



**PROPENSIÓN A LA CONCENTRACIÓN DEL DAÑO EN  
ESTRUCTURAS CONVENCIONALES Y EN  
ESTRUCTURAS CON SISTEMAS DE CONTROL PASIVO  
SOMETIDAS A TERREMOTOS**

**MEMORIA DEL TRABAJO FIN DE MÁSTER EN ESTRUCTURAS**

**ALUMNO: IGOR MUŽDEKA**

**TUTOR: AMADEO BENAVENT-CLIMENT**

**UNIVERSIDAD DE GRANADA**

Programa de Máster Oficial en Estructuras



**PROPENSIÓN A LA CONCENTRACIÓN DEL DAÑO EN ESTRUCTURAS  
CONVENCIONALES Y EN ESTRUCTURAS CON SISTEMAS DE CONTROL PASIVO  
SOMETIDAS A TERREMOTOS**

Memoria del Proyecto de Máster en Estructuras

Presentada por:

Igor Muždeka

Dirigida por:

Amadeo Benavent-Clement

Granada, 02 de octubre 2012.

*Gracias al apoyo financiero que en calidad de becario recibí por parte del programa JoinEU-SEE II para la realización de los estudios de Máster en Estructuras en la Universidad de Granada.*



*Scholarship scheme for  
academic exchange  
between EU and  
Western Balkan countries*



**Erasmus  
Mundus**

# ÍNDICE

<b>1. Introducción</b> .....	<b>5</b>
1.1. Objetivos de trabajo .....	5
1.2. Estructuras convencionales .....	6
1.3. Estructuras con sistema de control pasivo .....	8
<b>2. Dimensionamiento de las estructuras convencionales</b> .....	<b>10</b>
2.1. Procedimiento del dimensionado de las estructuras convencionales .....	10
2.2. Norma de construcción sismorresistente NCSE-02 .....	10
2.2.1. Aceleración sísmica básica y el coeficiente de contribución .....	11
2.2.2. Clasificación del terreno .....	11
2.2.3. Espectro de respuesta elástica para movimientos horizontales .....	11
2.2.4. Aceleración sísmica de cálculo.....	13
2.2.5. Masas que intervienen en el cálculo.....	13
2.2.6. Desplazamientos modales máximos .....	14
2.2.7. Fuerzas sísmicas equivalentes.....	15
2.2.8. Consideración de los efectos de rotación.....	16
2.2.9. Consideración de los efectos de segundo orden.....	16
2.2.10. Fuerzas sísmicas equivalentes del pórtico de tres plantas.....	17
2.2.11. Fuerzas sísmicas equivalentes del pórtico de seis plantas .....	18
2.2.12. Fuerzas sísmicas equivalentes del pórtico de nueve plantas .....	19
2.3. Cálculo a pandeo .....	20
2.4. Cálculo a cortante .....	21
2.4.1. Esfuerzo de cálculo a cortante .....	21
2.4.2. Armadura de cortante.....	22
2.5. Momentos flectores en los soportes.....	25
2.6. Otras verificaciones.....	26

2.7. Formación del mecanismo de colapso de tipo “ <i>viga débil - columna fuerte</i> ” .....	27
2.7.1. Mecanismo de colapso de tipo “ <i>viga débil - columna fuerte</i> ” .....	27
2.7.2. Determinación de los momentos de plastificación .....	27
2.7.3. Estimación de la distribución de fuerzas sísmicas máximas .....	31
2.7.4. Análisis plástico del pórtico.....	32
2.7.5. Estimación de solicitaciones en la comuna de soportes izquierda .....	34
2.7.6. Estimación de solicitaciones en la comuna de soportes derecha.....	38
2.7.7. Estimación de las solicitaciones sísmicas .....	41
<b>3. Leyes constitutivas .....</b>	<b>42</b>
3.1. Supuestos básicos .....	42
3.2. Modelo uniaxial de acero .....	44
3.2.1. Relación tensión-deformación básica .....	44
3.2.2. Efecto de la carga dinámica .....	47
3.3. Modelo uniaxial de hormigón .....	47
3.3.1. Limitaciones del modelo uniaxial aplicado.....	48
3.3.2. Aspectos de confinamiento por la armadura transversal .....	49
3.3.3. Tensiones de confinamiento en la sección rectangular .....	52
3.3.4. Resistencia confinada de la sección de hormigón armado.....	53
3.3.5. Comportamiento del hormigón no confinado .....	54
3.3.6. Comportamiento del hormigón confinado .....	57
3.3.7. Comportamiento del hormigón bajo la carga de tensión .....	59
3.3.8. Efectos de la carga dinámica.....	59
3.3.9. Predicción de la deformación compresiva última de hormigón confinado ....	59
3.3.10. Ejemplo numérico de la curva tensión-deformación de hormigón confinado .....	63
<b>4. Relación momento-curvatura de la sección de hormigón armado .....</b>	<b>66</b>
4.1. Modelización de la sección .....	66

4.2. Residual de axil.....	68
4.3. Determinación de la posición de la fibra neutra .....	69
4.4. Diagrama momento-curvatura .....	72
4.5. Aproximación del diagrama momento-curvatura.....	73
4.5.1. Curvatura de fisuración .....	74
4.5.2. Curvatura de plastificación .....	78
4.5.3. Curvatura última en las columnas .....	82
4.5.4. Curvatura última en las vigas .....	87
<b>5. Modelización de la estructura .....</b>	<b>93</b>
5.1. Definición del modelo.....	93
5.2. Definición de la carga sísmica .....	95
5.2.1. Terremotos de cálculo .....	95
5.2.2. Escalado de los acelerogramas.....	99
<b>6. Validación de que se forme el mecanismo de colapso “viga débil- columna fuerte” en los pórticos convencionales.....</b>	<b>100</b>
6.1. Análisis pushover .....	100
6.2. Pórtico convencional de tres plantas.....	101
6.3. Pórtico convencional de seis plantas .....	102
6.4. Pórtico convencional de nueve plantas.....	103
<b>7. Estimación del daño producido por terremotos .....</b>	<b>105</b>
7.1. Proyecto sismorresistente basado en balance de energía.....	105
7.2. Distribución estándar de daño .....	107
7.3. Distribución óptima del coeficiente de fuerza cortante de fluencia.....	109
<b>8. Descomposición del pórtico de varias plantas en pórticos de planta.....</b>	<b>111</b>
8.1. Pórtico de planta .....	111
8.2. Pórtico reducido equivalente .....	116
8.3. Cortante de fluencia de plantas de los pórticos convencionales.....	116

8.4. Constante de muelle de plantas de los pórticos convencionales .....	119
8.5. Desplazamiento de fluencia de plantas de los pórticos convencionales .....	120
8.6. Características histeréticas de plantas de los pórticos convencionales .....	121
<b>9. Definición de las estructuras con sistema de control pasivo .....</b>	<b>123</b>
9.1. Estructuras con sistema de control pasivo .....	123
9.2. Estructuras mixtas rígido-flexible .....	125
9.3. Cortante de fluencia y constante de muelle de la parte flexible .....	127
9.4. Rigidez lateral adicional debida a los disipadores.....	129
9.5. Resistencia lateral adicional debida a los disipadores .....	131
9.6. Características histeréticas de plantas de los pórticos con disipadores.....	132
<b>10. Distribución entre plantas del daño producido por terremoto .....</b>	<b>134</b>
10.1. Cálculo del ratio de deformación plástica acumulada .....	134
10.2. Pórticos de tres plantas.....	136
10.3. Pórticos de seis plantas .....	137
10.4. Pórticos de nueve plantas.....	138
10.5. Resumen de los ratios de deformación plástica acumulada obtenidos.....	139
<b>11. Propensión a concentrar el daño .....</b>	<b>140</b>
11.1. Índice de concentración de daño .....	140
11.2. Cálculo del índice de concentración del daño .....	143
11.3. Pórticos de tres plantas.....	144
11.4. Pórticos de seis plantas .....	147
<b>12. Conclusiones .....</b>	<b>150</b>
<b>13. Bibliografía.....</b>	<b>151</b>

# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1. Objetivos de trabajo

Este trabajo se hizo como el proyecto final del “*Máster en Estructuras*” de la Universidad de Granada, España y tuvo dos objetivos principales.

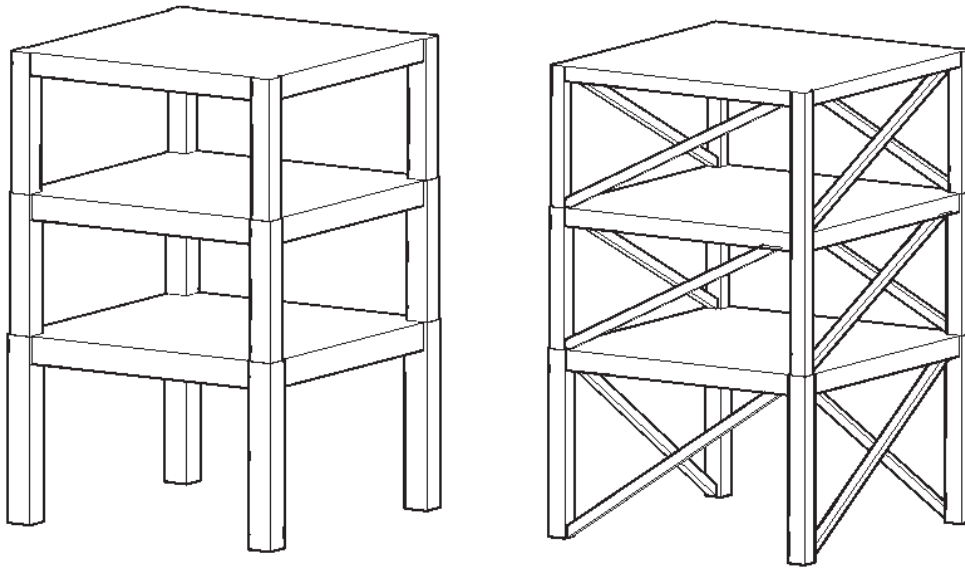
El primer fue determinar la distribución del daño en dos tipos de estructuras diferentes sometidas a los diferentes sismos. El segundo objetivo del trabajo fue intentar a determinar la propensión a la concentración del daño en dos tipos de estructuras diferentes.

El primer tipo de estructuras que se consideró, son las estructuras convencionales que resisten la acción sísmica por los momentos flectores en los elementos estructurales y el otro tipo que se consideró son las estructuras con sistema de control pasivo que consiste en los disipadores histeréticos.

Se consideraron los pórtico de tres, seis y de nueve plantas. Por la simplicidad, todos los pórticos considerados tienen un solo vano. Aunque es poco posible que se construiría el pórtico de un solo vano, se supone que la energía introducida por el terremoto y el daño causado depende principalmente del periodo fundamental, masa total y el tipo de la estructura porticada (que es en este caso “viga débil - columna fuerte”). La luz del vano de pórtico es de 6 metros en ambas direcciones, y la altura de todas las plantas menos la planta baja es de 3 metros. La altura de la planta baja es de 4 metros.



El aspecto de la estructura convencional y la estructura con los disipadores se puede observar en la Figura 1.



**Figura 1: Aspecto de la estructura convencional y de la estructura con disipadores**

## **1.2. Estructuras convencionales**

Las estructuras convencionales resisten la acción lateral principalmente por los momentos flectores que se desarrollan en las piezas de estructura.

En este trabajo los pórticos convencionales consisten en los cuatro soportes, conectados entre sí con las vigas de canto. Los forjados se construyeran como las losas nervadas del espesor de 8 centímetros. El nervio del forjado sirve para la disminución de la deflexión del forjado y en todas las plantas constituye en la viga 15/28 cm, armada con  $2 \times 5 \varnothing 14$  mm. Todos los elementos estructurales estuvieran hormigonados en obra.

Las dimensiones de las estructuras convencionales y la cantidad de armadura proporcionada se pueden observar en la Tabla 1, Tabla 2 y la Tabla 3.

**Tabla 1: Dimensiones del pórtico convencional de tres plantas**

Planta	VIGAS			SOPORTES	
	Sección	Armadura inferior	Armadura superior	Sección	Armadura total
3	25 / 40 cm	4 Ø 16 mm	4 Ø 16 mm	35 / 35 cm	12 Ø 16 mm
2	30 / 45 cm	5 Ø 22 mm	5 Ø 22 mm	40 / 40 cm	16 Ø 20 mm
1	35 / 50 cm	6 Ø 22 mm	6 Ø 22 mm	45 / 45 cm	16 Ø 20 mm

**Tabla 2: Dimensiones del pórtico convencional de seis plantas**

Planta	VIGAS			SOPORTES	
	Sección	Armadura inferior	Armadura superior	Sección	Armadura total
6	25 / 55 cm	8 Ø 22 mm	8 Ø 22 mm	45 / 45 cm	16 Ø 16 mm
5	25 / 55 cm	7 Ø 22 mm	7 Ø 22 mm	60 / 60 cm	20 Ø 20 mm
4	30 / 60 cm	6 Ø 22 mm	6 Ø 22 mm	50 / 50 cm	24 Ø 20 mm
3	35 / 70 cm	6 Ø 22 mm	6 Ø 22 mm	60 / 60 cm	24 Ø 20 mm
2	40 / 75 cm	5 Ø 22 mm	5 Ø 22 mm	60 / 60 cm	24 Ø 20 mm
1	40 / 75 cm	4 Ø 16 mm	4 Ø 16 mm	65 / 65 cm	24 Ø 20 mm

**Tabla 3: Dimensiones del pórtico convencional de nueve plantas**

Planta	VIGAS			SOPORTES	
	Sección	Armadura inferior	Armadura superior	Sección	Armadura total
9	25 / 40 cm	4 Ø 16 mm	4 Ø 16 mm	35 / 35 cm	12 Ø 16 mm
8	30 / 45 cm	7 Ø 16 mm	7 Ø 16 mm	40 / 40 cm	16 Ø 18 mm
7	35 / 50 cm	8 Ø 18 mm	8 Ø 18 mm	45 / 45 cm	20 Ø 22 mm
6	40 / 55 cm	7 Ø 22 mm	7 Ø 22 mm	50 / 50 cm	20 Ø 28 mm
5	40 / 60 cm	8 Ø 22 mm	8 Ø 22 mm	55 / 55 cm	20 Ø 28 mm
4	40 / 70 cm	8 Ø 22 mm	8 Ø 22 mm	60 / 60 cm	20 Ø 28 mm
3	45 / 75 cm	9 Ø 22 mm	9 Ø 22 mm	65 / 65 cm	20 Ø 28 mm
2	50 / 80 cm	10 Ø 22 mm	10 Ø 22 mm	70 / 70 cm	20 Ø 24 mm
1	50 / 85 cm	10 Ø 22 mm	10 Ø 22 mm	75 / 75 cm	20 Ø 24 mm

### 1.3. Estructuras con sistema de control pasivo

Las estructuras con sistema de control pasivo consisten en dos partes diferentes, de los disipadores que resisten la acción sísmica y de las vigas y columnas que resisten solo las cargas gravitatorias. Los forjados son los mismos como los de la estructura convencional.

Las dimensiones de las estructuras convencionales y la cantidad de armadura proporcionada se pueden observar en la Tabla 4,

Tabla 5 y la Tabla 6.

**Tabla 4: Dimensiones del pórtico con disipadores de tres plantas**

Planta	VIGAS			SOPORTES	
	Sección	Armadura inferior	Armadura superior	Sección	Armadura total
3	25 / 33 cm	3 Ø 16 mm	3 Ø 16 mm	30 / 30 cm	16 Ø 16 mm
2	25 / 33 cm	5 Ø 20 mm	5 Ø 20 mm	30 / 30 cm	12 Ø 20 mm

1	25 / 33 cm	5 Ø 20 mm	5 Ø 20 mm	30 / 30 cm	12 Ø 16 mm
---	------------	-----------	-----------	------------	------------

**Tabla 5: Dimensiones del pórtico con disipadores de seis plantas**

Planta	VIGAS			SOPORTES	
	Sección	Armadura inferior	Armadura superior	Sección	Armadura total
6	25 / 33 cm	3 Ø 16 mm	3 Ø 16 mm	30 / 30 cm	16 Ø 16 mm
5	25 / 33 cm	5 Ø 20 mm	5 Ø 20 mm	30 / 30 cm	16 Ø 16 mm
4	25 / 33 cm	5 Ø 20 mm	5 Ø 20 mm	30 / 30 cm	12 Ø 16 mm
3	25 / 40 cm	5 Ø 20 mm	5 Ø 20 mm	35 / 35 cm	12 Ø 16 mm
2	25 / 40 cm	5 Ø 20 mm	5 Ø 20 mm	35 / 35 cm	12 Ø 16 mm
1	25 / 40 cm	5 Ø 20 mm	5 Ø 20 mm	35 / 35 cm	12 Ø 16 mm

**Tabla 6: Dimensiones del pórtico con disipadores de nueve plantas**

Planta	VIGAS			SOPORTES	
	Sección	Armadura inferior	Armadura superior	Sección	Armadura total
9	25 / 33 cm	3 Ø 16 mm	3 Ø 16 mm	30 / 30 cm	12 Ø 16 mm
8	25 / 33 cm	5 Ø 20 mm	5 Ø 20 mm	30 / 30 cm	12 Ø 16 mm
7	25 / 33 cm	5 Ø 20 mm	5 Ø 20 mm	30 / 30 cm	12 Ø 16 mm
6	25 / 33 cm	5 Ø 20 mm	5 Ø 20 mm	30 / 30 cm	12 Ø 16 mm
5	25 / 33 cm	5 Ø 20 mm	5 Ø 20 mm	30 / 30 cm	12 Ø 16 mm
4	25 / 40 cm	5 Ø 20 mm	5 Ø 20 mm	35 / 35 cm	12 Ø 16 mm
3	25 / 40 cm	5 Ø 20 mm	5 Ø 20 mm	35 / 35 cm	12 Ø 16 mm
2	25 / 40 cm	5 Ø 20 mm	5 Ø 20 mm	35 / 35 cm	12 Ø 16 mm
1	25 / 40 cm	5 Ø 20 mm	5 Ø 20 mm	35 / 35 cm	12 Ø 16 mm

## **2. DIMENSIONAMIENTO DE LAS ESTRUCTURAS CONVENCIONALES**

### **2.1. Procedimiento del dimensionado de las estructuras convencionales**

En el principio se supusieron unas dimensiones de los elementos estructurales. Entonces, por el procedimiento dado en la norma sísmica española NCSE-02 [1], que se expondrá en el Apartado 2.2, se determinaron las fuerzas estáticas equivalentes.

Por el análisis estático lineal, usando el programa SAP2000, se determinaron las sollicitaciones en los elementos estructurales producidas por las fuerzas estáticas equivalentes. A partir de las sollicitaciones en los elementos estructurales, se obtuvo la cantidad de armadura necesaria en cada uno de ellos. La armadura de los soportes se determinó además por el criterio de que se forme el mecanismo de colapso de tipo “viga débil - columna fuerte” que se explicará en el Apartado 2.7.1.

### **2.2. Norma de construcción sismorresistente NCSE-02**

Las estructuras convencionales se dimensionaron teniendo en cuenta los requisitos de la norma sísmica española NCSE-02 [1] que proporciona criterios que han de cumplirse dentro del territorio español para la consideración de acción sísmica en el proyecto de edificaciones.

En este apartado se supuso que los forjados estaban suficientemente rígidos en su plano para que se pudiera suponer que se movieran como los cuerpos rígidos en su plano. Además se presumió que la masa de la estructura estaba concentrada en el nivel de las plantas.

Debido a que cada una de las estructuras consideradas es simétrica y de planta regular, su excentricidad de masas respecto al centro de torsión es inferior al 10% de la dimensión en planta, la norma sísmica permite modelizar la estructura con dos modelos planos ortogonales independientes, reduciendo el movimiento horizontal de planta a un solo grado de libertad. En este caso, por simetría de las estructuras, los dos modelos planos ortogonales serán idénticos entre sí.

Por el análisis modal se determinarán los periodos propios para los modelos lineales equivalentes de cada una estructura convencional, considerada en este trabajo.

Aunque la norma sísmica supone tomar en cuenta solo unos primeros modos de vibración, para obtener los desplazamientos modales se usaron todos los modos.

### 2.2.1. Aceleración sísmica básica y el coeficiente de contribución

Para provincia de Granada, Andalucía, la norma española NCSE-02 determina el valor de aceleración sísmica básica de  $a_b = 0.23 \cdot g = 2.26 \text{ ms}^{-2}$  y el coeficiente de contribución  $K = 1$  que tiene en cuenta la influencia de los distintos tipos de terremotos esperados en la peligrosidad sísmica de la zona [1].

### 2.2.2. Clasificación del terreno

Se supone que las estructuras consideradas se encuentran en la capa del suelo granular suelto con la velocidad de propagación de las ondas elásticas  $v_s \leq 200 \text{ m/s}$ , del espesor mayor de 30 metros. Por eso, el terreno se clasifica como el terreno del tipo IV y a este tipo de terreno se le asigna el coeficiente de terreno igual a  $C = 2.0$ .

### 2.2.3. Espectro de respuesta elástica para movimientos horizontales

La norma sísmica española NCSE-02 establece un espectro normalizado de respuesta elástica, correspondiente a un oscilador simple con un amortiguamiento de referencia de 5 % del crítico, que se muestra en la Figura 2.

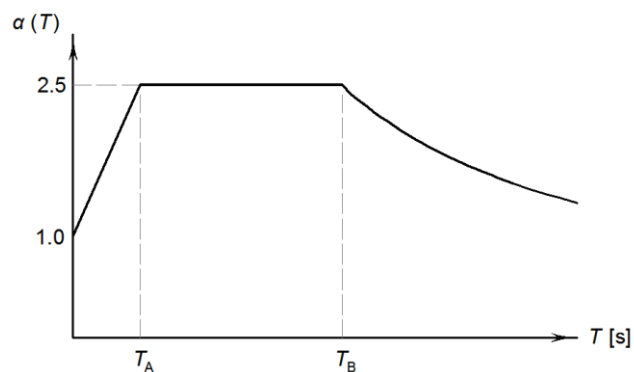


Figura 2: Espectro normalizado de respuesta elástica dado por NCSE-02

El espectro normalizado de respuesta elástica está definido por los dos periodos característicos  $T_A$  y  $T_B$  como:

$$\alpha(T) = \begin{cases} T < T_A & 1 + 1.5 \cdot \frac{T}{T_A} \\ T_A \leq T \leq T_B & 2.5 \\ T > T_B & K \cdot \frac{C}{T} \end{cases}$$

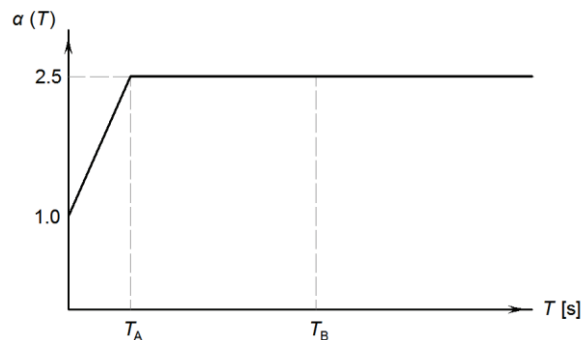
En este caso, los dos periodos característicos son iguales a:

$$T_A = 0.10 \cdot K \cdot C = 0.10 \cdot 1.00 \cdot 2.00 = 0.20 \text{ s}$$

$$T_B = 0.40 \cdot K \cdot C = 0.40 \cdot 1.00 \cdot 2.00 = 0.80 \text{ s}$$

Como en caso del terreno supuesto, el coeficiente del terreno es mayor de 1.8, según la norma NCSE-02 [1], para  $T > T_B$  se tomará  $\alpha(T) = 2.5$ .

Finalmente, el espectro que se usó en el cálculo sísmico en este trabajo se muestra en la Figura 3.



**Figura 3: Espectro normalizado de la respuesta elástica**

Puesto que la tasa de amortiguamiento de las estructuras consideradas se supone igual a 5% del crítico, el espectro de respuesta elástica obtenido no hay que modificarse y el coeficiente dependiente del amortiguamiento estructural vale  $\nu = 1.0$ .

Como las estructuras porticadas están diseñadas con una capacidad de resistir las cargas verticales muy alta, el efecto del movimiento sísmico vertical no tendrá importancia y no se considerará.

#### 2.2.4. Aceleración sísmica de cálculo

Dependiente de la aceleración sísmica básica, la importancia de la estructura y el tipo de terreno se define la aceleración sísmica de cálculo.

Se supone que las estructuras en consideración son de importancia normal por lo que el coeficiente adimensional de riesgo se puede tomar como  $\rho = 1.00$ . Este coeficiente toma en cuenta la probabilidad de que se exceda la aceleración sísmica de cálculo en el periodo de vida útil de una estructura.

Según la norma sísmica, para  $a_b = 0.23 g$ , el coeficiente de amplificación del terreno está definido como:

$$S = \frac{C}{1.25} + 3.33 \cdot \left( \rho \cdot \frac{a_b}{g} - 0.1 \right) \cdot \left( 1 - \frac{C}{1.25} \right) = \\ = \frac{2.00}{1.25} + 3.33 \cdot (1.00 \cdot 0.23 - 0.1) \cdot \left( 1 - \frac{2.00}{1.25} \right) = 1.34$$

Así, la aceleración sísmica de cálculo está definida como:

$$a_c = S \cdot \rho \cdot a_b = 1.34 \cdot 1.0 \cdot 0.23 \cdot g = 0.3082 \cdot g = 3.02 \text{ m/s}^2$$

#### 2.2.5. Masas que intervienen en el cálculo

A los efectos de los cálculos de las solicitaciones debidas al sismo se consideraron las masas correspondientes a la propia estructura, las masas permanentes y una fracción de las masas restantes de 50% suponiendo las estructuras como las viviendas.

La hipótesis de carga supuesta se puede formular con la expresión siguiente:

$$F_{sd} = 1.0 \cdot G + 0.5 \cdot Q + 1.0 \cdot S$$

siendo  $G$  la carga permanente,  $Q$  la sobrecarga y  $S$  la acción sísmica.



### 2.2.6. Desplazamientos modales máximos

El nivel de ductilidad, que depende del sistema estructural y para las estructuras con vigas de canto de hormigón armado se puede suponer que tienen la ductilidad alta. Además, en unos de los siguientes apartados se va a asegurar que se formará el mecanismo de fallo “columna fuerte - viga débil” que tiene alta capacidad de disipación de energía mediante histéresis. Para ductilidad alta, el coeficiente de comportamiento por ductilidad se puede tomar como  $\mu = 3$ .

Como ya se ha mencionado en el Apartado 2.2.3, el coeficiente dependiente del amortiguamiento estructural vale  $\nu = 1.0$ .

Coeficiente de respuesta entonces es:

$$\beta = \frac{\nu}{\mu} = \frac{1}{3}$$

Factor de distribución, correspondiente a la planta  $k$  en el modo de vibración  $i$  tiene el valor:

$$\{\eta_i\} = \frac{\sum_{k=1}^{n_s} (m_k \cdot \Phi_{ik})}{\sum_{k=1}^{n_s} (m_k \cdot \Phi_{ik}^2)} \cdot \{\Phi_i\}$$

donde es  $\Phi$  la matriz modal cuyas columnas consisten en los vectores propios del sistema lineal equivalente y  $m_k$  es la masa de planta  $k$ .

Al obtener las frecuencias propias de la estructura por el análisis modal, definiendo el coeficiente:

$$\alpha_i = \begin{cases} T_i \geq T_A & \alpha(T_i) \cdot \beta \\ T_i \leq T_A & 1 + (2.5 \cdot \beta - 1) \frac{T_i}{T_A} \end{cases}$$

se pueden determinar los el vector aceleración asociado al modo de vibración  $i$ :

$$\{\bar{a}_{i,\max}\} = \alpha_i \cdot \{\eta_i\} \cdot a_c$$

El vector de los desplazamientos máximos equivalentes para el modo de vibración  $i$ , entonces vienen dados por:

$$\{\bar{u}_{i,\max}\} = \frac{1}{\omega_i^2} \cdot \{\bar{a}_{i,\max}\}$$

El vector de desplazamientos máximos para cada modo se obtendrá multiplicando el desplazamiento máximo equivalente por el coeficiente de comportamiento por ductilidad  $\mu$ :

$$\{u_{i,\max}\} = \mu \cdot \{\bar{u}_{i,\max}\}$$

### 2.2.7. Fuerzas sísmicas equivalentes

El vector de fuerzas elásticas desarrolladas en un modo determinado se obtiene multiplicando el vector de desplazamientos máximos equivalentes por la matriz de rigidez:

$$\{\bar{F}_{i,\max}\} = [K] \cdot \{\bar{u}_{i,\max}\}$$

Por el método de superposición modal espectral no se puede obtener la historia en el tiempo de la respuesta, sino se determina solo su valor máximo. Por eso, la respuesta total no se puede obtener simplemente sumando las respuestas máximas correspondientes a cada modo de vibración. Una manera de aproximar la respuesta total máxima de la estructura se llama “*square root of the sum of squares*” (SRSS). Por la regla SRSS la respuesta máxima total se estima como la raíz cuadrada de la suma de los valores máximos correspondientes a cada modo de vibración, elevados a cuadrado.

Las fuerzas sísmicas equivalentes serán entonces:

$$\{F_{ekv}\} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n_s} (\{\bar{F}_{i,\max,j}^2\})}$$

### 2.2.8. Consideración de los efectos de rotación

Los edificios considerados tienen una distribución homogénea de masas, y por la simetría tienen la excentricidad nula entre el centro de la rigidez y el centro de masas

Sin embargo, según la norma sísmica española NCSE-02 [1], en todas las construcciones se deberá considerar una excentricidad adicional de las fuerzas sísmicas equivalentes con fin de cubrir las irregularidades constructivas y las asimetrías accidentales de sobrecargas. La excentricidad adicional mínima será 5 % de la mayor dimensión de la planta en el sentido perpendicular a la dirección del sismo.

En edificios con una distribución homogénea de los soportes y de masas, la norma sísmica permite determinar las solicitaciones debidas a la excentricidad adicional multiplicando las fuerzas sísmicas equivalentes en cada uno de los elementos resistentes, obtenidas en el apartado anterior, por un factor definido por:

$$\gamma_a = 1 + 0.8 \cdot \frac{x}{L_e}$$

siendo  $x$  la distancia del elemento que se considera al centro del edificio, medida perpendicularmente a la dirección de la acción sísmica considerada y siendo  $L_e$  la distancia entre los dos elementos resistentes más extremos, medida de la misma forma.

### 2.2.9. Consideración de los efectos de segundo orden

Mientras que el desplazamiento horizontal máximo del edificio no supere el dos por mil de la altura, no será necesario considerar los efectos de segundo orden.

Asimismo, es posible desapreciar los efectos de segundo orden, cuando en cada planta  $j$  se verifique [1]:

$$P_j \cdot \delta_j < 0.10 \cdot V_j \cdot H_j$$

siendo  $P_j$  la carga gravitatoria total por encima de la planta,  $\delta_j$  el desplazamiento relativo entre la cabeza y pie de los soportes de la planta considerada,  $V_j$  el cortante combinado correspondiente a la planta  $j$  y  $H_j$  la altura entre plantas.

Para cada una planta de todas las estructuras convencionales consideradas se comprobaron dichas condiciones y se verificó que los efectos de segundo orden pueden despreciarse.

En continuación se mostrarán los resultados de análisis modal de cada pórtico y las fuerzas estáticas equivalentes correspondientes a cada pórtico convencional.

#### 2.2.10. Fuerzas sísmicas equivalentes del pórtico de tres plantas

Las fuerzas sísmicas equivalentes obtenidas para cada planta de la estructura convencional de tres plantas, se repartieron en dos pórticos planos teniendo en cuenta los efectos de rotación. Además, como ilustra la Figura 4, las fuerzas sísmicas equivalentes correspondientes a un pórtico plano se dividieron en dos fuerzas horizontales idénticas con fin de no tener la fuerza axial en las vigas.

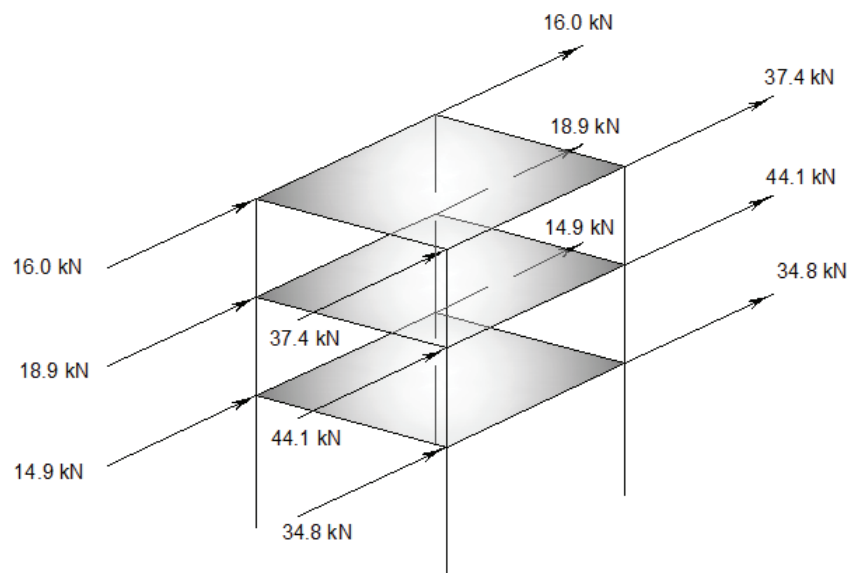


Figura 4: Fuerzas estáticas equivalentes para el pórtico de tres plantas

### 2.2.11. Fuerzas sísmicas equivalentes del pórtico de seis plantas

De misma manera se obtuvieron las fuerzas sísmicas equivalentes de la estructura de seis plantas y estas se pueden observar en la Figura 5.

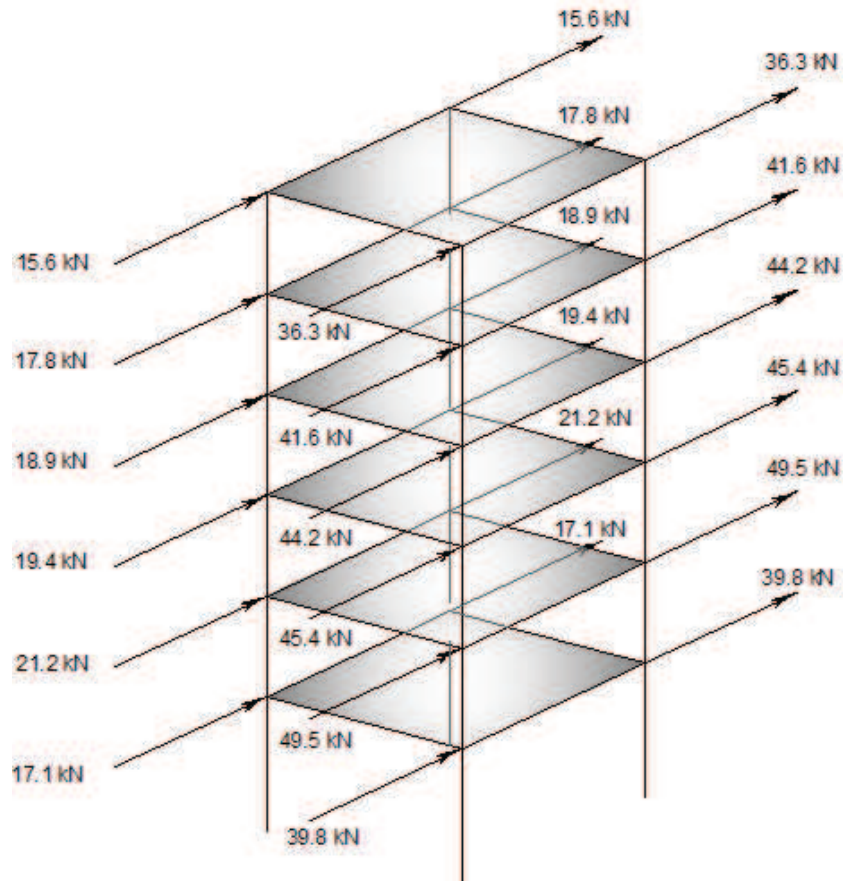


Figura 5: Fuerzas estáticas equivalentes para el pórtico de seis plantas

### 2.2.12. Fuerzas sísmicas equivalentes del pórtico de nueve plantas

Las fuerzas sísmicas equivalentes de la estructura de nueve plantas se muestran en la Figura 6.

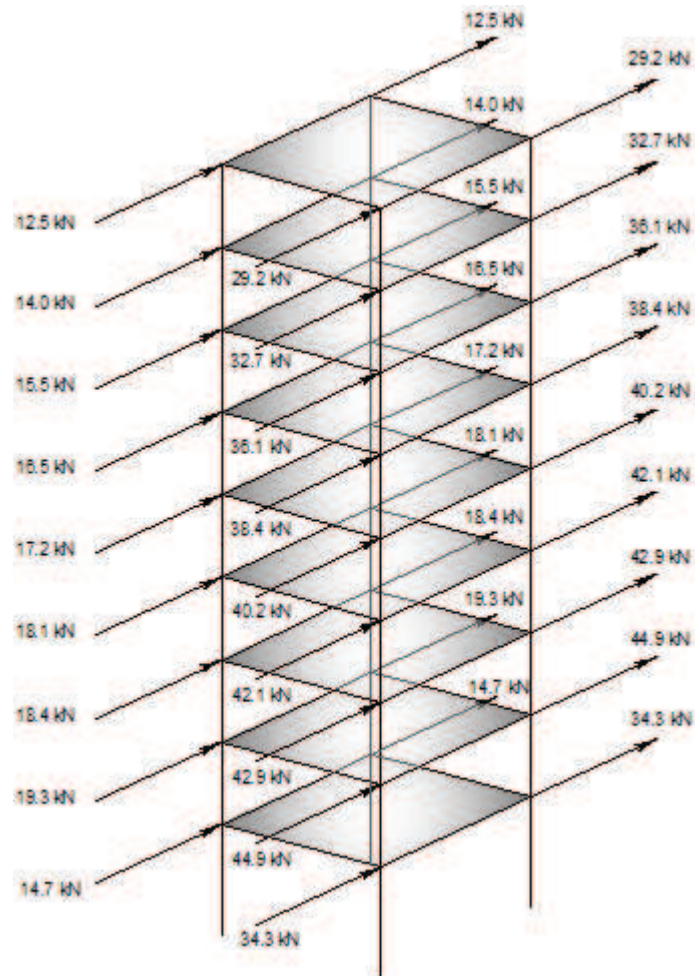
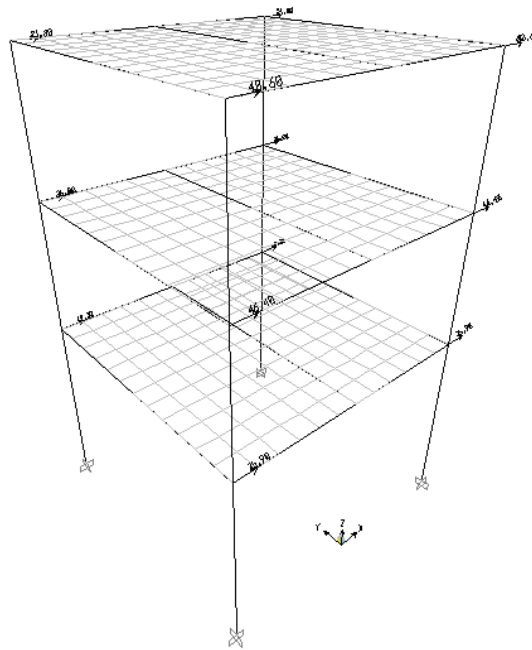


Figura 6: Fuerzas estáticas equivalentes para el pórtico de nueve plantas

### 2.3. Cálculo a pandeo

Al determinar las fuerzas estáticas equivalentes, por el programa SAP2000 se determinaron las solicitaciones en cada elemento resistente de los pórticos considerados. El modelo del pórtico de tres plantas hecho en SAP2000 y las fuerzas estáticas equivalentes aplicadas se puede observar en la Figura 7.



**Figura 7: Modelo de la estructura de tres plantas hecho en el SAP2000**

Con las solicitaciones obtenidas por el análisis estático lineal se dimensionaron los soportes de cada pórtico aplicando el cálculo a pandeo propuesto por el Eurocódigo 2 [2] y que consiste en la determinación del momento flector equivalente y haciendo el cálculo por capacidad del soporte de modelo [3], [4].

Asimismo se determinó la cantidad de armadura requerida en el soporte de planta baja. La cantidad de armadura de los soportes restantes se determinó de la condición de que se formara el mecanismo de fallo de tipo “viga débil - columna fuerte” como se explicará en el Apartado 2.7.1.

En la determinación de la cantidad de la armadura longitudinal de los soportes se tuvo en cuenta la restricción de la norma sísmica española [1] para el área de la armadura

mínima de 1% y el área de la armadura máxima de 6% del área total de la sección transversal de soporte.

Por brevedad, los resultados de cálculo a pandeo no se van a exponer aquí en detalle, sino que en continuación se van a exponer los resultados de cálculo a cortante por sus singularidades.

## 2.4. Cálculo a cortante

### 2.4.1. Esfuerzo de cálculo a cortante

Los modos de rotura frágiles, como el fallo por cortante, torsión o por esfuerzo axial de compresión, limitan la capacidad de disipación de energía del sistema estructural.

Para confirmar que se va a producir un mecanismo de fallo dúctil, como el mecanismo “viga débil - columna fuerte”, hay que asegurar que se producirá antes la plastificación de la armadura longitudinal que el fallo a cortante, ya sea por la plastificación de la armadura transversal o por agotamiento de las bielas comprimidas de hormigón [5].

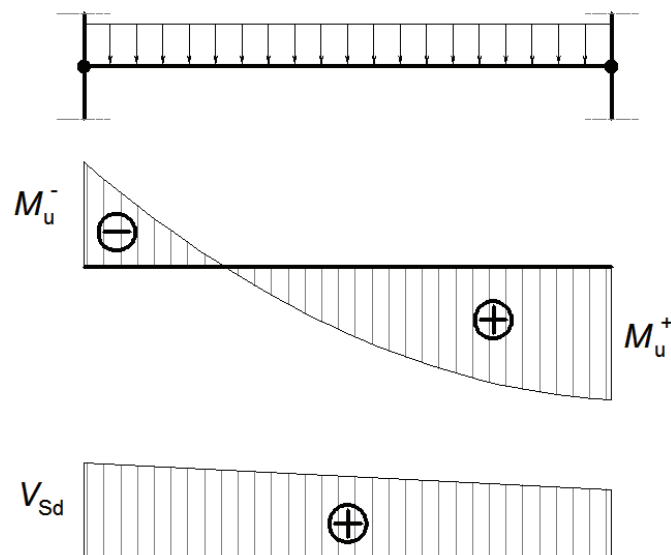


Figura 8: Diagrama del esfuerzo cortante después de la plastificación de los extremos

El esfuerzo cortante de cálculo en el estado de fallo se determinó suponiendo que los dos extremos del elemento estructural habían plastificado por la flexión. En el caso de



que las secciones en dos extremos de una pieza son idénticos, refiriéndose en la Figura 8, el esfuerzo cortante de cálculo será igual a:

$$V_{sd} = \frac{q \cdot L}{2} + \gamma_{SR} \cdot \frac{M_u^+ + M_u^-}{L}$$

siendo  $M_u^+$  el momento flector último en el sentido positivo y  $M_u^-$  el momento flector último en el sentido negativo.

La carga distribuida  $q$  que debe soportar una pieza durante el sismo, en el caso de las columnas es igual a cero y en el caso de la viga se calcula a partir de la hipótesis de carga  $q_d = g_k + 0.5 \cdot q_k$ .

El factor de sobrerresistencia que presenta un nivel de seguridad de que no va a ocurrir el fallo por cortante antes de la plastificación de los extremos de la pieza se tomo igual a  $\gamma_{SR} = 1.35$ .

#### 2.4.2. Armadura de cortante

Para el cálculo a cortante de la pieza de canto constante según el Eurocódigo 2 [2], se supone que la pieza está formada por unas zonas de compresión y de tensión separadas por una distancia igual al brazo interno  $z$ . La zona de cortante tiene un canto igual a  $z$  y una anchura  $b_w$ . Este brazo interno se supone perpendicular a la armadura longitudinal. Normalmente en el cálculo se puede utilizar el valor de brazo aproximado  $z = 0.9 \cdot d$  [2].

El cálculo a cortante de los elementos estructurales se hizo aplicando el método de las bielas de inclinación variable que permite elegir la inclinación de la bielas de hormigón y de esta manera reducir la cuantía de la armadura de cortante necesaria en la sección.

Para las vigas con armadura longitudinal constante, el ángulo entre las bielas de compresión del hormigón y el eje longitudinal viene limitado por:

$$|0.4| \leq \tan^{-1} \theta \leq |2.5| \quad \Rightarrow \quad 21.80^\circ \leq \theta \leq 68.19^\circ$$

La resistencia de las bielas de hormigón viene dada por la expresión siguiente:

$$V_{Rd,2}(\theta) = b_w \cdot z \cdot v \cdot \frac{f_{cd}}{\tan^{-1} \theta + \tan \theta} \quad f_{cd} = \frac{f_{c,k}}{\gamma_c}$$

siendo  $\gamma_c = 1.50$  el coeficiente parcial que toma en cuenta la inseguridad en la determinación de la resistencia de hormigón.

La resistencia a cortante de la sección con la armadura de cortante viene dada por:

$$V_{Rd,3}(\theta, A_{sw}) = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{yd} \cdot \tan^{-1} \theta$$

siendo  $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$  la resistencia de cálculo de acero y  $\gamma_s = 1.15$  el coeficiente parcial que

toma en cuenta la inseguridad en la determinación de la resistencia de acero.

Para obtener los elementos estructurales dúctiles, en todas las piezas se supone que la separación de la armadura de cortante en las zonas de plastificación es igual a:

$$s = 10 \text{ cm}$$

El esfuerzo de cálculo a cortante  $V_{Sd}$  no debe superar ni la resistencia de las bielas de hormigón  $V_{Rd,2}$  ni la resistencia de la sección con la armadura de cortante  $V_{Rd,3}$ . En el caso de que  $V_{Sd} > V_{Rd,2}$ , el resistencia de las bielas de hormigón no es suficiente y hay que aumentar las dimensiones de la sección. En el caso de que  $V_{Sd} > V_{Rd,3}$ , el resistencia de la armadura transversal no es suficiente y hay que aumentar la cuantía de la armadura transversal.

La inclinación de las bielas se escoge libremente, y generalmente el valor mayor de  $\tan^{-1} \theta$  corresponde a la cantidad menor de armadura a cortante [2].

Para los valores del esfuerzo de cálculo a cortante mayores es posible igualar el esfuerzo de cálculo a cortante  $V_{Sd}$  a la resistencia de las bielas de hormigón  $V_{Rd,2}(\theta)$  y de esta manera determinar el mayor valor admisible de  $\tan^{-1} \theta$ . Para los valores del esfuerzo de cálculo a cortante menores, para el mayor valor admisible de  $\tan^{-1} \theta$  se toma el valor de 2.5.

Con el ángulo de inclinación de las bielas  $\theta$  así determinado, se puede hallar la cuantía de la armadura requerida en la sección igualando el esfuerzo de cálculo a cortante  $V_{Sd}$  a la resistencia de la sección con la armadura de cortante  $V_{Rd,3}(\theta, A_{sw})$ . Finalmente, por el procedimiento descrito aquí se va a obtener la menor cuantía de la armadura transversal y la resistencia de las bielas y la resistencia de la sección con la armadura de cortante serían iguales al esfuerzo de cálculo a cortante:

$$V_{Rd,2} = V_{Rd,3} = V_{Sd}$$

Al obtener la cuantía de la armadura de cortante, hay que comprobar si el porcentaje de armadura de cortante es mayor que el valor mínimo permitido por el Eurocódigo 2:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w \cdot \sin(\varphi)} \leq \rho_{w,\min}$$

siendo  $A_{sw}$  el área de la armadura de cortante en una longitud  $s$  y siendo  $\varphi = 90^\circ$  el ángulo entre la armadura de cortante y la armadura longitudinal. Para la clase de hormigón C 25/30 y clase de acero S400 que son representativas para el hormigón y el acero usado en este trabajo, la cuantía de armadura de cortante mínima, según Eurocódigo 2 será:

$$\rho_{w,\min} = 0.0013.$$

Además, la separación longitudinal máxima de series sucesivas de estribos en la pieza cualquiera se define por las condiciones siguientes:

$$\begin{array}{ll} V_{Sd} \leq 0.2 \cdot V_{Rd,2} & s_{\max} = \min(0.8 \cdot d, 30 \text{ cm}) \\ 0.2 \cdot V_{Rd,2} < V_{Sd} \leq 0.66 \cdot V_{Rd,2} & s_{\max} = \min(0.6 \cdot d, 30 \text{ cm}) \\ V_{Sd} \geq 0.66 \cdot V_{Rd,2} & s_{\max} = \min(0.3 \cdot d, 20 \text{ cm}) \end{array}$$

En el caso de las vigas, la separación longitudinal máxima de los estribos es adicionalmente limitada para control de fisuración:

$$\frac{V_{Sd} - 3 \cdot V_{Rd,1}}{\rho_w \cdot b_w \cdot d} \leq 50 \quad s_{\max} = 30 \text{ cm}$$

$$\frac{V_{Sd} - 3 \cdot V_{Rd,1}}{\rho_w \cdot b_w \cdot d} \leq 75 \quad s_{\max} = 20 \text{ cm}$$

$$\frac{V_{Sd} - 3 \cdot V_{Rd,1}}{\rho_w \cdot b_w \cdot d} \leq 100 \quad s_{\max} = 15 \text{ cm}$$

$$\frac{V_{Sd} - 3 \cdot V_{Rd,1}}{\rho_w \cdot b_w \cdot d} \leq 150 \quad s_{\max} = 10 \text{ cm}$$

$$\frac{V_{Sd} - 3 \cdot V_{Rd,1}}{\rho_w \cdot b_w \cdot d} \leq 200 \quad s_{\max} = 5 \text{ cm}$$

siendo  $V_{Rd,1}$  la resistencia de cálculo a cortante de la pieza sin la armadura de cortante.

## 2.5. Momentos flectores en los soportes

Para evitar la formación de la planta débil en el pórtico, debe garantizarse que las rótulas plásticas se van a formar en las vigas en vez de los soportes. Solamente, para la planta última, puede admitirse que las rótulas plásticas se formen en los extremos superiores de los pilares en lugar de los extremos de las vigas.

Este requisito se considera satisfecho si se verifica, para cada nodo, que la suma de los momentos flectores últimos en las columnas es superior a la suma de los momentos de las vigas:

$$\sum_{\text{columnas}} M_u \geq \gamma_{SR} \cdot \sum_{\text{vigas}} M_u$$

donde  $\gamma_{SR} = 1.35$  es el factor de sobrerresistencia [5].

Para cada una planta de todas las estructuras convencionales se comprobó dicha condición y se verificó que rótulas plásticas se formarían en las vigas y no en los soportes.

## 2.6. Otras verificaciones

Los nudos viga-columna son otra zona crítica de las estructuras de hormigón armado. Bajo la carga, en el nudo se forma la biela comprimida de hormigón cuya capacidad hay que comprobar. Por la simplicidad esta comprobación no se hará en este trabajo.

Además, el momento flector último en el extremo de una pieza puede ser limitado no por la resistencia de la sección sino por el resbalón de las barras de la armadura longitudinal en el lado traccionado. También el momento flector último puede ser limitado por la longitud de anclaje insuficiente, tanto de la armadura traccionada como de la armadura longitudinal compresada. Si la longitud de las barras de armadura longitudinal no es suficiente, en la barra longitudinal se produciría una fuerza menor que la fuerza esperada y el momento último será menor que el momento último calculado. Otra vez, por la simplicidad, se va a suponer que la adherencia entre la armadura y el hormigón es perfecta independiente del nivel de fuerza en la barra y que no ocurre el resbalón de las barras. También se presumirá que los detalles de todos los nudos están hechos según la norma sísmica NCSE-02 [1] y que el momento flector último es limitado solo por la resistencia de la sección.

La norma sísmica NCSE-02 también establece otras exigencias relativas a diámetros mínimos de barra, separaciones máximas entre barras, dimensiones mínimas de columnas, etc. Aunque estas exigencias no se van a presentar expresamente en este trabajo, se tomaron en cuenta en el momento de dimensionado de las estructuras consideradas.

## 2.7. Formación del mecanismo de colapso de tipo “viga débil - columna fuerte”

### 2.7.1. Mecanismo de colapso de tipo “viga débil - columna fuerte”

El mecanismo de “viga débil - columna fuerte” está caracterizado por la formación de las zonas de plastificación en los extremos de todas las vigas y en los arranques de los pilares de planta baja. Como ya se ha mencionado anteriormente, para la planta última se puede admitir que las rótulas plásticas se formen en los extremos superiores de los pilares en lugar de los extremos de las vigas. El ejemplo de formación de las rótulas plásticas en el pórtico de tres plantas se muestra en la Figura 9.

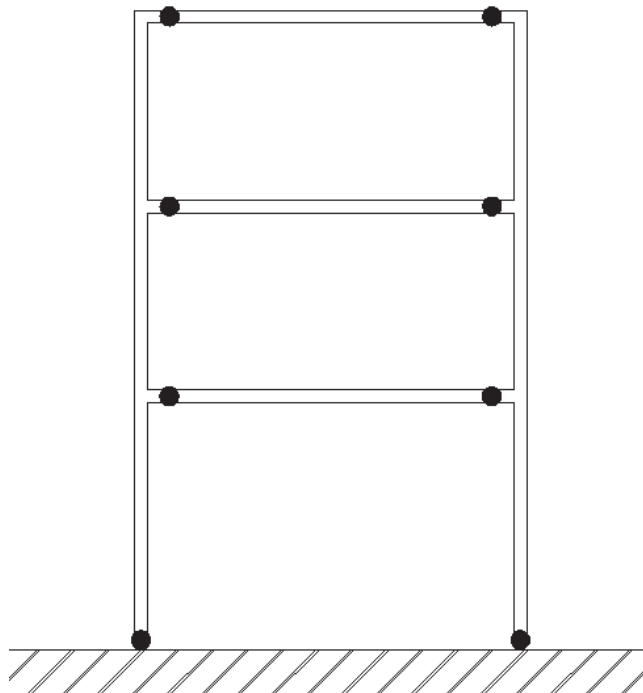


Figura 9: Formación de las rótulas plásticas en el mecanismo “viga débil - columna fuerte”

Para verificar si se produciría un mecanismo plástico de colapso de tipo “viga débil - columna fuerte” hay que realizar el cálculo por capacidad a nivel global del pórtico [5]. Las rótulas plásticas se pueden suponer localizadas a una distancia aproximada desde el eje de pilar:

$$d_R = 0.5 \cdot h_c + h_b$$

siendo  $h_c$  el canto del pilar y  $h_b$  el de la viga.

### 2.7.2. Determinación de los momentos de plastificación

A continuación se van a determinar los momentos de plastificación que hay que garantizar en los pilares para que se forme el mecanismo “*viga débil - columna fuerte*”. Por simplicidad, los momentos de plastificación se supusieron igual a los elementos últimos.

Partiendo de las dimensiones de las secciones, las cantidades y el posicionamiento de la armadura longitudinal de las vigas y del arranque del pilar de planta baja se determinan los momentos de plastificación tanto en la dirección positiva como en la dirección negativa.

En continuación se muestran las dimensiones de sección transversal y la cantidad de armadura longitudinal en los elementos estructurales de los pórticos convencionales.

#### 2.7.2.1. Momentos últimos de los elementos del pórtico de tres plantas

**Tabla 7: Momentos últimos de las vigas del pórtico convencional de tres plantas**

Planta	Sección	Armadura inferior	Armadura superior	$M_{u,neg}$ [kNm]	$M_{u,poz}$ [kNm]
3	25 / 40 cm	4 Ø 16 mm	4 Ø 16 mm	104.25	108.74
2	30 / 45 cm	5 Ø 22 mm	5 Ø 22 mm	277.47	282.36
1	35 / 50 cm	6 Ø 22 mm	6 Ø 22 mm	378.21	382.87

**Tabla 8: Momentos últimos de las columnas del pórtico convencional de tres plantas**

Planta	Sección	Armadura total	$M_{u,neg}$ [kNm]	$M_{u,poz}$ [kNm]
3	35 / 35 cm	12 Ø 16 mm	149.48	149.48
2	40 / 40 cm	16 Ø 20 mm	345.20	345.20
1	45 / 45 cm	16 Ø 20 mm	428.95	428.95

2.7.2.2. Momentos últimos de los elementos del pórtico de seis plantas

**Tabla 9: Momentos últimos de las vigas del pórtico convencional de seis plantas**

Planta	Sección	Armadura inferior	Armadura superior	$M_{u,neg}$ [kNm]	$M_{u,poz}$ [kNm]
6	25 / 55 cm	8 Ø 22 mm	8 Ø 22 mm	152.00	156.09
5	25 / 55 cm	7 Ø 22 mm	7 Ø 22 mm	352.15	357.07
4	30 / 60 cm	6 Ø 22 mm	6 Ø 22 mm	468.04	472.18
3	35 / 70 cm	6 Ø 22 mm	6 Ø 22 mm	558.16	562.41
2	40 / 75 cm	5 Ø 22 mm	5 Ø 22 mm	703.38	707.82
1	40 / 75 cm	4 Ø 16 mm	4 Ø 16 mm	803.15	807.42

**Tabla 10: Momentos últimos de las columnas del pórtico convencional de seis plantas**

Planta	Sección	Armadura total	$M_{u,neg}$ [kNm]	$M_{u,poz}$ [kNm]
6	45 / 45 cm	16 Ø 16 mm	260.37	260.37
5	60 / 60 cm	20 Ø 20 mm	477.33	477.33
4	50 / 50 cm	24 Ø 20 mm	658.32	658.32
3	60 / 60 cm	24 Ø 20 mm	858.67	858.67
2	60 / 60 cm	24 Ø 20 mm	983.85	983.85
1	65 / 65 cm	24 Ø 20 mm	1018.44	1018.44



### 2.7.2.3. Momentos últimos de los elementos del pórtico de nueve plantas

**Tabla 11: Momentos últimos de las vigas del pórtico convencional de seis plantas**

Planta	Sección	Armadura inferior	Armadura superior	$M_{u,neg}$ [kNm]	$M_{u,poz}$ [kNm]
9	25 / 40 cm	4 Ø 16 mm	4 Ø 16 mm	104.26	108.74
8	30 / 45 cm	7 Ø 16 mm	7 Ø 16 mm	209.37	213.78
7	35 / 50 cm	8 Ø 18 mm	8 Ø 18 mm	337.84	342.89
6	40 / 55 cm	7 Ø 22 mm	7 Ø 22 mm	489.56	494.81
5	40 / 60 cm	8 Ø 22 mm	8 Ø 22 mm	614.16	619.77
4	40 / 70 cm	8 Ø 22 mm	8 Ø 22 mm	734.2	739.71
3	45 / 75 cm	9 Ø 22 mm	9 Ø 22 mm	888.35	894.47
2	50 / 80 cm	10 Ø 22 mm	10 Ø 22 mm	1061.67	1067.20
1	50 / 85 cm	10 Ø 22 mm	10 Ø 22 mm	1136.24	1141.72

**Tabla 12: Momentos últimos de las columnas del pórtico convencional de seis plantas**

Planta	Sección	Armadura total	$M_{u,neg}$ [kNm]	$M_{u,poz}$ [kNm]
9	35 / 35 cm	12 Ø 16 mm	148.04	148.04
8	40 / 40 cm	16 Ø 18 mm	284.71	284.71
7	45 / 45 cm	20 Ø 22 mm	561.51	561.51
6	50 / 50 cm	20 Ø 28 mm	992.99	992.99
5	55 / 55 cm	20 Ø 28 mm	1149.02	1149.02
4	60 / 60 cm	20 Ø 28 mm	1315.32	1315.32
3	65 / 65 cm	20 Ø 28 mm	1493.20	1493.20
2	70 / 70 cm	20 Ø 24 mm	1355.67	1355.67
1	75 / 75 cm	20 Ø 24 mm	1530.43	1530.43

### 2.7.3. Estimación de la distribución de fuerzas sísmicas máximas

Para hacer un cálculo por capacidad se introducirá una aproximación de la distribución de las fuerzas sísmicas máximas. Se va a suponer una distribución de las aceleraciones laterales lineal a lo largo de la altura del edificio (la distribución triangular inversa).

La distribución de fuerzas inerciales correspondientes a esta distribución de las aceleraciones será:

$$\{F_{iner}\} = [M] \cdot \{H\}$$

siendo  $[M]$  la matriz de masas y  $\{H\}$  el vector de las alturas de planta.

Para el pórtico convencional de tres plantas, fuerzas inerciales correspondientes a la distribución lineal de las aceleraciones inerciales serían:

$$\{F_{iner}\} = [M] \cdot \{H\} = \begin{bmatrix} 28.65 & 0 & 0 \\ 0 & 24.92 & 0 \\ 0 & 0 & 16.18 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 4.0 \\ 7.0 \\ 10.0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 114.615 \\ 174.439 \\ 161.848 \end{Bmatrix} = 174.439 \cdot \begin{Bmatrix} 0.657 \\ 1.000 \\ 0.928 \end{Bmatrix} \text{ kN}$$

Como la distribución de las fuerzas sísmicas es igual a la distribución de las fuerzas inerciales supuestas, el vector de las fuerzas sísmicas sería:

$$\{F_{sism}\} = F_{sism,max} \cdot \begin{Bmatrix} 0.657 \\ 1.000 \\ 0.928 \end{Bmatrix}$$

### 2.7.4. Análisis plástico del pórtico

Al someter el pórtico a las fuerzas laterales, se supone que se formarán las rótulas plásticas en los arranques de los pilares de planta baja y en los extremos de todas las vigas. Por simplicidad, en este apartado se desprecia la flexibilidad de los columnas y las vigas, es decir se supone que las columnas y las vigas se comportan como los cuerpos rígidos entre las rótulas plásticas formadas. También, no se tomarán en cuenta las cargas gravitatorias.

La Figura 10 ilustra la deformación del pórtico una vez se ha formado el mecanismo de tipo “*viga débil - columna fuerte*”.

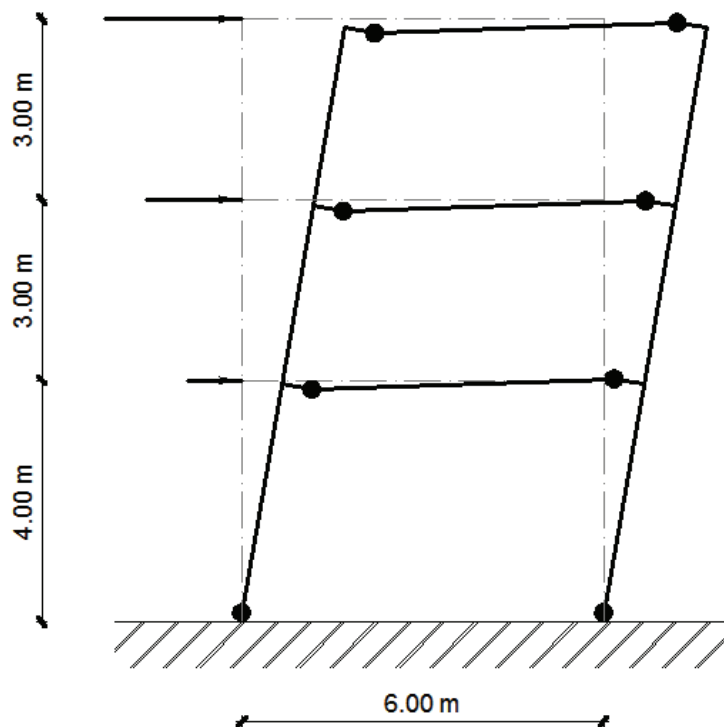


Figura 10: Mecanismo de colapso “*viga débil - columna fuerte*”

Las rótulas plásticas se suponen localizadas a una distancia aproximada desde el eje de pilar:

$$\{d_R\} = 0.5 \cdot \{h_c\} + \{h_b\} = 0.5 \cdot \begin{Bmatrix} 0.45 \\ 0.40 \\ 0.35 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0.50 \\ 0.45 \\ 0.40 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.725 \\ 0.650 \\ 0.575 \end{Bmatrix} \text{ m}$$

Según la Figura 11 el giro total que experimenta una rótula plástica es igual a:

$$\psi = \alpha + \frac{\alpha \cdot d_R}{0.5 \cdot L - d_R} = \alpha \cdot \left( 1 + \frac{d_R}{0.5 \cdot L - d_R} \right) = \alpha \cdot \left( \frac{L}{L - 2 \cdot d_R} \right)$$

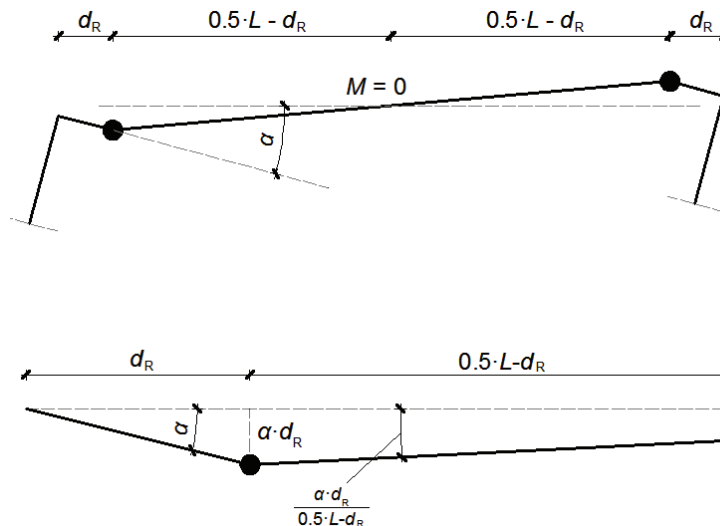


Figura 11: Giros de los elementos estructurales

Al despreciar las cargas gravitatorias, se puede suponer que, por las fuerzas laterales, en el centro de cada viga el momento flector es nulo. Así el pórtico se puede dividir por los puntos de momento nulo de las vigas en dos columnas de soportes que se pueden analizar por separado.

El valor de  $F_{sism,max}$  se obtiene igualando el trabajo de las fuerzas exteriores con el trabajo interno. Por la suposición que las vigas y las columnas se comportan como los cuerpos rígidos, todo el trabajo interno consiste en el trabajo desarrollado en las rótulas plásticas. Además, por la misma suposición, el desplazamiento de cada planta es linealmente dependiente de la altura de planta y del giro de columna de soportes. El vector de los desplazamientos de planta sería entonces:

$$\{\delta_s\} = \alpha \cdot \{H\} = \alpha \cdot \{4.0 \quad 7.0 \quad 10.0\}$$

siendo  $\{H\} = \{4.0 \quad 7.0 \quad 10.0\}$  el vector de las alturas de planta.

Así, el trabajo externo es igual a:

$$W = \sum_{j=1}^{n_s} (F_{sism,j} \cdot \delta_{s,j}) = F_{sism,max} \cdot \alpha \cdot (0.657 \cdot 4.0 + 1.000 \cdot 7.0 + 0.928 \cdot 10.0) =$$

$$= 18.908 \cdot F_{sism,max} \cdot \alpha$$

Las columnas de soportes en las que se dividió el pórtico de tres plantas se muestran en la Figura 12 y la Figura 14.

### 2.7.5. Estimación de solicitaciones en la comuna de soportes izquierda

Como ya se ha mencionado anteriormente, la Figura 12 muestra la columna de soportes izquierda.

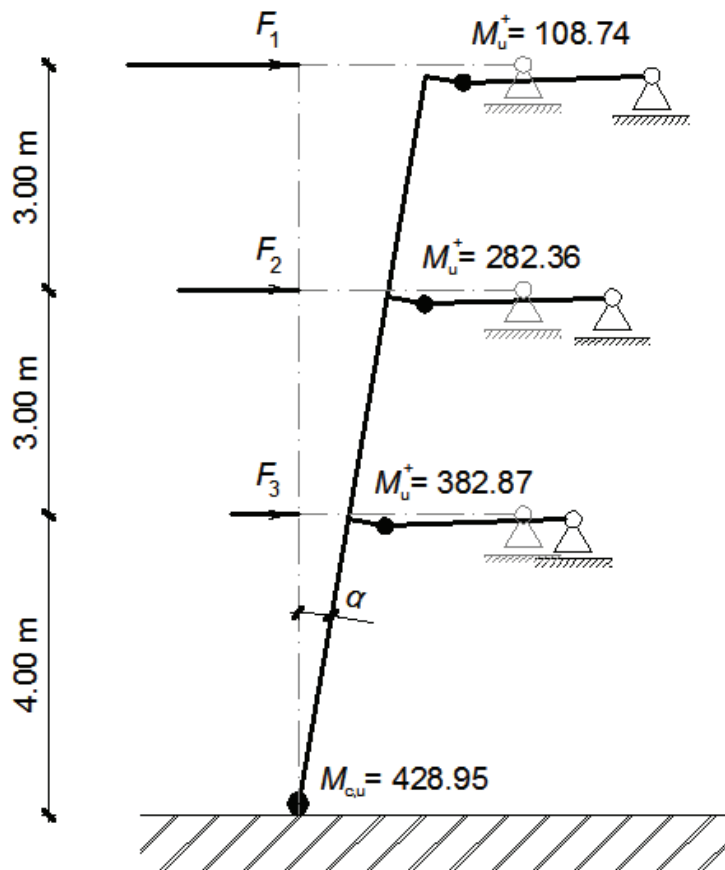


Figura 12: Análisis plástico de la columna de soportes izquierda

El trabajo interno para la columna de soportes izquierda es:

$$\begin{aligned}
 U &= M_{c,1} \cdot \alpha + \alpha \cdot \sum_{j=1}^{n_s} \left[ M_{b,j}^+ \cdot \alpha \cdot \left( \frac{L}{L - 2 \cdot d_{R,j}} \right) \right] = \\
 &= \alpha \cdot \left[ 428.95 + \left( 382.87 \cdot \frac{6}{6 - 2 \cdot 0.725} + 282.36 \cdot \frac{6}{6 - 2 \cdot 0.650} + 108.74 \cdot \frac{6}{6 - 2 \cdot 0.575} \right) \right] = \\
 &= 1410.87 \cdot \alpha
 \end{aligned}$$

Al igualar el trabajo de las fuerzas exteriores con el trabajo interno para la columna de soportes izquierda se obtiene:

$$F_{sism,max}^{izquierda} = \frac{1410.87 \cdot \alpha}{18.908 \cdot \alpha} = 74.62 \text{ kN}$$

Determinando  $F_{sism,max}$  para el caso de la columna de soportes izquierda se obtiene el conjunto de fuerzas laterales máximas que puede soportar el trozo de estructura aislado para que se forme el mecanismo de colapso adoptado:

$$\{ F_{sism} \} = F_{sism,max}^{izquierda} \cdot \begin{Bmatrix} 0.657 \\ 1.000 \\ 0.928 \end{Bmatrix} = 74.62 \cdot \begin{Bmatrix} 0.657 \\ 1.000 \\ 0.928 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 49.03 \\ 74.62 \\ 69.25 \end{Bmatrix} \text{ kN}$$

Conocidas las fuerzas laterales máximas, empezando por el nudo superior y procediendo hacia abajo, a partir del equilibrio de los nodos se pueden obtener los momentos flectores, cortantes y axiles en los pilares, como ilustra la Figura 13.

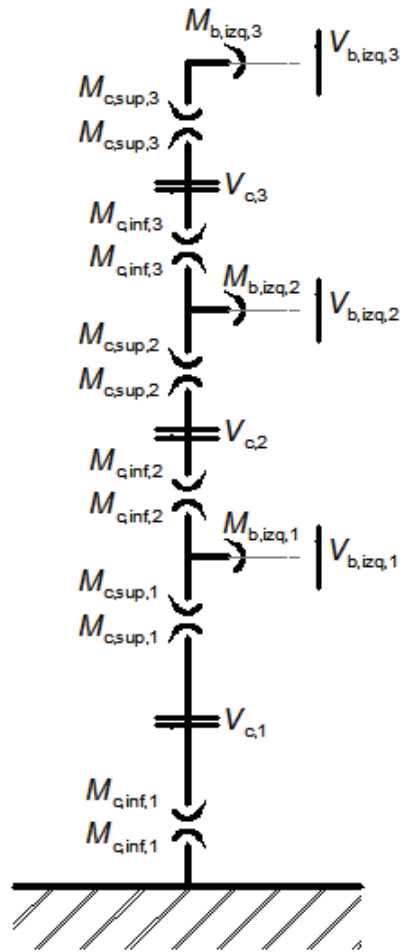


Figura 13: Solicitaciones a la columna de soportes izquierda

Así, el cortante en un pilar es igual a la suma de la fuerza lateral en la planta considerada y las fuerzas laterales que actúan en las plantas por encima de la planta considerada:

$$V_{c,i} = \sum_{j=i}^{n_s} F_{sism,j}$$

El cortante en una viga se determina a partir de la condición de que se forman las rótulas plásticas en los extremos de la viga. Las rótulas plásticas están alejadas por la distancia de  $L - 2 \cdot d_R$  y en las ambas se desarrolla el momento plástico de la viga  $M_b$ . Como se desprecian las cargas gravitatorias, la distribución del momento flector a lo largo de la viga es lineal, y el cortante en la viga sería:

$$V_{b,i} = \frac{2 \cdot M_{b,i}}{L - 2 \cdot d_{R,i}}$$

El axil en un soporte sería igual a la suma de los cortantes en todas las vigas por encima del soporte considerado:

$$N_{c,i} = \sum_{j=i}^{n_s} V_{b,izq,j}$$

El momento flector en el extremo de la viga es igual a la suma del momento flector desarrollado en la rótula plástica y el momento causado por el cortante en la viga actuando en el brazo  $d_R$ .

$$M_{b,izq,i} = M_{b,i} + V_{b,izq,i} \cdot d_R$$

El momento flector en el extremo superior del soporte se obtiene a partir del equilibrio de los momentos en el nudo.

$$M_{c,sup,i} = M_{b,i} - M_{c,inf,i+1}$$

Para la planta última, el valor del momento flector en el extremo superior es igual al valor del momento flector en el extremo de la viga.

El momento flector en el extremo inferior del soporte se obtiene a partir del momento flector en el extremo superior del mismo soporte tomando en cuenta la distribución lineal del momento flector a lo largo del soporte.

$$M_{c,inf,i} = Q_{c,i} \cdot H_i - M_{c,sup,i}$$



Al final, las solicitaciones obtenidas para la columna de soportes izquierda se muestran en la Tabla 13.

Tabla 13: Solicitaciones para la columna de soportes izquierda

PLANTA	COLUMNAS				VIGAS	
	$M_{sup}$ [kNm]	$M_{inf}$ [kNm]	$V_d$ [kN]	$N_d$ [kN]	$M_d$ [kNm]	$V_d$ [kN]
3	-128.969	78.744	69.24	-42.99	128.969	42.99
2	-275.473	156.112	143.86	-161.06	354.217	118.07
1	-342.626	428.948	192.89	-327.31	498.738	166.25

### 2.7.6. Estimación de solicitaciones en la comuna de soportes derecha

Como ya se ha mencionado anteriormente, la Figura 14 muestra la columna de soportes derecha.

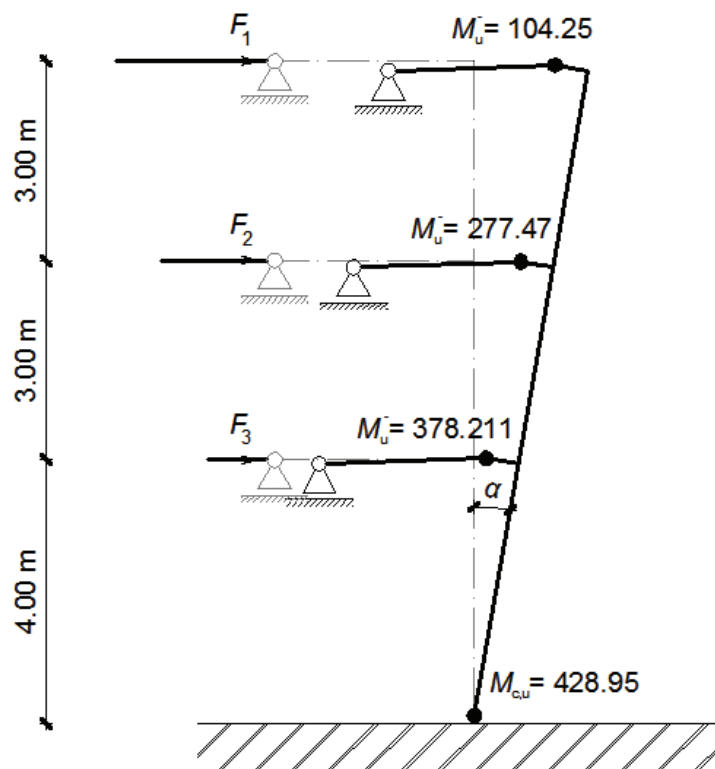


Figura 14: Análisis plástico de la columna de soportes derecha

El trabajo interno para la columna de soportes izquierda sería:

$$\begin{aligned}
 U &= M_{c,1} \cdot \alpha + \alpha \cdot \sum_{j=1}^{n_s} \left[ M_{b,j}^- \cdot \alpha \cdot \left( \frac{L}{L - 2 \cdot d_{R,j}} \right) \right] = \\
 &= \alpha \cdot \left[ 428.95 + \left( 378.211 \cdot \frac{6}{6 - 2 \cdot 0.725} + 277.47 \cdot \frac{6}{6 - 2 \cdot 0.650} + 104.25 \cdot \frac{6}{6 - 2 \cdot 0.575} \right) \right] = \\
 &= 1428.81 \cdot \alpha
 \end{aligned}$$

Al igualar el trabajo de las fuerzas exteriores con el trabajo interno para la columna de soportes derecha se obtiene:

$$F_{sism,max}^{derecha} = \frac{1428.81 \cdot \alpha}{18.908 \cdot \alpha} = 75.57 \text{ kN}$$

Determinando  $F_{sism,max}^{derecha}$  para el caso de la columna de soportes derecha se obtiene el conjunto de fuerzas laterales máximas que puede soportar el trozo de estructura aislado para que se forme el mecanismo de colapso adoptado:

$$\{ F_{sism} \} = F_{sism,max}^{derecha} \cdot \begin{Bmatrix} 0.657 \\ 1.000 \\ 0.928 \end{Bmatrix} = 75.57 \cdot \begin{Bmatrix} 0.657 \\ 1.000 \\ 0.928 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 49.65 \\ 75.57 \\ 70.13 \end{Bmatrix} \text{ kN}$$

Conocidas las fuerzas laterales máximas, empezando por el nudo superior y procediendo hacia abajo, a partir del equilibrio de los nodos se pueden obtener los momentos flectores, cortantes y axiles en los pilares, como ilustra la Figura 15.

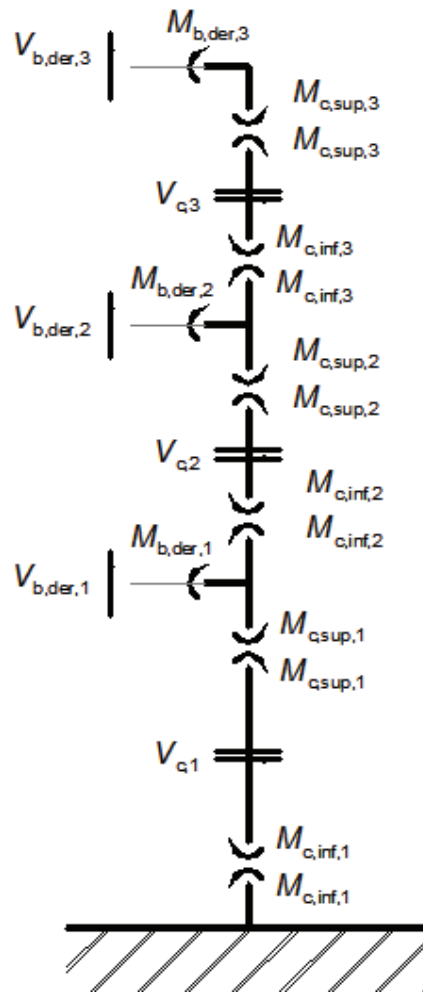


Figura 15: Solicitaciones a la columna de soportes derecha

Las solicitaciones en el caso de la columna de soportes izquierda se determinaron como en el apartado anterior y se mostraron en la Tabla 14.

Tabla 14: Solicitaciones para la columna de soportes derecha

PLANTA	COLUMNAS				VIGAS	
	$M_{sup}$ [kNm]	$M_{inf}$ [kNm]	$V_d$ [kN]	$N_d$ [kN]	$M_d$ [kNm]	$V_d$ [kN]
3	-134.524	75.831	70.12	-44.84	-134.524	44.84
2	-284.629	145.691	145.69	-164.99	-360.460	120.15
1	-352.438	428.948	195.35	-333.29	-504.884	168.30

### 2.7.7. Estimación de las solicitaciones sísmicas

Por la simetría del pórtico considerado es suficiente considerar solo una dirección del terremoto. Para la dirección del terremoto diferente (hacia derecha), las solicitaciones determinadas para la columna de soportes izquierda en los apartados anteriores corresponderían a las solicitaciones para la columna de soportes derecha. Y las solicitaciones determinadas para la columna de soportes derecha en los apartados anteriores corresponderían a las solicitaciones para la columna de soportes izquierda.

Finalmente, las solicitaciones que los elementos de pórtico pueden soportar para que se forme el mecanismo “*viga débil - columna fuerte*” corresponden a los valores máximos de las dos columnas de soportes y estas solicitaciones se muestran en la Tabla 15.

**Tabla 15: Solicitaciones sísmicas del pórtico convencional de tres plantas**

PLANTA	COLUMNAS				VIGAS	
	$M_{sup}$ [kNm]	$M_{inf}$ [kNm]	$V_d$ [kN]	$N_d$ [kN]	$M_d$ [kNm]	$V_d$ [kN]
3	-134.524	78.744	70.12	-44.84	-134.524	44.84
2	-284.629	156.112	145.69	-164.99	-360.460	120.15
1	-352.438	428.948	195.35	-333.29	-504.884	168.30

### 3. LEYES CONSTITUTIVAS

#### 3.1. Supuestos básicos

En los cálculos dinámicos hechos en este trabajo se supone que el comportamiento de los materiales no es lineal sino que esté definido por la determinada relación tensión-deformación. Las relaciones tensión-deformación del hormigón y de la armadura se va a definir en unos de los apartados siguientes.

Se presume también que los desplazamientos laterales de un elemento estructural son mucho más pequeños que las dimensiones del elemento estructural.

Las deformaciones de un volumen infinitesimal se muestran en la Figura 16 donde el eje  $x$  representa el eje longitudinal del elemento estructural.

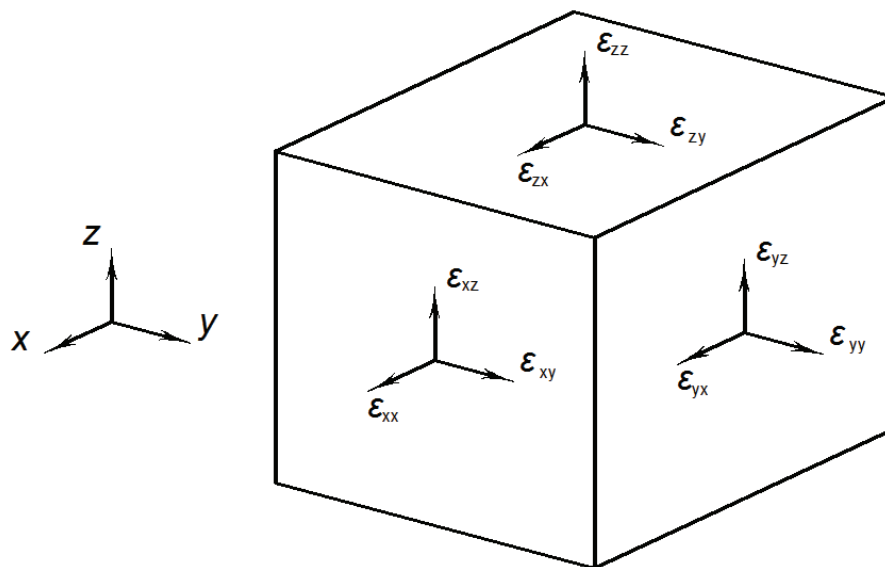


Figura 16: Deformaciones del volumen infinitesimal

Por la suposición de que las secciones transversales están rígidas en su plano, todos los puntos de una sección tienen el mismo desplazamiento lateral. En otras palabras, se desprecian las deformaciones normales y las deformaciones por cortante en la dirección lateral:

$$\epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = \epsilon_{xz} = \epsilon_{yz} = 0$$

En continuación, se acepta la hipótesis de Bernoulli la cual asume que las secciones planas inicialmente perpendiculares al eje del elemento estructural, siguen siendo perpendiculares al eje del elemento estructural una vez curvado [6].

Aceptación de la suposición de las secciones planas implica que las deformaciones por cortante en la dirección longitudinal sean nulas:

$$\varepsilon_{xy} = 0$$

Finalmente, la única deformación que no sea nula será la deformación normal en la dirección longitudinal del eje del elemento estructural  $\varepsilon_{xx}$ .

Suponiendo que el modelo de estructura estará definido en dos dimensiones, por la hipótesis de Bernoulli la distribución de las deformaciones normales en la dirección del eje de elemento estructural será lineal a lo largo del canto de la sección transversal:

$$\varepsilon_{xx}(z) = C_1 \cdot z + C_0$$

Como, por las hipótesis mencionadas anteriormente, el comportamiento de la sección está determinada por la deformación normal en la dirección longitudinal, la relación tensión-deformación se va a modelizar por el modelo uniaxial. El modelo uniaxial de un material está basado en los datos experimentales obtenidos a partir de las pruebas a axil. Aunque en la realidad en la sección están presentes y el cortante y el momento flector, se supone que el comportamiento histerético del elemento estructural se puede modelizar lo suficientemente correcto por el modelo uniaxial [7] con fin de evitar el modelo constitutivo tridimensional. Unas limitaciones del modelo uniaxial de hormigón se discuten en el Apartado 0.

La idea inicial en este trabajo fue usar las relaciones tensión-deformación, proporcionadas en el Eurocódigo 2 [2] para el estado límite último, pero durante el desarrollo del trabajo se demostró que estas relaciones fueron demasiado conservadoras. Por lo tanto se aplicaron los modelos uniaxiales propuestos por Mander [7].

### 3.2. Modelo uniaxial de acero

Aunque en la práctica usualmente esto no es usual, por simplicidad se presumirá el mismo tipo de acero tanto para la armadura longitudinal como para la armadura transversal.

#### 3.2.1. Relación tensión-deformación básica

La relación tensión-deformación obtenida por la carga monotónica quasi-estática, sin la inversión de la carga, se llama la relación tensión-deformación básica. Esta relación básica forma un envolvente alrededor de la curva tensión-deformación de acero obtenida por la carga cíclica como ilustra la Figura 17.

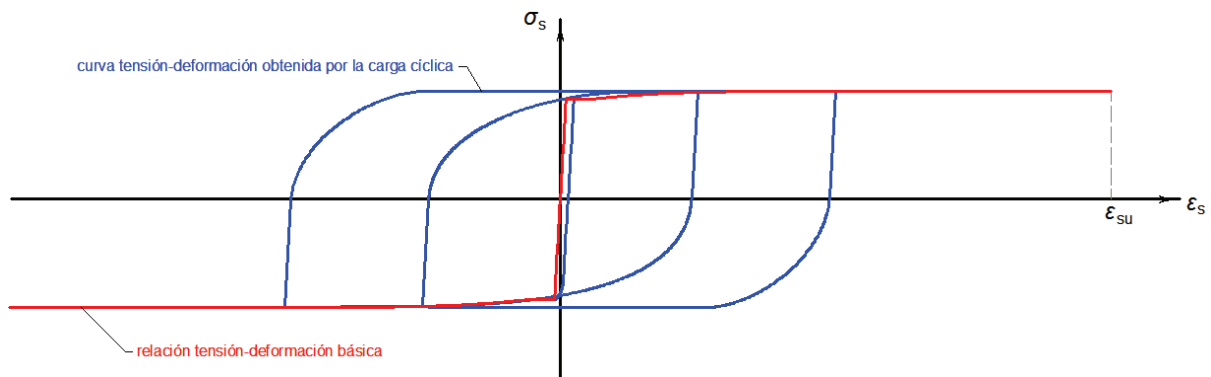


Figura 17: Curva tensión-deformación de acero obtenida por la carga cíclica

El diagrama de la relación tensión-deformación básica consiste en tres partes como ilustran la Figura 18 y la Figura 19.

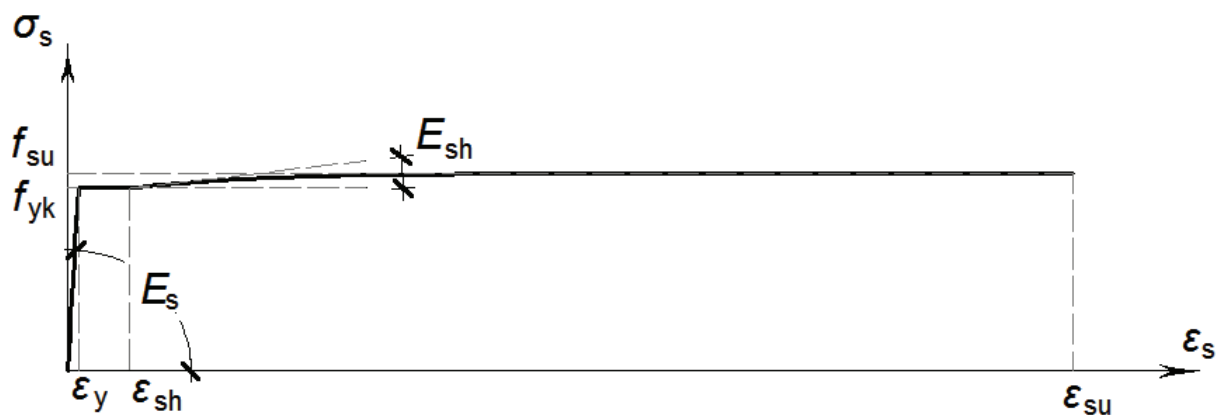


Figura 18: Relación tensión-deformación básica del acero

Primera parte corresponde al comportamiento elástico donde la relación entre las tensiones y las deformaciones es lineal y está caracterizado por el módulo elástico constante igual a  $E_s$ . Cuando se alcanza el límite de fluencia  $f_{y,k}$ , la probeta de acero empieza a experimentar las deformaciones plásticas que en principio están caracterizadas por el nivel de tensiones constante. Esta, segunda parte del diagrama tensión-deformación se llama plateau de fluencia. En la tercer parte característica del diagrama tensión-deformación, ocurre el endurecimiento bajo deformación que se caracteriza por la deformación del endurecimiento  $\epsilon_{sh}$  y el módulo de endurecimiento bajo deformación  $E_{sh}$ .

La curva que define la deformación del acero para las deformaciones mayores de  $\epsilon_{sh}$  se extiende hasta la deformación de fractura  $\epsilon_{sf}$ . En el modelo aplicado, la deformación última se define como la deformación correspondiente a la tensión máxima  $\epsilon_{su} \approx \epsilon_{sf} - 0.08$  en vez de como la deformación de fractura  $\epsilon_{sf}$  que ocurre al nivel de tensión más bajo.

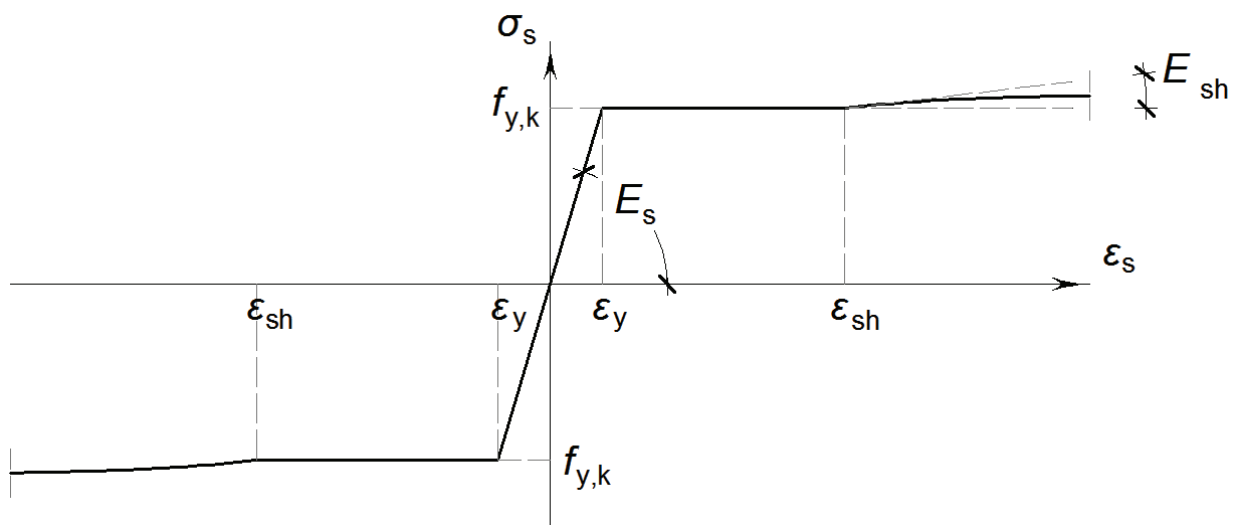


Figura 19: Tres partes características del diagrama tensión-deformación del acero



Así la tensión del acero está definida como:

$$\sigma_s(\varepsilon_s) = \begin{cases} 0 \leq |\varepsilon_s| < \varepsilon_y & E_s \cdot \varepsilon_s \\ \varepsilon_y \leq |\varepsilon_s| \leq \varepsilon_{sh} & f_{yk} \\ \varepsilon_{sh} \leq |\varepsilon_s| \leq \varepsilon_{su} & \sigma_{sh}(\varepsilon_s) \end{cases}$$

siendo  $\varepsilon_y = \frac{f_{yk}}{E_s}$  la deformación de fluencia.

La función que define el comportamiento bajo endurecimiento por la deformación se puede expresar como:

$$\sigma_s(\varepsilon_s) = f_{su} + (f_s - f_{su}) \cdot \left| \frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_s}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}} \right|^P$$

siendo  $P$  la potencia del endurecimiento bajo deformación:

$$P = E_{sh} \cdot \left( \frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}}{f_{su} - f_{yk}} \right)$$

Se supone que la ley constitutiva del acero en compresión es idéntica a la ley constitutiva del acero en tensión definido anteriormente.

En el modelo aplicado las características de acero se suponen como:

$$\begin{aligned} f_{yk} &= 363 \text{ N/mm}^2 \\ E_{sh} &= 1200 \text{ N/mm}^2 & \varepsilon_{sh} &= 0.01215 \\ E_s &= 168680 \text{ N/mm}^2 & \varepsilon_{su} &= 0.2 \end{aligned}$$

### 3.2.2. Efecto de la carga dinámica

La resistencia y la rigidez de acero dependen también de la velocidad de deformación. En general, la velocidad de deformación mayor aumentara y la resistencia y la rigidez de acero como ilustra la Figura 20.

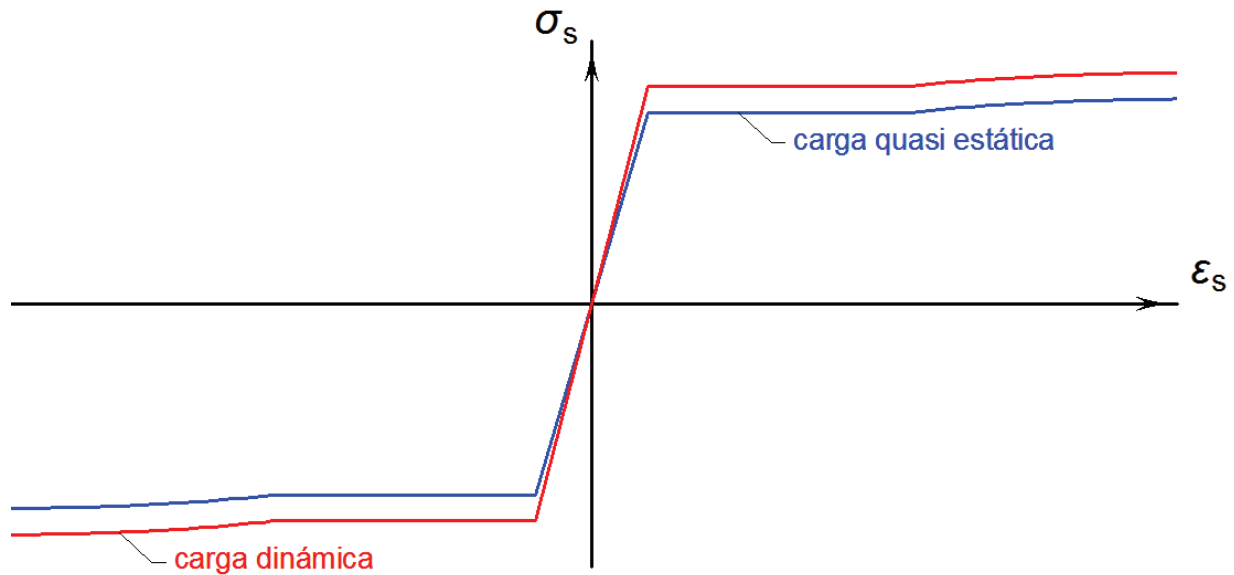


Figura 20: Efecto de la carga dinámica a la relación tensión deformación de acero

Pero, como durante la actuación de terremoto, la velocidad de deformación depende del tiempo, por la simplicidad en este trabajo no se tomará en cuenta el efecto de la carga dinámica a las características de la relación tensión-deformación de acero.

### 3.3. Modelo uniaxial de hormigón

En este apartado se va a exponer el modelo constitutivo uniaxial, dado en [7], que describe el comportamiento de las secciones del hormigón confinado o no confinado, cargadas solamente por el axil sin ninguna excentricidad. Sin embargo, en los elementos estructurales considerados el momento flector y el cortante sí son presentes y en continuación se va a comentar su efecto al comportamiento del elemento estructural.

### **3.3.1. Limitaciones del modelo uniaxial aplicado**

La presencia del cortante causará la rotación de las tensiones principales por lo que la resistencia a compresión máxima en la dirección longitudinal del elemento, calculada por el modelo uniaxial, disminuirá. Pero, por otro lado, el cortante causará la expansión adicional del hormigón y de esta manera aumentará las presiones de confinamiento impuestas por la armadura transversal [7]. En todo caso, como los elementos estructurales son esbeltos, en el cálculo se va aplicar la teoría de vigas de Bernoulli en la que se presume que la deformación a cortante se puede despreciar y la influencia de cortante no es de gran importancia.

Con la suposición de que la sección permanece plana después de deformación, la presencia del momento flector causará que la velocidad de deformación de las fibras externas sea mayor que la de las fibras más cercanas a la fibra neutra. Por las propiedades visco elásticas del hormigón, la velocidad de deformación mayor hará el hormigón más fuerte, pero y más frágil en comparación con el modelo uniaxial [7].

La presencia del momento flector causará también el gradiente de la deformación a lo largo de la sección y de esa manera se producirá la expansión lateral del hormigón diferente a lo largo del canto de la sección. La expansión lateral diferencial modificará las presiones de confinamiento supuestas por el modelo uniaxial en el que se supone la expansión lateral de hormigón constante a lo largo de la sección [7].

Sin embargo, por las pruebas experimentales se comprobó que el modelo uniaxial representaba suficientemente correcto el comportamiento de elementos estructurales de hormigón armado bajo la carga cíclica y que se podía usar en los proyectos sismorresistentes en caso de ausencia de datos experimentales [7].

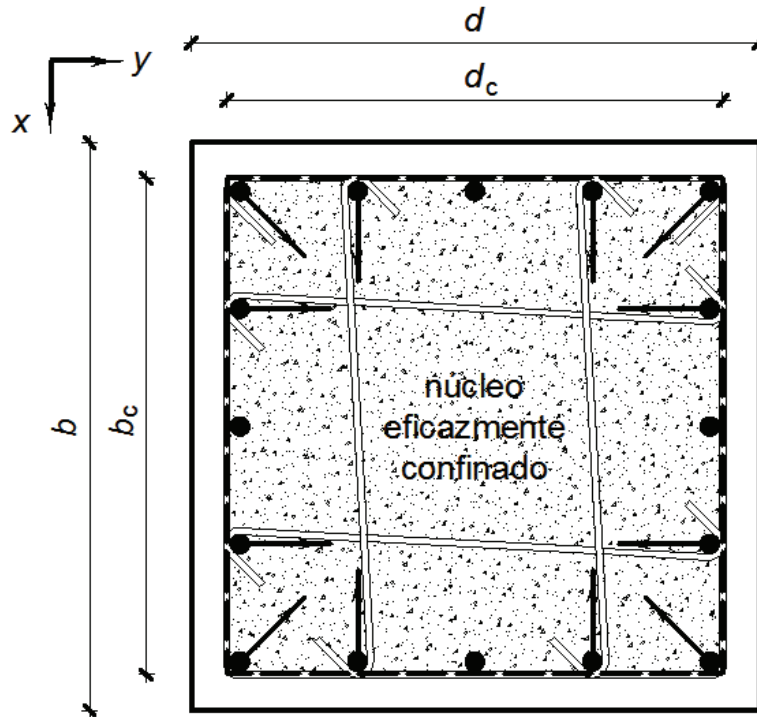
### 3.3.2. Aspectos de confinamiento por la armadura transversal

En este trabajo se va a aplicar el modelo que cuenta con el confinamiento impuesto por la armadura transversal porque el confinamiento de hormigón aumenta la resistencia y la ductilidad de la sección. Las secciones de los elementos estructurales consideradas están confinadas por los estribos rectangulares estrechamente espaciados, a la distancia del eje de 10 centímetros. Las secciones de las columnas están confinadas y por los cuatro barras transversales adicionales (“cross-ties”), los dos en cada dirección principal. La armadura transversal de las vigas consiste solamente en los estribos.

En el nivel de axil bajo, como en el caso de las vigas, las deformaciones transversales de hormigón son pequeñas, las tensiones en la armadura transversal son también pequeñas y el comportamiento de la sección se puede analizar con el modelo de hormigón no confinado.

En el caso de las columnas, el nivel de axil es mayor, las tensiones en el hormigón son más cercanas a la resistencia uniaxial del hormigón no confinado  $f_{ck}$  por lo que las deformaciones transversales de hormigón son mayores. Como la expansión de hormigón en la dirección transversal está limitada por la armadura transversal, la armadura introduce la presión de confinamiento en la sección.

A diferencia de los estribos circulares y a la armadura helicoidal, los estribos rectangulares pueden introducir las fuerzas de confinamiento solamente cerca de las barras longitudinales sujetas en su sitio porque la expansión lateral de hormigón, actuando en la parte de estribo entre las dos barras longitudinales sujetas, puede doblar el estribo hacia fuera. Así, la presión de confinamiento está introducida solamente en forma de las fuerzas nodales que actúan en los sitios de las barras longitudinales sujetas en su sitio como se muestra en la Figura 21. Las barras longitudinales que están junto a la curva de estribo o que están junto a las barras transversales adicionales (“cross-ties”) se presumen sujetas en su sitio.



**Figura 21: Introducción de la presión de confinamiento como las fuerzas nodales**

Por simplicidad, el área del núcleo confinado se supone igual al área del rectangular cerrado por la línea central del estribo como se ilustra en la Figura 21. Por las razones mencionadas anteriormente, una parte importante de la sección de hormigón puede ser confinada ineficazmente, que se toma en cuenta introduciendo el coeficiente de eficacia de confinamiento:

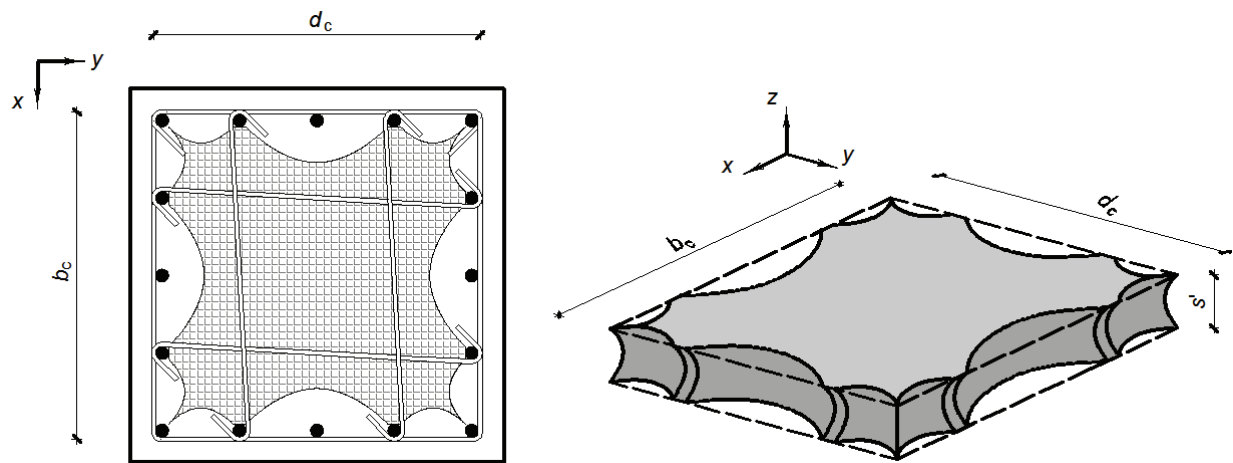
$$k_e = \frac{A_e}{A_{cc}} = \frac{A_e}{b_c \cdot d_c \cdot (1 - \rho_{cc})}$$

siendo  $A_{cc}$  el área cerrada por la línea central de estribo menos el área de la armadura longitudinal y siendo  $\rho_{cc}$  el ratio volumétrico de la armadura longitudinal situada en el núcleo confinado. El coeficiente de eficacia de confinamiento será siempre menor de la unidad.

Por doblaje del estribo hacia fuera causado por las deformaciones transversales del hormigón, se supone que, en plano del estribo, el área de sección ineficazmente confinada tiene la forma de arco entre las dos barras longitudinales sujetas en su sitio como se muestra en la Figura 22. Además se presume que estos arcos tienen la forma de la parábola de segundo orden con el pendiente inicial de 45 grados. Así se puede

aproximar el área ineficazmente confinada entre las dos barras longitudinales sujetas en su sitio como  $w^2 / 6$  siendo  $w$  la separación libre entre las dos barras longitudinales sujetas en su sitio.

Entre los dos estribos, la deformación transversal del hormigón no es restringida y las tensiones de confinamiento, introducidas en el plano de estribo, disminuyen alejándose del mismo plano. Por eso, para poder contar con la resistencia y ductilidad aumentada del hormigón confinado y para obtener un elemento estructural dúctil es importante que la separación libre entre los estribos no sea grande. El efecto de disminución de las tensiones de confinamiento afuera del plano de estribo se toma en cuenta suponiendo también que se forman los arcos entre los dos estribos como ilustra la Figura 22.



**Figura 22: Parte de sección eficazmente confinado**

Tomando en cuenta tanto los arcos que se forman en el plano de los estribos, como los arcos que se forman afuera de este plano, se puede determinar el área promedio del núcleo confinado:

$$A_e = \left[ b_c \cdot d_c - \sum_{j=1}^n \left( \frac{1}{6} \cdot w_j^2 \right) \right] \cdot \left( 1 - 0.5 \cdot \frac{s'}{b_c} \right) \cdot \left( 1 - 0.5 \cdot \frac{s'}{d_c} \right)$$

siendo  $n$  el número de las barras longitudinales sujetas en su sitio y  $s'$  la separación libre entre los estribos.

### 3.3.3. Tensiones de confinamiento en la sección rectangular

Si se supone que en el nivel de los estribos, en la dirección del eje  $x$ , actúa la presión de confinamiento constante  $\bar{f}_{con,x}$ , a partir de equilibrio de las fuerzas en la sección, refiriéndose a la Figura 23 la dicha presión se puede obtener como:

$$n_w \cdot f_{wk} \cdot A_{w1,k} = \bar{f}_{con,x} \cdot s \cdot d_c \Rightarrow \bar{f}_{con,x} = \frac{4 \cdot f_{wk} \cdot A_{w1,k}}{s \cdot d_c}$$

siendo  $A_{w1,k} = 0.25 \cdot \Phi_w^2 \cdot \pi$  el área de una barra de la armadura transversal y  $f_{wk}$  la tensión de fluencia del acero de la armadura transversal.

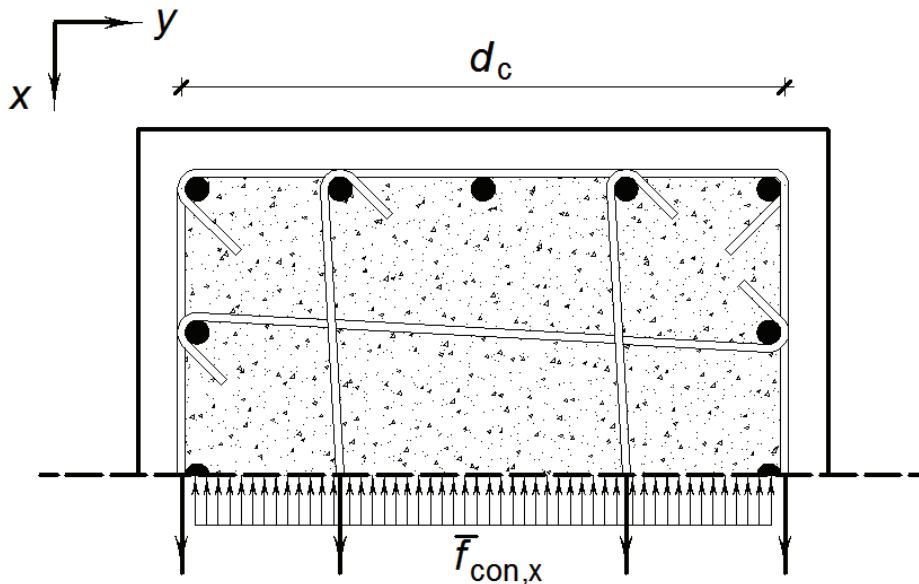


Figura 23: Presión de confinamiento en la sección rectangular

En este caso, cuando la sección está armada por los estribos cerrados y las dos barras transversales adicionales (“cross-ties”), el número total de las barras de la armadura transversal en una dirección es igual a  $n_w = 4$ .

Para obtener la tensión de confinamiento eficaz que se presume que actúa en el medio entre los dos estribos, hay que multiplicar la presión de confinamiento constante por el coeficiente de eficacia de confinamiento:

$$f_{con,x} = k_e \cdot \bar{f}_{con,x} = \frac{4 \cdot k_e \cdot f_{wk} \cdot A_{w1,k}}{s \cdot d_c}$$

Por el mismo procedimiento se obtiene la tensión de confinamiento eficaz en la dirección y:

$$f_{con,y} = k_e \cdot \bar{f}_{con,y} = \frac{4 \cdot k_e \cdot f_{wk} \cdot A_{w1,k}}{s \cdot b_c}$$

Como todas las columnas, en este trabajo, se presumen de la sección cuadrada, las presiones de confinamiento en las dos direcciones serán idénticas.

### 3.3.4. Resistencia confinada de la sección de hormigón armado

La resistencia a compresión máxima del hormigón confinado  $f_{cc}$  se va a obtener por el procedimiento iterativo, llamado el modelo de cinco parámetros, que propusieron Willam y Warnke. Dicho procedimiento se va a exponer brevemente en continuación.

En el principio del procedimiento hay que estimar, de manera arbitraria, la tensión principal  $\sigma_3$  que es de hecho la resistencia a compresión máxima requerida. Además se supone que las tensiones principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ , son iguales a las presiones eficaces de confinamiento  $f_{con,x}$  y  $f_{con,y}$  respectivamente. Con estas tres tensiones principales se pueden calcular la tensión octaédrica normal  $\sigma_{oct}$  y el cortante octaédrico  $\tau_{oct}$ .

Por las expresiones basadas en los datos experimentales, determinadas por Elwi y Murray, se puede obtener la superficie de resistencia máxima como función de la tensión octaédrica normal  $\sigma_{oct}$ . Esta superficie del estado de tensiones multiaxial está definida por la superficie de compresión y la superficie de tensión. Usando la expresión propuesta por Willam y Warnke para los estados de tensiones que no se encuentran ni en la superficie compresiva ni en la superficie de tensión, se puede determinar el cortante octaédrico  $\bar{\tau}_{oct}$ . Junto con las presiones de confinamiento  $f_{con,x}$  y  $f_{con,y}$  se calcula la tensión principal  $\bar{\sigma}_3$  que está definido en la superficie de resistencia máxima supuesta.



Si la tensión principal  $\sigma_3$ , estimada en el principio del procedimiento, corresponde a la tensión principal  $\bar{\sigma}_3$ , definido en la superficie de resistencia máxima supuesta, el procedimiento ha convergido y la resistencia a compresión máxima del hormigón confinado se puede tomar como  $f_{cc} = \sigma_3$ .

Si la tensión principal  $\sigma_3$  no corresponde a la tensión principal  $\bar{\sigma}_3$ , la tensión  $\bar{\sigma}_3$  se toma como la aproximación mejorada de la resistencia a compresión máxima, es decir en la iteración siguiente se presume que  $\sigma_3 = \bar{\sigma}_3$ . Con esta aproximación mejorada, y con las presiones de confinamiento  $f_{con,x}$  y  $f_{con,y}$ , se calcula de nuevo la tensión octaédrica normal  $\sigma_{oct}$  y se repite todo el cálculo hasta que no se obtenga la convergencia.

### 3.3.5. Comportamiento del hormigón no confinado

La relación tensión-deformación para hormigón no confinado viene dada por la expresión empírica de Popovics [8]:

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = -f_{ck} \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \cdot \frac{n}{n-1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}}\right)^n}$$

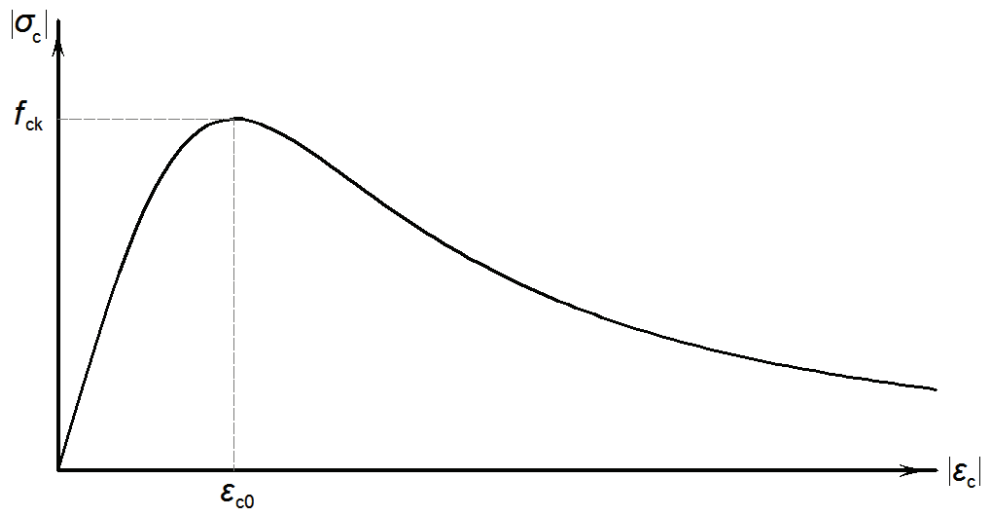
siendo  $n$  la potencia que puede ser expresada como la función de la resistencia a compresión  $f_{ck}$ :

$$n = 0.4 \cdot 10^{-3} \cdot f_{ck} + 1.0 \quad [f_{ck}] = \text{psi} = 6.894759 \cdot 10^{-3} \text{ N/mm}^2$$

En ausencia de los datos experimentales, la deformación correspondiente a la resistencia a compresión  $f_{ck}$  se puede estimar por la expresión siguiente:

$$\varepsilon_{c0} = -2.7 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt[4]{f_{ck}} \quad [f_{ck}] = \text{psi} = 6.894759 \cdot 10^{-3} \text{ N/mm}^2$$

La forma de la expresión empírica de Popovics se puede observar en la Figura 24.



**Figura 24: Forma de la expresión empírica de Popovics**

En este trabajo se va a suponer que el hormigón es de clase C25/30 por lo que su resistencia a compresión característica valdrá  $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$ .

Así la deformación estimada correspondiente a la resistencia a compresión, después de cambiar la expresión anterior por el uso de las unidades distintas, es igual a:

$$\varepsilon_{c0} = -2.7 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt[4]{145 \cdot f_{ck}} = -2.7 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt[4]{145 \cdot 25} = -2.095 \cdot 10^{-3} \quad [f_{ck}] = \text{N/mm}^2$$

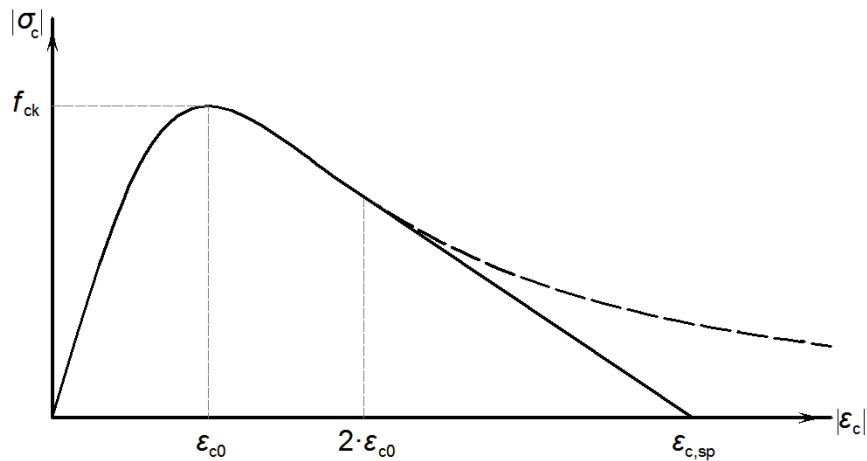
Asimismo la potencia  $n$ , después de cambiar la expresión anterior por el uso de las unidades distintas, sería:

$$n = 0.4 \cdot 10^{-3} \cdot 145 \cdot f_{ck} + 1.0 = 0.4 \cdot 10^{-3} \cdot 145 \cdot 25 + 1.0 = 2.45 \quad [f_{ck}] = \text{N/mm}^2$$

Finalmente, la relación tensión-deformación para hormigón no confinado será:

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = \frac{-20163}{1 + 2.522 \cdot 10^6 \cdot |\varepsilon_c|^{2.45}} \cdot |\varepsilon_c|$$

Sin embargo, en este momento la relación tensión-deformación, definida por Popovics, se va a modificar en manera como propuso Mander [7]. La modificación de la curva consiste en presumir que la parte de la rama descendente en la región donde  $|\varepsilon_c| > |2 \cdot \varepsilon_{c0}|$  es una recta que tiene el mismo pendiente como la curva de Popovics en el punto  $|\varepsilon_c| = |2 \cdot \varepsilon_{c0}|$ . La curva modificada se muestra en la Figura 25.



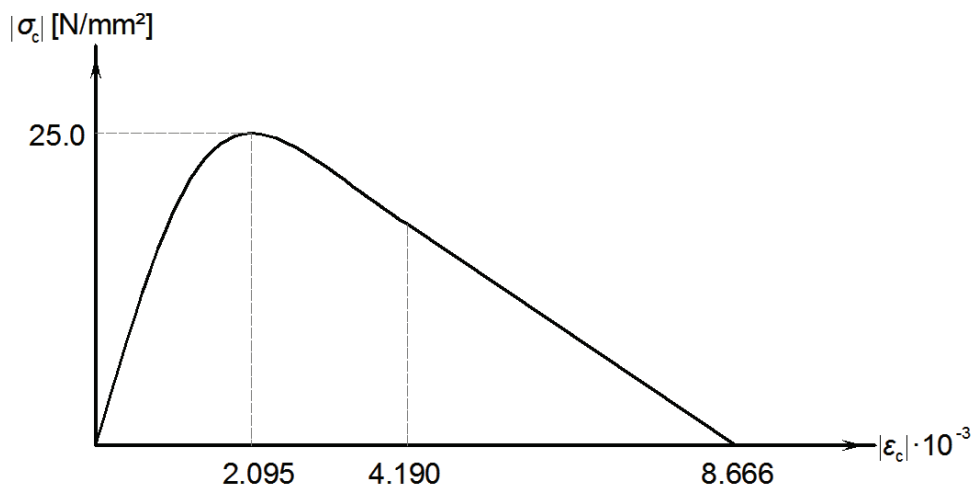
**Figura 25: La curva de Popovics modificada**

Cuando esta recta llega a la tensión nula es cuando ocurre el astillamiento del recubrimiento de sección y por eso la deformación que corresponde al valor de rama descendente nulo se llama la deformación de astillamiento. En este caso, la deformación de astillamiento es igual a:

$$\varepsilon_{c,sp} = -8.666 \cdot 10^{-3}$$

Para las deformaciones mayores de la deformación de astillamiento, el recubrimiento de la sección ya ha caído, y toda la resistencia del elemento consiste en la resistencia del nucleó confinado.

Finalmente, la forma de la relación tensión-deformación para hormigón no confinado que se va a usar en este trabajo se muestra en la Figura 26.



**Figura 26: Relación tensión-deformación para el hormigón no confinado**

### 3.3.6. Comportamiento del hormigón confinado

La relación tensión-deformación para hormigón confinado viene dada por la expresión empírica similar a la curva de Popovics para el hormigón no confinado:

$$\sigma_{cc}(\varepsilon_c) = \frac{\left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}}\right)^r \cdot f_{cc}}{r - 1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}}\right)^r} \cdot f_{cc}$$

siendo  $r$  la potencia que depende del módulo tangencial inicial  $E_c$  y el módulo tangencial  $E_{sec}$  correspondiente a la resistencia máxima de hormigón confinado  $f_{cc}$ . La potencia  $r$  viene dada por la expresión siguiente:

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}}$$

El módulo tangencial inicial se puede determinar como el pendiente inicial de la relación tensión-deformación para el hormigón no confinado y es igual a:

$$E_c = \frac{\partial \sigma_c(\varepsilon_c = 0)}{\partial \varepsilon_c} = \frac{20163 - 7.3734 \cdot 10^{10} \cdot \varepsilon_c^{2.45}}{\left(1 + 2.522 \cdot 10^6 \cdot \varepsilon_c^{2.45}\right)^2} \Bigg|_{\varepsilon_c=0} = 20163 \text{ N/mm}^2$$

El módulo tangencial  $E_{sec}$  correspondiente a la resistencia máxima de hormigón confinado  $f_{cc}$  viene dado por la expresión:

$$E_{sec} = \frac{f_{cc}}{\varepsilon_{cc}}$$

siendo  $f_{cc}$  la resistencia a compresión máxima del hormigón confinado definida anteriormente en el Apartado 3.3.4.

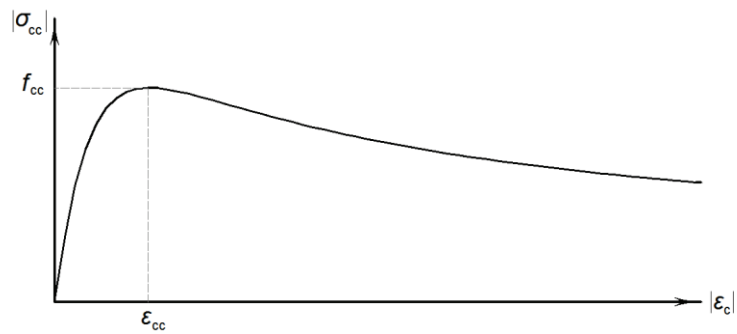
La resistencia a compresión máxima del hormigón confinado  $f_{cc}$  sería distinta para cada elemento estructural porque depende de las dimensiones de la sección y de la cantidad de armadura transversal.

La deformación correspondiente a la resistencia a compresión máxima  $\varepsilon_{cc}$  se determinará por la expresión empírica:

$$\varepsilon_{cc} = \left[ R \cdot \left( \frac{f_{cc}}{f_{c0}} - 1 \right) + 1 \right] \cdot \varepsilon_{c0} = \left[ 5 \cdot \left( \frac{f_{cc}}{f_{c0}} - 1 \right) + 1 \right] \cdot \varepsilon_{c0}$$

tomando el coeficiente  $R$  igual a cinco.

La forma de la relación tensión-deformación par hormigón confinado se muestra en la Figura 27.



**Figura 27: Relación tensión-deformación para el hormigón confinado**

### 3.3.7. Comportamiento del hormigón bajo la carga de tensión

Hasta que no se alcanza la resistencia a tensión de hormigón, que para el hormigón de clase C25/30 es igual a  $f_{ctk,0.05} = 1.8 \text{ N/mm}^2$ , se supone que la relación tensión-deformación es lineal, tanto para el hormigón confinado como para el hormigón no confinado. El módulo elástico del hormigón bajo la carga de tensión se presume igual al módulo tangencial inicial  $E_c$ .

Así el comportamiento del hormigón bajo la carga de tensión está descrito por la expresión:

$$\sigma_{c,t}(\varepsilon_c) = \begin{cases} \varepsilon_c \leq \frac{f_{ctk,0.05}}{E_c} & E_c \cdot \varepsilon_c \\ \varepsilon_c > \frac{f_{ctk,0.05}}{E_c} & 0 \end{cases}$$

### 3.3.8. Efectos de la carga dinámica

Como se puede ver en la Figura 28, la carga cíclica aumenta tanto la resistencia como la rigidez del hormigón [7].

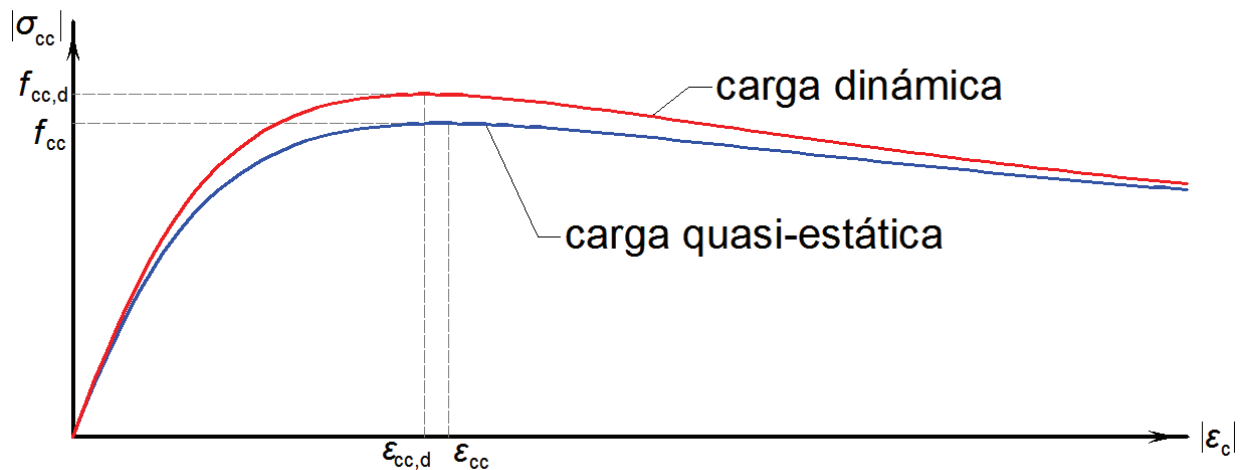


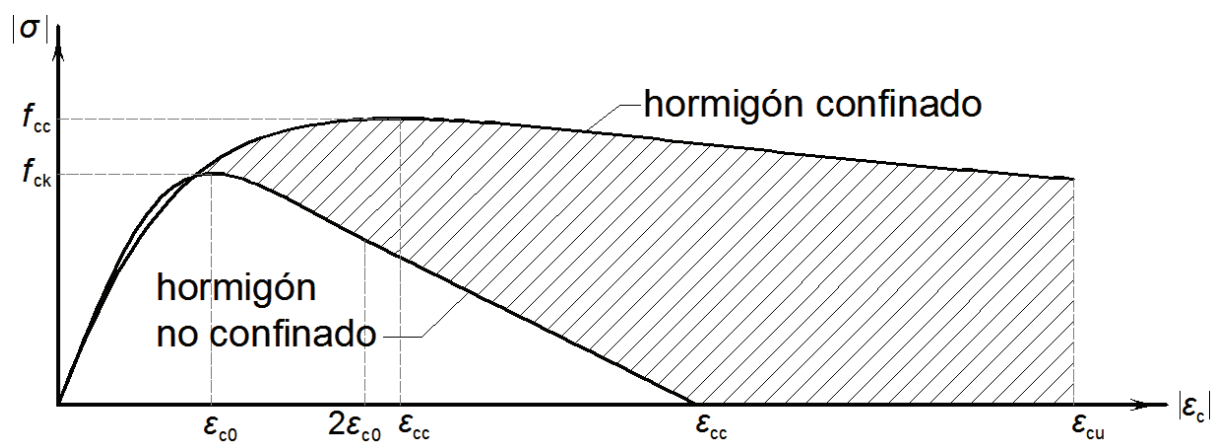
Figura 28: Efecto de carga dinámica al hormigón confinado

Otra vez como y en el caso de acero, por simplicidad se despreciaron los efectos de carga dinámica y los de carga cíclica en la relación tensión deformación del hormigón.

### 3.3.9. Predicción de la deformación compresiva última de hormigón confinado

Como lo ha propuesto Mander [7], la deformación compresiva última se define como la deformación en la que ocurre el fallo del primer estribo. Después del fallo del primer estribo, las presiones de confinamiento disminuyen y la capacidad a axil del elemento estructural disminuye también. Además, las barras de armadura longitudinal ya no serán soportadas lateralmente por los estribos y puede ocurrir el pandeo local.

Si se observa la Figura 29, se puede ver que el área bajo la curva tensión-deformación de hormigón representa la energía de deformación por la unidad de volumen necesaria para que falle la muestra de hormigón. Se puede ver que el confinamiento proporciona la energía de deformación adicional que es igual al área rayada en la Figura 29.



**Figura 29: Energía de deformación adicional proporcionada por el confinamiento**

Esta energía de deformación adicional puede solamente ser suministrada por la capacidad de armadura transversal de almacenar la energía de deformación cuando fluye en tensión [9]. Al igualar la capacidad de armadura transversal de almacenar la energía de deformación por la unidad de volumen con el área rayada mostrada en la Figura 29 más la energía conservada en la armadura longitudinal, la deformación compresiva máxima que corresponde a la fractura de la armadura transversal puede ser determinada por la expresión siguiente:

$$U_{sf} = U_{ad}(\varepsilon_{cu}) + U_s(\varepsilon_{cu}) = U_{cc}(\varepsilon_{cu}) - U_{nc} + U_s(\varepsilon_{cu})$$

La energía de deformación adicional proporcionada por el confinamiento se define como la sustracción del área bajo la curva tensión-deformación de hormigón confinado y el área bajo la curva tensión-deformación de hormigón no confinado:

$$U_{ad}(\varepsilon_{cu}) = U_{cc}(\varepsilon_{cu}) - U_{nc} = \int_0^{\varepsilon_{cu}} A_{cc} \cdot \sigma_{cc}(\varepsilon_c) \cdot d\varepsilon_c - \int_0^{\varepsilon_{c,sp}} A_{cc} \cdot \sigma_c(\varepsilon_c) \cdot d\varepsilon_c$$

En base de los resultados de la integración numérica del área bajo las curvas tensión-deformación experimentales de las columnas de hormigón no confinado, se obtuvo la expresión aproximativa para el área bajo la curva tensión-deformación de hormigón no confinado [9] como:

$$u_{nc} = \int_0^{\varepsilon_{c,sp}} \sigma_c(\varepsilon_c) \cdot d\varepsilon_c = 0.017 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad [f_{ck}] = \text{N/mm}^2$$

De manera similar, la capacidad de armadura transversal de almacenar la energía de deformación por la unidad de volumen se determinó por la integración numérica del área bajo las curvas tensión-deformación experimentales de diferentes tipos de acero, y se obtuvo la relación siguiente [9]:

$$u_{sf} = \int_0^{\varepsilon_{sf}} \sigma_s(\varepsilon_s) \cdot d\varepsilon_s = 110 \text{ MJ/m}^3$$

siendo  $\varepsilon_{sf} = \varepsilon_{su} + 0.08$  la deformación de fractura de acero y  $\varepsilon_{su}$  la deformación de la resistencia máxima como ya se ha definido en el Apartado 3.2.1.

Por la integración numérica del área bajo las curva tensión-deformación de acero definida en el Apartado 3.2.1. se obtuvo la relación siguiente:

$$u_{sf} = \int_0^{\varepsilon_{sf}} \sigma_s(\varepsilon_s) \cdot d\varepsilon_s = 108.396 \text{ MJ/m}^3$$

y esta última relación se va a usar en continuación.

Finalmente, la energía conservada en la armadura longitudinal bajo la deformación compresiva se puede determinar calculando el área bajo la curva tensión-deformación de acero definida en el Apartado 3.2.1. y suponiendo la deformación constante a lo largo de sección (modelo uniaxial):



$$U_s(\varepsilon_{cu}) = \int_0^{\varepsilon_{cu}} A_s \cdot \sigma_s(\varepsilon_s) \cdot d\varepsilon_s = \rho_{cc} \cdot A_{cc} \cdot \int_0^{\varepsilon_{cu}} \sigma_s(\varepsilon_s) \cdot d\varepsilon_s$$

siendo  $\rho_{cc}$  el ratio entre el volumen de la armadura longitudinal y el volumen del núcleo confinado. De manera similar se define el ratio  $\rho_s$  entre el volumen de la armadura transversal y el volumen del núcleo confinado.

Al final, la expresión mencionada anteriormente se puede simplificar de manera siguiente:

$$\begin{aligned} U_{sf} &= U_{cc}(\varepsilon_{cu}) - U_{nc} + U_s(\varepsilon_{cu}) \\ A_s \cdot u_{sf} &= U_{cc}(\varepsilon_{cu}) - u_{nc} \cdot A_{cc} + U_s(\varepsilon_{cu}) \\ 108.396 \cdot \rho_s \cdot A_{cc} &= A_{cc} \cdot \int_0^{\varepsilon_{cu}} \sigma_{cc}(\varepsilon_c) \cdot d\varepsilon_c - A_{cc} \cdot 0.017 \cdot \sqrt{f_{ck}} + \rho_{cc} \cdot A_{cc} \cdot \int_0^{\varepsilon_{cu}} \sigma_s(\varepsilon_s) \cdot d\varepsilon_s \\ 108.396 \cdot \rho_s &= \int_0^{\varepsilon_{cu}} \sigma_{cc}(\varepsilon_c) \cdot d\varepsilon_c - 0.017 \cdot \sqrt{f_{ck}} + \rho_{cc} \cdot \int_0^{\varepsilon_{cu}} \sigma_s(\varepsilon_s) \cdot d\varepsilon_s \end{aligned}$$

Y ahora se puede definir la función de residual de energía como:

$$R_\varepsilon(\varepsilon_{cu}) = \int_0^{\varepsilon_{cu}} \sigma_{cc}(\varepsilon_c) \cdot d\varepsilon_c + \rho_{cc} \cdot \int_0^{\varepsilon_{cu}} \sigma_s(\varepsilon_s) \cdot d\varepsilon_s - 0.017 \cdot \sqrt{f_{ck}} - 108.396 \cdot \rho_s$$

El punto nulo del residual de energía definirá la deformación compresiva máxima que corresponde a la fractura de la armadura transversal requerida.

En la Figura 31 se puede observar la forma del residual de energía para una columna determinada, y se puede ver la deformación para que el residual de energía toma el valor nulo.

### 3.3.10. Ejemplo numérico de la curva tensión-deformación de hormigón confinado

De forma ilustrativa se va a determinar la relación tensión-deformación para el núcleo confinado de la columna 55/55 cm, cargado por el axil  $N_{sd} = -363$  kN. La armadura longitudinal consiste en 16  $\text{Ø}20$  mm, y la armadura transversal consiste en los estribos  $\text{Ø}8$  mm a distancia del eje de 10 centímetros y cuatro barras transversales adicionales (“cross-ties”) como ilustra la Figura 21. Recubrimiento de la sección tiene espesor de 4 centímetros. El hormigón es de clase C25/30 y el acero, tanto de la armadura longitudinal como de la armadura transversal, tiene el límite de fluencia de  $f_y = 363$  N/mm<sup>2</sup>.

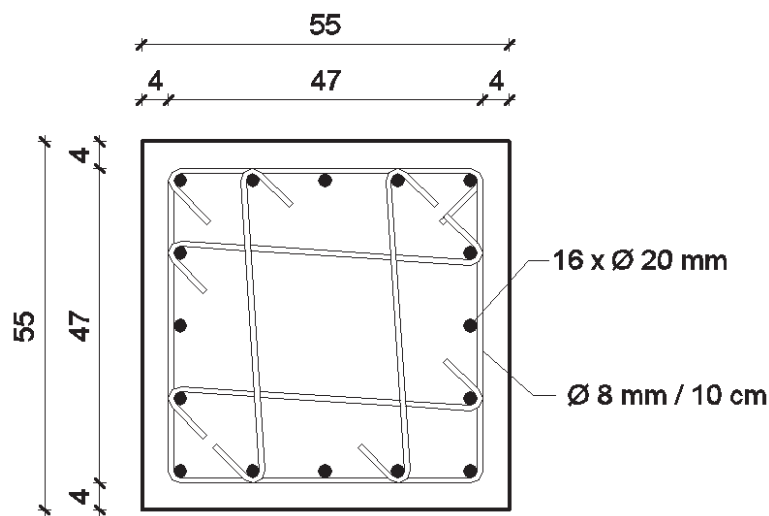


Figura 30: Sección de la columna de ejemplo

Así, las dimensiones del núcleo confinado son:

$$d_c = d - 2 \cdot c - \Phi_w = 55 - 2 \cdot 4 - 0.8 = 46.2 \text{ cm}$$

$$b_c = b - 2 \cdot c - \Phi_w = 55 - 2 \cdot 4 - 0.8 = 46.2 \text{ cm}$$

Tomando en cuenta tanto los arcos que se forman en el plano de los estribos, como los arcos que se forman afuera de este plano, se determinó el área promedio del núcleo confinado  $A_e = 1561$  cm<sup>2</sup> y el coeficiente de la eficacia de confinamiento:

$$k_e = \frac{A_e}{b_c \cdot d_c \cdot (1 - \rho_{cc})} = \frac{1561}{46.2 \cdot 46.2 \cdot (1 - 0.02418)} = \frac{1561}{2083} = 0.7494$$

Como la sección de la columna es la sección cuadrada, en las ambas direcciones actuarán las mismas tensiones de confinamiento eficaz:

$$f_{con,x} = f_{con,y} = \frac{4 \cdot k_e \cdot f_{wk} \cdot A_{w1,k}}{s \cdot d_c} = \frac{4 \cdot 0.7494 \cdot 36.3 \cdot 0.25 \cdot 0.8^2 \cdot \pi}{10 \cdot 46.2} = 0.1184 \text{ kN/cm}^2$$

Por el procedimiento explicado anteriormente en el Apartado 3.3.4, se determinó la resistencia a compresión máxima del hormigón confinado:

$$f_{cc} = 3.24 \text{ kN/cm}^2 = 32.4 \text{ N/mm}^2$$

lo que es por 29.5% mayor que la resistencia a compresión máxima del hormigón no confinado  $f_{ck}$ .

Al determinar la resistencia a compresión máxima  $f_{cc}$ , se puede estimar la deformación correspondiente:

$$\varepsilon_{cc} = \left[ 5 \cdot \left( \frac{f_{cc}}{f_{c0}} - 1 \right) + 1 \right] \cdot \varepsilon_{c0} = - \left[ 5 \cdot \left( \frac{32.4}{25.0} - 1 \right) + 1 \right] \cdot 2.095 \cdot 10^{-3} = -5.196 \cdot 10^{-3}$$

el módulo tangencial:

$$E_{sec} = \frac{f_{cc}}{\varepsilon_{cc}} = \frac{-32.4}{-5.196 \cdot 10^{-3}} = 6236 \text{ N/mm}^2$$

y la potencia  $r$ :

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} = \frac{20163}{20163 - 6236} = \frac{20163}{13927} = 1.448$$

Finalmente, la relación tensión-deformación de hormigón confinado viene dada por la expresión empírica:

$$\sigma_{cc}(\varepsilon_c) = \frac{\left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right) \cdot r}{r - 1 + \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right)^r} \cdot f_{cc} = \frac{-2016 \cdot |\varepsilon_c|}{1 + 4550 \cdot (|\varepsilon_c|)^{1.448}}$$

Con la relación tensión-deformación de hormigón confinado definida, es posible determinar el residual de energía  $R_\epsilon(\epsilon_{cu})$  cuya forma se muestra en la Figura 31.

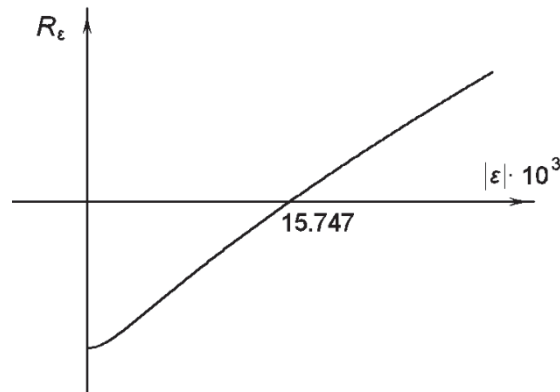


Figura 31: Residual de energía

Por el método de bisección se determinó el punto nulo de residual de energía que define la deformación compresiva máxima que corresponde a la fractura de la armadura transversal que en este caso vale:

$$\epsilon_{cu} = -1.5747 \cdot 10^{-2}$$

Al final, en la Figura 32 se puede observar la comparación entre la relación tensión-deformación de hormigón confinado y la de hormigón no confinado.

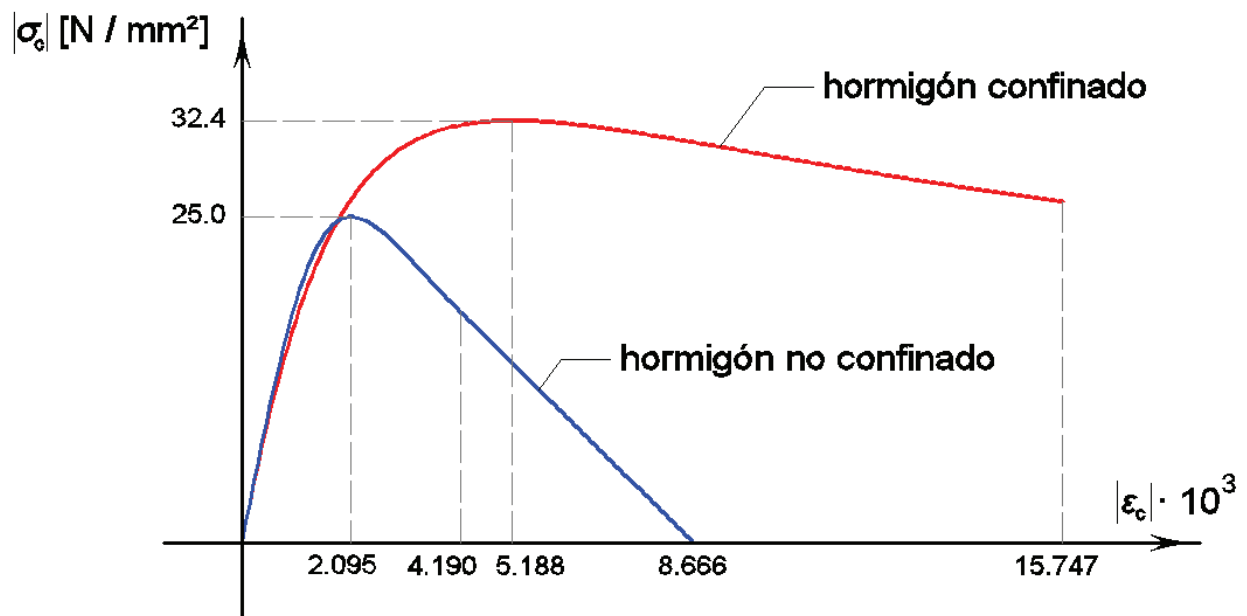


Figura 32: Diagrama tensión-deformación para el hormigón confinado y no confinado

## 4. RELACIÓN MOMENTO-CURVATURA DE LA SECCIÓN DE HORMIGÓN ARMADO

### 4.1. Modelización de la sección

Una vez definidas las leyes constitutivas, a partir del campo de deformaciones en el elemento estructural se puede determinar el campo de tensiones en el mismo como ilustra la Figura 33. Como ya se ha mencionado anteriormente, en los cálculos dinámicos de las estructuras consideradas, como los elementos estructurales son suficientemente esbeltos, se va a aplicar la teoría de vigas de Bernoulli.

Como se ya ha explicado en el Apartado 3.1., la teoría de vigas de Bernoulli supone que las secciones permanecen planas después de deformación. Por la suposición de que las secciones permanezcan planas, la deformación en la dirección longitudinal de cada punto de la sección está completamente determinada por la curvatura de sección  $\kappa$  y por la ubicación de la fibra neutra  $z_m$ :

$$\varepsilon_{xx}(\zeta) = \kappa \cdot (\zeta - z_m)$$

y la tensión en cada punto está determinado por el modelo uniaxial correspondiente.

Además, como las estructuras se modelizaron por los modelos planos, se supone que el momento flector actúa sobre solo un eje principal y por tanto las tensiones a lo largo de la anchura de sección son constantes. Así el campo de tensiones está completamente definido por la distribución de las tensiones a lo largo del canto de sección como ilustra la Figura 33.

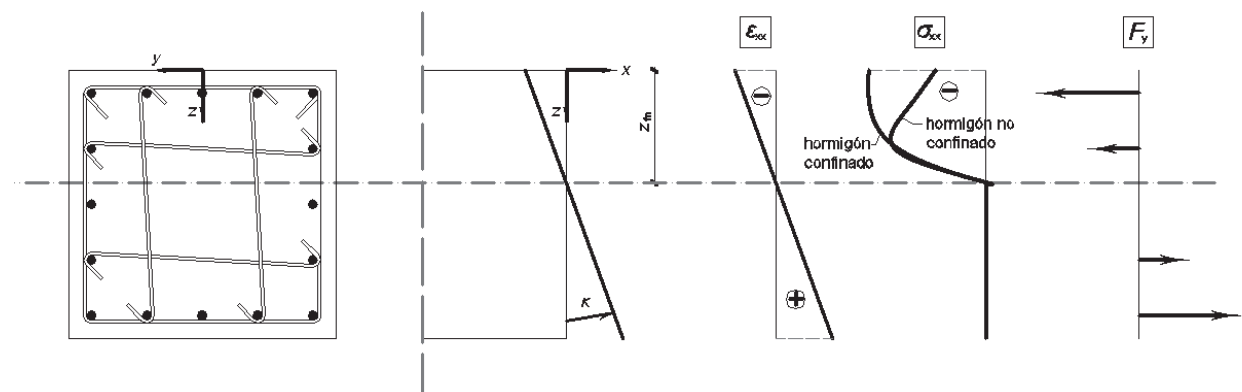


Figura 33: Deformaciones y tensiones a lo largo de la sección

En la Figura 33, también se puede observar que el sistema de coordenadas se ubicó en el extremo superior de la sección del elemento estructural.

Por el nivel bajo de axil, como en el caso de las vigas, el comportamiento de la sección se modelizó por el modelo uniaxial de hormigón no confinado a lo largo de toda la sección. Como ilustra la Figura 34, la viga se modelizó como una viga en T tomando en cálculo una parte del forjado como exige la norma “Eurocódigo 2” [2].

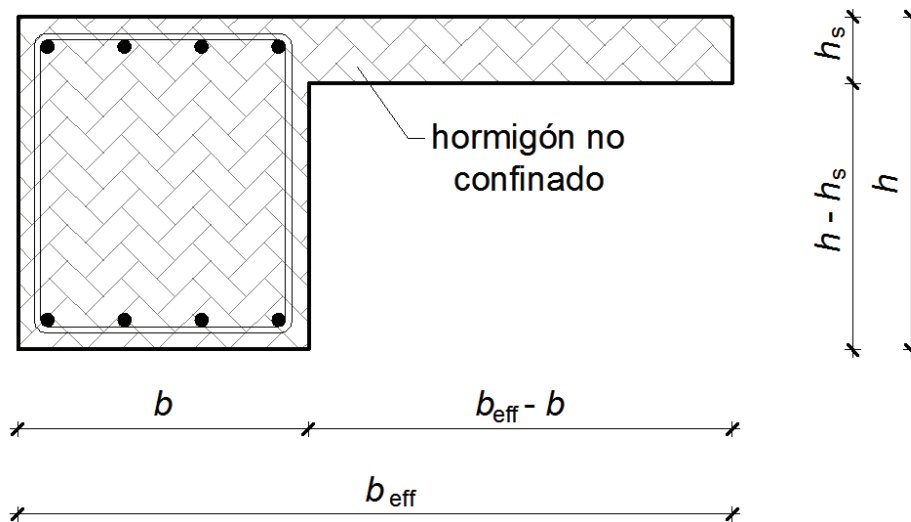


Figura 34: Sección de viga

Como todas las vigas son las vigas de borde, las vigas tienen el ala a un solo lado. La anchura eficaz para una viga de borde se determinó, según el “Eurocódigo 2” [2], por la expresión siguiente:

$$b_{eff} = \min\left(b + \frac{1}{10} \cdot L_0, \frac{L_1 - b}{2}\right)$$

siendo  $L_1$  la distancia entre la viga y la vigueta central, y  $L_0 = 0.85 \cdot L_1$  la distancia entre los puntos de momento nulo suponiendo la carga gravitatoria uniformemente distribuida por el forjado.

Por otro lado, la sección de columna se dividió en dos partes. Parte central, cerrada por la línea central de estribo se modelizó por el modelo de hormigón confinado, mientras que la parte de recubrimiento se modelizó por el modelo uniaxial de hormigón no confinado como ilustra la Figura 35.

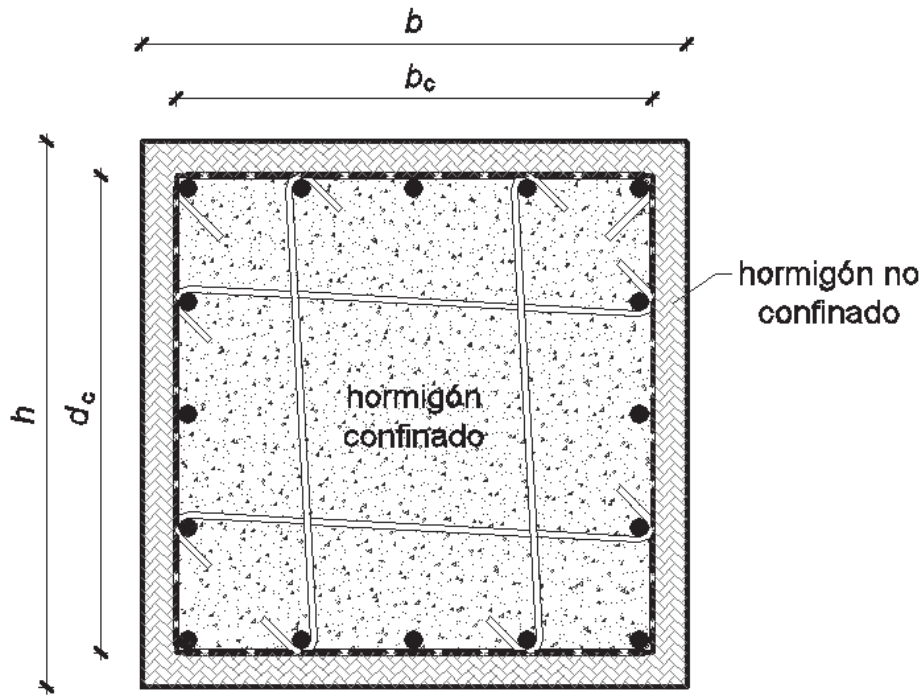


Figura 35: División de la sección de columna

Con fin de tomar en cuenta las propiedades diferentes del hormigón a lo largo de la sección, se definió la anchura de núcleo confinado como:

$$b_{conf}(\zeta) = \begin{cases} \zeta \leq \frac{h-d_c}{2} & 0 \\ \frac{h-d_c}{2} < \zeta < h - \frac{h-d_c}{2} & b_c \\ \zeta \geq h - \frac{h-d_c}{2} & 0 \end{cases}$$

#### 4.2. Residual de axil

Multiplicando las tensiones correspondientes al hormigón confinado por la anchura de núcleo confinado, e integrando el producto a lo largo de la sección, se obtuviera la fuerza axil que soporte el núcleo confinado. De manera similar, multiplicando las tensiones correspondientes al hormigón no confinado por la sustracción de la anchura total y la anchura de núcleo confinado, es decir multiplicándolas por  $b - b_{conf}(\zeta)$ , e integrando el producto a lo largo de la sección, se obtuviera la fuerza axil que soporte el recubrimiento de la sección.

Estas dos fuerzas que soporta el hormigón, junto con las fuerzas axiales que soportan las barras de armadura longitudinal y con el axil externo deben ser en equilibrio.

Así se puede definir el residual de axil como:

$$R_N(z_{fn}, \kappa, N_{sd}) = \int_0^h b_{conf}(\zeta) \cdot \sigma_{cc}(z_{fn}, \kappa, \zeta) \cdot d\zeta + \int_0^h [b - b_{conf}(\zeta)] \cdot \sigma_c(z_{fn}, \kappa, \zeta) \cdot d\zeta + \sum_{j=1}^{v_s} \left\{ \sigma_s [\kappa \cdot (\zeta_j - z_{fn})] - \sigma_{cc} [\kappa \cdot (\zeta_j - z_{fn})] \right\} \cdot A_j - N_{sd}$$

siendo  $v_s$  el número de las barras de la armadura longitudinal y  $N_{sd}$  el axil, positivo si es de tensión.

La integración de las tensiones a lo largo de sección se hizo aplicando el método de integración numérica llamada el Método Adaptivo de Quasi Monte Carlo por el programa "Wolfram Mathematica 6.0".

En el caso de equilibrio de las fuerzas en la dirección longitudinal a lo largo de la sección el residual de axil toma el valor nulo.

#### 4.3. Determinación de la posición de la fibra neutra

Para definir completamente el campo de las deformaciones en la sección, hay que proporcionar la curvatura de la sección y la posición de la fibra neutra.

Para una curvatura dada, la posición de la fibra neutra depende de nivel de axil que actúa a la sección. Como el nivel de axil está conocido hay que determinar la posición de la fibra neutra que corresponde a la curvatura determinada, es decir, hay que encontrar el punto nulo del residual de axil definido por la curvatura y el axil conocidos.

Para ilustrar el procedimiento de determinación de la posición de fibra neutra, se considerará la sección de la columna definida en el Apartado 0. Se va a suponer que la curvatura de la sección está igual a la curvatura última que se va a definir en unos de los apartados siguientes. En este caso la curvatura última es igual a:

$$\kappa = 0.184994 \text{ rad/m}$$

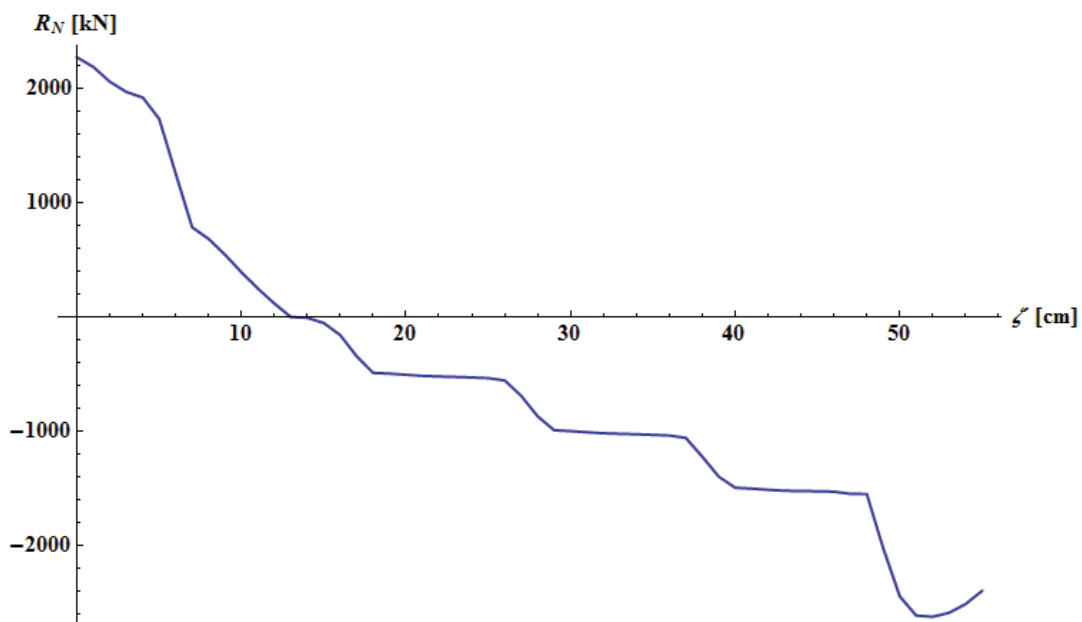


Conociendo la curvatura de la sección y el nivel de axil, se puede definir el residual de axil para cada valor de la posición de la fibra neutra  $\zeta = z_{fn}$ :

$$R_N(\zeta) = R_N(\zeta, \kappa, N_{Sd}) = \int_0^h b_{conf}(\zeta) \cdot \sigma_{cc}(z_{fn}, \kappa, \zeta) \cdot d\zeta + \int_0^h [b - b_{conf}(\zeta)] \cdot \sigma_c(z_{fn}, \kappa, \zeta) \cdot d\zeta + \sum_{j=1}^{v_s} \left\{ \sigma_s[\kappa \cdot (\zeta_j - z_{fn})] - \sigma_{cc}[\kappa \cdot (\zeta_j - z_{fn})] \right\} \cdot A_j - N_{Sd}$$

La Figura 36 ilustra los valores del residual de axil, en función de las posiciones de la fibra neutra diferentes. Por el método de bisección se puede determinar el punto nulo del residual de axil que en este caso equivale:

$$\zeta = 12.91 \text{ cm}$$



**Figura 36: Valor del residual de axil para las posiciones de la fibra neutra diferentes**

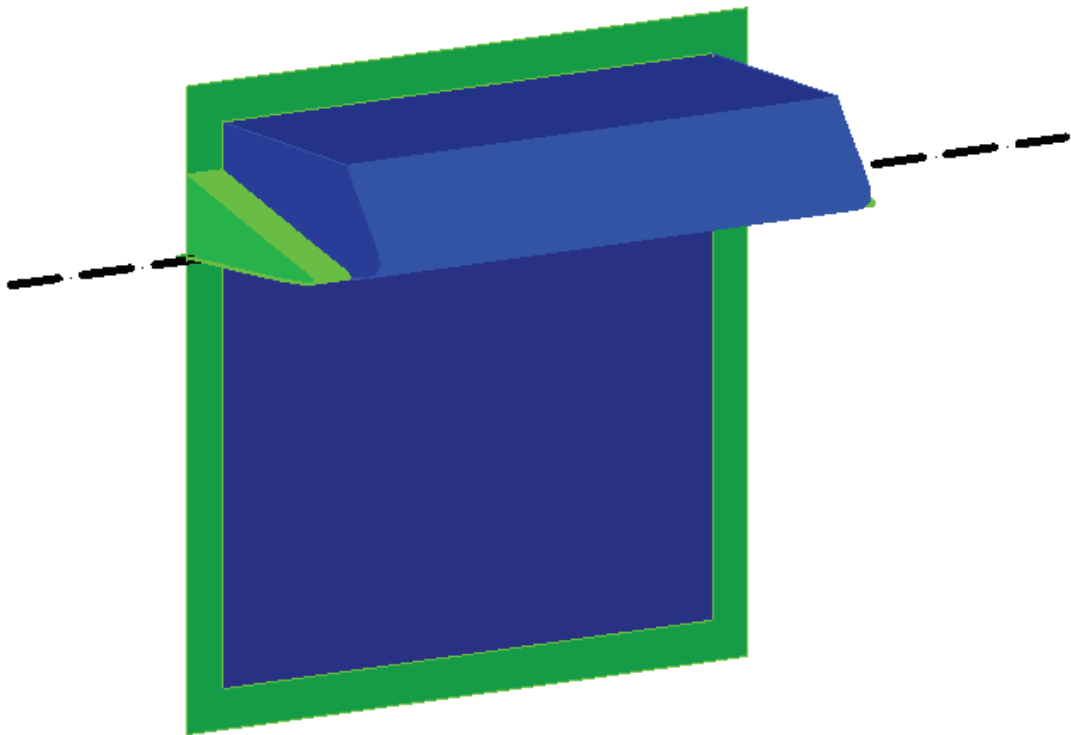
La curvatura de la sección  $\kappa = 0.184994 \text{ rad/m}$  y la posición de la fibra neutra  $z_{fn} = 0.1291 \text{ m}$  determinan el campo de las deformaciones:

$$\varepsilon_{xx}(\zeta) = \kappa \cdot (\zeta - z_{fn}) = 0.184994 \cdot (\zeta - 0.1291)$$

El campo de deformaciones y el modelo uniaxial del hormigón no confinado, presentado en el Apartado 3.3.5, definen las tensiones en el recubrimiento de la sección. El modelo uniaxial del hormigón confinado, definido en el Apartado 3.3.6, junto

con el campo de deformaciones determina las tensiones en el núcleo confinado de la sección.

El campo de tensiones a lo largo de la sección de la columna considerada se puede observar en la Figura 37. En la Figura 37 el color azul representa las tensiones compresivas en el núcleo confinado, mientras que el color verde muestra las tensiones en el recubrimiento de la sección de hormigón. En la misma figura se marcó la fibra neutra de la sección por la línea rayada.



**Figura 37: Campo de tensiones en la sección de hormigón**

#### 4.4. Diagrama momento-curvatura

Una vez determinado el campo de las tensiones a lo largo de la sección, se puede determinar el momento flector externo necesario para equilibrar las tensiones en la sección, es decir el momento flector que produce la curvatura determinada en el nivel de axil dado.

El momento flector que equilibra las tensiones en la sección se define de manera similar a la definición del residual de axil, con la diferencia que ahora hay que tomar en cuenta el brazo en el que actúan las tensiones:

$$M_{Sd}(z_{fn}, \kappa, N_{Sd}) = \int_0^h b_{conf}(\zeta) \cdot \sigma_{cc}(z_{fn}, \kappa, \zeta) \cdot \zeta \cdot d\zeta + \int_0^h [b - b_{conf}(\zeta)] \cdot \sigma_c(z_{fn}, \kappa, \zeta) \cdot \zeta \cdot d\zeta + \sum_{j=1}^{v_s} \left\{ \sigma_s [\kappa \cdot (\zeta_j - z_{fn})] - \sigma_{cc} [\kappa \cdot (\zeta_j - z_{fn})] \right\} \cdot \delta_j \cdot A_j - N_{Sd} \cdot \frac{h}{2}$$

El momento flector se definió con respecto a medio de la sección, es decir  $M_{Sd}$  representa el momento flector sobre el eje situado en la coordenada  $\zeta = \frac{h}{2}$ .

Así se puede determinar el diagrama momento-curvatura completo para el nivel de axil determinado, calculando el momento flector que equilibra las tensiones en la sección para varias curvaturas como ilustra la Figura 38.

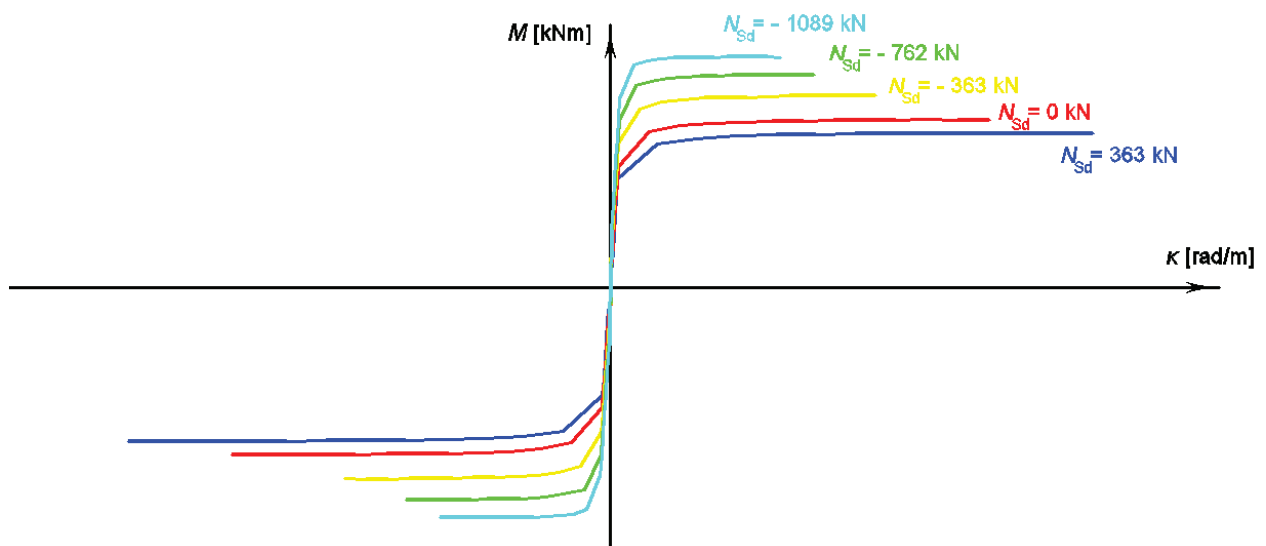


Figura 38: Diagramas momento-curvatura para los niveles de la fuerza axial diferentes

En la Figura 38 también se puede ver que la fuerza compresiva en la columna aumenta el momento de resistencia máximo, pero disminuye drásticamente la ductilidad de la sección de hormigón armado.

#### 4.5. Aproximación del diagrama momento-curvatura

Con fin de simplificar el modelo hysterético del elemento estructural, el diagrama momento-curvatura no lineal definido en el apartado anterior se aproxima por el diagrama momento-curvatura trilineal como ilustra la Figura 39 para la columna descrito en el 0.

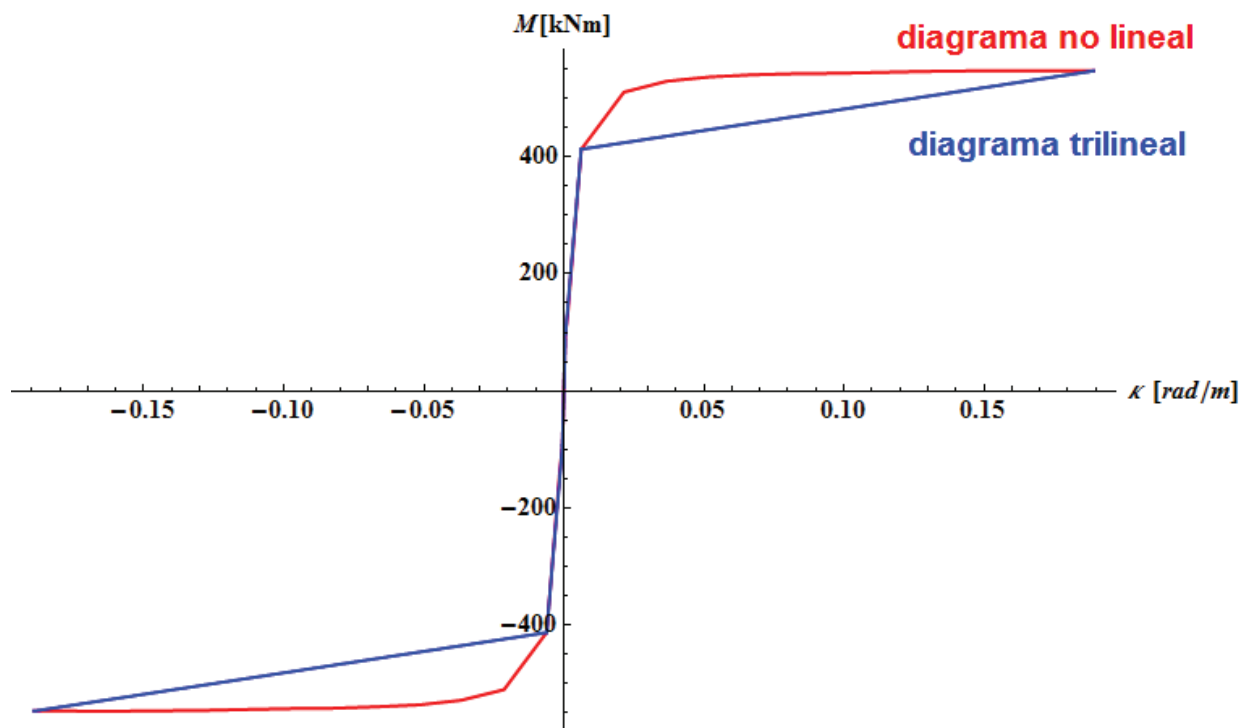


Figura 39: Comparación entre el diagrama no lineal y el diagrama trilineal

El diagrama momento-curvatura está definido por las tres curvaturas características: la curvatura de fisuración, la curvatura de fluencia y la curvatura última. Cada una de las curvaturas características y los momentos flectores correspondientes se definirán en continuación.

#### 4.5.1. Curvatura de fisuración

La curvatura de fisuración caracteriza el estado de la sección en el que la fibra extrema de la parte de sección tensionada ha alcanzado la deformación de la fisuración. Como ya se ha explicado en el Apartado 0, el comportamiento de hormigón en tensión es lineal hasta que no se alcance la resistencia a tensión de hormigón  $f_{ctk,0.05}$ . Puesto que el módulo elástico del hormigón bajo la carga de tensión se presume igual al módulo tangencial inicial la deformación de fisuración es igual a:

$$\varepsilon_{cr} = \frac{f_{ctk,0.05}}{E_c} = \frac{1.8}{20162.6} = 8.92742 \cdot 10^{-5}$$

##### 4.5.1.1. Curvatura de fisuración negativa

A partir de la geometría de la sección se puede definir la posición de la fibra neutra como la función de la curvatura para que la fibra superior de la sección siempre experimente la deformación de tensión igual a la deformación de fisuración.

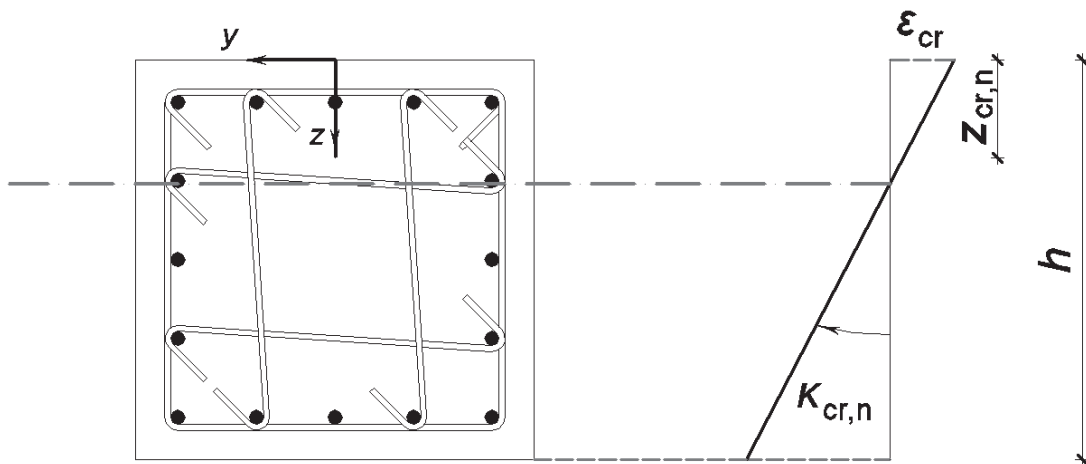


Figura 40: Fisuración de la sección por la curvatura negativa

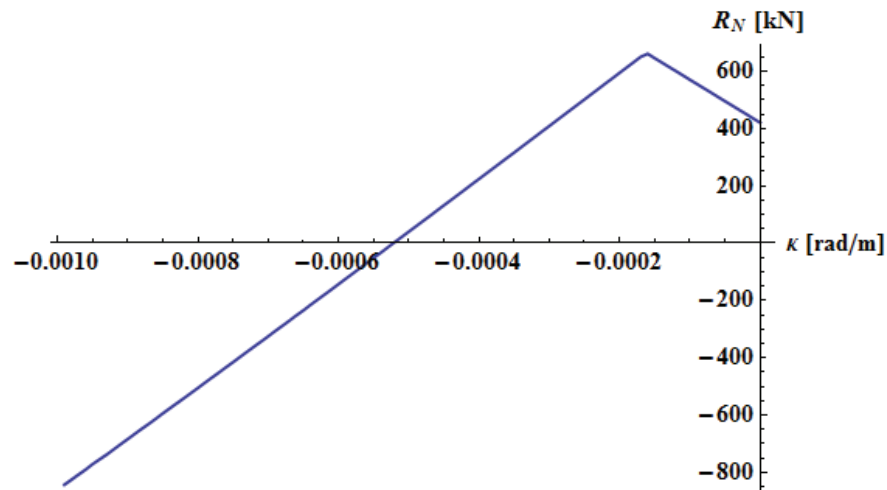
Refiriéndose a la Figura 40, y satisfaciendo la condición de que  $\varepsilon_{xx}(0) = \varepsilon_{cr}$ , la posición de la fibra neutra se define como:

$$\frac{\varepsilon_{cr}}{z_{cr,n}} = -K_{cr,n} \quad \Rightarrow \quad z_{cr,n}(K) = -\frac{\varepsilon_{cr}}{K}$$

Así se puede definir el residual de axil como una función de la curvatura:

$$R_N [z_{cr,n}(\kappa), \kappa, N_{Sd}] = R_N \left( \frac{-\varepsilon_{cr}}{\kappa}, \kappa, N_{Sd} \right)$$

y, por un procedimiento numérico como el método de bisección, encontrar para que curvatura el residual de axil toma el valor nulo.



**Figura 41: Residual de axil en el estado de la fisuración por la curvatura negativa**

En la Figura 41 se muestra el residual de axil en función de la curvatura de la sección, y en este caso el residual de axil toma el valor nulo para la curvatura:

$$\kappa_{cr,n} = -5.21753 \cdot 10^{-4} \text{ rad/m}$$

La posición de la fibra neutra correspondiente será:

$$z_{cr,n}(\kappa_{cr,n}) = -\frac{\varepsilon_{cr}}{\kappa_{cr,n}} = -\frac{8.92742 \cdot 10^{-5}}{-5.21753 \cdot 10^{-4}} = 0.1711 \text{ m}$$

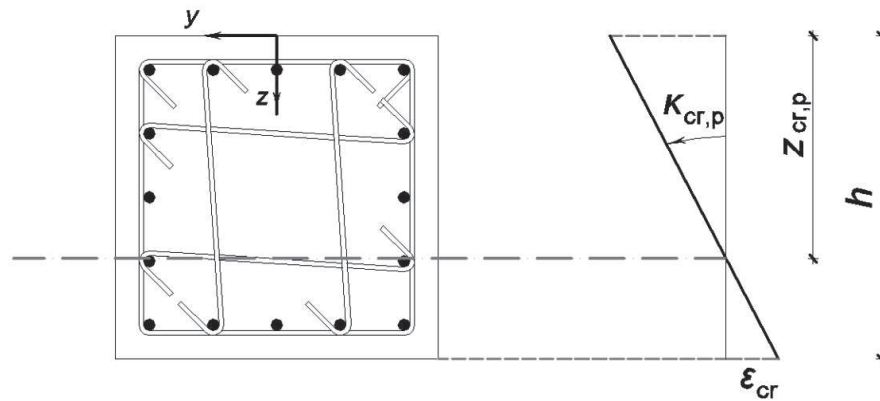
Con la curvatura de la sección considerada  $\kappa_{cr,n} = -5.21753 \cdot 10^{-4}$  rad/m y la posición de fibra neutra  $z_{cr,n} = 0.1711$  m, la fibra extrema superior experimentará la deformación de la fisuración y al mismo tiempo la condición del equilibrio de fuerzas en la dirección longitudinal será satisfecha.

Ahora se puede determinar el momento flector correspondiente, que se va a llamar el momento flector de fisuración negativo:

$$M_{cr,n} = M_{Sd}(z_{cr,n}, \kappa_{cr,n}, N_{Sd}) = -90.767 \text{ kNm}$$

#### 4.5.1.2. Curvatura de fisuración positiva

A partir de la geometría de la sección se puede definir también la posición de la fibra neutra como la función de la curvatura para que la fibra inferior de la sección siempre experimente la deformación de tensión igual a la deformación de fisuración.



**Figura 42: Fisuración de la sección por la curvatura positiva**

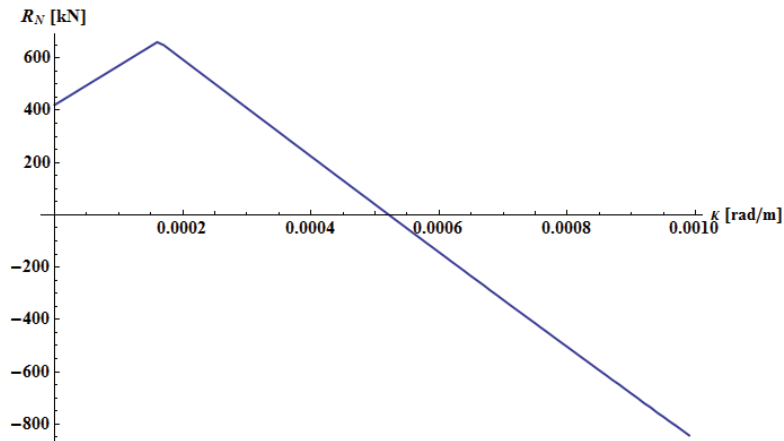
Refiriéndose a la Figura 42, y satisfaciendo la condición de que  $\varepsilon_{xx}(h) = \varepsilon_{cr}$ , la posición de la fibra neutra se define como:

$$\frac{\varepsilon_{cr}}{h - z_{cr,p}} = \kappa_{cr,p} \quad \Rightarrow \quad z_{cr,p}(\kappa) = h - \frac{\varepsilon_{cr}}{\kappa}$$

Así se puede definir el residual de axil como una función de la curvatura:

$$R_N \left[ z_{cr,p}(\kappa), \kappa, N_{Sd} \right] = R_N \left( h - \frac{\varepsilon_{cr}}{\kappa}, \kappa, N_{Sd} \right)$$

y, por un procedimiento numérico como el método de bisección, encontrar para que curvatura el residual de axil toma el valor nulo.



**Figura 43: Residual de axil en el estado de la fisuración por la curvatura positiva**

En la Figura 43 se muestra el residual de axil en función de la curvatura de la sección, y en este caso el residual de axil toma el valor nulo para la curvatura:

$$\kappa_{cr,p} = 5.21753 \cdot 10^{-4} \text{ rad/m}$$

La posición de la fibra neutra correspondiente será:

$$z_{cr,p}(\kappa_{cr,p}) = h - \frac{\varepsilon_{cr}}{\kappa_{cr,p}} = 0.55 - \frac{8.92742 \cdot 10^{-5}}{5.21753 \cdot 10^{-4}} = 0.3789 \text{ m}$$

Con la curvatura de la sección considerada  $\kappa_{cr,p} = 5.21753 \cdot 10^{-4} \text{ rad/m}$  y la posición de fibra neutra  $z_{cr,p} = 0.3789 \text{ m}$ , la fibra extrema inferior experimentará la deformación de la fisuración y al mismo tiempo la condición del equilibrio de fuerzas en la dirección longitudinal será satisfecha.

Ahora se puede determinar el momento flector correspondiente, que se va a llamar el momento flector de fisuración positivo:

$$M_{cr,p} = M_{Sd}(z_{cr,p}, \kappa_{cr,p}, N_{Sd}) = 90.767 \text{ kNm}$$

Se puede observar que el momento flector de fisuración positivo y el momento flector de fisuración negativo tienen la misma amplitud, lo que es resultado de la simetría de la sección de columna considerada. En el caso de las vigas los momentos característicos en el sentido positivo y en el sentido negativo, generalmente tendrán las amplitudes diferentes.



## 4.5.2. Curvatura de plastificación

La curvatura de plastificación caracteriza el estado de la sección en el que las barras de la armadura longitudinal en una fila han alcanzado la deformación de la fluencia:

$$\varepsilon_{yd} = 2.152 \cdot 10^{-3}$$

### 4.5.2.1. Curvatura de plastificación negativa

En el caso de la curvatura negativa, la fila de barras longitudinales más cercana al extremo superior de la sección (primera fila) tendrá la mayor deformación de tensión mientras que la fila de barras longitudinales más cercana al extremo inferior de la sección (fila última) tendrá la mayor deformación compresiva. Como a priori no se sabe que fila va a plastificar primera, hay que determinar la curvatura del inicio de plastificación de la primera fila y de la fila última y la curvatura menor de estas dos se toma como la curvatura del inicio de plastificación de toda la sección.

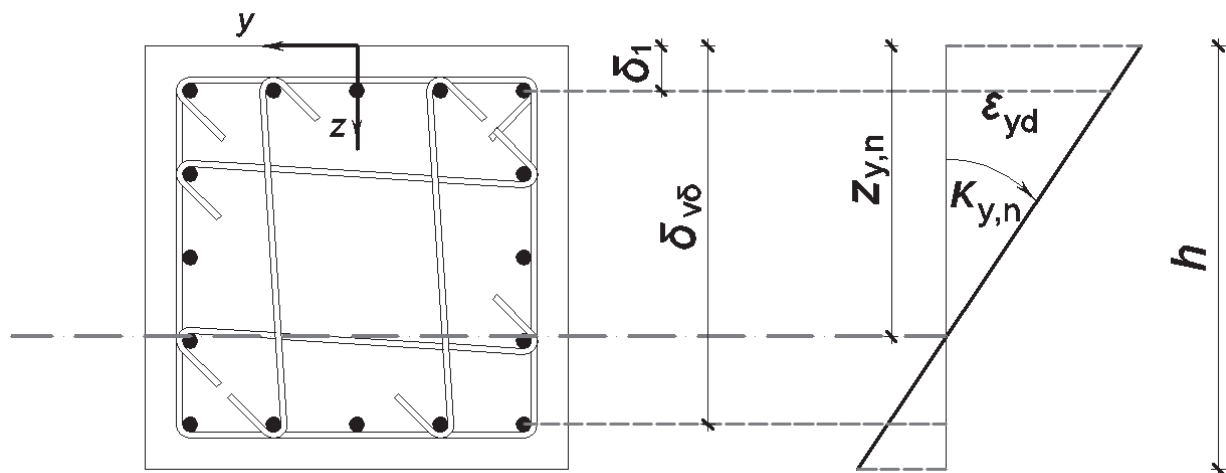


Figura 44: Plastificación de la sección por la curvatura negativa

Refiriéndose a la Figura 44, la condición de plastificación de la primera fila es igual a  $|\varepsilon_{xx}(\delta_1)| = \varepsilon_{yd}$ , a partir de que se puede definir la posición de la fibra neutra como:

$$\frac{\varepsilon_{yd}}{-\kappa_{y,n}} = z_{y,n} - \delta_1 \quad \Rightarrow \quad z_{y,n}(\kappa) = \delta_1 - \frac{\varepsilon_{yd}}{\kappa}$$

A partir de la condición de plastificación de la fila última que se puede expresar como  $|\varepsilon_{xx}(\delta_{v\delta})| = \varepsilon_{yd}$ , se puede definir la posición de la fibra neutra por la expresión siguiente:

$$\frac{\varepsilon_{yd}}{-\kappa_{y,n}} = \delta_{v\delta} - z_{y,n} \quad \Rightarrow \quad z_{y,n}(\kappa) = \delta_{v\delta} + \frac{\varepsilon_{yd}}{\kappa}$$

Así se pueden definir el residual de axil correspondiente a la plastificación de la primera fila y residual de axil correspondiente a la plastificación de la fila última:

$$R_{N,p} [z_{fn}(\kappa), \kappa, N_{Sd}] = R_N \left( \delta_1 - \frac{\varepsilon_{yd}}{\kappa}, \kappa, N_{Sd} \right)$$

$$R_{N,u} [z_{fn}(\kappa), \kappa, N_{Sd}] = R_N \left( \delta_{v\delta} + \frac{\varepsilon_{yd}}{\kappa}, \kappa, N_{Sd} \right)$$

En la Figura 45 se muestran los dos residuales de axil y se puede notar que primero va a plastificar la primera fila y que el residual de axil correspondiente toma el valor nulo para la curvatura:

$$\kappa_{y,n} = -6.72354 \cdot 10^{-3} \text{ rad/m}$$

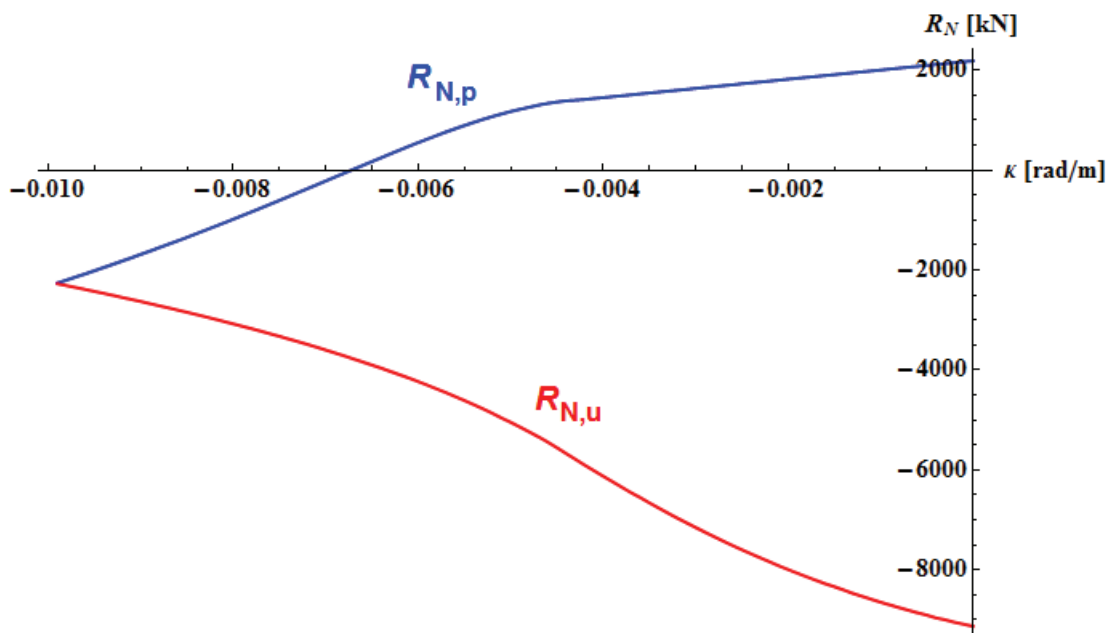


Figura 45: Residuales de axil en el estado de la plastificación por la curvatura negativa

La posición de la fibra neutra correspondiente entonces será:

$$z_{y,n}(\kappa_{y,n}) = \delta_1 - \frac{\varepsilon_{yd}}{\kappa} = 0.058 - \frac{2.152 \cdot 10^{-3}}{-6.72354 \cdot 10^{-3}} = 0.3781 \text{ m}$$

Con la curvatura de la sección considerada  $\kappa_{y,n} = -6.72354 \cdot 10^{-3} \text{ rad/m}$  y la posición de fibra neutra  $z_{y,n} = 0.3781 \text{ m}$ , la fila de las barras longitudinales más cercana al extremo superior experimentará la deformación de la fluencia y al mismo tiempo la condición del equilibrio de fuerzas en la dirección longitudinal será satisfecha.

Ahora se puede determinar el momento flector correspondiente, que se va a llamar el momento flector de plastificación negativo:

$$M_{y,n} = M_{Sd}(z_{y,n}, \kappa_{y,n}, N_{Sd}) = -391.296 \text{ kNm}$$

#### 4.5.2.2. Curvatura de plastificación positiva

En el caso de la curvatura positiva, la fila de barras longitudinales más cercana al extremo superior de la sección (primera fila) tendrá la mayor deformación compresiva mientras que la fila de barras longitudinales más cercana al extremo inferior de la sección (fila última) tendrá la mayor deformación de tensión. Como tampoco a priori no se sabe que fila va a plastificar primera, hay que determinar la curvatura del inicio de plastificación de la primera fila y de la fila última y la curvatura menor de estas dos se toma como la curvatura del inicio de plastificación de toda la sección.

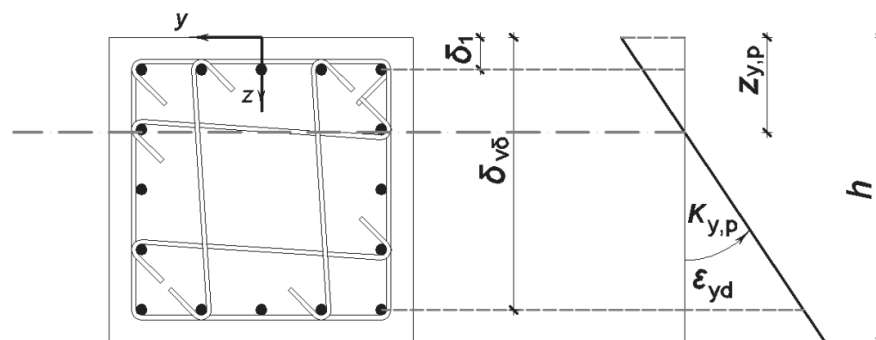


Figura 46: Plastificación de la sección por la curvatura positiva

Refiriéndose a la Figura 46, la condición de plastificación de la primera fila es igual a  $|\varepsilon_{xx}(\delta_1)| = \varepsilon_{yd}$ , a partir de que se puede definir la posición de la fibra neutra como:

$$\varepsilon_{yd} = \kappa_{y,p} \cdot (z_{y,p} - \delta_1) \quad \Rightarrow \quad z_{y,p}(\kappa) = \delta_1 + \frac{\varepsilon_{yd}}{\kappa}$$

A partir de la condición de plastificación de la fila última que se puede expresar como  $|\varepsilon_{xx}(\delta_{v\delta})| = \varepsilon_{yd}$ , se puede definir la posición de la fibra neutra por la expresión siguiente:

$$\varepsilon_{yd} = \kappa_{y,p} \cdot (\delta_{v\delta} - z_{y,p}) \quad \Rightarrow \quad z_{y,p}(\kappa) = \delta_{v\delta} - \frac{\varepsilon_{yd}}{\kappa}$$

Así se pueden definir el residual de axil correspondiente a la plastificación de la primera fila y residual de axil correspondiente a la plastificación de la fila última:

$$R_{N,p} [z_{fn}(\kappa), \kappa, N_{Sd}] = R_N \left( \delta_1 + \frac{\varepsilon_{yd}}{\kappa}, \kappa, N_{Sd} \right)$$

$$R_{N,u} [z_{fn}(\kappa), \kappa, N_{Sd}] = R_N \left( \delta_{v\delta} - \frac{\varepsilon_{yd}}{\kappa}, \kappa, N_{Sd} \right)$$

En la Figura 47 se muestran los dos residuales de axil y se puede notar que en este caso primero va a plastificar la fila última y que el residual de axil correspondiente toma el valor nulo para la curvatura:

$$\kappa_{y,p} = 6.72354 \cdot 10^{-3} \text{ rad/m}$$

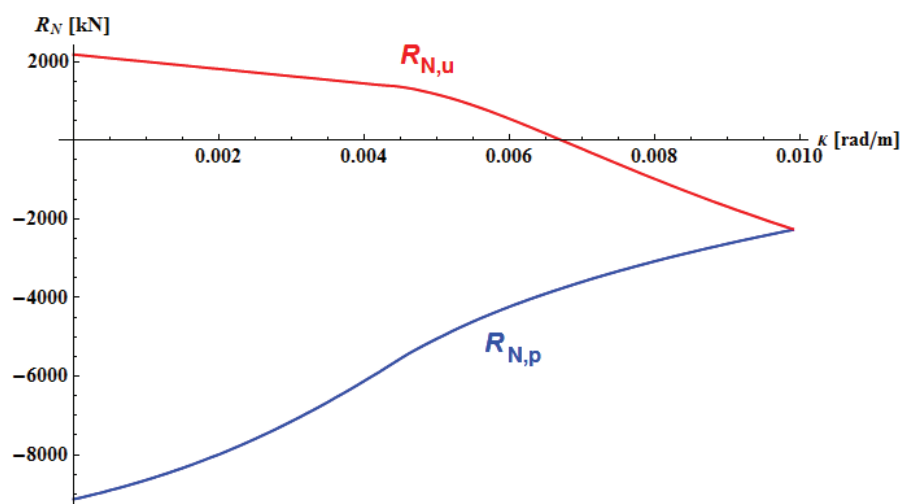


Figura 47: Residuales de axil en el estado de la plastificación por la curvatura positiva

La posición de la fibra neutra correspondiente entonces será:

$$z_{y,p}(\kappa_{y,p}) = \delta_{v\delta} - \frac{\varepsilon_{yd}}{\kappa} = 0.492 - \frac{2.152 \cdot 10^{-3}}{6.72354 \cdot 10^{-3}} = 0.1719 \text{ m}$$

Con la curvatura de la sección considerada  $\kappa_{y,p} = 6.72354 \cdot 10^{-3}$  rad/m y la posición de fibra neutra  $z_{y,p} = 0.1719$  m, la fila de las barras longitudinales más cercana al extremo inferior experimentará la deformación de la fluencia y al mismo tiempo la condición del equilibrio de fuerzas en la dirección longitudinal será satisfecha.

Ahora se puede determinar el momento flector correspondiente, que se va a llamar el momento flector de plastificación positivo:

$$M_{y,p} = M_{Sd}(z_{y,p}, \kappa_{y,p}, N_{Sd}) = 391.296 \text{ kNm}$$

Asimismo se puede notar que el momento flector de plastificación positivo y el momento flector de plastificación negativo tienen la misma amplitud, lo que es resultado de la simetría de la sección de columna considerada.

#### 4.5.3. Curvatura última en las columnas

La curvatura última caracteriza el estado de la sección en el que o la capacidad del hormigón o la capacidad del acero se ha agotado.

Agotamiento del hormigón en el caso de las columnas ocurre cuando la fibra extrema del núcleo confinado alcanza la deformación compresiva máxima definida en el 3.3.9. En caso de las vigas el hormigón está agotado cuando la fibra extrema de la sección alcanza la deformación de astillamiento  $\varepsilon_{c,sp}$ .

La capacidad del acero está alcanzada cuando una barra de la armadura longitudinal experimenta la deformación última de acero  $\varepsilon_{su}$ .

#### 4.5.3.1. Curvatura última negativa

En el caso de la curvatura negativa, la fila de barras longitudinales más cercana al extremo superior de la sección (primera fila) tendrá la deformación de tensión y la parte de la sección inferior resistirá la carga por la compresión en el hormigón. Para determinar que va a ocurrir primero, el fallo de la armadura en tensión o el fallo del hormigón se van a definir dos residuales de axil

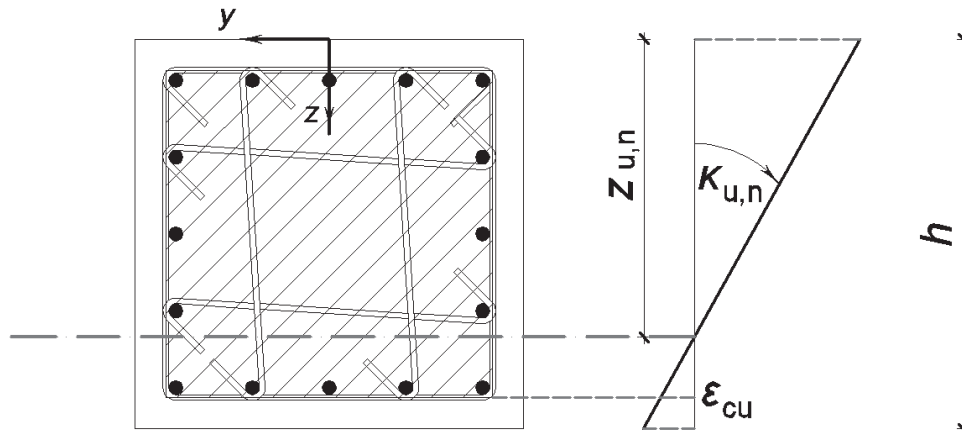


Figura 48: Fallo de la sección por la curvatura negativa

Refiriéndose a la Figura 48, la condición del fallo de la armadura es igual a  $\varepsilon_{xx}(\delta_1) = \varepsilon_{su}$ , a partir de que se puede definir la posición de la fibra neutra como:

$$\frac{\varepsilon_{su}}{-\kappa_{u,n}} = z_{u,n} - \delta_1 \quad \Rightarrow \quad z_{u,n}(\kappa) = \delta_1 - \frac{\varepsilon_{su}}{\kappa}$$

A partir de la condición del fallo de hormigón a compresión que se puede expresar como  $\varepsilon_{xx}\left(h - \frac{h-d_c}{2}\right) = \varepsilon_{cu}$ , se puede definir la posición de la fibra neutra por la expresión siguiente:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\kappa_{u,n}} = \left(h - \frac{h-d_c}{2}\right) - z_{u,n} \quad \Rightarrow \quad z_{u,n}(\kappa) = \left(h - \frac{h-d_c}{2}\right) - \frac{\varepsilon_{cu}}{\kappa}$$

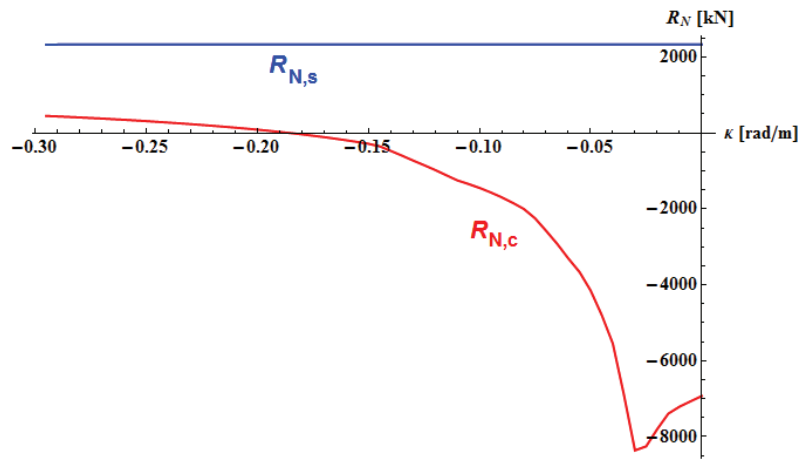
Así se pueden definir el residual de axil correspondiente al fallo de la armadura a tensión y residual de axil correspondiente al fallo del hormigón a compresión:

$$R_{N,s} [z_{fn}(\kappa), \kappa, N_{Sd}] = R_N \left( \delta_1 - \frac{\varepsilon_{su}}{\kappa}, \kappa, N_{Sd} \right)$$

$$R_{N,c} [z_{fn}(\kappa), \kappa, N_{Sd}] = R_N \left( h - \frac{h - d_c}{2} - \frac{\varepsilon_{cu}}{\kappa}, \kappa, N_{Sd} \right)$$

En la Figura 49 se muestran los dos residuales de axil y se puede notar que el fallo de la sección ocurrirá por el fallo del hormigón y que el residual de axil correspondiente toma el valor nulo para la curvatura:

$$\kappa_{u,n} = -0.184944 \text{ rad/m}$$



**Figura 49: Residuales de axil en el estado de fallo por la curvatura negativa**

La posición de la fibra neutra correspondiente entonces será:

$$z_{u,n}(\kappa_{u,n}) = h - \frac{h - d_c}{2} - \frac{\varepsilon_{cu}}{\kappa} = 0.55 - \frac{0.55 - 0.462}{2} - \frac{-0.0157471}{-0.184944} = 0.4209 \text{ m}$$

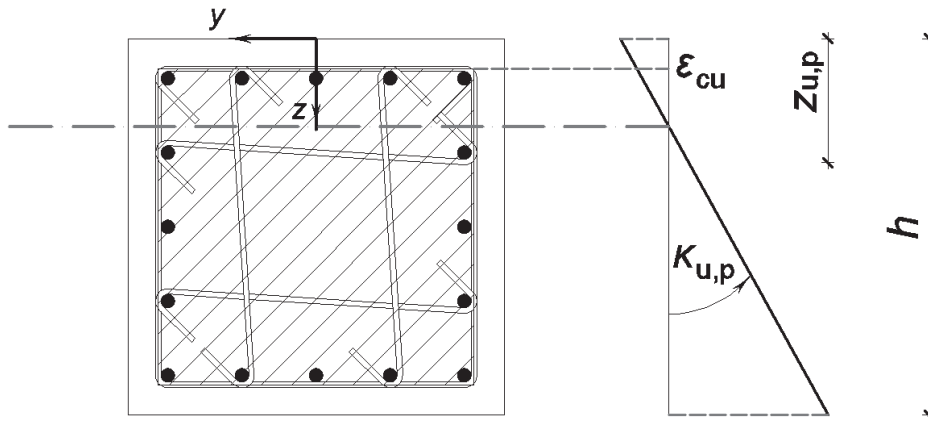
Con la curvatura de la sección considerada  $\kappa_{u,n} = -0.184944 \text{ rad/m}$  y la posición de fibra neutra  $z_{u,n} = 0.4209 \text{ m}$ , la fibra extrema del núcleo confinado experimentará la deformación compresiva máxima y al mismo tiempo la condición del equilibrio de fuerzas en la dirección longitudinal será satisfecha.

Ahora se puede determinar el momento flector correspondiente, que se va a llamar el momento flector último negativo:

$$M_{u,n} = M_{Sd}(z_{u,n}, \kappa_{u,n}, N_{Sd}) = -467.203 \text{ kNm}$$

#### 4.5.3.2. Curvatura última positiva

En el caso de la curvatura positiva, la fila de barras longitudinales más cercana al extremo inferior de la sección (fila última) tendrá la deformación de tensión y la parte de la sección superior resistirá la carga por la compresión en el hormigón. Para determinar que va a ocurrir primero, el fallo de la armadura en tensión o el fallo del hormigón se van a definir dos residuales de axil



**Figura 50: Fallo de la sección por la curvatura positiva**

Refiriéndose a la Figura 50, la condición del fallo de la armadura es igual a  $\varepsilon_{xx}(\delta_{v\delta}) = \varepsilon_{su}$ , a partir de que se puede definir la posición de la fibra neutra como:

$$\frac{\varepsilon_{su}}{\kappa_{u,p}} = \delta_{v\delta} - z_{u,p} \quad \Rightarrow \quad z_{u,p}(\kappa) = \delta_{v\delta} - \frac{\varepsilon_{su}}{\kappa}$$

A partir de la condición del fallo de hormigón a compresión que se puede expresar como  $\varepsilon_{xx}\left(h - \frac{h-d_c}{2}\right) = \varepsilon_{cu}$ , se puede definir la posición de la fibra neutra por la expresión siguiente:

$$\frac{-\varepsilon_{cu}}{\kappa_{u,p}} = z_{u,p} - \frac{h-d_c}{2} \quad \Rightarrow \quad z_{u,n}(\kappa) = \frac{h-d_c}{2} - \frac{\varepsilon_{cu}}{\kappa}$$

Así se pueden definir el residual de axil correspondiente al fallo de la armadura a tensión y residual de axil correspondiente al fallo del hormigón a compresión:



$$R_{N,s} [z_{fn}(\kappa), \kappa, N_{Sd}] = R_N \left( \delta_{v\delta} - \frac{\varepsilon_{su}}{\kappa}, \kappa, N_{Sd} \right)$$

$$R_{N,c} [z_{fn}(\kappa), \kappa, N_{Sd}] = R_N \left( \frac{h-d_c}{2} - \frac{\varepsilon_{cu}}{\kappa}, \kappa, N_{Sd} \right)$$

En la Figura 49 se muestran los dos residuales de axil y se puede notar que y en este caso el fallo de la sección ocurrirá por el fallo del hormigón y que el residual de axil correspondiente toma el valor nulo para la curvatura:

$$\kappa_{u,p} = 0.184944 \text{ rad/m}$$

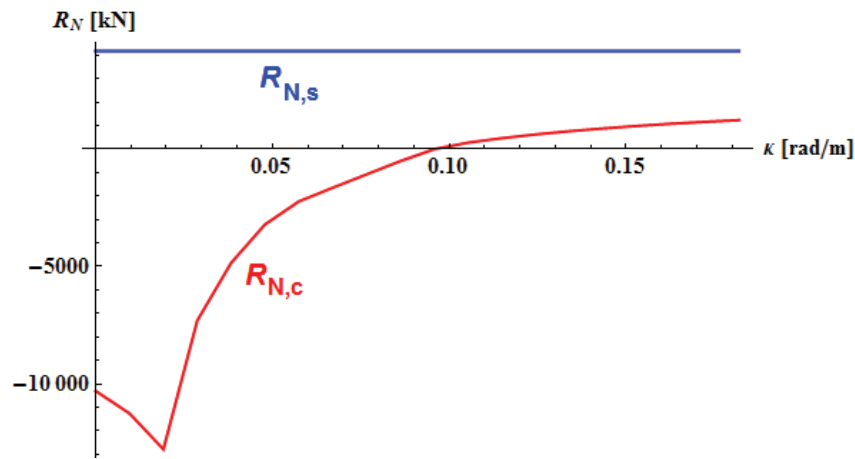


Figura 51: Residuales de axil en el estado de fallo por la curvatura positiva

La posición de la fibra neutra correspondiente entonces será:

$$z_{u,p}(\kappa_{u,p}) = \frac{h-d_c}{2} - \frac{\varepsilon_{cu}}{\kappa} = \frac{0.55-0.462}{2} - \frac{-0.0157471}{0.184944} = 0.1291 \text{ m}$$

Con la curvatura de la sección considerada  $\kappa_{u,p} = 0.184944 \text{ rad/m}$  y la posición de fibra neutra  $z_{u,p} = 0.1291 \text{ m}$ , la fibra extrema del núcleo confinado experimentará la deformación compresiva máxima y al mismo tiempo la condición del equilibrio de fuerzas en la dirección longitudinal será satisfecha.

Ahora se puede determinar el momento flector correspondiente, que se va a llamar el momento flector último negativo:

$$M_{u,p} = M_{Sd}(z_{u,p}, \kappa_{u,p}, N_{Sd}) = 467.203 \text{ kNm}$$

#### 4.5.4. Curvatura última en las vigas

Como ya se ha mencionado anteriormente, en caso de las vigas el hormigón está agotado cuando la fibra extrema de la sección alcanza la deformación de astillamiento  $\varepsilon_{c,sp}$ . En este apartado se va a definir la curvatura última en las vigas, en el sentido positivo y en el sentido negativo.

Para hacer los cálculos se va a suponer el canto de la viga de  $h = 40$  cm, el ancho de  $b = 25$  cm y el ancho eficaz de  $b_{eff} = 76$  cm. El espesor del forjado es igual a  $h_s = 8$  cm y el recubrimiento de hormigón vale  $c = 2$  cm. La armadura longitudinal consiste en dos filas por 5  $\varnothing 16$  mm y la armadura transversal en los estribos  $\varnothing 8$  mm a distancia de 10 cm. La sección transversal de la viga de ejemplo se muestra en la Figura 52.

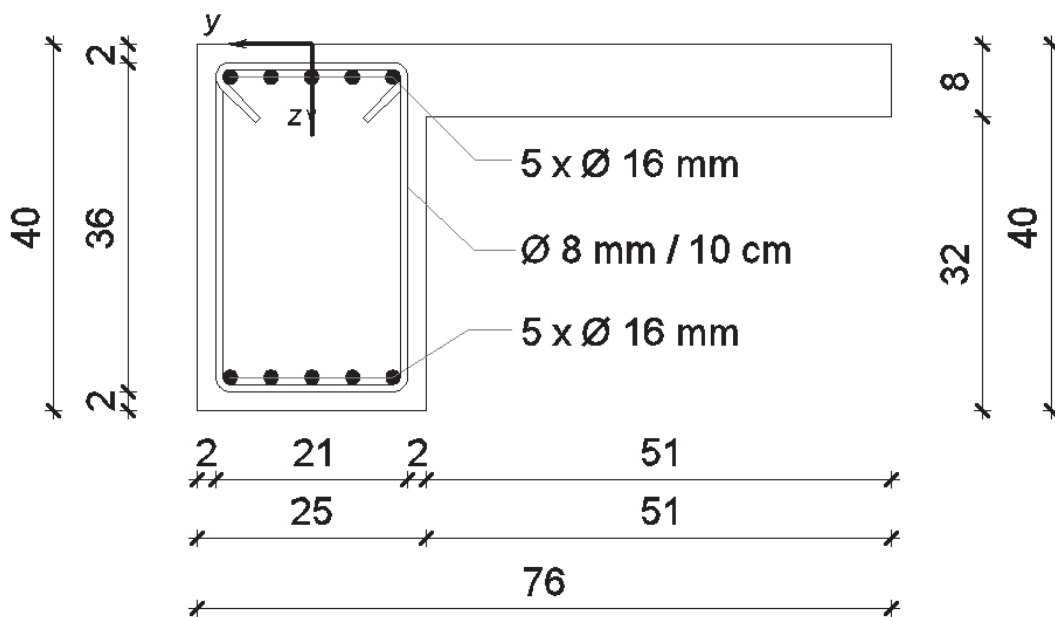


Figura 52: Sección transversal de la viga de ejemplo

#### 4.5.4.1. Curvatura última negativa

En el caso de la curvatura negativa, la fila superior de las barras longitudinales experimentará la deformación de tensión y la parte de la sección inferior resistirá la carga por la compresión en el alma. Para determinar si primero va a fallar la armadura a tensión o el hormigón a compresión, otra vez se van a definir dos residuales de axil

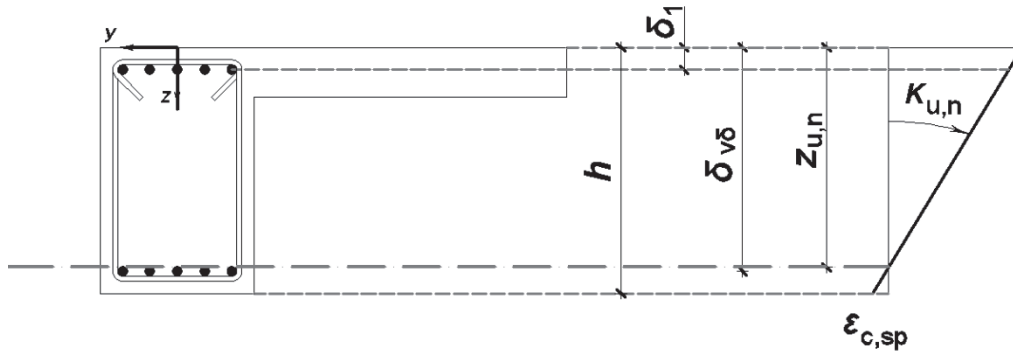


Figura 53: Fallo de la sección de viga por la curvatura negativa

Refiriéndose a la Figura 53, la condición del fallo de la armadura es igual a  $\varepsilon_{xx}(\delta_1) = \varepsilon_{su}$ , a partir de que se puede definir la posición de la fibra neutra como:

$$\frac{\varepsilon_{su}}{-\kappa_{u,n}} = z_{u,n} - \delta_1 \quad \Rightarrow \quad z_{u,n}(\kappa) = \delta_1 - \frac{\varepsilon_{su}}{\kappa}$$

A partir de la condición del fallo de hormigón a compresión que se puede expresar como  $\varepsilon_{xx}(h) = \varepsilon_{c,sp}$ , se puede definir la posición de la fibra neutra por la expresión siguiente:

$$\frac{\varepsilon_{c,sp}}{\kappa_{u,n}} = h - z_{u,n} \quad \Rightarrow \quad z_{u,n}(\kappa) = h - \frac{\varepsilon_{c,sp}}{\kappa}$$

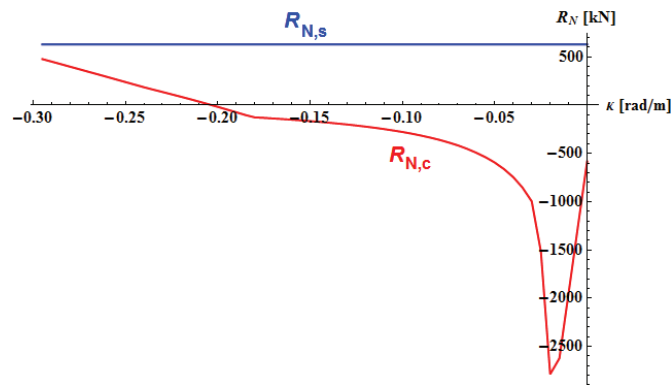
Así se pueden definir el residual de axil correspondiente al fallo de la armadura a tensión y residual de axil correspondiente al fallo del hormigón a compresión:

$$R_{N,s} [z_{fn}(\kappa), \kappa] = R_N \left( \delta_1 - \frac{\varepsilon_{su}}{\kappa}, \kappa \right)$$

$$R_{N,c} [z_{fn}(\kappa), \kappa] = R_N \left( h - \frac{\varepsilon_{c,sp}}{\kappa}, \kappa \right)$$

En la Figura 54 se muestran los dos residuales de axil y se puede notar que el fallo de la sección ocurrirá por el fallo del hormigón y que el residual de axil correspondiente toma el valor nulo para la curvatura:

$$\kappa_{u,n} = -0.203225 \text{ rad/m}$$



**Figura 54: Residuales de axil en el estado de fallo por la curvatura negativa en la sección de viga**

La posición de la fibra neutra correspondiente entonces será:

$$z_{u,n}(\kappa_{u,n}) = h - \frac{\varepsilon_{c,sp}}{\kappa} = 0.40 - \frac{-8.66567 \cdot 10^{-3}}{-0.203225} = 0.3574 \text{ m}$$

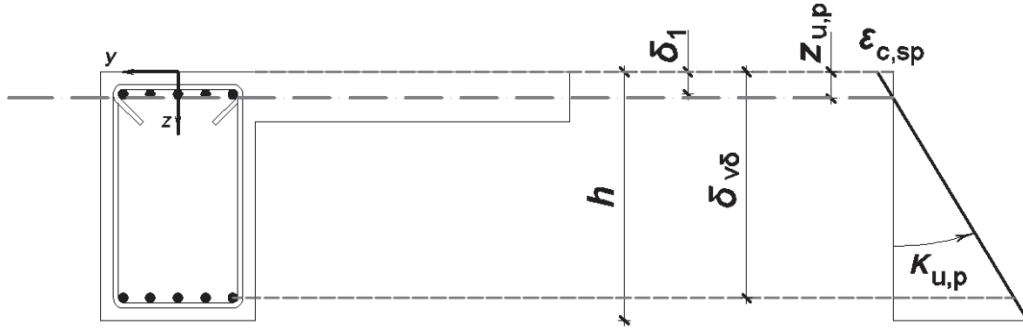
Con la curvatura de la sección considerada  $\kappa_{u,n} = -0.203225 \text{ rad/m}$  y la posición de fibra neutra  $z_{u,n} = 0.3574 \text{ m}$ , la fibra inferior de la sección experimentará la deformación de astillamiento y al mismo tiempo la condición del equilibrio de fuerzas en la dirección longitudinal será satisfecha.

Ahora se puede determinar el momento flector correspondiente, que se va a llamar el momento flector último negativo:

$$M_{u,n} = M_{sd}(z_{u,n}, \kappa_{u,n}) = -104.254 \text{ kNm}$$

#### 4.5.4.2. Curvatura última positiva

En el caso de la curvatura negativa, la fila inferior de las barras longitudinales experimentará la deformación de tensión y la parte de la sección inferior resistirá la carga por la compresión en el ala. Para determinar si primero va a fallar la armadura a tensión o el hormigón a compresión, se van a definir dos residuales de axil



**Figura 55: Fallo de la sección de viga por la curvatura positiva**

Refiriéndose a la Figura 55, la condición del fallo de la armadura es igual a  $\epsilon_{xx}(\delta_{v\delta}) = \epsilon_{su}$ , a partir de que se puede definir la posición de la fibra neutra como:

$$\frac{\epsilon_{su}}{\kappa_{u,p}} = \delta_{v\delta} - z_{u,p} \quad \Rightarrow \quad z_{u,p}(\kappa) = \delta_{v\delta} - \frac{\epsilon_{su}}{\kappa}$$

A partir de la condición del fallo de hormigón a compresión que se puede expresar como  $\epsilon_{xx}(0) = \epsilon_{c,sp}$ , se puede definir la posición de la fibra neutra por la expresión siguiente:

$$\frac{-\epsilon_{c,sp}}{\kappa_{u,p}} = z_{u,p} \quad \Rightarrow \quad z_{u,p}(\kappa) = -\frac{\epsilon_{c,sp}}{\kappa}$$

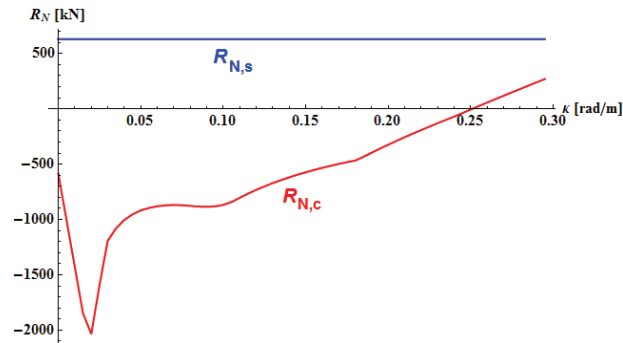
Así se pueden definir el residual de axil correspondiente al fallo de la armadura a tensión y residual de axil correspondiente al fallo del hormigón a compresión:

$$R_{N,s} [z_{fn}(\kappa), \kappa] = R_N \left( \delta_{v\delta} - \frac{\epsilon_{su}}{\kappa}, \kappa \right)$$

$$R_{N,c} [z_{fn}(\kappa), \kappa] = R_N \left( -\frac{\epsilon_{c,sp}}{\kappa}, \kappa \right)$$

En la Figura 56 se muestran los dos residuales de axil y se puede notar que el fallo de la sección ocurrirá por el fallo del hormigón y que el residual de axil correspondiente toma el valor nulo para la curvatura:

$$\kappa_{u,p} = 0.250725 \text{ rad/m}$$



**Figura 56: Residuales de axil en el estado de fallo por la curvatura positiva en la sección de viga**

La posición de la fibra neutra correspondiente entonces será:

$$z_{u,p}(\kappa_{u,p}) = -\frac{\varepsilon_{c,sp}}{\kappa} = -\frac{-8.66567 \cdot 10^{-3}}{0.250725} = 0.0346 \text{ m}$$

Con la curvatura de la sección considerada  $\kappa_{u,p} = 0.250725 \text{ rad/m}$  y la posición de fibra neutra  $z_{u,p} = 0.0346 \text{ m}$ , la fibra superior de la sección experimentará la deformación de astillamiento y al mismo tiempo la condición del equilibrio de fuerzas en la dirección longitudinal será satisfecha.

Ahora se puede determinar el momento flector correspondiente, que se va a llamar el momento flector último positivo:

$$M_{u,p} = M_{Sd}(z_{u,p}, \kappa_{u,p}) = 108.74 \text{ kNm}$$

Se puede notar que el momento flector último positivo es mayor que el momento flector último negativo lo que es resultado de la asimetría de la sección. Por ejemplo, cuando el momento flector actúa en el sentido positivo, la sección resiste la compresión por el ala de la viga que tiene una anchura mayor que el alma. Pero, cuando el momento flector actúa en el sentido negativo la sección resiste la compresión por el alma de la viga que tiene una anchura menor que el ala.



## 5. MODELIZACIÓN DE LA ESTRUCTURA

### 5.1. Definición del modelo

Para hacer los cálculos no lineales, tanto dinámicos como estáticos, se usó el programa IDARC2D Versión 7.0 que es un programa desarrollado por la Universidad de Buffalo para determinar los daños sísmicos en estructuras [10].

En todos los cálculos se consideraron los efectos de segundo orden.

Cada una de las estructuras en consideración se modelizó por un modelo de pórtico plano en el que se presumió que los nudos fueran infinitamente rígidos. También se asumió que la resistencia de los nudos fuera mucho mayor que la resistencia de los elementos estructurales.

Se supuso también que las deformaciones plásticas están concentradas en los extremos de la pieza estructural, es decir que se formarían las rótulas plásticas en los extremos de elementos.

Antes del análisis no lineal bajo las cargas horizontales, se hizo el análisis no lineal bajo las cargas verticales para determinar en qué nivel la estructura se dañara por las cargas gravitatorias. Las cargas gravitatorias se introducen como la carga repartida constante a lo largo de la viga, por lo cual la distribución de los momentos flectores, a lo largo de la parte elástica de la viga, tuviera la forma de la parábola de segundo orden. Debido a que el programa hace los cálculos utilizando los elementos finitos de viga de Bernoulli, cada viga de pórtico se dividió en seis elementos finitos para poder captar la distribución del momento flector. Como no hay ninguna carga repartida actuando en los soportes, ellos se modelizaron utilizando un solo elemento finito, cual es suficiente para representar la distribución lineal del momento flector.

Además, por simplicidad, se presumió que no existe la degradación de la rigidez ni de la resistencia, y que la relación histerética de una pieza estructural es igual a la relación momento-curvatura obtenida bajo la carga monofónica quasi-estática.

Como se mostró en el Apartado 4.4, la relación momento-curvatura depende del nivel de axil en la pieza estructural, cual depende también de las cargas horizontales y en el caso de sismo cambia en tiempo. Pero el programa IDARC supone el nivel de axil

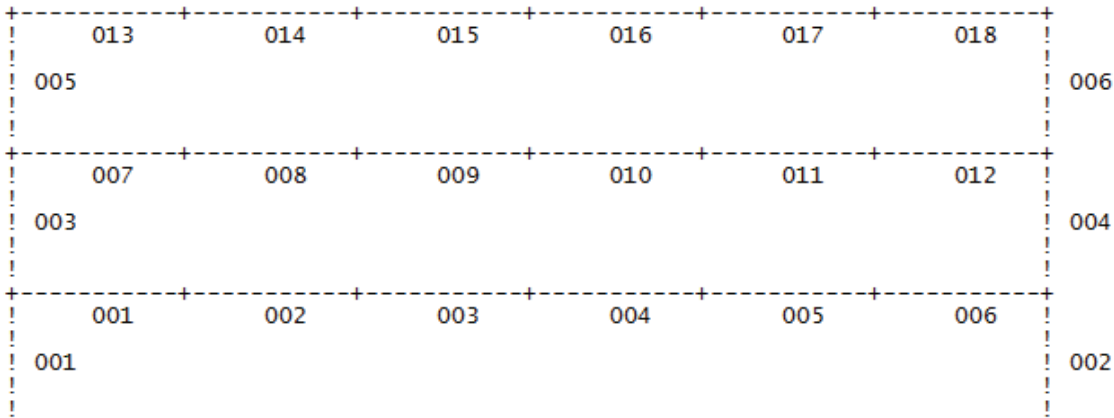


constante por lo cual como el nivel de axil se tomó el valor correspondiente a la hipótesis de carga que toma todas las cargas permanentes y un medio de la sobre carga como ya se ha explicado en el Apartado 0.

En el análisis dinámico se supuso que las masas estaban concentradas en los niveles de plantas y se presumió el amortiguamiento de Rayleigh.

La forma de modelo de elementos finitos, definido en el IDARC, se puede observar en la Figura 57.

ELEVATION OF FRAME NO. 1



NOTATION:

- = BEAM
  - ! = COLUMN
  - W = SHEAR WALL
  - I = EDGE COLUMN
- NUMBERS INDICATE ELEMENT TYPES  
 COLUMN TYPE NUMBERS ON RIGHT  
 SHEAR WALL NUMBERS ON LEFT, AND  
 EDGE COLUMN NUMBERS BELOW COLUMN TYPES

Figura 57: Modelo de la estructura de tres plantas

## 5.2. Definición de la carga sísmica

### 5.2.1. Terremotos de cálculo

Con fin de evaluar la distribución del daño sísmico en las estructuras consideradas se eligieron siete terremotos históricos con una variedad en la duración y el contenido de frecuencias. Todos los acelerogramas usados se registraron en el suelo blando y sus características se presentarán en continuación.

#### 5.2.1.1. Terremoto D1

Acelerograma del terremoto D1 que ocurrió el 17 de mayo 1976 en Moscú, Rusia se muestra en la Figura 58. El terremoto tuvo una duración de 13.44 segundos y la aceleración máxima fue 0.598 g, siendo  $g = 9.807 \text{ m/s}^2$  la aceleración de gravedad.

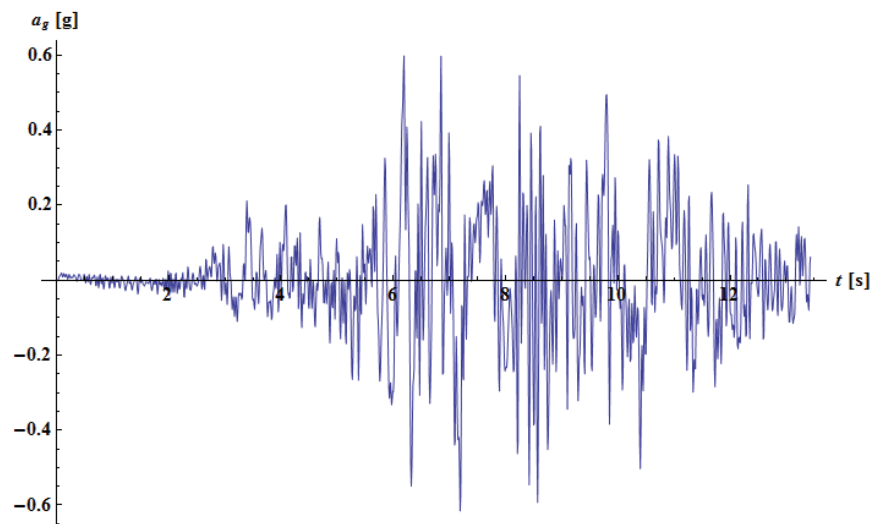


Figura 58: Acelerograma del terremoto D1

### 5.2.1.2. Terremoto D2

Otro registro del mismo terremoto de Moscú de 1976, que tuvo la duración de 13.02 segundos, se denominó Terremoto D2. Su aceleración máxima fue 0.610 g como se puede ver en la Figura 59.

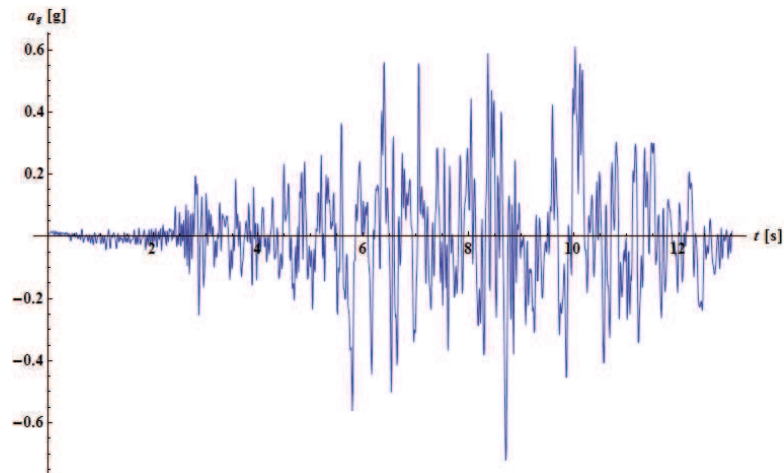


Figura 59: Acelerograma del terremoto D2

### 5.2.1.3. Terremoto D3

Los restos de los terremotos usados tuvieron lugar el 13 de agosto de 1981 en Belgrado, Yugoslavia. El registro que se llamara Terremoto D3 duraba 13.521 segundos, tuvo la aceleración máxima 0.221 g, y se puede observar en la Figura 60.

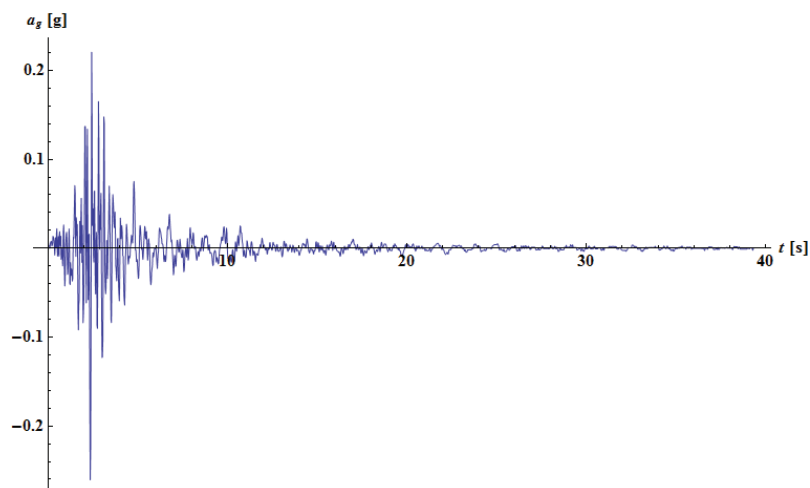


Figura 60: Acelerograma del terremoto D3

#### 5.2.1.4. Terremoto D4

El Terremoto D4 duraba 37.001 segundos y tuvo la aceleración máxima 0.362 g. Su registro se muestra en la Figura 61.

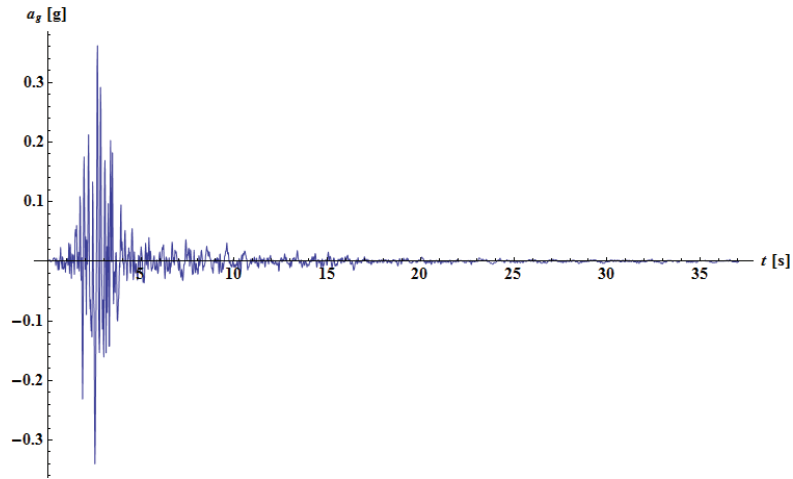


Figura 61: Acelerograma del terremoto D4

#### 5.2.1.5. Terremoto D5

El Terremoto D5, que se muestra en la Figura 62, fue registrado en la misma estación como el Terremoto D4, pero representa la otra componente horizontal del mismo terremoto. Por eso tuvo la misma duración de 37.001 segundos, pero tuvo la aceleración máxima 0.175 g.

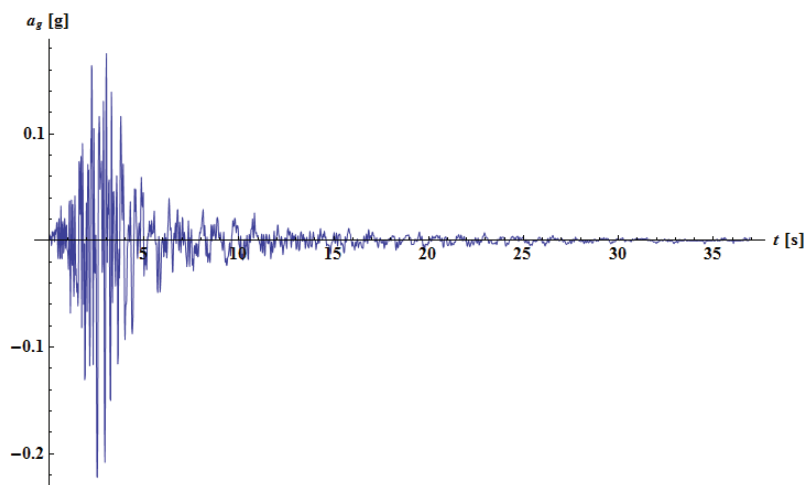


Figura 62: Acelerograma del terremoto D5

### 5.2.1.6. Terremoto D6

Los Terremotos D6 y D7 también fueron registrados en la misma estación y tuvieron la misma duración de 32.301 segundos. El Terremoto 6, cual se puede observar en la Figura 63, tuvo la aceleración máxima de 0.443 g.

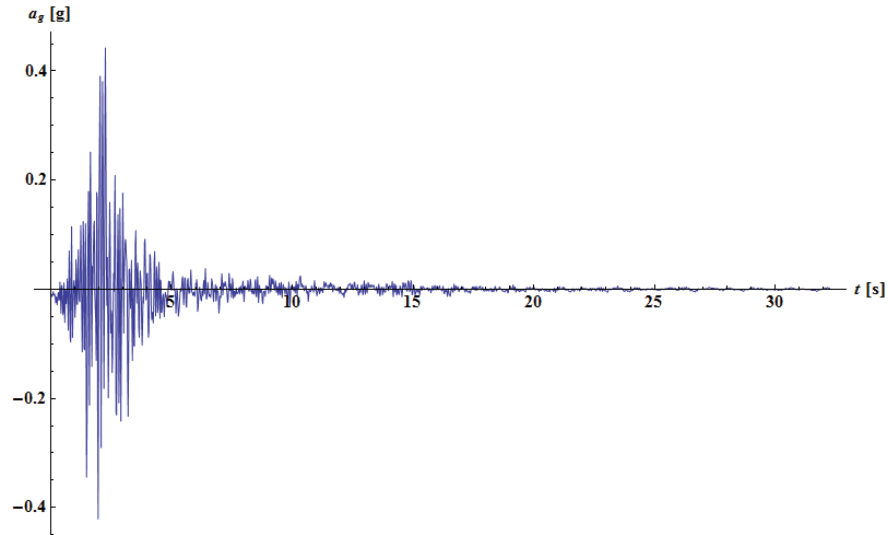


Figura 63: Acelerograma del terremoto D6

### 5.2.1.7. Terremoto D7

Y el Terremoto 7, cuyo registro se muestra en la Figura 64, tuvo la aceleración máxima de 0.310 g.

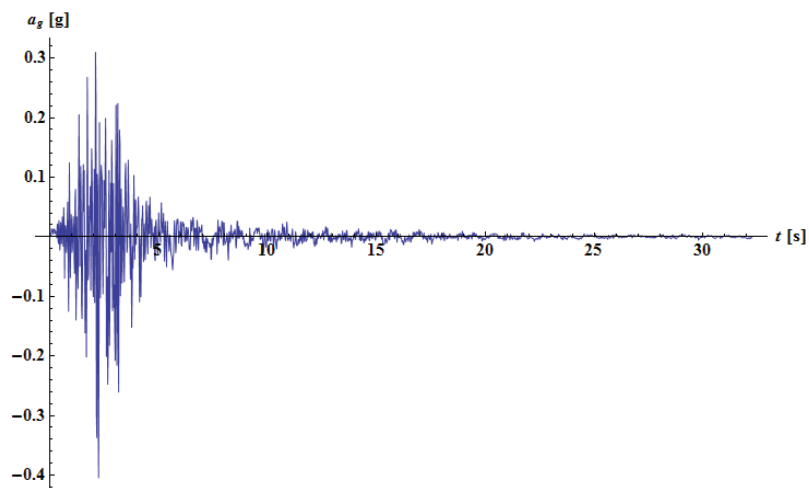


Figura 64: Acelerograma del terremoto D7

### 5.2.1.8. Resumen de los terremotos de cálculo

En la Tabla 16 se resumen las características de los terremotos de cálculo presentados en los apartados anteriores.

**Tabla 16: Resumen de los terremotos de cálculo**

TERREMOTO	FECHA	SITIO	DURACIÓN (s)	ACELERACIÓN MÁXIMA
D1	17.05.1976.	Moscú, Rusia	13.440	0.598 g
D2	17.05.1976.	Moscú, Rusia	13.020	0.610 g
D3	13.08.1981.	Belgrado, Serbia	39.521	0.221 g
D4	13.08.1981.	Belgrado, Serbia	37.001	0.362 g
D5	13.08.1981.	Belgrado, Serbia	37.001	0.175 g
D6	13.08.1981.	Belgrado, Serbia	32.301	0.443 g
D7	13.08.1981.	Belgrado, Serbia	32.301	0.310 g

### 5.2.2. Escalado de los acelerogramas

Para poder comparar el daño sísmico producido en las estructuras consideradas, las acelerogramas de los terremotos históricos se escalaron de manera que el input de energía de un terremoto correspondía al input de energía de los terremotos esperados para la zona de Granada, España. Según [11] el input de energía para zona de Granada, expresado en los términos de la pseudo velocidad equivalente  $v_E = 112.78$  cm/s para los suelos blandos. La norma sísmica española NCSE-02 [1] define el suelo blando como el suelo de tipo IV.

Para cada estructura se definió el otro coeficiente de escala para que el input de energía correspondiera al input de energía de los terremotos esperados.

## **6. VALIDACIÓN DE QUE SE FORME EL MECANISMO DE COLAPSO “VIGA DÉBIL-COLUMNA FUERTE” EN LOS PÓRTICOS CONVENCIONALES**

### **6.1. Análisis pushover**

En el Apartado 2.7 se hizo un cálculo simplificado de todos los tres pórticos convencionales con fin de proporcionar a los soportes la resistencia necesaria para que, bajo acción lateral, se forme el mecanismo de fallo de tipo “viga débil - columna fuerte”. Una vez teniendo el modelo de la estructura es posible hacer un análisis pushover para verificar si el mecanismo de fallo supuesto se va a formar o no.

El análisis pushover es un análisis estático no lineal iterativo en el que la estructura se somete a un conjunto determinado de las fuerzas laterales aplicadas en el nivel de cada planta. Gradualmente la carga lateral aumenta, la estructura sufre el daño y su rigidez lateral disminuye. En un momento la capacidad de la estructura a resistir la carga horizontal será agotada y el colapso de estructura ocurrirá, lo que representa el final del análisis.

Durante el análisis se registra la fuerza cortante de la planta baja, a la que se denomina cortante basal, y el desplazamiento horizontal del techo. La relación entre los dos se puede representar en forma de una curva que se llama la curva de capacidad. En el caso de que se forma el mecanismo de fallo “viga débil - columna fuerte”, en el momento justo antes del colapso se formarían las rotulas plásticas en ambos extremos de todas las vigas y en los arranques de los soportes de planta baja, es decir la estructura se convertiría en un mecanismo cinemático. Como un mecanismo cinemático no tiene ninguna rigidez a acción lateral, el pendiente de la curva de capacidad, justo antes del colapso, sería horizontal.

Para hacer el análisis pushover hay que suponer una distribución de las fuerzas horizontales a lo largo de la altura del edificio. A partir de unas distribuciones propuestas en la literatura [12], se escogió la distribución triangular inversa que considera que la estructura está sometida a la distribución lineal de aceleraciones a lo largo de la altura del edificio. La planta última experimenta la aceleración máxima.

Como, en el caso de la distribución triangular inversa, la aceleración de una planta determinada es proporcional a la altura de la planta, la distribución de las fuerzas inerciales está definida como [10]:

$$F_i = \frac{W_i \cdot H_i}{\sum_{j=1}^{n_s} (W_j \cdot H_j)} \cdot Q_1$$

siendo  $W_i$  y  $H_i$  el peso y la altura de la planta respectivamente, y  $Q_1$  el cortante basal del edificio.

De todas las distribuciones posibles de las fuerzas laterales se aplicó la distribución triangular inversa porque, aunque es bastante sencilla para aplicar, en general representa suficientemente bien las fuerzas inerciales que experimenta la estructura porticada vibrando en su modo fundamental.

## 6.2. Pórtico convencional de tres plantas

Se llevó a cabo el análisis pushover para el pórtico convencional de tres plantas y la curva de capacidad obtenida se puede observar en la Figura 65. En la misma figura se puede notar la disminución gradual de la rigidez de estructura, representada por el pendiente de la curva de capacidad, hasta su valor nulo en el momento de colapso.

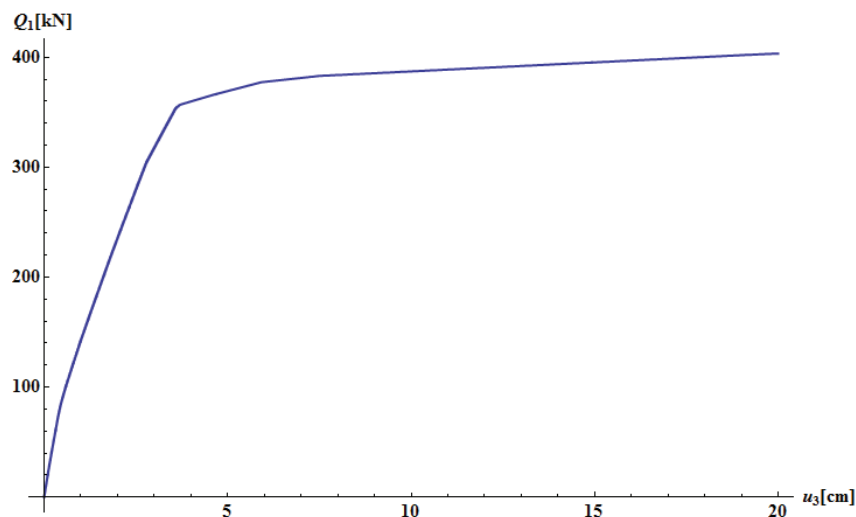


Figura 65: Curva de capacidad del pórtico convencional de tres plantas



Por análisis pushover también se verificó que el mecanismo de colapso de la estructura será de tipo “viga débil - columna fuerte” como se muestra en la Figura 66.

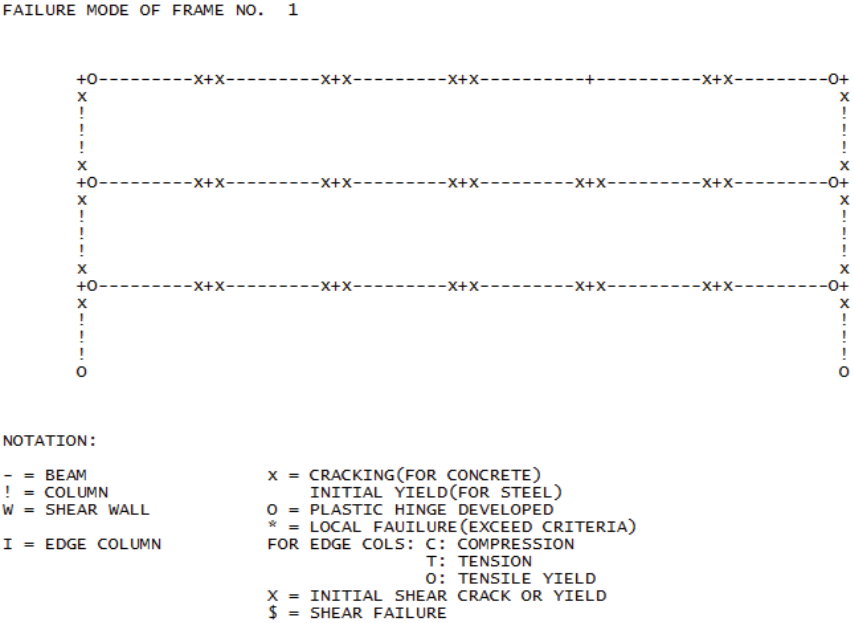


Figura 66: Mecanismo de colapso del pórtico convencional de tres plantas

### 6.3. Pórtico convencional de seis plantas

Realizando el análisis pushover para el pórtico convencional de seis plantas se obtuvo la curva de capacidad mostrada en la Figura 67. También el pendiente de la curva de capacidad es horizontal en el momento de colapso.

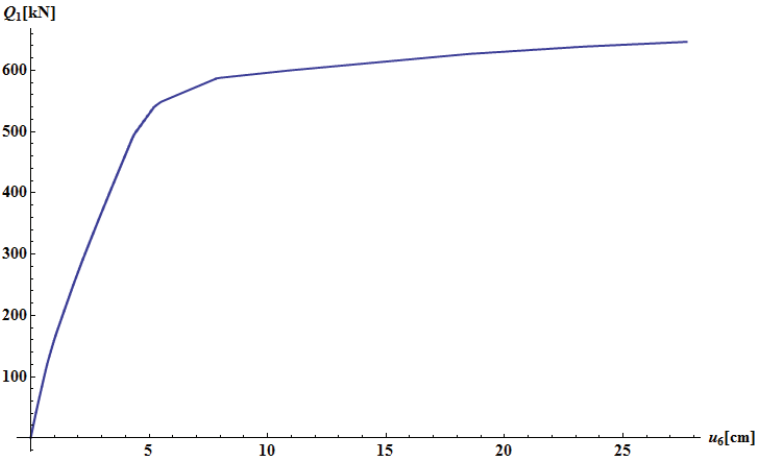


Figura 67: Curva de capacidad del pórtico convencional de seis plantas

Por análisis pushover también se verificó que el mecanismo de colapso de la estructura será de tipo “viga débil - columna fuerte” como se muestra en la Figura 66.

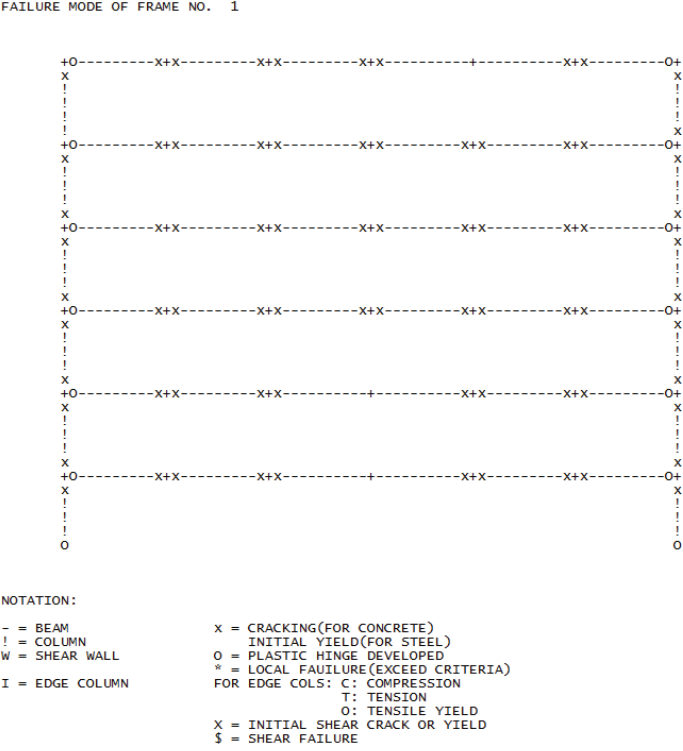


Figura 68: Mecanismo de colapso del pórtico convencional de seis plantas

6.4. Pórtico convencional de nueve plantas

La curva de capacidad del pórtico de nueve plantas se muestra en la Figura 69.

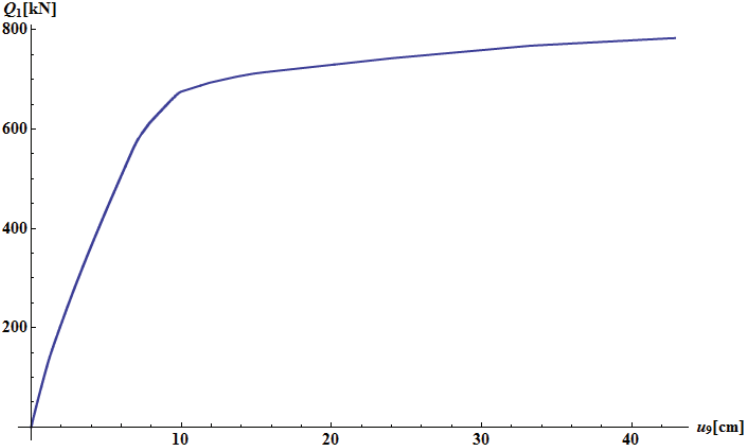


Figura 69: Curva de capacidad del pórtico convencional de nueve plantas

Asimismo se verificó que el mecanismo de colapso de la estructura será de tipo “viga débil - columna fuerte” como se muestra en la Figura 70.

FAILURE MODE OF FRAME NO. 1

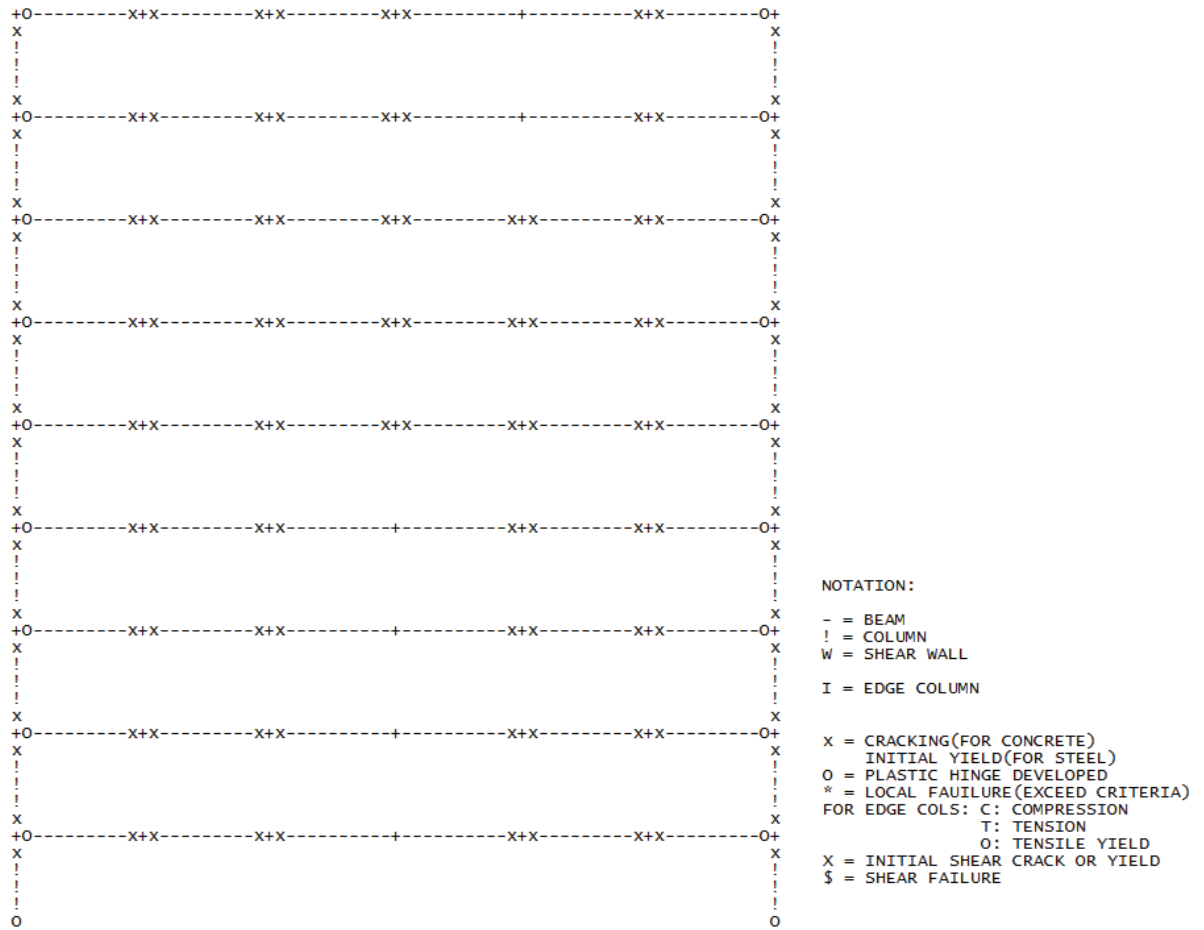


Figura 70: Mecanismo de colapso del pórtico convencional de nueve plantas

## 7. ESTIMACIÓN DEL DAÑO PRODUCIDO POR TERREMOTOS

### 7.1. Proyecto sismorresistente basado en balance de energía

La filosofía del proyecto sismorresistente convencional consiste en añadir resistencia lateral a estructuras dimensionadas para soportar las cargas gravitatorias. La acción del sismo se representa por las fuerzas laterales estáticas equivalentes como se hizo dimensionando las estructuras convencionales en el Apartado 2.2.

En los principios del proyecto sismorresistente convencional se suponía que la estructura permaneciera elástica bajo acción sísmica y la resistencia lateral adicional requerida generalmente fue excesiva. Después, por las razones económicas, para las estructuras dúctiles se permitió un nivel de la plastificación de los elementos estructurales. El efecto de la plastificación se tomaba en cuenta por el factor de ductilidad  $\mu$ . Pero el proyecto sismorresistente convencional, no es capaz de cuantificar el daño producido por terremoto.

Si se pretende cuantificar el daño y conocer la forma de colapso de la estructura bajo la acción sísmica, hay que resolver las ecuaciones del movimiento del sistema dinámico de múltiples grados de libertad:

$$[M] \cdot \{u(t)\} + \{f_D(t)\} + \{f_s(t)\} = -[M] \cdot \{\ddot{u}_g(t)\}$$

Como la solución de las ecuaciones de movimiento se obtienen los desplazamientos y las fuerzas restauradoras en la estructura en cada momento del tiempo. A partir de la historia de desplazamientos o fuerza restauradora no es posible evaluar fácilmente el daño que se produciría en la estructura bajo la carga sísmica.

Una manera efectiva de sintetizar los resultados y entender el colapso consiste en multiplicar los miembros de la ecuación de movimiento por el incremento diferencial de desplazamiento e integrar durante el tiempo de duración del terremoto. Así se obtiene una ecuación que expresa el balance energético de la estructura:

$$\int_0^{t_0} [m \cdot u(t) \cdot \dot{u}(t)] \cdot dt + \int_0^{t_0} [f_D(t) \cdot \dot{u}(t)] \cdot dt + \int_0^{t_0} [f_s(t) \cdot \dot{u}(t)] \cdot dt = - \int_0^{t_0} [m \cdot \ddot{u}_g(t) \cdot \dot{u}(t)] \cdot dt$$
$$W_e + W_p + W_h = E$$

siendo  $W_e$  la energía de vibración elástica,  $W_p$  la energía de deformación plástica acumulada,  $W_h$  la energía disipada por el amortiguamiento y  $E$  el input de energía total introducida por el terremoto.

La energía disipada por el amortiguamiento y la energía de vibración elástica normalmente son mucho menores que la energía de la deformación plástica acumulada y por eso, en el proyecto sismorresistente, se suelen despreciar. En otras palabras se supone que toda la energía introducida por el terremoto se disipa por la deformación plástica en los elementos estructurales:

$$W_e + W_p + W_h \approx W_p = E$$

La energía que introduce el terremoto en la estructura es una cantidad muy estable que depende sólo del periodo fundamental de vibración y de la masa total de la estructura [13]. Si la cantidad total de energía introducida por el terremoto es una cantidad estable, queda determinar cómo se reparte entre los diferentes elementos que constituyen la estructura.

A diferencia de la energía de deformación elástica que desaparece cuando se elimina la carga, la deformación plástica permanece en la estructura y se va acumulando monótonamente. La energía de deformación plástica acumulada en la estructura representa el daño de la estructura y es igual a la suma de los daños estructurales en todos los elementos de la estructura [14].

El daño estructural se puede representar por el ratio de deformación plástica acumulada adimensional:

$$\eta = \frac{W_p}{Q_y \cdot \delta_y}$$

siendo  $Q_y$  la fuerza cortante de fluencia,  $\delta_y$  el desplazamiento de fluencia y  $W_p$  la cantidad de energía de deformación plástica acumulada.

Como la energía de deformación plástica acumulada se supone igual al input total de energía introducida por terremoto, el daño total es también una cantidad estable que depende de la masa total de estructura, su periodo fundamental y de las características

del terremoto. Esta cantidad de energía introducida por terremoto se puede repartir entre las varias plantas o se puede concentrar en una sola planta, lo que ocurre en el caso de planta débil. El típico colapso parcial de las estructuras por la acción sísmica es el colapso de una planta causado por la concentración de energía en la misma [13].

La filosofía del proyecto sismorresistente basado en balance energético consiste en repartir el daño producido por el terremoto de manera igual entre los elementos estructurales.

## 7.2. Distribución estándar de daño

La distribución estándar de daño sería aquella correspondiente a un pórtico de varias plantas de cortante, con características de la fuerza restauradora en cada planta del tipo “elástico-perfectamente plástico”, y en la cual el ratio de deformación plástica acumulada  $\eta$  es idéntico en todas las plantas.

Para definir la distribución estándar de daño, hay que definir primero un parámetro al que se denomina constante del muelle equivalente. Constante del muelle equivalente  $k_{eq}$  de un sistema de múltiples masas concentradas se define como la rigidez de un sistema dinámico ficticio de un solo grado de libertad, cuya masa y el periodo fundamental coinciden con los del sistema de múltiples grados de libertad:

$$k_{eq} = \omega_{eq}^2 \cdot M = \left( \frac{2 \cdot \pi}{T_1} \right)^2 \cdot M = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot M}{T_1^2}$$

siendo  $M$  la masa total y  $T_1$  el periodo fundamental del sistema de múltiples grados de libertad.

El ratio entre la rigidez lateral de una planta y la rigidez del muelle equivalente se expresa por el coeficiente siguiente:

$$\chi_i = \frac{k_i}{k_{eq}}$$

Entonces, la cantidad de energía de deformación plástica acumulada en una planta se puede expresar como:

$$\begin{aligned}
 W_{p,i} &= \eta_i \cdot Q_{y,i} \cdot \delta_{y,i} = \frac{\eta_i \cdot Q_{y,i}^2}{k_i} = \frac{\eta_i \cdot \left[ \alpha_i \cdot \sum_{j=i}^{ns} (m_j) \cdot g \right]^2}{\chi_i \cdot k_{eq}} = \frac{\eta_i \cdot \alpha_i^2 \cdot g^2}{\chi_i \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot M}{T_1^2}} \cdot \left[ \sum_{j=i}^{ns} (m_j) \right]^2 = \\
 &= \frac{M \cdot g^2 \cdot T_1^2}{\chi_i \cdot 4 \cdot \pi^2} \cdot \eta_i \cdot \alpha_i^2 \cdot \left[ \frac{\sum_{j=i}^{ns} (m_j)}{M} \right]^2 = \frac{M \cdot g^2 \cdot T_1^2}{4 \cdot \pi^2} \cdot \eta_i \cdot \alpha_i^2 \cdot c_i
 \end{aligned}$$

siendo  $c_i = \frac{1}{\chi_i} \cdot \left[ \frac{\sum_{j=i}^{ns} (m_j)}{M} \right]^2$

El coeficiente  $\alpha_i = \frac{Q_{y,i}}{\sum_{j=i}^{ns} (m_j \cdot g)}$  se llama el coeficiente de cortante y representa el ratio

entre la fuerza cortante de fluencia de una planta determinada y el peso de la estructura por encima de esta planta.

Usando la expresión anterior para  $W_{p,i}$ , la distribución estándar de daño ( $\eta_i = cte. = \eta_0$ ) se puede expresar como:

$$\begin{aligned}
 \frac{W_{p,i}}{W_p} &= \frac{W_{p,i}}{\sum_{j=1}^{ns} (W_{p,j})} = \frac{\frac{M \cdot g^2 \cdot T_1^2}{4 \cdot \pi^2} \cdot \eta_i \cdot \alpha_i^2 \cdot c_i}{\frac{M \cdot g^2 \cdot T_1^2}{4 \cdot \pi^2} \cdot \sum_{j=1}^{ns} (\eta_j \cdot \alpha_j^2 \cdot c_j)} = \frac{\eta_i \cdot \alpha_i^2 \cdot c_i}{\sum_{j=1}^{ns} (\eta_j \cdot \alpha_j^2 \cdot c_j)} = \frac{\eta_0 \cdot \alpha_i^2 \cdot c_i}{\eta_0 \cdot \sum_{j=1}^{ns} (\alpha_j^2 \cdot c_j)} = \\
 &= \frac{\alpha_i^2 \cdot c_i}{\sum_{j=1}^{ns} (\alpha_j^2 \cdot c_j)}
 \end{aligned}$$

La distribución de resistencias laterales correspondiente a la distribución estándar de daño se denomina la distribución óptima del coeficiente de fuerza cortante de fluencia y se denota como:

$$\bar{\alpha}_i = \frac{\alpha_i}{\alpha_1}$$

siendo  $\alpha_1$  el coeficiente de cortante basal.

Finalmente, se puede concluir que la distribución estándar de daño depende de la distribución de masas, de la distribución de la constante de muelle, y de la distribución óptima del coeficiente de fuerza cortante de fluencia [14].

Akiyama comprobó que la magnitud del ratio de deformación plástica acumulada  $\eta$  depende no solo de la distribución de resistencias laterales, sino también del valor absoluto de los  $\alpha_i$  que expresan la resistencia de cada planta de estructura. Generalmente, menor sea el daño  $\eta$  cuanto mayor sea la resistencia  $\bar{\alpha}_i$  [14].

### **7.3. Distribución óptima del coeficiente de fuerza cortante de fluencia**

Con la hipótesis de que el ratio de deformación plástica acumulada  $\eta$  no dependa de la distribución de resistencias laterales, es posible deducir que, en el límite cuando  $\eta$  se acerca a cero, la distribución óptima del coeficiente de fuerza cortante de fluencia coincidiría con la correspondiente a la distribución de cortantes cuando el sistema se mantiene elástico.

Akiyama llevó a cabo numerosos cálculos dinámicos directos de los pórticos de tres a nueve plantas, en las cuales se fueron ajustando la distribución de resistencias laterales de plantas en un proceso iterativo hasta que no se consiguiera que  $\eta$  fuese aproximadamente igual en todas las plantas. Todos los pórticos tenían una distribución constante de masas y el acelerograma aplicado fue el de El Centro (1940). De esta manera, Akiyama obtuvo la distribución óptima del coeficiente de fuerza cortante de fluencia para el terremoto del El Centro:



$$\bar{\alpha}(\xi) = \begin{cases} \xi \leq 0.2 & 1 + 0.5 \cdot \xi \\ \xi > 0.2 & 1 + 1.5927 \cdot \xi - 11.8519 \cdot \xi^2 + 42.5833 \cdot \xi^3 - 59.4827 \cdot \xi^4 + 30.1586 \cdot \xi^5 \end{cases}$$

siendo  $\xi = \frac{i-1}{n_s}$ , donde  $i$  es el número de la planta considerada y  $n_s$  el número total de plantas.

Aunque Akiyama consideró los pórticos de la distribución de masas constante, también comprobó, a través de cálculos dinámicos directos, que la expresión anterior sigue siendo válida mientras que el cociente entre los valores máximo y mínimo de masas sea menor de dos. En todos los seis pórticos considerados en este trabajo, este requisito fue satisfecho.

## 8. DESCOMPOSICIÓN DEL PÓRTICO DE VARIAS PLANTAS EN PÓRTICOS DE PLANTA

### 8.1. Pórtico de planta

En el proyecto sismorresistente basado en el balance de energía, las estructuras están idealizadas con un modelo dinámico del pórtico a cortante con la fuerza restauradora de tipo elástico perfectamente plástico. Las estructuras reales sin embargo son mucho más complejas y con el fin de estimar la fuerza cortante de fluencia, la constante de muelle de cortante y el ratio de deformación plástica acumulada de cada una de las plantas de un pórtico de varias plantas, es conveniente descomponer en pórticos simples de una sola planta a los que se les denominan pórticos de planta [14].

En el momento en que una planta cualquiera de pórtico está a punto de plastificar bajo la acción sísmica, tanto la planta inmediatamente superior como la inmediatamente inferior, se encuentran en una situación tensional muy similar a la de la planta considerada. Las vigas están resistiendo las tensiones inducidas por la fuerza cortante que actúa en la planta inferior a las vigas y por la fuerza cortante que actúa en la planta superior a las vigas. Por lo tanto, se puede suponer que una parte del fuerza cortante y del momento flector que solicitan las vigas se debe a la fuerza cortante actuante en la planta inferior a las vigas y que la otra parte es debida a la fuerza cortante actuante en la planta superior a las vigas. De esta forma, las vigas correspondientes al suelo de la planta se pueden descomponer a los efectos de resistencia y rigidez tal como se indica en la Figura 71.

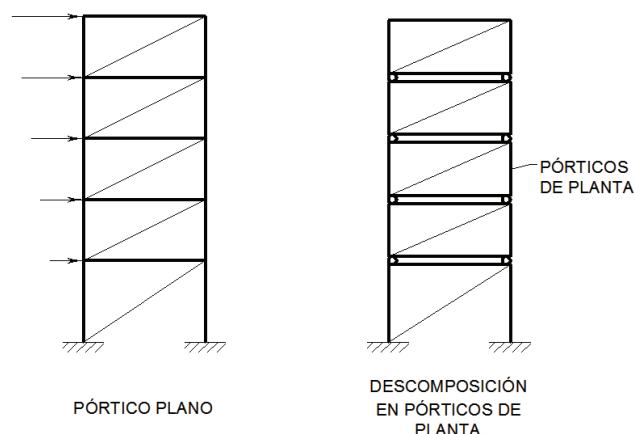
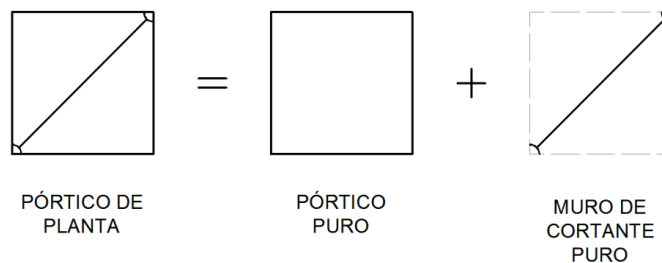


Figura 71: Descomposición del pórtico plano en pórticos de planta

Procediendo de esta manera, el pórtico de varias plantas se descompone en pórticos de una sola planta llamados pórticos de planta. Tal como se indica en la Figura 71, los pórticos de planta se han conectado entre sí mediante uniones articuladas en arranques y cabezas de pilares.

A su vez, tal como ilustra la Figura 72, cada pórtico de planta se puede descomponer en dos partes. Una parte estaría formada por las vigas y pilares, y que se llama el “pórtico puro”, y la otra parte representaría el arriostramiento que pudiera existir en la planta y que se denomina “muro de cortante puro”. La parte que se ha denominado muro a cortante puro se modeliza mediante barras infinitamente rígidas y articuladas en sus extremos.



**Figura 72: Separación entre pórtico puro y muro de cortante puro**

Para descomponer el pórtico de varias plantas en pórticos de planta, primero hay que asumir una distribución de fuerzas cortantes de planta a lo largo de la altura del edificio. Por simplicidad esta distribución se presume proporcional a la distribución de fuerzas cortantes en el final del análisis pushover, que se hizo en el Apartado 6.1.

Puesto que la viga superior de la planta  $j$  está resistiendo el momento flector correspondiente a la fuerza cortante de la planta  $j$  y el momento flector correspondiente a la fuerza cortante de la planta  $j + 1$ , resulta lógico descomponerla mediante un factor que sea el cociente entre estos dos momentos flectores. Si se supone que el punto de momento nulo en el pilar está situado en el medio del mismo, el factor  $d_j$  que permite descomponer las propiedades de la viga superior de la planta  $j$  se define como sigue:

$$d_j = \frac{{}_bM_j}{{}_bM_{j+1}} = \frac{Q_j \cdot H_j}{Q_j \cdot H_j + Q_{j+1} \cdot H_{j+1}}$$

siendo  $H_j$  y  $H_{j+1}$  la altura de la planta  $j$  y de planta  $j+1$  respectivamente.

Así se determinaron los factores  $d_j$  para cada viga y para cada pórtico convencional y los resultados obtenidos se pueden observar en la Tabla 17, la Tabla 18 y en la

Tabla 19.

Tabla 17: Los factores  $d_j$  del pórtico convencional de tres plantas

PLANTA	DISTRIBUCIÓN DE FUERZAS CORTANTES	FACTOR $d$
3	0.3523	1.0000
2	0.7388	0.6771
1	1.0000	0.6435

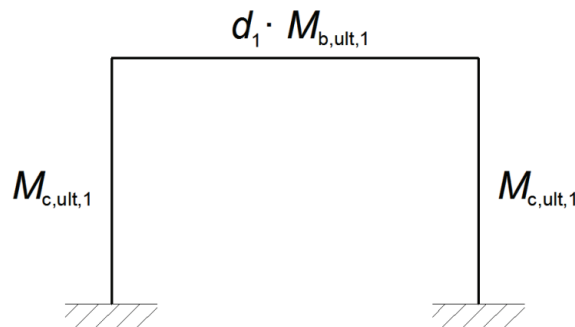
Tabla 18: Los factores  $d_j$  del pórtico convencional de seis plantas

PLANTA	DISTRIBUCIÓN DE FUERZAS CORTANTES	FACTOR $d$
6	0.1818	1.0000
5	0.4076	0.6916
4	0.6084	0.5988
3	0.7838	0.5630
2	0.9211	0.5403
1	1.0000	0.5914

**Tabla 19: Los factores  $d_j$  del pórtico convencional de nueve plantas**

PLANTA	DISTRIBUCIÓN DE FUERZAS CORTANTES	FACTOR $d$
9	0.1191	1.0000
8	0.2841	0.7047
7	0.4397	0.6075
6	0.5829	0.5700
5	0.7082	0.5485
4	0.8149	0.5350
3	0.9014	0.5252
2	0.9664	0.5174
1	1.0000	0.5798

Mediante los factores  $d_j$  se puede repartir la rigidez o la resistencia de una viga de manera que la parte  $d_j$  de la característica mecánica en cuestión pertenezca a la planta  $j$  y la parte restante  $(1-d_j)$  pertenezca a la planta superior  $j + 1$ . La Figura 73 ilustra cómo se descompone la resistencia de vigas de la planta baja.



**Figura 73: Descomposición de resistencia de vigas de la planta baja**

Y en la Figura 74 se puede observar la descomposición de la resistencia de vigas de la cualquiera otra planta.

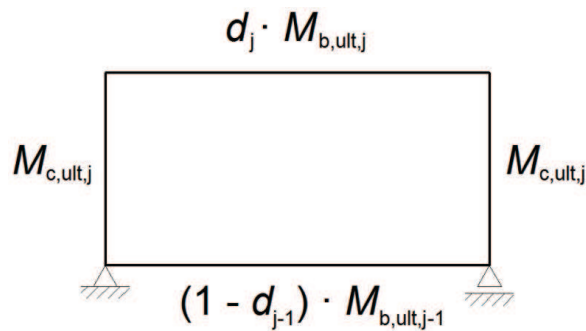


Figura 74: Descomposición de resistencia de vigas de la planta general

De la misma manera se puede descomponer y la rigidez de las vigas.

## 8.2. Pórtico reducido equivalente

De la misma manera como se ha descompuesto el pórtico de varias plantas en los pórticos de una sola planta, se puede también dividir en partes iguales los pilares de cada uno de estos pórticos de planta y descomponerlos a su vez en un conjunto de pórticos simples de un solo vano. Si los elementos estructurales del mismo tipo que componen cada uno de estos pórticos simples son idénticos entre sí, el conjunto de los pórticos simples puede reducirse a su vez a un único pórtico, que se llama pórtico reducido equivalente. Pero como las estructuras en consideración consisten en un solo vano, el pórtico reducido equivalente de cada planta es idéntico al pórtico de planta correspondiente.

## 8.3. Cortante de fluencia de plantas de los pórticos convencionales

Una vez definido el pórtico reducido equivalente es posible determinar la fuerza cortante de fluencia del mismo por un cálculo plástico por capacidad. Se supone que bajo la cortante de fluencia, las vigas y los pilares plastifican solo en sus extremos y además se desprecia la flexibilidad de los mismos. En otras palabras, las vigas y las columnas se modelizan como las barra infinitamente rígidas con las rotulas plasticas en sus extremos. Suponiendo un mecanismo de colapso, a partir del principio del trabajo virtual se determina la fuerza cortante de fluencia

El mecanismo de colapso supuesto para la planta baja se muestra en la Figura 75. Como el momento plástico reducido de vigas  $d_1 \cdot M_{b,ult,1}$  de planta baja es menor que el momento plástico de las columnas  $M_{c,ult,1}$  de la misma planta para todos tres pórticos convencionales considerados, se presume que las rotulas plásticas se van a formar en los extremos de las vigas y en los arranques de los pilares.

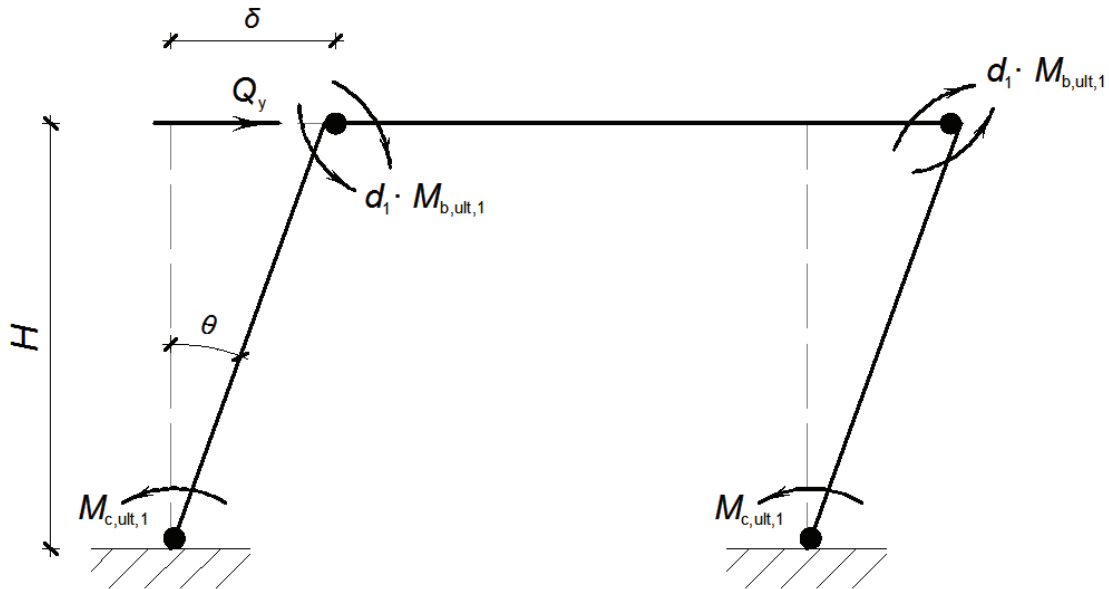


Figura 75: Mecanismo de colapso supuesto para la planta baja

Igualando el trabajo de la fuerza externo  $Q_y$  hecho en el desplazamiento correspondiente con el trabajo de las fuerzas internas hecho en las deformaciones correspondientes, se define la fuerza cortante de fluencia de la planta baja como:

$$Q_y \cdot \delta = 2 \cdot M_{c,ult,1} \cdot \theta + 2 \cdot M_{b,ult,j} \cdot \theta \quad \delta = \theta \cdot H$$

$$Q_y = \frac{2 \cdot (M_{c,ult,1} + M_{b,ult,j})}{H}$$

El mecanismo de colapso supuesto para la planta tipo se muestra en la Figura 76. Como el momento plástico reducido de vigas  $d_j \cdot M_{b,ult,j}$  o  $(1 - d_{j-1}) \cdot M_{b,ult,j-1}$  de planta tipo es menor que el momento plástico de las columnas  $M_{c,ult,j}$  de la planta correspondiente para todos pórticos convencionales, se presume que las rotulas plásticas se van a formar solamente en los extremos de las vigas mientras que los



soportes permanecerán elásticos como se ha supuesto para el mecanismo de fallo “viga débil - columna fuerte”.

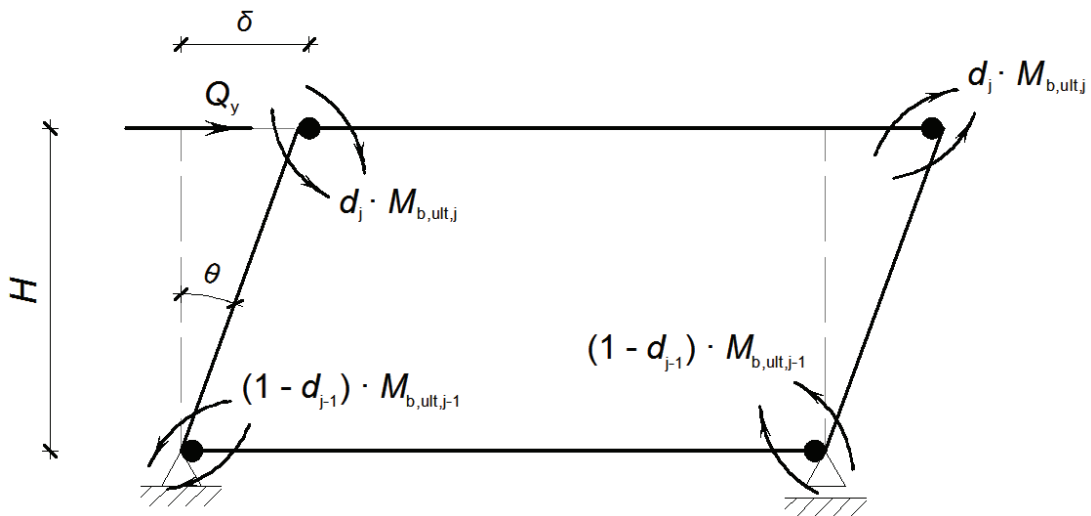


Figura 76: Mecanismo de colapso supuesto para la planta general

Igualando el trabajo de la fuerza externo  $Q_y$  producido en el desplazamiento correspondiente con el trabajo de las fuerzas internas hecho en las deformaciones correspondientes, se define la fuerza cortante de fluencia de la planta general como:

$$Q_y \cdot \delta = 2 \cdot (1 - d_{j-1}) \cdot M_{b,ult,j-1} \cdot \theta + 2 \cdot M_{b,ult,j} \cdot \theta \quad \delta = \theta \cdot H$$

$$Q_y = \frac{2 \cdot [(1 - d_{j-1}) \cdot M_{b,ult,j-1} + M_{b,ult,j}]}{H}$$

Como el momento plástico reducido de vigas de planta última  $d_{n_s} \cdot M_{b,ult,n_s}$  es menor que el momento plástico de las columnas de misma planta  $M_{c,ult,n_s}$  para todos tres pórticos convencionales considerados, la planta última se caracteriza también como la planta general.

#### 8.4. Constante de muelle de plantas de los pórticos convencionales

La constante de muelle, o la rigidez inicial, de una planta se puede determinar a partir de las rigideces elásticas de cada pieza que forma el pórtico reducido equivalente correspondiente a la planta observada, pero en este trabajo se aplicó un enfoque diferente que se va a exponer a continuación.

En el Apartado 4.5 se mostró como se aproximó la relación momento curvatura no lineal con una relación trilineal basado en el modelo de tres parámetros de Park [10]. Las curvaturas características del modelo de tres parámetros son la curvatura de fisuración, la curvatura de fluencia y la curvatura última. Como en este apartado se pretende definir la rigidez de una planta que se puede suponer constante hasta el punto de plastificación, la fisuración de la sección no es de interés especial y por lo tanto se va a despreciar. Así, en este apartado la relación momento curvatura no lineal se aproximó con la relación bilineal como ilustra la Figura 77.

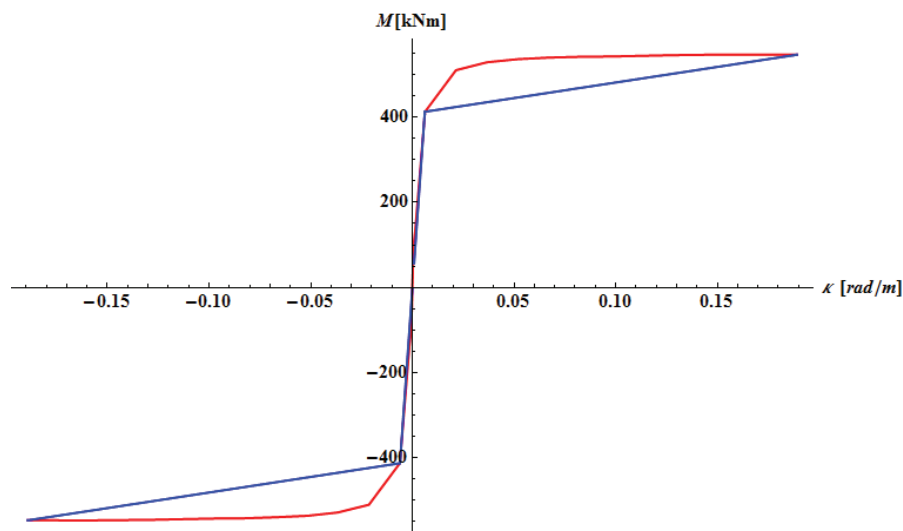


Figura 77: Comparación entre el diagrama no lineal y el diagrama bilineal

Modelizando la relación momento curvatura de las secciones por la relación bilineal se hizo el análisis pushover hasta que no se consiguió el coeficiente de cortante basal de 0.10. El coeficiente de cortante basal elegido es suficientemente pequeño para que ninguna de las piezas de pórtico no plastifique durante el análisis pushover. A partir de las relaciones obtenidas entre la fuerza cortante en una planta determinada y el desplazamiento relativo entre la cabeza y el arranque de los pilares de esta planta, se determinó la rigidez inicial de la planta como ilustra la Figura 78.

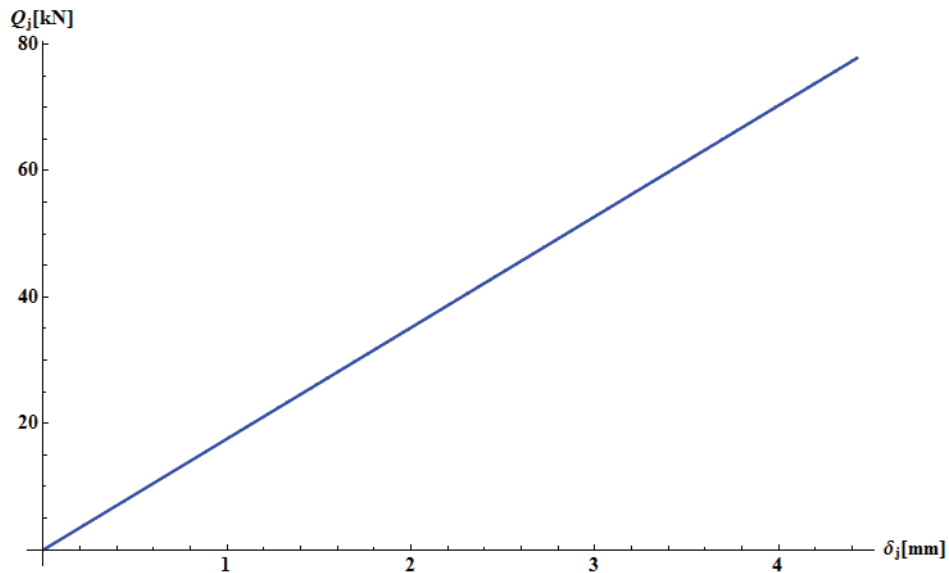


Figura 78: Relación entre la fuerza cortante y el desplazamiento relativo de una planta

### 8.5. Desplazamiento de fluencia de plantas de los pórticos convencionales

El desplazamiento de fluencia de una planta representa el desplazamiento relativo entre la cabeza y el arranque de los pilares de esta planta al cual la planta plastificará. Como la relación entre la fuerza cortante en una planta determinada y el desplazamiento relativo entre la cabeza y el arranque se pretende modelizar con una relación bilineal, el desplazamiento de fluencia será igual al ratio entre la fuerza cortante de fluencia y la rigidez inicial de esta planta:

$$\delta_{y,j} = \frac{Q_{y,j}}{k_j}$$

## 8.6. Características histeréticas de plantas de los pórticos convencionales

Por los procedimientos explicados anteriormente se determinaron la fuerza cortante de fluencia, constante de muelle y el desplazamiento de fluencia para cada planta de los pórticos convencionales. Los valores calculados se pueden observar en la Tabla 20, la Tabla 21 y la Tabla 22.

**Tabla 20: Las características histeréticas de plantas del pórtico convencional de tres plantas**

PLANTA	$Q_y$ (kN)	$k$ (kN/m)	$\delta_y$ (m)
3	129.3	4819	0.0268
2	215.4	10053	0.0214
1	335.9	10396	0.0323

El coeficiente de cortante basal, que es el ratio entre la fuerza cortante de fluencia de la planta baja y el peso total de la estructura, de la estructura convencional de tres plantas equivale:

$$\alpha_1 = \frac{Q_{y,1}}{\sum_{j=1}^3 (m_j \cdot g)} = \frac{335.90 \text{ kN}}{684.12 \text{ kN}} = 0.490995$$

**Tabla 21: Las características histeréticas de plantas del pórtico convencional de seis plantas**

PLANTA	$Q_y$ (kN)	$k$ (kN/m)	$\delta_y$ (m)
6	173.7	9525	0.0182
5	287.4	17091	0.0168
4	349.5	25618	0.0136
3	425.2	37321	0.0114
2	472.5	45386	0.0104
1	746.4	37996	0.0196

El coeficiente de cortante basal de la estructura convencional de seis plantas es:

$$\alpha_1 = \frac{Q_{y,1}}{\sum_{j=1}^6 (m_j \cdot g)} = \frac{746.40 \text{ kN}}{1689.13 \text{ kN}} = 0.441885$$

**Tabla 22: Las características histeréticas de plantas del pórtico convencional de nueve plantas**

PLANTA	$Q_y$ (kN)	$k$ (kN/m)	$\delta_y$ (m)
9	110.7	4192	0.0264
8	186.8	8860	0.0211
7	277.1	15510	0.0179
6	370.9	24118	0.0154
5	452.2	34119	0.0133
4	543.1	47104	0.0115
3	652.6	61819	0.0106
2	684.5	73122	0.0094
1	1094.6	63775	0.0172

El coeficiente de cortante basal de la estructura convencional de nueve plantas sería:

$$\alpha_1 = \frac{Q_{y,1}}{\sum_{j=1}^9 (m_j \cdot g)} = \frac{1094.20 \text{ kN}}{2680.77 \text{ kN}} = 0.408166$$

## 9. DEFINICIÓN DE LAS ESTRUCTURAS CON SISTEMA DE CONTROL PASIVO

### 9.1. Estructuras con sistema de control pasivo

El concepto del proyecto sismorresistente de las estructuras convencionales constituye en proporcionar la estructura con la resistencia necesaria para resistir las solicitaciones que se pueden esperar bajo la acción sísmica. Sin embargo, en casos de terremotos severos, el pórtico convencional sufriría daños muy importantes porque toda casi la energía introducida por el terremoto sería disipada por las grandes deformaciones plásticas que experimentaría el pórtico, o cual implica enormes costes de reparación.

Una manera de evitar el daño en los elementos estructurales que resisten las cargas gravitatorias es proporcionar la estructura con un sistema de control pasivo. El sistema de control pasivo consiste de los elementos que son inactivos hasta que no ocurra el terremoto. En caso de los terremotos severos los elementos del sistema de control pasivo sufrieran el daño y después del terremoto, como no actúan en la transmisión de las cargas gravitatorias, se pueden cambiar fácilmente por los elementos nuevos.

Estos elementos se llaman los disipadores. Hay varios tipos de disipadores (visco elásticos, histeréticos y disipadores de rozamiento), pero en este trabajo se supuso que la el sistema de control pasivo estaba constituido por los disipadores histeréticos.

El comportamiento del disipador histerético es inicialmente elástico con una rigidez inicial  $k$ , y gradualmente como la fuerza en el disipador tiende a la resistencia de disipador  $F$ , la rigidez disminuye hasta el valor nulo.

El área cerrada por la curva fuerza desplazamiento representa la energía disipada por el disipador. Se supuso que la capacidad de disipar la energía del disipador era suficientemente grande para no influir el cálculo.

La relación fuerza desplazamiento bajo la carga monótona de este tipo de disipadores se puede observar en la Figura 79.

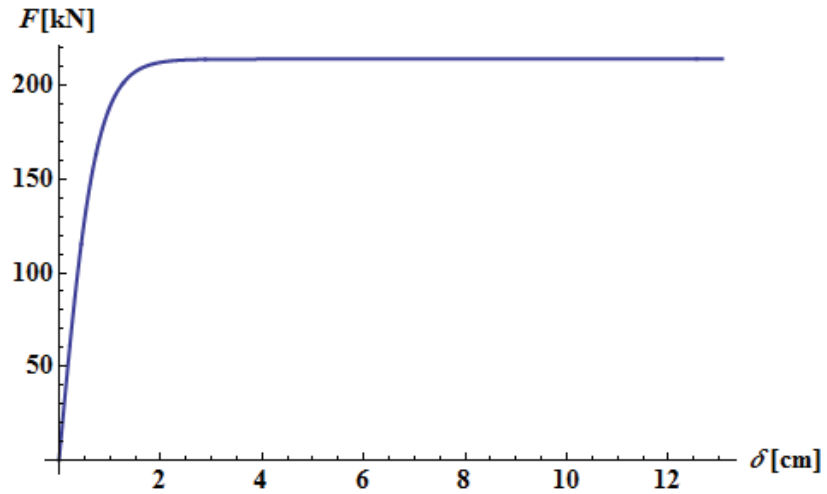


Figura 79: Relación fuerza desplazamiento del disipador histerético bajo la carga monótona

Si la fuerza en el disipador disminuiría, el comportamiento volverá a ser elástico. La relación fuerza desplazamiento bajo la carga sísmica del disipador histerético se muestra en la Figura 80.

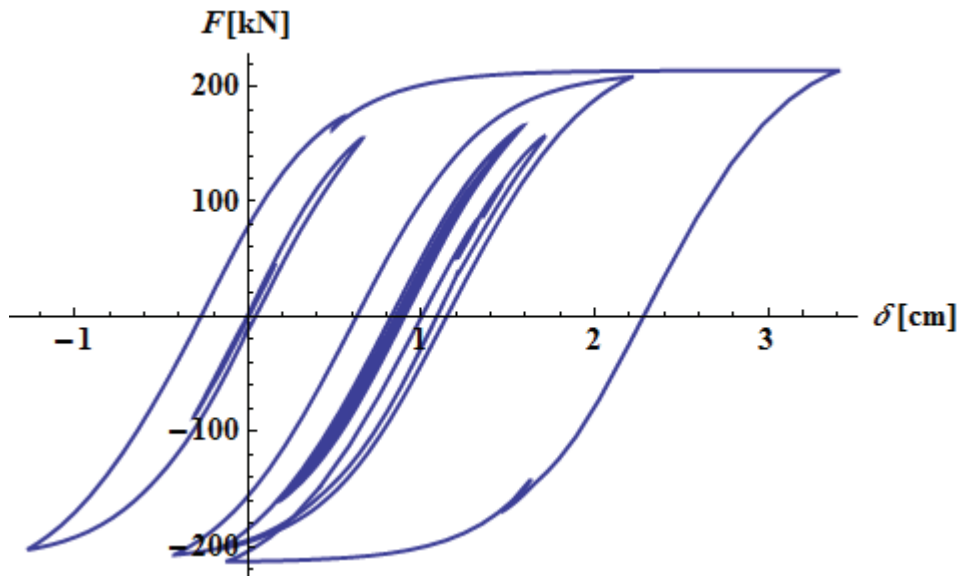


Figura 80: Relación fuerza desplazamiento del disipador histerético bajo la carga sísmica

## 9.2. Estructuras mixtas rígido-flexible

Una estructura con disipadores se puede modelizar como una estructura mixta rígido-flexible que consiste en un elemento flexible con la rigidez a flexión muy pequeña y un elemento rígido con la rigidez a flexión grande.

En la estructura con sistema de control pasivo, los disipadores representan la parte rígida y sirven para resistir la acción sísmica y as columnas y las vigas de la estructura forman la parte flexible que resiste solo las cargas gravitatorias.

La filosofía de la estructura mixta rígido-flexible consiste en el hecho de que el elemento flexible permaneciera elástico mientras que el elemento rígido absorbiera la energía por plastificación. Para obtener eso, la parte flexible debería tener la deformación de fluencia muy grande con fin de permanecer en el dominio elástico [15] como ilustra la Figura 81.

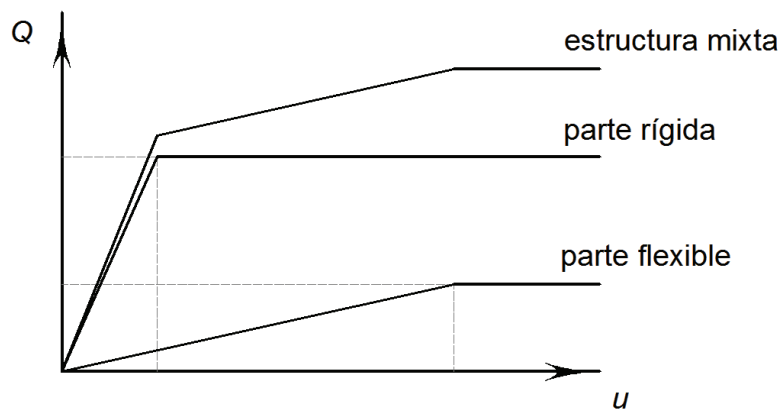


Figura 81: Relación fuerza desplazamiento de la estructura mixta rígido-flexible

En las estructuras mixtas rígido-flexibles la energía sísmica es absorbido inicialmente por la parte flexible en forma de energía de deformación elástica, para ser finalmente disipado por el elemento rígido [14].

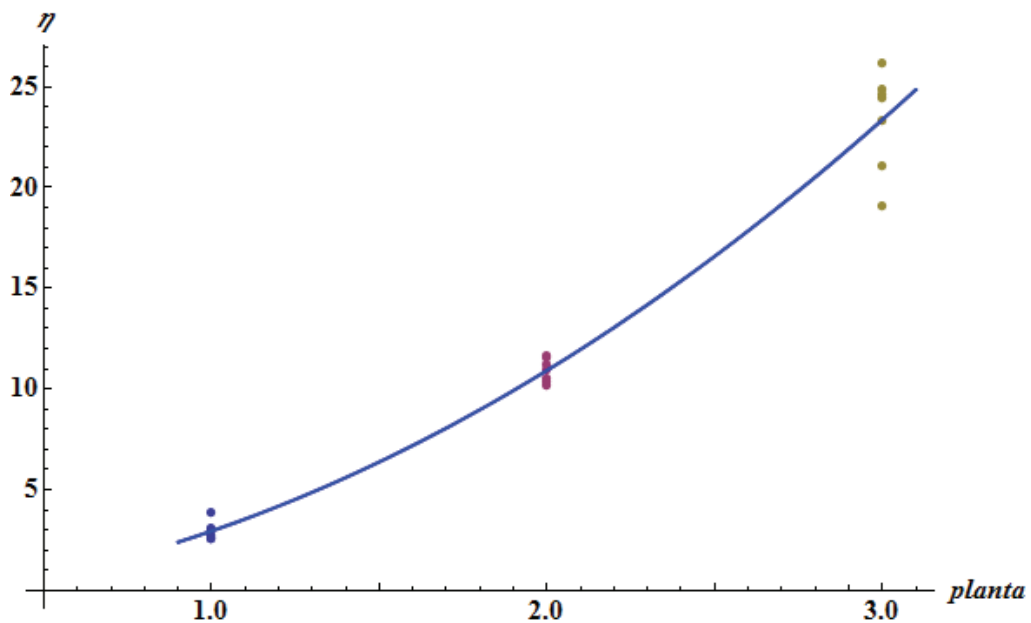
Akiyama [14] supuso que en la estructura mixta rígido-flexible la distribución de la constante de muelle en las distintas plantas en el elemento flexible y en el elemento rígido era iguales, es decir:

$$\frac{k_{f,i}}{k_{f,1}} = \frac{k_{s,i}}{k_{s,1}}$$



donde el subíndice  $f$  representa la parte flexible y subíndice  $s$  la parte rígida.

En este trabajo se va a usar la distribución diferente porque después de comprobar la distribución de la constante de muelle propuesta por Akiyama se obtuvo una enorme concentración de energía de deformación plástica acumulada en las plantas superiores. A partir de los cálculos dinámicos directos del pórtico de tres plantas, bajo siete terremotos diferentes, se observó una importante concentración de energía de deformación plástica acumulada en la planta superior, como ilustra la Figura 82.



**Figura 82: Concentración de la energía de deformación plástica acumulada**

Se notó que la distribución del daño por plantas depende mucho de la distribución del ratio entre la constante de muelle de la parte rígida y de la parte flexible. Para cada pórtico se eligió una distribución suave de la constante de muelle que varía del cociente

$\frac{k_{s,1}}{k_{f,1}} = 10$  en la planta baja hasta el cociente  $\frac{k_{s,1}}{k_{f,1}} = 4$  en la planta última.

Para el pórtico de tres plantas la distribución elegida es:

$$\frac{k_s}{k_f} = \left\{ \frac{k_{s,1}}{k_{f,1}} \quad \frac{k_{s,2}}{k_{f,2}} \quad \frac{k_{s,3}}{k_{f,3}} \right\} = \{10 \quad 6 \quad 4\}$$

Para el pórtico de seis plantas la distribución elegida es:

$$\frac{k_s}{k_f} = \left\{ \frac{k_{s,i}}{k_{f,i}} \right\} = \{9 \quad 8 \quad 7 \quad 6 \quad 5 \quad 4\}$$

Para el pórtico de tres plantas la distribución elegida es:

$$\frac{k_s}{k_f} = \left\{ \frac{k_{s,i}}{k_{f,i}} \right\} = \{10.0 \quad 10.0 \quad 9.9 \quad 9.5 \quad 8.9 \quad 8.0 \quad 6.9 \quad 5.6 \quad 4.0\}$$

### 9.3. Cortante de fluencia y constante de muelle de la parte flexible

Lo mismo como se determinaron la rigidez y la resistencia de las estructuras convencionales, lo que se hizo en el Apartado 8.3, en ese apartado se determinaron la rigidez y la resistencia lateral de la parte flexible de las estructuras con disipadores. Asimismo se supuso que, en el caso de la planta tipo, las vigas plastificaran antes de lo que plastificaran los pilares. En el caso de la planta baja, también se supuso que las rotulas plásticas se formarían en los arranques de los pilares y en los extremos de la viga de primera planta.

Para obtener la rigidez lateral de cada planta se hizo el análisis pushover con el modelo en el que la relación momento curvatura de las secciones se aproximó por la relación bilineal.

Finalmente se determinaron la fuerza cortante de fluencia, constante de muelle y el desplazamiento de fluencia para cada planta de la parte flexible de los pórticos con sistema de control pasivo. Los valores calculados se pueden observar en la Tabla 23, la Tabla 24 y la Tabla 25.

**Tabla 23: Características histeréticas de la parte flexible del pórtico de tres plantas**

PLANTA	$Q_y$ (kN)	$k$ (kN/m)	$\delta_y$ (m)
3	74.8	2159	0.0346
2	102.7	2998	0.0343
1	121.5	2227	0.0546

**Tabla 24: Características histeréticas de la parte flexible del pórtico de seis plantas**

<b>PLANTA</b>	<b><math>Q_y</math> (kN)</b>	<b><math>k</math> (kN/m)</b>	<b><math>\delta_y</math> (m)</b>
6	72.8	2096	0.0348
5	113.4	3037	0.0373
4	119.7	3513	0.0341
3	134.3	4673	0.0287
2	129.9	4707	0.0268
1	158.7	3633	0.0437

**Tabla 25: Características histeréticas de la parte flexible del pórtico de nueve plantas**

<b>PLANTA</b>	<b><math>Q_y</math> (kN)</b>	<b><math>k</math> (kN/m)</b>	<b><math>\delta_y</math> (m)</b>
9	72.1	1983	0.0364
8	113.4	2753	0.0412
7	107.1	2848	0.0376
6	105.8	2956	0.0358
5	118.9	3494	0.0340
4	132.7	4692	0.0283
3	131.5	4808	0.0274
2	126.2	4770	0.0265
1	165.7	3691	0.0449

#### 9.4. Rigidez lateral adicional debida a los disipadores

Colocando el disipador en una planta aumentará la rigidez lateral de la misma, pero como el disipador está definido por su rigidez axial, hay que deducir en cuanto aumenta la rigidez lateral de una planta si en la misma se coloca un disipador con la rigidez axial  $k_a$ , inclinado en ángulo  $\beta$ .

El ángulo de inclinación de disipador  $\beta$  está definido por la altura de la planta  $H$  y la luz del vano de pórtico  $L$  y se puede determinar por la expresión siguiente:

$$\beta = \arccos\left(\frac{H}{\sqrt{H^2 + L^2}}\right)$$

Se observa un pórtico con los extremos de las vigas y de las columnas articulados, y con un disipador diagonal como ilustra la Figura 83. Si se desprecia la deformación axial de las columnas, bajo carga horizontal la planta experimentará solo el desplazamiento horizontal  $\delta_H$ .

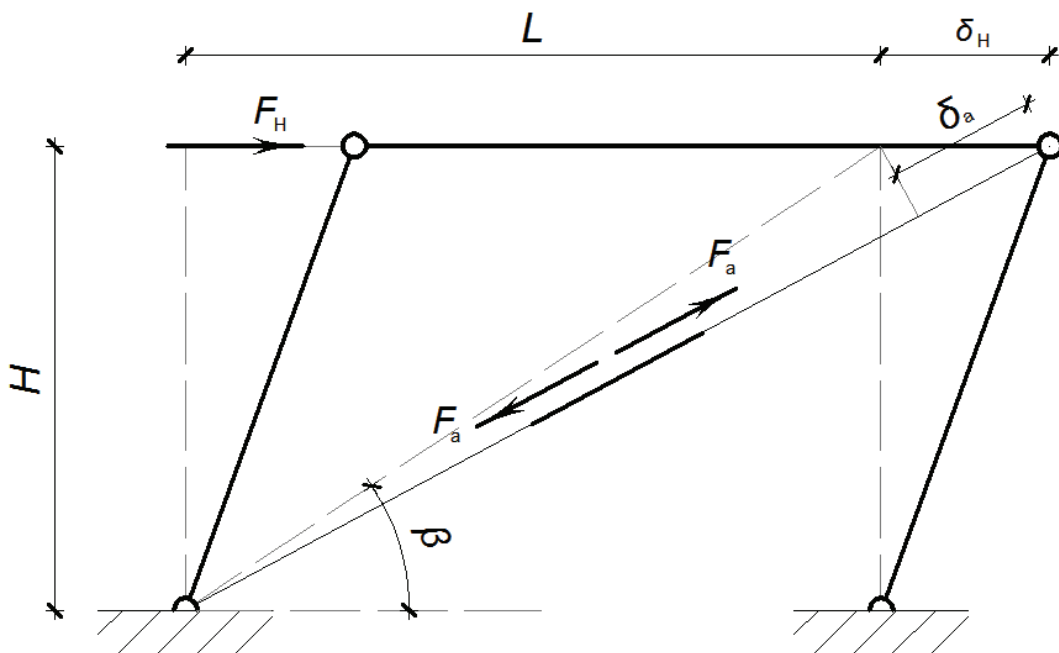


Figura 83: Deformación del disipador bajo carga horizontal

Por un desplazamiento horizontal  $\delta_H$  el alargamiento axial del disipador será igual a:

$$\delta_a = \sqrt{(L + \delta_H)^2 + H^2} - \sqrt{L^2 + H^2}$$

y la fuerza axial que experimentaría el disipador será entonces:

$$F_a = \frac{\sqrt{(L + \delta_H)^2 + H^2}}{L + \delta_H} \cdot F_H$$

En ambas expresiones anteriores aparece la expresión  $\sqrt{(L + \delta_H)^2 + H^2}$ . Si se acepta la hipótesis de los desplazamientos pequeños, esta expresión se puede desarrollar en una serie de Taylor en cercanía del punto nulo y de esta manera se puede transformar en una función lineal del desplazamiento horizontal. Así se obtiene la expresión simplificada:

$$f(x) \approx f(a) + f'(a) \cdot (x - a) = f(0) + f'(0) \cdot x \quad (\text{serie de Taylor})$$

$$\begin{aligned} \sqrt{(L + \delta_H)^2 + H^2} &\approx \sqrt{(L + 0)^2 + H^2} + \frac{L + 0}{\sqrt{(L + 0)^2 + H^2}} \cdot (\delta_H - 0) \\ &= \sqrt{L^2 + H^2} + \frac{L \cdot \delta_H}{\sqrt{L^2 + H^2}} = \frac{L^2 + H^2 + L \cdot \delta_H}{\sqrt{L^2 + H^2}} = \frac{H^2 + L \cdot (L + \delta_H)}{\sqrt{L^2 + H^2}} \\ \sqrt{(L + \delta_H)^2 + H^2} &\approx \frac{H^2 + L \cdot (L + \delta_H)}{\sqrt{L^2 + H^2}} \end{aligned}$$

Ahora se pueden simplificar las expresiones para el alargamiento del disipador y la fuerza axial en el mismo:

$$\begin{aligned} \delta_a &\approx \frac{H^2 + L \cdot (L + \delta_H)}{\sqrt{L^2 + H^2}} - \sqrt{L^2 + H^2} = \frac{L \cdot \delta_H}{\sqrt{L^2 + H^2}} \\ F_a &\approx \frac{1}{L + \delta_H} \cdot \frac{H^2 + L \cdot (L + \delta_H)}{\sqrt{L^2 + H^2}} \cdot F_H = \frac{H^2 + L \cdot (L + \delta_H)}{(L + \delta_H) \cdot (\sqrt{L^2 + H^2})} \cdot F_H \end{aligned}$$

La rigidez axial del disipador se define como el ratio entre la fuerza axial en el disipador y el desplazamiento axial que está producido por esta fuerza y la rigidez lateral de una planta se define como el ratio entre la fuerza horizontal y el desplazamiento horizontal correspondiente:

$$k_a = \frac{F_a}{\delta_a} \approx \frac{H^2 + L \cdot (L + \delta_H)}{L \cdot \delta_H \cdot (L + \delta_H)} \cdot F_H = \frac{H^2 + L \cdot (L + \delta_H)}{L \cdot \delta_H \cdot (L + \delta_H)} \cdot k_H \cdot \delta_H = \frac{H^2 + L \cdot (L + \delta_H)}{L \cdot (L + \delta_H)} \cdot k_H$$

En el límite, cuando el desplazamiento horizontal es muy pequeño, la rigidez axial será:

$$k_a = \lim_{\delta_H \rightarrow 0} \left( \frac{H^2 + L \cdot (L + \delta_H)}{L \cdot (L + \delta_H)} \cdot k_H \right) = \frac{H^2 + L^2}{L^2} \cdot k_H = \frac{k_H}{(\cos \beta)^2}$$

A partir de la expresión anterior, se puede notar que para obtener en la planta una rigidez adicional  $k_H$ , es necesario proporcionar el dissipador con la rigidez axial:

$$k_a = \frac{k_H}{(\cos \beta)^2}$$

siendo  $\beta$  el ángulo de inclinación del dissipador.

### 9.5. Resistencia lateral adicional debida a los dissipadores

En el apartado anterior se mostró que la fuerza axial que experimenta el dissipador inclinado sería igual a:

$$F_a = \frac{\sqrt{(L + \delta_H)^2 + H^2}}{L + \delta_H} \cdot F_H$$

Si se acepta la hipótesis de los desplazamientos pequeños y la expresión  $\sqrt{(L + \delta_H)^2 + H^2}$  se desarrolla en una serie de Taylor, la expresión anterior se transformaría en la siguiente:

$$F_a = \frac{\sqrt{(L + \delta_H)^2 + H^2}}{L + \delta_H} \cdot F_H = \frac{1}{L + \delta_H} \cdot \frac{H^2 + L \cdot (L + \delta_H)}{\sqrt{L^2 + H^2}} \cdot F_H = \frac{H^2 + L \cdot (L + \delta_H)}{(L + \delta_H) \cdot \sqrt{L^2 + H^2}} \cdot F_H$$

En el límite, cuando el desplazamiento horizontal es muy pequeño, la rigidez axial será:

$$F_a = \lim_{\delta_H \rightarrow 0} \left( \frac{H^2 + L \cdot (L + \delta_H)}{(L + \delta_H) \cdot \sqrt{L^2 + H^2}} \cdot F_H \right) = \frac{L^2 + H^2}{L \cdot \sqrt{L^2 + H^2}} \cdot F_H = \frac{\sqrt{L^2 + H^2}}{L} \cdot F_H = \frac{F_H}{\cos \beta}$$

A partir de la expresión anterior, se puede notar que para obtener en la planta una resistencia adicional  $F_a$ , es necesario proporcionar el disipador con la resistencia axial:

$$F_a = \frac{F_H}{\cos \beta}$$

### 9.6. Características histeréticas de plantas de los pórticos con disipadores

La rigidez lateral de una planta del pórtico con disipadores se determinó en función de la distribución del ratio entre la constante de muelle de la parte rígida y de la parte flexible, como ya se ha explicado en el Apartado 9.2. A partir de la rigidez lateral de la parte rígida requerida se puede obtener la rigidez axial del disipador por la expresión:

$$k_a = \frac{k_H}{(\cos \beta)^2}$$

Las estructuras con los disipadores se proporcionaron con la distribución óptima del coeficiente de fuerza de cortante de fluencia, definida en el Apartado 7.3. El coeficiente de cortante basal de una estructura con disipadores se tomó igual al coeficiente de cortante basal de la estructura convencional correspondiente. Los coeficientes de cortante basal de las estructuras convencionales se determinaron en el Apartado 8.6.

Así, la fuerza de cortante de fluencia de una planta determinada de la estructura con disipadores sería igual a:

$$Q_{y,i} = \alpha_1 \cdot \bar{\alpha}_i \cdot \sum_{j=i}^{n_s} (m_j \cdot g)$$

donde  $\alpha_1$  es el coeficiente de cortante basal correspondiente y  $\bar{\alpha}_i$  el valor óptimo de coeficiente fuerza de cortante de fluencia definido por la formula de Akiyama que se puede observar en el Apartado 7.3.

La resistencia lateral que hay que añadirse a una planta, para que su coeficiente de fuerza de cortante de fluencia valga lo mismo como el valor óptimo, es igual a

sustracción de la fuerza cortante de fluencia requerida y la fuerza cortante de fluencia de la parte flexible, es decir:

$$F_{H,i} = Q_{y,i} - Q_{y,i}^{flexible}$$

La fuerza cortante de fluencia de cada planta de todas tres estructuras consideradas se determinó en el Apartado 0.

Como ya se ha mostrado anteriormente, en el Apartado 9.5, la resistencia axial del disipador se determina por la expresión siguiente:

$$F_a = \frac{F_H}{\cos \beta}$$

Teniendo en cuenta los requisitos mencionados anteriormente se determinaron la rigidez axial y la resistencia axial de todos los disipadores y asimismo se calcularon la fuerza cortante de fluencia, constante de muelle y el desplazamiento de fluencia para cada planta de la parte flexible de los pórticos con sistema de control pasivo. Los valores calculados se pueden observar en la Tabla 23, la Tabla 24 y la Tabla 25.

**Tabla 26: Características histeréticas por plantas del pórtico con disipadores de tres plantas**

PLANTA	$k_a$ (kN/mm)	$F_a$ (kN)	$Q_y$ (kN)	$k$ (kN/m)	$\delta_y$ (m)
3	7453	51.9	121.2	8640	0.0141
2	18344	126.7	216.0	17985	0.0122
1	29549	214.1	299.6	22271	0.0133

**Tabla 27: Características histeréticas por plantas del pórtico con disipadores de seis plantas**

PLANTA	$k_a$ (kN/mm)	$F_a$ (kN)	$Q_y$ (kN)	$k$ (kN/m)	$\delta_y$ (m)
6	1799	81.0	145.3	8389	0.0174
5	11275	173.8	268.9	15171	0.0177



4	17021	271.5	362.5	21083	0.0172
3	27039	329.9	429.4	32710	0.0132
2	33654	423.4	504.7	37656	0.0134
1	36441	501.0	575.6	32697	0.0176

**Tabla 28: Características histeréticas por plantas del pórtico con disipadores de nueve plantas**

PLANTA	$k_a$ (kN/mm)	$F_a$ (kN)	$Q_y$ (kN)	$k$ (kN/m)	$\delta_y$ (m)
9	1300	96.0	158.0	7982	0.0198
8	11868	199.8	292.2	15334	0.0191
7	16842	322.9	396.0	19652	0.0202
6	21861	424.3	485.3	23648	0.0205
5	29893	485.6	553.2	30992	0.0178
4	42065	533.7	610.1	44575	0.0137
3	46308	609.4	676.6	47599	0.0143
2	46812	691.5	744.7	48034	0.0155
1	42573	770.4	806.8	36910	0.0218

## 10. DISTRIBUCIÓN ENTRE PLANTAS DEL DAÑO PRODUCIDO POR TERREMOTO

### 10.1. Cálculo del ratio de deformación plástica acumulada

Para obtener la distribución de daño por las plantas en cada pórtico considerado, se hicieron los cálculos dinámicos directos con cada uno del terremoto de cálculo escalado de manera que el input de energía, es decir el daño total, en todas las

estructuras sea el mismo. El input de energía correspondía a la pseudo velocidad de  $v_E = 112.78 \text{ cm/s}$ .

Para cada planta se determinó el ratio de deformación plástica acumulada:

$$\eta_i = \frac{W_{p,i}}{Q_{y,i} \cdot \delta_{y,i}}$$

Los valores de la fuerza cortante de fluencia y del desplazamiento de fluencia de cada planta se determinaron en los apartados anteriores y la cantidad de energía disipada en una planta está proporcionada directamente en los resultados del análisis por el programa IDARC.

## 10.2. Pórticos de tres plantas

En la Figura 84 se puede observar la distribución del daño por plantas en los pórticos de tres plantas. Cada un punto en la grafica representa el ratio adimensional de deformación plástica acumulada  $\eta$ , de la planta correspondiente, obtenido por el cálculo dinámico directo bajo uno de los terremotos de cálculo.

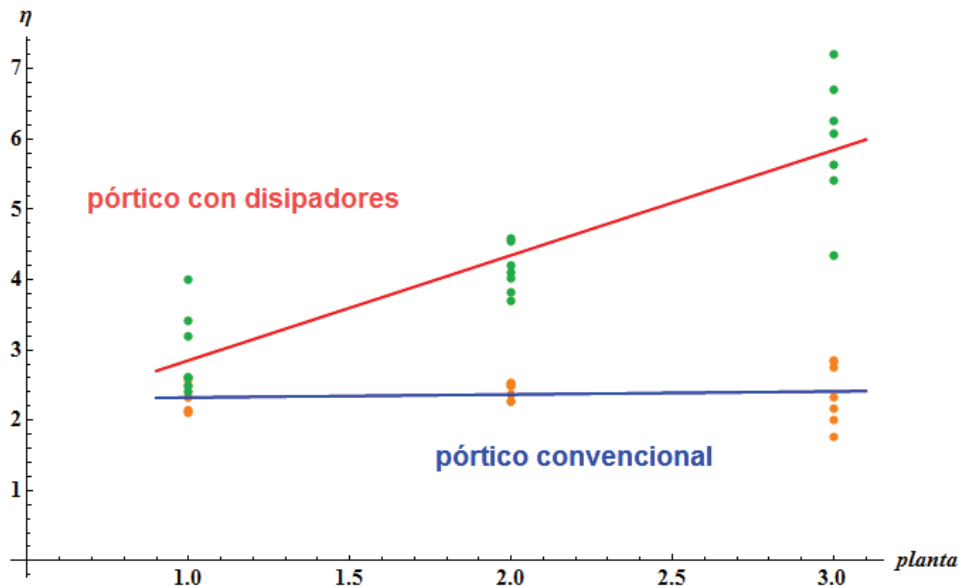


Figura 84: Ratio de deformación plástica del pórtico convencional de tres plantas

Se puede notar que la distribución del daño entre las plantas del pórtico convencional es más o menos constante. Por el análisis de regresión los resultados obtenidos para el pórtico convencional se aproximaron con una recta:

$$\eta(i) = 2.28 + 0.04 \cdot i$$

siendo  $i$  el número de la planta.

En el caso de la estructura con disipadores, la magnitud del ratio de deformación plástica es mayor que en el caso de la estructura convencional y la distribución del daño entre las plantas ya no constante sino que más daño se concentra en la planta última. Por el análisis de regresión los resultados obtenidos para el pórtico con disipadores se aproximaron con una recta:

$$\eta(i) = 1.37 + 1.50 \cdot i$$

### 10.3. Pórticos de seis plantas

En la Figura 85 se muestra la distribución del daño por plantas en los pórticos de seis plantas.

En el pórtico convencional, el daño máximo se produce en la planta primera y en la planta segunda mientras que en el pórtico con disipadores el daño máximo está en la planta última.

Asimismo se observa que las distribuciones del daño entre las plantas no son lineales sino que tiene una forma parabólica.

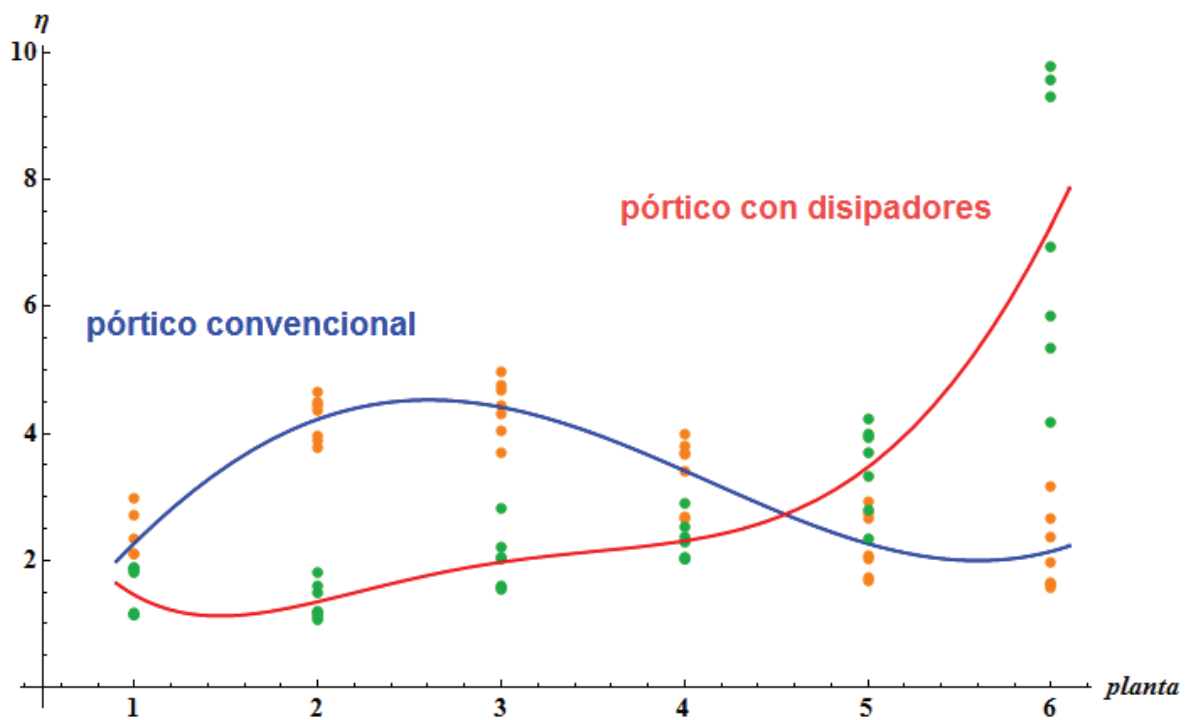


Figura 85: Ratio de deformación plástica del pórtico convencional de seis plantas

#### 10.4. Pórticos de nueve plantas

En la Figura 86 se puede observar la distribución del daño por plantas en los pórticos de nueve plantas.

Se puede notar una importante dispersión de los resultados de las tres plantas superiores para ambos tipos de estructura.

Sin embargo, en cada una planta el pórtico con disipadores tiene el ratio de deformación plástica menor que el pórtico convencional y además la distribución del daño entre las plantas es más suave.

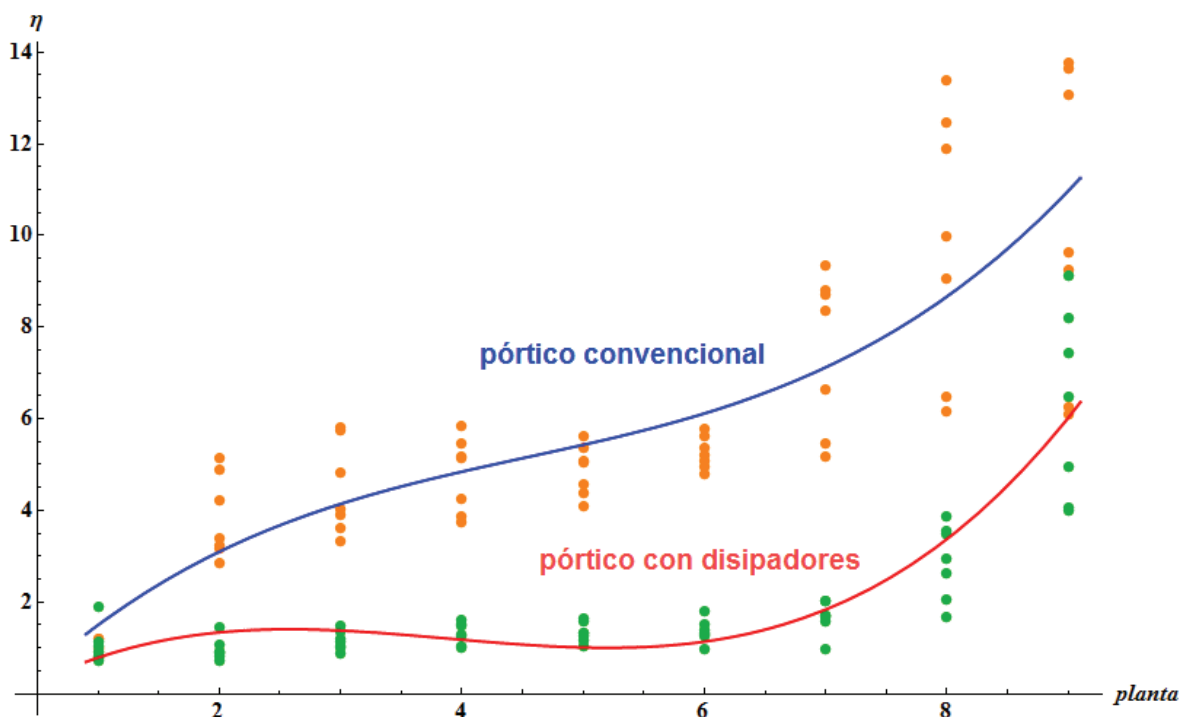


Figura 86: Ratio de deformación plástica del pórtico convencional de nueve plantas

También y en el caso del pórtico convencional como en el caso del pórtico con disipadores, se puede observar la tendencia general de concentración del daño en las plantas superiores.

## 10.5. Resumen de los ratios de deformación plástica acumulada obtenidos

En la Tabla 29 se muestran los valores medios y los coeficientes de variación de todos los ratios de deformación plástica acumulada obtenidos.

**Tabla 29: Resumen de los ratios de deformación plástica acumulada obtenidos**

<b>TIPO DE ESTRUCTURA</b>	<b>NÚMERO DE PLANTAS</b>	<b>VALOR MEDIO</b>	<b>COEFICIENTE DE VARIACIÓN</b>
CONVENCIONAL	3	2.36737	0.114546
	6	3.12381	0.339837
	9	5.76769	0.559148
CON DISIPADORES	3	4.34880	0.324588
	6	2.97331	0.767623
	9	2.00888	0.888333

Es interesante notar que el valor promedio de  $\eta$  para la estructura convencional aumenta con el número de plantas y en el caso de la estructura con disipadores es menor para la estructura más alta.

Comparando el coeficiente de variación entre dos estructuras de la misma altura, pero de distinto tipo, se puede observar que la dispersión de los resultados es mayor en el caso de la estructura con los disipadores.

## 11. PROPENSIÓN A CONCENTRAR EL DAÑO

### 11.1. Índice de concentración de daño

Tal como se expuso en el Apartado 7.1, en el caso de los pórticos de cortante, con comportamiento histerético del tipo elástico perfectamente plástico, y proporcionados con la distribución óptima del coeficiente de fuerza cortante de fluencia  $\bar{\alpha}_j$ , la distribución de daños viene dada por la expresión:

$$\frac{W_{p,i}}{W_p} = \frac{s_i}{\sum_{j=1}^{n_s} s_j} \quad s_j = c_j \cdot \alpha_j^2 \cdot \chi_1$$

Pero en el caso general, un pórtico no está suministrado con la distribución óptima del coeficiente de fuerza cortante de fluencia. Con tal fin, Akiyama llevó a cabo numerosos cálculos dinámicos a partir de los cuales propuso la siguiente ecuación general:

$$\frac{W_{p,i}}{W_p} = \frac{s_i \cdot p_i^{-n}}{\sum_{j=1}^{n_s} (s_j \cdot p_j^{-n})} \quad p_j = \frac{\alpha_j}{\alpha_1 \cdot \bar{\alpha}_j}$$

El parámetro  $p_j$  representa el grado de desviación del valor  $\frac{\alpha_j}{\alpha_1}$  del valor óptimo  $\bar{\alpha}_j$  en una planta  $j$  determinada. Pero, lo que controla la distribución del daño en una planta  $j$  dada no es el valor absoluto de  $p_j$  sino su valor relativo respecto al  $p_k$  de cualquier otra planta que se tome como referencia. El valor de  $p_j = 1$  representa el caso en el cual la distribución del coeficiente de fuerza cortante de fluencia es la distribución óptima propuesta por Akiyama. En este caso, la distribución de daño  $\frac{W_{p,i}}{W_p}$  no depende del valor de  $n$  [14].

Al parámetro  $n$  se le denomina índice de concentración de daño y este parámetro es siempre positivo. Cuanto mayor es  $n$  más fuerte es la dependencia de la distribución de daño de la desviación de la fuerza cortante de fluencia del valor óptimo. En otras palabras, el índice  $n$  controla el grado de intensidad de la concentración de daño. Para un valor de índice de concentración de daño nulo, la distribución de daño se hace

independiente de  $p_j$ . En el caso de que  $n$  es distinto al cero, en aquella planta  $j$  con  $p_j > 1$ , cuanto mayor sea  $n$  más pequeño será  $p_j^{-n}$  y por lo tanto menor la concentración de daño en la misma. Por otro lado, en las plantas con  $p_j < 1$ , cuanto mayor sea  $n$  más grande será  $p_j^{-n}$  y por lo tanto el grado de la concentración de daño en dicha planta  $j$  será mayor.

Lo expuesto anteriormente significa que si la resistencia de una planta determinada se disminuye, mientras que las resistencias de otras plantas quedan intactas, la energía sísmica tendería de concentrarse en esta planta con la resistencia reducida. La dependencia del factor  $p_j^{-n}$  del valor de índice  $n$  y del valor del parámetro  $p_j$  se puede observar en la Figura 87.

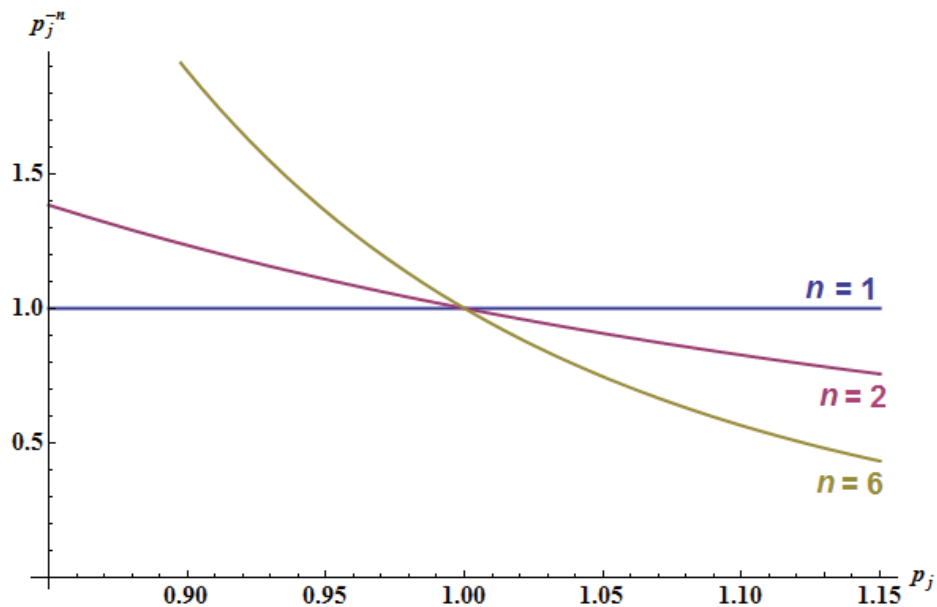


Figura 87: Influencia del valor del índice de concentración de daño  $n$

Asumiendo que la distribución de daño puede ser expresada mediante la ecuación:

$$\frac{W_{p,i}}{W_p} = \frac{s_i \cdot p_i^{-n}}{\sum_{j=1}^{n_s} (s_j \cdot p_j^{-n})}$$



el valor de  $n$  se puede estimar mediante cálculos dinámicos directos a partir del estudio de la variación de la distribución de daño en estructuras en las cuales se ha provocado una disminución de resistencia en una planta determinada.

Para una estructura determinada y un acelerograma dado, por medio de cálculos dinámicos directos, se puede determinar la fracción de daño  $\frac{W_{p,k}}{W_p}$  que se produce en una planta  $k$  y que se puede expresar como sigue:

$$a = \frac{W_{p,k}}{W_p} = \frac{s_k \cdot p_k^{-n}}{\sum_{j=1}^{n_s} (s_j \cdot p_j^{-n})}$$

En segundo lugar, la fuerza cortante de fluencia de la planta  $k$  elegida se cambia multiplicándola por un factor  $p_d < 1.0$  arbitrario y se recalcula la fracción de daño, la cual se puede expresar de la manera siguiente:

$$b = \frac{W_{p,k}}{W_p} = \frac{s_k \cdot p_k^{-n} \cdot p_d^{-n}}{\sum_{j \neq k} (s_j \cdot p_j^{-n}) + s_k \cdot p_k^{-n} \cdot p_d^{-n}}$$

A partir de las dos ecuaciones anteriores se puede calcular el índice de concentración de daño  $n$  como:

$$\frac{b \cdot (1-a)}{a \cdot (1-b)} = p_d^{-n} \quad \Rightarrow \quad n = -\frac{1}{\ln(p_d)} \cdot \ln \left[ \frac{b \cdot (1-a)}{a \cdot (1-b)} \right]$$

Akiyama aplicó el procedimiento anteriormente descrito en el pórtico de cinco plantas, de tipo “viga débil - columna fuerte”, en el cual la distribución inicial de coeficiente de fuerza cortante de fluencia fue igual a la distribución óptima. La fuerza restauradora fue de tipo elástico perfectamente plástico, y el cociente entre la rigidez de la columna y de la viga fue igual a  $k_{cb} = 1$ . Usando el parámetro  $p_d = 0.8$  el autor mencionado determinó el valor del índice de concentración de daño igual a  $n \approx 2$  [14].

## 11.2. Cálculo del índice de concentración del daño

Para las estructuras de tres y seis plantas, en cada planta se produjo una disminución de resistencia en una planta, y por los cálculos dinámicos directos se determinó que fracción de la energía total introducida era disipada en la planta con la resistencia disminuida. A partir de la fracción de la energía disipada por la misma planta en el caso cuando no había disminución de resistencia, se puede determinar el índice de concentración de daño para esta planta.

Para cada planta se produjeron tres disminuciones de resistencia de manera que se produjo la disminución en la viga de la planta considerada por 10, 20 y 30 % respectivamente como ilustra la Figura 88.

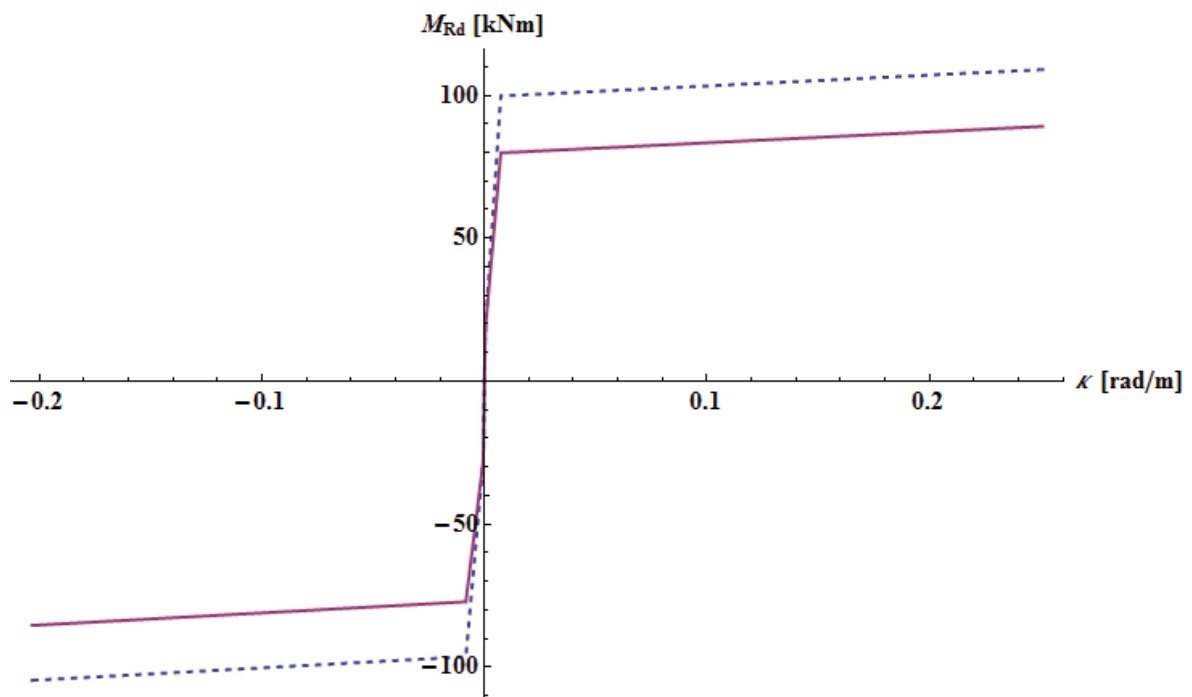


Figura 88: Disminución de resistencia de vigas

Pero disminuyendo la resistencia de una viga, se disminuyó la fuerza cortante de fluencia del pórtico reducido equivalente de la planta considerada y de planta superior. Como se pretende reducir solo la fuerza cortante de fluencia de la planta considerada, se cambiaron las resistencias de todas las vigas por encima de la planta considerada. Por ejemplo, si se quiere reducir la fuerza cortante de fluencia en la planta baja disminuyendo la resistencia de la viga de planta baja, para no cambiar las fuerzas cortantes de fluencia de los restos de plantas, hay que aumentar la resistencia de la

viga de la planta primera, disminuir la de la planta segunda, aumentar la de la planta tercera y así hasta la planta última. Los valores de disminución o aumentación de la resistencia de viga de una planta se determinaron resolviendo el sistema de ecuaciones lineales que se obtuvo por el cálculo de la fuerza cortante de fluencia de cada planta.

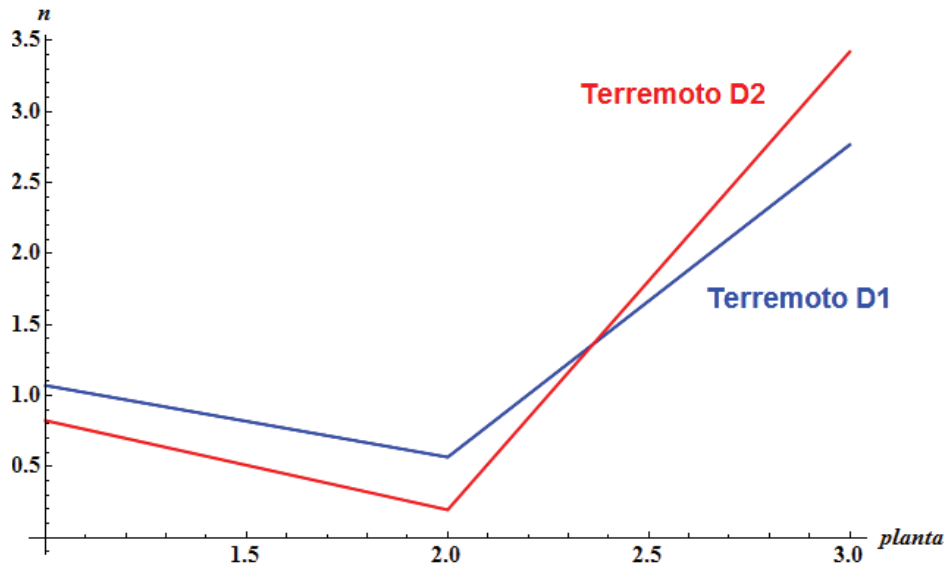
### 11.3. Pórticos de tres plantas

Siguiendo el procedimiento explicado anteriormente se calcularon los índices de concentración de daño para los pórticos de tres plantas. En los cálculos dinámicos directos se usaron el Terremoto D1 y Terremoto D2. Los valores obtenidos se muestran en la Tabla 30.

**Tabla 30: Valores medio del índice de concentración de daño de los pórticos de tres plantas**

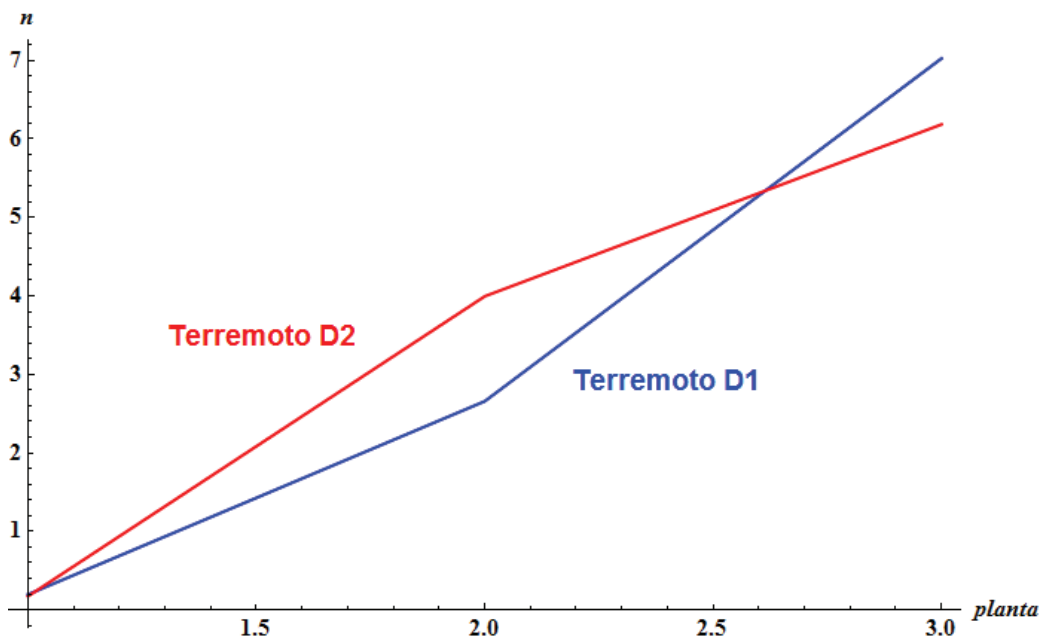
TIPO DE ESTRUCTURA	PLANTA	TERREMOTO D1		TERREMOTO D2	
		VALOR MEDIO	COEFICIENTE DE VARIACIÓN	VALOR MEDIO	COEFICIENTE DE VARIACIÓN
CONVENCIONAL	3	2.76575	0.249739	3.42049	0.304264
	2	0.56550	0.147615	0.19491	0.213290
	1	1.06994	0.426519	0.82300	0.373844
CON DISIPADORES	3	7.02748	0.089343	6.18627	0.202224
	2	2.66021	0.772863	3.99692	0.720979
	1	0.19705	0.312519	0.17459	0.288706

En la Figura 89 se muestra la distribución entre plantas del índice de concentración de daño en el caso del pórtico convencional y en la Figura 90 para el pórtico con disipadores.



**Figura 89: Distribución por plantas del índice de concentración de daño del pórtico convencional de tres plantas**

En el pórtico con disipadores de tres plantas, el índice de concentración de daño aumenta casi linealmente por la altura del edificio.



**Figura 90: Distribución por plantas del índice de concentración de daño del pórtico con disipadores de tres plantas**

En la Figura 91 se muestra la comparación entre las distribuciones de los valores del índice de concentración de daño obtenidos promediando los resultados obtenidos por el Terremoto D1 y el Terremoto D2. Se nota que en general el índice de concentración de daño en el caso del pórtico con disipadores es mayor que en el caso de la estructura convencional.

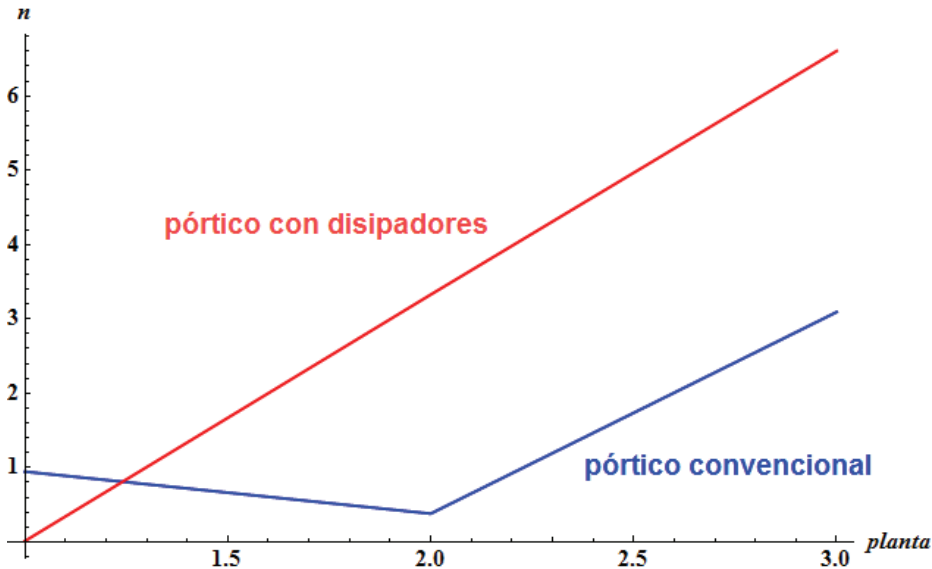


Figura 91: Distribución de los valores promedio del índice de concentración de daño

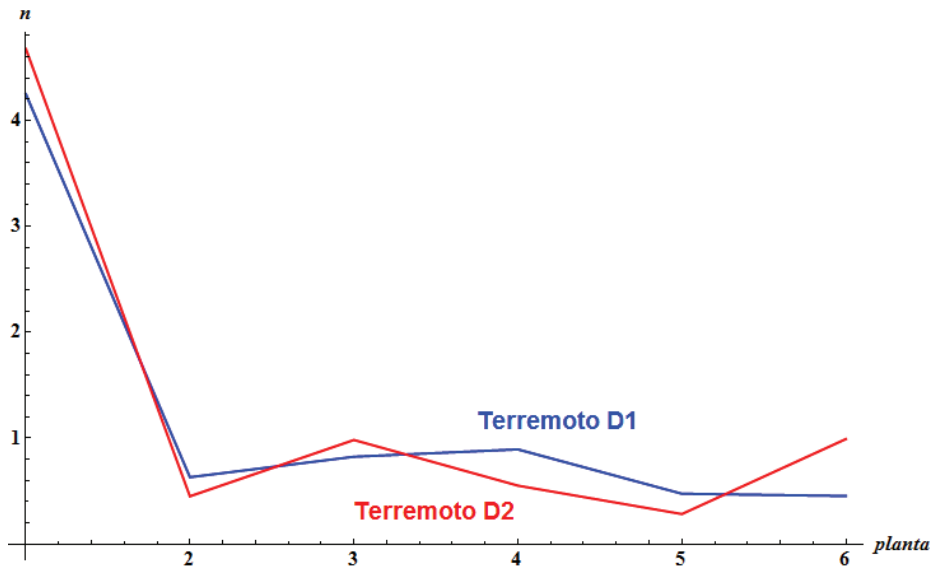
#### 11.4. Pórticos de seis plantas

Los índices de concentración de daño para los pórticos de seis plantas se muestran en la Tabla 31.

Tabla 31: Valores medio del índice de concentración de daño de los pórticos de seis plantas

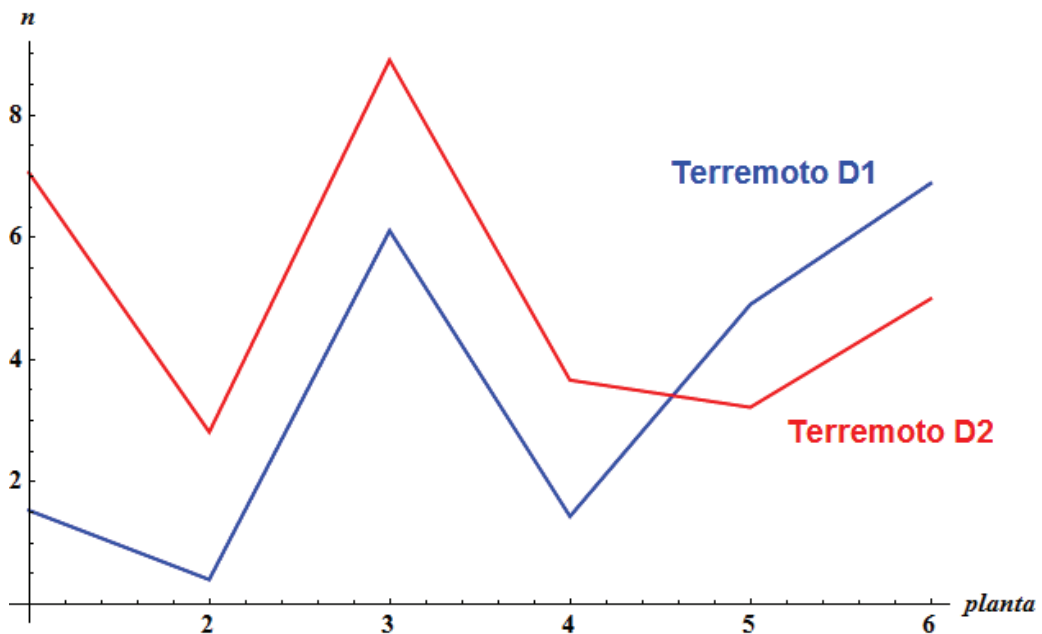
TIPO DE ESTRUCTURA	PLANTA	TERREMOTO D1		TERREMOTO D2	
		VALOR MEDIO	COEFICIENTE DE VARIACIÓN	VALOR MEDIO	COEFICIENTE DE VARIACIÓN
CONVENCIONAL	6	0.45525	0.423309	0.99230	0.130122
	5	0.47623	0.509875	0.28426	2.011120
	4	0.89419	0.307828	0.55287	1.350320
	3	0.82565	0.335256	0.98405	0.397581
	2	0.63244	0.222774	0.45168	0.720651
	1	4.24702	0.283195	4.67314	0.325149
CON DISIPADORES	6	6.88539	0.857281	4.99717	0.043619
	5	4.90249	0.161804	3.22354	0.268902
	4	1.43928	1.55709	3.66746	0.93990
	3	6.11143	0.0656735	8.89935	0.315748
	2	0.40606	0.246157	2.81738	0.764268
	1	1.53767	0.962354	7.05895	0.242272

En la Figura 92 se muestra la distribución entre plantas del índice de concentración de daño en el caso del pórtico convencional y en la Figura 93 para el pórtico con disipadores.



**Figura 92: Distribución por plantas del índice de concentración de daño del pórtico convencional de seis plantas**

En el pórtico convencional de seis plantas, solo la planta baja es propensa a la concentración del daño, mientras que los restos de las plantas no son tan sensitivas a la disminución de resistencia.



**Figura 93: Distribución por plantas del índice de concentración de daño del pórtico de seis plantas con disipadores**

En la Figura 94 se muestra la comparación entre las distribuciones de los valores del índice de concentración de daño obtenidos promediando los resultados obtenidos por el Terremoto D1 y el Terremoto D2. Se nota que en general el índice de concentración de daño en el caso del pórtico con disipadores es mayor que en el caso de la estructura convencional.

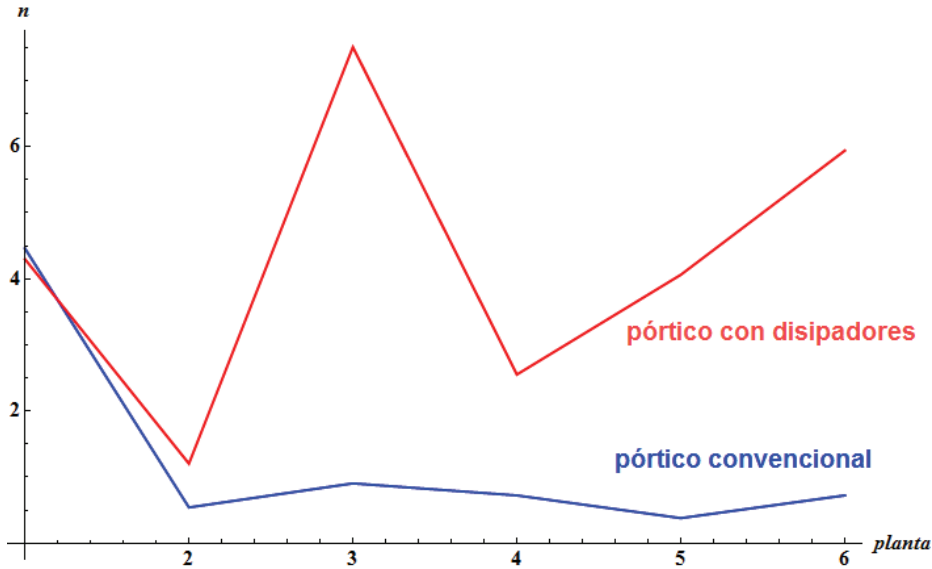


Figura 94: Distribución de los valores promedio del índice de concentración de daño



## 12. CONCLUSIONES

Como se mencionó en el principio, este trabajo tuvo dos objetivos principales.

El primer fue determinar la distribución del daño en dos tipos de estructuras diferentes sometidas a los diferentes sismos. Las estructuras con el sistema de control pasivo se proporcionaron con una distribución de resistencia lateral de plantas, cual debería garantizar la distribución del daño constante entre las plantas.

Haciendo los numerosos cálculos dinámicos directos se concluyó que la distribución del daño, especialmente en la estructura con tres plantas, no depende solo de la distribución de las fuerzas cortante de fluencia sino también y de la distribución de las rigideces de la parte flexible. Por otro lado, en la estructura de nueve plantas, sí se obtuvo una distribución de daño entre plantas más o menos constante y menor que el daño producido en la estructura convencional.

Por ello, se puede concluir que la distribución de resistencias propuesta por Akiyama garantizará la distribución del daño igual entre plantas solo en el caso de las estructuras altas, de nueve o más plantas. Por supuesto, esta conclusión debería ser confirmada por el análisis de un número de estructuras mayor de lo que se hizo en este trabajo.

También se notó que el daño tiende a concentrarse en las plantas superiores de todas las estructuras. Eso se podría evitar aumentando la resistencia de las últimas plantas proporcionando los elementos de las plantas superiores con una cantidad de armadura mayor. Así, la resistencia de las plantas superiores aumentaría más que su rigidez y el producto de la fuerza cortante de fluencia y el desplazamiento de fluencia sería mayor, y el ratio de deformación plástica acumulada sería menor.

El segundo objetivo del este trabajo fue intentar a determinar la propensión a la concentración del daño en dos tipos de estructuras diferentes.

Se consideraron tres disminuciones de resistencia por cada planta de las estructuras de tres y seis plantas sometidas a dos terremotos diferentes, y se puede concluir que las estructuras con el sistema de control pasivo son mucho más propensas a concentrar el daño producido por terremotos.

### 13. BIBLIOGRAFÍA

- [1] «Norma de construcción sismorresistente: Parte general y edificación (NCSE-02),» Centro de Publicaciones, Secretaría General Técnica, Ministerio de Fomento, Madrid, España, 2002.
- [2] «Eurocódigo 2, Proyecto de estructuras de hormigón, Parte I-I: Reglas generales y reglas para edificación,» Asociación Española de Normalización y Certificación AENOR, Madrid, España, 1993.
- [3] J. Radić, «Actas de ponencias,» de *Primeros días croatas de hormigón armado (en croata: "Prvi hrvatski dani betona, zbornik radova")*, Cavtat, Croacia, 2005.
- [4] U. Quast, «Cálculo de las piezas esbeltas - diseño a pandeo (en alemán: "Bemessung von schlanken Bauteilen - Stabilitätnachweis"),» Nemetschek Frilo GmbH, Stuttgart, Alemania, 2001.
- [5] A. Benavent-Climent, R. Bravo Pareja, L. Morillas Romero, J. Donaire Ávila, D. Escolano Margarit y A. Escobedo Ruiz, *Prácticas de estructuras IV*, Granada, España: Grupo Editorial Universitario, 2011.
- [6] E. Oñate Ibáñez de Navarra, *Cálculo de estructuras por el método de los elementos finitos : Análisis estático lineal*, Barcelona, España: Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, 1995.
- [7] J. B. Mander, *Proyecto sismorresistente de pilares de puentes (en inglés: "Seismic design of bridge piers")*, Christchurch, New Zealand: University of Canterbury, 1983.
- [8] S. Popovics, «Un enfoque numérico a la curva tensión-deformación completa del hormigón (en inglés: "A numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete"),» *Cement and Concrete Research*, vol. 3, pp. 583-599, 1973.
- [9] J. B. Mander, M. J. N. Priestley y R. Park, «Modelo teórico de relación tensión-deformación de hormigón confinado (en inglés: "Theoretical stress-strain model for

- confined concrete"),» *Structural Engineering*, nº 114, pp. 1804-1826, 1988.
- [10] A. M. Reinhorn, H. Roh, M. Sivaselvan, S. K. Kunnath, R. E. Valles, A. Madan, C. Li, R. Lobo y Y. J. Park, «IDARC2D Version 7.0: El software para el análisis del daño sísmico inelástico en estructuras (en inglés: "IDARC2D Version 7.0: A program for the inelastic damage analysis of structures"),» MCEER, University of Buffalo, Buffalo, Estados Unidos, 2009.
- [11] A. Benavent-Climent, L. Pujades y F. López-Almansa, «Espectro de input de energía de proyecto para las regiones de la sismicidad moderada (en inglés: "Design energy input spectra for moderate seismicity regions"),» *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 31, pp. 1151-1172, 2002.
- [12] «Evaluación sísmica y reforma de las estructuras de hormigón - ATC 40 ( en inglés: "Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings - ATC 40"),» ATC Applied Technology Council, California Seismic Safety Commission, Sacramento, Estados Unidos, 1996.
- [13] H. Akiyama, «Los modos de colapso de estructura causado por terremotos severos (en inglés: "Collapse modes of structures under strong motions of earthquake"),» *Annals of Geophysics*, vol. 45, nº 6, pp. 791-798, 2002.
- [14] H. Akiyama, Metodología de proyecto sismorresistente de edificios basada en el balance energético, Barcelona: Editorial Reverté, S.A., 2003.
- [15] S. H. Oh y I. H. Chang, «Prestación sismorresistente de la estructura mixta rígido-flexible para el uso efectivo del acero de alta resistencia (en inglés: "Earthquake resistance performance of flexible-stiff mixed structures for effective use of high-strength steel"),» de *Avances en Estructuras: Ponencias de la conferencia ASSCCA 2003 (en inglés: "Advances in Structures: Proceedings of the ASSCCA 2003 Conference")*, Sydney, Australia, 2003.
- [16] P. Dong, P. J. Moss y A. J. Carr, «Evaluación del daño estructural sísmico en los pórticos de hormigón armado dúctiles (en inglés: "Seismic structural damage assessment of reinforced concrete ductile framed structures"),» de *Pacific*

*Conference on Earthquake Engineering*, Christchurch, Nueva Zelanda, 2003.

- [17] G. G. Deierlein, A. M. Reinhorn y M. R. Willford, «Análisis estructural no lineal en proyecto sismorresistente (en inglés: "Nonlinear structural analysis for seismic design"),» National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, Estados Unidos, 2010.