Universidad de Granada

Departamento de Electrónica y Tecnología de

Computadores



Nuevas estrategias y sistemas de medida para tomografía eléctrica de capacitancia

TESIS DOCTORAL

Antonio Martínez Olmos

Editor: Editorial de la Universidad de Granada Autor: Antonio Martínez Olmos D.L.: GR 3999-2009 ISBN: 978-84-692-7868-0

D. Alberto J. Palma López y D. Antonio García Ríos, ambos Profesores Titulares del Departamento de Electrónica y Tecnología de Computadores de la Universidad de Granada,

CERTIFICAN:

Que el trabajo de investigación recogido en la presente memoria, titulada *Nuevas estrategias y sistemas de medida para tomografía eléctrica de capacitancia*, y presentada por **D. Antonio Martínez Olmos** para optar al grado de Doctor por la Universidad de Granada ha sido realizado bajo nuestra dirección en el Departamento de Electrónica y Tecnología de los Computadores de la Universidad de Granada.

Granada, 31 de Agosto de 2009.

Dr. D. Alberto J. Palma López Profesor Titular de Universidad Dr. D. Antonio García Ríos Profesor Titular de Universidad

Agradecimientos

Quisiera dar las gracias a todas las personas que han intervenido en la realización de este trabajo.

En primer lugar, a mis directores Alberto J. Palma López y Antonio García Ríos, por la ayuda prestada y su orientación, y a mis compañeros más cercanos, Miguel Ángel Carvajal Rodríguez y Diego P. Morales Santos por todos los momentos de trabajo en común que me han facilitado la labor.

También quiero agradecer su colaboración al Departamento de Electrónica y Automática del CIEMAT donde se inició este proyecto, especialmente a Javier Alberdi Primicia, así como a todos los miembros de los Departamentos de Electrónica y Tecnología de los Computadores y de Química Analítica de la Universidad de Granada por el apoyo prestado, en particular por parte de Juan E. Carceller Beltrán, Encarnación Castillo Morales, Jesús Banqueri Ozáez y Luis Fermín Capitán Vallvey.

Finalmente, agradecer la financiación prestada para el desarrollo del trabajo por parte del Ministerio de Educación y Ciencia del Gobierno de España a través de los proyectos DPI2002/04550/C0704, CTQ2005-09060-CO2-01 y CTQ2005-09060-CO2-02, y de la Junta de Andalucía mediante los proyectos P06-FQM-01467 y P08-FQM-3535.

Granada, 2009

Índice general

Pı	Prólogo 1			
1.	Intr	oducción	3	
	1.1.	Presentación	3	
	1.2.	Flujos multifásicos	5	
	1.3.	Medidas sobre flujos multifásicos	7	
	1.4.	Sumario de la tesis	16	
2.	Esta	ado de la técnica	21	
	2.1.	Introducción	21	
	2.2.	Resolución numérica de la ecuación de Laplace	22	
		2.2.1. Fundamento teórico	26	
		2.2.2. Resolución del campo eléctrico	30	
	2.3.	Tomografía Eléctrica de Capacitancia	33	
		2.3.1. Diseño mecánico del sensor	36	
		2.3.2. Electrónica de medida	43	
		2.3.3. Estrategias de medida	56	
	2.4.	Reconstrucción de imágenes	61	

		2.4.1.	Métodos no iterativos	. 65
		2.4.2.	Métodos iterativos	. 69
		2.4.3.	Reconstrucción mediante redes neuronales	. 75
	2.5.	Conclu	usiones	. 77
3.	Sim	ulació	n, modelado y optimización de sensores ECT	79
	3.1.	Introd	lucción	. 79
	3.2.	Model	ado de sensores mediante elementos finitos	. 81
		3.2.1.	Descripción del algoritmo de elementos finitos	. 82
		3.2.2.	Implementación del algoritmo en Matlab $^{\textcircled{B}}$. 96
	3.3.	Estud	io y optimización de sensores	. 111
		3.3.1.	Sistema de protección	. 112
		3.3.2.	Tamaño de los electrodos	. 124
		3.3.3.	Tamaño de los electrodos de guardia	. 138
	3.4.	Conclu	usiones	. 143
4.	Nue	eva est	rategia de segmentación para ECT	147
	4.1.	Introd	lucción	. 147
	4.2.	Simula	ación numérica	. 148
		4.2.1.	Capacidades estáticas	. 151
		4.2.2.	Sensibilidad	. 154
		4.2.3.	Reconstrucción de imagen	. 157
		4.2.4.	Inmunidad al ruido	. 162
	4.3.	Diseño	o del prototipo inicial	. 164
		4.3.1.	Conmutadores analógicos	. 166
		4.3.2.	Lógica de control	. 168

		4.3.3.	Electrónica de medida
		4.3.4.	Generador de señal y convertidor AD
		4.3.5.	Interfaz
		4.3.6.	Realización del prototipo inicial
		4.3.7.	Resultados
	4.4.	Conclu	nsiones
5.	Sist	ema p	ortátil para ECT en tiempo real 187
	5.1.	Introd	ucción
	5.2.	Descri	pción del equipo de medida
		5.2.1.	Electrónica de medida
		5.2.2.	Oscilador
		5.2.3.	Microcontrolador
		5.2.4.	Conmutadores y lógica de control
		5.2.5.	Unidad de alimentación
		5.2.6.	Realización del prototipo portátil
		5.2.7.	Reconstrucción de imagen
	5.3.	Caract	erización y especificaciones
		5.3.1.	Capacidades estáticas
		5.3.2.	Velocidad de operación
		5.3.3.	Especificaciones
	5.4.	Conclu	asiones
6.	Con	clusio	nes 227
	6.1.	Motiva	ación
	6.2.	Princi	pales conclusiones

Bibliog	grafía	237
6.4.	Líneas futuras de investigación	234
6.3.	Publicaciones	232

Índice de figuras

1.1.	Ejemplo de medida EIT	13
1.2.	Sensor de capacidad	15
2.1.	Sistema ECT.	34
2.2.	Sensor ECT	34
2.3.	Medida de capacidad en un sistema ECT	35
2.4.	Sensor ECT con electrodos internos.	38
2.5.	Configuraciones de las guardias: (a) sin guardias, (b) con	
	anillos de guardia y (c) con electrodos de guardia	40
2.6.	Potencial eléctrico para las tres configuraciones de guardias	41
2.7.	(a) Modelo equivalente de un tomógrafo de 4 electrodos, (b)	
	circuito equivalente del sistema de medida	44
2.8.	Diagrama de bloques de la electrónica de medida	45
2.9.	Transductores de capacidad basados en el método resonante	47
2.10.	. Transductor de capacidad magnético	49
2.11.	. Transductor de capacidad derivador activo	50
2.12.	. Transductor de capacidad de carga/descarga	51
2.13.	. Transductor de capacidad basado en AC	53

2.14. Compensación con <i>offset</i> DC. \ldots	54
2.15. Compensación por realimentación AC	55
2.16. Comparación de medidas en un sistema ECT de 16 electrodos.	57
2.17. Líneas equipotenciales en excitación multielectrodo	59
2.18. Asociación de segmentos en un sensor segmentado. \ldots	61
2.19. Mapas de sensibilidad para dos parejas de electrodos (a)	
adyacentes y (b) opuestos	64
2.20. Red neuronal multicapa	76
3.1. Volumen del sensor ECT problema	83
3.2. Discretización del volumen problema, vista superior	84
3.3. Potencial en los vértices de un elemento finito	85
3.4. Diagrama de flujo general del programa de resolución del	
campo eléctrico por EF	97
3.5. Ejemplo de sensor generado por el programa de simulación	98
3.6. Diagrama de flujo de la rutina de cálculo de capacidades	99
3.7. Diagrama de flujo de la rutina de cálculo de mapas de	
sensibilidad	01
3.8. Mapas de sensibilidad en un sensor de 12 electrodos,	
correspondientes a las parejas (a) 1-2, (b) 1-4 y (c) 1-7 1	02
3.9. Diagrama de flujo del proceso de cálculo de mapas de detección	
axial	04
3.10. Mapas de detección en la superficie $x = 0$ correspondientes a	
(a) electrodos adyacentes y (b) electrodos opuestos 1	05
3.11. Diagrama de flujo de la subrutina del cálculo del potencial	
eléctrico	07

3.12. Distribución de potencial en un sensor (a) con pantalla de
aislamiento y (b) sin pantalla
3.13. Campo eléctrico en un sensor (a) con pantalla de aislamiento
y (b) sin pantalla
3.14. Fabricación de un sensor ECT sobre una única lámina
conductora
3.15. Potencial eléctrico en un sensor (a) sin guardias entre los
electrodos y (b) con sistema de guardias axiales
3.16. Capacidades estáticas normalizadas en sensores con guardias
axiales y sin guardias axiales
$3.17.\mathrm{Mapas}$ de sensibilidad correspondientes a (a) sensor con
guardias axiales y (b) sensor sin guardias. $\dots \dots \dots$
3.18. Distribución de potencial a lo largo del eje axial en (a) sensor
sin guardias y (b) sensor con guardias
3.19. Puntos de prueba en los que se han trazado los mapas de
detección axial
3.20. Curvas de detección axial para electrodos adyacentes (izquier-
da) y opuestos (derecha)
$3.21.\mathrm{Reconstrucción}$ de imágenes con presencia y ausencia de
guardias axiales
3.22. Variación de las capacidades en equilibrio con el radio de la
pantalla externa
3.23. Variación de las capacidades en equilibrio con la longitud
relativa del sensor

3.24.	Áreas de detección correspondientes a las parejas de electrodos	
	(a) $1 - 2$, (b) $1 - 3$, (c) $1 - 4$, (d) $1 - 5$, (e) $1 - 6$ y (f) $1 - 7$. 1	27
3.25.	Variación de las áreas de detección con la longitud relativa del	
	sensor	28
3.26.	Distribuciones de permitividad simuladas y reconstrucciones	
	obtenidas con distintas longitudes relativas	30
3.27.	. Puntos en los que se trazan los mapas de detección axial, para	
	parejas de electrodos (a) adyacentes y (b) opuestos 1	31
3.28.	. Mapas de detección axial para electro dos adyacentes $\left(Z-12\right)$	
	y opuestos $(Z - 17)$, calculados en (a,c) el punto de prueba	
	cercano al electrodo fuente y (\mathbf{b},\mathbf{d}) el punto de prueba cercano	
	al electrodo detector	32
3.29.	Variación del área de detección para electrodos adyacentes y	
	opuestos con la relación entre dimensiones de los electrodos de	
	medida r	34
3.30.	. Distribución de permitividad simulada (a) en las alturas $z = 0$	
	(b) y $z = h$ (c)	35
3.31.	Imágenes reconstruidas cuando la distribución original se sitúa	
	en $z = 0$ (casos (a), (b) y (c)), y cuando se sitúa a una altura	
	$z = h$ (casos (d), (e) y (f)), para tres valores de $r. \ldots 1$	36
3.32.	Variación de las capacidades en equilibrio con la longitud de	
	los electrodos de guardia	39
3.33.	Variación del área de detección para electrodos adyacentes y	
	opuestos con el parámetro $q. \ldots 1$	40

4.11. Imágenes reconstruidas con los sensores convencional y
segmentado, utilizando el algoritmo iterativo de Landweber. $$. 162
4.12. Variación del error de reconstrucción con el ruido blanco 164
4.13. Diagrama de bloques del prototipo desarrollado
4.14. Esquema de configuración de los conmutadores analógicos 167
4.15. Comunicación entre el microcontrolador y la FPGA 169
4.16. Esquema de la electrónica de medida
4.17. Interfaz de control del prototipo inicial
4.18. PCB del prototipo inicial
4.19. Vista inferior de la PCB del prototipo inicial
4.20. Prototipo desarrollado
4.21. Secuencia de capacidades en equilibrio
4.22. Potencial eléctrico con un elemento de prueba
4.23. Reconstrucción de distribuciones reales (a, b) mediante un
sensor segmentado (c, d) y un sensor convencional (e, f) 182
5.1. Diagrama de bloques del sistema ECT
5.2. Electrónica de medida
5.3. Módulo oscilador
5.4. Bloque lógico
5.5. Unidad de alimentación
5.6. Esquemático de la placa principal del prototipo P1 202
5.7. Vistas superior e inferior de la PCB principal
5.8. PCB de control
5.9. Vista de las dos placas interconectadas
5.10. Sistema ECT portátil

5.11. Distribución de permitividad original (a), imágenes parciales
(b-f) y reconstrucción final (g)
5.12. Capacidades en equilibrio correspondientes a parejas de
electrodos adyacentes (medidas 1 y 3) y opuestos (medida 2). . 211
5.13. Recta de calibración de la electrónica de medida
5.14. Carga (a) y descarga (b) del condensador en el detector de pico215
5.15. Detalle de la comunicación I2C entre el microcontrolador y los
puertos E/S
5.16. Reconstrucción mediante combinación por suma y producto
de imágenes parciales
5.17. Esquema temporal del proceso de adquisición de datos y
reconstrucción de imagen

A mis padres

Prólogo

Esta tesis es el resultado de investigaciones en tomografía eléctrica de capacitancia. Las conclusiones en esta memoria conciernen a aspectos de interés en este campo que, sin embargo, hasta el momento no habían sido tratados debidamente en la literatura científica. Se refieren principalmente al diseño físico o configuración del sensor en lo relativo a sus sistemas de electrodos de medida y de guardias, con el objetivo de optimizar su respuesta y, en definitiva, de mejorar el resultado final.

Para la realización de este trabajo se ha recurrido en primer lugar a la simulación numérica, ya que esta estrategia de estudio permite realizar multitud de experiencias de forma más rápida y eficiente que la vía experimental, aunque en ningún caso permite sustituirla. La técnica de simulación está basada en la teoría de Elementos Finitos, mediante la cual es posible discretizar un problema de condiciones de contorno. Este es el caso que describe el campo eléctrico en un sistema de conductores y, en particular, un sensor compuesto por un número determinado de electrodos metálicos. Esta discretización permite adaptar la formulación del problema para resolverla numéricamente mediante un ordenador. Para ello se ha escrito un conjunto de rutinas en Matlab[®] a través del cual se obtiene la distribución del campo eléctrico para cualquier situación imaginable en el interior de un sensor ECT y, a partir de éste, las capacidades que se establecen entre los electrodos de medida. Un conjunto de algoritmos de reconstrucción de imagen permiten además recomponer la distribución de permitividad original a partir de estos valores de capacidad.

Se han definido una serie de figuras de mérito para evaluar la respuesta del sensor en cada configuración: mapas de sensibilidad, regiones de detección y errores de reconstrucción. En base a la evaluación de estas figuras de mérito es posible encontrar criterios de diseño de los sensores y de optimización de las variables para los intereses de cada sistema.

Estas simulaciones permiten no sólo mejorar el diseño de un sensor, sino que es posible utilizarlas para conocer cómo respondería un sensor a distintas estrategias de medida en las que se puede modificar el método de excitación de los electrodos para manipular la distribución del campo eléctrico. Esto se ha llevado a cabo para proponer una nueva estrategia basada en la segmentación, y se han puesto de manifiesto las ventajas que ofrece frente a otro tipo de técnicas de medida. Además, se han construido varios prototipos de sistemas ECT que permiten implementar esta técnica. Estos prototipos han permitido estudiar experimentalmente varias estrategias de medida y compararlas entre sí, y se ha encontrado que las facilidades de medida que la nueva propuesta ofrece permite una reducción de coste y complejidad de diseño de grandes proporciones, así como la visualización de procesos en tiempo real.

Todo ello será ampliamente explicado en la presente memoria.

CAPITULO 1

Introducción

1.1. Presentación

La tomografía industrial de procesos (*Process Tomography*) surge a partir de los años 80 y 90 del siglo XX como una técnica para la visualización de presencia y distribución de elementos durante la producción de procesos en medios inaccesibles para la instrumentación convencional [WIL95]. Existe una gran variedad de enfoques a la hora de implementar la tomografía de procesos, y todos ellos tienen en común su carácter no intrusivo y no invasivo, lo que hace de esta técnica una herramienta especialmente adecuada para el control de procesos en ambientes agresivos y/o no manipulables [IMS05].

En esencia, la tomografía de procesos consiste en la realización de una serie de medidas (eléctricas, ópticas, etc.) en torno a la periferia de un conducto o recipiente, o incluso de un paciente humano, dentro del cual tiene lugar el proceso o reacción que se desea monitorizar. A partir de estas medidas, y mediante técnicas tomográficas, se puede obtener una imagen del estado instantáneo del proceso, reflejando qué es lo que está ocurriendo en el interior del medio objeto de estudio [DYA00]. Es, por tanto, una técnica de medida que proporciona información del proceso en forma de imágenes que serán de mayor o menor resolución, dependiendo de la complejidad del sistema.

Desde su introducción, la tomografía de procesos se ha aplicado en múltiples variantes: tomografía por rayos γ y rayos X [KUM98], tomografía por emisión de positrones (*Positron Emission Tomography* o PET) [GAT94], resonancia magnética [GLA93], sistemas de ultrasonidos [BRO96], sistemas ópticos [RAH96] y sistemas eléctricos [WAN02]. Cada uno de estos métodos tiene sus ventajas, inconvenientes y limitaciones. La elección de una técnica particular depende de muchos factores, como las propiedades físicas de los componentes del proceso en estudio, la resolución espacial y temporal requerida, el coste y dimensiones del equipo, los recursos humanos necesarios, etc.

La tomografía eléctrica es uno de los métodos disponibles dentro de la tomografía de procesos. Es relativamente rápida (hasta 200 imágenes por segundo) y simple de operar, tiene una construcción robusta y es suficientemente sólida para hacer frente a la mayoría de los entornos industriales. Además es en muchos casos la elección más atractiva para la visualización de procesos industriales en tiempo real, debido a su simplicidad y sus capacidades de alta velocidad. En los últimos años, este tipo de tomografía de procesos, en sus dos variantes, de impedancia y de capacitancia, ha sido ampliamente investigada tanto a nivel académico como industrial. Como consecuencia se han propuesto distintas estrategias de medida [PTL01, ALM07], desarrollado múltiples sistemas electrónicos para la medida y adquisición de datos [YAN01b, REI96], y optimizado los algoritmos tomográficos de reconstrucción de imagen [ISA96, YAN03].

1. Introducción

En este trabajo se pretende aportar nuevos resultados y consideraciones sobre diferentes aspectos que componen la tomografía de capacitancia eléctrica, incluyendo entre estos la optimización en el diseño de los sensores mediante simulaciones numéricas por elementos finitos y la propuesta de nuevas estrategias de excitación de electrodos. Finalmente, se realizará la construcción de un prototipo portátil de tomografía para aplicaciones *online* en tiempo real.

1.2. Flujos multifásicos

Los flujos multifásicos y, concretamente, los compuestos por dos fases (gas-líquido, gas-sólido y líquido-sólido) son comunes en los procesos industriales, tales como los que se dan en las refinerías de petróleo, plantas químicas y estaciones de generación de energía, en las que se producen cambios de fase [KEN96, ASH07].

En las centrales eléctricas de gas y carbón se utilizan enormes calderas en las que se produce vapor para mover turbinas. En estos casos, el agua a gran presión se hace pasar a través de conductos calientes y se transforma en vapor a medida que avanza por su interior. El diseño de las calderas requiere un conocimiento detallado de la transferencia de calor en el flujo bifásico y de las variaciones de presión, que son significativamente distintas del caso de una única fase. Los reactores nucleares utilizan agua para enfriar el núcleo del reactor mediante flujos bifásicos. El estudio del flujo en estos casos es crítico para evitar fallos en las tuberías, pérdida de presión e incluso accidentes de pérdida de líquido refrigerador (LOCA, *loss-of-coolant accident*), que pueden dañar seriamente el núcleo del reactor.

Otro caso donde pueden ocurrir flujos multifásicos es el de la cavitación en bombas de presión; una bomba opera en un punto cercano a la presión de vapor del fluido que está siendo bombeado. Si la presión aumenta en exceso, lo que puede suceder localmente cerca de las paletas de la bomba, se puede producir un cambio de fase y habrá gas presente en el interior de la bomba. Un efecto parecido aparece en los propulsores marítimos. Donde quiera que ocurra, supone un problema serio para los ingenieros y diseñadores.

Los casos anteriores de flujo bifásico se refieren a un único fluido que coexiste en diferentes fases; sin embargo, el término flujo multifásico se aplica también a mezclas de distintos fluidos en distintas fases, tales como aire y agua, o petróleo y gas natural. A veces se consideran incluso flujos compuestos por fluidos en tres fases distintas, tales como los que se dan en mezclas de gas y petróleo donde puede haber una fracción significativa de materiales sólidos.

En los lechos fluidificados y lechos fluidificados circulantes se producen reacciones químicas en un tubo vertical llamado *riser* que involucran flujos bifásicos compuestos por mezclas gas-sólido. Estos componentes se introducen en el *riser* y reaccionan a medida que ascienden por el tubo, separándose cuando llegan al final y salen de él. Este tipo de reacciones tienen unas excelentes características de mezcla y transferencia de calor [TOR04].

El conocimiento del estado de los flujos multifásicos en los ambientes industriales (composición, velocidad, temperatura, etc.) es de una gran importancia tanto para evitar fallos mecánicos como para optimizar el rendimiento de las reacciones que tienen lugar en su interior. Sin embargo, los flujos multifásicos son fenómenos complejos difíciles de entender, predecir y modelar. Las características comunes de los flujos de una única fase, tales como el perfil de velocidad y turbulencias ya no son apropiados para describir la naturaleza de estos otros.

Las estructuras de los flujos multifásicos se clasifican en regímenes de flujo, cuyas características particulares dependen de un gran número de parámetros. La distribución de las fases del flujo en el espacio y el tiempo varían de un régimen a otro, y normalmente no están bajo el control del diseñador u operador. Los regímenes de flujo varían con las condiciones de operación, propiedades de los fluidos, velocidad y orientación de los conductos por los que circula el flujo multifásico.

Atendiendo a tal variedad de casos en los procesos de flujos multifásicos, se han desarrollado una amplia gama de técnicas de medida para monitorizar y optimizar este tipo de procesos [TOR04, LIE01, HAN05, WER99].

1.3. Medidas sobre flujos multifásicos

Medidas de presión diferencial

Las medidas de presión diferencial se utilizan en flujos de gas-sólido industriales y experimentales, porque son simples y baratas. Los sensores de presión se pueden montar en el interior del sistema de flujo, haciendo el sistema mínimamente invasivo. Las medidas de presión tomadas de esta forma suelen ser promediadas en el tiempo, y se utilizan para obtener valores de la fracción de volumen promedio de sólido en el flujo, basándose en la relación entre el gradiente de presión $\partial p/\partial z$, la fracción de volumen ϕ , la densidad de la partícula ρ_s y la aceleración de la gravedad g:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho_s g(1-\phi) \tag{1.1}$$

Integrando la ecuación (1.1) a lo largo de la altura del conducto Δz se obtiene:

$$\frac{\Delta p}{\Delta z} = -\rho_s g(1-\phi) \tag{1.2}$$

Esta aproximación asume que la variación de presión en el volumen de un conducto vertical es debida únicamente a las partículas suspendidas en dicho volumen. Esta aproximación es cierta en la mayoría de condiciones de operación de las plantas, excepto en regiones en las que la aceleración del flujo es lo suficientemente grande como para contribuir a la diferencia de presión [TOR04, FAN98]. Distintos autores a lo largo de la bibliografía describen como caracterizar flujos multifásicos mediante medidas de presión [JOH00, BRO01].

Medidas de temperatura

Las medidas de temperatura proporcionan información primaria sobre el estado de una reacción en un flujo multifásico, como por ejemplo, el que se produce en un lecho fluidificado [WER99]. Es bien conocido que el movimiento de las partículas sólidas dentro de un lecho fluidificado iguala las temperaturas. Las condiciones isotermas dentro del lecho se consideran como una de las propiedades más características del reactor de lecho fluidificado. Un simple termopar debería ser entonces suficiente para obtener información sobre la temperatura del reactor.

1. Introducción

En reactores de lecho fluidificado industriales, a gran escala, es costumbre utilizar matrices de termopares que se distribuyen en el volumen del reactor. Las desviaciones significativas que se puedan producir en alguna parte del reactor pueden ser indicativas de un problema local. Por ejemplo, si se observa un incremento de temperatura dentro de un reactor, esto puede ser consecuencia de aglomeraciones inesperadas de partículas en el lecho.

Sin embargo, las medidas de temperatura son medidas indirectas de las características del flujo y, por tanto, es necesaria una interpretación de las mismas, que puede dar lugar a conclusiones erróneas sobre el comportamiento del proceso.

Tomografía por transmisión de rayos γ

La tomografía por transmisión de rayos γ se basa en el hecho de que la intensidad de radiación gamma detectada a una distancia fija de una fuente de radiación depende exponencialmente de la integral de la atenuación a lo largo del camino entre la fuente y el detector; esta atenuación depende a su vez de la densidad del material que atraviesa la radiación. Por tanto, se pueden obtener distribuciones de densidad por reconstrucción tomográfica a partir de las mediciones de intensidad a través de múltiples caminos en el dominio de interés. Esta técnica es completamente no invasiva, ya que las fuentes de radiación y los detectores se pueden colocar fuera del dominio, puesto que la radiación γ puede atravesar la mayoría de materiales utilizados para contener flujos multifásicos (por ejemplo metales). El primer ejemplo de aplicación de la tomografía γ se encuentra en un estudio de Bartholomew y Casagrande [BAR57], en el que aplicaron esta técnica para describir la distribución de sólidos en un lecho fluidificado.

Un sistema de tomografía γ aplicado a flujos multifásicos en su forma más simple consiste en un material radiactivo (isótopo) como fuente, un detector de centelleo y tubo fotomultiplicador, amplificador, analizador multicanal y un computador. Los rayos X también pueden usarse para obtener imágenes de flujos gas-sólido, pero no son tan ampliamente utilizados debido a las dificultades de disponer de una máquina de rayos X, fluctuaciones de la intensidad del haz, y la baja penetración de los rayos X a través de los metales. La radiación gamma monoenergética se comporta de acuerdo a la siguiente relación entre intensidad I, intensidad en una condición distinta a la referencia I_0 , debido a la presencia de un material con coeficiente de atenuación μ que tiene un camino de longitud L entre la fuente y el detector:

$$\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\mu L \tag{1.3}$$

Para varios materiales, la ecuación (1.3) se modifica de la forma:

$$\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -(\mu_1 L_1 + \mu_2 L_2 + \mu_3 L_3 + \dots + \mu_n L_n)$$
(1.4)

El coeficiente de atenuación puede también representar la atenuación promedio para un camino L cuyo factor de atenuación varíe.

Las medidas relativas en flujos multifásico se toman normalmente de la siguiente manera: considerar un flujo de dos fases compuesto por un gas de atenuación despreciable, y otra fase (líquida o sólida) con coeficiente de atenuación μ . La intensidad de radiación es medida cuando el dominio de interés esta lleno de gas (I_1) , lleno con la otra fase (I_2) , y con una mezcla de los dos (condición de medida I_0). Las intensidades están relacionadas con la

distancia entre fuente y detector intersectada por el líquido/sólido durante la condición de medida L_0 :

$$\ln\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = -\mu L_2 \tag{1.5}$$
$$\ln\left(\frac{I_0}{I_1}\right) = -\mu L_0$$

Dividiendo estas dos ecuaciones resulta la expresión para la fracción promedio del camino entre fuente y detector en el interior del dominio de flujo intersectado por el sólido/líquido $(1 - \varphi_0)$:

$$\frac{L_0}{L_1} = \frac{\ln\left(\frac{I_0}{I_1}\right)}{\ln\left(\frac{I_2}{I_1}\right)} = 1 - \varphi_0 \tag{1.6}$$

Este procedimiento se puede utilizar para obtener densidades a lo largo de múltiples caminos, lo que puede ser luego usado para reconstrucción tomográfica de distribuciones de densidad dentro del dominio [TOR04, BAR57, SCH97].

Tomografía de impedancia eléctrica

La tomografía de impedancia eléctrica (EIT, *Electrical Impedance Tomography*) mide la distribución de materiales en un dominio mediante medidas eléctricas realizadas en la frontera de ese dominio.

Los flujos multifásicos tienen una impedancia compleja para bajas frecuencias (menores de 10 MHz) que consisten en una parte real (conductancia o resistencia) y una parte imaginaria (capacitancia). El potencial V se relaciona con la distribución de impedancia ε a través de la ecuación [MAX73]:

$$\nabla(\varepsilon\nabla V) = 0 \tag{1.7}$$

Las propiedades resistivas y dieléctricas de las fases en un flujo multifásico son distintas, de modo que un sistema de medida es normalmente sensible a uno de los componentes de la impedancia compleja (resistencia o capacitancia) mientras que el otro es ignorado.

Un sensor de dos electrodos puede utilizarse para obtener una estimación puntual de la fracción de volumen de una fase en estudios de flujo multifásico [CEC96]. Si los electrodos se colocan en los extremos opuestos de un flujo multifásico, lo que se obtiene es una medida de la fracción de volumen promediada espacialmente. A lo largo de la bibliografía se pueden encontrar numerosas configuraciones para la medida de parámetros de composición en un flujo multifásico [LOU96].

En contraste, la EIT utiliza múltiples medidas eléctricas para obtener una distribución de materiales dentro del flujo. En la Figura 1.1 se muestra un método para realizar medidas eléctricas.

Los electrodos se colocan en torno al dominio (típicamente cilíndrico en experimentos de flujos multifásicos) y son excitados eléctricamente por pares mientras que se toman medidas de capacidad o resistencia eléctricas [WAN02]. EIT es una técnica no invasiva, ya que los electrodos no penetran en el dominio y los campos eléctricos no afectan al flujo.

Los métodos de excitación y medida varían según la aplicación, pero en cualquier sistema el número de medidas independientes M que se pueden tomar es:

$$M = \frac{N(N-1)}{2}$$
(1.8)



Figura 1.1: Ejemplo de medida EIT.

siendo N el número de electrodos.

Las medidas eléctricas se utilizan entonces para reconstruir tomográficamente la distribución de la impedancia eléctrica en el interior del dominio, de la misma manera que las intensidades de radiación se usan para reconstruir la distribución de densidades en tomografía γ . La reconstrucción EIT requiere métodos más avanzados, debido a que la corriente eléctrica no viaja en línea recta como lo hacía la radiación. De hecho, la forma del campo eléctrico cambia con la distribución de fases. El paso final en EIT es la conversión de la distribución de impedancias reconstruida a distribución de materiales. Esto requiere un modelo apropiado que relacione la impedancia eléctrica equivalente de una mezcla con las impedancias de los componentes individuales de esa mezcla y su distribución física [WIE00, MCK02].

Muchos flujos gas-sólido son dieléctricos. Los electrodos pueden entonces colocarse dentro o fuera de las paredes cuando se realiza EIT de capacidad -comúnmente referido como tomografía de capacitancia eléctrica (ECT, *Electrical Capacitance Tomography*)- ya que el campo eléctrico atraviesa las paredes y el dominio de igual forma cuando ambos son dieléctricos. Esto hace de la ECT un sistema más complicado en otros aspectos, dado que el campo eléctrico no atraviesa sólo el dominio de interés, sino también cualquier espacio que no sea interrumpido por una pantalla. Por tanto, los electrodos normalmente se rodean de una pantalla conectada a masa, y se coloca protección adicional para confinar el campo eléctrico dentro del dominio [MAR06b]. Además, las sustancias dieléctricas afectan débilmente al campo eléctrico; un sistema EIT para flujos multifásicos dieléctricos debe medir a menudo diferencias de capacidades del orden de pF a fF [YAN96a].

Existe una amplia variedad de técnicas de reconstrucción para sistemas EIT [YAN03, HER99, ISA96]. La diversidad de algoritmos presentes en la literatura se debe fundamentalmente a la indeterminación del problema: es común dividir el dominio de interés en un número de elementos (píxeles), a los cuales se les asigna una intensidad en la reconstrucción, y este número suele exceder al de medidas dadas en la ecuación (1.8). Esto implica la resolución de un sistema matricial en el que el número de variables (elementos de la imagen) es mucho mayor que el número de ecuaciones (medidas eléctricas). Por tanto, son necesarias técnicas adicionales (filtrado, técnicas integrales, etc.) que ayuden a obtener una única solución válida, cada una de las cuales puede dar lugar a un algoritmo de reconstrucción distinto. Estos algoritmos son continuamente revisados y optimizados para obtener procesos rápidos de reconstrucción, normalmente basados en simulaciones numéricas.

Métodos de medida de partículas sólidas

Distintos investigadores han medido flujos locales de sólidos utilizando



Figura 1.2: Sensor de capacidad.

sondas de succión dentro del flujo para extraer y pesar las partículas. Esto supone una invasión del medio de interés, con los problemas que ello conlleva. Las sondas de succión se pueden colocar en cualquier lugar del flujo, que es absorbido por esta sonda [WER99]. Esta técnica permite la medida de flujos de partículas sólidas por unidad de área.

Los sistemas de medida de capacidad obtienen valores locales de la constante dieléctrica de la mezcla de fases, que está relacionada con la fracción de volumen de los componentes del flujo. En la Figura 1.2 se muestra un sensor de capacidad para este propósito, diseñado por Acree Riley y Louge [RIL89], en el que introdujeron el principio de guardia: un electrodo suplementario cuya función es absorber las distorsiones del campo eléctrico producidas por interferencias externas, protegiendo así al electrodo de medida de capacidades parásitas.

Los sistemas de medida óptica deducen la información del volumen de las partículas sólidas de la reflexión o transmisión de la luz. En estos sistemas, se utilizan fibras ópticas para la emisión y detección de luz, y se admite que la cantidad de luz transmitida o reflejada desde una región del flujo depende de la fracción de volumen de la fase sólida en esa región [PUG03, RAH05]. En otro tipo de sistemas de medida óptica se utilizan láseres Doppler [WER95], y se aplican para medir la velocidad y el tamaño de las partículas sólidas en la intersección de dos haces de luz procedentes de un láser basándose en la dispersión de la luz producida cuando las partículas atraviesan esa intersección.

Otro método es el seguimiento de partículas radiactivas [ROY02], en el que se introduce una partícula radiactiva en el flujo, y su camino por él se reconstruye a partir de medidas obtenidas por detectores que se colocan a lo largo del dominio. El tamaño y la densidad de la partícula inyectada debe ser iguales a aquellas que componen el flujo, para que se comporte de igual modo. Se hace el seguimiento de la partícula a través de muchos caminos, y de este estudio se pueden obtener variables estadísticas, tales como campos de flujo, tiempos de tránsito de las partículas, velocidades y parámetros de turbulencias.

1.4. Sumario de la tesis

Aunque todos los métodos descritos anteriormente se utilizan en mayor o menor medida para la caracterización de flujos multifásicos tanto en investigación como en desarrollo industrial, el uso de la tomografía de impedancia eléctrica y, concretamente, de la tomografía de capacitancia eléctrica para medir el régimen de flujo, su vector de velocidad y la
distribución de concentración en tiempo real dentro de conductos por los que circulan sistemas multicomponentes ha venido ganando cada vez más aceptación a lo largo de los últimos años.

Los sensores de capacitancia eléctrica son apropiados para la monitorización de procesos que involucran materiales dieléctricos, tales como la transmisión de energía [OST99], la acción de lechos fluidificados [DYA99], y el flujo de mezclas de petróleo y gas en oleoductos [YAN95]; su rango de aplicación crece constantemente.

En las últimas décadas se ha producido una investigación intensa orientada al desarrollo de sistemas de tomografía de capacitancia eléctrica, tanto en su parte *hardware*, que incluye diseño de sensores [WAN96], transductores de capacidad [HAR99] y electrónica de medida [YAN01b], como en su parte *software*, que se refiere al desarrollo de modelos [YAN99a], sistemas de reconstrucción de imágenes [YAN01a] y estrategias de medida [GAM02].

En este trabajo se ha abordado el estudio en profundidad, mediante métodos numéricos, de la influencia de las distintas variables que intervienen en el diseño físico de los sensores de ECT. Aunque se habían publicado algunos resultados al respecto previamente [XU99, YAN99b, PEN05], éstos eran poco exhaustivos y la mayoría de publicaciones en el campo de la tomografía de capacitancia eléctrica no hacen mención alguna al criterio seguido en el diseño del sensor. Esto se debe probablemente al hecho de que cada grupo de investigación en ECT suele fabricar sus sensores de forma artesanal, siguiendo algunas recomendaciones generales [BYA01] y buscando el mejor resultado mediante prueba y error. Para tal objetivo, se ha desarrollado un paquete de software para Matlab[®] que simula, mediante métodos de elementos finitos, los campos electrostáticos que se generan en el interior de un sensor de tomografía eléctrica de capacitancia durante el proceso de medida. Este programa permite predecir el valor de las capacidades que se obtendrían en una medida real para cualquier tipo de distribución de materiales que se produjera en el flujo bifásico, de modo que mediante barridos en las variables de diseño del sensor se pueden obtener curvas de respuesta y buscar el punto de trabajo óptimo del sistema. Además, mediante estas simulaciones se pueden estudiar distintos tipos de protocolos de medida, es decir, combinaciones de electrodos fuente y de detección con el fin de aumentar tanto la sensibilidad del sistema como la facilidad de medida.

Basándose en los resultados obtenidos mediante este paquete de software, se han desarrollado varios prototipos de sistemas de tomografía ECT con el objetivo de estudiar, de forma experimental, nuevas estrategias de medida en este tipo de instrumentación En particular, la técnica de segmentación de electrodos, que será expuesta en profundidad en los capítulos siguientes.

El trabajo realizado se expone a lo largo de esta memoria según la siguiente estructura:

- Capítulo 2: descripción detallada de la tomografía eléctrica de capacitancia, y el estado de la técnica.
- Capítulo 3: introducción al método de los elementos finitos sobre el cual se basa el núcleo del programa de simulación desarrollado, y aplicación del mismo al diseño de sensores de ECT.

- Capítulo 4: presentación de una nueva estrategia de medida, basada en la segmentación del sensor de tomografía, y estudio de la misma mediante simulaciones y pruebas experimentales.
- Capítulo 5: desarrollo de un nuevo prototipo de tomógrafo ECT, cuyas principales características son su portabilidad y su capacidad de proporcionar imágenes de procesos en tiempo real.
- Capítulo 6: resumen del trabajo y conclusiones.

- CAPITULO 2

Estado de la técnica

2.1. Introducción

En este capítulo se describe con detalle la técnica de la tomografía eléctrica de capacitancia como método de visualización de flujos multifásicos de componentes dieléctricos. La base de esta técnica reside en la relación que la ecuación de Laplace establece entre la distribución de permitividad de un medio y el potencial eléctrico que en él se origina, a partir de la cual se pueden obtener los valores de capacidad que surgen entre los distintos conductores presentes en dicho medio, tal como se verá más adelante. Aplicado a un sensor ECT, esta relación permite obtener distribuciones de permitividad dieléctrica desconocidas a partir de medidas de capacidad entre los distintos electrodos, proceso conocido como reconstrucción de la imagen.

Este capítulo comienza introduciendo el formalismo matemático de una técnica basada en elementos finitos para resolver de forma numérica la ecuación de Laplace, que permitirá realizar simulaciones de las posibles situaciones que se puedan establecer en un sistema ECT, lo que conducirá a un proceso de optimización de sensores mediante simulaciones, como se verá en el capítulo siguiente, así como evaluar los distintos algoritmos de reconstrucción de imagen.

A continuación se realiza una descripción de la instrumentación asociada a los sistemas de tomografía de capacitancia, y se continúa analizando los distintos aspectos que componen las tres partes básicas de estos sistemas: el sensor, la electrónica de medida y adquisición de datos, y el algoritmo de reconstrucción de imagen. En el estudio del sensor, se describen los distintos aspectos que hay que tener en cuenta a la hora de su diseño, como la influencia del número de electrodos que lo componen, su tamaño, y la conveniencia de utilizar sistemas de guardia y pantallas de protección. Respecto de la electrónica de medida, se hace una evaluación de los distintos sistemas electrónicos descritos en la literatura, poniendo especial énfasis en la selección que del transductor de capacidad, pieza clave de esta etapa, han hecho los distintos autores. Se describen a continuación los distintos tipos de estrategia de medida utilizados en este tipo de sistemas, entendiendo como tales las estrategias de selección y excitación de electrodos, y se presenta el proceso matemático de reconstrucción de imagen, a partir de las medidas obtenidas del sistema, enumerando y clasificando los principales tipos de algoritmos para llevarlo a cabo.

2.2. Resolución numérica de la ecuación de Laplace

El objetivo último de la técnica de tomografía eléctrica de capacitancia es la obtención de imágenes que reflejen la distribución instantánea de una mezcla de fases, caracterizadas por distintas permitividades dieléctricas, dentro de un conducto problema. La reconstrucción de imágenes mediante tomografía ECT implica dos problemas importantes: el problema directo, o la obtención de los valores de capacidad entre las distintas parejas de electrodos para una distribución de permitividad concreta, y el problema inverso, consistente en la obtención de una distribución de permitividad desconocida a partir de las medidas de capacidad, tal como se expondrá más adelante. La resolución del problema inverso implica también la del problema directo.

Los valores de capacidad y las distribuciones de permitividad se relacionan mediante la expresión:

$$C = \frac{Q}{V} = -\frac{1}{V} \int \int_{\Gamma} \varepsilon(x, y, z) \nabla \phi(x, y, z) d\Gamma$$
(2.1)

donde Q es la carga de los electrodos, V es la diferencia de potencial entre ellos, $\varepsilon(x, y, z)$ es la distribución en el volumen de la permitividad eléctrica, $\phi(x, y, z)$ es el potencial eléctrico y Γ es la superficie del electrodo.

La resolución de la ecuación (2.1) implica el conocimiento del campo eléctrico E(x, y, z) o, lo que es lo mismo, del potencial eléctrico $\phi(x, y, z)$. La forma del campo eléctrico depende a su vez de la distribución de permitividad, según la ecuación de Laplace:

$$\nabla \big(\varepsilon(x, y, z) \nabla \phi(x, y, z)\big) = 0 \tag{2.2}$$

donde se asume que la región de interés (interior del conducto por donde circula el flujo bifásico) está libre de cargas, lo que suele ser cierto en la mayoría de los casos.

Existen formas elegantes de resolver la ecuación de Laplace de forma analítica, cuando se conoce la expresión para la distribución de permitividad $\varepsilon(x, y, z)$. Sin embargo, los métodos analíticos de resolución de ecuaciones en derivadas parciales, como lo es la ecuación (2.2), son inviables cuando se pretende resolver el sistema para multitud de distribuciones de permitividad distintas. En el caso de la obtención de mapas de sensibilidad, en los que se refleja la variación normalizada de capacidad que sufre cada pareja de electrodos ante la presencia de elementos de distinta permitividad, como se expondrá con mayor detalle más adelante, es necesario resolver la ecuación (2.2) tantas veces como elementos se consideren en la discretización del sistema, típicamente del orden de 1000. Se hace necesaria, por tanto, otra vía de obtención de la forma del campo eléctrico en el interior del sensor, para una distribución de permitividad conocida.

El método escogido comúnmente consiste en la utilización de algoritmos numéricos para la resolución, de forma aproximada, de la ecuación de Laplace aplicada al sistema ECT. Estas técnicas se basan en la discretización de un dominio continuo en un número finito de elementos y nodos, para los cuales se hallan valores puntuales del campo eléctrico.

Existen distintas técnicas numéricas para la resolución de (2.2) en sistemas de tomografía eléctrica de capacitancia, como el método de las diferencias finitas (*Finite Difference Method*, FDM) [MAK07], que se basa en dividir el dominio de interés mediante un mallado regular y aproximar la ecuación de Laplace en cada nodo, resolviendo el sistema resultante de forma iterativa, o el método de los elementos finitos (*Finite Element Method*, FEM) [DYA06], en el que el dominio se divide en una serie de elementos, dentro de los cuales el potencial eléctrico se describe por una función que depende de sus valores en los nodos que definen el elemento. El criterio para resolver el sistema completo consiste en la minimización de alguna variable física, como la energía electrostática. Otras técnicas numéricas, como el método de los volúmenes finitos (*Finite Volume Method*, FVM) o el método de los elementos frontera (*Boundary Element Method*, BEM) también son alternativas eficientes para la resolución de la ecuación de Laplace. Por ser el método más ampliamente utilizado dentro del campo de la tomografía eléctrica de capacitancia, en este trabajo se ha escogido el método de los elementos finitos para el diseño de sensores de ECT, así como para el estudio de su respuesta ante variaciones en sus parámetros de diseño.

El método de los elementos finitos es uno de los métodos numéricos para aproximación de soluciones y problemas de ecuaciones en derivadas parciales más potente y utilizado en la actualidad. Su potencial se basa principalmente en su sólida base matemática, su capacidad para ser aplicado a una gran variedad de problemas de diferente origen y su aptitud cuando los dominios de análisis son complejos, debido a que las mallas de elementos finitos se adaptan fácilmente, considerando efectos de no linealidad y distintos tipos de condiciones de contorno. Particularmente, FEM es una herramienta eficiente para resolver problemas lagrangianos en física, que se expresan de la forma:

$$\frac{\partial L(u,v)}{\partial u} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(u,v)}{\partial v} \right) = 0$$
(2.3)

El método de elementos finitos tiene varios aspectos. Desde un punto de vista matemático, es un esquema para producir una solución aproximada, con una exactitud que puede aumentarse según se desee. La teoría de análisis funcional es esencial para entender este punto. Desde un punto de vista computacional, debe buscarse la eficiencia para resolver problemas que resultan en muchos grados de libertad. Es necesario por tanto desarrollar algoritmos sofisticados para implementar FEM, en particular, para problemas no lineales.

La esencia del método de EF consiste en resolver un sistema matricial para obtener una solución aproximada de problemas de frontera y condiciones de contorno. Las funciones continuas y las ecuaciones en derivadas parciales deben ser discretizadas para formar vectores y matrices. FEM sigue entonces estos tres pasos:

- pre-procesado de los datos de entrada, para discretizar funciones y ecuaciones;
- cálculo computacional para resolver el sistema matricial;
- post-procesado de los resultados, para devolver la solución de la discretización.

2.2.1. Fundamento teórico

Los métodos numéricos son discretos por propia naturaleza. Esto es, una función continua debe ser expresada en términos de un número finito de funciones numéricas, con un error de aproximación que tiende a cero a medida que el número de funciones numéricas se incrementa. La teoría de análisis funcional proporciona la base sólida para una discretización de esta naturaleza.

La esencia del análisis funcional es considerar una función como un vector en un espacio de funciones. Este espacio es un conjunto cuyos elementos son funciones y tiene bases que expresan dichos elementos como si fueran vectores. Es decir, para una función en un dominio V,

$$f(x) = \sum_{\alpha} f^{\alpha} \phi^{\alpha}(x) \tag{2.4}$$

donde f es una función y $\{f^{\alpha}\}$ es el vector de coordenadas de f asociado con la base $\{\phi^{\alpha}\}$. Cuando las bases son ortonormales, los coeficientes f^{α} se obtienen como:

$$f^{\alpha} = \int_{V} \phi^{\alpha}(x) f(x) dx \qquad (2.5)$$

La clave es que la dimensión del espacio de funciones es infinita. La aproximación es necesaria cuando las funciones se expresan en términos de un número finito de bases. La exactitud de la aproximación depende entonces del número de bases. Generalmente, FEM divide el dominio de interés en subdominios no solapados llamados elementos, y hace uso de funciones numéricas que toman valores únicamente en sus propios elementos. Por ejemplo, si un elemento es triangular, denotando sus nodos por N^{α} , FEM utiliza una base asociada a cada N^{α} :

$$\phi^{\alpha}(x) = \sum_{\beta} \phi^{\Omega \alpha}(x) \tag{2.6}$$

donde $\phi^{\Omega \alpha}$ es una función de un elemento Ω que comparte el nodo N^{α} . Estos ϕ^{α} son casi ortonormales, ya que $\int_{V} \phi^{\alpha} \phi^{\beta}$ se anula cuando N^{α} y N^{β} no están directamente conectados.

Principio variacional

Muchos de los problemas en física se describen matemáticamente como

un problema de condiciones de contorno o de valores iniciales, de la forma:

$$\begin{cases} L[f](x) = g(x) & \text{en } V \\ f(x) = 0 & \text{en } \delta V \end{cases}$$
(2.7)

Este tipos de problemas se pueden transformar en un problema variacional equivalente, es decir, existen una funcional tal que su minimización conduce a la solución del problema de condiciones de contorno equivalente. La ventaja de transformar un problema de condiciones de contorno a uno variacional es que se convierte en un sistema matricial que puede ser fácilmente formulado en FEM. Además, se puede obtener una estimación de la exactitud de las soluciones aproximadas.

Considérese un ejemplo de problema variacional para la siguiente funcional:

$$J(f) = \int_{V} \left(\frac{1}{2} \left(f_x^2 + f_y^2 \right) + fg \right) dS$$
 (2.8)

donde f_x y f_y denotan las derivadas parciales de f respecto a x e y, respectivamente. La primera variación de esta funcional se define como:

$$\delta J(f) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{1}{\varepsilon} \left(J(f + \varepsilon \delta f) - J(f) \right)$$
(2.9)

Aplicando la teoría de Gauss para la integración, la ecuación (2.9) se reescribe como:

$$\delta J(f) = \int_{V} \delta f(g - f_{xx} - f_{yy}) dV + \int_{\partial V} \delta f(n_x f_x + n_y f_y) dS \qquad (2.10)$$

siendo n_x y n_y los vectores unitarios normales a la frontera ∂V .

La minimización de la funcional J(f) corresponde a un problema de condiciones de contorno:

$$\delta J(f) = 0 \Rightarrow \begin{cases} f_{xx} + f_{yy} = g & \text{en } V \\ n_x f_x + n_y f_y = 0 & \text{en } \delta V \end{cases}$$
(2.11)

Comparado con resolver directamente el sistema (2.11), la resolución de (2.8) tiene la ventaja de que J utiliza solamente las primeras derivadas de f, mientras que la ecuación (2.11) es de segundo orden.

Cuando se resuelve (2.8) numéricamente, es necesario expresar funciones como combinaciones lineales de bases o funciones numéricas. Sea $\{\phi^{\alpha}\}$ la base y $\{f^{\alpha}\}$ los coeficientes correspondientes a la función f, es decir, $f = \sum_{\alpha} f^{\alpha} \phi^{\alpha}$. Entonces, se puede reducir la funcional J a una función multivariable de $\{f^{\alpha}\}$:

$$J^*(\{f^{\alpha}\}) = \sum_{\alpha,\beta} f^{\alpha} f^{\beta} \int_V \frac{1}{2} \left(\phi_x^{\alpha} \phi_x^{\beta} + \phi_y^{\alpha} \phi_y^{\beta}\right) dS + \sum_{\alpha} f^{\alpha} \left(\int_V \phi^{\alpha} g dS\right)$$
(2.12)

Como se puede observar, esta funcional J^* es una forma cuadrática, con términos lineales, de $\{f^{\alpha}\}$, y puede expresarse de forma simplificada como:

$$J^{*}(\{f^{\alpha}\}) = \frac{1}{2}[f]^{T}[K][f] + [f]^{T}[g]$$
(2.13)

siempre que se conozca la integración de $\phi_x^{\alpha} \phi_x^{\beta} y \phi_y^{\alpha} \phi_y^{\beta}$, siendo [f] y [g] vectores correspondientes a $f^{\alpha} y g^{\alpha} = \int_V g \phi^{\alpha} dx y [K]$ la matriz determinada por la integración de las bases.

Método de los residuos ponderados

Un problema del principio variacional surge cuando se plantea la existencia de una funcional para cualquier problema de contorno o valores iniciales. La respuesta es negativa. Aún así, es posible transformar el problema en una forma integral que facilite el cálculo computacional. Esta técnica es conocida como el método de los residuos ponderados.

La forma variacional utilizaba una expresión de una función como un vector en un espacio funcional, para calcular numéricamente el valor de la función. Para el método de los residuos ponderados, la operación o la función determinada por la operación se expresará como un vector, tomando la integración con una base.

Considérese el problema de condiciones de contorno de la expresión (2.11). Una forma débil de representar dicha expresión es:

$$\int_{V} \chi(f_{xx} + f_{yy} - g) dV = 0$$
(2.14)

Esta ecuación es cierta para cualquier función χ . Es decir, si f es una solución del problema, la integral de (2.14) de cumple para todo χ . De igual forma, si la ecuación (2.14) se cumple para cualquier valor de χ , entonces fes solución del problema de condiciones de contorno [WEB95].

De acuerdo con la teoría de espacios de funciones, la elección de χ no es irrelevante, sino que debe pertenecer a la base del espacio de funciones para V, si f se ve como un vector usando dicha base. Es decir, si $\{\phi^{\alpha}\}$ es la base, se tendrá que

$$\int_{V} \phi^{\alpha} (f_{xx} + f_{yy} - g) dV = 0$$
 (2.15)

Puesto que f se expresa en función de la base $\{\phi^{\alpha}\}$ con coeficientes $\{f^{\alpha}\}$, estas condiciones llevan a un conjunto de ecuaciones con coeficientes desconocidos.

2.2.2. Resolución del campo eléctrico

La aplicación del método de los elementos finitos en tomografía eléctrica de capacitancia tiene como objetivo la resolución de la ecuación de Laplace dada por (2.2), para obtener una aproximación del campo eléctrico que permita obtener los valores de las capacidades a partir de (2.1). Para la aplicación de FEM, es necesaria una discretización del dominio de interés en elementos, que pueden tener varios nodos y cuyos contornos pueden ser irregulares, lo que permite una buena adaptación a cualquiera que sea la geometría sobre la que se quiere implementar el método de elementos finitos.

Para cada elemento finito e, el potencial en su interior será $\phi^e(x, y, z)$; entonces, para el recinto completo se tendrá

$$\phi(x, y, z) = \sum_{m=1}^{l} \phi^{e_m}(x, y, z)$$
(2.16)

La forma del potencial dentro de cada elemento ha de ser supuesta. La expresión más sencilla es suponer una variación lineal del potencial eléctrico dentro de cada elemento [MUN00], $\phi^e(x, y, z) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 z$, aunque son posibles otras alternativas, como expresiones de segundo grado, o incluso órdenes superiores.

La formulación del problema debe hacerse según uno de los métodos descritos anteriormente, reduciendo el problema a una forma variacional, o utilizando el método de los residuos ponderados. En este trabajo se ha optado por el método variacional, cuya formulación es más simple. Según este método, la funcional del sistema es:

$$F = \int_{V} (\nabla \phi(x, y, z))^2 dV$$
(2.17)

Esta funcional particular está relacionada con la energía; cuando ϕ es el potencial correcto, $\frac{1}{2}\varepsilon_0 F$ es la energía electrostática almacenada en el sistema. De hecho, se puede demostrar que el potencial correcto es aquella función que minimiza la funcional F, satisfaciendo a la vez las condiciones de contorno de los conductores.

El potencial se aproxima mediante coeficientes $\{\alpha_j\}$ en cada elemento, de la forma:

$$\phi^{e}(x, y, z) = \sum_{j=1}^{N} \phi_{j} \alpha_{j}(x, y, z)$$
(2.18)

y la funcional F se expresa en términos de los valores de la base en los nodos de los elementos ϕ_j . El mejor conjunto de valores nodales es aquel que minimiza F. Este mínimo se busca haciendo:

$$\frac{\partial F}{\partial \phi_j} = 0 \tag{2.19}$$

Puesto que F es cuadrática en ϕ_j , la expresión (2.19) conduce a un sistema de ecuaciones lineales en los valores del potencial en los nodos ϕ_j . Una vez que se ha hallado la solución, el potencial en cualquier punto puede obtenerse a partir de (2.18).

Utilizando la formulación de residuos ponderados, el problema de condiciones de contorno del campo eléctrico se puede escribir en la forma integral siguiente [WEB95]:

$$\int_{V} \nabla \omega \nabla \phi dV = 0 \tag{2.20}$$

Utilizando la descripción del potencial eléctrico dada por (2.16) y (2.18) se obtiene el sistema matricial equivalente a la solución variacional:

$$[K][\phi] = [b] \tag{2.21}$$

donde $[\phi]$ es el vector con los valores desconocidos del potencial en los nodos de los elementos, [b] es un vector de elementos conocidos que dependen de las condiciones de contorno del problema y [K] es una matriz cuadrada y simétrica conocida como la em matriz global o matriz de esfuerzo [MOR08], definida como:

$$K_{ij} = \int_{V} \nabla \alpha_i \nabla \alpha_j dV \tag{2.22}$$

2.3. Tomografía Eléctrica de Capacitancia

Las técnicas de tomografía industrial se han desarrollado rápidamente en los últimos años, como demuestra la gran cantidad de publicaciones al respecto que se han producido en las últimas dos décadas. La tomografía industrial proporciona nuevos métodos de visualización del comportamiento interno de procesos industriales, tales como los flujos bifásicos en oleoductos (gas/petróleo o petróleo/agua), o en procesos de mezcla/separación de las plantas de lechos fluidificados. Las imágenes obtenidas por tomografía industrial proporcionan una información muy valiosa para el diseño de equipamientos y la monitorización *on-line* de procesos industriales. La tomografía de capacitancia eléctrica fue una de las primeras técnicas en desarrollarse para tales usos [HUA88a, HUA89]; es un sistema robusto, no invasivo, rápido y barato para el control de procesos.

Un sistema de ECT estándar consta de tres unidades principales: sensor, electrónica de medida y un ordenador, tal como se muestra en la Figura 2.1. El sensor consiste en un conjunto de electrodos, normalmente entre 8 y 16, que se colocan simétricamente a lo largo de la circunferencia de un conducto aislante, rodeado de una pantalla que aísla eléctricamente el sistema tal como se muestra en la Figura 2.2. La electrónica de medida proporciona valores de capacidad entre todas las combinaciones de parejas de electrodos.



Figura 2.1: Sistema ECT.

El ordenador tiene dos funciones: controla las operaciones realizadas por la electrónica de medida, y utiliza los datos medidos para reconstruir las imágenes por métodos tomográficos [YAN96a].

El concepto de medida en tomografía de capacitancia se basa en lo siguiente: un electrodo se selecciona como el electrodo fuente o emisor, y se conecta a un generador de voltaje AC, de modo que a través de este electrodo se inyecta el campo eléctrico en el interior del dominio de interés. El resto de electrodos se configuran como detectores, de forma simultánea o sucesivamente a lo largo de la circunferencia. De este modo se toman medidas de la capacidad entre todas las parejas de electrodos posibles.



Figura 2.2: Sensor ECT.



Figura 2.3: Medida de capacidad en un sistema ECT.

En la Figura 2.3 se muestra un ejemplo de medida de capacidad en un sistema ECT de 8 electrodos.

El número de capacidades independientes que se puede obtener en un sensor de N electrodos es

$$M = \frac{N(N-1)}{2}$$
(2.23)

Esto es así porque para dos electrodos i - j la capacidad C_{ij} es igual a la capacidad C_{ji} y los valores de C_{ii} para un único electrodo no se miden [BYA01]. A partir de los valores de estas capacidades se pueden obtener reconstrucciones tomográficas [HOU73] de las distribuciones de las distintas fases del flujo.

El valor de estas capacidades depende de la geometría del sistema (diámetro del sensor y tamaño de los electrodos), así como de los materiales dieléctricos en el interior del sensor, de modo que, con el dominio de interés lleno con una única fase, la capacidad máxima será la correspondiente a dos electrodos adyacentes, y la mínima a dos electrodos opuestos.

Aunque en la literatura se describen sistemas ECT diseñados para obtener

reconstrucciones de flujos multifásicos en un volumen completo del dominio de interés, lo que se conoce como tomografía eléctrica de capacitancia 3D [SOL06, WAR07], en general se utilizan para obtener distribuciones de fases en una sección bidimensional del conducto, la sección correspondiente al centro geométrico del sensor. Debido a esto, un sistema ECT debe tener una sensibilidad axial muy baja, es decir, elementos del flujo que estén fuera de la sección del sensor de interés no deben afectar a la medida. Esto supone un compromiso de diseño, ya que la sensibilidad axial del sensor depende de la longitud de los electrodos de medida. Para poder reducir el tamaño de los electrodos se utilizan distintas combinaciones de electrodos de guardia y aislamiento, como se describe en la siguiente sección.

En el diseño de un sistema ECT hay varios aspectos a considerar: el diseño mecánico del sensor, y el diseño electrónico del circuito de medida, junto con la estrategia de medida más apropiada. Por último, hay que elegir un sistema de reconstrucción de imagen que se ajuste al proceso que se pretende monitorizar.

2.3.1. Diseño mecánico del sensor

Como ya se ha expuesto anteriormente, el sensor se compone de electrodos, normalmente un número par entre 8 y 16, así como de un sistema de electrodos de guardia, y una pantalla conectada a tierra que evita que perturbaciones eléctricas externas al sistema penetren en el sensor. A continuación se hace una revisión de los aspectos a tener en cuenta a la hora de diseñar el sensor, y que serán revisados en el capítulo 3 cuando se compruebe el efecto que las variaciones en estos parámetros tienen en la respuesta del sensor.

Sensor con electrodos externos

Los sensores de capacidad para uso en conductos de sección circular son normalmente módulos personalizados que se diseñan individualmente para cada aplicación específica y pueden tomar dos formas básicas. La disposición más simple desde un punto de vista de construcción consiste en una sección de conducto no conductora rodeada de una serie de electrodos capacitivos con una pantalla exterior conectada a masa. Esta disposición tiene la ventaja de evitar el contacto de los electrodos con el flujo dentro de la tubería, y su posible contaminación. Sin embargo, los sensores con electrodos exteriores muestran una no linealidad considerable en su respuesta a materiales dieléctricos introducidos en el sensor. Este efecto está causado por la presencia de la pared del sensor, que introduce una serie de capacidades de acoplo en la medida. En la Figura 2.2 se puede observar un sensor ECT en esta disposición.

Sensor con electrodos internos

Una disposición alternativa a los electrodos externos consiste en colocar los electrodos dentro del conducto [PTL01, LIU05], como se muestra en la Figura 2.4. En el caso de conductos de paredes metálicas, se requiere el uso de algún tipo de aislante entre los electrodos y las paredes del dominio. Aunque el diseño y construcción de este tipo de sensor es más difícil desde el punto de vista mecánico, los sensores con electrodos internos no sufren los problemas



Figura 2.4: Sensor ECT con electrodos internos.

de no linealidad que exhiben los sensores de electrodos externos, y para una precisión mayor, esta disposición de los electrodos es más recomendable.

Protección y aislamiento

Para ambos tipos de sensor (electrodos externos e internos), las capacidades entre electrodos son típicamente de fracciones de picofaradios, por lo que debe colocarse una pantalla conectada a tierra rodeando los electrodos; de esta forma se eliminan los efectos de señales externas y variaciones en las capacidades parásitas entre los electrodos y tierra que, de otro modo, podrían predominar y distorsionar las medidas [KHA93]. Los sensores de tomografía de capacitancia deben tener una gran estabilidad mecánica, puesto que cualquier movimiento entre los electrodos afecta a los valores de las capacidades que surgen entre ellos. Además, se suelen utilizar pistas estrechas de protección conectadas a tierra entre los electrodos de medida, de forma que el campo eléctrico no viaje a través de las paredes del conducto donde está colocado el sensor, y lo haga únicamente a través del medio de interés, de modo que cualquier variación del flujo se refleje en un cambio significativo en la capacidad medida entre los electrodos.

Electrodos de guardia

Los electrodos de guardia tienen varias funciones: confinar el campo eléctrico en la región de interés, que suele ser la sección transversal del conducto en la que se disponen los electrodos de medida, evitar efectos de borde (deformación del campo eléctrico en los bordes de los electrodos de medida) y evitar capacidades parásitas entre los electrodos [XU99, YIX99].

Existen tres configuraciones básicas de los sensores de ECT según la disposición de las guardias [YAN99b], como se muestra en la Figura 2.5. La primera configuración es la más simple, y en ella no se hace uso alguno de electrodos de guardia. Aparte de su sencillez de diseño, ofrece la ventaja de proporcionar altos valores de capacidad entre los electrodos. Sin embargo, su resolución axial no es muy buena, y presenta desviaciones de la linealidad debido a los efectos de borde.

En la segunda configuración se utilizan unos anillos de guardia, que se conectan a tierra y se colocan por encima y por debajo de los electrodos de medida. La función de estos anillos es la de confinar el campo eléctrico a la región de interés, es decir, el volumen del conducto ocupado por los electrodos. Las líneas de campo eléctrico que nacen en los extremos superior e inferior del electrodo fuente son absorbidas por los anillos de guardia, de modo que las perturbaciones en el flujo que se produzcan por encima o por debajo del sensor no afectan al campo eléctrico y, por tanto, a la medida de capacidad. De esta forma, se consigue una resolución axial muy estrecha. A



Figura 2.5: Configuraciones de las guardias: (a) sin guardias, (b) con anillos de guardia y (c) con electrodos de guardia.

cambio, los valores de las capacidades son menores, ya que hay menos líneas de campo que llegan del electrodo fuente al detector, lo que conlleva una carga menor inducida en éste último.

En la última configuración de la Figura 2.5 se utilizan dos series de electrodos de guardias, dos por cada electrodo de medida, dispuestos encima y debajo de él. Estas guardias cambian de estado según el electrodo al que acompañan, de modo que pueden actuar como fuentes y detectores de campo eléctrico. Lo que se consigue con esto es evitar los efectos de borde en los electrodos de medida, haciendo que el potencial eléctrico generado sea paralelo a la superficie de los electrodos. De esta forma se obtiene mejor resolución a la hora de reconstruir las distribuciones de fases, ya que se eliminan efectos de no inealidad.

En la Figura 2.6 se muestra una comparación del potencial eléctrico en un corte del sensor, para las tres configuraciones descritas.



Figura 2.6: Potencial eléctrico para las tres configuraciones de guardias.

Número de electrodos

El número de electrodos que componen el sensor de ECT es un parámetro crítico de diseño. Los sistemas existentes, tanto en investigación como comerciales, suelen tener 8, 12 ó 16 electrodos. Los electrodos ocupan normalmente la mayor parte de la superficie del conducto donde se colocan, ya que de su superficie depende la sensibilidad radial del sensor. Un mayor número de electrodos permite más medidas de capacidad, según la expresión (2.23), lo que se traduce en una mayor resolución a la hora de obtener las distribuciones de permitividad dieléctrica. Sin embargo, al aumentar el número de electrodos se reduce el valor de la capacidad entre ellos, lo que dificulta el diseño de la electrónica de medida necesaria [REI96]. Además, un mayor número de electrodos implica un aumento en el número de medidas que se tienen que realizar para obtener una reconstrucción, lo que degrada la velocidad de adquisición del sistema.

Existe una estrategia de medida en ECT que hace uso de sensores segmentados, formados por un alto número de unidades individuales que se asocian para formar electrodos de distinto tamaño. Esta estrategia permite aumentar el número de medidas de capacidad con que se realiza la reconstrucción, sin disminuir el área efectiva de los electrodos. Este esquema de medida se tratará con mayor detalle a lo largo de la memoria, puesto que se hará uso de ella para proponer nuevas estrategias de tomografía ECT.

Tamaño de los electrodos

A la hora de decidir el tamaño de los electrodos, hay que tener en cuenta dos variables: su longitud axial, en la dirección del eje del sensor, y su longitud radial, es decir, la superficie que ocupan del conducto donde se sitúa el sensor. La longitud radial de los electrodos determina la sensibilidad del sensor en la sección del dominio de interés que se pretende monitorizar, de modo que electrodos más anchos tienen una mayor sensibilidad, además de proporcionar valores de capacidad más altos y, por tanto, más fáciles de medir. Por otro lado, la longitud axial de los electrodos marca el espacio de sensibilidad [YAN99a] del sensor, es decir, aquella región a lo largo del eje del sensor en la que cambios en el flujo multifásico se reflejan en cambios de capacidad entre los electrodos. Este espacio debe ser lo más estrecho posible, de modo que el sistema se acerque al caso ideal de reconstrucción 2D, lo que implica electrodos cortos. Sin embargo, para electrodos demasiado cortos los efectos de borde del campo eléctrico son muy intensos, y la resolución axial se degrada, en lugar de mejorar, debido a la dispersión de las líneas de campo hacia el volumen del conducto (v. Figura 2.6). Este efecto se puede eliminar con el uso de electrodos de guardia, que mantienen el potencial eléctrico paralelo al electrodo, permitiendo que la longitud de éste se reduzca.

2.3.2. Electrónica de medida

Los datos experimentales de prototipos de sistemas ECT ya desarrollados, así como simulaciones numéricas, proporcionan valores de las capacidades entre los electrodos que componen el sensor entre 1 fF y 1000 fF [YAN94, LOS01], lo que supone que hay que medir capacidades muy pequeñas, para lo que se necesita una electrónica muy precisa y fiable. Además, en sistemas ECT hay tres fuentes principales de capacidades parásitas que pueden afectar la medida de capacidad:

- el cable que conecta el electrodo con el circuito de medida (en torno a 100 pF por metro de cable);
- los interruptores CMOS utilizados para seleccionar el modo del electrodo, como emisor o receptor (la capacidad de entrada de un interruptor CMOS es del orden de pF);
- la pantalla que rodea al sensor para aislarlo de ruido exterior, y que supone una capacidad parásita entre los electrodos y tierra.

La capacidad parásita total es de 150 pF aproximadamente, que es mucho mayor que los valores medidos. En la Figura 2.7 (a) se presenta el modelo equivalente de un sensor ECT de 4 electrodos, en el que las capacidades C_{s1} a C_{s4} representan las capacidades parásitas entre cada electrodo y tierra. En la misma figura, se puede observar cómo se traduce la presencia de estas capacidades parásitas en el circuito equivalente del sistema de medida.

Las capacidades parásitas pueden variar con el movimiento del cable, cambios de temperatura ambiente, y cambios en los campos eléctricos



Figura 2.7: (a) Modelo equivalente de un tomógrafo de 4 electrodos, (b) circuito equivalente del sistema de medida.

interiores y exteriores. Por tanto, los circuitos de medida de capacidad usados en sistemas ECT deben ser inmunes a las capacidades parásitas, es decir, éstas no deben tener efectos importantes en la medida.

La electrónica de medida comprende todos los elementos necesarios para obtener los valores de capacidad entre las distintas parejas de electrodos que componen el sensor, lo que incluye el generador de tensión AC utilizado para la excitación de los electrodos, la lógica para la selección del estado de los electrodos, el transductor de capacidad, el acondicionamiento y depurado de la señal, así como la conversión analógico-digital de los valores medidos, según se muestra en la Figura 2.8.

Los requerimientos mínimos que debe cumplir la electrónica de medida usada para sistemas ECT son:

- posibilidad de utilizar cada electrodo como transmisor (fuente) o como detector;
- medidas exactas de capacidades extremadamente pequeñas entre los



Figura 2.8: Diagrama de bloques de la electrónica de medida.

electrodos;

- mínimas interferencias de acoplamiento entre los canales de transmisión y recepción;
- inmunidad ante fuentes de ruido externas;
- insensibilidad ante diversos tipos de contaminación;
- posibilidad de calibración en los circuitos de transmisión y recepción.

Generador de tensión AC

En tomografía eléctrica de capacitancia, la medida de capacidad se basa en utilizar un electrodo como fuente de campo eléctrico, y otro como detector, de modo que midiendo la atenuación que el campo sufre a lo largo del camino entre los dos electrodos se puede obtener una estimación de la capacidad entre ellos. El electrodo fuente se conecta entonces a un generador de tensión AC, que proporciona una señal cuadrada o senoidal, según el transductor de capacidad que se vaya a utilizar [YAN96a, HUA88b], y de frecuencia y amplitud de acuerdo con el diseño del resto del sistema.

El oscilador puede estar integrado en la electrónica de medida como un módulo más o ser un elemento externo al sistema, de modo que conectando un generador comercial a la electrónica de medida realice la misma función.

Transductor de capacidad

El transductor de capacidad es la parte de la electrónica de medida que proporciona una señal eléctrica, corriente o tensión, proporcional al valor de la capacidad que se esté midiendo. Debe tener una alta resolución y sensibilidad, puesto que las capacidades entre los electrodos son del orden de decenas a centenas de fF, y además debe ser lo más inmunes posible a las capacidades parásitas del sistema. En el diseño del sistema se puede tener un único transductor que sea común a todos los electrodos, aunque para reducir las capacidades parásitas cada electrodo suele llevar asociado su propio transductor de capacidad. En la literatura existen distintos transductores propuestos [HUA88b], entre los que cabe destacar:

Circuito resonante

El método de resonancia [BEN82] es capaz de medir la capacidad desconocida en un amplio rango de frecuencias, desde unos pocos kHz hasta varios MHz. En la Figura 2.9 se muestran dos ejemplos de circuitos resonantes de medida de capacidad: en el circuito de la Figura 2.9 (a) la fuente de señal



Figura 2.9: Transductores de capacidad basados en el método resonante.

senoidal aplica una tensión de excitación V_1 al divisor de tensión formado por un condensador C_1 y un circuito LCG paralelo compuesto por una inductancia conocida L, la capacidad que se desea medir C_x y la pérdida G_x , así como las capacidades parásitas C_{s1} y C_{p1} (capacidad de entrada del voltímetro).

El circuito se sintoniza para resonar ajustando la frecuencia a f_r ; entonces la capacidad C_x se puede determinar de la ecuación siguiente:

$$(2\pi f_r)^2 L(C_1 + C_x + C_{s1} + C_{p1}) = 1$$
(2.24)

Este circuito es sensible a las capacidades parásitas C_{s1} y C_{p1} . Un método resonante inmune a ellas se muestra en la Figura 2.9 (b), donde la condición

de resonancia se ajusta por medio de un amperímetro. En esta configuración las dos capacidades parásitas no tienen efecto en la medida, ya que C_{s2} no interviene en la medida, y C_{s1} queda anulada por la impedancia de entrada del amperímetro.

Las medidas de capacidad utilizando este método requieren varios pasos de operación, tales como el ajuste de la frecuencia de resonancia, detección de la condición de resonancia y el cálculo del valor de la capacidad. Los primeros dos pasos se suelen realizar manualmente, por lo que este método no es apropiado para la monitorización continua de una variable física y por tanto no se utiliza en transductores de capacidad *on-line*.

Transductor de capacidad magnético

En la Figura 2.10 se presenta el transductor de capacidad magnético para sistemas ECT propuesto por Shao y Mong [SHA99]. El anillo magnético se introduce con una doble finalidad: la transformación de impedancias y el aislamiento del circuito de medida del de excitación, para obtener un buen rechazo a las interferencias del modo común. Gracias al uso del anillo magnético se puede diseñar el transductor para que su impedancia de entrada sea mucho menor que la impedancia de la capacidad parásita C_{s2} , de forma que ésta no tenga efecto sobre la medida.

La salida de este circuito es proporcional a la corriente que atraviesa la capacidad desconocida C_x , y que viene dada por la expresión (2.25):

$$I_{cx} = V_e \omega C_x \tag{2.25}$$



Figura 2.10: Transductor de capacidad magnético.

donde V_e es la tensión de excitación y ω es la frecuencia de la tensión AC. Entonces, la sensibilidad de la medida es:

$$\frac{\partial I_{cx}}{\partial c} = V_e \omega \tag{2.26}$$

De la ecuación (2.26) se desprende que se puede incrementar la sensibilidad del transductor aumentando tanto la amplitud de la señal de entrada como su frecuencia. Sin embargo, al elevar la frecuencia de entrada, disminuye la impedancia de la capacidad parásita C_{s2} , lo que puede llevar a la necesidad de un nuevo diseño del transductor.

Transductor derivador activo

Este tipo de transductor también surge de la necesidad de medir capacidades del orden de fF [HAR99]. Se basa en la utilización de la capacidad desconocida C_x como parte de un circuito derivador, tal como se muestra en



Figura 2.11: Transductor de capacidad derivador activo.

la Figura 2.11.

La señal de entrada del circuito V_i es una señal cuadrada. La salida de la primera etapa, resultado de derivar la señal cuadrada, es una serie de picos positivos y negativos, que se separan utilizando un detector de picos y luego son sumados a través de un amplificador diferencial. La suma de estos picos es independiente de la línea base de la señal de entrada de forma que la deriva de esta línea base no tiene influencia en la medida final. El valor de la capacidad desconocida será entonces:

$$C_x = \frac{V_{out}}{2R\left(\frac{\Delta V_{in}}{\Delta T}\right)} \tag{2.27}$$

La entrada inversora del amplificador operacional OP1 está a tierra virtual, así que la capacidad parásita del electrodo detector queda en cortocircuito y no afecta a la medida. Éste es por tanto un transductor totalmente inmune a las capacidades parásitas.



Figura 2.12: Transductor de capacidad de carga/descarga.

Transductor de carga/descarga

El primer sistema práctico de tomografía de capacitancia estaba basado en el circuito de carga/descarga, mostrado en la Figura 2.12 [END84]. Básicamente, la medida consiste en cargar la capacidad desconocida C_x a un voltaje fijo V_c y luego descargarla, mediante la apertura y cierre de los conmutadores CMOS $S_1 - S_4$. El ciclo de carga/descarga se controla con una señal de reloj de frecuencia programable f. Los pulsos sucesivos de descarga de la capacidad C_x se miden a través de un detector de carga basado en un amplificador operacional.

Si se elige una constante de tiempo de integración $T_f = R_f C_f$ y valor de Csuficientemente alto, la salida del circuito será una tensión DC proporcional al valor de la capacidad C_x en un amplio rango de frecuencias, desde 100 kHz hasta 5 MHz [HUA88c]:

$$V_3 = V_2 - V_1 = 2fV_c R_f C_x \tag{2.28}$$

En la práctica, el valor de la tensión V_c depende de la tensión de alimentación máxima permitida por los conmutadores CMOS. El valor máximo de la frecuencia está limitado por el transitorio generado en el electrodo detector como resultado de las altas frecuencias de conmutación. Un incremento en el valor de R_f conlleva un aumento de la sensibilidad del transductor, aunque también aumenta el ruido de la medida, por lo que se suele escoger un valor entre 10 y 100 k Ω . El valor de la capacidad de realimentación C_f se elige para ajustar el ancho de banda del transductor.

La mayor desventaja de este método reside en que la medida es dependiente de las capacidades parásitas, incluyendo las capacidades de los conmutadores CMOS, que se suman a las capacidades inherentes del sistema.

Circuito basado en AC

Los sistemas más recientes de tomografía de capacitancia eléctrica utilizan el transductor basado en AC [YAN01b, GON05] cuyo esquema se muestra en la Figura 2.13. En este circuito se utiliza una señal senoidal V_i para excitar el electrodo fuente, de modo que se genera una corriente AC que atraviesa el dominio de interés y es recogida por el electrodo detector. El amplificador operacional, realimentado negativamente a través de C_f y R_f , convierte esta corriente en una señal de tensión AC a su salida. La realimentación dominante es la capacitiva, sin embargo hay que añadir la resistencia R_f para evitar que el amplificador se sature debido a corrientes de *offset* a su entrada.


Figura 2.13: Transductor de capacidad basado en AC.

La salida de este circuito es:

$$V_o = \frac{j\omega C_x R_f}{1 + j\omega C_f R_f} V_i \tag{2.29}$$

donde ω es la frecuencia angular de la señal senoidal. Si se selecciona un valor alto de R_f , tal que se verifique $|j\omega C_f R_f| >> 1$, la expresión (2.29) se puede simplificar como:

$$V_o = -\frac{C_x}{C_f} V_i \tag{2.30}$$

Para asegurar la condición anterior conviene utilizar una frecuencia de excitación alta, aunque ésta vendrá limitada por el ancho de banda del amplificador operacional [GAM01].

Por tanto el transductor de capacidad basado en AC produce una tensión de salida AC proporcional a la capacidad desconocida C_x . Como se observa en la Figura 2.13, la capacidad parásita C_{s1} no tiene efecto en la medida, ya que la tensión V_i se aplica directamente sobre el electrodo fuente, y la capacidad C_{s2} queda en cortocircuito, ya que el electrodo detector está conectado a tierra virtual, gracias a la realimentación negativa del



Figura 2.14: Compensación con offset DC.

amplificador operacional. Por tanto este transductor es totalmente inmune a las capacidades parásitas.

Acondicionamiento de señal

En los sistemas ECT, las capacidades estáticas pueden ser mucho mayores que los cambios de capacidad que se producen por el flujo de materiales dieléctricos. Es usual en los sistemas de medida eliminar el valor de las capacidades en equilibrio y trabajar sólo con los cambios de capacidad. Hay dos estrategias típicas para este propósito: compensación con *offset* DC y compensación por realimentación AC [YAN96a].

En la Figura 2.14 se representa un sistema ECT con compensación con offset DC. Como en casi todos los sistemas de tomografía de capacitancia, cada electrodo lleva asociado su propio circuito de medida.

Las salidas de los circuitos de medida de capacidad se envían a un amplificador a través de un multiplexor (MUX). Con un convertidor digitalanalógico (DAC) se genera una señal de *offset* que se resta a la medida



Figura 2.15: Compensación por realimentación AC.

en un amplificador diferencial. Este *offset* se corresponde con la medida de capacidad en equilibrio, de modo que la salida del amplificador diferencial es una medida de la variación de capacidad por el paso del flujo por el sensor. La señal se amplifica y digitaliza a continuación, y es recogida por el microprocesador.

Para cada pareja de electrodos se debe generar un valor de *offset* distinto. Estos valores se obtienen en una primera calibración, en la que se miden y almacenan las capacidades en equilibrio de todas las parejas de electrodos.

Si se utiliza como transductor de capacidad el circuito basado en AC, la capacidad en equilibrio puede compensarse en la primera etapa, como se muestra en la Figura 2.15, en el esquema de la compensación por realimentación AC.

Un generador de señal proporciona la señal sinusoidal y una señal cuadrada de referencia. El amplificador operacional genera una señal alterna cuya amplitud es proporcional a la capacidad entre los electrodos C_x . Tras ser amplificada, esta señal se introduce en un demodulador sensible a fase (*Phase Sensitive Demodulator*, PSD). La señal cuadrada procedente del generador se retrasa mediante un desplazador de fase para ajustar las fases y se utiliza para activar el PSD. De esta forma, a su salida se tiene una señal con componentes en continua y alterna. Tras filtrar las componentes en alterna con un filtro paso-baja, la tensión DC resultante representa la capacidad medida.

Mediante un DAC y un multiplicador de cuatro cuadrantes se puede compensar digitalmente el valor de la capacidad en equilibrio: el convertidor digital-analógico genera un valor analógico que se multiplica con la señal sinusoidal de excitación para obtener una señal de amplitud variable, en oposición de fase con la excitación aplicada a la capacidad C_x . Esta señal se aplica a la capacidad C_b para compensar el valor de C_x en equilibrio.

Este método de compensación es similar a la compensación en un puente convencional AC. En el puente, la compensación se obtiene ajustando una impedancia de calibración, mientras que en el circuito compensado por realimentación AC, la compensación se busca variando la amplitud aplicada a una capacidad de calibración fija. Con la capacidad en equilibrio entre los electrodos ya compensada, el transductor basado en AC puede proporcionar a su salida únicamente los cambios en la capacidad.

2.3.3. Estrategias de medida

En la estrategia de medida se deciden los protocolos que se van a seguir para la selección de electrodos fuente y de detección. Esta elección no es trivial, puesto que afectan a la sensibilidad y velocidad del sistema. El método más común consiste en seleccionar un electrodo como fuente y otro como detector, de manera sucesiva a lo largo de la circunferencia del sensor. El resto de electrodos se dejan flotantes y no intervienen en la medida. En



Figura 2.16: Comparación de medidas en un sistema ECT de 16 electrodos.

otra estrategia también habitual en los sistemas comerciales, se selecciona un electrodo como fuente y todos los demás se utilizan como detectores. La principal ventaja de este método es que en un único paso se pueden medir varias capacidades, mientras que en el anterior sólo se obtiene una medida en cada paso. Por tanto, es un sistema mucho más rápido que el primero. A cambio, los valores que se obtienen de las capacidades son mucho menores [LOS01], como se muestra en la Figura 2.16. Esta disminución en el valor de las capacidades se debe a que, al actuar todos los electrodos (salvo el electrodo fuente) como detectores, las líneas de campo eléctrico se absorben en todos ellos, y la carga inducida se reparte.

Frente a estas estrategias tradicionales de excitación simple, se han desarrollado otras técnicas de excitación múltiple, en las que coexisten en una misma medida varios electrodos fuente, que pueden excitarse con la misma o con distintas señales. Estas estrategias surgen del estudio de las cargas que se inducen en los distintos electrodos cuando se hace el balance de cargas y tensiones en el sistema de conductores que conforma el sensor:

$$q_{1} = c_{11}v_{1} + c_{12}v_{2} + \dots + c_{1n}v_{n}$$

$$q_{2} = c_{21}v_{1} + c_{22}v_{2} + \dots + c_{2n}v_{n}$$

$$\dots$$

$$q_{n} = c_{n1}v_{1} + c_{n2}v_{2} + \dots + c_{nn}v_{n}$$
(2.31)

donde q_i es la carga inducida en el electrodo i, c_{ii} es la autocapacitancia del electrodo y los c_{ij} , con $i \neq j$, son las capacidades mutuas. De la ecuación (2.31) es evidente que si se aplican potenciales de excitación simultáneamente a más de un electrodo, se pueden obtener cargas mayores en los electrodos, aunque ya no serán una medida directa de las capacidades entre los electrodos.

Aplicando un conjunto apropiado de tensiones de excitación, es posible incrementar la sensibilidad del sistema, así como su relación señal-ruido, aunque el tratamiento de las señales recibidas se complica de manera considerable [GAM02]. Aunque esta técnica de excitación multielectrodo no es muy usada en tomografía eléctrica de capacitancia, sí es frecuente encontrarla en otros sistemas de tomografía, como la tomografía eléctrica de resistencia (*Electrical Resistance Tomography*, ERT) [ISA86, HUA92].

Un problema común en los sistemas de tomografía ECT es la baja sensibilidad en el centro del sensor. Es conocido que la sensibilidad del sistema más alta se obtiene en la región más cercana a la pared del conducto,



Figura 2.17: Líneas equipotenciales en excitación multielectrodo.

mientras que los elementos del flujo situados en el centro son difíciles de detectar [XIE93]. Algunas técnicas de excitación múltiple de electrodos intenta resolver este inconveniente, como la propuesta por Yang en 1997 [YAN97]. La idea consiste en establecer un patrón de tensiones de excitación en distintos electrodos del sensor tal que las líneas de potencial eléctrico del campo generado sean paralelas entre sí y de igual intensidad a lo largo del dominio de interés, como se muestra en la Figura 2.17. Aunque en el trabajo de Yang se consiguió establecer el patrón necesario para generar líneas de campo de igual intensidad en el interior del sensor, se demostró que la sensibilidad del sensor no es función del campo eléctrico establecido, y con esta estrategia de medida no se consiguieron mejores resultados que con las técnicas convencionales.

Tal como se expuso en la sección anterior, el número de electrodos que componen el sensor es un parámetro crítico de diseño, ya que el número máximo de medidas independientes de capacidad que se pueden realizar depende del número de electrodos disponible para formar las distintas combinaciones posibles. De este modo, un mayor número de electrodos implica un mayor número de medidas, lo que resulta en una mejor calidad de la reconstrucción de distribuciones final. Sin embargo, para un valor fijo del radio del sensor, un aumento en el número de electrodos conlleva inevitablemente una disminución en su superficie, lo que se traduce en valores más bajos de la capacidad entre ellos. Esto supone un problema a la hora de medir estas capacidades, ya de por sí muy pequeñas.

Existe una estrategia de diseño de sensores de tomografía cuyo objetivo es aumentar el número de medidas de capacidad que se pueden obtener para una reconstrucción, sin disminuir el área de los electrodos de medida. Esta estrategia es conocida como segmentación. La segmentación se basa en la utilización de electrodos divididos en segmentos, que se pueden asociar de diversas formas, con el objetivo de conformar electrodos de una mayor superficie, pero permitiendo rotaciones en pasos más pequeños que el electrodo completo [BYA01, ALM07].

En la Figura 2.18 se muestra un esquema de esta técnica. Los segmentos individuales se agrupan con sus vecinos adyacentes en un número variable, para formar dos electrodos de medida. Cuando se mide la capacidad entre ellos, se agrupan en una nueva disposición en la que se deja fuera un segmento y se une el siguiente, siguiendo siempre la misma dirección de rotación. Esta configuración es la que se conoce como sensor segmentado. Con esta técnica se consigue incrementar el número de medidas, ya que se dispone de un mayor número de electrodos (configuraciones de los segmentos) sin reducir el valor de las capacidades, puesto que al unirse los segmentos se comportan como un único electrodo de gran superficie.



Figura 2.18: Asociación de segmentos en un sensor segmentado.

Por convenio, se conoce como protocolo 2 a la asociación de segmentos en parejas, protocolo 3 a la asociación en tríos, protocolo 4 a la asociación en grupos de cuatro, etc. [BYA01].

2.4. Reconstrucción de imágenes

Tal como se expuso anteriormente, el propósito de la tomografía eléctrica de capacitancia consiste en la obtención de imágenes en las que se presente la distribución instantánea de las fases en el interior del conducto por el que circula el flujo bifásico. Las técnicas de reconstrucción tomográfica se basan esencialmente en la comparación de las variaciones de la capacidad entre los electrodos con los cambios predichos por modelos previamente establecidos del sensor. Estos modelos se generan mediante métodos numéricos, como el método de elementos finitos o las diferencias finitas, de los que ya se ha hablado en secciones anteriores.

Existen dos grandes problemas computacionales en ECT: el problema

directo y el problema inverso. El problema directo consiste en hallar las capacidades entre los electrodos para una distribución de permitividad concreta, por ejemplo, resolviendo las ecuaciones en derivadas parciales que gobiernan el proceso. El problema inverso supone reconstruir la distribución de fases dada a partir de los valores de capacidad obtenidos, es decir, la reconstrucción de la imagen. Los métodos actuales de reconstrucción incluyen también la resolución del problema directo.

La relación entre la capacidad y la distribución de permitividad viene dada por la siguiente expresión:

$$C = \frac{Q}{V} = -\frac{1}{V} \int \int_{\Gamma} \varepsilon(x, y, z) \nabla \phi(x, y, z) d\Gamma$$
(2.32)

donde Q es la carga de los electrodos, V es la diferencia de potencial entre ellos $\varepsilon(x, y, z)$ es la distribución en el volumen de la permitividad eléctrica, $\phi(x, y, z)$ es el potencial eléctrico y Γ es la superficie del electrodo.

Por tanto, la capacidad entre las distintas combinaciones de los electrodos se puede considerar como una funcional de la distribución de permitividad:

$$C = \xi(\varepsilon) \tag{2.33}$$

El cambio en la capacidad producido por una perturbación en la distribución de la permitividad viene dado como:

$$\Delta C = \frac{d\xi}{d\varepsilon} (\Delta \varepsilon) + O((\Delta \varepsilon)^2)$$
(2.34)

donde $\frac{d\xi}{d\varepsilon}$ es la sensibilidad de la capacidad frente a cambios en la distribución de permitividad, y $O((\Delta \varepsilon)^2)$ representa $(\Delta \varepsilon)^2$ y términos de orden superior.

En aplicaciones usuales de tomografía eléctrica de capacitancia, el término $\Delta \varepsilon$ suele ser muy pequeño. Si se desprecian los términos cuadrático y superiores de la variación de la permitividad, la ecuación (2.34) se puede simplificar a una forma lineal:

$$\Delta C = s \Delta \varepsilon \tag{2.35}$$

siendo $s = \frac{d\xi}{d\varepsilon}$ la sensibilidad del sensor a cambios en la constante dieléctrica del flujo.

La ecuación (2.35) tiene que ser discretizada para su implementación. Con el fin de visualizar la distribución de permitividad, el área de interés se divide en N_p píxeles, generalmente del orden de 1000 [YAN03]. De la expresión (2.23) se tiene que para un sensor de N electrodos, el número de medidas independientes de capacidad es M = N(N-1)/2, lo que proporciona Mecuaciones de la forma de (2.35). La forma linealizada y discreta del problema directo se puede expresar ahora como:

$$\Delta C_{M \times 1} = \int_{M \times N_p} \times \mathop{\varepsilon}_{N_p \times 1}$$
(2.36)

donde J es la matriz jacobiana, es decir, la matriz de distribución de sensibilidad, que contiene un mapa de sensibilidad por cada pareja de electrodos.

Mediante este tratamiento, el problema directo, no lineal, ha sido reducido a una forma simple lineal. Ésta satisface la mayoría de aplicaciones, en las que ocurren pequeños cambios o perturbaciones en la constante dieléctrica. Comúnmente, la ecuación (2.36) se suele escribir en una forma normalizada [XIE92]:

$$\lambda = Sg \tag{2.37}$$



Figura 2.19: Mapas de sensibilidad para dos parejas de electrodos (a) adyacentes y (b) opuestos.

donde λ es el vector de medidas normalizadas, S es la matriz jacobiana de capacidad normalizada respecto a permitividad normalizada, es decir, la sensibilidad del sensor, y g es el vector normalizado de permitividad, es decir, los niveles de intensidad de los píxeles para la visualización.

La matriz S contiene M mapas de sensibilidad, correspondientes a las M medidas posibles de capacidad independientes para n electrodos. En la Figura 2.19 se muestran dos distribuciones o mapas de sensibilidad típicos, correspondientes a parejas de electrodos adyacentes y opuestos, donde se observa que las regiones de mayor sensibilidad dentro de la sección transversal del conducto son aquéllas más cercanas a los electrodos, mientras que las zonas alejadas de ellos tienen una baja sensibilidad o respuesta al paso de elementos de distinta permitividad.

Existen dos complicaciones a la hora de resolver la ecuación (2.37). En primer lugar, este sistema está indeterminado puesto que el número de variables N (el número de píxeles) suele ser mucho mayor que el número de ecuaciones M (el número de medidas de capacidad que se realizan). Por tanto, la solución no es única. En segundo lugar, la ecuación (2.37) es inherentemente inestable, y su solución es sensible a pequeñas perturbaciones de λ . Además, la matriz S no es realmente constante, aunque se tome como tal, sino que varía según las distribuciones de permitividad.

Los distintos algoritmos de reconstrucción de imagen tratan de resolver la expresión (2.37). En la literatura se encuentran distintos métodos de reconstrucción aplicados a ECT [ISA96, YAN03]. En general, los algoritmos se pueden clasificar en dos grandes grupos, los iterativos y los no iterativos.

2.4.1. Métodos no iterativos

Linear back projection

El método de reconstrucción *linear back projection* (LBP) es el más simple y rápido. Fue el primer algoritmo utilizado en sistemas de tomografía eléctrica de capacitancia [XIE92]. Si en la ecuación (2.37) se pudiera despejar directamente el vector de distribución de permitividad g, se obtendría:

$$g = S^{-1}\lambda \tag{2.38}$$

Sin embargo, la matriz inversa S^{-1} no existe, y la expresión (2.38) debe modificarse. Si S se considera como una transformación lineal del espacio del vector de permitividad al espacio del vector de capacitancia, S^T debe verse como el transformación inversa, dando una solución aproximada:

$$g^* = S^T \lambda \tag{2.39}$$

Una expresión normalizada de (2.39) es:

$$g^* = \frac{S^T \lambda}{S^T u_\lambda} \tag{2.40}$$

donde u_{λ} es un vector identidad.

Aunque matemáticamente este algoritmo no es exacto, el método LBP es ampliamente usado para monitorización de procesos *on-line*, debido a su sencillez y rapidez. Sin embargo, produce imágenes de baja calidad y sólo puede proporcionar información cualitativa. Para mejorar estos aspectos, es necesario hacer uso de algoritmos de reconstrucción más complejos.

Descomposición en valores singulares

Si se consideran errores en las medidas, la ecuación (2.37) queda como:

$$\lambda + e = Sg \tag{2.41}$$

siendo *e* el vector de error. Un método común de obtener la solución de (2.41) consiste en buscar la mínimización de errores cuadrados, es decir, minimizar $\frac{1}{2} \parallel Sg - \lambda \parallel$, de lo que resulta:

$$S^T S g = S^T \lambda \tag{2.42}$$

Si la inversa de $S^T S$ existe, la solución del problema se obtiene directamente de (2.42):

$$g^* = (S^T S)^{-1} S^T \lambda \tag{2.43}$$

Sin embargo, la existencia de $(S^TS)^{-1}$ no está garantizada en muchos casos, ya que el número de píxeles es normalmente mucho mayor que el número de medidas. La descomposición en valores singulares proporciona un método para obtener una solución de (2.37) directamente. Si el rango de S es p, se puede descomponer como:

$$S = U\Sigma V^T \tag{2.44}$$

donde

$$U = [u_1, u_2, ..., u_M]$$

$$V = [v_1, v_2, ..., v_N]$$

$$\Sigma = diag[\delta_1, \delta_2, ..., \delta_p]$$
(2.45)

siendo U una matriz ortogonal de dimensión $M \times M$, V una matriz ortogonal de dimensión $N \times N$ y Σ una matriz $M \times N$ con todos sus elementos igual a cero salvo los de la diagonal principal, cuyos elementos $\delta_1, \delta_2, ..., \delta_p$ son p valores singulares de S.

La solución de (2.37) puede escribirse ahora como:

$$g^* = V \Sigma^{-1} U^T \lambda \tag{2.46}$$

donde se toma $V\Sigma^{-1}U^T$ como la pseudoinversa de S [HUA04].

Regularización de Tikhonov

Un principio general para tratar con la inestabilidad del problema en la ecuación (2.43) consiste en la regularización [DEM89], que se basa principalmente en cambiar la noción de solución. La estimación de g ya no es la que minimiza el criterio de mínimos cuadrados, sino un criterio compuesto en el que se añade un término *a priori* al término de mínimos cuadrados para formar la siguiente función de coste:

$$J(g) = (\lambda - gS)^T (\lambda - gS) + Q(g)$$
(2.47)

La idea fue introducida por primera vez por Tikhonov [TIK77] con una función Q(g) escogida como un criterio cuadrático de la forma $Q(g) = \alpha g^T g$. Introduciendo este término en la ecuación (2.47), ésta queda como:

$$J(g) = (\lambda - gS)^T (\lambda - gS) + \alpha g^T g$$
(2.48)

Esto lleva a la siguiente expresión para la estimación de la distribución de permitividad:

$$g^* = \lambda S^T (SS^T + \alpha I)^{-1} \tag{2.49}$$

donde I es una matriz identidad de dimensión p. El factor α es un parámetro de ajuste que controla la ponderación del término *a priori* respecto del término de mínimos cuadrados. Su elección es muy importante para obtener una buena calidad de reconstrucción; un valor alto de α puede enmascarar la información del sistema físico, mientras que un valor muy pequeño hace que no tenga efecto sobre el algoritmo. En la práctica, el valor para este parámetro se suele escoger empíricamente.

La ecuación (2.49) difiere de la (2.43) únicamente en la matriz que hay que invertir. Puesto que la matriz identidad I es definida positiva y el parámetro α es positivo, la matriz que se debe invertir en (2.49) debería tener un mejor comportamiento que en el caso sin regularización. Por tanto, la información *a priori* ayuda a estabilizar el sistema y la ecuación dada por (2.49) es estable.

2.4.2. Métodos iterativos

Debido a la no linealidad existente en la relación entre la distribución de permitividad y la capacidad entre dos electrodos, es realmente difícil llegar a una solución exacta en un solo paso mediante algoritmos no iterativos basados en un modelo lineal simplificado. Para mejorar la calidad de la imagen reconstruida, el problema inverso descrito por la ecuación (2.38) debe resolverse de forma iterativa. Los algoritmos iterativos desarrollados y aplicados en tomografía eléctrica de capacitancia se basan en el cálculo de las capacidades a partir de la distribución de permitividad de la imagen actual, y luego reconstruir una nueva imagen a partir de la diferencia entre las capacidades medidas y las calculadas. Este proceso se repite hasta que se alcanza un grado de calidad de la reconstrucción aceptable.

El cálculo de las capacidades y la reconstrucción de la imagen en cada paso es un proceso lento, y el número de iteraciones que hay que implementar hasta obtener una convergencia del algoritmo hace que estos métodos sean inviables en la monitorización de procesos *on-line*, y su aplicación se limita al estudio de procesos *a posteriori*.

En la literatura se describen numerosos algoritmos iterativos para reconstrucción de imágenes ECT, entre los que cabe destacar los siguientes.

Linear back projection iterativo

Este método se basa en el uso de las ecuaciones (2.37) y (2.39). La idea consiste en utilizar ambas ecuaciones de forma alternativa para corregir el conjunto de capacidades y el vector de intensidad de los píxeles g y obtener, por tanto, una reconstrucción más exacta de la distribución de permitividad.

Al conjunto de capacidades medidas λ_1 , se aplica una fórmula de corrección dada por:

$$\lambda_{corr} = \frac{R\lambda_1}{1 + \lambda_1(R - 1)} \tag{2.50}$$

donde R es la razón entre las permitividades (R > 1) de los dos materiales usados para la calibración.

A partir de estos valores corregidos de las capacidades normalizadas se obtiene una primera estimación de la distribución de la permitividad g_1^* , aplicando (2.39). Con ella, se obtiene un nuevo conjunto de capacidades mediante la expresión (2.37):

$$\lambda_2 = Sg_1^* \tag{2.51}$$

El error en los valores de las capacidades viene dado como $\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1$. Utilizando de nuevo la expresión (2.39), se obtiene el error en la reconstrucción:

$$\Delta g^* = S^T \Delta \lambda \tag{2.52}$$

A partir de estos valores se obtiene una nueva reconstrucción de la imagen:

$$g_2^* = g_1^* - \Delta g^* \tag{2.53}$$

Los pasos (2.51) a (2.53) se van repitiendo actualizando los valores de λ_k y g_k^* hasta alcanzar un nivel de reconstrucción apropiado [PTL99].

Método de Newton-Raphson

El método de Newton-Raphson supone un enfoque iterativo que fue ideado primeramente para encontrar las raíces de funciones no lineales. Para reconstrucción de imágenes en ECT, se supone que F es la función de transformación desde la distribución de permitividad g y las medidas de capacidad λ :

$$\lambda = F(g) \tag{2.54}$$

La solución de (2.54) se puede obtener al minimizar el error cuadrático entre la capacidad medida y la capacidad estimada de la imagen, es decir, F(g):

$$e = \frac{1}{2} (F(g) - \lambda)^T (F(g) - \lambda)$$
(2.55)

La solución de (2.54) se obtiene al derivar (2.55) con respecto a la permitividad y buscar sus raíces. Haciendo esto se obtiene la solución [YAN03, WEN96]:

$$g_{k+1}^* = g_k^* - [(F'(g_k^*))^T (F'(g_k^*))]^{-1} [(F'(g_k^*))^T (F'(g_k^*)) - \lambda]$$
(2.56)

donde $F'(g_k^*) = \frac{\partial F}{\partial g^*}$ es la llamada matriz Jacobiana y $F(g_k^*)$ es la matriz de capacidades, que están asociadas a la distribución actual de permitividad g_k^* .

Una forma más simple de (2.56) es:

$$g_{k+1}^* = g_k^* - (S_k^T S_k)^{-1} S_k^T (\lambda_k - \lambda)$$
(2.57)

siendo S_k la matriz de sensibilidad (es decir, la matriz Jacobiana) y λ_k la matriz de capacidades.

Sin embargo, la expresión anterior se encuentra con el mismo problema que (2.43), y es que la matriz $(S_k^T S_k)^{-1}$ no existe. Al igual que se hizo en la sección anterior, la ecuación (2.57) se puede regularizar por el método de Tikhonov, añadiendo un término de la forma γI a $S_k^T S_k$, siendo I la matriz identidad y γ un escalar positivo, de manera que la suma resulte en una matriz invertible. Así, la expresión (2.57) se reescribe como:

$$g_{k+1}^* = g_k^* - (S_k^T S_k + \gamma I)^{-1} S_k^T (\lambda_k - \lambda)$$
(2.58)

Para ahorrar tiempo de cálculo, se simplifica la expresión anterior tomando la matriz de sensibilidad como constante, de modo que no haya que actualizarla en cada iteración. Además, la matriz de capacidades se obtiene en cada paso como el producto de la matriz de sensibilidad y la reconstrucción actual de la distribución de permitividad, es decir $\lambda_k = Sg_k^*$. De esta forma, se tiene:

$$g_{k+1}^* = g_k^* - (S^T S + \gamma I)^{-1} S^T (S g_k^* - \lambda)$$
(2.59)

En la literatura existente, este método se conoce también como regularización de Tikhonov iterativa [HAN98, ZHA02].

Método de Landweber

El método iterativo de Landweber es una variación del método de máximo gradiente, que se usa ampliamente en teoría de optimización. El objetivo es encontrar el valor de g que minimice la funcional f dada por:

$$f(g) = \frac{1}{2}(Sg - \lambda)^T(Sg - \lambda) = \frac{1}{2}(g^T S^T Sg - 2g^T S^T \lambda + \lambda^T \lambda)$$
(2.60)

El gradiente de f(g) se calcula simplemente como:

$$\nabla f(g) = S^T S g - S^T \lambda = S^T (S g - \lambda) \tag{2.61}$$

El método de máximo gradiente elige la dirección en que f(g) disminuye más rápidamente como la nueva dirección de búsqueda para la próxima iteración. Esta dirección es la opuesta al gradiente de f(g) en el punto actual. El procedimiento de iteración es entonces:

$$g_{k+1}^* = g_k^* - \alpha_k \nabla f(g_k^*) = g_k^* - \alpha_k S^T(Sg_k^* - \lambda)$$
(2.62)

donde α_k es un escalar positivo, que decide el tamaño de paso en la iteración *k-esima*. La elección de un valor óptimo para α_k requiere más tiempo de cálculo en el algoritmo, por lo que se suele simplificar escogiendo un valor fijo al comienzo del proceso. Entonces, la expresión para el método de Landweber iterativo es:

$$g_{k+1}^* = g_k^* - \alpha S^T (Sg_k^* - \lambda)$$
(2.63)

El primer valor para la distribución de permitividad, g_0^* , se puede obtener con cualquiera de los métodos de reconstrucción no iterativos, como el LBP, por ejemplo.

El problema con este método es que su convergencia es muy lenta y son necesarias muchas iteraciones para alcanzar una calidad de reconstrucción aceptable [YAN99c]. Para acelerar su convergencia, se propone un precondicionamiento [STR74], de modo que la expresión (2.63) se reescribe como:

$$g_{k+1}^* = g_k^* - \alpha D S^T (S g_k^* - \lambda)$$
(2.64)

donde D es la matriz de precondicionamiento. Existen muchas formas posibles para esta matriz. Si se escoge una matriz diagonal y se descompone la matriz S en valores singulares, la solución del método iterativo viene dada por:

$$g_{k}^{*} = \sum_{j=1}^{p} [1 - (1 - \alpha d_{j} \sigma_{j}^{2})^{k}] \frac{u_{j}^{T} \lambda}{\sigma_{j}} v_{j}$$
(2.65)

siendo p el rango de la matriz S, σ_j es el j - esimo valor singular de S, u y v son los vectores singulares resultado de la descomposición de S y d_j es el elemento j de la diagonal principal de la matriz D [GEN05].

El método de Landweber es el algoritmo iterativo más utilizado para reconstrucción de imágenes en ECT, ya que es el que genera imágenes de mayor calidad.

Técnica de reconstrucción algebraica

El método de reconstrucción algebraica (*Algebraic Reconstruction technique*, ART) es un algoritmo muy utilizado en tomografía computerizada con rayos X, aunque también se ha aplicado a ECT. Es simple y efectivo, especialmente cuando el sistema matricial es muy grande. La fórmula iterativa de ART para la reconstrucción de imágenes en ECT basada en la ecuación (2.37) es:

$$g_k^* = g_{k-1}^* - \frac{s_k g_{k-1-\lambda_k}^*}{s_k s_k^T} s_k^T$$
(2.66)

donde s_k es la fila k-ésima de la matriz de sensibilidad $S \ge \lambda_k$ es el elemento k del vector de medidas λ .

El problema de este método es que es sensible a ruido en las medidas. Como sólo se utiliza un conjunto de medidas de capacidad en cada iteración, puede que no haya convergencia si las medidas contienen un error significativo. Para solventar este problema, se proponen variaciones al método, tal como la técnica de reconstrucción algebraica direccional [KIM06], basada en sustituir la matriz de sensibilidad por unas matrices de ponderación obtenidas al considerar el camino de las líneas de campo entre los electrodos fuente y detector.

2.4.3. Reconstrucción mediante redes neuronales

Las redes neuronales artificiales se componen de elementos de procesado individuales llamados neuronas, que se organizan en distintas capas y comunicados entre ellos [SVO97]. Una red neuronal tiene la propiedad de ser un aproximador universal, es decir, para cualquier relación funcional de grado arbitrario existe una red neuronal que la aproxima. Además, las redes neuronales son robustas frente al ruido y capaces de predecir y extrapolar información escondida en los datos de entrenamiento, una habilidad conocida como aprendizaje de la red neuronal [CHA00]. Por estas razones, las redes neuronales artificiales constituyen una alternativa atractiva para la resolución de problemas no lineales.

Una red neuronal multicapa consiste en un número de neuronas organizadas en distintas capas, como se muestra en la Figura 2.20. Cada neurona tiene asignado un peso específico, y se conecta a todas las neuronas de las capas adyacentes. El valor de cada peso específico representa la relevancia de la conexión particular en la estructura de la red. La salida de cada neurona se registra en una función de transferencia. En redes multicapa con realimentación, la salida de cada neurona es función de las neuronas de capas anteriores, de la forma:

$$O_{i}^{l} = f_{\Sigma} \left(b_{i}^{l} + \sum_{j=1}^{n} W_{ij}^{l} O_{j}^{l-1} \right)$$
(2.67)

donde i y j son los números de neurona y capa, respectivamente, b_l es un termino añadido a cada entrada, W_{ij}^l es el peso específico de la conexión



Figura 2.20: Red neuronal multicapa.

entre la salida de la neurona j de la capa anterior a la capa considerada en el instante actual, y la entrada de la neurona i de la capa actual l, O_j^{l-1} es la salida de la neurona j en la capa previa l - 1 y f_{Σ} es la llamada función de activación, y suele tomarse como una función logística [WAR01]:

$$f_{\Sigma}(x) = \frac{1}{1 + exp(-\alpha x)} \tag{2.68}$$

siendo α un factor de paso de ganancia que determina la anchura y pendiente de la curva.

Introduciendo esta forma para la función de activación, la salida de las neuronas dada por (2.67) queda de la forma:

$$O_{i}^{l} = \frac{1}{1 + exp\left(-\alpha\left(b_{i}^{l} + \sum_{j=1}^{n} W_{ij}^{l}O_{j}^{l-1}\right)\right)\right)}$$
(2.69)

Para obtener la distribución de fases, se asignan los valores normalizados de permitividad g_j^* a las salidas de las neuronas:

$$g_j^* = f_{\Sigma}(u_j) \tag{2.70}$$

donde u_j es la variable interna de estado de la neurona j.

Los algoritmos de reconstrucción de imágenes en ECT buscan la solución del problema estableciendo alguna condición de optimización sobre el sistema, como puede ser máxima entropía o mínimo error cuadrático entre los valores medidos y estimados de capacidad [MAR06a]. La gran desventaja de los algoritmos basados en redes neuronales es que el tiempo necesario para el entrenamiento de las redes es muy alto, y se necesitan cientos o miles de reconstrucciones de distribuciones de permitividad conocidos hasta que el sistema adquiere toda la información necesaria para obtener imágenes de distribuciones desconocidas. Para ello, es necesario tener un conocimiento *a priori* del sistema (modelos de distribución conocidos), lo que hace de este un sistema impracticable cuando esta información no es accesible. Sin embargo, si la red está bien entrenada, los algoritmos son muy rápidos, y se obtienen imágenes de mucha más calidad que los proporcionados por los algoritmos de reconstrucción no iterativos [ZHA05].

2.5. Conclusiones

En este capítulo se ha abordado un análisis en profundidad del estado de la técnica en tomografía eléctrica de capacitancia. Se han recogido las características que influyen en la selección del sensor, los requisitos que debe cumplir la electrónica destinada a medir las capacidades que surgen entre los distintos pares de electrodos del sensor, y las propiedades de los distintos algoritmos de reconstrucción de imagen. Asimismo, se ha hecho una descripción del método de simulación numérica basada en elementos finitos. Se han introducido, por tanto, las herramientas y criterios necesarios para la elección de un diseño concreto a la hora de implementar un sistema de tomografía de capacitancia.

A la vista de los argumentos expuestos a lo largo de este capítulo, se deduce que un sensor de tomografía consistente en 12 electrodos proporciona un buen compromiso entre resolución espacial, que depende del número de electrodos, y velocidad del sistema, que es inversamente proporcional a aquel. Un sistema de protección consistente en la incorporación de electrodos de guardia superiores e inferiores a los electrodos de medida es una buena elección para completar el sensor, ya que aumenta la resolución y linealidad del sensor. Por tanto, estas son las características que definirán un sensor ECT de estudio, para el que se evaluará la influencia de los distintos parámetros de diseño (tamaño, presencia de guardas, etc.) en el siguiente capítulo. Para llevar a cabo este estudio, se implementará la técnica de simulación por elementos finitos descrita en la última parte de este capítulo, aplicándola a resolver la ecuación de Laplace que define el campo electrostático en el caso concreto de un sensor ECT determinado.

Se ha hecho también un repaso de los algoritmos de reconstrucción de imagen más comunes, aunque no los únicos, entre los cuales cabe destacar el llamado *Linear Back Projection*, por ser el más simple y, por tanto, el más rápido de todos ellos, apropiado para la aplicación *on-line* de tomografía ECT. Este algoritmo se utilizará en repetidas ocasiones en los siguientes capítulos, para evaluar el efecto que tienen los distintos aspectos de diseño y medida en tomografía ECT que van a ser objeto de estudio sobre la calidad de la imagen final reconstruida.

Simulación, modelado y optimización de sensores ECT

3.1. Introducción

CAPITULO 3

En tomografía eléctrica de capacitancia, una de las etapas más críticas en la fase de diseño es el estudio del sensor. Como se explicó en el capítulo 2, un sensor ECT está formado por un número determinado de electrodos que se colocan rodeando el conducto por el que circula el flujo bifásico, y entre los cuales se toman las medidas de capacidad.

El número de electrodos, su tamaño, el uso de electrodos de guardia, la distancia de la pantalla, etc, son parámetros de diseño que influyen en gran medida en la respuesta del sensor, entendiendo por respuesta el valor de las capacidades entre los electrodos, así como la sensibilidad del sensor a cambios en la distribución espacial de permitividad. En el diseño del sistema ECT se hace necesaria una evaluación y optimización de todas estas variables para obtener la mejor respuesta del sensor, permitiendo así un diseño más fácil de la electrónica de medida que sigue a esta primera etapa.

En este capítulo se hará un estudio explícito de las siguientes variables de diseño, y del modo en que afectan tanto al comportamiento del sensor como a la calidad de la imagen final reconstruida:

- utilización de un sistema de protección, consistente en pistas de aislamiento entre electrodos y de una pantalla externa;
- tamaño de los electrodos de medida;
- tamaño de los electrodos de guardia.

Como parámetros de optimización en la respuesta del sensor se considerarán por una parte las capacidades en equilibrio entre los distintas parejas de electrodos que lo conforman, buscando sus valores máximos, ya que se asume que una capacidad de valor elevado implica también grandes cambios al paso de elementos de distinta permitividad eléctrica entre los electrodos, lo que conlleva una mayor facilidad en la medida. Además, valores altos de capacidad hacen el sistema más inmune a ruidos e interferencias electromagnéticas externas, como se verá más adelante. Por otra parte, se evalúa la sensibilidad de las parejas de electrodos, buscando los puntos de diseño en que ésta alcanza valores máximos.

Un sistema eficiente para el estudio de los campos electrostáticos que se generan en un sensor ECT durante el proceso de medida consiste en la simulación numérica. En el capítulo anterior se hizo una introducción a la teoría de elementos finitos, y una justificación de su uso en sistemas ECT, para resolver tanto el problema directo como el inverso de tomografía de capacitancia. En este capítulo se presenta la utilización del método de elementos finitos para evaluar la respuesta de un sensor de tomografía, mediante la resolución del problema directo, es decir, la obtención de los valores de capacidades, como vía para el estudio de la sensibilidad del sistema y su variación ante cambios en los parámetros de diseño.

3.2. Modelado de sensores mediante elementos finitos

El problema que gobierna el campo eléctrico en un sensor de tomografía eléctrica de capacitancia se puede expresar de la forma:

$$\begin{cases} \nabla(\varepsilon(x, y, z)\nabla\phi(x, y, z)) = 0 & \text{en } V\\ \phi(x, y, z) = \zeta & \text{en } \delta V \end{cases}$$
(3.1)

donde $\varepsilon(x, y, z)$ es la distribución espacial de permitividad en la región interior del sensor, $\phi(x, y, z)$ es el potencial eléctrico, V es el volumen del sensor donde se considera el problema, δV es su frontera y ζ se refiere al potencial impuesto en los conductores, por ejemplo, la tensión de excitación en el electrodo fuente, y potencial nulo en el electrodo detector y la pantalla. Claramente, este es un problema de condiciones de contorno, con ligaduras de tipo Dirichlet. Es, por tanto, apropiado para su solución mediante elementos finitos.

La resolución mediante elementos finitos del problema dado por (3.1) se hace siguiendo los pasos:

- 1) división del recinto en elementos finitos, de 4 nodos, 5 nodos, etc;
- 2) deducción de la ecuación que describe el potencial ϕ dentro de cada elemento;

- planteamiento de las ecuaciones que dan las condiciones de ajuste de las soluciones en las fronteras de los elementos finitos;
- 4) cálculo de los potenciales en los nodos de los elementos;
- 5) resolución del sistema de ecuaciones resultante.

3.2.1. Descripción del algoritmo de elementos finitos

Geometría del problema

El volumen que se considera para el problema está mostrado en la Figura 3.1, y consiste en un espacio cilíndrico que engloba el sensor completo. El sensor bajo estudio estará compuesto por 12 electrodos de medida, con dos conjuntos de electrodos de guardia situados por encima y por debajo de los electrodos de medida y que estarán en todo momento al mismo potencial que dichos electrodos, con el objetivo de eliminar los efectos de borde en las medidas, así como un conjunto de pistas de guardia axiales, que se conectarán a tierra, y cuya misión es evitar que las líneas de campo eléctrico viajen entre los electrodos fuente y detector a través de la pared del conducto. Por último, una pantalla externa, también a cero voltios, aísla el sistema de interferencias electromagnéticas externas. El conducto sobre el que se coloca el sensor tiene un radio interior de 6.0 cm y un radio exterior de 6.25 cm. Su constante dieléctrica relativa es de 2.8, que se corresponde, por ejemplo, con la del poliestireno.

Debido a la simetría radial del sensor, la discretización del volumen se realizará en elementos finitos que respeten dicha simetría, de modo que se



Figura 3.1: Volumen del sensor ECT problema.

puedan obtener resultados equivalentes para distintas parejas de electrodos mediante rotaciones del campo eléctrico. La división del espacio se hará en los elementos más simples posibles, es decir, elementos de cuatro nodos en forma de tetraedros, que es una discretización usual en dominios tridimensionales [HUT04]. En la Figura 3.2 se observa la discretización del volumen desde una vista superior. Esta división se repite a lo largo del eje axial del sensor en 40 alturas distintas; los tetraedros se conforman uniendo los puntos de capas adyacentes.

Como se aprecia en la Figura 3.2, la mayor densidad de elementos finitos se encuentra entre los electrodos de medida y las pistas axiales de guardia, debido al fuerte gradiente de potencial que se establece entre ellos. Para poder obtener un bajo error de computación a la hora de resolver el campo eléctrico en estas zonas, es necesario que haya un número alto de elementos finitos.



Figura 3.2: Discretización del volumen problema, vista superior.

La frontera de la discretización corresponde a la pantalla que aísla el sensor, y que hace de sumidero para las líneas de campo eléctrico. Más allá de esta pantalla la solución del campo es E = 0, por tanto no tiene sentido continuar con la discretización del espacio fuera de este límite.

Campo eléctrico en un elemento finito

Dentro de cada elemento finito se asume que el potencial eléctrico varía de forma lineal:

$$\phi^e(x, y, z) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 z \tag{3.2}$$

donde $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ son constantes diferentes para cada elemento, y tienen que ser calculadas durante el proceso de resolución del problema de condiciones de contorno.

Con esta aproximación lineal del potencial eléctrico, el campo eléctrico E



Figura 3.3: Potencial en los vértices de un elemento finito.

es constante dentro cada elemento finito:

$$E^e(x,y,z) = -\nabla\phi^e(x,y,z) = -\beta_2\hat{x} - \beta_3\hat{y} - \beta_4\hat{z}$$
(3.3)

En un elemento finito de vértices (nodos) i, j, k, l como el de la Figura 3.3, el valor del potencial en estos nodos será $\phi_i(x_i, y_i, z_i), \phi_j(x_j, y_j, z_j), \phi_k(x_k, y_k, z_k), \phi_l(x_l, y_l, z_l)$. Evaluando la expresión (3.2) en los vértices de este elemento finito, se tiene:

$$\phi_{i}(x_{i}, y_{i}, z_{i}) = \beta_{1} + \beta_{2}x_{i} + \beta_{3}y_{i} + \beta_{4}z_{i}
\phi_{j}(x_{j}, y_{j}, z_{j}) = \beta_{1} + \beta_{2}x_{j} + \beta_{3}y_{j} + \beta_{4}z_{j}
\phi_{k}(x_{k}, y_{k}, z_{k}) = \beta_{1} + \beta_{2}x_{k} + \beta_{3}y_{k} + \beta_{4}z_{k}
\phi_{l}(x_{l}, y_{l}, z_{l}) = \beta_{1} + \beta_{2}x_{l} + \beta_{3}y_{l} + \beta_{4}z_{l}$$
(3.4)

O, en forma matricial:

$$[\phi] = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i & z_i \\ 1 & x_j & y_j & z_j \\ 1 & x_k & y_k & z_k \\ 1 & x_l & y_l & z_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix}$$
(3.5)

La ecuación (3.5) tendrá solución única si el determinante de la matriz de coordenadas es distinto de cero:

$$\begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i & z_i \\ 1 & x_j & y_j & z_j \\ 1 & x_k & y_k & z_k \\ 1 & x_l & y_l & z_l \end{vmatrix} = D \neq 0$$
(3.6)

de donde se pueden despejar los valores de los coeficientes $\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4:$

$$\begin{bmatrix} \beta_{1} \\ \beta_{2} \\ \beta_{3} \\ \beta_{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{i} & y_{i} & z_{i} \\ 1 & x_{j} & y_{j} & z_{j} \\ 1 & x_{k} & y_{k} & z_{k} \\ 1 & x_{l} & y_{l} & z_{l} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \phi_{i} \\ \phi_{j} \\ \phi_{k} \\ \phi_{l} \end{bmatrix}$$
(3.7)

La solución de la ecuación (3.7) es:

$$\beta_{1} = \frac{1}{D} (a_{i}\phi_{i} + a_{j}\phi_{j} + a_{k}\phi_{k} + a_{l}\phi_{l})$$

$$\beta_{2} = \frac{1}{D} (b_{i}\phi_{i} + b_{j}\phi_{j} + b_{k}\phi_{k} + b_{l}\phi_{l})$$

$$\beta_{3} = \frac{1}{D} (c_{i}\phi_{i} + c_{j}\phi_{j} + c_{k}\phi_{k} + c_{l}\phi_{l})$$

$$\beta_{2} = \frac{1}{D} (d_{i}\phi_{i} + b_{j}\phi_{j} + d_{k}\phi_{k} + d_{l}\phi_{l})$$
(3.8)

donde:

$$a_{i} = \begin{vmatrix} x_{j} & x_{k} & x_{l} \\ y_{j} & y_{k} & y_{l} \\ z_{j} & z_{k} & z_{l} \end{vmatrix} \quad b_{i} = \begin{vmatrix} y_{j} & y_{k} & y_{l} \\ z_{j} & z_{k} & z_{l} \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(3.9)$$

$$c_{i} = \begin{vmatrix} x_{j} & x_{k} & x_{l} \\ z_{j} & z_{k} & z_{l} \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad d_{i} = \begin{vmatrix} x_{j} & x_{k} & x_{l} \\ y_{j} & y_{k} & y_{l} \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Las constantes a_n , b_n , c_n , d_n , con n = i, j, k, l, se obtienen por permutación cíclica de los subíndices.

La forma del potencial eléctrico en el interior del elemento finito se obtiene introduciendo estos resultados en la ecuación (3.2). En forma matricial, el potencial se puede expresar como:

$$\phi^{e}(x,y,z) = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} 1 & x & y & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{i} & a_{j} & a_{k} & a_{l} \\ b_{i} & b_{j} & b_{k} & b_{l} \\ c_{i} & c_{j} & c_{k} & c_{l} \\ d_{i} & d_{j} & d_{k} & d_{l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{i} \\ \phi_{j} \\ \phi_{k} \\ \phi_{l} \end{bmatrix}$$
(3.10)

Simplificando la expresión anterior, el potencial eléctrico dentro de un elemento finito se puede escribir de la forma:

$$\phi^{e}(x, y, z) = N_{i}(x, y, z)\phi_{i} + N_{j}(x, y, z)\phi_{j} + N_{k}(x, y, z)\phi_{k} + N_{l}(x, y, z)\phi_{l} \quad (3.11)$$

o, de forma más compacta:

$$\phi^e(x, y, z) = \sum_n N_n(x, y, z)\phi_n \tag{3.12}$$

 $\operatorname{con} n = i, j, k, l$ y siendo

$$N_n(x, y, z) = \frac{1}{D}(a_n + b_n x + c_n y + d_n z)$$
(3.13)

Las funciones $N_n(x, y, z)$ se denominan factores de forma [COO01] y son distintos para cada elemento finito, ya que dependen de sus coordenadas espaciales. A través de estos factores de forma se interpola el potencial en el interior del elemento a partir de su valor en los nodos. Cada factor de forma constituye la fracción con la que el potencial de cada nodo del elemento finito contribuye al potencial en cualquier punto del interior de dicho elemento.

Campo eléctrico en el volumen problema

Tal como se explicó en el capítulo anterior, en el método variacional de elementos finitos se busca la obtención de la solución del problema de condiciones de contorno a través de la minimización de una funcional asociada al sistema. En el caso de la resolución de la ecuación de Laplace, la funcional se corresponde con la energía electrostática almacenada en el volumen problema, ya que el campo eléctrico se comporta de tal forma que su energía es mínima [COG71], y que viene dada por:

$$U = \frac{1}{2} \int_{V} \varepsilon E^{2} dV + \int_{V} \rho \phi dV + \int_{S} \sigma \phi dS \qquad (3.14)$$

donde ε es la distribución de permitividad, E es el campo eléctrico, ρ es la densidad de carga espacial en el volumen problema, ϕ es el potencial eléctrico y σ es la densidad superficial de carga.

En el problema de tomografía eléctrica de capacitancia se asume que el volumen considerado está libre de cargas volumétricas y superficiales, de
modo que el campo eléctrico existente es únicamente el debido a la excitación de los electrodos de medida. Así, la expresión de la energía electrostática queda como:

$$U = \frac{1}{2} \int_{V} \varepsilon E^2 dV \tag{3.15}$$

La relación entre el potencial y el campo eléctrico es:

$$\vec{E} = -\nabla\phi \Rightarrow E^2 = \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)^2 \tag{3.16}$$

de modo que la energía electrostática, en función del campo eléctrico, es:

$$U = \frac{1}{2} \int_{V} \varepsilon \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^{2} + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^{2} + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^{2} \right] dV$$
(3.17)

La expresión (3.17) constituye la funcional del sistema, $U = f(\phi(x, y, z))$, y el potencial eléctrico es el argumento de la funcional. La solución correcta de $\phi(x, y, z)$ será la que minimice dicha funcional.

La energía electrostática debe ser mínima tanto para el sistema completo como para cada elemento finito individual. Expresando el potencial eléctrico en función de los factores de forma, según la expresión (3.12), la funcional para un elemento finito queda como:

$$U^{e} = \frac{1}{2} \int_{V} \varepsilon^{e} \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} \sum_{n} N_{n}(x, y, z) \phi_{n} \right)^{2} + \left(\frac{\partial}{\partial y} \sum_{n} N_{n}(x, y, z) \phi_{n} \right)^{2} + \left(\frac{\partial}{\partial z} \sum_{n} N_{n}(x, y, z) \phi_{n} \right)^{2} \right] dV \quad (3.18)$$

donde ε^e es la constante dieléctrica del medio en el elemento finito e, y se asume como constante dentro de él.

Los valores del potencial ϕ_n en los nodos del elemento finito son constantes. Así, en la expresión (3.18), los únicos términos dependientes de las coordenadas x, y, z son los factores de forma $N_n(x, y, z)$ y, por tanto, se puede reescribir de la forma:

$$U^{e} = \frac{1}{2} \int_{V} \varepsilon^{e} \left[\left(\sum_{n} \frac{\partial N_{n}(x, y, z)}{\partial x} \phi_{n} \right)^{2} + \left(\sum_{n} \frac{\partial N_{n}(x, y, z)}{\partial y} \phi_{n} \right)^{2} + \left(\sum_{n} \frac{\partial N_{n}(x, y, z)}{\partial z} \phi_{n} \right)^{2} + \right] dV \quad (3.19)$$

La minimización de la funcional en el elemento finito supone hacer cero sus variaciones ΔU^e :

$$\Delta U^e = 0 \Rightarrow \frac{\partial U^e}{\partial \phi^e} \Delta \phi^e(x, y, z) = 0 \Rightarrow \frac{\partial U^e}{\partial \phi^e} = 0$$
(3.20)

A su vez, se tiene:

$$\frac{\partial U^e}{\partial \phi^e} = 0 \Rightarrow \frac{\partial U^e}{\partial \phi_n} = 0 \text{ con } n = i, j, k, l$$
(3.21)

ya que ϕ_n son las bases del potencial en el interior del elemento finito.

Trasladando la expresión de la funcional del elemento finito dada en la ecuación (3.19) a la condición expresada en (3.21), queda:

$$\frac{\partial U^{e}}{\partial \phi_{m}} = \frac{1}{2} \int_{V^{e}} \varepsilon^{e} \left[\left(\sum_{n} \frac{\partial N_{n}(x, y, z)}{\partial x} \phi_{n} \right) \frac{\partial N_{m}(x, y, z)}{\partial x} + \left(\sum_{n} \frac{\partial N_{n}(x, y, z)}{\partial y} \phi_{n} \right) \frac{\partial N_{m}(x, y, z)}{\partial y} + \left(\sum_{n} \frac{\partial N_{n}(x, y, z)}{\partial z} \phi_{n} \right) \frac{\partial N_{m}(x, y, z)}{\partial z} \right] dV = 0 \quad (3.22)$$

para n, m = i, j, k, l.

Teniendo en cuenta que sólo los factores de forma $N_n(x, y, z)$ dependen de las coordenadas espaciales x, y, z, la expresión (3.22) conduce a un sistema de ecuaciones cuyas incógnitas son los potenciales en los nodos del elemento finito ϕ_n :

$$\left[\frac{\partial U^e}{\partial \phi}\right] = [K^e][\phi^e] = 0 \tag{3.23}$$

La ecuación anterior, escrita para un único elemento finito e, se puede hacer extensiva a todo el sistema, resultando:

$$[K][\phi] = 0 \tag{3.24}$$

donde [K] es la matriz global del sistema, y $[\phi]$ es la matriz correspondiente a los valores del potencial en los nodos de la red de discretización.

Condiciones de contorno

Una vez construida la matriz global del sistema, que como se ha visto, depende únicamente de las coordenadas espaciales de los elementos finitos que dividen el volumen, tan sólo falta un paso para completar la descripción del problema. Hasta ahora, se ha trabajado con la idea de resolver la ecuación de Laplace dada en el problema de condiciones de contorno de la ecuación (3.1). Sin embargo, este problema está sujeto a unas ligaduras de tipo Dirichlet, dadas en la segunda parte de la expresión (3.1). La imposición de estas condiciones en el método de los elementos finitos resuelto en (3.24) se implementa sin más que añadir una matriz de términos independientes, de modo que sus elementos sean todos nulos excepto aquellos que correspondan a nodos en los que el potencial esté fijado a un valor ς_n . De esta forma, la ecuación (3.24) se reescribe como:

$$[K][\phi] = [b] \tag{3.25}$$

 con

$$b_n = \begin{cases} \varsigma_k & \text{si } n \in S_k \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$
(3.26)

Es decir, si el nodo n forma parte de alguna superficie sobre la que se impongan condiciones de contorno (potencial fijo en los electrodos de medida y guardias), el término independiente correspondiente b_n toma el valor de ese potencial fijo, y si el nodo está en cualquier otra región del volumen problema el término independiente se deja a cero.

Finalmente, la solución del problema se obtiene como:

$$[\phi] = [K]^{-1}[b] \tag{3.27}$$

Valores de capacidad entre los electrodos

Una vez conocida la forma del potencial eléctrico en el interior del sensor para una distribución de permitividad y unas condiciones de contorno dadas, es fácil obtener el valor de la capacidad entre los electrodos fuente y detector, a través de la expresión:

$$C_{ij} = \frac{Q_j}{V} \tag{3.28}$$

donde C_{ij} es la capacitancia entre los i - j, Q_j es la carga almacenada en el electrodo detector y V es la diferencia de potencial establecida entre los dos electrodos.

La carga en cualquier región del volumen problema se puede hallar a partir de los valores de potencial en los nodos de la red dados en (3.27) mediante el método de carga [TOL95]:

$$Q_j = \sum_{n_j} (K\phi)_{n_j} \tag{3.29}$$

donde $(K\phi)_{n_j}$ es el producto escalar entre la fila n_j de la matriz global del sistema K correspondiente al nodo n_j del electrodo detector j, y el vector solución del potencial eléctrico ϕ . Este producto $(K\phi)_{n_j}$ es igual al valor de la carga neta en el nodo n_j ; sumando la carga de todos los nodos incluidos en la superficie del electrodo j se obtendrá su carga neta total. Hay que resaltar que la expresión (3.29) es sólo válida cuando el electrodo detector está a potencial cero; en otro caso, el cálculo de la carga inducida debe hacerse por otros métodos [ALM06].

Mapas de sensibilidad

La caracterización de una pareja de electrodos en un sensor de tomografía eléctrica de capacitancia implica no sólo el conocimiento de la capacidad establecida entre ellos para una distribución de permitividad dada, sino también la sensibilidad de dicha capacidad ante variaciones de la distribución de permitividad, es decir, cómo el paso de pequeños elementos de distinta permitividad entre los electrodos se traduce en una variación en su capacidad. Se conoce como mapa de sensibilidad a la matriz que expresa los cambios relativos de capacidad que suceden entre dos electrodos cuando se altera la constante dieléctrica en cada uno de los elementos finitos del dominio. El mapa de sensibilidad para una pareja de electrodos i - j se obtiene como [YAN98]:

$$S_{ij}(e) = \frac{C_{ij}(e) - C_{ij}^l}{C_{ij}^h - C_{ij}^l} \cdot \frac{1}{\varepsilon^h - \varepsilon^l} \cdot \mu(e)$$
(3.30)

donde $C_{ij}(e)$ es la capacidad entre los electrodos cuando todos los elementos del interior del conducto tienen un valor alto de permitividad ε^h excepto el elemento e, que tiene un valor de permitividad bajo ε^l , C_{ij}^l es el valor de la capacidad cuando todo el medio en el interior del sensor tiene un valor bajo de permitividad, C_{ij}^h es el valor de C_{ij} cuando todos los elementos finitos tienen un valor alto de permitividad, y $\mu(e)$ es un factor relacionado con el volumen del elemento. En este trabajo, el parámetro $\mu(e)$ se toma simplemente como el volumen del elemento finito e.

Los mapas de sensibilidad se definen para cada pareja de electrodos

posible, y para dos valores de permitividad concretos, correspondientes a las constantes dieléctricas propias de las dos fases del flujo que se vaya a controlar mediante el sensor ECT.

Aunque el mapa de sensibilidad se aplica a todo el volumen de discretización [YAN99a], toma más sentido cuando se refiere a un único plano, el correspondiente a la sección transversal del sensor en la zona de los sensores, que es precisamente donde se quiere monitorizar el flujo bifásico. En esta zona interesa que la sensibilidad sea elevada, mientras que en el resto del volumen la sensibilidad debe ser lo más reducida posible, de modo que el sistema se aproxime al caso bidimensional ideal.

En la expresión (3.30) para el mapa de sensibilidad, se ha asumido un modelo paralelo en la combinación de las distribuciones de permitividad de las dos fases distintas; en este caso, las capacidades se suman. En un modelo serie, la expresión del mapa de sensibilidad es [DON08]:

$$S_{ij}(e) = \frac{\frac{1}{C_{ij}(e)} - \frac{1}{C_{ij}^{l}}}{\frac{1}{C_{ij}^{h}} - \frac{1}{C_{ij}^{l}}} \cdot \frac{1}{\varepsilon^{h} - \varepsilon^{l}} \cdot \mu(e)$$
(3.31)

Este modelo serie se recomienda cuando la sustancia de alta permitividad se encuentra diluida en la mezcla. Sin embargo, este modelo introduce nuevos efectos de no linealidad en el sistema, y se ha demostrado que no proporciona mejores resultados que el modelo paralelo de la expresión (3.30) [MCK02].

Cuando la expresión (3.30) se aplica en la dirección axial del sensor, con motivo de estudiar la sensibilidad entre una pareja de electrodos a lo largo del eje del conducto, se obtienen los mapas de detección axial [MAR07b], en los que se muestra la sensibilidad normalizada cuando un elemento finito de coordenadas x, y fijas, va cambiando su constante dieléctrica de un valor bajo a un valor alto para diferentes valores de la coordenada axial z.

3.2.2. Implementación del algoritmo en Matlab[®]

El algoritmo de resolución del problema de condiciones de contorno dado en (3.1) mediante elementos finitos ha sido implementado en código para Matlab[®], a través de varias rutinas que se describen a continuación.

Programa general

En la Figura 3.4 se muestra el diagrama de flujo del programa de resolución del campo eléctrico en un tomógrafo de capacitancia eléctrica ect.m. El programa comienza diseñando la estructura del sensor, a partir de unas variables de diseño proporcionadas por el usuario, entre las que se encuentran el número de sensores, tamaño de sensores, radio del conducto, permitividad dieléctrica del conducto y del aislante, radio de la pantalla externa, uso de electrodos y pistas de guardia, etc. También se proporcionan parámetros relativos a la generación de elementos finitos, como la densidad de elementos o la altura a considerar del volumen problema.

En la Figura 3.5 se muestra un ejemplo del volumen problema generado por el programa de simulación de Matlab[®], consistente en un sensor de 12 electrodos con guardias, situados sobre un conducto, marcado como dos cilindros concéntricos. El cilindro externo se corresponde con la pantalla que aísla el sistema, y es el límite del volumen problema.

La discretización del volumen se hace repitiendo el esquema de la Figura 3.2 a lo largo del eje del sensor, en tantas alturas como defina el usuario. Una



Figura 3.4: Diagrama de flujo general del programa de resolución del campo eléctrico por EF.

densidad alta de capas mejora el error cometido en la resolución numérica del problema (3.1), pero implica un mayor coste computacional. Un número de capas entre 40 y 60 [PEN05] proporciona un buen nivel de resolución, manteniendo un tiempo de cálculo no demasiado elevado.

Una vez realizado el diseño físico y la discretización del volumen problema, existen tres modos de operación, según el tipo de resultados que busque el usuario. Estos resultados pueden ser: valores de capacidad, mapas de sensibilidad en la sección transversal central del sensor o mapas de sensibilidad axial, todo ello para una o varias parejas de electrodos.



Figura 3.5: Ejemplo de sensor generado por el programa de simulación.

Cálculo de capacidades

En el modo 1 de la Figura 3.4 se busca simplemente la serie de capacidades entre las posibles parejas de electrodos, para una distribución de permitividad dieléctrica dada. Este proceso está marcado en el diagrama de flujo de la Figura 3.4 como cálculo de capacidades. El diagrama de flujo de este proceso se muestra en la Figura 3.6.

La rutina comienza generando la distribución de permitividad según las especificaciones del usuario. A continuación se toma una decisión sobre la estrategia de medida a seguir. En esta decisión se incluyen dos posibilidades: en la opción 1, un electrodo funciona como electrodo fuente y el resto como electrodos detectores, todos al mismo tiempo. Así, si *i* es el electrodo fuente, en un solo paso es posible calcular todas las capacidades C_{im} , con $m = 1, ..., N, m \neq i$, y siendo N el número de electrodos del sensor.



Figura 3.6: Diagrama de flujo de la rutina de cálculo de capacidades.

El subproceso comienza con el electrodo fuente i = 1; al electrodo fuente se le asigna un potencial fijo, siendo el caso más sencillo $V_i = 1V$, y el resto de electrodos se conectan a cero voltios. La subrutina cálculo potencial genera la matriz global del sistema y resuelve la ecuación (3.27). Una vez obtenida la distribución de potencial para este caso concreto, se resuelven todas las capacidades entre el electrodo i y los demás, mediante las expresiones (3.28) y (3.29). Este ciclo se repite, haciendo rotar el electrodo fuente desde 1 hasta N-1. Así, en N-1 iteraciones se tiene la serie completa de capacidades.

Cálculo de mapas de sensibilidad

En el modo 2 de funcionamiento del proceso general, cálculo mapas sensibilidad, la estrategia de medida es la siguiente: un electrodo funciona como fuente, y otro electrodo como detector; los potenciales en estos dos electrodos están fijados a 1 V y 0 V, respectivamente, mientras el resto de electrodos permanecen flotantes. Así, para un número *i* del electrodo fuente, se repite el proceso de cálculo de la matriz de potenciales, carga y capacidad C_{ij} entre los dos electrodos rotando el electrodo detector entre el siguiente al fuente, i + 1 y el último, N. Una vez calculadas estas capacidades, se escoge un nuevo electrodo fuente, por orden de rotación a lo largo del sensor, y se repiten todos los cálculos de carga y capacidad.

En el diagrama de flujo del programa general mostrado en la Figura 3.4 se presentan otros dos modos de funcionamiento. En el modo 2 se buscan los mapas de sensibilidad en el plano del eje axial Z = 0; el diagrama de funcionamiento de este proceso se muestra en la Figura 3.7. Se basa en el cálculo iterativo de las capacidades C_{ij}^l , C_{ij}^h y $C_{ij}(e)$ de la expresión (3.30), haciendo variar los contadores i, j y e, que se refieren al electrodo fuente, el electrodo detector y el número de elemento, respectivamente. El contador ivaría entre 1 y N - 1, siendo N el número total de electrodos.



Figura 3.7: Diagrama de flujo de la rutina de cálculo de mapas de sensibilidad.

El contador del electrodo de detección j varía entre el electrodo siguiente al electrodo fuente, i + 1 y el electrodo final N. El cálculo de los mapas de sensibilidad entre el electrodo i y los anteriores a éste no es necesario, ya que se pueden obtener de los calculados en iteraciones anteriores, puesto que $S_{i,i-m} = S_{i-m,i}$, con m un número entero entre 1 y i - 1. El contador de



Figura 3.8: Mapas de sensibilidad en un sensor de 12 electrodos, correspondientes a las parejas (a) 1-2, (b) 1-4 y (c) 1-7.

elementos finitos e varía entre 1 y N_p , siendo N_p el número de elementos en el interior del conducto donde se sitúa el sensor; el cálculo de la sensibilidad de la pareja de electrodos en el exterior del conducto no tiene sentido, puesto que los cambios en la distribución de permitividad ocurren en el interior del sensor. El resultado final de este proceso es la generación de todos los mapas de sensibilidad posibles para el sensor, correspondientes a las distintas parejas de electrodos que se pueden seleccionar, sin que se repita ninguna.

En la Figura 3.8 se muestran ejemplos de mapas de sensibilidad obtenidos

con este procedimiento en un sensor de 12 electrodos, correspondientes a tres parejas de electrodos, y donde se ha tomado una constante dieléctrica alta $\varepsilon^h = 80$ (agua) y un valor bajo para la constante dieléctrica de $\varepsilon^l = 1$ (aire).

Cálculo de mapas de detección axial

El último modo de funcionamiento del programa general descrito en la Figura 3.4 (modo 3) se refiere al proceso cálculo de mapas de detección axial. En este proceso, se hace variar la constante dieléctrica de un elemento finito, de coordenadas x, y fijas entre los valores alto y bajo de permitividad, y se calcula la sensibilidad normalizada cuando se cambia la coordenada z de este elemento. Se obtienen así curvas de sensibilidad axial, que proporcionan información sobre la validez de la aproximación al caso bidimensional del sistema de tomografía, y permite evaluar las regiones de detección efectiva de elementos de distinta permitividad que circulan por el flujo.

El diagrama de flujo de la subrutina cálculo de mapas de detección axial se muestra en la Figura 3.9. Aquí el proceso iterativo se realiza únicamente sobre el elemento finito e en base al cual se realiza el cálculo de detección o sensibilidad normalizada $Z_{ij}(e)$. El contador de elementos finitos varía desde 1 hasta N_z , siendo este parámetro el número de capas o alturas consideradas en la etapa de discretización del volumen problema. El resultado final de este proceso es un vector que representa la sensibilidad de la pareja de electrodos bajo estudio a lo largo de un camino con $x \in y$ constantes.



Figura 3.9: Diagrama de flujo del proceso de cálculo de mapas de detección axial.

Aunque este modo de trabajo del simulador está pensado para obtener la sensibilidad a lo largo de un único camino, es posible también obtener superficies de sensibilidad, haciendo constante solamente una de las coordenadas x, y, y haciendo variar la permitividad de los elementos finitos



Figura 3.10: Mapas de detección en la superficie x = 0 correspondientes a (a) electrodos adyacentes y (b) electrodos opuestos.

que tengan en común esa coordenada fija. Así se pueden obtener mapas de sensibilidad como los mostrados en la Figura 3.10, correspondientes a las parejas de electrodos adyacentes y opuestos en el sensor de 12 electrodos descrito anteriormente, y en los que se ha hecho x = 0.

Como se observa en la Figura 3.10 (a), existe un máximo de detección en el punto medio del sensor, y dos máximos locales, aunque de signo invertido, en las regiones correspondientes a los electrodos de guardia. Además, la zona de detección se limita a la región próxima a los electrodos (y = -6cm), mientras que lejos de ella la sensibilidad es prácticamente nula, lo que implica que el flujo de elementos de alta permitividad en zonas alejadas de una pareja de electrodos adyacentes no conllevan ningún cambio en la capacidad medida por ella, es decir, no es detectado.

El mapa de detección correspondiente a la pareja de electrodos opuestos (Figura 3.10 (b)) muestra un resultado llamativo: la sensibilidad no es simétrica, sino que es mayor en la región próxima al electrodo detector que en la región cercana al electrodo fuente. Este efecto es debido al uso de electrodos de guardia, y sólo se presenta en configuraciones de sensores que utilicen este tipo de guardias [YAN99a, XU99].

Cálculo del potencial eléctrico

Los tres procesos descritos, y que constituyen los modos de funcionamiento del programa principal, hacen uso directa o indirectamente de una subrutina llamada cálculo del potencial, en la que se implementa el algoritmo de elementos finitos descrito en la sección anterior, y que constituye el núcleo del programa.

El diagrama de flujo de esta subrutina se presenta en la Figura 3.11. El funcionamiento de esta subrutina consiste en obtener, para cada elemento finito, la matriz $S_t(e)$, que procede de la aplicación de la expresión (3.22) a un sólo elemento:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial U^{e}}{\partial \phi_{i}^{e}} \\ \frac{\partial U^{e}}{\partial \phi_{j}^{e}} \\ \frac{\partial U^{e}}{\partial \phi_{k}^{e}} \\ \frac{\partial U^{e}}{\partial \phi_{k}^{e}} \\ \frac{\partial U^{e}}{\partial \phi_{l}^{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{t_{11}}^{e} & S_{t_{22}}^{e} & S_{t_{13}}^{e} & S_{t_{14}}^{e} \\ S_{t_{21}}^{e} & S_{t_{22}}^{e} & S_{t_{23}}^{e} & S_{t_{24}}^{e} \\ S_{t_{31}}^{e} & S_{t_{32}}^{e} & S_{t_{33}}^{e} & S_{t_{34}}^{e} \\ S_{t_{31}}^{e} & S_{t_{32}}^{e} & S_{t_{33}}^{e} & S_{t_{34}}^{e} \\ S_{t_{41}}^{e} & S_{t_{42}}^{e} & S_{t_{43}}^{e} & S_{t_{44}}^{e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{i} \\ \phi_{j} \\ \phi_{k} \\ \phi_{l} \end{bmatrix}$$
(3.32)

Al hacerlo, resulta una matriz cuadrada de orden 4, que representa los términos dependientes de los factores de forma descritos en el apartado 3.2.1.



Figura 3.11: Diagrama de flujo de la subrutina del cálculo del potencial eléctrico.

Los elementos de esta matriz contribuyen a crear la matriz global del sistema de la forma reflejada en (3.33), donde p, q, r, s son los valores globales

de los nodos que componen el elemento finito e.

$$K_{pp} = K_{pp} + S^{e}_{t_{11}}$$

$$K_{pq} = K_{pq} + S^{e}_{t_{12}}$$

$$K_{pr} = K_{pr} + S^{e}_{t_{13}}$$

$$.$$

$$K_{sq} = K_{sq} + S^{e}_{t_{ss}}$$
(3.33)

$$K_{ss} = K_{ss} + S^e_{t_{44}}$$

Al terminar todas las iteraciones, se habrá encontrado la matriz $S_t(e)$ de todos los elementos que conforman el volumen problema, y la matriz global del sistema K estará completa. En cada iteración se comprueba si los nodos del elemento finito pertenecen a alguna de las superficies con tensión constante, para la posterior generación de la matriz de términos independientes b descrita en la expresión (3.25), y se comparan las coordenadas del elemento con la distribución de permitividad generada en etapas anteriores del programa, para poder asignar al tetraedro una constante dieléctrica de acuerdo con su situación.

Una vez terminado el proceso, se tienen determinadas las matrices $K ext{ y } b$, y la matriz de potenciales en los nodos se puede obtener aplicando (3.27). Así, queda resuelto el problema de condiciones de contorno dado en (3.1), y ya es posible el cálculo de capacidades entre electrodos, mapas de sensibilidad, energía electrostática, etc.

En la Figura 3.12 se muestra la distribución de potencial en la sección transversal del sensor z = 0, calculada mediante la subrutina descrita, para



Figura 3.12: Distribución de potencial en un sensor (a) con pantalla de aislamiento y (b) sin pantalla.

un sensor de 12 electrodos en el que el electrodo 1 funciona como fuente y el electrodo 3 como detector, en los dos casos siguientes: (a) presencia de pantalla externa conectada a tierra y (b) ausencia de pantalla que aísle el sistema. Tal como se observa, la presencia de una pantalla confina el campo eléctrico en el interior del sistema, haciendo que el potencial eléctrico decaiga rápidamente con la distancia al electrodo fuente. En el caso de sensor sin apantallar, las líneas de campo viajan desde el electrodo fuente al electrodo detector por todo el espacio, tanto exterior como interior al sensor, de modo que el potencial eléctrico presenta una forma muy distinta al caso anterior. Esta diferencia en la distribución del campo resulta en valores de capacidades distintos, tal como se expondrá en secciones posteriores.

El programa permite también la visualización de las líneas de flujo del campo eléctrico, que se obtienen a partir de los valores del potencial



Figura 3.13: Campo eléctrico en un sensor (a) con pantalla de aislamiento y (b) sin pantalla.

calculados previamente. En la Figura 3.13 se muestran dos ejemplos de campo eléctrico, correspondientes a un sensor de tomografía ECT en el que no existe pantalla externa de aislamiento (caso (a)) y a un sensor en el que sí está presente (caso (b)). Como se observa, en el caso en el que existe una pantalla exterior la mayoría de las líneas de campo que nacen en el electrodo fuente encuentran sumidero en la pantalla, puesto que está mas cerca del electrodo fuente que el electrodo detector. En cambio, cuando el sensor no cuenta con pantalla de aislamiento, el único sumidero posible para las líneas de campo es el electrodo detector, y por tanto la capacidad entre los electrodos en este caso resultaría mucho mayor.

3.3. Estudio y optimización de sensores

En la sección anterior se ha descrito cómo el algoritmo de elementos finitos para la resolución de la ecuación de Laplace del campo eléctrico con ligaduras de tipo Dirichlet se ha implementado en Matlab[®] para el desarrollo de un tomógrafo de capacitancia eléctrica virtual, en el que se puede estudiar cómo varían la respuesta y la forma de los campos en el sensor cuando cambian sus variables de diseño.

En esta sección se realiza un estudio detallado de la influencia de los parámetros de diseño del sensor mencionados anteriormente (presencia de sistema de protección, tamaño de los electrodos de medida y longitud de los electrodos de guardia) en las variables que lo caracterizan. Además, se busca la optimización de dichas variables, con el objetivo de obtener la mejor respuesta del sensor, lo que constituye un punto crítico en el diseño de sistemas de tomografía eléctrica de capacitancia, ya que puede facilitar en gran medida el desarrollo de las etapas posteriores, es decir, la electrónica de medida y los algoritmos de reconstrucción de imagen.

Los parámetros de respuesta del sensor que se tienen en cuenta en este estudio son la capacidad en equilibrio y la sensibilidad entre las distintas parejas de electrodos que componen el sensor. Las capacidades en equilibrio se definen como los valores de capacidad medidos entre los pares de electrodos cuando el medio de interés (interior del conducto) es homogéneo, y solamente existe una de las dos fases que forman el flujo. Estas capacidades en equilibrio deben tener valores altos, para que su medida sea posible de una manera sencilla. A su vez, los cambios en la capacidad en equilibrio de una pareja de electrodos producidos por el paso de elementos en el flujo de distinta permitividad deben ser también grandes, por la misma razón. Estos cambios en los valores de la capacidad se estudian a través de la sensibilidad de la pareja de electrodos, en dos formas distintas: el estudio de la sensibilidad en la sección transversal correspondiente al punto medio del sensor, y de la sensibilidad a lo largo del eje axial del sensor. Finalmente, se comprobará el efecto que la optimización de estas variables tiene en el resultado último buscado en la tomografía eléctrica de capacitancia, es decir, la reconstrucción de distribuciones de permitividad.

El sensor bajo estudio es el descrito en la sección anterior, y mostrado en la Figura 3.1. Para su análisis, se supone que el flujo que se pretende monitorizar está compuesto por una fase líquida (agua, con constante dieléctrica relativa 80) y otra gaseosa (aire, constante dieléctrica relativa 1).

3.3.1. Sistema de protección

El sistema de protección mediante pantallas y guardias en los sensores de tomografía tiene como objetivo la reducción de interferencias en la medida por fuentes electromagnéticas ajenas al sistema ECT. Tiene básicamente dos componentes: la pantalla externa que, al conectarse a tierra, aísla el sensor de cualquier ruido eléctrico procedente del exterior, y una serie de pistas que se disponen rodeando cada electrodo, y cuya función es evitar que las líneas de campo eléctrico viajen desde el electrodo de medida al electrodo detector a través de la pared del conducto. Para la implementación de estas pistas de guardia, es común que todo el sensor, incluyendo electrodos de medida, guardia y pistas de tierra se fabrique mediante litografía en una misma lámina



Figura 3.14: Fabricación de un sensor ECT sobre una única lámina conductora.

metálica [PTL01], tal como se muestra en la Figura 3.14. De este modo, se tiene una superficie conectada a tierra sobre la que se implementan islas que constituyen los electrodos de medida y guardia.

Aislamiento entre electrodos

La presencia de esta zona de protección tiene un efecto directo sobre la distribución de potencial, como se observa en la Figura 3.15, donde se reproduce la situación de una medida entre electrodos adyacentes. En el caso de ausencia de pistas de guardia entre los electrodos, se aprecia claramente una alta densidad de líneas equipotenciales en el interior del conducto y la región que queda entre el sensor y la pantalla externa, lo que indica que las líneas de flujo del campo eléctrico, que son perpendiculares a las equipotenciales, viajan entre los electrodos fuente y detector mayoritariamente a través de la pared del conducto, y no



Figura 3.15: Potencial eléctrico en un sensor (a) sin guardias entre los electrodos y (b) con sistema de guardias axiales.

atravesando el medio de interés.

El problema que supone este hecho es que el paso de un elemento de distinta permitividad por la región cercana a la pareja de electrodos producirá un cambio pequeño en la capacidad medida, ya que su presencia sólo afectará a una mínima parte de las líneas de campo que van del electrodo fuente al detector. Esto se traduce en una baja sensibilidad.

En el caso de contar con un sistema de guardias (Figura 3.15 (b)), las líneas de campo que parten del electrodo fuente y viajan a través de la pared del conducto encuentran un sumidero en la pista conectada a tierra, por lo que no llegan al electrodo detector y no contribuyen al valor de la capacidad medida entre ambos. Así, la mayor parte de las líneas de campo eléctrico que viajan entre ambos electrodos lo hacen a través del medio de interés, y la presencia de un elemento de distinta constante dieléctrica producirá una gran perturbación en el campo, lo que resulta en un cambio grande en la capacidad y, por tanto, en la sensibilidad de esta pareja de electrodos [MAR06b].



Figura 3.16: Capacidades estáticas normalizadas en sensores con guardias axiales y sin guardias axiales.

Capacidades estáticas

En la Figura 3.16 se presenta una comparación entre las capacidades estáticas, normalizadas al valor máximo para una mejor visualización, obtenidas para el mismo sensor en los casos de presencia y ausencia de las pistas de guardia entre electrodos.

Las capacidades en presencia de las pistas de guardia resultan del orden de una cuarta parte del valor de las mismas cuando no se tiene en cuenta las guardias axiales. Esto supone una degradación de la medida de capacidades, sin embargo, este hecho se verá compensado con el incremento en la sensibilidad del sensor, como se verá a continuación.

Mapas de sensibilidad

En la Figura 3.17 se muestra una comparación entre los mapas de sensibilidad de las parejas de electrodos 1 - 2 a 1 - 7 (el resto de mapas se puede obtener por rotaciones de éstos) correspondientes a los casos de sensor con sistema de pantalla y sensor sin él. Como se puede observar, la sensibilidad alcanza mayores valores en el caso de contar con la presencia del sistema de protección entre electrodos.

Mapas de detección axial

Otro efecto a tener en cuenta es la modificación de las curvas de detección axial con la presencia de pistas de guardia. La existencia de regiones del sensor conectadas a tierra entre los electrodos de medida y de guardia tiene una influencia directa en la forma del campo eléctrico, tal y como se muestra en la Figura 3.18.



Figura 3.17: Mapas de sensibilidad correspondientes a (a) sensor con guardias axiales y (b) sensor sin guardias.



Figura 3.18: Distribución de potencial a lo largo del eje axial en (a) sensor sin guardias y (b) sensor con guardias.

Es evidente que la presencia de regiones de protección entre los electrodos de medida y los electrodos de guardia tienen un efecto perturbador en la distribución de potencial, al menos en la región cercana al electrodo fuente, que es el que tiene una tensión de excitación distinto de cero. Las líneas de campo eléctrico que parten de él, y que deberían encontrar el sumidero en el electrodo detector, son absorbidas parcialmente por las pistas de protección. Es por esta causa que elementos del flujo multifásico que circulen por la región próxima al electrodo fuente tienen menos influencia en la respuesta del sensor que aquellos que, encontrándose en una misma posición a lo largo del eje axial del sensor, se sitúen en las proximidades del electrodo detector. De esta forma se encuentra explicación al efecto de asimetría encontrado en los mapas de detección presentados en la Figura 3.10.

Para estudiar más detenidamente el efecto del sistema de protección basado en guardias axiales sobre la sensibilidad del sensor a lo largo de su eje axial, se han trazado los mapas de detección axial para las parejas de



Figura 3.19: Puntos de prueba en los que se han trazado los mapas de detección axial.

electrodos que marcan los comportamientos extremos del sensor, es decir, la asociación de electrodos adyacentes y la asociación de electrodos opuestos o enfrentados, en tres puntos característicos a lo largo del diámetro del sensor y = 0, mostrados en rojo en la Figura 3.19. Las parejas de electrodos estudiadas son las compuestas por los electrodos 1 - 2 y 1 - 7, el tamaño seleccionado para los electrodos de medida es de 3 cm \times 3 cm, y la longitud de los electrodos de guardia es de 5 cm. Las curvas de detección obtenidas en estos puntos se presentan en la Figura 3.20, donde la fila superior corresponde a los resultados obtenidos para el elemento de prueba cercano al electrodo 1, las curvas de la fila central se corresponden con el elemento de prueba situado en el punto medio del sensor, y la última fila de mapas proceden de evaluar la sensibilidad en el punto de prueba cercano al electrodo 7. De estas gráficas se desprende que la anchura de la zona efectiva de detección es más estrecha en las zonas cercanas a los electrodos para el caso de presencia de



Figura 3.20: Curvas de detección axial para electrodos adyacentes (izquierda) y opuestos (derecha).

un sistema de guardias axiales. Para la pareja de electrodos opuestos (columna derecha en la Figura 3.20) la sensibilidad mejora de forma evidente cuando el sistema está protegido, mientras que para electrodos adyacentes, la sensibilidad es mayor cuando existe protección mediante guardias únicamente en los puntos cercanos a los electrodos, y se degrada en zonas alejadas de ellos.

Reconstrucción de imagen

Por último, y con objeto de evaluar el efecto global de la presencia o ausencia de regiones de aislamiento entre los electrodos del sensor sobre el proceso completo de tomografía, se ha simulado la reconstrucción de varias distribuciones de permitividad, utilizando un método simple de reconstrucción, el basado en el algoritmo LBP, descrito en el capítulo 2. Los resultados hallados se presentan en la Figura 3.21. En dicha figura, se muestra la reconstrucción simulada de tres imágenes distintas, cuyas formas originales se encuentran en la primera columna. En la segunda y tercera columnas se observa la reconstrucción obtenida para cada patrón original en los casos de ausencia y presencia de sistema de guardias, respectivamente. El proceso seguido para la simulación de estas reconstrucciones consiste en introducir en el programa basado en elementos finitos y descrito en la sección anterior las distribuciones de permitividad deseadas. El programa devuelve como resultado el vector de capacidades calculadas para todas las parejas de electrodos posibles, que en este caso son 66, según la expresión (2.23). A continuación, se aplica el algoritmo de reconstrucción de imagen seleccionado introduciendo como variable las capacidades previamente calculadas.



Figura 3.21: Reconstrucción de imágenes con presencia y ausencia de guardias axiales.

Para cuantificar la bondad de la imagen reconstruida, se ha obtenido para cada caso el error de imagen [YAN03], que consiste en comparar las normas de los vectores correspondientes a las distribuciones original (g) y reconstruida (g^*) de permitividad, según la expresión:

error de imagen =
$$\frac{\|g^* - g\|}{\|g\|}$$
(3.34)

A la vista de los resultados de la Figura 3.21, queda patente que la introducción de un sistema de protección consistente en regiones conectadas a potencial cero que aíslan los electrodos de medida y de guardia conlleva un beneficio global en el proceso de tomografía eléctrica de capacitancia, ya que las imágenes finales obtenidas son de mayor calidad que las que resultan en el caso de que este sistema no esté presente [MAR07a]. Por tanto, en lo siguiente, se hace uso de este conjunto de guaridas.

Pantalla externa

Otro elemento que compone el sistema de protección es la pantalla externa que, al estar conectada a potencial cero, aísla el sistema de interferencias externas. Su presencia en el sensor de tomografía es, por tanto, necesaria de forma indiscutible. Sin embargo, es posible hacer un estudio de cómo la posición de esta pantalla afecta a la respuesta del sensor. Tal como se observa en el esquema del sensor de tomografía de la Figura 3.1, la disposición de la pantalla es la de un cilindro concéntrico con el sensor y de altura tal que cubra en sensor completamente. El radio que tenga esta pantalla afecta al valor de las capacidades entre los electrodos, según se muestra en la Figura 3.22. Como se puede observar, las capacidades alcanzan un máximo para el radio de la pantalla en el intervalo de 1,5 a 1,7 veces el radio interior del sensor.

En cuanto a los mapas de sensibilidad y detección, no se ha encontrado



Figura 3.22: Variación de las capacidades en equilibrio con el radio de la pantalla externa.

una variación significativa con el radio de la pantalla externa. Es por tanto posible encontrar un punto de optimización para la posición de la pantalla atendiendo únicamente al efecto que provoca en los valores de las capacidades estáticas entre los electrodos, aunque este punto puede variar con el medio dieléctrico que se introduzca entre la pantalla y el sensor [ALM06].

3.3.2. Tamaño de los electrodos

Como se ha explicado anteriormente, el tamaño de los electrodos de medida es un parámetro crítico de diseño, ya que influye tanto en los valores de las capacidades establecidas entre los distintos electrodos como en la sensibilidad y la región efectiva de detección del sensor.
Longitud relativa

A la hora de diseñar los electrodos de medida de un sensor de tomografía eléctrica de capacitancia existen dos variables a optimizar: la longitud de los electrodos en la dirección axial del sistema, y la longitud en la dirección radial. Para cuantificar este último parámetro, se suele hablar de la longitud relativa (l_e) del sensor, es decir, el porcentaje del diámetro del conducto que es ocupado por el sensor [PIN98, WAN01]:

$$l_e = N \cdot \frac{l_r}{2\pi R} \cdot 100 \tag{3.35}$$

donde N es el número de electrodos, l_r es su longitud radial y R es el radio exterior del conducto.

Capacidades estáticas

Es intuitivo que las capacidades en equilibrio entre las distintas parejas de electrodos aumentan su valor cuando la longitud relativa del sensor se incrementa, ya que una mayor superficie de los electrodos conlleva un aumento en la capacidad. En la Figura 3.23 se observa el modo en que estas capacidades aumentan a medida que lo hace la longitud relativa. Estas curvas siguen una distribución parabólica, tanto más acentuada cuanto más cerca se encuentran los electrodos entre sí. Como se preveía, las capacidades aumentan a medida que lo hace la longitud relativa del sensor, con una variación relativa que puede llegar al 100 %, de modo que unos electrodos anchos serán una buena elección para facilitar la medida de las capacidades.



Figura 3.23: Variación de las capacidades en equilibrio con la longitud relativa del sensor.

Mapas de sensibilidad

Para estudiar la variabilidad de la sensibilidad de las distintas parejas de electrodos en la sección transversal del conducto correspondiente al centro del sensor, se busca el área de detección [HUA89], el cual se obtiene a partir de un mapa de sensibilidad, en el que se considera el área donde el mapa toma valores positivos. Este área indica la región en la sección transversal del sensor en el cual una pareja de electrodos es capaz de detectar la presencia de un elemento con permitividad distinta a la del resto del flujo.

Las técnicas de reconstrucción de distribuciones de permitividad se basan en la asunción de que un incremento en la permitividad conduce a un incremento en la medida de las capacidades y, por tanto, a



Figura 3.24: Áreas de detección correspondientes a las parejas de electrodos (a) 1-2, (b) 1-3, (c)1-4, (d) 1-5, (e) 1-6 y (f) 1-7

una sensibilidad positiva [JAW00]. Cuando aparecen regiones con valores negativos en los mapas de sensibilidad, la imagen reconstruida se distorsiona; de hecho, descartando los valores negativos en los mapas de sensibilidad y sustituyéndolos por ceros se consigue un aumento considerable en la calidad de la imagen final obtenida. En este caso, la presencia de elementos del flujo de distinta permitividad en las regiones de sensibilidad igual a cero no afectarán a la imagen reconstruida, y únicamente intervendrán en el proceso de reconstrucción los elementos del flujo que se sitúen en zonas de sensibilidad positiva. Es por esta razón que se define el área de detección como la región positiva del mapa de sensibilidad y es deseable que estas áreas sean lo más



Figura 3.25: Variación de las áreas de detección con la longitud relativa del sensor.

extensas posible, para que sean capaces de detectar el paso de elementos del flujo en una amplia región del sensor.

En la Figura 3.24 se muestran las áreas de detección correspondientes a las parejas de electrodos del sensor bajo estudio. Este área se puede expresar de forma numérica como el porcentaje de la superficie de la sección transversal del conducto cubierta por el área. Al hacerlo así, es posible estudiar cómo estas áreas se ven modificadas al incrementar la longitud relativa del sensor. En la Figura 3.25 se puede observar que, a medida que los electrodos cubren una mayor superficie del conducto, es decir, a medida que la longitud relativa del sensor aumenta, se produce un incremento en las áreas de detección de todas las parejas de electrodos, incremento que llega al 13 % en el mejor de los casos.

Reconstrucción de imagen

A la vista de las Figuras 3.23 y 3.25 se deduce que el uso de electrodos anchos es aconsejable, en términos de los valores que se obtienen de las capacidades y de la sensibilidad del sensor. Simulando el proceso completo de tomografía, es decir, la obtención de distribuciones de permitividad a partir de los valores de capacidad, se demuestra que el uso de electrodos anchos aumenta también la calidad de la imagen final obtenida. Esto se puede observar en la Figura 3.26, donde se ha llevado a cabo la reconstrucción simulada de tres distribuciones de permitividad distintas, para longitudes relativas del 30 %, 60 % y 90 %. Como se refleja en esta figura, el error de reconstrucción cometido disminuye a medida que crece la longitud relativa de los electrodos.

Longitud axial

La longitud axial de los electrodos de medida tiene un efecto directo sobre los distintos parámetros de respuesta del sensor, aunque no siempre de la misma forma, sino que será necesario alcazar un compromiso entre distintas variables para llegar a un punto de optimización, como se va a exponer en lo siguiente.



Figura 3.26: Distribuciones de permitividad simuladas y reconstrucciones obtenidas con distintas longitudes relativas.

Mapas de detección axial

La sensibilidad del sensor a lo largo de su eje se ve alterada por la longitud axial de los electrodos, de tal forma que electrodos largos implican un espacio de detección mayor, lo cual aleja el sistema del caso ideal de representación



Figura 3.27: Puntos en los que se trazan los mapas de detección axial, para parejas de electrodos (a) adyacentes y (b) opuestos.

bidimensional de procesos. Para constatar este hecho, se han obtenido los mapas o curvas de detección axial para las parejas de electrodos adyacentes y opuestos, en los puntos cercanos a los electrodos, situados de esta forma para estudiar las regiones de máxima sensibilidad, tal como se muestra en la Figura 3.27.

En la Figura 3.28 se presentan las curvas de detección axial para tres casos distintos, en los que se ha hecho variar la relación r entre las dimensiones axial y longitudinal de los electrodos de medida. Como se puede apreciar, el efecto de aumentar la longitud axial del electrodo, manteniendo una longitud relativa del sensor constante, implica una expansión de la región de detección central, entendida como el intervalo en el eje axial donde se obtiene una alta sensibilidad. En el caso ideal, esta región se reduciría a una capa muy fina centrada en la sección transversal media del sensor, de modo que sólo los cambios de permitividad que sucedieran en esa zona serían registrados por



Figura 3.28: Mapas de detección axial para electrodos adyacentes (Z - 12) y opuestos (Z - 17), calculados en (a,c) el punto de prueba cercano al electrodo fuente y (b,d) el punto de prueba cercano al electrodo detector.

el sistema. Por tanto, atendiendo a este aspecto del sensor de tomografía, los electrodos de medida deberían ser lo más cortos posible.

Áreas de detección

La disposición de electrodos estrechos no sólo mejora la sensibilidad axial

del sensor, sino que también resulta en una mejora de la sensibilidad en la sección transversal del sensor, como se refleja en la Figura 3.29, donde se ha realizado un estudio de la variación del área de detección para las parejas de electrodos adyacentes y opuestos, cuando el parámetro r se mueve entre los valores 0.25, es decir, electrodos cuatro veces mas anchos que largos, y 3.5, electrodos 3.5 veces más largos que anchos.

Queda patente la influencia que la longitud de los electrodos tiene sobre la sensibilidad de las parejas de electrodos, de modo que, aunque las dos curvas decrecen con el parámetro r, la correspondiente a los electrodos opuestos lo hace más rápidamente, llegando a disminuir en casi un 80 % en el rango de r analizado, mientras que la curva de sensibilidad de la pareja de electrodos adyacentes se mantiene prácticamente constante. Al ser éstos los casos extremos de asociación de electrodos en el sensor, se puede predecir que las curvas de sensibilidad correspondientes al resto de parejas de electrodos serán también decrecientes, y se moverán dentro del área limitada por las dos curvas de la Figura 3.29.

De los resultados presentados se desprende que los electrodos de medida deben ser cortos en la dirección axial del sensor, para obtener una mayor sensibilidad en la sección transversal del conducto así como una zona estrecha de detección a lo largo de su eje, lo que aproxima el sensor al caso ideal de tomografía bidimensional. Sin embargo, la capacidad en equilibrio de las parejas de electrodos depende linealmente de su longitud [MAR07b], lo cual indica que electrodos cortos conducen a valores de capacidad pequeños y, por tanto, difíciles de medir. Existe entonces una relación inversa entre la sensibilidad del sensor y los valores de capacidad que se han de medir, el cual



Figura 3.29: Variación del área de detección para electrodos adyacentes y opuestos con la relación entre dimensiones de los electrodos de medida r.

debe ser tenido en cuenta a la hora de diseñar el sistema.

Reconstrucción de imagen

Para evaluar el efecto que tiene la variación de la relación entre las dimensiones de los electrodos de medida, definida previamente como r, sobre el proceso global de tomografía, se ha simulado la reconstrucción de la distribución de permitividad mostrada en la Figura 3.30 (a), cuando esta distribución se encuentra en dos alturas distintas, tal como se observa en la Figura 3.30 (b) y (c), donde se ha situado el elemento de prueba en la mitad del sensor (altura z = 0) y a una altura coincidente con la mitad del electrodo de guardia superior (altura z = h). En la Figura 3.31 se muestran las imágenes reconstruidas en la sección transversal media del sensor cuando



Figura 3.30: Distribución de permitividad simulada (a) en las alturas z = 0(b) y z = h (c).

se toman medidas de capacidad en los casos anteriores, es decir, cuando la distribución de permitividad se sitúa en el mismo plano z = 0 donde se lleva a cabo la reconstrucción, y en un plano superior z = h. La reconstrucción se ha llevado a cabo para tres relaciones distintas entre las dimensiones de los electrodos de medida, que son $r = \frac{1}{4}$, r = 1 y r = 2.

Como se puede observar, cuando la distribución de permitividad original se sitúa en el mismo plano de reconstrucción z = 0, la calidad de la imagen se degrada a medida que el electrodo se hace más largo, ya que se pierde sensibilidad en el sistema. Para cuantificar la calidad de la reconstrucción, y al igual que se hizo en casos anteriores, se ha evaluado el error cometido al resolver el problema mediante la expresión (3.34). Como se ve, para un valor de r = 2, es decir, electrodos el doble de altos que de anchos, se tiene un error de reconstrucción un 25 % mayor que en el caso de ser $r = \frac{1}{4}$.



Figura 3.31: Imágenes reconstruidas cuando la distribución original se sitúa en z = 0 (casos (a), (b) y (c)), y cuando se sitúa a una altura z = h (casos (d), (e) y (f)), para tres valores de r.

Así pues, electrodos cortos mejoran la calidad de la reconstrucción cuando la distribución de permitividad que se pretende monitorizar se sitúa en el plano de la sección transversal media del sensor.

Sin embargo, cuando la distribución de potencial original se encuentra en la región exterior de los electrodos, como en el caso de la Figura 3.30 (c), lo que se espera en una reconstrucción por tomografía es que la imagen resultante no contenga ningún elemento de alta permitividad, ya que la sección transversal media del sensor se encuentra limpia de tales elementos. A la vista de los resultados obtenidos en este caso, y mostrados en la fila inferior de la Figura 3.31, esto no es así. En las reconstrucciones (d), (e) y (f) de la misma figura, se indica el valor del parámetro influencia, que se obtiene como la razón entre las normas de las imágenes reconstruidas en los casos en los que la distribución de prueba se encuentra en el plano z = 0 y en el plano z = h.

$$influencia = \frac{\|g_{z=h}^*\|}{\|g_{z=0}^*\|}$$
(3.36)

Este parámetro es un indicativo de cómo se pierde la imagen de la distribución reconstruida a medida que la original asciende por el conducto. En el caso ideal, en que elementos en la región exterior a los electrodos de medida no influyeran en la reconstrucción de la imagen, este parámetro valdría 0. De las reconstrucciones obtenidas en la Figura 3.30, se deduce que el sistema se aproxima más al caso ideal a medida que los electrodos se hacen más largos, ya que el parámetro influencia toma valores más bajos.

Así pues, se puede concluir que existe una relación inversa entre la longitud de los electrodos y la calidad de la reconstrucción que se hace de una distribución de permitividad cuando ésta se sitúa en el mismo plano que se quiere monitorizar. A su vez, elementos de distinta permitividad que se sitúen fuera de este plano tienen una menor influencia sobre la reconstrucción a medida que los electrodos de medida se hacen más largos. Por tanto, a la hora del diseño, surge la necesidad de establecer un compromiso en el que ambos aspectos se vean satisfechos dentro de los límites establecidos por el diseñador.

3.3.3. Tamaño de los electrodos de guardia

Los electrodos de guardia se disponen en dos conjuntos, por encima y por debajo de los electrodos de medida, tal como se muestra en la Figura 3.1. Su objetivo es mantener el campo eléctrico perpendicular a la superficie de los electrodos de medida, de modo que se eviten los efectos de borde, aunque la introducción de pistas de protección entre ambos tipos de electrodos rompe esta perpendicularidad, introduciendo una asimetría en la sensibilidad del sistema, según se ha discutido previamente. La anchura de los electrodos de guardia es la misma que la de los electrodos de medida, de modo que la única variable que interviene en el diseño de las guardias es su longitud. Para optimizar esta variable, es necesaria una evaluación de la influencia que tiene sobre la respuesta del sensor.

Capacidades estáticas

En la Figura 3.32 se muestra cómo varían las capacidades en equilibrio para parejas de electrodos adyacentes y opuestos, cuando la longitud de los electrodos de guardia cambia respecto a la longitud de los electrodos de medida, permaneciendo ésta fija. La relación entre ambas longitudes se ha denominado q. Las capacidades en equilibrio tienen una dependencia logarítmica con la longitud de las guardias [PTL01], de modo que para una longitud de las mismas igual al doble del tamaño de los electrodos de medida la capacidad entre los electrodos adyacentes está en torno al 95% de su valor máximo, mientras que la capacidad entre electrodos opuestos se sitúa cerca del 85% de su máximo. Se presenta entonces una relación inversa entre



Figura 3.32: Variación de las capacidades en equilibrio con la longitud de los electrodos de guardia.

las magnitudes que se desean optimizar, ya que la obtención de mayores capacidades estáticas implica una degradación en la sensibilidad del sensor, lo que supone que el diseñador debe fijar un criterio en el que ambas variables satisfagan los requisitos de cada sistema.

Áreas de detección

En la Figura 3.33 se presenta la variación del área de detección para los electrodos adyacentes y opuestos cuando se modifica la relación entre las longitudes de los electrodos de guardia y de medida. Al igual que ocurría cuando se modificaba la longitud de los electrodos de medida, un aumento de la longitud de los electrodos de guardia se traduce en un descenso de la sensibilidad de las parejas de electrodos en el plano de reconstrucción



Figura 3.33: Variación del área de detección para electrodos adyacentes y opuestos con el parámetro q.

z = 0, de forma más acusada para parejas de electrodos alejados, de modo que cuando la relación entre dimensiones de los electrodos de guardia y de medida es de 2, es decir, guardias el doble de largas que los electrodos de medida, el área de detección de la pareja de electrodos opuestos está por debajo del 70 % de su valor máximo.

Mapas de detección axial

La Figura 3.34 presenta los mapas de detección axial para las mismas parejas de electrodos, obtenidos en los puntos de prueba de la Figura 3.27, para distintas relaciones entre longitudes q. De estas gráficas se puede deducir que la sensibilidad a lo largo del eje axial del sensor se compone de las contribuciones de las guardias y de los electrodos de medida.



Figura 3.34: Mapas de detección axial para electrodos adyacentes (Z_{12}) y opuestos (Z_{17}) , calculados en (a,c) el punto de prueba cercano al electrodo fuente y (b,d) el punto de prueba cercano al electrodo detector.

La sensibilidad de detección central está dominada por el efecto del campo generado por el electrodo de medida, mientras que lejos del plano central z = 0 la sensibilidad está determinada principalmente por el campo eléctrico correspondiente a las guardias. La anchura de la zona de detección central no se ve modificada por los cambios en la longitud de los electrodos de guardia, ya que está determinada por el tamaño del electrodo de medida. Por tanto,



Figura 3.35: Imágenes reconstruidas para tres valores distintos de q.

un incremento en la longitud de los electrodos de guardia resulta únicamente en una expansión de las bandas laterales de detección, lo que implica una degradación en la sensibilidad del sistema, que se aleja del caso ideal de detección bidimensional.

Reconstrucción de imagen

Finalmente, y con objeto de evaluar la influencia que sobre el sistema global tiene la longitud de los electrodos de guardia, se ha llevado a cabo la reconstrucción simulada de la distribución de permitividad mostrada en la Figura 3.30 (a), para distintas razones entre longitudes de electrodos de guardia y de medida q. Los resultados se presentan en la Figura 3.35. A la vista de estos resultados, se confirma la recomendación del uso de electrodos de guardia cortos que, aunque conlleva unos valores de capacidades entre las posibles parejas de electrodos menores, también conduce a una mejora substancial de la calidad de la imagen reconstruida.

3.4. Conclusiones

En este capítulo se ha mostrado un proceso de estudio y optimización de las variables que intervienen a la hora de realizar el diseño físico de un sensor de tomografía eléctrica de capacitancia. Para ello, se ha escogido un modelo de sensor consistente en 12 electrodos con sistemas superior e inferior de guardias, por ser el tipo de sensor más común en sistemas de tomografía ECT comerciales.

Se ha aplicado el método de simulación basado en elementos finitos adaptado al caso concreto de este sensor, formulando las ecuaciones que definen el campo electrostático en función de los distintos conductores que conforman el sistema, y adaptando la discretización del medio a la estructura cilíndrica del sensor. Este método se ha implementado a través de una serie de programas desarrollados para Matlab[®], que permiten el cálculo del potencial y el campo eléctrico en el interior del conducto para cualquier pareja de electrodos. A través de estas magnitudes, es posible obtener los valores de capacidad y los mapas de sensibilidad que caracterizan dicho par de electrodos, lo que permite una optimización de su diseño para obtener una respuesta mejorada.

Las variables de diseño que se han estudiado son: uso de sistemas de protección y aislamiento de los electrodos, tamaño de los electrodos de medida y tamaño de los electrodos de guardia. Para cada una de estas variables se ha analizado, en distintas parejas de electrodos, cómo sus variaciones afectan a los valores de capacidad en equilibrio y a las regiones de detección axial y transversal. Además, se ha estudiado el efecto global que cada una de las variables de diseño produce sobre el proceso completo de tomografía, obteniendo una reconstrucción simulada de imágenes, y evaluando el error cometido respecto a la distribución de permitividad original.

El proceso de optimización busca obtener valores máximos de las capacidades estáticas, puesto que éstos conllevan mayores variaciones al paso de elementos de distinta permitividad, áreas de detección transversal muy extensas, para detectar cualquier elemento en cualquier posición, y regiones de detección axial muy estrechas, para aproximar el sensor al caso ideal bidimensional.

Las conclusiones que se pueden obtener de los resultados obtenidos son las siguientes:

- sistema de aislamiento de electrodos: la presencia de pistas axiales y transversales conectadas a tierra entre los distintos electrodos produce una disminución en los valores de las capacidades estáticas a la vez que aumenta la sensibilidad en la región axial central del sensor;
- 2) tamaño de los electrodos de medida: electrodos de anchos proporcionan mayores valores de capacidad y áreas de detección en la región transversal del sensor. Si su longitud axial aumenta, se produce una degradación en las áreas de detección axiales y transversales, mientras que aumentan los valores de las capacidades estáticas.
- longitud de los electrodos de guardia: al igual que ocurre con la longitud axial de los electrodos de medida, las capacidades en equilibrio de las distintas parejas de electrodos aumentan con el tamaño de las guardias,

mientras que las regiones de detección se degradan, en el sentido de que disminuyen las áreas de detección en la zona transversal central del sensor y se produce un ensanchamiento de la zona de detección axial.

A la vista de esta discusión de resultados, se deduce que no existe un punto de diseño del sensor en el cual todos los parámetros considerados como respuesta del sensor se optimicen, sino que es necesario buscar un compromiso entre ellos, especialmente entre las regiones de detección y los valores de capacidad en equilibrio.

4.1. Introducción

En capítulos anteriores se ha discutido la importancia que tiene sobre un sistema de tomografía eléctrica de capacitancia la elección del número de electrodos que componen el sensor. Un número elevado de electrodos de medida permite una mayor cantidad de medidas en cada secuencia, lo que conlleva un aumento en la calidad de la imagen final reconstruida; sin embargo, un aumento del número de electrodos implica, para unas dimensiones del sensor fijas, una disminución en el área de cada electrodo, lo cual supone que las capacidades que se establecen entre las distintas parejas de electrodos disminuyan, y se complique el proceso de medida.

En el capítulo 2 se describió la estrategia de medida consistente en la utilización de un sensor segmentado mediante la cual es posible incrementar el número de medidas independientes de capacidad sin disminuir el valor de las capacidades medidas. En este capítulo se propone una nueva orientación de esta estrategia consistente en unir los segmentos para formar cuatro electrodos de gran superficie, e ir rotando estos electrodos en pequeños pasos para obtener un número de medidas muy superior al que corresponde a un sensor de 4 electrodos. Este esquema de medida se ha denominado Tomografía Eléctrica de Capacitancia de cuatro electrodos rotatorios [MAR08] y su objetivo es obtener valores de capacidad (y de sus variaciones) muy altos, de modo que su medida se pueda realizar a partir de una electrónica simplificada. Esto repercute en el coste y complejidad del sistema completo de tomografía.

Para esta estrategia de medida se ha desarrollado un algoritmo de reconstrucción de imágenes basado en la superposición de imágenes parciales obtenidas para posiciones fijas de los cuatro electrodos. Se demostrará que este tipo de estrategia proporciona mejores prestaciones, en cuanto a relación señal-ruido y calidad de la imagen reconstruida, que los sistemas convencionales basados en electrodos de tamaño fijo. Para ello, se aplicará el código de simulación numérica expuesto en el capítulo anterior para comparar la respuesta de ambos tipos de sensores. Además, se presenta un prototipo experimental basado en una FPGA mediante el cual es posible implementar una gran variedad de estrategias de medida. Utilizando este prototipo, se probará con resultados reales que la nueva estrategia de segmentación produce imágenes de mayor calidad que las obtenidas mediante un sensor convencional.

4.2. Simulación numérica

Como se ha comentado, la estrategia desarrollada conocida como tomografía eléctrica de capacitancia de cuatro electrodos rotatorios se basa en la utilización de un sensor segmentado, cuyos segmentos se asocian en



Figura 4.1: Dos configuraciones de segmentos equivalentes a una rotación θ de los electrodos.

cuatro grupos, de modo que en cada instante se forme un tomógrafo de cuatro electrodos. El motivo de seleccionar 4 electrodos es buscar la configuración que permita la mayor superficie de electrodos posible. Aunque teóricamente dicha configuración correspondería a dos únicos electrodos, uno funcionando como fuente y otro como detector, un sensor de dos electrodos se considera demasiado burdo como para obtener buenos resultados. Por tanto, se ha escogido la siguiente opción, consistente en 4 electrodos, que se irán rotando a lo largo de la circunferencia del sensor. Estos giros se logran mediante la reordenación de los segmentos en cada medida, como se muestra en la Figura 4.1.

En un sensor de N segmentos, el número de rotaciones posible es N/4 [ALM07]; puesto que en cada situación se toman 6 medidas, que corresponden a un sistema ECT de 4 electrodos, el número máximo de medidas independientes que se pueden tomar en cada secuencia es M = 3N/2.



Figura 4.2: Sensor de 44 segmentos.

En esta sección se va a realizar un estudio comparativo, basado en resultados obtenidos por simulación mediante el algoritmo descrito en el capítulo 3, de esta nueva técnica de segmentación con una estrategia de medida clásica en un sistema ECT de 12 electrodos, en el que las medidas se realizan entre un electrodo, que actúa como fuente, y el resto de electrodos, que funcionan como detectores de manera consecutiva.

Para que las estrategias sean equivalentes, el número de medidas de capacidad que se toman para la reconstrucción de una imagen deben ser del mismo orden. Para un sensor estándar de 12 electrodos, el número de medidas independientes es M = 66. Para obtener el mismo número de medidas en un sensor segmentado, y utilizando la estrategia aquí descrita, se debe hacer N = 44, es decir, el número de segmentos necesarios es 44. Este sensor se muestra en la Figura 4.2

En la Figura 4.3 se presentan las redes de discretización utilizadas para la simulación de ambos tipos de sensores. Los resultados que se van a obtener



Figura 4.3: Red de discretización para (a) el sensor segmentado y (b) el sensor convencional.

están basados en simulaciones bidimensionales, es decir, se desprecian los efectos tridimensionales de los sistemas, y se estudia únicamente la respuesta de los sensores en el plano de reconstrucción. Los resultados son extrapolables al caso tridimensional, siempre que las longitudes de los electrodos en la dirección axial sean suficientemente grandes [YAN99a].

4.2.1. Capacidades estáticas

Tal como se hizo en el capítulo 3, se van a analizar las respuestas de ambos tipos de sensores, considerando como figuras de mérito las capacidades en equilibrio entre las parejas de sensores y su sensibilidad en el plano central transversal del sensor. El primer resultado que se puede comparar para ambos tipos de sensores es el valor de las capacidades en equilibrio. En



Figura 4.4: Capacidades en equilibrio para ambos tipos de sensor.

la Figura 4.4 se presentan los valores obtenidos cuando el conducto sobre el que se sitúa el sensor está lleno de aire. Para el sensor segmentado, el electrodo número 7 se corresponde con el número 2, y el número 12 con el 3. Como se observa, las capacidades entre electrodos adyacentes en el sensor convencional de 12 electrodos toman valores anormalmente altos, y es común en las técnicas de tomografía el despreciar estos valores durante la reconstrucción de la imagen, ya que son resultado de fuertes efectos de no linealidad del sistema [JAW00, BOL98]. Así pues, las capacidades medidas con el sensor convencional varían entre 6 y 30 fF/cm, mientras que las capacidades correspondientes al sensor segmentado se encuentran en el rango 22-75 fF/cm, un rango más aceptable para la realización de las medidas.

Respecto a las variaciones de capacidad, en la Figura 4.5 se muestran los cambios registrados en las capacidades estáticas de la Figura 4.4 cuando se sitúa un elemento de alta permitividad en el centro del conducto. Es evidente



Figura 4.5: Variación de las capacidades estáticas debido a la presencia de un elemento de alta permitividad.

que los cambios sufridos por las capacidades en el sensor segmentado son mucho mayores que las producidas en el sensor convencional, con valores hasta 10 veces superiores. Además, en éste último caso se observa que hay variaciones de capacidad negativas, lo que produce distorsiones en la reconstrucción de imagen, y requieren de técnicas adicionales de tratamiento de datos para compensar la pérdida de resolución en la imagen final obtenida, efecto que no ocurre en los resultados obtenidos con el sensor segmentado.

Se concluye por tanto que el esquema de medida consistente en cuatro electrodos rotatorios no sólo presenta un rango de capacidades estáticas más conveniente que el sensor convencional, ya que capacidades altas son más inmunes al ruido externo, sino que las variaciones de capacidad registradas al paso de elementos de distinta permitividad son mucho mayores y no presentan los efectos de no linealidad que surgen con la estrategia de medida clásica.



Figura 4.6: Mapas de sensibilidad para (a,b) las parejas de electrodos adyacentes y (c,d) las parejas de electrodos opuestos, en un sensor convencional y un sensor segmentado.

4.2.2. Sensibilidad

Otro de los parámetros que caracterizan la respuesta de un sensor ECT es la sensibilidad en su plano transversal central, obtenida según la expresión (3.30), que da cuenta de la zona en la que cada pareja de electrodos detecta, y en qué medida, la presencia de un elemento de distinta permitividad eléctrica.



Figura 4.7: Áreas de detección para (a,b) las parejas de electrodos adyacentes y (c,d) las parejas de electrodos opuestos, en un sensor convencional y un sensor segmentado.

En la Figura 4.6 se muestran los mapas de sensibilidad correspondientes a las parejas de electrodos adyacentes y opuestos en ambos tipos de sensor. Como se puede comprobar, la sensibilidad, en valores absolutos, es mayor en el sensor convencional, aunque dentro del mismo orden de magnitud que la sensibilidad en el sensor segmentado.

Sin embargo, los mapas de sensibilidad correspondientes al sensor



Figura 4.8: Superposición de áreas de detección para (a) el sensor convencional y (b) el sensor segmentado.

segmentado presentan una región de sensibilidad positiva, la zona conocida como área de detección, más extensa, especialmente en el caso de electrodos adyacentes, como se muestra en la Figura 4.7. Esto hace que la superficie total en la que un elemento de distinta permitividad pueda ser detectado sea más extensa en el sensor segmentado que en el sensor convencional, para las parejas de electrodos adyacentes y opuestos. Sin embargo, el sensor convencional dispone de más combinaciones de electrodos para poder cubrir más área de detección. Es necesario por tanto analizar la región completa de detección en ambos tipos de sensores. Para evaluar esta zona total de detección, en la Figura 4.8 se presenta un mapa para cada sensor donde se han superpuesto las áreas de detección correspondientes a los mapas de sensibilidad obtenidos cuando el electrodo número 1 de ambos sensores actúa como fuente. De esta figura se desprende una conclusión llamativa: mientras que para el sensor segmentado la región de detección se concentra en las zonas próximas al electrodo fuente, haciendo que la región central del sensor tenga una menor capacidad de detección de elementos de alta permitividad, en el sensor segmentado se tiene justo lo contrario: una alta capacidad de detección en la región central del sensor, y menor en la región cercana a la pared del conducto. Así pues, una configuración de sensor segmentado permite resolver uno de los problemas clásicos con que se encuentran los sistemas de tomografía ECT convencionales, y es la baja sensibilidad del sistema en la región central del sensor [DYA00].

4.2.3. Reconstrucción de imagen

El proceso global de tomografía, es decir, la reconstrucción de una distribución de permitividad dada, se ha simulado con los dos tipos de sensores, el convencional de 12 electrodos y el segmentado de 44 segmentos, con objeto de comparar los resultados finales de ambos tipos de estrategias de medida. Para la reconstrucción de las imágenes a partir de los datos medidos se ha aplicado el método *Linear Back Projection*, descrito en el capítulo 2.

En el caso del sensor segmentado es necesario modificar el algoritmo para adaptarlo al nuevo esquema de cuatro electrodos rotatorios. La estrategia de medida con este tipo de sensor consiste en lo siguiente: se disponen los segmentos formando cuatro electrodos, y para ellos se aplica el esquema convencional de medida según el cual un electrodo actúa como fuente y el resto como detectores, de manera consecutiva. En esta configuración el número de medidas independientes es 6, según (1.8) y tomando N = 4. A partir de ellas se obtiene una imagen parcial de la distribución de permitividad, aplicando el algoritmo LBP tal como se presentó en el capítulo 2. Una vez hecho esto, se procede a rotar los cuatro electrodos un paso (un segmento), y se repite la medida para obtener una nueva imagen parcial. Este proceso continúa hasta volver a la posición original de los cuatro electrodos, habiéndose generado entonces un total de 11 imágenes parciales distintas, correspondientes a las 11 rotaciones posibles de los electrodos.

Estas imágenes parciales son de muy baja calidad, ya que un sensor de tomografía compuesto por cuatro electrodos no tiene la resolución suficiente para reconstruir la distribución original. Sin embargo, una composición de ellas basada en su suma o superposición sí representa de forma fiel la mezcla de fases en el interior del conducto. Esta combinación de imágenes requiere un proceso de filtrado posterior, ya que al sumar las reconstrucciones parciales se ven incrementadas las regiones de baja intensidad correspondientes a zonas libres de elementos de alta permitividad, lo que resulta en una reconstrucción con un alto ruido de fondo. El filtro que se ha diseñado para solventar esta situación consisten en normalizar el vector que contiene la imagen entre los valores 0 y 1, y anular los valores que se encuentren por debajo de un límite dado. La señal resultante se vuelve a normalizar para evitar cambios bruscos de intensidad. En la Figura 4.9 se muestra el resultado de este algoritmo de filtrado para tres límites distintos: 0% (imagen sin filtrar), 40% y 80%. De estos resultados se deduce que es necesario aplicar un filtro a la imagen reconstruida para obtener un resultado aceptable. Además, el nivel del filtro puede llegar a ser muy alto, y es necesario ajustarlo empíricamente.

Utilizando este método de reconstrucción de imágenes basado en el algoritmo LBP para el sensor segmentado, y la técnica LBP simple para el sensor convencional de 12 electrodos, se han obtenido reconstrucciones simuladas de varias distribuciones de permitividad, tal como se presenta



Figura 4.9: Distribución original (a) y reconstrucciones sin filtrar (b), con un filtro del 40% (c) y del 80% (d).

en la Figura 4.10. El proceso de filtrado se ha aplicado a los algoritmos de ambos tipos de sensores, ajustando el nivel del filtro para obtener en cada caso la mejor reconstrucción posible. Debajo de cada imagen obtenida se indica el error de reconstrucción cometido, calculado según la expresión (3.34). Se observa que en todos los casos el error de imagen es menor cuando la reconstrucción se obtiene aplicando la tomografía de cuatro electrodos rotatorios, entre un 4% en el caso de un objeto simple y un 14% para la distribución estratificada.



Figura 4.10: Imágenes reconstruidas con los sensores convencional y segmentado, utilizando el algoritmo LBP.

Aunque la nueva estrategia de medida reduce el error de reconstrucción, éste es aún muy elevado debido a que las reconstrucciones se basan en el algoritmo más simple, el *Linear Back Projection*, que produce imágenes de baja resolución. Para mejorar la calidad de los resultados obtenidos en
la Figura 4.10 las reconstrucciones se han repetido utilizando un método iterativo, el algoritmo de Landweber, descrito en el capítulo 2, y basado en la minimización de una funcional construida con la matriz de reconstrucción. Para aplicarlo, se parte de una reconstrucción original, que puede ser la obtenida en el caso anterior mediante el algoritmo LBP, y se modifica de forma iterativa. Para el caso del sensor segmentado, este método ha sido modificado de la misma forma que lo fue el LBP, obteniendo cada imagen parcial mediante la iteración de Landweber y componiendo la imagen final al sumar todas las imágenes parciales. Los resultados se muestran en la Figura 4.11, donde de nuevo se ha evaluado el error de reconstrucción cometido, y se indica debajo de cada imagen obtenida. Como se observa, este parámetro ha disminuido en todos los casos, y a simple vista se percibe la mejora en la reconstrucción cuando se comparan estos resultados con los mostrados en la Figura 4.10: es gracias a este incremento en la calidad de las imágenes por lo que este método iterativo es más utilizado cuando no se requiere que la reconstrucción de imágenes se realice on-line, ya que el coste computacional del proceso iterativo es mucho más elevado. Aunque la diferencia del error cometido con los dos tipos de sensores ya no es tan elevada como en el caso anterior, la técnica de cuatro electrodos rotatorios sigue presentando una mejor calidad de reconstrucción.

Se deduce por tanto que la nueva técnica de segmentación introducida en este capítulo es capaz de producir mejores imágenes que las generadas mediante una estrategia convencional de medida, cualquiera que sea la modalidad escogida para la reconstrucción de las distribuciones, iterativa o no iterativa.



Figura 4.11: Imágenes reconstruidas con los sensores convencional y segmentado, utilizando el algoritmo iterativo de Landweber.

4.2.4. Inmunidad al ruido

A lo largo de esta sección se ha visto que la estrategia de medida basada en cuatro electrodos rotatorios presenta mejores resultados que la estrategia convencional de 12 electrodos en lo que respecta a las capacidades estáticas, áreas de detección y calidad de las imágenes reconstruidas. Existe otro parámetro que afecta a los sistemas ECT, y en general a todos los sistemas electrónicos, y es su inmunidad frente a interferencias electromagnéticas externas.

Este parámetro se puede analizar mediante simulaciones numéricas a partir de las reconstrucciones llevadas a cabo en el apartado anterior. Para ello se han tomado los datos de capacidad medidos con ambos tipos de sensores en el caso de la distribución simulada de la Figura 4.10 (a) y se las ha superpuesto un ruido blanco aleatorio generado mediante Matlab[®]. A partir de estos datos modificados se ha vuelto a obtener la reconstrucción de la distribución de fases original, y se evaluado de nuevo el error de reconstrucción cometido. Este proceso se ha repetido para distintos valores del ruido blanco añadido a las medidas y el error de imagen cometido en cada reconstrucción se ha normalizado respecto al error inicial, en ausencia de ruido. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 4.12.

Es evidente que el error cometido durante el proceso de tomografía aumenta de manera mucho más rápida con la estrategia clásica de medida, llegando hasta un 100 % en el mismo rango en que el error correspondiente a la nueva estrategia de 4 electrodos rotativos apenas crece en un 10 %. Esta robustez del sistema se debe a los altos valores de capacidad que se registran entre los electrodos del sensor segmentado, y hace de éste un sistema apropiado para su aplicación en entornos ruidosos, como lo son los ambientes industriales en los que precisamente se encuentran muchos de los flujos multifásicos que requieren de un control y monitorización.



Figura 4.12: Variación del error de reconstrucción con el ruido blanco.

4.3. Diseño del prototipo inicial

En la sección anterior se han puesto de manifiesto, a través de un estudio por simulación, las distintas ventajas que el uso de la nueva técnica de medida basada en cuatro electrodos rotatorios supone sobre la utilización de una estrategia de medida convencional. Para comprobar de forma experimental los beneficios de esta estrategia frente a otras se ha desarrollado un prototipo de sistema ECT orientado no sólo a aplicar este nuevo esquema de medida, sino capaz de operar aplicando una amplia variedad de técnicas de medida y excitación de electrodos, de modo que sea apropiado como herramienta de estudio de los distintos enfoques que se deseen probar para un sensor de tomografía eléctrica de capacitancia. El diagrama de bloques de este prototipo se muestra en la Figura 4.13.



Figura 4.13: Diagrama de bloques del prototipo desarrollado.

El diseño utiliza una FPGA que proporcionará las señales de control necesarias para la configuración de los conmutadores analógicos, y que se gobernará a través de un microcontrolador de la familia PIC (Microchip Inc.). La matriz de conmutadores se diseña para operar con una elevado número de electrodos, y puede conectarlos a los distintos módulos del diseño, de forma que puedan operar en cualquier momento como fuente, detector o elementos flotantes. Los electrodos puede ligarse entre sí sin ninguna restricción para operar como segmentos, lo que permite estudiar cualquier combinación de ellos para sugerir nuevas técnicas de medida, tal como la presentada en este capítulo. Los electrodos también pueden funcionar como unidades individuales y es posible utilizar técnicas de excitación multielectrodo como las explicadas en el capítulo 2. Prácticamente cualquier modo de excitación y medida está permitido con este esquema de diseño.

Aunque en la sección anterior el estudio de la estrategia de medida de cuatro electrodos rotatorios se hizo en base a un sensor compuesto por 44 segmentos, para este prototipo, y por motivos de sencillez, se ha utilizado un sensor con 20 segmentos. Esta cantidad de segmentos reduce el número posible de medidas independientes de capacidad, que pasa de las 66 obtenidas con 44 segmentos a tan solo 30. Mediante este prototipo se pretende comparar resultados reales obtenidos a través de la nueva técnica de segmentación con los obtenidos mediante un sensor convencional, al igual que se hizo, por técnicas de simulación, en la sección anterior. Puesto que el número de medidas posibles con el sensor segmentado a disminuido, el sensor convencional que se tomará en esta sección será de 8 electrodos en lugar de 12, que proporciona 28 medidas independientes de capacidad, un número comparable a las resultantes con el sensor de 20 segmentos.

El tamaño de los segmentos es de 5 cm de longitud, que es una medida aproximada al radio del sensor, lo que garantiza una buena sensibilidad del sistema, suprimiendo los efectos 3D en la sección central del sensor [PTL01], y 1,5 cm de anchura, lo que supone una longitud relativa del 60%. Para este número de segmentos, y según lo expuesto anteriormente, el número de medidas independientes que se puede obtener con esta configuración es 30. Las dimensiones del conducto donde se sitúa el sensor son las mismas utilizadas en la sección anterior, es decir, un radio interior de 6 cm, radio exterior de 6.5 cm y una pantalla externa situada concéntricamente con el conducto, con un radio de 7.5 cm.

4.3.1. Conmutadores analógicos

Los conmutadores analógicos señalados en la Figura 4.13 son los encargados de conectar los distintos segmentos con las etapas correspondientes del sistema, de modo que si un segmento forma parte, en determinado mo-



Figura 4.14: Esquema de configuración de los conmutadores analógicos.

mento, del electrodo fuente, debe serle aplicada la señal de excitación; por tanto, habrá de ir conectado al generador de señal. Si, por el contrario, dicho segmento forma parte del electrodo detector, el conmutador analógico debe configurarse de tal forma que conecte el segmento con la electrónica de medida. Como última posibilidad, el segmento debe quedar flotante, es decir, sin conectar a ninguna otra etapa, si no interviene en la medida. Tal como se ha explicado anteriormente, el diseño permite una gran flexibilidad para probar distintos esquemas de medida, ya que cada segmento o electrodo puede configurarse individualmente. La única restricción que tiene este sistema es que no contempla la opción de conectar los electrodos a tierra cuando no intervienen en la medida.

Los conmutadores analógicos seleccionados para este desarrollo son los DG442 (Maxim Integrated Products), que tienen un bajo tiempo de establecimiento, del orden de 100 ns, y una baja resistencia en conducción, inferior a 80Ω . La capacidad parásita que presentan es de 16 pF. Estos dispositivos cuentan con cuatro conmutadores integrados en cada encapsulado, y se utiliza cada pareja de ellos para la configuración de un único segmento, tal como se muestra en la Figura 4.14. En esta figura, las señales de control a_0 y a_1 determinan el estado del segmento, de modo que una combinación 01 de estas señales configuran al segmento como fuente, 10 como detector y 00 como electrodo flotante. La posibilidad $a_0a_1 = 11$ está prohibida, ya que uniría directamente la etapa de medida con el generador de señal, lo que equivale a cortocircuitar la capacidad desconocida C_x formada por los electrodos.

4.3.2. Lógica de control

De la Figura 4.14 se desprende que son necesarios dos conmutadores para controlar el estado de cada segmento. Por tanto, para N segmentos se requieren 2N conmutadores. A su vez, cada conmutador requiere una señal de control para su correcto funcionamiento, de modo que para el control de los N segmentos son necesarias 2N señales digitales. Con el objetivo de dotar al sistema de un carácter modular, se ha integrado en el diseño una FPGA que proporciona las señales de control necesarias para determinar el estado de todos los conmutadores analógicos, puesto que un microcontrolador dispone de un número muy limitado de puertos de entrada/salida para realizar esta tarea.

Una FPGA es un dispositivo que puede disponer de cientos de salidas digitales fácilmente configurables, lo que permite la expansión del número de segmentos que componen el sensor con una fase mínima de rediseño [MOR09]. En este trabajo, la FPGA utilizada es una FLEX10k de Altera. Este dispositivo se programa de forma que al detectar una señal de comienzo



Figura 4.15: Comunicación entre el microcontrolador y la FPGA.

en las líneas de comunicación, consistente en un flanco de subida de la línea de reloj mientras la de datos permanece en estado alto, recibe en 40 pulsos sucesivos de reloj los bits correspondientes a las señales de control que debe aplicar como salida. Es decir, el microcontrolador genera una palabra de 40 bits que envía, mediante una comunicación serie, a la FPGA, y que se corresponde con las señales de control que deben aplicarse a los conmutadores analógicos. La FPGA se comporta simplemente como un traductor de palabra serie a paralelo, y configura un puerto de salida paralelo de 40 líneas según la palabra recibida desde el microcontrolador, de forma que si el bit n de esta palabra es un 1, la línea de salida n de la FPGA se pondrá a nivel alto, mientras que si el bit es un 0, la misma salida se pondrá a nivel bajo. En la Figura 4.15 se presenta un esquema de esta comunicación.

4.3.3. Electrónica de medida

La electrónica de medida está basada en el transductor de capacidad AC [YAN01b]; la elección de este transductor reside en su simplicidad y en su inmunidad a las capacidades parásitas, como ya se explicó en el capítulo 2. Su esquema se presenta en la Figura 4.16.

La capacidad C_x es la formada por los conjuntos de segmentos que actúan en cada momento como fuente o como detector. La salida del amplificador operacional viene dada por:

$$V_o = \frac{j\omega C_x R_f}{1 + j\omega C_f R_f} V_i \tag{4.1}$$

donde C_f y R_f son la capacidad y la resistencia de realimentación, respectivamente [GAM01].

La expresión 4.1 tiene forma de un filtro pasa alta de primer orden, con frecuencia de corte dada por $f_0 = 1/(2\pi C_f R_f)$. Para frecuencias superiores a f_0 , la salida del transductor se puede simplificar como:

$$V_o = -\frac{C_x}{C_f} V_i \tag{4.2}$$

de modo que la tensión de salida es independiente de la frecuencia y de la resistencia de realimentación R_f .

En este desarrollo, se ha escogido $C_f = 15$ pF y $R_f = 1$ M Ω , lo que sitúa la frecuencia de corte f_0 en 10,6 kHz. El amplificador operacional utilizado es el modelo EL2045, de Elantec Inc., de 100 MHz de ancho de banda, el cual lo hace indicado para trabajar a altas frecuencias, y un elevado *slew-rate*,



Figura 4.16: Esquema de la electrónica de medida.

que garantiza una rápida respuesta ante cambios en la configuración de los segmentos.

Puesto que se desean obtener grandes amplitudes a la salida del transductor para facilitar la medida de la capacidad desconocida C_x , es necesario utilizar capacidades de realimentación bajas, según se desprende de la expresión anterior. Sin embargo, el uso de pequeñas capacidades implica un aumento de la frecuencia de corte y, por tanto, de la frecuencia de trabajo. Este hecho tiene implicaciones a la hora de diseñar el ADC que se utilizará para digitalizar la señal de salida del transductor, ya que estos dispositivos suelen tener una relación inversamente proporcional entre su resolución (número de bits) y su frecuencia de muestreo.

A partir de la expresión 4.2, la obtención del valor de la capacidad incógnita C_x es inmediata, una vez medido el valor de V_o . Esta tensión es una onda sinusoidal, ya que la señal de excitación del electrodo fuente V_i también lo es. Así pues, es necesario obtener la amplitud de la tensión de salida del amplificador operacional para calcular el valor de la capacidad formada por los electrodos. Para ello, esta señal pasa a través de un convertidor analógico digital, tras haber sido amplificada por una etapa previa. El resultado es recogido directamente por el microcontrolador y procesado para obtener C_x .

4.3.4. Generador de señal y convertidor AD

La señal de excitación de los electrodos se obtiene a partir de un generador de señal modelo 33120A de Agilent Technologies, con una amplitud de 10 V pico-pico y una frecuencia de 100 kHz, que es suficientemente alta, respecto a la frecuencia de corte f_0 , como para poder utilizar la aproximación dada por (4.2). Como convertidor AD se seleccionó el MAX120, de Maxim Integrated Products, de 12 bits de resolución, que es capaz de trabajar a una frecuencia máxima de muestreo de 500 ksps, la cual es suficiente para reconstruir, según el teorema de Nyquist, la señal original. Este dispositivo tiene un amplio rango de entrada, de $\pm 5V$ que, al ser dual, no requiere de una adaptación compleja del rango de la señal procedente del transductor de capacidad; la etapa de amplificación se diseña y calibra para que los límites de la señal se ajusten a los del ADC. Por otro lado, la salida del convertidor MAX120 es paralela, es decir, dispone de 12 salidas digitales, una para cada bit que compone la palabra correspondiente a la digitalización de la entrada en cada instante. Esta configuración permite una mayor velocidad de comunicación entre el ADC y el microcontrolador, ya que en un solo pulso de reloj puede transmitirse la palabra completa, a diferencia de los ADCs cuya salida es serie, que requieren de un número determinado de pulsos de reloj, al menos igual al número de bits, para transmitir la palabra por una única línea de datos. Por tanto, el uso de un ADC con salida paralela incrementa la tasa de adquisición de datos general del instrumento.

4.3.5. Interfaz

El sistema completo se gobierna por parte del usuario a través del PC central, desde el cual el operador puede decidir en cada momento la configuración de los electrodos y el modo de funcionamiento del instrumento. Para ello se ha diseñado una aplicación en Visual Basic con un sencillo panel de control, mostrado en la Figura 4.17. A la izquierda de esta pantalla se encuentra en campo de control de los segmentos, en el que hay un listado de controles de menús desplegables correspondientes a cada uno de los segmentos que forman el sensor. En cada menú se puede escoger la situación del segmento para que actúe como fuente, detector o elemento flotante en cada momento, tal como se aprecia en el control del segmento número 11, cuyo menú aparece abierto en la Figura 4.17.

En el centro de la ventana se encuentra el campo de selección del modo de operación, en el que se puede escoger si el usuario desea obtener una única medida, cuyo valor dependerá de la configuración de segmentos que se haya establecido en el campo anterior, o si se desea una secuencia completa de medidas para obtener una imagen de la distribución de permitividad en el interior del sensor. En este caso la configuración de segmentos del campo de control de éstos no tiene efecto sobre la operación del instrumento, ya que el estado de los segmentos va a ir cambiando con cada medida. Para este modo de operación hay que especificar el número de segmentos que se van a agrupar para formar cada uno de los cuatro electrodos; esta libertad de elección permite estudiar distintos protocolos sobre la estrategia de los



Figura 4.17: Interfaz de control del prototipo inicial.

cuatro electrodos rotatorios.

Por último se encuentran dos campos en los que se muestran los resultados obtenidos en cada uno de los modos de operación disponibles. Si el usuario ha seleccionado obtener una única medida, el valor la capacidad formada por los electrodos C_x aparece en un bloque de texto situado a la derecha de la pantalla. Si lo que se ha obtenido es una secuencia completa de medidas, ésta aparece representada en un gráfico de barras en la parte inferior de la pantalla. Estos datos también se almacenan en un archivo de texto para un análisis posterior.

A través del programa desarrollado en Visual Basic se establece la comunicación entre el PC de control y el instrumento, mediante una conexión USB. Para hacer posible esta comunicación de forma sencilla, el microcontrolador utilizado en este prototipo lleva integrado un módulo USB. De esta manera se ha evitado el tener que diseñar este módulo para utilizarlo con otro tipo de microcontrolador. Ya se ha mencionado que el dispositivo seleccionado pertenece a la familia de PICs desarrollada por Microchip Inc. En concreto, el modelo escogido es el PIC18F4550, que dispone de un módulo de comunicación USB compatible con las especificaciones de USB 2.0, lo cual permite un envío de datos rápido desde el sistema al ordenador central y viceversa.

4.3.6. Realización del prototipo inicial

En los apartados anteriores se han descrito los módulos que componen el sistema desarrollado. Estos elementos se han implementado sobre una placa de circuito impreso o PCB (Printed Circuit Board), respetando ciertas normas básicas de diseño, como separar los bloques analógicos y digitales y otras reglas con el fin de evitar interferencias producidas por picos de conmutación digitales.. Además, las conexiones a tierra de estos bloques deben estar también separadas, lo que da lugar a dos planos distintos de tierra, que se unen en un único punto. En la Figura 4.18 se muestra la PCB del prototipo inicial, donde se han señalado los distintos módulos que la componen. Como se observa, los elementos analógicos (conmutadores, transductor de capacidad y parte del ADC) están dispuestos en la zona izquierda de la placa, mientras que los elementos digitales (microcontrolador y parte digital del ADC) se sitúan a la derecha. Todos los circuitos integrados utilizados tienen un encapsulado through-hole, que permite una mayor facilidad de montaje y posibilidad de reemplazarlos sin necesidad de aplicar nuevas soldaduras, gracias a la incorporación de zócalos auxiliares.



Figura 4.18: PCB del prototipo inicial.

Como se observa, la FPGA no está presente en este circuito; esto es debido a que para este desarrollo se hizo uso de un kit de desarrollo UP1 de Altera en la que la FPGA ya estaba integrada. Únicamente era necesario utilizar un conector para unir ambas placas. En la Figura 4.18 se pueden observar también cuatro conectores para clavijas, dos en la parte superior y otros dos en la parte inferior. Estos elementos se utilizan para conectar los instrumentos externos, es decir, el generador de señal y las fuentes de alimentación de +15 V, -15 V y 5V.

En la Figura 4.19 se muestra la parte inferior de la placa desarrollada. En esta vista es posible distinguir con claridad los dos planos de tierra, uno



Figura 4.19: Vista inferior de la PCB del prototipo inicial.

para la parte analógica y otro para la parte digital del sistema.

Por último, en la Figura 4.20 se presenta una fotografía del sistema completo, que incluye tanto la PCB que contiene la electrónica de medida como la placa de desarrollo donde se integra la FPGA. Además, se aprecian los distintos elementos externos que se han utilizado: la fuente de tensión, que alimenta la electrónica analógica con ± 15 V, y la digital con 5V, el generador de señal que proporciona la señal sinusoidal de excitación de los electrodos, el sensor segmentado consistente en un conjunto de contactos de cobre sobre un conducto de PVC y un ordenador portátil, conectado al sistema mediante un cable USB y donde se ejecutan tanto la interfaz de control descrita



Figura 4.20: Prototipo desarrollado.

en el apartado anterior como el código de Elementos Finitos desarrollado para Matlab[®] y que realiza la reconstrucción de la imagen. Además, este ordenador se conecta mediante un bus paralelo a la placa de desarrollo de Altera, y se utiliza como herramienta de programación de la FPGA.

4.3.7. Resultados

Con el sistema dispuesto según se muestra en la Figura 4.20, se procede a obtener los valores de las distintas capacidades para obtener la reconstrucción de la distribución de permitividad. Una vez que el microcontrolador ha obtenido los valores digitalizados de la salida del transductor de capacidad correspondientes a la medida de las distintas capacidades que se pueden establecer en el sensor (un *frame* de datos), las transmite al PC a través de la conexión USB. En el ordenador, las series de muestras de las señales sinusoidales son tratadas mediante un sencillo algoritmo basado en el estándar 1057 de IEEE [IEE01, HAN00] para obtener la amplitud de la señal muestreada en cada momento y, a partir de ella, la capacidad entre cada pareja de electrodos. Este algoritmo se basa en el supuesto de que, dada una serie de muestras $[y_1, y_2, ..., y_K]$ tomadas en los instantes $[t_1, t_2, ..., t_K]$, se pueden modelar de la forma:

$$y_n[A, B, C, w] = Asen(\omega t + B) + C \tag{4.3}$$

donde A, B, C son constantes desconocidas. La frecuencia angular ω puede ser conocida o no, dando lugar a modelos de tres o cuatro parámetros, respectivamente. Para una frecuencia conocida, el vector de parámetros x = [A, B, C] se puede estimar como:

$$\hat{x} = (D^T D)^{-1} D^T y \tag{4.4}$$

donde y es el vector de muestras y D es la matriz:

$$D = \begin{pmatrix} \cos(\omega t_1) & \sin(\omega t_1) & 1\\ \cos(\omega t_2) & \sin(\omega t_2) & 1\\ \dots & \dots & \dots\\ \cos(\omega t_K) & \sin(\omega t_K) & 1 \end{pmatrix}$$
(4.5)

Así pues, dadas las muestras y conociendo los intervalos de tiempo en que fueron tomadas, datos ambos conocidos, se pueden obtener los parámetros



Figura 4.21: Secuencia de capacidades en equilibrio.

que modelan la secuencia de muestras según (4.3) y, más concretamente, la amplitud de la señal sinusoidal que sirve de modelo, y que se ajusta a la señal original, por ser ésta una onda sinusoidal pura. A partir de las amplitudes V_i y V_o de las señales de excitación y de salida del transductor de capacidad, se obtiene los valores de las distintas capacidades que se establecen entre las parejas de electrodos que forman el sensor, mediante (4.2).

En la Figura 4.21 se muestra un ejemplo de una serie de capacidades medidas cuando el conducto sólo contiene aire. Se puede comprobar que esta serie de valores está compuesta por una secuencia que se repite, consistente en dos valores altos de capacidad seguidos de un valor bajo. Esta secuencia se corresponde que la estrategia de medida, según la cual se establece una situación con cuatro electrodos formados por la asociación de segmentos, entre los cuales se miden las capacidades para las parejas de electrodos adyacentes y opuestos, dando lugar a valores altos y bajos de capacidad, pero



Figura 4.22: Potencial eléctrico con un elemento de prueba.

siempre los mismos, ya que la geometría y el dieléctrico de los condensadores formados por los electrodos sólo tiene esas dos posibilidades. La repetición sucesiva de los valores se debe a la rotación de estos cuatro electrodos. Como se observa en la Figura 4.21, los valores medidos de capacidad están en torno a los 35 pF, para las parejas de electrodos opuestos, y a los 55 pF para electrodos adyacentes. Estos valores son muy superiores a los obtenidos con sistemas clásicos de tomografía, que se sitúan en el rango 1 a 1000 fF. Por tanto, la medida de estas capacidades no representa ningún problema.

Mediante este sistema, se han obtenido imágenes correspondientes a distribuciones de permitividad reales, consistentes en la ubicación de elementos de prueba rellenos de agua, cuya constante dieléctrica relativa es de 80, en un medio gaseoso (aire), cuya constante dieléctrica relativa es de 1. Esta gran diferencia entre las permitividades de los medios facilita el proceso de medida, ya que produce alteraciones muy acentuadas en el campo eléctrico, como se puede comprobar en la Figura 4.22, lo que se traduce



Figura 4.23: Reconstrucción de distribuciones reales (a, b) mediante un sensor segmentado (c, d) y un sensor convencional (e, f).

en cambios elevados en el valor de las capacidades. Esta distribución del potencial eléctrico se ha obtenido mediante una simulación llevada a cabo con el programa simulador de campos electromagnéticos Maxwell2D[®].

Las distribuciones así formadas se han reconstruido utilizando los dos tipos de sensores. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 4.23 y se corresponden con la presencia en el interior del conducto de un elemento de prueba situado en el centro del sensor (a), y de una pareja de elementos situados a lo largo de un diámetro del sensor, y ubicados cerca de las paredes del conducto (b). A la vista de los resultados de la Figura 4.23 es evidente que la utilización de una técnica de segmentación de electrodos incrementa de modo notable la calidad de la imagen final obtenida. Hay que añadir que, gracias a la modularidad del instrumento desarrollado, y a su flexibilidad para operar con distintas combinaciones de electrodos, las medidas necesarias para la generación de las imágenes de correspondientes al sensor de 8 electrodos fueron obtenidas utilizando el mismo sistema expuesto en esta sección; por tanto, la única diferencia entre los dos resultados radica exclusivamente en el tipo de sensor y estrategia de medida utilizada. Este hecho refuerza aún más la conclusión de que la nueva técnica de medida introducida en este capítulo genera mejores resultados, en cuanto a la calidad de las reconstrucciones, que las técnicas clásicas de medida.

4.4. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado una nueva estrategia de formación de electrodos en un sensor segmentado para tomografía ECT. Esta estrategia se basa en la agrupación de los distintos segmentos para formar cuatro electrodos de gran área, de modo que la mayor parte de la superficie del sensor se utiliza en cada secuencia de medidas. Este mayor aprovechamiento del área del sensor resulta en valores muy altos de las capacidades que se establecen entre los distintos electrodos, así como en una elevada sensibilidad del sistema y una gran inmunidad frente a ruido electromagnético externo. El sensor de cuatro electrodos así formado se rota de forma eléctrica en pequeños pasos, de un segmento por giro, lo que permite obtener un alto número de medidas independientes, comparable a la cantidad de medidas en un sensor de tomografía clásico.

Esta nueva estrategia de medida se ha estudiado mediante simulaciones basadas en Elementos Finitos, utilizando para ello el código expuesto en el capítulo anterior. La respuesta de un sensor segmentado compuesto por 44 segmentos ha sido así comparada con la correspondiente a un sensor clásico de 12 electrodos, ya que para ambos el número de medidas independientes de capacidad es el mismo, y por tanto las posibles diferencias en los resultados se deben únicamente a la estrategia de tomografía seguida. Mediante las experiencias llevadas a cabo por simulación se ha obtenido que el sensor segmentado presenta unos mayores valores de capacidad que el sensor convencional, lo cual era predecible, y unas áreas de detección mayores. Además, la superposición de estas áreas de detección para una posición fija del electrodo fuente demuestra que el sistema de cuatro segmentos tiene una mayor capacidad de detección en el centro del sensor, y una superficie total de detección mas homogénea que en el caso del sensor de 12 electrodos, cuya zona de alta sensibilidad se concentra en la región más próxima al electrodo fuente.

Para demostrar la mejora global del uso de la nueva estrategia sobre la clásica, se han simulado varias distribuciones de permitividad, y reconstruido a partir de las medidas de capacidad generadas. Las reconstrucciones se han llevado a cabo con dos algoritmos distintos, uno de reconstrucción directa, el algoritmo *Linear Back Projection*, y otro iterativo, el método de Landweber. Para el sensor segmentado, estos métodos de reconstrucción se aplican a las imágenes parciales correspondientes a posiciones fijas de

los electrodos; la reconstrucción final se obtiene al superponer (o sumar, en términos matriciales) las imágenes parciales. En ambos casos se ha evaluado el error de reconstrucción para las distintas distribuciones de permitividad, obteniendo siempre una mejor calidad de imagen cuando ésta se obtiene a partir de las medidas llevadas a cabo con el sensor segmentado y utilizando la estrategia de los cuatro electrodos rotatorios. Los errores de imagen se han evaluado de nuevo añadiendo a las medidas de capacidad un ruido aleatorio generado mediante Matlab[®], y se ha encontrado que el nuevo sistema es mucho más robusto frente a ruido externo, debido a los altos valores de capacidad con que trabaja.

Se ha construido un prototipo experimental de tomografía ECT en el que se pone en práctica la estrategia de medida presentada, basándose en una FPGA y un conjunto de conmutadores analógicos, uno para cada segmento o electrodo que conforma el segmento, hasta un máximo de 20. La flexibilidad del sistema resultante permite una gran modularidad del prototipo, siendo éste capaz de expandir el número de electrodos sin más que añadir nuevos conmutadores. Además, gracias a la versatilidad de la FPGA es posible la implementación, sobre el mismo sistema, de múltiples estrategias de excitación de electrodos. En este diseño se ha hecho uso del transductor de capacidad basado en AC descrito en capítulos anteriores. Para el control del instrumento se ha diseñado una aplicación en Visual Basic que resulta en una interfaz simple, gracias a la cual un usuario no familiarizado con el sistema puede investigar múltiples estrategias de medida. La comunicación entre el ordenador central y el instrumento desarrollado se establece mediante el protocolo USB 2.0; esto ha sido posible gracias a la integración de un módulo USB en el microcontrolador seleccionado. Mediante este instrumento se han generado imágenes de distribuciones reales de permitividad, las cuales reafirman las conclusiones alcanzadas en el estudio y comparación de las estrategias por simulación: la nueva estrategia de segmentación basada en cuatro electrodos rotatorios presenta mayores valores de capacidad, mejor sensibilidad en la región central del sensor, alta inmunidad frente a ruido electromagnético externo y mayor calidad de las imágenes reconstruidas.

Estas características llevan a pensar en una simplificación de la electrónica de medida, que ya no tiene que llegar a medir capacidades del orden de fF y, por tanto, en el desarrollo de sistemas más económicos y compactos. Esta orientación es la seguida en el capítulo siguiente, donde se propondrá un sistema ECT completo basado en esta nueva estrategia de medida que, aprovechando las ventajas que ésta presenta y que han sido expuestas en el presente capítulo, será capaz de monitorizar flujos multifásicos en tiempo real. Este nuevo diseño será de muy bajo coste, en comparación con los sistemas actuales de tomografía ECT comerciales, y presentará una gran ventaja añadida: portabilidad.

- CAPITULO 5

Sistema portátil para ECT en tiempo real

5.1. Introducción

A lo largo de esta memoria se han destacado las ventajas que el uso de tomografía de capacitancia eléctrica presenta en el ámbito del control industrial. Esta técnica permite la monitorización de procesos de forma no intrusiva, característica que hace de ella un método apropiado para el control en ambientes que pueden ser agresivos a otro tipo de sensores colocados en su interior, o que simplemente no pueden ser manipulados de otra forma [IMS05]. Por otro lado, el mayor inconveniente que se encuentra en la tomografía ECT radica en el propio proceso de medida de capacidad, ya que los valores que se registran entre las parejas de electrodos puede ser del orden de 1 fF. Esta limitación supone un punto crítico de diseño, en torno al cual debe considerarse el resto del sistema, ya que debe ser capaz de registrar variaciones de capacidad de esa magnitud. En la literatura se han presentado diversas estrategias de diseño orientadas a optimizar la electrónica de medida utilizada en la instrumentación de tomografía ECT [YAN96a], como distintos transductores de capacidad, etapas de compensación de offset, etc. Es un hecho comúnmente aceptado el que la réplica de la electrónica de medida para cada uno de los electrodos que forman el sensor reduce el ruido y la interferencia entre canales a la hora de tomar una medida [WIL99, YAN01b]. Sin embargo, esta estrategia lleva al desarrollo de sistemas complejos, caros y de grandes dimensiones, que se montan en un armario tipo *rack* y se ubican de forma permanente en una estación cercana al conducto donde tiene lugar el flujo que se pretende monitorizar [BRE03]. Este tipo de sistemas alcanzan usualmente una tasa de adquisición de datos de hasta 200 *frames* por segundo [YAN96b, YAS07], que son normalmente tratados *a posteriori* para el análisis del flujo multifásico.

En el capítulo anterior se introdujo la estrategia de medida de cuatro electrodos rotatorios para ECT, basada en el uso de un sensor segmentado, que permite distintas configuraciones de los electrodos para obtener mayores valores de capacidad sin disminuir el número de medidas a partir del cual se compone la imagen reconstruida. Las particularidades de esta técnica, como su inmunidad al ruido o su facilidad de medida permiten pensar en una reducción drástica de la complejidad de los sistemas convencionales de tomografía, así como su coste y sus dimensiones. En este capítulo se presenta un nuevo prototipo de tomógrafo ECT, al que se llamará P1 por ser una evolución del prototipo anterior P0, orientado a utilizar la nueva estrategia de medida a través de un sensor segmentado de 20 elementos. El objetivo de este desarrollo es obtener un instrumento simple, portátil y económico, de fácil uso, y que permita la visualización de procesos en tiempo real, es decir, en el mismo momento en que se producen.

Este sistema se presenta en las siguientes secciones, junto con un nuevo algoritmo de reconstrucción de imagen, derivado del método de superposición de imágenes utilizado en el capítulo anterior, que permite una rápida reconstrucción sin necesidad de procesado de datos, alcanzando una tasa de representación de distribuciones de permitividad de hasta 32 imágenes por segundo, tasa más que suficiente para la visualización *on-line* de procesos.

5.2. Descripción del equipo de medida

El objetivo de este nuevo diseño es obtener un desarrollo compacto en el que se integren todos los módulos necesarios para la operación de un sistema ECT y sobre el que se pueda implementar la nueva técnica de segmentación basada en cuatro electrodos rotatorios descrita en el capítulo anterior. En la Figura 4.20 se mostraba el prototipo de tomografía P0, en el que se hacía uso de varios instrumentos externos, como el generador de señal y tres fuentes de alimentación de +15, -15 y 5 V. Con este nuevo diseño se busca prescindir de todos estos sistemas, de modo que en un único instrumento se encuentren integrados todos los elementos necesarios para realizar tomografía eléctrica de capacitancia. Además, gracias a la facilidad de medida introducida con la nueva técnica, el prototipo se podrá integrar en una caja de pequeñas dimensiones, de modo que resulte un instrumento portable y aplicable a distintas situaciones.

En la Figura 5.1 se presenta el diagrama de bloques del sistema desarrollado. Como se señala, toda la electrónica se integra dentro de una carcasa cuyas únicas conexiones al exterior son los cables procedentes de los segmentos del sensor y el cable USB que une el instrumento con el ordenador. El resto de módulos necesarios para el funcionamiento del sistema



Figura 5.1: Diagrama de bloques del sistema ECT.

se implementa dentro del mismo prototipo, de forma que se elimina la necesidad de utilizar instrumentación externa, lo que reduce enormemente el coste del sistema. A continuación se describirán en detalle todos los módulos que componen este diseño.

5.2.1. Electrónica de medida

Al igual que el prototipo presentado en el Capítulo 4, el instrumento desarrollado aquí se basa en el transductor de capacidad AC que, como se ha comentado anteriormente, es el más utilizado en los sistemas actuales, ya que permite una fácil conversión de capacidad a tensión, y es inmune a las capacidades parásitas introducidas por los cables de conexión y los sistemas de apantallamiento. En la Figura 5.2 se muestra un esquema de la electrónica de medida utilizada en el prototipo. La capacidad desconocida C_x está compuesta por los conjuntos de segmentos que formen parte en



Figura 5.2: Electrónica de medida.

cada momento de los electrodos fuente y detector, respectivamente. Las capacidades parásitas están representadas mediante los condensadores C_{s_1} y C_{s_2} . Es fácil ver que estas capacidades no afectan a la medida, ya que la tensión de excitación se aplica directamente a uno de los terminales de la capacidad C_x , y por tanto C_{s_1} no tiene efecto ninguno, mientras que C_{s_2} está en cortocircuito, ya que, debido a la realimentación negativa del amplificador operacional, la tensión en la entrada inversora donde está conectada esta capacidad parásita es tierra virtual.

La señal de excitación que se aplica al electrodo fuente, V_i , es una señal sinusoidal, generada internamente mediante un módulo oscilador, según se verá más adelante. La tensión de salida de la etapa formada por el amplificador operacional viene dada por:

$$V_o = -\frac{C_x}{C_f} V_i \tag{5.1}$$

siempre que se satisfaga la condición de que la frecuencia de la señal de excitación f sea mucho mayor que la frecuencia de corte del filtro compuesto

por la etapa del transductor $f_0 = 1/(2\pi C_f R_f)$, tal como se expuso en capítulos anteriores. En este caso, se han escogido unos valores $C_f = 47pF$ y $R_f = 100k\Omega$, lo que sitúa la frecuencia de corte de esta etapa en torno a los 34 kHz. El amplificador operacional seleccionado es el AD817, de Analog Devices, cuyas prestaciones en velocidad (50 MHz de ancho de banda y 350 V/μ s de *slew-rate*) lo hacen adecuado para trabajar con altas frecuencias.

La señal V_o es una onda sinusoidal cuya amplitud hay que determinar para obtener el valor de la capacidad formada por los electrodos C_x . La estrategia más común para evaluar la amplitud de esta señal es la que se siguió en el prototipo expuesto en el Capítulo 4, consistente la digitalización de esta onda mediante un convertidor analógico a digital adecuado, previa adaptación de la señal al rango de entrada del mismo, y procesado de las muestras, bien en el microcontrolador o bien en el ordenador central para la reconstrucción de la amplitud original. Sin embargo, en este trabajo se ha optado por añadir una etapa de rectificado de la señal a medir, mediante un detector de pico compuesto por un diodo D, una resistencia R y un condensador C. El objetivo de este diseño es simplificar el proceso de medida, al tiempo que se reduce el coste y la densidad de componentes en el sistema final.

El modo de operación del detector de pico es el siguiente: cuando la señal de entrada crece, el diodo se polariza en directo, y permite el paso de corriente desde el amplificador operacional hacia el condensador, que se va cargando a una tensión $V_c = V_o - V_\gamma$, siendo V_γ la caída de tensión en el diodo. Cuando la señal V_o alcanza su valor máximo A_o , la tensión en el condensador será $V_{c_{max}} = A_o - V_\gamma$; a partir de este punto la tensión de salida del transductor de capacidad disminuye, acabando con la condición de

polarización directa del diodo, que pasa a estado de corte. En esta situación, el condensador se descarga lentamente a través de la resistencia R. Si esta descarga es lo suficientemente lenta como para muestrear el valor de $V_{c_{max}}$ de forma estable, será posible determinar el valor de la amplitud de la señal A_o de forma directa, sin necesidad de utilizar técnicas de filtrado o reconstrucción de señal como la que se implementó en el prototipo descrito en el capítulo anterior. Este hecho es de gran importancia a la hora de obtener imágenes de un proceso en tiempo real, ya que se incrementa de forma notable la tasa de adquisición de datos. Además, si hay poco ruido electromagnético que afecte a la medida, con una única muestra de la tensión de salida del detector de pico se puede obtener un valor de la amplitud de la señal V_o , al contrario de lo que ocurre cuando se pretende muestrear directamente esta señal, donde se necesitan varias muestras por período para obtener una reconstrucción de la amplitud. Tomando una única muestra de la señal se acelera aún más el proceso de medida. En este punto cobra importancia el uso de un sensor segmentado y la técnica de los cuatro electrodos rotatorios ya que, como se demostró en el estudio del capítulo anterior, esta estrategia es muy robusta frente a ruido externo, y permite reducir el número de muestras sin que el ruido afecte significativamente.

5.2.2. Oscilador

Otro de los módulos que componen el sistema de la Figura 5.1 y que han sido integrados en este diseño es el módulo oscilador. Esta etapa es la encargada de generar una señal sinusoidal estable, que se utilizará como señal de excitación de los electrodos que actúen como fuente en cada momento. En



Figura 5.3: Módulo oscilador.

la Figura 5.3 se presenta el esquema de este bloque, que sigue una estructura de Colpitts. Este circuito consta de tres etapas distintas. El núcleo de este módulo es el propio circuito oscilador, formado por el transistor de propósito general Q_1 , junto con la red de polarización correspondiente. La señal de oscilación se toma en el extremo de la inducción L_1 , y su frecuencia viene dada por:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4}}} \tag{5.2}$$

Los parámetros de diseño han sido ajustados para obtener una frecuencia de oscilación de 300 kHz, y una amplitud de 15 V pico-pico. Con esta frecuencia se satisface la condición dada para poder utilizar la expresión 5.1, que es sólo valida cuando se cumple $f >> f_0$, siendo en este caso $f_0 =$ 34 kHz.

La segunda etapa que compone el circuito oscilador de la figura anterior es un transistor en configuración de colector común, representado en este caso por Q_2 . En esta disposición, esta etapa actúa como adaptador de impedancia, ya que ofrece una impedancia de entrada muy elevada, del orden de β veces la resistencia de emisor de esta etapa R_6 , siendo β el factor de ganancia en corriente del transistor. El objeto de utilizar esta etapa es lograr un desacoplo entre el módulo oscilador y las siguientes etapas, de modo que cualquier carga que se utilice a continuación no afecte a las condiciones de oscilación. La señal sinusoidal que se aplicará como fuente de excitación para los electrodos se toma en la salida de la etapa de colector común, es decir, el emisor de Q_2 , y está marcada como osc en la Figura 5.3.

La última etapa consiste en un detector de pico análogo al descrito anteriormente. Su objetivo es proporcionar una tensión DC relacionada directamente con la amplitud de la señal de oscilación, de modo que dicho parámetro sea fácilmente medido por el microcontrolador, mediante el convertidor AD interno que integra. Este valor es necesario para poder obtener una medida de la capacidad desconocida C_x , según la expresión 5.1. Aunque la señal sinusoidal generada en este módulo es de frecuencia y amplitud fijas, y en teoría bastaría simplemente con conocer la amplitud inicial de la señal, es necesario un control periódico de este valor, ya que pequeños cambios en los elementos del diseño (impedancias, condiciones de oscilación, etc.) así como efectos ambientales como la temperatura pueden alterar el valor de la amplitud de la señal, y si no se tienen en cuenta darán lugar a valores erróneos de las capacidades medidas. Por tanto, para cada medida de una capacidad C_x el microcontrolador obtiene una medida tanto de V_i como de V_o , muestreando las tensiones de salida de sendos detectores de pico, y a partir de ellas calcula el valor de la capacidad desconocida.

5.2.3. Microcontrolador

El microcontrolador es el elemento del sistema que se utiliza para el control y gobierno del modo de operación del instrumento. El modelo escogido en este prototipo es el PIC18F2553, de Microchip Technology Inc. La familia de microcontroladores PIC ha sido ampliamente usada para el desarrollo de instrumentación portátil [PAL07, PAL08, MAR09], debido a su bajo coste y consumo. En particular, este modelo cuenta con un convertidor AD de 12 bits integrado, gracias al cual puede muestrear con una alta resolución, de hasta 1.22 mV, la tensión en el condensador del detector de pico, sin necesidad de utilizar un convertidor AD externo que añadiría complejidad y coste al sistema, tal como ocurría en el diseño del prototipo anterior. Así pues, la combinación de un microcontrolador con un convertidor AD integrado junto con una etapa formada por un transductor de capacidad basado en AC y un detector de pico resulta en un sistema rápido y sencillo de evaluación de la capacidad desconocida C_x , que permite reducir componentes en el diseño e incrementar la tasa de adquisición de datos.

El microcontrolador citado integra en el mismo chip un módulo de comunicación USB compatible con el protocolo USB 2.0 de alta velocidad (12 Mb/s). Mediante este bus el microcontrolador se comunica con el ordenador central que gobierna el sistema y donde se realiza la reconstrucción de imagen, tal como se muestra en la Figura 5.1. Debido a la integración de este módulo en el microcontrolador, éste requiere un oscilador interno que trabaje a 6 ó 48 MHz siempre que este módulo esté activo, para transmitir datos a baja o alta velocidad. Para no forzar al microcontrolador o a otros periféricos a
trabajar a estas frecuencias, este tipo de dispositivo cuenta con numerosas opciones de selección del oscilador principal, de modo que a partir de un cristal externo de frecuencia fija es posible hacer operar al microcontrolador a distintas velocidades sin más que cambiar una pequeña sección del código con que se programa. Este hecho afecta a la velocidad de adquisición de datos global del instrumento, de modo que puede aumentarse o disminuirse según convenga en cada situación.

5.2.4. Conmutadores y lógica de control

En la Figura 5.1, los conmutadores analógicos son los mismos utilizados en el prototipo del Capítulo 4, basados en el modelo DG442, de Maxim Integrated Products. Sus buenas prestaciones y funcionamiento quedaron demostrados en las pruebas llevadas a cabo con el anterior prototipo, por lo que no surge la necesidad de cambiarlos en este nuevo diseño. Sin embargo, y con motivo de reducir la complejidad y el coste del sistema, se ha modificado el bloque lógico encargado de generar las señales de control para estos conmutadores. En el sistema anterior, estas señales de control se obtenían a partir de una FPGA, configurada al efecto, que recibía a través de una palabra de control del microcontrolador la configuración necesaria de las señales de control en cada momento. Este dispositivo fue seleccionado por su gran número de salidas digitales y flexibilidad, lo que permitía una alta modularidad del sistema, y una gran facilidad de desarrollo de prototipos. Sin embargo, una FPGA es un elemento de alto consumo y coste, que además eleva la complejidad del sistema. Para simplificar el diseño, el bloque lógico ha sido implementado en este trabajo mediante puertos paralelos



Figura 5.4: Bloque lógico.

de entrada-salida, configurables por parte del microcontrolador por medio de comunicación serie. En concreto, se trata del modelo PCA9554, de NXP Semiconductors, que dispone de 8 patillas digitales de E/S, accesibles mediante el bus I2C, a través del cual se pueden configurar y leer.

En la Figura 5.4 se muestra el esquema de conexión de estos módulos. Tal como se expuso en el capítulo anterior, para un sensor compuesto por 20 segmentos son necesarias 40 señales de control. Puesto que cada uno de los dispositivos PCA9554 cuenta con un máximo de 8 señales digitales de salida, se requieren 5 de estos elementos para generar todas las señales de control necesarias.

El modo de operación de este bloque lógico es análogo a aquel diseñado mediante la FPGA: mediante palabras transmitidas por el bus serie I2C, el microcontrolador envía la configuración necesaria en cada momento para cada uno de los puertos de entrada-salida, que se identifica mediante una palabra de dirección, única para uno de los dispositivos. A partir de la información enviada por el microcontrolador, cada puerto paralelo pone en alto o en bajo cada una de sus 8 señales de salida, configurando así los conmutadores analógicos a los que van conectados y seleccionando de esta manera los segmentos que formarán parte del electrodo fuente y del electrodo detector.

5.2.5. Unidad de alimentación

Los módulos analógicos descritos en esta sección (electrónica de medida, conmutadores analógicos y oscilador) requieren una alimentación bipolar que se ha establecido en ± 15 V. Sin embargo, la única fuente de alimentación del sistema proviene de las líneas del cable USB, de 5 y 0 V, respectivamente. Puesto que el objetivo de este diseño es eliminar el uso de instrumentación externa, como las fuentes de alimentación, es necesario incorporar una etapa de conversión DC/DC que suministre la tensión requerida a partir de los 5 V procedentes de la conexión USB. Esta etapa es la unidad de alimentación, que genera la tensión y la corriente necesarias para el resto de módulos que componen el sistema, tal como se muestra en la Figura 5.1. El diseño de esta etapa se basa en el circuito integrado MAX743, de Maxim Integrated Products, que es capaz de generar, a partir de una entrada de 5 V, una salida bipolar de ± 15 V ó ± 12 V seleccionable, utilizando para ello únicamente algunos componentes externos, tal como se muestra en la Figura 5.5.

Por tanto, a partir de la conexión USB, concretamente de las líneas de tensión de 0 y 5 V, el sistema es capaz de generar la alimentación necesaria para los distintos módulos, tomando directamente estos valores de tensión para los elementos digitales, como el microcontrolador o el bloque lógico, y realizando una conversión DC/DC para obtener una tensión bipolar de ± 15 V



Figura 5.5: Unidad de alimentación.

para el resto de módulos analógicos. Mediante esta estrategia de control de la alimentación se evita el uso de fuentes o baterías externas, lo que repercute en su simplicidad y, por ende, en el coste del sistema.

5.2.6. Realización del prototipo portátil

Como ya se ha explicado en la introducción de esta sección, todos los módulos descritos en los apartados anteriores han sido implementados en un único instrumento, de forma que ya no son necesarios los elementos externos utilizados en el prototipo P0. Este instrumento ha sido introducido en una pequeña caja que actúa como soporte para resguardarlo. Debido a las reducidas dimensiones de esta caja, ha sido necesario implementar el prototipo sobre dos placas de circuito impreso distintas que se conectan a través de varios cables tipo IDC de 10 vías, como se mostrará más adelante. Una de estas placas se ha dedicado exclusivamente a integrar los puertos de entrada/salida PCA9554, que actúan como expansores de bus para el microcontrolador, y en la otra placa se integran el resto de los módulos. En la Figura 5.6 se muestra el diseño esquemático de esta segunda placa, donde se han señalado las distintas partes del mismo. Como se observa, la electrónica de medida se ha expandido añadiendo una etapa de amplificación basada en un AO en configuración inversora. La ganancia de esta etapa se establece a través de la relación entre un par de resistencias, y debe ajustarse según el tipo de proceso que en que se vaya a aplicar el instrumento. Destaca también en esta figura la presencia de dos cristales de cuarzo, uno de 12 MHz, que se utilizará como fuente de oscilación primaria del microcontrolador, y otro de 32 kHz, que toma esta función durante los procesos de conversión analógico a digital por parte del microcontrolador, de modo que se reduzca el error cometido debido a interferencias de alta frecuencia.

Al implementar este diseño sobre una PCB hay que respetar ciertas normas básicas de compatibilidad electromagnética, como colocar los cristales muy cerca del microcontrolador y tratar de minimizar la longitud de las pistas por las que se transmiten señales de alta frecuencia, como la salida del módulo oscilador. Otra norma de diseño consiste en separar físicamente los elementos analógicos de los digitales, así como las conexiones que tienen a tierra, lo que se consigue implementando dos planos de tierra distintos. En las Figura 5.7 se muestran las vistas superior e inferior de la placa correspondiente al diseño de la Figura 5.6, donde se pueden apreciar estas normas de diseño.



Figura 5.6: Esquemático de la placa principal del prototipo P1.



Figura 5.7: Vistas superior e inferior de la PCB principal.



Figura 5.8: PCB de control.

Respecto a la segunda placa que compone el diseño, ya se ha mencionado que se ha dedicado exclusivamente a la implementación de los cinco puertos de entrada/salida que componen el bloque lógico de este diseño, tal como se muestra en la Figura 5.8. Estas dos placas se unen por medio de varios cables planos, tipo IDC de 10 vías, a través de los cuales se llevan por una parte las señales del bus I2C y la alimentación de 5 V desde el microcontrolador a los dispositivos PCA9554, y por otra, las señales de control que éstos generan hacia las entradas digitales de los conmutadores analógicos. En la Figura 5.9 se presenta una vista de las dos placas conectadas de este modo.

Finalmente, en la Figura 5.10 se muestra una fotografía del sistema completo descrito a lo largo de esta sección, incorporando el sensor de tomografía, cuyas dimensiones y características son las mismas especificadas en el capítulo 4, y un ordenador de control. Como se puede observar, toda la



Cables IDC

Figura 5.9: Vista de las dos placas interconectadas.

electrónica necesaria queda encerrada en una caja de dimensiones reducidas, fácilmente transportable para la realización de medidas en distintos lugares donde otros sistemas complejos de tomografía no pueden ser utilizados. Con este diseño resulta un instrumento que se completa con un ordenador externo que puede ser también portátil, y del cual toma la alimentación necesaria para su funcionamiento, evitando el uso de conexiones a la red o la necesidad de baterías.

Para el control de este instrumento por parte del usuario se ha utilizado la misma interfaz desarrollada en Visual Basic para el prototipo P0 descrito en



Figura 5.10: Sistema ECT portátil.

el capítulo 4, y cuyo panel de control se muestra en la Figura 4.17. Mediante este programa el operador puede realizar tareas simples como la selección de segmentos individuales para que actúen como fuente, como detector o como segmentos flotantes, o la solicitud de secuencias completas de medidas de capacidad, a partir de las cuales se obtiene la reconstrucción de imagen.

5.2.7. Reconstrucción de imagen

En el prototipo anterior desarrollado para llevar a la práctica la estrategia de medida de cuatro electrodos rotatorios se implementó un nuevo algoritmo de reconstrucción de imagen, basado en la superposición de imágenes parciales generadas mediante algoritmos ya conocidos, como el LBP o el método iterativo de Landweber. Tal como se explicó en la sección correspondiente del capítulo 4, esta suma de imágenes parciales resultaba en una imagen final de alta calidad, pero que requería un alto filtrado del ruido de fondo generado. En el nuevo prototipo desarrollado en el presente capítulo se han buscado dos objetivos: portabilidad del instrumento, lo que se ha conseguido gracias a la relajación de requisitos en la electrónica de medida propiciada por el uso de la nueva estrategia de segmentación, y capacidad de operar en tiempo real, de forma que sea posible la visualización de procesos *on-line*. Para lograr este último objetivo es necesario que la reconstrucción y presentación de imágenes sea muy rápida, y la necesidad de ajustar y filtrar cada reconstrucción de imagen juega en contra de esta meta.

Así pues, el método de reconstrucción que se aplica a la nueva técnica de segmentación ha sido alterado en este nuevo diseño, de modo que se elimine la necesidad de utilizar filtros de imagen. Esta alteración se ha llevado a cabo en el método de combinación de las imágenes primarias, de modo que en lugar de componer la imagen final mediante superposición de imágenes parciales, es decir, realizando una suma de los vectores de reconstrucción parciales, la combinación se ha hecho mediante multiplicación de estas imágenes, de tal forma que cada elemento de la reconstrucción final (es decir, cada *pixel* de la imagen) se obtiene mediante la multiplicación escalar de los elementos en las mismas posiciones de las imágenes parciales. Este modo de combinar las reconstrucciones primarias tiene la ventaja de que si un *pixel* tiene un valor cero en alguna de ellas, lo que significa que en esa configuración de los cuatro electrodos no se ha detectado ningún elemento de distinta permitividad en



Figura 5.11: Distribución de permitividad original (a), imágenes parciales (b-f) y reconstrucción final (g).

esa posición, en la imagen final ese *pixel* seguirá siendo nulo, puesto que será el resultado de multiplicar el valor de todos los elementos en esa posición de las imágenes parciales. Por tanto, no se genera el ruido de fondo que caracterizaba el anterior método de combinación de imágenes, basado en superposición en lugar de multiplicación y se elimina, o al menos se minimiza, la necesidad de filtrar esta imagen.

En la Figura 5.11 se muestra el proceso de reconstrucción mediante este método de una distribución de permitividad simulada. Como se aprecia, las imágenes parciales obtenidas en cada rotación de los electrodos representan de forma muy burda la distribución original, mientras que la imagen final contiene elementos con intensidad mayor de cero (regiones de color distinto al azul oscuro) en la posición del objeto de alta permitividad, mientras que el resto de la reconstrucción tiene valor nulo. Esta reconstrucción se ha llevado a cabo sin aplicar ningún filtro, lo que demuestra que este nuevo algoritmo es apropiado para llevar a cabo reconstrucciones *on-line* a través de un código sencillo y rápido.

5.3. Caracterización y especificaciones

Una vez desarrollado el diseño propuesto y optimizado el algoritmo de reconstrucción de imágenes, es el momento de evaluar los resultados que se obtienen mediante este instrumento. Uno de los principales objetivos que se pretendía alcanzar era la posibilidad de construir un sistema portátil, el cual pudiera ser transportado fácilmente a distintos escenarios, de modo que no fuera necesario utilizar ninguna instrumentación externa y que no impusiera limitaciones de espacio para su montaje. Como se ha visto en la sección anterior, el aparato desarrollado ha resultado de pequeñas dimensiones, portátil con una sola mano e independiente de otro tipo de instrumentos, incluso de alimentación, ya que es capaz de generar todas las tensiones que necesita internamente a partir de las líneas de alimentación del USB que proporciona el ordenador al que se conecta.

La otra meta que se quiere alcanzar con este diseño es la capacidad de monitorizar procesos en tiempo real, lo que implica que debe ser capaz de adquirir datos y, a partir de ellos, generar y mostrar la distribución de permitividad dieléctrica instantánea en un tiempo límite que permita la visualización *on-line* del proceso. Esta posibilidad se va a analizar en esta sección, en la que se determinará el número máximo de imágenes por segundo que la instrumentación desarrollada es capaz de generar. Además, se analizarán distintos parámetros de caracterización del prototipo P1, con el fin de dar una serie de especificaciones de uso del mismo.

5.3.1. Capacidades estáticas

En capítulos anteriores ya se explicó la importancia de optimizar las capacidades estáticas o capacidades en equilibrio de un sensor ECT, ya que valores altos de las mismas generan mayores cambios ante el paso de elementos de distinta permitividad y permiten una mayor facilidad en la medida, y mayor inmunidad frente a interferencias exteriores. En la Figura 5.12 se muestran las capacidades en equilibrio, cuando el sensor contiene aire únicamente, correspondientes a una posición fija del electrodo fuente. Estas capacidades se han medido para un número variable de segmentos, desde 1 hasta el máximo posible para un sensor compuesto por 20 unidades, es decir, 5 segmentos. Se observa que el valor de todas ellas aumenta con el número de segmentos unidos para formar los electrodos, lo cual era predecible, ya que la capacidad depende de la superficie del electrodo, según se vio en el capítulo 3. Estos resultados llevarían a elegir un número de 5 segmentos para formar cada electrodo; sin embargo, y como en este sensor no se está utilizando ningún sistema de protección de electrodos, es preferible seleccionar únicamente 4 segmentos por electrodo, ya que de este modo se puede dejar un segmento flotante entre electrodos adyacentes, lo que reduce los efectos de no linealidad



Figura 5.12: Capacidades en equilibrio correspondientes a parejas de electrodos advacentes (medidas 1 y 3) y opuestos (medida 2).

del campo eléctrico causados por la proximidad de dos conductores a distinto potencial. Este número proporciona valores altos de las capacidades en equilibrio, entre 40 y 55 pF, una escala muy adecuada para la medida de capacidades.

Para este número de segmentos por electrodo, la electrónica de medida mostrada en la Figura 5.1 ha sido calibrada usando capacidades cuyo valor exacto ha sido medido con un medidor de impedancias RLC comercial, dando una respuesta perfectamente lineal, como se muestra en la Figura 5.13. La resolución del sistema es de 0.1 pF, es decir, un 0.4 %, y la sensibilidad en el punto de salida del detector de pico es de 0.1 V/pF. Esta sensibilidad puede incrementarse mediante una etapa amplificadora situada a continuación del transductor de capacidad; sin embargo, debe configurarse en el momento de



Figura 5.13: Recta de calibración de la electrónica de medida

calibración del sistema para una aplicación determinada, puesto que el nivel de la señal de salida debe ajustarse al rango 0-5 V, que es el rango de entrada del convertidor AD del microcontrolador.

5.3.2. Velocidad de operación

En este apartado se va a analizar la velocidad de operación de este instrumento. Se van a estudiar los distintos retardos introducidos por cada módulo del sistema, de forma que se pueda determinar el tiempo de adquisición de datos y el tiempo de reconstrucción de imágenes. A partir de ellos, se podrá valorar el número de reconstrucciones que el sistema es capaz de proporcionar por cada unidad de tiempo y, a partir de estos datos, determinar si este sistema es útil para trabajar de modo *on-line* en la monitorización de procesos.

Atendiendo al tiempo total invertido por el instrumento para obtener y mostrar una distribución de permitividad reconstruida, al que se denominará t_{im} , hay dos aspectos a tener en cuenta, cuyos retardos determinan la velocidad total del sistema: el tiempo necesario, por parte de la electrónica, para obtener una secuencia de medidas de capacidad (t_{hw}) , y el tiempo de cálculo requerido por el ordenador central generar la reconstrucción de imagen y presentarla por pantalla (t_{sw}) , que dependerá en gran medida de la optimización del algoritmo de reconstrucción, así como de las prestaciones del ordenador en que éste se ejecuta. Así, el tiempo total necesario para medir y representar una distribución de permitividad dada puede estimarse como:

$$t_{im} \simeq t_{hw} + t_{sw} \tag{5.3}$$

Tiempo de adquisición de datos

El retardo hardware t_{hw} se debe principalmente a las contribuciones de dos procesos involucrados en la medida de capacidad: la configuración de los segmentos del sensor, que deben distribuirse en cada momento en los electrodos fuente, detector y flotantes, y que introduce un retardo t_{conf} , y la medida de la tensión de salida de la etapa compuesta por el amplificador operacional más el detector de pico de la Figura 5.1, que conlleva un nuevo retardo t_{med} .

Retardo en la electrónica de medida

El parámetro t_{med} se debe principalmente al tiempo necesario para que el transductor de capacidad genere una señal estable. Es de esperar que el componente limitador de este módulo, es decir, la etapa más lenta, sea el detector de pico, puesto que involucra la carga y descarga de un condensador que puede ser de alto valor, dependiendo de la estabilidad que se desee en este punto, tal como se expuso anteriormente. En este caso, este condensador es de 10 nF, valor que permite una carga y descarga relativamente rápida, con efectos de descarga despreciables en el proceso de muestreo de la señal por parte del convertidor AD.

En la Figura 5.14 se muestran los procesos de carga y descarga del condensador, en los casos en que se pasa de medir una capacidad de bajo valor a otra mayor, lo que supone un aumento en la carga del condensador, y en la situación contraria, donde se muestra el proceso de descarga del condensador para obtener el valor de la amplitud de una señal menor.

Las gráficas de la Figura 5.14 han sido tomadas directamente de la pantalla de un osciloscopio, y corresponden a la señal de salida del amplificador operacional del transductor de señal (verde) y a la tensión de salida del detector de pico siguiente (rojo). De ellas se pueden obtener varias conclusiones. En primer lugar, la asunción anterior de que la etapa más lenta debía ser el detector de pico se verifica. Este hecho es evidente en la Figura 5.14 (b), donde se observa que la señal de salida del detector tarda más tiempo en estabilizarse que la señal de salida del AO; por tanto, el tiempo de estabilización de esta señal, en torno a 45 μ s, es el que marca el límite en la



Figura 5.14: Carga (a) y descarga (b) del condensador en el detector de pico

velocidad de medida de este módulo. Por otra parte, en esta figura se observan dos fenómenos independientes, pero relacionados a la hora de generar una señal de salida estable: el proceso de carga y descarga del condensador, que supone un retardo t_{pd} , y la obtención de una señal estable por parte de la etapa compuesta por el AO, que tarda un tiempo t_{td} . En el caso (a) de la Figura 5.14 el retardo de la señal es únicamente debido al tiempo t_{td} , puesto que en esta situación el detector de pico sigue instantáneamente la forma de la señal sinusoidal, introduciendo un retardo $t_{pd} = 0$, ya que el proceso de carga del condensador se realiza de forma muy rápida al inyectarse corriente a través del diodo *D*. Sin embargo, en el caso (b) de la misma figura, se observan los efectos de retardo de las dos etapas, que ocurren de forma simultánea, no secuencial. Por tanto, el retardo total de este módulo se puede calcular como una composición de los retardos introducidos por las dos etapas que la componen, en forma de valor r.m.s., si ambos sistemas son considerados como de primer orden en una aproximación gaussiana [KES05]:

$$t_{med} = \sqrt{t_{td}^2 + t_{pd}^2} \tag{5.4}$$

Retardo en la configuración de los segmentos

Por otra parte, como se ha mencionado anteriormente, hay un importante tiempo de retardo en el proceso de adquisición de datos introducido por la configuración de los segmentos del sensor que forman los electrodos, y más concretamente, en la transmisión de datos entre el microcontrolador y los puertos de entrada-salida del bloque lógico de la Figura 5.4, que deben generar a partir de esta comunicación las señales de control para los conmutadores analógicos. Este retardo, denotado como t_{conf} , se debe básicamente a la limitación en la velocidad de transmisión de datos, que se realiza a través de un bus I2C, con una frecuencia máxima de 400 kHz impuesta por las especificaciones de los módulos PCA5554. En la Figura 5.15 se muestra el proceso de comunicación y configuración de los 5 puertos paralelos para formar los electrodos fuente y detector en una medida de capacidad.



Figura 5.15: Detalle de la comunicación I2C entre el microcontrolador y los puertos E/S.

Estas gráficas, obtenidas al igual que en la figura anterior directamente del osciloscopio, muestran en verde la señal sinusoidal de salida del amplificador operacional de la Figura 5.1, en rojo la salida del detector de pico que sigue a esta señal sinusoidal, y en azul las palabras de configuración transmitidas por la linea de datos del bus I2C desde el microcontrolador hacia los puertos periféricos de entrada-salida. Se observa claramente que la medida no es posible hasta que la configuración de los segmentos no está completa, puesto que la señal va cambiando, en este caso aumentando, a medida que los puertos PCA5554 se van configurando y los segmentos se van agrupando en los electrodos de medida. Se observa también que es necesaria la transmisión de 5 tramas de datos, una para cada dispositivo PCA5554, que deben enviarse de forma secuencial, puesto que cada puerto lleva asociada una palabra de dirección, y sólo responde a la transmisión de datos que comience con dicha palabra. Por tanto, no cabe la posibilidad de configurar los cinco puertos con una única transmisión, lo que reduciría el retardo total de este proceso t_{conf} .

En la Figura 5.15 se muestra el tiempo necesario para la configuración de un solo puerto paralelo, que resulta ser de 75 μ s en una transmisión a máxima frecuencia, es decir, a 400 kHz. Esto significa que es necesario un retardo de unos 400 μ s para la configuración de todo los puertos paralelos de entrada-salida y, por tanto, del sensor completo. En este valor se incluyen tanto los retardos necesarios para la configuración de cada puerto como los intervalos de tiempo que se observan entre la transmisión de cada trama.

Este tiempo debe sumarse al retardo introducido por el proceso de medida t_{med} , puesto que este paso no puede realizarse hasta que no se completa la configuración de los segmentos. Por tanto, el tiempo total necesario para obtener una medida de capacidad, t_{hw} , puede calcular como:

$$t_{hw} = t_{med} + t_{conf} + t_{\mu c} = \sqrt{t_{td}^2 + t_{pd}^2} + t_{conf} + t_{AD} + t_{proc} + t_{trans}$$
(5.5)

donde se ha incluido el término $t_{\mu c}$, correspondiente al retardo introducido por las operaciones del microcontrolador, que incluyen la conversión analógicodigital (t_{AD}) de las señales V_i y V_o , el procesado de las muestras tomadas para el cálculo de la capacidad desconocida C_x (t_{proc}) y la transmisión de los resultados al ordenador central a través de la comunicación USB (t_{trans}) , donde se incluye la latencia del puerto. Estas operaciones se pueden realizar en un tiempo $t_{\mu c} = 40 \ \mu s$ cuando el microcontrolador trabaja a una frecuencia de 48 MHz (12 MIPS), lo que sumado al resto de términos de (5.5) calculados previamente, resulta en un valor de $t_{hw} = 485 \ \mu s$, es decir, en torno a medio milisegundo. Éste es el tiempo necesario para la medida de una única capacidad. Para la medida de una secuencia completa de capacidades, a partir de la cual se puede obtener una reconstrucción de la distribución de permitividad instantánea, y compuesta por 30 valores de capacidad, son necesarios 14,55 ms, lo que supone una velocidad total de adquisición de datos de unos 69 frames por segundo.

Tiempo de reconstrucción y presentación de imagen

El proceso de tomografía no está completo con la simple adquisición de los valores de capacidad que componen cada secuencia de medidas, sino que es necesario el tratamiento de estos datos mediante técnicas tomográficas para la reconstrucción y representación de las distribuciones de permitividad instantáneas en el interior del sensor. Este tratamiento requiere un tiempo t_{sw} por parte del ordenador donde se lleva a cabo y, tal como se mencionó anteriormente, depende de las prestaciones del ordenador y del grado de optimización a que se llegue en el algoritmo de reconstrucción de imágenes. En el caso del presente trabajo, este algoritmo consiste en la obtención mediante el método directo LBP de las imágenes parciales correspondientes, y en la composición de la imagen final mediante el producto escalar de los elementos que ocupan la misma posición en las imágenes primarias. Este proceso se ha llevado a cabo en un ordenador portátil con microprocesador Centrino Duo, de Intel, y 2 Gbytes de memoria RAM.

Este método de composición de la imagen final permite obtener imágenes de mayor calidad que las resultantes del proceso de reconstrucción llevado a cabo en el prototipo descrito en el Capítulo 4, que se limitaba a superponer las imágenes parciales para obtener la distribución final. Debido a este incremento en la calidad, es posible prescindir de técnicas de depurado de la imagen, tales como filtros, que aumentan el tiempo de cálculo necesario para la representación de las imágenes, tal como se expuso en la sección anterior. En la Figura 5.16 se muestra la reconstrucción de dos distribuciones de permitividad reales, llevada a cabo con este instrumento mediante ambos métodos de combinación de imágenes. Las distribuciones reconstruidas se corresponden con la presencia de un elemento de prueba lleno de agua dentro del sensor, y situado junto a la pared interior del conducto (casos (a) y (b)), y en el centro del sensor (casos (c) y (d)). A partir de los mismos datos experimentales se han reconstruido dichas distribuciones mediante ambos métodos de composición de la imagen final; los resultados se muestran por columnas en la Figura 5.16. Es evidente la mejora de la calidad de la reconstrucción para ambas distribuciones en el caso de la obtención de la imagen final por multiplicación de las imágenes primarias.

El algoritmo de reconstrucción optimizado utilizado en este prototipo ha sido implementado mediante un sencillo código para Matlab[®], a través del cual este programa es capaz de obtener y representar una distribución de permitividad en un tiempo $t_{sw} = 16,5ms$, en el que se incluye la obtención de las imágenes parciales por LBP, la composición de la imagen final a partir de éstas y la presentación en pantalla a partir de una geometría del sistema previamente dada. Este tiempo implica una tasa de reconstrucción



Figura 5.16: Reconstrucción mediante combinación por suma y producto de imágenes parciales.

y representación de 60 imágenes por segundo.

Por tanto, el tiempo total de operación del sistema ECT desarrollado, que incluye tanto la adquisición de datos como la reconstrucción de distribuciones instantáneas y se muestra esquematizado en la Figura 5.17, se puede calcular mediante la expresión (5.3) se resultado un valor $t_{im} = 31,05ms$, lo que se traduce en una tasa de obtención y representación de 32 imágenes por segundo. Esta tasa es más que suficiente para permitir una monitorización *on-line* de procesos con imágenes de alta calidad, lo que, junto con el carácter



Figura 5.17: Esquema temporal del proceso de adquisición de datos y reconstrucción de imagen.

portátil del instrumento, lo convierten en una herramienta versátil de gran rango de aplicación.

5.3.3. Especificaciones

Como sumario de esta sección, en la Tabla 5.1 se muestran las especificaciones técnicas del sistema presentado en este capítulo.

Hay que hacer notar que se ha incluido en la Tabla 5.1 una estimación del coste máximo del sistema, que está por debajo de 50€. Este dato, que no tiene que ver con las especificaciones técnicas analizadas en esta sección, se proporciona para su comparación con otros sistemas comerciales, como los instrumentos R100, de la compañía Tomoflow Ltd. [TOM01], y PTL300 de Process Tomography Ltd. [PTL94] entre otros, cuyos precios pueden superar los 20.000€, incluyendo sensores, sistema y software de reconstrucción de imágenes.

Se ha indicado también el consumo de potencia del instrumento. Puesto que se alimenta a partir de los 5 V proporcionados por el cable USB, se deduce que el consumo de corriente es de 27 mA, una cantidad que un puerto USB

Número de segmentos	20
Tamaño de segmento	$1.5 \text{ cm} \times 0.5 \text{ cm}$
Resolución	$0.1 \ \mathrm{pF}$
Sensibilidad	$0.1 \mathrm{V/pF}$
t_{hw}	$14,55 \mathrm{\ ms}$
t_{sw}	$16{,}50~\mathrm{ms}$
Tasa de representación	32 imágenes/s
Dimensiones	15 cm \times 17 cm \times 5 cm
Peso	600 g
Conectividad	USB 2.0
Potencia consumida	135 mW
Coste estimado	< 50 €

Tabla 5.1: Especificaciones del sistema.

de cualquier ordenador puede proporcionar sin problema.

5.4. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado un nuevo prototipo de sistema de tomografía eléctrica de capacitancia, el cual está orientado a implementar la técnica de segmentación de cuatro electrodos rotatorios, y a aprovechar las ventajas que esta nueva estrategia ofrece y que fueron expuestas en el Capítulo 4. Los objetivos principales que este diseño buscaba eran dos: obtener un sistema compacto e independiente, que fuera portátil y fácil de manejar, y que tuviera la rapidez de adquisición y representación suficiente para poder observar flujos multifásicos *on-line*.

Gracias a la facilidad en la medida y a la inmunidad frente a ruidos externos que caracterizan la técnica de cuatro electrodos rotatorios, la electrónica de medida ha podido simplificarse y reducirse. Además, la incorporación de un sistema de alimentación capaz de proporcionar una tensión bipolar de ± 15 V a partir de los 5 V del USB y la sustitución de la FPGA por un sistema de puertos de entrada/salida para la generación de las señales de control han permitido integrar en un solo diseño todos los elementos que componen un sistema de tomografía. Con el fin de ahorrar espacio y abaratar costes, el modelo de microcontrolador escogido pertenece a una nueva gama que integra un convertidor AD de 12 bits, lo que evita la necesidad de utilizar con ADC externo, que aumentaría el coste y la complejidad del diseño. Todos estos aspectos han contribuido a satisfacer el requisito de portabilidad que se buscaba en este sistema.

Para aumentar la velocidad global del sistema, se han añadido unas etapas consistentes en detectores de pico que permiten una mayor facilidad de conversión AD de las señales sinusoidales, puesto que su salida es un voltaje constante que coincide con la amplitud de la señal que se desea muestrear. Estos detectores de pico reducen de manera drástica el procesado que se hace de las muestras de la señal, puesto que se asocia directamente el valor de la muestra con la amplitud de la oscilación, mientras que antes era necesario reconstruir la amplitud de la onda a partir de las muestras obtenidas utilizando un cálculo matricial.

Continuando con la idea de aumentar la velocidad de procesado del *software*, se ha modificado el algoritmo de reconstrucción de imágenes propuesto para la técnica de cuatro electrodos rotatorios en el Capítulo 4. La modificación consiste en cambiar el modo de combinar las imágenes parciales, sustituyendo la suma de matrices de reconstrucción por una multiplicación escalar de los píxeles en las mismas posiciones de las distintas imágenes primarias. El efecto de este tipo de combinación es la reducción de ruido de fondo de la imagen, ya que un único elemento de valor nulo en una de estas reconstrucciones parciales anula el mismo elemento en la imagen final. Gracias a esta reducción en el ruido de la imagen se evita la necesidad de aplicar filtros, lo que incrementa la velocidad del algoritmo, y lo hace adecuado para la reconstrucción en tiempo real.

Una vez optimizados los recursos *hardware* y *software* del instrumento, se ha evaluado el tiempo de respuesta del mismo, es decir, el tiempo que este sistema tarda en adquirir las medidas de capacidad entre los electrodos y evaluarlas para obtener y presentar una reconstrucción de la distribución instantánea de permitividad. Se ha encontrado que los elementos que añaden un mayor retardo en la adquisición de datos son, por una parte, los puertos de entrada/salida utilizados para generar las señales de control de los conmutadores analógicos, ya que deben configurarse a través del puerto serie I2C, cuya máxima frecuencia de operación en este caso es de 400 kHz, y por otra parte, la electrónica de medida consistente en el transductor de capacidad y el detector de pico, que introducen un retardo para la generación de una señal estable que pueda ser muestreada por el ADC. Si a estos retardos se les añade el tiempo necesario por parte del microcontrolador para muestrear las señales de entrada, obtener el valor de la capacidad a partir de ellas y transmitirlas por el puerto USB al ordenador central, se obtiene un límite de adquisición de datos de 69 secuencias o frames por segundo. Estos datos deben procesarse en el ordenador central para reconstruir y presentar por pantalla la distribución de permitividad. Mediante el algoritmo desarrollado, ejecutado sobre Matlab[®] en un ordenador portátil con microprocesador Centrino Duo y 2 Gbytes de memoria RAM, este proceso se lleva a cabo a una velocidad de hasta 60 imágenes por segundo. Admitiendo una ejecución secuencial del proceso, es decir, primero se adquieren los datos y luego se reconstruye la imagen, se establece un límite de operación de 32 imágenes por segundo para monitorización en tiempo real de procesos. Aunque este límite puede aumentarse aplicando, por ejemplo, técnicas de operación en paralelo, donde la medida de una nueva secuencia de capacidades se realiza al mismo tiempo que el procesamiento de la secuencia anterior, la cifra de 32 imágenes por segundo es suficiente para la visualización on-line de flujos multifásicos. Por último, cabe destacar el bajo coste del sistema desarrollado, por debajo de 50 \in , que contrasta enormemente con los altos precios de los sistemas actuales, que pueden sobrepasar los $20.000 \in$.

CAPITULO 6

Conclusiones

6.1. Motivación

El presente trabajo se ha basado en la optimización de los sensores de tomografía eléctrica de capacitancia, en la que se han buscado las configuraciones de electrodos y sistemas de protección que permitan obtener una buena respuesta del sensor. Para ello se han considerado como figuras de mérito o variables de optimización la sensibilidad entre las parejas de electrodos ante la presencia de elementos de distinta permitividad dieléctrica, y los valores de capacidad y de sus variaciones.

En la literatura relativa a ECT publicada durante los últimos 30 años se describen multitud de diseños, enfoques y estrategias de desarrollo de la electrónica de medida que se utiliza en estos sistemas de tomografía, así como numerosos algoritmos de reconstrucción de imágenes, todo ello orientado a mejorar los resultados que se pueden obtener. Sin embargo, pocos son los estudios que se han llevado a cabo con objeto de obtener un buen diseño del sensor que permitan simplificar las etapas del sistema siguientes, es decir, la electrónica necesaria para medir las capacidades y el *software* para la reconstrucción de las distribuciones de permitividad. Asimismo, los criterios de diseño del sensor estaban poco analizados y dispersos en la literatura, sin que existiera una relación de éstos ni del efecto que tienen sobre la respuesta global del sistema.

En esta memoria se ha llevado a cabo un estudio de todos los parámetros que influyen en el diseño mecánico de un sensor concreto, por medio de simulaciones realizadas en Matlab[®] a través de un código escrito para tal efecto. En este análisis se han obtenido las curvas de respuesta, en cuanto a capacidades estáticas y regiones de sensibilidad, así como la variación de la calidad de imagen final reconstruida para cada uno de los parámetros de diseño, lo que establece un método de estudio y optimización que no existía previamente, y permite a los ingenieros seguir unas normas y criterios para el diseño de un sensor adecuado a cada proceso que se pretenda monitorizar.

Por otra parte, se ha propuesto una nueva estrategia de medida basada en el uso de un sensor segmentado que pretende continuar con el objetivo de simplificar las etapas de medida y reconstrucción de imagen del sistema ECT. Esta técnica se ha estudiado mediante simulaciones numéricas y a través de prototipos experimentales que demuestran las ventajas que este tipo de sensor tiene sobre uno convencional, además de facilitar el desarrollo de un sistema de mucho menor coste que los comercialmente disponibles actualmente.

6.2. Principales conclusiones

Las conclusiones más relevantes obtenidas en esta memoria son las siguientes:

1. El método de simulación basado en Elementos Finitos resulta una

herramienta útil y eficiente para evaluar las variaciones del campo eléctrico dentro de un sistema de conductores y, concretamente, en un sensor de tomografía eléctrica de capacitancia. A través de la obtención del campo eléctrico se pueden hallar distintos datos derivados de éste, como los valores del potencial o de las capacidades. El programa de EF escrito para Matlab[®] permite obtener los distintos parámetros de respuesta que caracterizan cada pareja de electrodos del sensor, como los valores de las capacidades estáticas o las zonas de detección en el plano axial y transversal del conducto, y evaluarlos haciendo barridos en las variables de diseño.

- A través de los estudios por simulación se han obtenido curvas de respuesta del sensor antes cambios en su diseño, de las que se pueden extraer las siguientes conclusiones:
 - La presencia de un sistema de aislamiento de electrodos consistente en pistas que los rodean y una pantalla externa conectadas a tierra disminuye el valor de las capacidades entre los electrodos, ya que actúan como sumidero de las líneas de potencial; sin embargo, mejora la sensibilidad del sensor, en especial en su plano axial. Su efecto global en el proceso es una mejora en la calidad de las imágenes reconstruidas.
 - El tamaño de los electrodos de medida es crítico en el diseño del sensor; electrodos anchos que cubran una gran superficie del sensor proporcionan valores altos de las capacidades y sus variaciones, así como mayores áreas de detección y mejor calidad de imagen. Su

longitud, sin embargo, tiene efectos contradictorios que requieren establecer un compromiso, ya que una mayor longitud genera mayores capacidades, pero degrada la sensibilidad en los planos axial y transversal.

- La longitud de los electrodos de guardia presenta los mismos efectos que la de los electrodos de medida: una mayor extensión de éstos provoca una extensión indeseable en las zonas de detección axial y una disminución de las áreas de detección en el plano transversal del sensor, pero a su vez aumenta el valor de las capacidades estáticas entre los electrodos.
- 3. La técnica de segmentación basada en cuatro electrodos rotatorios genera valores de las capacidades y variaciones de las mismas al paso de elementos de distinta permitividad mucho más altos que los resultantes de una estrategia de medida clásica, del orden de decenas de pF, frente al rango de fF que debe medir un sistema convencional, sin que disminuya el número de medidas de capacidad independientes que se pueden obtener. Se ha demostrado además que produce imágenes de mayor calidad que el sensor convencional, utilizando un método de reconstrucción basado en la misma estrategia que éste, así como una mayor inmunidad frente a ruido externo debido a los elevados valores de las capacidades.
- 4. El método de reconstrucción de imágenes aplicado a la nueva estrategia de segmentación está basado en la combinación de imágenes parciales de poca resolución obtenidas mediante un algoritmo simple, como el

LBP, lo que resulta en una imagen de alta calidad. La combinación de estas reconstrucciones parciales mediante una multiplicación escalar de las matrices que las componen produce una imagen final de muy bajo ruido de fondo, que no requiere filtrado posterior, lo que no ocurre cuando esta composición se hace sumando las matrices que contienen las imágenes parciales. La composición basada en multiplicación permite un algoritmo de reconstrucción y presentación de imagen muy rápido.

- 5. La utilización de una FPGA para el desarrollo de un prototipo de sistema ECT permite obtener una gran modularidad y flexibilidad en el diseño y proporciona una gran capacidad para probar y estudiar distintas estrategias de medida, incluso con sensores diferentes, a partir del mismo prototipo.
- 6. Las ventajas que ofrece la estrategia de medida de cuatro electrodos rotatorios en cuanto a facilidad de medida y velocidad en el algoritmo de reconstrucción han permitido la construcción de un prototipo de bajo coste, compacto y portable y con posibilidad de ofrecer una visualización de procesos en tiempo real. El prototipo desarrollado es capaz de obtener hasta 69 secuencias de capacidad para su procesado a posteriori, y una velocidad de reconstrucción de hasta 60 imágenes por segundo. En un proceso completo de adquisición y reconstrucción secuencial se pueden generar hasta 32 imágenes por segundo, lo que permite un control on-line de un flujo multifásico.

6.3. Publicaciones

Como resultado de este trabajo de investigación se han generado las siguientes publicaciones:

Artículos en revistas internacionales

- A. Martínez Olmos, J. Alberdi Primicia, J.L. Fernández Marrón. Influence of shielding arrangement on ECT sensors, Sensors 6 (2006) 1118-1127.
- A. Martinez Olmos, J. Alberdi Primicia and J.L. Fernandez Marron. Simulation design of electrical capacitance tomography sensors, IET Sci. Meas. Technol 4 (2007) 216-223.
- A. Martínez Olmos, M.A. Carvajal, D.P. Morales, A. García, A.J. Palma. Development of a electrical capacitance tomography system using four rotating electrodes, Sensors and Actuators: A. Physical 148 (2008) 366-375.
- D. P. Morales, A. García, A. Martínez Olmos, J. Banqueri, A. J. Palma. Digital and Analog Reconfiguration Techniques for Rapid Smart Sensor System Prototyping, Aceptado para publicación en Sensor Letters (2009).
- A. Martínez-Olmos, J. Ballesta-Claver, Alberto J. Palma, M.C.
 Valencia-Mirón, L.F. Capitán-Vallvey. Portable luminometer with
disposable electrochemiluminescent biosensor for lactate determination. Aceptado para publicación en Sensors (2009).

 A. Martínez Olmos, D.P. Morales, M.A. Carvajal, A. García, A.J.
 Palma. Portable electronic system for real-time electrical capacitance tomography. Enviado a Sensors and Actuators: A. Physical.

Artículos en conferencias internacionales

- A. Martinez Olmos, M. A. Carvajal, Diego P. Morales, A. J. Palma. Influence of design parameters of ECT sensors on the quality of reconstructed images, Journal of Physics: Conference Series 76, Sensors and their applications XIV SENSORS07 (Liverpool 11-13 Septiembre 2007) 012051.
- D.P. Morales, A. García, A.J. Palma, A. Martínez-Olmos, E. Castillo. *Exploiting Analog and Digital Reconfiguration for Smart Sensor Interfacing*, Proc. of 17th International Conference on Field Programmable Logic and Applications FPL'2007 (Amsterdam 27-29 Agosto 2007), pp. 706-709.
- D.P. Morales, A. García, A.J. Palma, A. Martínez-Olmos. Merging FP-GA and FPAA Reconfiguration Capabilities for IEEE 1451.4 Compliant Smart Sensor Applications, Proc. of 3rd Southern Conference on Programmable Logic SPL'2007 (Mar del Plata, Feb. 26-28 2007), pp. 217-220.

- A. Martinez-Olmos, A.J. Palma, J. Ballesta-Claver, M.C. Valencia-Miron, L.F Capitan-Vallvey. *Hand-held luminometer with ECL-based biosensor for lactate determination*, Second International Conference on Biomedical Electronics and Devices BIODEVICES 2009 (Oporto 14-17 Enero 2009), pp. 343-346.

6.4. Líneas futuras de investigación

El trabajo expuesto a lo largo de esta memoria tiene dos partes bien diferenciadas: por una parte ha habido un desarrollo de un conjunto de rutinas basadas en Elementos Finitos para la implementación de un simulador de sistemas de tomografía eléctrica de capacitancia y, por otro, se ha trabajado en construir prototipos experimentales que verifiquen empíricamente los resultados obtenidos por simulación. En ambos campos hay líneas de trabajo abiertas.

En lo que concierne al *software*, existen multitud de estrategias dentro de la ECT susceptibles de ser analizadas y optimizadas mediante simulaciones numéricas, como es la utilización de sistemas de tomografía dobles para la medición de velocidades de flujo o la visualización de procesos en volumen, es decir, la tomografía 3D, a los que no se ha aplicado este tipo de simulaciones aún. Por otro lado, el simulador desarrollado se ha basado en la resolución de la ecuación de Laplace aplicada a un sensor ECT, donde se supone que en el interior del medio de interés no existen cargas; sin embargo, es común en flujos multifásicos que el paso de cuerpos por el seno de un medio distinto produzca cargas libres, que afectan a la distribución del campo eléctrico. Este

6. Conclusiones

fenómeno debe tenerse en cuenta para estudiar procesos en los que no sea despreciable, puesto que afectará al comportamiento del sensor. El *software* implementado también debe modificarse si se desean estudiar estrategias de excitación multielectrodo en las que intervienen distintos potenciales de excitación con los que se desea controlar la forma del campo eléctrico, de manera que los mapas de sensibilidad de las distintas parejas de electrodos se altere a voluntad, puesto que el método de cálculo de las capacidades actual no contempla tal situación. Respecto a la ejecución de este simulador, una reestructuración de los programas para orientarlos a la segmentación de los procesos permitiría la utilización de un sistema multiprocesador con el que se redujeran drásticamente los tiempos de cálculo necesarios que, aunque en el caso bidimiensional no son demasiado altos, sí resultan excesivos cuando se buscan las simulaciones en 3D.

En el caso del trabajo *hardware* realizado, es decir, los prototipos construidos, también existe mucho trabajo futuro para su optimización. Es necesario optimizar los sensores utilizados, ya que hasta ahora se han construido manualmente lo que resulta en una degradación de las medidas. Es necesario también aumentar el número de segmentos que han compuesto los sensores utilizados, para buscar mejores resultados. Un factor que ha limitado el diseño de los prototipos es la velocidad de adquisición, que queda lejos de los resultados publicados en la literatura; por tanto, hay que rediseñar los elementos que limitan este aspecto, como es la lógica de control de los conmutadores analógicos y la etapa del transductor de señal, sin que suponga perjuicio para los logros conseguidos, como la portabilidad y el bajo coste del prototipo. Ambos aspectos, tanto el simulador como los prototipos, son fácilmente aplicables a otros tipos de tomografía, como por ejemplo la tomografía eléctrica de resistencia o de inductancia magnética, ya que sus principios son básicamente los mismos, y las ecuaciones que describen los fenómenos que intervienen son semejantes. Por tanto, el trabajo realizado no sólo se limita al campo de la ECT sino que será extrapolable a otros campos, manteniendo sus principios de actuación y con pocas modificaciones de fondo.

Bibliografía

- [ALM06] K.J. Alme, S. Mylvaganam. Electrical capacitance tomographysensor models, design, simulations, and experimental verification, IEEE Sensors Journal 6 (2006) 1256-1266.
- [ALM07] K.J. Alme, S. Mylvaganam. Comparison of different measurement protocols in electrical capacitance tomography using simulations, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement 56 (2007) 2119-2130.
- [ASH07] A. Shaikh, M.H. Al-Dahhan. A review on flow regime transition in bubble columns, International Journal of Chemical Reactor Engineering, vol. 5 (2007) R1.
- [BAR57] R.N. Bartholomew, R.M. Casagrande. Measuring solids concentration in fluidized systems by gamma-ray absorption, Ind. Eng. Chem. 49 (1957) 428-431.
- [BEN82] M.D. Benadda, J.C. Carru, C. Druon. A measuring device for the determination of the electric permittivity in the range of 0.1-300 MHz, J. Phys. E: Sci. Instrum. 15 (1982) 132-136.

- [BOL98] G.T. Bolton, W.J. Korchinsky, R.C. Waterfall. Calibration of capacitance tomography systems for liquid-liquid dispersions, Meas. Sci. Technol. 9 (1998) 1797-1800.
- [BRE03] P. Brezeski, J. Mirkowski, T. Olszewski, A. Plaskowski, W. Smolik, R. Szabatin. Multichannel capacitance tomograph for dynamic process imaging, Opto-Electronics Review 11 (2003) 175-180.
- [BRO01] R.C. Brown, E. Brue. Resolving dynamical features of fluidized beds from pressure fluctuations, Powder Technology 119 (2001) 68-80.
- [BRO96] G.J. Brown, D. Reilly, D. Mills. Development of an ultrasonic tomography system for application in pneumatic conveying, Meas. Sci. Technol. 7 (1996) 396-405.
- [BYA01] M. Byars. Developments in electrical capacitance tomography, Process Tomography Ltd. (2001).
- [CEC96] S.L. Ceccio, D.L George. A review of electrical impedance and techniques for the measuremente of multiphase flows, Jour. Fluids Eng. 118 (1996) 391-399.
- [CHA00] C.C. Chang, T.Y.P. Chang, Y.G Xu. Adaptive neural networks for model updating of structures, Smart Mater. Struct. 9 (2000) 59-68.
- [COG71] J.H. Coggon. Electromagnetic and electrical modelling by the finite element method, Geophysics 36 (1971) 132-155.

- [COO01] R.D. Cook, D.S. Malkus, M.E. Plesha, R.L. Witt. *Concepts and applications of finite element analysis*, 4th. Edition, Wiley (2001).
- [DEM89] G. Demoment. Image reconstruction and restoration: overview of common estimation structures and problems, Meas. Sci. Technol. 7 (1989) 325-337.
- [DON08] X. Dong, S. Guo. Image reconstruction method for electrical capacitance tomography based on the combined series and parallel normalization model, Meas. Sci. Technol. 19 (2008) 045502, 7pp.
- [DYA00] T. Dyakowsky, L.F.C. Jeanmeure, A.J. Jaworski. Applications of electrical tomography for gas-solids and liquid-solids flows - a review, Powder Technology. 112 (2000) 174-192.
- [DYA06] T. Dyakowski, G.A. Johansen, B.T. Hjertaker, D. Sankowski, V. Mosorov, J. Włodarczyk. A dual modality tomography system for imaging gas/solids flows, Part. Part. Syst. Charact. 23 (2006) 260-265.
- [DYA99] T. Dyakowski, S.J. Wang, D. Geldart, M.S. Beck. Tomographic studies of flow patterns within a circulating fluidized bed, Chemical engineering communications. 175 (1999) 117-130.
- [END84] Endress and Hauser Ltd. On a capacitance measuring circuit, Patent 84087 (1984).
- [FAN98] L.S. Fan, C. Zhu. Principles of gas-solid flows, Cambridge University Press, Cambridge, UK.

- [GAM01] C. Gamio, W.Q. Yang, A.L. Stott. Analysis of non-ideal characteristics of an ac-based capacitance transducer for tomography, Meas. Sci. Technol. 12 (2001) 1076-1082.
- [GAM02] J.C. Gamio. A comparative analysis of single- and multipleelectrode excitation methods in electrical capacitance tomography Meas. Sci. Technol. 13 (2002) 1799-1809.
- [GAT94] J.G. Yates, S.J.R. Simons. Experimental methods in fluidization research, Int. J. Multiphase Flow 20 (1994) 297-330.
- [GEN05] G. Lua, L. Penga, B. Zhang, Y. Liao. Preconditioned Landweber iteration algorithm for electrical capacitance tomography, Flow Measurement and Instrumentation 16 (2005) 163-167.
- [GLA93] L.F. Gladden. Nuclear magnetic resonance in chemical engineering: principles and applications, Chem. Eng. Sci. 49 (1993) 3339-3408.
- [GON05] A. Gonzalez-Nakazawa, J.C. Gamio, W. Yang. Transient processes and noise in a tomography system: An analytical case study, IEEE Sensors Journal 5 (2005) 321-329.
- [HAN00] P. Händel. Properties of the IEEE-STD-1057 four parameter sine wave fit algorithm, TECHNICAL REPORT IR-S3-SB-0009 (2000).
- [HAN05] Handbook of multiphase flow metering, The Norwegian Society for Oil and Gas Measurement, 2005, ISBN 82-91341-89-3.

- [HAN98] P.C. Hansen. Rank-deficient and discrete ill-posed problems, Philadelphia, PA: SIAM (1998).
- [HAR99] W.K. Harteveld, P.A. van Halderen, R.F. Mudde, C.M. van den Bleek, H.E.A. van den Akker, B. Scarlett. A fast active differentiator capacitance transducer for electrical capacitance tomography, 1st World Congress on Industrial Process Tomography, Buxton, Greater Manchester, 14-17 Abril, 1999.
- [HER99] E. Hervieu, P.Seleghim Junior. Direct imaging of two-phase flows by electrical impedance measurements, 1st World Congress on Industrial Process Tomography, Buxton, Greater Manchester, 14-17 Abril, 1999.
- [HOU73] G.N. Hounsfield. Computerized transverse axial scanning (tomography): part I. Description of system, Br J Radiol 46, 552, (1973) 1016-1022.
- [HUA04] H. Yan, C. Liu and J. Gao. Electrical capacitance tomography image reconstruction based on singular value decomposition, Proceedings of the 5Ih World Congress on Intelligent Control and Automation, June 15-19. 2004, Hangzhou. P.R. China
- [HUA88a] X.M. Huang, T. Dyakowski, A. Plaskowski, M.S. Beck. A tomographic flow imaging system based on capacitance measuring techniques, Proceedings of the 9th International Conference on Pattern Recognition, Rome, 9-13 Noviembre, Rome, Italy, 1988, pp. 32-36.

- [HUA88b] S.M. Huang, A.L. Stott, R.G. Green, M.S. Beck. Electronic transducers for industrial measurement of low value capacitances, J. Phys. E: Sci. Instrum. 21 (1988) 212-250.
- [HUA88c] S. Huang, R.G. Green, A. Plaskowski, M.S. Beck. A high frequency stray-immune capacitance transducer based on the charge transfer principle, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement 37 (1988) 368-373.
- [HUA89] X.M. Huang, A. Plaskowski, C.G. Xie, M.S. Beck. Tomographic imaging of two-component flow using capacitance sensors, J. Phys.E: Sci. Instrum. 22 (1989) 173-177.
- [HUA92] P. Hua, E.J. Woo, J.G. Webster, W.J. Tompkins. Improved methods to determine optimal currents in electrical impedance tomography, IEEE Trans. Med. Imaging 11 (1992) 488-495.
- [HUT04] D.V. Hutton. Fundamentals of finite element analysis, McGraw-Hill (2004).
- [IEE01] IEEE standard for digitizing waveform recorders, IEEE Standard 1057 (2001).
- [IMS05] I. Ismail, J.C. Gamio, S.F.A. Burkhari, W.Q. Yang. Tomography for multi-phase flow measurement in the oil industry, Flow Measurement and Instrumentation 16 (2005) 145-155.
- [ISA86] D. Isaacson. Distinguishability of conductivities by electric current computed tomography, IEEE Trans. Med. Imaging 5 (1986) 91-95.

- [ISA96] O. Isaksen . A review of reconstruction techniques for capacitance tomography, Meas. Sci. Technol. 7 (1996) 325-337.
- [JAW00] A.J. Jaworski, G.T. Bolton. The design of an electrical capacitance tomography sensor for use with media of high dielectric permittivity, Meas. Sci. Technol. 11 (2000) 743-757.
- [JOH00] F. Johnsson, R.C. Zijerveld, J.C. Schouten, C.M. van den Bleek,
 B. Leckner. Characterization of fluidization regimes by timeseries analysis of pressure fluctuations, International Journal of Multiphase Flow 26 (2000) 663-715.
- [KEN96] K.J. Elkowd, K.S. Rethkalla. Void Fraction measurement in gasliquid flows using capacitance sensors, Meas. Sci. Technol. 7 (1996) 1153-1163.
- [KES05] W. Kester The Data Conversion Handbook, Elsevier, 2005.
- [KHA93] S.H. Khan, F. Abdullah. Finite element modellin of electrostatic fields in process tomography capacitive electrode systems for flow response evaluation, IEEE Transacions on Magnetics 29 (1993)2437-2439.
- [KIM06] J.H. Kim, B.Ye. Cho, K.Y. Kim. Novel iterative image reconstruction algorithm for electrical capacitance tomography: directional algebraic reconstruction technique, IEICE Trans. Fundamentals, Vol. E 89-A (2006) 1578-1548.
- [KUM98] S.B. Kumar, M. Dudukovík. Computer assisted gamma and Xray tomography: application to multiphase flow systems, Topical

Report, U.S. Departament of Energy, No. DE-FC22-95PC95051 (1998).

- [LIE01] J.S. Lievois. Multiphase flow measurement, Premier Instruments, Inc., class 8110, 2001.
- [LIU05] L. Yi-ping, N. Gang, W. Jing. Design of capacitance sensor system for void fraction measurement, Zhejiang Univ SCI 12 (2005) 1424-1429.
- [LOS01] T.Loser, R. Wajman, D. Mewes. Electrical capacitance tomography: image reconstruction along electrical field lines, Meas. Sci. Technol. 12 (2001) 1083-1091.
- [LOU96] M. Louge, M. Tuccio, E. Lander, P. Connors. Capacitance measurements of the volume fraction and velocity of dielectric solids near a grounded wall, Review of Scientific Instruments 67:5 (1996) 1869-1877.
- [MAK07] Y. Makkawi, R. Ocone. Integration of ECT measurements with hydrodynamic modelling of conventional gas-solid bubbling bed, Chemical Engineering Science 62 (2007) 4304-4315.
- [MAR06a] Q. Marashdeh, W. Warsito, L.S. Fan, F.L. Teixeira. A nonlinear image reconstruction technique for ECT using a combined neural network approach, Meas. Sci. Technol. 17 (2006) 2097-2103.
- [MAR06b] A. Martínez Olmos, J. Alberdi Primicia, J.L. Fernández Marrón. Influence of shielding arrangement on ECT sensors, Sensors 6 (2006) 1118-1127.

- [MAR07a] A. Martinez Olmos, M.A. Carvajal, D.P. Morales, A.J. Palma. Influence of design parameters of ECT sensors on the quality of reconstructed images, Journal of Physics: Conference Series 76 (2007) 012051.
- [MAR07b] A. Martinez Olmos, J. Alberdi Primicia, J.L. Fernandez Marron. Simulation design of electrical capacitance tomography sensors, IET Sci. Meas. Technol 4 (2007) 216-223.
- [MAR08] A. Martínez Olmos, M.A. Carvajal, D.P. Morales, A. García, A.J. Palma. Development of a electrical capacitance tomography system using four rotating electrodes, Sensors and Actuators: A. Physical 148 (2008) 366-375.
- [MAR09] A. Martínez Olmos, J. Ballesta-Claver, A.J. Palma, M.C. Valencia-Mirón, L.F. Capitán-Vallvey. Portable luminometer with disposable electrochemiluminescent biosensor for lactate determination. Aceptado para publicación en Sensors (2009).
- [MAX73] J.C. Maxwell. A treatise on electricity and magnetism vol. I, Clarendon Press, Oxford, 1873.
- [MCK02] T.R. McKeen, T.S. Pugsley. The influence of permittivity models on phantom images obtained from electrical capacitance tomography, Meas. Sci. Technol. 13 (2002) 1822-1830.
- [MOR08] A. Morris. A practical guide to reliable finite element modelling, Wiley (2008).

- [MOR09] D.P. Morales, A. García, A. Martínez Olmos, J. Banqueri, A.J. Palma. Digital and Analog Reconfiguration Techniques for Rapid Smart Sensor System Prototyping Aceptado para publicación en Sensor Letters (2009).
- [MUN00] H. Muneo. Introduction to finite element method, Earthquake Research Institute (2000).
- [OST99] K. Ostrowski, S.P. Luke, M.A. Bennett, R.A. Williams. Real time visualisation and analysis of dense phase powder conveying, Powder Technol. 102 (1999) 1-13.
- [PAL07] A.J. Palma, J. López-González, L.J. Asensio, M.D. Fernández-Ramos, L.F. Capitán-Vallvey. *Microcontroller-based portable* instrument for stabilised optical oxygen sensor. Sensors and Actuators B 121 (2007) 629-638.
- [PAL08] A.J. Palma, J.M. Ortigosa, A. Lapresta-Fernández, M.D. Fernández-Ramos, M.A. Carvajal, L.F. Capitán-Vallvey. Portable light-emitting diode-based photometer with one-shot optochemical sensors for measurement in the field. Rev. Sci. Instrum. 79 (2008) DOI: 10.1063/1.3000682.
- [PEN05] L. Peng, C. Mou, D. Yao, B. Zhang, D. Xiao. Determination of the optimal axial length of the electrode in an electrical capacitance tomography sensor, Flow Measurement and Instrumentation 16 (2005) 169-175.

- [PIN98] P.A.T. Pinheiro, W.W. Loh, F.J. Dickin. Optimal sized electrodes for electrical resistance tomography, Electronic Letters 34 (1998) 69-70.
- [PTL01] Engineering design rules for ECT sensors, PTL application note AN3 (2001), Process Tomography Ltd.
- [PTL94] Process Tomography Ltd. www.tomography.com
- [PTL99] An iterative method for improving ECT images, PTL application note AN4 (1999), Process Tomography Ltd.
- [PUG03] Pugsley T., Tanfara H., Malcus S., Cui H., Chaouki J. and Winters C. Verification of fluidized bed electrical capacitance tomography measurements with a fibre optic probe, Chemical Engineering Science 58 (2003) 3923-3934.
- [RAH05] R.A. Rahim, K.S. Chan, J.F. Pang, L.C. Leong. A hardware development for optical tomography system using switch mode fan beam projection, Sensors and Actuators A 120 (2005) 277-290.
- [RAH96] R.A. Rahim, R.G. Green, N. Horbury, F.J. Dickin, B.D. Naylor, T.P. Pridmore. Further development of a tomographic imaging system using optical fibres for pneumatic conveyors, Meas. Sci. Technol. 7 (1996) 419-422.
- [REI96] N. Reinecke, D. Mewes. Recent developments and industrial/research applications of capacitance tomography, Meas. Sci. Technol. 7 (1996) 233-246.

- [RIL89] C.A. Riley, M.Y. Louge. Quantitative capacitive measurements of voidage in dense gas-solid flows, Particulate Science Tech. 7 (1989) 51-59.
- [ROY02] S. Roy, F. Larachi, M.H. Al-Dahhan, M.P. Dudukovic. Optimal design of radioactive particle tracking experiments for flow mapping in opaque multiphase reactors, Applied Radiation and Isotopes 56 (2002) 485-503.
- [SCH97] K.A. Shollenberger, J.R. Torczynski, D.R. Adkins, T.J. O'Hern, N.B. Jackson. Gamma-densitometry tomography of gas holdup spatial distribution in industrial-scale bubble columns, Chemical Engineering Science, 52:13 (1997) 2037-2048.
- [SHA99] F. Shao, Q. Mong. A method for measuring low capacitance for tomography, Review of Scientific Instruments 70 (1999) 3177-3179.
- [SOL06] M. Soleimani. Three-dimensional electrical capacitance tomography imaging, Insight 47 (2006) 613-617.
- [STR74] O.N. Strand. Theory and methods related to the singular-function expansion and Landweber's iteration for integral equations of the first kind, SIAM J. Numer. Anal. 11 (1974) 798-825.
- [SVO97] D. Svozil, V. Kvasnicka, J. Pospichal. Introduction to multi-layer feed-forward neural networks, Chemometr. Intell. Lab. Syst. 39 (1997) 43-62.

- [TIK77] A.N. Tikhonov, V.Y. Arsenin. Solutions of ill-posed problems, Washington, DC: Winston (1977).
- [TOL95] J. Tollefsen. New capacitance sensor principles in flow measurements, PhD Thesis, University of Bergen (1995) pp. 23-27.
- [TOM01] Tomoflow Ltd. www.tomoflow.com
- [TOR04] P.R. Tortora. Electrical-impedance tomography for the quantitative measurement of solids distributions in gas-solid riser flows, Ph.D. thesis, 2004.
- [WAN01] H. Wang, C. Wang, W. Yin. Optimum design of the structure of the electrode for a medical EIT system, Meas. Sci. Technol. 12 (2001) 1020-1023.
- [WAN02] M. Wang, W. Yin and N. Holliday. A highly adaptive electrical impedance sensing system for flow measurement, Meas. Sci. Technol. 13 (2002) 1884-1889.
- [WAN96] H. Wangy, W. Yiny, W.Q. Yangz, M.S. Beck. Optimum design of segmented capacitance sensing array for multi-phase interface measurement, Meas. Sci. Technol. 7 (1996) 79-86.
- [WAR01] W. Warsito, L.S. Fan. Neural network based multi-criterion optimization image reconstruction technique for imaging two- and three-phase flow systems using electrical capacitance tomography, Meas. Sci. Technol. 12 (2001) 2198-2210.

- [WAR07] W. Warsito, Q. Marashdeh, L.S. Fan. Electrical capacitance volume tomography, IEEE Sensors Journal 7 (2007) 525-535.
- [WEB95] J.P. Webb. Application of the finite element method to electromagnectic and electrical topics, Rep. Prog. Phys. 58 (1995) 1673-1712.
- [WEN96] W.L. Weng, F.J. Dickin. Improved modified Newton-Raphson algorithm for electrical impedance tomography, Electronic Letters 32 (1996) 206-207.
- [WER95] J. Werther, B. Hage. A fiber-optical sensor for high-temperature application in fluidized bed combustion, Fluidization VIII, 8th Int. Engineering Foundation Conf. on Fluidization, preprints, Tours, France, 1995, pp. 689-696.
- [WER99] J. Werther. Measurement techniques in fluidized beds, Powder Technology, 102 (1999) 15-36.
- [WIE00] V. Wiesendorf, J. Werther. Capacitance probes for solids volume concentration and velocity measurements in industrial fluidized bed reactors, Powder Technology 110 (2000) 143-157.
- [WIL95] R.A. Williams, M.S. Beck. Process tomography, principles, techniques and applications, Butterworth-Heinemann Ltd, Oxford (1995).
- [WIL99] P. Williams, T. York. Evaluation of integrated electrodes for electrical capacitance tomography, 1st World Congress on Industrial

Process Tomography, Buxton, Greater Manchester, 14-17 Abril, 1999.

- [XIE92] C.G. Xie, S.M. Huang, B.S. Hoyle, R. Thorn, C. Lenn, D. Snowden, M.S. Beck. Electrical capacitance tomography for flow imaging - system model for development of image reconstruction algorithms and design of primary sensors, IEE Proc. G 139 (1992) 89-98.
- [XIE93] C.G. Xie, S.M. Huang, B.S. Hoyle, C.P.Lenn, M.S. Beck. Transputer-based electrical capacitance tomography for real-time imaging of oil field flow pipelines, Tomographic Techniques for Process Design and Operation, Proc. ECAPT92 26-29 March 1992 (Manchester, UK).
- [XU99] H. Xu, G.Yang, S. Wang. Effect of axial guard electrodes on sensing field of capacitance tomographic sensor, 1st World Congress on Industrial Process Tomography, Buxton, Greater Manchester, 14-17 Abril, 1999.
- [YAN01a] H. Yan, L.J. Liu, H. Xu, F.Q. Shao. Image reconstruction in electrical capacitance tomography using multiple linear regression and regularization, Meas. Sci. Technol. 12 (2001) 575-581.
- [YAN01b] W.Q. Yang. Further developments in an ac-based capacitance tomography system, Review of Scientific Instruments 72 (2001) 3092-3097.

- [YAN03] W.Q. Yang, L. Peng. Image reconstrution algorithms for electrical capacitance tomography, Meas. Sci. Technol. 14 (2003) R1-R13.
- [YAN94] W.Q. Yang, A.L. Stott, M.S. Beck. High frequency and high resolution capacitance measuring circuit for process tomography, IEE-Proc. Circuits Devices Syst. 141 (1994) 215-219.
- [YAN95] W.Q. Yang, M.S. Bec, M. Byars. Electrical capacitance tomography - from design to applications, Meas. Control 28 (1995) 261-266.
- [YAN96a] W.Q. Yang. Hardware design of electrical capacitance tomography systems, Meas. Sci. Technol. 7 (1996) 225-232.
- [YAN96b] W.Q. Yang, M.S. Adam, R. Watson, M.S. Beck. Monitoring water hammer by capacitance tomography, Electronic Letters 32 (1996) 1778-1779.
- [YAN97] W.Q. Yang, D.M. Spink, J.C. Gamio, M.S. Beck. Sensitivity distributions of capacitance tomography sensors with parallel field excitation, Meas. Sci. Technol. 8 (1997) 562-569.
- [YAN98] H. Yan, F.Q. Shao, S. Wang. Fast calculation of sensitivity distributions in capacitance tomography sensors, Electronics Letters, 34 (1998) 1936-1937.
- [YAN99a] H. Yan, F.Q. Shao, H. Xu, S. Wang. Three-dimensional analysis of electrical capacitance tomography sensing fields, Meas. Sci. Technol. 10 (1999) 717-725.

- [YAN99b] H. Yan, F.Q. Shao, H. Xu, S. Wang. Simulation study of capacitance tomography sensors, 1st World Congress on Industrial Process Tomography, Buxton, Greater Manchester, 14-17 Abril, 1999.
- [YAN99c] W.Q. Yang, D.M. Spink, T.A. York, H. McCann. An image reconstruction algorithm based on Landweber's iteration method for electrical capacitance tomography, Meas. Sci. Technol. 10 (1999) 1065-1069.
- [YAS07] Y. Makkawi, R. Ocone. Integration of ECT measurements with hydrodynamic modelling of conventional gas-solid bubbling bed, Chemical Engineering Science 62 (2007) 4304-4315.
- [YIX99] M. Yixin, X. Ling-An, J. Changzhen. Experimental study of the guard electrodes in an ERT system, 1st World Congress on Industrial Process Tomography, Buxton, Greater Manchester, 14-17 Abril, 1999.
- [ZHA02] J. Zhao, W. Fu, T. Li, S. Wang. An image reconstruction algorithm based on a revised regularization method for electrical capacitance tomography, Meas. Sci. Technol. 13 (2002) 638-640.
- [ZHA05] L. Zhang, H. Wang, M. Ma, X. Ji. Image reconstruction algorithm for electrical capacitance tomography based on radial basis function neural network, Proceedings of the Fourth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Guangzhou, 18-21 Agosto 2005