El carácter funcionalista de la metafísica leibniziana

Laura Estefanía Herrera Castillo

Trabajo presentado para aspirar al título de **Doctorado en Filosofía** con Mención Internacional en la Universidad de Granada

Director: Juan Antonio Nicolás Marín

Departamento de Filosofía II

Universidad de Granada

2012

Editor: Editorial de la Universidad de Granada
Autor: Laura Estefanía Herrera Castillo
D.L.: GR 1379-2013
ISBN: 978-84-9028-552-7

La doctoranda **Laura Estefanía Herrera Castillo** y el director de la tesis **Juan Antonio Nicolás Marín** garantizamos, al firmar esta tesis doctoral, que el trabajo ha sido realizado por la doctoranda bajo la dirección del director de la tesis y hasta donde nuestro conocimiento alcanza, en la realización del trabajo se han respetado los derechos de otros autores al ser citados cuando se han utilizado sus resultados o publicaciones.

En Granada, a 3 de diciembre de 2012

Director de la Tesis — Doctoranda

Fdo.: — Fdo.:

Agradecimientos

Quiero agradecer especialmente a mi director de tesis, Juan A. Nicolás, por el apoyo que me ha brindado para la realización de este trabajo. En el ámbito esctrictamente relativo a la tesis ha sido decisiva su ayuda ya desde el planteamiento mismo del problema de investigación, como también en la orientación y supervisión para todas las decisiones de contenido y forma. En el ámbito del proyecto *Leibniz en español* (FFI2010-15914), del que he participado con una beca FPI (HUM2008-003116) del Ministerio de Innovación y Ciencia (durante el último año: Ministerio de Economía y Competitividad), quiero agradecer la oportunidad que he tenido de participar de todas las herramientas que están en dicho proyecto y han sido de gran utilidad para la elaboración de la tesis, como el invaluable aprendizaje en el proceso de edición de la colección de las *Obras filosóficas y científicas* que se editan en Comares; la participación en la *Biblioteca Hispánica Leibniz*; el acceso a la colección de escritos de y sobre Leibniz de la Biblioteca de Granada que se ha visto fortalecida gracias al apoyo del proyecto; la participación en jornadas, seminarios y congresos que se han organizado desde el proyecto; y, sobre todo, la posibilidad de desarrollar mi investigación en un grupo de trabajo fuerte en Granada, que cuenta con la asesoría de expertos en España y muchos otros países del mundo. Gracias a las posibilidades que se abren desde el proyecto *Leibniz en español* he entrado a formar parte de grandes iniciativas de las que mucho se aprende, como la *Acción integrada con Portugal: Surgimiento de la ciencia moderna en Europa: G.W. Leibniz*; la *Sociedad Española Leibniz para Estudios del Barroco y la Ilustración*, y la *Red Iberoamericana Leibniz.* Por su enorme apoyo, tiempo y dedicación, y por la confianza que ha depositado en mí, quiero expresar aquí mi enorme gratitud.

En el marco de mi beca FPI he podido disfrutar de varias estancias de investigación en Alemania. Quiero agradecer al prof. Dr. Herbert Breger, por la amabilidad y disponibilidad que mostró en las dos ocasiones que tuve el gusto de visitar el *Leibniz-Archiv* en la Niedersächsische Landesbibliothek de Hannover, así como las cuidadosas observaciones y recomendaciones que hizo sobre mi trabajo. A él mismo y al prof. Dr. Wenchao Li, por la oportunidad que abrieron al organizar la *Doktorandenschule* que tuvo lugar en Hannover, durante septiembre de 2011. Allí pude discutir fructíferamente mis ideas en un coloquio dirigido por la prof. Dr. Ursula Goldenbaum y el Dr. Arnauld Pelletier, en compañía del Prof. Dr. Sakai, con un grupo inmejorable de jóvenes leibnizianos del mundo entero. Por los comentarios sobre mi trabajo, la intensa discusión en el seminario y después de él, y los paseos descubriendo monumentos a Leibniz por Hannover, quiero agradecer especialmente a Amanda Hicks, Leopold Hess, Celi Hirata, Lu Zhang, Edward Glowienka, Tzuchien Tho y Thomas Feeney.

En mi estancia de verano en el 2012 tuve el gusto de visitar la *Leibniz Forschungsstelle* en Münster, cuyo equipo de trabajo hizo gala de una exquisita cortesía y me brindó el tiempo y la atención para discutir las ideas de la investigación. Quiero agradecer especialmente al PD Dr. Stephan Meier-Oeser por su tiempo y por los comentarios y consejos fructíferos; igualmente, al prof. Dr. Heinrich Schepers por sus agudas observaciones, su atención, tiempo e interés; y a la Dr. Herma Kliege-Biller por su cálida y afectuosa acogida y asesoría.

Por sus consejos y comentarios, agradezco también al prof. Óscar Esquisabel, con quien discutí ampliamente las ideas de este trabajo en el marco del *I Congreso Iberoamericano Leibniz*, celebrado en Costa Rica en julio de 2012. También allí coincidí con los profesores Mark Kulstad y Enrico Pasini, cuyos generosos comentarios y observaciones han sido de provecho para continuar con la investigación.

Al prof. Bernardino Orio de Miguel, con quien he tenido la fortuna y el placer de discutir muchas veces sobre las ideas de mi trabajo, mil gracias por su paciencia y dedicación, por la amabilidad e interés con las que siempre acoge todas las preguntas, por simples que sean, y por transmitirnos a los leibnizianos incipientes esa pasión por el conocimiento que en él se mantiene tan viva.

A Arancha San Ginés le agradezco la paciencia para resolver mis preguntas cuando me sumergía en penumbras matemáticas. A mis compañeros de trabajo en el equipo *Leibniz en español* les doy las gracias por las discusiones surgidas entre libros y cañas: Miguel Escribano, Manolo Sánchez y Manuel Higueras, nos queda pendiente por lo menos una. Para todas las batallas del incomprensible mundo burocrático, Ana Ramírez sirvió de guía y de solución. En la última etapa, Sagrario López, del Gabinete

Psicopedagógico de la UGR, fue un pilar importante en el proceso de ponerle punto final al trabajo. A ellas quiero manifestarles también mi gratitud.

Le debo un sentido agradecimiento a mi familia, especialmente a mis padres, Mercedes y Gabriel, por el apoyo transatlántico con el que me han demostrado que el cariño no entiende de distancias. No tengo palabras suficientes para decirles lo mucho que les debo. También agradezco a Maralisa Morales, Georgina Díaz, Agata Bak, Pablo Ramos y Alejandro Morillas, quienes, así sea con paseos por Granada o e-mails y mensajes de texto, dominan el arte de aligerar las cargas emocionales y transformarlas en nuevas energías. Finalmente, quiero agradecer a Manuel Rühle, que habiéndome soportado y acompañado durante el proceso entero con enorme paciencia y cariño, ha visto surgir y crecer este trabajo y me ha dado un empujón final para que lograra terminarlo. A él gracias, pues en su compañía ningún camino, por arduo que sea, es imposible de andar.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

De acuerdo con Heinrich Rombach[1], la historia del pensamiento occidental se divide en tres momentos conceptuales: la sustancia, el sistema y la estructura. La última es el concepto determinante del presente, aunque suele mezclarse e irrigarse de la concepción sistemática típica de la época comprendida entre la alta edad media y la modernidad tardía. Tras la idea de la *sustancia* se esconde el ser–para–sí, la mismidad; la sustancia es la base otorgadora de sentido para el ser (*Sein*); el contenido de esta base otorgadora de sentido es lo existente (*Wesen*), que se construye con el ser-para-sí (*Für-sich-sein*) y la *cosidad*, o algo-idad (*Etwasheit*). Mientras que bajo el modelo de la sustancia todo lo que es, o bien es una cosa (o una sustancia), o bien algo a la par de la sustancia o de la cosa, con la idea de la función se desarrolla otra conceptualidad. Aquí lo determinante no es un ser por sí, sino que todo ser se construye en relación con otros, de manera que en el paradigma de la función el lugar crucial de la independencia propia de la sustancia se ve ocupado por el de la correspondencia. Así, el *algo funcional* es impensable solo por sí o como condición previa al todo. Puesto que no hay nada independiente del conjunto, ocurre tanto que el todo —esto es, el conjunto mismo—, se da sólo en la articulación de las partes singulares, como que las partes singulares obtienen su realidad en la articulación con el todo. En el modelo de la funcionalidad el *ser* no es más un concepto adecuado para describir lo que se da y pierde su papel de centro articulador.

G. W. Leibniz es un protagonista en la transformación de la ontología de la sustancia por aquella de la función. De acuerdo con Rombach, en Leibniz se da una ampliación de lo que tradicionalmente se entendía como metafísica, una donde la consideración de lo real está en estrecha consideración con una consideración de la

[1] Heinrich Rombach, *Substanz System Struktur. Die Hauptepochen der europäischen Geistesgeschichte*, tomo 1, Verlag Karl Alber, Munich – Friburgo, 2010, p. 11 ss.

naturaleza, que, a su parecer, es el problema fundamental y el marco dentro del cual cabe hacer la pregunta por la sustancia[2]. A este contexto responde la importancia que Leibniz dio, ya desde su juventud, a los métodos de las ciencias exactas y a la idea de la relatividad de los conocimientos exactos, que nos resultan siempre accesibles no tanto desde la perspectiva de lo que es en cuanto tal como de aquella de lo que aparece. Considerando esta distinción entre lo real y lo fenoménico puede considerarse, como lo hace Juan A. Nicolás, que en el pensamiento de Leibniz hay una línea de interpretación de la realidad fenoménica en términos de un funcionalismo, con el que se abre la vía para el pensamiento científico y su legitimación racional, donde no hay más una esencia inalterable sino que las notas constitutivas de la sustancia toman su valor por la función que desempeñan con respecto al todo[3]. A ello se vincula profundamente la doctrina leibniziana de la expresión y, en particular, la metáfora del espejo con el que se la suele ilustrar. Como señala también Ernst Cassirer, en los trabajos de Leibniz se da una ampliación del campo de la función, que escapa a la matemática y la mera relación geométrica entre los puntos de una recta. El pensamiento funcional, esto es, el de la relación de dependencia entre partes, es una herramienta con la que se transforma el modo de comprensión de la naturaleza; un caso particular de la fuerza del pensamiento funcional para la nueva ciencia leibniziana será para Cassirer la consideración del espacio y el tiempo como relaciones[4]. En suma, la idea de la función es en Leibniz una clave para restructurar el método y los principios generales de comprensión de lo real y con ella puede labrarse un camino de la matemática al ámbito del ser[5].

Inscribiéndose en el contexto de estas lecturas del pensamiento de Leibniz y con el objetivo de profunizar el planteamiento del polo funcionalista del eje vitalista-funcionalista circunscrito dentro de la metafísica de la individualidad sistémica propuesta por J. Nicolás[6], la presente investigación se propone encontrar la idea de

---

[2] Cf. Rombach, *Substanz System Struktur…*, tomo 2, p. 303.

[3] Cf. Juan A. Nicolás, "Ontología unificada en Leibniz: más allá del sustancialismo y el fenomenismo", en *Devenires*, México, vol. IX, 17/2008; pp. 28–30; Nicolás, "Zwei Dimensionen der Leibnizschen Ontologie: Vitalismus und Funktionalismus", *Studia Leibnitiana – Sonderheft*, 37/2010, p. 64.

[4] Ernst Cassirer, *Leibniz' System in seinen wissenschaftlichen Grundlagen*, Georg Olms Verlagsbuchhandlung, Hildesheim, 1962, p. 156ss.

[5] Cf. Cassirer, *Leibniz' System…*, p. 164.

[6] Cf. J. A. Nicolás, "Ontologie der Systemischen Individualität –hinsichtlich einer Systematisierung der Ontologie Leibniz'", en H. Breger – J. Herbst – S. Erdner (eds.), *Natur und Subjekt – Nacktragsband*, IX. Internationaler Leibniz-Kongress unter den Schirmherrschaft des Bundespräsidenten, Druckerei Hartmann GmbH, Hannover, 2012, pp. 66–69; J. A. Nicolás, "El principio del orden como meta-principio de la racionalidad leibniziana", *Revista de Filosofía de la Universidad de Costa Rica*, 51/2013; J. A. Nicolás, "Leibniz: de la biología a la metafísica vitalista", en J. Arana (ed.), *Leibniz y las ciencias*, Comares, Granada, 2013.

funcionalidad que subyace a conceptos centrales en la metafísica leibniziana, por los cuales se modifica la comprensión misma de lo que hay. Restringimos la búsqueda derivada de este propósito general a la identificación de los rasgos de la funcionalidad en el centro definitorio de la sustancia leibniziana, o mónada: su actividad. Así, esta investigación se desarrolla en dos fases, que responden a aspectos hasta ahora no investigados a profundidad por los lectores de Leibniz: la determinación de la idea de funcionalidad en sus escritos; la identificación de esta funcionalidad operando en las formas de darse de la actividad monádica. El punto de partida para la primera de las fases de esta búsqueda serán los escritos matemáticos de Leibniz. En la determinación del punto de partida seguimos también a Cassirer, que señala que después de la estancia de Leibniz en París, donde adquiere sus conocimientos de matemática superior, el joven alemán se ve impulsado a

> remontar la mirada sobre el horizonte estrecho de las consideraciones puramente *aritméticas*. La geometría analítica le brinda el ejemplo de curvas cuyos valores de abscisas y ordenadas se hallan entrelazados por una regla fija y unívoca, pero sin que esta dependencia pueda expresarse en una *ecuación algebraica de determinado grado*. Se establece aquí, por tanto, una rigurosa relación sujeta a ley entre dos o varias magnitudes, sin que por ello una de las series pueda derivarse de la otra mediante la aplicación de las simples operaciones aritméticas de la suma, la resta, la multiplicación y la división. *En general, es el concepto de función el que ahora viene a ocupar el lugar del concepto de número, como el verdadero fundamento y contenido de la matemática*[7]. […] Hasta aquí, el interés recaía esencialmente sobre la determinación de los *elementos* que formaban los contenidos complejos; ahora, versa principalmente sobre las *formas en que se combinan.* […] El número mismo, que ahora no se concibe y define ya, como en un principio, como una simple suma de unidades, sino como una *relación de magnitudes*, es tan sólo el caso más simple de la *relación en general*[8].

Esta fructífera idea de la relacionalidad funcional no se limita a los contextos meramente matemáticos. En la poderosa generalidad que se esconde en la idea de relación funcional —que Cassirer denomina directamente como *concepto de función*[9]— se superan las limitaciones del campo del número y la magnitud. En opinión de Cassirer, "el concepto matemático abstracto de *función* se extiende hasta convertirse en el *concepto de armonía* de la ética y metafísica"[10]. No perseguimos en esta

[7] Cursivas nuestras. Las demás cursivas de la cita son de Cassirer.
[8] Ernst Cassirer, *El problema del conocimiento*, vol. 2, trad. Wenceslao Roces, Fondo de Cultura Económica, México D.F., 1953; p. 82.
[9] Cf. Cassirer, *El problema del conocimiento…*, pp. 123–4.
[10] Cassirer, *El problema del conocimiento…*, p. 124.

investigación las consecuencias ulteriores de una funcionalización tal de la metafísica que bajo su modelo cupiera la armonía ética y metafísica leibnizianas. Nos centramos en la actividad monádica, que puede mostrarse como fuerza o, en rigor metafísico, como expresión. Así, trazamos una línea entre el campo aparentemente estéril para reflexiones filosóficas que constituye la estricta resolución de problemas geométricos y el campo propiamente filosófico de la metafísica, mostrando así una conexión entre dos esferas distintas del pensamiento de un mismo autor. Trazar y seguir esta línea es posible al reconocer que en la aparente esterilidad del concepto matemático de función se esconde una potencia interior que va enriqueciéndose y ganando matices al seguir sus mutaciones en otros conceptos, llegando, incluso, a convertirse en el rasgo central de la perspectiva epistemológica del pensamiento leibniziano, una alternativa frente al sustancialismo cartesiano[11].

Partimos, pues, de la determinación del concepto matemático de función en los escritos de Leibniz basándonos para ello en el concepto contemporáneo de función. Pero no lo hacemos con el propósito de dilucidar los orígenes de la acepción contemporánea de dicho con vistas a esta acepción misma, sino a lo que pueda entenderse como funcionalidad partiendo del propio Leibniz. Para ello, más que el concepto de función —que podría estar presente en el cálculo leibniziano bajo otro nombre[12]— perseguimos el nombre *función* para abstraer a partir de sus usos un concepto leibniziano de función. Esta búsqueda no se ha elaborado antes, con la notable excepción del trabajo de Dietrich Mahnke; sin embargo, su estudio no se dedica tampoco al concepto de función o la determinación de un concepto leibniziano de función, sino a la evolución del análisis superior, proceso dentro del cual se hacen diversas indicaciones en torno al nombre *función* y su significado en los escritos de Leibniz. Son, pues, dos preguntas distintas la de si el concepto matemático actual de función tiene cabida en los escritos matemáticos de Leibniz y su cálculo infinitesimal, y la pregunta por lo que quiera decir el término *función* cuando aparece en un contexto matemático a mano de Leibniz.

Habiendo aclarado los interrogantes iniciales, esta investigación parte de la reconstrucción de una historia del concepto de función, tomando como modelo la acepción del concepto en la matemática contemporánea. A esta reconstrucción se dedica

---

[11] Cf. Nicolás, *Ontología unificada en Leibniz…*, en *Devenires*, México, vol. IX, 17/2008; pp. 28–30.

[12] A saber, el nombre de *relatio*. Cf. Dietrich Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte der höheren Analysis*, Abhandlungen der preussischen Akademie der Wissenschaften, Berlín, 1926; p. 47. Véase la sección *b.* del apartado 1.3, del primer capítulo.

el primer capítulo, que parte de la identificación de un instinto de funcionalidad en la matemática de los antiguos griegos y babilonios. Se muestra aquí el enorme aunque poco reconocido protagonismo de la matemática medieval en la matematización de la ciencia en general, y en la introducción de relaciones funcionales para la descripción de los fenómenos físicos, aunque no se tuviera plena conciencia de las funciones y, por tanto, no se las denominara con un nombre específico. Un momento siguiente en la evolución es la época posterior a la cinemática medieval pero aún anterior al descubrimiento del cálculo, época en la que se plantean los problemas geométricos y físicos que servirán de base para que Leibniz e I. Newton llegaran, cada uno por su parte, a desarrollar sus versiones del cálculo incipiente. El desarrollo de esta herramienta crucial es abordado con cierto detenimiento en una sección correspondiente, dentro de la cual se responden a las preguntas por el papel que juega Leibniz en la historia del surgimiento del concepto de función y cuál es el papel que dicha idea tendría dentro de su cálculo. El último momento en esta evolución es el de los herederos de Leibniz.

Pese al lugar central que ocupa el concepto de función dentro del cálculo y la indudable importancia que el mismo tiene dentro de la matemática contemporánea, muy poco ha sido dicho en torno a lo que Leibniz entendía por *función*. El contexto en el que se atiende al significado que tiene el concepto para Leibniz suele ser el de la historia de la matemática, pero allí no suele dársele al concepto un tratamiento central o detenido. Normalmente, Leibniz aparece en las historias de la matemática a propósito de su descubrimiento del cálculo y las cuestiones específicas sobre el concepto de función —si acaso el leibniziano equivale al que tenemos hoy en día y cuál es su significado dentro de los manuscritos del alemán—, son desatendidas por no responder al interés general de dichos estudios. En la literatura de la segunda mitad del siglo XX suele remitirse a los estudios de A. P. Youschkevitch[13] como referencia para el aporte de Leibniz en la historia del cálculo y, en ocasiones, su concepto de función; sin embargo, una reconstrucción pormenorizada no es de encontrar en los valiosos estudios de Youschkevitch, quien, al referirse a Leibniz, remite, a su vez, a Dietrich Mahnke[14] para consideraciones más exactas. Este último ofrece un estudio cuidadoso sobre la historia

[13] Cf. Adolf Pavlovic Youschkevitch, "The Concept of Function up to the Middle of the 19th Century", in *Archive for History of Exact Sciences*, 1976, vol. 16, pp. 37–85; Youschkevitch, *Die Entwicklung des Funktionsbegriffs*, trad. al alemán de Karin Reich, Veröffentlichungen des Forschungsinstituts des Deutschen Museums für die Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik, Munich, 1972.

[14] Cf. Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte…*. Cf. Youschkevitch, *The Concept of Function…*, p. 56.

del desarrollo del análisis superior, dentro del cual se atiende con detenimiento a los escritos leibnizianos en los que se dan pasos importantes para el desarrollo del cálculo y, en general, de nuevos métodos para encontrar áreas. En este contexto aparecen indicaciones sobre cómo entender el término *función* en los escritos de Leibniz. Con todo, no hay un estudio dedicado con exclusividad a la explicación de este concepto en los escritos matemáticos de Leibniz, sean los de su juventud o madurez. Por esta razón y dada la importancia que dicho concepto tiene para nuestra investigación, el segundo capítulo se dedica a la identificación de un concepto de función en los escritos matemáticos de Leibniz. Se hace aquí una búsqueda minuciosa de las apariciones del nombre y, dentro del contexto de su uso, se persigue identificar el significado que tiene el término. Atendiendo a los manuscritos matemáticos pueden identificarse dos acepciones: una no matemática, donde el término tiene el mismo significado que tiene en el habla cotidiana, es decir, donde se usa como sinónimo para una tarea a realizar o deber; en segundo lugar, el término tiene una acepción matemática, por la que *función* es un nombre común para diversos tipos de rectas y otras magnitudes dependientes de curvas. En el manuscrito del primer cuarto del año 1673, recogido en la edición de la Academia como *De functionibus plagulae quattuor*[15] pero conocido en la literatura como *Methodus tangentium inversa seu de functionibus*, el término *función* es utilizado por primera vez en la historia en un sentido matemático. En esta época, Leibniz no tiene plena conciencia de la importancia del concepto, del que se percata en décadas posteriores; de ahí que en los escritos de juventud no ofrezca definiciones directas o indirectas del término y tengamos que perseguir su significado abstrayendo los rasgos comunes de sus varias utilizaciones. Atendemos, en un primer momento, a este escrito cuidando el contexto de su composición; en segundo lugar buscamos el concepto de función en escritos de madurez de Leibniz, cuando por fin ofrece definiciones descriptivas del mismo.

Como no debe sorprender, la búsqueda en contexto matemático arroja resultados que se ciñen a él: en el concepto de función entendido como nombre común para rectas y fragmentos de ellas que están en una relación de dependencia con una determinada curva no hay, a primera vista, elementos extrapolables a la metafísica leibniziana. Ahora bien, tomando como punto de partida el significado matemático preciso del concepto de función y poniendo atención a lo que hay de común entre todos los elementos

---

[15] AA VII, 4, 664ss.

geométricos que Leibniz denomina como funciones, pueden abstraerse tres rasgos definitorios: legalidad, serialidad y reciprocidad. El conjunto de estos rasgos es lo que denominamos en la investigación como una *funcionalidad desnuda* o *expandida* y será en este sentido que comprendamos la búsqueda de una funcionalidad o instinto de funcionalidad en la metafísica de Leibniz. En la segunda parte de esta investigación defendemos que tales rasgos se encuentran operativos en contextos metafísicos, de manera que no se da una relación funcional sólo entre magnitudes geométricas, sino también entre mónadas. Más aún, hay un carácter funcional que puede rastrearse incluso en el centro definitorio de la mónada misma: su actividad. Puesto que la idea misma de acción sustancial entraña una ambivalencia por la cual ella se da metafísicamente pero se muestra también físicamente, la acción de la sustancia equivale tanto a la expresión como a la fuerza ínsita en todos los cuerpos. El capítulo tercero se dedica a la identificación de un carácter funcional en la relación expresiva. Para ello, partimos de una exposición general del concepto leibniziano de expresión, uno de los más centrales de su metafísica. Dada la riqueza de su significado y la importancia que tiene dentro del sistema leibniziano, guiamos nuestra búsqueda centrándonos en una de las metáforas de las que se sirve Leibniz para ilustrar su concepto: la metáfora del espejo. Rastreamos las apariciones de la metáfora en escritos de corte metafísico buscando delimitar, basándonos en los usos que su autor hace de ella, los rasgos centrales de la relación entre el reflejo y lo reflejado para ver de qué manera la metáfora del espejo puede ilustrar la relación expresiva. Como resultado de esta búsqueda, encontramos que el proceso expresivo se da bajo las características de la multiplicación, diversificación y re-presentación entre elementos que, al tratarse de sustancias, *viven*. En esta caracterización de la relación expresiva se dejan ver los rasgos de la funcionalidad expandida que perseguimos; por ello, en la última parte del capítulo tercero evaluamos la descripción de la relación expresiva como funcional, en diálogo con los anteriores lectores de Leibniz que así caracterizan el concepto de expresión, aunque utilicen el adjetivo *funcional* con un significado muy distinto del nuestro.

Si en la expresión hay una relación de dependencia serial entre los respectos expresivos, análogamente tendría que haberla también entre los elementos de la fuerza. Más aún, en los escritos de Leibniz se encuentra una formulación de la fuerza primitiva en términos de *ley de la serie*, descripción que en la literatura sobre Leibniz y a primera vista puede recordar el concepto de función como una asignación, en sentido matemático. En el cuarto capítulo sometemos a examen el modelo de la funcionalidad expandida en la contrapartida física de la expresión, esto es, la manifestación fenoménica de la actividad monádica como *fuerza*. Como lo hacemos en el tercer capítulo con el concepto de expresión, en el cuarto partimos de una exposición general de la naturaleza del concepto de fuerza en los escritos de Leibniz. Hacemos, para llegar a ello, énfasis en la necesidad que tiene dicho concepto para el estudio de los fenómenos corporales, pues en los argumentos leibnizianos para demostrar dicha necesidad suele dejarse ver el doble carácter —físico y metafísico— del concepto de acción. En un segundo momento pasamos a la identificación del carácter funcional de la fuerza. Para ello, en primer lugar nos centramos en la descripción de la fuerza primitiva como *ley de la serie*, donde exponemos el significado e implicaciones de dicha expresión. En segundo lugar indicamos el carácter de funcionalidad que se esconde tras esta descripción de la fuerza primitiva, atendiendo al doble carácter de la acción de los cuerpos y el lugar privilegiado que tiene la idea de la fuerza primitiva misma para ilustrar la naturaleza de los fenómenos físicos como aquello que debe su realidad a un fundamento metafísico pero es sólo posible en su configuración doble por la que a la vez es fenoménico y está bien fundado. En el papel de la fuerza primitiva para esta doble configuración de los fenómenos se esconden los rasgos de la funcionalidad desnuda, como los hemos determinado en los dos primeros capítulos del trabajo y perseguido en el tercero y cuarto de la misma.

De esta manera, en la presente investigación no sólo se busca un aspecto desatendido, aunque central, del sistema leibniziano, sino que se dan pasos definitivos para posibilitar su búsqueda, a saber: la delimitación del contexto histórico del surgimiento del concepto de función y del papel que juega Leibniz en esta historia evolutiva; la precisión del concepto matemático de función y configuración de los rasgos generales de la funcionalidad abstraídos a partir de él; la localización y señalamiento de un ámbito para la operación de la funcionalidad expandida en la actividad monádica; la determinación de las actividades precisas de este ámbito de operación para la funcionalidad, esto es, la expresión, actividad metafísica por excelencia, donde se muestra de qué manera se identifican los rasgos de la funcionalidad; la fuerza, actividad a la vez física y metafísica, donde también se deja ver una funcionalidad operativa. Acudimos en cada momento a nuestros predecesores, dialogamos con ellos y otros lectores de Leibniz que se acercan a esta manera de interpretar su sistema y ponemos a prueba la hipótesis inicial, por la cual hay una línea de funcionalidad que se deja identificar en los escritos de matemática de su autor y, sin embargo, se puede rastrear también en su metafísica y dinámica.

Objetivos

El propósito de la presente investigación y su modo de desarrollo puede resumirse en los siguientes objetivos:

Objetivo general

Identificar una idea de funcionalidad a partir de los escritos matemáticos de G. W. Leibniz y comprobar la presencia de sus rasgos característicos en los conceptos leibnizianos de expresión y fuerza.

Objetivos específicos

1. Elaborar una reconstrucción en clave histórica del concepto de función
    a. Identificar un *instinto de funcionalidad* y la manera en la que se hace presente en la matemática antigua
    b. Identificar la evolución para el instinto de funcionalidad en la matemática medieval y del renacimiento
    c. Identificar la evolución del instinto de funcionalidad en el contexto de la invención del cálculo infinitesimal
    d. Identificar el papel que juega el concepto de función en el cálculo infinitesimal de G. W. Leibniz
    e. Proyectar la evolución del concepto de función en los herederos del cálculo leibniziano
2. Identificar y formular con claridad el concepto leibniziano matemático de función
    a. Identificar el lugar donde por vez primera aparece el término *función* en un sentido matemático
    b. Encontrar el significado del término *función* a partir de sus usos en los manuscritos de Leibniz compuestos en los primeros años de la década de 1670

c. Encontrar el significado matemático del término *función* en escritos leibnizianos compuestos en décadas posteriores a la de 1670 y determinar si el significado se mantiene o varía
d. Encontrar los rasgos generales de una idea de funcionalidad que vaya más allá del contexto matemático

3. Exponer el carácter del concepto de expresión e identificar en él los rasgos de la funcionalidad expandida
    a. Exponer el concepto leibniziano de expresión desde un nuevo ángulo: atendiendo a la metáfora del espejo
    b. Atendiendo a los rasgos de la relación de reflejo entre la imagen en el espejo y el objeto reflejado, encontrar las características centrales de la relación expresiva
    c. Identificar los rasgos de la funcionalidad que operan en la relación expresiva
    d. Presentar y discutir otras descripciones de la relación de expresión como una relación funcional
4. Identificar en el concepto de fuerza los rasgos de la funcionalidad expandida
    a. Mostrar la necesidad que tiene para Leibniz la presencia de una fuerza ínsita en los cuerpos
    b. Exponer la caracterización de la fuerza primitiva como una ley de la serie
    c. Exponer la manera en la cual los rasgos de la funcionalidad se muestran en el carácter físico y metafísico de la fuerza primitiva.

Metodología

Este trabajo ha sido realizado bajo la supervisión y orientación del profesor Juan Antonio Nicolás y ha tenido como motivación retomar una de sus propuestas filosóficas para comprender la obra leibniziana, a saber, que en el pensamiento de G. W. Leibniz puede encontrarse una dimensión funcionalista de configuración de lo real[16]. El trabajo

[16] Cf. Juan A. Nicolás, “Ontología unificada en Leibniz: más allá del sustancialismo y el fenomenismo”, en *Devenires*, México, vol. IX, 17/2008, pp. 28–30; Nicolás, “Zwei Dimensionen der Leibnizschen

ha sido elaborado principalmente en la Universidad de Granada y se ha articulado con el proyecto de investigación *Leibniz en español* (referencia del Ministerio de Economía y Competitividad para la fase 2010–2012: FFI2010-15914; y del Ministerio de Ciencia e Innovación para la fase 2008–2010: HUM2007-60118), desde el cual ha sido posible, por una parte, discutir fructíferamente las ideas desarrolladas en la tesis con el equipo del proyecto y establecer un contacto con los principales investigadores sobre Leibniz en España y otros países; por otra parte, aprovecharme de las herramientas vinculadas con el proyecto de utilidad para la investigación filosófica sobre Leibniz, como la participación en la edición de las *Obras Filosóficas y Científicas*[17], que me ha aportado un gran aprendizaje para el manejo de escritos de Leibniz; y en la coordinación de la colección *Nova Leibniz*, . En el marco de este proyecto, he entrado a formar parte de la *Acción integrada con Portugal: Surgimiento de la ciencia moderna en Europa: G.W. Leibniz* (AIB2010PT-00167), en cuyas reuniones ha sido posible presentar y discutir mis ideas con el grupo de trabajo español y portugués de la misma. Además, gracias al proyecto participo también desde 2008 como miembro de la *Sociedad Española Leibniz para estudios del Barroco y la Ilustración*, desde 2012 de la *Red Iberoamericana Leibniz*, y participo activamente desde 2012 en la *Biblioteca Hispánica Leibniz*.

La presente tesis doctoral ha sido elaborada trabajando con textos de y sobre Leibniz en las principales lenguas de su redacción y difusión. Seguimos primordialmente la edición de la Academia[18] siempre que el escrito se encuentre ya contenido en esta edición; para los otros casos se recurre a las ediciones habituales. Igualmente se han atendido a las traducciones de los textos de Leibniz, siguiendo en primer lugar la edición de las *Obras Filosóficas y Científicas*, pero utilizando otras traducciones en el caso de que existan y traduzcan textos que no se encuentren comprendidos ya en la edición de las OFC; en todos los casos que exista traducción para los textos, indicamos la referencia en una nota correspondiente. Se ha acudido a la literatura sobre Leibniz en las siguientes lenguas de difusión: alemán, inglés, francés y español.

Para la elaboración de la historia del concepto de función se ha atendido a diferentes manuales sobre historia de la matemática, corroborando en todos los casos la

---

Ontologie: Vitalismus und Funktionalismus", *Studia Leibnitiana – Sonderheft*, 37/2010, pp. 63–65; Nicolás, *Ontologie der Systemischen Individualität…*, pp. 66–69.

[17] G. W. Leibniz, *Obras filosóficas y científicas*, Sociedad Española Leibniz, Granada, Comares, 2007 y ss. (OFC).

[18] *G. W. Leibniz*: *Sämtliche Schriften und Briefe*, Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin (ed.), Darmstadt, Berlín, 1923ss.

información con las obras de los autores reseñados en las mismas. Para ello han sido de enorme provecho las estancias de investigación que, en el marco de la beca FPI de la que he disfrutado entre 2008 y 2012, realicé en el *Leibniz-Archiv* —durante los meses de verano de 2010 y 2011—, con cuya completísima colección fue posible consultar obras de difícil acceso, como aquellas de los autores medievales que protagonizan un momento central en la historia de surgimiento del concepto de función, o bien historia del desarrollo de un instinto de funcionalidad. La información de este primer capítulo culmina con la determinación de un concepto matemático de función específicamente en la obra de G. W. Leibniz, tarea por primera vez realizada con cierto detenimiento en una investigación sobre Leibniz y que se expone en el segundo capítulo de la presente tesis doctoral. Para la elaboración de dicho capítulo fue de enorme ayuda la orientación del profesor Herbert Breger, entonces director del *Leibniz-Archiv* de la Biblioteca de Hannover.

Los resultados del primer capítulo de la tesis y la proyección del segundo fueron presentados y discutidos en la reunión celebrada en Granada durante los días 4 y 5 de marzo de 2011, en el marco de la *Acción integrada con Portugal: Surgimiento de la ciencia moderna en Europa: G.W. Leibniz* (AIB2010PT-00167). En aquella reunión presenté un escrito titulado *Matemática: el concepto de función en G. W. Leibniz.*

El proyecto general de la tesis doctoral, los resultados preliminares de los dos primeros capítulos y una proyección de las ideas de lo que debería constituir los dos capítulos restantes fueron expuestos y ampliamente discutidos en el marco de la primera Escuela de Doctorandos sobre Leibniz (*Doktoranden-Schule*), organizada por los profesores Wenchao Li y Herbert Breger y respaldada por la *Leibniz-Stiftungsprofessur* y la *Leibniz-Gesellschaft*, que tuvo lugar en Hannover entre el 21 y 25 de septiembre del año 2011. En esta ocasión contamos con la dirección de la profesora Ursula Goldenbaum y el doctor Arnauld Pelletier, así como el acompañamiento del profesor Kiyoshi Sakai. Participaron catorce estudiantes doctorales provenientes de Japón, China, Brasil, Bélgica, Francia, Polonia, Estados Unidos, Canadá y España. También expuse algunos de los resultados preliminares de la investigación en el *IX Internationaler Leibniz-Kongress*, que se celebró apenas unos días después, entre el 26 de septiembre y el 1 de octubre de 2011, en Hannover. La comunicación, titulada *Eine* *historische Einführung in den Funktionsgedanken bei Leibniz*, está contenida en el volumen de las actas del congreso, *Natur und Subjekt*[19].

Los resultados del tercer capítulo fueron presentados en el marco del *I Congreso Iberoamericano Leibniz*, celebrado en San José de Costa Rica entre el 10 y el 12 de julio de 2012, con una comunicación titulada *Función y funcionalidad en G. W. Leibniz*. Discutí la propuesta de trabajo para el capítulo cuarto y los avances de la misma con los profesores H. Schepers y S. Meier-Oeser, cuyas valiosas sugerencias e interpelaciones fueron de gran utilidad para redactar el último capítulo de la tesis doctoral.

Además de los contextos anteriores, para la discusión del trabajo he contado con las diferentes reuniones, formales e informales, que hemos tenido con el equipo de trabajo sobre Leibniz en Granada, coordinado por el profesor Juan A. Nicolás. No sobra recordar de nuevo en este punto que el presente trabajo es resultado de su valiosa orientación y que no habría podido ser elaborado en su forma actual de no haberse planteado y llevado a cabo con su apoyo.

En último lugar, quiero señalar que las conclusiones parciales del trabajo de la tesis pueden verse reflejadas también en varios artículos que aparecerán a lo largo del año 2013. A finales de dicho año se publicará en la *Revista de Filosofía de la Universidad de Costa Rica* mi artículo “Función y expresión. Consideraciones en torno al carácter funcional del concepto leibniziano de expresión”, en el que presento parte de los resultados del tercer capítulo de la tesis. En la revista *Cultura. Revista de história e teoria das ideias* se incluirá un artículo sobre *El concepto matemático de función en G. W. Leibniz*, donde publicaré los resultados del segundo capítulo. En la revista *Diálogo Filosófico* aparecerá el artículo “Funcionalidad y reflejo. Una nueva interpretación del concepto de expresión en G. W. Leibniz”, en el año 2013.

[19] H. Breger – J. Herbst – S. Erdner (eds.), *Natur und Subjekt*, IX. Internationaler Leibniz-Kongress unter den Schirmherrschaft des Bundespräsidenten, Druckerei Hartmann GmbH, Hannover, 2011 (*Nacktragsband* 2012).

PRIMERA PARTE

La búsqueda de la idea leibniziana de funcionalidad

CAPÍTULO PRIMERO

El surgimiento del concepto de función

1.1. Introducción: el concepto de función en la matemática actual

Dado el papel que en el desarrollo de esta invaluable herramienta jugó Leibniz, al plantearse la pregunta por el concepto de función en su pensamiento es inevitable pensar en el cálculo, dentro del cual tiene un lugar central la noción de función. Sin embargo, no por inevitable es hacer este nexo algo necesariamente acertado. Al hablar de *función* y de cálculo en Leibniz puede caerse en la tentación de interpretar el concepto como se lo entiende hoy en día; sin embargo, si se tiene como propósito comprender la idea de funcionalidad en Leibniz es preciso ocuparse de mostrar en qué sentido es usado el término en sus escritos y, en consecuencia, preguntarse si acaso lo utiliza de la misma manera como se lo entiende en la matemática moderna. Es menester entonces averiguar si se trata de conceptos distintos y, en caso de que lo sean, precisar en qué medida difiere el uno del otro. Los matemáticos están de acuerdo en responder negativamente a la asunción de que tienen exactamente el mismo significado[20]. Si bien

[20] Cf. Dietrich Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte der höheren Analysis*, Abhandlungen der preussischen Akademie der Wissenschaften, Berlín, 1926, p. 47; H. J. M. Bos, “Fundamental Concepts of the Leibnizian Calculus”, en *Studia Leibnitiana*, Sonderheft 14: *300 Jahre “Nova Methodus” von G. W. Leibniz (1684–1984)*, 1986, p. 116ss.; Carl B. Boyer, *Historia de la matemática*, trad. Mariano Martínez Pérez, Alianza, Madrid, 1986, p. 503; Amy Dahan-Dalmedico – Jeanne Peiffer, *Routes et Dédales*, Études Vivantes, París, 1982, p. 204; J. Dhombres, “Quelques aspects de l’histoire des équations fonctionnelles liés à l’évolution du concept de fonction. Présenté par A. P. Youschkevitch”, en *Archive for History of Exact Sciences*, 1986, vol. 36, p. 119; Adolf Pavlovic Youschkevitch, “The Concept of Function up to the Middle of the 19th Century”, in *Archive for History*

en Leibniz se encuentra por primera vez el término *función* en un sentido matemático, hay ciertas diferencias por las que puede saberse que no se trata del mismo concepto actual y que entre agosto de 1673 —cuando el término es utilizado por primera vez en un sentido matemático a manos de Leibniz— y nuestros días hay un largo proceso evolutivo. Nuestro punto de partida será el de atender a la noción actual de función.

La noción de *función* en la matemática contemporánea quiere decir la relación de dependencia existente entre los elementos de un primer conjunto y elementos bien determinados del segundo, dado un criterio que permita la relación misma. Así, esta noción es un caso restringido de la de *aplicación*; mientras que la noción de función se restringe al caso de conjuntos de números[21], la aplicación refiere a conjuntos en general[22]. En una función, el tipo de relación que hay entre los conjuntos es unívoca, de manera que la relación se da en *una sola dirección*. Por ejemplo, para una función que define la velocidad de un móvil en términos de distancia (s) y tiempo (t), en la expresión $s = f(t)$, donde s es función de t, se muestra que la distancia depende del tiempo. En consecuencia, para cada tiempo dado habrá una cierta distancia. Pero no ocurre lo contrario, es decir, que el tiempo dependa de la distancia[23].

Hermann Weyl define la función de la siguiente manera: "Eine Funktion *f* ist gegeben, wenn auf irgendeine bestimmte gesetzmäßige Weise jeder reellen Zahl *a* eine Zahl *b* zugeordnet ist […]. Man sagt dann, *b* sei der *Wert* der Funktion *f* für den Argumentwert *a*"[24]. Así, la función puede entenderse como el resultado de una asignación unívoca de elementos entre dos conjuntos.

Son numerosas las dificultades para definir el concepto de función en la matemática moderna; normalmente se encuentran aproximaciones a una definición tan abstractas que, en palabras de Fyodor Medvedev, "the character of the functional correspondence (as a relation, an operation, a law, or a rule) is not specified in any way at all; it can be given by a table, a verbal description, a graph, a kinematical rule, an analytic formula, and the like"[25]. Las dificultades se presentan al intentar dar una

---

of Exact Sciences, 1976, vol. 16, p. 56; Youschkevitch, *Die Entwicklung des Funktionsbegriffs*, trad. al alemán de Karin Reich, Veröffentlichungen des Forschungsinstituts des Deutschen Museums für die Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik, Munich, 1972, p. 20; entre otros.

[21] Cf. A. Lentin – J. Rivaud, *Álgebra moderna*, 1973, p. 7.

[22] Una definición cercana para matemática general en D. M. Casesnoves, *Diccionario de matemática moderna*, Editora Nacional, Madrid, 1982, p. 35. Casesnoves define la función por la aplicación.

[23] Cf. Walter Fuchs, *Knaurs Buch der modernen Mathematik*, München-Zurich, 1966, p. 248.

[24] Hermann Weyl, *Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft*, Oldenburg, Munich, 1966, p. 22; cf. Fuchs, *Knaurs Buch…*, p. 248.

[25] Fyodor Medvedev, *Scenes from the History of real Functions*, Basel u. a., Birkhäuser, 1991, p. 28. Las dificultades son señaladas en las páginas 25–28.

definición completa y no circular de función, pues a menudo se la define a través de los conceptos de *correspondencia* o *relación,* y *conjunto,* pero estos conceptos quedan indefinidos[26]. Hay diferentes definiciones generales de lo que sea una función, dependiendo de si se la define desde el punto de vista de la lógica o de la matemática, o del término que quede sin definir. Cuando se busca reducir a uno el número de conceptos indefinidos, generalmente se toma el concepto de conjunto. De acuerdo con este modelo de definición, "A relation $R \subset X$ is called a *function* from X into Y if for each $x \in X$ there exists one and only one element $y \in Y$ satisfying the relation $R(x,y)$"[27]. Dicho con otras palabras, una función es una relación unívoca definida por un par de conjuntos X e Y.

El término "función" aparece en innumerables lugares de la obra leibniziana. Limitándonos a los usos que Leibniz hace del término *función* en sus escritos de matemática, puede encontrarse, según Dietrich Mahnke, un sentido general y uno específico del mismo[28]. Por una parte, *función* designa la tarea que una parte debe realizar en relación con el todo; por la otra, designa una interdependencia entre magnitudes. Antes de pasar a examinar estas posibilidades y con el fin de comprender mejor la noción de función en Leibniz, cabe hacer un recorrido sobre la evolución del concepto de función en la historia en épocas anteriores a la de los escritos del filósofo. En primer lugar se buscará el *instinto de funcionalidad* en la matemática antigua y medieval, y se verán las condiciones históricas que posibilitan el surgimiento del cálculo infinitesimal; en segundo lugar, se hará un breve repaso a las formulaciones sobre el mismo, a manos de Newton y de Leibniz, así como de los herederos del cálculo infinitesimal, para buscar en el surgimiento de esta disciplina claves en la configuración del concepto contemporáneo de función. Que comience la búsqueda.

[26] Cf. Medvedev, *Scenes from the History…*, p. 26.
[27] Medvedev, *Scenes from the History…*, p. 26.
[28] Cf. Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte…*, p. 42, 44ss. Cf. AA VII, 4, 664–5; AA VII, 4, 465–501, entre otros. Puesto que el siguiente capítulo se dedica a una presentación sistemática y argumentada de las distintas acepciones del concepto de función en los escritos matemáticos de Leibniz, no se atenderá a la cuestión también aquí.

1.2. Una prehistoria para el concepto de función

a. El instinto de funcionalidad de Eudoxo a Oresme

No es sino desde el siglo XIV que se hace un uso consciente de las funciones, hace falta esperar aún hasta finales del siglo XVII para encontrar, en Leibniz, el término *función* utilizado en un sentido matemático y hasta principios del XVIII para tener una definición similar a la actual[29]. Sin embargo, puede identificarse una cierta idea de función o *instinto de funcionalidad* operando en la aritmética antigua.

Los babilonios usaron ampliamente tablas sexagesimales de números recíprocos, números cuadrados, raíces cuadradas, cubos, raíces cúbicas, entre otros casos. Las tablas eran útiles para la astronomía, pues con ellas podían, por ejemplo, compilar efemérides del sol, la luna y los planetas[30]. De ahí que E. T. Bell considere que no es *demasiado generoso* al identificar un instinto de funcionalidad en la matemática de los babilonios, dado que una función se puede definir sucintamente como una tabla o correspondencia[31]. Uno de los ejemplos que pueden darse para el instinto de funcionalidad en la matemática griega es la teoría de las proporciones, que en época de Platón había sido relegada tras el descubrimiento de los inconmensurables. La preocupación hundía sus raíces en la imposibilidad de conmensurar dos magnitudes cuando entre ellas no hay una razón como la que hay entre un número natural y otro. Para el mundo griego, el término *razón* era tan amplio que durante un buen tiempo nadie se atrevió a retomar el camino de la teoría de las proporciones. Eudoxo salió al paso del problema dando una nueva definición para el término, que terminó por aceptarse universalmente, como puede verse por la recepción que la teoría tiene en Euclides. Así rezan las definiciones tercera y cuarta contenidas en el libro V de sus *Elementos*: “3. Una razón es determinada relación con respecto a su tamaño entre dos magnitudes homogéneas” y “4. Se dice que guardan razón entre sí las magnitudes que, al multiplicarse, pueden exceder una a otra”[32]. Esta definición pasa a la posteridad como el *axioma de Arquímedes* y resulta de gran utilidad para trabajar con productos de cualquier número de dimensiones.

---

[29] Cf. Youschkevitch, *The Concept of Function…*, p. 37–40, 56, 62; Youschkevitch, *Die Entwicklung des Funktionsbegriffs…*, p. 2–4.
[30] Cf. Dahan-Dalmedico – Peiffer, *Routes et Dédales…*, p. 195.
[31] Cf. E. T. Bell, *The development of mathematics*, Dover Publications, NY, 1992, p. 32.
[32] Euclides, *Elementos*, trad. M. L. Puertas, Ed. Gredos, Madrid, 1994, pp. 9–10.

En sus *Elementos*, Euclides presenta de nuevo esta teoría y la aplicación a problemas concretos. Lo hace, por ejemplo, cuando afirma que *dos círculos están entre ellos a razón doble de sus diámetros*[33]. En esta afirmación llama la atención el uso de las proporciones para resolver problemas geométricos. Para J. Dhombres, aunque al poner en relación cuatro elementos y no sólo dos se bloquea la idea de funcionalidad, con este procedimiento se da, paradójicamente, un paso decisivo para la concepción de la idea de función, camino que continúa, por ejemplo, Nicole Oresme[34].

El uso de las proporciones en las matemáticas griegas equivale, en cierto modo, al uso contemporáneo de las ecuaciones como expresión de relaciones funcionales y en este sentido puede hablarse de un instinto de funcionalidad. Sin embargo, con la teoría de las proporciones se establece una relación de tipo analógico entre los elementos, mientras que una función pone en relación de dependencia —correspondencia—, y no de analogía, los elementos del dominio con los elementos del codominio. Así, pese al instinto de funcionalidad que puede leerse en las relaciones entre elementos estudiadas por la aritmética antigua, no puede decirse que los antiguos griegos y babilonios conocieran y utilizaran un concepto de función sin denominación propia. Más aún:

> Une similitude entre ces correspondances tabulaires antiques et la conception moderne s'impose. Mais avant que, dans la théorie des ensembles, l'idée intuitive de quantité variable ne soit réduite à celle d'un ensemble de quantités constantes, donné préalablement, encore fallait-il que la quantité variable et la loi de variation soient exhibées comme des objets mathématiques. Et cela ne sera pas acquis avant le XVII^e siècle[35].

En efecto, la matemática griega carece de una idea general para dependencias funcionales, de una definición o descripción verbal de algo que pueda identificarse como el reconocimiento de una función operando, y de términos para denominar esa idea general; carece también de la concepción de una cantidad en movimiento, un elemento característico del uso de las funciones entre los siglos XIV y XIX. A estos efectos afirma A. P. Youschkevitch: "there is a good distance between the *instinct for functionality* (Bell) and the perception of it, and the same is true in regard to particular

---

[33] Para los ejemplos del instinto de funcionalidad o dependencia funcional en los griegos, ver Medvedev, *Scenes from the History…*, p. 30.
[34] Cf. Dhombres, *Quelques aspects…*, p. 93.
[35] Dahan-Dalmedico – Peiffer, *Routes et Dédales…*, 195.

functions and the emergency of the concept of a function in one or another degree of generality”[36].

La noción de función aparece en el siglo catorce, cuando la matemática empieza a considerarse como la principal herramienta para estudiar los fenómenos naturales. En este marco surgen las teorías de las calculaciones o latitudes de las formas, que ofrecen representaciones abstractas del movimiento. Estas teorías tienen como antecedentes la obra de Roger Bacon (1214–1294) y de Thomas Bradwardine (1290–1349). Bacon fue el primero en intentar representar en una línea vertical los grados de variación de fenómenos físicos, como el calor, la densidad y la velocidad, pero él se topó con la dificultad de que al nivel de la cuantificación de leyes sólo contaba con las herramientas de los números enteros[37], que son insuficientes para una correcta medida de las variaciones. Más adelante, en su *Tractatus proportionum* de 1328, Thomas Bradwardine busca encontrar la regla matemática exacta con la que puede expresarse la relación de dependencia existente entre la velocidad de un movimiento, la fuerza que lo provoca y la resistencia que lo frena. Esta relación entre fuerza (o causa motriz) y resistencia, en relación con el movimiento, no es nueva para el mundo medieval. En su *Física*, Aristóteles había ofrecido ya un estudio del movimiento vinculando el tiempo, el movimiento, y la distancia, que fue ampliamente discutido durante los siglos XIII y XIV. En sus palabras:

> Puesto que un moviente siempre mueve algo, en algo y hasta algo (entendiendo por *en algo* el tiempo y por *hasta algo* una cierta cantidad de distancia recorrida; pues siempre lo que mueve algo tiene también que haberlo movido, de manera que siempre tiene que haber alguna cantidad de distancia recorrida y alguna cantidad de tiempo en que se lo haya hecho), consideremos entonces lo siguiente. Supongamos que A es el moviente, B la cosa movida, C la distancia según la cual es movida y T el tiempo en el cual es movida. Entonces *1)* en el tiempo T una fuerza igual a A hará que algo que es la mitad de B se mueva sobre el doble de la distancia C, y *2)* lo hará mover sobre la distancia C en la mitad del tiempo T, pues de esa manera se mantendrá la proporción. Y *3)* si la fuerza de A hace mover a B sobre la distancia C en el tiempo T, también hará mover a B sobre la mitad de C en la mitad del tiempo

[36] Youschkevitch, *The Concept of Function…*, p. 43.
[37] Cf. Dahan-Dalmedico – Peiffer, *Routes et Dédales…*, 197.

> T, y *4)* una fuerza igual a la mitad de A moverá a la mitad de B sobre la distancia C en el tiempo T[38].

A partir de este planteamiento se obtiene la siguiente regla general: el doble de la fuerza mueve un móvil de doble tamaño con la misma velocidad con la que la fuerza en su cantidad normal mueve el móvil inicial. De lo que se sigue que de la duplicación de la fuerza motriz o la reducción a la mitad de la resistencia, se obtiene *ceteris paribus* el doble del movimiento[39].

La regla de Aristóteles fue, como toda su física, profundamente estudiada durante el siglo XIII y las primeras décadas del XIV; se buscaba poder formular la regla con mayor concreción, llegar a una generalización de la misma con la que fuera más fácil trabajar y estudiar el movimiento. Thomas Bradwardine es el primero en formular el problema en términos generales y tal es la tarea que busca resolver en su *Tractatus proportionum*[40]. Bradwardine considera que Aristóteles tiene cuatro opiniones erróneas sobre el movimiento[41]. Más que generalizar la regla aristotélica, Bradwardine busca adecuar mejor la regla a los fenómenos. En términos actuales podríamos decir que el propósito de esta obra es el de encontrar la ecuación funcional adecuada para los principios del movimiento[42].

La ecuación buscada debería cumplir con las siguientes condiciones: en el caso de que haya una proporción desigual (*proportio maioris inaequalitatis*) entre la fuerza y la resistencia —si la fuerza motriz es mayor que la resistencia—, la velocidad dependerá de los cocientes de ambas medidas; en el caso en el que haya una proporción equivalente (*proportio minoris inaequalitatis*), es decir, si la fuerza es igual o menor que la resistencia, la velocidad será igual a cero. Así, Bradwardine no considera, con Aristóteles, que en el movimiento se da siempre una la relación de dos a uno, es decir, las variaciones de los movimientos no dependen solamente de la duplicación o reducción a la mitad de las cantidades. Antes bien, los valores comparados pueden estar

---

[38] Cf. Aristóteles, *Física*, VII, 5, 249b27ss.; trad. G. de Echandía, Gredos, Madrid, 1982, p. 309. Cf. Aristóteles, *Física*, 236b19–33.

[39] Cf. Anneliese Maier, *Die Vorläufer Galileis im 14. Jahrhundert. Studien zur Naturphilosophie der Spätscholastik*, Edizioni di Storia e Letteratura, Roma, 1949; p. 85.

[40] Thomas Braduardinus, *Tractatus proportionum Thome Braduardini*, en Alberti de Saxonia, *Tractatus proportionum*, París, 1510; capítulo 2 (p. 8a–12c).

[41] Para las cuatro opiniones, veáse: Braduardinus, *Tractatus proportionum…*, cap. 2, parte 1, p. 8a (primera opinión); segunda opinión en cap. 2, parte 2, p. 9c; tercera opinión en cap. 2, parte 3, p. 9c; y ver cap. 2, parte 3, 10b para la cuarta opinión.

[42] Cf. Maier, *Die Vorläufer Galileis…*, p. 86.

entre sí en cualquier tipo de relación[43]. En la teoría aristotélica habría, pues, por lo menos tres aspectos criticables: *a)* que la relación entre las velocidades debe seguir la diferencia entre la fuerza y la resistencia; *b)* que la relación entre las velocidades debe determinarse por la relación de las diferencias; *c)* que esta regla sólo vale para una relación de dos a uno entre la fuerza y la resistencia y se pasan por alto los casos en que la fuerza sea mayor o igual que ella; aquí no se daría ningún movimiento. En estas tres doctrinas o aspectos criticados pueden entenderse como relaciones funcionales —sin olvidar que se dan dentro del marco de la época medieval—: "es sind Rechenregeln [...], die die Beziehungen zwischen den einzelnen Werten einer abhängigen Variabeln (der Geschwindigkeit) und zweier unabhängiger (Kraft und Widerstand) ausdrücken"[44]. Debe anotarse, sin embargo, que en esta época aún no se contaba con una noción de variable independiente.

Frente a las limitaciones de la regla aristotélica, Bradwardine propone un nuevo tratamiento del fenómeno del movimiento, donde el cambio de la velocidad sigue el cambio de los cocientes de la fuerza y la resistencia. Esta concepción del cambio de la velocidad tiene para Bradwardine un significado distinto de como se lo comprendía antes, pues considera que el hecho de que la proporción entre la resistencia y la fuerza motriz se duplique o triplique no debe cuantificarse, como se lo hacía hasta entonces, con una multiplicación por dos o por tres, sino con el cuadrado o el cubo de las medidas[45]. Correspondientemente, una disminución a la mitad de la velocidad equivale a la raíz cuadrada de la fuerza y la resistencia; una disminución a la tercera parte equivale a la raíz cúbica, etc. Al pasar de una relación entre las medidas por medio de la multiplicación y la división, a una relación por medio de la potenciación y la radicación, el valor de los cocientes permanece siempre mayor que uno y se pierde el peligro señalado en la tercera opinión errónea de la regla aristotélica.

La relación de dependencia entre la fuerza y la resistencia, implícitas en el descubrimiento de Bradwardine sobre la velocidad es una relación funcional, en el sentido en el que se ponen dos cantidades o variables en relación de dependencia; en términos actuales se diría que hay una dependencia logarítmica entre las medidas. De hecho, su regla es denominada por A. Maier como *la función de Bradwardine*[46].

---

[43] Cf. Braduardinus, *Tractatus...*, caps. 3–4 (p. 10d–13b).
[44] Maier, *Die Vorläufer Galileis...*, p. 88.
[45] Cf. Maier, *Die Vorläufer Galileis...*, p. 90.
[46] Cf. Maier, *Die Vorläufer Galileis...*, p. 94.

Los estudios de Bradwardine sobre la velocidad tuvieron un enorme influjo en la posteridad. Puede decirse que hay tres grupos de seguidores de sus doctrinas: *a)* los denominados *proportionistae,* que no desarrollaron más la teoría de Bradwardine, sino que se limitaron a difundirla, en ocasiones parafraseando su *Tractatus proportionum*; *b)* la escuela de Merton, donde trabajaron científicos como Richard Swineshead (1328–¿?) y William Heytesbury (ca. 1313 – 1372/3), y su dirección de trabajo era la cinemática, una ciencia que estudia el movimiento de objetos sin tener en cuenta sus causas; *c)* la escuela de París, cuyo principal exponente es Nicole Oresme (ca. 1320–1382), que trabajó en una dirección geométrica, llegando incluso a determinar formas gráficas para sus mediciones. Puesto que el primer grupo de sus seguidores no desarrolló un contenido propio, se considera de poca importancia para el estudio de la función y a continuación se expondrá brevemente el desarrollo de la idea de función a manos de los integrantes de los dos grupos restantes.

Las escuelas de Oxford y París tienen nociones de movimiento, velocidad, instantaneidad, aceleración y distinguen entre el movimiento local uniforme —según lo había concebido Aristóteles y hasta entonces se lo trabajaba—, y el movimiento uniformemente diforme, es decir, el movimiento uniformemente acelerado. En sus teorías se encuentra un acercamiento a la definición de función por descripciones verbales de sus propiedades específicas o por gráficas[47]. Aquí se intenta cuantificar *cualidades*, o fenómenos, como el calor, la densidad y la velocidad, tomándolos como *grados de intensidad* que pueden variar continuamente dentro de ciertos límites; para ello, se ayudan de escalas de tamaños cuantificables, a los cuales llevan las intensidades de las cualidades y de las formas.

La escuela de Merton estudió a profundidad la *función de Bradwardine*, logrando llegar más allá de las consecuencias que su autor obtuvo y aplicándola a casos y ámbitos distintos del marco de su surgimiento. En efecto, la función fue aplicada a todos los casos especiales del movimiento local, por ejemplo, al caso de la dependencia que la velocidad tiene de la fuerza y la resistencia, cuando una o las dos varían uniformemente, o cuando no lo hacen, etc. En su *De motu locali*[48], Richard Swineshead recoge todas las variaciones posibles para la *función de Bradwardine* y formula por lo menos 49 reglas específicas según los resultados obtenidos. Así, con el tiempo gana

[47] Cf. Youschkevitch, *The Concept of Function…*, pp. 46–47; Dhombres, *Quelques aspects…*, pp. 95–97.
[48] Richard Suiseth, “Tractatus XIV. De motu locali” en *Calculationes*, ejemplar de la Biblioteca Regia Hannoverana, 1505; pp. 44a–49b.

dicha función un uso generalizado para todos los problemas en los que intervienen magnitudes dependientes, incluso, en áreas distintas de la filosofía natural, como lo son la metafísica, ética o teología[49].

Un caso particular para el uso de funciones está en lo que se conoce hoy como *regla del Merton College*. La regla se expresa en términos de distancia y de tiempo; sostiene que si un cuerpo se mueve de manera uniformemente diforme, entonces la distancia recorrida será la misma que recorrería otro cuerpo que se moviera durante el mismo tiempo con un movimiento uniforme, cuya velocidad es igual a la del primer cuerpo exactamente en el punto medio del intervalo de tiempo[50]. En términos actuales, para un cuerpo con un movimiento uniformemente acelerado, "la velocidad media será la media aritmética de las velocidades inicial y final"[51]. Llama la atención de este teorema que se pongan en relación variables, sean dependientes o independientes, de tiempo y espacio; se trata de una puesta en relación proporcional de elementos heterogéneos para hallar un resultado.

La escuela de París también se dedicó rigurosamente al estudio y aplicación de la *función de Bradwardine*, sobre todo en el campo de la física. Jean Buridan (1300–1350) prueba la regla de Aristóteles y llega a la conclusión de que no es cierta por antonomasia. De la regla aristotélica critica el hecho de que deba suponerse siempre que la fuerza es mayor que la resistencia para estudiar el movimiento: "velocitas attendi debet penes proportionem maioris inaequalitatis moventis ad resistentiam"; de esta manera, "quod istae duae regulae Aristotelis de quibus quaerebatur, habeant veritate in quibuscumque proportio motoris ad resistentiam est dupla, sed in aliis non sunt verae, sicut ponuntur"[52]. La relación general entre fuerza, resistencia y velocidad debe ser considerada de una manera distinta:

> ego declaro assumptum, quia duplum dicitur alicui quod continet ipsum vel aequale sibi bis, sed ita est, quod proportio quadrupla bis duplam […] Sed 2ª pars

[49] Cf. Maier, *Die Vorläufer Galileis…*, p. 97. Sobre esta extrapolación —en sus palabras, *ingenua*— de conceptos, opina Maier: "wo immer nun derartige Vergleiche die Form einer proportionalen Beziehung annehmen, d. h. wo immer eine Grösse durch das Verhältnis zweier anderer bestimmt ist, da gilt es als ausgemacht, sofern im einzelnen Fall nicht ausdrücklich eine andere Meinung vorgezogen wird, dass die Abhängigkeit durch die Bradwardinesche Funktion geregelt ist", p. 98.

[50] Es el tipo de análisis que, por ejemplo, hace Swineshead a propósito del problema de la determinación del máximo y el mínimo en su tratado *De maximo et minimo*; Cf. Suiseth, "Tractatus X. De maximo et minimo", en *Calculationes…*, p. 34c y ss.; véase también la regla 33 de su tratado sobre el movimiento local, Suiseth, *De motu locali…*, p. 46b y ss.

[51] Boyer, *Historia de la matemática…*, p. 336.

[52] Johannes Buridanus, *Kommentar zur Aristotelischen Physik*, Parisiis, 1509; libro VII, quaestio septima, folio cviii. Cf. Maier, *Die Vorläufer Galileis…*, p. 99, n. 34.

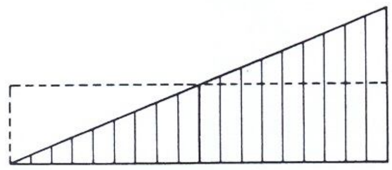
> conclusiones declaratur tam expraedictis quam exemplariter, quia si 6 movent 2, proportio est tripla[53],

etcétera. Buridan está de acuerdo, entonces, con Bradwardine en la crítica a Aristóteles.

También conocedor de la *función de Bradwardine* es Nicole Oresme, que llega a las mismas conclusiones de sus antecesores: la doble regla de Aristóteles es falsa, si se la toma como regla general del movimiento. Sólo vale para el caso en el que la fuerza motriz es el doble de la resistencia. Oresme consideraba que todo lo medible, a excepción de los números, podía imaginarse como cantidades continuas. Sus desarrollos en la vía de una graficación del movimiento son conocidos como la doctrina de la latitud de las formas. Aquí, "points, lines and surfaces, in which, according to Aristotle, the measure or ratio (*mensura seu proportio*) is initially found, are needed so as to measure these *things*; in all other things measure or ratio is learned by their mental relation with points, lines, and surfaces"[54]. Estas relaciones proporcionales entre magnitudes pueden —y deben— ser graficadas, pues el movimiento puede medirse teniendo en cuenta la longitud de los cuerpos y sus posiciones para cada tiempo. Para representar el movimiento, Oresme toma en cuenta las variaciones o intensidades de cantidades continuas —como la distancia de un punto móvil en relación con un punto fijo—, a partir de otras cantidades —como el tiempo—[55]. Así, Oresme se aproxima a la determinación de la velocidad a través de las gráficas y de las relaciones proporcionales entre tiempos y espacios. Con estas herramientas logra obtener una prueba gráfica de la regla de Merton, en la cual grafica la velocidad total —la relación proporcional entre los cuerpos en movimiento— en el área de un trapecio o de un triángulo; esta gráfica es "una sugerencia primitiva de lo que ahora llamamos la representación gráfica de funciones"[56]. Una manera de graficar la regla es partir de una línea horizontal cuyos puntos representan los sucesivos instantes de tiempo, que él llama *longitudes*. Para ciertos puntos de la recta traza un segmento perpendicular, que denomina *latitud*, que representa la velocidad en ese instante; en la figura, las líneas verticales corresponden a las latitudes. Los segmentos limitan con una recta trazada entre el primer punto y el último; si el movimiento es uniformemente acelerado y parte del reposo, la gráfica resultante será la de un triángulo rectángulo.

---

[53] Buridanus, *Ibidem*.
[54] Youschkevitch, *The Concept of Function…*, p. 46.
[55] Cf. Dhombres, *Quelques aspects…*, p. 94.
[56] Boyer, *Historia de la matemática…*, p. 339.



Fuente: Boyer, Historia de la matemática…, p. 339

Así, Oresme obtiene una verificación visual de la regla de Merton, pues la velocidad en el punto medio del intervalo de tiempo es exactamente la mitad de la velocidad final; su representación gráfica es una de las primeras gráficas de la relación funcional que vincula el tiempo y la velocidad. Sin embargo, Oresme da un paso más allá del teorema: consideró que para una velocidad inicial de cero, la discancia se aumenta proporcionalmente al cuadrado del tiempo y, además, que las distancias recorridas durante intervalos equivalentes de tiempo se incrementarían en proporción a los números impares naturales.

A finales del siglo XIV Johannes Marliani se distancia de la opinión de Bradwardine. Si bien está de acuerdo con la crítica que le hace a Aristóteles, considera que su solución peca de la misma manera que la regla aristotélica, pues la relación entre proporciones por potenciación y radicación es, a otra escala, igual que la relación entre medidas simples que se diferencian por duplicación y multiplicación: la relación de dos a uno, esa relación en la que ambas partes varían según una misma medida externa, se seguirá manteniendo. Marliani llega al resultado de que "universaliter talis est proportio motuum […] qualis est proportio proportionum excessuum potentiarum motivarum supra suas resistentias ad suas resistentias"[57]. Para obtener la velocidad habría que restar la resistencia de la fuerza y dividir la diferencia resultante por la resistencia. En el caso en que las medidas sean iguales, el resultado para la velocidad sería cero, y así se cumpliría con la condición principal de la regla buscada para el movimiento.

La solución de Marliani no tuvo un gran efecto en sus contemporáneos y la doctrina de Bradwardine continuó imperante hasta mediados del siglo XVII, cuando vino la mecánica y la gran revolución científica. Sin embargo, con la crítica de Marliani y su solución se pone de manifiesto que el siglo XIV se tenía ya un cierto manejo de la función matemática, aplicándola en problemas físicos. En términos de Maier,

---

[57] Marliani, *Quaestio de proportione motuum in velocitate,* Pavia, Damiano Confalonieri, 1482; art. III, concl. 8.

> Der Umstand, dass die dynamischen Gesetze, die auf diese Weise exakt formuliert werden sollten, als solche nicht stimmen und dass darum die gefundenen Regeln notwendig falsch ausfallen mussten, hat in diesem Zusammenhang nichts zu sagen. […] der physikalische Tatbestand wird vorausgesetzt, und die Aufgabe, die die Spätscholastik sich von Bradwardine an stellt, ist die, eine einheitliche für alle Werte gültige Rechenregel zu finden, die die vorausgesetzten physikalischen Abhängigkeiten zum Ausdruck bringt[58].

En el siglo XIV hay un cierto nivel de abstracción en el que se juega con la idea de función, pese a que hubiera sido sólo descrita o graficada y no se hubiera dado un nombre específico para identificarla. Como los demás científicos de esta época, Oresme no ofrece una definición clara y específica de lo que sea una función, pero enuncia verbalmente problemas que hoy pondríamos en términos de ecuaciones funcionales y lo hace utilizando el lenguaje de las proporciones. Al centrar su atención en la situación, la doctrina de la latitud de las formas comparte aspectos con el cálculo infinitesimal, en cuanto se preocupa por la manera en que varía la función de la variable —lo que hoy se denomina ecuación diferencial de la curva—, y por la manera en que varía el área bajo la curva —la integral de la función—. Tanto en los trabajos de la escuela de París como los de Merton, hay un uso consciente de ideas generales para medir cantidades variables, sean dependientes o independientes; ideas para las que no se ofrecen definiciones pero para las cuales se dan nombres, dependiendo de la operación específica. Oresme no sólo introduce explícitamente y para problemas abstractos la representación gráfica de una variación, pues para cada representación gráfica ofrece una definición geométrica equivalente. Al poner en relación proporcional elementos y tiempos, en la teoría de Oresme se encuentra un antecedente importante para el cálculo que más adelante desarrollarán Newton y Leibniz. Con las escuelas de Oxford y París se da un paso teórico importante, "donc, que celui-ci où l'on commence à envisager les lois de la nature comme des lois de type fonctionnel et où s'effectuent des échanges entre pensée mathématique et considérations cinématiques"[59]. Si bien la noción de función que opera aquí no es exactamente el concepto actual y la idea de relaciones funcionales no se haya desarrollado a través de mediciones específicas sino sólo en principios, se acerca mucho más al concepto actual que los usos aproximados a él que

[58] Cf. Maier, *Die Vorläufer Galileis…*, p. 110.
[59] Dahan-Dalmedico – Peiffer, *Routes et Dédales…*, p. 197.

pueden rastrearse en la matemática de los antiguos griegos y babilonios. A este respecto comenta Maier:

> Dass die Spätscholastik die Funktion im Sinn der modernen Mathematik nicht gekannt hat, ist selbsverständlich ; andererseits ist es ebenso selbstverständlich, dass nicht nur sie, sondern schon Aristoteles mit dem Phänomen der funktionellen Abhängigkeit wohl vertraut war. Ohne das wäre ja eine Wissenschaft von der Bewegung im weitesten Sinn gar nicht möglich gewesen[60].

Tanto en los primeros como en los segundos puede rastrearse, sin embargo, el instinto de funcionalidad que surge en las relaciones proporcionales y con las escuelas de Oxford y París se desarrolla con fuerza y claridad mayores en la vía de la idea de función.

b. Antecedentes para el cálculo infinitesimal: del siglo XV al XVII

La teoría de las calculaciones tuvo una amplia difusión durante los siglos XV, XVI e incluso a principios del XVII, una época en la que aún era enseñada en las universidades. Aunque no tuvo mayores contribuciones durante este periodo, varios de sus rasgos se encuentran en los desarrollos científicos de Descartes y, posteriormente, de Leibniz y Newton. No puede asegurarse con certeza que Descartes conociera de primera mano la obra de Oresme, pero algunos suponen que la conoció a través de I. Beeckman, de quien se sabe que estudió a fondo los desarrollos de Oresme. Aunque esta relación sea apenas probable, llama la atención la actitud de Descartes de representar cantidades variables y sus relaciones a partir de formas geométricas y segmentos de líneas rectas. Durante el siglo XVI, en general, hay un amplio uso de la geometría como método para resolver problemas de física.

Leibniz, por su parte, era un conocedor y admirador de la obra de R. Swineshead y es probable que, por esta razón, heredara algunas de sus preocupaciones, como la consideración matemática del movimiento que aquél resolvió a través de la cinemática y que éste desarrolló mucho con su dinámica, al introducir el análisis de las fuerzas. Por último, Newton hizo parte de la escuela inglesa en un tiempo en el que se seguían impartiendo las teorías de las calculaciones. Pese a su posible influencia, en estas teorías no se encuentran todos los factores para abrir una vía de interpretación de la funcionalidad a la manera del concepto actual.

---

[60] Maier, *Die Vorläufer Galileis…*, p. 81.

Durante los siglos XVI y XVII se dieron algunos factores que abrieron la posibilidad de interpretar la función como una relación más abstracta, esto es, una relación entre números más que cantidades, así como sus representaciones más analíticas a través de fórmulas. Tales son, en primer lugar, el desarrollo de una matemática computacional; en segundo lugar, la creación del álgebra simbólica, a manos de Viète (1540–1603), a través de la cual es posible trabajar con números imaginarios y complejos, y anotar una expresión algebraica que contiene cantidades desconocidas y coeficientes arbitrarios bajo una forma concisa y manejable. En tercer lugar, la presencia cada vez mayor de una concepción cuantitativa de las leyes de la naturaleza, con la que se establecen relaciones funcionales entre valores numéricos y cantidades físicas.

Tal es el ambiente en el que se mueve Galileo (1564–1642). El gran científico italiano ofrece una prueba del teorema de Merton y aplica sus resultados al estudio de la caída de los cuerpos. En sus *Discursos y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias* enuncia:

> Si un móvil cae, partiendo del reposo, con movimiento uniformemente acelerado, los espacios por él recorridos en cualquier tiempo que sea están entre sí como el cuadrado de la proporción entre los tiempos, o lo que es lo mismo, como los cuadrados de esos tiempos[61].

El hecho de que la relación entre espacio y tiempo se exprese en términos de la teoría de las proporciones es de gran relevancia para un estudio sobre la noción de función. Aquí el hábil manejo de las proporciones revela que se hace un tratamiento a la relación entre las partes como teniendo una relación funcional. Más adelante, como corolario para este teorema, escribe:

> Se sigue claramente de aquí que, si desde el primer instante o inicio del movimiento hubiéramos tomado sucesivamente un número cualquiera de tiempos iguales, […] estos espacios estarán entre sí como los números impares *ab unitate*; es decir, como 1, 3, 5, 7: es ésta, efectivamente, la proporción entre los excesos de los cuadrados de las líneas que se sobrepasan igualmente y cuyo sobrante es igual a la más pequeña de ellas; es decir, entre los números cuadrados consecutivos *ab unitate*. Por lo tanto, cuando los grados de velocidad aumentan, en tiempos iguales, según la

---

[61] Galileo, *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*, C. Solís – J. Sabada (introd. y notas; trad.), Editora Nacional, Madrid, 1981; p. 294.

> serie de los números naturales, los espacios recorridos, en los mismos tiempos, adquieren incrementos según la serie de los números impares *ab unitate*[62].

En esta relación entre partes el tiempo se toma como una unidad arbitraria. Así tomado el tiempo —como algo arbitrario—, una cantidad continua como lo es la distancia se supedita a satisfacer una cierta condición, expresada por la relación que hay entre los enteros impares y la unidad. Tal es un manejo funcional de las proporciones, un resultado al que ya había llegado, aunque por otros medios, Oresme, esto es, a la determinación de que hay un incremento proporcional entre las distancias y que ese aumento se da conforme a la sucesión de los enteros impares. Sin embargo, mientras que la prueba de Galileo a la regla del Merton College se basa directamente en el uso del método de los indivisibles, en Oresme puede decirse que hay el uso de indivisibles es, apenas, implícito[63]. Ahora bien, Galileo considera que esta descripción matemática abstracta caracteriza los movimientos uniformemente acelerados —los que en las teorías de las calculaciones o latitud de las formas eran denominados como *uniformemente diformes*—. Y si los caracteriza en teoría, entonces puede probarse también empíricamente; lo prueba con su experimento del descenso de una bola de bronce sobre un plano inclinado, descenso controlado y sometido a medidas específicas. Así, lejos de quedarse en su plano abstracto, aquella descripción matemática —en la que se expresa un sorprendente manejo de las proporciones y, por lo tanto, muestra un índice de funcionalidad— tiene consecuencias dinámicas.

> En conséquence, la vérification *expérimentale* de l'équation fonctionnelle […] pour une unité de temps *t* quelconque et quelques entiers successifs *n*, *équivaut* á la dépendance quadratique de la distance parcourue en fonction du temps. […] Avec Oresme, l'idée fonctionnelle permettait une lecture analytique des propriétés des fonctions affines sous la forme d'une équation fonctionnelle. Avec Galilée, *l'équivalence* est poussée à d'autres fonctions et elle sert en outre de *pivot* entre la démarche expérimentale et la conclusion théorique. C'est indéniablement mettre les équations fonctionnelles à un très haut niveau d'intérêt[64].

El estudio de Galileo sobre el teorema de Merton es sólo uno de los ejemplos que pueden citarse en los que se muestra un paso fundamental hacia el surgimiento del concepto de función: la concepción de una *ley* como una dependencia entre cantidades

---

[62] Galileo, *Consideraciones y demostraciones…*, pp. 295–6.
[63] Cf. Youschkevitch, *The Concept of Function…*, p. 49.
[64] Dhombres, *Quelques aspects…*, p. 108.

variables. Al considerarse, ya desde tiempos de Bradwardine y Bacon, la matemática como un componente del estudio de los fenómenos naturales, ella misma se va transformando a la vez que la ciencia avanza. Siendo el concepto de ley entendida como dependencia entre variables una de las cuestiones centrales del desarrollo científico en el siglo XVII y estando la matemática considerada como el método universal para el conocimiento de la realidad, poco a poco se estableció dentro de la ciencia la idea de la regularidad y la legalidad como parámetros del conocimiento científico y, de la mano con ello, en matemática comienza a surgir la idea de una dependencia funcional.

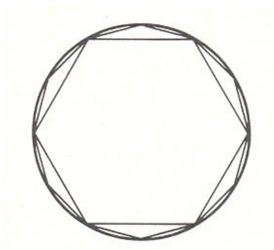
El siguiente paso hacia la formación del concepto de función, específicamente con respecto al método analítico para definir una función, está estrechamente vinculado con Descartes y Fermat. En su *Geometría* Descartes hace explícita por primera vez la idea de que en una ecuación que contiene dos variables es posible determinar todos los valores de una de las variables a partir de valores dados de la segunda de ellas[65]. Cabe hacer dos precisiones al respecto: *a)* durante la época, la idea de una fórmula analítica es una herramienta auxiliar a una idea arraigada y que marca el trasfondo de toda la geometría analítica: la representación geométrica. No importa cuán abstractas puedan ser las ecuaciones con las que se describen las curvas o las relaciones entre ecuaciones a las que se llega; aquí el panorama es geométrico y una fórmula analítica, por ejemplo, de una curva, no es otra cosa que una forma de *describir* la curva. *b)* No hay en la época una escritura explícita y clara para las funciones. Siempre que aparece alguna, se da implícitamente como una relación entre dos variables; no se encuentra en ningún escrito de este tiempo una función en la forma $y = f(x)$. Esto se debe a dos factores. Por una parte y como se ha dicho ya, el concepto de función se solapa con el concepto de regularidad en la ciencia natural. El lenguaje para expresar la equivalencia, dependencia o, en términos generales, relación funcional entre dos variables sigue siendo en el siglo XVII el mismo que utilizó Eudoxo —con quien comienza el recorrido de nuestra historia del concepto de función—: las proporciones. Una cosa que está en función de otra se expresa, tanto en ciencia natural como en matemática, como estando en *razón* —proporcional— de la otra. Por otra parte, el segundo factor que condiciona la aparición siempre implícita de las funciones es el hecho de que la representación de una

65 Cf. Descartes, “La geometría”, en *Discurso del método, dióptrica, meteoros y geometría,* trad. G. Quintás Alonso, Ed. Alfaguara, Madrid, 1981; libro primero, p. 292–3. Además: Youschkevitch, *Die Entwicklung des Funktionsbegriffs…*, p. 15; Cf. Medvedev, *Scenes from the History…*, p. 36.

correspondencia funcional como una fórmula se origine en el álgebra, que en la época era concebida como el estudio de las ecuaciones.

La preeminencia de la curva sobre su fórmula se mantuvo firme durante las décadas subsiguientes. Hace falta esperar a épocas de Leibniz y Newton, esto es, del surgimiento del cálculo infinitesimal para que se dé un mayor protagonismo de las funciones. Para comprender mejor el lugar de la función en el cálculo naciente, es importante explicar antes los elementos que posibilitan el surgimiento de esta herramienta de tanto valor para la matemática: tales son la omnipresencia del método de exhausción en la resolución de problemas en la época; el uso de los *infinitamente pequeños*; y los numerosos estudios de cuadraturas y tangentes.

Un antecedente claro para el cálculo se encuentra en el método de exhausción —o método exhaustivo—, ideado por Eudoxo pero transmitido a la posteridad por Euclides y perfeccionado por Arquímedes. De hecho, hay en la modernidad un constante recurso a Arquímedes para resolver los problemas matemáticos, pese a que sólo hasta el año 1544 apareciera una nueva edición de su obra, copiada, a su vez, de una copia que data del siglo IX o X. Uno de sus tratados más importantes, denominado *El método,* estuvo incluso perdido hasta principios del siglo XX. En la época moderna se ven las primeras influencias de los trabajos de Arquímedes en las obras de Galileo y Kepler. El método de exhausción busca demostrar que un área, una superficie o un volumen, es igual a una magnitud del mismo tipo ya conocida. Como puede verse en la siguiente figura, con Arquímedes se hizo riguroso el procedimiento de circunscribir polígonos regulares en la figura cuya área se pretende averiguar, para luego confirmar que el área conocida corresponde al área desconocida.



Fuente: Boyer, Historia de la matemática…, p. 130

La denominación del método es un poco desafortunada, pues con él no se agota la figura a determinar; antes bien, es una manera de evitar el infinito. De acuerdo con este método el procedimiento es, dada una magnitud cualquiera, sustraer una parte igual o menor que su mitad; de la parte resultante, sustraer de nuevo una cantidad igual o menor que su mitad y continuar repitiendo el proceso. De esta manera "terminaremos por obtener como resto una magnitud menor que cualquier magnitud del mismo tipo dada de antemano"[66]. En consecuencia, se produce una aproximación al área total de la figura que se pretendía conocer. Puesto que para probar que la magnitud buscada equivale a la magnitud conocida es preciso contar ya con tal magnitud, el método exhaustivo es sólo demostrativo y no sirve para obtener resultados.

Durante el siglo XVII los matemáticos tuvieron la preocupación de encontrar un método equivalente por el que se pudiera obtener los resultados además de probarlos. Una de las respuestas más comunes que surgieron con tal propósito son los métodos de integración que, como el de Cavalieri y el de Wallis, hacían subdivisiones equidistantes de los intervalos, imaginándose así que el polígono cuya área o volumen se quiere conocer está subdividido en líneas paralelas. Cavalieri denominó estas líneas como *los indivisibles de la figura dada*. Así, las maneras para encontrar un método análogo al método de exhausción pero capaz de producir resultados se relacionan, de nuevo, con un aspecto de la obra de Arquímedes: el principio de los infinitamente pequeños. Éste aparece en dos formas distintas, según se trate de la diferenciación o de la integración. En la primera mitad del siglo XVII, los métodos infinitesimales de cuadraturas estaban basados en la concepción de un área como una suma infinitesimal. Lo que significara este concepto, sin embargo, era una permanente discusión entre los matemáticos. En cuanto a los métodos para resolver problemas de tangentes, algunos conducían a reglas fijas, mientras que otros sólo sugerían los procedimientos a seguir. Estos procedimientos se basaban en ideas muy distintas:

> Descartes usaba un argumento acerca del número de puntos de intersección entre una circunferencia y una curva; Fermat utilizaba triángulos semejantes y el concepto de adigualdad, mientras que Roberval se basaba en una idea intuitiva de la velocidad instantánea y la ley del paralelogramo para componer velocidades. El triángulo característico, de lados Δx, Δy y Δs, no jugaba un papel explícito en la deducción de los métodos de tangentes, no obstante fue utilizado por Pascal […], pero hasta Leibniz no fue reconocida de una manera completa la importancia de este triángulo[67].

[66] Cf. Boyer, *Historia de la matemática…*, p. 129.
[67] Kirsti Andersen, "Las técnicas del cálculo, 1630-1660", en I. Grattan–Guinness (ed.), *Del cálculo a la teoría de conjuntos, 1630–1910. Una introducción histórica*, trad. Mariano Martínez Pérez, Alianza, Madrid, 1984, p. 67.

Suele considerarse que el camino hacia la definición de la noción actual de *límite* pasa por la consideración del método de máximos y mínimos de Fermat, cuyas bases encuentran algunos en los infinitamente pequeños de Arquímedes[68]. Si bien es cierto que con el método de Fermat se incrementan magnitudes que podríamos interpretar como variantes independientes, la tentación de extrapolar su método al cálculo actual excede las pretensiones del método mismo. En efecto, Fermat no concibe la cantidad como una función ni los mínimos como infinitesimales; además, su método no contiene el concepto de límite, sino que es puramente algebraico. Incluso, es posible que el método de Fermat no surgiera a partir del problema de los infinitamente pequeños; Andersen señala, a partir del manuscrito *Syncriseos et anastrophes* de Fermat, que ideó el procedimiento a partir de su estudio de la teoría de ecuaciones de Viète y de "lo que Pappus denomina con la expresión *monachòs* como significado *singular*, en el sentido de *único*"[69]. A pesar de lo tajante que pueda resultar la afirmación anterior, puede decirse con claridad que Fermat y Barrow sentaron las bases sobre las que se desarrollaría más adelante el cálculo[70]. Los fructíferos estudios sobre cuadraturas y tangentes ocasionan que a mediados del siglo XVII se cuente con un cálculo de áreas curvilíneas que progresivamente fue adquiriendo el carácter de un método de cuadraturas contenedor de todos los elementos para llegar a definir una integral como el límite de una suma. Tales estudios tienen un carácter profundamente cinemático, estando los problemas de cuadraturas y tangentes siempre vinculados a un estudio del movimiento, que contendrá el germen de las nociones de integral y derivada. Ni Torricelli ni Fermat vieron el vínculo entre ambos problemas; Barrow es el primero en indicar el carácter inverso entre los problemas de cuadraturas y tangentes. Sin embargo, ninguno de estos autores —tampoco Gregory— pudieron imaginar la importancia que el carácter de la inversión tiene para el cálculo infinitesimal. De hecho, las afirmaciones de Barrow sobre dicho carácter son aun demasiado geométricas y carecen de la generalidad y abstracción necesarias para operar con ellas en los procedimientos analíticos.

Entre los siglos XIV y XVII se hicieron grandes avances hacia la formación del concepto de *función*, si bien en la época no aparece en cuanto tal ni tiene el protagonismo que recibirá más adelante. Sobre todo durante la primera parte del siglo XVII se dieron pasos enormes hacia la configuración del cálculo infinitesimal, donde la

---

[68] Cf. Nicolas Bourbaki, *Elementos de historia de la matemática*, trad. Jesús Hernández, Alianza, Madrid, 1972, p. 238.
[69] Andersen, *Las técnicas del cálculo…*, p. 39.
[70] Cf. Dahan-Dalmedico – Peiffer, *Routes et Dédales…*, 177.

función juega un papel central. Los elementos estaban dados, pero para que el cálculo mismo naciera hizo falta ponerlos en contacto. Hizo falta reconocer la gran utilidad del triángulo característico[71], que verá Leibniz, así como la importancia de una notación específica[72], cuya carencia explica el hecho de que este periodo no hubiera arrojado ideas básicas y generales aplicables tanto para la determinación de tangentes como a la de cuadraturas. Hizo falta también ver la importancia en el carácter inverso entre las cuadraturas y las tangentes. Sin embargo, es indudable que los problemas y soluciones propuestas por los matemáticos y científicos en la primera mitad del siglo XVII iluminaron el camino para el surgimiento del cálculo en la segunda mitad del siglo. De acuerdo con F. Medvedev:

> Nevertheless if the science and mathematics of the seventeenth century are regarded as a whole, one can assert that the general notion of a scientific law, a natural regularity, in natural philosophy preceded the explicit general concept of functional dependence, and that in the final analysis the latter was a reflection of the former[73].

Demos, pues, el paso para intentar ver en el nacimiento del cálculo infinitesimal elementos para la configuración del concepto de función.

1.3. El descubrimiento del cálculo infinitesimal

Quizá la mejor definición explícita del *concepto* de función con la que pudo contarse en siglo XVII se debe a James Gregory, que en 1667 define habla de una cierta cantidad “obtenue à partir d’autres quantités par une succession d’opérations algébriques, ou, dit-il, par n’importe quelle opération imaginable”[74]. En palabras de Gregory:

> Quantitatem dicimus a quantitatibus esse compositam; cum a quantitatum additione, subductione, multiplicatione, divisione, radicum extractione, vel quacunque alia imaginabili operatione, sit alia quantitas. / Quando quantitas componitur ex quantitatum additione, subductione, multiplicatione, divisione, radicum extractione;

[71] Que no ha de confundirse con el triángulo armónico, obtenido por Leibniz a partir de sus estudios sobre el triángulo aritmético. Sobre el triángulo armónico véase: Mary Sol de Mora Charles, “Algunos aspectos de los escritos matemáticos de Leibniz en su edición en español”, en M. Sánchez – S. Rodero, *Leibniz en la filosofía y la ciencia modernas*, Comares, Granada, 2010, pp. 407–430.

[72] Como se verá más adelante, establecer con rigor una notación para sus métodos es una de las principales preocupaciones de Leibniz.

[73] Medvedev, *Scenes from the History…*, p. 33.

[74] Dahan-Dalmedico – Peiffer, *Routes et Dédales…*, 202.

> dicimus illam componi analytice. / Quando quantitates a quantitatibus inter se commensurabilibus analytice componi possunt, dicimus illas esse inter se analíticas. / Si a quantitatibus quotcunque A, B, C, D, E componatur quantitas X, & a quantitatibus F, G, C, D, E componatur quantitas Z, eadem omnino methodo &iusdem omnino operationibus quibus ante componebatur X, positis quantitatibus F, G, loco quantitatum A, B; si inquam hoc fiat, dicimus quantitatem X eodem modo componi a quantitatibus A, B, quo Z componitur a quantitatibus F, G[75].

Y así con las cantidades por Gregory denominadas convergentes. Nótese que esta lista de definiciones de cantidades termina con el concepto de *serie* y de *series convergentes*, lo que es también un índice de la influencia que los métodos de cuadraturas de Gregory pudieron tener en el posterior desarrollo del cálculo infinitesimal.

Es menester aclarar aquí que, si bien se sirve de esta noción funcional para su método de cuadraturas, Gregory no usa el término *función*, sino *cantidad* sin más. Además, pese al instinto de funcionalidad que permea tanto la definición de cantidad como las definiciones específicas para cantidades específicas, no puede decirse que se cuente en su método de cuadraturas con una noción clara y específica de lo que es una función. En efecto, el paso de la primacía que tiene la curva en la geometría cartesiana a una primacía de la fórmula y, simultáneamente, el paso de la definición implícita de la función a una explícita, se da con Newton. Con la idea de hacer uso de algoritmos *infinitos* para definir una función y, más concretamente, la representación de funciones en serie de potencias enteras se da un paso más en la historia de la formación del concepto de función; pero, por lejos que se hubiera llegado en la primera mitad del siglo XVII, es en el cálculo —infinitesimal o de fluxiones— donde el uso de las funciones alcanza, hasta entonces, su máximo desarrollo.

El descubrimiento del cálculo se debe tanto a Leibniz como a Newton. Los dos científicos estuvieron envueltos en una amarga polémica por la prioridad del descubrimiento, en la que el orgullo y los nacionalismos prevalecieron sobre los hechos. Gracias a las investigaciones del siglo XX se sabe hoy que ambos científicos llegaron independientemente a su descubrimiento. Newton desarrolló su cálculo entre 1664 y 1666, mientras que Leibniz llegó a él ligeramente después, durante los primeros años de la década de los setenta. Pese a que su cálculo fuera posterior, Leibniz fue el primero en

[75] James Gregory, *De vera circuli et hiperbolæ quadratura, in propia sua proportionis specie, inuenta et demonstrata a Jacobo Gregorio Abredonensi Scoto,* ex Typographia Iacobi de Cadorinis, 1667, p. 9–10.

publicar sus resultados[76]. El cálculo de Leibniz prevaleció sobre el de Newton, debido, por una parte, a la flexibilidad de su notación y de sus métodos; y por otra, al aislamiento que la citada polémica dio al cálculo de Leibniz en el continente y al de Newton en Gran Bretaña, donde no tuvo seguidores con habilidades matemáticas suficientes para desarrollarlo más[77].

a. El método de fluxiones

Sir Isaac Newton legó muy pocos escritos sobre el cálculo. Aunque podría decirse que no pasan de tres, hay en su obra también tres concepciones distintas sobre el cálculo: la concepción infinitesimal, el método de fluxiones y el método de las razones primeras y últimas[78]. En la primera concepción, claramente inspirada por Wallis y Barrow, Newton opera con cantidades infinitamente pequeñas, denominadas por él *momentos* y equivalentes a los aumentos infinitesimales con los que operó Fermat. Hay una clara influencia de las ideas intuitivas del movimiento en su cálculo. Las curvas aquí son pensadas como trazos resultantes del movimiento de un punto *fluyente*. Sus *momentos* equivalen al camino infinitamente corto que recorre el punto en un tiempo infinitamente pequeño; en sus consideraciones no hay cabida para alguna noción equivalente a la actual de *límite*[79]. Como atestigua su *De analysis per aequationes numero terminorum infinitas*[80] —compuesto en 1669 pero publicado en 1711—, Newton establece con claridad el vínculo entre cuadraturas y derivadas. Sin embargo, no se preocupó por precisar las definiciones de sus términos, pues no se encuentran en esta versión del cálculo definiciones para las nociones de derivada o integral; tampoco de los momentos o aumentos infinitesimales.

La segunda concepción de su cálculo es la más conocida: el *método de fluxiones*, presentado en su libro homónimo de 1671 (no publicado hasta 1736). Para asentar su método sobre bases sólidas, "Newton s'inspire du modèle de la mécanique théorique et

---

[76] Aunque tiene numerosos escritos y borradores del cálculo durante la década de los setenta, Leibniz no hará público su nuevo método hasta 1684. Cf. G. W. Leibniz, *Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas, nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus*, GM V, 220–226.

[77] Cf. H. J. M. Bos, "Newton, Leibniz y la tradición leibniziana", en en I. Grattan–Guinness (ed.), *Del cálculo a la teoría de conjuntos, 1630–1910. Una introducción histórica*, trad. Mariano Martínez Pérez, Alianza, Madrid, 1984, p. 71. Cf. Bell, *The Development of Mathematics…*, 148.

[78] Cf. Dahan-Dalmedico – Peiffer, *Routes et Dédales…*, p. 178.

[79] Cf. Bell, *The Development of Mathematics…*, 151.

[80] Cf. Isaac Newton, "De analysi per aequationes numero terminorum infinitas", en *Mathematical Papers*, D. T. Whiteside (ed.), Cambridge University Press, 1968; vol. II, p. 206ss. El escrito data probablemente de junio de 1669.

introduit le temps comme variable universelle de toute correspondance fonctionnelle"[81]. Aquí se consideran las cantidades matemáticas "comme produites par une augmentation continuelle à la maniere de l'Espace que décrit un corps en mouvement"[82] y describe las velocidades de los movimientos que se engendran. Estas velocidades reciben el nombre de *fluxiones*. Los dos conceptos principales de tal método son los de fluyentes y fluxiones. Una cantidad *fluyente* es aquella que varía con respecto al tiempo; se denomina así por oposición a las cantidades constantes que aparecen en la figura analizada o el problema en cuestión. Las velocidades con las que cambian las fluyentes con respecto al tiempo, se denominan *fluxiones*[83]. De esta manera, el proceso que hoy se denomina *diferenciación* equivale en el método de fluxiones al de determinar la velocidad del movimiento, dada la ley de la distancia; y la *integración*, que Newton reconoció como un proceso inverso al de diferenciación, equivale al de determinar la distancia recorrida, dada la velocidad del movimiento. Los dos problemas básicos de tal método son, pues, *a)* dadas las fluyentes y sus relaciones, hallar las fluxiones correspondientes; y *b)* dada la relación entre las fluxiones, hallar la relación entre las fluyentes.

La tercera concepción newtoniana del cálculo es la que contiene su obra *De quadratura curvarum*, escrita en 1676 y publicada en 1706. Se trata del método de las razones primeras y últimas, donde intenta operar utilizando no ya directamente cantidades infinitamente pequeñas, sino las relaciones o razones entre ellas. Nótese aquí que para explicar la idea de una *razón última* Newton recurre a una analogía de corte mecánico: la imagen de la velocidad final de un cuerpo que lleva a una cierta posición. Aquí la velocidad final no equivaldría aquella anterior al momento en el que el cuerpo ocupa una cierta posición ni aquella inmediatamente posterior, sino la velocidad en el momento exacto en el cual el movimiento se detiene y el cuerpo ocupa la posición determinada. Lo que entra en cálculo es la razón primera *de incrementos nacientes* o la

---

[81] Dahan-Dalmedico – Peiffer, *Routes et Dédales…*, p. 179.

[82] I. Newton, *La méthode des fluxions et des suites infinies*, trad. M. de Buffon, De Bure l'aìné – Libraire, París, 1740 (reimp. Librairie Scientifique Albert Blanchard, París, 1966); pars I, n. LVIII, p. 21. Cf. Dahan-Dalmedico – Peiffer, *Routes et Dédales…*, p. 179.

[83] En palabras de su autor: "j'appellerai *Quantités fluentes* ou simplement *Fluentes* ces quantités que je considere comme augmentées graduellement et indefiniment, je les représenterai par les dernieres Lettres de l'Alphabet v, x, y et z pour les distinguer des autres quantites qui dans les Equations sont considerées comme connuës et déterminées qu'on représent par les Lettres initiales a, b, c, &c.& je représenterai par les mèmes dernieres Lettres surmontées d'un point v, $\dot{x}$, $\dot{y}$ & $\dot{z}$ les vitesses dont les Fluentes sont augmentées par le mouvement qui les produit, & que par conséquent on peut appeler *Fluxions*. Ainsi pour la Vitesse ou Fluxion de v je mettrai v, & pour les vitesses de x, y, z je mettrai $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ respectivement". Newton, *La méthode des fluxions…*, pars I, n. LX; p. 21.

razón última *de incrementos evanescentes*; pues para hallar la razón primera y última, se debe dejar *desvanecer* el incremento de la variable. Ya desde la introducción aclara Newton la relación entre este nuevo método de primeras y últimas razones y los términos centrales de su anterior método, esto es, las fluyentes y fluxiones:

> Considerando igitur quod quantitates aequalibus temporibus crescentes & crescendo genitae, pro velocitate majori vel minori qua crescunt ac generantur, evadunt majores vel minores; methodum quaerebam determinandi quantitates ex velocitalibus motuum vel incrementorum quibus generantur; & has motuum vel incrementorum velocitates nominando *Fluxiones* & quantitates genitas nominando *Fluentes*, incidi paulatim *Annis 1665 & 1666* in Methodum Fluxonium qua hic usus sum in Quadratura Curvarum. / Fluxiones sunt quam proxime ut Fluentium augmenta aequalibus temporis particulis quam minimis genita, &, ut accurate loquar, sunt in prima ratione augmentorum nascentium; exponi autem possunt per lineas quascunq; quae sunt ipsis proportionales. […] Eodem recidit si sumantur fluxiones in ultima ratione partium evanescentium[84].

Con esta idea de la evanescencia Newton se acerca mucho al concepto de límite, aunque es bastante impreciso lo que quiere decir con que una cantidad *se desvanezca*[85]. Sin embargo, para que un cálculo diferencial tenga bases rigurosas hace falta que tenga una base en los infinitésimos o en la idea de límite. La tercera formulación newtoniana prescinde del uso de los infinitésimos y se basa en una idea, si bien cercana, demasiado difusa de límite (la evanescencia), de manera que su método de fluxiones resulta más riguroso y es, finalmente, el que mejor equivale al cálculo de hoy en día.

En el cálculo de Newton no aparece el término *función* pero en sus trabajos puede verse operando una cierta funcionalidad. A este respecto cabe resaltar el carácter cinemático que tiene el cálculo de Newton. Lejos de tratarse de una herramienta abstracta, su cálculo busca resolver problemas de movimiento. Este carácter cinemático se encuentra enraizado ya en los conceptos más básicos del método de fluxiones, pues Newton, "basando su lenguaje […] en la ficción de variables en función de un parámetro *temporal* universal, llama *fluyentes* a las cantidades variables en función de este parámetro y *fluxiones* a sus derivadas"[86]. Recuérdese que toda cinemática reposa en

---

[84] I. Newton, "Tractatus de Quadratura Curvarum", en *Optice: sive de reflexionibus, refractionibus, inflexionibus & coloribus lucis libri tres*, Impensis Sam Smith & Ben Walford, Regiae Societatis Typograph[ica] ad insignia Principis in Coemeterio D. Pauli, Londres, 1706, p. 1–2.

[85] Cf. Dahan-Dalmedico – Peiffer, *Routes et Dédales…*, p. 180.

[86] Nicolas Bourbaki, *Elementos de historia de la matemática*, trad. Jesús Hernández, Alianza, Madrid, 1972, p. 243.

la idea de una cantidad variable *en función* del tiempo, es decir, que para la cinemática —y en herencia, para Newton—, el tiempo es el parámetro para toda correspondencia funcional[87]. Esto no quiere decir que Newton hiciera un uso consciente de las funciones y que ellas jugaran un papel central en su cálculo, sino que puede verse en su trabajo un cierto uso de funciones, entendidas como relación de dependencia entre elementos de dos conjuntos, al calcular distancias tomando como parámetro el tiempo: en sus procesos de diferenciación e integración —no denominados así por él—, el movimiento se pone en función del tiempo y el tiempo en función del movimiento. Ahora bien, la forma en la que las fluyentes varían con el tiempo es arbitraria: a menudo, para resolver un problema, Newton hace hipótesis accesorias sobre el tipo de movimiento de las variables o su velocidad. La introducción de tales hipótesis no acarrea inconvenientes "porque en realidad los valores de las fluxiones en sí no interesan, sino su razón"[88]. De cara al problema que ocasiona el presente trabajo, llama la atención que el interés recaiga sobre la *razón* entre los valores de las funciones, pues es justamente el uso de razones y de la teoría de las proporciones la actitud de los matemáticos griegos en la que puede leerse un cierto instinto de funcionalidad.

En el método de fluxiones se da un uso prioritario a las expresiones analíticas sobre las consideraciones geométricas. Si bien este cálculo apunta a una aplicación geométrica de los resultados, a un uso para problemas cinemáticos, es relevante señalar el tratamiento *puramente analítico* que se da para las fórmulas de las figuras estudiadas, esto es, un tratamiento que no precisa de figuras geométricas para obtener resultados. Así, uno de los puntos centrales de su *De analysi per aequationes infinitas* está en el reemplazo de una imagen por otra, esto es, la de la figura geométrica por la fórmula analítica: "consequently his original image of a function —a geometric curve— is turned into an analytic image, a power series acting as a representative of any functional dependence"[89]. Tal objetivo se hace patente desde el planteamiento mismo del problema, que se enuncia de la siguiente manera:

> De analysi per aequationes numero terminorum infinitas. Methodum generalem quam de curvarum quantitate per infinitam terminorum seriem mensuranda olim

---

[87] Cf. Dahan-Dalmedico – Peiffer, *Routes et Dédales…*, p. 179, 198; Cf. Youschkevitch, *The Concept of Function…*, p. 45.

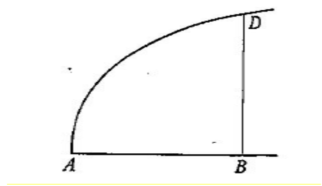
[88] Cf. Bos, *Newton, Leibniz y la tradición leibniziana…*, p. 81.

[89] Cf. Medvedev, *Scenes from the History…*, p. 37.

> excogitaveram, in sequentibus breviter explicatam potius quam accurate demonstratam habes[90].

El tipo de términos con los que puede medirse el área bajo la curva con mayor precisión y brevedad son series numéricas:

> Basi *AB*, curvae alicuius *AD*, sit applicata *BD* perpendicularis: et vocetur *AB=x*, et *BD=y*; et sint *a, b,* et *c* quantitates datae; et *m, n* numeri integri. Deinde:



> Reg: I. Si $ax^{\frac{m}{n}} = y$, erit $\frac{na}{m+n}\, x^{\frac{m+n}{n}}$ = *Areæ ABD*[91].

Hacia 1676, Newton comenzó a usar el término *ordenada* para denotar un sentido restringido del concepto que hoy llamamos *función,* esto es, nuestra noción de una función explícita dada por una expresión analítica. En su carta a Leibniz del 24 de octubre de 1676, Newton indica que hay una cantidad infinita de ordenadas, como lo es, por ejemplo, la expresión $\frac{a^{5}}{x^{n}}\sqrt{bz+zz}$, que contiene una variable en el exponente como parámetro para la función[92]. Ordenadas como esta no pueden resolverse con las herramientas disponibles hasta entonces: Newton comprende que para encontrar las integrales de funciones complejas, dadas en la forma de expresiones analíticas, los métodos geométricos no bastan. Si para trabajar con las ordenadas —funciones— es indispensable renunciar a las imágenes y, con ello, a las herramientas de la geometría, entonces no se pueden entender más como imágenes cinemáticas sino como expresiones analíticas y deben tratarse como tales. El cálculo es el tratamiento que exigen estas nuevas formas de comprender las curvas: una herramienta analítica.

Con respecto a la pregunta de si aparece la función en el cálculo de Newton, concluye Medvedev:

> Although he attempted to describe this concept in the language of Geometry and Mechanics, he actually worked with functions as analytic expressions composed of variables and constants. To exhibit such expressions he used the terms *curve* or

---

[90] Newton, *De analysi per aequationem numero terminorum infinitas…*, p. 206.
[91] *Ibidem*. La figura se toma también del mismo lugar.
[92] Cf. AA III, 2, 95; ejemplo 3. Medvedev, *Scenes from the History…*, p. 39.

> *ordinate*, but by no means preserved the notion of a specific curve or the ordinate of a specific curve[93].

Esta generalidad de los términos es lo que indica, para algunos, una sinonimia entre la *ordenada* —como Newton la entiende— y la función. Sin embargo, pese a que hoy pueda leerse el procedimiento para determinar fluxiones a partir de fluyentes en base algorítmica como una relación funcional, Newton no consideró explícitamente este método "como una función de dos variables que puede tomar otros valores además del valor cero de la ecuación de la curva"[94]. Debe subrayarse que, por una parte, Newton no contara con el término *función* en sus escritos y que, por otra, pese al tratamiento claramente analítico que da a la solución de problemas geométricos, los problemas siguen siendo, justamente, geométricos. Asimismo, aunque la imagen cinemática típica de las herramientas anteriores al cálculo se desvanezca en el método de fluxiones bajo la forma de las fórmulas analíticas, el horizonte de preocupaciones de Newton sigue siendo la cinemática y su interés por encontrar métodos más eficaces para resolver fluxiones y fluyentes es aún el interés del físico que se preocupa por los fenómenos de la naturaleza y no del matemático que busca el puro placer del análisis matemático. En definitiva, no puede encontrarse en el cálculo de Newton un uso explícito de las funciones, según su definición contemporánea; a lo sumo podría decirse, imitando la expresión de Bell, que hay un instinto de funcionalidad.

Para deducir la definición de una función como una expresión analítica, a partir del análisis de las numerosas curvas que se estudiaban en la época, hace falta esperar a los trabajos de Johann Bernoulli, que ofrecerá en 1718 una definición de función casi como la entendemos hoy en día y que más adelante terminará de configurar Euler[95]. No puede decirse que Newton haya sido el único matemático en cuyos trabajos se puede rastrear ese desarrollo hacia el concepto moderno de función. Sus avances deben parte de la *inspiración* que los ocasionó a los adelantos que habían logrado ya Barrow, Wallis y Gregory, entre otros matemáticos, así como las investigaciones científicas de la época, de las que se ha hablado ya en páginas anteriores. Y si Bernoulli puede haber bebido de las fuentes de Newton para sus ideas, sin duda las debe en mayor medida a Leibniz, con quien mantuvo una larga y rica correspondencia hasta la muerte del alemán.

---

[93] Medvedev, *Scenes from the History…*, p. 40.

[94] Bos, *Newton, Leibniz y la tradición leibniziana…*, p. 82.

[95] Cf. Joh. Bernoulli, "Remarques sur ce qu'on a donné jusqu'ici de solutions des problèmes sur les isopérimètres", en *Mémoires Acad. Roy. Sci. Paris* (1718), citado en Youschkevitch, *The Concept of Function…*, p. 60; Cf. Medvedev, *Scenes from the History…*, p. 40.

b. El cálculo infinitesimal

La naturaleza del método de Leibniz es distinta a la que tiene el de Newton y surge por preocupaciones de campos distintos. Este cálculo no encuentra una inspiración tan clara en la cinemática como la que tiene el cálculo del inglés y, si bien el método resulta útil para problemas físicos, no es la determinación del movimiento el objetivo principal que ocasiona el descubrimiento de tan enorme herramienta para la matemática. Leibniz llegó a una primera versión de su cálculo entre los años 1673 y 1676, buscando un método para determinar la cuadratura de las curvas[96]. Sin embargo, no lo hará público hasta 1684, con su *Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas, nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus*[97]. De sus primeros bosquejos hasta su publicación, el cálculo diferencial va modificándose poco a poco hasta tomar su forma definitiva, que es la presente en el *Nova methodus*. H. J. M. Bos considera que son tres las ideas fundamentales para la invención del cálculo por Leibniz. La primera es la necesidad de un lenguaje simbólico adecuado; la segunda, viene de sus estudios sobre secuencias; y la tercera es el uso del triángulo característico.

La preocupación por lograr una notación precisa para resolver problemas geométricos hunde sus raíces en la ambición juvenil leibniziana por llegar a una *characteristica universalis*. Desde muy temprano tuvo Leibniz la idea de un lenguaje simbólico universal que fuera respecto del pensamiento humano en su conjunto lo que es la notación algebraica respecto del álgebra, es decir, un conjunto de símbolos y fórmulas con el que pudieran escribirse todos los procesos de argumentación y de razonamiento. De acuerdo con el escrito *Fundamenta calculi ratiocinatoris* (probablemente del verano de 1688), todo razonamiento humano se lleva a cabo mediante algunos signos, pues "Non tantum enim res ipsae, sed et rerum ideae semper animo distincte obversari neque possunt neque debent"[98]. Siempre se economiza al razonar, pues se usan conceptos o nombres para considerar la cosa sobre la que se reflexiona, sin que sea necesario tener siempre presente su definición. Este es el modo por el que los geómetras pueden llegar a nuevos descubrimientos y los matemáticos a

[96] Bos resalta los documentos de final de octubre y principios de noviembre de 1675 como el lugar en el que aparecen, por vez primera, los símbolos para la diferencial y la integral. Cf. Bos, *Newton, Leibniz y la tradición leibniziana…*, p. 83. Sin embargo, Leibniz tenía ya su mente puesta sobre un nuevo método desde 1673, como lo atestigua su manuscrito *De functionibus plagulae quattor* (AA VII, 4, 656–710).
[97] GM V, 220–226; cf. Bos, *Fundamental Concepts…*, p. 103.
[98] AA VI, 4A, 918 (Olaso 219).

dominar cálculos menos inmediatos. Con la asignación de signos a las distintas clases de cosas, al razonar se procede poniendo signos en relación, de manera que los descubrimientos obtenidos, por experiencia o razonamiento, pueden asociarse a aquellas realidades de las que tenemos los signos con los que operamos. Si bien esto ocurre con éxito en las matemáticas, no ocurre igual en otros campos de trabajo, pues

> Linguae vulgares etsi plurimum prosint ad ratiocinandum, attamen innumeris aequivocationibus sunt obnoxiae, *nec officium calculi facere possunt*, nempe ut errores ratiocinationis ex ipsa vocabulorum formatione et constructione detegi possint, tanquam soloecismi et barbarismi[99].

Estas reflexiones llevaron a Leibniz a considerar que todos los pensamientos humanos pueden ser reducidos a unos pocos, que son los primitivos. Los pensamientos primitivos pueden tratarse a través de caracteres, por medio de los cuales se pueden asignar también caracteres a las nociones derivadas. A partir de las nociones derivadas, así tratadas, podrían demostrarse los requisitos y las definiciones que intervienen en un razonamiento y, por lo tanto, también las propiedades a partir de las definiciones. Al parecer de Leibniz, quien utilizara con rigor este procedimiento al razonar y al escribir jamás se equivocaría, o, si lo hiciera, sería capaz de descubrir sus errores mediante revisiones más fáciles. Para el alemán esta *ars characteristica* es *el arte de emplear del modo más general los signos mediante cierto tipo exacto de cálculo*, y constituye *el órgano verdadero de la ciencia general de todas las cosas que caen bajo el razonamiento humano pero vestido con las ininterrumpidas demostraciones del cálculo evidente*[100].

Estas ideas dichas con tanta claridad a finales de la década del ochenta perseguían a Leibniz ya desde principios de la década anterior. En efecto, el modelo del razonamiento claro y seguro es el modelo matemático, geométrico, donde puede procederse *economizando* las ideas. Ocurre en su cálculo como en el método de fluxiones: las fórmulas analíticas son una manera de economizar las figuras y, con la *economización*, hacerlas más manejables. Si se abandonan las figuras es posible obtener resultados saltándose pasos, lo que significa resultados más rápidos y fiables que los de la geometría. Desde esta perspectiva se entiende el interés de Leibniz por precisar la

---

[99] AA VI, 4A, 919 (Olaso 221).

[100] En AA VI, 4A, 920: "[…] hac arte Characteristica, cujus ideam animo concepi, Verum Organon Scientiae Generalis omnium quae sub humanam ratiocinationem cadunt, sed perpetuis calculi evidentis demonstrationibus vestitae contineatur […]". Cf. OLASO 222.

notación más adecuada posible en su cálculo infinitesimal y su preferencia por los métodos sobre los resultados, como ocurre, por ejemplo, en sus estudios de geometría de las curvas. Los métodos correctos traerán también los resultados correctos. A este interés por las fórmulas sigue uno por la enunciación de nuevas reglas generales, esto es, la construcción de un algoritmo a partir de reglas simples que pueda aplicarse a la resolución, no de un problema —práctica común en la época—, sino de muchos. Tal impulso lleva a mejorar la notación algebraica mediante estrategias como el manejo de paréntesis o la insistencia en el cálculo exponencial. Aunque no se hubiera podido avanzar más en la fijación de signos para campos distintos de la aritmética, fijarlos en ella constituye uno de los pasos fundamentales para el desarrollo del cálculo. Los signos dan una *comodidad increíble* al nuevo método, haciéndolo una herramienta muy útil para resolver problemas que con la geometría analítica no podían resolverse, o por lo menos no con tanta libertad[101].

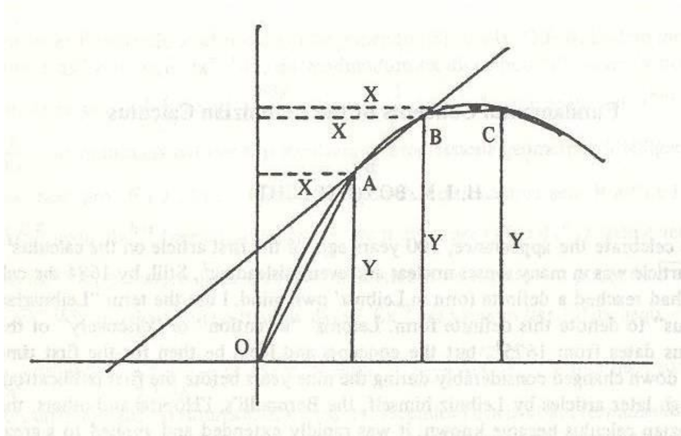
La segunda idea para la creación del cálculo viene de los estudios de Leibniz sobre secuencias de diferencias y sumatorias. Hay una cercanía entre su tratamiento de los diferenciales para el estudio de curvas y los métodos de integración de Wallis y Cavalieri, esbozados en la sección anterior. Si bien no todos los resultados a los que llega son novedosos, Leibniz da un paso adelante al considerar la importancia del carácter inverso entre tangentes y cuadraturas. Explicando mejor esta idea: como en los métodos anteriores de integración, el pensador alemán desarrolla un método de aproximación a la curva a través de la subdivisión del área bajo ella en segmentos equidistantes. Este procedimiento lo tendrá claro más adelante, alrededor de 1684, cuando sugiere que para resolver cuadraturas hay que concebir la curva como un *polígono infinitangular*[102]. En sus palabras: "…omnes deduci posse ex generali quodam meo dimetiendorum curvilineorum principio, quod figura curvilínea censenda sit aequipollere Polygono infinitorum laterum"[103]. Al área total de la curva podría accederse dividiéndola en fragmentos por cada punto de inflexión del polígono.

Para denominar las líneas que se proyectan desde el eje *Y* hacia la curva, esto es, lo que Cavalieri llama *indivisibles*, Leibniz utiliza un término que se encuentra también

---

[101] Cf., p. e., *Briefwechsel mit Tschirnhaus* (final de mayo de 1678), donde Leibniz dice: "Calculum autem hunc exequor per nova quaedam signa mirae commoditatis, de quibus cum nuper scripsissem respondes, tuum exprimendi modum magis ordinarium ac intelligibilem esse […]". O "In signis spectanda est commoditas ad invenientum, quae maxima est, quoties rei naturam intimam paucis exprimunt et velut pingunt, ita enim mirifice imminuitur cogitandi labor". GBrM, 375.
[102] Cf. Bos, *Fundamental Concepts…*, pp. 103–4.
[103] GM V, 126.

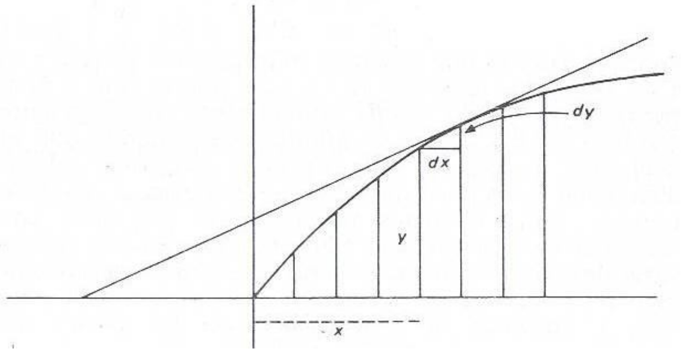
en el método de fluxiones, pero allí con un sentido diferente: las *ordenadas*. Si bien Newton usa el término *ordenada* como un nombre genérico para distintas magnitudes, en Leibniz tienen el uso particular de líneas paralelas al eje.



Fuente: Bos, *Fundamental Concepts of the Leibnizian Calculus…*, p. 104

En la figura, la línea *Y* constituye la ordenada y la *X* la abscisa. Ahora bien, concebir una curva como un polígono infinitangular trae como consecuencia una secuencia de variables. Dicha secuencia está en relación directa con los dos problemas principales sobre las curvas en la época: los problemas de cuadraturas y tangentes. Esta afinidad consiste en que mientras que las cuadraturas están en relación con las sumas de las secuencias inducidas, las tangentes lo están con sus diferencias[104]. Así llega Leibniz a los dos conceptos centrales de su cálculo: la diferencial y la suma (que más adelante recibirá el nombre de integral, a manos de los hermanos Bernoulli[105]). La diferencial "de una variable *y* es la diferencia infinitamente pequeña entre dos valores sucesivos de *y* […] Los términos sucesivos de estas sucesiones están infinitamente próximos"[106]. En la siguiente figura, para las variables *x* e *y*, *dy* es la diferencia infinitamente pequeña entre dos ordenadas (las líneas paralelas al eje Y) y sucesivas, y *dx* es la diferencia infinitamente pequeña entre dos abscisas *x* sucesivas.

[104] Cf. Bos, *Fundamental Concepts…*, p. 104.
[105] Cf. Bos, *Newton, Leibniz y la tradición leibniziana…*, p. 95.
[106] Bos, *Newton, Leibniz y la tradición leibniziana…*, p. 94.



Fuente: Bos, *Newton, Leibniz y la tradición leibniziana…*, p. 94

En el cálculo infinitesimal se denomina *suma* a la suma de los rectángulos infinitamente pequeños, formados al considerar la curva como un polígono infinitangular —y aproximarla a un polígono de cierto número de lados—. En la figura los rectángulos equivalen a *y* x *dx*. La cuadratura de la curva será la sumatoria de *ydx*.

El siguiente elemento que Leibniz descubrió en sus estudios de curvas, que será definitivo para la configuración del cálculo, es la reciprocidad entre las operaciones de sumas y diferencias: si se toman las diferencias sucesivas de la secuencia sumatoria se obtiene la secuencia original y si se toman las sumas sucesivas de la secuencia diferencial se obtiene de nuevo los términos de la secuencia original. Esta idea no era nueva. Según él mismo recuenta en su escrito anónimo *Historia y origen del cálculo diferencial*, en su juventud había descubierto ya "una hermosísima propiedad de las diferencias". Partiendo, por una parte, del axioma de que el todo es mayor que la parte y, por otra, del principio de identidad, se obtiene que la parte es menor que el todo.

> Inde pergens observabat ex hoc A = A vel A – A = 0 utique identico et ut prima fronte videri possit prorsus spernendo, oriri pulcherrimam quandam differentiarum proprietatem, nam
>
> A – A + B – B + C – C + D – D + E – E esse = 0
>
> + L + M + N + P
>
> Si jam ponantur A, B, C D, E esse quantitates crescentes, et differentiae earum proximae B – A, C – B, D – C, E – D vocentur L, M, N, P hinc fieri
>
> A + L + M + N + P – E = 0; vel
>
> L + M + N + P = E – A

> id est, summam differentiarum proximarum quotcunque aequari differentiae inter terminos extremos[107].

A partir del descubrimiento de esta relación en las diferencias continua Leibniz experimentando con series numéricas y llega, finalmente, tanto a sus conceptos de suma y diferencial como al carácter inverso que hay entre ellos. Una vez ha encontrado el vínculo existente entre las cuadraturas y tangentes, por una parte, y las sumas y diferencias, por otra, da Leibniz un paso más y aplica la idea recién expuesta de su juventud temprana a los problemas de integración, llegando, así, al carácter inverso entre cuadraturas y tangentes. De esta manera, la suma de las ordenadas supuestas da una aproximación de la cuadratura de la curva, mientras que la diferencia entre dos ordenadas sucesivas da como resultado aproximado la pendiente de la tangente correspondiente.

Concluyendo: al tener en cuenta la relación entre el estudio de las curvas y el de las secuencias, Leibniz obtiene dos ideas importantes para su cálculo: *a)* que las cuadraturas y tangentes que intervienen en el estudio de las curvas pueden ser concebidas como si contuvieran series de ordenadas, abscisas y demás elementos de la curva; en este orden de ideas, las cuadraturas corresponderían a las sumas y las tangentes a las diferencias. Puesto que, como se ha expuesto en lo anterior, las series de sumas y las series de diferencias son operaciones recíprocas, también habría un carácter inverso entre las cuadraturas y las tangentes. *b)* Si se concibe una curva como un polígono infinitangular, pero para trabajar con ella se la aproxima a un polígono finito con las secuencias en él inducidas es posible aproximarse a las cuadraturas y tangentes relativas a la curva estudiada. Cuanto menores sean los intervalos con los que se tomen las cuadraturas y tangentes, mayor será tal aproximación; la hipótesis de Leibniz es que si los intervalos son infinitamente pequeños, la aproximación será exacta —sería equivalente a estudiar la curva como un polígono infinitangular[108]—. En el caso de lograr una aproximación exacta, la cuadratura equivaldría a la suma de todas las ordenadas y la pendiente de la tangente sería igual a la diferencia de dos ordenadas sucesivas.

Si bien el procedimiento de cuadraturas no es por sí mismo novedoso, habiendo sido ya propuesto por Cavalieri, Fermat y Barrow, aquello en lo que innova Leibniz es

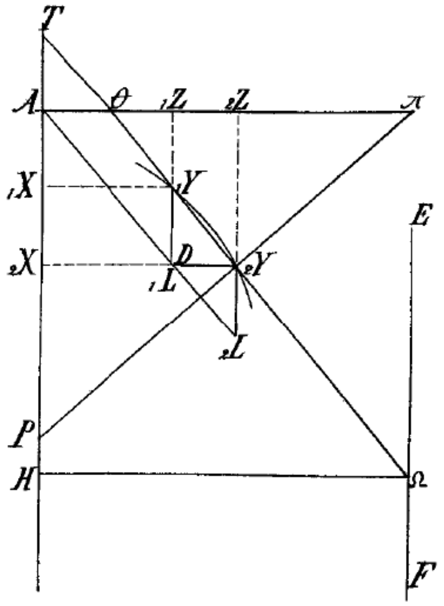
---

[107] GM V, 396. Traducción española de Bernardino Orio de Miguel en: "Historia y origen del cálculo diferencial", http://www.oriodemiguel.com/traducciones.html; p. 600.
[108] Ambas ideas en Bos, *Fundamental Concepts…*, p. 105.

en la vinculación entre problemas de cuadraturas y tangentes al descubrir en ellos un carácter inverso; este carácter había sido indicado ya antes por Barrow, quien no vio en él mayores consecuencias[109]. Leibniz no sólo fue capaz de ver por sí mismo tal reciprocidad, sino de ponerla en funcionamiento junto con la idea recuperada de los infinitamente pequeños, que no gozaba de buena reputación entre los matemáticos contemporáneos a él. Esta cercanía que, a primera vista, se tiene entre el nuevo método de Leibniz y los análisis infinitesimales no da buena cuenta del verdadero cálculo leibniziano; no debe, pues, comprenderse el cálculo como la indagación de cuadraturas a través de la suma de los fragmentos graduales en que aumenta la figura. Como Leibniz señala en su defensa contra los newtonianos, su cálculo no se agota en un análisis de series infinitas; "Sed ita calculum differentialem dudum habuissent *Keplerus* (in *Dolio Astriaco*), *Cavallerius, Fermatius, Hugenius, Wallisius*, et qui non illa indivisibilia vel infinite parva tractantes"[110].

Para llegar a la invención del cálculo hace falta la tercera idea fundamental: el uso del *triángulo característico*[111]. En efecto, al concebir las curvas como polígonos de lados infinitamente pequeños, como era común en la matemática continental durante el siglo XVII, es posible considerar como una recta el segmento entre dos puntos cualesquiera de la curva cuya distancia sea infinitesimal. Inspirado por la obra de Pascal, Leibniz utilizó el triángulo que puede formarse al constituir con este segmento de curva una hipotenusa y hacer los catetos con las diferencias de las abscisas y las ordenadas a los puntos extremos del segmento. En la figura, siendo ${}_1Y$ y ${}_2Y$ dos puntos de la curva, se ilustra el triángulo característico en ${}_1YD{}_2Y$.

[109] Cf. apartado *b)* de la sección 1.2 del presente capítulo.
[110] GM V, 393 (*Historia y origen…*, p. 598).
[111] En su *Historia y origen del cálculo diferencial,* Leibniz, que no firma el escrito para hacerlo parecer obra de un admirador suyo, resalta su descubrimiento del triángulo característico como un paso para la concepción del cálculo diferencial. Cf. GM V, 400 (*Historia y origen…*, p. 602).



Fuente: *Historia y origen…*, p. 603 / GM V, 400.

Durante su estancia en París —segunda mitad de 1672— Leibniz se mantuvo en constante contacto con Christian Huygens, a quien confesó sus escasos conocimientos de matemática. Éste le recomendó la lectura del *Traité du triangle arithmétique* de Pascal[112] y le propuso el problema de "calcular la suma de los inversos de los números triangulares"[113], una tarea que lo condujo al estudio pormenorizado de las series infinitas. Con una rapidez sorprendente obtuvo respuestas, así como el impulso para documentarse sobre el problema también con los avances de los matemáticos ingleses, un objetivo para el cual aprovechó mucho su estancia en Londres, durante los primeros meses de 1673. De vuelta a París y de nuevo por recomendación de Huygens, estudió el *Horologium Oscilatorium* de su mentor, además de los escritos matemáticos de Fabri, Gregorio de San Vicente y, sobre todo, Pascal. Con estas fuentes buscaba Leibniz entender mejor las propuestas de Cavalieri sobre métodos de integración, pero encontró algo mucho más grande. Notó el uso que Pascal hace del *triángulo característico* de una cierta manera particular[114], una manera que le hizo a Leibniz pensar en que con ayuda de tal triángulo característico es posible componer, por integración, la normal a partir de

[112] Cf. Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte…*, p. 8.
[113] Boyer, *Historia de la matemática…*, p. 503.
[114] Se trata del procedimiento de Pascal en el cual, apropiándose en cierto modo de los cálculos de Arquímedes sobre la superficie de la esfera, *iguala al cuadrado del radio el momento de un cuarto de la circunferencia con respecto al diámetro* (paráfrasis de Mahnke). Para ello, se vale del hecho de que el triángulo infinitamente pequeño —resultante de tomar un elemento del arco o tangente correspondiente a la curva y la diferencia de las abscisas y ordenadas— es aproximado a la normal de la curva, a la ordenada y a la subnormal de un punto determinado del arco. Cf. Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte…*, p. 9.

la abscisa, en vez de la ordenada a partir de la longitud del arco. De esta manera, Leibniz pudo resolver problemas de rotación de las paraboloides, uno de los problemas de los que el mismo Huygens se ocupaba[115].

Dicho descubrimiento, de inspiración pascaliana, enlaza con una cuarta idea fundamental para la creación del cálculo que Bos no indica —quizá porque la da ya por supuesta— pero es señalada por Leibniz mismo: el estudio de la geometría analítica de Descartes. El uso del triángulo característico le permitió al pensador alemán llegar con relativa facilidad a resultados que habían obtenido Barrow y Fermat por otros medios. Sin embargo, en el uso del triángulo característico aún es preciso recurrir a la graficación para obtener resultados. Con las herramientas del análisis cartesiano es posible, por una parte, llegar a la notación general buscada; por otra, *librar la imaginación de una perpetua atención a las figuras*[116] y permitirle ocuparse con las ideas. En efecto, con la geometría cartesiana ocurre un desplazamiento en el tratamiento de las curvas, donde dejan de ser comprendidas desde su construcción y comienzan a tratarse por sus expresiones algebraicas. Es decir, la curva ahora *es la ecuación* misma[117]. En el camino comprendido entre Descartes y Leibniz se dan pasos que hacen posible para el último utilizar la geometría de aquél de una manera aún más provechosa: pasa de considerar como elemento central la tangente y, sobre todo, la sub-tangente en el estudio de la curva a otorgarle un lugar central a las diferenciales en el análisis[118].

Así, al enriquecer las ideas leibnizianas logradas sobre el cálculo —resumidas en párrafos anteriores— con el uso del triángulo característico y la geometría analítica, el cálculo toma forma: puede ser formulado de manera precisa y, con ello, llegar de una manera más simple a los resultados que arrojan los métodos de análisis infinitesimal.

> Hierdurch erst lernte Leibniz die neue Cartesiche Methode näher kennen und schätzen, deren Sinn und Wert ihm bisher noch verschlossen geblieben war, da er Descartes'Schriften zwar flüchtig durchgeblättert, aber nicht sorgfältig

---

[115] No todos sostienen que Leibniz haya conocido el triángulo característico partiendo de las obras de Pascal. En plena polémica para esclarecer la participación tanto de Leibniz como de Newton en el descubrimiento del cálculo infinitesimal, a principios del siglo XX, había una postura fuerte según la cual Leibniz obtuvo el triángulo característico de los escritos Barrow, que era una de las fuentes de Newton. Mahnke argumenta ampliamente su postura de que Leibniz obtuvo tales ideas tras las lecturas de Pascal y que después reconoció sus resultados también en las obras de Barrow. Al ser autodidacta en matemática, con frecuencia llegaba Leibniz por sí mismo a resultados ya conocidos por otros matemáticos. Véase Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte…*, p. 10ss.

[116] Cf. GM V, 393, 408; *Historia y origen…*, p. 598, 608.

[117] Cf. Enrico Giusti, "Le problème des tangentes de Descartes à Leibniz", en *Studia Leibnitiana – Sonderheft*, 14 (1986), p. 26.

[118] Ibid, p. 36ss.

> durchgedacht hatte. Und nun gelang es ihm sofort, durch Kombination Pascalscher und Descartescher Gedanken eine Fülle neuer Sätze zu gewinnen, mit denen er zahlreiche Bogen anfüllte[119].

Al prescindir de las figuras, el cálculo puede generalizarse a otros ámbitos, distintos de la geometría. No se limita, pues, a servir para el tratamiento de tangentes y cuadraturas: "Neque vero haec tantum inservire ad tangentes et quadraturas, sed ad omne genus problematum et theorematum, ubi differentiae cum Terminis integrantibus, ut vocavit ingeniosissimus Bernoullius, varie miscentur, quemadmodum in problematis Physico-Mechanicis fieri solet"[120].

Ahora bien, una vez expuestas las ideas que sirvieron de base para el surgimiento del cálculo infinitesimal, es preciso preguntarse si en el modelo planteado por Leibniz tiene cabida el concepto de función. Es comúnmente conocido que el término *función* aparece en los escritos matemáticos de Leibniz utilizado en un sentido matemático por primera vez en la historia, más precisamente, en el manuscrito conocido como *Methodus tangentium inversa seu de functionibus*[121]. Sin embargo, dicho concepto no es el eje central del cálculo infinitesimal. El objetivo del cálculo leibniziano no es operar con funciones, sino determinar el comportamiento de las diferenciales en relación con una curva dada. Ahora bien, este comportamiento depende tanto de la naturaleza de la curva como de la naturaleza del polígono infinitangular, al que la curva es equiparada para poder trabajar con ella. El polígono infinitangular depende, por su parte, de la *progresión de las variables*, esto es, el rango de secuencias de valores que toma una diferencial con respecto al elemento que sea tomado como variable y el que se tome como constante[122]. Cabe resaltar aquí que Leibniz se interesaba por mantener una cierta libertad en la manera en la que se escoge la naturaleza del polígono infinitangular y, por ello, en la elección de la naturaleza de la progresión de las variables. A su juicio, escoger una variable en particular para darle el rol privilegiado de ser tomado como constante es una arbitrariedad en la que no puede basarse su cálculo, pues nada en la figura geométrica sugiere que uno de sus elementos tenga prelación sobre los otros.

---

[119] Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte…*, p. 10.

[120] GM V, 408 (*Historia y origen…*, p. 609).

[121] AA VII, 4, 656–710. El título con el que el texto aparece recogido en la edición de la academia es *De functionibus plagulae quattuor*. Referencias para este texto como el lugar donde aparece por primera vez el término función en un sentido matemático: Cf. Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte…*, p. 44; Youschkevitch, *The Concept of Function…*, p. 56; Youschkevitch, *Die Entwicklung des Funktionsbegriffs…*, p. 20. Dhombres, *Quelques aspects…*, p. 119; Bourbaki, *Elementos de historia de la matemática…*, p. 269; Dahan-Dalmedico – Peiffer, *Routes et Dédales…*, 203.

[122] Cf. Bos, *Fundamental Concepts…*, p. 110.

Esta forma de concebir el cálculo trae consigo un problema al que tuvo que enfrentarse Leibniz, a saber, el de la *indeterminación de las diferenciales*[123]. El problema consiste en que no se puede saber si todos los lados del polígono infinitangular son iguales. Es posible que los fragmentos en los que se divide un polígono aproximativo a una curva sean todos equivalentes, es decir, que las ordenadas sean tomadas todas desde puntos equidistantes y, así, las diferenciales —diferencias entre ordenadas o abscisas— tengan el mismo valor. Pero también pueden obtenerse polígonos aproximativos a una curva cuyas ordenadas y abscisas sean proyectadas a partir de sus respectivos ejes *X* e *Y* partiendo de puntos no equidistantes, esto es, que los lados del polígono no sean iguales. En otras palabras: el concepto *polígono infinitangular* implica una indeterminación, a saber, la magnitud de sus lados. Y no puede saberse de entrada cómo varían las diferenciales a lo largo de la curva.

Leibniz sale al frente del problema desarrollando un método para tratar la indeterminación en el cual se separan los dos tipos de variación de las diferenciales (la relativa a la naturaleza de la curva y la relativa a la progresión de las variables)[124]. Como se dijo más arriba, en su método no renuncia a la libertad de las variables y ninguna es tomada como referencia para las otras. De aquí se sigue que Leibniz no trataba las variables como funciones de una variable independiente. De hecho, como señala Bos, cuando el concepto de función ganó su lugar central en el cálculo a finales del siglo XVIII y durante el XIX, el problema de la indeterminación de las diferenciales *se desvaneció*[125].

Las últimas afirmaciones arrojan una nueva luz directamente sobre el problema que nos ocupa en este capítulo, a saber, el surgimiento del concepto de función y la pregunta por si dicho surgimiento se dio en los escritos de Leibniz. Unos párrafos antes se dijo que el término *functio* había sido introducido en la historia de la matemática en un manuscrito de Leibniz del verano de 1673 —esto quiere decir que fue utilizado en un sentido *matemático* fijo por primera vez—, pero que no es la función el centro de su

[123] Cf. Bos, *Fundamental Concepts…*, p. 109ss.
[124] Este método involucra, como no debe sorprender, una notación específica y el manejo de diferenciales de orden superior y de ecuaciones diferenciales. Poco a poco fue perdiéndose entre los seguidores de Leibniz y con el tiempo se reemplazaron las técnicas, y la notación y los conceptos se ajustaron en el desarrollo posterior del cálculo. No se entrará en detalle sobre la salida de Leibniz para el problema de la indeterminación de las diferenciales en la presente exposición, puesto que el interés de traerlo a este recorrido sobre el surgimiento del concepto de función no es el de comprender a profundidad el cálculo leibniziano, sino de señalar que con la preferencia de Leibniz por la total libertad de las variables se hace evidente que el concepto central de su cálculo no es el de *función*, sino el de *variable*. Para detalles sobre la salida de Leibniz, cf. Bos, *Fundamental Concepts…*, p. 111ss.
[125] Bos, *Fundamental Concepts…*, p. 111.

cálculo. Ahora vemos que dicho centro está en los conceptos de diferencial, infinitamente pequeños y variable, y que si Leibniz hubiera considerado a esta última como si fuera una función se habría librado de una de las mayores dificultades con las que se topó su forma de cálculo —la indeterminación de las diferenciales—. Si esto es así, entonces no sólo el concepto de función no era el centro del cálculo de Leibniz, sino que ni siquiera era uno de los conceptos operativos del mismo. En consecuencia, si el término —como efectivamente ocurre—, aparece en los escritos matemáticos de Leibniz pero no así el concepto, es menester que el término tenga en sus escritos un significado distinto del que hoy en día se le otorga. Así, es menester hacer ciertas precisiones[126] para evitar caer en la seducción del anacronismo de identificar el cálculo infinitesimal con el cálculo moderno, pues en el halo de tal seducción se esconden prejuicios en torno al uso que Leibniz le da al término *función*. Hay que tener en cuenta que: *a)* el cálculo moderno trabaja con funciones, mientras que el cálculo leibniziano lo hace con variables; *b)* la operación fundamental del cálculo moderno es la derivada y la del cálculo leibniziano es la diferencial, a lo que sigue el hecho de que *c)* la derivada se considere como una función en el cálculo moderno (no así en el cálculo leibniziano); *d)* el cálculo leibniziano carece del concepto de límite de una función; *e)* la indeterminación de las diferenciales, consecuencia del lugar central que tienen las variables en el cálculo leibniziano, exige la idea de la *progresión* de las variables. Con la idea de función, operativa en el cálculo moderno, no se da más la indeterminación de las diferenciales y, por lo tanto, es innecesaria la herramienta de la progresión. A esto se suma que *f)* el cálculo moderno es una herramienta cuyo grado de abstracción no tenía tampoco el cálculo de Leibniz: si bien el cálculo infinitesimal surge como un esfuerzo para librar la atención de las imágenes, operar más directamente con los elementos de las curvas e incorporar una notación precisa que le brinde mayor abstracción a la solución de problemas de curvas que la que podían ofrecer los anteriores métodos de integración, su marco operativo no deja de ser *geométrico* y sus preocupaciones no dejan de ser relativas a las figuras. Incluso cuando el cálculo infinitesimal goza de una mayor generalidad y grado de abstracción —gracias a sus conceptos básicos y notación— que el método de fluxiones, su horizonte sigue siendo el de la geometría. Así las cosas, Leibniz tenía claro

[126] Cf. Bos, *Fundamental Concepts…*, p. 116ss.; Cf. Bos, *Newton, Leibniz y la tradición leibniziana…*, p. 120ss.

> […] dass nicht nur aus psychologischen Gründen alle abstrakte Denken zu seiner Verlebendigung konkreter sinnlicher Zeichen bedürfe, sondern dass auch aus logischen Gründen die formale Mathematik wenigstens zum Beweise der Widerspruchslosigkeit ihrer Axiome einer gewissen Anschauung nicht entbehren könne[127].

Así las cosas, no hay lugar para el concepto de función dentro del cálculo leibniziano. ¿O sí? Puede concluirse con claridad que no es dicho concepto el centro de su cálculo y que lo que denomina *función* no corresponde a nuestro concepto actual de la misma. A la luz de estas conclusiones cabe hacerse dos preguntas: por una parte, ¿qué quiere decir, entonces, Leibniz cuando utiliza el término *función*? Pues se ha dicho ya que es el primer autor en utilizar el término en un sentido *matemático claro y fijo*. Por otra parte, ¿es cierto que no hay un concepto de función en su cálculo o puede ocurrir que se esconda bajo otro nombre? Sobre la primera pregunta puede adelantarse que el término es utilizado en un sentido geométrico y relativo a fragmentos relacionados con curvas. Sin embargo, dar una respuesta precisa exige atender a los escritos matemáticos de Leibniz haciendo el esfuerzo por obtener de ellos el sentido en el que su autor utiliza el término. Puesto que no solo este delicado trabajo requiere de un capítulo dedicado con exclusividad a él mismo, sino que nos desvía del recorrido de este capítulo, no es este el lugar para ocuparse de ello. El siguiente capítulo se dedica en su totalidad al tratamiento del *término* "función" en los escritos de Leibniz. En lo que queda del presente capítulo se terminará de transitar el camino en torno al surgimiento del *concepto contemporáneo* de función, atendiendo a la recepción que el término tiene en los herederos inmediatos de Leibniz.

Ocupémonos, pues, de la segunda pregunta. Si el término *función*, según lo utiliza Leibniz, es cercano al de la matemática de nuestros días pero no idéntico a él, ¿puede decirse que hay cabida en el cálculo de Leibniz para un término equivalente a la función moderna? Dietrich Mahnke considera que sí y lo rastrea ya desde *De tangentium methodo*[128]. Para ello aduce la formulación del problema, al principio del escrito, donde aparece por segunda vez el término *función*, ahora estando en relación con dos conceptos que también se relacionan con el concepto actual de función, a saber, en primer lugar, el lugar geométrico o la curva, cuya imagen representaba para los matemáticos de esta época lo que en el análisis superior se entiende por función desde

---

[127] Cf. Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte…*, p. 12.
[128] Cf. AA VII, 4, 584.

principios del siglo XX; en segundo lugar, la serie infinitamente progresiva, cuyos términos consecutivos resultan de una fórmula general donde se ponen ciertos valores numéricos uno tras otro para sus variables indefinidas. Sin embargo, si pudiera seguirse de aquí que la idea moderna de función está presente en la matemática de Leibniz, no corresponde ella a lo que el autor entiende por tal término, sino al nombre *relatio*. En la opinión de Mahnke,

> Leibniz gebraucht allerdings in der vorliegenden Handschrift für diese gesetzliche Beziehung, in der die Ordinate einer Kurve zu ihrer Abszisse oder das Glied einer Reihe zu dem in die allgemeine Formel eingesetzten Zahlenwerte steht, noch nicht das Wort Funktion; aber wie der Anfang der Handschrift beweist, hat er den Funktionsbegriff schon im weitesten Sinne gebildet und benennt ihn mit dem Wort *relatio*[129].

En consecuencia, si se quiere buscar un paso firme en el desarrollo de un concepto de función —como se lo entiende en nuestros días— al interior de la matemática de Leibniz, no es el término *función* sino *relación* el que debe perseguirse. De la misma opinión de Mahnke es Schulthess, que considera que bajo el término *relatio* se esconde nuestra *función* contemporánea. En su opinión, “es ist begriffsgeschichtlich entscheidend, dass die Funktion allgemein eine Relation ist, wie ja auch heute noch Funktionen bestimmte Arten von Relationen sind, solche nämlich, bei denen einem Argument bloss ein Funktionswert entspricht”[130].

De opinión contraria a la de Mahnke y Schulthess son Bos y Bourbaki, que consideran que el concepto contemporáneo de función se originó en el siglo XIX frente a los vacíos que tenía su homólogo en los cálculos anteriores. Para Bos, la noción central del cálculo leibniziano es la de variable; muestra de ello es la existencia en este cálculo del problema de la indeterminación de las diferenciales y la ineficacia de las respuestas con las que los hábiles seguidores de Leibniz intentaron hacerle frente, problema que desaparece con el establecimiento del concepto de función como centro del cálculo[131]. Por su parte, el cálculo newtoniano no se ocupó tampoco de funciones sino de fluxiones, que se entendían como cantidades en movimiento; la noción contemporánea de función se desprende de los componentes cinemáticos en los que se funda el método de

---

[129] Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte…*, p. 47. Sobre el concepto de relación en Leibniz, véase Miguel Ángel Zabalza Goicoecheandía, *La ‘relación’ en Leibniz. Significado y usos*, Eunate, Pamplona, 1995.

[130] Peter Schulthess, *Relation und Funktion. Eine systematische und entwicklungsgeschichtliche Untersuchung zur theoretischen Philosophie Kants,* W. de Gruyter, Berlín – N.Y., 1981, p. 226.

[131] Bos, *Fundamental Concepts…*, p. 116ss.

fluxiones. Youschkevitch, Dhombres, Dahan-Dalmedico y Peiffer continúan su línea de evolución del concepto de función con Johann Bernoulli y luego Euler, pero no ven en ellos, sino en el siglo XIX, el origen de la concepción actual del término. También Boyer ve que el concepto de función es distinto en Leibniz que en la matemática actual, aunque señala que era utilizado en un sentido *muy parecido* al de hoy en día.

Si bien Bos señala correctamente el lugar central de la variable en el cálculo leibniziano, la observación de Mahnke no es, necesariamente, contradictoria. Mahnke no quiere hacer del cálculo leibniziano un cálculo funcional en sentido contemporáneo, sólo indica que Leibniz pudo haberse anticipado al concepto de función en su forma de usar en matemática el término *relatio*. Pero si la afirmación de Mahnke es correcta, entonces los hombres de su época (incluso, Leibniz mismo) no pudieron ver la importancia del concepto. De todas maneras, buscar el concepto contemporáneo de función en la matemática de Leibniz es una pregunta que responde a intereses distintos de los que motivan esta investigación. El propósito de la misma no es el de dilucidar los orígenes del concepto contemporáneo de función con vistas a este mismo concepto, sino el de perseguir la sospecha de que en la filosofía de Leibniz —por lo menos en lo relativo a su metafísica y dinámica— opera una funcionalidad, es decir, que en ella hay una idea de funcionalidad que puede identificarse con claridad al atender a la matemática de Leibniz. Viendo el problema no desde una sola dirección, se persigue la sospecha de que así como en la matemática cuenta Leibniz con la función en su metafísica y dinámica cuenta con otros conceptos —por ejemplo, expresión y fuerza— que tienen rasgos definitorios comunes con el concepto matemático de función. Mas para ello es menester entender antes qué quiere decir *función* en la matemática leibniziana. Con miras a tal fin se ha emprendido la historia del concepto de función, tomando como base lo que conocemos: el concepto actual de la misma.

En esta sección se ha visto que tanto Leibniz como Newton llegaron al teorema fundacional del cálculo, por el cual hay un carácter inverso entre las derivadas e integrales; además, establecieron las fórmulas elementales del cálculo. Para ver las semejanzas y diferencias entre los métodos de Leibniz y Newton, viene bien darle la palabra a Johann Bernoulli, que en la carta de 15/25 de agosto de 1696 le escribe a Leibniz lo siguiente:

> Wallisius Newtoni methodum paucis quidem explicat, ex illlis paucis tamen video quod in re neutiquam differat a calculo differentiali, ut ipse Newtonus fatetur in suis *Princip. Phil. nat.* pag. 254. Quod in hoc dicitur *differentiale* ibi est *fluxio*, et quod

> in hoc *summa*, ibi *fluens*. Et nervus hujus methodi ut et calculi differentialis ad duo haec problemata redit *Datis quantitatibus fluentibus invenire earum fluxiones* et vicissim *Datis fluxionibus invenire earum fluentes*. Loco literae *d* ad designandam differentiam primam vel fluxionem utitur puncto suprascripto; pro differentia secunda vel fluxione fluxionis utitur duobus punctis et ita porro; sic *dx* est $\dot{x}$, ddx est $\ddot{x}$, d^3x est $\dddot{x}$ etc.[132].

También son similitudes entre ambos métodos el uso de cantidades infinitamente pequeñas —si bien tanto el inglés como el alemán conocían las dificultades inherentes a su uso—. Ambos matemáticos desarrollaron su nuevo análisis hasta incluir las diferenciales o fluxiones de orden superior; lo hacen, por ejemplo, para encontrar la fórmula que da la curvatura de una curva en un punto determinado. Pero mientras que Newton introduce dichas fluxiones estrictamente cuando son necesarias para cada caso concreto, Leibniz se orienta hacia la creación de un cálculo *operacional*. Si Newton se preocupa más que Leibniz por las aplicaciones de su cálculo, Leibniz se interesa, sobre todo, por la formulación de nuevas reglas generales. Así, al contrario de Newton, la preocupación de Leibniz no es la de emplear sus métodos para la resolución de problemas concretos sino la de construir un algoritmo a partir de reglas simples que pueda aplicarse a la resolución de muchos problemas. Esto lo lleva a mejorar su notación algebraica mediante estrategias como el manejo de paréntesis o la insistencia en el cálculo exponencial. Es de resaltar el empeño que Leibniz puso en encontrar la notación precisa para su cálculo, una notación que, de hecho, resultó ser más adecuada para trabajar que la newtoniana y prevaleció en la historia. El cálculo leibniziano es, en consecuencia, más analítico, mientras que el newtoniano se mantiene más cercano a las figuras geométricas y el lenguaje usual del trabajo con ellas.

> La manera de razonar de Newton estaba mucho más próxima de la fundamentación moderna del cálculo que la de Leibniz, pero la eficacia a la notación diferencial y lo plausible de las ideas de Leibniz, provocaban una tendencia a aceptar mejor la idea de diferencial que la de fluxión[133].

Ahora bien, ambos métodos tienen diferencias con nuestro cálculo. Como se ha indicado antes, tanto el cálculo infinitesimal como el método de fluxiones operan con variables mientras que ahora se opera con funciones; además, en la segunda mitad del siglo XVIII se redefinirá la operación de diferenciación, frente al legado de las primeras

[132] AA III, 7, 103 (OFC 16A, 226).
[133] Boyer, *Historia de la matemática…*, p. 507.

versiones del cálculo. Esta redefinición viene con el rol central que adquiere el concepto de función en el cálculo, reemplazando la variable; así, se asocia una función a otra función derivada de ella, y se define la derivada por medio del concepto de límite, carente en el cálculo infinitesimal y en el método de fluxiones —aun en su versión de método de las razones primera y última—. Por último, después del siglo XVIII se ha logrado un mejor tratamiento del problema de la fundamentación del cálculo, que utiliza el concepto de límite y una definición precisa de los números reales, con los que se reemplazará el vago pero fundamental concepto de cantidad en los métodos leibniziano y newtoniano. En ninguno de los dos métodos se da el concepto de función. Pero con ambos se da un paso fundamental para su formulación, que será desarrollada más adelante en los siglos XVIII y XIX. Demos, pues, la palabra a los herederos del cálculo infinitesimal.

c. El concepto de función para los herederos del cálculo

Durante los siglos XVII y XVIII el análisis matemático se desarrolla en la vía de convertirse en una disciplina independiente, razón por la cual sus bases y conceptos fundamentales están en constante discusión y transformación. Aunque la tendencia general se mantiene, poco a poco se hace necesario definir analíticamente los conceptos básicos de la geometría, que antes se entendían intuitivamente y resultaban demasiado obvias para requerir una definición en otros términos. El concepto de función está en el corazón de estas polémicas y poco a poco se separa del ámbito de la geometría y la cinemática hacia el análisis superior. En la primera mitad del siglo XVIII se dan pasos importantes hacia la consolidación del concepto de función como centro del análisis, un esfuerzo que exige un ajuste de aquél para que sea más flexible y abstracto, o dicho propiamente, analítico. Este camino es emprendido por los herederos de Leibniz, teniendo como cúspides las precisiones hechas por Johann Bernoulli y por su discípulo, Leonhard Euler.

Los hermanos Bernoulli —sobre todo Johann— trabajan conjuntamente con Leibniz buscando aplicaciones para su cálculo infinitesimal en problemas concretos y utilizan también sus conceptos fundamentales. Como es natural, el término *función* hace parte de tal elenco. A finales de la década de 1690, Jacob Bernoulli publica varios artículos en los que utiliza el término *función* entendiéndolo, por ejemplo, como un caso especial de la relación entre coordenadas de una curva dada[134]. En general, en su uso del término Jacob Bernoulli pasa de denominar *función* sólo los fragmentos exactos dependientes de una curva a superficies y áreas de las curvas, y tanto a las mismas curvas como a sus ángulos —a los que llama *lineae functionis*[135]—. Hay, pues, una ampliación del espectro de los elementos que la palabra designa.

Johann Bernoulli, cercano a Leibniz y su principal interlocutor durante el proceso de maduración del cálculo infinitesimal —del que quedó una correspondencia vastísima e invaluable— comparte la idea de dependencia subyacente a la noción de función. Sin embargo, ya en 1696 comienza a llevar la idea leibniziana de función del campo de la geometría al del análisis, al describir las funciones como cantidades dadas mediante las indeterminadas y las constantes, pues tales *son cantidades puramente dependientes de x y de las constantes*[136]. En efecto, como su hermano, no sólo denomina funciones los elementos de una curva estudiada sino también las constantes y las cantidades indeterminadas, que Leibniz prefería denominar *variables*[137]. Más adelante, en 1718, Johann Bernoulli llega a la siguiente definición: “on appelle fonction d’une grandeur variable, un quantité composée de quelque manière que ce soit de cette grandeur variable et de constantes”[138]. Para su concepto de función propone la notación φx; el uso de paréntesis, así como de la *f* característica de la función hasta nuestros días se debe a Euler[139]. Conviene resaltar que aquí se define el término *función* por el de *cantidad*, una palabra que, tomada literalmente, nada dice sobre expresiones analíticas. Sin embargo, en el contexto en el que esta formulación surge está implícito que la cantidad puede tomarse en un sentido no literal, donde la función equivale a una fórmula. De hecho, tal es el sentido en el que los contemporáneos a Bernoulli entienden su definición e, incluso, por ello Euler reemplaza más adelante el término *cantidad* por el de *expresión analítica*. Aunque no es a primera vista evidente, con la definición de Bernoulli se da un paso adelante en la consideración de la función como algo más abstracto e indeterminado, menos dependiente de las figuras. La pobre aceptación de su formulación muestra que por esta definición se hace de la función algo quizá demasiado

---

[134] Cf. GM II, 407; Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte*…, p. 50.

[135] Cf. Jac. Bernoulli, AE mayo de 1698; Schulthess, *Relation und Funktion…*, p. 227; Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte*…, p. 50.

[136] Cf. GM II, 324 (OFC 16A, 236). Cf. GM II, 150.

[137] Cf. Schulthess, *Relation und Funktion…*, p. 227.

[138] Joh. Bernoulli, *Opera omnia*, Lausanne, vol. II, p. 241. Cf. Youschkevitch, *The Concept of Function…*, p. 60; Dahan-Dalmedico – Peiffer, *Routes et Dédales…*, p. 204; Medvedev, *Scenes from the History…*, p. 41; Schulthess, *Relation und Funktion…*, p. 227.

[139] Cf. Youschkevitch, *The Concept of Function…*, p. 60.

indeterminado para sus contemporáneos. Contrariamente a como nos ocurre hoy en día, la idea de función en el siglo XVIII estaba vinculada a las figuras, considerada como un fragmento de una figura geométrica, cualquiera que fuese el caso; o como alguna estructura mixta entre geometría y cinemática, pues las figuras se concebían como momentos específicos en el movimiento de un cuerpo.

El siguiente paso hacia la configuración del concepto moderno de función lo da, precisamente, el alumno aventajado de Benoulli: Leonhard Euler. Siguiendo la vía de la progresiva separación de la geometría, Euler define la función de una cantidad variable "como una expresión analítica compuesta comoquiera que sea por esa cantidad y números o cantidades constantes"[140]. Al reemplazar la cantidad bernoulliana por una expresión analítica y precisar el "tamaño variable" por una cantidad variable, en la definición de Euler no quedan resquicios de cinemática: no hay una imagen geométrica a la que, en último lugar, sea menester referirse para comprender el problema. No se plantea el interrogante a partir de cuerpos en movimiento. Tampoco hay un trasfondo metafísico[141] para su planteamiento y pretende que las bases del mismo sean sólo matemáticas. Sin embargo, el concepto de límite y la utilización de los algoritmos infinitos aún son elementos ajenos al planteamiento de Euler —como es común en el siglo XVIII—; en consecuencia, su planteamiento de cálculo infinitesimal, aunque lejos de las imágenes, no llega a constituir un análisis por sí mismo, sino que se subordina al álgebra. Ahora bien, sin referencias a la geometría o cinemática, cabe preguntarse qué tipo de valores corresponden las letras que configuran la expresión analítica en la que consiste una función. Haciendo frente a este interrogante, Euler describe la cantidad variable, por una parte, como *indefinida o universal* y *que contiene en sí misma todos los valores posibles*[142]; por otra parte, como si comprendiera *la colección de absolutamente todos los números a los que ella puede sustituir*[143]. Más allá de las características precisas a las que llega el matemático suizo es digno de resaltar que se haya planteado la pregunta por qué significa una *expresión analítica* y haya hecho un esfuerzo fructífero por responderla.

Así, puede decirse a partir de las características que Euler da a sus variables que, en términos generales, una función se define por el plano complejo entero y puede

---

[140] Leonard Euler, *Introducción al análisis de los infinitos*, trad. J. L. Arantegui Tamayo, SAEM "Thales" – Real Sociedad Matemática Española, Sevilla, 2000; p. 15. Cf. Medvedev, *Scenes from the History…*, p. 42.
[141] Cf. Dahan-Dalmedico – Peiffer, *Routes et Dédales…*, p. 205.
[142] Paráfrasis de Medvedev, *Scenes from the History…*, p. 43.
[143] *Ibídem*.

asumir cualquier valor complejo. Que el concepto de función haya tenido un lugar central en el cálculo de Euler puede mostrarse, además, por el hecho de que el matemático suizo haya elaborado una clasificación compleja de tipos de funciones —basada, dicho sea de paso, en una anterior clasificación de Leibniz—. No se discutirá aquí dicha clasificación ni se ahondará en las características del análisis infinito de Euler, pues esta presentación exige un desvío en la preocupación perseguida en este trabajo. Al nombrar estos elementos queremos subrayar la idea de que el concepto de función toma fuerza y forma en el siglo XVIII con los herederos de Leibniz. El camino de este concepto surgido en el vientre del cálculo se desarrollará a la par del camino del análisis superior en su constitución como una disciplina independiente. Para llegar a nuestros días harán falta las contribuciones de grandes matemáticos de los siglos XIX y XX.

1.4. Conclusiones del capítulo

En la matemática contemporánea se entiende por función un caso restringido de la aplicación. La segunda quiere decir una relación de dependencia entre elementos de dos conjuntos, cualquiera que sea el tipo de conjunto. La función contemporánea es una relación unívoca de dependencia entre elementos de dos conjuntos de números, de tal manera que a cada elemento del primer conjunto corresponde un elemento bien determinado del segundo. Desde la antigüedad puede rastrearse un cierto instinto de funcionalidad, si por él se entiende la idea de dependencia, de poner en relación elementos de conjuntos distintos. No puede decirse que en las matemáticas de la antigüedad se diera la noción actual de función, pues para ello hacen falta muchos conceptos añadidos que entonces no existían o no habían sido expresados con claridad como conceptos fundamentales de una disciplina, como el de asignación, correspondencia, relación, dependencia y conjunto. Es más, el término *función* no es utilizado en la antigüedad con un sentido matemático.

Durante la época medieval, más precisamente en el seno de las escuelas que trabajaron con una teoría de las calculaciones o la latitud de las formas, el antiguo instinto de funcionalidad comienza a tomar fuerza y forma, y a transformarse en una idea de función, aunque indefinida y carente de nombre. Con esto se quiere decir que la relación de dependencia entre elementos heterogéneos que puede rastrearse en la antigüedad o los intentos por construir razones o proporciones entre números se incorpora, gracias a las escuelas inglesa y francesa, a los estudios de los fenómenos naturales. Es entonces cuando comienza a ponerse en relación proporcional la velocidad con el tiempo y la distancia en los estudios del movimiento. Para estas relaciones no hay un concepto de función así denominado y explícitamente formulado, pero la relación de dependencia entre elementos distintos suele graficarse y describirse verbalmente.

La herencia de este instinto de funcionalidad fortalecido e integrado plenamente en la cinemática llega a los matemáticos del renacimiento y la modernidad temprana, juntándose con un grupo de elementos favorecedores para construir una idea de función. Tal es la receta que permitió posteriormente el descubrimiento del cálculo infinitesimal, a manos de I. Newton y G. W. Leibniz, una disciplina íntimamente relacionada con el surgimiento del concepto de función. Así, entre los siglos XV y XVII se avanza enormemente en los estudios sobre cuadraturas y tangentes, y en la consecuente obtención de métodos de integración; en la creación del álgebra simbólica; la concepción cuantitativa de las leyes de la naturaleza, con la que es posible dar valores numéricos a magnitudes físicas; y la nueva comprensión de una ley como una dependencia entre variables, idea con la que puede introducirse en el estudio de la naturaleza la consideración de los fenómenos como dependencia funcional entre magnitudes. Todos estos elementos, unidos a la recuperación de los *infinitamente pequeños*, hacen posible llegar a un cálculo, dentro del cual está el germen para la idea contemporánea de función. En el método de fluxiones no logra germinar esta idea; tampoco en el cálculo diferencial —o, por lo menos, es altamente discutible que haya ocurrido y, en cualquier caso, a diferencia del cálculo de nuestros días, el concepto de función no jugaba entonces un papel central dentro del análisis—, pero están dados los elementos para que más adelante los herederos del cálculo puedan llegar a ella, al desplazar el cálculo de territorios geométricos y hacer de él una herramienta más abstracta y analítica.

Siendo el objetivo del presente capítulo relatar el surgimiento del concepto de función hasta la época de Leibniz es menester resaltar dos de las conclusiones obtenidas hasta ahora: por una parte, el concepto central del cálculo leibniziano no es el de función, sino el de variable; por otra parte, si bien el término *función* es introducido por Leibniz en la matemática, no es utilizado por él en el sentido exacto que el concepto tiene para nosotros hoy en día. Estas precisiones pueden significar un giro para el camino que hemos seguido hasta ahora. Si bien se ha pretendido exponer el surgimiento del concepto de función para encontrar en qué medida aporta Leibniz algo en su desarrollo, el valor que este recorrido tiene para el resto del trabajo reside en su utilidad para desenmascarar lo que dicho término significa para Leibniz con el fin de encontrar el carácter funcional de su concepción de la actividad monádica. Si bien el camino recorrido hasta ahora nos ha sido útil para comprender el contexto en el que surgen las ideas matemáticas de Leibniz, en especial su descubrimiento del cálculo infinitesimal, las raíces del concepto de función y los elementos con los cuales puede rastrearse desde la antigüedad un instinto de funcionalidad, no se ha dicho hasta ahora *qué* quiere decir Leibniz cuando usa el término *función*. A responder esta pregunta se dedica el siguiente capítulo.

CAPÍTULO SEGUNDO

El concepto de función en los escritos matemáticos de Leibniz

Si bien el concepto de función encuentra sus raíces ya desde la matemática antigua, el término *función* es utilizado en un sentido matemático por vez primera en un manuscrito que Leibniz redacta en agosto de 1673 aunque, como lo hemos anotado en el capítulo primero, no lo utiliza con el mismo sentido que tendrá el término en la matemática de nuestros días. Para dilucidar el sentido que tiene el término de función para Leibniz y, así, llegar a determinar su concepto matemático de función, es preciso buscar las apariciones del término en los escritos matemáticos de Leibniz, haciendo especial énfasis en los escritos de los años del surgimiento de dicho término. No es una sorpresa el grado de dificultad que tienen estos escritos, pues en ellos Leibniz mismo está configurando los métodos para calcular áreas que servirán de herramientas para llegar a su cálculo infinitesimal. No sólo está buscando Leibniz los métodos, sino que, como es natural, tampoco cuenta con la notación necesaria para hacer que su método tenga un grado suficiente de abstracción y precisión; estas condiciones le dan a los manuscritos de la década de 1670 un considerable grado de dificultad para sus lectores. En la opinión de Yvon Belaval, a causa de la oscuridad con la que estos escritos fueron redactados, es decir, a la forma *difícilmente inteligible* que envuelve los fundamentos del descubrimiento del cálculo, este hallazgo de Leibniz no tuvo en su tiempo la repercusión que merecía tener; un hecho que nos resulta bastante sorprendente hoy, que conocemos la importancia y consecuencias del cálculo infinitesimal[144]. Sólo algunos lectores de Leibniz, todos ellos de una formidable capacidad para la matemática, como los hermanos Bernoulli, pudieron ver el valor y enorme potencial que se escondía en tales escritos.

En este capítulo nos enfrentaremos a estos y otros manuscritos matemáticos de Leibniz rastreando las principales apariciones del término *función*. Sin embargo, el tipo de tratamiento que se les da aquí a los mismos no es el que daría un matemático con un interés por la historia de su disciplina, sino el que da un historiador de la filosofía con un interés particular por encontrar el significado del término y, con él, el concepto leibniziano matemático de función. Intentar un camino como el primero, esto es, un abordaje de la materia como el que haría quien está inmerso en ella no sólo desborda nuestras capacidades, sino que tampoco es el camino que exige la búsqueda misma. Con el objetivo de dilucidar el sentido en el que se utiliza el término *función* en los escritos matemáticos de Leibniz perseguimos la sospecha de que hay un carácter *funcional* en la idea leibniziana de actividad monádica. Tal es un camino que exige no desatender al carácter multidisciplinar de la obra de Leibniz y busca reconocer los posibles influjos de una de sus partes en otra.

Atendiendo a los manuscritos de Leibniz se encuentran dos acepciones para el término *función*. En la primera parte del presente capítulo se expondrá la acepción del término como una tarea u oficio; en la segunda se reunirán los fragmentos donde el término es utilizado en el sentido de una dependencia recíproca. Siendo este sentido el que utiliza Leibniz con más amplitud y el de verdadera relevancia para nuestra investigación, esta parte se subdivide a su vez entre una mirada al escrito paradigmático para este uso del término —el manuscrito redactado en agosto de 1673, *De functionibus plagulae quattuor*—; y la correspondencia con Johann Bernoulli y escritos relacionados con ella. Sin más preámbulos, abordemos la búsqueda.

2.1. Función como tarea u oficio

En los manuscritos presentados a lo largo de esta sección, las apariciones del término *función* parecen reducirse a usos generales del mismo, más cercanos a lo que

[144] Yvon Belaval, "La place de la *Nova Methodus* dans le système leibnizian ou *Nova Methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus*", en *Studia Leibnitiana – Sonderheft*, 14 (1986), p. 40.

por él comprendemos en el habla cotidiana que a lo que por él se entiende en la matemática moderna, es decir, donde el término tiene el sentido de una tarea por realizar, la actividad que una parte de una máquina realiza con relación a la máquina total, etc. Si bien no son muchos los lugares en los que Leibniz le da este sentido al término investigado, la notoria diferencia entre el significado de *tarea* y de *dependencia recíproca* basta para considerar estos fragmentos en una sección aparte.

A continuación se reúnen[145] los fragmentos de manuscritos donde el término aparece como sustituto de *officium*[146]. En su mayoría, se tratan de manuscritos redactados durante los primeros meses del verano de 1673, un periodo en el que Leibniz utiliza con cierta frecuencia el término *functio*. Puesto que en estos manuscritos el tipo de reflexiones son de carácter geométrico, se presentan también las figuras a las que los fragmentos se refieren.

El escrito conocido como *Trigonometria inassignabilium*[147] contiene lo que Leibniz considera un indicio importante de un nuevo método para tratar con curvas a través de cuadraturas racionales. Es de resaltar el hábil manejo que con este objetivo tiene nuestro autor del triángulo característico —que había aprendido a partir de la lectura de Pascal—, así como de otros triángulos con propiedades similares a las del característico. Dietrich Mahnke encuentra en este escrito no menos de veinticuatro triángulos infinitamente pequeños con tales características[148]. El término *función* aparece en el último fragmento del manuscrito, precisamente en la siguiente afirmación:

> Ecce ergo aliam methodum universalissimam quadrandi figuram quamlibet datam, si quaeratur alia figura, in qua applicatae omnes figurae datae, faciant functionem rectarum QP[149].

Este fragmento es de gran importancia para la historia de la matemática, pues es aquí donde se utiliza por vez primera el término *función* en un contexto matemático, si bien su significado, como veremos en breve, no sea tan claro y fijo como lo será a partir

---

[145] Se han rastreado las veces en las que aparece el termino *functio* o alguno de la familia en los escritos matemáticos de Leibniz de la década de mil seiscientos setenta reunidos por la edición de la Academia: AA VII, 4. Para los efectos buscados en esta exposición y teniendo en cuenta que la primera acepción del término no hace de él un concepto sino que es la que tiene la palabra dentro del lenguaje cotidiano —función como una tarea a realizar—, no se ha considerado necesario poner en consideración todos los fragmentos en los que aparezca el término fuera del ámbito matemático o de una época de composición muy posterior al *De functionibus plagulae quattuor*. En las páginas siguientes se presenta una mención de cada manuscrito de los reunidos.

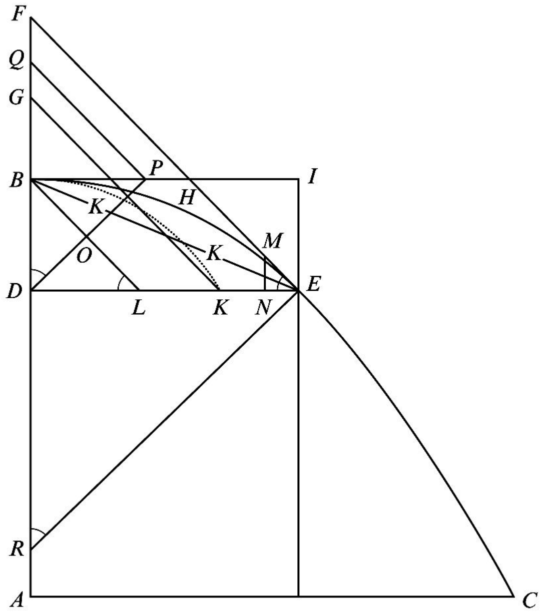
[146] Cf. Dietrich Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte der höheren Analysis*, Abhandlungen der preussischen Akademie der Wissenschaften, Berlín, 1926, p. 42.

[147] Cf. AA VII, 4, 465–501.

[148] Cf. Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte*…, p. 39ss.

[149] AA VII, 4, 500.

del *De functionibus plagulae quattuor*. La recta a la que se hace referencia en la cita hace parte de la siguiente figura:



Fuente: AA VII, 4, 500

En la figura, la recta QP es una paralela a la recta FE, que es tangente en el punto E al arco BEC. La figura BIEHB es complementaria a la figura DBHE, en la formación del rectángulo DBIE. Leibniz quiere calcular el triángulo característico MNE, cuyo lado MN es una magnitud infinitesimal, y la figura total es similar, por construcción, a los triángulos FDE y BDL. De esta manera, Leibniz se vale de las razones y proporciones para hacer cálculos en la figura. Con el término *función* se designa en el pasaje citado una recta paralela a la tangente en un punto determinado del arco de la figura dada. Es digno de resaltar, sin embargo, que la expresión completa es *faciant functionem rectarum*, es decir, no se afirma en este lugar que la recta QP sea una función sino que en la figura el fragmento QP cumple con la función de una recta, *hace* de recta, a saber, la recta paralela a la tangente en el punto E.

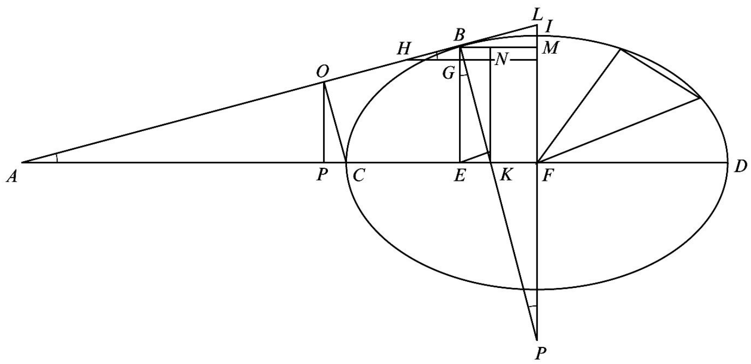
En otro manuscrito del mismo verano temprano de 1673, titulado *Triangulum characteristicum ellipsis*, Leibniz ofrece una definición[150] para el triángulo característico en la que se toma como base el eje vertical y no el horizontal, un hecho que, señala Mahnke[151], muestra la clara proveniencia pascaliana del triángulo característico en los escritos de Leibniz. Dicho a grandes rasgos, la pregunta que se

[150] AA VII, 4, 502: "Ducatur <trian>gulum characteristicum inassignabile BGH simile ipsi ABE ita ut HB sit portio inassignabilis curvae, HG portio in nite parva altitudinis, BG portio infinite parva basis".
[151] Cf. Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte*…, p. 42.

aborda en el escrito es, como ocurre en el anterior, la búsqueda para resolver problemas de curvas valiéndose para ello de un estudio pormenorizado de las propiedades de los triángulos. También aquí aparece utilizado el término función, como se ve en la cita a continuación:

> Sinus ad basin in omni figura sunt quadrabiles. Ergo et semper summa omnium EK. Hinc sequeretur ad quadrandam figuram datam, nihil aliud opus esse, quam aliam quaerere, in qua applicatae figurae datae faciant functionem EK[152].

En este caso, la figura a la que la cita hace referencia es la siguiente:



Fuente: AA VII, 4, 501

En la figura, la recta EK es un fragmento del diámetro CD para la elipse estudiada. Pero también forma parte del triángulo característico EBK, que Leibniz considera equivalente por construcción a los triángulos ABE y HBG; incluso, puede tomarse el fragmento EK como si fuera una parte de la base del triángulo ALF. Y, de nuevo, la expresión que utiliza Leibniz al referirse a este fragmento es *faciant functionem*, habla de *hacer* una función en la figura dada.

En los fragmentos citados, el término *functio* refiere o bien a la *formación* de un fragmento distinto, o bien a un tipo de elemento de curva distinto. Llama la atención que en el primer fragmento citado el término se utilizara para un caso muy específico: un fragmento que *hace* las veces de recta paralela a la tangente en un punto determinado del arco de una figura dada. En el segundo caso el término viene también acompañado del verbo *facere*, pues se habla de *hacer* una función; en este caso el fragmento de recta del que se habla consiste en una parte del diámetro de la elipse a la vez que constituye también uno de los lados de un triángulo característico determinado, y un fragmento de

[152] AA VII, 4, 503–4.

la base de otro triángulo relacionado con la elipse estudiada. Con las expresiones *facere officium* o *facere functionem* Leibniz se refiere, entonces, a formar un fragmento específico en una figura, por ejemplo, una recta, el fragmento de una tangente, tocar una curva o construir su subnormal[153]. Se trata de fragmentos muy distintos y, sin embargo, se denominan en todos los casos "función".

Que construir un fragmento, sin importar cuál sea en cada caso, sea una actividad denominada también como *hacer una función* quiere decir que hacer una función equivale a la acción de formar un fragmento, sin importar cuál sea, mientras que desempeñe una cierta tarea en relación con la figura. En estos escritos el término *función* no se refiere a un fragmento en particular: no equivale, por ejemplo, a una tangente, subtangente o subnormal; antes bien, es sinónimo de la actividad que un fragmento desempeña, sinónimo del hecho de que un fragmento *haga* las veces de tangente, subtangente o subnormal con respecto a la curva. De esta manera, el término *función* tiene en estos manuscritos el sentido del habla cotidiana, designa una acción, una tarea por realizar u oficio, como el que, por ejemplo, tiene por realizar una recta ordenada a una curva dada, en cuanto trozo bien definido de una curva que se estudia[154].

2.2. Función como dependencia recíproca

a. De functionibus

En agosto de 1673 compone Leibniz un manuscrito al que da por título *Methodus tangentium inversa seu de functionibus* y sus cuatro partes se reúnen en la edición de la Academia bajo el nombre *De functionibus plagulae quattuor*[155]. En este manuscrito puede verse con claridad tanto el carácter inverso de las tangentes y el problema de las cuadraturas, como el uso de la relación que hay entre las diferencias infinitamente pequeñas de las coordinadas. Es un manuscrito donde muchas "primeras veces" se dan cita, pues es el lugar donde Leibniz llega brillantemente a importantes descubrimientos de diverso tipo en torno a su cálculo. En palabras de Dietrich Mahnke, no es demasiado decir

[153] Cf. Eberhard Knobloch – Walter S. Contro, "Einleitung", en *Gottfried Wilhelm Leibniz. Sämtliche Schriften und Briefe*, Reihe VII (Mathematische Schriften: Infinitesimalmathematik), Akademie Ausgabe, 2008, p. XVIII; Cf. Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte…*, p. 47.
[154] Cf. Peter Schulthess, *Relation und Funktion*, W. de Gruyter, Berlin – NY, 1981, p. 225.
[155] AA VII, 4, 656–710.

> dass diese Handschrift bereits alle wichtigen Entdeckungen der werdenden höheren Analysis, wenn auch z. T. noch im unausgereifen Embryonalzustand, enthält. Denn der Name und Begriff der Funktion, die Differentialquotienten von beliebiger Ordnung, der Grundgedanke der allgemeinen Taylorschen Reihe sowie die speziellen Reihen für $\sqrt{ax}$ und $\sqrt{2ax \pm x^2}$, die Zurückführung des geometrischen Tangentenproblems, der Rektifikations- und Quadraturprobleme auf die Summation unendlicher Reihen, deren Glieder diese Differentiale enthalten, also die Grundeinteilung des Gesamtgebietes der höheren Analysis in seine beiden inversen Regionen, den calculus differentialis und calculus summatorius, die Differential- und Integralrechnung, alles das findet sich in jener wichtigen Handschrift wenigstens schon keimhaft angedeutet[156].

Nos interesa, sobre todo, el hecho de que aparezca aquí *el nombre y el concepto* de función. En efecto, aparece aquí por vez primera el término en un sentido matemático claro y fijo; y, como se dijo también en la sección dedicada al cálculo infinitesimal del capítulo anterior, en este manuscrito, según la opinión de algunos de sus comentaristas, se encuentra el concepto moderno de función bajo el nombre *relatio*[157]. Esta afirmación da para discusiones, pero lo que es innegable es el hecho de que se puede reconocer en el *De Functionibus* un momento de la transición gradual que el concepto de *función* ha tenido hasta recibir su significado actual[158].

¿Qué significa el término *función* en este manuscrito? Si, como se expuso antes, en el *Trigonometria inassignabilium*[159] se encuentra utilizado por primera vez el término en un contexto matemático pero con un significado general y del habla cotidiana, en el *De functionibus* se utiliza por vez primera el término, no sólo en el contexto de una reflexión matemática, sino con un sentido propio, fijo y claro. Recuérdese aquí el aprendizaje de la geometría analítica de Descartes que Leibniz hizo durante los primeros años de la década de 1670. El año 1673 forma parte de la primera etapa de la estancia que el joven Leibniz realizó en París, donde entró en contacto con C. Huygens y, a través de él, profundizó sus conocimientos de matemática[160]. Gracias a su mentor conoce, por una parte, la tradición anglosajona y, en ella, los aportes de

156 Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgechichte…*, p. 59.
157 Cf. Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgechichte…*, p. 47; Schulthess, *Relation und Funktion…*, p. 226. Para la discusión, comentada en el capítulo anterior, véase capítulo primero, sección 1.3.b, p. 65
158 Cf. Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgechichte…*, p. 5.
159 Cf. AA VII, 4, 465–501.
160 Cf. Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte…*, p. 8; Yvon Belaval, *La place de la* Nova Methodus…, p. 42.

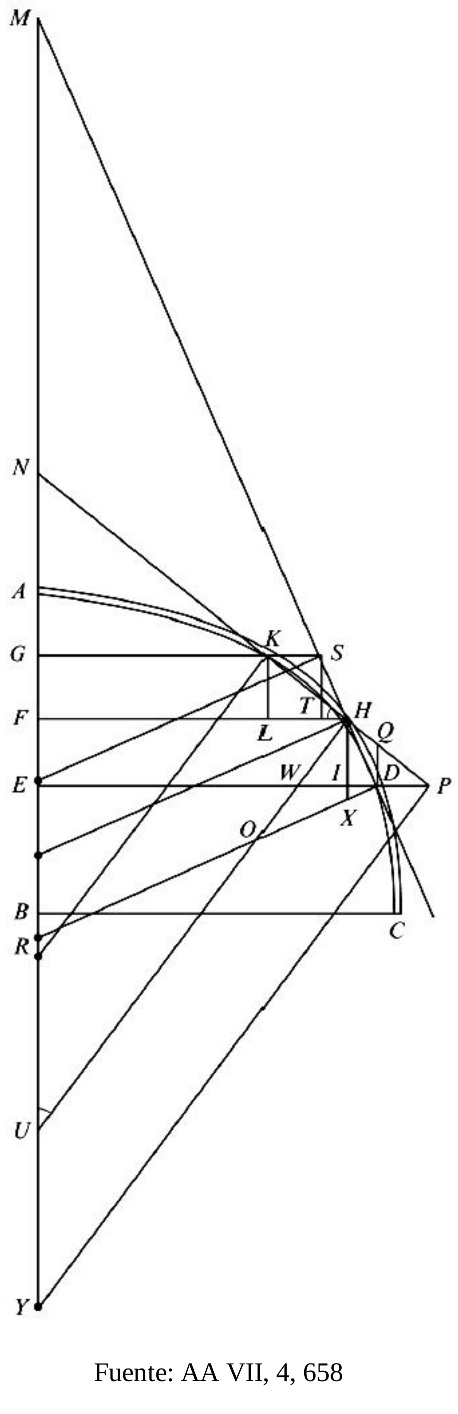
Mercator y Wallis, entre otros. Por otra parte, sobre todo entre 1674 y 1676[161], conoce los grandes nombres de la tradición continental (Descartes, Fermat, Pascal, van Schooten). Es posible que Leibniz no hubiese entrado en la *Geometría* para la fecha de composición de este manuscrito, pero la conoció con seguridad entre el segundo semestre de 1673 y el primero de 1674; sin embargo, con toda seguridad conocía Leibniz, aunque fuera superficialmente, la geometría cartesiana. Uno de los avances que Descartes introdujo en la historia de la matemática con aquella obra es la idea de que una curva pueda ser definida por cierta propiedad específica, y que dicha propiedad se mantiene tanto para la curva en su totalidad como para cada uno de los puntos que la componen. Así, hay una correspondencia entre las curvas y las ecuaciones con coordenadas en x e y, de manera tal que para cada curva hay una ecuación específica definida por estas coordenadas y, a la vez, para cada ecuación —definida por las coordenadas x e y— hay una curva específica[162]. Dando un paso más allá, se da una correspondencia entre, por una parte, las propiedades algebraicas y analíticas para la ecuación con ciertas coordenadas y, por otra, las propiedades geométricas de la curva. Así, en una dirección la geometría se reduce al álgebra y al análisis, pero también, en otra dirección, el análisis puede darse en términos geométricos. Téngase en cuenta aquí lo que Giusti[163] denomina la revolución cartesiana: con la geometría analítica la curva deja de ser considerada desde su construcción y comienza a tratarse desde su expresión algebraica. Al considerar que una curva *es* su ecuación todas las propiedades dependientes de ella deberían desprenderse también de la ecuación de la curva. Ahora bien, en el tratamiento que Leibniz le da al problema de las tangentes se da un paso más y se reconoce el carácter de inversión entre los elementos de la curva y la ecuación de la curva misma: si hay una dependencia entre ambos, podría *caminarse* en sentido contrario. Así, el problema inverso de las tangentes consiste en deducir, *a la inversa*, las medidas basadas en la curva a partir de la ley de la variación dada. De ahí que el autor haya escogido como título para su manuscrito *Methodus tangentium inversa seu de functionibus*. En términos modernos, el problema trata sobre la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden[164].

Con el fin de resolver el problema general de las tangentes, en este manuscrito Leibniz se vale de los infinitamente pequeños al formar, como atestigua la primera

---

[161] Cf. Belaval, *La place de la* Nova Methodus *dans le systéme leibnizian…*, p. 42.
[162] Cf. Bell, *The Development of Mathematics…*, 139.
[163] Cf. Giusti, *Le problème des tangentes de Descartes à Leibniz…*, p. 26.
[164] Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgechichte…*, p. 45.

sección, líneas infinitamente pequeñas de orden (*dimensio*) superior, lo que en términos modernos corresponde a las diferenciales de orden superior[165]. En manuscritos anteriores había intentado Leibniz ya lograr un método de integración utilizando los indivisibles. Pero tras varios intentos considera que tanto los métodos de exhausción como de los indivisibles pueden llevar fácilmente a errores y prefiere, por eso, métodos de diferenciación[166].



Fuente: AA VII, 4, 658

[165] Cf. Knobloch – Contro, *Einleitung…*, AA VII, 4, XXV.
[166] Cf. AA VII, 3, 69; Probst, *Indivisibles and Infinitesimals…*, p. 101ss.

Como se ve en la figura, los fragmentos se forman con la proyección de líneas perpendiculares a la curva en los puntos F y G; al comienzo del manuscrito se subdivide la abscisa AE en partes iguales para hacer su análisis, partes que equivalen a fragmentos infinitamente pequeños. Leibniz se vale además, como no debe sorprender, del uso del triángulo característico y el estudio de sus propiedades: establece una semejanza entre el triángulo HID y el MED, a partir de la cual es posible llegar a una determinación de la tangente. Como explica Mahnke, "die Bestimmung der Tangente ist also darauf zurückgeführt, dass die Subtangente (producto) aus der Ordinate *ED* und dem Verhältnis der Differenz zweier benachbarter Ordinaten (*ED* – *FH*) zur Differenz der zugehörigen Abszissen (*FE*) berechnet wird"[167]. Con esto se logra un avance importante en el análisis superior, pues se formula por vez primera la tarea de hacer una construcción geométrica de las tangentes valiéndose para ello de un cálculo analítico. Incluso considerando sólo la construcción geométrica de las tangentes resulta este manuscrito novedoso frente a los intentos anteriores de Leibniz mismo de lograr un método de cuadraturas, pues aquí se consideran los límites de los infinitamente pequeños como si fueran trapezoides infinitesimales, en vez de paralelogramos[168]. Puesto que con los trapezoides ambos lados se configuran con triángulos rectángulos, el área bajo la curva puede aproximarse con una exactitud mayor que con los paralelogramos[169].

> While the parallelograms only represent the area of the figure, the trapezoids, whose upper sides coincide with the infinitely small parts of the curve and of the respective tangents, represent the area and (with their upper sides) the arc of the curve. And this is of importance […] as part of what Leibniz sets out to do here is to solve the inverse tangent problem[170].

Ahora bien, hay una segunda tarea que Leibniz se propone resolver en el mismo manuscrito y que es de cierta importancia para nuestro estudio del término *función*: se propone llegar a la ordenada a partir de la subtangente o la subnormal. Para encontrar la ordenada correspondiente a una subtangente es menester conocer la relación entre dicha subtangente y su diferencia con la próxima subtangente conocida, en otras palabras, encontrar la relación entre la diferencia de las subtangentes y la diferencia de las

[167] Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgechichte…*, p. 45.
[168] Leibniz había recurrido a los paralelogramos en manuscritos anteriores como, por ejemplo, el *Nugae pueriles* que escribió muy probablemente durante la segunda mitad de 1670: AA VII, 4, 57–59; Cf. Siegmund Probst, "Indivisibles and Infinitesimals in Early Mathematical Texts of Leibniz", en U. Goldenbaum – D. Jesseph, *Infinitesimal Differences. Controversies between Leibniz and his Contemporaries*, W. de Gruyter, Berlín – N.Y., 2008, p. 99.
[169] Probst, *Indivisibles and Infinitesimals…*, p. 99.
[170] Probst, *Indivisibles and Infinitesimals…*, p. 105.

abscisas que le son correspondientes, un problema que Leibniz, como Pascal, resuelve utilizando los infinitamente pequeños[171].

> Clearly, Leibniz follows here in the footsteps of Pascal […] but there is an important difference: Pascal generally defends his method of indivisibles on account of its being in accordance with pure geometry. In order to preserve the dimension e.g. of a required area, he multiplies the ordinates of a curve into infinitely small parts of the axis and adds the resulting rectangles to get the area between the axis and the curve. The same can be done in higher dimensions by multiplying the ordinates into infinitely small squares or cubes and even n-dimensional cubes with $n > 3$. Leibniz agrees with Pascal but tries to proceed a step further by explicitly introducing the n-dimensional cubes as n-dimensional units and thus transforms the procedure into an arithmetical approach[172].

Dos consideraciones importantes se siguen de estas tareas emprendidas por Leibniz en su solución del problema inverso de las tangentes. En primer lugar, el uso de las diferenciales de orden superior. Leibniz es consciente de que la diferencia de las diferencias es de un orden superior a la diferencia entre las ordenadas con respecto a lo infinitamente pequeño[173]. La segunda consideración tiene que ver con el planteamiento del problema inverso de las tangentes, que Leibniz formula así: "ex cognita progressione seu loco productarum, quaeritur locus applicatarum seu figura ipsa"[174]. Esto quiere decir que, conociendo ya la ley de la progresión o de la variación del lugar geométrico de las subtangentes u otras partes variables que realizan una función conocida de la curva dada, debe precisarse el lugar geométrico de la ordenada, o la curva misma[175]. En otras palabras, hay que tener en cuenta que de la ecuación de la curva depende la ley de variación de las medidas dependientes de la curva misma —medidas como la tangente, subtangente, normal, subnormal, secante, entre otras—.

Recordemos de nuevo el título que Leibniz escoge para reunir estas consideraciones suyas: *Methodus tangentium inversa seu de functionibus*. Hemos señalado ya antes en qué sentido este es un método inverso o contrario, pues parte de la consideración de la dependencia entre la ley de variación o progresión de la curva y las diferentes magnitudes que entran en su análisis, y de la idea de, basándose en esta

---

[171] Cf. Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgechichte…*, p. 45ss.
[172] Probst, *Indivisibles and Infinitesimals…*, p. 102–3.
[173] Como recuerda Mahnke, Leibniz escribe aquí "notabilis est haec doctrina de *linearum dimensionibus*" (AA VII, 4, 666), subrayando la última parte. Esto muestra que Leibniz vio la importancia de su descubrimiento. Cf. Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgechichte…*, p. 45.
[174] AA VII, 4, 663.
[175] Cf. Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgechichte…*, p. 47.

dependencia entre partes, obtener conocimientos derivados a partir de los datos ya dados. En lo que respecta a nuestra investigación es de gran valor observar que el título de este manuscrito se compone por dos partes unidas por la conjunción *o*: el método inverso de tangentes *o* sobre las funciones. Atendamos a los usos del término a lo largo del manuscrito para determinar el significado ya anunciado en dicho título.

Algunas líneas bajo la formulación del problema en AA VII, 4, 663, aparece por primera vez en el escrito el término *functio*:

> Figurae sunt loci applicatarum. Alioquin eri potest ut v. g. circulus sit locus applicatarum hyperbolae si considerentur ut chordae, hyperbola vel ellipsis locus applicatarum trianguli si considerentur ut reductae, parabola locus applicatarum parallelogrammi, si functionem reductae facere intelligantur[176].

Como se ha dicho algunas páginas antes, este es el segundo lugar en la historia de la matemática donde el término *función* es utilizado en un contexto matemático, pero ahora en otro sentido. Efectivamente, aunque haya algunos manuscritos en los que el término apareció con antelación —escritos durante los primeros meses de 1673 y que hemos citados en la sección anterior—, en el presente manuscrito hay una diferencia con respecto a ellos. Si bien el primer sentido que Leibniz otorga al término *función* es el del habla cotidiana aplicado a la geometría, en el *De functionibus* hay ya un sentido matemático propio y fijo en el que se usa el término. En la página del manuscrito citada unas líneas arriba el nombre *functio* es utilizado en relación estrecha con los conceptos del lugar geométrico, por una parte, y, por la otra, de la serie infinitamente progresiva, cuyos términos consecutivos resultan de una fórmula general donde se ponen ciertos valores numéricos uno tras otro —es decir, en una serie— para sus variables indefinidas. Ambos conceptos se relacionan también con lo que el concepto de función significa en el contexto de la matemática actual; además, vuelve a aparecer el término en conexión con el verbo *hacer*.

Volvamos al título del manuscrito, pues ya en él aparece el término función utilizado como un concepto. Antes de denominarse así, Leibniz había intitulado el manuscrito como *Methodus nova investigandi tangentes linearum curvarum, ex datis applicatis vel contra applicatas ex datis productis, reductos, tangentibus, perpendicularibus, secantibus*, con el que hace referencia al ya nombrado método del triángulo característico, del que se había ocupado también en los manuscritos anteriormente citados, y que había entregado buenos resultados a través de las

[176] AA VII, 4, 664.

cuadraturas para problemas de tangentes y sus difíciles inversiones. Sin embargo, Leibniz cambia este título por el de *Methodus tangentium inversa seu de functionibus*. El título tiene un subrayado doble y la fecha está escrita en el extremo superior de la página, algo que Leibniz hacía con los escritos que consideraba importantes. En el *De functionibus* se da un tratamiento general al problema de la inversión de las tangentes con una gran perspicacia. En efecto,

> [Leibniz] wollte aus der Gleichung der Kurve das Veränderungsgesetz nicht nur der Subtangente, sondern auch der Subnormale, Tangente, Sekante sowie beliebiger anderer durch die Kurve bestimmter Stücke ableiten, und andererseits *umgekehrt* vom Veränderungsgesetz dieser letzteren auf das der Kurve selbst zurückschließen[177].

Con su tratamiento del problema inverso de las tangentes Leibniz busca, entonces, obtener una cuva a partir de la ley del cambio de las medidas que dependen de ella, pues considera que dicha ley depende, a su vez, de la ecuación de la curva misma. De manera que, por una parte, es posible obtener la ley del cambio de la tangente, secante, etc., a partir de la ecuación de la curva; y por otra, es posible encontrar la curva a partir de la ley del cambio de la tangente, secante, etc. Teniendo en cuenta este objetivo,

> bei dieser Gelegenheit suchte er [Leibniz] nach einem gemeinsamen Namen für diese verschiedenen abhängigen Größen und wählte dafür das Wort Funktion, das ihm auch früher schon gelegentlich in die Feder gelaufen war, das aber von nun an zu einem Grundwort seiner höherem Analysis wurde[178].

Los lugares en los que Leibniz había utilizado ya el término *función* son los manuscritos del verano de 1673, anteriores a este, que se han contemplado en la sección anterior. Pero aquí hay un cambio. El término deja de ser considerado desde esa perspectiva general de la lengua cotidiana, como sinónimo de *officium* y designando la *tarea* que una parte realiza con respecto a la curva. El término se refiere ahora a los trozos de líneas mismos, o magnitudes, de una curva, que desempeñan con respecto a ella cierta tarea y que están con ella en cierta relación de dependencia; por ejemplo, si en los anteriores manuscritos con la función se designaba el “ser tangente” de una tangente o la actividad de una recta al constituirse en tangente de una curva, aquí se designa la tangente misma, esto es, el fragmento de recta, que constituye una tangente

---

[177] Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte…*, p. 44. El subrayado es nuestro. Cf. G. W. Leibniz, *De functionibus plagulae quattuor*, AA VII, 4, 664–665; Knobloch – Contro, *Einleitung…*, AA VII, 4, XXV.

[178] Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte…*, p. 44. Cf. AA VII, 4, 664–665.

de cierta curva. ¿Quiere decir esto que en el presente manuscrito denomina Leibniz cualquier fragmento sin más una función? No. Con el término *función* se encuentra *un nombre común* para denominar *distintas medidas dependientes*. Lo que es denominado *función* está en una cierta relación con otra cosa, depende en cierto modo de otra cosa: sólo se es tangente con respecto a una curva, uno de cuyos puntos toca la recta tangente en cuanto tangente. Nótese que el fragmento no depende de cualquier manera: las magnitudes funcionales dependen *entre* sí, son *interdependientes*. Esta es una relación entre dos partes tal que no sólo a partir del conocimiento de las propiedades de la primera es posible llegar a un cierto conocimiento de la segunda, sino que la vía contraria también es posible. En otras palabras, la dependencia entre las magnitudes es recíproca. Así, si antes de agosto de 1673 el término *función* denota una tarea, oficio o deber, a partir del *De functionibus* se denominan *funciones* magnitudes recíprocamente dependientes.

Debe tenerse en cuenta todavía otro factor que se desprende de lo anterior. Leibniz denomina *funciones* los fragmentos mismos que tienen una determinada relación con la curva con la que se relacionan. Es a lo que se refiere cuando, por ejemplo, habla del "regressus an haberi possit a tangentibus, aut aliis functionibus ad ordinatas, quaestio est magna"[179]. Los elementos así denominados no se refieren a constantes, sino a magnitudes variantes regulares, es decir, magnitudes que varían con respecto a una ley dada como, por ejemplo, lo son una abscisa u ordenada de la curva, y que están en una relación determinada con otras variables. En particular,

> wenn er [Leibniz] das umgekehrte Tangentenproblem als einen *regressus a functionibus ad ordinatas*, genauer als einen Rückschluss von dem Veränderungsgesetz der "Funktionen" auf das Veränderungsgesetz der Ordinaten oder auf die Gleichung der Kurve bezeichnet, so gewinnt dabei das Wort Funktion schon unverkennbar der Nebensinn der gesetzmäßigen Veränderung und gegenseitigen Zuordnung. Nur wenn dieses wenigstens als Untergedanke mitschwingt, hat das "seu" in der Überschrift der Handschrift […] einen vernünftigen Sinn[180].

Es de resaltar, pues, que al plantear el problema inverso de las tangentes como un regreso desde la ley del cambio de las funciones hacia la ecuación de la curva, el término mismo de *función* toma un sentido muy cercano al de la asignación recíproca o variación reglada; Mahnke va más allá y dice que debido a este aspecto la segunda parte

[179] AA VII, 4, 688.
[180] Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte*…, p. 48.

del título del manuscrito, es decir, *de functionibus*, tiene sentido. Se equiparan, entonces, el sentido inverso del método entre tangentes y el término *función*: hay en la función un sentido de reciprocidad y regularidad. Lector de Mahnke, Yvon Belaval recoge a partir del análisis del alemán tres aspectos en torno a la noción leibniziana matemática de función que cabe resaltar:

> Le mot *fonction* renverra, dans l'esprit de Leibniz, aux trois idées suivantes: *1.* Celle d'une coordination réglée et réciproque de valeurs : il faut mettre l'accent sur *réciproque* pour mieux dégager, sur ce point, l'originalité de Leibniz par rapport à Descartes. *2.* Celle d'un lieu géométrique, c'est-à-dire la courbe elle-même déterminée par une loi : c'est ici que Leibniz dépasse la méthode des indivisibles. *3.* Celle d'une série en progression infinie, dont la formule générale peut donner les termes successifs, en remplaçant leur variation indéterminée par des valeurs numériques déterminées: et c'est en joignant cette idée aux précédentes que Leibniz dépasse, cette fois, l'*Arithmetica infinitorum*[181].

Que el carácter de la coordinación reglada entre magnitudes sea recíproco es un rasgo que debe ser señalado, no sólo para resaltar el avance de Leibniz con respecto a Descartes, sino la diferencia entre su idea de función y la de la matemática actual.

Ahora bien, justamente aspectos como el de la reciprocidad y de la variación conforme a ley traen de nuevo el problema planteado hacia el final de la sección dedicada al descubrimiento del cálculo por Leibniz en el capítulo anterior[182], a saber, si tiene cabida dentro de su cálculo el concepto actual de función. Luego de exponer las razones de quienes se posicionan a favor y en contra de esta suposición, se recordó el hecho de que en la presente investigación se persigue el significado del término *para Leibniz*, con independencia del debate por el origen del concepto moderno de función en la historia de la matemática. Respondamos ahora esta pregunta: ¿en qué se diferencia el planteamiento de Leibniz del actual y por qué se sostiene que no se trata del mismo concepto? En primer lugar recordaremos las razones por las que no ocurre que el concepto actual de función se dé dentro del cálculo de Leibniz: el concepto central del cálculo leibniziano es la variable, mientras que el del cálculo moderno es el de función; la operación central en el cálculo moderno es la derivada —que se considera como una función— mientras que la del cálculo leibniziano es la diferencial; el cálculo de Leibniz se presenta el problema siempre latente de la indeterminación de las diferenciales, un problema que desaparece en el cálculo actual justamente porque éste trabaja con funciones; y, por último, el horizonte del cálculo leibniziano sigue siendo la geometría,

---

[181] Yvon Belaval, *Leibniz critique de Descartes*, Gallimard, París, 1960, p. 343.
[182] Véase capítulo primero, sección 1.3.b.

por analítica que sea, y sus problemas siguen siendo relativos a las figuras geométricas, lo cual no ocurre en el cálculo actual.

En segundo lugar, con respecto a las diferencias entre ambos conceptos, conviene recordar el concepto de función de la matemática actual, que es un caso restringido de la noción de aplicación. Una función, como se entiende en la matemática contemporánea, es una relación de dependencia existente entre los elementos de un primer conjunto *de números* —de ahí la diferencia con la aplicación— y elementos bien determinados del segundo, dado un criterio que permita la relación misma. Esta es una relación unívoca y conforme a cierta regla. De la manera en la que Leibniz utiliza el término *función* —en un sentido matemático propio, claro y fijo— se ha dicho que con él se refiere a fragmentos dependientes de curvas que tienen con ella una relación tal que a partir de las propiedades de aquellos es posible averiguar propiedades de ella y viceversa. De entrada, hay que señalar que en el concepto moderno de función no tiene cabida la reciprocidad implícita en el uso leibniziano del término *función*, aunque se hable de dependencia. Es decir, el rasgo de univocidad es definitorio para la noción actual de función. Dada una ley (la función), para todo elemento del primer conjunto corresponderá uno específico del segundo conjunto. Dependiendo del tipo de función en cuestión, es posible que el mismo elemento del segundo conjunto le corresponda a más de un elemento del primer conjunto —en el caso de las funciones no inyectivas— pero lo que es indiscutible es el hecho de que la relación se da en esta sola dirección. A partir de la función dada no pueden asignarse elementos del segundo conjunto para los elementos del primero; esto requeriría una función diferente. Por el contrario, además de que, como es claro, Leibniz no habla en términos de teoría de conjuntos, con la noción de función que utiliza en su *De functionibus* la reciprocidad es posible. Aun reconociendo como similitud el hecho de que en su método tenga cabida una *variación reglada* o, incluso, *asignación*, la relación de dependencia entre dos magnitudes es recíproca y no unívoca: a partir de la ley de la variación de la primera se puede decir algo sobre la segunda magnitud *y viceversa*. Además, aunque de alguna manera pueda traducirse a números el fragmento de una curva, la función de Leibniz no se restringe, como la actual, a conjuntos de números, sino que usa el nombre indistintamente para diversos tipos de fragmentos relacionados con curvas, como la tangente, normal, perpendicular, etc. Por último, no debe dejarse de lado el hecho remarcable de que Leibniz llega a concebir su término *función* dentro del marco de la geometría y como una herramienta para resolver problemas geométricos. Aunque el cálculo de Leibniz tenga dimensiones de abstracción mayores a las del cálculo de Newton, que se enfocaba en la utilización práctica del mismo, no debe, por esta diferencia, caerse en el error de interpretar el cálculo leibniziano con el mismo nivel de abstracción que caracteriza a la disciplina hoy en día. Leibniz quiso prescindir de las figuras para llegar a un método de resolución de problemas en el que el pensamiento no se perdiera atendiendo a las imágenes y se centrara en los conceptos. Pero no sólo sigue recurriendo en última instancia a las figuras, sino que los problemas mismos, siguen siendo relativos a la geometría. En palabras de Herbert Breger:

> […] by inventing the infinitesimal calculus, an abbreviated way of speaking of a geometric process [=the infinitely small magnitude] becomes an object of calculation on a higher level of abstraction. But the object of calculation does not thereby lose its geometric roots; it remains an object of calculation dependent on its context, which at times is different from zero and at times is equal to zero[183].

Con todo, hay que reconocer que con Leibniz se da un paso en la evolución del concepto de función, tal como lo manejamos hoy en día. Uno de los rasgos que se encuentran ya en su noción y se mantienen en la nuestra es el carácter de serialidad. Hay, pues, razones suficientes para considerar que en el nombre por él introducido se esconde la semilla de la que luego nacerá nuestra función moderna. Se necesita para su desarrollo, sin embargo, el paso del tiempo y el trabajo de grandes mentes posteriores a la época de Leibniz.

b. En torno a la correspondencia con Johann Bernoulli

Leibniz hizo público su concepto de función por primera vez en 1692, en el artículo del *Acta eruditorum, De linea ex lineis numero infinitis ordinatim ductis inter se concurrentibus formata easque omnes tangente, ac de novo in mea re analysis infinitorum usu*[184]. En el escrito se introducen los conceptos básicos del nuevo método, tales como el de *coordenada* (para las ordenadas y abscisas), *variable* y *constante*, así como la expresión *ecuación diferencial*. Aparece también el término *función*. Yendo al texto mismo:

> Et quidem cum linea alicuius curvae ad punctum quodcunque in ea datum quaeritur tangens, tunc etiam tantum opus est *aequationem* eius curvae *differentiare*, seu quaerere

[183] Herbert Breger, "Leibniz's Calculation with Compendia", en U. Goldenbaum – D. Jesseph, *Infinitesimal Differences…*, p. 195.
[184] Cf. GM V, 266–9.

> aequationem, quae sit differentialis ad aequationem curvae localem, sed tunc *parametri* seu rectae magnitudine *constantes*, lineae constructionem vel aequationis pro ipsa calculum ingredientes, quae per *a*, *b*, etc., designari solent, consentur unicae seu *indefferentiabiles*, quemadmodum et ipsa recta tangens vel aliae nonnullae *functiones* ab ea pendentes, verb. gr. perpendiculares ad tangentem ab axe ad curvam ductae. Verum tam *ordinata*, quam *abscissa*, quas per *x* et *y* designari mos est […] est *gemina* seu *differentiabilis*[185].

El término *función* aparece, por una parte, como una abreviación o término común para distintos tipos de fragmentos. Por otra parte, como una generalización del que se veía en los manuscritos de París durante los primeros años de la década de 1670, en particular, una generalización del sentido propio de función que se ha expuesto acudiendo al *De functionibus*. Así, el concepto de función es una denominación común tanto para las tangentes como para los demás trozos dependientes de la curva dada[186], esto es, un nombre común para cualquier magnitud equivalente a una proyección desde un punto de la curva, y sobre todo, también los ejes *x* e *y*[187].

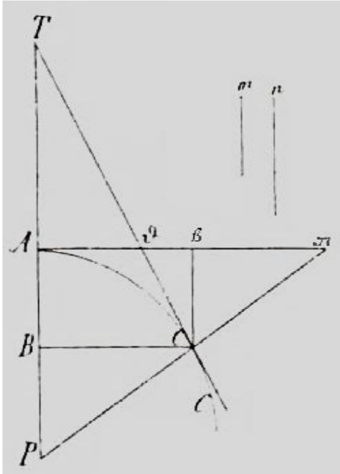
En 1694 Leibniz publica en el *Journal des Sçavans* el artículo *Considérations sur la différence qu'il y a entre l'analyse ordinaire et le nouveau calcul des transcendantes*[188]. En las primeras líneas de este escrito muestra el autor su interés por animar a los geómetras a perfeccionar su cálculo, que ya ha mostrado buenos resultados para resolver diversos problemas geométricos y entre cuyos seguidores se encuentran Johann Bernoulli y el Marqués de L'Hôpital, y que cuenta con la aceptación de Huygens. Con tal fin, en las siguientes líneas se ocupa Leibniz de mostrar las ventajas que tiene su cálculo sobre el análisis ordinario; su cálculo supera a éste último porque puede incluirlo, armonizándolo también con el uso de ecuaciones de quinto grado y la consideración del infinito. El cálculo —continua exponiendo Leibniz—, de gran utilidad para los problemas físico-matemáticos, ha sido utilizado por Newton también en relación con problemas de óptica y astronomía. Pocas líneas delante de estas consideraciones dice nuestro autor:

> J'appelle fonctions toutes les portions des lignes droites, qu'on fait en menant des droites indéfinies, qui répondent au point fixe et aux points de la courbe comme sont [*ver figura*] AB ou Aβ abscisse, BC ou βC ordonné, AC corde, CT ou Cϑ tangente, CP ou Cπ perpendiculaires, BT ou $\beta\vartheta$ sous-tangente, BP ou $\beta\pi$ sous-perpendiculaire, AT ou Aϑ *resecta* ou retranchée par la tangente, AP ou Aπ retranchée par la perpendiculaire, Tϑ et Pπ sous-

[185] GM V, 268.
[186] Cf. Schulthess, *Relation und Funktion…*, p. 226.
[187] Cf. Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte*…, p. 49.
[188] Cf. GM V, 306ss.

> retranchées, *sub-resectae a tangente vel perpendiculari*, TP ou *ϑπ corresectae*, et une infinité d'autres d'une construction plus composée, qu'on se peut figurer[189].

La figura a la que se hace referencia es la siguiente:



Fuente: GM V, fig. 144

Gracias a esta definición directa del término, puede afirmarse con total claridad que son funciones fragmentos de recta, en particular, aquellos fragmentos que se proyectan desde la curva con la que corresponden hacia un punto fijo. Según el tipo de fragmento, una función puede ser una tangente, abscisa, normal, ordenada, etc. Sin embargo, aunque se trate de fragmentos de naturaleza distinta, todos ellos son susceptibles de denominarse de igual manera. La razón por la cual un mismo nombre genérico puede aplicarse a tipos de fragmentos tan distintos es que el nombre no indica exactamente la posición de un fragmento con respecto a la curva dada —*función* no es, pues, un sinónimo de *tangente* o *perpendicular*—. Lo que indica es que el fragmento está en relación con esa curva y depende de ella. Es una prolongación a partir de uno de sus puntos y en cuanto que se prolonga partiendo de él está en relación con ella y es una función de ella.

Sin duda alguna, para la constitución y establecimiento del concepto de función es esencial la colaboración de Johann Bernoulli en todo el proceso. Es cierto que Leibniz había logrado ya fijar un cierto significado para la función en sus escritos de los años setenta y que este concepto fue instituyéndose en uno de los términos comunes para su nuevo método, como se muestra en los escritos anteriormente citados de principios de la década de 1690. Sin embargo, durante los años noventa se menciona

[189] GM V, 307.

con frecuencia el término y poco a poco sufre un *proceso de ajuste* en el intercambio de ideas con Johann Bernoulli. En efecto, en su correspondencia con el matemático suizo utiliza Leibniz con naturalidad su término *función,* como puede verse en la carta de 2/12 de noviembre de 1697:

> Gaudeo Tibi tantopere methodum meam novam quo pomaeria calculi nostri proferuntur placuisse. Sane hac ratione non tantum ad aequationem differentialem primi gradus reducitur inventio curvae ordinatim positione datas perpendiculariter secantis aut eis angulo vel constanter vel ordinatim dato occurrentis; sed etiamsi angulus non sit ordinatim datus, modo quae ipsum determinant, cum aliis functionibus constituant aliquid ordinatim datum; idem obtineri potest multaque adhuc ampliora insunt[190].

Sin embargo, aquí el término no se restringe a la designación de fragmentos de líneas rectas, pues parece utilizarse para designar algo equivalente a una curva u elemento cualquiera con el que pueda componerse “algo ordenadamente dado”, sea, o no, una línea recta. En la respuesta a esta carta puede verse cómo Johann Bernoulli se apropia de este uso del término *función*. En la carta del 4/14 de diciembre de 1697, dice el matemático:

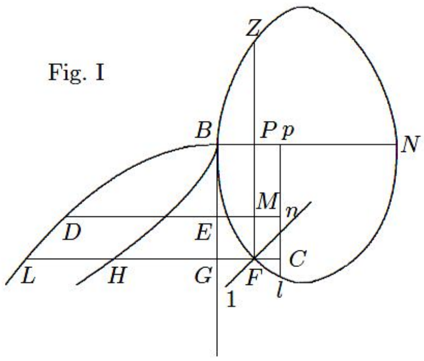
> Etiam ego laetor Tibi probari modum meum ex methodo Tua nova differentiandi curvas deductum, quo curvam invenio curvas ordinatim positione datas secantem vel perpendiculariter, vel in angulo constanti, vel denique in angulo utcunque variante secundum datam legem: nec per hoc aliud intellexi quam ut angulus vel per se sit determinatus vel per certas quasdam (ut vocas) functiones quae constituant aliquid ordinatim datum[191].

Si en la carta de Leibniz *función* parecía sinónimo de *curva*, aquí aparece reemplazando el término *ángulo*, aunque en ambos casos se usa como sinónimo de fragmentos o, en general, elementos que constituyen algo *ordenadamente dado*. La manera en la que Bernoulli utiliza el término *función* será más adelante reconocida por Leibniz como suya. En efecto, en el apéndice a la carta de 5/15 de julio de 1698, donde Bernoulli propone su solución al problema de las curvas isoperímetras, para lo cual se vale de los métodos discutidos con Leibniz, utiliza repetidamente el término en cuestión. Lo usa para referirse a fragmentos de la curva en general, bien sean aplicadas o normales[192], y las operaciones entre dichos fragmentos las denomina operaciones

[190] AA III, 7, 649 (OFC 16A, 413).
[191] AA III, 7, 681 (OFC 16A, 416).
[192] Cf. AA III, 7, 827ss. (OFC 16A, 458ss).

entre funciones[193]. Aquí, una función puede significar no sólo el fragmento sin más, sino un fragmento resultante de alguna operación efectuada con otro fragmento; por ejemplo, cuando Bernoulli supone que el fragmento RL, *función de RO*, fuera una potencia de la misma RO[194]. Para ilustrar el uso que Bernoulli hace del término, se cita a continuación la primera oración del *escolio* a la solución aportada en la carta, y la figura a la que hace referencia:

> Haud majori difficultate hac methodo determinare possemus curvam *BF*φ, si desideraretur ut *PZ* esset functio composita pro lubitu ex functionibus non arcus tantum *BF* vel applicatae *PF*; sed utriusque simul quomodocunque inter se complicatae. Eo enim tandem semper pervenitur ut sinus curvedinis in quovis puncto *F* sit ad certam quandam quantitatem in ratione constante; unde problemate hoc modo ad pure analyticum redacto, facile deinde aequatio naturam curvae exprimens obtinetur[195].



Fuente: AA III, 7, 827.

En esta carta Johann Bernoulli denomina *función* fragmentos dependientes de curvas, pero también fragmentos que dependen de elementos dependientes de la curva —esto es, que dependen de la curva en cuanto que dependen de elementos dependientes de ella—. El hecho de denominar con un mismo nombre magnitudes distintas trae la posibilidad de tratar los problemas *de una forma analítica*, es decir, trascender el uso de la geometría para resolver problemas geométricos. Bernoulli ve las ventajas del cálculo descubierto por Leibniz no sólo porque con él se agiliza la resolución de los problemas, sino que por él puede encontrarse la solución para muchos casos en los que la geometría cartesiana no era suficiente. De ahí que Leibniz insista en su resolución analítica del problema de las curvas isoperímetras y por eso le resulta útil trabajar con distintos

[193] P. e., "diferencia de funciones" para una diferencia entre fragmentos que se prolongan desde el diámetro de la curva. AA III, 7, 829 (OFC 16A, 460).
[194] AA III, 7, 829: "…si *RL* functio ipsius *RO* esset tantum ejusdem *RO* potestas *n*…" (OFC 16A, 460).
[195] AA III, 7, 833 (OFC 16A, 463).

fragmentos reducidos a un nombre: al hacer de elementos específicos de la curva funciones de la misma puede resolver el problema por medio del cálculo. Y lo que significa aquí que los distintos fragmentos sean funciones, lo que se quiere decir con este nombre general, no es que un elemento dado sea la aplicada o subnormal para una curva dada, sino que dada la curva el fragmento depende de ella, se traza o se proyecta a partir de ella.

Sobre esta idea de dependencia subyacente al concepto de función se habían escrito ya Leibniz y Bernoulli con anterioridad a estas dos cartas citadas, aunque para entonces no usaron el término *función*. Ocurre en las cartas de 1694 y 1696. En el primer caso, en la carta que Bernoulli le escribe a Leibniz el 2/12 de septiembre de 1694, la variable *n* es definida como cualquier cantidad formada por indeterminadas y constantes[196]. Dos años después, el 25 de agosto (4 de septiembre) habla de diversas cantidades dadas mediante las indeterminadas y las constantes[197], para las que usa los signos $\overset{1}{X}, \overset{2}{X}, \overset{3}{X}$, etc. Ahora bien, estas cantidades son dependientes de las indeterminadas *x* y de las constantes[198]. En ambos casos se considera para la resolución de problemas variables, o *cantidades diversas*, entendidas como aquellas cantidades que dependen tanto de cantidades indeterminadas como de constantes. La descripción que propone Bernoulli para estas diversas cantidades recuerda la definición que ofrece Leibniz en su artículo del *Journal de sçavans* de 1694[199], donde son *funciones* todos los fragmentos de líneas rectas que se proyectan entre un punto fijo y algún punto de la curva, tomando la designación particular de tangente, normal, perpendicular, etc., según sea el caso. Que dependiendo del punto de la curva al que se proyecte la línea desde el punto fijo reciba una denominación específica quiere decir, como se dijo antes, que en cierta forma son funciones estos diversos fragmentos en cuanto dependen de esa curva. Aquí Bernoulli *generaliza* lo que es una definición específica para el análisis de curvas hacia cualquier cantidad, siempre que esta esté formada por indeterminadas y constantes. Y al generalizarlo hace del término una noción más analítica, con la que puede operarse fuera de los límites del análisis de curvas.

---

196 En AA III, 6, 172: "per *n* intelligo quantitatem quomodocunque formatam ex indeterminatis et constantibus" (OFC 16A, 24). Aunque *n* sea un elemento tal, Leibniz no designa la *n* con el término *variable*.

197 En AA III, 7, 119: "per majusculam $\overset{1}{X}, \overset{2}{X}, \overset{3}{X}$, etc., intelligo diversas quantitates utcunque datas per indeterminatas *x* et constantes" (OFC 16A, 236).

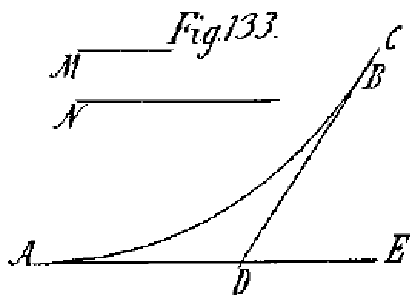
198 En AA III, 7, 119: "sunt enim $\overset{1}{X}, \overset{2}{X}$, quantitates pure dependentes ab x et constantibus" (OFC 16A, 236).

199 Cf. GM V, 306ss.

De hecho, esta idea clara a la que llega Leibniz en 1694 se debe en cierta medida a su constante comunicación con Johann Bernoulli. En efecto, en 1693 ofrece éste una solución para el problema propuesto por De Beaune, así como un nuevo planteamiento del problema inverso de tangentes[200]. Este problema es resumido por Leibniz en su artículo *Ad problema in Actis Eruditorum an 1693 mense majo propositum*[201] de la siguiente manera:

> Perplacet Problema Bernoullianum nupero mense Majo propositum de invenienda linea *ABC* ex data ratione inter tangentem *BD* et resectam *AD* et axe *AE* per tangentem, vel ideo, quod etiam illi, qui nostrae methodi differentialis faciliora tenent, non statim huc pervenient[202].

La figura a la que se refiere la descripción del problema es la siguiente:



Fuente: GM V, fig. 133

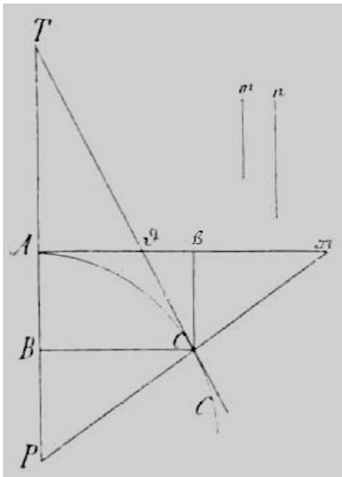
Con ocasión de este problema generaliza Leibniz la idea de que puede obtenerse la relación entre un producto buscado y una potencia del arco ya dada, por ejemplo, la relación entre la *resecta* y la ordenada[203]. Tal es la tarea que tiene en mente en los artículos publicados en septiembre de 1693 y julio de 1694 del *Acta eruditorum,* en los cuales ya utiliza el término *función*. Hacia el final del artículo *Supplementum geometriae dimensoriae, seu generalissima omnium tetragonismorum effectio per motum: similiterque multiplex constructio lineae ex data tangentium conditione*[204], publicado en septiembre de 1693, aparece el término. Se dice aquí que todo problema inverso de tangentes puede reducirse a las relaciones (*relatio*) entre tres líneas rectas,

---

[200] Cf. Mahnke 49, nota 3).
[201] GM V, 288–294.
[202] GM V, 288.
[203] Cf. Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte*…, p. 49.
[204] GM V, 294–300.

esto es, entre dos coordenadas y una tangente, "aut alias functiones harum loco"[205]. El término aparece, entonces, como sinónimo para tangente y coordenada, designando otras magnitudes que cumplan una función de lugar. Es la misma idea de función que se presenta en el *Nova calculi differentialis applicatio et usus ad multiplicem linearum constructionem ex data tangentium conditione*[206], de 1694. El problema general tratado en el artículo es el de hallar una línea, dada la relación entre dos funciones[207]. En el *post scriptum* del artículo se define el término *función* de la siguiente manera:

> Functionem voco portionem rectae, quae ductis ope sola puncti fixi et puncti curvae cum curvedine sua dati rectis abscinditur. Tales sunt: Abscissa *AB* vel *Aβ [ver figura]*, ordinata *BC* vel *βC*, tangens *CT* vel *Cϑ*, perpendicularis *CP* vel *Cπ*, subtangentialis *BT* vel *βϑ*, subperpendicularis *BP* vel *βπ*, per tangentem resecta AT vel *Aϑ*, per perpendicularem resecta *AP* vel *Aπ*, corresecta *PT* vel *πϑ*, radius osculi seu curvedinis *CP*, et aliae innumerare[208].



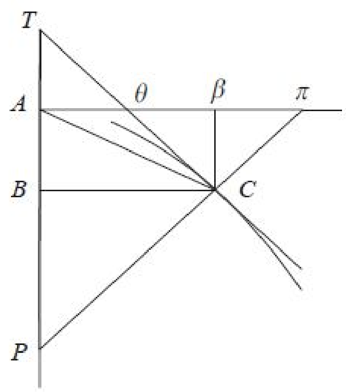
Fuente: GM V, fig. 144

Es la misma definición —y está referida a la misma figura— que Leibniz publica también en 1694 en el *Journal de Sçavans*[209] —de la que se habló unas páginas más arriba— y al principio de la carta que le envía a Christiaan Huygens el 29 de junio (9 de julio) de 1694[210]. En la carta le recuerda Leibniz a Huygens el contexto de la

[205] En GM V, 300: "Et sane omne problema conversae tangentium reduci potest ad relationem inter tres rectas, nempe duas coordinatas CB, CH et tangentem CT, aut alias functiones harum loco".
[206] Cf. GM V, 301–306.
[207] En GM V, 306: "Et generale Problema sic concipi potest: *data ratione inter duas Functiones invenire lineam*".
[208] GM V, 306.
[209] GM V, 307.
[210] AA III, 6, 139. Cf. Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte…*, p. 49; Schulthess, *Relation und Funktion…*, p. 227.

polémica en el que se enmarca su artículo recién citado[211]. Johann Bernoulli[212] planteó un nuevo problema inverso de tangentes para el cual el Marqués de L'Hôpital[213] ofrece una solución, sobre la que *un anónimo*[214] objeta que no es una solución satisfactoria. Leibniz se posiciona a favor de L'Hôpital, un gesto que equivale a ponerse a favor de su propio cálculo. En este punto afirma nuestro autor que el problema puede solucionarse fácilmente siempre que se *encuentre la razón* —o relación— *entre dos funciones cualquiera*. Y ofrece exactamente la misma definición que ha publicado ya en el *Journal de Sçavans*, que, a su vez, es muy cercana a la del *Nova calculi differentialis applicatio*:

> J'appelle *fonctions* l'abscisse *AB* ou *Aβ*, l'ordonnée *BC* ou *βC*; la corde *AC*, tangente *CT* ou *Cϑ[,]* perpendiculaire *CP* ou *Cπ*, sousperpendiculaire *BP* ou *βπ*, soustangente *BT* ou *βϑ*, retranchées *resectas* par la Tangente ou par la perpendiculaire *AT* ou *Aϑ*; *AP* ou *Aπ*, *corresectas TP* ou *ϑπ*, et quantité d'autres[215].



Fuente: AA III, 6, 139

A la carta del 5/15 de julio de 1698[216], donde Bernoulli habla de una función arbitraria compuesta por funciones, sea del arco, sea de la aplicada o de combinaciones de ellas, responde Leibniz: "Placet etiam quod appellatione Functionum uteris more meo" [217]. A continuación le aconseja hablar de una manera más general de las figuras *isodínamas,* en vez de las curvas isoperimétricas, pues ambas tienen una misma

---

[211] Cf. *Nova calculi differentialis applicatio…*, GM V, 301–306.
[212] Se refiere al problema planteado en el artículo de Johann Bernoulli, "Solutio problematis Cartesio propositi", en *Acta eruditorum*, Mayo de 1693, pp. 234–235.
[213] La respuesta de L'Hôpital se encuentra en el artículo "Solutio problematis geometrici", en *Acta eruditorum*, septiembre de 1693, pp. 398–399.
[214] El anónimo es el abad de Catelan, según señalan los editores de la carta en AA III, 6, 138, nota a la línea 16.
[215] AA III, 6. 139.
[216] AA III, 7, 833 (OFC 16A, 463).
[217] AA III, 7, 872 (OFC 16A, 482).

funcionalidad[218]. Le recomienda, además, un cierto simbolismo para trabajar con funciones, para designar las operaciones de multiplicación y división y para indicar las razones entre funciones, que Leibniz hace de una manera distinta a la de Bernoulli. Señala, así mismo, que prefiere estos símbolos ya que así podrían seguirse *todas las reglas de las proporciones*[219]. Sobre la notación se discute un poco más en la carta siguiente de Bernoulli[220] y la respuesta de Leibniz[221], a propósito de lo cual ambos autores vuelven a usar el término *función.* Al hablar de la *función misma x* en esta última carta se utiliza la expresión como sinónima de *relatio* y de cualquier otra magnitud formada a partir de *x*. Con este uso del término se hace evidente la proveniencia geométrica del concepto de función y cómo poco a poco comienza a adoptar un sentido más analítico[222].

En el intercambio de ideas entre Leibniz y Bernoulli salen a la luz varios factores interesantes para el análisis del concepto de función. Por una parte, se mantiene, de manera velada pero patente, la significación que el término tiene en el habla cotidiana, como es claro en la afirmación de Leibniz de que hay una misma funcionalidad para las isoperimétricas y las isodínamas: pueden usarse unas mejor que otras puesto que tienen la misma función —e. d., desempeñan la misma tarea— pero las primeras son más abarcadoras que las segundas. Parece que por *función* se sigue entendiendo la tarea por realizar. En segundo lugar, se mantiene uno de los rasgos resaltados en la historia del surgimiento del concepto como uno de los lugares por donde pasó el desarrollo del mismo: la idea de proporcionalidad. A Leibniz le interesa encontrar la mejor notación posible para trabajar con funciones pues no sólo con los símbolos correctos puede aligerarse el proceso analítico, sino que ellos pueden mantener la proporcionalidad entre ambos términos de los que se ocupa la función. De esta manera, hay en la idea de función una cierta relación entre dos términos. Lejos de darse de cualquier modo, esta

---

[218] En AA III, 7, 872: "…secundum unam fungendi rationem". Mahnke propone como traducción *Funktionsweise*; en Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte*…, p. 51.

[219] El fragmento completo en AA III, 7, 872 es el siguiente: "Signa in cujusque arbitrio sunt, mihi tamen non placet X multiplicationem significare ob facilem confusionem cum x malo adhibere τo in, vel ⌒. Ut *ZC* in *LM*, vel *ZC* ⌒ *LM*. Imo saepe simpliciter duas quantitates puncto interposito conjungo, multiplicationemque designo, *ZC.LM*. Hinc in rationibus designandis non utor puncto, sed duobus punctis, quippe quae simul apud me signum sunt divisionis, itaque pro tuo *dy . x :: dt . a* scribo *dy : x = dt : a* idem enim est *dy* esse ad *x* ut *dt* ad *a*, quod *dy* divisum per *x* aequari ipsi *dt* diviso per *a*. Ex qua aequatione etiam consequuntur omnes proportionum regulae" (OFC 16A, 482).

[220] Carta de 16/26 de agosto de 1698, AA III, 7, 886–890 = GM III, 528–533 (OFC 16A, 486–492). "Función" en AA III, 7, 889 = GM III, 531 (OFC 16A, 489).

[221] Carta de 22 de agosto (1 de septiembre) de 1698, AA III, 7, 898–901 = GM III, 534–537 (OFC 16A, 494–497). "Función" en AA III, 7, 900 = GM III, 537 (OFC 16A, 497).

[222] Cf. Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte*…, p. 52.

relación entre términos debe respetar la proporcionalidad entre ellos: los aspectos de una parte deben poder corresponderse con aspectos de la otra. Esto se conecta también con el hecho de que el término no sólo se utilice como sinónimo para determinados fragmentos de rectas que están en relación con una curva específica, sino también para *la relación* en sí misma existente tanto entre los diversos fragmentos de rectas, como entre ellos y la curva a la que están referidos. En tercer lugar, no hay que perder de vista la proveniencia geométrica del término, que poco a poco pasa de tener el significado del habla cotidiana a tener un sentido más analítico; esta transformación del término será total en el análisis superior desarrollado por Euler. La noción de función en Leibniz es un momento de su transformación en otra cosa; así, la noción misma tiene movimiento y se ajusta poco a poco a un nuevo contexto.

2.3. Conclusiones del capítulo: la idea matemática de función en Leibniz

En la búsqueda por las raíces para el concepto de función que maneja la matemática contemporánea, tratado en el capítulo anterior, se persiguió durante la época antigua y moderna lo que Bell[223] denominó un *instinto de funcionalidad*, entendiendo por ello la necesidad que los matemáticos tenían de poner en relación elementos heterogéneos, fuera a la manera de tablas de correspondencia o gráficos. Esta necesidad se fortalece con las teorías de las calculaciones o la latitud de las formas y es posible, en este orden de ideas, ver en los estudios medievales de los fenómenos naturales la puesta en relación de elementos heterogéneos, como la velocidad, la distancia y el tiempo. Sin embargo, a medida que el concepto de función va hallando sus rasgos identificativos y encaminándose hacia su consolidación como una asignación unívoca entre números —de acuerdo con la concepción de función de la matemática contemporánea—, tal *instinto de funcionalidad* comienza a desdibujarse. Pero el paso de la generalidad del instinto a la especificidad del concepto no se da aún en la época de Leibniz o en sus escritos matemáticos. Habrá que esperar a sus herederos, Johann Bernoulli y Leonhard Euler, para que comience el desdibujamiento del instinto en la consolidación del carácter analítico y numérico del concepto de función.

¿Qué ocurre con la función y la funcionalidad en Leibniz? Cuando el genio alemán utiliza el término *función* en un contexto matemático le da dos significados. El

[223] Cf. E. T. Bell, *The development of mathematics*, Dover Publications, NY, 1992, p. 32.

primero de ellos es general, pues es el que el término recibe en el lenguaje cotidiano: una tarea por realizar, un deber, en el sentido de la acción que efectúa una parte con respecto al todo, como llamamos "función" a la tarea de *ajuste* que realiza una tuerca en un engranaje mayor. El segundo es más propiamente matemático, pues designa la relación de interdependencia entre dos magnitudes con respecto a una cierta ley.

De acuerdo con el primer significado, en el que la función es una tarea por realizar, habla Leibniz de *hacer* o *construir* una función. En términos de Mahnke:

> Auch an der vorliegenden Stelle, bei der allgemeinen Formulierung der dem umgekehrten Tangentenproblem ähnlichen Probleme, hat das Wort Funktion noch nicht ganz den heutigen mathematischen Sinn, sondern eher den, den wir in der Sprache des täglichen Lebens mit ihm verbinden; es bedeutet also etwa die »Verrichtung«, die ein Glied eines Organismus oder ein Teil einer Maschine zu leisten hat, seine Aufgabe, Stellung oder Wirkungsweise[224].

Función es, en este sentido, *die Verrichtung*, el deber activo que una parte de un organismo o de una máquina tiene que efectuar; la tarea, posición u modo de acción. A manera de ejemplo de cómo se utiliza la función en este sentido, *in figura functionem facere* quiere decir tocar la curva, constituir su subtangente o subnormal, etc., siempre valiéndose para ello la función de una parte específica de la curva misma o de líneas "funcionales"; en otras palabras, una línea es funcional con respecto a la curva en cuanto que constituye su perpendicular, normal, etc. Así, un fragmento sólo es tangente en cuanto que está en tal relación con la curva que cumple, respecto de ella, el papel de tangente y decimos de ella que cumple la *función* de ser una tangente.

La segunda idea de función es más importante para la historia de la matemática, más sugerente de cara a la filosofía de Leibniz y, también, la que él utilizó con mayor frecuencia. Para recogerla concisamente, valga traer aquí el inicio del manuscrito *De tangentium methodo*, que data muy probablemente de poco antes de agosto de 1673:

> Cognatae sunt figurae, quae locum quendam functionum habent communem, uti circulus ellipsis hyperbola, in quibus locus reductarum est triangulum. Sed diverso modo adhiberi potest locus functionis, vel ut crescat cum applicatis, quod facit triangulum in hyperbola, vel ut crescentibus applicatis decrescat, quod fit in ellipsi et circulo. Unde intelligi potest, ellipsim et circulum non tantum cognatas, sed et *eiusdem naturae* (sic enim malim, quam speciei) esse. Porro inter eiusdem naturae figuras variae sunt species, ut in ellipsi, prout scilicet ratio recti ad transversum sumitur[225].

---

[224] Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte*…, p. 47.
[225] AA VII, 4, 584.

El término se usa, sin más, para referirse a distintos tipos de fragmentos. En este caso hace referencia al triángulo que se proyecta desde la hipérbola estudiada, pero el hecho de que no se utilice el término *función* en singular indica que el nombre se utiliza indistintamente para varios tipos de figuras o fragmentos[226]. Algo que se hace evidente en este pasaje es la claridad con la que Leibniz sabía que sus funciones, si bien el nombre denomina fragmentos, no son constantes sino magnitudes *regularmente variables* con respecto a otra variable; por ejemplo, la normal es función de la curva con respecto al eje.

De esta manera, en su significado específico son funciones las distintas magnitudes que se encuentran en una relación de dependencia. Pero no es unívoca dicha dependencia, sino recíproca: se trata de una interdependencia *entre* las magnitudes, lo que quiere decir que a partir del conocimiento de una función es posible encontrar la ley de la variación de la tangente, subnormal y otras rectas relacionadas con la curva e, inversamente, encontrar la ley de la variación de la curva a partir del conocimiento de cualquiera de las rectas que con ella están relacionadas[227]. El nombre *función* aparece, justamente, para darle una designación común a los diversos fragmentos de rectas dependientes de una curva en el análisis. Mientras que en los manuscritos anteriores al año 1673 el término función era utilizado en el sentido que tiene en el habla cotidiana, en el *De functionibus* el nombre comienza a convertirse en uno de los términos centrales del método leibniziano para resolver problemas de tangentes y, con él, el cálculo infinitesimal naciente. La definición se mantendrá vigente en los escritos matemáticos leibnizianos de décadas posteriores, donde se hace una definición explícita de la función como el nombre común para toda recta resultante de la proyección de una línea desde un punto de la curva hacia otro punto, incluyéndose aquí los ejes. Lo que ocurre en estos escritos es el paso definitivo del uso de un mismo término en su generalidad infértil a una preciosa y fructífera especificidad geométrica. Es el uso de uno y el mismo término: al hacer de la *función* un nombre *común* para distintas magnitudes se está indicando que en relación con la curva todas ellas cumplen ciertas tareas, a saber, estar con una curva en una relación dependiente, recíproca, atenida a leyes y considerada en la perspectiva

[226] Dietrich Mahnke comenta sobre este manuscrito: “ich glaube nicht, dass irgendein Mathematiker im Jahre 1673 (denn aus diesem Jahre stammt die Handschrift) einen so klaren Begriff vom Wessen der Funktion besessen hat, wie er an dieser Stelle zutage tritt”. Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte*…, p. 48, nota 4.

[227] Cfr. Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte*…, p. 44. Cf. G. W. Leibniz, *De functionibus plagulae quattuor*, AA VII, 4, 664–665.

de series infinitas. Así, al emplear un término de manera específica, ocurre el nacimiento de un concepto.

En su momento habíamos señalado tres aspectos que resalta Belaval a partir de su lectura de Mahnke: la de la coordinación regulada recíproca entre valores; la del lugar geométrico; y la de una serie en progresión infinita[228]. Tales son, sin embargo, los rasgos del concepto matemático de función tomado desde su especificidad geométrica. Buscamos obtener, sin embargo, los rasgos definitorios de dicho concepto que sean aplicables más allá del ámbito matemático y, así, generalizables para rastrearlos en la metafísica. Del primer rasgo recogido por Belaval hay que resaltar la reciprocidad, un aspecto con el que Leibniz se posiciona frente a Descartes y que, además, dista del concepto matemático actual de función; del aspecto del lugar geométrico es preciso señalar que con él se indica la curva misma que está determinadad por una ley; el aspecto legal se esconde también en el rasgo de la reciprocidad *regulada* entre valores. Por último, del tercer aspecto resaltamos la idea sin más de la serie, que es de una gran riqueza interna de cara a la metafísica leibniziana. Así, teniendo en cuenta esto y todos los demás elementos que hemos ido obteniendo a lo largo del presente capítulo, hay tres rasgos definitivos del concepto matemático de función que pueden generalizarse para ser buscados en otros ámbitos de pensamiento: la variación conforme a ley; la asignación recíproca entre magnitudes o interdependencia; y la serialidad. En efecto, en primer lugar, al denominar con un nombre común una tangente y una abscisa, Leibniz las considera como magnitudes variantes regulares, es decir, magnitudes que varían con respecto a una ley dada; de ahí que para todo lo que se denomine *función* sea un elemento determinante una conformidad a ley. En segundo lugar, todas las funciones están en una cierta relación con otra cosa y dependen en cierto modo de ella: una recta es sólo tangente con respecto a una curva, uno de cuyos puntos toca; de igual manera, una recta sólo es normal con respecto a una curva determinada, y la tangente y la normal se relacionan entre ellas en cuanto fragmentos dependientes de una misma curva. Con el método inverso de tangentes Leibniz da un paso interesante: la relación funcional se establece entre dos partes y es tal que no sólo a partir del conocimiento de las propiedades de la primera es posible llegar a un cierto conocimiento de la segunda, sino que la vía contraria también es posible. El paso es decisivo en la historia de la matemática e interesante en nuestro estudio, pues constituye un vector con el que puede

[228] Cf. Belaval, *Leibniz critique de Descartes…*, p. 343.

rastrearse la idea de funcionalidad en el campo metafísico: la interdependencia será, como veremos en el próximo capítulo, un elemento definitorio también para el concepto metafísico de expresión. En tercer y último lugar, el término *función* se utiliza en estrecha relación con la idea de una serie infinitamente progresiva cuyos términos consecutivos resultan de una fórmula general donde se ponen ciertos valores numéricos uno tras otro para sus variables indefinidas.

Ahora bien, con tales rasgos Leibniz se refiere en geometría a curvas y fragmentos dependientes de ellas; no ha de olvidarse que el término aparece también utilizado en relación estrecha con la idea de lugar geométrico. Restringido a su especificidad geométrica, el concepto matemático de función puede arrojar poca luz para comprender la actividad de la mónada. Pero si se toman los rasgos definitorios del concepto una vez *desnudos* de toda matematicidad, si se los toma como ingredientes para un instinto leibniziano de funcionalidad, entonces con ayuda de la idea de funcionalidad compuesta con tales rasgos puede entenderse un aspecto de la actividad monádica y, con ello, pueden tenderse puentes entre la matemática, la dinámica y la metafísica de Leibniz, puentes con los que no necesariamente se transita en una dirección, sino que, como la función misma, puede transitarse en la vía inversa. Habiendo determinado el concepto de función en los escritos matemáticos de Leibniz y establecido los rasgos definitorios del mismo, en la segunda parte de esta investigación se buscará la manera en la que puede encontrarse un carácter funcional en la actividad monádica. Para ello se persiguen las apariciones de los rasgos de la funcionalidad tanto en la actividad vista con rigor metafísico, es decir, en cuanto expresión, como en el darse fenoménico de la actividad sustancial, es decir, en cuanto fuerza.

SEGUNDA PARTE

El carácter funcional de la actividad monádica

CAPÍTULO TERCERO

La metáfora del espejo y el concepto de expresión

Es de reconocida importancia el impacto que ha tenido en la historia de la matemática el descubrimiento del concepto de función. Aun sin corresponder plenamente con su significado actual, el término introducido por Leibniz ha protagonizado un largo camino de transformaciones y, con ellas, ha ido ocupando poco a poco un lugar central dentro de la disciplina que con él nace: el cálculo. Hemos discutido hasta ahora exactamente qué entiende por el término su autor y cuánta distancia hay entre ambas nociones, siempre enmarcándonos en el seno de su surgimiento: los escritos de matemática. Pero habiendo obtenido ya los rasgos característicos del concepto en su desnudez es preciso dar un paso adelante y preguntarse en qué medida puede encontrarse la idea de funcionalidad así entendida más allá de los escritos matemáticos de Leibniz. Es legítimo preguntarse por las posibles relaciones entre conceptos que aparentemente pertenecen a un ámbito y se circunscriben a él al tratar del pensamiento leibniziano, pues en él

> todas las dimensiones del saber están conectadas entre sí; precisamente Leibniz es un exponente nítido de una concepción del saber en la cual lo físico tiene que ver con lo metafísico, lo lógico con lo epistemológico, lo biológico con lo ontológico. De ahí que los principios formulados por Leibniz con frecuencia tienen valor en todos o muchos de esos diversos ámbitos del saber y niveles de racionalidad. Esto nos permite presentar a Leibniz

> como una propuesta de razón unificada, precisamente en la actualidad, en la que se acusa a la razón moderna de haber acabado en una racionalidad escindida[229].

Si bien este camino no ha sido muy frecuentemente transitado, algunos lectores de Leibniz nos preceden. Siendo Leibniz el primero en usar el término en matemática, al mismo tiempo es también, a los ojos de Peter Schulthess, "der erste, der ihn für die Philosophie fruchtbar macht und der ihn aus dem biologisch-physiologischen Zusammenhang befreit"[230]. Hay una potencia inexplotada en la idea leibniziana de funcionalidad de una fuerza suficiente como para llevar a Heinrich Rombach[231] a encontrar en sus escritos raíces para construir con él un momento en la ontología de la función, o para llevar a Ernst Cassirer encontrar en la idea de función de Leibniz una *tuerca* central en toda su filosofía. Refiriéndose a ello comenta Cassirer:

> Leibniz se ve empujado ahora por todas partes a remontar la mirada sobre el horizonte estrecho de las consideraciones puramente *aritméticas*. La geometría analítica le brinda el ejemplo de curvas cuyos valores de abscisas y ordenadas se hallan entrelazados por una regla fija y unívoca, pero sin que esta dependencia pueda expresarse en una *ecuación algebraica de determinado grado*. Se establece aquí, por tanto, una rigurosa relación sujeta a ley entre dos o varias magnitudes, sin que por ello una de las series pueda derivarse de la otra mediante la aplicación de las simples operaciones aritméticas de la suma, la resta, la multiplicación y la división[232].

En efecto, y como se mostró en los capítulos anteriores, el concepto matemático leibniziano de función no equivale en todas sus determinaciones al concepto de la matemática actual. Si son *funciones* de una curva los distintos fragmentos dependientes de ella, no puede esperarse que una función sea la ecuación algebraica de algún grado con la que hoy operamos, una fórmula matemática claramente expresada en operación con la cual puede llegarse a cada elemento de la serie. Entre *nuestras* funciones en sentido leibniziano hay una ligazón serial, regulada y dependiente. Porque en esta acepción de la función se esconden tales rasgos el nombre se asignó con posterioridad a la época de Leibniz a lo que poco a poco devino en el concepto actual de función. Pero el carácter de las funciones mismas es muy distinto: en la generalidad del instinto de funcionalidad leibniziano se designan rectas y curvas, elementos geométricos; en la

---

[229] J. A. Nicolás, "Metafísica de Leibniz: la finitud del orden de la razón", (en prensa).
[230] Schulthess, *Relation und Funktion…*, p. 223.
[231] Cf. Heinrich Rombach, *Substanz System Struktur. Die Hauptepochen der europäischen Geistesgeschichte*, Tomo 2, Munich – Friburgo, 1965; pp. 299–394.
[232] Ernst Cassirer, *El problema del conocimiento en la filosofía y en la ciencia modernas*, vol. 2, Fondo de Cultura Económica, México D.F., 1953, p. 82.

especificidad del concepto actual se designa una fórmula analítica. Continúa Cassirer refiriéndose a Leibniz:

> En general, es el *concepto de función* el que ahora viene a ocupar el lugar del *concepto de número*, como verdadero fundamento y contenido de la matemática. Con lo cual experimenta el plan de conjunto de la ciencia universal una transformación característica. Hasta aquí, el interés recaía esencialmente sobre la determinación de los *elementos* que formaban los contenidos complejos; ahora, versa principalmente sobre las *formas en que se combinan*[233].

Y dando un paso más:

> Mientras que la ciencia universal se limitaba al principio a reducir todo el ser discursivo y real a *relaciones numéricas*, para enseñarnos más tarde a renunciar a toda cooperación de los números y a comprender las relaciones de la *forma* puramente a base de sí mismas, ahora se revelan la teoría pura y el cálculo general de las funciones como el verdadero y más profundo instrumento para determinar los mismos números y las magnitudes. [… Así] pasa a segundo plano el punto de vista del "todo" y la "parte": en su lugar aparece una relación de interdependencia y de superioridad y de subordinación de condiciones conceptuales[234].

A los ojos de Cassirer, este carácter de interdependencia y superioridad-subordinación es lo que se halla a la base de la ley de la continuidad y con lo que se puede dar cuenta, siguiendo este orden de ideas, de la idea de la fuerza[235] —como ley de la serie de la mónada— y de la actividad monádica de expresión[236] —como relación de interdependencia entre las partes—. De esta misma opinión parece ser Schulthess, al afirmar lo siguiente: "die Funktionen im mathematischen Sinne drücken die Natur einer Sache aus, indem sie das Gesetz, beispielweise einer individuellen Substanz vorzeichnen"[237]. La idea de función a la que llega Leibniz pasaría, así, de tomar un lugar central en su matemática a determinar de cierto modo característico su filosofía.

No se da una relación funcional sólo entre magnitudes geométricas, sino también entre sustancias. Más aún, como considera J. Nicolás, la idea de función puede ser la clave en la que se da la relación entre la sustancia y sus accidentes[238] y, así, el funcionalismo sería una de las perspectivas leibnizianas para leer lo fenoménico[239]. De

---

[233] Cassirer, *El problema del conocimiento…*, p. 82.
[234] Cassirer, *El problema del conocimiento…*, p. 92.
[235] Cf. Cassirer, *El problema del conocimiento…*, p. 99ss.
[236] Cf. Cassirer, *El problema del conocimiento…*, p. 103ss.
[237] Schulthess, *Relation und Funktion…*, p. 223.
[238] Cf. Juan A. Nicolás, "Ontología unificada en Leibniz: más allá del sustancialismo y el fenomenismo", en *Devenires*, México, vol. IX, 17/2008, p. 8–14; Nicolás, "Zwei Dimensionen der Leibnizschen Ontologie: Vitalismus und Funktionalismus", *Studia Leibnitiana – Sonderheft*, 37/2010, p. 64.
[239] Cf. Nicolás, *Ontología unificada en Leibniz…*, pp. 28–30.

esta manera, el carácter funcional puede rastrearse incluso en el centro de la mónada misma: su actividad. En este capítulo nos centraremos en el carácter funcional de la *expresión* en los escritos de Leibniz. Para ello abordaremos, en primer lugar, la idea general de expresión; en segundo lugar, atenderemos a una de las metáforas leibnizianas más ricas para ilustrar la relación expresiva: la metáfora del espejo, con ayuda de la cual identificaremos en qué consiste el reflejo y su relación con lo reflejado; a partir de los elementos centrales de la relación reflexiva, identificaremos, en tercer lugar, las características definitorias de la relación expresiva, una base con la que podremos por fin, en último lugar, ver qué rasgos en ella dan muestra de una funcionalidad expandida o un cierto instinto de funcionalidad, en la manera en la que se lo ha descrito en los capítulos anteriores.

3.1. Primera aproximación al concepto de expresión

En el año 1678 escribe Leibniz un opúsculo que titula *Quid sit idea*, uno de los escritos más fructíferos para pensar el concepto de expresión. Frente a la idea de que el conocimiento consista en una cierta *identidad* del pensamiento con la realidad, o un *parecido* entre la segunda y el primero, Leibniz sostiene que el conocimiento consiste en la expresión de la realidad por el pensamiento. En esta forma de concebir el proceso del conocimiento Leibniz define la expresión de la siguiente manera:

> Exprimere aliquam rem dicitur illud in quo habentur habitudines, quae habitudinibus rei exprimendae respondent. Sed eae expressiones variae sunt; exempli causa modulus Machinae exprimit machinam ipsam, scenographica rei in plano delineatio exprimit solidum, oratio exprimit cogitationes et veritates; characteres exprimunt numeros, aequatio Algebraica exprimit circulum aliamque figuram […][240].

La expresión es, pues, una relación entre aquello que expresa y lo expresado de manera tal que entre ambos hay algo que media y, en su mediación, hace posible que características o respectos de uno respondan a los del otro. O puesto en otros términos, una correspondencia regulada entre significante y significado[241]. No se trata de un acceso directo a la cosa expresada o a sus características, sino un acceso mediado por

---

[240] AA VI, 4B, 1371 (OLASO 209).
[241] Cf. Yvon Belaval, “La place de la *Nova Methodus* dans le système leibnizien”, en *Studia Leibnitiana – Sonderheft*, 14 (1986), p. 46.

los respectos de lo 'expresante' con respecto a lo expresado. Leibniz da varios ejemplos para lo que denomina una expresión y agrega que

> […] et, quod expressionibus istis commune est, ex sola contemplatione habitudinum exprimentis, possumus venire in cognitionem proprietatum respondentium rei exprimendae. Unde patet non esse necessarium ut id quod exprimit simile sit rei expressae, modo habitudinum quaedam analogia servetur[242].

Así, no se tiene una contemplación directa de lo expresado en lo expresante, sino una contemplación de propiedades que corresponden a la cosa expresada. Distanciándose de una teoría adecuacionista entre lo conocido y lo que está por conocer, entre los términos de la expresión no media una relación de semejanza, sino de *analogía*. ¿Qué significa que un respecto sea análogo a otro o, en otros términos, qué quiere decir que en la expresión las propiedades de la cosa expresada *correspondan* a lo que se expresa en la expresión misma? Leibniz continúa:

> Patet etiam expressiones alias fundamentum habere in natura, alias vero saltem ex parte fundari in arbitrio ut sunt expressiones quae fiunt per voces aut characteres. Quae in natura fundantur, eae vel similitudinem aliquam postulant, qualis est inter circulum magnum et parvum, vel inter regionem et regionis tabulam geographicam; vel certe connexionem qualis est inter circulum et ellipsin quae eum optice repraesentat, quodlibet enim punctum ellipseos secundum certam quandam legem alicui puncto circuli respondet[243].

Parece que expresar quiere decir que las partes tienen entre sí una relación de analogía cuya veracidad se funda de distintas maneras: bien en la convención, bien en la naturaleza. Si la veracidad de la correspondencia entre las partes cuyo fundamento es la convención está en el acuerdo, para las expresiones fundadas en la naturaleza la correspondencia se ciñe a una ley determinada. En los ejemplos de Leibniz, entre el reflejo y la cosa reflejada hay una relación como la que existe entre el círculo y la elipse: cualquier punto de la elipse *responde* a alguno del círculo.

> Similiter omnis effectus integer, repraesentat causam plenam, possum enim semper ex cognitione talis effectus devenire in cognitionem suae causae. Ita facta cujusque repraesentant ejus animum, et Mundus ipse quodammodo repraesentat Deum; fieri etiam potest ut ea sese mutuo exprimant quae oriuntur ab eadem causa, exempli causa gestus et sermo[244].

---

[242] AA VI, 4B, 1371 (OLASO 209).
[243] AA VI, 4B, 1371 (OLASO 209).
[244] AA VI, 4B, 1371 (OLASO 209–10).

En este último fragmento citado se deja entrever el alcance metafísico de la teoría de la expresión, tal como Leibniz la entendía ya en 1678. Si todo lo que procede de la misma causa se expresa mutuamente, entonces el mundo en su conjunto, que proviene todo él de Dios, se expresa a sí mismo, es decir, todos los seres del mundo se expresan *entre sí*.

Si en el fragmento citado de *Quid sit idea* el primer paso de la exposición es la definición del concepto de expresión y el último es Dios, en el *Discurso de metafísica* este punto final hace las veces de punto de partida. Compuesto por Leibniz entre los meses de enero y febrero de 1686, el *Discurso* parte de la idea de Dios como un ser absolutamente perfecto y discurre sobre su perfección y la de la acción divina[245]. El paso hacia la expresión se dará en el intento por distinguir la sustancia creada de la divina. En este punto sostiene Leibniz que la naturaleza de la sustancia individual consiste en lo siguiente: "nous pouvons dire que la nature d'une substance individuelle, ou d'un Estre complet, est d'avoir une notion si accomplie, qu'elle soit suffisante, à comprendre et à en faire deduire tous les predicats du sujet a` qui cette notion est attribueé"[246]. La acción de la sustancia individual es la expresión:

> De plus toute substance est comme un monde entier et comme un *miroir* de Dieu ou bien de tout l'univers, qu'elle exprime chacune à sa façon, à peu pres comme une même ville est diversement representeé selon les differentes situations de celuy qui la regarde. Ainsi l'univers est en quelque façon multiplié autant de fois, qu'il y a de substances, et la gloire de Dieu est redoubleé de même par autant de representations toutes differentes de son ouvrage. On peut même dire que toute substance porte en quelque façon le caractere de la sagesse infinie et de la toute puissance de Dieu, et l'imite autant qu'elle en est susceptible. Car elle exprime quoyque confusement tout ce qui arrive dans l'univers, passé, present ou avenir, ce qui a quelque ressemblance à une perception ou connoissance infinie; et comme toutes les autres substances expriment cellecy à leur tour et s'y accommodent, on peut dire qu'elle étend sa puissance sur toutes les autres à l'imitation de la toute puissance du Createur[247].

Aunque en el pasaje citado no se dé una definición de la expresión con la claridad con la que se la define en *Quid sit idea*, pueden hacerse algunas anotaciones a partir de la descripción que ofrece el pasaje. Expresar es representar de una cierta manera, reflejar —como un espejo—, una acción que tiene *cierta semejanza con una percepción o un conocimiento infinito*; es adaptarse a otra sustancia, e, imitando la omnipotencia divina, es un mecanismo de extensión del poder de una sustancia hacia las

[245] Cf. AA VI, 4, N. 306, 1531–1539; §§1–7 (OFC 2, 161–168).
[246] AA VI, 4, 1540 (OFC 2, 169, §8).
[247] AA VI, 4, 1542 (OFC 2, 170, §9). Las cursivas son nuestras.

demás. De ahí que en cuanto verbo, expresar es representar algo y adaptarse o acomodarse en cierto modo *a* y *con* algo; es ver desde un punto de vista, ateniéndose a las limitaciones que impone toda perspectiva. En cuanto sustantivo, la expresión es una percepción, un reflejo, un modo de conocimiento infinito de algo, aunque confuso; de algo, pero también de todo, no sólo lo presente sino también lo pasado y lo futuro. En cuanto que expresa confusamente el universo entero es la acción de expresión una imitación en la sustancia creada de la sabiduría infinita y poder absoluto de Dios. Lo hace *a su manera*, pues cada sustancia *es como un mundo aparte, independiente de toda otra cosa salvo de Dios*[248], de suerte que el universo se multiplica tantas veces cuantas sean las sustancias. Que una expresión se dé de una cierta manera —a la manera de cada sustancia individual— quiere decir que se da conforme a algún criterio. Las sustancias individuales son como espejos del universo: reflejan y se reflejan todas entre sí. Toda expresión es inter-expresión, pues *todas las demás sustancias expresan a su vez a ésta y a ella se acomodan*.

Retomemos la idea de que cada sustancia es *como un mundo aparte*. Si el universo se multiplica tantas veces cuantas sustancias existen, pues cada una lo refleja desde su punto de vista, ¿cómo puede garantizarse que el universo sea, en efecto, uno? Más aún, que todo lo que en el orden fenoménico nos parece como una interacción entre sustancias debe considerarse, a partir de aquí, como un despliegue de lo que ya está contenido en la noción completa de cada sustancia individual. No hay una interacción real entre sustancias, esto es, a la manera de un influjo o acción (o pasión) directa de una sustancia en otra. Antes bien: "rien ne nous peut arriver que des pensées et [des] perceptions, et toutes nos pensées et perceptions futures ne sont que des suites quoyque contingentes de nos pensées et perceptions precedentes […]"[249]. Todo lo que ocurre, todos los fenómenos, no son más que consecuencia de la idea o noción completa de la sustancia, pues en ella ocurre que tanto, por una parte, se encierran todos sus predicados, es decir, se contemplan todos sus acontecimientos; como, por la otra, se expresa el universo entero. Pero si acontecer no es más que desplegar los contenidos implícitos en la noción completa de una sustancia, y así en cada caso, ¿cómo puede concebirse el universo como *uno*? Para ello es menester, dirá Leibniz, que todas las expresiones *correspondan entre sí*. De ahí el ejemplo de la ciudad: el universo es como

[248] En AA VI, 4, 1550: "[…] chaque substance est comme un Monde à part, independant de tout autre chose hors de Dieu […]" (OFC 2, 176, §14).
[249] AA VI, 4, 1551 (OFC 2, 176–7, §14).

una ciudad vista desde los distintos puntos desde los que pueda verla un espectador y, sin embargo, sigue siendo la misma ciudad. Siguiendo el curso de la metáfora al tomar un ejemplo contemporáneo: si le presentáramos a un foráneo una foto de las calles del Albaicín y una de las calles del centro de Granada probablemente no podría juzgar con claridad que se trate de la misma ciudad sin que se lo digamos. Pero recorriendo la ciudad entera por sí mismo vería como aquellos ángulos distintos y aparentemente inconexos forman parte de una misma y bella ciudad. Cada sustancia individual refleja desde su punto de vista no sólo una parte del universo sino el universo entero; la fotografía del Albaicín no es más que una imagen desde una perspectiva muy limitada —a través de la lente de la cámara— de un punto específico de ese todo que es Granada en cuanto ciudad. Usando términos más precisos para describir el proceso metafísico de la expresión: "il est tres vray que les perceptions ou expressions de toutes les substances s'entrerepondent, en sorte que chacun suivant avec soin certaines raisons ou loix qu'il a observées, se rencontre avec l'autre qui en fait autant […]"[250].

De todo lo anterior se sigue que no sólo la acción de expresar es representar desde un punto de vista, sino también observar siguiendo un criterio, esto es, una cierta razón o ley, de manera tal que sea posible corresponderse con las demás expresiones. Ahora bien, en cuanto sustantivo es una expresión un reflejo de algo concreto, un momento específico en la cadena de percepciones; pero en cuanto verbo incluye la expresión el universo entero: cada sustancia individual expresa el universo entero y todos sus acontecimientos, pasados, presentes y futuros, con mayor o menor claridad. Expresar es, pues, también seguir la *serie* de acontecimientos. Se mantienen así también en 1686 los rasgos de la funcionalidad que se dejaban ver en 1678: correspondencia o reciprocidad, legalidad, serialidad.

Ahora bien, ¿qué clase de correspondencia es la que se da entre las expresiones? ¿Quiere decir que son todas ellas parecidas? No podrían serlo, pues la *similitud* entre perspectivas se rechaza desde la definición misma de perspectiva: lo que la hace tal es justamente la diferencia en el punto de vista. Cada sustancia hace al universo suyo en cuanto que lo expresa *a su manera*, esto es, siguiendo una cierta ley en su observación de los fenómenos de manera tal que puede hacerse congruente con las demás expresiones pero sin renunciar a su singularidad. Leibniz no está pensando en una semejanza entre perspectivas al hacerlas correspondientes. Antes bien:

[250] AA VI, 4, 1550 (OFC 2, 176, §14).

> Or quoyque tous expriment les mêmes phenomenes, ce n'est pas pour cela que leur expressions soyent parfaitement *semblables*, mais il suffit qu'elles soyent *proportionelles*, comme plusieurs spectateurs croyent voir la même chose, et s'entrentendent en effect, quoyque chacun voye et parle selon la mesure de sa veue. Or il n'y a que Dieu, de qui tous les individus emanent[251].

La idea de que no hay necesidad de que las expresiones sean semejantes mientras que sean proporcionales estaba ya presente en *Quid sit idea* y se mantendrá vigente en los textos de madurez, como se verá en su momento. Ahora bien, la manera en la que Dios hace que los fenómenos y sus expresiones correspondan entre sí —los fenómenos con la expresión y todas las expresiones entre sí— es lo que en años posteriores se designará como *armonía preestablecida*.

En la célebre carta que Leibniz escribió a Antoine Arnauld el 9 de octubre de 1687 aparece una de las definiciones de la expresión más conocidas y citadas en la literatura sobre Leibniz. Buscando satisfacer las dudas de su corresponsal, escribe nuestro autor: "Une chose exprime une autre (dans mon langage) lorsqu'il y a un rapport constant et reglé entre ce qui se peut dire de l'une et de l'autre"[252]. En el caso específico de la relación entre alma y cuerpo —tema en discusión con Arnauld— Leibniz sostiene que el alma expresa su cuerpo de manera tal que todos los fenómenos que le ocurren a éste son expresados por aquella. Así como el estado del cuerpo en un momento dado *se sigue de* su estado en el momento anterior, el estado del alma en un determinado momento se sigue también del estado anterior en que se encontraba. Ahora bien, la serie de estados del cuerpo y del alma no sólo ocurren siguiendo a sus propias leyes, y no puede decirse que se den con total independencia la una de la otra. Hay una relación directa entre los estados del cuerpo y del alma *en virtud de sus propias leyes*. Tomando como ejemplo la sensación de picor, de la que se apercibe el alma por algún fenómeno que la provoque en el cuerpo, puede decirse que:

> Or les estats de l'ame sont naturellement et essentiellement des expressions des estats repondans du monde, et particulierement des corps qui leur sont alors propres; donc puisque la piqueure fait une partie de l'estat du corps au moment *B*, la representation ou expression de la piqueure, qui est la douleur, fera aussi une partie de l'estat de l'ame au moment *B*; car comme un mouvement suit d'un autre mouvement, de même une representation suit d'une autre representation, dans une substance dont la nature est d'estre representative. Ainsi il

[251] AA VI, 4, 1550, 51 (OFC 2, 176, §14). Las cursivas son nuestras.
[252] AA II, 2, 240 (OFC 14, 126).

> faut bien que l'ame s'apperçoive de la piqueure lorsque les loix du rapport demandent qu'elle exprime plus distinctement un changement plus notable des parties de son corps[253].

En otra versión que Leibniz escribe de la misma carta entra en más detalle para exponer con claridad sus ideas. Aquí Leibniz pone en relación la idea de la expresión con su principio de la continuidad:

> Or cette expression arrive [*nachträglich:* arrive par tout] parce que toutes les substances sympathisent avec toutes les autres et reçoivent quelque changement proportionnel, repondant au moindre changement qui arrive dans tout l'univers, quoyque ce changement sout plus ou moins notable à mesure que les autres corps ou leurs actions ont plus ou moins de rapport au nostre. C'est de quoy je crois que M. des Cartes seroit demeuré d'accord luy même, car il accorderoit sans doute, qu'à cause de la continuité et divisibilité de toute la matiere le moindre mouvement étend son effect sur les corps voisins, et par consequent de voisin à voisin à l'infini, mais diminué à proportion; ainsi nostre corps doit estre affecté en quelque sorte par les changemens de tous les autres. Or à tous les mouvemens de nostre corps repondent certaines perceptions ou pensées, plus ou moins confuses de nostre ame, donc l'ame aussi aura quelque pensé de tous les mouvemens de l'univers, et selon moy toute autre ame, ou substance en aura quelque perception ou expression[254].

Retomando las ideas, puede decirse que entre dos términos hay una relación de expresión si tal relación es constante y se atiene a una cierta *ley* que la permita; no por la expresión las leyes de una parte interfieren con las de la otra: como muestra Leibniz en su explicación sobre cómo entre el alma y su cuerpo media una relación expresiva, las leyes de cada uno se mantienen y la serie de estados de cada uno concuerda con la ley que en cada caso rige. Pero entre ambos hay además una relación que los conecta, una cierta relación que los hace *corresponderse* y esta relación se atiene a su propia legalidad, a la vez que respeta —no interfiere con— la legalidad de cada uno. Así, en el instante en el que el cuerpo, siguiendo la *serie* de sus estados, se ve movido por un picor el alma se apercibe del picor del cuerpo en el estado de su propia serie que corresponde con el estado corporal determinado del picor, con independencia de que el alma se aperciba de las causas del picor. Esta relación *constante y reglada* no sólo se da entre el alma y el cuerpo sino entre todas las partes del universo pues las sustancias *simpatizan con todas las otras*. Hemos resaltado el hecho de que haya ciertas leyes que rijan la relación expresiva misma. Cuando Leibniz habla de la expresión en el universo entero señala además que si bien todas las partes están interconectadas entre sí —*simpatizan*—

---

[253] AA II, 2, 243 (OFC 14, 121; FINSTER 296).
[254] AA II, 2, 241 (OFC 14, 127; FINSTER 311–2).

es menester que no perciban todo en igual medida. Antes bien, reciben *un cambio proporcional*, pues la magnitud de la expresión se da en proporción con la mayor o menor relación que las sustancias tengan entre sí y, dicho desde el punto de vista físico, se da en proporción de la magnitud de la relación que el cuerpo representado o sus acciones tengan con el cuerpo representante (o que hace la acción de representar). Así, a todos los movimientos del cuerpo *corresponden* percepciones o pensamientos en el alma, y toda sustancia tiene alguna expresión sobre todos los movimientos del universo. Que algunas partes correspondan quiere decir que no hay entre ellas una relación unívoca, por la que una responde a la otra, sino que la hay también en el sentido contrario: toda sustancia expresa en algún grado *todas las demás*. El alcance de la doctrina de la expresión en el sistema leibniziano es total: por la ley de la continuidad es preciso que el alma no sólo exprese los estados de su cuerpo —aunque los exprese con mayor claridad que las otras cosas— sino también, aunque en menor medida, la serie de cambios del universo entero.

Así, la idea expuesta con generalidad en el *Quid sit idea* de 1678 se mantiene vigente en la carta de 1687: la expresión es una relación constante entre partes *correspondientes*, que se da conforme a una cierta *ley* que permite la relación misma; por esta relación es posible que la *serie* de los estados de la parte expresada (en este caso, los estados corporales) corresponda a la serie de estados de lo que expresa (aquí los estados espirituales). Es la idea que puede obtenerse a partir de los rasgos otorgados a la expresión en el *Discurso de metafísica* aunque no se encuentre allí una descripción explícita del término. Como se mostró en su momento, expresar es reflejar desde un punto de vista, esto es, representar tanto la serie de predicados que constituyen la noción completa de la sustancia individual como la serie de acontecimientos del universo entero, ateniéndose a una cierta ley por la cual se hace posible la correspondencia entre expresiones. Poco a poco se muestran por sí mismos los rasgos de la funcionalidad: legalidad, serialidad, interrelación/correspondencia.

Ahora bien, aparecen dos problemas, siendo el segundo más acuciante para un cartesiano. Por una parte, ¿cómo puede sostenerse que el alma expresa con mayor claridad a su cuerpo, cuando hay centenares de procesos que le ocurren a diario y de los que no tenemos conciencia? Y, por otra parte, ¿cómo es posible que el alma, siendo un principio inmaterial, se aperciba del cuerpo, que consiste de masa extensa? A la primera pregunta responde Leibniz con que el alma no se apercibe de todos los cambios que percibe; así como no expresa el universo entero en la misma medida sino en proporción a la relación con la que la parte expresada tenga con ella misma, tampoco expresa de igual manera todos los fenómenos corporales, más que cuando una alteración llame su atención. La otra pregunta toca directamente con otra de las doctrinas centrales de su metafísica: la noción de sustancia. Las respuestas en palabras de Leibniz:

> Il est vray que nous ne nous appercevons pas distinctement de tous les mouvemens de nostre corps, comme par exemple de celuy de la lymphe, mais […] c'est comme il faut bien que je m'appercoive un peu du mouvement de chaque vague du rivage à fin de me puvoir appercevoir de ce qui resulte de leur assemblage, sçavoir de ce grand bruit, qu'on entend proche de la mer. Ainsi nous sentons aussi quelque resultat confus de tous les mouvemens qui se passent en nous, mais estant accoustumés à ce mouvement interne nous ne nous en appercevons distinctement et avec reflexión, que lorsqu'il y a une alteration considerable, comme dans les commencemens des maladies. […] Il s'agit donc maintenant de sçavoir comment l'ame s'apperçoit des mouvemens de son corps, puisqu'on ne voit pas moyen d'expliquer par quels canaux l'actions d'une masse estendue passe sur un estre indivisible. […] je l'explique d'une maniere naturelle, par la notion de la substance ou de l'estre accompli en general, qui porte que tousjours son estat present est une suite naturelle de son estat precedent, car la nature de toute ame est d'exprimer l'univers, elle a esté creée de telle sorte qu'en vertu des propres loix de sa nature il luy doit arriver de s'accorder avec ce qui se passe dans les corps, et particulierement dans le sien […][255].

De esta manera, si cada sustancia expresa es porque responde a su misma naturaleza. La conformidad a la ley que rige la expresión y el hecho mismo de expresar son características impresas en cada sustancia desde el momento mismo de su creación. Es en virtud de su propia naturaleza que las sustancias concuerdan entre sí y con la *secuencia* de todos los demás fenómenos. Y aquello por lo que es menester que todas las sustancias estén interconectadas y concuerden entre sí es la armonía. Este pensamiento le resulta a Leibniz

> […] ce qui me paroist non seulement facile à concevoir, mais encor digne de Dieu et de la beauté de l'univers, et en quelque façon necessaire, toutes les substances devant avoir une harmonie et liaison entre elles, et toutes devant exprimer en elles le même univers, et la cause universelle qui est la volonté de leur createur, et les decrets ou loix qu'il a establies pour faire qu'elles s'accommodent entre elles le mieux qu'il se peut[256].

Esta *correspondencia mutua de las diferentes sustancias* es necesaria además, pues de lo contrario *habría tantos sistemas como sustancias*. La armonía entre ellas,

[255] AA, II, 2, 241–3 (OFC 14, 127–8; FINSTER 313–4).
[256] AA, II, 2, 344 (OFC 14, 129; FINSTER 318).

esto es, el criterio por el cual las sustancias en efecto se corresponden entre sí, es un garante no sólo del orden del universo sino de que este sea uno: unidad para la multitud.

Del asunto específico sobre la relación entre el alma y el cuerpo y de la relación entre sustancias se ocupa Leibniz con cierto detenimiento en su *Nuevo sistema de la naturaleza y de la comunicación de las sustancias*[257]. Aquí ofrece una descripción para la expresión, si bien no se encuentra en el escrito una definición explícita del término. Frente a la concepción de los cartesianos de que los cuerpos se constituyen de sustancia extensa, de suerte que la esencia de la sustancia corporal es la extensión y no hay en ella nada que no sea material, arguye Leibniz que las máquinas naturales distan mucho de las artificiales en su configuración, pues las naturales *siguen siendo máquina hasta en sus mínimas partes*[258]. Ahora bien, a esta concepción orgánica de los cuerpos naturales subyace la consideración de que en ellos debe haber un principio espiritual, esto es, un principio que no sea material, con el que pueden explicarse mejor fenómenos naturales como el del choque de los cuerpos y la actividad entre ellos; tampoco serían la muerte y el nacimiento como las concebimos, es decir, como apariciones y destrucciones de la materia, sino más bien una disminución o aumento en los cuerpos, a la manera como lo concibieran desde antes Parménides y Meliso. En efecto, si no hubiera nada espiritual en los cuerpos no podrían ser considerados como unidades, por organizados que estuvieran; pues a la masa de la materia sólo la podemos considerar "comme une armée ou un troupeau, ou comme un estang plein de poissons, ou comme une montre composée de resorts et de roues"[259]. Es preciso, pues, que en la materia haya *unidades* verdaderas. La expresión que para designar tales unidades utiliza su autor en este escrito de 1695 podría llevar a malentendidos: *átomos de sustancia*. Elige el término *átomo* para señalar con claridad el carácter de unidad y simpleza de sus sustancias, es decir, el hecho de que carezcan de partes y constituyan las verdaderas unidades reales. De aquí no se sigue una adhesión de Leibniz a la corriente atomistas, contra la que batalló en numerosas ocasiones[260]. En efecto, si bien utiliza el término *átomo* no se refiere con él a las unidades de materia que junto con el vacío componen los cuerpos, según el atomismo. Pues es justamente frente al atomismo que Leibniz señala que no hay una unidad *verdadera* en la materia y que toda ella puede dividirse —está actualmente dividida— hasta el infinito. Sus sustancias individuales son, *por decirlo de alguna*

---

[257] Cf. GP IV, 477–487 (OFC 2, 240–249).
[258] Cf. GP IV, 482 (OFC 2, 244, §10).
[259] GP IV, 483 (OFC 2, 245, §11).
[260] Cf. AA VI, 3, 473 (OFC 2, 71); GP IV, 478 (OFC 2, 241), entre otros.

manera, átomos de sustancia; el matiz introducido antes del nombre, esa declaración de intenciones, muestra que el término no es el que más satisface a la idea de sustancia individual que el filósofo está intentando consolidar. El término está a la mano (*átomos de sustancia*) porque aún no ha caído Leibniz en utilizar el término que más se ajusta a su idea de sustancia y que comenzará a utilizar con el *De ipsa natura*[261]: mónada. En el *Nuevo sistema* describe estos —por decirlo de algún modo— átomos de sustancia como tratándose de *puntos metafísicos*, frente a los *puntos matemáticos* que constituyen el punto de vista de las sustancias para expresar el universo[262] y, así, los cuerpos.

Ahora bien, no se ha dicho nada aún sobre la manera en la que el alma puede comunicarse con su cuerpo o con las demás sustancias. Es preciso anotar que:

> Il est bien vray qu'il n'y a point d'influence reelle d'une substance creée sur l'autre, en parlant selon la rigueur metaphysique, et que toutes les choses, avec toutes leur realités, sont continuellement produites par la vertu de Dieu: mais pour resoudre des problemas, il n'est pas assez d'employer la cause génerale, et de faire venir ce qu'on appelle *Deum ex machina*[263].

Debe haber, pues, un mecanismo o proceso intermedio por el que pueda explicarse la comunicación entre sustancias sin recurrir, a la manera ocasionalista, a la intervención de Dios. Es en este punto donde aparece en el escrito el concepto buscado: la expresión. Los *puntos metafísicos* están dotados de una especie de percepción y de algo vital, de manera que constituyen la fuente de las acciones para los cuerpos. La naturaleza del alma *o cualquier otra unidad real* es representativa, de tal manera que todo *nace de su propio fondo*, manteniendo una conformidad con los fenómenos externos a ella y, a la vez, una espontaneidad con respecto a sí misma. Como lo enunciara ya en el *Discurso*, los fenómenos no son otra cosa que el despliegue de los predicados contenidos en la noción completa de la sustancia individual:

> Et qu'ainsi nos sentimens interieurs (c'est à dire, qui sont dans l'ame même, et non par dans le cerveau, ny dans les parties subtiles du corps) n'estant que des phenomenes suivis sur les estres externes, ou bien des apparences veritables, et comme des songes bien reglés, il faut que ces perceptions internes dans l'ame même luy arrivent par sa propre constitution originale, c'est a dire par la nature representative (capable d'exprimer les estres hors d'elle par rapport à ses organes) qui luy a esté donnée des sa création, et qui fait son caractere individuel. Et c'est ce qui fait que chacune que chacune de ces substances, representant exactement tout l'univers à sa maniere et suivant un certain point de veue, et les perceptions

[261] Cf. GP IV, 512 (OFC 8, 456).
[262] Cf. OFC 2, 245, §11 (GP IV, 483).
[263] GP IV, 483 (OFC 2, 246, §12).

> ou expressions des choses externes arrivant à l'ame à point nommé, en vertu de ses propres loix, comme dans un monde à part, et comme s'il n'existoit rien que Dieu et elle (pour me servir de la maniere de parler d'une certaine personne d'une grande elevation d'esprit, dont la sainteté est celebrée), il y aura un parfait accord entre toutes ces substances[264].

Como se hace patente con la cita, la misma conexión que se mostró en el *Discurso* entre expresión y noción completa se encuentra en el *Nuevo sistema*. La expresión es tanto la *representación* que se produce en el alma de cada fenómeno que le ocurre al cuerpo propio como la que se produce en la sustancia como imagen de cada acontecimiento que tenga lugar en el universo entero. Pero, desde el punto de vista de la sustancia individual en tanto que unidad para lo múltiple, *representar* no quiere decir otra cosa que *desplegar* los contenidos de la noción completa o, en otras palabras, atender a un elemento de la serie. En cada expresión se hace patente un momento de la serie de acontecimientos del universo, o bien una nota de la noción de sustancia. De suerte que expresar es representar, hacer presente; pero este hacer presente es, por una parte, desplegar-se y mostrar-se (un despliegue de sí frente a sí) y, por otra parte, sumergirse dentro de sí. Ahora bien, puede señalarse el inconveniente que apareciera ya en el comentario al *Discurso*: si expresar el universo es sumergirse dentro de sí, reflejarse a sí mismo lo que hay en el interior, ¿cómo puede decirse entonces que hay una comunicación verdadera *entre* sustancias? ¿Por qué no es la expresión una vía para el solipsismo? La sumersión en sí propia de la expresión no es solipsista porque al ver sus contenidos la sustancia ve a las demás y se comunica con las demás. Todas ellas se ven a sí mismas en su interior pero también desde su interior pueden ver las otras y ser vistas por otras. Esto es posible porque las imágenes de todas concuerdan *exactamente aunque con mayor o menor distinción*. Siguiendo el hilo de este pensamiento se deja ver uno de los rasgos de la funcionalidad: la correspondencia. Si la sustancia refleja desde su interior al universo entero puede decirse entonces que al tener un conocimiento completo de la sustancia se tendría también uno de las demás sustancias del universo entero; es la idea que en una escala menor expusiera Leibniz en el *Quid sit idea* para describir la actividad de la expresión: una cosa expresa la otra cuando "[…] ex sola contemplatione habitudinum exprimentis, possumus venire in cognitionem proprietatum respondentium rei exprimendae"[265].

---

[264] GP IV, 484 (OFC 2, 247, §14).
[265] AA VI, 4B, 1371 (OLASO 209).

Debe haber, dando un paso más, un criterio que permita la correspondencia entre la expresión y lo que expresa, esto es, un garante de que todas las expresiones de las infinitas sustancias, producidas al desplegar lo contenido en sí mismas, correspondan unas con otras y, en consecuencia, todas compongan un mismo universo. El criterio se denomina aquí la *hipótesis de los acuerdos*.

> Et cette nature de l'ame estant representative de l'univers d'une maniere tres exacte (quoyque plus ou moins distincte), la suite des representations que l'ame se produit, répondra naturellement à la suite des changemens de l'univers même: comme en échange le corps a aussi esté accommodé à l'ame, pour les rencontres où elle est conçue comme agissante au dehors: ce qui est d'autant plus raisonnable, que les corps ne sont faits que pour les esprits seuls capables d'entrer en societé avec Dieu, et de celebrer sa gloire. Ainsi dès qu'on voit la possibilité de cette *Hypothese des accords*, on voit aussi qu'elle est la plus raisonnable, et qu'elle donne une merveilleuse idée de l'harmonie de l'univers et de la perfection des ouvrages de Dieu[266].

De esta manera pueden sacarse consecuencias morales y teológicas de un planteamiento que comenzó por ser metafísico. Preguntándose por el criterio que permite al cuerpo relacionarse con su alma, Leibniz aduce a varios elementos que se han ido haciendo presentes también en los demás escritos estudiados: la noción completa de la sustancia individual, la expresión, la inter-expresión o correspondencia entre sustancias, la armonía del universo. Por el tipo de pregunta que motiva este escrito las respuestas son casi exclusivamente metafísicas, pero no debe ignorarse el hecho de que en otros escritos se muestran consecuencias físicas para los procesos que aquí resultan —a primera vista— sólo metafísicos. Lo que en metafísica se denomina *expresión* es en física una fuerza, fuerza activa. Así puede darse cuenta de los fenómenos físicos sin necesidad de remontarse hasta los últimos principios metafísicos que subyacen a ellos, principios de los cuales pueden prescindir los matemáticos y físicos al ocuparse de sus objetos de estudio, sin que ello les lleve al error[267], aunque no estén dando cuenta de la *verdadera* manera en que actúan entre sí. Desde el punto de vista de la física "commercium scilicet substantiarum sive monadum oriri non per influxum, sed per consensum ortum a divina praeformatione, unoquoque, dum suae naturae vim insitam

---

[266] GP IV, 485 (OFC 2, 248, §15).
[267] Cf. AA VI, 4B, 1543–4 (OFC 2, 170–1).

legesque sequitur"[268], más aún, "ad extranea accommodato, in quo etiam unio animae corporisque consistit"[269].

Retornando a la *hipótesis de los acuerdos* expuesta metafísicamente, y señalando un distanciamiento de Leibniz frente al ocasionalismo, es preciso que este criterio por el cual corresponden las sustancias entre sí se haya dado ya con la creación del universo y no con una intervención permanente de Dios en su obra: a partir de la *hipótesis* puede afirmarse que las demás sustancias se han acomodado a ella ya desde el principio, *según el orden de los decretos de Dios*[270] y en virtud de esta acomodación pensamos que una sustancia actúa efectivamente sobre las demás. Podemos dar cuenta de la interacción sustancial sin que haya un influjo real, pues

> […] dans la rigueur des expressions metaphysiques, nous sommes dans une parfaite independance à l'égard de l'influence de toutes les autres creatures. […] Tout Esprit estant comme un Monde à part, suffisant à luy même, independant de toute autre creature, enveloppant l'infini, exprimant l'univers, il est aussi durable, aussi subsistant, et aussi absolu que l'univers luy même des creatures[271].

Recordando el símil que hiciera ya en el *Discurso* para subrayar el carácter de independencia de la mónada, esto es, que son "como un mundo aparte", Leibniz muestra con orgullo las consecuencias de contar con una armonía reguladora para el acuerdo entre sustancias: puede afirmarse la independencia —con respecto a cualquier otra *criatura*— de las sustancias, la carencia de influjo entre ellas, su perdurabilidad, subsistencia y *absoluto*[272]. Así, puesto que la armonía es un criterio para garantizar la

---

[268] GP IV, 510 (OFC 8, 454, §10).
[269] *Ibidem*.
[270] En GP IV, 486: "Car on peut dire que la substance dont la disposition rend raison du changement, d'une maniere intelligible, en sorte qu'on peut juger que *c'est à elle que les autres ont esté accommodées en ce point dès le commencement*, selon l'ordre des decrets de Dieu, est celle qu'on doit concevoir en cela, comme agissante ensuite sur les autres" (OFC 2, 248–9, §17). Las cursivas son nuestras.
[271] GP IV, 485–6 (OFC 2, 248, §16).
[272] Se han subrayado los términos *criatura* y *absoluto* puesto que el carácter de independencia de la mónada, unido a la metáfora de "como un mundo aparte" puede llevar al malentendido de que Leibniz aboga por un solipsismo de las sustancias. Si bien una de las acepciones (primera en la definición de la RAE) del adjetivo *absoluto* es la independencia e ilimitación de algo, esto es, predicar de algo que excluye cualquier relación; y otra de las acepciones (cuarta en dicha definición) denota lo que existe por sí mismo y lo incondicionado, ambas parecen estar en franca contradicción con otras tesis metafísicas sostenidas por Leibniz mismo. Si Leibniz hubiera querido que las sustancias excluyeran cualquier otra relación no habría ofrecido el instrumento metafísico de la armonía para explicar cómo, en rigor metafísico, puede garantizarse la comunicación verdadera entre sustancias *que son como un mundo aparte* y que se da con la expresión. En su sistema todo concuerda y los seres están como acompasados ya desde la creación misma. De ahí que tampoco pueda interpretarse el carácter absoluto de la mónada en el sentido de la cuarta acepción del término, pues no sólo ha sido ella creada por Dios sino que se rige por ciertas condiciones, como lo son los primeros principios y las leyes de la naturaleza, así como, específicamente, la serie de sus cambios o, lo que es lo mismo, el contenido total de su noción completa. Por lo anterior es menester entender el carácter *absoluto* de la mónada en el sentido de la tercera acepción

expresión puede ocurrir que cada serie de cada sustancia se siga sin interferir con las series de cambios de las demás y, sin embargo, haya entre todas las series correspondencias entre sus elementos[273]. Como no hay interferencia, cada sustancia puede desplegarse a sí misma —expresarse— y, por ello, existir, manteniendo las características que la hacen única y su punto de vista; y, a la vez, conformar junto con las demás el universo. Con esta ligazón entre expresión, sustancia y armonía se pueden respetar ciertos criterios decisivos en el proceso de la expresión que la hacen funcional: serialidad, legalidad, correspondencia.

La ligazón entre expresión, sustancia y armonía es una idea que después del *Nuevo sistema* se mantendrá presente e invariable en los escritos de madurez de Leibniz. El camino que nuestro autor escoge para la conexión de estos conceptos en el escrito de —muy probablemente— 1708, *Consecuencias metafísicas del principio de razón*, pasa de la noción de sustancia por la de armonía a la de expresión. Partiendo en primer lugar del principio de razón suficiente, esto es, de que *nada hay sin razón*, Leibniz extrae consecuencias sobre todo su sistema metafísico. Hacia la mitad del escrito se ocupa de explicar la naturaleza de la sustancia:

> Et ultimum esse in substantiarum analysi esse substantias simplices, nempe animas vel, si generalius malis, *Monades*, quae partibus carent […] Sed nullus foret ordo inter has substantias simplices, comercio mutui influxus carentes, nisi sibi saltem mutuo responderent. Hinc necesse est talem esse inter eas respectum perceptionum seu phaenomenorum, per quas dignosci possit, quantum tempore aut spatio differant inter se earum modificationes […]. Unde etiam sequitur, omnem substantiam simplicem aggregatum externorum repraesentare et in iisdem externis, sed diversimode repraesentandis, simul et diversitatem et harmoniam animarum consistere.[274].

Aquí hace falta el término *expresión*, pero el fenómeno del que habla, a saber, el hecho de que cada sustancia de una cierta manera un conjunto de fenómenos, es el proceso que en los escritos anteriores ha caracterizado, en otras palabras, como expresión. El término que aquí utiliza es, no obstante, un sinónimo: representación. La

---

del término: como algo completo, entero, total. Pues no hay entre mónadas un influjo por el que puedan completarse, como si les hiciera falta algo al ser creadas. Ahora bien, para comprender el carácter de independencia *total* de la mónada no debe dejarse de lado el matiz de Leibniz mismo: es independiente con respecto a cualquier otra criatura. Nada puede seguirse a partir de ello sobre la relación entre la mónada y Dios.

[273] Mary Sol de Mora ofrece una reflexión sobre la relación entre los usos metafísicos y los usos matemáticos de la armonía en Leibniz, especialmente en el caso del triángulo armónico, en Mary Sol de Mora Charles, "La armonía de todas las cosas", en J. Nicolás – S. Toledo, *Leibniz y las ciencias empíricas. Leibniz and the empirical sciences*, Comares, Granada, 2011, pp. 315–352.

[274] COUTURAT 14 y 15 (OLASO, 579–80; §§7, 9).

correspondencia entre sustancias garantiza el orden entre las sustancias y la posibilidad de que el universo sea, en efecto, *uno*, y no una multiplicidad de sustancias carentes de conexión. Ese es un riesgo aparente que se vislumbra al eliminar todo influjo externo *o intercambio de influencia recíproca* entre sustancias. No sólo porque cada sustancia expresa el universo entero desde su punto de vista es posible el orden, sino que esta inter-expresión es coherente con la pluralidad y armonía de las sustancias mismas. La expresión debe darse conforme a un criterio. Por la naturaleza misma de las cosas ocurre que en el universo todo concuerda, *sympnoia panta*:

> […] et quidvis cuivis certa quadam ratione conspiret. Nam quia omnia loca corporibus plena sunt, et omnia corpora quodam fluifitatis gradu sunt praedita […]; hinc fit ut nullum corpus moveri possit, quin contiguum nonnihil moveatur, et ob eandem rationem contiguum contigui atque adeo ad distantiam quantamcunque. Hinc sequitur unumquodque corpusculum ab omnibus universi corporibus pati, et ab iis varie affici […]. Et proinde cum omne corpus organicum a toto universo determinatis ad unamquamque universi partem relationibus afficiatur, mirum non est, animam ipsam quae caetera secundum corporis sui relationes sibi repraesentat, quoddam universi speculum esse, repraesentans caetera secundum suum, ut sic dicam, punctum visus. Uti eadem urbs a diversis plagis spectanti diversas plane projectiones praebet[275].

De nuevo, aparece en medio del argumento el principio de continuidad, pero si en la carta a Arnauld las referencias del principio eran casi exclusivamente metafísicas, aquí se hace un mayor énfasis en las consecuencias físicas del planteamiento. Lo que en términos metafísicos es una expresión entre respectos que se conforma a cierta ley, en términos físicos es la relación entre fenómenos corporales que se dan en el espacio y el tiempo. Y así como por una parte hay infinitas sustancias y deben estar todas interrelacionadas en virtud de su naturaleza y el orden y armonía del universo, por otra parte está la materia actualmente dividida hasta el infinito y todos los cuerpos están en proximidad, de manera que las modificaciones de uno se transmiten en diferente proporción a todos los demás. Pero si en el caso físico puede comprenderse con relativa facilidad que la transmisión de la fuerza o de los movimientos en la materia, no es del todo claro lo que signifique que una sustancia expresa otra. De nuevo, como lo hiciera a finales de la cita de *Quid sit idea*[276], aquí Leibniz aclara que la relación de expresión no es de semejanza. Aquí aparece claramente el término *expresión*:

---

[275] COUTURAT 15 (OLASO, 581–2; §10).
[276] Cf. AA VI, 4B, 1371 (OLASO 209).

> Non autem putandum est, cum speculum dico, me concipere quasi res externae in organis et in ipsa anima semper depingatur. Sufficit enim ad expressionem unius in alio, ut constans quaedam sit lex relationum, qua singula in uno ad singula resindentiain alio referri possint. Uti circulus per ellipsin seu curvam ovalem repraesentari potest in perspectiva projectione, imo per hyperbolam etsi dissimillimam, ac ne quidem in se redentem, quia cuilibet puncto hyperbolae respondens eadem constante lege punctum circuli hyperbolam projicientis assignari potest[277].

La primera indicación muestra que una expresión no es —siempre— una semejanza: iría contra la idea de pluralidad de perspectivas pensar que todas ellas muestran de la misma manera los fenómenos. Sólo se es perspectiva porque hay una singularidad en la mirada, un punto de vista. Pero se es perspectiva de un mismo algo puesto que la imagen en perspectiva puede referirse a lo que ella representa. En ello consiste la expresión: esa relación conforme a una cierta ley constante por la que pueden referirse los elementos de la imagen a los elementos de aquello de lo que se obtiene la imagen misma. Y en una referencia entre elementos que se rija por una ley puede decirse que los elementos se corresponden entre sí. De nuevo presenta Leibniz un ejemplo geométrico: dependiendo de la perspectiva, un círculo puede estar representado en una elipse o hipérbola. La belleza del ejemplo geométrico está en que, si bien las figuras resultantes de la perspectiva no son totalmente iguales al círculo que representan, en su equivalencia hay una exactitud que puede medirse y cuantificarse, esto es, una exactitud que respeta la ley de la perspectiva, de manera que cada punto de la elipse o hipérbola puede referirse a cada punto del círculo representado. Lo dice también en la *Teodicea*:

> Il est vray que la même chose peut être representée differement; mais il doit tousjours y avoir un rapport exact entre la representation et la chose, et par consequent entre les diferentes representations d'une Même chose. Les projections de perspective, qui reviennent dans le cercle aux sections coniques, font voir qu'un Même cercle peut être representè par une ellipse, par une parabole, et par une hyperbole, et Même par un autre cercle et par une ligne droite, et par un point. Rien ne paroit si different, ny si dissemblable, que ces figures; et cependant il y a un rapport exact de chaque point à chaque point. Aussi faut il avouer que chaque ame se represente l'univers suivant son point de vue, et par un rapportqui luy est propre; mais une parfaite harmonie y subsiste tousjours[278].

No solo representa cada alma el universo como una elipse representa un círculo en perspectiva y puede hallarse una correspondencia exacta entre la representación y lo

[277] COUTURAT 15 (OLASO, 582; §11).
[278] GP VI, 327 (OFC 10, 334, §357).

representado, sino que también entre las representaciones que producen las infinitas almas sobre el mismo universo *subsiste una perfecta armonía* y puede hallarse la correspondencia exacta entre ellas y el universo. Pues tales correspondencias se dan conforme a leyes. Sobre el ejemplo geométrico comenta A. Gurwitsch:

> Zwischen Kreis und Hyperbel besteht die Beziehung der Expression […]. Bei dem zunächst in Betracht gezogenen Typus von Expression handelt es sich also um eine ein-eindeutige Zuordnung von zwei Punktmengen, d. h. von Punkten, die verschiedenen geometrischen Figuren angehören, wobei die Ein-eindeutigkeit der Zuordnung durch das konstante Beziehungsgesetz verbürgt ist. Mit anderem Wortern, Repräsentation im Sinne der ein-eindeutigen Zuordnung von Punktmengen führt unmittelbar auf den Begriff der mathematischen Funktion. Auf Grund des Punktmannigfaltigkeit beziehen, solchen Aussagen entsprechen zu lassen, die für die andere Punktmannigfaltigkeit gelten[279].

Estando de acuerdo con la lectura funcionalista que hace Gurwitsch de la expresión en el ejemplo de la proyección del círculo, hemos sin embargo de estar en desacuerdo con uno de los elementos de su lectura: en la expresión leibniziana no hay una univocidad de la relación. La relación entre *habitudines* puede leerse en dos direcciones, de manera que por los respectos de la expresión pueden leerse aspectos de la cosa expresada, *y viceversa*. Este carácter recíproco de la expresión muestra, sin embargo, un carácter funcional de la misma, pues si nos atenemos a la noción estrictamente leibniziana de función —esa que hemos abstraído de sus escritos matemáticos— hay también una relación recíproca entre las funciones. Es decir, el aspecto que aleja nuestra lectura de la de Gurwitsch es, sin embargo, uno que subraya el carácter funcionalista de la expresión, ateniéndonos a una noción leibniziana de función.

En el clásico escrito de 1714 que se suele tomar como referencia para obtener una perspectiva global del sistema leibniziano y se conoce como *Monadología*, Leibniz expone, como no podría faltar, el concepto de expresión justo después de haber presentado sus principales opiniones sobre Dios y la relación entre Él y la creación. Considerando que este es el mejor de los mundos posibles —es menester que lo sea, pues Dios conoce en virtud de su sabiduría cuál de todos los posibles es mejor; en virtud de su bondad, lo elige; y, en virtud de su potencia, lo crea—, y que no hay un influjo real sino sólo ideal entre una mónada y otra, es preciso considerar que todas las mónadas que conforman el universo estén acomodadas y reguladas entre sí:

---

[279] Aaron Gurtwitsch, *Leibniz. Philosophie des Panlogismus*, Walter de Gruyter, Berlin – NY, p. 37.

> Et c'est par là, qu'entre les Creatures les Actions et Passions sont mutuelles. Car Dieu, comparant deux substances simples, trouve en chacune des raisons, qui l'obligent à y accommoder l'autre, et par consequent ce qui est actif à certains égards, est passif suivant un autre point de consideration: *actif* en tant, que ce qu'on connoist distinctement en luy, sert à rendre raison de ce qui se passe dans un autre, et *passif* en tant, que la raison de ce qui se passe en luy, se trouve dans ce qui se connoist distinctement dans un autre[280].

De esta manera se hacen presentes dos elementos que han aparecido en todos los textos anteriores utilizados para la exposición del concepto de expresión, si bien aquí el punto por el que se llega al término varía un poco: la relación de Dios con su obra, es decir, la creación. Los elementos que saltan a la vista son la ley de continuidad, pues se ha indicado que todas las cosas están conectadas, entre sí; y el rasgo de la reciprocidad o interdependencia, que aquí aparece como una acomodación y regularización recíprocas, y como una acción y pasión mutuas. Se hace patente, además, el elemento de la perspectiva, característica central para sostener una individualidad de cada mónada.

Ahora bien, si se concibe un universo como un todo unificado, cuyos elementos actúan a la vez que padecen recíprocamente, será menester explicar la manera en la que todos los elementos pueden comunicarse entre sí a la vez que se mantiene la imposibilidad de un influjo real entre sustancias y una individualidad de cada una de ellas. Es cuando aparece el concepto buscado:

> Or cette *Liaison* ou cet accommodement de toutes les choses creées à chacune et de chacune à toutes les autres, fait que chaque substance simple a des rapports qui expriment toutes les autres, et qu'elle est par consequent un miroir vivant perpetuel de l'univers[281].

Así, la expresión es como el reflejo de algo en un espejo, siendo tal espejo cambiante, dinámico, *viviente* y no estático. De nuevo utilizando el ejemplo de la ciudad se resalta aquí la limitación de la mónada en su recepción o reproducción del universo: así como una ciudad puede verse como multiplicada según la perspectiva desde donde se la mire, "[…] il arrive de même, que par la multitude infinie des substances simples, il y a comme autant de differens univers, qui ne sont pourtant que les perspectives d'un seul selon les differens *points de veue* de chaque Monade"[282]. De manera que no sólo cada sustancia expresa el universo desde su propio punto de vista sino que también el punto de vista varía.

---

[280] GP VI, 615 (OFC 2, 335, §52).
[281] GP VI, 616 (OFC 2, 336, §56).
[282] GP VI, 616 (OFC 2, 336, §57).

Que la sustancia exprese quiere decir que hace de ella un reflejo perpetuo y dinámico del universo. En virtud del principio de continuidad ella representa el universo *entero*, pero no puede expresarlo todo distintamente. Así como en física, puesto que todo está lleno y, en consecuencia, ligado, puede decirse que todo movimiento produce algún efecto en los cuerpos distantes, aunque el efecto será mayor si la proximidad es también mayor[283], en metafísica puede decirse que el alma expresa el universo entero, aunque exprese con mayor distinción el cuerpo que le pertenece: "[…] elle ne sauroit developper tout d'un coup ses replis, car ils vont à l'infini"[284].

El garante por el cual todas las perspectivas de la ciudad corresponden con una y misma ciudad o, en otras palabras, por el que puede saberse que todas las almas expresan un mismo universo no será otro que el de la armonía universal, "[…] qui fait que toute substance exprime exactement toutes les autres par les rapports qu'elle y a, fût imposible"[285].

El camino de la *Monadología* llega al concepto de expresión partiendo de la definición de sustancia en los primeros parágrafos y, justo antes de llegar al concepto buscado, pasa por una exposición de la idea de Dios y de la creación del mundo. En un breve pero también conocido escrito del mismo año de la *Monadología*, a saber, *Principios de la naturaleza y de la gracia fundados en razón*[286], Leibniz parte también de la definición de mónada para pasar después a la de expresión dando tan solo un par de pasos. En efecto, el escrito comienza haciendo una caracterización de la sustancia como un *ser capaz de acción*, simple (sin partes), que no nace ni perece naturalmente aunque puede ser cambiado, que por sus cualidades y acciones internas puede distinguirse de las demás sustancias y que sus acciones son percepciones y apeticiones. Percibir quiere decir aquí *representar en lo simple* lo compuesto *o lo que está afuera*. En otras palabras podría decirse que las acciones de las mónadas son la expresión y el apetito. Así concebida la sustancia, es menester que en virtud del principio de continuidad todo esté lleno de sustancias que se separan efectivamente unas de otras por sus propias acciones.

Los elementos que en ambos trabajos aparecen en la velada presentación del concepto de expresión son aquellos que se han hecho recurrentes en demás escritos de madurez de Leibniz: la definición de la sustancia, en la que se resaltan el perspectivismo

---

283 Cf. OFC 2, 336, §61; GP VI, 617.
284 GP VI, 617 (OFC 2, 337, §61).
285 GP VI, 616 (OFC 2, 336, §59).
286 Cf. GP VI, 598 ss. (OLASO 680ss.).

y, con él, la idea mónada como ser completo y despliegue de una serie; la idea de independencia de la sustancia y, sin embargo, la expresión como comunicación entre sustancias —de la independencia a la interdependencia—; la armonía como garante para esa acomodación recíproca entre sustancias que se da conforme a ley en la expresión inter-sustancial y, con ella, la ley de la continuidad. En medio de la riqueza y complejidad de la exposición del concepto de expresión resaltamos los elementos de la funcionalidad que se han dejado ver con tanta claridad aquí: *serialidad, legalidad, correspondencia*.

3.2. Espejos del universo

En la primera aproximación al concepto de expresión elaborada a lo largo de la sección anterior se pudo ver la abundancia de metáforas y ejemplos de los que se vale Leibniz para ilustrar sus ideas. No pudiéndonos centrar en todos ellos, a continuación dirigiremos la atención a una de las imágenes con las que más poderosamente puede mostrarse el concepto de expresión en su riqueza y, particularmente, el aspecto que nos ocupa: el carácter funcional de dicho concepto. La imagen que se analizará es la del espejo, que Leibniz usa con cierta frecuencia para explicar la relación entre lo expresado y la expresión como una relación entre algo que se refleja en un espejo y el reflejo mismo. A lo largo del recorrido se verá que en esta metáfora hay una fuerza particular para mostrar el carácter funcional de la expresión puesto que, en palabras de H. Holz, "Spiegelung […] ist ein Verhältnis der Strukturisomorphie zwischen zwei einander zugeordneten Gebilden, wobei auch Prozesse in ihrer Ganzheit wie Gebilde behandelt werden, die als solche miteinander vergleichbar sind"[287]. Perseguiremos, pues, la metáfora del espejo desde sus primeras apariciones en los escritos de Leibniz para desentrañar con su ayuda tanto la especificidad de la relación de la expresión como su carácter funcional.

Leibniz se vale de la metáfora del espejo para ilustrar su doctrina de la naturaleza expresiva de la mónada, haciendo énfasis en que cada una lo hace desde su punto de vista o perspectiva particular. Según R. Konersmann[288] a partir de la década de 1680 comienza Leibniz a utilizar la metáfora para ilustrar la relación de la sustancia

[287] Hans Heinz Holz, *Widerspiegelung*, Transcript, Bielefeld, 2003, p. 33.
[288] Cf. Konersmann, *Spiegel und Bild…*, p. 122.

individual con el universo entero, en conocidos pasajes como el parágrafo noveno del *Discurso*[289]. Sin embargo, hay textos de años anteriores en los que Leibniz usa la metáfora del espejo para ilustrar sus argumentos, si bien no son exactamente los mismos que los de la década de los ochenta. Así como la metafísica del filósofo va haciéndose poco a poco más compleja, también las implicaciones de la metáfora del espejo se enriquecen con los años.

La primera[290] vez que Leibniz utiliza este ejemplo es en su *Elementa juris naturalis*[291], que comienza a redactar desde el año 1669 o 1670. Llama la atención que no en todas las versiones del mismo escrito aparezca la metáfora del espejo, por lo que puede sospecharse que no tenía para Leibniz un valor central en estos años. Sin embargo, la manera en la que la metáfora es utilizada e introducida en medio del argumento da indicios de lo que con ella quería mostrar Leibniz y de las implicaciones que de ella pueden seguirse.

La segunda versión[292] de este escrito comienza ofreciendo una cadena de definiciones sobre lo justo y lo injusto, y prosigue discurriendo en materia de derecho. El ejemplo aparece en el siguiente fragmento:

> Si DEUS non haberet in mundo Creaturas rationales, haberet eandem harmoniam, sed solum demta Echo, eandem pulchritudinem solum demta reflexione et refractione seu multiplicatione. Unde DEI sapientia exigebat Creaturas rationales, in quibus se res multiplicarent. Ut una mens esset quasi mundus quidam in speculo, aut dioptria, vel quolibet puncto radiorum visualium collectivo. Igitur quae putamus aestimare bene maleve nostra posse, eis si prudentes sumus, satisfacimus. Is igitur potentissimus seu inviolabilis quaeret fateor bonum summum quantum haberi potest, sed tamen quantum possibile est, imo quia possibile est sine dolore alieno justo, id est quem non ipsi sua conscientia et judicium aliorum in se refundat[293].

Es interesante de este ejemplo que se utilice el espejo para ilustrar el reflejo de Dios en las criaturas, en las que se *multiplica*. Así, aparece ya aquí, aunque velada y secundaria, la idea de que cada criatura *refleja* y, con ello, multiplica la imagen divina. Lo que aún no queda claro es si Leibniz contaba ya con la idea de que cada una lo hace

---

[289] Cf. AA VI, 4, 1542 (OFC 2, 170, §9).

[290] De hecho, el texto aparece ya en un texto anterior, redactado probablemente entre 1663 y 1666, en el que Leibniz anota un escrito de Johann Heinrich Bisterfeld (1605–1655), teólogo, filósofo y lógico alemán. Se ha juzgado esta aparición como irrelevante para la exposición presente por no tener las connotaciones metafísicas buscadas, sino que se lo emplea en un sentido amplio. Cf. AA VI, 1, n. 7, 150–161.

[291] Cf. AA VI, 1, n. 12_1, 431ss.

[292] Cf. AA VI, 1, n. 12_2, 433ss.

[293] AA VI, 1, 438.

desde un cierto punto de vista o no, pues al sólo decir que la imagen (Dios) se multiplica en las criaturas no queda explícitamente dicho si en el reflejo hay sólo una repetición o más bien una diversificación. Es decir, no queda claro si ya para esta época intuía Leibniz una diferencia entre la idea del reflejo y la de la copia.

En la cuarta versión que Leibniz redactó de este escrito, probablemente entre los años 1670 y 1671[294], el ejemplo buscado aparece casi al final del texto[295]. La imagen del espejo aparece enlazada de nuevo con la idea de la multiplicación de aquello que en él se refleja; puesto con precisión, aquí se habla de una duplicación de la luz. El espejo ilumina, esclarece, de manera que cuantos más espejos haya, mayor será la luminosidad, pues en ellos la luz se aumenta tantas veces cuantos sean los espejos en los que se refleja. Más aún, el esplendor de la luz —divina— se hace mayor no tanto en el reflejo que uno espejo tiene para el ojo que lo observa, cuanto en el reflejo que producen los espejos *inter se*.

Para la segunda mitad de 1671, cuando muy probablemente fue redactada la última versión[296] de *Elementa juris naturalis* la relación de semejanza entre el espejo y la representación está ya bien establecida, como se hace evidente por el fragmento en el que aparecen ambos términos enlazados: "Omne enim sentiens tum repraesentat objectum instar speculi, tum regulariter agit ordinateque ad finem, instar horologii"[297]. En la segunda versión de este escrito se utilizaba el espejo para ilustrar la idea de que en las criaturas se multiplica la sabiduría divina a la manera como se multiplica una figura al ponerse frente al espejo. En la cuarta versión se refiere la duplicación de la luz en la creación, no solo de la luz en cada espejo sino de la luz que va reflejándose de espejo en espejo, pues estando ellos enfrentados, mayor será el esplendor cuantos más sean los espejos que reflejen la luz entre sí. En el último fragmento citado la alusión es breve pero clara: representar como en un espejo, esto es, representar como reflejando. Y con esta re-presentación como re-flejo se da la duplicación de la que con el espejo se hablara en los pasajes anteriores. La imagen de la luz multiplicada por los espejos recuerda la *grand galerie*, o la galería de los espejos del palacio de Versailles, una joya de la arquitectura con la que Luis XIV mostraba su poder y riqueza —así como la capacidad de su reino para producir espejos, una actividad que en Venecia tenía la delantera—. En el salón las paredes se cubren de enormes espejos que, enfrentados a los ventanales, no

[294] Cf. AA VI, 1, n. 12_4, 459ss.
[295] Cf. AA VI, 1, 464.
[296] Cf. AA VI, 1, n. 12_6, 480ss.
[297] AA VI, 1, 482.

sólo multiplican la luz de la habitación sino que proyectan dentro de ella los jardines exteriores, haciendo, así, armónicos el interior y el exterior, el arte y la naturaleza. En opinión de Konersmann, esta magnífica multiplicación de luz, en Versailles la naturaleza y el arte devienen una unidad[298]. La fama de la gran hermosura de la galería de los espejos se extendió por el continente entero, influyendo en el estilo arquitectónico de la época, también en Alemania. Sólo que allí lejos de quedarse en la imitación del enfrentamiento de los espejos con las ventanas se instauró la moda de enfrentar espejos *con espejos*[299]. Con la disposición confrontada de los espejos el efecto de multiplicación de Versailles se supera, haciendo aparecer una y otra vez el adentro en los reflejos de sí.

La siguiente aparición significativa de la metáfora del espejo está en el escrito de 11 de febrero de 1676, *De arcanis sublimium vel de suma rerum*. Este breve escrito forma parte del conjunto de fragmentos que la Academia denominó como la segunda parte de su título, esto es, *De summa rerum*. La metáfora del espejo aparece apenas mencionada en medio de consideraciones sobre la naturaleza divina en cuanto que mente y persona. En efecto, en el escrito se abordan cuestiones sobre la naturaleza del ser perfectísimo y la necesidad de su existencia; sobre la esencia de las cosas; la naturaleza de los sólidos y su primacía sobre los líquidos, así como la configuración de los líquidos, en relación con el laberinto del continuo; y diversas cuestiones relativas a la armonía del universo, la felicidad del sabio y la imposibilidad de un número infinito. La metáfora aparece en el pasaje que se cita a continuación:

> Perfectissimum Ens est, quod plurima continet. Quale est Ens capax idearum et cogitationum, hoc enim multiplicat rerum varietates ut speculum. Unde Deus necessario Ens cogitans, etsi non est Ens cogitans omnia, erit perfectius ipso. Ens omniscium et omnipotens perfectissimum est. Ens cogitans vel ideo necessarium, ut quaedam quae non existunt saltem cogitentur, ea scilicet quae prae caeteris merentur cogitari; itaque cum possibile omne sit cogitabile, eligentur tamen aliqua quae cogitabuntur reapse[300].

Es, pues, evidente que la metáfora no ocupa un lugar central en el argumento ni en el escrito. Sin embargo, toma relevancia al considerárselo tras la presentación que se ha hecho en páginas anteriores del uso de la metáfora del espejo en el *Elementa juris naturalis*. A la manera como ocurre en aquel escrito, en el *De arcanis sublimium* el espejo sirve para ilustrar la idea de la multiplicación de las cosas — duplicación de la luz en la cuarta versión del *Elementa*; multiplicación en la segunda— y se añade un

---

[298] Cf. Konersmann, *Spiegel und Bild…*, p. 127.
[299] Cf. Konersmann, *Spiegel und Bild…*, p. 129.
[300] AA VI, 3, 475 (OFC 2, 74).

término que en conexión con la multiplicación: la variedad. El hecho de que Dios sea capaz de ideas y pensamientos multiplica la variedad de las cosas *como un espejo*. El reflejo del espejo no es, entonces, una mera repetición. La multiplicación o duplicación no es estrictamente de lo mismo, pues de ella se obtiene la variedad de las cosas. Parece, así, que en la imagen del espejo se dan por vez primera indicios de un punto de vista, una duplicación de la que, sin embargo, se sigue la variedad.

Aunque la metáfora del espejo no tenga un lugar central en los escritos hasta ahora presentados ni sea utilizada para ilustrar directamente la doctrina de la expresión, que durante las décadas siguientes será desarrollada a profundidad, a partir de los fragmentos citados en las páginas anteriores puede decirse que durante la primera mitad de la década de 1670 Leibniz no sólo se vale ya de la figura del espejo como una metáfora sino que la utiliza implicando con ella algunas de las ideas que posteriormente serán centrales en su exposición de la expresión. Puede que para el inicio de la década —cuando redacta su *Elementa juris naturalis*— Leibniz no hubiera llegado aún a consolidar la metáfora del espejo como una imagen para su concepto de la expresión, pero sí para la idea de que la criatura *representa*. Es muy posible que para la época en la que redactara el *De arcanis sublimium* estuviera cerca de tener su concepto de expresión, como logrará formularlo con tanta claridad en *Quid sit idea* tan solo dos años después. Con todo, la relación *representar es reflejar* que se hace explícita en estos textos pone de manifiesto que la metáfora del espejo como expresión está en proceso de gestación.

Vale la pena recordar que el escrito *Quid sit idea* fue redactado a final de esta misma década (1678) y que en él se contiene ya una definición explícita del concepto de expresión, incluyendo la acepción de expresión como una relación entre la criatura y Dios, y entre las criaturas entre sí. No dice en dicho texto que la criatura refleja a Dios como un espejo a la luz, pero se hace explícito que lo representa *de cierto modo*, así como también *de cierto modo* se representan todas las mónadas entre sí. En algunos textos metafísicos de los últimos años de la década de 1670 aparece la metáfora del espejo en un sentido que se corresponde con el concepto de expresión, tal como lo formula Leibniz en 1678. Una muestra de ello es el manuscrito *Scientia media*[301], redactado en noviembre de 1677. Como su nombre lo indica, en el escrito Leibniz comenta algunas ideas de Luis de Molina y Pedro de Fonseca en torno al problema

[301] AA VI, 4, n. 261, 1373.

escolástico sobre si Dios podría conocer todos los hechos futuros particulares, incluyendo aquellos que dependen de la voluntad humana. Leibniz afirma que con el gran principio de razón suficiente puede darse fin a las controversias sobre metafísica; en este caso, con ayuda del principio de razón se quiere contestar a la pregunta sobre si Dios pudiera dar razón de por qué un hecho es o no preferible a otro. Con frecuencia se plantea en estas controversias si Dios pudiera conocer y dar razón de los acontecimientos futuros que se dan alrededor de decisiones humanas. Si no los conoce, no sería omnisciente. Si los conoce, puesto que crea los hechos que ocurrirán después de las decisiones de las criaturas, ¿cómo puede decirse que decidan libremente? ¿Puede, por ejemplo, Dios conocer lo que hará un cierto niño una vez crezca? Con la *scientia media* pretendía Molina conciliar la omnisciencia divina con la libertad humana, explicando el conocimiento que Dios tiene de los hechos dependientes de la voluntad de las criaturas dadas ciertas circunstancias como un cierto *conocimiento intermedio* entre las verdades necesarias y los conocimientos libres de Dios, que incluyen tanto los actos de la voluntad divina como el conocimiento de —dicho en términos leibnizianos— los infinitos posibles que no son actualizados en la creación. Así, sin llegar a determinar la decisión libre de la criatura podría conocer lo que ella haría dadas las circunstancias que Él decidiera crear.

Al molinismo se le ha criticado que no podría ofrecerse una justificación para las decisiones libres de la criatura; que no puede denominarse como conocimiento aquello de lo que no puede ofrecerse una justificación y que, en consecuencia, no puede denominarse como conocimiento eso que Dios tiene sobre las decisiones de las criaturas. Leibniz critica frente a estos planteamientos como los de Molina el error de considerar el conocimiento de Dios como una cierta *visión*, cuando tal es una forma imperfecta y *a posteriori* de conocimiento. Consiste más bien en el conocimiento de las causas de los hechos, antes que en una especie de visión adelantada del desarrollo de las cosas[302]. En este punto de sus consideraciones se vale Leibniz de la metáfora del espejo:

> Secundum autores *scientiae mediae* non posset Deus rationem reddere sui pronuntiati, nec mihi explicare. Hoc unum dicere poterit quaerenti cur ita futurum esse pronuntiet; quod ita videat *actum hunc repraesentari in magno illo speculo intra se posito*, in quo omnia praesentia, futura, absoluta vel conditionata exhibentur. Quae scientia pure empirica est, nec Deo ipsi satisfaceret, quia rationem cur hoc potius quam illud in speculo repraesentetur, non intelligeret. Quemadmodum is qui in Tabulis Calculatos invenit numeros, non vero ipse eos

---

[302] AA VI, 4, 1373.

> calculare potest. Deus scit futura absoluta quia scit quid decreverit, et futura conditionata, quia scit quid esset decreturus. Scit autem quid esset decreturus, quia scit quid in eo casu futurum sit optimum, optimum enim est decreturus, sin minus sequetur Deum non posse certo scire, quid ipsemet in eo casu facturus esset[303].

También sobre el problema del conocimiento divino de los acontecimientos futuros, en una de las anotaciones del fragmentado *Notae plerumque metaphysicae*, probablemente redactado en 1677[304], usa Leibniz de igual manera la metáfora del espejo[305]. En la aparición de la metáfora en ambos escritos puede verse una comparación de los modos de conocimiento divino y humano. Si bien la imagen del espejo no es correcta para describir el conocimiento divino, que es a la vez intuitivo y adecuado, y no imperfecto y *a posteriori* como sugiere la idea de la visión, es una buena imagen para describir el conocimiento humano que en el ámbito metafísico puede denominarse como expresión. Para Leibniz, la imagen del espejo es adecuada también para referirse específicamente al conocimiento que las criaturas tienen de Dios:

> […] et quemadmodum solem non recta sed aut in aqua aut per vitrum coloratum intuemur; ita, quem aut pius affectus, aut defendendae fidei necessitas ad profundiorem rerum divinarum contemplationem vocat, is non sibi rationis oculos effodiet, ita enim nihil videbit, sed per mediam scripturam sacram (: cujus interiectu nimia illa radiorum coelestium efficacia nostrae imbecillitati attemperatur :) velut per velum interpositum in sanctum sanctorum introspiciet. Hoc autem velum tum demum levabitur, cum Deum non amplius in speculo vel aenigmate sed de facie ad faciem contuebimur[306].

Esta alusión bíblica[307] recuerda que sólo tras nuestra muerte, en el reino de Dios, es posible superar el límite que sesga nuestro conocimiento del universo: el punto de vista que constituye para nosotros el cuerpo. El alma refleja *como en un espejo u oscuramente*: se hace, así, evidente que el reflejo no puede ser una copia fiel de lo reflejado. El alma ve como en un espejo puesto *entre* ella y el universo todos los acontecimientos presentes, pasados y futuros. En todo reflejo hay una cierta distorsión, una limitación de aquello que con él se hace visible. El objeto reflejado equivale al reflejo, pero éste no es de él una copia indiscernible. Si bien con el espejo hay

---

303 AA VI, 4, 1374 (ANDREU II, 107).
304 AA VI, 4, n. 248, 1347.
305 En AA, VI, 4, 1348: "Ex providentia Dei sequitur res in causis suis esse determinatas. Nam scire aliquid est nosse veritatem propositionis, nosse autem veritatem propositionis est scire cur ita futura sit. Si itaque Deus perfecte praevidet res, praevidebit non tantum quod futurae sint, sed et cur sint futurae, id est habet scientiae suae rationes solidas: alioqui enim si Deum simpliciter res quasi in speculo praevidere fingimus, perinde erit ac cum homo scit aliquid ex relatione sive fide aliorum".
306 AA VI, 4, 2213 (OLASO 244; GRUA 18).
307 Cf. I Corintios 13, 12.

multiplicación, hay también diversificación y oscurecimiento de lo reflejado. Ver en el espejo es ver como *a través de un velo*.

Lo relevante de estos escritos para nuestra argumentación es la manera en la que se utiliza la imagen del espejo. Tal modo de uso, esto es, lo que con la metáfora se quiere decir, está en conexión con los pasos dados en escritos anteriores de la misma década, entorno a la relación entre espejo y expresión, usando el espejo como aquello que refleja, multiplica los hechos. Aquí se da un paso definitivo en el uso de la metáfora: con el espejo se habla de conocimiento, cuyo proceso en el caso de las criaturas está descrito en el concepto de expresión o representación; se muestra que en el espejo están representados los acontecimientos del universo. Este paso está confirmado y expresado con claridad en el manuscrito que Leibniz escribe entre el verano e invierno de 1678 (inicios de 1678), *Conspectus libelli elementorum physicae*[308]: "Tot sunt specula universi quot mentes; omnis enim mens totum universum percipit, sed confuse"[309]. Así, todos los eventos del universo, pasados, presentes y futuros, pueden ser vistos por el alma que los ve como reflejándose en un espejo interpuesto entre ella y aquellos, pero ella los ve siempre *oscuramente*, como a través de un velo, esto es, desde su propio punto de vista.

Durante la década de 1670 la metáfora del espejo ha pasado de utilizarse como símil para el concepto de expresión sólo de manera velada a utilizarse claramente como una herramienta para ilustrar dicho concepto. Ya desde 1670 tenía Leibniz la idea de que el alma de la criatura *refleja la luz* divina, la multiplica, aunque sin dejar en claro si su reflejo es una mera copia o una diversificación. Para 1671 Leibniz considera que la criatura *refleja* no sólo los acontecimientos que ella misma puede captar sino también lo que las demás reflejan, como una cierta cadena de espejos puestos entre sí que tanto más multiplican la luz cuantos más de ellos sean; el rasgo de reciprocidad del reflejo insinuado en la idea de múltiples espejos puestos *inter se* se repetirá en la metáfora que con un propósito muy distinto al nuestro introduce Leibniz en su *Scientia media* de 1677. Ahora bien, continuando cronológicamente con el recorrido de la metáfora del espejo, también para 1671 queda establecida la relación entre *reflejo* y *representación*, al decir que se representan los objetos como en un espejo, es decir, como estando reflejados, puestos frente a algo que los duplica. Para 1676 la idea de la multiplicación se enlaza con la de la variedad, alejándonos de la hipótesis de que con el reflejo se diera

---

[308] AA, VI, 4, n. 365, 1986.
[309] AA, VI, 4, 1989.

una mera duplicación —copia— de la cosa. El espejo *multiplica la variedad* de las cosas, sugiriéndonos ya un pensamiento que posteriormente estará vinculado con la idea del reflejo: el de la perspectiva, un aspecto presente también en textos de 1677, que constituye una cierta limitación por la cual el conocimiento que las criaturas tienen de las cosas —y de Dios mismo— no puede ser total. Es siempre un punto de vista. Ya a finales de la década, desde 1677, la imagen del espejo se usa como una metáfora explícita para el proceso del conocimiento. La criatura podría conocer todos los eventos del universo pues están como reflejados en un espejo puesto entre ella y el mundo. En ninguno de los textos citados se pone especial atención a la metáfora del espejo. Siempre se la utiliza para demostrar otros puntos y sin un especial interés en explicar el concepto de la expresión. Sin embargo, no por su carente protagonismo en la redacción tiene la metáfora una inexistente conexión con el concepto de expresión. Se ha mostrado, antes bien, cómo paulatinamente se van vinculando la imagen del espejo a las ideas de multiplicación, representación y diversificación. Estos elementos tomarán un mayor sentido a la vista de los escritos posteriores, cuando Leibniz mismo tiene un concepto de expresión más desarrollado.

Uno de los pasajes más conocidos para el uso de la metáfora del espejo en la obra de Leibniz y, particularmente, en sus escritos de la década de 1680 es el noveno fragmento del *Discurso de metafísica*:

> De plus toute substance est comme un monde entier et comme un miroir de Dieu ou bien de tout l'univers, qu'elle exprime chacune à sa façon, à peu pres comme une même ville est diversement representeé selon les differentes situations de celuy qui la regarde. Ainsi l'univers est en quelque façon multiplié autant de fois, qu'il y a de substances, et la gloire de Dieu est redoubleé de même par autant de representations toutes differentes de son ouvrage. On peut même dire que toute substance porte en quelque façon le caractere de la sagesse infinie et de la toute puissance de Dieu, et l'imite autant qu'elle en est susceptible. Car elle exprime quoyque confusement tout ce qui arrive dans l'univers, passé, present ou avenir, ce qui a quelque ressemblance à une perception ou connoissance infinie; et comme toutes les autres substances expriment cellecy à leur tour et s'y accommodent, on peut dire qu'elle étend sa puissance sur toutes les autres à l'imitation de la toute puissance du Createur[310].

Aunque habíamos citado el fragmento en la primera aproximación al concepto de expresión, lo traemos de nuevo con el fin de dirigir nuestra atención al espejo y no, como hicimos antes, a la descripción general del concepto de expresión. De entrada, pueden señalarse ciertos elementos que habían aparecido ya en los escritos de la década

---

[310] AA VI, 4, 1542 (OFC 2, 170, §9).

de 1670: multiplicación y diversidad (se multiplica el universo por las tantas representaciones que, sin embargo, son diferentes); con el reflejo de la obra divina en los muchos espejos (almas) que existen, es decir, en la re-presentación del universo se acrecienta la gloria de Dios; en el reflejo de la obra divina se expresa, aunque confusamente, el universo *entero*, es decir, los eventos pasados, presentes y futuros, por último, aunque no se enuncia una confrontación de espejos como se hiciera en *Elementa juris naturalis*[311] —donde se decía que los espejos se reflejan entre sí—, aquí se dice de manera explícita que las sustancias se expresan y se *acomodan* entre sí.

Al analizar el texto en la sección sobre la primera aproximación al concepto de sustancia se había resaltado a partir de este parágrafo que en cuanto verbo, es decir, expresar como reflejar, es *representar* algo y adaptarse o acomodarse en cierto modo *a* y *con* algo. Ya desde el uso que en *Elementa juris naturalis*[312] se hace de la metáfora del espejo se sugiere que la luz divina se aumenta por el reflejo entre espejos, la luz se multiplica haciéndose también diversa, de manera que el reflejo no es una simple copia sino que con cada reflejo ocurre una mínima modificación de lo reflejado según el punto de vista de lo que refleja. En este sentido, expresar en cuanto verbo es ver desde un punto de vista, ateniéndose a las limitaciones que impone toda perspectiva. En cuanto sustantivo, es decir, la expresión tomada en cuanto *reflejo*, es el conocimiento finito, aunque confuso, de algo infinito; es la presentación ante sí de todo evento, pasado, presente o futuro. Que la sustancia pueda representarse el universo entero no debe sorprender si se tiene en cuenta que

> *Notio completa seu perfecta substantiae singularis involvit omnia ejus praedicata praeterita praesentia ac futura* […] *Omnis substantia singularis in perfecta notione sua involvit totum universum, omniaque in eo existentia praeterita praesentia et futura* […] Imo *omnes substantiae singulares creatae sunt diversae expresiones ejusdem universi*, ejusdemque causae universalis, nempe Dei; sed variant perfectione expressionis ut ejusdem oppidi diversae repraesentationes vel scenographiae ex diversis punctis visus[313].

La noción completa de cada sustancia *involucra* todo lo que a ella le ha ocurrido y ocurrirá; en su noción completa, la sustancia envuelve también los estados pretéritos, presentes y futuros del universo entero. Así, ella no sólo se envuelve a sí como el individuo que ella constituye sino al universo entero y a ella misma como parte del

---

[311] Cf. AA VI, 1, 464.
[312] Cf. AA VI, 1, 438.
[313] Del escrito "Verdades primeras", escrito probablemente en 1686. AA VI, 4, 1646 (OLASO 394, 395; COUTURAT 520).

universo en su totalidad. Cada sustancia puede verse —si bien confusamente— a sí misma y a las demás, de manera que todas las demás pueden verla a ella. Las sustancias se reflejan unas a otras hasta reflejar todas las existentes, como una suerte de espejos infinitangulares que se reflejan *inter se*. Poco a poco van saliendo a la luz los rasgos de la funcionalidad desnuda. Presentándole estas y otras ideas a A. Arnauld, Leibniz toma la palabra:

> Enfin pour ramasser mes pensées en peu de mots; je tiens que toute substance renferme dans son estat present tous ses estats passés et à venir, et exprime même tout l'univers suivant son point de veue, *rien estant si éloigné de l'autre qu'il n'ait commerce avec luy*. Et [si elle a un corps ce] sera particulierement selon le rapport aux parties de son corps, qu'elle exprime plus immediatement; et par consequent rien ne luy arrive que de son fonds, *et en vertu de ses propres loix*, pourveu qu'on y joigne le concours de Dieu. Mais elle s'apperçoit des autres choses parce qu'elle les exprime naturellement, ayant esté créée d'abord en sorte qu'elle le puisse faire *dans la suite et s'y accommoder comme il faut*, et c'est dans cette obligation imposée dès le commencement, que consiste, ce qu'on [app]elle l'action d'une substance sur l'autre. [… Je tiens] qu'ainsi il n'y a point d'hypothese qui fasse mieux connoistre la sagesse de Dieu que la nostre, suivant la quelle il y a par tout des substances qui marquent sa perfection, et sont autant de miroirs mais differens de la beauté de l'univers; rien ne demeurant vuide, sterile, inculte, et sans perception[314].

Ahora bien, al enunciar que no hay nada tan *alejado* como para que no exista una relación entre dos cosas se está planteando el problema desde el punto de vista físico, esto es, como una explicación para los fenómenos materiales. En virtud del principio de continuidad todo está lleno y todo conspira, *sympnoia panta*. Esto ocurre tanto en el cuerpo orgánico, cuyas partes están todas entre sí vinculadas, como en su relación con los demás cuerpos del universo. Puesto que no hay vacío, todos los lugares están llenos de seres; en consecuencia, no se da ningún movimiento que no involucre el movimiento de lo contiguo a sí y, de esta manera, "Hinc sequitur unumquodque corpusculum ab omnibus quaque particula universi cognoscat omnia quae in toto universi fiunt […]"[315]. Lo que ocurre así en el plano físico ocurre correspondientemente en el plano metafísico:

> Et proinde cum omne corpus organicum a toto universo determinatis ad unamquamque universi partem relationibus afficiatur, mirum non est, animam ipsam quae caetera

---

[314] De la carta a Arnauld, 9 de octubre de 1687. AA II, 2, 259, 260, nota 131 (OFC 14, 140; FINSTER 344). Las cursivas son nuestras.
[315] COUTURAT 15 (OFC 8, 552).

> secundum corporis sui relationes sibi repraesentat, quoddam universi speculum esse, repraesentans caetera secundum suum, ut sic dicam punctum visus[316].

De ahí que nada le ocurre al alma que no surja *de su propio fondo* y en virtud *de sus propias leyes*. Las leyes del alma no interfieren con las del cuerpo y los eventos de la una ocurren sin interferir, aunque correspondiéndose, con los eventos del otro. Cada *serie* de eventos ocurre *conforme a sus propias leyes*; y, al mismo tiempo, la correspondencia entre los eventos materiales y corporales —que, lejos de tratarse de una formulación dualista de los fenómenos físicos, no es otra cosa que la correspondencia entre los órdenes físicos y metafísicos— ocurre también conforme a leyes, a un cierto criterio por el que se hace posible y exacta la correspondencia misma. Tal criterio está en la expresión, el 'ser espejo' del alma. ¿Qué quiere decir Leibniz con que el alma sea *como* un espejo del Universo?

> Non autem putandum est, cum speculum dico, me concipere quasi res externae in organis et in ipsa anima semper depingatur. Sufficit enim ad expressionem unius in alio, ut constans quaedam sit lex relationum, qua singula in uno ad singula respondentia in alio referri possint. Uti circulus per ellipsin seu curvam ovalem repraesentari potest in perspectiva projectione, imo per hyperbolam etsi dissimillimam, ac ne quidem in se redentem, quia cuilibet puncto hyperbolae respondens eadem constante lege punctum circuli hyperbolam projicientis assignari potest. Hinc autem fit, ut anima creata necessario plerasque perceptiones habeat confusas, congenriem quippe rerum externarum innumerabilium representantes, <quaedam autem propiora vel extantiora organis accommodata distincte percipiat.> Cum vero rationes praetera intelligit, mens non tantum est speculum universi creati, sed etiam imago Dei. Hoc autem solis substantiis rationalibus competit[317].

En efecto, y en consonancia con lo que se ha mostrado en otras partes de este capítulo, el reflejo del espejo no es una copia exacta y la expresión no es mímesis. La distancia entre reflejo y copia se da puesto que, por una parte, el acto de reflejar ocurre con mayor o mejor intensidad conforme a la configuración propia del espejo —de sus limitaciones—; por otra parte, recibe el nombre de expresión no aquella imagen indiferenciable de aquello que en ella se retrata, sino una imagen que guarda cierta correspondencia con la cosa expresada. En el ejemplo geométrico, la hipérbole es una expresión del círculo aunque en apariencia se trate de figuras distintas, pues, por anamorfosis, la hipérbole es la imagen de un círculo proyectado en perspectiva, por decirlo así, un círculo *inclinado* o la forma en que se muestra para un cierto espectador

---

[316] COUTURAT 15 (OFC 8, 552).
[317] COUTURAT 15 (OFC 8, 552–3).

puesto en cierta distancia. Y, sin embargo, la imagen resultante —la hipérbole— corresponde al círculo, pues hay una también cierta ley por la que a cada punto de la hipérbole puede asignársele un punto del círculo.

Retmando el fragmento de la correspondencia con Arnauld junto con la cita que ahora analizamos para profundizar en el significado de la figura del espejo como metáfora para el concepto de expresión, el espejo es la sustancia; el reflejo, la perspectiva; y reflejar es expresar. Si todo está vivo —todo está lleno de almas— entonces todo percibe, de manera que el universo está pleno de espejos que lo reflejan. Pero reflejar el universo no es otra cosa que reflejar todo aquello que lo compone en su conjunto, esto es, los infinitos espejos que en él existen. Así, los espejos se reflejan unos a otros, *como* multiplicándolo. El reflejo recíproco inter-espejos se da de modo tal que los reflejos se corresponden; en efecto, no sólo expresan las sustancias, sino que lo hacen acomodándose unas a otras, es decir, haciendo equivalentes los estados de la serie de la una a los estados de la serie de la otra. Pues todo reflejo exige lo reflejado, y si bien el reflejo no es una imagen indiscernible del original, hay una respectividad entre los rasgos del reflejo y de lo reflejado. En contemplación simultánea de los infinitos reflejos se tendrían las características totales de lo reflejado —todo el universo—, pero ninguno de los espejos puede por sí mismo reflejar el objeto desde todos sus posibles ángulos. Cada espejo —el alma— tiene sus límites —el cuerpo orgánico— y de serle posible transgredirlos dejaría de ser lo que es —una criatura—. El espejo puede sólo reflejar conforme a su configuración, siguiendo sus propias leyes; hay, además, una ley constante de relaciones que regula la correspondencia entre los estados de la serie de eventos del cuerpo con la de los eventos del alma, esto es, de los límites del espejo con su capacidad propia de reflejar. Así, todo reflejo es en cierto modo opaco. Pero dicha ley regula también las correspondencias entre lo que el conjunto de cuerpo y alma, o el espejo total, percibe del universo y el objeto percibido mismo. Los espejos viven, no son estáticos, y sus reflejos están en movimiento. El reflejo es, pues, el resultado de la acomodación recíproca de los estados de la serie constitutiva de un espejo al del otro conforme a un criterio que lo rige. Serialidad, reciprocidad, legalidad: el reflejo se hace funcional.

Si el reflejo funciona de manera expresiva entre sustancias, también entre el cuerpo y el alma existe una relación de expresión. Llama la atención que en la versión más conocida del *Système nouveau* no aparezca la metáfora del espejo para ilustrar el concepto de expresión. Sin embargo, la metáfora aparece en el primer boceto[318] del célebre escrito, redactado en 1695, de esta manera:

> Mais pour mieux entendre la nature de la substance, il faut sçavoir que la notion parfaite de chaque substance, quoyque indivisible, enveloppe l'infini et exprime tousjours tout son passé et tout son avenir, en sorte que Dieu ou celui qui la connoist exactement, y voit tout cela des à present. Cependant les dispositions presentes (quelques inclinantes qu'elles puissent estre) ne sont jamais necessitantes et n'ostent point la contingence de l'avenir. Cela va même encor bien plus avant, car chaque substance toute seule exprime en elle tout l'univers; c'est un parfait miroir, suivant son rapport ou point de veue, quoyque cette combinaison d'une infinité de choses en chacune empeche qu'il y en ait une connoissance distincte. Il en est de l'univers, comme de nostre corps, dont Hippocrate dit, que tout y conspire. Il arrive de cela, qu'une substance creée n'agit pas proprement sur l'autre, à la rigueur metaphysique, mais que tout vient du propre fonds de chacune, puisque chacune represente à part tout l'univers à sa maniere[319].

Si bien es en rigor metafísico que a cada sustancia le proviene todo desde su propio fondo, pues ella refleja el universo en su totalidad, la tesis de una naturaleza expresiva de la sustancia —por la que goza de una cierta espontaneidad e independencia, *como si sólo existieran Dios y ella*— irradia luz también sobre problemas de otras índoles. Un ejemplo claro de ello se encuentra en la física, que puede ofrecer explicaciones más acertadas a los fenómenos corporales si para ello se recurre a la dinámica. Con este ánimo pueden explicarse los choques entre cuerpos como el resultado de su propio dinamismo, de manera que el cuerpo que a simple vista sólo padece el choque de otro lo hace conforme a un cierto movimiento ya presente en él. Toda acción de los cuerpos tiene una contrapartida pasiva y, al contrario; de manera que hay una pasividad de la acción y actividad en la pasión.

Mas para que sea posible lo que denominamos comunicación entre sustancias o, por seguir el ejemplo del plano físico, que los cuerpos, en efecto, se choquen, es necesario que a este carácter independiente de la sustancia se contraponga un cierto carácter inter-dependiente con las demás sustancias. En efecto, tras exponer la naturaleza representativa de la sustancia presenta Leibniz lo que aquí denomina un *sistema de la correspondencia*, que en la versión publicada del *Nuevo sistema* llamará *hipótesis de los acuerdos*, pero en las aclaraciones sobre esta publicación le da el nombre que usará con mayor frecuencia en escritos posteriores, que es como mejor se lo

---

[318] Cf. GP IV, 471–477 (OFC 2, 231–237).
[319] GP IV, 475 (OFC 2, 236).

conoce en la literatura secundaria: *armonía preestablecida*. Como se hizo evidente en la sección dedicada a una primera aproximación al concepto de expresión, las ideas de ley de continuidad, expresión y armonía están estrechamente vinculadas y se siguen las unas de las otras sin importar el orden de su exposición. En este primer boceto del *Nuevo sistema* él "sistema de la correspondencia" es descrito así:

> Il est tres vray que tout se produit continuellement par la vertu de Dieu; mais lorsqu'on vient à expliquer les actions de creatures, on peut supposer une fois pour toutes que chaque substance a esté creée d'abord en sorte que tout luy arrive en suite en vertu de ses propres loix ou inclinations d'une maniere qui s'accorde parfaitement avec ce qui arrive en toutes les autres, tout comme si l'une transmettoit quelque chose sur l'autre dans les rencontres, de quoy il n'y a pourtant aucun besoin, ny même aucun moyen[320].

De esta manera, aunque todo conspira y, en virtud del principio de continuidad, no hay dos cuerpos que estén tan alejados como para que el uno no pueda dar cuenta del otro, en rigor metafísico la actividad de la sustancia es *reflejar* según su punto de vista todo lo que, por su naturaleza expresiva, está siempre representando. La *independencia* de los espejos que por sí mismos y desde sí mismos pueden comunicarse con todos los demás se hace *inter-dependencia* por el sistema de la correspondencia, que da el criterio mayor por el cual lo que ocurre en una sustancia conforme a sus propias leyes corresponde con lo que le ocurre a otra siguiendo también sus leyes propias. Recordando usos anteriores de la metáfora en escritos de Leibniz, así se *multiplica* la luz del universo: reflejándose en infinitos espejos puestos unos frente a otros.

La relación entre independencia e inter-dependencia se hace explícita en la versión publicada del *Nuevo sistema*[321], donde se explica la relación entre el alma y el cuerpo por la naturaleza representativa de la sustancia, que permite que todo le nazca de su propio fondo "[…] par une parfaite spontaneité à l'égard d'elle-même, et pourtant avec une parfaite conformité aux choses de dehors"[322]. En consecuencia, los sentimientos del alma no son otra cosa que *fenómenos consecuenciales sobre los seres exteriores*, a la manera de sueños bien regulados.

> Et c'est ce qui fait que chacune de ces substances, representant exactement tout l'univers à sa maniere et suivant un certain point de veue, et les perceptions ou expressions des choses externes arrivant à l'ame à point nommé, en vertu de ses propres loix, comme dans un monde à part, et comme s'il n'existoit rien que Dieu et elle (pour me servir de la maniere de

[320] GP IV, 476 (OFC 2, 236).
[321] Cf. GP IV, 477–487 (OFC 2, 239–249).
[322] GP IV, 484 (OFC 2, 246).

> parler d'une certaine personne d'une grande elevation d'esprit, dont la sainteté est celebrée), il y aura un parfait accord entre toutes ces substances[323].

Por este *acuerdo perfecto* entre sustancias el alma expresa con la claridad que permita su punto de vista, por una parte, su cuerpo; por otra, el universo entero. El alma expresa con mayor claridad su propio cuerpo, que constituye el punto de vista —límite— desde el que ella representa el universo. Así, lo que en ella ocurre conforme a sus propias leyes concuerda con los fenómenos corporales, sin llegar a influir en ellos. Más aún, la masa organizada en torno al alma de la que es punto de vista está dispuesta a actuar, según las leyes de la *máquina corporal*, conforme a los requerimientos del alma, sin que las leyes de la una interfieran con las de la otra: "[…] c'est ce rapport mutuel reglé par avance dans chaque substance de l'univers, qui produit ce que nous appellons leur communication, et qui fait uniquement l'union de l'ame et du corps"[324].

En virtud de la *hipótesis de los acuerdos* y por la acción de la expresión, hay entre sustancias una *relación mutua* o *correspondencia*, que no consiste en otra cosa que en hacer corresponder los términos de diferentes series. En efecto: "cette nature de l'ame estant representative de l'univers d'une maniere tres exacte (quoyque plus ou moins distincte), la suite des representations que l'ame se produit, répondra naturellement à la suite des changemens de l'univers même"[325], ocurriendo todo ello según un cierto orden o ley por la que puede decirse que unas representaciones equivalen a otras. Dicho de una manera que no nos resultará extraña: la *relación mutua* entre sustancias que ocurre en virtud de la hipótesis de los acuerdos —o armonía— consiste en una relación en dos direcciones —*correspondencia*— entre los términos de una serie y los términos de otra conforme a un criterio que permita la relación misma. Si hasta ahora se habían mostrado de manera aislada los elementos definitorios de la funcionalidad desnuda, ahora se hace explícita la definición misma de función, tal y como se obtuvo a partir de los escritos matemáticos de Leibniz, una vez desprovista de los elementos propios de la matemática. La relación entre lo expresado y lo que expresa es funcional y la armonía se hace un criterio para la función entre espejos.

Lo que en esta versión del *Nuevo sistema* se describe como una *relación mutua* será denominado en escritos posteriores explícitamente como una *mutua dependencia*. En efecto, Leibniz redacta algunas aclaraciones sobre su sistema de la correspondencia

---

[323] GP IV, 484 (OFC 2, 247)
[324] GP IV, 484–5 (OFC 2, 247).
[325] GP IV, 485 (OFC 2, 247–8).

a la luz de las objeciones y preguntas que plantean sus contemporáneos tras la publicación del célebre escrito. Particularmente, M. Foucher formula ciertas dudas frente a lo que llama una concomitancia entre las sustancias, pues supuesto que Dios hubiera puesto en perfecto acuerdo las sustancias en el momento de la creación, ¿qué ventaja trae un artificio así, sino para generar la impresión general de que hay un influjo entre sustancias aunque no ocurra?[326] Así, no puede ver Foucher en qué medida se distancia Leibniz del cartesianismo y, de no ser sólo por el artificio de la concomitancia, en qué aventaja su sistema al cartesiano. A tal objeción responde Leibniz:

> Ce grand artifice qui fait que chaque substance repond à toutes les autres, est necessaire parce que toutes ces substances sont l'effect d'une souveraine sagesse; et il n'estoit pas possible (au moins dans l'ordre naturel et sans miracles) d'obtenir autrement leur dependance, et les changemens des uns par les autres ou suivant les autres. Il demeure cependant vray que les unes agissent sur les autres, pourveu qu'on l'entende sainement; l'action entre substances creées ne consistant que dans cette dependance que les unes ont des autres en suite de la constitution originale, que Dieu leur a donnée[327].

De esta manera damos un paso más en la búsqueda de la funcionalidad en un campo expandido, esto es, en la metafísica. Si bien la formulación del *Nuevo sistema* se describe la expresión entre respectos como una *relación mutua* en la que se hacen corresponder los elementos de la serie de lo expresado con los de la serie de lo expresante, en estas aclaraciones se da un paso al describir dicha mutualidad como una cierta dependencia entre dos partes, a saber, entre sustancias. Al expresar a otra, la sustancia está haciéndose corresponder con la otra; los rasgos de la imagen reflejada en el espejo dependen del objeto que está siendo reflejado, pues cada punto del reflejo puede remitirse a un punto del objeto, visto desde cierta perspectiva. Pero el espejo que refleja está, a su vez, reflejándose en lo que él refleja. Se trata de una inter-reflexión, inter-correspondencia, inter-dependencia.

En la sección dedicada a hacer una primera aproximación al concepto de expresión[328] se recoge, a propósito de dicho concepto, la siguiente cita:

> Or cette Liaison ou cet accommodement de toutes les choses creées à chacune et de chacune à toutes les autres, fait que chaque substance simple a des rapports qui expriment toutes les autres, et qu'elle est par consequent un miroir vivant perpetuel de l'univers[329].

---

[326] Cf. GP IV, 489 (OFC 2, 253).
[327] GP IV, 492 (OFC 2, 257).
[328] Véase capítulo tercero, sección 3.1
[329] GP VI, 616 (OFC 2, 336, §56).

Si allí el interés recaía en indagar lo que Leibniz entiende por expresión, ahora se resaltará una expresión que aparece por primera vez en esta exposición dicha explícitamente por Leibniz: la sustancia simple es *un espejo vivo y perpetuo del universo*. Este conocido fragmento de la *Monadología* aparece tras una somera exposición de la teología leibniziana en su sistema y la relación de Dios con su creación. Cada sustancia es un espejo porque puede expresar al universo en su totalidad, si bien no puede expresar todo ello con claridad y distinción sino sólo aquello cuanto más próximo está a ella o es de mayor magnitud, utilizando un lenguaje físico; en rigor metafísico no podría hablarse de proximidad espacial o de magnitudes materiales. Antes bien, en rigor metafísico una mónada expresa con mayor claridad aquellas cosas que por su estrecha relación con ella se le muestran más claramente, o a las que dirige su atención, a diferencia de aquellas a las que en determinados momentos no atiende. Así, "ce n'est pas dans l'objet, mais dans la modification de la connoissance de l'objet, que les Monades sont bornées"[330].

La sustancia no sólo refleja sino que además *vive*. De manera que su naturaleza representativa o, siguiendo la metáfora, su capacidad reflectora no produce una única imagen de lo que puede captar del universo, sino que la imagen cambia, se transforma. En efecto, por su naturaleza representativa, la mónada tiende a representar el universo entero, esto es, se dirige al infinito, pero lo hace confusamente. De modo que si no fuera limitada y pudiera ver todo con claridad podría leer los acontecimientos futuros, presentes y pasados, pues conocería la ley de la serie que envuelve todos los elementos del universo. Pero, como se ha dicho ya, "une Ame ne peut lire en elle même que ce qui y est representé distinctement, elle ne sauroit developper tout d'un coup ses replis, car ils vont à l'infini"[331].

No sólo cada mónada expresa el universo desde su punto de vista, sino que tampoco su propio punto de vista es siempre el mismo, pues por su apetito la mónada no percibe estáticamente la misma percepción, sino que cambia de unas a otras. Lo que constituye el punto de vista de la mónada —visto desde otra perspectiva: lo que constituye su limitación— es el cuerpo que le es propio. Desde la teoría de la expresión, las mónadas constituyen cuerpos porque expresan con mayor claridad a unas que a otras; mientras que el cuerpo, en términos biológicos, *viva*, las mónadas están en una cierta relación con determinadas otras. Que la mónada dominante integre un cuerpo

---

[330] GP VI, 617 (OFC 2, 336, §60).
[331] GP VI, 617 (OFC 2, 337, §61).

quiere decir que ella expresa más claramente a las mónadas que “constituyen” su cuerpo de lo que cualquiera de ellas la expresa a ella misma. *Constituir* el cuerpo querría decir, entonces, estar en una cierta relación con otro grupo de mónadas. Y el reflejo vive.

Desde el punto de vista dinámico, el cuerpo puede sentir todo lo que pasa en el universo; hasta el más leve cambio le produce un cierto efecto, aunque la mayor parte de las veces no pueda apercibirse de ello. Desde el punto de vista metafísico, cada sustancia expresa el universo entero. Ello es posible puesto que todo está ligado, todo concuerda, todo está *acomodado*. Las mónadas expresan el universo entero y los cuerpos sienten todo lo que en él ocurre porque hay entre todas las sustancias un vínculo. Esto es, un *acomodamiento de todas las cosas creadas a cada sustancia y de cada sustancia a todas las demás*[332]. No sólo ocurre que cada mónada exprese al universo en su totalidad, más clara o confusamente según su grado de perfección, sino que todas las expresiones distintas de las mónadas concuerdan entre sí. No son expresiones incomunicadas, son expresiones *del mismo* universo.

Detrás de la idea de la conexión entre todas las sustancias y su posibilidad de reflejar el universo entero no se esconde el planteamiento de un influjo entre sustancias, contradictorio con la posición leibniziana que se ha manifestado con claridad desde escritos de décadas anteriores de que cada sustancia es *como un mundo aparte*. Antes bien, en rigor metafísico puede explicarse el fenómeno físico de la interacción entre cuerpos si se tiene en cuenta que: “La Creature est dite agir au dehors en tant qu’elle a de la perfection, et patir d’une autre en tant qu’elle est imparfaite. Ainsi l’on attribue l’Action à la Monade en tant qu’elle a des perceptions distinctes, et la Passion en tant qu’elle a de confuses”[333]. Ahora bien, también para lo que puede considerarse como *perfección* en las sustancias creadas deja Leibniz una advertencia: “une Creature est plus parfaite qu’une autre en ce qu’on trouve en elle ce qui sert à rendre raison a priori de ce qui se passe dans l’autre, et c’est par là qu’on dit, qu’elle agit sur l’autre”[334]. Si bien con estas ideas se puede dar cuenta en términos metafísicos de los fenómenos físicos, no son del todo satisfactorias para considerar la relación entre sustancias simples. Entre ellas hay un influjo sólo ideal y que sólo puede llegar a darse por intervención divina. Puesto que todos los posibles exigen existir, en las ideas de Dios se ponen en consideración todos los posibles y se escogen aquellos con los que se puede

[332] Cf. GP VI, 616 (OFC 2, 336, §56).
[333] GP VI, 615 (OFC 2, 337, §49).
[334] GP VI, 615 (OFC 2, 337, §50).

conformar el mejor mundo posible. De tal forma, la mónada *pide*, por decirlo así, que Él la llame a la existencia y, por ello, la ponga en relación con las demás criaturas cuando, en el comienzo de las cosas, regula el universo entero. "Car puisqu'une Monade creée ne sauroit avoir une influence physique sur l'interieur de l'autre, ce n'est que par ce moyen, que l'une peut avoir de la *dependance* de l'autre"[335]. Salta a la vista un elemento conocido: la dependencia mutua. Leibniz cierra su argumento de manera circular, pues si comenzó por explicar la interacción entre sustancias compuestas, dando cuenta metafísica de los fenómenos físicos, para pasar a explicar la interacción entre sustancias simples, centrándose en la metafísica, al final volverá a explicar la relación de acción y pasión, que ocurre entre sustancias tanto desde el punto de vista de la física como de la metafísica. Lo hace así:

> Et c'est par là, qu'entre les Creatures les Actions et Passions sont mutuelles. Car Dieu, comparant deux substances simples, trouve en chacune des raisons, qui l'obligent à y accommoder l'autre, et par consequent ce qui est actif à certains égards, est passif suivant un autre point de consideration: actif en tant, que ce qu'on connoist distinctement en luy, sert à rendre raison de ce qui se passe dans un autre, et passif en tant, que la raison de ce qui se passe en luy, se trouve dans ce qui se connoist distinctement dans un autre[336].

Como es imposible que una mónada influya dentro de otra, sólo puede comunicarse con otra –expresarla– a través de una cierta regla a la que Dios sometió todas las cosas en el momento de la creación. Por esta regla las acciones entre sustancias son mutuas y de lo que ocurre en una depende lo que ocurre en la otra; no sólo se relacionan las sustancias, sino que dependen entre sí, de manera que la acción es también una pasión. Y, a su vez, la independencia es también interdependencia, pues de la independencia de la sustancia, por la que ella es como un mundo aparte, se sigue una necesaria interdependencia. De lo contrario el mundo se fragmentaría y no sería posible que el espejo reflejara.

Reflejar algo es, pues, expresarlo, tener de eso una imagen, como ocurre en el espejo. La imagen del espejo no es exactamente la misma cosa que se refleja en él; sin embargo, guarda una relación tal con lo reflejado que la imagen le es *equivalente*. Siendo la relación de reflexión una metáfora para la relación expresiva, analizar las características de la reflexión especular podrán obtenerse los rasgos de la relación

---

[335] GP VI, 615 (OFC 2, 337, §51). Las cursivas son nuestras.
[336] GP VI, 615 (OFC 2, 337, §52).

expresiva, dentro de los cuales pueden verse, a su vez, los rasgos de la funcionalidad expandida. Dediquemos a ello el siguiente apartado.

3.3. Expresión y reflexión

Hay ciertas características transversales en la relación de reflexión que aparecen unas en otras y se enlazan unas con otras; es preciso, sin embargo, proceder con cuidado y apuntar a una *disección* de la relación de reflexión especular donde pueda verse su esencia con claridad. En la última parte de esta sección expondremos cómo en la determinación de las características precisas de la relación reflexiva salen a la luz los rasgos de la funcionalidad.

a. Reflejar es multiplicar

En la relación metafórica entre la expresión y el espejo que se ha explorado en la sección anterior salta a la vista el significado de *multiplicación* que puede haber en el reflejo. En numerosos escritos filosóficos se utiliza la metáfora para ilustrar la idea de la representación como multiplicación de lo percibido en los observadores; a manera de ejemplo, en todas las versiones del *Elementa juris naturalis*[337] donde aparece la metáfora —segunda[338], cuarta[339] y sexta versión[340]— se la utiliza para ilustrar la idea de la multiplicación de la luz divina en las criaturas. Si bien en los escritos de madurez la idea de la multiplicación estará marcada principalmente por el rasgo de la perspectiva, en los primeros escritos donde aparece la metáfora se hace referencia a una multiplicación en el sentido de una repetición, sin que se entre en el problema de si en una repetición tal hay, o no, limitaciones en la percepción. Así, en los escritos de los últimos años de la década de 1660 y la primera mitad de la década de 1670 hay dos características vinculadas a la idea de reflejo como multiplicación: la repetición de la cosa en la percepción que de ella tienen las criaturas; y la multiplicación de lo percibido tantas veces cuantos observadores haya. Más aún, teniendo en cuenta que el principal contexto en el que aparece la metáfora del espejo en los escritos filosóficos de Leibniz en el periodo de 1668–1675 es relativo a la relación de Dios con las criaturas, es de

---

[337] Cf. AA VI, 1, n. 12_2, 433ss.
[338] AA VI, 1, 438.
[339] AA VI, 1, 464.
[340] AA VI, 1, 482.

resaltar que la multiplicación de la luz divina que ocurre en los espejos implica tanto una comunicación entre los espejos-sustancias como un acrecentamiento de la luz divina misma directamente proporcional a la cantidad de espejos que la reflejen.

En este sentido, el reflejo como multiplicación es una metáfora para la re-presentación en cuanto poner de nuevo. Sin embargo, para un filósofo que incluye el principio de la identidad de los indiscernibles dentro de sus principios fundamentales no cabe considerar la posibilidad de una representación como multiplicación de una misma cosa de tal manera que las copias de ella fueran todas idénticas. Antes bien, la idea de multiplicación como representación de lo mismo debe hacerse compatible con la de perspectiva, por la cual una misma cosa se muestra de tantas maneras posibles cuantos observadores de ella haya. Así entendida no sería la multiplicación una repetición o una sucesiva duplicación, sino que cada ejemplar resultante o, siguiendo la metáfora, cada reflejo mostraría la cosa desde un ángulo distinto, como si una misma cosa no se mostrara nunca como la misma.

Estas ideas están expuestas en el noveno fragmento del *Discurso de metafísica*, que será paradigmático en la presente exposición de las características de la reflexión:

> De plus toute substance est comme un monde entier et comme un miroir de Dieu ou bien de tout l'univers, qu'elle exprime chacune à sa façon, à peu pres comme une même ville est diversement representeé selon les differentes situations de celuy qui la regarde. Ainsi l'univers est en quelque façon multiplié autant de fois, qu'il y a de substances, et la gloire de Dieu est redoubleé de même par autant de representations toutes differentes de son ouvrage. […] et comme toutes les autres substances expriment cellecy à leur tour et s'y accommodent, on peut dire qu'elle étend sa puissance sur toutes les autres à l'imitation de la toute puissance du Createur[341].

En esta cita resulta de gran utilidad para nuestra exposición la manera en la que Leibniz une la primera oración a la segunda: el conector *así* indica que lo segundo ocurre de la manera que lo primero describe. Es decir: *parece* —Leibniz dice: "de alguna manera"— que el mundo se multiplica tantas veces cuantas sustancias existen. La multiplicación del universo ocurre por los diversos puntos de vista que de él resultan al considerar la representación que cada sustancia individual hace de él. En efecto, la sustancia expresa a su manera, lo que quiere decir, desde su punto de vista y en la medida en la que lo hace consiste en un espejo de Dios o de todo el universo. Así,

---

[341] AA VI, 4, 1542 (OFC 2, 170, §9).

reflejar es representar desde el propio punto de vista, de tal suerte que el todo se *multiplica*.

A estas consideraciones hace falta agregar un último paso, que está recogido en la cita del *Discurso de metafísica*. Cada espejo es una sustancia que refleja el universo desde su perspectiva. Desde el punto de vista de las sustancias, por las infinitas perspectivas puede parecer que, retomando el ejemplo de Leibniz, una misma ciudad no es la misma; la multiplicación del universo es, en este sentido, una diversificación del mismo —un aspecto que se retomará en la sección sobre el reflejo como distorsión—, pudiendo conducir a una falsa impresión de que no hay un único universo sino muchos. Ahora bien, desde el punto de vista de la totalidad pueden apreciarse dos aspectos de la reflexión: *a)* la multiplicación del universo es aparente pero redunda en aumento de la gloria divina; *b)* hay una acomodación inter-especular. Este elemento constituye una constante en las apariciones de la metáfora del espejo en los escritos filosóficos de Leibniz; ya en la cuarta versión de *Elementa juris naturalis* la multiplicación de la luz divina aparecía enlazada con la descripción de infinitos espejos puestos unos frente a otros:

> Pulchra expetimus quia jucunda sunt, pulchrum enim definio cuius contemplatio jucunda est. Duplicatur autem jucunditas reflexione, quoties contemplamur pulchritudinem ipsi nostram, quod fit conscientia tacita virtutis nostrae. Sed quemadmodum duplex in visu refractio contingere potest, altera in lente oculi, altera in lente tubi, quarum haec illam auget, ita duplex in cogitando reflexio est, cum enim omnis mens habeat speculi instar, alterum erit in mente nostra, alterum in aliena, et si plura sint specula, id est plures mentes bonorum nostrorum agnitrices, major lux erit, miscentibus speculis non tantum in oculo lucem, sed et *inter se*, splendor collectus gloriam facit. Par est in mente ratio deformitatis, etsi alias tenebrae nulla speculorum reflexione augentatur[342].

El necesario acomodamiento de las sustancias entre sí es un elemento que se mantendrá en los escritos de madurez de Leibniz. Es una exigencia desde un punto de vista absoluto para evitar la disolución del mundo en la aparente multiplicación resultante de las infinitas perspectivas. Infinitos espejos poliangulares puestos unos frente a otros aumentan la luz total por la comunicación del reflejo de unos espejos a otros, a la manera como en la galería de espejos de los grandes palacios —el de Versailles es paradigmático— lograban aumentar la grandeza y belleza de los salones al multiplicar aparentemente las cosas que en ellos se reflejan. Pero los espejos

[342] AA VI, 1, 464.

leibnizianos tienden a reflejar el universo entero. Si bien por sí mismos son capaces de reflejar *como en un mundo aparte*, sus reflejos provienen también de un efecto de reflexión a partir de lo que los demás reflejan. El reflejo recíproco inter-especular se da de modo tal que los reflejos se corresponden puesto que al expresar las sustancias hacen equivalentes los estados de la serie de la una a los estados de la serie de la otra, esto es, en la expresión hay una respectividad entre los rasgos del reflejo y de lo reflejado. Así, la *independencia* de —usando el léxico de madurez— las mónadas que por sí mismas y desde sí mismas pueden comunicarse con todas los demás se hace *inter-dependencia* por el sistema armónico de la correspondencia que regula su posicionamiento en la configuración del universo.

b. Reflejar es diversificar

La imagen del espejo como superficie reflectora podría conducir a la falsa idea de que el reflejo de la cosa frente a él es idéntico a la cosa misma y, de este lado de la metáfora, que también sería idéntico a la cosa el conocimiento de ella. Antes bien, Leibniz da suficientes pistas para deducir que reflejar es oscurecer, esto es, ver *como a través de un velo*. Hay afirmaciones explícitas de esta idea en escritos como *Conspectus libelli elementorum physicae* (1678), donde aparece la idea de que los espejos del universo se dirigen, *aunque confusamente*, al universo en su totalidad[343]. Es la idea que se mantiene invariable en escritos de épocas posteriores, siendo una de las citas más conocidas para esta idea, de nuevo, el fragmento noveno del *Discurso*:

> Ainsi l’univers est en quelque façon multiplié autant de fois, qu’il y a de substances, et la gloire de Dieu est redoubleé de même par autant de representations toutes differentes de son ouvrage. On peut même dire que toute substance porte en quelque façon le caractere de la sagesse infinie et de la toute puissance de Dieu, et l’imite autant qu’elle en est susceptible. Car elle exprime quoyque confusement tout ce qui arrive dans l’univers, passé, present ou avenir, ce qui a quelque ressemblance à une perception ou connoissance infinie […][344].

En la sección anterior se resaltó de la primera oración del fragmento citado el carácter de la multiplicación que ocurre con la reflexión. Ahora salta a la vista un elemento que antes había sido sólo mencionado: el hecho de que las tantas multiplicaciones del universo sean todas ellas diferentes, diferencia resultante del punto

---

[343] Dirá Leibniz: “Tot sunt specula universi quot mentes; omnis enim mens totum universum percipit, sed confuse”, en AA, VI, 4, 1989.
[344] AA VI, 4, 1542 (OFC 2, 170, §9).

de vista exclusivo que tiene cada sustancia. En el fragmento se da un paso más para caracterizar la diferencia entre las representaciones al enunciar que las sustancias creadas imitan la sabiduría y omnipotencia de Dios en el acto de representación, pero sólo pueden imitarlo en la medida en la que son *capaces* de ello. Así, con la diferencia en la representación se introduce una limitación en la capacidad representativa de la sustancia creada. De ahí que, si bien tiende a la representación del universo entero, pueda hacerlo sólo confusamente: hay una opacidad inherente a todo espejo creado.

Dado que en los primeros fragmentos en los que Leibniz utiliza la imagen del espejo aparece la idea de la duplicación o multiplicación que ocurre con el espejo sin hablar de cierta diversificación, puede decirse que por lo menos antes de 1676 Leibniz no enfatiza la idea del reflejo como una distorsión. En efecto, en los textos de años anteriores se habla de una multiplicación de la luz, incluso, de un aumento de la luz directamente proporcional a la cantidad de espejos que haya reflejándola. Si bien en la idea de multiplicación se encierra la del aumento de lo que hay, el aumento no significa necesariamente una diversidad. 1676 es el año en el que Leibniz redacta *De arcanis sublimium vel de suma rerum*[345], un texto donde queda claro que la multiplicación implica, además, una diversificación de las cosas. No cabe preguntarse, pues, si la multiplicación es una mera repetición, ya que con ella se obtiene la variedad de lo que hay.

Lo que se esconde en esta oposición entre repetición y variedad es que en cada espejo hay un conjunto preciso de aspectos de lo reflejado que no se encuentra como tal en los demás ejemplares; de ahí se sigue que no hay un solo ejemplar que contenga la totalidad de aspectos de la cosa reflejada. Así, hay en el reflejo un doble carácter de claridad y oscuridad. Por una parte, hay una claridad en la medida en la que el reflejo muestra aspectos exactamente correspondientes con —equivalentes a— la cosa reflejada, o bien en la medida en la que el reflejo muestra algún rasgo de la misma que no se contiene en los demás reflejos de ella. Por otra parte, puesto que los espejos no reflejan todos los aspectos de la cosa reflejada, entonces cada uno de ellos carece de por lo menos un aspecto de lo reflejado; esa carencia implica un oscurecimiento en el reflejo, esto es, una distorsión en el conocimiento de algo. En efecto, obtener una imagen perfecta de lo que se refleja en el espejo exigiría un espejo capaz de reflejar de manera simultánea todos los aspectos de lo reflejado en su darse efectivo presente,

[345] Cf. AA VI, 3, 475ss. (OFC 2, 74ss.).

pasado y futuro, esto es, la contemplación simultánea de los infinitos reflejos del universo. Tal sería un espejo infinitangular; un espejo perfecto —divino—.

Sin embargo, esta es una experiencia imposible para las mónadas, pues cada espejo —el alma— tiene sus límites —el cuerpo orgánico— y de serle posible transgredirlos dejaría de ser lo que es —una criatura—. Porque tiene un cuerpo asociado a ella o agregado en torno a ella la mónada tiene un punto de vista único del universo, un hecho que puede leerse de dos maneras: por una parte, la perspectiva es una limitación en la percepción del universo entero; por la otra, es lo que constituye la individualidad e irrepetibilidad de cada mónada. Ahora bien, no sólo la corporalidad consituye un punto de vista específico de la mónada, sino que éste está también condicionado por el grado de perfección que ella tenga dentro de la escala monádica[346]. De esta manera:

> Imo *omnes substantiae singulares creatae sunt diversae expresiones ejusdem universi*, ejusdemque causae universalis, nempe Dei; sed variant perfectione expressionis ut ejusdem oppidi diversae repraesentationes vel scenographiae ex diversis punctis visus[347].

Mas aún: "ce n'est pas dans l'objet, mais dans la modification de la connoissance de l'objet, que les Monades sont bornées. Elles vont toutes confusement à l'infini, au tout, mais elles sont limitées et distinguées par les degrés des perceptions distinctes"[348]. Así, las propiedades de cada mónada que limitan la percepción son el cuerpo, el punto de vista y el grado de su perfección. El espejo solo puede, entonces, reflejar conforme a su configuración, esto es, siguiendo sus propias leyes, por las que puede darse la sucesión de eventos que constituyen la serie del individuo mismo. Hay, pues, una triple legalidad rectora: las leyes que rigen el cuerpo, las que rigen el alma, y la ley constante de relaciones que regula la correspondencia entre los estados de la serie de eventos del cuerpo con la de los eventos del alma, esto es, la ley por la que entran en balance los límites del espejo con su capacidad propia de reflejar. Ahora bien: en comparación con la cosa que se refleja en el espejo no sólo es limitado el reflejo por la cantidad de aspectos que puede captar de la cosa sino por la calidad de los mismos. Es decir, aún contemplando el objeto desde un mismo ángulo dos espejos pueden reflejarlo con mayor o menor exactitud, como es el caso de los espejos curvos que distorsionan las proporciones de las cosas o la aparente relación de unos objetos con otros al hacerlos

---

[346] Cf. GP VI, 609–611, §18–29 (OFC 2, 330–2).
[347] COUTURAT 520 (OLASO 394, 395).
[348] GP VI, 617 (OFC 2, 336, §60).

más distantes —si es un espejo cóncavo— o más próximos —si es convexo—. También podemos imaginarnos espejos que no estén tan perfectamente pulidos o que hayan sido construidos con técnicas que no son las mejores, de manera que el reflejo resulta muy opaco o borroso. De cualquier modo, en todos los casos puede establecerse una correspondencia exacta entre el reflejo —sea más o menos adecuado— y el objeto frente al espejo, pues toda expresión consiste más que en la semejanza de un respecto con otro en la existencia de un criterio por el que pueda hacerse *análogo* un respecto a otro.

La última afirmación exige un examen más detallado. En la sección dedicada a la primera aproximación al concepto de expresión se abstrajeron los rasgos definitorios del concepto, atendiendo a su evolución o enriquecimiento de la noción con el paso del tiempo. Se llegó así a una definición de la expresión como un tipo de relación constante y que se atiene a cierta ley que media entre dos partes relativas. Sin embargo, hay un rasgo que se mantiene insinuado tanto en los escritos de juventud como de madurez de Leibniz sin que haya sido suficientemente esclarecido: la relación de expresión no es necesariamente de semejanza. Pues bien, la pregunta por qué tipo de relación es la que hace posible que un término exprese a otro en la expresión apunta a desvelar en qué consiste la expresión misma. Retomando el escrito *Quid sit idea*, justo después de dar los ejemplos afirma Leibniz: "patet non esse necessarium ut id quod exprimit simile sit rei expressae, modo habitudinum quaedam analogia servetur"[349]. Así, queda explícitamente dicho que el tipo de relación que media entre los términos de la expresión no es la de la semejanza o similitud; en otras palabras, no es preciso que los términos sean semejantes entre sí, *siempre que medie entre ellos algo con lo que pueda hacerse una analogía*[350].

¿Qué se esconde tras la necesidad de marcar una diferencia entre similitud y analogía? La relación de expresión es constante, atenida a leyes, y analógica. La analogía abre el campo de lo posible para lo expresivo, pudiéndose entablar una relación expresiva entre elementos totalmente heterogéneos. Por el contrario, una relación de semejanza restringe el ámbito de relaciones a los elementos que tienen, por lo menos en apariencia, algo en común, rasgos por los que se asemejan a los otros, por los que se muestran parecidos a otros. Pero la realidad es mucho más amplia que las conexiones de parecido o semejanza entre elementos. Si la expresión es la relación fundamental entre

[349] AA VI, 4B, 1371.
[350] Cf. OLASO 209.

sustancias ha de ser lo suficientemente amplia como para ser posible, como para poder poner en relación conjuntos de elementos totalmente distintos entre sí. Soto Bruna[351] señala, además de lo anterior, que con la distancia entre analogía y semejanza Leibniz sale al paso del panteísmo; se distancia radicalmente de la univocidad de la sustancia de Spinoza y abre la posibilidad para la existencia de infinitas sustancias, antes que infinitos modos de una misma sustancia.

El término *analogía*, unido a esta ampliación del campo de relaciones que él trae y a la posibilidad de conexión entre elementos totalmente heterogéneos, puede generar la falsa impresión de tratarse de una arbitrariedad en el corazón de uno de los principales conceptos de la metafísica leibniziana. Lejos de significar una relación arbitraria entre dos cosas, el tipo de analogía en el que puede consistir la relación expresiva es la de proporción, por la que puede haber una *equivalencia exacta* entre dos partes de una igualdad. Como afirma en el *Discurso de metafísica*: "quoyque tous expriment les mêmes phenomenes, ce n'est pas pour cela que leur expressions soyent parfaitement semblables, mais il suffit qu'elles soyent proportionelles […]"[352]. Sobre el significado de la analogía aclara Orio de Miguel:

> En términos generales, la analogía, la que tradicionalmente suele llamarse de proporcionalidad, es para Leibniz la correspondencia entre las propiedades observables de dos o más sistemas distintos bajo alguna semejanza formal o estructural entre ellos. Pero tal correspondencia […] ha de ser universal, transversal[353].

Dicho esto, ¿qué quiere decir que elementos totalmente heterogéneos sean proporcionales o se hagan proporcionales en la relación de expresión? En un escrito de madurez (1708) Leibniz da pistas para resolver esta pregunta acudiendo, justamente, a la metáfora de la mónada como espejo viviente del universo:

> Non autem putandum est, cum speculum dico, me concipere quasi res externae in organis et in ipsa anima semper depingatur. Sufficit enim ad expressionem unius in alio, ut constans quaedam sit lex relationum, qua singula in uno ad singula resindentiain alio referri possint. Uti circulus per ellipsin seu curvam ovalem repraesentari potest in perspectiva projectione, imo per hyperbolam etsi dissimillimam, ac ne quidem in se redentem, quia cuilibet puncto hyperbolae respondens eadem constante lege punctum circuli hyperbolam projicientis assignari potest[354].

---

[351] María de Jesús Soto Bruna, *La recomposición del espejo. Análisis histórico-filosófico de la idea de expresión*, Eunsa, Pamplona, 1995, p. 268ss.
[352] AA VI, 4, 1550 (OFC 2, 176, §14).
[353] Bernardino Orio de Miguel, *Leibniz. Crítica de la razón simbólica*, Comares, Granada, 2011, p. 125.
[354] COUTURAT 15 (OFC 8, 552; §11).

Siguiendo la metáfora, reflejar no es copiar. Antes bien, todo reflejo se ciñe a un criterio por el que la imagen proyectada en el espejo puede equivaler a la cosa puesta frente a él y que se refleja en él, aunque la naturaleza del reflejo y la del objeto sean radicalmente distintas. En el ejemplo geométrico, la hipérbole es una expresión del círculo. Aunque en apariencia se trate de figuras distintas, la imagen resultante —la hipérbole— *corresponde* a la primera —la del círculo—, basta con conocer la ley o el criterio por la que a cada punto de la hipérbole puede asignársele un punto del círculo para comprobarlo. Parafraseando la cita anterior: un criterio tal es una ley constante de relaciones por la cual los elementos singulares —que forman parte de una serie de elementos que, vista en su totalidad, describen enteramente el objeto— del uno pueden referirse o asignarse recíprocamente a los del otro, esto es, una ley para la correspondencia de los elementos singulares entre dos partes. Los rasgos son, pues, la serialidad, reciprocidad y legalidad: la relación es funcional[355].

De la identificación del reflejo con un oscurecimiento, distorsión o diversificación de las cosas cabe resaltar los siguientes aspectos:

a) es un rasgo consecuente de la consideración del reflejo como una metáfora para el conocimiento *humano*. Si se toma la imagen del espejo para ilustrar el tipo de conocimiento perfecto o divino[356] el oscurecimiento no es necesario; efectivamente, si se considera que el espejo puede ser una imagen del conocimiento divino debería considerarse tal como un espejo infinitangular, capaz de reflejar simultáneamente y con absoluta claridad el universo en su totalidad. De esta manera, en un espejo tal no sólo no habría carencia cuantitativa en el reflejo resultante —tanto de la cantidad de objetos del universo reflejados como en la cantidad de rasgos constitutivos

[355] Cabe retomar en una investigación posterior la pregunta por lo que quiera decir *analogía* en Leibniz. Pues con la interpretación de la analogía como proporcionalidad y de la expresión como analógica se reduce el carácter de la relación expresiva al de una proporcionalidad entre términos heterogéneos. Hay en la relación expresiva, sin embargo, una potencia suficiente como para darse en el horizonte ontológico en el que se dan las relaciones sustanciales. En este orden de ideas podríamos recoger la sospecha de Orio de Miguel de que con la analogía (que, además, entabla una relación circular con la expresión misma) y el símbolo, la expresión tiene un carácter extra-lingüístico que puede provenirle a Leibniz de sus fuentes neoplatónicas. Orio ofrece una lectura posible de lo que pueda significar una relación analógica más amplia que las relaciones lingüísticas en Bernardino Orio de Miguel, "La nature nous monstre visiblement quelqes echantillons, selon sa costume, pour nos aider a deviner ce qu'elle cache (Leibniz a Lady Masham, mayo 1704. GP III, 340)", en Q. Racionero – C. Roldán (eds.), *G. W. Leibniz. Analogía y expresión*, Editorial Complutense, Madrid, 1994; pp. 331–342. Ver también Orio de Miguel, *Leibniz. Crítica de la razón simbólica…*, pp. 125–127.

[356] Cf. AA VI, 4, 1374 (ANDREU II, 107).

de cada uno de los objetos—, sino que tampoco habría carencia cualitativa —pues todo en él se reflejaría de la mejor manera posible—.

b) También desde el punto de vista humano: la mónada tiende a reflejar el universo entero aunque no pueda. Por eso la mónada es un espejo del universo *entero* aunque no pueda de hecho reflejar todos los aspectos simultáneamente ni con total claridad.

c) *Claridad y oscuridad*. Puesto que todo reflejo es *en cierta forma* oscuro, es también en cierta forma claro. No puede haber un reflejo sin luz, donde haya total oscuridad. Del otro lado de la metáfora: es posible para la mónada tener conocimientos ciertos sobre el mundo aunque su conocimiento no sea —ni pueda ser— totalmente adecuado. No puede haber un reflejo totalmente oscuro, pues la luz es necesaria para que haya reflejo; de la misma manera, no puede haber un conocimiento totalmente despegado de la verdad de la cosa, por mínima que sea esta verdad;

d) *acomodación recíproca de los espejos*. Lo que hay de verdadero en el reflejo depende, justamente, de la reflexión inter-especular por la cual —desde un punto de vista absoluto— los reflejos se hacen congruentes. De este lado de la metáfora: hablamos del carácter inter-expresivo de las mónadas;

e) en el proceso de reflexión el reflejo no puede ser *igual* a lo reflejado, aunque *equivalga* exactamente a él;

f) la expresión no es una relación de semejanza: el reflejo es análogo a lo reflejado.

c. Reflejar es re-presentar

En la idea del reflejo se incluye una acepción más: la de la representación en el sentido de poner frente a sí. Puede que la puesta frente a sí esté relacionada con la idea de la multiplicación, en el sentido en el que lo que se pone de frente es una duplicación de lo que se recibe. Así entendida y viendo la metáfora desde el lado de la expresión, el reflejo como representación significaría la variedad y multitud de puntos de vista de conocimiento, un resultado que se vincula tanto con el aspecto de la diversificación y distorsión como con el de la multiplicación, ambos presentados en las secciones anteriores. Sin embargo, hay algo en la re-presentación que escapa a dichas características de la reflexión y es la distancia objetiva —objetivadora— que envuelve todo poner frente a sí. En efecto, para obtener el reflejo de un objeto en un espejo es menester que el objeto esté, justamente, puesto *frente* al espejo, diferenciándose a sí mismo del espejo que refleja un ángulo de él. Cabe resaltar en qué medida este aspecto no es una repetición de los anteriores: mientras que en la acepción del reflejo como multiplicación o distorsión se está siguiendo la idea de que la mónada es un espejo viviente y en ella se refleja el universo entero, aquí se considera el espejo como interpuesto entre el mundo y la mónada; esta manera de conocimiento es, por ejemplo, aquella por la que podemos acercarnos al conocimiento de Dios, de igual modo como "[…] et quemadmodum solem non recta sed aut in aqua aut per vitrum coloratum intuemur"[357].

Esta puesta-al-frente de los objetos al conocerlos —al representarlos— toma un giro paradójico al considerar que todo conocimiento no es más que el despliegue de los contenidos propios de las mónadas: "*Omnis substantia singularis in perfecta notione sua involvit totum universum, omniaque in eo existentia praeterita praesentia et futura*"[358]. Hay, pues, un doble carácter en la representación por el cual conocer un objeto es ponerlo frente a sí —y, con ello, hacerlo ob-jeto—, pero conocerlo es, a la vez, volver a sí mismo y desplegar un contenido interno específico. En este giro interno con el cual el conocimiento del mundo externo no es otra cosa que un despliegue de los predicados del sujeto cognoscente, no se pone en duda, según Leibniz, la interrelación entre sustancias o la existencia misma de algo distinto de la mónada que conoce. La razón para ello es que hay una acomodación perfecta de las sustancias entre sí por la cual los conocimientos internos de unas *se corresponden* con los de las otras por el procedimiento de la expresión, que se regula por el criterio máximo inter-substancial introducido por Dios en el momento mismo de la creación: la armonía preestablecida.

> Ce grand artifice qui fait que chaque substance repond à toutes les autres, est necessaire parce que toutes ces substances sont l'effect d'une souveraine sagesse; et il n'estoit pas possible (au moins dans l'ordre naturel et sans miracles) d'obtenir autrement leur dependance, et les changemens des uns par les autres ou suivant les autres. Il demeure cependant vray que les unes agissent sur les autres, pourveu qu'on l'entende sainement; l'action entre substances creées ne consistant que dans cette dependance que les unes ont des autres en suite de la constitution originale, que Dieu leur a donnée[359].

---

[357] AA VI, 4, 2213 (OLASO 244; GRUA 18).
[358] COUTURAT 520 (OLASO 394, 395).
[359] GP IV, 492 (OFC 2, 257).

Así, en la acepción del reflejo como re-presentación entran las ideas de la noción completa y la armonía preestablecida como elementos cruciales para explicar la expresión y garantizar su eficacia. Esta tensión entre la distancia con el objeto que trae la re-presentación, y el despliegue interno del conocimiento del objeto que se explica con la noción completa, exige un criterio de correspondencia, que en el caso del universo entero es la armonía preestablecida. Ahora bien, no hay nada que a la mónada no le provenga *de su propio fondo y según sus propias leyes*[360]. Pero cada tipo de re-presentación exigirá un tipo de criterio adecuado a ella que le sirva de garante y condición de posibilidad, "[…] sufficit enim ad expressionem unius in alio, ut constans quaedam sit lex relationum, qua singula in uno ad singula respondentia in alio referri possint"[361]. De esta manera saltan a la vista los tres elementos de la funcionalidad desnuda en la consideración del reflejo como re-presentación: la acomodación de los respectos entre la serie de los elementos constitutivos o predicados del objeto que el espejo o mónada pone frente a sí; y los respectos de la serie de los predicados de la noción completa del espejo o mónada que despliega al reflejar o conocer dicho objeto exige un criterio para la correspondencia mutua, esto es, una ley por la que la correspondencia misma es posible.

d. La vitalidad

La caracterización del espejo como viviente se vincula profundamente con la idea de punto de vista. Como se ha mostrado anteriormente, el aspecto del punto de vista tiene que ver, por una parte, con la consideración del reflejo como oscurecimiento en cuanto constituye un sesgo del conocimiento; por la otra con la idea de la multiplicación del universo, en la medida en la que cada espejo puede compararse con cada mónada que conoce el mundo en el acto de reflexión. Pero hay un tercer aspecto que se encierra en la idea de *perspectiva* y que no se incluye en los anteriores: la idea de que cada espejo es viviente y, de este lado de la metáfora, cada individuo cognoscente —o mónada— es único —única—. Con el rasgo de la vida como característica definitoria del espejo, metáfora para mostrar la actividad monádica en rigor metafísico, la idea de vitalidad no es sólo un elemento de la ontología leibniziana sino que se

[360] Cf. AA II, 2, 259, 260, nota 131 (OFC 14, 140).
[361] COUTURAT 15 (OFC 8, 552–3).

encuentra en el centro mismo de dicha ontología[362]. Que un espejo sea viviente quiere decir que, por una parte, el reflejo no es estático, sino que cada reflejo es el resultado de la percepción de la mónada en un instante preciso; por otra parte, si el espejo constituye en cuanto tal un punto de vista del universo y está en movimiento, entonces no sólo tiene *un* punto de vista sino muchos.

> Et comme une même ville regardée de differens côtés paroist toute autre et est comme multipliée perspectivement, il arrive de même, que par la multitude infinie des substances simples, il y a comme autant de differens univers, qui ne sont pourtant que les perspectives d'un seul selon les differens points de veue de chaque Monade[363].

Ahora bien, que el espejo constituya un punto de vista viviente puede interpretarse, de este lado de la metáfora, bien como aquello que más propiamente le brinda el punto de vista a la mónada, esto es, su corporalidad; o bien como aquello que da esencia y un grado de realidad al cuerpo, esto es, la mónada dominante misma. En ambos casos hay una relación con la perspectiva que puede explicar en qué sentido es posible para un espejo la vida.

Con respecto a la primera interpretación hay que señalar que, en rigor metafísico y desde la teoría de la expresión, las mónadas constituyen cuerpos porque expresan con mayor claridad a unas que a otras. Que la mónada dominante integre un cuerpo quiere decir que ella expresa más claramente a las mónadas que "constituyen" su cuerpo de lo que cualquiera de ellas la expresa a ella misma. *Constituir* el cuerpo querría decir, entonces, estar en una cierta relación con otro grupo de mónadas; lo que en el ámbito de la física reconocemos como un cuerpo en movimiento, actuando y padeciendo, no es entonces en el ámbito de la metafísica otra cosa que la inter-expresión monádica por la cual cada mónada puede representarse el universo entero y puede decirse que una actúe sobre otra. Mientras que el cuerpo, en términos biológicos, *viva*, en términos metafísicos están las mónadas en una cierta relación con determinadas otras, una relación precisa que condiciona la manera en que la mónada (dominante) puede apercibirse del universo —en la medida que percibirá con mayor claridad los predicados de aquellas mónadas que están en esta relación precisa con ella— y, así, tiene un punto de vista único.

En cuanto a la segunda interpretación de lo que sea un punto de vista viviente, cabe recordar que cada mónada tiende a expresar el universo entero desde su punto de

---

[362] Cf. Juan A. Nicolás, "Dimensión vitalista de la ontología leibniziana", en J. A. Nicolás — S. Toledo (eds.), *Leibniz y las ciencias empíricas. Leibniz and the empirical sciences*, Comares, Granada, 2011; pp. 71–91.
[363] GP VI, 616, §57 (OFC 2, 336).

vista, aunque logre sólo expresar algunos de sus contenidos. La mónada *tiende* porque tiene como cualidad el apetito, que es un impulso o tendencia a representar. Por el apetito la mónada no percibe estáticamente la misma percepción, sino que pasa gradualmente de unas a otras. De esta manera, su punto de vista no es exactamente siempre el mismo, pues el objeto de su percepción cambia constantemente. Es, pues, un pensamiento en movimiento, un flujo de percepciones:

> Es geht uns ja nicht um die Darstellung einer Ideengeschichte, wobei man unter Ideen die Einfälle der Denker verstehen müßte, sondern um die Konsequenz einer Denkbewegung, in der sich der Gedanke aus seiner inneren Fülle und Notwendigkeit heraus entfaltet und die Entwicklung eine Geschichte des Denkens, und nicht eine Geschichte der Denker ist[364].

En la intra-expresión monádica, donde ella, desde su finitud, tiende al infinito, se evidencia la relación entre el uno y el todo que ocurre en el despliegue de los contenidos de cada mónada. Se emparejan así lo finito y lo infinito, lo uno y lo múltiple, en el movimiento de percepciones que constituye la *vida* de cada mónada; en su interior se repliega el universo.

> Ainsi la monade est un «mirroir vivant de l'univers», parce qu'elle contient en réalité en elle la totalité des relations que l'intelligence divine lui fait entretenir avec les autres monades, dans la plénitude de son omniscience. Si l'expression est *isomorphe*, elle l'est ici, au coeur de la monade comme miroir de l'univers, comme l'élément infinitésimal qui contient l'univers tout entier, dans des replis qui ne sont jamais les mêmes d'une substance à l'autre et dans une activité constante de dépliement et de reoliement, liée à celles des autres et pourtant toujours distincte d'elles[365].

Así, en el punto de vista tomado como cierta perspectiva del universo, esto es, como una cierta imagen del universo, cabe distinguir, por una parte, los contenidos del universo que en él se incluyen; por otra parte, la manera como esos contenidos están representados, su grado de claridad y adecuación, los rasgos que sobresalen y los que se hacen opacos en cada punto de vista. En cuanto el espejo representa una sustancia corpórea, esto es, una mónada dominante acompañada de la masa que en torno a ella agrega, el punto de vista está limitado a una manera particular y única de percibir el universo; en cuanto que el espejo representa la mónada dominante en sí —la sustancia actuando— entonces el punto de vista se entiende como un ángulo preciso del universo en el que se perciben ciertos elementos suyos. La mónada trae ante sí al mundo y a ella

---

[364] Rombach, *Substanz System Struktur…*, Tomo 2, p. 368.
[365] Valérie Debuiche, "La notion d'expression et ses origines mathématiques", en *Studia Leibnitiana*, XLI/1 (2009), p. 115.

misma en la manera de imágenes; se representa, desde su estar *aquí* y *ahora* un algo y a ella misma en cuanto algo. Su punto de vista está configurado justamente por su situación espacial y temporal, pues ellas no son otra cosa que el resultado de la interconexión de todas las cosas en el mundo, es decir, el tiempo y el lugar en que en un momento dado la mónada expresa o se auto-expresa son una relación lógica, un orden de ella con todo lo demás. La mónada trae a la presencia lo que hay en cuanto imagen, en cuanto representación. En términos de Friedrich Kaulbach:

> Er [=der Wahrnehmende] produziert Bilder, durch welche und in welchen er sich die Welt zur Erscheinung bringt. Die Monade ist Geschichte ihrer Zusammenhang von Leistungen des Vorstellens. Die Monade existiert als Standort-nehmen; dieses aber erweist sich hinwiederum als Inbegriff von Vorstellungen aus der Sicht dieses *point de vue*[366].

Ahora bien, el resultado de qué y cómo refleja cada espejo está regulado por una ley para las correspondencias entre el cuerpo y el alma, así como se regula también por una ley específica la correspondencia entre lo que el conjunto de cuerpo y alma, o el espejo total, percibe del universo y el objeto percibido mismo. Por estas correspondencias, cuyo criterio máximo y último es la armonía preestablecida, el reflejo es el resultado de la acomodación recíproca de los estados de la serie constitutiva de un espejo al del otro conforme a un criterio que lo rige, esto es, una relación funcional.

La mónada es un espejo viviente porque su naturaleza puede ser descrita no sólo como una noción completa sino, dando un paso más, como la ley de una serie para sus propios cambios. La descripción de la sustancia como noción completa que encierra todos sus predicados es una imagen adecuada para dar cuenta del carácter de autarquía y completitud que tiene cada sustancia y recuerda incluso el aspecto fundamental de la definición cartesiana —y tradicional— de sustancia como aquello independiente por sí para existir. La imagen de la ley de la serie, sin embargo, introduce un elemento dinámico en la consideración de la sustancia —ahora mónada— según la cual no sólo es completa sino que está auto-completándose. La sustancia no es más aquello permanente, inmóvil, estático, sino que en ella se da un movimiento que la constituye como tal: el cambio no puede residir en la mónada de las mónadas, que es eterna e inmutable, sino que debe darse en la sustancia creada, siempre que el cambio mismo esté regulado y contenido en la esencia de ellas mismas[367]. Las sustancias leibnizianas, aún más desde

[366] Friedrich Kaulbach, "Subjektivität, Fundament der Erkenntnis und Lebendiger Spiegel bei Leibniz", *Zeitschrift für Philosophische Forschung*, 20/3–4 (1966), p. 487.
[367] Cf. Claire Schwartz, "Leibniz et les lois de l'entr'expression", *Studia leibnitiana*, 37/1 (2005), p. 41.

que comienzan a considerarse como mónadas, son ambas cosas: la completitud de la noción completa y el movimiento de la ley de una serie. Pues la mónada no es sólo la ley que dicta el cambio de un término a otro sino también cada uno de los términos de la serie; sin uno de ellos se vería incompleta y privada de un elemento constitutivo de su ser y, por otra parte, el solo aglomerado de predicados no constituye la sustancia si no se da, simultáneamente, la ley que dicta su sucesión. De ahí que la mónada sea un espejo viviente y que el darse de sus términos esté profundamente vinculado con un *aquí* y un *ahora*, pues, inversamente, el aquí y el ahora se determinan por el posicionamiento regulado mismo de los términos cuando se dan.

e. El reflejo es funcional

Durante la búsqueda del concepto leibniziano matemático de función que hemos realizado en los capítulos anteriores se llegó a una ascepción propiamente matemática del término por la cual se da el nombre de función a fragmentos dependientes de curvas que tienen con ella una relación tal que a partir de las propiedades de aquellos es posible averiguar propiedades de ella y viceversa. A partir de allí se llegó a tres características definitorias para la función: la variación conforme a ley; la asignación recíproca entre magnitudes, que hemos denominado como correspondencia o interdependencia; y la serialidad, pues el término se usa siempre en relación con la idea de series infinitas y aplicado a términos de tales series. Hemos caracterizado estos tres elementos como los rasgos de una funcionalidad desnuda del contexto matemático en el que la hemos encontrado, o una funcionalidad expandida a otros campos.

Por otra parte, dentro el análisis de las propiedades de la reflexión y las implicaciones del reflejo en los escritos filosóficos de Leibniz han ido brotando índices de una funcionalidad en el reflejo, al poderse ver con claridad los rasgos de la funcionalidad desnuda operando en la reflexión. A manera de ejemplo, con ocasión de las dudas de Foucher ofrece Leibniz una comparación entre la respuesta que dentro de su sistema se da a la relación entre el alma y el cuerpo, la respuesta ocasionalista y la de los escolásticos, valiéndose del ejemplo de tres maneras de coordinar relojes. La claridad de la comparación es útil en este punto para mostrar, justamente, el carácter funcionalista de la expresión. Partiendo de la idea de que hay dos relojes perfectamente sincronizados pueden ofrecerse tres maneras de explicar cómo han logrado sincronizarse así. La primera consiste en suponer una influencia natural, como si las vibraciones del péndulo de uno interfirieran con el péndulo del otro y lograran, así, entrar en sincronía. La segunda consiste en contratar de guardia un obrero hábil que se encargara de sincronizarlos cada vez que dejaran de estarlo. La tercera explicación consiste en suponer que han sido creados originariamente con una precisión tan asombrosa que desde siempre hubieran estado sincronizados. Ahora bien, si en vez de los dos relojes ponemos en su lugar el alma y el cuerpo puede explicarse la relación entre ellos existente por estas mismas tres maneras:

> La voye de l'influence est celle de la Philosophie vulgaire; mais comme on ne scauroit concevoir ny des particules materielles, ny des especes ou qualités immaterielles, qui puissent passer d'une de ces substances dans l'autre, on est obligé d'abandonner ce sentiment. *La voye de l'assistance* est celle du systeme des causes occasionnelles. Mais je tiens que c'est faire venir Deum ex machina dans une chose naturelle et ordinaire, où selon la raison il ne doit entrevenir que de la maniere qu'il concourt à toutes les autres choses naturelles. Ainsi il ne reste que mon hypothese, c'est à dire que *la voye de l'harmonie pré-établie*, par un artifice divin prevenant, lequel a formé dès le commencement chacune de ces substances, qu'en ne suivant que ses propres loix qu'elle a receues avec son estre, elle s'accorde pourtant avec l'autre, tout comme s'il y avoit une influence mutuelle […][368].

A partir de esta metáfora se puede concluir que la armonía preestablecida es la ley que rige la expresión en cuanto relación funcional entre los respectos inter-dependientes de la serie de lo expresante y lo expresado. En este sentido se pronuncia Cassirer al considerar que el concepto leibniziano de función excede el campo matemático de su surgimiento y toma protagonismo también en la metafísica:

> Leibniz parte del *concepto de función* de la nueva matemática, que él capta en toda su generalidad antes que nadie y que ya en su primera concepción emancipa de todas sus limitaciones en el campo del *número* y de la *magnitud*. Pertrechado con este nuevo instrumento del conocer, aborda los problemas fundamentales de la filosofía. Se demuestra ahora que no es un instrumento rígido y muerto el que ha tomado en sus manos, sino que, a medida que avanza, va cobrando contenido y riqueza interiores. El concepto matemático abstracto de *función* se extiende hasta convertirse en el *concepto de armonía* de la ética y la metafísica. Lo que antes se mostraba como una antítesis irreductible del punto de vista de la matemática y la ciencia de la naturaleza se revela ahora, en realidad, como su complemento y su coronación ideal. […] Leibniz gusta de dar a su sistema el nombre de "sistema de la armonía". Pero la armonía no significa solamente, si nos atenemos a su sentido fundamental, la relación existente entre el cuerpo y el alma, ni la consonancia entre las distintas sustancias individuales y la consecuencia de sus representaciones, sino que se remonta más bien, de un modo originario, a la armonía que existe entre los distintos puntos de vista ideales, que se

[368] GP IV, 498–9 (OFC 2, 266).

> condicionan mutuamente los unos a los otros y a base de los cuales es posible representar e interpretar el ser[369].

Cabe considerar con atención cada rasgo de la funcionalidad expandida por separado. La reciprocidad está presente en la idea del reflejo de varias maneras. En efecto, el espejo refleja. Ahora bien, todo reflejo exige lo reflejado. ¿Qué reflejan las mónadas? *Tienden* a reflejar el universo entero aunque de él capten sólo ciertos ángulos. Si todo está vivo —todo está lleno de almas— entonces todo percibe y el universo es espejo hasta en sus mínimas partes: está pleno de espejos que lo reflejan. Puesto que reflejar el universo no es otra cosa que reflejar todo aquello que lo compone en su conjunto, esto es, la totalidad de infinitos espejos que en él existen, entonces los espejos se reflejan unos a otros, *como* multiplicándolo. Al reflejar el universo en cada mónada se reflejan otras mónadas y lo que en ellas se refleja. Todas ellas pueden reflejarse —podemos decir: mostrarse— recíprocamente, esto es, *entre sí*. Queda por añadir que el reflejo recíproco inter-especular se da de modo tal que los reflejos se corresponden; por consiguiente, no sólo expresan las sustancias, sino que lo hacen acomodándose unas a otras. Si bien es propia del reflejo una cierta distorsión con respecto a la cosa, de modo que la imagen del reflejo no es idéntica —y en ocasiones, ni siquiera, semejante— al objeto original, hay una respectividad entre los rasgos del reflejo y de lo reflejado por la que la imagen puede equivaler a la cosa reflejada. Toda correspondencia, sea cual sea su carácter, exige un criterio para su validez, es decir, toda correspondencia se atiene a una ley que la hace posible. De ahí la importancia de marcar una distancia entre el carácter de semejanza y uno de analogía para describir la relación de la expresión.

> No es necesario que medie ninguna relación de *semejanza* entre nuestras ideas y el contenido que tratan de “expresar”. Las ideas no son *imágenes*, sino *símbolos* de la realidad; no reproducen ni tienen por qué reproducir un determinado ser objetivo en todos y cada uno de sus rasgos y características concretos, sino que basta con que representen en sí de un modo fiel y traduzcan, por así decirlo, a su propio lenguaje, las *relaciones* existentes entre los distintos elementos de este ser[370].

Esta suerte de traducción es, justamente, la manera como puede encontrarse la relación funcional entre elementos lejos de un campo estrictamente matemático.

La legalidad aparece también de varias maneras. Hay una atenencia a leyes en cuanto que toda correspondencia precisa de un criterio que la regule; Claire Schwartz

---

[369] Cassirer, *El problema del conocimiento…*, p. 124.
[370] Cassirer, *El problema del conocimiento…*, p. 103; para otra manera de concebir el significado de lo simbólico en Leibniz, cf. Orio de Miguel, *Leibniz. Crítica de la razón simbólica…*

indica la importancia del criterio de la legalidad para la relación inter-expresiva, donde resalta como uno de cuatro criterios en la hipótesis de la inter-expresión que el cambio de la mónada, antes que implicar un desorden en ella, está sometido a una ley que regula su desarrollo y la determina en cada momento[371]. Puesto que hay distintas instancias en la correspondencia habrá también distintos tipos de criterios que regulen cada una. En primer lugar, cada espejo tiene una propia coherencia interna, de tal manera que cada espejo puede sólo reflejar conforme a su configuración, es decir, siguiendo sus propias leyes. Un espejo es, desde el otro lado de la metáfora, una sustancia corpórea, es decir, una mónada dominante acompañada de su cuerpo. Tanto la sustancia simple como la compuesta siguen tanto las propias leyes de cada uno —primer y segundo ámbito de legalidad— como las leyes que regulan la comunicación entre ambos —tercer ámbito—. Ésta última es una ley constante de relaciones que regula la correspondencia entre los estados de la serie de eventos del cuerpo con la de los eventos del alma, esto es, de los límites del espejo con su capacidad propia de reflejar. En último lugar está el cuarto ámbito de legalidad, por el que, desde un punto de vista absoluto, se corresponden las percepciones de unas mónadas con las de todas las demás, dando como resultado un universo coherente. En el primer ámbito de legalidad, lo que regula la sustancia simple en sí misma será su ley de la serie, por la que se determinan todos los momentos que se han de desplegar durante la existencia de una sustancia, que no es otra cosa que el desenvolvimiento de sus predicados. En el segundo ámbito de legalidad los cuerpos se ciñen a las leyes naturales físicas y biológicas que los rigen, con un último apoyo en las leyes matemáticas y metafísicas a los que las ciencias de los cuerpos se subordinan. El ámbito tercero y el cuarto se ciñen a una ley más general por la que se regulan tanto la comunicación del alma con su cuerpo como la comunicación entre almas o seres corpóreos entre sí, que es la armonía preestablecida. Y es que la armonía es el criterio de legalidad para toda relación intermonádica, pero no es siempre el criterio ni lo es para todos los casos de expresión, para los cuales, según sea el caso, puede servir de criterio último. De tal manera cada uno de los muchos tipos de expresión y se ciñe a su propio tipo de ley.

Por otra parte, la serialidad se hace presente en toda consideración detenida de las relaciones inter-monádicas. Hemos dicho que por la expresión hay una relación mutua entre respectos conforme a un criterio que la haga posible. Pues bien, esta

---

[371] Schwartz, *Leibniz et les lois de l'entr'expression…*, p. 42.

acomodación inter-especular —o inter-monádica— ocurre de manera que los estados de la serie de la una se hacen equivalentes a los estados de la serie de la otra. Puesto que, desde la metáfora del espejo, los espejos viven, hay en ellos reflejos en movimiento; tomando la metáfora del otro lado, que un espejo viva quiere decir, como lo hemos señalado en secciones anteriores, que la mónada que él representa no es estática, sino que su ser consiste en el despliegue de predicados, como elementos de una serie que van siguiéndose unos a los otros. La percepción misma, actividad metafísica fundamental de la mónada, consiste en el paso de unas percepciones a otras. Visto en un plano mayor y en conexión con lo anterior, en virtud de la armonía preestablecida y por la acción de la expresión, la relación mutua o correspondencia inter-monádica no consiste en otra cosa que en hacer corresponder los términos de diferentes series. En consecuencia, "la suite des representations que l'ame se produit, répondra naturellement à la suite des changemens de l'univers même"[372], de manera que, desde un punto de vista absoluto, los términos de unas mónadas han corresponder recíprocamente con los de las otras. En este sentido puede hablarse claramente de una relación con la idea de función.

> Die mathematische Funktion ist eine Einheit von unendlich vielen Relationen. Jeder unabhängigen Variablen entspricht eine abhängige, ein Funktionswert. Die Variablen selbst […] können als kontinuirliche Reihen aufgefaßt werden. Es lag nun auf der Hand, den Modifikationen der Monade oder individuellen Substanz phänomenale Werte, d. i. Perzipiertes zuzuordnen. Je nach Zuordnungsgesetz wird die Phänomenwelt anders exprimiert. Die Monaden können also vollständig beschrieben werden durch ein Funktionsgesetz, da seine Einheit aller Relationen bzw. Modifikationen ausmacht. Der Wechsel der Perzeption wird also funktional geregelt […][373].

Dicho de una manera que no nos resultará extraña: la *relación mutua* entre sustancias que ocurre en virtud de la armonía preestablecida consiste en una relación en dos direcciones —*correspondencia*— entre los términos de una serie y los términos de otra conforme a un criterio que permita la relación misma. Esta co-rrespondencia, no sólo mutua sino plural, es descrita por Kristina Kuhn con las siguientes palabras:

> Das Spiegelbild ist weder sein Gegenstand noch das Bild des Gegenstandes, es entsteht nicht anstelle des Gegenstandes, sondern in eigentümlicher Weise nur *mit* ihm. In dieser Koexistenz verweisen Gegenstand und Spiegelbild in beständiger Reziprozität aufeinander. Übertragen auf einen erkenntnistheoretischen Zusammenhang bedeutet dieses gleichberechtigte Wechselverhältnis die Aufhebung der Kluft zwischen Subjekt- und

[372] GP IV, 485 (OFC 2, 247–8).

[373] Schulthess, *Relation und Funktion…*, p. 223.

> Objektseite der Erkenntnis. Jedoch nicht allein (traszendentales) Subjekt und Objekt sind sich gegenseitig Spiegel, ohne daß man sagen könnte, was nun der “eigentliche” Spiegel sei, sondern auch die Gegenstände *innerhalb der Welt* spiegeln sich gegenseitig, stehen in Bezug zueinander. Selbst die Subjekte dieser Welt sind deren Gegenstände, sie befinden sich im Geflecht aller anderen Subjekte und Objekte. Somit läßt sich die Spiegelmetapher als Widerspiegelungstheorem nicht nur auf primäre Subjekt-Objekt-Beziehungen anwenden, sondern zusätzlich auf alle anderen intersubjektiven und interobjektiven Beziehungen der Welt. […] ein prominentes Beispiel einer solchen doppelten Spiegelstruktur stellt die Monadenlehre von Gottfried Wilhelm Leibniz dar. Vereinfacht gesprochen, ist sie ein Plädoyer für Multiperspektivität. Jede Monade steht in einem einzartigen Verhältnis zur Welt, indem sie die ganze Welt aus der nur ihr eigenen Perspektive spiegelt, damit also alle anderen Monaden, die wiederum durch ihren besonderen Blickwinkel gekennzeichnet sind[374].

Si en las secciones anteriores se habían mostrado de manera aislada los elementos definitorios de la funcionalidad desnuda, ahora se hace explícita la definición misma de función, tal y como se obtuvo a partir de los escritos matemáticos de Leibniz, una vez desprovista de los elementos propios de la matemática. La relación entre lo expresado y lo que expresa es funcional y la armonía es el criterio último para la función entre espejos. Al expresar a otra, la sustancia está haciéndose corresponder con la otra; los rasgos de la imagen reflejada en el espejo dependen del objeto que está siendo reflejado, pues cada punto del reflejo puede remitirse a un punto del objeto visto desde cierta perspectiva, a la manera como el círculo puede corresponder con la hipérbole y todas las perspectivas de una ciudad remiten a una sola ciudad.

En una línea no funcionalista pero coincidiendo en algunos aspectos describe H. Holz así la actividad de reflejar: “Spiegelung […] ist ein Verhältnis der Strukturisomorphie zwischen zwei einander zugeordneten Gebilden, wobei auch Prozesse in ihrer Ganzheit wie Gebilde behandelt werden, die als solche miteinander vergleichbar sind”[375]. En efecto, en los espejos leibnizianos se da que, por una parte en el reflejo se ponen en relación de interdependencia dos elementos diferentes; por la otra, la relación que los hace interdependientes no es la de una *semejanza,* sino más bien la de una *analogía*. En este sentido puede leerse el isomorfismo estructural del que habla Holz, pues lo que se hace equivaler en el reflejo es la estructura de lo reflejado. La relación es más formal que de contenido, una cierta proporcionalidad entre los

[374] Kristina Kuhn, “Spiegel”, en Ralf Konersmann (ed.), *Wörterbuch der philosophischen Metaphern*, WBG, Darmstadt, 2011, p. 384a–b.
[375] Holz, *Widerspiegelung…*, p. 33.

elementos que participan de la relación. De ahí que enunciara Leibniz en su *Quid sit idea*: "Unde patet non esse necessarium ut id quod exprimit simile sit rei expressae, modo habitudinum quaedam analogia servetur"[376]. La distancia entre la semejanza y la analogía es lo que se esconde detrás de la insistencia que su autor marca en escritos posteriores con la idea de que el reflejo multiplica y diversifica lo que hay, antes que repetirlo. El reflejo no es una copia, pues la imagen que se proyecta en cada espejo es siempre única: una imagen de un instante particular visto siempre desde una perspectiva particular. Así, no sólo es cada espejo único sino que lo son también cada uno de sus reflejos. Pero el espejo que refleja está, a su vez, reflejándose en lo que él refleja. Se trata de una inter-reflexión, inter-correspondencia, inter-dependencia entre respectos, esto es, elementos de series, cuya relación medidadora se atiene a una ley.

3.4. En torno a la descripción de la relación expresiva como funcional

A pesar de que su descripción de la relación reflexiva como una asignación se acerca bastante a nuestra lectura de un carácter funcional en la relación expresiva, Holz no denomina su lectura como funcionalista ni sus consideraciones sobre la reflexión buscan enmarcarse en el ámbito del concepto de función. En este apartado presentaremos las propuestas de lectores de Leibniz que o bien consideran que hay un funcionalismo o dimensión funcionalista en el pensamiento de Leibniz; o bien que consideran explícitamente la relación expresiva como una función matemática.

La propuesta más reciente, y que la presente investigación doctoral toma como base y punto de partida, es la que hace Juan A. Nicolás de un funcionalismo fenoménico[377] como uno de los polos del eje vitalismo-funcionalismo en el marco de una metafísica de la individualidad sistémica[378]. De acuerdo con este modelo, los diversos ámbitos de pensamiento sobre los que trabaja Leibniz, lejos de ser contrarios o estar desvinculados entre sí, se encuentran íntimamente relacionados y conectados. Estos diversos ámbitos de pensamiento pueden comprenderse como partes de una

[376] AA VI, 4B, 1371 (OLASO 209).
[377] Cf. Nicolás, *Ontología unificada en Leibniz…*, pp. 28–30.
[378] Cf. Juan A. Nicolás, "Ontologie der systemischen Individualität. Hinsichtlich einer Systematisierung der Ontologie Leibniz", en H. Breger, J. Herbst, S. Erdner (eds.), *Natur und Subjekt.* IX. Internationaler Leibniz-Kongress, Nachtragsband, Hannover, 2011, pp. 55–71; J. A. Nicolás, "El principio del orden como meta-principio de la racionalidad leibniziana", *Revista de Filosofía de la Universidad de Costa Rica*, 51/2013; J. A. Nicolás, "Leibniz: de la biología a la metafísica vitalista", en J. Arana (ed.), *Leibniz y las ciencias*, Comares, Granada, 2013.

ontología sistematizable en un modelo esférico —que resulta más adecuado que un modelo plano o de redes[379]—, donde hay tres ejes fundamentales en torno a los cuales se congregan grupos de categorías, que corresponden a los diversos principios utilizados por Leibniz en diferentes lugares de su obra. Las categorías se agrupan de acuerdo con ciertas tendencias, polarizándose en los extremos de los ejes[380]. Uno de estos ejes es el de la vitalidad–funcionalidad, cuyos polos enfrentan al Leibniz de la biología, que recoge la tradición neoplatónica; y al Leibniz de una racionalidad calculadora en el extremo funcionalista, heredero de Galileo. En palabras de Nicolás:

> Vitalismo y funcionalismo no caracterizan a dos partes o ámbitos de lo real, sino que delimitan dos perspectivas metodológicas y epistemológicas de las que resultan dos configuraciones distintas de lo real y dos niveles ontológicos. Entre ambas hay interacción y trasvase categorial, y su análisis conjunto constituye la ontología unificada de la individualidad sistémica presentada por Leibniz[381].

Vamos a centrarnos en el polo funcionalista del eje vitalismo-funcionalismo, por ser el que nos interesa más directamente. Nicolás explica la presencia de un polo funcionalista en la metafísica de la individualidad sistémica a partir del distanciamiento de Leibniz frente a la metafísica sustancialista aristotélico-cartesiana, donde se desdibuja el esquema de sustancia-accidentes en un modelo donde todo lo accidental es sustancial[382]. De esta manera,

> no hay una esencia inalterable, sino que el conjunto es un sistema dinámico, unificado por una 'ley' común. Todas las notas se atienen a una normativa de funcionamiento dentro del conjunto. De ahí que el valor de cada nota ya no depende del valor cualitativo del nivel ontológico al que pertenezca, sino de su *función* en el conjunto, del papel que desempeña en la dinámica del devenir, en su integración en una norma. Desde esta perspectiva, el rasgo individual está en función del todo[383].

Con él se compensa también el individualismo que podría resultar de la descripción de la sustancia como una *notio completa*[384]. A partir de aquí puede verse en qué sentido se está comprendiendo la idea de función a la base del apelativo *funcionalismo* como concepto con el que se denomina este polo del eje vitalismo-

---

[379] Para un modelo de redes ver Michel Serres, *Le système de Leibniz et ses modèles mathématiques*, Presses Universitaires de France, París, 1968.
[380] Cf. Nicolás, *Ontologie der systemischen Individualität*, p. 55ss.; Nicolás, *Leibniz: de la biología a la metafísica vitalista…*, sección sexta.
[381] Nicolás, *Ontología unificada en Leibniz…*, p. 28.
[382] Cf. Nicolás, *Ontología unificada en Leibniz…*, p. 28; Nicolás, *Zwei Dimensionen der Leibnizschen Ontologie…*, p. 64.
[383] Nicolás, *Ontología unificada en Leibniz…*, p. 28.
[384] Cf. Nicolás, *Zwei Dimensionen der Leibnizschen Ontologie…*, p. 65.

funcionalismo. Por una parte, la función se comprende en el sentido de la lengua cotidiana como una tarea a realizar o deber activo, pues se resalta que el valor de las notas definitorias de la sustancia no dependa más de un nivel cualitativo sino de la función que tienen, es decir, la tarea que desempeñan con respecto al todo. Por otra parte, hay un aspecto que se acerca al de nuestra lectura de la funcionalidad expandida: el aspecto de la legalidad. Nicolás dice: *ya no hay una esencia inalterable, sino que el conjunto es un sistema dinámico, unificado por una "ley" común*, que puede ser la ley de la continuidad de la serie de las operaciones que cada sustancia contiene en su naturaleza[385] o, como indica Nicolás en artículos posteriores, el *principio general del orden*[386], que encuentra un componente fundamental en la armonía[387]. El componente de la legalidad en la valoración funcional de las partes con respecto al todo se manifiesta en el concepto de expresión[388], que opera en niveles muy diversos del sistema leibniziano.

Hay un aspecto más que se desprende de la perspectiva funcionalista que identifica Nicolás. A su parecer, este es el ámbito en el que se inserta el pensamiento científico leibniziano y su legitimación racional, la vía para las investigaciones matemáticas, la vía de la razón calculadora, donde cada nota tiene un valor sustancial.

Pese a que esta lectura constituye el punto de partida y la motivación de la presente investigación y que estamos de acuerdo en lo esencial, no la seguimos del todo en la manera como en ella se entiende la idea misma de *funcionalidad*. Aunque en esta propuesta se señala una vinculación de la idea de funcionalismo con el ámbito de las investigaciones matemáticas de Leibniz, no hay una reconstrucción de la idea de función a partir de sus escritos. Estamos de acuerdo en la indicación del componente de la legalidad como un rasgo funcional, pero nos distanciamos de la lectura de Nicolás en la idea de que con la funcionalidad puede leerse sólo el aspecto fenoménico de la realidad. Con respecto a este segundo aspecto, a lo largo del presente capítulo hemos presentado el posible carácter funcional de la actividad monádica tomada en rigor metafísico, es decir, de la expresión de las mónadas. Al considerar que la funcionalidad está presente en la legalidad que rige la actividad monádica tomada en rigor metafísico y, además, en la ley que prescribe el modo de secuencia para los términos de la serie

[385] Cf. Nicolás, *Ontología unificada en Leibniz…*, p. 29–30.
[386] Cf. Nicolás, *Ontologie der systemischen Individualität*, p. 71; Nicolás, *Leibniz: de la biología a la metafísica vitalista…*, sección sexta.
[387] J. A. Nicolás, "Harmonie als Ordnung: Das letzendliche Meta-Prinzip der leibnizschen Metaphysik", en *Studia Leibnitiana*, (en prensa), sección quinta
[388] Cf. Nicolás, *Ontología unificada en Leibniz…*, p. 29.

que constituye la naturaleza de la sustancia —ambos aspectos que también indica Nicolás y con los que estamos de acuerdo—, la funcionalidad se da en cierta medida también en el ámbito de lo real.

Hay una lectura funcionalista del concepto de expresión en el artículo de Mark Kulstad de 1977[389], pero en este caso se interpreta la relación expresiva en términos de del significado que el término *función* tiene en la matemática contemporanea. En su estudio de lo que pueda significar el concepto de expresión en Leibniz, Kulstad se mueve en la hipótesis de que ella significa una relación *funcional*. La importancia que esta hipótesis tiene para nuestra investigación se supedita a lo que se entienda por *relación funcional*. El autor lo aclara: "we shall say that a relation is functional if and only if it is a binary relation whose extension contains no two ordered pairs with the same first element and different second elements"[390]. Puesto de esta manera, el concepto de función al que se refiere el comentarista es el de la matemática contemporánea, donde se establece la función como una asignación unívoca de un elemento de un segundo conjunto a un elemento del primer conjunto. De entrada cabe resaltar que una definición de la función como esta se da en el marco de una teoría de conjuntos, donde la función se considera como un caso especial para la *aplicación*, tal que sólo puede establecerse entre conjuntos de números.

Como Kulstad mismo confiesa, en su artículo se busca probar que cuando Leibniz habla de expresión lo que tiene en mente es lo que hoy en día llamaríamos *función*[391]. Para desarrollar su hipótesis de lectura, Kulstad se centra principalmente en lo que identifica como tres definiciones genuinas para la idea leibniziana de función:

a) El fragmento de *Quid sit idea*: "Exprimere aliquam rem dicitur illud in quo habentur habitudines, quae habitudinibus rei exprimendae respondent"[392].

b) La cita de la carta del 9 de octubre de 1687 a Antoine Arnauld: "Une chose exprime une autre (dans mon langage) lorsqu'il y a un rapport constant et reglé entre ce qui se peut dire de l'une et de l'autre. C'est ainsi qu'une projection de perspective exprime son Geometral"[393].

c) El escrito denominado por Couturat *Conséquences métaphysiques du principe de raison*: "Sufficit enim ad expressionem unius in alio, ut constans quaedam

[389] Mark Kulstad, "Leibniz's Conception of Expression", en *Studia Leibnitiana* IX/1 (1977), pp. 55–76.
[390] Kulstad, *Leibniz' Conception of Expression…*, nota 14, p. 61.
[391] Kulstad, *Leibniz' Conception of Expression…*, p. 62.
[392] AA VI, 4B, 1371 (OLASO 209).
[393] AA II, 2, 240 (OFC 14, 126; FINSTER 310).

> sit lex relationum, qua singula in uno ad singula resindentiain alio referri possint"[394].

Kulstad considera que es menester hacer dos aproximaciones a la idea de expresión: una aproximación específica al caso de las expresiones geométricas —pues, para el autor, son consideradas por Leibniz mismo como el modelo paradigmático de expresión— y una generalización a partir de la aproximación específica para llegar a la idea general de función. En su tratamiento de la idea específica de función busca determinar una relación funcional precisa con la que pueda enunciarse con justicia la relación que Leibniz denomina *expresión* para el caso de las expresiones geométricas. Tras una reflexión pormenorizada de los requisitos de una relación tal y habiendo descartado un par de intentos, Kulstad se inclina por una relación que siga el modelo de la *semejanza*, pues las dificultades y conclusiones que han ido surgiendo en el camino parecen indicar que tienen varias características lógicas en común. "In particular, they suggest that statements of the form '*X* expresses *Y*' are elliptical in the same way statements of the form '*x* resembles *y*' are: we complete the latter by adding a phrase of the form, 'in respect *r*'; we complete the former by adding a phrase of the form, 'according to relation *R*'[395]. No sólo la relación buscada se ajusta al modelo de la semejanza sino que se concibe como una relación funcional entre conjuntos. Ahora bien, para poder generalizar esta forma de considerar la expresión geométrica, Kulstad recuerda los *respectos* (*habitudines*) de los que Leibniz habla en su definición de expresión en *Quid sit idea* y considera que Leibniz mismo podría estar pensando en una relación funcional entre conjuntos al describir su idea de la expresión.

> […] the singulars involved in a case of expression need not be members of the expressing or the expressed thing; they can instead be members of sets associated with these. […] These definitions suggest that Leibniz had something like the conception of an associated set in mind, and that he had some fairly definite ideas about what sorts of things might count as associated sets.

Lector de Kulstad, Christian Swoyer[396] quiere poner en examen la explicación funcional del concepto de expresión. Volviendo a las definiciones paradigmáticas[397] del

---

394 COUTURAT 15 (OFC 8, 552–3).
395 Kulstad, *Leibniz' Conception of Expression…*, p. 69.
396 Chris Swoyer, "Leibnizian Expression", en *Journal of the History of Philosophy*, XXXIII / 1 (1995), pp. 65–99.
397 Se refiere a la cita del *Quid sit idea* (AA VI, 4B, 1371; OLASO 209); la de la carta a Arnauld del 9 de octubre de 1687 (AA II, 2, 259, nota 131; OFC 14, 140); y la de *Conséquences métaphysiques du principe de raison* (COUTURAT 15; OFC 8, 552), todas citadas a lo largo de este capítulo.

concepto propuestas por Kulstad, Swoyer propone tomar el ejemplo de la proyección en perspectiva como el paradigma para la expresión y lo hace por las siguientes razones: *a)* porque es la imagen más frecuente para ilustrar el concepto de expresión y se la utiliza en escritos de casi cuatro décadas; *b)* porque aparece en las tres citas paradigmáticas para explicar el carácter del concepto de expresión; *c)* por el gran detalle con el que Leibniz desarrolla este ejemplo; *d)* por el avance que tuvo durante el siglo XVII la teoría de la perspectiva y el interés de Leibniz en estos trabajos que puede notarse en las numerosas veces que habla de ellos al usar su concepto de la expresión[398].

Con este punto de partida aclara el autor que en una proyección en perspectiva se establece una relación entre el objeto proyectado y la proyección resultante en la que hay una correspondencia entre los puntos entre las dos figuras consideradas[399] —la expresada y la expresión—. Este tipo de relación es *correlativa* y puede ser interpretada por los lectores contemporáneos en términos de una *función*. De hecho, es la interpretación que hace Kulstad y que ha sido presentada antes: como si la expresión leibniziana se tratara de una función que asigna para cada punto de la figura original puntos en la figura que la expresa. Siguiendo el hilo de una interpretación tal parecería que en la mayoría de los ejemplos aducidos por Leibniz al aclarar lo que entiende por expresión la función de expresión sería biyectiva, pues es total o *inyectiva* (en cuanto que cada punto de la figura expresada —o inicial— se proyecta en otro punto de la figura expresante —o resultante—); sería también unívoca (pues puntos determinados de la figura inicial se proyectan en puntos determinados de la figura resultante); y, en último lugar, sería *sobreyectiva* (en cuanto que cada punto de la figura resultante corresponde con un algún punto de la figura inicial)[400]. En términos modernos diríamos que en una función biyectiva todos los elementos del codominio tienen un origen, y sólo uno, en el dominio.

Swoyer critica de la lectura de Kulstad que el rasgo de la biyección no es una condición necesaria para que la función sea una relación correlativa del tipo del que es una expresión; tampoco es una condición suficiente para tal fin, pues lo que puede probarse con la biyección es apenas que la figura resultante tiene la misma cantidad de puntos que la figura inicial. Debe haber alguna especificidad en la relación buscada para que pueda ser una expresión. Recurriendo a los estudios geométricos sobre perspectiva,

---

[398] Cf. Swoyer, *Leibnizian Expression…*, p. 69.
[399] Cf. Swoyer, *Leibnizian Expression…*, p. 70.
[400] Cf. Swoyer, *Leibnizian Expression…*, p. 70.

que Leibniz conoció y en cuyos debates participó activamente, Swoyer encuentra que el criterio que cumple con tales requisitos es la *preservación de la estructura*. De acuerdo con tal criterio se diría que una cosa expresa otra en términos leibnizianos si hay una asignación de una hacia la otra en la que se preserve la estructura[401].

Ahora bien, ¿podemos decir que estas relaciones correlativas de preservación de la estructura equivalen a las funciones, en el sentido contemporáneo del término? Resaltando como rasgos definitivos de la función contemporánea el hecho de que la proyección sea total y en una dirección del dominio hacia el codominio, salta a la vista el hecho de que las expresiones leibnizianas no cumplen siempre con todos los criterios y, en consecuencia, no pueden equivaler en todos los casos a nuestra función moderna[402]. En primer lugar, no siempre la relación correlativa que constituye la expresión se restringe por el criterio de la *univocidad*, por ejemplo, cuando se considera como relación de expresión la que hay entre polígonos y el conjunto de números reales para enumerar sus lados: polígonos de diferente tipo (por ejemplo, un rectángulo y un cuadrado) pueden tener el mismo número de lados y, así, un mismo elemento del codominio sería asignado a varios elementos del dominio. En segundo lugar, no necesariamente son las expresiones leibnizianas sobreyectivas, pues, siguiendo nuestro ejemplo, no hay polígonos de dos lados o de uno y, así, en nuestro conjunto del codominio los números reales 1 y 2 quedarían sin ser asignados. Por último, no siempre la relación correlativa en las expresiones leibnizianas son totales o inyectivas; en nuestro ejemplo, si tomamos como parte del dominio el polígono infinitangular no tendremos un número real que pueda serle asignado. Y, sin embargo, Leibniz diría que con los números reales pueden expresarse la cantidad de lados de los polígonos. En este orden de ideas, la expresión no es, para Swoyer, funcional y puede ser descrita como una relación de preservación de las estructuras.

Mientras que Kulstad se centra en una definición de expresión en *Couturat 15*, Swoyer se apega más a la del *Quid sit idea*. Lo que entra en juego en la presentación de Swoyer no son tanto los elementos de conjuntos que se corresponden punto a punto como las relaciones que hay entre las cosas mismas. En esta consideración de las relaciones expresivas, el autor nota con acierto que no todas ellas son de la misma naturaleza, como no son asimilables la relación expresiva que hay entre el círculo y la elipse a la que hay entre la ciudad y sus perspectivas. Lo cierto es que ambos intérpretes

---

[401] Cf. Swoyer, *Leibnizian Expression…*, p. 82.
[402] Cf. Swoyer, *Leibnizian Expression…*, p. 85–6.

de Leibniz hacen una lectura de la expresión donde se privilegia su explicación desde el ejemplo de la perspectiva o proyección geométrica. Esta base lleva a Kulstad a una concepción de la expresión en términos de relación entre conjuntos y a Swoyer a una relación estructural, de manera que la expresión se comprende o bien como una función que remite un punto de lo expresante a un punto de lo expresado, o bien como una preservación de estructuras por una relación de proyección central. Ambas lecturas tienen elementos en común:

1) Por una parte, se pone en juego la cuestión de la biyección de la función o del isomorfismo entre estructuras[403], discutida formalmente por Swoyer. Según este último, el caso de la biyección se presenta muy rara vez, quizá sólo en el caso de la proyección en perspectiva. Las demás expresiones presentan rara vez una biyección tal. Por su parte, la preservación de la estructura en la proyección en perspectiva no presenta la necesidad de una completud tal. De hecho, las propiedades del círculo no están todas dentro de la elipse que las expresa. Así, no es un isomorfismo perfecto y, por esta razón, presenta para Swoyer un modelo más adecuado para la noción de expresión, en la que no le parece que haya un isomorfismo tal.

2) Por otra parte, en la expresión parece haber una transformación explícita, bien en la relación entre elementos de conjuntos, a la manera de Kulstad, bien en la correlación estructural, a la manera de Swoyer. La idea de la transformación hunde sus raíces en los escritos de matemática del joven Leibniz, que entre los años 1673 y 1676 desarrolló su método de las metamorfosis en el marco de sus investigaciones sobre geometría proyectiva[404]. Teniendo esto en cuenta podría pensarse que la idea de la metamorfosis en un contexto matemático arroje luz para la noción metafísica de expresión dada la estrecha relación que hay entre expresión y transformación: "dans l'une comme dans l'autre, quelque chose se trouve préservé de la nature profonde de ce dont l'aparence est affectée"[405]. Entre objetos matemáticos, abstractos, generales y esencialmente comparables, la transformación juega un papel central para comprender la expresión matemática. Es así como sin haber semejanza entre el círculo y la elipse puede, sin embargo, convertirse el primero en la segunda. Sin embargo, esta conclusión es demasiado ligera, pues en ella no se respeta la pertenencia de una noción a un ámbito específico: se transporta directamente la idea matemática de transformación, con sus

---

[403] Cf. Valérie Debuiche, "La notion d'expression et ses origines mathématiques", en *Studia Leibnitiana* XLI / 1 (2009), p. 91.
[404] Cf. Debuiche, *La notion d'expression…*, p. 102.
[405] Debuiche, *La notion d'expression…*, p. 103.

consecuencias, a otro ámbito, sin observar antes si tiene una generalidad suficiente como para ello. A este respecto apunta correctamente Valérie Debuiche:

> Mais qu'une chose en exprime une autre parce qu'elle en est la transformation ne suffit pas pour affirmer que l'expression est *nécessairement* précedée d'une transformation. Cela montre seulement que l'existence d'une chose en une autre est un critère *suffisant* pour dire d'une chose qu'elle en exprime une autre, que cela suffit pour dire qu'elle exprime *hic et nunc* d'une certaine façon une certaine chose, mais non que ces choses ne possédaient pas préalablement quelques rapports communs[406].

Puesto que la expresión comporta una mayor generalidad que la transformación, es ella la que precede a la segunda y la funda. Por su amplitud mayor que el ámbito solo matemático, la expresión tiene acepciones suyas —como la expresión entre sustancias— irreductibles a la especificidad de las reglas matemáticas. Esto muestra también por qué el ejemplo de la perspectiva, interpretando la perspectiva en una línea matemática como proyecciones geométricas, no es un ejemplo suficiente para recoger la riqueza del concepto de la expresión. De ahí la importancia de haber elegido para el análisis de la expresión y la búsqueda de un carácter funcional —en el marco amplio de una funcionalidad expandida y no solo matemática— la metáfora del espejo, con la que puede abrirse el campo de la metafísica.

3) Si bien ambos autores pretenden examinar si la expresión puede entenderse como una relación funcional, ninguno examina el concepto de función. A la base de sus análisis está la definición que en la matemática contemporánea se ofrece del concepto, esto es, como el caso estrictamente numérico de una aplicación, es decir, una asignación entre elementos de conjuntos de números. Swoyer no pone en cuestión el concepto de función, no precisa la noción que utiliza Kulstad y tampoco se detiene a denifir la función desde la que parte. En este aspecto actúa más como lector de Kulstad que como examinador de la funcionalidad. Tampoco entra en cuestionamiento este concepto para Debuiche, lectora crítica de ambos y con cuyas consideraciones estamos, por lo demás, de acuerdo; cabe precisar que en su caso la noción de función no es central en el análisis, pues se preocupa por los orígenes matemáticos —no funcionales— de la noción de expresión y las lecturas de Kulstad y Swoyer le interesan sólo en cuanto pueden iluminar su solución de la tarea.

La lectura de Kulstad carece de un prurito historicista que, si bien no es por sí mismo suficiente para agotar las cuestiones filosóficas, es, de todas maneras, necesario

---

[406] Debuiche, *La notion d'expression…*, p. 103.

cuando se investiga el pensamiento de un autor de otra época. Su aproximación a la expresión tiene la dificultad metodológica de dar por supuesto el concepto de función. Con ello se advienen dos errores y se cae en un peligro. Por una parte, no se salda la pregunta por la posibilidad de que en el pensamiento de Leibniz pudiera existir, aún con otro nombre, el concepto de función tal y como lo entendemos hoy en día. Esta es una pregunta válida si se tiene en cuenta que Leibniz fue uno de los desarrolladores del cálculo infinitesimal y quien encontró la notación que prevalece aún hoy en día. Por otra parte, no se tiene en cuenta que Leibniz introdujo el término mismo de *función* en la matemática y no se investiga lo que significa en sus escritos. Como se ha mostrado en la primera parte del presente trabajo, no desde siempre se ha correspondido el concepto contemporáneo de función con su nombre, y en Leibniz se encuentran, muy posiblemente, ambos. Por último, el riesgo que se corre es el del anacronismo, por el que se forzarían los escritos de Leibniz para encontrar nuestros propios términos. Puede que el recurso a nociones actuales nos ayude a comprender mejor sus ideas, pero puede caerse en el riesgo de hacer lo contrario, es decir, atribuirle a Leibniz nuestros recursos pedagógicos como consideraciones propias.

La propuesta de Kulstad es de gran valor porque se enfrenta al desafío, ampliamente evadido, de precisar en qué consiste la relación de expresión en cuanto tal. Si bien el concepto de expresión es uno de los más conocidos del aparato conceptual leibniziano, se lo suele dar por supuesto en la literatura secundaria y se evita desentrañar su naturaleza. La precisión que Leibniz mismo muestra en las variadas menciones de su concepto deja mucho que desear, y en muchos casos se agota en una descripción sin entrar a una definición satisfactoria. Como se ha mostrado a lo largo del capítulo, no basta una definición de expresión para comprender su significado, sino que es preciso reunir muchas. Concediendo esto, cabe apuntar que la búsqueda de Kulstad se enmarca, sin embargo, en un camino sin salida, pues espera llegar a una definición de expresión más restringida que la expresión misma, esto es, a una delimitación tan precisa de la relación expresiva que deja fuera la expresión misma. Esto se hace evidente en el desarrollo mismo del artículo, donde Kulstad se ve forzado a modificar una y otra vez su intento de definición de la expresión en términos funcionales. Antes que restringir, la clave está en ampliar. Una lectura funcionalista debe partir de un análisis del concepto de función y ver su aplicabilidad a la metafísica leibniziana. Por eso en el presente trabajo se parte de una noción de la función extraída de Leibniz mismo y, para sacarla de su ámbito estrictamente matemático, se abstraen de ella sus rasgos más generalizables. Se mantiene un sustrato funcional en nuestra funcionalidad expandida o desnuda de matematicidad que se dejan ver en la metafísica.

Por otra parte, pese a que estemos de acuerdo con el diagnóstico de Swoyer y con sus apuntes sobre las características de la biyección que no necesariamente están en la expresión, no suscribimos también su juicio de que la expresión leibniziana no sea funcional. Aunque Swoyer quiere distanciarse de Kulstad en su diagnóstico, también en esta interpretación está supuesto a la base de todo el razonamiento el concepto *contemporáneo* de función. Partiendo de este concepto, el autor analiza en qué medida puede acercarse la expresión leibniziana y en qué medida no, por eso se muestra parcialmente en desacuerdo con Kulstad. Pero si hubiera considerado lo que *a partir de Leibniz mismo* puede denominarse como función, quizá la conclusión habría sido otra. La biyección tampoco es la manera más precisa de definir el concepto leibniziano de función y algunos de los criterios por los que Swoyer determina que la expresión no es una función son los mismos por los que en capítulos anteriores hemos determinado aquí que hay una diferencia entre la noción contemporánea de función y aquella de Leibniz. Para nuestro filósofo no hay en las funciones criterios de univocidad y ciertamente la inyección y sobreyección están fuera de toda consideración si se tiene en cuenta que su definición no se plantea en el marco de la teoría de conjuntos sino en el seno de la geometría. Aquí se corre el mismo riesgo que en el análisis de Kusltad: es anacrónico esperar que las nociones de Leibniz, bien sea de expresión o de función, puedan corresponder a la perfección con *nuestras* aplicaciones y funciones. Las consideraciones de Leibniz no tenían como fin satisfacer una teoría de conjuntos y utilizarlas para ello es no hacerle justicia a su pensamiento.

Ahora bien, si se considera la expresión en relación con la idea de funcionalidad que puede obtenerse a partir de Leibniz mismo, podríamos contestar afirmativamente. Es decir, aunque resulte paradójico, no estamos de acuerdo con Kulstad cuando dice que la expresión es una función y sí lo estamos con Swoyer cuando dice que no lo es, justamente porque la idea de función que tenemos en mente es distinta. Y aunque estemos de acuerdo con Swoyer en que la expresión no equivale a la función —contemporánea— defendemos que en la idea leibniziana de expresión se esconde, sin embargo, un carácter funcional, los rasgos de una funcionalidad expandida o un instinto de funcionalidad que no corresponden al concepto actual de función y que son más amplios que el concepto leibniziano de función.

3.5. Conclusiones del capítulo

Pese a su esfuerzo por encontrar orígenes matemáticos para la teoría de la expresión, Debuiche concluirá que, aun reconociendo el posible influjo que ideas matemáticas como la que sobre la idea de transformación pueden tener los métodos de metamorfosis y cuadratura del círculo —marco en el que, dicho sea de paso, surge el concepto matemático de función en escritos como el *De functionibus plagulae quattuor*— por una parte, y de la proyección por la otra, la noción de expresión desborda el ámbito de la matemática. Es mucho más amplia y general de lo que permite el campo matemático; su naturaleza es específicamente metafísica[407]. Estamos de acuerdo su análisis, donde se subraya la idea de la amplitud del concepto de expresión y la imposibilidad de reducirla a un ámbito matemático. Por esta razón se han dejado de lado enfoques más tradicionales del concepto de expresión como es el de atender a la metáfora de la perspectiva de la ciudad o el ejemplo geométrico del círculo y la elipse. Atender a la metáfora del espejo permite ver con amplitud de miras un concepto que exige la amplitud.

La metáfora del espejo muestra, por una parte, los rasgos de la relación expresiva y, por otra, que en estos rasgos se da un componente para la funcionalidad en la expresión. Atendiendo a las apariciones de la metáfora del espejo como una manera de ilustrar el concepto de expresión, la actividad expresiva puede ser descrita con las características de la multiplicación, diversificación, representación y vida, elementos todos en los que se dejan ver los rasgos de la funcionalidad expandida. En efecto, la relación expresiva consiste en una relación de correspondencia recíproca entre elementos seriales regulados por una ley determinada. Más aún, hay cuatro ámbitos en los que esta legalidad se hace presente y regula correspondencias entre elementos seriales: las leyes del alma; las leyes del cuerpo; la ley para la comunicación entre el alma y el cuerpo; la ley para la correspondencia de las expresiones de las infinitas sustancias existentes.

La relación expresiva puede ser descrita en términos funcionales, a la manera de una relación de dependencia recíproca entre dos respectos que se rige por una determinada ley. ¿Podemos concluir a partir de aquí que la actividad monádica consiste en una relación funcional? Para ello hará falta observar la actividad monádica desde otro de sus polos: la acción como fuerza. En su forma de darse fenoménicamente la

[407] Cf. Debuiche, *La notion d'expression…*, p. 117.

expresión es fuerza, es adecuada para explicar los procesos corporales y puede medirse con herramientas matemáticas. Si la actividad monádica en cuanto expresión es funcional, tendría también que haber algún componente funcional en la actividad monádica, cuando es descrita como fuerza. En otras palabras, el componente que hace de la relación expresiva una relación *funcional*, es decir, una relación regular correlativa, ha de poder encontrarse también en la fuerza, en cuanto que no es otra cosa que la actividad monádica misma observada desde el punto de vista de su darse fenoménico. Desentrañar la forma en la que este componente para la funcionalidad se encuentra en la actividad de fuerza es el objeto del siguiente capítulo.

CAPÍTULO CUARTO

Acción, fuerza y función

Tras el carácter especular de la perspectiva se intuye el instinto de funcionalidad, por la que pueden reconocerse los elementos de la reciprocidad, serialidad y legalidad como rasgos constitutivos de la actividad expresiva de la mónada. Puesto que en el carácter de la serialidad se incluye la delicada relación del todo con muchas partes, también el rasgo unitario característico de las sustancias leibnizianas puede verse como un rasgo funcional. En este orden de ideas afirma Peter Schultess:

> Die mathematische Funktion ist eine Einheit von unendlich vielen Relationen. Jeder unabhängigen Variablen entspricht eine abhängige, ein Funktionswert. Die Variablen selbst, deren Begriff Leibniz ebenfalls einführt, können als kontinuirliche Reihen aufgefaßt werden. Es lag nun auf der Hand, den Modifikationen der Monade oder individuellen Substanz phänomenale Werte, d. i. Perzipiertes zuzuordnen. Je nach Zuordnungsgesetz wird die Phänomenwelt anders exprimiert. Die Monaden können also vollständig beschrieben werden durch ein Funktionsgesetz, da seine Einheit aller Relationen bzw. Modifikationen ausmacht. Der Wechsel der Perzeption wird also funktional geregelt […] Die Funktionen im mathematischen Sinne drücken die Natur einer Sache aus, indem sie das Gesetz, beispielweise einer individuellen Substanz vorzeichnen[408].

Para Schultess es clara la relación de dependencia serial entre los elementos expresivos y la mónada, en cuanto que en la noción completa de ella se encuentra, por así decirlo, la ley de la serie para sus propios cambios, la ley que guía el desenvolvimiento gradual de predicados. Si la expresión *ley de la serie* puede parecer

---

[408] Schulthess, *Relation und Funktion…*, p. 223.

metafórica en el contexto de la cita de Schulthess, en Leibniz se encuentra usada como una manera *analógica* de expresar la naturaleza de la fuerza activa. De esta manera, y como no debe resultar sorprendente, si en la expresión hay una relación de dependencia serial entre los respectos expresivos, análogamente tendría que haberla también entre los elementos de la fuerza. Una hipótesis de lectura tal exige una reflexión más pausada. Enunciemos brevemente la naturaleza general de la sustancia leibniziana.

La sustancia leibniziana se caracteriza por tener independencia, actividad, persistencia, unidad e individuación; tiene en sí su noción completa y expresa —aunque oscuramente— el universo entero[409]. En efecto,

a) En cuanto que la sustancia es aquello de lo que algo se predica pero no es en sí misma un predicado de otra cosa, hay en ella un carácter de independencia o existencia *per se*. En este punto Leibniz se mantiene fiel a la tradición y dirá que, en sentido estricto, sólo Dios es una sustancia plenamente independiente. Las sustancias creadas dependen de la divina, pero como sólo dependen de ella y constituyen el sujeto de sus predicados, pueden ser consideradas como sustancias.

b) Si en el orden del lenguaje la sustancia consiste en el último sujeto predicativo, en el orden del ser también será el último principio con el que puede darse cuenta de los fenómenos. Así, la sustancia es aquello por lo que puede explicarse en última instancia el cambio en el mundo físico; debe ser, entonces, un principio de acción. Leibniz llega a definir la sustancia como *un ser capaz de acción*[410]; o a sostener que "[…] agere est caracter substantiarum"[411]. Retomaremos este aspecto a continuación.

c) Las sustancias leibnizianas tienen también el carácter clásico de ser sustrato subyacente a los cambios. A pesar de que "sed omnes res singulares sunt successivae seu successioni obnoxiae"[412], la sustancia no es sujeto de generación o corrupción, o de nacimiento o muerte por causas naturales —sólo aparece, con el comienzo del universo, y desaparece, con su final, por decisión divina—. Pese a los cambios de la cosa singular en ella subyace la ley que regula la sucesión continua misma, ley que describe el ser de la sustancia en su conjunto.

---

[409] Cf. Donald Rutherford, *Leibniz and the Rational Order of Nature*, Cambridge University Press, NY, 1995, pp. 133ss.
[410] Cf. ROBINET I, 27 (OFC 2, 344).
[411] GM VI, 235 (OFC 8, 412–3).
[412] GP II, 263 (OFC 16B, 1216).

d) Todo lo que es un *ser* debe ser *un* ser[413]. Es la idea a la base del rechazo del carácter sustancial de la extensión y, consecuentemente, de la concepción de la realidad de los cuerpos como un fenómeno bien fundado. Puesto que son un aglomerado no constituyen una sustancia verdadera, pero deben su realidad a las unidades verdaderas que los constituyen.

e) Toda sustancia es singular o individual —no es una forma abstracta o un universal—; en ella todos sus accidentes son necesarios y están todos incluidos en el sujeto. Los rasgos enunciados hasta ahora se encuentran a veces reunidos en una sola frase, como ocurre en el fragmento del escrito de 1698, *De ipsa natura*: "Lo que no obra, lo que carece de fuerza activa, lo que no es susceptible de ser diferenciado; en fin, lo que es despojado de toda razón y fundamento para subsistir, no puede ser sustancia en modo alguno"[414].

f) Teniendo en cuenta los rasgos anteriores y, además, que la naturaleza no da saltos[415] y que todo está conectado hasta las partes mínimas[416], le es preciso a la sustancia contener en sí la noción completa de todos sus predicados, *presentes, pasados y futuros*. Esta es la idea que se esconde tras la fórmula: el presente está grávido de futuro[417]. En efecto, si la sustancia es el *subjectum* de todos sus predicados y no hay nada desligado en el universo, entonces debe haber una conexión interna entre todos los predicados de la sustancia. Pero lo que de una sustancia se predica son sus acciones, luego deben estar todas ellas conectadas; este pensamiento será de amplia aplicación en la física leibniziana. De ahí se sigue, por una parte, la idea de que si en la sustancia se contienen todos sus predicados y todos ellos están ligados, entonces dentro de ella se pliegan —se contienen virtualmente— las acciones futuras y pasadas;

g) por otra parte se contiene también la idea de que la sustancia expresa al universo entero, aunque confusamente, idea que estudiamos con mayor detenimiento en el capítulo anterior.

La actividad de la sustancia es, en rigor metafísico, la expresión, pues la percepción y el apetito son constitutivos de la sustancia en cuanto sus cualidades. Así, sostiene Leibniz: "Monades per se activas agnosco, in quibus etiam praeter

---

[413] Cf. GP II, 250, 256 (OFC 16B, 1198, 1206), entre otros lugares.
[414] GP IV, 515 (OFC 8, 460).
[415] Cf. AA II, 2, 474, 491, 516; entre otros.
[416] Cf. AA I, 17B, 678 (GP IV, 494, 557, 594); etc.
[417] Cf. GP VI, 610 (OFC 2, 331); ROBINET I, 53.

perceptionem quae actionem utique involvit, intelligi nihil potest"[418]. En la actividad como expresión se dejan ver, como vimos a lo largo del capítulo anterior, los rasgos de la funcionalidad desnuda. Pero hay una forma de darse de la actividad sustancial, su manifestación en el mundo físico, en la que habría que observar también con detenimiento si se muestran tales rasgos.

La distinción entre los modos de darse de la actividad monádica se circunscribe en la distinción ontológica entre lo que Leibniz considera como *fenómeno* y lo *real*, aunque con ella no se implica que no haya un cierto valor ontológico en lo fenoménico. En el escrito *De modo distinguendi phaenomena realia ab imaginariis*[419], Leibniz da indicios para distinguir los fenómenos reales (en el sentido de estar bien fundados) de los imaginarios. Decimos de un fenómeno que está bien fundado si es vívido, múltiple y congruente. Es *vívido* si sus cualidades –como la luz, el color y la temperatura–, son suficientemente intensas. Es *múltiple* si sus cualidades son aptas y variadas para realizar muchos experimentos y nuestras observaciones; esta cadena de observaciones no suele ser muy precisa en los sueños, en las imágenes de memoria o fantasía. El fenómeno es *congruente* si está compuesto de numerosos fenómenos de los que se puede dar razón por la relación que guardan unos con otros o por alguna hipótesis común bastante simple. El indicio más válido es si el fenómeno está en conformidad con *toda la sucesión de hechos de la vida*, y más aún si otros lo confirman con sus propios fenómenos. No obstante, el mejor indicio de realidad que podemos tener de un fenómeno es el éxito en la predicción de fenómenos futuros a partir de fenómenos presentes y pretéritos; y así como hemos conocido por esto qué fenómenos deben parecer reales, también podemos considerar como aparente sólo cualquier fenómeno que esté en desacuerdo con los que juzgamos reales y aquellos de los que por sus causas podemos explicar su carácter imaginario[420]. Leibniz reconoce que estos indicios no producen una certidumbre metafísica –es decir, que afirmar lo contrario implica contradicción–, de manera que no puede demostrarse en absoluto que existen cuerpos, por lo menos con la misma certeza con la que decimos que existe la sustancia. Sin embargo, para todo lo que no es de necesidad metafísica nos queda como garante de su veracidad *el acuerdo de los fenómenos entre sí*. Así, en suma,

[418] GP II, 256 (OFC 16B, 1206).
[419] Cf. AA VI, 4, 1498ss.
[420] Cf. AA VI, 4, 1499.

> los cuerpos son multiplicidad, composición, espacialidad, en definitiva, son *fenómenos* y, como tales, carecen de existencia independiente y autónoma. Pero de lo que no carecen es de objetividad. Los cuerpos son fenómenos *bien fundados*, o sea, fenómenos constantes, regulados, predictibles, exactos y es en este aspecto legal en lo que reside tanto su realidad como su objetividad[421].

Si el mayor indicio de realidad –y objetividad– de los fenómenos es su predictibilidad –que se funda en un acontecer según ley–, no falta buscar una sustancia en la materia, tomada sólo en ella, para descartar la objeción de que los cuerpos son fantasías. Más bien, en la materia "lo que hay que buscar es su legalidad, su estructura formal, el conjunto de relaciones que la definen. *La materia no es sustancia, es ley; los cuerpos no son cosas, son fenómenos estructurados*, fenómenos bien fundados"[422]. Comentando el escrito *De modo distinguendi phaenomena realia ab imaginariis*, dice Nicolás:

> Esta distinción no significa, ni mucho menos, la supresión del valor ontológico de lo fenoménico. […] precisamente Leibniz realiza, desde un cierto punto de vista, una elevación del valor ontológico de los fenómenos al rango de lo (cuasi)esencial. Lo fenoménico tiene su propio modo de verdad, hay *fenómenos verdaderos* a diferencia, pues, de otros que no lo son. […] No todo lo que los fenómenos muestran es "real", hay un fondo de realidad con características propias, que no "se muestran" en primera instancia. También, a nivel epistemológico, los fenómenos tienen una legislación propia. Pero hay un nivel de "realidad" al que se accede pensando "en rigor metafísico" que alude a un nivel ontológico, en el que el pensamiento está orientado al descubrimiento de la verdad última de lo que las cosas son y los principios que la rigen. Las características halladas por esta vía muestran una realidad netamente distinta de lo fenoménico. Este es el fondo último de lo real[423].

En cada nivel ontológico la realidad se muestra desde una perspectiva distinta, de manera que no hay una escición o duplicación esencialista del mundo, sino que se trata de dos puntos de vista sobre lo real, cada uno de los cuales se rige por sus propias leyes y se relaciona con el otro de acuerdo, también, a leyes.

Mientras que en el nivel ontológico, esto es, el del rigor metafísico, la actividad monádica es expresión, en el nivel fenoménico se da como fuerza, un concepto que Leibniz mismo considera como una clave para esclarecer la naturaleza de la sustancia. Como consta en un escrito de 1694: "Cujus rei ut aliquem gustum dem, dicam interim, notionem virium seu virtutis (quam Germani vocant *Krafft*, Galli la *force*) cui ego

---

[421] Ana Rioja, "Atomismo y monadología. Leibniz a través del espejo", en Q. Racionero – C. Roldán (comp.), *G. W. Leibniz. Analogía y expresión*, Editorial Complutense, Madrid, 1994; p. 372.
[422] Ana Rioja, *Atomismo y monadología. Leibniz a través del espejo…*, p. 372.
[423] Nicolás, *Ontología unificada…*, pp. 8–9.

explicandae peculiarem Dynamices scientiam destinavi, plurimum lucis afferre ad *veram notionem substantiae* intelligendam"[424]. Pero la idea de la actividad como una característica intrínseca de la sustancia no es un giro de la reflexión leibniziana sobre las mónadas típica de los escritos de madurez, pues ya en su juventud había considerado el aspecto, como atestigua la nota de 1676: "L'essence des substances consiste dans la force primitive d'agir, ou dans la loy de la suite des changemens, comme la nature de la *series* dans les nombres"[425]. El desarrollo dinámico de la sustancia como fuerza en los escritos de las últimas tres décadas de vida de Leibniz le permite, por una parte, refinar su concepción de la naturaleza de las fuerzas corpóreas y de la presencia de algo inmaterial en lo material; por otra parte, explicar la contrapartida física para sus tesis metafísicas, el darse fenoménico de la actividad monádica.

Mientras que en el capítulo anterior nos centramos en la actividad propia de la sustancia, es decir, la expresión, para buscar en ella índices de la funcionalidad expandida, ahora nos centraremos en la otra cara de la actividad sustancial, esto es, en la fuerza en cuanto forma fenoménica en la que se da la expresión, para rastrear en ella los rasgos de la funcionalidad. La búsqueda se dará en dos momentos: una exposición general sobre la naturaleza del concepto leibniziano de fuerza y la necesidad de recurrir a ella dentro del mundo fenoménico; en segundo lugar, una exploración sobre las relaciones entre actividad sustancial y funcionalidad en la que destacaremos la descripción de la fuerza como ley de la serie y el doble carácter de la acción.

4.1. Exposición general sobre la necesidad y naturaleza de la fuerza

a. Necesidad de una fuerza ínsita

En la carta que Leibniz escribe a De Volder el 20 de junio de 1703 le comenta ciertas dudas que ha recibido por parte de Bayle en una carta reciente, escribe:

> […] nec videtur haerere nisi in possibilitate progressus cogitationum spontanei in anima, ubi tamen mihi nulla est difficultas tum ab experientia, quia saepe talem percipimus progressum, quidni ergo et alias possibilem credamus, tum etiam a priori, cum eum necessarium esse judicem ex ipsa substantiae omnis natura, quae debet agere seu tendentiam

[424] GP IV, 469–70 (OFC 2, 229–30).
[425] AA VI, 3, 326.

> habere. Adde quoque quod ubique (in rebus completis scilicet) praesens est praegnans futuri, ut in praesenti statu omnes futuri praestabiliantur[426].

Frente a la duda de Bayle sobre la espontaneidad del alma afirma Leibniz que pueden ofrecerse tanto pruebas *a posteriori* —por las experiencias que *con frecuencia* tenemos del proceso— como *a priori*, por la definición de la sustancia. A partir de la cita puede decirse: sustancia es un ser activo, es decir, que tiene tendencias. Esta precisión entre la actividad y la tendencia tiene consecuencias notables en la distinción pormenorizada de los tipos de fuerza que se da dentro de la física de Leibniz —como veremos más adelante—. Por lo demás, en la cita se incluye otro de los rasgos que anteriormente citamos como definitorios de la sustancia: para todo ser completo el futuro está prestablecido en el estado presente; considerando la sustancia desde la perspectiva de la noción completa en la sustancia, puede decirse que ella encierra todos sus predicados. En lo que sigue el párrafo citado de la carta a De Volder, el argumento se centra en la característica de la actividad de la sustancia:

> Tuae difficultates ex aliis fontibus oriuntur. Ac primum ad priores Tuas literas venio, in quibus desideras inter materiam (seu resistentiam) et inter vim activam nexum necessarium, ne gratis conjungantur. Sed causa nexus est quod omnis substantia est activa, et omnis substantia finita est passiva, passioni autem connexa resistentia est. Talem ergo conjunctionem postulat natura rerum, nec potest tam paupertina esse, ut principio agendi deficiat nec magis in formis quam in materia vacuum patitur, ut nunc taceam eosdem esse actionis et unitatis fontes[427].

Lo que en el ámbito metafísico es un rasgo definitorio de la sustancia pasa a ser en física la base de explicación para todo fenómeno físico: la actividad intrínseca a la sustancialidad de la sustancia es en los cuerpos su capacidad de acción. Incluso la resistencia, principio pasivo que junto con la impenetrabilidad son definitorios de la materialidad de los cuerpos, resulta de la actividad en cuanto que contrapartida necesaria de la acción.

La idea de que todo tiene una fuerza ínsita es central en la dinámica leibniziana. Así, uno de sus pilares fundamentales es el pensamiento de que

> In rebus corporeis esse aliquid praeter extensionem, imo extensione prius alibi admonuimus, nempe ipsam vim naturae ubique ab Autore inditam, quae non in simplici facultate consistit,

[426] GP II, 248 (OFC 16B, 1196).
[427] GP II, 248–9 (OFC 16B, 1196–7).

> qua Scholae contentae fuisse videntur, sed praeterea conatu sive nisu instruitur, effectum plenum habituro, nisi contrario conatu impeditur[428].

Con pasajes como este se muestran varias ideas centrales en la dinámica de Leibniz: *a)* en lo corpóreo hay algo más que extensión, de lo que se deriva una de las principales críticas a los cartesianos y su concepción de la extensión como sustancia, a saber, *b)* que la extensión no es sustancial; *c)* ese algo más que hay en lo corpóreo es la fuerza de la naturaleza, que *d)* está inserta *en todas partes*, de suerte que no hay nada carente de fuerza; *e)* la fuerza de la que habla Leibniz no se reduce a las formas sustanciales de las Escuelas, pues en ella hay un conato o esfuerzo, de tal manera que *f)* la fuerza tiende a seguir actuando a no ser que se vea impedida por una tendencia contraria.

Hay una motivación metafísica y teológica que Leibniz suele ofrecer como argumento para la necesidad ulterior de introducir una fuerza en lo corpóreo[429]. Con ella hace frente al mecanicismo y al cartesianismo de corte ocasionalista, que puede derivar, según el argumento leibniziano en el panteísmo espinocista. Siendo el ocasionalismo el blanco de su ataque, no es de sorprender el énfasis teológico del argumento leibniziano. En esta dirección, en el artículo *De ipsa natura*, escrito en 1698, Leibniz ofrece un argumento para la existencia de una fuerza ínsita en lo corpóreo por la naturaleza divina y la creación con el que quiere comentar la apología que Christoph Sturm hace de su *De ídolo naturae*. Sturm defiende, como muchos mecanicistas, que los movimientos que se producen en los cuerpos derivan de una ley eterna —volición o mandamiento— que Dios dio *de una vez* en la creación. Así, se posiciona frente al ocasionalismo que le imputaban y rechaza la necesidad de mandamientos o voliciones divinos posteriores al acto de creación[430]. Ante el argumento de Sturm considera Leibniz que debe seguirse una de las siguientes posibilidades: la volición o ley divina dada al principio o bien "concedió a las cosas una *denominación* solamente *extrínseca*"; o bien imprimió en ellas algo que sigue perdurando, a la manera de "*alguna ley difusa* [*ínsita*]" de la que se siguen las acciones y pasiones de las criaturas, aunque a menudo dicha ley suele no estar bien entendida[431]. La primera opción es la vía ocasionalista; la segunda es la leibniziana o, a juicio de su autor, la *opinión verdadera*.

---

[428] GM VI, 234 (OFC 8, 412).
[429] Cf. Karl Eswein, "Die Spiegelung des Universums in den Monaden bei Leibniz", en *Philosophisches Jahrbuch*, 41/1928 (reprint: Nedeln–Liechtenstein, 1971), p. 93.
[430] Cf. GP IV, 506 (OFC 8, 449).
[431] Cf. GP IV, 507 (OFC 8, 449).

La primera opción involucra dos inconvenientes. Por una parte, el hecho de que se requieran denominaciones extrínsecas para la posibilidad de cada fenómeno físico va contra el principio de razón suficiente, que rige en el terreno de lo fenoménico. En efecto, con un principio de acción interna en la sustancia misma se encuentra la razón suficiente para toda acción que efectúe y accidente que le ocurra; no sólo sería ella la fuente de sus acciones, sino que lo es porque las encierra en su noción completa. Con un principio de acción externa habría que buscar la razón suficiente para las acciones y accidentes de todas las sustancias fuera de ellas, en consecuencia, fuera de la creación. De esta manera, y en ello consiste el segundo inconveniente, el responsable de todas las acciones dentro de la creación sería directamente Dios, lo que significa un recurso a milagros perpetuos, que no son la opción más racional y mejor argumentada, y puede derivar, al parecer de Leibniz, en el espinocismo —como veremos después—.

Leibniz no rechaza de plano la posibilidad de los milagros, pues ellos forman parte de la doctrina cristiana. Antes bien, está de acuerdo en considerar que hay milagros[432]; un ejemplo, en su opinión innegable, es la creación. Mogens Laerke[433] plantea la dificultad de hacer compatible la posibilidad del milagro con el principio de individuación de las sustancias. El problema consiste en que un milagro es algo que escapa a la naturaleza del sujeto o los sujetos sobre los que recae, cuya razón suficiente no está en ellos sino fuera de ellos. Es decir, el milagro sería inexplicable por la *naturaleza originaria, constante y absoluta* de la sustancia individual a la que se atribuye, es decir, se sitúa más allá del principio de inhesión. Al parecer del lector de Leibniz, para hacer compatible la individualidad de la sustancia, piedra angular de la idea misma de mónada, con la existencia del milagro, habría que comprender la naturaleza de la sustancia de alguna de las siguientes maneras posibles: *a)* la *naturaleza originaria, constante y absoluta* —la ley de la serie para todos los cambios de la mónada— es un principio de individuación a partir del cual puede explicarse la noción completa de la sustancia que individúa. De esta suerte, el milagro representa una intervención divina que sobrepasa la ley de la sustancia individual y que, por ende, no está inscrita en su noción completa, pero la razón suficiente para el milagro está únicamente en el entendimiento divino y no es intrínseca a la sustancia individual en cuestión; *b)* la *naturaleza originaria, constante y absoluta* no es la ley completa de la sustancia individual sino sólo su naturaleza habitual o general. En este sentido podría

[432] Cf. AA VI, 6, 61; 65ss.
[433] Cf. Mogens Laerke, *Leibniz lecteur de Spinoza*, Honoré Champion, París, 2008, p. 904–5.

haber inscrita en la noción completa de la sustancia individual una ley superior a su naturaleza que explique las excepciones a la ley general. Según la interpretación de la naturaleza sustancial en *a)*, el milagro es una excepción del principio de inhesión. Siguiendo la interpretación en *b)* la noción completa de la sustancia individual sobrepasaría su naturaleza misma, pero el milagro no constituiría una excepción al principio de inhesión. En este caso en la sustancia individual estaría inscrita una ley superior a ella misma, inexplicable por ella misma pero accesible a Dios, que sería capaz de revelar los fragmentos *encriptados* en ella[434]. En el debate con el ocasionalismo, el milagro de la creación es el que entra de manera central en la cuestión. Pero en este caso no podríamos aceptar una lectura del tipo '*b)*', pues por ella la creación estaría ínsita en la naturaleza de las cosas creadas; en cuyo caso resulta más adecuada una interpretación del tipo '*a)*'. El aspecto difícil de aceptar del ocasionalismo estriba en que no sólo la creación, sino toda acción de las criaturas sería una intervención divina en la creación; toda acción escaparía a la noción completa de la mónada, de manera que toda acción exceptuaría al principio de inhesión y, en suma, se rechazaría la idea misma de la mónada como unidad activa que integra todas sus predicaciones. El mundo ocasionalista es uno donde no hay más que denominaciones extrínsecas.

Continuemos, pues, con la argumentación a favor de la fuerza ínsita en los cuerpos según el *De ipsa natura*. Puesto que el mandato divino fue dado con la creación del mundo no existe en cuanto mandato en el desarrollo de las cosas; como no existe ahora, no puede producir ningún efecto. Pensar lo contrario, esto es, que el mandato no existente ahora puede, sin embargo, producir efectos, sólo podría explicarse de dos maneras: *a)* el mandato dejó tras de sí un efecto subsistente que actúa en los cuerpos —la vía leibniziana—; *b)* aceptar que un mandato pasado, no existente, que aún efectúa equivale a aceptar que "lo que está ausente por razón de lugar o de tiempo, puede obrar aquí y ahora sin intermediario alguno", una vía que Leibniz considera inaceptable, pues quien la sostenga tendría que aceptar que *cualquier cosa puede seguirse cualquier cosa*[435] y renunciaría así a toda explicación distinta. Además, considerar que el mandato divino no produce efectos duraderos y, en consecuencia, no afecta a las cosas mismas,

---

[434] Cf. Laerke, *Leibniz lecteur de Spinoza…*, p. 905.

[435] GP IV, 507: "Nam jussio illa praeterita cum nunc non existat, nihil nunc efficere potest, nisi aliquem tunc post se reliquerit effectum subsistentem, qui nunc quoque duret et operetur: et qui secus sentit, omni, si quid judico, distinctae rerum explicationi renunciat, quidvis ex quovis consequi pari jure dicturus, si id quod loco temporeve est absens, sine interposito, hic et nunc operari potest" (OFC 8, 450).

implica considerar que la voluntad divina es ineficaz, una opinión del todo inaceptable. Pues "et pugnat profecto cum notione divinae potentiae voluntatisque, purae illius et absolutae, velle Deum et tamen volendo producere aut immutare nihil, agereque semper, efficere nunquam, neque opus vel apotelesma relinquere ullum"[436].

La hipótesis ocasionalista es incongruente también con el testimonio de las Escrituras. Según el libro del Génesis dijo Dios en la creación: *produzca la tierra, multiplicaos los animales*[437]. O bien con esta orden se imprimió en las criaturas la capacidad de actuar, o bien no se imprimió nada en ellas. Si se opta por la segunda posibilidad hay también dos posibilidades que se siguen de ella: *a)* que nada sucede conforme al mandato inicial, con lo cual se aceptaría la idea de la ineficacia de la voluntad divina, que *repugna* su misma noción; *b)* que el mandato tiene valor sólo para el presente del momento de la creación y tendría que ser renovado en cada momento futuro, pero tal es una opinión que el mismo Sturm no comparte. Sólo quedaría entonces la primera posibilidad, es decir, considerar que

> Sin vero lex a Deo lata reliquit aliquod sui expressum in rebus vestigium, si res ita fuere formatae mandato, ut aptae redderentur ad implendam jubentis voluntatem, jam concedendum est, quandam inditam esse rebus efficaciam, formam vel vim, qualis naturae nomine a nobis accipi solet, ex qua series phaenomenorum ad primi jussus praescriptum consequeretur[438].

Por otra parte, así como con el *fiat* se creó la cosa misma, es decir, la palabra dejó algo tras de sí, también la *bendición* dejó algo en las cosas creadas, a saber, una *fecundidad e inclinación* no sólo a la acción sino a la producción de sus propios actos, que seguirá mientras no haya obstáculo que se interponga. Añadida a esto viene una consideración más: la de la sustancia como un ser capaz de acción, esto es, la idea de que "[…] ipsam rerum substantiam in agendi patiendique vi consistere"[439]. Más aún, así como la causa primera y universal, que es la divina, antes que suprimir hace que exista la subsistencia natural de una cosa que comienza o la permanencia en la existencia de una cosa que ya existe, "[…] ita eadem non tollet, sed potius confirmabit rei in motum concitatae efficaciam naturalem, seu in agendo perseverationem semel impressam"[440].

---

[436] GP IV, 507 (OFC 8, 450).
[437] Cf. Gn I, 10–11; 22–29.
[438] GP IV, 507 (OFC 8, 450).
[439] GP IV, 508 (OFC 8, 452).
[440] GP IV, 514 (OFC 8, 458).

A esta doctrina cabe cuestionarle, además, cómo se puede explicar la espontaneidad en nosotros, que tenemos experiencia del razonamiento y la volición. Este es, también, el argumento *a posteriori* que Leibniz le da a De Volder cuando le pide alguna prueba de la existencia de la fuerza en los cuerpos[441]. El ocasionalismo, lejos de aceptar una fuerza ínsita en los cuerpos, postula que no son las cosas las que actúan por sí mismas sino Dios con ocasión de las cosas y según la condición de las mismas. Para Leibniz es justamente la experiencia íntima de nuestra capacidad de pensar y desear con la que puede ofrecerse un argumento *a posteriori* a favor de la fuerza ínsita[442]. Si no actuamos nosotros mismos sino Dios, que con ocasión nuestra actúa, no podríamos tener pensamientos o deseos propios, de modo que toda acción de toda criatura sería extrínseca a su naturaleza y, en consecuencia, se negaría la libertad humana. Con ello se haría de Dios la causa directa de los males derivados de nuestras malas decisiones —y oscuridad en las percepciones—. No se puede aceptar, entonces, la tesis ocasionalista y la experiencia de la espontaneidad sigue sin ser explicada, a menos que aceptemos una fuerza ínsita. De manera sintética, el argumento *a posteriori* es el siguiente:

> Si mecum agnoscis systema causarum occasionalium non esse dignum philosopho, si influxum substantiae in substantiam (de veris loquor) inexplicabilem arbitraris, non video quomodo dubitare possis de intrinseca rerum tendentia ad mutationem, cum mutationes adesse in rebus experientia phaenomenorum edoceamur et ab intrinseco mutationes exhibeant vel ipsae operationes mentis. To hoti ergo a posteriori demonstratum puto, et objectionibus etiam Tuis satisfactum. Nec tute effugere poteris principium mutationis intrinsecae, quicquid moliare vel si ad B. de S. systema confugeres. Etsi enim quodvis particulare ab alio mutationem pati ponatur et hoc rursus ab alio, tamen principium mutationis sic inveniri non potest, cum transferatur tantum, non solvatur difficultas. Ergo aut toti rerum universitati intrinseca erit ratio, atque ita et partibus (quid aliud enim universum tale quam omnes res particulares?) aut erit in substantia extramundana ut cum Martiano Capella loquar, vel potius supramundana, nempe Deo, quod et verum est, si ultimum quaeras principium; sed cum Deus (quia perfectissimus) operetur modo naturali, in quo ratio atque ordo esse debet, produxisse in rebus dicendus est principia mutationum ut posteriora ex prioribus inferri possint. Quod ubi semel admiseris, in omnibus rebus aequo jure agnosces. Imo dicendum est, si haec non produxit, omnino durabile nihil, nullumque subjectum mutationis produxisse[443].

[441] Cf. GP II, 258–9 (OFC 16B, 1209).
[442] Cf. GP II, 248–9 (OFC 16B, 1196).
[443] GP II, 258–9 (OFC 16B, 1209).

Si la naturaleza de lo sustancial en lo corporal —lo incorpóreo— resulta problemática, no lo es menos la naturaleza de los cuerpos mismos. Con la concepción cartesiana de la sustancia extensa —o de la extensión como atributo sustancial— se separa la idea de sustancia de la de acción; pero si, de acuerdo con la concepción leibniziana, la actividad es el carácter de la sustancia o, dicho con mayor contundencia, una sustancia es un ser capaz de acción, entonces no es una sustancia aquello que no actúe. Este era el argumento *a priori* que Leibniz ofrecía a De Volder a favor de las fuerzas ínsitas en aquella carta de 1703[444]: por la naturaleza misma de la sustancia, la capacidad de acción, tiene que haber en ella un principio para su actividad. Descartes hace de la extensión el atributo definitorio para lo que él considera una sustancia extensa. Los cuerpos son, entonces, cosas extensas en tres dimensiones y no constan más que de extensión: "[…] por lo tanto, hay que concluir que existe una cosa extensa en longitud, anchura y profundidad, y que tiene todas las propiedades que percibimos claramente que convienen a una cosa extensa. Y esta cosa extensa es lo que llamamos cuerpo o materia"[445]. No difieren unos de otros por el principio de individuación, como querría Leibniz, sino que "toda variación o diversidad en las formas de la materia depende del movimiento"[446]. Ahora bien, en los cuerpos no hay ningún principio para su actividad o movimiento, para su conservación o producción, pues toda acción corpórea no es más que la comunicación del movimiento originario que Dios imprimió en la creación[447].

Leibniz está en desacuerdo: "si l'essence du corps consistait dans l'étendue, cette étendue seule devrait suffire pour rendre raison de toutes les propriétés du corps"[448]. Sin embargo, no es posible explicar la totalidad de los fenómenos físicos a partir de la noción de extensión; "certe nec motus sive actio, nec resistentia sive passio inde derivantur; nec leges naturae quae in corporum motu concursuque observantur ex sola notione extensionis nascuntur, quemadmodum alibi a me ostensum est"[449]. Como no es suficiente para dar explicaciones satisfactorias, en ella no podría consistir la esencia del cuerpo. Más aún, si se quiere hacer de una noción la esencia de los cuerpos, ésta tendría que ser una noción primera y no relativa –pues, de lo contrario, la esencia de los cuerpos

---

[444] Cf. GP II, 248ss. (OFC 16B, 1196)
[445] R. Descartes, "Principios de filosofía", en Descartes y Leibniz, *Sobre los principios de la filosofía*, trad. López y Graña, Gredos, Madrid, 1989; pp. 73–74; II, §1. Cf. pp. 75; II, §4.
[446] Descartes, *Principios de filosofía…*, p. 87; II, §23.
[447] Cf. Descartes, *Principios de filosofía…*, I, §21.
[448] LAMARRA 203 (OFC 8, 274).
[449] GP IV, 364 (OLASO 494).

no radicaría en ella sino en la noción primera en la que se apoya, contradiciendo de esta manera el concepto mismo de esencia–. Ahora bien, la extensión no es una noción primera “nam in extenso requiritur, ut sit totum continuum, in quo plura simul existant”[450]. La extensión es, pues, una noción relativa y “et ut amplius dicam, ad extensionem quippe cujus relativa est notio, requiritur aliquid, quod extenditur seu continuatur, ut in lacte albedo, in corpore id ipsum quod ejus essentiam facit: hujus (qualecunque sit) repetitio extensio est”[451]. La repetición, o difusión, puede ser discreta, como en las cosas numeradas en las que se distinguen partes añadidas, o bien puede ser continua, como en las cosas cuyas partes no están delimitadas y se pueden tomar de infinitas maneras. Si la repetición es continua, puede ser sucesiva, como el tiempo y el movimiento, o puede ser simultánea, que consta de partes consistentes como el tiempo y el espacio. De esta clase de repetición –continua simultánea– es la extensión. En consecuencia, hay extensión cuando en la naturaleza *se difunde simultáneamente a través de muchas cosas*[452]. Así pues, la extensión no es suficiente para explicar la naturaleza misma de la sustancia difundida o repetida en lo extenso. Si en la extensión no hay más que materialidad —con lo que está de acuerdo Leibniz— carente de toda acción posible, entonces la extensión no puede ser sustancial y hay que rechazar la idea misma de una sustancia *extensa*.

Ahora bien, Descartes no sólo considera que exista una sustancia extensa sino también una pensante y ésta es capaz de acciones, pensamientos y sensaciones. Teniendo esto en cuenta, Dios no es la causa de todo pues también las almas pueden ser causa del movimiento de los cuerpos que les pertenecen. La crítica leibniziana a la pasividad de la sustancia cartesiana recaería, entonces, sólo sobre la sustancia extensa. De ahí que su crítica se dirija más directamente al cartesianismo de corte ocasionalista, donde, contrariamente a Descartes, no se considera que haya en sustancia creada ninguna —tampoco la pensante— causas directas para su acción. De acuerdo con Malebranche, uno de los principales exponentes del ocasionalismo, no hay más causas en el mundo *material y sensible* que aquellas que vienen de Dios: su voluntad es la

---

[450] GP IV, 364 (OLASO 495).
[451] GP IV, 364 (OLASO 495). Cf. GP IV, 393–4 (OFC 8, 500–1).
[452] GP IV, 393–4: “Nam quia extensio est repetitio continua simultanea, uti duratio successiva, hinc quoties eadem natura per multa simul diffusa est, velut in auro ductilitas aut gravitas specifica aut flavedo, in lacte albedo, in corpore generaliter resistentia seu impenetrabilitas, extensio locum habere dicitur, quanquam fatendum sit diffusionem illam continuam in colore, pondere, ductilitate et similibus in speciem tantum homogeneis non nisi apparentem esse neque in partibus utcunque parvis locum habere, solamque adeo extensionem resistentiae quae per materiam diffunditur, hoc nomen apud rigidum examinatorem tueri” (OFC 8, 501).

causa verdadera de toda acción de las cosas y las causas naturales no son verdaderas causas sino ocasionales[453]. El motivo por el que en el ocasionalismo se elimina toda fuente posible de acción dentro de la criatura es teológico y responde al objetivo de no otorgar a los hombres atributos que convienen mejor a Dios: ello equivaldría a una divinización de la criatura. Al parecer de Leibniz, aunque el motivo de esta decisión teológica sea el de acentuar la trascendencia y la gloria divinas, relegar la causalidad sólo al ámbito divino acarrea profundas consecuencias metafísicas que podrían derivar en conclusiones contrarias al propósito: de la pretendida trascendencia del autor podría llegarse a la inmanencia del mismo en la creación; de Dios como causa a Dios como naturaleza.

De ahí que a partir del ocasionalismo se deriven dos interpretaciones problemáticas. Por una parte, para justificar la acción de los cuerpos hay que recurrir a una intervención permanente de Dios en la creación que a la manera de milagros constantes pudiera hacer actuar, padecer y coordinar lo que es meramente pasivo. Por otra parte, si la esencia del cuerpo es la extensión y Dios está al origen del movimiento y de la producción de los cuerpos y de sus accidentes, se corre el riesgo de caer en el espinocismo, pues, no sólo se elimina la posibilidad de la trascendencia, sino que no habría más que una sustancia, que es la sustancia divina[454].

Comencemos por la primera interpretación problemática. En párrafos anteriores habíamos adelantado la aceptación de Leibniz de los milagros, en ciertas condiciones. Sin embargo, recurrir al milagro para la explicación de cada fenómeno natural y cada acción de las criaturas es huir de una consideración más exacta de la naturaleza de las cosas y, por así decirlo, cortar con la espada el nudo gordiano[455]. Con ello se sitúa la razón para la acción de las criaturas más allá de su propia naturaleza y no se respeta el principio de razón suficiente para el estudio de los fenómenos físicos. La manera que Leibniz considera como la más inteligible para explicar la acción de los cuerpos y, en general, todo ser creado consiste en aceptar la existencia de fuerzas ínsitas en lo material, un fundamento interno para toda acción y pasión de los cuerpos, es decir, un fundamento suficiente para justificar fenómenos de naturaleza tan distinta como el movimiento o detenimiento espontáneo de un cuerpo y la resistencia e impenetrabilidad

[453] Cf. Laerke, *Leibniz lecteur de Spinoza…*, p. 895.
[454] Cf. GP VI, 350, §393 (OFC 10, 358).
[455] Cf. GP IV, 514 (OFC 8, 459).

en los choques. Este principio dinámico no es la mera receptividad de la acción, a la manera mecanicista; antes bien,

> Vis activa, quae et absolute vis dici solet, non est concipienda ut simplex potentia vulgaris scholarum seu ut receptivitas actionis, sed involvit conatum seu tendentiam ad actionem, ita ut nisi quid aliud impediat, actio consequatur. Et in hoc proprie consistit entelecheia, parum scholis intellecta; talis enim potentia actum involvit neque in facultate nuda persistit, etsi non semper integre procedat ad actionem ad quam tendit, quoties scilicet objicitur impedimentum[456].

Si, sin embargo, no se acepta la fuerza ínsita, queda otro camino. De acuerdo con Laerke, "une philosophie qui ignore le concept des forces vives se prête à la conception d'une doctrine, comme celle de Spinoza, qui n'affirme qu'une seule substance et réduit toutes choses à de simples modes"[457]. En efecto, no en la extensión sino en la fuerza de actuar y parecer consiste la naturaleza de la sustancia de las cosas. En consecuencia, si no es posible que, por voluntad divina, a las cosas se les imprima en el momento de la creación una fuerza que permanezca durante un tiempo, entonces no es posible que se produzcan cosas duraderas. Pues si no hay nada en ellas que les posibilite la duración, entonces ninguna sustancia creada seguiría siendo numéricamente la misma. De esta suerte, Dios no conservaría nada y no habría nada verdaderamente sustancial, con excepción de Dios mismo; todas las cosas serían meras modificaciones de la sustancia divina, única, permanente. Por consiguiente, "[…] et quod eodem redit, ipsam naturam vel substantiam rerum omnium Deum esse, qualem pessimae notae doctrinam nuper scriptor quidem subtilis, at profanus, orbi invexit vel renovavit"[458], que no es otro que Spinoza.

Para la necesidad de la fuerza puede encontrarse otro argumento que, a la vez, rechaza algunas tesis centrales de la explicación mecanicista de los fundamentos de la naturaleza. Esta forma de argumentación está más orientada hacia la física que hacia la teología aunque se base también en razones de tipo teológico. En *De ipsa natura* se encuentra un argumento de este tipo, que parte de la tesis de Sturm de que "motum ait esse successivam tantum rei motae in diversis locis existentiam"[459]. Aun aceptando la premisa, ella no excluye la existencia de la fuerza motriz, pues un cuerpo no está sin

---

[456] GP IV, 395 (OFC 8, 503).
[457] Laerke, *Leibniz lecteur de Spinoza…*, p. 895.
[458] GP IV, 509 (OFC 8, 452).
[459] GP IV, 512 (OFC 8, 456).

más en el lugar, sino que ocupando el lugar que, por así decirlo, lo delimita[460] tiene la tendencia a cambiar de lugar. Es preciso aceptar la idea de una tendencia al movimiento ínsita en el cuerpo por varias razones. En primer lugar, por el carácter serial de los estados o, dicho de otro modo, la idea de que cada sustancia encierra su noción completa y, así, en ella se incluyen todos sus predicados, presentes, pasados y futuros. En efecto, la tendencia al movimiento es la plasmación en el mundo fenoménico de la propiedad metafísica de la completud de la sustancia: así como *el presente está grávido de futuro*, al ocupar un lugar específico todo cuerpo tiende a cambiar de lugar, "Nam non tantum corpus praesenti sui motus momento inest in loco sibi commensurato, sed etiam conatum habet seu nisum mutandi locum, ita ut status sequens ex praesenti, per se, naturae vi consequatur"[461]. En segundo lugar, hay que aceptar la idea de una tendencia ínsita al cambio —o, dicho en términos generales, acción— en la materia por el principio de identidad de los indiscernibles. Si no hubiera una inclinación al cambio en la materia no habría en ella ninguna cualidad específica por la que pudiera diferenciarse de cualquier otra parte de materia. Esta posición se defiende desde la concepción cartesiana de la materia como un todo uniforme sin más cualidades que sus dimensiones[462] —longitud, anchura y profundidad—, donde no cabe diferenciar la masa más que a causa del movimiento[463]. Pero el movimiento es recibido, de modo que no hay nada *en* los cuerpos —sólo algo externo a ellos— por lo que ellos mismos puedan diferenciarse de otros; no hay, entonces, *en* los cuerpos variación o modificación alguna y en ellos sigue todo siempre del mismo modo.

> Nam si materiae portio quaevis ab alia aequali et congrua non differt […] ac praeterea si unius momenti status a statu alterius momenti non nisi transpositione aequalium et congruarum et per omnia convenientium materiae portionum differt; manifestum est ob perpetuam substitutionem indistinguibilium consequi, ut diversorum momentorum status in mundo corporeo discriminari nullo modo possint[464].

Además de ser así por los argumentos anteriores, esta conclusión se sigue, en tercer lugar, de que, bajo los supuestos de Sturm, todo cambio no sería más que una denominación extrínseca. Por tales denominaciones se queja Leibniz también, como vimos en páginas anteriores, del ocasionalismo. En el argumento presente se le impugna

---

[460] Leibniz no aceptará la idea de un espacio absoluto, sino relativo. Así, el lugar no es otra cosa que la relación entre cuerpos.
[461] GP IV, 513 (OFC 8, 457).
[462] Cf. Descartes, *Principios…*, p. 121; II, §64.
[463] Cf. Descartes, *Principios…*, p. 87; II, §23.
[464] GP IV, 513 (OFC 8, 457).

a Sturm hacer de toda modificación en la materia una denominación extrínseca, dejando su razón en el movimiento y la figura o el momento futuro. Ahora bien, esta es una solución imposible, pues tampoco hay nada en el momento futuro, es decir, en el hecho de que una misma partícula estará en diferentes lugares, por lo que se pueda distinguir un cuerpo de otro, “imo ne a futuro quidem cum fundamento sumeretur, quia nunquam etiam imposterum ad verum aliquod praesens discrimen deveniretur, cum nec locus a loco, nec materia a materia ejusdem loci (ex hypothesi perfectae illius uniformitatis in ipsa materia) distingui ulla nota queat”[465]. La razón no puede encontrarse tampoco en la figura además del movimiento, pues, supuesta la masa uniforme indistinta, plena y sin mayores cualidades que las tres dimensiones espaciales, la figura se origina, justamente, a causa del movimiento, de manera que no le aporta nada.

> Quodsi ergo motus nullam distinguendi notam continet, nullam etiam figurae largietur; et cum omnia, quae prioribus substituuntur, perfecte aequipolleant, nullum vel minimum mutationis indicium a quocunque observatore, etiam omniscio, deprehendetur; ac proinde omnia perinde erunt, ac si mutatio discriminatioque nulla in corporibus contingeret: nec unquam inde reddi poterit ratio diversarum quas sentimus apparentiarum[466].

En suma, el argumento se basa en los dos grandes principios de Leibniz: el de razón y el de contradicción o identidad: es menester que dos estados de la materia puedan distinguirse, de lo contrario serían el mismo; la materia de los cartesianos no tiene en ella nada por lo que una parte pueda distinguirse de otra y en la concepción del movimiento de Sturm no hay nada por lo que se pueda distinguir un cuerpo en movimiento que uno en reposo y, en consecuencia, todos los estados de la materia son asimilables. Por otra parte, debe haber una razón suficiente para la distinción de los estados; pero ni el movimiento, ni la figura, ni el recurso a un momento futuro son suficientes para dar razón con ellos del fenómeno mismo del movimiento y de la naturaleza de la materia, ya en reposo, ya se esté moviendo. Así, concluye Leibniz que se debe suponer en los cuerpos algo más que la materia y el movimiento y que en la naturaleza *no se produce en ningún lugar ninguna semejanza perfecta* —otros términos para el principio de identidad—. A partir de ello, por una parte, rechaza también otras hipótesis físicas, como la existencia de *corpúsculos de extrema dureza*, el *fluido sumamente tenue*, la *materia sutil* difundida por todo el Universo y los átomos o elementos últimos. Por otra parte, considera —con Aristóteles— que debe haber un

---

[465] GP IV, 513 (OFC 8, 457).
[466] GP IV, 513 (OFC 8, 457).

principio de diferenciación y de alteración en la materia, que consiste en —más allá de Aristóteles— las modificaciones y actividad de las mónadas.

En este argumento Leibniz no dice explícitamente la razón para rechazar la posibilidad de que la razón para una posible distinción entre los cuerpos, supuesta la materia indistinta —cartesiana—, se encontrara en el movimiento. Para aceptar tal cosa habría que considerarlo o bien como conteniendo una nota distintiva, o bien como siendo totalmente indiferenciado. Si se lo concibe de la segunda manera, entonces no puede otorgarle a la figura o al cuerpo mismo nada por lo cual pueda distinguirse de los demás, y habría que rechazarlo junto con el momento futuro y la figura. Si se lo concibe de la primera manera, esto es, como otorgador de distinción, habría que preguntarse de qué manera sería posible algo así. Quizá hay sólo dos posibilidades: o bien el movimiento sería una especie de fuerza externa, que se transmite por la materia diferenciándola; o bien el movimiento es, no causa, sino resultado de una capacidad intrínseca en la materia, de una fuerza no externa sino interna a la materia por la cual le es posible tanto *ser capaz* de movimiento como el movimiento mismo. Una fuerza ínsita tal constituiría la cualidad de la materia, aquello por lo que puede diferenciarse de cualquier otro fragmento de materia y, en consecuencia, no puede ser un principio material sino formal. De esta manera, las dos posibilidades restantes serían la del cartesianismo —incluida la vía de un movimiento ocasionado en cada caso a la manera ocasionalista— o la vía leibniziana de la fuerza ínsita. Contra la explicación cartesiana —en sentido amplio— hemos visto ya bastantes refutaciones. Pero resta enunciar con claridad una razón fuerte contra la idea de que el movimiento pueda dar notas distintivas a la cosa, que Leibniz ha mencionado de pasada en el argumento presentado. Dada la ligazón entre todas las cosas, no hay denominaciones *puramente* extrínsecas[467]. Con la posición y la cantidad —así como con el lugar y el tiempo— no se puede dar razón para la posibilidad de diferenciación entre un cuerpo y otro, pues una nota distintiva es una nota intrínseca a la cosa —como decir del hombre que es un animal[468]—. La cantidad[469] y la posición[470] son denominaciones extrínsecas —como decir del Sol que es cálido[471]— no son más "que meros resultados, que por sí mismos no constituyen ninguna denominación intrínseca y […] de tal suerte no son más que relaciones que necesitan de

[467] Cf. ANDREU II, 128–9.
[468] Cf. AA VI, 4, 1131.
[469] Cf. AA VI, 4, 107; 162ss.; 308, etc.
[470] Cf. AA VI, 4, 107; 944.
[471] Cf. AA VI, 4, 1131.

un fundamento tomado del predicamento de la cualidad o [[sea]] de una denominación intrínseca accidental”[472].

La posición puede darse en el tiempo o en el lugar, de manera que el movimiento puede entenderse como un cambio de posición. Así, el movimiento no es otra cosa que una relación racional —y no real— entre dos o más cuerpos[473], una denominación extrínseca que, como la posición, a la que él mismo se reduce, no agrega nada a la cosa movida. El carácter de denominación extrínseca y el estatuto meramente relativo del movimiento se ve con claridad a la luz del proceso metafísico al que equivale:

> Todas las cosas que son diversas es preciso que se distingan por algo, y tratándose de cosas reales, para que se distingan [[unas de otras]], no basta con la sola posición. […] Y, en general, el lugar y la posición, la cantidad, como el número, la proporción, no son sino relaciones resultantes de otras cosas que por sí constituyen <o terminan> la mutación. Y así, el estar en un lugar, en abstracto no parece llevar consigo ciertamente nada más que la posición; mas, *en realidad*, es preciso que el alejado exprese en sí el lugar, de modo que la distancia y el grado de la distancia incluya también el grado en que algo expresa en sí una cosa remota, en que la afecta o es de ella afectada. De modo que, verdaderamente, el sitio (situs) incluya realmente el grado de las expresiones[474].

Desde el punto de vista físico hay movimientos, pero en rigor metafísico no hay más que expresión; percepciones y apetitos. El movimiento pertenece al tipo de determinaciones abstractas —o matemáticas[475]— pero no reales de lo que hay. Es útil para la explicación de los fenómenos físicos, pero aún dentro del terreno de la sola física es insuficiente para dar razón de los mismos. Es menester que haya una fuerza ínsita en los cuerpos, esto es, una denominación intrínseca de las cosas en la que se funde la posibilidad de toda denominación extrínseca de los fenómenos que les atañen, como lo son sus coordenadas espacio-temporales y el cambio de unas a otras, es decir, el movimiento.

Quienes no aceptan la existencia de la fuerza en todas las cosas cometen graves errores. De acuerdo con el argumento de tipo metafísico-teológico-físico, no sólo aceptarían una noción de voluntad divina contradictoria, donde el mandato de Dios carece de efectos y no imprime nada en las criaturas, sino que limitarse a identificar la fuerza con un mandato tal equivale para Leibniz a evitar la cosa más explicable y, con

---

472 Andreu II, 129.
473 Cf. AA VI, 4, 944.
474 Andreu II, 129.
475 Cf. Andreu II, 128.

ello, *renunciar a la condición de filósofo y echar mano de la espada para cortar el nudo gordiano*[476]. Además, de acuerdo con el segundo argumento, contravienen los principios de razón suficiente y de identidad de los indiscernibles, y sostienen tesis incompatibles con otras ideas leibnizianas como la de la noción completa y la insustancialidad de la extensión.

Leibniz narra en el *Espécimen dinámico* —y menciona con brevedad también en *De ipsa natura*[477]— cómo en su juventud él mismo se vio en el abismo de caer en peligros cartesianos semejantes. Refiriéndose a su escrito *Nueva hipótesis física*, confiesa haber considerado, de acuerdo con Demócrito, Gassendi y Descartes, que la naturaleza del cuerpo consistía en la masa inerte[478].

> Sed postea omnia altius scrutatus, vidi in quo consisteret systematica rerum explicatio, animadvertique hypothesin illam priorem notionis corporeae non esse completam, et cum aliis argumentis tum etiam hoc ipso comprobari, quod in corpore praeter magnitudinem et imprenetrabilitatem poni debeat aliquid, unde virium consideratio oriatur, cujus leges metaphysicas extensionis legibus addendo nascantur eae ipsae regulae motus, quas systematicas appelleram, nempe ut omnis mutatio fiat per gradus, et omnis actio sit cum reactione, et nova vis non prodeat sine detrimento prioris, adeoque Semper abripiens retardetur ab abrepto, nec plus minusve potentiae in effectu quam in causa contineatur. Quae lex cum non derivetur ex notione molis, necesse est consequi eam ex alia re, quae corporibus insit, nempe ex ipsa vi, quae scilicet eandem semper quantitatem sui tuetur, licet a diversis corporibus exerceatur[479].

El inconveniente derivado de la espontaneidad en la mente humana, capaz de pensamientos y voliciones, que no puede explicarse completamente en el ocasionalismo, y la consecuente negación de la libertad humana y acusación sobre Dios de causar los males, se diluye al considerar que en cada criatura hay una fuerza inherente para producir acciones inmanentes. Más aún, a menos que se quiera sostener, lo que resulta difícil, que la acción le es exclusiva a las mentes humanas, es preciso conceder que esta misma fuerza inmanente de actuar esté en todas las demás criaturas o naturalezas sustanciales. De tal suerte que mientras en el nivel de lo fenoménico por la fuerza puede darse razón de los diversos fenómenos físicos que tenemos experiencia, en el nivel de lo real puede explicarse la comunicación entre mónadas como la secuencia de las leyes de

---

[476] GP IV, 508: "eamque in Dei mandatum, olim semel datum, res nullo modo afficiens nec effectum post se relinquens simpliciter rejicere, tantum abest, ut foret reddere rem explicatiorem, ut potius deposita philosophi persona esset gladio gordium nodum secare" (OFC 8, 451).
[477] Cf. GP IV, 514 (OFC 8, 459).
[478] Cf. GM VI, 240 (OFC 8, 421).
[479] GM VI, 241 (OFC 8, 422–3).

la propia naturaleza de cada una conforme a la acomodación que hay entre todas las mónadas del universo[480].

b. Naturaleza y categorización de las fuerzas

No sólo hay fuerzas en los cuerpos sino que ellas son de varios tipos[481]. La fuerza puede ser activa o pasiva. La fuerza activa es doble: bien puede ser primitiva o derivativa. La fuerza activa primitiva está presente en toda sustancia corpórea; esta idea tiene que ver con la consideración general de que *repugna a la naturaleza de las cosas* un cuerpo enteramente en reposo. En ella reside la *primera entelequia* que Leibniz considera presente en toda sustancia, esto es, el alma o forma sustancial. Así, esta fuerza primitiva dista de ser la conservación de la fuerza motriz total, "et cum de vi primitiva manente loquor, non intelligo conservationem potentiae motricis totalis de qua olim inter nos actum est, sed Entelechiam cum alia tum vim illam totalem semper exprimentem"[482], pero que atañe sólo a las causas generales de los fenómenos y, por ello, no basta por sí sola para explicarlos. La fuerza activa derivativa es la limitación de la primitiva, por cuanto que "sane vires derivativae non sunt nisi modificationes et resultationes primitivarum"[483]. Se ejerce de varias maneras, por ejemplo, en la limitación de la fuerza que ocurre tras el choque de un cuerpo con otro.

La fuerza pasiva también es o bien primitiva, o bien derivativa. La fuerza primitiva de soportar o resistir es aquello en virtud de lo cual le es posible a un cuerpo no ser penetrado o atravesado por otro cuerpo y presentar resistencia en fenómenos como el choque; es también aquello que lo dota de su inercia. En este sentido, la fuerza pasiva primitiva equivaldría a la *materia primera* de la escolástica. Por su parte, la fuerza pasiva derivativa de soportar es aquella que se vincula al movimiento y tiende a producir un movimiento local. Así, esta fuerza equivale a la *materia segunda* de las Escuelas.

Hay una clasificación más de las fuerzas en vivas y muertas, que proviene del contexto específico del darse fenoménico de la sustancia en conformación de su cuerpo y no tanto de la consideración de la fuerza en cuanto actividad metafísica como tal. Esta

---

[480] Cf. GP IV, 510 (OFC 8, 453–4).
[481] Para la clasificación de la fuerza sigo, principalmente, la presentación que de ella hace Leibniz en el *Espécimen dinámico*.
[482] GP II, 251 (OFC 16B, 1199).
[483] GP II, 251 (OFC 16B, 1199).

clasificación podría, entonces, considerarse como una forma específica de las fuerzas derivativas y, de esta manera, no debe identificarse la fuerza viva directamente con la fuerza primitiva. La fuerza viva u ordinaria está asociada al movimiento actual y a ella siempre está unido el ímpetu. Cuando se considera la fuerza viva en una asociación de cuerpos, es también ella doble: total o parcial. La fuerza viva parcial puede ser respectiva (es decir, propia de sus partes) o directiva (común). La fuerza viva parcial respectiva "est qua corpora aggregato comprehensa possunt agere in se invicem"[484]. La fuerza parcial directiva es aquella con la que, además, el agregado corpóreo puede actuar fuera de sí. La fuerza viva total absoluta es el conjunto de las fuerzas parciales (respectiva y directiva). En cuanto a la fuerza muerta o elemental cabe decir que es aquella en la que aún no existe el movimiento sino la mera instigación al mismo. Ejemplos de fuerza muerta son las fuerzas centrífuga, centrípeta y aquella por la que se repliega un cuerpo elástico en tensión.

Con la reconsideración de las formas sustanciales Leibniz no quiere retornar simplemente a la consideración escolástica de los cuerpos o repetir a Aristóteles. A este respecto vale resaltar que la entelequia primera se encuentre en un grado de la fuerza anterior a la acción misma, esto es, que esté en la fuerza activa primitiva y no la activa derivativa. Con tal distinción se evita, a consideración de Leibniz, que la explicación de la acción de los cuerpos recaiga en la forma sustancial, pues ella no entra en la determinación de las causas propias y especiales de lo sensible. Efectivamente, tanto para Aristóteles como para Leibniz, en las cosas que son por naturaleza hay un principio de movimiento y reposo ínsito en ellas[485]. Según Aristóteles, este principio se da en las cosas que son por naturaleza puesto que "la naturaleza es un cierto principio y causa del moverse o estar en reposo en aquello en lo que se da primariamente, por sí mismo y no por concurrencia"[486]; por el contrario, ocurre que en los elementos fabricados "ninguno tiene en sí mismo el principio de la fabricación, sino que unas veces reside en otros y es exterior (…); otras veces, en cambio, está en ellos mismos, aunque no 'por sí mismos', como en cuanto podrían ser causas para sí mismos por concurrencia"[487]. Como la materia es, por naturaleza, potencial mientras que la forma es actual, y "sólo nos

[484] GM VI, 239 (OFC 8, 418).
[485] Para Aristóteles, ver *Física*, II, 1; 192b15ss.
[486] Aristóteles, *Física*, trad. José Luis Calvo Martínez, Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Madrid, 1996; 192b20, p. 34.
[487] Aristóteles, *Física…*, 192b28, p. 35.

referimos a cada cosa cuando existe en actualidad y no cuando está en potencia"[488], la naturaleza es entonces la forma antes que la materia. De esta manera, el principio natural de movimiento y reposo es formal y no material. En este planteamiento Leibniz podría estar de acuerdo. Sin embargo, hay que matizar la manera en que el principio ínsito de movimiento aristotélico actúa sobre los cuerpos desde su consideración meramente física. De acuerdo con la *Física*:

> todo lo que se está moviendo necesariamente está siendo movido por algo: si no tiene en sí mismo el principio del movimiento, evidentemente es movido por algo distinto (pues aquello que lo mueve será otra cosa); y si lo tiene en sí mismo, supongamos que es AB lo que se mueve por sí mismo y no porque se mueva una parte de ello. (…) Lo que está moviendo sin ser movido por algo no tiene necesariamente que cesar de moverse por el hecho de que otro objeto esté en reposo; pero si, por el contrario, algo está en reposo por el hecho de que otro objeto ha cesado de moverse, necesariamente habrá estado siendo movido por algo. Si se acepta esto, resultará que todo lo que se mueve es movido por algo. Y es que, como se ha supuesto que es AB lo que está en movimiento, necesariamente será divisible, pues todo lo que se mueve es divisible. Divídase entonces en C: si CB no está moviéndose, AB no se estará moviendo, pues, si se moviera, evidentemente AC estaría en movimiento mientras CB estaba en reposo; de manera que AB no se movería por sí mismo ni primariamente. Pero la hipótesis era que se movía por sí mismo y primariamente, luego necesariamente AB estará en reposo si CB no está en movimiento. (…) Y puesto que todo lo que se está moviendo está siendo necesariamente movido por algo, suponiendo que algo está siendo movido con movimiento local por otro objeto que está en movimiento, y de nuevo el objeto moviente está siendo movido por otro objeto en movimiento, y este por otro, y así sucesivamente, es necesario que haya uno que sea el moviente primero y no que progresemos hasta el infinito[489].

De esta manera, al afirmar que todo lo que es movido está siendo movido por algo, Aristóteles llega a su doctrina del motor inmóvil, esto es, aquel moviente primero que mueve sin moverse y que corta la cadena infinitamente progresiva de motores móviles por otro. No obstante, si, por una parte, para Aristóteles todo lo que es por naturaleza tiene ínsito un principio del movimiento y el reposo, y, por otra, es necesario que todo lo que mueve sea movido, ¿en qué consiste tal principio del movimiento ínsito? ¿Qué quiere decir que la forma del compuesto que es por naturaleza sea ese principio de movimiento –y, en términos de Leibniz, de acción–? Un principio tal de movimiento no es otra cosa que la posibilidad del movimiento, aquello por lo cual es

---

[488] Aristóteles, *Física…*, 193b5, p. 37.
[489] Aristóteles, *Física…*, 242a24 – 242b25, p. 201 – 202.

posible que los cuerpos se muevan espontáneamente, sin que esto quiera decir que el movimiento surja de ellos mismos. En efecto, aunque es sin duda necesario tener tal principio para moverse, no basta con tenerlo para que el movimiento se haga efectivo, pues es menester un 'empujón', una transmisión de movimiento a partir de otro cuerpo en movimiento. De ahí la insistencia de Leibniz de que no quiere retornar simplemente a las formas escolásticas —herederas de la física aristotélica— y que su fuerza antes que implicar sólo el acto o la posibilidad del acto envuelve también el conato o tendencia hacia el acto mismo. Volviendo a sólo Aristóteles, el movimiento no puede provenir de la parte sino de un cuerpo en movimiento que mueva al cuerpo *completo*, al cuerpo en su totalidad. Esta necesidad de la recepción del movimiento es lo que lleva a Aristóteles a pensar en una "doctrina" del motor inmóvil como el primer principio de movimiento. Por su parte, Leibniz acude a un principio formal que dé verdadera unidad a la masa, de manera que sea en virtud de este principio que pueda darse el agregado de materia primera, esto es, el cuerpo mismo. Por este principio formal de los cuerpos no sólo puede explicarse la unidad de los mismos, sino que –yendo más allá de Aristóteles– por él puede darse razón tanto de su capacidad de acción como de su actividad original misma. Así, la mónada o principio de acción para los cuerpos dista de requerir de la recepción del movimiento de otros cuerpos, como querría la mera física aristotélica o el mecanicismo cartesiano; tampoco de la actuación divina con ocasión de los cuerpos en cada situación específica, a la manera del cartesianismo ocasionalista. El principio leibniziano de la acción es ínsito en los cuerpos y los hace autónomos; de ahí que la mónada sea en cierta medida autárquica, una cierta auto-suficiencia que da una relativa autonomía a la sustancia corporal —al conjunto del agregado material con su mónada dominante—. La distancia entre la clasificación leibniziana de la fuerza y sus posibles orígenes antiguos puede marcarse también con ayuda de Leibniz mismo, que en el *Espécimen dinámico* resalta la carencia de una idea de fuerza viva dentro de la física antigua:

> Veteres, quantum constat, solius vis mortuae scientiam habuerunt, eaque est, quae vulgo dicitur Mechanica, agens de vecte, trochlea, plano inclinato (quo cuneus et cochlea pertinent), aequilibrio liquorum, et similibus, ubi nonnisi de conatu primo corporum in se invicem tractatur, antequam impetum agendo conceperunt. Et licet leges vis mortuae ad vivam transferri aliquo modo possint magna tamen cautione opus est, ut vel hinc decepti sint, qui vim in universum cum quantitate ex ductu molis in velocitatem facta confuderunt, quod vim mortuam in ratione horum composita esse deprehendissent. Nam ea res ibi speciali ratione contingit, ut jam olim admonuimus, quoniam (exempli gratia) gravibus

> diversis descendentibus, in ipso initio motus utique ipsi descensus seu ipsae quantitates spatiorum descensu percursorum, nempe adhuc infinite parvae seu elementares sunt celeritatibus seu conatibus descendendi proportionales. Sed progressu facto et vi viva nata, celeritates acquisitae non amplius proportionales sunt spatiis descensu jam percursis, quibus tamen vim aestimandam olim ostendimus ampliusque ostendemus, sed tantum earum elementis[490].

En Galileo encuentra Leibniz un predecesor para el tratamiento de una fuerza viva. Aunque no utiliza el mismo nombre, es el primero en explicar el comienzo del movimiento a partir de al aceleración de los graves en descenso[491]. Descartes mismo reconoce que los cuerpos únicamente reciben un nuevo movimiento por medio de una fuerza, de ahí que resistan al que se los imprime y disminuyan su fuerza. Además, distinguió la velocidad de la dirección, una observación que mantuvo también en la consideración del choque entre cuerpos. En la concepción cartesiana, la fuerza es una mera consecuencia —o manifestación[492]— del principio de la inercia: "la fuerza con que un cuerpo actúa contra otro o resiste a su acción, consiste solamente en que cada cosa persiste en tanto le es posible en el mismo estado en que se encuentra, esto es, en reposo o bien en movimiento rectilíneo y uniforme"[493]. Como señala Juan Arana[494], en este sentido se esconde una ambivalencia en el concepto cartesiano de fuerza por el que ésta significa tanto la acción como reacción o resistencia a la acción misma. Así,

> en Descartes no hay uno, sino dos conceptos de fuerza: fortaleza intrínseca, que se puede asimilar a la magnitud del cuerpo, y que gobierna la determinación del movimiento, y fuerza cinemática, que equivale a la cantidad de movimiento, y establece el módulo de la acción dinámica, prescindiendo de la dirección y sentido en que se ejerce[495].

Al parecer de Leibniz, Descartes tiene un acierto en considerar la fuerza como algo absoluto[496] y que se conserva a lo largo de los cambios; esa es la línea en la que

---

[490] GM VI, 239 (OFC 8, 418–9).
[491] Cf. OFC 8, 419 / GM VI, 239.
[492] Cf. Juan Arana, "La doble significación científica y filosófica de la evolución del concepto de fuerza de Descartes a Euler", en *Anuario Filosófico*, 20/1 (1987), p. 10. Versión en PDF tomada de www.bibliotecahispanicaleibniz.es.
[493] Descartes, AT IX-2, 88. Traducción de Juan Arana en *La doble significación…*, p. 10.
[494] En la presente exposición apenas hacemos mención de un problema que exige una atención mucho mayor de la que podemos ofrecer aquí, pero también de la que conviene a la investigación general de este trabajo. Juan Arana (en *La doble significación…*, 9–42) presenta un recorrido completo e iluminador sobre la evolución del concepto de fuerza partiendo de Descartes, donde, a la vez de exponer las diferentes teorías de los pensadores que trata, establece relaciones tanto de ellas entre sí como con las teorías actuales para acercar el lector contemporáneo a aquella época.
[495] Arana, *La doble significación…*, p. 15.
[496] Como aclara J. Arana: "El carácter absoluto quiere decir en este contexto independencia con respecto a ejes, coordenadas y referencias, puesto que todas las magnitudes esencialmente unidas a sistemas de referencia pueden ser creadas o anuladas a voluntad efectuando el oportuno cambio de sistema de

puede encontrarse un verdadero sentido de la fuerza. Sin embargo, Descartes falla al explicar de manera insuficiente el choque y que no considera que un cambio debido a la sola variación de la velocidad o de la sola dirección es mínimo —Leibniz indica que podría haberlo considerado como una mezcla de ambas variaciones. Pese a los enormes progresos que en física lograron, aunque por diferentes caminos, Huygens, Wren, Wallis y Mariotte, no hay un consenso sobre las causas de los fenómenos y, en palabras de Leibniz, "nec sane ab omnibus agnoscitur, quod mihi certum videtur: repercussionem sive reflexionem non nisi a vi elastica, id est intestini motus renisu proficisci. Nec notionem ipsam virium quisquam ante nos explicavit […]"[497]. Los fenómenos corporales, como lo es el de la resistencia tras un choque, no ocurrirían si los cuerpos consistieran sólo en sustancia extensa, esto es, si aparte de la extensión no hubiera un principio de movimiento ínsito en ellos. La resistencia y la experiencia misma de movimientos en la materia constituyen pruebas para la idea de que un principio tal, a menos que se quiera, con el ocasionalismo, aducir la intervención divina como causa inmediata, y no general, de los mismos[498]. De ahí que la fuerza activa primitiva sea como una *ley de la serie para todos los cambios* de la mónada que ella rige.

4.2. Actividad y funcionalidad

Hemos visto ya la necesidad de una fuerza ínsita en los cuerpos y una primera clasificación de la misma, siguiendo la que Leibniz ofrece en el *Espécimen dinámico*. Pero no hemos entrado en el detalle y problematización de su naturaleza, esto es, en la pregunta por *qué es* esa fuerza que ha de ser ínsita en los cuerpos. Hay algo específico de la fuerza leibniziana por el que no puede reducírsela al planteamiento general —aunque ambiguo— de Descartes, que los mecanicistas siguen bajo la identificación de fuerza como cantidad de movimiento; pero tampoco a la entelequia de las Escuelas, herencia de la física aristotélica. En la correspondencia con Burcher de Volder se discute, entre otros muchos temas de enclave físico y metafísico, la existencia de fuerzas primitivas en las acciones de los cuerpos y, en último término, la idea misma de fuerza. Dada su comprensión mecanicista de la materia, a De Volder le cuesta aceptar la

---

referencia. Esto significa que para Leibniz la fuerza no puede ser una magnitud mediatizada por una dirección y un sentido, sino algo independiente de las determinaciones concretas de los movimientos que se derivan de ella". Arana, *La doble significación…*, pp. 25–26.
[497] GM VI, 240 (OFC 8, 420–1).
[498] Cf. GP IV, 396–7 (OFC 8, 503–4).

existencia de una fuerza activa primitiva y la diferencia entre ésta y la derivativa. En la carta del 5 de enero de 1704, De Volder confiesa:

> In simplice corpore nullos modos concipio, praeter magnitudinem determinatam, figuram et vel motum vel quietem. In magnitudine et figura solis nihil est activi. Sed idem de motu sive de eo quod resultat ex mole et celeritate, hoc est, de viribus derivativis non facile dixerim. Inter vires derivativas et primitivas quas vocas nullum aliud discrimen concipio, nisi quod illae in continua mutatione sint, singulis momentis aliae et aliae, hae vero ponantur constanter eaedem. Verum rei aut major aut minor duratio non permutat ejus naturam. Nec ergo video cur hae non sint activae[499].

De Volder reconoce la existencia de fuerzas derivativas con las que puede darse buena cuenta de los fenómenos físicos, en las que recae la consistencia del movimiento y la posible actividad de los cuerpos. Como buen cartesiano, considera la fuerza como un producto de la magnitud del cuerpo por la velocidad que posee, identificándola entonces con la cantidad de movimiento[500]. Partiendo de una concepción tal de fuerza resulta bastante difícil de comprender la distinción que Leibniz le propone entre fuerzas primitivas y derivativas. Si bien Leibniz está de acuerdo en que "vires quae ex massa et velocitate oriuntur, derivativae sunt et ad aggregata seu phaenomena pertinent"[501], el problema reside en la concepción misma de fuerza, que no consiste en el movimiento sino en algo anterior a él. En una carta del 21 de enero de 1704, Leibniz contestará las dudas de De Volder con una afirmación que no le causará menos sorpresa al matemático holandés que la distinción misma entre fuerzas primitivas y derivativas: la diferencia entre tales fuerzas no estriba en la duración de su efecto o en la ausencia de actividad en las derivativas, sino en el hecho de que éstas son modificaciones de las primitivas. Es más, del hecho mismo de que la fuerza derivativa es una modificación se sigue que tiene que haber algo activo primitivo de lo que resulta la modificación en que consiste la fuerza derivativa[502]. Ella no es el movimiento, sino "vis autem derivativa est ipse status praesens dum tendit ad sequentem seu sequentem prae-involvit, uti omne praesens gravidum est futuro"[503]. Así, el movimiento no es la fuerza derivativa sino una

---

[499] GP II, 259–60 (OFC 16B, 1211–12).
[500] Decimos: como buen *cartesiano*, aunque no estrictamente seguidor de Descartes, en la medida en que esta idea de fuerza se identifica con el primer sentido que ella tiene según Descartes; aquí no entramos en una valoración de si De Volder defiende o no —o hubiera, en absoluto, llegado a considerar— el segundo carácter de la idea de fuerza de Descartes, esto es, el carácter de fortaleza o debilidad de los cuerpos, donde se determina la manera como se "reparte y distribuye el movimiento entre los cuerpos presentes, canalizándose hacia unas direcciones antes que hacia otras" (Arana, *La doble significación…*, p. 15).
[501] GP II, 251 (OFC 16B, 1199).
[502] Cf. GP II, 262 (OFC 16B, 1215).
[503] GP II, 262 (OFC 16B, 1215).

consecuencia de ella, resulta de ella. Si en ello consiste la fuerza derivativa, que es una modificación de la primitiva, ella debe estar en lo persistente mismo, que subyace a todos los casos y los *envuelve*. De manera tal que la fuerza primitiva es como *la ley de una serie* y la fuerza derivativa es como *la determinación que designa un término concreto en la serie*[504].

La respuesta no despeja las dudas del corresponsal, que escribe de nuevo, con más dudas, el 31 de mayo de 1704:

> Per vires autem semper intellexi non quid substantiale, sed quidpiam substantiae inhaerens. Imo vires absque fundamento, ex quo fluunt, spectatas semper consideravi instar denominationis externae, fundamentum vero id ipsum quod in re esset. Hoc fortasse idem est quod tu vires primitivas vocas, ex quibus derivatae fluunt, sed de his, quae mei ingenii est imbecillitas, nihil percipio nisi quod asseveres, reliquas omnes mutationes ex iis fluere[505].

A las dudas de De Volder responde Leibniz en junio de 1704, para empezar, con su clásico argumento contra el ocasionalismo. Si se considera, como afirma abiertamente De Volder, que la fuerza es una denominación extrínseca, entonces el principio del cambio no sería interno a ninguna cosa —por ser externo a todas ellas— y no existiría en absoluto en ninguna parte. De manera que, o bien no habría ningún principio para el cambio y no se daría cambio alguno, lo que es contrario a la experiencia; o bien habría que recurrir, como hacen los ocasionalistas, a Dios para encontrar la causa de los cambios de cada cuerpo, y Él sería el único actor[506]. La explicación ocasionalista de los fenómenos físicos es inaceptable para Leibniz; a las malas consecuencias de esta doctrina hemos dedicado ya varias páginas, al exponer la necesidad de la existencia de un principio ínsito de acción en los cuerpos. Valga recordar ahora la tesis de la imposibilidad de las denominaciones puramente extrínsecas, dada la conexión entre todas las cosas. La fuerza no es el resultado de la actividad sino el fundamento de la misma; no es una denominación extrínseca, como la posición de un cuerpo y el momento en el que actúa, sino aquello en lo que se funda la posibilidad misma de las denominaciones extrínsecas a los cuerpos en sus fenómenos. Así, el principio o fundamento del cambio no es externo, sino que tiene que ser interno. Ahora bien, no puede pertenecer exclusivamente a algunas sustancias simples, *pues no hay*

---

[504] En GP II, 262: “Sed ipsum persistens, quatenus involvit casus omnes, primitivam vim habet, ut vis primitiva sit velut lex seriei, vis derivativa velut determinatio quae terminum aliquem in serie designat” (OFC 16B, 1215).
[505] GP II, 266 (OFC 16B, 1220).
[506] Cf. GP II, 271 (OFC 16B, 1226).

razón para que unas lo tengan y otras no. Aquel principio interno a toda sustancia consiste, *en realidad*, en el proceso de las percepciones de cada mónada; *nada más que no sea esto contiene toda la naturaleza de las cosas*[507]. Adelantándose a la curiosidad voraz de su corresponsal, Leibniz advierte: "[…] porro ultra haec progredi et quaerere cur sit in substantiis simplicibus perceptio et appetitus, est quaerere aliquid ultramundanum ut ita dicam, et Deum ad rationes vocare cur aliquid eorum esse voluerit quae a nobis concipiuntur"[508].

En las siguientes cartas de De Volder, que serán las dos últimas de la correspondencia que sostuvieron ambos, puede verse su frustración por la imposibilidad de comprender las ideas de Leibniz. Hay demasiados supuestos que el mecanicista holandés no podía tener como para llegar a encontrar en las propuestas de su interlocutor respuestas satisfactorias a los problemas discutidos y su ingenio agudo le impide, simplemente, aceptar sin mayor cuestionamiento las tesis esbozadas con tanta rapidez. Lo cierto es que sin ese fundamento metafísico para la consideración de la fuerza es imposible comprender el planteamiento leibniziano y su explicación compleja de la realidad, pues, con Orio de Miguel:

> Leibniz fue, ante todo y por encima de todo, un metafísico, un escrutador analítico implacable de los fundamentos en los que debía asentarse, según él, aquella ciencia que entre todos estaban diseñando, a fin de incrementar el saber y la piedad del género humano. Su visión metafísica de los problemas humanos invade todos sus desvelos científicos. Lo diré cuanto antes en dos palabras. Por una parte, frente a la ruptura con la Tradición, propugnada por Descartes, o frente al "hypotheses non fingo" de Newton, el proyecto científico de Leibniz consistió justamente en metabolizar "lo traditum" a la luz de las nuevas conquistas matemáticas y mecánicas que la experiencia nos ofrece, a fin de construir lo que él llamaba una "philosophia perennis". Por otra parte, lejos de limitarnos a medir cuantitativamente lo que observamos, y teniendo en cuenta que ni el mecanicismo cartesiano ni el matematicismo newtoniano, decía él, son capaces de justificar por sí mismos las *causas* de sus propias mediciones, esto es, el fondo de actividad del que surgen los fenómenos de la naturaleza, no tenemos más remedio que "fingir hipótesis", esto es, auscultar, por debajo de lo que vemos, la estructura *real* de aquello que no vemos. De esta manera, Leibniz trató de dar un "nuevo" estatuto científico a la noción de fuerza, cuyas ecuaciones Huygens y Newton habían enunciado, pero que él debía hacer compatible con aquella vieja intuición de "vitalidad" o "dinamismo interno" de la naturaleza, que de la Tradición, al menos desde

[507] En GP II, 271: "Revera igitur est internum omnibus substantiis simplicibus, cum ratio non sit cur uni magis quam alteri, consistitque in progressu perceptionum Monadis cujusque, nec quicquam ultra habet tota rerum natura" (OFC 16B, 1226).
[508] GP II, 271 (OFC 16B, 1226).

> Aristóteles, había recibido. Esta imbricación de lo metafísico en el terreno de lo físico y de lo matemático constituye la esencia de la "ciencia natural" leibniziana, de manera que sólo por abstracción o por razones pragmáticas o académicas es lícito disociar provisionalmente sus elementos[509].

Con ello se ve un doble aspecto de la concepción de la fuerza que será crucial para el planteamiento de la pregunta por un carácter funcional de la actividad sustancial o la posibilidad de reconocer en ella un camino de la funcionalidad expandida en operación, a saber: *a)* la caracterización de la fuerza como una ley de la serie; y *b)* el doble carácter de la acción.

a. Fuerza primitiva como ley de una serie

En la idea de la fuerza primitiva como ley de una serie para todas sus determinaciones se ha señalado ya un cierto carácter funcional en la literatura sobre Leibniz[510]. Para discutir la posibilidad de un carácter tal cabe, en primer lugar, preguntarse por qué Leibniz utiliza tal imagen para describir la idea de la fuerza primitiva y qué características se incluyen en esta descripción.

La concepción de la naturaleza de la sustancia como fuerza y de la fuerza activa primitiva como la ley de una serie es de relativa frecuencia en los escritos de madurez de Leibniz. Sin embargo, ya en una nota de 1676 aparece de manera explícita la formulación *ley de la serie*. En sus notas al comentario que Foucher escribe sobre la *Recherche de la verité* de Malebranche, con anotaciones sobre Descartes, apunta Leibniz:

> L'auteur a raison de dire, que la pensé n'est pas l'essence de l'ame. Car la pensé est une action, et puisqu'une pensé succede à une autre, il faut bien que ce qui reste pendant ce changement soit plustost de l'essence de l'ame, puisqu'elle demeure tousjours la même. L'essence des substances consiste dans la force primitive d'agir, ou dans la loy de la suite des changemens, comme la nature de la *series* dans les nombres[511].

El conector sirve de índice para observar, ya de entrada, una cierta duplicidad o un doble carácter de esta esencia de las sustancias, que consiste en la fuerza primitiva de actuar *o bien* en la ley de la serie de sus cambios, de manera que lo que se muestra

---

[509] Bernardino Orio de Miguel, "Las fuentes científicas de Leibniz", en J. Arana (ed.), *Leibniz y las ciencias*, Granada, Comares, 2013, p. 6 (en prensa).
[510] Cf. Rutherford, *Leibniz and the Rational Order of Nature…*, p. 154.
[511] AA VI, 3, 326.

dinámicamente como fuerza es, vista desde otro punto, una ley de la serie para los cambios de la sustancia que, a la manera como ocurre con las series de números, dicta la manera en la que los elementos de la serie se continúan. La naturaleza de tal caracterización de la esencia de la sustancia no es aclarada en textos de la misma época y habrá que esperar a composiciones de madurez para encontrar mayores pistas sobre ella.

Hay dos grupos de motivaciones para la caracterización de la fuerza primitiva como ley de una serie, motivaciones con las que pueden desentrañarse los significados de esta formulación y su vinculación dentro del sistema leibniziano. Por una parte, esta caracterización sirve como respuesta para el problema, traído en páginas anteriores, de la acción espontánea de los cuerpos en el debate con el ocasionalismo, donde no admitir la existencia de una fuerza ínsita en los cuerpos equivale a contradecir alguno de los atributos divinos; este es un enfoque metafísico-teológico. Por otra parte, con ella Leibniz ilustra varias de las características esenciales de la mónada misma, en cuanto que es un ser capaz de acción; este es un enfoque meramente metafísico.

Comencemos con el primer aspecto. En las cosas creadas tiene que haber un principio para su acción espontánea, una *ley para su funcionamiento* conforme con la cual ellas actúan. Este principio es lo que, como se ha visto antes, Leibniz entiende por fuerza. No admitir que en los cuerpos hay un principio tal es contradictorio con la noción misma de Dios y equivale a suponer que de su mandato no se siguen efectos duraderos. En un fragmento ya citado del escrito *De ipsa natura*, pero que cabe recordar aquí, se exponen estas ideas de la siguiente manera:

> Itaque satis non est dici, Deum initio res creantem voluisse, ut certam quandam legem in progressu observarent, si voluntas ejus fingatur ita fuisse inefficax, ut res ab ea non fuerint affectae, nec durabilis in iis effectus sit productus. Et pugnat profecto cum notione divinae potentiae voluntatisque, purae illius et absolutae, velle Deum et tamen volendo producere aut immutare nihil, agereque semper, efficere nunquam, neque opus vel *apotelesma* relinquere ullum […] Sin vero lex a Deo lata reliquit aliquod sui expressum in rebus vestigium, si res ita fuere formatae mandato, ut aptae redderentur ad implendam jubentis voluntatem, jam concedendum est, quandam inditam esse rebus efficaciam, formam vel vim, qualis naturae nomine a nobis accipi solet, ex qua series phaenomenorum ad primi jussus praescriptum consequeretur[512].

Esta *eficacia, forma o fuerza* inscrita en las cosas no consiste tanto en el decreto divino que la origina como en el *efecto* del decreto dado en la creación e inscrito en la

[512] GP IV, 507 (OFC 8, 450).

naturaleza de la sustancia creada. La fuerza es una ley para la sustancia no sólo en cuanto que orden para su acción, sino en cuanto modo de ejecución. Así, el aspecto de *orden* tiene el doble carácter de ser *la* y *el* orden de su ejecución, orden con *la* cual y conforme *al* cual se armonizan el aspecto corpóreo e incorpóreo de las sustancias creadas.

De esta suerte Leibniz responde a las dudas de Bayle en el *Eclaircissement des difficultés que Monsieur Bayle a trouvées dans le systeme nouveau de l'union de l'ame et du corps*:

> Lors que Dieu met une certaine loy ou regle d'actions à faire dans un automate, il ne se contente pas de luy donner un ordre par son decret, mais il luy donne en même temps le moyen de l'executer, c'est une loy inscrite dans sa nature ou conformation. Il luy donne une structure en vertu de laquelle les actions que Dieu veut ou permet que l'animal fasse, se produiront naturellement par ordre. J'ay la même notion de l'Ame, je la considere comme un Automate immateriel dont la constitution interne est une concentration ou representation d'un Automate materiel, et produit representivement dans cette Ame le même effect[513].

La motivación metafísico-teológica para caracterizar la fuerza como una ley de la serie está en plena relación con la motivación *sólo* metafísica para dicha caracterización. Este acercamiento de motivaciones se hace evidente al considerar que con la orden divina se da el orden para la secuencia de los acontecimientos sustanciales, lo que equivale a considerar que en toda sustancia creada hay un principio para su desarrollo —comprendido como paso de unos acontecimientos o predicados a otros; paso de un término de la serie a otro—. O, dicho en términos dinámicos, que a toda sustancia le es esencial un principio de mutación. En la correspondencia con De Volder se discute este punto. El holandés no está de acuerdo con la idea de la esencialidad de la tendencia a la mutación en toda sustancia creada. El argumento para dudar de ello es el siguiente: si algo se sigue de la naturaleza de una cosa entonces, mientras se conserve la misma naturaleza de la cosa, eso que se sigue se mantendrá inherente a ella de manera invariante. Puesto que eso que se sigue está conectado necesariamente con la naturaleza de la cosa de la que se sigue, entonces no puede eliminarse de ella. Una acción es una variación de la cosa que actúa. Por lo tanto, si se da un cambio en la cosa y se verifica que su naturaleza permanece invariable, entonces hay que encontrar una causa exterior para la modificación[514]. Con el argumento De Volder no busca afirmar la imposibilidad

---

[513] GP IV, 548–9.
[514] Cf. GP II, 256 (OFC 16B, 1205).

de modificación en las cosas simples, sino decir que la modificación no puede provenir desde sí misma —contra la tesis que Leibniz quiere defender con su idea de la fuerza primitiva—, de modo que toda modificación en un cuerpo ha de provenir de su afectación por otros cuerpos. A esta objeción responde Leibniz:

> Respondeo distinguendum esse inter proprietates quae sunt perpetuae, et modificationes quae sunt transitoriae. Quicquid ex natura rei sequitur, id potest sequi vel perpetuo vel pro tempore et hoc vel statim immediate, nempe praesens, vel alio mediante anteriore ut futurum. Habes imaginem in quasi-substantiis seu corporibus vim habentibus sive in motu positis. Ex natura Corporis Moti in recta data velocitate data, nullo extrinsecus assumto, sequitur ut dato tempore elapso perveniat ad datum in recta punctum. An ergo semper et perpetuo ad id punctum pervenit? Concipe igitur in primitivis tendentiis quod agnoscere oportet in derivativis. Et res se habet velut in legibus serierum aut naturis linearum, ubi in ipso initio sufficiente progressus omnes continentur. Talemque oportet esse totam naturam, alioqui inepta foret et indigna sapiente. Neque ego vel speciem video rationis dubitandi, nisi quod inassuetis absterremur[515].

Al final de este argumento se presenta el elemento teológico dentro del primer enfoque o el primer tipo de motivación para la caracterización de la fuerza activa primitiva como una ley de la serie que estamos persiguiendo desde párrafos anteriores. Si en los cuerpos no estuviera la fuente para sus acciones y, a la vez, una ley que describe la manera como esas acciones se siguen unas a las otras, estos cuerpos serían una creación *torpe e indigna* de la sabiduría divina. En consecuencia, contradice la noción misma de Dios al atribuirle como producto suyo una creación torpe, como si Dios fuera incapaz de concebir definiciones completas para los seres de su creación. Este elemento teológico se une a una tesis metafísica fuerte: *en el comienzo mismo suficientemente definido se contienen todos los términos.* Dicho de otra manera, una definición completa es aquella en la que se incluyen *todas* las notas definitorias de la cosa. Pero lo que hay en la tendencia a la mutación interna en cada cuerpo no es sólo la inclusión de cada uno de los momentos de su acción, donde a la manera de una noción completa se contienen todos los predicados, sino que, además de ello, se incluye la secuencia con la que cada momento se hace presente. *Es algo parecido a lo que ocurre con las leyes de las series o en las ecuaciones de líneas*, pues con la ecuación no sólo puede descubrirse *a priori* si una línea tocará determinado punto en un plano o se cruzará con otro elemento geométrico, sino que puede saberse exactamente de qué manera se comportará la línea en su despliegue. O, como ocurre con una serie; por su

[515] GP II, 258 (OFC 16B, 1208–9).

ley no sólo se sabe cuáles son los términos que la componen, sino que con ella se designa la secuencia entre unos y otros. De la misma manera, no sólo se contienen en la mónada, aunque confusamente para ella, todos sus predicados presentes, pasados y futuros, sino que hay en ella también un orden por el cual unos son futuros con respecto de otros y pasados con respecto a sus futuros.

En este hilo de ideas, puede verse que la motivación metafísico-teológica está íntimamente ligada con la justificación misma de la existencia de una fuerza ínsita en los cuerpos, como la hemos expuesto en páginas anteriores. Ahora bien, en el enfoque más propiamente —o *meramente*— metafísico se muestra cómo la caracterización de la fuerza primitiva como la ley de una serie está enraizada en la naturaleza de la sustancia como ser capaz de acción que sustenta la posibilidad misma de la acción física de los cuerpos. De hecho, en una carta posterior a la recién citada Leibniz insiste tanto en el nexo entre la operación física de las fuerzas en los cuerpos y la tesis metafísica de que el presente pre-envuelve el futuro; como en su consideración de la fuerza primitiva activa como una ley de la serie. Para ello se vale de un fértil argumento que hemos citado ya para introducir la problemática de la descripción de la fuerza activa primitiva como ley de la serie; pero si antes sirvió para mostrar cómo el movimiento no es una fuerza sino el resultado de una fuerza, ahora ilustra la profunda irrigación metafísica que nutre la dinámica leibniziana. De esta manera responde Leibniz ante los reparos de De Volder:

> Motum seu quod resultat ex mole et celeritate, esse ais vires derivativas. Ego vero motum non habeo pro vi derivativa, sed motum (nempe mutationem) ex ea sequi puto. Vis autem derivativa est ipse status praesens dum tendit ad sequentem seu sequentem prae-involvit, uti omne praesens gravidum est futuro. Sed ipsum persistens, quatenus involvit casus omnes, primitivam vim habet, ut vis primitiva sit velut lex seriei, vis derivativa velut determinatio quae terminum aliquem in serie designat[516].

A petición de su corresponsal, Leibniz hace una distinción entre la fuerza derivativa y la fuerza primitiva; pero este fragmento es interesante porque aquí la distinción se marca teniendo en cuenta el desarrollo del movimiento, una forma de ejemplificar la acción de los cuerpos. La mutación —cambio o acción hecha— no es una fuerza derivativa sino que se sigue de alguna; la fuerza derivativa *es el estado mismo presente en tanto que tiende* o *pre-envuelve* al siguiente, ella es la tendencia al paso entre momentos, en cuanto que el presente *está grávido de futuro* y que el futuro

[516] GP II, 262 (OFC 16B, 1215).

no es más que una consecuencia temporal no inmediata de la naturaleza de una cosa[517]. Así, es como la *determinación que designa un término concreto en la serie*. Aquello que persiste a los cambios tiene fuerza primitiva; no es sólo el momento presente o la tendencia al paso entre momentos, sino que, a la manera de una ley de una serie, *envuelve todos los casos*. Ella determina el tipo de relación que hay entre todos los términos de la serie o el orden para la secuencia entre ellos; tiene que haber una relación de orden entre los términos, pues *ningún cambio se produce por medio de un salto*[518]. Si la fuerza primitiva es como una ecuación, la derivativa sería como la operación específica que aplica la ecuación para obtener un término concreto.

La ley ínsita en las cosas que funciona en ellas a la manera de una ley de la serie determina el orden de sus acontecimientos; es, pues, una suerte de ley para el ser de la cosa o, más específicamente, una ley para el darse efectivo fenoménico de la sustancia. Es preciso entonces que sea armónica —congruente— con la ley de sucesión del universo mismo; en efecto, al parecer de Leibniz no hay en las cosas nada que sea permanente más “quam lex ipsa quae involvit continuatam successionem, in singulis consentiens ei quae est in toto universo”[519]. De esta manera, la caracterización de la fuerza activa primitiva como una ley de la serie para los cuerpos desemboca —siguiendo la perspectiva del orden de la exposición— en el sistema de la armonía preestablecida y en la doctrina de la expresión. En los cuerpos es posible la acción porque hay en ellos tanto un principio para actuar como una ley que determina el orden de las acciones, respetando así el principio de la interconexión de todas las cosas entre sí —*tout est liée*—, interconexión siempre recíproca y armónica. Este principio no es de carácter material, pues es un principio de actividad y la materia es la pasividad en la acción. Por tanto, cuanto hay de activo en la sustancia corpórea es sustancial; es más, porque la sustancia creada actúa tiene un cuerpo. Hablando sobre el sistema de la armonía preestablecida, Leibniz escribe en la *Teodicea*:

> Pour mieux entendre ce point, il faut savoir, qu'une spontaneité exacte nous est commune avec toutes les substances simples, et que dans la substance intelligente ou libre, elle devient un Empire sur ses actions. Ce qui ne peut être mieux expliqué, que par le systeme de l'harmonie préetablie, que j'ay proposé il y a déja plusieurs années. J'y fais voir, que naturellement chaque substance simple a de la perception, et que son individualité consiste dans la loy perpetuelle qui fait la suite des perceptions qui luy sont affectées, et qui naissent

[517] Cf. GP II, 258 (OFC 16B, 1208–9).
[518] En GM VI, 248: “*nulla mutatio fiat per saltum*” (OFC 8, 434).
[519] GP II, 263 (OFC 16B, 1216).

> naturellement les unes des autres, pour representer le corps qui luy est assigné [290] et par son moyen l'univers entier, suivant le point de veue propre à cette substance simple, sans qu'elle ait besoin de recevoir aucune influence physique du corps: comme le corps aussi de son côté s'accommode aux volontés de l'ame par ses propres loix, et par consequent ne luy obeit, qu'autant que ces loix le portent. D'où il s'ensuit, que l'ame a donc en elle même une parfaite spontaneité, en sorte qu'elle ne depend que de Dieu et d'elle même dans ses actions[520].

Estas conexiones evidencian un doble carácter de la acción, por el cual ella es a la vez física y metafísica. Pero antes de entrar en esta cuestión cabe hacer ciertas consideraciones sobre la fuerza como ley de una serie. Resulta sorprendente que Leibniz no explorara más su descripción de la naturaleza de la sustancia como una ley de una serie en los escritos tempranos. Esta es una comparación que aparece con relativa frecuencia en los escritos de las tres últimas décadas de su vida. Discutiendo esta inquietud, Donald Rutherford aventura la tesis de que desde que entra la concepción dinámica de la naturaleza de la sustancia se pierde su consideración como *notio completa*; la última definición explícita de la sustancia como un ser completo data de 1694, una mención posterior a la cual no aparecen definiciones similares donde se trate la sustancia como una noción completa en sentido lógico. En la fructífera correspondencia con De Volder aparece una descripción de la sustancia como un *átomo vital*, que o bien está completo en sí mismo, o bien se autocompleta. Así, la completud de la sustancia se vincula directamente con el hecho de que sea un *átomo vital*, es decir, una unidad última que brinda sustancialidad a lo aparente y que *vive*. El aspecto de la vida llama la atención: por ella la sustancia no es sólo completa en sí misma sino que se autocompleta activamente, es decir, está autocompletándose. Esta será la clave que Rutherford encuentra para el misterio de por qué Leibniz aparentemente abandona la descripción de la naturaleza de la sustancia como noción completa: no la abandona realmente, sino que la incluye en el modelo de la naturaleza de la sustancia como una ley de la serie para todos sus cambios, un modelo explicativo mayor y más abarcador que resulta de una consideración más sofisticada de la naturaleza como fuerza.

En efecto, el concepto de fuerza arroja luz sobre el concepto de sustancia pero sólo explica la naturaleza de la sustancia en general. Lo que se escapa a esta descripción es el *quidditas*, lo que hace que una sustancia individual sea, efectivamente, esta o aquella. Por otra parte, la limitación que tiene el modelo de la noción completa para

---

[520] GP VI, 289–90 (OFC 10, 297–8).

explicar la sustancia es su carácter estático. Un concepto que englobe todos sus predicados es, pero no *está siendo*. La imagen carece del movimiento implícito a la vida de la sustancia. Con la idea de la ley de la serie se pueden mostrar satisfactoriamente dos cosas: *a)* las naturalezas singulares y no sólo el carácter general de la sustancia; *b)* la idea de la sucesión, a la que están sujetas todas las cosas singulares[521]. De Volder le critica a Leibniz que definir la sustancia como *sujeto de cambio* no dice nada sobre una sustancia individual. De ahí, dirá Leibniz, que en la sustancia no solo haya acción —entelequia— o el sujeto del cambio —*hypokeimenon*— sino que ella consiste en la ley de la serie para todas sus mutaciones.

Rutherford no sólo enuncia un carácter funcional de la idea de fuerza como ley de la serie sino que considera que el modelo para describirla de esa manera está en la función matemática. A su parecer, "in conceiving of this law [=the law that determinates a series or progression], Leibniz's first point of reference is the mathematical function that determines a series of numbers"[522]. Ahora bien, Leibniz no utilizó el nombre de *función* para designar la ley de una serie sino, como hemos visto, fragmentos de recta que están en una relación dependiente con una determinada curva. Teniendo en cuenta esta precisión no podemos estar de acuerdo, por tanto, en que el modelo fuera la función matemática que determina series de números. Es sin embargo innegable que hay un modelo matemático para la concepción de la fuerza como ley de una serie, puesto que Leibniz mismo lo hace explícito al utilizar ejemplos matemáticos. Como escribe a De Volder en una cita recogida anteriormente: "sed ipsum persistens, quatenus involvit casus omnes, primitivam vim habet, ut vis primitiva sit velut lex seriei, vis derivativa velut determinatio quae terminum aliquem in serie designat"[523]. No hay argumentos suficientes para concluir directamente de aquí que Leibniz derive su concepción de la naturaleza de la fuerza primitiva —y, con ella, un carácter de la sustancia— a partir de sus trabajos matemáticos sobre series. Antes bien, en la afirmación de Leibniz hay una comparación entre la fuerza primitiva y derivativa, por una parte, y la serie y un término suyo, por otra parte. El papel que tiene esta afirmación en el contexto de la carta de la que proviene es aclaratorio, un ejemplo; se pretende ilustrar a través de un caso conocido —una serie y sus términos— un caso desconocido

[521] Cf. OFC 16B, 1216 / GP II, 263.
[522] Rutherford, *Leibniz and the Rational Order of Nature…*, p. 154.
[523] GP II, 262 (OFC 16B, 1215).

o, por lo menos, oscuro para el interlocutor —el de la diferencia entre la fuerza primitiva y derivativa, de la que De Volder no estaba muy convencido—.

Dicho esto, cabe agregar, por otra parte, que no es aleatorio o simplemente superfluo el hecho de que Leibniz hubiera escogido tal ejemplo para aclarar el delicado punto que está tratando, un aspecto que lo llevará a la esencia de la sustancia misma. Hay una relación entre la idea de la ley de la serie y la idea de funcionalidad. Si bien la relación no se deriva de nuestra función contemporánea tomada en sentido estricto, viene de la idea misma de una serie y la relación regular que existe entre la serie misma y todos sus términos. En efecto, en una serie se dan dos elementos cruciales para la comprensión de la fuerza primitiva, pues, por una parte, no sólo ocurre que ella consiste en el conjunto total de sus elementos —puesto que todos le son esenciales, sin alguno uno de ellos la serie misma es imposible—, sino que tomando por separado los elementos que la conforman pierden su sentido. Como apunta Cassirer, "das Einzelmoment hat kein Sein für sich, das abgetrennt vom Ganzen der Reihe gesonderten Bestand hätte. Es entsteht erst durch einen Einschnitt, den das Denken innerhalb des stetigen gesetzlichen Prozesses setzt, aus dem die Reihe hervorgeht"[524]. También en este sentido se pronuncia Nicolás, a cuyo parecer con la consideración de los accidentes como necesarios para la sustancia en el marco de su ontología de la individualidad, Leibniz se posiciona frente a la ontología de corte aristotélico-cartesiano, a la que puede hacer frente con el recurso de la descripción de la naturaleza de la sustancia como *notio completa*[525]. Con esta consideración sistemática de la realidad, "donde nada es independiente de la totalidad ni se puede concebir como tal"[526], se abre, además, el ámbito del funcionalismo fenoménico, donde todas las partes tienen una relación *funcional* con el todo, entendiendo la relación funcional en este sentido:

> Alle Merkmale folgen einer Norm, die ihr Funktionieren im Ganzen regelt. Daher hängt der Wert eines jeden Merkmals nicht mehr von qualitativen Wert des ontologischen Niveaus, dem es angehört, ab, sondern von seiner Funktion im Ganzen, von der Rolle, die es in der Dynamik des Werdens, in seiner Integration in eine Norm spielt[527].

En este caso, la consideración de Nicolás de la relación entre sustancia y accidentes como una relación funcional responde a la acepción de la *función* como una

[524] Ernst Cassirer, *Leibniz' System in seinen wissenschaftlichen Grundlagen*, Georg Olms Verlagsbuchhandlung, Hildesheim, 1962, p. 286.
[525] Cf. Nicolás, *Zwei Dimensionen der Leibnizschen Ontologie…*, p. 65.
[526] J. A. Nicolás, "La noción de sustancia de Leibniz frente a la de Descartes", en *Cuadernos de Filosofía y ciencia*, 4/1983, p. 171.
[527] J. A. Nicolás, *Zwei Dimensionen…*, p. 64.

tarea o deber a realizar, pues está subrayando un sentido de funcionalidad de la relación sustancia–accidentes en la tarea o el rol que tiene una parte con respecto al todo; sin embargo, tras esta consideración de la funcionalidad en la relación se esconde el aspecto de la legalidad, rasgo central de nuestra consideración de la función en el sentido amplio de la funcionalidad expandida, pues en la lectura de Nicolás se subraya que los rasgos se dan conforme a una *ley*. En este orden de ideas, cabe resaltar un aspecto más de la relación entre serie y sus términos, a saber, que la serie contiene la clave para el orden de los términos y la ley para la secuencia de unos a otros. Como Leibniz enuncia en su magnífica correspondencia con De Volder:

> Ego non dico seriem esse successionem, sed successionem esse seriem et habere hoc aliis seriebus commune, ut lex seriei ostendat quorsum in ea progrediendo debeat perveniri seu ut posito initio et lege progressus termini ordine prodeant sive sit ordo aut prioritas naturae tantum sive temporis quoque[528].

Así como en la ecuación de una serie se encuentra la ley para la secuencia de unos términos a otros, en la fuerza primitiva se encuentra la ley para la manera en la que se dan sus efectos y, en consecuencia, el modo como actúan los cuerpos. Más aún, es en la persistencia de esta ley en lo que radica la identidad del individuo y, con ella, la esencia de la sustancia:

> Quodsi quis velit, reproduci semper a Deo alias substantias priorum succedaneas, non manere easdem, de nomine litigaverit, neque enim amplius erit in rebus principium controversiam decidendi; succedanea illa pro eadem habetur, dum eadem lex perstat seriei seu continui transitus simplicis, quae nobis ejusdem subjecti mutati seu monadis opinionem facit. Legem quandam esse persistentem, (id) quae involvat futuros ejus quod ut idem concipimus status, id ipsum est quod substantiam eandem constituere dico[529].

Con ello, tras la descripción de la naturaleza de la sustancia como la ley de una serie se encuentran los elementos de la funcionalidad expandida, como la hemos caracterizado a partir de la idea leibniziana de función matemática. La dependencia recíproca y regulada que hay entre la serie y sus términos la hay también entre la fuerza primitiva y derivativa. Efectivamente, no puede darse una serie si se suprimen sus términos, no puede darse una fuerza primitiva si se suprime su efecto derivado; tampoco es completa una sustancia —y no puede darse efectivamente— si se suprimen sus accidentes. Legalidad, serialidad e interrelación.

---

[528] GP II, 263 (OFC 16B, 1216).
[529] GP II, 264 (OFC 16B, 1217).

b. El doble carácter de la acción

En su *Espécimen dinámico* escribe Leibniz con total claridad: "Ex nostris quoque corporis viriumque notionibus id nascitur, *ut quod in substantia fit, sponte et ordinate fieri intelligi possit*"[530]. La idea de que en ella todo ocurre según un orden se entiende con la descripción de su naturaleza como ley de una serie. El primer aspecto, esto es, el de la espontaneidad de sus acontecimientos, encierra la idea de que la acción de la sustancia brota de ella misma y no requiere del concurso divino. En consecuencia, se relaciona con la idea de la sustancia como un principio de acción y vaticina la definición de la sustancia como un ser capaz de acción[531]. El hecho de que a tales consecuencias pueda llegarse partiendo de las ideas de cuerpo y fuerza, es decir, que definiciones de aplicación y carácter físico desemboquen —o se originen— en tesis metafísicas, no debe resultar sorprendente. También la idea misma de *acción* tiene una tal naturaleza híbrida.

Como señala Anne-Lise Rey, el concepto leibniziano, de origen metafísico pero amplia utilización dinámica, es ambivalente, siendo la pieza central de la dinámica, una ciencia con la que puede articularse la sustancia con el fenómeno[532]. A su parecer, este doble carácter de la acción puede rastrearse desde los años 1689–90 y por eso su análisis se centra en escritos de esta década. Su lectura va más allá del reconocimiento de este doble carácter y en ella se considera que aunque la actividad en los cuerpos puede comprenderse a la luz de la noción de sustancia y, a la postre, la metafísica puede ser una fuente última para la comprensión de los fenómenos físicos, existe también la posibilidad inversa, esto es, de que la dinámica puede ser una herramienta para comprender el significado de la sustancia simple. De esta suerte, la sustancia simple podría comprenderse a partir de la acción violenta, así como la relación entre acción formal y acción violenta[533]. Su postura se basa en dos razones: en primer lugar, el estatuto que Leibniz le da a la entelequia en la consideración de la fuerza; en segundo lugar, la posibilidad de comprender la acción dinámica como percepción. El recurso al concepto de entelequia en la dinámica permite romper toda posible identidad entre la fuerza primitiva leibniziana y la idea mecanicista de la conservación total de la cantidad

[530] GM VI, 248 (OFC 8, 434).
[531] Cf. OFC 2, 344 / ROBINET I, 27.
[532] Cf. Anne-Lise Rey, "L'ambivalence de la notion d'action dans la Dynamique de Leibniz. La correspondance entre Leibniz et De Volder (I^ere^ Partie)", en *Studia Leibnitiana*, 41/1 (2009), p. 47–8.
[533] Anne-Lise Rey, "L'ambivalence de la notion d'action dans la Dynamique de Leibniz. La correspondance entre Leibniz et De Volder (II^eme^ Partie)", en *Studia Leibnitiana*, 41/2 (2009), p. 167.

de movimiento. La fuerza primitiva, contraria a dicha conservación, es más bien el impulso mismo hacia la acción, una entelequia, en la medida en la que ella expresa *la fuerza total además de otras cosas*. Con ella es posible tanto explicar la conservación de las fuerzas vivas —requerida pero no satisfactoriamente explicada por el mecanicismo— como introducir una dimensión de sustancialidad en la dinámica.

La vinculación del término *acción* con un contexto físico puede encontrarse en escritos anteriores a la época en la que se centra el análisis de Rey. De hecho, en 1679 Leibniz define la acción así: "Actio est status ex quo immediate sequitur mutatio in alio, quae dicitur passio"[534]. Esta definición de acción es de corte físico, podríamos decir, mecanicista, donde la acción, o aquello de lo que surge un efecto, está relacionada con la idea de la permutación y la oposición entre acción y pasión. Lo que ocurre entre este escrito y la década posterior a su composición es la vinculación explícita entre el carácter físico y *a la vez* metafísico de la acción, como se puede constatar en el siguiente fragmento escrito en 1698, en *De ipsa natura*:

> Quantum ego mihi notionem actionis perspexisse videor, consequi ex illa et stabiliri arbitror receptissimum philosophiae dogma, *actiones esse suppositorum*; idque adeo esse verum deprehendo, ut etiam sit reciprocum, ita ut non tantum omne quod agit sit substantia singularis, sed etiam ut omnis singularis substantia agat sine intermissione, corpore ipso non excepto, in quo nulla unquam quies absoluta reperitur[535].

A partir de esta concepción de la acción se sigue que una sustancia ha de actuar; no sólo es un principio de acción, sino que, dicho con palabras que Leibniz mismo utilizará más adelante, lo que no actúa no merece el nombre de sustancia. Tres años antes exponía Leibniz en su *Espécimen dinámico* una gradación de la fuerza por la que las fuerzas derivativas consisten en efectos de las primitivas, que consisten en cada sustancia corpórea un principio de acción equivalente al alma o forma sustancial[536]. Como se adelantó en la introducción a esta sección, tal injerencia metafísica en la física es una fuente constante de desacuerdo con De Volder, que no concibe en un cuerpo corriente *más modos que una determinada magnitud, una figura y el movimiento o el reposo* y no ve en la magnitud y figura nada activo[537] —aunque reconoce en los cuerpos fuerzas derivativas—. No es una tesis fácil de aceptar, pues con ella no solo introduce Leibniz dentro de los cuerpos mismos un principio de determinación de sus causas

[534] AA VI, 4, 308.
[535] GP IV, 509 (OFC 8, 452–3).
[536] Cf. GM VI, 236ss. (OFC 414ss.).
[537] Cf. GP II, 259 (OFC 16B, 1211).

propias, sino que, además, está trasladando el campo conceptual de la fuerza al dominio de la metafísica, está fundando el principio para la acción de los cuerpos y las acciones mismas —en cuanto determinación para la acción de la que se sigue la fuerza derivativa— en un dominio metafísico. Así, el *Espécimen* es uno de los primeros lugares en los que se hace explícita la ambivalencia del concepto de acción, aunque se lo formula bajo una pregunta: "celui de la correspondance entre action substantielle et action motrice d'un côté et forcé primitive et forcé dérivative de l'autre. L'action se presente alors comme la possibilité d'articuler et de comprender, par là, le rapport entre substance et phénomène"[538].

Ahora bien, es la consideración de la acción como percepción el aspecto de la ambivalencia de la acción que más nos llama la atención, en la medida en la que se vincula directamente con el problema que motiva el presente capítulo. La actividad sustancial es, en rigor metafísico, expresión o percepción; el flujo de unas percepciones a otras se motiva por el apetito, cualidad de toda mónada, por inferior que sea el grado de su desarrollo. Como se afirma en la correspondencia con De Volder:

> Operae autem pretium est considerare, in hoc principio Actionis plurimum inesse intelligibilitatis, quia in eo est analogum aliquod ei quod inest nobis, nempe perceptio et appetitio, cum rerum natura sit uniformis nec ab aliis substantiis simplicibus ex quibus totum consistit Universum, nostra infinite differre possit. Imo rem accurate considerando dicendum est nihil in rebus esse nisi substantias simplices et in his perceptionem atque appetitum; materiam autem et motum non tam substantias aut res quam percipientium phaenomena esse, quorum realitas sita est in percipientium secum ipsis (pro diversis temporibus) et cum caeteris percipientibus harmonia[539].

Pero no desde el rigor metafísico sino viendo la acción desde su, por así decirlo, darse fenoménico, es decir, desde el punto de vista del fenómeno, la acción monádica es fuerza. De esta manera, estamos de acuerdo con la tesis moderada de Rey pero no con la tesis extrema. En la tesis moderada la dinámica es una mediación necesaria que permite comprender el significado de la sustancia simple, una ciencia intermedia en la vinculación del mundo real al mundo fenoménico o ente posibilitador de la correspondencia entre ambas esferas. Podemos aceptar la tesis en cuanto que con la dinámica se puede comprender la manera fenoménica en la que la actividad sustancial se da y se muestra cómo, y con cuáles leyes, se pueden explicar las acciones de los cuerpos y el mundo físico en su conjunto. Sin embargo, en la segunda parte de su

[538] Rey, *L'ambivalence…*, 1, p. 53.
[539] GP II, 270–1 (OFC 16B, 1225).

artículo se expone la que denominamos aquí como *tesis extrema* de Rey, por la cual la acción dinámica es el fundamento de la actividad sustancial. Esta tesis resulta más difícil de aceptar. En sus términos: "l'activité de la substance n'est inteligible que si elle est fondée sur une action dynamique"[540]. No puede aceptarse esta cuando se reconocen dos aspectos centrales del pensamiento leibniziano sobre este punto: por una parte, la percepción es *la forma monádica de la acción* y, así, que en la mónada toda acción supone la percepción. Por otra parte, la percepción es el modo utilizado por Leibniz para distinguir lo que es real de lo que es fenoménico. ¿Cómo puede ser la acción dinámica el fundamento de la actividad sustancial, que es la percepción, cuando ésta es la forma propia de toda acción monádica? Rey recoge a este propósito la distinción leibniziana entre una estimación metafísica de las acciones libres y una estimación física de las violentas y comenta al respecto:

> L'existence de ces deux types indique qu'il existe pour Leibniz, logé au coeur de la Dynamique, non pas seulement une estime de quelque chose de métaphysique, mais bien plus encore une estime ou encore un *calcul metaphysique*. Si, à propos de l'action formelle de la Dynamique, Leibniz évoque *sa raison métaphysique d'estimer*, cela donne à entendre que la métaphysique n'est pas, ici, un domaine auquel appliquer la rigueur logique du raisonnement, mais un *langage* dans lequel, la réalité c'est-à-dire l'action peut également s'exprimer, et ce de manière spécifique. Si cette hypothèse est avérée, elle donne toute sa place à l'*expression métaphysique* dans le projet d'une nouvelle idée de la science[541].

La acción puede manifestarse en un lenguaje dinámico —en cuanto que fuerza— o en un lenguaje metafísico —en cuanto que expresión—. Pero si la expresión logra tener su lugar en la nueva idea de ciencia no es porque la actividad de la sustancia se funde en una acción dinámica sino justamente por lo contrario, es decir, porque la acción dinámica encuentra su realidad en la acción sustancial. La dinámica *puede* ser una vía de acceso hacia la metafísica en cuanto que en ella se encuentran parte de sus fundamentos; y una vía de inteligibilidad para la acción sustancial en cuanto que lo que con ella se aclara es el darse fenoménico de la actividad de la sustancia. No puede explicarse fenoménicamente al fenómeno en cuanto sustancia, como tampoco puede comprenderse sustancialmente a la sustancia en cuanto fenómeno; la dinámica aporta las herramientas para comprender los fenómenos dentro de su lógica y conforme a sus propias leyes. Si la acción puede manifestarse en ambos lenguajes es porque, en rigor metafísico, la fuerza es expresión y, en su manifestación fenoménica, la expresión es

---

[540] Rey, *L'ambivalence…*, 2, p. 159.
[541] Rey, *L'ambivalence…*, 2, p. 162.

fuerza. En el margen de una carta que Leibniz dirige a De Volder el 19 de enero de 1706, escribe:

> Ego virtutem illam primitivam vel derivativam quae in Extensione Moleque concipitur, tanquam extra percipientia non rem sed phaenomenon esse censeo, quemadmodum et ipsam Extensionem Molemque et Motum, quae non magis res sunt quam imago speculi aut iris in nube; at vero ultra phaenomena hic aliquid quaerere, perinde mihi videtur ac si quis ratione phaenomenorum imaginis reddita satisfactum sibi neget, tanquam imaginis essentia nescio quae explicanda restaret. / Nullius alterius rei, meo judicio, comprobari existentia argumentis potest quam percipientium et perceptionum (si causam communem demas) eorumque quae in his admittere oportet, quae sunt in percipiente quidem transitus de perceptione in perceptionem, eodem manente subjecto, in perceptionibus autem harmonia percipientium. Caetera nos rerum naturae affingimus et cum chimaeris nostrae mentis tanquam larvis luctamur. In omni percipiente vis activa passivaque est: activa in transitu ad perfectius, passiva in contrario; percipientia autem infinita sunt, nempe quot simplices substantiae sive monades. Horum ordo inter se nostris phaenomenis expressus constituit temporis spatiique notiones. Quod vero ex passionibus percipientium resultat phaenomenaque ipsa circumscribit, universim sumtum, molis seu vis corporum passivae idolum facit[542].

En rigor metafísico, nada hay más que infinitas sustancias capaces de percibir y lo que concebimos como masa o cuerpo no es otra cosa que la pasividad en la percepción del percipiente, esto es, el resultado de percepciones menos perfectas. Es el cuerpo, sin embargo, lo que le da un punto de vista a la sustancia; pues no sólo el cuerpo le es concomitante a su alma como lo es el fenómeno a la sustancia, sino que, en el caso de la sustancia o mónada creada, ella no es posible sino porque se da fenoménicamente. La sustancia le es inmanente al fenómeno *y* viceversa. Es el cuerpo lo que constituye el punto de vista de la mónada, que sin él no podría existir; y la oscuridad le es inherente a la expresión de la mónada.

> Et si quis mihi concedat, infinita esse percipientia, in quibus lex sit certa progressus phaenomenorum diversorumque phaenomena conspirare inter se, rationemque et existentiae horum et conspirationis esse communem in ea re quam Deum dicimus, nihil aliud ego vel pono in rebus vel ponendum puto. Caeterasque positiones atque quaestiones ex notionibus non bene resolutis oriri judico. Et mirabor, si quis aliquid addendum ostendat[543].

No es poco lo que Leibniz le pide a su interlocutor que le conceda, pues en tres líneas involucra muchos de los conceptos y problemas centrales de su metafísica. Más

---

[542] GP II, 281 (OFC 16B, 1240–1).
[543] GP II, 264 (OFC 16B, 1217).

aún, siguiendo la intención del párrafo, a estos se reducen *todos* los conceptos de la metafísica leibniziana, los fundamentos últimos a los que se reduce toda otra noción. Existen infinitas sustancias, cada una con una capacidad de expresión. Según su grado de perfección, cada una de ellas expresa la parte del universo que *puede* expresar, si bien *tiende* al universo entero. En el aspecto fenoménico de la actividad sustancial se da una *ley de progresión de los fenómenos* de la sustancia, que equivale a la ley por la que se despliegan los predicados de su noción completa; la equivalencia entre los fenómenos y las percepciones de la sustancia, esto es, la regulación entre las leyes de cada una de estas series se rige por la armonía preestablecida, que regula, además, los fenómenos de los infinitos seres o, lo que es en cierto sentido lo mismo, las percepciones de las infinitas sustancias. Además, puesto que tiene que haber una razón para todo, la razón para la conspiración entre las percepciones de las infinitas sustancias y para la existencia de las mismas está en Dios. Visto desde su aspecto más propiamente metafísico, donde la fuerza consiste en expresión, hay tras el darse fenoménico de la acción sustancial una legalidad, una interrelación o correspondencia y tales propiedades se dan siempre en relación con elementos de series. Si, de acuerdo con el análisis del capítulo anterior, hay un carácter funcional en la expresión en la medida en la que ella puede definirse como una relación regular entre dos o más respectos —o puesto en términos de la funcionalidad desnuda, una relación conforme a ley entre elementos seriales recíprocos— y la fuerza es la manifestación fenoménica de la expresión, entonces cabe —cuanto menos— preguntarse si el carácter funcional de la actividad que se reconoce en la esfera metafísica puede encontrarse también en la esfera de la dinámica.

Al caracterizar la fuerza primitiva como una ley para la serie de los cambios de la sustancia, los elementos de la legalidad, serialidad y correspondencia se encuentran íntimamente ligados. La idea misma de acción ligada a la idea de que dado el supuesto se sigue la consecuencia, muestra un carácter de serie entre los términos consecuenciales. Así como en la expresión se considera que en el percipiente se da la capacidad para formar nuevas percepciones desde las anteriores, lo que podría decirse en términos de que de una percepción anterior se sigue una nueva[544], en la fuerza se encierra la idea de que, una vez dada, llevaría al cuerpo a la acción a menos que haya un impedimento para ello. Pues tanto las percepciones como en los movimientos se dan

[544] Cf. OFC 16B, 1241 / GP II, 281.

conforme a una cierta ley que dicta el orden[545] por el que las percepciones siguen unas a las otras y los movimientos se desarrollan de una determinada manera. En este sentido hay tanto en la percepción como en la fuerza una unidad para la multitud:

> Les perceptions qui se trouvent ensemble dans une même ame en même temps, enveloppant une multitude veritablement infinie de petits sentimens indistinguables, *que la suite doit developper*, il ne faut point s'étonner de la varieté infinie de ce qui en doit resulter avec le temps. Tout cela n'est qu'une consequence de la nature representative de l'ame, qui doit exprimer ce qui se passe, et même ce qui se passera dans son corps, et en quelque façon dans tous les autres, par la connexion ou correspondance de toutes les parties du monde[546].

Las percepciones en todos los seres percipientes son sucesivas pues "omnes res singulares sunt successivae seu successioni obnoxiae"[547]. Más aún, lo único permanente en las cosas es la ley misma que implica la sucesión continua[548], que se corresponde con la ley que rige el universo entero, ley por la cual se corresponden todas las cosas del universo entre sí. La ley para la sucesión continua, esto es, la ley para la serie en la sustancia es lo que constituye su individualidad[549] y por lo que puede decirse que actúa espontáneamente. Como se mostró en la sección dedicada a la caracterización de la fuerza primitiva como ley de una serie, una serie contiene la clave para el orden de secuencia de los términos que la conforman; además, no sólo es la unidad para la multitud de sus términos sino que tomados ellos con independencia de aquella pierden su sentido. Entre la serie y sus términos hay, pues, una dependencia recíproca conforme a la ley que trae consigo la serie misma. Esta correlación entre los términos y la serie se da también entre la sustancia y el fenómeno:

> Für die Beziehung zwischen Form und Materie, zwischen Seele und Körper ergiebt sich heraus die Bedingung striktester Korrelation: beide sind nur in und mit einander aufzeigbar. Wie das Gesetz der mathematischen Reihe zu seiner Darstellung die Ausführung in die Mehrheit der Glieder verlangt, so kann sich das formale Gesetz der Entwicklung nur darstellen, indem es sich in der Hervorbringung des Phänomens des organischen Körpers und seiner Veränderungen bethätigt. Selbst der Ausdruck der "Harmonie" ist für die Charakteristik dieses Zusammenhanges nicht genügen bezeichnend. Es handelt sich nicht darum, zwei verschiedene Substanzen —oder auch zwei Attribute derselben Substanz— in Übereinstimmung zu setzen: vielmehr wird umgekehrt in der Trennung von Seele und

---

[545] Cf. GP IV, 522.
[546] GP IV, 523.
[547] GP II, 263 (OFC 16B, 1216).
[548] En GP II, 263: "Nec mihi aliud in eis est permanens quam lex ipsa quae involvit continuatam successionem, in singulis consentiens ei quae est in toto universo" (OFC 16B, 1216).
[549] Cf. GP VI, 289–90 (OFC 10, 297–8); GP VI, 264 (OFC 16B, 1217).

> Körper ein ursprünglich und begrifflich einheitliches Grundverhältnis durch die Reflexion in eine Verschiedenheit von Momenten zerlegt[550].

Esta correlación, como ocurre con las funciones matemáticas leibnizianas, supera una relación de uno a uno y se acerca más a la idea universalmente presente en el sistema de Leibniz de una unidad en la pluralidad y una pluralidad en la unidad. El tiempo y el espacio mismos se constituyen por un tipo de ligazón relativa como el orden por el que unos términos en la serie de percepciones o de movimientos se siguen a otros términos de sus series, porque el tiempo y el espacio mismos son concebidos como relativos a los términos. El tiempo es tomado como un caso especial del concepto general de una serie, donde los términos tomados sólo tienen sentido en cuanto que conforman la serie misma. Como aclara Leibniz mismo:

> Nempe *spatium* nihil aliud est quam ordo existendi simul possibilium, uti tempus est ordo existendi successive possibilium. Et ut corpus physicum se habet ad spatium, ita status seu rerum series se habet ad tempus. Et corpus ac series rerum spatio et tempori addunt motum seu actionem et passionem, ejusque principium[551].

En el caso del tiempo se hace más evidente la relación de los términos entre sí, pues un momento es sólo presente con respecto a uno del que es futuro y otro del que es pasado, de manera que su designación como presente depende sólo del posicionamiento entre otros términos, es decir, del orden en el que el suceso —siguiendo la serie de desarrollo de la sustancia a la que corresponde— se da. Pese que el espacio no es una sucesión, como claramente lo es el tiempo, también en él puede darse el carácter de una serie. En primer lugar porque no ocurre que la serie sea una sucesión, sino más bien que la sucesión es una serie, pues una serie es lo que es porque "lex seriei ostendat quorsum in ea progrediendo debeat perveniri seu ut posito initio et lege progressus termini ordine prodeant sive sit ordo aut prioritas naturae tantum sive temporis quoque"[552]. En segundo lugar por el carácter mismo del espacio, que no es más que una relación entre cosas, una abstracción de la relación de las cosas tal y como se dan, unas *junto a* otras. Lo extenso no es más que la repetición o difusión de algo:

> Nempe ut saepe monui (etsi transmisisse videaris) Extensio est abstractum Extensi nec magis est substantia quam numerus vel multitudo substantia censeri potest, exprimit que nihil aliud quam quandam non successivam (ut duratio) sed simultaneam diffusionem vel

[550] Ernst Cassirer, *Leibniz' System in seinen wissenschaftlichen Grundlagen*, Georg Olms Verlags-buchhandlung, Hildesheim, 1962; p. 408.
[551] GP II, 269 (OFC 16B, 1223).
[552] GP II, 263 (OFC 16B, 1216).

> repetitionem cujusdam naturae, seu quod eodem redit multitudinem rerum ejusdem naturae, simul cum aliquo inter se ordine existentium, naturae, inquam, quae nempe extendi seu diffundi dicitur[553].

En esta tensión entre el carácter serial, correspondiente y regulado que tienen tanto las percepciones como los movimientos hay que entender la designación de la fuerza primitiva como una ley de la serie:

> Vor der Verwechslung mit dem Einzeldinge ist die individuelle Substanz schon in ihrer ersten Konzeption bewahrt. Die derivative Kraft bezieht sich, obwohl auch sie vom sinnlichen Sonderinhalt streng geschieden bleibt, doch auf ein Hier und Jetzt, auf das infinitesimale Raum und Zeitmoment. Selbst von dieser — Anschaulichkeit müssen wir die primitive Kraft als Gesetz der Gesamtfolge losgelöst denken[554].

De esta manera hay un carácter funcional en la relación entre fenómeno y sustancia que se da con el doble estatuto de la acción monádica, pues ella puede ser descrita como una ley funcional con la que se regulan todas las modificaciones de la mónada misma o, lo que es lo mismo, sus relaciones[555].

Pese a que la funcionalidad haya sido considerada como una herramienta para describir cuanto en el mundo hay de fenoménico[556], ella no se encuentra en los fenómenos dentro de la lógica por la que podrían resultarnos como lo más real, sino dentro de los fundamentos que los hacen fenómenos, esto es, en la consideración de aquello de real que hay en ellos y que muestra que no son del todo reales. La funcionalidad se muestra, pues, en el doble estatuto de la acción en cuanto sustancial y fenoménica por la que los cuerpos puede que sean fenómenos, pero están bien fundados y, a la vez, puede que tengan fundamentos sólidos, pero siguen siendo fenómenos. Perpetrando el enclave de esta doble condición es donde opera la funcionalidad dentro de la dinámica y como la fuerza se hace funcional. Entre la mónada y la materia, entre la sustancia y el fenómeno, hay una relación que se encuentra al interior del proceso mismo de la percepción monádica, relación que Cassirer caracteriza como *simbólica*:

> Die individuelle Denk-Einheit *verbindet* sich nicht, was völlig unverständlich wäre, mit einem an sich bestehenden, heterogenen Etwas; sondern sie *bezieht* sich in distinkter und prägnenter Weise auf einen bestimmten inhaltlichen Komplex materieller *Erscheinungen*. Veränderungen im Universum der Phänomene werden in ihr nur insofern dargestellt, als sie zugleich Änderungen dieses Komplexes bedingen. […] Die Einheit des Bewusstseins ist

---

[553] GP II, 269 (OFC 16B, 1223).
[554] Cassirer, *Leibniz' System…*, p. 412.
[555] Cf. Schulthess, *Relation und Funktion…*, p. 223.
[556] Cf. Nicolás, *Ontología unificada…*, pp. 28–30.

> nicht selbst als Gegebenheit in Raum und Zeit zu denken; aber indem sie auf eine besondere organische Materie als ihren primären Inhalt geht, ist sie vorwiegend auf eine besondere Stelle in der Ordnung der Erscheinungen bezogen und wird in ihr symbolisch darstellbar[557].

La pregunta por el estatuto ontológico del fenómeno no es, sin embargo, central tomando al fenómeno en su darse fenoménico; mas aún, la pregunta carece de sentido. Para conocer lo que el fenómeno enseña no cabe la pregunta por cuál es el ser que él encierra; esta es una pregunta ontológica que escapa de su ámbito y donde la pregunta es posible el fenómeno se desvanece. Siguiendo a Rombach: “Phänomen ist nicht eine Beeinträchtigung von Sein, sondern eine völlige Ablösung von der Frage Sein oder Nichtsein”[558]. A él hay que aproximarse desde la lógica de la relacionalidad y lo que el fenómeno enseña es la manera en la que se conecta —su dónde y su cuándo— con los demás fenómenos del universo. En esta lógica de la relacionalidad no es el ser sino la proporción lo que resulta decisivo y, así, el fenómeno puede sólo asirse desde una funcionalidad. Así las cosas,

> Von Sein kann nicht mehr gesprochen werden; aber nicht darum, weil es dergleichen wie Sein nicht gibt sondern weil Sein oder Nichtsein hier nichts mehr austrägt. Funktionale Bestimmungen tragen sich in sich selbst, ohne sich dadurch so etwas wie Sein zu geben. Alles ‘Sein’ ist hier bloße Koexistenz, d. h. Kontext des Gegebenen im Sinne von purer Bezogenheit auf… ohne eigene Realität[559].

De aquí no se sigue, empero, la pura evanescencia para el *sistema de los fenómenos*, como tampoco se sigue de la relacionalidad subyacente al sistema de las cosas la inexactitud del conocimiento o imposibilidad de la verdad, dada, justamente, la fundación de los fenómenos en el ser. Antes de atender a ella, cabe resaltar que la posibilidad de la verdad y el conocimiento en el mundo fenoménico viene anclada en la misma relacionalidad que, lejos de ser arbitraria, se da con exactitud matemática. Las relaciones entre fenómenos no son casuales, sino que se corresponden en una proporcionalidad con la que se articula el sistema entero que las reúne. Pues no sólo sigue cada fenómeno una ley para su serie particular sino que se relaciona con todos los demás conforme a una ley mayor; la armonía preestablecida, que garantiza la correspondencia entre los estados internos de las mónadas —sus expresiones— y, así, une la diversidad en un solo universo. Para que haya una unidad en el sistema fenoménico y pueda haber un conocimiento y verdades dentro de él, es preciso que los

---

[557] Cassirer, *Leibniz’ System…*, p. 409.
[558] Rombach, *Substanz System Struktur…*, Tomo 2, p. 330.
[559] Rombach, *Substanz System Struktur…*, Tomo 2, p. 330.

fenómenos se correspondan entre sí. De esta manera, el criterio para la veracidad del conocimiento recae en la correspondencia y concordancia sistemáticas de todo con todo, un universo donde no cabe la pregunta por la concordancia entre estas verdades y los objetos, porque los objetos son justamente fenoménicos. En el mundo fenoménico tiene el fenómeno un ser verdadero:

> Das Phänomen wird zum “wahren Schein”, sofern es in den substantiellen Einheiten gegründet ist. […] Eine Realität bedeutete uns die Materie zunächst, sofern sie nach den ideellen Gesetzen der Mathematik und Mechanik bestimmt und in ihnen objektiviert war. Jetzt tritt ein neuer Gesichtspunkt hinzu: beständig aber wird festgehalten, dass die Wahrheit des Phänomens nicht auf der Beziehung auf ein äusseres Objekt beruht, sondern darauf, dass in ihm eine bestimmte, notwendige Einzelphase in der Entwicklung des realen “Subjekts” bezeichnet ist[560].

Pero un fenómeno es un modo del *ser*, se funda en el ser, como la funcionalidad misma se funda también en la sustancialidad.

> Die funktionalen Bestimmungen sind jeweils nur ein ‘Modus considerandi’, der allerdings nicht im Belieben der consideratio liegt, sondern eine wirkliche Repräsentation der Substanz darstellt. Der Modus hat also ein ‘fundamentum in re’. Es gibt eigentlich nur Substanzen. Und diese stehen in der völligen Unbezogenheit zueinander, wie die unendliche Streuung einer beliebigen Punktmannigfaltigkeit. Beziehungen zueinander, Lagen, Stellen, Proportionen und Funktionen erhalten diese Substanzen nur durch die *Auffassung* (Vorstellung) in einem denkenden Verstand[561].

Rombach dice: *realmente* sólo hay substancias. *Eigentlich*, es decir —en términos leibnizianos— *en rigor metafísico*, lejos del cual la ya comentada pregunta por el estatuto ontológico del fenómeno carece de sentido. En el mundo fenoménico es la proporción, la relación recíproca y regular, lo que garantiza la operatividad del sistema mismo de los fenómenos. Puesto que toda relación es entre un algo y un algo, debe haber un *qué* con el que se responda a la pregunta por lo relacionado en la relación. La pregunta dentro del ámbito de la matemática se responde siempre con los términos que cumplan una relación; en los ámbitos más abstractos no tiene importancia el qué siempre y cuando cumpla las condiciones para ponerse en una relación determinada; el álgebra, por ejemplo, es un paso hacia la pura relacionalidad más allá de los elementos específicos puestos en relación[562]. En el sistema de los fenómenos la fuerza es aquello con lo que se responde al *qué* de la pregunta. La extensión no puede llenar ese lugar; es

[560] Cassirer, *Leibniz' System…*, p. 412–3.
[561] Rombach, *Substanz System Struktur…*, Tomo 2, p. 332–3.
[562] Cf. GM IV, 104–6; Rombach, *Substanz System Struktur…*, Tomo 2, p. 329.

la fuerza y su doble carácter activo y pasivo, primitivo y derivativo lo que llena de sentido el sistema de los fenómenos y con lo que puede tenderse el puente hacia el sustrato subyacente que —desde el plano donde cabe la pregunta ontológica— funda el ser del fenómeno, es decir, la sustancia. En el mundo de las fuerzas el conocimiento y la verdad radican en la proporcionalidad y, con ella, en un carácter de funcionalidad:

> System und Gewißheit kommt nur aus der Komplexion des Übereinstimmenden mit sich. Dies ist radikaler Funktionalismus; ebensosehr Funktionalismus der Natur wie Funktionalismus der Erkenntnis. Allerdings bleibt die Relationalität auf den Bereich der Phänomene beschränkt, die ihrerseits wieder den Bereich der Substanzen vorauszusetzen scheinen, ohne ihn selbst in Wahrheit zu erschließen[563].

En el mundo fenoménico la funcionalidad es un criterio para la verdad y un garante de que su fundación se encuentra más allá del fenómeno, esto es, en el ser. ¿Pero en qué consiste la realidad de la mónada misma, sino en la relacionalidad funcional que hemos descrito? Si la sustancia no es más que un ser capaz de acción y su acción es expresión, esto es, un despliegue de predicados propios por el cual ella se relaciona con el resto del universo, entonces también en el corazón del fundamento, esto es, en lo que hace que la mónada sea, hay cabida para la relacionalidad funcional. También en el mundo de la sustancia la coherencia y la posibilidad de la verdad viene anclada en una cierta proporcionalidad o analogía, cuya ley comporta la armonía preestablecida o, en otras palabras, la interconexión de todas las sustancias. Hemos observado un patrón funcional operando en el corazón de la acción monádica; pero dado su doble carácter, también la funcionalidad expandida se manifiesta, acomodándose al ámbito desde el cual se observe la acción monádica. Tanto como expresión o como fuerza la acción, esencia de la sustancia, es funcional.

4.3. Conclusión del capítulo

Los rasgos de la funcionalidad se esconden en la expresión al tratarse de una relación recíproca regular entre elementos seriales; en la fuerza, un concepto fundamental para una explicación racional del mundo que se ciña a parámetros tanto matemáticos como metafísicos, los elementos de la funcionalidad se dejan ver en la descripción de la fuerza primitiva como ley de la serie. Si la noción de fuerza arroja

[563] Rombach, *Substanz System Struktur…*, Tomo 2, p. 337.

enorme luz para comprender la verdadera noción de sustancia[564] es porque con ella se articula *el paso* del rango de la acción monádica de la metafísica a la dinámica. Con la doble caracterización de la fuerza como primitiva o derivativa puede mostrarse de qué manera hay en los cuerpos un principio de actividad que va más allá del ámbito físico en el que ellos mismos se dan, de manera que la explicación de la actividad de los cuerpos físicos hunde sus raíces en terrenos metafísicos, aun cuando la dinámica es suficiente por sí misma para dar cuenta de los fenómenos corporales. Si bien la física y la metafísica son campos diferenciados del saber, con leyes y principios específicos, y no puede reducirse ninguno al otro, no es del todo preciso afirmar que con la fuerza se articula el paso de la acción de la metafísica a la dinámica, como si se tratara de una especie de emanación de la acción monádica que desborda un ámbito y permea otro. Antes bien, toda acción física monádica —de las sustancias creadas— se da *a la vez* metafísicamente, dado un doble carácter constitutivo de la acción. Así, con el desarrollo dinámico de la actividad de la sustancia corpórea como fuerza se hace posible delimitar el carácter inmaterial de la configuración ontológica de lo material y, al mismo tiempo, articular el darse fenoménico de la actividad monádica. De esta manera, la actividad intrínseca a la sustancialidad de la sustancia es en los cuerpos —cuya pasividad tiene también un cierto carácter activo—, su capacidad de acción.

La existencia de fuerzas en todos los cuerpos —y, por ende, en todas partes—, la posibilidad de acción que con ella viene en toda la naturaleza y la sustancialización de la misma que no puede desligarse de esta idea es un posicionamiento firme de Leibniz, en primer lugar, frente al ocasionalismo —desde el cual habría que *atribuirle a Dios mediante un milagro* las acciones de los cuerpos—, frente al cartesianismo e, incluso, frente al espinocismo. Con la fuerza pueden explicarse, en el ámbito de lo fenoménico, fenómenos de los cuerpos como la resistencia en los choques, la inercia o el comienzo de una acción; en el ámbito de lo real puede explicarse *con ella* la comunicación entre las mónadas como la secuencia de las leyes de la propia naturaleza de cada una conforme a la acomodación que hay entre todas las mónadas del universo. De ahí que se describa la fuerza primitiva, pieza de enlace entre la acción metafísica de la sustancia y la actividad corpórea, como la ley de una serie. Con una caracterización tal de la fuerza primitiva se muestra que en ella se encierra la manera o modo en la que la acción física ha de ejecutarse, a la vez que el principio para la actividad, en el sentido de la orden de

[564] Cf. GP IV, 469–70 (OFC 2, 229–30).

ejecución de la actividad corpórea —en cuanto que toda sustancia es un ser capaz de acción y encierra dentro de ella el principio para su acción—. En la tendencia a la mutación interna en cada cuerpo se incluyen no sólo cada uno de los momentos de su acción, donde a la manera de una noción completa se contienen todos los predicados, sino también la secuencia conforme a la cual cada momento se hace presente. La configuración de la acción monádica se asemeja a las ecuaciones de las líneas o en la ley de una serie, donde puede describirse analíticamente el comportamiento de una línea al proyectarse o de una serie al desplegarse. En la mónada se contienen, aunque confusamente, todos sus predicados y la ley para el orden en el que los predicados acontecen.

Entendiendo la relación entre expresión y fuerza tomando el énfasis en el doble carácter de la acción sustancial se dan los elementos de la funcionalidad expandida. En rigor metafísico, no hay más que mónadas, esto es, sustancias activas que perciben y tienen apetito. Desde la consideración de la fuerza desde el espectro metafísico, donde equivale a la expresión, hay tras el darse fenoménico de la acción sustancial una legalidad, una interrelación o correspondencia y tales propiedades se dan siempre en relación con elementos de series. Pero también en su consideración fenoménica, es decir, tomando la fuerza en cuanto fuerza, puede encontrarse el carácter funcional en la descripción de la fuerza primitiva como la ley de una serie. Un carácter tal ha sido ya señalado en la literatura secundaria, al ver en la ley de la serie —más claramente en la ecuación— una relación unívoca entre elementos de dos conjuntos. Esta conexión es desafortunada porque implica un anacronismo y quizá concluye con demasiada rapidez sobre las motivaciones leibnizianas. No por ello deja de haber, aunque por otras razones, un carácter funcional en la formulación *ley de la serie*, pues con ella se indican los rasgos de la funcionalidad expandida, como la hemos descrito y seguido en este trabajo. Entre la fuerza primitiva y la derivativa hay una dependencia recíproca y regulada, como la que hay entre la serie y sus términos, una dependencia conforme a la cual el término singular carece de sentido abstraído de la serie y, al revés, ella se desvanece al suprimir aunque sea uno de sus términos; de la misma manera, no puede darse una sustancia sin sus accidentes, pues todo accidente le es necesario. La ley de progresión que regula los fenómenos de los cuerpos encuentra su equivalencia en la ley por la que se despliegan los predicados de la noción completa de las sustancias que los sustentan y posibilitan; así, hay una correspondencia entre el darse fenoménico de la actividad sustancial y su carácter metafísico, correspondencia que se rige por la armonía preestablecida y en virtud de la interconexión de todas las cosas. Los rasgos de la funcionalidad, extraídos de la definición del concepto matemático de función y generalizados para poder rastrearlos más allá del ámbito de dicho concepto, se encuentran en el doble carácter de la acción. En el enclave de la doble condición de la acción monádica se esconden una legalidad, serialidad y reciprocidad por las cuales tanto en la expresión como en la fuerza hay un carácter funcional.

CONCLUSIONES

La presente investigación surge en el marco de las lecturas funcionalistas de la filosofía leibniziana, esto es, lecturas de acuerdo con las cuales en el sistema leibniziano el concepto de función juega un papel fundamental. En este trabajo buscamos probar la hipótesis de que no sólo hay un papel importante de la idea de función en la filosofía leibniziana sino que, incluso, hay un carácter funcional en la forma monádica de actividad. Para hacer esta búsqueda planteamos como propósitos fundamentales de este trabajo encontrar y definir el concepto de función a partir de los escritos matemáticos de Leibniz; determinar los rasgos principales de dicho concepto de función, que sirvan de ingredientes para componer una idea de funcionalidad más allá del campo estrictamente matemático; la búsqueda de los rasgos de la funcionalidad en las formas de darse de la actividad monádica, esto es, en primer lugar como expresión —actividad monádica tomada en rigor metafísico— y, en segundo lugar, como fuerza —o el darse fenoménico de la actividad monádica—. En respuesta a los propósitos fundamentales con los que puede darse respuesta también a la hipótesis general, hemos obtenido las conclusiones principales que se resumen a continuación.

Según el concepto matemático contemporáneo de función, la relación funcional es una relación unívoca de dependencia entre elementos de dos conjuntos de números, de tal manera que a cada elemento del primer conjunto corresponde un elemento bien determinado del segundo. Desde la antigüedad puede rastrearse un cierto instinto de funcionalidad, si por él se entiende la idea de dependencia, de poner en relación elementos de conjuntos distintos. No puede decirse que en las matemáticas de la antigüedad se diera la noción actual de función, pues para ello hacen falta muchos conceptos añadidos que entonces no existían o no habían sido expresados con claridad como conceptos fundamentales de una disciplina, como el de asignación, correspondencia, relación, dependencia y conjunto. Es más, el término *función* no es utilizado en la antigüedad con un sentido matemático.

Con el estudio cinemático de la naturaleza, realizado principalmente por los matemáticos de las escuelas inglesa y francesa, se comienza a dar protagonismo a las relaciones proporcionales, como las que a menudo estos pensadores establecen entre la velocidad con el tiempo y la distancia en los estudios del movimiento. Al utilizar en sus estudios relaciones de dependencia entre elementos heterogéneos, los cinemáticos utilizan relaciones funcionales. Sin embargo, no cuentan con un concepto de función así denominado y explícitamente formulado.

La herencia del instinto de funcionalidad fortalecido e integrado plenamente en la cinemática llega a los matemáticos del renacimiento y la modernidad temprana. Entonces se desarrolla un grupo de elementos favorecedores para construir una idea de función. Así, entre los siglos XV y XVII se avanza enormemente en los estudios sobre cuadraturas y tangentes, y en la consecuente obtención de métodos de integración; en la creación del álgebra simbólica; la concepción cuantitativa de las leyes de la naturaleza, con la que es posible dar valores numéricos a magnitudes físicas; y la nueva comprensión de una ley como una dependencia entre variables, idea con la que puede introducirse en el estudio de la naturaleza la consideración de los fenómenos como dependencia funcional entre magnitudes. Todos estos elementos, unidos a la recuperación de los *infinitamente pequeños*, hacen posible llegar a un cálculo, dentro del cual está el germen para la idea contemporánea de función.

El término *functio* aparece por vez primera en la historia de la matemática en un manuscrito de Leibniz del verano de 1673. Aquí se utiliza por vez primera el término en un sentido *matemático* fijo, aunque no con el significado exacto que tiene nuestra función matemática contemporánea. Tampoco constituye el concepto central del cálculo infinitesimal; dicho centro está en el concepto de diferencial, de infinitamente pequeños y de variable. Tampoco constituye el centro del método newtoniano de fluxiones, donde ni siquiera existe el concepto de función como tal. Pero tanto con el método de fluxiones como con el cálculo infinitesimal se sientan las bases para que los herederos del cálculo, al desplazarlo a un terreno más abstracto, analítico y menos geométrico, lleguen a ella.

El término *functio* es utilizado en sentido matemático por primera vez —en la historia de la matemática, no sólo en los escritos de Leibniz— en el manuscrito *Methodus tangentium inversa seu de functionibus*, recogido por la edición de la

Academia bajo el título *De functionibus plagulae quattuor*[565]. Ya había sido utilizado antes en un contexto matemático, específicamente en el manuscrito *Trigonometria inassignabilium*[566], pero allí tiene su significado general y del habla cotidiana. Leibniz habla aquí de *hacer una función*, por ejemplo, cuando dice que hace la función de tangente una determinada recta que tiene un solo punto de contacto con la curva dada.

Por el contrario, en *De functionibus* se utiliza el término *función* en un sentido matemático claro y fijo. Se trata de un manuscrito importante, pues en él se encuentran expresados por primera vez varios descubrimientos necesarios para llegar a formular el cálculo infinitesimal. Además de la introducción del término y —probablemente— del concepto de función, aquí se formula por vez primera la inversión del problema de tangentes; la tarea de hacer una construcción geométrica de las mismas valiéndose para ello de un cálculo analítico; y la solución de problemas de cuadraturas por medio de la sumatoria de series infinitas. También es novedosa la construcción geométrica misma de las tangentes dentro de los intentos de Leibniz para lograr un método de cuadraturas, puesto que en escritos anteriores se consideraban los límites de los infinitamente pequeños como paralelogramos y en el *De functionibus* se los toma como trapezoides infinitesimales.

Hay, pues, dos acepciones para el concepto de función en los escritos matemáticos de Leibniz:

a) Función en un sentido general, entendida por el significado tiene en el lenguaje cotidiano, como una tarea a realizar, deber activo, el papel que desempeña una parte en relación con el todo. En el contexto geométrico en el que el término aparece, el término función viene siempre acompañado del verbo hacer o construir; de tal manera, un fragmento puede *hacer la función* de tangente o de normal con respecto a una curva dada.

b) Función en un sentido matemático específico, donde el nombre función designa fragmentos de recta que están en una relación determinada con una curva.

El segundo sentido es el más fructífero de cara a la búsqueda de la idea de funcionalidad y el menos transparente. No se cuenta con una definición explícita del concepto matemático de función en los escritos de las décadas de 1670 y 1680; por esta razón, hemos tenido que atender a las apariciones del término para deducir su

---

[565] Cf. AA VII, 4, 656–710.
[566] Cf. AA VII, 4, 465–501.

significado a partir de su uso. Hace falta esperar hasta la siguiente década, cuando en 1692[567] Leibniz hace pública la definición de su concepto de función, haciendo de ella el nombre común para toda recta resultante de la prolongación de una recta desde un punto de la curva hacia otro punto; en esta definición se incluyen también los ejes *x* e *y*. Con la inclusión de los ejes se da un paso adelante frente a la definición del término que puede abstraerse a partir de los escritos de 1673.

De la definición de función se da un paso hacia la idea de funcionalidad identificando lo que hace que una función reciba tal denominación. Lo que subyace a la definición específicamente geométrica de la función a partir de 1692 es la definición misma de 1673 y los rasgos que a partir de ella pueden identificarse; es decir, la funcionalidad en las funciones recae en que aquello común a todos los fragmentos que reciben el nombre de *función* consiste en la relación de dependencia recíproca conforme a una ley determinada que media entre ellos y se da en relación estrecha con la idea de series infinitas. A partir de ahí se dejan ver los tres rasgos definitorios de la funcionalidad, que sirven de vectores para buscar el carácter funcional de la actividad monádica. Tales rasgos son tres: la legalidad o atenencia a leyes; la asignación recíproca entre magnitudes o interdependencia; y la serialidad. En efecto, los fragmentos denominados como funciones, en primer lugar, son magnitudes que varían con respecto a una ley dada; en segundo lugar, la idea misma de esta variación regular para las magnitudes se establece en estrecha relación con la idea de una serie infinitamente progresiva cuyos términos resultan de una fórmula general donde se ponen de manera consecutiva valores numéricos para las variables indefinidas. En último lugar, y es otro de los pasos importantes que se dan ya desde el *De functionibus* con el método inverso de tangentes, las magnitudes están en una relación de interdependencia, tal que a partir del conocimiento de las propiedades de la primera es posible llegar a un cierto conocimiento de la segunda y viceversa.

Con tales vectores puede rastrearse el carácter funcional de la actividad monádica, en primer lugar, en cuanto expresión. La relación expresiva puede ser descrita en términos funcionales, es decir, a la manera de una relación de dependencia recíproca entre dos respectos que se rige por una determinada ley. Esta conclusión se obtiene a partir del análisis de la relación expresiva partiendo de uno de las metáforas con las que Leibniz suele ilustrarla: la metáfora del espejo. Considerando las

[567] Cf. GM V, 268. En 1694 repite la misma definición; cf. GM V, 307.

apariciones de esta metáfora en contextos metafísicos, ha sido posible describir el carácter de la relación expresiva con las siguientes características:

a) Expresar, en cuanto reflejar, es multiplicar, entendiendo la multiplicación desde el marco de la percepción que cada mónada puede tener del universo. Así, no hay una multiplicación del universo en sentido estricto según la cantidad de espejos que lo perciben, como si no hubiera uno sino infinitos universos inconexos. Antes bien, la multiplicación del universo es aparente porque la expresión exige una inter-expresión, una acomodación armónica inter-especular.

b) Expresar, como reflejar, es diversificar. Mientras que en el rasgo de la multiplicación en el reflejo se esconde la inter-expresión como garante para la unidad del universo, en el rasgo de la diversificación de lo reflejado que ocurre en los infinitos espejos se hace énfasis en el carácter único que tiene cada reflejo resultante. La diversificación u oscurecimiento le es intrínseca a la actividad reflexiva y, por tanto, expresiva, pues resulta de la configuración de cada sustancia singular, del punto de vista que cada una tiene del universo. Con la caracterización de la expresión como diversificación se indican las siguientes propiedades de la relación expresiva:

   i. Las carencias cualitativas y cuantitativas del reflejo frente a la riqueza de lo reflejado son características propias del conocimiento humano; la metáfora del espejo no se utiliza para ilustrar formas de conocimiento perfecto —el divino—.

   ii. Pese a la imposibilidad de lograr representar el universo en su totalidad y con fidelidad, en los espejos —las mónadas— hay una *tendencia* al conocimiento del universo *entero*.

   iii. Si bien hay una oscuridad intrínseca a la reflexión especular, esta oscuridad exige también una claridad. No por estar sometido a un sesgo estructural es imposible para el conocimiento monádico ser adecuado con la realidad.

   iv. Como ocurre con la multiplicación, en el reflejo como diversificación se esconde la exigencia de una inter-expresión, pues en dicha acomodación recíproca armónica inter-especular reside la unidad de lo que se ha diversificado.

v. La relación expresiva es analógica; si bien el reflejo no es *igual* a lo reflejado, *equivale* a él. Más aún, basta con dicha equivalencia para que el reflejo se adecúe a lo reflejado.

c) Expresar, como reflejar, es representar. Hay un doble carácter en la representación por el cual conocer un objeto es ponerlo frente a sí —y, con ello, hacerlo ob-jeto—, a la vez que el conocimiento consiste en una vuelta hacia sí, es decir, el despliegue del contenido interno específico de cada mónada. El giro interno del conocimiento ob-jetivo como auto-despliegue no pone en duda la unidad del universo o la veracidad de su conocimiento, pues se atiene a la legalidad inter-expresiva de la armonía preestablecida entre todas las sustancias.

d) La expresión y el reflejo viven. La característica de la vida en el reflejo puede interpretarse bien como aquello que más propiamente le brinda el punto de vista a la mónada, esto es, su corporalidad; o bien como aquello que da esencia y un grado de realidad al cuerpo, esto es, la mónada dominante misma.

i. Vida y corporalidad: puesto que es el cuerpo lo que constituye el punto de vista de la mónada, para ella la percepción —y toda acción en rigor metafísico— resulta sólo posible mientras él *viva*, esto es, mientras se mantenga la configuración de “proximidad” entre mónadas en la que consiste el cuerpo monádico.

ii. Vida y sustancialidad de la mónada: la naturaleza de la mónada puede ser descrita no sólo como una noción completa sino, dando un paso más, como la ley de una serie para sus propios cambios. Por este doble carácter, la mónada no sólo consiste en la completitud, en el conjunto de todos sus rasgos constitutivos, sino en la ley que organiza la sucesión para todos estos elementos. Así ocurre en ella tanto que el darse de sus términos está profundamente vinculado con un *aquí* y un *ahora*, como que, inversamente, el *aquí* y el *ahora* se determinan por el posicionamiento regulado mismo de los términos en su darse. Con el movimiento que introduce la secuencia de elementos, el espejo vive.

Las características de la expresión, que se dejan ver en las ilustraciones que de ella se hacen por medio de la metáfora del espejo, salen a la luz los elementos de la funcionalidad expandida. Al reflejar el universo en cada mónada se reflejan otras mónadas y lo que en ellas se refleja. Todas ellas pueden reflejarse —podemos decir: mostrarse— recíprocamente, esto es, *entre sí*. El reflejo recíproco inter-especular se da de modo tal que los reflejos se corresponden; por consiguiente, no sólo expresan las sustancias, sino que lo hacen acomodándose unas a otras: se muestra el rasgo de la correspondencia o inter-dependencia.

Dando un paso más, toda correspondencia exige un criterio que le sirva de garante; la inter-expresión se atiene también a la ley de la armonía. Así se muestra el rasgo funcional de la legalidad, que se da en cuatro ámbitos:

a) Leyes del alma

b) Leyes del cuerpo

c) Ley que regula la comunicación entre el alma y el cuerpo: una ley constante de relaciones que regula la correspondencia entre los estados de la serie de eventos del cuerpo con la de los eventos del alma

d) Ley para la correspondencia de las percepciones de todas las sustancias entre sí: tal es un ámbito de legalidad que sólo es concebible desde la perspectiva divina.

Por último, el elemento de la serialidad se muestra también en las características de la expresión, comprendida desde la metáfora del espejo. Por una parte, la acomodación inter-especular —o inter-monádica— ocurre de manera que los estados de la serie de la una se hacen equivalentes a los estados de la serie de la otra. Por la otra, la vida del espejo viviente puede comprenderse como el despliegue de los elementos de la serie que constituye la mónada misma, esto es, el paso de un término de una serie a otro término de la misma. La correspondencia regulada en la que consiste la expresión se da, así, siempre entre elementos seriales y con la conjunción de la serialidad, correspondencia y legalidad la expresión se hace funcional.

Si en la actividad sustancial entendida en rigor metafísico se muestran los rasgos de la funcionalidad, también se los verá en el darse fenoménico de la actividad sustancial, de manera que tanto la expresión como la fuerza son funcionales. Con la doble caracterización de la fuerza como primitiva o derivativa puede mostrarse de qué manera hay en los cuerpos un principio de actividad que va más allá del ámbito físico en el que ellos mismos se dan. De esta manera, aunque la dinámica es suficiente para dar cuenta de los fenómenos físicos, la explicación de la actividad de los cuerpos físicos hunde sus raíces en terrenos metafísicos. La razón para ello está en el doble carácter de la acción por el cual toda acción física monádica se da *a la vez* metafísicamente. Así, con el desarrollo dinámico de la actividad de la sustancia corpórea como fuerza se hace posible precisar el carácter inmaterial de la configuración ontológica de lo material y, al mismo tiempo, articular el darse fenoménico de la actividad monádica.

De la consideración de la naturaleza de los cuerpos o fuerza como una ley de la serie se sigue que en la fuerza se dan tanto el *principio* para que una actividad comience a desarrollarse como el *modo* en el que la misma ha de ejecutarse. Así, en la fuerza primitiva se da tanto *la* orden de ejecución como *el* orden en el que los pasos de la actividad han de seguirse. Esto es así puesto que la naturaleza de la sustancia consiste tanto en la completitud —en el sentido en el que ella contiene todos los predicados que la componen— como en una ley de secuencia para los términos que conforman su serie.

Con la descripción de la fuerza primitiva como la ley de una serie se indica el carácter funcional de la actividad entendida como fuerza, como puede resumirse en los siguientes puntos:

a) Entre la fuerza primitiva y la derivativa hay una dependencia recíproca y regulada como la que hay entre la serie y sus términos.

b) Regidos por la correspondencia regular, el término singular carece de sentido cuando es abstraído de la serie y, al revés, ella se desvanece al suprimir aunque sea uno de sus términos. De la manera como ocurre entre una serie y cualquiera de sus términos, la sustancia, entendida como serie completa de sus cambios, no puede darse sin alguno de sus accidentes, pues todo accidente le es necesario. Por su parte, los términos de la serie sustancial, los accidentes, ganan su sentido al formar parte de la serie misma. Hay, pues, una relación funcional entre la sustancia y sus notas definitorias.

c) La ley de progresión que regula los fenómenos de los cuerpos encuentra su equivalencia en la ley por la que se despliegan los predicados de la noción completa de las sustancias que los sustentan y posibilitan; así, hay una correspondencia entre el darse fenoménico de la actividad sustancial y su carácter metafísico, correspondencia que se rige por la armonía preestablecida y en virtud de la interconexión de todas las cosas.

d) Así como ocurre entre la sustancia y sus predicados, entre una sustancia y todas las demás hay también una relación funcional, es decir, una correspondencia entre las sustancias que conforman la serie del universo y que se rige por la armonía preestablecida.

A la luz de los resultados obtenidos a lo largo de esta investigación puede darse respuesta afirmativa a la hipótesis inicial, esto es, a la idea de que la actividad sustancial o monádica puede ser descrita en términos de una relación funcional o, dicho de otro modo, que hay un carácter funcional en la actividad monádica. La funcionalidad expandida, una idea obtenida de la abstracción de los rasgos que dan el carácter funcional a la función, tal como se ha obtenido a partir de la lectura atenta de pasajes en los escritos matemáticos de Leibniz, puede rastrearse en las dos principales formas de darse de la actividad monádica: como expresión, en su sentido más metafísico; como fuerza, en su darse fenoménico. Con ello, puede verse la manera en la que una misma idea se hace presente a la vez en el ámbito matemático y en el metafísico y dinámico. Aunque en cada caso la idea de función se muestre respetando las leyes y límites de cada ámbito, no puede negarse que constituye un motivo presente en los distintos ámbitos del conocimiento en los que trabajó Leibniz, una muestra de que pese a la aparente disparidad de su inabarcable obra filosófica y científica hay pensamientos que le dan unidad. Como un camaleón, la idea de funcionalidad se hace visible con ciertos colores en el cálculo infinitesimal naciente y toma otros tonos para presentarse, a la vez, en el corazón del imprescindible concepto metafísico de mónada: el carácter de su actividad.

Límites y perspectivas

A lo largo de la presente investigación se han abierto varios problemas que no han sido tratados a profundidad por no responder directamente a la cuestión principal de la investigación, pero que merecen ser tratados en investigaciones posteriores.

Al enfrentarnos con la pregunta por el concepto de función en los escritos de matemática de Leibniz vimos que había dos maneras de plantearse la búsqueda de dicho concepto: bien preguntándose si en el cálculo de Leibniz tiene cabida el concepto matemático actual de función, aunque para ello Leibniz utilizara un nombre distinto; bien buscando el significado del término función, que Leibniz mismo llega a considerar como un concepto de su cálculo naciente. En el camino recorrido en el capítulo primero se han dado pistas para ofrecer una respuesta a la primera pregunta, pues se ha perseguido el nacimiento del concepto matemático actual de función desde la matemática antigua hasta la de los sucesores de Leibniz, que ya contaban con el término *función* en un sentido matemático. Sin embargo, dado el carácter de esta investigación ha sido la segunda pregunta la que hemos respondido en el segundo capítulo, dejando apenas enunciadas aquellas pistas para enfrentarse a la primera pregunta. Las opiniones de los historiadores de matemática y expertos que se han ocupado de hacer una historia de la matemática, del cálculo infinitesimal en particular, del análisis superior o, incluso, del concepto de función, están divididas. Mahnke, cuya opinión secunda Schulthess, se pronuncia a favor de la hipótesis de que en el cálculo leibniziano tiene cabida nuestro concepto matemático de función bajo el término *relatio*, un término que puede encontrarse con este significado ya desde *De tangentium methodo*[568]. Aunque no se plantean directamente la cuestión, los demás comentaristas de Leibniz dan muestras suficientes para interpretar su posición a esta pregunta, si llegaran a planteársela, pues opinan que *no* hay lugar para el concepto de función en el cálculo en la forma que tiene cuando Leibniz y Newton lo desarrollan. No por minoritaria es automáticamente rechazable la opinión de Mahnke. De todos los comentaristas citados parece ser quien conoce mejor los textos matemáticos de Leibniz: muchos de los otros comentaristas no trabajan directamente con los textos de Leibniz sino que basan sus conclusiones en los trabajos de Youschkevitch quien, a su vez, reconoce la autoridad de Mahnke. Con estas sospechas dejamos abierta la polémica. Para pronunciarnos definitivamente a favor de uno u otro bando sería preciso embarcarse en una investigación específica sobre esta cuestión.

La segunda parte deja, por su parte, varios problemas enunciados que podrían tratarse en investigaciones posteriores. En la delimitación del carácter de la relación expresiva hemos señalado la diferencia entre la expresión y la semejanza, pues para Leibniz puede haber expresión entre dos elementos heterogéneos siempre que haya una ley que permita la equivalencia. Leibniz dice aquí: siempre que las partes sean *análogas*. La analogía abre el espectro de posibilidad para la relación expresiva; ¿pero qué significa en este contexto la analogía? Al tratar este aspecto, en el trabajo se ha privilegiado la concepción de la analogía como proporcionalidad, un marco dentro del cual puede establecerse la relación correspondiente y atenida a leyes en la que consiste la expresión funcionalizada; una vez enmarcados en este contexto cabe preguntarse,

[568] AA VII, 4, 584.

empero (y dejamos la pregunta abierta), si esta lectura de la expresión agota el carácter de la misma. Pues con la interpretación de la analogía como proporcionalidad y de la expresión como analógica se reduce el carácter de la relación expresiva al de la proporcionalidad, como ocurre en las lecturas que hacen de la expresión una relación isomórfica entre términos, sean o no heterogéneos. La relación de expresión tiene, sin embargo, una potencia suficiente como para darse en el horizonte ontológico en el que se dan las relaciones sustanciales. ¿Es adecuado reducir las relaciones sustanciales a un nivel tan formal como el de la mera proporcionalidad? ¿Es tal cosa, acaso, posible? En este punto habría que distinguir dos problemas:

a) ¿Puede decirse que al comprender la funcionalidad como el carácter de la relación regular recíproca entre elementos seriales conlleva una matematización de las relaciones funcionales? ¿Significa ello que la funcionalidad introduce necesariamente en lo funcional el aspecto de lo matematizable y cuantificable?

b) ¿Comprender el carácter de la relación expresiva como analógico y el de la analogía como proporción; y así, comprender la expresión como una relación funcional en el sentido de ser una relación recíproca regular entre elementos seriales, reduce el espectro de la expresión al de lo cuantificable?

Por otra parte, volviendo al problema de la analogía, es posible que la relación analógica pueda ser incluso más amplia que la relación proporcional en la que se identifica el carácter de la función[569]. En este punto aparece otro problema surgido del análisis de la relación expresiva apenas enunciado en el trabajo pero que de suyo tiene una mayor importancia de la que ha recibido en su tratamiento: el problema del símbolo. Puede ser que la relación analógica consista en una relación *simbólica*, o acaso la relación simbólica en una relación *analógica*. También cabe preguntarse por el significado del símbolo y por la dimensión extra-lingüística que puede tener, pues si la relación expresiva puede ser descrita como simbólica un significado extra-lingüístico del símbolo enriquecería la noción misma de expresión y, dando un paso más, el significado de la inter-expresión monádica; con ella, de la idea de actividad y, en suma, del corazón de la definición misma de sustancia leibniziana. Si la relacionalidad es determinante para la concepción de lo que constituye el ser de la mónada, la pregunta por el significado de la relacionalidad no es un problema menor para quien quiera comprender a Leibniz. Dada la relación estrecha que hay entre la idea de analogía y la

[569] Cf. Orio de Miguel, *La nature nous monstre visiblement…*, pp. 331–342.

de expresión, y el papel central que juega el concepto de expresión en la ontología de Leibniz, estas preguntas son suficientes para dedicarles una investigación entera.

Si bien hemos identificado en esta investigación una noción precisa de la función, los rasgos de lo funcional y las maneras en que dichos rasgos pueden encontrarse dentro del ámbito de lo fenoménico y lo real en lo relativo a la acción monádica, no puede decirse, a partir de allí, que en todo el pensamiento de Leibniz se encuentre el carácter de la funcionalidad. Hay varios ámbitos que resultan problemáticos al pensar las relaciones inter-sustanciales en términos de una relación regular recíproca entre elementos seriales. Uno de los elementos difíciles para pensarlo es, justamente, el tercer aspecto de la acción monádica que no es la acción entendida como fuerza, en el ámbito fenoménico, o expresión, tomada en rigor metafísico: se trata de la acción moral, que le es posible a las mónadas superiores. ¿Puede comprenderse el problema de la libertad desde esta perspectiva? ¿Y acaso pueden explicarse con ella problemas como los de la existencia del mal en el mundo, la ética, la justicia, y la felicidad? En este orden de ideas, el concepto mismo de armonía resulta problemático bajo la hipótesis de la presente investigación. La armonía tiene un estatuto difícil de clasificar, aún cuando ha aparecido a lo largo de la investigación como garante de la inter-expresión y de las relaciones de fuerza, adoptando a veces la forma de la ley que rige la relación recíproca regular entre los elementos seriales —y, así, constituyéndose en la ley que determina la relación funcional—. Pero la armonía no sólo es utilizada en contextos ontológicos como armonía preestablecida entre sustancias, sino que tiene cabida en contextos de muy diversos tipos[570]; aparece en el contexto estético en relación con la belleza, en el contexto ético en relación con la felicidad, etc. ¿Qué querría decir, a la luz de la polisemia del concepto de armonía que, como afirma Cassirer, "el concepto matemático abstracto de *función* se extiende hasta convertirse en el *concepto de armonía* de la ética y metafísica"[571]? La pregunta queda abierta, pues mientras que el aspecto metafísico de la armonía ha aparecido en conexión con la funcionalidad, el aspecto ético y el estético de la armonía parecen escaparse de la rigidez de las relaciones regulares recíprocas entre elementos seriales. ¿Puede trascenderse con la armonía el espectro posiblemente reduccionista de la funcionalidad?

---

[570] Nicolás, *Harmonie als Ordnung…*, sección primera.
[571] Cassirer, *El problema del conocimiento…*, p. 124.

BIBLIOGRAFÍA

1. Obras de Leibniz

a. Ediciones de los manuscritos originales

AA — *G. W. Leibniz*: *Sämtliche Schriften und Briefe,* Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin (ed.), Darmstadt, Berlín, 1923ss.

COUTURAT — *Opuscules et fragments inédits de Leibniz,* L. Couturat (ed.), París, 1903 (reimp. Hildesheim, 1966?).

FINSTER — G.W. Leibniz, *Der Briefwechsel mit Antoine Arnauld,* R. Finster (ed.), Hamburg, 1997.

GP — *G. W. Leibniz: Die philosophischen Schriften,* C.I. Gerhardt (ed.), 7 vols., Berlín, 1875-90 (reimp. Hildesheim, 1960-61).

GM — *G. W. Leibniz: Mathematische Schriften,* C.I. Gerhardt (ed.), 7 vols., Berlín, 1849-63 (reimp. Hildesheim, 1872).

GBrM — *Der Briefwechsel von Gottfried Wilhelm Leibniz mit Mathematikern,* C. I. Gerhardt (ed.), Hildesheim, Georg Olms, 1987 (reedición de la de Berlín, 1899).

GRUA — *G. W. Leibniz: Textes inédits d`après les manuscrits de la bibliothèque provinciale de Hanovre,* G. Grua (ed.), 2 vols., París, 1948 (reimp. PUF, 1998).

GUHRAUER — *Leibnitz's Deutsche Schriften,* G. E. Guhrauer (ed.), 2 vols., Berlín, 1838-40. (Reimp. Hildesheim, Olms, 1966).

LAMARRA — *Essais scientifiques et philosophiques. Les articles publiés dans les*

	journaux savants, A. Lamarra – R. Palaia (eds.), 3 vols., Olms, Hildesheim, 2005.
ROBINET I	*G. W. Leibniz: Principes de la Nature et de la Grace fondés en raison. Principes de la Philosophie ou Monadologie*, A. Robinet (ed.), París, 1954.

b. Ediciones en castellano

ANDREU	*Methodus Vitae*, A. Andreu (ed.), 3 vols., UPV, Valencia, 2003.
ARANA	*G. W. Leibniz: Escritos de dinámica*, J. Arana (ed.), Tecnos, Madrid, 1991.
DURÁN	*La polémica sobre la invención del cálculo infinitesimal*, A. Durán (ed.), Crítica, Barcelona, 2006.
LÓPEZ-GRAÑA	*Sobre los principios de la filosofía*, E. López y M. Graña (eds.), Gredos, Madrid, 1989.
OFC	*Obras filosóficas y científicas*, Sociedad Española Leibniz, Granada, Comares, 2007 y ss.
OLASO	*G. W. Leibniz: Escritos filosóficos*, E. de Olaso, (ed.), Madrid, A. Machado, 2003.
RADA	*La Polémica Leibniz-Clarke*, E. Rada (ed.), Madrid-Taimis, 1980.

2. Literatura complementaria

2.1. Primera parte: la búsqueda de la idea leibniziana de funcionalidad

a. Artículos

ANDERSEN, Kirsti, "Las técnicas del cálculo, 1630–1660", en I. Grattan-Guinness (ed.), *Del cálculo a la teoría de conjuntos, 1630-1910. Una introducción histórica*, trad. Mariano Martínez Pérez, Alianza, Madrid, 1984.

BELAVAL, Yvon, “La place de la *Nova Methodus* dans le système leibnizian ou *Nova Methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus*”, en *Studia Leibnitiana – Sonderheft*, 14 (1986), p. 38 – 47.

BOS, H. J. M., “Fundamental Concepts of the Leibnizian Calculus”, en *Studia Leibnitiana – Sonderheft*, 14 (1986): *300 Jahre “Nova Methodus” von G. W. Leibniz (1684–1984)*, pp. 110–118.

——, “Newton, Leibniz y la tradición leibniziana”, en I. Grattan-Guinness (ed.), *Del cálculo a la teoría de conjuntos, 1630–1910. Una introducción histórica*, trad. Mariano Martínez Pérez, Alianza, Madrid, 1984.

BREGER, Herbert, “Leibniz’s Calculation with Compendia”, en U. Goldenbaum – D. Jesseph, *Infinitesimal Differences. Controversies between Leibniz and his Contemporaries*, W. de Gruyter, Berlín – N.Y., 2008, pp. 185–198.

DHOMBRES, J., “Quelques aspects de l’histoire des équations fonctionnelles liés à l’évolution du concept de fonction. Présenté par A. P. Youschkevitch”, en *Archive for History of Exact Sciences*, 1986, vol. 32; pp. 91–181.

DURÁN, Antonio, “Introducción”, en *La polémica sobre la invención del cálculo infinitesimal: escritos y documentos*, Crítica, Barcelona, 2006.

GIUSTI, Enrico, “Le problème des tangentes de Descartes à Leibniz”, en *Studia Leibnitiana – Sonderheft*, 14 (1986), p. 26–37.

HERRERA CASTILLO, Laura Estefanía, “Eine historische Einführung in den Funktionsgedanken bei Leibniz”, en H. Breger – J. Herbst – S. Erdner (eds.), *Natur und Subjekt – Nachtragsband*, IX. Internationaler Leibniz-Kongress unter den Schirmherrschaft des Bundespräsidenten, Druckerei Hartmann GmbH, Hannover, 2012; pp. 153–161.

KNOBLOCH, Eberhard – Contro, Walter S., “Einleitung”, en *Gottfried Wilhelm Leibniz. Sämtliche Schriften und Briefe*, Reihe VII (Mathematische Schriften: Infinitesimalmathematik), Akademie Ausgabe, 2008.

MAHNKE, Dietrich, “Die Entstehung des Funktionsbegriffes”, en *Kant-Studien*, 31/1926, p. 426–28.

DE MORA CHARLES, Mary Sol, "Algunos aspectos de los escritos matemáticos de Leibniz en su edición en español", en M. Sánchez – S. Rodero (eds.), *Leibniz en la filosofía y la ciencia modernas*, Comares, Granada, 2010, pp. 407–430.

PROBST, Siegmund, "Indivisibles and Infinitesimals in Early Mathematical Texts of Leibniz", en U. Goldenbaum – D. Jesseph, *Infinitesimal Differences…*, p. 97–106.

ROERO, Clara S., "The Passage from Descartes algebraic Geometry to Leibniz's Infinitesimal Calculus in the Writings of Jacob Bernoulli", en *Studia Leibnitiana – Sonderheft* 17, 1989; pp. 140–150.

SERFATI, Michel, "Naissance de l'écriture symbolique mathématique de Descartes à Leibniz", en Javier Echeverría – Javier de Lorenzo – Lorenzo Peña (eds.), *Calculemos… Matemáticas y libertad (Homenaje a Miguel Sánchez-Mazas)*, Trotta, Madrid, 1996.

VAN STEENBERGHEN, F., "Anneliese Maier, *Die Vorläufer Galileis im 14. Jahrhundert. Studien zur Naturphilosophie der Spätscholastik*, Rome, Edizioni di "Storia e letteratura", 1949", reseña, en *Revue Philosophique de Louvain*, vol. 47/ n. 16, pp. 517–250.

YOUSCHKEVITCH, Adolf Pavlovic, "The Concept of Function up to the Middle of the 19th Century", en *Archive for History of Exact Sciences*, 1976/77, vol. 16; pp. 37–85.

b. Libros

ARISTÓTELES, *Física*, trad. G. de Echandía, Gredos, Madrid, 1982.

BELAVAL, Yvon, *Leibniz critique de Descartes*, Gallimard, París, 1960.

BELL, E. T., *The development of Mathematics*, Dover Publications, NY, 1992.

BOYER, Carl B., *Historia de la matemática*, trad. Mariano Martínez Pérez, Alianza, Madrid, 1986.

BOURBAKI, Nicolas, *Elementos de historia de la matemática*, trad. Jesús Hernández, Alianza, Madrid, 1972.

BRADUARDINUS, Thomas, *Tractatus proportionum Thome Braduardini*, en Alberti de Saxonia, *Tractatus proportionum*, París, 1510.

BURIDANUS, Johannes, *Kommentar zur Aristotelischen Physik. Cacutissimi philosophi reuerendi Magistri Johanis buridani subtilissime questiones super octo phisicorum libros Aristotelis diligeter recognite reuile Amagisstro Johanne dullaert de gandano antea…*, París, 1509.

DAHAN-DALMEDICO, Amy – PEIFFER, Jeanne, *Routes et Dédales*, Études Vivantes, París, 1982.

DESCARTES, René, "La geometría", en *Discurso del método, dióptrica, meteoros y geometría*, trad. G. Quintás Alonso, Ed. Alfaguara, Madrid, 1981.

EUCLIDES, *Elementos*, trad. M. L. Puertas, Ed. Gredos, Madrid, 1994.

EULER, Leonard, *Introducción al análisis de los infinitos*, trad. J. L. Arantegui Tamayo, SAEM "Thales" – Real Sociedad Matemática Española, Sevilla, 2000.

FUCHS, Walter, *Knaurs Buch der modernen Mathematik*, München-Zurich, 1966.

GALILEO, *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*, C. Solís – J. Sabada (introd. y notas; trad.), Editora Nacional, Madrid, 1981.

GRATTAN-GUINNESS, Ivor (ed.), *Del cálculo a la teoría de conjuntos, 1630-1910. Una introducción histórica*, trad. Mariano Martínez Pérez, Alianza, Madrid, 1984.

GREGORY, James, *De vera circuli et hiperbolæ quadratura, in propia sua proportionis specie, inuenta et demonstrata a Jacobo Gregorio Abredonensi Scoto*, 1667; en *Il Giardino di Archimede. Un museo per la matematica*, vol. 27 (colección en CD-ROM), Florencia.

LENTIN, A. – RIVAUD, J., *Álgebra moderna*, 1973.

MAHNKE, Dietrich, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte der höheren Analysis*, Abhandlungen der preussischen Akademie der Wissenschaften. Physikalisch-mathematische Klasse, W. de Gruyter, Berlín, 1926.

MAIER, Anneliese, *Die Vorläufer Galileis im 14. Jahrhundert. Studien zur Naturphilosophie der Spätscholastik*, Edizioni di Storia e Letteratura, Roma, 1949.

MARAVALL CASESNOVES, Darío, *Diccionario de matemática moderna*, Editora Nacional, Madrid, 1982.

MARLIANI, *Quaestio de proportione motuum in velocitate*, Pavia, Damiano Confalonieri, 1482. Documento en PDF consultado a través de ProQuest, *Early European Books. Printed sources to 1700.*

MEDVEDEV, Fyodor A., *Scenes from the History of real Functions*, Basel u.a., Birkhäuser, 1991.

NEWTON, Isaac, "Tractatus de Quadratura Curvarum", en *Optice: sive de reflexionibus, refractionibus, inflexionibus & coloribus lucis libri tres*, Impensis Sam Smith & Ben Walford, Regiae Societatis Typograph[ica] ad insignia Principis in Coemeterio D. Pauli, Londres, 1706.

————, *La méthode des fluxions et des suites infinies*, trad. M. de Buffon, De Bure l'ainé – Libraire, París, 1740 (reimp. Librairie Scientifique Albert Blanchard, París, 1966).

————, *Mathematical Papers*, D. T. Whiteside (ed.), vol. II, Cambridge University Press, 1968.

SCHULTHESS, Peter, *Relation und Funktion. Eine systematische und entwicklungsgeschichtliche Untersuchung zur theoretischen Philosophie Kants*, W. de Gruyter, Berlín – N.Y., 1981.

SUISETH, Richard, *Calculationes*, ejemplar de la Biblioteca Regia Hannoverana, 1505.

WEYL, Hermann, *Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft*, Oldenburg, Munich, 1966.

YOUSCHKEVITCH, Adolf Pavlovic, *Die Entwicklung des Funktionsbegriffs*, trad. al alemán de Karin Reich, Veröffentlichungen des Forschungsinstituts des Deutschen Museums für die Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik, Munich, 1972.

ZABALZA GOICOECHEANDÍA, Miguel Ángel, *La 'relación' en Leibniz. Significado y usos*, Eunate, Pamplona, 1995.

2.2. Segunda parte: el carácter funcional de la actividad monádica

a. Artículos

ARANA, Juan, "La doble significación científica y filosófica de la evolución del concepto de fuerza de Descartes a Euler", en *Anuario Filosófico*, 20/1 (1987).

DEBUICHE, Valérie, “La notion d’expression et ses origines mathématiques”, en *Studia Leibnitiana*, XLI/1 (2009), pp. 88–117.

ESWEIN, Karl, “Die Spiegelung des Universums in den Monaden bei Leibniz”, en *Philosophisches Jahrbuch*, 41/1928 (reprint: Nedeln–Liechtenstein, 1971), pp. 83–97.

HEINEKAMP, A. – SCHUPP, F., “Lógica y metafísica de Leibniz. Principales líneas de interpretación durante el siglo XX”, trad. Juan A. Nicolás, en *Diálogo filosófico*, 1/1991; pp. 4–31.

KAULBACH, Friedrich, “Subjektivität, Fundament der Erkenntnis und Lebendiger Spiegel bei Leibniz”, *Zeitschrift für Philosophische Forschung*, 20/3–4 (1966), p. 471–495.

KUHN, Kristina, “Spiegel”, en Ralf Kontersmann (ed.), *Wörterbuch der philosophischen Metaphern*, WBG, Darmsadt, 2011, pp. 380–393.

KULSTAD, Mark, “Leibniz’s Conception of Expression”, en *Studia Leibnitiana* IX/1 (1977), p. 55–76.

LAERKE, Mogens, “Leibniz lecteur de Spinoza”, Honoré Champion, París, 2008.

LION, Ferdinand, “Die Monade als Weltspiegel”, en *Deutsche Rundschau*, 9/1959, pp. 805–808.

DE MORA CHARLES, Mary Sol, “La armonía de todas las cosas”, en J. Nicolás – S. Toledo, *Leibniz y las ciencias empíricas. Leibniz and the empirical sciences*, Comares, Granada, 2011, pp. 315–352.

NICOLÁS, Juan A., “Dimensión vitalista de la ontología leibniziana”, en J. A. Nicolás — S. Toledo (eds.), *Leibniz y las ciencias empíricas. Leibniz and the empirical sciences*, Comares, Granada, 2011; pp. 71–91.

————————, “Ontología unificada en Leibniz: más allá del sustancialismo y el fenomenismo”, en *Devenires*, México, vol. IX, 17/2008; pp. 7–37.

————————, “Zwei Dimensionen der Leibnizschen Ontologie: Vitalismus und Funktionalismus”, *Studia Leibnitiana – Sonderheft*, 37/2010, pp. 57–69.

————————, “Ontologie der Systemischen Individualität –hinsichtlich einer Systematisierung der Ontologie Leibniz’”, en H. Breger – J. Herbst – S. Erdner (eds.), *Natur und Subjekt – Nachtragsband*, IX. Internationaler Leibniz-Kongress unter den Schirmherrschaft des Bundespräsidenten, Druckerei Hartmann GmbH, Hannover, 2012; pp. 66–69.

——————, "El principio del orden como meta-principio de la racionalidad leibniziana", *Revista de Filosofía de la Universidad de Costa Rica*, 51/2013.

——————, "Leibniz: de la biología a la metafísica vitalista", en J. Arana (ed.), *Leibniz y las ciencias*, Plaza y Valdés, 2013.

——————, "Harmonie als Ordnung: Das letzendliche Meta-Prinzip der leibnizschen Metaphysik", en *Studia Leibnitiana*, (en prensa).

——————, "Metafísica de Leibniz: la finitud del orden de la razón", (en prensa).

——————, "La noción de sustancia de Leibniz frente a la de Descartes", en *Cuadernos de Filosofía y ciencia*, 4/1983, p. 161–172.

ORIO DE MIGUEL, Bernardino, "La nature nous monstre visiblement quelqes echantillons, selon sa costume, pour nos aider a deviner ce qu'elle cache (Leibniz a Lady Masham, mayo 1704. GP III, 340)", en Q. Racionero – C. Roldán (eds.), *G. W. Leibniz. Analogía y expresión*, Editorial Complutense, Madrid, 1994.

———————, "Las fuentes científicas de Leibniz", en J. Arana (ed.), *Leibniz y las ciencias*, Granada, Comares, 2013 (en prensa).

PÄTZOLD, Detlev, "Historische Spuren des Widerspiegelungstheorems", en D. Losurdo – H. J. Sandkühler, *Studien zur Dialektik. Philosophie als Verteidigung des Ganzen der Vernunft*, Köln, Pahl–Rugenstein Verlag, 1988.

REY, Anne-Lise, "L'ambivalence de la notion d'action dans la Dynamique de Leibniz. La correspondance entre Leibniz et De Volder (I^{ere} Partie)", en *Studia Leibnitiana*, 41/1 (2009), 47–66.

——————, "L'ambivalence de la notion d'action dans la Dynamique de Leibniz. La correspondance entre Leibniz et De Volder (II^{eme} Partie)", en *Studia Leibnitiana*, 41/2 (2009), 157–182.

RIOJA, Ana, "Atomismo y monadología. Leibniz a través del espejo", en Q. Racionero – C. Roldán (comp.), *G. W. Leibniz. Analogía y expresión*, Editorial Complutense, Madrid, 1994.

RUTHERFORD, Donald, “Leibniz on Infinitesimals and the Reality of Force”, en U. Goldenbaum – D. J. Jesseph (eds.), *Infinitesimal Differences. Controversies between Leibniz and his Contemporaries*, W. de Gruyter, Berlín–NY, 2008.

SCHEPERS, Heinrich, “Ist unsere die beste der möglichen Welten?”, en *Rechtstheorie*, 42 (2011), pp. 1–20.

SCHICKEL, Joachim, “Uber Leibniz”, en D. Losurdo – H. J. Sandkühler, *Studien zur Dialektik. Philosophie als Verteidigung des Ganzen der Vernunft*, Köln, Pahl–Rugenstein Verlag, 1988.

SCHWARTZ, Claire, “Leibniz et les lois de l‘entr’expression”, *Studia leibnitiana*, 37/1 (2005), p. 20–47.

SPLETT, Thomas, “Was spiegeln Monaden? Zur Rolle der Spiegelmetapher für die Monadenlehre und das Atomismus/Holismus-Problem”, en H. Poser – C. Asmuth – U. Goldenbaum – W. Li (Eds.), *Nihil sine ratione: Mensch, Natur und Technik im Wirken von G. W. Leibniz* (VII. Internationaler Leibniz-Kongress, Berlin 2001) (pp. 1221-1228).

STEGMEIER, Wener, “Substanz. Grundbegriff der Metaphysik”, en *Problemata*, n. 63, Frommann – Holzboog, Stuttgart – Bad Cannstatt, 1977.

SWOYER, Cris, “Leibnizian Expression”, en *Journal of the History of Philosophy*, XXXIII / 1 (1995), pp. 65–99.

b. Libros

CASSIRER, Ernst, *El problema del conocimiento*, vol. 2, trad. Wenceslao Roces, Fondo de Cultura Económica, México D.F., 1953.

————, *Leibniz’ System in seinen wissenschaftlichen Grundlagen*, Georg Olms Verlagsbuchhandlung, Hildesheim, 1962 (primera edición: 1902).

————, *Substance et fonction. Éléments pour une théorie du concept*, trad. Pierre Caussat, Les éditions de Minuit, París, 1977.

DESCARTES, René, “Principios de filosofía”, en R. Descartes y G. W. Leibniz, *Sobre los principios de la filosofía*, trad. López y Graña, Gredos, Madrid, 1989.

GURTWITSCH, Aaron, *Leibniz. Philosophie des Panlogismus*, Walter de Gruyter, Berlin – NY, 1974.

HOLZ, Hans Heinz, *Widerspiegelung*, Transcript, Bielefeld, 2003.

KONERSMANN, Ralf, *Spiegel und Bild. Zur metaphorik neuzeitlicher Subjektivität*, Königshausen + Neumann, Würzburg, 1988.

———————— (ed.), *Wörterbuch der philosophischen Metaphern*, WBG, Darmstadt, 2011.

ORIO DE MIGUEL, Bernardino, *Leibniz. Crítica de la razón simbólica*, Comares, Granada, 2011.

ROMBACH, Heinrich, *Substanz System Struktur. Die Hauptepochen der europäischen Geistesgeschichte*, Tomos 1 y 2, Verlag Karl Alber, Munich – Friburgo, 2010 (1ª edición: 1966).

————, *Strukturontologie. Eine Phänomenologie der Freiheit*, Karl Alber, Freiburg–München, 1971.

RACIONERO, Quintín – ROLDÁN, Concha (comp.), *G. W. Leibniz. Analogía y expresión*, Editorial Complutense, Madrid, 1994.

RUTHERFORD, Donald, *Leibniz and the Rational Order of Nature*, Cambridge University Press, NY, 1995.

SÁNCHEZ, Manuel – RODERO, Sergio (eds.), *Leibniz en la filosofía y la ciencia modernas*, Comares, Granada, 2010.

SERRES, Michel, *Le système de Leibniz et ses modèles mathématiques*, Presses Universitaires de France, París, 1968.

SOTO BRUNA, María de Jesús, *La recomposición del espejo. Análisis histórico-filosófico de la idea de expresión*, Eunsa, Pamplona, 1995.

2.3. Recursos en línea

Bernardino Orio de Miguel: http://www.oriodemiguel.com/

Biblioteca Hispánica Leibniz: http://www.bibliotecahispanicaleibniz.es

Biblioteca Universidad de Granada: http://biblioteca.ugr.es

Catholic encyclopedia: http://www.newadvent.org/cathen/

Dialnet – Revistas publicadas en castellano: http://dialnet.unirioja.es/

Earliest Known Uses of Some of the Words in Mathematics: http://jeff560.tripod.com/mathword.html

Gottfried Wilhelm Leibniz – Niedersächsische Landesbibliothek (Katalog): http://www.gwlb.de/service/Kataloge/

Gottfried Wilhelm Leibniz, Leibniz-Bibliographie: http://www.leibniz-bibliographie.de/

Leibniz-Edition (Akademie Ausgabe): http://www.leibniz-edition.de

Portail de revues en sciences humaines et sociales, Persée: http://www.persee.fr

Proyecto Leibniz en Español: http://www.leibniz.es

Red de revistas científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal: http://redalyc.uaemex.mx

Red Iberoamericana Leibniz: http://www.leibniz.es/auipprincipal.htm

Westfälische Wilhelms-Universität Münster: http://www.ulb.uni-muenster.de/

ZUSAMMENFASSUNG

Den Hintergrund der vorliegenden Untersuchung bildet eine funktionalistische Lesart der Leibnizschen Philosophie, welche, wie diejenige Cassirers[572] und Rombachs[573], davon ausgeht, dass dem Funktionsbegriff eine fundamentale Rolle im Leibnizschen System zukommt. In der Arbeit versuchen wir eine Überprüfung der Hypothese, dass der Gedanke der Funktion nicht nur von zentraler Bedeutung für das Denken von Leibniz ist, sondern dass sich insbesondere in der monadischen Form von Aktivität ein funktionaler Charakter feststellen lässt. In diesem Sinne wird die Untersuchung in zwei Phasen entwickelt: 1. Die Bestimmung der Idee der Funktionalität in den Schriften von Leibniz, 2. die Identifizierung dieser Funktionalität, wie sie sich in den Formen der monadischen Aktivität darstellt. Der Ausgangspunkt der ersten Phase sind die mathematischen Schriften von Leibniz, zum einen, weil dort der Terminus *Funktion* erstmals in einer eindeutigen und festen mathematischen Bedeutung verwendet wird, zum anderen, weil Leibniz in der Mathematik auf fruchtbare Art und Weise mit der Idee der funktionalen Relationalität arbeitet, welche zu analysieren sein wird. Jedoch intendieren wir damit nicht, den Bereich der monadischen Aktivität auf denjenigen der Mathematik zurückzuführen, sondern wir wollen umgekehrt diejenigen Merkmale des mathematischen Funktionsbegriffs herausarbeiten, welche über die Spezifitäten der Mathematik hinausreichen, da der Gedanke der Funktionalität eine Tragkraft aufweist, welche Fragen der Zahl und der Größe übersteigt. In diesem Sinne zeichnen wir eine Linie zwischen dem gegenüber philosophischen

[572] Ernst Cassirer, *Leibniz' System in seinen wissenschaftlichen Grundlagen*, Georg Olms Verlagsbuchhandlung, Hildesheim 1962, S. 164; 156ff.
[573] Heinrich Rombach, *Substanz System Struktur. Die Hauptepochen der europäischen Geistesgeschichte*, Band 2, Verlag Karl Alber, München/Freiburg 2010, S. 299–394.

Überlegungen nur scheinbar sterilen Feld, in welchem die strikte Lösung geometrischer Probleme behandelt wird, und dem im eigentlichen Sinne philosophischen Feld der Metaphysik, womit wir einen Zusammenhang zwischen zwei verschiedenen Sphären im Denken ein und desselben Autors nachweisen. Diese Linie zu ziehen und ihr zu folgen wird möglich aufgrund der Erkenntnis, dass im mathematischen Funktionsbegriff eine Potentialität enthalten ist, welche sich weiter anreichert und neue Schattierungen gewinnt, sobald man ihren Modifikationen in anderen Begriffen nachgeht, bis sie sich schließlich sogar als das zentrale Charakteristikum der epistemologischen Perspektive im Leibnizschen Denken erweist.[574]

Wir gehen daher aus von der Bestimmung des mathematischen Funktionsbegriffs in den Schriften Leibnizˈ, wobei wir uns auf den heutigen Begriff von Funktion beziehen. Dies machen wir jedoch nicht in der Absicht, die Ursprünge seiner aktuellen Bedeutung hinsichtlich dieser Bedeutung selbst aufzudecken, sondern hinsichtlich dessen, was im Ausgang von Leibniz als Funktionalität verstanden werden kann. Hierzu gehen wir in erster Linie dem *Wort* Funktion nach und weniger dem *Begriff* – welcher im mathematischen Denken Leibnizˈ auch unter einer anderen Bezeichnung gefunden werden kann[575] – um aus den Weisen seiner Verwendung einen Leibnizschen Funktionsbegriff herauszuarbeiten. Dieses Vorhaben wurde in der Leibnizforschung bislang noch nicht durchgeführt, mit der bemerkenswerten Ausnahme der Arbeit von Dietrich Mahnke[576]. Dennoch befasst sich auch dessen Studie nicht mit dem Funktionsbegriff im Allgemeinen oder der Bestimmung eines Leibnizschen Funktionsbegriffs, sondern mit der Entwicklung der höheren Analysis, wobei verschiedene Hinweise hinsichtlich des Ausdrucks *Funktion* und seiner Bedeutung in den Schriften von Leibniz gegeben werden. Es handelt sich daher um zwei verschiedene Fragen: Zum einen, ob der heutige mathematische Funktionsbegriff in den mathematischen Schriften Leibnizˈ und seinem Infinitesimalkalkül bereits enthalten ist, und zum anderen, was der Terminus

---

[574] Vgl. Juan A. Nicolás, "Ontología unificada en Leibniz: más allá del sustancialismo y el fenomenismo", in: *Devenires*, México, Heft IX, 17/2008, S. 28–30.

[575] Nämlich unter der Bezeichnung *relatio*. Vgl. Dietrich Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte der höheren Analysis*, Abhandlungen der preussischen Akademie der Wissenschaften, Berlin 1926; S. 47. Vgl. auch Abschnitt *b.* des Anhangs 1.3 zum ersten Kapitel.

[576] Vgl. Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte…*

Funktion bezeichnet, wenn er von Leibniz in einem mathematischen Kontext verwendet wird.

In diesem Sinne widmet sich das erste Kapitel der vorliegenden Untersuchung der Herausarbeitung der Geschichte eines *Instinktes für Funktionalität*, wobei der heutige Funktionsbegriff als Ausgangspunkt gewählt wird. Ein solcher Instinkt wird in der Mathematik der antiken Griechen und Babylonier identifiziert. Wir zeigen ebenso den herausragenden, jedoch kaum zur Kenntnis genommenen Stellenwert, welcher der mittelalterlichen Mathematik für die allgemeine Mathematisierung der Wissenschaft zukommt und für die Einführung funktionaler Beziehungen, um physikalische Phänomene zu beschreiben, wenngleich dort kein volles Bewusstsein bezüglich des Funktionsgedankens vorhanden war und dieser daher nicht mit einem spezifischen Ausdruck bezeichnet wurde. Ein weiterer Moment in dieser Entwicklungsgeschichte ist die Periode, welche bereits nach der mittelalterlichen Kinematik, jedoch noch vor der Entdeckung der Analysis liegt, eine Periode, in der die geometrischen und physikalischen Fragestellungen aufgeworfen werden, die dann Leibniz und Newton als Ausgangsbasis für die Formulierung ihrer jeweiligen Versionen der Analysis dienen werden. Der darauffolgende Abschnitt befasst sich mit der Entwicklung der Analysis selbst. In diesem Teil wird eine Antwort auf die Fragen gegeben, welche Rolle Leibniz in der Geschichte der Entstehung des Funktionsbegriffs spielt und welche Bedeutung diesem Begriff in seinem mathematischen Denken zukommt. Die letzte Phase in der hier dargestellten Entwicklung ist diejenige von Leibnizˈ mathematischen Erben.

Entgegen dem zentralen Stellenwert, welcher dem Funktionsbegriff im Rahmen der gegenwärtigen Analysis zukommt und der wichtigen Rolle, die Leibniz für seine Entdeckung gespielt hat, wurde bislang nur sehr wenig darüber gesagt, was dieser selbst unter *Funktion* versteht. In der Mathematikgeschichte ist es üblich, Leibniz im Zusammenhang mit der Entdeckung der Analysis zu nennen, aber die spezifischen Fragen bezüglich des Funktionsbegriffs – was ist seine Bedeutung für Leibniz und inwiefern entspricht er dem, was wir heute darunter verstehen – werden außer Acht gelassen, da sie mit dem allgemeinen Interesse der entsprechenden Untersuchungen nicht übereinstimmen. In der Literatur der zweiten Hälfte des 20.

Jahrhunderts wird üblicherweise auf die Studien von A.P. Youschkevitch[577] als Referenz in Bezug auf den Beitrag von Leibniz zur Geschichte der Analysis verwiesen, sowie gelegentlich in Bezug auf seinen Funktionsbegriff. Dennoch findet sich auch in den wertvollen Arbeiten Youschkevitchs keine detaillierte Rekonstruktion der Leibnizschen Analysis, welcher sich Hinweise auf die Bedeutung seines Funktionsbegriffs entnehmen ließen. Hierzu ist es erforderlich, die Untersuchungen Mahnkes heranzuziehen, auf die auch Youschkevitch verweist.[578] Mahnke liefert eine sorgfältige Darstellung der Entwicklungsgeschichte der höheren Analysis, in der er sich ausführlich mit denjenigen Schriften von Leibniz auseinandersetzt, in welchen sich wichtige Schritte auf dem Weg zur Analysis sowie allgemein zum Auffinden von Flächen identifizieren lassen. In diesem Zusammenhang tauchen auch Hinweise darauf auf, wie der Terminus *Funktion* in den Schriften von Leibniz zu verstehen ist, seien es die aus seiner Jugendzeit oder die aus seiner reifen Phase.

Aus diesem Grund und angesichts der Bedeutung, welche diesem Begriff im Rahmen unserer Untersuchung zukommt, befasst sich das zweite Kapitel mit der Identifizierung eines Begriffs von Funktion in den mathematischen Schriften von Leibniz. Hierzu werden umfassende Nachforschungen hinsichtlich der Textstellen, an denen der Ausdruck auftaucht, durchgeführt sowie der Versuch unternommen, in Abhängigkeit von den jeweiligen Kontexten seine Bedeutung zu bestimmen. Hinsichtlich der mathematischen Manuskripte lassen sich demnach zwei Verwendungsweisen unterscheiden: Eine nicht-mathematische, in welcher der Terminus die gleiche Bedeutung hat wie in der Umgangssprache, d.h. in der er als Synonym für eine zu erfüllende Aufgabe bzw. einen zu erfüllenden Zweck verwendet wird, sowie eine mathematische, welcher zufolge *Funktion* ein gemeinsamer Name für verschiedene Arten von Geraden oder andere, von Kurven abhängige Größen ist.

---

[577] Vgl. Adolf Pavlovic Youschkevitch, „The Concept of Function up to the Middle of the 19th Century", in: *Archive for History of Exact Sciences*, 1976, Heft 16, S. 37–85; Youschkevitch, *Die Entwicklung des Funktionsbegriffs*, übersetzt ins Deutsche von Karin Reich, Veröffentlichungen des Forschungsinstituts des Deutschen Museums für die Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik, München 1972.

[578] Vgl. Mahnke, *Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte…*; Youschkevitch, *The Concept of Function…*, S. 56.

Wie nicht weiter überraschen wird, münden die Nachforschungen im Kontext der Mathematik in Ergebnisse, welche primär von mathematischem Interesse sind und daher auf den ersten Blick wenig Anlass zu bieten scheinen, über metaphysische Fragestellungen nachzudenken. Aus diesem Grund ist es notwendig, diejenigen definitorischen Merkmale des mathematischen Funktionsbegriffs genauer zu betrachten, welche über die Spezifität der Mathematik hinausweisen. Von diesen Merkmalen gibt es drei: 1. Die Gesetzmäßigkeit, 2. die Serialität und 3. die Reziprozität. Die Gesamtheit dieser Merkmale stellt das das, was wir in der vorliegenden Untersuchung als eine *unverkleidete* oder auch *erweiterte Funktionalität* nennen, und in diesem Sinne wird auch die Suche nach dem funktionalen Charakter der monadischen Aktivität verstanden. Da der Gedanke der substanziellen Tätigkeit im Verständnis Leibniz' eine Ambivalenz beinhaltet, welcher zufolge sie zwar metaphysisch angelegt ist, sie sich jedoch zugleich auch physikalisch äußerst, entspricht die Tätigkeit der Substanz ebenso der *Expression* wie der allen Körpern *innewohnenden Kraft (vis insita)*. Das dritte Kapitel widmet sich dem Studium der ersten dieser Formen, d.h. der Tätigkeit als Expression. Um den funktionalen Charakter der Expression zu finden, ziehen wir als Orientierungshilfe eine der Metaphern heran, die Leibniz in seiner Rede von besagtem Begriff verwendet: Die Metapher des *Spiegels*. Wir unternehmen dementsprechend einen chronologischen Gang durch die Stationen, an denen die Spiegelmetapher in einem metaphysischen Kontext erscheint, um die zentralen Merkmale der Beziehung zwischen der *Spiegelung* und dem *Gespiegeltem* abzugrenzen. Damit bestimmen wir zugleich die Merkmale der Expressionsbeziehung. Als Ergebnis dieser Suche zeigt sich, dass die Expressionsbeziehung die Kennzeichen der *Vervielfältigung*, der *Diversifizierung* und der *Repräsentation* zwischen Elementen aufweist, welche, da sie Substanzen sind, *lebendig sind*. In dieser Charakterisierung der Expressionsbeziehung lassen sich die Merkmale der erweiterten Funktionalität identifizieren. Im letzten Teil des dritten Kapitels werten wir die Beschreibung der Expressionsbeziehung als einer *funktionalen* Beziehung aus, was im Dialog mit früheren Leibnizinterpreten durchgeführt wird, welche den Expressionsbegriff zwar ebenfalls als funktional charakterisiert haben, dieses Adjektiv jedoch in einer von unserem Verständnis abweichenden Weise verwenden.

Im vierten Kapitel überprüfen wir das Modell der erweiterten Funktionalität hinsichtlich der phänomenalen Manifestation der monadischen Aktivität als *Kraft*. Wir gehen aus von einer allgemeinen Darstellung der Beschaffenheit des Kraftbegriffs in den Schriften von Leibniz, wobei wir die Notwendigkeit der Kraft für das Studium der physikalischen Körper betonen. Der zweite Teil dieses Kapitels fokussiert auf die Identifizierung des funktionalen Charakters der Kraft. Mit diesem Anliegen untergliedert sich dieser Teil wiederum in zwei Phasen: 1. Die Beschreibung der primitiven Kraft als *Gesetz der Reihe*, wobei wir die Bedeutung und die entsprechenden Implikationen der besagten Expression darlegen; 2. die Bestimmung des Charakters von Funktionalität, welcher sich hinter der Beschreibung der primitiven Kraft als Gesetz der Reihe verbirgt. Hierfür konzentrieren wir uns auf den doppelten Charakter (physikalisch und metaphysisch) der Tätigkeit der Körper und auf die herausragende Bedeutung, welche dem Gedanken der primitiven Kraft dabei zukommt, die Beschaffenheit der physikalischen Phänomene als dasjenige zu illustrieren, welches seine Realität einem metaphysischen Fundament verdankt, jedoch nur in seiner doppelten Konfiguration, zugleich Phänomen *und* wohl fundiert zu sein, möglich ist. In der Rolle, welche die primitive Kraft für diese doppelte Konfiguration der Phänomene spielt, sind die genannten Merkmale von Funktionalität enthalten.

Auf diese Weise wird in der vorliegenden Untersuchung nicht nur ein vernachlässigter, obgleich zentraler Aspekt des Leibnizschen Systems herausgearbeitet, sondern es werden auch entscheidende Schritte auf dem Weg hinzu dessen Verständnis unternommen. Bei jeder Etappe der Suche wenden wir uns an unsere Vorgänger, tauschen uns mit ihnen und anderen Leibnizinterpreten aus, die sich dieser Form der Interpretation seines Denkens annähern, und stellen die Anfangshypothese auf die Probe, welcher zufolge es einen funktionalen Charakter der monadischen Aktivität gibt. Mit der Bestimmung dieses Charakters lässt sich eine Linie der Funktionalität zeichnen, welche sich in den mathematischen Schriften ihres Autors identifizieren lässt, ebenso jedoch in dessen Metaphysik und Dynamik und damit einen weiteren eindrucksvollen Beweis nicht nur von seiner umfassenden Gelehrtheit, sondern auch von der inneren Konsequenz und Kohärenz seines Denkens liefert.

ERGEBNISSE UND SCHLUSSFOLGERUNGEN

Der Funktionsbegriff in der Form, wie wir ihn heutzutage verstehen, spielte in der Geschichte der Mathematik bis zur Zeit von Leibniz und Newton keine Rolle. Dennoch lässt sich bereits ab der antiken Mathematik ein *Instinkt für Funktionalität* konstatieren im Sinne des Gedankens, heterogene Elemente in eine Abhängigkeitsbeziehung zu setzen. In der mittelalterlichen Mathematik gewinnt die Beziehung funktionaler Abhängigkeit, vor allem dank der Arbeiten der englischen und der französischen kinematischen Schule, an Bedeutung und wird zu einem der zentralen Werkzeuge zum Studium der Naturphänomene. Diese mathematische Weise der Naturerforschung wird von den Mathematikern der Renaissance und der frühen Neuzeit weitergeführt, welche nicht nur den Instinkt für Funktionalität überliefert bekommen und ihn in ihre Untersuchungen einbringen, sondern welche auch die Fragestellungen begründen und die notwendigen Methoden dafür entwickeln, dass wenig später die Analysis durch I. Newton und G.W. Leibniz entwickelt werden kann.

In einem eindeutigen und festen mathematischen Sinne wird der Terminus *Funktion* zum ersten Mal in der Mathematikgeschichte in dem Manuskript *Methodus tangentium inverse seu de functionibus*[579] verwendet, welches Leibniz im August 1673 verfasste. Zwar hatte Leibniz den Terminus bereits vorher in einem mathematischen Kontext benutzt, nämlich in dem Text *Trigonometria inassignabilium*[580]; dort hat er jedoch die allgemeine, umgangssprachliche Bedeutung des Wortes. *Funktion* wird von Leibniz nicht auf die gleiche Art und Weise verwendet wie in der heutigen Mathematik; in seinen mathematischen Schriften

[579] Vgl. AA VII, 4, 656–710.
[580] Vgl. AA VII, 4, 465–501.

lassen die folgenden beiden Bedeutungen identifizieren: 1. Funktion in einem allgemeinen Sinne, wie eine zu erfüllende Aufgabe oder ein aktiver Zweck, d.h. die Rolle, die einem Teil in Beziehung zum Ganzen zukommt. In dem geometrischen Kontext, in dem der Terminus auftaucht, wird er stets von den Verben *machen* oder *konstruieren* begleitet, so wie beispielsweise ein Geradenstück die Funktion einer Tangente hinsichtlich einer gegebenen Kurve *ausüben* bzw. *erfüllen* kann; 2. Funktion in einem spezifisch mathematischen Sinne, wonach der Ausdruck *Funktion* sich auf Geradenstücke bezieht, die in einer bestimmten Beziehung zu einer Kurve stehen. Eine explizite Definition seines mathematischen Funktionsbegriffs liefert Leibniz im Jahr 1692[581], indem er sie als die allgemeine Bezeichnung für jede Gerade bestimmt, welche aus der Verlängerung einer Linie von einem Punkt auf der Kurve zu einem anderen Punkt resultiert; in dieser Definition sind auch die Achsen *x* und *y* enthalten.

Es gibt drei Merkmale, welche allen von Leibniz als *Funktionen* bezeichneten Geradenstücken gemeinsam sind: 1. Die *Gesetzmäßigkeit*, da Funktionen sich hinsichtlich eines gegebenen Gesetzes verändern; die *reziproke Zuordnung*, *Interdenepdenz* oder *Reziprozität*, da die Größen in einer Beziehung zueinander stehen, welche es erlaubt, aus der Kenntnis der Eigenschaften einer Größe zu einer bestimmten Kenntnis der anderen zu gelangen und umgekehrt; 3. die *Serialität*, da der Gedanke einer regelmäßigen, reziproken Veränderung zwischen Funktionen in direkter Verbindung mit dem Gedanken einer unendlichen Reihe steht.

Die drei Merkmale, welche dem Leibnizschen mathematischen Funktionsbegriff zugrunde liegen, sind diejenigen Elemente, mit denen wir den Gedanken einer *erweiterten* oder *unverkleideten* Funktionalität konstruiert haben. Sie dienen damit als Werkzeuge, um dem funktionalen Charakter der monadischen Aktivität nachzuspüren, in erster Linie der Aktivität verstanden als *Expression*. Im Hinblick auf dieses Vorhaben habe wir die Verwendungsweisen der Metapher des Spiegels untersucht, in denen die Spiegelung als eine Form der Expression verstanden wird. Ausgehend von der Analyse der Spiegelungsbeziehung lassen sich die folgenden Charakteristika als Kennzeichen der Expressionsbeziehung gewinnen:

---

[581] Vgl. GM V, 268. Im Jahr 1694 wiederholt er die gleiche Definition; vgl. GM V, 307.

1. Die *Vervielfältigung*, da die Perzeption des Universums in jeder Monade durch ihren Gesichtspunkt bedingt wird, derart, dass es im Universum ebenso viele Spiegelungen gibt wie Monaden existieren. Die Vervielfältigung der Spiegelung ist keine Vervielfältigung des Universums, da die Spiegelungen dank der wechselseitigen monadischen Expression untereinander harmonisch abgestimmt sind.

2. Die *Diversifizierung* oder *Verdunkelung*, welche der Expressionstätigkeit der Monaden angesichts der Begrenztheit jedes Gesichtspunktes immanent ist. Demnach ist die Spiegelmetapher eine Metapher für die Art von Erkenntnis, wie sie geschaffene Substanzen haben. So, wie der Gedanke der Dunkelheit denjenigen der Klarheit erfordert, kommt es den Monaden zu, dass sie aufgrund ihrer Endlichkeit zwar in ihrer Erkenntnis begrenzt sind, zugleich jedoch die Fähigkeit und die Möglichkeit haben, die Realität in adäquater Weise zu erkennen. Der Garant für die Adäquatheit der monadischen Erkenntnis besteht sowohl in der wechselseitigen monadischen Expression als auch im *analogischen* Charakter der Expressionsbeziehung, welchem zufolge nicht die Ähnlichkeit zwischen der Spiegelung und dem Gespiegelten erforderlich ist, sondern es genügt, dass diese jenem *entspricht*.

3. Die Repräsentation, welche doppelten Charakter hat, wonach *erkennen* einerseits bedeutet, einen Gegenstand *vor sich zu stellen* – sich etwa vor-stellen heißt sich etwas ver-gegenständlichen – , andererseits jedoch *erkennen* in der Entfaltung der inneren Gehalte der Monade besteht und diese damit auf sich selbst bezogen ist. In dieser Vorstellung von Erkenntnis als Repräsentation im Sinne von *Vergegenständlichung in der Selbst-Entfaltung* wird Wahrheit dadurch möglich, dass die Expression durch das Gesetz der prästabilierten Harmonie gelenkt wird.

4. Die *Lebendigkeit*. Die Monade kann als der vollständige Begriff der Gesamtheit ihrer Prädikate als dem Gesetz der Reihe beschrieben werden, welches alle ihre Veränderungen regelt. Auf diese Weise besteht die Monade nicht nur in der Gesamtheit ihrer Momente, sondern auch in dem Gesetz der Ordnung, in welcher sie erscheint. In diesem doppelten Charakter der Monade als Folge und als Totalität ist sie ein *lebendiger Spiegel des Universums*.

Wenn man diese Charakteristika berücksichtigt, so lassen sich die Kennzeichen der erweiterten Funktionalität in der Expressionsbeziehung identifizieren. Tatsächlich ist die wechselseitige Expression das Element, welches die Wahrhaftigkeit der Expression selbst ebenso garantiert wie die Einheit des Universums bei der gleichzeitigen Vielfalt seiner Spiegelungen. Diese reziproke Beziehung zwischen Perspektiven wird über die prästabilierte Harmonie geregelt, die das Gesetz begründet, nach dem die Reziprozität möglich ist. Darüber hinaus sind die Expressionen nicht nur deswegen Momente einer Reihe, weil in der wechselseitigen Expression der Elemente einer Expressionsreihe Äquivalente zu den Elementen einer anderen Reihe entstehen, sondern auch, weil der Expressionsprozess eine Entfaltung monadischer Inhalte ist, d.h. von Elementen der Reihe, welche die Monade konstituiert. Damit kann die Expressionsbeziehung in funktionalen Termini beschrieben werden, im Sinne einer reziproken Abhängigkeitsbeziehung zwischen zwei oder mehr Reihenelementen, die von einem bestimmten Gesetz geregelt wird.

Wenn die monadische Aktivität, in metaphysischer Strenge betrachtet, die Merkmale der Funktionalität aufweist, so werden diese auch in der phänomenalen Darstellung der substanziellen Aktivität zu finden sein, da zwischen der Expression und der *Kraft* ein Entsprechungsverhältnis besteht, welches durch die prästabilierte Harmonie geregelt wird und sich in der Verbundenheit aller Dinge untereinander äußert. In der Tat findet das Gesetz der Progression, das die Phänomene der Körper regelt, sein Äquivalent in dem Gesetz, nach welchem sich die Prädikate des vollständigen Begriffs der Substanzen entfalten, die diese enthalten und ermöglichen. Den Schriften von Leibniz lässt sich entnehmen, dass es zwischen der primitiven und der derivativen Kraft eine reziproke und geregelte Abhängigkeitsbeziehung gibt, so wie die, die zwischen der Reihe und ihren Gliedern besteht; parallel dazu gibt es zwischen der Substanz und ihren einzelnen Momenten ebenfalls eine solche Beziehung. Diese Reihen haben die Eigenschaft, dass ein einzelnes Glied seine Bedeutung verliert, wenn es von der Reihe abstrahiert wird, wie umgekehrt die Reihe selbst sich auflöst, sobald auch nur eines ihrer Glieder verloren geht. Auf die gleiche Weise kann die Substanz, verstanden als die vollständige Reihe ihrer Veränderungen, nicht ohne alle ihre Akzidenzien bestehen, da jedes einzelne Akzidenz für sie notwendig ist. Die Glieder der substanziellen Reihe gewinnen ihrerseits ihre

Bedeutung dadurch, dass sie Bestandteil der gleichen Reihe sind. Es besteht demnach eine funktionale Beziehung zwischen der Substanz und den für sie wesentlichen Prädikaten. Geht man einen Schritt weiter, so stellt man fest, dass es zwischen einer einzelnen und allen übrigen Substanzen ebenfalls eine solche Beziehung gibt, verstanden als ein Entsprechungsverhältnis zwischen den Substanzen, die die Reihe des Universums bilden, welches durch das Gesetz der prästabilierten Harmonie gelenkt wird.

Im Licht der im Laufe dieser Untersuchung gewonnenen Ergebnisse lässt sich eine bestätigende Antwort auf die Eingangshypothese geben, welche davon ausging, dass die monadische Aktivität einen funktionalen Charakter aufweist. Wenngleich sich der Funktionsgedanke stets im Hinblick auf die jeweiligen Gesetzmäßigkeiten und Grenzen jedes Wissensbereichs ausdrückt, so kann doch nicht geleugnet werden, dass er ein durchgängiges Motiv in den verschiedenen Feldern darstellt, in denen Leibniz tätig war – ein Beweis dafür, dass sich bei der enormen Vielfältigkeit seines unermesslichen philosophischen und wissenschaftlichen Werks darin zugleich zentrale Gedanken finden lassen, die diesem eine innere Einheit geben.

Verständlicherweise enthält die vorliegende Arbeit noch weitere Problemstellungen, die nicht entwickelt werden konnten. Aus dem ersten Teil der Untersuchung bleibt die strittige Frage unbeantwortet, ob der Funktionsbegriff bereits in Leibniz' Analysis enthalten ist, wenn auch unter der Bezeichnung *relatio* und nicht *functio*. Der zweite Teil lässt sogar mehrere Fragezeichen stehen; das Problem der Analogie, welches hier als eine proportionale Beziehung behandelt wurde, ist eines davon. Umfasst der Gedanke der Proportionalität möglicherweise die Bedeutung der Analogie und damit die Struktur der Expressionsbeziehung selbst? Kann man im Ausgang davon sagen, dass die Expression *isomorph* ist, und ist der Isomorphismus ein angemessenes Mittel dafür, Beziehungen zu beschreiben, welche nicht nur begrifflich, sondern prinzipiell *ontologisch* sind? Wenn die analogische Beziehung über die Proportionalität hinausgeht, könnte sie sich vielleicht als eine *symbolische* Beziehung beschreiben lassen. Ebenso bleibt die Frage offen hinsichtlich der Bedeutung des Symbols und der nicht-sprachlichen Dimension, die es einschließt, da für den Fall, dass die Ausdrucksbeziehung als symbolische Beziehung beschrieben werden kann, eine nicht-sprachliche Auffassung des Symbols den Expressionsbegriff selbst bereichern würde. Noch einen Schritt weiter gedacht, würde dies ebenso die Bedeutung der wechselseitigen monadischen Expression bereichern, damit zugleich diejenige des Aktivitätsgedankens und so letztendlich die des Kerns der Leibnizschen Substanz.