

Técnicas de filtrado bayesiano aplicadas al modelado ambiental cuantitativo en Acústica y Ecología



Laura Martín Fernández

Departamento de Física Aplicada

Universidad de Granada

Tesis doctoral presentada dentro del Programa Oficial de Posgrado en Física
para optar al grado de

Doctor por la Universidad de Granada

Septiembre 2012

Declaración

La doctoranda Dña. Laura Martín Fernández y los directores de la tesis Dr. Diego Pablo Ruiz Padillo, Profesor Titular del Departamento de Física Aplicada de la Universidad de Granada, y Dr. Joaquín Míguez Arenas, Profesor Titular del Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones de la Universidad Carlos III de Madrid, al firmar esta tesis doctoral

GARANTIZAN:

Que la memoria titulada “Técnicas de filtrado bayesiano aplicadas al modelado ambiental cuantitativo en Acústica y Ecología” ha sido realizada por la doctoranda bajo la dirección de los directores de la tesis en el departamento de Física Aplicada de la Universidad de Granada para optar al grado de Doctor por la Universidad de Granada, y en la realización del trabajo, hasta donde nuestro conocimiento alcanza, se han respetado los derechos de otros autores a ser citados cuando se han utilizado sus resultados o publicaciones.

Granada, 10 de Septiembre de 2012

Fdo. Diego Pablo Ruiz Padillo

Fdo. Joaquín Míguez Arenas

Fdo.: Laura Martín Fernández

Resumen

En este trabajo se exploran técnicas de aproximación numérica para resolver tres problemas importantes en ciencias ambientales. En primer lugar, se abordan dos problemas presentes en las aglomeraciones urbanas, en el marco de la acústica. Por un lado, se propone un método de aproximación del máximo *a posteriori* (MAP) para comparar modelos de espacio de estados no lineales que describen el problema de la predicción de los niveles de ruido ambiental. Este método se basa en el filtrado de partículas y además usa una técnica de Monte Carlo con cadenas de Markov para mejorar la etapa de remuestreo. Por otro lado, se presenta una metodología basada en filtrado de Kalman extendido que aborda el problema de la estimación de los caudales de tráfico urbano, diferenciando entre los tres principales tipos de vehículos rodados, a partir de observaciones de ruido ambiental. Finalmente, en el marco de la ecología, se estudia un sistema depredador-presa estocástico con una respuesta funcional del tipo Lotka-Volterra y se propone un filtro de partículas para estimar el parámetro desconocido de comportamiento que representa la tasa de búsqueda efectiva por depredador en la respuesta funcional y predecir la biomasa de las poblaciones utilizando datos sintéticos y datos de campo. Esta técnica combina un esquema de muestreo secuencial de Monte Carlo para el seguimiento de las biomásas, con la integración analítica del parámetro desconocido. Con el fin de evaluar el comportamiento de los tres métodos mencionados, los resultados han sido validados con datos experimentales. Este trabajo ha sido financiado por el proyecto de la Consejería de Innovación, Ciencia y Empresa de la Junta de Andalucía de España con ref. TIC-03269.

Abstract

In this work, numerical approximation techniques are explored to solve three important problems in environmental sciences. Firstly, two problems of urban agglomerations, in the acoustics framework, are addressed. On the one hand, a maximum *a posteriori* (MAP) method to compare nonlinear state-space models that describe the problem of predicting environmental sound levels is put forth. The numerical implementation of this method is based on particle filtering and we use a Markov chain Monte Carlo technique to improve the resampling step. On the other hand, a methodology that deals with the problem of predicting urban traffic flows, differentiating between the three main road vehicle types, from environmental noise observations is put forth. Inference is numerically carried out using an extended Kalman filter. Finally, in the ecology framework, we consider a stochastic predator-prey system with a Lotka-Volterra functional response and propose a particle filtering method for estimating the behavioral parameter representing the rate of effective search per predator in the functional response and forecast the population biomass using both synthetic and field data. The proposed technique combines a sequential Monte Carlo sampling scheme for tracking the time-varying biomasses with the analytical integration of the unknown behavioral parameter. In order to assess the performance of the three methods, the results have been compared to experimental data. This work has been supported by the “Consejería de Innovación, Ciencia y Empresa de la Junta de Andalucía” of Spain under project TIC-03269.

A mi familia

“La naturaleza está repleta de razonamientos que no tuvo nunca la experiencia”. Leonardo da Vinci.

Índice general

Lista de figuras	xi
Lista de tablas	xiii
Lista de acrónimos	xv
I INTRODUCCIÓN	1
1 Introducción	3
1.1 Métodos ambientales cuantitativos	3
1.2 Problemas en acústica ambiental	4
1.3 Sistemas predador-presa	6
1.4 Objetivos	7
1.5 Aportaciones del trabajo	8
1.6 Marco del proyecto de tesis	9
1.7 Organización de los capítulos	10
2 Filtrado en sistemas dinámicos	13
2.1 Modelos de espacio de estados	13
2.2 Inferencia bayesiana	15
2.3 Aproximación numérica	18
2.4 Notación	27
3 Descripción del paisaje sonoro urbano	29
3.1 Introducción	29
3.2 Descriptores del nivel de presión sonora	33

ÍNDICE GENERAL

3.3	Descriptores de la composición temporal del nivel de presión sonora . . .	35
3.4	Composición espectral del nivel de presión sonora	36
3.5	Descriptores psicoacústicos	36
4	Modelos matemáticos en ecología	39
4.1	Introducción	39
4.2	Modelo exponencial del crecimiento de las poblaciones	41
4.3	Modelo logístico del crecimiento de las poblaciones	43
4.4	Modelos depredador-presa	46
II	APLICACIONES EN ACÚSTICA	51
5	Comparison of environmental noise prediction models	53
5.1	Introduction	53
5.2	Dynamic models	55
5.3	Criterion for model selection	62
5.4	Numerical implementation	64
5.5	Experimental results	66
5.6	Conclusions	75
6	Urban road traffic flow prediction using sound pressure levels	77
6.1	Introduction	77
6.2	Dynamic model	79
6.3	Numerical implementation	80
6.4	Experimental results	83
6.5	Conclusions	85
III	APLICACIONES EN ECOLOGÍA	87
7	Joint parameter estimation and biomass tracking in a stochastic predator-prey system	89
7.1	Introduction	89
7.2	Dynamic model	93
7.3	Computational inference	97

7.4 Case study	104
7.5 Conclusions	115
IV CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS	121
8 Discusión	123
8.1 Principales contribuciones	123
8.2 Trabajo futuro	125
8.3 Publicación de resultados	127
9 Discussion	131
9.1 Main contributions	131
9.2 Future works	133
9.3 Publication of results	134
APÉNDICES	137
A Redes neuronales artificiales: Red <i>backpropagation</i>	139
A.1 Concepto general	139
A.2 Funcionamiento de una red neuronal	140
A.3 La neurona artificial	142
A.4 Mecanismos de aprendizaje	144
A.5 Ventajas e inconvenientes	145
A.6 Las redes <i>backpropagation</i>	146
B Procedimiento y sistema para estimar caudales de tráfico rodado a partir de los niveles de ruido ambiental (Memoria técnica de la patente)	149
BIBLIOGRAFÍA	179

ÍNDICE GENERAL

Lista de figuras

2.1	Esquema del filtrado de partículas	25
5.1	Structure of the two neural networks	58
5.2	Model comparison in street number 2 using all indicators (23 sound pressure levels)	67
5.3	Model comparison in street number 3 using all indicators (23 sound pressure levels)	67
5.4	Model comparison in street number 6 using all indicators (23 sound pressure levels)	68
5.5	Street number 2: Evolution of the functions $J_m^1(t), \dots, J_m^6(t)$, $m = 1, 2$, over time for $1 \leq t \leq T = 25$	70
5.6	Street number 3: Evolution of the functions $J_m^1(t), \dots, J_m^6(t)$, $m = 1, 2$, over time for $1 \leq t \leq T = 25$	72
5.7	Street number 6: Evolution of the functions $J_m^1(t), \dots, J_m^6(t)$, $m = 1, 2$, over time for $1 \leq t \leq T = 25$	74
6.1	Diagram of the proposed method based on extended Kalman filtering. .	83
6.2	Light vehicle flow predictions (posterior means $\bar{x}_{1,t}$) generated by extended Kalman filtering in Street 1	84
6.3	Light vehicle flow predictions (posterior means $\bar{x}_{1,t}$) generated by extended Kalman filtering in Street 2	85
7.1	Synthetic series of the prey (continuous line) and predator (dashed line) biomass, with $x_0 = 0,1$, $y_0 = 0,007$ and $q_0 = 1,5$	106
7.2	Particle filter estimates ($\hat{q}_{0,k}^M$, $k = 1, 2, \dots, S$) of the unknown parameter q_0 over time with $M = 10^5$ particles.	108

LISTA DE FIGURAS

7.3	Comparison of the true synthetic biomass sequences (dash-dotted lines) and the online biomass estimates (continuous lines) generated by the RBPF algorithm of Table 7.4	109
7.4	Comparison of the true synthetic biomass sequences (dash-dotted lines) and the online biomass estimates (continuous lines) generated by the PF of Table 7.2 with fix $q_0 = 1,4985$	110
7.5	Particle filter estimates ($\hat{q}_{0,k}^M$, $k = 1, 2, \dots, 98$) of the unknown parameter q_0 over time with $M = 2 \times 10^5$ particles, the observation variance $d_x^2 = d_y^2 = 10^{-5}$ and field data.	112
7.6	Online estimates of the prey and predator biomass (continuous line) and field data points (stars)	113
7.7	Estimates of the prey and predator biomass obtained with the particle filter of Table 7.2 with $M = 2 \times 10^5$ particles and fix $q_0 = 1,8464$	114
A.1	Ejemplo de red neuronal artificial con 4 entradas y una capa oculta . . .	141
A.2	Ejemplo de redes neuronales hacia delante y recurrente	142
A.3	Esquema implementado por una neurona artificial	143

Lista de tablas

2.1	Algoritmo Metropolis-Hastings	20
2.2	Filtro <i>Bootstrap</i>	24
3.1	Diferencial semántico	32
5.1	Indicators of sound pressure level and its spectral composition	55
5.2	Sound emission variables	56
5.3	Sound spread variables	57
5.4	Characteristics of the locations (streets) where the measurements were collected.	59
5.5	Algorithm for MAP model selection.	64
5.6	Particle filter with MCMC move after resampling.	65
5.7	Model comparison for the complete indicator set in three selected streets	66
5.8	Indicators studied in Section 5.5.2.	69
5.9	Model comparison for scalar observations in the street number 2	69
5.10	Model comparison for scalar observations in the street number 3	71
5.11	Model comparison for scalar observations in the street number 6	73
5.12	Pearson's correlation coefficients between dynamical state variables and L_{Aeq}	75
6.1	State variables	81
6.2	Mean absolute error of traffic flow predictions in Streets 1 and 2.	84
7.1	Kalman filter for the computation of $p(q_0 \mathbf{z}_{1:k}) = \mathcal{N}(q_0; \hat{q}_{0,k}, P_k)$	96
7.2	Standard SIS algorithm with multinomial resampling (SISR).	100

LISTA DE TABLAS

7.3	Rao-Blackwellized PF for biomass tracking when the functional response parameter q_0 is unknown.	103
7.4	Rao-Blackwellized PF for biomass tracking with unknown q_0 and missing data.	105
7.5	Performance of the RBPF algorithm with synthetic data, $M = 10^5$ and several values of the observation variance $d_x^2 = d_y^2$	108
7.6	Performance of the RBPF algorithm with field data, $M = 2 \times 10^5$ particles and several values of the observation variance $d_x^2 = d_y^2$	111
7.7	Comparison of prey experimental biomass and mean biomass from 500 independent simulations of model (7.2) using 100 random draws of q_0 from the posterior approximated via MCMC [70] and from the posterior approximated via the RBPF algorithm.	116
7.8	Comparison of predator experimental biomass and mean biomass from 500 independent simulations of model (7.2) using 100 random draws of q_0 from the posterior approximated via MCMC [70] and from the posterior approximated via the RBPF algorithm.	117
7.9	Comparison of the NSSE for the prey ($NSSE_x$) and the predator ($NSSE_y$) obtained from random draws of q_0 using the approximate posterior distributions generated by the MCMC method of [70] and the RBPF algorithm in this paper.	117

Lista de acrónimos

- AM** Amplitud Modulada o modulación de amplitud: un tipo de modulación lineal que consiste en hacer variar la amplitud de la señal portadora de forma que esta cambie de acuerdo con las variaciones de nivel de la señal que contiene la información que se desea transmitir, llamada señal moduladora o modulante.
- ANN** Artificial Neural Network: modelo matemático inspirado en la estructura y los aspectos funcionales de las redes neuronales biológicas. Se compone de un grupo interconectado de neuronas artificiales que procesa la información usando un enfoque de cálculo conexionista.
- CF** Crest Factor (o factor cresta): la relación entre el valor máximo de presión sonora con respecto a la raíz del valor cuadrático medio de la presión sonora.
- CNR** Consiglio Nazionale delle Ricerche (o Consejo Nacional de Investigación): organismo público cuyo deber es realizar, promover, difundir, transferir y mejorar las actividades de investigación en los principales sectores de crecimiento del conocimiento y de sus aplicaciones para el desarrollo científico, tecnológico, económico y social de Italia.
- EKF** Extended Kalman Filter (o filtro de Kalman extendido): método de filtrado que linealiza las ecuaciones de observación y de estado para aplicar posteriormente filtrado de Kalman, obteniendo los estimadores de la variable de estado y las covarianzas de estos estimadores.
- FDP** Función de densidad de probabilidad: función que describe la densidad de la probabilidad en cada punto del espacio de tal manera que la probabilidad de que la variable aleatoria tome un valor dentro de un determinado conjunto sea la integral de la función de densidad sobre dicho conjunto.

LISTA DE ACRÓNIMOS

- FM** Frecuencia Modulada o modulación de frecuencia: una modulación angular que transmite información a través de una onda portadora variando su frecuencia.
- GPS** Global Positioning System: sistema global de navegación por satélite que permite determinar en todo el mundo la posición de un objeto, una persona o un vehículo con una precisión hasta de centímetros (si se utiliza GPS diferencial), aunque lo habitual son unos pocos metros de precisión.
- IMATI** Istituto di Matematica Applicata e Tecnologie Informatiche (o Instituto de Matemática aplicada y Tecnología Informática): Resultado de la fusión de tres institutos que ya tenían una sólida reputación a nivel internacional, en el campo de las matemáticas y sus aplicaciones, llamados: IAMI (Instituto de Aplicaciones de las Matemáticas y de las Ciencias Informáticas) en Milán, IAN (Instituto de Análisis Numérico) en Pavía, y el IMA (Instituto de Matemáticas Aplicadas) en Génova.
- ISO** International Organization for Standardization (u Organización Internacional de Normalización): organismo encargado de promover el desarrollo de normas internacionales de fabricación (tanto de productos como de servicios), comercio y comunicación para todas las ramas industriales a excepción de la eléctrica y la electrónica. Su función principal es la de buscar la estandarización de normas de productos y seguridad para las empresas u organizaciones (públicas o privadas) a nivel internacional.
- KF** Kalman Filter (o filtro de Kalman): método que estima el estado de un sistema dinámico usando las medidas experimentales obtenidas a lo largo del tiempo. Este filtro es óptimo en modelos de espacio de estados con ecuaciones de estado y observación lineales y con ruidos blancos, gaussianos y aditivos.
- MAP** Maximum *a posteriori*: técnica basada en el cálculo de la probabilidad *a posteriori* de cada modelo dadas las mediciones recogidas en una secuencia de tiempo. La estimación MAP puede considerarse una regularización de la estimación de la máxima verosimilitud.

LISTA DE ACRÓNIMOS

- MCMC** Markov chain Monte Carlo: algoritmos para el muestreo de distribuciones de probabilidad basados en la construcción de una cadena de Markov que tiene la distribución deseada como su distribución de equilibrio.
- NSSE** Normalized Sum of Squares Error (o suma normalizada del error cuadrático): indicador del error cometido en las estimaciones sobre la varianza empírica de los datos, en los instantes de tiempo en los que están disponibles observaciones experimentales (definido en la Sección 7.4).
- OEPM** Oficina Española de Patentes y Marcas: Organismo Autónomo del Ministerio de Industria, Energía y Turismo que impulsa y apoya el desarrollo tecnológico y económico otorgando protección jurídica a las distintas modalidades de propiedad industrial mediante la concesión de patentes y modelos de utilidad (invenciones); diseños industriales (creaciones de forma); marcas y nombres comerciales (signos distintivos) y títulos de protección de las topografías de productos semiconductores. Asimismo, difunde la información relativa a las diferentes formas de protección de la propiedad industrial.
- OTRI** Oficina de Transferencia de Resultados de Investigación: Unidad encargada de promover, potenciar y difundir a la sociedad los resultados de investigación generados por los grupos de investigación de la Universidad de Granada.
- PDF** Probability density function: función que describe la densidad de la probabilidad en cada punto del espacio de tal manera que la probabilidad de que la variable aleatoria tome un valor dentro de un determinado conjunto sea la integral de la función de densidad sobre dicho conjunto.
- PF** Particle Filter (o filtro de partículas): método de aproximación numérica de distribuciones continuas por medio de medidas aleatorias discretas compuestas por partículas ponderadas. Generalmente, se utilizan para estimar el estado en modelos de espacio de estados no lineales y/o con ruidos no gaussianos.
- PFMCMC** Particle Filter Markov chain Monte Carlo: algoritmo que explora los estados ocultos utilizando filtros de partículas, mientras que los parámetros son estimados utilizando un algoritmo MCMC.

LISTA DE ACRÓNIMOS

- RBPF** Rao-Blackwellized Particle Filter (o mezcla de filtros de Kalman): filtro de partículas que utiliza una mezcla aleatoria de distribuciones gaussianas para aproximarse a una distribución de objetivo. Está diseñado para la estimación y predicción en tiempo real de modelos dinámicos lineales condicionales y parcialmente condicionales, que son en sí mismos una clase de sistemas no lineales ampliamente utilizados y que sirven también para aproximar muchos otros.
- RNA** Red neuronal artificial: modelo matemático inspirado en la estructura y los aspectos funcionales de las redes neuronales biológicas. Se compone de un grupo interconectado de neuronas artificiales que procesa la información usando un enfoque de cálculo conexionista.
- SIS** Sequential Importance Sampling: Versión secuencial del muestreo por importancia aplicado en los métodos de filtrado de partículas.
- SISR** Sequential Importance Sampling with Resampling: Algoritmo de muestreo por importancia secuencial con una etapa de remuestreo para evitar la degeneración de los pesos de las partículas en el tiempo.
- SMC** Sequential Monte Carlo: método de Monte Carlo secuencial utilizado para aproximar numéricamente el estado de un sistema dinámico, también denominado como filtro de partículas.
- TSLV** Temporal Sound Level Variance (o varianza temporal del nivel sonoro): producto de la desviación típica del nivel de presión sonora instantáneo y la desviación típica del nivel de presión sonora continuo equivalente.

Parte I

INTRODUCCIÓN

Capítulo 1

Introducción

1.1 Métodos ambientales cuantitativos

Los modelos y métodos cuantitativos aplicados a las ciencias ambientales están tomando fuerza en la sociedad. Estas herramientas se han vuelto muy atractivas porque permiten la descripción y un mejor entendimiento de los sistemas dinámicos presentes en el medio ambiente. Se utilizan métodos cuantitativos para abordar gran variedad de problemas en campos como acústica [26, 86], ecología [107, 130, 167], geología [111, 148], oceanografía [4, 17, 73, 147] o meteorología [8, 77, 149, 170].

Los métodos ambientales cuantitativos son aquellos que estudian de forma empírica y sistemática los fenómenos del medio ambiente a través de técnicas estadísticas, matemáticas o computacionales. Su objetivo es desarrollar y emplear modelos matemáticos, teorías y/o hipótesis que permitan no sólo explicar fenómenos sino también predecir posibles escenarios futuros. Entre estos métodos se encuentran: estimadores MAP, métodos de Monte Carlo, métodos de filtrado bayesiano, redes neuronales, máquinas de vector soporte, algoritmos genéticos, etc. Por ejemplo, en [147], proponen un modelo no lineal caótico para predecir las mareas de las tormentas, en [175], presentan un método basado en una red neuronal multicapa para estimar los parámetros de un sistema depredador-presa de protozoos y, en [82], hacen pronósticos de precipitaciones mediante un método de Monte Carlo del tipo *ensemble*.

El objeto de esta tesis es explorar los métodos cuantitativos disponibles en la literatura para resolver varios problemas en acústica ambiental y ecología. En el marco de la acústica ambiental, en este momento tiene gran importancia el estudio los efectos del

1. INTRODUCCIÓN

ambiente sonoro o paisaje sonoro sobre las respuestas físicas o el comportamiento de los seres vivos que viven en dicha zona [144]. A partir de la descripción y análisis de los paisajes sonoros, se intentan establecer unos baremos para aumentar la calidad sonora en las aglomeraciones urbanas [159]. En concreto, nos interesa comparar varios modelos que predicen los niveles de ruido ambiental en las zonas urbanas y estimar los caudales de tráfico rodado. En ecología, el estudio de las relaciones que los individuos tienen entre sí y con su entorno natural es esencial. Dentro de este campo los temas de mayor interés incluyen el estudio de los procesos que afectan a la distribución y abundancia de las poblaciones animales y vegetales. Para describir las poblaciones se miden las tasas de nacimiento, mortalidad y de emigración e inmigración, y se estudian las fluctuaciones en el número de individuos de cada especie, y las relaciones depredador-presa. Particularmente, abordamos la estimación de la respuesta funcional y la biomasa de las especies en modelos de población del tipo depredador-presa.

Los problemas que se abordan en la tesis han sido ampliamente estudiados pero todavía no se han podido resolver de manera óptima. Debido a su estructura dinámica, describimos los problemas o sistemas de interés mediante modelos de espacio de estados y realizamos su aproximación numérica con técnicas de filtrado bayesiano, concretamente, utilizando filtros de partículas [12, 48, 61].

A continuación, describimos con más detalle los problemas abordados en el ámbito de la acústica ambiental, en la Sección 1.2, y los modelos de ecología de nuestro interés, en la Sección 1.3.

1.2 Problemas en acústica ambiental

El ruido ambiental es uno de los problemas más importantes en las zonas urbanas, ya que tiene un gran impacto en la salud y el bienestar de la población expuesta. En las aglomeraciones urbanas, el tráfico rodado es la principal fuente de ruido y sus efectos sobre los habitantes son bien conocidos. Varios trabajos de investigación [25, 100] han demostrado que el ruido afecta a las actividades diarias y causa trastornos del sueño. Por lo tanto, con el fin de proteger la salud y proporcionar calidad de vida a los habitantes, los espacios urbanos deben ser planificados con un paisaje sonoro adecuado, manteniendo los niveles de ruido bajo control [1]. Para dicha planificación se necesita de una caracterización precisa del entorno.

1.2 Problemas en acústica ambiental

En las zonas urbanas existen gran variedad de fuentes de sonido y de condiciones ambientales o del entorno que contribuyen a amortiguar o amplificar el ruido ambiental. En concreto, podemos encontrar lugares con diferente composición de tráfico, diferentes configuraciones urbanas, con la presencia de fuentes de ruido difíciles de caracterizar (por ejemplo, zonas de ocio o negocios, obras, etc.), la existencia de zonas verdes, etc., que crean paisajes sonoros con diferentes niveles de presión sonora y con grandes diferencias en su comportamiento temporal y espectral [143, 174].

La complejidad de las zonas urbanas hace que el modelado y predicción de ruido ambiental, esencial para planificar y gestionar paisajes sonoros urbanos adaptados a la población expuesta, sea una tarea complicada. Trabajos anteriores han demostrado la influencia de diferentes variables en la caracterización del nivel de ruido ambiental y en la descripción de la evolución temporal del nivel de presión sonora [160, 161, 162, 164]. El problema de la predicción del ruido ambiental a partir de las fuentes de ruido ha sido tratado mediante diversos métodos y técnicas en la literatura [21, 29, 30, 31, 67, 90, 163], desde el uso de modelos físicos hasta métodos estadísticos.

Cuando se dispone de varios modelos para describir el paisaje sonoro en un área urbana determinada surge la necesidad de comparar la bondad de las predicciones de los niveles de ruido ambiental realizadas por cada modelo para elegir el candidato más adecuado. Para resolver dicho problema de selección podemos plantear los modelos candidatos en formato de espacio de estados donde se identifiquen las fuentes de ruido como variables de estado que evolucionan aleatoriamente a lo largo del tiempo, las condiciones del entorno como variables de estado constantes, y las observaciones del modelo sean los indicadores de los niveles medios de presión sonora y los niveles sonoros en las bandas de tercio de octava (o composición espectral) recogidos durante un periodo de tiempo concreto. La relación entre las observaciones (niveles de presión sonora) y las variables de estado (fuentes de ruido) se representa mediante no-linealidades (como, por ejemplo, diferentes configuraciones de red neuronal [114]) y una perturbación aleatoria.

Por otro lado, dado que el tráfico rodado es la fuente de ruido ambiental más importante y generalizada en las aglomeraciones urbanas, la predicción de los caudales de tráfico también es una valiosa información para el diseño de los planes de movilidad urbana y el desarrollo de acciones que mitiguen el ruido ambiental, especialmente en las principales vías urbanas. Basándonos en el modelo dinámico planteado para describir el problema de la predicción de los niveles de ruido ambiental, podemos definir un nuevo

1. INTRODUCCIÓN

modelo de espacio de estados que nos permite abordar el problema inverso, es decir, para estimar las variables de estado (caudales de tráfico rodado) dadas las observaciones del modelo (indicadores de los niveles de presión sonora y su composición espectral).

1.3 Sistemas depredador-presa

En el ámbito de la ecología, existe un gran interés por el adecuado modelado y la predicción cuantitativa del comportamiento de diversos sistemas depredador-presa a lo largo del tiempo. Esencialmente, este tipo de cuestiones surgen en problemas de control biológico de plagas [62]. Las estrategias de control biológico se basan en la liberación de un agente para controlar las plagas [15]. Sin embargo, es difícil establecer estas estrategias debido a que es esencial conocer la abundancia actual de la población de la plaga y las propiedades de la respuesta funcional de los depredadores, es decir, la tasa instantánea per cápita de la depredación, y dicha información no siempre está disponible. Otra dificultad añadida es que la decisión sobre el momento y la cantidad de depredadores liberados tiene que tomarse durante la interacción del depredador y presa.

Podemos representar un sistema depredador-presa mediante un modelo de espacio de estados identificando la biomasa o densidad de población de cada especie como variables de estado y las medidas experimentales de dichas biomásas como observaciones del modelo. La dinámica de las poblaciones puede ser descrita a través, por ejemplo, de un modelo estocástico depredador-presa de tipo Lotka-Volterra [70] o de tipo Ivlev [71]. La selección de un modelo apropiado para representar la respuesta funcional es una tarea crítica en el contexto del manejo integral de plagas [78]. En la literatura, se han propuesto varios modelos de respuesta funcional [141]. Estas funciones pueden depender de la presa o pueden depender de la densidad de presas y depredadores, y tener en cuenta los diferentes aspectos fisiológicos y de comportamiento [20, 78].

El modelado dinámico de los sistemas depredador-presa permite describir cuantitativamente la interacción entre poblaciones, facilitando de este modo la definición y evaluación de estrategias de control biológico [128]. Además, esta herramienta permite predecir la abundancia de la población y el nivel de daño, así como la eficacia y el tiempo requerido por el depredador para el control de la presa. Las dos componentes principales que caracterizan la dinámica depredador-presa son la respuesta numérica (es decir, el crecimiento de la presa) y la respuesta funcional [41, 130]. La primera componente

puede ser estimada fácilmente a partir de datos biológicos a nivel individual disponibles a través del enfoque experimental clásico basado en el análisis de las estrategias de ciclos vitales (*life-history strategies*). Se han utilizado también enfoques experimentales para la estimación de la forma funcional y los parámetros de la respuesta funcional del depredador. Sin embargo, se ha reconocido que los enfoques experimentales encuentran importantes limitaciones debido a que la puesta en marcha experimental y artificial condiciona el comportamiento del depredador ([176]). En consecuencia, es esencial explorar otras metodologías que consigan superar esas limitaciones y permitan estimar los parámetros del sistema depredador-presa con precisión.

1.4 Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es la introducción de técnicas bayesianas emergentes de procesamiento de señal en campos donde no está muy extendido su uso como son la acústica y la ecología. Para conseguir este objetivo, esta tesis aborda los siguientes objetivos intermedios:

1. Modelar dinámicamente los problemas de predicción de las condiciones ambientales en entornos urbanos, como son los niveles de presión sonora o los caudales de tráfico rodado.
2. Comparar modelos dinámicos que describen el problema de la predicción de niveles de ruido ambiental a partir de las fuentes de ruido en zonas urbanas.
3. Estimar los caudales de tráfico rodado a corto plazo en una vía urbana a partir de los niveles de ruido ambiental.
4. Modelar el problema clásico depredador-presa para la aproximación de los parámetros que intervienen en la dinámica de poblaciones.
5. Realizar el seguimiento de la biomasa de cada especie de un sistema depredador-presa y estimar los parámetros de comportamiento desconocidos utilizando observaciones experimentales.

1.5 Aportaciones del trabajo

En el marco de la acústica, abordamos el problema de la selección de modelos que predicen los niveles de presión sonora y su composición espectral en aglomeraciones urbanas, a partir de datos de las fuentes de ruido urbano. Para seleccionar el mejor modelo del conjunto de candidatos, establecemos un criterio de máxima probabilidad *a posteriori* siguiendo la aproximación general de [44], de forma similar al algoritmo de monitorización de modelos de [45]. Primero, describimos el problema de la predicción de niveles de ruido ambiental como un modelo dinámico, en concreto, mediante las ecuaciones de un modelo de espacio de estados no lineal. Posteriormente, calculamos la bondad de las predicciones de cada modelo sobre los mismos conjuntos de datos reales aplicando filtrado de partículas [46, 48, 49, 76]. Concretamente, el algoritmo de filtrado propuesto para este problema es implementado incluyendo un paso de un algoritmo Monte Carlo con cadenas de Markov [72] para mitigar la pérdida de la diversidad en la etapa de remuestreo de los filtros de partículas convencionales.

A continuación, desarrollamos un procedimiento para estimar los caudales de tráfico de una vía durante un periodo de tiempo determinado utilizando exclusivamente la medida del ruido ambiental en dicha vía. Dado un modelo de espacio de estados similar al descrito para el problema de selección anterior, la metodología propuesta permite estimar en tiempo real y sin supervisión humana los caudales de distintos tipos de vehículos, en particular vehículos ligeros, vehículos pesados y motocicletas o ciclomotores. Concretamente, dicha metodología está basada en un filtro de Kalman extendido [89].

Finalmente, en el marco de la ecología, proponemos una técnica que combina un esquema de muestreo secuencial de Monte Carlo para realizar el seguimiento de la biomasa de cada especie de un sistema depredador-presa estudiado en [70] con la integración analítica de un parámetro de comportamiento desconocido que determina la respuesta funcional del depredador a la abundancia de presas. El algoritmo presentado es un filtro de partículas del tipo Rao-Blackwell [32, 48] (también conocido como mezcla de filtros de Kalman [37]); de esta forma reducimos la varianza de los estimadores en comparación con los filtros de partículas estándar. En particular, este filtro consigue mayor precisión en el seguimiento de las biomásas que el algoritmo de Monte Carlo

basado en cadenas de Markov aplicado en [70] utilizando el mismo conjunto de datos de campo.

1.6 Marco del proyecto de tesis

Esta tesis ha sido desarrollada dentro del Proyecto de Excelencia de la Consejería de Innovación, Ciencia y Empresa de la Junta de Andalucía de España con referencia TIC-03269. El objetivo de este proyecto es el estudio y aplicación de potentes herramientas emergentes de procesado de señal.

La fase de formación de la beca predoctoral se ha centrado en la consecución del título del Máster en “Soft Computing y Sistemas Inteligentes” de la Universidad de Granada. Posteriormente, durante la fase de investigación, se ha abordado el desarrollo e implementación de técnicas bayesianas con aplicación en sistemas dinámicos relevantes en el campo de la acústica y la ecología.

En el marco de la acústica, hemos continuado con una de las líneas de investigación iniciada en 2006 por el grupo de “Sistemas, Señales y Ondas” del departamento de Física Aplicada de la Universidad de Granada. Dicha línea busca la mejora de los paisajes sonoros en las aglomeraciones urbanas por medio de la caracterización de las fuentes de ruido ambiental y la predicción de los niveles de presión sonora. El grupo cuenta con bastante experiencia investigadora en el campo y numerosos trabajos publicados (véase [66, 67, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166]). Para la consecución de los objetivos marcados, hemos trabajado estrechamente con el grupo de “Tratamiento de señal” del departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones de la Universidad Carlos III de Madrid especializado en el trabajo con métodos bayesianos (véase [46, 120, 121, 122, 123, 124]).

En el marco de la ecología, hemos aplicado las técnicas estudiadas en la primera línea de investigación a modelos de población, en concreto, a sistemas depredador-presa con los que se está trabajando en el departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones de la Universidad Carlos III de Madrid y en el Istituto di Matematica Applicata e Tecnologie Informatiche del Consiglio Nazionale delle Ricerche (IMATI-CNR) de Milán (Italia) (véase [69, 70, 71]).

Durante los años 2010 y 2011 se han realizado varias estancias cortas en el departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones de la Universidad Carlos III de Madrid

1. INTRODUCCIÓN

financiadas mediante el programa Consolider-Ingenio 2010 CSD2008-00010 COMONSENS y el proyecto DEIPRO, con referencia TEC-2009-14504-C02-01, del Ministerio de Ciencia e Innovación de España. Por último, en 2012 se ha realizado una estancia de seis meses en el IMATI-CNR de Milán (Italia) financiada por el Proyecto de Excelencia. Los objetivos de esta última estancia han sido trabajar con los modelos clásicos de ecología estudiados en el instituto y aplicar técnicas de filtrado bayesiano a dichos sistemas depredador-presa para conseguir un mayor entendimiento de la interacción entre poblaciones.

1.7 Organización de los capítulos

El documento está organizado en cuatro partes, dedicadas a la introducción de nociones y conceptos generales de la tesis, los problemas abordados en acústica, los problemas abordados en ecología y las conclusiones y trabajo futuro, respectivamente.

El primer bloque incluye esta introducción que se corresponde con el Capítulo 1 junto con los Capítulos 2, 3 y 4. En el Capítulo 2, describimos la estructura de los modelos de espacio de estados estándar, la aproximación bayesiana a los problemas que se abordan generalmente y la notación utilizada a lo largo de la tesis. Definimos el concepto de paisaje sonoro y los descriptores que lo caracterizan en el Capítulo 3. En el Capítulo 4, introducimos los modelos matemáticos clásicos desarrollados para describir el crecimiento y la interacción de las poblaciones en ecología.

El segundo bloque está compuesto por los Capítulos 5 y 6. En el Capítulo 5, proponemos un método para la comparación de modelos dinámicos que predicen niveles de ruido ambiental. En concreto, exponemos el problema y hacemos una revisión de los métodos que han tratado dicho problema en la literatura. A continuación, definimos el modelo dinámico que describe el problema abordado, elaboramos un criterio MAP para la selección de modelos, describimos el algoritmo de filtrado de partículas que se aplica para la implementación numérica y, por último, ponemos a prueba la metodología propuesta por medio de una serie de mediciones de los niveles de presión sonora obtenidos experimentalmente en la ciudad de Granada (España). En el Capítulo 6, presentamos un método para estimar los caudales de tráfico rodado a partir de los niveles de ruido ambiental. Empezamos describiendo el problema y realizamos una

revisión bibliográfica de los métodos que con anterioridad lo han tratado. A continuación, definimos el modelo dinámico que describe el problema abordado, describimos el algoritmo de filtrado de Kalman extendido aplicado para la implementación numérica y, por último, comprobamos el correcto funcionamiento la metodología propuesta con datos experimentales de la ciudad de Granada (España). Los resultados obtenidos son mostrados y discutidos al final de cada capítulo.

El tercer bloque incluye el Capítulo 7. En dicho capítulo proponemos una técnica para realizar el seguimiento de la densidad de población de cada especie de un sistema depredador-presa y estimar los parámetros de comportamiento desconocidos. Primero, describimos el modelo estocástico depredador-presa de interés y después lo reescribimos como un modelo de espacio de estados. A continuación, presentamos un filtro de partículas del tipo Rao-Blackwell para realizar conjuntamente el seguimiento de las biomásas y la estimación de un parámetro de comportamiento que determina la respuesta funcional del depredador a la abundancia de presas. El método propuesto es aplicado a datos simulados y datos experimentales de un sistema depredador-presa configurado para el control biológico: el ácaro de la plaga *Tetranychus urticae* y el ácaro depredador *Phytoseiulus persimilis*. Por último, mostramos los resultados y algunas conclusiones.

En el cuarto y último bloque, listamos el conjunto completo de aportaciones de la tesis, proponemos algunas líneas de trabajo para el futuro y exponemos los resultados publicados, en el Capítulo 8 en castellano y en el Capítulo 9 en inglés.

Adicionalmente incluimos dos apéndices. En el Apéndice A, introducimos el concepto de red neuronal artificial y el tipo de red neuronal utilizada en las aplicaciones de los Capítulos 5 y 6. En el Apéndice B, adjuntamos la memoria técnica de la patente fruto del trabajo de investigación realizado en el Capítulo 6, que ha sido presentada recientemente en la Oficina Española de Patentes.

1. INTRODUCCIÓN

Capítulo 2

Filtrado en sistemas dinámicos

2.1 Modelos de espacio de estados

La mayoría de los procesos físicos y sistemas observados en la naturaleza cambian en el tiempo, por lo tanto es habitual utilizar modelos dinámicos para su descripción. Sus aplicaciones se pueden encontrar en gran cantidad de áreas, incluyendo comunicaciones, radar, control y econometría.

Desde el punto de vista de la ingeniería, la complejidad de los sistemas es cada vez mayor debido a la a dificultad de las tareas y a los estrictos requisitos de precisión. Los sistemas pueden tener múltiples entradas y múltiples salidas y además pueden ser variantes en el tiempo. Estas características suponen una serie de requerimientos que el modelado clásico no puede atender de forma adecuada, por lo tanto, la solución en este caso es el modelado basado en variables de estado. El concepto de estado es bien conocido en el campo de la dinámica clásica desde hace décadas, donde es usado como una herramienta para describir los factores capaces de producir alteraciones de un sistema. La teoría basada en variables de estado difiere bastante de la teoría clásica de control, dado que la primera es aplicable a sistemas que pueden ser lineales o no lineales, invariantes o variantes en el tiempo, con una o múltiples entradas y una o múltiples salidas, mientras que la segunda en general es aplicada sólo a sistemas lineales e invariantes en el tiempo, con una entrada y una salida.

Los conceptos básicos para construir un modelo de espacio de estados son el estado, las variables de estado, el estado inicial, el espacio de estados, las observaciones del sistema y las ecuaciones de estado. El estado describe las condiciones presentes, pasa-

2. FILTRADO EN SISTEMAS DINÁMICOS

das y futuras de un sistema, y habitualmente, es modelado a través de una ecuación. Las variables de estado se definen como el conjunto mínimo de variables de interés del sistema dinámico. El estado inicial del sistema es definido a partir de la distribución de densidad *a priori* de las variables de estado, pudiendo ser dicha distribución una delta de Dirac. El espacio de estados es el espacio n -dimensional cuyos ejes de coordenadas están formados por las variables de estado. Por lo tanto, cualquier estado puede representarse como un punto en este espacio. Las observaciones del sistema son las variables que normalmente pueden ser medidas y en el caso de los sistemas de control son las variables seleccionadas para ser controladas en el tiempo. Con frecuencia, las medidas u observaciones de un sistema se pueden representar como la combinación lineal de las variables de estado. Por último, las ecuaciones de estado son ecuaciones en diferencias de primer orden usadas para modelar sistemas dinámicos. Por lo general, una ecuación en diferencias de orden n puede ser descompuesta en n ecuaciones en diferencias de primer orden. Se utiliza este tipo de descomposición porque normalmente las ecuaciones en diferencias de primer orden son más sencillas de resolver que las de orden superior.

Un sistema se puede representar como un modelo de espacio de estados de la siguiente forma

$$\mathbf{x}_{t+1} = f(\mathbf{x}_t, \mathbf{w}_{t+1}), \quad (2.1)$$

$$\mathbf{y}_{t+1} = g(\mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{v}_{t+1}), \quad (2.2)$$

donde la ecuación (2.1) es la ecuación de estado y la ecuación (2.2) es la ecuación de medida u observación. El vector $\mathbf{x}_{t+1} = x_{1,t+1}, x_{2,t+1}, \dots, x_{n,t+1}$ está compuesto por las n variables de estado necesarias para describir el comportamiento del sistema dinámico en un determinado instante del tiempo $t+1$ y las s observaciones del sistema son recogidas en el vector $\mathbf{y}_t = y_{1,t+1}, y_{2,t+1}, \dots, y_{s,t+1}$. Los vectores \mathbf{w}_{t+1} y \mathbf{v}_{t+1} son secuencias de ruido independientes con distribuciones conocidas. La función g representa la función de medida y f es la función de estado, ambas funciones se suponen conocidas. Si f o g presentan el tiempo $t+1$ explícitamente, el sistema recibe el nombre de variante en el tiempo. En $t=0$ el estado se caracteriza por una distribución *a priori*.

Si las ecuaciones (2.1) y (2.2) son linealizadas o si el sistema es lineal, dichas ecuaciones pueden reescribirse como

$$\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{A}_{t+1}\mathbf{x}_t + \mathbf{W}_{t+1}\mathbf{w}_{t+1}, \quad (2.3)$$

$$\mathbf{y}_{t+1} = \mathbf{H}_{t+1}\mathbf{x}_{t+1} + \mathbf{V}_{t+1}\mathbf{v}_{t+1}, \quad (2.4)$$

donde \mathbf{A}_{t+1} , \mathbf{H}_{t+1} , \mathbf{W}_{t+1} y \mathbf{V}_{t+1} son matrices que describen la dinámica del sistema. Por otra parte, si el sistema modelado es invariante en el tiempo, las ecuaciones (2.3) y (2.4) pueden ser simplificadas de manera que \mathbf{A} , \mathbf{H} , \mathbf{W} y \mathbf{V} se definan con valores constantes.

2.2 Inferencia bayesiana

La aproximación bayesiana para inferir sobre el estado del sistema, \mathbf{x}_k en un tiempo k , dado un conjunto de medidas en un tiempo t , consiste en calcular la distribución *a posteriori* de \mathbf{x}_k condicionada a las observaciones disponibles hasta el tiempo t , como se describe en [61]. Si definimos $\mathbf{y}_{1:t}$ como el conjunto de observaciones hasta el tiempo t , $\mathbf{y}_{1:t} = \mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_t$, la solución bayesiana es el cálculo de la densidad $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:t})$. Esta densidad representa toda la información del vector de estado \mathbf{x}_k que está contenida en las observaciones $\mathbf{y}_{1:t}$ y la distribución *a priori* para \mathbf{x}_k .

Si la densidad $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:t})$ es conocida, pueden hacerse estimaciones de las funciones de estado en el tiempo k , condicionadas a las observaciones tomadas hasta el tiempo t , en lugar de estimar el estado en sí mismo. En concreto, el estimador de \mathbf{x}_k que minimiza el error cuadrático medio puede ser definido como la esperanza de \mathbf{x}_k condicionada a $\mathbf{y}_{1:t}$,

$$E(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:t}) = \int \mathbf{x}_k p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:t}) d\mathbf{x}_k. \quad (2.5)$$

También se podría obtener la máxima estimación *a posteriori* de \mathbf{x}_k a través de $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:t})$ eligiendo el valor de \mathbf{x}_k que maximiza la densidad.

Por otro lado, es posible abordar tres problemas diferentes relacionados con el modelo descrito por las ecuaciones (2.1) y (2.2):

1. Filtrado: calcular $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:k})$, es decir, las estimaciones de \mathbf{x}_k dadas las observaciones en el tiempo k .

2. FILTRADO EN SISTEMAS DINÁMICOS

2. Predicción: calcular $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:t})$ cuando $k > t$.
3. Alisamiento o *smoothing*: calcular $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:t})$ cuando $k < t$, es decir, estimar un estado previo dada las observaciones actuales.

Estos tres problemas están relacionados, aunque el análisis de series temporales se centra en resolver el problema de filtrado.

Para calcular la densidad *a posteriori* del estado es necesario utilizar el teorema de Bayes, que se expresa como

$$p(\alpha|\beta) \propto p(\alpha) p(\beta|\alpha), \quad (2.6)$$

es decir, la densidad del estado α condicionada a la observación β es proporcional a la densidad *a priori* de α multiplicada por la verosimilitud de la observación β .

Por otro lado, puesto que las observaciones hasta el tiempo γ son independientes dados los estados $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_\gamma$, la verosimilitud de $\mathbf{y}_{1:t}$, donde $l \leq \gamma$, se factoriza en el producto de las verosimilitudes para cada \mathbf{y}_i , donde $i = 1, \dots, t$. Por lo tanto, si se aplica el teorema de Bayes se obtiene la expresión,

$$p(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_\gamma|\mathbf{y}_{1:t}) \propto p(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_\gamma) \prod_{i=1}^l p(\mathbf{y}_i|\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_\gamma). \quad (2.7)$$

La observación en el tiempo i condicionada al estado \mathbf{x}_i es independiente de los estados en los otros tiempos, de manera que

$$p(\mathbf{z}_i|\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_i, \dots, \mathbf{x}_\gamma) = p(\mathbf{y}_i|\mathbf{x}_i). \quad (2.8)$$

En consecuencia, podemos simplificar la ecuación (2.7) de la siguiente forma

$$p(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_\gamma|\mathbf{y}_{1:t}) \propto p(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_\gamma) \prod_{i=1}^l p(\mathbf{y}_i|\mathbf{x}_i). \quad (2.9)$$

Siendo $\gamma \leq k$, la densidad de interés $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:t})$ puede obtenerse marginalizando la densidad conjunta $p(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_\gamma|\mathbf{y}_{1:t})$. Principalmente, el cálculo de dicha densidad supone una integración de alta dimensionalidad.

Un inconveniente de esta forma de aproximar la densidad *a posteriori* del estado es que al aumentar la dimensión del problema también aumenta la complejidad de la integración, y con ello la carga computacional. Sin embargo, se puede evitar esta desventaja mediante esquemas secuenciales. Es decir,

$$p(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_k | \mathbf{y}_{1:k}) \propto p(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_k | \mathbf{y}_{1:k-1}) p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k). \quad (2.10)$$

Marginalizando $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{k-1}$, se puede reescribir la ecuación (2.10) como

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{y}_{1:k}) \propto p(\mathbf{x}_k | \mathbf{y}_{1:k-1}) p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k). \quad (2.11)$$

Del mismo modo, siguiendo un esquema secuencial, como resultado de la estructura de Markov de la ecuación de estado se define

$$p(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{y}_{1:k-1}) = p(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{y}_{1:k-1}) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}). \quad (2.12)$$

El estado \mathbf{x}_{k-1} puede ser marginalizado para conseguir una ecuación para $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{y}_{1:k-1})$ en términos de $p(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{y}_{1:k-1})$. Por lo tanto, las densidades que nos interesan pueden ser actualizadas recursivamente, teniendo en cuenta una nueva observación o considerando una estimación futura del sistema. El problema de los métodos secuenciales es el cálculo exacto de las estimaciones en cada paso de tiempo.

Dado todo lo anterior, se definen la ecuación de predicción (2.13) y las ecuaciones de filtrado (2.14) y (2.15) de la siguiente forma,

$$p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{y}_{1:k}) = \int p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{y}_{1:k}) d\mathbf{x}_k, \quad (2.13)$$

$$p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{y}_{1:k+1}) = c_{k+1} p(\mathbf{y}_{k+1} | \mathbf{x}_{k+1}) p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{y}_{1:k}), \quad (2.14)$$

$$c_{k+1}^{-1} = \int p(\mathbf{y}_{k+1} | \mathbf{x}_{k+1}) p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{y}_{1:k}) d\mathbf{x}_k, \quad (2.15)$$

Estas ecuaciones proporcionan una solución recursiva al problema del filtrado. Finalmente, a partir de dichas ecuaciones, se puede definir la ecuación de la densidad predictiva de las observaciones como

2. FILTRADO EN SISTEMAS DINÁMICOS

$$\begin{aligned} p(\mathbf{y}_{k+1}|\mathbf{y}_{1:k}) &= \int p(\mathbf{y}_{k+1}|\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{y}_{1:k}) d\mathbf{x}_k, \\ &= \int p(\mathbf{y}_{k+1}|\mathbf{x}_{k+1}) d\mathbf{x}_k. \end{aligned} \tag{2.16}$$

Aunque estas ecuaciones reducen el coste computacional, suponen todavía una integración habitualmente intratable. La integración puede hacerse de forma exacta para algunos sistemas concretos como son aquellos cuyas ecuaciones de estado y de observación son lineales y los ruidos que intervienen son gaussianos. Cuando los sistemas son más complejos, dicha integración se aproxima numéricamente. En las siguientes secciones describimos las técnicas de aproximación numérica más utilizadas en la literatura.

2.3 Aproximación numérica

2.3.1 Muestreo exacto

El muestreo exacto garantiza que el estado del sistema está siendo extraído de la función objetivo. Los algoritmos deterministas de integración numérica, para aproximar la integral de una función, evalúan la función en un conjunto de puntos correspondientes a una malla regular o en un conjunto de puntos predefinidos. En cambio, los métodos de Monte Carlo [23, 117] eligen de forma aleatoria los puntos en los que se evaluará la función. Estos algoritmos utilizan números aleatorios para resolver diferentes tipos de problemas matemáticos.

En concreto, se aproxima la integral de una función $f(x)$ dada, de mucha dificultad de integrar, mediante sumas,

$$E[f(x)] = \int f(x) p(x) dx = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(X^{(i)})$$

donde X son las muestras extraídas de $p(x)$ y N es el número de muestras. Cuanto mayor sea N , es decir, mayor número de muestras sean extraídas, más exacta será la aproximación realizada.

2.3.2 Métodos de Monte Carlo basados en cadenas de Markov

Los métodos de Monte Carlo basados en cadenas de Markov (MCMC) [83] son una clase de algoritmos para el muestreo de distribuciones de probabilidad basados en la

construcción de una cadena de Markov que tiene la distribución deseada como su distribución de equilibrio. El estado de la cadena después de un gran número de pasos se utiliza entonces como una muestra de la distribución deseada. La calidad de la muestra de mejora como una función del número de pasos. El problema es determinar cuántos pasos son necesarios para converger a la distribución estacionaria con un error aceptable.

La distribución estacionaria de la cadena de Markov puede ser una distribución $f(x)$ cualquiera. Para asegurar que la convergencia a la distribución estacionaria es única, es suficiente que la cadena de Markov cumpla las condiciones de irreducibilidad, es decir, cada estado del sistema puede ser alcanzado independientemente del estado inicial, y de aperiodicidad, por lo que la cadena no puede quedar atrapada en un ciclo. Si se cumplen estas dos condiciones, el proceso es ergódico.

Por definición, un método MCMC para la simulación de una distribución f cualquiera, es cualquier método que produce una cadena de Markov ergódica $X^{(i)}$ cuya distribución estacionaria es f . El problema de estos métodos es que las muestras que se extraen de la distribución están correlacionadas fuertemente. Algunos ejemplos de los métodos MCMC, para obtener muestras distribuidas con una distribución cualquiera, son:

- el algoritmo de Metropolis-Hastings [83, 118]: genera un camino aleatorio utilizando una densidad candidata y un método para rechazar movimientos propuestos (véase Tabla 2.1) y
- el algoritmo de Gibbs [65]: requiere que todas las distribuciones condicionales de la distribución objetivo se puedan obtener de forma exacta.

2.3.3 Filtrado de partículas

2.3.3.1 Introducción

La teoría del filtrado se ocupa de estimar secuencialmente el estado de un sistema dinámico usando las medidas experimentales obtenidas a lo largo del tiempo. Esta teoría tiene numerosas aplicaciones en diversos campos como visión por ordenador, sistemas de control con retroalimentación, sistemas de vigilancia de radar y sonar, telecomunicación móvil o análisis de datos financieros y económicos. La mayoría de estos

2. FILTRADO EN SISTEMAS DINÁMICOS

En la iteración i :

Donde la distribución $q(x^*|x^{(i)})$ recibe el nombre de distribución candidata y $A(x^{(i)}, x^*)$ es la tasa de aceptación.

1. Generamos un nuevo valor x^* con distribución $x^* \sim q(x^*|x^{(i)})$.

2. Con probabilidad $A(x^{(i)}, x^*) = \min \left\{ 1, \frac{f(x^*)}{f(x^{(i)})} \frac{q(x^{(i)}|x^*)}{q(x^*|x^{(i)})} \right\}$

$x^{(i+1)} = x^*$ (aceptamos el valor propuesto)

y con una probabilidad $1 - A(x^{(i)}, x^*)$

$x^{(i+1)} = x^{(i)}$ (rechazamos el valor propuesto).

3. $i = i + 1$.

Tabla 2.1: Algoritmo Metropolis-Hastings

sistemas no son lineales y tampoco gaussianos por lo que el mayor desafío es encontrar métodos eficientes para la estimación y predicción de las características dinámicas de los sistemas en tiempo real a partir de las observaciones del sistema.

Cuando los modelos de espacio de estados tienen ecuaciones de estado y observación lineales y los ruidos que aparecen en ellas blancos, gaussianos y aditivos, la solución óptima se obtiene usando el filtrado de Kalman (KF) [92]. El filtro de Kalman ha llegado a ser un componente integrado dentro de miles de sistemas de navegación tanto militares como civiles. Este algoritmo aparentemente simple, ha sido utilizado para integrar convenientemente los datos de los sensores de navegación para alcanzar un rendimiento óptimo de todo el sistema. Para proporcionar estimaciones de las variables del sistema, tales como coordenadas de posición, el filtro usa modelos estadísticos que ponderan apropiadamente cada una de las mediciones nuevas relativas a la información pasada. A causa de que éste da un óptimo rendimiento, versatilidad y fácil implementación, el filtro Kalman ha sido popular especialmente en los GPS (ver, por ejemplo, [43]). Para no estar limitados a un caso específico de modelo con el que obtener una solución exacta, se han creado un gran número de filtros aproximados recogidos en la literatura.

Dependiendo de las características de cada problema, algunas generalizaciones de la metodología del filtrado de Kalman para sistemas no lineales pueden ser efectivas, algunos ejemplos son el filtrado de Kalman extendido, los filtros de mezclas de gaussianas y los filtros de Kalman extendidos iterativos. Históricamente, el primero de los

filtros aproximados fue el filtro de Kalman extendido (EKF) [89]. Su objetivo es linealizar las ecuaciones de observación y de estado de modo que se pueda usar un filtro de Kalman para obtener estimadores de la variable de estado así como las covarianzas de estos estimadores. Posteriormente, aparecieron las variantes de los filtros de Kalman extendidos que obtienen estimadores puntuales de la variable de estado, y estimadores del error cuadrático medio de los estimadores. Y, a continuación, se propusieron los filtros que aproximan la densidad *a posteriori* de la variable de estado con una mezcla de distribuciones como, por ejemplo, el filtro de mezclas de gaussianas descrito en [6, 153].

Además de estos filtros, existen filtros basados en un mallado que evalúan la densidad en una serie de nodos escogidos para cubrir por completo el espacio de estados. El conjunto de nodos con su peso asociado se usa como aproximación discreta de la densidad *a posteriori* (como, por ejemplo, en [152]) o como base de algunas aproximaciones continuas a la misma, por ejemplo usando splines como en [93]. Y por último, encontramos filtros que usan métodos de Monte Carlo para calcular estimadores de la media y la covarianza de la distribución *a posteriori* [80, 81]. En concreto, los métodos secuenciales de Monte Carlo (también llamados filtros de partículas) obtienen conjuntos de puntos que aproximan la función densidad de probabilidad *a posteriori* [76].

Los algoritmos de filtrado de partículas (PF) pueden ser usados para resolver problemas donde los modelos no son lineales o los ruidos no son gaussianos. Con el filtrado de partículas pueden aproximarse distribuciones continuas por medio de medidas aleatorias discretas que están compuestas por partículas ponderadas. Las partículas son muestras de estados desconocidos del espacio de estados, y los pesos de las partículas son “probabilidades másicas” calculadas usando la teoría de Bayes. La ventaja de los métodos de filtrado de partículas sobre otros métodos es que la aproximación que se realiza no conlleva el uso de linealizaciones de los estimadores si no aproximaciones en la representación de las distribuciones usando medidas aleatorias discretas. Comparados con los métodos de filtrado determinista, las técnicas secuenciales de Monte Carlo de forma simple y flexible alcanzan el objetivo del filtrado generando recursivamente muestras de las variables de estado o de otras variables del modelo.

2.3.3.2 Filtro estocástico

Dado un modelo de espacio de estado cuyas ecuaciones son definidas como en (2.1) y (2.2), respectivamente. Toda la información necesaria para la inferencia del esta-

2. FILTRADO EN SISTEMAS DINÁMICOS

do \mathbf{x}_t viene dada por la distribución *a posteriori* con densidad $p(\mathbf{x}_{t+1}|\mathbf{y}_{1:t+1})$, donde $\mathbf{y}_{1:t+1}$ es la secuencia de observaciones recogidas hasta el momento $t + 1$. La función de distribución de probabilidad (fdp) *a posteriori*, dado el teorema de Bayes, se puede descomponer como

$$p(\mathbf{x}_{t+1}|\mathbf{y}_{1:t+1}) = \frac{p(\mathbf{y}_{t+1}|\mathbf{x}_{t+1}) p(\mathbf{x}_{t+1}|\mathbf{y}_{1:t})}{p(\mathbf{y}_{t+1}|\mathbf{y}_{1:t})} \propto p(\mathbf{y}_{t+1}|\mathbf{x}_{t+1}) p(\mathbf{x}_{t+1}|\mathbf{y}_{1:t}),$$

donde la constante de proporcionalidad (es decir, $p(\mathbf{y}_{t+1}|\mathbf{y}_{1:t})$), que es independiente de \mathbf{x}_{t+1} , se omite. La verosimilitud $p(\mathbf{y}_{t+1}|\mathbf{x}_{t+1})$ viene dada por el modelo de espacio de estados y

$$p(\mathbf{x}_{t+1}|\mathbf{y}_{1:t}) = \int p(\mathbf{x}_{t+1}|\mathbf{x}_t) p(\mathbf{x}_t|\mathbf{y}_{1:t}) d\mathbf{x}_t \quad (2.17)$$

es la función de densidad predictiva de las variables \mathbf{x}_{t+1} dadas las observaciones $\mathbf{y}_{1:t}$.

El filtro estocástico óptimo combina las ecuaciones (2.17) y (2.17) para calcular recursivamente la secuencia de fdp $p(\mathbf{x}_{t+1}|\mathbf{y}_{1:t+1})$ con $t = 0, 1, 2, \dots$, a partir de la densidad *a priori* $p(\mathbf{x}_0)$. Generalmente, dicho procedimiento consta de dos etapas:

1. Predicción: se calcula $p(\mathbf{x}_{t+1}|\mathbf{y}_{1:t})$ a través de la ecuación (2.17)
2. Actualización: se calcula $p(\mathbf{x}_{t+1}|\mathbf{y}_{1:t+1})$ a través de la ecuación (2.17)

En general, el filtro estocástico no admite una implementación exacta, a menos que el espacio de estado sea discreto y finito o el modelo sea lineal y gaussiano [50]. En este último caso, $p(\mathbf{x}_{t+1}|\mathbf{y}_{1:t+1})$ es gaussiana y se puede calcular de forma exacta en cada paso de tiempo $t = 0, 1, 2, \dots$ utilizando el filtro de Kalman [6, 92]).

2.3.3.3 Filtro de partículas estándar

Los filtros de partículas son métodos para la implementación numérica aproximada del filtro estocástico óptimo. Un algoritmo estándar de muestreo por importancia secuencial (SIS) [12, 48, 61] aplica muestreo por importancia [135] para aproximar distribuciones de densidad como, por ejemplo, $p(\mathbf{x}_{0:t+1}|\mathbf{y}_{1:t})$. Esta fdp admite una descomposición recursiva de la forma

$$p(\mathbf{x}_{0:t+1}|\mathbf{y}_{1:t}) \propto p(\mathbf{y}_{t+1}|\mathbf{x}_{t+1}) p(\mathbf{x}_{t+1}|\mathbf{x}_t) p(\mathbf{x}_{0:t}|\mathbf{y}_{1:t}), \quad (2.18)$$

basada en el teorema de Bayes, la propiedad de Markov de la secuencia x_t y la independencia condicional de las observaciones.

El filtrado de partículas aproxima las distribuciones que generalmente son analíticamente intratables usando medidas aleatorias discretas, compuestas de partículas y de una serie de pesos que se asignan a las mismas. Por ejemplo, si quisiéramos aproximar la distribución marginal *a posteriori* $p(\mathbf{x}_{t+1}|\mathbf{y}_{1:t})$, lo haríamos a través del siguiente conjunto de medidas aleatorias

$$X_t = \left\{ x_t^{(i)}, w_t^{(i)} \right\}_{i=1}^M,$$

donde $x_t^{(i)}$ son las partículas, $w_t^{(i)}$ los pesos asociados a las mismas y M es el número de partículas que se usan en la aproximación. De esta forma, X_{t+1} puede aproximar la distribución $p(x_{t+1}|y_{1:t})$ como

$$p(x_{t+1}|y_{1:t}) \approx \sum_{i=1}^M w_{t+1}^{(i)} \delta(x_{t+1} - x_{t+1}^{(i)}), \quad (2.19)$$

donde $\delta(\cdot)$ es la función delta de Dirac. Por lo tanto, el cálculo de los valores esperados se reduce de complicadas integrales a simples sumas,

$$E[g(X_{t+1})|y_{1:t}] = \int g(x_{t+1}) p(x_{t+1}|y_{1:t}) dx_t \approx \sum_{i=1}^M w_{t+1}^{(i)} g(x_{t+1}^{(i)}). \quad (2.20)$$

Si muestreamos M partículas $\mathbf{x}_{0:t+1}^{(i)}$, con $i = 1, \dots, M$, de una función de importancia o fdp propuesta, que se puede factorizar como

$$q(\mathbf{x}_{0:t+1}) = q(\mathbf{x}_{t+1}|\mathbf{x}_{0:t}) q(\mathbf{x}_{0:t}) \quad (2.21)$$

entonces un peso $w_{t+1}^{(i)}$ de la forma

$$\begin{aligned} w_{t+1}^{(i)} &\propto \frac{p(\mathbf{y}_{t+1}|\mathbf{x}_{t+1}^{(i)}) p(\mathbf{x}_{t+1}^{(i)}|\mathbf{x}_t^{(i)})}{q(\mathbf{x}_{t+1}^{(i)}|\mathbf{x}_{0:t}^{(i)})} \times \frac{p(\mathbf{x}_{0:t}^{(i)}|\mathbf{y}_{1:t})}{q(\mathbf{x}_{0:t}^{(i)})} \\ &\propto \frac{p(\mathbf{y}_{t+1}|\mathbf{x}_{t+1}^{(i)}) p(\mathbf{x}_{t+1}^{(i)}|\mathbf{x}_t^{(i)})}{q(\mathbf{x}_{t+1}^{(i)}|\mathbf{x}_{0:t}^{(i)})} w_t^{(i)}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

2. FILTRADO EN SISTEMAS DINÁMICOS

<p>1. Inicialización: $t = 0$</p> <ul style="list-style-type: none"> - Para $i = 1, \dots, M$, muestrear $x_0^{(i)} \sim p(x_0)$ (densidad <i>a priori</i>). <p>2. Muestreo por importancia (<i>Importance Sampling</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Para $i = 1, \dots, M$, muestrear $\tilde{x}_{t+1}^{(i)} \sim p(x_{t+1} x_t^{(i)})$ y poner $\tilde{x}_{1:t+1}^{(i)} = (x_{1:t}^{(i)}, \tilde{x}_{t+1}^{(i)})$. - Para $i = 1, \dots, M$, evaluar los pesos: $\tilde{w}_{t+1}^{(i)} = p(y_{t+1} \tilde{x}_{t+1}^{(i)})$. - Normalizar los pesos, $w_{t+1}^{(i)} = \frac{\tilde{w}_{t+1}^{(i)}}{\sum_{j=1}^M \tilde{w}_{t+1}^{(j)}}$. <p>3. Selección (<i>Importance Resampling</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Remuestrear con reemplazo M partículas $(x_{1:t+1}^{(i)}; i = 1, \dots, M)$ del conjunto $(\tilde{x}_{1:t+1}^{(i)}; i = 1, \dots, M)$ de acuerdo a los pesos. - Poner $t = t + 1$. Ir al paso 2.
--

Tabla 2.2: Filtro *Bootstrap*

es asignado a cada partícula $\mathbf{x}_{0:t+1}^{(i)}$. Mediante el signo \propto indicamos que los pesos son normalizados, es decir, $\sum_{i=1}^M w_{t+1}^{(i)} = 1$.

De acuerdo con las ecuaciones (2.21) y (2.22), la generación de muestras y el cálculo de los pesos se puede hacer de forma secuencial. Es decir, por ejemplo, si la fpd *a priori* $p(\mathbf{x}_{0:t+1}) = p(\mathbf{x}_{t+1}|\mathbf{x}_t) \prod_{n=1}^t p(\mathbf{x}_n|\mathbf{x}_{n-1}) p(\mathbf{x}_0)$ es la función de importancia, la partícula $\mathbf{x}_{t+1}^{(i)}$ se pueden extraer de $p(\mathbf{x}_{t+1}|\mathbf{x}_t^{(i)})$ (independientemente de $\mathbf{x}_{0:t-1}^{(i)}$) y el peso correspondiente se reduce a $w_{t+1}^{(i)} \propto w_t^{(i)} p(y_{t+1}|\mathbf{x}_{t+1}^{(i)})$.

Estos métodos de filtrado realizan un tratamiento por separado de la distribución en estudio para cada instante de tiempo, de modo que se repite el mismo proceso para cada instante de tiempo t iterativamente. Esto significa que todas las muestras aleatorias que se obtienen para un instante de tiempo t , no se usan de nuevo cuando el sistema evoluciona al siguiente instante de tiempo. Cuando el sistema varía lentamente, para mejorar la eficiencia del método se pueden usar las muestras aleatorias correspondientes al instante de tiempo $t - 1$.

En la Tabla 2.2 mostramos la implementación de un filtro de partículas estándar, el filtro *Bootstrap*. El filtro de partículas incluye una etapa denominada *Importance Resampling* que evita la degeneración de los pesos en el tiempo [48].

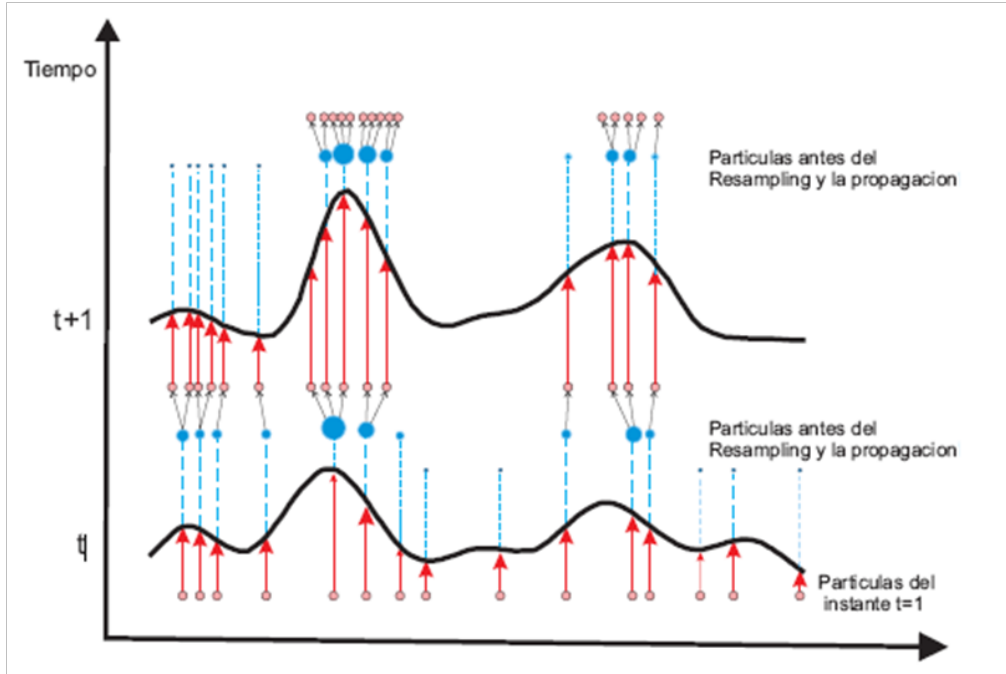


Figura 2.1: Esquema del filtrado de partículas

Importance Resampling

El objetivo del *Importance Resampling* es obtener M partículas, $x_t^{(i)}$, muestreando con reemplazo de la distribución discreta X_t , según los pesos de las partículas. Al final del proceso de remuestreo a cada partícula se le asigna el mismo peso que a las demás ($1/M$) [48], por lo tanto, no dependen de sus pesos en los instantes de tiempo anteriores. El remuestreo elimina partículas con pesos pequeños para concentrarse en aquellas con pesos grandes [46, 47, 48]. En la Figura 2.1 publicada en [158] se puede observar cómo se aplica esta técnica en el tiempo, en el marco de un método de filtrado de partículas.

Los métodos de remuestreo que usan los filtros de partículas sistemáticamente o aleatoriamente reordenan los datos y calculan el test estadístico apropiado en cada reordenamiento. Estas técnicas se centran principalmente en los mecanismos que hacen que los datos se distribuyan de una forma dada. Los métodos de remuestreo más utilizados son multinomial, residual y sistemático (descritos en [14, 34, 47]). Por ejemplo, en el remuestreo residual, para cada $i = 1 \dots M$ tenemos

2. FILTRADO EN SISTEMAS DINÁMICOS

$$X_t^{(i)} = \lfloor nw_t^{(i)} \rfloor + \bar{X}_t^{(i)},$$

donde $\lfloor \cdot \rfloor$ representa la parte entera y las nuevas partículas $\bar{X}_t^{(1)} \dots \bar{X}_t^{(n)}$ son distribuidas de acuerdo a la distribución multinomial $Mult(n - R; \bar{w}_t^{(1)}, \dots, \bar{w}_t^{(n)})$ con $R = \sum_{i=1}^M \lfloor nw_t^{(i)} \rfloor$ y

$$\bar{w}_t^{(i)} = \frac{nw_t^{(i)} - \lfloor nw_t^{(i)} \rfloor}{n - R}, \quad i = 1, \dots, M,$$

siendo M el número de partículas antes del remuestreo y n el número de partículas al finalizar el remuestreo. En concreto, el remuestreo residual es una forma eficiente de disminuir la varianza debida al remuestreo.

No es indispensable realizar el remuestreo en cada paso de tiempo, puede llevarse a cabo periódicamente o de acuerdo con alguna medida de degeneración del peso [47, 48].

Convergencia del filtro de partículas

Siendo $\pi_t(d\mathbf{x}_t) = p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:t}) d\mathbf{x}_t$ la medida de probabilidad asociada a la densidad *a posteriori* de \mathbf{x}_t . El algoritmo del filtro de partículas estándar (Tabla 2.2) produce una aproximación aleatoria de π_t con soporte discreto, es decir,

$$\pi_t^M(d\mathbf{x}_t) = \sum_{i=1}^M w_t^{(i)} \delta_{\bar{\mathbf{x}}_t^{(i)}}(d\mathbf{x}_t),$$

donde $\delta_{\bar{\mathbf{x}}_t^{(i)}}$ indica la medida delta unidad centrada en el punto $\bar{\mathbf{x}}_t^{(i)}$ en el espacio de estados. La medida π_t^M permite la aproximación directa de integrales con respecto a π_{t+1} como sumas simples. En particular, para una función arbitraria integrable de \mathbf{x}_t , la integral

$$(f, \pi_t) = \int f(\mathbf{x}_t) \pi_t(d\mathbf{x}_t) = \int f(\mathbf{x}_t) p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:t}) d\mathbf{x}_t$$

es aproximada como

$$(f, \pi_t^M) = \int f(\mathbf{x}_t) \pi_t^M(d\mathbf{x}_t) = \sum_{i=1}^M w_t^{(i)} f(\bar{\mathbf{x}}_t^{(i)}).$$

Se puede demostrar que $\lim_{M \rightarrow \infty} (f, \pi_t^M) = (f, \pi_t)$ bajo supuestos de regularidad medios [14, 126].

2.4 Notación

La notación usada en este trabajo (denominada *argument-wise*) se describe a continuación. Utilizamos p para indicar funciones de probabilidad, incluyendo densidades y masas. Por ejemplo, si x e y son variables aleatorias continuas, habitualmente denotadas como X e Y , entonces $p(x)$ y $p(y)$ son sus funciones de densidad de probabilidad, posiblemente diferentes. Si x es una variable aleatoria discreta, entonces $p(x)$ representa su función de masa de probabilidad. Y por último, las densidades condicionales se denotan de la forma obvia, por ejemplo, $p(x|y)$. Esta notación es común en análisis bayesiano y en la literatura sobre filtrado de partículas.

2. FILTRADO EN SISTEMAS DINÁMICOS

Capítulo 3

Descripción del paisaje sonoro urbano

3.1 Introducción

La descripción y estudio del paisaje sonoro [174] (o *soundscape*) es fundamental para establecer unos principios rectores bajo los cuales pueda ser mejorado, aumentando su calidad sonora [159], en el ámbito de la acústica ambiental.

Según define Schafer en [143], un paisaje sonoro es un sonido o combinación de sonidos que conforman o provienen de un determinado ambiente. El concepto de paisaje sonoro se refiere a un ambiente sonoro natural, consistente en la aparición de sonidos naturales, como por ejemplo, sonidos procedentes de animales, sonidos procedentes de sucesos meteorológicos, así como sonidos procedentes de otros elementos naturales, entre las que cabría mencionar los relacionados con el agua. Pero, también se refiere a sonidos ambientales creados por el hombre, a través de composiciones musicales, diseño sonoro y otras actividades humanas comunes, como por ejemplo, sonidos procedentes de la comunicación, trabajo, así como sonidos mecánicos procedentes del uso de la industria tecnológica.

Generalmente, un paisaje sonoro consta de tres elementos [144]: sonidos principales, señales y marcas sonoras.

- Los sonidos principales (*keynote sounds*) son sonidos de fondo que pueden ser escuchados conscientemente o sin intención. Los sonidos clave o principales de un determinado paisaje son aquellos creados por su geografía y clima (agua, viento,

3. DESCRIPCIÓN DEL PAISAJE SONORO URBANO

bosques, plantas, pájaros, insectos y animales). Para el caso de paisajes urbanos, pueden ser sonidos procedentes del tráfico rodado, actividades comerciales o industriales, sonidos procedentes de las actividades cotidianas de la población etc.

- Las señales (*signals*) son sonidos en se encuentran en primer plano y que son escuchados conscientemente, por ejemplo, los dispositivos de advertencia o aviso acústico (como campanas, silbatos, bocinas y sirenas). Con señales sonoras pueden organizarse códigos muy elaborados que permiten transmitir mensajes complejos a personas que pueden interpretarlos, por ejemplo, las señales en estaciones de tren o puertos.
- Las marcas sonoras (*soundmarks*) son sonidos comunitarios únicos o que poseen cualidades que los hacen especialmente estimados para la población de esa comunidad. Las marcas sonoras son dignas de protección debido a que hacen única la vida acústica de una comunidad, por ejemplo, la campana de una iglesia, el reloj de un ayuntamiento o algún tipo de actividad tradicional, el sonido de una cascada, el sonido de una determinada ave en un entorno boscoso, etc.

3.1.1 Evaluación de la calidad del paisaje sonoro

El paisaje sonoro incide directamente sobre el bienestar de la población, por lo que resulta esencial que el diseño, evaluación y gestión de los paisajes sonoros sea incluido en los futuros planes de ordenación y planificación, así como de movilidad urbana.

La inclusión de la variable sonido en la planificación urbana, conllevaría un diseño, evaluación y gestión de paisajes sonoros que nos permitiría catalogar o valorar: (a) cuáles de los diferentes paisajes sonoros requieren ser protegidos y conservados debido a su interés sonoro, es decir, a sus características sonoras, a la información que poseen, al significado para la población, etc., o (b) cuáles de los paisajes sonoros deberían de ser recuperados, puesto que existe un foco de contaminación sonora que impacta de manera notable sobre ellos, o (c) cuáles de los paisajes sonoros podrían acoger algún tipo de actividad, infraestructura, instalación, etc., que pudiera generar algún impacto sonoro, puesto que dicho paisaje sonoro carece o tiene un escaso interés sonoro, o bien, (d) cuáles de los paisajes sonoros están fuertemente contaminados por el hombre, debido a actividades de tipo industrial, transporte, etc.

Por tanto, se hace necesario la selección y uso de una serie de indicadores, así como una metodología que nos permita la evaluación de la calidad del ambiente sonoro [27, 101]. En concreto, los dos grandes factores que describen el paisaje sonoro urbano son:

1. Sus características físicas: las variables relacionadas con la magnitud de los diferentes eventos sonoros, su composición espectral, su estructura temporal (fluctuación del nivel sonoro y nivel de impulsividad) y, también podrían incluirse factores tales como el número de eventos, la duración de la exposición, etc.
2. La propia percepción del paisaje sonoro: El estudio de este aspecto posee una gran complejidad por la gran cantidad de materias implicadas.

3.1.2 Percepción del paisaje sonoro

Las variables implicadas en la percepción del paisaje sonoro se agrupan en: [134, 168]:

- Variables contextuales intrínsecas. Dentro de este campo se incluyen aspectos tales como la atención hacia el estímulo sonoro, la habituación al estímulo sonoro, la actividad llevada a cabo por el individuo en el momento de la presencia del estímulo sonoro, su sensibilidad al “ruido”, etc.
- Variables de contexto situacional del individuo. Son aspectos como, por ejemplo, el nivel socio-cultural del individuo, la localización de su vivienda, sus problemas previos relacionados con el “ruido”, etc.
- Variables contextuales del individuo vs paisaje sonoro. Son aspectos tales como la riqueza del estímulo sonoro para el individuo, la información aportada, su actitud hacia el estímulo sonoro, la importancia del estímulo sonoro para el individuo, la consideración de necesario o innecesario de ese estímulo sonoro, si el estímulo sonoro responde a lo que espera el individuo, etc.

Para evaluar la percepción de los diferentes paisajes sonoros muestreados [59], se utilizan métodos psicofísicos que han demostrado su eficacia en la psicoacústica. Existen multitud de estos métodos [58, 85], por ejemplo,

- el método del “acceso aleatorio” facilita información rápida sobre si un producto suena mejor que el producto de un competidor,

3. DESCRIPCIÓN DEL PAISAJE SONORO URBANO

Características acústicas	Atributos
Valoración	Silencioso (0) - Ruidoso (10) Agradable (0) - Desagradable (10) Nada Molesto (0) - Muy Molesto (10)
Impresiones Afectivas	Relajante (0) - Irritante (10)
Preferencia	Tranquilo (0) - Perturbador (10)
Vida cotidiana	Soportable (0) - Insoportable (10)
Ocupación del espacio	Poco Presente (0) - Muy Presente (10)
Disposición espaciación	Organizado (0) - Desorganizado (10)
Localización espacial	Lejano (0) - Cercano (10)
Cambio en el tiempo	Continuo (0) - Discontinuo (10)
Claridad	Suave (0) - Brusco (10) Distinguible (0) - Embarullado (10)
Actividad	Variado (0) - Monótono (10)
Evolución en el tiempo	Predecible (0) - Caótico (10)
Variación en el tiempo	Calmado (0) - Agitado (10)

Tabla 3.1: Diferencial semántico. Los valores mínimo y máximo de los extremos de cada una de las escalas propuestas están entre paréntesis.

- el método de la “estimación de magnitud” puede dar una indicación de cuanto difiere la calidad del sonido de los productos o
- el método del “diferencial semántico” puede aconsejar sobre qué sonidos son adecuados para transmitir un determinado mensaje, por ejemplo, una señal de advertencia. El diferencial semántico está adaptado a la localización del paisaje sonoro y de acuerdo a una serie de variables subjetivas. A modo de ejemplo, en la Tabla 3.1 mostramos la definición de los atributos de las quince escalas del diferencial semántico propuesto en [159].

Los tres métodos psicofísicos mencionados tienen sus ventajas y desventajas. El acceso aleatorio y el diferencial semántico dan descripciones más cualitativas de la calidad del sonido. Para la evaluación cuantitativa de la calidad del sonido, se recomienda el método de estimación de magnitudes. Sin embargo, los efectos del marco de referencia y la influencia de la elección del sonido de anclaje tienen que ser tomados en cuenta.

3.1.3 Descripción cuantitativa del paisaje sonoro

Las magnitudes psicoacústicas básicas utilizadas para evaluar la calidad del sonido son: el volumen, la nitidez, la fuerza de fluctuación y la rugosidad. Dado que la evaluación de esas magnitudes en experimentos psicoacústicos puede llevar mucho tiempo, se han propuesto modelos de simulación de magnitudes psicoacústicas, son los denominados descriptores psicoacústicos.

Por otro lado, los descriptores físicos del paisaje sonoro urbano se agrupan en: descriptores utilizados para la evaluación del nivel de presión sonora, descriptores utilizados para la evaluación de la composición temporal del nivel de presión sonora, o composición espectral del nivel de presión sonora.

A continuación, en las siguientes secciones, explicaremos más detalladamente cada uno de los descriptores o indicadores del paisaje sonoro, tanto físicos como psicoacústicos.

3.2 Descriptores del nivel de presión sonora

3.2.1 Nivel sonoro continuo equivalente

El nivel sonoro continuo equivalente (L_{eq}) se corresponde con el valor del nivel de presión sonora en dB, de un sonido hipotético estable, que en un intervalo de tiempo T posee la misma presión sonora cuadrática media que el sonido que se mide y cuyo nivel varía con el tiempo, y de acuerdo con esto, y según expresa la ISO 1996, su expresión matemática es

$$L_{eq} = 10 \cdot \text{Log} \left(\frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} \frac{P_i(t)}{P_0^2} dt \right) dB,$$

donde,

- L_{eq} es el nivel sonoro continuo en dB, determinado en el intervalo de tiempo T , entre los instantes t_1 y t_2 ,
- P_0 es la presión sonora de referencia ($20\mu Pa$), y
- $P_i(t)$ es la presión sonora instantánea.

3. DESCRIPCIÓN DEL PAISAJE SONORO URBANO

3.2.2 Nivel sonoro continuo equivalente ponderado A

Cuando se realizan mediciones de nivel de presión sonora, usualmente se quiere considerar con qué sonoridad los niveles medidos serán percibidos por el oído humano. Para ello, la medición realizada se debe ponderar de acuerdo a la respuesta que tiene el oído humano en función de la frecuencia. A causa de este requerimiento se crearon curvas de ponderación espectral para la medición del ruido, y luego los medidores de nivel de presión sonora comenzaron a incluirlas.

La curva de ponderación utilizada para la evaluación de ruido ambiental es la curva A, la cual fue concebida para niveles bajos (del orden de los 40 fonios lo cual es equivalente a 40 dB en 1000 Hz). Esta ponderación, además de adecuar cada banda de frecuencia a la respuesta del oído, cumple la útil función de entregar un número único correspondiente a la suma energética de todas las bandas del sonido medido (cada una de ellas con su respectiva corrección de acuerdo a la ponderación A).

A partir de esta curva de ponderación se puede definir el parámetro nivel sonoro continuo equivalente ponderado A (L_{Aeq}), el cual tiene una definición similar a la del descriptor L_{eq} , siendo el valor del nivel de presión sonora en dBA, de un sonido hipotético estable, que en un intervalo de tiempo T posee la misma presión sonora cuadrática media que el sonido que se mide y cuyo nivel varía con el tiempo. Su expresión matemática, de acuerdo con la ISO 1996, es

$$L_{Aeq,T} = 10 \cdot \text{Log} \left(\frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} \frac{P_A(t)}{P_0^2} dt \right) \text{ dBA},$$

donde,

- $L_{Aeq,T}$ es el nivel sonoro continuo en dBA, determinado en el intervalo de tiempo T , entre los instantes t_1 y t_2 ,
- P_0 es la presión sonora de referencia ($20\mu Pa$), y
- $P_A(t)$ es la presión sonora instantánea en la red de ponderación A de la señal sonora.

3.2.3 Diferencia de niveles sonoros

El parámetro $L_{eq} - L_{Aeq}$, es utilizado por muchos autores como un descriptor que indica la composición en bajas frecuencias del sonido ambiental evaluado.

La curva de ponderación A, debido a sus características, resta importancia a las bajas frecuencias, a las cuales el oído humano es menor sensible, por lo que al restar a

3.3 Descriptores de la composición temporal del nivel de presión sonora

la energía sonora total incidente sin ponderar la energía incidente ponderada A podemos estimar el contenido en bajas frecuencias del sonido ambiental.

3.3 Descriptores de la composición temporal del nivel de presión sonora

3.3.1 Varianza temporal del nivel sonoro

Consideramos $L_p(t)$ con t entre [0s, 300s] el nivel de presión sonora cada segundo (también llamado nivel de presión sonora instantáneo) medido en las diferentes localizaciones urbanas seleccionadas. La desviación típica del nivel de presión sonora instantáneo es denotada como σ_L .

Por otro lado, definimos el nivel de presión sonora continuo equivalente $L_{eq}(t)$ del sonido ambiental medido en el tiempo t , como

$$L_{eq}(t) = 10 \cdot \log_{10} \left[\frac{1}{t} \int_0^t 10^{L_p(t)/10} dt \right]$$

y, denotamos la desviación típica del descriptor $L_{eq}(t)$ como σ_{eq} . A partir de esto, definimos la varianza temporal del nivel sonoro (TSLV) como

$$TSLV = \sigma_L * \sigma_{eq}.$$

En este indicador, la desviación típica del nivel sonoro instantáneo (la más comúnmente utilizada, 1 s) es multiplicada o ponderada por σ_{eq} . Esta ponderación acentúa las fluctuaciones que aparecen al principio del fragmento sonoro bajo estudio. Esto hace al parámetro TSLV muy sensible a instantáneos niveles sonoros máximos, especialmente, si aparecen al comienzo del periodo de medición.

3.3.2 Factor Cresta

El Factor Cresta (CF) es la relación entre la el valor máximo de presión sonora con respecto al valor RMS (*root mean square*) de la presión sonora,

$$CF = \frac{\max_t 10^{L_p(t)/10}}{10^{L_{eq,10min}/10}}$$

con $L_{eq,5min} = L_{eq}(300s)$. Este indicador mide el nivel de impulsividad del nivel de presión sonora dentro del intervalo de medida.

3. DESCRIPCIÓN DEL PAISAJE SONORO URBANO

3.4 Composición espectral del nivel de presión sonora

La información acerca de qué frecuencias integran un sonido y cuáles son las respectivas amplitudes y fases constituye lo que se denomina espectro del sonido.

El concepto de espectro es de gran importancia en acústica. Numerosos estudios sobre molestia por ruido ambiental los que establecen la necesidad de considerar y evaluar el espectro sonoro de los diversos sonidos presentes en una ciudad a la hora de estimar el nivel de molestia o perturbación generado por el ruido comunitario.

Las bandas de frecuencia audibles por el oído humano son las ubicadas entre 20-20000 Hz. Es por ello que, en este trabajo se utilizan como variables de salida, el nivel sonoro que posee cada una de las bandas de tercio de octava comprendidas entre 20 Hz y 20 KHz, las cuales nos van a dar información sobre la composición espectral del nivel de presión sonora del intervalo de medición considerado.

3.5 Descriptores psicoacústicos

3.5.1 Volumen

El volumen (o *loudness*) de un producto generalmente tiene una fuerte influencia en su calidad sonora. El modelo de sonoridad propuesto por Zwicker en [179] ha sido mejorado [180] y ampliado en los últimos años, incluyendo la posibilidad de aplicarlo a personas con deficiencias auditivas [36]. Lo más relevante del modelo dinámico de sonoridad propuesto en [36] es el bloque de transformación del volumen. Este bloque representa que el volumen es proporcional a la raíz cuadrada de la presión sonora o la raíz cuarta de la intensidad del sonido.

La característica distintiva del modelo dinámico de sonoridad es que con sólo modificar el bloque de transformación del volumen, puede ser simulada la percepción del volumen de las personas con audición normal, así como de las personas con deficiencias auditivas [36]. Esta nueva característica es de especial importancia para los aspectos prácticos de la ingeniería de la calidad del sonido, ya que en las poblaciones envejecidas de los países industrializados, una gran parte de los clientes potenciales de un producto mostrará de una leve a una moderada pérdida de audición. Por desgracia, incluso un porcentaje creciente de la generación más joven muestra déficits auditivos en estos días, con frecuencia debido a las actividades de ocio con muy alto volumen.

Aunque la magnitud psicoacústica del volumen con su unidad “*sones*” es cada vez más utilizada en la evaluación profesional de la calidad de sonido e ingeniería de sonido, todavía la escala de *sones* no está tan desarrollada como la escala de dB(A). Posteriormente, se propuso un termómetro de volumen [59] que da valores de *sones* para los típicos sonidos cotidianos.

3.5.2 Nitidez

La nitidez (o *sharpness*) es una magnitud psicoacústica importante en la ingeniería de la calidad del sonido, ya que puede considerarse como medida del color de tono [24]. Cuando a un sonido se le añade la cantidad correcta de nitidez, el sonido se vuelve potente, pero demasiada nitidez lo transformará en agresivo. Si el patrón de intensidad de un sonido está disponible, su nitidez puede ser relativamente fácil de calcular. El procedimiento correspondiente se ilustra en [60].

En ingeniería del sonido, la nitidez y, por lo tanto, la agresividad del sonido de un producto, se puede reducir mediante la adición de componentes de baja frecuencia. Si la intensidad del sonido original no es demasiado alta, la reducción de la nitidez y, por tanto, de la agresividad, puede compensar en exceso el aumento de volumen con respecto a la calidad general del sonido.

3.5.3 Fuerza de fluctuación y Rugosidad

La fuerza de fluctuación (o *fluctuation strength*) y la rugosidad (o *roughness*) describen las variaciones temporales de los sonidos. Si bien la fuerza de fluctuación es provocada por variaciones de sonido más lentas de hasta aproximadamente 20 Hz, la rugosidad se percibe a mayores variaciones [156]. Sin embargo, no existe una frontera estricta entre ambas magnitudes psicoacústicas y los sonidos con, por ejemplo, variaciones temporales de 25 Hz producen fuerza de fluctuación y rugosidad.

La fuerza de la fluctuación alcanza un máximo para frecuencias de modulación alrededor de 4 Hz. Esto es válido para sonidos AM y FM [57]. La fuerza de fluctuación juega un papel crucial en la evaluación del habla humana. La fluctuación de la envolvente del habla fluida también muestra un máximo en torno a una frecuencia de modulación de 4 Hz, esto corresponde aproximadamente al número de sílabas pronunciadas por segundo. El órgano de la voz humana produce sonidos del habla con fluctuaciones de la envolvente dominante a un ritmo tal para el que el sistema auditivo humano es

3. DESCRIPCIÓN DEL PAISAJE SONORO URBANO

más sensible. En la ingeniería de sonido, la fuerza de fluctuación es indispensable para la creación de señales de alerta. La mayoría de las señales de advertencia de la vida cotidiana muestran grandes valores de fuerza de fluctuación.

Por otra parte, la rugosidad se utiliza en la ingeniería de la calidad del sonido, por ejemplo, para acentuar la característica de deportividad en un sonido de motor. La rugosidad alcanza un máximo para las frecuencias de modulación de alrededor de 70 Hz [156]. En esencia, la rugosidad puede ser descrita por el patrón de enmascaramiento temporal de los sonidos [57].

En contraste con la profundidad de modulación de la señal física, la profundidad de modulación del patrón de enmascaramiento temporal ΔL alcanza valores mucho más pequeñas debido a los efectos de post-enmascaramiento, es decir, el decaimiento de excitación psicoacústica en el sistema auditivo. En principio, la rugosidad de un sonido puede ser descrita por el producto de la profundidad de modulación ΔL del patrón de enmascaramiento temporal y la frecuencia de modulación f_{mod} .

$$R \sim \Delta L \cdot f_{mod}$$

Dado que la unidad de este producto es dB/seg, la rugosidad de la sensación auditiva es proporcional a la velocidad de la variación del patrón de enmascaramiento temporal.

Capítulo 4

Modelos matemáticos en ecología

4.1 Introducción

El modelado de las relaciones entre distintas especies animales dista mucho de ser una tarea trivial. No obstante, existe un cierto consenso en la comunidad científica en lo que respecta a algunos de los ingredientes principales a la hora de modelar un ecosistema. El primer aspecto fundamental es tener presente el dominio ecológico. El dominio ecológico hace referencia al estudio de los patrones espaciales y temporales de la distribución y abundancia de organismos [145]. El otro punto relevante pone de manifiesto algunos de los principios fundamentales a tener en cuenta en la ecología:

- Cualquier distribución heterogénea de organismos es causada por y provoca otro proceso ecológicos. De esta forma, según este principio, cualquier distribución de organismos será el resultado del resto de poblaciones existentes en dicho ecosistema y, adicionalmente, producirá modificaciones en todas estas poblaciones.
- Cada cierto tiempo pueden ocurrir ciertas contingencias o eventos que producen grandes cambios sobre la distribución espacio-temporal de las especies.
- Heterogeneidad ambiental. Los organismos viven en hábitats que son altamente heterogéneos tanto en el espacio como en el tiempo. Aunque la tendencia tradicional ha sido la de asumir que los sistemas en la naturaleza son homogéneos con el objetivo de simplificar y comprender los procesos e interacciones que en ella se desarrollan.

4. MODELOS MATEMÁTICOS EN ECOLOGÍA

- Todos los recursos naturales pueden considerarse finitos y heterogéneamente distribuidos.
- Todos los organismos tienen una determinada tasa de mortalidad independientemente de la interacción con el resto de las especies.
- Todas las propiedades de los sistemas ecológicos tienen una causa evolutiva.

4.1.1 Clasificación de los modelos en ecología

Teniendo en cuentas todos estos principios y tratando de comprender de forma más precisa cómo se interaccionan las diferentes especies en un ecosistema surgen los modelos ecológicos. Dichos modelos matemáticos permiten hacer evaluaciones y predicciones más objetivas y confiables en la ecología. De acuerdo con Gertsev y Gertseva [68], los modelos matemáticos en ecología pueden ser clasificados según las siguientes categorías:

- Isomórficos (aquellos realizados como una imitación exacta del sistema ecológico real) y homomórficos (donde se busca obtener un comportamiento similar o el más probable).
- Variables en el tiempo (dinámicos) y estacionarios
- Con parámetros distribuidos y aglomerados (cuando los parámetros de todas las partes del sistema se modelan como uno o varios parámetros generales).
- Tiempo futuro (predictivo) y pasado.
- Continuos y discretos.
- Determinísticos y estocásticos (en los que el comportamiento depende de alguna componente aleatoria).
- Analíticos y numéricos.

Debido a la gran complejidad de los ecosistemas, todos los modelos desarrollados pueden ser considerados como homomórficos. La unificación de modelos pretende convertir el proceso de modelado en un método estandarizado y confiable de investigación ecológica. Algo importante de subrayar es que los modelos matemáticos en ecología

4.2 Modelo exponencial del crecimiento de las poblaciones

se basan en nuestro conocimiento del sistema de estudio y reflejan nuestra comprensión de cómo trabaja el sistema. Por otro lado, la diversidad de familias de modelos se distribuye como (a) basados en la población y (b) basados en los individuos; dentro de los primeros aquellos que pueden representarse mediante ecuaciones diferenciales o algebraicas, y dentro de los segundos los modelos espaciales y no espaciales, basados en celdas y caminos aleatorias.

Otra clasificación de los modelos matemáticos en ecología y dinámica de poblaciones [13], se subdividen en modelos de primera generación y modelos de segunda generación. Los modelos de primera generación son aquellos simples con un número pequeño de variables de estado y parámetros constantes. Entre estos podemos encontrar los modelos de Lotka-Volterra y Nicholson-Bailey. Por su parte, los modelos de segunda generación son aquellos que deben considerar la heterogeneidad en la población y la distribución geográfica. Una herramienta que permite modelos más tratables en ecología son los métodos de agregación que permiten reducir la dimensionalidad del modelo matemático. No obstante, únicamente se conseguiría una agregación perfecta si la dinámica agregada es consistente con la dinámica real del sistema.

En la actualidad para evaluar la bondad de un modelo presentado se tienen en cuenta aspectos tales como la teoría ecológica usada, los modelos de datos empleados y los métodos estadísticos aplicados. La clave para realizar un modelo correcto está en seleccionar y medir de forma acertada los predictores ambientales conocidos como variables directas e indirectas: dentro de las primeras se destacan la temperatura y la cantidad de precipitaciones entre otras, y como indirectas se consideran aquellas que permiten describir la posición (latitud, longitud) geográfica.

En las secciones siguientes analizaremos algunos de los modelos de crecimiento de las poblaciones más importantes existentes en la literatura.

4.2 Modelo exponencial del crecimiento de las poblaciones

El modelo de crecimiento poblacional exponencial parte de las hipótesis de que no existe migración y que se tienen recursos ilimitados. Es decir, este modelo supone que los cambios en el tamaño de la población son solo por efecto de nacimientos y muertes dentro de la misma población. Además permite que el crecimiento de la población puede

4. MODELOS MATEMÁTICOS EN ECOLOGÍA

ser ilimitado, ya que se cuenta con espacio y recursos ilimitados. Estas dos suposiciones alteran considerablemente las predicciones que hacemos con este modelo acerca del tamaño de poblaciones futuras en ciertas especies.

Otras suposiciones que hacen que este modelo de crecimiento de población sea tan simple, es considerar que las tasas de natalidad y mortalidad son constantes. Esta suposición también puede llegar a alterar los resultados obtenidos a partir de este modelo, ya que estas dos tasas en realidad varían de acuerdo a los recursos, épocas del año, etc. En concreto, estamos haciendo la suposición implícita de que un individuo de mayor edad que otro tienen la misma probabilidad de fallecer; ésto no ocurre en la realidad ya que, debido al deterioro de la salud producido por la edad, conforme un individuo crece tiene mayor probabilidad de fallecer. Esta propiedad determina que la función de supervivencia sea decreciente, lo que hace que la función de mortalidad sea creciente. Cuando el tamaño de la población es reducido se puede tomar en cuenta este modelo ya que no existirá mucha migración, y los recursos son suficientes para que la población siga creciendo de manera constante, al igual que el espacio. Podemos decir que toda población se comporta con un crecimiento exponencial hasta cierto punto, es decir, mientras los recursos naturales alcancen para mantener un crecimiento constante, este crecimiento de la población será de manera exponencial.

La expresión del modelo de crecimiento exponencial es la mostrada en la ecuación siguiente

$$\frac{dx}{dt} = kx_t \quad (4.1)$$

donde x_t es el número de individuos en el tiempo t y k es la tasa discreta de crecimiento.

Sin embargo, en un ambiente con variaciones estocásticas necesitamos tomar en cuenta los conceptos de media y varianza para el crecimiento de la población. Por ejemplo, en lugar de tomar la estimación de tamaño de la población como en el caso del modelo discreto de crecimiento exponencial, podemos considerar el valor esperado del tamaño de la población que obtendremos a partir del valor esperado de la tasa de crecimiento. De este razonamiento se deduce la fórmula

$$\bar{x}_t = x(0) \cdot e^{\bar{r}t} \quad (4.2)$$

4.3 Modelo logístico del crecimiento de las poblaciones

donde \bar{r} representa la tasa de crecimiento promedio de la población y $\bar{x}(t)$ representa la población esperada en el tiempo t . Generalmente, se utiliza un límite de la variación de la tasa de crecimiento de población sin que se corra el riesgo de extinguirse. Este límite está dado por la desigualdad $\sigma_r^2 > 2r$.

La estocasticidad del medio no es el único factor que puede hacer variar el tamaño de una población, ya que aunque la tasa de crecimiento de la población fuera constante, probablemente aún variaría el tamaño de la población debido a la estocasticidad demográfica, es decir, el comportamiento aleatorio de las poblaciones. Al igual que en los modelos con estocasticidad en el medio, en este tipo de modelos la varianza en el tamaño de la población aumenta conforme pasa el tiempo y la población comienza a crecer. Este tipo de estocasticidad es importante en poblaciones pequeñas ya que se puede llevar fácilmente a una población a la extinción. La probabilidad de extinción viene dada por la ecuación con la forma

$$P(\text{extincion}) = \frac{d^{x_0}}{b} \quad (4.3)$$

donde d es la probabilidad de que un individuo muera y b es la probabilidad de que nazca un nuevo individuo. La probabilidad de que una población se extinga $P(\text{extincion})$ no solo depende de las probabilidades de tener un nacimiento o un fallecimiento en la población, sino también del tamaño inicial de la población. La probabilidad de que la población se extinga puede ser relativamente grande si x_0 es pequeño, en cambio, esta probabilidad disminuye cuando la población inicial x_0 es grande.

Finalmente podemos decir que en los modelos determinísticos del crecimiento de las poblaciones, el promedio de la población se puede ver afectado por la estocasticidad del medio y la estocasticidad de la demografía. En ambos casos de estocasticidad, la población puede llegar a variar tan violentamente que existe la posibilidad de que la población se extinga, aunque la estocasticidad demográfica es más importante en cuanto a probabilidades de extinción en poblaciones pequeñas.

4.3 Modelo logístico del crecimiento de las poblaciones

En el modelo de crecimiento de poblaciones exponencial, se hicieron suposiciones que llevaban a inexactitudes. Uno de los avances más importantes que presenta el modelo logístico es precisamente la eliminación de la suposición de independencia en la densidad

4. MODELOS MATEMÁTICOS EN ECOLOGÍA

(es decir, las tasas de mortalidad y natalidad dentro de la población no dependen del tamaño total de la población), además de la eliminación de la suposición de que en el hábitat donde se desarrolla la población existen recursos y espacio ilimitados.

La expresión matemática que representa a la familia de distribuciones exponenciales está dada por la ecuación siguiente

$$\frac{dx}{dt} = (b' - d')x \quad (4.4)$$

donde b' y d' representan las tasas de natalidad y mortalidad, respectivamente. Dichas tasas son variables para eliminar la suposición de que en la población existe independencia en la densidad y poder reflejar la cantidad de individuos presentes en la población.

Si analizamos el comportamiento que lógicamente se esperaría de las tasas, podemos ver sin dificultad que conforme una población comienza a ser demasiado grande para el hábitat en donde se desarrolla, la tasa de natalidad disminuirá y la tasa de mortalidad aumentará, es decir, la disminución en la tasa de natalidad es directamente proporcional al incremento en el tamaño total de la población, y viceversa, el incremento en la tasa de mortalidad es directamente proporcional al incremento en el tamaño total de la población. De forma similar, cuando una población es pequeña, su tasa de natalidad debe ser grande y la de mortalidad debe ser pequeña.

Un importante concepto dentro de la construcción del modelo logístico del crecimiento de poblaciones es el concepto de capacidad de sustentación del medio. Este concepto se puede entender como la cantidad de individuos de la población que puede sustentar el medio, es decir, el número de individuos que pueden sobrevivir con la cantidad de recursos disponibles en el hábitat donde se desarrolla la población. De ahora en adelante se denotará a la capacidad de sustentación del medio por K , representada por la ecuación

$$K = \frac{b - d}{a + c}. \quad (4.5)$$

Entonces, si sustituimos K en la ecuación que representa el modelo logístico de crecimiento de poblaciones llegamos a la expresión

$$\frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{K}\right). \quad (4.6)$$

4.3 Modelo logístico del crecimiento de las poblaciones

Esta es la ecuación más sencilla que representa el modelo logístico de crecimiento de poblaciones y donde se hace la suposición de que las tasas de mortalidad y natalidad varían de forma lineal. Al factor $(1 - x/K)$ se le conoce como la proporción de capacidad de sustentación del medio inutilizada.

Cuando la población es grande ($x \gg 1$), la parte de la proporción que dice x/K tenderá a 1, y por lo tanto la proporción de capacidad de sustentación del medio inutilizada tenderá a cero, y cuando la x sea exactamente K , es decir, cuando el tamaño de la población sea exactamente el número de individuos que puede sustentar el medio la proporción de capacidad de sustentación del medio inutilizada será de cero, es decir, el medio ya no puede sustentar más individuos de los que está sustentando en este instante. Finalmente si el total de la población llegara a ser mayor que la capacidad de sustentación del medio, esto haría que el cociente x/K fuera mayor a 1 y esto provocaría que la proporción de capacidad de sustentación inutilizada del medio fuera negativa, y en consecuencia la tasa de crecimiento sería negativa, por lo tanto, la población no solo deja de crecer sino que comienza a decrecer.

Además, cuando la población alcanza justo el tamaño que puede ser sustentado por el medio, es decir, $x = K$ obtenemos una tasa de crecimiento de la población de cero, es decir, la población estudiada no crece ni decrece. Este punto es conocido como el punto de equilibrio estable.

El modelo de crecimiento de poblaciones logístico hace suposiciones como cualquier otro modelo, dos de las más importantes son las siguientes: el modelo de crecimiento de poblaciones logístico supone que la capacidad de sustentación del medio es una cantidad constante, sin embargo, esta cantidad no tiene por que ser constante, y cada individuo que nace causa un cambio en la tasa de natalidad y mortalidad.

Existe otro factor importante que modifica el comportamiento del crecimiento de las poblaciones como es el retraso en el tiempo, es decir, puede ocurrir que haya un cambio en el tamaño de la población y sin embargo el cambio en las tasas de mortalidad y natalidad, y como consecuencia en la tasa de crecimiento de la población no sea instantáneo y tarde más tiempo en producirse. Este tiempo para hacerse efectivos los cambios de la tasa de crecimiento se le conoce como retraso.

Cuando el retraso es lo suficientemente grande, la población entra en un ciclo conocido como el ciclo límite estable. En este ciclo nunca se alcanza el punto de equilibrio,

4. MODELOS MATEMÁTICOS EN ECOLOGÍA

pero en cambio, la tasa de crecimiento comienza a oscilar periódicamente alrededor del punto de equilibrio superándolo y siendo menor que el.

Se puede deducir también una ecuación que describa el crecimiento de una población logística discreta de la forma

$$x_{t+1} = x_t + rdx_t \left(1 - \frac{x_t}{K}\right). \quad (4.7)$$

Por último, dado el tipo de crecimiento poblacional, existen un tipo de poblaciones a las que se les denomina caóticas. Una población es caótica si crece sin un patrón lógico complejo. Estas poblaciones son tan complejas que a menudo es difícil diferenciar una población estocástica de una población con comportamiento caótico. En una población caótica, a partir de los mismos datos iniciales se puede llegar a dos comportamientos distintos de la población. De esta forma, si se toma un periodo de tiempo lo suficientemente grande, las poblaciones en los dos periodos de tiempo van a divergir. Esto quiere decir que estos dos comportamientos se van a alejar uno del otro. En cambio, en una población estocástica pueden existir dos comportamientos completamente distintos pero nunca llegarán a divergir uno del otro.

4.4 Modelos depredador-presa

Los modelos depredador-presa han desempeñado un papel muy importante en el estudio de la dinámica de poblaciones. Podemos decir que forman uno de los temas más interesantes y dominantes dentro de la ecología. Uno de los primeros trabajos sobre la dinámica de poblaciones lo podemos encontrar en “Essay on the principle of population” [112], donde se argumenta que mientras las poblaciones crecen logarítmicamente, los recursos de los que dependen son constantes o sólo crecen aritméticamente, de esta manera la demanda de recursos debe de exceder al suministro y el crecimiento poblacional, dependiente de la fuente de suministro, debe entonces cesar. Thomas Malthus se puede considerar como uno de los pioneros de la ecología, aunque su modelo sobre el crecimiento de las poblaciones no sea realista, ya que un crecimiento ilimitado no se produce en la naturaleza debido a la existencia de múltiples limitaciones: físicas, biológicas, etc.

Cuarenta años más tarde, Verhulst en su trabajo “Principle of Population” formularía el modelo (ecuación 4.8) en el que trata de corregir el crecimiento malthusiano

con un factor freno en el modelo, y que se puede considerar como el germen de todos los modelos conocidos como logísticos.

$$\frac{dx}{dt} = ax \left(1 - \frac{x}{K}\right), \quad (4.8)$$

donde x es la densidad de la población, a la tasa *per capita* de cambio o la tasa de crecimiento intrínseco y K la densidad de equilibrio o capacidad de carga del entorno.

Posteriormente, y a partir del auge que estaban adquiriendo todos estos temas, Lotka [106] y Volterra [169] realizan uno de los grandes avances en la dinámica de poblaciones, donde proponen el primer modelo depredador-presa que en lugar de ser obtenido por extensión de la ley logística a dos especies, adopta el principio químico de acción de masas. En otras palabras, en dichos trabajos se asume que la respuesta de la población sería proporcional al producto de sus biomásas. A partir de aquí se han llevado a cabo múltiples avances alrededor de este tema y en general sobre la dinámica de poblaciones.

4.4.1 Oscilaciones en las relaciones presa-depredador de Volterra

Para iniciar su investigación matemática Volterra estableció ciertas cosas:

1. Que la especie depredadora se alimentaba exclusivamente de la especie presa, mientras que ésta se alimentaba de un recurso que se encontraba en el hábitat en grandes cantidades, el cual solo intervenía así (pasivamente).
2. Que ambas poblaciones eran homogéneas, es decir, no intervenían factores como la edad o el sexo.
3. Que, así mismo, el medio era homogéneo, es decir, que las características físicas, biológicas entre otras, eran las mismas en el hábitat.
4. Y que los encuentros de la especie depredadora con las especie presa eran igualmente probables.

Siendo así, se encontró con que solo existían dos variables: el tamaño poblacional de la especie depredadora y el de la especie presa. Así mismo, supuso que ambos tamaños poblacionales dependían exclusivamente del tiempo y no de alguna otra variable

4. MODELOS MATEMÁTICOS EN ECOLOGÍA

especial, con lo que determinó que si no existiesen depredadores, la población de presas crecería malthusianamente, tal y como se recoge en la ecuación

$$\dot{x}_t = ax_t, \quad (4.9)$$

mientras que si no hubiese presas la especie depredadora decrecería, también siguiendo un modelo malthusiano, según se muestra en la ecuación

$$\dot{y}_t = -dy_t. \quad (4.10)$$

Por lo tanto, dado que la interacción beneficia a la especie depredadora y perjudica a la presa, él supuso que sería necesario modificar a los depredadores en un término que diera cuenta del perjuicio para una y del beneficio para la otra. Basándose en el argumento de que cuantos más encuentros por unidad de tiempo haya entre individuos de la especie presa con la especie depredadora, mayor sería el perjuicio de unos y el beneficio de otros, llegó a la conclusión de que el número de encuentros por unidad de tiempo entre presas y depredadores sería proporcional al producto algebraico de sus respectivas densidades poblacionales.

La Ley de la periodicidad de Volterra dice que “el cambio de los tamaños poblacionales de ambas especies (presa y depredadora) son periódicos y el periodo depende solamente de a , b , c , d y del tamaño inicial de las dos especies”. En consecuencia, para pequeñas oscilaciones el periodo es $T = 2/ac$. Posteriormente, formuló otras dos leyes relacionadas a su modelo presa-depredador:

1. La ley de conservación de los promedios. Los promedios de los tamaños poblacionales de la especie presa y de la depredadora son independientes de su tamaño inicial. Dichos promedios calculados en un periodo son, respectivamente, $X = c/d$ e $Y = a/b$.
2. Ley de la perturbación de los promedios. Si las poblaciones de ambas especies son destruidas a una razón proporcional a su tamaño poblacional, el promedio de las presas aumenta, mientras que el de los depredadores disminuye.

4.4.2 Modelo de Lotka-Volterra

El modelo de Lotka-Volterra [106, 169] se define como

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax - bxy, \\ \frac{dy}{dt} = cxy - dy, \end{cases} \quad (4.11)$$

donde x e y son las densidades de población o biomasa de presa y depredador, respectivamente, a es la tasa de crecimiento de la presa y d es la tasa de mortalidad del depredador, en ausencia el uno del otro, y b y c son la tasa de cambio debida a la interacción de cada especie. El modelo de Lotka-Volterra, como la mayoría de los modelos depredador-presa, está compuesto por dos partes. La población de presas crece de acuerdo a un simple modelo exponencial o logístico y se le resta unas pérdidas resultado de la depredación. Esas pérdidas se deben a la tasa de depredación media que en si misma está compuesta de dos partes:

- La respuesta numérica: respecto del depredador, es una función de un aumento en la tasa de reproducción, un incremento en la inmigración, o ambas.
- La respuesta funcional: aumenta la tasa media de depredación y es definida como la tasa de consumo de presas por cada depredador.

En la ecuación de la presa, la tasa de crecimiento decrece a causa de la tasa media de depredación, que es una función de las respuestas numérica y funcional de depredador. La ecuación del depredador tiene dos partes. El crecimiento de la población de depredadores es una función de la tasa media de depredación y es parecida a la parte negativa de la ecuación de la presa. La tasa de crecimiento del depredador decrece debido a la mortalidad, que puede ser independiente de la densidad o dependiente de la densidad.

El relativamente simple modelo de Lotka-Volterra estuvo basado en las siguientes suposiciones ([136]):

1. En ausencia de depredadores, la población de presas crece exponencial o logísticamente.
2. El crecimiento de la población del depredador está limitada sólo por la disponibilidad de la presa.

4. MODELOS MATEMÁTICOS EN ECOLOGÍA

3. Ambos, depredador y presa, se reproducen continuamente, no tienen una estructura de edad y todos los individuos son idénticos.
4. La tasa de depredación es proporcional a la tasa de encuentros entre depredadores y presa. La tasa de encuentros es una función aleatoria de densidad de población. Por lo tanto, depredadores y presas se mueven al azar.
5. El depredador tiene una tasa de mortalidad constante e independiente de la densidad.

Como las ecuaciones diferenciales que se utilizan en (4.11), la solución es determinista y continua. Esto, a su vez, implica que las generaciones de ambas especies (depredador y presa) se solapan continuamente. El sistema de ecuaciones de Lotka-Volterra es un ejemplo de un modelo de Kolmogorov, que dentro de un marco más general, puede modelar la dinámica de los sistemas ecológicos con interacciones depredador-presa, competencia, enfermedades y mutualismo.

Finalmente, discretizando en el tiempo las ecuaciones del modelo 4.11 mediante el esquema de Euler, obtenemos el modelo de Lotka-Volterra determinista con las siguientes ecuaciones en diferencias

$$\begin{aligned}x_{t+1} &= x_t + T[ax_t - bx_t y_t], \\y_{t+1} &= y_t + T[cx_t y_t - dy_t],\end{aligned}\tag{4.12}$$

donde $t = 0, 1, \dots$ indica el instante de tiempo y T es el intervalo de tiempo entre observaciones.

Poco después de la presentación del modelo de Lotka-Volterra, Nicholson y Bailey [127] propusieron un modelo discreto en el tiempo sobre la interacción de insectos y sus huéspedes. A partir de aquí son muchos los autores que han realizado estudios sobre este tipo de modelos poblacionales, entre otros podemos citar Solomon [150], Holling [87], Berryman [19], Ardity-Ginzburg [9] y Ardity-Berryman [10].

Parte II

**APLICACIONES EN
ACÚSTICA**

Chapter 5

A Bayesian method for comparing models used to predict the sound pressure level and its spectral composition

5.1 Introduction

The complexity of urban agglomerations makes the environmental noise modeling and prediction a complex and nonlinear problem. Previous research has shown the influence of different variables on the characterization of the environmental noise level and in the description of the temporal evolution of the sound pressure level [160, 161, 162, 164].

In the literature, there are different methods and techniques that described the problem of predicting environmental noise levels, from physical models to statistical models. For example, in [21, 29, 90] it is proposed to use statistical models. Although these models can describe nonlinear correlations, they do not provide an accurate enough approximation of the trend followed by the sound pressure level when this is affected by a large number of physical parameters. Later on, in [30], it is proposed to apply an artificial neural network (ANN) for noise prediction. The method involves the training of a backpropagation network (BPN) [114] (see Appendix A) using an appropriate set of acoustic measurements and, in the subsequent phase, the network predicts the sound pressure level for various inputs. This method achieves good results because neural net-

5. COMPARISON OF ENVIRONMENTAL NOISE PREDICTION MODELS

works have a great capacity for approximating functions which are essentially nonlinear [97, 155], as it is the environmental noise prediction problem. From this point of view, other authors have developed complex neural networks with the objective of providing a tool for the design, planning and evaluation of urban sound environments and the ultimate goal of incorporating the needs of the population into the planning of urban agglomerations [31, 67, 163].

Since several models may be available to describe the sound environment in a given urban area, the question of how to choose the fittest model given a record of data arises naturally. In this paper, we study dynamic models that can be put in a state-space form. In particular, we identify the sources of noise as the state variables of the model and allow them to evolve randomly over time. The observations, or measurements, for the model are indicators of overall sound pressure level and 1/3-octave band sound levels (spectral composition). The relationship between the observations (sound pressure levels) and the state variables (noise sources) is represented by nonlinearities (such as, e.g., different neural network configurations [114]) and a random perturbation.

Given two state-space models, each one with a different nonlinear structure describing the relationship between the indicators of sound pressure levels and the noise sources, our goal is to quantify the fitness of each model using a collection of real data sets. Following the general approach in [44], we propose to score the competing models by way of their posterior probabilities conditional on the same data sets, i.e., we carry out maximum *a posteriori* model selection. Since the models of interest are dynamic and nonlinear, there are no closed-form expressions for these posterior probabilities. To circumvent this difficulty, we introduce a numerical approximation method based on the use of particle filters [46, 48, 49, 76], similar to the model monitoring algorithm of [45]. The proposed filtering algorithm includes Markov Chain Monte Carlo moves [72] to mitigate the diversity loss that follows the resampling step in conventional particle filters.

This chapter is organized as follows. In Section 5.2 we define the state-space models to be compared. In Section 5.3 we elaborate the MAP criterion for model selection. The particle filtering algorithm applied for the numerical implementation is described in Section 5.4. In Section 5.5 we test the proposed methodology by using a series of measurements of sound pressure levels obtained experimentally in the city of Granada

Indicator	Value range
L_{Aeq}	57-85 dBA
L_{eq}	65-90 dB
L_f	10-80 dB

Table 5.1: Indicators of sound pressure level and its spectral composition. L_f denotes the sound pressure level in the f Hz 1/3 octave band, where $f = 40, 50, 63, 80, 100, 125, 160, 200, 250, 315, 400, 500, 630, 800, 1000, 1250, 1600, 2000, 2500, 3150$ and 4000 Hz.

(Spain). The obtained results are shown and discussed here. Finally, the article ends with a summary and some conclusions in Section 5.6.

5.2 Dynamic models

5.2.1 Sound pressure levels

Let us consider the problem of predicting the value of 23 descriptors of sound pressure level in urban areas from the knowledge of a set of noise sources. To be specific, the indicators of interest are the A-weighted equivalent continuous sound pressure level (L_{Aeq}), the non-weighted equivalent continuous sound pressure level (L_{eq}) and the sound level in 1/3 octave bands from 40 Hz to 4 kHz, as summarized in Table 5.1. These magnitudes have been obtained from field measurements with S integration time ($S = 2$ minutes).

5.2.2 State variables

A precise characterization of the urban sound environment requires the consideration of a wide range of different magnitudes related to the noise sources and the sound diffusion in different city areas. In this thesis, we collectively refer to these magnitudes as state variables. Specifically, we study 25 variables divided into two blocks, namely sound emission and sound spread variables, which are displayed in Table 5.2 and Table 5.3, respectively. The selection and classification of the state variables is taken from [164]. Note that most of state variables are static over time (variables 1-4 in Table 5.2, 15-25 in Table 5.3) except the type and magnitude of the traffic flows, the number of vehicles with sirens and anomalous sound events [165] (variables 5-14 in Table 5.2), which can change significantly depending on both time and location.

5. COMPARISON OF ENVIRONMENTAL NOISE PREDICTION MODELS

	State variable	Value range
1	Time Period	Day / Evening
2	Commercial or Leisure Environment	No / Yes
3	Construction Work	No / Yes
4	Stabilization Time	[2-55] (minutes)
5	Type of Traffic Flow	Constant fluid flow Constant pulsed flow Flow decelerated in pulses Flow accelerated in pulses Intermittent flow Banked flow
6	Ascendant Flow of Light Vehicles	[0-20]
7	Descendant Flow of Light Vehicles	[0-38]
8	Ascendant Flow of Heavy Vehicles	[0-10]
9	Descendant Flow of Heavy Vehicles	[0-4]
10	Ascendant Flow of Motorcycles	[0-20]
11	Descendant Flow of Motorcycles	[0-14]
12	Number of Vehicles with Sirens	[0-3] (vehicles)
13	Anomalous Sound Event related to Traffic	No / Yes
14	Anomalous Sound Event unrelated to Traffic	No / Yes
15	Average Speed	[5.38-52.12] (km/h)
16	Traffic Slope	[0-9] (%)
17	Number of Ascendant Lanes	[0-4] (lanes)
18	Number of Descendant Lanes	[0-4] (lanes)
19	Pavement Type	Porous asphalt Smooth asphalt Paved
20	Pavement Surface Condition	Good Fair Bad Very Bad

Table 5.2: Sound emission variables. The traffic flow magnitudes (variables 6-11) have the form $10 \log z$, where z is the number of vehicles over one lane (either ascendant or descendant) every two minutes. The stabilization time (variable 4), at a certain location, is the time needed to stabilize the sound pressure level within a previously defined range [165].

	State variable	Value range
19	Pavement Type	Porous asphalt Smooth asphalt Paved
21	Street Geometry	Type “U” Type “J” Type “L” Type “Free Field”
22	Street Width	[3.8-104.67] (m)
23	Street Height	[0-32.55] (m)
24	Roadway Width	[3.8-23.42] (m)
25	Source-Receptor Distance	[2.6-16.7] (m)

Table 5.3: Sound spread variables. The street geometry classification (variable 21) is taken from [2] and refers to the type of buildings on the street sides, e.g., a “J”-type street contains tall buildings on one side and low buildings on the other side. The pavement type (variable 19) is also related to sound spread because sound is spread differently in paved surfaces (sound reflection) and porous surfaces (sound absorption) [108].

5.2.3 Nonlinear prediction of sound pressure levels

The prediction of the sound pressure level indicators from the state variables can be carried out by different methods [21, 29, 90]. However, since the relationship between the sound pressure level and the state variables is highly nonlinear, neural networks have been advocated as efficient tools in [31, 67, 163] because of their ability to approximate nonlinear functions [97, 155].

In this thesis, we investigate two backpropagation networks [114] (see Appendix A) with a common structure, depicted in Fig. 5.1. Each network consists of 2 layers with 25 inputs related to the state variables, 23 neurons in the hidden layers and 23 outputs related to the sound pressure levels. We have chosen these models due to their similarity and the difficulty of making an election *a priori* based on their goodness to fit data in different configurations.

The two nets are very similar because they were calibrated with a network training function that updates the weight and bias values according to the Levenberg-Marquardt optimization method [79, 113]. However, the training of the first backpropagation network (network 1, in the sequel) uses a Bayesian regularization process [63, 110] that is not applied when training the second network (network 2, in the sequel). Network 1

5. COMPARISON OF ENVIRONMENTAL NOISE PREDICTION MODELS

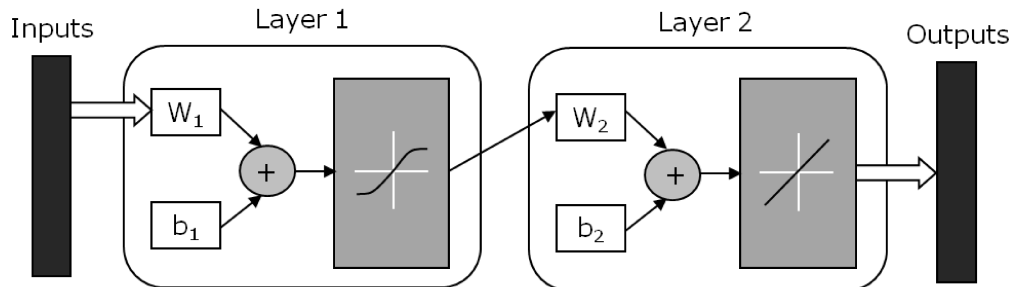


Figure 5.1: Structure of the two neural networks. These neural networks use a hyperbolic tangent sigmoid transfer function (first layer) and a linear transfer function (second layer). The w_i are the weights associated to the inputs and b_i is the bias of the layer i ($i = 1, 2$), both are fitted in the training.

was the nonlinear predictor chosen in [163].

Both networks were trained using the same database, which contains experimental measurements obtained in 11 streets of the city of Granada (Spain), in different urban settings and different traffic conditions, by researchers of the laboratory of Physics and Environmental Acoustics (Department of Applied Physics, University of Granada) using standard measurement methodologies. The data were collected on working days, at different time periods, and the main features of each location are outlined in Table 5.4.

The measurement of environmental noise was carried out in slots of 30 - 90 minutes, with each datum corresponding to a record of 2 minutes. This means that the first datum of, e.g., the “ascendant flow of light vehicles” (row 6 in Table 5.2) corresponds to the number of vehicles observed during minutes 1 and 2, the second datum corresponds to the number of vehicles observed during minutes 3 and 4, etc. For binary data, e.g., the “anomalous sound event” of row 13 in Table 5.2, the first datum indicates whether at least one anomalous event was observed during minutes 1 and 2, the second datum corresponds to minutes 3 and 4, and so on. Note that the short two-minute period was chosen to ease the observation of the time variability of the sound pressure level for each location. The measurements were obtained following international procedures of reference; all microphones were mounted away from reflecting facades, at a height of 4 meters above local ground level [1].

	Street	Time period	Description
1	Camino de Ronda	21:30-22:30	Broad street with a narrow central reservation. Geometry type “U”. High flow of heavy vehicles.
2	Gran Vía	14:20-15:30	Geometry type “U”. High flow of heavy vehicles, light vehicles, and motorcycles. Commercial area.
3	Avenida de Murcia	10:45-11:35	Geometry type “U”. Great ascendant traffic slope. High flow of heavy vehicles.
4	Méndez Núñez	21:30-22:40	Geometry type “Free Field”. High traffic flow. University area.
5	Camino de las Vacas	9:40-10:50	Geometry type “Free Field”. High flow of heavy vehicles.
6	Nueva del Santísimo	20:40-21:30	Narrow street with geometry type “U”. Low traffic flow. Commercial area.
7	Reyes Católicos	20:15-20:55	Geometry type “U”. High traffic flow. Commercial area.
8	Doctor Olóriz	20:30-21:00	Geometry type “J”. Opposite the bullring and near hospitals. Leisure zone. Descendant traffic slope.
9	Real de la Cartuja	12:30-12:55	Geometry type “U”. Great ascendant traffic slope. Pavement type “Paved”.
10	Gran Capitán	11:40-12:20	Geometry type “U”. Pavement type “Porous asphalt”.
11	Gonzalo Gallas	16:55-18:05	Geometry type “L”. Leisure zone.

Table 5.4: Characteristics of the locations (streets) where the measurements were collected.

5. COMPARISON OF ENVIRONMENTAL NOISE PREDICTION MODELS

5.2.4 State-space models

As explained in Section 2.2, several state variables, namely variables 5-14 in Table 5.2, are time-varying. Therefore, any model aimed to predict the values of the sound pressure levels from these variables should take into account their dynamics in order to produce adequate results. A compact manner to jointly represent the state variable dynamics and the nonlinear relationship between the variables and the indicators of sound pressure level is by way of a state-space model.

To be specific, let

$$\mathbf{x}_t = (x_{1,t}, \dots, x_{10,t}), \quad t = 0, 1, \dots, T, \quad (5.1)$$

be the vector of time-varying state variables, where $x_{i,t}$, $i = 1, \dots, 10$, corresponds to the $(5 + i - 1)$ -th entry of Table 5.2 (i.e., $x_{1,t}$ is the “type of traffic flow” and $x_{10,t}$ is the “anomalous sound event unrelated to traffic”) and T is the number of time steps. We collect the static variables in a vector

$$\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{15}), \quad (5.2)$$

where

- $\theta_1, \dots, \theta_4$ correspond to entries 1-4 in Table 5.2,
- $\theta_5, \dots, \theta_{10}$ correspond to entries 15-20 in Table 5.2 and
- $\theta_{11}, \dots, \theta_{15}$ correspond to entries 21-25 in Table 5.3.

The indicators of sound pressure level and its spectral composition are represented by a 23 dimensional vector

$$\mathbf{y}_t = (y_{1,t}, \dots, y_{23,t}) \quad (5.3)$$

where $y_{1,t}$ represents the value of the L_{Aeq} indicator at time t , $y_{2,t}$ represents the L_{eq} indicator at time t and $y_{3,t}, \dots, y_{23,t}$ stand for the remaining indicators in 1/3 octave bands from 40 Hz to 4 kHz (see Table 5.1).

The dynamics of \mathbf{x}_t is independent of the static variables in $\boldsymbol{\theta}$, but the sound pressure levels in \mathbf{y}_t are modeled as a function of \mathbf{x}_t , $\boldsymbol{\theta}$ and the neural network used for

prediction, plus a random perturbation. In particular, we have two state-space models of the form

$$\mathbf{x}_t \sim p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}), \quad (5.4)$$

$$\mathbf{y}_t \sim p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t, \boldsymbol{\theta}, m), \quad (5.5)$$

where $m \in \{1, 2\}$ is the model index, $p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1})$ describes the conditional distribution of the dynamic variables (in particular, we assume that every $x_{i,t}$ is first order Markovian) and $p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t, \boldsymbol{\theta}, m)$ is the conditional density of the sound pressure levels given the state variables and the neural network used for prediction (either network 1 or network 2, as indicated by m).

The conditional density of the sound pressure levels, often referred to as the likelihood of the variables, is assumed to be Gaussian, namely

$$p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t, \boldsymbol{\theta}, m) = N(\mathbf{y}_t; g_m(\mathbf{x}_t, \boldsymbol{\theta}), \mathbf{D}_m) \quad (5.6)$$

where $N(\mathbf{z}; \boldsymbol{\mu}, \mathbf{C})$ denotes the (multivariate) Gaussian probability density function (pdf) of \mathbf{z} with mean vector $\boldsymbol{\mu}$ and covariance matrix \mathbf{C} , $g_m(\mathbf{x}_t, \boldsymbol{\theta})$ is the prediction of the sound pressure levels produced by the m -th neural network and

$$\mathbf{D}_m = \begin{bmatrix} \sigma_{m,1}^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{m,2}^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{m,23}^2 \end{bmatrix}$$

is a diagonal covariance matrix with the marginal variances $\sigma_{m,j}^2$, $j = 1, \dots, 23$ fitted using the experimental data and the predictions from the m -th neural network.

The dynamic states $x_{1,t}$, $x_{8,t}$, $x_{9,t}$ and $x_{10,t}$ are discrete first-order Markov chains with transition probabilities given by the matrices

$$\mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} 0.23 & 0.30 & 0.05 & 0.11 & 0.12 & 0.19 \\ 0.05 & 0.34 & 0.17 & 0.16 & 0.28 & 0 \\ 0 & 0.46 & 0.17 & 0.37 & 0 & 0 \\ 0.19 & 0.37 & 0.08 & 0.31 & 0.05 & 0 \\ 0.03 & 0.10 & 0 & 0.07 & 0.55 & 0.25 \\ 0.19 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0.56 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_8 = \begin{bmatrix} 0.99 & 0.01 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{P}_9 = \begin{bmatrix} 0.42 & 0.58 \\ 0.53 & 0.47 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \mathbf{P}_{10} = \begin{bmatrix} 0.77 & 0.23 \\ 0.72 & 0.28 \end{bmatrix},$$

5. COMPARISON OF ENVIRONMENTAL NOISE PREDICTION MODELS

respectively¹. For the continuous variables, $x_{2,t}, \dots, x_{7,t}$, we have chosen a simple random walk model of the form

$$p(x_{i,t}|x_{i,t-1}) = N(x_{i,t}; x_{i,t-1}, \alpha_i^2), \quad i = 2, \dots, 7, \quad (5.7)$$

where α_i^2 is a variance fitted using the collected data. We assume that the state variables evolve independently over time, i.e., $p(\mathbf{x}_t|\mathbf{x}_{t-1}) = \prod_{i=1}^{10} p(x_{i,t}|x_{i,t-1})$.

5.3 Criterion for model selection

The aim of this paper is to show how it is possible to quantitatively assess, and then select, different state-space models to predict the indicators of sound pressure level. We have explicitly defined two models in Section 2.4, but the criterion (and procedure) to be introduced can be easily extended to an arbitrary number of candidate models. These two models were chosen because they show a good behavior in predicting sound pressure levels.

Let the index $m \in \{1, 2\}$ refer to the state-space model. We assign a prior probability $p(m)$ to each model m and, given a fixed record of experimental data $\mathbf{y}_{1:T} = \{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_T\}$, we use $p(m|\mathbf{y}_{1:T}, \boldsymbol{\theta})$ to denote the *a posteriori* probability mass of the model m given the data and the static variables in $\boldsymbol{\theta}$. In the sequel, we assume $\boldsymbol{\theta}$ is known and leave the dependences on this fixed vector implicit. Therefore, we write $p(m|\mathbf{y}_{1:T})$ for the posterior probability of the model m and $p(\mathbf{y}_{1:T}|m) = p(\mathbf{y}_{1:T}|m, \boldsymbol{\theta})$ for the associated likelihood.

A natural criterion to choose the model that best fits the data is to solve the problem

$$\hat{m} = \arg \max_{m \in \{1, 2\}} p(m|\mathbf{y}_{1:T}), \quad (5.8)$$

where \hat{m} is the maximum *a posteriori* model choice. For calculating $p(m|\mathbf{y}_{1:T})$, we apply the Bayes' theorem

$$p(m|\mathbf{y}_{1:T}) = \frac{p(\mathbf{y}_{1:T}|m)p(m)}{p(\mathbf{y}_{1:T})}, \quad (5.9)$$

where $p(\mathbf{y}_{1:T}|m)$ is the joint probability density of the observations $\mathbf{y}_{1:T}$, conditional on the model m , and $p(\mathbf{y}_{1:T})$ is the unconditional probability density of $\mathbf{y}_{1:T}$ (which is

¹We assume that a discrete variable $x_{i,t}$ can take the values described in the value-range column of Table 5.2. Let x_i^j be the j -th value in the range of variable $x_{i,t}$. The entry in the k -th row, l -th column of \mathbf{P}_i , denoted $P_i^{k,l}$, is the probability mass $p(x_{i,t} = x_i^l | x_{i,t-1} = x_i^k)$.

constant with respect to m). After applying the chain rule to Eq. (5.9), we rewrite (5.8) as

$$\hat{m} = \arg \max_{m \in \{1,2\}} \prod_{k=1}^T p(\mathbf{y}_k | \mathbf{y}_{1:k-1}, m) p(m), \quad (5.10)$$

where $p(\mathbf{y}_k | \mathbf{y}_{1:k-1}, m)$ is the predictive probability density of the sound pressure level indicators at time k given the previous indicators and the model m , for $k = 1, \dots, T$. In order to ease the calculations, let us take the logarithm of the product in (5.10), to obtain

$$\begin{aligned} \hat{m} &= \arg \max_{m \in \{1,2\}} \log \left[\prod_{k=1}^T p(\mathbf{y}_k | \mathbf{y}_{1:k-1}, m) p(m) \right] \\ &= \arg \max_{m \in \{1,2\}} \left[\sum_{k=1}^T \log p(\mathbf{y}_k | \mathbf{y}_{1:k-1}, m) + \log p(m) \right]. \end{aligned} \quad (5.11)$$

Notice that the optimization problems (5.8) and (5.11) are equivalent because $\log(z)$ is a monotonically increasing function. Finally, for notational convenience, we define the objective function

$$J_m(T) = \sum_{k=1}^T \log p(\mathbf{y}_k | \mathbf{y}_{1:k-1}, m) + \log p(m) \quad (5.12)$$

and reduce the model selection problem to choose the index m that yields the highest value of $J_m(T)$, i.e.,

$$\hat{m} = \arg \max_{m \in \{1,2\}} J_m(T). \quad (5.13)$$

In many cases, it may be of interest to compare the candidate models in terms of their ability to predict a scalar observation $y_{i,t}$ instead of the joint vector \mathbf{y}_t (e.g., in order to determine the sensitivity of the model for a given sound pressure level). The derivation of the MAP criterion is exactly the same as before. Namely, for the i -th observation, we select

$$\hat{m} = \arg \max_{m \in \{1,2\}} J_m^i(T), \quad (5.14)$$

where

$$J_m^i(T) = \sum_{k=1}^T \log p(y_{i,k} | y_{i,1:k-1}, m) + \log p(m). \quad (5.15)$$

The MAP selection method that we propose in this paper is summarized in Table 5.5.

5. COMPARISON OF ENVIRONMENTAL NOISE PREDICTION MODELS

Initialization.

- a. Obtain the prior probability mass function $p(m)$ for the indices $m \in \{1, 2\}$.
- b. Let $J_m(0) = \log p(m)$, $m \in \{1, 2\}$.

Sequential update. For $t = 1, \dots, T$,

- a. Compute the predictive pdf $p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{1:t-1}, m)$.
- b. Update the objective function, $J_m(t) = J_m(t-1) + \log p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{1:t-1}, m)$.

Selection. Choose the model $\hat{m} = \arg \max_{m \in \{1,2\}} J_m(T)$.

Table 5.5: Algorithm for MAP model selection.

5.4 Numerical implementation

The model selection method introduced in Section 5.3 demands the evaluation of the sequence of posterior pdf's $p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{1:t-1}, m)$, $t = 1, \dots, T$, for each model. Unfortunately, due to the nonlinearity $g_m(\mathbf{x}_t, \boldsymbol{\theta})$ in Eq. (5.6), there is no closed-form expression for these densities, which, therefore, have to be approximated numerically.

In this paper, we propose to carry out these approximations using particle filtering [48, 76]. Specifically, we apply the algorithm described in Table 5.6, which is a variation of the standard particle filter [49, 76] that includes a Markov chain Monte Carlo move after the resampling step. The aim of this move is to enhance the diversity of the particle set [72]. The specific MCMC technique we have used in this paper is a Metropolis-Hastings algorithm, as described in [38].

Let $\delta_{\mathbf{x}}$ denote the unit delta measure centered at \mathbf{x} and consider the two sets of particles (samples in the state space) $\{\tilde{\mathbf{x}}_t^{(i)}\}_{i=1}^M$ and $\{\mathbf{x}_t^{(i)}\}_{i=1}^M$ generated by the particle filter at each time step t . We can construct two random measures,

$$\pi_M(d\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:t-1}, m) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \delta_{\tilde{\mathbf{x}}_t^{(i)}}(d\mathbf{x}_t) \quad \text{and} \quad \pi_M(d\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:t}, m) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \delta_{\mathbf{x}_t^{(i)}}(d\mathbf{x}_t),$$

that enable the approximation of integrals with respect to $p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:t-1})$ and $p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:t})$,

Initialization. Let M be the number of particles. Draw $\mathbf{x}_0^{(i)}$ from $p(\mathbf{x}_0)$, $i = 1, \dots, M$.

Recursive steps. For $t = 1, \dots, T$:

- a. Draw $\tilde{\mathbf{x}}_t^{(i)}$ from $p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}^{(i)})$, $i = 1, \dots, M$.
- b. Update the importance weights, $\tilde{w}_t^{(i)} = p(\mathbf{y}_t | \tilde{\mathbf{x}}_t^{(i)}, m)$, and normalize them, $w_t^{(i)} = \frac{\tilde{w}_t^{(i)}}{\sum_{j=1}^M \tilde{w}_t^{(j)}}$, $i = 1, \dots, M$
- c. Multinomial resampling: for $i = 1, \dots, M$, let $\bar{\mathbf{x}}_t^{(i)} = \tilde{\mathbf{x}}_t^{(k)}$ with probability $w_t^{(k)}$, $k \in \{1, \dots, M\}$.
- d. MCMC move: take one step of the Metropolis-Hastings method to generate $\mathbf{x}_t^{(i)}$ from $\bar{\mathbf{x}}_t^{(i)}$, $i = 1, \dots, M$.

Table 5.6: Particle filter with MCMC move after resampling.

respectively. Indeed, for any integrable real function f in the state-space,

$$\int f(\mathbf{x}_t) p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:t-1}, m) d\mathbf{x}_t \approx \int f(\mathbf{x}_t) \pi_M(d\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:t-1}, m) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M f(\tilde{\mathbf{x}}_t^{(i)}), \quad \text{and}$$

$$\int f(\mathbf{x}_t) p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:t}, m) d\mathbf{x}_t \approx \int f(\mathbf{x}_t) \pi_M(d\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:t}, m) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M f(\mathbf{x}_t^{(i)}).$$

The asymptotic convergence (as $M \rightarrow \infty$) of such approximations can be guaranteed under mild regularity assumptions [14, 40, 126]. In particular, we note that the predictive pdf's $p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{1:t-1}, m)$ can be written as integrals of the form

$$p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{1:t-1}, m) = \int p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t, m) p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:t-1}, m) d\mathbf{x}_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

and hence we compute their approximations as

$$p_M(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{1:t-1}, m) \approx p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{1:t-1}, m),$$

where

$$p_M(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{1:t-1}, m) = \int p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t, m) \pi_M(d\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:t-1}, m) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M p(\mathbf{y}_t | \tilde{\mathbf{x}}_t^{(i)}). \quad (5.16)$$

We use Eq. (5.16) for the computation of the objective functions $J_m(t)$, $1 \leq t \leq T$, i.e., we let

$$J_m(t) \approx \sum_{k=1}^t \log(p_M(\mathbf{y}_k | \mathbf{y}_{1:k-1}, m)) + p(m) \quad (5.17)$$

in all the experimental results to be shown in Section 5.5 below.

5. COMPARISON OF ENVIRONMENTAL NOISE PREDICTION MODELS

Model (m)	$J_m(T)$		
	Street 2	Street 3	Street 6
1	-728.12	-764.99	-851.18
2	-939.20	-970.01	-1092.56

Table 5.7: Model comparison for the complete indicator set in three selected streets. The highest value of $J_m(T)$ which is obtained for each street is displayed in bold face.

5.5 Experimental results

The proposed method is used to compare the two ANN-based state-space models using experimental data collected in the streets 2, 3 and 6 of Table 5.4. We have chosen these three streets because they present the longest time series of data and very different traffic behaviors. We assess the models in two ways. First, we compare their ability to predict the 23 indicators of sound pressure level jointly and, second, we evaluate their ability to predict 6 relevant scalar indicators individually.

In each case, we apply the proposed MAP selection method to the two competing models using $M = 500$ samples in the particle filtering algorithm and data sequences of length $T = 25$.

5.5.1 Model comparison for the complete indicator set

In this first set of experiments, the observation vectors $\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_T$ are 23 dimensional, as shown in Eq. (5.3), i.e., they contain all the indicators of sound pressure level described in Section 5.2.1. Using the particle approximation of Eq. (5.17), we have evaluated the objective function $J_m(T)$, for the two competing models ($m = 1$ and $m = 2$) using separately the time series of data from streets 2, 3 and 6.

The results are displayed in Table 5.7. We observe that $J_1(T) > J_2(T)$ for the three data sets. Specifically, model $m = 1$ attains an improvement of 22.5% for street number 2, 21.1% for street number 3 and 22.1% for street number 6. Therefore, model $m = 1$ is the MAP choice ($\hat{m} = 1$) for these three streets when the complete set of indicators (sound pressure level and its spectral composition) are considered.

Figures 5.2, 5.3 and 5.4 show the evolution of the objective functions $J_1(t)$ and $J_2(t)$ over time, for $1 \leq t \leq T = 25$ steps, for the three data sets corresponding to streets 2,

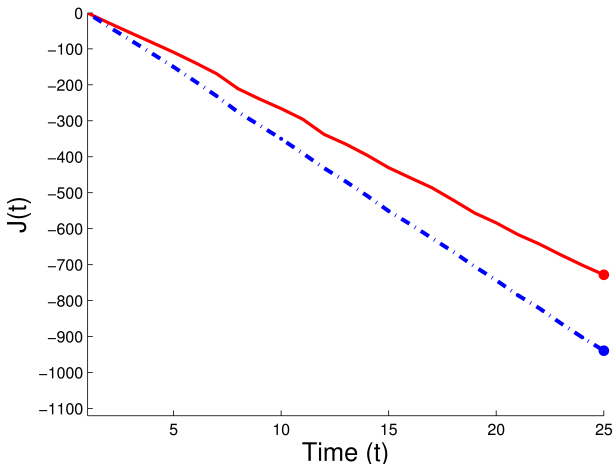


Figure 5.2: Model comparison in street number 2 using all indicators (23 sound pressure levels). $J_1(t)$ and $J_2(t)$ are depicted in solid and dash-dotted lines, respectively, for $1 \leq t \leq T = 25$. The dots at $t = 25$ yield the values of $J_1(T)$ and $J_2(T)$.

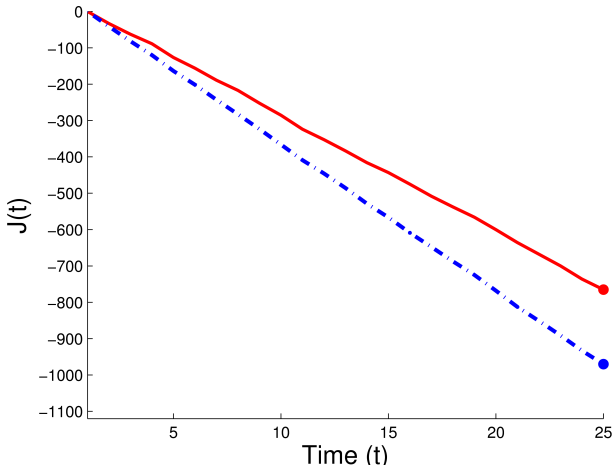


Figure 5.3: Model comparison in street number 3 using all indicators (23 sound pressure levels). $J_1(t)$ and $J_2(t)$ are depicted in solid and dash-dotted lines, respectively, for $1 \leq t \leq T = 25$. The dots at $t = 25$ yield the values of $J_1(T)$ and $J_2(T)$.

5. COMPARISON OF ENVIRONMENTAL NOISE PREDICTION MODELS

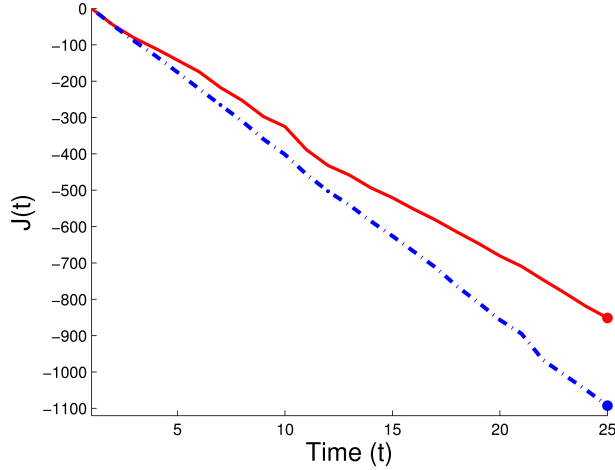


Figure 5.4: Model comparison in street number 6 using all indicators (23 sound pressure levels). $J_1(t)$ and $J_2(t)$ are depicted in solid and dash-dotted lines, respectively, for $1 \leq t \leq T = 25$. The dots at $t = 25$ yield the values of $J_1(T)$ and $J_2(T)$.

3 and 6, respectively. We observe that $J_1(t) > J_2(t)$ for all, even small, t . Moreover, the gap $J_1(t) - J_2(t)$ grows consistently over time, indicating that model $m = 1$ is a better fit than model $m = 2$ for these data sets.

5.5.2 Model comparison for scalar indicators

In this section, we show the results of using the proposed methodology to compare the fitness of the two competing models for a subset of (scalar) indicators (six sound pressure level descriptors). The aim is to show that the proposed technique can be successfully applied to compare the competing models in terms of their ability to represent individual sound pressure level indicators. Therefore, the observations \mathbf{y}_t considered in this section are scalars and we successively compare the models for $\mathbf{y}_t = y_{i,t}$, $i = 1, \dots, 6$, where $y_{i,t}$ represents the indicator in the i -th row of Table 5.8 at time t . The comparisons, therefore, are carried out by way of the objective functions

$$J_m^i(t) \approx \sum_{k=1}^t \log(p_M(y_{i,k}|y_{i,1:k-1}, m)) + p(m), \quad i = 1, \dots, 6,$$

where the factors $p_M(y_{i,k}|y_{i,1:k-1}, m) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M p(y_{i,k}|\tilde{\mathbf{x}}_k^{(j)})$ are particle approximations of the true densities.

	Observation (y_t)	Value range
1	L_{Aeq}	57-85 dBA
2	L_{125Hz}	32-65 dB
3	L_{250Hz}	39-63 dB
4	L_{500Hz}	45-66 dB
5	L_{1kHz}	46-80 dB
6	$L_{3.15kHz}$	45-70 dB

Table 5.8: Indicators studied in Section 5.5.2.

Observation (i)	$J_m^i(T)$		Improvement (%)
	Model 1 ($m = 1$)	Model 2 ($m = 2$)	
1	-44.34	-56.59	21.6
2	-35.56	-40.90	13.1
3	-37.53	-41.66	9.9
4	-37.53	-44.95	16.5
5	-43.78	-50.58	13.4
6	-36.01	-40.70	11.5

Table 5.9: Model comparison for scalar observations in the street number 2. The highest value of $J_m^i(T)$ for each observation is shown in bold face.

5.5.2.1 Large commercial area with high traffic flow (Street 2)

Table 5.9 displays the values of $J_m^i(T)$ for $m = 1, 2$ and $i = 1, \dots, 6$, obtained for the data set of street number 2. The same as in Section 5.5.1, model $m = 1$ is clearly superior to model $m = 2$. Depending on the indicator of sound pressure level being observed, the improvement of model $m = 1$ over model $m = 2$ ranges from 9.9% up to 21.6%.

Figure 5.5 depicts the evolution of the objective functions $J_m^i(t)$, $m = 1, 2$ and $i = 1, \dots, 6$, over $1 \leq t \leq T = 25$. They show how model $m = 1$ improves over model $m = 2$ for all studied indicators when $t > 8$.

5. COMPARISON OF ENVIRONMENTAL NOISE PREDICTION MODELS

]

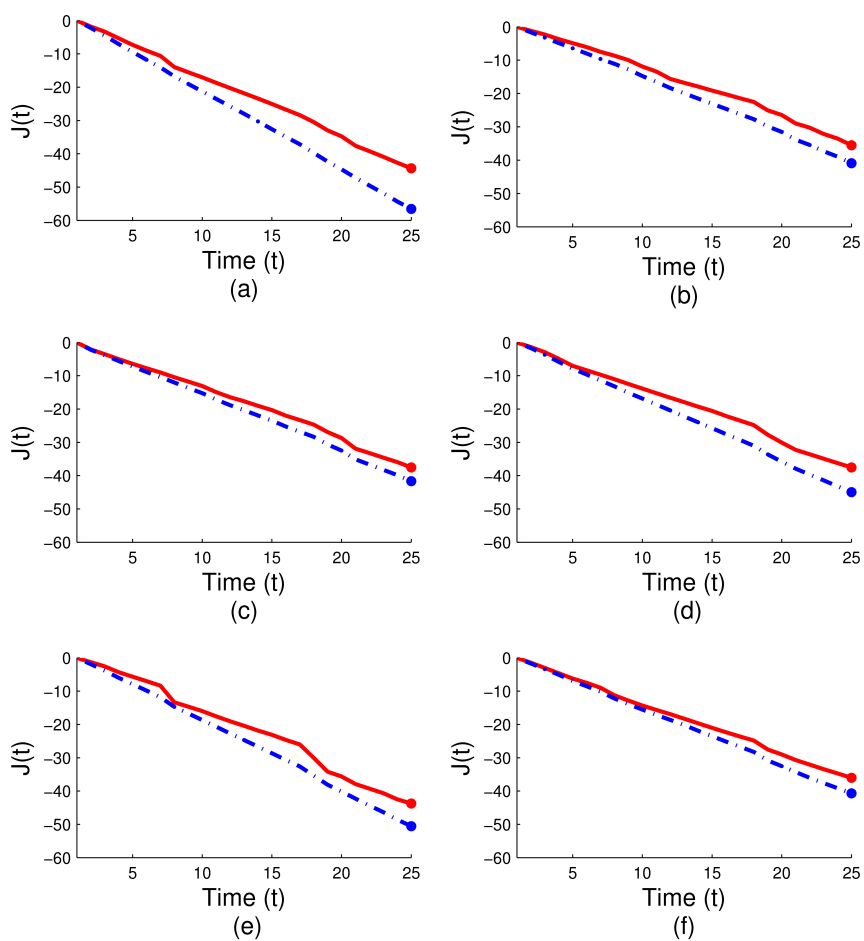


Figure 5.5: Street number 2: Evolution of the functions $J_m^1(t), \dots, J_m^6(t)$, $m = 1, 2$, over time for $1 \leq t \leq T = 25$. The curves for model $m = 1$ are depicted as solid lines, while the curves for model $m = 2$ are dash-dotted. Each plot corresponds to a different indicator of sound pressure level: (a) L_{Aeq} , (b) L_{125Hz} , (c) L_{250Hz} , (d) L_{500Hz} , (e) L_{1kHz} and (f) $L_{3.15kHz}$.

Observation (i)	$J_m^i(T)$		Improvement (%)
	Model 1 ($m = 1$)	Model 2 ($m = 2$)	
1	-50.70	-57.16	11.3
2	-50.01	-50.13	0.2
3	-50.26	-52.42	4.1
4	-48.08	-51.21	6.1
5	-45.85	-50.12	8.5
6	-38.68	-42.10	8.1

Table 5.10: Model comparison for scalar observations in the street number 3. The highest value of $J_m^i(T)$ for each observation is shown in bold face.

5.5.2.2 Street with a great ascendant traffic slope and high flow of heavy vehicles (Street 3)

We have conducted a similar study for street number 3. The final values of the objective functions, $J_m^i(T)$ for $m = 1, 2$, $i = 1, \dots, 6$ and $T = 25$ time steps, are shown in Table 5.10. As in Section 5.5.2.1, model $m = 1$ is consistently better than model $m = 2$, although for the indicator of sound pressure level $y_{2,t} = L_{125Hz}$ the improvement is marginal and the two models can be considered equally good.

Figure 5.6 shows the evolution over time of the functions $J_m^i(t)$, $m = 1, 2$, $i = 1, \dots, 6$ and $1 \leq t \leq T = 25$. We observe that the two models perform equivalently for $y_{2,t} = L_{125Hz}$ but the difference $J_1^i(t) - J_2^i(t) > 0$ grows consistently over time for the other five indicators of sound pressure level.

5.5.2.3 Narrow street with low traffic flow (Street 6)

The same kind of experiment yields rather different results for the street number 6. Table 5.11 displays the values of the objective function $J_m^i(T)$ for $m = 1, 2$ and $i = 1, \dots, 6$. We observe that $J_2^i(T) > J_1^i(T)$ (i.e., model $m = 2$ has a larger posterior probability) for all studied indicators except $y_{5,t} = L_{1kHz}$. The improvement attained by model $m = 2$, however, is only significant for the indicators L_{Aeq} and $L_{3.15kHz}$ ($i = 1$ and $i = 6$), respectively.

Figure 5.7, that shows the evolution over $1 \leq t \leq T = 25$ of the functions $J_m^i(t)$, $m = 1, 2$, $i = 1, \dots, 6$, allows us to observe that models $m = 1$ and $m = 2$ perform

5. COMPARISON OF ENVIRONMENTAL NOISE PREDICTION MODELS

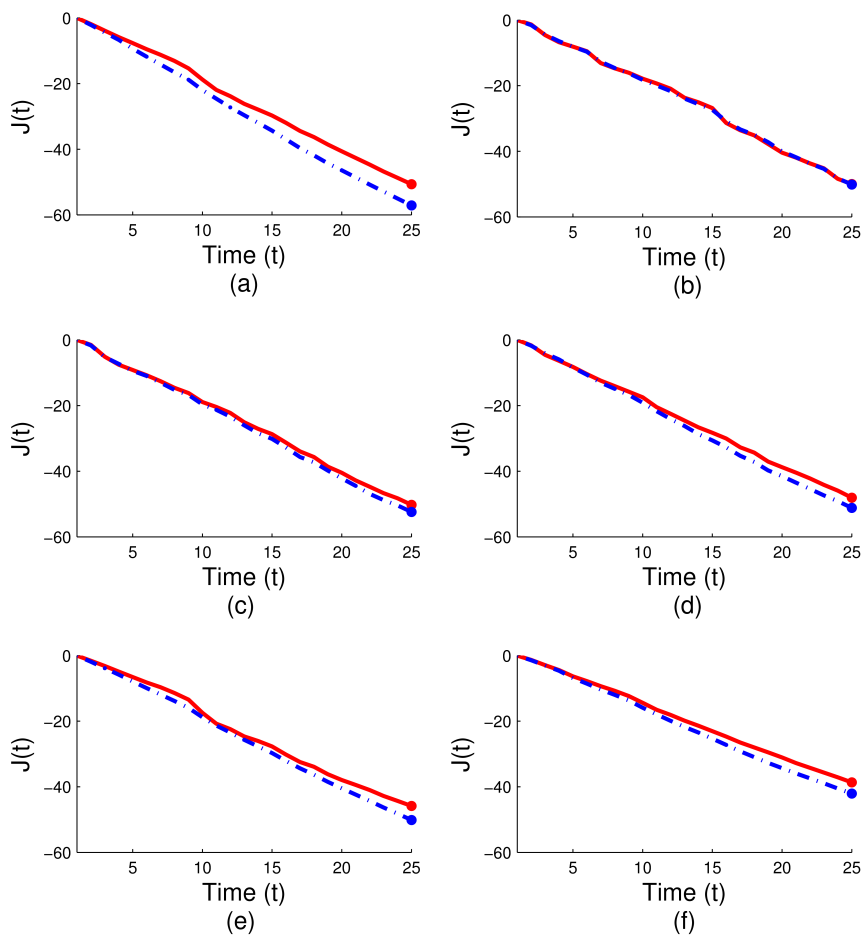


Figure 5.6: Street number 3: Evolution of the functions $J_m^1(t), \dots, J_m^6(t)$, $m = 1, 2$, over time for $1 \leq t \leq T = 25$. The curves for model $m = 1$ are depicted as solid lines, while the curves for model $m = 2$ are dash-dotted. Each plot corresponds to a different indicator of sound pressure level: (a) L_{Aeq} , (b) L_{125Hz} , (c) L_{250Hz} , (d) L_{500Hz} , (e) L_{1kHz} and (f) $L_{3.15kHz}$.

5.5 Experimental results

Observation (i)	$J_m^i(T)$		Improvement (%)
	Model 1 ($m = 1$)	Model 2 ($m = 2$)	
1	-68.81	-63.04	8.4
2	-41.50	-41.37	0.3
3	-54.56	-53.10	2.7
4	-52.18	-51.40	1.5
5	-52.41	-54.19	3.3
6	-72.89	-64.61	11.4

Table 5.11: Model comparison for scalar observations in the street number 6. The highest value of $J_m^i(T)$ for each observation is shown in bold face.

approximately equivalently for the indicators of sound pressure level $i = 2, 3, 4$ and 5. For $i = 1, 6$, we find that $J_2^i(t) > J_1^i(t)$ for $t \geq 10$.

The reasons why model $m = 2$ is a better predictor for the indicators of sound pressure level in this street number 6 while model $m = 1$ is superior in streets 2 and 3 can be assessed by considering the correlation between the dynamic state variables and the distinct indicators in each street.

Table 5.12 displays the Pearson correlation coefficients [137] between each one of the ten dynamic state variables, $x_{1,t}, \dots, x_{10,t}$, and the indicator of sound pressure L_{Aeq} (corresponding to $i = 1$). It is observed that the output L_{Aeq} is highly correlated with the dynamic variables

- $x_{4,t}$ (ascendant flow of heavy vehicles), $x_{9,t}$ (anomalous sound event related to traffic) and $x_{10,t}$ (anomalous sound event unrelated to traffic) in the street number 2,
- $x_{4,t}$ and $x_{10,t}$ in the street number 3 and
- $x_{1,t}$ (type of traffic flow), $x_{3,t}$ (descendant flow of light vehicles), $x_{7,t}$ (descendant flow of motorcycles) and $x_{9,t}$ (anomalous sound event related to traffic) for the street number 6.

It is apparent that the key state variables that determine the value of the indicator L_{Aeq} are different for the streets 2 and 3, on one hand, and the street number 6, on the other hand. Thus, according to the results of the comparison method, we deduce

5. COMPARISON OF ENVIRONMENTAL NOISE PREDICTION MODELS

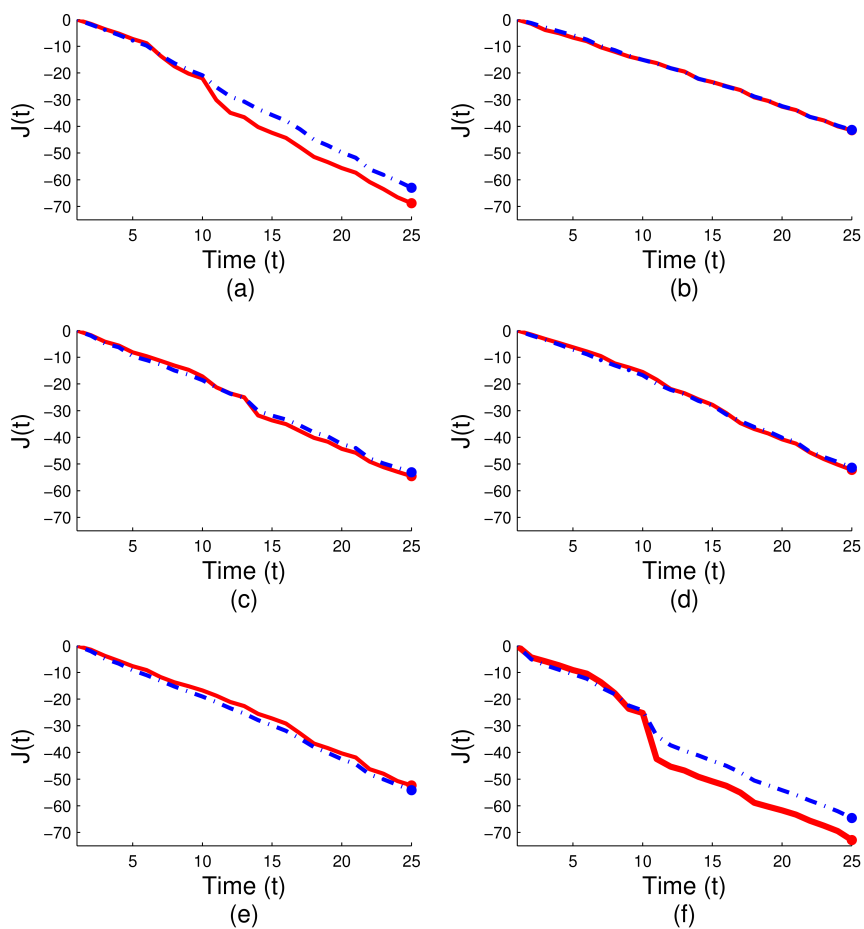


Figure 5.7: Street number 6: Evolution of the functions $J_m^1(t), \dots, J_m^6(t)$, $m = 1, 2$, over time for $1 \leq t \leq T = 25$. The curves for model $m = 1$ are depicted as solid lines, while the curves for model $m = 2$ are dash-dotted. Each plot corresponds to a different indicator of sound pressure level: (a) L_{Aeq} , (b) L_{125Hz} , (c) L_{250Hz} , (d) L_{500Hz} , (e) L_{1kHz} and (f) $L_{3.15kHz}$.

	State variables (\mathbf{x}_t)	Street 2	Street 3	Street 6
1	Type of Traffic Flow	0.246	0.127	-0.717**
2	Ascendant Flow of Light Vehicles	0.058	0.312	-
3	Descendant Flow of Light Vehicles	-0.113	-	0.679**
4	Ascendant Flow of Heavy Vehicles	0.672**	0.716**	-
5	Descendant Flow of Heavy Vehicles	0.147	-	-
6	Ascendant Flow of Motorcycles	0.249	0.264	-
7	Descendant Flow of Motorcycles	-0.048	-	0.465*
8	Number of Vehicles with Sirens	-	-	-
9	Anomalous Sound Event related to Traffic	0.705**	0.756**	0.622**
10	Anomalous Sound Event unrelated to Traffic	0.525**	-0.180	0.398*

Table 5.12: Pearson’s correlation coefficients between dynamical state variables and L_{Aeq} (Bilateral significance: * $p \leq 0.05$, ** $p \leq 0.01$).

that the model $m = 1$ is a better predictor of sound pressure levels in areas with a high traffic flow of heavy vehicles (streets 2 and 3), and the model $m = 2$ is a better predictor of the indicators in narrow streets with a low non-heavy traffic flow (street number 6).

Note, that the proposed MAP model selection method is more general than the study of the correlation coefficients (because it takes into account the complete pdf $p(\mathbf{y}_{1:T}|m)$ for each competing model) and yields a single quantity, $J_m^i(T)$, to be compared between models, rather than the large number of coefficients in Table 5.12.

5.6 Conclusions

In this paper we have introduced a method for comparing dynamic models that predict indicators of sound pressure level and its spectral composition. The proposed technique is based on the calculation of the posterior probability of each candidate model from a time series of measurements. The prediction models are formally described as dynamic systems in state-space form. Since the observations are nonlinear transformations of the state variables, the posterior probabilities can not be calculated analytically and it is necessary to approximate them numerically. For this task, we use a particle filtering algorithm with Markov chain Monte Carlo moves in the resampling step to increase the diversity of the particles.

5. COMPARISON OF ENVIRONMENTAL NOISE PREDICTION MODELS

The proposed comparison method enables us to select the best model between very similar good models. For testing the procedure, we have chosen two ANN-based models as candidates. The reason for choosing these models is that they show a good behavior in predicting environmental noise levels from real data. For the comparison, we have used a series of experimental observations of sound pressure levels which were measured in the city of Granada (Spain). According to the results, on one hand, model number 1 is a better predictor than model number 2 for the complete indicator vector in three studied streets, i.e, the model number 1 makes the most reliable predictions of 23 sound pressure level indicators according to the MAP criterion that we propose in this paper. On the other hand, the model number 1 is a better predictor for all sound indicators which we studied individually in streets with a high traffic flow of heavy vehicles (streets 1 and 2), and the model number 2 has a higher ability to predict most of the studied scalar descriptors in narrow streets with a low non-heavy traffic flow (street 3).

These results confirm the experimental experience of our research group, since we had empirically found model number 1 to be the fittest for predicting the complete set of sound pressure level descriptors (the A-weighted sound pressure level L_{Aeq} , the no-weighted sound pressure level L_{eq} , and the sound level in 1/3 octave bands from 40 Hz to 4 kHz) in the given examples.

Chapter 6

Urban road traffic flow prediction using sound pressure levels

6.1 Introduction

It is widely known that road traffic is the most important and generalized environmental noise source in urban agglomerations. The Environmental Noise Directive [1] sets forth the need to undertake action plans against environmental noise to improve the soundscape of cities, and thereby reduce the noise impact on population. For the design of such plans, an essential input is the information on road traffic flows, especially in major urban roads.

Nowadays, there are numerous systems which estimate traffic flows over time, such as traffic static patterns, vehicle detection loops and recording cameras. Traffic static patterns are defined by mathematical functions that depend, in general, on the area or urban settings, the day of the week and the time that will be studied traffic. However, a drawback of this system is that these patterns do not take into account the variation in the flow of vehicles within the same period, and there are a large number of spatio-temporal possible patterns of traffic behavior which should be adjusted to each case [99].

Vehicle detection loops are metallic elements placed under the road pavement surface employing physical phenomena of electromagnetism to detect vehicles. When a vehicle passes over the system, it generates a magnetic field variation caused by the metal mass of the vehicle [119]. However, the installation of inductive loops requires

6. URBAN ROAD TRAFFIC FLOW PREDICTION USING SOUND PRESSURE LEVELS

cutting the pavement, thereby interrupting traffic. Furthermore, only one vehicle can be detected by each loop installed, then, this system can not detect vehicles in parallel.

Traffic flow detection systems based on video record traffic for later analysis [105, 178] or on real time [109]. A major drawback of this method is the high cost of installation and maintenance. Furthermore, if the count is not carried out automatically, data can not be obtained in real time and it is necessary to contract staff for monitoring the images, this increases further the procedure cost. On the other hand, if the count is done automatically, without supervision, you need the treatment of a large volume of information in video format, as well as having a proper installation of cameras to monitor each sense of the road. In conclusion, in this area there is still a need to develop systems to know the traffic flow on a road in an economical and easy to implement.

In addition, researchers have used a wide variety of specifications to model traffic characteristics and produce forecasts [11, 171]. We propose a novel approach to predict traffic flows of a street during a time period using only the environmental noise measured in this street. Moreover, the method allows to estimate in real time and without human supervision the flow of different types of vehicles, concretely, the flow of light vehicles, the flow of heavy vehicles and the flow of motorcycles and mopeds. This new approach is based on constructing a dynamic model in a state-space form described in Section 6.2. In particular, we identify the noise sources (mainly traffic flows) and the urban conditions as the state variables of the model. The observations for the model are indicators of overall sound pressure level. And the relationship between the observations (sound pressure levels) and the state variables (noise sources) is represented by an observation prediction function such as, e.g., an neural network configuration as in [67, 166], and a random perturbation. The space-state model is defined with a nonlinear structure and the noises are modeled as Gaussian, and hence, we propose to use an extended Kalman filter [89] for the numerical prediction of the state variables (urban road traffic flows).

The proposed method is applicable in urban areas with a medium or high density traffic where it constitutes the dominant noise source, in particular more than 10 dB of the average level relative to the other noise sources. Furthermore, this simple method has a minimally invasive implantation and does not require a large amount of static patterns that determine the traffic behavior, since in each time period we obtain the

estimate of traffic flows corresponding to the sound pressure levels collected in the street.

This chapter is organized as follows. In Section 6.2 we define the proposed state-space model. The extended Kalman filtering algorithm applied for the numerical implementation is described in Section 6.3. In Section 6.4 we test the proposed methodology by using measurements of sound pressure levels obtained experimentally in the city of Granada (Spain). The obtained results are shown and discussed here. Finally, the article ends with a summary and some conclusions in Section 6.5.

6.2 Dynamic model

The urban sound environment is characterized by a wide range of different magnitudes related to the noise sources and the urban conditions which have influence over the sound pressure levels, dampening or amplifying the noise. In this work, we collectively refer to these magnitudes as state variables. Most of state variables are static over time, such as the width or the height of a particular street, except, for example, the traffic flows, which can change significantly depending on both time and location. Therefore, any model aimed to predict these time-varying variables from the values of the sound pressure levels should take into account their dynamics in order to produce adequate results. A compact manner to jointly represent the state variable dynamics and the relationship between the traffic flows and the indicators of sound pressure level is by way of a state-space model.

In particular, let $\mathbf{x}_t = (x_{1,t}, \dots, x_{R,t})$ be the vector of time-varying state variables $x_{i,t}$, where $i = 1, \dots, R$, R is the number of dynamic variables, $t = 0, 1, \dots, T$, and T is the number of time steps. We collect the static state variables in a vector $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_S)$, where S is the number of static variables. The indicators of sound pressure level and its spectral composition are represented by an N -dimensional vector $\mathbf{y}_t = (y_{1,t}, \dots, y_{N,t})$, where $y_{j,t}$ ($j = 1, \dots, N$) represents the value of the indicators of sound pressure level at time t .

The dynamics of \mathbf{x}_t is independent of the static variables in $\boldsymbol{\theta}$, but the sound pressure levels in \mathbf{y}_t are modeled as a function of \mathbf{x}_t and $\boldsymbol{\theta}$ plus a random perturbation.

6. URBAN ROAD TRAFFIC FLOW PREDICTION USING SOUND PRESSURE LEVELS

In particular, we have a state-space model of the form

$$\mathbf{x}_t \sim p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}), \quad (6.1)$$

$$\mathbf{y}_t \sim p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t, \boldsymbol{\theta}), \quad (6.2)$$

where $p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1})$ describes the conditional distribution of the dynamic variables (in particular, we assume that every $x_{i,t}$ is first order Markovian) and $p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t, \boldsymbol{\theta})$ is the conditional density of the sound pressure levels given the state variables.

The conditional density (or likelihood) of the sound pressure levels is assumed to be Gaussian, namely

$$p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t, \boldsymbol{\theta}) = N(\mathbf{y}_t; g(\mathbf{x}_t, \boldsymbol{\theta}), \mathbf{D}) \quad (6.3)$$

where $N(\mathbf{z}; \boldsymbol{\mu}, \mathbf{C})$ denotes the (multivariate) Gaussian probability density function of \mathbf{z} with mean vector $\boldsymbol{\mu}$ and covariance matrix \mathbf{C} , $g(\mathbf{x}_t, \boldsymbol{\theta})$ is the nonlinear prediction function of the sound pressure levels from the state variables and \mathbf{D} is a diagonal covariance matrix with the marginal variances σ_j^2 , $j = 1, \dots, N$ fitted using the experiment data and the predictions.

For the dynamic states, $x_{i,t}$, we propose a simple random walk model of the form

$$p(x_{i,t} | x_{i,t-1}) = N(x_{i,t}; x_{i,t-1}, \alpha_i^2), \quad i = 1, \dots, R, \quad (6.4)$$

where α_i^2 is a variance fitted from the collected data. We assume that the state variables evolve independently over time, i.e., $p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}) = \prod_{i=1}^R p(x_{i,t} | x_{i,t-1})$.

6.3 Numerical implementation

6.3.1 Model initialization

We consider 8 state variables which are displayed in Table 6.1. The selection of these variables is taken from [164]. Note that most of state variables are static over time (variables 1-5 in Table 6.1) except the traffic flows (variables 6-8 in Table 6.1). The static state variables are collected in the vector $\boldsymbol{\theta}$ and the time-varying state variables, i.e, the flow of light vehicles ($x_{1,t}$), the flow of heavy vehicles ($x_{2,t}$) and the flow of motorcycles and mopeds ($x_{3,t}$), are collected in the vector \mathbf{x}_t , $t = 0, 1, \dots, T$. Light vehicles are motor vehicles equipped to transport goods with a permissible maximum

6.3 Numerical implementation

	State variable	Value range
1	Day Type	Working Day Saturday Sunday
2	Average Speed	[7.5-65] (km/h)
3	Number of Lanes	[1-5] (lanes)
4	Street Width	[3.5-100] (m)
5	Street Height	[0-34] (m)
6	Flow of Light Vehicles	[5-264]
7	Flow of Heavy Vehicles	[0-25]
8	Flow of Motorcycles-Mopeds	[0-84]

Table 6.1: State variables. The traffic flow magnitudes (variables 6-8) is the number of vehicles every five minutes.

weight not exceeding 6 tonnes, or even exceeding this weight, they have a payload capacity not exceeding 3.5 tonnes, and heavy vehicles are motor vehicles equipped to transport goods with a permissible maximum weight of over 6 tonnes and a payload capacity exceeding 3.5 tonnes. The truck tractors will be considered heavy vehicles when they have a towing capacity of over 3.5 tonnes of cargo.

In a first attempt to solve the traffic flow prediction problem in urban areas, we apply the proposed methodology using one observation variable y_t in the dynamic model, i.e, the A-weighted equivalent continuous sound pressure level (L_{Aeq}), hence the covariance matrix \mathbf{D} of Eq. (6.3) reduces to a scalar variance σ_1^2 in this case. This magnitude is obtained from field measurements with I integration time ($I = 5$ minutes) and data ranges from 49.2 to 76.4 dBA.

To model the nonlinear prediction function $g(\mathbf{x}_t, \boldsymbol{\theta})$ (in Eq. (6.3)), we use a previously tested artificial neural network based on [67, 166]. This backpropagation network [114] (see Appendix A) consists of 2 layers with 8 inputs related to the state variables, 12 neurons in the hidden layers and one output related to the sound pressure level L_{Aeq} . The ANN use a hyperbolic tangent sigmoid transfer function in the first layer and a linear transfer function in the second layer.

6. URBAN ROAD TRAFFIC FLOW PREDICTION USING SOUND PRESSURE LEVELS

6.3.2 Proposed method

The state-space model introduced in Section 2 is defined with a nonlinear structure in Eq. (6.3), therefore, there is no closed-form expression for these densities, which have to be approximated numerically. The proposed method for predicting the urban road traffic flows from the sound pressure level L_{Aeq} is based on extended Kalman filtering [89]. Thus, the conditional density of the traffic flows is approximated to a Gaussian distribution, namely

$$p(\mathbf{x}_t|y_{1:t}) = N(\mathbf{x}_t; \bar{\mathbf{x}}_t, \mathbf{P}_t) \quad (6.5)$$

where $\bar{\mathbf{x}}_t$ and \mathbf{P}_t be the posterior mean and covariance matrix, respectively, of the traffic flows at time t . The proposed method is displayed in Fig. 1 and described below:

Step 1. Collect a real observation series y_t . The sound pressure level L_{Aeq} is measured in the studied street over a time series ($t = 1, \dots, T$).

Step 2. Extended Kalman filter.

- Initialization. Let $\bar{\mathbf{x}}_0$ and \mathbf{P}_0 be the *a priori* mean and covariance matrix, respectively, of the dynamic state variables (traffic flows) at time $t = 0$. Set the (fixed) values of the static variables (urban conditions) in $\boldsymbol{\theta}$ for the street of interest.

- Recursive steps. For $t = 1, \dots, T$:

1. Time Update.

(a) Project the state ahead: $\bar{\mathbf{x}}_{t|t-1} = \bar{\mathbf{x}}_{t-1}$.

(b) Project the error covariance ahead: $\mathbf{P}_{t|t-1} = \mathbf{P}_{t-1} + \mathbf{V}$. \mathbf{V} is a diagonal covariance matrix with the marginal variances $\{\alpha_1^2, \dots, \alpha_R^2\}$.

2. Measurement Update.

(a) Compute the Kalman gain: $\mathbf{k}_t = \mathbf{P}_{t|t-1} \mathbf{h}_t^T (\mathbf{h}_t \mathbf{P}_{t|t-1} \mathbf{h}_t^T + \sigma_1^2)^{-1}$.

(b) Update estimate with measurement y_t : $\bar{\mathbf{x}}_t = \bar{\mathbf{x}}_{t|t-1} + \mathbf{k}_t (y_t - g(\bar{\mathbf{x}}_{t|t-1}, \boldsymbol{\theta}))$.

(c) Update the error covariance: $\mathbf{P}_t = \mathbf{P}_{t|t-1} - \mathbf{k}_t \mathbf{h}_t \mathbf{P}_{t|t-1}$.

where \mathbf{k}_t is known as the Kalman gain, $\mathbf{h}_t \triangleq \left. \frac{\partial g(\mathbf{x}_t, \boldsymbol{\theta})}{\partial \mathbf{x}_t} \right|_{(\mathbf{x}_t = \bar{\mathbf{x}}_{t|t-1})}$ is the Jacobian of the measurement model, $\bar{\mathbf{x}}_{t|t-1}$ and $\mathbf{P}_{t|t-1}$ are prior estimates and $\bar{\mathbf{x}}_t$ and \mathbf{P}_t are posterior estimates. For our prediction problem, \mathbf{k}_t is a $R \times 1$ vector and \mathbf{h}_t is a $1 \times R$ vector.

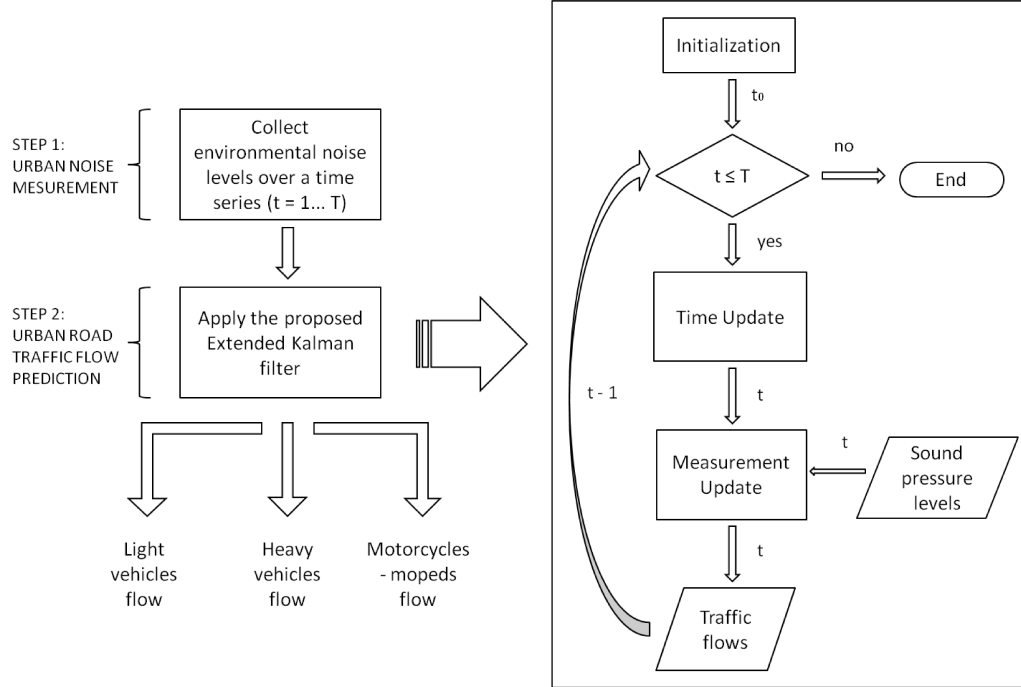


Figure 6.1: Diagram of the proposed method based on extended Kalman filtering.

Outputs: Traffic flow predictions, $\bar{\mathbf{x}}_t = (\bar{x}_{1,t}, \bar{x}_{2,t}, \bar{x}_{3,t})$ (light vehicles flow, heavy vehicles flow and motorcycles-mopeds flow, respectively), over $1 \leq t \leq T$.

6.4 Experimental results

In this section we evaluate the validity of the proposed ANN-based state-space model for predicting the urban traffic flows individually. We have been used the value of the A-weighted equivalent continuous sound pressure level (L_{Aeq}) over short time series in two quite different streets with high traffic levels. Specifically, we have selected a narrow street with tall buildings, two lanes and intermittent traffic flows (termed Street 1 in the sequel), and a wide street with low buildings, four lanes and constant pulsed traffic flows (termed Street 2).

In an initial stage, the ANN was calibrated with a network training function that updates the weight and bias values according to the Levenberg-Marquardt optimization

6. URBAN ROAD TRAFFIC FLOW PREDICTION USING SOUND PRESSURE LEVELS

Traffic Flows	Street 1	Street 2
Light vehicles ($x_{1,t}$)	5.21	10.18
Heavy vehicles ($x_{2,t}$)	0.36	0.71
Motorcycles-mopeds ($x_{3,t}$)	2.64	2.61
Road vehicles ($x_{1,t} + x_{2,t} + x_{3,t}$)	5.64	11.71

Table 6.2: Mean absolute error of traffic flow predictions in Streets 1 and 2.

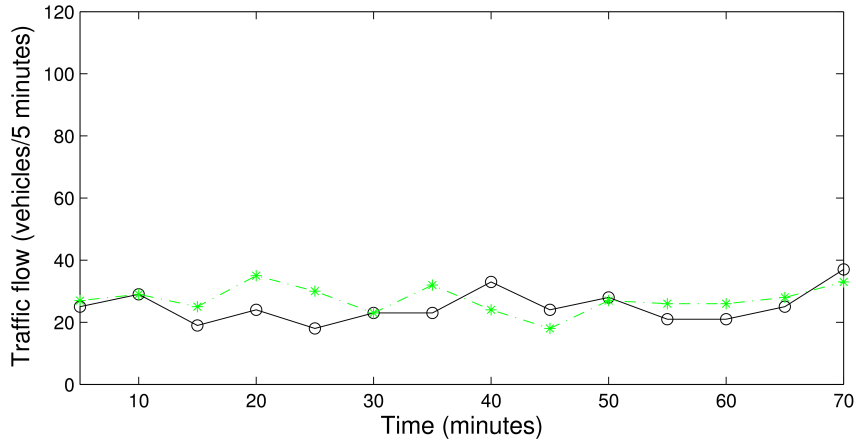


Figure 6.2: Light vehicle flow predictions (posterior means $\bar{x}_{1,t}$) generated by extended Kalman filtering in Street 1. Circles are measured flows and asterisks are predicted flows.

method [79, 113]. The network was trained using a database which contains 5-minute experimental measurements obtained in 120 locations of the city of Granada (Spain), in different urban settings and different traffic conditions. These were obtained following international procedures of reference (ISO 1996-2:2007); a 2260 Brüel & Kjaer type-I sound-level meter, with tripod and windshield, was placed at a height of 1.5 m as well as 2 m away from the nearest vertical surface [1]. Before carrying out the measurement, a calibration of the sound-level meter was performed using a 4231 Brüel & Kjaer calibrator. Simultaneously, road traffic flow was manually collected. Other relevant information, such as the street width (see Table 6.1), was also noted. Likewise, the measurements of the two real observation series (unknown data for the ANN), in Step 1 of the proposed method, were carried out in a slot of 70 minutes and 140 minutes, respectively, with each datum corresponding to a record of 5 minutes.

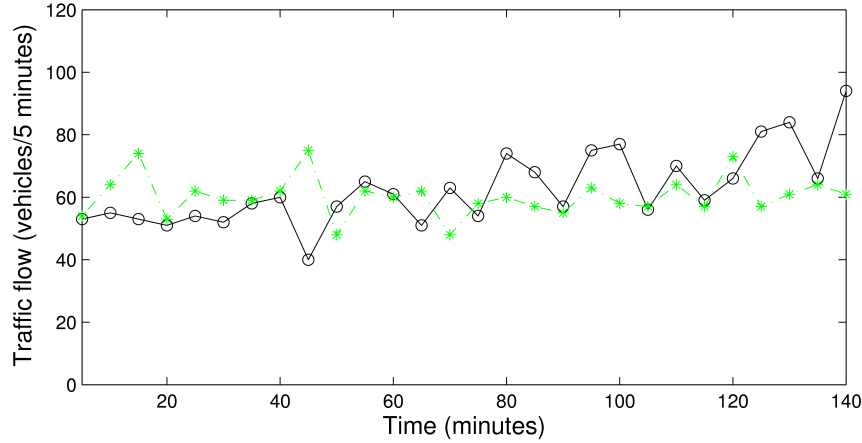


Figure 6.3: Light vehicle flow predictions (posterior means $\bar{x}_{1,t}$) generated by extended Kalman filtering in Street 2. Circles are measured flows and asterisks are predicted flows.

The experimental results are displayed in Table 6.2. We obtain low mean absolute errors in all three cases. The complete flow of road vehicles is satisfactorily predicted with a mean error percentage of 17% in Streets 1 and 2. Figures 6.2 and 6.3 show the mean of light vehicle flow predictions generated by the proposed extended Kalman filter in Streets 1 and 2, respectively. In these figures, we compare the predictions of the light vehicle flow with the true values of this flow over 70 minutes in Street 1, and over 140 minutes in Street 2.

6.5 Conclusions

In this paper we have proposed a dynamic modeling methodology for the problem of predicting urban road traffic flows individually from environmental noise observations. The proposed prediction model is formally described as a dynamic system in state-space formulation. Since the observations are nonlinear transformations of the state variables, for approximating the relevant posterior probabilities numerically we use an extended Kalman filtering algorithm.

In a first attempt to solve this prediction problem, we have applied the proposed methodology with a previously studied ANN-based prediction function for relating the state variables (traffic flows and urban conditions) and the sound pressure level L_{Aeq} .

6. URBAN ROAD TRAFFIC FLOW PREDICTION USING SOUND PRESSURE LEVELS

For the experimentation, we have used 5-minute experimental observations of sound pressure levels which were measured in short time series in the city of Granada (Spain).

According to the results, the proposed model achieves a good performance as a predictor of road traffic flows in streets with high traffic intensity provided that the dominant noise source is just traffic. Note that the proposed dynamic model in Eq. (6.2) is also valid when using more than one observation. Thus, in order to improve traffic flow predictions, we propose to additionally include other sound pressure level indicators which correlate each type of road vehicles as a future work.

Parte III

**APLICACIONES EN
ECOLOGÍA**

Chapter 7

A Rao-Blackwellized particle filter for joint parameter estimation and biomass tracking in a stochastic predator-prey system

7.1 Introduction

Biological control strategies are based on the release of agents to control plant pest [62]. These strategies are difficult to establish with scientific rigor because essential, but not always available, twofold information is required: the current abundance of pest population and properties of the predator functional response, i.e., the *per capita* rate of predation. Furthermore, the decision on time and amount of predator released has to be taken into the dynamical framework of predator-prey interaction.

This complexity suggests that definition and evaluation of biological control strategies may be done by modelling tools. Such tools can predict population abundance and damage level, as well as efficacy and time required by the predator for prey control. Two major components characterize predator-prey dynamics, the numerical response (i.e., prey growth) and the functional response. The first component can be easily estimated starting from biological data at individual level made available by the classical

7. JOINT PARAMETER ESTIMATION AND BIOMASS TRACKING IN A STOCHASTIC PREDATOR-PREY SYSTEM

experimental approach based on the analysis of the life-history strategies. Experimental approaches have also been used for the estimation of the functional form and parameters of the predator functional response. However, it has been recognized that experimental approaches encounter important limitations due to the artificial experimental set-up conditioning the performances of the predator [176]. To overcome these limitations methodologies for functional response estimation based on time-series data from field survey have been proposed [70, 91].

Gilioli *et al.* [70, 71] presented a methodology which offers the advantage of obtaining parameter estimation in linear and non-linear functional responses from field data with limited assumptions on the properties of the predator-prey dynamics (e.g., the zero abundance data can not be used). However, the method requires the consideration of an entire dataset of populations dynamics and can be applied only at the end of the interaction between the populations, or after a certain time including, at least, an entire cycle of predator-prey interaction. This represents an important limitation in the practical implementation of modelling tools for decision support in the design of strategies of predator release.

The availability of methods for the estimation of parameters in functional response models during predator-prey interaction allows to continuously improve their reliability, to the extent that available information may greatly improve the possibility to use predator-prey models for decision support in biological control. These methods are suitable for the adaptive management framework, i.e., a systematic, cyclic process for continually improving management policies and practices (tactics, strategies) based on lessons learnt from operational activities [39, 70, 146]. Furthermore, the advantage of the adaptive approach is not only the improvement of the estimate according to the level of information, but also the possibility of an easy adaptation of the estimation procedure to the specific case of concern (e.g., differences in host plant species, in plants spatial arrangement, and in environmental conditions).

In this paper we propose a method to deal with the problem of inferring feeding rate indirectly from sampling population dynamics data. The parameter of the functional response is estimated during the establishment and the time evolution of population interactions. The proposed methodology is based on the description of the population dynamics through a stochastic predator-prey model of Lotka-Volterra type, coupled

with a functional response parameter estimation based on a set of field data, as suggested in [70]. The choice of the Lotka-Volterra model is justified by the advantage offered by its conditionally-linear structure, which allows the application of an efficient parameter estimation method.

The estimation problem herein addressed can be considered as part of the class of parameter estimation problems in discretely observed diffusion processes, which is a topic widely discussed in the literature [5, 22, 54, 132, 154]. Several likelihood-based methods for parameter estimation in diffusion processes with data derived from either discrete sample data or continuous sample paths are summarized in [133, 151]. Unfortunately, very often, the estimator obtained in the case of discrete data is consistent and asymptotically normal only when the time intervals between consecutive samples are small with respect to the total duration of observations. Given that in many field surveys the number of observations available is small, particularly in seasonal or transient environments, the estimator obtained using the likelihood function may be unreliable. In a Bayesian framework, this difficulty is mitigated by building a model that includes latent observations, inserted between two consecutive observations, which are treated as missing data or nuisance parameters. Inference for such a model can be practically carried out by way of Markov chain Monte Carlo computational techniques. In particular, a random-block-size Metropolis-Hastings algorithm to generate latent data for univariate one-factor diffusion processes is applied in [55], while the authors of [56] and [74] propose to update the latent observations of multivariate models in fixed blocks using a single-site Gibbs sampler. Additionally sequential MCMC methods to sample the posterior distribution of latent data and parameters adapting the ‘modified bridge’ approach proposed in [54] are used in [75], and Bayesian approaches based on MCMC algorithms with simultaneous update of latent data between two consecutive real observations, using a small set of field data, are proposed in [70, 71]. The key ingredient of the approach proposed in this paper is a sequential Monte Carlo (SMC) method [48, 50, 103], or particle filters, a technique that has been less commonly used in ecology compared to MCMC algorithms. PFs are recursive Monte Carlo algorithms for the approximation of the sequence of posterior probability distributions of the variables (and, sometimes, the parameters) of interest in state-space random dynamic models. The initial application of PFs in ecology has been related to the prediction of ecosystem state variables [51], while more recent works advocate the use of PFs to jointly

7. JOINT PARAMETER ESTIMATION AND BIOMASS TRACKING IN A STOCHASTIC PREDATOR-PREY SYSTEM

estimate the time-varying state variables and the static behavioral parameters. For estimating the latter parameters, a PF based on augmenting the system state with the static parameters is proposed in [53], while in [52] an iterative state-augmented particle filter is used to jointly estimate the motion parameters and the state. Knappe and De Valpine [94] propose an MCMC algorithm combined with sequential Monte Carlo techniques (PFMCMC) that explores the hidden states using PFs, while the process and observation parameters are estimated using an MCMC algorithm.

In all these works [51, 52, 53, 94], the problem of estimating the (static) parameters in the dynamic model is addressed by Monte Carlo sampling, i.e., they are handled in the same manner as the (time varying) state variables. However, it is known from the particle filtering literature (see, e.g., [7, 32]) that this approach has serious limitations and, at its best, it introduces additional Monte Carlo variance in the estimates computed using the empirical distributions produced by the PF. In this paper, we adopt the stochastic predator-prey model studied in [70] and show how a PF can be designed for the joint estimation of the dynamical population biomass and the feeding rate, an unknown parameter which determines the functional response of the predator to prey abundance. The key feature of the proposed method is that Monte Carlo sampling is only necessary on the space of the dynamic variables (the prey and predator biomass) while the functional-response parameter is handled analytically. This holds because of the conditionally linear structure of the Lotka-Volterra model¹, and the resulting algorithm is an example of Rao-Blackwellization in particle filtering (see, e.g., [32, 48], also known as mixture Kalman filtering [37]). Compared to standard PFs, this approach reduces the variance of the estimators.

We have applied the proposed technique on both synthetic and field data relative to an acarine predator-prey system relevant to biological control, the pest mite *Tetranychus urticae* and the predator mite *Phytoseiulus persimilis*. Numerical results show an improved accuracy in the biomass tracking compared to the MCMC algorithm applied in [70] over the same field dataset.

The rest of the paper is organized as follows. In Section 7.2 we describe the stochastic predator-prey model of interest and rewrite it as a state-space model. The Rao-Blackwellized PF for joint biomass tracking and parameter estimation is introduced in

¹The model is linear on the feeding rate parameter conditional on the population biomass.

Section 7.3. In Section 7.4 we apply the proposed method to synthetic data and field data. Finally, a summary and some conclusions are presented in Section 7.5.

7.2 Dynamic model

7.2.1 Lotka-Volterra stochastic dynamic model

We investigate a stochastic Lotka-Volterra type of model for the dynamics of a prey population and a predator population at continuous time t . The model adopts a logistic form for the growth of the prey, so as to take into account intra-specific competition. It is based on [70] and it can be described as

$$\begin{cases} dx_t &= [rx_t(1 - x_t) - q_0x_t y_t]dt - \sigma x_t y_t dw_t^{(1)} + \varepsilon x_t dw_t^{(2)}, \\ dy_t &= [cq_0x_t y_t - uy_t]dt + c\sigma x_t y_t dw_t^{(1)} + \eta y_t dw_t^{(3)}, \end{cases} \quad (7.1)$$

where

- x_t and y_t are the biomass of prey and predator, respectively, at time t per habitat unit normalized with respect to the prey carrying capacity per habitat unit (plant);
- r is the specific growth rate of the prey;
- c is the maximum production rate of the predator;
- u is the specific loss rate of the predator due to natural mortality;
- q_0 is a positive constant representing the efficiency of the predation process [28].

We consider random errors due to demographic stochasticity [35, 129] (modeled by the noise process $w_t^{(1)}$) and environmental stochasticity [129] (modeled by the noise processes $w_t^{(2)}$ and $w_t^{(3)}$). Moreover, we assume that $w_t^{(1)}$, $w_t^{(2)}$ and $w_t^{(3)}$ are independent Wiener processes, whereas the parameters σ , ε and η have been estimated by a least-squares method in [70], hence we consider them fixed and known in our model.

The lumped parameters r , c , u (described in [28]) are also known, while the behavioral parameter q_0 in the functional response $q_0x_t y_t$ is unknown and has to be estimated. The values used for σ , ε , η , r , c and u are given explicitly in Sections 7.4 and 7.4.2.

7. JOINT PARAMETER ESTIMATION AND BIOMASS TRACKING IN A STOCHASTIC PREDATOR-PREY SYSTEM

In order to apply the particle filtering methodology, we discretize Eq. (7.1) using the Euler scheme and obtaining the following stochastic discrete-time model

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + \tau_k [rx_k(1 - x_k) - q_0x_ky_k] - \sigma x_ky_k\Delta w_{k+1}^{(1)} + \varepsilon x_k\Delta w_{k+1}^{(2)}, \\ y_{k+1} &= y_k + \tau_k [cq_0x_ky_k - uy_k] + c\sigma x_ky_k\Delta w_{k+1}^{(1)} + \eta y_k\Delta w_{k+1}^{(3)}, \end{aligned} \quad (7.2)$$

where $k = 0, 1, \dots, S$ denotes the discrete time instants, S the final time instant of the studied time period, and τ_k is the length of the (continuous) time interval between the two consecutive observations at times k and $k + 1$. The increments of the Wiener processes, $\Delta w_{k+1}^{(1)}$, $\Delta w_{k+1}^{(2)}$ and $\Delta w_{k+1}^{(3)}$ (where $\Delta w_{k+1}^{(i)} = w^{(i)}((k + 1)\tau_k) - w^{(i)}(k\tau_k)$, $i = 1, 2, 3$), are independent Gaussian variables with zero mean and variance τ_k .

Next, we define a state-space model with the unknown parameter q_0 as the single state “variable” (Section 7.2.2) and we extend this state-space model to put it into a format adequate to track the biomass variables x_{k+1} and y_{k+1} , with q_0 still unknown (Section 7.2.3).

7.2.2 State-space Markov model

Without loss of generality, in the sequel we assume $\tau_k = \tau$ for any k for the sake of clarity in the notation. We define the biomass increments $\Delta x_{k+1} = x_{k+1} - x_k$ and $\Delta y_{k+1} = y_{k+1} - y_k$, where $k = 0, \dots, S - 1$. Hence, the dynamic model of Eq. (7.2) can be rewritten as

$$\begin{aligned} \Delta x_{k+1} &= \tau rx_k(1 - x_k) - \tau x_ky_kq_0 - \sigma x_ky_k\Delta w_{k+1}^{(1)} + \varepsilon x_k\Delta w_{k+1}^{(2)}, \\ \Delta y_{k+1} &= -\tau uy_k + \tau cx_ky_kq_0 + c\sigma x_ky_k\Delta w_{k+1}^{(1)} + \eta y_k\Delta w_{k+1}^{(3)}, \end{aligned} \quad (7.3)$$

or, in a vectorial compact form,

$$\mathbf{\Delta}_{k+1} = \mathbf{h}_{k+1} + \mathbf{g}_{k+1}q_0 + \mathbf{Q}_{k+1}\mathbf{w}_{k+1} \quad (7.4)$$

where

$$\begin{aligned} \mathbf{\Delta}_{k+1} &= \begin{bmatrix} \Delta x_{k+1} \\ \Delta y_{k+1} \end{bmatrix}, & \mathbf{w}_{k+1} &= \begin{bmatrix} \Delta w_{k+1}^{(1)} \\ \Delta w_{k+1}^{(2)} \\ \Delta w_{k+1}^{(3)} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{h}_{k+1} &= \begin{bmatrix} \tau rx_k(1 - x_k) \\ -\tau uy_k \end{bmatrix}, & \mathbf{g}_{k+1} &= \begin{bmatrix} -\tau x_ky_k \\ \tau cx_ky_k \end{bmatrix}, \text{ and} \\ \mathbf{Q}_{k+1} &= \begin{bmatrix} -\sigma x_ky_k & \varepsilon x_k & 0 \\ c\sigma x_ky_k & 0 & \eta y_k \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (7.5)$$

The model in Eq. (7.4) is nonlinear in the biomass variables x_k and y_k , but it is conditionally linear in q_0 (given the sequences $x_{0:k+1} = \{\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{k+1}\}$ and $y_{0:k+1} = \{\mathbf{y}_0, \mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_{k+1}\}$). In this way, after defining $\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{\Delta}_{k+1} - \mathbf{h}_{k+1}$, we can rewrite Eq. (7.4) as a linear-Gaussian state-space model whose single state variable is the parameter of interest q_0 and \mathbf{z}_{k+1} is the observation vector, namely

$$\begin{aligned} q_{0,k+1} &= q_{0,k}, \\ \mathbf{z}_{k+1} &= \mathbf{g}_{k+1}q_{0,k+1} + \mathbf{Q}_{k+1}\mathbf{w}_{k+1}. \end{aligned} \quad (7.6)$$

Eq. (7.6) defines q_0 as a static variable over time. The conditional density of \mathbf{z}_{k+1} (or the likelihood of $q_{0,k+1}$) is Gaussian, namely¹

$$p(\mathbf{z}_{k+1}|q_{0,k+1}) = \mathcal{N}(\mathbf{z}_{k+1}; \mathbf{g}_{k+1}q_{0,k+1}, \tau\mathbf{Q}_{k+1}\mathbf{Q}_{k+1}^\top). \quad (7.7)$$

where $\mathcal{N}(\boldsymbol{\alpha}; \boldsymbol{\mu}, \mathbf{C})$ denotes the multivariate Gaussian probability density function of $\boldsymbol{\alpha}$ with mean vector $\boldsymbol{\mu}$ and covariance matrix \mathbf{C} .

Due to the linear structure in q_0 of the state-space model and the Gaussian likelihood, we can apply the Kalman filter [6, 92] to exactly compute the posterior distribution of q_0 , denoted with $p(q_0|\mathbf{z}_{1:S})$. Indeed, if we assume that q_0 is *a priori* Gaussian, with mean $\hat{q}_{0,0}$ and variance P_0 , i.e., $p(q_0) = \mathcal{N}(q_0; \hat{q}_{0,0}, P_0)$, then the posterior density at time k is also Gaussian,

$$p(q_0|\mathbf{z}_{1:k}) = \mathcal{N}(q_0; \hat{q}_{0,k}, P_k),$$

where $\hat{q}_{0,k} = \int q_0 p(q_0|\mathbf{z}_{1:k}) dq_0$ and $P_k = \int (q_0 - \hat{q}_{0,k})^2 p(q_0|\mathbf{z}_{1:k}) dq_0$ are the posterior mean and variance of the random parameter, respectively. The equations for the sequential computation $\hat{q}_{0,k}$ and P_k are given explicitly in Table 7.1 for completeness.

7.2.3 Nonlinear gamma state-space model

Assume that q_0 is known and the goal is the estimation of the biomass variables, x_{k+1} and y_{k+1} . It turns out convenient to consider the nonlinear state-space model, derived from Eq. (7.2)

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_{k+1} &\sim p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{b}_k, q_0), \\ \mathbf{o}_{k+1} &\sim p(\mathbf{o}_{k+1}|\mathbf{b}_{k+1}), \end{aligned} \quad (7.8)$$

¹We use p to denote probability functions, including densities and masses. The notation is argument-wise. For example, if x and y are continuous random variables, then $p(x)$ and $p(y)$ denote their probability density functions, possibly different. If x is a discrete random variable, then $p(x)$ denotes its probability mass function. Conditional densities and masses are indicated in the obvious way, e.g., $p(x|y)$. This notation is common in Bayesian analysis and in the particle filtering literature.

7. JOINT PARAMETER ESTIMATION AND BIOMASS TRACKING IN A STOCHASTIC PREDATOR-PREY SYSTEM

Initialization. Let $p(q_0) = \mathcal{N}(q_0; \hat{q}_{0,0}, P_0)$.

Recursive step. For every $k \geq 0$:

1. Compute the Kalman gain: $\mathbf{s}_{k+1}^\top = P_k \mathbf{g}_{k+1}^\top (\mathbf{g}_{k+1} P_k \mathbf{g}_{k+1}^\top + \tau \mathbf{Q}_{k+1} \mathbf{Q}_{k+1}^\top)^{-1}$
2. Update the posterior mean: $\hat{q}_{0,k+1} = \hat{q}_{0,k} + \mathbf{s}_{k+1}^\top (\mathbf{z}_{k+1} - \mathbf{g}_{k+1} \hat{q}_{0,k})$
3. Update the posterior variance: $P_{k+1} = P_k - \mathbf{s}_{k+1}^\top \mathbf{g}_{k+1} P_k$

Table 7.1: Kalman filter for the computation of $p(q_0 | \mathbf{z}_{1:k}) = \mathcal{N}(q_0; \hat{q}_{0,k}, P_k)$. The Kalman gain \mathbf{s}_{k+1} is a 2×1 vector. The superscript \top denotes transposition.

where $\mathbf{b}_{k+1} = \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{bmatrix}$ is the state variable vector which collects the prey and predator biomass, $\mathbf{o}_{k+1} = \begin{bmatrix} o_{k+1}^x \\ o_{k+1}^y \end{bmatrix}$ is the vector of noisy biomass observations, $p(\mathbf{b}_{k+1} | \mathbf{b}_k, q_0)$ describes the conditional pdf of the state variables (in particular, we assume that the dynamics of x_k and y_k is defined as in Eq. (7.2)) and $p(\mathbf{o}_{k+1} | \mathbf{b}_{k+1})$ is the conditional density of the observations given the population biomass.

The state dynamics can be compactly expressed by the multivariate Gaussian pdf¹

$$p(\mathbf{b}_{k+1} | \mathbf{b}_k, q_0) = \mathcal{N}(\mathbf{b}_{k+1}; \mathbf{b}_k + \mathbf{h}_{k+1} + \mathbf{g}_{k+1} q_0, \tau \mathbf{Q}_{k+1} \mathbf{Q}_{k+1}^\top) \quad (7.9)$$

where the mean depends on the behavioral parameter q_0 , while \mathbf{h}_{k+1} , \mathbf{g}_{k+1} and \mathbf{Q}_{k+1} are quantities that depend on the biomasses at time k , as shown in Eq. (7.5).

We assume that the conditional density of the observations is gamma. In particular, if we denote with $\mathcal{G}(\alpha; m, v)$ the gamma pdf of variable α , characterized by the mean m and the variance v , then

$$p(\mathbf{o}_{k+1} | \mathbf{b}_{k+1}) = \Gamma(o_{k+1}^x; x_{k+1}, d_x^2) \times \Gamma(o_{k+1}^y; y_{k+1}, d_y^2), \quad (7.10)$$

where the marginal variances, d_x^2 and d_y^2 , have been fitted to the measurement-variance of experimental data (Section 7.4.2). We have modeled the conditional density of the observations as gamma to enforce that both o_{k+1}^x and o_{k+1}^y be nonnegative, since the biomass of the species can not be negative in the real world. Other models, e.g., truncated Gaussian distributions, could have been adopted, but possibly at the expense of a higher computational complexity of the inference algorithms.

¹Let us remark that the density $p(\mathbf{b}_{k+1} | \mathbf{b}_k, q_0)$ only describes the dynamics of \mathbf{b}_k when q_0 is available, otherwise the process \mathbf{b}_k is not Markov. In particular, if q_0 is unknown, then $p(\mathbf{b}_{k+1} | \mathbf{b}_{0:k}) \neq p(\mathbf{b}_{k+1} | \mathbf{b}_k, q_0)$.

When q_0 is known, the model in Eq. (7.8) enables the derivation of standard particle filtering algorithms for tracking the population biomass, while, in combination with Eq. (7.6), it enables the derivation of efficient algorithms for joint parameter estimation and biomass tracking. The different possibilities are explored in Section 7.3.

7.3 Computational inference

We propose to apply a PF to approximate the sequence of posterior probability distributions of the population biomass given the observations, namely the distributions associated with the densities $p(\mathbf{b}_k|\mathbf{o}_{1:k})$, $k = 1, 2, \dots, S$. If q_0 is known, this can be done running a standard particle filtering technique on the gamma state-space model of Section 7.2.3. When q_0 is unknown, we derive algorithms that only demand Monte Carlo sampling in the (2-dimensional) space of \mathbf{b}_k , while the behavioral parameter q_0 is integrated out analytically, both with complete and missing observations. The final aim is to improve the estimation of q_0 obtained in [70] while simultaneously tracking the biomass vector \mathbf{b}_{k+1} with missing observations. In the rest of this Section we first introduce the notion of a stochastic filter and then proceed to derive practical implementations using the particle filtering methodology.

7.3.1 Stochastic filtering

Assume that the parameter $q_{0,k} = q_0$ is known for any k . From a Bayesian point of view, all the information required for inference on the biomasses in \mathbf{b}_k is given by the posterior distribution with density $p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{o}_{1:k+1}, q_0)$, where $\mathbf{o}_{1:k+1}$ is the sequence of observations collected up to time $k + 1$. Using Bayes' theorem, the posterior pdf can be decomposed as

$$p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{o}_{1:k+1}, q_0) \propto p(\mathbf{o}_{k+1}|\mathbf{b}_{k+1}) p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{o}_{1:k}, q_0), \quad (7.11)$$

where the proportionality constant (i.e., $p(\mathbf{o}_{k+1}|\mathbf{o}_{1:k}, q_0)$), which is independent of \mathbf{b}_{k+1} , is omitted. The likelihood $p(\mathbf{o}_{k+1}|\mathbf{b}_{k+1})$ is given by the state-space model and

$$p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{o}_{1:k}, q_0) = \int p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{b}_k, q_0) p(\mathbf{b}_k|\mathbf{o}_{1:k}, q_0) d\mathbf{b}_k \quad (7.12)$$

is the predictive pdf of the variables in \mathbf{b}_{k+1} given the observations $\mathbf{o}_{1:k}$ and q_0 .

7. JOINT PARAMETER ESTIMATION AND BIOMASS TRACKING IN A STOCHASTIC PREDATOR-PREY SYSTEM

The optimal stochastic filter is a device that combines Eqs. (7.11) and (7.12) to recursively compute the sequence of posterior pdf's $p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{o}_{1:k+1}, q_0)$ with $k = 0, 1, 2, \dots$, starting from the prior density $p(\mathbf{b}_0)$. It is often written as a two-step procedure consisting in

- (a) a prediction step, i.e., the computation of $p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{o}_{1:k}, q_0)$ via Eq. (7.12) ;
- (b) an update step, i.e., the computation of $p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{o}_{1:k+1}, q_0)$ via Eq. (7.11).

In general, the stochastic filter does not admit an exact implementation, unless the state-space is discrete and finite or the model is linear and Gaussian [50]. In the latter case, $p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{o}_{1:k+1}, q_0)$ is Gaussian and it can be computed exactly at each time step $k = 0, 1, 2, \dots$ using the algorithm known as Kalman filter [92] (see also, e.g., [6]).

If q_0 is unknown, the model is not Markov anymore, hence $p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{b}_k, \mathbf{o}_{1:k}) \neq p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{b}_k, q_0)$. As a consequence, the predictive step in the stochastic filter becomes

$$p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{o}_{1:k}) = \int p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{b}_k, \mathbf{o}_{1:k}) p(\mathbf{b}_k|\mathbf{o}_{1:k}) d\mathbf{b}_k.$$

Again, there is no closed form solution for this integral in general.

7.3.2 Particle filtering

Particle filters are methods for the approximate numerical implementation of the optimal stochastic filter. We first assume that q_0 is known in order to derive a standard sequential importance sampling (SIS) algorithm [48]. In particular, we apply importance sampling (see, e.g., [135]) to approximate the distribution with density $p(\mathbf{b}_{0:k+1}|\mathbf{o}_{1:k}, q_0)$. The latter pdf admits the recursive decomposition

$$p(\mathbf{b}_{0:k+1}|\mathbf{o}_{1:k}, q_0) \propto p(\mathbf{o}_{k+1}|\mathbf{b}_{k+1}) p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{b}_k, q_0) p(\mathbf{b}_{0:k}|\mathbf{o}_{1:k}, q_0), \quad (7.13)$$

based on the Bayes' theorem, the Markov property of the sequence \mathbf{b}_k and the conditional independence of the observations. If we draw M samples (often called particles) $\mathbf{b}_{0:k+1}^{(i)}$, $i = 1, \dots, M$, from an importance function, or proposal pdf, which can be factorized as

$$q(\mathbf{b}_{0:k+1}) = q(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{b}_{0:k}) q(\mathbf{b}_{0:k}) \quad (7.14)$$

then an importance weight $v_{k+1}^{(i)}$ of the form

$$\begin{aligned} v_{k+1}^{(i)} &\propto \frac{p(\mathbf{o}_{k+1}|\mathbf{b}_{k+1}^{(i)}) p(\mathbf{b}_{k+1}^{(i)}|\mathbf{b}_k^{(i)}, q_0)}{q(\mathbf{b}_{k+1}^{(i)}|\mathbf{b}_{0:k}^{(i)})} \times \frac{p(\mathbf{b}_{0:k}^{(i)}|\mathbf{o}_{1:k}, q_0)}{q(\mathbf{b}_{0:k}^{(i)})} \\ &\propto \frac{p(\mathbf{o}_{k+1}|\mathbf{b}_{k+1}^{(i)}) p(\mathbf{b}_{k+1}^{(i)}|\mathbf{b}_k^{(i)}, q_0)}{q(\mathbf{b}_{k+1}^{(i)}|\mathbf{b}_{0:k}^{(i)})} v_k^{(i)}. \end{aligned} \quad (7.15)$$

is assigned to each sample $\mathbf{b}_{0:k+1}^{(i)}$. The weights are normalized (i.e., $\sum_{i=1}^M v_{k+1}^{(i)} = 1$) and this is the reason of the \propto sign in Eq. (7.15).

From Eqs. (7.14) and (7.15), we observe that both the generation of samples and the computation of the weights can be done sequentially. For instance, if we choose the prior pdf $p(\mathbf{b}_{0:k+1}) = p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{b}_k, q_0) \prod_{n=1}^k p(\mathbf{b}_n|\mathbf{b}_{n-1}, q_0) p(\mathbf{b}_0)$ as an importance function, then the sample $\mathbf{b}_{k+1}^{(i)}$ can be drawn from $p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{b}_k^{(i)}, q_0)$ (independently of $\mathbf{b}_{0:k-1}^{(i)}$) and the corresponding weight reduces to

$$v_{k+1}^{(i)} \propto v_k^{(i)} p(\mathbf{o}_{k+1}|\mathbf{b}_{k+1}^{(i)}).$$

Table 7.2 summarizes the standard SIS algorithm with prior importance function for the gamma state-space model of Section 7.2.3. Note that the algorithm includes a resampling step that consists in drawing M times, with replacement, from the discrete probability distribution given by the particles and their weights. Intuitively, we are randomly selecting the most “promising” particles (those with large importance weights) to be propagated in the next recursive step, while (randomly) discarding those with low weights. This algorithmic step is necessary to avoid the degeneracy of the importance weights over time [48]. Although several forms of resampling can be applied [14, 34, 47], we adopt the conceptually simple multinomial resampling method. Even if it is not indispensable to perform resampling at every time step and it can be done periodically or according to some measure of weight degeneracy [47, 48], here we assume resampling is carried out at every k for the sake of clarity in the presentation of the algorithms. The resampled particles are all equally weighted [48], hence $v_{k+1}^{(i)} \propto p(\mathbf{o}_{k+1}|\bar{\mathbf{b}}_{k+1}^{(i)})$ independently of the i -th weight at time $k - 1$.

Let $\pi_k(d\mathbf{b}_k) = p(\mathbf{b}_k|\mathbf{o}_{1:k}, q_0) d\mathbf{b}_k$ denote the probability measure associated to the posterior density of \mathbf{b}_k . The SIS algorithm of Table 7.2 yields a random approximation

7. JOINT PARAMETER ESTIMATION AND BIOMASS TRACKING IN A STOCHASTIC PREDATOR-PREY SYSTEM

Initialization. Let M be the number of particles. Draw $\mathbf{b}_0^{(i)}$ from $p(\mathbf{b}_0)$ and set $w_0^{(i)} = 1/M$, $i = 1, \dots, M$.

Recursive step. At time $k \geq 0$, assume that the set $\{\mathbf{b}_k^{(i)}\}_{i=1, \dots, M}$ is available.

1. For $i = 1, \dots, M$,
 - (a) draw $\bar{\mathbf{b}}_{k+1}^{(i)}$ from $p(\mathbf{b}_{k+1} | \mathbf{b}_k^{(i)}, q_0)$,
 - (b) compute the weight, $\tilde{v}_{k+1}^{(i)} = p(\mathbf{o}_{k+1} | \bar{\mathbf{b}}_{k+1}^{(i)})$,
 - (c) and normalize it, $v_{k+1}^{(i)} = \frac{\tilde{v}_{k+1}^{(i)}}{\sum_{j=1}^M \tilde{v}_{k+1}^{(j)}}$.
2. Multinomial resampling: for $i = 1, \dots, M$, assign $\mathbf{b}_{k+1}^{(i)} = \bar{\mathbf{b}}_{k+1}^{(j)}$ with probability $\bar{v}_{k+1}^{(j)}$, with $j \in \{1, \dots, M\}$.

Table 7.2: Standard SIS algorithm with multinomial resampling (SISR).

of π_k with discrete support, namely

$$\pi_k^M(d\mathbf{b}_k) = \sum_{i=1}^M v_k^{(i)} \delta_{\bar{\mathbf{b}}_k^{(i)}}(d\mathbf{b}_k),$$

where $\delta_{\bar{\mathbf{b}}_k^{(i)}}$ denotes the unit delta measure centered at the point $\bar{\mathbf{b}}_k^{(i)}$ in the state-space. The measure π_k^M enables the straightforward approximation of integrals with respect to π_{k+1} as simple summations. In particular, for an arbitrary integrable function of \mathbf{b}_k , the integral

$$(f, \pi_k) = \int f(\mathbf{b}_k) \pi_k(d\mathbf{b}_k) = \int f(\mathbf{b}_k) p(\mathbf{b}_k | \mathbf{o}_{1:k}, q_0) d\mathbf{b}_k$$

is approximated as¹

$$(f, \pi_k^M) = \int f(\mathbf{b}_k) \pi_k^M(d\mathbf{b}_k) = \sum_{i=1}^M v_k^{(i)} f(\mathbf{b}_k^{(i)}).$$

For example, the posterior mean of \mathbf{b}_k given $\mathbf{o}_{1:k}$ (i.e., the minimum mean square error estimator of \mathbf{b}_k) can be approximated as $\hat{\mathbf{b}}_k^M = \sum_{i=1}^M v_k^{(i)} \bar{\mathbf{b}}_k^{(i)}$. It can be proved that $\lim_{M \rightarrow \infty} (f, \pi_k^M) = (f, \pi_k)$ in a number of ways (e.g., almost surely or in the mean square error) under mild regularity assumptions. See [14, 126] for a survey of classical results on the convergence of particle filters.

¹We can also use the approximate measure $\tilde{\pi}_k(d\mathbf{b}_k) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \delta_{\bar{\mathbf{b}}_k^{(i)}}(d\mathbf{b}_k)$ (built with the resampled particles) to approximate the integral (f, π_k) . However, compared to (f, π_k^M) , the estimator $(f, \tilde{\pi}_k^M)$ presents additional Monte Carlo variance due to the resampling step [48].

7.3.3 Rao-Blackwellized particle filter

The aim of this paper is the joint estimation of q_0 and tracking of \mathbf{b}_k . If q_0 is assumed unknown (and random), then the process of the population biomass, \mathbf{b}_k , is not Markov anymore, i.e., $p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{b}_{0:k}) \neq p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{b}_k, q_0)$, and the particle filter described in Table 7.2 can not be used.

To obtain a practical particle filter for this case, we assume again that the target density is $p(\mathbf{b}_{0:k+1}|\mathbf{o}_{1:k+1})$, with prior $p(\mathbf{b}_0)$. From Bayes' theorem we still have a recursive relationship similar to (7.13), namely

$$p(\mathbf{b}_{0:k+1}|\mathbf{o}_{1:k+1}) \propto p(\mathbf{o}_{k+1}|\mathbf{b}_{k+1})p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{b}_{0:k}, \mathbf{o}_{1:k})p(\mathbf{b}_{0:k}|\mathbf{o}_{1:k}),$$

where the likelihood $p(\mathbf{o}_{k+1}|\mathbf{b}_{k+1})$ does not change with respect to the case with q_0 known (the observations are still conditionally independent) but we have a factor $p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{b}_{0:k}, \mathbf{o}_{1:k})$ instead of $p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{b}_k, q_0)$.

Assume that, at time $k+1$, we can draw $\mathbf{b}_{k+1}^{(i)}$ from the distribution with pdf $p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{b}_{0:k}^{(i)}, \mathbf{o}_{1:k})$. Then, by the same argument as in Section 7.3.2, the normalized weight associated to $\mathbf{b}_{k+1}^{(i)}$ is still proportional to the likelihood, i.e., $v_{k+1}^{(i)} \propto p(\mathbf{o}_{k+1}|\mathbf{b}_{k+1}^{(i)})$, and we can derive a particle filter very similar in structure to the algorithm of Table 7.2.

Finally, we need to compute and draw from $p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{b}_{0:k}^{(i)}, \mathbf{o}_{1:k})$. This pdf can be written in terms of the random variable q_0 as

$$p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{b}_{0:k}^{(i)}, \mathbf{o}_{1:k}) = \int p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{b}_k^{(i)}, q_0) p(q_0|\mathbf{b}_{0:k}^{(i)}) dq_0, \quad (7.16)$$

by exploiting the fact that $p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{b}_{1:k}^{(i)}, \mathbf{o}_{1:k}, q_0) = p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{b}_k^{(i)}, q_0)$, since the sequence \mathbf{b}_k is Markov conditional on q_0 , and $p(q_0|\mathbf{b}_{0:k}^{(i)}, \mathbf{o}_{1:k}) = p(q_0|\mathbf{b}_{0:k}^{(i)})$, since q_0 is independent of the observations $\mathbf{o}_{1:k}$ given the sequence of biomasses $\mathbf{b}_{0:k}^{(i)}$.

However, conditional on the sequence $\mathbf{b}_{0:k}^{(i)}$, the estimation of q_0 can be addressed by means of the linear-Gaussian state space model of Section 7.2.2 and solved numerically using the simple Kalman filtering algorithm of Table 7.1. In particular, if we define $\Delta_{k+1}^{(i)}$, $\mathbf{h}_{k+1}^{(i)}$, $\mathbf{Q}_{k+1}^{(i)}$, $\mathbf{g}_{k+1}^{(i)}$ and $\mathbf{z}_{k+1}^{(i)}$ exactly in the same way as in Section 7.2.2 but using the biomass vector $\mathbf{b}_k^{(i)} = [x_k^{(i)}, y_k^{(i)}]^\top$ instead of the generic x_k and y_k of Eq. (7.5), then $p(q_0|\mathbf{b}_{0:k}^{(i)}) = p(q_0|\mathbf{z}_{1:k}^{(i)})$, which can be computed exactly using the Kalman filter to obtain

$$p(q_0|\mathbf{b}_{0:k}^{(i)}) = \mathcal{N}(q_0; \hat{q}_{0,k}^{(i)}, P_k^{(i)}). \quad (7.17)$$

7. JOINT PARAMETER ESTIMATION AND BIOMASS TRACKING IN A STOCHASTIC PREDATOR-PREY SYSTEM

The superscript (i) in the posterior mean and variance of q_0 indicates that they both depend on the particle $\mathbf{b}_{0:k}^{(i)}$. Since the PF handles a set of M particles, this means that a bank of M Kalman filters running in parallel has to be implemented.

Both $p(q_0|\mathbf{b}_{0:k}^{(i)})$ and $p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{b}_k^{(i)}, q_0)$ are Gaussian (see Eqs. (7.17) and (7.9), respectively) and, as a consequence, the integral in (7.16) also yields a Gaussian density (see, e.g., [37]). In particular, it can be shown that

$$p(\mathbf{b}_{k+1}|\mathbf{b}_{0:k}^{(i)}, \mathbf{o}_{1:k}) = \mathcal{N}(\mathbf{b}_{k+1}; \boldsymbol{\beta}_{k+1}^{(i)}, \mathbf{B}_{k+1}^{(i)}), \quad (7.18)$$

where

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\beta}_{k+1}^{(i)} &= \mathbf{g}_{k+1}^{(i)} \hat{q}_{0,k}^{(i)} + \mathbf{b}_k^{(i)} + \mathbf{h}_{k+1}^{(i)}, \quad \text{and} \\ \mathbf{B}_{k+1}^{(i)} &= \mathbf{g}_{k+1}^{(i)} P_k^{(i)} \mathbf{g}_{k+1}^{(i)\top} + \tau \mathbf{Q}_{k+1}^{(i)} \mathbf{Q}_{k+1}^{(i)\top}. \end{aligned}$$

Table 7.3 outlines the proposed PF for tracking the biomasses in \mathbf{b}_k with unknown parameter q_0 . As in the case of the basic PF of Table 7.2, it includes a multinomial resampling step at every time k . Specifically notice that, after resampling, it is necessary to keep track of the Kalman filter outputs (mean and variance) for each particle.

A posterior estimate of q_0 can be easily obtained at any time k using the statistics generated by the algorithm of Table 7.3. In particular, the posterior mean and variance of q_0 conditional on the observations $\mathbf{o}_{1:k}$ can be approximated as

$$\hat{q}_{0,k}^M = \sum_{i=1}^M v_k^{(i)} \hat{q}_{0,k}^{(i)}, \quad (7.19)$$

$$P_k^M = \sum_{i=1}^M v_k^{(i)} \left(\hat{q}_{0,k}^{(i)} - \hat{q}_{0,k}^M \right)^2 + P_k^{(i)}, \quad (7.20)$$

respectively.

The proposed algorithm, outlined in Table 7.3, is an example of a Rao-Blackwellized particle filter (RBPF) [37, 48]. Compared to other particle filtering methods where the unknown functional-response parameters are approximated by sampling [52, 53, 102], the RBPF has as a key feature the analytical integration of q_0 by way of a bank of Kalman filters. This is possible, because of the conditionally linear (and Gaussian) structure of the Lotka-Volterra system given the sequence of biomasses, as explicitly displayed by Eq. (7.6). Handling q_0 analytically reduces both the dimension of the state space where particles have to be generated and the variance of the estimators

<p>Initialization. Draw $\mathbf{b}_0^{(i)}$, $i = 1, \dots, M$, from the prior pdf $p(\mathbf{b}_0)$. Select the prior mean, $\hat{q}_{0,0}$, and variance, P_0, for the unknown parameter q_0. Set $\hat{q}_{0,0}^{(i)} = \hat{q}_{0,0}$ and $P_0^{(i)} = P_0$ for each $i = 1, \dots, M$.</p> <p>Recursive step. At time $k \geq 0$, assume that the set $\{\mathbf{b}_{0:k}^{(i)}, \hat{q}_{0,k}^{(i)}, P_k^{(i)}\}_{i=1, \dots, M}$ is available. Then proceed as follows.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. For each $i = 1, \dots, M$: <ol style="list-style-type: none"> (a) Draw $\bar{\mathbf{b}}_{k+1}^{(i)}$ from the Gaussian pdf $\mathcal{N}(\mathbf{b}_{k+1}; \boldsymbol{\beta}_{k+1}^{(i)}, \mathbf{B}_{k+1}^{(i)})$ specified in Eq. (7.18). (b) Compute the weight $\tilde{v}_{k+1}^{(i)} = p(\mathbf{o}_{k+1} \bar{\mathbf{b}}_{k+1}^{(i)})$ according to Eq. (7.10). (c) Normalize the weight as $v_{k+1}^{(i)} = \frac{\tilde{v}_{k+1}^{(i)}}{\sum_{j=1}^M \tilde{v}_{k+1}^{(j)}}$. (d) Update the posterior pdf of q_0 conditional on $\{\bar{\mathbf{b}}_{k+1}^{(i)}, \mathbf{b}_{0:k}^{(i)}\}$ by taking one step of the Kalman filter outlined in Table 7.1. Obtain $p(q_0 \bar{\mathbf{b}}_{k+1}^{(i)}, \mathbf{b}_{0:k}^{(i)}) = \mathcal{N}(q_0; \hat{q}_{0,k+1}^{(i)}, P_{k+1}^{(i)})$. 2. Multinomial resampling: for $i = 1, \dots, M$, let $\mathbf{b}_{0:k+1}^{(i)} = \{\bar{\mathbf{b}}_{k+1}^{(j)}, \mathbf{b}_{0:k}^{(j)}\}$, $\hat{q}_{0,k+1}^{(i)} = \hat{q}_{0,k+1}^{(j)}$ and $P_{k+1}^{(i)} = P_{k+1}^{(j)}$ with probability $v_{k+1}^{(j)}$, $j \in \{1, \dots, M\}$.
--

Table 7.3: Rao-Blackwellized PF for biomass tracking when the functional response parameter q_0 is unknown.

7. JOINT PARAMETER ESTIMATION AND BIOMASS TRACKING IN A STOCHASTIC PREDATOR-PREY SYSTEM

(both of q_0 and \mathbf{b}_k) [37, 48]. Moreover, the derivation of the algorithm is rigorous and asymptotic convergence is guaranteed in a similar way as for the standard PF¹.

7.3.4 Rao-Blackwellized particle filtering with missing observations

Real data regarding the population biomass are often not available at each discrete time instant k . The proposed RBPF algorithm can also be applied in this case, with the only constrain that the importance weights can only be updated at the times when data are available. Since the role of the resampling step is to avoid the degeneracy of the weights, it is only needed when the weights are updated. As before, we assume a multinomial resampling scheme.

Table 7.4 outlines the RBPF algorithm with missing observations. We assume that observations are available at L ordered time instants k_1, k_2, \dots, k_L with $k_1 \geq 1$ and $k_L \leq S$. The set of instants with available data is denoted with $\mathcal{K} = \{k_1, k_2, \dots, k_L\} \subseteq \{1, 2, \dots, S\}$.

7.4 Case study

We apply the proposed RBPF method (Table 7.4) to the acarine predator-prey system studied in [70]: the prey mite *Tetranychus urticae* and the predator mite *Phytoseiulus persimilis*. The population dynamics is described by Eq. (7.2) where the behavioral parameter q_0 is unknown.

The parameter values are as follows

$$r = 0.11, c = 0.35, u = 0.09, \sigma = 0.321, \varepsilon = 0.079 \quad \text{and} \quad \eta = 0.106$$

according to [70]. The initial conditions are $x_0 = 0.1$, $y_0 = 0.007$, the period τ between consecutive observations is equal to 1 and expressed in days, and the final time is $S = 179$ days. In Section 7.4.1 the algorithm is tested using synthetic data and, then, in Section 7.4.2, it is validated on a set of field data.

¹For example, Lemma 1 in [125] is general enough to guarantee the convergence of the RBPF algorithm described herein.

Let $\mathcal{K} \subseteq \{1, 2, \dots, S\}$ be the set of discrete time instants in which observations are available.

Initialization. Draw $\mathbf{b}_0^{(i)}$, $i = 1, \dots, M$, from the prior pdf $p(\mathbf{b}_0)$. Select the prior mean, $\hat{q}_{0,0}$, and variance, P_0 , for the unknown parameter q_0 . Set $\hat{q}_{0,0}^{(i)} = \hat{q}_{0,0}$ and $P_0^{(i)} = P_0$ for each $i = 1, \dots, M$.

Recursive step. At every $k \geq 0$, assume that the set $\{\mathbf{b}_{0:k}^{(i)}, \hat{q}_{0,k}^{(i)}, P_k^{(i)}\}_{i=1, \dots, M}$ is available. Then proceed as follows.

1. For each $i = 1, \dots, M$:

(a) Draw $\bar{\mathbf{b}}_{k+1}^{(i)}$ from the Gaussian pdf $\mathcal{N}(\mathbf{b}_{k+1}; \boldsymbol{\beta}_{k+1}^{(i)}, \mathbf{B}_{k+1}^{(i)})$ specified in Eq. (7.18).

(b) Update the posterior pdf of q_0 conditional on $\{\bar{\mathbf{b}}_{k+1}^{(i)}, \mathbf{b}_{0:k}^{(i)}\}$ by taking one step of the Kalman filter outlined in Table 7.1. Obtain

$$p(q_0 | \bar{\mathbf{b}}_{k+1}^{(i)}, \mathbf{b}_{0:k}^{(i)}) = \mathcal{N}(q_0; \hat{q}_{0,k+1}^{(i)}, P_{k+1}^{(i)}).$$

2. If $k \in \mathcal{K}$, then:

(a) For each $i = 1, \dots, M$: compute the weight $\tilde{v}_{k+1}^{(i)} = p(\mathbf{o}_{k+1} | \bar{\mathbf{b}}_{k+1}^{(i)})$ according to Eq. (7.10) and normalize the weight as $v_{k+1}^{(i)} = \frac{\tilde{v}_{k+1}^{(i)}}{\sum_{j=1}^M \tilde{v}_{k+1}^{(j)}}$.

(b) Resample: for $i = 1, \dots, M$, let $\mathbf{b}_{0:k+1}^{(i)} = \{\bar{\mathbf{b}}_{k+1}^{(j)}, \mathbf{b}_{0:k}^{(j)}\}$, $\hat{q}_{0,k+1}^{(i)} = \hat{q}_{0,k+1}^{(j)}$ and $P_{k+1}^{(i)} = P_{k+1}^{(j)}$ with probability $v_{k+1}^{(j)}$, $j \in \{1, \dots, M\}$.

Table 7.4: Rao-Blackwellized PF for biomass tracking with unknown q_0 and missing data.

7. JOINT PARAMETER ESTIMATION AND BIOMASS TRACKING IN A STOCHASTIC PREDATOR-PREY SYSTEM

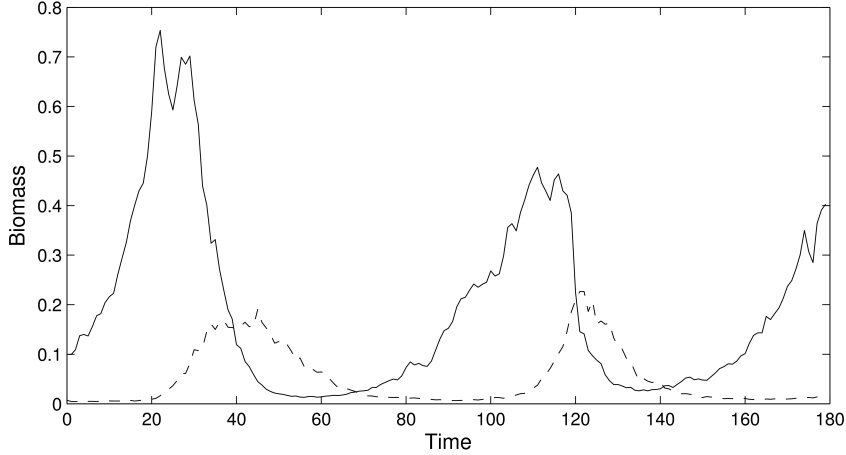


Figure 7.1: Synthetic series of the prey (continuous line) and predator (dashed line) biomass, with $x_0 = 0.1$, $y_0 = 0.007$ and $q_0 = 1.5$.

7.4.1 Synthetic data

In order to generate a synthetic dataset, we set $q_0 = 1.5$. Then we use the model in Eq. (7.2) to generate a sequence of prey $x_{1:S}$ and predator $y_{1:S}$ population biomass values. The two sequences are displayed in Figure 7.1. From these complete sequences, we generate $L = 10$ noisy observations, $\mathbf{o}_{k_1}, \dots, \mathbf{o}_{k_L}$. Each scalar observation $o_{k_i}^x$ or $o_{k_i}^y$ with $i = 1, \dots, L$ is a gamma random variate with mean equal to the corresponding population biomass and variance 10^{-4} .

We have applied the RBPF algorithm with $M = 10^5$ particles to jointly estimate the unknown parameter q_0 and track the prey and predator biomass given the available set of $L = 10$ synthetic observations. All particles are initialized in the same way (i.e., the prior of the random vector \mathbf{b}_0 is a delta measure), $x_0 = 0.1362$ and $y_0 = 0.0004$ are set, and a Gaussian distribution is assumed for the prior density of q_0 ¹ with $\hat{q}_{0,0} = 0$ and $P_0 = 1$.

¹The parameter q_0 represents the feeding rate of the predators, hence it cannot be negative in practice. However, the proposed methods demand that the prior $p(q_0)$ be Gaussian for formal consistency. With this constraint in mind, the choice of $\mathcal{N}(q_0; 0, 1)$ appears poor, because a large prior probability is assigned to negative values of q_0 . A prior with positive mean $\hat{q}_{0,0} > 0$ can be used as well without any modification of the procedure. However, even with $\hat{q}_{0,0} = 0$ the inference algorithm performs well (no artifacts, in the form of negative estimates of q_0 are observed), hence we have chosen to use this “poor” prior to illustrate the robustness of the method.

We have worked with different values of the observation variance, $d_x^2 = d_y^2$ (see Eq. (7.10)). For each value of the observation variance we have obtained an approximate posterior distribution of the parameter q_0 . Note that every posterior distribution generated by the RBPF has the form of a mixture of Gaussian distributions, namely

$$\hat{p}^M(q_0 | \mathbf{o}_{k_1:k_L}) = \sum_{i=1}^M v_S^{(i)} \mathcal{N}(q_0; \hat{q}_{0,S}^{(i)}, P_S^{(i)}). \quad (7.21)$$

In order to assess the quality of the approximate densities, we have generated 100 random draws, denoted with q_0^j where $j = 1, \dots, 100$, from each density. Then, for each draw q_0^j , we have generated 5 independent sequences of prey and predator biomass, denoted with $\{\tilde{x}_{0:S}^{j,m}, \tilde{y}_{0:S}^{j,m}\}$ where $m = 1, \dots, 5$ using the model of Eq. (7.2). All of them have the same starting points $\tilde{x}_0^{j,m} = 0.1362$ and $\tilde{y}_0^{j,m} = 0.0004$).

Let $\tilde{x}_{0:S}$ and $\tilde{y}_{0:S}$ be the average of all the sequences of population biomass, i.e.,

$$\tilde{x}_k = \frac{1}{500} \sum_{m=1}^5 \sum_{j=1}^{100} \tilde{x}_k^{j,m} \quad \text{and} \quad \tilde{y}_k = \frac{1}{500} \sum_{m=1}^5 \sum_{j=1}^{100} \tilde{y}_k^{j,m},$$

with $k = 0, \dots, S$. We compare the population estimates with the observations $\mathbf{o}_k = [o_k^x, o_k^y]^\top$ with ($k \in \mathcal{K}$) by means of a normalized error consisting of the sum of squared errors (at the times where real observations are available) over the empirical variance of the data. To be specific, we define the normalized sum of squares error (NSSE) for the prey and predator biomass, respectively, as follows¹

$$NSSE_x = \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} (o_k^x - \tilde{x}_k)^2}{\sum_{k \in \mathcal{K}} (o_k^x - \bar{o}^x)^2} \quad (7.22)$$

$$NSSE_y = \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} (o_k^y - \tilde{y}_k)^2}{\sum_{k \in \mathcal{K}} (o_k^y - \bar{o}^y)^2} \quad (7.23)$$

where $\bar{o}^x = \frac{1}{L} \sum_{k \in \mathcal{K}} o_k^x$ and $\bar{o}^y = \frac{1}{L} \sum_{k \in \mathcal{K}} o_k^y$. The methodology is the same as the one used for the evaluation of the inference algorithm with field data in Section 7.4.2.

¹Since the biomass is time varying and can occasionally take either very large or very small values, a “direct” error of the form, e.g., $\sum_{k \in \mathcal{K}} |o_k^x - \tilde{x}_k|$ can be misleading. Indeed, if o_k^x is close to 0, an error of 300% in the estimator \tilde{x}_k can still be perceived as “small”. On the contrary, if o_k^x takes a very high value, errors of, say, 0.01% can still seem “large”. To avoid these artifacts, we will assess performance by way of a normalized error. Intuitively, the effect of the normalization is to “amplify” the errors when the data are very stable (with small fluctuations) while “tempering” them when the data presents large variability.

7. JOINT PARAMETER ESTIMATION AND BIOMASS TRACKING IN A STOCHASTIC PREDATOR-PREY SYSTEM

Observation variance	$\hat{q}_{0,S}^M$	P_S^M	$NSSE_x$	$NSSE_y$
10^{-8}	1.4779	0.0045	0.4530	0.5174
10^{-7}	1.4292	0.0043	0.4523	0.5028
10^{-6}	1.5139	0.0056	0.4283	0.4949
10^{-5}	1.4619	0.0079	0.4152	0.4897
10^{-4}	1.4985	0.0128	0.4084	0.4694
10^{-3}	1.4701	0.0165	0.4616	0.5152

Table 7.5: Performance of the RBPF algorithm with synthetic data, $M = 10^5$ and several values of the observation variance $d_x^2 = d_y^2$. The NSSE values are calculated over the average of 500 sequences of prey and predator biomass generated with 100 independent draws from the approximate posterior of q_0 obtained from the particle filter.

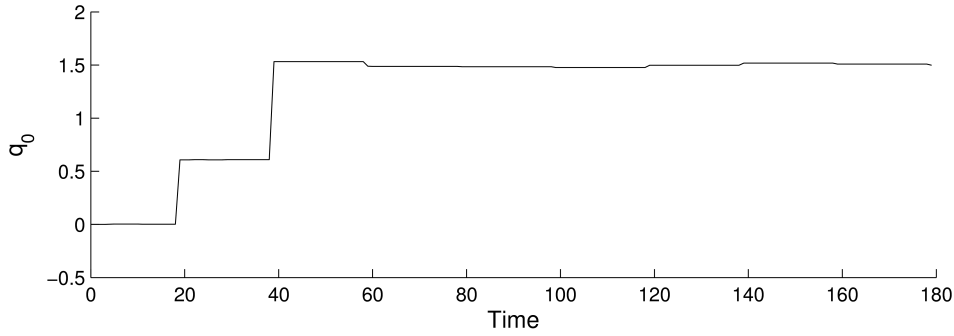


Figure 7.2: Particle filter estimates ($\hat{q}_{0,k}^M$, $k = 1, 2, \dots, S$) of the unknown parameter q_0 over time with $M = 10^5$ particles.

The results of the evaluation of $NSSE_x$ and $NSSE_y$ for each observation variance are displayed in Table 7.5. We observe that the NSSE attains its minimum value when $d_x^2 = d_y^2 = 10^{-4}$, which yields posterior mean and variance approximations $\hat{q}_{0,S}^M = 1.4985$ and $P_S^M = 0.0128$, respectively.

Figure 7.2 shows the evaluation of the posterior mean $\hat{q}_{0,k}^M$ with $k = 1, \dots, S$, generated by the RBPF method with $d_x^2 = d_y^2 = 10^{-4}$ and $M = 10^5$ (see Eq. (7.19)). The steps are due to the missing data (i.e., the value $\hat{q}_{0,k}^M$ changes most significantly when a new datum is processed and the weights are updated).

Since particle filters are sequential algorithms, it is possible to obtain estimates of the biomasses online at each time k . For the same simulation of Figure 7.2, Figure 7.3

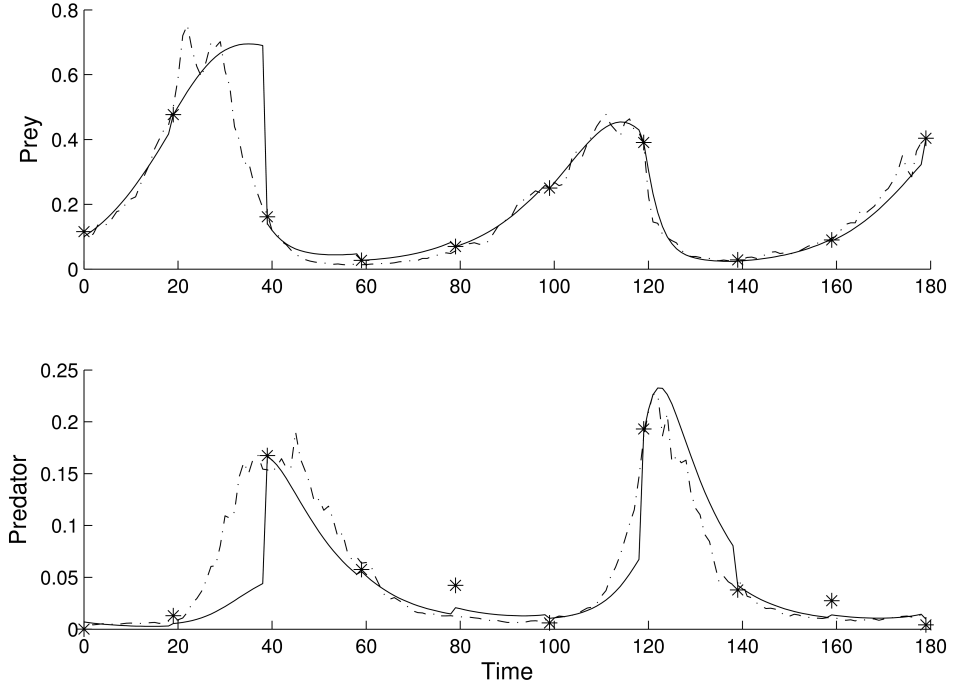


Figure 7.3: Comparison of the true synthetic biomass sequences (dash-dotted lines) and the online biomass estimates (continuous lines) generated by the RBPF algorithm of Table 7.4. The points for which observations are available are displayed with stars.

displays the true (synthetic) sequences $x_{0:S}$ and $y_{0:S}$ together with the online estimates

$$\hat{x}_k^M = \sum_{i=1}^M v_k^{(i)} x_k^{(i)} \quad \text{and} \quad \hat{y}_k^M = \sum_{i=1}^M v_k^{(i)} y_k^{(i)}. \quad (7.24)$$

The biomass sequences at the instants k_1, \dots, k_L where observations are actually available are displayed with stars. It can be seen that the estimates are accurate at the times where observations are processed, but there is a drift (the error increases) when data are not available, especially for $k < 40$. From Figure 7.2 we also see that for $k \geq 40$ the estimates of q_0 are more accurate and this also affects the accuracy of the biomass estimation.

Better tracking results are obtained when the biomass sequences are estimated with a second “pass” of the particle filter. To show it, we have taken the estimate $\hat{q}_{0,S}^M = 1.4985$ generated by the RBPF with the lowest $NSSE_x$ and $NSSE_y$ (Table 7.4)

7. JOINT PARAMETER ESTIMATION AND BIOMASS TRACKING IN A STOCHASTIC PREDATOR-PREY SYSTEM

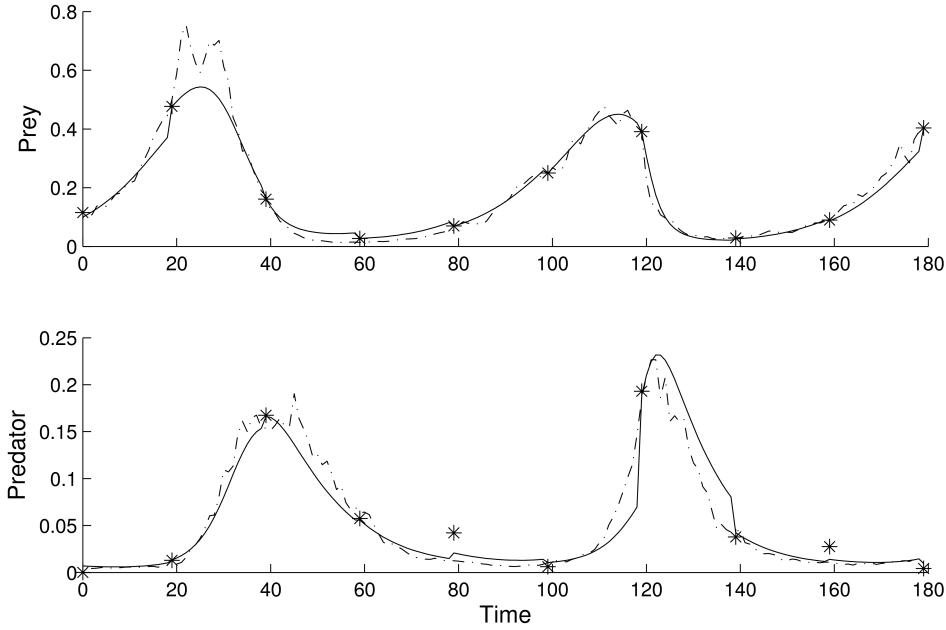


Figure 7.4: Comparison of the true synthetic biomass sequences (dash-dotted lines) and the online biomass estimates (continuous lines) generated by the PF of Table 7.2 with fix $q_0 = 1.4985$. The points for which observations are available are displayed with stars.

and then run the simpler PF of Table 7.2 with $M = 10^5$ and fixed $q_0 = 1.4985$ using the same set of 10 observations. We have selected the same initial conditions, $x_0 = 0.1362$ and $y_0 = 0.0004$, $\tau = 1$ day and observation variance $d_x^2 = d_y^2 = 10^{-4}$ in Eq. (7.10). The results, plotted in Figure 7.4 show a clear improvement in the biomass estimates for $1 \leq k \leq 40$.

7.4.2 Field data

The data used in this subsection concern the dynamics of the acarine predator-prey system *Tetranychus urticae-Phytoseiulus persimilis* and have been collected in a strawberry crop in Ispica (Ragusa, Italy) [69].

The series consists of $L = 13$ data samples over a time interval of $S = 98$ days. In [70], 6 observations of this dataset (from 2nd to 7th in the time series), which represent the first cycle of the prey, were used to estimate the unknown parameter q_0 . We take the complete dataset together with the final time $S = 98$ days. Our goal is to forecast the

	Observation variance	$\hat{q}_{0,S}^M$	P_S^M	$NSSE_x$	$NSSE_y$
$S = 49$	$\leq 10^{-7}$	-	-	-	-
	10^{-6}	1.6570	0.0105	0.2307	0.0544
	10^{-5}	1.6715	0.0134	0.2082	0.0446
	10^{-4}	1.6985	0.0137	0.1839	0.0441
$S = 98$	$\leq 10^{-7}$	-	-	-	-
	10^{-6}	1.7283	0.0093	0.1334	0.1569
	10^{-5}	1.8464	0.0096	0.1116	0.1361
	10^{-4}	1.9417	0.0097	0.1253	0.1557

Table 7.6: Performance of the RBPF algorithm with field data, $M = 2 \times 10^5$ particles and several values of the observation variance $d_x^2 = d_y^2$. The NSSE values are calculated over the average of 500 sequences of prey and predator biomass generated with 100 independent draws from the approximate posterior of q_0 obtained from the particle filter. Results are shown for a small dataset ($S = 49$ days, 7 field data samples) and the complete dataset ($S = 98$ days, 13 field data samples).

prey and predator biomass between consecutive field data and to estimate the unknown parameter q_0 .

We have run the RBPF algorithm of Table 7.4 with $M = 2 \times 10^5$ particles and field observations. The same as in the experiments with synthetic data, we set initial conditions $x_0 = 0.1362$ and $y_0 = 0.0004$ (for all particles), a time period $\tau = 1$ day, and a Gaussian prior $p(q_0) = \mathcal{N}(q_0; 0, 1)$. The measurement error is unknown, thus we have run the RBPF algorithm using different observation variances starting from low values. For each value of the observation variance, we have obtained an approximate posterior distribution of q_0 (see Eq. (7.21)) and in order to assess the validity of the approximation we have followed the same methodology as in the computer simulations whose results are displayed in Table 7.5.

The results of the experiment with field data are shown in Table 7.6. In this table, both intermediate results, by setting the observation period to only $S = 49$ days (this includes 7 field data samples), and results for the complete field dataset ($S = 98$, 13 data samples) are displayed.

It is observed that the estimation error of the prey estimates ($NSSE_x$) is slightly lower when processing the complete dataset ($NSSE_x = 0.1839$ for $d_x^2 = d_y^2 = 10^{-4}$ with $S = 49$, while $NSSE_x = 0.1116$ for $d_x^2 = d_y^2 = 10^{-5}$ with $S = 98$). However,

7. JOINT PARAMETER ESTIMATION AND BIOMASS TRACKING IN A STOCHASTIC PREDATOR-PREY SYSTEM

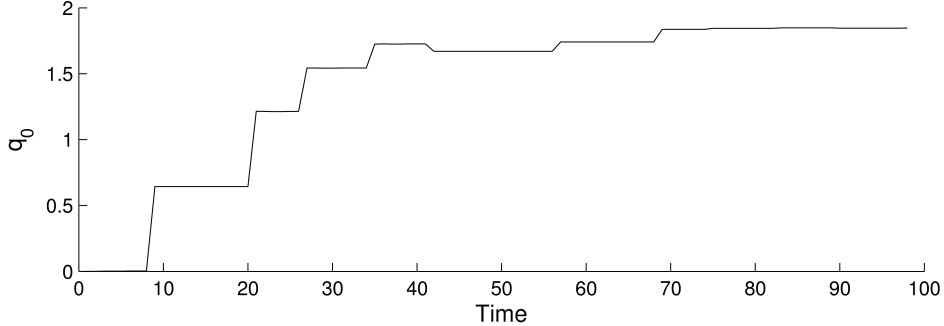


Figure 7.5: Particle filter estimates ($\hat{q}_{0,k}^M$, $k = 1, 2, \dots, 98$) of the unknown parameter q_0 over time with $M = 2 \times 10^5$ particles, the observation variance $d_x^2 = d_y^2 = 10^{-5}$ and field data.

the error of the predator estimates is clearly lower for the short sequence of field data ($NSSSE_y = 0.0441$ for $d_x^2 = d_y^2 = 10^{-4}$ with $S = 49$, while $NSSSE_y = 0.1361$ for $d_x^2 = d_y^2 = 10^{-5}$ with $S = 98$). It should also be noticed that the errors are minimized for observation variance 10^{-4} with $S = 49$, while for $S = 98$ the best results correspond to variance 10^{-5} .

Figure 7.5 shows the evolution of the posterior mean estimates of the unknown parameter $\hat{q}_{0,k}^M$ (with $k = 1, \dots, 98$) using the observation variance $d_x^2 = d_y^2 = 10^{-5}$ and the field dataset. We have used the same number of particles, initial conditions and prior $p(q_0)$ as before ($M = 2 \times 10^5$, $x_0 = 0.1362$, $y_0 = 0.0004$, $p(q_0) = \mathcal{N}(q_0; 0, 1)$). The same step shape as in Figure 7.2 is observed, with jumps associated to the time instants when observations are available. For $k \geq 57$, the estimate $\hat{q}_{0,k}^M$ is already close to its final value $\hat{q}_{0,S}^M$.

Figure 7.6 compares the field observations (marked with stars) and the online estimates (computed as in Eq. (7.24)) for the same experiment as in Figure 7.5. We observe some apparent misadjustment in the estimation of the predator biomass in the four initial data points (i.e., until $k = 30$, approximately). This fact is not surprising because: (a) the parameter estimate has not converged yet at this time (see Figure 7.5) and (b) the predator population appears to be extremely low, which makes tracking more difficult. Starting from the fourth point, both populations are estimated accurately, until the predator population becomes very low again at the end of the time period.

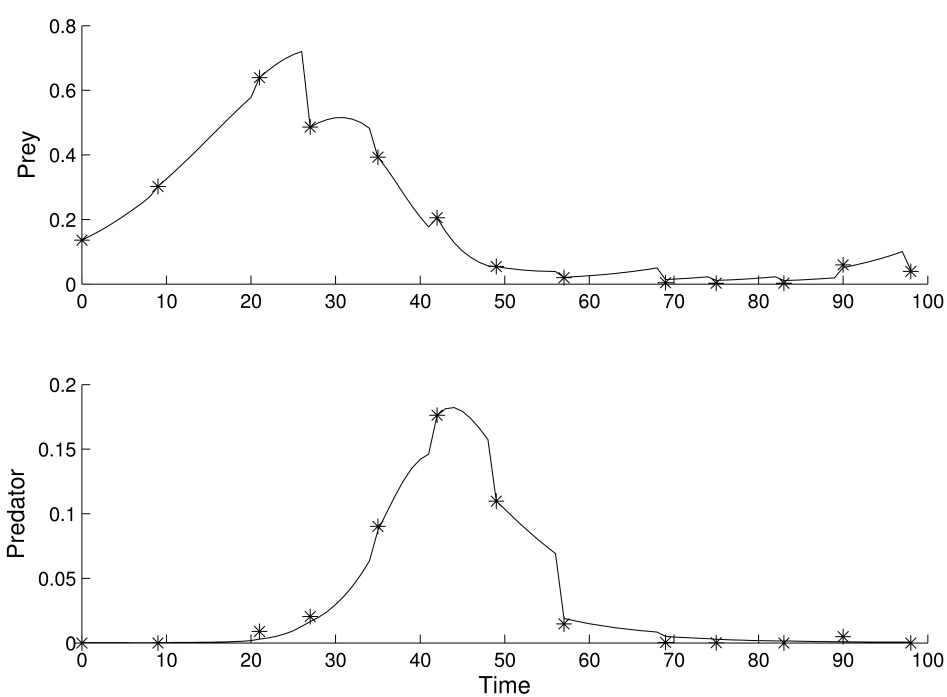


Figure 7.6: Online estimates of the prey and predator biomass (continuous line) and field data points (stars with the RBPF of Table 7.4, with $M = 2 \times 10^5$ particles). These results have been obtained with the RBPF of Table 7.4, with $M = 2 \times 10^5$ particles.

7. JOINT PARAMETER ESTIMATION AND BIOMASS TRACKING IN A STOCHASTIC PREDATOR-PREY SYSTEM

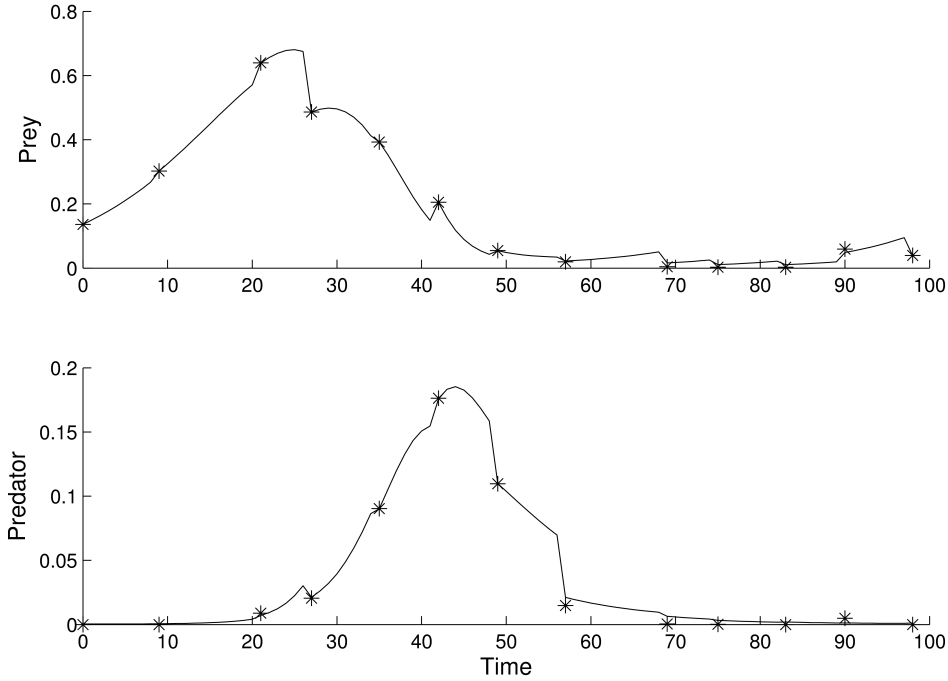


Figure 7.7: Estimates of the prey and predator biomass obtained with the particle filter of Table 7.2 with $M = 2 \times 10^5$ particles and fix $q_0 = 1.8464$. Asterisks denote experimental data.

We have also applied the PF of Table 7.2, with $M = 2 \times 10^5$ particles and fixed $q_0 = 1.8464$, to the field data in order to obtain a more reliable forecast of the sequences of biomass, especially for the first part of the time period. As in the previous experiments, we set $x_0 = 0.1362$, $y_0 = 0.0004$, $\tau = 1$ and $d_x^2 = d_y^2 = 10^{-5}$. The results are shown in Figure 7.7. The predator biomass estimation is improved from $k = 9$ to $k = 35$, while the estimates of the prey biomass are very similar to the online estimates generated by the RBPF algorithm.

7.4.3 Comparison with the method of [70]

In this section, we compare the particle filtering methods introduced in this paper and the MCMC technique proposed in [70]. We are interested in assessing the quality of

the estimates of the parameter q_0 generated by the two methodologies. The posterior mean and variance of q_0 obtained via the RBPF are 1.8464 and 0.0096, respectively, while the posterior mean and variance obtained via the MCMC technique of [70] are 1.6863 and 0.0026, respectively.

A direct evaluation of the estimation accuracy is impossible because a “true” value of q_0 is unknown. Therefore, we carry out an indirect comparison by way of the NSSE of both the prey and the predator biomass¹. In particular, we follow the same methodology as to obtain the results of Table 7.5.

Tables 7.7 and 7.8 display the values of the field data samples for the prey and the predator, respectively, together with the mean values (at the same time instants) corresponding to draws from the approximate posterior distribution of q_0 obtained from the RBPF algorithm and from the MCMC algorithm of [70]. Table 7.9 displays the NSSE values attained by both methodologies (MCMC in [70] and the RBPF algorithm in this paper). The approximate posterior of q_0 obtained via the RBPF algorithm yields lower values of the NSSE both for the prey and the predator, both with the short field data series ($S = 49$) and the long field data series ($S = 98$).

According to the NSSE comparison in Table 7.9, the RBPF algorithm yields a better approximation of the posterior distribution of q_0 (hence, better estimates) than the MCMC method of [70]. Moreover, the technique herein proposed allows to improve the forecast of population dynamics, because it enables the assimilation of new data samples as they become available. In particular, the MCMC methodology was used to obtain a single estimation based on the entire dataset, while the proposed RBPF technique is also useful in case an estimate of the parameter and a foresight of prey and/or predator biomass are required during the evolution of the populations.

7.5 Conclusions

In this paper we have investigated a particle filtering method for estimating the functional response and tracking population biomass in a stochastic predator-prey system. The system is described by a Lotka-Volterra type model with logistic growth of the

¹In the case of the predator time series, to calculate $NSSE_y$ values we use estimations and experimental data from the 3rd to the 13th in the time series because there are not MCMC estimations for 1st and 2nd observations. This is because the MCMC method of [70] does not allow us to handle null observations.

7. JOINT PARAMETER ESTIMATION AND BIOMASS TRACKING IN A STOCHASTIC PREDATOR-PREY SYSTEM

Time	Experimental biomass	with q_0 from MCMC	with q_0 from RBPF
0	0.1362	0.1362	0.1362
9	0.3024	0.2956	0.2861
21	0.6393	0.5999	0.5688
27	0.4863	0.5934	0.6366
35	0.3930	0.2551	0.3860
42	0.2053	0.0942	0.1144
49	0.0545	0.0484	0.0366
57	0.0198	0.0405	0.0205
69	0.0045	0.0581	0.0306
75	0.0026	0.0796	0.0433
83	0.0028	0.1202	0.0694
90	0.0595	0.1654	0.1069
98	0.0394	0.2203	0.1597

Table 7.7: Comparison of prey experimental biomass and mean biomass from 500 independent simulations of model (7.2) using 100 random draws of q_0 from the posterior approximated via MCMC [70] and from the posterior approximated via the RBPF algorithm.

Time	Experimental biomass	with q_0 from MCMC	with q_0 from RBPF
0	0	-	0.0004
9	0	-	0.0006
21	0.0089	0.0089	0.0049
27	0.0205	0.0467	0.0262
35	0.0903	0.1560	0.1304
42	0.1763	0.1425	0.1669
49	0.1097	0.0981	0.1150
57	0.0148	0.0588	0.0627
69	0.0005	0.0275	0.0239
75	0.0002	0.0212	0.0159
83	0	0.018	0.0109
90	0.0049	0.0204	0.0099
98	0	0.0277	0.0133

Table 7.8: Comparison of predator experimental biomass and mean biomass from 500 independent simulations of model (7.2) using 100 random draws of q_0 from the posterior approximated via MCMC [70] and from the posterior approximated via the RBPF algorithm.

	First cycle		Complete series	
	$NSSE_x$	$NSSE_y$	$NSSE_x$	$NSSE_y$
MCMC [70]	0.1760	0.3331	0.2075	0.3018
RBPF (Table 7.4)	0.1443	0.0941	0.1116	0.1459

Table 7.9: Comparison of the NSSE for the prey ($NSSE_x$) and the predator ($NSSE_y$) obtained from random draws of q_0 using the approximate posterior distributions generated by the MCMC method of [70] and the RBPF algorithm in this paper.

7. JOINT PARAMETER ESTIMATION AND BIOMASS TRACKING IN A STOCHASTIC PREDATOR-PREY SYSTEM

prey as proposed in [70]. The linear structure of the Lotka-Volterra functional response conditional on the population biomass allows to design an efficient particle filtering technique. The proposed method uses a bank of Kalman filters for analytically integrating the unknown parameter, while sampling in the 2-dimensional space of the prey and predator biomass. Compared to other particle filtering techniques that use Monte Carlo sampling for estimating the unknown parameter, the proposed approach reduces the variance of the resulting estimates.

Then, this particle filter method is adapted to small observation datasets, updating importance weights and resampling the particle set only when experimental observations become available. These characteristics make the method suitable for adaptive management. In fact, according to the adaptive management framework, information synthesis is performed with models whose parameters are continuously adapted to the level of available information. We agree with [146] on the utility of an adaptive management framework in integrated pest management (IPM). Within the adaptive management framework in IPM, the predator-prey model we propose can undergo changes leading to improved predictive and explicative capabilities as more information becomes available.

The use of the Lotka-Volterra model should represent a limitation due to the underlying biology. The conditionally linear functional response in the model implies an unsaturated capability of prey biomass intake for the predator. In pest management context, in most of the cases we are interested in short or medium-term forecast, and for predator-prey dynamics the time-frame usually comprises no more than a single population cycle. In this condition the intrinsic limitation in the conditionally linear functional response model is outpaced by the advantages offered by the availability of prompt and progressively improved estimation of the predator functional response.

The proposed method enables us to jointly estimate the functional response and the biomass of prey and predator. For testing the behavior of the particle filter algorithm, we have used both a set of synthetic data and experimental observations of an acarine predator-prey system, the pest mite *Tetranychus urticae* and the predator mite *Phytoseiulus persimilis*. The estimated distribution of q_0 and mean trajectories of predator and prey show a satisfactory fit to field data. This result confirms the goodness of the proposed method.

Finally, we would like to point out that, differently from MCMC methods, the PF method does not present restriction on the dataset. In fact, it can be applied also during the period of data collection without waiting up to the end of at least one cycle of the population like in [70]. This aspect is very important in the design of strategies of predator release for biological control.

7. JOINT PARAMETER ESTIMATION AND BIOMASS TRACKING IN A STOCHASTIC PREDATOR-PREY SYSTEM

Parte IV

**CONCLUSIONES Y
PERSPECTIVAS**

Capítulo 8

Discusión

8.1 Principales contribuciones

A continuación se resumen las principales aportaciones de los trabajos presentados:

- En el ámbito de la acústica ambiental, el problema de la predicción de los niveles de ruido en zonas urbanas ha sido formalmente descrito como un modelo dinámico en formato de espacio de estados.
- Se ha presentado un método para comparar los modelos dinámicos que predicen los indicadores del nivel de presión sonora y su composición espectral. Para ello, se ha desarrollado un método de selección con un criterio MAP, es decir, la técnica propuesta se basa en el cálculo de la probabilidad *a posteriori* de cada modelo candidato dadas las mediciones recogidas en una secuencia de tiempo. Debido a que las observaciones son transformaciones no lineales de las variables de estado, las probabilidades *a posteriori* han sido aproximadas numéricamente mediante un filtro de partículas.
- El método propuesto nos permite seleccionar el mejor modelo incluso entre candidatos con configuraciones muy parecidas. Para la experimentación, hemos escogido como candidatos dos modelos basados en ANNs que muestran un buen comportamiento en la predicción de los indicadores de los niveles de ruido ambiental a partir de datos reales y se ha utilizado una serie de observaciones experimentales que se midieron en la ciudad de Granada (España). Según los resultados, por un lado, el modelo número 1 hace las predicciones más fiables del vector de

8. DISCUSIÓN

indicadores de sonido en las tres calles estudiadas. Además, el modelo número 1 es un mejor predictor para todos los indicadores de sonido que hemos estudiado de forma individual en las calles con un tráfico elevado de vehículos pesados (calles 1 y 2). Por otra parte, el modelo número 2 tiene una mayor capacidad para predecir la mayoría de los descriptores escalares estudiados en calles estrechas con un caudal bajo de vehículos pesados (calle 3).

- Los resultados han confirmado la experiencia de nuestro grupo de investigación, ya que empíricamente se había encontrado que el modelo número 1 era el más apto para predecir el conjunto de descriptores de los niveles de presión sonora (el nivel de presión sonora ponderado A L_{Aeq} , el nivel de presión sonora no ponderado L_{eq} , y el nivel sonoro en bandas de 1/3 de octava de 40 Hz a 4 kHz) en los ejemplos dados.
- Se ha presentado una metodología basada en el modelado dinámico para abordar el problema de predecir los caudales de tráfico urbano de forma individual a partir de observaciones de ruido ambiental. El modelo de predicción propuesto se ha descrito formalmente como un sistema dinámico con formulación de espacio de estado. Dado que las observaciones son transformaciones no lineales de las variables de estado, para aproximar numéricamente las probabilidades *a posteriori* relevantes hemos utilizado un algoritmo filtrado de Kalman extendido.
- Se ha aplicado esta metodología con una función de predicción basada en una red neuronal que relaciona las variables de estado (los caudales de tráfico y las condiciones urbanas) y el nivel de presión sonora L_{Aeq} . Según los resultados, el modelo propuesto alcanza un buen rendimiento como predictor de los caudales de tráfico en calles con una elevada intensidad de tráfico, siempre que la fuente de ruido dominante sea el tráfico.
- En el ámbito de la ecología, se ha propuesto un método de filtrado de partículas para la estimación de un parámetro de la respuesta funcional y el seguimiento de la biomasa de las poblaciones en un sistema estocástico del tipo depredador-presa. El sistema ha sido descrito por un modelo del tipo Lotka-Volterra con crecimiento logístico de la presa como se propone en [70]. La linealidad condicional en la respuesta funcional nos ha permitido aplicar una mezcla de filtros

de Kalman (o filtro de partículas tipo Rao-Blackwell) para el seguimiento de la biomasa de las poblaciones integrando analíticamente el parámetro desconocido de comportamiento que representa la tasa de búsqueda efectiva por depredador en la respuesta funcional.

- El método propuesto nos ha permitido estimar conjuntamente la respuesta funcional y la biomasa de presas y depredadores. Se ha utilizado tanto un conjunto de datos simulados como las observaciones experimentales de un sistema depredador-presa de ácaros, el ácaro de plagas *T. urticae* y el ácaro depredador *P. persimilis*. La distribución estimada de q_0 y la media de las trayectorias de depredador y presa muestran un ajuste satisfactorio a los datos de campo. Este resultado ha confirmado la bondad del método propuesto.
- Finalmente, se ha comparado el método PF propuesto y un método MCMC definido en [70] para resolver el problema de la estimación de q_0 . De acuerdo con los resultados, la distribución de q_0 aproximada por el método de filtrado de partículas propuesto ha mejorado significativamente las estimaciones de la biomasa de presas y depredadores, en la serie de tiempo completa, con respecto a las estimaciones obtenidas utilizando la distribución del parámetro aproximada por el método MCMC.
- A diferencia de los métodos MCMC, el método PF expuesto no tiene limitaciones en el conjunto de datos. De hecho, se puede aplicar también durante el período de recolección de datos sin tener que esperar hasta el final, por lo menos, de un ciclo de la población. Este aspecto es muy importante en el diseño de estrategias de liberación del depredador para el control biológico.

8.2 Trabajo futuro

Los aspectos que pueden ser estudiados en el futuro con la intención de mejorar los métodos expuestos en esta tesis y conseguir ampliar los campos de aplicación se exponen a continuación.

8. DISCUSIÓN

8.2.1 Selección de modelos de predicción de ruido ambiental urbano

A partir del método propuesto para la comparación de modelos que predicen los niveles de presión sonora en zonas urbanas, puede ser interesante estudiar en un determinado modelo la influencia de diferentes ecuaciones de evolución de las fuentes de ruido en la estimación de los niveles de presión sonora. Por otro lado, nos planteamos la definición de nuevos modelos diferenciando entre franjas horarias y/o tipos de calle. De esta forma, conseguiremos estimaciones más ajustadas con el filtro de partículas y una comparación más clara de los modelos estudiados. Con la idea de disminuir el tiempo de ejecución del método y mejorar el error cuadrático medio, podemos estudiar otros filtros de partículas como el *Unscented Particle Filter* [116]. Por último, nos planteamos el uso de factores de Bayes como otra posible técnica bayesiana para comparar los modelos candidatos [18].

8.2.2 Predicción de caudales de tráfico rodado urbano

Respecto al problema de la predicción de los caudales de tráfico rodado en aglomeraciones urbanas, el modelo dinámico propuesto también es válido cuando se utiliza más de una observación. Por lo tanto, con el fin de mejorar la precisión de las estimaciones de los caudales de tráfico, proponemos incluir adicionalmente las observaciones de los indicadores del nivel sonoro en bandas de frecuencia de tercio de octava correlacionados con los distintos tipos de vehículos. Además, la configuración de los modelos diferenciando entre franjas horarias y tipos de calle también podría conseguir mejores resultados en este caso. Para mejorar el método, podemos preprocesar las señales acústicas (alarmas de coches, sirenas de ambulancias, etc.) como anomalías de la medición, es decir, si el valor del indicador de presión sonora se incrementa en 3 dB o más respecto al registro anterior, y no se predice inicialmente el incremento de vehículos correspondiente, la medida se desecha y se toma como valor el registro inmediatamente anterior. También, podríamos utilizar filtrado de partículas en el método y comparar sus resultados con los obtenidos usando filtrado de Kalman extendido. Por último, podríamos ampliar este estudio para estimar los caudales de tráfico en las autovías cercanas a las aglomeraciones urbanas.

8.2.3 Estimación de la respuesta funcional en sistemas depredador-presa

Respecto al problema de la estimación de parámetros y biomassas en modelos de población, hemos comenzado a trabajar en la estimación no paramétrica de la respuesta funcional en sistemas depredador-presa usando datos simulados y varios conjuntos de datos experimentales. También nos planteamos aplicar los métodos bayesianos estudiados a otros modelos de población más complejos, por ejemplo, de tipo DeAngelis-Beddington [104] o de tipo Ivlev [71]. Finalmente, hemos considerado modificar el modelo de Lotka-Volterra estudiado en la tesis para incluir otros factores que inciden sobre la evolución en el tiempo de las poblaciones y, de esta forma, mejorar los resultados obtenidos al aplicar filtrado bayesiano para estimar los parámetros desconocidos.

8.3 Publicación de resultados

Los trabajos publicados fruto de la investigación desarrollada durante estos años se exponen a continuación.

Patentes

- L. Martín-Fernández, D. P. Ruiz, J. Míguez, A. J. Torija. “Procedimiento y sistema para estimar caudales de tráfico rodado a partir de los niveles de ruido ambiental”. El número asignado por la Oficina Española de Patentes y Marcas (OEPM) es P201231326 y la fecha de prioridad es 31/7/2012.

A partir del trabajo desarrollado en el campo de la predicción de caudales de tráfico (descrito en el Capítulo 6) y mediante la Oficina de Transferencia de Resultados de Investigación (OTRI) de la Universidad de Granada, hemos realizado la solicitud de esta patente en la OEPM. La memoria técnica se adjunta en el Apéndice B.

Artículos en revistas internacionales

1. L. Martín-Fernández, D. P. Ruiz, A. J. Torija, J. Míguez. “A Bayesian method for comparing models used to predict the sound pressure level and its spectral composition”. Bajo revisión en *Environmental Modelling and Software (Impact*

8. DISCUSIÓN

Factor = 3.114, Q1 en las tres categorías a las que pertenece).

En dicho artículo se amplía y mejora nuestros anteriores trabajos sobre la comparación de modelos en el ámbito de la predicción de niveles de ruido ambiental (véase Capítulo 5).

2. L. Martín-Fernández, G. Gilioli, E. Lanzarone, J. Míguez, S. Pasquali, F. Ruggeri, D. P. Ruiz. “A Rao-Blackwellized particle filter for joint parameter estimation and biomass tracking in a stochastic predator-prey system”. Bajo revisión en “Mathematical Biosciences and Engineering” (Impact Factor = 1.131, Q3 en la categoría a la que pertenece).

En dicho artículo se propone un modelado dinámico para el problema de la estimación de parámetros y el seguimiento de las biomásas en sistemas depredador-presa, mejorando los resultados obtenidos con otro método de estimación de parámetros publicado con anterioridad (véase Capítulo 7). Es fruto de la reciente colaboración con el personal investigador del Istituto di Matematica Applicata e Tecnologie Informatiche del Consiglio Nazionale delle Ricerche en Milán (Italia).

Informes técnicos

- L. Martín-Fernández, D. P. Ruiz, A. J. Torija, J. Míguez. “Dynamic modeling for predicting urban road traffic flows using sound pressure levels”.

Dicho trabajo plantea un modelado dinámico para el problema de la predicción de los caudales de tráfico de los principales tipos de vehículos rodados en entornos urbanos a partir de los niveles de presión sonora observados (véase Capítulo 6). Su envío a una publicación se ha retrasado a causa del procedimiento de solicitud de la patente de la metodología asociada.

Capítulos de libro

- L. Martín-Fernández, D. P. Ruiz, J. Míguez, I. Requena. “A methodology based on particle filtering for contrasting environmental noise prediction models”. New trends on Intelligent Systems and Soft Computing (Vol. III), Universidad de Granada, Granada, Spain, 2011. ISBN: 978-84-338-5189-5.

Comunicaciones a congresos nacionales

1. J. A. Garzón-Guerrero, D. P. Ruiz-Padillo, M. C. Carrión-Pérez, L. Martín-Fernández. “Clasificación de blancos geométricos conductores mediante un algoritmo basado en sus resonancias electromagnéticas naturales”. XXIV Symposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio (URSI 2009), Santander, Spain, 2009.
2. L. Martín-Fernández, D. P. Ruiz, J. Míguez, A. J. Torija. “Métodos bayesianos para la comparación de modelos de predicción de niveles de ruido ambiental”. XXV Symposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio (URSI 2010), Bilbao, Spain, 2010.

8. DISCUSIÓN

Chapter 9

Discussion

9.1 Main contributions

We now summarize the main contributions of the presented work:

- In the environmental acoustics framework, the problem of predicting environmental noise levels in urban areas has been formally described as dynamic model in state-space form.
- A method for comparing dynamic models that predict indicators of sound pressure level and its spectral composition has been introduced. Maximum *a posteriori* model selection has been carried out. The proposed technique is based on the calculation of the posterior probability of each candidate model from a time series of measurements. Since the observations are nonlinear transformations of the state variables, the posterior probabilities have been approximated numerically by particle filtering.
- The proposed method has enabled us to select the best model even between very similar models. For the experimentation, we have chosen two ANN-based models as candidates which show a good behavior in predicting environmental noise levels from real data and we have used a series of experimental observations of sound pressure levels which were measured in the city of Granada (Spain). According to the results, on one hand, model number 1 makes the most reliable predictions of the sound indicator vector in three studied streets. Moreover, the model number 1 is a better predictor for all sound indicators which we studied individually in

9. DISCUSSION

streets with a high traffic flow of heavy vehicles (streets 1 and 2). On the other hand, the model number 2 has a higher ability to predict most of the studied scalar descriptors in narrow streets with a low non-heavy traffic flow (street 3).

- Results have confirmed the experience of our research group, since it had been empirically found model number 1 to be the fittest for predicting the complete set of sound pressure level descriptors (the A-weighted sound pressure level L_{Aeq} , the no-weighted sound pressure level L_{eq} , and the sound level in 1/3 octave bands from 40 Hz to 4 kHz) in the given examples.
- A dynamic modeling methodology for the problem of predicting urban road traffic flows individually from environmental noise observations has been presented. The proposed prediction model has been formally described as a dynamic system in state-space formulation. Since the observations are nonlinear transformations of the state variables, for approximating the relevant posterior probabilities numerically we have used an extended Kalman filtering algorithm.
- It have been applied this methodology with a ANN-based prediction function which relates the state variables (traffic flows and urban conditions) and the sound pressure level L_{Aeq} . According to the results, the proposed model achieves a good performance as a predictor of road traffic flows in streets with high traffic intensity provided that the dominant noise source is just traffic.
- In the ecology framework, a particle filtering method for estimating the functional response and tracking population biomass in a stochastic predator-prey system has been proposed. The system has been described by a Lotka-Volterra type model with logistic growth of the prey as proposed in [70]. The conditional linearity in the Lotka-Volterra functional response has allowed us to apply a Rao-Blackwellized PF for tracking the time-varying biomasses integrating analytically the unknown behavioral parameter representing the rate of effective search per predator in the functional response.
- The proposed method has enabled us to jointly estimate the functional response and the biomass of prey and predator. It has been used both a set of simulated data and experimental observations of an acarine predator-prey system, the pest mite *T. urticae* and the predator mite *P. persimilis*. The estimated distribution

of q_0 and mean trajectories of predator and prey show a satisfactory fit to field data. This result has confirmed the goodness of the proposed method.

- Finally, we have compared the proposed PF method and a MCMC method defined in [70] to solve the q_0 estimation problem. According to the results, the q_0 distribution estimated by the proposed PF method has significantly improved biomass estimations, in the complete time series, of both prey and predator with respect to estimations obtained using the parameter distribution approached by the MCMC method.
- Differently from MCMC methods, the exposed PF method does not present restriction on the dataset. In fact, it can be applied also during the period of data collection without waiting up to the end of at least one cycle of the population. This aspect is very important in the design of strategies of predator release for biological control.

9.2 Future works

The aspects which can be studied in the future with the objective of improving the methods described in this thesis and expanding the fields of application are outlined below.

9.2.1 Selection of environmental noise prediction models

Since the proposed method for the comparison of models predicting sound pressure levels, in a particular model, the influence of two different evolution equations of the noise sources (state equations) on the estimate of sound pressure levels could be interesting. On the other hand, we consider the description of different models depending on time slots or/and street types to obtain better predictions by the particle filter and a more efficient comparison of the models. In order to reduce the run time of the method and improve the mean squared error, we can study other particle filters as the *Unscented Particle Filter* [116]. Finally, we consider the use of Bayes factors as another possible Bayesian technique to compare the proposed models [18].

9. DISCUSSION

9.2.2 Prediction of urban road traffic flows

Regarding the problem of predicting traffic flows in urban agglomerations, the proposed dynamic model is also valid when using more than one observation. Thus, in order to improve traffic flow predictions, we propose additionally including other sound pressure level indicators which correlate each type of road vehicles as a future work. Moreover, the configuration of the models differentiating between time slots and road types could achieve better performances. To improve the method, we can preprocess the acoustic signals (car alarms, emergency vehicle signals, etc.) as anomalies of the measurement, i.e., if the value of the sound pressure indicator increases in 3 dB or more compared with the previous record, without an appropriate vehicle increase previously predicted, the measurement is discarded and it is taken the indicator value of the previous record. Moreover, we propose using particle filtering in the methodology and comparing their results with those obtained using extended Kalman filtering. Finally, we propose extending this study in order to estimate traffic flow on the nearer highways to urban agglomerations.

9.2.3 Functional response estimation in prey-predator systems

Regarding the estimation of biomasses and the functional response in predator-prey systems, we have begun to work on the nonparametric estimation of the functional response in predator-prey systems using synthetic data and several experimental datasets. Moreover, we propose the use of the studied Bayesian methods with other more complex population models, as DeAngelis-Beddington model [104] or Ivlev model [71]. Finally, a modification of the classical Lotka-Volterra model studied in this thesis has been considered in order to include other external factors which have effect on the population evolution over time and, thus, improve the results obtained by applying Bayesian filtering for estimating unknown parameters.

9.3 Publication of results

The research work published are described below.

Patents

- L. Martín-Fernández, D. P. Ruiz, J. Míguez, A. J. Torija. “Procedimiento y sistema para estimar caudales de tráfico rodado a partir de los niveles de ruido ambiental”. The OEPM application number is P201231326 and the priority date is 31/07/2012. The technical report is attached as Appendix B.

International peer-review journals

1. L. Martín-Fernández, D. P. Ruiz, A. J. Torija, J. Míguez. “A Bayesian method for comparing models used to predict the sound pressure level and its spectral composition”. Under review on *Environmental Modelling and Software*.

The article extends and improves our previously published works related to the comparison of models which predict environmental noise levels (see Chapter 5).

2. L. Martín-Fernández, G. Gilioli, E. Lanzarone, J. Míguez, S. Pasquali, F. Ruggeri, D. P. Ruiz. “A Rao-Blackwellized particle filter for joint parameter estimation and biomass tracking in a stochastic predator-prey system”. Submitted to “*Mathematical Biosciences and Engineering*”.

In this paper we propose a dynamic model for the problem of estimating parameters and monitoring populations in predator-prey systems, improving the results obtained with other parameter estimation method published earlier (see Chapter 7). It is the result of the collaboration with the research staff of the Istituto di Matematica Applicata e Tecnologie Informatiche the Consiglio Nazionale delle Ricerche in Milan (Italy).

Techninal reports

- L. Martín-Fernández, D. P. Ruiz, A. J. Torija, J. Míguez. “Dynamic modeling for predicting urban road traffic flows using sound pressure levels”. Submitted to *Journal of the Acoustical Society of America*.

This article presents a dynamic model for the problem of predicting the traffic flow of the main types of road vehicles in urban environments from the observed sound pressure levels (see Chapter 6). Its submission to a journal has been delayed due to the application procedure of the patent of the methodology.

9. DISCUSSION

Chapters of book

- L. Martín-Fernández, D. P. Ruiz, J. Míguez, I. Requena. “A methodology based on particle filtering for contrasting environmental noise prediction models”. *New trends on Intelligent Systems and Soft Computing (Vol. III)*, Universidad de Granada, Granada, Spain, 2011. ISBN: 978-84-338-5189-5.

National conferences

1. J. A. Garzón-Guerrero, D. P. Ruiz-Padillo, M. C. Carrión-Pérez, L. Martín-Fernández. “Clasificación de blancos geométricos conductores mediante un algoritmo basado en sus resonancias electromagnéticas naturales”. *XXIV Symposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio (URSI 2009)*, Santander, Spain, 2009.
2. L. Martín-Fernández, D. P. Ruiz, J. Míguez, A. J. Torija. “Métodos bayesianos para la comparación de modelos de predicción de niveles de ruido ambiental”. *XXV Symposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio (URSI 2010)*, Bilbao, Spain, 2010.

APÉNDICES

Apéndice A

Redes neuronales artificiales: Red *backpropagation*

A.1 Concepto general

Una red neuronal artificial (RNA) es un modelo matemático inspirado en la estructura y los aspectos funcionales de las redes neuronales biológicas. Una red neuronal se compone de un grupo interconectado de neuronas artificiales que procesa la información usando un enfoque de cálculo conexionista. En la mayoría de los casos una RNA es un sistema adaptativo que cambia su estructura basándose en la información externa o interna que fluye a través de la red durante la fase de aprendizaje. Aunque comenzaron siendo sistemas de cálculo sencillos, en los últimos años, las redes neuronales han llegado a ser potentes herramientas para el modelado de datos no lineales, utilizándose generalmente para modelar las relaciones complejas entre entradas y salidas o para encontrar patrones ocultos en los datos [16, 138, 157, 177].

El origen de las redes neuronales artificiales proviene del estudio del procesamiento que realiza el sistema nervioso central, sus neuronas y las distintas partes que las componen: axones, dendritas y sinapsis. Todos estos elementos constituyen las primitivas de procesamiento de las redes neuronales biológicas investigadas por la neurociencia [84]. No obstante, en las redes neuronales artificiales, las neuronas (nodos de procesamiento) suelen plantear sencillas ecuaciones y se conectan entre sí para formar una red de elementos a imagen y semejanza de la estructura de las redes neuronales biológicas.

Existen gran cantidad de variedades de redes neuronales artificiales. De forma

A. REDES NEURONALES ARTIFICIALES: RED BACKPROPAGATION

genérica, suelen estar formadas por una red de elementos de procesamiento sencillos que presentan un comportamiento complejo global determinado por las conexiones entre ellos y los parámetros de cada una de sus conexiones. Aunque una red neuronal artificial no tiene que ser necesariamente adaptativa, su uso práctico suele ir acompañado de algoritmos diseñados para alterar la fuerza (peso) de las conexiones en la red, produciendo de esta forma un proceso de adaptación a la señal de salida deseada.

Estas redes artificiales también son similares a las redes neuronales biológicas en el sentido de que el tratamiento de la información se lleva a cabo colectivamente y de forma distribuida a lo largo de las unidades de procesamiento sencillas, en lugar de existir una delimitación clara de subtareas para cada una de las unidades. Esto ha hecho que en la actualidad el uso de las redes neuronales es frecuente (aunque no está limitado) en campos tales como la estadística, la psicología cognitiva y la inteligencia artificial.

En los últimos años, el enfoque inicial de diseño basado en las evidencias biológicas ha sido abandonado en favor de un enfoque más práctico, buscando el objetivo de conseguir que las máquinas den respuestas similares a las que es capaz de dar el cerebro, que se caracteriza por su capacidad de generalización y robustez [42]. En algunos de estos sistemas las redes neuronales y las neuronas artificiales se utilizan como componentes en sistemas mucho más grandes que combinan elementos tanto adaptativos y como estáticos. Si bien el enfoque más general de tales sistemas adaptativos es más adecuado para la resolución de problemas prácticos, tiene mucho menos que ver con los modelos tradicionales de inteligencia artificial basados en los modelos realistas de la neurociencia computacional.

A.2 Funcionamiento de una red neuronal

Entre los parámetros que determinan la funcionalidad que es capaz de proporcionar una RNA de forma general se pueden destacar los siguientes:

1. La función de activación que convierte las entradas (ponderadas por los pesos) de una neurona en el estado de activación (o valor de salida) de dicha neurona.
2. El patrón de interconexión entre las diferentes capas neuronales o topología de la red.

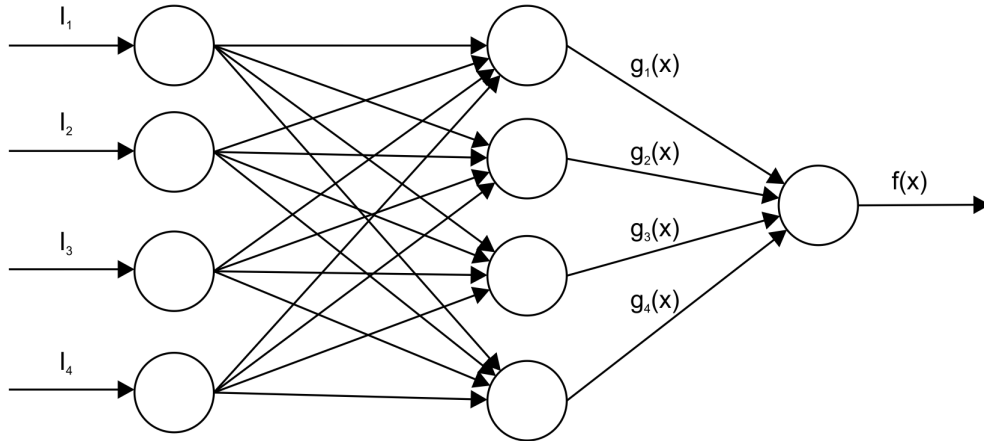


Figura A.1: Ejemplo de red neuronal artificial con 4 entradas (I_1, I_2, I_3, I_4) y una capa oculta que genera las funciones intermedias ($g_1(x), g_2(x), g_3(x), g_4(x)$). La salida final de la red es $f(x)$.

3. El proceso de aprendizaje encargado de modificar los pesos de las distintas conexiones.

Una descripción un poco más formal de la función que realiza una red neuronal $f(x)$ se define como la composición de otras funciones $g_i(x)$, que a su vez pueden ser definidas como la composición de otras funciones. Este tipo de modelos se suele representar gráficamente mediante una estructura de red que incluye flechas indicativas de las dependencias entre variables (ver Figura A.1).

Existen multitud de formas de clasificar las redes neuronales artificiales atendiendo a muy diversos parámetros. Sin embargo, una de las primeras clasificaciones que se suele hacer es en función del patrón de conexiones que presenta. Así, se definen dos tipos básicos de redes:

- Las redes de propagación hacia delante, también conocidas como *feedforward* o acíclicas en las que todas las señales van desde la capa de entrada hacia la salida sin existir ciclos ni conexiones entre neuronas de la misma capa [98], tal y como se muestra en la Figura A.2A.

A. REDES NEURONALES ARTIFICIALES: RED BACKPROPAGATION

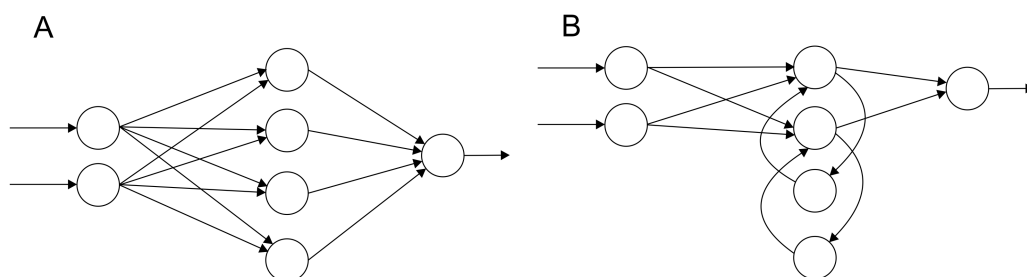


Figura A.2: Ejemplo de redes neuronales hacia adelante y recurrente. (A) Red hacia adelante que incluye 2 entradas, 4 neuronas en la capa oculta y 1 neurona de salida. (B) Red neuronal recurrente que incluye un elemento de memoria para cada una de las neuronas de la capa oculta. De esta forma, a la hora de generar la salida en el momento actual tendrá en cuenta no sólo las entradas actuales sino también las previas.

- Las redes recurrentes, también llamadas *feedback*, que presentan al menos un ciclo cerrado de activación neuronal [131]. En este tipo de redes se produce una realimentación de información hacia las neuronas previas (dando lugar al llamado efecto memoria). Un ejemplo de este tipo de red aparece en la Figura A.2B.

Pueden encontrarse una gran cantidad de modelos de ambos tipos de redes neuronales en la literatura existente. Ejemplos de redes unidireccionales (*feedforward*) son las tipo Perceptron [139, 140], las tipo Adaline y Madaline [173], o las del tipo Perceptron Multicapa (MLP) [142, 172], y de redes recurrentes son las redes ART [33], las del tipo Memoria Asociativa Bidireccional [96], del tipo Cognitron [64], redes Hopfield [88], Máquina Boltzmann [3] o redes tipo Kohonen [95].

A.3 La neurona artificial

En 1943, McCulloch y Pitts describieron un modelo abstracto y simple de una neurona artificial [115], el elemento básico de procesamiento en una red neuronal artificial. Dicho modelo está compuesto por un vector de pesos $\bar{\omega} = (\omega_1, \dots, \omega_d)^T$ equivalente a las conexiones sinápticas en una neurona real, el umbral de acción o activación ω_0 , el vector de entrada \bar{x} y la salida de la unidad y (escalar). Dicho modelo de neurona genera una única salida y , a partir de la aplicación de la función de activación γ a la

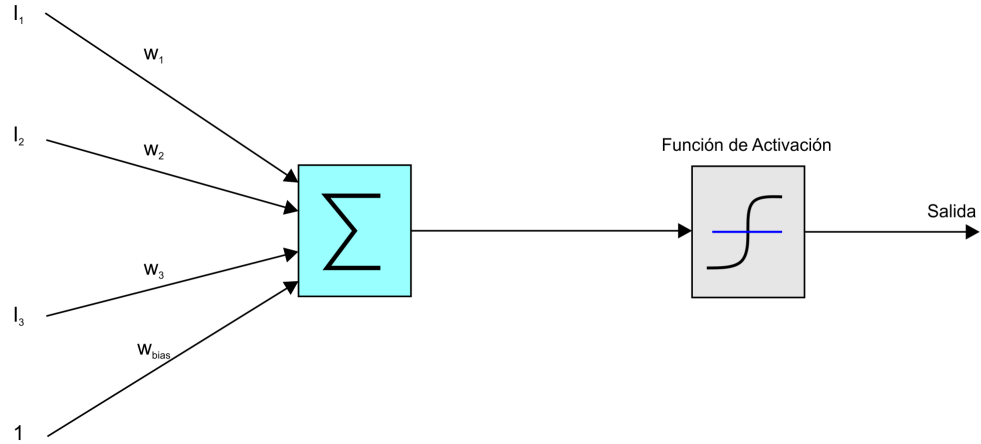


Figura A.3: Esquema implementado por una neurona artificial. Las entradas de la neurona (I_1 , I_2 e I_3) se suman tras ser ponderadas por los pesos (ω_1 , ω_2 y ω_3) y el peso de la componente continua ω_{bias} . Finalmente se aplica la función de activación para producir la salida de la neurona.

suma ponderada entre el vector de entrada $\vec{x} = (x_1, \dots, x_d)^T$ y el vector de pesos \vec{w} más un sesgo ω_0 . según se muestra en la ecuación A.1 y en la Figura A.3:

$$y = \gamma \left(\sum_{i=1}^d \omega_i x_i + \omega_0 \right) \quad (\text{A.1})$$

donde γ es una función no-lineal. La función propuesta por McCulloch-Pitts producía una salida binaria conocida como la función de todo o nada que equivale a la función signo dada por la expresión A.2:

$$\gamma(z) = \begin{cases} 1 & \text{si } z \geq 0 \\ -1 & \text{si } z < 0 \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

No obstante, existen gran cantidad de funciones de activación distintas, como es el caso de la función escalón (también binaria) o funciones continuas como es el caso de la función lineal $\gamma(z) = z$, la función sigmoide $\gamma(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$ (esta función ha sido la elegida para las implementaciones relacionadas con este trabajo) o la tangente hiperbólica $\gamma(z) = \tanh(z)$.

En resumen, y de forma general, cada neurona artificial es un nodo, el cual procesa información recibida desde varias entradas y da una determinada salida como respuesta

A. REDES NEURONALES ARTIFICIALES: RED BACKPROPAGATION

al estímulo recibido. Una neurona artificial recibe, normalmente, información de entrada procedente de otras neuronas (o una entrada de la red neuronal) y produce una respuesta, que puede ser tomada por otra neurona artificial o bien, puede ser la salida del sistema. Los datos de entrada son ponderados y el nodo es excitado por la agregación (suma) de las entradas ponderadas. Como se ha establecido anteriormente, la salida de la neurona es obtenida por la aplicación de una función de activación sobre la excitación en el nodo. En determinadas ocasiones, aparece una entrada adicional, conocida con el nombre de *bias*, la cual posee un valor fijo de 1 para todos los ejemplos, con el único objetivo de agregar un valor constante ω_0 al estado de excitación del nodo.

A.4 Mecanismos de aprendizaje

Gran parte del éxito cosechado por las redes neuronales en las últimas décadas se debe a su capacidad de aprendizaje. Dada una tarea específica para resolver y una clase de funciones F , una red neuronal es capaz de usar un conjunto de observaciones para encontrar $f^* \in F$ que resuelve dicha tarea de una manera óptima.

No obstante, para llegar a resolver dicha tarea es importante la acertada definición de una función de coste o error capaz de determinar cómo de lejos se encuentra una solución particular de la solución óptima del problema a resolver. A partir de ésta, los algoritmos de aprendizaje se encargan de buscar a través del espacio de soluciones hasta encontrar aquella que presenta el menor coste posible.

Una vez definida la función de coste, un aspecto importante en las redes neuronales artificiales es el paradigma de aprendizaje usado. Existen principalmente 3 paradigmas de aprendizaje:

- Aprendizaje supervisado. Para llevar a cabo un algoritmo basado en aprendizaje supervisado es necesario un conjunto de datos de entrada previamente clasificado o cuya respuesta objetivo se conoce, o dicho de una forma más formal: un conjunto de pares $(x, y), x \in X, y \in Y$ de manera que nuestro objetivo sea encontrar una función $f : X \rightarrow Y$ dentro del conjunto de funciones permitidas por nuestra red neuronal que se ajuste a dichos datos. Dentro de este paradigma de aprendizaje podemos encontrar problemas tan conocidos como es el caso del reconocimiento de patrones (o clasificación) o la regresión (o aproximación funcional).

- Aprendizaje no supervisado. Este tipo de paradigma no necesita de un conjunto de entradas/salidas previo. Por el contrario, para este tipo de algoritmos se proporcionan únicamente los datos de entrada y una función de coste a minimizar. Este tipo de paradigma es muy usado en problemas tales como la compresión de datos, donde se pueden usar funciones de coste relacionadas con la información mutua entre la entrada x y la salida de la red $f(x)$, o modelado estadístico, para el que se usarían funciones relacionadas con la probabilidad a posteriori de los datos.
- Aprendizaje reforzado. En el aprendizaje por refuerzo los datos de aprendizaje suelen ser generados a lo largo de la interacción de un agente con su entorno. De esta forma, en cada instante de tiempo t , nuestro sistema realiza una acción y_t y el entorno genera una observación x_t y una función de coste instantánea c_t de acuerdo con su dinámica (generalmente desconocida a priori). Este tipo de entornos se suelen modelar como procesos de decisión de Markov, siguiendo un enfoque probabilístico que se escapa del ámbito de este trabajo.

A.5 Ventajas e inconvenientes

Las redes neuronales artificiales presentan una serie de ventajas que podemos resumir en los siguientes puntos:

- Pueden resolver tareas que requieren sistemas no lineales ya que la inclusión de al menos una capa intermedia en una red permite que las salidas generadas sigan respuestas no lineales.
- Son sistemas de aprendizaje robustos. El eventual fallo en uno de sus elementos no impide que la red pueda seguir funcionando debido a la naturaleza paralela de estos sistemas. Este aspecto es de especial interés a la hora de realizar una implementación en hardware.
- Son sistemas altamente generalizables. Las redes neuronales, debido a su capacidad de aprendizaje, pueden ser usadas para la resolución de problemas muy diversos sin necesidad de ser reprogramadas.

A. REDES NEURONALES ARTIFICIALES: RED *BACKPROPAGATION*

- Son sistemas fácilmente implementables incluso sin conocimientos muy específicos. La naturaleza adaptativa de las redes neuronales permite que puedan ser usadas por profesionales sin especialización en el campo, y sin tener conocimientos específicos del problema o de la función que supuestamente resolvería éste.

No obstante, el uso de redes neuronales puede dar lugar a una serie de problemas que es necesario tener en cuenta:

- Necesitan una fase previa de entrenamiento para operar. Esto además conlleva la obligatoriedad de contar con *ejemplos* de pares entrada/salida (únicamente entrada si se trata de aprendizaje no supervisado) con los que se realizará el entrenamiento. Por otro lado, los algoritmos de aprendizaje empleados suelen dividir los datos existentes en conjuntos de entrenamiento y conjuntos de prueba o test. La selección del tamaño de los conjuntos y la forma de intercalarlos dista mucho de ser una cuestión trivial, y puede hacer variar en gran medida la bondad de la solución obtenida.
- El procesamiento de grandes redes neuronales requiere un tiempo de cómputo alto. Además, su implementación en sistemas software suele ser difícilmente paralelizable debido a las altas necesidades de comunicación/sincronización entre los distintos nodos.
- Existen gran cantidad de arquitecturas de red diferentes, y que requieren diferentes tipos de algoritmos. Por tanto, un estudio preliminar sobre la arquitectura de red a usar será necesario para obtener resultados óptimos.

A.6 Las redes *backpropagation*

En 1986, Rumelhart, Hinton y Williams, formalizaron un método para que una red neuronal aprendiera la asociación que existe entre los patrones de entrada y las clases correspondientes, utilizando varios niveles de neuronas [142]. El método *backpropagation* (propagación del error hacia atrás), basado en la generalización de la regla delta, a pesar de sus limitaciones, ha ampliado de forma considerable el rango de aplicaciones de las redes neuronales. Aunque originariamente este método surgió como un algoritmo de aprendizaje en redes neuronales, debido a la fama que ha alcanzado y a lo frecuente

de su uso con el tiempo las propias redes neuronales que utilizan dicho algoritmo de aprendizaje han llegado a ser conocidas con este mismo nombre (redes *backpropagation*).

El funcionamiento de la red *backpropagation* (BPN) consiste en el aprendizaje de un conjunto predefinido de pares de entradas/salidas dados como ejemplo, según los siguientes pasos:

1. Se aplica un patrón de entrada como estímulo para la primera capa de las neuronas de la red y se va propagando a través de todas las capas siguientes hasta generar la salida de la función de activación de cada elemento de la red.
2. Se compara el resultado en las neuronas de salida con la salida que se desea obtener (según cada par de entrada/salida existente) y se calcula el valor de error para cada neurona de salida según la función de coste.
3. Los errores se transmiten hacia atrás en la red, partiendo de la capa de salida hacia todas las neuronas de la capa intermedia que contribuyan directamente a la salida. De esta forma se generan las funciones delta de cada una de las salidas/neuronas ocultas. Este proceso se repite, capa por capa, hasta que todas las neuronas de la red hayan recibido un error que describa su aportación relativa al error total.
4. Basándose en el valor del error recibido (función delta) y el valor de entrada a la neurona se calcula el gradiente del peso para cada una de las sinapsis de entrada, modificando de forma multiplicativa en sentido contrario el peso de dicha conexión.
5. Se repite todo este proceso de forma progresiva hasta que la red presente unas prestaciones aceptables para nuestro problema.

Como el nombre del algoritmo indica, los errores se propagan hacia atrás desde las neuronas de salida hacia las capas ocultas. Es por ello que el algoritmo calcula el gradiente del error de la red teniendo en cuenta los pesos de las conexiones. Este proceso a menudo permite una rápida convergencia hasta llegar a mínimos locales del error para el problema que están resolviendo.

Las redes *backpropagation* deben ser necesariamente redes multicapa, y generalmente suelen incluir una capa de entrada, una oculta y una capa de salida. Adicionalmente,

A. REDES NEURONALES ARTIFICIALES: RED *BACKPROPAGATION*

para conseguir que la capa oculta llegue a ser útil en el resultado final, es necesario que estas redes presenten funciones de activación no lineales. Esto se explica ya que una red multicapa con funciones de activación lineales es equivalente a redes con una única capa, por lo que generalmente se usan funciones de activación tales como sigmoidea, gaussiana o logística.

La importancia de la red *backpropagation* reside en su capacidad de autoadaptar los pesos de las neuronas de las capas intermedias para aprender la relación que existe entre un conjunto de patrones de entrada y sus salidas correspondientes. Esto le confiere una notable capacidad de generalización, esto es, facilidad de dar salidas satisfactorias a entradas que el sistema no ha visto nunca en su fase de entrenamiento. De esta forma, la red debe encontrar una representación interna que le permita generar las salidas deseadas cuando se le dan entradas de entrenamiento, y que pueda aplicar, además, a entradas no presentadas durante la etapa de aprendizaje para clasificarlas [42].

Uno de los principales inconvenientes del algoritmo *backpropagation* es la gran carga computacional que necesita para llevarse a cabo. Es por ello que han surgido implementaciones paralelas que pueden reducir ostensiblemente el tiempo que necesita para converger. Especialmente eficientes son estos algoritmos cuando se realiza el aprendizaje por lotes (disponiendo a priori del conjunto completo de entrenamiento). En este tipo de algoritmos cada hebra (o proceso) ejecutaría las propagaciones adelante y atrás para un subconjunto de los datos y posteriormente, los pesos calculados y los valores delta se acumularían después de cada iteración, produciendo una convergencia mucho más rápida.

Cabe destacar que el algoritmo *backpropagation* presenta algunas limitaciones como es la convergencia lenta (e incluso no garantizada) hacia una solución, que por otra parte puede no ser óptimo global sino únicamente local. Además, este algoritmo requiere que los datos de entrada sean previamente normalizados, tal y como se explica más profundamente en el Capítulo 5.2 de este trabajo, donde hacemos uso de este tipo de redes.

Apéndice B

**Procedimiento y sistema para
estimar caudales de tráfico
rodado a partir de los niveles de
ruido ambiental (Memoria
técnica de la patente)**

PROCEDIMIENTO Y SISTEMA PARA ESTIMAR CAUDALES DE TRÁFICO RODADO A PARTIR DE LOS NIVELES DE RUIDO AMBIENTAL

Á

OBJETO DE LA INVENCIÓN

5 ŠæÁ |^•^} c^Áā ç^} &̄} Á•^Á^} { æ&æÁ^Á{ æ^!æ^*^} ^!æ^Á^} Á^|Á&æ } [Áâ^Á| • /
• ā c^ { æÁâ^Á& } d [Áâ^Á| æ ÉÁ Á | • Á& } &^æ ^} c^Á} Á^|Á&æ } [Áâ^Á|æ } |ā ā Áâ^ /
|æ Á^fiæ^•Á [} [|æ Á | | ā &ææ Á | | Á|Á| æ Á | āæ [ÉÁ

Ò|Á àbç Á |ā &ā æÁâ^ÁæÁ ç^} &̄} Á•Á } Á . .ç à [Á ææ^•ç æÁ | • Á&æ āæ^•Áâ /
d | æ Á | āæ [Á } Á } æçōā~ |æ c^Á } Á | ā à [Áâ^Áç { } [Áâ^c^ | ā æ [Áæ] æç /
10 g) ææ ^} c^Áâ^Áæ^ ^āææ^Á^ ā [Áæ àā } æ^Á } Á&æçōā^Á| æ ÉÁ

Á

ANTECEDENTES DE LA INVENCIÓN

Ò) Á|ææ&c æææÁ çā c^} Á } { ^ | [• [• Á • ā c^ { æ Á ~ ^Á • ç æ Á | • Á&æ āæ^•Áâ /
d | æ Á } Á^|Áç { } [É& { [Á | | Á^b { } [| Á | • Á æ [] ^•Á • ç æ | • Áâ^Áç { } [É|æ /
15 ^•] āæ Á æ } . .ææ Á Áæ & { ææ Á^Á | ææ&̄ } ÉÁ

Š | • Á æ [] ^•Á • ç æ | • Áâ^Áç | æ Á • ç } Áâ^ā æ [• Á | | Á~ } &ā } ^•Á { æ { | ææ /
~ ^Áâ^ } ā } ÉÁ } Á^*^} ^!æÉâ^Áæ [] æ Á & } ā ~ |æ&̄ } Á | àæ æÉâ^Áâōā^Áæ
•^ { æ æ Áâ^Áæç | æ } Áæ ~ ^çææ^Á^Á • ç āæ [Á|Áç | æ ÉÚā Á { àæ* [ÉÁ } /
ā & } ç^} ā } c^Áâ^Á • c^Á ā c^ { æ^Á • Á ~ ^Á • ç • Á æ [] ^•Á [Áç] ^} Á } Á&^ } æÁæ
20 çæ&̄} Á } Á^|Á&æ āæÁâ^Áç @ [• Á } Á } Á ā { [Á | ā à [Áâ^Áç { } [ÉÁ Áâ^ | • /
@æ Á ~ } æ Á * | æ Á &æ ææÁ ā^Á [• æ^•Á] æ [] ^•Á • } æā É { } [| æ^•Á ā /
& { } [| ç ā } ç Áâ^Áç | æ Á ~ ^Á @æ | æ^•Áâ • çæÁæ&ææ [Á& } &^ç Áç È
Š @ æ } Áâ^Á&c^āāæ āÁā~ • ā^Á& } d æ ~ ç } • Áç Á | àæ ÁçææÁ | , Á æ | } • É
Ò : [] @ • Éâ çÉÁ | ÁçÉÁ] Éç ì . G | ÉçÉçÉÁ

Šæ Á •] āæ Á æ } . .ææ Á [] Á | ^ { ^ } ç • Á ^ ç | æ • Á& [| ææ [• Áæ Á | Á | [] ā Á { ^ /
ā^Á|æçōā~ ^Á { } | | æ Á | [• Á^ } 5 { ^ } [• Á • æ | • Áâ^Á^|Á^çd { { æ } ^ç { [Á } ææ
ā^c^ &æÁ | Á æ [Áâ^Á | • Áç^ @ [• ÉÔ~ æ à [Á } Áç^ @ [Á } ææ [| Á } &ā æ^ /
• ā c^ { æ^Á^Á^ } ^!æ } æçōā~} Á } Á^|Á&æ } [Á æ } . .æ Áæ • ææ [| Áæ æ æ

{ ^o |ãæÁ^|Áç^ @& || ÁÇWÁÉÈ Ì FÈ Ì J DÁUã Á{ àæ* [ÈÁãÁã • çææ& } Á^Á^ } ãæ /
 { æ } ..ãæ Á^ ~ ã^ ^Á& | çæÁ | Á çæã ^ } ç Á çæã ~ Áã • çææ& } ÈÁ ç || {] ã } à[Á [/
 çæ ç Á çæã& | çæ& } ÈÁç^ { | • ÈÁ 5 || Á^Á^ ~ ^á^Áá^ç^ & çæÁ } Áç^ @& || Á [| Á çæã æ
 à[àã çæã • çææã ÈÁ | Á ~ ^Á^ ~ ^á^Á^ ~] [] ^! Á ~ ^Á^ [Á^Áá^ç^ & çæÁ } Áç^ @& || • Á ~ ^/
 5 &ã& | çæ Á } Á çæã || ÈÁ

Ò) Áç^ | & | Á^ * æ ÈÁ • ç Á | Á^ • [Áá^Á& { çæ Á ~ ^Á | çæ çæ Á | Á | çæ Á çæã ~ Áã | |ãã /
] [• ç | ç | Á^ Á^ } Áã {] [Á^ çæ ÈÁ W Áã] [| çæ ç Á çæ &] ç^ } ã } ç Áá^Á^ • ç Á^ .. ç à[Á^ Á^ |
 ^ | çæã [Á& | • ç Áá^Á^ çæã • çææ& } Á^ Á^ çæ ç } çã ã } ç Áá^Á^ ã ç { æ ÈÁç^ { | • ÈÁ ç^ |
 &] ç [Á^ [Á^ Á^ ^ çæ ç Áá^Á^ | { çæ ç ç { | çæ ÈÁ [Á^ Á^ ~ ^á^ } Á^ àç^ ^! Áá çæ • Á^ } /
 10 çæ {] [Á^ ^ çæ Á^ Á^ Á^ ^ & • çæ Á^ ^! • [] çæ Á ~ ^Á^ ~] ^! çã ^ Á çæ Áã | * ^ } • ÈÁ || Á ~ ^/
 ^ } çæ & ^ Á çæ } Á | • Á^ | Á | [& áã ã } ç ÈÁ | Á^ ç [Á çæ ÈÁ ç^ | Á&] ç [Á^ Á^ çæ ç Áá^ /
 ç | { çæ ç ç { | çæ ÈÁ • ç Á^ ~] ^! çã çæ } ÈÁ^ Á^ ^ & • çæ Á^ Á çæ çæ çã } ç Áá^Á^ } Á^ | çæ /
 ç [| { ^ } Áá^Áã ç | { çæ ç } Á^ } Á ç | { çæ Á ç çæ ÈÁ çæ { | • Áá^Ááã] [] ^! Áá^Á^ } çæ
 çã • çææ& } Áçæ & çæ çæ Á^ Á& { çæ ç Á ~ ^ Á çã çã } Á^ çã [• Á^ Á^ çæ ÈÁ

15 Ò) Áá^ çã çæ çæ ÈÁ çã ç Á çæ } Á^ } Á^ • ç Á çæ] [Á çæ ^ & • çæ çæ Áá^ Áá^ çæ | || çæ Á ç ç { çæ Á ~ ^/
] ^! { çæ ç &] [& ^! Á | Á çæ ç ç Áá^ Áá^ | çæ Á [çæã [Á [| Á^ } çæ ç ç Áá^ Áá^ } Á [à[Á &] 5 { çæ /
 ^ Á çæ Áá^ Áá^] | ^ { ^ } çæ ÈÁ

Á

DESCRIPCIÓN DE LA INVENCÓN

20 Ò) Áçæ àã } ç Á [] [| Á^ • ç Áá^ ç { çã çæ [Á [| Á^ } Áçæ] | ç Á çæ * [Áá^ Á^ çæ } çæ á^ • Á ~ ^/
 çã ç ~ ^ } Á^ } Á^ [• Á çã ^ ^ Áá^ Á^ | ^ • çæ } Á [] [| çæ ÈÁç^ ~ } çæ Áá^ Áá^ çæ çæ Á çæ } çæ á^ • Á^ • ç } /
 | ^ | çæã } çæ çæ Á& } Á çæ Á | [] çæ Á^ ^ } ç • Áá^ Á^ çæ ÈÁ çã } çæ Á ~ ^ Á^ çæ Á^ Á^ çã ^ } Áçæ
 &] áã çã } ^ • Áçæ àã } çæ • Á^ Áá^ Á^ } ç | [Á ~ ^ Á^ ~ ^á^ } Á&] çæ çã ç Áá^ Áá^ [| çã ~ çæ Á /
 çæ] | çæ çæ Á^ Á^ çæ ÈÁ çæ çæ [| çæ Áá^ Áá^ çæ çæ } çæ á^ • Á^ [] Á^ • ç çæ çæ Á^ } Á^ | Áã {] [È
 25 &] { [Á [| Á^ ç {] [Á^ | Áçæ & ç Á^ Áá^ çæ çæ Áá^ } çæ çæ Á^ } Á çæ çæ | çæ ÈÁ çã } çæ Á ~ ^/
 [çæ Á^ ~ ^á^ } Áçæ àã çæ çã } çæ çæ çæ çæ ^ } ç Á^ } Á^ } çæ } Áá^ Áá^ çæ {] [Á^ Áá^ Áá^ ~ çæ È
 &] { [Á [| Á^ ç {] [Á^ | Áçæ çã çã çæ Áá^ Áá^ | çæ ÈÁ

Š | • Á ç ç^ } ç | ^ • Áá^ Áá^ | ^ • ç } ç Á ç ç^ } çæ } Á ç ç Áá^ çæ | || çæ [Á^ } Á^ | [& áã ã } ç Á ~ ^/
] ^! { çæ Á^ • çã çæ [• Áçæ çã çæ Áá^ Áá^ | çæ Áá^ Áá^ } çæ çæ Áá^ ~ çæ ç Á^ } Á^ | çã à[Áá^ Áá^] [/

~ qā æ å [Á c&~ • qæ ^ } c Áæ Á ^ aāæá^|Á~ æ [Áæ àà } æ Á } Á æ æ æ æ æ æ Á | • Éæ
 æ ç) & } Á ^ | { æ Á • ç æ Á } Á æ {] [Á ^ æ Á á á Á ^] ^ | ç æ æ } Á æ { æ æ [• Á æ æ æ æ /
 a^ Á æ ç ç • Á æ [• Á ^ Á ^ æ [[• É] Á æ æ | æ Á ^ æ [[• Á æ ^ | [• É ^ æ [[• Á ^ • æ [• /
 ^ Á [ç & æ ^ æ Á Á æ [{ [ç ^ Á • É æ æ ^ | } & æ Á Á æ ^ } [• Á .. ç æ [• Á &] [& æ [• É æ [[/
 5 | æ Á ^ •] æ æ Á { æ } .. æ æ É | æ Á ç) & } Á | [] ^ • æ Á • [[Á | ^ ~ æ | ^ Á | ^ • [Á a^ /
 • [] 5 { ^ ç [• Á ^ Á ç [• Á aæ] [• æ [• Á a^ Á (^ aāæá^|Áæ | ^ • æ) Á • [] [| æ ç ^ ^ Á æ ^ /
 ^ } & ^ } ç æ Á æ • æ æ [• Á ^ } Á | æ Á æ æ ^ Á a^ Á } ^ { ^ | [• Á { ~ } æ æ æ • É ^ Á a^ Á } /
] | [& • æ [| Á ^ Á ^ | { æ æ æ | æ æ Á | Á .. ç æ [Á a^ Á æ ç) & } Á æ [• Á æ • Á æ } æ [• É
 Ú Á æ æ [| Á æ ç É Á Á } Á .. ç æ [Á æ] | ^ Á Á ^ } & [É Á æ ^ æ] | æ æ æ } Á • Á ^ ~ ^ /
 10] [& Á ç æ æ æ V æ æ aä } Á ^ | æ [[• æ | Á & { æ æ æ Á • c Á æ c { æ & } Á ç [• Á ^ } • [^ /
 ~ ^ Á æ à a | æ á a [] } æ | Á æ æ æ æ } ^ Á aæ • Á æ æ } æ ^ Á a^ Á } ç [] [Á | æ æ [Á ^ /
 æ {] [Á æ É

Ò | Á | [& aæ æ } ç Á a^ Á | æ ç ç) & } Á • Á æ | æ æ | Á ^ } Á } ç [] [• Á | æ æ [• Á & } Á ^ } æ
 a^ } • æ æ Á ^ aāæá^|Áæ | æ Á a [] a^ Á • c Á & } • æ ^ æ | æ ^ } c Á a [{ æ æ c Á a^ /
 15 | ~ æ [É] Á æ æ | æ Á | • Á a^ Á F É Á Ó Á a^ Á } æ | Á ^ aæ Á a^] ^ ç Á æ Á ~ æ [Á a^ Á ç æ /
 ~ ^ } c • É æ { | • É | Á | [& aæ æ } ç Á a^ Á æ ç) & } Á | ^ • ^ } æ | æ ^ } æ æ Á ^ æ } ^ | /
 ~ } æ æ [| Á | ^ æ æ } Á ^ Á [• Á .. ç æ [• Á æ c | æ | ^ • É æ ^ Á a^ Á æ [{] | æ æ [Á ^ /
 & } • æ ^ Á | ^ a^ æ Á | Á g { ^ | Á ç æ Á a^ Á ^ æ [[• Á æ æ Á Á æ ~ ç • Á & } Á } Á | [&] æ /
 a^ Á | [| Á ^ | Á æ | Á Á Á ^ a^ Á

Ú [| Á ç [Á æ [É • c Á .. ç æ [Á [Á ^ & • æ æ | æ Á æ æ æ Á a^ Á æ [] ^ Á • c æ [• Á ^ /
 a^ c | { æ ^ } Á | Á & {] [| æ æ æ } ç Á a^ Á | æ | É æ æ ^ Á } Á æ æ Á ^ | æ æ [Á a^ Á æ {] [Á ^ /
 [à æ } ^ Á æ • ç æ } Á a^ Á | • Á æ æ æ Á a^ Á | æ | Á & [] [] aæ } c • Á æ [• Á æ ^ | Á a^ /
] | ^ • æ } Á [] [| æ Á & * æ [• Á } Á æ æ ^ É

Š æ ç [| { æ æ } Á æ } æ æ [| Á ^ aæ Á a^ Á .. ç æ [Á a^ Á æ ç) & } Á ^ a^ Á {] | ^ æ • ^ É
 25] [| Á æ {] [É æ æ

É Á Ò [] ç [| æ Á a^ Á ç [Á a^ Á ç | æ Á [] [| Á : [] æ Á ^ | æ æ æ É [] | Á a^ {] [É
 | ^ • ç * æ } æ [Á æ & | æ } Á a^ Á ^ æ [[• Á ^ • æ [• Á } Á a^ c | { æ æ æ Á a^ É

É Á Ú æ } ^ | Á æ [| { æ æ } Á æ æ } æ Á æ æ | Á & } æ ^ | æ æ } Á ^ | æ æ æ & { [/
 a^ æ æ Á | Á g { ^ | Á a^ Á æ æ æ æ } ç • Á æ æ [ç & æ ^ æ É

Ē Ü^*~ |æÁ^ { | { | | •Ē

Ē Òc áæÁ/æ áæÁ^ | æ ÁÁ~ Á^æ } & } Á/ } æ Á ~ æ [Á [| Áæ] [àæ } Á^Á^æ àæ Á•c áæĒ

5 Ē Ö•æ: [|æÁ [] 5 { ^d [•Á~ Á^ ~ ^•d^ } Á^Á^ { |æā ~ |o } ^æ [•Á æ^ / á^Á] ^•æ } Á• [] [|æÁ Á [•Áæ áæ^•Á^Ád | æ Á^* ā dæ [•Á~ |æ Á^ } æ { ^áæ } Ē

10 Ö^Á æ ^|æ^ ^|æĒ } Á [á^ [Á^Á•] æā •Á^Á•æ [•Á•Á } æ^ | ^•^ } / { æ^ | æÁ^Á } Á ā c { æā æ Á^• & ā Á ^áæ c^Á } Á } b { d Á^Á } dææ Á / •ææ Á^|æā } ææ Á [|Á & æā } ^•Á } Áā~^ } &æ Á^Á | ā ^|Á |á^ } Á~^Á^ /] ^á^ } Á^ | ^•æ Á^Á^ | { æ (æāĒĒ) áæ ^ } æ^ ^ } cĒ | Á [| & áā ā } d Á^ / ^•ā æ } Á~^Á [| [] ^Á•æā ç^ } & } Á•o Áææ æ [Á^ } Á [á^|æÁ^Á ā c { æ áā | { æ Áæ [&æ [Á^Á | æ Á [áæ [& { [Á } Á•] æā Á^Á•æ [•Ē

15 Ö^Á |Á | ^•^ } cÁ [& { ^ } d Ēæ Á & æā } ^•Á~^Á^~^ } Á | Á [á^ [Á^Á•] æā / á^Á•æ [•Á•o } Áææ ææ Á } Á ..d á [•Á•æā æ [Á^Á^ [Áæ^•æ [Á^ } Á [• / ~^Á^Á^ {] |æ Á à^|çæā } ^•Á [Áā { | { æ } Á àc } æ& } Áæ c | ā | ææÁÇa priorĒ] æÁ&æ |æÁæ | àæāæÁ^~^Á~ } æ^•ā æ } Á [Á 5c•ā Á^æ & |æĒæ Áçææ^•Á^Á•æ [Á^ } Á | Á ..d á [Á^Á^ ç^ } & } Á [] Á~^ |æ Á~^ / ā ~^ } Á } Á [•Á æ^ / Á^Á | ^•æ } Á [] [|æÁ^Áçæ } & ^•æ } Ē Á^Áæ } Á / çææ^•Áāā | { æĒ Á^Á&Ē [•Á] [] ā •Áæ áæ^•Á^Á^ Ç [[•Á] ^•æ [•Ē |ā^| •Ē^Á { [d &^ææ [[d | ^•Á~^Á^á^æ &æ |æĒ^Áçææ^• / ^•o æĒĒ { [Áæ^ | &æÁ^Á | æĒ [Á^Á^æ] & @ |æÁ^c |æÁ^ÁæĒ^Ē ~Á dæ Ē

25 Óæ | } á [^Á^ } Á |Á^•] æā Á^Á^•æ [•Á] |æ cæ [Ē^Áæ |æÁ~ } Á { ..d á [Á^ / ā dæ [Ē | ^•^ } c^ ^ } c^Á } Á d [Á^Á^æ } áæ [Ē] æÁ^çæÁ&æ [Áæ ^•ā æ } Á^Á [•Áæ áæ^•Á^Á | æ Á [áæ [Á^•^æ [•Ē

Ö^Á^ ^|æĒ } Á } æ | [çæ æ } Á•æā cæÁ^Á^dæ [Áā ^æĒ^Á~ { ^Áæ ^çæ } &æÁ^Á& | d •Á] æ { ^d [•Á•æā æ [•Áç [|Á^b {] [Ē |æ { ^áæÁ |æ çææ : æÁ^Á^fiæÁ^Á } Á~æ [Áæā [Á [Á^•^æ [Ē] Á d [Áā ^æÁ^æ^ / & { [Á^ } dææā { | { æ } Á [à^Á^Á^~æ [Á^Á^ c } æā ā ā æÁ [•Á^& d •Á^ /

5 $\mathbb{P}(\mathbf{y}|\mathbf{x}, \theta) = \prod_{t=1}^T p(y_t | x_t, \theta)$
 $p(y_t | x_t, \theta) = \frac{1}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (y_t - g(x_t; \theta))^2\right)$
 $\log \mathbb{P}(\mathbf{y}|\mathbf{x}, \theta) = \sum_{t=1}^T \log p(y_t | x_t, \theta)$
 $= \sum_{t=1}^T \left[-\frac{1}{2\sigma^2} (y_t - g(x_t; \theta))^2 - \frac{1}{2} \log \sigma^2 \right]$
 $= -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^T (y_t - g(x_t; \theta))^2 - \frac{T}{2} \log \sigma^2$

10 $\mathbb{P}(\mathbf{y}|\mathbf{x}, \theta) = \prod_{t=1}^T p(y_t | x_t, \theta)$
 $p(y_t | x_t, \theta) = \frac{1}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (y_t - g(x_t; \theta))^2\right)$

$$x_t: p(x_t | x_{t-1}), \theta$$

$$y_t: p(y_t | x_t, \theta), \theta$$

15 $\mathbb{P}(\mathbf{y}|\mathbf{x}, \theta) = \prod_{t=1}^T p(y_t | x_t, \theta)$
 $p(y_t | x_t, \theta) = \frac{1}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (y_t - g(x_t; \theta))^2\right)$

$$p(y_t | x_t, \theta) = N(y_t; g(x_t, \theta), \sigma^2)$$

20 $\mathbb{P}(\mathbf{y}|\mathbf{x}, \theta) = \prod_{t=1}^T p(y_t | x_t, \theta)$
 $p(y_t | x_t, \theta) = \frac{1}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (y_t - g(x_t; \theta))^2\right)$

25 $\mathbb{P}(\mathbf{y}|\mathbf{x}, \theta) = \prod_{t=1}^T p(y_t | x_t, \theta)$
 $p(y_t | x_t, \theta) = \frac{1}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (y_t - g(x_t; \theta))^2\right)$

$\{ \theta \mid \theta \sim p(\theta) \}$ & $\{ x_t \mid x_t \sim p(x_t \mid x_{t-1}, \theta) \}$

$U(\theta) = \prod_{t=1}^T p(x_t \mid x_{t-1}, \theta)$

$$p(x_{i,t} \mid x_{i,t-1}) = N(x_{i,t}; x_{i,t-1}, \alpha_i^2), \quad i = 1, 2, 3, 4$$

$\theta = \{ \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 \}$

$\theta \sim p(\theta) = \prod_{i=1}^4 N(\alpha_i; \mu_i, \sigma_i^2)$

10

$$p(x_t \mid y_{1:t}) = N(x_t; \bar{x}_t, P_t)$$

$\bar{x}_t = E[x_t \mid y_{1:t}]$

15

$\theta \sim p(\theta)$

$$\bar{x}_{t|t-1} = E[x_t \mid y_{1:t-1}]$$

$$P_{t|t-1} = \text{Cov}(x_t \mid y_{1:t-1})$$

20

θ

$\bar{x}_t = \bar{x}_{t|t-1} + k_t(y_t - \bar{y}_t)$

$$k_t = P_{t|t-1} h_t^T (h_t P_{t|t-1} h_t^T + \sigma_1^2)^{-1}$$

$$\bar{y}_t = h_t^T \bar{x}_{t|t-1} + \sigma_1^2$$

25

$$P_t = P_{t|t-1} - k_t h_t P_{t|t-1}$$

$\hat{\theta}_t = \hat{\theta}_{t-1} + \frac{\partial g(x_t, \theta)}{\partial x_t} \Big|_{(x_t = \bar{x}_{t-1})} \hat{\theta}_{t-1}$

$\{ \hat{\theta}_t | \hat{\theta}_t \sim p(\hat{\theta}_t | \hat{\theta}_{t-1}, x_t) \}$ is the *posterior* distribution

5 $\hat{\theta}_t \sim p(\hat{\theta}_t | \hat{\theta}_{t-1}, x_t)$ is the *posterior* distribution

10 $\hat{\theta}_t \sim p(\hat{\theta}_t | \hat{\theta}_{t-1}, x_t)$ is the *posterior* distribution

15 $\hat{\theta}_t \sim p(\hat{\theta}_t | \hat{\theta}_{t-1}, x_t)$ is the *posterior* distribution

25 $\hat{\theta}_t \sim p(\hat{\theta}_t | \hat{\theta}_{t-1}, x_t)$ is the *posterior* distribution

ā ç^} &#) ÈÙ^Áē |^&#ā85{ [Á^Á àç^ } ^} Á | • Á ā^ | • Á^Á | • • } Á [] [| aÁÇEDÁ [| /
 { ^āā Á^Á } a^ • a&# Á^Á [] ā | ā a&# ÁÇFDËÖ • ç • Áāē • Á [] Áç } • { āā [• Á^Á } /
 { ^āā Á^Áç } • { ā ā } Èē (a&#^ } aē ā } ç ÁÇGDÁ^* g) Á • Á | • Áāē • Á^ | • } Áçāā [• /
 ā { ^āāē ^ } ç^ Á^ } Á } Á [{ ^ } ç Á [• ç | ā | ÈÖZ&] ç ~ a&# È | • Áāē • Á^Á | • • } /
 5 • [] [| aÁÇEDÁ aē aē Á^Á } Á | | &# • aā [| ÁÇHDA ~ ^Á • ç aē | • Á&#ē āē • Á^Áç | aē /
 | | āā [Á^ } ā } ā [Á^ } Á&#^ } aē aē Á&#a&#ç | ò aē Á^ÁçççÁÇFDÁ^Á&#^ | ā [Á&#] Á^ /
 | | &#āā ā } ç Á^Áç | • • } ç^ Á ç^ } &#) ÈÙ | Áç | ç [È^Á çā aē } Áā [] • āā [Á^ /
 • aē aē ÁÇ DÁ [| Á^ {] | | Á } aē aē aē | Á ā aē È | aē aē | { āā Áāç ~ aē a&# } Á^Á | • /
 &#ē āē • Á^Á | aē Á • ç aē [• ÁÇ DÁ

10 Ö^•ā^Á•ç^~ } ç Á^Áçā aē È | Á . ç ā [Á |] ~ ^ • ç Á^Á ~ ^ā^Á&# • &#āÁ [| Á ^āā Á^ /
 | | • Áā ~ ā } ç • Á&# aē [Á aē [• Á

Úæ [ÁÈÖ a&#ā a&#) ÈÁ

Úæ a&# • aē Á | Á [ā | | Á^Áç aē [Á ~ ^Á^Áç aē aē | a&#Á } Á | Úæ [ÁÈÁ^Á ā^ } Áç /
 ç a&#ā | • Á^Á • aē [Á • ç aē Á ~ ^Á&#a&#ç | ā aē ÁçççÁ^ • ç āā a&#Áç ç a&#ā | • Á^ /
 15 ^ • aē [Á • ç aē Á çā aē Á^Áç } Á^ | &#ā } aē [Áā aē ç Á^Á • ç āā • Á | çā • Á [à^ /
 ç a&#ā | • Á&#g • aē È&# { [Á | Áçç || Á^ÁÇÈÁÈÁ | aē È^ ÈÖ^ } aē ÈÖÈÙÈÙ ~ ā ÈÖÈ
 Üæ [• ÈÜāē È T È Zæ [| aē [È È Ü ~ ^ } aē aē | aē [Á%riorization of acoustic
 variables: Environmental decision support for the physical characterization of
 urban sound environments ÈÖ āā * Áē āÖ) çā [] { ^ } È | ó Á | ÈÇFÈÁ | • ÈÁ | | .

20 FI | JÈ

Ö^Á&#^ | ā [Á&#] Á • ç È | aē Áç a&#ā | • Á^ | • āē Á^Á (~ ^ • ç aē Á^ } Á | aē Vāē | aē ÈÁ /
 &# { | ^ } ā } Áç | | &#āā Á ^āā } ÁçççÈÁ | Á g { ^ | | Á^Á&#ā | • Á Á^ } [• Á } aē
 ç a&#ā | Á&# aē aē aē ~ ^Á&#a&#ç | ā aē | Áç [Á^Áā aē } Á ~ } &#) Á^Á } [• Á&# aē | ā • /
] | ^ • aē | ^ āā [• Èāā { | • Á^Á | aē } @ | aē Á^ÁçççÁ^ Áç aē | aē Á^Á | • Á^āāā • /
 25 &#ā&# } āā ç • ÈÙ^Áç [] | | āā [Á ç | ā ^ } aē { ^ } ç Á ~ ^ Á^ } [• Á^Á ^ &# • aē /
 | aē Áç a&#ā | • ÁÈÁÁÁ^ } aē aē } • ^ ~ āÁ | āā&#ā } ^ • Á^Á | • Á&#ē āē • Á^Áç | aē Á&# } /
 • ~ aē } ç^ | ^ &# ā } ÈÁ āā } Á } Á [] aē Á | āā aē Á^Á | ^ | aē Á çā aē aē } [• Áç Á /
 ç a&#ā | • ÈÁ

Úæ [Á Ěā ~ æā æā } Ĥ^Á | ^ā æā } ^• ĚÁ

W) æĀ^: Á | [&• æā [• Á [• ÁæĀ • ĚÁ | Á | [&āā ā } ġ Á ~ ^• ġæĀ [• Áæā āā • Á | ^ā æā • /
 ā^Áġ | æĀ Á Áġ } • æĀ Á ^āā • Áā^ÁæĀġæĀġæā āāĀ^Áġ^ Ě [• Áā^ | [• Ěæā āāĀ^/
 ġ^ Ě [• Á] ^• æā [• Á^ Áæā āāĀ^ā^Á { [ġ &Ā^æĀ ĚæĀ [{ [ġ | ^• ĚÁ ā &^ ^ } ā [Á [• /
 5 ġ^ Ě [• Ĥ^Áæ ā [• Á^ } æā [• Ĥ^Áæ& | æā } ĚÁ

Á

Ò) Á • ġ Á . . ġ ā [Ě [• ÁġæĀ | ^• Áā^ÁæĀġæĀġæā | ^• Áā^Á • æā [Á • ġ æāæĀ ^āā [• Á } Á |
 Úæ [ÁĀ^ÁæĀ { æĀ } æĀ Á } Á | Áġ^ &ġ | Áġ = (θ₁, θ₂, ..., θ_S) Ěā [} ā^Áġ^Á • Á | Á } ġ { ^ | [Áā^/
 ġæāā | ^• Á • ġ æāæĀ Ě ÁæĀġæĀġæā | ^• Áā^Á • æā [Á ~ ^ÁæĀ āāā Á } Á | ÁæĀ { } [ÁĀ^ ^Á^/
 10] | ^ġ } ā^ } Á • ġ æĀ Ě^Á^Á^ &^ * ^ } Á } Á | Áġ^ &ġ | Áġ, Ěā [} ā^Áġ = 0, 1, ..., TÁ ÁTÁ • Á |
 } ġ { ^ | [Áā^ÁæĀ [• Ĥ^Áæ { } [ĚÁ

Ò) Á } æĀ^āā æā } Á æĀæĀ | æĀ Ě^ÁæĀ } • æĀ^āā } ÁġæĀ [• Ĥ^Áġ^ Ě [• ÁæĀ^ [Áæā āāĀ^/
 | ^ &^ * Á } Á | Áġ^ &ġ | Áġ, Ĥ^Áġ | Áæā āāĀ^Áġ^ Ě [• Áā^ | [• Áġ, ĚÁ | Áæā āāĀ^Áġ^ Ě [• /
] ^• æā [• Áġ, ĚÁ Á^Á^Áæā āāĀ^ā^Á { [ġ &Ā^æĀ Á^ÁæĀ [{ [ġ | ^• Áġ, ĚÁġĀ [[ā [Áā^/
 15 ^ġ { } [[ĚÁ^Á] ~ ^ā^ } Á &Ā } • æĀ^āā &Ā { [Áġ^ Ě [• Á | ā^ | [• ÁæĀ [• Áġ^ Ě [• /
 æġ ġ { 5ġĀ^ÁæĀ } āāā } æā [• Á æāĀ | ÁġæĀ } [| ġ Ĥ^Áġ ^ | &āā &āā &āā^ [Á^ • [Á | ġ [/
 æġ ġ | āā [Á] [Áġ &āāĀ^Áġ ġ } ^ | æāæĀ Ě [Á ~ ^ĚæĀ } Á • [ā^] æāā ā [ÁāæĀ Á] ^• [Ě
 ġ } * æĀ Á } æāāā æāāā Ĥ^ÁæĀ * æġġĀ [Á ~ ^ | āā | ÁġĚ Áġ } ^ | æāæĀ ĚÁæĀ [[Áġ^ Ě [• /
] ^• æā [• ÁāĀ [• Áġ^ Ě [• Áæġ ġ { 5ġĀ^ÁæĀ } āāā } æā [• Á } æāĀ | ÁġæĀ } [| ġ Áā^/
 20 { ^ | &āā &āā &āā^ [Á] ^• [Á | ġ [Áæġ ġ | āā [Á^āā ~ ^ | āā | Áāġġ ġ } ^ | æāæĀ Á^ÁæĀ^ æġ
 &āā æāāāĀ^ÁæĀ * æĀġ &āāāāġĚ Áġ } ^ | æāæĀ ĤÁæĀ ÁæĀ^: æĀġæġ | æĀġ } ā | } Áæġ
 &Ā } • æĀ^āā } Ĥ^Áġ^ Ě [• Á^ • æā [• Áæġ ā [Áġ } * æĀ Á } æāāā æāāā Ĥ^ÁæĀ^ æġġġġġ/
 { | • Ĥ^ÁġĚ Áġ } ^ | æāæĀ Ĥ^ÁæĀ * æĀ

Š [• Áāāāā | ^• Áā^Áġ ġ^ | Áā^Áġ | ^• āĀ Á [] [| æĀ Á^ &Ā { } [[• āā } Á •] ^ġġġġ ^āā [• /
 25 ^ } Á | ÁÚæ [ÁġÁ^•ġ } Á | ^ | ^• ^ } æā [• Á] [| Á^ } Áġ^ &ġ | Áġ } Áāā ^ } • āĀ } ÁN, Áy_t =
 (y_{1,t}, ..., y_{N,t}) Ěā [} ā^Áġ, Áġ = 1, ..., NĚÁ | ^• ^ } æĀ | ÁġæĀ | Áā^Áġ ġ^ | Áā^Áġ
] | ^• āĀ } Á [] [| æĀĀ } ÁæĀ ^āāā } ÁĚ • āā æĀ

Ò) Á [ā^ | [Áā^Á •] æāā Ĥ^Áġ^ • æā [• Á ~ ^Áġ] | ^• ^ } æā [] ġ } æĀ ^ } ġ ÁæĀ Ĥā | { æā Ĥ^Á/
 | æĀġæāā | ^• Áā^Á • æā [ÁġæĀ | æā } Á } ġġġġġæĀġæā | ^• Áġ [• Áāāāā | ^• Áā^ |

8&æ&ç|ã æÁ|Á) ç |) [Á |àæ [Á^Á |{ æ^ ^|^æËÖ~ { ä [•Á~ ^Áæ Áçææè|^•Á^Á
^•ææ [Áæ æææ Ä ä^ ^} àæ} ç{ ^} ç Áæ [Á^|Áæ { } [Ë•Á^&áË

$$p(x_t|x_{t-1}) = \prod_{i=1}^3 \hat{p}(x_{i,t}|x_{i,t-1})$$

5 Óæ Á•æ Á@ 5ç•ã Ë|æá^} •ææÁ& } àææ } æÁá^Á| •Á&æ áæ^•Áá^Áç| æ Á•^Á
æ |{ çæ æ } { ..|ææ ^} çÁ{ ^áææ çÁ^ } Á{ ..ç á [Áá^Áçææ [Áæ^ } æáã çæ~ &æ } Á
* æ••ææ æÁ•Á^&áË

$$p(x_t|y_{1:t}) = N(x_t; \bar{x}_t, P_t)$$

10 á |} á^Áy_{1:t} = (y_1, \dots, y_t) Á [] Á [•Á } æ^|^•Áá^Á|^•æ } Á [] [|æÇ æ^|^•Á{ ^áæ •Áá^Á
|^•æ } Á [] [|æÁ^ Á& { } [•ææ } Á•^ & çæË| à•|^çææ [•Áçææ|æ^ áææ } ÁËç_t Á
æ áæææá^ áææÁ^ Áæá æã Á^Á& çæææ : æá posterioriÁ^Á| •Áæ áæ^•Áá^Áç| æ Á
á |æ çÁæ^ áæææ } ÁË

15 Ô æ á [Á•^Á æ |æá ^|Á { ..ç á [Á á^Á çææ [Á•^Á] ^á^ } Á [à•|^çæá^] [Á çÁ
~ } ææ ^} •æ } æÁ çææ •Á æ^|^•Áá^Á|^•æ } Á [] [|æçÁ^ |ææ ^} •æ } æÁ•Á^&áË
•Á^ á^Á^ çæææ } ææ ^} çÁ } Á æ^|Á ^áæ Á^Á|^•æ } Á [] [|ææ { [Á|Á æ^|Á^Á
|^•æ } Á [] [|æ& } ç~ [Á~ ææ^ } çÁ [] á^ææ [ÁçÁç_{Aeq} Ë| Á^ çææÁá^Á |{ æ
& } ð } æÁ|Á æ^|Á^Á|^•æ } Á [] [|æ^ } Áæ Áææ áæ Á^Á^&áË Á^Á^ & çææá^Á €P: Áæ
| \ P: Áç_{125Hz} Ë_{1kHz}, ... Ë ææá ^|æÁæ Á|^áæææ } ^•Á^|Á ..ç á [Áá^Áçææ [Ë

20 Ò|Á |{ &• [Á•^~ æ [Á] |Á [•Á { ..ç á [•Áá^Á çææ [ÁÖËÁY ^|&ÖÁÖÉÖã @] Áçæ Á
çç [á^ &æ } Áç Áç ÁSææ æ Áçç|+ÉVÞ ÔËÖæ ^|ÁP æ|ÉVÜÁJÍ Ë FÁççÉ Ë ÁÞ Ë
Ö |á [] ËÖÉÜæ [] á^ÁçÁçÁç ÁÜ{ æÁ^|Áæ } |{ æçÁç Á } |æ æáæ áÁ [] Ë
Öæ••ææ ÁÓæ^•ææ Á çæ Á•çææ } +ÉÖÖÁÜ| &^áæ *•ËËÁ óFI €Áç |ÉçÁFJJHË
| ••ÉFÉ . FFHÁ^ ^|^æ { } [] ^Áá^Áá [•Áææ æ Á~ ^Á^Á^ } æ } Áæ [Á
|æ* [Á^ÁæÁ& ^} &æÁ^Áæ { } [Á•ç áæææV æ |æ ^|^ææ æá^Á|^áææ } Á^Á
|æ Áçææè|^•Áá^Á^•ææ [Áç } Á•æá ç } &æ } Ë [•Á&æ áæ^•Áá^Áç| æ Ë Á^ } æ
25 •^~ } áæææ æá^Áç æáææ } Á & ||^&æ } Á^Áæ Á|^áææ } ^•Á|^çææ Á |Á æçÁ
á^Áæ Á|^áææ } ^•Á |Á ^áææ Á^áææ Áç } Á•æá ç } &æ } Ë [•Á } æ^|^•Áá^Á
|^•æ } Á [] [|æË

Á

FGÄ Ü| [& ä ä ä } d Á • ^* g) Á | ^ ä ä ä ä ä ä } Á ä c | ä | Á ä [} ä ^ Á | ä Ä ç ä ä ä | ^ /
^ • o ä ä ä ä ä { | • Ä { } | ^ } ä ^ } Ä | Ä & @ Ä ^ Ä ä ä ä | ^ Ä ä ä c | ä ä ^ Ä | • Ä ä ä ä ä • Ä

FHÄ Ü| [& ä ä ä } d Á ä ^ Á ä ä ^ | ä [Ä &] } Ä & ä ~ ä | ä ä ä ^ Á | ä Ä | ^ ä ä ä ä ä } ^ /
ä c | ä | ^ • Ä ä [} ä ^ Ä | • Ä ä ^ | ^ • ä } Ä [] [| ä ä ä ä ä } ä Ä G, D ^ Ä ä } Ä [| /
5 { ^ ä ä Ä ä ^ Ä ~ } Ä • [] 5 { ^ d [Ä ä ä] ~ ^ • d Ä ä Ä G { ^ d [• Ä ä ^ Ä ä ä ä } ä ä ä ä ä ä /
| ^ | ^ & ä c | ^ • Ä ä ä } ä ä c | ä ä ^ Ä Ä Ä ^ d [• Ä [ä ^ Ä | Ä ä ^ | Ä ^ | Ä ~ | Ä Ä

FI Ä Ü| [* | ä ä ä ^ Ä | ä ^ } ä ä [| Ä ~ ^ Ä { } | ^ } ä ^ Ä • d ~ & ä } ^ • Ä ^ Ä | [* | ä ä ä ä ä
@ ä ^ Ä ~ ^ Ä } Ä | ä ^ } ä ä [| Ä | ^ ^ Ä ä ä ä | | & ä ä ä | Ä | [& ä ä ä } d Á • ^* g) Ä & ä ~ ä | ä ä
ä ^ Ä ä ä Ä ä ä ä ä ä } ^ • Ä Ä F H Ä

10 FÍ Ä Ü| [* | ä ä ä ^ Ä | ä ^ } ä ä [| Ä ^ Ä ä ä ^ | ä [Ä &] } Ä ä Ä ^ ä ä ä ä ä ä } Ä F I Ä ~ ^ Ä • o /
ä & |] [| ä ä [Ä } Ä] [• Ä ^ ä ä • Ä ^ Ä ä ä } ä ä } ä ä } d Ä Ä

FÍ Ä Ü| [* | ä ä ä ^ Ä | ä ^ } ä ä [| Ä ^ Ä ä ä ^ | ä [Ä &] } Ä ä Ä ^ ä ä ä ä ä ä } Ä F I Ä ~ ^ Ä • ä
• [] [| ä ä [Ä } Ä] ä ä ^ ä ä ä | | ä ä [| ä Ä

15 FÏ Ä Ü ä c { ä ä ä ä • ä ä ä ä ä ä ä ä ä • Ä G, D ^ Ä | ä Ä [ä ä ä [Ä } Ä } ä ä ä ä ä ä ä ä /
ä ^ Ä | • Ä ä ^ | ^ • Ä ä ^ | ^ • ä } Ä [] [| ä ä ä ä ä } ä Ä G, D ^ ^ } ^ | ä ä [• Ä [| Ä ä ä @ Ä | ä Ä /
| | ä ä ä [Ä ä ä ä c | ä ä ä [Ä [| ~ ^ Ä { } | ^ } ä ^ Ä

Ä Ä } Ä ^ ä ä Ä ä ^ ä ~ ä ä ä } Ä ^ Ä ä | ^ • ä } Ä [] [| ä ä ä ä ä } ä Ä G, D } Ä } ä ä ä /
^ Ä

20 Ä Ä } Ä ^ ä ä Ä ^ Ä | [& • ä ä } d Ä &] ^ & ä ä [Ä ä ä @ Ä ^ ä ä Ä ä ^ ä ~ ä ä ä } Ä /
ä ä ä ä ä [Ä] ä ä ä | | ^ ç ä ä ä ä ä ä [Ä ^ | Ä] | [& ä ä ä } d Á ä ^ Á & ä ~ ä | ä ä ä ^ Ä | ä /
| ^ ä ä ä ä ä ä } ^ • Ä Ä F I Ä

FÏ Ä Ü ä c { ä Ä ^ Ä ä ä ^ | ä [Ä &] } Ä ä Ä ^ ä ä ä ä ä ä } Ä F I Ä ~ ^ Ä ä ä { | • Ä & { } | ^ } ä ^ /
{ ^ ä ä • Ä ^ Ä ä ~ ä ä ä ä } Ä ~ ^ Ä | { ä } Ä ä ~ ä ä ä ä | • Ä ä ä ä ä • Ä ^ Ä | ä Ä [ä ä ä [/
^ • ä ä ä ä [• Ä [| Ä ^ ä ä Ä ^ Ä | [& • ä ä } d Ä Ä

RESUMEN

PROCEDIMIENTO Y SISTEMA PARA ESTIMAR CAUDALES DE TRÁFICO RODADO A PARTIR DE LOS NIVELES DE RUIDO AMBIENTAL

- 5 Šæ] !^•^} ċ Áā ç} &ā) Áā^•&ā^Á} Á] !| &āā ā} ċ Á^Á} Á•ā ċ{ æ~^Á] ^|{ æ} /
 ^•ā æÁ[•Šæ āæ^•Š^Á| -ā[Š^Á} æšōš~|æ ċÁ} Á^|ā ā[Š^Á{][Áā ā} ā /
 ^č&~•āæ ^} ċ Áā ^āāā^|Á ā[Áē àā} æÁ} Šā@šōš
- Ò•Á | •Éæš ç} &ā) Á^|{ æ^Á•ā æÁ} Á{][Á^æÁā Á~] ^|çā ā} Á@{ ææ[•/
 &æ āæ^•Š^Áā ç ċ •Á[•Š^Á^ @x || •É} Á æā |æš^ @x || •Áā ^| •É^ @x || •/
] ^•æ[•ÁÁ [ċ &ā^æ Á Šā][{ [ċ !^•É

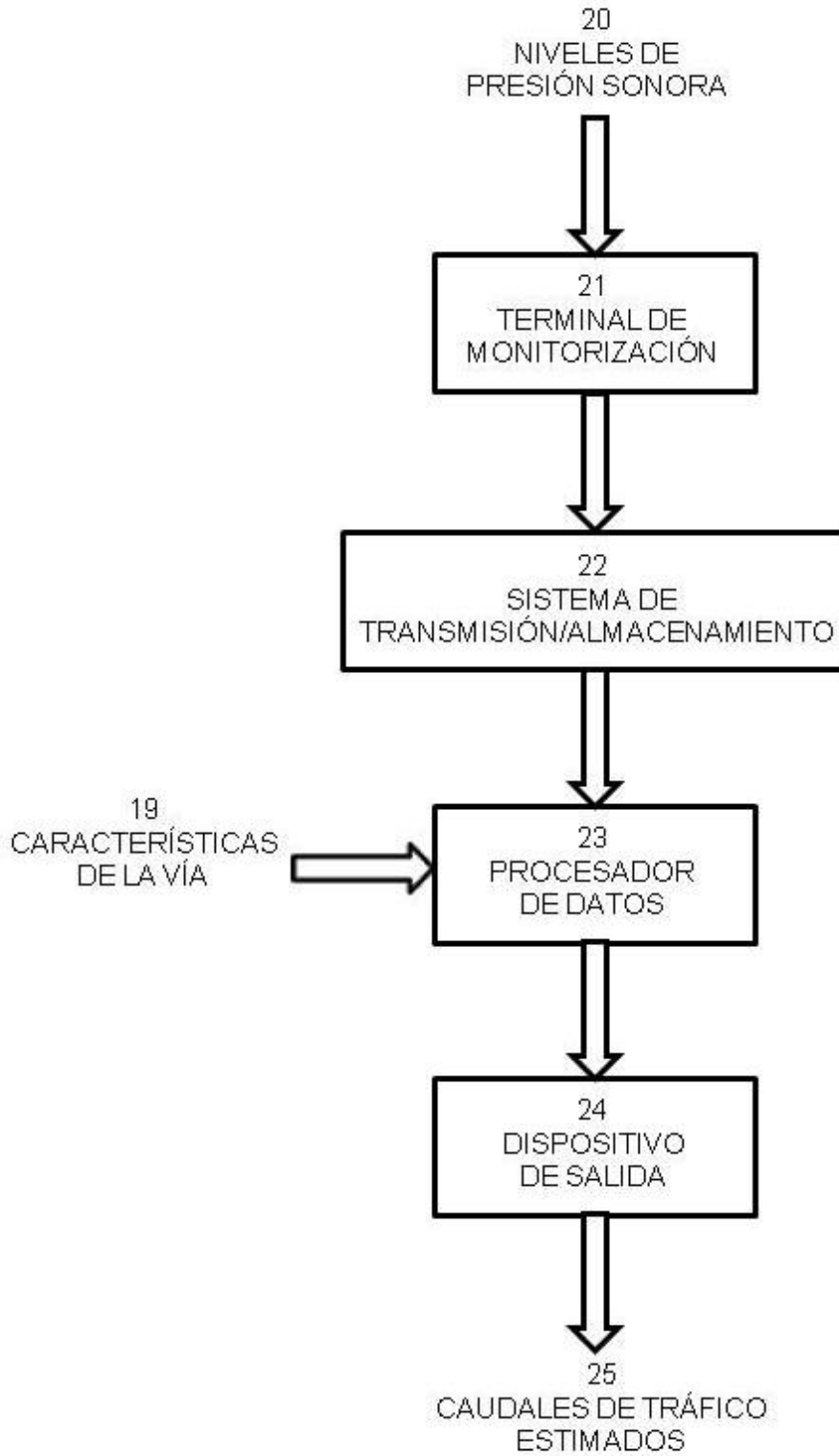


Figura 1

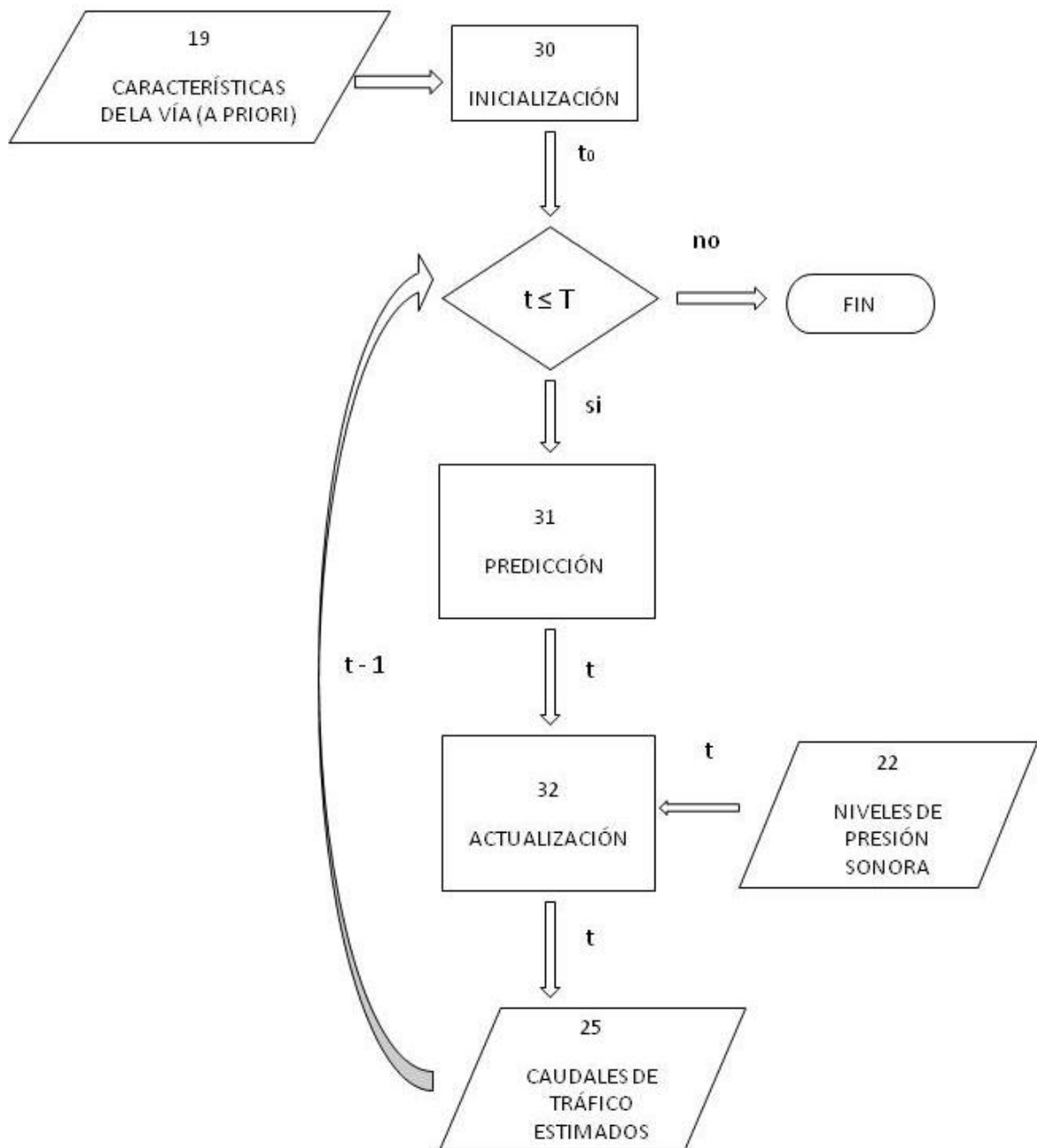


Figura 2

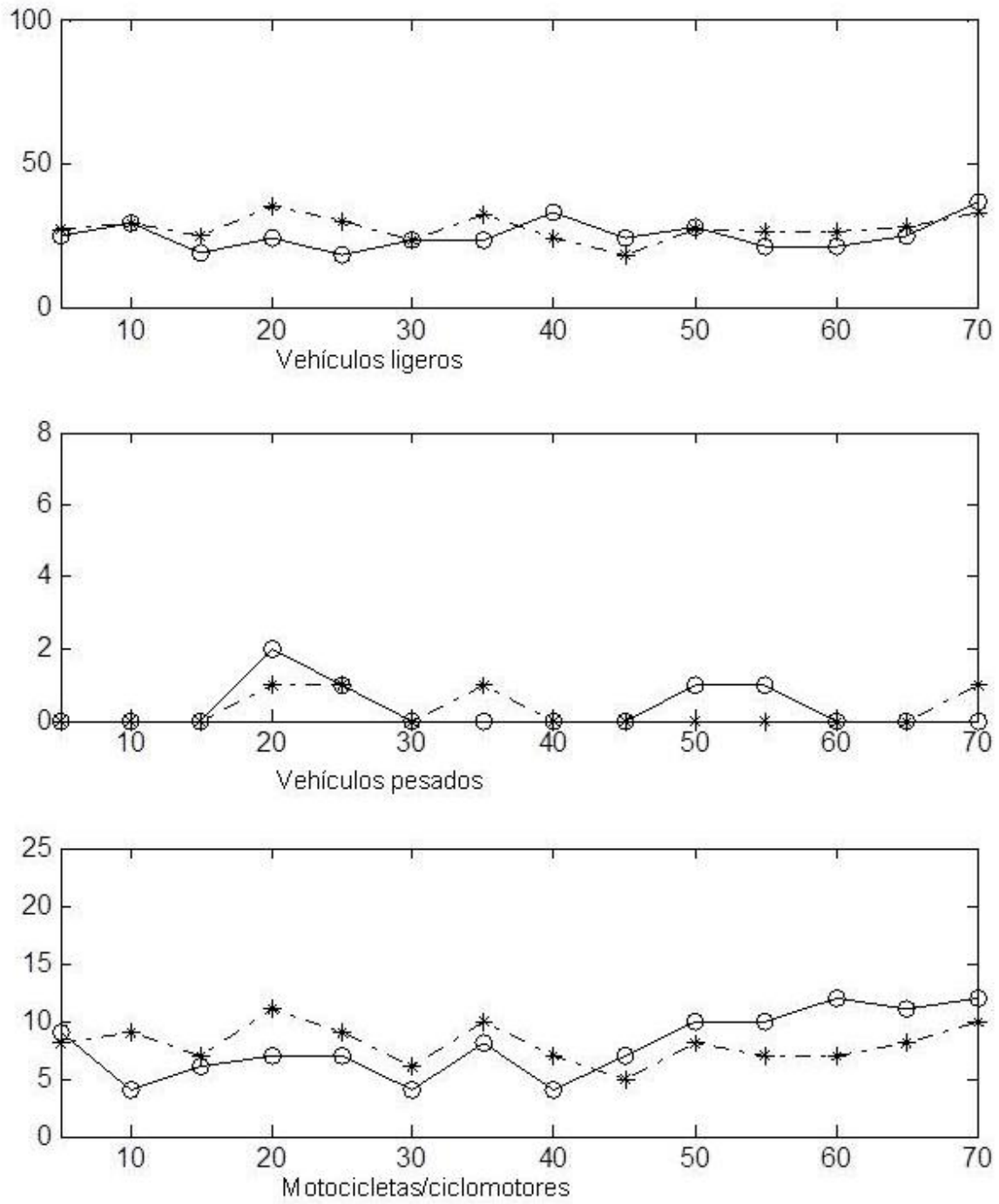


Figura 3



MINISTERIO
DE INDUSTRIA, TURISMO
Y COMERCIO



Oficina Española
de Patentes y Marcas

Justificante de presentación electrónica de solicitud de patente

Este documento es un justificante de que se ha recibido una solicitud española de patente por vía electrónica, utilizando la conexión segura de la O.E.P.M. Asimismo, se le ha asignado de forma automática un número de solicitud y una fecha de recepción, conforme al artículo 14.3 del Reglamento para la ejecución de la Ley 11/1986, de 20 de marzo, de Patentes. La fecha de presentación de la solicitud de acuerdo con el art. 22 de la Ley de Patentes, le será comunicada posteriormente.

Número de solicitud:	P201231236	
Fecha de recepción:	31 julio 2012, 11:05 (CEST)	
Oficina receptora:	OEPM Madrid	
Su referencia:	IPR-387-Sol	
Solicitante:	UNIVERSIDAD DE GRANADA	
Número de solicitantes:	2	
País:	ES	
Título:	PROCEDIMIENTO Y SISTEMA PARA ESTIMAR CAUDALES DE TRÁFICO RODADO A PARTIR DE LOS NIVELES DE RUIDO AMBIENTAL	
Documentos enviados:	Dibujos.pdf (3 p.) Resumen.pdf (1 p.) Reivindicaciones.pdf (4 p.) Descripcion.pdf (20 p.) OLF-ARCHIVE.zip	package-data.xml es-request.xml application-body.xml es-fee-sheet.xml feesheet.pdf request.pdf
Enviados por:	CN=NOMBRE CHAMORRO MARTINEZ JESUS - NIF 24274994N,OU=501079135,OU=FNMT Clase 2 CA,O=FNMT,C=ES	
Fecha y hora de recepción:	31 julio 2012, 11:05 (CEST)	
Codificación del envío:	B8:61:D2:75:61:D4:13:D9:BB:66:4F:BF:FE:1B:10:0E:C9:F4:00:6F	

/Madrid, Oficina Receptora/

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Directive 2002/49/ec of the european parliament and of the council of 25 june 2002; relating to the assessment and management of environmental noise. 4, 58, 77, 84
- [2] Road traffic noise: new french calculation method including meteorological effects (nmpb-1996 method). experimental version. certu: France, 1996. 57
- [3] D. H. Ackley, G. E. Hinton, and T. J. Sejnowski. A learning algorithm for Boltzmann machines. *Cognitive science*, 9(1):147–169, 1985. 142
- [4] R. J. Adler and P. Müller. *Stochastic modelling in physical oceanography*, volume 39. Birkhauser, 1996. 3
- [5] Y. Aït-Sahalia. Maximum likelihood estimation of discretely sampled diffusions: a closed-form approximation approach. *Econometrica*, 70(1):223–262, 2002. 91
- [6] B. D. O. Anderson and J. B. Moore. *Optimal Filtering*. Englewood Cliffs, 1979. 21, 22, 95, 98
- [7] C. Andrieu, A. Doucet, S. S. Singh, and V. B. Tadić. Particle methods for change detection, system identification and control. *Proceedings of the IEEE*, 92(3):423–438, March 2004. 92
- [8] H. Andrieu and J. D. Creutin. Identification of vertical profiles of radar reflectivity for hydrological applications using an inverse method. Part I: Formulation. *Journal of Applied Meteorology*, 34(1):225–239, 1995. 3
- [9] R. Arditi and L. R. Ginzburg. Coupling in predator-prey dynamics: ratio-dependence. *Journal of Theoretical Biology*, 139(3):311–326, 1989. 50
- [10] R. Arditi, L. R. Ginzburg, and H. R. Akcakaya. Variation in plankton densities among lakes: a case for ratio-dependent predation models. *The American Naturalist*, 138(5):1287–1296, 1991. 50
- [11] B. Van Arem, H. R. Kirby, M. J. M. Van Der Vlist, and J. C. Whittaker. Recent advances in the field of short-term traffic forecasting. *International Journal of Forecasting*, 13:1–12, 1997. 78

BIBLIOGRAFÍA

- [12] M. S. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon, and T. Clapp. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(2), February 2002. 4, 22
- [13] P. Auger, R. de la Parra, J. Poggiale, E. Sánchez, and T. Nguyen-Huu. Aggregation of variables and applications to population dynamics. *Structured population models in biology and epidemiology*, pages 209–263, 2008. 41
- [14] A. Bain and D. Crisan. *Fundamentals of Stochastic Filtering*. Springer, 2008. 25, 26, 65, 99, 100
- [15] H. J. Barclay. Models for pest control using predator release, habitat management and pesticide release in combination. *J. Applied Ecology*, 19:337–348, 1982. 6
- [16] A. Beg, P. W. Chandana Prasad, and A. Beg. Applicability of feed-forward and recurrent neural networks to boolean function complexity modeling. *Expert Systems With Applications*, 34(4):2436–2443, 2008. 139
- [17] A. F. Bennett. *Inverse methods in physical oceanography*. Cambridge University Press, 1992. 3
- [18] J. M. Bernardo and A. F. M. Smith. *Bayesian Theory*. Wiley & sons, 1994. 126, 133
- [19] A. A. Berryman. *Population systems: a general introduction*. Plenum Press, 1981. 50
- [20] A. A. Berryman, J. Michaelski, A. P. Gutierrez, and R. Arditi. Logistic theory of food web dynamics. *Ecology*, 76:336–343, 1995. 6
- [21] D. Bertoni, A. Franchini, and M. Magnoni. *Il Rumore Urbano e l'Organizzazione de Territorio*. Pitagora, Bologna, Italy, 1987. 5, 53, 57
- [22] A. Beskos, O. Papaspiliopoulos, G. O. Roberts, and P. Fearnhead. Exact and computationally efficient likelihood-based estimation for discretely observed diffusion processes. *J. Roy. Stat. Soc. Ser. B*, 68(3):333–382, 2006. 91
- [23] K. Binder. *Monte Carlo Methods*. Wiley Online Library, 1979. 18
- [24] G. Von Bismarck. Sharpness as an attribute of the timbre of steady sounds. *Acustica*, 30(3):159–172, 1974. 37
- [25] M. Björkman. Community noise annoyance: Importance of noise levels and the number of noise events. *Journal of Sound and Vibration*, 151(3):497–503, 1991. 4
- [26] G. Boncoraglio and N. Saino. Habitat structure and the evolution of bird song: a meta-analysis of the evidence for the acoustic adaptation hypothesis. *Functional Ecology*, 21(1):134–142, 2007. 3

-
- [27] D. Botteldooren, B. De Coensel, and T. De Muer. The temporal structure of urban soundscapes. *Journal of Sound and Vibration*, 292:105–123, 2006. 31
- [28] G. Buffoni and G. Gilioli. A lumped parameter model for acarine predator-prey population interactions. *Ecological Modelling*, 170:155–171, 2003. 93
- [29] M. A. Burgess. Urban traffic noise prediction from measurements in the metropolitan area of Sydney. *Applied Acoustics (1977)*, 10, 1977. 5, 53, 57
- [30] G. Cammarata, S. Cavalieri, A. Fichera, and L. Marletta. Noise prediction in urban traffic by a neural approach. In *International Workshop on Artificial Neural Networks, IWANN93*, volume 1, pages 611–619, Barcelona, Spain, 1993. 5, 53
- [31] G. Cammarata, S. Cavalieri, and A. Fichera. A neural network architecture for noise prediction. *Neural Networks*, 8(6):963–973, 1995. 5, 54, 57
- [32] O. Cappé, S. J. Godsill, and E. Moulines. An overview of existing methods and recent advances in sequential Monte Carlo. *Proceedings of the IEEE*, 95(5):899–924, 2007. 8, 92
- [33] G. A. Carpenter. Distributed activation, search, and learning by art and artmap neural networks. *CAS/CNS Technical Report Series*, (006), 1996. 142
- [34] J. Carpenter, P. Clifford, and P. Fearnhead. Improved particle filter for nonlinear problems. *IEE Proceedings - Radar, Sonar and Navigation*, 146(1):2–7, February 1999. 25, 99
- [35] S. R. Carpenter, K. L. Cottingham, and C. A. Stow. Fitting predator-prey models to time series with observation errors. *Ecology*, 75(5):1254–1264, 1994. 93
- [36] J. Chalupper and H. Fastl. Dynamic loudness model (dln) for normal and hearing-impaired listeners. *Acta Acustica united with Acustica*, 88(3):378–386, 2002. 36
- [37] R. Chen and J. S. Liu. Mixture Kalman filters. *Journal of the Royal Statistics Society B*, 62:493–508, 2000. 8, 92, 102, 104
- [38] S. Chib and E. Greenberg. Understanding the Metropolis-Hastings algorithm. *The American Statistician*, 49(4):327–335, 1995. URL <http://www.jstor.org/stable/2684568>. 64
- [39] J. A. Comiskey, F. Dallmeier, and A. Alonso. *Framework for assessment and monitoring of biodiversity*. Academic Press, New York, 1999. 90
- [40] D. Crisan. Particle filters - A theoretical perspective. In A. Doucet, N. de Freitas, and N. Gordon, editors, *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*, chapter 2, pages 17–42. Springer, 2001. 65

BIBLIOGRAFÍA

- [41] D. L. DeAngelis and L. J. Gross. Individual-based models and approaches in ecology: populations, communities and ecosystems. New York [etc.] : Chapman & Hall, 1992. 6
- [42] M. D. R. del Aguila, I. Requena, J. L. Bernier, E. Ros, and S. Mota. Neural networks and statistics: A review of the literature. *Soft Methodology and Random Information Systems, Advances in Soft Computing*, pages 597–604, 2004. 140, 148
- [43] W. S. Devereux, A. A. Chacos, M. S. Asher, D. J. Duven, T. L. Kusterer, and R. C. Morgan. Extended kalman filter for autonomous satellite navigation system, February 2005. 20
- [44] P. M. Djuric. Asymptotic MAP criteria for model selection. *IEEE Transactions Signal Processing*, 46(10):2726–2735, October 1998. 8, 54
- [45] P. M. Djuric. Monitoring and selection of dynamic models by Monte Carlo sampling. *Proceedings of the IEEE Signal Processing Workshop on Higher-Order Statistics*, pages 191–194, 1999. 8, 54
- [46] P. M. Djuric, J. H. Kotecha, J. Zhang, Y. Huang, T. Ghirmai, M. F. Bugallo, and J. Míguez. Particle filtering. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2003. 8, 9, 25, 54
- [47] R. Douc, O. Cappe, and E. Moulines. Comparison of resampling schemes for particle filtering. *ISPA 2005: Proceedings of the 4th International Symposium on Image and Signal Processing and Analysis*, pages 64–69, 2005. 25, 26, 99
- [48] A. Doucet, S. Godsill, and C. Andrieu. On sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering. *Statistics and Computing*, 10(3):197–208, 2000. 4, 8, 22, 24, 25, 26, 54, 64, 91, 92, 98, 99, 100, 102, 104
- [49] A. Doucet, N. de Freitas, and N. Gordon. An introduction to sequential Monte Carlo methods. In A. Doucet, N. de Freitas, and N. Gordon, editors, *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*, chapter 1, pages 4–14. Springer, 2001. 8, 54, 64
- [50] A. Doucet, N. de Freitas, and N. Gordon, editors. *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*. Springer, New York (USA), 2001. 22, 91, 98
- [51] M. Dowd. A sequential Monte Carlo approach to marine ecological prediction. *Environmetrics*, 17:435–455, 2006. 91, 92
- [52] M. Dowd. Estimating parameters for a stochastic dynamic marine ecological system. *Environmetrics*, 22:501–515, 2011. 92, 102
- [53] M. Dowd and R. Joy. Estimating behavioral parameters in animal movement models using a state-augmented particle filter. *Ecology*, 92:568–575, 2011. 92, 102

-
- [54] G. B. Durham and A. R. Gallant. Numerical techniques for maximum likelihood estimation of continuous-time diffusion processes. *J. Bus. Econ. Stat.*, 20(3):297–316, 2002. 91
- [55] O. Elerian, S. Chib, and N. Shephard. Likelihood inference for discretely observed nonlinear diffusions. *Econometrica*, 69(4):959–993, 2001. 91
- [56] B. Eraker. MCMC analysis of diffusion models with application to finance. *J. Bus. Econ. Stat.*, 19(2):177–191, 2001. 91
- [57] H. Fastl. *Beschreibung dynamischer Hörempfindungen anhand von Mithörschwellen-Mustern*. Hochschulverlag, 1982. 37, 38
- [58] H. Fastl. *Communication acoustics*, chapter Psychoacoustics and Sound Quality, pages 139–162. Springer-Verlag, 2005. 31
- [59] H. Fastl. Advanced procedures for psychoacoustic noise evaluation. In *Proc. Euronoise*, Tampere, Finland, 2006. 31, 37
- [60] H. Fastl. Psychoacoustic: Basis of sound quality evaluation and sound engineering. In *The Thirteenth International Congress on Sound and Vibration*, 2006. 37
- [61] P. Fearnhead. *Sequential Monte Carlo Method in filter theory*. PhD thesis, Oxford University, 1998. 4, 15, 22
- [62] M. L. Flint and R. Van den Bosch. *Introduction to Integrated Pest Management*. Plenum Press, New York, 1981. 6, 89
- [63] F. D. Foresee and M. T. Hagan. Gauss-Newton approximation to Bayesian regularization. In *Proceedings of the 1997 International Joint Conference on Neural Networks*, 1997. 57
- [64] K. Fukushima. Cognitron: A self-organizing multilayered neural network. *Biological Cybernetics*, 20(3):121–136, 1975. 142
- [65] S. Geman and D. Geman. Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, (6):721–741, 1984. 19
- [66] N. Genaro. Sistema de predicción de ruido urbano en la ciudad de Granada. Master’s thesis, University of Granada, 2007. 9
- [67] N. Genaro, A. Torija, A. Ramos-Ridao, I. Requena, D. P. Ruiz, and M. Zamorano. A neural network based model for urban noise prediction. *J. Acoust. Soc. Am.*, 128(4):1738–1746, 2010. 5, 9, 54, 57, 78, 81
- [68] V. I. Gertsev and V. V. Gertseva. Classification of mathematical models in ecology. *Ecological Modelling*, 178(3):329–334, 2004. 40

BIBLIOGRAFÍA

- [69] G. Gilioli and V. Vacante. Aspetti della dinamica di popolazione del sistema *tetranychus urticae-phytoseiulus persimilis* in pieno campo: implicazioni per le strategie di lotta biologica. In *Atti del Convegno "La difesa delle colture in agricoltura biologica" - Notiziario sulla protezione delle piante*, volume 13, pages 95–99, 2001. 9, 110
- [70] G. Gilioli, S. Pasquali, and Fabrizio Ruggeri. Bayesian inference for functional response in a stochastic predator-prey system. *Bulletin of Mathematical Biology*, 70:358–381, 2008. xiv, 6, 8, 9, 90, 91, 92, 93, 97, 104, 110, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 124, 125, 132, 133
- [71] G. Gilioli, S. Pasquali, and F. Ruggeri. Nonlinear functional response parameter estimation in a stochastic predator-prey model. *Mathematical Biosciences and Engineering*, 9(1):75–96, January 2012. doi: 10.3934/mbe.2012.9.75. 6, 9, 90, 91, 127, 134
- [72] W. R. Gilks and C. Berzuini. Following a moving target-Monte Carlo inference for dynamic Bayesian models. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Statistical Methodology)*, 63(1):127–146, 2001. 8, 54, 64
- [73] A. Gitelson, G. Garbuzov, F. Szilagyi, K. H. Mittenzwey, A. Karnieli, and A. Kaiser. Quantitative remote sensing methods for real-time monitoring of inland waters quality. *International Journal of Remote Sensing*, 14(7):1269–1295, 1993. 3
- [74] A. Golightly and D. J. Wilkinson. Bayesian inference for stochastic kinetic models using a diffusion approximations. *Biometrics*, 61(3):781–788, 2005. 91
- [75] A. Golightly and D. J. Wilkinson. Bayesian sequential inference for nonlinear multivariate diffusions. *Stat. Comput.*, 16(4):323–338, 2006. 91
- [76] N. Gordon, D. Salmond, and A. F. M. Smith. Novel approach to nonlinear and non-Gaussian Bayesian state estimation. *IEE Proceedings-F*, 140(2):107–113, 1993. 8, 21, 54, 64
- [77] J. J. Gourley and B. E. Vieux. A method for evaluating the accuracy of quantitative precipitation estimates from a hydrologic modeling perspective. *Journal of Hydrometeorology*, 6(2):115–133, 2005. 3
- [78] A. P. Gutierrez. *Applied Population Ecology. A Supply-Demand Approach*. John Wiley & Sons, New York, 1996. 6
- [79] M. T. Hagan and M. Menhaj. Training feed-forward networks with the Marquardt algorithm. *IEEE Transactions on Neural Network*, 5(6):989–993, 1994. 57, 84
- [80] J. E. Handschin. Monte Carlo techniques for prediction and filtering of non-linear stochastic processes. *Automatica*, 6:555–563, 1970. 21
- [81] J. E. Handschin and D. Q. Mayne. Monte Carlo techniques to estimate the conditional expectation in multi-stage non-linear filtering. *International Journal of Control*, 9:547–559, 1969. 21

-
- [82] S. Hao, J. Pan, C. Li, and X. Cui. Ensemble prediction experiments on precipitation by using optimization method. *Journal of Tropical Meteorology*, 3:006, 2011. 3
- [83] W. K. Hastings. Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications. *Biometrika*, 57(1):97–109, 1970. 18, 19
- [84] S. Haykin. *Neural networks: a comprehensive foundation*. 1998. 139
- [85] J. Hellbrück and W. Ellermeier. *Hören: Physiologie, Psychologie und Pathologie*. Hogrefe, 1993. 31
- [86] M. R. Heupel, J. M. Semmens, and A. J. Hobday. Automated acoustic tracking of aquatic animals: scales, design and deployment of listening station arrays. *Marine and Freshwater Research*, 57(1):1–13, 2006. 3
- [87] C. S. Holling. The components of predation as revealed by a study of small-mammal predation of the european pine sawfly. *The Canadian Entomologist*, 91(05):293–320, 1959. 50
- [88] J. J. Hopfield. Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. *Proceedings of the national academy of sciences*, 79(8):2554–2558, 1982. 142
- [89] A. H. Jazwinski. *Stochastic Processes and Filtering Theory*. Academic Press, Inc., 1970. 8, 21, 78, 82
- [90] R. Josse. *Notions d’acoustique*. Eyrolles, Paris, France, 1972. 5, 53, 57
- [91] C. Jost and S. P. Ellner. Testing for predator dependence in predator-prey dynamics: a non-parametric approach. *Proc. Roy. Soc. Lond. B*, 267:1611–1620, 2000. 90
- [92] R. E. Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of Basic Engineering*, 82:35–45, 1960. 20, 22, 95, 98
- [93] G. Kitagawa. Non-Gaussian state-space modelling of non-stationary time series (with discussion). *Journal of the American Statistical Association*, 82:1032–1063, 1987. 21
- [94] J. Knapé and P. de Valpine. Fitting complex population models by combining particle filters with Markov chain Monte Carlo. *Ecology*, 93(2):256–263, 2012. 92
- [95] T. Kohonen. Self-organization and associative memory. *Self-Organization and Associative Memory, 100 figs. XV, 312 pages. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York. Also Springer Series in Information Sciences, volume 8, 1, 1988*. 142
- [96] B. Kosko. Bidirectional associative memories. *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, 18(1):49–60, 1988. 142

BIBLIOGRAFÍA

- [97] A. Lapedes and R. Farber. Nonlinear signal processing using neural networks: Prediction and system modelling. Technical Report LA-UR-87-2662, Los Alamos National Laboratory, 1987. 54, 57
- [98] Blank T. R. Lavine, B. K. Feed-forward neural networks. *Comprehensive Chemometrics*, 18(3):571–586, 2009. 141
- [99] H. Lehmann. Directed and diffusive contributions to urban traffic flow patterns. *Europhys. Lett.*, 64(2):288–294, 2003. 77
- [100] P. Lercher. Environmental noise and health: an integrated research perspective. *Environment International*, 22(1):117–128, 1996. 4
- [101] P. Lercher and B. Schulte-Fortkamp. The relevance of soundscape research to the assessment of noise annoyance at the community level. In *The Eighth International Congress on Noise as a Public Health Problem*, pages 225–231, Rotterdam, The Netherlands, 2003. 31
- [102] J. Liu and M. West. Combined parameter and state estimation in simulation-based filtering. In A. Doucet, N. de Freitas, and N. Gordon, editors, *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*, chapter 10, pages 197–223. Springer, 2001. 102
- [103] J. S. Liu and R. Chen. Sequential Monte Carlo methods for dynamic systems. *Journal of the American Statistical Association*, 93(443):1032–1044, September 1998. 91
- [104] S. Liu and E. Beretta. A stage-structured predator-prey model of Beddington-DeAngelis type. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 66(4):1101–1129, 2006. URL <http://dx.doi.org/10.1137/050630003>. 127, 134
- [105] Z. Liu, S. Lin, K. Li, and A. Dong. Traffic flow video detection system based on line scan CMOS sensor. *Advanced Science Letters*, 7(6):478–483, 2012. 78
- [106] A.J. Lotka. *Elements of physical biology*. Williams & Wilkins, Baltimore, 1925. 47, 49
- [107] J. A. Ludwig and J. F. Reynolds. *Statistical ecology: a primer in methods and computing*. Wiley-Interscience, 1988. 3
- [108] W. K. Lui and K. M. Li. A theoretical study for the propagation of rolling noise over a porous road pavement. *J. Acoust. Soc. Am.*, 116(1):313–322, 2004. 57
- [109] Q. Liu H.Y. Zhang M. Yang, R. M. Liu. A traffic flow detection algorithm in the intersection electronic police system based on video. *Advanced Materials Research*, 383-390:4982–4986, 2012. doi: 10.4028/www.scientific.net/AMR.383-390.4982. 78
- [110] D. J. C. MacKay. Bayesian interpolation. *Neural Computation*, 4(3):415–447, 1992. 57

-
- [111] J. L. Mallet. Space–time mathematical framework for sedimentary geology. *Mathematical geology*, 36(1):1–32, 2004. 3
- [112] T. R. Malthus and D. Winch. *An essay on the principle of population*. Dent, 1933. 46
- [113] D. Marquardt. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 11(2):431–441, 1963. 57, 84
- [114] J. L. McClelland and D. E. Rumelhart. *Explorations in parallel distributed processing*. MA: MIT Press, Cambridge, 1988. 5, 53, 54, 57, 81
- [115] W. S. McCulloch and W. Pitts. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. *Bulletin of mathematical biology*, 5(4):115–133, 1943. 142
- [116] R. Van Der Merwe, A. Doucet, N. de Freitas, and E. Wan. The unscented particle filter. Technical Report CUED/F-INFENG/TR 380, Cambridge University, Department of Engineering, May 2000. 126, 133
- [117] N. Metropolis and S. Ulam. The Monte Carlo method. *Journal of the American statistical association*, 44(247):335–341, 1949. 18
- [118] N. Metropolis, A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth, A. H. Teller, and E. Teller. Equation of state calculations by fast computing machines. *The journal of chemical physics*, 21: 1087, 1953. 19
- [119] B. J. Midlock. Vehicle presence loop detector, 1971. 77
- [120] J. Míguez and A. Artés-Rodríguez. Particle filtering algorithms for tracking a maneuvering target using a network of wireless dynamic sensors. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2006(Article ID 83042, DOI 10.1155/ASP/2006/83042):1–16, 2006. 9
- [121] J. Míguez and P. M. Djurić. Blind equalization of frequency-selective channels by sequential importance sampling. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 52(10):pp. 2738–2748, October 2004. 9
- [122] J. Míguez, M. F. Bugallo, and P. M. Djurić. A new class of particle filters for random dynamical systems with unknown statistics. *to appear in EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*. 9
- [123] J. Míguez, M. F. Bugallo, and P. M. Djurić. A new class of particle filters for random dynamical systems with unknown statistics. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2004(15):2278–2294, November 2004. 9
- [124] J. Míguez, T. Ghirmai, M. F. Bugallo, and P. M. Djurić. A sequential Monte Carlo technique for blind synchronization and detection in frequency-flat Rayleigh fading wireless channels. *Signal Processing*, 84(11):2081–2096, November 2004. 9

BIBLIOGRAFÍA

- [125] J. Míguez, D. Crisan, and P. M. Djurić. On the convergence of two sequential Monte Carlo methods for maximum a posteriori sequence estimation and stochastic global optimization. *Statistics and Computing*, DOI: 10.1007/s11222-011-9294-4, 2011. 104
- [126] P. Del Moral. *Feynman-Kac Formulae: Genealogical and Interacting Particle Systems with Applications*. Springer, 2004. 26, 65, 100
- [127] A. J. Nicholson and V. A. Bailey. The balance of animal populations.-part i. In *Proceedings of the Zoological Society of London*, volume 105, pages 551–598. Wiley Online Library, 1935. 50
- [128] F. D. Parker. *Biological Control*, chapter Management of pest populations by manipulating densities of both host and parasites through periodic releases, pages 365–376. Plenum Press, 1971. 6
- [129] M. A. Pascual and K. Kareiva. Predicting the outcome of competition using experimental data: maximum likelihood and Bayesian approaches. *Ecology*, 77(2):337–349, 1996. 93
- [130] J. Pastor. *Mathematical Ecology of Populations and Ecosystems*. Wiley-Blackwell, first edition edition, 2008. 3, 6
- [131] B. A. Pearlmutter. Learning state space trajectories in recurrent neural networks. *Neural Computation*, 1(2):263–269, 1989. 142
- [132] A. R. Pedersen. A new approach to maximum likelihood estimation for stochastic differential equations based on discrete observations. *Scand. J. Stat.*, 22:55–71, 1995. 91
- [133] B. L. S. Prakasa Rao. *Statistical Inference for Diffusion Type Processes*. Arnold, London, 1999. 91
- [134] M. Raimbault, C. Lavandier, and M. Bérengier. Ambient sound assessment of urban environments: field studies in two French cities. *Applied Acoustics*, 64(12):1241–1256, 2003. 31
- [135] C. P. Robert and G. Casella. *Monte Carlo Statistical Methods*. Springer, 2004. 22, 98
- [136] L. L. Rockwood. *Introduction to population ecology*. Cambridge Univ Press, 2006. 49
- [137] J. L. Rodgers and W. A. Nicewander. Thirteen ways to look at the correlation coefficient. *The American Statistician*, 42(1):59–66, 1988. 73
- [138] E. Romero and R. Alquézar. Heuristics for the selection of weights in sequential feed-forward neural networks: An experimental study. *Neurocomputing*, 70(16):2735–2743, 2007. 139
- [139] F. Rosenblatt. The perceptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain. *Psychological review*, 65(6):386, 1958. 142

-
- [140] F. Rosenblatt. *Principles of neurodynamics*. Spartan Book, 1962. 142
- [141] T. Royama. A comparative study of models for predation and parasitism. *Research on Population Ecology*, 1971:1–91. 6
- [142] D. E. Rumelhart, G. E. Hintont, and R. J. Williams. Learning representations by back-propagating errors. *Nature*, 323(6088):533–536, 1986. 142, 146
- [143] M. Schafer. I have never seen a sound. In *The 12th International congress on Sound and Vibration (ICSV)*, Lisbon, Portugal, 2005. 5, 29
- [144] R. M. Schafer. *The soundscape: our sonic environment and the tuning of the world*. Destiny Books, Rochester, Vermont, USA, 1994. 4, 29
- [145] S. M. Scheiner and M. R. Willig. A general theory of ecology. *Theoretical Ecology*, 1(1): 21–28, 2008. 39
- [146] K. Shea, H. P. Possingham, W. W. Murdoch, and R. Roush. Active adaptive management in insect pest and weed control: intervention with a plan for learning. *Ecological Applications*, 12:927–936, 2002. 90, 118
- [147] M. Siek and DP Solomatine. Nonlinear chaotic model for predicting storm surges. *Non-linear Processes in Geophysics*, 17:405–420, 2010. 3
- [148] R. Slingerland and L. Kump. *Mathematical Modeling of Earth's Dynamical Systems: A Primer*. Princeton University Press, 2011. 3
- [149] M.R. Smith. Quantitative precipitation prediction method, June 17 2003. US Patent 6,581,009. 3
- [150] M. E. Solomon. The natural control of animal populations. *The Journal of Animal Ecology*, pages 1–35, 1949. 50
- [151] H. Sorensen. Parametric inference for diffusion processes observed at discrete points in time: a survey. *Int. Stat. Rev.*, 72(3):337–354, 2004. 91
- [152] H. W. Sorenson. *Recursive estimation for nonlinear dynamic systems*. In: *Bayesian Analysis of Time Series and Dynamic Models*. Dekker, 1988. 21
- [153] H. W. Sorenson and D. L. Alspach. Recursive Bayesian estimation using Gaussian sums. *Automatica*, 7:465–479, 1971. 21
- [154] O. Stramer and J. Yan. On simulated likelihood of discretely observed diffusion processes and comparison to closed-form approximation. *J. Comput. Graph. Stat.*, 2007. 91
- [155] J. A. K. Suykens, J. Vandewalle, and B. L. R. de Moor. *Artificial neural networks for modelling and control of non-linear systems*. Kluwer Academic Publishers, 1996. 54, 57

BIBLIOGRAFÍA

- [156] E. Terhardt. Über akustische rauigkeit und schwankungsstärke. *Acustica*, 20:215–224, 1968. 37, 38
- [157] R. Teschl, W. L. Randeu, and F. Teschl. Improving weather radar estimates of rainfall using feed-forward neural networks. *Neural networks*, 20(4):519–527, 2007. 139
- [158] I. M. Tienda-Luna. *Técnicas Bayesianas aplicadas al procesamiento de señal en Comunicaciones y Genómica*. PhD thesis, Universidad de Granada, 2006. 25
- [159] A. J. Torija. *Modeling and prediction of temporal and spectral structure of sound pressure level as a tool for urban soundscapes management*. PhD thesis, University of Granada, 2010. 4, 29, 32
- [160] A. J. Torija, D. P. Ruiz, and A. Ramos-Ridao. A method for prediction of the stabilization time in traffic noise measurements. In *Proceedings of the 19th International Congress on Acoustics*, 2007. 5, 9, 53
- [161] A. J. Torija, D. P. Ruiz, and A. Ramos-Ridao. Characterization of the different types of vehicles flow in traffic. In *Proceedings of the 19th International Congress on Acoustics*, 2007. 5, 9, 53
- [162] A. J. Torija, D. P. Ruiz, and A. Ramos-Ridao. Obtaining of a factor to describe the anomalous sound events in traffic noise measurements. In *Proceedings of the 19th International Congress on Acoustics*, 2007. 5, 9, 53
- [163] A. J. Torija, D. P. Ruiz, and A. Ramos-Ridao. Model to predict the level and the temporal and spectral composition of the sound pressure in urban soundscapes based on neural networks. In *Proceedings of 8th European Conference on Noise Control (Euronoise 2009)*, Edinburgh, Scotland, 2009. 5, 9, 54, 57, 58
- [164] A. J. Torija, N. Genaro, D. P. Ruiz, A. Ramos-Ridao, M. Zamorano, and I. Requena. Priorization of acoustic variables: Environmental decision support for the physical characterization of urban sound environments. *Building and Environment*, 45:1477–1489, 2010. 5, 9, 53, 55, 80
- [165] A. J. Torija, D. P. Ruiz, and A. Ramos-Ridao. Required stabilization time, short-term variability and impulsiveness of the sound pressure level to characterize the temporal composition of urban soundscapes. *Applied Acoustics*, 2010. doi: 10.1016/j.apacoust.2010.09.011. 9, 55, 56
- [166] A. J. Torija, D. P. Ruiz, and A. F. Ramos-Ridao. Use of back-propagation neural networks to predict both level and temporal-spectral composition of sound pressure in urban sound environments. *Building and Environment*, 52:45–56, 2012. 9, 78, 81
- [167] M. G. Turner, R. H. Gardner, et al. *Quantitative methods in landscape ecology*. Springer-Verlag New York, 1991. 3

-
- [168] S. Viollon, C. Lavandier, and C. Drake. Influence of visual setting on sound ratings in an urban environment. *Applied Acoustics*, 63(5):493–511, 2002. 31
- [169] V. Volterra. Variations and fluctuations of the number of individuals in animal species living together. *Journal du Conseil*, 3(1):3–51, 1928. 47, 49
- [170] Q. Wang, Y. Shen, Y. Zhang, and J. Q. Zhang. A quantitative method for evaluating the performances of hyperspectral image fusion. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, 52(4):1041–1047, 2003. 3
- [171] Y. Wang and M. Papageorgiou. Real-time freeway traffic state estimation based on extended Kalman filter: a general approach. *Transportation Research Part B: Methodological*, 39:141–167, 2005. doi: 10.1016/j.trb.2004.03.003. URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.trb.2004.03.003>. 78
- [172] P. J. Werbos. *The roots of backpropagation: from ordered derivatives to neural networks and political forecasting*. Wiley-Interscience, 1994. 142
- [173] B. Widrow. *Generalization and information storage in networks of adaline neurons*, volume 1962. Spartan Books, Washington, DC, 1962. 142
- [174] K. Wrightson. An introduction to acoustic ecology. *Soundscape: The Journal of Acoustic Ecology*, 1:10–13, 2000. 5, 29
- [175] J. Wu, M. Fukuhara, and T. Takeda. Parameter estimation of an ecological system by a neural network with residual minimization training. *Ecological modelling*, 189(3):289–304, 2005. 3
- [176] J. Y. Xia, R. Rabbinge, and W. van der Werf. Multistage functional responses in a ladybeetle-aphid system: scaling up from the laboratory to the field. *Environmental Entomology*, 32(1):151–162, 2003. 7, 90
- [177] Z. Zeng and J. Wang. Global exponential stability of recurrent neural networks with time-varying delays in the presence of strong external stimuli. *Neural Networks*, 19(10):1528–1537, 2006. 139
- [178] Y. Zhu, D. Comaniciu, M. Pellkofer, and T. Köhler. System and method for vehicle detection and tracking, 2010. URL <http://www.freepatentsonline.com/7764808.html>. 78
- [179] E. Zwicker. Ein Verfahren zur Berechnung der Lautstärke. *Acustica*, 10:304–308, 1960. 36
- [180] E. Zwicker, K. Deuter, and W. Peisl. Loudness meters based on ISO 532 B with large dynamic range. In *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*, volume 1985, pages 1119–1122. Institute of Noise Control Engineering, 1985. 36