Roso

IMPACTO DE LA CALCULADORA ELECTRONICA EN LA EDUCACION MATEMATICA PRIMARIA.

UN ESTUDIO CUASI-EXPERIMENTAL EN TERCER NIVEL

Doctorando: Antonio Fernández Cano
Directora: Dra. Dª Leonor Buendía Eisman
Departamento de Pedagogía. Area MIDE.
Facultad de Filosofía y Letras.
Universidad de Granada.

Autorización concedida

RECONOCIMIENTOS

A la Pfra. Dra. Dª. Leonor Buendía Eisman, directora de esta tesis, por su aliento y orientación constantes. Su continuo seguimiento, rigor y sentido de este trabajo, marcando sus amplios y difusos límites, definiendo criterios y ajustando ámbitos, han contrarrestado la vehemencia ingenua de este investigador por abarcar pretenciosamente un campo de investigación que se ha revelado complejo y vasto.

Al Pfsor. Dr. D. Luis Rico Romero, del Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Granada, por iniciarme en el tópico de esta investigación y por el enriquecimiento humano y profesional que ha representado nuestro trabajo colaborativo de veinte años dedicados a la investigación en Educación Matemática. Su magisterio sobrio y constante dejará, en toda una generación de profesores de todos los niveles educativos, un sello indeleble del que esta tesis es sólo una modesta y minúscula huella.

A la Pfra. Dra. Dª. María del Carmen Batanero Bernabeu, del Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Granada, por iniciar a este investigador en el tratamiento estadístico de datos mediante paquetes informatizados y por las facilidades para disponer de tales materiales.

Al Sr. Delegado de la Consejería de Educación y Ciencia de la Junta de Andalucía en Granada, Dr. D. Alberto Fernández Gutiérrez, por facilitar el acceso de este investigador a los centros y clases que considerase pertinentes a lo largo de su experimento.

A los Directores y Maestros de los Colegios Públicos de E.G.B. de la ciudad de Huéscar (Granada) que paciente y diligentemente han estado prestos y solícitos en allanar las dificultades que se suscitaron durante aquel agitado curso. En especial, quisiera agradecer al Sr. Director del C.P. "Princesa Sofía", D. Antonio López Portillo, su total disponibilidad académica y económica pues fue este centro el que llevó el peso del gasto en la adquisición del material (treinta calculadoras y material fungible) imprescindible para llevar a efecto este estudio.

A la cohorte de niños y niñas de 3^er^ nivel de E.G.B. durante el curso escolar 87-88 en la ciudad de Huéscar. Es la esperanza de un mundo mejor, con una educación mejor, para ello el único objetivo de esta experiencia.

A mi hija, Inés Mª, miembro de esa promoción y mi entrañable "conejillo de Indias", que "sufrió" pacientemente todos los escarceos, ensayos-piloto y palos de ciego iniciales que se suscitan al arrancar una investigación pionera.

INDICE

I PARTE. CONTEXTUALIZACION DE LA INVESTIGACION

II PARTE. ESTUDIO EMPIRICO

I PARTE. CONTEXTUALIZACION DE LA INVESTIGACION

1.- INTRODUCCION

La idea impulsadora que rige esta investigación es comprobar qué efectos o qué impacto tiene la integración de un recurso tecnológico como es la calculadora electrónica de bolsillo en el curriculum aritmético de 3º de EGB.

La necesidad de la investigación viene dada por el hecho de la creciente y progresiva disponibilidad de una máquina que podemos categorizar abiertamente como recurso instructivo *(teaching aid).* De hecho, las nuevas tecnologías se han convertido en una parte importante de las vidas de los niños y de las personas, en general. Múltiples encuestas demuestran hasta qué grado el niño tiene acceso a nuevas tecnologías, al margen de la escuela. La tendencia de tales encuestas testimonia un progresivo acceso a ciertos instrumentos. Son reveladoras, al respecto, las encuestas de Shuard y Smith[1] (1985: 9) y Straker[2] (1985: 34) en la Gran Bretaña. Los resultados del trabajo de Shuard y Smith realizado sobre 500 alumnos de 3er curso, de la zona de Cambridge y alrededores, son:

---

[1]: SHUARD, H. y SMITH, DS. (1985): **Mathematics 6-13: an exploratory study.** SDDC Link, summer.

[2]: STRAKER, A. (1985): **Positive steps.** Times Educational Suplement, 5, april.

TABLA I: Disponibilidad de calculadoras por los alumnos (según Shuard y Smith).

	Niños (%)	Niñas (%)
El alumno tiene su propia calculadora.........................	49	62
Algún miembro de la familia tiene calculadora................	87	86
El alumno tiene un reloj digital (con calculadora incorporada).	80	61

La encuesta de Straker, realizada en el norte de Inglaterra, con 1926 alumnos de clases de ciclo inicial *(top infant)* y 2186 alumnos de clases de 3º grado, arroja estos resultados:

TABLA II: Disponibilidad de calculadoras por los alumnos (según Straker)

	Niñas (%)		Niños (%)	
Ciclo inicial/3º grado	Familia sólo con hijas	Familia mixta	Familia mixta	Familia sólo con hijos
El niño tiene su propia calculadora.	18/28	26/29	35/54	36/58
Algún miembro de la familia tiene calculadora.	52/66	73/72	71/74	70/72
El niño tiene un reloj digital	28/51	31/55	67/79	64/80

Las microtecnologías han entrado en la vida de los escolares, especialmente en la de los niños de los paises industrializados. Estimamos que el caso español es casi similar, aunque la disponibilidad no sea abundante como el de las encuestas mencionadas anteriormente. En 1986 realizamos una encuesta (Fernández Cano[1] 1986) con 260 alumnos de Ciclo Medio de E.G.B. de la ciudad de Huéscar (Granada). Los resultados fueron:

TABLA III: DISPONIBILIDAD DE RECURSO DIDACTICOS (según Fernández Cano)

Porcentajes afirmativos (%)	Prensa Diaria niños	niñas	Calculadora -os	-as	Ordenador -os	-as
1. Tu familia tiene o recibe	2	3	64	63	1	2
2. Tú tienes o recibes para tí solo	0	0	26	18	0	0
3. Te dejarían tus padres traer a clase	98	96	88	79	22	19
4. Te comprarían si fuera necesario	63	52	76	70	7	4

De esta encuesta realizada en una población de bajo nivel económico se desprende que:

- Casi la cuarta parte de los alumnos de Ciclo Medio disponen de una calculadora; porcentaje que, probablemente, se acrecienta día a día debido al bajón de precios y la costumbre de considerar a la calculadora como un regalo.

---

[1]: FERNANDEZ CANO, A. (1986): **Aproximación Prensa-Matemáticas.** Premio Prensa-Escuela del MEC (1987). Documento interno del Programa Prensa-Escuela del MEC Madrid.

- Los niños estiman casi en su totalidad que podrían disponer de la calculadora familiar.

- Las tres cuartas partes de los niños creen que sería un objeto accesible pues consideran que sus padres estarían dispuestas a comprárselo.

- Se observa un inequívoco sesgo sexista en la disponibilidad de la calculadora y, en general, sobre los demás recursos.

El progresivo descenso de precios de las calculadoras electrónicas a partir de la mitad de los 70, es otro síntoma de su creciente disponibilidad. Tal disponibilidad podría quedar marginada si no fuera considerada, por nosotros, la calculadora como un poderoso recurso didáctico.

1.1.- La calculadora como un recurso la instrucción *(teaching aid)*

J.J. Rogers[1] (1976), una lista de rasgos que caracterizan a un buen recurso didáctico ejemplificándolos sobre la calculadora. Lo que justifica plenamente nuestra atención sobre ella. Estos rasgos son:

- Barato: aunque este calificativo es siempre relativo, parece evidente que el precio de una calculadora es accesible al bosillo familiar y más cuando los precios decrecen ostensiblemente. Parece paradójico, pero es de los pocos artículos que han bajado de

---

[1]: ROGERS, J.J. (1976): The Electronic Calculator-Another Teaching Aid. Arithmetic Teacher, 24,3 november. También en "Calculators. Readings from the Arithmetic Teacher (AT) y The Mathematics Teacher (MT)" B.C. Burt (editor). National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 1979. Reston, Va.

precio, aumentando y mejorando al par sus prestaciones.

- Durable: entendido en varios sentidos:

  * Producto resistente al deterioro y a las caidas, dado su compacticidad.

  * Permanente, que no se extravie o robe.

En la experiencia central de esta investigación, el tratamiento de clases con calculadora tuvo lugar durante todo un curso escolar. En ese tiempo no se rompió, ni se extravió ninguna de las 30 calculadoras disponibles, incluso permanecían las dobles fundas que las envolvían (cartón y plástico). En sistemas escolares en que el uso de calculadoras es habitual se suele habilitar un espacio permanente en el aula *(calculator corner:* el rincón de las calculadoras).

- Usable libremente por el alumno: sin necesidad de un mediador/intermediario, en cualquier momento y lugar. La calculadora, dada su sencillez de manejo (apretar botones y visualizar un número) y reducidas dimensiones, puede usarse autónomamente por el niño. Parece que el formato ya se ha consolidado pues la tendencia era a recortarlo en sus tres dimensiones; últimamente sólo se aprecia la disminución del grosor en los nuevos modelos. Lo sorprendente es que la mayoría de los niños la utilizan, al margen de que su uso esté prohibido o ignorado en la escuela, constituyendo entonces un recurso informal que se oculta por presiones externas al niño, dado que está asociado al tabú de "hacer trampa". Sin embargo, el uso aceptado como corrector de cálculos hechos con lápiz y papel (algoritmos tradicionales o. cuatro reglas), en base a que aporta al niño un diagnóstico retroalimentario inmediato, es bastante discutible, (véase Fernández Cano, 1990)[1].

- Controlable por el niño. La calculadora es una "máquina tonta": hace sólo lo que se le indica y nada más. Incluso la amenaza a dejarla encendida/en mantenimiento se ha visto superada con un mecanismo de autoapagado pasado un tiempo mínimo (5 minutos).

- Móvil: Su reducido tamaño y escaso peso hacen a la calculadora un instrumento eminentemente móvil que puede parangonarse con prendas personales (como el reloj). Esta portentosa versatilidad hace que pronto pueda estar a mano para resolver un problema o investigar una curiosidad en múltiples ocasiones y/o situaciones.

- Inductor de hábitos. La calculadora ha penetrado tanto en la vida y en el trabajo de las personas que hoy día escasamente se utilizan los algoritmos clásicos. Existen abundantes encuestas sobre el modo de realizar cálculos necesarios; tales encuestas manifiestan, por ejemplo Fitzgerald[2] (1985), resumidamente que: "La calculadora electrónica es ubícua en la realización de cálculos por los empleados. Es verdaderamente muy raro encontrar a un empleado que realice multiplicaciones, divisiones y porcentajes, excepto cuando son muy sencillos (Aritmética de un sólo dígito, o con números redondos), usando

---

[1]: FERNANDEZ CANO, A. (1990): **Aproximación al desarrollo del cálculo como un programa de investigación lakatosiano.** Tesina de licenciatura. Departamento de Pedagogía. Universidad de Granada.

[2]: FITZGERALD, A. (1985): **New technology and Mathematics in employment.** Department of Curriculum Studies. University of Birmingham.

métodos escritos. Es algo menos raro para sumas y restas, aunque, cuando la suma tiene un puñado de sumandos, casi invariablemente se usa la calculadora. La tarea eminentemente aritmética en la mayoría de los empleados es mirar un dato numérico y elaborar juicios sobre su racionalidad sin estar íntimamente implicado en la producción de ese dato".

- Lúdico: La calculadora permite recuperar toda una vertiente lúdica de la matemática que estaba oculta debido a la complejidad y el tedio de los cálculos anexos. La Teoría de Números se ha visto rehabilitada y actualizada cuando se ha superado tal barrera. La publicación de libritos con juegos, pasatiempos y puzzles matemáticos a realizar con calculadora han proliferado en los diez últimos años. Muchos de estos materiales apoyan un currículum existente. Ejemplos de juegos y pasatiempos matemáticos con calculadora apoyando un currículum regular pueden encontrarse, en (Rico et al. 1990)[1]. En lengua inglesa, la producción es muy abundante (Gregory, 1981: 30-33)[2] recoge en su recopilación anotada 20 títulos/publicaciones bajo el epígrafe general *"Recreational"* (Recreativo) que oscilan desde las púramente recreativas a las eminentemente instructivas. Suydam[3] (1979), en su compilación categorizada de referencias, recoge 34

---

[1]: RICO, L.; CASTRO, E.; FERNANDEZ CANO, A.; FORTUNY, J.M.; VALENZUELA, J. y VALLDAURA, J. (1990): **Matemáticas Ciclo Medio. Libro del alumno.** 3º, 4º y 5º. Tres libros del alumno y guías del profesor. Algaida Editores. Sevilla.

[2]: GREGORY, C.A. (1981): **Calculators in the Elementary Mathematics Curriculum.** Centre for Studies in Science Education. The University of Leeds. Leeds.

[3]: SUYDAM, M.N. (1979): **Calculators: A categorized compilation of references.** ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics and Environmental Education. The Ohio State University. Ohio. ERIC ED 171152.

títulos en lengua inglesa y de producción USA.

En castellano, podemos encontrar las traducciones francesas de Vannier y Chauveau[1] (1978) y Vannier[2] (1979) pero son escasamente educativas y totalmente recreativas aunque de ellas pueden extraerse juegos apropiados bastante suceptibles de didactizar a posteriori.

- Compatible con otros recursos. La calculadora puede/debe usarse en conjunción con material sensible (tipo Montessori, regletas de Cuisenaire, bloques Unifix) en cursos bajos, aquellos en los que aún es necesario operar con una inteligencia concreta. El gran salto, de una operatividad concreta a la formal, puede verse facilitado por la conjunción armónica de ambos tipos de recursos. Moore (1983: 124)[3] al analizar los hallazgos y conclusiones de su investigación recomienda: "instrumentos, como la calculadora y las regletas Cuisenaire, que conllevan un enriquecimiento del programa de Matemáticas, deberían usarse durante un amplio período de tiempo".

- Inocua: en el sentido de que no pueda dañar al sujeto. De los tres tipos de calculadoras: de pilas alcalinas, solares y/o con pilas de mercurio, sólo estas últimas pueden tener

---

[1]: VANNIER, E. y CHAUVEAU, P. (1978): **Cómo jugar y divertirse con su calculadora de bolsillo.** Altalena Editores. Madrid.

[2]: VANNIER, E. (1979): **Nuevas formas de jugar y divertirse con su calculadora.** Altalena Editores. Madrid.

[3]: MOORE, B.H. (1983): **The effect of the hand held electronic caculator on attitude toward Mathematics and mathematics achievement of third-grade learners.** (University of San Francisco). University Microfilms International Dissertation Information Service, Ann Arbor. Mi. También en Dissertation Abstracts International, (DAI) 43/05-A, pag. 1457.

cierto peligro si el alumno se traga una de las pilas. Cosa bastante difícil pues es necesario previamente desatornillar con un diminuto destornillador la carcasa en que se encuentra ubicada la batería. Existe siempre la posibilidad de emitir la cantinela por parte del profesor de no hurgar en el interior ya que se inutilizaría la máquina. En nuestra experiencia, ningún alumno llevó su curiosidad a explorar el interior de la calculadora. Además, las pilas de mercurio son altamente contaminantes y por ello sería aconsejable utilizar calculadoras con otro tipo de alimentación, solar a ser posible.

- Autodependiente: Bastantes recursos habituales en el aula necesitan un instrumental auxiliar complejo o son totalmente dependientes de fuentes energéticas con lo que su "vida escolar" es corta y/o azarosa. La calculadora sólo depende de las baterias que la ponen en funcionamiento. Las pilas de una calculadora suelen tener una vida media de 10.000 horas, lo cual representa un uso continuado y regular en clase de matemáticas de como mínimo 5 años. Las calculadoras solares necesitan cargarse regularmente, exponiéndolas al sol o a una fuente luminosa ya que descargadas la visualización de los números en la pantalla es tenue. ¡Pero en el pais del sol...!
- Responde a las necesidades del sujeto: Saunders[1] (1980: 7-16) informa, tras una encuesta realizada sobre destrezas matemáticas en el mundo del trabajo, que las calculadoras se usaban por el 98% de los empleados encuestados. Su necesidad, entonces parece evidente.

---

[1]: SAUNDERS, H. (1980): When are we ever gonna have to use this?. Mathematic Teacher, 73. NCTM. Reston, Va.

Igualmente la investigación/encuesta de Sewell[1] (1982), comisionada por el Informe Cockcroft[2] (1982), contrastó que "los adultos no hacen mucho caso de los métodos estandarizados escritos sino que, en su lugar, usan métodos individuales/personales basados en sus propios conocimientos/comprensiones personales y en última instancia acuden a una máquina de calcular" (Parágrafo 71).

- Promueve el aprendizaje, mejora las actitudes hacia las matemáticas y no altera el normal desarrollo cognitivo del usuario: estas serán las tres grandes cuestiones a delucidar a lo largo de esta investigación.

Pese a todas estas ventajas no han faltado reticencias al uso de calculadora en la instrucción matemática. Ya en 1919, Pedro de Alcántara[3] (1919: 448) exponía una visión negativa del uso de aritmómetros (calculadoras mecánicas) en instrucción aritmética al decir: "Debe acudirse al aritmómetro de Arens lo menos posible. Todo aparato que tenga la pretensión de suplir al cálculo mental (tal es el principio en que se basan dichos medios/aparatos) va contra el fin de la enseñanza. Es un error querer darlo hecho todo o casi todo a los alumnos, pues de este modo se mecaniza la enseñanza, se desconoce el

---

[1]: SEWELL, B. (1982): **Use of mathematics by adults in daily life.** Advisory Council for Adult and Continuing Education. Leicester.

[2]: COCKCROFT, W. (editor) (1982): **Mathematics count. Report of the Committe of Inquiry into the Teaching Mathematics.** Traducción al castellano. "Las matemáticas sí cuentan. Informe Cockcroft". Servicio de Publicaciones del M.E.C. (1985) Madrid.

[3]: ALCANTARA GARCIA, P. de (1919): **Compendio de Pedagogía Teórico-Práctica.** Libreria de los sucesores de Hernando. Madrid.

principio de iniciativa y el trabajo personal, y el niño queda reducido al papel de un autómata que no tiene conciencia de lo que hace. Deben desecharse en absoluto los aritmómetros, lo contrario es corromper la enseñanza de la Aritmética".

Una visión de la misma época totalmente contraria a la anterior es la de Felix Klein[1] (1948: 27-34). Este gran renovador de la enseñanza de las Matemáticas y de las Matemáticas aplicadas en Alemania, a través del Instituto de Gotinga, declaraba, alrededor de 1905, en la edición original alemana de su obra, que: "todo maestro estará familiarizado con el aparato, y aún, mejor posible, que no salga de nuestras escuelas ningún alumno sin que, siquiera una vez, hubiese manejado una máquina de calcular. Recomendamos la práctica del cálculo con números enteros centrándolo en las máquinas de calcular (el aritmómetro de Odhamer) pues la manipulación del aritmómetro es la exacta traducción mecánica de los procedimientos/algoritmos clásicos".

Los psicólogos cognotivistas también expresaron bien pronto su reticencia. Phillips[2] (1969) expresaba la preocupación de "que la práctica educativa americana cayese en la mística de apretar botones incorporando demasiado rápidamente al niño en procesos matemáticos para los cuales no está cognitivamente preparado".

En definitiva, la idea impulsadora de la investigación que desarrollamos es incorporar

---

[1]: KLEIN, F. (1948): La Matemática Elemental desde un punto de vista superior. Volumen: Arimética y Algebra. 2ª edición. Iberoamericana. Buenos Aires.

[2]: PHILLIPS, J.L. jr. (1969): The origing of intellect: Piaget's Theory. W.H. Freeman and Sons. San Francisco.

un recurso instructivo a la praxis y al currículum de la educación matemática primaria (área problemática) en la esperanza de mejorar tal educación.

1.2. Pros y contras sobre el uso de calculadoras en educación matemática primaria: Una controversia inacabada.

El uso de calculadoras en educación matemática primaria sigue siendo una cuestión preocupante y candente aunque en niveles secundario y superior la aceptación no mantiene reticencias y el uso está generalizado. Así, por ejemplo, en el próximo Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME-7)[1], a celebrar en la Universidad Laval de Quebec (Canadá) durante los días 16-23 de julio de 1992, el programa recoge, entre otros, el grupo de trabajo nº 16: "Impacto de calculadoras en la escuela primaria" y el nº 17: "La tecnología al servicio del currículum matemático".

El dilema "usar o no usar" calculadoras es antiguo, según hemos visto en las opiniones encontradas de Pedro de Alcantara[2] (1919) y Felix Klein[3] (1948). Hopkins[4] (1976: 69-71) compara la situación a otra prototípica contenida en el "Fedro" de Platón. En un

---

[1]: ICME-7 (1990): Program of the Congress. Université Laval. Quebel. Primer Anuncio.

[2]: ALCANTARA, Pedro de (1919): Op. cit.

[3]: KLEIN, F. (1948): Op. cit.

[4]: HOPKINS, E.E. (1976): A modest proposal concerning the use of hand calculators in school. Aritmetic Teacher, 4, december. También en "Calculators. Readings from A.T. y M.T". Op. cit.

pasaje de éste diálogo platónico, un personaje se lamenta de la pérdida de capacidad de los griegos para memorizar antiguos poemas y textos dado que la escritura se había hecho extensiva. Evidentemente, tal capacidad se había perdido, pero en cambio ponderemos lo que se ha ganado con la escritura. Hopkins da una visión filosófica de la entrada e implementación de las calculadoras en analogía con el texto platónico. Las calculadoras, probablemente, harán desaparecer a los antiguos algoritmos de lápiz y papel, pero, sin embargo, permitirán democratizar el conocimiento matemático al superar la barrera que el aprendizaje mecánico de los algorítmos previos conlleva.

Tras la llegada de calculadoras electrónicas, la polémica se magnificó, encontrando abundantes partidarios y detractores. Haremos, entonces, un recorrido histórico señalando los juicios, a favor o en contra, del uso de calculadoras en Educación Matemática Primaria.

1.2.1.- Argumentos en contra:

Podemos delimitar una serie de argumentos en contra, a saber:

1.- Es un error querer darlo hecho todo o casi todo a los alumnos.

2.- Se mecaniza la enseñanza y se corrompe la Aritmética.

3.- Se desconoce el principio de iniciativa y el trabajo personal.

4.- El niño queda reducido a un autómata que no tiene conciencia de lo que hace.

Estos son los cuatro argumentos clásicos enunciados anteriormente por de

Alcántara[1].

5.- Las máquinas/artefactos de cálculo, que se han demostrado efectivos en el pasado, era en base a que conllevaban experiencias táctiles y visuales de las operaciones matemáticas, las calculadoras electrónicas apenas permiten realizar estas experiencias.

Hawthorne[2] (1973: 671-672) señala la problemática que acarrea al currículum matemático habitual la incorporación de calculadora, abogando por una modificación parcial/mínima (chequeo de cálculos a lápiz y papel y ejecutar operaciones laboriosas en resolución de problemas). En consecuencia:

6.- Usar calculadoras entraña "aventurismo" pedagógico ya que los curricula elementales se verán profundamente modificados.

Ettlinger[3] (1974: 43-45) ya señalaba dos visiones encontradas respecto a su uso: funcional o pedagógico, señalando que:

7.- Las implicaciones de estos dos puntos de vista, el valor funcional (realizar un cálculo) y el potencialmente pedagógico (aprender a calcular), no son lo suficientemente conocidos y surgen muchas preguntas necesitadas de respuesta. Sin embargo, la investigación sobre este tópico ha producido abundantes respuestas durante los últimos 20 años.

---

[1]: ALCANTARA, Pedro de (1919): Op. cit.

[2]: HAWTHORNE, F.S. (1973): **Hand-held calculators: help o hindrance?** Aritmetic Teacher, 20, december.

[3]: ETTLINGER, L. (1974): **The electronic calculator: a new trend in school Mathematics.** Educational Technology, 14, december.

James McKinney[1] (1974: 12-14) se declara abiertamente en contra cuando manifiesta:

8.- Las calculadoras no enseñarán matemática básica y ésta puede quedar reducida a "apretar" botones.

Es la conocida crítica de los psicólogos cognotivistas.

Birtwhistle[2] (1974: 27-30) ve aspectos negativos en la morfología de las calculadoras:

9.- Las máquinas se pueden perder fácilmente. Sus teclas y pantalla son demasiado pequeñas; recomendando, en cambio, el uso de calculadoras de oficina *(desk calculators)* portátiles.

10.- El orden en que se pulsan las teclas para realizar ciertos cálculos varía con las diversas máquinas creando confusión en los alumnos.

11.- La poca naturalidad de algunas órdenes para la entrada de datos, puede causar problemas a algunos niños.

Gibb[3] (1975-1) manifestaba la posición inicial del N.C.T.M. cuando afirmaba respecto al uso de calculadoras en primaria:

12.- No deben usarse hasta que el alumno haya desarrollado el concepto de número, un sistema de lectura y escritura numéricas, la comprensión del significado y proceso

---

[1]: McKINNEY, J. (1974): **Great calculator debate.** Nations Schools and Colleges, 1, december.

[2]: BIRTWHISTLE, C. (1974): **Some further comments on electronic calculators.** Mathematics Teaching, 66, march.

[3]: GIBB, E.G. (1975): **My child wants a calculators.** NCTM Newsletter, XII, december.

de las operaciones básicas; esto es, hasta que el alumno comprenda qué es lo que la calculadora está haciendo por él.

Quadling[1] (1975: 23), al examinar el uso de las calculadoras electrónicas en las escuelas británicas, expresaba su preocupación por:

13.- La extensión de su uso es amplia, dispersa y poco uniforme con el peligro que conllevan tan prolijos grados de aplicatividad.

14.- No puede usarse en exámenes, al menos en tests de hechos numéricos básicos.

15.- Es un recurso socialmente discriminativo ya que no todos los alumnos pueden adquirir/disponer de los mejores modelos, dado sus altos precios.

16.- Existe el peligro de que la calculadora se convierta en una "muleta" sin la cual el niño no pueda avanzar por sí mismo, quedando en un estado de "cojera/postración" dado por la dependencia de la máquina.

Bell[2] (1976: 5) se cuestionaba el uso de calculadoras en enseñanza elemental apuntando algunas interrogantes que, puestas en forma afirmativa, denotarían una profunda negación del empleo de máquinas de calcular en educación básica, a saber:

17.- Será necesaria una instrucción explícita sobre el manejo de la máquina, ocasionando entonces, una pérdida de tiempo útil para menesteres más perentorios.

---

[1]: QUADLING, D. (1975): **A nation of button pushers.** Mathematics in School, 4, may.

[2]: BELL, M.S. (1976): **Calculators in elementary school? Some tentative guidelines and questions based on classroom experience.** Arithmetic Teacher, 24, november. También en "Calculators. Readings from A.T. & M.T.". Op. cit.

18.- El interés del alumno pasada la euforia inicial, decrece.

19.- Los alumnos no detectan de modo natural los posibles errores y resultados ilógicos que pueda ofertar una máquina averiada.

20.- Difícilmente las calculadoras ayudan a la diagnosis de la comprensión conceptual.

21.- Los alumnos no tienen ninguna curiosidad por las teclas que no les son habituales/familiares (ejem: √, %, x <—> y, +M, -M, RM) con lo que las posibilidades de descubrimiento son muy limitadas.

22.- La elección del tipo de máquina (con lógica aritmética, algebraica o de notación reversible polaca (NRP)) tendrá profundas y divergentes consecuencias pedagógicas.

23.- No son lo suficientemente durables, ya que los alumnos las estropean, al golpearlas o cuando se les caen del pupitre.

24.- El sistema de alimentación con pilas de mercurio es peligroso para la integridad del niño y poco ecológico (altamente contaminante).

Rudnick y Krulik[1] (1976: 66-67), en un estudio que realizaron para valorar los efectos de la disponibilidad y uso de calculadoras sobre el rendimiento matemático y sobre los cálculos de lápiz y papel, detectaron que:

25.- Los padres muestran profundas reservas al uso de calculadoras en la educación matemática. Estas reticencias no se disipan aún cuando los padres observan y siguen la actuación en práctica (desempeño continuado) de sus hijos.

---

[1]: RUDNICK, J.A. y KRULIK, S. (1976): **The minicalculator: friend or foe?** Arithmetic Teacher. 23, april.

Swartz[1] (1976: 134), al comprobar la abundancia de cifras decimales que se exhiben (sobre todo en la división), afirmó que:

26.- La calculadora no muestra las cifras significativas suscitando entonces, una inevitable mala interpretación de resultados.

Bell, Esty, Payne y Suydam[2] (1977) hicieron una extensa recopilación de pros y contras; entre los primeros detectaron, además de algunos ya citados, los siguientes:

27.- Podrían dar una falsa impresión de que las matemáticas son sólo cálculo, realizaciones sin reflexión. Enfatizarían el producto y no el proceso. Las estructuras algorítmicas perderían relevancia. Auspiciarían la pereza mental y la falta de comprensión.

28.- Acarrearían problemas de mantenimiento (cuando se agotan las pilas) y seguridad en el aula (son susceptibles de ser robadas).

29.- No motivarán el dominio de los hechos y algoritmos básicos.

Yates[3] (1977: 207-209) intentó diferenciar entre hechos y supuestos relativos a este problema, identificando importantes preguntas para la investigación posterior.

---

[1]: SWARTZ, C. (1976): **Editorial: Ban the Calculator.** Physics Teacher, 14, march.

[2]: BELL, M.; ESTY, E.; PAYNE, J.V. y SUYDAM (1977): **Hand-held calculators: Past, present and future.** Contenido en "38 NCTM Yearbook: Organizing for Mathematics Instruction", F.J. Crosswhite (ed). NCTM. Reston, Va.

[3]: YATES, D.S. (1977): **Coping with calculators in the classroom.** Curriculum Review, 16, august.

D'Ambrosio[1] (1978: 383-388) se plantea cuestiones de orden político-sociológico haciendo notar que:

30.- Las dificultades de acceso a tecnologías educativas, en países en desarrollo y minorías deprivadas, ahondarán las distancias con países desarrollados, estando los primeros en una situación de dependencia/sumisión respecto de los últimos.

Johnson[2] (1978: 7-13), en un artículo, antológico señaló los usos y abusos que a lo largo de cinco años de trabajo docente sobre el tema se habían detectado. Así, argumentos para no usar calculadoras se resaltan cuando la máquina se emplea para:

31.- Realizar cálculos sin ningún propósito manifiesto nada más que el sólo uso de la calculadora.

32.- Ejecutar juegos y puzzles, mediante calculadora, sin objetivo matemático manifiesto (juegos de arcano).

Kessner y Slesnick[3] (1978: 78-81) intentan disipar algunas posturas en contra del uso de calculadoras en enseñanza primaria, que ellos denominan posiciones míticas; algunas ya están citadas con anterioridad, otras serían:

---

[1]: D'AMBROSIO, U. (1978): **Issues arising on the use of hand-held calculators in school.** International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 9. También ERIC: ED 144 814.

[2]: JOHNSON, D.C. (1978): **Calculators: Abuses and uses.** Mathematics Teacher, 85, 4. También "Calculators in the Primary School. Readings from MIS & MT". Op. cit.

[3]: KESSNER, A. y SLESNICK, T. (1978): **Myths about calculators in the schools.** Calculators/Computers, 2, september/october. También en "Calculators, computers and classroom" (1981), J.L. Higgins y V. Kirschner (editores). ERIC SMEAC. The Ohio State University. Columbus, Ohio.

33.- Las calculadoras generan ansiedad en alumnos y padres sobre todo, ya que invalidan las concepciones personales de que aprender matemáticas es un trabajo duro.

34.- Existen dudas profundas sobre cual es la edad idónea para iniciar al alumno en aprendizajes matemáticos con ayuda de calculadora. La opinión más extendida es que nunca se le debe facilitar calculadora antes de 4º curso (10 años).

35.- No existen buenas actividades de aprendizaje con calculadora para niños pequeños.

36.- Al usar calculadora desaparecerá el tópico "fracciones" ya que estas máquinas no operan con ellas.

37.- Los algoritmos standarizados de lápiz y papel son una impresionante conquista de la Humanidad que no debe desaparecer y, si se usan calculadoras, progresivamente dejarán de enseñarse.

Bartusiak[1] (1978: 314) expresa su temor respecto al uso intensivo de calculadoras ya que:

38.- Crearán/formarán un hábito de sobredependencia a un recurso extrapersonal.

Reys[2] (1980: 38-40) analizó profundamente el rol de las calculadoras en enseñanza primaria considerando ciertas cuestiones pertinentes relativas a cómo podríamos estar

---

[1]: BARTUSIAK, M.T. (1978): Calculatoritis. Science News, 114, 18, november.

[2]: REYS, R.E. (1980): Calculators in the elementary classroom: How can we go wrong? Arithmetic Teacher, 28, november.

equivocándonos respecto al uso de estas máquinas. Reys observó ciertas opiniones/situaciones adicionales en contra del uso de calculadoras en primaria, algunas ya dichas. Otras serían:

39.- Las escuelas no están equipadas con calculadoras, aunque la mayoría de los niños, tengan acceso a ellas en su hogar.

40.- Los libros de texto aún no han integrado las calculadoras en sus programas.

41.- Los materiales suplementarios con calculadora, para apoyar el aprendizaje matemático, son dispersos, fragmentarios y no integrados en los currícula regulares.

42.- Los profesores de primaria no están familiarizados con las calculadoras como recurso instructivo.

43.- No existen tests standarizados aún, a ejecutar usando calculadoras.

44.- Crearán una falsa dicotomía en la concepción de la educación matemática (programa con calculadora versus programa sin calculadora). Tales dicotomías muy habituales en enseñanza de la matemáticas (matemáticas tradicionales vs. matemáticas modernas; programas regulares vs. programas de destrezas, lecciones expositivas vs. descubrimiento) le han hecho un flaco favor a los alumnos y, también, ¡cómo no!, a la Educación matemática.

45.- Si se utiliza la calculadora para comprobar cálculos hechos a papel y lápiz, el alumno perderá mucho tiempo.

46.- Al incrementarse las facilidades para calcular, se perderá u omitirá el uso de materiales concretos/sensoriales (bloques, regletas, ...) tornándose los aprendizajes en mecánicos y no significativos.

47.- Puede existir el riesgo de asumir que el proceso de aprendizaje de la Aritmética es acelerable/acortado, supuesta una falsa evidencia dada por la facilidad de escribir y leer números con calculadoras.

Ettinger y Ogletree[1] (1980; 1981: 61-68) recogieron información, de más de 400 participantes en las actividades de la National Science Foundation, relativa a cómo y por qué usar las calculadoras en la escuela elemental. Un temor compartido era:

48.- No está bien clarificada para profesores y administradores una política que implemente el empleo de calculadoras siendo consciente de cómo, cuando, con quién y bajo qué condiciones las calculadoras pueden usarse en el aula.

Tyler[2] (1980: 13-14) detectó, trabajando con profesores y alumnos, que:

49.- Bastantes alumnos tienen sentimiento de culpabilidad cuando usan calculadoras, piensan que están haciendo "trampa" *(cheating)*.

50.- Los profesores perciben la calculadora como una amenaza, tanto a sus propias destrezas como docentes, como a su posición de autoridad.

51.- Las calculadoras excitan/sobreestimulan al alumno en opinión de algunos profesores.

---

[1]: ETLINGER, L.E. y OGLETREE (1980): **Calculators in the elementary scholl: A survey of how and why.** Chicago State University. ERIC: ED 191 741. También en "Calculators, Computers and Classroom", op. cit.

[2]: TYLER, K. (1980): **Some comments on calculators in junior schools.** Mathemátics Teaching, 85, 4.

Kirst[1] (1980) constató ciertas prácticas con calculadoras que pueden fácilmente tornarse en argumentos en contra:

52.- Es más fácil y rápido equivocarse con calculadora que con sólo lápiz y papel.

53.- El tamaño de la pantalla (nº de caracteres impresos/ manifestables: (ocho, en las calculadoras elementales) limita el espectro y las concepciones numéricas.

Haigh y Bailey[2] (1984) consideran que:

54.- La calculadora es un recurso suplementario con niños pequeños. La calculadora puede quizá posibilitar y expandir, pero nunca reemplazar, el trabajo que se hace mejor con aparatos estructurales, diagramas y lápiz y papel.

Saxon (1987: 21[3]; 1987: 22[4]), un editor de libros de texto, argumenta en contra de la calculadora:

55.- El uso de la calculadora ha producido una caida de niveles en el alumno americano (principalmente en fracciones, decimales y porcentajes y problemas afines) respecto a alumnos de países (Japón, por ejemplo) donde la calculadora no es disponible.

---

[1]: KRIST, B.J. (1980): **Uses of calculators in mathematic.** Bulletin, nº8, september. Calculator Information Center. The Ohio State University. Columbus, Ohio.

[2]: HAIGH, G y BAILEY, A. (1984): **Nuffield Maths: Electronic Calculators.** Teacher's handbook. Longman. Layerthorpe.

[3]: SAXON, J. (1987): **Why Saxon elementary books say no to calculators.** En "Calculators. Focus Issue", Aritmetic Teacher, 34, february.

[4]: SAXON, J. (1987): **Say no to calculators in elementary schools.** En "Calculators. Focus Issue". Ibidem.

56.- La calculadora produce efectos negativos en rendimientos parciales de alumnos de 4º grado.

57.- Existe el peligro de considerar a la calculadora como una panacea, el elixir mágico que todo "que enseña".

58.- Habrá tiempo para todo y cada cosa a su tiempo. Internalizar, asimilar y automatizar los conceptos y destrezas básicas es establecer los fundamentos básicos del aprendizaje matemático.

59.- La estimación que, presumiblemente, se facilita al usar calculadora, es una destreza compleja y personal que se desarrolla sólo cuando es necesario.

60.- Hacen falta estudios longitudinales que demuestren que la calculadora ayuda a todos los alumnos y no lesiona a ninguno.

1.2.2.- Argumentos a favor:

Existen una serie de argumentos a favor del uso de máquinas de calcular, encabezadas por las propuestas de Klein[1] (1948), a saber:

1.- La manipulación de calculadoras es la exacta traducción mecánica de los procedimientos/algoritmos clásicos. Esto era cierto en los aritmómetros de ruedas dentadas que funcionaban en base decimal, no en las actuales calculadoras que operan en una extensión del sistema binario, el hexadecimal (base 16).

2.- Hay que estar familiarizado con la tecnología.

---

[1]: KLEIN, F. (1948): Op. cit.

Fielker[1] (1973: 28-32), un precursor adelantado del uso de calculadora en enseñanza, añadía otros argumentos:

3.- Las calculadoras electrónicas existen y, por tanto, todo lo que existe merece conocerse. Son un elemento del mundo real y no pueden ignorarse.

4.- Es difícil justificar la enseñanza en base a una aritmética rutinaria.

5.- Los curricula elementales serán modificados para dar paso a unos contenidos que enfaticen la compresión de conceptos y una aproximación significativa a los algoritmos (Hawthorne[2], 1973: 671-672).

6.- Son silenciosas.

7.- Son rápidas y exactas.

Free[3] (1975: 78-21), ante la diversidad de modelos tipos y precio, manifestaba:

8.- La calculadora es un recurso personal adaptado al poder adquisitivo y a los propósitos del utilitario.

9.- La calculadora es un artilugio capaz de convertirse en una prenda personal constantemente llevadera, al estilo del reloj de pulsera o, más aún, en conjunción ambos (relojes digitales con calculadora incorporada), según McWhorter[4] (1976: 88).

---

[1]: FIELKER, D. (1973): **Electronic Calculators: A changing situation.** Mathematics Teaching, 65, september.

[2]: HAWTHORNE, F.S.(1973): Op. cit.

[3]: FREE, J.R. (1975): **Now there's a personal calculator for every purse and purpose.** Popular Science, CCVI february.

[4]: McWHORTER, E.W. (1976): **The small electronic calculators.** Scientific American, CCXXXIV, march.

Stolovich[1] (1979: 19-20) observó que:

10.- La calculadora puede tener un efecto benéfico con alumnos desaventajados/con *handicaps* como herramienta para el autodescubrimiento, para la realización de tareas y prácticas y como recurso motivador ya que permiten al alumno descapacitado no perder la paciencia.

Bell, Esty, Payne y Suydam[2] (1977) también hicieron un listado de argumentos a favor, algunos ya citados anteriormente, pero otros serían:

11.- Son prácticas, convenientes y eficaces.

12.- Evitan la rutina y ahorran tiempo en cálculos tediosos.

13.- Alientan la velocidad y la exactitud.

14.- Facilitan la comprensión y el desarrollo de conceptos.

15.- Reducen la necesidad de memorizar, especialmente cuando se usan para reforzar hechos y conceptos básicos mediante retroalimentación inmediata.

16.- Alientan la estimación, aproximación y verificación.

17.- Facilitan la resolución de problemas. Los problemas pueden ser más realistas y el espectro de problemas a resolver puede alargarse.

18.- Motivan alentando la curiosidad, fomentando actitudes positivas hacia las matemáticas y facilitando la autoindependencia.

19.- Son una ayuda para explorar, comprender y aprender procesos algorítmicos.

---

[1]: STOLOVICH, H. (1976): A pocket calculator never loses patience. Audiovisual Instruction, 21, december.

[2]: BELL, M.; ESTY, E.; PAYNE, J.N. y SUYDAM, M.N. (1977): Op. cit.

20.- Alientan el descubrimiento, la exploración y la creatividad.

Bell, Burkhardt, McIntoshy Moore[1] (1978: 2-6) señalaron otros nuevos argumentos a favor tales como:

21.- Provoca el estudio de nuevos conceptos.

22.- Expone los malentendidos de ideas existentes.

23.- Explorar la calculadora, estimula el interés.

Drake[2] (1978: 47-48) señaló:

24.- Compartir el uso de calculadoras facilita el trabajo cooperativo y/o por parejas *(peer instruction)*.

25.- Las calculadoras evitan la sensación de frustración en alumnos con poco dominio del cálculo al permitirles chequear su trabajo inmediatamente.

26.- Facilitan el ahorro de tiempo para los maestros; tiempo que pueden dedicar a atender a alumnos con necesidades especiales.

27.- Permiten concentrarse en la verbalización de errores, haciendo a los alumnos más conscientes de ellos.

Girling[3] (1977: 6) señalaba que el uso de calculadora podrá ser benéfico ya que:

---

[1]: BELL, A.; BURKHARDT, H.; McINTOSH, A.D. y MOORE, G. (1978): **A calculator experiment in a primary school.** Shell Centre for Mathematical Education, University of Nottingham.

[2]: DRAKE, P. (1978): **Calculators in the elementay classroom.** Arithmetic Teacher, 25, march.

[3]: GIRLING, g.M. (1977): **Toward a definition of basic numeracy.** Mathematics Teaching, 81. También en "Calculators in the Primary School. Readings from MS & MT". Op. cit.

28.- Permiten concentrarse en los diferentes algoritmos de una misma operación aritmética.

29.- No habrá detención/parada en el progreso en matemáticas de alumnos con dificultades para realizar los "inútiles" cálculos que ahora se les demandan.

30.- Permiten una introducción y manipulación temprana de la notación científica.

31.- Son un recurso útil para iniciar investigaciones sobre regularidades numéricas.

32.- Desarrollan técnicas de aproximación en el alumno incrementando la facilidad de éste para calcular mentalmente.

Johnson[1] (1978) también se percató de los usos beneficiosos de la calculadora exponiendo que tal instrumento es positivo cuando realiza, entre otras, algunas de las siguientes funciones:

33.- Permitir la generación y descubrimiento de regularidades numéricas.

34.- Facilitar la exploración mediante la demostración y refuerzo de conceptos.

35.- Resolver situaciones problemáticas de carácter social (aplicaciones del consumidor).

36.- Facilitar la toma de decisiones rápida y ajustadamente.

37.- Innovar/renovar los contenidos matemáticos al centrarse en tópicos descuidados o no habitualmente tratados (estimación, errores, procedimientos algorítmicos, algoritmos alternativos y modelos matemáticos).

---

[1]: JOHNSON, D.C. (1978): Op. cit.

Kessner y Slesnick[1] (1978), al intentar diluir una serie de "mitos" que se han forjado en torno al uso de calculadoras en enseñanza elemental, también aportan razones en pro, tales como:

38.- Existe un gran campo de actividades con calculadora que facilitan el aprendizaje de las matemáticas. Tales tareas no sólo son de aplicación de conceptos (uso funcional de la calculadora) sino también de comprensión de conceptos (uso pedagógico).

39.- Las calculadoras se construirán en el futuro con notación y operatividad fraccional. No habrá entonces abandono/descuido de ese tópico.

40.- Los algoritmos standarizados escritos de lápiz y papel son sólo un método más para operar, que irán perdiendo peso específico progresivamente, a favor del cálculo mental y el uso de calculadoras para resolver problemas.

Shin[2] (1978: 39-41) detectó que:

41.- Los niños la utilizan de modo informal (de espaldas a la escuela); sería un error, entonces, no formalizar tal recurso informal.

---

[1]: KESSNER, A. y SLESNICK, T. (1978): Op. cit.

[2]: SHIN, J. (1978): A survey on the attitude of schoolchildren toward the use of calculators in schools. Calculators/Computer, 2, nov-dic.

Usiskin[1] (1978: 34-35) y Morsund[2] (1979: 3-5) manifiestan que:

42.- La realidad social impondrá inexorablemente su uso. La calculadora es utilizada en múltiples actividades vitales y profesionales. Los profesores en consecuencia, están obligados a dar respuesta a estas demandas sociales.

Reys[3] (1980: 38-40) observó los peligros del uso en enseñanza elemental y denotó una serie de pautas superadoras que pueden considerarse como argumentos a favor, a saber:

43.- Las calculadoras pueden y deben usarse en conjunción sincrónica con materiales sensoriales y/o concretos.

44.- Las calculadoras pueden y deben utilizarse en exámenes elaborando previamente tests/pruebas que expliciten el dominio de hechos numéricos básicos y de conceptos aritméticos.

45.- El reciclaje de profesores para que usen calculadoras en sus aulas es sencillo, barato y rápido.

Block[4] (1980: 175-181) y Hersberger y Wheatley[5] (1980: 37-40), trabajando con niños retardados y avanzados respectivamente, exponen el pro de que:

---

[1]: USISKIN, Z. (1978): Are calculators a crutch? Mathematics Teacher, 71, may.

[2]: MORSUND, D. (1979): It's OK to use calculators.(A message to elementary school teachers). Computing Teacher, 6, may.

[3]: REYS, R.E. (1980): Op. cit.

[4]: BLOCK, G.H. (1980): Dyscalculia and the mini-calculator. The ALP Program. Academic Therapy, 16, november.

[5]: HERSBERGER, J. y WHEATLEY, G. (1980): A proposed model for a gifted elementary school mathematics program. Gifted Child Quarterly, 24, winter.

46.- La calculadora admite un desarrollo diferencial para alumnos de diversas capacidades.

Etlinger y Ogletree[1] (1980; 1981: 61-68) también encontraron pros respecto al uso de calculadoras:

47.- Con calculadoras los alumnos pueden aprender más, ya que el aprendizaje sería más interesante y divertido.

48.- Los alumnos pueden operar con números largos y experimentar una diversidad de procesos (por ejemplo: cuadrado y raíz de los números) poco accesibles con algoritmos standarizados.

49.- Las calculadoras facilitan el pensamiento creativo; restringido cuando no se dominan adecuadamente los cálculos a lápiz y papel.

50.- Las calculadoras son un recurso eficaz, no sólo en matemáticas, sino en áreas afines: ciencias, tecnología y economía.

Tyler[2] (1980: 13-14), en un trabajo interesante sobre pensamiento de alumnos y profesores de primaria respecto al uso de calculadoras, constató que:

51.- La calculadora permitirá combinar diversas aproximaciones didácticas, ayudando a presentar un mundo matemático vivo y excitante sin pérdida de los dominios de numeración básica que, mucha gente, estima importantes.

---

[1]: ETLINGER, L.E. y OGLETREE, E.J. (1980): Op. cit.

[2]: TYLER, K. (1980): Op. cit

Krist[1] (1980) observó que ciertas prácticas que podían ser negativas son tornables en positivas, así:

52.- Si con calculadora podemos equivocarnos rápida y fácilmente, habrá que recordar que con la máquina podemos también comprobar fácil y rápidamente un trabajo ya realizado.

53.- Con calculadora, los cálculos con números muy largos (googoles), se ven facilitados pese a la limitación de carácteres de la pantalla.

54.- El carácter de juguete/artilugio de la calculadora, invita a los alumnos a autoimplicarse en un "juego" intelectual independiente cuando el material/tarea se presenta. La calculadora se trasciende, es más que un juguete.

Lichtenberg[2] (1981: 97-102) considera que al usar las calculadoras:

55.- Se revitalizará el cálculo mental ya que, el alumno, tiene un competidor no aversivo que lo refuerza y conduce.

Williams[3] (1983: 4) estima que:

56.- El aprendizaje matemático puede verse facilitado con las baratas y sencillas calculadoras más que con los caros y sofisticados ordenadores.

---

[1]: KRIST, B.J. (1980): Op. cit.

[2]: LICHTENBERG, B.K. (1981): **Calculators for kids who can't calculate.** School Science and Mathematics, 81, february. También en "Calculators, Computers and Classroom", *op. cit.*

[3]: WILLIAMS, D.E. (1983): **One point of view. Remember the calculator?** Arithmetic Teacher, 30, 7, march.

Shuard[1] (1986: 44-51) recoge algunos argumentos favorales de Tyler (comunicación personal) al afirmar que la calculadora:

57.- Promueve la discusión interactiva plural (alumno-máquina, alumno-alumno, alumno-maestro).

58.- Permite centrarse/focalizarse en una actividad específica, obviando distractores.

59.- Presenta un laboratorio matemático a explorar.

60.- Permite concentrarse en métodos generales y en estrategias personales.

61.- Alienta la introducción de aspectos de generalización de algebra/aritmética, coordinando juiciosamente ambas.

Reys y Reys[2] (1987: 12) recopilan las realizaciones con calculadoras y testimonian que:

62.- Las calculadoras cada vez son más baratas, más disponibles, progresivamente integradas en los libros de texto y usadas en los test standarizados.

63.- Las investigaciones al respecto muestran que no producen efectos adversos en el rendimiento del alumno.

64.- Las calculadoras permiten al alumno una mayor persistencia/insistencia en resolución de problemas, ayudando a que el alumno encuentre más de una vía de resolución (soluciones alternativas).

65.- Los alumnos son conscientes de las limitaciones de la calculadora (Reys et al, 1980:

---

[1]: SHUARD, H. (1986): **Primary Mathematics. Today and Tomorrow.** SCDC Publications. Longman Layerthorpe.

[2]: REYS, B.J. y REYS, R.E. (1987): **Calculators in the classroom: How can we made it happen?** En "Calculator. Focus Isuee", Arithmetic Teacher, 34, febrero.

38-43)[1].

Yvon[2] (1987: 16-18) considera que las calculadoras:

66.- Al evitar las rutinas de cálculo, posibilitan que el alumno goce de la belleza y el placer de las matemáticas.

67.- Las calculadoras permitirán una matemática más divertida y amena.

68.- Las calculadoras facilitarán una enseñanza individualizada más ajustada al desarrollo personal del alumno.

69.- Convertir la calculadora en un recurso habitual hará a los alumnos más responsables (deberán procurar cuidarla, tratarla con delicadeza y guardarla).

Sconiers[3] (1988) estima que las calculadoras:

70.- Dan una visión más exacta al alumno de sus propias potencialidades.

71.- Bastantes áreas del curriculum de matemáticas elementales pueden verse positivamente afectadas por la disponibilidad de calculadoras.

---

[1]: REYS, R.E.; BESTGEN, B.J.; RYBOLT, J.M. y WYATT, J.W. (1980): **Hand Calculators. What's happening in schools today?** Arithmetic Teacher, 27, february.

[2]: IVON, B.R. (1987): **A compelling case for calculators.** En "Calculator. Focus Issue", Arithmetic Teacher, 34, february.

[3]: SCONIERS, S. (1988): **UCSMP Calculator Program for first and second grades.** Comunicación al IMCE-6, Budapest. En "Proceedings ICME-6", op. cit.

1.3.- Motivación para la investigación

Básicamente se tienen dos motivaciones fundamentales: una es la curiosidad suscitada por un tema controvertido y polémico como es el usar o no la calculadora en enseñanza elemental. Tal curiosidad se une a una preocupación personal bien antigua por el amejoramiento e investigación de la educación matemática (véase, Proyecto Granada Matemáticas, 1985)[1] a partir del uso de metodologías de la investigación idóneas. Las innovaciones educativas han estado sometidas regularmente al dictado, más o menos juicioso y afortunado, de expertos a la sazón sin ninguna confrontación empírica. Este pernicioso vicio que venimos a denominar "fulanismo", más o menos institucionalizado, le ha hecho un flaco favor a la educación. Habrá entonces que, a falta de leyes definidas en los diferentes sectores del aprendizaje, aplicar al quehacer escolar un cuadro coordinado de hipótesis de trabajo cuya verificación permitirá acercarse progresivamente al conocimiento, es decir, aplicar una construcción <u>experimental</u> para establecer una relación funcional entre variables. Como dice Dottrens[2] en un planteamiento seminal (1957: 188) "La Pedagogía Experimental aportará, si no la solución, al menos la solución mejor, dado el estado de la cuestión. La búsqueda de la causalidad (pese a lo denostado del término) o mejor, (en expresión de Lynn[3] (1986: 93)) de relación funcional es legítima y esencial

---

[1]: PROYECTO GRANADA MATS (1985): **Un análisis del programa escolar para el Area de Matemáticas.** L. Rico, director. I.C.E. Universidad de Granada.

[2]: DOTTRENS,R. (1957): **Cómo mejorar los programas escolares.** Kapelusz, Buenos Aires.

[3]: LINN, R.L. (1986): **Quantitative Methods in Research Teaching.** Contenido en "Handbook of Research on Teaching", M.C. Wittrock (editor). McMillan Publishing Company. Nueva York.

para los investigadores educativos frente a la postura cerrada de Travers[1] (1981: 32) que recomienda abandonar el vocablo causa por prenewtoniano y basado en el concepto aristotélico de devenir. Las razones para este posicionamiento procausalista están tomadas de Ennis[2] (1982: 27) cuando expone:

a) Preguntarse sobre por qué sucede o por qué sucedió es materia de significatividad educativa que no necesariamente implica la noción mecanicista de impulso físico.

b) Existen aspectos de la realidad educativa afectados por la noción de causa proclives a estudiarse/conocerse con un método experimental quiérase o no usar el vocablo.

c) Estar interesados por los nexos causales no es garantía de éxito o de que las proposiciones causales sean válidas. Siempre se requieren supuestos empíricos previos que reconozcan explicaciones alternativas. El reconocimiento de la falibilidad de la proposición causal obtenida a partir de los resultados de cualquier diseño, conlleva un énfasis en la búsqueda de "posibles hipótesis rivales" (Cook y Campbell, 1979: 20-25)[3] y un énfasis sobre la falsación (Popper, 1959)[4]. Es importante distinguir entre causas próximas y fundamentales y el reconocer que las declaraciones causales necesitan estar cualificadas por indicación de frecuencia, tiempo y contexto (Ennis[5],

---

[1]: TRAVERS, R.M.W. (1981): **Letter to the Editor.** Educational Researcher, 10.

[2]: ENNIS, R.H. (1982): **Abandon Causality?** Educational Researcher, 11.

[3]: COOK, T.D. y CAMPBELL, D.T. (1979): **Quasi-experimentation: Desing and analysis issues for field settings.** Rand McNally. Chicago.

[4]: POPPER, K.R. (1959): **The logic of scientific discovery.** Basis Books. Nueva York. Traducción española "La lógica de la investigación científica". (1973). Tecnos Madrid.

[5]: ENNIS, R.H. (1973): **On causality.** Educational Researcher, 2.

1973: 10).

A esta motivación se une la necesidad de un aprendizaje en profundidad de la "metodología de la investigación". Fox[1] (1981: 58), nos dice: "casi todos los proyectos de investigación bien planificados nos enseñarán más sobre el proceso de investigación que todos los cursos que podamos hacer y que todos los libros que podamos leer". Se cumple la acertada sentencia machadiana: "Se hace camino al andar".

---

[1]: FOX, D.F. (1981): **El proceso de investigación en educación**. Traducción inglesa de "The research process in education" (1969). EUNSA. Pamplona.

2.- ESTADO DE LA CUESTION

Estamos quizás ante uno de los tópicos más estudiados, discutidos e investigados en investigación educativa. Investigaciones antecedentes usando calculadoras mecánicas *(desk calculators)* o de despacho podemos encontrar desde 1937. Betts[1] (1937: 229-235) investigó, usando estudios de casos y diseños de grupos apareados, el efecto de la introducción de las máquinas mecánicas de calcular. Su conclusión fue que éstas suscitan un alto interés en el alumno y poseen una potencial aplicatividad como herramienta instructiva. Investigaciones con calculadoras mecánicas fueron realizadas por Fehr, McMeen y Sobol[2] (1956: 145-150) con alumnos de 4º y 5º cuyos resultados, a través de un diseño experimental, mostraban un incremento significativo de la capacidad de cálculo.Triggs[3] (1966: 71-73) obtuvo resultados experimentales similares al anterior estudio. Advani[4] (1972) constató experimentalmente que los conceptos matemáticos llegaban a ser más claros, se generaba un mayor interés por parte de los alumnos y los problemas de aprendizaje y de conducta declinaban en el grupo experimental.

---

[1]: BETTS, E.M. (1937): A preliminary investigation of the value of a calculating machine for Arithmetics Instruction. Education, 58, december.

[2]: FEHR, H.F.; MCMEEN, G. y SOBEL, M. (1956): Using hand-operated computing machines in learning Arithmetic. Arithmetic Teacher, III, october.

[3]: TRIGGS, E. (1966): The value of a desk calculating machine in Primary School Mathematics. Educational Research, 9, november.

[4]: ADVANI, K. (1972): The effect of the use desk calculators on achievement and attitude of children with learning and behavior problems. Informe presentado a The Fourteenth Annual Conference of the Ontario Educational Research Council, Ontario, december. Obtenible de ERIC ED 077 160.

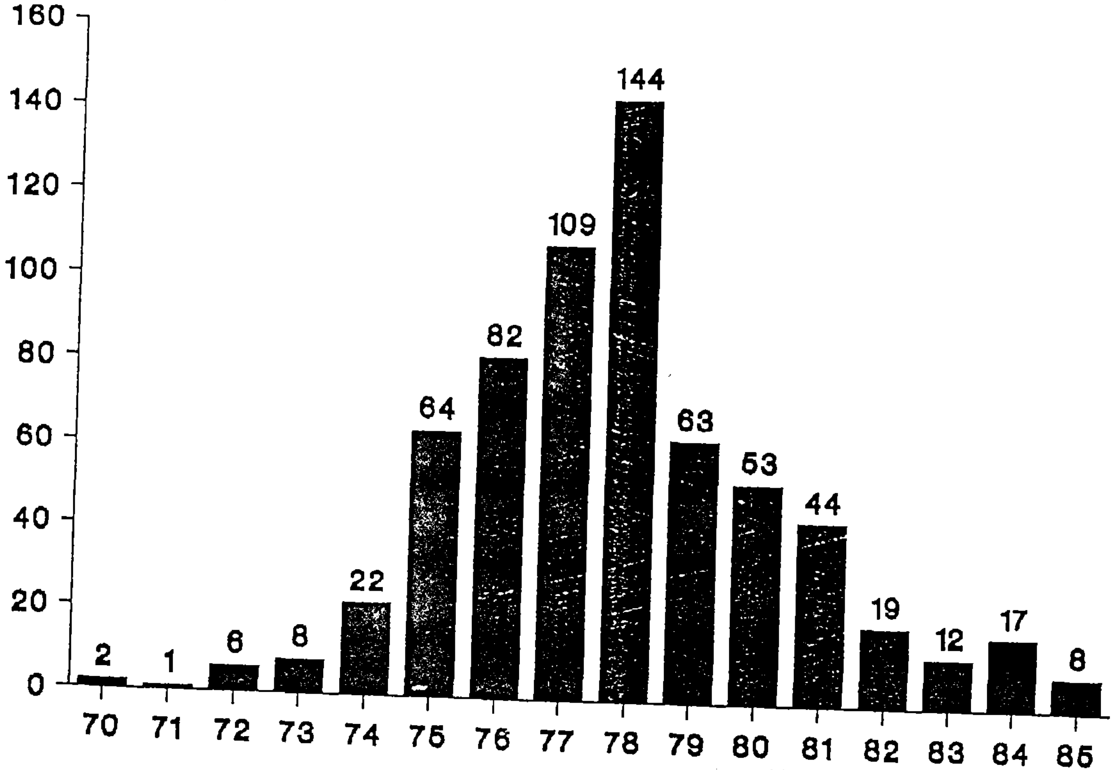
Puede parecer equívoco iniciar un estudio de la bibliografía hablando de bibliografía de la investigación; quisiéramos dejarlo cerrado aquí, ya que tales referencias están dirigidas a calculadoras mecánicas. Cuando se inventan los primeros prototipos de calculadoras electrónicas (primero de transistores y, posteriormente, de circuitos integrados: *chips*) es cuando realmente se inicia el auténtico despegue del tópico. El momento histórico hay que señalarlo alrededor de 1974 con el advenimiento de la HP65, la primera calculadora electrónica programable fabricada por la firma Hewlett & Packard. La primera calculadora electrónica, la Anita, fue desarrollada y fabricada en el Reino Unido en 1961. A comienzos de los 70 se abrió camino a un modelo de calculadora con un teclado de 10 cifras y teclas de memoria.

Pagni y Wiebe[1] (1988: 2) han recopilado el número de publicaciones dedicadas sólo y exclusivamente al uso de calculadoras en la escuela elemental. Desde 1970 hasta 1985, han aparecido 657 publicaciones al respecto, apreciándose una caida en 1978 posiblemente debido a la introducción del ordenador personal.

---

[1]: PAGNI, D.L. y WIEBE, J.W. (1988): **Calculators and Elementary School Mathematics.** Informe presentado al ICME-6, Budapest (Recensión en "Proceedings: ICME-6"), A. y K. Hirst, (editores). Janos Bolyai Mathematical Society. Budapest.

Figura 1: Número de publicaciones sobre calculadora en Enseñanza Elemental por año. (Fuente: Pagni y Wiebe).



Desgraciadamente, muy poco, o casi nada se ha publicado en castellano. En este sentido, estimamos que esta investigación experimental es pionera en España; incorporando entonces un nuevo contexto o sistema escolar a este tópico investigacional. Este estudio pretende cooperar en lo posible al desarrollo del tópico aportando, al menos, validez ecológica.

Gregory[1] (1981) recoge 386 referencias anotadas y circunscritas sólo a las matemáticas elementales. Suydam[2] (1979) oferta más de 1200 referencias categorizadas según descriptores específicos pero centrándose en todos los niveles educativos y en el uso

---

[1]: GREGORY, C.A. (1981): Op. cit.

[2]: SUYDAM, M.N. (1979): Op. cit.

de la calculadora en otras materias.

La revisión bibliográfica podría hacerse tan compleja que estimamos que admitiría una consideración diferenciada al margen de esta investigación. Por necesidades de acotación y concreción, hemos considerado pertinente clasificar la bibliografía del siguiente modo:

2.1.- Bibliografía conceptual:

Entendemos por bibliografía conceptual-normativa una serie de documentos relativos a la planificación del empleo de la calculadora, generados colectivamente y auspiciados por la administración político-escolar. Un documento normativo es una declaración, básicamente política, que marca ciertas orientaciones y el desarrollo de un tópico.

2.1.1.- Declaraciones políticas y de expertos:

Los expertos y la administración USA bien temprano empezaron a emitir informes que pudieran contestar a los múltiples interrogantes que planteaba el uso de calculadoras en el aula.

En sólo dos años lograron elaborar cuatro documentos, pioneros en el tratamiento de la cuestión que nos preocupa.

El Nacome Report[1] (1976) que recoge las actas de la Conference Board of the Mathematical Sciencies, celebrada en mayo de 1974, dedica cuatro puntos al tópico de Calculadoras:

- Cambios previstos a la luz del empleo de calculadoras.
- Cuestiones importantes a indagar a través de investigación.
- Calculadoras y aspectos conceptuales de las Matemáticas.
- Areas afectadas: currículum, organización, materiales y formación docente.

La Euclide Conference[2] (NIE, 1975), celebrada en octubre de 1975, recogió la opinión/posición de 33 expertos sobre el uso de la calculadora en la enseñanza de las matemáticas.

El Report to NSF[3] (Informe a la National Science Foundation (NSF)), publicado en 1976, trata del impacto potencial de las calculadoras en el currículum matemático y fundamenta una investigación que conlleve un análisis crítico del papel de las mismas. Este estudio, que recoge creencias y roles docentes a partir de una encuesta, expone

---

[1]: NACOME Report (1976): **Overview and analysis of school Mathematics: Grades K-12.** National Advisisory Committe on Mathematical Education. Resumen y reacciones en: Mathematics Teacher, 69, octubre. ERIC ED 115 512.

[2]: NIE EUCLIDE Conference (1975): **Basic Mathematics skills and learning.** National Institut of Education. NIE. ERIC ED 125908 y 125909.

[3]: NIE-NSF Conference Report (1976): **Report on the Conference on Needed Research an Development on hand-held calculators in the schools.** ERIC ED 139665

pormenorizadamente posiciones sobre el uso, recomendaciones para el curriculum y la instrucción y orientaciones y directrices para la investigación.

La Conference on the Uses of Hand-held Calculators in Education, realizada en 1976 por el patrocinio conjunto de NIE y NSF, tuvo como objetivo "planificar la documentación que aportase una estructura bien definida para la investigación posterior y los esfuerzos futuros". Las recomendaciones que emergieron, recopiladas por Suydam[1] (1976), se centraban en:

- Diseminación de la información. Para lo cual, surge el Calculator Information Center, en la Ohio State University, y que dirige M.N. Suydam.
- Desarrollo de una base de información.
- Desarrollo curricular para un futuro inmediato: centrado en el rol de los algoritmos.
- Desarrollo curricular para un futuro a largo plazo que considere alternativas complejas, integración a gran escala y otras teorías y modelos para desarrollar tales alternativas.
- Consideraciones sobre evaluación, investigación y formación de profesores.

En 1977, la potente asociación americana NCTM[2] dedica gran parte de su anuario al tópico de calculadoras. En este anuario aparece un artículo que se puede considerar

---

[1]: SUYDAM, N.N. (1976): Electronic hand calculators: The implications for Pre-College Education. ERIC ED 127205

[2]: NCTM (1977): 38 NCTM Yearbook: Organizing for Mathematics Instruction. Reston, Va.

como directriz y resumen normativo de todo lo realizado sobre calculadora hasta el momento (Bell, Esty, Payne y Suydam, 1977)[1].

En solo cuatro años, la comunidad pedagógica americana pasa de una actitud distante hacia las calculadoras electrónicas (véase: Albrecht, 1973: 181-187)[2] a considerarlas como una ayuda instructiva con carácter de panacea.

La UNESCO incorpora este tópico a sus preocupaciones emitiendo documentos que avalan su uso y promoviendo la celebración de reuniones de expertos que ofrezcan orientaciones a los docentes. Así, auspicia conjuntamente con la Comisión Internacional de Educación Matemática (ICME) el Congreso de Karlsruhe (3^{er} ICMI, 1976) cuyo tratamiento sobre calculadora está recogido en Engel[3] (1979: 291-94). El informe alusivo considera que:

- La influencia de las calculadoras será mayor que la de los ordenadores en educación matemática.
- La calculadora debe considerarse un aparato personal.
- El cálculo a mano puede ser un arte moribundo que hay que dejar morir

---

[1]: BELL, M.; ESTY, E.; PAYNE, J.N. y SUYDAM, M.N. (1977): Op. cit.

[2]: ALBRECHT, R.L. et al. (1973): **The role of electronic computers and calculators in Mathematics Instruction.** Contenido en "34 NCTM Yearbook: Instructional Aids in Mathematics", E.L. Berger, (editor). NCTM. Washington.

[3]: ENGEL, A. (1979): **El papel de las calculadoras de bolsillo.** En "Nuevas tendencias en la Enseñanza de las Matemáticas", Vol. 4. UNESCO. París.

pacíficamente.

- La calculadora permitirá el tratamiento de nuevos tópicos e insistir en ideas básicas.
- El alumno no es un esclavo de la calculadora.
- Tipos de calculadoras y su selección para usos escolares.
- La calculadora no es útil como procesador de datos.

Siguiendo con esta preocupación, la UNESCO auspicia otra reunión de expertos sobre educación matemática. El informe sobre calculadoras y ordenadores es preparado por Johnson[1] (1983: 110-33) y en él se recogen las siguientes consideraciones:

- La calculadora como herramienta.
- Si no se dispone de calculadora en el momento de realizar un cálculo es cuestión de esperar u obtener otra. Si el cálculo urge, entonces se hace por aproximación.
- Breve historia de las calculadoras: máquinas manuales (ábaco y regla de cálculo), mecánicas (aritmómetro), eléctricas (MFACM), electrónicas y microelectrónicas.
- La idea de alfabetismo numérico básico a la luz del empleo de calculadoras.
- Uso de la calculadora para reforzar conceptos, presentar conceptos, resolución de problemas y diseño de algoritmos.

---

[1]: JOHNSON, D. (1983): **La informática: Implicaciones de las calculadoras y de las computadoras para la Matemática de la Escuela primaria**. Contenido en "Estudios en Educación Matemática". Vol. IX-3. R. Morris (editor). UNESCO. París.

La UNESCO[1] (1983) listó los objetivos prioritarios a investigar en educación, postulados según zonas continentales. En el apartado relativo a Contenidos, Métodos y Técnicas educativas considera la *"computer education"* (educación mediante computerización) por el uso de calculadoras y ordenadores, cuyos objetivos a cubrir serían:

- Uso de calculadoras en simulación genérica.
- Mejor comprensión de los procesos a través de la tecnología.
- Influencia de la tecnología en la estructura y lógica interna de las materias.
- Necesidades de corte tecnológico.

La UNESCO también se hace eco de las propuestas nacionales sobre el uso de calculadora en educación matemática elemental. Las experiencias y realizaciones en Suecia son recopiladas por Hedren[2] (1979: 349-53). Suecia, un país con una tradición de currículum nacional centralizado (muy similar al caso español), acomete el reto en 1978 de introducir las calculadoras en las aulas, creando un comité ministerial. El informe sueco recopilado por Hedren manifiesta:

- Problemas derivados del uso de calculadora; para lo cual:
  * Deberán usarse nuevos libros de texto que no contengan tantos algoritmos escritos

---

[1]: UNESCO (1983): **Science and Technological Education. Educational Content, Methods and Techniques.** Contenido en "*Priority Research Topics in Education*". Sources-UNESCO Documents. París.

[2]: HEDREN, R. (1979): **Las calculadoras de mano y las Matemáticas en la Escuela Primaria.** Contenido en "Perspectivas". UNESCO. París.

y sí más problemas tomados de la realidad.

* Añadir nuevos conceptos: redondeo, aproximación y estimación.

- Propuestas de acción; dirigidas a:
  - * Empleo de tablas numéricas hasta 100.
  - * Más cálculo mental.
  - * Mayor insistencia en cálculo aproximado.
  - * Presentar antes los decimales.
  - * Problemas comunes y estimación mental del resultado de problemas.

A finales de los setenta y primeros de los ochenta, proliferan las reuniones y seminarios sobre el tema. Parece aceptado unánimemente el uso de calculadoras en enseñanza secundaria pero siguen manteniéndose amplias reticencias sobre su empleo en primaria. El Departamento de Educación y Ciencia inglés[1] (1979), recomienda que "las calculadoras electrónicas son un bien para nosotros. Es difícil creer que los niños que están ahora en nuestras escuelas no utilicen en el futuro un medio de cálculo tan poderoso. Muchos niños tendrán acceso a una calculadora en su hogar sino en el aula. Por consiguiente, parece esencial asegurarse que nuestros alumnos aprendan a usar correcta y juiciosamente una calculadora, y si no lo consiguen en la escuela, ¿dónde entonces lo aprenderán?".

---

[1]: DEPARTMENT OF EDUCATION AND SCIENCE (1979): Mathematic 5 to 11: A Handbook of suggestions. (HMI Matter for Discusion). HSMO.

El seminario anglo-sovietico (informado por Watson 1981: 118-129)[1] ve problemático el uso de las calculadoras en educación primaria por la no disponibilidad de equipamientos, por los cambios curriculares profundos que conlleva; aunque, esto no es óbice, para que expongan una serie de realizaciones y desarrollos recientes sobre el uso de la calculadora.

Pero el documento que marca en Europa un hito sobre el uso de calculadora en Enseñanza Primaria es el ubicuo Informe Cockcroft[2] (1985: 27-28 y 135-39). Tal informe fruto de un estudio profundo sobre el estado de la educación Matemática en Inglaterra y Gales y realizado por una comisión parlamentaria ha sido traducido a diversos idiomas y su influencia ha sido poderosa sobre la Educación Matemática en toda Europa. Gran parte de sus propuestas están siendo recogidas en documentos políticos de los gobiernos centrales y autonómicos españoles.

Todo el capitulo 7, de la segunda parte, habla del uso de las calculadoras en la Enseñanza Primaria. Aquí enunciamos los parágrafos alusivos más relevantes a su relación con la educación matemática primaria.

Parágrafo 374: Sobre los posibles modos de empleo y los efectos que producirían sobre

---

[1]: WATSON, F.R. (1981): **Effects of calculators and computers on Mathematics Education in the U.K.** Contenido en "Acts of Anglo-Soviet Seminar", B. Wilson, (editor). The British Council. Oxford.

[2]: COCKCROFT, W. (editor) (1982): Op. cit. Citas de la edición en castellano (1985).

el contenido que se enseña o sobre la importancia dada a los distintos temas del programa.

Parágrafo 375: Convendría que en la enseñanza de las Matemáticas se iniciase a los alumnos en su conocimiento y se les familiarizara con sus posibilidades y utilización.

Parágrafo 376: Detectando su escaso uso en las aulas de primaria.

Parágrafo 377: El uso de calculadoras, según el conjunto de investigación al efecto demuestra de manera fehaciente, no ha producido ningún efecto adverso sobre la capacidad de cálculo básica. Habrá que procurar que no se descuide el desarrollo de las destrezas apropiadas de cálculo mental y escrito, ni debe la escuela olvidar la necesidad de dar a conocer a los padres su criterio acerca del empleo de la calculadora.

Parágrafo 378: Resaltando que la posesión de una calculadora de ningún modo reduce la necesidad de su usuario de comprender las matemáticas.

Parágrafo 379: Sería conveniente iniciar a los niños pequeños en el manejo de calculadoras sencillas.

Parágrafo 380: Sobre el uso de la calculadora para verificar cálculos mentales o hechos en papel.

Parágrafo 381: Importancia de la estimación y aproximación como hábito de empleo correcto.

Parágrafo 383: Su empleo con miras a estimular la investigación matemática.

Parágrafo 384: Considerando la conveniencia de que los profesores de primaria sepan utilizar las máquinas y dispongan de algunas para su empleo en el aula. Podrán servir de ayuda en tareas exploratorias y de investigación.

Parágrafo 386: La calculadora permite conocer los números decimales y negativos antes de lo que es habitual. El profesor dispone así de nuevas oportunidades para abordar estos temas y el contexto en que se plantean... Habrá que saber cual es el modelo de calculadora más apropiado para los niños... Pueden abordarse "situaciones de la vida real".

Parágrafo 387: La calculadora no debe ir en detrimento de los "hechos numéricos".

Parágrafo 388: Hay que investigar más a fondo la utilización de las mismas. Creemos que debe darse prioridad a esta labor y al perfeccionamiento profesional del profesorado que lleva consigo.

Los britanicos son, sin duda, los europeos que más han trabajado el tema y aún siguen persuasivamente considerándolo. Así el Departamento de Educación y Ciencia[1] (DES: 1985) emite un informe cuyo parágrafo 2:11 dice:

"Hay destrezas en el uso de la calculadora que necesitan enseñarse y aprenderse. La política de "permitir que los alumnos usen las calculadoras" no es suficiente. Lo que se necesita es una política escolar que aliente a los alumnos de todas las edades y capacidades a usar las calculadoras en situaciones apropiadas y proporcione una orientación clara sobre los procedimientos necearios para obtener el máximo de beneficio de su uso. En particular, debe prestarse atención a la estimación, exactitud y precisión de los resultados. El uso afecta a lo que se ha considerado para el objetivo 5: sólo cálculos muy básicos necesitan ejecutarse ya con lápiz y papel. Usar calculadora sólo para comprobar cálculos escritos es inapropiado pero hacer uso de ella para comprobar resultados averiguados mentalmente o mediante sencillas aproximaciones escritas es juicioso".

En USA el tema sigue preocupando y las autoridades continuan emitiendo normativas sobre el uso de la calculadora. Asi, el National Science Board[2] (1983) recomienda que los alumnos tengan la capacidad/habilidad para usar selectivamente calculadoras y ordenadores para facilitar el desarrollo de conceptos y realizar muchas de las tediosas cuentas que anteriormente se realizaban con lápiz y papel. Aunque reconocía

---

[1]: DEPARTMENT OF EDUCATION & SCIENCE (1985): **Mathematics from 5 to 16.** HSMO. Londres.

[2]: NATIONAL SCIENCE BOARD (1983): **Educating Americans for the 21st century: a plan of action for improving mathematics, science and techonology education for all american elementary schools so that achievement is the best in the world by 1995.** National Science Foundation. Washington, D.C.

que disminuir el papel de los cálculos con lápiz y papel es quizás el tópico que provocará mayor interés y posiblemente más desacuerdos. En esta línea, el departamento de Educación federal emite un informe redactado por Romberg[1] (1984); en ese documento podemos leer:

"Los programas actuales de las Matemáticas en todos los niveles fallan al reflejar el impacto de la revolución tecnológica que afecta a la sociedad americana. En sus observaciones, dentro de la sesión de apertura de esta conferencia, Henry Pollak aportó el siguiente comentario: "Dos tercios de las matemáticas escolares primarias que hoy día enseñan son obsoletas a la luz del empleo de calculadoras y ordenadores". Recomendamos el uso de materiales concretos, calculadoras, ordenadores y actividades grupales que impliquen el uso de datos reales que reemplacen a las tareas de lápiz y papel".

La asociación americana NCTM sigue emitiendo documentos normativos alusivos. En NCTM (1980)[2] se recomienda que "los programas de Matemáticas de todos los niveles deberían incorporar todas las ventajas de calculadoras y ordenadores. Todos los alumnos deberían tener acceso a calculadoras y ordenadores a través de las escuelas e integrarse dentro del nucleo (*"core"*) del currículum matemático".

---

[1]: ROMBERG, T.G. coordinador (1984): **School Mathematics: Options for the 1990s**. Department of Education. Washington. D.C.

[2]: NCTM (1980): **An Agenda for Action: Recomendations for school Mathematics of the 1980**. NCTM. Reston. Va.

En el seguimiento que el NCTM[1] (1984) hacía de su agenda para los ochenta señaló que: "entre las deficiencias que aún necesitan atención, el comité encontró que las calculadoras electrónicas están siendo negligentemente rechazadas como herramienta instructiva para la enseñanza de las matemáticas".

En 1986, la National Science Foundation estadounidense becó con 5 millones de dólares a diversos centros de investigación para explorar en profundidad qué sucedería si las calculadoras y los ordenadores fueran disponibles para todos los alumnos. Se pretende elaborar un nuevo currículum de matemáticas elementales que integre las calculadoras y ordenadores e insista en la resolución de problemas. Esta información está recogida en NCTM[2] (1986).

El comité de asesoramiento tecnológico, de asesoramiento sobre aspectos instructivos y de implementación de recomendaciones que viene haciendo el seguimiento de la Agenda para los 80, propuesta por el NCTM, hace una declaración de toma de posición respecto a la calculadora, NCTM[3] (1987: 61), recomendando su uso para:

- Concentrarse en los procesos de resolución de problemas más que en los cálculos

---

[1]: NCTM (1984): **Halftime for the Agenda: Progress and Concerns.** NCTM News Bulletin, september. Reston. Va.

[2]: NCTM (1986): **NSF Awards $5 million to explore wide calculator/computer use: a calculator in every hand.** News Bulletin, november. Reston. Va.

[3]: NCTM (1987): **A position statement: Calculators in the Mathematics classroom.** Arithmetics Teacher, 34, 6, february. NCTM. Reston. Va.

asociados a tales problemas.

- Permitir el acceso a las matemáticas más allá del nivel de destrezas de cálculo del alumno.
- Explorar, desarrollar y reforzar conceptos incluyendo estimación, cálculo, aproximación y propiedades.
- Experimentar con ideas matemáticas y explorar regularidades *(patterns)*.
- Ejecutar cálculos tediosos que surjan cuando se trabaje con datos reales en situaciones problemáticas.

Informes menos impactantes podemos encontrar en abundancia. Por ejemplo, NCTM[1] (1984) insistiendo en los hechos numéricos básicos y aconsejando que las calculadoras deberían se disponibles para todos los alumnos (incluídos párvulos de 5 años) para realizar actividades de aprendizaje matemático, incluyendo las situaciones de los exámenes.

El Departamento de Educación de California[2] (1982) en uno de sus informes sobre la evaluación de alumnos en el período 81-82 insiste en la necesidad de mejorar las destrezas de cálculo usando la calculadora.

---

[1]: NCTM (1984): **The Impact of Computing Technology in School Mathematics**. Report of an NCTM Conference. Reston. Va.

[2]: CALIFORNIA STATE DEPARTMENT OF EDUCATION (1982): **Student Achievement in California School, 1981-1982. Annual Report**. California Assesment Program CSDE. Sacramento, Ca.

El Consejo de Europa[1] (1984) patrocinó una conferencia sobre el tema de la Renovación de la Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria, con asistencia de representantes de 12 países. Un aspecto central del informe final fue: "... el objetivo debería ser incorporar la calculadora al programa de enseñanza de manera que los alumnos hagan un uso sensato de las calculadoras cuando sea apropiado hacerlo". Dos participantes dudaron acerca de cual debería ser el lugar de los algoritmos tradicionales de papel y lápiz y recomendaron que, urgentemente, se investigara sobre estas cuestiones:

- ¿Cúal es la edad más temprana en la que es apropiado que el alumno use calculadora?
- ¿Qué importancia tienen los procesos algorítmicos?
- ¿Pueden desaparecer ciertas técnicas operacionales?

Otras declaraciones normativas de países de nuestro entorno son las emitidas por:

- APMEP[2],[3] (1982, 1983) en lengua francesa, en la que se describen las ventajas de las calculadoras, se introducen procedimientos heurísticos de enseñanza/aprendizaje y propuestas de cambio en los programas.

---

[1]: CONSEJO DE EUROPA (1984): **Educational research workshop on the renewal of Mathematic teaching in Primary Education. General Report.** Strasburgo.

[2]: APMEP (1982): **Quelques apports de l'Informatique a l'Enseignement des Mathematiques.** Publication de l'Association des Professeurs de Mathematiques de l'Enseignement Public, nº 20.

[3]: APMEP (1983): **Calculatrices. 4 Operations (Elementaire et Premier Cycle).** Publication de l'Association des Professeurs des Mathematiques de l'Enseignement Public, nº 31.

- UMI[1] (1982), en italiano, describiendo genéricamente las ventajas de las calculadoras.

Declaraciones normativas en países mucho más alejados de nosotros son las emitidas por la Asociación Australiana de Profesores de Matemáticas[2] (1988) que recomienda:

1) Asegurar que todos los alumnos usen calculadoras en todos los niveles educativos (K-12).
2) Asegurar que las calculadoras se usen tanto como herramienta instructiva como de cálculo en los procesos de aprendizaje.
3) Estar activamente implicado en el cambio curricular tanto en contenido como en métodos que surjan del uso de la calculadora.
4) Sacar provecho del potencial de las calculadoras en matemáticas dentro del currículum total.
5) Iniciar la discusión localmente observando el papel de las calculadoras en la sociedad y en la escuela.

Las propuestas australianas avalan también un uso extensivo en educación primaria

---

[1] UMI (1982): **Calculatori per la Scuola.** Unione Matematica Italiana, Assoziazione Italiana Cacolo Automatico, Aplicazioni degli e Laboratori nella Didattica (AICA/AED). Notiziario dell'UMI, noviembre, anno X, suplemento al nº 11-I.

[2] AAMT (1988): **A National Statement on the Use of Calculators for Mathematics in Australian Schools.** Edita Curriculum Development Centre y The Australian Association of Mathematics Teachers, Inc. Camberra. Informe presentado al ICME-6 Budapest.

(Conroy, 1986)[1].

Alemania Federal también ha sido pionera en el uso de calculadoras simples, no programables, en enseñanza de las matemáticas. A partir de los trabajos del proyecto TIM[2] (1979), abreviatura de "Taschenrechner in Mathematikunterricht" (Calculadoras en Educación Matemática), los diversos "landers" han podido contar con un apoyo a sus declaraciones normativas.

Previamente, los 11 ministros de educación alemanes habían coordinado sus opiniones para regular oficialmente que: la calculadora sólo sería permitida a partir del 8º curso (14 años); véase Feoll[3] (1977).

En Alemania, incluso se ha propuesto un tipo de calculadora de bolsillo, el modelo ARISTO M27 *(Mini-Rechner)*. Otro aspecto específico de los trabajos alemanes ha sido la abundancia de experiencia/experimentos comparativos entre calculadora y regla de cálculo (Jäger[4], 1974; Buckel[5], 1975; Rixecker[6], 1974; Herget et al[7], 1978) pues no en vano

---

[1]: CONROY, J. (editor) (1986): **Teaching with Calculators k-6.** Primary Association for Mathematics. Darlinghurst. Aus.

[2]: TIM (1979): **Literatur über einfache Taschenrechner.** Stand I/79. Fach Mathematik, Paedagogik Hochshule. Münster. R.F.A.

[3]: FEoLL, editor, (1977): **Bericht uber Taschenrechner im Unterricht.** FEoLL, Pohlweg, 55, 479. Paderborn.

[4]: JÄGER, R.(1974): **Rechenstab und Electronic-Rechner.** Aristo (Hrsg). Heft, 39, Septiembre.

[5]: BUCKEL, F.W. (1975): **Rechnen mit Stab und Taschenrechner.** Hueber & Holzmen Verlag. Munich.

[6]: RIXECKER, H. (1974): **Rechenstab und Taschenrechner im Schulberich.** Faber-Castell (Hrsg). Heft, 16.

la empresa Faber-Castell, era la mayor constructora de tales reglas de cálculo.

Declaraciones normativas germanas, o mejor dicho en países de lengua alemana, apoyan un uso gradual de la calculadora, desde los 10 años. Así, los decretos estatales sobre este tópico, están recogidos en Meissner y Lange[1] (1977) para la región de Renania del Norte-Westfalia. Müller[2] (1978) trata la formación y perfeccionamiento del profesorado para un empleo juicioso de la calculadora. El informe austríaco sobre el estado de la cuestión fue redactado por Dörfler[3] (1979). Las normativas suizas recopilan aportes de todos los cantones durante una serie de conferencias periódicas. En 1977, tal conferencia (EDK; 1978)[4] auspició la reunión de los directores de educación cantonales, una comisión pedagógica y un comité de matemáticos para estudiar la implementación de las calculadoras en la enseñanza de las matemáticas en su período obligatorio y la repercusión en los planes de estudio. Tal informe fue publicado en 1978, por la conferencia suiza de directores educativos cantonales (EDK, 1978).

---

[7]: HERGET, W.; HISCHER, H. y SPERNER, P. (1978): **Taschenrechner und Rechenstab in Mathematikunterricht. Eine aktuelle Schüler-und Lehrerbefragung.** Praxis der Mathematik, Heft 7/Sg 20, julio. Aulis Verlag Deubner & Co. KG. Colonia.

[1]: MEISSNER, H. y LANGE, B. (1977): **Erlasse "Taschcrechner in Mathematikunterricht".** Der mathematische und naturwissenchaftliche Unterricht. Heft 3/Sg. 30, abril. Ferdinand Dümmler's Verlag. Bonn.

[2]: MÜLLER, K.P. (1978): **Lehreraus-und Fortbildung für den Taschenrechnereinsatz.** Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, Heft 3/Sg, 10, Septiembre. Ernst Klett Verlag, Stuttgart.

[3]: DÖRFLER, W. (1979): **Bericht über Taschenrechner-Einsatz an Österreichs Schulen.** Manuskript. Klagenfurt.

[4]: EDK (1978): **Der Taschenrechner im Mathematikunterricht der Obligatorischen Schulzeit und seine Auswirkung auf die Lehrpläne.** (Mathematik-Forum III, Chur, 1977). Informations bulletin NR. 18a, september, Erziehumas Direktoren Kantonale. Ginebra.

Una visión sobre el estado de la cuestión en países del Este puede leerse en Walsch[1] (1984); Romanovskis[2] (1984) informa del estado de la cuestión en la Unión Sovietica.

2.1.2.- La Calculadora en la Educación Primaria española.

En España, hasta fechas muy recientes, no se ha producido una declaración normativa sobre el uso de Calculadoras en la Enseñanza Primaria. La primera publicación oficial que avala el uso de calculadoras en Enseñanza Primaria es el anteproyecto de Diseño Curricular Base, para la Educación Primaria, del Ministerio de Educación y Ciencia del gobierno central. Al estudiar el área curricular de Matemáticas (MEC, 1989: 376-424)[3], las alusiones al empleo de calculadora son los siguientes textos entrecomillados:

a) Introducción:

"El dominio funcional de medios tecnológicos precisa una preparación matemática cuyas bases han de ponerse en la Educación primaria y secundaria.

Conceptos estadísticos sencillos y de uso frecuente, tradicionalmente relegados por los problemas de cálculo que conllevan, pueden introducirse sin dificultad utilizando de

---

[1]: WALSCH, W. editor, (1984): **Taschenrechner inder Schule.** Martin-Luther Universitätt Halle. Witemberg (R.D.A.).

[2]: ROMANOVSKIS, T. (1984): **Microcalculadoras (en ruso).** Zvaigzne. Riga (URSS)

[3]: MEC (1989): **Diseño Curricular Base. Educación Primaria. Area de Matemáticas.** Servicio de Publicaciones del MEC. Madrid.

forma apropiada las calculadoras. Igualmente puede decirse respecto de simulaciones, algoritmos iterativos o representaciones gráficas complejas. A la inversa, algunos contenidos hasta ahora prioritarios como la automatización de los algoritmos operativos con números de muchas cifras, listas de operaciones muy largas, etc... adquiren menos importancia ya que pueden efectuarse fácilmente con ayuda de la calculadora.

Es necesario, por lo tanto, invertir la tendencia actual del sistema educativo a permanecer de espaldas a las innovaciones tecnológicas. El ejemplo de la calculadora es significativo: se sigue ignorando o incluso prohibiendo su presencia en la enseñanza de las matemáticas cuando, por su bajo coste y por la utilización que se hace de ella en la vida cotidiana, debería ser objeto de especial interés, además de contemplarse como instrumento pedagógico y didáctico de primer orden". (:383).

b) Los contenidos en Matemáticas.

"El aprendizaje de contenidos matemáticos ha de vincularse al desarrollo y utilización de nuevos instrumentos y recursos de exploración, comprensión y actuación. De ahí, la importancia que se concede al dominio de determinados contenidos en este DCB (...., utilización de calculadora,...) a los que no siempre se ha prestado la atención que merecen" (:388).

c) Objetivos Generales.

"Objetivo 5. Utilizar instrumentos de cálculo (calculadora,...) y medida (...)

decidiendo, en cada caso, la posible pertinencia y ventajas que implica su uso y sometiendo los resultados a una revisión sistemática" (:391).

d) Bloques de contenido.

Bloque 1: Números y operaciones: significado y estrategias.

Hechos, conceptos y principios: "5. Reglas de uso de la calculadora" (:398).

e) Procedimientos.

"18. Utilización de la Calculadora de cuatro operaciones y decisión sobre la conveniencia o no de usarla atendiendo a la complejidad de los cálculos a realizar y a la exigencia de exactitud de los resultados".

f) Orientaciones didácticas y para la evaluación:

"Orientaciones específicas: Orientación 52. El uso de calculadora. El uso de las máquinas simples de cuatro operaciones amplía y modifica la lista de contenidos de matemáticas en Educación Primaria. El empleo de la calculadora puede considerarse como un instrumento de cálculo que mejora la enseñanza actual de las matemáticas y abre nuevas posibilidades educativas (dominio funcional de medios tecnológicos).

Hasta ahora, ciertos padres y educadores han manifestado resistencia al uso de la calculadora por creer que su introducción hace descuidar ciertos contenidos básicos. Sin embargo, este temor no parece justificado, la introducción de las calculadoras contribuye a dar importancia a la estimación del resultado. Para el maestro es un recurso didáctico de gran utilidad que le permite simplificar las tareas de cálculo, motivar a los alumnos y además localizar el campo en el que pueden tener una carencia de conocimientos (instrumentos de evaluación) y así proporcionarles la ayuda adicional deseada. Además, para el niño, la calculadora es un buen instrumento que le motiva a realizar tareas exploratorias y de investigación, a verificar los resultados y que le ayuda en la corrección de errores (instrumento de autoevaluación).

Sin embargo, es necesario determinar cómo debe introducirse este aprendizaje para un uso válido de la calculadora sin suscitar este tema de estudio de forma aislada. La finalidad es incorporar las calculadoras entre los aprendizajes matemáticos de forma que los niños empleen razonablemente esta máquina cuando convenga hacerlo."

2.1.3.- Bibliografía en lenguas españolas:

Poco se ha publicado en lenguas españolas sobre realizaciones escolares con calculadoras. Básicamente, la bibliografía en castellano consiste en traducciones de textos extranjeros.

Así, contamos con la traducción del informe Cockcroft[1] (1985), que dedica todo su capítulo 7º a calculadoras y ordenadores. Un capítulo de Engel[2] (1979: 291-94), otro es

---

[1]: COCKCROFT, W. (editor) (1982): Op. cit.

[2]: ENGEL, A. (1979): Op. cit.

la traducción sobre calculadoras de Johnson[1] (1983: 110-133). En Hedrén[2] (1979: 349-353) encontramos una traducción en la que se recogen ciertas recomendaciones de un Comité Ministerial sueco para analizar las consecuencias del empleo de la calculadora (el ya citado proyecto ARK). En la misma publicación anterior, Freudenthal[3] (1979: 337-347) se pregunta sobre el por qué del retraso de las calculadoras. Este autor justifica el retraso en tres fuertes impedimentos que han lastrado la educación matemática (al par qué ofrece una acertada crítica de los mismos); tales obstáculos han sido: la matématica moderna con su insistencia en las estructuras, la visión piagetiana y el movimiento reaccionario de "vuelta a lo básico". La cuestión clave es "comprender la aritmética" y, para ello, la calculadora puede ser una buena herramienta aunque las realizaciones del proyecto que dirigió este autor (IOWO: 1976)[4] son mínimas.

Otra traducción ha sido la de Prenzioli[5] (1984) poco apta para escolares ya que está centrada en el uso de calculadora aplicada a matemáticas comerciales.

---

[1]: JOHNSON, D. (1983): Op. cit.

[2]: HEDREN, R. (1979): Op. cit.

[3]: FREUDENTHAL, H. (1979): **¿Matemáticas nuevas o nueva educación?**. Contenido en "Perspectivas" vol. IX. Nº 3 UNESCO. París.

[4]: FREUDENTHAL, H. (1976): **Five Years IOWO**. (IOWO = Institut Ontwikkeling Wiskunde Onderwijs = Instituto para el desarrollo de la Enseñanza de las Matemáticas, en Utrecht (Holanda). En "Educational Studies in Mathematics, vol. 7, nº 3, august.

[5]: PRENZIOLI, C. (1984): **Máquina calculadora: sus secretos**. Mitre, Barcelona.

Sin duda, la traducción más relevante ha sido la de Fielker[1] (1986) por sus implicaciones sobre el currículum de matemáticas en la enseñanza primaria. En tal libro se comenta el papel de la calculadora, se ofrecen estudios interactivos sobre determinados temas y problemas matemáticos, se observa el uso de calculadoras en resolución de problemas y procesos y se ofrecen alternativas para un mejor dominio de contenidos y conceptos.

Realizaciones específicas españolas son los trabajos de Aguado, Blanco y Zamarreño[2] (1982); Grupo Azarquiel y Colera[3] (1983) y Colera[4] (1987), dedicadas a la enseñanza de las matemáticas en secundaria avanzada.

Trabajos específicos sobre uso de la calculadora en enseñanza primaria, a nivel del estado español, son los de Canals[5] (1986), dos cuadernos de actividades y una guía/solucionario utilizables los dos primeros por alumnos de 1º y 2º de E.G.B. y Rico et

---

[1]: FIELKER, D.S. (1986): **Usando las calculadoras con niños de 10 años.**. Traducción del original en inglés: "Ussing a calculator with upper juniors" (1985). Generalitat Valenciana. Conselleria de Cultura Educació i Ciencia. Valencia

[2]: AGUADO, R.; BLANCO, A. y ZAMARREÑO (1982): **Las calculadoras en el aula.** Anaya. Madrid.

[3]: GRUPO AZARQUIEL y COLERA, J. (1983): **La calculadora de bolsillo como instrumento pedagógico.** Ediciones Cantoblanco. ICE Universidad Autonoma. Madrid.

[4]: COLERA, J. (1987): **La calculadora.** Nuestra Escuela. 91, noviembre.

[5]: CANALS, M.A. (1986): **El càlcul mental i la calculadora.** 1/2 y guia/solucionari (En catalán). EUMO Editorial.Vic.

al[1] (1990), tres libros de texto para Ciclo Medio de E.G.B. y sus correspondientes guías para el profesor, donde se intenta integrar la calculadora como recurso asistencial desde una modificación curricular mínima (comprobación de cálculos escritos y mentales, generación inductiva de ideas y conceptos y resolución de problemas).

Sin duda, la propuesta de Rico et al., constituye la aproximación más relevante a la integración de la calculadora en las matemáticas primarias ya que, ésta, se articula dentro de un currículum regular. Al par, es prudente e iniciadora; dado que las reservas actitudinales de padres y profesores no permiten ofrecer el cambio curricular drástico que conllevaría el uso intensivo de calculadoras.

Libros de texto que incorporan el uso de calculadora, pero un tanto tangencialmente y sin articular con un currículum regular, son los de Baldrich y Segarra[2] (1986).

Una publicación, que puede ser modélica por su funcionalidad para formar al profesorado de primaria (6-12) y primer ciclo de secundaria (12-14) (al actual profesorado de E.G.B.), es el libro de Udina i Abello[3] (1989). Quizá sea éste el tratado más extenso sobre calculadoras y Aritmética ya que, en sus 175 páginas, se ofrece toda una guía racional para desarrollar el empleo de la calculadora en el aula. Empieza definiendo la

---

[1]: RICO, L.; FERNANDEZ CANO, A.; FORTUNY, J.M.; VALDURA, J. y VALENZUELA, J. (1990): Op. cit.

[2]: BALDRICH, J. y SEGARRA, Ll. (1986): Tinter. 6º. Teide. Barcelona.

[3]: UDINA i ABELLO, T. (1989): **Aritmética y Calculadoras**. Síntesis. Madrid.

calculadora como una herramienta cotidiana, prosigue haciendo un estudio de las peculiaridades técnicas de la máquina (pantalla, teclado, memorias e identificación), continua estudiando el rol de la calculadora en la clase de matemáticas y sus modos de uso. Un cuarto capítulo central se dedica a las repercusiones del uso de calculadora en el currículum matemático habitual y termina insistiendo en el papel de la calculadora como centro de atención que posibilitará recuperar el cálculo mental y desarrollar el pensamiento algorítmico.

Una experiencia de trabajo sobre cálculo mental apoyado por calculadora se encuentra en Yabar[1] (1981).

2.2.- Estudio comparado sobre uso a nivel mundial de calculadoras para la enseñanza/aprendizaje de las Matemáticas elementales.

Parece conveniente hacer un despliegue comparado sobre el uso de calculadoras en enseñanza primaria. Al efecto pueden seguirse las tablas de realizaciones que se adjuntan, en las que se presentan:

- País estudiado
- Año de arranque del uso de calculadoras electrónicas en enseñanza primaria según constancia de la fecha de la primera publicación alusiva.
- Uso en Primaria: aceptado, rechazado, parcialmente admitida, ..., básicamente por

---

[1]: YABAR, J.M. (1981): Les màquines de calcular i l'aprenentatge del càlcul mental. UAB. Tesis de Licenciatura. Barcelona.

los profesores.

- Desarrollo del tópico: que indica cuáles han sido las realizaciones más relevantes.
- Recomendaciones oficiales: de carácter normativo, directivo y/o orientador emanadas de las administraciones políticas y/o de asociaciones profesionales.
- Tipo de currículum del país que se estudia: centralizado o descentralizado.
- Permiso de uso: indicando nivel educativo y/o edad en la que se le reconoce status oficial de uso.
- Publicación(es) relevante(s) en ese país sobre el tópico.
- Experto(s) principal(es) de cada país, indicando su centro de trabajo.

PAIS	Año de arranque	Uso general en primaria 5-11 años	Uso en Primaria	Desarrollo del tópico	Recomendaciones oficiales	Tipo de curriculum	Peraltida	Publicaciones normativas más relevantes	Experto principal
Australia	1978	Escaso	-Iniciativa individual de los maestros. - Sin planes oficiales para introducirlas.	-Circulares a las escuelas. -Programas cortos de formacion de maestros en servicio. -Seminarios y reuniones e intercambio de experiencias.	-Ninguna oficial. -Si profesional (Australia Association of Mathematics Teacher)	-Descentralizado	A partir del curso 10º (15 años	Koop. A.J. (1981)	A.J. Blakers. U. of Western Australia.
Austria	1979	No	-Iniciativa individual de los maestros.	-Informes de indagacion regionales (cuestionarios -Declaraciones del maestro	-Ninguna	-Descentralizado	A partir de 7º grado (13 años)	W. Dörfler (1979)	W. Dörfler. U. für Bildungswissenschaften. Klagenfurt
Belgica	1975	No	-Controvertido: dos grupos de profesores antagonicos.	-Articulos y conferencias. -Investigaciones en secundaria. -Experimento de la Universidad de Gante en E. Primaria (6-12 años) en conjuncion con el metodo global de Decroly.	-Ninguna mencion en el curriculum oficial.	Centralizado, dual: flamenco y valon.	A partir de 4º de secundaria (16 años).	V.V.W.L. (1979)	G. Flancke Schutten. Laboratorium voor Psychologische en Experimentele Pedagogies. Gante.
Brasil	1978	No	-Rechazada tajantemente	-Dos proyectos aislados de Mortari y da Costa Ferreira respectivamente con niños de 12 a 13 años.	-Ninguna	Descentralizado	No. se ignora incluso en Universidad.	ATAS (1979: 92)	-U. d'Ambrosio. U. de Campinas.

KOOP. A.J. (1981): The calculator revolution: Potencial roles for elementary teacher educator. Australian Mathematics Teacher. 11.

DÖRFLER. W. (1979): Op. cit.

V.V. W.L. (1979): Algoritmen en Zakrekenmachines in het wiskunde onderwijs. Monografia del Consejo de profesores de matematicas flamencoparlantes. Universidad de Gante.

ATAS DA (1979): Conferencia Inter-Americana de Educacao Matemática. Resumos de Comunicacoes. pag. 92. Campinas. Br.

PAIS	Año de arranque	Uso general en primaria (6-12 años)	Uso en Primaria	Desarrollo del topico	Recomendaciones oficiales	Tipo de curriculum	Permitida	Publicacion es normativas mas relevantes	Experto principal
Canada	19[illegible]	[illegible] de los maestros de 4º a 6º	-Conflicto con el sistema imperial de medidas. -Dudas entre profesores de primaria.	-Encuesta sobre su uso y actitudes por profesores. -Programa de estudios experimentales a partir de 4º	-Asociaciones de profesionales. -Oficiales: Board of Education. Hamilton (Ontario) y Ministerio de Educacion de Columbia Britanica.	Descentralizado	High School (a partir de 15 años	Ministry of Education (1978). Ministry of Education (1977). Silbert. (1977).	W. Szetela. U. of British Columbia. Vancouver.
Francia	197[illegible]	1-2 de los docentes	-Enseñanza del manejo. -Facilitador del dialogo-puestas en comun.	-Trabajos de los diversos IREMS -Publicaciones de la A.P.M.E.P.	-Se sugiere el uso. no se impone	Centralizado	1er ciclo de secundaria (16 años)	A.P.M.E.P. (1983).	
Hong-Kong	1983	No ampliamente				Centralizado	Examenes del Certificate of Education (17 años)		F.L. Cheung. U. of Hong-Kong
Irlanda	1974	No	Prohibida en enseñanza no universitaria desde 1976	-Explosivo hasta 1976 -Apatia en el profesorado tras 1976 -Articulo en la Irish Mathematics Teacher Association (IMTA)	Condena por el Ministerio de Educacion en 1976 por discriminativa (no todos los alumnos podian acceder a su posesion)	Centralizado	Permitida hasta 1976	Conferencia de Limerick	J.J. Kelly. Vocational School. Wicklow.
Italia	1979	No uso explicito	-Recurso heuristico para implementar conceptos. -Introducir nuevos topicos	-Trabajos de revision del curriculo. -Materiales para desarrollo de destrezas	-Se sugiere el uso	Centralizado	Secundaria (11 años)	MPI (1979). U.M.I. (1983).	L. Cannizzaro. Universita di Roma

---

MINISTRY OF EDUCATION (1978): **Mathematics curriculum guide years one to twelve.** Province of British Columbia. Division of Public Instruction. Vancouver.

MINISTRY OF EDUCATION (1977): **Draft copy of curriculum guideline.** Intermediate division. Mathematics. Province of Ontario. Toronto.

SILBERT. M.R. (1977): **The hand calculators and its impact on the classroom: Report and recommendations.** Board of Education of Hamilton. Ontario.

A.P.M.E.P. (1983): **Calculatrices 4 operations. Elementaire et premier cicle.** Publication de l'Association des Professeurs de Mathematiques de l'Enseignement. nº [illegible]. deuxieme edition.

MINISTERO DELLA PUBBLICA INSTRUZIONE (1979): **Programmi, orari di insegnamento e prove di esame per la scuola meida.** Gazzetta Ufficiale. nº 50. 20/11-79 (1).

UNIONE MATEMATICA ITALIANA (1983): **Calculatori per la scuola.** Pubblicazione de UMI. Associazione Italiana Calcolo Automatico e Applicazioni degli Elaboratori nella Didattica (AICA-AMT). Notiziario dell UMI. Nov. 83.
Anno X. supplemento al nº 11-1.

PAIS	Año de arranque	Uso general en primaria (6-12 años)	Uso en Primaria	Desarrollo del tema	Recomendaciones oficiales	Tipo de curriculum	Permitida	Publicación normativa más relevante	Experto principal
Japón	[illegible]	Minoritario	-9 calculadoras por escuela primaria según encuesta del gobierno. -Prevalencia del ábaco Soroban y el método Suido (cálculo mental).	-Cursos de formación del profesorado. -Publicaciones de la Japan Association of Mathematical Education.	Preocupación gubernamental por introducir la calculadora en Primaria.	Centralizado	Desde secundaria inferior (12 años)	Hashimoto y Sawada (1979)	[illegible] Akio. [illegible] University. Tokyo.
Nueva Zelanda	[illegible]	No		-Uso con alumnos de secundaria de baja capacidad.		Centralizado	Desde el Form 5 (15 años)	Editorial (1976)	B.H. Kerry. Department of Education. Wellington
Suecia	[illegible]	Sí	-Aceptación progresiva. -Proyecto de implementación IAB (10-12 años).	-Proyectos RIMM e IAB. -Elaboración de materiales. -Preocupación por las destrezas básicas no algorítmicas. -Seguimiento de la cuestión a nivel internacional.	-Introducción progresiva a partir de 4º (10 años) -Preocupación gubernamental: financiación de proyectos.	Centralizado	Desde 4º curso (10 años)	Björk y Brolin (1984)	E. Brolin. Upsala Universitet.
Suiza	1974	Escaso	-Rechazado en cantones. -Solo el cantón de Ginebra alienta el uso de calculadoras en Primaria. -No aceptado por profesores.	-Material para calculadoras. -Cursos de formación. -Reuniones de expertos.	Directrices de la conferencia suiza de directores cantonales de educación.	Descentralizado	A partir de 7º grado (13 años)	EDK (1978)	F. Knobi. Swiss Coordination Centre for Research in Education. Aarau.
Tailandia	1980	No	-Solo un 5% de los alumnos lo usan para comprobar resultados.	Nulo	Encuesta breve a profesores sobre el uso de calculadoras.	Centralizado.	A partir de 18 años.	Referencia en Suydam (1980)	
Reino Unido	[illegible]	Amplio	-Trabajos pioneros. -Materiales. -Proyectos y programas: Nuffield Project. -Actitudes de los profesores muy encontradas: conservadores vs. progresistas.	-Materiales -Artículos -Investigaciones -Currícula alterados/adaptados a la calculadora.	-Apoyo de las LEAs -Comités de expertos avalan su uso -Comites gubernamentales apoyan su uso: Informe Cockcroft.	Descentralizado: local	Todos los niveles	Informe Cockcroft (1982)	D. Fielker. Abbey Wood Mathematics Centre. Londres.

HASHIMOTO, Y. y SAWADA, T. (1979): **Mathematics Program in Japan: excerpts from the course of studies.** National Institute for Educational Research. Tokyo.

BJÖRK, L.E. y BROLIN, H. (1984): **The ARK project: Progress report for the period (1976-83).** National Board of Education. Liber Utbildningsforlaget. Estocolmo.

SUYDAM, M.N. (1980): **International Calculator Review. Working paper on hand-held calculators in schools.** SMEAC. Information Reference Center. The Ohio State University. Columbus. Ohio.

EDK (1978): Op. cit.

COCKCROFT, W. editor (1982): Op. cit.

PAIS	Año de arranque	Uso general en primaria (7-11 años)	Uso en Primaria	Desarrollo del tópico	Recomendaciones oficiales	Tipo de curriculum	Permitida	Publicación Normativa más relevante	Experto principal
Estados Unidos	197[illegible]	Amplio	-Múltiples proyectos y programas -Abundantes investigaciones y evaluaciones. -El 50% del profesorado la utiliza habitualmente. -Preocupación continua. -Reconocimiento status como herramienta didáctica. -Menos uso en K-3	-Investigaciones sobre efectos. -Encuestas a profesores. -Valorada en estudios evaluativos. -Desarrollo abundante de materiales instructivos. -Énfasis en cursos de formación de profesores. -Curricula especiales.	Usar intensa y extensamente las calculadoras en todos los niveles (K-12).	Descentralizado	En todos los niveles	Véanse referencias anteriores	M.N. Suydam. The Ohio State University. Directora del Calculator Information Center. Columbus.
Alemania Federal.	1975	Promovido en cursos bajos (4º)	-Carácter experimental. -Adecuación del currículum (a partir de 4º). -Gran disponibilidad de calculadoras por los alumnos (más del 80% tiene calculadora personal)	-Investigaciones de impacto. -Proyecto TIM. -Abundancia de traducciones americanas	-Preocupación obsesiva de los gobiernos regionales por la desaparición de la regla de cálculo (obligatoria a partir de 7º). -Informe de los ministros de educación de los 11 "Landers" para regular su uso.	Descentralizado	A partir de 8º grado (14 años)	Véanse referencias anteriores. Arens et al (1978)	H. Meissner. U. Münster.
Sudáfrica	1988	Ignorado	Trabajo de expertos	-Arranque inicial de concienciación a maestros, padres y sociedad en general. -Programas de formación de profesores en activo.		Centralizado	A partir de la senior Secondary School (15 años)	Olivier, A. (1987) (1988): 11-16.	A.I. Olivier. Stellenbosch University.

ARENS, R.; MEISSNER, H. y VOGT, Ch. (1978): **Taschenrechner in dir grundschule.** Der Mathematikunterricht. vol. 24. nº1.

OLIVER, A.I. (1987): **Die sakrekenaar as medium tot vernuwing van die wiskundekurrikulum op skoolvlak.** Research Unit for Mathematics Education Stellenbosch (S.A.).

OLIVIER, A.I. (1988): **The future of pencil and paper algorithms in the arithmetic curriculum.** Pythagoras. 17. may.

2.3.- Bibliografía de Investigación

Al revisar la bibliografía de investigación se intenta examinar los estudios reales que se han hecho en el área problemática tratada: impacto de la integración de las calculadoras en la enseñanza elemental. Intentamos establecer un marco de referencia para comprender el conjunto fundamental de datos prácticos, los temas fundamentales, las metodologías propuestas y los resultados generales obtenidos.

Dado lo prolífico del tema en cuestión se ha dividido ésta revisión bibliográfica en varios cuerpos:

2.3.1.- Informes genéricos de resultados:

En los que se emite una valoración normativa sin aporte de datos cuantitativos. Así, los informes más relevantes expuestos suscintamente son:

Bell[1] (1977: 7-13) expone "la necesidad de investigar y desarrollar el uso de las calculadoras dada su creciente disponibilidad y su potencialidad para reemplazar gran parte del currículum de matemáticas. Las matemáticas elementales fuerzan a los educadores a examinar el rol de las calculadoras".

---

[1]: BELL, M. (1977): Needed R (research) and D (development) on hand-held calculators. Educational Researcher, 6.

El citado informe Cockcroft[1] (1982: 135-139) denota en su parágrafo 377: "El uso de calculadoras, según el conjunto de investigaciones al efecto demuestra de manera fehaciente, no ha producido ningún efecto adverso sobre la capacidad de cálculo básico". Aunque posteriormente insista en el parágrafo 388:"Hay que investigar más a fondo la utilización de las mismas".

Estos informes se van haciendo eco progresivo de las investigaciones, sobre todo de síntesis (revisiones), que durante este período de tiempo se van realizando.

En Shumway[2] (1980) se expone la necesidad de realizar estudios conjuntos, con diversas aproximaciones metodológicas, y no centrándose solo en el problema del aprendizaje de destrezas de cálculo que ha sido el elemento más investigado con la metodología proceso-producto.

Weaver[3] (1981) presenta una serie de hallazgos sobre uso de la calculadora en escenarios escolares en los que no se detectan efectos nocivos, manifiesta implicaciones para la instrucción abogando por un currículum modulado por la calculadora (en el que desaparecen los algorítmos de papel y lápiz, se fomenta la comprensión y la resolución

---

[1]: COCKCROFT, W. (editor) (1982): Op. cit.

[2]: SHUMWAY, R.J. editor (1980): **Research in Mathematics Education.** NCTM. Reston. Va.

[3]: WEAVER, J.F. (1981): **Calculators.** En "Mathematics Education Research: Implications for the 80's". E. Fennema, editor. Association for Supervision and Curriculum Development. Alexandria, Va.

de problemas) y apunta las direcciones en las que debe avanzar la investigación sobre calculadoras en los 80.

En Mohyla[1] (1984), se recogen y resumen las opiniones de expertos en investigación en calculadoras durante el ICME-V (1984) celebrado en Adelaida (Australia). Las actas del tema del grupo 3 dedicado al rol de la tecnología informan de que:

- Ha habido muchas menos actividades investigadoras sobre las calculadoras desde el ICME-4 (1980) (Berkeley), que las que hubo entre el ICME-3 (1976) (Karlsruhe) y el ICME-4.
- Las investigaciones hechas a partir de 1980, no han producido nuevas intuiciones o resultados dramáticos pues confirman los hallazgos de investigaciones anteriores.
- La abrumadora mayoría de las investigaciones, (más del 95%), indican que el uso de calculadoras no perjudica el rendimiento matemático en términos de curriculum y tests tradicionales.
- Hay muchos países donde la tasa de disponibilidad de calculadoras por los niños es mayor del 80%, en tanto que el curriculum escolar ignora la existencia de calculadoras o las calculadoras no están permitidas en ciertos grados (primarios).

El informe de Bell, Küchemann y Costello[2] (1985: 307-12), en su capítulo XIII

---

[1]: MOHYLA, J. editor (1984): **The role of Technology.** Report of Theme Group 3. Actas del ICME V. Adelaida. Australia.

[2]: BELL, A.W.; KÜCHEMANN, D. y COSTELLO, J. (1985): **Calculators y Computers.** Contenido en "Research on Learning and Teaching". Cap. XIII 3ª edición. The NFER-NELSON Publishing Company Ltd. Windsor.

dedicado a "calculadoras y ordenadores", expone:

- La necesidad de investigaciones válidas forzadas por el cambio curricular que conlleva el uso de la calculadora.
- Una mayor resistencia a usar calculadoras por parte de maestros de enseñanza primaria.
- Tipos de investigación a realizar en función de los tres tipos posibles de cambios curriculares:
    a) Introducción de la calculadora sin una modificación planificada de los patrones de enseñanza y aprendizaje.
    b) Uso de la calculadora como recurso didáctico *("Teaching aid")* y recurso de cálculo *("computational aid")* con un diseño apropiado de los procesos y materiales de enseñanza pero sin modificación de los objetivos curriculares en curso.
    c) Modificación del currículum a la luz del empleo universal de las calculadoras.
- La mayoría de los estudios se centran en el tipo (a) e informan de que no existen diferencias estadísticamente significativas para el uso de la calculadora sobre la mayoría de las variables observadas. Aunque algunos autores encontraron mejoras significativas en actitudes hacia las matemáticas, destrezas personales de cálculo, comprensión de conceptos y resolución de problemas, sobre todo en experimentos con un mejor diseño. No aparecen, pues, efectos negativos.
- Los trabajos centrados en el tipo (b) se han realizado mediante la metodología de

"estudio de casos".

- Pocos trabajos centrados en el tipo (c); sólo el proyecto sueco ARK (Bjorg y Brolin, 1984)[1] para enseñanza secundaria.
- La mayor parte de las investigaciones se han realizado en USA, UK, Suecia, Australia y Alemania.

Romberg y Carpenter[2] (1986: 864) insisten en que el papel de los recursos tecnológicos debe ser considerado ya que aunque "no está todavía claro el papel de la tecnología, ésta no debe ser ignorada". Insistiendo en que "un peligro para la investigación actual es no centralizarse en el futuro". Así mismo, haciéndose eco de la Conference Board of the Mathematical Sciences[3] (1983), recomiendan que "se investigue en profundidad la utilización amplia de calculadoras y ordenadores en los primeros grados".

Suydam[4] (1987: 22) al resumir todas sus revisiones anteriores, que examinaremos en profundidad, enuncia que "los efectos de la calculadora son beneficiosos en resolución de problemas, ideas numéricas, destrezas de conteo, hechos básicos y destrezas de cálculo".

---

[1]: BORJK, L.E. y BROLIN, H. (1984): Op. cit.

[2]: ROMBERG, T.A. y CARPENTER, T.P. (1986): **Research on Teaching and Learning Mathematics.** Contenido en "Handbook of Research on Teaching", 3ª edición, M.C. Wittrock, editor. McMillan Publishing Company. Nueva York.

[3]: NATIONAL SCIENCE BOARD (1983): Op. cit.

[4]: SUYDAM, M.N. (1987): **What are calculator good for?** (Research Report) Contenido en "Calculator. Focus Issue". Arithmetic Teacher, 34, febrero. NCTM. Reston. Va.

Lilly[1] (1987: 2) haciéndose eco de los trabajos de Suydam constata que "existen más de 150 estudios sobre efectos de la calculadora, lo que le ha convertido en uno de los cuerpos más amplios de investigación en educación matemática".

Kilpatrick[2] (1988: 202-204) propone una visión alternativa de la investigación sobre calculadora basada en la comprensión interpretativa o indagación crítica, frente a la tradición investigadora empírico-analítica en función de los cambios producidos en la comunidad de investigadores, en las metodologías de la investigación y en los cambios curriculares que auspicia la calculadora.

A partir de 1988, se produce el cambio de paradigma para el estudio de este problema ya que el tópico parece haberse agotado desde la tradición investigadora proceso-producto. La razón, sin embargo, estimamos que es otra: la visión empirista ya ha conseguido unos resultados consistentes sobre los efectos de la calculadora en educación matemática pero sin embargo la implementación de tal recurso sigue siendo mínima, sobre todo en enseñanza primaria.

Eisenhart[3] (1988: 99-114) propone superar la anomalía anterior mediante esfuerzos

---

[1]: LILLY, M.W. (1987): **By way of Introduction. (Editorial).** Contenido en "Calculator. Focus Issue" Ibidem.

[2]: KILPATRICK, J. (1988): **Change and stability in research in Mathematics education.** Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik, 5.

[3]: EISENHART, M.A. (1988): **The ctnographic research tradition and mathematics education research.** Journal for Research in Mathematics Education, 19.

colaborativos entre investigador y docente, asumiendo que hay que superar la dicotomía existente entre investigar/conocer y enseñar/mejorar.

Romberg[1] (1988: 11-19) propone abordar el tópico desde una perspectiva de "procesamiento de la información" tal, que el uso de las calculadoras aliente un cambio radical en la definición de alfabetización numérica.

2.3.2.- Investigaciones descriptivas:

El examen descriptivo (o survey), orientado en el presente, ha sido una aproximación metodológica utilizada para describir una serie de fenómenos que acontecen cuando se pretende integrar la calculadora en la enseñanza elemental.

En la previsión bibliográfica de investigación encontraremos todas las variantes de la investigación descriptiva: estudio de masas o encuestas a gran escala, estudio de casos, estudios correlacionales, estudios retrospectivos y estudios de campo. A veces, la implementación de un proyecto o de un determinado tópico se describe sin emitir estadístico alguno, sólo con el título general de "experiencias". Los aportes bibliográficos más relevantes en nuestra área problemática se exponen suscintamente a continuación:

---

[1]: ROMBERG, T.A. (1988): **Revolution, Reform and Research in Mathematics Education.** Contenido en "Research Agenda in Mathematics Education: Setting a Research Agenda", J.T. Sowder, editor. *NCTM*. (Reston, Va) y Erlbaum (Hillsdale, N.J.).

Capoferi y Winowski[1] (1975) describen brevemente un proyecto y aportan bastantes ejemplos de tópicos matemáticos apropiados para la calculadora.

Capoferi; Winowski y Schran[2] (1976) aportan datos observacionales sobre la implementación de su proyecto a nivel de estudio de campo, apoyando el uso de calculadoras como un recurso instructivo *(instructional aid)* para el aula.

Scandura; Lowerre; Veneski y Scandura[3] (1976: 14-18) realizan un experimento exploratorio (estudio de factibilidad) con niños mayores de 5 años tratando amplio aspectos de la asignatura. Los resultados informan de que los niños aprendían a usar rápidamente la calculadora, que ésta motivaba y facilitaba el interés y que el aprendizaje de ciertos tópicos se veía facilitado por el uso de las calculadoras.

Weaver[4] (1976) realizó exploraciones sobre el uso de minicalculadoras con dos clases de 2º grado, dos de 5º grado y tres de 3º. Los datos empíricos, bastante limitados, sugieren que los alumnos no encontraron problemas con los mecanismos de uso de una

---

[1]: CAPOFERI, A. y WINOWSKI, E. (1975): **Macomb Intermediate School District: Exploration of Classroom Use of the Hand-Calculator in Grades 4-6.** Macomb Intermediate School District. Mt. Clemers. Mi. Referencia en Suydam M.N. (1979) " Calculator: A Categorized Compilation of References". Op. cit.

[2]: CAPOFERI, A.; WINOWSKI, E. y SCHRAN, J. (1976): **Macomb Intermediate School District, Fitzgerald y Van Dyke Public Schools.** Co-perative Projects-Evaluation of Pilot Studies of Classroom Use of the Hand Calculator in Grades 4-6 Phase II, september 75 to June 76. Macomb Intermediate School Mt. Clemens, Mi.

[3]: SCANDURA, A.M.; LOWERRE, G.F.; VENESKI, J. y SCANDURA, J.M. (1976): **Using electronic calculators with elementary school children.** Educational Technology, 16.

[4]: WEAVER, J.F. (1976): **Calculator-influenced explorations in School Mathematics: number sentences and sentential transformations, I, II.** Project Paper 76-I.Wisconsin Research and Development Center for Cognitive Learning, january 76. Madison, Wi. ERIC: ED 123 088.

calculadora sencilla de cuatro funciones (calculadoras con lógica algebráica parcial en contexto rutinario) y que los alumnos, probablemente, no usarían calculadora en situaciones en que su uso sea innecesario o en las que no obtengan determinadas ventajas. Aunque los programas de matemáticas escolares elementales enfatizaban las operaciones binarias, las exploraciones tendían progresivamente a interpretaciones del contenido en términos de operaciones unitarias.

Capoferi[1] (1977: 3-13) describe sus estudios de campo sobre uso de calculadoras en grados 4º, 5º y 6º, aportando especificaciones sobre el manejo de la máquina, cómo y cuándo usarla, observaciones de la experiencia durante los estudios de campo y un listado de recomendaciones.

Lowerre, Scandura, Scandura y Veneski[2] (1978: 461-4), informan de su trabajo con grupos reducidos de niños de 7 a 9 años durante un período de dos semanas, en el que obtienen impresionantes ganancias en el rendimiento medido en un test estandarizado. También discuten sobre los tópicos a enseñar y las implicaciones a largo plazo del uso de calculadoras.

---

[1]: CAPOFERI, A. (1977): **Local district field studies support the use of hand calculators in the classroom.** Mathematics in Michigan, 16, may.

[2]: LOWERRE, G.F.; SCANDURA, A.M.; SCANDURA, J.M. y VENESKI, J. (1978): **Using electronic calculator with 3rd and 4th grades: a feasibility study.** School Science and Mathematics, 78, october.

Bell, Burkhardt, McIntosh y Moore[1] (1978) realizan la primera experiencia europea sobre integración de calculadoras en enseñanza primaria. El título de su publicación es equívoco: "experimento" pues no es una investigación propiamente experimental sino la descripción de un proyecto de implementación en un centro escolar determinado. Este trabajo puede ser modélico por su rigor y generalidad y merecería la pena traducirlo/distribuirlo a maestros españoles de enseñanza primaria.

Blume y Mitchell[2] (1979) realizaron varios estudios correlacionales para investigar la relación del uso de calculadora con varias variables educativas en un estudio transversal (alumnos de diversos niveles o grados). Para el 83% de los alumnos, encontraron una asociación significativa entre el uso de calculadoras y el método de solución más largo, en 5 de 7 items. Las heurísticas de simplificación y de aplicación de una propiedad estructural (distributividad) parece que se inhibían en ausencia de una instrucción específicamente diseñada para alentar su uso, en conjunción con cálculos mediante calculadoras. El número de errores en conceptualización de problemas, no estaba correlacionado con el uso de calculadoras.

Hedren[3] (1979) emite un breve informe descriptivo de un proyecto de

---

[1]: BELL, A.; BURKHARDT, H.; McINTOSH, A. y MOORE, G. (1978): Op. cit.

[2]: BLUME, G.W. y MITCHELL, Ch. E. (1979): **The calculator's effect on children's solution process.** Informe presentado a 57 NCTM Annual Meeting, april 79. ERIC: ED 170 166.

[3]: HEDREN, R. (1979): **Hand calculators and mathematis in primary schools**. Contenido en "Prospects" 9, 3, en "Mathematics for Real Life", UNESCO, París y en ERIC: ED 182 183.

implementación de la calculadora patrocinado por el gobierno sueco, para determinar las consecuencias del uso de calculadoras en los primeros años de la escolaridad. Este trabajo es un informe de progreso que enuncia la problemática afín al proyecto, cuyos resultados serán estudiados dentro de la revisión de la bibliografía de investigación experimental.

Weaver[1] (1979), estudia en profundidad la realización de una serie de tareas (encadenamiento de operaciones y operaciones inversas) con 24 niños de 3er grado, centrándose en dificultades y estratégias encontradas.

Zweng[2] (1979) realiza una investigación para localizar los factores que permiten a los alumnos de enseñanza primaria resolver problemas verbales. Estos factores son los atributos del problema, las transformaciones posibles del problemas y las herramientas usadas (incluyendo las calculadoras). Además observó que los alumnos de capacidades media y baja usan con más frecuencia la calculadora que los de alta capacidad.

Meyer[3] (1980: 18-21) comenta una experiencia de trabajo con calculadora en 4º curso en la que se pretende de que los alumnos aprendan mediante autodescubrimiento.

---

[1]: WEAVER, J.F. (1979): 3rd **Grade students' performance on calculator and calculator-related tasks.** Informe técnico nº 498. Research and Development Centre for Individualised Schooling. University of Wisconsin. Madison Wi. ERIC: ED 176 992.

[2]: ZWENG, M.J. (1979): **Children's strategies of solving verbal problems.** Univesity of Iowa. Iowa City. ERIC: ED 178 359.

[3]: MEYER, P.I. (1980): **When yor use a calculator you have to think!** Arithmetic Teacher, 27, january. También en "Calculators, Computers y Classrooms" (1981) J.L. Higgins y V. Kirschner, editores. ERIC-SMEAC. The Ohio State University. Columbus, Ohio.

Van Lehn[1] (1982: 3-71) realiza un interesante estudio de casos sobre errores (diagnóstico y reparación) en destrezas de cálculo, ayudándose de la calculadora.

Gross[2] (1980: 1451-1452) realiza un estudio exploratorio sobre uso de calculadoras y heurísticas de resolución de problemas con maestros de enseñanza primaria en activo. Las calculadoras fueron solamente beneficiosas en aquellos problemas en los que el cálculo requerido, para resolverlos, necesitaba realmente realizarse con calculadora.

Balka[3] (1979) realizó una encuesta a padres y profesores de los grados K a 9 como parte del trabajo de un taller de profesores. Se recibieron 334 respuestas a un cuestionario de 12 items. Los padres eran escépticos acerca del uso de calculadoras en los grados elementales, aunque estaban de acuerdo en que las calculadoras podrían usarse para motivar los cálculos hechos a lápiz y papel. Un moderado desacuerdo se manifestaba respecto al uso de calculadoras en la realización de deberes y eran muy opuestos a reemplazar el cálculo con lápiz y papel.

---

[1]: VAN LEHN, K. (1982): Bugs are not enough: Empirical studies of bugs, impasses and repairs in procedural skills. Journal of Mathematical Behavior, 3 (2).

[2]: GROSS, E. (1981): An exploratory study on the use of calculators and problem solving heuristics with in-service elementary school teacher. (T.D. Georgia State University) DAI 41-A.

[3]: BALKA, D.S. (1979): A survey of parent's attitudes toward calculator usage in Elementary Schools. University of Notre Dame. South Bend, In. Referencia en "Bulletin nº 5" Calculator Information Center. The Ohio State University. Columbus. Ohio.

Cohen y Fliess[1] (1979) encuestaron a profesores sobre actitudes, prácticas y percepciones acerca de las políticas escolares que usan calculadora. Alrededor de 63% de los profesores estaban, profunda o medianamente, a favor del uso de calculadoras. También quedó de manifiesto la necesidad de materiales instructivos que utilicen la calculadora.

Carpenter et al[2] (1981) realizan la primera investigación evaluativa a gran escala, utilizando tests que conllevan el empleo de calculadora, como parte del programa *National Assessment of Educational Performance* (NAEP) -Valoración Nacional del Desempeño Educativo- durante 1977-78. Los tests cubrían dos tópicos: rutinas de cálculo y resolución de problemas. Los resultados indicaban que los cálculos rutinarios mejoraban al usar la calculadora.

Shumway et al[3] (1981: 79) informan, detallada y técnicamente, de los resultados de la aplicación de tests, tras un proyecto de implementación del uso de calculadora con alumnos de 2º a 6º grado. El criterio de referencia era resultados anteriores en esos mismos tests. La conclusión fue que el uso de calculadora no tenía efectos detrimentales sobre el aprendizaje.

---

[1]: COHEN, M.P. y FLIESS, R.F. (1979): Minicalculators and instructional impact. A teacher survey. University of Pittsburgh. Pittsburgh. ERIC: ED 178360.

[2]: CARPENTER, T.P.; CORBITT, M.K; KEPNER, H.S.; LINDQUIST, M.M. y REYS, R.E. (1981): Calculator in testing situations: Results and implications. Arithmetic Teacher, 28, january.

[3]: SHUMWAY, R.J.; WHITE, A.L.; WHEATLEY, G.H.; REYS, R.E.; COBURN, T.G. y SCHOEN, H.L. (1981): Initial effect of calculators in elementary school mathematics. Journal or Research Mathematics Education, 12, 2.

La evaluación APU[1] *(Assessment of Performance Unit)* (1982) del rendimiento matemático, en niños de 10 años de escuelas primarias de Inglaterra y Gales, mediante tests de lápiz y papel, posibilitó la entrada de las calculadoras en las escuelas ya que los resultados mostraron el exceso de aprendizajes algorítmicos de lápiz y papel y los bajos niveles en aprendizajes básicos.

Meissner[2] (1983: 605) realizó un profundo estudio de casos en el que cotejó la no dependencia del alumno de la calculadora y la preponderancia del principio de economía cuando la tarea era sencilla y el tamaño de los números intervinientes era corto.

Kelly[3] (1985: 3571) estudió los efectos del uso de calculadora en el desarrollo de estrategias de resolución de problemas, encontrando que tal uso facilita que el sujeto desarrolle más y mejores estrategias resolutivas.

Meissner[4] (1985) observó que los alumnos de 10-13 años, que utilizaban calculadora, descubrían estrategias de resolución de problemas por sí mismos y se reducía el número de ensayos efectivos para resolver la tarea, paso a paso, mediante ensayo-error.

Nesher[5] (1986: 2-9) comprobó que no existe correlación entre comprensión

---

[1]: APU (1982): **Mathematical performance.** Primary survey reports, nº 1 (1980), nº 2 (1981), nº 3 (1983). HSMO.

[2]: MEISSNER, H. (1983): **The effects of the early use of calculators on the acquisition of number concepts and skills.** Actas del ICME-4 (Berkeley 1980). Birkhauser. Boston.

[3]: KELLY, M.G. (1985): **The effects of the use of hand-held calculators on the development of problem solving strategies.** (T.D. University of Columbia). DAI 45-A.

[4]: MEISSNER, H. (1985): **Selfdeveloping strategies with a calculator game.** Actas de la 9th International Conference for the Psychology of Mathematics Education. Utrecht.

[5]: NESHER, P. (1986): **Are mathematical understanding and algorithmic performance related?** For the Learning of Mathematics, 6, 3, (november). FLM. Publishing Association. Quebec.

matemática y capacidad de cálculo, ambos son dos tipos distintos de aprendizaje. Por ello, hay que abandonar las enseñanza de algoritmos de lápiz y papel, usar entonces calculadoras y dedicarse a que el niño comprenda la Matemática.

Fielker[1] (1987: 417-37) realiza un estudio de casos a partir de entrevistas clínicas grabadas en cintas audio, sobre un trabajo con grupos de niños de 10 años que resuelven problemas con calculadora. La atención se centra en el papel del maestro y en las interacciones que tienen lugar. Se ofrecen sugerencias sobre la posibilidad de estructurar estratégicas disponibles para el maestro.

2.3.3.- Encuestas:

Alrededor del uso de las calculadoras en la enseñanza de la matemática primaria, existen muchas preguntas susceptibles de responder mediante el método de encuesta; a saber:

- Disponibilidad de máquinas
- Uso genérico de las mismas
- Opiniones y creencias sobre tal uso.
- Estado de su uso a nivel nacional o internacional.

Gran parte de tales preguntas tienen un fondo actitudinal que es preciso conocer para llevar a efecto programas/proyectos de implementación o investigaciones puntuales. La forma más habitual de conocer el estado de la cuestión es mediante el método de encuesta, usando cuestionarios con respuesta total o parcialmente estructurada. La revisión

---

[1]: FIELKER, D.S. (1987): A calculator, a tape recorder and thou. Educational Studies in Mathematics, 18.

bibliográfica de este apartado investigacional es abundante pero, por necesidades de concreción, se aportan sólo los trabajos más relevantes.

Campbell y Virgin[1] (1976) investigaron las actitudes hacia el uso de la calculadora en maestros, de 4º a 6º grado, y en directores de escuelas primarias. Los resultados mostraban que, alrededor de la mitad de los 183 maestros encuestados, pensaban que el uso de la calculadora no les ayudaría a conseguir los objetivos propuestos. Casi la mitad de esos maestros creían que la calculadora debería introducirse entre los grados 4º y 6º, aunque el 44% indicó una preferencia después de 6º grado.

Suydam[2] (1976) expone todo un abanico de creencias y opiniones sobre el impacto de las calculadoras, manifiesta argumentos favorables y contrarios y modos en que las calculadoras se usan en la escuela.

Graeber et al[3] (1977) realizaron una amplia encuesta con 1.343 maestros de los grados 1º, 3º, 5º y 7º, en la que se incluían preguntas sobre calculadora. El porcentaje de maestros que usaban calculadora en su aula era: 3'9% en 1º, 8'4% en 3º, 19'4% en 5º y 25'6% en 7º. En primer grado, las calculadoras eran usadas más frecuentemente para explorar conceptos; en los otros tres cursos, los usos más frecuentes eran comprobar resultados, motivar y remediar (recuperar). El uso de la calculadora como instrumento de exploración decrecía con el nivel/grado.

---

[1]: CAMPBELL, P. y VIRGIN, A. (1976): A survey of elementary school teachers'and principals' attitudes to mathematics and utilizing mini-calculators. North York Board of Education, Ontario. ERIC ED 137 021.

[2]: SUYDAM, M.N. (1976): Op. cit.

[3]: GRAEBER, A.D.; RIM, E.O. y UNKS, N.J. (1977): A survey of classroom practices in Mathematics: Reports of first, third, fifth and seven grades teachers in Delaware, New Jersey and Pennsylvania. Research for Better Schools, Inc. Philadelphia.

Palmer[1] (1978: 32-3) realizó una encuesta sobre actitudes y reacciones de los maestros al uso de calculadoras en el condado de Los Angeles. Las reacciones eran de lo más diverso y, aunque existía una aceptación general de la inevitabilidad del uso de la calculadora, también se expresaban muchas reservas y reticencias sobre una aceptación plena.

Shin[2] (1978: 39-41) administró un cuestionario a 152 alumnos de enseñanza primaria (4º grado) de Hong Kong. Más del 77% de los niños habían tenido alguna experiencia usando calculadoras, el 60% afirmaba que sus familias poseían una calculadora. Se preferían las calculadoras más novedosas. Alrededor del 76% pensaba que las calculadoras deberían usarse en los exámenes.

Yvon y Dowing[3] (1978: 410-16) administraron una encuesta a 250 padres y profesores (grados: párvulos a 9º) para que respondiesen a un cuestionario de 12 items sobre el uso de calculadora. El sentimiento general era que la calculadora no debería reemplazar a los algoritmos de lápiz y papel. Este sentimiento era más fuerte entre maestros de niños pequeños. Sin embargo, más de la mitad de la muestra, informó que el padre de familia usaba una calculadora electrónica en su trabajo. La aceptación de la calculadora se incrementaba con el nivel/grado. Los maestros eran significativamente más favorables que los padres en los dos niveles/grados más bajos. Ambos grupos (padres y profesores) tenían

---

[1]: PALMER, H.B.A. (1978): Minicalculators in the classroom. What do the teacher thinkg?. Arithmetic Teacher, 25, may. También en "Calculators. Readings from AT & MT". Op. cit.

[2]: SHIN, J. (1978): A survey on the attitude of schoolchildren towards the use of calculators in schools. Calculators/Computers, 2, november/december.

[3]: YVON, B.R. y DOWNING, D.A. (1978): Attitudes toward calculator usage in schools: A survey of parents and teachers. School Science and Mathematics, 78, may-june.

una actitud negativa sobre el uso de calculadoras en deberes hogareños y sobre si las destrezas con calculadora serían esenciales en el futuro éxito profesional de los niños. Se aceptaba el uso de la calculadora en los siguientes tópicos: consolidación/ enriquecimiento, motivación y juegos. En general, se aceptaba que las calculadoras deberían usarse en paralelo con el cálculo de lápiz y papel.

Ogletree y Etlinger[1] (1980) informan de una encuesta a profesores de primaria y secundaria y a administradores durante un taller sobre calculadora. En general, la calculadora es vista como un recurso/ayuda instructiva y se le reconocen muchas posibilidades para su uso en el aula. Pero, por lo general, los profesores creen que no debería usarse hasta que los alumnos no hayan aprendido los hechos numéricos básicos.

Reys et al[2] (1980: 38-43) realizaron una de las encuestas más informativas sobre el uso de calculadoras en enseñanza no universitaria. A partir de una muestra estratificada de 194 profesores del estado de Missouri, los resultados obtenidos manifiestan lo siguiente:

1) El 68% de alumnos tiene calculadora en su hogar

2) El 85% de los profesores cree que las calculadoras deberían estar disponibles para todos los alumnos. Este resultado es menos extrapolable al ámbito español.

---

[1]: OGLETREE, E.J. y ETLINGER, L.E. (1980): **Should hand-held calculators be used in elementary schools?**. A survey. ERIC ED 186 258.

[2]: REYS, R.E.; BESTGEN, B.; RYBOLT, J.F. y WYATT, J.W. (1980): **Hand calculators: what's happening in schools today?** Arithmetic Teacher, 27, february. También en "Calculator, Computer and Classrooms" (1981). op. cit. Y también en WYATT, J.W. et al (1979): **Status of hand-held calculators use in school**. Phi Delta Kappan. 61, november.

3) Casi 2/3 de los maestros piensan que necesitan una formación especial para usar efectivamente la calculadora.

4) Alrededor de la mitad de los maestros les gustaría que las actividades para calculadoras estuvieran integradas dentro del libro de texto regular.

Ettlinger y Ogletree[1] (1981: 61-68) realizan una nueva encuesta, con 400 participantes en las actividades de la NSF en Chicago y St. Donis, que incluye a profesores, padres y administradores, sobre cómo y porqué usar calculadoras en enseñanza primaria. Las preguntas de la encuesta y sus respuestas genéricas son:

- ¿Pueden los niños aprender Matemáticas usando calculadora? Respuestas casi totalmente positivas.
- ¿Debería permitirse usar calculadoras a los alumnos en cualquier momento? No en enseñanza primaria.
- ¿Pueden las calculadoras facilitar el pensamiento creativo en los alumnos? Respuestas afirmativas.
- ¿Deberían los alumnos usar calculadoras antes de dominar los hechos básicos? Reticencias en enseñanza primaria.
- ¿Deben usarse las calculadoras en los exámenes? No en los exámenes de destrezas aritméticas básicas.

---

[1]: ETLINGLER, L.E. y OGLETREE, E.J. (1981): **Calculators in the Elementary School: A survey of how and why.** Contenido en "Calculator, Computers and Classrooms" (1981), op. cit. También en: ERIC ED 191741.

Gregory[1] (1981) emite un informe general, resumen de encuestas, sobre disponibilidad/propiedad de calculadoras por los niños de 8 a 11 años en Inglaterra y Gales. Casi 2/3 de los alumnos tienen acceso a la calculadora.

Un documento capital para entender el estado de la cuestión a nivel internacional, es el preparado por Suydam[2] (1980). Se trata de una encuesta, no cuantitativa, que resume los aportes y realizaciones en 16 países (16 informes nacionales) entre los que se advierte en la ausencia del informe español.

En Francia, fue muy significativa la encuesta realizada por el IREM[3] de Nancy (1978) durante unas jornadas tituladas "Informatique et vie quotidienne". Tal encuesta constata un bajo uso (sólo el 27% de los profesores) en enseñanza primaria.

Como resumen de los resultados de todas las encuestas anteriores, podríamos decir:

a) La calculadora es un recurso disponible para el niño de enseñanza elemental.

b) Existen reticencias por parte de padres y profesores a usar calculadora en educación primaria.

c) La actitud hacia la calculadora parece modificable, si se forma a los docentes en

---

[1]: GREGORY, C.A. (1981): **Electronic calculators in the elementary mathematics curriculum.** Centre for Studies in Science Education. University of Leeds.

[2]: SUYDAM, M.N. editor (1980): **International calculator review: Working paper on hand-held calculators in schools.** ERIC-SMEAC Information Reference Center The Ohio State University. Columbus, Ohio.

[3]: IREM - LORRAINE (1978): **Informtique et vie quotidienne: Une enquête.** Disponible en IREM Nancy-Metz. Contenido en "Calculatrices y Operations. Elementaire et premier cycl. Op. cit.

un uso juicioso de la misma.

d) Las actividades para calculadora necesitan incardinarse dentro de los programas regulares (libros de textos, incluidos) de enseñanza primaria.

e) Parece que la sociedad aún no está madura para desterrar los algoritmos clásicos de papel y lápiz en enseñanza primaria.

2.3.4.- Experimentos:

Es voluminosa la bibliografía de investigación experimental dedicada a este área problemática. El introducir la calculadora en enseñanza primaria levantó, desde sus inicios a principios de los 70, una fuerte polémica, ya que se veían amenazados los algoritmos clásicos de papel y lápiz que representaban una de las conquistas más consistentes del pensamiento matemático universal.

En esta revisión parcial, como en las restantes, hemos acotado su ámbito de acción con dos condiciones: experimentos con calculadoras electrónicas en enseñanza primaria (6 a 12 años).

Las investigaciones más relevantes y sus hallazgos, pasamos a resumirlas a continuación; teniendo en cuenta que la variable independiente en la mayoría de esos experimentos es uso de la calculadora (Grupo de tratamiento o experimental) frente a no uso de la calculadora/enseñanza habitual (Grupo de control). En tanto que la variable dependiente suele ser mayoritariamente rendimiento/desempeño *(achievement / performance)* en Matemáticas y, a veces, actitud hacia las matemáticas.

Tabla VI: ESTUDIOS EXPERIMENTALES REVISADOS SOBRE EFECTOS DE LA CALCULADORA.

Autor,-s	Nivel,-s	Uso específico de la calculadora	V. dependiente, -s	Efecto, -s
Hohlfeld[1] (1973: 4563)	5º	Retroalimentación immediata	Capacidad de cálculo de hechos multiplicativos	$G_E > G_C$
Shea[2] (1974: 7499)	4º	Uso extensivo en fichas de trabajo de flujo	-Cálculo -Actitudes hacia las matemáticas -Otras variables rendimiento	$G_E > G_C$ $G_E = G_C$ $G_E = G_C$
Spencer[3] (1975: 7488-9)	5º y 6º	Uso extensivo en hojas de cálculo.	-Razonamiento numérico -Cálculo -Aritmética	$G_E > G_C$ (5º) $G_E > G_C$ (6º) $G_E > G_C$ (6º)
Bitter y Nelson[4] (1975: 1-3)	Compensatoria	Usos diversos	-Rendimiento -Actitud hacia las matemáticas	$G_E > G_C$ $G_E > G_C$
Hawthorne y Sullivan[5] (1975: 29-31)	6º	Usos diversos	-Conceptos aritméticos -Cálculo -Problemas	$G_E > G_C$ $G_E > G_C$ $G_E = G_C$

---

[1]: HOHLFELD, J.F. (1973): Effectiveness of an inmediate feedback device for learning basic multiplication facts. (T.D. Indiana University). DAI vol. 34-A, february.

[2]: SHEA, J.F. (1974): The effects on achievement and attitude among fourth grade students using calculator flow-charting instruction versus conventional instruction in Arithmetic. (T.D. New York University). D.A.I. 34-A, june.

[3]: SPENCER, J.N. (1975): Using the hand-held calculator in intermediate grade Arithmetic Instruction. (T.D. Lehigh University). D.A.I. 35-A, may.

[4]: BITTER, G.G. y NELSON, D. (1975): Arizona migrant education hand-held calculator Project. Migrant Educator, vol. 1. Phoenix, Arizona.

[5]: HAWTHORNE, F.S. y SULLIVAN, J.J. (1975): Using hand-held calculators in sixth grade Mathematics lessons. New York State Mathematics Teachers'Journal. 25, january.

Tabla VI: (Continuación)

Autor,-s	Nivel,-s	Uso específico de la calculadora	V. dependiente, -s	Efecto, -s
Allen[1] (1975: 850-1)	6º	Usos diversos	-Concepto y cálculo de decimales y sistema métrico	$G_E > G_C$ $G_E < G_C$ (retención)
Campbell y Virgin[2] (1976)	5º y 6º	Comprobar/chequear	-Cálculo -Conceptos matemáticos -Problemas	$G_E = G_C$ $G_E > G_C$ (5º) $G_E > G_C$ (5º)
Jones[3] (1976: 1378)	6º	Usos diversos	-Cálculo -Conceptos -Rendimiento total -Actitudes -Autoconcepto	$G_E > G_C$ $G_E > G_C$ $G_E > G_C$ $G_E = G_C$ $G_E = G_C$
Nelson[4] (1976: 3382-3)	4º a 7º	-Calculadora en programa regular -Calculadora en currículum especial de diagnóstico/remedio	-Destrezas básicas de cálculo -Actitudes hacia las matemáticas	$G_E = G_C$ $G_E = G_C$
Scandura et al[5] (1976: 14-18)	Párvulos a 4º	Usos diversos	-Cálculo -Conceptos -Resolución de problemas	$G_E > G_C$ $G_E > G_C$ $G_E = G_C$

---

[1]: ALLEN, M.B. (1976): **Effectiveness of using hand-held calculators for learning decimal quantities and the metric system.** (T.D. Virginia State University) DAI 37-A. august.

2: CAMPBELL, P. y VIRGIN, A.E. (1976): **An evaluation of elementary schols Mathematics programs utilizing the mini-calculator.** Ontario Department of Education. Toronto. ERIC: ED 137120.

3: JONES, E.W. (1976): **The effect of the hand-held calculator on mathematics achievement, attitude and self concept of sixth grade students.** (T.D. Virginia State University). DAI 37-A, September.

4: NELSON, D.W. (1976): **Effects of using hand calculators on the attitudes and computational skills of children in grades four through seven.** (T.D. Arizona State University) DAI 37-A, december.

5: SCANDURA, A.M.; LOWERRE, G.F.; VENESKI, J. y SCANDURA, J.M. (1976): **Using calculators with elementary school children.** Educational Technology, 16, august.

Tabla VI: (Continuación)

Autor,-s	Nivel,-s	Uso específico de la calculadora	V. dependiente, -s	Efecto, -s
Schnur y Lang[1] (1976: 559-62)	Compensatoria (9 a 14 años)	-Usos diversos -Sexo x calculadora -Emigración x calculadora -Sexo x calculadora x emigración	Rendimiento general	$G_E > G_C$ $G_E = G_C$ $G_E = G_C$ $G_E = G_C$
Sullivan[2] (1976: 227-8)	6º	Usos diversos	-Variables rendimiento. -Motivación	$G_E = G_C$ $G_E > G_C$
Sutherlin[3] (1976: 5663)	5º y 6º	-Técnicas de estimación	-Estimación	$G_E = G_C$
Weaver[4] (1976)	3º	-Enseñanza asistida a sumas y restas	-Cálculo exacto -Razonamiento	$G_E > G_C$ $G_E = G_C$
Borden[5] (1977: 4192)	6º	-Usos diversos	-Conceptos y destrezas en decimales. -Actitudes hacia las matemáticas	$G_E > G_C$ $G_E > G_C$
Chassen[6] (1977)	6º	-Opcional	Rendimiento general	$G_E > G_C$

---

[1]: SCHNUR, J.D. y LANG, J. (1976): **Just pushing buttons or learning? A case for minicalculators.** Arithmetic Teacher 23, november, También en: "Calculators. Reading from A.T. & .T." Op. cit. pp. 223-6.

2: SULLIVAN, J.J. (1976): **Using hand-held calculator in sixth grade clases.** Arithmetic Teacher, 24, november. También en "Calculators. Readings from A.MT. & M.T." Op. cit.

3: SUTHERLIN, W.N. (1976): **The pocket calculators: Its effects on the adquisition of decimal estimation skills at intermediate grade levels.** (T.D. University of Oregon). DAI 37-A, march.

4: WEAVER, J.F. (1976): **Calculator influenced exploration in School Mathematics: A further investigation of third grade pupil's performance on open addition and subtraction sentences.** Project Paper 76-3. Research and Development Center for Cognitive Learning. University of Wisconsin, Madison. ERIC EDI 123089.

5: BORDEN, V.L. (1977): **Teaching decimal concepts to sixth grade students using the hand-held calculator.** (T.D. University of Northern Colorado). DAI 37-A, january.

6: CHASSEN, H. (1977): **"Handy-Andy" calculator Project.** Bethpage Union Free School Districts. Bethpage, Nueva York. Citado en Suydam (1979) op. cit.

Tabla VI: (Continuación)

Autor,-s	Nivel,-s	Uso específico de la calculadora	V. dependiente, -s	Efecto, -s
Hutton[1] (1977: 4934)	4º a 6º	-Materiales de apoyo con calculadora centrado en resolución de problemas, juegos y actividades	-Cálculo -Problemas -Actitudes	$G_E > G_C$(4º);$G_E = G_C$(5ºy6º) $G_E > G_C$(6º);$G_E = G_C$(4ºy5º) $G_E > G_C$ (4º, 5º y 6º)
Miller[2] (1977: 6327)	5º	-Calculadora en alumnos aventajados. -Calculadora en alumnos desaventajados.	-Destrezas básicas de suma, resta y división.	$G_E = G_C$ (aventajados) $G_E > G_C$ (desaventajados)
Whitaker[3] (1977: 97-8)	1º	-Comprobar respuestas a fichas de trabajo	-Cálculo no temporalizado -Resolución de problemas -Conceptos matemáticos -Calculo temporalizado -Rendimiento total -Actitudes	$G_E > G_C$ $G_E > G_C$ $G_E > G_C$ $G_E = G_C$ $G_E = G_C$ $G_E = G_C$
Channel[4] (1978)	2º	-Retroalimentación	-Hechos multiplicativos básicos	$G_E > G_C$
Eckmeier[5] (1978: 7109)	4º	-Calculadora x estatus socieconómico en chequeo y resolución de problemas	-Rendimiento general -Actitud hacia las matemáticas	$G_E = G_C$ $G_E = G_C$

---

[1]: HUTTON, L.A. (1977): An exprimental study of the effects of minicalculators on Mathematics achievement and attitude in grades four, five and six. (T.D. Indiana University). DAI 37-A, february.

2: MILLER, D.P. (1977): Effectiveness of using minicalculators as an instructional aid in developing the concept and skill of long division at the fifth grade level. (T.D. Florida State University). DAI 37-A, april.

3: WHITAKER, W.H. (1977): A study of change in achievement, interest and acttitudinal variates accompanying the use of electronic calculators in a first grade mathematics curriculum. (T.D. University of Southern California). DAI 38-A, july.

4: CHANNELL, D.E. (1978): The use of hand calculators in the learning of basic multiplication facts. Calculator Information Center The Ohio State University. Columbus, Ohio.

5: ECKMEIER, J.L. (1979): An investigation of the use of calculators with low achieving forth grade students in mathematics achievement and attitudes. (T.D. University of Southern California, 1978). DAI 38-A, june.

Tabla VI: (Continuación)

Autor,-s	Nivel,-s	Uso específico de la calculadora	V. dependiente, -s	Efecto, -s
Ethelberg-Laursen[1] (1978: 24-5)	3º	-Chequear resultados y resolver problemas.	-Rendimiento general -Exactitud de cálculo -Velocidad de cálculo	$G_E = G_C$ $G_E > G_C$ $G_E > G_C$
Kasnic[2] (1978: 5311)	6º	Calculadora en resolución de problemas x capacidad de resolución (3 niveles)	-Resolución de problemas correctos -Resolución de problemas intentados.	$G_E = G_C$ $G_E = G_C$ Interacción factorial nula
Kobrin[3] (1978: 3354)	4º a 6º	-Usos diversos	-Rendimiento general	$G_E = G_C$
Prigge y Langemo[4] (1978)	3º a 6º	-Calculadora en materiales instructivos específicos	-Rendimiento general. -Actitudes hacia las matemáticas -Cálculo apoyado	$G_E = G_C$ $G_E = G_C$ $G_E > G_C$
Lowerre et al[5] (1978: 461-464)	3º a 4º	-Usos diversos	-Rendimiento general	$G_E > G_C$
Scandura et al[6] (1978: 545-52)	Párvulos 2º	-Usos diversos	-Rendimiento -Motivación -Independencia	No contraste inferencial. Descripción de hallazgos.

1

---

[1]: ETHELBER-LAURSEN, J. (1978): Electronic calculators and Arithmetic: Two investigations. An experiment in danish schools. Mathematics Teaching 82, march.

2: KASNIC, M.J. (1978): The effect of using hand-held calculators on Mathematical problem-solving ability among sixth grade students. (T.D. Oklahoma State University) DAI 38-A, march.

3: KOBRIN, B. (1978): The hand-held calculators: Effects on intermediate grade achievement mathematical. (T.D. Universidad Brigham Young). DAI 39-A, december.

4: PRIEGE, G. y LANGEMO, J. (1978): Effects of minicalculators on the pre-and co-requisite mathematical skills of intemediate school children. Dpt. of Mathematics, University of North Dakota. Grand Forks. Extraído de Suydam, M.N. (1979) Op. cit.

5: LOWERRE, G.F.; SCANDURA, A.M.; SCANDURA, J.M. y VENESKI, J. (1978): Using electronic calculator with third and fourth grades: A feasibility study. School Science and Mathematics, 78, october.

6: SCANDURA, J.M.; LOWERRE, G.F.; SCANDURA, A.M. y VENESKI, J. (1978): Using electronic calculators with children ages 5-7. Four Mini-Experiments. School Science and Mathematics, 78, november.

Tabla VI: (Continuación)

Autor,-s	Nivel,-s	Uso específico de la calculadora	V. dependiente, -s	Efecto, -s
Standifer[1] (1978: 5314)	3º	-Calculadora usual -Calculadora especial programada con retroalimentación	-Cálculo -Rendimiento general -Retención de conceptos -Adquisición de conceptos -Actitudes hacia las matemáticas	$G_E > G_C$ $G_E > G_C$ $G_E = G_C$ $G_E = G_C$ $G_E = G_C$
Wilson[2] (1978: 2116)	5º a 6º	-Usos diversos	-Conceptos -Cálculo -Aplicación	$G_E = G_C$ $G_E = G_C$ $G_E = G_C$
Conner[3] (1979)	Párvulos 4º	-Usos diversos	-Cálculo	$G_E > G_C$ (párvulos) $G_E = G_C$ (resto niveles)
Fugate[4] (1979: 6532)	3º y 4º	Usos diversos	-Actitudes -Autoestima -Rendimiento general	$G_E = G_C$ $G_E = G_C$ $G_E = G_C$
Klimas[5] (1979)	6º	-Usos diversos -Alumnos de bajo rendimiento	-Resolución de problemas	$G_E > G_C$
Mason[6] (1979: 49-51)	2º a 6º	-Usos diversos	-Resolución de problemas -Dependencia de la máquina	$G_E > G_C$ $G_E = G_C$

---

[1]: STANDIFER, Ch. E. (1978): Achievement and attitude of third-grade students using two types of calculators. (T.D. Northeast Lousiana University).DAI 39-A, march. También en School Science y Matemáticas, 81, january.

2: WILSON, A.W. (1978): The effects of the hand-held calculators upon achievement tests scores of elementary school students. (T.D. University of Montana) DAI 39-A, october.

3: CONNER, T.J. (1979): Effects of calculator use in elementary school. P.K. Yonge Laboratory School. University of Florida. Gainesville.

4: FUGATE, B.R. (1979): An assesment of attitudes, self-concept and mathematical achievement resulting from the use of minicalculators. North Texas State University. DAI 39-A, march.

5: KLIMAS, F.E. (1979): Using a hand-held calculator for problem solving in sixth grade. (M.T. Ken College ofNew Jersey). Citado en Suydam (1979), op. cit.

6: MASON, M. (1979): The hand-held calculator in the elementary school, an exploratory study of two issues: Dependency and the effect on the problem-solving processes. En "Research Reporting Sessions", NCTM 57th Annual Meeting. ERIC/SMEAC. Columbus. Ohio. También obtenible de ERIC: ED 167383.

Tabla VI: (Continuación)

Autor,-s	Nivel,-s	Uso específico de la calculadora	V. dependiente, -s	Efecto, -s
Meissner[1] (1979)	5º a 9º	-Usos diversos	Resolución de problemas según: -Dependencia de la máquina -Tiempo en la tarea -Corrección-exactitud de la tarea	 $G_E = G_C$ $G_E = G_C$ $G_E > G_C$
Moser[2] (1979: 29-31)	2º a 3º	-Currícula especiales con calculadora	-Cálculo general -Cálculo-resta -Cálculo-división -Cálculo-valor de posición	$G_E = G_C$ $G_E > G_C$ (2º) $G_E > G_C$ (3º) $G_E > G_C$ (3º)
Pedersen[3] (1979: 4794)	2º,3º y 6º	-Usos diversos	Rendimiento general	$G_E = G_C$
Shumway et al[4] (1979)	2º a 6º	-Usos diversos	Rendimiento general	$G_E = G_C$
Shumway[5] (1979)	2º a 6º	-Usos diversos -Profesores entrenados	Hechos numéricos básicos	$G_E > G_C$
Wheatley[6] (1979)	5º	-Uso en resolución de problemas	Resolución de problemas según: -Rango de procesos usados -Tiempo en la tarea -Desempeño total	 $G_E = G_C$ $G_E = G_C$ $G_E = G_C$

---

[1]: MEISSNER, H. (1979): **Problem solving with the one way principle.** Procedings of the third International Conference for the Psychology of Mathematics Education. Warwick, G.B.

2: MOSER, J.M. (1979): **The effects of calculator supplemented instruction on the Arithmetic achievement of second and third grades.** En "Research Reporting Sessions", NCTM 57th Annual Meeting. ERIC/SMEAC. Columbus. Ohio. ERIC: ED 180764.

3: PEDERSEN, D.A. (1979): **The effect of the calculator on the elementary mathematics student.** University of Northern Colorado. DAI 39-A, february.

4: SHUMWAY, R.J.; WEATLEY, G.H.; WHITE, A.L.; COBURN, T.G.; REYS, R.E.; SCHOEN, H.L. y WHEATLEY, Ch.L. (1979): **Initial impact of calculators in elementary school mathematics.** ERIC/SMEAC. Columbus. Ohio. También en Journal of Research in Mathematics Education, 12 (2) (1981), pp. 139-141

5: SHUMWAY, R.J. (1979): **Can young children safely use calculators?** A five State Study Offers some Answers. ERIC/SMEAC. Columbus. Ohio.

6: WHEATLEY, Ch.L. (1979): **The effect of calculator use on the problem solving strategies of elementary schools pupils.** En "Research Reporting Session", NCTM 57th Annual Meeting. ERIC/SMEAC. Columbus. Ohio.

Tabla VI: (Continuación)

Autor,-s	Nivel,-s	Uso específico de la calculadora	V. dependiente, -s	Efecto, -s
Wheatley y Shumway[1] (1979)	1º a 6º	-Usos diversos	-Rendimiento general -Actitudes hacia las matemáticas	$G_E = G_C$ $G_E > G_C$
Bitter[2] (1980: 323-26)	Maestros de Enseñanza Primaria	-Taller de formación	Actitudes	$G_E > G_C$
Conner[3] (1980)	Padres	-Hijos usuarios de calculadora	-Actitud hacia la enseñanza -Rendimiento de los alumnos	$G_E > G_C$ $G_E = G_C$
Elliot[4] (1980: 3464)	6º	-Resolución de problemas	Resolución de problemas según: -Test específico para calculadora -Test general	$G_E > G_C$ $G_E = G_C$
Stewart[5] (1980: 4634)	4º a 6º	Resolución de problemas: -Con materiales específicos -Con libro de texto	-Resolución de problemas -Tiempo de tarea	$G_E > G_C$ $G_E > G_C$ $G_E > G_C$
Vannatta y Hutton[6] (1980: 30-31)	4º a 6º	-Usos diversos	-Cálculo -Resolución de problemas	$G_E > G_C$ $G_E > G_C$

---

[1]: WHEATLEY, G.H. y SHUMWAY, R.J. (1979): Impact of calculators in elementary school Mathematics. Final Report. ERIC: ED 175720. Documento para la National Science Foundation (1980). Washington. D.C.

2: BITTER, G.G. (1980): Calculator teacher attitudes improved through in-service education. School Science and Mathematics, 80, april.

3: CONNER, T.J. (1980): An investigation of the use of hand-held calculators by students in Elementary School. Research monograph, nº 32, University of Florida. ERIC ED 190355.

4: ELLIOT, J.W. (1980): The effect of using hand held calculators on verbal problem solving of sixth grade students. (University of Oregon). DAI 41-A, october.

5: STEWARD, J.T. (1980): Using the hand-held calculator as a compunting aid for instruction in word-problem solving with elementary grade students. University of Illinois, Urbana-Champaign. DAI 41-A, june.

6: VANNATA, G.D. y HUTTON, L.A. (1980): A case for the calculator. Arithmetic Teacher, 27, may.

Tabla VI: (Continuación)

Autor,-s	Nivel,-s	Uso específico de la calculadora	V. dependiente, -s	Efecto, -s
West[1] (1980: 97-102)	4º a 6º	-Facilitación de hechos básicos	-Hechos multiplicativos	$G_E > G_C$
Wheatley[2] (1980: 323-34)	6º	-Resolución de problemas	-Resolución de problemas	$G_E > G_C$
Zakariya et al[3] (1980)	3º a 5º	-Usos diversos	-Comprensión numérica -Exploración-descubrimiento -Expansión -Motivación	$G_E > G_C$ $G_E > G_C$ $G_E > G_C$ $G_E > G_C$
Abo-Elkahir[4] (1981: 2980)	4º	-Usos diversos	-Conceptos estadísticos -Cálculo estadístico	$G_E < G_C$ $G_E > G_C$
Albina[5] (1981: 1038)	3º y 4º	-Calculadora con retroalimentación programada y de cuatro funciones	-Destrezas de cálculo	$G_E > G_C$
Brey[6] (1981: 1914)	4º	-Resolución de problemas	-Tiempo en la tarea -Cálculo -Problemas	$G_E > G_C$ $G_E = G_C$ $G_E > G_C$
Dean[7] (1981: 3929)	4º	-Usos diversos	-Hechos básicos multiplicativos	$G_E = G_C$

---

[1]: WEST, T.A. (1980): **Effectiveness of two drill strategies (pencil and paper-electronic calculator) in facilitating the learning of basic multiplication combinations with factors 7, 8 or 9.** School Science and Mathematics, 80, february.

2: WHEATLEY, Ch.L. (1980): **Calculator use and problem solving performance.** Journal for Research in Mathematics Education, 111, 5.

3: ZAKARIYA, N.; McCLUNG, M. y WINNER, A.A. (1980): **The calculator in the classroom.** Arithmetic Teacher, 27, march. También en "Calculator, Computers & Classrooms", Op. cit.

4: ABO-ELKHAIR, M.E.M. (1981): **An investigation of the effectiveness of using minicalculators to teach the basic concepts of average in the upper elementary grades.** (Florida State Unversity). D.A.I. 41-A, january.

5: ALBINA, M.A. (1981): **The effects of using two types of calculating devices on the computational skills of selected third and forth grade students.** (University of Akron). DAI 42-A, september.

6: BREY, R.K. (1981): **Effects of problem solving activities and calculator problem solving and computation in grade fourth.** (T.D. Universidad de Oregon). DAI 41-A, november.

7: DEAN, D.K. (1981): **The effectiveness of using a hand-held calculator as an instructional aid in teaching the basic multiplication facts for fourth grades.** (T.D. Michigan State University). DAI 41-A, march.

Tabla VI: (Continuación)

Autor,-s	Nivel,-s	Uso específico de la calculadora	V. dependiente, -s	Efecto, -s
Edens[1] (1981)	1º	-Maestros específicamente entrenados	-Conceptos matemáticos -Actitudes hacia las matemáticas	$G_E < G_C$ $G_E > G_C$
Lewis y Hoover[2] (1981)	4º a 8º	-Uso en exámenes	-Nº de items de cálculo -Puntuaciones de cálculo	$G_E < G_C$ $G_E > G_C$
Szetela[3] (1981)	3º, 5º, 7º y 8º	-Usos diversos	-Destrezas de cálculo -Resolución de problemas	$G_E < G_C$ $G_E > G_C$ (7º y 8º)
Leechford y Rice[4] (1982: 576-60)	6º	-Currículum especial -Sexo	-Resolución de problemas -Problemas x sexo	$G_E > G_C$ $G_E = G_C$
Langbort[5] (1983: 2914)	4º	-Resolución de problemas	-Resolución de problemas	$G_E = G_C$
Moore[6] (1983: 1457)	3º	-Usos diversos	-Destrezas de cálculo -Rendimiento general -Actitudes hacia las matemáticas	$G_E = G_C$ $G_E = G_C$ $G_E = G_C$
Fernler[7] (1984: 2396)	Futuros maestro	-Formación de profesores	-Actitudes hacia las matemáticas	$G_E > G_C$

---

[1]: EDENS, H.S. (1981): Effects of the use of calculators on mathematics achievement of first grade students. (University of Virginia). Referencia en Bulletin nº 28, august, 1981, del Calculator Information Center. Columbus, Ohio.

2: LEWIS, J. y HOOVER, H.D. (1981): The effect on pupil performance of using hand-held calculators on standarized mathematics achievement test. ERIC: SE 035259, april.

3: SZETELA, W. (1981): A study of the effects of using calculators for problem solving in grades three, five, seven and eight. (University of British Columbia, Vancower). ERIC: SE 035258, april.

4: LEECHFORD, S. y RICE, D.L. (1982): The effect of a calculator-based curriculum on sixth grade students, achievement in Mathematics. School Science and Mathematics, 82, 7.

5: LANGBORT, C.R. (1983): An investigation of the ability of fourth grade children to solve word problems using hand-held calculators. (T.D. Universidad de Berkeley). DAI 43-A.

6: MOORE, B.H. (1983): Op. cit.

7: FERNSLER (1984): The evaluation of two types of instructional strategies on preservice elementary teachers' attitudes toward elementary school calculator use. (T.D. University de Pennslyvania). DAI 44-A, february.

Tabla VI: (Continuación)

Autor,-s	Nivel,-s	Uso específico de la calculadora	V. dependiente, -s	Efecto, -s
Hedren[1] (1985: 163-79)	5º y 6º	-Usos diversos	-Cálculo mental	$G_E = G_C$
			-Destrezas de cálculo	$G_E = G_C$
			-Comprensión numérica	$G_E > G_C$
			-Resolución de problemas	$G_E > G_C$
McNicol et al[2] (1985)	3º	-Resolución de problemas	-Calidad resolutoria de problemas	$G_E > G_C$
			-Actitudes hacia las matemáticas	$G_E > G_C$
Burnett[3] (1986: 2174)	6º	-Usos diversos	-Conversión fracción-decimal	$G_E > G_C$
Bartos[4] (1987)	3º	-Usos diversos	-Destrezas de cálculo en sumas	$G_E = G_C$
			-Destrezas de cálculo en resta	$G_E = G_C$
			-Destrezas de cálculo en producto	$G_E < G_C$
			-Destrezas de cálculo en división	$G_E = G_C$
			-Actitudes hacia las matemáticas	$G_E = G_C$
			-Tiempo en la tarea	$G_E > G_C$

---

[1]: HEDREN, R. (1985): The hand-held calculator at the intermediate level. Educational Studies in Mathematics, 16, 2, may.

2: McNICOL, S.; MURA, R.; LEWIS, J. y O'GAY, D. (1985): A study of arithmetical problem solving abilities of young children through the use of calculators. Quebec. Dpt. of Education. ERIC. ED 258810.

3: BURNETT, Ch. M. (1986): The effectiveness of using a hand-held calculators as an instructional aid in the teaching of traction to decimal conversion to sixth-grade students. (T.D. Universidad de Boston). DAI 46-A, february.

4: BARTOS, J.J. (1987): Mathematic achievement and the use of Calculators for middle elementary grade children. (T.D. Universidad Internacional USA San Diego). DAI 47-A, october. Dissertation Information Service UMI. Ann Arbor, Mi.

Obsérvese que la mayoría de los estudios experimentales han tenido como V. dependiente el rendimiento *(achievement)*. Williams[1] (1987: 21-23) ha sistematizado las variables dependientes e independientes en todo estudio experimental sobre calculadoras, proponiendo como V. independiente al proyecto global sobre calculadora que incluya: currículum integrado con calculadora, programas de formación de maestros, desarrollo de materiales de apoyo al currículum y talleres para padres y profesores. Del mismo modo, Williams, haciéndose eco de las recomendaciones de la *International Association for Evaluation of Educational Achievement*[2] (1987: 20-21), expone la necesidad de concretar la variable dependiente (rendimiento) incorporando la calculadora a la hora de la evaluación y proponiendo los siguientes pasos para que sea utilizada en los exámenes:

1º.- Los alumnos no deben tener un uso restringido; o sea, toda prueba/test debe manifestar un currículum integrado con calculadora en el que primen las estrategias instructivas (énfasis en las destrezas de resolución de problemas y refuerzo de destrezas de cálculo).

2º.- La calculadora deberá usarse para examinar todas las situaciones excepto la relativa a adquisición de destrezas básicas, aunque sí debe usarse en la enseñanza de éstas.

---

[1]: WILLIAMS,D.E. (1987): **Using calculators in assesing mathematics achievement**. En "An Agenda for Action", A. McAloon y G.E. Robinson (editores). Arithmetic Teacher, 35, 2, octubre.

[2]: INTERNATIONAL ASSOCIATION FOR EVALUATION OF EDUCATIONAL ACHIEVEMENT (1987): **Forum: A national report on the second international Mathematics study**. Education Week, 6, 14, january.

2.3.5.- Revisiones

Durante los últimos 25 años, ha acontecido la denominada "explosión del conocimiento", en la que los hallazgos de la investigación empírica han crecido exponencialmente. Tal abundacia de bibliografía debería servir para resolver al menos ciertas cuestiones. Entonces ¿por qué "las palabras finales" sobre cualquier tópico apenas se oyen? Pillemer y Light[1] (1980: 176-195) sugieren que los informes de investigación raramente aportan una respuesta inequívoca, pues todos siguen un formato predecible: "La declaración de un problemas va seguida de una revisión narrativa de la bibliografía. Después los resultados de un estudio se informan independientemente de esa revisión. Finalmente se ofrece una conclusión con la deficiencia/"muletilla" familiar de que "es necesario más investigación al respecto".

Ya Walberg y Haertel[2] (1980: 5-10) advertían que "concentrar energías en investigación primaria sin una integración sistemática de los hallazgos anteriores· es "científica y educativamente un despilfarro". La investigación integrada, como síntesis de conclusión a partir de un ramillete de estudios, se ofrece como solución a la acumulación de evidencias empíricas. Además, las revisiones integrativas no sólo ayudan a sintetizar los hallazgos sobre un tópico determinado sino que dirigen la investigación primaria posterior.

---

[1]: PILLEMER, D.B. y LIGHT, R.J. (1980): Synthesizing outcomes. How to use reseach from many studies. Harvard Educational Review, 50.

[2]: WALBERG, H.J. y HAERTEL, E.W. (1980): Research integration: An introduction and overview. En "Evaluation in Education", vol. 4. Pergamon Press. Oxford.

Con esto, no cuestionamos la verosimilitud de una revisión sino que, apoyándonos en ella, ampliamos nuestro conocimiento sobre un tópico y, en el peor de los casos, realizamos un trabajo de réplica que incorpora aspectos y/o contextos ecológicos nuevos.

Hedges[1] (1982) critica que "pese al volumen de bibliografía de investigación, el conocimiento base en las ciencias conductuales no ha podido expandirse congruentemente". El que los investigadores parezcan "hambrientos e impelidos a la busca de más conocimiento mientras ignoran el que ya ha sido encontrado" nos remite el hábito aislacionista muy generalizado de no incardinar/remitir la producción investigadora en un "corpus" integrado/integrador de conocimientos.

Cómo integrar las investigaciones, mediante métodos que se sobrepongan a la explosión del conocimiento, es una tarea propia de técnicas metaanalíticas. Pero la utilidad de la revisión, sea metaanalítica o no, no es sólo integrar hallazgos, es también desarrollar/ alumbrar nuevos problemas afines al tópico sintetizado. Por ello este trabajo deberá terminar acomodándose a los patrones de codificación de estudios individuales para ser susceptible de incardinación en síntesis ya realizadas.

El area problemática que nos ocupa "uso de calculadoras en enseñanza de las matemáticas elementales" ha sido sometida a varias revisiones. Tenemos constancia de las siguientes:

---

[1]: HEDGES, L.V. (1980): **Statistical methodology in meta-analysis.** ERIC: ED 227133.

Suydam[1] (1978: 5-6) utilizando la técnica tradicional (también denominada literaria, cualitativa o verbal, en términos de Hunter, Schmidt y Jackson[2] (1982: 129), o sea, sin ningún tratamiento estadístico "constató que el uso de calculadoras por debajo de cursos de *junior high school* (12 años) provocaba una barrera de comentarios escépticos ya que:

1.- La calculadora no estaba disponible en todos los alumnos.
2.- Podría ser usada como sustituto de las destrezas de lápiz y papel.
3.- Alentaba la falsa impresión de que las matemáticas eran totalmente mecánicas y no conllevaban nada más que cálculo.
4.- No existía suficiente investigación sobre sus efectos.

Suydam[3] (1979) en una posterior revisión utilizó 36 informes de investigación sintetizándolos mediante conteo de votos. La respuesta al uso de calculadora parecía ser consistente, en la dirección de que no se detectaban efectos negativos en el aprendizaje de las matemáticas, aunque los estudios centrados en enseñanza elemental eran escasos (sólo 7).

---

[1]: SUYDAM, M.N. (1978): **The use of calculators in pre-college education: A state of the art review.** Calculator Information Center. Columbus Ohio. ERIC ED 167426.

[2]: HUNTER, J.E.; SCHMIDT, F.L. y JACKON, G.B. (1982): **Metaanalysis: Comulating findings across studies.** Sage Publications. Beverly Hills, California.

[3]: SUYDAM, M.N. (1979): **Investigation with calculators.** Abstrac and Critical Analysis of Research. Calculator Information Center. Columbus. Ohio. ERIC 171585. También "The use of calculators in pre-college education. A state of the art review. Calculator Information Center. ERIC: ED 171573.

Begle[1] (1979: 113) en su estudio de las variables críticas en educación matemática destaca, dentro de las variables instructivas, a las calculadoras. La revisión de Begle basada en la técnica de recuento de votos señala respecto a:

a) Calculadoras de oficina *(desk calculators)*: de todas las investigaciones hechas, aproximadamente en 2/3 de ellas, no se observaban efectos notables sobre el rendimiento y en 1/3 restante si se detectan efectos notables.

b) Calculadoras de mano *(hand-held calculators)*: en 1/2 de los estudios originan una mejora en el rendimiento del alumno; aunque en la mitad de los casos favorables, 1/4 de los totales, tal mejora afecta sólo a destrezas de cálculo.

En la mayoría de los estudios, la calculadora fue usada sólo como suplemento a un curso regular. Begle informa de que no se tienen aún resultados de la evaluación de programas instructivos que hagan uso explícito de las capacidades especiales de las calculadoras.

Roberts[2] (1980: 71-88) realizó una revisión para la AERA (Conferencia de San Francisco) sobre impacto de las calculadoras electrónicas en el desempeño educativo, reuniendo 37 estudios segregados en niveles elemental, secundario y universitario. La

---

[1]: BEGLE, E.G. (1979): Critical variables in Mathematics Education. Findings from a survey of the empirical literature. Mathematical Association of America y NCTM. Washington, D.C.

[2]: ROBERTS, D.M. (1980): The impact of electronic calculators on educational performance. Review of Educational Research, 50, 1.

revisión, realizada mediante conteo de votos, mostraba que la calculadora tenía notables efectos beneficiosos sobre el cálculo y un efecto discernible mínimo sobre el desarrollo de conceptos.

Para los grados elementales, 6 de los 11 estudios existentes mostraban ventajas en cálculo para el grupo con calculadora incluso cuando la máquina no se utilizaba en los postests. En los 5 restantes no se encontraron diferencias significativas.

Roberts critica: los deficientes diseños de investigación, especialmente en la asignación no aleatoria de los alumnos a los tratamientos, la variable del maestro bastante incontrolada, la ausencia de las calculadoras en los postest y la contaminación de los tratamientos debido al uso de la calculadora por alumnos de los grupos de control fuera del aula.

También en esta revisión, se concreta que los padres de alumnos de secundaria están más a favor de la calculadora que los de primaria. Se recoge la opinión de profesores expresando la necesidad de información y materiales al respecto. La evidencia de esta revisión no apoya los temores expresados, por padres y profesores de alumnos de primaria, en las encuestas.

Rabe[1] (1981) revisó 26 estudios de los cuales: 14 aportaban ganancias en el rendimiento de valor significativo, 10 no mostraban diferencias significativas y 2 revelaban un rendimiento mayor en los grupos de control (no-calculadora).

Sigg[2] (1982) revisó 22 estudios clasificados por efectos sobre cálculo, actitudes y resolución de problemas. En todos ellos, las puntuaciones en cálculo eran más altas o tan altas para los grupos experimentales (con calculadora) como con los grupos de control (sin calculadora). Las actitudes no parecen cambiar con el uso de calculadora. Respecto a resolución de problemas, los resultados no son concluyentes. Sigg conjeturó que los beneficios probablemente eran nominales, al menos que se enseñen estrategias de resolución en conjunción con la calculadora.

Neubauer[3] (1982) revisó 7 estudios llegando a la conclusión de que la calculadora no parece aconsejable antes de los 12 años ya que los alumnos están aprendiendo aún lo básico. Una conclusión similar obtuvo, con respecto a alumnos de bajo rendimiento, basándose en la "evidente inefectividad" de las calculadoras como ayuda instructiva viable.

---

[1]: RABE, R.M. (1981): Calculators in the mathematics curriculum: Effects and change. (T.D. Indiana University). ERIC: ED 204 178.

[2]: SIGG, P.O. (1982): The hand-held calculators: Effects on mathematical abilities and implications for curriculum change. (T.D. Indiana University) ERIC: ED 218 147.

[3]: NEUBAUER, S.G.(1982): The use of hand-held calculator in the classroom. A review of the research. ERIC: ED 220 272.

Prasad[1] (1982: 2-3) realizó una revisión australiana a partir de 50 estudios hallando:

a) La calculadora mejora significativamente la capacidad de cálculo.

b) No tiene efectos diferenciales significativos en retención y actitudes hacia las matemáticas.

c) Facilita (auxilia) la enseñanza y el aprendizaje sin otros efectos negativos observables.

Morsund[2] (1981) revisó los efectos de la calculadora entre los cursos 2º a 6º, no encontrando efectos nocivos y sí sentimientos positivos hacia la calculadora y hacia las matemáticas en general.

Driscoll[3] (1981) en una revisión general encontró que "las calculadoras no parecen tener efecto adverso sobre el rendimiento".

Todas estas revisiones poseen los sesgos específicos de la técnica del conteo de votos, o sea, las tres deficiencias críticas apuntadas por Glass et al[4] (1981: 94-5) y Hunter

---

[1]: PRASAD, B.S. (1982): **Calculators in Mathematics: What the research say?** Australian Mathematics Teacher, 38.

[2]: MORSUND, D. (1981): **Calculators in the classroom (The Grey Book).** John Wiley and Sons. Nueva York.

[3]: DRISCOLL, M. (1981): **Research within research: Elementary school mathematics.** NCTM. Reston, Va.

[4]: GLASS, G.V.; McGAW, B. y SMITH, M.L. (1981): **Meta-analysis in social research.** Sage Publications. Beverly Hills, Ca.

et al[1] (1982: 131-33); a saber:

1) No consideran el tamaño muestral o número de estudios que se revisan. El conteo de votos trata a todos los estudios por igual ignorando el hecho de que tamaños muestrales diferentes imponen significados completamente diferentes al término "significativo".

2) No aportan información sobre el tamaño del efecto. El tamaño del efecto, que se expresa comunmente como un descriptor de la diferencia entre dos medias, es un estadístico que describe la magnitud o consistencia de una relación entre variables. Incluso, donde el conteo revele correctamente la presencia de efecto verdadero, este método no intuye el tamaño de ese efecto; es decir, si un tratamiento supera a otro en un dedo o en un palmo.

3) Permite y alienta falsas conclusiones. Hedges y Olkin[2] (1980: 359-369) han probado que, cuando el fenómeno sometido a estudio produce efectos pequeños, el conteo de votos falla sistemáticamente al detectar esos efectos. Este resultado está causado por el bajo poder estadístico de los tests de significación cuando los efectos son pequeños.

---

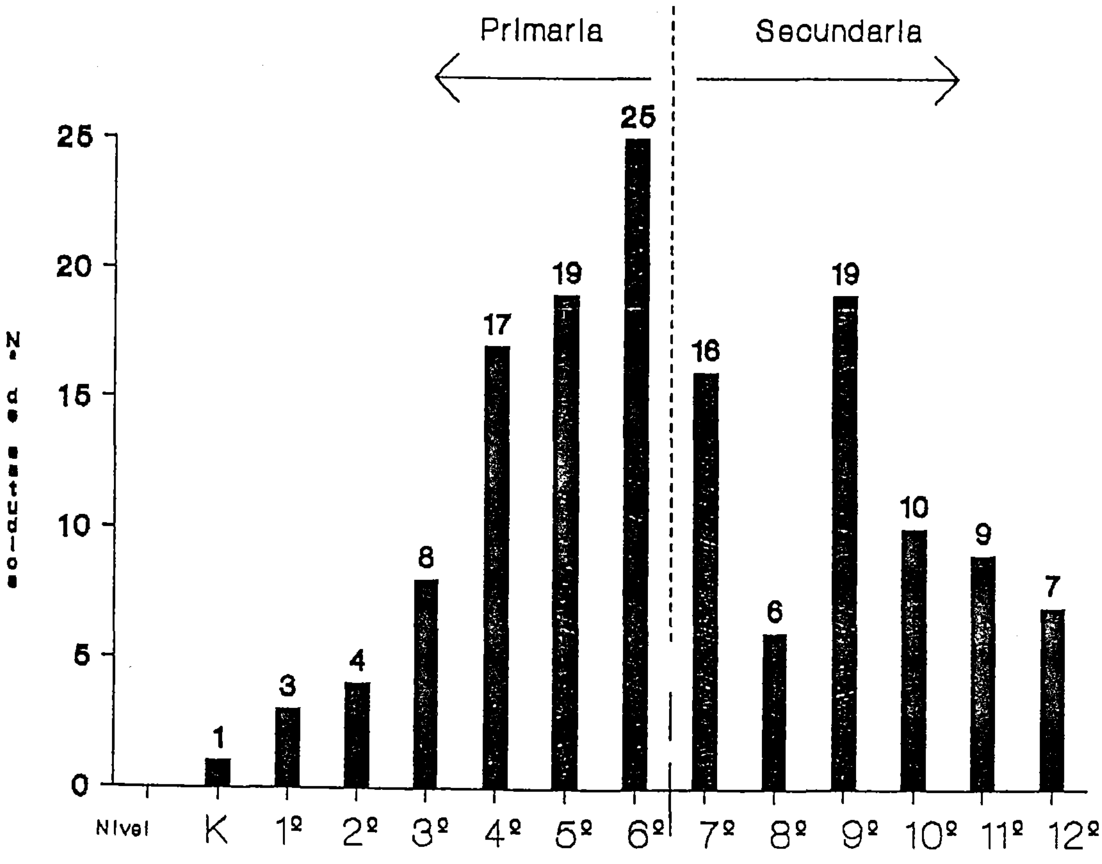
[1]: HUNTER, J.E.; SCHMIDT, F.L. y JACKSON, G.B. (1982): Op. cit.

[2]: HEDGES, L.V. y OLKIN, I. (1980): **Vote-counting methods in research synthesis.** Psychological Bulletin, 88.

Aún conociendo las deficiencias del conteo de votos como técnica revisoria, merece la pena citar la última revisión de Suydam[1] (1982) sobre el tópico "uso de calculadoras versus no uso de calculadoras".

Suydam revisó 75 estudios comparando el rendimiento instructivo en matemáticas en amplias variedades de niveles educativos. La distribución siguiente muestra el número de investigaciones por nivel:

Figura 2: Estudios experimentales, según nivel, revisados por Suydam[2] (1982)

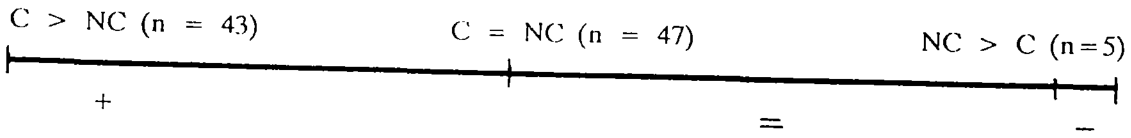


---

[1]: SUYDAM, M.N. (1982): The use of calculators in pre-college education. Fith Annual State-of-the Art Review. Calculator Information Center. The Ohio State University. Columbus. Ohio.

[2]: SUYDAM, M.N. (1982): Ibidem.

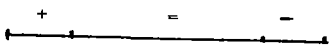
El conteo de votos de los hallazgos de esos 75 estudios (algunos con más de un resultado) arroja el siguiente patrón.



C > NC: el grupo con calculadora puntua más alto que el grupo sin calculadora.

C = NC: no diferencia significativa entre los dos grupos.

NC > C: el grupo sin calculadora puntúa más alto que el de calculadora.

Esta distribución difiere del resultado típico de investigación educativa donde el patrón de distribución de resultados es normal: 

En esa misma revisión de Suydam[1] (1982), de 36 estudios en los que las actitudes hacia las matemáticas eran comparadas, 30 de ellos informaban de que no existían diferencias significativas y 6 manifestaban que las actitudes mejoraban cuando se usaba la calculadora. Además, los estudios que indicaban tal cambio eran aquellos de mayor duración: los de tratamiento experimental más largo.

En cuanto a las actitudes de padres y profesores, Suydam[2] (1982) revisa 27 encuestas con una técnica verbal. Tales encuestas indican que el nivel de aceptación de las calculadoras se ha incrementado en U.S.A. a partir de 1976. Padres y profesores están

---

[1]: SUYDAM, M.N. (1982): Ibidem.

[2]: SUYDAM, M.N. (1982): Ibid.

progresivamente dispuestos a aceptar el uso de calculadora: más en grados intermedios (4º a 6º) que en iniciales (1º a 3º) y más en secundaria que en primaria. Siguen considerando negativo usar calculadoras para reemplazar las destrezas de lápiz y papel, pero admiten un uso conjunto. Una encuesta informaba que las calculadoras eran percibidas como muy favorables (84% de los encuestados), para comprobar resultados, y, con un moderado apoyo, para desarrollar ideas y conceptos, resolver problemas y hacer deberes.

Las actitudes de los maestros se incrementaban posivamente tras la realización de un "taller sobre calculadoras" o con cualquier otro tipo de curso de perfeccionamiento.

Suydam[1] (1983: 20) manifiesta suscintamente según los hallazgos de su revisión:

- La calculadora no perjudica los logros matemáticos. La respuesta es tajante: no se dañan las adquisiciones matemáticas cuando se usa calculadora.
- La calculadora es específicamente útil en resolución de problemas ya que pueden efectuarse más problemas y con diferentes estrategias de resolución.
- Son útiles para el desarrollo de conceptos numéricos y de conteo, operaciones aritméticas, decimales y estimación.
- Ayuda a aprender los hechos aritméticos básicos.

---

[1]: SUYDAM, M.N. (1983): Achieving with calculator.(Research Report). Arithmetic Teacher, 31, november.

En un posterior informe, Suydam[1] (1987: 22-24) añade que, además, las calculadoras proporcionan un nivel de motivación extra que hay que aprovechar así como que permiten acercar la enseñanza de las matemáticas a la realidad extraescolar.

2.3.6.- Metaanálisis

En 1984, Hembree[2] publica su metaanálisis sobre efectos de las educadoras de bolsillo basándose en el modelo metaanalítico de los tamaños del efecto propuesto por Jackson[3] (1980: 438-460). Considerando sólo dos niveles de la variable independiente (grupo experimental con calculadora y grupos control-sin calculadora) pondera los tamaños del efecto en los constructos dependientes: rendimiento y actitudes hacia las matemáticas (con sus diversas manifestaciones o variables).

La muestra de estudios está distribuida como sigue (desde K a 12).

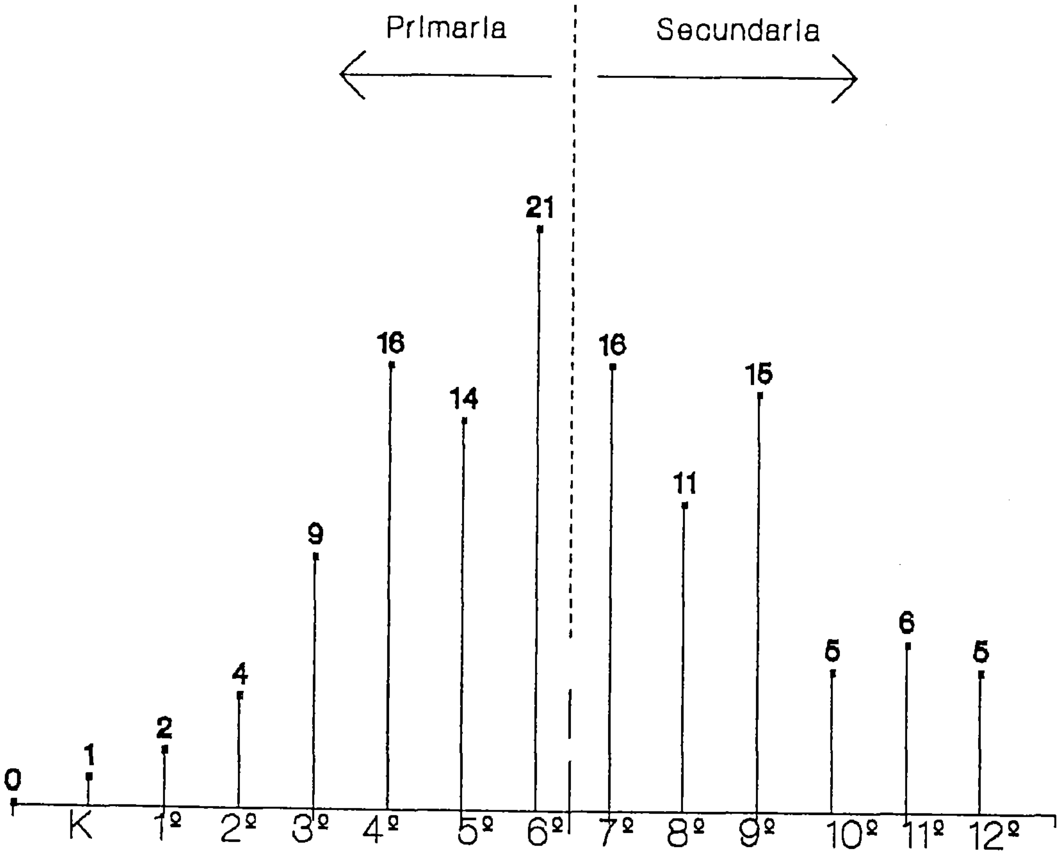
---

[1]: SUYDAM, M.N. (1987): Op. cit.

[2]: HEMBREE, R. (1984): **A model for meta-analysis of research in education, with a demostration in mathematics education: Effects of hand-held calculators.** (University of Tennesse, Knoxville). DAI 45-A, april. pag 3087. Original en U.M.I, orden nº GAX 84-29597.

[3]: JACKSON, G.B. (1980): **Methods for integrative reviews.** Review of Educational Research, 50.

Figura 3: Estudios revisados, según nivel en el metaanálisis de Hembree[1] (1984)



En esta revisión bibliográfica sólo nos centraremos en los cursos de enseñanza elemental (K-6) aunque se aportarán también tamaños del efecto general medio.

El status de la calculadora durante el postest adquiría dos modalidades:

- Efecto de mantenimiento: todos los tests se realizaban sólo con lápiz y papel; no se permitía el uso de calculadora en el postest.
- Efecto de extensión: uso no restringido de la calculadora; se permite el uso de calculadora en el postest.

---

[1]: HEMBREE, R. (1984): Op. cit.

En definitiva, la variable independiente tenía tres niveles.

no calculadora	Calculadora en extensión	Calculadora en mantenimiento
$\xrightarrow{-X} 0$	$\xrightarrow{X} 0^{x}$	$\xrightarrow{X} 0^{-x}$

X =Uso de calculadora

-X = No uso de calculadora

Este trabajo pondrá de manifiesto posteriormente la existencia de otro nivel de la V.I. que vengo a denominar "efecto informal" y que consiste en permitir el uso de calculadora a un grupo de control.

$$\xrightarrow{-X} O^{x}$$

Los hallazgos metaanalíticos de Hembree se exponen en la posterior tabla resumen, la cual considera:

1. Variables dependientes estudiadas

- Adquisición de destrezas operativas totales ó resultado del sumatorio destrezas en conceptos numéricos más destrezas de cálculo.
- Adquisición de destrezas de resolución de problemas o resultado del sumatorio destrezas en productividad (nº de problemas resueltos) más destrezas en selectividad (nº de estrategias y procesos idóneos usados).
- Retención: entendida como variable medida con un segundo postest pasado un

tiempo prudencial entre el primero.

- Transfer de un tipo de destrezas específicas a otras generales.
- Estimación/cálculo mental: donde, evidentemente, la modalidad es de mantenimiento.
- Actitudes hacia las matemáticas.
- Ansiedad hacia las matemáticas.
- Autoconcepto en matemáticas.
- Diferencias respecto a sexo.

2. Tipos de instrucción con calculadora: curricula generales y especiales

3. Nº de tamaños de efecto calculados para cada variable dependiente

4. Signo del tamaño del efecto (+, -, =, N.P. correspondientes a positivo, negativo, nulo o no procede su ponderación, respectivamente).

5. Tamaño del efecto medio para todas las distribuciones de curso o nivel (K - 12).

6. Homogeneidad o heterogeneidad de las varianzas de las distribuciones de tamaños de efecto según niveles(K - 12).

7. Significación del tamaño de efecto medio por curso o nivel (K - 12).

Tabla VI: INSTRUCCION GENERAL CON CALCULADORA: Currícula habituales.

Variable dependiente	Modalidad	Nº de tamaños de efecto	K	1º	2º	3º	4	5	6	Tamaño de efecto medio	Homo/Het	Significación *
Acquisicion destrezas operativas totales	Mant.	53	+	-	+	+	-	-	+	.127	Hom	Si
	Ext.	17	+	+	+	+	+	+	+	.397	Het	--
Acquisicion de destrezas de calculo	Mant.	52	+	+	+	-	-	+	+	.224	Hom	Si
	Ext.	31	+	+	+	+	+	+	+	.535	Hom	Si
Acquisicion de destrezas sobre conceptos	Mant	39	=	=	=	=	=	=	=	.018	Hom	No
	Ext.	1	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP
Acquisicion de destrezas de resolucion de problemas totales	Mant.	52	+	+	+	+	=	+	+	.202	Hom	Si
	Ext.	28	=	=	=	=	=	=	=	.271	Het	No
Acquisicion de destrezas de resolucion de problemas (Productividad)	Mant	1	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP
	Ext.	7	=	=	=	=	=	=	=	.139	Het	No
Acquisicion de destrezas de resolucion de problemas (Selectividad)	Mant	5	=	=	=	=	=	=	=	-.209	Hom	No
	Ext.	15	+	+	+	+	+	+	+	.328	Hom	Si
Retencion de destrezas operativas totales	Mant	12	=	=	=	=	=	=	=	-.015	Hom	No
	Ext.	5	+	+	+	+	+	+	+	.479	Het	No
Retencion de destrezas de calculo	Mant	5	=	=	=	=	=	=	=	-.07[illegible]	Het	No
	Ext.	0	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP
Retencion de destrezas sobre conceptos	Mant	4	=	=	=	=	=	=	=	.125	Het	No
	Ext.	0	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP
Retencion destrezas de resolucion de problemas totales	Mant	1	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP
	Ext.	3	+	+	+	+	+	+	+	.371	Hom	Si
Tranfer en destrezas operativas totales	Mant	4	=	=	=	=	=	=	=	.109	Hom	No
	Ext.	1	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP	NP
Destrezas de estimacion	I	5	=	=	=	=	=	=	=	.091	Hom	No
Actitudes hacia las matematicas	I	55	+	+	+	+	+	+	+	.199	Hom	Si
Ansiedad hacia las matematicas	I	4	=	=	=	=	=	=	=	-.027	Hom	No
Autoconcepto en matematicas	I	5	+	+	+	+	+	+	+	.305	Hom	Si
Diferencias de rendimiento según sexo	I	12	=	=	=	=	=	=	=	N: no diferencias V: a favor varones H: a favor hembras		

Tabla VII: Hallazgos del metaanálisis de Hembree. INSTRUCCION ESPECIAL CON CALCULADORA: CURRICULA DE DISEÑO ESPECIFICO

Variable dependiente	Nº de estudios	Efecto medio	Significación
Mantenimiento de destrezas operativas de composición	9	.798	NO
Extensión de destrezas operativas de composición	4	.747	SI
Mantenimiento de destrezas de cálculo	7	.564	NO
Mantenimiento de destrezas sobre conceptos	3	-.268	NO
Mantenimiento de destrezas en resolución de problemas	10	.534	NO
Actitudes hacia las matemáticas	18	.435	SI

Las conclusiones y recomendaciones de metaanálisis de Hembre[1] (1984: 177-178) podían resumirse afirmando que tal investigación ha determinado los efectos en el alumno del uso de calculadora promediando sobre subconjunto de 529 tamaños/magnitudes de efecto derivadas de 79 estudios. Dado que este cuerpo de estudios fue exhaustivamente recogido (utilizando primordialmente tres fuentes de documentación: estudios extractados en *Dissertation Abstracts International* (DAI) de la *University Macrofilm International,* documentos de *Educational Resources Information Center (ERIC Document Reproduction Service)* y artículos del *Journal for Research in Mathematics Educations)* puede considerarse una muestra probabilística y representativa para tal metaanálisis.

---

[1]: HEMBREE, R. (1984): Op. cit.

Las conclusiones generalizables a partir de los hallazgos son:

1) En los grados K-12 (excepto en 4º) los alumnos que usan calculadoras, en concierto con la instrucción tradicional, mantendrán sus destrezas de lápiz y papel sin perjuicio manifiesto. En verdad, el uso de calculadoras puede mejorar las destrezas básicas de alumnos con lápiz y papel, tanto en operaciones fundamentales como en resoluciòn de problemas.
2) Un uso sostenido de la calculadora en 4º curso puede ser contraproductivo con repecto a las destrezas básicas del alumno.
3) El uso de calculadora en los exámenes producirá puntuaciones de rendimiento más altas que, cuando éstos se realizan, sólo con lápiz y papel. Esta declaración, aplicable a todos los cursos/grados y niveles de capacidad, es particularmente aplicable a alumnos de alta y baja capacidad, en resolución de problemas. Un mejor desempeño global en resolución de problemas verbales se origina dado la mejora en cálculo y en procesos de selección.
4) Los alumnos que usan calculadoras poseerán una mejor actitud hacia las matemáticas que los alumnos que no la usan.
5) Los alumnos que usan calculadoras tendrán especialmente un autoconcepto mejor en matemáticas que los que no las usan.
6) Pueden desarrollarse curricula especiales con calculadora que permiten un mejor rendimiento del alumno en conceptos. Sin embargo, los estudios específicos, centrados en instrucción orientada por la calculadora, y examinados en este

metaanálisis han sido relativamente pocos.

La cuestión no es entonces si las calculadoras deberían o no ser usadas en educación matemática, sino cómo usarlas.

Las recomendaciones que manifiesta Hembree[1] (1984: 178) para su uso en el aula son:

1) Las calculadoras deberían usarse en todas las clases de matemáticas desde los grados K-12, con niveles de uso crecientes en tanto que ascendamos de curso. Los maestros deberían estar preparados para instruir con calculadora a través de la autoformación y de programas de reciclaje *("inservice")*.
2) Debido a la limitada investigación en grados K-3 y el manifiesto efecto negativo en 4º, el uso de calculadora en esos grados debería restringirse a la familiarización, juegos recreativos y quizás a instrucción ocasional y a resolución de problemas.
3) A los alumnos de 5º grado y posteriores se les debería permitir usar calculadora en todas las actividades de resolución de problemas, incluídas situaciones de exámenes. Roberts[2] (1980: 84) afirma que sería ofrecer una "orientación negativa" usar calculadoras en la instrucción pero excluirlas durante los exámenes.

---

[1]: HEMBREE, R. (1984): Ibid.

[2]: ROBERTS, D.M. (1980): Op. cit.

Igualmente, Hembree[1] (1984: 179) da una serie de recomendaciones para el desarrollo curricular del área matemática. El análisis de revisión y/o rediseño del curriculum parece esencial, especialmente, en:

1) ¿Cómo las calculadoras pueden compaginarse óptimamente con currícula existentes?.
2) ¿Dónde los currícula existentes necesitan revisión para acomodarse a un uso óptimo de las calculadoras?.

Las recomendaciones de Hembree[2] (1984: 180) para la futura investigación van en las siguientes direcciones:

1) Las comparaciones entre tratamiento con calculadora e instrucción tradicional sin calculadora parecen suficientemente investigadas. La futura investigación debería dirigirse hacia usos pedagógicos y hacia comparaciones de métodos en los que las calculadoras estén incluídas en todos los tratamientos.
2) Estudio de procedimientos efectivos para usar calculadoras en el aprendizaje de hechos básicos, destrezas de cálculo y estrategias de resolución de problemas.
3) Efectos del uso de calculadora en ramas matemáticas específicas a lo largo de cursos K-12.
4) Efectos de los cambios de <u>énfasis</u> en el curriculum.

---

[1]: HEMBREE (1984): Op. cit.

[2]: HEMBREE (1984): Ibid.

5) Formación de profesores para incorporar la calculadora.

6) Diseño con calculadora optimizados para su uso en el aula.

2.3.7.- Estudios interactivos

Merece la pena resaltar una nueva aproximación metodológica: la interactivista que a partir de 1984 empieza a ganar fuerza como medio de indagación. Tal vez el paradigma proceso-producto ha producido suficiente evidencia empírica, confrontada en el metaanálisis de Hembree[1] (1984), y se hace entonces necesario escudriñar otros ámbitos internalistas. La aproximación interaccionista pivota sobre sujetos que interaccionan socialmente logrando interpretaciones a través de procesos de negociación y comunicación (véase Blumer[2], 1969). Normalmente, los estudios interactivos utilizan como técnica metodológica estudios de casos microetnográficos plasmados en videocintas, transcriptos posteriormente y observados/entrevistados en profundidad.

Bauersfeld[3] (1984: 199-206) ha mostrado mediante análisis microetnográfico cómo el discurso cotidiano en clase de Matemáticas se estructura como un proceso de negociación de significados de naturaleza estereotipada a través de ciertos patrones de

---

[1]: HEMBREE, R. (1984): Ibidem.

[2]: BLUMER, H. (1969): Interactionism symbolic. Perspective and method. Englewood Cliffs. Nueva York.

[3]: BAUERSFELD, H. (1984): The disparity of computer experience. A case for orienting the syllabus for elementary education. En "Informatics in elementary education", J.D. Tinsley y E. Tagg (editores). North Holland. Amsterdam.

interacción.

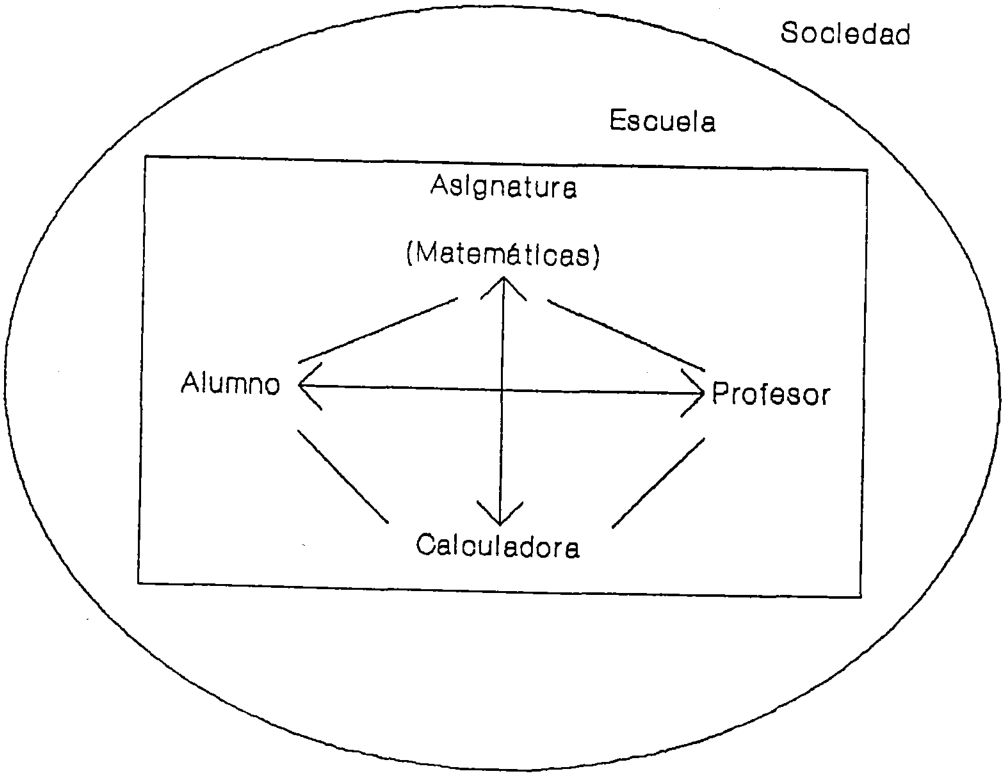
En el caso de estudios interactivos con calculadora se observan dos campos bien diferenciados a la busca de regularidades empíricas o "patterns":

a) Estudios interactivos alumno-máquina: visión paraconstructivista.

b) Estudios interactivos alumno-máquina-profesor: interaccionismo social, englobados a su vez en contextos más amplios: materia, escuela y sociedad.

Bauersfeld, Krummheuer y Voigt[1] (1988: 174-188), del Institut für Didaktik der Mathematik de Bielefeld (RFA), aportan los fundamentos y metodología de ésta aproximación en la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas.

Figura 4: Modelo mapificado de los estudios interactivos sobre calculadora:



---

[1]: BAUERSFELD, H.; KRUMMHEUER, G. y VOIGT, J. (1988): International theory of learning and teaching mathematics and related microthnographical studies. Contenido en "Foundations and Methodology of the discipline mathematics education (Didactics of mathematics). Proceedings of the 2nd TME-Conference. Antwerp.

Gran parte de las referencias revisadas aquí ya lo han sido también en la bibliografía de investigación descriptivas, pero merece la pena profundizar en ellas ya que testimonian nuevos hallazgos.

a) Estudios interactivos alumno-máquina.

La calculadora puede funcionar interactivamente con el alumno a partir de una tarea determinada; por ejemplo, en cálculos incompletos del tipo: — * b = c.

En Alemania, es quizás donde empiezan a desarrollar los primeros estudios de este tipo. Así en el trabajo seminal de Lange[1] (1979), encontramos los fundamentos para los desarrollos posteriores e intensivos de Meissner[2,3,4] (1982, 1983, 1985).

Los dos últimos trabajos de Meissner tratan del desarrollo de estrategias personales por medio de ensayo-error, en alumnos de 2º a 7º grado, y del patrón interactivo que ese autor denomina "principio de economía".

Meissner[2] (1982) constata que existen dos tipologías bien diferenciadas de cálculos, a la hora de elegir realizarlos o no con la calculadora, según la extensión (tamaño/

---

[1]: LANGE, B. (1979): Sachunterricht und mathematik in der primar schule. Aulis Verlag Deubner & Co., kg. Koln.

[2]: MEISSNER, H. (1982): Use the calculator to become independent from it. Proceedings of the 60th NCTM Annual Meeting. Toronto.

[3]: MEISSNER, H. (1983): Op. cit.

[4]: MEISSNER, H. (1985): Op. cit.

longitud/ número de cifras de las cantidades intervinientes), nº de miembros intervinientes y tipo de operación (productos y divisiones de dos o más dígitos).

Igualmente, Meissner[1],[2] (1983, 1985) constata un uso interactivo en procedimientos de ensayo y error al estudiar el conocimiento de respuesta al estímulo, el conocimiento relacional y el conocimiento ambiental diferenciando entre alumnos con buen sentido numérico (aquellos cuyos ensayos para resolver una tarea son mínimos) o bajo sentido numérico (aquellos cuyos ensayos para resolver una tarea son numerosos).

Así, dada la tarea:" $\boxed{}^{x17}\longrightarrow [\ 560,575\ ]$: hallar un número que multiplicado por 17, su producto este comprendido entre el intervalo 560 y 575", los protocolos de alumnos con alto y bajo sentido numérico se resumen en las gráficas siguientes:

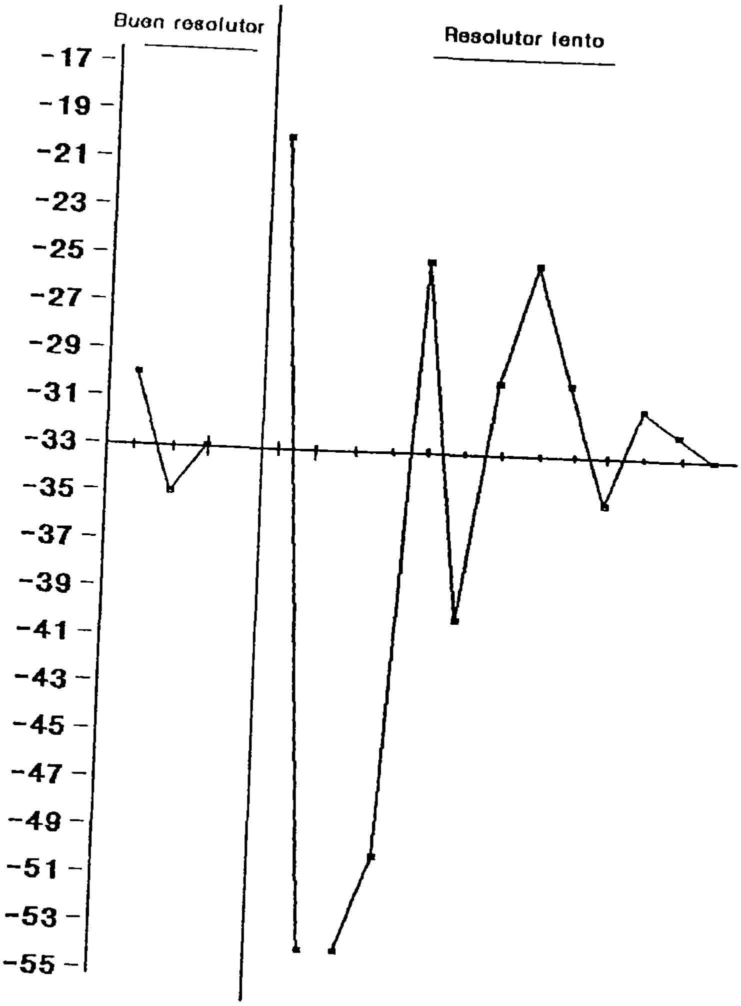
En "X" se contabilizan el número de intentos hasta llegar al acierto (+) y en "Y" el input ensayado.

---

[1]: MEISSNER, H. (1983): Op. cit.

[2]: MEISSNER, H. (1985): Op. cit.

Figura 5: INTERACCION ALUMNO-CALCULADORA. Representación gráfica de ensayos que resuelven una tarea según tipología diferencial de alumnos



Un estudio interactivo interesante es el efectuado por Reys et al[1] (1980) en el que se saca la conclusión de que los alumnos confían demasiado en la respuesta de su calculadora. El experimentador les daba una calculadora defectuosa y éstos admitían que su estimación mental estaba mal y que el resultado de la calculadora era correcto. Este

---

[1]: REYS, R.E.; RYBOLT, J.F. y WYATT, J.W. (1980): Identification and characterizacion of computational processes used by in-school pupils and out-of-school adults. National Institute of Education. Washingnton, DC.

hallazgo obliga a insistir en la racionalidad de todas las respuestas incluyendo las producidas por la calculadora.

Behr y Wheeler[1] (1981: 323-338) realizaron un estudio clínico, con niños de párvulos y primer curso, para examinar si éstos podían percibir y usar la tecla de constante en situaciones de conteo ascendente y descendente *("counter buttom");* observando que a esta edad podía usarse de un modo efectivo.

Mura[2] (1984) realizó un estudio comparativo sobre la utilización espontánea de la calculadora como recurso no institucionalizado.

Timmick[3] (1982: 10-15), siguiendo la línea de Reys et al[4] (1980), estudió la disposición de los alumnos a aceptar respuestas irrazonables de la calculadora. El autor, ante la excexiva buena voluntad de los alumnos a aceptar respuestas erróneas de la máquina, expone la existencia de una regularidad que denomina "la intimidación *(bully)* electronica".

---

[1]: BEHR, M.J. y WHEELER, M.M. (1981): **The calculator for concept formation: A clinical status study.** Journal for Research in Mathematics Education, 12, 5, november.

[2]: MURA, R. (1984): **Stude comparative de l'utilisation spontanée d'une calculatrice.** Canadian Journal of Education, 9, 4.

[3]: TIMMICK, L. (1982): **Electronic Bullies.** Psychology Today, 16, february.

[4]: REY, R.E. et al. (1980): Op. cit.

Thompson[1] (1981) analiza los diversos tipos de errores, que los alumnos cometen al interaccionar con la calculadora (arbitrarios, estructurales y ejecutorios), e insiste en los métodos de comprobación, mediante doble estimación (antes y después del cálculo mecánico) y chequeo específico con calculadora.

b) Estudios interactivos: alumno-profesor-máquina:

Los estudios interactivos "puros" centran básicamente su atención en el papel del maestro, durante las interacciones que acontecen. A partir de transcripciones del desarrollo de lecciones, previamente grabadas en sesiones de trabajo con los alumnos, se ofrecen sugerencias que posibilitan estructurar las estrategias docentes puestas en práctica por el profesor.

Bromme y Steinbring[2] (1989) han generado un modelo gráfico-computerizado que recoge los diversos tipos de interacciones que tienen lugar. Este modelo permite visualizar e inferir, cómo se desarrollan los significados a lo largo del tiempo de clase, y cómo correlacionar los estilos docentes con la calidad instructiva, medida mediante escalas tradicionales de la investigación proceso-producto.

---

[1]: THOMPSON, I. (1981): **Types of error and checking strategias in calculator work.** Mathematics in School, 10, 4. También en "Calculators. Readings from MIS & MT". Op. cit

[2]: BROMME, R. y STEINBRING, H. (1989): **Interactive development of subject matter within instruction in the classroom.** Institut für Didaktik der Mathematik. Universität Bidelfeld (RFA).

Sin duda, el experto que más ha trabajado en esta tradición metodológica es David S. Fielker. En Fielker[1], (1987: 417-437) se dice que la función del maestro es aportar un tipo de lazo extenso; o sea, una retroalimentación selectiva a partir de las acciones y elecciones del alumno cuando éste intenta resolver un problema determinado. Así, trabajando en tópicos matemáticos diversos (raices cuadradas, función recíproca, juegos con constante programada y divisiones incompletas), actuando con alumnos en pequeño grupo y un profesor, con sus calculadoras respectivas; Fielker[2] (1987: 433) sugiere una posible clasificación de los tipos de acciones que un maestro ejecuta, mientras interactúa con los alumnos:

1ª Introducir una actividad o contacto inicial, motivando y sosteniendo el interés, por un lado, y creando alguna clase de tensión, por otro.

2ª Respuestas a los alumnos en forma de explicaciones genéricas, réplica inmediata, acción específica o pregunta directa. Es sin duda la fase más compleja, pues el profesor debe tomar decisiones en intervalos mínimos de tiempo (¡3 segundos!).

3ª Métodos de control del desarrollo de la lección en la dirección deseada; entre los cuales podríamos enunciar: realizar una pregunta, sugerir una vía, invitar a recoger más información, solicitar un ejemplo clasificador y centrarse en un aspecto parcial.

---

[1]: FIELKER, D.S. (1987): A calculator, a tape recorder, and thou. Educational Studies in Mathematics, 18.

[2]: FIELKER, D.S. (1987): Ibidem.

Otros estudios interactivos de Fielker[1] (1985, 1986) han estado más centrados en el desarrollo del currículum matemático a la luz del empleo de calculadoras. Así, en Fielker[2] (1986: 348-382), el autor estudia como los alumnos perciben las operaciones de doblar y mediar números, detectando la tendencia a evitar la división, si otros modos de resolución permiten resolver el problema, aún pese a la insistencia del profesor.

Los estudios interactivos con calculadora tuvieron sus antecedentes en trabajos clínicos para alumnos con necesidades especiales. Block[3] (1980: 175-81) comprobó observacionalmente la utilidad de programas matemáticos con minicalculadora en alumnos discalcúlicos.

También la calculadora se ha utilizado en estudios interactivos para concienciar al niño de los procesos algorítmicos que efectúa (metacognición) y para instrumentar y definir nuevos algoritmos (Straker[4], 1986: 2-8).

---

[1]: FIELKER, D.S. (1985): Op. cit.

[2]: FIELKER, D.S. (1986a): Wich operation? Certainly not division. For the Learning of Mathematics. An International Jounal of Mathematics Education, 6, 3, november.

[3]: BLOCK, G.H. (1980): Dyscalculia and the minicalculator: The ALP Program. Academic Therapy, 16, 2.

[4]: STRAKER, A. (1986): Procedures and Algorithms in Primary Mathematics. Mathematics in School, 15, 4, septiembre.

2.3.8.- Programas y Proyectos:

Bajo este epígrafe recogemos una serie de realizaciones relativas al tópico que escapan/superan a la investigación puntual. Bien podríamos hablar de "macroinvestigaciones" que a veces adoptan el modelo de estudio longitudinal de investigación (I) y en la mayoría se trata de programas de desarrollo (D) o proyectos de acción. La conjunción de investigación y desarrollo (I + D), generalmente, no se ha llevado a efecto, ya que la mayoría de tales programas/proyectos adolecen de una estrategia o modelo evaluativo explícito.

Exponer, entonces, un listado prolijo de programas y proyectos es síntoma de salud del tópico. Así pues, de cada uno de ellos, exponemos:

- Denominación.
- País de relación.
- Niveles/cursos escolares afectados: seleccionando sólo los que comprendan a la enseñanza primaria (6-12 años) o alfabetización básica.
- Organismo responsable.
- Duración temporal.
- Actividades realizadas.
- Resultados obtenidos.
- Informe o publicación que da noticia.

Programa/Proyecto	Pais	Niveles afectados	Responsable	Duracion	Actividades	Resultados	Informe Publicacion
TIM Project. (Taschenrechner im Mathematikunterricht: Calculadoras en Educacion Matematica.	Alemania. Renania-Westfalia.	5-12 años (K - 6)	Universidad de Münster (RFA) y Deutsche Forschungsgemeinschaft (Fundacion para la investigacion en Alemania)	1976-1979	-Experimentos simulados. -Recuperacion de alumnos de bajo rendimiento. -Tareas inusuales para desarrollar el sentido numerico. -Estudios interactivos alumno-tarea-calculadora.	-Principio de economia: si una tarea se resuelve facilmente se hace mediante calculo mental. -Listado de actividades para uso de calculadora -Teorizacion sobre modos de usar la calculadora: digital vs analogico. semantico vs sintactico.	Meissner, H. (1978: 111-119)
Numeracy Project of Papua New-Guinea.	Nueva Guinea. (Australia)	Alfabetizacion de adultos	Gobierno australiano	1980-1985	-Alfabetizacion numerica para adultos del tercer mundo. -Uso de la calculadora coordinadamente con sistemas antropomorficos de conteo.	-Seleccion de un modelo unico de calculadora. -Libros de texto que integran el uso de calculadora y Manual del profesor -Combinacion de calculo mental y uso de calculadora.	Edwards (1984) (1983)
Suffolk Schools Project.	Reino Unido: Condado de Suffolk	5-15 años	LEA de Suffolk y Homerton College de Cambridge.	1981-1984	-26 unidades escolares implicadas de Primaria. -La calculadora en trabajos de exploracion. -Materiales de desarrollo curricular externos. -Discusion entre docente sobre modos de usar la calculadora.	-Familiarizar al profesorado con la calculadora. -Mejorar actitudes en general hacia la calculadora. -Modos de trabajo y agrupamiento entre alumnos por trabajar con calculadora -Ajuste de los curricula.	Chisnell (1984)
PRIME Project (Primary Iniciatives in Mathematical Education.	Reino Unido: Inglaterra y Gales	5-11 años	Homerton College. Universidad de Cambridge. School Curriculum Development Committee y National Curriculum Council Coordinadora: H. Shuard.	1985-1989	-Subproyecto CAN (Calculator Aware Number: Conciencia Numerica mediante calculadora) -Creacion de grupos de trabajo locales y regionales. -Reuniones de discusion y seguimiento. -Implicacion de padres -50 LEAS implicadas	-10 libretos/informe de seguimiento y realizaciones del programa. -Investigacion/ensayo de materiales. -Definicion de un nuevo curriculum de Matematicas. Primarias en Inglaterra y Gales. -Programas radiofonicos de la BBC. -Nueva filosofia de las Matematicas: "Matematicas para todos".	PRIME Newsletters (1985-1989).

MEISSNER, H. (1978): **Project TIM /5/12. Taschenrechner im mathematikunterricht für 5-bis-12-Jährige.** En "Zentralblatt für Didaktik der Mathematik", 10, 4. Klett Verlag. Stuttgart.

EDWARDS, A. (1984): **Computational estimation for numeracy.** Educational Studies in Mathematics. 15. (ERIC EJ 299951).

EDWARDS, A. (1983): **The hand-held calculators in a third world country: Numeracy Project of Papua.** New-Guinea. ERIC ED 222381.

CHISNELL, K.I. (1984 : **Calculators in Suffolk schools. (Research Paper, nº 14).** Suffolk Country Council Education Department. Lowestoft.

PRIME PROJECT (1985-89): **Newsletters 1 to 10.** H. Shuard (Coord). SCDC Publications. Homerton College. Cambridge. U.K.

Programa/Proyecto	Pais	Niveles afectados	Responsable	Duracion	Actividades	Resultados	Informe Publicacion
SMP (School Mathematics Project)	Reino Unido	11-18 años	Colectivo	1976-1979	-Centrado en secundaria. -Algunos materiales para ultimos cursos de primaria. -Investigacion de seguimiento.	- 3 libretos.	SMP (1979)
Nuffield Mathematics Project	Reino Unido	5-11 años	G. Baton y E. Bailey	1979-1984	-La Calculadora como recurso suplementario -La calculadora posibilita y expande pero no reemplaza el trabajo hecho con aparatos estructurales, diagramas y lapiz y papel.	-Libro del alumno -Guia para el maestro	Baton y Bailey (1984)
Iowa Problem Solving Project	Iowa (USA)	8-14 años	J. Duea, G. Immerzeel, E. Ockenga, J. Tarr y J. Wilkinson. University of Northern Iowa.	1975-1980	-Materiales didacticos escritos sobre reconocimiento de patrones, combinacion de areas y volumenes. -Area curriculares afectada: revision de contenidos matematicos. -Evaluacion plural.	-2 libros pra el alumno. -1 libreto sobre 5 modos diferentes de desarrollar la capacidad de resolver problemas usando calculadoras. -Materiales para la experimentacion: libro del profesor. 30 paginas de fichas y 100 cartas con problemas.	Iowa (1975) Iowa (1975) Iowa (1975) Iowa (1978) Schoen et al (1980)
Leicestershire Primary Calculator Project	Leicestershire Reino Unido.	7-11 años	LEA de Leicestershire y Shell Centre de la Universidad de Nottingham.	1975-1978	-Materiales didacticos. -Programa de implementacion en una escuela primaria: Loughborough Primary School. -Valoracion del impacto en el curriculum de las calculadoras.	-Cartas de trabajo. -Descripcion detallada de actividades y respuestas de los alumnos.	Bell, A. et al (1978)

SMP (1979): **Discover how to use your electronic calculator.** Cambridge University Press. Cambridge. U.K.

SMP (1979): **Teacher's guide.** Cambridge University Press. Cambridge. U.K.

SMP (1979): **Sequences and iterative process.** Cambridge University Press. Cambridge. U.K.

BAIGENT, G. y BAILEY, E. (1984): **Nuffield maths: Electronic calculator.** Teacher's Handbook. Longman. Hong-Kong.

IOWA (1975): **Getting to know the calculator.** Mathematical Problem Solving Project. ERIC ED 161757

IOWA (1975): **Calculator handbook.** Mathematical Problem Solving Project. ERIC ED 161 758

IOWA (1975): **Problem solving: Opening the door using the mini-calculator.** Mathematical Problem Solving Project. ERIC ED 161 759.

IOWA (1978): **Iowa Problem-Solving Project (ESEA Title IV-C).** University of Northern Iowa Press. Cedar Falls. Iowa.

SCHOEN, H.L. et al. (1980): **The Iowa Problem-Solving Project: Development and Evaluation.** ERIC ED 199 152.

BELL, A; McINTOSH, A.; BURKHARDT, H. y MOORE, G. (1978): **A calculator experiment in primary school.** Shell Centre for Mathematical Education. University of Nottingham. Nottingham. U.K.

Programa/Proyecto	País	Niveles afectados	Responsable	Duración	Actividades	Resultados	Informe/ Publicación
ARK Project (Analys av Räknedosornas Konsekvenser: Análisis de las consecuencias del uso de la calculadora).	Suecia	10-12 años	Ministerio de Educación Sueco	1976-1982	-Subproyecto para primaria (IAB = destrezas básicas no algorítmicas) (4º a 5º cursos: 10 a 11 años). -Áreas del curriculum afectadas. -Subproyecto RIMM: estudio longitudinal.	-Materiales didácticos para alumno-profesor. -Test con calculadora -Resultados positivos de los G.E en pensamiento creativo, estimación, problemas. -No correlación entre dominio de las cuatro reglas y comprensión conceptual. Sí entre calculadora y comprensión.	af Ekenstam y Greger (1983) (3-44) Björk y Brolin (1984) Hedren (1985)
Open University Programa	Reino Unido	5-12 años	Open University británica (Universidad de Educación a distancia)	1982	-INSET pack: paquete de materiales para el profesor. -Cuadernos de actividades para el alumno.	-Listado de uso genéricos de la calculadora: utilidad pedagógica -Listado de áreas afectadas del curriculum matemático: utilidad funcional.	-Open University (1982) -Tyler y Burkhardt (1982).
Schools Council Programa	Reino Unido	10-14 años	Schools Council (Consejo de escuelas) y HMI (Servicio de Inspección de su Majestad). Directores: Landham, Smart y Nesbitt.	1982	-Materiales para el alumno. -Documentos de apoyo. -Seguimiento del programa por la inspección.	-Implementación parcial	Schools Council (1983)
London Borough of Merton Programa.	Reino Unido	5-12 años	Municipio londinense de Merton	1984	-Apoyo al curriculum. -Libretos de actividades y juegos con calculadora	-Implementación local de las calculadoras en E. Primaria.	London Borough of Merton (1984).
London Borough of Croydon	Reino Unido	5-12 años	Municipio Londinense de Croydon.	1983	-Apoyo al curriculum. -Libretos de actividades y juegos con calculadora	Implementación local de las calculadoras en E. Primaria.	London Borough of Croydon (1983).

---

af EKENSTAM, A. y GREGER, K. (1983): **Non-algorithmic basic skills.** Journal für Mathematikdidaktik, 1.

BJORK, L.E. y BROLIN, H. (1984): Op. cit.
HEDREN, R. (1985): Op. cit.

OPEN UNIVERSITY (1982): **Calculators in the primary school.** O.P. Milton Keynes.

TYLER, K. y BURKHARDT, T.H. (1982): **Calculator Maths. books 1-7.** Blackie: Londres.

SCHOOLS COUNCIL (1983): **Calculators count.** Collins Educational. Londres.

LONDON BOROUGH OF MERTON (1984): **Some lessons with calculators.** Borough of Merton. Londres.

LONDON BOROUGH OF CROYDON (1983): **Calculators. Cockcroft and Croydon children.** Borough of Croydon. Londres.

Programa/Proyecto	País	Niveles afectados	Responsable	Duración	Actividades	Resultados	Informe/ Publicación
South Tyneside Programa	Reino Unido (Norte de Inglaterra)	5-11 años	Centro educativo de la región Tyneside	1984	-Apoyo al curriculum. -Libretas de actividades con calculadoras.	Implementación local de las calculadoras en E. Primaria.	Whitfield y Lumb (1984).
Arizona Emigrant Project	USA Arizona	10-12 años	Arizona State University	1973-1975	-Actividades de recuperación para alumnos hispanos. -Programas de verano.	-Ganancias en destrezas básicas de cálculo y mejora de actitudes hacia las matemáticas.	Ritter, y Nelson. (1975): 1-5.
Kids With Computers Program	USA	5-12 años	N.L. Bloomstrand	1984	-Actividades de perfeccionamiento para alumnos aventajados. Lista de recursos	Implementación de un programa de perfeccionamiento en Primaria.	Bloomstrand, N.L. (1984): 12-16.
Mathematics Laboratory Program	Mexico (American School de Puebla). USA (Cincinatti)	6-10 años	Universidad del Estado de Ohio (OSU), en Columbus. Princenton City School District. Colegio Americano de Puebla.	1979-1985	-Inicialmente, actividades suplementarias para alumnos con retraso. -Conjunción con materiales manipulativos.	-El laboratorio como aula de asistencia a alumnos con dificultades. -Estudio correlacional: el tiempo en la tarea estaba correlacionado con el incremento en progreso anual medido mediante tests de rendimiento a nivel pre y postest.	White, Berlin y Vela (1984). Berlin y White (1987): 52-54.
Project "Keystrokes"	USA	7-12 años	Ohio State University	1977-1978	-Estudio experimental: muestra de 1400 alumnos, 50 profesores y 5 escuelas.	-No se evidencia merma del aprendizaje matemático como resultado del uso de la calculadora. -Cuatro libros con actividades con calculadora denominados "Keystrokes".	Wheatley et al (1980): 18). Reys et al (1979)

WHITFIELD. P. y LUMB. D. (1984): **The calculators in the primary schools.** Curriculum booklet. nº 3. South Tyneside Education Committee.

RITTER. G.G. y NELSON. C. (1975): **Arizona migrant education hand-held calculator project.** Migrant Educator. 1.

BLOOMSTRAND. N.L. (1984): **Kids with computers: An Enrichment Program for Elementary School Children.** Arithmetic Teacher. 31. 5.

WHITE. A.L.; BERLIN. D.F. y VELA. F. (1984): **Calculator in the math lab.** Contenido en "The Role of Technology". J. Kohyla. editor. Proceeding of Fifth International Congress of Mathematical Education. Adelaide. Aus.

BERLIN. D.F. y WHITE. A.L. (1987): **An Instructional model for integrating the calculator.** Arithmetic Teacher (Focus Issue: Calculators). 34. 6. february.

WHEATLEY. G.H. et al. (1980): **Calculators in elementary school.** Arithmetic Teacher. 27. 5.

REYS. R. et al (1979): **Keystrokes. Books 1, 2, 3 & 4.** Creative Publications. Inc. Palo Alto. California.

Programa/Proyecto	Pais	N i v e l e s afectados	Responsable	Duracion	Actividades	Resultados	Informe/ Publicacion
CAMP-LA (The Calculators and mathematics Project, Los Angeles)	USA	5-11 (K-6)	California State University y California State Department of Education.	1985-1989	-Integrar las calculadoras en un curriculum central. -Desarrollar materiales curriculares para uso de la calculadora. -Interaccion coordinada entre deberes docentes y calculadoras. -Alentar el uso de calculadora en otras materias.	-Un curriculum prototipico estructurado con nuevos topicos desarrollado a lo largo de 100 lecciones. -Modificacion de los estilos docentes. -Mejoras en el razonamiento matematico del alumno. -Aumento del tiempo discente en la tarea.	California State Department of Education (1985) Pagni, D.L. (1985) Wiebe, J.H. (1988) Pagni y Wiebe (1988)

CALIFORNIA STATE DEPARTMENT OF EDUCATION (1985): **Mathematics framework for California Public Schools Kindergarten through grade twelve.** Calculator technology. CSDE Publications. Los Angeles. Tambien en Arithmetic Teacher. 34. 6. February. 1987. pag. 64.

PAGNI. D.L. (1985): **Calculators mathematics project.** Los Angeles (CAMP-LA). NSF Grant Nº MDR-85-51616. Washington.

WIEBE. J.H. (1988 : **Elementary mathematics methods for a technological age.** Gorsuch Scarisbrick Publisher. Scottsdale. AZ.

PAGNI. D.L. y WIEBE. J.H. (1988 : Op. cit.

3.- CALCULADORA Y CURRICULUM MATEMATICO

El impacto de la calculadora sobre el currículum de las matemáticas elementales es palmario; tal impacto se ve reflejado en cuatro ámbitos:

a) Modos de uso o funciones de la calculadora en el desarrollo del currículum. Este descriptor se recoge en la bibliografía afín con el término "roles": (¿Cómo enseñar?).
b) Contenidos matemáticos afectados (¿Qué enseñar?).
c) Materiales específicos para desarrollo del contenido (¿Con qué enseñar?).
d) Tareas para las implementación del cambio curricular auspiciado (Supuestos previos para la enseñanza efectiva).

En este estudio solo consideraremos los dos primeros ámbitos por su especificidad/relación con el área problemática. Los otros dos restantes son más genéricos y susceptibles de estudio desde una perspectiva de la Teoría general del currículum y, al efecto, existen abundantes y excelentes publicaciones (vease Howson, Keitel y Kilpatrick[1] (1981) o el trabajo seminal de Taba[2] (1983)).

---

[1]: HOWSON, G.; KEITEL, C. y KILPATRICK, J. (1981): **Curriculum Development in Mathematics.** Cambridge University Press. Cambridge, R.U.

[2]: TABA, H. (1983): **Elaboración del curriculum.** Troquel, 6ª edición. Buenos Aires.

Siguiendo a Stenhouse[1] (1987: 194) entendemos por currículum: "la expresión, en forma de materiales docentes y de criterios para la enseñanza, de una visión del conocimiento y un concepto del proceso de educación". De aquí que nuestros cuatro ámbitos a estudiar respondan al planteamiento de Stenhouse de "currículum hipotético" (1987: 106)[2]. Este currículum hipotético será sometido en la práctica como una variable experimental/ independiente. Documentar las propuestas iniciales mediante una revisión bibliográfica en profundidad y decantar esas propuestas en un modelo teórico a contrastar posteriormente (interacción crítica entre propuestas y práctica cotidiana), mediante un estudio comparativo sobre "efectos", no conlleva renunciar al método experimental. Dice Stenhouse[3] (1987: 90): "la investigación se relaciona con el currículum de tal modo que éste constituye una definición y una especificación del método experimental. No se trata de que los profesores acepten hipótesis, sino de que las comprueben". Esto es lo que hemos realizado con todas nuestras limitaciones personales: "documentar un currículum matemático para 3er grado (interrelacionado con los restantes currícula de matemática elemental), elaborar unas propuestas de acción y comprobarlo/contrastarlo en la práctica mediante un "cuasi experimento".

La calculadora redimensiona la propuesta curricular, constituye el "*core*" o armazón

---

[1]: STENHOUSE, L. (1987): La investigación como base de la enseñanza. Original en ingles "Research as a basis for teaching". 1985. Ediciones Morata. Madrid.

[2]: STENHOUSE, L. (1987): Ibidem.

[3]: STENHOUSE, L. (1987): Ibidem.

central, ya que suscita usos novedosos, afecta al contenido a impartir, conlleva elaborar unos materiales específicos y ejecutar una serie de tareas que coadyuven al cambio pretendido.

3.1.- Usos y funciones de la calculadora

La calculadora se usa como herramienta instructiva a la espera de que funcione como mejorador del aprendizaje matemático del alumno. Estamos relacionando los clásicos conceptos enseñanza-aprendizaje de un modo genérico. La tarea es pormenorizar qué prácticas específicas de la enseñanza, efectuadas con concurso de la calculadora, tienen un efecto presumible en el aprendizaje y satisfacción del alumno.

Iremos haciendo un barrido bibliográfico, que se pretende exhaustivo, sobre las prácticas de enseñanza afectadas por el uso de calculadora. Tales prácticas serán específicas del uso de la calculadora o anexas al mismo.

1º Chequear respuestas ya dadas

Comprobar una respuesta, ya emitida, mediante otro proceso resolutorio (mental, algorítmico standarizado o con material sensorializado) o por otra persona, fue uno de los primeros usos que se le vió a la calculadora. Así, los pioneros que trabajaban con calculadoras mecánicas y eléctricas (*"desk calculators"*) insistieron en esta función. Autores que preconizan y estudiaron este uso fueron: Fehr; McMeen y Sobel[1] (1956: 149), Denman[2] (1974: 56). Comprobar si existen posibles errores en una respuesta emitida es un uso habitual de la calculadora ya cuestionado, si tal respuesta es de naturaleza algorítmica standarizada, por Higgins[3] (1974: 56-58).

El NCTM Instructional Affairs Committee[4] (1978: 72-74) estima que este uso sirve como "tecla de respuesta" flexible para verificar el resultado de un cálculo en tres niveles:

a) A las cifras del resultado. "Comprueba si 2016 x 31'45 es igual a 63403 x 20".

b) A la cifra decimal o ceros finales: "Está bien colocada la coma en 0'68 x 0'45 = 3'06".

c) A una declaración/respuesta a un problema. "Si compro 25$ a 105'75 ptas el dolar, gastaré 2600'8 ptas".

Rey Pastor y Babini[5] (1985) estiman que calcular implicita el dominio de métodos numéricos (algorítmicos) gráficos (nomogramas) y mecánicos (máquinas de calcular) a lo

---

[1]: FEHR, G.F.; McMEEN, G. y SOBEL, M. (1956): Op. cit.

[2]: DENMAN, T. (1974): **Calculators in class.** Instructor, LXXXIII, februry.

[3]: HIGGINS, J.L. (1974): **Mathematics programs are changing.** Education Digest, 40, december, (Reprint from ASSP Curriculum Report).

[4]: NTCM Instructional Affairs Committee (1976): **Minicalculators in Schools.** The Arithmetic Teacher, 23, january. También en "The Mathematics Teacher, 69", january, pp. 92-94.

[5]: REY PASTOR, J. y BABINI, J. (1985): **Historia de las matemáticas.** Vol. 2, 1ª edición. GEDISA, Barcelona.

que habría que añadir métodos sensoriales (estructurados o no).

2º Motivar al alumno

Beck[1] (1960: 103), en un informe seminal sobre uso de calculadoras no electrónicas, manifestó que los alumnos eran más entusiastas, tenían mejores hábitos de trabajo y desarrollaban hábitos de exactitud y pulcritud. Parks[2] (1975: 18-21) cree que el beneficio mayor del uso de calculadora será en el área de la motivación.

Schmeisser[3] (1975) estudió en profundidad las relaciones entre calculadora y motivación para el aprendizaje, estimando que éste era un uso afortunado de la máquina.

Harrington[4] (1976: 44-45) estima que la calculadora ofrece una fuerte motivación a los alumnos, especialmente a los de aprendizaje lento pero mantiene sus reservas sobre otros usos anexos.

---

[1]: BECK, L.L. (1960): **A Report on the use of calculator.** The Arithmetic Teacher, 7, march.

[2]: PARKS, T.E. (1975): **Minicalculators: Opportunity or Dilemma?.** Bulletin of the Kansas Association of Teachers of Mathematics, 49, april.

[3]: SCHMEISSER, B. (1975): **Über Zusammenhänge Zwischen Taschenrechnern und Lernmotivation.** Unterrichtversuch im 7. Schuljahr Zulassungsarbeit zur 1. Dienstprüfung. PH, Esslingen.

[4]: HARRINGTON, T. (1976): **Those hand-held calculators could be a blinking use tools for schools.** The American School Board Journal, 163.

Otras referencias que apoyan tal uso son Association of Teacher of Mathematics[1] (1977), Matzge[2] (1976), Brown[3] (1978: 2), Good Housekeeping[4] (1974: 224).

Materiales para alumnos y profesores, que insisten en éste uso específico, son los volúmenes de Bartch y Mallet[5] (1985).

3º Reducir el tiempo en la tarea

Lewis[6] (1974: 60-62) estimaba que la calculadora podría revolucionar la educación, al ahorrar, a profesores y alumnos, una gran porción de tiempo dedicado al cálculo tanto dentro como fuera de clase.

Drake[7] (1978: 47-48) considera que al ahorrar tiempo al profesor, éste puede invertirlo en ayudar a los niños que necesitan atención especial.

---

[1]: ASSOCIATION OF TEACHERS OF MATHEMATICS (1977): **Notes on mathematics for children.** Cambridge University Press.

[2]: MATZGE. W. (1976): **Vorschläge für den Einsantz des Taschenrechners.** Arbeitspapier FEoLL. Paderborn.

[3]: BROWN, K. (1978): **Individualized calculators.** NCTM Newsletter, 9 march.

[4]: GOOD HOUSEKEEPING (1974): **Should your child use a calculators?** nº CLXXXIV, february.

[5]: BARTCH, R. y MALLET, J.J. (1985): **Math Motivators: Puzzles, games, Bulletin Boards and Special Motivators, Grades 1-3 and 4-6.** Scott, Foresman & Co. Glenvieu, Ill.

[6]: LEWIS, P. (1974). **Minicalculators have maxi-impact.** Nation's Schools, 93, may.

[7]: DRAKE, P. (1978): **Calculators in the Elementary Classroom.** Arithmetic Teacher, 25, march.

Wheatley[1] (1979), en un artículo antológico sobre el papel de las calculadoras en el aula, presentado al simposium "*The effects of calculator availability on school Mathematics curriculum*" en la reunión anual de la AERA (San Francisco, 9-abril-1979), analiza el estado y problemática del currículum de matemáticas escolares. Según este autor, el peso del cálculo (40% de promedio en los libros de texto) parece excesivo. La mayoría de las clases no puede acabar el texto en el tiempo programado. Ciertos tópicos relevantes se omiten por la mayor prioridad dada al cálculo tradicional.

La propuesta de Wheatley es utilizar intensivamente las calculadoras, tal que se reduzca el tiempo dedicado a la enseñanza de cálculos complejos, y cambiar la orientación curricular del cálculo al desarrollo de la resolución de problemas. Otros tópicos que son de más importancia (medida, geometría, estimación, interpretación de datos) apenas se imparten. Usar entonces calculadora, permitirá recuperar tiempo para otras tareas y desenfatizar la orientación calculatoria de los programas arcaícos.

Autores que insisten también en este uso son Usiskin[2] (1978: 412-413) y Hopkings[3] (1976: 69-71).

---

[1]: WHEATLY, G.H. (1979): Calculators in the classroom: A proposal for curriculum change. AERA, Paper. ERIC ED 175631. También en "Calculators, Computer and Classrooms", op. cit.

[2]: USISKIN, Z. (1978): Are calculators a crutch?. Mathematics Teacher, 71, 9, may.

[3]: HOPKINS, E.E. (1976): Op. cit.

4º Reforzar destrezas, hechos y conceptos

Gawronski y Coblentz[1] (1976: 63-65) estiman que éste es un uso adecuado, sobre todo para desarrollar una mejor comprensión de los algoritmos tradicionales; p.e. comprobar el resultado de una raíz cuadrada realizada por otro algoritmo diferente.

El *NCTM Instructional Affairs Committee*[2] (1976) insiste en este uso para desarrollar la comprensión de los algoritmos de cálculo mediante operaciones repetidas; por ejemplo: "Suma 528 siete veces. Compara esta suma con el producto 7 x 528".

En la orientación dada por el *Indiana Department of Public Instruction*[3] (1977) se insiste en este uso: mejorar destrezas de cálculo y reforzar conceptos mediante la ejercitación de actividades paralelas centradas en las operaciones inversas.

La Conferencia NIE/NSF[4] (1977) señala este uso al declarar que las calculadoras facilitan la comprensión y el desarrollo de conceptos; por ejemplo: "Comprueba qué operaciones verifican la propiedad asociativa":

---

[1]: GAWRONSKI, J.D. y COBLENTZ, D. (1976): **Calculators and the mathematics curriculum.** The Arithmetic Teacher, 23, november. También en "Calculators. Readings from AT & MT". Op. cit. Va.

[2]: NCTM INSTRUCTIONAL AFFAIRS COMMITTEE (1976): **Minicalculators in the school.** Arithmetic Teacher, 23, january, pp. 72-74 y Mathematics Teacher, 69, january, pp. 92-94.

[3]: INDIANA DPI (1977): **Minicalculators in mathematics classes.** Contenido en "Mathematics Guidelenes". Indiana Department of Public Instruction. Bloomington.

[4]: NIE/NSF (1977): Op. cit.

$(16 + 5) + 3 = 16 + (5 + 3);$ $(16 - 5) - 3 = 16 - (5 - 3)$

$(16 \times 5) \times 3 = 16 \times (5 \times 3);$ $(16 \div 5) \div 3 = (16 \div 5) \div 3$

Morris[1] (1978: 24-26) insiste en este uso, ya que permite desarrollar conceptos oscurecidos por cálculos difíciles o tediosos.

Johnson[2] (1981: 28-29) aporta una serie de actividades en las que un concepto ya, introducido o enseñado, se practica, aplica o relaciona.

5º Ejecutar cálculos tediosos

Esta es la visión funcional clásica, enunciada por Etlinger[3] (1974: 43-46), que permite al alumno concentrarse en hechos y conceptos básicos sin el distractor que representa tener que ejecutar un cálculo con números largos. Facilitar los cálculos aritméticos que bloquean un posterior desarrollo fue una función, señalada por una Editorial del Mathematics Teacher[4] (1974: 219-222), para superar el fracaso de los alumnos de

---

[1]: MORRIS, J.P. (1978): Problem solving with calculators. Arithmetic Teacher, 25, april. También en "Calculators. Readings from AT & MT", op. cit.

[2]: JOHNSON, D.C. (1981): Calculator exploración for concept reinforcement. Mathematics Teaching, 95, june. También en "Calculators in Primary School. Readings from MIS & MT", op. cit.

[3]: ETLINGER, L. (1974): The electronic calculator: A new trend in Mathematics. Educational Techonology, 14, december.

[4]: MT- Editorial Panel (1974): Where do you stand? Computational skill is passe? Mathematics Teacher, 67, october.

secundaria que no dominaban con exactitud los cálculos a lápiz y papel. Las deficientes destrezas en cálculo complejo son una barrera significativa para el aprendizaje de la teoría y aplicaciones matemáticas.

Otras referencias que avalan este uso son Schaffer, Bell y Crown[1] (1975: 27-31); Reynolds[2] (1976: 35-36), Lewis[3] (1977: 46-48).

6º Auspiciar nuevas destrezas y procesos de cálculo

La estimación y el conocimiento de qué operaciones usar o cúales se han usado se transforman en destrezas fundamentales desconsideradas por el cálculo tradicional. Tales nuevas destrezas, afirma Higgins[4] (1976), conllevan un énfasis sobre la unidad de las matemáticas y los procedimientos comunes del pensar matemático.

La Conferencia NIE/NSF[5] (1977) pone de manifiesto la vigorización del cálculo mental: estimación, aproximación y verificación, como una destreza básica susceptible de

---

[1]: SCHAFER, P.B.; BELL, M.S y CROWN, W.D. (1975): **Calculators in some classrooms. A preliminary look.** The Elementary School Journal, 76.

[2]: REYNOLDS, P. (1976): **3er ICME-Karlsruhe.** Mathematics in School, 5, november.

[3]: LEWIS, M. (1977): **Should Johnny learn math with a calculator?** Family Circle, XC, january.

[4]: HIGGINS, J.L. (1976): Op. cit.

[5]: NIE/NSF (1977): Op. cit.

desarrollar teniendo el refuerzo inmediato que da la calculadora.

Johnson[1] (1978) señala que el uso de la calculadora permitirá centrarse en contenidos nuevos o renovados tales como: estimación, procesos iterativos, algoritmos y modelos matemáticos.

El HMSO[2] (1985) insiste en que debe prestarse atención a la estimación, exactitud y precisión de resultados utilizando la calculadora en situaciones apropiadas.

Superar el cálculo algorítmico estandarizado de lápiz y papel, mediante técnicas de estimación mental con retroalimentación inmediata del resultado dado por la calculadora, ha sido puesto de manifiesto en trabajos de Rising[3] (1979); Kepner[4] (1976); Meissner[5] (1977) y Schwirtz[6] (1978).

---

[1]: JOHNSON, D.C. (1978): Op. cit.

[2]: HMSO (1985): **Mathematics form 5 to 16.** Department of Education and Science. London.

[3]: RISING, G.R. (1979): **The new calculation in education: A research agenda.** *Informe presentado a la* Needed-Research Conference auspiciada por el National Institute of Education, january. ERIC ED 170169.

[4]: KEPNER, H.S. (1976): **The impact of the minicalculator on the curriculum.** University of Wisconsin. Milwaukee (Comunicación al 3^{er} ICME).

[5]: MEISSNER, H. (1977): **Der taschenrechner als methodisches hilfsmittel im kindergarten, im der Grundschule und im der Hauptschule.** TIM. Münster.

[6]: SCHWIRTZ, W. (1977): **Zur pädagogischem und curricularem dimension des taschrechners im Matematikunterricht.** Neue Unterrrichtpraxis, Helt 1/Jg. 10, januar.

7º Permitir el tratamiento más realista de las aplicaciones matemáticas

Uso ya denotado en MT-Editorial Panel[1] (1974). Wallace[2] (1975: 41-48) estimaba que, con el uso incrementado de calculadora, la práctica masiva del cálculo perdería énfasis a favor de las actividades de planteo y resolución de problemas. Kibler y Campbell[3] (1976: 44-46) consideran que el "rol" de la calculadora para ayudar a los estudiantes a resolver problemas más complejos y relevantes debe acentuarse.

El NCTM-IAC[4] (1976) señala que este uso permitirá al individuo llegar a ser un consumidor más juicioso y a promover la independencia del alumno en resolución de problemas.

Romberg[5] (1984) recomienda el uso conjunto de materiales concretos, calculadoras, ordenadores y actividades grupales que impliquen el manejo de datos reales que reemplacen a las tareas de problemas estereotipados de lápiz y papel.

---

[1]: MT- Editorial Panel (1974): Op. cit.

[2]: WALLACE, J. (1975): **Rx for Classroom math Blashs: A new case for the calculator.** Learning, 3, march.

[3]: KIBLER, T.M. y CAMPBELL, P.B. (1976): **Reading, writing and computing: Skills of the future.** Educational Technology, 16, september.

[4]: NCTM Instructional Affairs Committee (1976): Op. cit.

[5]: ROMBERG, T.A. (chairman) (1984): **Option for the 1990s.** Department of Education. Washington. D.C.

El NCTM[1] (1987: 61) recomendaba usar calculadora en procesos de resolución de problemas como modo de permitir el acceso a las matemáticas más allá del nivel de destrezas de cálculo del alumno.

El poder usar datos reales y no números adaptados a la capacidad de cálculo de los alumnos, ha sido uno de los usos específicos de la calculadora referenciado además por Neidlinger[2] (1977), Porter[3] (1976: 22), Pendleton[4] (1975: 175) y Meissner[5] (1977: 111-114).

8º Facilitar el aprendizaje por descubrimiento sobre números y relaciones numéricas

Elder[6] (1975: 42-43) fue pionera en este uso al describir el empleo de la calculadora para descubrir aspectos relacionados con los números y las operaciones aritméticas. La calculadora puede usarse para alentar a los estudiantes a ser inquisitivos y creadores cuando experimenten con ideas matemáticas. Estrategias como la de ensayo-error-mejora

---

[1]: NCTM (1987): **Calculators in the Mathematics Classroom. A position statement on.** Contenido en "Calculators. (Focus Issue)", The Arithmetic Teacher, 34, february.

[2]: NEIDLINGER, E. (1977): **Einsatzmöglichkeiten des taschenrechners im matematikunterricht der grund- und hauptschule.** Zulassungsarbeit zur 1. Dienstprüfung. Weingarten, PH.

[3]: PORTER, S. (1976): **Spending your money.** Ladies Home Jounal, XLIII, september.

[4]: PENDLETON, D. (1975): **Calculators in the classroom.** Sciences News. CVII, march.

[5]: MEISSNER, G. (1977): **Taschenrechner report.** Zentralblatt zür Didaktik der Mathematik, 9, june.

[6]: ELDER, M. (1975): **Minicalculators in the classroom.** Contemporary Education, 47, fall.

(tanteo sucesivo o iteración) son factibles de desarrollar con concurso de la calculadora. Por ejemplo: "Resuelve este producto □ x □ x □= 19683, poniendo en □ siempre el mismo número".

Usar la calculadora como ayuda para explorar, comprender y aprender procesos algorítmicos fue puesto de manifiesto en la conferencia NIE/NSF[1] (1977).

Johnson[2] (1978) en su artículo ya citado sobre usos y abusos de la calculadora señala, como uno de los usos propios, este carácter explorador de la calculadora.

Pollack[3] (1986: 346-351) estima que el uso más pedagógico de la tecnología es que alienta el aprendizaje por descubrimiento. Los alumnos tienen la oportunidad de experimentar por ellos mismos, sin por ello reemplazar la figura del maestro.

Kansky[4] (1987: 4) insiste en que este uso debe ser el fundamental a la hora de elaborar un "currículum basado en la calculadora" ya que el alumno tendrá que:

---

[1]: NIE/NSF (1977): Op. cit.

[2]: JOHNSON (1978): Op. cit.

[3]: POLLACK, H.O. (1986): **The effects of technology on the Mathematics curriculum.** Contenido en "Proceedings of the Fifth International Congress on Mathematical Education" M. Carss (editor). Birhauser. Boston.

[4]: KANSKY, B. (1987): **The calculator-based curriculum: Deceased or just in "suspended automation?.** Contenido en "Calculator (Focus Issue)", The Arithmetic Teacher, op. cit.

- Interpretar los resultados numéricos obtenidos.
- Secuencializar los cálculos intermedios.
- Interpretar el teclado.

9º <u>Da confianza a los menos capaces/dotados</u>

La calculadora se ha usado en diversos campos de descapacitación escolar. Con alumnos ciegos se conocen los trabajos de Thornton[1] (1976: 5) usando "calculadoras parlantes", Janota[2] (1977: 54) y Goodrich, Bennet y Wiley[3] (1977: 154-157) usando calculadoras con números relieve en la pantalla y en el teclado. En todos los casos, parecía apropiado usar calculadora, sin ningún tipo de reticencias y con efectos positivos.

Zellmer[4] (1976: 367-369) apoya el uso de la calculadora para la enseñanza de niños deficientes mentales, psicomotores y alumnos con retraso escolar.

---

[1]: THORNTON, C.A. (1976): **Measure up via calculator skills.** Math Lab Matrix (Illinois State University), 5, spring.

[2]: JANOTA, C.P. (1977): **Powerful calculators for blind.** Electronic Design, 25, 5.

[3]: GOODRICH, G.L.; BENNETT, R.R. y WILEY, J.K. (1977): **Electronic Calculators for visually impaired users-evaluation.** Journal for Visual Impairment, 71, april.

[4]: ZELLMER, S. (1976): **Rechnerunterstützter. Unterricht bei lernbehinderten, geistigbehinderten und verhaltensgestörten kindern.** Zeitschrift für Heilpädagogik, H. 6.

Fallbeck[1] (1983: 101) estudió el efecto de las calculadoras en la instrucción de sumas combinadas con adultos retardados, encontrando mejoras significativas.

Pelser[2] (1981: 150) investigó el uso de la calculadora como facilitador del funcionamiento cognitivo de alumnos de una escuela especial.

Eckmier[3] (1978: 7109) sin embargo, no encontró diferencias significativas en el rendimiento ni en actitudes trabajando, con alumnos de bajo rendimiento.

Block[4] (1980: 175-181) implementó un programa (El ALP Program), para alumnos discalcúlicos usando la calculadora, que presentaba innovaciones en el tratamiento de ciertos contenidos (decimales-fracciones).

10º Constituye un desafío para los más capaces

La experiencia de Maor[5] (1978) con alumnos aventajados *("gifted")* de primaria

---

[1]: FALLBECK, P.D. (1983): **The use of hand-held calculators in the instruction of addition combinations with retarded adults.** (E.D. University of Northem Colorado). DAI 43-A, july.

[2]: PELSER, H.J.M. (1981): **An investigation into the use of pocket calculator to facilitate the cognitive functioning of the child in the special school.** (Texto en africander) En "Master Abstracts", vol. 20/02.

[3]: ECKMIER, J.L. (1978): Op. cit.

[4]: BLOCK, G.H. (1980): Op. cit.

[5]: MAOR, E. (1978): **A children's summer course with the TI-57 programmable calculator.** University of Wisconsin-Eau Claire, october. Citado en Suydam (1979), op. cit.

usando una calculadora no elemental (programable) durante un curso especial, pone de manifiesto el reto que representa para este tipo de alumnos usar calculadora en el estudio de tópicos complejos que insisten en ideas y conceptos, y no en técnicas y aprendizajes rutinarios.

Bloomstrand[1] (1984: 12-15) expone un programa de perfeccionamiento que enfatiza actividades con calculadoras y ordenadores par alumnos aventajados. La descripción detallada de la implementación del programa (en cursos de 1º a 6º) incluye una programación de actividades y una lista de recursos.

La calculadora se ha utilizado para estimular y retar a alumnos avanzados de cursos iniciales de primaria (K-2) utilizando actividades y juegos diseñados a propósito; véase el trabajo de Rathmell y Leutzinger[2] (1981: 48, 53-54).

Hersberger y Wheatley[3] (1980: 37-40) acometieron un programa para alumnos aventajados centrado en la organización del aula y en el contenido curricular. Este programa discute las metas matemáticas para alumnos aventajados, la evaluación de los alumnos, las características y actitudes del profesorado específico, así como el uso intensivo

---

[1]: BLOOMSTRAND, N.L. (1984): **Kids with computers: An enrichment program for elementary school children.** Arithmetic Teacher, 31, january.

[2]: RATHMELL, E.C. y LEUTEINGER, L.P. (1981): **Classroom activities for able students: In kindergarten, first and second grades.** Arithmetic Teacher, 28, february.

[3]: HERSBERGER, J. y WHEATLEY, G. (1980): **A proposed model for gifted elementary school mathematics program.** Gifted Child Quarterly, 24, 1.

de calculadoras y ordenadores.

11º Promueve y facilita la discusión interactiva sobre matemáticas.

Los trabajos de Immerzeel (1976: 46-51)[1]; (1976a[2]: 230-231) pusieron de manifiesto que el usar la calculadora durante una sesión discursiva, facilita el rítmo y desarrollo de la misma ya que no hay rupturas que desvien la conversación por cálculos relentizantes.

Drake[3] (1978: 47-48) utilizó la calculadora en trabajos entre pares *("peer instruction")* detectando que la interacción se desarrolla de modos naturales. Además, cuando se facilita la calculadora, la posibilidad de errores se reduce ya que el niño puede verbalizarlos llegando entonces a ser más consciente de ellos.

Fielker[4] (1987) se centra en la posibilidad que ofrece la calculadora en desarrollos interactivos, intentando estructurar estrategias disponibles para los maestros.

---

[1]: IMMERZEEL, G. (1976): It's 1986 and every student has a calculator. Instructor, 85, april.

[2]: IMMERZEEL, G. (1976a): The hand-held calculator. The Arithmetic Teacher, 23, april. También en "Calculators. Readings from AT & MT", op. cit.

[3]: DRAKE, D. (1978): Op. cit.

[4]: FIELKER, D.S. (1987): Op. cit.

El PrIME Project[1] (1989) insiste en que la calculadora permite concentrarse en aspectos lingüísticos y de discusión, tanto en el ámbito escolar como familiar. Usar calculadora permite poner en suerte los distintos estilos de enseñanza y hacer al niño sujeto de su aprendizaje.

10º Formular generalizaciones a partir de patrones/regularidad numéricas expuestas

Predecir un resultado, previa generalización sobre unos datos, es una tarea factible de realizar rápidamente con calculadora. Así, en regularidades numéricas o en decimales recurrentes, el apoyo inicial de la calculadora permite concentrarse en la inducción (generalizar una regla) para posteriormente predecir un resultado afín sin concurso de la máquina. Por ejemplo:

"Realiza:

9 x 9 =; 99 x 99 =; 999 x 999 =;..... 99999 x 99999 =

o

"Realiza $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{3}{9}$. Predice $\frac{4}{9}$ y $\frac{5}{9}$"

El proceso de realización siempre es:

Actuación/Cálculo --> Inducción --> Predicción --> Comprobación

---

[1] : PrIME PROJECT (1989): The second year of CAN. Newsletter 9, january. Homerton College, Cambridge.

12º Coadyuvar al desarrollo de métodos de investigación (matemáticos y pedagógicos) y de diseño de algoritmos.

La conferencia NIE/NSF[1] considera a la calculadora como una herramienta trascendental en procesos de descubrimiento, exploración y creatividad (métodos de indagación).

Hiatt[2] (1977: 37-38) utilizó la calculadora como herramienta para desarrollar un método de indagación matemático tendente a optener el área de un círculo siguiendo las secuencias: elaborar y organizar observaciones,generalizar, especializar, inventar simbolismos y demostrar conjeturas.

Bitter[3] (1977: 64-67) discute el uso de la calculadora en proyectos interdisciplinares (matriculación de vehículos, planificación y plantación de un jardín y crecimiento de población).

Bitter y Metos[4] (1977) insisten en este uso en un posterior trabajo.

---

[1]: NIE/NSF (1977): Op. cit.

[2]: HIATT, A. (1977): **A geometry problem for hand-held calculators o computers.** Calculators/Computers, 1, may.

[3]: BITTER, G. (1977): **The calculator and the curriculum.** Teacher, 94, february.

[4]: BITTER, G. y METOS, T.H. (1977): **Exploring with pocket calculators.** Julian Messner, Inc. New York.

Knuth[1] (1974: 327-29) dice al respecto: "Una persona no comprende algo hasta que no pueda enseñarlo a un ordenador o a desarrollarlo con calculadora; es decir, a expresarlo como un algoritmo".

Johnson[2] (1983: 110-133) señala que ciertos aspectos de los algoritmos o del diseño de algoritmos, deben formar parte de la matemática escolar. El diseño de algoritmos no es únicamente un producto final sino que incluye el proceso y el análisis que están implicados en la actividad dirigida a lograr este objetivo. La calculadora, al facilitar la exploración y la generalización, está desarrollando ya un algoritmo. Una actividad potencial, que recomienda Johnson (1983: 129), consiste en plantear a los niños situaciones que demanden el desarrollo y la descripción de un procedimiento y que hagan un listado de las órdenes que han confeccionado. Por ejemplo: "Dadas las cifras, 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Se pide formar dos números bidígitos tales que su producto sea máximo utilizando todas las cifras solamente una vez". Encontrar y describir el procedimiento que capacite para averiguar ese mayor producto sin "ensayo y error" es una tarea matemática significativa.

Straker[3] (1986: 2-8) considera que es necesario concienciar al niño de los procesos algorítmicos que usa (metacognición), así como instrumentar y definir nuevos algoritmos

---

[1]: KNUTH, D.E. (1974): Computer science and its relation to mathematics. The American Mathematical Monthly, abril.

[2]: JOHNSON, D.C. (1983): Op. cit.

[3]: STRAKER, A. (1986): Procedures and algorithms in Primary Mathematics. Mathematics in School, 15, 4, september.

a partir del uso de calculadora.

Fielker[1] (1986a: 34-38) estudia cómo los niños perciben el dobleo y la partición por 2 números integrando la calculadora. Propone propuestas alternativas para no usar la división en resolución de problemas.

13º Desarrollo de técnicas especificas de resolución de problemas

Morris[2] (1978: 116-119) trata en profundidad la técnica de "conjetura y comprobación inmediata" como una estrategia en resolución de problemas.

En una obra posterior, véase Morris[3] (1981), esta autora nos ofrece un repertorio más amplio de técnicas de resolución de problemas usando la calculadora de cuatro funciones. Tales técnicas (buscar una regularidad; elaborar un gráfico, listado o tabla organizados y conjeturar y comprobar) son usadas repetidamente en actividades que oscilan desde el descubrimiento a las aplicaciones, pasando por juegos de estrategia.

Johnson[4] (1984: 123) manifiesta que al usar calculadora en resolución de problemas,

---

[1]: FIELKER, D. (1986a): Op. cit.

[2]: MORRIS, J. (1978): Op. cit.

[3]: MORRIS, J. (1981): **How to develop problem solving using calculators?** NCTM. Reston, Va.

[4]: JOHNSON, D.C. (1983): Op. cit.

el alumno debe probar diferentes formas de encararlo o de "intentos heurísticos" buscando una solución.

Fielker[1] (1986: 75-78) estima que uno de los usos fundamentales de la calculadora estriba en que facilita la elaboración de hipótesis y la toma de decisiones como técnica específica para resolver problemas.

Pollak[2] (1986) señala que nuevas técnicas de resolución e investigación de problemas tales como el análisis exploratorio de datos serán posibles de enseñar. La dificultad pedagógica del análisis exploratorio de datos radicaba en que, si todos los alumnos de una clase traían cada uno sus propios datos, llevaría mucho tiempo a la clase concordar qué cálculo, por sencillo que fuese, habría de realizarse.

Facilitar el uso de calculadora a los alumnos para resolver un problema permite que éstos centren su atención en él (primera técnica a desarrollar, según Polya[3] (1954)) más que en los detalles de la computación.

---

[1]: FIELKER, D.S. (1986): Op. cit.

[2]: POLLAK, H.O. (1986): Op. cit.

[3]: POLYA, G. (1957): **How to solve it.** Princeton University Press, 2ª edición. Tradución al castellano "Cómo plantear y resolver problemas", 1965. Trillas, México.

14º Generar y/o demostrar un concepto

El doble juego, deducción-inducción, utilizado en la formación de conceptos, puede verse agilizado usando calculadora; por ejemplo, para inducir las reglas de multiplicar o dividir por la unidad seguida de ceros, o para deducir casos particulares a partir de una proposición general (por ejemplo: averiguar si un número dado es o no primo).

El NCTM[1] (1980: 257) insiste en el uso de explorar, descubrir y desarrollar conceptos matemáticos antes que centrarse sólamente en la comprobación de resultados.

Behr y Wheeler[2] (1981: 323-38) examinan el uso de la calculadora con alumnos de párvulos (K) y 1º para ver si podían percibir y usar el "counter bottom" (tecla de conteo aditivo: constante sumativa). Las percepciones de los observadores indican que a esta edad, los niños pueden usar la calculadora como herramienta para generar/desarrollar el sentido numérico por conteo ascendente y descendente.

Wiebe[3] (1981: 36-38) usa tres métodos que, a partir del conteo y usando calculadora, permiten desarrollar una comprensión significativa a la iniciación en raíces cuadradas y

---

[1]: NCTM (1980): Math should stress problem-solving drills, NCTM Recommends. Education USA, 22, 34.

[2]: BEHR, M.J. y WHEELER, M.M. (1981): Op. cit.

[3]: WIEBE, J.H. (1981): Using a calculators to develop mathematical understanding. Arithmetic Teacher, 29, november.

operaciones con números enteros y racionales.

Shuard[1] (1986: 44-51) manifiesta que gran parte de los conceptos básicos de la aritmética son generables y/o demostrables apoyándose en la calculadora. Especialmente, en tres áreas particulares, es donde la calculadora presta una contribución especial, dado que la máquina contiene un modelo de estos conceptos: vínculos numéricos, valor de posición y decimales.

15º Autoevaluarse

Teitelbaum[2] (1978: 18-20) entrevé esta función cuando habla de "comprobar el progreso". Tanto si la evaluación es personal como si formal, la calculadora permite una autovaloración directa dada la retroalimentación inmediata que manifiesta. Este juez normativo tiene la ventaja de ser sepulcralmente silencioso y nada imprecatorio.

Bell et al[3] (1978: 2-3) opinan que la calculadora muestra en particular, claramente, los malentendidos *("misunderstandings")* del alumno sobre conceptos e ideas matemáticos no experimentados. Además, al producir respuestas inesperadas, la calculadora puede conducir al alumno a posteriores replanteamientos acerca de los fundamentos de sus cálculos.

---

[1]: SHUARD, H. (1986): Primary Mathematics: Today and tomorrow. SCDC Longman. Layerthorpe.

[2]: TEITELBAUM, E. (1978): Calculator for classroom use? Arithmetic Teacher, 26, november.

[3]: BELL, A.; McINTOSH, A.; BURKHARD, T. y MOORE, G. (1978): Op. cit.

16º Juegos basados en la calculadora

La calculadora puede ser un instrumento lúdico si se usa con propósitos matemáticos. Instrumentar juegos con calculadoras es sencillo; por ejemplo: "Usando sólo las teclas 3, 7, + y -, obtén todos los números del 1 al 30". Generalmente estos juegos están asociados a destrezas de cálculos mental o a reforzar hechos numéricos básicos.

Johnson[1] (1978) alertaba sobre este uso susceptible de posible abuso si se realizaban "juegos y puzzles sin objetivo matemático evidente". Esta afirmación no pretende sugerir que el aprendizaje no deba ser divertido, sino que tal diversión debería encauzarse para conseguir cierto aprendizaje. Esto es particularmente importante, ya que existe la queja generalizada en los docentes de la "macrocefalia" (currículum repletos) de los programas escolares y que es muy difícil/duro "cubrir los aspectos ya existentes".

17º Explorar la propia calculadora

Los niños pronto descubren que ciertas operaciones producen interesantes patrones de resultados; por ejemplo: el uso de constantes y de memorias son actividades exploratorias que deben llevar al alumno a descubrir la función específica de cada tecla; por ejemplo: "Marca 2 + + 3 = = = =.... ¿Qué sucede?" (constante aditiva adherida al primer o segundo sumando).

---

[1]: JOHNSON, D.C. (1978): Op. cit.

Al explorar la calculadora el alumno puede descubrir:

a) Secuencias aparentemente correctas que al teclearlas producen respuestas insuficientes o incorrectas. Cox[1] (1983: 18-19) da doce ejemplos relacionados con dígitos ocultos, lógica operatoria, truncamiento y redondeo. Ejem:

123456 x 123456 ⟶ saturación.

2 + 3 x 4 = 20 ⟶ lógica aritmética.

1/3 x 3 = 0'9 ⟶ truncamiento.

b) Funcionalidad de teclas clave, lógica y constante operatorias. Graham[2] (1983: 20-21) señala tres aspectos que deberíamos conocer/explorar en nuestra calculadora, a saber:

- Tipo de lógica: aritmética, algebraica o reversible polaca
- Tecla de borrar un número impropiamente marcado: C o ON/C o CE
- Presentación de la constante: adherida (presionando repetidamente =), aislada (K), o anexa a la función (presionando dos veces la misma tecla de función + +, - -, x x, ÷ ÷)

---

[1]: COX, C.J. (1983): **Questions to provoke discussions.** Mathematics in Schools, 12, 3. También en "Calculators. Readings from MT & MIS", op. cit.

[2]: GRAHAM, A. (1983): **Three things you should know about your calculator.** Mathematics in Schools, 13, 2. También en "Calculators. Readings from MT & MIS", op. cit.

18º Apoyar al trabajo con material estructural (sensorial o figurativo)

Papy[1] (1977) describe varios juegos y actividades, apropiados para realizar en grupos reducidos de alumnos con retraso de 3º y 4º grado, usando conjuntamente la minicalculadora de Papy y una calculadora elemental con lógica algebraica y constante adherida.

Moore[2] (1982) constató la eficacia conjunta de usar la calculadora y las regletas Cuisinaire.

Tyler[3] (1985) estima que el uso de calculadora, en conjunción con material estructural, facilita el transfer del pensamiento concreto al simbólico.

Integrar la calculadora con otros recursos (materiales estructurados, ordenadores) ha sido una tarea auspiciada por Williams[4] (1987: 8-9)

---

[1]: PAPY, F. (1977): **Math play therapy CSMP Mathematics for the Intermediate Grades.** Vol. 1. CEMREL, Inc. St. Louis.

[2]: MOORE, B.H. (1982): Op. cit.

[3]: TYLER, K. (1985): Op. cit.

[4]: WILLIAMS, D.E. (1987): **Calculator integrated curriculum. The time is now.** Arithmetic Teacher. (Focus Issue), 34, february.

3.1.1.- Aproximación a los usos de la calculadora como un estudio de casos (case-study)

Anteriormente se ha realizado una descripción y análisis de los usos de la calculadora dentro de un currículum hipotético de matemáticas de Enseñanza Primaria. La información de nuestro estudio de casos, consiste en una variedad de declaraciones, organizadas de cierto modo (en nuestro caso, enumerativo). La mayor parte de esta información es factual, otra inferencial. Bromley[1] (1986: 94) señala que "idealmente, un investigador, debería ser capaz de examinar la validez y fiabilidad de todas esas declaraciones de un estudio de casos en orden a ser consideradas como factuales".

Al efecto, la fiabilidad de una declaración(uso) puede ser examinada observando la coherencia interna de la red de declaraciones de la que forma parte. La validez de una declaración inferencial se examina observando su correspondencia con la evidencia independientemente verificable.

Bromley[2] (1986: 95) señala que la "validez y la fiabilidad pueden ser examinadas indirectamente, por ejemplo por testimonio independiente más que por observación directa. La mayoría de los estudios de casos son ejercicios de investigación histórica más que de

---

[1]: BROMLEY, D.B. (1986): The case-study method in psychology and related disciplines. John Wiley and Sons. Ltd. Chichester.

[2]: BROMLEY, D.B. (1986): Ibidem.

indagación prospectiva". Por ello, se ha ofrecido una documentación relativa a cada uno de los usos pese a que bastante propuestas son de una poderosa evidencia factual.

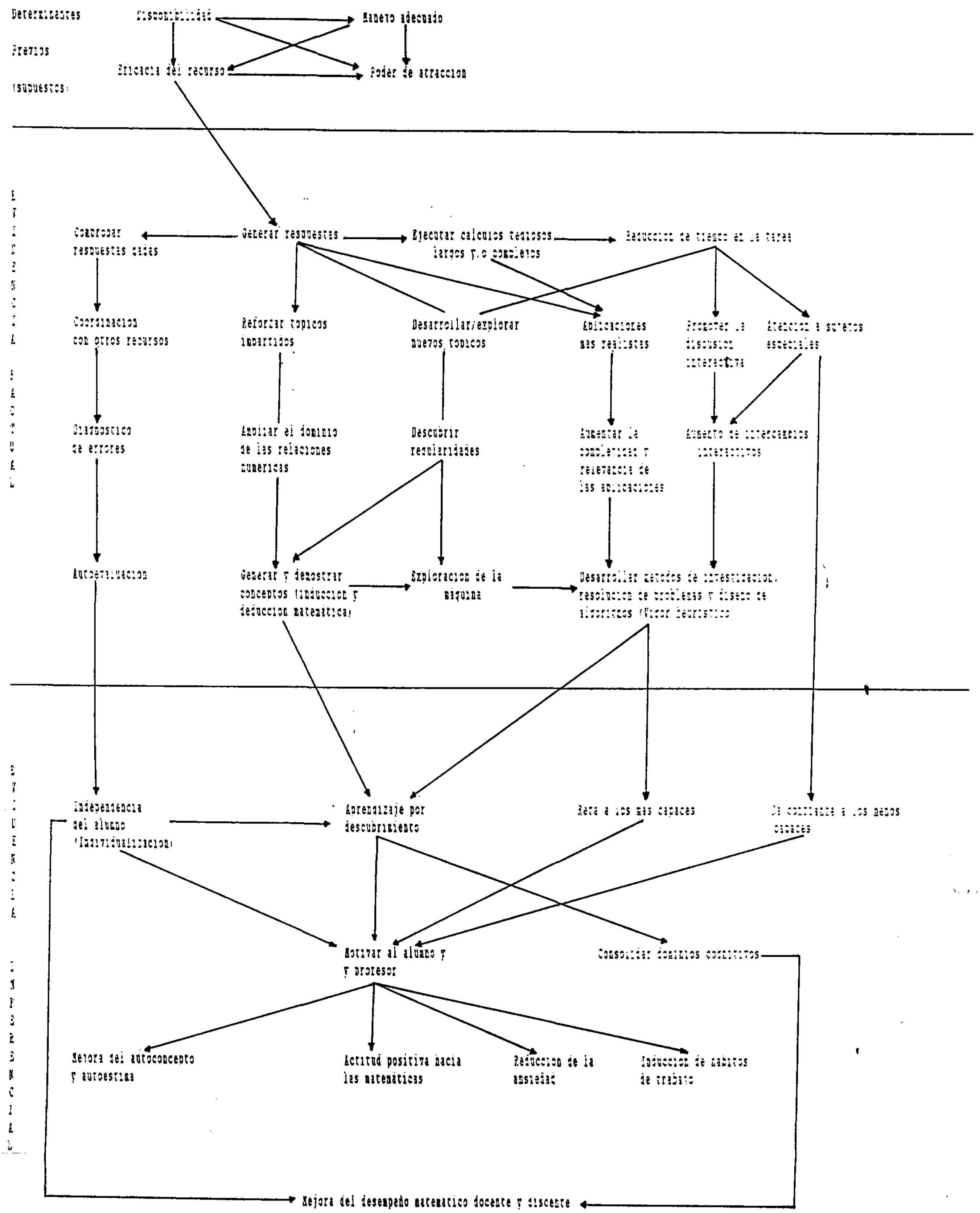
Bromley[1] (1986: 111) recomienda que "toda la información se organice en una estructura lógica explícita y completa (el argumento sustantivo) en base a una esquematización relacional o estructura procedimental". Los diversos usos, conectados mediante el modelo de grafos, tienen el efecto de clarificar y desarrollar el análisis comprensivo del caso (véase mapa relacional de la figura 6).

Pero pese a todo lo anteriormente dicho, el peso de la información inferencial deberá fortalecerse a través de un método de indagación y recogida de datos más potente: aproximación experimental.

---

[1]: BROMLEY, D.B. (1986): Ibidem.

FIGURA [illegible]: MAPA RELACIONAL DE FUNCIONES DE LA CALCULADORA DENTRO DE UN CURRICULUM HIPOTETICO DE MATEMATICAS ESCOLARES



3.1.2.- Elaborando la explicitación justificativa del caso *(Making the account explict).*

Para elaborar el mapa/diagrama de grafos que exprese la estructura relacional del caso, previamente, se han acometido tres tareas:

- Listar las declaraciones.
- Agruparlas en función de la evidencia (factual o inferencial)
- Redefinirlas dentro del contexto general del caso.

Una vez redefinidas las tareas, es posible expresar las relaciones técnicas entre causas y efectos mediante grafos. A su vez, el uso de diagramas de grafos, permite interconectar problemas a desarrollar/investigar, mostrar secuencias históricas y manifestar posibles relaciones funcionales (causa-efecto).

El caso puede reducirse a tres niveles:

1º Determinantes previos (disponibilidad, eficacia de funcionamiento, poder de atracción y manejo adecuado). Estos cuatro supuestos determinan todo el desarrollo posterior.

2º Evidencia factual o usos específicos de la máquina dentro del currículum hipotético: causas.

3º Evidencia inferencial sobre efectos de tales usos avalada por una determinación histórica, por el "sentido común" o por la investigación de facto.

Aunque este planteamiento es reduccionista y lineal (podrían existir lazos de retroalimentación *(feedback loops)* y declaraciones no presentes), nuestra pretensión es reforzar la evidencia inferencial examinando esta propuesta hipotética frente a otro modelo/caso. Bromley[1] (1986: 139) afirma que "en algunos casos, métodos cuasi experimentales pueden usarse para examinar hipótesis de este tipo". Aunque es bien conocido, merece la pena recordar, que el mismo efecto (o tipo de efectos) puede suscitarse por causas diferentes (o tipos de causas); es por lo que estamos interesados en identificar el mayor número posible de factores críticos (usos).

3.2.- Contenidos de la matemática elemental afectados por el uso de calculadora (a nivel manifiesto).

Gran parte de las resistencia a la introducción de calculadoras en enseñanza elemental, procede de la carencia de un desarrollo curricular que contemple, sistemáticamente, el tratamiento de los conceptos matemáticos y la adquisición de destrezas de cálculo empleando este medio.

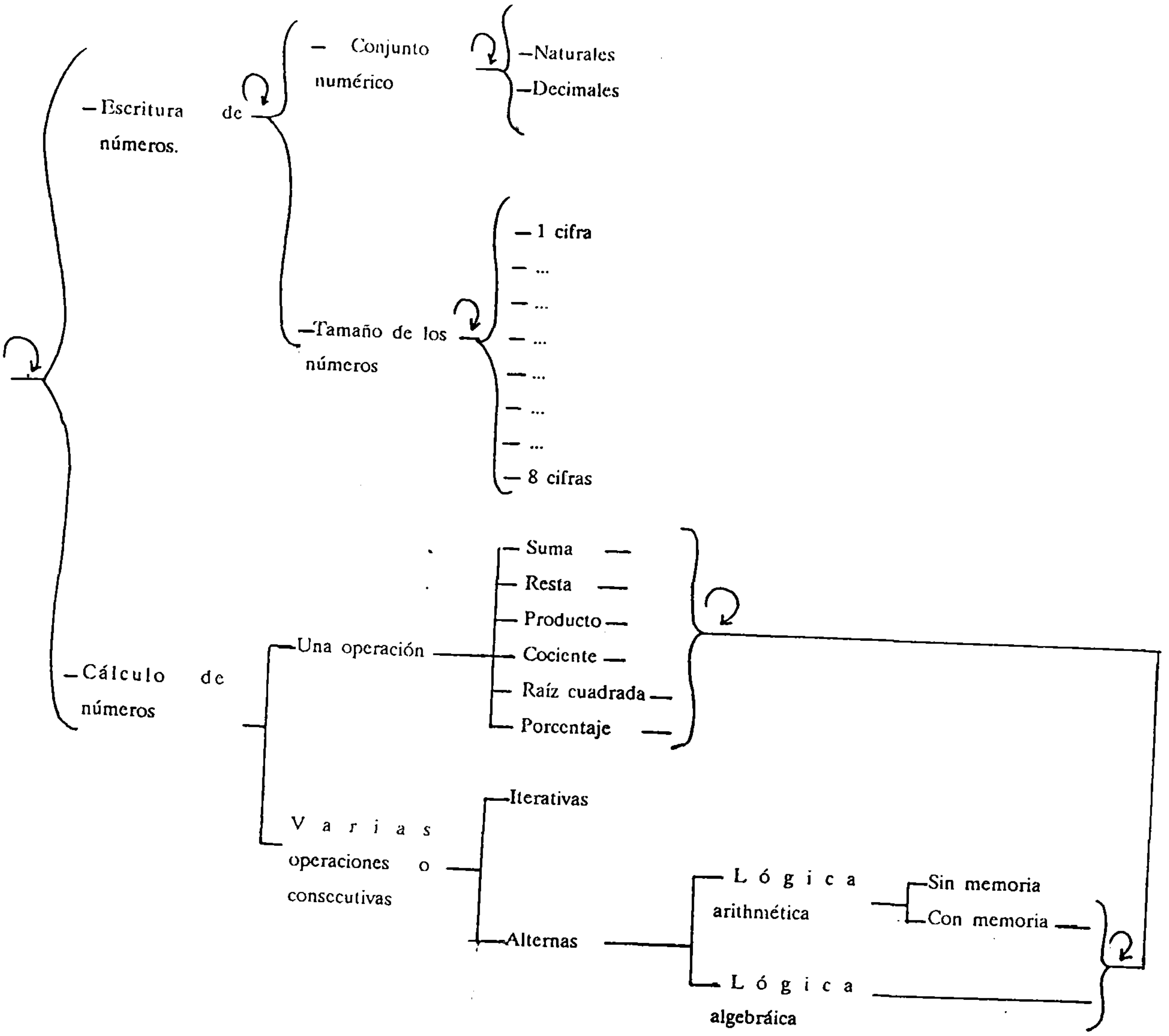
El método investigacional de análisis de contenido, (véase Bordin[2], 1986) con fines de clasificación y resumen, podría servir de utilidad al respecto. A un nivel manifiesto, la repercusión de la calculadora sobre los contenidos de la matemáticas elementales, puede visualizarse mediante la siguiente "red".

---

[1]: BROMLEY (1986): Ibidem

[2]: BORDIN, L. (1986): **El análisis de contenido.** Akal. Madrid.

Figura VII: RED DE IMPACTOS DE LA CALCULADORA SOBRE CONTENIDOS DE MATEMATICA ELEMENTAL (NIVEL MANIFIESTO)



3.2.1.- Discusión de la red (*"network"*) de impactos de la calculadora sobre los contenidos de la matemática elemental a nivel manifiesto

La red que aquí se presenta, trata de codificar el impacto de la calculadora sobre los contenidos de la matemática elemental manifiestamente reconocibles. La visualización del impacto se hace mediante manipulación exhaustiva de la máquina y los efectos observados en la pantalla o "*display*".

Tal manipulación se realiza sobre una calculadora electrónica elemental de bolsillo que posee una serie de funciones mínimas. En nuestro caso el modelo prototípico ha sido una Casio LC-311E.

Verificar el impacto de las calculadoras sobre el contenido de la matemática elemental consiste en extraer una serie de datos/realizaciones de orden eminentemente cualitativo. Este tipo de análisis intenta elaborar categorías definidas que representen y presenten los datos obtenidos. La estrategia para elaborar categorías es usar una notación a modo de estructura que muestre el comportamiento/impacto del objeto en estudio.

El modelo metodológico seguido es el propuesto por Bliss, Monk y Ogborn[1] (1987: 3-29) para análisis de datos cualitativos.

---

[1]: BLISS, J.; MONK, M. y OGBORN, (1983): Qualitative data analysis for educational research. A Guide to uses of sistemic networks. 2ª edición, 1987. Croom Helm, Londres.

Las dos categorías iniciales (*términos*) son: "escritura de números" y "cálculo de números". Ambos términos no son exclusivos, pero si pueden ser coselectivos (aspectos paralelos o elecciones simultáneas) y sobre todos recursivos (para hacer cálculos hay que escribir números, lo cual implica permitir selecciones repetidas en parte o en toda la red).

La notación simbólica para tales operaciones es:

BRA: $\left\{\begin{array}{l}-\\ -\end{array}\right.$: coselección; REC: ↺ recursión.

Pero a su vez estos términos, admiten <u>terminales</u> progresivos (o categorías cada vez más afinadas). Así, los terminales para escritura de números son: "tipo de conjunto numérico" y "tamaño de los números"; que a su vez son coselectivos y recursivos (ya que podemos optar indistintamente por unos u otros (coselectividad) o por terminales de distinto término a la vez (recursión).

El término "cálculo de números" se afina en dos terminales: "una sola operación" y "varias operaciones". En este caso estamos ante un sistema en el que la elección es única. La notación de red para esa operación es:

BAR: $-\left[\begin{array}{l}\\ \\ \end{array}\right.$: sistema

A su vez estos terminales se afinan (*"terminales delicacy"*) en otros terminales más ajustados. Mientras que en el primer término (escritura de números) todos los terminales sucesivos son coselectivos y recursivos; en cambio, en el segundo término cálculo de número) sus terminales son sistémicos o exclusivos en el momento, de aquí la notación BAR. Sin embargo, se produce un fenómeno denominado "condición restrictiva de entrada" que engloba terminales procedentes de distintos términos. Así, operaciones iterativas con calculadora, pueden ser; la suma, resta, producto, cociente y raiz cuadrada. Todas estas operaciones se pueden realizar consecutivamente por tecleo directo sin borrar o apelando al paréntesis o a la memoria.

La simbolización de esta operación "condición restrictiva de entrada" se hace:

CON: $\left.\begin{array}{l} - \\ \\ - \end{array}\right\}$: condición restrictiva de entrada.

Queda el terminal "operaciones alternas", que se afina según el esquema en "lógica de la máquina: aritmética o algebráica", y a su vez el terminal "lógica aritmética", se afina mediante el esquema/exclusión "con memoria o sin memoria". Cuando la máquina tiene memoria podemos ejecutar cálculos alternos con lo cual estamos entonces en una "condición restrictiva de entrada".

No es cuestión de extenderse prolijamente en el estudio de esta red. Lo esencial es: denotar qué impactos de la calculadora sobre los contenidos de la matemática elemental revelan, o sugieren, cuestiones de algún tipo, con las que los docentes puedan llegar a ciertas prácticas y aprendizajes.

3.3.- Contenidos matemáticos afectados por la calculadora a nivel latente.

A un nivel latente, las repercusiones son más extensas y profundas. Saber cómo afecta la calculadora al contenido matemático requiere la elaboración de un conjunto de categorías que representen las repercusiones y aspectos específicos de las presumibles variaciones. Un barrido bibliográfico puede sernos de utilidad inicial para categorizar qué tópicos matemáticos quedan afectados. Suydam[1] (1979, Index: 155-156) recoge los siguientes como propios de la educación primaria: adición, hechos básicos, decimales, división, destrezas de cálculo, estimación, fracciones, operaciones mixtas, multiplicación, bases no decimales, patrones, valor de posición, potencias, comprobaciones/ pruebas, división, sustracción, raices y unidades.

Nuestra propuesta de contenidos afectados, pretende categorizar tópicos generales y subtópicos específicos o áreas de contenido. Nuestro código es digno de validez ya que las categorías tienen una relación inmediata con la finalidad para la que se han creado; ésto no excluye que se puedan elaborar otros códigos, todos ellos organizados de acuerdo con una apreciación lógica y racional de las repercusiones ostensibles.

3.3.1.- Numeración

Aparte de las actividades propias de leer y escribir números sobre/con calculadora, una serie de subtópicos propios de la numeración quedan afectados o son susceptibles de

---

[1]: SUYDAM, M.N. (1979): Op. cit.

desarrollarse con ayuda de calculadora. Tales subtópicos serían:

A) Simbolos conceptuales numéricos y notación

Al escribir números con calculadora deberemos observar que el punto (.) se usa para separar parte entera de decimal.No existe pues espacio separador, como es convencional entre miles y millones, ya que la escritura es ininterrumpida. Bell et al[1] (1978) insiste en que, una de las primeras tareas para comprender el funcionamiento de la calculadora, es evidenciar este tipo de manifestación.

B) Conteo

La calculadora puede utilizarse para ayudar a los niños a aprender destrezas de conteo sucesivo o por intervalos; bien sumando, restando o también usando las constantes aditiva y sustrativa.

Trabajos que avalan este uso son los de Wigand[2] (1974) y Geller[3], (1978) con niños de cursos bajos (Párvulos a 2º).

Actividades de conteo susceptibles de acometer con calculadora son también:

- Determinar los números que comprenden un intervalo.
- Conceptos de mayor que, menor que, siguente, anterior, en medio....

---

[1]: BELL, A.; McINTOSH, A.; BURHARD, T. y MOORE, G. (1978): Op. cit.

[2]: WIGAND, K. (1974): **Rechnen mit dem Mini-rechner ARISTO M27**. Aristo (Hrsg). Heft 35. märz.

[3]: GELLER, K. (1978): **Rechnen mit electronischen Taschenrechnern**. Fischer-Taschenbuch. Frankfurt.

- Averiguar la constante: "Dado n + + = =. Averiguar, tecleando sucesivamente =, qué número es n".

C) <u>Valor de posición de las cifras</u>

Abundantes juegos y actividades existen para explorar y reforzar la idea de valor posicional/relativo de las cifras de un número.

Judd[1] (1976: 99-101) aporta una serie de juegos, a realizar con calculadora, referidos a éste subtópico. "Dado un número abcd, pedir al alumno que lo transforme en:

ab0d, a70 ⟶ bcd ⟶......."

Graham[2] (1982: 24-25) propone una versión de "El flautista de Hamelín" mediante un juego que actúa sobre el valor posicional. "Dado un nº determinado de ratones, debe hacer desaparecer (o dejar a cero) una determinada unidad de orden: 123 --->103 ---> 100 ----> 0".

Series secuenciales a obtener mediante una sola operación: "Qué hacer para pasar de: 300 ---> 30 ---> 3 ---> --->0.3"

Dado un número, sumarle o restarle unidades de orden: "2743 ± 3 centenas".

---

[1]: JUDD, W. (1976): **Instructional games with calculators.** Arithmetic Teacher, 26, november. También en "Calculator. Readings from AT y MT". op. cit.

[2]: GRAHAM, A. (1982): **Calculators games in Primary School.** Mathematics Teaching, . 1. 4. También en "Calculators in the Primary School Readings from MT & MIS", op. cit.

Kurtz[1] (1983: 128-130) insiste en el valor de la calculadora como reforzador de la idea de valor de posición en números naturales y decimales utilizando una serie de juegos basados en el tránsito.

$$\begin{tikzcd} 280 & 1280 \arrow[l] \arrow[r] \arrow[d] & 128 \\ & 1080 & \end{tikzcd}$$

D) Bases no decimales

Englert[2] (1977: 49) utiliza la calculadora para transformar números naturales y decimales en números correspondientes de cualquier base y viceversa.

Fletcher[3] (1976: 34-41) discute el valor de la aritmética binaria en el currículum, usando la codificación binaria en métodos de corrección automática de errores.

Schultz[4] (1978: 25-27) aporta bastantes ejemplos de uso de la calculadora para ejecutar operaciones en bases no decimales.

E) Números largos

Los alumnos de todas las edades están intrigados por los números largos. Además tales números son más comunes en el entorno que los cortos. Entendemos número largo,

---

[1]: KURTZ, R. (1983): **Teaching place value with calculator.** En "1983 Yearbook NCTM. The agenda in action". G. Shufelt y J.R. Smart (editores). NCTM. Reston , Va.

[2]: ENGLERT, R. (1977): **Unwendlung von dezimalzaheln in zahlen beliebiger basis und ungekehrt.** Electronic, 7.

[3]: FLETCHER, T.J. (1976): **Avoiding errors in Arithmetic.** Mathematics Teaching, 77, december.

[4]: SCHULTZ, J.E. (1978): **Using a calculator to do Arithmetic in bases other than ten.** Arithmetic Teacher, 26, september.

relativamente, por a aquel que excede en dos o más dígitos a los propios del nivel o curso en el que se imparten; así, un número de tres dígitos es largo para un alumno de primer nivel, un número de seis cifras es largo para un alumno de tercer nivel y, en general, a partir de siete o más cifras se considera que un número es largo.

Las ideas más importantes respecto a números largos son ordenar y relativizar los tamaños, señala Shuard[1] (1986: 116).

Litwiller y Duncan[2] (1977: 136-139) y Davies[3] (1981: 53-56) proponen una serie de actividades tendentes a tratar estos números.

Fisher y Jones[4] (1982: 130-141) utilizan una calculadora elemental para operar con números largos, mediante una serie de técnicas específicas cuando tales números exceden al tamaño de la pantalla (8 dígitos).

El artículo de Barham[5] (1985: 5-7) manifiesta que la exploración del mundo de los

---

[1]: SHUARD, H. (1986): Op. cit.

[2]: LITWILLER, B.H. y DUNCAN, D.R. (1977): **Calculations you never make without a minicalculator.** Mathematics Teacher, 70, november. También en "Calculators. Readings from AT & MT", op. cit.

[3]: DAVIES, B. (1981): **Using calculators with juniors.** Mathematics Teaching, 93. También en "Calculators *in the Primary School. Readings from MIS & MT*", op. cit.

[4]: FISHER, W.B. y JONES, J.N. (1982): **Large numbers and the calculator.** Contenido en "1982 Yearbook NCTM. Mathematics for the Middle Grades (5-9)". L. Silvey Y J.R. Smart (editores), NCTM. Reston, Va.

[5]: BARHAM, J. (1985): **Large numbers and small calculators in the Primary School.** Mathematics in School, 14, may.

números largos, con una herramienta que venza al innecesario y duro trabajo y la frustración resultante, es una tarea que promueve una considerable cantidad de investigación en los niños.

F) Cifras significativas/Redondeo

Un problema afín al tamaño de los números es considerar cual es el número apropiado de cifras significativas que dan sentido a una respuesta o al resultado de un problema real.

Asociar 2'333333 ⟶ 2'3

1999999 ⟶ 2 millones

implica que el niño sea capaz de interpretar juiciosamente la pantalla de la calculadora y, al par, poner en suerte una serie de destrezas de redondeo.

La importancia de este subtópico es crucial, ya que es la base de la Aritmética de un sólo dígito, tan útil en cálculo mental aproximado.

Hirst[1] (1980: 64-65) insiste en que un buen dominio de las cifras significativas, que determinan un número, es la base para operar con números largos, que excedan del espectro máximo de ocho dígitos propio de la pantalla de la calculadora elemental.

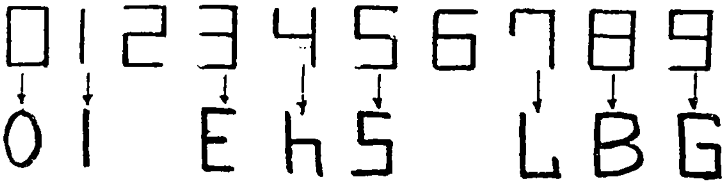
---

[1]: HIRST, K. (1980): **Significant figures.** Mathematics in Schools, 9, 5.

Plunkett[1] (1984: 58-61) y Thompson[2] (1981: 66-68) consideran al valor de posición como uno de los subtópicos más relevantes para la adquisición del sentido numérico.

G) Relación número-palabra

Una de las peculiaridades de la calculadora es que, al invertir la pantalla, los números se pueden visualizar como letras; así:



Por ejemplo: "705, al invertir la pantalla, puede leerse SOL". Esta relación número-palabra ha dado lugar a abundantes puzzles; algunos, sin objetivo matemático definido y muy criticados por Johnson[3] (1978). En cambio, otros puzzles tienen cierto sentido cuando la palabra corresponde al resultado de un problema. Stewart[4] (1980) utilizó esta relación en resolución de problema del tipo: "En una playa hay 628 turistas tomando el . ... y en una terraza 77. ¿Cuantos hay entre los dos sitios?"

Esta relación número-palabra también ha sido utilizada para comprobar cálculos,

---

[1]: PLUNKETT, S. (1984): **Decomposition and all that rot.** En "Calculators in the Primary School. Readings from MIS & MT", op, cit.

[2]: THOMPSON, I. (1981): **Types of error and checking strategies in calculator work.** Mathematics in Schools, 10, 4. También en "Calculators in the Primary School. Readings from MIS & MT", op. cit.

[3]: JOHNSON, D.C. (1978): Op. cit.

[4]: STEWART, J.J. (1980): Op. cit.

realizados con la propia calculadora, por Friesen[1], (1976: 106) y como juego de sentido numérico, por Goodhue[2] (1978: 150-53).

3.3.2.- Hechos numéricos básicos

Entendemos por hechos numéricos básicos a los resultados que el alumno tiene que memorizar y a los principios a interiorizar, que son imprescindibles para que el alumno cimente su aprendizaje posterior. Hechos básicos, a nivel de resultados, es tener memorizadas las tablas aditivas y sustractivas (a + b = c; c - b = a; siendo a y b dígitos) y las tablas multiplicativas y divisorias (a x b = c; c ÷ a = b; siendo a y b dígitos). Hechos básicos, a nivel de principios, es tener una comprensión conceptual profunda de la estructura de los números y de las operaciones aritméticas.

Esperar a que los alumnos dominen los hechos básicos, para después usar calculadora, no parece ser necesario ya que tales hechos básicos son reforzables y explorables, en profundidad, con ayuda de calculadora.

Existe abundante bibliografía sobre actividades de dominios de hechos básicos con ayuda de calculadora. Véase, por ejemplo, Stultz[3] (1975: 72-75) e Immerzeel[4] (1976) que

---

[1]: FRIESEN, Ch. D. (1976): **Check your calculators computations.** Arithmetic Teacher, 24, december. También en "Calculators. Readings from AT & MT", op. cit.

[2]: GOODHUE, J.F. (1978): **Calculator crossword puzzle.** Mathematics Teacher, 71, april. También en "Calculators. Readings from AT & MT", op. cit.

[3]: STULTZ, L. (1975): **Electronic calculator in the classroom.** Arithmetic Teacher, 22, february.

usan calculadora para facilitar el desarrollo de conceptos operacionales básicos; Texas Instruments[1],[2] (1976 y 1978); Stephen y Trueman[3] (1977), Vogt[4] (1977) y Arens[5] (1977) insistiendo en el dominio de la tabla de multiplicar. Algunos módulos de los trabajos de Gilbreath, Huber y Myers[6] (1978) y el trabajo de Hutton[7] (1978) se centran también en hechos multiplicativos básicos.

Wheatley[8] (1981) insiste en que la calculadora puede ser bastante útil en la enseñanza de los hechos básicos.

Girling[9] (1977: 4-5) reduce incluso el espectro de hechos básicos sólo a aquéllos que

---

[4]: IMMERZEEL, G. (1976): **77 ideas for using the Rockwell 18R in the classroom.** Rockwell International Co. Anaheim, Ca.

[1]: TEXAS INSTRUMENTS (1976): **Learning basic concepts with limited-function ABLE calculators (K-1).** Texas Instruments, Inc. Dallas, Tx.

[2]: TEXAS INSTRUMENTS (1978): **Mathematics learning with calculators: elementary mathematics concepts with calculator.** Texas Instruments, Inc. Dallas, Tx.

[3]: STEPHEN. J.S. y TRUEMAN, R.W. (1977): **Calcu-math.** Scholar's choice. New York.

[4]: VOGT, Ch. (1977): **Einmaleins mit dem taschenrechner.** Contenido en: Schriftliche hausarbeit zur ersten staatprüfung für das lehramt an der grundschule und hauptschule. TIM. Münster, PH.

[5]: ARENS, E. (1977): **Der taschenrechner als hilfsmittel zum einmaleing-lernen.** Contenido en "Schriftliche....", ibidem.

[6]: GILBREATH, C.; HUBER, J. y MYERS, A. (1978): **Columbus Calculator Project.** (ESEA Title IV-C). Columbus, Oh.

[7]: HUTTON, L. (1978): **Calculator calisthenics.** Arithmetic Teacher, 26. november.

[8]: WHEATHLEY, G.H. (1981): Op. cit.

[9]: GIRLING, M. (1977): Op. cit.

fundamentan un cálculo mental mínimo:

- Conteo ascendente.
- Multiplicar y dividir cualquier número por 10.
- Sumas de resultado menor o igual a 20.
- Doblar y partir por 2 cualquier número.
- Tablas multiplicativas, hasta la del 10.

Spiker y Kurtz[1] (1987: 24-26) proponen una serie de actividades para dominio de los hechos básicos conjugando dos recursos: calculadora y dedos.

3.3.3.- Operaciones. Cálculo.

Mucho esfuerzo se ha venido haciendo en equipar a los niños con consistentes destrezas operatorias de lápiz y papel. Es dudoso hasta cúando/cuánto tales destrezas pueden retenerse, ya que son realmente poco usadas al margen de la institución escolar. Está claro que los algoritmos de lápiz y papel no necesitan el tradicional énfasis; sin embargo, "es muy importante concentrarse en el significado de estas operaciones" (Shuard[2], 1986: 117-118).

Suydam[3] (1982: 36-45) da una visión de la computación para los ochenta, basada en

---

[1]: SPIKER, J. y KURTZ, R. (1987): Teaching primary-grade mathematics skills with calculator. Arithmetic Teacher. (Focus Issue), op. cit.

[2]: SHUARD, H. (1986): Op. cit.

[3]: SUYDAM, M.N. (1982): Computation: Yesterday, today and tomorrow. En "Education in the 80's", S. Hill (editor). National Education Association. Washington, D.C.

la declaración normativa de superar la enseñanza del cálculo, centrada en la memorización y la práctica masiva, para dar paso a una instrucción significativa. El uso de la calculadora podría ser, entonces, una vía para que tal instruccion pueda hacerse más significativa.

Las diversas áreas/subtópicos que dan significado a las operaciones y son susceptibles de tratar con calculadora son:

A) Operaciones mixtas o encadenamientos, en los que hay que dominar/usar el paréntesis y/o la idea de orden operatorio.

Referencias que proponen este uso son Immerzeel y Ockenga[1] (1977), Bitter[2], (1977), Gregory[3] (1977), Chinn; Dean y Tracewell[4] (1978).

B) Operaciones incompletas

En las que hay que poner en suerte profundas destrezas de cálculo que se confrontan por tanteos sucesivos con calculadora. Completar una operación propuesta admite diversas variantes; a saber:

---

[1]: IMMERZEEL, G. y OCKENGA, E. (1977): **Calculator activities for the classroom. Book 1** and 2. Creative Publications. Palo Alto, Ca.

[2]: BITTER, G.G. (1977): **Calculator power. Book 1-6.** EMC Corporation. St. Paul, Minnesota

[3]: GREGORY, J.W. (1977): **Use the calculator for drill.** Instructor, 86. april.

[4]: CHINN, W.G.; DEAN, R.A. y TRACEWELL, T.N. (1978): **Arithmetic calculators: How to deal with Arithmetic in the calculator age.** W.H. Freeman & Co. San Francisco.

- A un miembro desconocido: "27 x □ = 432".

- A dígitos que faltan: "93 x 8□ = 8□□1". Esta actividad la recomienda Johnson[1] (1981: 28-29).

- A dos miembros: "□□ x □□= 1050"; vase el juego de Blakelay[2] (1980).

- A una cadena de cálculos: 27 ——→ 1512 ——→ 42. Esta actividad es muy común en textos francófonos; véase Bedoret, Horlait y Papy[3] (1981: 17-29).

- A los miembros y a la operación que los relaciona; para lo cual hay que preparar previamente la calculadora haciendo uso de la constante. El juego propuesto por Meissner[4] (1985) denominado de "BIG ONE" y desarrollado por Fielker[5],[6] (1986: 49-56; 1987: 417-437) desarrolla en profundidad estrategias calculatorias. Tal juego consiste en programar la calculadora para dividir por 31 (constante).

  31 ÷ ÷ = . El alumno debe obtener 1, presionando sólo números y la tecla =.

- A un miembro o a la operación conociendo el intervalo en que el resultado está comprendido"□ $\xrightarrow{\times 17}$ [560, 575]. Actividad, ésta, desarrollada en profundidad

---

[1]: JOHNSON, D.C. (1981): Op. cit.

[2]: BLAKELAY, B. (1980): **One plus.** Mathematics in school, 9, 2. También en: "Calculator in the Primary School. Readings from MIS & MT". Op. cit.

[3]: BEDORET, M.; HORLAIT, B. y PAPY, F. (1981): **Routes fléchées et calculateur electronique.** Mathématique et Pédagogie, 30.

[4]: MEISSNER, H. (1985): Op. cit.

[5]: FIELKER, D.S. (1986): Op. cit.

[6]: FIELKER, D.S. (1987): Op. cit.

por Meissner[1] (1980).

C) Relaciones numéricas

En las que se descubren aspectos sobre números y operaciones que dan sentido operatorio. Variantes específicas serían:

- Formar un número a partir de cifras, que no contiene, y de determinadas funciones. Ejem: "Obten 17, usando sólo las teclas 3, 5, +, -, x, ÷". Elder[2] (1975: 42-43) describió actividades afines a esta propuesta. Gardner[3] (1976: 126-129) desarrolla esta idea a gran complejidad, siguiendo su tradición de ver el lado lúdico de la matemática, aunque los cryptoaritmogramas, que propone, son poco utilizables en Primaria por su dificultad.

  Etlinger y Vitale[4] (1977) insisten en esta idea, de generar un número dado, mediante el uso repetido de operaciones y dígitos preespecificados.
- Efectuar un cálculo prohibiendo el tecleo de una cifra incluida. Ejemplo: "Calcula 209 x 15, sin utilizar la tecla del 0. Esta propuesta es un extensión del dominio

---

[1]: MEISSNER, H. (1980): Op. cit.

[2]: ELDER, M.C. (1975): **Mini-calculators in the classroom.** Contemporary Education, 47, fall.

[3]: GARDNER, M. (1976): **Mathematical games: Fun and serious business with the small electronic calculators.** Scientific American, 235, july.

[4]: ETLINGER, L. y VITALE, M. (1977): **Calculator activity book: motivating activities to a greater understanding of mathematics.** Educational Teaching Aids. Chicago.

"valor de posición", que ha sido considerada por Ockenga y Duea[1] (1979: 102-106) y Haylock[2] (1982: 52).

- Generar una operación indicada a partir de una serie de dígitos. Ejemplo: "Con 2, 3, 6 y 8, formar el mayor producto del tipo□□x□ □". Schlossberg y Brockman[3] (1977) y Beardslee[4] (1978: 227-241) lo consideran el modo de consolidar dos o más conceptos interrelacionados; (en nuestro caso, orden y producto).

D) Justificar algoritmos tradicionales y desarrollar algorimos nuevos y/o alternativos.

Schmalz[5] (1978: 46-47) opina que la calculadora puede reordenar algunas de las antiguas y básicas tradiciones de la educación matemática. Dada la disponibilidad de las calculadoras cada niño debería desarrollar aquellos algoritmos que pueda usar en ausencia de la máquina. Tales algoritmos alternativos serán más largos pero también más comprensibles y útiles.

---

[1]: OCKENGA, E. y DUEA, J. (1979): **Ideas.** Arithmetic Teacher, 26, february. También en "Calculators. Readings from AT & MT", op. cit.

[2]: HAYLOCK, D. (1982): **The mathemtics of a dud calculator.** Mathematics Teaching, 101. También en "Calculators in the Primary School. Readings from MIS & MT", op. cit.

[3]: SCHLOSSBERG, E. y BROCKMAN, J. (1977): **The kid's pocket calculator game book.** William Morrow. New York.

[4]: BEARDSLEE, E.C. (1978): **Teaching computational skills with a calculator.** En "1978 Yearbook. NCTM. Developing Computational Skills", M.N. Suydam y R.E. Reys (editores). NCTM. Reston. Va.

[5]: SCHMALZ, R. (1978): **Calculators: What diference will they make?.** Arithmetic Teacher, 26, december.

Bruni y Silverman[1] (1976: 108-115) afirman que la calculadora puede demostrar su utilidad, al ayudar a los niños a comprender los algoritmos tradicionales, aportando actividades que conlleven al alumno a considerar por qué un algoritmo funciona: Actividades tales como:

$$45 \times 8 = \qquad (40 \times 8) + (5 \times 8) =$$

Jones[2] (1981: 31-34) insiste en el dominio del algoritmo de multiplicar, desarrollando las diversas alternativas para calcular 72 x 49.

Fielker[3] (1986: 46-49) oferta la idea de realizar un cálculo, sin teclear la tecla función respectiva. Ejemplo: "Como calcular 79 x 8, si la tecla $\boxed{\times}$ está estropeada".

Udina i Abelló[4] (1989: 147-154) considera que la calculadora es útil para "entender bien el concepto de algoritmo y las técnicas básicas de descripción, representación y análisis". Utilizando diagramas de flujo o los calculogramas, ideados por el Grupo Azarquiel[5] (1983), con ayuda de la calculadora, puede obtenerse comprensión de los algoritmos tradicionales o de otros alternativos.

---

[1]: BRUNI, J.V. y SILVERMAN, H.J. (1976): **Let's do it. Taking advantage of the hand calculator.** Arithmetic Teacher, 23, november.

[2]: JONES, C. (1981): **72 x 49.** Mathematics Teaching, 24. También en "Calculators in the Primary Schools. Readings from MIS & MT", op. cit.

[3]: FIELKER, D.S. (1986): Op. cit.

[4]: UDINA i ABELLO, F. (1989): Op. cit.

[5]: GRUPO AZARQUIEL y COLERA, J. (1983): Op. cit.

E) Propiedades de las operaciones

Desarrollar el concepto de propiedad de una operación es bastante factible de llevar a efecto con calculadora. Generalmente, tales propiedades se demuestran con números pequeños y de modo deductivo. Ampliar la generación del concepto de propiedad a números largos y a planteamientos inductivos, utilizando la calculadora para:

- Apreciar la igualdad.
- Efectuar el cálculo ordenadamente.
- Escribir la expresión equivalente,

es un modo de consolidar tales conceptos.

Autores que trabajan estos usos son Kaufman y Haag[1] (1977: 289-292), Meissner[2] (1978), Spiker y Kurtz[3] (1987).

F) Detectar y tipificar errores de cálculo

Al operar con calculadora es posible cometer errores. Tales errores pueden ser debidos a defectos de la máquina o a defecto del sujeto. Estos últimos son los más habituales (equivocación al teclear). Es conveniente ejercitar todos los casos en que se pueda producir errores y procurar que el niño averigue cúal es el error que se ha cometido.

---

[1]: KAUFMAN, B. y HAAG, V.H. (1977): **New math or old math? The wrong question.** Arithmetic Teacher, 24, april.

[2]: MEISSNER, H. (1978): **Vorschalage zum taschenrechnereinsatz bis klase 7.** TIM. Münster.

[3]: SPIKER, J. y KURTZ, R. (1987): Op. cit.

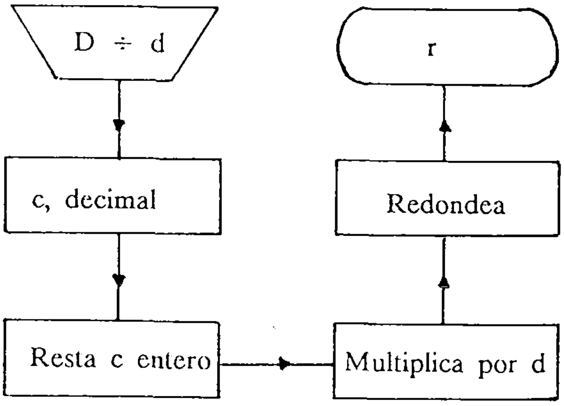
Usar la tecla de borrado de error, C ó CE ó CE/ON, habituar a que todo cálculo con máquina se debe repetir y tipificar el error cometido son destrezas útiles para el alumno. Véase una actividad "ad hoc": "82 + 64 = 5248. ¿Qué error se ha cometido?".

Thompson[1], (1981: 66-68) haciéndose eco de la tipología de errores de Donaldson[2] (1963), (errores arbitrarios, estructurales y ejecutivos), presenta una serie de métodos de chequeo, usando la propia calculadora como detector, y otras técnicas de comprobación.

G) Cálculo del resto de una división entera

Una de las anomalías que representa la calculadora elemental es que no oferta el resto de una división entera. Varias propuestas alternativas existen para calcularlo. Houben y Vanhamme[3] (1982: 91-97) proponen utilizar la relación fundamental de la división, (D ÷ d → c, entero; D - d x c = r), utilizando la memoria de la calculadora.

Rico et al[4] (1990: 131) ofertan una aproximación en diagramas de flujo:



---

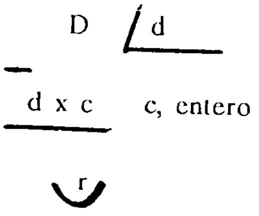
[1]: THOMPSON, I. (1981): Op. cit.

[2]: DONALDSON, . (1963): **A study of children's thinking.** Tavistock. Londres.

[3]: HOUBEN, J.P. y VANHAMME, W. (1982): **La calculatrice dans le cycle inferieur.** Mathématique et Pédagogie, 39.

[4]: RICO, L.; CASTRO, E.; FERNANDEZ CANO, A.; FORTUNY, J.M.; VALLDAURA, J. y VALENZUELA, J. (1990): Op. cit.

Ambas alternativas tienen sus dificultades, ventajas e inconvenientes y sería útil estudiarlas, más en profundidad, mediante un estudio comparativo. En esta investigación se ha utilizado una vía intermedia que se apoya en la clásica caja de dividir:



La A.P.M.E.P.[1] (1983: 109-117) apoya un uso mixto de la calculadora y el algoritmo tradicional, como modo de justificar la parte decimal del cociente.

3.3.4.- Estimación y aproximación

La estimación y la aproximación son destrezas necesarias para usar juiciosamente la calculadora, ya que es conveniente estimar el tamaño de la respuesta que se espera de un problema, en orden de comprobar que éste ha sido correctamente formulado para tratarlo con calculadora y que se han presionado las teclas correctas. Muchas de las destrezas de estimación descansan en el uso de "números redondeados" para dar una aproximación. Estos números redondeados, a menudo a una sola cifra significativa, (la de orden mayor), se usan para realizar un cálculo mental que aproxima a la respuesta esperada. Abundantes juegos se han diseñado con este fin en los que la respuesta ha de estimarse antes de operar con la calculadora.

---

[1]: A.P.M.E.P. (1983): **Utilisation de la touche ÷ dans un CM2.** En "Calculatrices. 4. Operations", nº 31, APMEP.

La técnica de estimación que se oferta en este estudio es la siguiente:

- Para suma, resta y multiplicación: redondeo a la unidad de orden mayor, cálculo mental (por dominio de resultados básicos) y posible ajuste con el resto de cifras. Así:

$$279 + 3847 + 58 \longrightarrow 300 + 4000 + 60 = 4360.$$

$$6179 - 2836 \longrightarrow 6000 - 2000 = 4000$$

$$687 \times 49 \longrightarrow 700 \times 50 = 35000$$

El proceso es algo más complicado para la división: Se averigua el intervalo en que está comprendido el cociente multiplicando el divisor por 1, 10, 100, 1000, ... y comprobando cual es el mayor de los productos que es menor que el dividendo. Ejemplo:

$$\begin{array}{l|l} 6798 & \underline{37} \\ & \end{array}$$

$$37 \times 1 = 37 < 6798$$

$$37 \times 10 = 370 < 6798$$

$$37 \times 100 = 3700 < 6798$$

$$37 \times 1000 = 37000 > 6798$$

El cociente está comprendido entre 100 y 1000, tiene, por tanto tres cifras.

- Se averigua la primera cifra del cociente operando con los primeros dígitos de dividendo y divisor.

$$\begin{array}{l|l} 6798 & \underline{37} \\ & \sim 200 \end{array}$$

$$6 \div 3 = 2$$

Luego, el resultado aproximado es 200

Para un desarrollo exhaustivo de técnicas de estimación y cálculo aproximado véase Segovia[1] (1986), aunque sin incorporar el uso de calculadora.

El uso de calculadora para reforzar técnicas de estimación, ha sido tratado en profundidad por Bruni y Silverman[2] (1976: 494-501), Ockenga y Duea[3] (1978: 28-32) en cuatro fichas de trabajo con las que la calculadora puede usarse para aportar práctica sobre estimación; Blakeley[4] (1984: 39-40) da una serie de juegos y puzzles de estimación con calculadora para dos participantes; Reys et al[5] (1984) objetan la falta de investigación requerible sobre este tópico, al par que expresan la necesidad de identificar las "mejores estrategias y los materiales apropiados" a desarrollar e incorporar en nuestros libros de texto y en guías curriculares; Musser[6] (1982: 40-42) oferta algoritmos mentales de respuesta exacta y aproximada, para la suma y resta; y Yabar[7] (1981) es, que conozcamos, el primer autor en lenguas españolas que se plantea la relación entre calculadora y cálculo mental.

Se ha pretendido ver a la calculadora como la gran amenaza al cálculo mental

---

[1]: SEGOVIA, I. (1986): **Estimación y cálculo aproximado en la E.G.B.** Memoria de Licenciatura. Universidad de Granada.

[2]: BRUNI, J.V. y SILVERMAN, H. (1976): Op. cit.

[3]: OCKENGA, E. y DUEA, J. (1978): Op. cit.

[4]: BLAKELEY, B. (1984): **Calculators corner.** En "Calculators in the Primary School. Reading from MIS & MT", op. cit.

[5]: REYS, R.E.; TRAFTON, P.R.; REYS, B.B. y ZAWOJEWSKI, J.J. (1984): **Developing computational estimation materials for the grades. Final report.** National Science Foundation, may, Washington, D.C.

[6]: MUSSER, G.L. (1982): **Let's teach mental algorithms for addition and subtration.** Arithmetic Teacher, 29, april.

[7]: YABAR, J.M. (1981): Op. cit.

(exacto o estimativo). Más bien todo lo contrario, la calculadora permitirá recuperar el cálculo mental, ambos son elementos básicos sobre los que fundamentar un cálculo actualizado (el otro vértice, será el uso de recursos sensoriales o concretos en niveles escolares iniciales y en fundamentación del número y sus operaciones). Para esta discusión véase un trabajo previo de Fernandez Cano[1], (1990), en el que da una visión del asunto desde la perspectiva de la metodología lakatosiana.

La polémica sobre el peligro amenazador de las calculadoras sobre el cálculo mental es planteada y remontada haciendo ver que la calculadora puede ser un auténtico reforzador y explorador de la estimación. Shuard[2] (1986: 113-114) expresa que "muchos de los juegos y actividades con calculadora que han sido instrumentados en los últimos años son poderosas herramientas para alentar a la computación mental; los cálculos mentales a menudo han de hacerse para <u>decidir</u> qué introducir en la calculadora para lograr una estrategia vencedora. En otros juegos, la calculadora no es parte esencial del juego pero se usa para comprobar qué cálculos mentales se han realizado correctamente".

La escuela alemana ha tratado en profundidad esta cuestión. Kriebel[3] (1977: 31)

---

[1]: FERNANDEZ CANO, A. (1990): Op. cit.

[2]: SHUARD, H. (1986): Op. cit.

[3]: KRIEBEL, H. (1977): Taschenrechner in der schule-wird das kopfrechnen abgeschft?. EL[illegible]

estima que el cálculo mental no será suprimido en la escuela. Lange (1978)[1], (1979[2]: 430-441) ideó un método didáctico para incrementar la prestación del cálculo mental con alumnos de 3º de primaria llegando a la conclusión de que tal tópico se ve fortalecido en su extensión y rapidez.

Las críticas al uso de calculadora como falso inductor de destrezas estimatorias (véase Saxon[3], 1987: 20-21) se centran en que "estimar es una destreza compleja *("high order")* que sólo se desarrolla cuando es necesario y contando con una buena comprensión previa. Introducir las calculadoras en el aula será usar un sustituto de la comprensión, haciendo que los alumnos se resistan al arduo esfuerzo mental que se requiere para desarrollar el sentido numérico y la capacidad de estimar"

Sin embargo, existen actividades imaginativas que fuerzan/ suscitan la puesta en marcha de destrezas estimatorias. Ockenga y Duea[4] (1985: 272-276) proponen una serie de actividades con productos y cocientes, ampliables a sumas y restas, en las que hay que averiguar los miembros de una operación cuyo resultado se aproxima más a un número dado *(target number)*.

---

[1]: LANGE, B. (1978): **Eine untersuchung zur steigerung der kopfrechnenleistung in einen 3. Schuljahr: dargestellt an ausgewählten beispielen der addition und subtraktion.** Contenido en "Schriftliche ....", op. cit.

[2]: LANGE, B. (1979): **Scheneller kopfrechnen mit der taschenrechner.** Sachunterricht und Mathematik in der Grundschule (Primarstule), 11, november.

[3]: SAXON, J. (1987): Op. cit.

[4]: OCKENGA, E. y DUEA, J. (1985): **Estimate and calculate.** Mathematics Teacher, 78, january.

Wheatley y Herberger[1] (1986: 182-185) proponen el juego denominado "Range Game" en el que usando calculadora el alumno debe encontrar números, dentro de un intervalo, que satisfagan una ecuación dada.

Insistir en la racionalidad de la respuesta dada por la calculadora, debe ser uno de los aspectos más cruciales a considerar. En un estudio realizado por Reys et al[2] (1980) se preparó una calculadora para que diera respuestas incorrectas. A alumnos y adultos, que eran buenos estimadores, se les dijo que usaran la calculadora defectuosa para comprobar sus respuestas. Incluso los buenos estimadores, cuando confrontaban su respuesta con la de la calculadora, generalmente aceptaban esta última como la correcta y predecían que su estimación era errónea. Esto nos sugiere que, a menudo, se confía en exceso en la máquina.

Propuestas imaginativas para desarrollar destrezas de estimación usando calculadora las encontramos en Coburn[3] (1987: 31-58), que enfatiza el proceso de usar el primer ensayo como base de ajuste de un segundo.

---

[1]: WHEATLEY, G.H. y HERSBERGER, J. (1986): **A calculator estimation activity.** En "1986 Yearbook - NCTM. Estimation and mental computation", H.L. Schoen Y M.J. Zweng (editores). NCTM. Reston. Va.

[2]: REYS, R.E.; BESTGEN, B.J.; RYBOLT y WYATT, J.W. (1980): Op. cit.

[3]: COBURN, T.G. (1987): **Ideas.** En "Calculators. (Focus Issue)", op. cit.

Schoen[1] (1987: 28-29) ofrece una técnica bastante similar a la propuesta en este estudio para realizar estimaciones directas.

Resumiendo: enseñar estimación se justifica en que:

1º Cuando el tamaño de los miembros intervinientes es largo, un modo de obtener una respuesta aproximada es estimando (obtener un resultado).

2º Es un modo de verificar la razonabilidad de la respuesta emitida por otro recurso o agente (contrastar un resultado)

3º Facilita el desarrollo del sentido numérico.

4º Es el modo más natural y habitual de calcular y no depende de ningún otro recurso externo (lápiz, papel, ábaco, calculadora, ordenador).

Incorporar el tópico estimación a un currículum de matemáticas elementales plantea el dilema de tipificar un espectro de cálculos que tengan en cuenta:

- Cálculos básicos (resultados numéricos básicos)
- Cálculos mentales exactos.
- Cálculos mentales aproximados (estimación)
- Cálculos básicamente automatizados.

Girling[2] (1977) ya emitía una definición de numeración básica. Plunkett[3] (1984) es

---

[1]: SCHOEN, H.L. (1987): **Estimation and mental computation**. En "Calculators. (Focus Issue)", op. cit.

[2]: GIRLING, M. (1977): Op. cit.

más explícito y, basándose en los trabajos de Moore y Williams[1] (1980) y Williams[2] (1962-3) sobre frecuencia de uso y dificultad de cálculo, oferta unas bandas o espectro de cálculos bien distintivas:

Tabla IX: ESPECTROS DE CALCULOS, por Plunkett[3] (1984)

Banda	Roja	Naranja	Amarilla	Verde	Azul
Suma	5 + 9	135 + 100	139 + 28	592 + 276	3964+7123+987
Resta	13 - 8	85 - 20	83 - 26	592 - 276	6019 - 1593
Producto	4 x 7	5 x 30	17 x 3	931 x 8	931 x 76
División	35 ÷ 5	90 ÷ 3	72 ÷ 4	693 ÷ 7	8391 ÷ 57
Acceso	Hechos básicos	Mental exacto. Un sólo paso	Mental exacto. Métodos de cálculo mental	Mental aproximado (estimación). Comprobación con calculadora	Calculadora. Estimación de la razonabilidad del resultado.

Una propuesta plausible de implementación de estas bandas y acceso según niveles de la educación primaria podría ser la dada en la siguiente tabla:

---

[3]: PLUNKETT, S. (1984): Op. cit.

[1]: MOORE, N. y WILLIAMS, A. (1980): **Mathematics for life. Teacher Book, General Introduction.** Longman. Londres.

[2]: WILLIAMS, J.D. (1962-3): **Arithmetic and the difficutes of calculative thinking.** Educational Research. 5. 3.

[3]: PLUNKETT, S. (1984): Op. cit.

Tabla X: PROPUESTA DE IMPLEMENTACION DEL CALCULO EN LA ENSEÑANZA PRIMARIA:

(niveles x bandas x acceso)

	NIVELES					
BANDAS	1º	2º	3º	4º	5º	6º
Hecho básico (Resultado numérico)	Roja	Roja	Roja	Naranja	Naranja	Amarilla
Mental exacto. Un solo paso	Roja	Naranja	Naranja	Naranja	Amarilla	Amarilla
Mental exacto. Métodos de cálculo mental		Naranja	Amarilla	Amarilla	Amarilla	Verde
Mental aproximado (estimación). Comprobación posterior con calculadora			Amarilla	Amarilla	Verde	Azul
Calculadora. Estimación de la racionalidad del resultado				Verde	Azul	Azul

3.3.5. Decimales y fracciones:

Estamos ante los dos tópicos numéricos más afectados por la calculadora. El primero, positivamente, ya que este conjunto numérico es operativo con calculadora (Los decimales son sumables, restables, multiplicables y divisibles tal como los naturales). Este tópico, entonces, se ve magnificado y, aún más, cuando en toda división inexacta su resto será decimal.

Por contra, el papel de las fracciones se ve ostensiblemente disminuido ya que la calculadora no opera directamente con ellas. De aquí, que "el futuro de las fracciones en un currículum afectado en profundidad por la calculadora sea azaroso y pesimista" (Usinskin[1], 1979: 18-20). Parks[2] (1975: 18-21) se percató de esta peculiaridad proponiendo

---

[1]: USISKIN, Z.P. (1979): The future of fractions. Arithmetic Teacher, 27, 6, january.

el tratamiento de decimales y no el de fracciones.

Se han descrito diversos procedimientos para operar con fracciones en calculadora. Willson[1] (1978: 18-20) describe un procedimiento que implica usar la función recíproca ($\longleftrightarrow$), no disponible en muchas calculadoras elementales para plantear la respuesta como una fracción.

Sin embargo, estamos con Shuard[2] (1986: 117) cuando afirma que las fracciones continuarán usándose coloquialmente en la vida cotidiana. Para usar calculadora, es esencial que el niño comprenda la relación fracción-decimal que se plasma en igualdades del tipo:

$$\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0.75 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 0.25 + 0.25 + 0.25 = 3 \times 0.25$$

También la fracción tiene otra funcionalidad, aparte de ser la expresión de un cociente, en los conceptos de razón y probabilidad.

Calcular la fracción de una cantidad larga (3/4 de 850.000) requerirá emplear la máquina para obtener un resultado exacto.

Sin duda, las operaciones formales con fracciones, perderán énfasis en un currículum

---

[2] PARKS, T.E. (1975): **Minicalculators: Opportunity or Dilema?** Bulletin of the Kansa Association of Teacher of Mathematics, 49, april.

[1] WILLSON, W.W. (1978): **Fractions by calculator.** Mathematics in School, 7, may.

[2] SHUARD, H. (1986): Op. cit.

de calculadora, no sólo por la dificultad de manejarlas, sino también por la poca utilidad que tienen tales operaciones.

El caso de los decimales es todo lo contrario. Bien pronto, el alumno que usa la calculadora, se enfrenta a respuestas del tipo:

10 ÷ 3 = 3'333333

Un problema capital del currículum numérico es instrumentar materiales curriculares que ayuden a los niños a interpretar los términos de la división, cuando la pantalla exhibe respuestas como 3.3333333, en un momento en el que los alumnos tienen, tan sólo una escasa comprensión intuitiva de lo que tales números significan. Incluso respuestas como 7 ÷ 2 = 3.5 son desconcertantes para el niño que cree que el resto es 5.

Shuard[1] (1986: 115) enfatiza que es necesario mucho trabajo sobre materiales curriculares en esta área para que el niño detecte la importancia relativa de las posiciones decimales, y entonces, comprenda sus significados.

Propuestas de trabajo en esta línea son las marcadas por Maassen[2] (1976: 46), sobre

---

[1]: SHUARD, H. (1986): Ibidem.

[2]: MAASSEN, V. (1976): Taschenrechner konvertiert dualzahlen in dezimalzahlen. Elektronic. 7.

la conversión a decimales: Schönwald[1],[2] (1977. 1978) insistiendo en la escritura comprensiva (valor posicional); TIM Project Gruppe[3] (1977: 221-229) introduce simultáneamente decimales y fracciones con ayuda de calculadora.

El tópico decimales ha recibido un tratamiento mucho más extenso. Aparte de las razones citadas, hay otra fundamental cuál es la vigorización que le da la adopción del Sistema Métrico Decimal en países anglosajones. Así, Allen[4] (1977: 850-851) estudia la efectividad del uso de calculadora para aprender cantidades decimales y el Sistema Métrico, encontrando diferencias significativas para el grupo de calculadora.

Los trabajos sobre enseñanza de los decimales con calculadora son abundantes. Suydam (1979) anota 16 estudios y/o investigaciones hasta esa fecha. Un barrido sobre el tópico "Calculadoras" solicitado a la U.M.I *(Comprehensive Dissertation Query Service)* nos muestra que el tema sigue siendo considerado: trabajos de Burnett[5] (1986: 2174) y Mellon[6] (1986: 640).

---

[1]: SCHÖNWALD, H.G. (1977): **Zur Schreibweise von dezimalzahlen.** Sachuntenrricht und Mathematik in der Grundschule, Heft 4/Jg, 5, april.

[2]: SCHÖNWALD, H.G. (1978): **Auf wieviele dezimallstellen genau sollen ergebnisse abgelesen werden?** Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, Heft 3/Jg, 10, september.

[3]: TIM PROJEKT GRUPPE (1978): **Taschenrechner im mathematikunterricht für 5-bis 12 jährige.** Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, Heft 4/Jg, 10.

[4]: ALLEN, M.B. (1977): Op. cit.

[5]: BURNETT, Ch.M. (1986): Op. cit.

[6]: MELLON, J.A. (1986): **Calculator based units in decimals and percents.** (ED. Columbia University Teacher College). DAI, 46/03-A

Un trabajo interesante para la enseñanza de decimales es el expuesto por Knowles[1] (1979: 26-30) en el que combina calculadora y regletas Cuisenaire.

Ockenga[2] (1984: 51-53) presenta nueve actividades usando calculadora para generar interés por el estudio de las fracciones, enfatizando destrezas de estimación.

Weibe[3] (1987: 57-58) critica la práctica persistente en países anglosajones, reminiscencia de su sistema imperial de medida, de retrasar la introducción de decimales hasta que se hayan dominado las operaciones con fracciones. Recomienda empezar a enseñar la numeración decimal en tercer grado, como una extensión del número natural. Weibe incita a los profesores a que se cuestionen enseñar operaciones con fracciones y tomen la decisión que él propone de posponerlas a secundaria superior, donde tiene un uso como simplificador de expresiones algebráicas.

3.3.6.- Teoría de números

Sin duda es uno de los tópicos más afectados por el uso de calculadora ya que la máquina permite al alumno la exploración y la investigación numérica sin contraer una

---

[1]: KNOWLES, F. (1979): **Coloured rods, a calculator and decimals.** Mathematics Teaching, 86. También en "Calculators in the Primary School. Readings from MIS & MT", op. cit.

[2]: OCKENGA, E. (1984): **Chalk up some calculator activities for rational numbers.** Arithmetic Teacher, 31, 6, february.

[3]: WEIBE, J.H. (1987): **Calculators and the mathematics curriculum.** En "Calculators. Focus Issue", op. cit.

pesada carga computativa. Además, posibilita que la atención permanezca sobre el problema a tratar y sobre las regularidades que emergen naturalmente como resultados numéricos.

Shuard[1] (1986: 47) considera que este tópico es el más apropiado para que el niño realice pequeñas investigaciones, en las que el método a seguir pasa por:

1º Tratar casos particulares

2º Encontrar y describir la regularidad

3º Predecir casos futuros

4º Verificar regularidades en casos futuros.

A veces, no siempre, es posible que el niño dé una explicación general de lo tratado. Pero incluso si no alcanza el estadio final, el trabajo investigacional con áreas de la teoría de números es de gran valor pues posibilita al alumno a esperar y buscar un patrón y regularidad en las matemáticas, a usar su comprensión sobre cómo los números se comportan, a expresar patrones matemáticos y a experimentar confianza en la fuerza de la exploración matemática.

La exploración de la Teoría de Números es susceptible de llevarse a efecto como juego. Un buen juego aporta al alumno la necesaria práctica repetitiva y lleva a generalizaciones como resultado de hacer la misma cosa en diferentes instancias numéricas.

---

[1]: SHUARD, H. (1986): Op. cit.

Cuatro áreas de la Teoría de Números están afectadas por el uso de calculadora, a saber:

A) Cálculos mágicos y esotéricos, en los que el alumno debe aplicar algunas de las fases del método investigacional propuesto anteriormente sin buscar una razón íntima. Algunos de estos cálculos son susceptibles de utilizar para disolver falsas inducciones.

En referencias anglosajonas, a estos cálculos se les denomina *"tricks"* (trucos,bromas) y los podemos encontrar en Pallas y Behr[1] (1976) y Rogers[2] (1975).

Algunas de las propuestas más habituales son:

- Dado "abc abc ÷ 13 ÷ 11 ÷ 7 = abc".
- Palindromes: "ab + ba = nn", tratado por Blakely[3] (1979: 29).
- Números mágicos: "142857 multiplicado por 2, 3, 4, 5, 6".
- Números capicúas: "528 + 825 → 1353 + 3531 = 4884".
- Cuadrados mágicos: de 3 x 3, 4 x 4, ...
- Juegos de prestidigitación. Dado: "ab si se multiplica por 3 y por 3367 o por 7 y 1443 se obtiene repetidamente ababab".

---

[1]: PALLAS, N. y BEHR, J. (1986): **Calculator puzzles, tricks and games.** Sterling Publishing Co. Inc. New York.

[2]: ROGERS, J.T. (1957): **The calculating books: Fun and games with your pocket calculator.** Random House. New York.

[3]: BLAKELEY, B. (1979): **Palindromes.** Mathematics in School, 8. march.

- Obtención de los dígitos mágicos 1, 4, 6 y 7.

Hyatt[1] (1987: 38-43) hace un listado exhaustivo de actividades relativas a Teoría de Números insistiendo en operaciones con pares e impares, productos extraños (ab x cd = ba x dc), números amigos (aquel que la suma de sus factores es igual a otro).

Fernández y Rodríguez[2] (1989) dan una serie de juegos relativos a este área (cuentas incompletas y adivinar números ocultos) en los que la calculadora desempeña un papel vital para tanteo y comprobación. Véanse algunos casos:

$$+\begin{array}{r} *\,*\,* \\ *\,*\,* \\ \hline *\,*\,7\,7 \end{array} \qquad \times\begin{array}{r} 24 \\ ** \\ \hline *\,36 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 4\,*\,4 & *\,4 \\ \cline{2-2} 4\,* & 4 \end{array}$$

Siendo * el mismo dígito u otro distinto.

B) Patrones / regularidades ("*Patterns*")

Descubrir una regularidad numérica conlleva hacer una profunda reflexión sobre las relaciones numéricas internas que emergen de un planteamiento dado. Muchas de estas relaciones adoptan una regularidad o patrón que se repiten indefectiblemente en una serie de sentencias numéricas de menor a mayor extensión; de aquí, que la calculadora sea tremendamente útil al resolver los cálculos en tales sentencias y permitir que el alumno

---

[1]: HIATT, A.A. (1987): **Activities for calculators.** En "Calculator. (Focus Issue)", op. cit.

[2]: FERNANDEZ, J. y RODRIGUEZ, M. (1989): **Juegos y pasatiempos para la enseñanza de la matemática elemental.** Síntesis. Madrid.

se centre en el descubrimiento.

Regularidades o patrones son abundantes en Aritmética; algunos son bastante simples, por ejemplo: "Si la cifra de las unidades de 4 x 7 es 8, cual será en 84 x 27, 74 x 7, 4 x 97, 804 x 207, ..."

Pero por patrón o regularidad entendemos una serie de secuencias de cálculo susceptibles de resolución, sin operar en todas ellas, en base a cierta disposición espacial y/o ordenada de los resultados iniciales.

Al efectuar cada uno de estos casos particulares:

37 x 3 = 111

37 x 6 = 222

37 x 9 = 333

37 x 12 = 444

Puede inferirse que el producto de 37 por los múltiplos de 3 expresa una peculiaridad especial en el orden de los resultados. Si llegado aquí, el alumno ha descubierto tal regularidad, puede, entonces sin necesidad de calcular, predecir casos futuros.

37 x ☐ = 666; ☐ x 5 = 555; 37 x 21 = ☐

Sin duda, en este tipo de tareas el alumno pone en suerte su capacidad de exploración motivada por el carácter de juego que le anima.

Los patrones o regularidades son de diferentes tipos y dificultad; los hay multiplicativos, mixtos (suma/resta y producto) y con potencias.

La bibliografía sobre exploración de patrones numéricos es abundante: Greenwood[1] (1977: 234-238) propone actividades para utilizar calculadora, en situaciones de aprendizaje por descubrimiento, para explorar patrones numéricos multiplicativos.

Bright[2] (1978: 28-32) usa calculadora para resolver problemas de reconocimiento de patrones. Schmalz[3] (1978: 439-442) da una extensa lista de patrones numéricos con claves didácticas de exposición. Aviv[4] (1979: 158-162) insiste en la verbalización de la norma *(rule)* que rige a cada regularidad. Blakelay[5] (1980: 46) propone averiguar el patrón que se infiere sobre las dos últimas cifras de las potencias de 7.

---

[1]: GREENWOOD, J. (1977): **A product of our times.** Mathematics Teacher, 70, march.

[2]: BRIGHT, G. (1978): **Ideas.** Arithmetic Teacher, 25, 6, february.

[3]: SCHMALZ, R. (1978): **Calculator capers.** Mathematics Teacher, 71, may.

[4]: AVIV, Ch. A. (1979): **Patterns gazing.** En "Calculator. Readings from AT & MT", op. cit.

[5]: BLAKELAY, B. (1980): **All the sevens.** Mathematics in School, 9, 3. También en "Calculators in the Primary School. Readings from AT y MAT".

Baldrich y Segarra[1] (1986) ofrecen abundantes patrones, incorporados en libros de texto de primaria, susceptibles de resolución utilizando calculadora.

C) Decimales recurrentes/períodicos:

La representación decimal de números racionales ofrece una rica fuente para la investigación, ya que proporciona regularidades que son al par sorprendentes y predecibles. La calculadora es esencial en esta experimentación para convertir una fracción a su expresión decimal.

El tratamiento de decimales períodicos en profundidad es más propio de secundaria, pero, sin embargo, una iniciación a los mismos, que insista en la regularidad inserta, puede ser relevante.

La bibliografía sobre decimales períodicos es extensa, tanto apoyada o no con calculadora, y dado que este área es un dominio de la teoría de números. Véase Lichtenberg[2] (1978: 524-530), en el que la calculadora se usa para determinar decimales períodicos y se aportan varios teoremas y ejemplos; Hobbs y Burris[3] (1978: 18-20) que aportan un algoritmo para generar la representación decimal de cualquier número racional

---

[1]: BALDRICH, J. y SEGARRA, U. (1986): Op. cit.

[2]: LICHTENBERG, D.R. (1978): Minicalculators and repeating decimals. Mathematics Teacher, 71, 1, september.

[3]: HOBBS, B.F. y BURRIS, Ch. H. (1978): Minicalculators and repeating decimals. Arithmetic Teacher, 25, 8, april.

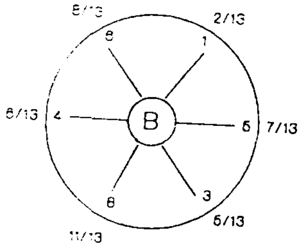
en detalle; Kilmer[1] (1978: 23-27) que oferta técnicas, descubrimiento y ejercicios para operar con decimales períodicos.

Las propuestas para primaria van más en el sentido de:

- Descubrir regularidades con decimales períodicos
- Realizar cálculos sencillos con decimales períodicos.
- Apreciar peculiaridades de algunos decimales períodicos.

Tyler[2] (1977: 43), Ounsted[3] (1978), Pallister[4] (1978: 80) trabajan con las expresiones decimales n/7 , n/13, n/17, n/41, en la que se aprecian diversas regularidades:

Mazoomdar[5] (1982: 47) insiste en cálculos sencillos con decimales períodicos (n/7, n/3, ...) y en la configuración cíclica-espacial de algunas propiedades. Por ejemplo: la clasificación de las fracciones de denominador 13 según la propiedad de complementariedad:



---

[1] KILMER, J.E. (1978): **Periodic decimal discoveries with a calculator.** Journal of California Math Council, 3, october.

[2] TYLER, K. (1977): **Still more on recurring decimals.** Mathematics Teaching. 80, september.

[3] OUNSTED, J. (1978): **Pocket calculators and recurring decimal.** Mathematics Teaching. 82. march.

[4] PALLISTER, J. (1978): **Recurring decimals-yet another algorithm.** Mathematics Teaching. 83. También en "Calculators in the Primary School. Readings from MIS & MT", op. cit.

[5] MAZOOMDAR, A. (1982): **Some properties of recurring decimal.** Mathematics in School. 11, 1. También en "Calculators in the Primary School. Readings from MIS & MT", op. cit.

3.3.7.- Potencias y raices:

Aunque estos tópicos son más propios de secundaria, su iniciación arranca en los últimos cursos de primaria.

Para el estudio de potencias (exponentes) las actividades más usuales que se proponen son las recomendadas por Coburn[1] (1987: 31-37) y Hiatt[2] (1987: 38-43):

- Uso de la constante multiplicativa; ejemplo: " 6 x x = = = =1296 = 2^6

- Busca de patrones en las unidades de las potencias de un número; ejemplo: "calcula 9^1, 9^2, 9^3, 9^4. Observa la cifra de las unidades ¿Qué patrón se manifiesta?"

En el estudio de raíces (principalmente cuadradas y cúbicas) la tendencia es usar el método "ensayo y mejora" o resolver un problema mediante aproximación sucesiva (iteración). Tal método es una estrategia importante de estudio en las nuevas matemáticas numéricas y "la calculadora facilita su desarrollo temprano de un modo natural en el niño" (Shuard[3], 1986: 119).

Un ejemplo de utilización de éste método de "ensayo y mejora", podría ser: "Calcula el lado de un cuadrado de 200 cm^2".

Mediante ensayos sucesivos:

---

[1]: COBURN, T.G. (1987): Op. cit.

[2]: HIATT, A.A. (1987): Op. cit.

[3]: SHUARD, H. (1986): Op. cit.

$$10^2 = 100 \longrightarrow 20^2 = 400 \longrightarrow 15^2 = 225 \longrightarrow 14^2 = 196 \longrightarrow 14'5^2 = 210.5 \longrightarrow$$

$$14'25^2 = 203.06 \longrightarrow 14'14^2 = 199,93 \approx 200$$

El método de "ensayo y mejora", tan consustancial con el uso de calculadora, parece tener tres roles principales que interpretar en el aprendizaje de las matemáticas escolares, según Shuard[1] (1987: 119).

* es un recurso didáctico *("Teaching aid")* que da instrucciones sobre un concepto o técnica.

* es una aproximación a la resolución de problemas que ayuda al alumno a comprender el problema.

* es una técnica elemental útil, hasta que no se disponga de técnicas más avanzadas.

El empleo de calculadora de modo iterativo para el cálculo de raices, ha sido tratado extensamente en la bibliografía afín. Véase Egbert[2] (1977: 22); French[3] (1977: 35);

---

[1]: SHUARD, H. (1986): Ibidem.

[2]: EGBERT, W.E. (1977): Personal calculator algorithmics square roots. Hewlett-Packard Journal, 28, 9.

[3]: FRENCH, D. (1977): A square root algorithm. Mathematics Teacher, 79, june.

Ganz[1] (1977: 43); McCarty[2] (1978: 82-89); Ferguson[3] (1978: 60-61), Scott[4] (1978: 77-81). Todos ellos insisten en la capacidad de "repetir" una potencia usando constante multiplicativa para lograr un algoritmo personal que calcula la raiz de cualquier número.

3.3.8.- Planteo y resolución de problemas

La llegada de las calculadoras se vio como la panacea para la resolución de problemas aritméticos de expresión verbal (PAEVs). La idea subyacente era que, si la calculadora se utilizaba para realizar los cálculos anexos, se conseguiría un doble objetivo:

- Evitar los errores propios del cálculo inserto.
- Dedicar más tiempo al resto de las fases de resolución del problema, dada la ganancia obtenida por la rapidez en la realización del cálculo.

Los resultados del metaanálisis de Hembree[5] (1984: 154-165) muestran, por lo general, un efecto positivo significativo de la instrucción con calculadora sobre la resolución de problemas.

---

[1]: GANZ, R. (1977): Eine anwendung der wurzelautomatik des taschenzechners. Praxis der Mathematik, Heft 3/Jag. 19, märz.

[2]: McCARTY, G. (1978): Squares, square roots and the quadratic formula. Calculator/Computers. 2, january.

[3]: FERGUSON, S. (1978): New roots for old. Mathematics Teaching, 78, september.

[4]: SCOTT, D.E. (1978): Finding roots with a four-function calculator. Calculators/Computers 2, january.

[5]: HEMBREE, R. (1984): Op. cit.

Hembree[1] (1984: 157) descompone las destrezas para resolver problemas en dos áreas sobre las que la calculadora podría tener un impacto potencial: productividad, definida como el número relativo de problemas intentados/tratados durante un período de examen, y selectividad, definida como el número relativo de estrategias y/o procesos adecuados usados para realizar un conjunto seleccionado de problemas. En ningún caso se observan efectos negativos y sí nulos y positivos tanto en las modalidades de extensión (se permiten calculadora en los exámenes) como de mantenimiento (no se permite calculadora en los exámenes). Estos resultados están en concordancia con los expuestos por Suydam[2] (1981) en su revisión, por conteo de votos, de efectos de la calculadora en resolución de problemas. Sin embargo, la investigación de masas, llevada a efecto por Shumway et al[3] (1981: 119-141), arrojó unos resultados que indicaban que no existían efectos positivos, tampoco detrimentales, respecto al uso de la calculadora en resolución de problemas.

El énfasis curricular sobre impacto de la calculadora en resolución de problemas es amplio. Suydam[4] (1979: 169) recoge 56 referencias sobre calculadora y resolución de problemas hasta esa fecha. Clarificar tal énfasis curricular en educación matemática

---

[1]: HEMBREE, R. (1984): Ibidem.

[2]: SUYDAM, N.N. (1981): **Research on problem solving at the elementary school level**. ERIC ED 206 453. También en "Information Bulletins" nº 8-11. Calculator Information Centre. Ohio State University. Columbus, Ohio.

[3]: SHUMWAY, R.J.; WHEATLEY G.H.; WHITE, A.L.; COBURN, T.G.; REYS, R.E.; SCHOEN, H.L. y WHEATLEY, Ch.L. (1981): **Initial effect of calculators on elementary school mathematics**. Journal for Research in Mathematics Education, 12, 2

[4]: SUYDAM, N.N. (1979): Op. cit.

primaria es una tarea a acometer.

A) Variables de un problema afectadas por la calculadora.

Puig y Cerdán[1] (1988: 24-35) distinguen una serie de variables afines a la resolución de un problema. Básicamente las variables afectadas por el uso de calculadora en resolución de problemas son variables de contenido, de proceso y de contexto; o sea, las cuatro macrovariables prototípicas y referenciales en el estudio de la enseñanza dentro del paradigma proceso-producto y expuestas por Dunkin y Biddle[2] (1974: fig. 3.1.).

El tamaño de los números intervinientes es una variable de contenido citada en todos los trabajos sobre resolución de problemas: (Bell, Fischbein y Greer[3], 1984: 129-148; Kilpatrick[4], 1978 y Webb[5], 1979). El número de operaciones intervinientes es otra variable de contenido afectada por la calculadora. Las dificultades inherentes al trabajo con lápiz y papel se ven aliviadas y, en consecuencia, el alumno se puede centrar en el problema. La calculadora pone el énfasis en "lo que se hace" y no "en cómo se hace". Otra variable

---

[1]: PUIG, L. y CERDAN, F. (1988): **Problemas aritméticos escolares.** Síntesis. Madrid.

[2]: DUNKIN, M.J. y BIDDLE, B.J. (1974): **The study of teaching.** Holt, Rinehart y Winston. Nueva York.

[3]: BELL, A.G.; FISCHBEIN, E. y GREER, G. (1984): **Choice of operation in verbal arithmetic problems: The effects of number size. Problem structures and context.** Educational Studies in Mathematics. vol, 15.

[4]: KILPATRICK, J. (1978): **Variables and methodologies in research on problem solving.** Contenido en "Mathematical Problem Solving: Papers from a Research Workshop", L.L. Hatfield and D.A. Bradbard (eds). ERIC/SMEAC. Columbus. Ohio.

[5]: WEBB, N.L. (1979): **Content and context variables in problem tasks.** Contenido en "Task Variables in Mathematicas Problem Solving", G.A. Goldin y C.E. McClintock (eds). ERIC/SMEAC. Columbus. Ohio.

contenido es la naturaleza o expresión de los datos según el conjunto numérico en que se expresen (naturales, decimales, fraccionarios, ...).

Dentro de las variables procesos podríamos hacernos eco. de la división planteada por Shuard[1] (1986: 46-47) al considerar:

- variables relativas a la formulación del cálculo y
- variables relativas a la interpretación de las respuestas.

Variables específicas propias de la formulación de un cálculo afectadas por la calculadora serían:

- Estimar el resultado probable
- Planificar los cálculos a realizar.

Dentro de las variables específicas propias de la interpretación de un resultado tendríamos:

- Comprobar/chequear el cálculo siguiendo el mismo plan u otro alternativo
- Exponer pormenorizadamente la solución de un problema.

Estas cuatro variables se explicitan a partir de estrategias heurísticas generales. Algunas de estas estrategias, cuya clasificación y listado es bastante difícil (véase una

---

[1]: SHUARD, H. (1986): Op. cit.

exposición en; DES[1] (1985) o en Charles y Lester[2] (1984: 15-34), son desarrollables en mayor medida usando calculadora.

Duea et al[3] (1980: 117-126) consideran que las estrategias heurísticas activadas por la calculadora son:

- Conjeturar y examinar, propia de los métodos de ensayo y error, entendida de dos modos: como fase de entrada en la resolución de un problema y como proceso iterativo de reducción progresiva del error.
- Usar el razonamiento lógico: bien inserto en un código de calculadora que muestra la secuencia de las teclas a presionar para obtener la respuesta o bien, procurando que el alumno genere tal código, con lo cual entramos de lleno en la creación de algoritmos.
- Hacer una tabla o listado organizado puede verse facilitado por el uso de calculadora dada la facilidad de exponer abundantes cálculos.
- Retrotraerse *(Work backwards)*: estrategia que estriba en redimensionar/repensar el problema incorporando una solución obtenida o buscar un algoritmo alternativo que lleve a la solución ya hallada.

Dentro de las variables de contexto prodríamos destacar, aparte de los contextos

---

[1]: DES (1985): **Mathematics from 5 to 16.** (Curriculum Matters 3; HMI Series). HMSO.

[2]: CHARLES, R.I. y LESTER, F.K. (1984): **An evaluation of a process oriented instructional program in mathematical problem solving.** Journal for Research in Mathematics Education, 15, 1, january.

[3]: DUEA, J.; IMMERZEEL, G.; OCKENGA, E. y TARR, J. (1980). **Problem solving with calculator.** En "1980 Yearbook NCTM. Problem Solving in School Mathematics", S. Krulik y R. Reys (eds). NCTM Reston, Va.

aritméticos puros, aquéllas que hacen referencia a la incardinación del mundo real en el problema o problemas. Johnson[1] (1978: 11) habla de contextos del consumidor y contextos sociales. El contexto del consumidor hace referencia a aquellos problemas que tienen una implicación inmediata para el individuo en su quehacer diario. El contexto social está más orientado a actividades de toma de decisiones con implicaciones de beneficio a la sociedad como un todo. Queda otro contexto muy apropiado para plantear problemas cual es lo personal/corporal: (ritmo respiratorio, cardíaco, parpadeo, horas de actividad, ...).

Estas variables contexto descritas podemos categorizarlas como de aplicación, ya que se refieren a los contextos/ámbitos en que se enuncian problemas susceptibles de resolver más eficazmente usando calculadora, bien porque los números de la realidad son largos y complejos, o bien porque las operaciones son realizadas más rápida y fiablemente con calculadora.

Existe otra categoría de variables contexto relativas a la acción-relación del problema (*"performance"*). En esta categoría, dos variables están profundamente afectadas por el uso de calculadora:

- el agrupamiento de los alumnos en el momento de la resolución con todo el vigor interactivo que conlleva el trípode: alumno(s)-máquina-problema.

---

[1]: JOHNSON, D.C. (1978): Op. cit.

- Motivación para la acción, incrementada claramente al usar calculadora. Suydam[1] (1983) resalta la relevancia de la motivación como meta docente para hallar los modos de ayudar a los alumnos que necesitan un desarrollo mental específico en estimación o en destrezas de resolución de problemas. La calculadora es un recurso motivador, ya que permite al alumno superar la frustración debida a las dificultades y el tiempo propios del cálculo.

Siguiendo las orientaciones del Iowa Project[2] (1975) podríamos distinguir otro tipo de variables contexto: de extensión, según que el problema esté cerrado/dado (contexto limitado), sea susceptible de ampliar durante su ejecución/discusión (contexto expandido) o no exista problema enunciado sino sólo situación problemática (contexto experimental).

---

[1]: SUYDAM, M.N. (1983): **Motivational activities for low (and higher) achievers, and solve it with a calculator.** ERIC ED 206 453. También en "Informations Bulletins nº 13-14". Calculator Information Centre, Ohio State University. Columbus. Ohio.

[2]: IOWA PROJECT (1975): **Problem solving:** Opening the door using the mini-calculator. Mathematical Problem Solving Project. University of Northern Iowa. ERIC ED 161 759.

B) Calculadora y resolución de problemas: sucinta revisión bibliográfica

El uso de la calculadora, en resolución de problemas, ha estado centrado en las tres variables generales enunciadas anteriormente.

Por un lado, están las propuestas que insisten en el rol de la calculadora para resolver problemas más complejos (dificultad de contenido). En esta línea están los trabajos de Kibler y Campbell[1] (1976: 44-46), Jacobs[2] (1977), Vervoot y Mason[3] (1977) y Fleischhaver[4] (1977).

Los problemas de contexto relativos al consumidor/usuario ha sido otra área trabajada en profundidad. Algunas de las aplicaciones propuestas exceden las capacidades del alumno de primaria, otras son específicas de Primaria. Esta variable fue de las primeras tratadas con la llegada de la calculadora; casi toda la bibliografía es de los setenta. Véase Frye[5] (1972: 58-61); Feldzamen y Henle[6] (1973), un libro para introducir a un "lego" en el uso de la calculadora con anexos sobre como usar calculadora para

---

[1]: KIBLER, T.R. y CAMPBELL, P.B. (1976): **Reading, writing and computing: Skills of the future.** Educational Technology, 16, september.

[2]: JACOBS, R.F. (1977): **Problem solving with the calculator.** Jacobs Publishing Co., Inc. Phoenix, Arizona.

[3]: VERVOOT, G. y MASON, D. (1977): **Calculator activities for the classroom and teacher's resource book.** Copp-clark. Publishing Co. Toronto.

[4]: FLEISCHHAVER, P. (1977): **Aufgaben lösen un spiele mit dem taschenrechner.** Falken Fernseh-Begleitbuch, Falken-Verlag. Niederhausen.

[5]: FRYE, J.T. (1972): **Versatile pocket calculators.** Electronics 1, may.

[6]: FELDZAMEN, A.N. y HENLE, F. (1973): **The calculator handbook.** Berkley Publishing Co. New York.

Tabla XI: VARIABLES INDEPENDIENTES EN RESOLUCION DE PROBLEMAS AFECTADAS POR EL USO DE CALCULADORA. (Nivel microscópico)

Generales		Específicas	
de contenido/sintacticas		- Tamaño de los números - Operaciones intervinientes: cantidad y dificultad - Conjunto(s) numérico(s) en que se expresan los datos. - Tipo de pregunta: suscita respuesta exacta o aproximada.	
de proceso		-Formulación del cálculo -Interpretación del resultado	Estrategias heurísticas (métodos de resolución): - Conjeturar y comprobar - Hacer un listado o tabla - Retrotraer - Usar razonamiento lógico: interpretar un algoritmo, generar algoritmos resolutorios. - Estimar.
de contexto	APLICACION	- Aritmético puro - Consumidor/usuario - Social: toma de decisiones - Personal/corporal	
	ACTUACION	- Agrupamiento de los alumnos para resolución del problema (individual, parejas, coloquial, grupo... - Motivación para la acción.	
	EXTENSION	- Contexto limitado: problema acotado a sus sentencias verbales. - Contexto expandido: las situación problemática se ensancha. - Contexto experimental: las sentencias del problema no están dadas, se manifiestan "in situ".	

resolver problemas tales como los relativos a compra y computación de tasas; Hunter[1] (1974), un libro que describe cómo una persona común puede resolver utilizando calculadora problemas de compra, interés simple e impuestos; Mullish[2] (1974) describe en su libro como usar una calculadora, por una persona media, para determinar problemas relativos al consumo de un coche, balancear un cuaderno de cheques, hacer la mejor compra, calcular un interés,etc...; Frenzel[3] (1975) se centra en aplicaciones del consumidor; Buckwalter[4] (1975: 40-48) insiste en las ventajas de usar la calculadora para resolver una serie de problemas prácticos (consumo de gasolina del coche, energía de un hogar, enlosar un suelo,...): El mismo Buckwalter[5] (1975) escribe un libro en que los tres primeros capítulos discuten el impacto de la calculadora en nuestra sociedad, cómo comprar la calculadora más apropiada y cómo operar con calculadora. Los restantes capítulos dan fórmulas y ejemplos (algunos sencillos) para realizar cálculos relativos a problemas del usuario; Wilderman[6] (1977: 68-70) oferta seis unidades, aptas algunas para alumnos de primaria avanzada, que describen aplicaciones relativas a operaciones bancarias, transportes, presupuestos y compras. Por cada unidad se identifican las destrezas matemáticas y las

---

[1]: HUNTER, W.L. (1974): **Getting the most out of your electronic calculator.** Tab Books. Blue Summit, Pennsylvania.

[2]: MULLISH, H. (1974): **How to get the most out of your pocket calculator.** Colliers Books. New York.

[3]: FRENZEL, L.E. jr. (1975): **Ninety-nine ways to know and use your electronic calculator.** Howard H. Same and Co. Indianapolis.

[4]: BUCKWALTER, L. (1975): **How to make use of a mini-calculator.** Mechanix Illustrated 71, february.

[5]: BUCKWALTER, L. (1975): **100 ways to use your pocket calculator.** Fawcett Publications Inc. Greenwich, Connecticut.

[6]. WILDERMAN, A. (1977): **Math skills for survival in the real word.** Teacher 94, february.

aplicaciones prácticas, se lista el vocabulario específico y se sugieren una serie de actividades que hacen uso de la calculadora; Birtwhistle[1] (1977) y Craig[2] (1978: 22-24) tratan problemas sobre situaciones de la "vida real"; Clyde[3] (1978: 35-44) usa la calculadora para resolver el clásico problema sobre reciclaje de botes de hojalata; Cemrel Inc.[4] (1982) oferta un programa para la resolución de problemas con concurso de la calculadora referidos a juegos y situaciones cotidianas.

Sin duda, donde la acción de la calculadora se ha estudiado con más insistencia es en relación con las variables proceso de un problema, también denominadas estrategias heurísticas, aproximaciones a la resolución de problemas o técnicas de resolución indistintamente. Judd[5] (1977) elaboró un material con 12 secciones inistiendo cada una en una técnica de resolución diferente; Davies[6] (1978: 22-24) da sugerencias para usar calculadora en resolución de problemas con alumnos de 5º; Morris[7],[8] (1978: 24-26; 1981)

---

[1]: BIRTWHISTLE, C. (1977): **The electronic calculator.** Elliot Right Way Books. London

[2]: CRAIG, E. (1978): **Calculator activities.** Mathematics in Michigan,18, september.

[3]: CLYDE, D. (1978): **Recycle the tin can problem.** Calculators/Computers, 2, february.

[4]: CEMREL INC. (1982): **Activities for TOPS. A program in the teaching of problem solving.** ERIC ED 223 421.

[5]: JUDD, W. (1977): **Problem solving kit for use with a calculator.** Science Research Associates. Chicago.

[6]: DAVIES, P. (1978): **Problem solving experiences with a calculator.** Calculators/Computers, 2, may.

[7]: MORRIS, J.P. (1978): Op. cit.

[8]: MORRIS, J.P. (1981): Op. cit.

ilustra sobre cómo ayudar a los estudiantes a desarrollar técnicas o estrategias usando una calculadora de cuatro funciones. Las técnicas: buscar una regularidad, hacer una tabla o listado organizado y conjeturar y comprobar son usadas repetidamente en tareas que oscilan desde el descubrimiento, a la aplicación, pasando por juegos de estrategias. Estas estrategias se articulan a lo largo de las cuatro fases macroscópicas del proceso de resolución de un problema propuestas por Polya[1] (1957): comprender el problema, decidir un plan, ejecutar el plan y examinar la solución obtenida.

Rogers[2] (1978: 19-21) insiste en las estrategias ensayo y corrección y elaborar una tabla; Miller[3] (1979) utiliza la calculadora como una retroalimentación inmediata para mejorar las estrategias de estimación y cálculo mental en resolución de problemas; McNicol y LeMaistre[4] (1981) compaginan la resolución de problemas y el nivel de destrezas de cálculo; McNicol et al[5] (1985: 99) observaron que la eficacia de las estrategias heurísticas era muy limitada al utilizarse calculadora, salvo en problemas típicos de conjetura y comprobación; Fielker[6] (1986: 15) señala que la implicación de la calculadora para la

---

[1]: POLYA, G. (1957): Op. cit.

[2]: ROGERS, J.B. (1978): **Using calculators for problem solving.** Calculators/Computers 2. march.

[3]: MILLER, D. (1979): **Calculator explorations and problems.** Cuisinaire Company of America Inc. New Rochelle. New York.

[4]: McNICOL, S. y Le MAISTRE, C. (1981): **Problem solving with calculators in elementary schools mathematics.** Report to the Protestant School Board of Greater Montreal. Faculty of Education McGill University, (Quebec).

[5]: McNICOL, S.; MURA, R.; LEWIS, J. y O'GAY, D. (1985): Op. cit.

[6]: FIELKER, D.S. (1986): Op. cit.

resolución de problemas entraña que el alumno dispone de métodos nuevos (conjeturar, método iterativo y comprobación de hipótesis). Fielker añade dos matices sutiles al uso de calculadora en resolución de problemas: "es importante que los niños sean capaces de desarrollar sus propios métodos con la calculadora. Quizás debamos hacer uso de la novedad de la calculadora para promover esta idea, antes de que el proceso algorítmico caiga en el mismo estado en que cayeron los algoritmos de lápiz y papel, es decir en un estado en el que invariablemente es algo que los profesores enseñan a los niños y raramente es inventado por los propios niños".

Una mención especial requieren los problemas de contexto experimental que combinan una acción en el momento y una propuesta problemática. En Duea y Ockenga[1] (1987: 44-45) se ofrece un modelo de problema.

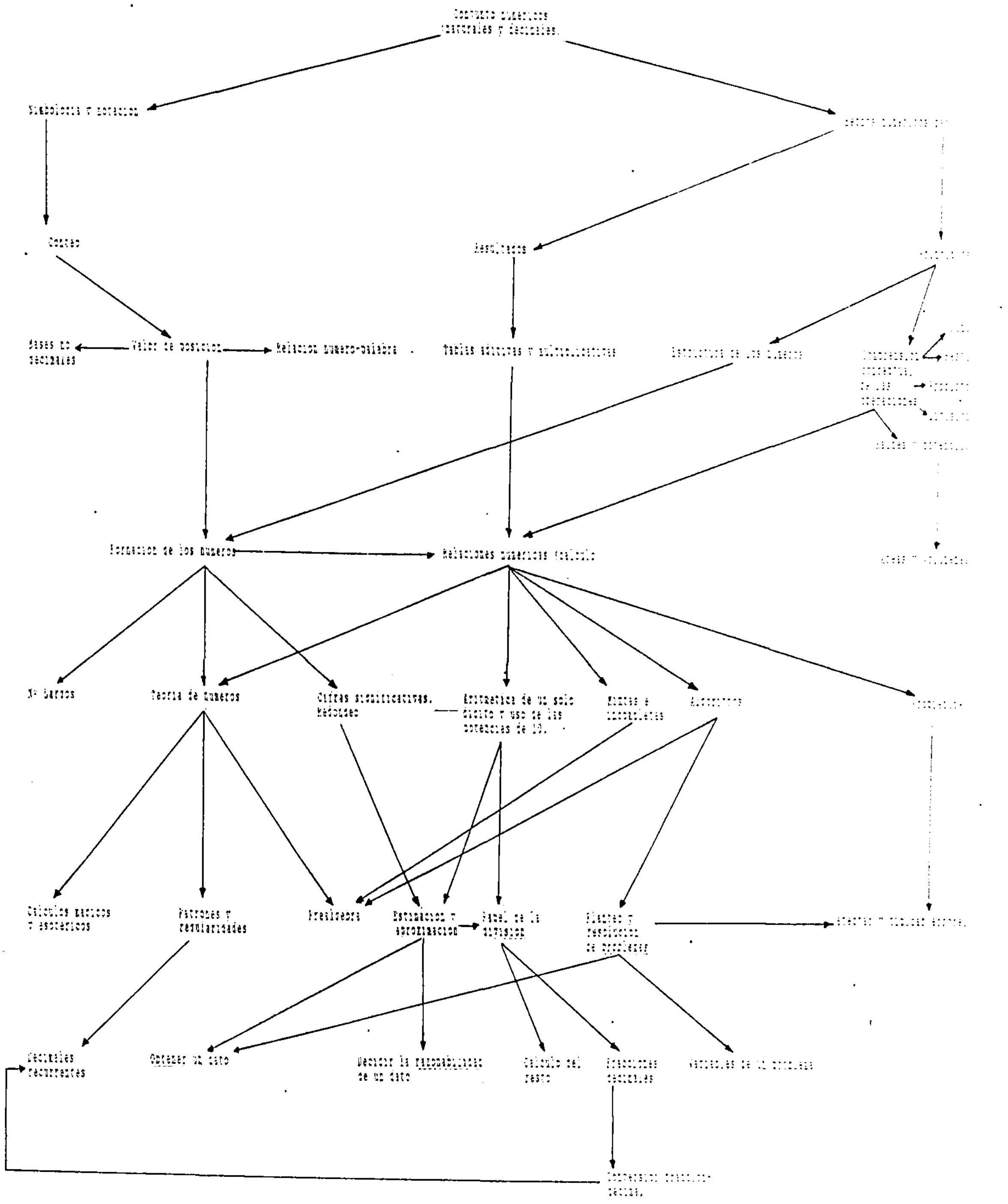
Quizás una de las ideas más lúcidas en resolución de problemas es la propuesta por Comstock y Demana[2] (1987: 48-51), consiste en utilizar el problema para desarrollar un concepto matemático. Se trata de invertir la tendencia clásica de concepto ⟶ aplicación. Es pues, el problema, el que desarrolla el concepto a partir de actividades construídas a modo de tabla a completar con calculadora.

---

[1]: DUEA, J. y OCKENGA, E. (1987): **Problem solving. Tips for teacher.** Arithmetic Teacher (Focus Issue), 34, 6, february.

[2]: COMSTOCK, M. y DEMANA, F. (1987): **The calculator is a problem-solving concept developer.** Arithmetic Teacher (Focus Issue), 34, 6, february.

MAPA RELACIONAL DE CONTENIDOS DE MATEMATICA ELEMENTAL AFECTADOS POR EL USO DE UNA CALCULADORA DE CUATRO FUNCIONES (NIVEL GENERAL)



Dentro de los trabajos sobre variables-contexto de actuación están las propuestas y realizaciones de Bartalo[1] (1983: 18-21) en las que la calculadora se utiliza para resolver problemas en grupo. Ese autor considera que las posibilidades de verbalización interactiva se ven facilitadas con el empleo de la máquina.

3.4.- Aproximación al impacto de la calculadora sobre el contenido de la matemática elemental como un estudio de casos *(case study)*.

Al aplicar el método de estudio de casos, al impacto de la calculadora sobre los contenidos de matemática elemental, tratamos de interpretar con riguroso razonamiento la evidencia empírica sistemáticamente recogida. Tal evidencia viene dada por una serie de "rasgos" del caso, en este caso, tópicos y areas matemáticas afectadas. Una primera consideración sobre el caso ha estado centrada en cómo agrupar en áreas de contenido afectadas tanto a nivel manifiesto como latente. Nos quedarían por tratar las relaciones entre rasgos/contenidos afectados del caso. Para tal objetivo se realiza la mapificación/diagrama que anterior. Tal diagrama cumple también funciones de resumen y comunicación pero, sobre todo, nos revela más claramente las repercusiones más centrales, las básicas. Tal revelación es visualizable por el número de relaciones (entradas y salidas). Obsérvese en nuestro caso:

- Relaciones numéricas (8 relaciones: 3 entradas + 5 salidas)

---

[1]: BARTALO. D.B. (1983): **Calculators and problem solving: They are made for each other.** Arithmetic Teacher, 30, 5, january.

- Comprensión conceptual de las operaciones (7 relaciones: 1 entrada + 6 salidas)
- Formación de números (6 relaciones: 2 entradas + 4 salidas)
- Estimación y aproximación (5 relaciones: 2 entradas + 4 salidas)
- Planteo de resolución de problemas (5 relaciones: 1 entrada + 4 salidas).

Aunque esta aplicación (ponderación de repercusiones en función del número de relaciones dadas en el grafo) no es definitiva, sí es orientadora, en el sentido que la visión de Toulmin et al[1] (1979: 230-85) aporta al estudio de casos, ya que:

i) Da una justificación de los aspectos/repercusiones más amplios y familiares.

ii) Aporta un cuerpo sistemático de conocimiento que puede incorporarse a un cuerpo de conocimiento más general (educación matemática) tal que ambos pueden mútuamente beneficiarse/mejorarse.

iii) Es factible de un desarrollo empírico/implementación en el aula.

---

[1] TOULMIN, S.; RIEKE, R. y JANIK, A. (1979): An introduction to reasoning. Collier McMillan. Londres.

II PARTE. ESTUDIO EMPIRICO

4. PLANTEAMIENTO DEL ESTUDIO

4.1. Importancia del estudio

Existe un proposito fundamental que es el interés por incorporar la calculadora como posible herramienta instructiva en educación matemática elemental. Los hallazgos sobre efectos y articulación de variables (desarrollo curricular) pueden permitir una integración "juiciosa" de la calculadora. El investigar la efectividad del uso de minicalculadora como ayuda instructiva para incrementar las capacidades matemáticas de alumnos de 3º de E.G.B. (8-9 años) nos lleva a una revisión en profundidad del curriculum de matemáticas elementales y a elaborar una serie de materiales efectivos específicamente diseñados para obtener las presumibles ventajas que acarrea el uso de calculadora.

La importancia o significación del estudio viene dada por el hecho de:

- La creciente disponibilidad de calculadoras. Hay que dar respuestas formal a un agente hasta ahora informal.
- El impacto que estas máquinas tienen sobre las matemáticas elementales ya que realizan las funciones habituales del cálculo tradicional con lápiz y papel.
- Dar respuesta a interrogantes sobre los posibles beneficios y/o perjuicios de tal integración.
- Los hallazgos de este estudio posibilitan adoptar decisiones más ajustadas para

mejorar la calidad de la educación matemática.

- Dar respuesta a la demanda institucional/gubernamental de integrar progresiva y juiciosamente la calculadora.
- Permitir la formación como investigador educativo del realizador de éste estudio.
- Adecuar el sistema escolar a una sociedad tecnologizada y con necesidades matemáticas progresivamente más altas.

4.2.- Planteamiento del problema

La profunda revisión metaanalística de Hembree[1] (1984) nos permite detectar qué aspectos han sido investigados y, en consecuencia, qué otros no han tenido consideración. Nuestros problemas a investigar son, por un lado: ¿Cómo articular juiciosamente la calculadora dentro de un currículum de matemáticas primarias que presumiblemente afectará al desarrollo cognitivo numérico, al rendimiento matemático y a las actitudes hacia las Matemáticas y hacia la propia calculadora? Por otro lado, también queremos investigar: ¿Qué efectos ocasiona la disponibilidad de calculadora en los exámenes al margen de cualquier tratamiento específico con calculadora?.

Obsérvese que nuestro problema nos lleva a un replantemiento/ modificación del currículum tradicional y a estudiar los efectos que tal currículum modificado tiene sobre una serie de productos educativos deseables.

---

[1]: HEMBREE, R. (1984): Op. cit.

El impacto de la calculadora sobre la educación matemática elemental es, por tanto, triple:

- Modifica los curricula habituales/tradicionales, y
- A su vez, tal currículum modificado originará unos efectos presumibles.
- Independientemente del tratamiento específico (currículum con calculadora), el permitir su uso en exámenes tendrá también unos efectos presumibles.

Gran parte de las modificaciones curriculares han sido denotadas en el capítulo anterior cuando hablabamos de usos específicos de la calculadora y contenidos matemáticos afectados. Nuestra tarea será tamizar tal curriculum modificado para usarlo como variable experimental. Hembree[1] (1984: 180) recomienda esta dirección en la investigación escasamente tratada en cursos de primaria.

Pasamos a desglosar puntualmente el problema.

4.2.1.- Efectos sobre el desarrollo cognitivos numérico.

¿Cómo afecta el uso de calculadora al desarrollo cognitivo numérico de los alumnos que la utiizan regularmente cómo recurso didáctico? La cuestión no es baladí: existen profundas reservas al uso de calculadora en educación matemática elemental procedentes principalmente de la escuela cognotivista. Philips[2] (1969) ya expresaba tal preocupación al

---

[1]: HEMBREE, R. (1984): Op. cit.

[2]: PHILIPS, J. L.Jr. (1969): Op. cit.

prevenir del peligro en que podía caer la práctica educativa americana al insertar a los niños en procesos para los que no estaban cognitivamente maduros. Tal peligro parece maximalizarse cuando se considera que los materiales concretos y/o manipulativos dejan de ser importantes en el proceso de aprendizaje, como alertaba atinadamente Reys[1] (1980: 38-40), o cuando se asume que la comprensión numérica podría acelerarse al usar calculadora.

En la reunión anual de 1979 de la AERA[2] (San Francisco) se puso de manifiesto que no existía evidencia investigacional (pues no existían investigaciones sobre ese tópico) que sugiriera que el periodo temporal del desarrollo numérico pudiera acortarse o que cualquier estado evolutivo pudiera saltarse/evitarse a través de las experiencias con calculadora. Desde entonces, la bibliografía de investigación aún no ha plasmado ningún estudio que manifieste este supuesto poder acelerador o retardador del desarrollo cognitivo numérico cuando se utiliza calculadora en la enseñanza/aprendizaje de la Aritmética escolar.

Kessner y Slesnick[3] (1978: 78-81) hablan de que uno de los mitos acerca de las

---

[1]: REY, R.E. (1980): **Calculators in the Elementary Classroom: How can we go wrong!.** Arithmetic Teacher, 28, 3, noviembre.

[2]: AERA (1979): **The effects of calculator availability on school mathematics curriculum.** Simposium at 49th Annual Meeting of the AERA. San Francisco.

[3]: KESSNER, A. y SLESNICK, T. (1978): **Myths about calculators in the school.** Calculator/Com[illegible] 2. september/october.

calculadoras en la escuela es el de que "las calculadoras no deberían usarse antes de 4° grado (10 años) ya que las mentes podrían atrofiarse si las usan en lugar de pensar". Esta postura mítica predetermina que al usar calculadora no se piensa; cuando, en verdad, el introducir correctamente datos en la máquina ya indica que el alumno debe pensar cuidadosamente acerca del problema afín.

Operar con calculadora es de por si una demanda cognitiva mayor que la realización mecánica y rutinaria de algoritmos de lápiz y papel. En segundo lugar, esta declaración mítica asume que el cerebro es un músculo que necesita estar contínuamente ejercitándose. Consecuentemente, se piensa que ejecutar complicados algoritmos es bueno para la mente. Sin embargo, el cerebro no es un músculo que cuando más se ejercite más comprende. Como persuasivamente ha desmostrado Nesher[1] (1986: 2-9) y Zucker[2] (1984) la comprensión matemática no está correlacionada con el desempeño algorítmico mecánico.

Además, comunmente se piensa que lo que es difícil de aprender debe ser bueno y valioso y que lo que es fácil de aprender probablemente no tenga valor. Sin embargo, ahora que disponemos de calculadora para realizar los aspectos rutinarios de las matemáticas, sería más importante invertir tiempo y energía a enseñar/desarrollar un pensamiento creativo.

---

[1]: NESHER, P. (1986): Op. cit.

[2]: ZUCKER, B. (1984): The relation between undestanding and algorithmic knowledge in decimals. (Tesis doctoral. Universidad of Haifa). Referencia de Hesher (1986), op. cit.

Reticencias a usar calculadoras asumiendo que son un peligro potencial para el desarrollo cognitivo numérico fueron ya detectadas por Shumway[1] (1976: 571): "presionando unos pocos botones, la resolución de problema se hará mediante conjeturas, y no por pensamiento matemático, hasta conseguir una respuesta que parezca correcta. La adivinanza irreflexiva sustituirá al pensamiento matemático".

Suydam[2] (1979: 170-171) en su revisión bibliográfica recoge, con el descriptor "pros/contras", 36 referencias de las cuales, más de la mitad, manifiestan que existe la creencia en padres y profesores de que el uso de calculadora en Enseñanza Primaria puede deteriorar el sentido númerico. Pero afortunadamente no existe evidencia empírica que apoye tal creencia en un sentido u otro.

En Europa, también se denota esta preocupación (véase Tyler[3], 1980). Cuando Shuard[4] (1986: 175-84) lanza la idea del curriculum CAN *(calculatore-aware number:* conciencia numérica mediante calculadora) se está haciendo eco de esta preocupación para destruir la mística de que usar calculadora es sólo "apretar botones".

---

[1]: SHUMWAY, R.J. (1976): **Hand-held calculators: Where do you stand?.** Arithmetic Teacher, vol. 23, 7, november.

[2]: SUYDAM, M.N. (1979): Op. cit.

[3]: TYLER, K. (1980): **Some comments on calculators in junior schools.** Mathematic Teaching. 90. También en "Calculator. Readings from MIS & MT", op. cit.

[4]: SHUARD, H. (1986): **Primary mathematics: Toward 2000.** The Mathematical Gazette, 70, october.

Existen modelos instructivos teóricos, como el propuesto por Berlin y White[1] (1987: 52-54), para integrar la calculadora en consistencia con las teorías del aprendizaje. Pero en cambio, los hallazgos empíricos son nulos.

No conocemos pues, ningún estudio que indague tal relación. Hembree[2] (1984) no plantea esta variable dependiente, ni por asomo, en su metaanálisis.

Los estudios de investigación en educación matemática sobre desarrollo cognitivo numérico son numerosos (véase el capítulo/informe de Carpenter[3] (1980: 146-206), o Hiebert y Carpenter[4] (1982: 329-45). Sin embargo, nada se ha realizado para observar qué efectos pueden tener el empleo de calculadora en educación matemática sobre el desarrollo cognitivo numérico del alumno. Quizás la razón habría que buscarla en que nos encontramos ante dos paradigmas metodológica y conceptualmente distintos que no se han complementado sobre éste tópico. Por un lado, la escuela cognitivista con su preocupación descriptiva y, por otro, la aproximación proceso-producto con su pretensión causal-normativa.

Shumway[5] (1980) al proponer su listado de los ocho tópicos prioritarios a investigar

---

[1]: BERLIN, D.F. y WHITE, A.L. (1987): **An instructional model for integrating the calculator.** En "Calculator. (Focus Issue)", Arithmetic Teacher, 34, 6, february.

[2]: HEMBRE, R. (1984): Op. cit.

[3]: CARPENTER, T.P. (1980): **Research in cognitive development.** En "Research in Mathematics Education", R.J. Shumway (eds) NCTM. Reston. Va.

[4]: HIEBERT, J. y CARPENTER, T.P. (1982): **Piagetian tasks as readiness measures in mathematics instrution: A critical review.** Educational Studies in Mathematics, 13.

[5]: SHUMWAY, R.J. (editor) (1980): Op. cit.

en educación matemática (desarrollo cognitivo, aprendizaje de destrezas, conceptos y principios, resolución de problemas, diferencias individuales, actitudes hacia las matemáticas, curriculum matemático y formación de profesores) insiste que la calculadora será un recurso a investigar cuando se utiliza/relaciona con cada uno de esos tópicos.

4.2.2- Efectos sobre el rendimiento y sobre las actitudes hacia las matemáticas y hacia la calculadora.

Otro problema que se nos plantea es comprobar cuáles son los efectos del uso de calculadora en el rendimiento matemático y en las actitudes hacia las matemáticas y hacia la propia calculadora. Aunque este problema haya sido tratado en profundidad en investigaciones experimental en U.S.A. nada se ha hecho al respecto en el ámbito español. Además, la actitud hacia la calculadora ha sido una cuestión no estudiada. Y en este aspecto, este estudio es también pionero. Si la educación tuviese variables de razón o uniformes como las ciencias naturales, este problema estaría bien resuelto sin apelar incluso a síntesis cuantitativas. Los tamaños de efecto permiten, en expresión de Walberg[1] (1986: 216), sólo una calibración aproximada de las comparaciones entre tests, contextos, materiales, niveles y otras características de los estudios. Por ello, las estimaciones están afectadas por las variaciones entre grupos, por las fiabilidades de los resultados, por el ajuste del curriculum a las medidas de resultados y por una multitud de factores cuyas

---

[1]: WALBERG, H.J. (1986): **Syntheses of research on teaching.** Contenido en "Handbook of Research on Teaching", M-C Wittrock, editor, McMillan Publishing Company, New York.

influencias pueden solo estimarse genéricamente. Esto no implica desconsiderar las contribuciones metaanalíticas, pues probablemente serán necesarias hasta que se consiga unas teoría y ciencia de la medida en educación que desarrolle parámetros que sean directamente comparables a través de todos los estudios y poblaciones. De aquí que una investigación de réplica tenga sentido cuando incorporamos un nuevo contexto, de este modo también evitamos la tendencia, detectada por Ary, Jacobs y Razavieh[1] (1979: 254), a generalizar de exceso los resultados en algunos estudios educacionales. Con esto, nos hacemos eco de la sugerencia de Brophy[2] (1979: 735) cuando afirma: "hasta hoy día, no parece existir ninguna competencia docente <u>universal</u> que sea apropiada a <u>todas</u> las circunstancias de la enseñanza".

La obsesión de Glass[3] (1977: 351-379), por dar validez ecológica a los hallazgos al incorporar "medios ambientes" diferentes a los habituales (contextos de alumnos de habla inglesa y cultura anglosajona predominantemente), puede verse satisfecha al replicar experimentos similares. Los hallazgos de este estudio se integrarán en la lista de control de evaluación metaanalítica de informes propuesta por Hembree[4] (1984: 205-206).

---

[1]: ARY, D.; JACOBS, L.Ch. y RAZAVIEH, A. (1979): **Introduction to research in education.** Traducción al castellano "Introducción a la Investigación Pedagógica", Nueva Editorial Interamericana, México, 1982.

[2]: BROPHY, J.E. (1979): **Teacher behavior and its effects.** Journal of Education Psychology, 71, 733-750.

[3]: GLASS, G.V. (1977): **Integrating findings: The meta-analysis of research.** Review of Research in Educación, 5.

[4]: HEMBREE, R. (1984): Op. cit.

Tabla XII: LISTA DE CONTROL PARA LA EVALUACION METAANALITICA DE INFORMES.

FASES DE LA INVESTIGACION	VALORACION DE LA CALIDAD
1. Definición del problema	(3) Hipótesis claras. (2) No hipótesis pero preguntas de la investigación claras. (1) Exposición embrollada.
2. Descripción de la población	(3) Total (2) Parcial (1) Mínima.
3. Procedimientos de muestreo	(6) Aleatorio (5) Población dada pero con aleatorización en alumnos, profesores y clases. (4) Población dada pero sólo con aleatorización en alumnos. (3) Clases intactas, profesores y grupos aleatorizados. (2) Clases intactas y grupos aleatorizados. (1) Clases intactas.
4. Control del error o calidad del diseño.	(6) Diseño Pretest-postest con grupo de control. (PPGC), con análisis de covarianza (ANCOVA), control de la interacción pretest-tratamiento y sesgo del experimentador bajo. (5)PPGC con ANCOVA, con control de interacción y sesgo del experimentador alto. (4) PPGC con ANCOVA y sin control de la interacción. (3) PPGC sin ANCOVA, con control de la interacción y sesgo del experimentador bajo. (2) PPGC sin ANCOVA, con control de la interacción y sesgo alto del experimentador. (1) PPGC sin ANCOVA y sin control de la interacción.
5. Instrumentos	(3) Standarizados (2) Diseñados por el investigador. (1) ad hoc.
6. Análisis de datos	(3) Métodos apropiados con exposición total de resultados (2) Métodos apropiados con datos perdidos. (1) Métodos inapropiados o muchos datos perdidos.
7. Conclusiones	(3) Apropiadas y vinculadas a las hipótesis. (2) Apropiadas pero disgregadas. (1) Inapropiadas.
8. Informe: ¿Puede el lector examinar críticamente la evidencia?	(3) Si (2) Más o menos (1) No.

4.2.3.- Efectos de su uso en exámenes

Otra de las posibles novedades que presenta este estudio es comprobar qué efecto tiene permitir el uso de la calculadora en los exámenes. Para ello, uno de los grupos de control (que no recibe enseñanza de las matemáticas modulada por la calculadora) se le facilita calculadora en los exámenes. Este uso específico de la calculadora, que he denominado "informal" frente a los usos delimitados por Hembree (Mantenimiento y Extensión), puede aportanos la evidencia de que las máquinas es de manejo sencillo y/o que los alumnos la utilizan informalmente al margen de la instrucción escolar.

Esta postura puede ser bastante crítica ya que puede pensarse que el alumno será dependiente de la calculadora y su conocimiento matemático estará mediatizado por la disponibilidad o no de una máquina. Al respecto, consideramos que para superar este falso maniquismo:

1.- La calculadora no se le facilitará en tests de desarrollo cognitivo (entre otras cosas sería inutil dado la especificidad de la prueba), en numeración básica ni en cálculo mental. Sólo la máquina será usada en test de <u>destrezas de cálculo</u> y <u>resolución de problemas</u>.

2.- El tratamiento experimental (currículum modulado por la calculador) consistirá en desarrollar, entre otros, el sentido numérico básico (sistema de numeración decimal y cálculo mental/natural) apoyándonos en la calculadora, como un recurso más. Esto nos lleva a la necesidad de articular un curriculum básico o, en expresión de Girling[1] (1977), a una definición de numeración básica de la que progresivamente irán desapareciendo los largos y refinados métodos de cálculo con lápiz y papel.

3.- Habrá que desterrar ese puritanismo didáctico que ve a las máquinas como enemigos y agresores. Cada época es tributaria de su tecnología. Los algoritmos tradicionales dependen del papel, grafito o pizarra. La máquina de calcular electrónica no es totem ni tabú. Margaret Mead[2] (1975: 536) preveía estas reacciones y sus peligros. Reacciones contra las máquinas no son nuevas. Los Ludittes britanicos destrozaron las primeras máquinas, en un comportamiento reaccionario al verse privados de la seguridad en sus tradicionales habilidades. Mead apunta la necesidad de la formación de todas las personas para que tales máquinas no queden sólo al control de unos pocos. Los aspectos que se temen de las nuevas tecnologías serán superables por la democratización y acceso al conocimiento de tales tecnologías, recuperando al par sistemas menos formales (en nuestro caso el cálculo mental). La calculadora debe dejar de ser un juguete con musica incorporada, que al niño se le compra por Reyes, para convertirse en una herramienta escolar habitual.

---

[1]: GIRLING, M. (1977): **Toward a definition of basic numeracy.** Mathematics Teaching, 81. También en "Calculators. Readings from Mathematics in School and Mathematics Teaching, 1986, Derby.

[2]: MEAD, M. (1975): **La explosión de la información.** En "Perspectivas de la revolución de las computadoras". Z.W. Pylyshym (editor). Alianza Editoria, Madrid. Original "The Information Explosión" en The New York Times, 23, may 1965.

4.3.- Definición de términos

Calculadora: artilugio electrónico autoalimentado que ejecuta las cuatro operaciones básicas suma, resta, producto y multiplicación pulsando las teclas numéricas y de función correspondientes. También se le denomina calculadora de bolsillo o elemental dada sus características mínimas (cuatro reglas, memoria acumulativa y funciones de raiz cuadrada y tanto por ciento). Normalmente nos referimos a la que cumpla los requisitos mínimos de operar con las "cuatro reglas" con números naturales, enteros y decimales. El modelo de calculadora utilizada en este estudio ha sido la CASIO LC-311E.

Desarrollo cognitivo numérico: estadio psicológico que se explicita mediante el dominio de ciertas operaciones mentales paranuméricas manifestable en una serie de tareas de corte piagetiano.

Hechos numéricos básicos: conceptos matemáticos, que implicitan el dominio del sistema numeración decimal y el cálculo numérico basado en la Aritmética de un sólo dígito y las potencias de 10. Los hechos numéricos básicos podemos diversificarlos en: numeración básica y cálculo mental y son mensurables a partir de dos instrumentos de medida construídos por los investigadores.

Destrezas de cálculo: procedimientos standard de cálculo conformados en un despliegue curricular según contenidos, dificultad y niveles de escolaridad y cuyo dominio se mide mediante un instrumento elaborado por los investigadores.

Problema aritmético de expresión verbal: conjunto de sentencias numérico-verbales que, a partir de una información dada, permiten componer una información solicitada mediante una serie de operaciones aritméticas. Su dominio puede verse reflejado en un instrumento construído por los investigadores.

Rendimiento matemático: desempeño o dominio por el sujeto de una serie de realizaciones/ conocimientos matemáticos relativos a numeración, cálculo mental, destrezas de cálculo y resolución de problemas aritméticos de expresión verbal, medibles con tests diseñados por los experimentadores.

Actitud hacia las matemáticas y hacia la calculadora: según Good[1] (1975: 524), predisposición emotiva y consistente internalizada del alumno para responder de un modo específico a una conducta, objeto o persona (en nuestro caso, hacia las matemáticas y hacia la calculadora), mediante una serie de pautas de aprobación/desaprobación explicitadas en una escala realizada por los experimentadores.

Enseñanza de la Aritmética con calculadora: docencia de la Aritmética de 3er curso de E.G.B. en la que alumno y profesor pueden hacer uso de la calculadora de dos modos posibles, clasificados por Etlinger[2] (1974) y Lott y Billstein[3] (1978):

---

[1]: GOOD, C.V. (editor) (1975): **Dictionary of education**. McGraw-Hill Book Company. San Francisco. Ca.

[2]: ETLINGER, L. (1974): **The electronic calculator: A new trend in mathematics**. Educational Technology, 14: 43-46.

[3]: LOTT, J. y BILLSTEIN, R. (1978): **Activities using the hand-held calculator**. University of Montana, Mathematics Department. Missoula. Mo.

1.- Como herramienta funcional: uso de la calculadora para realizar cálculos largos que escapan del dominio del cálculo mental/natural.

2.- Como herramienta pedagógica: uso de la calculadora como facilitador del aprendizaje.

La enseñanza con calculadora conlleva una reorganización del curriculum aritmético de 3º de E.G.B. que en expresión de Weaver[1] (1976) puede adoptar tres modalidades.

1.- Curriculum asistido por calculadora: explicitación de un curriculum aritmético que incorpore el uso funcional de la calculadora.

2.- Curriculum orientado por la calculadora: explicitación de un currículum aritmético que incorpore un doble uso de la calculadora como herramienta funcional y pedagógica.

3.- Curriculum modulado por la calculadora: currículum aritmético que contempla la supresión total de los algoritmos de lápiz y papel, la recuperación del cálculo mental, el uso general de la calculadora (funcional y pedagógico) y la disponibilidad en ciertos exámenes relativos a destrezas matemáticas (cálculo y problemas).

Este último será el currículum que trataremos de implementar como variable experimental.

Obsérvese que las definiciones de términos emitidas tiene un carácter funcional (cómo se entenderá cada concepto en concreto) y han sido elaboradas por el propio

---

[1]: WEAVER, J.F. (1976): **Calculator in relation to school mathematics curricula**. Contenido en "Electronic Hand Calculators: The implications for Pre-College Education. Final Reports", M.N. Suydam (editor). NSF Grant Nº EPP75-16757. Copias disponibles de EDRS y Calculator Information Center, Columbus, Ohio.

investigador teniendo en cuenta las formulaciones de Hembree[1] (1984: 115). Como se denota en la revisión bibliográfica, los estudios sobre efectos en el alumno se han centrado en dos constructos: rendimiento y actitudes. La equivalencia de términos funcionales emitidos en este estudio con los de Hembree es:

Constructo	Variable dependiente	Estudio Presente	Metaanálisis de Hembree
RENDIMIENTO	HECHOS NUMERICOS BASICOS	Numeración Cálculo Mental exacto y estimativo	Adquisición de conceptos Modalidad de mantenimiento Estimación: Modalidad de mantenimiento
	CALCULO U OPERACIONES	Destrezas de cálculo	Adquisición de destrezas operativas ("operational skills"): Modalidad de extensión
	PROBLEMAS	Resolución de problemas.	Adquisición de destrezas de resolución de problemas ("problem solving skills): Productividad (nº problemas bien resueltos) en modalidad de extensión
ACTITUDES	Actitudes.	Actitudes hacia las matemáticas Actitud hacia la calculadora	Actitudes hacia las matemáticas No considerado
COGNICION NUMERICA	Desarrollo cognitivo numérico	Desarrollo cognitivo numérico	No considerado

---

[1]: HEMBREE, R. (1984): Op. cit.

4.4.- Formulación de hipótesis

Básicamente tenemos tres problemas a investigar en este estudio; todos ellos relativos a efectos presumibles de un programa de acción. A saber:

1) ¿Qué efecto tiene sobre el desarrollo cognitivo numérico la implementación de un currículum de aritmética de 3^er^ grado modulado por la calculadora?
2) ¿Qué efecto tiene sobre el rendimiento matemático, en las actitudes hacia las matemáticas y hacia la propia calculadora la implementación de un currículum de aritmética elemental de 3^er^ grado modulado por la calculadora?
3) ¿Qué efecto tiene sobre el rendimiento matemático, en las actitudes hacia las matemáticas y hacia la propia calculadora facilitar el uso de calculadora en los exámenes?

Estos tres problemas podemos desarrollarlos en las siguientes hipótesis de investigación:

H_o^1: Los alumnos de 3^{er} curso de primaria que desarrollan un currículum de Aritmética modulado por la calculadora tendrán un desarrollo cognitivo numérico similar al de alumnos que desarrollan un currículum tradicional (sin concurso de la calculadora).

H_o^2: Los alumnos de 3^{er} curso de primaria que desarrollan un currículum de Aritmética modulado por la calculadora tendrán un rendimiento en Numeración básica similar al de los alumnos que desarrollan un currículum tradicional (sin concurso de calculadora)

H_o^3: Los alumnos de 3^er^ curso de primaria que desarrollan un currículum de Aritmética modulado por la calculadora tendrán un rendimiento en cálculo mental similar al de alumnos que desarrollan un currículum tradicional (sin concurso de la calculadora).

H_o^4: Los alumnos de 3er curso de primaria que desarrollan un currículum de Aritmética modulado por la calculadora y se les facilita calculadoras en los exámenes tendrán un rendimiento en Destrezas de cálculo similar al de los alumnos que desarrollan un currículum tradicional y al de alumnos que desarrollan un currículum tradicional pero disponen de calculadora en los exámenes.

H_o^5: Los alumnos de 3er curso de primaria que desarrollan un currículum de Aritmética modulado por la calculadora y disponen de calculadora en los exámenes tendrán un rendimiento en productividad de resolución de problemas similar al de alumnos que desarrollan un currículum tradicional y al de alumnos que desarrollan un programa tradicional pero disponen de calculadora en los exámenes.

H_o^6: Los alumnos de 3er curso de primaria que desarrollan un currículum de Aritmética modulado por la calculadora y disponen de calculadora en los exámenes tendrán un rendimiento matemático general (Numeración + Cálculo Mental + Destrezas de cálculo + Resolución de problemas) similar al de los alumnos que desarrollan un currículum tradicional y al de alumnos que desarrollan un currículum tradiconal pero disponen de calculadora en los exámenes.

H_o^7: Los alumnos de 3er curso de primaria que desarrollan un currículum de Aritmética modulado por la calculadora y disponen de calculadora en los exámenes tendrán una actitud hacia las matemáticas similar al de alumnos que desarrollan un currículum tradicional y a la de alumnos que desarrollan un currículum tradicional pero disponen de calculadora en los exámenes.

H_o^8: Los alumnos de 3^{er} curso de primaria que desarrollan un currículum de Aritmética modulado por la calculadora y disponen de calculadora en los exámenes tendrán una actitud hacia la calculadora similar al de los alumnos que desarrollan un currículum tradicional y al de alumnos que desarrollan un currículum tradicional pero disponen de calculadora en los exámenes.

A su vez estas hipótesis de investigación las expresamos como hipótesis estadísticas de nulidad del siguiente modo:

H_o^1: No existen diferencias significativas, entre grupos de 3^{er} curso de Primaria, en el desarrollo cognitivo numérico si desarrollan:

- Un currículum de Aritmética modulado por la calculadora en modalidad de mantenimiento (no calculadora en los exámenes) o, bien.
- Un currículum tradicional de Aritmética sin concurso de la calculadora en modalidad de mantenimiento (no calculadora en los exámenes)

H_o^2: No existen diferencias significativas, entre grupos de 3^{er} curso de Primaria, en el rendimiento en Numeración básica si desarrollan:

- Un currículum de Aritmética modulado por la calculadora en modalidad de mantenimiento (no calculadora en los exámenes) o, bien.
- Un currículum tradicional de Aritmética, sin concurso de la calculadora, en

modalidad de mantenimiento (no calculadora en los exámenes).

H_o^3: No existen diferencias significativas, entre grupos de 3er curso de Primaria, en el rendimiento en Cálculo Mental si desarrollan:

- Un currículum de Aritmética modulado por la calculadora en modalidad de mantenimiento (no calculadora en los exámenes) o, bien.
- Un currículum tradicional de Aritmética sin concurso de la calculadora en modalidad de mantenimiento (no calculadora en los exámenes)

H_o^4: No existen diferencias significativas, entre grupos de 3er curso de Primaria, en el rendimiento de Destrezas de Cálculo si desarrollan:

- Un currículum de Aritmética modulado por la calculadora en modalidad de extensión (uso de calculadora en los exámenes) o, bien.
- Un currículum tradicional de Aritmética, sin concurso de la calculadora, en modalidad de extensión (uso de calculadora en los exámenes) o, bien.
- Un currículum tradicional de Aritmética sin concurso de calculadora, en modalidad de mantenimiento (no uso de calculadora en los exámenes).

H_o^5: No existen diferencias significativas, entre grupos de 3er curso de Primaria, en el rendimiento en Resolucion de Problemas (productividad) si desarrollan:

- Un currículum de Aritmética modulado por la calculadora en modalidad de extensión (uso de calculadora en los exámenes).
- Un currículum tradicional de Aritmética, sin concurso de la calculadora, en modalidad de extensión (uso de calculadora en los exámenes) o, bien.
- Un currículum tradicional de Aritmética sin concurso de calculadora, en

modalidad de mantenimiento (no uso de calculadora en los exámenes).

H_o^5: No existen diferencias significativas, entre grupos de 3^{er} curso de Primaria, en el rendimiento Matemático General (Numeración + Cálculo Mental + Destrezas de Cálculo + Productividad en Resolución de Problemas) si desarrollan:

- Un currículum de Aritmética modulado por la calculadora en modalidad de extensión (uso de calculadora sólo en exámenes de Destrezas de Cálculo y Productividad en Resolución de Problemas).
- Un currículum tradicional de Aritmética, sin concurso de la calculadora, en modalidad de extensión (uso de calculadora sólo en exámenes de Destrezas de Cálculo y Productividad en Resolución de Problemas) o, bien.
- Un currículum tradicional de Aritmética sin concurso de calculadora, en modalidad de mantenimiento (no uso de calculadora en ningún examen).

H_o^7: No existen diferencias significativas, entre grupos de 3^{er} curso de Primaria, en la medida de su actitud hacia las Matemáticas si desarrollan:

- Un currículum de Aritmética modulado por la calculadora en modalidad de extensión (uso de calculadora en exámenes de Destrezas de Cálculo y Productividad en Resolución de Problemas).
- Un currículum tradicional de Aritmética, sin concurso de la calculadora, en modalidad de extensión (uso de calculadora sólo en exámenes de Destrezas de Cálculo y Productividad en Resolución de Problemas) o, bien.
- Un currículum tradicional de Aritmética sin concurso de calculadora, en modalidad de mantenimiento (no uso de calculadora en ningún examen).

H_c^8: No existen diferencias significativas, entre grupos de 3er curso de Primaria, en la medida de su actitud hacia la Calculadora si desarrollan:

- Un currículum de Aritmética modulado por la calculadora en modalidad de extensión (uso de calculadora en exámenes de Destrezas de Cálculo y Productividad en Resolución de Problemas).
- Un currículum tradicional de Aritmética, sin concurso de la calculadora, en modalidad de extensión (uso de calculadora sólo en exámenes de Destrezas de Cálculo y Productividad en Resolución de Problemas) o, bien.
- Un currículum tradicional de Aritmética sin concurso de calculadora, en modalidad de mantenimiento (no uso de calculadora en ningún examen).

4.4.1.- Racionalidad de las hipótesis

Fundamentar la predicción conlleva explicar la base lógica de cada una de las hipótesis propuestas. La revisión bibliográfica nos ha puesto de manifiesto que es de esperar un incremento del desempeño en matemáticas en alumnos que usan calculadora. Por ello, tal vez, la hipótesis nulas deberíamos haberlas expuesto en forma alternativa.

La base lógica de las hipótesis específicas tiene una racionalidad teórica múltiple. El psicólogo conductista Skinner[1] (1968) estudió la inclusión de recursos manipulativos,

---

[1]: SKINNER, B.F. (1968): The technology of teaching. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs. New Jersey.

tales como las calculadoras en actividades instructivas. Uno de los principales postulados del conductismo es el concepto de refuerzo. La aplicación de una retroalimentación o refuerzo inmediato incrementa la probabilidad de que la conducta precedente se repita. Ciertamente, entonces las calculadoras son aparatos con los que el alumno interactúa y le aportan una retroalimentación inmediata.

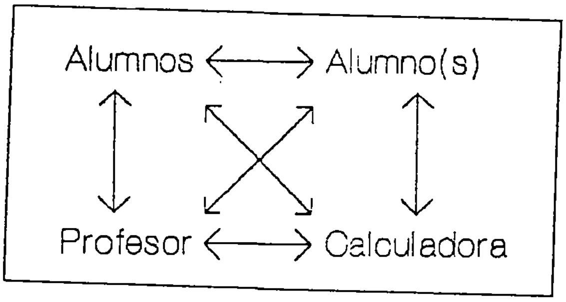
La teoría del desarrollo intelectual de Piaget nos permite también justificar teóricamente la racionalidad de la hipótesis H_0[1]. En Piaget y Beth[1] (1980: 287) se nos dice: "puede concluirse que tanto en el campo del pensamiento natural como desde el punto de vista de la formalización, la construcción del número procede a partir de elementos lógicos de clase o de relaciones y no constituye una elaboración independiente fundada en intuiciones a la vez primitivas y sui generis". La estrategia docente, desde esta óptica, es fomentar los planteamientos relacionales tal que cuando enseñamos matemáticas a alumnos de este nivel escolar (3º de E.G.B. / 8-9 años), niños que están en el estadio piagetano de las operaciones concretas, deberíamos darle todas las oportunidades posibles para aprender por la acción, esto es manipulando objetos reales. La calculadora permite la manipulación extensiva que facilita la comprensión de los conceptos matemáticos, mediante experiencias relacionales, y generaliza de un nivel concreto a un nivel abstracto de conceptualización.

---

[1]: PIAGET, J. y GETH, E.W. (1980): **Epistemología matemática y psicología**. 2ª edición. Traducción del original francés "Epistemologie mathematique et psycologie.Essai sur les relations entre la logique fornelle et la pensée réelle". Editorial Crítica, Barcelona.

Bauer y George[1] (1976: 91) han teorizado que el aprendizaje procede a lo largo de un continuo desde lo concreto a lo abstracto. Es lógico entonces, aportar los materiales relevantes en cada punto del continuo. Materiales relevantes a nivel concreto son aquellos objetos físicos que pueden ser manipulados por los alumnos en orden de llegar a determinar las observaciones "correctas". Idealmente, estos materiales actúan sobre todos los sentidos posibles, por ejemplo, tacto, visión. Es a través de la manipulación de objetos concretos sobre los que el niño formula por sí mismo una base física del mundo real. Parece evidente pues que las calculadoras son aparatos con este tipo de relevancia para la instrucción y el aprendizaje matemáticos.

El interaccionismo social, no como método de investigación, sino como teoría aplicada al estudio de las relaciones entre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (véase Bauersfeld[2], 1988) puede fundamentar también las hipótesis propuestas. Bajo la perspectiva interaccionista los significados matemáticos no son solamente construcciones individuales de la mente aislada, sino que se constituyen/construyen por interacción social. Un modelo interaccionista que incorpore calculadora podría ser:



---

[1] BAUER, G.R. y GEORGE, L.O. (1976): Helping children learn mathematics. Cummings Publishing Company, Inc. Menlo Park, Ca.

[2] BAUERSFELD, H. (1988): Interaction, construction and knowledge-alternative perspectives for mathematics education. Contenido en "Effective Mathematics Teaching", T. Cooney y D. Grouws (eds) NCTM. Reston, Va.

La calculadora puede ser un mediador interactivo que hace transformar las perspectivas del alumno o del profesor, un facilitador de las interacciones alumno-profesor, alumno-alumno y un regulador de tales las interacciones. Esta funcionalidad de la calculadora es asimilable a la detectada por Krummheur[1] (1987) estudiando resolución de problemas con microordenador.

Justificar teóricamente la relevancia de las actitudes del alumno hacia las matemáticas puede hacerse desde campos muy diversos. La discusión sobre la importancia de una buena actitud hacia el objeto de aprendizaje *("Subject matter")* ha sido puesta de manifiesto en el caso de las matemáticas por muy diversos autores.

Ya Krathwohl, Bloom y Masia[2] (1964: 7) indicaron la importancia de evaluar los objetivos afectivos en educación y declararon que raramente los profesores estaban tan preocupados con la evaluación de lo afectivo como lo estaban con la del rendimiento cognitivo. Los efectos de las actitudes en el desempeño matemático de los alumnos han

---

[1]: KRUMMHEUR, G. (1987): Der einfluβ der computers auf die interaktionen in schülerkleingruppen. Contenido en "Technisierte Komunikation", R. Fichler y R. Weingarten (eds). Westdeutscher Verlag. Düsseldorf.

[2]: KRATHWOHL, D.R.; BLOOM, B.S. y MASIA, B.B. (1964): Taxonomy of educational objectives handbook II: Affective domain. McKay Publishing Company, New York.

sido estudiados por Aiken y Dreger[1] (1961: 19-24) y Aiken[2] (1976: 293-111), poniendo de manifiesto que:

1.- Las actitudes hacia las matemáticas están relacionadas con factores intelectivos y con el rendimiento pero no con el temperamento.

2.- Las experiencias con anteriores profesores de matemáticas contribuyen a las actitudes actuales.

3.- Las actitudes hacia las matemáticas eran menos estables en los cursos de primaria.

Fedon[3] (1958: 304-310) descubrió que ya en tercer grado los alumnos se habían formado sentimientos hacia las matemáticas.

Suydam[4] (1983) considera que una motivación baja era la causa más frecuente del bajo rendimiento matemático de los alumnos. Incluso, ella cree que esos alumnos parecen no interesados ni disfrutar con el uso de calculadora en la resolución de problemas. Suydam declara que bastantes alumnos experimentan frustración, de aquí que el rol de la

---

[1]: AIKEN, L.R. y DREGER, R.M. (1961): The effect of attitudes on performance in mathematics. "Journal of Educational Psychology", 52, 1.

[2]: AIKEN, L.R. (1976): Update on attitudes and other affective variables in learning mathematics. Review of Educational Research, 46, 2, Spring.

[3]: FEDON, J.P. (1958): The role of attitude in learning mathematics. Arithmetic Teacher, 5.

[4]: SUYDAM, M.N. (ed.) (1983): Op. cit.

calculadora sea básicamente como recurso motivacional. A través del uso de calculadora, el éxito puede generarse al averiguar respuestas computativas y por tanto revivir el interés.

Un problema lateral a la implementación de calculadora en las aulas es el detectado por Morsund[1] (1981) relativo al sentimiento de ansiedad de los profesores. Morsund sugiere que los profesores analicen sus propios niveles de ansiedad, que podrían llevarles a confusiones y presumibles frustraciones profesionales. El considera que la formación específica sobre implementación de calculadora puede ser una ayuda para vencer/disolver tal ansiedad en matemáticas. Sólo conociendo que la calculadora es disponible y que sus efectos no son detrimentales se genera un efecto calmante.

4.5.- Selección del enfoque de la investigación

Al considerar las dos dimensiones selectivas apuntadas por Fox[2] (1981: 72-5): temporalidad e intencionalidad, nuestro interés en el futuro y la intención de comparar tratamientos, nos lleva a optar por un enfoque experimental con varios grupos. Como trabajaremos en marcos naturales (clases intactas) ya establecidas y en funcionamiento y con una dimensión de recogida de datos, de forma que podamos llegar a obtener conclusiones sobre una eficacia relativas (grupos con calculadora versus grupos sin

---

[1]: MORSUND, D. (1981): **Calculators in the classroom.(The Grey Book).** John Wiley and sons. New York.

[2]: FOX, D.J. (1981): **El proceso de investigación en educación.** Original en inglés "The research process in education", 1969. EUNSA, Pamplona.

calculadora), el enfoque quasi experimental, en terminología de Campbell y Stanley[1] (1966: 70), será el adecuado. Se es consciente de la imperfección del enfoque y su diseño afín, pero haciéndonos eco de la declaración de Campbell y Stanley (1966: 71) "merece utilizarse allí donde no haya otros mejores susceptibles de que se les aplique" o donde no se disponga de otros medios de estudio más eficaces (p. 73; subrayado en el original). Evidentemente, no nos ha sido posible un enfoque experimental puro.

Básicamente estamos tratando de implementar un nuevo tratamiento (curriculum matemático de 3º de E.G.B. modulado por calculadora) frente a otro tratamiento habitual/tradicional (curriculum matemático de 3º de E.G.B. no asistido por calculadora) con dos modalidades posibles (extensión y mantenimiento).Como dice Linn[2] (1986: 97): "es obviamente relevante el interrogarse sobre los efectos diferenciales, del nuevo tratamiento a implementar, en la variable dependiente de mayor interés (desempeño escolar del alumno: *"performance")*; pese a que estemos en una aproximación de "caja negra" que pueda dejar muchas cuestiones sin respuesta sobre cómo y porqué se manifiestan o no esas diferencias, pese a la falta de medidas de la implementación del tratamiento novedoso y ante la ausencia una teoría definitiva que incorpore una caracterización causal de la intervención que pueden dar respuestas a tales cuestiones.

---

[1]: CAMPBELL, D.T. y STANLEY, J.C. (1966): **Experimental and quasi-experimental desings for research.** Versión al castellano "Diseño experimentales y cuasiexperimentales en la investigación social" (1973) Amorrortu Editores. Buenos Aires.

[2]: LINN, R.L. (1986): **Quantitative methods in research on teaching.** En "Handbook of Research on Teaching", 3ª edición, M.C.Wittrock (ed). McMillan Publishing Cia. New York.

Cook y Campbell[1] (1979) podrán aportarnos el desarrollo ajustado de este enfoque cuasi experimental, que permita extraer inferencias causales/diferenciales intentando controlar el máximo de amenazas, aunque se sea cauto y modesto en la extracción de conclusiones definitivas. Esta experimentación de campo en la tradición de Cook y Campbell, "con su profundo uso del vocablo "plausible" insiste en que el investigador debe juzgar continuamente si un hipótesis rival explicaría los datos: La información contextual cualitativa (así como la evidencia cuantitativa sobre variables tangibles) ha sido ampliamente reconocida como relevante para tales juicios" (p. 93).

4.6.- Grupos de tratamiento

G_1: Control 1: Instrucción matemática sin calculadora (desarrollo de un currículum tradicional de Aritmética). Modalidad de mantenimiento en desarrollo cognitivo numérico, numeración, cálculo mental, actitudes hacia las matemáticas y hacia la calculadora. Modalidad de extensión en destrezas de cálculo y problemas a nivel de medidas postest. Grupo que denominamos de "control-informal".

G_2: Experimental 1: Instrucción matemática con calculadora (currículum de Aritmética modulado por la calculadora). Modalidad de mantenimiento en desarrollo cognitivo numérico, numeración, cálculo mental y actitudes hacia las matemáticas y hacia la calculadora. Modalidad de extensión en (destrezas de cálculo y problemas) a nivel de medidas postest. Grupo que denominaremos "experimental".

---

[1]: COOK, T.D. y CAMPBELL, D.T. (1979): Op. cit.

G_3: Control 2: Instrucción matemática sin calculadora. Modalidad mantenimiento en todas las variables a nivel postest. Grupo que denominaremos de "control-puro".

4.7.- Supuestos y limitaciones del estudio

Los principales supuestos que se aceptan en este estudio son:

- Los profesores intervinientes (efecto específico del profesor) tienen un nivel comparable/similar de competencia y de motivación. Un efecto Hawthorne ad hoc al profesor parece controlado ya que los profesores conocían que sus grupos clases estaban interviniendo en un estudio comparativo.
- Los alumnos de los grupos de control no usarán calculadora para realizar "deberes" u otras tareas matemáticas propias fuera de los períodos de tratamiento temporizados por el horario de clase. Este supuesto es difícil de asumir ya que como se verá parece existir un uso "informal/no institucional" de la calculadora. El peligro, de "contaminación de los tratamientos" bien por uso informal espontáneo de la calculadora como por interacción de los participantes no parece relevante. Tal uso informal es extensivo a todos los grupos y la información sobre el tratamiento experimental específico quedaría reducida al simple hecho de la novedad que representa que un grupo-clase tengan calculadoras y otro no y, en consecuencia, no habría información interactiva suficiente.
- Un supuesto conceptual básico es que el rendimiento y las actitudes hacia las matemáticas son susceptibles de modificar mediante la docencia y que en

consecuencia puede afirmarse que están sujetas a un cambio mensurable.

- Todos los sujetos intervinientes tienen un conocimiento similar de la calculadora al iniciarse la experiencia ya que no habían usado institucionalmente la máquina, ninguno de ellos, en cursos anteriores. A lo máximo podría asumirse un uso informal indiferenciado.

Los tres supuestos para una posterior incardinación metaanalítica (véase Hedges[1] 1982) son totalmente asumibles ya que:

1.- Los datos (medias y desviaciones típicas) son trasladables a un tamaño de efecto.

2.- Los datos o resultados del estudio son de naturaleza contínua.

3.- Los tamaños muestrales son en todos los grupos superiores a 10 unidades/sujetos.

Las principales limitaciones de este estudio son:

- Los sujetos participantes son todos alumnos de 3er grado pertenecientes a una comunidad semirural de bajo poder económico.
- Todos los sujetos participantes eran alumnos de capacidades normales o altas. Quedaron excluidos aquellos alumnos que no dominaban las destrezas básicas de lectoescritura del ciclo escolar antecedente (Ciclo Inicial); o sea, sujetos diagnosticados con retraso escolar por los equipos de orientación de la zona.
- Se trabajó con grupos-clase naturales o intactos sin posibilidad de llevar a efecto

---

[1]: HEDGES, L.V. (1982): **Statistical methodology in meta-analysis.** ERIC ED 227 133.

completo la asignación y selección muestral en los tres estadios propuestos por Reicken et al[1] (1974). De aquí, que el diseño a utiliar cuente con grupos de control no equivalente.

- Un irregular curso escolar (huelga intermitente de 23 días lectivos) impidió desarrollar totalmente el programa previsto. El impacto diferencial de esta anomalía sobre cada tratamiento limita la generalización a un curso regular.

---

[1]: REICKEN, H.W.; BORUCH, R.F.; CAMPBELL, D.T.; COPLAN, W. GLENAN, T.K; PRATT, J.; REES, A. y WILLIAMS, W. (1974): **Social experimentation: A method for planning and evaluating social innovations.** Academic Press. New York.

5.- VARIABLES EN ESTUDIO

5.1.- Variable independiente.

La variable independiente o experimental ya viene dada en la formulación del problema y de las hipótesis específicas. Estamos pues considerando un modelo de efectos fijos en el que esa variable experimental tiene sólo tres niveles como máximo, a saber:

A) Para hipótesis con variables dependientes configuradas como hechos numéricos básicos (desarrollo cognitivo numérico, numeración y cálculo mental), los niveles de la V.I. son:

1º.- Uso de la calculadora en enseñanza de las Matemáticas: Desarrollo de un currículum de Aritmética modulado por la calculadora.

2º.- No uso de la calculadora en enseñanza de las Matemáticas: Desarrollo de un currículum tradicional de Aritmética.

Obsérvese que por su naturaleza, la variable experimental sería discreta cualitativa en función de los posibles tipos de máquina a usar y del mayor o menor impacto sobre el currículum matemático (asistido, orientado o modulado). Pero en este estudio se dicotomiza falsamente en las categorías citadas para hipótesis con V.Ds relativas a hechos básicos.

B) Para hipótesis con variables dependientes ajenas a hechos numéricos básicos (destrezas de cálculo, resolución de problemas, rendimiento matemático general y actitudes hacia las matemáticas y hacia la calculadora), la variable experimental adopta tres niveles.

1º.- Uso de la calculadora en enseñanza de las matemáticas: Desarrollo de un currículum de Aritmética modulado y evaluado por/con calculadora.

2º.- No uso de la calculadora: Desarrollo de un currículum tradicional de Aritmética sólo evaluado con la calculadora.

3º.- No uso de la calculadora: Desarrollo de un currículum tradicional de Aritmética.

Esa primera categoría o nivel experimental propiamente dicho es el que hay que caracterizar. Sus elementos son:

a) Empleo de un tipo de calculadora determinado. En nuestro caso el modelo genérico de calculadora elemental o de cuatro funciones.

b) Impacto del uso de la calculadora en el currículum de Aritmética elemental, bien asistiéndolo, orientándolo o modulando. Nuestra opción ha sido implementar un currículum modulado por la calculadora que auna al par:

* Un uso preferentemente pedagógico frente al uso funcional. Recordemos que esta doble posición ha sido desarrollada teorícamente por Etlinger[1] (1974: 43-45) Etlinger et al[2] (1981: 109-115).

* La superación del cálculo algorítmico estandarizado para dar paso a una visión dual e interrelacionada del cálculo: como proceso mental (cálculo mental) y como proceso automatizado.

* Un uso de la máquina en procesos evaluatorios.

5.1.1.- Tipo de calculadora

Específicamente el elemento "tipo de calculadora" de la categoría propiamente experimental de la V.I. podríamos identificarlo mediante la siguiente ficha modelo (extraída

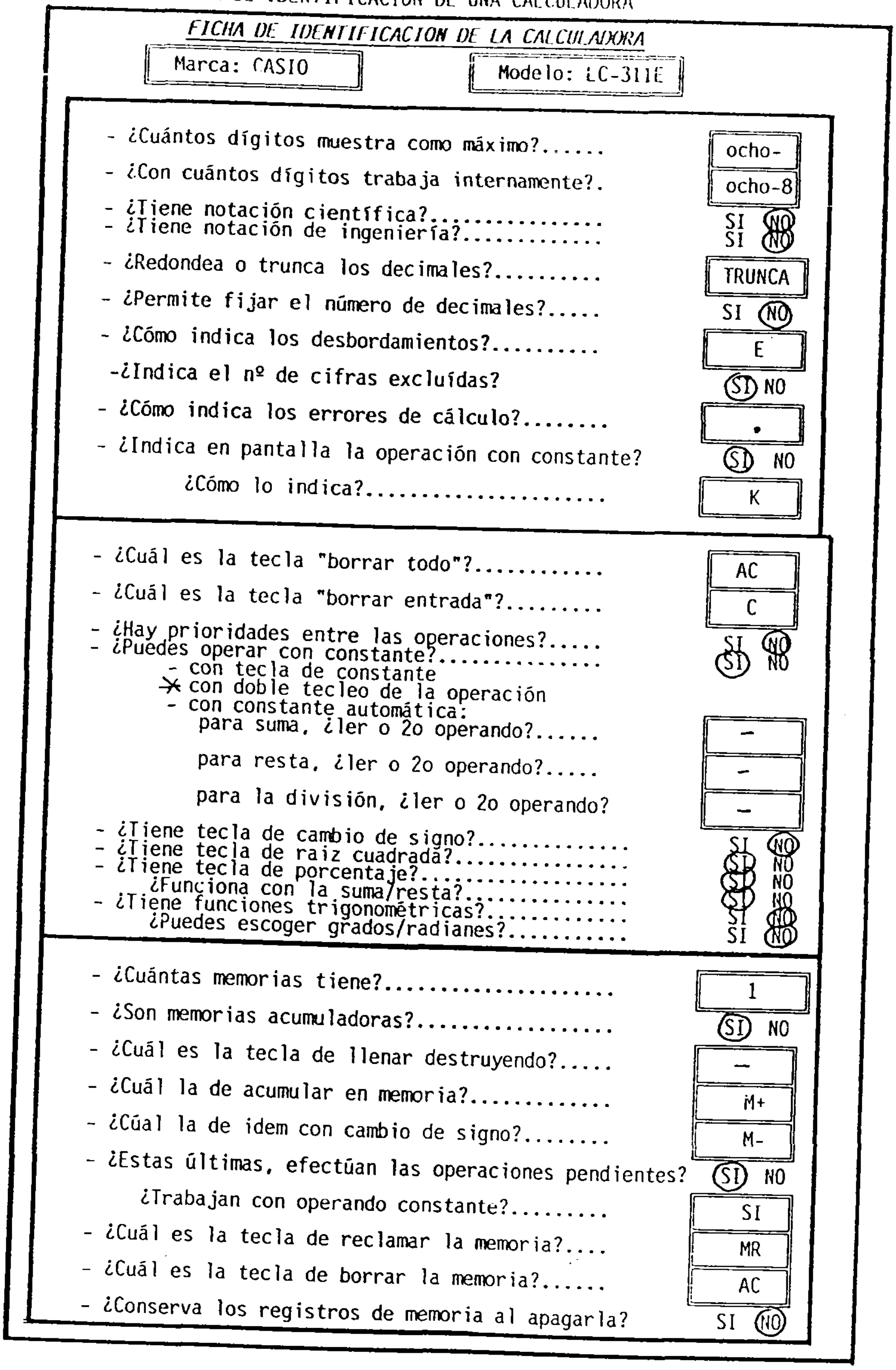
---

[1]: ETLINGER, L. (1974): The electronic calculator: A new trend in school mathematics. Educational Techonology, 14, december.

[2]: ETLINGER, L.; KRULL, S.; SACHS, J. y STOLARZ, T.J. (1981): The calculator in the classroom: Revolution or revelation. Contenido en "Calculators, Computers and Classrooms", op. cit.

de Udina i Abello[1], 1989: 48) ligeramente ampliada por este autor.

Figura 10: FICHA DE IDENTIFICACION DE UNA CALCULADORA



FICHA DE IDENTIFICACION DE LA CALCULADORA

Marca: CASIO

Modelo: LC-311E

- ¿Cuántos dígitos muestra como máximo?......	ocho-
- ¿Con cuántos dígitos trabaja internamente?.	ocho-8
- ¿Tiene notación científica?..............	SI [✓ NO]
- ¿Tiene notación de ingeniería?............	SI [✓ NO]
- ¿Redondea o trunca los decimales?..........	TRUNCA
- ¿Permite fijar el número de decimales?.....	SI [✓ NO]
- ¿Cómo indica los desbordamientos?..........	E
-¿Indica el nº de cifras excluídas?	[✓ SI] NO
- ¿Cómo indica los errores de cálculo?........	•
- ¿Indica en pantalla la operación con constante?	[✓ SI] NO
¿Cómo lo indica?.....................	K
- ¿Cuál es la tecla "borrar todo"?...........	AC
- ¿Cuál es la tecla "borrar entrada"?.........	C
- ¿Hay prioridades entre las operaciones?.....	SI [✓ NO]
- ¿Puedes operar con constante?...............	[✓ SI] NO
- con tecla de constante	
→✱ con doble tecleo de la operación	
- con constante automática:	
para suma, ¿ler o 2o operando?......	–
para resta, ¿ler o 2o operando?.....	–
para la división, ¿ler o 2o operando?	–
- ¿Tiene tecla de cambio de signo?.............	SI [✓ NO]
- ¿Tiene tecla de raiz cuadrada?...............	[✓ SI] NO
- ¿Tiene tecla de porcentaje?..................	[✓ SI] NO
¿Funciona con la suma/resta?.................	[✓ SI] NO
- ¿Tiene funciones trigonométricas?............	SI [✓ NO]
¿Puedes escoger grados/radianes?..........	SI [✓ NO]
- ¿Cuántas memorias tiene?....................	1
- ¿Son memorias acumuladoras?.................	[✓ SI] NO
- ¿Cuál es la tecla de llenar destruyendo?.....	–
- ¿Cuál la de acumular en memoria?............	M+
- ¿Cúal la de idem con cambio de signo?........	M-
- ¿Estas últimas, efectúan las operaciones pendientes?	[✓ SI] NO
¿Trabajan con operando constante?.........	SI
- ¿Cuál es la tecla de reclamar la memoria?....	MR
- ¿Cuál es la tecla de borrar la memoria?......	AC
- ¿Conserva los registros de memoria al apagarla?	SI [✓ NO]

---

[1]: UDINA i ABELLO, F. (1989): Op. cit.

A la anterior ficha de identificación le añadimos estos otros elementos que caracterizan a una calculadora.

- ¿Señaliza la operación en curso?.....	SI NO
- ¿Cómo señaliza la operación?........	
Signo de función en el lateral	SI NO
Signo de función intercalado	SI NO
- Tipo de lógica:	Aritmética
	Algebraica total
	Algebraica parcial
	Reversible polaca
- Tipo de registro......................	Dual (x, y)
	Múltiple (más de dos)

Pensamos que este tipo de calculadora se ajusta a las necesidades y objetivos planteados. Cada alumno pudo disponer de un mismo modelo ya que se adquirieron 30 unidades para esta experiencia. Presumiblemente las diferencias de rasgos no hubieran sido relevantes si se hubiesen usados modelos distintos de en este estudio, ya que los rasgos diferenciadores entre modelos elementales no son acusados excepto, quizás, el indicador de constantes.

Las posibles diferencias en los diversos modelos disponibles exige una selección del más ajustable al nivel de los sujetos, aunque en última instancia prime el factor economía. De los tres tipos generales de calculadora, parece comúnmente aceptado (siguiendo a Billstein, Libeskind y Lott[1], 1984: 672-678) que:

- Calculadora elemental o de cuatro funciones es la apropiadas para la enseñanza primaria.
- Calculadora científica, para enseñanza secundaria.

---

[1]: BILLSTEIN, R.; LIBESKIND, S. y LOTT, J.W. (1984): Mathematics for elementary school teacher. Benjamin/Cummings Publishing Company. Menlo Park. Ca.

- Calculadora científica y programable, para enseñanza universitaria.

La selección de la calculadora idónea ha sido un tema que ha generado abundante estudio. Suydam[1] (1979) recoge 66 referencias sobre el tópico de seleccionar la calculadora apropiada. El NCTM[2] publica a intervalos períodicos información actualizada sobre modelos apropiados para uso escolar. El Calculator Information Center[3] (CIC) ha recopilado tipos y modelos de calculadora apropiados para los grados K-6.

Desde 1980 los modelos de calculadora han variado en el sentido de cambio del sistema de alimentación, de baterias a pilas solares y en una mayor compacticidad de los circuitos integrados, con lo que el espesor ha disminuido ostensiblemente, aunque las prestaciones sigan siendo bastante parecidas entre modelos elementales.

Mención especial merece los esfuerzos de la TEXAS INSTRUMENTS[4],[5] (1976, 1977) por ofertar una calculadora didáctica: los modelos ABLE y Litlle Profesor, submodelos TI 1205 (para niveles elementales 1º a 3º), TI 1255 y TI 1270 (para niveles intermedios 4º a 6º). Igualmente, la compañía NOVUS ha generado los modelos Quiz Kid I, II y III con prestaciones didácticas. Una extensión revisión para seleccionar calculadoras

---

[1]: SUYDAM, M.N. (1979): Op. cit.

[2]: N.C.T.M. (1978): **Minicalculator information resources.** Reston. Va.

[3]: C.I.C. (1977): **Information bulletins.** Nº 1-7. ERIC ED 171574.

[4]: TEXAS INSTRUMENTS (1976): **Learning basic concepts with limited-function ABLE calculators.** Dallas.

[5]: TEXAS INSTRUMENTS Learning Centre (1977): **Basic family math.** Dallas. Tx.

puede encontrarse en Selden y Jorgensen[1] (1981: 27-46). Para niveles elementales (párvulos a 3º) e Intermedio (4º a 6º), nuestra enseñanza primaria, podemos ofrecer una matriz actualizada de modelos de calculadora. (Lista del NCTM, más algunos modelos japoneses y alemanes).

Tabla XII: DIVERSOS MODELOS DE CALCULADORAS ELEMENTALES

Compañía	Lógica	Nivel Elemental	Nivel Intermedio
Canon	Algebraica parcial	MD 8, RULER 8, 85, LC2, SX310, SX320II.	Anteriores,más 8RS, 8MS.
Commodore	Algebraica parcial	796	899, 9R31
EduCalc.	Algebraica parcial Notación polaca inversa (RPN)	40GD 21GD	40GD, BAGD 21GD
Monroe	Algebraica parcial	98, Classmate 88	Idem, anteriores
Novus	Algebraica parcial	Quiz Kid I, II y III (+), 832, 835, 850	Idem anteriores
SHARP	Algebraica parcial	EL 8024, EL 20IS	EL 8020, EL 8120, EL 8117K
STOKES	Algebraica parcial	P500 (uso conjunto con un proyector amplificador)	P50 0
Telesensory	Algebraica parcial	SIA (opción de respuesta auditiva)	SIA
Texas Instruments	Algebraica parcial	ABLE, Little Professor (+), TI 1205.	Anteriores más TI 1255, TI 1270, TI 1706 II
Victor	Algebraica parcial		104R
ARISTO	Algebraica parcial	M27	M27 M64
CASIO	Algebraica parcial	LC-311E	LC-311E

(+): Cierta funcionalidad didáctica como recurso específicamente diseñado.

La diversidad de modelos plantea la necesidad de enseñar el manejo y funcionamiento de la máquina. Existen inclusos trabajos relativos a cuestiones referentes

---

[1]: SELDEN, W. y JORGENSEN, C.E. (1981): Business classroom and laboratory equipment. Business Education Forum, 35, january.

al teclado y al mecanismo interno de la calculadora que puede conducir a respuestas erróneas. Cox[1] (1983: 18-19) cree que en el manejo, tecleado y uso de la calculadora existen elementos proclives a inducir error centrados en:

1.- Interpretación y teclado de decimales

2.- Realización de operaciones repetidas

3.- Manifestación de constante

4.- Uso de la tecla de cancelación

5.- Uso de memoria

6.- Existencia de jerarquía o no de las operaciones.

7.- Casos diversos de constante adherida

8.- Tamaño de los números e indicación de desbordamiento

9.- Otras teclas/función.

10.- Uso de %

En esta línea está también el trabajo de Graham[2] (1983: 20-21) que incorpora actividades para disolver posibles errores debido a las variaciones entre modelos de calculadora.

---

[1]: COX, C. (1983): **Question to provoke discussion.** Mathematics in School, 12, 3. También en "Calculators in the Primary School. Readings from MIS & MT", op. cit.

[2]: GRAHAM, A. (1983): **A question of logic: Three things you should know about your calculator.** Mathematics in School: También en "Calculators in the Primary school. Readings from MIS & MT", op. cit.

Existen modelos sofisticados de calculadoras con prestaciones didácticas, como el modelo Hewlett-Packard HP65, pero desgraciadamente su alto precio (más de 10.000 pta/unidad) las hace inaccesibles al ámbito escolar. A la hora de seleccionar una calculadora habrá que optar por un modelo económico, el más disponible y accesible para los alumnos. En nuestro estudio el modelo utilizado ha sido la CASIO LC-311E.

5.1.2.- Impacto en el curriculum.

La calculadora modifica/modula ostensiblemente el curriculum aritmético de 3^er^ grado de E.G.B. tanto a nivel de contenidos como usos. La idea básica subyacente es que la calculadora puede tener un uso pedagógico o facilitador del aprendizaje aparte de su uso funcional (realizar cálculos). Además, tal currículum modulado por la calculadora desenfatiza el cálculo algorítmico standarizado para centrarse más en el cálculo mental (exacto y aproximado), la comprensión de procesos y la resolución de problemas.

Un curriculum experimental se suscita, que es necesario delimitar e implementar. En nuestro estudio, tal curriculum experimental se contrasta con un curriculum habitual dado básicamente en la programación inserta en un Libro de Texto y su correspondiente Guía didáctica del profesor.

A lo largo de este estudio, este investigador fue aportando materiales para los grupos experimentales a partir del desarrollo explicitado en el Capítulo 3: Calculadora y Currículum matemático. Tal curriculum experimental se expone suscintamente a continuación en bloques temáticos, contenidos y usos específicos y tareas- tipo propuestas.

Sólo se enuncian aquellos contenidos afectados por la calculadora (contenidos diferenciales).

Una de las dificultades propias de este estudio era optimizar/maximalizar la variable experimental (en expresión de Kerlinger[1], 1975: 174) ofertando un material diferenciado a los alumnos. Desafortunadamente, no existía en el mercado español materiales idóneos por lo cual el investigador tuvo que ir seleccionando de la bibliografía en lenguas extranjeras (inglés, principalmente) tareas específicas. Materiales para el alumno y de los que se extrajeron tareas han sido: Tyler y Burkhart[2] (1983); Nuffield Mathematics Group[3] (1984), Langdon y Davies[4] (1983), Morris[5] (1981) Reys et al[6] (1980). Aparte de otras tareas elaboradas por nosotros y extraidas del desarrollo curricular señalado en el Capítulo 3.

---

[1]: KERUNGER, F.N. (1975): **Investigación del comportamiento.** Nueva Editorial Interamericana, 1ª edición. México.

[2]: TYLER, K. y BURKHARDT, (1983): **Calculator maths-based activities to reinforce and develop number work.** Books 3 y 4. Blackie. Glasgow.

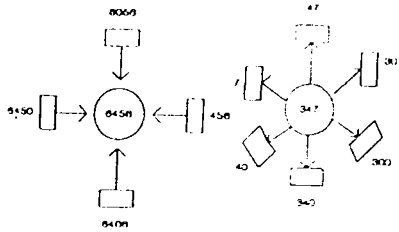
[3]: NUFFIELD MATHEMATICS GROUP (1984): **Electronic calculators. Teacher's Handbook.** Longman Group Ltd. Hong-Kong.

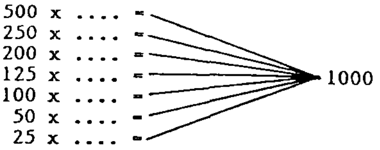
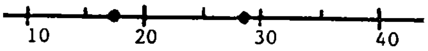
[4]: LANGDON, W. y DAVIES, G. (1983): **Practice your calculator skills.** Usborne electrics.

[5]: MORRIS, J.P. (1981): Op. cit.

[6]: REYS, R.E.; BESTGEN, B.B.; COBURN, T.G.; SCHOEN, H.L.; SHUMWAY, R.J.; WHEATLEY, G.H.; WHEATLEY, Ch.L.; WHITE, A.L. y MARCUCI, R. (1980): **Keystrokes: Calculator activities for young students. Book 1: Addition and substraciton. Book 2: Multiplication and division. Book 3: Exploring new topics.** Creative Publications, Inc. Palo Alto, Ca.

Tabla XIII: CURRICULUM ARITMETICO EXPERIMENTAL DE 3º DE EGB MODULADO POR LA CALCULADORA ELECTRONICA DE BOLSILLO.

Bloque temático I	Contenidos y usos	Tareas/tipo
N U M E R A C I O N	1.1. Escritura y números	1. Marca en tu calculadora estos números. - sesenta mil seiscientos seis. - sesenta mil sesenta y seis. - seis mil seiscientos seis. - seiscientos sesenta y seis.
	1.2. Lectura de números	2.Escribe cómo se leen estos números 50005 - 50505 55505 - 5555
	1.3. Juegos de sentido numérico	3. Gana el que primero llegue a 0. Se marca un número inferior a 100. Sólo se opera con las teclas de dígitos, 1,..., 9, - , = 4. Número objetivo ("target") Se acuerda un número. Gana el que primero llegue a él utilizando sólo las teclas del 1 al 9, +, =
	1.4. Redondeo de números por uso de constantes: aditiva y sustrativa.	5.- ¿Cuántos toques a = das para pasar de 585 a 600? ¿Y de 512 a 500?. 6.- De cúal de estos números está más cerca 586. 400, 500, 600, 700. 7.- Redondea estos números 67, 18, 107, 298.
	1.5. Valor de posición.	8.- Juego: El calculista de Hamelin Desarrollo: · Marca un número de cuatro cifras (ratones) · Opera para matar ratones borrando la cifra correspondiente según el orden abcd → abco → aboo → aooo → o 9.- Caso especial con dígitos repetidos: aaa 10.- La estrella del valor de posición: Completa la estrella siguiendo la dirección de la flecha: 
	1.6. Series ascendentes y descendentes con uso de constantes aditiva y sustrativa.	11.- Escribe de 5 en 5 desde 400 a 500. 12.- ¿Cuántos toques a = debo de dar para pasar de 300 a 200 de cinco en cinco?.

Bloque temático 1	Contenidos y usos	Tareas - Tipo
N U M E R A C I O N	1.7. La unidad de millar.	13.- Tantea con tu calculadora: 600 +... = 1000 | .....+.....= 1000 240 +... = 1000 | ...+...+....= 1000 505 +... = 1000 | ...+...+...+...=1000 648 +... = 1000  500 x .... = 250 x .... = 200 x .... = 125 x .... = 100 x .... = 50 x .... = 25 x .... = 1000
	1.8. Escritura de números dados en sus unidades de orden	14.- Marca estos números: 8 decenas | 6d + 4u | 4u de m + 5c 3 centenas | 3c + 7d | 8u de m + 3d
	1.9. Refuerzo del valor de posición	15.- Juego: Materiales: Calculadora y dado Modo: Se marca en la calculadora un número de tres cifras a base de 1,2, ..., 6 (número fijo). Se arroja el dado. Si coincide el número del dado con una de las cifras de la calculadora, gana tantos puntos como valor relativo tenga ese dígito. Ganador: Después de 10 jugadas, gana el que haya sumado más puntos.
	1.10. Número-palabras.	16.- Marca estos números, da la vuelta a a la calculadora y escribe qué palabra se forma: 15 709 38715 508079 17.- ¿Qúe números se forman con estas palabras? EL SOL BEBI ESOS
	1.11. La recta numérica.	18.-Los dos números marcados en la recta con ● suman 47. ¿Qué números son? 
	1.12. Conteo y agrupamiento.	19.-Piensa de cuántas maneras puedas saber cuántos puntos hay dibujados. ....

<table>
<tr><th>Bloque temático2</th><th>Contenido y Usos</th><th>Tareas - Tipo</th></tr>
<tr><td rowspan="7">C
A
L
C
U
L
O</td><td>2.1. Sumas incompletas de sumando de tres cifras máximo con un miembro desconocido.</td><td>20.- Completa
___ + 36 = 83 : ___+ 78 = 100
94 + ___ = 175: ___ + 215 = 500</td></tr>
<tr><td>2.2. Idem. anterior pero los dos sumandos desconocidos.</td><td>21.- Obten cinco parejas de números que sumen 100.
22.- Idem anterior pero de resultado 276.</td></tr>
<tr><td>2.3. Usar varias técnicas para realizar un mismo cálculo: cabeza, material y calculadora.</td><td>23.- Resuelve de distinta manera estas operaciones:
<table>
<tr><th></th><th>🧠</th><th>🧮</th><th>🖩</th></tr>
<tr><td>25 + 78</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>92 + 47</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>26 x 6</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>94 ÷ 7</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>2.4. Consolidación de conceptos: multiplicación y división.</td><td>24.- Opera con tu calculadora:
27 + 27 + 27 + 27 =
27 x 4 =
¿Qué conclusión sacas?
25.- Opera con tu calculadora:
108 - 27 - 27 - 27 - 27 =
108 ÷ 27 =
¿Qúe conclusión sacas?</td></tr>
<tr><td>2.5. Obtención de las tablas de multiplicar.</td><td>26.- Marca en tu calculadora 9 x x
Después ve marcando 0 = , 1 =,.... 9 = , 10 =
Marca en tu calculadora 9 + + .
Marca después = varias veces .
¿Qué sucede en los dos procesos?</td></tr>
<tr><td>2.6. Iniciación a la multiplicación y división mentales.</td><td>27.- Averigua de cabeza el doble y mitad de cada número:
18, 30, 52
Comprueba tus resultados con la calculadora</td></tr>
<tr><td>2.7. Sumas y restas mentales de números de tres cifras (llevándose sólo una vez).</td><td>28.- Calcula de cabeza:
700 + 90 + 6; 600 - 50; 300 + 8; 800 - 500; 90 + 70; 200 - 7.
29.- Completa la tabla:
<table>
<tr><th></th><th>Pronóstico</th><th>.. 🖩</th><th>Variación</th></tr>
<tr><td>642 + 92</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>197 + 251</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>78+781+7</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>629 - 271</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>468 - 89</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>569 - 172</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>Total =</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

Bloque temático 2	Contenido	Tareas - Tipo
CALCULO	2.8. Restas de números de tres cifras con cambio en decenas y unidades (llevándose dos veces).	30.- Completa esta tabla:
	2.9. Restas incompletas con términos de dos cifras.	31.- Averigua el número que falta y cuenta los ensayos que has hecho hasta averiguarlo:
	2.10. Productos por una cifra.	32.- Completa la tabla:
	2.11. Divisiones por una cifra con dividendo menor de 100.	33.- Completa la tabla:
	2.12. Operaciones inversas.	34.- Averigua el número que falta en cada operación:

30.- Completa esta tabla:

	✍	🖩	Variación
210 - 86			
364 - 178			
703 - 456			
935 - 297			
			Total=

31.- Averigua el número que falta y cuenta los ensayos que has hecho hasta averiguarlo:

Operación	Ensayos
___- 24 = 25	___
91 - ___ = 59	___

32.- Completa la tabla:

	✍	🖩
18 x 2		
18 x 3		
18 x 4		
18 x 5		
18 x 6		
18 x 7		
18 x 8		
18 x 9		
18 x 10		

33.- Completa la tabla:

	✍	🖩
38 ÷ 2		
97 ÷ 3		
85 ÷ 4		
43 ÷ 2		
51 ÷ 3		
96 ÷ 4		

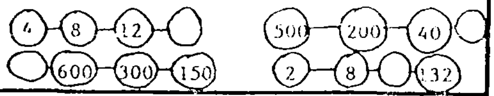
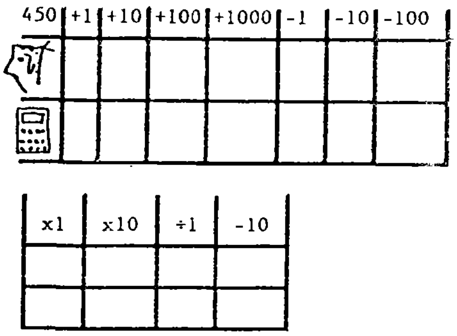
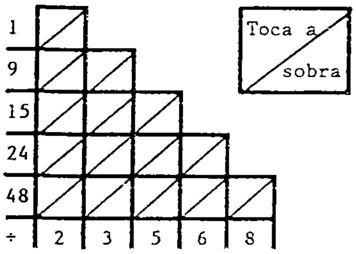
34.- Averigua el número que falta en cada operación:

100 —[÷ ___]— 25 25 —[X ___]— 100

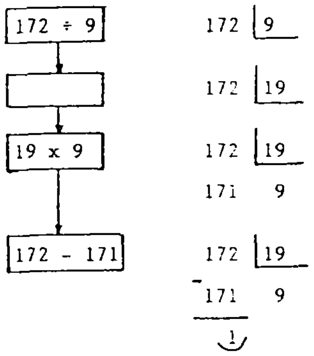
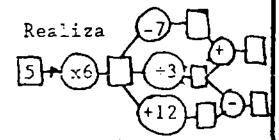
72 —[÷ ___]— 12 12 —[X ___]— 72

81 —[− ___]— 17 17 —[+ ___]— 81

74 —[+ ___]— 92 92 —[− ___]— 74

Bloque temático ?	Contenido y Usos	Tareas - Tipo
C A L C U L O	2.13. Ley de una sucesión o serie numérica.	35.- Halla el término que falta en cada serie: 
	2.14. Consolidación del cálculo mental exacto (cálculo básico).	36.- Completa de cabeza y comprueba con la calculadora 
	2.15. Rol de los términos de una división	37.- Divide 12 por todos los números menores que él: 12 ÷ 12, 12 ÷ 11, 12 ÷ 10, ... - Rellena esta tabla de dividir: 
	2.16. Justificación de los algoritmos.	38.- Realiza estas operaciones: 29 + 38 = ... ; 20 + 30 = ... ; 9 + 8 = ... = ... + ... 74 - 26 = ... ; 60 - 20 = ... ; 14 - 6 = ...= ..... + ... 46 x 7 = ... ; 40 x 7 = ... ; 6 x7 = ... = ... + ...
	2.17. Refuerzo de las operaciones.	39.- Completa los números que faltan. (En cada cuenta, cada figura representa al mismo número). 2☐ +7☐ =104 ; 6☐ -☐8 = 34 ; 7☐ x ☐ =456 ; 144 ⌊☐ 0 1☐ 40.- Completa esta cadena numérica. 

<table>
<tr><th>Bloque temá-tico 2</th><th>Contenidos y Usos</th><th>Tareas - Tipo</th></tr>
<tr><td rowspan="5">C
A
L
C
U
L
O</td><td>2.18. Cálculos mágicos y sorprendentes (juegos de prestidigitación)</td><td>41.- 91 es un número mágico. Calcula y observa por qué
91 x 1 =
91 x 2 =
...
...
...
...
91 x 9 =

42.- El detective: pide a tu papá/mamá que marque su edad. Multiplique por 2. Sume 5. Multiplique por 500. Sume cuanto dinero lleva. Reste 3.758. Se recupera la calculadora y suma al resultado 1258.
Las dos primeras cifras corresponden a la edad y las restantes al dinero que lleva.</td></tr>
<tr><td>2.19. Cálculo del resto de una división</td><td>43.- Sigue este diagrama de flujo:

44.- Divide:<table><tr><th>entre</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th><th>9</th></tr><tr><td>45</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>76</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>85</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>Toca
a
sobra</td></tr>
<tr><td>2.20. Polinomios aritméticos y árboles numéricos.</td><td>45.- Calcula mentalmente y comprueba con la calculadora:
9 + 8 - 7 + 5
6 x 8 + 1 ÷ 7
Realiza
 </td></tr>
<tr><td>2.21. La división como resta sucesiva</td><td>46.- Calcula:
a) 65 - 9 - 9 - 9 - 9 - 9 - 9 - 9 =
b) 65 ⌊9
Compara ambas operaciones y dí que sucede.</td></tr>
<tr><td>2.22. Operatoria de las potencias de 10: inducción y aplicación a la estimación.</td><td>47.- Opera
8 x 10, 14 x 10, 70 x 10, 200 x 10
Escribe una conclusión
48.- Completa cada producto
80 = 8 x ___ 140 = 14 x ___
700 = 70 x ___ 2000 = 200 x ____</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Bloque temático 2</th><th>Contenido</th><th>Tareas - Tipos.</th></tr>
<tr><td rowspan="5">C
A
L
C
U
L
O</td><td>2.23. Cálculos con números habituales (terminados en 0 ó 5)</td><td>49.- Completa esta tabla:
<table>
<tr><th></th><th>🧠</th><th>🖩</th><th>Variación</th></tr>
<tr><td>650 + 725</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>800 - 170</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>950 x 5</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>100 ÷ 5</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>total:</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>2.24. Refuerzo del producto: distributividad respecto de la suma.</td><td>50.-Juego:

Material: Tres dados de distinto color y calculadora

Modo: Se arrojan los dados. Con los puntos obtenidos se forma un número de tres cifras (previo acuerdo de la posición según color del dado). Se preacuerda por que número se va a multiplicar.

Ganador: el que más puntos haya sumado después de cinco jugadas.</td></tr>
<tr><td>2.25. Introducción a la simbología prealgebraica y operaciones inversas.</td><td>51.- Si a = 75, b = 80; c = 5 y d = 7 Averigua mentalmente y con calculadora
a + a; a + a - b; a + c x d; a + b ÷c
a + a -b; a ÷ c x c; a + b ÷ d -b - d
a x b x c ÷ b ÷ c</td></tr>
<tr><td>2.26. Mitad, doble, triple, tercio.</td><td>52.-Averigua:
<table>
<tr><th></th><th>1 mitad</th><th>1 tercio</th><th>2 mitades</th><th>2 tercios</th><th>3tercios</th></tr>
<tr><td>24</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>186</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>2.27. Discriminar la operación en curso.</td><td>53.- Pon ÷ , x , - ó - donde corresponda.

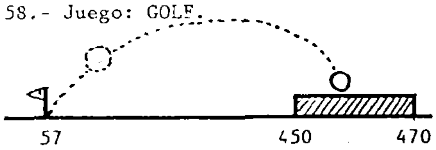
195 ☐ 5 = 200
300 ☐ 5 = 295
60 ☐ 5 = 300
180 ☐ 5 = 36

54.- Completa con + ó -

560 ☐ 18 ☐ 29 = 63

55.- Completa con x ó ÷

9 ☐ 7 ☐ 3 ☐ 7 = 3</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Bloque temá-tico 2</th><th>Contenido y Usos</th><th>Tareas - Tipos</th></tr>
<tr><td rowspan="5">CALCULO</td><td>2.28. Pronosticar un cálculo a sus términos conocido el resultado</td><td>56.- Juego las cuatro en raya
Material: un tablero numérico y calculadora
<table><tr><td>90</td><td>153</td><td>51</td><td>120</td><td>96</td></tr><tr><td>128</td><td>114</td><td>125</td><td>140</td><td>150</td></tr><tr><td>170</td><td>169</td><td>90</td><td>153</td><td>135</td></tr><tr><td>144</td><td>126</td><td>160</td><td>180</td><td>154</td></tr><tr><td>162</td><td>190</td><td>117</td><td>105</td><td>162</td></tr></table>
Modo de juego: Cada jugador marca en la tabla 0 ó X si su pronóstico ha sido acertado.
Gana: el que tenga cuatro números sucesivos acertados
Variante: el que tenga más números acertados.</td></tr>
<tr><td>2.29. Proceso de estimación en una división.</td><td>57.-Asocia el resultado de cada división con el intervalo en que está comprendido:
<table><tr><th>División</th><th>Intervalo</th></tr><tr><td>8000 ÷ 4</td><td>1 a 10</td></tr><tr><td>500 ÷ 8</td><td>10 a 100</td></tr><tr><td>30 ÷ 6</td><td>100 a 1000</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>2.30. Estimación a un intervalo.</td><td>58.- Juego: GOLF

¿Qué número se puede sumar a 57 para que el resultado esté entre 450 y 470?
¿Y en el caso de multiplicar?.</td></tr>
<tr><td>2.31. Estimación a un valor exacto</td><td>59.- Juego: TIRO AL BLANCO
BLANCO 1000
Usando los números de la munición debe dar al blanco obteniendo 1000.
Munición
2 8
0
5 3
1er ensayo:
4 x = ...
2º ensayo: 4 x = ...
Diferencia:.........</td></tr>
<tr><td>2.32. Estimación a un valor aproximado</td><td>60.- Utiliza sól los números 0, 5, 6, 7, 8, 9, para obtener el resultado más aproximado al blanco (6000)
____ x ______ =
______ x __ =
______ ÷ __ =
______ - __ =
6000</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Bloque temá- tico 3</th><th>Contenido</th><th>Tareas - Tipo</th></tr>
<tr><td rowspan="9">PLANTEO Y RESOLUCION DE PROBLEMAS</td><td>3.1. Invención de problemas a partir de una operación dada.</td><td>61.- Inventa problemas que se resuelvan con cada una de estas operaciones:
a) 278 + 143
b) 500 - 176
c) 89 x 7
d) 145 + 6</td></tr>
<tr><td>3.2. Relaciones funcionales multiplicativas y divisorias (Ley de una función afín).</td><td>62.- Completa con números
<table><tr><th>Animal</th><th>patas</th></tr><tr><td>25 niños
47 gallinas
19 gorriones</td><td></td></tr></table><table><tr><th>Animales</th><th>Ojos</th></tr><tr><td>..perros
..gatos
..ratones</td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td>3.3. Partículas "señalizadoras" de la operación en curso en un problema.</td><td>63.- ¿Qué diferencia hay entre 58 y 125? ¿8 veces 14 es?. Reparte 91 entre 6.</td></tr>
<tr><td>3.4. Problemas de consumo.</td><td>64.- Hacemos un pastel de 2 Kg = 2000gr.
<table><tr><th>Ingredientes</th><th>Peso</th></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>Total:2000gr</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>3.5. Problema relativos a la naturaleza.</td><td>65.- Mi corazón late 76 veces en un minuto. ¿Cuántos latidos da en una hora? ¿y en un día?.
66.- La gata pare 4 gatitos cada vez.
Tiene dos partos al año.
Vive alrededor de 10 años.
¿Cuántos hijos puede tener la gata durante toda su vida?.</td></tr>
<tr><td>3.6. Problemas de dividir con relevancia del resto.</td><td>67.- Tacha los años que sean bisiestos.
1876 1720 2036 1992
1995 1492 2000 1900</td></tr>
<tr><td>3.7. Detectar errores cometidos al resolver un problema.</td><td>68.- Juan que acaba de cumplir ocho años, dice que también ha cumplido 3658 días.
¿Es verdad lo que dice?
¿En que podría haberse equivocado?</td></tr>
<tr><td>3.8. Problemas de resultado aproximado y exacto.</td><td>69.- Mi mama se ha gastado 1.500 ptas en carne, 960 en pescado, 370 en verdura, 550 en frutas y 450 en legumbres. ¿Alrededor de cuantas pesetas se ha gastado? Calcula con la calculadora el resultado exacto.</td></tr>
<tr><td>3.9. Problemas de solución múltiple (tabla de resultados)</td><td>70.- Mi equipo ha juntado 1000 ptas para ir de excursión. Queremos comprar la merienda.
50 pta 75pta 25pta
refrescos bocadillos golosinas
Escribe varias maneras de gastar ese dinero.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Bloque temático 4</th><th>Contenidos y Usos</th><th>Tareas - Tipos</th></tr>
<tr><td rowspan="4">PATRONES Y REGULARIDADES NUMERICOS</td><td>4.1. Patrones multiplicativos</td><td>71.- Explica qué patrón descubres:
3 x 2 =   3 x 3 =
3 x 22 =   3 x 33 =
3 x 222 =   3 x 333 =
3 x 2222 =   3 x 3333 =</td></tr>
<tr><td>4.2. Inducción de regularidades</td><td>72.- ¡Sorpresa! Opera con tu calculadora
763763 ÷ 13 ÷ 11 ÷ 7 = ...
258258 ÷ 13 ÷ 11 ÷ 7 = ...
...... ÷ 13 ÷ 11 ÷ 7 = 486
159159 ÷ □ ÷ □ ÷ □ = 159
Explica que has descubierto.</td></tr>
<tr><td>4.3. Patrones con varias operaciones</td><td>73.- Resuelve este patrón.
1 x 9 + 2 =
112 x 9 + 3 =
123 x 9 + 4 =
123 x 9 + 5 =
12345 x □ + □ = 111111
12345678 x □ + □ =</td></tr>
<tr><td>4.4. Regularidades de sentido numérico (sin cálculo afín).</td><td>74.- Completa:<table><tr><td>5</td><td>50</td><td>500</td><td>5000</td></tr><tr><td>7</td><td>70</td><td></td><td>7000</td></tr><tr><td>6</td><td></td><td>600</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>400</td><td></td></tr></table></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Bloque temático 5</th><th>Contenido y Usos</th><th>Tareas - Tipo</th></tr>
<tr><td rowspan="6">M
A
N
E
J
O

D
E

L
A

M
A
Q
U
I
N
A</td><td>5.1. Encendido, apagado y puesta a cero.</td><td>75.- Usa alternativamente las teclas $\boxed{AC}$ y $\boxed{OFF}$. ¿Qué observas en la pantalla?.
76.- ¿Qué tecla usas para empezar una operación?.</td></tr>
<tr><td>5.2. Borrado parcial: tecla C</td><td>77.- Efectúa paso a paso.
a) 45 $\boxed{+}$ 37 $\boxed{C}$ $\boxed{-}$ 37 =
b) 96 $\boxed{-}$ 72 $\boxed{C}$ $\boxed{+}$ 92 =
¿Qué operación ha realizado la calculadora en cada caso?.
78.- Efectúa paso a paso.
a) 76 $\boxed{+}$ 37 $\boxed{C}$ 58 =
¿Qué dos números ha sumado?
b) 86 $\boxed{x}$ 5 $\boxed{C}$ 7 =
¿Qué dos números ha multiplicado?</td></tr>
<tr><td>5.3. Uso de constante.</td><td>79.- Marca $\boxed{2}$ $\boxed{+}$ $\boxed{+}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ .....
¿Que sucede?
80.- Marca $\boxed{3}$ $\boxed{x}$ $\boxed{x}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ .....
¿Qué sucede?
81.- Qué constante sigue esta serie?
362 - 351 - 340 - 329 - 318</td></tr>
<tr><td>5.4. Error o desbordamiento E</td><td>82.- Opera y observa la pantalla
5 $\boxed{\div}$ 0 $\boxed{=}$
12345 $\boxed{x}$ 67890 $\boxed{=}$
19 $\boxed{x}$ $\boxed{x}$ 8 $\boxed{C}$ $\boxed{\div}$ =
¿Qué sucede en cada caso?</td></tr>
<tr><td>5.5. Operar con teclas rotas o prohibidas.</td><td>83.- La tecla 0 está rota o prohibida obten estos números sin usar la tecla 0. Hazlo usando las tres operaciones:<table>
<tr><th></th><th>$\boxed{+}$</th><th>$\boxed{-}$</th><th>$\boxed{x}$</th></tr>
<tr><td>10</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>30</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>100</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>360</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>5.6. Operar con teclas limitadas.</td><td>84.- Obten 27 usando sólo las teclas
$\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{+}$
.- Obten 56 usando sólo las teclas
$\boxed{x}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{5}$ ó $\boxed{7}$</td></tr>
</table>

5.2.- Variables dependientes

Tres constructos se han considerado para operativizarlos como variables dependientes en este estudio:

- Desarrollo cognitivo numérico
- Rendimiento en matemáticas.
- Actitudes.

Quizá de los tres el menos problemático de operativizar sea el rendimiento. Aquí la polémica está servida desde antaño (enfrentamiento dialéctico por pares entre Cronbach y Meehl versus Bechtoldt y Ebel). El presunto isomorfismo dual: constructo --> variable --> instrumento de medida,siempre es cuestionable y lo asumismos con un supuesto metológico. Estos constructos se diversifican/operativizan en las siguientes variables:

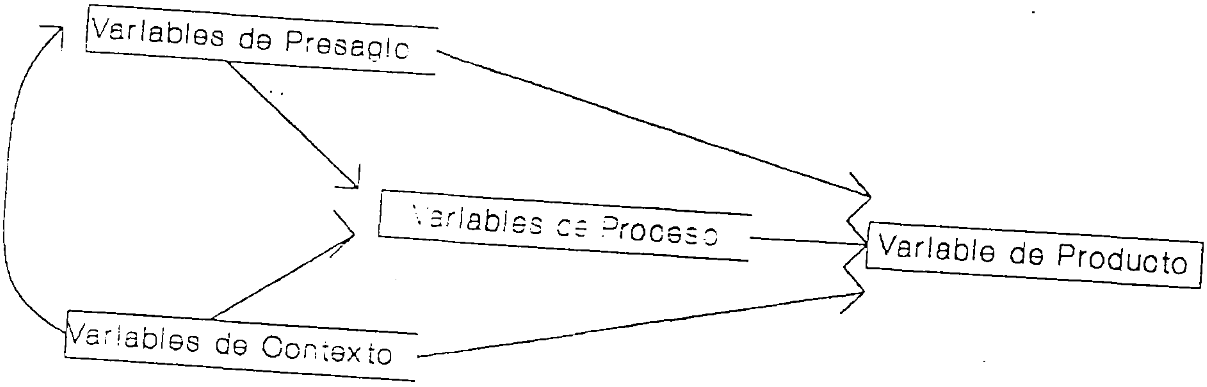
VARIABLES	CONSTRUCTOS
Desarrollo cognitivo numérico	D.C.N.
Numeración Cálculo mental Destrezas de cálculo Resolución de problemas	Rendimiento general en matemáticas
Actitud hacia las matemáticas Actitud hacia la calculadora	Actitudes

Por su naturaleza, tales variables son de naturaleza discreta cuantitativa (de categorías múltiples o infinitas) y medibles, por tanto, mediante una escala de intervalo. La precisión necesaria en la medida de intervalo de tales variables se hará posteriormente, cuando estudiemos los instrumentos de medida, tratando de comprender la dimensionalidad del fenómeno que se mide al par que la validez y fiabilidad del instrumento métrico.

Podemos caracterizar las variables en curso adoptando el modelo propuesto por Dunkin y Biddle[1] (1974) para el estudio de la enseñanza en el aula.

Figura 11: MODELO GENERICO DE VARIABLES EN EL ESTUDIO DE LA RELACION ENSEÑANZA-APRENDIZAJE

(Según Dunkin y Biddle)



Nuestra variable independiente será una variable proceso, las variables dependientes serán variables producto en tanto que el resto de variables intervinientes son variables extrañas a controlar.

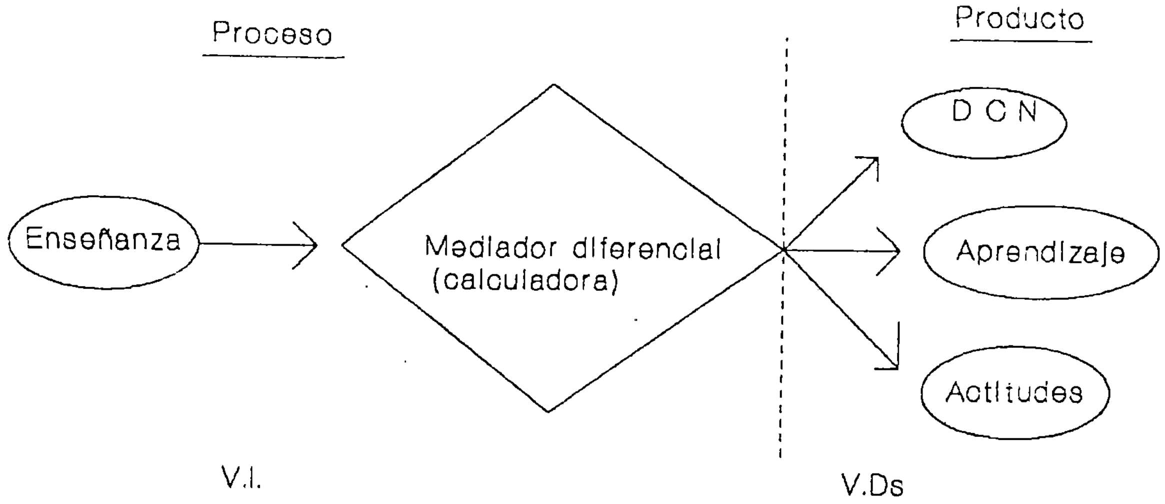
Adoptando otra posición paradigmática propia del interaccionismo (véase Mehan[2], 1979), la calculadora sería un nuevo mediador social entre las propuestas del profesor (enseñanza) y las realizaciones del alumno (aprendizaje).

---

[1] DUNKIN, M.J. y BIDDLE, B.J. (1974): The study of teaching. Holt, Rinehart & Winston, Nueva York.

[2] MEHAN, H. (1979): Learning lessons: Social organization in the classroom. Harvard University Press. Cambridge, Ma.

Figura 12: MODELO INTERACTIVO: LA CALCULADORA COMO MEDIADOR DIFERENCIAL



Tal mediador altera profundamente el contenido de la enseñanza. Shulman[1] (1986: 25-26) insiste en que la comprensión cognitiva del contenido de la enseñanza, por parte de los enseñantes, y de las realizaciones entre esta comprensión y la docencia, que el profesor proporciona a sus alumnos, constituyen realmente el autentico programa de investigación de la enseñanza.

Los tres tipos de conocimiento del contenido distinguidos por Shulman[2] (1986) de

---

[1]: SHULMAN, L.S. (1986): **Paradigms and research programs in the study of teaching: A contemporary perspective.** Cap. I. de "Handbook of Research on Teaching", M.C. Wittrock, editor. Traducción al castellano. "La investigación de la enseñanza I", (1989) Paidos/MEC. Barcelona.

[2]: SHULMAN, L.S. (1986): Ibidem.

la materia, pedagógico y curricular se ven ostensiblemente afectados, en el caso de que la educación matemática primaria acepte abiertamente el empleo de calculadora.

No es este el lugar para plantear un debate sobre las concepciones de la eficacia y las diferencias ideológicas subyacentes. Si la relación entre variables propuesta es de supuesta tendencia "tecnológica", estamos entonces con Gage[1] (1978) cuando sostiene que la búsqueda de relaciones entre enseñanza y aprendizaje no refleja obligatoria y necesariamente una orientación tecnológica robotizante. El pecado, al igual que belleza, está a menudo en el ojo del que mira. El arte de la práctica de la enseñanza debe estar fundado, en la medida de lo posible, en proposiciones científicas, pero de ningún modo en máximas técnicas que reemplacen al juicio pedagógico.

5.3.- Variables extrañas y su control.

Para identificar las variables extrañas susceptibles de influir sobre la(s) variable(s) dependiente(s) utilizamos la categorización de Dunkin y Biddle[2] (1974) ligeramente adaptada.

---

[1]: GAGE, N.L. (1978): The scientific basic of the art of teaching. Teachers College Press. Columbia University. Nueva York.

[2]: DUNKIN, M.J. y BIDDLE, B.J. (1974): Op. cit.

Tabla XIV: VARIABLES EXTRAÑAS INTERVINIENTES EN EL ESTUDIO Y SU CONTROL

Bloques mayores	Bloques menores	Variables individuales	Control
A. Presagio	a. Experiencias formativas del profesor	a.1. Edad	Constante: los tres profesores intervinientes eran de edad comprendidas entre 36-42 años.
	b. Formación académica	b.1. Plan de estudios	No controlada: dos profesores de un mismo plan de estudios (plan 50) el otro de plan diferente (plan 67)
		b.2. Especialización docente en matemáticas	No controlada: un profesor no especialista, lo otro dos especialistas pero de distinto acceso.
	c. Cualidades del docente	c.1. Tiempo en la docencia	Constante: los tres profesores de antiguedad similar 15-18 años de docencia.
		c.2. Experiencia en el nivel (3º)	Constante: los tres profesores llevan impartiendo Ciclo Medio entre 5 y 8 años.
		c.3. Destrezas y capacidad docentes.	Constante: no existe evidencia de sesgo diferencial.
B. Contexto	d. Experiencias formativas del alumno	d.1. Clase social	Distribuida aleatoriamente: no existe evidencia de sesgo clasista entre los tres grupos de tratamiento. Juicio de expertos sobre estratificación social equivalente de las clases.
		d.2. Sexo	Distribuido aleatoriamente: clases mixtas, aunque con ligero predominio de varones.

(Continuación)

B. Contexto		d.3. Edad	Constante:todos los alumnos están comprendidos entre 8-10 años.
		d.4. Años de escolaridad	Constante: la proporción de alumnos con un año de retraso es minima, menos del 15%,. La proporción de alumnos que han realizado cuatro años de escolaridad (2 de párvulos más 2 de Ciclo Inicial) es alta, más del 90%.
	e. Cualidades del alumno	e.1. Pretest (desempeño/estado inicial)	Controlada: Análisis de covarianza.
		e.2. Actitud hacia la materia	Controlada: Análisis de covarianza.
		e.3. Inteligencia	Distribuida aleatoriamente: los registros de escolaridad del alumno muestran valores del C.I. medios para cada grupo de trataiento. Los sujetos de integración de los grupos 1 y 2 no se han incluido en el estudio.
	f. Contextos de la Escuela y Comunidad	f.1. Actitudes paternales hacia la escuela	Distribuida aleatoriamente
		f.2. Tamaño de la escuela	Controlado: Los tres grupos pertenecientes a dos escuelas de 22 unidades.
		f.3. Composicición étnica	Constante: 10% de los alumnos de raza gitana en los tres grupos.
		f.4. Clima psico-social de la escuela	Constante: No evidencia de sesgo diferencial.

(Continuación)

B. Contexto	g. Contextos de aula	g.1. Tamaño de la clase	No controlado: G_1: 18 sujetos. G_2: 15 sujetos. G_3: 29 sujetos. Pero podría asumirse que el peso de 2 alumnos de integración en G_1 y 3 en G_2 fortalece el tamaño de ambas unidades.
		g.2. Clima psicosocial del aula	Constante: no evidencia empírica de conflictos diferenciales manifiestos a lo largo del tratamiento entre los cuatro grupos.
		g.3. Materiales	Constante: dotaciones similares propias de centros públicos. Variable independiente: grupos con o sin calculadora.
C. Proceso	h. Conducta del profesor en el aula	h.1. Entusiasmo del profesor	Constante: los tres profesores conocían su participación en el experimento. No existe evidencia de entusiasmo diferencial aunque el presumible sesgo del profesor/ experimental no está típicamente controlado haciendo que sea otro profesor quien ejecute el tratamiento.
		h.2. Ritmo docente	Constante: aproximación tradicional en los cuatro grupos de tratamiento: directividad del profesor, grupos al mismo paso (*"group paced"*), enseñanza frontal con apoyos individuales puntuales, y seguimiento del libro de texto en grupos de control y materiales específicos en el experimental.

(Continuación)

C. Proceso		h.3. Corrección de deberes	Constante: sesiones de puesta en común tras cada unidad temática.
		h.4. Tiempo en la docencia.	Constante: 4 1/2 horas semanales.
		h.5. Recursos instructivos diferenciales	Variable independiente: Materiales instructivos con calculadora versus materiales instructivos sin calculadora.
	i. Conducta del alumno en el aula.	i.1. Tiempo comprometido *(engaged Time)*	Constante: 4 1/2 horas semanales.
		i.2. Preguntas del alumno	Presumiblemente constante: Participación del alumno propia de la enseñanza directiva.
		i.3. Recursos instructivos diferenciales.	Variable independiente: alumnos con calculadora versus alumnos sin calculadora.
D. Producto	j. Desempeño del alumno *(performance)*	j.1. Postest rendimiento *(achievement)*	Variables dependientes: - D.C.N. - Rendimiento matemático general
		j.2. Postest actitudes	Variable dependientes: - Actitudes hacia las matemáticas - Actitudes hacia la calculadora

6.- INSTRUMENTOS DE MEDIDA

6.1.- Conceptualización de la medida.

En la tradición investigadora proceso-producto, la operativización de la medida asume los siguientes supuestos (véase Shavelson, Webb y Burstein[1], 1986: 52):

A) Comunalidad de objetivos y metas curriculares y del contenido impartido en todas las clases dado que se usan tests estandarizados de rendimiento para obtener la medida en todas las clases.

B) El conocimiento de la asignatura es estrictamente sumativo. No importa que es lo que el alumno sabe o no sabe de una materia sino la cantidad acumulada de su conocimiento en comparación con alumno de otras clases.

C) El desempeño sobre un instrumento métrico se iguala al conocimiento o destrezas de la asignatura. No existe la noción de "esfuerzo", conjetura, conocimiento parcial o habilidad para realizar exámenes.

D) La medida es estrictamente agregativa a través de los alumnos dentro de una clase. La media de la clase representa el desempeño de la misma, al margen de cómo un determinado alumno esté distribuido dentro de su grupo.

Aunque hay otros rasgos de la operacionalización de una medida, los anteriormente mencionados (ajuste del curriculum, instrucción e instrumento; modo de representar el desempeño examinado; condiciones extrañas durante el exámen y representatividad de las

---

[1]: SHAVELSON, R.J.; WEBB, N.M. y BURSTEIN (1986): **Measurement of teaching.** En "Handbook of Research on Teaching", cap. 3. M.C. Wittrock. (editor). McMillan Publishing Company. Nueva York.

medidas a partir del desempeño a nivel de grupo) son los que determinan y caracterizan la praxis de la medida en educación. Las críticas, limitaciones y posibles prácticas alternativas escapan un tanto del ámbito de este trabajo. Pero en su descargo podríamos validar tales supuestos afirmando para cada uno de ellos.

6.1.1.- Supuestos métricos.

1.- Supuesto de currículum común

En nuestro estudio el curriculum común a nivel de objetivos o logros viene dado/impuesto por la tradición centralizadora del modelo curricular español (Programas Renovados del Ciclo Medio, (MEC[1], 1982) Para el caso del área Matemática, en 3º de E.G.B., véase el bloque temático nº 2: Conjuntos Numéricos y sus respectivos subloques.

2.1.- Números naturales

2.2.- Operaciones con números naturales.

2.- Adecuabilidad de la evidencia sumativa acerca de las destrezas y conocimiento del alumno.

Dado que este estudio es eminentemente comparativo y, por tanto, con limitaciones, necesitamos un indicador cuantitativo que permita una comparación. Evidentemente existen otras alternativas a las puntuaciones sumativas que reflejan la estructura cognitiva y cambios

---

[1]: MEC (1982): Programas renovados para la E.G.B. Vida Escolar 216-217, marzo-junio.

asociados a la instrucción a partir de patrones de respuesta de los alumnos (Shalvelson, Webb y Burstein[1], 1986: 54-55). Tales alternativas, más propias de estudios "micro", podrían desarrollarse posteriormente a partir de los resultados de este estudio "macro".

3.- Condiciones extrañas durante el exámen

El distinguir entre conocimiento, esfuerzo y habilidades examinatorias *(Test-wiseness)* en los grupos de tratamiento no será relevante, si asumimos un isomorfismo entre conocimiento y realización/desempeño en el exámen, dado que una serie de factores anexos al acto del exámen estarán distribuidos normalmente respecto al grupo, con lo que los sesgos presumibles se diluyan.

Además, se ha procurado que la realización de cada exámen forme parte de la rutina habitual de cada clase.

Los instrumentos de medida (exámenes) preparados por el investigador están caracterizados por:

1.- Un número de items relativamente corto, entre 24 y 12 items.

2.- Los instrumentos formados por items de elección múltiple han sido sometidos a la corrección de Lafourcade[2] (1972) para contrarrestar los efectos de aciertos azarosos.

---

[1]: SHAVELSON, R.J.; WEBB, N.M. y BURSTEIN, L. (1986): Op. cit.

[2]: LAFOURCADE, P.D. (1972): Evaluación de los aprendizajes. Cincel. Madrid

4.- Representatividad de puntuaciones agregadas

Las ganancias medias ocultan información importante sobre la variabilidad intraclases del rendimiento del alumno. Pero el uso de una técnica de análisis potente como análisis de varianza que tiene en cuenta la variabilidad entre clases y dentro de clases permite superar las limitaciones de las medias grupales.

6.2.- Descripción de los instrumentos de medida.

Tabla XV: DESCRIPCION DE LOS INSTRUMENTOS DE MEDIDA UTILIZADOS.

Variable dependiente	Instrumento	Nº items	Modo de aplicación	Construcción	Baremación	Escala métrica
Desarrollo cognitivo numérico	Prueba semiobjetiva de tareas	24	Colectiva-escrita	Investigador	Puntaje/item 1: Correcto 0: incorrecto	Intervalo
Numeración	Prueba objetiva de items variados	18	Colectiva-escrita	Investigador	Puntaje/item 1: Correcto 0: incorrecto	Intervalo
Cálculo mental	Prueba objetiva de items de elección múltiple(*).	12	Colectiva-escrita	Investigador	Puntaje/item 1: correcto 0: incorrecto	Intervalo
Destrezas de cálculo	Prueba objetiva de items de elección múltiple(*)	12	Colectiva-escrita	Investigador	Puntaje/item 1: correcto 0: incorrecto	Intervalo
Resolución de problemas	Prueba objetiva de items de elección múltiple(*)	16	Colectiva-escrita	Investigador	Puntaje/item 1: correcto 0: incorrecto	Intervalo
Actitud hacia las matemáticas	Cuestionario	3	Colectiva-escrita	Investigador	Puntaje/item 1 a 5.	Intervalo
Actitud hacia la calculadora	Cuestionario	2	Colectiva-escrita	Investigador	Puntaje/item 1 a 5	Intervalo

(*) Corrección de Lafourcade, resultado $= \text{Aciertos} - \dfrac{\text{Errores}}{\text{Alternativas - Válidas}} = A - \dfrac{E}{3}$

6.3.- Validez de los instrumentos de medida.

Para validar las prueba de rendimiento, se ha procedido, a partir de un universo de objetivos dados en el curriculum oficial de 3º de E.G.B. (Programas Renovados para Ciclo Medio, MEC[1]: 1982), a extraer una muestra considerada como representativa y válida por confrontación y acuerdo de los juicios de tres expertos.

La conceptualización del dominio (o universo de medida) como una serie de objetivos definidos, ordenados y operativos, con un referente constructual en las pautas normativas de un Currículum Oficial, imbrica una relación estructural en el proceso enseñanza-aprendizaje. Esto constituye en sí una primera aproximación al diseño de instrumentos de medida referidos a criterio (véase Mateo Andrés[2], 1988: 170-172)

Para la prueba de desarrollo cognitivo numérico se ha procedido a preparar un esquema del universo de contenidos a partir de las publicaciones más relevantes que dan sentido a tal constructo. Posteriormente se han seleccionado 24 items/tareas, en orden de importancia, según confrontación y acuerdo de los juicios de tres expertos.

---

[1]: MEC (1982): Op. cit.

[2]: MATEO ANDRES, J. (1988): **Medición educativa. Estado de la cuestión en el ámbito español.** Contenido en "Aspectos metodológicos de la investigación educativa", I. Dendaluce (coord). Narcea. Madrid.

6.3.1.- Prueba de desarrollo cognitivo numérico.

Tabla XVI: DESCRIPCION DE LA PRUEBA DE DESARROLLO COGNITIVO NUMERICO.

Objetivos relativos a:	Tarea/item nº	Fundamentación
1. Conservación de cantidades discretas	1, 2 y 8	Principio de conservación de la cantidad (Piaget y Szeminska[1], 1967: 43-51)
2. Composición de correspondencias término a término.	3	Correspondencia término a término cardinal y ordinal (Piaget y Szeminska[2], 1967: 83-107).
3. Seriación numérica en presentación figurativa	4	Seriación, similitud cualitativa y correspondencia ordinal (Piaget y Szeminska[3], 1967: 123-143).
4. Seriación de cantidades discrecionalizadas.	5	
5. Seriación de cantidades discrecionalizadas con intervalos.	6	
6. Composición aditiva.	7	Composición aditiva de clases y el número (Piaget y Szeminska[4], 1967: 206-213).
7. Inclusión de clases complementarias	9 y 10	Item 9: Relaciones parte-todo (Piaget y Szeminska, 1967: 220-221). Item 10: Inclusión jerárquica (Hughes[5]. 1986).
8. Composición de equivalencia entre cantidades homogéneas.	11	Coordinación de las relaciones de equivalencia (Piaget y Szeminska[6], 1967: 241-259).
9. Coordinación de relaciones numéricas	12 y 18	Características numéricas (Hughes[7]. 1986).
10. Funcionalidad cardinativa del número	13	Número y comunicación (Sastre y Moreno[8], 1985).

---

[1]: PIAGET, J. y SZEMINSKA, A. (1967): **Génesis del número en el niño.** Guadalupe. Buenos Aires.

2: PIAGET, J. y SZEMINSKA, A. (1967): Ibidem.

3: PIAGET, J. y SZEMINSKA, A. (1967): Ibidem.

4: PIAGET, J. y SZEMINSKA, A. (1967): Ibidem.

5: HUGHES, M. (1986): **Children and numbers.** Blackwell. Oxford.

6: PIAGET, J. y SZEMINSKA, A. (1967): Op. cit.

7: HUGHES, M. (1986): Op. cit.

8: SASTRE, G. y MORENO, M. (1986): **Descubrimiento y construcción de conceptos.** Gedisa. Barcelona.

(Continuación):

Objetivo relativos a:	Item/tarea nº	Fundamentación
11. Composición de equivalencia en cantidades heterogéneas entre sí.	14	Coordinación de las relaciones de equivalencia (Piaget y Szeminska[1], 1967; 241-259).
12. Composición multiplicativa	15	Correspondencia múltiple y multiplicación numérica (Piaget y Szeminska[2], 1967: 252-258).
13. Seriación en clases homogéneas.	16 y 22	Reconstrucción de la correspondencia serial (Piaget y Szeminska[3], 1967: 143-150).
14. Composición biserial en clases discrecionalizadas.	17	Ordinación (Piaget y Szeminska,1967: 175-188).
15. Conservación de cantidades discrecionalizadas	19 y 20	Principio de conservación de la cantidad (Piaget y Szeminska, 1967: 43-51). Conservación operativa (Acredolo[4]; 1982: 5-27).
16. Composición partitiva	21	Desarrollo de la medida (Piaget y Szeminska, 1967: 264-270). Relaciones numéricas inversas (Gal'perin y Georgiev[5], 1969).
17. Transitividad.	23	Transitividad en la composición de las relaciones de equivalencia (Piaget y Szeminska[6], 1967: 248-251).
18. Composición de equivalencias espontáneas.	24	Coordinación cuantitativas. (Piaget y Szeminska[7], 1967: 51-56).

---

[1]: PIAGET, J. y SZEMINSKA, A. (1967): Op. cit.

2: PIAGET, J. y SZEMINSKA, A. (1967): Ibidem.

3: PIAGET, J. y SZEMINSKA, A. (1967): Ibidem.

4: ACREDOLO, C. (1982): **Conservation- No conservation: Alternative explanation.** En "Children's Logical and Mathematical Cognition", Ch. J. Brainerd (editor). Springer - Verlag. Nueva York.

5: GAL'PERIN, P.Y. y GEORGIEV, L.S. (1969): **The formation of elementary mathematics notion.** En "Soviet studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics". Vol 1: "The learning of mathematical concepts", J.E. Kilpatrick y I. Wirszup (editores).SMSG, Stanford University and University of Chicago.

6: PIAGET, J. y SZEMINSKA, A. (1967): Op. cit.

7: PIAGET, J. y SZEMINSKA, A. (1967): Ibidem.

6.3.2.- Pruebas de rendimiento matemático general.

Variable	Objetivo	Items	Fundamentación
NUMERACION	1. Escribir números	1	Objetivo 2.1.3. Leer y escribir cantidades, hasta unidades de millón en números naturales. (MEC[1]. 1982: 120).
	2. Leer números	2	Objetivo 2.1.3. Idem anterior
	3. Contar y agrupar	3 y 4	Objetivo 2.1.1. Realizar agrupamiento de objetos teniendo en cuenta las reglas del sistema de numeración de base 10 para llegar a descubrir las reglas del sistema y el valor posicional de las *cifras*.
	4. Escribir ascendente y descendentemente números.	7	Objetivo 2.1.3. Idem
	5. Escribir números ascendentemente con intervalo dado.	8	Objetivo 2.1.3. Idem
	6. Operar con series numéricas	9	
	7. Comparar dos números 8. Ordenar números.	10 11	Objetivo 2.1.4. Usar correctamente los signos: mayor que, menor que, igual a y desigual a: (>, <, =, =)(MEC[2], 1982: 120)
	9. Averiguar el anterior y el siguiente a un número dado	5 y 6	Objetivo 2.1.1.... Descubrir las reglas de un sistema. (MEC[3], 1982: 120)
	10. Averiguar el número que está en medio de dos dados.	12	Objetivo 2.1.1. Idem.
	11. Averguar el número más próximo a	13	Redondeo de números.
	12. Conocer el valor de posición.	14	Objetivo 2.1.1. ... llegar a descubrir... el valor posicional de las *cifras*.(MEC[4], 1982: 120)
	13. Contar y agrupar dinero.	15 y 16	Objetivo 2.1.1. Ibidem
	14. Operar sobre la recta numérica	17 y 18	Coordinación numérico-espacial.

---

[1]: MEC (1982): Op. cit.

2: MEC (1982): Ibidem

3: MEC (1982): Ibidem

4: MEC (1982): Ibidem

(continuación)

Variable	Objetivo	Items	Fundamentación
CALCULO MENTAL	1. Realizar sumas del tipo ab + c00	1	Objetivo 2.2.7. Desarrollar la agilidad mental en el cálculo de éstas cuatro operaciones. (MEC[1], 1982: 123)
	2. Realizar sumas deltipo a00 + b0 + c	2	Objetivo 2.2.7. Ibidem
	3 Realizar restas del tipo a0 - b	3	Objetivo 2.2.7. Ibidem
	4. Realizar restas del tipo abc - d0	4	Objetivo 2.2.7. Ibidem
	5. Expresar una suma de sumandos iguales como un producto	5	Objetivo 2.2.6. Reconocer y utilizar correctamente los términos y signos de la adición, sustracción, multiplicación y división. (MEC[2], 1982: 122).
	6. Multiplicar dígitos.	6	Objetivo 2.2.6. Ibidem
	7. Resolver polinomios aritméticos (sumas y rectas sucesivas de dígitos).	7	Objetivo 2.2.6. Ibidem
	8. Realizar divisiones con divisor y cociente de una cifra.	8	Objetivo 2.2.5. Resolver divisiones en las que el divisor tenga sólo una cifra y distinguir las divisiones exactas de las enteras. (MEC[3], 1982: 122).
	9. Situar el signo de operar en una igualdad numérica.	9	Objetivo 2.2.6: ...utilizar correctamentelos signos de... (MEC[4] 1981: 122)
	10. Cálcular del resto de una división pitagórica.	10	Objetivo 2.2.5: .... distinguir las divisiones exactas de las enteras. Ibidem
	11. Multiplicar y dividir por 10.	11 y 12	Multiplicar y dividir por la unidad seguida de ceros.

Los contenidos comprendidos entre estas dos últimas variables son denominados genéricamente hechos y destrezas numéricos básicos (Cockcroft[5], parágrafo 240). Los hechos básicos constituyen el soporte del conocimiento matemático aunque tomados aisladamente carezcan de significado. Las destrezas básicas están asociadas al dominio y comprensión de las operaciones aritméticas (algoritmos personales) más no a su algoritmización standarizada. Por ello, al administrar estos dos instrumentos de medida no

---

[1]: MEC (1982): Ibidem

2: MEC (1982): Ibidem

3: MEC (1982): Ibidem

4: MEC (1982): Ibidem

5: COCKCROFT, W. coordinador (1982): Op. cit.

se le facilita al alumno, sea de un grupo u otro, nunca calculadora. Se trata de dominios cognitivos que el alumno debe tener interiorizados al margen del recurso o apoyo que los facilite.

En la prueba de cálculo mental, bastantes items son susceptibles de responder usando destrezas de carácter estimativo (cálculo mental aproximado), dada la naturaleza de las elecciones, si es que el alumno tiene un sentido/conciencia consistente del número y sus operaciones.

Para la administración del test de cálculo mental se le insiste al alumno que "esas cuentas debe hacerlas de cabeza", se le motiva para que no intente algoritmizar, se completa con bolígrafo y no con lápiz (fácil de borrar) y, durante el tiempo de examen, se procura vigilar a los alumnos para que no hagan cálculos anexos. La sensación, que éste experimentador tiene, es que los niños son "maravillosamente adaptables" y aceptan el reto sin "hacer trampas".

Tabla XIX: DESCRIPCION DE LA PRUEBA DE DESTREZAS DE CALCULO

Variable	Objetivo	Items	Fundamentación
DESTREZAS DE CALCULO	1. Realizar sumas del tipo abc + de + f, llevándose.	1	Objetivo 2.2.3. Perfecciona los automatismos de las operaciones de adición y sustracción con números inferiores al millón. (MEC[1], 1982:122)
	2. Realizar restas del tipo abc - def llevándose	2	Objetivo 2.2.3. Ibidem
	3. Realizar multiplicaciones del tipo ab x c	3	Objetivo 2.2.4. Realizar multiplicaciones en las que uno de los factores sea un número de una cifra. (MEC[2], 1982: 122)
	4. Realizar divisiones del tipo abc ÷ d	4	Objetivo 2.2.5. Resolver divisiones en la que el divisor tenga sólo una cifra...(MEC[3], 1982: 122)
	5. Averiguar mitad, doble, triple, tercio de un número.	5 y 6	Objetivo 2.2.8. Aplicar los conocimientos.. (MEC[4], 1982: 122)
	6. Resolver patrones o regularidades	7 y 8	Objetivo 2.2.6. ....y utilizar correctamente los términos ... de las operaciones.. (MEC[5], 1982: 122)
	7. Realizar operaciones incompletas (faltando un término y dado el resultado)	9 y 12	Objetivo 2.2.6. Ibidem
	8. Resolver polinomios aritméticos (operaciones sucesivas)	10	Objetivo 2.2.6.... utilizar correctamente los signos .... (MEC, 1982: 122)
	9. Calcular resto de una división del tipo abc ÷ d	11	Objetivo 2.2.5. Ibidem.

Obsérvese que lo que diferencia al cálculo mental de las destrezas de cálculo es el tamaño y el número de los términos intervinientes y la dificultad de las operaciones en curso (llevarse una o dos veces, operaciones incompletas). En definitiva, nos adaptamos al espectro de cálculos definido según las bandas diferenciales propuestas por Plunkett[2] (1984: 58-61) y sistematizadas curricularmente en el capítulo 3.

En esta varible se le facilita calculadora al grupo G_2 (experimental) y al grupo G_1 (control: modalidad informal) en tanto que al grupo G_3 (control puro) no se le facilita.

---

[1]: MEC (1982): Op. cit.

2: MEC (1982): Ibidem

3: MEC (1982): Ibidem

4: MEC (1982): Ibidem

[2]: PLUNKETT, S. (1984): Op. cit.

Estamos hablando de situación postest.

Dar validez de contenido, a un instrumento métrico de la variable resolución de problemas, es una tarea compleja pues son muchos los factores que lo condicionan: tamaño de los números intervinientes, estructura, contexto, sintasis, operaciones intervinientes,..... Para una revisión profunda de los factores anexos a la resolución de problemas véase Puig y Cerdan[1] (1988: 28-35).

En el desarrollo del universo de contenidos de esta variable se han tenido en cuenta los siguientes factores:

Nº de operaciones	hasta 2: problemas de suma y resta sólo 1: Problemas de multiplicación y división
Tamaño de las cantidades intervinientes	Maximo dos cifras
Sintasis	Información + Pregunta
Estructura	Categorías semánticas

De estos cuatro factores anteriormente citados, el que tiene un carácter más diferencial es la estructura. Para tipologizar la estructura de un problema se han utilizado/ optado por el esquema de categorías semánticas. En los problemas verbales de suma y resta, Carpenter y Moser[2] (1984: 179-202) distinguen cuatro categorías semánticas: cambio, combinación, comparación e igualamiento. Para los problemas verbales de producto y cociente, se utilizan las categorías semánticas propuestas por Hendrickson[3] (1986: 27-35);

---

[1]: PUIG, L. y CERDAN, F. (1988): Op. cit.

[2]: CARPENTER, T.P. y MOSER, J.M. (1984): The acquisition of addition and substraction concepts in grades one through three. Journal for Research in Mathematics Education, 15.

[3]: HENDRICKSON, A.D. (1986): Word problems of multiplication and division: some difficutics and some solutions. Arithmetic Teacher, 33, april.

cambio, comparación, razón y selección. Es en función de estas categorías semánticas como desarrollaremos el contenido relativo a resolución de problemas. Un problema aletea sobre la resolución de problemas verbales cual es la cuestionable validez de constructo dada la estereotipada naturaleza de tales problemas (Nesher[1], 1980: 41-48).

Tabla XX: DESCRIPCION DE LA PRUEBA RESOLUCION DE PROBLEMAS

Variable	Objetivo	Item nº	Fundamentación
RESOLUCION DE PROBLEMAS	1. Cambio (Operaciones combinadas de suma y resta)	1	Objetivo 2.2.8. Aplicar los conocimientos del tema a plantear y resolver problemas tomados de la vida real con enunciado propuesto por el profesor o inventado por el alumno. (MEC[1], 1982: 123).
	2. Comparación (+ ó -)	2	
	3. Comparación (+ ó -)	3	
	4. Selección (x ó ÷)	4	
	5. Comparación (x ó ÷)	5	
	6. Razón (x ó ÷)	6	
	7. Cambio (+ ó -)	7	
	8. Cambio (x ó ÷)	8	
	9. Cambio (x ó ÷)	9	
	10. Cambio (+ ó -)	10	
	11. Combinación (+ ó -)	11	
	12. Cambio e igualación. (Operaciones combinadas de suma y resta).	12	
	13. Comparación (x ó ÷)	13	
	14. Igualación (+ ó -)	14	
	15. Comparación (x ó ÷)	15	
	16. Razón (x ó ÷)	16	

---

[1]: NESHER, P. (1980): The stereotyped nature of school words problems. For the Learning of Mathematics, 1.

[2]: MEC (1982): Op. cit.

6.3.3.- Cuestionarios de actitudes.

Se tratan de dos escalas de evaluación sumaria, siguiendo la tradición de Likert[1] (1932), que bareman cada enunciado de actitud de +2 a -2. Sin embargo, en este estudio, lo barememos asignando valores de 1 a 5 dado que de datos, el paquete estadítico utilizado, *Statistical Package for Social Sciences,* para posterior tratamiento informático de datos, opera mejor con números naturales. La idea principal de éste estudio es básicamente comparativa aunque las repercusiones normativas son bastante evidentes.

En este estudio hemos utilizado una modalidad adaptada del cuestionario de Whitaker[2] (1980). El formato de "caras tristes-alegres" se ha mostrado efectivo con niños de cursos bajos. La medida a obtener se pretende que sólo sea un indicador de la visión del niño hacia las matemáticas y hacia la calculadora para valorar, posteriormente, si ha existido algún cambio actitudinal durante el período de tratamiento.

Tabla XXI: DESCRIPCION DE LOS CUESTIONARIOS DE ACTITUDES

V. dependiente	Enunciado	Item	Fundamentación
Actitud hacia las matemáticas	1. ¿Te gustan las matemásticas? 2. ¿Te gusta hacer cuentas? 3. ¿Te gusta hacer problemas? 4. ¿Te gusta hacer trabajos de matemáticas en casa?.	1 2 3 4	Actitud genérica Actidud específica Actitud específica Actitud correlacionada.
Actitud hacia la calculadora	1. ¿Te gustaría hacer las cuentas con la calculadora? 2. ¿Te gustaría hacer los problemas con calculadora?	1 2	Actitud específica Actitud específica

---

[1] LIKERT, R. (1932): A technique for the measurement of actitudes. Archives of Psychology, 140 (Monografía original)

[2] WHITAKER, D.R. (1980): Relations between selected no cognitive factors and the problem-solving performance on fourth-grade children. En "Problem-Solving studies in mathematics" J.G. Harvey & T.A. Romberg (editores). Wisconsin Research and Development Center for Individualized Schooling. University of Wisconsin. Madison. W.

6.4.- Fiabilidad de los instrumentos de medida.

Se ofrecen varios índices de fiabilidad para cada instrumento: Por un lado, un coeficiente de fiabilidad/estabilidad calculado a partir de la correlación pretest-postest. Este índice en sí es poco válido ya que el intervalo temporal entre sendas administraciones fue excesivamente largo (8 meses) con lo que el aprendizaje diferencial, por efecto presumible del tratamiento experimental, puede sesgar la magnitud real de tal coeficiente. Por otro lado, se calcularon dos coeficientes de fiabilidad para cada instrumento, por consistencia interna de unidades, mediante la fórmula de Kuder-Richardson[1] 21 (1937: 151-60) aplicada a los datos pretest y postest de toda la muestra.

Tabla XXII: **COEFICIENTES DE FIABILIDAD DE LOS INSTRUMENTOS DE MEDIDA**

Instrumento	Pretest - postest		KR - 21 (Postest)		KR - 21 (Pretest)	
	casos	r_{xy}	casos	r_{xx}	casos	r_{yy}
Desarrollo cognitivo numérico	62	0.55^{**}	62	0.60^{**}	62	0.56^{**}
Numeración	62	0.81^{**}	62	0.75^{**}	62	0.70^{**}
Cálculo mental	62	0.57^{**}	62	0.63^{**}	62	0.65^{**}
Destrezas de cálculo	62	0.54^{**}	62	0.73^{**}	62	0.79^{**}
Resolución de problemas	62	0.74^{**}	62	0.87^{**}	62	0.87^{**}
Actitudes hacia las matemáticas	62	0.29	62	0.31^{*}	62	0.58^{**}
Actitudes hacia la calculadora	62	0.59^{**}	62	0.87^{**}	62	0.84^{**}
Rendimiento matemático general	62	0.83^{**}	62	0.91^{**}	62	0.92^{**}

Significación unilateral:

* : 0.01
** : 0.001

---

[1] KUDER, G.F. y RICHARDSON, M.W. (1937): The theory of the estimation of test reliability. Psychometrika, 2.

Estimo que la fiabilidad de los instrumentos puede considerarse aceptable por dos razones:

1) El valor correlacional que testimonian los coeficientes es altamente significativo.

2) No disponemos de instrumentos alternativos que se ajusten mejor a los objetivos propuestos.

6.5.- Sensibilidad de los instrumentos.

Esta característica de los instrumentos ha sido lamentablemente bastante ignorada en investigación educativa pese a ser crítica y contrastable. Fox[1] (1981: 429-431) recomienda que se contraste, de algún modo, siempre que los instrumentos utilizados sean nuevos y/o su fiabilidad y validez sean relativamente pequeñas.

Aunque esto último no es nuestro caso, en la mayoría de las variables en curso podemos hacer un contraste burdo en base a la diferencia máxima (rango) que puede detectar el instrumento. Otro estimador posible de la sensibilidad de un instrumento es obtener un valor "z" en base a dos puntuaciones medias extremas obtenidas de grupos en los que existen diferencias conocidas y utilizando como desviación típica la media geométrica de las desviaciones típicas de ambas ditribuciones. De este modo, podemos obtener un valor de probabilidad normalizada "p", que puede indicarnos someramente un grado de sensibilidad del instrumento. Este contraste "casero", dependiente de la variable a medir, necesita un estudio más en profundidad y queda como línea de investigación abierta a desarrollar en el futuro.

---

[1]: FOX, D.C. (1981): Op. cit.

En este estudio, podemos utilizar como situaciones en que, lógica y empíricamente, existan diferencias; por ejemplo, las situaciones pretest y postest en el caso de tests de aprovechamiento/ rendimiento y desarrollo. Para las variables actitudinales, las situaciones diferenciales son menos evidentes ya que necesitamos comparar grupos diferenciales y no situaciones de un mismo grupo.

Este concepto métrico que "pocos autores han manejado", según Fox (1981: 431) sería conveniente estudiarlo en profundidad y elaborar aportes sistematizados. Como osada fórmula podría usarse.

$$P\ (z) = \frac{\bar{X}_{situación1} - \bar{X}_{situaciónx}}{S_g}$$

Tabla XXIII: APROXIMACIONES "BURDAS" A LA SENSIBILIDAD DE LOS INSTRUMENTOS

Instrumento	Tamaño	Rango de sensibilidad	Situación 1: pretest	Situación 2: Postest		Coeficiente normalizado de sensibilidad
	n_i	S_1, S_2/Rango	X_1 / s_1	X_2 / s_2	z	p
Desarrollo cognitivo	24	20,4/16 24,9/16	10.98/3.76	15.95/3.41	1.39	0.08
Numeración	18	16,1/15 18,6/12	9.71/3.87	13.05/3.27	0.94	0.17
Calculo mental	12	12,0/12 12,1/11	3.97/2,50	6.30/2.71	0.89	0.18
Destrezas de cálculo	12	11,0/11 12,0/12	3.87/2.82	7.84/3.15	1.33	0.09
Resolución de problemas	16	15,0/15 16,0/16	4.18/4.71	8.98/4.09	1.09	0.14
Rendimiento matemático general.	58	5,44/39 7,52/45	21.72/11.24	36.17/12.07	1.24	0.11
Actitudes hacia las matemáticas	20	20,10/10 20,10/10	16.22/2.08	16.55/2.5	0.14	0.44
Actitudes hacia la calculadora	10	3,10/7 4,10/6	7.19/3.04	7.64/2.76	0.15	0.44

Según esta aproximación el instrumento más sensible es aquel que tiene un rango mayor (aunque este estadístico es siempre poco confiable como expresión de la variabilidad) y un valor "p" (supuesta sensibilidad normalizada) más próximo a cero. En consecuencia, los instrumentos para medida de actitudes son poco sensibles según este criterio ya que hemos tomado situaciones en las que las presumibles diferencias previamente no eran ostensibles.

7.- POBLACION Y MUESTRA

La población a la que este investigador pudo tener acceso eran cinco unidades de 3º de E.G.B. de la ciudad de Huéscar (Granada). La obtención del acceso se hizo en base a dos razones:

- Factibilidad material. Se contaba con un sólo profesor experimental.
- Factibilidad legal. Para lo cual se obtuvo la aprobación de directores, éstos a su vez la obtuvieron de los padres de alumnos, y aprobación administrativa, a partir de un permiso del delegado de Educación y Ciencia de la Junta de Andalucía en Granada.

La muestra productora de datos fueron tres unidades (clases naturales o intactas) de 3º de E.G.B. de la ciudad de Huéscar. La selección de las unidades/clases y la asignación de los tratamientos fue totalmente aleatoria.

7.1. Descripción de la población accesible.

	Grupo o clase	Tamaño	Colegio	Tratamiento	Agrupamiento
MUESTRA	G_1	15	Princesa Sofía	Control-Informal	Orden alfabético
	G_2	18	Princesa Sofía	Experimental	Orden albabético
	G_3	29	Cervantes	Control-Puro	Orden alafabético
	G_4	22	Natalio Rivas	Piloto	Grupo único
	G_5	27	Cervantes	Excluido	Orden alfabético

La muestra productora de datos consta de 62 sujetos. Quedaron excluídos cinco sujetos de los grupos G_1 y G_2 (2 + 3) ya que se trataban de alumnos de integración que no había superado los niveles estandares de Ciclo Medio por su retraso notorio y diagnosticado.

7.2.- Representatividad de la muestra.

La representatividad de la muestra respecto a la población accesible es evidente dado el alto tamaño muestral. Pero esta representatividad que valida un posterior generalización es de escaso interés. El interés radica en generalizar a un universo problacional más amplio. Tal universo poblacional puede definirse como "alumnos de 3er curso de E.G.B. con escolaridad regular".

Asumir la representatividad de la muestra respecto al universo poblacional definido es bastante más cuestionable debido a la ausencia de estratificación y de selección aleatoria de las unidades primarias de análisis (sujetos).

Nos enfrentamos a la gran limitación de los estudios cuasiexperimentales, en los que no es posible realizar el muestreo aleatorio para lograr representatividad. El aspecto crucial de la cuasi-experimentación lo exponen Cook y Campbell[1] (1979: 90) cuando plantean el dilema: ¿Qué es mejor: operar con una muestra de alumnos, inicialmente más representativa de un curso determinado, que no responden a una situación natural de campo u operar con muestras menos representativas de un determinado curso pero

---

[1]: COOK, T.D. y CAMPBELL, D.T. (1979): Op. cit.

formadas naturalmente?. En definitiva, resolver este problema se reduce a preguntarse si las ganancias en validez interna compensan las pérdidas en validez externa o viceversa.

El problema de la falta de representatividad muestral crucial para generalizar inferencias causales, puesto que exige que el control de las amenazas plausibles ha de hacerse en base a sobreacuerdos tácitos y no a través de los de la medida y el diseño directos. Evidentemente, las objeciones y limitaciones de la experimentación en educación como generadora de conocimiento son muchas. Además, las posibilidades de estar equivocado acerca de la inferencia causal son mayores cuanto más uno se desvía del modelo experimental y realiza investigación experimental usando primitivos cuasi experimentos unifactoriales *(one-wave)* (Cook y Campbell[1], 1979: 91). Sólo queda exponer honestamente las deficiencias detectables e intentar superarlas a posteriori.

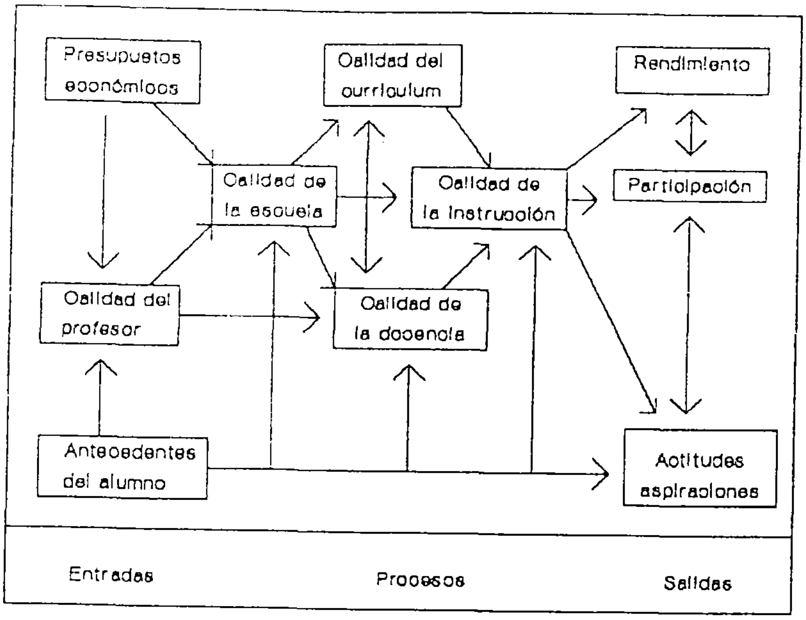
Para conseguir representatividad muestral había que saber cuales son las variables relacionadas con el fenómeno que se estudia; para ello tenemos dos fuentes: las investigaciones precedentes y la teoría. Podríamos hacer un listado de "sospechas"o acogernos a un modelo de enlaces entre indicadores de un sistema como el que proponen Shavelson, McDonnell y Oakes[2] (1989).

---

[1]: COOK, T.D. y CAMPBELL, D.T. (1979): Op. cit.

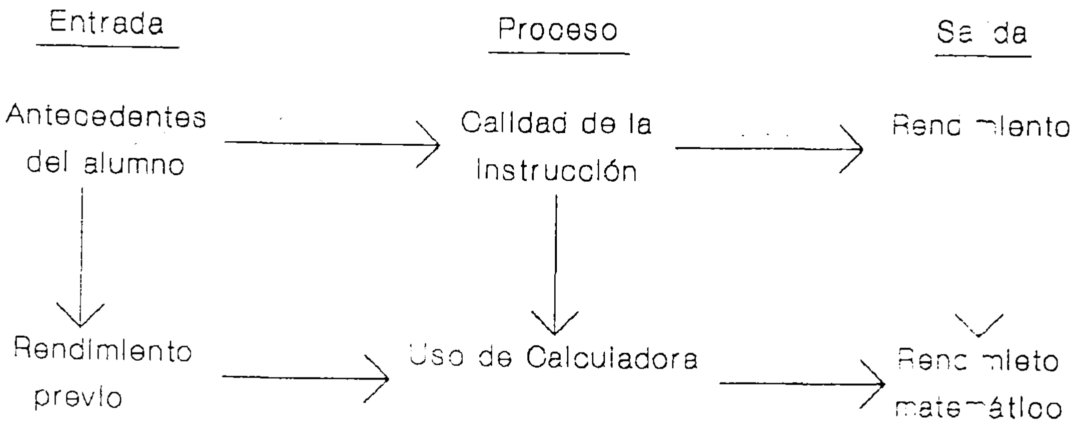
[2]: SHAVELSON, R.J.; McDONNELL, L.M. y OAKES, J. (eds) (1989): **Indicators for monitoring mathematics and science education.** The Rand Corporation. Santa Monica. Ca.

Figura 13: INDICADORES GENERICOS QUE MONITORIZAN EL SISTEMA DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE (según Shalvelson et al).



Asumiendo como indicadores diferenciales "antecedentes del alumno", calidad de la instrucción y rendimiento, el resto los desestimamos por no poder contar con una medida convincente, para poder incorporarlos como factores al diseño ni estratificar la población en función de los mismos. En definitiva, nos quedaría un modelo más simplificado sobre el que montar la representatividad muestral:

Figura 14: INDICADORES DIFERENCIALES DEL ESTUDIO EN CURSO.



Aún así, el modelo sigue teniendo limitaciones ya que no contamos con datos poblacionales sobre antecedentes de los alumnos para utilizarlos como base de comparación. La alternativa es incorporar tal variable crítica al diseño como covariante.

Resumiendo, el procedimiento de muestreo es pobre. Hembree[1] (1984: 101) valora este procedimiento con un 2 entre el intervalo 1, 6, ya que sólo se han aleatorizado (asignación aleatoria a los tratamientos) las clases/grupos intactos y no las unidades primarias de análisis (sujetos), ni los profesores intervinientes.

7.3.- Ampliando el contexto social

En el curso escolar 1987-88, había alrededor de 120 niños/as en la ciudad de Huéscar (Granada), escolarizados en 3º de E.G.B.. Huéscar es una población de 10.000 habitantes de economía agropecuaria y con un estatus socioeconómico y cultural promedio bajos, más sin caer en la deprivación. Existe una bolsa de población relativamente marginal compuesta por individuos de raza gitana. Los alumnos de este grupo social están deficientemente escolarizados (sólo 4 niños participaron en esta experiencia) por motivos de absentismo (padres temporeros), falta de hábitos de escolaridad,...

Las percepciones que este investigador tiene de la comunidad educativa son necesariamente subjetivas, pero pueden ser orientadores del contexto social en que se

---

[1]: HEMBREE, R. (1984): Op. cit.

desarrolló este estudio de campo con metodología cuasi experimental. Durante aquel curso, la comunidad educativa estuvo "revuelta", por una huelga intermitente de profesores, durante casi toda la primavera.

Las actitudes de la comunidad respecto a este estudio fueron de aceptación general. Los profesores/control fueron acogedores y colaboradores. Este investigador nunca tuvo sensación de "boicoteo" e interferencias. Por otra parte, la implicación de la comunidad en el estudio fue mínima ya que era responsabilidad del investigador procurar adaptarse a lo establecido y superar las posibles dificultades por sí mismo. Consecuencia de esta necesidad de adaptación fue el tipo de diseño utilizado (cuasi experimental).

Fue un curso difícil, con un trabajo duro y solitario, de trasiegos de un centro a otro. Añádase que durante ese mismo curso, ese profesor/experimentador obtuvo un puesto de profesor asociado en el Dpto. de Pedagogia de la Universidad de Granada a mediados de febrero. El tratamiento no se detuvo, pese a que Huescar dista 155 Km. de Granada, sino que fue reducido a dos sesiones semanales de hora y cuarto cada una. Tal reducción es lógica y natural curricularmente ya que los contenidos aritméticos pierdan extensión para dar paso a contenidos métricos y geométricos impartidos por los profesores-tutores. El desarrollo del procedimiento se detallará posteriormente con más extensión.

8.- DISEÑO ESPECIFICO DE LA INVESTIGACION

8.1.- Selección del diseño

Recuerdese que el objetivo último de este estudio era determinar si la calculadora electrónica de bolsillo es efectiva, como herramienta didáctica, para cambiar las actitudes de los alumnos hacia las matemáticas e incrementar el rendimiento matemático sin alterar, al par, el desarrollo cognitivo numérico de los usuarios.

Hemos visto que no fue factible contar con una muestra aleatorizada dado que trabajamos con grupos naturales o intactos, aunque, sin embargo, los tratamientos si fueron aleatorizados. En consecuencia, hay que adoptar un <u>diseño de grupo de control no equivalente</u>, el famoso diseño 10 de Campbell y Stanley (1973: 93), pero con dos grupos de control (G_1 y G_3).

R G_1: 0 ______ 0^x
R G_2: 0 ___ ___ 0^x
R G_3: 0 ______ 0

La razón de incluir el grupo 1 estriba en que queremos detectar el efecto de la disponibilidad de calculadora en el momento de la medida/examen ciertas variables dependientes (destrezas de cálculo, productividad en resolución de problemas y actitudes).

Estimamos que las variables actitudinales quedan afectadas por el impacto de la calculadora, bien por efecto del tratamiento específico o por el uso de la máquina en el exámen, ya que ambas variables (actitud hacia las matemáticas y hacia la calculadora) fueron medidas en último lugar.

El diseño se desglosa, según las hipótesis a contrastar y las variables dependientes en curso, del siguiente modo:

Desarrollo cognitivo numérico (H_0^1)

$R \quad G_1$: 0 $\underline{\quad X_1 \quad}$ 0; X_1: Currículum tradicional de Aritmética

$R \quad G_2$: 0 $\underline{\quad X_2 \quad}$ 0; X_2: Currículum de Aritmética modulado por la calculadora

$R \quad G_3$: 0 $\underline{\quad X_3 \quad}$ 0; X_3: Currículum tradicional de Aritmética

A nivel postest no se facilita calculadora a ningún grupo. El contraste entre grupos de los valores de la V.Ds se hace en modalidad de mantenimiento (todos los tests fueron realizados con lápiz y papel) según la terminología del metaanálisis de Hembree[1] (1984: 147). Contamos entonces con dos grupos de control (G_1 y G_3).

---

[1]: HEMBREE, R. (1984): Op. cit.

Numeración y Cálculo Mental (H_0^2 y H_0^3)

R G_1: 0 $\underline{\quad x_1 \quad}$ 0; X_1: Currículum tradicional de Aritmética

R G_2: 0 $\underline{\quad x_2 \quad}$ 0; X_2: Currículum de Aritmética modulado por la calculadora

R G_3: 0 $\underline{\quad x_3 \quad}$ 0; X_3: Currículum tradicional de Aritmética

La ventaja de usar dos grupos de control (G_1 y G_3) es que permite controlar la posible interacción entre selección y maduración. La hipótesis de interacción será poco plausible si ambos grupos de control obtiene tasas de maduración o variación autónoma similares cuando los resultados pretest no son idénticos (Campbell y Stanley[1], 1973: 95).

Destrezas de Cálculo y Resolución de Problemas (H_0^4 y H_0^5)

R G_1: 0 $\underline{\quad x_1 \quad}$ 0; X_1: Currículum tradicional de Aritmética

+ uso de calculadora en exámenes

R G_2: 0 $\underline{\quad x_2 \quad}$ 0; X_2: Currículum de Aritmética modulado por la calculadora

+ uso de calculadora en exámenes

R G_3: 0 $\underline{\quad x_3 \quad}$ 0; X_3: Currículum tradicional de Aritmética

Uno de las amenazas a la validez interna de este diseño 10 es la regresión. Dado que no ha sido posible equiparación sujeto a sujeto y posterior aleatorización, la posibilidad de que los sujetos regresionen hacia la media es factible. La superación de este

---

[1]: CAMPBELL, D.T. y STANLEY, J.C. (1973): Op. cit.

presumible sesgo viene dada por el uso de análisis de covarianza para probar los efectos de la variable experimental sin necesidad de hallar pares similares. Además, es importante advertir, haciéndonos eco de la exposición de Campbell y Stanley[1] (1973: 97), sobre las dos situaciones/versiones del diseño 10: "que estamos en la situación de que el experimentador dispone de grupos naturales y no tiene ningún motivo para sospechar que se haya efectuado un reclutamiento diferente con relación a X. Pues aunque los grupos difieran en sus medidas iniciales (como así sucede), el estudio se aproximará a la experimentación propiamente dicha".

Rendimiento Matemático General y Actitudes hacia las Matemáticas y hacia la calculadora (H_0^6 , H_0^7 y H_0^8).

R G_1: $0 \ \underline{\quad X_1 \quad}\ 0$; X_1: Currículum tradicional de Aritmética
+ uso de calculadora en ciertos exámenes

R G_2: $0 \ \underline{\quad X_2 \quad}\ 0$; X_2: Currículum de Aritmética modulado por la calculadora
+ uso de calculadora en ciertos exámenes

R G_3: $0 \ \underline{\quad X_3 \quad}\ 0$; X_3: Currículum tradicional de Aritmética

Aunque los grupos no se han formado por aleatorización, el contraste pretest-postest puede sernos de utilidad ya que existen varias razones que los avalan:

1.- El intervalo temporal entre pretest y postests fue largo (8 meses) con lo que la

---

[1]: CAMPBELL, D.T. y STANTLEY, J.C. (1973): Ibidem.

posible sensibilización por la preprueba se pudo disolver.

2.- Dado que en el experimento estamos utilizando como observaciones O_s exámenes corrientes tomados del aula (O_s experimentales, similares a las de utilización habitual), hemos de hacernos eco de la afirmación de Campbell y Stanley[1] (1973: 42) en el sentido de que "no se producirá ninguna interacción indeseable entre la administración de los tests y la varible experimental X".

Así pues, podemos afirmar con Lana[2] (1969) que la sensibilización del pretest es una amenaza menos probable de lo que anteriormente se había tenido. Además, contamos con un test de contraste (aproximación Cholosky) para detectar la posible interacción pretest-tratamiento.

El control de la interacción entre la selección y la variable experimental es azaroso pese a que no tengamos constancia de que las características de las unidades/clases participantes hiciesen más eficaz el tratamiento experimental en ellas que en la población de unidades que constituyen el objetivo de la prueba. El experimentador estima que la representatividad de las unidades participantes es aceptable (grupos clases interclasistas con alumnos de escolaridad regular). No se trata de las "poco representativas" escuelas-piloto

---

[1]: CAMPELL, D.T. y STANLEY, J.C. 1973 Op. cit.

[2]: LANA, R.C. (1969): **Pretest sensitization.** En "Artifact in behavioral research", R. Roshental y R.L. Rosnow (eds) Academic Press, Nueva York.

con "alumnos hijos de profesores universitarios", tan criticadas por Campbell y Stanley[1] (1973: 43); antes bien el estatus socioeconómico y, por tanto, cultural es algo bajo sin llegar, por supuesto, a la deprivación. Observemos también que ciertos alumnos diagnosticados con retardo medio y grave no han sido incluidos en la muestra.

El control de otras interacciones con la variable experimental puede examinarse como amenazas a la validez externa.

Así, también no ha existido mortalidad diferencial: ningún alumno se desgajó de uno u otro grupo.

En cambio, si es presumible un sesgo no controlado debido a la interacción entre la historia y la variable experimental, ya que el experimentador encargado del tratamiento al grupo experimental tuvo que compaginar su tarea docente-investigadora como profesor de enseñanza primaria con sus labores y como profesor universitario a mediados del período de tratamiento (febrero). En consecuencia, el desarrollo del tratamiento experiemtal no siguió la regularidad/cotidianidad del principio. Esto pudo originar un dispositivo reactivo al crear en los alumnos la sensación de presencia de "maestros extraños", señalado por Campbel y Stanley[2] (1973: 46). Pero la posibilidad de disolver este y otros dispositivos reactivos presumibles se acrecienta ya que los alumnos siguieron en su papel de

---

[1]: CAMPBELL, D.T. y STANLEY, J.S. (1973): Ibidem

[2]: CAMPBELL, D.T. y STANLEY, J.S. (1973): Ibidem

"monociegos" (en expresión de Roshental y Rubin[1], 1978: 377-415): la variable experimental formaba parte de los acontecimientos usuales en el aula pero con otra temporalización/ horario y las observacioes adoptaron la forma de exámenes regulares.

Evidentemente en este estudio, la motivación del profesor era profunda, los conocimientos sobre el tópico posiblemente difieran ostensiblemente de un profesor/investigador común, pero esto no es óbice para descartar los hallazgos tajantemente. Uno de los objetivos de este trabajo es fomentar la posibilidad de que sean los propios maestros mismos quienes experimenten, creando la figura del investigador "de acción" propuesta por Campbell y Stanley[2] (1973: 47). Idea preclara y pionera que después ha tenido muchos imitadores declamativos y poco seguidores en práctica.

8.2.- Interpretabilidad del diseño

Cook y Campbell[3] (1979: 103-112) al distinguir entre los ocho tipos de diseños con grupo de control no equivalente consideran el denominado diseño de grupo de control no tratado con pretest y postest. Nosotros habríamos de especificar "de tratamientos paralelos" (calculadora versus no calculadora). Así pues la denominación exacta del diseño sería:

---

[1]: ROSENTHAL, R. y RUBIN, D.B. (1978): Interpersonal expectancy effects: The first 345 studies. Behavioral and Brain Sciencies,3.

[2]: CAMPBELL, D.T. y STANLEY, J.S. (1973): Ibidem

[3]: COOK, T.D. y CAMPBELL, D.T. (1979): Op. cit.

"diseño de grupo de control no equivalente con tratamientos paralelos y pretest y postest". En definitiva, es pura cuestión de afinamiento terminológico.

Cook y Campbell discuten en profundidad este diseño ya que pasa por ser el más utilizado en investigación educativa y, dentro de los de su género, es afortunadamente el más interpretable. Estos autores distinguen cómo la interpretación de resultados a partir de este diseño depende de una regularidad particular de los hallazgos, diferenciando entonces cinco patrones de hallazgos. Por razones heurísticas, la discusión se montará en base a diferencias grupales en ganancias pretest-postest. En el próximo apartado (análisis y discusión de resultados) aportaremos un análisis estadístico más consistente mediante análisis de covarianza. Un análisis simple de ganancia pretest-postest es inapropiado ya que como apunta Linn[1] (1986: 99-100) tales puntuaciones tienden a ser poco fiables y tiende a estar correlacionadas con las del estado inicial y si los grupos no son equivalentes inicialmente es posible un pseudoefecto. Rogosa, Brandt y Zimowski[2] (1982: 726-748) aportan un ejemplo, aunque extremo, que ilustra el problema de no confiar en las puntuaciones diferencia. Así pues, el foco heurístico sobre las ganancias, que aquí desarrollamos, no debe interpretarse como que los datos deban ser analizados como puntuaciones simples de ganancias sino como un procedimiento para verificar la interpretabilidad del diseño.

---

[1]: LINN, R.L. (1986): Op. cit.

[2]: ROGOSA, D.; BRANDT, D. y ZIMOWSKI, M. (1982): A growth change approach to the measurement of change. Psychological Bulletin, 92.

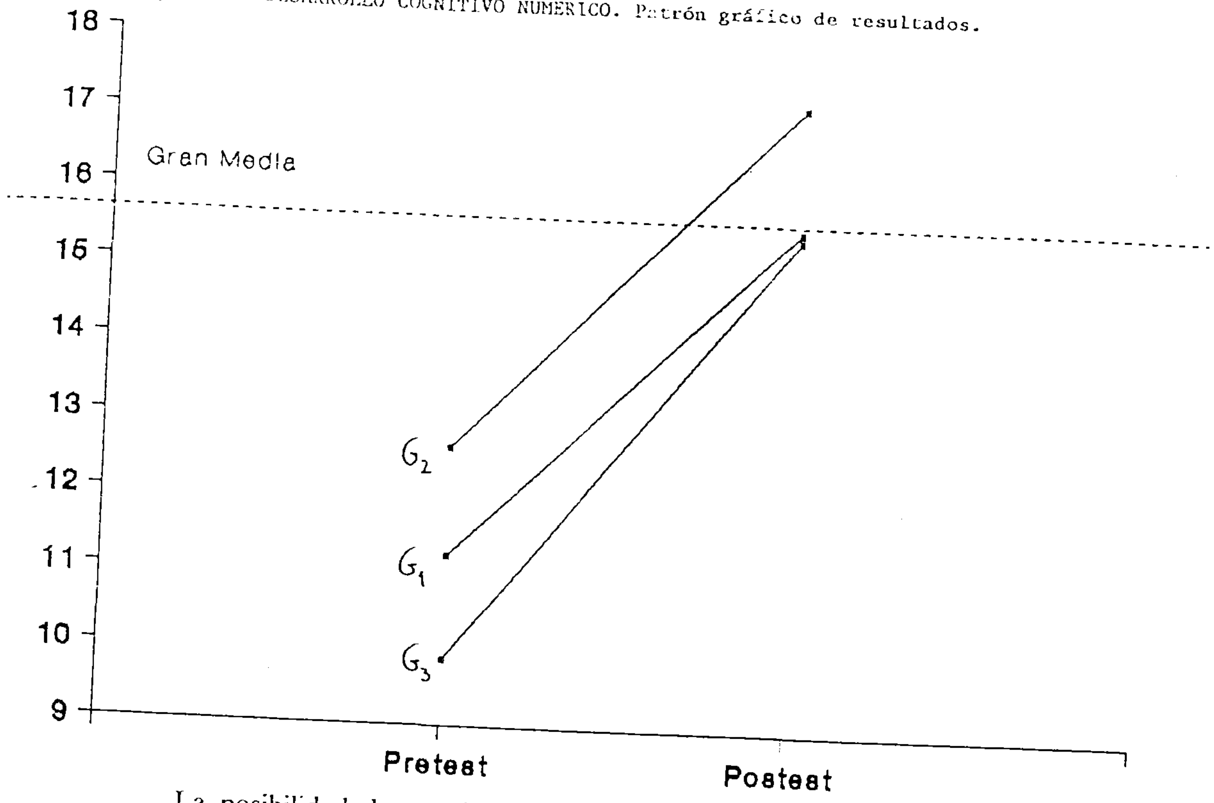
Para llevar a efecto tal interpretabilidad del diseño necesitamos los valores descriptivos grupales pretest y postest, respecto a cada una de las variables dependientes en concurso.

Tabla XXIV: MEDIAS Y DESVIACIONES TIPICAS PRETEST Y (POSTEST) DE LAS PUNTUACIONES GRUPALES SEGUN VARIABLES

Grupos / Variables		Grupo 2		Grupo 1		Grupo 3	
		X (E)	s	X (C)	s	X (C)	s
Desarrollo Cognitivo Numérico	Pre	12.61	3.274	11.20	4.640	9.86	3.237
	Pos	17.16	3.312	15.53	3.681	15.41	3.365
Numeración	Pre	10.39	3.583	10.40	4.032	8.93	3.936
	Pos	13.83	3.294	13.67	3.599	11.79	3.321
Cálculo Mental	Pre	5.94	2.388	4.00	2.171	2.72	1.925
	Pos	7.00	2.500	7.13	2.875	5.03	2.485
Destrezas de Cálculo	Pre	5.33	3.27	4.40	2.640	2.69	2.106
	Pos	9.22	1.592	8.20	2.210	5.40	3.620
Resolución de Problemas	Pre	5.72	4.495	5.47	4.360	2.55	3.112
	Pos	10.67	3.630	8.53	5.450	6.31	4.505
Rendimiento Matemático General	Pre	27.39	11.838	24.26	11.249	16.90	8.748
	Pos	40.72	9.247	37.53	12.833	28.51	11.081
Actitud hacia las matemáticas	Pre	16.83	1.653	16.06	2.865	15.93	1.831
	Pos	17.72	1.526	15.53	2.199	16.51	2.760
Actitud hacia la calculadora	Pre	8.61	2.033	7.40	3.043	6.21	3.266
	Pos	8.22	1.734	8.80	2.774	6.03	3.330

A)

Figura 12: DESARROLLO COGNITIVO NUMERICO. Patrón gráfico de resultados.



La posibilidad de una interacción selección x maduración es una de las amenazas más comunes en este patrón de resultados. Un grupo de control (G_3) crece con una tasa promedio superior al resto de grupos. Este patrón podría acontecer por efecto de la autoselección (no es este el caso aquí).

Cook y Campbell (1979: 106) identificarían este patrón con su resultado 2 inverso (Outcome 2): tasas de maduración diferentes respecto del tiempo. Para apreciar/valorar si, en verdad, grupos no equivalentes maduran con una tasa diferencial significativa, estos autores disponen de varios indicadores. Primero, si las diferencias medias grupales son resultado de sólo una selección o agregación sesgada, entonces el crecimiento diferencial entre grupos también acontecerá dentro de los grupos manifestándose un incremento de las varianzas intergrupales del postest respecto del pretest. No es este el caso ya que la varianza intragrupos son homogéneas (calculadas mediante test de homogeneidad univariada de la varianza).

Variable	"F" de Bartlett-Box	p	Significación
D. Cognitivo-Pre	.101	.904	No
D. Cognitivo-Post	1.487	.226	No

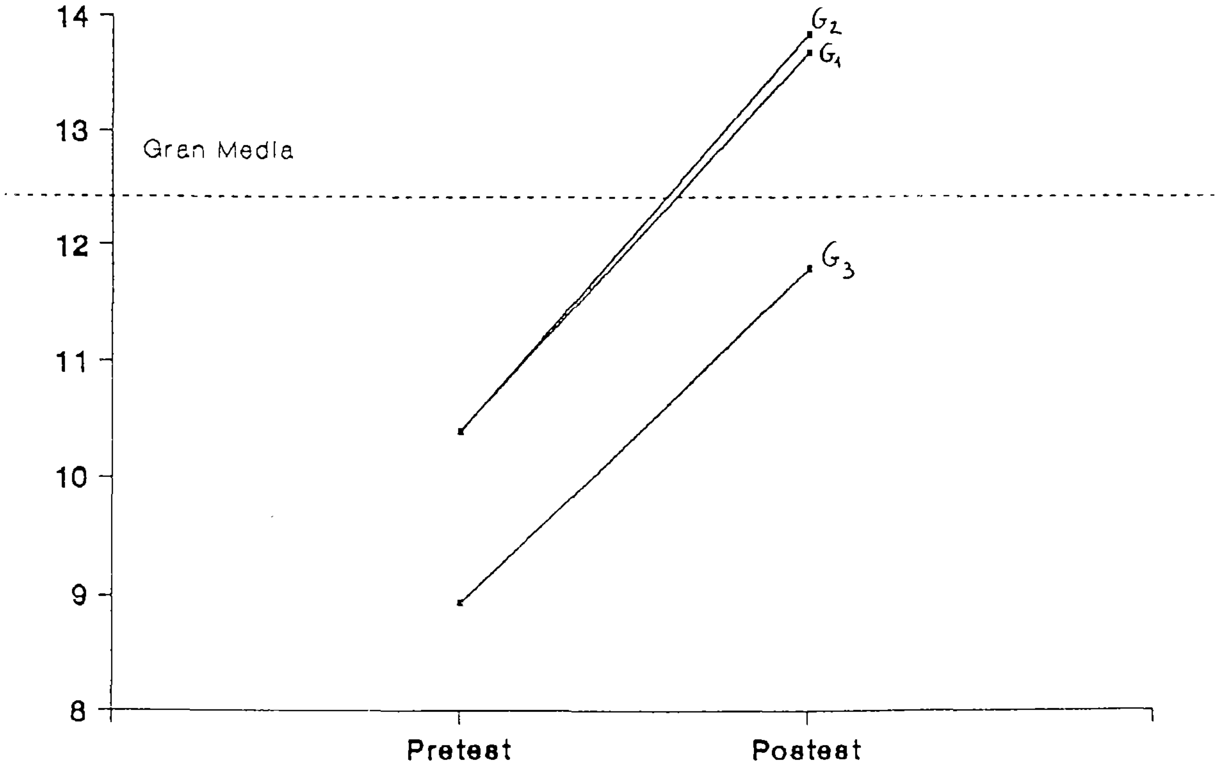
El segundo indicador, para estimar la posibilidad de una interacción maduración x selección podría obtenerse regresionando las puntuaciones pretest sobre una variable madurativa (no disponible en este estudio ya que la habitual, edad de los alumnos ofrece un rango muy estrecho 8-10 años). Si las líneas de regresión difieren en su coeficiente de regresión lineal, esto sería una evidencia presumible de tasas de crecimiento promedio diferenciales.

Cook y Campbell (1979: 107) indican que para identificar una regularidad particular de maduración también es apropiado una teoría sustentadora ("background theory"). Los autores opinan que ciertas destrezas asociadas con la noción de conservación (y el desarrollo cognitivo numérico está montado constructualmente sobre esa noción) podrían sucederse/desarrollarse abruptamente en tanto que el alumno alcanza el "estadio" en el que tal destreza puede aprenderse/manifestarse. En destrezas asociadas a la conservación no podremos esperar incrementos constantes; más bién agudas discontinuidades en el patrón de crecimiento para cada grupo y en tiempos diferentes a través de los grupos. Esto parece acontecer en este patrón con el grupo 3, que como estaba en un estadio de desarrollo cognitivo bajo ha dado un salto para homologarse con los sujetos de los restantes grupos (tasa de crecimiento mayor aunque sin llegar al nivel de los resultados postest de los otros dos grupos de tratamiento).

El patrón observado no constituye pues una amenaza según Cook y Campbell, sí, en en cambio, hubiera sido más cuestionable si los dos grupos con puntuaciones pretest más altas hubieran tenido una tasa de crecimiento diferencial más alta: ("el rico se hace más rico",o "el capaz se hace más capaz").

B)

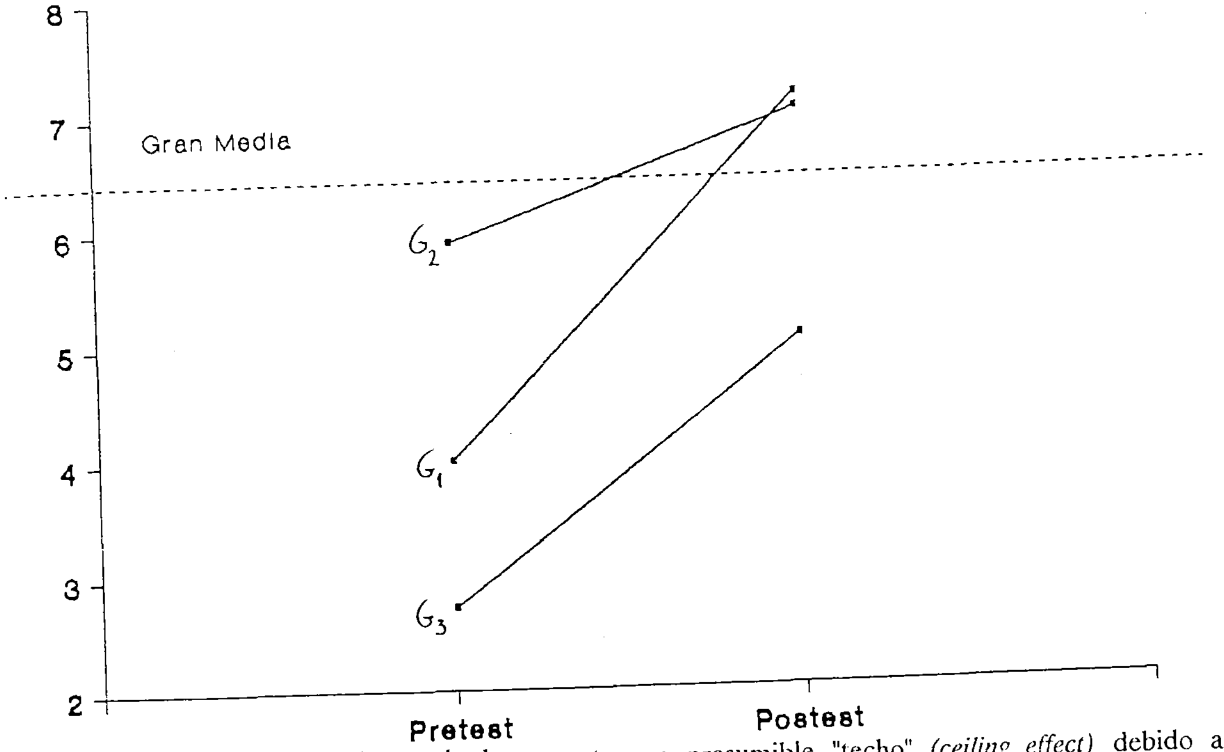
Figura 13: NUMERACION. Patrón gráfico de resultados.



Dado el paralelismo entre las ganancias este patrón constituye un ejemplo clásico de no diferencias entre grupos en base a la relevancia de una covariante como es el desempeño previo (pretest).

C)

Figura 14: CALCULO MENTAL. Patrón gráfico de resultados.



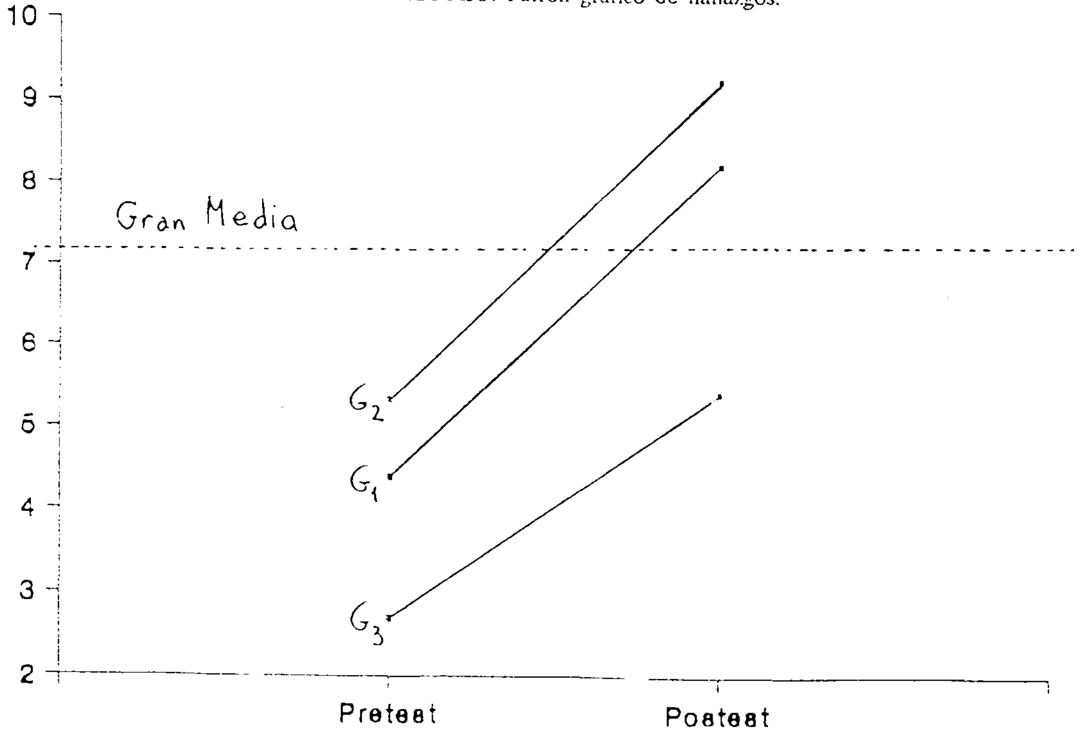
El patrón de resultados muestra un presumible "techo" *(ceiling effect)* debido al reducido tamaño del instrumento de medida (12 items), a que la escala de intervalos hace que el cambio se vea facilitado para grupos de puntuaciones más bajas (las tasas de crecimiento diferencial para G_2 y G_3 son más altas que para G_1) y, en consecuencia, dos grupos (G_1 y G_2) se "apiñan" en sus valores postests.

Obsérvese que, en los tres patrones hasta ahora citados, los sesgos más "plausibles" favorecen a los grupos de control. Cook y Campbell[1] (1979: 112) alertan sobre este patrón que "es especialmente manifiesto en situaciones de crecimiento en las que un efecto de tratamiento verdadero es contrarrestado por una tasa de crecimiento menor del esperado en el grupo experimental. Dado que esta posibilidad existe, un hallazgo de no diferencias no clarificaría si el efecto del tratamiento se ha obtenido por acción de la V. experimental o por fuerzas contraveladas "*(Counter-vailing)*, que se cancelan unas a otras".

Pero dada la naturaleza de la hipótesis a contraste, puede ser casi igual de relevante el hallazgo de no diferencias significativas como de diferencias significativas a favor de los grupos experimentales ya que el hallazgo de no diferencias explicitaría que el uso de calculadora no deteriora variables de desempeño críticas.

D)

Figura 15: DESTREZAS DE CALCULO. Patrón gráfico de hallazgos.

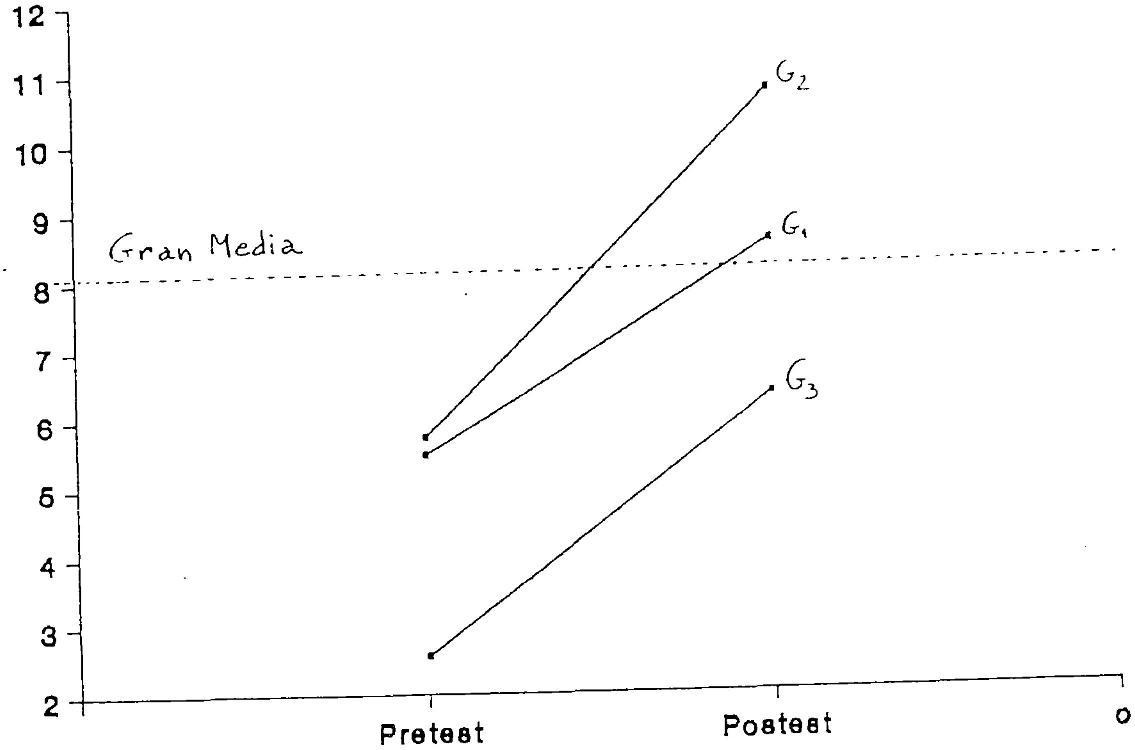


---

[1] COOK, T.D. y CAMPBELL, D.T. (1979): Ibidem.

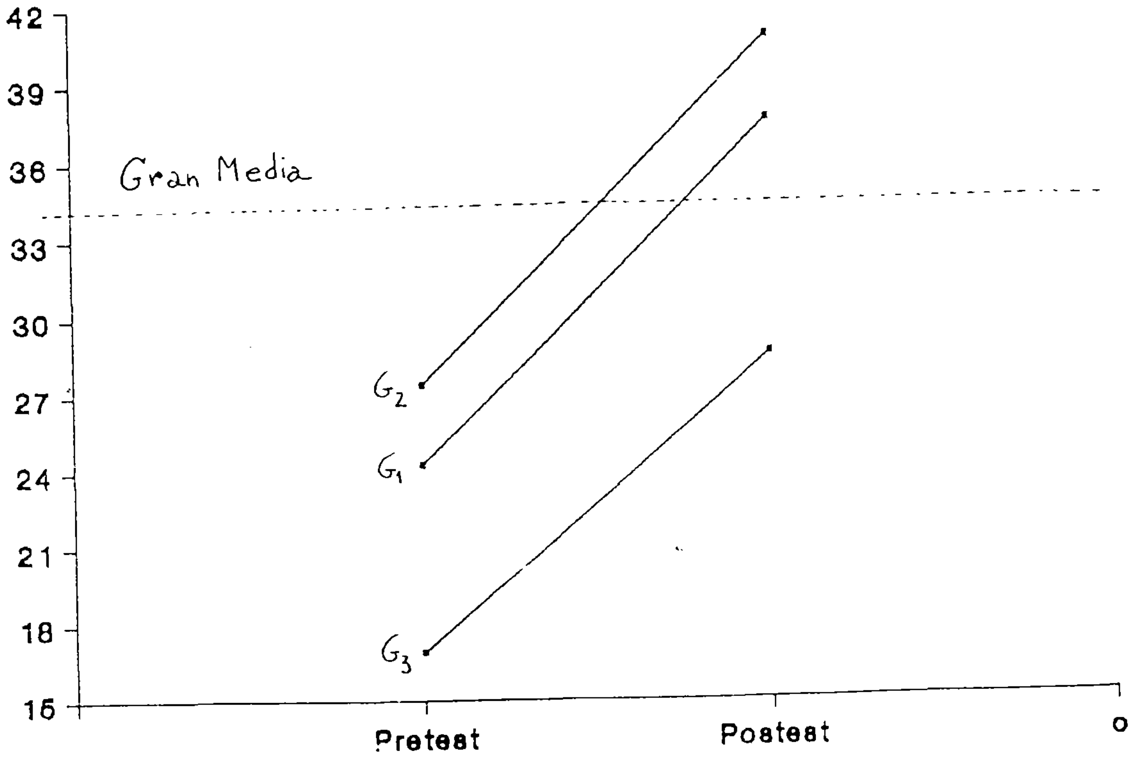
E)

Figura 16: RESOLUCION DE PROBLEMAS. Patrón gráfico de hallazgos.



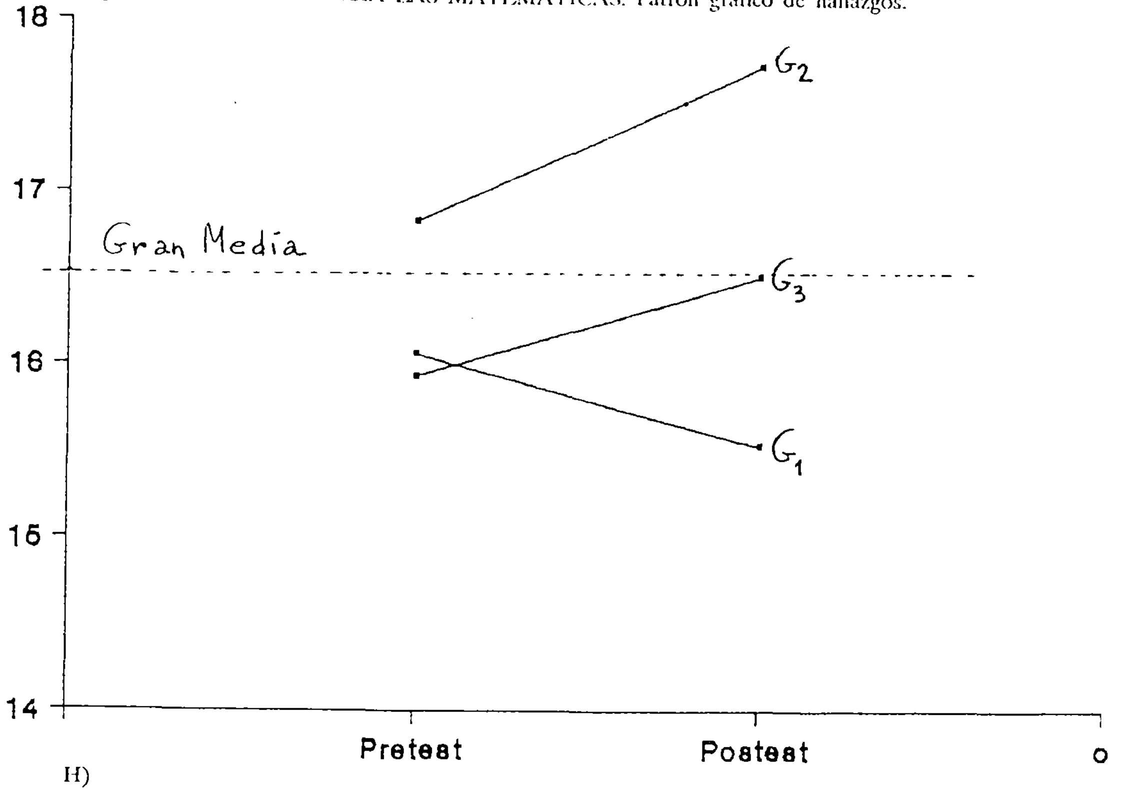
F)

Figura 17: RENDIMIENTO MATEMATICO GENERAL. Patrón gráfico de hallazgos.



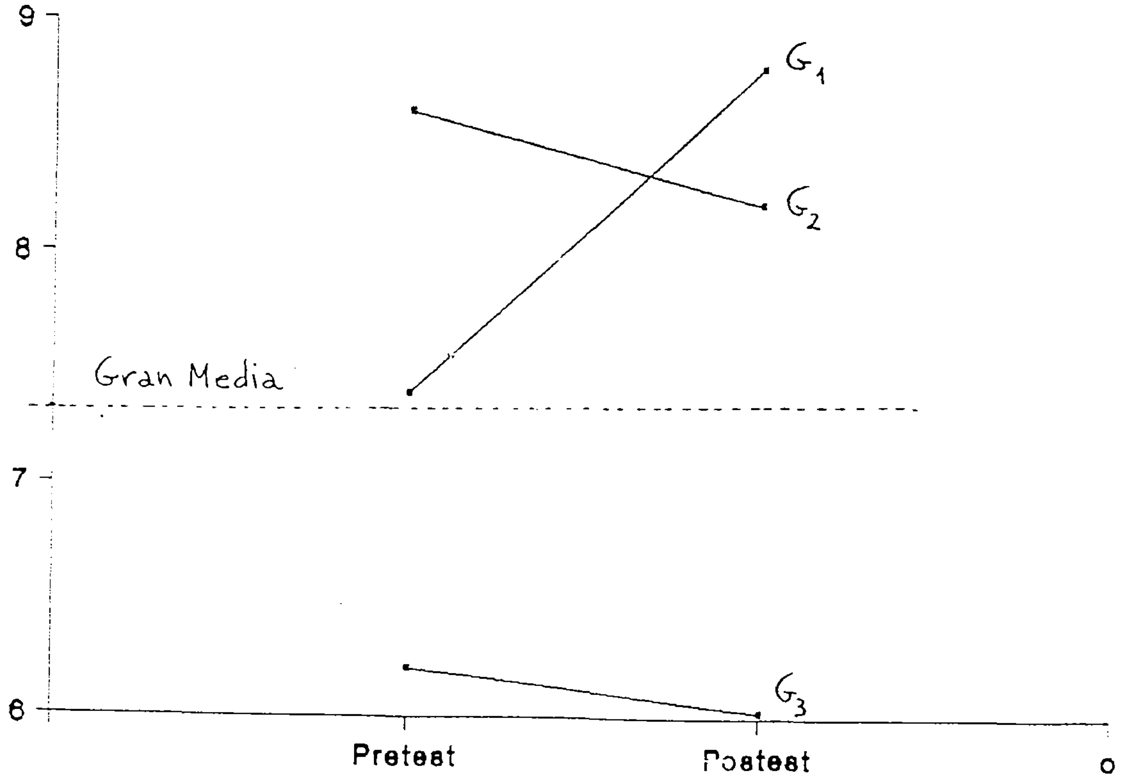
G)

Figura 18: ACTITUD HACIA LAS MATEMATICAS. Patrón gráfico de hallazgos.



H)

Figura 19: ACTITUD HACIA LA CALCULADORA. Patrón gráfico de hallazgos.



Un patrón interactivo muy desable para basar inferencias causales se manifiesta en la figura 19 según estudiaron Bracht y Glass[1] (1968: 437-74). El punto importante no es el cruce per se, lo importante será la significación presumible de las diferencias entre medias, si grupo con pretest más bajo (el de control C_1) ha superado al grupo experimental con pretest más alto. Ello, entonces indica que la actitud hacia la calculadora mejora ostensiblemente cuando a un grupo de control (G_1) se le facilita en los exámenes (uso informal). Los alumnos ven entonces a la máquina como una tabla de salvación que les permite un mejor desempeño en el momento del exámen. En cambio, el grupo experimental ha descendido ligeramente su actitud hacia la calculadora ya que se ha convertido en una herramienta usual. Tal regularidad se confronta con el grupo de control puro (G_3), en el que también ha descendido ligeramente la actitud hacia la calculadora, apreciándose un patrón de paralelas entre ambos grupos que probablemente nos manifieste un efecto nulo del uso continuado de calculadora sobre la actitud hacia la propia calculadora. Recuérdese que este instrumento de medida de actitudes fue el último que se impartió cuando ya los alumnos del grupo de control (G_1) había dispuesto de calculadora para realizar dos test previos.

8.3.-Desarrollo extenso de amenazas y su control en el diseño en curso

Validez e invalidez son conceptos que nos dan la mejor aproximación disponible a la verdad o falsedad de las proposiciones, incluidas las causales. Pero el término "validez"

---

[1]: BRACHT, G.H. y GLASS, G.V. (1968): The external validity of experiments. American Educational Research Journal, 5.

siempre habrá de ir acompañado del modificador "aproximadamente/provisionalmente".

Aproximarse a la validez de un diseño conlleva reconocer las limitaciones de las inferencias extraibles. La aproximación a la validez del diseño utilizado en este estudio la desarrollamos en profundidad utilizando las propuestas de Cook y Campbell[1] (1979: 37-91). Estos autores desglosan los dos tipos de validez de Campell y Stanley[2] (1973) del siguiente modo:

Tabla XXV: TIPOS DE VALIDEZ DE UN DISEÑO

Campbell y Stanley	Cook y Campbell
V. Interna	Validez de conclusión estadística o de coovariación "Están presumiblemente relaccionadas VI y VD?
	Validez interna o causal. "¿Existe una relación causal de una variable a otra según la forma en que estas fueron manipuladas y medidas?.
V. externa	Validez de constructo de causas y efectos "¿Pueden elaborarse generalizaciones sobre constructos más complejos a partir de las operaciones investigadas?.
	Validez externa o ecológica. ¿Es generalizable la relación causal extraida a otras poblaciones de persona, escenarios y momentos?.

---

[1]: COOK, T.D. y CAMPBELL, D.T. (1979): Op. cit.

[2]: CAMPBELL, D.T. y STANLEY, J. (1973): Op. cit.

Usaremos la notación habitual para indicar el grado de control sobre las las amenazas a la validez.

+ : Amenaza ampliamente controlado

= : Amenaza parcialmente controlada

- : Amenaza escasamente controlada

¿ : Amenaza preocupante pero de difícil control.

Tabla XXVI: LISTADO DE AMENAZAS DEL DISEÑO DE LA INVESTIGACION EN CURSO Y SU CONTROL PLAUSIBLE

Validez	Control grado	Amenazas	Control
Validez de conclusión estadística "¿Existe una relación entre dos variables? ¿Covarían?	+	1. Poder de inferencia estadística bajo.	- Uso de tests de contraste potentes: análisis de covarianza.
	=	2. Violación de supuestos de los tests estadísticos de contraste	Verificación de los ocho supuestos de Elshoff[1] (1969: 383-401) para el ANCOVA
	+	3. Problema de las tasas de error en comparaciones múltiples de diferencias entre medias.	- Dos comparaciones (nº mínimo) - Uso de test conservadores de comparación múltiple: Tukey o Scheffé.
	+	4. Fiabilidad de las medidas	- Problemático en variables medidas con instrumentos cortos (bajo número de items). - Se adjuntan índices de fiabilidad de los instrumentos todo ello significativos (α = 0.01) excepto actitud hacia las matemáticas. - Corrección standard de Cochran para fiabilidad baja.

---

[1]: ELASHOFF, A.L. (1969): **Analysis of covariance: A delicate instrument.** American Educational Research Journal, 6.

Validez	Control grado	Amenazas	Control
	¿	5. Fiabilidad de la implementación del tratamiento	-Posible standarización de la implementación dado que se siguen las secuencias de una programación escolar. -No es posible impletar el tratamiento a través de personas (intro e inter) y ocasiones.
	+	6. Irrelevancia de la situación experimental.	-Forzar la atención de los alumnos a los tratamientos. -Control de variables extrañas simultáneas al tratamiento: - Sería negar que la enseñanza produce aprendizaje. - Uso de materiales diferenciados que optimicen la V.I.
	+	7. Heterogeneidad aleatoria de los sujetos respondientes.	-Uso de diseño pretest-postest usando bloqueo o covariable. - Feldt[1] (1958: 35-353) recomienda bloqueo cuando la fiabilidad del instrumento es menor de 0.4 y covarianza cuando es mayor. Usaremos ANCOVA, ya que todas las variables de interés están medidas con alta fiabilidad, cuando no se verifiquen los supuestos del ANCOVA, optando, entonces por contrastes o paramétricos.
INTERNA O CAUSAL ¿Existe una relación causal de una variable a otra según como se han manipulado y medido tales variables?	+	8. Historia intrasesional	- Sesiones simultáneas con grupos experimental y control (Historia intrasesional): - Mismo horario (mañana) - Misma horas lectivas (4 ½ semanales)
	-	9. Historia extrasesional	-Posibles efectos diferenciadores de la huelga en aquel curso académico (87-88) - Actitudes de padres no controlada empíricamente. - Cambio de profesores en grupos de tratamiento

---

[1] FELDT, L.S. (1958): A comparision of the precision of three experimental designs employing a concomitant variable. Psychometrika, 23.

Validez	Control grado	Amenazas	Control
	+	10. Maduración	-Indices de maduración homogéneos medidos por los coeficientes de regresión intragrupos pretest-postest, o - Inclusión en el contraste estadístico de índices de maduración heterogeneos.
	+	11. Administración de test	- Distancia temporal pretest-postest amplia (8 meses) - Control de la interacción pretest tratamiento mediante MANOVA (aproximación Cholosky). - Modo de observación habitual (exámenes corrientes).
	+	12. Instrumentación	- Mismo instrumento de medida entre pretest y postest. - Mismo observador/medidor. - Instrumentos de observación exclusiva (items de elección multiple)
	=	13. Efectos "techo" o "suelo" de los instrumentos.	- Posible efecto techo en instrumentos cortos: Cálculo mental, destrezas de cálculo y actitud hacia la calculadora.
	=	14. Regresión estadística	- Uso de análisis de covarianza pero con la limitación expuesta por Lord[1] (1960: 307-21) de que la fiabilidad de la variable no es absoluta. - Parcial según la fiabilidad del instrumento.

---

[1]: LORD, F.M. (1960): **Large-sample covariance analysis when the control variable es falible.** Journal of the American Statistical Assesment, 55.

Validez	Control de grado	Amenaza	Control
	+	15. Selección sesgada	Uso de la premedida o covariable: rendimiento previo como corrector del sesgo
	+	16. Mortalidad	Ningún caso de mortalidad detectado en cualquier grupo de tratamiento el intervalo temporal pretest-postest.
	=	17. Interacción selección maduración	-Varianza intragrupos a nivel postest no se incrementa significativamente comparada con la del pretest (homogeneidad de las varianzas intragrupos). - Comparaciones en intervalos temporales idénticos. - Desarrollo "abrupto" de destrezas asociadas a la noción de conservación:
	+	18. Interacción selección historia	- Múltiples sesiones de implementación del tratamiento. - Grupos de tratamiento extraidos de un mismo escenario.
	-	19. Interacción selección-instrumentación	Dado que los intervalos de los instrumentos parecen no ser iguales, posible interacción debida al efecto "techo" en grupos de media pretest alta. Este efecto puede originar que presumibles diferencias significativas, que desdigan a la hipótesis nula, no aparezcan.
	+	20. Ambiguedad de la dirección de influencia causal.	Orden de precedencia de las variables está clara: VI---> VD (enseñanza-->aprendizaje).
	=	21. Difusión o imitación de tratamientos.	- Aunque en las actividades intrasesionales la interacción no era posible, si, en cambio, era factible en la extrasesionales. Una hipótesis específica, que indica un posible "uso informal", se plantea.
	+	22. Igualación compensatoria de tratamientos.	No existe evidencia de apoyos compensatorios a uno u otro grupo a nivel institucional. A nivel institucional-formal, las clases control recibieron docencia sin usar <u>nunca</u> calculadora.

Validez	Control Grado	Amenaza	Control
	=	23. Rivalidad compensatoria de los sujetos que reciben el tratamiento menos deseable o "effecto John Henry" (Saretsky[1], 1972: 579-81)	- No control de la posible rivalidad generada entre sujetos o inducida por los profesores, más probable en G_1 (C_1) ya que podían interactuar con G_2 (E_1). - Imposibilidad de control de "doble ciego". - Posible efecto compensatorio, sobre todo en el momento del examen, dado que a los dos grupos de mayor interacción posible se le permite usar calculadora.
	=	24. Desmoralización resentida de los sujetos que reciben el tratamiento menos deseable.	- Ausencia de tratamiento aversivo: los grupos de control llevan una escolaridad habitual. - No constancia manifiesta de sentimientos de desmoralización según entrevistas puntuales a profesores.
DE CONSTRUCTO	+	25. Explicación preoperativa inadecuada de los constructos.	- Análisis conceptual de los rasgos esenciales de los constructos: desarrollo cognitivo numérico, rendimiento general matemático (diversificado en cuatro variables) y actitudes. - Problemática explicación del constructo "actitud" asimilable a preferencia o creencia en un momento único y no como predisposición estable en tiempo y modos de respuesta.
	-	26. Sesgo de operación única (mono operación)	- Totalmente incontrolado: una sóla causa (calculadora- no calculadora) con dos niveles, tres efectos posibles (desarrollo cognitivo numérico, rendimiento matemático y actitudes) - Ausencia de triangulación y réplica. - Fuente de variación única.

---

[1]: SARETSKY, G. (1972): The OEO P.C. Experiment and the John Henry effect. Phi Delta Kappan, 53.

Validez	Control grado	Amenaza	Control
DE CONSTRUCTO	-	27. Sesgo de método único (mono-método)	- Ausencia total de control: diseño único, tipo de medida única (test escritos).
	+	28. Descubrimiento de hipótesis dentro de las condiciones experimentales. Convergencia de los sujetos con los objetivos de la investigación.	Poco probable este sesgo dada la edad de los alumnos y la nula reactividad del tratamiento.
	+	29. Aprensividad de la evaluación	- La evaluación adopta un desarrollo normal (exámenes regulares). - La situación de la evaluación no es reactiva; presencia del profesor/tutor y el profesor/investigador.
	+	30. Expectativas del experimentador	Se supone que durante la obtención de datos, el profesor/investigador y el profesor/tutor mantienen neutralidad, no comunican ni tiene expectativas tendenciosas.
	=	31. Interacción de tratamientos diferentes	No se tiene constancia de tratamientos *simultáneos* en los grupos a un mismo tiempo.
	+	32. Interacción del examen y el tratamiento.	- Intervalo temporal largo. - Pruebas de examen habituales. Escasa sensibilización/interacción del exámen y el tratamiento.
	+	33. Generalizabilidad restringida sobre los constructos.	Evidentemente, limitada a los constructos definidos anteriormente (desarrollo cognitivo numérico, rendimiento matemático general y actitudes hacia las matemáticas).

Validez	Control de grado	Amenaza	Control
ECOLOGICA EXTERNA (generalización de hallazgos).	=	34. Interacción selección-tratamiento	Dada la ausencia de representatividad y el bajo tamaño de las muestras, tal amenaza es causa de preocupación aunque ofrezca la ventaja de que los sujetos no han sido autoseleccionados. - El síndrome de "conejillos de indias" parece poco impactante ya que el tratamiento acontece naturalmente (forma parte del desarrollo de la docencia) posible efecto de la novedad en grupos experimentales amortiguado por un tratamiento largo.
	¿	35. Interacción de la situación, el escenario y el tratamiento.	Es preocupante el control de esta amenaza ya que se trabaja en cuatro escenarios muy acotados/específicos y las posibilidades de interacción son plausibles. .- Aún así todos tienen en común ser escenarios escolares pero presumiblemente divergentes de otros. Necesidad de un diseño factorial que incorpore otros escenarios.
	-	36. Interacción historia y tratamiento.	Ausencia de control dada una serie de acontecimientos específicos que podrían diverger de un grupo a otro.

8.4.- Procedimiento de la investigación

Entendemos por procedimiento el desarrollo secuencial temporalizado del experimento. La cronología de este experimento fue, entonces, la siguiente.

Tabla XXVII: DESARROLLO DEL PROCEDIMIENTO DE LA INVESTIGACION

Tiempo	Accion
Primavera, 1987	Revisión bibliográfica Concreción del problema Planteamiento de hipótesis.
Verano, 1987	Selección del enfoque Estudio piloto Elaboración de instrumentos de recogida de datos (validación). Selección del diseño y plan de análisis de datos (ANCOVA) Adquisición de calculadoras.
Septiembre, 1987	Solicitud de permisos. Contacto con directores y profesores participantes. Selección de los grupos de tratamiento. Elaboración de materiales instructivos específicos al tratamiento experimental.
1 al 15 de octubre- 1987	Administración de pretests (Primera recogida de datos).
16 de octubre de 1987 al 15 de mayo de 1988 (siete meses).	Tratamiento. Elaboración de materiales específicos al tratamiento experimental (continuación). Contactos de seguimiento con profesores intervinientes.
15 al 31 de mayo de 1988	Administración de postests.
1 al 30 de junio de 1988	Elaboración de hoja de resultados.
1 de septiembre de 1988 a 30 de junio de 1989.	Análisis de resultados: tratamiento informático de datos mediante el paquete estadístico SPSS/PC+.
1 de septiembre de 1989 al 1 de octubre de 1990	Elaboración del informe.
1 de octubre de 1990 a 1 de diciembre de 1990	Refinado del informe

8.5.- Caracterización de los tratamientos.

Cada tratamiento se administró durante la clase de matemáticas a lo largo de un período de 7 meses escolares (octubre a mayo). Las sesiones de tratamiento están caracterizadas en la siguiente tabla:

Tabla XXVIII: CARACTERIZACION DE LOS TRATAMIENTOS

Característica	Explicitación
Duración	4 horas semanales de octubre a febrero. 2 horas semanales de marzo a mayo.
Período del día	Sesiones de mañana.
Agrupamientos	-Libre -Por pares: trabajo de silla. -Grupal: exposición del profesor y puesta en común.
Momentos de la sesión	-Presentación del tópico por el profesor. -Discusión grupal. -Trabajo por pares en las tareas asignadas. -Puesta en común grupal.
Tratamiento experimental	Uso de calculadoras excepto en algunas tareas relativas a hechos numéricos básico; aunque en tales tareas la disponibilidad era posterior. Sesiones de trabaja con la "cabeza" y sesiones de trabajo con "calculadora".
Tratamiento de control	No uso de calculadoras. Ausencia total de disponibilidad.
Ritmo del grupo	Al paso (*"group-paced"*) con intervenciones puntuales del profesor a alumnos necesitados.
Rol del profesor	Directivo.
Orientación	Dada por el seguimiento del libro de texto en grupos de control, o por Materiales específicos para grupo experimental ajustados a la secuencia del libro de texto (serie Granada Mats[1], 1982).
Deberes para casa	Ninguno.

---

[1]: GRANADA MATS (1982): **Matemáticas 3º, Libro del alumno y guía del profesor**. L. Rico (director). Anaya. Madrid.

9.- ANALISIS DE DATOS

9.1.- El modelo de análisis: ANCOVA (análisis de covarianza con una sola covariable)

El ANCOVA con una sola covariable extiende el ANOVA simple al incluir una medida pretest en el modelo en forma de regresión lineal. Usando el pretest ("covariable" en terminología ANCOVA) aportamos un ajuste para las diferencias iniciales entre grupos. En el diseño que estamos utilizando (de grupos de control no equivalentes), tal ajuste incrementa la precisión del contraste, aunque generalmente altere el valor esperado de la estimación del efecto de tratamiento.

Un desarrollo en profundidad del ANCOVA con una sola covariable puede encontrarse en Elashoff[1] (1969: 383-401), Atiqullak[2] (1964: 365-72), Glass, Peckham y Sanders[3] (1972: 237-88), Cook y Campbell[4] (1979: 153-170) y Tejedor[5] (1984: 190-195). Estas dos últimas referencias son la pauta que orienta la aplicación de este modelo.

---

[1]: ELASHOFF, J.F. (1969): Op. cit.

[2]: ATIQULLAH, M. (1964): The robustness of the covariance analysis of a one-way classification. Biometrika, 51.

[3]: GLASS, G.; PECKHAM, P.D. y SANDERS, J.R. (1972): Consequences of failure to meet assumptions underlying the analysis of variance and covariance. Review of Educational Research, 42.

[4]: COOK, T.D. y CAMPBELL, D.T. (1979): Op. cit.

[5]: TEJEDOR, F.J. (1984): **Análisis de varianza aplicado a la investigación en Pedagogía y Psicología**. Anaya/2. Madrid.

9.2.- Supuestos adicionales del ANCOVA

Los supuestos adicionales hacen al ANCOVA un "instrumento más delicado que el análisis de varianza". En estudios no aleatorios, el ANCOVA mantiene su potencial utilidad como un medio de incrementar la precisión aunque la motivación primaria para usarlo sea ajustar las diferencias preexistentes entre grupos. Dado que las medias grupales sobre la covariable (pretest) no son generalmente las mismas, en consecuencia, los ajustes son notables, aunque no exista garantía absoluta de que los ajustes sean apropiados.

La potencia y adecuabilidad del ANCOVA procede de que se verifiquen una serie de supuestos. Elashoff (1969) listó siete de ellos que se exponen a continuación:

1. Supuesto: Uso de covariables múltiples. Campbell y Erlebacher[1] (1970) han argumentado que la "unicidad" de la covariable produce un sesgo en la dirección de subestimar el valor absoluto del coeficiente de regresión intragrupos, y, por consiguiente, origina un subajuste de las diferencias preexistentes que tiende a favorecer al grupo de puntuación inicial más alta (el grupo con media más alta en la covariable/pretest). Sin embargo, Cronbach, Rogosa, Floden y Prince[2] (1977) han mostrado que tal ajuste no es

---

[1]: CAMPBELL, D.T. y ERLEBACHER, A.E. (1970): **How regression artifacts in quasi-experimental evaluation can mistakenly make compesatory education look harmful.** En "Compensatory education: A national debate: Vol 3. Disadvantaged child". J. Hellmuth (ed). Brunner/Mazel. Nueva York.

[2]: CRONBACH, L.J.; ROGOSA, D.R.; FLODEN, R.E. y PRICE, G.G. (1977): **Analysis of covarianza in nonrandomized experiments; Parameters affecting bias.** (Ocassional Paper). Stanford University. Stanford Evaluation Consortium.

necesariamente demasiado pequeño ya que son posibles subajustes o sobreajustes dependiendo de la relación entre la covariable observada y el discriminante completo y el predictor ideal. En este caso, el mejor predictor posible de la variable dependiente sin conocer las condiciones del tratamiento es el pretest. Aunque en la práctica la relación es incierta, valores correlacionales pretest-postest pueden usarse para limitar la cantidad de sesgo en las estimaciones.

2º Supuesto: Las unidades deben asignarse aleatoriamente a los tratamientos. Este supuesto obviamente está violado ya que trabajamos con clases naturales o intactas. Sin este supuesto no se puede nunca controlar la posibilidad de que haya otras variables distintas a la covariable(s) sobre la(s) cual(es) existan diferencias iniciales entre grupos y que puedan influir sobre los resultados de la variable dependiente. Como irónicamente afirma Linn[1] (1986: 101): "las violaciones de algunos de estos supuestos son más serias cuando operamos con asignaciones no aleatorizadas".

3er Supuesto: La covariable esté medida sin error. Evidentemente es bastante seguro que tal supuesto sea violado. Cochran[2] (1982) aporta una corrección del efecto de error de medida. En teoría clásica de test, el coeficiente de regresión de Y (V.D.) sobre una covariable falible (X) puede atenuarse por un factor igual a la fiabilidad de la

---

[1]: LINN, R.L. (1986): Op. cit.

[2]: COCHRAN, J. (1982): **"New look" multiple regresion/correlational analysis and the analysis of variance/covariance.** Contenido en "Stadistical and methodological issues in psychology and social sciences research" G. Keren (editor). Laurence Earlbaum Associates. Hillsdale, N.Y.

covariable. Más específicamente, el coeficiente de regresión de la covariable falible es:

$$\beta_{yx} = \beta_{yt} \rho_{xx'} => \beta_{yt} = \underline{\beta}_{yx} / \rho_{XX'} \qquad [1]$$

donde t es la puntuación verdadera de X y $\rho_{xx'}$ es la fiabilidad de X, lo cual exige calcular la fiabilidad de la covariable mediante formas paralelas. En asignamiento no aleatorizados, el valor de la diferencia de las medias ajustadas de los tratamientos experimental (1) y control (2) está sesgado por un factor igual a:

$$\beta_{yt} \ (1 - \rho_{xx'}) \ (\mu_{xE} - \mu_{xc}),$$

donde μ_{xE} y μ_{xc} son las medias poblacionales de la covariable para las condiciones de tratamiento E y C, respectivamente. Dado que no podemos conocer los valores poblacionales μ_{xE}, μ_{xc}, ni aún usando los procedimientos de Lord[1] (1960: 307-321) o de Porter[2] (1967), (ambos requieren estimaciones de la fiabilidad por formas paralelas, muestras amplias (n > 30) y tampoco resuelven el problema de la unicidad de la covariable) estamos con Cook y Campbell[3] (1979: 164) al considerar que el uso de un sólo pretest o covariable única origina un sesgo en el sentido de subajustar las diferencias

---

[1]: LORD, F.M. (1960): Large-sample covariance analysis when the control variable is fallible. Journal of the American Statistical Association, 55.

[2]: PORTER, A.C. (1967): The effects of using fallible variables in the analysis of covariance. Referencia en R.L. Lynn (1986: 102). Op. cit.

[3]: COOK, T.D. y CAMPBELL, D.T. (1979): Op. cit.

preexistentes, con lo que el tratamiento dado al grupo con media pretest más alta parecerá mejor de lo que en realidad lo es.

4º Supuesto: Los efectos en la variable dependiente debidos a los tratamientos de la variable independiente y a la regresión entre las variables dependiente y la covariable deben ser aditivos, o sea;

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + ß\ (X_{ij} - X_T) + \epsilon_{ij}$$

$i = 1 \ldots t$, tratamientos

$j = 1 \ldots n$, unidad de tratamiento.

donde:

μ = efecto verdadero medio

α_i = efecto verdadero del tratamiento iesimo del factor o variable experimental.

$ß\ (X_{ij} - X)$ = efecto debido a la regresión, X_{ij} es una variable no aleatoria, concomitante o covariable (pretest), ß es el coeficiente de regresión lineal intra grupos del postest Y sobre el pretest X y X_T es la media del grupo total en la covariable o pretest.

ϵ_{ij} = efecto verdadero de la jotaésima unidad experimental sujeta al iesimo tratamiento. Incluye también los efectos de los factores extraños. Es una variable aleatoria que conlleva la suposición de normalidad, independencia con media cero y varianza σ^2, N (o. σ^2).

Para verificar el cumplimiento de las condiciones de la variable aleatoria ϵ habrá que tener en cuenta entonces.

4.a.- **Supuesto**: Normalidad de las distribuciones de las variables, pero sobre todo "que la distribución de la covariable-pretest no sea en sí misma marcadamente no normal" (Linn[1], 1986: 102). El contraste de Kolmogorov-Smirnov, entre otros, puede servirnos para verificar este supuesto.

4.b.- **Supuesto**: Homogeneidad de las varianzas (Homocedasticidad). Para lo cual aplicaremos el contraste de Barlett-Box, aunque es sensible a una posible no normalidad de la distribución. El contraste de Cochran, aunque también efectuado en el tratamiento de datos mediante la aproximación de Cholosky inserta en el paquete estadístico SPSS, no será tenido en cuenta ya exige que las muestras sean equilibradas.

4.c.- **Supuesto**: Independencia entre las distribuciones muestrales. Para lo cual emplearemos el test de rachas (ver Siegel[2], 1975: 74). Este supuesto, cuya violación supone los efectos más graves, es sin duda el más fácil de conseguir.

5º Supuesto: Independencia entre el tratamiento y la covariable. Parece fácilmente satisfacible ya que usamos como covariable, la medida pretest previa al inicio del tratamiento. En cambio, si es posible que la covariable sensibilice a los tratamientos (interacción pretest x tratamiento).

---

[1]: LINN, R.L. (1986): Op. cit.

[2]: SIEGEL, S. (1975): **Estadística no paramétrica**. Trillas, México.

Para detectar una posible interacción de la covarible pretest con el tratamiento usamos la aproximación Cholosky: un análisis multifactorial de la varianza (MANOVA) que incorpora niveles de la variable pretest y niveles de la variable grupos o tratamientos.

<u>6º Supuesto:</u> Homogeneidad de los coeficientes/pendientes de regresión intragrupo. El cumplimiento de este requisito, según Tejedor[1] (1984: 293), no parece tener repercusiones importantes sobre la interpretación de la hipótesis básica (respecto a la diferencia de efectos entre los tratamientos). Una visualización de las rectas de regresión que manifieste un paralelismo aproximado puede servirnos para verificar este supuesto. Cook y Campbell[2] (1979: 170) estiman problemático este fenómeno ya que las diferencias en pendientes pueden ser debidas a múltiples causas (efectos "techo" o "suelo", crecimiento diferencial, diferencias entre grupos de la fiabilidad de las medidas pretest, impacto diferencial del tratamiento según niveles del pretest (interacción tratamiento-pretest)). Estos autores creen que "es muy posible la presencia de interacciones espúreas", operando con grupos no equivalentes, y que sería difícil en la práctica discriminar, entre estas múltiples causas al examinar en los datos, la porción relativa al tratamiento de la de una interacción observada". Un contraste aplicable para verificar la homogeneidad de las pendientes de regresión puede obtenerse de Tejedor[3]

---

[1]: TEJEDOR, F.J. (1984): Op. cit.

[2]: COOK, T.D. y CAMPBELL, D.T. (1979): Op. cit.

[3]: TEJEDOR, F.J. (1984): Op. cit.

(1984: 291-294). Cook y Campbell[1] (1979: 55) proponen un modelo sencillo para estimar el efecto de tratamiento en caso de que las líneas de regresión no sea ostensiblemente paralelas, ni lineales:

$$[2] \quad a_E - a_c = (Y_E - Y_c) - \beta_E (X_E - X_T) + \beta_c (X_c - X_T)$$

Donde a, representa a los interceptos, Y e X, puntuaciones medias postest y pretest, E y C, grupos experimentales y control, y X_T, media total de la covariable.

7º Supuesto: Linealidad de la regresión postest-pretest. Habrá que tener cierta garantía de que las líneas de regresión sean lineales (rectas). El crecimiento entre pretest y postest, diferencias entre medidas operativamente únicas y el error de medida en el pretest (véase Cochran y Rubin[2] (1973: 417-46) para un estudio en profundidad de la no linealidad y posibles modelos de ajuste de la no linealidad) pueden hacer que las líneas de regresión no sean lineales. El uso de tests de contraste de la linealidad (alternativas de Dixon y Massey[3], (1969: 212-215) o el más elemental dado por la visualización de los diagramas de dispersión *(scatterplots)* pueden aportarnos evidencia sobre este

---

[1]: COOK, T.D. y CAMPBELL, D.T. (1979): Op. cit.

[2]: COCHRAN, W.G. y RUBIN, D.B. (1973): **Controlling bias in observational studies: A review**. Sankkya. Series A. Citado en Cook y Campbell (1979), op. cit.

[3]: DIXON, W. y MASSEY, F. (1969): **Introducción al análisis estadístico**. Ed. del Castillo. Madrid. Cit. en Tejedor (1984) op. cit.

supuesto. Otro contraste es el propuesto por Wildt y Ahtola[1] (1975), que es el utilizado en este análisis de datos para verificar el supuesto de linealidad del postest sobre el pretest a partir de niveles de éste último. Tal contraste es el incorporado en el paquete estadístico SPSS+

De todos estos supuestos los que hacen especialmente inadecuado al ANCOVA, en caso de no verificación, son los relativos a las condiciones de la variable aleatoria (supuestos 4a, 4b y 4c). En caso de no verificación, habrá que optar entonces por un contraste no paramétrico.

Por otro lado, como las hipótesis a contrastar se formulan como "no hay diferencias entre los efectos de los "t" tratamientosdel experimento", es evidente que debemos seguir según Tejedor[2] (1984: 57) el modelo de análisis de covarianza de efectos fijos ya que únicamente se está interesando por los niveles presentes del factor a saber:

Nivel 1: Currículum de Aritmética orientado por la calculadora, en modalidad de extensión (uso de calculadora en postests) para variables no correspondientes a hechos númericos básicos.

Nivel 2: Currículum tradicional de Aritmética en modalidad de extensión (uso de calculadora en los postest) para variables no correspondientes a hechos

---

[1]: WILDT, A.R. y AHTOLA, O.T. (1985): **Analysis of covariance**. 8ª edición. Sage Publications. Londres.

[2]: TEJEDOR, F.J. (1984): Op. cit.

númericos básicos.

Nivel 3: Currículum tradicional de Aritmética en modalidad de mantenimiento (no uso de calculadora en los postests).

El nivel de significación mínimo aceptable es $\alpha = 0.05$ (5%)

9.3.- Hallazgos según hipótesis

9.3.1.- Hipótesis 1 (H_0^1): Desarrollo cognitivo numérico (DCN)

A. Estadísticos descriptivos

Grupo	Pretest X	Postest Y	r_{xy}	Y = bX + a	Sx	Sy	n
G_1	11.20	15.53	0.51	Y = 0.4X + 11.03	4.64	3.68	15
G_2	12.61	17.17	0.80	Y = 0.79X + 7.15	3.27	3.31	18
G_3	9.86	15.41	0.37	Y = 0.38X + 11.62	3.24	3.36	29
$G_1 + G_2 + G_3$	10.98				3.76		62

Obsérvese que las medias pretest no son similares, existen diferencias entre ellas; en consecuencia, el uso de ANCOVA, para ajustar las diferencias postest finales, será adecucado.

B.- Estadísticos inferenciales

ANALISIS COVARIANZA PARA PUNTUACIONES DESARROLLO COGNITIVO NUMERICO

Fuente de variación (FV)	Suma de cuadrados (SC)	Grados de libertad (gl)	Media cuadrática (MC)	Razón F	Significación de F
Covariable: Pretest	220.22	1	220.22	25.37	máximo (M)
Efectos principales: Intergrupos o de tratamiento	7.08	2	3.54	0.44	.667
Explicada	227.3	3	75.77	8.727	máximo (M)
Residual INTRAGRUPO	503.55	58	8.68		
Total	730.85	61	11.98		

Según el análisis anterior no existen diferencias significativas entre grupos a un nivel de significación $\alpha = 0.05$. Pero el dato es equívoco ya que la razón F correspondiente es menor que 1. Tejedor[1] (1984: 283) advierte que es relativamente frecuente obtener valores F menores que 1. Recomendando, la opción de Ostle[2] (1965), ya que tal valor puede deberse a incumplimiento de las condiciones de la variable aleatoria ϵ (efecto verdadero) y, en concreto, no verificación de las condicionesde los supuestos de normalidad, homocedasticidad e independencia (supuesto 4). Estas condiciones se estudian en la posterior verificación general de supuestos para realizar un ANCOVA.

---

[1]: TEJEDOR, F.J. (1984): Op. cit.

[2]: OSTLE, B. (1985): **Estadística aplicada**. Limusa-Wiley. Mejico.

C. IDONEIDAD DEL ANCOVA: VERIFICACION DE SUPUESTOS

<table>
<tr><th>Supuestos.</th><th>Verificación</th><th>Grado de verificación</th></tr>
<tr><td>1. Covariables múltiples.</td><td>Una sola covariable: pretest</td><td>-</td></tr>
<tr><td>2. Unidades asignadas aleatoriamente a los tratamientos.</td><td>No se verifica considerando los sujetos/alumnos como unidades de análisis</td><td>-</td></tr>
<tr><td>3. Error de medida en el pretest/ covariable.</td><td>Coeficiente de correlación r_{xx} = 0.60. Fiabilidad aceptable y significativa (α = 0.001)</td><td>=</td></tr>
<tr><td>4a. Normalidad de la covariable (pretest).</td><td>Test de bondad de ajuste de Kolmagorov-Smirnov. Contraste bilateral de ajuste a una distribución normal:
Diferencias
<table>
<tr><th>Absoluta</th><th>Signo</th><th>"Z" de K - S</th><th>P</th><th>Normal (α = 0.05)</th></tr>
<tr><td>.09506</td><td>+</td><td>.749</td><td>.63</td><td>Si</td></tr>
</table></td><td>+</td></tr>
<tr><td>4b. Homogeneidad de las varianzas</td><td>Contraste de la homogeneidad univariada de la varianza. Test de Bartlett-Box:
<table>
<tr><th>Variable</th><th>F de Bartlett-Box</th><th>P</th><th>Homogeneidad (α = 0.05)</th></tr>
<tr><td>DCN (Pretest)</td><td>.101</td><td>.904</td><td>Si</td></tr>
<tr><td>DCN (Postest)</td><td>1.487</td><td>.226</td><td>Si</td></tr>
</table></td><td>+</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Supuestos</th><th>Verificación</th><th>Grado de verificación</th></tr>
<tr><td>4c. Independencia de las distribuciones</td><td>Test de rachas:
<table>
<tr><th>Variable</th><th>Mediana</th><th>Rachas (r)</th><th>+</th><th>-</th><th>Z bilateral</th><th>P</th><th>Independencia</th></tr>
<tr><td>DCN (Pretest)</td><td>11.0</td><td>25</td><td>30</td><td>32</td><td>-1.786</td><td>.074</td><td>Si</td></tr>
<tr><td>DCN (Postest)</td><td>16.0</td><td>40</td><td>35</td><td>49</td><td>-.414</td><td>.679</td><td>Si</td></tr>
</table></td><td>+</td></tr>
<tr><td>5. Independencia entre covariable y tratamiento.</td><td>- Medida de la covariable previa al tratamiento.
- Interacción covariable x tratamiento o sensibilización del pretest.
Aproximación CholosKy: Test significación para DCN (Postest) considerando dos factores (pretest x grupos/tratamientos):
<table>
<tr><th>F. de V</th><th>SC</th><th>gl</th><th>MS</th><th>F</th><th>Significación</th><th>Interacción Pretest x tratamiento</th></tr>
<tr><td>DCN (Pretest)</td><td>212.24</td><td>1</td><td>212.24</td><td>24.89</td><td>M.</td><td></td></tr>
<tr><td>Grupo: tratamiento</td><td>19.00</td><td>2</td><td>9.50</td><td>1.11</td><td>.335</td><td></td></tr>
<tr><td>DCN (Pretest) x Grupo</td><td>25.98</td><td>2</td><td>12.99</td><td>1.52</td><td>.227</td><td>No</td></tr>
<tr><td>Dentro + Residual.</td><td>477.56</td><td>56</td><td>8.53</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
- No existe interaccion significativa pretest-tratamiento.</td><td>+</td></tr>
<tr><td>6. Homogeneidad de los coeficientes de regresión intragrupo</td><td>Análisis de varianza sobre la hipótesis de homogeneidad de las pendientes de regresión:
<table>
<tr><th>F.V.</th><th>SC</th><th>gl</th><th>MC</th><th>F^E</th><th>F^{critic}</th><th>Homogeneidad</th></tr>
<tr><td>De los coeficientes de regresión</td><td>25.9</td><td>2</td><td>12.95</td><td>1.52</td><td>3.16</td><td>Si</td></tr>
<tr><td>Residual</td><td>477.65</td><td>56</td><td>8.53</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Total: Intragrupos ajustada o de error experimental</td><td>503.55</td><td>58</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td><td>+</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Supuesto</th><th>Verificación</th><th>Grado de verificación</th></tr>
<tr><td>7. Linealidad de la recta de regresión pretest-postest.</td><td>Análisis de varianza de hipótesis de linealidad de la regresión postest-pretest.
<table>
<tr><th>F.V.</th><th>SC</th><th>gl</th><th>MC</th><th>F</th><th>Significación de f</th><th>linealidad</th></tr>
<tr><td>Linealidad</td><td>220.22</td><td>1</td><td>220.22</td><td>32.7[illegible]</td><td>M</td><td></td></tr>
<tr><td>Desviaciones de la linealidad</td><td>201.00</td><td>14</td><td>14.35</td><td>2.13</td><td>.0273</td><td>No</td></tr>
<tr><td>Entre grupo.</td><td>421.23</td><td>15</td><td>28.08</td><td></td><td>.001</td><td></td></tr>
<tr><td>Dentro de grupos</td><td>309.62</td><td>46</td><td>6.73</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td><td>-</td></tr>
</table>

Dado que se verifica el supuesto de aditividad (4a: Normalidad; 4b: Homocedaticidad y 4c: Independencia), pero F es menor que 1, Tejedor (1984: 82) recomienda interpretar el inverso de F obtenido en el análisis de covarianza e interpretarlo con V_2 y V_1 grados de libertad. Si 1/F es mayor que $F(V_2, V_1; \alpha)$ se rechaza la hipótesis de igualdad de medias.

O sea.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{0.41} = 2.44 \text{ para un } F_{(58.2;\ 0.05)} = 19.48\ (2.44 < 19.48)$$

Por tanto habrá que seguir manteniendo la hipótesis nula o ausencia de efecto diferencial del tratamiento experimental.

D.- Mejora del contraste

Un análisis de clasificación múltiple a partir de los valores de los grupos sometidos al análisis de covarianza, nos muestra:

Gran Media = 15.952 Porción de varianza de postest explicada por el pretest: $R^2_{xy} = 0.31$

Grupo	Desviaciones no ajustadas	Coeficiente de regresión intra-grupos (ß) uniforme	Coeficientes de regresión intra-grupos parciales	Desviaciones ajustadas	Medias ajustadas
1	-.42	0.7	0.4	-.52	15.43
2	1.22	0.7	0.79	.41	16.36
3	-.54	0.7	0.38	.02	15.97

Pero dado que la regresión pretest-postest no es lineal, aplicamos el contraste propuesto por Cook y Campbell (1979: 85) [2] sobre diferencia de interceptos:

Diferencia de interceptos:

[2] $a_2 - a_1 = (Y_2 - Y_1) - b_2 (X_2 - X_T) + b_1 (X_1 - X_T) =$

$= (17.17 - 15.53) - 0.79 (12.61 - 10.98) + 0.4 (11.20 - 10.98) = 0.44$

$a_2 - a_3 = 0.05$

$a_1 - a_3 = -1.09$

La significatividad de las diferencias entre interceptos o entre medias ajustadas vendría dada por una razón F, contraste de Scheffé, que corresponde a la expresión:

$$F_{(i,j)} = \frac{(a_i - a_j)^2}{MC_{AD}\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} + \frac{(X_i - X_j)^2}{SC_{XD}}\right)}$$

MC_{AD} = media cuadrática ajustada intragrupos

SC_{XD} = suma de cuadrados de la covariante intragrupos

Si $MC_{AD} = 8.68$ y $SC_{XD} = 778.13$, tenemos la siguiente tabla de diferencias:

COMPARACION ENTRE MEDIAS Y SU SIGNIFICACION (DCN).

Grupo	F. empírico	gl	F. Crítico	Significación F (α = 0.05)	P
1,2	0.18	1,30	4.17	No	0.67
1,3	1.32	1,40	4.08	No	0.25
2,3	0.003	1,44	4.06	No	0.956

No existen diferencias significativas entre grupos, en consecuecia se mantiene la hipótesis nula.

La corrección de Cochran, asumiendo que la fiabilidad por consistencia del pretest o covariable es identificable a la que obtendría de la de formas paralelas, nos aporta un coeficiente de regresión intragrupos "verdadero":

$$!]\ b_{w} = \frac{b_{yx}}{r_{xx}} = \frac{0.7}{0.6} = 1.17$$

Las medias ajustadas y corregidas por este coeficiente de regresión "verdadero" vendrían dadas por la expresión:

$Y_{i,t} = Y_i - b_{yt} (X_i - X_T)$, de donde

$Y_{1,t} = 15.53 - 1.17 (11.20 - 10.98) = 15.27$

$Y_{2,t} = 17.17 - 1.17 (12.61 - 10.98) = 15.26$

$Y_{3,t} = 15.41 - 1.17 (9.86 - 10.98) = 16.72$

La significatividad de las diferencias entre interceptos sería entonces calculada a partir de [3]:

COMPARACION ENTRE MEDIAS AJUSTADAS Y CORREGIDAS (por Cochran) Y SU SIGNIFICACION (DCN)

Grupo	F. empírico	gl	F. Crítico	Significación de F(α = 0.05)	P
1,2	0.05	1,30	4.17	No	0.82
1,3	2.34	1,40	4.08	No	0.13
2,3	2.46	1,44	4.06	No	0.12

Siguen sin existir diferencias significativas entre grupos, en consecuencia se mantiene ι hipótesis nula.

Una síntesis de la corrección de Cochran por fiabilidad [1] con la fórmula de Cook Campbell [2] sobre diferencia de interceptos en ausencia de paralelismo y/o linealidad ía la expresión:

$$[4]\ (a_i - a_j)_t = (Y_i - Y_j) - \frac{b_{xy,i}}{r_{x\chi,i}} (X_i - X_t) + \frac{b_{xy,j}}{r_{x\chi,j}} (X_j - X_t),\ \text{en donde}$$

$a_1 - a_2 = 0.2$ $a_1 - a_3 = 1.2$ $a_2 - a_3 = 1.00$

La significación de las diferencias entre interceptos vendrá dada por una razón F, de Scheffé [3].

COMPARACION ENTRE MEDIAS Y SIGNIFICACION (DCN)

Grupo	F. empírico	gl	F. Crítico	Significación (α = 0.05)	P
1,2	0.05	1,30	4.17	No	0.82
1,3	1.60	1,40	4.08	No	0.21
2,3	1.16	1,44	4.06	No	0.28

No existen diferencias significativas entre grupos; habrá que seguir manteniendo la hipótesis nula.

Conclusión:

Contrastes sucesivos que mejoran el ANCOVA inicial ponen de manifiesto que no existen diferencias significativas entre grupos respecto a la variable desarrollo cognitivo umérico. En consecuencia, el uso de calculadoras no produce ningún efecto diferencial ignificativo; por lo que podemos afirmar: el empleo de calculadoras en la educación atemática de 3º de E.G.B. no altera el normal desarrollo cognitivo numérico de los jetos tratados

9.3.2.- Hipótesis 2 (H_0^2): Numeración (N).

A.- Estadísticos descriptivos:

Grupo	Pretest X	Postest Y	r_{xy}	Y = bX + a	Sx	Sy	n
G_1	10.39	13.83	0.73	Y = 0.68X + 7.39	3.58	3.29	18
G_2	10.40	13.67	0.82	Y = 0.74X + 5.42	4.03	3.6	15
G_3	8.93	11.79	0.73	Y = 0.61X + 6.26	3.94	3.32	29
$G_1 + G_2 + G_3$	9.71				3.89		62

B. Estadísticos inferenciales

ANALISIS COVARIANZA PARA PUNTUACIONES EN NUMERACION

Fuente de variación (FV)	Suma de cuadrados (SC)	Grados de libertad (gl)	Media cuadrática (MC)	Razón F	Significación de F
Covariable: Pretest	480.26	1	480.26	115.67	máximo (M)
Efectos principales: Intergrupos o de tratamiento	13.32	2	6.66	1.60	.21
Explicada	493.58	3	164.53	39.63	máximo (M)
Residual: INTRAGRUPO	240.810	58	4.152		
Total	734.39	61			

Dado que el nivel de probabilidad de diferencias es mayor que el nivel tolerable (0.05) en investigación social, se mantiene la hipótesis nula de no diferencias entre grupos.

C. IDONEIDAD DEL ANCOVA. VERIFICACION DE SUPUESTOS

<table>
<tr><th>Supuesto</th><th>Verificación del supuesto</th><th>Grado de verificación</th></tr>
<tr><td>1.Covariables múltiples.</td><td>Una sola covariable: pretest</td><td>-</td></tr>
<tr><td>2. Unidades asignadas aleatoriamente a los tratamientos.</td><td>Se trabaja con grupos naturales o intactos. No se verifica</td><td>-</td></tr>
<tr><td>3. Error de medida en la covariable/ pretest.</td><td>Coeficiente de correlación: r_{xx} = 0.75. Indice aceptable y significativo. (α=0.001)</td><td>-</td></tr>
<tr><td>4a. Normalidad de la covariable/ pretest</td><td>Test de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov. Contraste bilateral de ajuste a una distribución normal.
<table>
<tr><th>Diferencias</th><th></th><th></th><th></th><th></th></tr>
<tr><th>Absoluta</th><th>Signo</th><th>"Z" de K-S</th><th>P</th><th>Normal (α=0.05)</th></tr>
<tr><td>.146</td><td>-</td><td>1.156</td><td>.139</td><td>Si</td></tr>
</table></td><td>+</td></tr>
<tr><td>4.b. Homogeneidad de las varianzas</td><td>Contraste de homogeneidad univariada de las varianzas. Test de Bartlett-Box.
<table>
<tr><th>Variable</th><th>F. de Bartlett-Box</th><th>P</th><th>Homogeneidad</th></tr>
<tr><td>N (Pretest)</td><td>.125</td><td>.883</td><td>Sí</td></tr>
<tr><td>N (Postest)</td><td>.0753</td><td>.927</td><td>Sí</td></tr>
</table></td><td>+</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Supuesto</th><th>Verificación del supuesto</th><th>Grado de verificación</th></tr>
<tr><td>4c.
Independencia</td><td>Test de rachas.
<table>
<tr><th>Variable</th><th>Mediana</th><th>Rachas "r"</th><th>+</th><th>-</th><th>Z</th><th>P</th><th>Independencia</th></tr>
<tr><td>N(Pretest)</td><td>11.0</td><td>31</td><td>30</td><td>32</td><td>-.2481</td><td>.804</td><td>Si</td></tr>
<tr><td>N(postest)</td><td>14.0</td><td>40</td><td>40</td><td>45</td><td>-.6148</td><td>.885</td><td>Si</td></tr>
</table></td><td>+</td></tr>
<tr><td>5. Independencia entre covariable y tratamiento</td><td>- Medida de covariable previa al tratamiento.
- Interacción covariable x tratamiento o sensibilización del pretest.
Aproximación Cholosky (MANOVA): Test de significación para N(Postest)
Considerando dos factores (pretest y tratamiento).
<table>
<tr><th>F. de V</th><th>SC</th><th>gl</th><th>MS</th><th>F</th><th>Significación</th><th>Interacción Pretest x tratamiento</th></tr>
<tr><td>N (Pretest)</td><td>422.28</td><td>1</td><td>422.28</td><td>101.52</td><td>Max</td><td></td></tr>
<tr><td>Grupo: tratamientos</td><td>3.06</td><td>2</td><td>1.53</td><td>0.37</td><td>.694</td><td></td></tr>
<tr><td>DCN (Pretest) x grupo</td><td>7.87</td><td>2</td><td>3.94</td><td>0.95</td><td>.394</td><td>No</td></tr>
<tr><td>Dentro + Residual</td><td>232.93</td><td>56</td><td>4.16</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Dado que por ser F empírica de interacción menor que cero el contraste se hace:
$\xrightarrow[F]{1} {}_{0.05}F^{\text{Crítica}}_{(56,2)} \Rightarrow \frac{1}{0.95} \not> 19.478$
No existe interacción significativa entre pretest y tratamiento</td><td>+</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Supuesto</th><th>Verificación del supuesto</th><th>Grado de verificación</th></tr>
<tr><td>6. Homogeneidad de los coeficientes de regresión intragrupos.</td><td>Análisis de varianza de la hipótesis de homogeneidad de las pendientes de regresión intragrupos
<table>
<tr><th>F.V.</th><th>SC</th><th>gl</th><th>MC</th><th>F^E</th><th>F^{critic}</th><th>Homogeneidad</th></tr>
<tr><td>De los coeficientes de regresión</td><td>7.87</td><td>2</td><td>3.935</td><td>0.94</td><td>3.16</td><td>Si</td></tr>
<tr><td>Residual</td><td>232.94</td><td>56</td><td>4.16</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Total:Intragrupos ajustada o de error experimental</td><td>240.81</td><td>58</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td><td>+</td></tr>
<tr><td>7. Linealidad de la recta de regresión pretest-postest.</td><td>Análisis de varianza de la hipótesis de linealidad de la regresión del postest sobre el pretest.
<table>
<tr><th>F. de V</th><th>SC</th><th></th><th>MC</th><th>F</th><th>Significación</th><th>Linealidad</th></tr>
<tr><td>Linealidad</td><td>480.26</td><td>1</td><td>480.26</td><td>122.01</td><td>Max</td><td></td></tr>
<tr><td>Desviación de la linealidad</td><td>73.06</td><td>14</td><td>5.22</td><td>1.325</td><td>.23</td><td>Si</td></tr>
<tr><td>Entre grupos</td><td>553.32</td><td>15</td><td>36.88</td><td>2.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Dentro grupos</td><td>181.06</td><td>46</td><td>3.94</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td><td>+</td></tr>
</table>

Obsérvese que se verifican la mayoría de los supuestos básicos del ANCOVA con lo que el contraste es robusto y apenas necesitado de mejora; aún así procederemos a ofertar todos los posibles amejoramientos y reforzar, en lo posible, la conclusión inicial de no diferencias significativas o mantenimiento de la hipótesis nula.

D.- Mejora del contraste:

Un análisis de clasificación múltiple apartir de los valores de los grupos sometidos al ANCOVA nos muestra:

Gran media = 12.839 R^2_{xy} = .67

Grupo	Desviaciones no ajustadas	Coeficiente de regresión intra-grupos uniforme	Coeficientes de regresión intra-grupos parciales	Desviaciones ajustadas	Medias ajustadas
1	.83	.70	0.74	.34	13.18
2	.99	.70	0.68	.52	13.36
3	-1.05	.70	0.61	-.50	12.33

La corrección de Cochran que incorporan el error en la medida del pretest o covariable a partir de la fiabilidad, nos manifiesta:

$$[1]\ \beta_{yt} = \frac{\beta_{yx}}{\rho_{xx}} = \frac{\beta_{yx}}{r_{xx}} = \frac{0.7}{0.75} = 0.93$$

Luego, las medias ajustadas incorporando este nuevo valor "verdadero" del coeficiente de regresión entre grupos serían:

$Y_{1,t}$ = 13.67 - 0.93 (10.4 - 9.71) = 13.03

$Y_{2,t}$ = 13.83 - 0.93 (10.39 - 9.71) = 13.2

$Y_{3,t}$ = 11.79 - 0.93 (8.93 - 9.71) = 12.51

Un constraste de Scheffé [3] para indagar sobre diferencias grupales teniendo en cuenta que la media cuadrática ajustada intragrupos es 4.125 y la suma de cuadrados intragrupos de la covariable es 879, nos vuelve a mostrar que no existen diferencias significativas entre grupos a un nivel de significación de 0.05. Así:

COMPARACION ENTRE MEDIAS AJUSTADAS Y CORREGIDAS (por Cochran) Y SIGNIFICACION (Numeración)

Grupo	F. empírico	gl	F. Crítico	Significación $\alpha = 0.05$	P
1.2	0.058	1.30	4.17	No	0,81
1.3	0.06	1.40	4,08	No	0,80
2.3	1.25	1,44	4,06	No	0.27

Conclusión: No existen diferencias significativas entre grupos respecto a la variable numeración. En consecuencia, el uso de calculadora para aprender numeración no origina ningún efecto diferencial significativo o, lo que es lo mismo, el empleo de calculadora en educación matemática en 3º de primaria no deteriora el aprendizaje de la numeración básica de éste nivel.

9.3.3.- Hipótesis 3 (H_o^3): Cálculo mental (CM)

A.- Estadísticos descriptivos:

Grupo	X	Y	r_{xy}	Y = bX + a	Sx	Sy	n
1	4.00	7.13	0.55	Y = 0.72X + 4.22	2.17	2.87	15
2	5.94	7.00	0.58	Y = 0.61X + 3.38	2.39	2.50	18
3	2.72	5.03	0.44	Y = 0.57X + 3.48	1.92	2.48	29
1 + 2 + 3	3.97				2.50		62

B.- Estadísticos inferenciales:

ANALISIS COVARIANZA PARA PUNTUACIONES EN CALCULO MENTAL

Fuente de variación (FV)	Suma de cuadrados (SC)	Grados de libertad (gl)	Media cuadrática (MC)	Razón F	Significación de F
Covariable: Pretest	147.34	1	147.34	29.36	máximo (M)
Efectos principales: Intergrupos o de tratamiento	19.82	2	9.91	1.975	.148
Explicada	167.16	3	55.72	11.104	máximo (M)
Residual INTRAGRUPO	291.050	58	5.02		
Total	458.21	61			

No existen diferencias significativas entre grupos a un nivel de significación de 0.05, en consecuencia se mantiene la hipótesis nula.

C. IDONEIDAD DEL ANCOVA. VERIFICACION DE SUPUESTOS

<table>
<tr><th>Supuesto</th><th>Verificación del supuesto</th><th>Grado de verificación</th></tr>
<tr><td>1.Covariables múltiples.</td><td>Una sola covariable: pretest</td><td>-</td></tr>
<tr><td>2. Unidades asignadas aleatoriamente a los tratamientos.</td><td>Se trabaja con grupos naturales o intactos. No se verifica</td><td>-</td></tr>
<tr><td>3. Error de medida en la covariable/ pretest.</td><td>Coeficiente de correlación: r_{xx} = 0.63 Indice aceptable y significativo. (α = 0.001).</td><td>=</td></tr>
<tr><td>4a. Normalidad de la covariable/ pretest</td><td>Test de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov. Contraste bilateral de ajuste a una distribución normal.
<table>
<tr><th>Diferencias
Absoluta</th><th>Signo</th><th>"Z" de K-S</th><th>P</th><th>Normal (α=0.05)</th></tr>
<tr><td>.139</td><td>-</td><td>1.095</td><td>.182</td><td>Si</td></tr>
</table></td><td>-
+</td></tr>
<tr><td>4b.Homogeneidad de las varianzas</td><td>Contraste de homogeneidad univariada de las varianzas. Test de Bartlett-Box.
<table>
<tr><th>Variable</th><th>F de Bartlett-Box</th><th>P</th><th>Homogeneidad</th></tr>
<tr><td>CM(Pretest)</td><td>0.5</td><td>.608</td><td>Si</td></tr>
<tr><td>CM(Postest)</td><td>0.226</td><td>.646</td><td>Si</td></tr>
</table></td><td>+</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Supuesto</th><th>Verificación del supuesto</th><th>Grado de verificación</th></tr>
<tr><td>4c. Independencia de las distribuciones</td><td>Test de rachas.
<table>
<tr><th>Variable</th><th>Mediana</th><th>Rachas "r"</th><th>+</th><th>-</th><th>Z</th><th>P</th><th>Independencia</th></tr>
<tr><td>CM Pretest</td><td>4</td><td>27</td><td>27</td><td>35</td><td>-1.168</td><td>.2428</td><td>Si</td></tr>
<tr><td>CM postest</td><td>6</td><td>40</td><td>32</td><td>52</td><td>-.144</td><td>.8854</td><td>Si</td></tr>
</table></td><td>+</td></tr>
<tr><td>5. Independencia entre covariable y tratamiento</td><td>- Medida de covariable previa al tratamiento.
- Interacción covariable x tratamiento o sensibilización del pretest.
Aproximación Cholosky (MANOVA): Test de significación para CM (Postest) considerando dos factores (pretest y tratamiento).
<table>
<tr><th>F. de V</th><th>SC</th><th>gl</th><th>MS</th><th>F</th><th>Significación</th><th>Interacción</th></tr>
<tr><td>CM(Pretest)</td><td>103.6</td><td>1</td><td>103.6</td><td>20.00</td><td>Max</td><td></td></tr>
<tr><td>Grupo: tratamiento</td><td>1.5</td><td>2</td><td>0.75</td><td>0.15</td><td>0.865</td><td></td></tr>
<tr><td>CM (Pretest) x grupo</td><td>1.02</td><td>2</td><td>0.51</td><td>0.10</td><td>0.907</td><td>No</td></tr>
<tr><td>Dentro + Residual</td><td>290</td><td>56</td><td>5.18</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Dado que por ser F empírico menor que 1 el contraste se hará:
$$\frac{1}{F_E} \overset{\text{Crítica}}{>} {}_{0.05}F_{(56,2)} \Rightarrow \frac{1}{0.10} \not> 19.475$$
No existe interacción significativa entre pretest y tratamiento</td><td>+</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Supuesto</th><th>Verificación del supuesto</th><th>Grado de verificación</th></tr>
<tr><td>6. Homogeneidad de los coeficientes de regresión intragrupos.</td><td>

Análisis de varianza sobre la hipótesis de homogeneidad de las pendientes de regresión intragrupos

<table>
<tr><th>F.V.</th><th>SC</th><th>gl</th><th>MC</th><th>F^E</th><th>F^{critic}</th><th>Homogeneidad</th></tr>
<tr><td>De los coeficientes de regresión</td><td>1.01</td><td>2</td><td>0.505</td><td>0.10</td><td>3.16</td><td>Sí</td></tr>
<tr><td>Residual</td><td>290.04</td><td>56</td><td>5.18</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Total:Intragrupos ajustada o de error experimental</td><td>291.05</td><td>58</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Dado que F crítico es menor que cero, el contraste se realiza para:

$$\frac{1}{F} > {}_{0.05}F_{(56,2)} \Rightarrow \frac{1}{0.10} \not> 19.478$$

</td><td>+</td></tr>
<tr><td>7. Linealidad de la recta de regresión pretest/ postest</td><td>

Análisis de varianza de la hipótesis de linealidad de la regresión del postest sobre el pretest

<table>
<tr><th>F. de V</th><th>SC</th><th></th><th>MC</th><th>F</th><th>Significación</th><th>Linealidad</th></tr>
<tr><td>Linealidad entre grupos</td><td>147.34</td><td>1</td><td>147.34</td><td>25.38</td><td>Max</td><td></td></tr>
<tr><td>Desviación de la linealidad</td><td>8.95</td><td>8</td><td>1.12</td><td>.19</td><td>.99</td><td>Si</td></tr>
<tr><td>Entre grupos
Dentro grupos</td><td>156.3
301.9</td><td>9
52</td><td>17.37
5.81</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

</td><td>-
+</td></tr>
</table>

D.- Mejora del contraste:

Un análisis de clasificación múltiple sobre los valores de los grupos sometidos al ANCOVA nos muestra:

Gran media = 6.113 R^2_{xy} = .365

Grupo	Desviaciones no ajustadas	Coeficiente de regresión intra-grupos uniforme	Coeficientes de regresión intra-grupos parciales	Desviaciones ajustadas	Medias ajustadas
1	1.02	0.62	0.72	1.00	7.113
2	0.89	0.62	0.61	-.35	5.763
3	-1.08	0.62	0.57	-.30	5.813

El contraste sólo es mejorable incorporando el error de medida en la covariable ya que la propuesta de Cook y Campbell [2] no aporta mejora puesto que se verifican los supuestos de homogeneidad de las coeficientes de regresión intragrupos y de linealidad de la regresión postest-pretest. Aplicando el desarrollo de Cochran [1], el coeficiente de regresión intragrupos uniforme se nos transforma en:

$$[1]\ b_{yt} = \frac{b_{yx}}{r_{xx}} = \frac{0.62}{0.63} = 0.98$$

Las medias ajustadas de los grupos de tratamiento calculadas a partir de este coeficiente de regresión intragrupos "verdadero" serían:

$Y_{1,t} = 7.13 - 0.98\ (4.00 - 3.97) = 7.16$

$Y_{2,t} = 7.00 - 0.98\ (5.94 - 3.97) = 5.07$

$Y_{3,t} = 5.03 - 0.98\ (2.72 - 3.97) = 6.25$

Comparando estos pares de medias ajustadas y corregidas mediante el test de Scheffé [3], y sabiendo que la media cuadrática ajustada intragrupos es 5.02 y la suma de cuadrados intragrupos de la covariable es 266.74, tenemos la siguiente tabla de comparaciones.

COMPARACIONES ENTRE MEDIAS AJUSTADAS Y CORREGIDAS (por Cochran) Y SIGNIFICACION (Cálculo Mental)

Grupo	F. empírico	gl	F. Crítico	Significación $\alpha = 0.05$	P
1-2	6.42	1.30	4.17	Sí	0,016
1-3	1.54	1.40	4,08	No	0,22
2-3	2.17	1,44	4,06	No	0.14

Este nuevo contraste, que incorpora el error en la medida del pretest mediante la corrección de Cochran, nos testimonia que existen diferencias significativas entre el grupo de control G_1 y el experimental G_2. En consecuencia, habría que desterrar la hipótesis nula. Pero el hallazgo es controvertido ya que no existen diferencias significativas entre el otro grupo de control G_3 y el experimental G_2, o sea que habría que mantener entonces la hipótesis de nulidad. Una justificación plausible de tal divergencia podría ser la existencia de efectos interactivos tratamiento de control x tamaño del grupo o algún otro tipo de efecto no detectado por este investigador. Una hipótesis de interacción de tratamiento de control x tamaño del grupo parece razonable ya que G_1 es de tamaño reducido ($n = 15$) frente al otro grupo de control de tamaño amplio ($n = 29$).

Pretendiendo mejorar aún más el contraste, accedemos a la fórmula [4] síntesis de la corrección de Cochran [2] con la fórmula de Cook y Campbell [1] para el caso de ausencia de homogeneidad y/o linealidad. En este caso las diferencias entre interceptos son:

$a_1 - a_2 = 2.16 \qquad a_1 - a_3 = 0.44 \qquad a_2 - a_3 = 1.72$

La significación de las diferencias entre interceptos o diferencias entre medias viene dada por el contraste de Scheffe [3] en la siguiente tabla.

COMPARACIONES ENTRE MEDIAS GRUPALES AJUSTADAS E INAJUSTADAS Y SU SIGNIFICACION (Cálculo mental)

Grupo	F. empírico	gl	F. Crítico	Significación $\alpha = 0.05$	P
1-2	6.82	1.30	4.17	Si	0.013
1-3	0.36	1.40	4.08	No	0.55
2-3	4.55	1.44	4.06	Si	0.03

En este nuevo contraste aparecen diferencias significativas entre los dos grupos de control y el grupo experimental a favor de los primeros. Habrá que desechar la hipótesis nula y adherirse a la alternativa, reforzada por este otro contraste.

Un posible sesgo de los hallazgos puede ser debido al efecto techo del instrumento de medida. Obsérvese que el grupo experimental alcanza una puntuación notablemente diferente/mayor que la de los otros dos grupos. Dado que el instrumento es relativamente corto, sería aconsejable entonces contrastar de nuevo la hipótesis contando con un instrumento de mayor tamaño y con un mejor escalamiento de sus items. No deja de ser preocupante que la media postest del grupo de control, G_3, sea menor que la media pretest del grupo experimental, G_2 ($X_2 > Y_3$: 5.94 > 5.03)

Conclusión:

La evidencia empírica obtenida en este estudio nos testimonia que el cálculo mental de 3º de E.G.B. no mejora si se enseña con concurso de la calculadora e incluso se deteriora frente a los resultados obtenidos siguiendo un currículum tradicional de Aritmética.

Hipótesis rivales de efecto techo del instrumento o posible interacción tratamiento control x tamaño del grupo hace cuestionable el hallazgo.

9.3.4.- Hipótesis 4 (H_o^4): Destrezas de cálculo (DCAL)

A. Estadísticos descriptivos

Grupo	X	Y	r_{xy}	Y=bX+a	Sx	Sy	n
1	4.4	8.2	0.57	$Y = 0.47X + 6.22$	2.61	2.21	15
2	5.33	9.22	0.24	$Y = 0.12X + 8.59$	3.27	1.59	18
3	2.69	5.38	0.50	$Y = 0.85X + 3.07$	2.11	3.62	29
1 + 2 + 3	3.87				3.30		62

B. Estadísticos inferenciales

ANALISIS COVARIANZA PARA PUNTUACIONES EN DESTREZAS DE CALCULO

Fuente de variación (FV)	Suma de cuadrados (SC)	Grados de libertad (gl)	Media cuadrática (MC)	Razón F	Significación de F
Covariable: Pretest	192.81	1	192.81	28.275	máximo (M)
Efectos principales: Intergrupos o de tratamiento	74.72	2	37.36	5.479	.007
Explicada	267.53	3	89.178	13.078	máximo (M)
Residual INTRAGRUPO	395.51	58	6.819		
Total	663.04	61			

El ANCOVA nos muestra que existen diferencias significativas entre grupos/tratamientos a un nivel de significación considerable (P = 0.007) por tanto se rechaza la hipótesis nula.

Procedamos a averiguar entre que pares de grupos existen tales diferencias. Un análisis de clasificación múltiple nos expone los valores de las medias ajustadas grupales a comparar.

Gran media = 7.18 R^2_{xy} = 0.40

Grupo	Desviaciones no ajustadas	Coeficiente de regresión intra-grupos uniforme	Coeficientes de regresión intra-grupos parciales	Desviaciones ajustadas	Medias ajustadas
1	1.02	0.45	0.47	0.78	7.96
2	2.04	0.45	0.12	1.38	8.56
3	-1.80	0.45	0.85	-1.26	5.92

Las diferencias entre interceptos o diferencias entre medias ajustadas son:

$a_1 - a_2 = -0.6$ $a_1 - a_3 = 2.04$ $a_2 - a_3 = 2.64$

La significación de las diferencias entre mediasse obtiene a partir del test de Scheffé [3], sabiendo que media cuadrática ajustada intragrupos es 6.82 y suma de cuadrados intragrupos de la covariable es 403.8, vendría dada por la tabla siguiente:

COMPARACIONES ENTRE MEDIAS GRUPALES AJUSTADAS Y SU SIGNIFICACION (Destrezas de.Cálculo)

Grupo	F. empírico	gl	F. Crítico	Significación $\alpha = 0.05$	P
1-2	0.42	1.30	4.17	No	0.52
1-3	5.63	1.40	4.08	Si	0.022
2-3	9.52	1.44	4.06	Si	0.003

Este ANCOVA directo nos testimonia la existencia de diferencias significativas entre grupos, por tanto se desestima la hipótesis nula. El grupo experimental G_2 rinde significativamente más que el grupo de control G_3, así como también el grupo de control G_1 "informal" (recuerde que se le facilita calculadora en el postest pero no en el tratamiento) se desempeña significativamente mejor que el grupo G_3 de control puro. Sin embargo, no se detectan diferencias significativas entre G_1 y G_2 lo cual puede inferirse que no es el tratamiento experimental el que produce el efecto sino el acceso o disponibilidad de calculadora en el postest (modalidad de extensión).

C. IDONEIDAD DEL ANCOVA. VERIFICACION DE SUPUESTOS (DCAL)

<table>
<tr><th>Supuesto</th><th>Verificación del supuesto</th><th>Grado de verificación</th></tr>
<tr><td>1. Covariables múltiples.</td><td>Una sola covariable: pretest</td><td>-</td></tr>
<tr><td>2. Unidades asignadas aleatoriamente a los tratamientos.</td><td>Se trabaja con grupos naturales o intactos. No se verifica la asiganción aleatoria de sujetos. Si la asignación aleatoria de clases a los tratamientos.</td><td>-</td></tr>
<tr><td>3. Error de medida en la covariable/ pretest.</td><td>Coeficiente de correlación: r_{xx} = 0.73 Indice aceptable y significativo. (α = 0.001)</td><td>=</td></tr>
<tr><td>4a. Normalidad de la covariable/ pretest</td><td>Test de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov. Contraste bilateral de ajuste a una distribución normal.
<table>
<tr><th colspan="2">Diferencias extremas</th><th></th><th></th><th></th></tr>
<tr><th>Absoluta</th><th>Signo</th><th>"Z" de K-S</th><th>P</th><th>Normal (α=0.05)</th></tr>
<tr><td>.13719</td><td>+</td><td>1.080</td><td>.194</td><td>Si</td></tr>
</table>
</td><td>+
-</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Supuesto</th><th>Verificación del supuesto</th><th>Grado de verificación</th></tr>
<tr><td>6. Homogeneidad de los coeficientes de regresión intragrupos.</td><td>Análisis de varianza de la hipótesis de homogeneidad de las pendientes de regresión intragrupos
<table>
<tr><th>F.V.</th><th>SC</th><th>gl</th><th>MC</th><th>F^E</th><th>F^{critic}</th><th>Homogeneidad</th></tr>
<tr><td>De los coeficientes de regresión</td><td>41.73</td><td>2</td><td>20.86</td><td>3.30</td><td>3.16</td><td>No</td></tr>
<tr><td>Residual</td><td>353.78</td><td>56</td><td>6.32</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Total:Intragrupos ajustada o de error experimental</td><td>395.51</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Como era de esperar, los coeficientes de regresión intragrupos no son homogéneos.</td><td>-</td></tr>
<tr><td>7. Linealidad de la recta de regresión postest/pretest</td><td>Análisis de varianza de la hipótesis de linealidad de la regresión del postest por niveles del pretest
<table>
<tr><th>F. de V</th><th>SC</th><th>gl</th><th>MC</th><th>F</th><th>Significación</th><th>Linealidad</th></tr>
<tr><td>Linealidad entre grupos</td><td>192.81</td><td>1</td><td>192.81</td><td>24.66</td><td>Max</td><td></td></tr>
<tr><td>Desviación de la linealidad</td><td>79.4</td><td>10</td><td>7.94</td><td>1.94</td><td>.444</td><td>Sí</td></tr>
<tr><td>Entre grupos</td><td>27.21</td><td>11</td><td>24.75</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Dentro grupos</td><td>390.83</td><td>50</td><td>7.82</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td><td>-
+</td></tr>
</table>

Obsérvese que importantes supuestos no se verifican. Algunos específicos al análisis de varianza: no homogeneidad de las varianzas a nivel postest, ausencia de independencia a nivel postest. Otros como la falta de homogeneidad de la pendiente de regresión harían cuestionable el ANCOVA simple.

D.- Mejora del contraste:

La ausencia de verificación de ciertos supuestos relativos al cumplimiento de condiciones formuladas para ϵ (error experimental) nos lleva a utilizar pruebas alternativas no paramétricas.

El proceso que hemos seguido ha consistido en utilizar puntuaciones de ganancia o diferencia antes-despues. Tal distribución se somete a un contraste no paramétrico, constatando previamente si se verifican los supuestos de normalidad, homogeneidad de la varianza e independencia de la distribución de puntuaciones diferencia-ganancia.

Estadísticos descriptivos de la distribución "puntuaciones-ganancia"

	G_1	G_2	G_3	Total (Σ)
n_i	15	18	29	62
X_i	3.8	3.89	2.69	3.31
S_i^2	4.04	10.69	9.92	8.81
gl	14	17	28	59
$W_i = \frac{n_i}{S_i}$	3.71	1.68	2.9	$\Sigma W_i = 8.31$

Supuestos a verificar

Normalidad de la distribución: calculada a partir del test de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov.

Diferencias extremas				
Absoluta	Signo	"Z" de K-S	P	Normal (α=0.05)
.09217	-	.726	.668	Si

Independencia de la distribución: calculada a partir del test de rachas:

Mediana	Rachas "r"	+	-	Z	P	Independencia
3	28	24	38	-.653	.513	Si

Homogeneidad de las varianzas: calculada mediante el test de Bartlett-Box:

F. de Bartlett-Box	Varianza Máxima ---------------- Varianza Mínima	P	Homogeneidad (α = 0.05)
1.907	2.654	.149	Si

Dado que la distribución es normal e independiente, y aunque las varianzas intragrupos son homogéneas, no parece aconsejable usar un contraste paramétrico conocida la ausencia de homocedasticidad en la distribución postest. Tejedor[1] (1984: 284) recomienda usar la prueba no paramétrica de Welch: "una prueba muy robusta, en el sentido de que admite desviaciones importantes de la normalidad y el no cumplimiento de la homogeneidad de la varianza. Utilizable cuando se investigan los efectos de los niveles o tratamiento de un único factor".

La hipótesis nula formulada para los tratamientos establece, como es usual, que no hay diferencia significativa entre los grupos de tratamiento. Esta hipótesis puede contrastarse mediante el estadístico V^2 (para fórmulas véase Tejedor[2], 1984: 313-314).

$$V^2 = \frac{\dfrac{3.71 \text{ x } (3.31 - 3.8)^2 + 1.68\ (3.31 - 3.89)^2 + 2.92(3.31 - 2.69)^2}{3 - 1}}{1 + \dfrac{2(3-2)}{3^2-1} \left[\dfrac{1}{14}\left(1 - \dfrac{3.71}{8.31}\right)^2 + \dfrac{1}{17}\left(1 - \dfrac{1.68}{8.31}\right)^2 + \dfrac{1}{28}\left(1 - \dfrac{2.92}{8.31}\right)^2\right]} = 9.286$$

El cálculo de V^2, se ha hecho manualmente, ya que el paquete estadístico informático utilizado por este autor (SPSS)[3] no dispone de tal contraste.

V^2 se distribuye como una razón F con grados de libertad v_1 y v_2 iguales a:

$v_1 = 2$

$$v_2' = \frac{1}{\dfrac{3}{8}\left[\dfrac{1}{14}\left(1 - \dfrac{3.71}{8.31}\right)^2 + \dfrac{1}{17}\left(1 - \dfrac{1.68}{8.31}\right)^2 + \dfrac{1}{28}\left(1 - \dfrac{2.92}{8.31}\right)^2\right]} = 36$$

---

[1]: TEJEDOR, F.J. (1984): Op. cit.

[2]: TEJEDOR, F.J. (1984): Ibidem.

[3]: QUAID SOFTWARE LIMITED (1986): **Statistical package for social sciences.** Versión SPSS/PC+. Licencia de MLI Microsystem. Toronto, Ca.

Luego ${}_{0.05}F_{2,36)}$ = 3.26. Como el valor obtenido de V^2 (9.286) es mayor que el valor crítico o tabular de F habrá que admitir diferencias significativas entre los tratamientos. En concreto el nivel de probabilidad máxima para un F = 9.286 y con grados de libertad 2 y 36 es p = 0.0005.

Este nuevo contraste no paramétrico corrobora los hallazgos obtenidos por el ANCOVA directo en el sentido de que el grupo experimental G_2 se desempeña mejor que el grupo de control puro G_3 así como que el grupo de control "informal" G_1 también supera significativamente a G_3.

En consecuencia la hipótesis nula se rechaza para dar paso al hallazgo de que la calculadora produce un efecto significativo sobre el aprendizaje de las destrezas de cálculo pero utilizando la máquina, no como tratamiento experimental sino, como recurso en el momento del examen. La conclusión final es que es el simple hecho de permitir utilizar la calculadora en el momento del examen produce un efecto diferencial significativo.

Podría cuestionarse las hipótesis propuestas en el sentido que un elemento de la variable experimental se mantiene en el postest. Pero este investigador considera que el no permitir el uso de calculadora en los postest de los grupos experimentales es escasamente deontológico, pues si se aporta un recurso didáctico sería a todas luces injusto escamotearlo en el momento final en que realmente es necesario utilizarlo ya que no se ha ofertado otro. Por esto, en las hipótesis relativas a destrezas de cálculo y a resolución de problemas se mantiene la calculadora en el momento del examen; en cambio, si parece razonable omitirla en hipótesis relativas a hechos numéricos básicos (numeración y cálculo mental) tal como se ha realizado en esta investigación.

Los hallazgos de esta hipótesis relativa a destrezas de cálculo nos ponen de manifiesto la superioridad del uso de calculadora frente a los tradicionales algoritmos de lápiz y papel. Parece entonces un anacronismo seguir impartiendo tales algoritmos cuando se dispone de un recurso alternativo generalizado.

9.3.5.- Hipótesis 5 (G_o^5): Resolución de problemas (PR).

A.- Estadísticos descriptivos:

Grupo	Pretest X	Postest Y	r_{xy}	Y=bX+a	Sx	Sy	n
G_2	5.47	8.53	0.69	Y=0.87X+3.77	4.35	5.45	15
G_1	5.72	10.67	0.81	Y=0.65X+6.93	4.49	3.63	18
G_3	2.55	6.31	0.75	Y=0.97X+3.49	3.11	4.50	29
$G_1+G_2+G_3$	4.18				4.10		62

B.- Estadísticos inferenciales

ANALISIS COVARIANZA PARA PUNTUACIONES EN RESOLUCION DE PROBLEMAS

Fuente de variación (FV)	Suma de cuadrados (SC)	Grados de libertad (gl)	Media cuadrática (MC)	Razón F	Significación de F
Covariables: Pretest	774.06	1	774.06	73.805	máximo (M)
Efectos principales: Intergrupos o de tratamiento	39.85	2	19.92	1.9	.159
Explicada	813.915	3	271.30	25.87	máximo (M)
Residual INTRAGRUPO	608.295	58	10.49		
Total	1442.10	61			

El ANCOVA nos muestra que no existen diferencias significativas entre grupos de tratamiento por tanto se mantiene la hipótesis nula. O sea la enseñanza de la resolución de problemas con concurso de calculadora (modalidad de extensión. ...) y/o el facilitar calculadora en el momento del examen no producen un efecto diferencial significativo en el aprendizaje de la resolución de problemas frente a la aproximación docente tradicional.

C) IDONEIDAD DEL ANCOVA. VERIFICACION DE SUPUESTOS (PR)

<table>
<tr><th>Supuesto</th><th>Verificación del supuesto</th><th>Grado de verificación</th></tr>
<tr><td>1. Covariables múltiples.</td><td>Una sola covariable: pretest</td><td>-</td></tr>
<tr><td>2. Unidades asignadas aleatoriamente a los tratamientos.</td><td>No se verifica la asignación aleatoria (unidades de análisis primarias), sí la de los tratamientos.</td><td>-</td></tr>
<tr><td>3. Error de medida en la covariable/pretest.</td><td>Coeficiente de correlación: $r_{xx} = 0.87$ altamente significativo ($\alpha = 0.001$)</td><td>=</td></tr>
<tr><td>4a. Normalidad de la covariable</td><td>Test de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov. Contraste bilateral de ajuste a una distribución normal.
<table>
<tr><th colspan="2">Diferencias extremas</th><th></th><th></th><th></th></tr>
<tr><th>Absoluta</th><th>Signo</th><th>"Z" de K-S</th><th>P</th><th>Normal (α=0.05)</th></tr>
<tr><td>.154</td><td>-</td><td>1.213</td><td>.105</td><td>Sí</td></tr>
</table></td><td>+</td></tr>
<tr><td>4b. Homogeneidad de las varianzas intragrupos.</td><td>Contraste de homogeneidad univariada de las varianzas. Test de Bartlett-Box.
<table>
<tr><th>Variable</th><th>F. de Bartlett-Box</th><th>P</th><th>Homogeneidad (α = 0.05)</th></tr>
<tr><td>PR (Pretest)</td><td>1.236</td><td>.291</td><td>Sí</td></tr>
<tr><td>PR (Postest)</td><td>1.749</td><td>.174</td><td>Sí</td></tr>
</table></td><td>+</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Supuesto</th><th>Verificación del supuesto</th><th>Grado de verificación</th></tr>
<tr><td>4c. Independencia de las distribuciones</td><td>Test de rachas.
<table>
<tr><th>Variable</th><th>Rachas "r"</th><th>+</th><th>-</th><th>Z</th><th>P</th><th>Independencia</th></tr>
<tr><td>PR Pretest</td><td>34</td><td>28</td><td>34</td><td>.592</td><td>.553</td><td>Sí</td></tr>
<tr><td>PR Postest</td><td>38</td><td>33</td><td>51</td><td>-.707</td><td>.479</td><td>Sí</td></tr>
</table></td><td>+</td></tr>
<tr><td>5. Independencia entre covariable y tratamiento</td><td>- La covariable medida previamente al tratamiento.
- Interacción covariable x tratamiento o sensibilización del pretest. Aproximación Cholosky (MANOVA): Test de significación para PR (Postest) considerando dos factores: pretest y tratamiento.
<table>
<tr><th>F. de V</th><th>SC</th><th>gl</th><th>MS</th><th>F</th><th>Significación</th><th>Interacción</th></tr>
<tr><td>PR (Pretest)</td><td>614.20</td><td>1</td><td>614.20</td><td>58.36</td><td>Max</td><td></td></tr>
<tr><td>Grupo: tratamientos</td><td>51.45</td><td>2</td><td>25.73</td><td>2.44</td><td>0.96</td><td></td></tr>
<tr><td>PR (Pretest) x grupo</td><td>18.98</td><td>2</td><td>9.49</td><td>.90</td><td>0.412</td><td>No</td></tr>
<tr><td>Dentro + Residual</td><td>589.31</td><td>56</td><td>10.52</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td><td>+
-</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Supuesto</th><th>Verificación del supuesto</th><th>Grado de verificación</th></tr>
<tr><td>6. Homogeneidad de los coeficientes de regresión intragrupos.</td><td>Análisis de varianza de la hipótesis de homogeneidad de las pendientes de regresión intragrupos
<table>
<tr><th>F.V.</th><th>SC</th><th>gl</th><th>MC</th><th>F^E</th><th>F^{critic}</th><th>Homogeneidad</th></tr>
<tr><td>De los coeficientes de regresión</td><td>19.06</td><td>2</td><td>9.53</td><td>0.91</td><td>3.16</td><td>Si</td></tr>
<tr><td>Residual</td><td>589.2</td><td>56</td><td>10.52</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Total:Intragrupos ajustada o de error <i>experimental</i></td><td>608.28</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td><td>+</td></tr>
<tr><td>7. Linealidad de la recta de regresión postest/ pretest</td><td>Análisis de varianza de la hipótesis de linealidad de la regresión del postest por niveles del pretest
<table>
<tr><th>F. de V</th><th>SC</th><th>gl</th><th>MC</th><th>F</th><th>Significación</th><th>Linealidad</th></tr>
<tr><td>Linealidad entre grupos</td><td>774.06</td><td>1</td><td>774.06</td><td>68.75</td><td>Max</td><td></td></tr>
<tr><td>Desviación de la linealidad</td><td>130.27</td><td>14</td><td>9.30</td><td>.826</td><td>.637</td><td>Si</td></tr>
<tr><td><i>Entre grupos</i></td><td>904.33</td><td>15</td><td>60.29</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Dentro grupos</td><td>517.87</td><td>46</td><td>11.26</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td><td>+</td></tr>
</table>

D.- Mejora del contraste

Un análisis de clasificación múltiple sobre los valores de los grupos sometidos al ANCOVA nos muestra:

Gran media = 8.11 R^2 = .57

Grupo	Desviaciones no ajustadas	Coeficiente de regresión intra-grupos uniforme	Coeficientes de regresión intra-grupos parciales	Desviaciones ajustadas	Medias ajustadas
1	.42	0.82	0.87	-.64	7.47
2	2.55	0.82	0.65	1.28	9.39
3	-1.80	0.82	0.97	-0.46	7.65

El contraste sólo es mejorable incorporando la corrección de Cochran [1] sobre el error de medida en la covariable; de aquí:

$$b_{yt} = \frac{b_{yx}}{r_{xx}} = \frac{0.82}{0.87} = 0.94$$

Las medias ajustadas de los grupos de tratamiento incorporando este nuevo coeficiente de regresión intragrupos "verdadero" serían:

$$Y_1 = 8.53 - 0.94\ (5.47 - 4.18) = 7.32$$

$$Y_2 = 10.67 - 0.94\ (5.72 - 4.18) = 9.22$$

$$Y_3 = 6.31 - 0.94\ (2.55 - 4.18) = 7.94$$

Para comparar diferencias entre estas medias ajustadas y corregidas usamos el test de Scheffé [3], y sabiendo que $MC_{XYD} = 10.49$ y $SC_{XD} = 880.51$.

COMPARACIONES ENTRE MEDIAS AJUSTADAS Y CORREGIDAS (por Cochran) Y SIGNIFICACION

Grupo	F. empírico	gl	F. Crítico	Significación de F $\alpha = 0.05$	P
1-2	2.82	1.30	4.17	No	0,10
1-3	0.33	1.40	4,08	No	0,56
2-3	1.54	1,44	4,06	No	0.22

Siguen sin existir diferencias significativas entre grupos, en consecuencia se mantiene la hipótesis nula. O sea, la enseñanza de la resolución de problemas con concurso de calculadora y/o el uso de calculadora en el postest (modalidad de extensión) no produce un efecto diferencial significativo en el aprendizaje de la resolución de problemas en comparación con la aproximación tradicional.

Este hallazgo es congruente con el de la hipótesis anterior (destrezas de cálculo) ya que si se observa en el instrumento de medida, el tamaño de los números y las operaciones intervinientes eran mínimos (para evitar la acumulación de dificultades no debidas a la especificidad semántica del problema) con lo que el dominio "a priori" de destrezas de cálculo también será mínimo. El hecho de que el instrumento de medida no presente la dificultad añadida del uso de destrezas de cálculo complejas (*"high order"*) es un modo de que esta variable dependiente (resolución de problemas) sea independiente de otras variables intervinientes, o sea, que el instrumento tenga una mayor validez de constructo. Probablemente, cuando los problemas a resolver incorporen la necesidad de operar con destrezas de cálculo complejas (números largos y varias operaciones intervinientes), la calculadora podrá tener un efecto positivo en resolución de problemas.

Al comparar los grupos G_1 (control "informal") y G_2 (experimental previo) observamos que el tratamiento experimental no ha producido un efecto diferencial significativo ni aún cuando se le acumula el uso de calculadora en el postest.

En conclusión hemos de decir: el uso de calculadora en la enseñanza de la resolución de problemas no produce ningún deterioro en el aprendizaje.

9.3.6.- Hipótesis 6 (H_0^6) Rendimiento matemático general (R.M.G)

A. Estadísticos descriptivos:

Grupo	X	Y	r_{xy}	Y=bX+a	Sx	Sy	n
G_1	24.26	37.53	0.9	$Y=1.01X+13.10$	11.249	12.833	15
G_2	27.39	40.72	0.84	$Y=0.66X+22.71$	11.838	9.247	18
G_3	16.90	28.52	0.82	$Y=1.14X+9.13$	8.748	12.081	29
$G_1 - G_2 - G_3$	21.72	34.25			11.2486		62

B.- Estadísticos inferenciales:

ANALISIS COVARIANZA PARA PUNTUACIONES EN RENDIMIENTO MATEMATICO GENERAL

Fuente de variación (FV)	Suma de cuadrados (SC)	Grados de libertad (gl)	Media cuadrática (MC)	Razón F	Significación de F
Covariables: Pretest	7218.26	1	7218.26	172.73	máximo (M)
Efectos principales: Intergrupos o de tratamiento	73.29	2	36.64	.877	.422
Explicada	7291.55	3	2430.51	58.160	máximo (M)
Residual INTRAGRUPO	2426.82	58	41.79		
Total	9715.37	61	159.26		

Según este análisis no existen diferencias significativas entre grupos o sea el tratamiento experimental no ha producido ningún efecto significativo, pero el dato es equívoco ya que F es menor que 1. Siguiendo las recomendaciones de Tejedor[1] (1984: 282) habrá que verificar las condiciones referidas a ϵ (normalidad, homocedasticidad e independencia). Estas condiciones se estudian, a continuación, en los supuestos generales del ANCOVA.

---

[1]: TEJEDOR, F.J. (1984): Op. cit.

C) IDONEIDAD DEL ANCOVA. VERIFICACION DE SUPUESTOS (RMG)

<table>
<tr><th>Supuesto</th><th>Verificación del supuesto</th><th>Grado de verificación</th></tr>
<tr><td>1.Covariables múltiples.</td><td>Una sola covariable: pretest</td><td>-</td></tr>
<tr><td>2. Unidades asignadas aleatoriamente a los tratamientos.</td><td>No se verifica la asignación aleatoria de los sujetos, sí la de los tratamientos a los grupos-clases intactas.</td><td>-</td></tr>
<tr><td>3. Error de medida en la covariable/ pretest.</td><td>Coeficiente de correlación: r_{xx} = 0.91 altamente significativo.
(α = 0.001).</td><td>-</td></tr>
<tr><td>4a. Normalidad de la covariable</td><td>Test de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov. Contraste bilateral de ajuste a una distribución normal.
<table>
<tr><th colspan="2">Diferencias extremas</th><th></th><th></th><th></th></tr>
<tr><th>Absoluta</th><th>Signo</th><th>'Z' de K-S</th><th>P</th><th>Normal (α=0.05)</th></tr>
<tr><td>0.0982</td><td>+</td><td>0.774</td><td>.587</td><td>Sí</td></tr>
</table></td><td>+</td></tr>
<tr><td>4b.Homogeneidad de las varianzas intragrupos.</td><td>Contraste de homogeneidad univariada de las varianzas. Test de Bartlett-Box.
<table>
<tr><th>Variable</th><th>F. de Bartlett-Box</th><th>P</th><th>Homogeneidad (α = 0.05)</th></tr>
<tr><td>RMG Pretest</td><td>1.1757</td><td>.309</td><td>Sí</td></tr>
<tr><td>RMG Postest</td><td>.931</td><td>.394</td><td>Sí</td></tr>
</table></td><td>+</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Supuesto</th><th>Verificación del supuesto</th><th>Grado de verificación</th></tr>
<tr><td>4c. Independencia de las distribuciones</td><td>Test de rachas.
<table>
<tr><th>Variable</th><th>Rachas "r"</th><th>+</th><th>-</th><th>Z</th><th>P</th><th>Independencia</th></tr>
<tr><td>RMG(Pretest)</td><td>33</td><td>30</td><td>32</td><td>.2646</td><td>.7913</td><td>Si</td></tr>
<tr><td>RMG(Postest)</td><td>38</td><td>39</td><td>45</td><td>-1.056</td><td>.2909</td><td>Si</td></tr>
</table></td><td>+</td></tr>
<tr><td>5. Independencia entre covariable y tratamiento</td><td>- Medida de la covariable previa al tratamiento.
- Interacción covariable x tratamiento o sensibilización del pretest. Aproximación Cholosky (MANOVA): Test de significación para RMG (Postest) considerando dos factores: pretest y tratamiento.
<table>
<tr><th>F. de V</th><th>SC</th><th>gl</th><th>MS</th><th>F</th><th>Significación</th><th>Interacción</th></tr>
<tr><td>RMG (Pretest)</td><td>5525.8</td><td>I</td><td>5525.8</td><td>145.17</td><td>Max</td><td></td></tr>
<tr><td>Grupo: tratamientos</td><td>346.58</td><td>2</td><td>173.29</td><td>4.55</td><td>0.15</td><td></td></tr>
<tr><td>RMG (Pretest x grupo)</td><td>292.18</td><td>2</td><td>146.09</td><td>3.84</td><td>.027</td><td>Sí</td></tr>
<tr><td>Dentro + Residual</td><td>2131.64</td><td>56</td><td>10.52</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td><td>+
- -</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Supuesto</th><th>Verificación del supuesto</th><th>Grado de verificación</th></tr>
<tr><td>6. Homogeneidad de los coeficientes de regresión intragrupos.</td><td>Análisis de varianza de la hipótesis de homogeneidad de las pendientes de regresión intragrupos
<table>
<tr><th>F.V.</th><th>SC</th><th>gl</th><th>MC</th><th>F^{E}</th><th>F^{critic}</th><th>Homogeneidad</th></tr>
<tr><td>De los coeficientes de regresión</td><td>292.98</td><td>2</td><td>146.4</td><td>3.84</td><td>3.16</td><td>No</td></tr>
<tr><td>Residual</td><td>2130.82</td><td>56</td><td>38.05</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Total:Intragrupos ajustada o de error experimental</td><td>2423.8</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td><td>-</td></tr>
<tr><td>7. Linealidad de la recta de regresión postest/pretest</td><td>Análisis de varianza de la hipótesis de linealidad de la regresión del postest por niveles del pretest
<table>
<tr><th>F. de V</th><th>SC</th><th>gl</th><th>MC</th><th>F</th><th>Significación</th><th>Linealidad</th></tr>
<tr><td>Linealidad entre grupos</td><td>7218.26</td><td>1</td><td>7218.2</td><td>213.75</td><td>Max</td><td></td></tr>
<tr><td>Desviación de la linealidad</td><td>1416.50</td><td>28</td><td>50.59</td><td>1.498</td><td>.1346</td><td>Si</td></tr>
<tr><td>Entre grupos</td><td>8634.76</td><td>29</td><td>33.77</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Dentro grupos</td><td>1080.60</td><td>32</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td><td>+
-</td></tr>
</table>

0) Mejora del contraste

Dado que se verifican los tres supuestos sobre la variable aleatoria ϵ, el valor de F, obtenido en el ANCOVA, menor de 1, se interpreta como 1/F como V_2, V_1 grados de libertad.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{0.877} \doteq 1.14 \text{ frente a } {}_{0.05}F^{\text{crítico}}_{(58,2)} = 19.48,\ 1.14 \leq 19.48$$

Por tanto se mantiene la hipótesis nula relativa a la que la implementación de un programa de enseñanza de las matemáticas con calculadora y/o el facilitar o no calculadora sólo en los postest de destrezas y problemas (modalidad de extensión) no tiene ningún efecto significativo sobre el rendimiento matemático general. O sea, el usar la calculadora en un programa de enseñanza y/o facilitarla en exámenes de destrezas y problemas no produce ningún deterioro en el aprendizaje en comparación con un programa tradicional de enseñanza de la Aritmética que no usa de ningún modo calculadora.

Sin embargo, el contraste es bastante mejorable ya que dos supuestos del ANCOVA no se verifican: ausencia de independencia entre covariable y tratamiento (interacción covariable-tratamiento) y no homogeneidad de los coeficientes de regresión intragrupos.

Respecto al primero, ausencia de independencia entre covariable y tratamiento, se detecta una interacción significativa (P = 0.027) entre grupos usando el MANOVA implícito en la aproximación Cholosky. En consecuencia, parece razonable procurar la mejora del contraste.

Un análisis de clasificación múltiple sobre los grupos sometidos al ANCOVA nos manifiesta:

Gran media = 34.24 R^2 = .751

Grupo	Desviaciones no ajustadas	Coeficiente de regresión intra-grupos uniforme	Coeficientes de regresión intra-grupos parciales	Desviaciones ajustadas	Medias ajustadas
1	3.29	0.92	1.01	.95	35.19
2	6.48	0.92	0.66	1.25	35.49
3	-5.72	0.92	1.14	-1.27	32.97

Dada la ausencia de la homogeneidad de las pendientes de regresión intragrupos y la posibilidad de incluir el error de medida mediante la fiabilidad del instrumento, usaremos la fórmula de síntesis [4] de la corrección de Cochran [1] más la fórmula de Cook y Campbell [2]. Así pues la diferencia entre interceptos o diferencia entre medias vendría dada por:

$$(a_i - a_j)_t = (Y_i - Y_j) - \frac{b_{xy,i}}{r_{x\chi,i}} (X_i - X_t) + \frac{b_{xy,j}}{r_{x\chi,j}} (X_j - X_t), \text{ de donde}$$

$a_1 - a_2 = -1.585$ $a_1 - a_3 = -0.54$ $a_2 - a_3 = 1.045$

La significación de las diferencias entre interceptos vendría dada por una razón F, o de Scheffé [3].

COMPARACIONES ENTRE MEDIAS AJUSTADAS Y CORREGIDAS Y SIGNIFICACION

Grupo	F. empírico	gl	F. Crítico	Significación $\alpha = 0.05$	P
1-2	0.48	1.30	4.17	No	0.49
1-3	0.06	1.40	4.08	No	0.80
2-3	0.24	1.44	4.06	No	0.62

En consecuencia, seguiremos manteniendo la hipótesis nula o ausencia de efectos significativos de los tratamiento.

9.3.7.- Hipótesis 7 (H_o^7): Actitud hacia las matemáticas (A.M.)

A. Estadísticos descriptivos:

Grupo	X	Y	r_{xy}	$Y = bX + a$	Sx	Sy	n
G_1	16.06	15.53	0.31	$Y = 0.24X + 11.69$	2.86	2.20	15
G_2	16.83	17.72	0.47	$Y = 0.43X + 10.42$	1.65	1.52	18
G_3	15.93	16.52	0.18	$Y = 0.27X + 12.10$	1.83	2.76	29
$G_1 + G_2 + G_3$	16.22						62

B) Estadísticos inferenciales:

ANALISIS COVARIANZA PARA PUNTUACIONES EN ACTITUD HACIA LAS MATEMATICAS (A.M.)

Fuente de variación (FV)	Suma de cuadrados (SC)	Grados de libertad (gl)	Media cuadrática (MC)	Razón F	Significación de F
Covariables: Pretest	30.04	1	30.04	5.821	.019
Efectos principales: Intergrupos o de tratamiento	31.10	2	15.55	3.013	.057
Explicada	61.14	3	20.38	3.949	.012
Residual INTRAGRUPO	299.32	58	5.16		
Total	360.46	61			

Interpretar el coeficiente de significación F obtenido (P = 0,57) puede ser problemático ya que está muy próximo al nivel de significación mínimo marcado ($\alpha = 0.05$). Operaremos, entonces, contrastando grupo a grupo; para ello, un análisis de clasificación múltiple puede sernos de utilidad.

Gran media = 16.36 $R^2 = 0.17$

Grupo	Desviaciones no ajustadas	Coeficiente de regresión intra-grupos uniforme	Coeficientes de regresión intra-grupos parciales	Desviaciones ajustadas	Medias ajustadas
1	-1.1	.27	0.24	-1.05	15.55
2	1.09	.27	0.43	0.92	17.55
3	-0.11	.27	0.27	-0.03	16.67

Para decidir la significación de diferencias entre pares de medias ajustadas usamos el contraste de Schetté [3]:

COMPARACION ENTRE MEDIAS AJUSTADAS Y SIGNIFICACION

Grupo	F. empírico	gl	F. Crítico	Significación $\alpha = 0.05$	P
1-2	6.06	1.30	4.17	Sí	0.019
1-3	2.0	1.40	4.08	No	0.16
2-3	1.88	1.44	4.06	No	0.17

Existen diferencias significativas entre el grupo experimental G_2, y el de control-"informal" (aquel que sólo le hemos permitido usar calculadora en dos postest posteriores a este). La racionalidad del resultado parece evidente: tal grupo de control (que además tenía la posibilidad de interacción con los sujetos del grupo experimental) se ha sentido "no apoyado" en sus esfuerzos para aprender con lo que su actitud hacia las matemáticas ha disminuido (la ganancia actitudinal media es negativa). El razonamiento colectivo de tal grupo, G_1, podría haber sido: "(causa) existen las calculadoras, otros niños las utilizan, a nosotros sólo nos han dejado en dos ocasiones..... (efecto) no me gustan las matemáticas si no me dejan usar libre y extensamente la calculadora". Estamos ante todo un efecto de resentimiento propio de los alumnos de esta edad en que empieza a manifestarse el sentimiento de justicia.

C. IDONEIDAD DEL ANCOVA. VERIFICACION DE SUPUESTOS

<table>
<tr><th>Supuesto</th><th>Verificación del supuesto</th><th>Grado de verificación</th></tr>
<tr><td>1. Covariables múltiples.</td><td>Una sola covariable: pretest</td><td>-</td></tr>
<tr><td>2. Unidades asignadas aleatoriamente a los tratamientos.</td><td>No se verifica la asignación aleatoria de sujetos a los tratamientos, si de los tratamientos a los grupos-clases intactas.</td><td>-</td></tr>
<tr><td>3. Error de medida en la covariable/ pretest.</td><td>Coeficiente de correlación: r_{xx} = 0.31, significativo levemente (α = 0.05).</td><td>-</td></tr>
<tr><td>4a. Normalidad de la covariable/ pretest</td><td>Test de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov. Contraste bilateral de ajuste a una distribución normal.
<table>
<tr><th colspan="5">Diferencias externas</th></tr>
<tr><th>Absoluta</th><th>Signo</th><th>"Z" de K-S</th><th>P</th><th>Normal (α=0.05)</th></tr>
<tr><td>.1287</td><td>-</td><td>1.014</td><td>.255</td><td>Sí</td></tr>
</table></td><td>+</td></tr>
<tr><td>4b. Homogeneidad de las varianzas</td><td>Contraste de homogeneidad univarianza de las varianzas Test de Bartlett-Box.
<table>
<tr><th>Variable</th><th>F. de Bartlett-Box</th><th>P</th><th>Homogeneidad</th></tr>
<tr><td>AM(Pretest)</td><td>2.9185</td><td>.054</td><td>Sí</td></tr>
<tr><td>AM(Postest)</td><td>3.2058</td><td>.041</td><td>No</td></tr>
</table>
Obsérvese que la homogeneidad de las varianzas de los grupos en la medida pretest está muy próxima al nivel de significación mínimo (α = 0.05). En consecuencia es bastante cuestionable admitir el supuesto de homocedasticidad en esa distribución.</td><td>-</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Supuesto</th><th>Verificación del supuesto</th><th>Grado de verificación</th></tr>
<tr><td>4c. Independencia de las distribuciones</td><td>Test de rachas.
<table>
<tr><th>Variable</th><th>Rachas "r"</th><th>+</th><th>-</th><th>Z</th><th>P</th><th>Independencia</th></tr>
<tr><td>AM Pretest</td><td>25</td><td>23</td><td>39</td><td>-1.355</td><td>.1732</td><td>Si</td></tr>
<tr><td>AM postest</td><td>24</td><td>33</td><td>51</td><td>-0.016</td><td>.9869</td><td>Si</td></tr>
</table></td><td>+</td></tr>
<tr><td>5. Independencia entre covariable y tratamiento</td><td>- Medida de covariable previa al tratamiento.
- Interacción covariable x tratamiento o sensibilización del tratamiento por el pretest. Aproximación Cholosky (MANOVA): Test de significación para AM (Postest) considerando dos factores: pretest y tratamiento.
<table>
<tr><th>F. de V</th><th>SC</th><th>gl</th><th>MS</th><th>F</th><th>Significación</th><th>Interacción</th></tr>
<tr><td>AM(Pretest)</td><td>22.09</td><td>1</td><td>22.09</td><td>4.15</td><td>.046</td><td></td></tr>
<tr><td>Grupo: tratamiento</td><td>.32</td><td>2</td><td>0.16</td><td>.03</td><td>.97</td><td></td></tr>
<tr><td>AM (Pretest) x grupo</td><td>1.27</td><td>2</td><td>0.64</td><td></td><td>.88</td><td>No</td></tr>
<tr><td>Dentro + Residual</td><td>298.05</td><td>56</td><td>5.32</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Dado que el valor de F es menor que 1, se propone el contraste entre un F empírico (1/F) y un F crítico con V_2, V_1 grados de libertad.
$$\frac{1}{F} > \frac{1}{0.12} = 8.33 \text{ frente a } {}_{0.05}F^{C}_{(56,2)} = 19.47 \Rightarrow F_E < F_C$$</td><td>+
- -</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Supuesto</th><th>Verificación del supuesto</th><th>Grado de verificación</th></tr>
<tr><td>6. Homogeneidad de los coeficientes de regresión intragrupos.</td><td>

Análisis de varianza de la hipótesis de homogeneidad de la pendiente de regresión intragrupos

<table>
<tr><th>F.V.</th><th>SC</th><th>gl</th><th>MC</th><th>F^E</th><th>F^{critic}</th><th>Homogeneidad</th></tr>
<tr><td>De los coeficientes de regresión</td><td>1.248</td><td>2</td><td>0.624</td><td>0.17</td><td>3.16</td><td>Si</td></tr>
<tr><td>Residual</td><td>298.07</td><td>56</td><td>5.32</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Total:Intragrupos ajustada o de error experimental</td><td>299.32</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Dado que $F^E < 1$, se ejecuta en contraste

$\frac{1}{F^E}$ frente a $_{0.05}F^{C}_{(56,2)}$

$\frac{1}{F^E} = \frac{1}{0.117} = 8.54$ frente a $_{0.05}F_{(56,2)} = 19.47$, $F_E < F_C$

</td><td>-</td></tr>
<tr><td>7. Linealidad de la recta de regresión postest/pretest</td><td>

Análisis de varianza de la linealidad del postest por niveles del pretest

<table>
<tr><th>F. de V</th><th>SC</th><th></th><th>MC</th><th>F</th><th>Significación</th><th>Linealidad</th></tr>
<tr><td>Linealidad entre grupos</td><td>30.04</td><td>1</td><td>30.04</td><td>5.18</td><td>.027</td><td></td></tr>
<tr><td>Desviación de la linealidad</td><td>28.92</td><td>8</td><td>3.61</td><td>.62</td><td>.75</td><td>Si</td></tr>
<tr><td>Entre grupos</td><td>58.96</td><td>52</td><td>5.8</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Dentro grupos</td><td>301.50</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

</td><td>+</td></tr>
</table>

D) Mejora del contraste

Dado que no se verifica el supuesto básico de homocedasticidad no es procedente usar una técnica paramétrica como el ANCOVA para realizar este contraste. En su lugar, habremos de utilizar un contraste no paramétrico adecuado. Puesto que estamos actuando sobre un diseño pretest-postest, usaremos puntuaciones ganancia de cambio o puntuaciones diferencia.

Tejedor[1] (1984: 184) recomienda usar el contraste de Welch que exige independencia de la distribución y normalidad baja en ausencia de homogeneidad de las varianzas. Veamos si procede su uso.

ESTADISTICOS DESCRIPTIVOS DE LAS PUNTUACIONES GANANCIA

	G_1	G_2	G_3	Total (Σ)
n_i	15	18	29	62
X_i	-0.53	0.89	0.586	0.403
S_i^2	3.02	1.64	3.01	2.706
gl	14	17	28	59
$W_i = \frac{n_i}{S_i}$	4.96	10.97	9.63	25.56

---

[1]: TEJEDOR, F.J. (1984): Op. cit.

Verificación de supuestos

4.a. Normalidad de la covariable: Test de Kolmogorov-Smirnov

Absoluta	Signo	Z de K - S	P	Normalidad
.166	-	1.312	.064	Si

La normalidad es baja dado que P = .064 está muy próximo al nivel de significación mínimo (α = 0.05).

4.b. Homogeneidad de las varianzas: Test de Bartlett-Box:

Variable	F de Bartlett-Box	P	Homogeneidad
AM (P. cambio)	3.583	0.28	Si

4.c. Independencia de la distribución: Test de Rachas.

Variable	Rachas "r"	+	-	Z	P	Independencia
AM (P.cambio	35	31	31	.768	.442	Si

En consecuencia, el test de Welch es el contraste idóneo para detectar si existen diferencias entre los tratamientos.

La V^2 de Welch calculada es:

9.3.8.- Hipótesis 8 (H_o^8) Actitud hacia la calculadora (A.C.)

A.- Estadísticos descriptivos:

Grupo	X	Y	r x y	Y = bX + a	Sx	Sy	n
G_1	7.4	8.8	0.51	Y = 0.38X + 5.99	3.04	2.27	15
G_2	8.61	8.22	0.31	Y = 0.26X + 5.95	2.03	1.73	18
G_3	6.21	6.03	0.62	Y = 0.63X + 2.11	3.26	3.3	29
$G_1 + G_2 + G_3$	7.19				3.04		62

B.- Estadísticos inferenciales:

ANALISIS COVARIANZA PARA PUNTUACIONES EN ACITTUD HACIA LA CALCULADORA (A.C.)

Fuente de variación (FV)	Suma de cuadrados (SC)	Grados de libertad (gl)	Media cuadrática (MC)	Razón F	Significación de F
Covariables: *Pretest*	182.72	1	182.72	35.74	Max.
Efectos principales: Intergrupos o de tratamiento	44.67	2	22.33	4.37	.017
Explicada	227.39	3	75.8	14.83	Max.
Residual INTRAGRUPO	296.48	58	5.11		
Total	523.87	61			

Según el ANCOVA, existen diferencias significativas entre grupos/tratamiento a un nivel de significación mínimo ($\alpha = 0.05$), en consecuencia habrá que aceptar la hipótesis alternativa.

El contraste entre grupos/tratamientos se inicia a partir del análisis de clasificación múltiple siguiente:

Gran media = 7.339 R^2 = .434

Grupo	Desviaciones no ajustadas	Coeficiente de regresión intra-grupos uniforme	Coeficientes de regresión intra-grupos parciales	Desviaciones ajustadas	Medias ajustadas
1	1.46	0.52	0.26	1.36	8.7
2	.88	0.52	0.38	0.15	7.49
3	-1.30	0.52	0.63	-0.8	6.54

Para decidir la significación de las diferencias entre pares de medias ajustadas usamos el contraste de Scheffé [3]:

COMPARACION ENTRE MEDIAS AJUSTADAS Y SIGNIFICACION

Grupo	F. empírico	gl	F. Crítico	Significación $\alpha = 0.05$	P
1-2	2.29	1.30	4.17	No	0.14
1-3	8.8	1.40	4.08	Si	0.005
2-3	1.83	1.44	4.6	No	0.18

Existen diferencias significativas entre los dos grupos de control (G_1 y G_3). Habrá, entonces, que pensar que el tratamiento no produce efecto diferencial significativo sino que es la modalidad de extensión (uso de calculadora en los postest) la que produce tal efecto diferencial. Son los sujetos del grupo de control "informal" (G_1) que conociendo la existencia de la disponibilidad de la calculadora, (por interacción con los sujetos de G_1 y/o por que se les ha facilitado en los exámenes), los que mejoran ostensiblemente su actitud hacia la calculadora estimando que su desempeño matemático se vería facilitado. Obsérvese que en el grupo experimental habituado al uso de la calculadora y el de grupo de control puro, decrecen ligéramente en su actitud hacia la máquina del pretest al postest.

C. IDONEIDAD DEL ANCOVA. VERIFICACION DE SUPUESTOS

<table>
<tr><th>Supuesto</th><th>Verificación del supuesto</th><th>Grado de verificación</th></tr>
<tr><td>1.Covariables múltiples.</td><td>Una sola covariable: pretest</td><td>-</td></tr>
<tr><td>2. Unidades asignadas aleatoriamente a los tratamientos.</td><td>No se verifica la asignación aleatoria de sujetos a los tratamientos, si de los tratamientos a los grupos-clases intactas.</td><td>-</td></tr>
<tr><td>3. Error de medida en la covariable/ pretest.</td><td>Coeficiente de correlación: $r_{xx} = 0.87$, altamente significativo ($\alpha = 0.01$).</td><td>-</td></tr>
<tr><td>4a. Normalidad de la covariable</td><td>Test de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov. Contraste bilateral de ajuste a una distribución normal.
<table>
<tr><th colspan="2">Diferencias externas</th><th></th><th></th><th></th></tr>
<tr><th>Absoluta</th><th>Signo</th><th>"Z" de K-S</th><th>P</th><th>Normal (α=0.05)</th></tr>
<tr><td>.1843</td><td>-</td><td>1.451</td><td>0.03</td><td>No</td></tr>
</table>
Aunque Tejedor (1984: 281) juzga irrelevante el cumplimiento de la condición de normalidad para el contraste de media en cualquier análisis de varianza; si en cambio, la no normalidad puede tener mayor influencia en el contraste de la homogeneidad de varianzas.</td><td>-</td></tr>
<tr><td>4b.Homogeneidad de las varianzas</td><td>Contraste de homogeneidad univariada de las varianzas. Test de Bartlett-Box.
<table>
<tr><th>Variable</th><th>F. de Bartlett-Box</th><th>P</th><th>Homogeneidad</th></tr>
<tr><td>AC(Pretest)</td><td>2.125</td><td>.120</td><td>Si</td></tr>
<tr><td>AC(Postest)</td><td>4.101</td><td>.017</td><td>No</td></tr>
</table></td><td>-</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Supuesto</th><th>Verificación del supuesto</th><th>Grado de verificación</th></tr>
<tr><td>4c. Independencia de las distribuciones</td><td>Test de rachas.
<table>
<tr><th>Variable</th><th>Rachas "r"</th><th>+</th><th>-</th><th>Z</th><th>P</th><th>Independencia</th></tr>
<tr><td>AC Pretest</td><td>27</td><td>28</td><td>34</td><td>-1.217</td><td>.223</td><td>Sí</td></tr>
<tr><td>AC postest</td><td>46</td><td>40</td><td>51</td><td>.681</td><td>.495</td><td>Sí</td></tr>
</table></td><td>+</td></tr>
<tr><td>5. Independencia entre covariable y tratamiento</td><td>- Medida de la covariable previa al tratamiento.
- Interacción covariable x tratamiento o sensibilización del tratamiento por el pretest. Aproximación Cholosky (MANOVA): Test de significación para AC (Postest) considerando dos factores, pretest y tratamiento.
<table>
<tr><th>F. de V</th><th>SC</th><th>gl</th><th>MS</th><th>F</th><th>Significación</th><th>Interacción</th></tr>
<tr><td>AC(Pretest)</td><td>64.33</td><td>1</td><td>64.33</td><td>12.61</td><td>Max.</td><td></td></tr>
<tr><td>Grupo: tratamiento</td><td>29.71</td><td>2</td><td>14.85</td><td>2.91</td><td>.63</td><td></td></tr>
<tr><td>AC (Pretest) x grupo</td><td>10.89</td><td>2</td><td>5.44</td><td>1.07</td><td>.351</td><td>No</td></tr>
<tr><td>Dentro + Residual</td><td>285.6</td><td>56</td><td>5.10</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td><td>+</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Supuesto</th><th>Verificación del supuesto</th><th>Grado de verificación</th></tr>
<tr>
<td>6. Homogeneidad de los coeficientes de regresión intragrupos.</td>
<td>
Análisis de covarianza de la hipótesis de homogeneidad de las pendientes de regresión intragrupos
<table>
<tr><th>F.V.</th><th>SC</th><th>gl</th><th>MC</th><th>F^E</th><th>F^{critic}</th><th>Homogeneidad</th></tr>
<tr><td>De los coeficientes de regresión</td><td>10.95</td><td>2</td><td>5.475</td><td>1.07</td><td>3.16</td><td>Si</td></tr>
<tr><td>Residual</td><td>285.53</td><td>56</td><td>5.09</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Total:Intragrupos ajustada o de error experimental</td><td>296.48</td><td>58</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td>
<td>+</td>
</tr>
<tr>
<td>7. Linealidad de la recta de regresión postest/pretest</td>
<td>
Análisis de varianza de la linealidad del postest por niveles del pretest
<table>
<tr><th>F. de V</th><th>SC</th><th></th><th>MC</th><th>F</th><th>Significación</th><th>Linealidad</th></tr>
<tr><td>Linealidad entre grupos</td><td>182.73</td><td>1</td><td>182.73</td><td>29.41</td><td>Max.</td><td>No</td></tr>
<tr><td>Desviación de la linealidad</td><td>5.65</td><td>6</td><td>0.94</td><td>.15</td><td>.987</td><td></td></tr>
<tr><td>Entre grupos</td><td>188.38</td><td>7</td><td>26.91</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Dentro grupos</td><td>335.5</td><td>54</td><td>6.21</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Dado que F empírico obtenido es menor que 1 (0.15) el contraste se realiza frente a un F crítico ${}_{0.05}F^{C}{}_{(54,6)}$

$$\frac{1}{F^E} = \frac{1}{0.15} = 6.66 \qquad {}_{0.05}F^{C}{}_{(54,6)} = 3.747 \quad F_E < F_C$$

como $\frac{1}{F^E} > F_C$ se rechaza la hipótesis de linealidad.
</td>
<td>-</td>
</tr>
</table>

D) Mejora del contraste

Como se observa en la verificación de supuestos, el uso de ANCOVA para contrastar resultados no es idóneo. Un presumible sesgo del instrumento "efecto techo" unido a la baja sensibilidad del instrumento de medida podría ser en parte el responsable. En consecuencia se hace necesario utilizar una prueba no paramétrica para analizar los resultados en esta variable. Usaremos como valor de contraste las puntuaciones ganancia postest-pretest.

Estadísticos descriptivos de las puntuaciones ganacias (Actitud hacia la calculadora)

Grupo	n	d	S_d
1	15	1.4	2.72
2	18	-.39	2.22
3	29	.170	2.84
total	62	.145	2.70

Los supuestos que verifica tal distribución o cumplimiento de las condiciones de la variable aleatoria ϵ correspondiente son:

a) Normalidad: calculada por el Test de Bondad de ajuste a una distribución normal o Prueba de Kolmogov-Smirnov.

Diferencia extrema

Absoluta	Signo	Z de K - S	P	Normalidad
.215	+	1.693	.006	No

La distribución de puntuaciones diferenciales es ostensiblemente no normal.

b. Homogeneidad de las varianzas intragrupos: calculada a partir de la F de Bartlett-Box:

Variable	F de Bartlett-Box	P	Homogeneidad
P.ganancias AC	.599	.550	Si

Las varianzas intragrupos son homogéneas

c. Independencia de la distribución: Detectada a partir del Test de Rachas.

Variable	Rachas "r"	+	-	Z	P	Independencia
P.ganancia AC	25	20	42	-.909	.363	Si

Dado que la distribución de puntuaciones ganancia no verifica una da los supuestos básicos cual es la normalidad, la prueba de contraste idónea es el Test de Kruskal-Wallis que sólo requiere independencia, se aplica cuando se trabaja con más de dos muestras analizando la varianza de rangos (nivel ordinal de medición) para un sólo factor o V.I.

Los resultados de la H de Kruskal-Wallis, obtenidos mediante el paquete informático SPSS/PC+ son:

ANALISIS DE VARIANZA DE RANGOS PARA UN FACTOR: PRUEBA DE KRUSKAL-WALLIS: (Actitud a las calculadoras por grupo/tratamiento).

Grupo	Casos	Rango medio	H de K-W	Significación	Corrección por ligas (Hc)	Significación
1	15	39.73	4.67	.096	4.94	.084
2	18	29.39				
3	29	30.41				

Pese a que los niveles de significación empíricos están muy próximos al nivel de significación marcado ($\alpha = 0.05$) habrá que mantener la hipótesis de nulidad. En consecuencia, la actitud hacia la calculadora no se ve modificada significativamente por los tratamientos.

Este hallazgo no está en concordancia con el obtenido mediante ANCOVA pues, como se constató, éste último no verifica una serie de supuestos básicos para su aplicación.

9.3.9.- Otros hallazgos: Indicadores correlacionales

Pueden ser interesante ofertar indicadores correlacionales entre variables ya que se observan regularidades muy impactantes.

a) Coeficientes de correlación entre variables a nivel pretest.

Pretest	DCN	N	CM	DCAL	PR	AM	AC
DCN	-	-	-	-	-	-	-
N	.5225**	-	-	-	-	-	-
CM	.5347**	.4969**	-	-	-	-	-
DCAL	.5243**	.5515**	.6417**	-	-	-	-
PR	.5520**	.6825**	.5743**	.7055	-	-	-
AM	.2117	.2950*	.3064*	.1860	.1795	-	-
AC	.1374	.0537	.0095	-.0238	.1232	-.2408	-

** : Significación al 0.01   * : Significación al 0.05

Las regularidades que se detectan entre correlaciones a nivel pretest son:

.- Las variables rendimiento, (N, CM, DCAL, PR), están significativamente y positivamente correlacionadas entre sí.

.- El constructo "desarrollo cognitivo numérico", que se pensaba independiente del rendimiento matemático, está sin embargo significativa y positivamente correlacionado con las variables propias del rendimiento.

.- La actitud hacia las matemáticas está escasamente correlacionada con las variables rendimiento, sólo dos coeficientes de correlación significativos y positivos a un nivel de 0.05.

.- La actitud hacia la calculadora no está correlacionada con las variables rendimiento ni con la variable actitud hacia las matemáticas, incluso la correlación entre ambas es negativa aunque no significativa.

b) Coeficientes de correlación entre variables a nivel postest.

Pretest	DCN	N	CM	DCAL	PR	AM	AC
DCN	-	-	-	-	-	-	-
N	.5945**	-	-	-	-	-	-
CM	.5484**	.6880**	-	-	-	-	-
DCAL	.5466**	.7019**	.6037**	-	-	-	-
PR	.5339**	.7682**	.6989**	.6671**	-	-	-
AM	.1264	-.0519	.1393	-.0203	-.0131	-	-
AC	-.1761	-.0026	-.0538	.1260	.0621	-.3019*	-

** : Significación al 0.01 * : Significación al 0.05

Las regularidades que se infieren de esta tabla de coeficientes son:

.- Las variables rendimiento están significativamente y positivamente ($\alpha = 0.01$) correlacionadas entre sí.

.- El constructo "desarrollo cognitivo numérico" es altamente dependiente de las variables rendimiento.

.- La correlación entre actitud a las matemáticas y variables rendimiento, incluida desarrollo cognitivo numérico, es nula.

.- La actitud hacia las matemáticas y la actitud hacia la calculadora están correlacionadas negativamente ($\alpha = 0.05$). Este hallazgo permite inferir que los alumnos de bajo rendimiento tienen una mejor actitud hacia las matemáticas y hacia la calculadora, en tanto que los alumnos de alto rendimiento declinan su actitud hacia las matemáticas y la calculadora. Este hallazgo es similar al obtenido por Moore[1] (1982: 120-121). Aunque este autor no da una respuesta satisfactoria y achaca el hallazgo a la ausencia de aleatorización o a efectos del profesor-experimentador. Veremos al correlacionar las variables pretest y postest la regularidad tan curiosa que se detecta.

c) Coeficientes de correlación entre variables a nivel pretest-postest.

Pre Pos	DCN	N	CM	DCAL	PR	AM	AC
DCN	.5489**	.5756**	.5639**	.4687**	.4189**	.2652	-.2079
N	.5638**	.8087**	.5205**	.5614**	.6509**	.2931	-.0949
CM	.5568**	.6356**	.5671**	.5566**	.6957**	.3428*	-.1424
DCAL	.4325**	.5710**	.5889**	.5393**	.5398**	.1945	.0472
PR	.5552**	.7943**	.5878**	.6211**	.7377**	.2646	-.0328
AM	.0495	-.1476	.2486	.1457	.1646	.2887	-.0900
AC	.0753	.0782	-.0790	.0034	.1232	-.2409	.5906**

** : Significación al 0.01 * : Significación al 0.05

Las regularidades que se infieren son:

.- Las variables rendimiento están significativamente (0.01) y positivamente

---

[1]: MOORE, B.H. (1982): Op. cit.

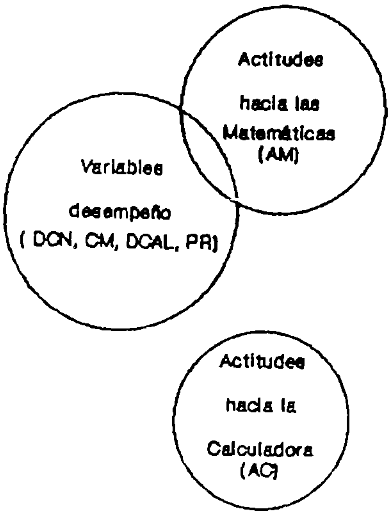
correlacionadas.

.- La variable actitud hacia la calculadora está positiva y significativamente (0.01) correlacionada.

.- La variable actitud hacia las matemáticas no está correlacionada entre sí. La razón estriba como se ha visto en 9.3.7 que un grupo (G_1) disminuye su actitud hacia las matemáticas (ganancia media negativa). Este fue el grupo de control-informal que pudo disponer de calculadora sólo en algunos postest. Se trata entonces de una posible interacción negativa entre disponibilidad parcial/limitada de la calculadora y actitud hacia las matemáticas. No hay pues satisfacción plena de la disponibilidad de la máquina.

.- Las variables actitudinales no están correlacionadas mayoritariamente con las variables rendimiento.

Una gráfica de hallazgos correlacionales podría ser:



SUMARIO DE RESULTADOS

10.- EL INFORME DE LA INVESTIGACION

10.1.- Resumen de hallazgos

En este sentido hemos contrastado ocho hipótesis específicas cuyos resultados se exponen en la tabla-resumen que se adjunta (pag.426-27).

10.2.- Discusión de los hallazgos

Centrándonos en los contrastes mejorados, las evidencias que se tiene sobre la hipótesis en curso son:

1) Se mantienen cinco hipótesis nulas relativas a las variables.

- Desarrollo cognitivo numérico
- Numeración
- Resolución de problemas
- Rendimiento matemático general
- Actitudes hacia la calculadora

2) Se rechazan tres hipótesis nulas relativas a las variables:

- Cálculo mental: los grupos "sin calculadora" se desempeñan mejor que el grupo "con calculadora".
- Destrezas de cálculo: los grupos a los que se facilita la "calculadora" en los

exámenes se desempeñan mejor que los grupos que no disponen de ella.

- Actitudes hacia las matemáticas: el grupo que dispone de calculadora a lo largo de todo el tratamiento y en los exámenes se desempeña mejor que el grupo que sólo dispone de calculadora en los exámenes.

El hallazgo de que la calculadora produce cierto deterioro del cálculo mental es preocupante para este investigador, que asumía previamente como bastante aceptable la hipótesis de que al usar calculadora en la enseñanza de la Aritmética elemental, el cálculo mental se vería favorecido por una mayor dedicación, más posibilidades de autocorrección e implementación de tareas específicas de desarrollo. Apelar a un posible sesgo de los resultados debido al efecto "techo" del instrumento podrían ser una justificación poco empírica. Apelar a la ley del "mínimo esfuerzo" sería quizás más razonable.

			[illegible]				[illegible]										
Hipótesis	Variable dependiente	Variable independiente Niveles grupos de tratamiento	F	gl	P	Diferencias significativas	1	2	3	4a	4b	4c	5	6	7	MEJORA DEL CONTRASTE	[illegible]
H-1	Desarrollo cognitivo numérico.	Calculadora-mantenimiento: G_2^E No calculadora-mantenimiento: G_1^C . G_3^C	0.41 1.44	(2.58) (58.3)	.557 .334	No	-	-	=	-	-	+	+	-	-	Corrección de Cochran: No diferencias significativas. Corrección de Cook y Campbell: No diferencias significativas. Corrección de Síntesis: no diferencias significativas	No
H-2	Numeración	Calculadora-mantenimiento: G_2^E No calculadora-mantenimiento: G_1^C . G_3^C	1.60	(2.58)	.21	No	-	-	=	+	+	+	+	+	+	Corrección de Cochran: No diferencias significativas.	No
H-3	Cálculo mental	Calculadora-mantenimiento: G_2^E No calculadora-mantenimiento: G_1^C . G_3^C	1.975	(2.58)	.148	No	-	-	=	+	+	+	+	+	+	Corrección de Cochran: diferencias significativas. $G_1^C > G_2^E$ (P=0.015) Corrección de síntesis: Diferencias significativas: $G_1^C > G_2^E$ (P=0.014) y $G_3^C > G_2^E$ (P=0.038)	Sí
H-4	Destrezas de cálculo	Calculadora-extensión: G_1^E No calculadora-extensión: G_2^C No calculadora-mantenimiento: G_3	5.479	(2.58)	.007	Sí $G_1^C > G_2^C$ (P=0.022) $G_1^E > G_2^C$ (P=0.003)	-	-	=	+	=	=	+	-	+	Inadecuabilidad del ANCOVA: contraste no paramétrico: Prueba de Welch: Diferencias significativas (P=0.0005)	Sí
H-5	Resolución de problemas aritméticos.	Calculadora-extensión: G_2^E No calculadora-extensión: G_2^C No calculadora-mantenimiento: G_1^C	1.9	(2.58)	.159	No	-	-	=	+	+	+	+	+	+	Corrección de Cochran: No diferencias significativas.	No

10.3.- Inserción metaanalítica de los hallazgos

Los hallazgos insertados en el modelo de resultados del metaanálisis de Hembree[1] (1984: 142-182) quedarían expuestos del siguiente modo:

Instrucción especial con calculadora: Curricula de diseño específico (orientado por la calculadora).

V. dependiente	V. independicte. Modalidades	Tamaño de efecto (ES)	Significación de los efectos ($\alpha = 0.05$)
1. Desarrollo cognitivo numérico.	Calculadora-mantenimiento vs. No Calculadora-mantenimiento.	$ES_{2-1} = 0.27$ $ES_{2-3} = 0.12$	= =
2. Numeración	Calculadora-mantenimiento vs. No calculadora-matenimiento.	$ES_{2-1} = 0.05$ $ES_{2-3} = 0.31$	= =
3. Cálculo mental	Calculadora-matenimiento vs. No calculadora-mantenimiento.	$ES_{2-1} = -0.5$ $ES_{2-3} = -0.02$	- -
4. Destrezas de cálculo	Calculadora-extensión vs. No calculadora-extensión. Calculadora-extensión vs. No calculadora-Mantenimiento No calculadora-extensión vs. No calculadora-mantenimiento.	$ES_{2-1} = 0.32$ $ES_{2-3} = 0.88$ $ES_{1-3} = 0.63$	= + +
5. Resolución de problemas.	Calculadora-extensión vs. No calculadora-extensión. Calculadora-extensión vs. No calculadora-mantenimiento. No calculadora-extensión vs. No calculadora-mantenimiento.	$ES_{2-1} = 0.42$ $ES_{2-3} = 0.41$ $ES_{1-3} = 0.037$	= = =
6. Rendimiento Matemático General	Calculadora-extensión vs. No calculadora-extensión. Calculadora-extensión vs. No calculadora-mantenimiento. No calculadora-extensión vs. No calculadora-mantenimiento.	$ES_{2-1} = 0.027$ $ES_{2-3} = 0.23$ $ES_{1-3} = 0.18$	= = =
7. Actitud hacia las Matemáticas.	Calculadora-extensión vs. No calculadora-extensión. Calculadora-extensión vs. No calculadora-mantenimiento. No calculadora-extensión vs. No calculadora-mantenimiento.	$ES_{2-1} = 1.06$ $ES_{2-3} = 0.4$ $ES_{1-3} = -0.39$	+ = =
8. Actitud hacia la calculadora.	Calculadora-extensión vs. No calculadora-extensión. Calculadora-extensión vs. No calculadora-mantenimiento. No calculadora-extensión vs. No calculadora-mantenimiento.	$ES_{2-1} = -0.41$ $ES_{2-3} = 0.39$ $ES_{1-3} = 0.72$	= = =

$ES_{13} = -0.15$

$ES_{13} = 0.25$

$ES_{13} = 0.81$

---

[1]: HEMBREE, R. (1984): Op. cit.

Para calcular el tamaño del efecto (ES) hemos usado las medias ajustadas de cada grupo y la desviación típica calculada por:

$$S = \frac{(n_E - 1)S_E^2 + (n_c - 1)S_C^2}{n_E + n_c - 2}$$

siguiendo las recomendaciones de Cohen[1] (1977: 20) y Hunter et al[2] (1982: 92) frente a la desviación típica del grupo de control referida por Glass et al[3] (1987: 107) o la desviación típica intragrupos ajustada. Tal desviación típica es un estimador menos sesgado que las dos anteriores, como Hedges[4] (1981: 137-140) ha demostrado, a causa de su menor error muestral y su mayor sensibilidad a la heterogeneidad de las varianzas.

10.4.- Conclusiones

Varias conclusiones se extraen de este estudio, a saber:

* El desarrollo cognitivo numérico no se ve deteriorado sin los alumnos se les enseña matemáticas con ayuda de calculadora. El temor a un retardo en el desarrollo cognitivo del sentido numérico no es justificado.

* El aprendizaje de la numeración no se deteriora si los alumnos se les enseña matemáticas

---

[1]: COHEN, J. (1971): **Stadistical power analysis for the behavioral sciences.** Academic Press. Nueva York.

[2]: HUNTER, J.E.; SCHMIDT, F.L. y JACKSON, G.B. (1982): **Meta-analysis: Cumulating finding across studies.** Sage Publications, Beverly Hills, Ca.

[3]: GLASS, G.V.; McGAW, B. y SMITH, M.L. (1981): **Meta-analysis in social research.** Sage Publications. Beverly Hills, Ca.

[4]: HEDGES, L.V. (1981): **Distribution theory for Glass's estimator of effect size and related estimators.** Journal of Educational Stadistics, 6.

con ayuda de calculadora aún no disponiendo de ésta en los exámenes.

* El cálculo mental es una destreza susceptible de deterioro si el programa de matemáticas escolares se desarrolla con concurso de la calculadora.

* La destreza de cálculo se ve altamente facilitada si el alumno dispone de calculadora para realizar todos sus desempeños (modalidad-extensión). Este hallazgo parece estar en concordancia con el anterior ya que el alumno confía en la fuerza de la máquina y descuida sus propias capacidades calculatorias.

* La resolución de problemas no se ve deteriorada si el alumno dispone en todo momento de calculadora (modalidad extensión). Es probable, incluso, que cuando los problemas necesiten destrezas de cálculo complejas, la calculadora puede aportar un mejor desempeño.

* El constructo "rendimiento matemático general" definido por la suma de las cuatro últimas variables no se deteriora si los alumnos siguen un programa de enseñanza de las matemáticas con ayuda de calculadora (en modalidad de mantenimiento en variables de numeración y cáculo mental y en modalidad de extensión en variables destrezas de cálculo y resolución de problemas).

* La actitud de los alumnos hacia las matemáticas mejora cuando éstos siguen un programa de enseñanza con calculadora en modalidad de extensión (uso de calculadora en exámenes) frente a alumnos que sólo se les facilita la calculadora en los exámenes.

* La actitud hacia la calculadora de los alumnos que siguen un programa de enseñanza de las matemáticas con calculadora en modalidad de extensión no se deteriora.

En definitiva: Un programa de enseñanza de las matemáticas escolares de 3er curso de E.G.B. con concurso de la calculadora en modalidad de extensión sólo produce leves efectos negativos en cálculo mental, efectos profúndamente positivos en destrezas de cálculo, positivos en actitud hacia las matemáticas y nulos en desarrollo cognitivo numérico, numeración, resolución de problemas, rendimiento matemático general y actitud hacia la calculadora.

10.5.- Calidad de los hallazgos

Los hallazgos relativos a cada hipótesis en curso se remiten a la lista de control de evaluación metaanalítica de informes propuesta por Hembree[1] (1984: 205-206) y expuesta en el apartado y de este estudio relativo a planteamiento del problema. Aunque esta tarea es más propia de un sintetizador o de un evaluador, este autor la acomete con cierta sentido crítico.

TABLA DE CONTROL DE CALIDAD DE LOS HALLAZGOS

Fases de la investigación	Rango de la calidad	Hipótesis							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1. Definición del problema	1 a 3	3	3	3	3	3	3	3	3
2. Descripción de la población	1 a 3	3	3	3	3	3	3	3	3
3. Procedimientos de muestreo	1 a 6	2	2	2	2	2	2	2	2
4. Control del error o calidad del diseño	1 a 6	6	6	6	1	6	4	3	3
5. Instrumentos	1 a 3	2	2	2	2	2	2	2	2
6. Análisis de datos	1 a 3	3	3	3	3	3	3	3	3
7. Conclusiones	1 a 3	3	3	3	3	3	3	3	3
8. Informe: examen crítico de la evidencia	1 a 3	3	3	3	3	3	3	3	3
Total estudio:	Max = 30 Min = 8	25	25	25	20	25	23	22	22

---

[1]: HEMBREE, R. (1984): Op. cit.

10.6.- Recomendaciones

Terminar un estudio recomendando "más investigación" sería caer en el tópico cuasi esquizofrénico habitual. Sin embargo siempre quedan acciones que nos hubiese gustado acometer y que en un principio no se atisvaran o preveyeron. En esta línea sería aconsejable acometer un estudio a mayor escala que considerase:

a) Profundizar en el nivel de la variable experimental: "currículum matemático orientado por calculadora" de tal suerte que se optimizase en mayor medida. Este sentido, hacer un análisis de las posibles secuencias didácticas, adecuar el contenido diferenciando aún más entre hechos numéricos básicos y no básicos, estructurar el cálculo mental diferenciando entre exacto y aproximado que parece deteriorado por el tratamiento experimental y ofertar de un modo más estandarizado de tratamiento mediante cuadernos de trabajo articulados serían acciones que presumiblemente optimizarían/ maximalizarían la varianza experimental.

b) Sería deseable acometer una investigación más amplia sobre impacto que contemplase:

  .- Una apertura en el sentido de incorporar más unidades de análisis.

  .- La posibilidad de aplicar la aleatorización en mayor grado no a los sujetos participantes (profesores y alumnos) sino a los grupos-clase participantes.

c) Mejorar los instrumentos de medida en el sentido de dotarlos de un mayor grado de validez constructual y de un mayor tamaño. En este estudio aletea un presunto efecto "techo" de aquellos instrumentos cuyo número de items es corto (12 o menos).

d) Incorporar un diseño más rico, mas no por ello más complejo como podría ser un diseño factorial (2 x 2) que contemplase los dos niveles/modalidades de las variables independientes; a saber:

R	Currículum tradicional	Currículum calculadora
Disponibilidad de calculadora en exámenes (extensión)	G_1	G_2
No disponibilidad de calculadora en exámenes (mantenimiento)	G_3	G_4

Este diseño posibilitaría unos hallazgos, a nivel de efectos específicos e interactivos, más consistentes. Se trataría de un diseño completamente.azarido (grupos clases como unidades de análisis) de dos factores, cada uno con dos niveles, y una covariable (Véase Tejedor[1], 1984: 212-222).

c) Informar al profesorado sobre las posibilidades que el uso de calculadora tiene en educación matemática primaria, haciéndole partícipe de las realizaciones actualizadas y animarle a incardinarse en investigación de campo más amplia y enriquecedora que este estudio, iniciático y solitario.

---

[1]: TEJEDOR, F.J. (1984): Op. cit.

BIBLIOGRAFIA

REFERENCIAS: CALCULADORA

AAMT (1988): **A National Statement on the Use of Calculators for Mathematics in Australian Schools.** Edita Curriculum Development Centre y The Australian Association of Mathematics Teachers, Inc. Camberra. Informe presentado al ICME-6, Budapest.

AGUADO, R.; BLANCO, A. y ZAMARREÑO (1982): **Las calculadoras en el aula.** Anaya. Madrid.

ALBRECHT, R.L. (1973): **The role of electronic computers and calculators in Mathematics Instruction.** Contenido en "34 NCTM Yearbook: Instructional Aids in Mathematics", E.L. Berger, (editor). NCTM.

APMEP (1983): **Utilisation de la touche ÷ dans un CM2.** En "Calculatrices. 4. Operations", nº 31, APMEP.

APMEP (1982): **Quelques apports de l'Informatique a l'Enseignement des Mathematiques.** Publication de l'Association des Professeurs de Mathematiques de l'Enseignement Public, nº 20.

APMEP (1983): **Calculatrices. 4 Operations (Elementaire et Premier Cycle).** Publication de l'Association des Professeurs des Mathematiques de l'Enseignement Public, nº 31, Deuxieme edition.

ARENS, E. (1977): **Der taschenrechner als hilfsmittel zum einmaleing-lernen.** Contenido en "Schriftliche Hausarbeit zur ersten staatprüfung das lehramt an der grundschule und hauptschule". TIM. Münster, PH.

ARENS, E.; MEISSNER, H. y VOGT, Ch. (1978): **Taschenrechner in dir grundschule.** Der Mathematikunterricht, vol. 24, nº1.

AVIV, Ch. A. (1979): **Patterns gazing.** En "Calculator. Readings from AT & MT", (1979). NCTM. Reston, Va.

BARHAM, J. (1985): **Large numbers and small calculators in the Primary School.** Mathematics in School, 14, may.

BARTALO, D.B. (1983): **Calculators and problem solving: They are made for each other.** Arithmetic Teacher, 30, 5, january.

BARTCH, R. y MALLET, J.J. (1985): **Math Motivators: Puzzles, games, Bulletin Boards and Special Motivators, Grades 1-3 and 4-6.** Scott, Foresman & Co. Glenview, Ill.

BARTUSIAK, M.T. (1978): **Calculatoritis.** Science News, 114, 18, november.

BEARDSLEE, E.C. (1978): **Teaching computational skills with a calculator.** En "39 Yearbook, NCTM. Developing Computational Skills", M.N. Suydam y R.E. Reys (editores). NCTM. Reston. Va.

BEDORET, M.; HORLAIT, B. y PAPY, F. (1981): **Routes flechées et calculateur electronique.** Mathématique et Pédagogie, 30.

BELL, A; McINTOSH, A.; BURKHARD, T. y MOORE, G. (1978): **A calculator experiment in primary school.** Shell Centre for Mathematical Education. University of Nottingham. Nottingham. U.K.

BELL, M.; ESTY, E.; PAYNE, J.V. y SUYDAM (1977): **Hand-held calculators: Past, present and future.** Contenido en "38 NCTM Yearbook: Organizing for Mathematics Instruction", F.J. Crosswhite (ed) NCTM. Reston, Va.

BELL, M.S. (1976): **Calculators in elementary school? Some tentative guidelines and questions based on classroom experience.** Arithmetic Teacher, 24, november. También en "Calculators. Readings from A.T. & M.T.", (1979). NCTM. Reston, Va.

BERLIN, D.F. y WHITE, A.L. (1987): **An instructional model for integrating the calculator.** En "Calculator. (Focus Issue)", Arithmetic Teacher, 34, 6, february.

BIRTWHISTLE, C. (1974): **Some further comments on electronic calculators.** Mathematics Teaching, 66, march.

BIRTWHISTLE, C. (1977): **The electronic calculator.** Elliot Right Way Books. London.

BITTER, G. (1977): **The calculator and the curriculum.** Teacher, 94, february.

BITTER, G. y METOS, T.H. (1977): **Exploring with pocket calculators.** Julian Messner Inc. New York.

BITTER, G.G. (1977): **Calculator power. Book 1-6.** EMC Corporation. St. Paul, Minnesota.

BLAKELAY, B. (1980): **All the sevens.** Mathematics in School, 9, 3. También en "Calculators in the Primary School. Readings from MT y MIS" (1984). Edita ATM y M.A. Derby.

BLAKELAY, B. (1980): **One plus.** Mathematics in School, 9, 2. También en: "Calculator in the Primary School. Readings from MIS & MT". (1984). Edita ATM y MA. Derby.

BLAKELEY, B. (1979): **Palindromes.** Mathematics in School, 8, march.

BLAKELEY, B. (1984): **Calculators corner.** En "Calculators in the Primary School. Reading from MIS & MT". (1984). Edita ATM y AM. Derby.

BLOOMSTRAND, N.L. (1984): **Kids with computers: An enrichment program for elementary school children.** Arithmetic Teacher, 31, january.

BRIGHT, G. (1978): **Ideas.** Arithmetic Teacher, 25, 6, february.

BROWN, K. (1978): **Individualized calculators.** NCTM Newsletter, 9, march.

BRUNI, J.V. y SILVERMAN, H.J. (1976): **Let's do it. Taking advantage of the hand calculator.** Arithmetic Teacher, 23, november.

BUCKEL, F.W. (1975): **Rechnen mit Stab und Taschenrechner.** Hueber & Holzmen Verlag. Munich.

BUCKWALTER, L. (1975): **100 ways to use your pocket calculator.** Fawcett Publications Inc. Greenwich, Connecticut.

BUCKWALTER, L. (1975): **How to make use of a mini-calculator.** Mechanix Illustrated, 71, february.

CALCULATOR INFORMATION CENTER-C.I.C.- (1977): **Information bulletins.** Nºs 1-7. ERIC ED 171574.

CANALS, M.A. (1986): **El càlcul mental i la calculadora.** 1°/2° y guia/solucionari. EUMO Editorial.Vic.

CAPOFERI, A. (1977): **Local district field studies support the use of hand calculators in the classroom.** Mathematics in Michigan, 16, may.

CHINN, W.G.; DEAN, R.A. y TRACEWELL, T.N. (1978): **Arithmetic calculators: How to deal with Arithmetic in the calculator age.** W.H. Freeman & Co. San Francisco.

CHISTNELL, M.D. (1984): **Calculators in Suffolk schools. (Research Paper, nº 14).** Suffolk Country Council Education Department. Lowestoft.

COBURN, T.G. (1987): **Ideas.** En "Calculators. (Focus Issue)", Arithmetic Teacher, 34, 6, february.

COLERA, J. (1987): **La calculadora.** Nuestra Escuela. 91, noviembre.

COMSTOCK, M. y DEMANA, F. (1987): **The calculator is a problem-solving concept developer.** En "Calculator. (Focus Issue)", Arithmetic Teacher, 34, 6, february.

CONROY, J. (editor) (1986): **Teaching with Calculators k-6.** Primary Association for Mathematics. Darlinghurst. Aus.

COX, C. (1983): **Question to provoke discussion.** Mathematics in School, 12, 3. También en "Calculators in the Primary School. Readings from MIS & MT", (1984). Edita ATM y MT. Derby.

CRAIG, E. (1978): **Calculator activities.** Mathematics in Michigan 18, september.

D'AMBROSIO, U. (1978): **Issues arising on the use of hand-held calculators in school.** International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 9. También ERIC: ED 144 814.

DAVIES, B. (1981): **Using calculators with juniors.** Mathematics Teaching, 93. También en "Calculators in the Primary School. Readings from MIS & MT", (1984). Edita ATM y MT. Derby.

DAVIES, P. (1978): **Problem solving experiences with a calculator.** Calculators/Computers, 2, may.

DENMAN, T. (1974): **Calculators in class.** Instructor, LXXXIII, februry.

DÖRFLER, W. (1979): **Bericht über Taschenrechner-Einsatz an Österreichs Schulen.** Manuskript. Klagenfurt.

DRAKE, P. (1978): **Calculators in the Elementary Classroom.** Arithmetic Teacher, 25, march.

DUEA, J. y OCKENGA, E. (1987): **Problem solving. Tips for teacher.** En "Calculator. (Focus Issue)". Arithmetic Teacher, 34, 6, february.

DUEA, J.; IMMERZEEL, G.; OCKENGA, E. y TARR, J. (1980): **Problem solving with calculator.** En "41 Yearbook NCTM. Problem Solving in School Mathematics", S. Krulik y R. Reys (eds). NCTM. Reston. Va.

EDK (1978): **Der Taschenrechner im Mathematikunterricht der Obligatorischen Schulzeit und seine Auswirkung auf die Lehrpläne.** (Mathematik-Forum III, Chur, 1977). Informations bulletin NR. 18a, september.

EDWARDS, A. (1982): **The hand-held calculators in a third world country: Numerancy Project of Papua.** New-Guinea. ERIC ED 222381.

EGBERT, W.E. (1977): **Personal calculator algorithmics square roots.** Hewlett-Packard Journal, 28, 9.

ELDER, M. (1975): **Minicalculators in the classroom.** Contemporary Education, 47, fall.

ENGEL, A. (1979): **El papel de las calculadoras de bolsillo.** En "Nuevas tendencias en la Enseñanza de las Matemáticas", Vol. 4. UNESCO. Paris.

ENGLERT, R. (1977): **Unwendung von dezimalzahlen in zahlen beliebiger basis und ungekehrt.** Electronic, 7.

ETLINGER, L. (1974): **The electronic calculator: A new trend in Mathematics.** Educational Techonology, 14, december.

ETLINGER, L. y VITALE, M. (1977): **Calculator activity book: motivating activities to a greater understanding of mathematics.** Educational Teaching Aids. Chicago.

ETLINGER, L.; KRULL, S.; SACHS, J. y STOLARZ, T.J. (1981): **The calculator in the**
FREE, J.R. (1975): **Now there's a personal calculator for every purse and purpose.** Popular
classroom: Revolution or revelation. Contenido en "Calculators, Computers and
Science, CCVI february.
Classrooms", J.L. Higgins y V. Kierschner (eds). ERIC-SMEAC. The Ohio State

University. Columbus, Oh.
FRENCH, D. (1977): **A square root algorithm.** Mathematics Teacher, 79, june.

FALLBECK, P.D. (1983): **The use of hand-held calculators in the instruction of addition**
FRENZEL, L.E. jr. (1975): **Ninety-nine ways to know and use your electronic calculator.**
combinations with retarded adults. (E.D. University of Northem Colorado). DAI 43-
Howard H. Same and Co. Indianapolis.
A, july.

FRIESEN, Ch. D. (1976): **Check your calculators computations.** Arithmetic Teacher, 24,
FELDZAMEN, A.N. y HENLE, F. (1973): **The calculator handbook.** Berkley Publishing
december. También en "Calculators. Readings from AT & MT", (1979) NCTM.
Co. New York.
Reston. Va.

FEoLL, editor, (1977): **Bericht uber Taschenrechner im Unterrieht.** FEoLL, Pohlweg, 55,
FRYE, J.T. (1972): **Versatile pocket calculators.** Electronics 1, may.
479. Paderborn.

GANZ, R. (1977): **Eine anwendung der wurzelautomatik des taschenzechners.** Praxis der
FIELKER, D. (1973): **Electronic Calculators: A changing situation.** Mathematics Teaching,
Mathematik, Heft 3/Jag. 19, märz.
65, september.

GARDNER, M. (1976): **Mathematical games: Fun and serious business with the small**
FIELKER, D.S. (1986): **Usando las calculadoras con niños de 10 años..** Traducción del
electronic calculators. Scientific American, 235, july.
original en inglés: "Ussing a calculator with upper juniors", (1985). Generalitat

Valenciana. Conselleria de Cultura Educació i Ciencia. Valencia
GAWRONSKI, J.D. y COBLENTZ, D. (1976): **Calculators and the mathematics curriculum.**

The Arithmetic Teacher, 23, november. También en "Calculators. Readings from AT
FISHER, W.B. y JONES, J.N. (1982): **Large numbers and the calculator.** Contenido en
& MT", (1979).NCTM. Reston, Va.
"43 Yearbook NCTM. Mathematics for the Middle Grades (5-9)". L. Silvey Y J.R.

Smart (editores), NCTM. Reston. Va.
GELLER, K. (1978): **Rechnen mit electronischen Taschenrechnern.** Fischer-Taschenbuch.

Frankfurt.
FLEISCHHAVER, P. (1977): **Aufgaben lösen un spiele mit dem taschenrechner.** Falken

Fernseh-Begleitbuch, Falken-Verlag. Niederhausen.
GIBB, E.G. (1975): **My child wants a calculators.** NCTM Newsletter, XII, december.

GILBREATH, C.; HUBER, J. y MYERS, A. (1978): **Columbus Calculator Project.** (ESEA Title IV-C). Columbus, Oh.

GIRLING, g.M. (1977): **Toward a definition of basic numeracy.** Mathematics Teaching, 81. También en "Calculators in the Primary School. Readings from MS & MT". (1984) Edita ATM y MT. Derby.

GOOD HOUSEKEEPING (1974): **Should your child use a calculators?** nº. CLXXXIV, february.

GOODHUE, J.F. (1978): **Calculator crossword puzzle.** Mathematics Teacher, 71, april. También en "Calculators. Readings from AT & MT", (1979). NCTM. Reston. Va.

GRAHAM, A. (1982): **Calculators games in Primary School.** Mathematics Teaching, 101, 4. También en "Calculators in the Primary School. Readings from MT & MIS", (1984) Edita ATM y MT. Derby.

GRAHAM, A. (1983): **A question of logic: Three things you should know about your calculator.** Mathematics in School 13, 2: También en "Calculators in the Primary School. Readings from MIS & MT", (1984). Edita ATM y MT. Derby.

GREENWOOD, J. (1977): **A product of our times.** Mathematics Teacher, 70, march.

GREGORY, C.A. (1981): **Electronic calculators in the elementary mathematics curriculum.** Centre for Studies in Science Education. University of Leeds.

GREGORY, J.W. (1977): **Use the calculator for drill.** Instructor, 86, april.

GRUPO AZARQUIEL y COLERA, J. (1983): **La calculadora de bolsillo como instrumento pedagógico.** Ediciones Cantoblanco. ICE Universidad Autonoma. Madrid.

HAIGHY, G. y BAILEY, A. (1984): **Nuffield maths: Electronic calculator.** Teacher's Handbook. Longman. Hong-Kong.

HARRINGTON, T. (1976): **Those hand-held calculators could be a blinking use tools for schools.** The American School Board Journal, 163.

HAWTHORNE, F.S. (1973): **Hand-held calculators: help o hindrance?** Arithmetic Teacher, 20, december.

HAYLOCK, D. (1982): **The mathematics of a dud calculator.** Mathematics Teaching, 101. También en "Calculators in the Primary School. Readings from MIS & MT", (1984). Edita ATM y MT. Derby.

HEDREN, R. (1979): **Hand calculators and mathematis in primary schools.** Contenido en "Prospects" 9, 3. En "Mathematics for Real Life", UNESCO, París y en ERIC: ED 182 183.

HEDREN, R. (1979): **Las calculadoras de mano y las Matemáticas en la Escuela Primaria.** Contenido en "Perspectivas". UNESCO. París.

HERGET, W.; HISCHER, H. y SPERNER, P. (1978): **Taschenrechner und Rechenstab in Mathematikunterricht. Eine aktuelle Schüler-und Lehrerbefragung.** Praxis der Mathematik, Heft 7/Sg 20, julio. Aulis Verlag Deubner & Co. KG. Colonia.

HERSBERGER, J. y WHEATLEY, G. (1980): **A proposed model for gifted elementary school mathematics program.** Gifted Child Quarterly, 24, 1, winter.

HIATT, A. (1977): **A geometry problem for hand-held calculators or computers.** Calculators/Computers, 1, may.

HIATT, A.A. (1987): **Activities for calculators.** En "Calculator. (Focus Issue)", Arithmetic Teacher, 34, 6, february.

HIRST, K. (1980): **Significant figures.** Mathematics in Schools, 9, 5.

HOBBS, B.F. y BURRIS, Ch. H. (1978): **Minicalculators and repeating decimals.** Arithmetic Teacher, 25, 8, april.

HOPKINS, E.E. (1976): **A modest proposal concerning the use of hand calculators in school.** Arithmetic Teacher, 4, december. También en "Calculators. Readings from A.T. y M.T". (1979). NCTM. Reston, Va.

HOUBEN, J.P. y VANHAMME, W. (1982): **La calculatrice dans le cycle inferieur.** Mathématique et Pédagogie, 39.

HUNTER, W.L. (1974): **Getting the most out of your electronic calculator.** Tab Broks. Blue Summit, Pennsylvania.

HUTTON, L. (1978): **Calculator calisthenics.** Arithmetic Teacher, 26, november.

IMMERZEEL, G. (1976): **77 ideas for using the Rockwell 18R in the classroom.** Rockwell International Co. Anaheim, Ca.

IMMERZEEL, G. (1976): **It's 1986 and every student has a calculator.** Instructor, 85, april.

IMMERZEEL, G. (1976a): **The hand-held calculator.** The Arithmetic Teacher, 23, april. También en "Calculators. Readings from AT & MT", (1979).NCTM. Reston. Va.

IMMERZEEL, G. y OCKENGA, E. (1977): **Calculator activities for the classroom. Book 1 and 2.** Creative Publications. Palo Alto, Ca.

INDIANA DPI (1977): **Minicalculators in mathematics classes.** Contenido en "Mathematics Guidelenes". Indiana Department of Public Instruction. Bloomington.

IOWA (1975): **Calculator handbook.** Mathematical Problem Solving Project. ERIC ED 161 758

IOWA PROJECT (1975): **Problem solving: Opening the door using the mini-calculator.** Mathematical Problem Solving Project. University of Northern Iowa. ERIC ED 161 759.

IREM - LORRAINE (1978): **Informatique et vie quotidienne: Une enquête.** Disponible en IREM Nancy-Metz. Contenido en "Calculatrices. 4 Operations. Elementaire et premier cycle, (1983).APMEP, 31, 2eme ed.

IVON, B.R. (1987): **A compelling case for calculators.** En "Calculator. Focus Issue", Arithmetic Teacher, 34, 6, february.

JACOBS, R.F. (1977): **Problem solving with the calculator.** Jacobs Publishing Co., Inc. Phoenix, Arizona.

JÄGER, R.(1974): **Rechenstab und Electronic-Rechner.** Aristo (Hrsg), Heft 39, September.

JANOTA, C.P. (1977): **Powerful calculators for blind.** Electronic Design, 25, 5.

JOHNSON, D. (1983): **La informática: Implicaciones de las calculadoras y de las computadoras para la Matemática de la Escuela primaria.** Contenido en "Estudios en Educación Matemática". Vol. IX-3, R. Morris (ed) UNESCO. París.

JOHNSON, D.C. (1978): **Calculators: Abuses and uses.** Mathematics Teacher, 85, 4. También "Calculators in the Primary School. Readings from MIS & MT". (1984). Edita ATM y MA. Derby.

JOHNSON, D.C. (1981): **Calculator exploración for concept reinforcement.** Mathematics Teaching, 95, june. También en "Calculators in Primary School. Readings from MIS & MT", (1984).Edita ATM y MA. Derby.

JONES, C. (1981): **72 x 49.** Mathematics Teaching, 24. También en "Calculators in the Primary Schools. Readings from MIS & MT", (1984). Edita ATM y MA. Derby.

JUDD, W. (1976): **Instructional games with calculators.** Arithmetic Teacher, 26, november. También en "Calculator. Readings from AT & MT", (1979).NCTM. Reston, Va.

JUDD, W. (1977): **Problem solving kit for use with a calculator.** Science Research Associates. Chicago.

KAUFMAN, B. y HAAG, V.H. (1977): **New math or old math? The wrong question.** Arithmetic Teacher, 24, april.

KANSKY, B. (1987): **The calculator-based curriculum: Deceased or just in "suspended automation?.** Contenido en "Calculator (Focus Issue)", The Arithmetic Teacher, 34, 6, february.

KEPNER, H.S. (1976): **The impact of the minicalculator on the curriculum.** University of Wisconsin. Milwaukee (Comunicación al 3^{er} ICME).

KESSNER, A. y SLESNICK, T. (1978): **Myths about calculators in the schools.** Calculators/Computers, 2, september/october. También en "Calculators, computers and classroom", (1981). J.L. Higgins y V. Kirschner (eds). ERIC-SMEAC. The Ohio State University. Columbus, Oh.

KILMER, J.E. (1978): **Periodic decimal discoveries with a calculator.** Journal of California Math Council, 3, october.

KNOWLES, F. (1979): **Coloured rods, a calculator and decimals.** Mathematics Teaching, 86. También en "Calculators in the Primary School. Readings from MIS & MT", (1984). Edita ATM y MT. Derby.

KOOP, A.J. (1981): **The calculator revolution: Potencial roles for elementary teacher educator.** Australian Mathematics Teacher, 7

KRIEBEL, H. (1977): **Taschenrechner in der schule-wird das kopfrechnen abgeschft?** ELO, 6.

KRIST, B.J. (1980): **Uses of calculators in mathematic.** Bulletin, nº8, september. Calculator Information Center, The Ohio State University. Columbus, Ohio.

KURTZ, R. (1983): **Teaching place value with calculator.** En "44 Yearbook NCTM. The agenda in action", G. Shufelt y J.R. Smart (editores). NCTM. Reston , Va.

LANGDON, W. y DAVIES, G. (1983): **Practice your calculator skills.** Usborne electrics. Londres.

LANGE, B. (1979): **Scheneller kopfrechnen mit der taschenrechner.** Sachunterricht und Mathematik in der Grundschule (Primarstule), 11, november.

LEWIS, M. (1977): **Should Johnny learn math with a calculator?** Family Circle, XC, january.

LEWIS, P. (1974). **Minicalculators have maxi-impact.** Nation's Schools, 93, may.

LICHTENBERG, B.K. (1981): **Calculators for kids who can't calculate.** School Science and Mathematics, 81, february. También en "Calculators, Computers and Classroom", (1981), J.L. Higgins y V. Kirschner (eds). ERIC-SMEAC. The Ohio State University. Columbus, Ohio.

LICHTENBERG, D.R. (1978): **Minicalculators and repeating decimals.** Mathematics Teacher, 71, 1, september.

LILLY, M.W. (1987): **By way of Introduction. (Editorial).** Contenido en "Calculator. (Focus Issue)", Arithmetic Teacher, 34, 6, february.

LITWILLER, B.H. y DUNCAN, D.R. (1977): **Calculations you never make without a minicalculator.** Mathematics Teacher, 70, november. También en "Calculators. Readings from AT & MT", (1979). NCTM. Reston. Va.

LONDON BOROUGH OF CROYDON (1983): **Calculators, Cockcroft and Croydom children.** Borough of Croydon. Londres. Cambridge University Press. Cambridge. U.K.

LONDON BOROUGH OF MORTON (1984): **Some lessons with calculators.** Borough of Morton. Londres.

LOTT, J. y BILLSTEIN, R. (1978): **Activities using the hand-held calculator.** University of Montana, Mathematics Department. Missoula, Mo.

MAASSEN, V. (1976): **Taschenrechner konvertiert dualzahlen in dezimalzahlen.** Elektronic, 7.

MAOR, E. (1978): **A children's summer course with the TI-57 programmable calculator.** University of Wisconsin-Eau Claire, october. Citado en Suydam (1979).

MATZGE. W. (1976): **Vorschläge für den Einsantz des Taschenrechners.** Arbeitspapier FEoLL. Paderborn.

MAZOOMDAR, A. (1982): **Some properties of recurring decimal.** Mathematics in School, 11, 1. También en "Calculators in the Primary School. Readings from MIS & MT", (1984). Edita ATM y MT. Derby.

McKINNEY, J. (1974): **Great calculator debate.** Nations Schools and Colleges, 1, december.

McNICOL, S. y Le MAISTRE, C. (1981): **Problem solving with calculators in elementary schools mathematics.** Report to the Protestant School Board of Greater Montreal. Faculty of Education, McGill University, Quebec.

McWHORTER, E.W. (1976): **The small electronic calculators.** Scientific American, CCXXXIV, march.

MEISSNER, G. (1977): **Taschenrechner report.** Zentralblatt zür Didaktik der Mathematik, 9, june. Klett Verlag. Stuttgart.

MEISSNER, H. (1977): **Der taschenrechner als methodisches hilfsmittel im kindergarteu, im der Grundschule und im der Hauptschule.** TIM. Münster.

MEISSNER, H. (1978): **Project TIM /5/12. Taschenrechner im mathematikunterricht für 5-bis-12-Jährige.** Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 10, 4, Klett Verlag. Stuttgart.

MEISSNER, H. (1978): **Vorschalage zum taschenrechnereinsatz bis klase 7.** TIM. Münster.

MEISSNER, H. y LANGE, B. (1977): **Erlasse "Tascherechner in Mathematikunterrieht".** Der mathematische und naturwissenchaftliche Unterricht, Heft 3/Sg. 30 abril. Ferdinand Dümmler's Verlag. Bonn.

MELLON, J.A. (1986): **Calculator based units in decimals and percents.** (ED. Columbia University Teacher College). DAI, 46/03-A

MEYER, P.I. (1980): **When yor use a calculator you have to think!** Arithmetic Teacher, 27, january. También en "Calculators, Computers y Classrooms", (1981), J.L. Higgins y V. Kirschner. (editores). ERIC-SMEAC. The Ohio State University. Columbus, Oh.

MILLER, D. (1979): **Calculator explorations and problems.** Cuisinaire Company of America Inc. New Rochelle. New York.

MINISTERO DELLA PUBBLIA INSTRUZIONE (1979): **Programmi, orari di insegnamento e prove di esame per la scuola meida.** Gazzetta Ufficiale, nº 50, 20/11-79 (I).

MOHYLA, J. editor (1984): **The role of Technology.** Report of Theme Group 3. Actas del ICME V. Adelaida. Australia.

MORRIS, J. (1981): **How to develop problem solving using calculators?** NCTM. Reston, Va.

MORRIS, J.P. (1978): **Problem solving with calculators.** Arithmetic Teacher, 25, april. También en "Calculators. Readings from AT & MT", (1979). NCTM. Reston. Va.

MORSUND, D. (1979): **It's OK to use calculators** (A message to elementary school teachers). Computing Teacher, 6, may.

MORSUND, D. (1981): **Calculators in the classroom.**(The Grey Book). John Wiley and sons. New York.

MT- Editorial Panel (1974): **Where do you stand? Computational skill is passe?** Mathematics Teacher, 67, october.

MÜLLER, K.P. (1978): **Lehreraus-und Fortbildung für den Taschenrechnereinsatz.** Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 10, 3, September. Ernst Klett Verlag. Stuttgart.

MULLISH, H. (1974): **How to get the most out of your pocket calculator.** Colliers Books, New York.

N.C.T.M. (1978): **Minicalculator information resources.** Reston. Va.

NCTM (1984): **The Impact of Computing Technology in School Mathematics.** Report of an NCTM Conference. Reston, Va.

NCTM (1986): **NSF Awards $5 million to explore wide calculator/computer use: a calculator in every hand.** News Bulletin, november. Reston, Va.

NCTM (1987): **A position statement: Calculators in the Mathematics classroom.** Arithmetics Teacher, 34, 6, february. NCTM. Reston, Va.

NCTM (1987): **Calculators in the Mathematics Classroom. A position statement on.** Contenido en "Calculators. (Focus Issue)", The Arithmetic Teacher, 34, 6, february.

NCTM INSTRUCTIONAL AFFAIRS COMMITTEE (1976): **Minicalculators in the school.** Arithmetic Teacher, 23, january, y Mathematics Teacher, 69, january.

NEIDLINGER, E. (1977): **Einsatzmöglichkeiten des taschenrechners im matematikunterricht der grund- und hauptschule.** Zulassungsarbeit zur 1. Dienstprüfung. Weingarten, PH.

NUFFIELD MATHEMATICS GROUP (1984): **Electronic calculators.** Teacher's Handbook. Longman Group Ltd. Hong-Kong.

OCKENGA, E. (1984): **Chalk up some calculator activities for rational numbers.** Arithmetic Teacher, 31, 6, february.

OCKENGA, E. y DUEA, J. (1979): **Ideas.** Arithmetic Teacher, 26, february. También en "Calculators. Readings from AT & MT", (1979). NCTM. Reston. Va.

OCKENGA, E. y DUEA, J. (1985): **Estimate and calculate.** Mathematics Teacher, 78, january.

OLIVER, A.I. (1987): **Die sakrekenaar as medium tot vernuving van die wiakunderkurrikulum op skoolvlak.** Research Unit for Mathematics Education. Stallenbosch (S.A.).

OLIVIER, A.I. (1988): **The future of pencil and paper algorithms in the arithmetic curriculum.** Pythagoras, 17, may.

OPEN UNIVERSITY (1982): **Calculators in the primary school.** O.P. Milton Keynes.

OUNSTED, J. (1978): **Pocket calculators and recurring decimal.** Mathematics Teaching, 82, march.

PAGNI, D.L. (1986): **Calculators mathematics project.** Los Angeles (CAMP-LA). NSF Grant Nº MDR-86-51616. Washington.

PAGNI, D.L. y WIEBE, J.W. (1988): **Calculators and Elementary School Mathematics.** Informe presentado al ICME-6. En "Proceedings: ICME-6", A. y K. Hirst, (editores). Janos Bolyai Mathematical Society. Budapest.

PALLAS, N. y BEHR, J. (1986): **Calculator puzzles, tricks and games.** Sterling Publishing Co. Inc. New York.

PALLISTER, J. (1978): **Recurring decimals-yet another algorithm.** Mathematics Teaching, 83. También en "Calculators in the Primary School. Readings from MIS & MT", (1984). Edita ATM y MA. Derby.

PALMER, H.B.A. (1978): **Minicalculators in the classroom. What do the teacher thinkg?.** Arithmetic Teacher, 25, may. **También** en "Calculators. Readings from AT & MT". (1979). NCTM. Reston. Va.

PARKS, T.E. (1975): **Minicalculators: Opportunity** or **Dilema?** Bulletin of the Kansas Association of Teacher of Mathematics, 49, april.

PENDLETON, D. (1975): **Calculators in the classroom.** Sciences News, CVII, march.

PLUNKETT, S. (1984): **Decomposition and all that rot.** En "Calculators in the Primary School. Readings from MIS & MT", (1984). Edita ATM y MT. Derby.

PORTER, S. (1976): **Spending your money.** Ladies Home Jounal, XLIII, september.

PRENZIOLI, C. (1984): **Máquina calculadora: sus secretos.** Mitre, Barcelona.

QUADLING, D. (1975): **A nation of button pushers.** Mathematics in School, 4, may.

RATHMELL, E.C. y LEUTEINGER, L.P. (1981): **Classroom activities for able students: In kindergarten, first and second grades.** Arithmetic Teacher, 28, 6, february.

REY, R.E. (1980): **Calculators in the Elementary Classroom: How can we go wrong!.** Arithmetic Teacher, 28, 3, november.

REYS, B.J. y REYS, R.E. (1987): **Calculators in the classroom: How can we made it happen?** En "Calculator. Focus Issue", Arithmetic Teacher, 34, 6. february.

REYS, R.E.; BESTGEN, B.B.; COBURN, T.G.; SCHOEN, H.L.; SHUMWAY, R.J.; WHEATLEY, G.H.; WHEATLEY, Ch.L.; WHITE, A.L. y MARCUCI, R. (1980): **Keystrokes: Calculator activities for young students. Book 1: Addition and substraciton. Book 2: Multiplication and division. Book 3: Exploring new topics.** Creative Publications, Inc. Palo Alto, Ca.

RIXECKER, H. (1974): **Rechenstab und Taschenrechner im Schulberich.** Faber-Castell (Hrsg), Heft, 16.

ROGERS, J.B. (1978): **Using calculators for problem solving.** Calculators/Computers, 2, march.

ROGERS, J.J. (1976): **The Electronic Calculator-Another Teaching Aid.** Arithmetic Teacher, 24,3 november. También en "Calculators. Readings AT y MT", (1979). NCTM. Reston, Va.

ROGERS, J.T. (1957): **The calculating books: Fun and games with your pocket calculator.** Random House. New York.

ROMANOVSKIS, T. (1984): **Microcalculadoras (en ruso).** Zvaigzne. Riga (URSS)

RUDNICK, J.A. y KRULIK, S. (1976): **The minicalculator: friend or foe?** Arithmetic Teacher. 23, april.

SAUNDERS, H. (1980): **When are we ever gonna have to use this?.** Mathematic Teacher, 73.

SAXON, J. (1987): **Say no to calculators in elementary schools.** En "Calculators. Focus Issue)", Arithmetic Teacher, 34, 6, february.

SAXON, J. (1987): **Why Saxon elementary books say no to calculators.** En "Calculators. Focus Issue", Aritmetic Teacher, 34, 6, february.

SCHAFER, P.B.; BELL, M.S y CROWN, W.D. (1975): **Calculators in some classrooms. A preliminary look.** The Elementary School Journal, 76.

SCHLOSSBERG, E. y BROCKMAN, J. (1977): **The kid's pocket calculator game book.** William Morrow. New York.

SCHMALZ, R. (1978): **Calculator capers.** Mathematics Teacher, 71, may.

SCHMALZ, R. (1978): **Calculators: What diference will they make?.** Arithmetic Teacher, 26, december.

SCHMEISSER, B. (1975): **Über Zusammenhänge Zwischen Taschenrechnern und Lernmotivation.** Unterrichtversuch im 7. Schuljahr Zulassungsarbeit zur 1. Dienstprüfung. PH, Esslingen.

SCHOEN, H.L. (1987): **Estimation and mental computation.** En "Calculators. (Focus Issue)", Arithmetic Teacher, 34, 6, february.

SCHOOLS COUNCIL (1983): **Calculators count.** Collins Educational. Londres.

SCHULTZ, J.E. (1978): **Using a calculator to do Arithmetic in bases other than ten.** Arithmetic Teacher, 26, september.

SCHWIRTZ, W. (1977): **Zur pädagogischem und curricularem dimension des taschrechners im Matematikunterricht.** Neue Unterrrichtpraxis, Heit 1/Jg. 10, januar.

SCONIERS, S. (1988): **UCSMP Calculator Program for first and second grades.** Comunicación al IMCE-6 Budapest. En "Proceedings ICME-6", A. y K. Hirst (eds). Janos Bolyai Mathematical Society. Budapest.

SCOTT, D.E. (1978): **Finding roots with a four-function calculator.** Calculators/Computers, 2, january.

SELDEN, W. y JORGENSEN, C.E. (1981): **Business classroom and laboratory equipment.** Business Education Forum, 35, january.

SHUMWAY, R.J. (1976): **Hand-held calculators: Where do you stand?.** Arithmetic Teacher, 23, 3. november.

SMP (1979): **Discover how to use your electronic calculator.** Cambridge University Press. Cambridge. U.K.

SPIKER, J. y KURTZ, R. (1987): **Teaching primary-grade mathematics skills with calculator.** En "Calculator. (Focus Issue)", Arithmetic Teacher, 34, 6, february.

STEPHEN. J.S. y TRUEMAN, R.W. (1977): **Calcu-math.** Scholar's choice. New York.

STOLOVICH, H. (1976): **A pocket calculator never loses patience.** Audiovisual Instruction, 21, december.

STULTZ, L. (1975): **Electronic calculator in the classroom.** Arithmetic Teacher, 22, february.

SUYDAM, M.N. (1979): **Calculators: A categorized compilation of references.** ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics and Environmental Education. The Ohio State University. Ohio. ERIC ED 171152.

SUYDAM, M.N. (1980): **International Calculator Review. Working paper on hand-held calculators in schools.** ERIC-SMEAC. The Ohio State University. Columbus. Ohio.

SUYDAM, M.N. (ed.) (1983): **Motivational activities for low (and higher) achievers and solve it with a calculator.** Information Bulletins nº 13-14 del Calculator Information Center. The Ohio State University, Columbus Ohio. También en ERIC ED 206 453.

SUYDAM, N.N. (1976): **Electronic hand calculators: The implications for Pre-College Education.** ERIC ED 127205

SWARTZ, C. (1976): **Editorial: Ban the Calculator.** Physics Teacher, 14, march.

TEITELBAUM, E. (1978): **Calculator for classroom use?** Arithmetic Teacher, 26, november.

TEXAS INSTRUMENTS (1976): **Learning basic concepts with limited-function ABLE calculators (K-1).** Texas Instruments, Inc. Dallas, Tx.

TEXAS INSTRUMENTS (1978): **Mathematics learning with calculators: elementary mathematics concepts with calculator.** Texas Instruments, Inc. Dallas, Tx.

TEXAS INSTRUMENTS Learning Centre (1977): **Basic family math.** Dallas, Tx.

THOMPSON, I. (1981): **Types of error and checking strategies in calculator work.** Mathematics in Schools, 10, 4. También en "Calculators in the Primary School. Readings from MIS & MT", (1984). Edita ATM y MA. Derby.

THORNTON, C.A. (1976): **Measure up via calculator skills.** Math Lab Matrix (Illinois State University), 5, spring.

TIM (1979): **Literatur über einfache** Taschenreehner. Stand I/79. Fach Mathematik, Paedagogik Hochshule. Münster, R.F.A.

TYLER, K. (1977): **Still more on recurring decimals.** Mathematics Teaching, 80, september.

TYLER, K. (1980): **Some comments on calculators in junior schools.** Mathematic Teaching. 90. También en "Calculator. Readings from MIS & MT", (1984). Edita ATM y MA. Derby.

TYLER, K. y BURKHARDT, (1983): **Calculator maths-based activities to reinforce and develop number work.** Books 3 y 4, Blackie. Glasgow.

UDINA i ABELLO, T. (1989): **Aritmética y Calculadoras.** Síntesis. Madrid.

UMI (1982): **Calculatori per la Scuola.** Unione Matematica Italiana, Assoziazione Italiana Cacolo Automatico, Aplicazioni degli e Laboratori nella Didattica (AICA/AED). Notiziario dell'UMI, noviembre, anno X, suplemento al nº 11-I.

USISKIN, Z. (1978): **Are calculators a crutch?** Mathematics Teacher, 71, may.

VV WL. (1979): **Algoritmen en Zakrekenmachines in het wiskunde onderwijs.** Monografía del Consejo de profesores de matemáticas flamencoparlantes. Gante.

VANNIER, E. (1979): **Nuevas formas de jugar y divertirse con su calculadora.** Altalena Editores. Madrid.

VANNIER, E. y CHAUVEAU, P. (1978): **Cómo jugar y divertirse con su calculadora de bolsillo.** Altalena Editores. Madrid.

VERVOOT, G. y MASON, D. (1977): **Calculator activities for the classroom and teacher's resource book.** Copp-clark. Publishing Co. Toronto.

VOGT, Ch. (1977): **Einmaleins mit dem taschenrechner.** Contenido en: Schriftliche hausarbeit zur ersten staatprüfung für das lehramt an der grundschule und hauptschule. TIM. Münster, PH.

WALLACE, J. (1975): **Rx for Classroom math Blashs: A new case for the calculator.** Learning, 3, march.

WALSCH, W.(editor) (1984): **Taschenrechner inder Schule.** Martin-Luther Universitätt Halle. Witemberg (R.D.A.).

WATSON, F.R. (1981): **Effects of calculators and computers on Mathematics Education in the U.K.** Contenido en "Acts of Anglo-Soviet Seminar", B. Wilson, (editor). The British Council. Oxford.

WEAVER, J.F. (1976): **Calculator in relation to school mathematics curricula.** Contenido en "Electronic Hand Calculators: The implications for Pre-College Education. Final Reports", M.N. Suydam (editor). NSF Grant Nº EPP75-16757. Copias disponibles de EDRS y Calculator Information Center. Columbus, Ohio.

WEAVER, J.F. (1981): **Calculators.** En "Mathematics Education Research: Implications for the 80's". E. Fennema, editor. Association for Supervision and Curriculum Development. Alexandria, Va.

WEIBE, J.H. (1987): **Calculators and the mathematics curriculum.** En "Calculators. Focus Issue", Arithmetic Teacher, 34, 6, february.

WHEATLEY, G.H. (1980): **Calculators in elementary school.** Arithmetic Teacher, 27, 6.

WHEATLEY, G.H. y HERSBERGER, J. (1986): **A calculator estimation activity.** En "47 Yearbook NCTM. Estimation and mental computation", H.L. Schoen y M.J. Zweng (editores). NCTM. Reston. Va.

WHEATLEY, G.H. (1979): **Calculators in the classroom: A proposal for curriculum change.** AERA, Paper. ERIC ED 175631. También en "Calculators, Computer and Classrooms", (1981), J.L. Higgins y V. Kirschner (eds). ERIC-SMEAC. The Ohio State University. Columbus. Ohio.

WHITE, A.L.; BERLIN, D.F. y VELA, P. (1984): **Calculator in the math lab.** Contenido en" The Role of Technology", J. Mohyla, editor. Proceeding of Fifth International Congress of Mathematical Education. Adelaida, Aus.

WHITFIELD, P. y LUMB, D. (1984): **The calculators in the primary schools.** Curriculum booklet, nº 3. South Tyneside Education Committee.

WIEBE, J.H. (1981): **Using a calculators to develop mathematical understanding.** Arithmetic Teacher, 29, november.

WIGAND, K. (1974): **Rechnen mit dem Mini-rechner ARISTO M27.** Aristo (Hrsg), Heft 38, märz.

WILLIAMS, D.E. (1983): **One point of view. Remember the calculator?** Arithmetic Teacher, 30, 7, march.

WILLIAMS, D.E. (1987): **Calculator integrated curriculum. The time is now.** Arithmetic Teacher. (Focus Issue), 34, 6, february.

WILLSON, W.W. (1978): **Fractions by calculator.** Mathematics in School, 7, may.

YABAR, J.M. (1981): **Les máquines de calcular i l'aprenentatge del càlcul mental.** UAB. Tesis de Licenciatura. Barcelona.

YATES, D.S. (1977): **Coping with calculators in the classroom.** Curriculum Review, 16, august.

ZELLMER, S. (1976): **Rechnerunterstützter. Unterricht bei lernbehinderten, geistigbehinderten und verhaltensgestörten kindern.** Zeitschrift für Heilpädagogik, H. 6.

REFERENCIAS: EDUCACION MATEMATICA

APU (1983): **Mathematical performance.** Primary survey reports, nº 1 (1980), nº 2 (1981), nº 3 (1983). HSMO.

ASSOCIATION OF TEACHERS OF MATHEMATICS (1977): **Notes on mathematics for children.** Cambridge University Press.

ATAS 5A (1979): **Conferencia Inter-Americana de Educaçao Matemática.** Resumos de Comunicaçoes. Campinas. Br.

BALDRICH, J. y SEGARRA, Ll. (1986): **Tinter.** 6º. Teide. Barcelona.

BAUER, G.R. y GEORGE, L.O. (1976): **Helping children learn mathematics.** Cummings Publishing Company, Inc. Menlo Park, Ca.

BAUERSFELD, H. (1984): **The disparity of computer experience. A case for orienting the syllabus for elementary education.** En "Informatics in elementary education". J.D. Tinsley y E. Tagg (editores). North Holland. Amsterdam.

BAUERSFELD, H. (1988): **Interaction, construction and knowledge-alternative perspectives for mathematics education.** Contenido en "Effective Mathematics Teaching", T. Cooney y D. Grouws (eds.) NCTM. Reston, Va.

BAUERSFELD, H.; KRUMMHEUER, G. y VOIGT, J. (1988): **International theory of learning and teaching mathematics and related microthnographical studies.** Contenido en "Foundations and Methodology of the discipline mathematics education (Didactics of mathematics). Proceedings of the 2nd TME-Conference. Antwerp.

BILLSTEIN, R.; LIBESKIND, S. y LOTT, J.W. (1984): **Mathematics for elementary school teacher.** Benjamin/Cummings Publishing Company. Menlo Park. Ca.

BJORK, L.E. y BROLIN, H. (1984): **The ARK project: Progress report for the period (1976-83).** National Board of Education. Liber Utbildungsförlaget. Estocolmo. S.

CALIFORNIA STATE DEPARTMENT OF EDUCATION (1986): **Mathematics framework for California Public Schools Kindergarten through grade twelve.** Calculator Technology. CSDE Publications. Los Angeles, y en Arithmetic Teacher, 34, 6, february, 1987.

CARPENTER, T.P. y MOSER, J.M. (1984): **The acquisition of addition and substraction concepts in grades one through three.** Journal for Research in Mathematics Education. 15.

CEMREL INC. (1982): **Activities for TOPS. A program in the teaching of problem solving.** ERIC ED 223 421.

CLYDE, D. (1978): **Recycle the tin can problem.** Calculators/Computers, 2, february.

COCKCROFT, W. (editor) (1982): **Mathematics count. Report of the Committe of Inquiry into the Teaching Mathematics. Traducci6n** al castellano. "Las matemáticas sí cuentan. Informe Cockcroft". Servicio de Publicaciones del M.E.C. (1985) Madrid.

CONSEJO DE EUROPA (1984): **Educational research workshop on the renewal of Mathematic teaching in Primary Education. General Report.** Strasburgo.

DEPARTMENT OF EDUCATION & SCIENCE (1985): **Mathematics from 5 to 16.** (Curriculum Matters 3; HMI Series) HSMO. Londres.

DEPARTMENT OF EDUCATION AND SCIENCE (1979): **Mathematic 5 to 11: A Handbook of suggestions.** (HMI Matter for Discusion). HSMO. Londres.

EDWARDS, A. (1984): **Computational estimation for numeracy.** Educational Studies in Mathematics, 15, pp. 59 (ERIC EJ 293951).

af EKENSTAM, A. y GREGER, K. (1982): **Non-algorithmic basic skills.** Journal für Mathematikdidactik, 1.

FERGUSON, S. (1978): **New roots for old.** Mathematics Teaching, 78, september.

FERNANDEZ CANO, A. (1986): **Aproximación Prensa-Matemáticas.** Premio Prensa-Escuela del MEC (1987). Documento interno del Programa Prensa-Escuela del MEC Madrid.

FERNANDEZ, J. y RODRIGUEZ, M. (1989): **Juegos y pasatiempos para la enseñanza de la matemática elemental.** Síntesis. Madrid.

FITZGERALD, A. (1985): **New technology and Mathematics in employment.** Department of Curriculum Studies. University of Birmingham.

FLETCHER, T.J. (1976): **Avoiding errors in Arithmetic.** Mathematics Teaching, 77, december.

FREUDENTHAL, H. (1976): **Five Years IOWO.** (IOWO = Institut Ontwikkeling Wiskunde Onderwijs = Instituto para el desarrollo de la Enseñanza de las Matemáticas, en Utrecht (Holanda). En "Educational Studies in Mathematics, vol. 7, nº 3, august.

FREUDENTHAL, H. (1979): **¿Matemáticas nuevas o nueva educación?.** Contenido en "Perspectivas" vol. IX. Nº 3 UNESCO. París.

GAL'PERIN, P.Y. y GEORGIEV, L.S. (1969): **The formation of elementary mathematics notion.** En "Soviet studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics". Vol 1: "The learning of mathematical concepts", J.E. Kilpatrick y I. Wirszup (editores) SMSG, Stanford University and University of Chicago.

GIRLING, M. (1977): **Toward a definition of basic numeracy.** Mathematics Teaching, 81. También en "Calculators. Readings from MIS & MT". Edita ATM y MA. Derby.

GRANADA MATS (1982): **Matemáticas 3º, Libro del alumno y guía del profesor.** L. Rico (director). Anaya. Madrid.

HASHIMOTO, Y. y SAWADA, T. (1979): **Mathematics Program in Japan: excerpts from the course of studies.** National Institute for Educational Research. Tokyo.

HEDRICKSON, A.D. (1986): **Word problems of multiplication adn division: some difficuties and some solutions.** Arithmetic Teacher, 33, april.

HIGGINS, J.L. (1974): **Mathematics programs are changing.** Education Digest, 40, december, (Reprint from ASSP Curriculum Report).

HOWSON, G.; KEITEL, C. y KILPATRICK, J. (1981): **Curriculum Development in Mathematics.** Cambridge University Press. Cambridge, R.U.

HUGHES, M. (1986): **Children and numbers.** Blackwell. Oxford.

IOWA (1978): **Iowa Problem-Solving Project (ESEA Title IV-C).** University of Norther Iowa Press. Cedar Falls. Iowa.

KIBLER, T.M. y CAMPBELL, P.B. (1976): **Reading, writing and computing: Skills of the future.** Educational Technology, 16, september.

KLEIN, F. (1948): **La Matemática Elemental desde un punto** de vista **superior.** Volumen: Arimética y Algebra. 2ª edición. Iberoamericana. Buenos Aires.

KNUTH, D.E. (1974): **Computer science and its relation to** mathematics. The American Mathematical Monthly, abril.

KRUMMHEUR, G. (1987): **Der einfluß der computers auf die interaktionen in schülerkleingruppen.** Contenido en "Technisierte Komunikation", R. Fichler y R. Weingarten (eds). Westdeutscher Verlag. Düsseldorf.

LANGE, B. (1978): **Eine untersuchung zur steigerung der kopfrechnenleistung in einen 3. Schuljahr: dargestellt an ausgewählten beispielen der addition und subtraktion.** Contenido en "Schriftliche hausarbeit zur ersten staat prüfung das lehrant an der grundschule und hauptschule", TIM. Münster, P.H.

McCARTY, G. (1978): **Squares, square roots and** the **quadratic formula.** Calculator/Computers, 2, january.

MEC (1989): **Diseño Curricular Base. Educación Primaria. Area de Matemáticas.** Servicio de Publicaciones del MEC. Madrid.

MINISTRY OF EDUCATION (1977): **Draft copy of curriculum guideline. Intermediate division.** Mathematics. Province of Ontario. Toronto.

MOORE, N. y WILLIAMS, A. (1980): **Mathematics for life.** Teacher Book, General Introduction. Longman. Londres.

MUSSER, G.L. (1982): **Let's teach mental algorithms for addition and subtration.** Arithmetic Teacher, 29, april.

NACOME Report (1976): **Overview and analysis of school Mathematics: Grades K-12.** National Advisisory Committe on Mathematical Education. Resumen y reacciones en: Mathematics Teacher, 69, octubre. ERIC ED. 115 512

NCTM (1977): **38 NCTM Yearbook: Organizing for Mathematics Instruction.** Reston, Va.

NCTM (1980): **An Agenda for Action: Recomendations for school Mathematics of the 1980.** NCTM. Reston. Va.

NCTM (1980): **Math should stress problem-solving drills, NCTM Recommends.** Education USA, 22, 34.

NCTM (1984): **Halftime for the Agenda: Progress and Concerns.** NCTM News Bulletin, september. Reston. Va.

NESHER, P. (1980): The stereotyped nature of school words problems. For the Learning of Mathematics, 1.

NESHER, P. (1986): **Are mathematical understanding and algorithmic performance related?** For the Learning of Mathematics, 6, 3, (november).

NIE EUCLIDE Conference (1975): **Basic Mathematics skills and learning.** National Institut of Education. NIE. ERIC ED 125908 y 125909.

PAPY, F. (1977): **Math play therapy CSMP Mathematics for the Intermediate Grades.** Vol. 1. CEMREL, Inc. St. Louis.

POLLACK, H.O. (1986): **The effects of technology on the Mathematics curriculum.** Contenido en "Proceedings of the Fifth International Congress on Mathematical Education" M. Carss (editor). Birhauser. Boston.

POLYA, G. (1957): **How to solve it.** Princeton University Press, 2ª edición. Tradución al castellano "Cómo plantear y resolver problemas", 1965. Trillas, México.

PrIME PROJECT (1986-89): **Newsletters 1 to 10.** H. Shuard (Coord). SCDC Publications. Homerton College. Cambridge. U.K.

PrIME PROJECT (1989): **The second year of CAN.** Newsletter 9, january. H. Shuard (coord.) SCDC Publications. Homerton College, Cambridge. U.K.

PROYECTO GRANADA MATS (1985): **Un análisis del programa escolar para el Area de Matemáticas.** L. Rico, director. I.C.E. Universidad de Granada.

PUIG, L. y CERDAN, F. (1988): **Problemas aritméticos escolares.** Síntesis. Madrid.

REY PASTOR, J. y BABINI, J. (1985): **Historia de las matemáticas.** Vol. 2, 1ª edición. GEDISA, Barcelona.

REYNOLDS, P. (1976): 3er **ICME-Karlsruhe.** Mathematics in School, 5, november.

REYS, R. et al (1979): **Keystrokes. Books 1, 2, 3 & 4.** Creative Publications, Inc. Palo Alto, California.

REYS, R.E.; TRAFTON, P.R.; REYS, B.B. y ZAWOJEWSKI, J.J. (1984): **Developing computational estimation materials for the grades. Final report.** National Science Foundation, may, Washington, D.C.

RICO, L.; CASTRO, E.; FERNANDEZ CANO, A.; FORTUNY, J.M.; VALENZUELA, J. y VALLDAURA, J. (1990): **Matemáticas Ciclo Medio. Libro del alumno.** 3º, 4º y 5º. Tres libros del alumno y guías del profesor. Algaida. Sevilla.

ROMBERG, T.G. coordinador (1984): **School Mathematics: Options for the 1990s.** Department of Education. Washington. D.C.

SCHOEN, H.L. et al. (1980): **The Iowa Problem-Solving Project: Development and Evaluation.** ERIC ED 199 052.

SCHÖNWALD, H.G. (1977): **Zur Schreibweise von dezimalzahlen.** Sachuntenrricht und Mathematik in der Grundschule, Heft 4/Jg, 5, april.

SCHÖNWALD, H.G. (1978): **Auf wieviele dezimallstellen genau sollen ergebnisse abgelesen werden?** Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, Heft 3/Jg, 10, september.

SEGOVIA, I. (1986): **Estimación y cálculo aproximado en la E.G.B.** Memoria de Licenciatura. Universidad de Granada.

SEWELL, B. (1982): **Use of mathematics by adults in daily life.** Advisory Council for Adult and Continuing Education. Leicester.

SHUARD, H. (1986): **Primary Mathematics. Today and Tomorrow.** SCDC Publications. Longman Layerthorpe.

SHUARD, H. (1986): **Primary mathematics: Toward 2000.** The Mathematical Gazzette, 70, october.

SHUARD, H. y SMITH, DS. (1985): **Mathematics 6-13: an exploratory study.** SDDC Link, summer.

SMP (1979): **Sequences and iterative process: Teacher's guide.** Cambrigde University Press. Cambridge. U.K.

STRAKER, A. (1985): **Positive steps.** Times Educational Suplement, 5, april.

STRAKER, A. (1986): **Procedures and algorithms in Primary Mathematics.** Mathematics in School, 15, 4, september.

SUYDAM, M.N. (1982): **Computation: Yesterday, today and tomorrow.** En "Education in the 80's", S. Hill (editor). National Education Association. Washington, D.C.

TYLER, K. y BURKHARD, T.H. (1982): **Calculator Maths, books 1-7.** Blackie: Londres.

USISKIN, Z.P. (1979): **The future of fractions.** Arithmetic Teacher, 27, 6, january.

WIEBE, J.H. (1988): **Elementary mathematics methods for a technological age.** Gorsuch Scarisbrisk Publisher. Scottsdale, AZ.

WILDERMAN, A. (1977): **Math skills for survival in the real word.** Teacher 94, february.

WILLIAMS, J.D. (1962-3): **Arithmetic and the difficutes of calculative thinking.** Educational Research, 5, 3.

ZWENG, M.J. (1979): **Children's strategies of solving verbal problems.** Univesity of Iowa. Iowa City. ERIC: ED 178 359.

REFERENCIAS: TEORIA Y METODOLOGIA DE LA INVESTIGACION EN EDUCACION

ABO-ELKHAIR, M.E.M. (1981): **An investigation of the effectiveness of using minicalculators to teach the basic concepts of average in the upper elementary grades.** (Florida State Unversity) D.A.I. 41-A, january.

ACREDOLO, C. (1982): **Conservation- No conservation: Alternative explanation.** En "Children's Logical and Mathematical Cognition", Ch. J. Brainerd (editor). Springer - Verlag. Nueva York.

ADVANI, K. (1972): **The effect of the use desk calculators on achievement and attitude of children with learning and behavior problems.** Informe presentado a The Fourteenth Annual Conference of the Ontario. Educational Research Council, Ontario, december. Obtenible de ERIC ED 077 160.

AERA (1979): **The effects of calculator availability on school mathematics curriculum.** Simposium at 49th Annual Meeting of the AERA. San Francisco.

AIKEN, L.R. (1976): **Update on attitudes and other affective variables in learning mathematics.** Review of Educational Research, 46, 2, spring.

AIKEN, L.R. y DREGER, R.M. (1961): **The effect of attitudes on performance in mathematics.** "Journal of Educational Psychology", 52, 1.

ALBINA, M.A. (1981): **The effects of using two types of calculating devices on the computational skills of selected third and forth grade students.** (University of Akron). DAI 42-A, september.

ALCANTARA GARCIA, P. de (1919): **Compendio de Pedagogía Teórico-Práctica.** Libreria de los sucesores de Hernando. Madrid.

ALLEN, M.B. (1976): **Effectiveness of using hand-held calculators for learning decimal quantities and the metric system.** (T.D. Virginia State University) DAI 37-A. august.

ARY, D.; JACOBS, L.Ch. y RAZAVIEH, A. (1979): **Introduction to research in education.** Traducción al castellano "Introducción a la Investigación Pedagógica", Nueva Editorial Interamericana, México, 1982.

ATIQULLAH, M. (1964): **The robustness of the covariance analysis of a one-way classification.** Biometrika, 51.

BALKA, D.S. (1979): **A survey of parent's attitudes toward calculator usage in Elementary Schools.** University of Notre Dame. South Bend, Indiana. Referencia en "Bulletin nº 5" del Calculator Information Center. The Ohio State University. Columbus. Ohio.

BARTOS, J.J. (1987): **Mathematic achievement and the use of Calculators for middle elementary grade children.** (T.D. Universidad Internacional USA San Diego). DAI 47-A, october. Dissertation Information Service UMI. Ann Arbor, Mi.

BECK, L.L. (1960): **A report on the use of calculator.** The Arithmetic Teacher, 7, march.

BEHR, M.J. y WHEELER, M.M. (1981): **The calculator for concept formation: A clinical status study.** Journal for Research in Mathematics Education, 12, 5, november.

BELL, A.G.; FISCHBEIN, E. y GREER, G. (1984): Choice of operation in verbal arithmetic problems: The effects of number size. Problem structures and context. Educational Studies in Mathematics, vol, 15.

BELL, A.W.; KÜCHEMANN, D. y COSTELLO, J. (1985): **Calculators y Computers.** Contenido en "Research on Learning and Teaching". Cap. XIII, 3ª edición. The NFER-NELSON Publishing Company Ltd. Windsor.

BELL, M. (1977): **Needed R (research) and D (development) on hand-held calculators.** Educational Researcher, 6.

BETTS, E.M. (1937): **A preliminary investigation of the value of a calculating machine for Arithmetics Instruction.** Education, 58, december.

BITTER, G.G. (1980): **Calculator teacher attitudes improved through in-service education.** School Science and Mathematics, 80, april.

BITTER, G.G. y NELSON, D. (1975): **Arizona migrant education hand-held calculator Project.** Migrant Educator, vol. 1. Phoenix, Arizona.

BLISS, J.; MONK, M. y OGBORN, (1983): **Qualitative data analysis for educational research. A Guide to uses of sistemic networks.** 2ª edición, 1987. Croom Helm, Londres.

BLOCK, G.H. (1980): **Dyscalculia and the mini-calculator. The ALP Program.** Academic Therapy, 16, 2, november.

BLUME, G.W. y MITCHELL, Ch. E. (1979): **The calculator's effect on children's solution process.** Informe presentado a la 57 reunión anual del NCTM, abril 79. ERIC: ED 170 166.

BLUMER, H. (1969): **Interactionism symbolic. Perspective and method.** Englewood Cliffs. Nueva York.

BORDEN, V.L. (1977): **Teaching decimal concepts to sixth grade students using the hand-held calculator.** (T.D. University of Northern Colorado). DAI 37-A, january.

BORDIN, L. (1986): **El análisis de contenido.** Akal. Madrid.

BRACHT, G.H. y GLASS, G.V. (1968): **The external validity of experiments.** American Educational Research Journal, 5.

BREY, R.K. (1981): **Effects of problem solving activities and calculator problem solving and computation in grade fourth.** (T.D. Universidad de Oregon) DAI 41-A, november.

BROMLEY, D.B. (1986): **The case-study method in psychology and related disciplines.** John Wiley and Sons. Ltd. Chichester.

BROMME, R. y STEINBRING, H. (1989): **Interactive development of subject matter within instruction in the classroom.** Institut für Didaktik der Mathematik. Universität Bidelfeld (RFA).

BROPHY, J.E. (1979): **Teacher behavior and its effects.** Journal of Education Psychology, 71, 733-750.

BURNETT, Ch. M. (1986): **The effectiveness of using a hand-held calculators as an instructional aid in the teaching of fraction to decimal conversion to sixth-grade students.** (T.D. Boston University). DAI 46-A, february.

CALIFORNIA STATE DEPARTMENT OF EDUCATION (1982): **Student Achievement in California School, 1981-1982. Annual Report**. California Assesment Program CSDE. Sacramento, Ca.

CAMPBELL, D.T. y ERLEBACHER, A.E. (1970): **How regression artifacts in quasi-experimental evaluation can mistakenly make compesatory education look harmful.** En "Compensatory education: A national debate: Vol 3. Disadvantaged child". J. Hellmuth (ed). Brunner/Mazel. Nueva York.

CAMPBELL, D.T. y STANLEY, J.C. (1966): **Experimental and quasi-experimental desings for research.** Versión al castellano "Diseño experimentales y cuasiexperimentales en la investigación social" (1973) Amorrortu Editores. Buenos Aires.

CAMPBELL, P. y VIRGIN, A. (1976): **A survey of elementary school teachers'and principals' attitudes to mathematics and utilizing mini-calculators.** North York Board of Education, Ontario. ERIC ED 137 021.

CAMPBELL, P. y VIRGIN, A.E. (1976): **An evaluation of elementary schols Mathematics programs utilizing the mini-calculator.** Ontario Department of Education. Toronto. ERIC: ED 137120.

CAPOFERI, A. y WINOWSKI, E. (1975): **Macomb Intermediate School District: Exploration of Classroom Use of the Hand-Calculator in Grades 4-6.** Macomb Intermediate School District, Mt. Clemers. Mi. Referencia en Suydam M.N. (1979).

CAPOFERI, A.; WINOWSKI, E. y SCHRAN, J. (1976): **Macomb Intermediate School District, Fitzgerald y Van Dyke Public Schools.** Co-perative Projects-Evaluation of Pilot Studies of Classroom Use of the Hand Calculator in grades 4-6 Phase II, september 75 to june 76. Macomb Intermediate School Mt. Clemens, Mi.

CARPENTER, T.P. (1980): **Research in cognitive development.** En "Research in Mathematics Education", R.J. Shumway (eds) NCTM. Reston. Va.

CARPENTER, T.P.; CORBITT, M.K; KEPNER, H.S.; LINDQUIST, M.M. y REYS, R.E. (1981): **Calculator in testing situations: Results and implications.** Arithmetic Teacher, 28, january.

CHANNELL, D.E. (1978): **The use of hand calculators in the learning of basic multiplication facts.** Calculator Information Center. The Ohio State University. Columbus, Ohio.

CHARLES, R.I. y LESTER, F.K. (1984): **An evaluation of a process oriented instructional program in mathematical problem solving.** Journal for Research in Mathematics Education, 15, 1, january.

CHASSEN, H. (1977): **"Handy-Andy" calculator Project.** Bethpage Union Free School Districts. Bethpage, Nueva York. Citado en Suydam (1979) op. cit.

COCHRAN, J. (1982): "New look" multiple regresion/correlational analysis and the analysis of variance/covariance. Contenido en "Stadistical and methodological issues in psychology and social sciences research" G. Keren (editor).

COCHRAN, W.G. y RUBIN, D.B. (1973): **Controlling bias in observational studies: A review.** Sankkya. Series A. Citado en Cook y Campbell (1979).

COHEN, J. (1971): **Stadistical power analysis for the behavioral sciences.** Academic Press. Nueva York.

COHEN, M.P. y FLIESS, R.F. (1979): **Minicalculators and instructional impact. A teacher survey.** University of Pittsburgh. Pittsburgh. ERIC: ED 178 360.

CONNER, T.J. (1979): **Effects of calculator use in elementary school.** P.K. Yonge Laboratory School. University of Florida. Gainesville.

CONNER, T.J. (1980): **An investigation of the use of hand-held calculators by students in Elementary School.** Research monograph, nº 32, University of Florida. ERIC ED 190355.

COOK, T.D. y CAMPBELL, D.T. (1979): **Quasi-experimentation: Desing and analysis issues for field settings.** Rand McNally. Chicago.

CRONBACH, L.J.; ROGOSA, D.R.; FLODEN, R.E. y PRICE, G.G. (1977): **Analysis of covarianza in nonrandomized experiments; Parameters affecting bias. (Ocassional Paper).** Stanford University, Stanford Evaluation Consortium.

DEAN, D.K. (1981): **The effectiveness of using a hand-held calculator as an instructional and in teachingthe basic multiplication facts for fourth grades.** (T.D. Michigan State University). DAI 41-A, march.

EDENS, H.S. (1981): **Effects of the use of calculators on mathematics achievement of first grade students.** (University of Virginia). Referencia en Bulletin nº 28, august, 1981, del Calculator Information Center. The Ohio State University. Columbus, Oh.

DIXON, W. y MASSEY, F. (1969): **Introducción al análisis estadístico.** Ed. del Castillo. Madrid. Cit. en Tejedor (1984) op. cit.

DONALDSON, . (1963): **A study of children's thinking.** Tavistock. Londres.

DOTTRENS,R. (1957): **Cómo mejorar los programas escolares.** Kapelusz. Buenos Aires.

DUNKIN, M.J. y BIDDLE, B.J. (1974): **The study ot teaching.** Holt, Rinehart & Winston, Nueva York.

ECKMEIER, J.L. (1979): **An Investigation of the use of calculators with low achieving forth grade students in mathematics achievement and attitudes.** (T.D. University of Southern California, 1978). DAI 38-A, june.

EISENHART, M.A. (1988): **The etnographic research tradition and mathematics education research.** Journal for Research in Mathematics Education, 19.

ELASHOFF, A.L. (1969): **Analysis of covariance: A delicate instrument.** American Educational Research Journal, 6.

ELLIOT, J.W. (1980): **The effect of using hand held calculators on verbal problem solving of sixth grade students.** (University of Oregon). DAI 41-A, october.

ENNIS, R.H. (1973): **On causality.** Educational Researcher, 2.

ENNIS, R.H. (1982): **Abandon Causality?** Educational Researcher, 11.

ETHELBER-LAURSEN, J. (1978): **Electronic calculators and Arithmetic: Two investigations. An experiment in danish schools.** Mathematics Teaching 82, march.

ETLINGER, L.E. y OGLETREE (1980): **Calculators in the elementary scholl: A survey of how and why.** Chicago State University. ERIC: ED 191 741. También en "Calculators, Computers and Classroom", (1981), J.L. Higgins y V. Kirschner (eds). ERIC-SMEAC. The Ohio State University. Columbus, Oh.

ETLINGLER, L.E. y OGLETREE, E.J. (1981): **Calculators in the Elementary School: A survey of how and why.** Contenido en "Calculator, Computers and Classrooms" (1981). También en: ERIC ED 191 741.

FEDON, J.P. (1958): **The role of attitude in learning mathematics.** Arithmetic Teacher, 5.

FEHR, H.F.; MCMEEN, G. y SOBEL, M. (1956): **Using hand-operated computing machines in learning Arithmetic.** Arithmetic Teacher, III, october.

FELDT, L.S. (1958): **A comparision of the precision of three experimental designs employing a concomitant variable.** Psychometrika, 23.

FERNANDEZ CANO, A. (1990): **Aproximación al desarrollo del cálculo como un programa de investigación lakatosiano.** Tesina de licenciatura. Departamento de Pedagogía. Universidad de Granada.

FERNSLER (1984): **The evaluation of two types of instructional strategies on preservice elementary teachers' attitudes toward elementary school calculator use.** (T.D. University de Pennslyvania) DAI 44-A, february.

FIELKER, D.S. (1986a): **Wich operation? Certainly not division.** For the Learning of Mathematics. An International Journal of Mathematics Education, 6, 3, november.

FIELKER, D.S. (1987): **A calculator, a tape recorder and thou.** Educational Studies in Mathematics, 18.

FOX, D.F. (1981): **El proceso de investigación en educación.** Traducción inglesa de "The research process in education" (1969). EUNSA. Pamplona.

FUGATE, B.R. (1979): **An assesment of attitudes, self-concept and mathematical achievement resulting from the use of minicalculators.** North Texas State University. DAI 39-A, march.

GAGE, N.L. (1978): **The scientific basic of the art of teaching.** Teachers College Press, Columbia University. Nueva York.

GLASS, G.; PECKHAM, P.D. y SANDERS, J.R. (1972): **Consequences of failure to meet assumptions underlying the analysis of variance and covariance.** Review of Educational Research, 42.

GLASS, G.V. (1977): **Integrating findings: The meta-analysis of research.** Review of Research in Educacion, 5.

GLASS, G.V.; McGAW, B. y SMITH, M.L. (1981): **Meta-analysis in social research.** Sage Publications. Beverly Hills, Ca.

GOOD, C.V. (editor) (1975): **Dictionary of education.** McGraw-Hill Book Company. San Francisco. Ca.

GOODRICH, G.L.; BENNETT, R.R. y WILEY, J.K. (1977): **Electronic Calculators for visually impaired users-evaluation.** Journal for Visual Impairment, 71, april.

GRAEBER, A.D.; RIM, E.O. y UNKS, N.J. (1977): **A survey of classroom practices in Mathematics: Reports of first, third, fifth and seven grades teachers in Delaware, New Jersey and Pennsylvania.** Research for Better Schools, Inc. Philadelphia.

GROSS, E. (1981): **An exploratory study on the use of calculators and problem solving heuristics with in-service elementary school teacher.** (T.D. Georgia State University) DAI 41-A.

HAWTHORNE, F.S. y SULLIVAN, J.J. (1975): **Using hand-held calculators in sixth grade Mathematics lessons.** New York State Mathematics Teachers'Journal, 25, january.

HEDGES, L.V. (1981): **Distribution theory for Glass's estimator of effect size and related estimators.** Journal of Educational Stadistics, 6.

HEDGES, L.V. (1982): **Statistical methodology in meta-analysis.** ERIC ED 227 133.

HEDREN, R. (1985): **The hand-held calculator at the intermediate level.** Educational Studies in Mathematics, 16, 2, may.

HIEBERT, J. y CARPENTER, T.P. (1982): **Piagetian tasks as readiness measures in mathematics instrution: A critical review.** Educational Studies in Mathematics, 13.

HOHLFELD, J.F. (1973): **Effectiveness of an inmediate feedback device for learning basic multiplication facts.** (T.D. Indiana University). DAI vol. 34-A, february.

HUNTER, J.E.; SCHMIDT, F.L. y JACKSON, G.B. (1982): **Meta-analysis: Cumulating finding across studies.** Sage Publications, Beverly Hills, Ca.

HUTTON, L.A. (1977): **An experimental study of the effects of minicalculators on Mathematics achievement and attitude in grades four, five and six.** (T.D. Indiana University). DAI 37-A, february.

JONES, E.W. (1976): **The effect of the hand-held calculator on mathematics achievement, attitude and self concept of sixth grade students.** (T.D. Virginia State University). DAI 37-A, September.

KASNIC, M.J. (1978): **The effect of using hand-held calculators on Mathematical problem-solving ability among sixth grade students.** (T.D. Oklahoma State University). DAI 38-A, march.

KELLY, M.G. (1985): **The effects of the use of hand-held calculators on the development of problem solving strategies.** (T.D. University of Columbia). DAI 45-A.

KERLINGER, F.N. (1975): **Investigación del comportamiento.** Nueva Editorial Interamericana, 1ª edición. México.

KILPATRICK, J. (1978): **Variables and methodologies in research on problem solving.** Contenido en "Mathematical Problem Solving: Papers from a Research Workshop", L.L. Hatfield y D.A. Bradbard (eds). ERIC/SMEAC. Columbus. Ohio.

KILPATRICK, J. (1988): **Change and stability in research in Mathematics education.** Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik, 20, 5.

KLIMAS, F.E. (1979): **Using a hand-held calculator for problem solving in sixth grade.** (M.T. Ken College of New Jersey). Citado en Suydam (1979).

KOBRIN, B. (1978): **The hand-held calculators: Effects on intermediate grade achievement mathematical.** (T.D. Universidad Brigham Young). DAI 39-A, december.

KRATHWOHL, D.R.; BLOOM, B.S. y MASIA, B.B. (1964): **Taxonomy of educational objetives handbook II: Affective domain.** McKay Publishing Company, New York.

KUDER, G.F. y RICHARDSON, M.W. (1937): **The theory of the estimation of test reliability.** Psychometrika, 2.

LAFOURCADE, P.D. (1972): **Evaluación de los aprendizajes.** Cincel. Madrid.

LANA, R.C. (1969): **Pretest sensitization.** En "Artifact in behavioral research", R. Roshental y R.L. Rosnow (eds). Academic Press, Nueva York.

LANGBORT, C.R. (1983): **An investigation of the ability of fourth grade children to solve word problems using hand-held calculators.** (T.D. Universidad de Berkeley). DAI 43-A.

LANGE, B. (1979): **Sachunterricht und mathematik in der primar schule.** Aulis Verlag Deubner & Co., kg. Koln.

LEECHFORD, S. y RICE, D.L. (1982): **The effect of a calculator-based curriculum on sixth grade students, achievement in Mathematics.** School Science and Mathematics, 82, 7.

LEWIS, J. y HOOVER, H.D. (1981): **The effect on pupil performance of using hand-held calculators on standarized mathematics achievement test.** ERIC: SE 035259, april.

LIKERT, R. (1932): **A technique for the measurement of actitudes.** Archives of Psychology, 140 (Monografía original)

LINN, R.L. (1986): **Quantitative methods in research on teaching.** En "Handbook of Research on Teaching", 3ª edición, M-C Wittrock (ed). McMillan Publishing Cia. New York.

LINN, R.L. (1986): **Quantitative Methods in Research Teaching.** Contenido en "Handbook of Research on Teaching", M.C. Wittrock (editor). McMillan Publishing Company. Nueva York.

LORD, F.M. (1960): **Large-sample covariance analysis when the control variable es falible.** Journal of the American Statistical Assesment, 55.

LOWERRE, G.F.; SCANDURA, A.M.; SCANDURA, J.M. y VENESKI, J. (1978): Using **electronic calculator with 3rd and 4th grades: a feasibility study**. School Science and Mathematics, 78, october.

MASON, M. (1979): **The hand-held calculator in the elementary school, an exploratory study of two Issues: Dependency and the effect on the problem-solving processes.** En "Research Reporting Sessions", NCTM 57th Annual Meeting. ERIC/SMEAC. Columbus. Ohio. También obtenible de ERIC: ED 167383.

MATEO ANDRES, J. (1988): **Medición educativa.** Estado de la **cuestión en el ámbito español.** Contenido en "Aspectos metodológicos de la investigación educativa", I. Dendaluce (coord). Narcea. Madrid.

McNICOL, S.; MURA, R.; LEWIS, J. y O'GAY, D. (1985): **A study of arithmetical problem solving abilities of young children through the use of calculators.** Quebec. Dpt. of Education. ERIC. ED 258810, SE 045 806

MEAD, M. (1975): **La explosión de la información.** En "Perspectivas de la revolución de las computadoras". Z.W. Pylyshym (editor). Alianza Editorial, Madrid. Original "The Information Explosión" en The New York Times, 23, may,1965.

MEC (1982): **Programas renovados para la E.G.B.** Vida Escolar 216-217, marzo-junio.

MEHAN, H. (1979): **Learning lessons: Social organization in the classroom.** Harvard University Press. Cambridge, Ma.

MEISSNER, H. (1979): **Problem solving with the one way principle.** Procedings of the third International Conference for the Psychology of Mathematics Education. Warwick, G.B.

MEISSNER, H. (1982): **Use the calculator to become independent from it.** Proceedings of the 60th NCTM Annual Meeting. Toronto.

MEISSNER, H. (1983): **The effects of the early use of calculators on the acquisition of number concepts and skills.** Actas del ICME-4 (Berkeley 1980). Birkhauser. Boston.

MEISSNER, H. (1985): **Selfdeveloping strategies with a calculator game.** Actas de la 9th International Conference for the Psychology of Mathematics Education. Utrecht.

MILLER, D.P. (1977): **Effectiveness of using minicalculators as an instructional aid in developing the concept and skill of long division ta the fifth grade level.** (T.D. Florida State University). DAI 37-A, april.

MOORE, B.H. (1983): **The effect of the hand held electronic caculator on attitude toward Mathematics and mathematics achievement of third-grade learners.** (University of San Francisco). University Microfilms International, Dissertation Information Service. Ann Arbor, Mi.

MOSER, J.M. (1979): **The effects of calculator supplemented instruction on the Arithmetic achievement of second and third grades.** En "Research Reporting Sessions", NCTM 57th Annual Meeting. ERIC/SMEAC. Columbus. Ohio. ERIC: ED 180764.

MURA, R. (1984): **Stude comparative de l'utilisation spontanée d'une calculatrice.** Canadian Journal of Education, 9, 4.

NATIONAL SCIENCE BOARD (1983): **Educating Americans for the 21st century: a plan of action for improving mathematics, science and techonology education for all american elementary schools so that achievement is the best in the world by 1995.** National Science Foundation. Washington, D.C.

NELSON, D.W. (1976): **Effects of using hand calculators on the attitudes and computational skills of children in grades four through seven.** (T.D. Arizona State University). DAI 37-A, december.

NIE-NSF Conference Report (1976): **Report on the Conference on Needed Research an Development on hand-held calculators in the schools.** ERIC ED 139665

OGLETREE, E.J. y ETLINGER, L.E. (1980): **Should hand-held calculators be used in elementary schools? A survey.** ERIC ED 186 258.

OSTLE, B. (1985): **Estadística aplicada.** Limusa-Wiley. Mejico.

PEDERSEN, D.A. (1979): **The effect of the calculator on the elementary mathematics student.** University of Northern Colorado. DAI 39-A, february.

PELSER, H.J.M. (1981): **An investigation into the use of pocket calculator to facilitate the cognitive functioning of the child in the special school.** (Texto en africander) En "Master Abstracts", vol. 20/02.

PHILLIPS, J.L. jr. (1969): **The origing of intellect: Piaget's Theory.** W.H. Freeman and Sons. San Francisco.

PIAGET, J. y BETH, E.W. (1980): **Epistemología matemática y psicología.** 2ª edición. Traducción del original francés "Epistemologie mathematique et psycologie. Essai sur les relations entre la logique formelle et la pensée réelle". Editorial Crítica, Barcelona.

PIAGET, J. y SZEMINSKA, A. (1967): **Génesis del número en el niño.** Guadalupe. Buenos Aires.

POPPER, K.R. (1959): **The logic of scientific discovery.** Basis Books. Nueva York. Traducción española "La lógica de la investigación científica". (1973). Tecnos Madrid.

PORTER, A.C. (1967): **The effects of using fallible variables in the analysis of covariance.** Referencia en R.L. Lynn (1986: 102).

PRIEGE, G. y LANGEMO, J. (1978): **Effects of minicalculators on the pre-and co-requisite mathematical skills of intemediate school children.** Dpt. of Mathematics, University of North Dakota. Grand Forks. Extraído de Suydam, M.N. (1979).

QUAID SOFTWARE LIMITED (1986): **Statistical package for social sciences.** Versión SPSS/PC+. Licencia de MLI Microsystem. Toronto, Ca.

REICKEN, H.W.; BORUCH, R.F.; CAMPBELL, D.T.; COPLAN, W. GLENAN, T.K.; PRATT, J.; REES, A. y WILLIAMS, W. (1974): **Social experimentation: A method for planning and evaluating social innovations.** Academic Press. New York.

REYS, R.E.; BESTGEN, B.; RYBOLT, J.F. y WYATT, J.W. (1980): **Hand calculators: what's happening in schools today?** Arithmetic Teacher, 27, february. También en "Calculator, Computer and Classrooms" (1981), J.L. Higgins y V. Kirschner (eds). ERIC-SMEAC. The Ohio State University. Columbus, Oh.

REYS, R.E.; RYBOLT, J.F. y WYATT, J.W. (1980): **Identification and characterizacion of computational processes used by in-school pupils and out-of-school adults.** National Institute of Education. Washingnton, DC.

RISING, G.R. (1979): **The new calculation in education: A research agenda.** Informe presentado a la Needed-Research Conference auspiciada por el National Institute of Education, january. ERIC ED 170169.

ROGOSA, D.; BRANDT, D. y ZIMOWSKI, M. (1982): **A growth change approach to the measurement of change.** Psychological Bulletin, 92.

ROMBERG, T.A. (1988): **Revolution, Reform and Research in Mathematics Education.** Contenido en "Research Agenda in Mathematics Education: Setting a Research Agenda", J.T. Sowder, editor. NCTM. (Reston, Va) y Erlbaum (Hillsdale, N.J.)

ROMBERG, T.A. y CARPENTER, T.P. (1986): **Research on Teaching and Learning Mathematics.** Contenido en "Handbook of Research on Teaching", 3ª edición, M.C. Wittrock (editor). McMillan Publishing Company. Nueva York

ROSENTHAL, R. y RUBIN, D.B. (1978): **Interpersonal expectancy effects: The first 345 studies.** Behavioral and Brain Sciencies,3.

SARETSKY, G. (1972): **The OEO P.C. Experiment and the John Henry effect.** Phi Delta Kappan, 53.

SASTRE, G. y MORENO, M. (1986): **Descubrimiento y construcción de conceptos.** Gedisa. Barcelona.

SCANDURA, A.M.; LOWERRE, G.F.; VENESKI, J. y SCANDURA, J.M. (1976): **Using electronic calculators with elementary school children.** Educational Technology, 16.

SCANDURA, J.M.; LOWERRE, G.F.; SCANDURA, A.M. y VENESKI, J. (1978): **Using electronic calculators with children ages 5-7. Four Mini-Experiments.** School Science and Mathematics, 78, november.

SCHNUR, J.D. y LANG, J. (1976): **Just pushing buttons or learning? A case for minicalculators.** Arithmetic Teacher 23, november, También en: "Calculators. Reading from A.T. & .T.", (1979). NCTM. Reston. Va.

SHAVELSON, R.J.; McDONNELL, L.M. y OAKES, J. (eds) (1989): **Indicators for monitoring mathematics and science education.** The Rand Corporation. Santa Monica. Ca.

SHAVELSON, R.J.; WEBB, N.M. y BURSTEIN (1986): **Measurement of teaching.** En "Handbook of Research on Teaching", cap. 3. M.C. Wittrock. (editor). McMillan Publishing Company. Nueva York.

SHEA, J.F. (1974): **The effects on achievement and attitude among fourth grade students using calculator flow-charting instruction versus conventional instruction in Arithmetic.** (T.D. New York University). D.A.I. 34-A, june.

SHIN, J. (1978): A survey on the attitude of schoolchildren towards the use of calculators in schools. Calculators/Computers, 2, november/december.

SHULMAN, L.S. (1986): **Paradigms and research programs in the study of teaching: A contemporary perspective.** Cap. I. de "Handbook of Research on Teaching", M.C. Wittrock, editor. Traducción al castellano. "La investigación de la enseñanza I", (1989) Paidos/MEC. Barcelona.

SHUMWAY, R.J. (1979): **Can young children safely use calculators? A five state study offers some answers.** ERIC/SMEAC. Columbus. Ohio.

SHUMWAY, R.J. editor (1980): **Research in Mathematics Education.** NCTM. Reston. Va.

SHUMWAY, R.J.; WEATLEY, G.H.; WHITE, A.L.; COBURN, T.G.; REYS, R.E.; SCHOEN, H.L. y WHEATLEY, Ch.L. (1979): **Initial impact of calculators in elementary school mathematics.** ERIC/SMEAC. Columbus. Ohio. También en Journal for Research in Mathematics Education, 12 (2) (1981).

SIEGEL, S. (1975): **Estadística no paramétrica.** Trillas, México.

SILBERT, M.R. (1977): **The hand calculators and its impact on the classroom: Report and recommendations.** Board of Education of Hamilton. Ontario.

SKINNER, B.F. (1968): **The technology of teaching.** Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs. New Jersey.

SPENCER, J.N. (1975): **Using the hand-held calculator in intermediate grade Arithmetic Instruction.** (T.D. Lehigh University). D.A.I. 35-A. may.

STANDIFER, Ch. E. (1978): **Achievement and attitude of third-grade students using two types of calculators.** (T.D. Northeast Lousiana University). DAI 39-A, march. También en School Science y Matemáticas, 81, january.

STENHOUSE, L. (1987): **La investigación como base de la enseñanza.** Original en inglés "Research as a basis for teaching", (1985). Ediciones Morata. Madrid.

STEWARD, J.T. (1980): **Using the hand-held calculator** as a **compunting aid for instruction in word-problem solving with elementary** grade students. University of Illinois, Urbana-Champaign. DAI 41-A, june.

SULLIVAN, J.J. (1976): **Using hand-held calculator** in sixth grade clases. Arithmetic Teacher, 24, november. También en "Calculators. Readings from A.T. & M.T.", (1979). NCTM. Reston, Va.

SUTHERLIN, W.N. (1976): **The pocket calculators: Its effects on the adquisition of decimal estimation skills at intermediate grade levels.** (T.D. University of Oregon). DAI 37-A, march.

SUYDAM, M.N. (1987): **What are calculator good for?** (Research Report) Contenido en "Calculator. (Focus Issue)", Arithmetic Teacher, 34, february.

SUYDAM, N.N. (1981): **Research on problem solving at the elementary school level.** ERIC ED 206 453. También en "Information Bulletins" nº 8-11 del Calculator Information Centre. Ohio State University, Columbus, Ohio.

SZETELA, W. (1981): **A study of the effects of using calculators for problem solving in grades three, five, seven and eight.** (University of British Columbia, Vancower). ERIC: SE 035258, april.

TABA, H. (1983): **Elaboración del curriculum.** Troquel, 6ª edición. Buenos Aires.

TEJEDOR, F.J. (1984): **Análisis de varianza aplicado a la investigación en Pedagogía y Psicología.** Anaya/2. Madrid.

THOMPSON, I. (1981): **Types of error and checking strategias in calculator work.** Mathematics in School, 10, 4. También en "Calculators. Readings from MIS & MT". (1984). Edita ATM y MA. Derby.

TIMMICK, L. (1982): **Electronic Bullies.** Psychology Today, 16, february.

TOULMIN, S.; RIEKE, R. y JANIK, A. (1979): **An introduction to reasoning.** Collier McMillan. Londres.

TRAVERS, R.M.W. (1981): **Letter to the Editor.** Educational Researcher, 10.

TRIGGS, E. (1966): **The value of a desk calculating machine in Primary School Mathematics.** Educational Research, 9, november.

UNESCO (1983): **Science and Technological Education.** Educational Content. Methods and Techniques. Contenido en "Priority Research Topics in Education Sources". UNESCO Documents. París.

VAN LEHN, K. (1982): **Bugs are not enough: Empirical studies of bugs, impasses and repairs in procedural skills.** Journal of Mathematical Behavior, 3 (2).

VANNATA, G.D. y HUTTON, L.A. (1980): **A case for the calculator.** Arithmetic Teacher, 27, may.

WALBERG, H.J. (1986): **Syntheses of research on teaching.** Contenido en "Handbook of Research on Teaching", M.C. Wittrock, (editor), McMillan Publishing Company. New York.

WEAVER, J.F. (1976): **Calculator influenced exploration in School Mathematics: A further investigation of third grade pupil's performance on open addition and subtraction sentences.** Project Paper 76-3. Research and Development Center for Cognitive Learning. University of Wisconsin, Madison. ERIC EDI 123089.

WEAVER, J.F. (1976): **Calculator-influenced explorations in School Mathematics: number sentences and sentential transformations, I, II.** Project Paper 76-I.Wisconsin Research and Development Center for Cognitive Learning, january 76. Madison, Wi. ERIC: ED 123 088.

WEAVER, J.F. (1979): 3rd **Grade students' performance on calculator and calculator-related tasks.** Informe técnico nº 498. Research and Development Centre for Individualised Schooling. University of Wisconsin. Madison Wi. ERIC: ED 176 992.

WEBB, N.L. (1979): **Content and context variables in problem tasks.** Contenido en "Task Variables in Mathematicas Problem Solving", G.A. Goldin y C.E. McClintock (eds). ERIC/SMEAC. Columbus. Ohio.

WEST, T.A. (1980): **Effectiveness of two drill strategies (pencil and paper-electronic calculator) in facilitating the learning of basic multiplication combinations with factors 7, 8 or 9.** School Science and Mathematics, 80, february.

WHEATLEY, Ch.L. (1979): **The effect of calculator use on the problem solving strategies of elementary schools pupils.** En "Research Reporting Session", NCTM 57th Annual Meeting. ERIC/SMEAC. Columbus. Ohio.

WHEATLEY, Ch.L. (1980): **Calculator use and problem solving performance.** Journal for Research in Mathematics Education, 11, 5.

WHEATLEY, G.H. y SHUMWAY, R.J. (1979): **Impact of calculators in elementary school Mathematics.** Final Report. ERIC: ED 175720. Documento para la National Science Foundation (1980). Washington. D.C.

WHITAKER, D.R. (1980): **Relations between selected no cognitive factors and the problem-solving performance on fourth-grade childre.** En "Problem-Solving studies in mathematics" J.G. Harvey & T.A. Romberg (editores). Wisconsin Research and Development Center for Individualized Schooling. University of Wisconsin. Madison. W.

WHITAKER, W.H. (1977): **A study of change in achievement, interest and acttitudinal variates accompanying the use of electronic calculators in a first grade mathematics curriculum.** (T.D. University of Southern California). DAI 38-A, july.

WILDT, A.R. y AHTOLA, O.T. (1985): **Analysis of covariance.** 8ª edición. Sage Publications. Londres.

WILSON, A.W. (1978): **The effects of the hand-held calculators upon achievement tests scores of elementary school students.** (T.D. University of Montana) DAI 39-A, october.

WYATT, J.W. et al (1979): **Status of hand-held calculators use in school.** Phi Delta Kappan, 61, november.

YVON, B.R. y DOWNING, D.A. (1978): **Attitudes toward calculator usage in schools: A survey of parents and teachers.** School Science and Mathematics, 78, may-june.

ZAKARIYA, N.; McCLUNG, M. y WINNER, A.A. (1980): **The calculator in the classroom.** Arithemtic Teacher, 27, march. También en "Calculator, Computers & Classrooms", (1981). J.L. Higgins y V. Kirschner (eds). ERIC-SMEAC. The Ohio State University. Columbus, Oh.

ZUCKER, B. (1984): **The relation between undestanding and algorithmic knowledge in decimals.** (Tesis doctoral. Universidad of Haifa). Referencia de Nesher (1986).