maioris inæqualitatis, & ex arcu, ſeu angulo, qui poſt detractionem datæ differentiæ ex ſemicirculo relinquitur,tanquam ex aggregato duorum arcuum,ſiue angulorum,duo arcus,ſiue anguli huius aggregati, vt in problemate 6. præcepimus. Nam maior arcus,ſeu angulus inuentus,ſi ex ſemicirculo auferatur, dabit maiorem arcum ſiue angulum quæſitum: Minor autem inuentus erit minor quæſitus. f *Propoſ. 7. triang. rectilin.*

QVANDO autem proportio data eſt minoris inæqualitatis; inuertantur eius termini,vt fiat proportio maioris inæqualitatis: atque ex hac, & data differentia arcuum,ſeu angulorum,inueſtigentur duo arcus,ſiue anguli,vt iam dictum eſt. Maior enim eorum ex ſemicirculo ſubtractus dabit arcum,ſeu angulum quæſitum minorem; Minor vero maiorem.

Aliter per ſolos ſinus.

SI data proportio ſinus maioris arcus,ſiue anguli ad ſinum minoris eſt maioris inæqualitatis; fiat, vt ſemiſsis differentiæ terminorum proportionis datæ ad ſinum ſemiſsis datæ differentiæ arcuum,vel angulorum,ita aggregatum ex ſemiſſe differentiæ terminorum proportionis,& conſequente termino eiuſdem proportionis,ad aliud, [g] *inuenieturq; quartus quidam numerus; cuius quadratum ſi adiiciatur quadrato ſinus complementi ſemiſsis differentiæ arcuum,ſeu angulorum datæ: Et rurſum fiat,vt radix quadrata aggregati dictorum quadratorum ad ſinum totum, ita numerus ille quartus inuentus ad aliud, reperietur ſinus arcus,ſiue anguli,cui ſi addatur ſemiſsis datæ differentiæ arcuum,ſeu angulorum, notus fiet maior arcus, ſiue angulus: ab eodem vero ſi eadem ſemiſsis detrahatur,reliquus erit minor.* g *Propoſ. 7. triang. rectil.*

QVOD ſi data proportio ſit minoris inæqualitatis, agendum erit, vt ſupra diximus.

IAM vero ſi forte proportio data ſit æqualitatis, detrahatur differentia data arcuum, ſiue angulorum ex ſemicirculo. Nam reſidui ſemiſſis erit minor arcus, ſeu angulus quæſitus: eadem vero ſemiſſis ad datam differentiam adiecta dabit maiorem.

9. SI ab vno angulo trianguli cuiuſuis datorum laterum ad latus oppoſitum perpendicularis demittatur,quanta ſit recta inter perpendicularem, & vtrumvis reliquorum angulorum,inuenire. *Quæritur caſus lineæ perpenpendicularis.*

DIFFERENTIA inter quadrata duorum laterum ambientium angulum,à quo perpendicularis demiſſa eſt,diuidatur per latus tertium,produceturque numerus; qui ſi minor fuerit tertio latere, [h] indicabit, perpendicularem intra triangulum cecidiſſe; idemque ex tertio eodem latere ſubductus relinquet numerum, cuius ſemiſſis dabit minus ſegmentum baſis,hoc autem ex toto tertio latere ſubtractum dabit ſegmentum maius. Idem vero numerus ex diuiſione productus,ſi fuerit maior tertio latere, argumento erit perpendicularem extra triangulum cecidiſſe. Quare ſi ex eo tertium latus auferatur,reliquus erit numerus,cuius ſemiſſis dabit rectam extra triangulum inter perpendicularem,& angulum obtuſum; eadem vero ſemiſſis tertio lateri appoſita dabit alteram rectam inter perpendicularem,& angulum acutum. h *Propoſ. 9. triang. rectilin.*

Aliter, & facilius.

FIAT, vt tertium latus,in quod demiſſa eſt perpendicularis, ad ſummam aliorum duorum laterum, ita differentia eorundem ad aliud,prouenietq; numerus, [i] ex quo rectam inter perpendicularem, & angulum vtrumq; inueniemus,vt nuper diximus. i *Propoſ. 9. triang. rectil.*

Aliter.

CADENTE perpendiculari inter triangulum; diuidatur ſemiſſis differentiæ inter quadratum vtriuſvis laterum ambientium angulum, à quo perpendicularis eſt demiſſa,& ſummam quadratorum ex aliis duobus lateribus deſcriptorum,per latus,in quod perpendicularis cadit, [k] produceturque ſegmentum baſis prope angulum,quem continent duo latera,quorum ſumma quadratorum fuit accepta; hoc autem ſegmentum ex tota baſi detractum relinquet alterum ſegmentum. k *Scho. propoſ. 9. triãg. rectil.*

CADENTE vero perpendiculari extra triangulum, diuidatur ſemiſſis differentiæ inter quadratum lateris angulo obtuſo oppoſiti,& ſummam quadratorum ex aliis duobus lateribus deſcriptorum, per latus, in quod productum perpendicularis cadit, procreabiturque linea extra triangulum inter perpendicularem,& angulum obtuſum; hæc vero toti baſi adiecta conficiet alteram rectam inter perpendicularem,& acutum angulum baſis.

QVOD

l Coro. propos. 8. triang. rectil.

QVOD si duo latera circa perpendicularem sint æqualia, [l] secabit perpendicularis basim bifariam. Quare dimidium basis dabit vtramque rectam quæsitam.

Quæruntur duo latera.

10. DATIS omnibus angulis trianguli non rectanguli, cum vno latere, inuenire alia duo latera.

m Prop. 10. triang. rectilinei.

FIAT, vt sinus anguli dato lateri oppositi ad sinum vtriusuis reliquorum angulorum, ita latus datum ad aliud, [m] inuenieturque latus posteriori huic angulo oppositum. Fiat rursus, vt sinus anguli dato lateri oppositi ad sinum tertii anguli, ita latus datum ad aliud, produceturque tertium latus huic tertio angulo oppositum.

SI triangulum sit Isosceles, vnius tantum lateris inuentione opus est, si vnum datum sit, cum angulis. Idem dicendum est de Scaleno, si duo eius latera cum angulis data sint. In Æquilatero vero, si vnum latus detur, data erunt & reliqua illi æqualia.

Quæruntur anguli.

11. DATIS omnibus lateribus trianguli non rectanguli, reperire omnes eius angulos.

n Propos. 11. triang. rectiln.

[n] DVCTA ad maximum latus perpendiculari ex angulo opposito, (vt perpendicularis semper intra triangulum cadat) inueniantur, per antecedens problema, rectæ inter perpendicularem, & duos angulos maximi lateris positæ. Deinde fiat, vt minimum latus ad sinum totum, ita minus segmentum basis ad aliud, gigneturq; sinus, cuius arcus complementum dabit angulum basis minimo lateri adiacentem. Rursus fiat, vt medium latus ad sinum totum, ita maius segmentum basis ad aliud, procreabiturq; sinus, cuius arcus complementum dabit angulum basis medio lateri adiacentem. Tertius vero angulus maximo lateri oppositus conflabitur ex duobus arcubus duorum sinuum inuentorum: Vel certe relinquetur post detractionem duorum angulorum inuentorum ex duobus rectis.

SI triangulum sit Isosceles, ducenda erit perpendicularis ad basim, quam bifariam secabit. Nam si tunc fiat, vt vnum æqualium laterum ad sinum totum, ita dimidium basis ad aliud, reperietur sinus, cuius arcus complementum dabit vnum æqualium angulorum supra basim, ac proinde & alterum. Tertius ex his duobus elicietur.

IN æquilatero dabuntur anguli, etiam si latera non dentur, cum quilibet sit tertia pars duorum rectorum, vel duæ tertiæ vnius recti.

Quæritur latus, cum eius angulis duobus.

12. DATIS duobus lateribus trianguli non rectanguli, cum angulo ab ipsis comprehenso, inuenire tertium latus, & reliquos angulos.

o Propos. 12 triang. rectilin.

[o] SVBDVCTO angulo dato ex duobus rectis, vt aggregatum aliorum duorum habeatur, inueniatur, per 6. problema triang. rectil. ex hoc aggregato, & proportione laterum datorum eis oppositorum, (quæ eadem est, quæ inter sinus eorum reperitur) vterque eorum. Deinde fiat, vt sinus vtriusvis horum angulorum inuentorum ad sinum anguli in principio dati, ita latus inuento angulo, qui in aurea regula acceptus fuerit, oppositum ad aliud, inuenietur que tertium latus.

QVOD si data duo latera sint æqualia, oblato angulo dato ex duobus rectis, dabit semissis residui vtrumque angulorum æqualium: Et si fiat, vt sinus vnius illorum ad sinum anguli dati, ita vnum laterum æqualium ad aliud, prodibit tertium latus.

Quæruntur duo anguli, cum vno latere.

13. DATIS duobus lateribus trianguli non rectanguli, cum angulo, qui vni eorum opponitur, inuestigare reliquos, & tertium latus: si modo, quando datus angulus est acutus, constet, num angulus alteri dato lateri oppositus sit acutus etiam, an vero obtusus.

p Propos. 13 triang. rectilin.

[p] FIAT, vt latus datum angulo dato oppositum ad alterum latus datum, ita sinus anguli dati ad aliud, reperieturq; sinus anguli alteri dato lateri oppositi, qui si acutus fuerit, (semper autem acutus erit, si datus est obtusus) ex ipso sinu inuento notus fiet; si vero obtusus, sinus inuentus dabit angulum, qui ex duobus rectis subductus quæsitum angulum alteri dato lateri oppositum relinquet: Summa autem ex dato angulo, & inuento angulo conflata, si ex duobus rectis subtrahatur, indicabit tertium angulum à datis lateribus comprehensum. Fiat deinde, vt sinus anguli dati ad sinum huius tertii anguli inuenti, ita latus datum dato angulo oppositum ad aliud, gigneturque tertium latus quæsitum.

SI data latera sint æqualia, datus etiam erit angulus alteri dato lateri opppositus, cum dato angulo sit æqualis. Hinc tertius angulus, & tertium latus reperietur, vt prius.

TRIAN-

TRIANGVLORVM SPHÆRICORVM ~~RECTILINEORVM~~ RECTANGVLORVM PROBLEMATA, AC PRAXES.

1. DATO arcu in triangulo rectangulo, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa rectum angulum, inuenire angulum huic arcui oppositum. *Quæritur angulus nō rectus.*

FIAT, vt sinus arcus dati recto angulo oppositi ad sinum totum, ita sinus arcus dati circa angulum rectum ad aliud, [a] inuenieturque sinus anguli huic arcui oppositi, qui quæritur. Hic autem angulus erit acutus, si datus arcus ei oppositus circa rectum angulum fuerit quadrante minor; obtusus autem, si maior.

a Prob. 1. propos. 41. triang. sphær.

Aliter.

FIAT, vt sinus totus ad sinum arcus angulo recto oppositi, ita secans complementi arcus circa rectum angulum dati ad aliud, [b] produceturque secans complementi anguli quæsiti, qui huic arcui opponitur.

b Probl. propos. 55. triang. sphær.

2. DATO arcu in triangulo rectangulo, qui recto angulo opponitur, cum alterutro angulorum non rectorum, inuenire arcum huic angulo oppositum. *Quæritur arcus circa angulū rectum.*

FIAT, vt sinus totus ad sinum arcus angulo recto oppositi, ita sinus anguli dati ad aliud, [c] reperieturq; sinus arcus huic angulo oppositi, qui quæritur. Hic autem arcus quadrante minor erit, si datus angulus ei oppositus fuerit acutus; maior vero, si obtusus.

c Probl. 2. propos. 41. triangul. sphær.

3. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo ei opposito, reperire arcum recto angulo oppositum: si modo constet, num quadrante minor sit, an maior; vel an alter angulus dato arcui adiacens sit acutus, obtususve; vel denique, an alter arcus circa rectum angulum sit minor quadrante, aut maior. *Quæritur arcus recto angulo oppositus.*

FIAT, vt sinus anguli dati ad sinum dati arcus, ita sinus totus ad aliud, [d] produceturque sinus arcus recto angulo oppositi: qui ex inuento sinu cognosci non poterit, nisi constet, num sit quadrante minor, vel maior; aut an alter angulus non rectus sit acutus, obtususve; aut an alter arcus circa angulum rectum sit minor, aut maior quadrante. Nam si alter angulus est acutus, si quidem & angulus datus acutus sit; aut si tam ille, quam hic est obtusus, erit quæsitus arcus recto angulo oppositus, quadrante minor: si vero alter ille angulus est acutus, & datus obtusus; aut ille obtusus, & hic acutus, erit idem arcus quæsitus, & angulo recto oppositus, quadrante maior. Sic etiam, si alter arcus circa angulum rectum, & datus arcus, sunt eiusdem speciei, nempe ambo minores aut maiores quadrante, erit arcus quæsitus recto angulo oppositus quadrante minor; si vero diuersarum specierum, nimirum vnus quadrante minor, & alter maior, erit idem arcus quæsitus quadrante maior.

d Probl. 3. propos. 41. triangul. sphær.

Aliter.

FIAT, vt sinus totus ad sinum dati anguli, ita secans complementi arcus dati ad aliud, [e] produceturque secans complementi arcus recto angulo oppositi.

e Probl. propos. 54. triang. sphær.

4. DATIS duobus angulis non rectis in triangulo rectangulo, inuenire arcum vtrilibet eorum oppositum, vna cum arcu rectum angulum subtendente. *Quæritur vterq; arcus circa angulum rectum. Deinde arcus recto angulo oppositus.*

FIAT, vt sinus anguli dati quæsito arcui adiacentis ad sinum totum, ita sinus complementi alterius anguli dati ad aliud, [f] produceturque sinus complementi arcus huic posteriori angulo oppositi. Erit autem vterlibet arcus inuentus quadrante minor, si datus angulus ei oppositus fuerit acutus; maior vero, si obtusus.

IAM inuento vtroque arcu circa angulum rectum, inuenietur, per problema 3. ex vtrolibet illorum, & angulo ei opposito dato, arcus quoque recto angulo oppositus.

f Probl. 1. propos. 42. triangul. sphær.

Aliter.

FIAT, vt sinus totus an sinum anguli non recti quæsito arcui adiacentis, ita secans alterius anguli non recti ad aliud, [g] reperieturque secans arcus huic posteriori angulo oppositi, qui quæritur.

g Probl. propos. 52. triang. sphær.

5. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo ei adiacente, inuestigare alium angulum eidem arcui oppositum, & reliquos duos arcus. *Quæritur angulus nō recto. Deinde alii duo arcus.*

FIAT,

h Probl. 2. propos. 42. triangul. sphær.

FIAT, vt sinus totus ad sinum anguli dati, ita sinus complementi arcus dati ad aliud, [h] procreabiturque sinus complementi alterius anguli, quem quærimus. Hic autem angulus erit acutus, si datus arcus fuerit quadrante minor; obtusus vero, si maior.

EX vtroque autem angulo non recto, quorum vnus datus est, & alter inuentus, reperientur reliqui duo arcus, vt in præcedenti problemate dictum est.

Quæritur angulus nõ rectus. Deinde alij duo arcus.

6. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo ei opposito, inuestigare alium angulum non rectum eidem arcui adiacentem, & reliquos duos arcus: si modo constet, num alius ille angulus non rectus quæsitus sit acutus, obtususve; vel an alteruter arcuum quæsitorum quadrante minor sit, vel maior.

i Probl. 2. propos. 42. triangul. sphær.

FIAT, vt sinus complementi arcus dati ad sinum complementi anguli dati, ita sinus totus ad aliud, [i] reperieturque sinus alterius anguli non recti quæsiti: qui ex inuento sinu non elicietur, nisi prius constet, an acutus sit, an obtusus: Aut, an alteruter reliquorum duorum arcuum non datorum sit quadrante minor, aut maior. Nam si alter arcus circa angulum rectum non datus, & quæsito angulo oppositus, fuerit minor quadrante, erit quæsitus angulus acutus; si vero maior, obtusus. Pari ratione, si arcus recto angulo oppositus, & non datus, fuerit quadrante minor; si quidem angulus datus sit acutus, erit quæsitus quoq; angulus acutus; si vero obtusus, obtusus: At si arcus angulo recto oppositus fuerit maior quadrante; si quidem datus angulus sit acutus, erit quæsitus angulus obtusus; si vero obtusus, acutus.

EX vtroque porro angulo non recto, quorum vnus datus est, & alter inuentus, inuenientur reliqui duo arcus, vt in problemate 4. traditum est.

Aliter.

k Probl propos. 56. triang. sphær.

FIAT, vt sinus totus ad sinum complementi arcus dati, ita secans dati anguli ad aliud, [k] reperieturq; secans complementi alterius anguli non recti, qui quæritur. Reliqua inuenientur, vt supra dictum est.

Quæritur arcus recto angulo oppositus. Deinde duo anguli non recti.

7. DATIS duobus arcubus in triangulo rectangulo circa angulum rectum, reperire tertium arcum angulo recto oppositum, & duos angulos non rectos.

l Probl. propos. 43. triang. sphær.

FIAT, vt sinus totus ad sinum complementi vtriuslibet arcuum datorum, ita sinus complementi alterius arcus dati ad aliud, [l] produceturq; sinus complementi arcus recto angulo oppositi. Hic autem arcus quadrante erit minor, si vterque arcus circa rectum angulum datus fuerit minor, aut maior quadrante, quadrante vero maior, si vnus datorum arcuum fuerit quadrante minor, & alter maior.

EX arcu autem rectum angulum subtendente inuento, & alterutro arcuum circa angulum rectum datorum, inuenietur angulus ei oppositus, vt in problemate 1. diximus.

Quæritur arcus circa angulũ rectum. Deinde duo anguli non recti.

8. DATO arcu in triangulo rectangulo, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa angulum rectum, inquirere alium arcum circa rectum angulum, & duos angulos non rectos.

m Proble. propos. 43. triangul. sphær.

FIAT, vt sinus complementi arcus dati circa angulum rectum ad sinum complementi arcus recto angulo oppositi, ita sinus totus ad aliud, [m] gigneturque sinus complementi alterius arcus circa rectum angulum, qui quæritur. Hic autem arcus erit quadrante minor, si vterque arcus datus minor quadrante fuerit, aut maior; maior vero, si alter datorum arcuum fuerit quadrante minor, & alter maior.

INVENTO autem arcu altero circa rectum angulum, reperientur anguli, vt in præcedenti problemate dictum est.

n Probl propos. 53. triang. sphær.

Aliter.

FIAT, vt sinus totus ad sinum complementi dati arcus circa angulum rectum, ita secans arcus angulo recto oppositi ad aliud, [n] produceturque secans tertii arcus, qui quæritur, &c.

Quæritur arcus circa angulũ rectum. Deinde alter angulus non rectus, & arcus recto angulo oppositus.

9. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo non recto ei adiacente, scrutari alterum arcum circa angulum rectum, & alium angulum non rectum, cum arcu rectum angulum subtendente.

o Prob. 1. propos. 44. triang. sphær.

FIAT, vt sinus totus ad sinum dati arcus, ita tangens dati anguli ad aliud, [o] produceturq; tangens arcus quæsiti. Qui arcus minor quadrante erit, si datus angulus ei oppositus fuerit acutus; maior autem, si obtusus.

EX eodem porro arcu circa angulum rectum dato, & angulo adiacente, reperietur & alter angulus non rectus, & arcus recto angulo oppositus, vt supra in 5. problemate docuimus.

Quæritur arcus circa angulũ rectum. Deinde alter angulus non rectus, & arcus recto angulo oppositus.

10. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo ei opposito, indagare alterum arcum circa rectum angulum, & alium angulum non rectum, cum arcu rectum angulum subtendente: si modo constet, an reliquus arcus circa angulum rectum quæsitus quadrante minor sit, aut maior; vel an alter angulus non rectus sit acutus, obtususue; vel denique num arcus angulo recto oppositus sit minor quadrante, aut maior.

FIAT,

FIAT, vt tangens anguli dati ad tangentem dati arcus, ita sinus totus ad aliud, [a] reperieturque sinus arcus quæsiti: qui ex inuento sinu non cognoscetur, nisi constet, num quadrante minor sit, aut maior; vel an alter angulus non rectus sit acutus, obtususve; vel denique, an arcus recto angulo oppositus sit minor quadrante, aut maior. Nam si alter angulus fuerit acutus, erit quæsitus arcus ei oppositus, quadrãte minor; si vero obtusus, maior. Sic etiam, si arcus recto angulo oppositus fuerit minor quadrãte, si quidem & datus arcus sit quadrante minor, erit quæsitus arcus minor quoque quadrante; si verò quadrante maior, maior quoque: At si arcus recto angulo oppositus fuerit quadrante maior, si quidem datus arcus maior quoque sit, erit quæsitus arcus minor quadrante; si vero quadrante minor, maior.

a Probl. 1. propos. 44. triang. sphær.

IAM vero ex eodem arcu circa angulum rectum dato, & angulo opposito, reperietur & alter angulus non rectus, & arcus recto angulo oppositus, vt in problemate 6. traditum est. Vel certe, ex duobus arcubus circa angulum rectum, quorum vnus datus est, & alter inuentus, inuenietur arcus recto angulo oppositus, cum duobus angulis non rectis, vt in problemate 7. traditum est.

Aliter.

FIAT, vt sinus totus ad tangentem dati arcus, ita tangens complementi anguli dati ad aliud, b reperieturque sinus arcus quæsiti. Reliqua inuenientur, vt proxime præcepimus.

b Prob. propos. 49. triang. sphær. Quæritur vterq; angulus non rectus. Deinde arcus recto angulo oppositus.

11. DATIS duobus arcubus in triangulo rectangulo circa angulum rectum, inuenire vtrumlibet angulorum non rectorum. & arcum præterea recto angulo oppositum.

FIAT, vt sinus vtriusuis arcuum datorum ad sinum totum, ita tangens alterius arcus dati ad aliud, [a] procreabiturque tangens anguli huic posteriori arcui oppositi. Qui angulus acutus erit, si datus arcus oppositus fuerit quadrante minor, obtusus autem, si maior.

EX eisdem duobus arcubus datis inuenietur, per 7. problema, arcus tertius recto angulo oppositus: Vel certe, per problema 3. ex alterutro arcuum datorum, & angulo opposito inuento.

a Probl. 2. propos. 44. triang. sphær.

Aliter.

FIAT, vt sinus totus ad sinum vtriusvis arcuum datorum, ita tangens complementi alterius arcus dati ad aliud, [b] prodibitque tangens complementi anguli posteriori huic arcui oppositi. Reliqua inuenientur, vt proxime dictum est.

b Probl. propos. 48. triang. sphær. Quæritur arcus recto angulo oppositus. Deinde alter arcus circa rectũ angulum, cum altero angulo non recto.

12. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo non recto ei adiacente, inuenire arcum recto angulo oppositum, & reliquum arcum circa angulum rectum, cum altero angulo non recto.

FIAT, vt sinus complementi anguli dati ad sinum totum, ita tangens dati arcus ad aliud, [a] reperieturque tangens arcus angulo recto oppositi. Hic autem arcus quadrante erit minor, si datus angulus fuerit acutus, & datus arcus ei adiacens quadrante minor; aut si angulus datus obtusus fuerit, & arcus datus quadrante maior: Maior autem quadrante erit idem arcus quæsitus, si datus angulus fuerit acutus, & arcus datus quadrante maior; aut si datus angulus fuerit obtusus, & arcus datus minor quadrante.

Iam vero, per 2. problema. ex arcu rectum angulum subtendente inuento, & angulo dato, reperietur alter arcus circa angulum rectum dato angulo oppositus. Ex eodem vero arcu rectum angulum subtendente, & arcu in principio dato, inuenietur, per 1. problema, alter angulus non rectus dato arcui oppositus.

a Probl. 1. propos. 45. triang. sphær.

Aliter.

FIAT, vt sinus totus ad sinum complementi anguli dati, ita tangens complementi arcus dati ad aliud, [b] inuenieturque tangens complementi arcus recto angulo oppositi. Reliqua reperientur, vt prius.

b Probl. propos. 46. triang. sphær. Quæritur angulus nõ rectus. Deinde alter arcus circa rectum angulum, & alter angulus non rectus.

13. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum arcu rectum angulum subtendente, reperire angulum à dictis arcubus comprehensum, siue dato arcui circa rectum angulum adiacentem, & insuper reliquum arcum, & angulum.

FIAT, vt tangens arcus recto angulo oppositi ad tangentem dati arcus circa angulum rectum, ita sinus totus ad aliud, [a] produceturque sinus complementi anguli à dictis arcubus comprehensi, qui quæritur. Hic autem acutus erit, si datus arcus recto angulo oppositus fuerit quadrante minor, & arcus circa rectum angulum datus minor quoque; aut si tam ille, quam hic quadrante maior fuerit: Idem vero angulus quæsitus erit obtusus, si datus arcus angulo recto oppositus fuerit minor quadrante, & datus arcus circa rectum angulum quadrante maior; aut si ille fuerit quadrante maior, & hic minor.

RELIQVA inuestigabuntur, vt in præcedenti problemate traditum est.

a Probl. 2. propos. 45. triang. sphær.

Aliter.

FIAT, vt sinus totus ad tangentem complementi arcus angulo recto oppositi, ita tangens dati arcus circa rectum angulum ad aliud, [b] inuenieturque sinus complementi anguli adiacentis, qui desideratur.

b Probl. propos. 51. triang. sphær. Quæritur arcus circa angulum rectum. Deinde alter arcus circa angulum rectum, cum reliquo angulo non recto.

14. DATO arcu rectum angulum subtendente in triangulo rectangulo, cum alterutro angulorum non rectorum, reperire arcum circa angulum rectum huic angulo adiacentem, ac præterea alterum arcum circa angulum rectum, cum altero angulo non recto.

a Probl.3. propos. 45. triang. sphær.

FIAT, vt sinus totus ad sinum complementi anguli dati, ita tangens arcus recto angulo oppositi ad aliud, [a] procreabiturque tangens arcus quæsiti. Qui quadrante minor erit, si arcus datus recto angulo oppositus fuerit minor quadrante, & datus angulus acutus; aut si arcus datus quadrante fuerit maior, & angulus datus obtusus: Idem vero arcus quæsitus erit quadrante maior, si datus arcus angulo recto oppositus fuerit minor quadrante, & datus angulus obtusus; aut si arcus datus fuerit quadrante maior, & datus angulus acutus.

CÆTERA explorabuntur, vt in problemate 12. docuimus.

Quæritur angulus nõ rectus. Deinde duo reliqui arcus.

15. DATO arcu in triangulo rectangulo, qui recto angulo opponitur, cum alterutro angulorum non rectorum, inquirere alterum angulum non rectum, & duos arcus circa rectum angulum.

a Prob. propos. 47. triang. sphæ.

FIAT, vt sinus totus ad sinum complementi dati arcus recto angulo oppositi, ita tangens anguli dati ad aliud, [a] reperieturque tangens complementi anguli quæsiti. Hic vero erit acutus, si arcus recto angulo oppositus fuerit quadrante minor, & datus angulus acutus; aut si datus arcus fuerit maior quadrante, & datus angulus obtusus: At angulus idem quæsitus erit obtusus, si arcus angulo recto oppositus quadrante minor fuerit, & angulus datus obtusus; aut si arcus ille fuerit quadrante maior, & datus angulus acutus.

HINC ex dato arcu angulum rectum subtendente, & vtroque angulo non recto, quorum vnus datus est, & alter inuentus, reperietur, per 2. problema, vterque arcus circa rectum angulum.

Quæritur arcus angulo recto oppositus. Deinde duo arcus circa angulum rectum.

16. DATIS duobus angulis non rectis in triangulo rectangulo, inuenire arcum recto angulo oppositum, & reliquos duos arcus circa angulum rectum.

a Prob. propos. 50. triang. sphær.

FIAT, vt sinus totus ad tangentem complementi vtriusvis angulorum datorum, ita tangens complementi alterius dati anguli ad aliud, [a] procreabiturque sinus complementi arcus angulo recto oppositi, quem desideramus. Hic arcus erit quadrante minor, si vterque angulorum datorum acutus fuerit, obtususue; quadrante vero maior, si alter acutus fuerit, & alter obtusus.

PORRO ex arcu rectum angulum subtendente inuento, & vtrovis angulorum datorum, reperietur arcus ei oppositus, vt in 2. problem. traditum est.

TRIANGVLORVM SPHÆRICORVM NON RECTANGVLORVM PROBLEMATA ET PRAXES.

Quæruntur omnes arcus.

17. DATIS omnibus angulis trianguli non rectanguli, inuenire omnes eius arcus.

Quando omnes anguli dati sunt inæquales.

a Prop. 62. triang. sphær.

SINT primum omnes anguli dati in triangulo ABC, inæquales, quorum duo B, C, acuti, vel obtusi, & ex tertio angulo A, ad BC, ducatur arcus perpendicularis AD, [a] qui intra triangulum cadet. Statuantur sinus complementorum angulorum B, C, pro terminis proportionis sinus anguli BAD, ad sinum anguli CAD. Atque ex hac proportione, & aggregato angulorum BAD, CAD, hoc est, ex dato angulo BAC, inquiratur, per problema 6. trian. rectil. vterq; angulus BAD, CAD. Deinde, per problema 16. triang. sphær. tam ex duobus angulis B, BAD, non rectis inuestigetur arcus AB, angulo recto D, oppositus in triangulo ABD, quam ex duobus angulis non rectis C, CAD, arcus AC, recto angulo D, in triangulo ACD, oppositus. Postremo, per problema 2. tam ex arcu AB, rectum angulum D, subtendente, & angulo BAD, inuentis reperiatur arcus BD, quam ex arcu AC, rectum angulum D, subtendente, & angulo CAD, inuentis arcus CD. Summa enim arcuum BD, CD, totum arcum BC, efficiet notum. Atque ita omnes tres arcus AB, AC, BC, noti facti erunt.

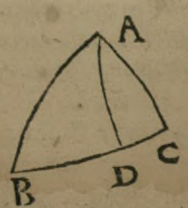
Per solos sinus, quando omnes dati anguli inæquales sunt.

PER solos sinus ita problema absoluemus. Vterque angulus BAD, CAD, inueniatur per 3. praxim problematis 6. triang. rectil. Deinde, per 1. praxim problematis 4. triang. sphær. tam ex duobus angulis B, BAD, inuestigetur arcus BD, quam ex duobus angulis C, CAD, arcus CD. Summa enim arcuum BD, CD, totum arcum BC, notum efficiet. Postremo, per problema 3. triang. sphær. reperiatur tam arcus AB, recto angulo D, oppositus, ex arcu BD, & angulo ei opposito BAD, inuentis, quam arcus AC, recto angulo D, oppositus ex arcu CD, & angulo CAD, ei opposito inuentis: quia præter data constat etiam species tam alterius anguli B, quam anguli alterius C, cum vterque datus sit.

QVOD si quando alter angulorum ad A, inuentus fuerit rectus, nempe BAD; inuenti erunt duo arcus AB, BD, cum vterque sit quadrans, ob rectos angulos D, DAB. Eadem ratione, si deprehensus fuerit angulus CAD, rectus, non autem BAD, (fieri enim non potest, vt angulus vterque ad A, rectus sit, cum totus BAC, minor sit duobus rectis) inuenti erunt duo arcus AC, CD, vtpote quadrantes, ob angulos rectos D, DAC.

SINT

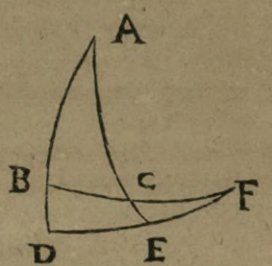
SINT deinde duo saltem anguli dati B, C, æquales, quicquid sit de tertio A, à quo arcus perpendicularis AD, ad BC, ducatur. Erunt tam duo arcus AB, AC, quam duo BD, CD, & duo anguli ad A, æquales; ac proinde vterque angulus ad A, cognitus, tanquam dimidium dati anguli BAC. Inueniatur ergo, per 16. problema, triang. sphær. arcus AB, recto angulo D, oppositus, ex duobus angulis B, BAD; eritque proinde & AC, illi æqualis, cognitus. Deinde per problema 14. triang. sphær. ex inuento arcu AB, rectum angulum subtendente, & dato angulo B, reperiatur arcus BD; eritque propterea & CD, illi æqualis, cognitus; ideoque & totus BC, notus. Inuentique iam erunt omnes tres arcus AB, AC, BC. *Quando dati duo anguli sunt æquales.*



PER solos autem sinus ita rem exequemur. Per 1. praxim problematis 4. triang. sphær. inquiratur arcus BD, ex duobus angulis B, BAD; eritque idcirco & CD, illi æqualis, cognitus, proptereaque & totus BC, notus. Deinde, per problema 3. triang. sphær. ex arcu inuento BD, & angulo ei opposito BAD, reperiatur arcus AB, recto angulo oppositus: quia præter data constat etiam species alterius anguli B, cum datus sit: eritq; propterea & arcus AC, ipsi AB, æqualis, cognitus. *Per solos sinus, quando duo dati anguli sunt æquales.*

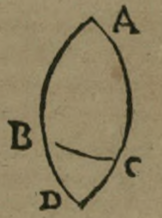
18. DATIS omnibus arcubus trianguli non rectanguli, inuestigare omnes eius angulos. *Quæruntur omnes anguli.*

[a] SINT omnes arcus in triangulo ABC, dati, sitque primo loco inquirendus angulus A, & duo arcus AB, AC, eum continentes sint inæquales, quadranteque minores, quicquid sit de arcu BC. Productis arcubus AB, AC, vt fiant quadrantes AD, AE, describatur per D, E, arcus circuli maximi DE, occurrens arcui BC, producto versus maiorem arcum, qui sit AC, in puncto F. Statuantur sinus complementorum arcuum datorum AB, AC, pro terminis proportionis sinus arcus BF, ad sinum arcus CF. Atque ex hac proportione, & arcu dato BC, qui differentia est arcuum BF, CF, inuestigetur, per problema 8. triang. rectil. vterque arcus BF, CF. Deinde, per problema 8. triang. sphær. inuestigetur tam arcus DF, ex arcu inuento BF, rectum angulum D, subtendente, & arcu BD, qui complemētum est dati arcus AB; quam arcus EF, ex arcu inuento CF, rectum angulum E, subtendente, & arcu CE, qui complementum est dati arcus AC. Subducto enim arcu EF, inuento, ex inuento arcu DF, notus remanebit arcus DE, anguli, A; ac proinde angulus A, notus erit. Post hæc, per problema 11. triang. sphær. ex arcubus notis BD, DF, circa rectum angulum D, inueniatur angulus DBF, ac proinde & reliquus duorum rectorum ABC: Eadem denique ratione, ex arcubus CE, EF, notis circa angulum rectum E, eruatur angulus ECF, atque adeo & angulus ACB, ei ad verticem æqualis. Atque ita iam omnes tres anguli A, B, C, inuenti erunt. *Quãdo duo dati arcus sunt inæquales, & quadrante minores.* *a Propos. 63. triang. sphær.*

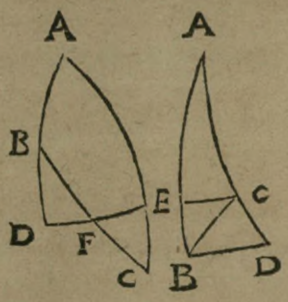


PER solos sinus ita progrediemur. Vterque arcus BF, CF, reperiatur per 3. praxim problematis 8. triang. rectil. Deinde, per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. tam arcus DF, ex arcu inuento BF, rectum angulum D, subtendente, & arcu BD, complemento dati arcus AB, inueniatur, quam arcus EF, ex inuento arcu CF, rectum angulum E, subtendente, & arcu CE, complemento dati arcus AC. Subducto enim arcu EF, ex arcu DF, notus relinquetur DE, arcus anguli A; atque adeo angulus A, notus erit. Post hæc, per problema 1. triang. sphær. ex arcu inuento BF, rectum angulum D, subtendente, & inuento arcu DF, inquiratur angulus DBF, arcui DF, oppositus: Ex quo notus quoque fiet reliquus angulus duorum rectorum, nempe ABC. Ad extremum eadem ratione, ex arcu inuento CF, rectum angulum E, subtendente, & inuento arcu EF, inuestigetur angulus ECF, arcui EF, oppositus: Ex quo notus etiam fiet angulus ei ad verticem æqualis ACB. *Per solos sinus, quando dati duo arcus sunt inæquales, & quadrante minores.*

SINT deinde duo arcus inæquales AB, AC, quadrante maiores; qui producantur, donec conueniant in D: Eruntq; in triangulo DBC, duo arcus DB, DC, inæquales, & quadrante minores. Quare, vt proxime diximus, omnes eius tres anguli reperientur; ac proinde & reliqui duorum rectorum ABC, ACB, noti erunt, necnon & A, ipsi D, æqualis. *Quando duo dati arcus sunt inæquales & quadrãte maiores.*



SIT tertio arcus AB, quadrante minor, & AC, maior quadrante. Producto AB, vt fiat quadrans AD, & abscisso ex AC, quadrante AE, ducatur per D, E, arcus circuli maximi DE, secans BC, in F, vt in priore harum duarum figurarum. Statuantur sinus complementorum arcuum datorum AB, AC, pro terminis proportionis sinus arcus BF, ad sinum arcus CF; Atque ex hac proportione, & aggregato arcuum BF, CF, hoc est, ex dato arcu BC, indagetur, per 6. problema triang. rectil. vterque arcus BF, CF. Deinde, per problema 8. triang. sphær. inueniatur tam arcus DF, ex arcu BF, inuento rectum angulum D, subtendente, & arcu BD, complemento dati arcus AB; quam arcus EF, ex inuento arcu CF, rectum angulum E, subtendente, & arcu CE, complemento arcus AC, dati. Summa enim inuentorum arcuum DF, EF, dabit totum arcum DE, anguli A; ac proinde angulus A, cognitus erit. Post hæc, per problema 11. triang. sphær. peruestigetur ex arcubus DB, DF, notis circa angulum rectum D, angulus DBF, ac proinde & duorum rectorum reliquus ABC. Ac tandem eodem modo ex arcubus CE, EF, circa angulum rectum E, notis eliciatur angulus C: Inuentique erunt omnes tres anguli A, B, C. *Quando duo arcus dati inæquales sunt & vnus quadrante maior, & alter minor.*



PER solos sinus ita agendum erit. Vterque arcus BF, CF, per 3. praxim problematis 6. triang. rectil. inueniatur. Deinde per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. tam arcus DF, ex arcu BF, inuento, rectumq; angulum D, subtendente, & arcu BD, complemento arcus dati AB; quam arcus EF, ex inuento arcu CF, qui recto angulo E, opponitur, & arcu CE, complemento dati arcus AC, eruatur. Nam summa inuentorum arcuum DF, EF, totum arcum DE, anguli A, dabit. Post hæc, per problema 1. triang. sphær. reperiatur ex arcu BF, rectum angulum D, subtendente, & arcu DF, notis, angulus DBF, ac proinde & duorum rectorum reliquus ABC. Et tandem eodem modo ex notis arcubus CF, EF, angulus C, inuenitur. *Per solos sinus, quando dati duo arcus inæquales sunt & vnus quadrante maior, & alter minor.*

Quando duo arcus dati inæquales sunt & maior arcus quadrans, minor autem quadrante minor.

SIT quarto maior arcus AB, quadrans, & AC, minor quadrante, vt in posteriore proximarum duarum figurarum. Producto arcu AC, vt fiat quadrans AD, ducatur per B, D, arcus circuli maximi BD. Deinde, per problema 8. triang. sphær. ex arcu dato BC, rectum angulum D, subtendente, & arcu CD, complemento dati arcus AC, inueniatur arcus BD, anguli A; ex quo angulus ipse A, notus erit. Post hæc, per problema 11. triang. sphær. inuestigetur ex duobus arcubus notis BD, CD, circa rectum angulum D, angulus BCD; ex quo notus quoque erit duorum rectorum reliquus ACB. Denique, per idem problema 11. ex eisdem arcubus BD, CD, reperiatur angulus CBD; qui ex recto ABD, detractus notum relinquet angulum ABC.

Per solos sinus, quando maior arcus quadrans est.

PER solos sinus sic procedemus. Per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. ex dato arcu BC, rectum angulum D, subtendente, & arcu CD, complemento dati arcus AC, reperiatur BD, arcus anguli A: ex quo angulus ipse A, cognitus erit. Deinde ex arcubus notis BC, BD, per problema 1. triang. sphær. eruatur angulus BCD: ac proinde & duorum rectorũ reliquus ACB. Eadem tandem ratione, ex notis arcubus BC, CD, inquiratur angulus CBD, qui ex recto ABD, demptus notum relinquet angulum ABC.

Quando maior arcus datus quadrante maior est & minor quadrans.

SIT quinto, & vltimo maior arcus AB, quadrante maior, & minor AC, quadrans, vt in eadem posteriore proximarum duarum figurarũ. Abscisso quadrante AE, ex AB, ducatur per C, E, arcus circuli maximi CE. Deinde per problema 8. triang. sphær. ex dato arcu BC, rectum angulum E, subtendente, & arcu BE, complemento arcus dati AB, inueniatur arcus CE, anguli A; ex quo angulus ipse A, cognoscetur. Post hæc, per problema 11. triang. sphær. ex notis duobus arcubus BE, EC, circa rectum angulum E, eliciatur angulus BCE; cui si addatur rectus ACE, notus fiet totus angulus ACB. Eadem tandem ratione ex eisdem arcubus BE, EC, inueniatur angulus EBC.

Per solos sinus, quando maior arcus datus quadrante maior est, & minor quadrans.

PER solos sinus ita propositum exequemur. Per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. ex dato arcu BC, rectum angulum E, subtendente, & arcu BE, complemento dati arcus AB, inquiratur arcus CE, anguli A: fietque ita notus angulus A. Deinde per problema 1. triang. sphær. ex notis arcubus BC, BE, reperiatur angulus BCE; cui si addatur rectus ACE, totus ACB, cognitus erit. Pari ratione tandem ex arcubus notis BC, CE, indagetur angulus CBE.

ALITER, & facilius, per solos sinus, quando duo arcus quæsitum angulum comprehendentes sunt inæquales quomodocunque.

Praxis facilior, & generalis, per solos sinus, quando duo arcus angulũ quæsitum continẽtes sunt inæquales.

FIAT, vt sinus totus ad sinum vtriuslibet arcuum inæqualium quæsitum angulum comprehendentium, ita sinus alterius arcus circa eundem angulum ad aliud, inuenieturque numerus quidam quartus. Deinde rursus fiat, vt numerus ille quartus inuentus ad sinum totum, ita differentia inter sinum versum arcus quæsito angulo oppositi, & sinum versum arcus, quo duo arcus quæsitum angulum ambientes inter se differunt, ad aliud producetur que sinus versus anguli, qui quæritur: ex quo angulus ipse elicietur.

EODEM modo alij duo anguli inuestigabuntur, si arcus illos continentes fuerint inæquales.

Quãdo duo arcus dati sunt æquales.

SINT iam duo arcus AB, AC, quæsitum angulum A, comprehendentes, æquales. Secabit arcus perpendicularis AD, & angulum A, & basim BC, bifariam. Inueniatur ergo, per problema 1. triang. sphær. ex dato arcu AB, rectum angulum D, subtendente, & arcu BD, dimidio dati arcus BC, angulus BAD, qui duplicatus totum angulum BAC, dabit. Deinde, per problema 13. triang. sphær. ex eisdem notis arcubus AB, BD, reperiatur angulus B, cui æqualis est angulus C, (ob æquales arcus AB, AC,) ac proinde cognitus quoque.

Per solos sinus, quando dati duo arcus æquales sunt.

PER solos sinus ita agemus. Per 1. praxim problematis 1. triang. sphær. inueniatur ex dato arcu AB, rectum angulum D, subtendente, & arcu BD, dimidio arcus dati BC, angulus BAD, qui duplicatus totum BAC, notum efficiet. Deinde per 1. praxim problematis 6. triang. sphær. ex arcu BD, dimidio arcus dati BC, & angulo opposito BAD, inuento, (cum species alterius anguli B, constet. Nam si datus arcus AB, recto angulo D, oppositus est quadrante minor, angulus B, acutus erit, quemadmodum & BAD, acutus est: Si vero AB, quadrante maior est, erit angulus B, obtusus, cum BAD, acutus sit) reperiatur angulus B, cui æqualis est angulus C, ob æquales arcus AB, AC.

NEQVE vero duo æquales arcus esse possunt quadrantes. Nam alias duo anguli supra basim essent recti; atque adeo triangulum esset rectangulum, Quod est contra hypothesin.

Quæritur arcus, cum duobus angulis adiacentibus.

19. DATIS duobus arcubus trianguli non rectanguli cum angulo ab ipsis comprehenso, inuestigare reliquum arcum, cum reliquis duobus angulis.

Quando duo arcus dati sunt inæquales & neuter eorum quadrans.

a Propo. 64 triãg. sphæ.

[a] SINT in triangulo ABC, duo arcus AB, BC, dati, cum angulo B: sintque primum inæquales, & neuter eorum quadrans. Ex A, termino vnius eorum ad alterum demittatur arcus perpendicularis AD, qui an intra triangulum, an vero extra cadat, ex operatione ipsa discemus. Nam inueniatur, per problema 2. triang. sphær. ex arcu dato AB, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo B, arcus AD, angulo B, oppositus. Rursus ex dato arcu AB, rectum angulum D, subtendente, & inuento arcu AD, reperiatur, per problema 8. triang sphær. tertius arcus BD. Si igitur arcus hic BD, inuentus fuerit minor dato arcu BC, cadet arcus AD, intra triangulum, extra vero, si maior. Sublato autem inuento arcu BD, ex dato arcu BC, (si ille hoc minor est) vel dempto arcu BC, dato ex inuento arcu BD, (si hic illo maior est) notus relinquetur arcus CD. Ex arcubus denique AD, CD, circa angulum rectum D, inueniatur, per problema 7. triang. sphær. tertius arcus AC, qui quæritur.

DEINDE, per problema 13. triang. sphær. ex dato arcu AB, rectum angulum D, subtendente, & arcu inuẽto AD, reperiatur angulus BAD, à dictis arcubus cõprehensus. Eademq; ratione, ex inuento arcu AC, rectũ angulum

angulum D, ſubtendente, & inuento arcu AD, inueniatur angulus CAD, à dictis arcubus comprehenſus. Nam angulus CAD, additus angulo BAD, (quando arcus AD, intra triangulum cadit) vel angulus CAD, ex angulo BAD, ſublatus, (quando arcus AD, cadit extra triangulum) conficiet, aut relinquet angulum quæſitum BAC.

AD extremum, per problema 13. triang. ſphær. ex inuento arcu AC, rectum angulum D, ſubtendente, & arcu inuento CD, eliciatur angulus C, qui, vbi arcus AD, intra triangulum cadit, quæritur, at, quando arcus AD, cadit extra triangulum, ſubductus ex duobus rectis relinquit angulum ACB, quæſitum.

Per ſolos ſinus, quando dati duo arcus inæquales ſunt & neuter eorum quadrans.

PER ſolos ſinus ſic agemus. Per problema 2. triang. ſphær. reperiatur ex dato arcu AB, rectum angulum D, ſubtendente, & dato angulo B, oppoſitus arcus AD: Et hinc per 1. praxim problematis 8. triangul. ſphær. arcus BD. Hic enim ablatus ex dato arcu BC, (ſi ille hoc minor eſt) vel ex inuento arcu BD, ablatus datus arcus BC, (ſi hic illo minor eſt) notum relinquet arcum CD. Deinde per 1. praxim problematis 1. triangul. ſphæric. tam ex dato arcu AB, rectum angulum D, ſubtendente, & arcu inuento BD, eruatur angulus oppoſitus BAD; quam ex inuento arcu AC, rectum angulum D, ſubtendente, & inuento arcu CD, oppoſitus angulus CAD. Nam ex duobus angulis BAD, CAD, inuentis quæſitus angulus BAC, cognoſcetur, ſi vnus alteri addatur, quando arcus AD, intra triangulum cadit, vel, quando cadit extra, ſi ex BAD, detrahatur CAD. Poſtremo, per 1. praxim problematis 1. triangul. ſphæric. inquiratur ex inuento arcu AC, rectum angulum D, ſubtendente, & arcu inuento AD, oppoſitus angulus C. Hic enim in priori triangulo eſt quæſitus, in poſteriori vero reliquus duorum rectorum ACB, eſt is, qui quæritur.

QVOD ſi forte arcus CD, deprehendatur quadrans, (nunquam autem BD, erit quadrans, poſito AB, non quadrante) erit tunc & arcus quæſitus AC, quadrans, & angulus CAD, rectus. Atque ita ſine moleſtia inuentus erit arcus AC, qui quæritur, & angulus CAD, ex quibus quæſitos angulos BAC, ACB, inueniemus, vt prius.

Quando alter datorum inæqualium arcuum eſt quadrans.

SIT iam alter datorum arcuum inæqualium quadrans, nempe AB, à cuius extremo A, ad alterum arcus perpendicularis AD, demittatur. Erit tunc arcus quoque BD, quadrans, & angulus BAD, rectus: nec non B, polus arcus AD; ac proinde arcus AD, ex dato angulo B, notus fiet. Atque ita in hoc caſu duo arcus BD, AD, cum angulo BAD, noti facti erunt, ſine alio labore: ex quibus reliqua inueſtigabuntur, vt prius.

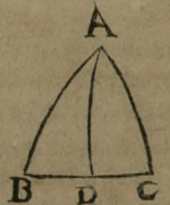
ALITER, & facilius, per ſolos ſinus, quando dati duo arcus inæquales ſunt quomodocunque.

Praxis facilior, & generalis, per ſolos ſinus, quando dati duo arcus ſunt inæquales.

FIAT, vt ſinus totus ad ſinum vtriuslibet datorum arcuum inæqualium, ita ſinus alterius arcus dati ad aliud, producaturque quidam quartus numerus. Deinde rurſus fiat, vt ſinus totus ad inuentum illum quartum numerum, ita ſinus verſus anguli dati ad aliud, reperieturque differentia inter ſinum verſum tertij arcus, qui quæritur, & ſinum verſum differentiæ datorum arcuum inæqualium: quæ differentia inuenta, ſi adijciatur ad ſinum verſum differentiæ datorum arcuum, componet ſinum verſum tertij arcus quæſiti. Cognitis iam tribus arcubus propoſiti trianguli, reperientur alij duo anguli ex præcedenti problemate, præſertim ex praxi illa faciliori, ſi arcus duo quemlibet illorum continentes fuerint inæquales. Quod ſi quando æquales ſint, adhibenda erit poſtrema praxis eiuſdem problematis præcedentis.

Quando duo arcus dati ſunt æquales.

SED iam duo arcus dati AB, AC, datum angulum A, comprehendentes ſint æquales, ac proinde neuter quadrans. Secabit arcus perpendicularis AD, bifariam, & datum angulum A, & baſim BC. Inueniatur ergo per problema 2. triangul. ſphæric. ex dato arcu AB, angulum rectum D, ſubtendente, & ex angulo BAD, dimidio dati anguli BAC, arcus oppoſitus BD, qui duplicatus totum arcum BC, quæſitum dabit. Deinde, per problema 13. triang. ſphæric. ex dato arcu AB, rectum angulum D, ſubtendente, & inuento arcu BD, inquiratur angulus B, à dictis arcubus comprehenſus; cui æqualis eſt angulus C, ob æquales arcus AB, AC.



Per ſolos ſinus, quando duo arcus dati ſunt æquales.

PER ſolos ſinus ita res peragetur. Ex dato arcu AB, rectum angulum D, ſubtendente, & angulo BAD, dimidio dati anguli BAC, reperiatur, per problema 2. triangulor. ſphæric. arcus oppoſitus BD: qui duplicatus quæſitum totum BC, offeret. Deinde, per 1. praxim problematis 6. triang. ſphær. ex inuento arcu BD, & angulo BAD, dimidio anguli BAC, dati (cum præterea conſtet ſpecies alterius anguli B. Nam ſi arcus AB fuerit minor quadrante, erit angulus B, acutus, ſicut & BAD, acutus eſt: Si vero AB, ſit quadrante maior, erit B, obtuſus, cum BAD, acutus ſit) eliciatur angulus B; cui angulus C, æqualis eſt.

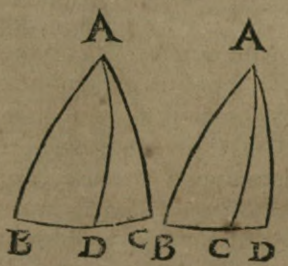
20. DATIS duobus angulis trianguli non rectanguli, cum arcu ipſis adiacente, indagare reliquos arcus, cum angulo reliquo.

Quaruntur duo arcus, cum angulo ab ipſis comprehenſo.

Quando dati anguli ſunt inæquales, & arcus adiacens non quadrans.

a Propoſ. 65. triang. ſphær.

a SINT in triangulo ABC, dati duo anguli B, BAC, cum arcu AB, adiacente: ſintque primum dati anguli inæquales, & arcus AB, non quadrans. Ex altero datorum angulorum, nempe ex A, ad arcum oppoſitum BC, demittatur arcus perpendicularis, qui an intra triangulum cadat, an extra, operatio ipſa docebit. Inueniatur enim per problema 15. triangul. ſphæric. ex dato arcu AB, angulum rectum D, ſubtendente, & dato angulo B, alter angulus non rectus BAD: qui ſi minor fuerit angulo dato BAC, cadet arcus AD, intra triangulum; extra vero, ſi maior. In priori caſu ſubductus angulus BAD, inuentus ex dato angulo BAC; in poſteriori vero datus angulus BAC, ex inuento BAD, detractus, notum relinquet angulum CAD.



Rurſus, per problema 2. triang. ſphær. ex dato arcu AB, angulum rectum D, ſubtendente, & angulo B, dato, reperiatur arcus AD, oppoſitus. Item, per problema 12. triang. ſphær. ex inuento arcu AD, & angulo adiacente CAD, inuento, eruatur arcus AC, recto angulo D, oppoſitus; qui quidem eſt vnus ex quæſitis.

DEINDE, per problema 8. triang. sphær. tam ex dato arcu AB, rectum angulum D, subtendente, & inuento arcu AD, indagetur arcus BD; quam ex inuento arcu AC, rectum angulum D, subtendente, & arcu inuento AD, arcus CD: qui adiectus ad inuentum arcum BD, cadente arcu AD, intra triangulum, vel subductus ex eodem arcu BD, cadente arcu AD, extra triangulum, notum dabit alterum arcum BC, quæsitum.

AD extremum, per problema 15. triang. sphær. inuestigetur ex inuento arcu AC, rectum angulum D, subtendente, & angulo inuento CAD, angulus ACD: qui in priori triangulo est is, qui quæritur; in posteriori autem subductus ex duobus rectis reliquum facit ACB, quæsitum.

Per solos sinus, quando dati anguli sunt inæquales, & arcus adiacens non quadrans.

PER solos sinus sic negotium absoluetur. Per problema 2. triang. sphær. inueniatur ex dato arcu AB, rectum angulum D, subtendente, & angulo dato B, arcus oppositus AD: Et per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. reperiatur ex dato arcu AB, rectum angulum D, subtendente, & inuento arcu AD, tertius arcus BD. Item per 1. praxim problematis 1. triang. sphær. inquiratur ex dato arcu AB, angulum rectum D, subtendente, & inuento arcu BD, angulus oppositus BAD: qui ablatus ex dato BAC, (si ille hoc minor est) vel ex eo datus BAC, detractus (si hic illo minor est) notum relinquet angulum CAD. Rursus per problema 5. triang. sphær. ex inuento arcu AD, & angulo adiacente CAD, eruatur angulus ACD; qui in priori triangulo est quæsitus, in posteriori vero reliquus duorum rectorum ACB, quæsitus est.

POST hæc, per 1. praxim problematis 4. triang. sphær. ex vtroque angulo CAD, ACD, inuento reperiatur arcus CD: qui in priori triangulo additus iamdudum inuento arcui BD, vel in posteriori ab eo ablatus, notum faciet arcum BC, quæsitum.

DENIQVE, per problema 7. triang. sphær. inueniatur ex inuentis arcubus AD, CD, circa angulum rectum D, arcus tertius AC, recto angulo D, oppositus, qui quæritur. Atque ita inuenti erunt duo reliqui arcus BC, AC, cum reliquo angulo ACB.

QVOD si quando angulus inuentus CAD, fuerit rectus, (BAD, nunquam potest esse rectus, posito AB, non quadrante) erunt AC, CD, quadrantes; & AD, arcus anguli C; ac proinde angulus C, notus fiet ex inuento arcu AD. Reliquus autem arcus BC, cognoscetur ex inuento arcu BD, & quadrante CD, veluti prius.

Quando datus arcus est quadrans.

IAM vero si datus arcus AB, sit quadrans, existentibus adhuc angulis B, BAC, datis inæqualibus, erit angulus BAD, rectus, & arcus quoque BD, quadrans. Item B, erit polus arcus AD; propterea que arcus ipse AD, ex dato angulo B, cognitus erit. Inuentis autem tunc tanta facilitate arcubus AD, BD, & angulo recto BAD, reperiemus cætera, vt prius.

Quando dati duo anguli sunt æquales.

SINT deinde in triangulo ABC, dati duo anguli B, C, æquales, cum arcu BC, adiacente, siue quadrans is sit, siue non. Erunt arcus AB, AC, æquales, & arcus perpendicularis AD, ex tertio angulo A, ad BC, demissus secabit & arcum BC, & angulum A, bifariam. Inueniatur ergo, per problema 12. triang. sphær. ex arcu BD; dimidio dati arcus BC, & dato angulo B, adiacente, arcus AB, recto angulo D, oppositus; cui cum æqualis sit AC, inuenti erunt reliqui duo arcus. Rursus, per problema 5. triang. sphær. ex eodem arcu BD, dimidio dati arcus BC, & dato angulo B, adiacente reperiatur alter angulus non rectus BAD. Hic namque duplicatus totum quæsitum angulum BAC, dabit.

Per solos sinus, quando duo anguli dati sunt æquales,

PER solos sinus ita operabimur. Per problema 5. triang. sphær. inueniatur ex arcu BD, dimidio dati arcus BD, & dato angulo B, adiacente angulus BAD: qui duplicatus dabit totum BAC, quæsitum. Deinde per 1. praxim problematis 3. triang. sphær. ex arcu BD, dimidio dati arcus BC, & inuento angulo BAD, opposito reperiatur (cum præterea constet species alterius anguli B, qui datus est) arcus AB, recto angulo D, oppositus: cui æqualis est AC.

Quæruntur duo arcus cum vno angulo.

21. DATIS duobus angulis trianguli non rectanguli, cum arcu qui alteri illorum opponitur, reliquos arcus, cum reliquo angulo inuestigare: si modo constet, num arcus alteri angulo dato oppositus quadrante maior sit, aut minor, aut certe quadrans.

Quando dati duo anguli inæquales sunt & arcus datus non quadrans.

a Propos. 66. triang. sphær.

a SINT in triangulo ABC, dati duo anguli B, C, primum inæquales, cum arcu AB, qui angulo C, opponitur, non quadrante, constetque præterea species arcus AC, alteri angulo dato B, oppositi. Ducatur ex tertio angulo A, ad arcum BC, arcus perpendicularis AD; qui intra triangulum cadet, si vterque angulus datus B, & C, est acutus, vel obtusus; extra vero, si vnus acutus, & alter obtusus est. Inuestigetur, per problema 2. triang. sphær. ex dato arcu AB, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo B, arcus oppositus AD. Item, per problema 14. triang. sphær. ex eodem dato arcu AB, angulum rectum D, subtendente, & dato angulo B, eliciatur arcus BD. Rursus reperiatur, per problema 15. triang. sphær. ex eodem dato arcu AB, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo B, angulus BAD. Ad hæc, per problema 3. triang. sphær. inueniatur quoque ex inuento arcu AD, & dato angulo C, opposito. (Nam, cadente arcu AD, extra triangulum, angulus ACD, arcui AD, oppositus relinquitur notus post subtractionem dati anguli ACB, ex duobus rectis) arcus AC, recto angulo D, oppositus, cum eius species constare ponatur. Atque ita inuentus erit arcus AC, vnus ex quæsitis.

DEINDE, per problema 14. triang. sphær. reperiatur ex inuento arcu AC, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo C, arcus CD: qui additus arcui BD, supra inuento, vel ex eo detractus, (prout nimirum arcus AD, intra triangulum cadit, aut extra) notum faciet arcum BC, qui est alter ex quæsitis.

AD extremum, per problema 15. triang. sphær. ex inuento eodem arcu AC, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo C, inueniatur angulus CAD: qui additus angulo BAD, si arcus intra triangulum cadit, vel si extra, ex eodem subductus, cognitum efficiet angulum BAC, quæsitum.

SOLIS sinubus vtemur sic. Per problema 2. triang. sphæric. ex dato arcu AB, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo B, inquiratur arcus oppositus AD. Et hinc, per 1. praxim problematis 8. triang. sphæ. ex dato arcu AB, angulum rectum D, subtendente, & inuento arcu AD, reperiatur tertius arcus BD. Et rursus, per 1. praxim problematis 1. triang. sphær ex dato arcu AB, rectum angulum D, subtendente, & inuento arcu BD, eruatur angulus oppositus BAD. Post hæc, per 1. praxim problematis 3. triang. sphæric. eliciatur ex inuento arcu AD, & opposito angulo dato C, arcus AC, recto angulo D, oppositus, cum eius species constet ex hypothesi: qui arcus AC, ex quæsitis vnus est.

Per solos sinus quando dati duo anguli sunt inæquales, & arcus datus non quadrans.

DEINDE, per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. ex inuento arcu AC, rectum angulum D, subtendente, & arcu AD, reperiatur tertius arcus CD: ex quo, si in priori triangulo arcui BD, inuento addatur, vel in posteriori ex eodem subtrahatur, cognitus fiet alter arcus quæsitus BC.

PER 1. praxim deniq; problematis 1. triang. sphær. ex arcu AC, angulum rectum D, subtendente, & arcu CD, inuento, inquiratur angulus oppositus CAD. Nam hic in priori triangulo additus inuento angulo BAD, vel in posteriori ab eodem demptus, notum faciet angulum BAC, quæsitum.

QVOD si quando arcus AC, alteri angulo B, dato oppositus sit quadrans, quod euenire potest, non existente quadrante AB, (quo in casu nunquam quadrans esse poterit AD, vel BD.) erit quoque CD, quadrans. & angulus CAD, rectus. Quare non laborandum tunc erit in inquisitione arcuum AC, CD, & anguli CAD: sed ex iis inueniendus erit arcus BC, & angulus BAC, vt diximus.

VERVM sit iam datus arcus AB, quadrans, & adhuc dati duo anguli B, C, inæquales. Quo posito, erit & BD, quadrans, & angulus BAD, rectus; nec non B, polus arcus AD; ac proinde arcus AD, ex dato angulo B, cum eius arcus sit, notus fiet. Cognitis autem tanta facilitate arcubus BD, AD, cum angulo recto BAD, inuenientur reliqua, vt prius.

Quãdo datus arcus quadrans est, & dati duo anguli inæquales.

SINT tandem dati duo anguli B, C, æquales. Diuidet arcus AD, & basim BC, & angulum A, bifariam; & arcus AB, AC, æquales erunt. Inquiratur, per problema 14. triang. sphær. ex dato arcu AB, angulum rectum D, subtendente, & dato angulo B, arcus BD: qui duplicatus totum quæsitum BC, offeret. Alter autem quæsitus AC, datus erit, cum dato AB, sit æqualis. Rursus, per problema 15. triangul. sphæric. ex eodem arcu dato AB, & angulo B, eliciatur angulus BAD, quo duplicato, habebitur totus BAC, qui quæritur.

Quando duo anguli dati sunt æquales.

PER solos sinus ita absoluemus problema. Per problema 2. triangul. sphær. inuestigetur arcus AD, ex dato arcu AB, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo B, arcui AD, opposito. Atque hinc, per 1. praxim problematis 8. triang. sphæric. reperiatur ex dato arcu AB, angulum rectum D, subtendente, & inuento arcu AD, tertius arcus BD: qui duplicatus totum quæsitum BC, dabit. Deinde, per 1. praxim problematis 1. triang. sphær. ex dato arcu AB, rectum angulum D, subtendente, & arcu BD, inuento indagetur angulus oppositus BAD: qui duplicatus offeret totum BAC, quæsitum.

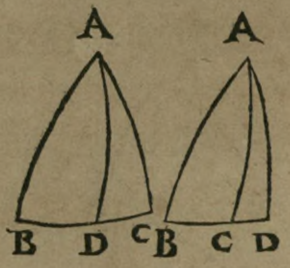
Per solos sinus, quando duo anguli dati sunt æquales.

IN hoc porro casu non potest datus arcus AB, esse quadrans.

22\. DATIS duobus arcubus trianguli non rectanguli, cum angulo, qui alteri eorum opponitur, reliquos angulos, cum reliquo arcu scrutari: si modo constet, num angulus alteri arcui dato oppositus acutus sit, aut obtusus.

Quæritur duo anguli cum vno arcu.

[a] SINT in triangulo ABC, dati duo arcus AB, AC, cum angulo B, qui arcui AC, opponitur: sint autem primum illi arcus inæquales, & neuter quadrans, constetque præterea species anguli C, alteri arcui dato AB, oppositi. Ducatur ex angulo A, à datis arcubus comprehenso ad arcum BC, arcus perpendicularis, qui intra triangulum cadet, si vterque angulus B, C, sit acutus, vel obtusus; extra vero, si vnus acutus sit, & alter obtusus. Constat autem, an vterque angulus acutus sit, obtususve, an non; quia angulus B, datus est, cum specie anguli C. Inquiratur ergo, per problema 2. triang. sphær. ex dato arcu AB, angulum rectum D, subtendente, & angulo dato B, arcus oppositus AD. Et hinc, per problema 8. triangul. sphær. ex eodem arcu dato AB, & arcu inuento AD, eliciatur tertius arcus BD. Hinc rursus, per problema 1. triang. sphær. ex dato arcu AB, rectum angulum D, subtendente, & arcu BD, inuento reperiatur angulus BAD, arcui BD, oppositus: Et per problema 13. triang. sphær. ex dato arcu AC, rectum angulum D, subtendente, & arcu AD, inuento eruatur angulus CAD, à dictis arcubus comprehensus. Nam hic angulus adiectus ad inuentum angulum BAD, vel ab eodem subtractus, (prout arcus AD, cadit intra, vel extra triangulum) dabit quæsitum angulum BAC. Inueniatur præterea, per problema 15. triang. sphær. ex dato arcu AC, rectum angulum D, subtendente, & inuento angulo CAD, angulus ACD: qui erit is, quem quærimus, si arcus AD, intra triangulum cadit, si vero extra, ablatus ex duobus rectis dabit angulum ACB, quæsitum: sicque duo reliqui anguli BAC, ACB, erunt cogniti.



Quando dati duo arcus sunt inæquales, & neuter eorum quadrans.

a Propos. 67 triãg. sphæ.

DEINDE, per problema 8. triang. sphær. ex dato arcu AC, angulum rectum D, subtendente, & inuento arcu AD, inquiratur arcus CD. Hic enim additus arcui inuento BD, vel ab eodem subductus (prout arcus AD, intra triangulum cadit, vel extra) notum offeret quæsitum arcum BC.

IN hoc porro casu, nullus arcuum AD, BD, CD; quadrans esse potest.

PER solos sinus ita erit agendum. Per problema 2. triangul. sphæric. ex dato arcu AB, angulum rectum D, subtendente, & angulo dato B, inueniatur oppositus arcus AD: Atq; hinc, per 1. praxim problematis 8. triangul. sphær. ex dato arcu AB, dato rectum subtendente angulum D, & inuento arcu AD, eruatur tertius arcus BD: Atque hinc rursus, per 1 praxim problematis 1. triangul. sphær. ex arcu AB, angulum rectum D, subtendente, & arcu inuento BD, reperiatur angulus oppositus BAD:

Per solos sinus, quando duo arcus dati sunt inæquales, & neuter eorũ quadrans.

BAD: Nec non, per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. ex dato arcu AC, rectum angulum D, subtendente, & arcu inuento AD, eruatur tertius arcus CD; qui vel additus arcui inuento BD, vel ex eo subtractus, (prout arcus AD, cadit intra, vel extra triangulum) dabit quæsitum arcum BC.

DEINDE inuestigetur per 1. praxim problematis 1. triang. sphær. ex dato arcu AC, rectum angulum D, subtendente, & inuento arcu CD, angulus oppositus CAD: qui angulo BAD, adiunctus, vel ab eo demptus, (prout arcus AD, intra triangulum, aut extra cadit) exhibebit quæsitum angulum BAC. Deniq; per problema 5. triang. sphær. ex arcu inuento AD, & inuento angulo adiacente CAD, reperiatur angulus alter ACD: qui erit ex quæsitis alter, si arcus AD, intra triangulum cadit, si vero cadit extra, detrahendus erit ex duobus rectis, vt reliquus fiat alter angulus quæsitus ACB.

Quando alter datorũ arcuum est quadrans.

QVOD si alter datorum arcuum sit quadrans; si quidem AB, quadrans fuerit, erit quoque BD, quadrans, & angulus BAD, rectus, nec non B, polus arcus AD, ac proinde arcus AD, cognoscetur ex dato angulo B. Atq; ita cognitis arcubus AD, BD, & angulo recto BAD, reliqua inueniemus, vt prius. Pari ratione, si AC, fuerit quadrans, erit quoque CD, quadrans, & angulus CAD, rectus, nec non C, polus arcus AD; atque adeo inuentus arcus AD, notum faciet angulum suum ACD; qui vnus erit ex quæsitis, si arcus AD, intra triangulum cadit: si vero cadit extra, idem ex duobus rectis detractus relinquet quæsitum angulum ACB. Inuentis autem tanta facilitate angulis CAD, ACD, & arcu CD, reperientur cætera, vt prius.

Quando duo arcus dati sunt æquales.

SINT iam dati duo arcus AB, AC, æquales. Secabit arcus AD, & basim BC, & angulum A, bifariam, anguliquie B, C, æquales erunt; atq; ita inquirendus erit tantum angulus BAC, cum arcu BC. Inquiratur ergo, per problema 15. triang. sphær. ex dato arcu AB, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo B, angulus BAD; qui duplicatus offeret totum quæsitum BAC. Rursus, per problema 2. triang. sphær. ex arcu AB, angulum rectum D, subtendente, & inuento angulo BAD, reperiatur arcus oppositus BD: qui duplicatus totum quæsitum BC, dabit.

Per solos sinus, quando dati duo arcus sunt æquales.

PER solos sinus sic. Per problema 2. triang. sphær. inueniatur ex dato arcu AB, angulum rectum D, subtendente & dato angulo B, arcus oppositus AD: Atque hinc per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. ex dato arcu AB, rectum angulum D, subtendente, & inuento arcu AD, reperiatur tertius arcus BD, qui duplicatus totum quæsitum BC, exhibebit. Per problema tandem 5. triangul. sphær. inuestigetur ex inuento arcu BD, & dato angulo B, adiacente angulus BAD, arcui BD, oppositus. Hic enim duplicatus dabit totum BAC, quem desideramus.

CÆTERVM, vt facilius problema illud, quod maxime optamus, præsertim in sphæricis triangulis, inuenire possimus, confecimus hic indicem omnium problematum ad calculum necessariorum: quibus quidem numeros præfiximus, qui indicent, quem ordinem quodlibet inter problemata, quorum praxes proxime exposuimus, obtineat; quemadmodum & supra problematibus ipsis in margine adscripsimus propositiones, & problemata, in quibus praxes demonstrantur in nostris triangulis rectilineis, & sphæricis. Quanquam autem in indice triangulorum sphæricorum rectangulorum proponantur tantum singula in singulis problematibus inuenienda: ijs tamen inuentis, pleraque etiam alia in eisdem reperiuntur, vt ex superioribus liquet.

IN-

INDEX PROBLEMATVM, ET PRAXIVM TRIANGVLORVM.

IN TRIANGVLIS RECTILINEIS RECTANGVLIS.

Inuenitur.

2. Latus circa angulum rectum vtrilibet angulorum acutorum oppositum; ex latere rectum angulum ſubtendente, & alterutro acutorum angulorum.
3. Latus angulo recto oppoſitum, & alterutrum duorum circa eundem rectum angulum; ex altero latere circa angulum rectum, & vno acutorum angulorum.
4. Vterque angulus acutus, & alterutrum duorum laterum circa angulum rectum; ex latere angulum rectum ſubtendente, & altero latere circa eundem rectum angulum.
5. Vterque angulus acutus, & latus recto angulo oppoſitum; ex duobus lateribus circa eundem angulum rectum.

IN TRIANGVLIS RECTILINEIS NON RECTANGVLIS.

Inueniuntur.

10. Duo latera; ex omnibus angulis, & reliquo latere.
11. Omnes anguli: ex omnibus lateribus.
12. Vnum latus, & duo anguli illi adiacentes; ex reliquis duobus lateribus, & reliquo angulo ab ipſis comprehenſo.
13. Duo anguli, & vnum latus vni eorum oppoſitum; ex reliquis duobus lateribus, & reliquo angulo, qui vni eorum opponitur.

IN TRIANGVLIS SPHÆRICIS RECTANGVLIS.

Inuenitur arcus angulo recto oppoſitus.

3. Ex arcu circa rectum angulum, & angulo ei oppoſito.
12. Ex arcu circa angulum rectum, & angulo ei adiacente.
7. Ex vtroque arcu circa angulum rectum.
16. Ex vtroque angulo non recto.

Inuenitur arcus circa angulum rectum.

2. Ex arcu rectum angulum ſubtendente, & angulo, qui quæſito arcui opponitur.
14. Ex arcu rectum angulum ſubtendente, & angulo, qui quæſito arcui adiacet.
8. Ex arcu angulum rectum ſubtendente, & altero arcu circa angulum rectum.
10. Ex altero arcu circa rectum angulum, & angulo ei oppoſito.
9. Ex altero arcu circa angulum rectum, & angulo ei adiacente.
4. Ex vtroque angulo non recto.

Inue-

Inuenitur angulus non rectus.

IN TRIANGVLIS SPHÆRICIS NON RECTANGVLIS.

Inueniuntur.

VERVM hunc Indicem longe clarius digessimus in Lemmate 53. lib. 1. Astrolabii: vbi etiam sex viis quodlibet problema sphæricorum triangulorum dissoluimus.

ATQVE hic finis sit nostrorum triangulorum, in quibus omnia ea videor esse complexus, quæ ad calculum ipsorum requiruntur. His ergo, benigne Lector, interea fruere feliciter, dum tres integros libros triangulorum sphæricorum Menelai, cum duobus Francisci Maurolyci, in quibus multo plura, quam hic à nobis explanata sunt, & quidem scitu iucundissima, continentur, clarioribus demonstrationibus illustratos in lucem, Deo nostris cœptis bene fauente, prodire sinamus.

FINIS TRIANGVLORVM SPHÆRICORVM.

EUCLIDES

MATEMATICAS