

UNIVERSIDAD DE GRANADA  
FACULTAD DE CIENCIAS  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA TEÓRICA Y DEL COSMOS

**CARACTERIZACIÓN MULTIFRACTAL DE LA  
SISMOTECTÓNICA DE LA CORDILLERA BÉTICA**

Memoria que presenta D. Jesús Henares Romero para optar al Título de  
Doctor por la Universidad de Granada.

VºBº de los directores

Fdo.: Jesús Henares Romero

Fdo.: Dr. Carlos López Casado

Fdo.: Dr. Francisco Martínez López



Granada - España  
Julio 2009

Editor: Editorial de la Universidad de Granada  
Autor: Jesús Henares Romero  
D.L.: GR. 3150-2009  
ISBN: 978-84-692-5191-1



A mi familia.

A Juan Antonio Cebrian.  
A toda la familia rosaventera.

*Si buscas resultados distintos, no hagas siempre lo mismo.*  
Albert Einstein



## Agradecimientos

Tengo muchas cosas por las que dar las gracias a tanta gente que ha pasado por mi vida en todos estos años en los que he estado realizando esta Tesis. No quiero olvidar a nadie, pero si es así espero sepáis perdonarme.

Mi mayor agradecimiento al Dr. Carlos López Casado por su confianza, amistad y constante y continua colaboración en la realización de esta memoria. También quiero agradecer los cafés, y el trabajo que hemos realizado juntos al Dr. Francisco Martínez López.

Igualmente muchas gracias a los doctores José Antonio Peláez Montilla y Carlos Sanz de Galdeano por sus consejos y ayuda.

Gracias al Departamento de Física Teórica y del Cosmos y al Instituto Andaluz de Geofísica y Prevención de Desastres Sísmicos por poder utilizar sus equipos y materiales, y a sus miembros porque siempre me han recibido y ayudado para cualquier cosa que he necesitado: Araceli, Enrique, Dr. Gerardo Alguacil, Dr. Jesús Ibáñez, Dr. José Morales, Dr. Inmaculada Serrano, Dr. Elena Ocaña...

Por otro lado no quiero olvidar a las Hijas de la Caridad, en particular a Sor Teresa, y a la comunidad del Colegio Regina Mundi por las palabras de ánimo que siempre han tenido, por su interés y preocupación.

Igualmente gracias a tanta gente que de una manera u otra han hecho posible la realización de este trabajo: Fernando, Vero, Lara, Encarni, M<sup>a</sup> Teresa, Charo, Conchita, Lydia, Carmen, Yolanda, Carmita, Pepe, Antonio, Loren, Ana, Sergio, Laura (Danke Forelle!),...

No puedo olvidar a La Rosa de los Vientos, Queen y Enya por tantas y tantas horas en las que me han hecho compañía en mis estudios e investigaciones.

Gracias a mi familia, por vuestro apoyo y ayuda constante, sin vosotros todo este trabajo no habría sido posible.

Por último, agradezco que esta memoria se haya beneficiado del proyecto *Tectónica activa de las Béticas. Peligrosidad sísmica y movimientos de ladera*, en el cual participo y cuyo investigador principal es el Dr. Carlos López Casado, así como al Grupo del P.A.I. *Riesgo Sísmico y Microzonificación*, al cual pertenezco y cuyo investigador principal es el Dr. Carlos López Casado.

Un gran amigo me "regaló" el discurso que podéis encontrar a continuación y no veo mayor agradecimiento que hacer lo mismo con todos vosotros. Espero que os guste y os llene tanto como a mí. Gracias a todos por todo.

## Un discurso

Discurso que Steve Jobs, CEO de Apple Computer y de Pixar Animation Studios, dictó el 12 de Junio de 2005 en la ceremonia de graduación de la Universidad de Stanford.

### *Tienen que encontrar aquello que aman*

Tengo el honor de estar hoy aquí con ustedes en su comienzo en una de las mejores universidades del mundo. La verdad sea dicha, yo nunca me gradué. En realidad, esto es lo más cerca que jamás he estado de una graduación universitaria. Hoy les quiero contar tres historias de mi vida. Nada especial. Sólo tres historias.

### **La primera historia versa sobre *conectar los puntos*.**

Dejé la Universidad de Reed después de los seis primeros meses, pero después seguí vagando por allí otros 18 meses, más o menos, antes de dejarlo del todo. Entonces, ¿por qué lo dejé?

Todo empezó antes de que yo naciera. Mi madre biológica era una estudiante joven y soltera, y decidió darme en adopción. Ella tenía muy claro que quienes me adoptaran tendrían que ser titulados universitarios, de modo que preparó todo para que al nacer fuese adoptado por un abogado y su mujer. Sólo que cuando yo nací decidieron en el último momento que lo que de verdad querían era una niña. Así que mis padres, que estaban en lista de espera, recibieron una llamada a medianoche preguntando:

"Tenemos un niño no esperado; ¿lo queréis?"

"Por supuesto", dijeron ellos.

Mi madre biológica se enteró de que mi madre no tenía título universitario, y que mi padre ni siquiera había terminado el bachillerato, así que se negó a firmar los documentos de adopción. Sólo cedió, meses más tarde, cuando mis padres prometieron que algún día yo iría a la universidad. Y 17 años más tarde fui a la universidad. Pero descuidadamente elegí una universidad que era casi tan cara como Stanford, y todos los ahorros de mis padres, de clase trabajadora, los estaba gastando en mi matrícula. Después de seis meses, no le veía propósito alguno. No tenía idea de qué quería hacer con mi vida, y menos aún de cómo la universidad me iba a ayudar a averiguarlo. Y me estaba gastando todos los ahorros que mis padres habían conseguido a lo largo de su vida. Así que decidí dejarlo, y confiar en que las cosas saldrían bien.

En su momento me dio miedo, pero en retrospectiva fue una de las mejores decisiones que nunca haya tomado. En cuanto lo dejé, no fui más a las clases obligatorias, que eran las que no me interesaban, y comencé a meterme en las que parecían interesantes. No era idílico. No tenía dormitorio, así que dormía en el suelo de las habitaciones de mis amigos, devolvía botellas de Coca Cola por los 5 céntimos el envase para conseguir dinero para comer, y caminaba más de 10 kilómetros los domingos por la noche para comer bien una vez por semana en el templo de los Hare Krishna. Me encantaba. Y muchas cosas con las que me fui topando al seguir mi curiosidad e intuición resultaron no tener precio más adelante. Les daré un ejemplo.

En aquella época la Universidad de Reed ofrecía la que quizá fuese la mejor formación en caligrafía del país. En todas partes del campus, todos los pósters, todas las etiquetas de todos los cajones, estaban bellamente caligrafiadas a mano. Como ya no estaba matriculado y no tenía clases obligatorias, decidí asistir al curso de caligrafía para aprender cómo se hacía. Aprendí cosas sobre el serif y tipografías sans serif, sobre los espacios variables entre letras, sobre qué hace realmente grande a una gran tipografía. Era sutilmente bello, histórica y artísticamente, de una forma que la ciencia no puede capturar, y lo encontré fascinante. Nada de esto tenía ni la más mínima esperanza de aplicación práctica en mi vida. Pero diez años más tarde, cuando estábamos diseñando el primer computador Macintosh, recordé todo eso. Y diseñamos el Mac con eso en su esencia. Fue el primer computador con tipografías bellas. Si nunca me hubiera dejado caer por aquél curso concreto en la universidad, el Mac jamás habría tenido múltiples tipografías, ni caracteres con espaciado proporcional. Y como Windows no hizo más que copiar el Mac, es probable que ningún computador personal los tuviera ahora. Si nunca hubiera decidido dejarlo, no habría entrado en esa clase de caligrafía y los computadores personales no tendrían la maravillosa tipografía que poseen.

Por supuesto, era imposible conectar los puntos mirando hacia el futuro cuando estaba en clase, pero fue muy, muy claro al mirar atrás diez años más tarde. Lo diré otra vez: no puedes conectar los puntos hacia adelante, sólo puedes hacerlo hacia atrás. Así que tienen que confiar

---

en que los puntos se conectarán alguna vez en el futuro. Tienes que confiar en algo, tu instinto, el destino, la vida, el karma, lo que sea.

Porque creer que los puntos se unirán te darán la confianza de confiar en tu corazón. Esta forma de actuar nunca me ha dejado tirado, y ha marcado la diferencia en mi vida.

### **Mi segunda historia es sobre *el amor y la pérdida*.**

Tuve suerte, supe pronto en mi vida qué era lo que más deseaba hacer. Woz y yo creamos Apple en el garaje de mis padres cuando tenía 20 años. Trabajamos mucho, y en diez años Apple pasó de ser sólo nosotros dos a ser una compañía valorada en dos mil millones de dólares y 4.000 empleados. Hacía justo un año que habíamos lanzado nuestra mejor creación -el Macintosh- un año antes, y hacía poco que había cumplido los 30. Y me despidieron. ¿Cómo te pueden echar de la empresa que tú has creado? Bueno, mientras Apple crecía, contratamos a alguien que yo creía muy capacitado para llevar la compañía junto conmigo, y durante el primer año, más o menos, las cosas fueron bien. Pero luego nuestra perspectiva del futuro comenzó a ser distinta y finalmente nos apartamos completamente. Cuando eso pasó, nuestra Junta Directiva se puso de su parte. Así que a los 30 estaba fuera. Y de forma muy notoria. Lo que había sido el centro de toda mi vida adulta se había ido y fue devastador. Realmente no supe qué hacer durante algunos meses. Sentía que había dado de lado a la anterior generación de emprendedores, que había soltado el testigo en el momento en que me lo pasaban. Me reuní con David Packard [de HP] y Bob Noyce [Intel], e intenté disculparme por haberla fastidiado tanto. Fue un fracaso muy notorio, e incluso pensé en huir del valle [Silicon Valley]. Pero algo comenzó a abrirse paso en mí, aún amaba lo que hacía.

El resultado de los acontecimientos en Apple no había cambiado eso ni un ápice. Había sido rechazado, pero aún estaba enamorado. Así que decidí comenzar de nuevo. No lo vi así entonces, pero resultó ser que el que me echaran de Apple fue lo mejor que jamás me pudo haber pasado. Había cambiado el peso del éxito por la ligereza de ser de nuevo un principiante, menos seguro de las cosas. Me liberó para entrar en uno de los periodos más creativos de mi vida.

Durante los siguientes cinco años, creé una empresa llamada NeXT, otra llamada Pixar, y me enamoré de una mujer asombrosa que se convertiría después en mi esposa. Pixar llegó a crear el primer largometraje animado por ordenador, Toy Story, y ahora es el estudio de animación más exitoso del mundo. En un notable giro de los acontecimientos, Apple compró NeXT, yo regresé a Apple y la tecnología que desarrollamos en NeXT es el corazón del actual renacimiento de Apple. Y Laurene y yo tenemos una maravillosa familia.

Estoy bastante seguro de que nada de esto habría ocurrido si no me hubieran echado de Apple. Creo que fue una medicina horrible, pero supongo que el paciente la necesitaba. A veces, la vida te da en la cabeza con un ladrillo. No pierdan la fe. Estoy convencido de que la única cosa que me mantuvo en marcha fue mi amor por lo que hacía. Tienen que encontrar qué es lo que aman. Y esto vale tanto para su trabajo como para sus amantes. El trabajo va a llenar gran parte de su vida, y la única forma de estar realmente satisfecho es hacer lo que consideren un trabajo genial. Y la única forma de tener un trabajo genial es amar lo que hacen. Si aún no lo han encontrado, sigan buscando. No se conformen. Como en todo lo que tiene que ver con el corazón, lo sabrán cuando lo hayan encontrado. Y como en todas las relaciones geniales, las cosas mejoran y mejoran según pasan los años. Así que sigan buscando hasta que lo encuentren. No se conformen.

### **Mi tercera historia es sobre *la muerte*.**

---

Cuando tenía 17 años, leí una cita que decía algo como: "Si vives cada día como si fuera el último, algún día tendrás razón". Me marcó, y desde entonces, durante los últimos 33 años, cada mañana me he mirado en el espejo y me he preguntado: "Si hoy fuese el último día de mi vida, ¿querría hacer lo que voy a hacer hoy?" Y si la respuesta era "No" durante demasiados días seguidos, sabía que necesitaba cambiar algo. Recordar que voy a morir pronto es la herramienta más importante que haya encontrado para ayudarme a tomar las grandes decisiones de mi vida. Porque prácticamente todo, las expectativas de los demás, el orgullo, el miedo al ridículo o al fracaso se desvanece frente a la muerte, dejando sólo lo que es verdaderamente importante.

Recordar que vas a morir es la mejor forma que conozco de evitar la trampa de pensar que tienes algo que perder. Ya estás desnudo. No hay razón para no seguir tu corazón. Hace casi un año me diagnosticaron cáncer. Me hicieron un escaneo a las 7:30 de la mañana, y mostraba claramente un tumor en el páncreas. Ni siquiera sabía qué era el páncreas. Los médicos me dijeron que seguramente se trataba de un tipo de cáncer incurable y que mi esperanza de vida sería de tres a seis meses. Mi médico me aconsejó que me fuese a casa y dejara zanjados mis asuntos, forma médica de decir: prepárate a morir. Significa intentar decirles a tus hijos en unos pocos meses lo que ibas a decirles en diez años. Significa asegurarte de que todo queda atado y bien atado, para que sea tan fácil como sea posible para tu familia. Significa decir adiós. Viví todo un día con ese diagnóstico. Luego, a última hora de la tarde, me hicieron una biopsia, metiéndome un endoscopio por la garganta, a través del estómago y el duodeno, pincharon el páncreas con una aguja para obtener algunas células del tumor. Yo estaba sedado, pero mi esposa, que estaba allí, me dijo que cuando vio las células al microscopio el médico comenzó a llorar porque resultó ser una forma muy rara de cáncer pancreático que se puede curar con cirugía.

Me operaron, y ahora estoy bien. Esto es lo más cerca que he estado de la muerte, y espero que sea lo más cerca que esté de ella durante algunas décadas más. Habiendo vivido esto, ahora les puedo decir esto con más certeza que cuando la muerte era un concepto útil, pero puramente intelectual: Nadie quiere morir. Ni siquiera la gente que quiere ir al cielo quiere morir para llegar allí. Y sin embargo la muerte es el destino que todos compartimos. Nadie ha escapado de ella. Y así tiene que ser, porque la Muerte es posiblemente el mejor invento de la Vida. Es el agente de cambio de la Vida. Retira lo viejo para hacer sitio a lo nuevo. Ahora mismo lo nuevo son ustedes, pero dentro de no demasiado tiempo, de forma gradual, ustedes se irán convirtiendo en lo viejo, y van a ser apartados. Siento ser tan dramático, pero es bastante cierto. El tiempo de ustedes es limitado, así que no lo gasten viviendo la vida de otro. No se dejen atrapar por el dogma que es vivir según los resultados del pensamiento de otros. No dejen que el ruido de las opiniones de los demás ahogue la voz interior propia. Y lo más importante, tengan el coraje de seguir a su corazón y su intuición. De algún modo ellos ya saben lo que tú realmente quieres ser. Todo lo demás es secundario.

Cuando era joven, había una publicación asombrosa llamada "The Whole Earth Catalog"[Catálogo de toda la Tierra], una de las biblias de mi generación. La creó un tipo llamado Stewart Brand no lejos de aquí, en Menlo Park y la trajo a la vida con su toque poético. Eran los últimos años 60, antes de los computadores personales y la autoedición, así que se hacía con máquinas de escribir, tijeras, y cámaras Polaroid. Era como Google con tapas de cartulina, 35 años antes de que llegara Google, era idealista, y rebosaba de herramientas claras y grandes conceptos. Stewart y su equipo sacaron varios números del The Whole Earth Catalog, y cuando llegó su momento, sacaron un último número. Fue a mediados de los 70, y yo tenía la edad de ustedes. En la contraportada de su último número había una fotografía de una carretera

---

por el campo a primera hora de la mañana, la clase de carretera en la que podrías encontrarte "haciendo dedo" si son aventureros. Bajo ella estaban las palabras: "Sigue hambriento. Sigue loco".

Era su último mensaje de despedida. Sigue hambriento. Sigue loco. Y siempre he deseado eso para mí. Y ahora, cuando ustedes se gradúan para comenzar de nuevo, les deseo lo mismo. Sigambrientos. Sigalocos.

Muchísimas gracias a todos.





# Índice general

<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1. Geometría fractal</b>	<b>5</b>
1.1. Introducción . . . . .	5
1.2. Definición de Objeto Fractal . . . . .	6
1.3. La Dimensión Fractal y su Cálculo . . . . .	11
1.3.1. Dimensión de Hausdorff–Besicovitch . . . . .	12
1.3.2. Dimensión a partir de la cuenta de cajas . . . . .	13
1.4. Escala e Invarianza . . . . .	14
1.5. Multifractalidad . . . . .	16
1.6. Introducción matemática al análisis multifractal . . . . .	16
1.6.1. Formalismo de recuento de cajas de tamaño fijo . . . . .	17
1.6.2. Formalismo general . . . . .	20
1.6.3. Algoritmos de cálculo . . . . .	23
1.6.4. Espectro multifractal . . . . .	26
Bibliografía . . . . .	28
<b>2. Aplicaciones de la geometría fractal en sismotectónica</b>	<b>33</b>
2.1. Introducción . . . . .	33
2.2. Ley de Gutenberg-Richter y Dimensiones Fractales . . . . .	35
2.2.1. Expresión de Aki . . . . .	35
2.2.2. Relación entre la Dimensión de Capacidad de las fallas y el Parámetro $b$ de la Ley de Gutenberg–Richter . . . . .	39
2.3. Otra relación entre fallas y terremotos . . . . .	40
2.3.1. Dimensión de Correlación de los terremotos y Parámetro $b$ . . . . .	41
2.4. Espectro multifractal . . . . .	44
2.5. Dimensión de longitud de las fallas . . . . .	49
2.6. Sistema críticamente autoorganizado y peligrosidad sísmica . . . . .	50
Bibliografía . . . . .	52
<b>3. Encuadre sismotectónico de la Cordillera Bética</b>	<b>59</b>
3.1. Contacto Eurasia-África . . . . .	59
3.2. Principales rasgos geológicos de la Cordillera Bética . . . . .	59
3.3. Principales etapas de la evolución geológica de la Cordillera Bética . . . . .	62
3.4. Distribución espacial de la sismicidad: Rasgos Generales . . . . .	64
3.4.1. Sismicidad superficial . . . . .	64
3.4.2. Sismicidad intermedia . . . . .	65

3.4.3.	Sismicidad profunda . . . . .	66
3.4.4.	Estado actual de esfuerzos . . . . .	67
3.4.5.	Teorías geodinámicas sobre las Béticas . . . . .	68
	Bibliografía . . . . .	70
<b>4.</b>	<b>Datos sismotectónicos de la Cordillera Bética</b>	<b>75</b>
4.1.	Introducción . . . . .	75
4.1.1.	Base de datos de fallas . . . . .	75
4.1.2.	Base de datos de terremotos . . . . .	76
4.2.	Sismicidad histórica . . . . .	80
	Bibliografía . . . . .	85
<b>5.</b>	<b>Caracterización clásica de la sismicidad: Tasa, parámetro <math>b</math> y <math>m_{max}</math></b>	<b>87</b>
5.1.	Introducción . . . . .	87
5.2.	Ley de Gutenberg-Richter . . . . .	87
5.3.	Significado sismotectónico . . . . .	88
5.4.	Caracterización fractal . . . . .	88
5.5.	Cálculo de los parámetros clásicos de la sismicidad . . . . .	90
5.5.1.	Cálculo del parámetro $a$ . . . . .	90
5.5.2.	Cálculo del parámetro $b$ . . . . .	90
5.5.3.	Cálculo de la $m_{max}$ . . . . .	93
5.6.	Distribución espacial de los parámetros clásicos de la sismicidad . . . . .	95
5.6.1.	Distribución espacial del parámetro $a$ en la Béticas . . . . .	95
5.6.2.	Distribución espacial del parámetro $b$ en la Béticas . . . . .	95
5.6.3.	Distribución espacial de $m_{max}$ en la Béticas . . . . .	98
	Bibliografía . . . . .	99
<b>6.</b>	<b>Terremotos y multifractalidad: Espectro multifractal</b>	<b>101</b>
6.1.	Introducción . . . . .	101
6.2.	Test de cálculo . . . . .	101
6.2.1.	Utilización de atractores para elegir la malla de cálculo . . . . .	101
6.2.2.	Significado de la dimensiones fractales y el salto del espectro para posiciones y energía . . . . .	106
6.2.3.	Cálculo del espectro fractal considerando errores en las localizaciones de los terremotos . . . . .	111
6.3.	Multifractalidad de la sismicidad en la Cordillera Bética . . . . .	113
6.3.1.	Espectro multifractal de las Béticas . . . . .	113
6.3.2.	Variación espacial del espectro multifractal en las Béticas . . . . .	117
	Bibliografía . . . . .	125
<b>7.</b>	<b>Estudio multifractal de la distribución de las fallas</b>	<b>127</b>
7.1.	Introducción . . . . .	127
7.2.	Dimensión de longitud de las fallas . . . . .	127
7.2.1.	Variación espacial de la dimensión de longitud . . . . .	129
7.3.	Espectro multifractal . . . . .	131
7.3.1.	Variación espacial del espectro multifractal . . . . .	131
	Bibliografía . . . . .	137

---

<b>8. Relaciones entre parámetros</b>	<b>139</b>
8.1. Introducción . . . . .	139
8.2. Relación del parámetro $b$ con la dimensión de capacidad (relación de Aki) . . . . .	139
8.3. Relaciones de los parámetros clásicos de sismicidad con ellos y con las dimensiones fractales de los terremotos (posiciones y energía) y las fallas . . . . .	142
8.3.1. Parámetro $a$ . . . . .	142
8.3.2. Parámetro $b$ . . . . .	148
8.3.3. Parámetro $m_{max}$ . . . . .	149
8.4. Relaciones entre las dimensiones fractales de los terremotos (posiciones y energía) con ellas y las de las fallas . . . . .	151
8.5. Un ensayo de extensión multifractal de la ley de Gutenberg-Richter . . . . .	153
8.5.1. Distribución espacial del parámetro $b_{D_0}$ . . . . .	157
Bibliografía . . . . .	158
<b>9. Zonificación sismotectónica de la Cordillera Bética</b>	<b>159</b>
9.1. Introducción . . . . .	159
9.2. Zonificación sismotectónica . . . . .	159
9.3. Relaciones entre parámetros en las regiones de la zonificación sismotectónica . . . . .	164
9.3.1. Relación de Aki . . . . .	165
9.3.2. Relaciones de los parámetros $a$ , $b$ y $m_{max}$ con las dimensiones fractales . . . . .	168
9.3.3. Relaciones de las dimensiones fractales para posiciones, energía y fallas . . . . .	174
9.3.4. Relaciones de las relaciones entre el grado de heterogeneidad de las posiciones, de la energía y de las fallas . . . . .	179
Bibliografía . . . . .	181
<b>10. Discusión</b>	<b>183</b>
10.1. Interpretación de resultados globales . . . . .	183
10.2. Interpretación de resultados individuales . . . . .	185
10.3. Relaciones . . . . .	189
10.3.1. Relación de Aki . . . . .	189
10.3.2. Otras relaciones . . . . .	190
Bibliografía . . . . .	195
<b>11. Conclusiones</b>	<b>197</b>



# Objetivos y resumen de la Tesis

## Objetivos

El trabajo de esta Tesis Doctoral se ha realizado dentro de las líneas de investigación que se siguen en el grupo RNM-217 "Riesgo Sísmico y Microzonificación" del departamento de Física Teórica y del Cosmos de la Universidad de Granada. La investigación realizada en este grupo está dirigida, entre otros objetivos, al estudio de la peligrosidad sísmica en la zona geográfica que se corresponde con la Cordillera Bética. Esta investigación se realiza principalmente utilizando como fuentes de información los catálogos de terremotos, proporcionados por el Instituto Geográfico Nacional (IGN) y el Instituto Andaluz de Geofísica, y los datos de las fallas cartografiadas por diferentes autores y organismos de dicha zona. En esta Tesis Doctoral se han utilizado las fuentes de datos anteriores, pero se ha hecho un análisis diferente y nuevo, centrado en la descripción fractal y multifractal de las características sismotectónicas de la región.

Los objetivos principales han sido dos. Primero aplicar la geometría fractal a la caracterización de la sismotectónica de la Cordillera Bética y, por consiguiente, dejar validada la aplicación de la geometría fractal a este tipo de estudios. Segundo, obtener nuevos parámetros de caracterización de la sismotectónica de una zona. Así, en esta Tesis, para la caracterización sismotectónica de una región, a los ya conocidos y manejados parámetros  $a$ ,  $b$  y  $m_{\text{máx}}$  de la ley de Gutenberg-Richter, se han añadido los que proporcionan las diferentes dimensiones fractales de la distribución espacial y energética de los epicentros de los terremotos y de las fallas asociadas a éstos. Estos nuevos parámetros no sólo han sido evaluados sino que también se ha analizado su relación entre ellos y con los anteriormente citados.

Por tanto, con estos parámetros y sus relaciones, se pretende obtener un mejor conocimiento de la sismotectónica de la región y una más precisa evaluación de su peligrosidad sísmica. Es decir, que con esta nueva información se consigue un modelo más real de la sismotectónica causante de la amenaza sísmica en la Cordillera Bética.

## Resumen de la Tesis

La metodología de trabajo seguida se presenta en el esquema de la siguiente figura 1. Primero se ha realizado una introducción teórica de la teoría fractal, presentando también los trabajos realizados por otros autores (estado del arte). A continuación se ha presentado la región de estudio, la sismicidad histórica, así como los datos que se van a utilizar (terremotos y fallas). Seguidamente se ha aplicado la teoría fractal a los datos y se han obtenido diversos resultados, cuya interpretación se presenta al final y de manera conjunta, buscando su conexión con la sismicidad histórica.

Esta memoria está compuesta por diez capítulos y un apartado final de conclusiones. La bibliografía utilizada en esta Tesis se encuentra al final de cada capítulo.

En el capítulo primero se hace una introducción a la geometría fractal y multifractal, sentando las bases matemáticas en las que se apoya. Este es un capítulo teórico y de notificación del estado del arte de los temas que se tratan en la Tesis desde el punto de vista puramente teórico.

En el capítulo segundo se describe la aplicación de la geometría fractal a problemas sismotectónicos, similares a los que se trataran de resolver en esta Tesis. Será, por consiguiente, el referente a la hora de discutir resultados y obtener conclusiones.

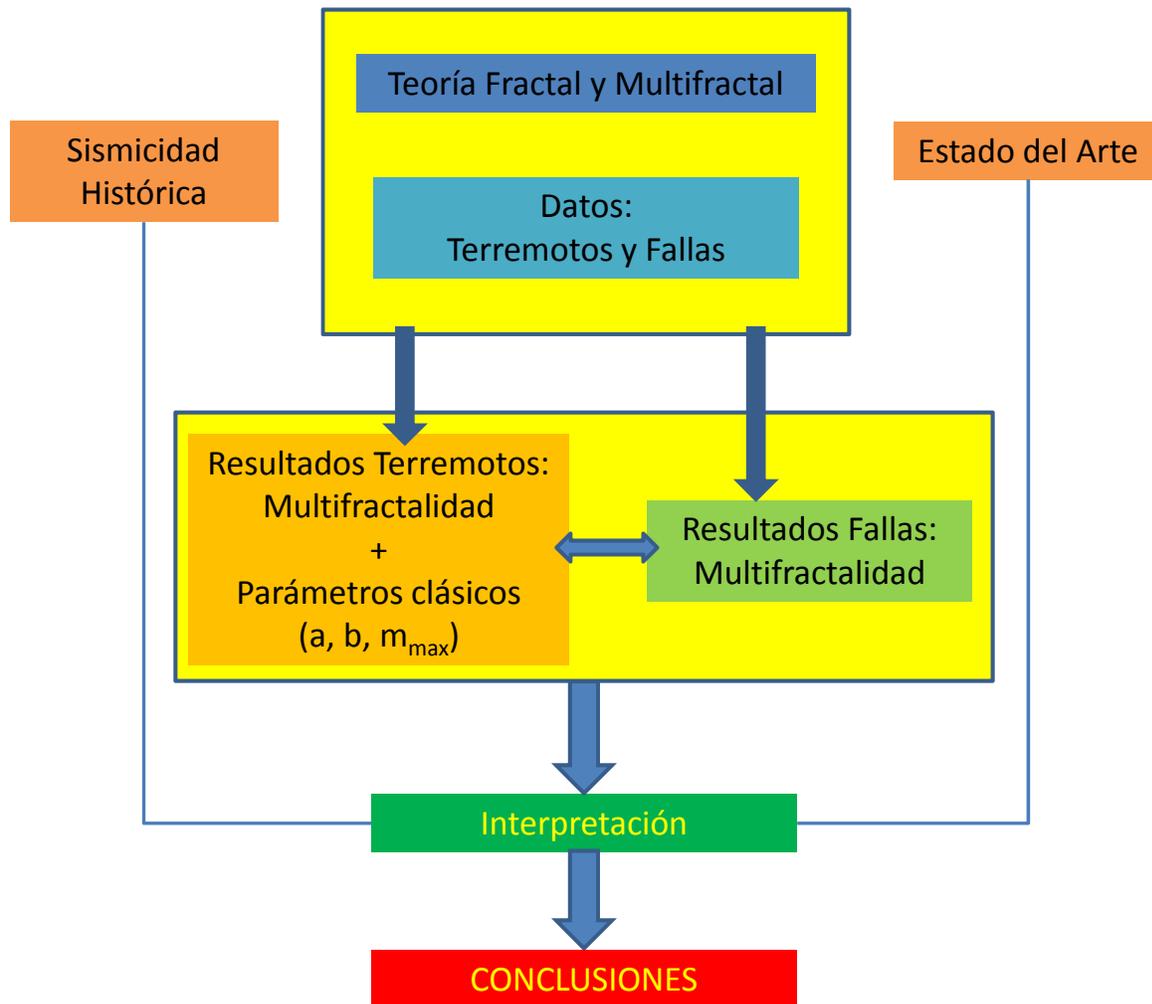


Figura 1: Metodología de trabajo.

En el capítulo tercero se presenta el encuadre geológico de la zona de estudio. Esto constituye el estado del arte de la sismicidad y geodinámica de la región.

En el capítulo cuatro se presentan los datos sismotectónicos que se utilizarán tanto en la caracterización de la sismicidad, como en la caracterización fractal. Además, se analizan los datos a utilizar desde el punto de vista de su completitud, homogeneidad y fiabilidad.

El capítulo quinto está dedicado a los parámetros clásicos ( $a$ ,  $b$  y  $m_{\text{máx}}$ ) utilizados en los estudios de la caracterización de la sismicidad de una región y en la evaluación de la peligrosidad sísmica de la misma. El principio del capítulo trata del significado sismotectónico y fractal, si lo hubiere, de cada uno de ellos, así como de los diferentes métodos de cálculo de los mismos. Al final del capítulo se presenta las distribuciones espaciales de estos parámetros en de las Béticas.

El capítulo sexto entra de lleno en los cálculos de dimensiones fractales de las distribuciones espaciales y energéticas de los terremotos de la Cordillera Bética. Se realiza a partir de la evaluación del espectro multifractal. Para validar la metodología de cálculo, se realizarán algunas simulaciones teóricas para comparar sus resultados con los que posteriormente se obtendrán con datos reales. Al igual que en el capítulo anterior, al final se muestran las distribuciones espaciales en la Cordillera Bética de las diferentes dimensiones antes calculadas.

En el capítulo séptimo se analizan las trazas de las fallas cartografiadas en las Béticas desde el punto de vista multifractal. Se calcula la dimensión de longitud y el espectro multifractal. Una variación espacial de las diferentes dimensiones fractales, a lo largo de las Béticas, también se presenta al final de este capítulo.

El capítulo octavo presenta las relaciones entre dimensiones fractales, de terremotos o fallas, y parámetros clásicos.

En el capítulo noveno se presenta una zonificación sismotectónica de las Béticas, utilizando las características espaciales de los parámetros de sismicidad y multifractalidad que se han evaluado en los anteriores capítulos. Estas características se han introducido en una tabla que se va a utilizar, no sólo para una visión global de las características espaciales de todos estos parámetros, sino también para observar más fácilmente relaciones entre ellos. Por tanto, en este capítulo se describe el objetivo fundamental de esta Tesis, es decir, la caracterización multifractal de la sismotectónica de la Cordillera Bética y su correlación con los parámetros de sismicidad de la misma.

En el capítulo décimo se presenta la discusión de los resultados obtenidos en esta memoria.

En las conclusiones se hace notar la validez de la geometría fractal para caracterizar sismotectónicamente una región sísmicamente activa, y también como ésta destaca la diferente potencialidad sísmica dentro de una región. Este hecho, que ya había sido mostrado en las distribuciones espaciales de los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $m_{\text{máx}}$ , utilizados en anteriores trabajos de la bibliografía, es ahora ratificado con los nuevos parámetros geométricos obtenidos a partir del análisis multifractal.

Finalmente, cabría destacar de entre estas conclusiones, la correspondiente a la correlación entre resultados de fallas y terremotos, que permite extender la validez de los resultados de estos últimos a un intervalo temporal equivalente al de los resultados obtenidos con las fallas.



# Capítulo 1

## Geometría fractal

### 1.1. Introducción

El estudio de los sistemas físicos muestra, en muchos casos, que la distribución espacial o temporal de los valores de una determinada magnitud no es continua ni derivable. El comportamiento de estos sistemas es complicado y presentan propiedades que en principio no pueden ser descritas mediante el uso de ecuaciones integro-diferenciales con soluciones continuas y con derivadas continuas. En su lugar se suelen usar ecuaciones diferenciales estocásticas [1]. Se dice que los sistemas con esta propiedad no están en equilibrio e incluso que su estado no es estacionario [2, 3, 4, 5].

El estudio de las propiedades físicas de tales sistemas experimentó un gran avance con la introducción del término fractal. Los sistemas fractales se caracterizan porque tienen determinadas propiedades cuyo comportamiento es similar cuando se las estudia con distinto nivel de resolución. Esta característica es una propiedad de semejanza que puede ser temporal, espacial o una combinación de ambas.

La noción de fractal fue introducida por Benöit Mandelbrot [6, 7, 8, 9, 10] y significa fraccionado. Un fractal es un conjunto que presenta huecos de todos los tamaños, de modo que su densidad es, en el límite matemático, de valor cero. Mandelbrot se basó en trabajos de principios de siglo XX sobre la teoría de la medida y principalmente en los trabajos de Hausdorff [11] y Besicovitch [12].

El comportamiento de un fractal con la escala es similar al de los sistemas físicos en las zonas próximas al punto crítico [13, 14], de modo que existe una divergencia según una potencia del tamaño o longitud.

Se puede comprobar que multitud de procesos naturales pueden ser descritos utilizando conceptos fractales [8, 15, 16] siendo, quizás, los fenómenos geológicos los ejemplos más claros de la relación existente entre la noción de fractal y el concepto de escala [17].

En las Ciencias de la Tierra existen múltiples ejemplos en los se puede comprobar la necesidad de proporcionar una escala para que el observador pueda hacerse una idea de cuál es la forma del objeto observado, por ejemplo, el relieve de una zona o el perfil costero de una región [8, 18]. Esta necesidad de proporcionar la escala se debe a que tanto el relieve, mostrado mediante las curvas de nivel, como los perfiles costeros, aparecen indistinguibles cuando se les observa desde diferentes alturas.

Los ejemplos geológicos no son los únicos que existen en la naturaleza y que presentan este carácter de invarianza bajo cambio de escala. Existen muchos más fenómenos que tienen esta propiedad como por ejemplo: la ruptura [19] y relajación [20] dieléctricas, la estructura de los

agregados de partículas coloidales [21, 22, 23], los valores de las reservas petrolíferas [24, 25], la secuencia de aminoácidos en la estructura de las proteínas [26] y su estructura terciaria [27], la estructura del ADN [28, 29], la distribución de galaxias [30], la estructura del páncreas [31]...

Dentro de los fenómenos geofísicos que se analizan mediante los conceptos fractales merecen especial mención las distribuciones espaciales de los terremotos y las estructuras de las fallas [32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45], objeto de estudio de esta memoria.

La noción de objeto fractal va asociada con/a la definición de dimensión, siendo ésta la que principalmente determinará las propiedades de su estructura. La definición matemática de la dimensión fractal es en el límite matemático  $\delta \rightarrow 0^1$ . Este límite no es alcanzable en los sistemas físicos reales, para los que el carácter fractal está limitado a un intervalo de escalas que comprende desde el tamaño del elemento más pequeño [46, 47] de sus constituyentes hasta el tamaño del sistema mismo.

## 1.2. Definición de Objeto Fractal

La palabra fractal, propuesta por Mandelbrot, proviene del término latino *fractus* que significa: "roto, fraccionado...".

Es posible que la palabra fractal resulte extraña la primera vez que se escucha y dé la impresión de que es algo poco habitual e inusual. Nada más lejos de la realidad, en la naturaleza existe un conjunto muy amplio de objetos que nos son familiares y pueden ser descritos utilizando el término fractal.

Las figuras de las páginas siguientes permiten comprender el concepto fractal al encontrar el parecido existente entre los distintos objetos que en ellas se muestran [48].

Como características comunes a estas figuras se observa que:

- Tienen una estructura fina y presentan detalles parecidos incluso a escalas pequeñas: la rama es *idéntica* al árbol que es varios órdenes de magnitud mayor.
- A pesar de ser de estructura muy complicada, se pueden construir mediante un proceso recursivo utilizando reglas sencillas: un árbol se traza desde el tronco, de éste parten unas ramas y de éstas, otras más pequeñas, y así sucesivamente.
- No se pueden describir geoméricamente: no son el lugar geométrico de los puntos que satisfacen una relación simple.
- Su geometría local es muy difícil de describir ya que hay puntos, muy próximos entre sí, que tienen a su alrededor estructuras diferentes, de modo que no se puede considerar que, por ejemplo, tengan recta tangente.
- Tienen cierto grado de autosimilaridad en el sentido de que el total y una de sus partes son geoméricamente similares. A veces este parecido puede ser más débil que la similaridad geométrica estricta, de manera que ésta puede ser aproximada o estadística.
- Son bastante grandes aunque no lo suficiente como para llenar el espacio en el que se encuentran inmersos porque su dimensión es fraccionaria en la mayoría de los casos.

---

<sup>1</sup> $\delta$  es una dimensión característica que en el caso concreto del método de box-counting, representa el tamaño de las cajas que componen la malla con la que se cubre el objeto fractal.

---

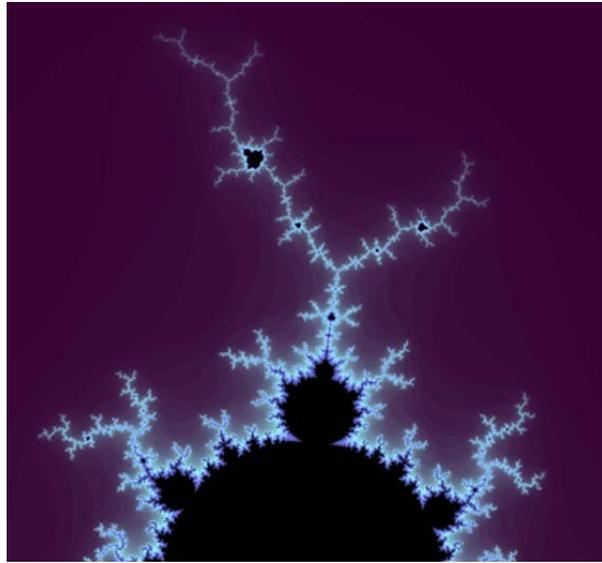


Figura 1.1: Conjunto de Mandelbrot (figura tomada de Fractal Time [49]). Obsérvese como la geometría del conjunto se repite a diferentes escalas.

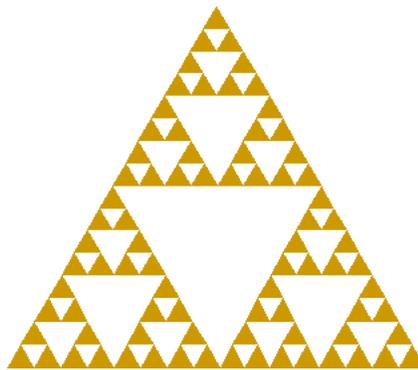


Figura 1.2: Triángulo de Sierpinski (figura tomada de Fralbe's Blog [50]). Es un famoso conjunto geométrico introducido por el célebre matemático polaco Waclack Sierpinski (1882-1969). Se trata de un fractal determinístico que se puede generar de diversas formas. La más usual consiste en partir de un triángulo equilátero, marcar los puntos medios de sus lados y extraer el triángulo interior. Se repite el proceso con los tres triángulos que quedan y así sucesivamente. El triángulo de Sierpinski está formado por tres copias autosimilares de él mismo.



Figura 1.3: Fotografía de una tormenta (imagen tomada de Histarmar [51]). La geometría de los brazos del rayo es similar a la del rayo en su conjunto.



Figura 1.4: Romanesco (imagen tomada de Knackeredhack [52]). La estructura del romanesco se corresponde con un proceso iterativo de divisiones.



Figura 1.5: Cordillera del Himalaya (imagen tomada de Kalipedia [53]). El total del conjunto y una de sus partes tiene una geometría similar.

De las anteriores figuras se puede concluir que se está muy familiarizado con el concepto de fractal, aunque no se asigne dicho nombre a tales objetos físicos de forma habitual. De todas las propiedades señaladas como características de los fractales se debe destacar la última. Ésta merece un tratamiento más profundo. ¿Qué significa: *Son lo bastante grandes pero no lo suficiente?*

Los fractales, como conjuntos de puntos que son, tienen asociada una dimensión topológica, pero además tienden a rellenar (sin conseguirlo) el espacio en el que se encuentran inmersos, pudiéndose, entonces, pensar que es como si fuesen más grandes de lo que les corresponde por su topología, pero más pequeños que el espacio en el que se encuentran inmersos. Por esto se dice que tienen una dimensión fraccionaria (fractus).

Esta propiedad fue la que llevó a Mandelbrot a dar una tentativa de definición de objeto fractal como un conjunto cuya dimensión de Hausdorff ( $D$ ) fuese estrictamente mayor que su dimensión topológica, pero posteriormente señaló que esta definición no era del todo satisfactoria ya que excluía ciertos conjuntos altamente irregulares y podía pensarse que estaban dentro del espíritu de la noción de fractal.

Si Mandelbrot se basó en la dimensión topológica del objeto para definir un fractal, Vicsek [46] lo hizo en la dimensión topológica del espacio en que está inmerso el objeto para dar su definición: *"... comúnmente los fractales son definidos como objetos para los cuales  $D$  es menor que la dimensión  $d$  del espacio que los contiene"*.

Se han propuesto varias definiciones de fractal pero todas ellas han presentado el mismo problema que la de Mandelbrot: *dejan ciertos sistemas fuera*. Así, los matemáticos se han referido a tales tipos de conjuntos de distintas formas: *conjuntos de dimensión fraccionaria, conjuntos con medida Hausdorff, conjuntos con una estructura fina o conjuntos irregulares*.

Lo cierto es que un estudio riguroso de estos conjuntos también debe contener un examen de aquellos conjuntos con dimensiones topológica y de Hausdorff iguales.

Los matemáticos consideran como fractal todo conjunto compacto de  $\mathbb{R}^n$ . Se incluyen así

conjuntos como la esfera dentro del concepto de fractal, lo cual no es del todo adecuado según la interpretación física que tenemos del concepto de fractal.

Mientras no exista una definición más potente de objeto fractal, lo adecuado es aceptar el criterio de Falconer [48], quien dice:

”Mi opinión es que la definición de fractal debería ser entendida de la misma forma en que los biólogos hacen con el concepto de vida. No existe una definición potente y rápida, sino una lista de propiedades y características de un ser vivo, tales como la habilidad para reproducirse o moverse o para existir hasta cierto punto independientemente del entorno que le rodea. La mayoría de los seres vivos tienen la mayor parte de estas propiedades, aunque hay seres vivos que son excepciones a cada una de ellas. De la misma forma, parece mejor ver un fractal como un conjunto con propiedades como las señaladas anteriormente, antes que buscar una definición precisa que excluya algunos casos interesantes.”

Desde un punto de vista práctico, el considerar como fractal todo conjunto compacto de  $\mathbb{R}^n$  es útil matemáticamente. Esto es así ya que es más fácil obtener propiedades que se apliquen a los conjuntos compactos en general, fractales o no, que sólo a los fractales; aunque muchas veces sólo serán interesantes para el caso fractal, pues generalmente son obvias para los conjuntos no fractales. Ésta es la idea que lleva a Guzmán et al. [47] a definir como conjunto fractal todo conjunto compacto<sup>2</sup> de  $\mathbb{R}^n$ , siguiendo el método de Barnsley [54] cuando introdujo los sistemas de funciones iteradas.

Dada la tendencia que presentan los fractales a rellenar el espacio en el que se encuentran inmersos, urge establecer una medida adecuada a su tamaño, una medida que resuelva la discrepancia existente entre el tamaño de los mismos y su distribución espacial, y que permita el estudio de sus formas y propiedades geométricas. Por ello se introduce la medida de Hausdorff<sup>3</sup>.

**Medida de Hausdorff.** Dado un conjunto  $A \subset \mathbb{R}^n$  y un número real  $s > 0$ , se define el  $s$ -tamaño del conjunto  $A$  considerando  $\delta$ -recubrimientos como:

$$H_\delta^s(A) = \inf \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} |E_i|^s : \{E_i\} \delta\text{-recubrimiento de } A \right\}. \quad (1.1)$$

Si se hace tender  $\delta \rightarrow 0$ , se irán teniendo en cuenta sólo las irregularidades de menor tamaño. Si  $\delta \rightarrow 0$ , el  $s$ -tamaño de  $A$  aumenta, ya que el ínfimo es tomado cada vez sobre una clase más restringida de recubrimientos. Es decir, si  $\delta_1 < \delta_2$ , todo  $\delta_1$ -recubrimiento es también  $\delta_2$ -recubrimiento, no siendo cierto por lo general al revés. Así pues existirá el límite

$$H^s(A) = \lim_{\delta \rightarrow 0} H_\delta^s(A) \quad (1.2)$$

que puede ser finito o infinito.

El valor de la medida de Hausdorff para un conjunto da idea de cuál es su tamaño, de modo que de entre dos conjuntos será más grande aquel que tenga una medida mayor. Para hacer

---

<sup>2</sup>En topología, un subconjunto  $K$  de un espacio topológico  $X$  se dice compacto si todo recubrimiento abierto suyo tiene un subrecubrimiento finito; es decir, si para todo  $\{U_i\}_{i \in I}$  tal que  $U_i$  son todos abiertos y  $\cup_{i \in I} U_i \supset K$ , existe  $F \subset I$  finito tal que  $\cup_{i \in F} U_i \supset K$ .

<sup>3</sup>La que hoy se denomina teoría geométrica de la medida tiene su inicio con los trabajos de Hausdorff y Besicovitch, y se basa en el concepto de dimensión de Hausdorff el cual permite la distinción del tamaño entre conjuntos fractales. Estos trabajos fueron continuados entre otros por Falconer [55] y Mattilla [56], configurándose la teoría iniciada por Besicovitch.

---

el cálculo del valor de  $H^s$  para un conjunto  $A$  se han de obtener recubrimientos del conjunto para distintos valores de  $\delta$ , y calcular el límite de los correspondientes  $s$ -tamaños del conjunto  $A$  para  $\delta \rightarrow 0$ .

Sin embargo, en los casos reales, por ejemplo con datos sobre terremotos o fallas, no es posible alcanzar este límite ya que hay una cota inferior para los posibles valores que puede tomar  $\delta$ . Esto va a impedir calcular exactamente el valor  $H^s(A)$  y por lo tanto habrá que hacer una estimación de dicho valor. Esta cota inferior viene determinada por la geometría del problema, es decir, por los datos de posición (o temporales) que constituyen el fractal real, y habrá de tenerse en cuenta a la hora de realizar dicho cálculo.

### 1.3. La Dimensión Fractal y su Cálculo

La principal herramienta de la geometría fractal es la dimensión. Se está familiarizado con la noción de dimensión y la idea de que una curva "suave" tiene dimensión 1 y una superficie "suave" dimensión 2 está clara. Pero lo que no está tan claro es qué dimensión puede tener un conjunto como el de Cantor (figura 1.6). Éste se obtiene iterativamente a partir del segmento unidad el cual se divide en tres partes iguales y se le quita la central. Las dos partes restantes se dividen a su vez en tres partes iguales y se quitan las centrales. Este proceso se repite continuamente eliminando las partes centrales, llegándose al final a un conjunto de puntos que por su propia definición tiene longitud nula y que recibe el nombre de conjunto de Cantor. El conjunto de Cantor, aunque tiene longitud cero, es tan enorme como para ser incontable. Se podría pensar que de poder asociarle una dimensión ésta tendría que estar entre un valor 0 y 1, ya que el conjunto de Cantor tiene "menos" puntos que el intervalo unidad y más que un conjunto finito.

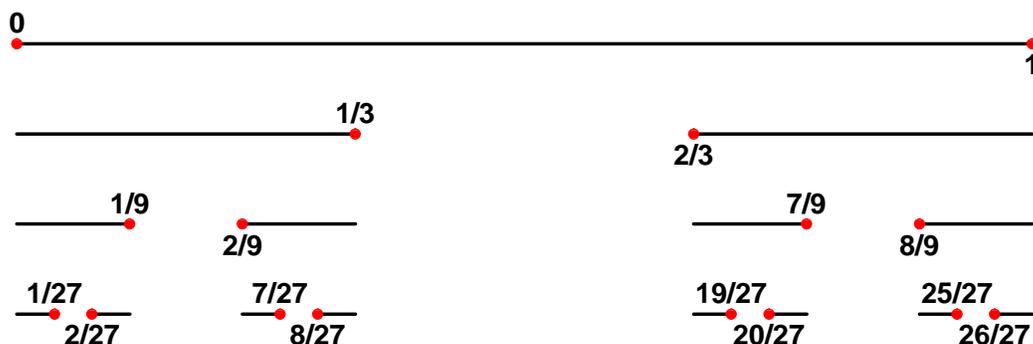


Figura 1.6: Conjunto de Cantor. Obsérvese como la geometría del conjunto se repite a diferentes escalas. Éste se obtiene partiendo del segmento unidad, que se divide en tres partes iguales y quita la central. De la misma manera se actúa en los segmentos que van apareciendo en las diferentes iteraciones. El conjunto de Cantor es el conjunto de los puntos restantes, que está formado por los extremos de cada subintervalo:  $0$  y  $1$ ,  $\frac{1}{3}$  y  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{1}{9}$  y  $\frac{2}{9}$ ,  $\frac{7}{9}$  y  $\frac{8}{9}$ ,  $\frac{1}{27}$ .... Estos puntos se representan de color rojo en la figura. Los puntos que se repiten en las diferentes iteraciones, como por ejemplo el cero, solo se han resaltado una vez.

Rigurosamente, la dimensión proporciona una descripción de cuánto espacio llena un conjunto. El valor de la dimensión se corresponde con la idea de que cuantos más puntos tenga un conjunto, mayor debe ser su dimensión. Es una medida del tamaño de sus irregularidades cuando se ve a escalas muy pequeñas. La dimensión contiene información sobre las propiedades geométricas de los conjuntos. Además, su valor debería estar relacionado con las propiedades de autosemejanza del mismo, si éste es autosemejante<sup>4</sup>

Es posible definir la "dimensión" de un conjunto de muchas formas, algunas más satisfactorias que otras. Sin embargo, es importante darse cuenta de que las diferentes definiciones pueden dar valores diferentes de la dimensión de un mismo conjunto, y también diferentes propiedades. Por esto, cuando se hable del valor de la dimensión fractal se ha de indicar en concreto cuál es la definición que se ha utilizado para su cálculo.

De las diferentes definiciones utilizadas para la dimensión fractal cabe destacar las siguientes:

1. Hausdorff–Besicovitch
2. Cuentas de Cajas (Box–Counting)
3. Homotecia
4. Radio de Giro
5. Cajas o Bolas Encajadas
6. Función de Correlación en Densidad

Para realizar el cálculo de la dimensión  $D$  se procede de diferente forma a partir de su definición. Además, hay que tener en cuenta que la definición matemática es en el límite y que, dadas las limitaciones físicas existentes para el comportamiento fractal de los sistemas reales, hay que proceder cautelosamente a la hora de realizar el cálculo del valor de la dimensión e implementar las definiciones mediante algoritmos que se apliquen a sistemas reales.

En esta memoria se va a realizar un estudio multifractal, por tanto, de los métodos de cálculo arriba mencionados, típicos de estudios monofractales, solo se van a desarrollar el de Hausdorff–Besicovitch, utilizado de manera puntual en esta memoria, y el de Cuentas de Cajas ya que es el más extendido a la hora de calcular la dimensión fractal. El cálculo de las dimensiones fractales en esta Tesis se realizará mediante el algoritmo de cuentas de cajas de tamaño fijo, que se explicará más adelante.

### 1.3.1. Dimensión de Hausdorff–Besicovitch

Considerando la definición 1.1 se podría calcular tanto el  $s$ -tamaño como el  $t$ -tamaño para el conjunto  $A$  con recubrimientos de tamaño a lo sumo  $\delta$ . Si  $\{E_i\}$  es un  $\delta$ -recubrimiento de  $A \subset \mathbb{R}^n$  y  $t > s$ , entonces se tiene que

$$\sum_{i=1}^{\infty} |E_i|^t = \sum_{i=1}^{\infty} |E_i|^s |E_i|^{t-s} \leq \delta^{t-s} \sum_{i=1}^{\infty} |E_i|^s \quad (1.3)$$

y al tomar ínfimos sobre todo los  $\delta$ -recubrimientos y hacer tener  $\delta \rightarrow 0$  se verificará que si  $H^s(A) < \infty$ , entonces  $H^t(A) = 0$  y si  $H^t(A) > 0$ , entonces  $H^s(A) = \infty$ . Por tanto, existe un único valor de  $s$  tal que si  $t > s$  entonces  $H^t(A) = 0$ , y si  $t < s$  entonces  $H^t(A) = \infty$ .

---

<sup>4</sup>En general,  $F$  es una estructura autosemejante si puede ser construida como una reunión de estructuras, cada una de las cuales es una copia de  $F$  a tamaño reducido (una imagen de  $F$  mediante una semejanza contractiva).

**Definición 1.1.** Se llama dimensión de Hausdorff de  $A$   $\dim_H A$  a

$$\dim_H A = \inf \{s \in \mathbb{R} : H^s(A) = 0\} = \sup \{s \in \mathbb{R} : H^s(A) = \infty\} \quad (1.4)$$

Dada la propiedad de transformación de la medida  $s$ -dimensional de Hausdorff bajo semejanzas, se tiene para dos conjuntos semejantes que sus dimensiones son iguales, es decir  $\dim_H \phi(A) = \dim_H A$ .

Para la determinación experimental de la dimensión fractal de Hausdorff hay que tener en cuenta que lo que se busca es el valor de  $s$  límite que produce un cambio en el valor de la  $H^s$ -medida del conjunto  $A$ . Dicho valor determinará las propiedades del fractal y su tamaño.

### 1.3.2. Dimensión a partir de la cuenta de cajas

La dimensión de cuenta de cajas es una de las más usadas. Su popularidad se debe a que su aplicación matemática es relativamente fácil ya que se determina cubriendo el conjunto con cajas de igual tamaño.

**Definición 1.2.** Sea  $A$  un conjunto acotado y no vacío de  $\mathbb{R}^n$  y  $N_\delta(A)$  el menor número de conjuntos de diámetro como máximo  $\delta$  con los que se puede cubrir  $A$ . Las dimensiones inferior y superior de  $A$  se definen respectivamente como

$$\begin{aligned} \underline{\dim}_B A &= \underline{\lim} \frac{\log N_\delta(A)}{-\log \delta} \\ \overline{\dim}_B A &= \overline{\lim} \frac{\log N_\delta(A)}{-\log \delta} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Si ambos límites tienen el mismo valor, dicho valor común se llama dimensión de cuenta de cajas del conjunto  $A$ ,  $\dim_B A$ .

Si se supone que existe  $\dim_B A$  y que  $B^s(A) = \lim_{\delta \rightarrow 0} N_\delta(A) \delta^s$  existe y es finito se podrá escribir

$$B^s(A) \approx N(\delta) \delta^s \quad (1.6)$$

donde  $N(\delta)$  es el número de cajas de lado  $\delta$ , de un  $\delta$ -recubrimiento dado, que son necesarias para cubrir completamente el conjunto  $A$ . Al tomar logaritmos en la anterior expresión se obtiene

$$\log B^s(A) \approx \log N(\delta) + s \log \delta \quad (1.7)$$

Si se expresa  $\log N(\delta)$  como función de  $\log \delta$  se obtiene una expresión analítica que se corresponde con una línea recta cuya pendiente es  $-s$ , es decir, menos la dimensión de cuenta de cajas. Esto permite calcular la dimensión de cuenta de cajas a partir de la pendiente de la representación de  $\log N(\delta)$  frente a  $\log \delta$  para diferentes recubrimientos por cajas.

El método que se use para estimar  $N_\delta(A)$  (es decir,  $N(\delta)$ ) en fractales experimentales determinará el valor finalmente obtenido para la dimensión de cuenta de cajas. Es habitual utilizar recubrimientos por  $\delta$ -mallas. Particularmente por  $\delta$ -mallas diádicas para las cuales  $\delta$  toma valores que son uno la mitad del anterior.

Normalmente, el valor de la dimensión por cuenta de cajas de un conjunto y el de su dimensión de Hausdorff no coinciden ni siquiera para los fractales más comunes.

Se podría analizar la relación entre los valores  $\dim_B A$  y  $\dim_H A$ . Para ello se toma un  $\delta$ -recubrimiento. Dado que

$$\sum_i |E_i|^s \leq N(E_i, \delta) \delta^s \quad (1.8)$$

donde la suma en  $i$  se reduce a aquellos elementos del  $\delta$ -recubrimiento,  $N(E_i, \delta)$ , necesarios para cubrir por completo el conjunto  $A$ . Al tomar ínfimos en los  $\delta$ -recubrimientos se tiene que

$$H^s(A) \leq B^s(A) \quad (1.9)$$

De esta expresión se obtiene que  $\dim_H A \leq \dim_B A$ , lo cual se puede demostrar fácilmente ya que si por hipótesis se considera  $\dim_H A > \dim_B A$  se tendrá que

$$H^{\frac{\dim_H A + \dim_B A}{2}}(A) \leq B^{\frac{\dim_H A + \dim_B A}{2}}(A) \quad (1.10)$$

de donde al tener que ser, por hipótesis,  $\dim_H A > \frac{\dim_H A + \dim_B A}{2} > \dim_B A$  se obtiene  $\infty < 0$  al aplicar las propias definiciones de dimensión, llegándose a un absurdo.

## 1.4. Escala e Invarianza

Una de las propiedades más importantes de los conjuntos fractales es su invarianza bajo los cambios de escala: "presentan una estructura fina con detalles parecidos incluso a escalas pequeñas". Para los sistemas naturales, que se pueden estudiar utilizando conceptos fractales, esta propiedad de invarianza está limitada a un conjunto de valores; por lo que el comportamiento fractal del sistema físico existe sólo dentro de un limitado conjunto de escalas; siendo la descripción que se hace del sistema diferente según se la estudie a escalas dentro de dicho conjunto o a escalas superiores o inferiores.

Un ejemplo típico para analizar el diferente comportamiento dimensional de un sistema con la escala a la que se le observa es una madeja de lana. Si dicha madeja se mira a una escala macroscópica, del orden de los kilómetros, observaremos tal madeja como si de un punto se tratara ( $D = 0$ ). Si dicha distancia se reduce al orden de los metros, se observa su estructura espacial ( $D = 3$ ); pero si se sigue reduciendo más, hasta distancias del orden de los centímetros, se observa su estructura unidimensional ( $D = 1$ ). Un acercamiento mayor hará ver el hilo que constituye dicha madeja con volumen ( $D = 3$ ). Y si se continúa en la aproximación se detectarán las fibras con las que está compuesto dicho hilo ( $D = 1$ ).

De este ejemplo se deduce que el carácter, y por tanto la dimensión con que se define un objeto, dependen del grado de magnificación con el que se observa, del grado de aproximación con el que se describe. Por lo tanto, el carácter unidimensional, bidimensional o tridimensional de un sistema físico está limitado a un conjunto de escalas que determinan el grado de definición con el que se analiza el objeto. Existen otros ejemplos de sistemas físicos cuya descripción fractal se debe hacer con un valor distinto de su dimensión fractal dependiendo de la magnificación con la que se estudie [8, 42].

En la figura 1.7 se muestran el conjunto de fallas de la Cordillera Bética y zonas adyacentes y el cuadro resultante de ampliar la imagen restringiéndose sólo a la zona de la cuenca de Granada. Salvo el detalle del perfil costero, ambas imágenes se caracterizan por poseer zonas con mayor acumulación de fallas y otras menos densas. Este comportamiento común es el ya indicado como característico de los sistemas fractales, por lo que se puede pensar que la estructura de las fallas en la Cordillera Bética presenta un carácter fractal.

Esta hipótesis se ve confirmada en la gráfica de la figura 1.7. En ella se representan los resultados de la aplicación del método de Hausdorff a la distribución de fallas de la cuenca de Granada. La dependencia lineal observada justifica la determinación de la dimensión fractal para dicha zona. El valor obtenido es de  $1,42 \pm 0,09$  que coincide aproximadamente con la dimensión para la Cordillera Bética que es de  $1,47 \pm 0,06$ .

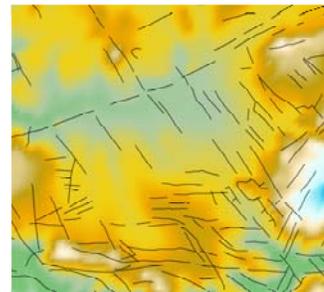
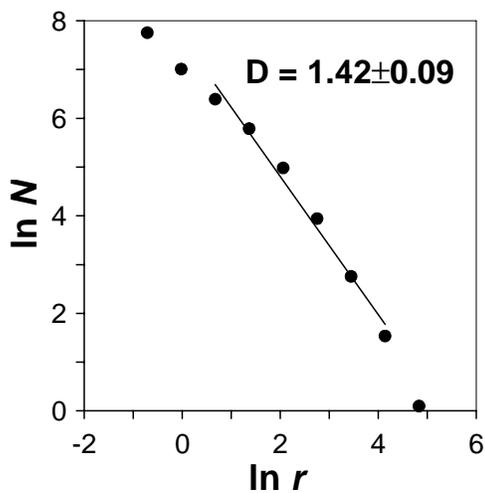
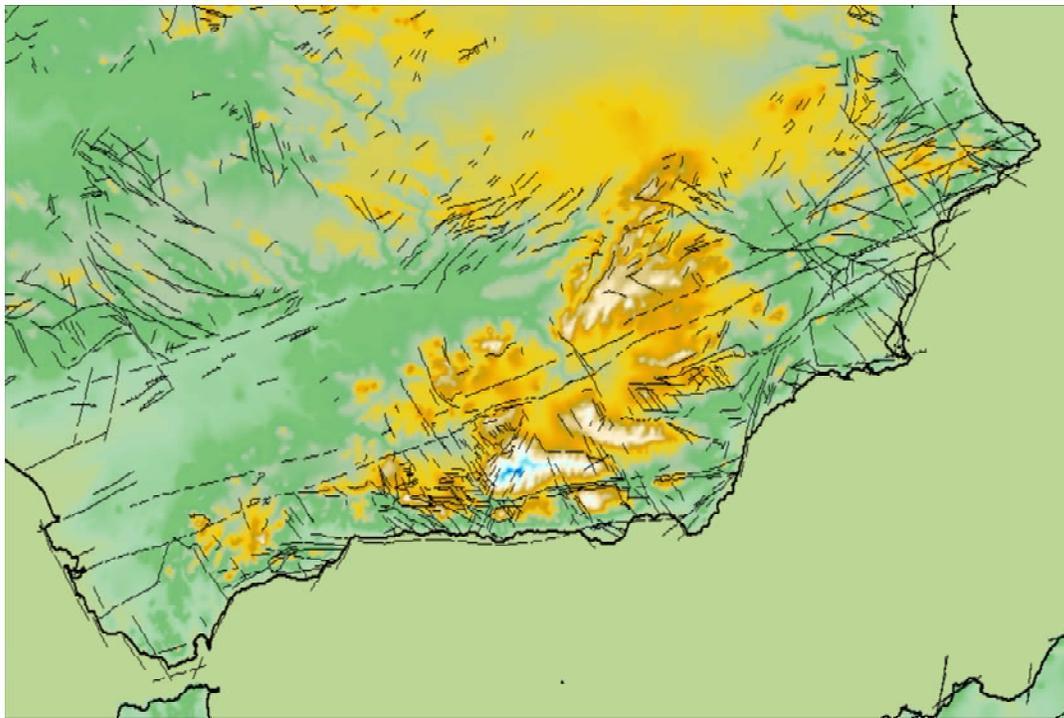


Figura 1.7: Fallas de la Cordillera Bética y zonas adyacentes y de la cuenca de Granada (Instituto Geográfico Nacional-IGN [57]). La gráfica corresponde a la aplicación del método de Hausdorff a las fallas de la cuenca de Granada. La pendiente, en valor absoluto, de la recta de ajuste da la dimensión fractal que es de  $1,42 \pm 0,09$ .

El carácter fractal de una distribución de fallas es limitado: como se puede verificar, si se cambia la escala y se considera una zona más pequeña, llegará el momento en que sólo se tendrá una falla, entonces se deberá describir el sistema con dimensión 1,0.

## 1.5. Multifractalidad

Los conjuntos fractales pueden ser homogéneos o heterogéneos, es decir, uniformes y simétricos o no uniformes y asimétricos. Los conjuntos monofractales son homogéneos en el sentido de que tiene las mismas propiedades de escala y se describen con una sola dimensión [58]. Si es necesario más de un exponente de escala para describir las propiedades de escala, entonces el conjunto no es monofractal y se llama multifractal. En la naturaleza, muchos fenómenos son multifractales [59] y su caracterización no se realiza utilizando sólo una dimensión, sino que se trabaja con un conjunto de dimensiones, no enteras, llamadas espectro multifractal.

El comportamiento de una gran clase de fenómenos físicos está determinado por la distribución espacial de una magnitud escalar, como puede ser por ejemplo la concentración de partículas, el potencial eléctrico, la energía liberada, etc.

Las distribuciones espaciales estacionarias reciben el nombre de medidas fractales (o multifractales) y están relacionadas con el estudio de la distribución de una magnitud física sobre un soporte geométrico. El soporte en el que se encuentra definida la medida puede ser un plano ordinario, la superficie de una esfera, etc.

En general, una medida multifractal posee un número infinito de singularidades de muchos tipos. El conjunto soporte puede entonces representarse en términos de subconjuntos fractales entrelazados, cuya dimensión fractal depende del tipo de singularidad que los define; esta división es la que da significado al término multifractal.

En el análisis fractal la descripción que se realiza de los datos tiene un carácter *individualizado*, en el que sólo se considera el sistema como una colección de elementos. En el caso de los terremotos se estudia su distribución espacial. Si se quiere realizar un análisis más global, interesa definir una medida sobre la localización de cada elemento del conjunto. En este sentido, además de un estudio con la posición epicentral (la medida será el número de terremotos), se considerará un estudio con la energía asociada a cada terremoto.

A continuación se presenta el formalismo matemático para el cálculo multifractal.

## 1.6. Introducción matemática al análisis multifractal

Considérese una medida  $\mu$  definida sobre un soporte  $K$  que será un conjunto compacto de  $\mathbb{R}^n$ . La medida  $\mu$  podría representar cualquier magnitud física definida en el espacio, como, por ejemplo, la distribución de la energía liberada en una región de la Tierra por los terremotos. El conjunto  $K$  podría ser el mismo un conjunto fractal. Se aceptará que la medida está normalizada de modo que  $\mu(K) = 1$ , con lo que podrá asociarse con una distribución de probabilidad.

Sea  $B(x, \varepsilon)$  una bola cerrada de centro  $x \in \mathbb{R}^n$  y radio  $\varepsilon$ . Se define la dimensión local de  $\mu$  en  $x \in K$  por el límite

$$\alpha(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log \mu(B(x, \varepsilon))}{\log \varepsilon}. \quad (1.11)$$

Los coeficientes  $\alpha(x)$  así definidos se denominan también exponentes de singularidad o exponentes de Hölder locales de la medida  $\mu$  en los puntos  $x$  [48]. Estos exponentes se pueden interpretar de la siguiente manera: si en la ecuación (1.11) se toma un valor de  $\varepsilon$  pequeño, entonces se podrá escribir

$$\mu(B(x, \varepsilon)) \sim \varepsilon^{\alpha(x)}, \quad \varepsilon \rightarrow 0. \quad (1.12)$$

Es decir, la medida  $\mu$  es singular en el punto  $x$ , en el sentido de que su integral en un entorno de  $x$  de radio  $\varepsilon$  (la medida en un entorno de radio  $\varepsilon$ ) crece como una potencia de  $\varepsilon$ . Si el soporte de

la medida es regular, y la propia medida es bien comportada, entonces  $\mu$  será suave y poseerá un número finito (y más bien pequeño) de singularidades de este tipo.

Se dirá que una medida es multifractal si posee infinitas de estas singularidades, caracterizadas por un continuo de exponentes Hölder  $\alpha(x) \in [\alpha_{\text{mín}}, \alpha_{\text{máx}}]$ . En el caso de la distribución de un mineral en la Tierra, estas singularidades corresponderían a aquellas regiones en las que la concentración de mineral es muy alta. Será la presencia de estas singularidades la que permitirá clasificar los puntos del soporte según el valor de su exponente de singularidad.

Para  $\alpha > 0$ , se definen los conjuntos [61]

$$\overline{K}_\alpha = \{x \in K \mid \alpha(x) \leq \alpha\} \quad (1.13)$$

$$\underline{K}_\alpha = \{x \in K \mid \alpha(x) \geq \alpha\} \quad (1.14)$$

y, finalmente, el conjunto  $K_\alpha$

$$K_\alpha = \overline{K}_\alpha \cap \underline{K}_\alpha. \quad (1.15)$$

Se puede pensar en la familia  $\{K_\alpha \mid \alpha(x) \geq 0\}$  como una descomposición multifractal del soporte (fractal) inicial, en diferentes subfractales, caracterizados por los exponentes  $\alpha$ , en función de la medida  $\mu$ . Para las medidas que usualmente se encuentran en Física, se cumplirá además que

$$K = \bigcup_{\alpha \geq 0} K_\alpha. \quad (1.16)$$

El propósito fundamental del análisis multifractal consiste en caracterizar a los subfractales  $K_\alpha$  por su dimensión fractal, que definimos por

$$f(\alpha) = \dim_H \{x \in K \mid \alpha(x) = \alpha\} = \dim_H (K_\alpha) \quad (1.17)$$

donde  $\dim_H$  representa la dimensión de Hausdorff. La función  $f(\alpha)$  es el denominado espectro multifractal de la medida  $\mu$ . Calcularlo será objetivo fundamental de cualquier estudio multifractal.

Desafortunadamente, y pese al rigor matemático de las anteriores definiciones, resulta extremadamente difícil calcular así el espectro  $f(\alpha)$  para cualquier medida. De hecho, sólo se conoce el resultado exacto para ciertos tipos de medidas muy particulares, como las autosimilares en  $\mathbb{R}^n$  con soporte totalmente disconexo [60] y las medidas autoafines en  $\mathbb{R}^2$  cuyo soporte satisface ciertas condiciones particulares [61]. Para poder realizar cálculos reales se debe relajar el rigor anterior y considerar el método más heurístico de la función de partición, introducido por Grassberger [62], Grassberger y Procaccia [63], Hentschel y Procaccia [64] y por Halsey et al. [65] y que se expone en la siguiente subsección.

### 1.6.1. Formalismo de recuento de cajas de tamaño fijo

Tómese en primer lugar una  $\varepsilon$ -malla sobre  $\mathbb{R}^n$ , compuesta por la colección de  $\varepsilon$ -cajas  $B$  disjuntas de la forma

$$B = \prod_{k=1}^n [l_k \varepsilon, (l_k + 1) \varepsilon] \quad (1.18)$$

donde  $l_k$  son enteros, para  $k = 1, \dots, n$ . Sea  $G_\varepsilon$  el conjunto de todas las cajas de la  $\varepsilon$ -malla de medida no nula, es decir,

$$G_\varepsilon = \{B \mid \mu(B) \neq 0\}. \quad (1.19)$$

Sea  $N_\varepsilon(K)$  el cardinal del conjunto  $G_\varepsilon$ . Si el soporte de la medida  $K$ , es un conjunto fractal, su dimensión de recuento de cajas vendrá dada naturalmente por

$$\dim_B(K) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N_\varepsilon(K)}{\log(1/\varepsilon)}. \quad (1.20)$$

Considérese ahora una cierta caja  $B_i \in G_\varepsilon$ ,  $i = 1, \dots, N_\varepsilon(K)$  y sea  $\mu_i(\varepsilon) = \mu(B_i)$ , su medida. Al ser las cajas disjuntas, por la propiedad de aditividad de las medidas se satisfará que  $\sum_i \mu_i(\varepsilon) = \mu(K) = 1$ , es decir, se podrá asociar  $\mu_i$  a una distribución de probabilidad. La cantidad  $\mu_i(\varepsilon)$  es una función que depende del espaciado  $\varepsilon$  de la malla y que, para una medida multifractal, tendrá en general la forma

$$\mu_i(\varepsilon) \sim \varepsilon^{\alpha_i} \quad \varepsilon \rightarrow 0. \quad (1.21)$$

Si la medida es uniforme, se tendrá obviamente  $\alpha_i = cte.$ , para todas las cajas. Si no es uniforme,  $\alpha_i$  dependerá de la caja  $i$  considerada y de los puntos  $x$  en ella contenidos; no obstante, en general, habrá muchas cajas que compartirán el mismo valor  $\alpha$ . Sea  $G_\varepsilon(\alpha) = \{B \mid \mu(B) \sim \varepsilon^\alpha\}$  el conjunto de todas las cajas que comparten el mismo exponente  $\alpha$  y sea  $N_\varepsilon(\alpha)$  el cardinal de este conjunto. Este conjunto  $G_\varepsilon(\alpha)$  será un objeto fractal de *dimensión*  $f(\alpha)$ , es decir, el número de cajas  $N_\varepsilon(\alpha)$  escalará con  $\varepsilon$  de la forma

$$N_\varepsilon(\alpha) \sim \varepsilon^{-f(\alpha)}, \quad (1.22)$$

de donde

$$f(\alpha) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N_\varepsilon(\alpha)}{\log(1/\varepsilon)}. \quad (1.23)$$

Se supondrá que el exponente  $\alpha$  toma valores en un cierto intervalo  $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ . La función  $f(\alpha)$ , el denominado espectro multifractal de la medida, es una función de  $\alpha$  continua y suficientemente bien comportada; en la mayoría de los casos,  $f(\alpha)$  es estrictamente cóncava y posee un único máximo, aunque existen contraejemplos en los que presenta un aspecto notablemente diferente [66].

Un método numérico directo para evaluar  $\alpha$  y  $f(\alpha)$  consiste en definirlos directamente a través de las  $\mu_i$ . Para cada una de las cajas  $B_i \in G_\varepsilon$  se calcula un exponente Hölder "de grano grueso"  $\bar{\alpha}_i$

$$\bar{\alpha}_i = \frac{\log \mu_i(\varepsilon)}{\log \varepsilon} \quad (1.24)$$

y se define la densidad de cajas  $\rho_\varepsilon(\bar{\alpha})$ , tal que  $\rho_\varepsilon(\bar{\alpha}) \Delta \bar{\alpha}$  es el número de cajas con exponente Hölder "de grano grueso" entre  $\bar{\alpha}$  y  $\bar{\alpha} + \Delta \bar{\alpha}$ . Si la medida es multifractal, entonces se espera una relación de la forma  $\rho_\varepsilon(\bar{\alpha}) \sim \varepsilon^{-f(\bar{\alpha})}$ ; representando gráficamente  $-\log \rho_\varepsilon(\bar{\alpha}) / \rho_\varepsilon$  en función de  $\bar{\alpha}$  para diferentes valores de  $\varepsilon$ , todos los gráficos deberían caer sobre la misma curva universal  $f(\bar{\alpha})$ , que correspondería a la forma del buscado espectro multifractal. No obstante, pese a ser éste un procedimiento muy directo e intuitivo, es realmente poco eficiente pues para la mayoría de medidas converge muy lentamente, debido a las correcciones de orden  $1/\log(\varepsilon)$  que tardan excesivamente en desaparecer.

Un método alternativo consiste en definir la función de partición  $Z_\varepsilon(q)$

$$Z_\varepsilon(q) = \sum_{B \in G_\varepsilon} (\mu(B))^q = \sum_{i=1}^{N_\varepsilon(K)} (\mu_i(\varepsilon))^q \quad (1.25)$$

es decir, la suma de las potencias de orden  $q$  del contenido de las cajas de medida no nula. En principio, se puede pensar que la función de partición está definida para  $-\infty < q < +\infty$ , aunque, como se verá, este hecho no es tan obvio. Dado que la función de partición es suma de términos  $\mu_i$  que escalan con  $\varepsilon$ , es razonable suponer que  $Z_\varepsilon(q)$  será función de la escala en el límite  $\varepsilon \rightarrow 0$ , lo que se representará en la forma

$$Z_\varepsilon(q) \sim \varepsilon^{(q-1)D(q)}, \quad \varepsilon \rightarrow 0. \quad (1.26)$$

Las cantidades  $D(q)$ , definidas formalmente por el límite

$$D(q) = \frac{1}{q-1} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log Z_\varepsilon(q)}{\log \varepsilon} \quad (1.27)$$

se denominan dimensiones generalizadas de orden  $q$  de la medida  $\mu$ . Para  $q = 0$  se tiene que

$$D(0) = - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log Z_\varepsilon(q)}{\log \varepsilon} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log \sum_{i=1}^{N_\varepsilon(K)} (\mu_i(\varepsilon))^0}{\log 1/\varepsilon} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N_\varepsilon(K)}{\log \varepsilon} \equiv \dim_B(K). \quad (1.28)$$

Es decir,  $D(0)$  coincide con la dimensión de recuento de cajas de  $K$ . Pero, pese a su nombre y a esta coincidencia, ha de tenerse bien presente que las cantidades  $D(q)$  no son en general dimensiones fractales aunque sí lo son las cantidades  $f(\alpha)$ .

En algunos trabajos puede encontrarse una definición alternativa a través de un exponente  $\tau(q) = (q-1)D(q)$ . En este caso, se define  $\tau(q)$  como el único número real tal que

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} Z_\varepsilon(q) = \begin{cases} \infty & \text{para } \tau > \tau(q) \\ 0 & \text{para } \tau < \tau(q) \end{cases}. \quad (1.29)$$

Considérese ahora el valor de la suma que define la función de partición. Si la distribución de valores de las  $\mu_i$  es muy homogénea, entonces tanto su valor particular como el número de cajas con ese valor variarán muy sensiblemente con  $q$  y  $\alpha$ , al tender  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Si se introduce la definición de  $N_\varepsilon(\alpha)$  en la expresión de  $Z_\varepsilon(q)$  se podrá escribir la contribución a la función de partición de las cajas con diferente exponente  $\alpha$

$$Z_\varepsilon(q) \sim \sum_{\{\alpha: \mu_i(\varepsilon) \sim \varepsilon^\alpha\}} N_\varepsilon(\alpha) (\mu_i(\varepsilon))^q. \quad (1.30)$$

Si el valor de las contribuciones de las distintas cajas  $N_\varepsilon(\alpha) (\mu_i(\varepsilon))^q$  fluctúa grandemente, entonces se espera que dicha suma se vea dominada por una contribución mayoritaria proveniente de un subconjunto particular de cajas, caracterizadas por un exponente de singularidad tal que  $\mu_q \sim \varepsilon^{\alpha(q)}$  y que estarán presentes en un número  $N_q(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-f(\alpha(q))}$ . Estos valores particulares de  $\alpha(q)$  y  $f(\alpha)$  serán precisamente aquellos que maximicen el producto  $N_\varepsilon(\alpha) (\mu_i(\varepsilon))^q$  en la ecuación (1.30). Si la contribución dominante a  $Z_\varepsilon(q)$  proviene de estas cajas, entonces se podrá aproximar

$$Z_\varepsilon(q) \sim N_q(\varepsilon) \mu_q^q \sim \varepsilon^{-f(q)} \varepsilon^{q\alpha(q)}. \quad (1.31)$$

Comparando esta expresión con la ecuación (1.26) se tiene que

$$q\alpha(q) - f(q) = (q-1)D(q). \quad (1.32)$$

Y, por tanto, la función de partición se podrá expresar como

$$Z_\varepsilon(q) \sim \sum_\alpha N_q(\varepsilon) \mu_i(\varepsilon)^q \sim \sum_\alpha \varepsilon^{-f(q)+q\alpha}. \quad (1.33)$$

Si para  $\varepsilon \rightarrow 0$  esta suma se ve dominada por el término  $\alpha(q)$ , se tendrá que su valor será aquel para el cual se minimiza el exponente de  $\varepsilon$ . Es decir,

$$Z_\varepsilon(q) \sim \varepsilon^{q\alpha(q)-f(q)} \quad (1.34)$$

donde el exponente viene dado por

$$q\alpha(q) - f(q) = [q\alpha - f(\alpha)]_{\alpha=\alpha(q)} \quad (1.35)$$

y  $\alpha(q)$  satisface la condición

$$\frac{d}{d\alpha} [q\alpha - f(\alpha)]_{\alpha=\alpha(q)} = 0. \quad (1.36)$$

De donde, dado que  $q$  y  $\alpha$  son parámetros independientes, se tiene que

$$\left. \frac{df(\alpha)}{d\alpha} \right|_{\alpha=\alpha(q)} = q \quad (1.37)$$

y por tanto

$$f(\alpha(q)) = f(q). \quad (1.38)$$

Si se conoce  $f(q)$ , a través de las dos ecuaciones anteriores se obtiene información sobre  $\alpha(q)$  y  $f(q)$ , y por tanto de  $D(q)$ . Por otra parte, si se conoce  $D(q)$  se tendrá que

$$f(\alpha(q)) = f(q) = q\alpha(q) - (q-1)D(q) \quad (1.39)$$

y derivando la ecuación (1.39)

$$\begin{aligned} \frac{d}{dq} [(q-1)D(q)] &= \frac{d}{dq} [q\alpha(q) - f(q)] = \alpha(q) + \frac{d\alpha(q)}{dq} - \frac{df(q)}{dq} = \\ &= \alpha(q) + q \frac{d\alpha(q)}{dq} - \frac{d\alpha(q)}{dq} \frac{df(\alpha(q))}{d\alpha(q)} = \alpha(q) + q \frac{d\alpha(q)}{dq} - \frac{d\alpha(q)}{dq} q = \alpha(q). \end{aligned} \quad (1.40)$$

Con el formalismo introducido en esta sección se tiene completamente determinado el procedimiento del análisis multifractal. Calculando la función de partición se determinan las dimensiones generalizadas y, a partir de ellas, el espectro multifractal  $f(\alpha)$  utilizando las dos expresiones anteriores, que de hecho constituyen una transformación de Legendre [65] para  $\tau(q)$ .

### 1.6.2. Formalismo general

Falconer [48] propuso una forma más general para realizar el análisis multifractal de una medida. Su propuesta generaliza la función de partición a través de la expresión

$$Z(q, \tau) = E \left( \sum_{i=1}^N p_i^q \varepsilon_i^{-\tau} \right) \quad (1.41)$$

donde  $q$  y  $\tau$  son números reales y  $p_i$  y  $\varepsilon_i$  son cantidades aleatorias que representan, respectivamente, la medida y el tamaño. La suma se extiende sobre todas las partes separadas,  $N$ , que componen el objeto y  $E$  indica el valor medio, o esperado. Definida de esta forma, la función de partición  $Z$  representa el momento acoplado  $q$  de las medidas y el  $\tau$  de los tamaños. Para medidas matemáticas exactas obtenidas por iteración se ha mostrado que los valores de  $q$  y  $\tau$  satisfacen  $Z(q, \tau) = 1$ , y la expresión anterior puede escribirse como:

$$\sum_{i=1}^N p_i^q \varepsilon_i^{-\tau} = 1. \quad (1.42)$$

Para caracterizar una medida experimental, la expresión de la función de partición es resuelta bien con  $p_i = cte$  o  $\varepsilon_i = cte$ , y se acepta que colapsa en una función constante. Cuando la resolución se hace con  $\varepsilon_i = cte = \varepsilon$  se está haciendo uso del esquema de tamaño fijo, o representación  $q$ . En este caso se tiene que

$$Z(q, \tau) = E \left( \sum_{i=1}^N p_i^q \varepsilon_i^{-\tau} \right) = \varepsilon^{-\tau} E \left( \sum_{i=1}^N p_i^q \right), \quad (1.43)$$

y por lo tanto

$$E \left( \sum_{i=1}^N p_i^q \right) \sim \varepsilon^{-\tau}, \quad (1.44)$$

donde  $N(\varepsilon)$  es el número de partes de tamaño  $\varepsilon$  necesarias para cubrir por completo el soporte donde está definida la medida.

Por otro lado, si el promedio que define la función de partición se realiza pesando con la función de distribución de las probabilidades  $p_i$  se tiene que

$$Z(q, \tau) = E \left( \sum_{i=1}^N p_i^q \varepsilon_i^{-\tau} \right) = E \left( \sum_{i=1}^N p_i^{q-1} p_i \varepsilon_i^{-\tau} \right) = \langle p^{q-1} \varepsilon^{-\tau} \rangle_p \sim cte \quad (1.45)$$

donde  $\langle \rangle_p$  indica el promedio calculado de acuerdo con la distribución de probabilidad  $p_i$ . Si ahora se toma  $p$  constante se tiene que

$$\langle \varepsilon^{-\tau} \rangle_p \sim p^{1-q}. \quad (1.46)$$

Este segundo método de cálculo constituye el llamado esquema de masa fija o representación  $\tau$ .

Como ya se ha dicho, en el análisis multifractal de una medida se van a utilizar los siguientes índices:

1. Dimensiones generalizadas  $D_q = \tau/(q - 1)$ ;
2. Exponentes Hölder  $\alpha$ , que satisfacen  $\alpha = d\tau/dq$ ;
3. Transformada de Legendre  $f(\alpha)$ , definida como  $f(\alpha) = q\alpha - \tau$ .

A continuación se resumen la propiedades de las funciones  $\alpha$  y  $f(\alpha)$  expresadas en términos de  $q$  y en términos de  $\tau$  [67].

Tabla 1.1: Comportamiento de los índices multifractales para las representaciones  $q$  y  $\tau$  y para los casos de medidas uniformes y multifractales.

Índice	Medida uniforme	Medida multifractal
$\tau(q)$	$\tau(q) = D_f(q - 1)$ Línea recta	Estrictamente creciente con pendiente variable $\alpha(q)$
$q(\tau)$	$q(\tau) = \tau/D_f + 1$ Línea recta	Estrictamente creciente con pendiente variable $\tilde{\alpha}(\tau)$
$\alpha(q)$	<i>Cte.</i> = $D_f$	Estrictamente creciente
$\tilde{\alpha}(q)$	<i>Cte.</i> = $1/D_f$	Estrictamente creciente
$f(\alpha(q))$	<i>Cte.</i> = $D_f$	Cóncava con un máximo igual a $D_f$ para $q = 0$
$f(\tilde{\alpha}(q))$	<i>Cte.</i> = 0	Cóncava con un máximo igual a 0 para $\tau = 0$
$D_q$	<i>Cte.</i> = $D_f$	Decreciente, con $D_0 = D_f$
$\tilde{D}_\tau$	<i>Cte.</i> = 0	Decreciente, $\tilde{D}_{-D_f} = D_f$

### Propiedades de los índices multifractales

Las propiedades de los índices multifractales en la representación  $q$  son:

$$\begin{aligned}
 \tau &= \tau(q) \\
 D_q &= \frac{\tau(q)}{(q-1)} \\
 \tau'(q) &= \frac{d\tau(q)}{dq} = \alpha(q) \equiv \alpha_q \equiv \alpha \\
 f(\alpha(q)) &= q\alpha(q) - \tau(q) \equiv f(\alpha) \equiv f_q \equiv f
 \end{aligned} \tag{1.47}$$

Y las propiedades en la representación  $\tau$  son:

$$\begin{aligned}
 q &= q(\tau) \\
 \tilde{D}(\tau) &= \frac{\tau}{(q(\tau)-1)} \equiv \tilde{D}_\tau \\
 \frac{d(1-q(\tau))}{d(-\tau)} &= \frac{dq(\tau)}{d\tau} = q'(\tau) \equiv \tilde{\alpha}(\tau) \equiv \tilde{\alpha}_\tau \equiv \tilde{\alpha} \\
 \tilde{f}(\tilde{\alpha}(\tau)) &= -\tau\tilde{\alpha}(\tau) - (1-q(\tau)) \equiv \tilde{f}(\tilde{\alpha}) \tilde{f}_\tau \equiv \tilde{f}
 \end{aligned} \tag{1.48}$$

La equivalencia entre ambas representaciones viene dada por las ecuaciones

$$\alpha(q) = 1/\tilde{\alpha}(\tau) \tag{1.49}$$

y

$$f(\alpha(q)) = \left(1 + \tilde{f}(\tilde{\alpha}(\tau))\right) / \tilde{\alpha}(\tau) \tag{1.50}$$

En la tabla 1.1 se indica cómo es el comportamiento de los índices multifractales dependiendo de que la medida definida sobre el substrato sea uniforme o multifractal. Es de destacar la característica que posee la curva  $f(\alpha(q))$  al ser cóncava y presentar un máximo.

Además en la tabla 1.2 se indican las propiedades más importantes de los índices multifractales para ambas representaciones,  $q$  y  $\tau$ . También se indican cuáles son los valores típicos y asintóticos de los mismos

Tabla 1.2: Valores característicos de los índices multifractales en ambos esquemas de representación:  $q$  a la izquierda y  $\tau$  a la derecha.

$q$	valor	$\tau$	valor
$-\infty$	$D_{-\infty} = \alpha_{-\infty} = \alpha_{\text{máx}} > 0$ $D_f \geq f(\alpha_{-\infty}) \geq 0$	$-\infty$	$\tilde{\alpha}_{-\infty} = \tilde{\alpha}_{\text{mín}} = 1/\tilde{D}_{-\infty} > 0$ $\tilde{D}_{-\infty} = D_{-\infty}$ $0 \geq \tilde{f}(\tilde{\alpha}_{-\infty}) \geq -1$
0	$D_0 = D_f$ $\tau_0 = -D_f$ $f(\alpha_0) = f_{\text{máx}} = D_f$	$-D_f$	$q_{-D_f} = 0$ $\tilde{D}_{-D_f} = D_f$
1	$\tau_1 = 0$ $D_1 = \alpha_1 = f(\alpha_1)$	0	$q_0 = 1$ $\tilde{D}_0 = 1/\tilde{\alpha}_0$ $\tilde{f}(\tilde{\alpha}_0) = \tilde{f}_{\text{máx}} = 0$
$+\infty$	$D_{+\infty} = \alpha_{+\infty} = \alpha_{\text{mín}} > 0$ $D_f \geq f(\alpha_{+\infty}) \geq 0$	$+\infty$	$\tilde{\alpha}_{+\infty} = \tilde{\alpha}_{\text{máx}} = 1/\tilde{D}_{+\infty} > 0$ $\tilde{D}_{+\infty} = D_{+\infty}$ $0 \geq \tilde{f}(\tilde{\alpha}_{+\infty}) \geq -1$

### 1.6.3. Algoritmos de cálculo

Existen dos metodologías de cálculo, las basadas en algoritmos de cuentas de cajas y las basadas en la integral de correlación. Esta última no permite calcular el espectro multifractal cuando además de las posiciones se toma una medida, como por ejemplo la energía liberada en cada punto.

Cuando las medias experimentales tienen que ser examinadas en términos de sus propiedades multifractales, se necesita acudir a los algoritmos de cuenta de cajas.

A continuación, se analizan los métodos de cuentas de cajas para el cálculo del espectro multifractal, los cuales se basan en las dos representaciones analizadas de la función de partición, y finalmente el método de la integral de correlación.

#### Algoritmo de cuenta de cajas de tamaño fijo

Este método se basa en el esquema de tamaño fijo, o representación  $q$  de la función de partición. Según Grassberger [62] y Grassberger y Procaccia [68] el valor medio esperado para la función de partición viene dado por la expresión:

$$Z_q(\varepsilon) = \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i^q(\varepsilon) \sim \varepsilon^\tau \quad (1.51)$$

donde  $N(\varepsilon)$  es el número de cajas de tamaño  $\varepsilon$  necesarias para cubrir completamente al conjunto y  $p_i(\varepsilon)$  es la medida contenida en la caja  $i$ . A partir de ésta se obtiene el exponente  $\tau(q)$  como

$$\tau(q) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log E(Z_q(\varepsilon))}{\log \varepsilon}. \quad (1.52)$$

Para el cálculo de  $\alpha(q)$  y  $f(q)$  se puede seguir el tratamiento de Chhabra y Jensen [69], que evita el uso numérico de la transformación de Legendre:

$$\alpha(q) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{E \left( \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} \tilde{p}_i(\varepsilon) \log p_i(\varepsilon) \right)}{\log \varepsilon} \quad (1.53)$$

$$f(q) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{E \left( \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} \tilde{p}_i(\varepsilon) \log \tilde{p}_i(\varepsilon) \right)}{\log \varepsilon} \quad (1.54)$$

donde

$$\tilde{p}_i(\varepsilon) = \frac{p_i^q(\varepsilon)}{\sum_{j=1}^{N(\varepsilon)} p_j^q(\varepsilon)}. \quad (1.55)$$

El modo de aplicar las expresiones (1.53), (1.54) y (1.55) al cálculo mediante ordenador es el siguiente. Lo primero que hay que tener en cuenta es que el límite que aparece en dichas expresiones no es alcanzable mediante cálculo computacional. Entonces, para resolver este problema hay que discretizar y realizar un ajuste lineal de la representación  $\log - \log$ . Para realizar esto, se cubre el objeto con una malla de tamaño  $\varepsilon$  y se calculan las medidas contenidas dentro de cada caja de la malla, es decir,  $p_i(\varepsilon)$ . Para realizar los promedios de dichas ecuaciones se repite la operación anterior varias veces, con distintas mallas de tamaño  $\varepsilon$ .

### Algoritmo de cuenta de cajas de masa fija

En el caso del algoritmo de masa fija introducido por Badii y Politi, [70, 71] se muestra que

$$1 - q(\tau) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{\log \left[ \frac{1}{N(p)} \sum_{i=1}^{N(p)} \varepsilon_i^{-\tau}(p) \right]}{\log p} \quad (1.56)$$

donde  $N(p)$  es el número de cajas con medida  $p$ . Nótese que  $N(p)$  no cuenta todas las cajas con igual medida necesarias para cubrir el sistema, sino sólo un conjunto predefinido [72, 73]. En este caso,  $q$  es expresado como función de  $\tau$ , así parece natural utilizar la representación en  $\tau$  para obtener expresiones de  $\tilde{\alpha}$  y  $\tilde{f}$ . De forma análoga al método de cajas de tamaño fijos se puede obtener en este caso

$$\tilde{\alpha}(\tau) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{N(p)} \sum_{i=1}^{N(p)} \tilde{\varepsilon}_i(p) \log \varepsilon_i(p)}{\log p} \quad (1.57)$$

$$\tilde{f}(\tilde{\alpha}(q)) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{N(p)} \sum_{i=1}^{N(p)} \tilde{\varepsilon}_i(p) \log \tilde{\varepsilon}_i(p)}{\log p} \quad (1.58)$$

donde

$$\tilde{\varepsilon}_i(p) = \frac{\varepsilon_i^{-\tau}}{\frac{1}{N(p)} \sum_{j=1}^{N(p)} \varepsilon_j^{-\tau}}. \quad (1.59)$$

Las anteriores expresiones nos permiten implementar el algoritmo de cuenta de cajas de masa fija y obtener directamente todos los índices multifractales, es decir,  $\tilde{f}(\tilde{\alpha})$  y entonces el espectro de singularidades  $f(\alpha)$ .

Estas expresiones son especialmente útiles en el estudio del comportamiento fractal para  $q \leq 0$ , cuando  $\tau \leq 0$ . Es precisamente en esta zona en la que falla el algoritmo de tamaño fijo. Como en el caso del algoritmo de cajas de tamaño fijo, se necesita discretizar la medida para realizar una regresión log – log pues no se puede calcular el límite.

El modo de estimar las expresiones (1.57), (1.58) y (1.59) consiste en elegir aleatoriamente, siguiendo la distribución de  $p$ , un punto, y a continuación se hace crecer el tamaño de la caja y se evalúa en cada paso del crecimiento la medida contenida dentro de dicha caja. Con este procedimiento se tienen pares de valores para el tamaño de la caja y la medida contenida dentro de ella. Este conjunto permite evaluar el promedio para cada medida discretizada ( $p_i$ ). Así, se promedia en tamaño para todas las cajas que contienen una medida en el intervalo  $[p_i - \Delta p_i, p_i + \Delta p_i]$ , siendo  $N(p_i)$  el número de tales cajas.

Resumiendo, para obtener las dimensiones fractales, se puede concluir que el algoritmo de tamaño fijo debería ser usado en la representación  $q$  y es especialmente útil cuando  $q \geq 0$ , mientras que el algoritmo de masa fija debería serlo, de forma complementaria, en la representación  $\tau$  para la que es especialmente adecuado cuando  $\tau \geq 0$ . Así, transformando los resultados de ambos métodos, con las expresiones

$$\alpha(q) = 1/\tilde{\alpha}(\tau) \tag{1.60}$$

y

$$f(\alpha(q)) = \left(1 + \tilde{f}(\tilde{\alpha}(\tau))\right) / \tilde{\alpha}(\tau) \tag{1.61}$$

se obtiene una descripción multifractal completa [73, 74].

### Integral de Correlación

Otros autores utilizan directamente la dimensión generalizada ( $D_q$ ) cuando trabajan con el espectro multifractal. En el cálculo de la dimensión de box-counting, como es sabido, se utiliza una malla. El lado de las celdas que lo componen se cambia y para cada paso se cuentan las celdas que tienen "al menos un dato" en su interior. Este número de celdas y la longitud de su lado cumplen una ley potencial de la forma

$$N = \frac{C}{r^{D_0}} \tag{1.62}$$

donde  $D_0$  es la dimensión fractal de box-counting.

Generalizando la expresión utilizada en el cálculo de la dimensión de box-counting se puede obtener el espectro fractal [62, 63, 64, 75]. La dimensión generalizada de orden  $q$  tiene la forma

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{\delta \rightarrow 0} \left[ \frac{\log(p_i^q)}{\log \delta} \right] \tag{1.63}$$

donde  $p_i$  es la probabilidad que una serie espacial o temporal de eventos caigan dentro de una caja de longitud  $\delta$ , y  $q$  toma valores desde  $-\infty$  a  $\infty$ .

Para facilitar el cálculo se utiliza una generalización de la integral de correlación [76]

$$C_q(r) = \left[ \sum_j n_j^{q-1}(r) \right]^{1/(q-1)} \tag{1.64}$$

donde

$$n_j(r) = \sum_k \frac{\theta(r - |x_j - x_k|)}{N - 1} \quad (1.65)$$

$\theta$  es la función escalón y  $N$  el número de datos utilizados. La magnitud " $x$ " para la cual se calcula el espectro fractal puede ser por ejemplo la distancia entre terremotos (espectro espacial) o el tiempo entre eventos (espectro temporal).

Los valores  $C_q$  y  $r$  cumplen una ley de potencias

$$C_q(t) \approx r^{D_q} \quad (1.66)$$

de manera que realizando un ajuste para una gráfica log – log, se calcula la dimensión fractal  $D_q$ . Esta expresión es utilizada de forma generalizada con terremotos y fallas.

### Algoritmo utilizado en esta memoria

La metodología con la que se trabaja en esta memoria es la del algoritmo de cuenta de cajas de tamaño fijo, ya que en diferentes test se comprobó que era la que mejor se ajustaba a resultados teóricos [21]. Esta metodología es algo diferente a la utilizada por la mayoría de los autores que trabajan con la integral de correlación, en la cual no se consideran medidas, y sólo se correlacionan distancias o tiempos. Así, el método de cuenta de cajas de tamaño fijo, en el caso de los terremotos, puede utilizar como medidas tanto la localización de los objetos (se cuentan los terremotos que hay en las cajas de la malla), como la energía. Además, el cálculo de las dimensiones fractales se realiza mediante un método iterativo y no mediante un ajuste lineal como se hace en la metodología de la integral de correlación. Se notifica que los resultados son diferentes (las dimensiones generalizadas no son las mismas, aunque su significado geométrico sí) y que esta metodología obtiene valores menores que los de la integral de correlación, pero lo que realmente interesa y se consigue son las diferencias relativas entre las zonas del conjunto que se está estudiando [77]. Una profundización se pueden encontrar en [21].

#### 1.6.4. Espectro multifractal

La curva  $D_q - q$  es llamada curva de dimensiones generalizadas o, al igual que la curva  $f(\alpha) - \alpha$ , espectro multifractal. Se dirá que un conjunto de datos tiene carácter multifractal si  $\dots D_{q_1} > D_{q_2} > D_{q_3} \dots$ , para  $\dots q_1 < q_2 < q_3 \dots$  (figura 1.8-puntos azules). Si por el contrario se cumple que  $\dots D_{q_1} = D_{q_2} = D_{q_3} \dots$ , para  $\dots q_1 < q_2 < q_3 \dots$  el conjunto presenta un carácter monofractal (figura 1.8-puntos amarillos).

Las dimensiones fractales generalizadas que se obtienen para valores muy altos o muy bajos de  $q$ , tienen un comportamiento asintótico (figura 1.9). El valor correspondiente con  $q$  tendiendo a  $-\infty$ , determina el comportamiento en torno a los puntos con menor medida y el valor correspondiente con  $q$  tendiendo a  $+\infty$ , determina la dimensión de los puntos de mayor medida [21]. La diferencia entre los anteriores valores, sirve de criterio para caracterizar la homogeneidad o heterogeneidad del conjunto de estudio [78]. La aplicación de lo anterior a la sismicidad o las fallas de una región, proporciona un nuevo criterio de caracterización sísmica dentro de la misma.

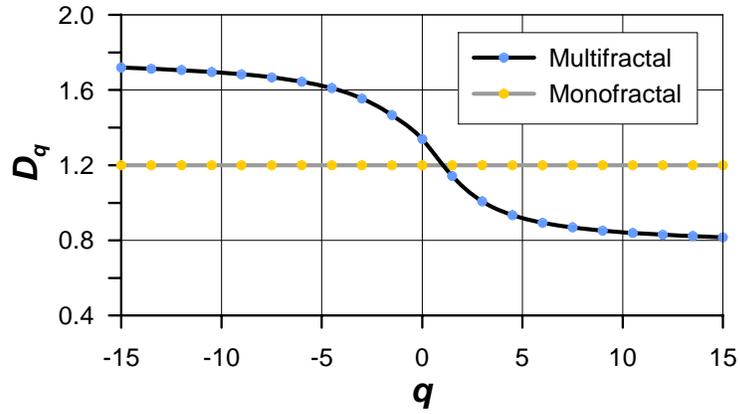


Figura 1.8: Comportamiento monofractal (puntos amarillos): Las dimensiones generalizadas tienen similar valor. Comportamiento multifractal (puntos azules): Las dimensiones generalizadas cumplen  $\dots D_{q_1} > D_{q_2} > D_{q_3} \dots$ , para  $\dots q_1 < q_2 < q_3 \dots$

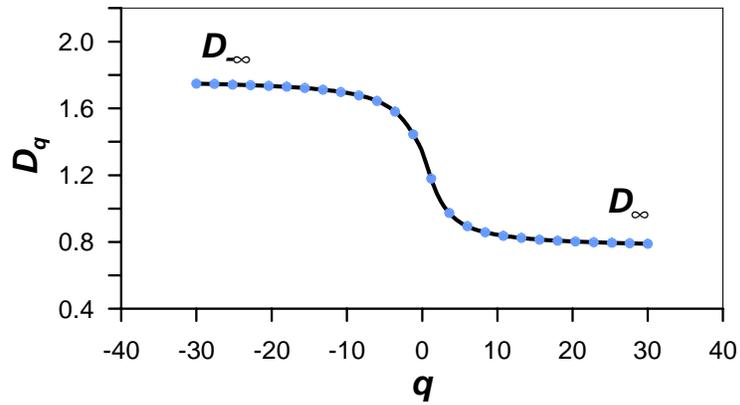


Figura 1.9: Curva característica de un espectro multifractal. Obsérvese el comportamiento asintótico para valores de  $q$  tendiendo a  $-\infty$  y valores de  $q$  tendiendo a  $+\infty$ .

## Bibliografía

- [1] Van Kampen, N.G. (1981). Stochastic processes in physics and chemistry. Elsevier, North-Holland.
  - [2] Kreuzer, H.J. (1981). Nonequilibrium Thermodynamics and its Statistical Foundations. Oxford Science Publications.
  - [3] Walter, J. and Grandy, T. (1987). Foundations of Statistical Mechanics: I. Equilibrium Theory. D. Reidel Publishing Company.
  - [4] Walter, J. and Grandy, T. (1988). Foundations of Statistical Mechanics: II. Nonequilibrium Phenomena. D. Reidel Publishing Company.
  - [5] Brenig, W. (1989). Statical Theory of Heat: Nonequilibrium Phenomena. Springer-Verlag.
  - [6] Mandelbrot, B.B. (1975). Les Objects Fractals: Forme, Hasard et Dimension. Flammarion, Paris.
  - [7] Mandelbrot, B.B. (1977). Fractals: Form, Chance and Dimension. Freeman, San Francisco.
  - [8] Mandelbrot, B.B. (1982). The fractal geometry of nature. Freeman, San Francisco.
  - [9] Mandelbrot, B.B. (1988a). Fractals and Multifractals: Noise, Turbulence and Galaxies. Springer, New York.
  - [10] Mandelbrot, B.B. (1988b). Los objetos fractales. Tusquests editores, Superinfimos 8.
  - [11] Hausdorff, F. (1919). Dimension und äusseres Mass. Math. Annalen, **79**, 157–179.
  - [12] Besicovitch, A.S. (1935). On the sum digits of real numbers represented in the dyadic system (On sets of fractional dimensions II). Math Annalen, **110**, 321–330.
  - [13] Brey, J. and Jones, R.B. (eds.) (1976). Critical Phenomena. Springer-Verlag.
  - [14] Mawhin, J. and Willem, M. (1989). Critical Point Theory and Hamiltonian Systems. Springer-Verlag.
  - [15] Feder, J. and Aharony, A. (eds.) (1989). Fractals in Physics. Essays in Honour of B.B. Mandelbrot.
  - [16] Hasting, H.M. and Sugihara, G (1993). Fractals: a user's guide for the natural sciences. Oxford Science Publications.
  - [17] Turcotte, D.L. (1989). Fractals in Geology and Geophysics. Pageoph, **131**, 171–196.
  - [18] Richarson, L.F. (1961). The problem of contiguity: An appendix of statistics of deadly quarrels. General Systems Yearbook, **6**, 139–187.
  - [19] Ñiemeyer, L., Pietronero, L. and Wiesman, H.J. (1984). Fractal Dimension of Dielectric Breakdown. Phys. Rev. Lett., **52**, 1033–1036.
  - [20] Massalska-Arodz, M. (1992). Dielectric Relaxation as a Cooperative Process. Mol. Cryst. Liq. Cryst., **214**, 171.
-

- 
- [21] Martínez López, F. (1999). Estructura fractal de los agregados coloidales en 2-D. Tesis Doctoral, Universidad de Granada, 320 pp.
- [22] Martínez López, F., Cabrerizo Vilchez, M.A. and Hidalgo Álvarez, R. (2001a). Multifractal behaviour of the estimated natural measure for colloidal cluster-cluster aggregation in 2-D. *Physica A*, **291**, 1–12.
- [23] Martínez López, F., Cabrerizo Vilchez, M.A. and Hidalgo Álvarez, R. (2001b). An improved method to estimate the fractal dimension of physical fractals based on the Hausdorff definition. *Physica A*, **298**, 387–399.
- [24] Muller, J. (1992). Multifractal characterization of petrophysical data. *Physica A*, **191**, 284–288.
- [25] Muller, J., Bohn, I. and McCauley, J.L., (1992). Multifractal analysis of petrophysical data. *Ann Geophysicae*, **10**, 735–761.
- [26] Strait, B.J. and Dewey, T.G. (1995). Multifractals and decoded walks: Applications to protein sequence correlations. *Phys. Rev. E*, **52**, 6588–6592.
- [27] Montero, F. and Morán, F. (1992). *Biofísica: Procesos de autoorganización en Biología*. Eudema Universidad Manuales.
- [28] Chatzidimitriou-Dreismann, C.A. and Larhammar, D. (1993). Long-Range Correlations in DNA. *Nature*, **361**, 212–213.
- [29] Larhammar, D. and Chatzidimitriou-Dreismann, C.A. (1993). Biological Origins of Long-Range Correlations and Compositional Variations in DNA. *Nucleic Acids. Res.*, **21**, 5167–5170.
- [30] Cardiel, N. and Monge, M.A. (1993). *Anales de Física*, **89**, 180.
- [31] Hasting, H.M., Schneider, B.S., Schreiber, M.A., Gorray, K., Maytal, G. and Maimon. J. (1992). Statistical geometry of pancreatic islets. *Proc. Royal Soc. Lond. Ser. B*, **250**, 257–261.
- [32] Henderson, J.R., Main, I.G., Meredith, P.G. and Sammonds, P.R. (1992). The evolution of seismicity at Parkfield, California: Observation, experiment and a fracture mechanical interpretation. *J. Struct. Geol.*, **14**, 905–914.
- [33] Henderson, J.R., Main, I.G., Takaya, M. and Pearce, P.R. (1994). Seismicity in northeastern Brazil. Fractal clustering and the evolution of the  $b$  value. *J. Geophys. Int.*, **116**, 217–226.
- [34] Öncel, A.O., Main, I., Alptekin, Ö. and Cowie, P. (1996). Temporal Variations in the fractal properties of seismicity in the north Anatolian fault zone between  $31^\circ$  E and  $41^\circ$  E. *Pageoph*, **147**, 147–159.
- [35] Öncel, A.O., Main, I., Alptekin, Ö. and Cowie, P. (1996). Spatial variations of the fractal properties of seismicity in the Anatolian fault zones. *Tectonophysics*, **257**, 189–202.
- [36] Xu, Y. and Burton, P.W. (1997). Microearthquake swarms: scaling and lacunarity. *Geophys. J. Int.*, **131**, F1–F8.
-

- 
- [37] Chen, Y., Chen, L., Liu, Z. and Wu, R. (1998). A new fractal approach to the clustering of earthquakes: Physical fractal. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **88**, 89–94.
- [38] Lei, X. and Kusunose, K. (1999). The fractal structures and characteristic scale of earthquakes, active faults, rivers and topographic relief of Japan. *Geophy. J. Int.*, **139**, 754–762.
- [39] Xu, Y. and Burton, P.W. (1999). Spatial fractal evolutions and hierarchies for microearthquakes in central Greece. *Pure Appl. Geophys.*, **154**, 73–99.
- [40] Nanjo, K. and Nagahama, H. (2000). Spatial distribution of aftershocks and the fractal structure of active fault systems. *Pure Appl. Geophys.*, **157**, 575–588.
- [41] Pérez López, R., Muñoz Martín, A., Paredes, C., De Vicente, G. and Elorza, F.J. (2000). Dimensión fractal de la distribución espacial de fracturas en el área granítica de El Berrocal (Sistema Central): Relación con el tensor de esfuerzos. *Rev. Soc. Geol. España*, **13**, 487–503.
- [42] Öncel, A.O., Wilson, T.H. and Nishizawa, O. (2001). Size scaling relationships in the active fault networks of Japan and their correlation with Gutenberg-Richter  $b$  values. *J. Geophys. Res.*, **106**, 21827–21841.
- [43] Legrand, D. (2002). Fractal dimension of small, intermediate and large earthquakes. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **92**, 3318–3320.
- [44] Telesca, L., Lapenna, V. and Macchiato, M. (2003). Investigating the time-clustering properties in seismicity of Umbria-Marche region (central Italy). *Chaos, Solitons and Fractal*, **18**, 203–217.
- [45] Rodríguez Pascua, M.A., de Vicente, G., Calvo, J.P. and Pérez López, R. (2003). Similarities between recent seismic activity and paleoseismites during the late miocene in the external Betic Chain (Spain): relationship by  $b$  value and the fractal dimension. *Journal of Structural Geology*, **25**, 749–763.
- [46] Vicsek, T. (1992). *Fractal Growth Phenomena* (Second Edition). World Scientific.
- [47] Guzmán, H., Martín, M.A., Morán, M. and Reyes, M. (1993). *Estructuras fractales y sus aplicaciones*. Labor Matemáticas.
- [48] Falconer, K.J. (1990). *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*. John Wiley & Sons, England.
- [49] <http://webs.ono.com/fractaltime/es/inicio.html>.
- [50] <http://fralbe.wordpress.com/tag/antenas-fractales>.
- [51] <http://www.histarmar.com.ar/index.htm>.
- [52] <http://knackeredhack.com>.
- [53] <http://www.kalipedia.com>.
- [54] Barnsley, M.F. and Demko, S.G. (1985). Iterated function systems and the global construction of fractals. *Proc. R. Soc. London A*, **299**, 243–275.
- [55] Falconer, K.J. (1986). *The Geometry of Fractal Sets*. Cambridge University Press, 85.
-

- 
- [56] Mattilla, P. (1995). *Geometry of sets and measures in Euclidean spaces: Fractals and rectifiability*. Cambridge University Press.
- [57] M.O.P.T. (1992). *Análisis sismotectónico de la Península Ibérica, Baleares y Canarias*. Publicación Técnica 26, Ed. IGN.
- [58] Stanley, H.E., Amaral, L.A.N., Goldberger, A.L., Havlin, S., Ivanov, P.Ch. and Peng, C.K. (1999). Statistical physics and physiology: Monofractal and multifractal approaches. *Physica A*, **270**, 309–324.
- [59] Mandelbrot, B.B. (1989). Multifractal measures, especially for the Geophysicist. *Pure and Appl. Geophys.*, **131**, 5–42.
- [60] Cawley, R. y Mauldin, R.D. (1992). Multifractal decompositions of Moran fractals. *Adv. Math.*, **92**, 196–236.
- [61] Olsen, L. (1995). A multifractal formalism. *Adv. Math.*, 116, 1, 82–196.
- [62] Grassberger, P. (1983). Generalized Dimensions of Strange Attractors. *Phys. Lett. A*, **97**, 227–231.
- [63] Grassberger, P. and Procaccia, I. (1983). Characterization of strange attractor. *Phys. Rev. Lett.*, **50**, 346–349.
- [64] Hentschel, H. and Procaccia, I. (1983). The Infinite Number of Generalized Dimensions of Fractals and Strange Attractors. *Physica D*, **8**, 435–444.
- [65] Halsey, T., Jensen, M., Kadanoff, L., Procaccia, I. and Scraiman, B. (1986). Fractal measures and their singularities: the characterization of strange sets. *Phys. Rev. A*, **33**, 1141–1151.
- [66] Riedi, R.H. (1993). *An Improved Multifractal Formalism and Self-Affine Measures*. Tesis Doctoral, ETH Zurich.
- [67] Mach, J., Mas, F. y Sagués, F. (1995). Two representations in multifractal analysis. *J. Phys. A*, **28**, 5607–5622.
- [68] Grassberger, P. and Procaccia, I. (1984). Dimensions and entropies of strange attractors from a fluctuating dynamics approach. *Physica D*, **13**, 34–54.
- [69] Chhabra, A. and Jensen, R.V. (1989). Direct Determination of the  $f(\alpha)$  Singularity Spectrum. *Phys. Rev. Lett.*, **62**, 1327–1330.
- [70] Badii, R. y Politi, A. (1984). Hausdorff Dimension and Uniformity Factor of Strange Attractors. *Phys. Rev. Lett.*, **52**, 1661–1664.
- [71] Badii, R. y Politi, A. (1985). Statistical description of chaotic attractors: The dimension function. *J. Stat. Phys.*, **40**, 725–750.
- [72] Broggi, G. (1988). Evaluation of dimensions and entropies of chaotic systems. *J. Opt. Soc. Am. B*, **5**, 1020–1028.
- [73] Mach, J. (1995). Tesis Doctoral, Universidad de Barcelona, España.
-

- [74] Argoul, F., Arneodo, A., Richetti, P. and Roux., J. C. (1987). From quasiperiodicity to chaos in the Belousov-Zhabotinskii reaction. I. Experiment. *J. Chem. Phys.*, 86, 3325–3338.
- [75] Renyi, A. (1971). *Probability theory*. North Holland, Amsterdam.
- [76] Kantz, H. and Schreiber, T. (1997). *Nonlinear time series analysis*. Cambridge Univ. Press, Cambridge.
- [77] Narenberg, M.A.H. and Essex, C. (1990). Correlation dimension and systematic geometric effects, *Phys. Rev. A*, **42**, 7065–7074.
- [78] Li, D., Zheng, Z. and Wang, B. (1994). Research into the multifractal of earthquakes spatial distribution. *Tectonophysics*, **233**, 91–97.
-

## Capítulo 2

# Aplicaciones de la geometría fractal en sismotectónica

### 2.1. Introducción

Como se ha comentado en el capítulo 1, la teoría de la geometría fractal proporciona una herramienta muy útil para la caracterización de determinados fenómenos geofísicos, tales como las distribuciones de fallas y terremotos. Dicha utilidad se basa en la habilidad para distinguir entre conjuntos con similar apariencia a partir de los valores de sus dimensiones fractales<sup>1</sup>.

Por otro lado, y desde el punto de vista teórico, las nuevas interpretaciones de los modelos mecánicos teóricos de generación de terremotos están cada vez más impregnadas de la geometría fractal, lo que anima a la utilización de esta geometría en el estudio de dichos modelos. De acuerdo con esto, se va a hacer a continuación una breve descripción de los principales modelos matemáticos de terremotos que se han utilizado hasta la fecha .

**Modelo de Reid:** Este modelo, conocido también como Teoría del Rebote Elástico [1], es capaz de explicar, por lo menos, los principales rasgos del proceso de fractura del terreno en un terremoto. Para ello supone que los principales procesos sísmicos son homogéneos y continuos. Según esta teoría, la deformación elástica se acumula en las fallas debido a desplazamientos relativos entre las placas. Cuando los esfuerzos acumulados en la falla son grandes y se alcanza el límite elástico, la energía debida a la tensión existente se relaja bruscamente, produciéndose entonces un terremoto. Aunque este modelo explica los grandes terremotos, no describe el llamado comportamiento *acumulación-desplazamiento*, donde el desplazamiento relativo en el plano de la falla es discontinuo y puede relajarse con una cascada de pequeñas rupturas y desplazamientos locales.

**Modelo de masas y muelles** [2]: En este modelo, las interacciones mecánicas que ocurren en el plano de la falla son representadas por un conjunto discreto de masas unidas por muelles elásticos (figura 2.1). El movimiento se transmite a las masas por medio de un bloque rígido que tiene una velocidad constante, muy lenta (simulando el movimiento global de las placas tectóni-

---

<sup>1</sup>Existe un gran número de definiciones para las dimensiones fractales. La fundamental es la dimensión de Hausdorff, cuyo valor coincide con el de las demás para el caso de conjuntos fractales autosemejantes. En el caso de sistemas físicos, la autosemejanza de los objetos fractales que en ellos aparecen vendrá dada por las leyes físicas que describen su formación y su invarianza temporal. Dado que los fenómenos geofísicos que se van a analizar no presentan variaciones considerables a lo largo del tiempo, podría considerarse que los fractales que se analizarán son autosimilares pudiéndose hablar por tanto de la dimensión fractal. Otra cosa será que sobre ellos se puedan definir medidas multifractales.

cas), de manera que el contacto entre las masas y el bloque rígido se puede describir con el criterio de rotura de Coulomb<sup>2</sup>. La dinámica del sistema no es en absoluto uniforme, así, los movimientos de cualquier *tamaño* tienen lugar de repente (comportamiento acumulación-desplazamiento), y los grandes desplazamientos son activados en un proceso de cascada, iniciados por pequeños eventos. Modelos semejantes y de igual complejidad se pueden obtener considerando un solo bloque y una sola masa, con tal de que la energía potencial del sistema sea una función fractal *no lineal*, por ejemplo, la función de la escalera del diablo [4].

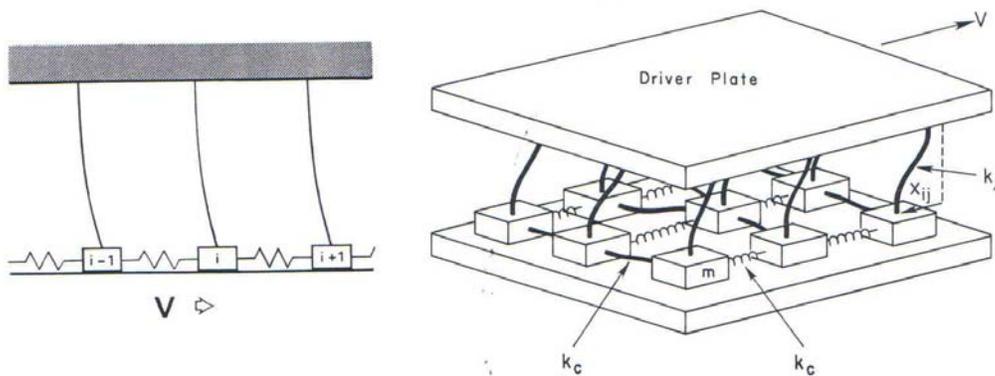


Figura 2.1: Estas figuras, tomadas de los autores Takayasu y Matsuzaki [5] y Rundle y Klein [6], representan respectivamente el modelo de masas y muelles para una dimensión y dos dimensiones. Las masas se encuentran conectadas por muelles. El movimiento se transmite a las diferentes masas por medio del bloque rígido.

Posteriormente Takayasu y Matsuzaki [5] presentaron un modelo que era una extensión del anterior de una a dos dimensiones. Otro modelo se puede encontrar en Rundle y Klein [6]. Por último, se debe mencionar el modelo de autómatas celulares de Ito y Matsuzaki [7] basado en el de Bak et al. [8]. En este caso, mediante una aplicación informática, se puede representar un sistema de terremotos, al cual se puede calcular la ley de potencias de la distribución de tamaños de los terremotos, la ley de decaimiento de las réplicas, etc. Otros modelos de autómatas celulares se pueden encontrar, por ejemplo, en An y Sammis [9] (simulan una red de fallas) y Castellaro y Mulargia [10].(ref)

**Proceso críticamente autoorganizado:** Dentro de la Teoría del Caos, el fenómeno sísmico es reconocido como un proceso críticamente autoorganizado. Por consiguiente, contrariamente

<sup>2</sup>A finales del siglo XVIII, el naturalista francés Coulomb, introduce una teoría muy simple para explicar las fracturas en las rocas [3]. Observó que para causar una fractura en una roca, la tensión de corte necesaria, a lo largo de un plano, es igual a la resistencia inicial de la roca más una constante por el esfuerzo normal en el plano de la falla

$$\tau = c + \mu\sigma_n$$

donde  $\tau$  es la resistencia al corte del suelo,  $c$  es la resistencia de la roca, algunas veces llamada cohesión del material y mide la cohesión del suelo, es decir, el efecto de la atracción entre partículas,  $\sigma_n$  tensión normal sobre el plano de falla y  $\mu$  es una constante llamada coeficiente interno de fricción. Numerosas variaciones han sido propuestas, pero esta ecuación, tan simple, predice la rotura sorprendentemente bien. La ecuación es usualmente llamada Criterio de rotura de Coulomb.

a otros procesos críticos (por ejemplo, transiciones de fase), el estado crítico no requiere que alguna variable de estado global (como sería la temperatura en la transición de fase), alcance su valor crítico para su activación. Las inestabilidades tienen lugar cuando un umbral *local* se alcanza, entonces se produce el evento sísmico, apareciendo éste en *todas las escalas*. Debido a la falta de una longitud característica de escala, los eventos críticos son descritos correctamente por la típica ley de potencias (distribución de frecuencia-tamaño). El arquetipo del sistema, llamado críticamente autoorganizado, es el modelo del montón de arena [8]. Este modelo muestra una similitud asombrosa con el proceso sísmico. En el caso del modelo del montón de arena, el umbral local viene dado por el ángulo máximo que soporta la pendiente del montón de arena, y en el proceso sísmico el umbral local viene dado por el esfuerzo máximo que soporta la falla. Algunos investigadores, con este modelo, no sólo han simulado las variaciones temporales (como las leyes de Gutenberg-Richter o de Omori), sino también la correlación espacio-temporal de terremotos [11].

**Teoría del grupo de renormalización** [12]: También se han obtenido resultados interesantes con esta teoría, desarrollada en el campo de la mecánica cuántica y basada en la invariancia con la escala (base fundamental de la geometría fractal). Esta teoría ha sido aplicada a varios problemas, como las transiciones de la fase, dinámica de fluidos y física estadística. El concepto de invarianza de la escala discreta se apoya en la hipótesis de que el exponente de la ley potencial, que describe cualquier variable global cerca del punto crítico, es un número complejo no-entero. Por consiguiente, la clásica ley de potencias se reemplaza por el módulo de la función

$$\varepsilon - K = A (t_c - t)^d \left[ 1 + C \cos \left( \left( 2\pi \frac{\log(t_c - t)}{\log p} \right) + \Psi \right) \right] \quad (2.1)$$

donde  $\varepsilon$  es el esfuerzo de relajación,  $\Psi$ ,  $C$  y  $K$  son constantes experimentales,  $p$  y  $d$  son exponentes de escala, y  $t_c$  el tiempo estimado de ocurrencia del evento (catastrófico). Esta aproximación parece mejorar substancialmente la fiabilidad de la predicción de los terremotos [13].

Cualquiera de estos modelos se puede relacionar con los resultados experimentales obtenidos utilizando la geometría fractal. Esto justifica la realización de esta memoria y el objetivo de esta Tesis que, como ya se ha comentado anteriormente, es analizar la forma en que se relacionan las propiedades fractales de los terremotos y las fallas con las características sismotectónicas de las Béticas; y cómo esto puede ayudar a mejorar tanto las evaluaciones de la peligrosidad sísmica y como los métodos de predicción sísmica. Para ello, en este capítulo, se presenta una síntesis de diferentes trabajos en los que se trata la sismicidad y las fallas desde el punto de vista de la geometría fractal.

## 2.2. Ley de Gutenberg-Richter y Dimensiones Fractales

### 2.2.1. Expresión de Aki

Dado el carácter aleatorio que normalmente presenta la distribución de terremotos producidos en una zona, se han utilizado diferentes leyes de correlación estadística para relacionar la frecuencia de los terremotos con su magnitud. De entre ellas la ley de Gutenberg-Richter [14] es la más aceptada, y se puede expresar en la forma

$$\log N(m) = a + bm \quad (2.2)$$

donde  $N(m)$  es el número de terremotos por unidad de tiempo con una magnitud mayor o igual que  $m$  en el área estudiada;  $a$  es una constante relacionada con la actividad sísmica de la

zona (representa el logaritmo del número de terremotos con magnitud mayor o igual que una magnitud umbral de detección  $m_0$ ) y  $b$  (*el parámetro  $b$* ) es otra constante que está relacionada con la razón de proporcionalidad entre terremotos grandes y pequeños. La ley de Gutenberg-Richter se cumple excepto para terremotos muy grandes y para terremotos muy pequeños, dado que en estos casos los catálogos no suelen ser completos.

Es conocido que algunos autores consideran que esta ley representa una propiedad fractal de la sismicidad. Así, Aki [15], demuestra que la relación anterior es equivalente a la definición de una distribución fractal. Para ello parte de la definición del momento sísmico  $M$  de un terremoto

$$M_0 = \mu \cdot \delta \cdot A \quad (2.3)$$

donde  $\mu$  es el módulo de cizalladura del terreno de la falla donde se ha producido el terremoto,  $\delta$  es el desplazamiento medio a lo largo de la falla (planos de falla) y  $A$  el área de rotura de la falla (plano de falla). Además, utiliza la relación entre el momento  $M_0$  y la magnitud  $m$ , de las ondas superficiales ( $M_S$ ), del terremoto dada por

$$\log M_0 = cm + d \quad (2.4)$$

donde  $c$  y  $d$  son constantes. Según Kanamori y Anderson [16] una buena aproximación para el momento sísmico es

$$M_0 = \alpha \cdot r^3 \quad (2.5)$$

siendo  $\alpha$  una constante y  $r = A^{1/2}$  (dimensión lineal de la falla). Con estas dos últimas expresiones se obtiene

$$\log(\alpha \cdot r^3) = cM_S + d \quad (2.6)$$

de donde se puede despejar  $M_S$

$$M_S = \frac{\log \alpha}{c} - \frac{d}{c} + \frac{3 \log r}{c}. \quad (2.7)$$

Si se sustituye esta expresión en la ley de Gutenberg-Richter se tendrá que

$$\log N = a + \frac{b \cdot d}{c} - \frac{b}{c} \log \alpha - \frac{3b \log r}{c}. \quad (2.8)$$

Y si se define

$$\log \beta = a + \frac{b \cdot d}{c} - \frac{b}{c} \log \alpha \quad (2.9)$$

entonces

$$\log N = \frac{-3b \log r}{c} + \log \beta, \quad (2.10)$$

que puede también describirse como

$$N = \beta r^{\frac{-3b}{c}}. \quad (2.11)$$

Por otra parte, un conjunto fractal satisface la relación

$$N = \frac{C}{r^D} \quad (2.12)$$

siendo  $C$  una constante de proporcionalidad,  $N$  el número de objetos (por ejemplo fallas) con una dimensión lineal característica mayor que  $r$  y  $D$  la dimensión fractal [17].

Comparando las dos últimas expresiones se obtiene finalmente que

$$D = \frac{3b}{c} \quad (2.13)$$

y tomando  $c = 1,5$  [16] queda

$$D = 2b, \quad (2.14)$$

por lo que la dimensión fractal de las fallas de una región sísmicamente activa es simplemente dos veces el parámetro  $b$ , calculado a partir de las magnitudes  $M_S$  de sus terremotos. No debe olvidarse que esta dimensión fractal corresponde a la distribución espacial de las fallas activas [15, 18].

Por tanto, de la última ecuación se deduce:

- Una nueva forma de calcular el parámetro  $b$  dividiendo la dimensión fractal de las fallas activas que generan los terremotos por 2.
- Existe una relación directa entre la geometría fractal de las fallas y el parámetro  $b$ . Es decir, que un valor bajo de  $b$  implica una dimensión fractal baja para las fallas y un valor alto de  $b$  implica también un valor alto de la dimensión fractal. Por tanto, cuando en una región se producen grandes terremotos, las fallas que los generan deberían llenar menos el espacio, que cuando en la región se producen pequeños terremotos. Es decir, para grandes terremotos se tiene una zona poco fracturada y para pequeños muy fracturada.

King [18] llega al mismo resultado que Aki [15] para terremotos pequeños, en este caso trabaja en tres dimensiones, lo que implica una deformación triaxial. Sin embargo para dos dimensiones (deformación biaxial), la expresión propuesta por King [18] es diferente, toma la forma

$$D = \frac{2b}{c}, \quad (2.15)$$

donde  $c$  vuelve a valer 1,5 [16], con lo cual quedaría  $D = \frac{4}{3}b$  para grandes terremotos.

Hirata [19] discute la validez de la expresión de Aki [15]. Ésta propone una relación positiva entre el parámetro  $b$  y la dimensión de capacidad del sistema de fallas asociadas a los terremotos con los que se calculó dicho parámetro, y sin embargo, este autor obtiene una relación negativa entre el parámetro  $b$  y la dimensión fractal de correlación. Este autor concluye que la dimensión fractal de la geometría de los planos de falla usada por Aki es un caso especial de la dimensión de capacidad de la distribución de las asperezas y barreras, en el cual todas las asperezas o barreras están conectadas entre sí. Por lo tanto, la dimensión puede ser considerada como la dimensión fractal de la superficie del plano de falla, lo cual según Hirata no es cierto, ya que él considera que la sismicidad se produce en varios planos de falla. A la luz de esto, se puede esperar que ambos resultados (relación de Aki y relaciones  $b - D_c$ ) son independientes y válidos, ya que las dimensiones son diferentes y además se calculan sobre conjuntos distintos (Aki-dimensión de capacidad-fallas;  $D_c$ -dimensión de correlación-terremotos). La relación entre el parámetro  $b$  y la dimensión de correlación se tratará más adelante.

Según Turcotte [17] la relación de Aki [15] puede indicar dos cosas: o bien se tiene una distribución fractal de fallas y cada una tiene su terremoto característico, o se tiene una distribución fractal de terremotos en un conjunto de fallas.

Legrand [20] propone que el resultado obtenido por Aki y King es válido para terremotos de magnitud intermedia, siendo diferente para los terremotos pequeños y grandes. Para los

primeros Kanamori y Anderson [16] obtienen que  $c = 1$ , y siguiendo un razonamiento similar, la dimensión fractal toma la forma

$$D = 3b. \quad (2.16)$$

Por otro lado, la expresión (2.5) no es correcta para terremotos grandes. Para éstos, el momento es proporcional a  $r^2$ , según han mostrado diferentes autores [21, 22, 23, 24], con lo que se tendrá,

$$M_0 \propto r^2 \quad (2.17)$$

quedando finalmente

$$D = \frac{2b}{c}. \quad (2.18)$$

Para este caso, Kanamori y Anderson [16] tomando  $M_S \propto \log r$  y utilizando  $M_0 \propto L^3$ , obtuvieron  $c = 3$ . Posteriormente, Scholz [21] demostró que la expresión  $M_0 \propto L^3$  puede reemplazarse por  $M_0 \propto L^2$ , con lo cual  $c$  toma el valor 2, lo que lleva, según Legrand [20], a una relación entre la dimensión fractal y el parámetro  $b$  para grandes terremotos de la forma

$$D = b. \quad (2.19)$$

Siguiendo esta idea y utilizando el método del box-counting para datos del sureste de la Península Ibérica, Rodríguez Pascua et al. [25] obtuvieron con las fallas potencialmente activas (aquellas que están orientadas según el tensor de esfuerzos presente)  $D_0$  y el parámetro  $b$  por el método de mínimos cuadrados, tanto para datos paleosísmicos como instrumentales. Los datos instrumentales pertenecían al intervalo temporal que comprendía los años 1980–1995 y tenían una magnitud superior a 2,7. En ambos casos se ratificaba la expresión de Aki, con un valor de 1,72 para la dimensión. Según los autores esto conduce a que los datos paleosísmicos están críticamente autoorganizados, ya que muestran una estructura fractal en la distribución de las magnitudes (la dimensión fractal de los terremotos depende de la dimensión fractal de las fallas). Estos resultados indican además una buena relación entre los datos instrumentales, paleosísmicos y las fallas activas del área de estudio. Por último, sugieren que el resultado de la dimensión fractal muestra un alto grado de complejidad espacial en la distribución de frecuencia-tamaño del conjunto de fallas y en los terremotos (autoorganizados) generados por éstas, y además los esfuerzos generan los terremotos en los mismos sitios, es decir, existe un efecto memoria en la dinámica del sistema de grandes terremotos.

Por su parte, Wyss et al. [26], con datos precisos de las constantes  $c$  y  $d$  en la zona de Parkfield en la falla de San Andrés, consiguen un resultado teórico de  $D = 1,5b$ . En el estudio práctico trabajan con terremotos de magnitud pequeña a moderada asociados a dos segmentos de la falla de San Andrés, uno dominado por asperezas y otro por deslizamiento. Los resultados del parámetro  $b$  y de la dimensión de los terremotos se ajustan a  $D \cong 2b$  en el primer segmento y a  $D \cong b$  en el segundo segmento. Así, el resultado teórico ( $D \cong 1,5b$ ), según los autores, se satisfaría en el sistema en su conjunto. En este trabajo, los autores calculan la dimensión de correlación, que igualan a la dimensión de capacidad suponiendo que el sistema es un monofractal determinista, es decir, se puede definir con una sola dimensión, con lo cual pueden suponer que  $D_0 = D_2$ .

Ram y Roy [27], realizan un estudio en Kutch (India) similar al realizado por Sunmonu et al. [28] en Koyana-Warna (India). En ambos casos calculan la dimensión de capacidad, la dimensión de volumen (se suma una unidad a la dimensión de capacidad [29, 17], por tanto tiene un significado similar a la anterior) y la dimensión fractal de una distribución de probabilidad

(dimensión de entropía) que será tratada posteriormente. Los autores obtienen el parámetro  $b$  a partir de la expresión de Aki [15], utilizando la dimensión de capacidad de las fallas.

Chen et al. [30] consideran las réplicas ocurridas seis meses después de un gran terremoto ( $M_L = 7,3$ ) en Taiwan. A este conjunto de datos le calculan la dimensión de correlación y el parámetro  $b$ . Al representar el parámetro  $b$  frente a la dimensión fractal observan dos comportamientos diferentes, uno debido a las réplicas de magnitud moderada ( $D \cong 2b$ ), y otro debido a las réplicas de magnitud baja ( $D \cong 3b$ ).

Por último, se hace notar que no existe unanimidad en cuanto al tipo de datos que hay que utilizar para calcular la dimensión fractal. Así por ejemplo Wyss et al. [26] y Chen et al. [30] trabajan con terremotos y utilizan la dimensión de correlación. Y por otro lado, Rodríguez Pascua et al. [25], Ram y Roy [27] y Sunmonu y Dimri [28] trabajan con fallas. Legrand [20], en su trabajo teórico, habla por igual de terremotos y fallas.

Otros trabajos donde se considera el método de box-counting para el estudio de las características fractales de las fallas de una región son: Hirata [31] en Japón, Idziak y Teper [32] en Polonia, Sukmono et al. [33, 34] en Sumatra, Angulo Brown et al. [35] en México, Paredes y Elorza [36], Pérez López et al. [37] y Henares et al. [38] en diferentes regiones de la Península Ibérica.

### 2.2.2. Relación entre la Dimensión de Capacidad de las fallas y el Parámetro $b$ de la Ley de Gutenberg–Richter

Öncel et al. [39] presentan un estudio un poco diferente entre la dimensión de capacidad de las fallas y el parámetro  $b$ . Estudian la variación espacial de estos parámetros, y posteriormente la correlación entre ellos a lo largo de la región de estudio, obteniendo resultados tanto positivos como negativos. No utilizan la expresión de [15].

En el cálculo de la dimensión fractal utilizaron una caja de  $70 \text{ km} \times 70 \text{ km}$  orientada según los cuatro puntos cardinales, que se desplazó con un paso de  $20 \text{ km}$ , hasta recubrir la isla mayor del Japón (Honsu). La dimensión fractal de las fallas se calculó por el método del box-counting, obteniendo dos resultados para la dimensión, uno en el intervalo  $17,5 \text{ km} - 8,5 \text{ km}$  y otro en el intervalo  $7,75 \text{ km} - 2 \text{ km}$ . Los errores eran mayores en el primer intervalo, por lo que utilizaron para los ajustes las dimensiones fractales obtenidas en el otro. Öncel et al. [39] detectaron que zonas con fallas activas, que tienen un patrón complejo, presentaron una dimensión fractal grande, y esta complejidad también aparece a pequeñas escalas. Además, los incrementos en  $D_0$  estaban, en general, asociados a incrementos en la longitud total de las fallas.

En el cálculo del parámetro  $b$ , utilizaron el método de Utsu [40, 41], y trabajaron con terremotos superficiales de magnitud superior o igual a 2,5, alcanzando en algunos casos un valor superior a 7,0. En este caso tomaron cilindros de  $50 \text{ km}$  de radio y  $20 \text{ km}$  de profundidad, centrados en los cuadrados utilizados para calcular la dimensión fractal de las fallas.

Para el análisis de la correlación entre la dimensión fractal y el parámetro  $b$ , fueron tomados pares de nueve datos consecutivos. Como ya se indicó arriba, las correlaciones que obtuvieron fueron tanto positivas como negativas. Con los coeficientes de correlación obtenidos dibujaron un mapa para representar su variación espacial. Dichas correlaciones fueron interpretadas por los autores de la siguiente manera. Cuando se produce una correlación negativa (decrecimiento de  $b$  con incremento de la dimensión fractal), hay un incremento en la probabilidad de que ocurran grandes terremotos y un incremento en la complejidad del sistema de fallas. Esta relación sugiere que un aumento en la complejidad de las fallas está relacionado a un aumento entre las interconexiones de las mismas, y así se incrementa el total de la superficie de la falla a lo largo

de la cual ocurre la ruptura. Por lo tanto, la tendencia negativa sugiere la posibilidad de que los esfuerzos se relajen con la ruptura de fallas de gran longitud, es decir, de gran superficie de área. Si los terremotos históricos ocurridos en esa zona son de magnitud pequeña, se incrementa la probabilidad de que ocurra en el futuro un terremoto grande en dicha área. Sin embargo, para las correlaciones positivas, los esfuerzos se relaján en fallas pequeñas, es decir, en zonas con fallas más fragmentadas, y por tanto la probabilidad de terremotos de magnitud grande decrece.

Si los sistemas de fallas varían espacialmente de poco llenado ( $D_0 < 1,0$ ) a casos en los que las fallas son más continuas y numerosas ( $D_0 > 1,0$ ), en las cuales la probabilidad de grandes terremotos es alta (valor bajo del parámetro  $b$ ), entonces la probabilidad de ruptura de planos de fallas grandes se incrementa con la dimensión fractal. Sin embargo, esto no es siempre cierto, ya que si las fallas están interconectadas disminuye la probabilidad de ruptura en grandes superficies. Si en la región hay fallas pequeñas donde los esfuerzos pueden relajarse, entonces la probabilidad disminuye. Por tanto, el estudio de la variación del parámetro  $b$  y la dimensión  $D_0$  de las fallas, según los autores, puede ayudar a la evaluación de la peligrosidad sísmica de una región.

### 2.3. Otra relación entre fallas y terremotos

En principio debe tenerse en cuenta que la dimensión fractal de los procesos sísmicos dependen directamente de la dimensión fractal del patrón de fallas donde estos procesos tienen lugar. Normalmente la dimensión fractal de los procesos sísmicos es estrictamente menor que la dimensión fractal de un conjunto de fallas. Es decir, por lo general las fallas van a llenar más el espacio que los terremotos, ya que, el conjunto de datos del que se dispone normalmente no cubre todo el ciclo sísmico de las fallas. Algunos autores intentan explicar esta diferencia basándose en la hipótesis de que sólo un subconjunto, del conjunto total de las fallas, es activo desde el punto de vista sísmico [42], con lo cual no habrá terremotos en toda la región que se esté estudiando, solo donde haya fallas activas. Por otro lado, si se supone que los terremotos ocurren sólo a lo largo de las fallas y todas las fallas de una región son activas, entonces la dimensión de correlación de los epicentros, para un intervalo de tiempo suficientemente grande, pueden considerarse que caracteriza la distribución geométrica de las fallas, pudiendo llegar a ocurrir que la dimensión de capacidad de las fallas fuera igual a la dimensión de correlación de los terremotos [43]. Por lo tanto, la geometría de las fallas va a condicionar la geometría de los terremotos.

Sherman y Gladkov [44] considerando fallas y terremotos de la región de Baikal, calcularon la dimensión fractal de las fallas ( $D_f$ ) y la de los terremotos ( $D_s$ ) utilizando el método del box-counting. Para las fallas encontraron diferente dimensión fractal según los estados de esfuerzos. Así, los autores encontraron que en zonas donde predominan los esfuerzos de desgarre, los patrones de fallas son más sofisticados y tienen una dimensión fractal mayor, y por otro lado, zonas donde predomina una extensión, tienen una dimensión fractal menor.

Los autores también compararon las dimensiones fractales calculadas para las fallas y los terremotos. Cuando los valores obtenidos son parecidos sugieren que el patrón espacial de las fallas y de los epicentros de los terremotos son similares, y proponen que la sismicidad de la zona (terremotos pequeños y grandes), está espacialmente controlada por las fallas. Por tanto, desde el punto de vista del régimen geodinámico (actual), los patrones de las fallas y de la sismicidad estarían equilibrados y serían estables. Por otro lado, cuando se cumple la desigualdad  $D_s < D_f$ , los autores indican que el potencial de las fallas no ha sido completamente *relajado*

por la sismicidad ocurrida hasta ese momento. De aquí se deduciría que la sismicidad se iría incrementando con el tiempo, a medida que más fallas se reactiven, y ambos procesos llegarían a un estado de equilibrio ( $D_s = D_f$ ).

Es claro que el tiempo geológico de las fallas es incompatible con el corto periodo de la observación instrumental de la sismicidad. Pero las dimensiones fractales de las fallas y la sismicidad pueden llevar a determinar inequívocamente si los dos procesos están dentro o fuera del equilibrio. Según Sherman y Gladkov [44], desde un punto de vista puramente geodinámico, la cuestión es si la sismicidad es o no estable en el tiempo. Para el estudio de la estabilidad de la sismicidad con el tiempo (y siguiendo con la comparación de las dimensiones fractales de fallas y terremotos) Sherman y Gladkov [44] definían una malla en la región de estudio, y en cada celda calcularon  $D_s$  y  $D_f$ . Con estos valores, asociados al centro de la celda, dibujaron mapas de isolíneas de  $D_s$  y  $D_f$ .

Cuando se trabajaron con la sismicidad los mapas, se calcularon primero considerando todos los terremotos, y segundo considerando ventanas temporales. Esto permitiría detectar una posible variación de  $D_s$  con el tiempo en los mapas de isolíneas. Si no se encuentran variaciones apreciables se considera que el patrón espacial de los epicentros es completo, en caso contrario la incompletitud implicaría que faltan terremotos, y que por tanto éstos tendrían que ocurrir. La comparación con el mapa de isolíneas de las fallas, podría ser indicativa para la predicción de la ocurrencia de terremotos. Por tanto, los autores propusieron que los valores de la dimensión fractal de los terremotos, calculados para distintos intervalos temporales de un área, pueden indicar si la sismicidad es o no meta-estable en el espacio, para las fallas del área de estudio. El grado en el cual la sismicidad y las fallas están o no en equilibrio, puede ser indicativo para la predicción de los terremotos.

### 2.3.1. Dimensión de Correlación de los terremotos y Parámetro $b$

La relación entre la dimensión fractal de correlación y el parámetro  $b$ , de los terremotos ocurridos en una determinada región, ha sido estudiada por diferentes autores, tratando, además, de analizar su variación temporal y/o espacial. Así, Hirata [19], Henderson et al. [45, 46], Öncel et al. [47, 48], Wang y Lee [49], Xu y Burton [50], Bhattacharya et al. [51], Manda y Rastogi [52], Mandal et al. [53] y Singh et al. [54] realizaron este tipo de estudio con terremotos de Japón, California, Brasil, Turquía, Taiwán, Grecia (en este caso con microterremotos) y la India respectivamente, para los cuales calcularon el parámetro  $b$  y la dimensión fractal de correlación  $D_c$ .

La dimensión de correlación mide el grado de agrupamiento de un conjunto de puntos. Así, Rossi [55] observa un decrecimiento de la dimensión fractal antes de un gran terremoto. Los premonitorios tienden a agruparse alrededor del punto donde se producirá el gran terremoto, y también después del terremoto hay un agrupamiento debido a las réplicas, es decir, aumenta el número de terremotos en un agrupamiento pero disminuye el número de agrupamientos en la región alrededor del punto donde se produce el terremoto. De Rubeis et al. [56], encuentran un máximo para la dimensión fractal antes de un gran terremoto para después decrecer rápidamente justo antes de dicho gran terremoto. Esto está de acuerdo con lo observado por Ouchi y Uekawa [57] y Legrand et al. [58] que detectan agrupamientos de la sismicidad a escalas temporales pequeñas antes de un gran terremoto y a escalas temporales más grandes durante la secuencia de las réplicas, siendo el comportamiento aleatorio en otros intervalos temporales.

---

### Metodología de trabajo

A la hora de analizar la dependencia espacial entre el parámetro  $b$  y la dimensión de correlación la región de estudio se divide en *zonas* en las que se calcula  $b$  y  $D_c$  [48, 49].

El cálculo del parámetro  $b$  suele realizarse utilizando el método de Utsu [40, 41]:

$$b = \frac{\log_{10} e}{\langle m \rangle - m_0} \quad (2.20)$$

donde  $\langle m \rangle$  es la magnitud promedio y  $m_0$  la magnitud umbral. El límite de confianza (o error) en el cálculo del parámetro  $b$  viene dado por

$$\pm 1,96b/\sqrt{n} \quad (2.21)$$

donde  $n$  es el número de puntos utilizados. Estas expresiones fueron obtenidas por Aki utilizando el método de máxima verosimilitud (*maximum likelihood*) para la estimación del parámetro  $b$ , suponiendo que la distribución de terremotos cumplía la ley de Gutenberg-Richter.

El cálculo de  $D_c$  se realiza, por lo general, mediante una representación gráfica  $\log - \log$  de la función de correlación

$$C(r) = \frac{2N_{R<r}}{n(n-1)} \quad (2.22)$$

frente a la distancia entre epicentros  $r$ . En la definición de la función de correlación,  $N_{R<r}$  indica el número de puntos, es decir, de epicentros de los terremotos de la zona de interés, que están separados entre sí una distancia,  $R$ , menor que una dada,  $r$ . Se suele trabajar con epicentros porque la profundidad a la que se producen los terremotos es pequeña comparada con la escala horizontal y además, porque los errores en la determinación de la profundidad son mayores que los cometidos al determinar la posición de los terremotos en el plano. El ajuste de la pendiente no se realiza a todos los puntos experimentales, pues para valores pequeños y grandes de  $r$  se pierde el carácter fractal del conjunto. Para determinar la zona de ajuste se representa  $dC/dr$  frente a  $r$  y se busca la zona "plana" de dicha gráfica. Para estos valores de  $r$  se calcula el ajuste de  $C(r)$  frente a  $r$  en la gráfica  $\log - \log$ .

Este criterio que permite determinar la zona de la gráfica  $\log - \log$  donde se realiza el ajuste no es único. Existen otros, tanto para terremotos como para fallas, que permiten también obtener el intervalo donde se realizará el ajuste para el cálculo de la dimensión fractal correspondiente. Por ejemplo, en las fallas este intervalo está relacionado, según Olsson [59], con la longitud característica de las fallas de la región. En los terremotos el valor mínimo del intervalo estaría asociado con el error en la localización epicentral y el valor máximo estaría limitado por el tamaño del área de estudio [60]. Por otro lado, Dongsheng et al. [61] proponen que el intervalo en el cual debe realizarse el ajuste sea para distancias  $r$  que cumplan  $r \leq \frac{1}{4}R$ , donde  $R$  sería la máxima distancia entre dos puntos del conjunto.

Para calcular la distancia entre epicentros algunos autores [19, 47, 48, 62, 63] consideran colatitudes ( $\theta$ ) y longitudes ( $\phi$ ), en grados, y la expresión

$$r = \cos^{-1} (\cos \theta_i \cos \theta_j + \text{sen} \theta_i \text{sen} \theta_j \cos (\phi_i - \phi_j)). \quad (2.23)$$

En esta memoria, dada la pequeña extensión de la zona de estudio, no ha sido necesario aplicar esta fórmula y se toman distancias lineales o coordenadas cartesianas.

Finalmente, los valores de  $b$  y  $D_c$  obtenidos en las diferentes cajas se representan en una gráfica y se realiza un ajuste por mínimos cuadrados entre ellos. Esta correlación puede ser tanto positiva (figura 2.2-a) como negativa (figura 2.2-b).

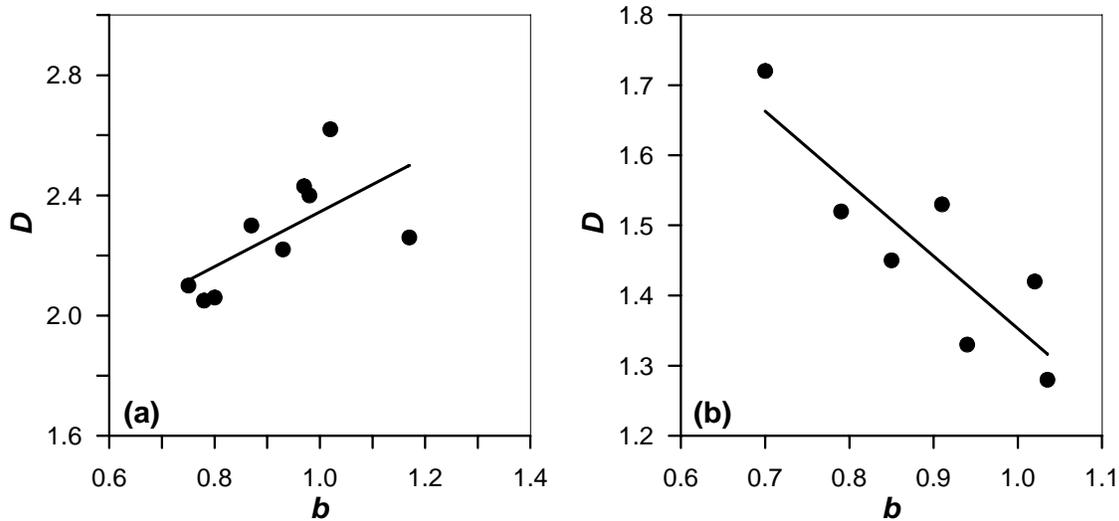


Figura 2.2: Ejemplos de tendencia positiva (gráfica a) y negativa (gráfica b) entre el parámetro  $b$  y la dimensión de correlación según datos de Guo y Ogata [64] y Öncel et al. [48] respectivamente.

Respecto a los datos, es necesario que cumplan varias condiciones: Por un lado, se exige que el catálogo de terremotos sea completo en el intervalo temporal que se considera la correlación y para el rango de magnitudes con el que se trabaja. Por otro, el número de terremotos interesa que sea grande para que el número de ventanas/cajas sea significativo y también lo puedan ser los resultados.

### Resultados más significativos

En los estudios espaciales de la relación entre el parámetro  $b$  y la dimensión de correlación, se divide la región considerada en cajas, bien considerando criterios sismotectónicos [48, 49], o bien simplemente tomando una malla [51, 54]. En cada caja definida se calcula la dimensión fractal y el parámetro  $b$ .

Los resultados de Öncel et al. [48] muestran que las variaciones espaciales coinciden con variaciones de la estructura geológica o de las propiedades mecánicas a lo largo de las fallas. Una fuerte correlación negativa es encontrada por estos autores trabajando con sismicidad moderada-grande (en algunos casos con magnitud superior a 7,0). Ésta se produce cuando están *asociados* valores bajos del parámetro  $b$  con valores altos de la dimensión de correlación, es decir, según Öncel et al. [48], se han producido grandes terremotos y esto conlleva un aumento en el grado de agrupamiento espacial de la sismicidad.

Con sismicidad de magnitud baja-intermedia Wang y Lee [49] obtienen una correlación negativa para cuatro zonas de la isla de Taiwán. Estos autores toma la dimensión de correlación del espectro multifractal, de igual manera se hará en esta memoria.

Según Xu y Burton [50] en estos casos debe entenderse que un aumento en el grado de agrupamiento se usa para significar un aumento relativo de la dimensión de correlación, de un valor menor a un valor mayor. En este sentido, los agrupamientos pueden ser considerados como

una transición de una sismicidad escasa, a una sismicidad "creciente" que domina el área de estudio. Así, valores altos de la dimensión de correlación corresponderían a zonas muy activas sismotectónicamente, en las cuales se generan grandes terremotos. Y si esta dimensión tiene valores próximos a la unidad (dimensión topológica de la línea), esto sería consistente con zonas de fallas activas principales.

Por tanto, se hace necesaria una interpretación más exacta de estas relaciones, ya que valores grandes de la dimensión de correlación corresponden a una dispersión de los terremotos y valores pequeños a un agrupamiento [65], lo cual no acaba de coincidir con lo expuesto más arriba. Así, en correlaciones positivas, se pasará de regiones donde ocurren terremotos más energéticos y la sismicidad se agrupa, a regiones donde ocurren terremotos menos energéticos y la sismicidad se dispersa. Y las correlaciones negativas aparecen cuando se pasa de regiones donde existe dispersión de la sismicidad para valores bajos del parámetro  $b$ , a regiones donde hay valores mayores del parámetro  $b$  y un mayor agrupamiento de la sismicidad. Este último caso es el obtenido con sismicidad intermedia-grande en Turquía y Taiwán, y en ellos se pasa de zonas donde la sismicidad se agrupaba en torno a las fallas ( $D_2 \sim 1$ ), es decir, valores altos de la dimensión y valores bajos del parámetro  $b$ , a zonas donde la sismicidad, menos energética, está más concentrada y por tanto no se extiende a lo largo de las fallas. Así, parece claro que la correlación negativa está asociada a zonas más energéticas donde existen grandes fallas, en las cuales se producen los terremotos.

Xu y Burton [50] realizan un análisis de varios estudios que consideran la variación temporal del parámetro  $b$  y la dimensión de correlación. Sugieren la posibilidad de que los resultados puedan depender de la magnitud de los terremotos, así, en regiones donde la sismicidad es más energética, aparecen correlaciones negativas, mientras que en regiones donde los terremotos tienen magnitud pequeña, las correlaciones obtenidas son positivas. Para explicar este hecho, señalan la posibilidad de distinguir entre características macroscópicas (magnitudes grandes) y microscópicas (magnitudes pequeñas) de la sismicidad. Con todo esto, podría imaginarse una relación similar con la magnitud, del parámetro  $b$  y la dimensión de correlación en estudios espaciales.

Bhattacharya et al. [51] calculan el parámetro  $b$  y la dimensión de correlación en la zona noreste de la India. Utilizan dos catálogos, uno de terremotos de magnitud media y otro con terremotos de magnitud media-grande, y dos mallas con cajas de tamaño diferente. Si bien comparan los resultados obtenidos, no realizan correlaciones entre ellos. Así valores altos del parámetro  $b$  son confrontables con valores altos de la dimensión de correlación (¿correlación positiva?).

Para sismicidad moderada de Koyna-Warna (oeste de la India) Singh et al. [54] encuentran una correlación positiva. Según los autores, los valores bajos de la dimensión de correlación son debidos a que la región es muy compleja desde el punto de vista sismotectónico y la sismicidad se genera en pequeños agrupamientos. Explican esta correlación positiva suponiendo que el "sistema" ha alcanzado un estado estable.

## 2.4. Espectro multifractal

Muchos sistemas dinámicos y fractales de la naturaleza son conocidos como heterogéneos [66]. Los fractales heterogéneos, llamados multifractales, no pueden caracterizarse con una única dimensión fractal, es necesario un conjunto de dimensiones. Cada una representaría una escala del conjunto [66]. Para estudiar los multifractales se utiliza la dimensión generalizada  $D_q$  o el espectro  $f(\alpha)$  [67, 68].

---

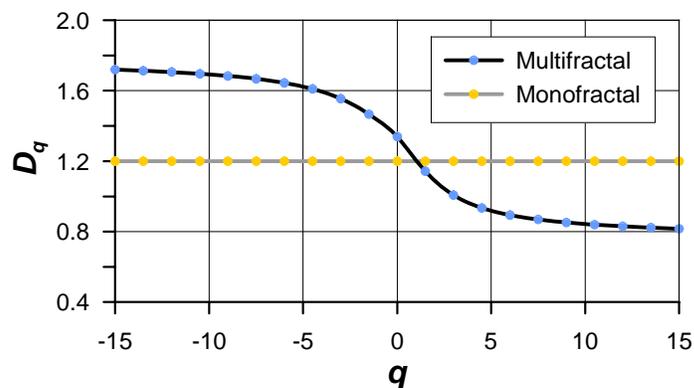


Figura 2.3: Espectro fractal: La curva de color gris presenta carácter monofractal, es decir, el conjunto de datos es homogéneo fractalmente hablando, se puede caracterizar con un solo valor; la curva de color negro presenta un carácter multifractal, es decir, el conjunto de datos es heterogéneo fractalmente hablando, se necesitan varias dimensiones para caracterizarlo con precisión.

Si no hay variación de  $D_q$  con  $q$ , se dice que el conjunto es homogéneo fractalmente hablando, es decir, monofractal (línea gris en la figura 2.3), y por el contrario, si hay variación entre los valores de  $D_q$ , de manera que  $\dots > D_0 > D_1 > D_2 > \dots$ , el conjunto será heterogéneo fractalmente hablando, es decir, multifractal (línea negra en la figura 2.3). Puede ocurrir que las dimensiones generalizadas, sobre todo para  $q < 0$ , tengan valores mayores que la dimensión del espacio que contiene al conjunto de estudio, en este caso cuando aunque se hable de dimensiones no tienen significado geométrico [66]. Esto mismo ocurre con las dimensiones que se definen a partir del tamaño de los terremotos (magnitud) o de las fallas (longitud).

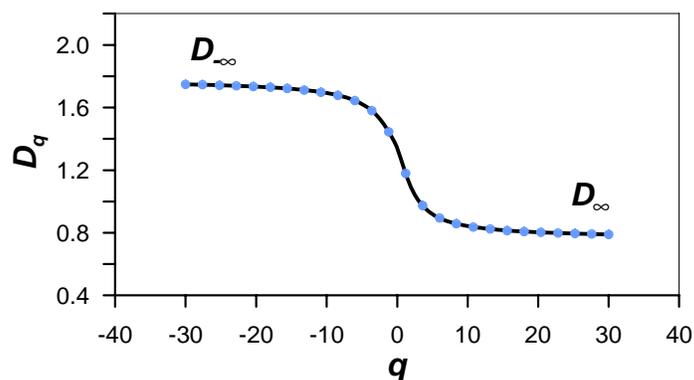


Figura 2.4: Ejemplo de espectro multifractal en el cual se consideraría  $D_{-\infty} = D_{-30}$  y  $D_{\infty} = D_{30}$  (comportamiento asintótico).

La dimensión generalizada para  $q = 0$  coincide con la dimensión de capacidad (box-counting) [69, 70, 71, 72], para  $q = 1$  coincide con la dimensión de información (o entropía) [69, 70, 71, 72] y para  $q = 2$  coincide con la dimensión de correlación [69, 72]. Estas dimensiones informan, respectivamente, de cómo se cubren/lleñan el espacio los datos, del desorden de los datos en el espacio, y de su agrupamiento. Cuando se trabaja en dos dimensiones se puede decir que estas dimensiones variarán entre 0 y 2 [51]. Así, valores altos, corresponden a un recubrimiento mayor del espacio, a un mayor desorden en la distribución espacial de los datos y a una mayor dispersión de los datos en el espacio donde están contenidos (en este último caso se puede hablar de un número grande de agrupamientos con bajo grado de proximidad entre los terremotos de cada grupo).

La dimensión generalizada  $D_{+\infty}$  está asociada a aquellos puntos que presentan mayor medida [69, 70, 71, 72] y la dimensión generalizada  $D_{-\infty}$  determina el comportamiento en torno a los puntos con menor medida [69, 70, 71, 72]. Como el espectro fractal tiene un comportamiento asintótico para valores de  $|q|$  grandes ( $q \rightarrow \pm\infty$ ),  $D_{-\infty}$  y  $D_{\infty}$  se definen usando un valor de  $q$  a partir del cual no se aprecien cambios significativos en la curva (figura 2.4). La diferencia entre estas dimensiones generalizadas es utilizada por algunos autores para estudiar el grado de heterogeneidad del conjunto de datos, es decir, para detectar cambios en la distribución de la sismicidad [43]. Así, valores altos corresponden a sistemas heterogéneos.

En la bibliografía se pueden encontrar estudios donde se utiliza el espectro fractal para caracterizar la sismicidad de una región, tanto en una como en dos dimensiones:

- Considerando tiempos, como por ejemplo Wang y Lee [73], Telesca et al. [74] y Öncel y Wilson [65].
- O considerando la distribución espacial de los epicentros, como por ejemplo Hirabayashi et al. [69], Dongsheng et al. [61], Wang y Lee [49], Öncel y Wilson [65], Godano et al. [75] y Carpinteri et al. [76].

Igualmente, se pueden encontrar trabajos donde los datos considerados son las trazas de las fallas, como por ejemplo Paredes y Elorza [36] y Giaquinta et al. [77].

Hirabayashi et al. [69] y Carpinteri et al. [76] utilizan la energía liberada por los terremotos para calcular los espectro multifractales. Según Carpinteri et al. [76] es más conveniente trabajar con la energía en vez de con la magnitud, ya que ésta no representa directamente la energía contenida en el terremoto, y puede llevar a confusión. Los espectros multifractales así calculados para la sismicidad de California, Japón y Grecia [69] y de Italia [76], presentan un comportamiento multifractal.

A partir del espectro multifractal es posible detectar cambios en la distribución de la sismicidad. Así, Teotia [81] presenta resultados en los que existe diferencias en el salto del espectro multifractal ( $D_{\infty} - D_{-\infty}$ ), es decir, la dimensión generalizada es sensible a las variaciones temporales de la sismicidad antes de grandes terremotos (agrupamientos y espaciamientos). Así, el salto del espectro es suave (línea de puntos en la figura 2.5) cuando se tiene una distribución extendida de terremotos (figura 2.6-a) y más abrupto (línea de cruces en la figura 2.5) cuando la distribución es concentrada (figura 2.6-b). El primer caso se corresponde con periodos de tiempo que presentan actividad poco energética y el segundo con periodos donde ocurren grandes terremotos, de manera que aparecen agrupamientos y espaciamientos, como han podido constatar diferentes autores en varias regiones del mundo [58, 61, 69, 78, 79, 80, 81]. Según Dimri [43] esto sugiere que existe una correlación entre las propiedades dinámicas y las propiedades geométricas de la sismicidad.

Por otro lado, utilizando microterremotos (del sur de Italia) Godano et al. [75] desarrollaron un método para caracterizar las fallas de una región. Definen una ventana que contiene varias fallas y van reduciendo su tamaño, de manera que las fallas siempre están contenidas en las nuevas ventanas. Para cada ventana calculan el espectro fractal de la posición de los terremotos y comprueban si los valores de las dimensiones de capacidad, información y correlación disminuyen. Esto implicaría el aumento de los agrupamientos en torno a las fallas, ya que se está descartando la sismicidad que se encuentra alrededor de las mismas y que no se asociaría a ellas. Así, una distribución heterogénea (agrupamientos) de terremotos dominada por una falla o conjunto de fallas presentaría carácter multifractal. Por otro lado, para una región donde exista una distribución aleatoria de la sismicidad, el resultado obtenido sería monofractal, ya que no aparecen agrupamientos alrededor de las fallas. Este análisis multifractal permitiría, según los autores, discernir qué terremotos están asociados a una falla y cuáles no.

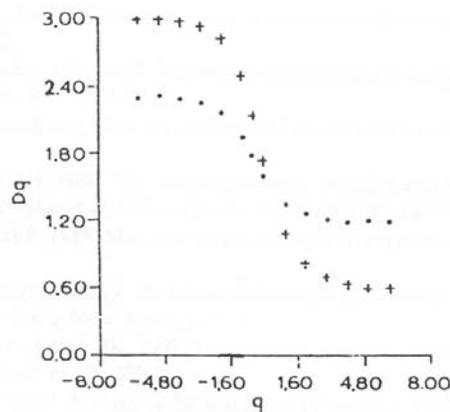


Figura 2.5: Ejemplo de dos curvas de espectro multifractal con diferente salto  $D_{-\infty} - D_{\infty}$ . La curva representada por puntos corresponde a una distribución más homogénea (mapa a de la figura 2.6) y la curva representada con cruces a una distribución más heterogénea (mapa b de la figura 2.6), lo que implica el agrupamiento de los datos (Li et al. [79]).

A partir de datos de sismicidad correspondientes a fallas activas de Turquía, Öncel y Wilson [65] relacionaron el parámetro  $b$  y las dimensiones  $D_2$  y  $D_{15}$  del espectro fractal, con los esfuerzos tectónicos actuales obtenidos con ayuda de tecnología GPS. Los terremotos con los que trabajaron se encuentran en el intervalo temporal que comprende desde 1991 a 1998, con una magnitud umbral a partir de 2,6. Los diferentes parámetros fueron calculados para 15 zonas sísmicas, definidas dentro de la región de estudio. Según estos autores, las dimensiones  $D_2$  y  $D_{15}$  se asocian, respectivamente, con cambios de la distribución de la sismicidad a escala regional y con propiedades locales de la sismicidad. Así, independientemente del valor de  $q$ , **valores altos de  $D_q$  están asociados con una dispersión de la sismicidad, mientras que valores bajos de  $D_q$  están asociados con agrupamientos de la sismicidad.**

En el estudio espacial de la sismicidad, Öncel y Wilson [65], encontraron una diferencia

grande entre las dimensiones  $D_2$  y  $D_{15}$ , con valor medio de 0,32. Esto sugiere la presencia de *heterogeneidades* fractales significativas dentro de la distribución de epicentros, debido a diferencias en la complejidad de las fallas a escala local y regional. En particular, el valor bajo de la dimensión fractal  $D_{15}$  (valor medio 1,06) sugiere que la sismicidad presenta más agrupamientos a escala local. En el estudio temporal, los resultados muestran zonas que se aproximan a un comportamiento de Poisson (los agrupamientos que aparecen son de grandes eventos), con lo cual la actividad sísmica ocurre al azar o cambia muy poco con el tiempo, y otras zonas caracterizadas por periodos temporales de corta duración (premonitorios-terremoto principal-réplicas) propias de fenómenos multifractales.

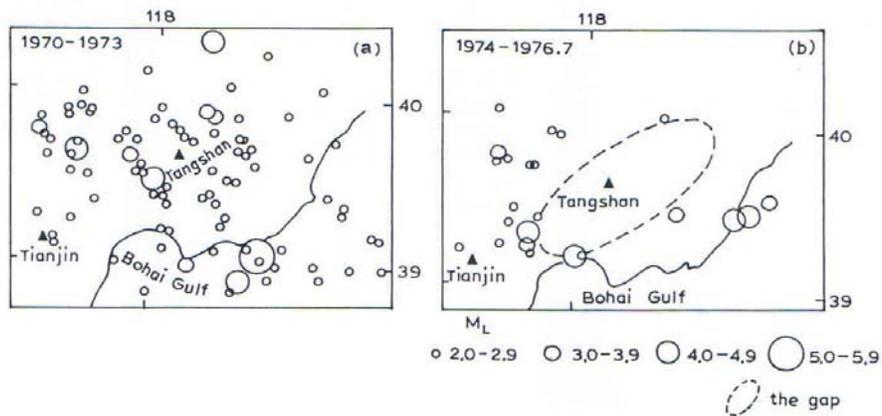


Figura 2.6: Distribución espacial de la sismicidad: (a) Antes de un gran terremoto es uniforme (corresponde con la curva de puntos de la figura 2.5); (b) Después de un gran terremoto aparecen agrupamientos (corresponde con la curva de cruces de la figura 2.5) [79].

Según Eneva [82], en algunas ocasiones, un espectro multifractal surge de varias distribuciones monofractales cuando son consideradas conjuntamente. Estos espectros monofractales podrían corresponder a diferentes zonas sismogénicas o dentro de la misma zona a diferentes procesos dinámicos. Esto es lo que ocurre en el cálculo del espectro fractal asociado al conjunto de fallas estudiado por Giaquinta et al. [77]. A partir del conjunto inicial de fallas se obtienen dos subconjuntos que corresponden a diferentes patrones de orientación en la región de estudio. Cada patrón de fallas obedecería, por tanto, a un proceso dinámico diferente. Las dimensiones fractales obtenidas, con los dos conjuntos de fallas en los que se divide el conjunto inicial, aparecen bien diferenciadas. Estas dimensiones, además, presentan valores mayores para el patrón de fallas que nace en un área inicialmente fracturada. Así, el carácter de los subconjuntos es monofractal y sólo aparece el comportamiento multifractal si se consideran todas las fallas a la vez.

Por último es importante reseñar que el espectro multifractal también ha sido utilizado para obtener un catálogo poissoniano. Para un catálogo de terremotos de California, Godano et al. [83] consideraron las propiedades multifractales del tiempo transcurrido entre terremotos y a partir de aquí obtuvieron un catálogo donde los terremotos son independientes temporalmente,

es decir, tiene un comportamiento monofractal (poissoniano), hecho que, según los autores, no ocurre cuando se utilizan otros métodos como, por ejemplo, el de Gardner y Knopoff [84]. La principal hipótesis de trabajo es que los terremotos pueden estar relacionados a grandes distancias. Al estudiar el espectro fractal de las posiciones de los terremotos se demuestra que el nuevo catálogo es más complejo que el de partida. Es decir, la distribución espacial de las réplicas es más homogénea que la distribución de los terremotos que son independientes temporalmente. Desde el punto de vista tectónico esto quiere decir, según los autores, que los esfuerzos siempre generan terremotos en los mismos sitios. El valor del parámetro  $b$  para el catálogo completo y para el nuevo catálogo es el mismo, con lo cual la distribución de la energía es la misma independientemente de que se tengan todos los terremotos o no. Esto implicaría que los esfuerzos se relajaran de la misma manera en todas las escalas.

## 2.5. Dimensión de longitud de las fallas

Debido a la información sismotectónica que proporciona la longitud de las fallas, a partir de la cual es posible calcular la magnitud del terremoto asociado a ella, también es calculada la relación entre la longitud de las fallas y su número por diversos autores.

Las longitudes de las fallas siguen, en muchos casos, una ley de tipo potencial que, por lo general, se verifica entre dos límites de longitud. La expresión matemática de esta característica viene dada por la ecuación

$$N \propto l^{-C} \quad (2.24)$$

donde  $N$  es el número de fallas con longitud superior a un determinado valor  $l$ . Comparando la anterior expresión con la relación fractal genérica

$$N = \frac{C}{r^D} \quad (2.25)$$

se puede deducir rápidamente la dimensión fractal asociada al tamaño de las fallas [17].

Algunos autores que han obtenido correlaciones que obedecen un comportamiento potencial son Gudmundson [85], Hirata [31], Main et al. [86], Scholz y Cowie [87], Walsh et al. [88], Marrett y Allmendinger [89], Villemin et al. [90], Koukouvelas et al. [91] y Guarnieri [92]. En particular, Sanz de Galdeano et al. [93] calculan esta dimensión para la cuenca de Granada, obteniendo un valor de 3,6 (figura 2.7). Sin embargo, otros estudios en los que se trabajaron con las longitudes de las fallas, no se encontró una relación potencial entre la longitud y el número de ellas [94].

Este análisis permite deducir la proporción de fallas pequeñas a grandes. Otra consideración que se puede obtener es que las limitaciones debidas a los métodos de obtención de bases de datos de fallas van a afectar fundamentalmente a las fallas más pequeñas. Como éstas están asociadas a los terremotos más pequeños, es de esperar que dichas limitaciones no afecten a la interpretación de los resultados de las dimensiones fractales desde el punto de vista de la peligrosidad sísmica, ya que ésta es significativa sólo para los terremotos más grandes. Sin embargo, si la geometría fractal se va a utilizar en estudios de otro tipo, la anterior consideración no es válida.

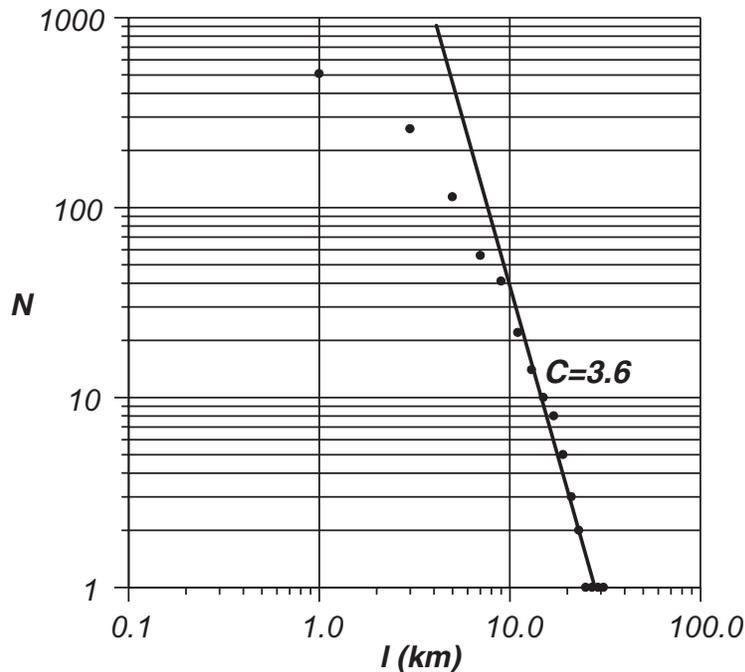


Figura 2.7: Relación entre la longitud de las fallas y su número, para fallas de la cuenca de Granada, según Sanz de Galdeano et al. [93]. La zona lineal de la gráfica se ajusta por mínimos cuadrados, y la pendiente de la recta del ajuste corresponde a la dimensión de longitud,  $D_L$ .

## 2.6. Sistema críticamente autoorganizado y peligrosidad sísmica

La sismicidad puede caracterizarse como periódica, cuasi-periódica o con un comportamiento poissoniano [95]. La validez de los modelos de peligrosidad sísmica depende de la viabilidad de asumir este comportamiento. Varios modelos de predicción de terremotos están basados en suponer que la sismicidad es cuasi-periódica o poissoniana [95].

Turcotte [96] presenta una interesante disertación sobre el concepto de sistema críticamente autoorganizado, el cual no siempre es correctamente utilizado. Aunque no existe una definición universal para este comportamiento, sí está admitido de manera general que en tales sistemas aparece una ley potencial (fractal) cuando se estudia la distribución frecuencia-tamaño de los sucesos acaecidos en el mismo.

Por tanto, teniendo en cuenta lo últimamente reseñado, si la sismicidad tiene un comportamiento críticamente autoorganizado, como así indican muchos de los resultados, un importante aspecto de los terremotos será la implicación que tienen en la predicción de la sismicidad futura. Si se acepta la ley de Gutenberg-Richter y por tanto la relación entre terremotos grandes y pequeños, se puede, conociendo la frecuencia de los terremotos pequeños, conocer la frecuencia de los grandes terremotos. Este hecho, que es rutinariamente aceptado, es la base del estudio de la peligrosidad sísmica [97]. Por lo tanto, la posible aleatoriedad del sistema incrementaría

las dificultades en la predicción de terremotos, socavando las bases mismas en las que se basa el cálculo de la peligrosidad sísmica.

### **Sugerencias**

Para una mayor profundización en las bases de la teoría fractal, a parte de la amplia bibliografía de Mandelbrot, son recomendables la lectura de Turcotte [17], Bak [98], y Dimri [99].

---

## Bibliografía

- [1] Reid, H.F. (1910). The mechanics of the earthquake. The California Earthquake of April 18, 1906. Report of the State Earthquake Investigation Commission, 2. Carnegie Institution of Washinton DC.
  - [2] Burridge, R. and Knopoff, L. (1967). Model and theoretical seismicity. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **57**, 341–371.
  - [3] Coulomb, C.A. (1776). Essai sur une application des regles des maximis et minimis à que lque problèmes de statique relatif à l´architecture. *Memoirs Divers Savants. Academie Science*, vol. 7, Paris.
  - [4] Mosolov, A. (1994). Singular fractal functions and mesoscopic effects in mechanics. *Chaos, Solitons and Fractals*, **4**, 2093–2102.
  - [5] Takayasu, H. and Matsuzaki, M. (1988). Dynamical Phase transition in threshold elements. *Phys. Lett. A*, **131**, 244–247.
  - [6] Rundle, J.B. and Klein, W. (1995). Dynamical segmentation and rupture patterns in a *toy* slider-block model for earthquakes. *Nonlinear Processes in Geophysics*, **2**, 61–79.
  - [7] Ito, K. and Matsuzaki, M. (1990). Earthquakes as self-organized critical phenomena. *J. Geophys. Res.*, **95**, 6853–6853.
  - [8] Bak, P. and Tang, C. (1989). Earthquakes as self-organized critical phenomena. *J. Geophys. Res.*, **94**, 15635–15637.
  - [9] An, L.J. and Sammis, C.G. (1996). A cellular automaton for the development of crustal shear zones. *Tectonophysics*, **233**, 247–270.
  - [10] Castellaro, S. and Mulargia, F. (2002). What criticality in cellular automata models of earthquakes?. *Geophys. J. Int.*, **150**, 483–493.
  - [11] Olami, Z., Feder, J.H.S. and Christensen, K. (1992). Self-organized criticality in a continuous, non-conservative cellular automaton modeling earthquakes. *Phys. Rev. Lett.*, **68**, 1244–1247.
  - [12] Saleur, H., Sammis, C. and Sornette, D. (1996). Discrete scale invariance, complex fractal dimensions, and log-periodic fluctuations in seismicity. *J. Geophys. Res.*, **101**, 17661–17677.
  - [13] Borodich, F.M. (1997). Renormalization schemes for earthquake prediction. *Geophys. J. Int.*, **131**, 171–178.
  - [14] Gutenberg, B. and Richter, C.F. (1944). Frequency of earthquakes in California. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **34**, 185–188.
  - [15] Aki, K. (1981). A probabilistic synthesis of precursory phenomena, in *Earthquake Prediction: An International Review*. Maurice Ewing Series 4, D. W. Simpson and P.G. Richards (Eds.), American Geophysical Union, Washington, D.C., 566–574.
  - [16] Kanamori, H. and Anderson, L. (1975). Theoretical basis of some empirical relations in seismology. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **65**, 1073–1095.
-

- 
- [17] Turcotte, D.L. (1997). *Fractals and Chaos in Geology and Geophysics*. 2nd. Ed., Cambridge Univ. Press, New York.
- [18] King, G. (1983). The accommodation of large strains in the upper lithosphere of the earth and other solids by self-similar fault systems: the geometrical origin of  $b$ -value. *Pageoph*, **121**, 761–815.
- [19] Hirata, T. (1989a). A correlation between the  $b$  value and the fractal dimension of earthquakes. *Journal of Geophysical research*, **94**, 7507–7514.
- [20] Legrand, D. (2002). Fractal dimension of small, intermediate and large earthquakes. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **92**, 3318–3320.
- [21] Scholz, C.H. (1982). Scaling relations for strong motion in large earthquakes. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **72**, 1903–1909.
- [22] Scholz, C.H. (1994). *The mechanics of earthquakes and Faulting*. Cambridge University Press, 439 pp.
- [23] Shimazaki, K. (1986). Small and large earthquakes: The effects of thickness of the seismogenic layer and the free surface. En *Earthquake Source Mechanics.*, Geophys. Monogr. Ser., vol. 37, editado por J.B.S. Das and C. Scholz, AGU, Washington, D.C., 209–216.
- [24] Pacheco, J.F., Scholz, C.H. and Sykes, L.R. (1992). Changes in frequency-size relationship from small to large earthquakes. *Nature*, **355**, 71–73.
- [25] Rodríguez Pascua, M.A., de Vicente, G., Calvo, J.P. and Pérez López, R. (2003). Similarities between recent seismic activity and paleoseismites during the late Miocene in the external Betic Chain (Spain): relationship by  $b$  value and the fractal dimension. *Journal of Structural Geology*, **25**, 749–763.
- [26] Wyss, M., Sammis, C.G., Nadeau, R.M. and Wiemer, S. (2004). Fractal dimension and  $b$ -value on creeping and locked patches of the San Andres fault near Parkfield, California. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **94**, 410–421.
- [27] Ram, A. and Roy, P.N.S. (2005). Fractal dimensions of blocks using a box-counting technique for the 2001 Bhuj Earthquake, Gujarat, India. *Pure Appl. Geophys.*, **162**, 531–548.
- [28] Sunmonu, L.A. and Dimri, V.P. (2000). Fractal geometry and seismicity of Koyna-Warna, India. *Pure Appl. Geophys.*, **157**, 1393–1405.
- [29] Maus, S. and Dimri, V.P. (1994). Scaling properties of potential fields due to scaling sources. *Geophys. Res. Lett.*, **21**, 891–894.
- [30] Chen, C.C., Wang, W.C., Chang, Y.F., Wu, Y.M. and Lee, Y.H. (2006) A correlation between the  $b$ -value and the fractal dimension from the aftershock sequence of the 1999 Chi-Chi, Taiwan, earthquake. *Geophys. J. Int.*, **167**, 1215–1219.
- [31] Hirata, T. (1989b). Fractal dimension of fault systems in Japan: Fractal structure in rock fracture geometry at various scales, *Pageoph*, **131**, 158–170.
- [32] Idziak, A. and Teper, L. (1996). Fractal dimensions of faults network in the upper silesin coal basin (Poland): Preliminary studies. *Pure Appl. Geophys.*, **147**, 239–247.
-

- 
- [33] Sukmono, S., Zen, M.T., Hendrajaya, L., Kadir, W.G.A., Santoso, D. and Dubois, J. (1997). Fractal pattern of the Sumatra fault seismicity and its possible application to earthquake prediction. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **87**, 1685–1690.
- [34] Sukmono, S. (2001). New evidence on the fractal pattern of Sumatra fault seismicity and its possible application to earthquake prediction. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **91**, 870–874.
- [35] Angulo-Brown, F., Ramirez-Guzmán, A.H., Yopez, E., Rudoif-Navarro, A. and Pavia-Miller, C.G. (1998). Fractal Geometry and seismicity in the Mexican subduction zone. *Geofisica Internat*, **37**, 29–33.
- [36] Paredes, C. and Elorza, F.J. (1999). Fractal and multifractal analysis of fractured geological media: surface-subsurface correlation. *Computers and Geosciences*, **25**, 1081–1096.
- [37] Pérez López, R., Muñoz Martín, A., Paredes, C., de Vicente, G. and Elorza, F.J. (2000). Dimensión fractal de la distribución espacial de fracturas en el área granítica de El Berrocal (Sistema Central): Relación con el tensor de esfuerzos. *Rev. Soc. Geol. España*, **13**, 487–503.
- [38] Henares, J., López Casado, C., Martínez, F., Peláez J.A. y Delgado Marchal, J. (2004). Análisis fractal de las fallas y el parámetro  $b$  de la Cordillera Bética. *Geotemas*, **6**, 155–158.
- [39] Öncel, A.O., Wilson, T.H. and Nishizawa, O. (2001). Size scaling relationships in the active fault networks of Japan and their correlation with Gutenberg-Richter  $b$  values. *J. Geophys. Res.*, **106**, 21827–21841.
- [40] Utsu, T. (1965). A method for determining the value  $b$  in a formula  $\log N = a - bM$  showing the magnitude-frequency relation for earthquakes. *Geophys. Bull. Hokkaido Univ.*, **13**, 99–103 (en japonés).
- [41] Aki, K. (1965). Maximum likelihood estimate of  $b$  in the formula  $\log N = a - bM$  and its confidence limits. *Bull. Earthquake Res. Inst. Univ. Tokyo*, **43**, 237–239.
- [42] Robertson, M.C., Sammis, C.G., Sahimi, M. and Martin, A.J. (1995). Fractal analysis of three-dimensional spatial distributions of earthquakes with a percolation interpretation. *J. Geophys. Res.*, **100**, 609–620.
- [43] Dimri, V.P. (2000b). Application of fractals in seismology with referente to Koyna earthquakes. En *Application of Fractals in Earth Sciences*, Ed. V.P. Dimri, Rotterdam, 139–147.
- [44] Sherman, S.I. and Gladkov, A.S. (1999). Fractal in studies of faulting and seismicity in the Baikal rift zone. *Tectonophysics*, **308**, 133–142.
- [45] Henderson, J.R., Main, I.G., Meredith, P.G. and Sammonds, P.R. (1992). The evolution of seismicity at Parkfield, California: Observation, experiment and a fracture mechanical interpretation. *J. Struct. Geol.*, **14**, 905–914.
- [46] Henderson, J.R., Main, I.G., Takaya, M. and Pearce, P.R. (1994). Seismicity in north-eastern Brazil. Fractal clustering and the evolution of the  $b$  value. *J. Geophys. Int.*, **116**, 217–226.
- [47] Öncel, A.O., Main, I., Alptekin, Ö. and Cowie, P. (1996a). Temporal Variations in the fractal properties of seismicity in the north Anatolian fault zone between  $31^\circ$  E and  $41^\circ$  E. *Pageoph*, **147**, 147–159.
-

- 
- [48] Öncel, A.O., Main, I., Alptekin, Ö. and Cowie, P. (1996b). Spatial variations of the fractal properties of seismicity in the Anatolian fault zones. *Tectonophysics*, **257**, 189–202.
- [49] Wang, J.H. and Lee C.W. (1996). Multifractal measures of earthquakes in west Taiwan. *Pageoph*, **146**, 131–145.
- [50] Xu, Y. and Burton, P.W. (1999). Spatial fractal evolutions and hierarchies for microearthquakes in central Greece. *Pure Appl. Geophys.*, **154**, 73–99.
- [51] Bhattacharya, P.M., Majumdar, R.K. and Kayal, J.R. (2002). Fractal dimension and  $b$ -value mapping in northeast India. *Current Science*, **82**, 1486–1491.
- [52] Mandal, P. and Rastogi, B.K. (2005). Self-organized fractal seismicity and  $b$  value of aftershocks of the 2001 Bhuj earthquake in Kutch (India). *Pure Appl. Geophys.*, **162**, 53–72.
- [53] Mandal, P., Mabawonku, A.O. and Dimri, V.P. Self-organized fractal seismicity of reservoir triggered earthquakes in the Koyna-Warna seismic zone, Western India. *Pure Appl. Geophys.*, **162**, 73–90.
- [54] Singh, Ch., Bhattacharya, P.M. and Chadha, R.K. (2008). Seismicity in the Koyna-Warna reservoir site in western India: Fractal and  $b$ -value mapping. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **98**, 476–482.
- [55] Rossi, G. (1990). Fractal dimension time variations in the Friuli (Northeastern Italy) seismic area. *Boll. Geofis. Teor. Appl.*, **32**, 175–184.
- [56] De Rubeis, V., Dimitriu, P., Papadimitriu, E. and Tosi, P. (1993). Recurrent patterns in the spatial behaviour of Italian seismicity revealed by the fractal approach. *Geophys. Res. Lett.*, **20**, 1911–1914.
- [57] Ouchi, T. and Uekawa, T. (1986). Statistical analysis of the spatial distribution of earthquakes-variation of the spatial distribution of earthquakes before and after large earthquakes. *Phys. Earth planet. Inter.*, **44**, 211–225.
- [58] Legrand, D., Cisternas, A. and Dorbath, A. (1996). Multifractal analysis of the 1992 Erzincan aftershock sequence. *Geophys. Res. Lett.*, **23**, 933–936.
- [59] Olsson, R. (1999). An estimation of the maximum  $b$ -value in the Gutenberg-Richter relation. *Geodynamics*, **27**, 547–552.
- [60] Kagan, Y.Y. and Knopoff, L. (1980). Spatial distribution of earthquakes: The two point correlation function. *J. Geophys. R. Astron. Soc.*, **62**, 303–320.
- [61] Dongsheng, L., Zhaobi, Z. and Binghong, W. (1994). Research into the multifractal of earthquake spatial distribution. *Tectonophysics*, **233**, 91–97.
- [62] Nanjo, K. and Nagahama, H. (2000). Spatial distribution of aftershocks and the fractal structure of active fault systems. *Pure and Applied Geophysics*, **157**, 575–588.
- [63] Nanjo, K. and Nagahama, H. (2004). Fractal properties of spatial distributions of aftershocks and active faults. *Chaos, Solitons and Fractals*, **19**, 387–397.
-

- 
- [64] Guo, Z. and Ogata, Y. (1995). Correlation between characteristic parameters of aftershock distributions in time space and magnitude. *Geophys. Res. Lett.*, **22**, 993–996.
- [65] Öncel, A.O. and Wilson, T. (2006). Evaluation of earthquake potential along the Northern Anatolian Fault Zone in the Marmara Sea using comparisons of GPS strain and seismotectonic parameters. *Tectonophysics*, **418**, 205–218.
- [66] Mandelbrot, B.B. (1989). Multifractal measures, especially for the Geophysicist. *Pure and Appl. Geophys.*, **131**, 5–42.
- [67] Hentschel, H.G.E. and Procaccia, I. (1983). The infinite number of generalized dimensions of fractals and strange attractors. *Physica D*, **8**, 435–444.
- [68] Halsey, T.C., Jensen, M.H., Kadanoff, L.P., Procaccia, I. and Shraiman, B.I. (1986). Fractal measures and their singularities: The characterization of strange sets. *Phys. Rev. A*, **33**, 1141–1151.
- [69] Hirabayashi, T., Ito, K. and Yoshii, T. (1992). Multifractal analysis of earthquakes. *Paggeoph.*, **138**, 591–610.
- [70] Martínez López, F. (1999). Estructura fractal de los agregados coloidales en 2-D. Tesis Doctoral, Universidad de Granada, 320 pp.
- [71] Martínez López, F., Cabrerizo Vilchez, M.A. and Hidalgo Álvarez, R. (2001). Multifractal behaviour of the estimated natural measure for colloidal cluster-cluster aggregation in 2-D. *Physica A*, **291**, 1–12.
- [72] Kinsner, W. (2005). A unified approach to fractal dimensions. ICCI '05: Proceedings of the Fourth IEEE International Conference on Cognitive Informatics, Ed. IEEE Computer Society, 58–72.
- [73] Wang, J.H. and Lee C.W. (1995). Fractal characterization of an earthquake sequence. *Physica A*, **221**, 152–158.
- [74] Telesca, L., Lapenna, V. and Macchiato, M. (2004). Mono- and multi-fractal investigation of scaling properties in temporal patterns of seismic sequences. *Chaos, Solitons and Fractal*, **19**, 1–15.
- [75] Godano, C., Alonzo, M.L. and Bottari, A. (1996). Multifractal analysis of the spatial distribution of earthquakes in southern Italy. *Geophys. J. Int.*, **125**, 901–911.
- [76] Carpinteri, A., Chiaia, B. and Invernizzi, S. (2002). Applications of fractal geometry and renormalization group to the Italian seismic activity. *Chaos, Solitons and Fractals*, **14**, 917–928.
- [77] Giaquinta, A., Boccaletti, S., Boccaletti, M., Piccardi, L. and Arecchi, F.T. (1999). Investigating the fractal properties of geological fault systems: The Main Ethiopian Rift case. *Geophysical Research Letters*, **26**, 1633–1636.
- [78] Hirata, T. and Imoto, M. (1991). Multifractal analysis of spatial distribution of microearthquakes in the Kanto region. *Geophys. J. Int.*, **107**, 155–162.
-

- 
- [79] Li, D., Zheng, Z. and Wang, B. (1994). Research into the multifractal of earthquakes spatial distribution. *Tectonophysics*, **233**, 91–97.
- [80] Teotia, S.S., Khattri, K.N. and Roy, P.K. (1997). Multifractal analysis of seismicity of Himalayan region. *Current Science*, **73**, 359–366.
- [81] Teotia, S.S. (2000). Multifractal analysis of earthquakes: an overview. En *Application of Fractals in Earth Sciences*, Ed. V.P. Dimri, Rotterdam, 161–170.
- [82] Eneva, M. (1996). Effect of limited data sets in evaluating the scaling properties of spatially distributed data: an example from mining-induced seismic activity. *Geophys. J. Int.*, **124**, 773–786.
- [83] Godano, C., Tosi, P., Derubies, V. and Augliera, P. (1999). Scaling properties of the spatio-temporal distribution of earthquakes: a multifractal approach applied a Californian catalogue. *Geophys. J. Int.*, **136**, 99–108.
- [84] Gardner, J.K. and Knopoff, L. (1974). Is the sequence of earthquakes in southern California, with aftershocks removed, poissonian?. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **64**, 1363–1367.
- [85] Gudmundson, A. (1987). Geometry, formation and development of tectonic fractures on the Reykjanes Peninsula, southwest Iceland. *Tectonophysics*, **139**, 295–308.
- [86] Main, I., Peacock, S. and Meredith, P.G. (1990). Scattering attenuation and the fractal geometry of fracture systems. *Pure Appl. Geophys.*, **133**, 283–304.
- [87] Scholz, C.H. and Cowie, P.A. (1990). Determination of total strain from faulting using slip measurements. *Nature*, **346**, 837–839.
- [88] Walsh, J.J., Watterson, J. and Yielding, G. (1991). The importance of small-scale faulting in regional extension. *Nature*, **351**, 391–393.
- [89] Marrett, R. and Allmendinger, R.W. (1992). Amount of extension on *small* faults: an example from the Viking graben. *Geology*, **20**, 47–50.
- [90] Villemin, T., Angelier, J. and Sunwoo, C. (1995). Fractal distribution of fault length and offsets: Implications of brittle deformation evaluation the Lorraine coal basin. En *Fractals in the Earth Sciences*, C. Barton & P.R. La Pointe, eds., Plenum Press, New York, 205–226.
- [91] Koukouvelas, I.K., Asimakopoulos, M. and Doutsos, T.T. (1999). Fractal characteristics of active normal faults: an example of the eastern Gulf of Corinth, Greece. *Tectonophysics*, **308**, 263–274.
- [92] Guarnieri, P. (2002). Regional strain derived from fractal analysis applied to strike-slip fault systems in NW Sicily. *Chaos, Solitons and Fractals*, **14**, 71–76.
- [93] Sanz de Galdeano, C., López Casado, C. and Peláez, J.A. (2003). Seismic Potential of the Main Active Faults in the Granada Basin (Southern Spain). *Pure Appl. Geophys.*, **160**, 1537–1556.
- [94] Nicol, A., Walsh, J.J., Watterson, J. and Gilleespie, P.A. (1996). Fault size distributions – are they really power-law?. *J. Struct. Geol.*, **18**, 191–197.
-

- [95] Kagan, Y.Y. and Jackson, D.D. (1991a). Long-term earthquake clustering. *Geophysical Journal International*, **104**, 117–133.
  - [96] Turcotte, D.L. (2001). Self-organized criticality: Does it have anything to do with criticality and is it useful?. *Nonlinear Processes in Geophysics*, **8**, 193–196.
  - [97] Frankel, A.F. (1995). Mapping seismic hazard in the central and eastern United States. *Seis. Res. Lett.*, **6**, 8–21.
  - [98] Bak, P. (1997). *How nature works. The science of self-organized criticality.* Oxford Univ. Press, Oxford, Great Britain.
  - [99] Dimri, V.P. (2000a). *Application of Fractals in Earth Sciences.* Ed. V.P. Dimri, Rotterdam.
-

## Capítulo 3

# Encuadre sismotectónico de la Cordillera Bética

### 3.1. Contacto Eurasia-África

La situación geológica del área de estudio es compleja ya que está entre las placas Euroasiática y Africana, adosada a la subplaca Ibérica que puede considerarse parte de la Euroasiática. De este a oeste el contacto entre ambas placas abarca el área comprendida entre Túnez y las islas Azores. Esta zona está caracterizada por la existencia tanto de grandes como de pequeñas fallas. La figura 3.1 muestra las fallas principales de la zona occidental y central del contacto de las citadas placas. Entre éstas se está produciendo un acercamiento en la dirección NO-SE [1] señalado por las flechas blancas que aparecen sobre la Península Ibérica y África en la figura 3.1. Las flechas negras indican la variación de los esfuerzos entre placas [1, 2].

El contacto Ibérico-Mogrebí ha sido objeto de numerosos estudios e hipótesis, aquí se comentarán algunos brevemente.

### 3.2. Principales rasgos geológicos de la Cordillera Bética

La Cordillera Bética, junto con el Rif en el norte de Marruecos, forma el sector más occidental de las cadenas alpinas mediterráneas. Se encuentra en el sur y sureste de España y ocupa una extensión aproximada de 600 *km* de largo por 200 *km* de ancho. En ella se distinguen varios dominios: la Zona Externa, la Zona Interna, los materiales del Campo de Gibraltar y las cuencas neógenas. Entre la Cordillera Bética y el Rif se encuentra el Mar de Alborán (figura 3.2) que posee corteza continental, adelgazada durante el Mioceno inferior y medio. Aunque posiblemente no ha llegado a formarse corteza oceánica, no hay que olvidar que dicho mar es el extremo occidental de la cuenca Argelo-Provenzal, abierta durante el proceso de extensión, con creación de corteza oceánica, en el Mediterráneo occidental. La Zona Externa ocupa el margen sur y sureste del macizo Ibérico que recibió sedimentos durante el Mesozoico y parte del Cenozoico, siendo deformada y despegada posteriormente. Esta zona se divide en Prebético, dónde se distingue Prebético Externo e Interno (de acuerdo con su mayor o menor proximidad al macizo Ibérico) y Subbético, este último situado más al sur.

El Prebético Externo se caracteriza por tener una mayor proporción de sedimentos continentales mientras que el Prebético Interno tiene mayor grosor de sedimentos con menores lagunas estratigráficas [5]. Por otro lado, entre el Prebético y el Subbético se ha diferenciado un sector

llamado de las Unidades Intermedias que puede considerarse como de talud continental.

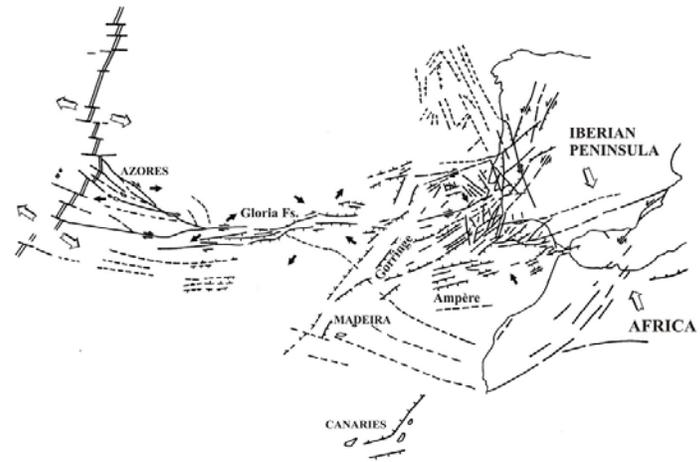


Figura 3.1: Esquema general del contacto (zona occidental) entre la placa euroasiática y la placa africana. Las flechas blancas indican las direcciones de movimiento de las placas y las flechas negras las direcciones de los esfuerzos en el Atlántico norte (Sanz de Galdeano [3]).

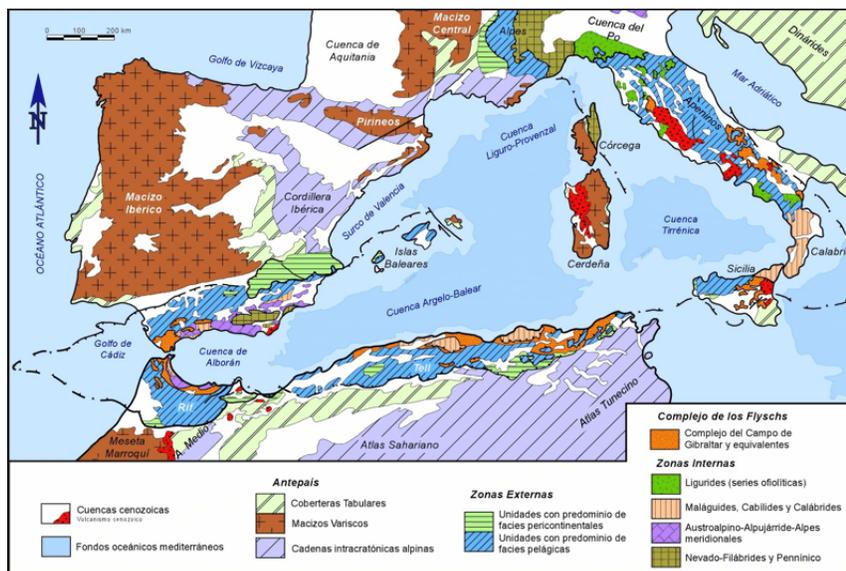


Figura 3.2: Mapa geológico del segmento occidental del Orogéno Alpino Perimediterráneo (figura tomada de Vera [4]).

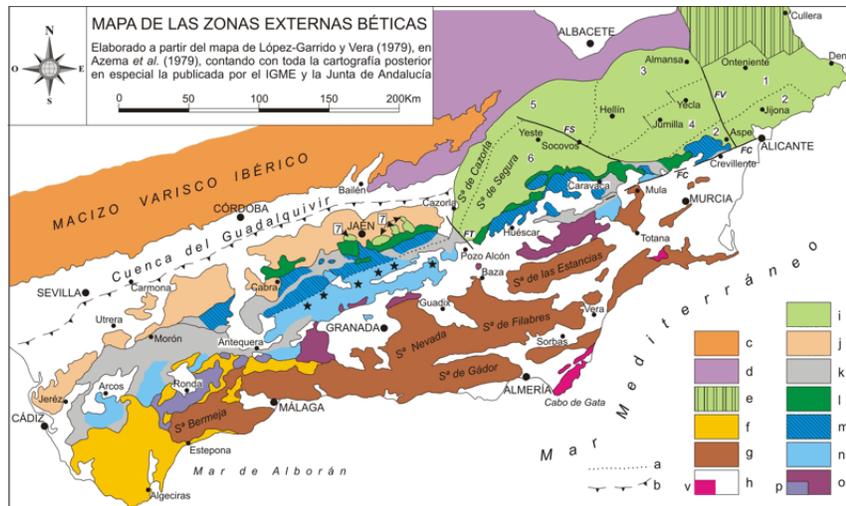


Figura 3.3: Esquema tectónico de la Cordillera Bética (figura tomada de Vera [4]). Leyenda: a.- Límites entre las unidades morfoestructurales delimitadas en el Prebético y límite entre dominios paleogeográficos del Subbético, cuando no coincida con un límite tectónico. b.- Frente norte del Complejo Olistostrómico del Guadalquivir detectado en el subsuelo. c.- Macizo Ibérico. d.- Cobertera Tabular. e.- Cordillera Ibérica. f.- Complejo del Campo de Gibraltar. g.- Zonas Internas Béticas. h.- Cuenca Neógenas postorogénicas (v.- rocas volcánicas neógenas). i-p: Zonas Externas Béticas. i.- Prebético (1.- Prebético de Onteniense-Denia. 2.- Prebético de Aspe-Jijona-Alicante. 3.- Prebético de Hellín-Almansa. 4.- Prebético de Jumilla-Yecla. 5.- Prebético de las Sierras de Cazorla y Alcaraz. 6.- Prebético de la Sierra de Segura. 7.- Prebético de Jaén). j.- Afloramientos del Complejo Olistostrómico del Guadalquivir. k.- Complejos Caóticos Subbéticos (Subbético con estructura interna caótica). l.- Dominio Intermedio. m.- Subbético Externo. n.- Subbético Medio (asteriscos: principales afloramientos de rocas volcánicas jurásicas). o.- Subbético Interno (p.- Penibético). Abreviaturas de estructuras geológicas: FC.- Falla de Crevillente. FS.- Falla de Socovos. FT.- Falla de Tíscar. FV.- Falla del Vinalopó.

El Subbético se divide en Externo, Medio e Interno. Esta división es clara en el sector central de la Cordillera, no siéndolo tanto para los sectores Occidental y Oriental ya que el Subbético está muy desorganizado y apenas si se puede seguir en la parte Occidental y está escasamente representado en la Oriental.

El *Complejo del Campo de Gibraltar* forma parte de las unidades alóctonas procedentes de la cuenca de los Flyschs, situada originalmente entre las Zonas Internas de la Cordillera Bética, el Rif, el Tell y Calabria y el NO de Africa [6].

La posición original de la Zona Interna se supone que se situaba unos 500 kilómetros más al E de la actual en el dominio Subsardo [7] o subplaca de Alborán [8], aunque no existe un acuerdo unánime al respecto [9]. Se divide en tres complejos superpuestos tectónicamente y que de arriba abajo son: El Maláguide (y la Dorsal), el Alpujárride y el Nevado-Filábride (estando estos últimos fuertemente afectados por el metamorfismo Alpino).

La Dorsal es un conjunto de unidades que aparecen entre el Maláguide y las Zonas Externas, tanto en la Cordillera Bética como sobre todo en el Rif e incluso en el Tell. Se ha distinguido una Dorsal Interna y una Externa, e incluso una intermedia entre ambas. Desde el punto de vista paleogeográfico, la Dorsal Interna está muy próxima al Maláguide, del que en muchos casos es difícil de separar si no es la misma cosa; mientras que la Externa hace la transición a través de la Predorsal [10], a la cuenca de los Flyschs y a las Zonas Externas Rifeñas y en parte a las Béticas.

Sobre los anteriores dominios se han formado diversas cuencas neógenas. La cuenca del Guadalquivir tiene carácter de *foreland basin* o cuenca de antepaís y durante el Mioceno inferior y medio permitió la conexión entre el Atlántico y el Mediterráneo. La cuenca del Mar de Alborán se formó a partir del Mioceno inferior y puede tener carácter de cuenca marginal interna. Las cuencas mejor conservadas de la Cordillera se formaron a partir del Mioceno superior y son cuencas intramontañosas, como la cuenca de Granada, la de Guadix-Baza, etc.

Tras la etapa de estructuración en mantos de las Zonas Interna y Externa, se han producido diversos grupos de fallas dentro del ámbito Bético-Rifeño. En la Cordillera Bética existen tres grupos importantes de fallas. El más largo de dirección N60-90 puede dividirse en dos subgrupos de dirección aproximada N60-70 y E-O. Al primer subgrupo pertenece la zona de fallas de Cádiz-Alicante [11]. Las fallas del corredor de las Alpujarras y las que conforman la costa de Málaga a Almería son de dirección E-O.

El segundo juego de fallas presenta una dirección NO-SE. Estas fallas se distribuyen por toda la Cordillera. Las líneas más importantes son las del sector de Nerja y las de las cuencas de Granada y Tíscar.

El tercer grupo de fallas tiene una dirección general NE-SO y es divisible en dos subgrupos de direcciones aproximadas N10-20 y N40-50. De todas las fallas de este conjunto destacan, sin duda, las de Carboneras-Palomares y Lorca que afectan al SE de España y continúan en la dirección SSO en el Mar de Alborán, pasando por la zona de la isla de Alborán y alcanzando el Rif [12].

### 3.3. Principales etapas de la evolución geológica de la Cordillera Bética

El proceso de rifting continental (proceso de fracturación por extensión de la corteza continental) que se inicia en el Mediterráneo occidental a partir del Oligoceno, con formación de corteza oceánica a partir del Burdigaliense [13], va a repercutir en la Cordillera Bética y en el Rif, que entonces inician su estructuración definitiva. Durante el Neógeno, la situación geodinámica general entre África y Europa, (en este caso entre África e Iberia) fue de una compresión aproximadamente N-S [14, 15], mientras que la situación en la Cordillera Bética fue más compleja.

La evolución neógena del conjunto Bético-Rifeño es discutida. Existen ciertas hipótesis que explican la actual colocación de las Zonas Internas gracias a una importante traslación de las mismas hacia el O [6, 7, 10, 11, 16]. Sanz de Galdeano [7] propone que la traslación de las Zonas Internas fue coetánea con la apertura de los fondos oceánicos de la cuenca Argelo-Provenzal y con el adelgazamiento de la corteza continental de la cuenca de Alborán. Este adelgazamiento supuso una importante etapa extensiva que, en el área Bético-Rifeña, afectó además de a la cuenca de Alborán a las Zonas Internas [17].

Otras hipótesis presentan al conjunto Bético-Rifeño como el resultado de la formación de

---

un domo en el manto superior, situado aproximadamente en el Mar de Alborán [9, 18, 19] con deslizamientos hacia la periferia del mismo. Otras hipótesis se sitúan en una posición intermedia señalando la existencia de una etapa de empilamiento de mantos, seguida de un proceso de intumescencia del manto [20], y no consideran que existiera el desplazamiento de las Zonas Internas hacia el O.

Según Sanz de Galdeano [7] el actual contacto entre las Zonas Internas y el margen meridional Ibérico (Zonas Externas Béticas a partir de la formación del contacto) comenzó su formación durante el Burdigaliense (previamente la Cordillera Bética no existía como tal). El Subbético sufrió una compresión ONO-ESE como resultado del empuje producido por las Zonas Internas y quedó muy desorganizado, formándose mantos de corrimiento y produciéndose además importantes rotaciones de bloques en sentido horario [21]. El Prebético situado al norte del Subbético fue afectado en menor grado por el citado empuje de las Zonas Internas. Sobre el Subbético y sobre la parte meridional del Prebético apareció una importante cuenca marina (El estrecho Nordbético, según Colom [22]), que evolucionó durante el Mioceno medio. Durante el Burdigaliense y buena parte del Mioceno medio, el avance de las Zonas Internas de las Béticas, Rif y Tell provocó la destrucción de la cuenca de los Flyschs, cuyos sedimentos fueron también empujados hacia el oeste (Complejo del Campo de Gibraltar) y hacia el sudeste (Flyschs norteafricanos). A partir del Tortoniense cambió drásticamente la situación geodinámica. El movimiento hacia el Oeste de las Zonas Internas quedó prácticamente paralizado y en la Cordillera Bética se restableció la situación compresiva general existente entre África e Iberia (aproximadamente NNO-SSE) [23], a la vez que se dejó sentir una extensión casi perpendicular. Desde el Tortoniense superior, y especialmente a partir del Plioceno, se añadió un nuevo hecho a la compresión N-S a NNO-SSE (y a la extensión aproximadamente E-O), consistente en un levantamiento general de la Cordillera Bética que produjo una extensión radial especialmente en la parte central de la misma [24].

Lo expuesto anteriormente podría resumirse en los siguientes puntos:

- Oligoceno Terminal-Aquitaniense (Mioceno inferior; 25–22 Ma): En el Mediterráneo occidental se hunde y desprende material cortical previamente subducido que posteriormente dará lugar a la sismicidad profunda de la Cordillera Bética (Blanco y Spackman [25]).
  - Burdigaliense (Mioceno inferior): (i) Formación de corteza oceánica en el Mediterraneo occidental (Boillot et al. [13]). (ii) Comienza la colisión entre Zona Interna Bética y el margen meridional Ibérico (Zona Externa)(Sanz de Galdeano [7]).
  - Burdigaliense y Mioceno medio (22-12 Ma): El avance de la Zona Interna de las Béticas, Rif y Tell destruye la cuenca de los Flyschs. Adelgazamiento de la corteza continental de la cuenca de Alborán. El Subbético sufre una compresión ONO-ESE y queda muy desorganizado. El Prebético queda menos afectado por dicho empuje (Sanz de Galdeano [7]).
  - Tortoniense (Mioceno superior; 11-6,5Ma): El movimiento hacia el oeste de la Zona Interna prácticamente se paraliza. Se establece en la Cordillera Bética la compresión general de la zona NNO-SSE y una extensión casi perpendicular (Montenat y Ott d'Estevou [23]).
  - Messiniense (Mioceno superior-Plioceno hasta la actualidad; 6,5Ma-actualidad): A la compresión y extensión anterior se añade un levantamiento general de la Cordillera Bética que produce además una extensión radial en la parte central (Sanz de Galdeano y López Garrido [24]).
-

### 3.4. Distribución espacial de la sismicidad: Rasgos Generales

Las Béticas se encuentran dentro del contacto África-Eurasia, en una zona donde el límite entre ellas es muy difuso y por tanto complicado de determinar. Así, desde el oeste, el límite entre ambas placas es relativamente claro hasta llegar al área de Goringe (figura 3.1). De aquí hasta la parte este de la Península Ibérica, el gran número de fracturas presentes dificulta la ubicación de su posición real. Probablemente este límite continúe hacia el área de Gibraltar, pero ya no se limita a una única alineación. Al este de Gibraltar ocurre lo mismo, pero probablemente el límite se dirija hacia la costa argelina, donde éste es más nítido. Si se consideran los epicentros de terremotos ocurridos en el ámbito Bético-Rifeño se observa claramente que el contacto entre África e Iberia no corresponde a un borde neto de placas, sino a un área profundamente fracturada. La complejidad de esta área queda reflejada, por ejemplo, en la gran cantidad de fuentes sísmicas que se han determinado en ella [26, 27, 28] para ajustar su distribución espacial de terremotos a las tres direcciones principales de las fallas determinadas en esta zona [11].

Otra característica de esta zona de contacto, en la región Golfo de Cádiz, y sobre todo en el oeste del Mar de Alborán, es la existencia de sismicidad no superficial ( $30 \text{ km} < h < 200 \text{ km}$ ). Por otro lado, al sur de Granada se encuentra un foco de terremotos profundos ( $h > 600 \text{ km}$ ) próximo al agrupamiento de terremotos intermedios de la parte occidental del Mar de Alborán.

A continuación se van a estudiar brevemente estos tres tipos de sismicidad, superficial, intermedia y profunda.

#### 3.4.1. Sismicidad superficial

Según López Casado et al. [2], en la sismicidad superficial de esta área se distinguen diferentes agrupamientos y/o alineamientos (figura 3.4-a), sobre todo si se tienen en cuenta los terremotos de mayor magnitud. En la figura 3.4-a, de oeste a este, se muestran las alineaciones sísmicas principales. También se da el valor del parámetro  $b$  y la intensidad y/o magnitud máxima registrada en cada alineación (tabla 3.1). Estos autores distinguen cuatro claros alineamientos sísmicos: Uno comprendido entre las longitudes  $18^\circ \text{ O}$  y  $10^\circ \text{ O}$  de dirección ONO-ESE, que marcaría el límite de las placas Ibérica y Africana (esta zona se caracteriza por liberar la energía sísmica con terremotos de gran magnitud). Desde los  $10^\circ \text{ O}$  hasta los  $2^\circ \text{ O}$  de longitud, la dirección del alineamiento pasa de E-O a ENE-OSO, en éste se encuentra una zona de transición a  $6^\circ 30' \text{ O}$ . Así, el parámetro  $b$  toma los valores 0,74 y 1,1 antes y después de esta zona.

A los  $3^\circ \text{ O}$ , se encuentra la parte final de un tercer alineamiento de dirección  $30^\circ$ - $38^\circ \text{ N}$ . Dicho alineamiento va desde la costa sureste de España, cruza el Mar de Alborán en su parte oriental y continúa a lo largo del Atlas. El parámetro  $b$  en esta zona presenta un máximo de 1,3 en la parte norte y un mínimo de 0,9 en la sur.

Por último, a partir de  $1^\circ 30' \text{ O}$ , tras un vacío sísmico, se observa un nuevo alineamiento sísmico de dirección E-O a ENE-OSO, que llega hasta los  $10^\circ \text{ E}$  y recorre el norte de Argelia y Túnez. Una vez más, con el parámetro  $b$ , se distinguen dos zonas, la más oriental tiene un valor de 1,0 y la central y occidental de 0,8. En la zona central hay registrados dos terremotos de magnitud 6,7, y otros doce superan el valor 6,0. En la zona occidental, claramente separada de la central, se han registrado nueve terremotos de magnitud superior a 5,0, cuatro de ellos de valor 5,7. En la zona oriental, la de menor actividad sísmica, se han registrado dieciséis terremotos de magnitud superior a 5,0, dos de los cuales alcanzaron la magnitud 6,3.

Tabla 3.1: Alineamientos de la sismicidad superficial ( $h \geq 30 \text{ km}$ ) definidos en el contacto de las placas Africana y Europea según López Casado et al. [2].

Región	Alineamiento sísmico	Parámetro $b$	$M_{\text{máx}}$	$I_{\text{máx}}$	Eje P
18°O-10°O	ONO-ESE	0,51	8,2	X	ONO-ESE
10°O-2°O	E-O a ENE-OSO	0,74 – 1,10	6,2 – 5,7	X-IX	-
38°N-30°N	NNE-SSO	1,30	6,2	IX	-
1°30'O-10°E	E-O a ENE-OSO	0,90	6,7	X	NNO-SSE

### 3.4.2. Sismicidad intermedia

Los anteriores autores [2] estudian también esta sismicidad. Algunas de las alineaciones principales, vistas en el anterior apartado sobre sismicidad superficial, se observan también en la distribución de la sismicidad de los terremotos de profundidad intermedia (figura 3.4-b). La máxima profundidad alcanzada por los terremotos intermedios se encuentra en el Golfo de Cádiz, donde nueve terremotos superan los 140  $\text{km}$  y uno de ellos alcanza la profundidad de 180  $\text{km}$ , con una magnitud de 3,8.

A la hora de tener en cuenta estas profundidades no se debe olvidar que en esta zona, y en las fechas en que se registraron dichos terremotos, los errores de localización hipocentral eran muy grandes, por tanto, no es de extrañar que alguna de estas determinaciones sea errónea. Las localizaciones actuales [29], parecen indicar que las máximas profundidades de estos terremotos no superan los 120  $\text{km}$ .

En función de la localización epicentral los anteriores autores [2] también distinguen los siguientes grupos o alineamientos:

- a) Alto Atlas.
- b) Este de Alborán, su prolongación por el sureste de España y el Atlas Medio.
- c) Oeste del Mar de Alborán - sur de Málaga.
- d) Gorringe - Golfo de Cádiz.
- e) Altos de Gorringe-costa de Marruecos.

Hay que señalar el alineamiento de dirección N-S a la altura del sur de Málaga (figura 3.4-b) que está definido de manera muy nítida. La profundidad en este agrupamiento aumenta hacia el sur.

Si se estudian las proyecciones verticales de toda esta sismicidad no superficial se comprueba que es muy dispersa, principalmente al oeste del Golfo de Cádiz, donde aparecen importantes vacíos sísmicos. Por lo que, en definitiva, no se puede asociar esta sismicidad a una zona de subducción simple.

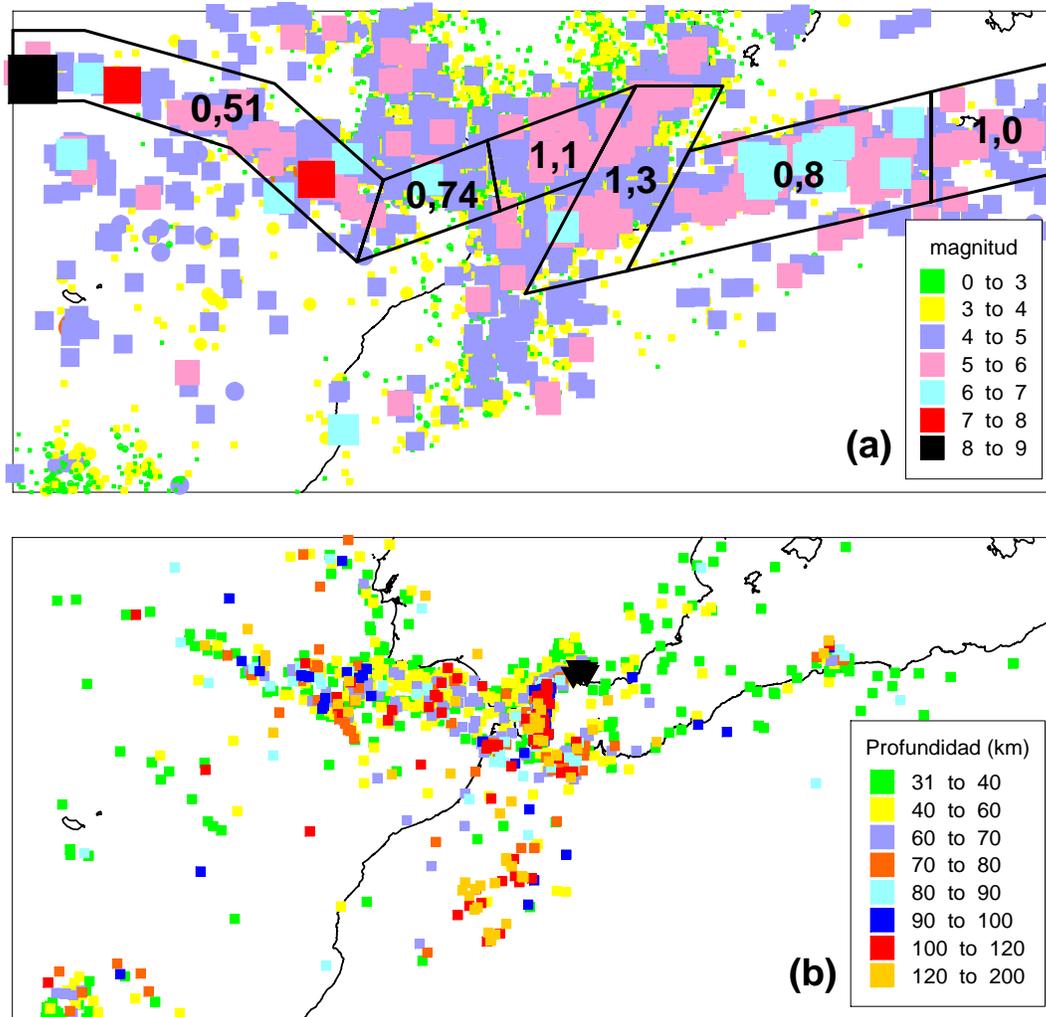


Figura 3.4: (a) Distribución de la sismicidad superficial ( $h \geq 30$  Km) en la zona de contacto de las placas Africana y Euroasiática. La magnitud considerada es macrosísmica. En este mapa se representa la zonificación realizada por López Casado et al. [2] junto con el valor del parámetro  $b$  obtenido para cada zona. (b) Terremotos intermedios y profundos en la zona de contacto de las placas Efricana y Euroasiática. Estos últimos son representados por un triángulo.

### 3.4.3. Sismicidad profunda

Sólo cuatro terremotos profundos han sido registrados en esta región, todos con una profundidad comprendida entre los 620 y 670 km (tabla 3.2). Sus epicentros se sitúan al sur de la ciudad de Granada (figura 3.4-b). Esta sismicidad se podría asociar a un trozo fósil de material cortical desprendido en el Mioceno Inferior (25 Ma) [2].

Tabla 3.2: Terremotos profundos ( $h > 600 \text{ km}$ ) localizados al sur de la provincia de Granada. Para los tres primeros se presenta la solución de su mecanismo focal.

Fecha	Profundidad (km)	Magnitud	Mecanismo focal	Eje P
29/03/1954	657	7,0	Plano vertical	E-O
30/01/1973	660	4,0	Plano vertical	NE-SO
08/03/1990	627	4,8	Falla normal	E-O
31/07/1993	663	3,9		

#### 3.4.4. Estado actual de esfuerzos

Según Henares et al. [1] el estado de esfuerzo en la actualidad presenta una compresión noroeste-sureste en el contacto de las placas Africana e Ibérica (figura 3.5). Hacia el oeste, en el Océano Atlántico, esta dirección tiende a inclinarse más, cambiando a ONO-ESE [1, 30, 31, 32, 33, 34], esto se correspondería con los alineamientos primero y parte del segundo, definidos en el apartado anterior de la sismicidad superficial (tabla 3.1). En la zona de Argelia y Túnez la compresión toma la dirección NNO-SSE [1, 33, 34, 35, 36, 37] correspondiéndose con el cuarto alineamiento (tabla 3.1).

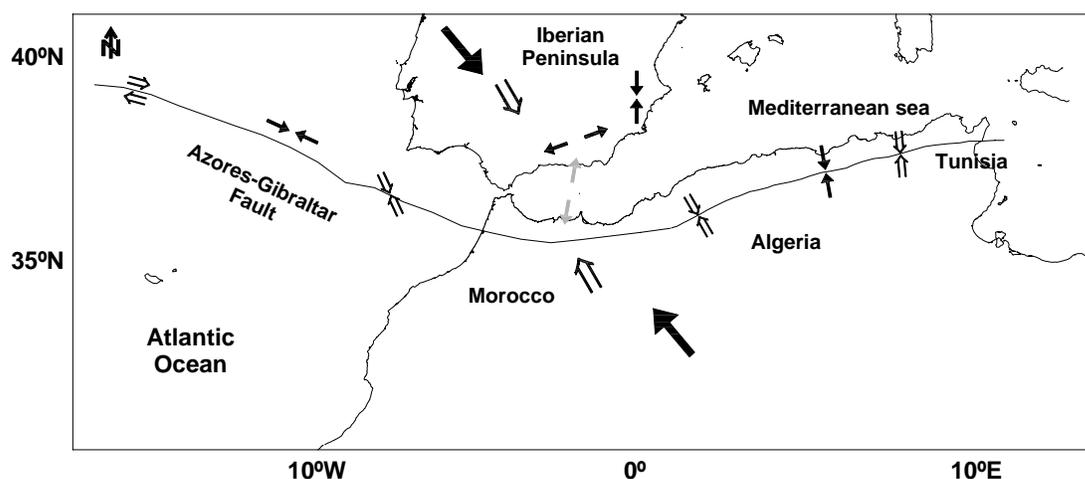


Figura 3.5: En la figura se pueden observar los esfuerzos (flechas negras) y las direcciones de movimiento (flechas blancas) en la zona del contacto entre la Península Ibérica y la placa Africana (Henares et al. [1]).

Por otro lado y como ya se ha comentado, en la Cordillera Bética y en el norte del Mar de Alborán, el contacto de las placas es difícil de seguir y esto se refleja en los esfuerzos, tal y como se muestra a continuación. En general, esta zona está sujeta a una compresión horizontal cuya dirección puede variar, dependiendo del autor, entre las direcciones NO-SE

a N-S [1, 38, 39, 40, 41, 42, 43], sin embargo, también son detectados otros esfuerzos más locales dentro de la región. Galindo-Zaldívar et al. [44] proponen para las fallas inversas de la Cordillera Bética y el Mar de Alborán, compresiones NO-SE y NE-SO, y para las normales, una tensión prácticamente perpendicular [34]. Henares et al. [1] encuentran una extensión de dirección ENE-OSO en la Cordillera Bética y una extensión de dirección aproximada NE-SO en el Mar de Alborán (flechas grises en la figura 3.5). En la región de Alicante, Coca and Buforn [39] obtienen una extensión NNE-SSO, Alfaro et al. [45] una compresión NNO-SSE y Henares et al. [1] una compresión en la dirección N-S (figura 3.5). Estos últimos autores proponen que esta compresión que aparece en la zona de Alicante se ve afectada por el campo de esfuerzos que existe en el norte entre la Península Ibérica y Francia, de dirección NNE-SSO [46].

Por otro lado, más al sur, en el norte de Marruecos, aparece una compresión ONO-ESE y una extensión perpendicular de dirección NNE-SSO según Henares et al. [1], mientras que Galindo-Zaldívar et al. [34] obtienen una compresión de dirección NE-SO.

En relación a los terremotos profundos, se puede observar una compresión E-O buzando  $45^\circ$  al este [47, 48] y una tensión buzando al oeste [34], aunque Henares et al. [1] hallan una tensión, no bien definida, de dirección NE-SO.

### 3.4.5. Teorías geodinámicas sobre las Béticas

Hay un hecho importante a destacar en el Mar de Alborán. Aquí, la corteza continental es muy delgada, con puntos donde su espesor puede ser inferior a  $15\text{ km}$  [49]. Además, en esta región se encuentran terremotos de profundidad intermedia, formando un arco convexo hacia el oeste. Estos terremotos han sido interpretados como una posible evidencia de subducción [40, 50], aunque posiblemente sea el resultado de la colisión de la litosfera del Dominio de Alborán contra la litosfera de las placas Europea (en esta área Iberia) y Africana, que podría doblarse y hundirse, pero sin una subducción real, siendo quizás una subducción incipiente [2] (figura 3.6). De todas formas este alineamiento convexo de terremotos presenta una dinámica complicada, ya que la presión cambia de orientación con la profundidad, encontrándose tanto compresiones verticales como horizontales [1].

La complejidad existente en la región ha dado como resultado la propuesta de diferentes teorías que tratan de explicar la situación geodinámica de la zona. Estas serían: intumescencia y convección del manto [51, 52, 53, 54, 55], traslación hacia el oeste de la zona interna Bético-Rifeña [7, 8, 11, 56, 57, 58], existencia de láminas litosféricas subducidas [59], delaminación litosférica [41, 60, 61, 62, 63, 64] y la ya mencionada subducción continental [50].

Por último, cabe indicar que Blanco y Spackman [25] describen un cuerpo litosférico que se encuentra entre los  $200$  y  $700\text{ km}$  de profundidad, en el área de la Cordillera Bética (figura 3.6). Podría suponerse que el origen de los terremotos profundos estaría en este cuerpo litosférico, que pudo empezar a hundirse en el Mioceno inferior y cuyo origen vendría del proceso del desplazamiento hacia el oeste de la Zona Interior Bético-Rifeña [2].

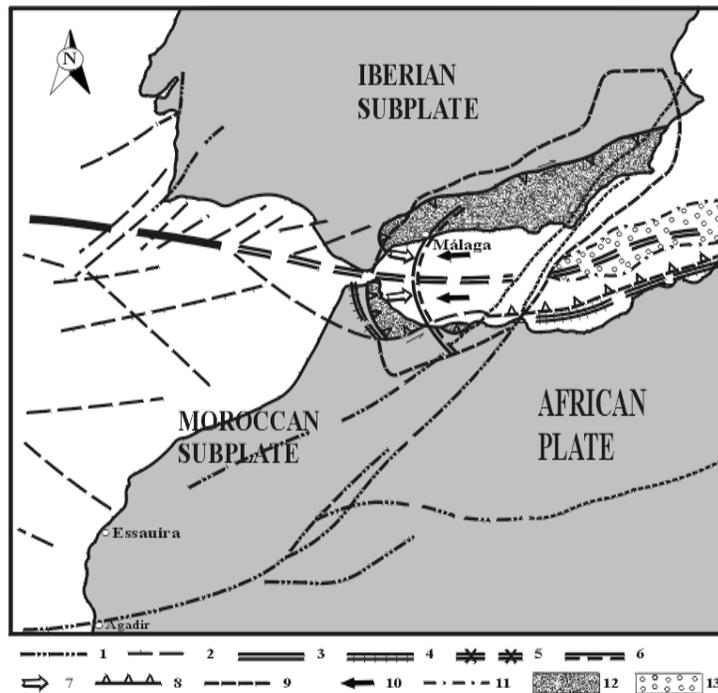


Figura 3.6: Interpretación tectónica del contacto Iberia-África según López Casado et al. [2]. (1) fallas; (2) fallas probables; (3) contacto aproximado entre las placas Ibérica y Africana; (4) contacto inicial entre la placa Africana y el dominio subsardo; (5) posible prolongación hacia el este del contacto entre las placas Ibérica y Africana; (6) posición del arco producido por el hundimiento litosférico de Iberia y África en el Mar de Alborán occidental; (7) flechas indicando la dirección de hundimiento cortical en el Mar de Alborán occidental; (8) Límite actual de la Zona Interna Béticas-Rif; (9) posición de la lámina litosférica hundida en el área Béticas-Rif, según Blanco y Spackman [25]; (10) dirección general del desplazamiento de la Zona Interna Bético-Rifeña; (11) Límite aproximado de la nueva corteza oceánica en la cuenca Argelo-Provenzal; (12) Zona Interna Bético-Rifeña; (13) nueva corteza oceánica en la cuenca Argelo-Provenzal.

## Bibliografía

- [1] Henares, J., López Casado, C., Sanz de Galdeano, C., Delgado, J. and Peláez, J.A. (2003). Stress fields in the Iberian-Maghrebi region. *Journal of Seismology*, **7**, 65–78.
  - [2] López Casado, C., Sanz de Galdeano, C. Molina Palacios, S. and Henares Romero, J. (2001). The structure of the Alboran Sea: an interpretation from seismological and geological data. *Tectonophysics*, **338**, 79–95.
  - [3] Sanz de Galdeano, C. (2000). Evolution of Iberia during the Cenozoic with special emphasis on the formation of the Betic Cordillera and its relation with the western Mediterranean. *Ciências da Terra (UNL)*. Lisboa, **14**, 9–24.
  - [4] Vera, J.A. (ed.) (2004). *Geología de España*. Sociedad Geológica de España-Instituto Geológico y Minero de España, Madrid, 884 pp.
  - [5] García Hernández, M., López Garrido, A.C., Rivas, P., Sanz de Galdeano, C. and Vera, J.A. (1980). Mesozoic palaeogeographic evolution of the external zones of the Betic Cordillera. *Geol. Mijnbouw*, **59**, 155–168.
  - [6] Wildi, W. (1983) La chaîne tello-rifaine (Algérie, Maroc, Tunisie): Structure, stratigraphie et évolution du Trias au Miocène. *Rev. Géol. Dyn. Géogr. Phys.*, **24**, 201–297.
  - [7] Sanz de Galdeano, C. (1990). Geologic evolution of the Betic Cordilleras in the Western Mediterranean, Miocene to the present. *Tectonophysics*, **172**, 107–119.
  - [8] Andrieux, J., Fontboté, J.M. et Mattauer, M. (1971). Sur un modèle explicatif de l'Arc de Gibraltar. *Earth Planet. Sci. Lett.*, **12**, 191–198.
  - [9] Weijermars, R. (1985). Uplift and subsidence history of the Alboran Basin and a profile of the Alboran Diapir (Western Mediterranean). *Geol. Mijnbouw*, **64**, 349–356.
  - [10] Olivier, P. (1984). Évolution de la limite entre zones internes et zones externes dans l'Arc de Gibraltar. Tesis doctoral, 229 pp., Univ. of Toulouse, Toulouse, France.
  - [11] Sanz de Galdeano, C. (1983). Los accidentes y fracturas principales de las Cordilleras Béticas. *Estud. Geol.*, **39**, 157–165.
  - [12] Hernández, J., Larouzière, F.D., Bolze, J. et Bordet, P. (1987). Le magmatisme Néogène bético rifian et le couloir de décrochement Trans-Alboran. *Bull. Soc. Géol. Fr.*, **3**, 257–267.
  - [13] Boillot, G., Montadert, L., Lemoine, M. et Biju-Duval, B. (1984). Les marges continentales actuelles et fossiles autour de la France. Masson, Paris, 342pp.
  - [14] Tapponier, P. (1977). Évolution tectonique du système alpin en Méditerranée: Poinçonnement et écrasement rigide-plastique. *Bull. Soc. Géol. Fr.*, **7**, 437–460.
  - [15] Olivier, J.L., Bonnin, J., Beuzart, P. et Auzende, J.M. (1982). Cinématique des plaques et paléogéographie: une revue. *Bull. Soc. Géol. France*, **24**, 875–892.
  - [16] Durand-Delga, M. et Fontboté J.M. (1980). Le cadre structural de la méditerranée occidentale. 26 Congrès. Géol. Intern., Paris. Les Chaînes alpines issues de la Téthys. *Mém. B.R.G.M.*, **115**, 67–85.
-

- 
- [17] García Dueñas, V., Balanyá, J.C. and Martínez Martínez, J.M. (1992). Miocene extensional detachments in the outcropping basement of the northern Alboran basin (Betics) and their implications. *Geo. Mar. Lett.*, **12**, 88–95.
- [18] Doblas, M. and Oyarzun, R. (1989a). Mantle core complexes and Neogene extensional detachment tectonics in the western Betic Cordilleras, Spain: an alternative model for the emplacement of the Ronda peridotite. *Earth Planet. Sci. Lett.*, **93**, 76–84.
- [19] Doblas, M. and Oyarzun, R. (1989b). Neogene extensional collapse on the western Mediterranean (Betic-Rif Alpine orogenic belt): implications for the genesis of the Gibraltar Arc and magmatic activity. *Geology*, **17**, 430–433.
- [20] Platt, J.P. and Vissers, R.L.M. (1989). Extensional collapse of thickened continental lithosphere: a working hypothesis for the Alboran Sea and Gibraltar arc. *Geology*, **17**, 540–543.
- [21] Osete, M.L., Freeman, R. and Vegas, R. (1989). Paleomagnetic evidence for block rotations and distributed deformation of the Iberian-African Plate boundary. En: Kissel, C., Laj, C. (eds.). *Paleomagnetig Rotations and Continental Deformation*. Kluwer, 381–391.
- [22] Colom, G. (1952). Aquitanian-Burdigalian diatom deposits of the north Betic strait, Spain. *J. Paleont.*, **26**, 867–885.
- [23] Montenat, Ch. et Ott d'Estevou, Ph. (1990). Eastern Betic neogene basins: A Review. *Documents et travaux de l'igal*, 12–13, 9–15.
- [24] Sanz de Galdeano, C. and López Garrido, A.C. (1991). Tectonic evolution of the Malaga Basins (Betic Cordillera). Regional implications. *Geodinámica Acta*, **5**, 173–186.
- [25] Blanco, M.J. and Spackman, W. (1993). The P-velocity structure of the mantle below the Iberian Peninsula: evidence for subducted lithosphere below southern Spain. *Tectonophysics*, **221**, 13–34.
- [26] Sanz de Galdeano, C. y López Casado, C. (1988). Fuentes sísmicas en el ámbito bético-Rifeño. *Rev. Geofís.*, **44**, 175–198.
- [27] Molina, S. (1998). Sismotectónica y peligrosidad sísmica del área de contacto entre Iberia y África. Tesis doctoral, Universidad de Granada, 288 pp.
- [28] Peláez, J.A. (2000). Agregación y desagregación de aceleraciones esperadas en la Península Ibérica utilizando sismicidad de fondo. Tesis doctoral, Universidad de Granada, 183 pp.
- [29] Mézcua, J. y Martínez Solares, J.M. (1983). Sismicidad del área ibero mogrebí. Publicación 203 del Instituto Geográfico Nacional, 300 pp.
- [30] Moreira, V.S. (1985). Seismotectonics of Portugal and its adjacent area in the Atlantic. *Tectonophysics*, **117**, 85–96.
- [31] Grimison, N. and Chen, W. (1986). The Azores-Gibraltar Plate Boundary: Focal Mechanisms, Depths of Earthquakes and their Tectonic Implications. *J. Geophys. Res.*, **91**, 2029–2047.
-

- 
- [32] Buforn, E., Udías, A. and Mezcua, J. (1988a). Seismicity and focal mechanisms in south Spain. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **78**, 2008–2024.
- [33] Udías, A. and Buforn, E. (1991). Regional Stresses Along the Eurasia-Africa Plate Boundary Derived from Focal Mechanisms of Large Earthquakes. *Pageoph*, **136**, 433–448.
- [34] Galindo-Zaldívar, J., González Lodeiro, F. and Jabaloy, A. (1993). Stress and palaeostress in the Betic-Rif cordilleras (Miocene to the present). *Tectonophysics*, **227**, 105–126.
- [35] Udías, A. (1982). Seismicity and seismotectonic stress field in the Alpine Mediterranean region. *Geodynamics Series*, **7**, 75–82.
- [36] Medina, F. and Cherkaoui, T.E. (1991). Focal mechanisms of the Atlas earthquakes and tectonic implications. *Geologische Rundschau*, 80/3, 639–648.
- [37] Bezzeghoud, M. and Buforn, E. (1999). Source Parameters of the 1992 Melilla (Spain, MW = 4.8), 1994 Alhoceima (Morocco, MW = 5.8), and 1994 Mascara (Algeria, MW = 5.7) Earthquakes and Seismotectonic Implications. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **89**, 359–372.
- [38] Buforn, E., Udías, A. and Colombás, M.A. (1988b). Seismicity, source mechanisms and tectonics of the Azores-Gibraltar plate boundary. *Tectonophysics*, **152**, 89–118.
- [39] Coca, P. y Buforn, E. (1994). Mecanismos focales en el sur de España: Periodo 1965-1985. *Estudios Geológicos*, **50**, 33–45.
- [40] Buforn, E., Sanz de Galdeano, C. and Udías, A. (1995). Seismotectonics of the Ibero-Maghrebian Region. *Tectonophysics*, **248**, 247–261.
- [41] Mézcua, J. and Rueda, J. (1997). Seismological evidence for a delamination process in the lithosphere under the Alboran Sea. *Geophys. J. Int.*, **129**, 256–264.
- [42] Proyecto Sigma (1998). Análisis del estado de esfuerzos tectónicos, reciente y actual a partir de poblaciones de fallas y mecanismos focales de terremotos. Metodología y aplicación a la Península Ibérica. Colección Otros Documentos, CSN, Madrid.
- [43] Herraiz, M., De Vicente, G., Lindo Ñaupari, R., Giner, J., Simón, J.L., González Casado, J.M., Vadillo, O., Rodríguez-Pascua, M.A., Cicuéndez, J.I., Casas, A., Cabañas, L., Rincón, P., Cortés, A.L., Ramírez, M. and Lucini, M. (2000). The recent (upper Miocene to Quaternary) and present tectonic stress distributions in the Iberian Peninsula. *Tectonics*, **19**, 762–786.
- [44] Galindo-Zaldívar, J., Jabaloy, A., Serrano, I., Morales, J., González Lodeiro, F. and Torcal, F. (1999). Recent and present-day stresses in the Granada Basin (Betic Cordilleras): Example of a late Miocene-present-day extensional basin in a convergent plate boundary. *Tectonics*, **18**, 686–702.
- [45] Alfaro, P., Rueda, J., Delgado, J., Estévez, A., López Casado, C. y Giner, J., (1999). Sismotectónica de la cuenca del bajo Segura (Cordillera Bética central). Proc. 1ª Asamblea Hispano Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Almería. Ed. Universidad de Almería and Instituto Geográfico Nacional. España.
- [46] Cortés, A.L. and Maestro, A. (1998). Recent intraplate stress field in the eastern Duero Basin (N Spain). *Terra Nova*, 10, 287–294.
-

- 
- [47] Udías, A., López Arroyo, A. and Mezcuca, J. (1976). Seismotectonic of the Azores-Alboran region. *Tectonophysics*, **31**, 259–289.
- [48] Buforn, E., Udías, A. and Madariaga, R. (1991). Intermediate and Deep Earthquakes in Spain. *Pageoph.*, **136**, 375–393.
- [49] Hatzfeld, D. y Boloix, M. (1976). Resultados preliminares de los perfiles sísmicos profundos del Mar de Alborán. Reunión sobre la Geodinámica de la Cordillera Bética y del Mar de Alborán, Granada. 19–23.
- [50] Morales, J., Serrano, I., Jabaloy, A., Galindo-Zaldívar, J., Zhao, D., Torcal, J., Vidal, F. and González Lodeiro, F. (1999). Active continental subduction beneath the Betic Cordillera and the Alboran Sea. *Geology*, **27**, 735–738.
- [51] Van Bemmelen, R.W. (1969). Origin of the Western Mediterranean Sea. *Geol. Mijnbouw*, **26**, 13–52.
- [52] Van Bemmelen, R.W. (1972a). Driving forces of Mediterranean Orogeny (Tyrrhenian Test-case). *Geologie en Mijnbouw*, **51**, 548–573.
- [53] Van Bemmelen, R.W. (1972b). *Geodynamic models (an evaluation and a synthesis)*. Elsevier, Amsterdam, 267 pp.
- [54] Van Bemmelen, R.W. (1973). Geodynamic models for the Alpine type of orogeny (Test-case II: The Alps in Central Europe). *Tectonophysics*, **18**, 33–79.
- [55] Vissers, R.L.M., Platt, J.P. and Van der Wal, D. (1995). Late orogenic extension of the Betic Cordillera and the Alboran Domain: A lithospheric view. *Tectonics*, **14**, 786–803.
- [56] Andrieux, J. et Mattauer, M. (1973). Précisions sur un modèle explicatif de l'Arc de Gibraltar. *Bull. Soc. Géol. France*, **7**, 115–118.
- [57] Sanz de Galdeano, C. (1996). The E-W segments of the contact between the External and Internal Zones of the Betic and Rif Cordilleras and the E-W corridors of the Internal Zone (A combined explanation). *Estudios Geológicos*, **52**, 123–136.
- [58] Sanz de Galdeano, C. (1997). La Zona Interna Bético-Rifeña (Antecedentes, unidades tectónicas, correlaciones y bosquejo de reconstrucción paleogeográfica). *Monografía Tierras del Sur*. Univ. de Granada, 316 pp.
- [59] Araña, V. and Vegas, R. (1974). Plate tectonics and volcanism in the strait of Gibraltar. *Tectonophysics*, **24**, 197–212.
- [60] Seber, D., Barazangi, M., Ibenbrahim, A. and Demnati, A. (1996a). Geophysical evidence for lithospheric delamination beneath the Alboran Sea and Rif-Betic mountains. *Nature*, **379**, 785–790.
- [61] Seber, D., Barazangi, M., Tadili, B.A., Ramdani, M. and Ben Sari, D. (1996b). Three-dimensional upper mantle structure beneath the intraplate Atlas and interplate Rif mountains of Morocco. *Journal of Geophysical Research*, **101**, 87, 3125–3138.
- [62] Buforn, E., Coca, P., Udías, A. and Lasa, C. (1997). Source mechanism of intermediate and deep earthquakes in southern Spain. *Journal of Seismology*, **1**, 113–130.
-

- [63] Morales, J., Serrano, I., Vidal, F. and Torcal, F. (1997). The depth of the earthquake activity in the Central Betic (Southern Spain). *Geophysical Research Letters*, **24**, 3289–3292.
- [64] Calvert, A., Sandvol, E., Seber, D., Barazangi, M., Vidal, F., Alguacil, G. and Jabour, N. (2000). Propagation of regional seismic phases (Lg and Sn) and Pn velocity structure along the Africa–Iberia plate boundary zone: tectonic implications. *Geophys. J. Int.*, **142**, 384–408.
-

## Capítulo 4

# Datos sismotectónicos de la Cordillera Bética

### 4.1. Introducción

Los datos que se han utilizado para realizar la caracterización de las Béticas son las trazas cartografiadas de las fallas y los terremotos del catálogo del Instituto Geográfico Nacional hasta 2009. No se tomaron terremotos marítimos demasiados alejados de la costa, dada la escasez de trazas de fallas cartografiadas en el mar, y dado que los errores en las localizaciones de estos terremotos son mucho mayores.

#### 4.1.1. Base de datos de fallas

El considerar las trazas cartografiadas de las fallas, implica que se va a trabajar en el plano (conjunto 2-D). Los datos han sido tomados de la Publicación Técnica del M.O.P.T. [1]. La digitalización se ha realizado sobre un mapa 1 : 200,000 de toda la Península Ibérica (figura 4.1).

Cuando se digitalizan las fallas de una región, se obtiene un conjunto discreto de puntos con el que se representa las trazas de éstas, que son líneas. Para realizar su estudio fractal, es necesario aproximar este conjunto discreto de datos, al conjunto real "continuo" (líneas). Para ello se aumenta el número de puntos con el que se dibujan las trazas, teniendo en cuenta la escala con las que se digitalizaron, siendo la distancia entre los nuevos puntos definidos la mínima que se podría apreciar en el mapa. Esta metodología es la que se ha utilizado con las dos bases de datos de las que se ha dispuesto para la realización de esta Tesis. Así, teniendo en cuenta la escala del mapa, se podría haber definido la distancia mínima entre puntos en el intervalo de 100 a 150 metros, pero al considerar que podría haber errores en la digitalización, se ha decidido tomar 200 metros como la longitud menor, es decir, la falla más pequeña que podría definirse tendría 200 metros, y estaría representada por tan solo dos puntos.

Estas bases de datos utilizadas no son completas, es decir, no están todas las fallas o fracturas de la región. Sin embargo, se puede pensar, que a partir de una determinada longitud y para determinados tipos de estudios sobre fallas, los datos de longitud y su número se pueden considerar *homogéneos*.

### 4.1.2. Base de datos de terremotos

La base de datos correspondiente a los terremotos que se utilizará en esta memoria es la dada por el catálogo del Instituto Geográfico Nacional (IGN) [3], actualizada hasta el 2009. También, en determinados casos, se ha trabajado con el catálogo del Instituto Andaluz de Geofísica y Prevención de Desastres Sísmicos de Ocaña [4]. Antes de utilizar estos datos en los análisis, se ha realizado un estudio de su fiabilidad, homogeneidad y completitud.

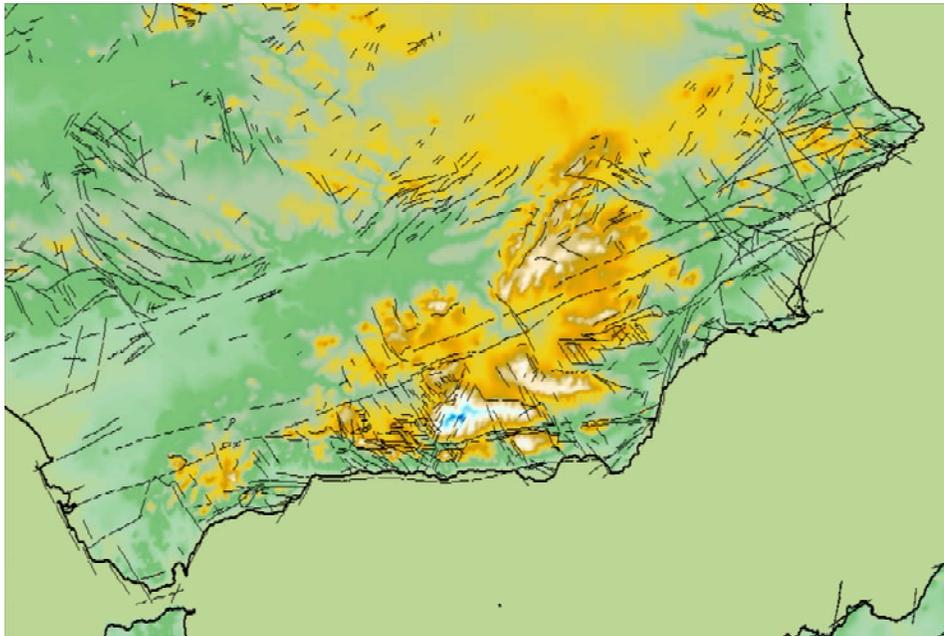


Figura 4.1: Fallas de la base de datos del M.O.P.T. [1].

### Fiabilidad

Los errores en la localización de la sismicidad histórica son bastante mayores que los errores de la sismicidad instrumental. Sin embargo, si se representan ambos conjuntos de datos se comprueba que se superponen, de manera que los terremotos instrumentales más energéticos y bien localizados, están próximos a los terremotos históricos [5]. Por tanto, el error en la localización de la sismicidad histórica no es tan grande como se puede suponer en un principio. En la actualidad, el error medio tiene un valor de  $3 \text{ km}$  [6], valor que en la evaluación de las dimensiones fractales, en una región tan extensa como las Béticas, no es significativo.

También se puede comprobar cómo el error en la magnitud varía a lo largo del catálogo. Así, para el periodo comprendido desde el inicio del catálogo hasta 1910, el error se encontrará en el intervalo  $0,8 - 1,0$  (evidentemente en este periodo se obtienen las magnitudes por medio de relaciones  $I - m$ , y el error proviene del error cometido en la asignación de la intensidad). En el periodo que comprende desde 1910 a 1960, los errores pueden variar entre  $0,5$  y  $0,8$  y desde 1960-actualidad los errores han ido descendiendo hasta  $0,3 - 0,4$  [5]. Estos son importantes en

algunos métodos de cálculo del parámetro  $b$ , ya que condicionan el tamaño de las clases con las que se van a clasificar los terremotos.

### Homogeneidad de los datos

A la luz del apartado anterior es claro el hecho de que no existe homogeneidad en el cálculo de las localizaciones de los terremotos. Por un lado, la sismicidad histórica ha sido localizada, en el mejor de los casos, con mapas de isosistas, por otro, la localización de la sismicidad instrumental, ha dependido del desarrollo de las redes sísmicas que se ha tenido en cada momento.

Igualmente, en el cálculo de la magnitud, existe una "no homogeneidad" similar a la anterior. Sin embargo en este caso, se pueden utilizar relaciones entre diferentes escalas de magnitudes para evitar este problema de no homogeneidad. En la actual memoria en principio se utilizarán las relaciones de López Casado et al. [7] entre intensidad y magnitud, pero debido a que la magnitud proporcionada normalmente por el IGN es la  $m_{bLg}$ , y no la  $m_b$ , se ha obtenido una nueva relación entre ambas escalas de magnitudes para homogeneizar todos los datos del catálogo del IGN a la magnitud  $m_{bLg}$ . Primero, se han utilizado terremotos que tiene magnitudes  $m_{bLg}$  y  $m_b$ , tomadas respectivamente del catálogo del IGN y del catálogo USGS/NEIC [8] (para el sur de la Península Ibérica y norte de África). Con estos datos se ha calculado la relación entre ambas magnitudes. La ecuación de correlación obtenida es

$$m_{bLg} = 0,80252 \cdot m_b + 0,77553 \quad (4.1)$$

Segundo, se ha aplicado esta fórmula a los terremotos con magnitud  $m_b$  del catálogo del IGN. Con estos dos pasos se ha tratado de obtener un catálogo homogéneo respecto a la magnitud  $m_{bLg}$ .

En la tabla 4.1 se puede observar el intervalo de validez y los errores de los parámetros obtenidos con la anterior expresión.

Tabla 4.1: Parámetros del ajuste realizado considerando las magnitudes  $m_{bLg}$  y  $m_b$ , para terremotos ocurridos en el sur de la Península Ibérica y norte de África, tomados del catálogo USGS/NEIC [8].

$a$	$b$	$r$	Int. $m_{bLg}$	Int. $m_b$
$0,78 \pm 0,22$	$0,80 \pm 0,06$	0,82	[2, 7, 5, 8]	[2, 8, 5, 8]

En algunos casos, como se verá posteriormente, será necesario considerar la magnitud  $M_S$  para el cálculo del parámetro  $b$ . En la obtención de estas magnitudes  $M_S$ , además de utilizarse los datos del catálogo del IGN [3], se ha tomado la expresión propuesta por López Casado et al. [7] para el área Ibero-Mogrebí.

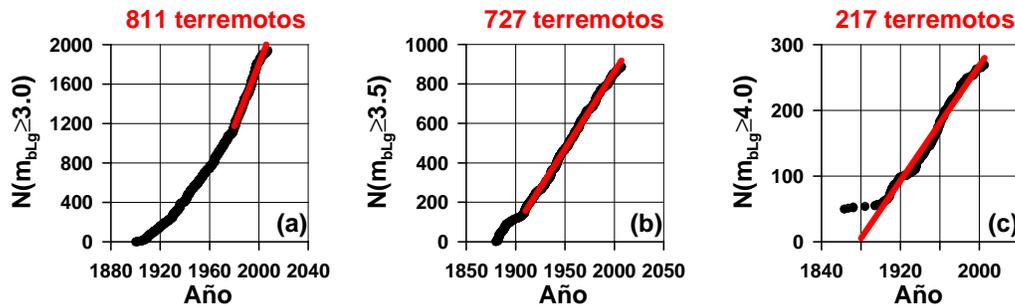


Figura 4.2: Acumulativo de terremotos frente al tiempo para terremotos con: (a)  $m_{bLg} \geq 3,0$ ; (b)  $m_{bLg} \geq 3,5$ ; (c)  $m_{bLg} \geq 4,0$ . La línea roja marca la zona en la cual se considera completo el catálogo.

### Completitud de los datos

Existen varios métodos para estudiar la completitud de un catálogo, es decir, para saber a partir de qué fecha y de qué valor de la magnitud no faltan terremotos. Molina [5] utilizó el método de Stepp [9] para estudiar la completitud en la región Ibero-Mogrebí. En esta memoria se va a seguir el método de Peláez et al. [10] que permite estudiar el carácter completo y poissoniano de un catálogo. Así, para calcular la completitud del catálogo del IGN, se representa el número acumulativo de terremotos por año considerando diferentes magnitudes umbrales. Para elegir la fecha a partir de la cual se puede considerar que el catálogo es completo, se toma el punto de la gráfica donde la pendiente ya no experimenta cambios.

En los estudios fractales, algunos autores proponen considerar sólo los terremotos principales para que los resultados no se vean afectados por los terremotos que normalmente se agrupan antes y después de un terremoto principal [11, 12, 13]. Además, como es bien sabido, en el cálculo del parámetro  $b$  debe considerarse un conjunto completo de terremotos que solo contenga los principales. Esto justifica que en este estudio de la completitud solo se consideren dichos terremotos.

Por tanto, según los criterios anteriores y el método de Peláez et al. [10], se tiene:

1. Para  $m_{bLg} \geq 3,0$  la pendiente de la gráfica se mantiene constante a partir de 1980 (figura 4.2(a)), por tanto la completitud se considerará a partir de dicho año. El número de terremotos en este conjunto es de 811.
2. Para  $m_{bLg} \geq 3,5$  la pendiente de la gráfica se mantiene constante a partir de 1910 (figura 4.2(b)), por tanto la completitud se considerará a partir de dicho año. Esta fecha puede considerarse como el comienzo de la época instrumental del catálogo. El número de terremotos en este conjunto es de 727.
3. Para  $m_{bLg} \geq 4,0$  la pendiente se vuelve constante aproximadamente a partir de 1900 (figura 4.2(c)), fecha desde la cual el conjunto sería completo. Si por su importancia se incluyera el terremoto de Andalucía, ocurrido en Arenas del Rey (Granada) en 1884, suponiendo para ello el inicio del conjunto *completo* en 1880, se pasaría de tener 217 terremotos a 224.

Tabla 4.2: Completitud en magnitud  $m_b$ , para diferentes magnitudes umbrales, utilizando el método de Stepp (según Molina [5]).

$m_b$	$\geq 3,0$	$\geq 3,5$	$\geq 4,0$	$\geq 4,5$	$\geq 5,0$	$\geq 5,5$	$\geq 6,0$
Península Ibérica	1960	1910	1850	1800	1700	1400	1300

### Selección de los datos

En la tabla 4.3 se presentan los tres conjuntos, antes determinados, clasificados por intervalo y umbral de magnitudes y por periodo de completitud. Dado, por una parte, que tanto para el cálculo de los parámetros de sismicidad como para el cálculo de las dimensiones fractales, interesa tener un número significativo de terremotos, y por otra parte, que para realizar una caracterización sismotectónica interesa trabajar con un periodo de tiempo lo más largo posible, es necesario, por tanto, seleccionar de entre los anteriores conjuntos aquel que mejor cumpla estas condiciones. Así, de las tres bases de datos aquí definidas, la que tiene más terremotos es la del catálogo con inicio en 1980, pero es la que ocupa menor periodo de tiempo. La base de datos del catálogo de 1880 es la que ocupa el intervalo temporal más largo, pero es la que tiene menor número de terremotos. Por tanto, se va a trabajar con el catálogo de terremotos que tiene su inicio en 1910, con una magnitud umbral de 3,5, con 727 terremotos, muy próximo al número de terremotos del catálogo de 1980 y con un intervalo temporal suficientemente largo para los propósitos de esta memoria. En la figura 4.3 se representa la distribución espacial de estos terremotos en las Béticas.

Tabla 4.3: Clasificación por magnitud de los terremotos de los catálogos utilizados.

Catálogo	[3, 0, 3, 5)	[3, 5, 4, 0)	[4, 0, 4, 5)	[4, 5, 5, 0)	[5, 0, 5, 5)	[5, 5, 6, 0)
1880, $m_{bLg} \geq 4,0$			165	42	16	1
1910, $m_{bLg} \geq 3,5$		526	150	35	16	
1980, $m_{bLg} \geq 3,0$	616	151	32	7	5	

Aunque esta memoria se va a centrar en los resultados que se obtengan en las Béticas, para evitar problemas de frontera en los estudios de la variación espacial de los parámetros que se van a calcular, se tomarán los terremotos de las zonas adyacentes que cumplan las mismas condiciones que las impuestas al catálogo seleccionado (superficiales, desde 1910 hasta la actualidad y con  $m_{bLg} \geq 3,5$ ).

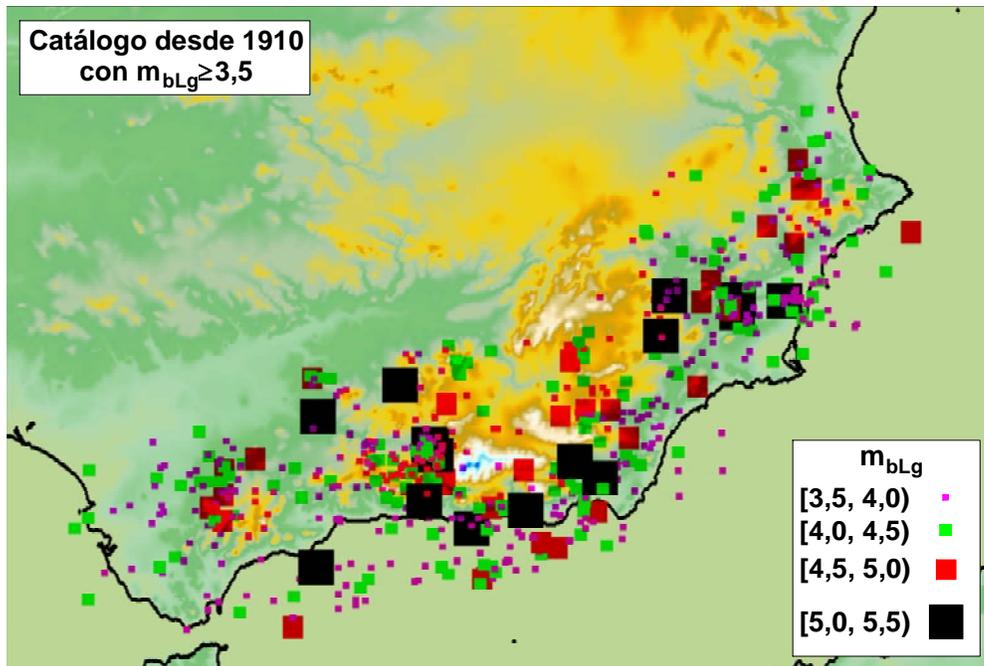


Figura 4.3: Terremotos superficiales ocurridos en la Cordillera Bética desde 1910 hasta 2009, con  $m_{bLg} \geq 3,5$ . No se están representando ni réplicas, ni premonitorios, ni enjambres.

## 4.2. Sismicidad histórica

El catálogo de terremotos del IGN [3] puede dividirse en dos conjuntos, uno que contendría la sismicidad histórica, desde el inicio del catálogo hasta 1910, y otro formado por la sismicidad instrumental, desde 1910 hasta la actualidad.

Uno de los objetivos de esta Tesis es comprobar cómo la teoría fractal puede contribuir en el análisis de la peligrosidad sísmica de una región. Para ello se deben comparar los resultados de la sismicidad instrumental, obtenidos a partir de la teoría fractal, con la sismicidad histórica, que indica el potencial sísmico que tuvo la región en el pasado, y sobre la cual se evalúa la peligrosidad sísmica. Así, se pretende obtener correlaciones entre ambas épocas e intentar determinar las zonas con mayor peligrosidad sísmica dentro de la Cordillera Bética.

Igualmente, se puede realizar la comparación de la sismicidad histórica con los parámetros fractales que se obtendrán a partir de las fallas, lo cual puede llevar a una correlación que permita una mejor caracterización de la región y de la sismicidad que cabe esperar de ellas.

A todas estas correlaciones se dedicarán en profundidad los capítulos 8 y 9.

Desde el punto de vista energético, existen tres zonas donde la liberación de la energía ha sido mayor, éstas se encuentran en Granada, Alicante y Valencia (figura 4.4). El terremoto que podría asociarse a cada una es, respectivamente, el de Alhama de Granada de 1884, el de Torrevieja de 1829 y el de Estubeny de 1748. A estos terremotos les correspondería una intensidad *IX* y una magnitud, según López Casado et al. [7], de 5,7. Es evidente que la liberación de energía

no es igual en todas las Béticas.

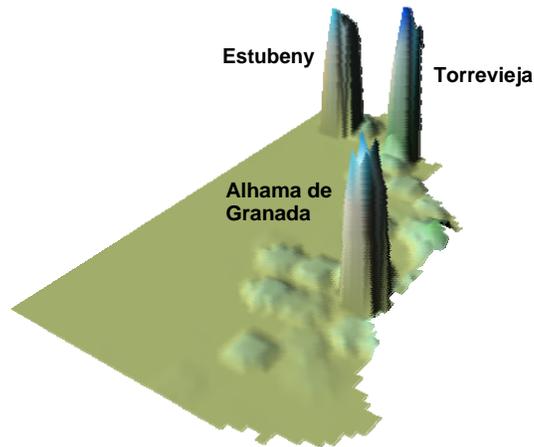


Figura 4.4: Energía liberada en las Béticas en el intervalo temporal 1400-1909. Los tres picos que aparecen en la figura están asociados a los terremotos de Alhama de Granada de 1884, Torrevieja de 1829 y Estubeny de 1748.

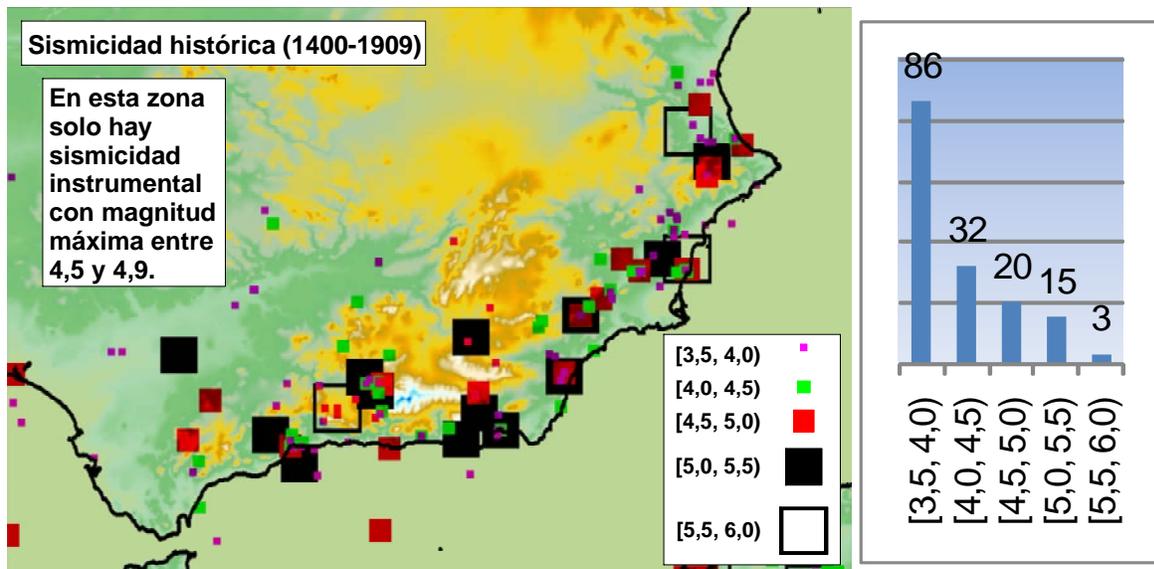


Figura 4.5: Terremotos históricos ocurridos entre 1400-1909 en la Cordillera Bética con  $m \geq 3,5$ .  $m$  es la magnitud macrosísmica determinada según las relaciones de López Casado et al. [7]. A la derecha se presenta un histograma, con la sismicidad de las Béticas y zonas adyacentes, clasificada por magnitud.

Tabla 4.4: Terremotos históricos, desde 1400 hasta 1909, ocurridos en la Cordillera Bética con  $I \geq VII$ .

Localización (Provincia)	Año	Mes	Día	Longitud	Latitud	$I$	$m(*)$
Vera (AL)	1406			1 52,0W	37 15,0	VII	4,6
S Granada	1431	4	24	3 38,0W	37 08,0	VIII	5,1
Orihuela (A)	1482	10	10	0 55,0W	38 05,0	VIII	5,1
Almería	1487	11	0	2 28,0W	36 50,0	VIII	5,1
S Málaga	1494	1	26	4 20,0W	36 35,0	VIII	5,1
Carmona (SE)	1504	4	5	5 28,0W	37 23,0	VIII	5,1
Vera (AL)	1518	11	9	1 52,0W	37 14,0	VIII	5,1
O Alhama de Almería (AL)	1522	9	22	2 40,0W	36 58,0	VIII	5,1
Granada	1526	7	4	3 34,0W	37 11,0	VII	4,6
Baza (GR)	1531	9	30	2 44,0W	37 32,0	VIII	5,1
Concentaina (A)	1547	8	29	0 26,0W	38 45,0	VII	4,6
Lorca (MU)	1579	1	30	1 42,0W	37 41,0	VII	4,6
Málaga	1581	6	18	4 25,0W	36 43,0	VII	4,6
Oliva (V)	1598	12	26	0 07,0W	38 55,0	VII	4,6
Alcoy (A)	1620	12	2	0 28,0W	38 42,0	VII	4,6
Muro de Alcoy (A)	1644	6	19	0 25,0W	38 48,0	VIII	5,1
Almería	1658	12	31	2 28,0W	36 50,0	VIII	5,1
Orihuela (A)	1673	1	15	0 55,0W	38 05,0	VIII	5,1
Lorca (MU)	1674	8	28	1 42,0W	37 41,0	VIII	5,1
NO de Málaga	1680	10	9	4 36,0W	36 48,0	VIII	6,2
Murcia	1743	3	9	1 08,0W	38 00,0	VII	4,6
Estubeny (V)	1748	3	23	0 38,0W	39 02,0	IX	5,7
Dalías (AL)	1804	8	25	2 50,0W	36 46,0	VIII	5,1
Pinos Puente (GR)	1806	10	27	3 44,0W	37 14,0	VIII	5,1
Torre vieja (A)	1828	9	15	0 42,0W	38 00,0	VII	4,6
Torre vieja (A)	1829	3	21	0 41,0W	38 05,0	IX	6,3
Villanueva de San Juan (SE)	1862	8	22	5 10,0W	37 03,0	VII	4,6
Carlet (V)	1872	5	19	0 31,0W	39 14,0	VII	4,6
Arenas del Rey (GR)	1884	12	25	3 59,0W	37 00,0	IX	6,1
Nacimiento (AL)	1894	6	11	2 40,0W	37 07,0	VII	4,6
Grazalema (CA)	1901	2	10	5 22,0W	36 45,0	VII	4,6
Motril (GR)	1901	5	25	3 30,0W	36 42,0	VII	4,6
Totana (MU)	1907	4	16	1 30,0W	37 48,0	VII	4,6
Ojos (MU)	1908	9	29	1 18,0W	38 06,0	VII	4,6
Torre vieja (A)	1909	7	1	0 40,0W	38 00,0	VII	4,6

(\*) $m$ : magnitud macrosísmica según relaciones de López Casado et al. [7].

Siguiendo con el análisis de la sismicidad histórica, en la figura 4.5 se representa los terremotos con magnitud superior a 3,5 ocurridos en el intervalo temporal 1400-1909, dicha magnitud se ha calculado con las relaciones de López Casado et al. [7]. De todos ellos, los más energéticos ocurridos en las Béticas, aparecen en la tabla 4.4. Los datos han sido tomados del catálogo del Instituto Geográfico Nacional [3].

A partir de la tabla anterior y del mapa de la sismicidad histórica de la figura 4.4, se han determinado las zonas donde han ocurrido los terremotos más destructivos de las Béticas. Esta zonificación se realiza para comparar estos resultados con los que se obtengan con las dimensiones fractales del periodo instrumental (1910-actualidad). Las regiones definidas son las siguientes (figura 4.6):

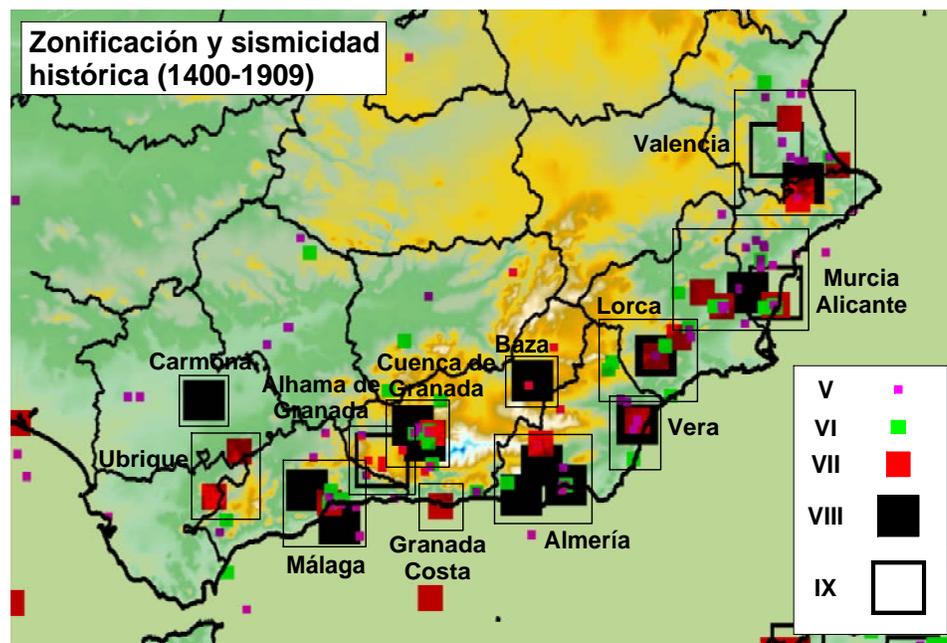


Figura 4.6: Zona definidas en la región de estudio a partir de la sismicidad histórica (1400-1909). También se representa esta sismicidad (con intensidad  $\geq V$ ).

1. Carmona, caracterizada por el terremoto destructivo de Carmona de 1504 de intensidad *VIII* y prácticamente sin otra sismicidad;
2. Ubrique, caracterizada con dos terremotos de intensidad *VII* y también sin otro tipo de sismicidad;
3. Málaga, caracterizada por dos terremotos destructivos en 1494 y 1680 de intensidad *VIII* y uno de intensidad *VII* en 1581, y también varios terremotos de intensidad *VI* y *V*;
4. Alhama de Granada, caracterizada por el terremoto de Andalucía de 1884 de intensidad *IX* y por sólo terremotos de intensidad *V* sin que se tenga noticias de terremotos de

intensidades *VI*, *VII* y *VIII*, esto es equivalente, según el mapa de la figura 4.4, a que no existen terremotos de magnitud entre 4,0 y 5,5;

5. Cuenca de Granada, caracterizada por terremotos con intensidad entre *V* y *VIII*;
6. Granada Costa, caracterizada por dos terremotos de intensidad *VII*;
7. Almería, caracterizada por más terremotos de intensidad *VIII* que de *VII* y de *VI*;
8. Baza, caracterizada por un terremoto destructivo de intensidad *VIII* ocurrido en 1531 y por dos terremotos de intensidad *V*;
9. Vera, caracterizada por un terremoto de intensidad *VII* y otro de intensidad *VIII*;
10. Lorca, caracterizada fundamentalmente por un terremoto de intensidad *VIII* y dos de intensidad *VII*;
11. Murcia-Alicante, caracterizada por terremotos que se ajustan a la ley de Gutenberg-Richter. En esta zona hay un terremoto de intensidad *IX*;
12. Valencia caracterizada fundamentalmente por varios terremotos de intensidad *VII* y *VIII*, y uno más destructivo de intensidad *IX*.

Una información completa de esta distribución de intensidades en las zonas antes mencionadas aparece en el histograma de frecuencias de la figura 4.7.

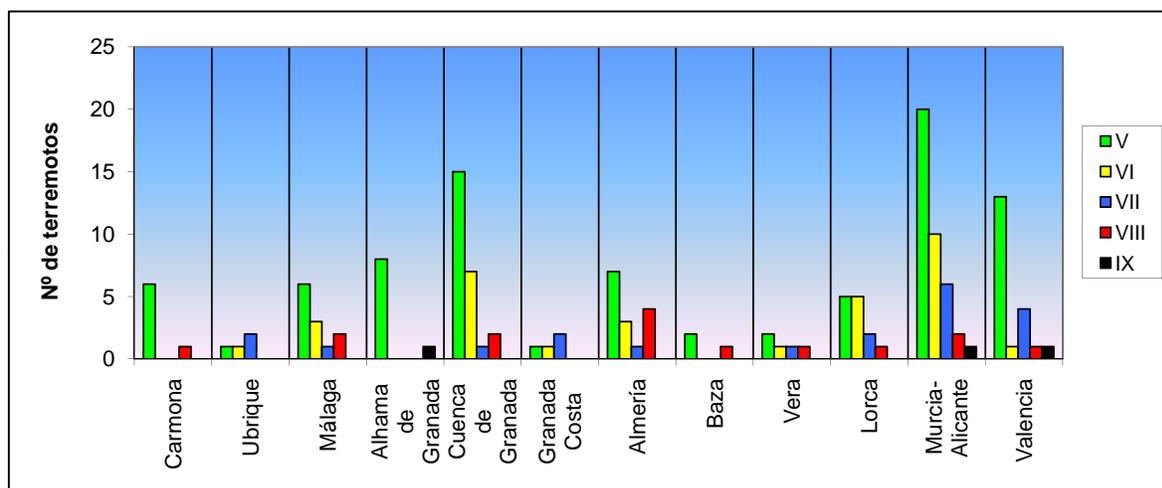


Figura 4.7: Histogramas de la sismicidad con  $I \geq V$  en las zonas definidas en la Cordillera Bética a partir de la sismicidad histórica.

## Bibliografía

- [1] M.O.P.T. (1992). Análisis sismotectónico de la Península Ibérica, Baleares y Canarias. Publicación Técnica 26, Ed. IGN.
  - [2] Sanz de Galdeano, C., López Casado, C. and Peláez, J.A. (2003). Seismic Potential of the Main Active Faults in the Granada Basin (Southern Spain). *Pure Appl. Geophys.*, **160**, 1537–1556.
  - [3] Mézcua, J. y Martínez Solares, J.M. (1983). Sismicidad del área ibero mogrebí. Publicación 203 del Instituto Geográfico Nacional, 300 pp.
  - [4] Ocaña Peinado, E. (2009). Análisis espacial de la actividad sísmica reciente del sur de España. Tesis doctoral, Universidad de Granada, 258 pp.
  - [5] Molina, S. (1998). Sismotectónica y peligrosidad sísmica del área de contacto entre Iberia y África. Tesis doctoral, Universidad de Granada, 288 pp.
  - [6] Giner, J.J. (1996). Sismicidad y peligrosidad sísmica en la Comunidad Autónoma Valenciana. Análisis de incertidumbres. Tesis doctoral, Universidad de Granada.
  - [7] López Casado, C., Molina, S., Giner, J. and Delgado, J. (2000). Magnitude-intensity relationships in the Ibero-Moghrebian region. *Natural Hazards*, **22**, 269–294.
  - [8] USGS/NEIC. U.S. Geological Survey Earthquake Hazards Program, [http://neic.usgs.gov/neis/epic/epic\\_global.html](http://neic.usgs.gov/neis/epic/epic_global.html).
  - [9] Stepp, J.C. (1972). Analysis of completeness of the earthquake sample in the Puget Sound Area and its effect on static estimates of earthquake hazard. En *Proceedings of the Inter. Confer. on Microzonation for Safer Construction Research and Application*, Vol. II, 897–909.
  - [10] Peláez, J.A., Hamdache, M. and López Casado, C. (2003). Seismic hazard in Northern Algeria using spatially smoothed seismicity. Results for peak ground acceleration. *Tectonophysics*, **372**, 105–119.
  - [11] Wang, J.H. and Lee C.W. (1995). Fractal characterisation of an earthquake sequence. *Physica A*, **221**, 152–158.
  - [12] Öncel, A.O. and Alptekin, Ö. (1999). Effect of aftershocks on earthquake hazard estimation: An example from the north Anatolian fault zone. *Natural Hazards*, **19**, 1–11.
  - [13] Öncel, A.O., Wilson, T.H. and Nishizawa, O. (2001). Size scaling relationships in the active fault networks of Japan and their correlation with Gutenberg-Richter *b* values, *J. Geophys. Res.*, **106**, 21827–21841.
-



## Capítulo 5

# Caracterización clásica de la sismicidad: Tasa, parámetro $b$ y $m_{max}$

### 5.1. Introducción

Clásicamente, la sismicidad de una región se ha caracterizado mediante la tasa anual de terremotos, la proporción de terremotos grandes a pequeños y la magnitud máxima de la zona. Los dos primeros parámetros se pueden obtener fácilmente de la ley de Gutenberg-Richter y el tercero por extrapolación en la anterior ecuación, por criterios estadísticos o por datos puramente sismotectónicos.

Además de su conocida relación con la sismotectónica de la zona, el parámetro  $b$  de la ley de Gutenberg-Richter, también tiene el significado de una dimensión fractal de los objetos que representa. Esta dimensión viene dada por el carácter exponencial de la anterior ley. Por ello, uno de los objetivos de esta Tesis es correlacionar los parámetros clásicos de la sismicidad con las dimensiones fractales de las fallas y de los terremotos asociados a las mismas. Así, en este capítulo se va a analizar el origen de estos parámetros (ley de Gutenberg-Richter), su significado sismotectónico, su significado fractal y su distribución espacial en las Béticas.

### 5.2. Ley de Gutenberg-Richter

Si se considera el modelo de relajación de esfuerzos en la generación de terremotos se tiene, para un intervalo de tiempo dado, que el número de terremotos pequeños es mayor que el número de terremotos grandes. La relación que existe entre ellos indica si los esfuerzos de la región estudiada se liberan de manera *continua* o de manera *discontinua*, es decir, con muchos terremotos pequeños producidos a intervalos de tiempos también pequeños o con terremotos grandes producidos a intervalos temporales "esporádicos".

Este segundo caso se relaciona con el concepto de terremoto característico; mientras que el primero fue expresado por Gutenberg y Richter [1] mediante su conocida ecuación lineal en la forma

$$\log N(m) = a + bm \quad (5.1)$$

donde  $N(m)$  es el número de terremotos con magnitud mayor o igual que la magnitud dada  $m$ . Si no se incluyen los terremotos por debajo de una magnitud umbral, la ley de Gutenberg-Richter

toma la forma

$$\log N(m) = \begin{cases} a & \text{si } m < m_0 \\ a + b(m - m_0) & \text{si } m \geq m_0 \end{cases} \quad (5.2)$$

También se trabaja con una expresión modificada de ésta, conocida como la ley de Gutenberg-Richter truncada, que considera la existencia de una magnitud máxima  $m_{\text{máx}}$  y que tiene la forma

$$\log N(m) = \begin{cases} a & \text{si } m < m_0 \\ a + b(m - m_0) & \text{si } m_{\text{máx}} \geq m \geq m_0 \\ 0 & \text{si } m > m_{\text{máx}} \end{cases} \quad (5.3)$$

Esta ley queda definida cuando se conoce el parámetro  $a$  (tasa de terremotos para el umbral de magnitudes), el parámetro  $b$  (proporción entre terremotos grandes y pequeños) y la magnitud máxima ( $m_{\text{máx}}$ ).

### 5.3. Significado sismotectónico

La actividad (o tasa anual) de una región sísmica representa el número anual medio de terremotos por encima de una determinada magnitud o intensidad. En el caso (hipotético) en el que se dispusiera de un catálogo completo para todas las magnitudes, podría obtenerse este valor simplemente con dividir el número de terremotos de la región por el periodo de tiempo considerado. Ya que la actividad sísmica no es constante a lo largo del tiempo, el valor antes obtenido sólo representará el valor medio de actividad en el intervalo temporal considerado. Para comparar este parámetro con el obtenido para otra región, se deben normalizar todos los resultados con respecto a las áreas de cada región, de forma que el área sobre la que se evalúa el parámetro  $a$  sea la misma sobre todas las regiones. Esta normalización en el espacio es equivalente a la que se hace en tiempo (actividad anual).

El parámetro  $b$  caracteriza una región sísmica en cuanto al tamaño de los terremotos que en ella se encuentran, ya que expresa la relación entre el número de terremotos grandes y pequeños. Además, desde el punto de vista tectónico, un valor pequeño de  $b$  se asocia a zonas poco fracturadas, caracterizadas por fallas grandes, mientras que valores de  $b$  grandes se relacionan con zonas muy fracturadas donde es posible observar gran cantidad de pequeñas fallas paralelas o que se entrecruzan. Es decir, se encuentran zonas donde los órdenes de deformación son de pocos milímetros (regiones con  $b$  alto), y zonas donde los órdenes de deformación son de varios centímetros (regiones con  $b$  bajo). Lo anterior también se podría expresar diciendo que hay regiones con probabilidad baja y alta, respectivamente, de grandes terremotos.

La interpretación de la magnitud máxima ( $m_{\text{máx}}$ ) conlleva que valores altos estarían asociados a zonas poco fracturadas, donde hay un predominio de fallas grandes y valores bajos estarían asociados con zonas muy fracturadas, donde existe una gran cantidad de fallas pequeñas.

### 5.4. Caracterización fractal

Como ya se ha comentado, la ley de Gutenberg-Richter permite conocer la relación entre el número de terremotos ( $N$ ) de una región y su magnitud ( $m$ )

$$\log N(m) = a + bm \quad (5.4)$$

donde  $m$  es mayor o igual que la magnitud umbral  $m_0$ , a partir de la cual el catálogo de la región se considera completo. Esta expresión se cumple excepto para terremotos muy grandes y para terremotos muy pequeños (los catálogos no suelen ser completos en ambos casos).

Según algunos autores, esta ley representa una propiedad fractal de la sismicidad. A continuación se analizan varias expresiones que muestran este hecho, ya que relacionan el parámetro  $b$  con una dimensión fractal.

Aki [2] demostró que la relación anterior (5.4) es equivalente a la definición de una distribución fractal y llegando a la siguiente expresión

$$D = 2b. \quad (5.5)$$

es decir, la dimensión fractal de las fallas activas de una región sísmica es simplemente dos veces el valor  $b$  de los terremotos asociados a dichas fallas [2, 3].

Legrand [4] propone que este resultado es válido para terremotos de magnitud intermedia, siendo diferente para los terremotos pequeños y grandes. Para los primeros la dimensión fractal toma la forma

$$D = 3b. \quad (5.6)$$

Y para los grandes terremotos toma la forma

$$D = b. \quad (5.7)$$

De acuerdo a las expresiones (5.5), (5.6) y (5.7) y considerando un valor de  $b = 1$ , los valores de  $D$  serían: 1,0 en el caso de terremotos grandes, 2,0 para los terremotos de magnitud intermedia y 3,0 para terremotos pequeños. A la vista de estos resultados Legrand [4] supone que los terremotos pequeños se localizan en un espacio tridimensional (volúmenes), los terremotos moderados en un espacio bidimensional (superficies) y los terremotos grandes en un espacio unidimensional (líneas-fallas). El mismo autor propone una conclusión similar para las fallas; mientras las pequeñas fallas se pueden localizar en un volumen, las fallas grandes tendrán una distribución más lineal.

Otro camino para definir el carácter fractal del parámetro  $b$  es usando la relación magnitud-momento de los terremotos. Aki [2] y King [3] mostraron que la ley de Gutenberg-Richter puede expresarse como

$$N = Br\chi^b \quad (5.8)$$

donde  $r$  es la longitud de ruptura,  $B$  es una constante relacionada con la constante  $a$  de la ley de Gutenberg-Richter y  $\chi = d/c$ . El valor  $d$  es la dimensión de la falla y  $c$  es una constante igual a 1,5 [5]. Esta ecuación es equivalente a una distribución fractal en la cual la dimensión  $D$  es dada por

$$D = \chi^b. \quad (5.9)$$

Algunas veces  $D$  es tomada como la dimensión fractal de la distribución de longitudes de las fallas del área [6], esto implicaría que la deformación a lo largo de una falla fuese independiente de la longitud de la misma, y por tanto, la ley potencial de escalas definida por Gutenberg-Richter no implica necesariamente una geometría fractal, ya que esta se puede obtener considerando sólo modelos dinámicos o cinemáticos de generación de terremotos [7, 8]. Así, las ecuaciones (5.8) y (5.9) están sólo relacionadas por el hecho de que la distribución del tamaño de los terremotos es fractal, lo cual, no ofrece ninguna visión del origen geométrico o dinámico del parámetro  $b$ .

Una explicación rigurosa del origen del parámetro  $b$  puede darse en términos del comportamiento críticamente autoorganizado de la corteza [8, 9]. Si la corteza terrestre es un sistema

críticamente autoorganizado, entonces ésta se encuentra en un estado meta-estable. Al ser alterado con un terremoto, se produce una redistribución de los esfuerzos, hasta que se alcanza otro estado meta-estable, en el cual se siguen acumulando esfuerzos hasta que se produce otra relajación por medio de otro terremoto. Esta acumulación de esfuerzos es constante y se origina por el movimiento de las placas tectónicas, sin embargo, la relajación ocurre de forma discreta, obteniéndose un conjunto que cumple la ley de Gutenberg-Richter [10]. Sornette et al. [11] y Lomnitz-Alder [12] obtuvieron una expresión que relaciona el parámetro  $b$  con la dimensión fractal de capacidad ( $D_c$ ) de un sistema de fallas, según la ecuación

$$b = b_u + \gamma D_c + \beta \quad (5.10)$$

donde  $b_u$  es el exponente de escala de un sistema críticamente autoorganizado (terremotos),  $\gamma$  y  $\beta$  son constantes. El parámetro  $b_u$  es definido en términos del exponente de escala de la distribución de esfuerzos en la corteza, y es difícil de determinar, aunque Lomnitz-Alder [12] argumenta que es una constante universal. La ecuación (5.10) es una expresión teórica que debe comprobarse mediante observaciones.

Como se comentó en el capítulo 2, también existen correlaciones entre el parámetro  $b$  y la dimensión de correlación que mide el grado de agrupamiento de los terremotos. Se han obtenido tanto ajustes negativos [13, 14, 15, 16, 17] como positivos [18, 19, 20], asociados respectivamente a zonas con grandes terremotos y zonas con pequeños terremotos.

El parámetro  $a$  y la magnitud máxima no tienen una interpretación fractal propiamente dicha, sin embargo parece claro que puedan tener una relación con diferentes dimensiones fractales. Así, el parámetro  $a$  informa del número de terremotos que ha ocurrido en una región por unidad de área y de tiempo y la dimensión de capacidad es una medida de las propiedades geométricas de los datos, es decir, de su distribución espacial, de cómo éstos recubren el espacio. En general, a mayor número de datos, mayor será el recubrimiento. Por lo tanto, parece claro que la dimensión de capacidad permite dar un paso más en el estudio de la sismicidad.

## 5.5. Cálculo de los parámetros clásicos de la sismicidad

### 5.5.1. Cálculo del parámetro $a$

El parámetro  $a$  se puede calcular, como ya se comentó, a partir de la ley de Gutenberg-Richter, sin embargo en esta memoria se va a obtener directamente, es decir, contando el número de terremotos que hay en la región de estudio, en un determinado periodo, y por encima del umbral de completitud del catálogo utilizado. Para la obtención de la variación espacial, se ha considerado una malla formada por cajas de  $40 \text{ km} \times 40 \text{ km}$ . En cada una se han contado los terremotos que en ella se encuentran y dicho valor se ha asociado al centro de la caja para dibujar el mapa. En la figura 5.1 se muestra el resultado para todas las Béticas utilizando el catálogo de terremotos superficiales definidos en el capítulo anterior ( $m_{bLg} \geq 3,5$ , desde 1910 hasta la actualidad).

### 5.5.2. Cálculo del parámetro $b$

Existen varios métodos de obtención del parámetro  $b$ . De entre estos se presentan brevemente los dos más utilizados en los trabajos de caracterización fractal de la sismotectónica de una región.

### Método de mínimos cuadrados

La ley de Gutenberg-Richter se puede linealizar tomando logaritmos y dando lugar a la conocida expresión

$$\log N = a - bm \quad (5.11)$$

o bien

$$\log N = a - b(m - m_0) \quad m > m_0 \quad (5.12)$$

donde  $N$  el número de terremotos con magnitud igual o superior a  $m$ ,  $m_0$  es la magnitud umbral y  $a$  representa el número de terremotos con magnitud superior a cero en el primer caso, y a  $m_0$  en el segundo.

El modo más inmediato de calcular el valor de los parámetros  $a$  y  $b$  es ajustando los pares de valores  $(\log N_i, m_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , a una línea recta mediante el método de mínimos cuadrados. Inicialmente se divide en clases de equivalencia el intervalo de magnitudes (a partir de  $m_0$ ), y así los pares de valores antes mencionados estarían formados por el número acumulativo de terremotos,  $N_i$ , que habría en cada intervalo de magnitudes y la magnitud central de dicho intervalo,  $m_i$ .

El método de mínimos cuadrados ha sido cuestionado por distintos autores. Así, se ha propuesto el llamado método de mínimos cuadrados generalizado, frente al anterior u ordinario, que consiste en pesar los datos mediante la matriz covarianza de las observaciones. Los elementos de esta matriz dependen del valor de  $b$  a través de complicadas relaciones, por lo que el cálculo se resuelve mediante aproximaciones sucesivas; aunque algunos autores han propuesto ciertas simplificaciones que no necesitan de procesos iterativos [21].

Este método de cálculo ha sido cuestionado también en el sentido de que no es posible incluir información sobre la máxima magnitud que puede producirse, ignorando además la información contenida en los intervalos de magnitud que aparecen vacíos [22]. De cualquier forma, los resultados obtenidos con las nuevas técnicas, no mejoran sustancialmente los resultados obtenidos con una cuidadosa aplicación del método ordinario de mínimos cuadrados.

### Método de Utsu

El método de Utsu, desarrollado por Utsu [23] y Aki [24], permite determinar directamente el valor del parámetro  $b$ , de la relación lineal de Gutenberg-Richter, aunque no calcula el valor de  $a$ ; sin embargo, este puede calcularse sin más que tener en cuenta que

$$a = \log N(m = m_0). \quad (5.13)$$

El catálogo con el que se trabaje debe ser completo por encima de una cierta magnitud mínima  $m_0$ , calculándose el valor de  $b$  a través de la expresión

$$b = \frac{1}{\ln 10} \cdot \frac{1}{\bar{m} - m_0} \cong \frac{0,43429}{\bar{m} - m_0} \quad (5.14)$$

donde  $\bar{m}$  es la magnitud media de los datos que se utilicen. A la anterior expresión puede llegarse, como hizo Utsu [23], aplicando el método de los momentos a la relación lineal de Gutenberg-Richter, teniendo en cuenta que el valor medio (esperanza matemática) de una variable viene

---

dado por el primer momento de su función de densidad. Aplicando esto se llega a la relación

$$\begin{aligned} E(m) = \bar{m} &= \int_{-\infty}^{+\infty} m f_M(m) dm = \\ &= \int_{m_0}^{+\infty} m \left( b 10^{-b(m-m_0)} \ln 10 \right) dm = m_0 + \frac{1}{\beta} \end{aligned} \quad (5.15)$$

donde  $\beta = b \ln 10$ . A esta expresión también se llega, tal y como hizo Aki [24], aplicando el método de máxima verosimilitud.

Si no se considera una magnitud mínima  $m_0$  (i. e.  $m_0 = 0$ ) se tendrá

$$E(m) = \bar{m} = \int_{-\infty}^{+\infty} m f_M(m) dm = \int_0^{+\infty} m \left( b 10^{-bm} \ln 10 \right) dm = \frac{1}{\beta} \quad (5.16)$$

con lo que se llegaría a que

$$b \cong \frac{0,43429}{\bar{m}}. \quad (5.17)$$

Esta última expresión se podría utilizar si el catálogo fuera completo para  $m_0 = 0$ , sin embargo siempre se tendrán catálogos completos sólo a partir de una determinada magnitud  $m_0 > 0$ , con lo cual esta expresión no es aplicable.

En trabajos posteriores, Utsu [25, 26] corrigió la expresión (5.14) para tener en cuenta el hecho de que la magnitud no es una variable continua, sino discreta. Llamando  $\delta$  a la mitad de la longitud de las clases de equivalencia con las que se trabaja encuentra que

$$\frac{1}{\beta} \frac{\beta \delta}{\tanh(\beta \delta)} = \bar{m} - m_0. \quad (5.18)$$

Expresión que, como se puede observar, en el límite  $\delta \rightarrow 0$  (magnitud continua) lleva a la ecuación (5.17).

En los mismo trabajos, este autor también proporcionó los intervalos de confianza para el valor de  $b$  calculado anteriormente. Así, los límites del intervalo de confianza del  $100 \cdot (1 - \alpha)$  para  $b$  vienen dados por

$$\frac{q_{l,\alpha}}{2n} \beta \leq b \leq \frac{q_{u,\alpha}}{2n} \beta \quad (5.19)$$

donde  $n$  es el tamaño de la muestra (número de terremotos) y  $q_{l,\alpha}$  y  $q_{u,\alpha}$  los percentiles inferior y superior en la distribución  $\chi^2$  de Pearson con  $2n$  grados de libertad, es decir

$$P(q_{l,\alpha} \leq \chi_{2n}^2 \leq q_{u,\alpha}) = 1 - \alpha \quad (5.20)$$

Según muestra el autor, utilizando el método de simulación de Monte Carlo, esta metodología es superior a la de mínimos cuadrados cuando se dispone de al menos entre 50 y 100 terremotos.

Otros métodos utilizados en el cálculo del parámetro  $b$  son [27]: Weichert, Kijko, de los momentos y de máxima verosimilitud.

Aunque en la mayoría de los trabajos de caracterización fractal de la sismicidad se utiliza el método de Utsu para el cálculo del parámetro  $b$ , las comprobaciones realizadas en esta memoria han mostrado más estabilidad en los resultados del método de mínimos cuadrados, por lo tanto,

dado que las diferencias entre los valores obtenidos con el método de mínimos cuadrados y el método de Utsu son pequeñas, en adelante se utilizará, en la mayoría de los casos, el primero. Además, posteriormente se van a obtener nuevas relaciones, similares a la ley de Gutenberg-Richter, en las que se utilizará el método de mínimo cuadrados. Esta coherencia en el método permitirá comparar resultados.

Por último, en el estudio de la variación espacial en la Cordillera Bética se van a tomar cajas de  $100\text{ km} \times 100\text{ km}$ , que se desplazarán, con un paso de  $20\text{ km}$ , de norte a sur y de este a oeste, hasta cubrir toda la zona de estudio, determinando para cada caja el valor "local" de  $b$ . En este caso se han considerado cajas de mayor tamaño que las del parámetro  $a$ , con el fin de conseguir mayor número de datos para los cálculos, y de esta forma disminuir los errores y dar mayor validez a los resultados. De todas formas, aquellos valores anómalos debidos a falta de datos, serán tenidos en cuenta con toda la precaución que ello supone. En el cálculo (interpretación) de la variación espacial de las dimensiones fractales se seguirá la misma metodología aquí expuesta.

### 5.5.3. Cálculo de la $m_{max}$

El cálculo de la  $m_{max}$  no se ha realizado ni por extrapolación a partir de la ley de Gutenberg-Richter, ni por criterios estadísticos, ni tampoco a partir de información sismotectónica. Simplemente se ha calculado tomando el valor máximo registrado en el catálogo. En el estudio de la variación espacial se ha utilizado una cuadrícula de  $40\text{ km} \times 40\text{ km}$  para recubrir todas las Béticas, y en cada una de las cajas se ha tomado el valor máximo registrado en el periodo 1910 hasta 2009. Es decir, se está tomando el valor máximo en ese periodo y no el valor máximo que se puede registrar en esa región. Esto se ha hecho así porque, como ya se dijo anteriormente, se van a comparar los resultados obtenidos en este periodo con los resultados que cubre la sismicidad histórica.

---

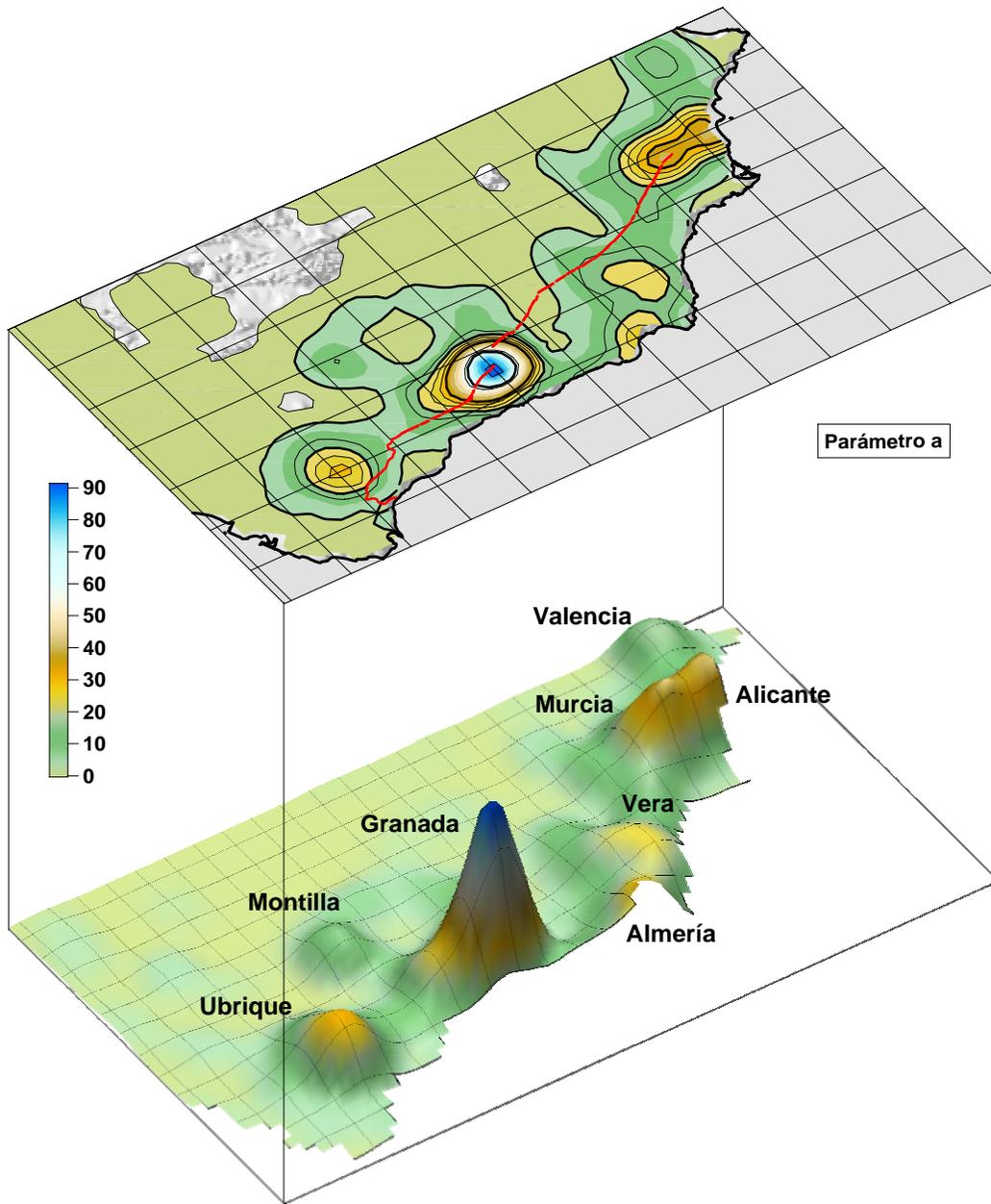


Figura 5.1: Variación espacial del parámetro  $a$  (número total de terremotos ocurridos en una zona) en la Cordillera Bética, para los terremotos superficiales, con magnitud umbral 3,5, en el periodo 1910-2009. La línea roja del mapa superior representa la separación entre Béticas internas y externas. En el mapa inferior se han señalado las zonas más representativas según este parámetro. En el mapa inferior se han señalado las zonas que se pueden definir con este parámetro.

## 5.6. Distribución espacial de los parámetros clásicos de la sismicidad

### 5.6.1. Distribución espacial del parámetro $a$ en la Béticas

En la figura 5.1 se representa la variación espacial del parámetro  $a$  para el catálogo completo definido en el capítulo anterior.

En esta figura se observan siete máximos de actividad, localizados, en orden de mayor a menor, en las siguientes áreas geográficas: cuenca de Granada, Murcia-Alicante, Ubrique, Adra-Almería, Huércal Overa, Montilla y sur de Valencia. La actividad es máxima en la cuenca de Granada, con un valor anual del parámetro  $a$  de 1,00, le sigue la zona Murcia-Alicante (Bajo Segura) con una tasa anual de 0,45, es decir, dos veces menor que en el caso anterior, y las regiones Adra-Almería y Huércal Overa, con una tasa anual de 0,32 y 0,24 respectivamente. Fuera de las Béticas, con una tasa anual similar a la que se pueden encontrar en la zona de Adra-Almería, se tiene el foco de Ubrique, y con menor actividad los del sur de Valencia, con una tasa anual de 0,18 y Montilla, con una tasa anual de 0,16. Teniendo en cuenta la división de las Béticas en internas y externas, la mayor actividad se da en las internas (regiones de Granada, Murcia-Alicante y Adra-Almería y Huércal Overa) y la menor en las externas (focos de Ubrique, sur de Valencia y Montilla). Sin embargo, no debe obviarse la extensión de la actividad de las regiones de Granada y Murcia-Alicante en las zonas externas.

Por otro lado, estas zonas no solo se pueden diferenciar por su actividad, sino además por su extensión geográfica. Así, las de mayor extensión son Granada, Murcia-Alicante y Ubrique y las de menor Montilla, Adra-Almería, Huércal Overa y sur de Valencia. También es importante notificar que los máximos de Granada y Murcia-Torreveja tienen una dirección este-oeste, y el máximo de Adra-Almería una tendencia NNO-SSE tendiendo hacia el máximo de Huércal Overa. Por último, si se dividen las Béticas en zona occidental, central y oriental, la que presenta mayor actividad es la central y la de menor actividad la occidental.

Comparando estas zonas con el mapa de la zonificación obtenido a partir de la sismicidad histórica (figura 4.6), todas ellas son focos de grandes terremotos. Sin embargo las zonas asociadas a los terremotos de Carmona (1504), Málaga Costa (1680), Baza (1531), Vera (1518) y Lorca (1674) no aparecen, aunque la zona de Huércal Overa podría estar asociada al terremoto de Vera de 1518. También hay que señalar que en la zona de Granada no se distingue entre la sismicidad de Granada, Alhama de Granada y Granada Costa.

### 5.6.2. Distribución espacial del parámetro $b$ en la Béticas

En la figura 5.2 se muestra la distribución espacial del parámetro  $b$  para el periodo temporal anteriormente citado. La variación del parámetro  $b$  en las Béticas va de 0,7 a 1,5, con un valor medio aproximado de 1,13, típico de una región sismicidad moderada desde el punto de vista energético y similar al obtenido por otros autores [27, 28, 29, 30]. Por encima del valor medio se definen dos regiones, una occidental que abarca desde la región de Ubrique a la Málaga y Granada y otra oriental, más pequeña, en las zonas de Vera y Alicante. Por debajo del valor medio se distinguen las zonas de Huelva Costa, Adra-Almería, Baza-Murcia y sur de Valencia. La zona de Ubrique es la que alcanza el mayor valor, próximo a 1,4, y la de menor valor, próximo a 0,9, es la de Murcia.

Los valores de la zona N-NO del mapa, son obtenidos con poco datos y están sujetos a errores más o menos grandes. Por esta razón no son tenidos en cuenta en este análisis.

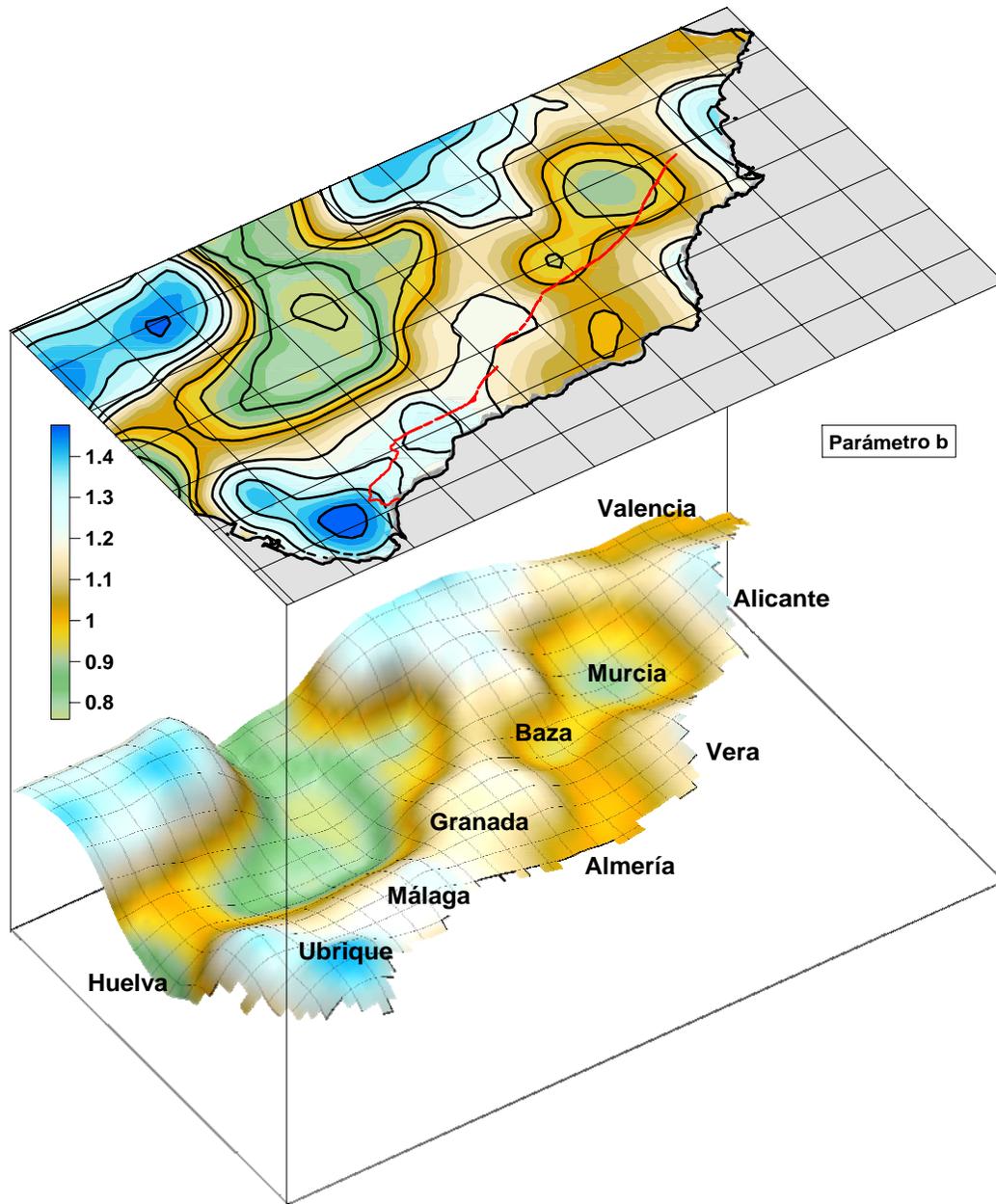


Figura 5.2: Variación espacial del parámetro  $b$  (proporción de terremotos grandes a pequeños) en la Cordillera Bética, para los terremotos superficiales, con magnitud umbral 3,5, en el periodo 1910-2009. En las zonas con valores altos tienen mayor peso los terremotos pequeños. En las zonas con valores bajos tienen mayor peso los terremotos grandes. La línea roja del mapa superior representa la separación entre Béticas internas y externas. En el mapa inferior se han señalado las zonas más representativas según este parámetro. En el mapa inferior se han señalado las zonas que se pueden definir con este parámetro.

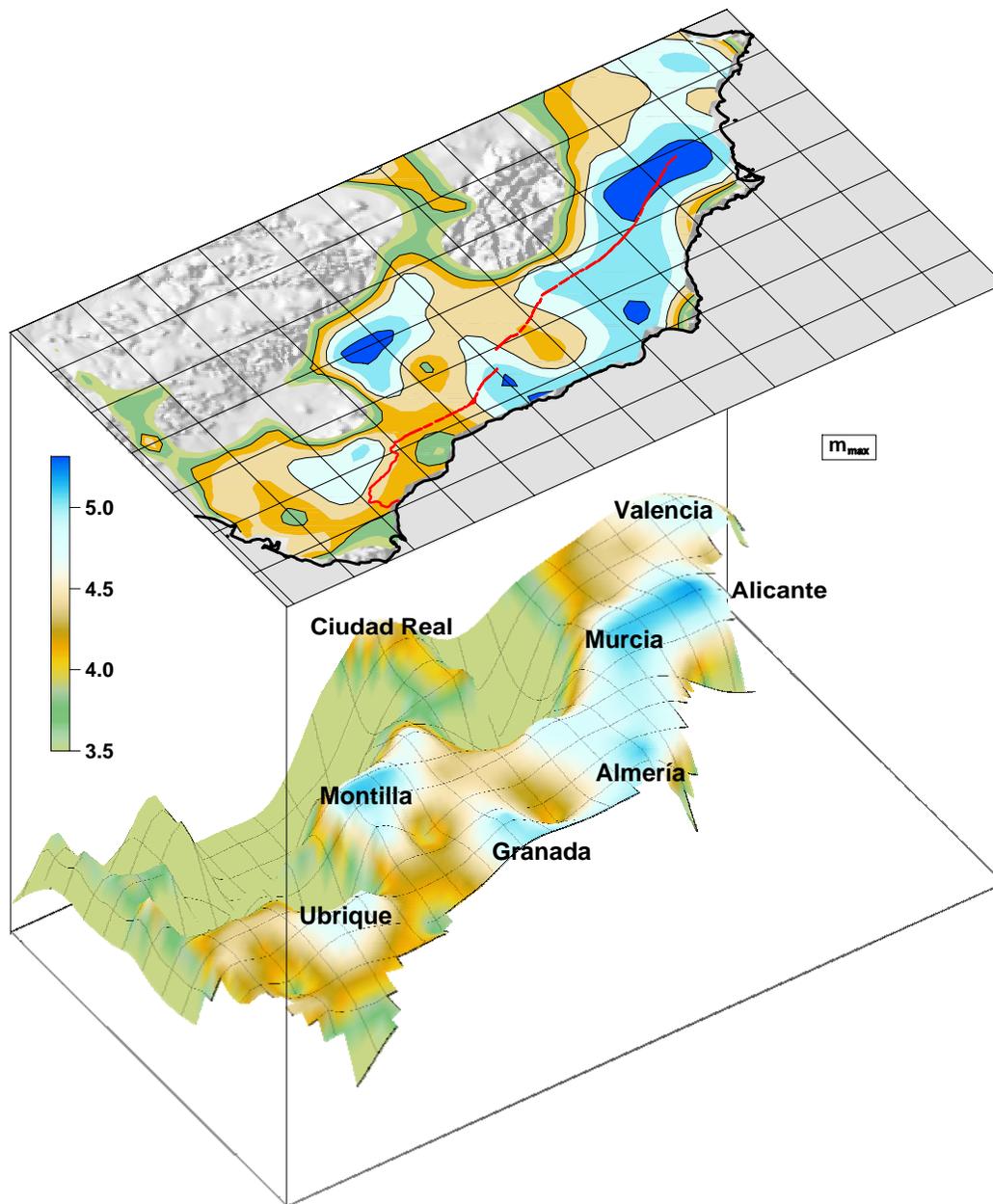


Figura 5.3: Variación espacial de la  $m_{max}$  en la Cordillera Bética, para los terremotos superficiales, con magnitud umbral 3, 5, en el periodo 1910-2009. Este parámetro refleja la magnitud máxima registrada en el periodo 1910-2009 en una zona. La línea roja del mapa superior representa la separación entre Béticas internas y externas. En el mapa inferior se han señalado las zonas más representativas según este parámetro. En el mapa inferior se han señalado las zonas que se pueden definir con este parámetro.

De acuerdo con el mapa de zonificación a partir de la sismicidad histórica (figura 4.6), los

terremotos destructivos se dan tanto en las zonas de valores altos del parámetro  $b$  como en las zonas de valores bajos. Esta zonificación es mucho más simple que la obtenida con el parámetro  $a$ , y por tanto, la correlación entre estas zonas y las áreas donde se localizan los terremotos destructivos es mucho menor.

### 5.6.3. Distribución espacial de $m_{max}$ en la Béticas

En la figura 5.3 se representan la variación espacial del parámetro  $m_{max}$  para el catálogo con el que se está trabajando.

Este mapa presenta una clara heterogeneidad, pero se pueden encontrar similitudes con los mapas del parámetro  $a$  y  $b$ . Así, se pueden definir algunas de las zonas obtenidas con estos parámetros, Montilla, Granada, Adra-Almería y Murcia-Alicante. Además, aparecen otras como la de Sevilla y la de Lucena-Alcaudete. La zona de Valencia quedaría englobada dentro de la extensión NE-SO de la zona de Murcia-Alicante. También se intuye una nueva zona en la costa de la ciudad de Málaga. Cabe destacar que en este mapa, el máximo de Granada que aparecía en los mapas de los parámetros  $a$  (figura 5.1) y  $b$  (figura 5.2), se ha difuminado extendiéndose hacia la costa. Se puede observar que las magnitudes máximas se dan fundamentalmente en las zonas internas. Por último hay que señalar, que en el sur de la provincia de Ciudad Real, también se observa un máximo.

Atendiendo a la división de las Béticas en tres partes, la zona occidental es la que ha registrado los terremotos de menor magnitud y que en la central y oriental los terremotos han sido de mayor magnitud.

Atendiendo al mapa de sismicidad histórica (figura 4.6), los terremotos de magnitud máxima,  $m = 5, 7$  (macrosísmica), se localizan en las zonas de Granada, Murcia-Alicante y sur Valencia, que además de por estos terremotos están caracterizados por otros de menor magnitud.

---

## Bibliografía

- [1] Gutenberg, B. and Richter, C.F. (1944). Frequency of earthquakes in California. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **34**, 185–188.
  - [2] Aki, K. (1981). A probabilistic synthesis of precursory phenomena. En *Earthquake Prediction: An International Review*. Maurice Ewing Series 4, D. W. Simpson and P.G. Richards (Eds.), American Geophysical Union, Washington, D.C., 566–574.
  - [3] King, G. (1983). The accommodation of large strains in the upper lithosphere of the earth and other solids by self-similar fault system: The geometrical origin of the  $b$ -value. *Pure Appl. Geophys.*, **121**, 761–815.
  - [4] Legrand, D. (2002). Fractal dimension of small, intermediate and large earthquakes. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **92**, 3318–3320.
  - [5] Kanamori, H. and Anderson, L. (1975). Theoretical basis of some empirical relations in seismology. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **65**, 1073–1095.
  - [6] Walsh, J.J. and Waterson, J. (1992). Population of faults and fault displacements and their effects on estimates  $f$  fault related regional extension. *J. Struc. Geology*, **14**, 701–712.
  - [7] Burridge, R. and Knopoff, L. (1967). Model and theoretical seismicity. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **57**, 341–371.
  - [8] Bak, P. and Tang, C. (1989). Earthquakes as a self-organized critical phenomenon. *J. Geophys. Res.*, **94**, 15635–15637.
  - [9] Sornette, A. and Sornette, D. (1989). Self-organized criticality and earthquakes. *Europhy. Lett.*, **9**, 197–202.
  - [10] Turcotte, D.L. (1994). Crustal deformation and fractals: a review. En *Fractals and Dynamic Systems in the Geoscience*, Ed. J.H. Kruhl, Springer-Verlag, Berlín.
  - [11] Sornette, A., Davy, P. and Sornette, D. (1991). Dispersion of  $b$ -value in Gutenberg-Richter law as a consequence or a proposed fractal nature of continental faulting. *GRL*, **18**, 897–900.
  - [12] Lomnitz-Alder J. (1992). Interplay of fault dynamics and fractal dimension in determining Gutenberg-Richter's  $b$ -value. *Geoph. J. Int.*, **108**, 941–944.
  - [13] Hirata, T. (1989). A correlation between the  $b$  value and the fractal dimension of earthquakes. *Journal of Geophysical research*, **94**, 7507–7514.
  - [14] Henderson, J.R., Main, I.G., Meredith, P.G. and Sammonds, P.R. (1992). The evolution of seismicity at Parkfield, California: Observation, experiment and a fracture mechanical interpretation. *J. Struct. Geol.*, **14**, 905–914.
  - [15] Öncel, A.O., Main, I., Alptekin, Ö. and Cowie, P. (1996a). Temporal Variations in the fractal properties of seismicity in the north Anatolian fault zone between 31° E and 41° E. *Pageoph*, **147**, 147–159.
  - [16] Öncel, A.O., Main, I., Alptekin, Ö. and Cowie, P. (1996b). Spatial variations of the fractal properties of seismicity in the Anatolian fault zones. *Tectonophysics*, **257**, 189–202.
-

- 
- [17] Wang, J.H. and Lee C.W. (1996). Multifractal measures of earthquakes in west Taiwan. *Pageoph*, **146**, 131–145.
- [18] Henderson, J.R., Main, I.G., Takaya, M. and Pearce, P.R. (1994). Seismicity in north-eastern Brazil. Fractal clustering and the evolution of the  $b$  value. *J. Geophys. Int.*, **116**, 217–226.
- [19] Guo, Z. and Ogata, Y. (1997). Statistical relations between the parameters of aftershock in time, space and magnitude. *J. Geophys. Res.*, **102**, 2857–2873.
- [20] Xu, Y. and Burton, P.W. (1999). Spatial fractal evolutions and hierarchies for microearthquakes in central Greece. *Pure Appl. Geophys.*, **154**, 73–99.
- [21] Guttorp, P., (1987). On least-squares estimation of  $b$  values. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **77**, 2115–2124.
- [22] Weichert, D.H. (1980). Estimation of the earthquakes parameters for unequal observation period for different magnitudes. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **70**, 1337–1346.
- [23] Utsu, T. (1965). A method for determining the value  $b$  in a formula  $\log N = a - bM$  showing the magnitude-frequency relation for earthquakes. *Geophys. Bull. Hokkaido Univ.*, **13**, 99–103 (en japonés).
- [24] Aki, K. (1965). Maximum likelihood estimate of  $b$  in the formula  $\log N = a - bM$  and its confidence limits. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, **43**, 237–239.
- [25] Utsu, T. (1966). A statistical significant test of the difference in  $b$ -value between two earthquake groups. *J. Phys. Earth*, **14**, 37–40.
- [26] Utsu, T. (1967). Some problems of the frequency distribution of earthquakes in respect to magnitude. *Geophys. Bull. Hokkaido Univ.*, **17**, 85–112 (en japonés).
- [27] Peláez, J.A. (2000). Agregación y desagregación de aceleraciones esperadas en la Península Ibérica utilizando sismicidad de fondo. Tesis doctoral, Universidad de Granada, 183 pp.
- [28] López Casado, C., Sanz de Galdeano, C., Delgado, J., Peinado, M.A. (1995). The  $b$  parameter in the Betic Cordillera, Rif and nearby sectors. Relations with the tectonics of the region. *Tectonophysics*, **248**, 277–292.
- [29] Molina, S. (1998). Sismotectónica y peligrosidad sísmica del área de contacto entre Iberia y África. Tesis doctoral, Universidad de Granada, 288 pp.
- [30] Peláez, J.A. and López Casado, C. (2000). Seismic Hazard Estimate at the Iberian Peninsula. *Pure Appl. Geophys.*, **159**, 2699–2713.
-

## Capítulo 6

# Terremotos y multifractalidad: Espectro multifractal

### 6.1. Introducción

Como ya se ha comentado, cuando el conjunto fractal que se considera es heterogéneo, es decir, no es uniforme ni simétrico, es necesario más de un exponente de escala para describir las propiedades de escalado del mismo. En este caso, el conjunto es llamado multifractal.

Muchos fenómenos de la naturaleza son multifractales y para caracterizarlos correctamente se trabaja con un conjunto de dimensiones, no enteras, llamadas espectro fractal. La sismicidad y las fallas responden a este comportamiento. En la bibliografía se ha analizado este comportamiento multifractal en diferentes regiones del mundo (California, Japón, Turquía, Grecia, Italia, etc) [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10].

En este capítulo se va a realizar un estudio multifractal de la sismicidad de la Cordillera Bética. Para ello se considerará, por un lado, la posición de los terremotos y por otro, se tendrá la energía liberada por los mismos. Con estos dos análisis se buscará una nueva caracterización de los terremotos de las Béticas, a partir de parámetros geométricos obtenidos con el cálculo de los espectros multifractales de posiciones y energías.

Antes de presentar el estudio de la sismicidad, se realizarán algunas simulaciones teóricas que permitan un mejor análisis de los resultados obtenidos en el estudio espacial de la multifractal en la Cordillera Bética.

### 6.2. Test de cálculo

#### 6.2.1. Utilización de atractores para elegir la malla de cálculo

##### Atractores

Es mucha y muy variada la bibliografía en la que se tratan los atractores, un ejemplo serían los trabajos de Henon [11], Ruelle [12], Mandelbrot [13] y Milnor [14]. También son diferentes las descripciones que se encuentran sobre los atractores en la bibliografía actual. Así, se puede definir un atractor como una singularidad en el *espacio de acción* donde ocurre un fenómeno. Hacia él convergen las trayectorias de una dinámica dada, encontrando en éste una condición local de mínima energía. La existencia de un atractor se puede detectar observando la disipación de algún tipo de energía. Como ejemplo, el atractor (puntual) de un péndulo oscilando libremente

es su punto más bajo. Además de atractores puntuales, hay cíclicos (o ciclos límites) y caóticos o atractores extraños (el conjunto límite de una trayectoria caótica). El concepto opuesto es el de repulsor, un caso bastante gráfico sería la inestabilidad de una esfera ubicada en el pico de una montaña [13].

Como objeto geométrico, un atractor es un fractal, es decir, presenta una forma especial de llenar el espacio [13, 15]. Como objeto dinámico, un atractor es caótico [13, 15]. Como ambas definiciones también son aplicables a la sismicidad, para los test de fiabilidad de los cálculos se va a utilizar un atractor, del cual se conoce su espectro fractal real, como el representante de la sismicidad de una región.

## Cálculos

El programa de ordenador utilizado para el cálculo del espectro multifractal [16] ha sido realizado por el Dr. Francisco Martínez López, codirector de esta Tesis. Dicho programa inicialmente divide la región de estudio en celdas, comprobando cuales están llenas y cuáles no. Un problema que se presenta en el cálculo es que cuando el tamaño de las celdas es demasiado grande, el programa de cálculo utiliza pocos datos para obtener el espectro, y entonces los resultados son poco significativos, estadísticamente hablando.

Para buscar la relación entre el tamaño de la malla utilizada y el número de puntos con el que se trabaja en el cálculo de las características multifractales, se va a aplicar el anterior programa al atractor de Henon [11]. La figura 6.1 muestra algunos de los conjuntos de puntos considerados en este test de cálculo del espectro multifractal. El primero corresponde a un conjunto de 700 puntos (similar en número al catálogo de terremotos) y el segundo a un conjunto 100 puntos del atractor de Henon. También se va a trabajar con un atractor definido con 5000 puntos y otro con 10000.

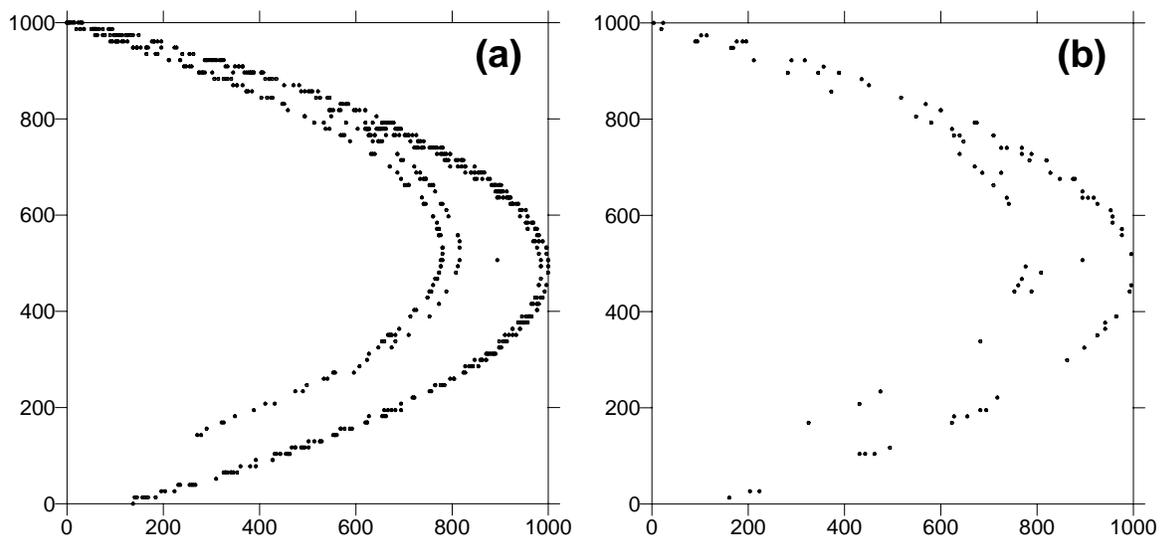


Figura 6.1: Atractor de Henon compuesto por (a) 700 puntos y por (b) 100 puntos.

Las coordenadas de los puntos del atractor son calculadas con las ecuaciones

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + y_n - 1,4x_n^2 \\ 0,3x_n \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

y son transformadas de manera que quedan confinadas en una supuesta *región* de  $1000 \times 1000$  unidades espaciales. Ha de hacerse notar que las dimensiones de esta *región* no son importantes para los cálculos, ya que se mantiene una independencia de escala.

En la figura 6.2 se representan los espectros multifractales para los cuatro atractores de Henon calculados, representados con 10000, 5000, 700 y 100 puntos. Las dimensiones generalizadas correspondientes a  $q \geq 0$  presentan valores similares en las cuatro curvas. No ocurre lo mismo para las dimensiones generalizadas con  $q < 0$ , que presentan variaciones importantes. Esto justifica que se consideren las dimensiones generalizadas, con  $q$  positivas, para caracterizar la geometría del conjunto estudiado. Se puede comprobar cómo estos resultados son independientes del tamaño de las cajas utilizadas en la malla, sobre todo cuanto mayor es el número de datos de los que se dispone.

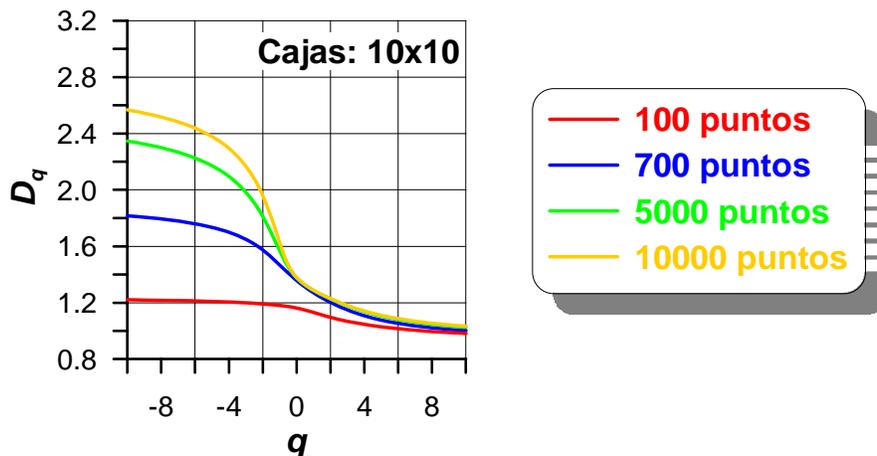


Figura 6.2: Espectros fractales para conjuntos de Henon definidos con 100, 700, 5000 y 10000 puntos.

En las gráficas de la figura 6.3 se representan los espectros fractales para el conjunto constituido por 100 puntos, considerando diferentes tamaños para las cajas de la malla utilizada. Se puede observar como la curva fractal no cumple  $\dots D_{q_1} > D_{q_2} > D_{q_3} \dots$ , para  $\dots q_1 < q_2 < q_3 \dots$ , cuando las cajas consideradas son pequeñas (figura 6.3-línea negra). Para las cajas de tamaño  $5 \times 5$  el valor es constante, es decir, existe en este caso un carácter monofractal. Por lo tanto, interesa tomar cajas mayores, para asegurar la aparición del comportamiento multifractal del conjunto (figura 6.3-líneas azul y roja).

Sin embargo, si las cajas de la malla son muy grandes (en este caso superiores a  $15, 5 \times 15, 5$ ), el espectro fractal se calcula con pocos datos y la curva sufre un desplazamiento hacia valores mayores de las dimensiones generalizadas (figura 6.4-línea roja). Por lo que los espectros fractales no deberían compararse, ya que el espectro multifractal del atractor es calculado con pocos datos

y los resultados aparecen sobreestimados. Por tanto, en este caso que se presenta aquí, el límite de las cajas con las que habría que trabajar es de  $15,5 \times 15,5$ . Estos límites, inferior y superior, para las cajas de la malla, afectan en menor grado al conjunto constituido por mayor número de puntos.

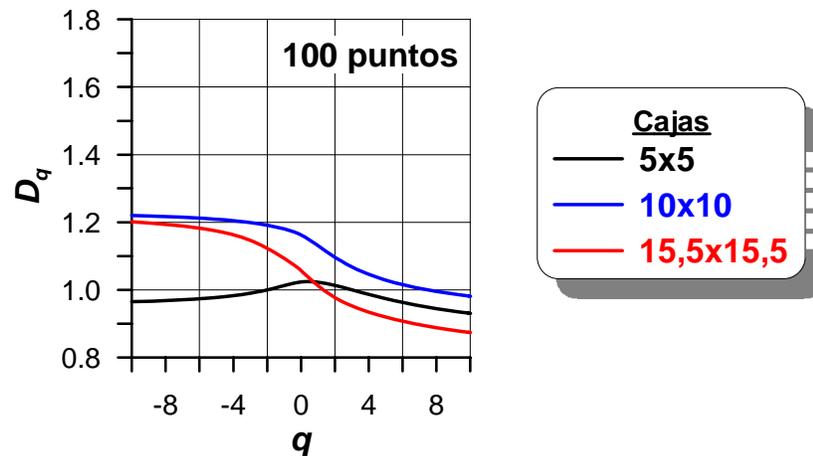


Figura 6.3: Espectros fractales calculados con mallas definidas con cajas de diferente tamaño para el conjunto de Henon de 100 puntos.

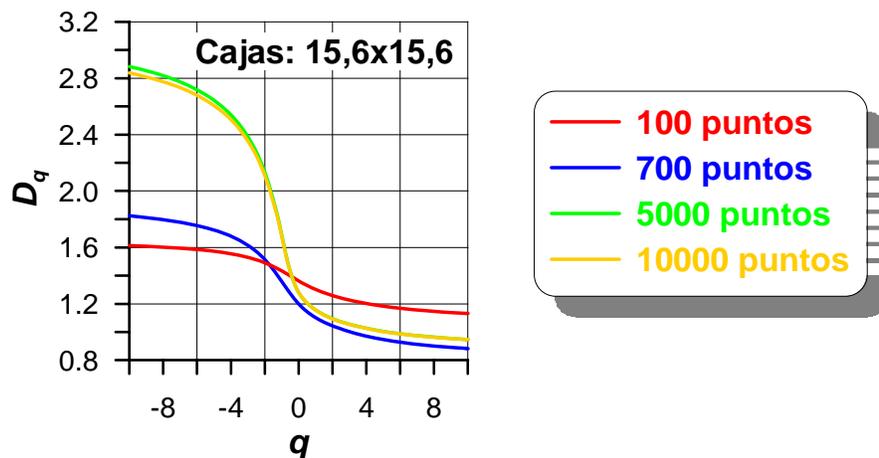


Figura 6.4: Espectros fractales para conjuntos de Henon definidos con 100, 700, 5000 y 10000 puntos y cajas de  $15,6 \times 15,6$ .

En la tabla 6.1 se presentan los valores de  $D_0$ , obtenidos en los diversos espectros fractales. Cuando se toma una malla con cajas más grandes, los resultados son, en general, más parecidos

al valor teórico obtenido con la dimensión de Hausdorff  $D_{0T} = 1,261 \pm 0,003$  [17].

Tabla 6.1: Dimensiones  $D_0$ , obtenidas a partir del espectro multifractal, de los conjuntos de Henon definidos con 100, 700, 5000 y 10000 puntos. Se han utilizado diferentes tamaños de cajas en la malla con la que trabaja el programa de cálculo del espectro multifractal.

Atractor Henon	Cajas $10 \times 10$	Cajas $15,5 \times 15,5$
$D_0 - 10000$ puntos	$1,38 \pm 0,08$	$1,28 \pm 0,07$
$D_0 - 5000$ puntos	$1,38 \pm 0,08$	$1,28 \pm 0,07$
$D_0 - 700$ puntos	$1,36 \pm 0,08$	$1,20 \pm 0,07$
$D_0 - 100$ puntos	$1,16 \pm 0,13$	$1,36 \pm 0,11$

En conclusión, es interesante tomar cajas grandes en la malla utilizada por el programa que calcula el espectro multifractal, de manera que aparezca el carácter multifractal del conjunto (si es que existe). Además, con estas mallas, como se ha observado con el atractor de Henon, se obtienen resultados más exactos. Esto debe tenerse en cuenta sobre todo cuando se trabaja con conjuntos que tienen pocos datos.

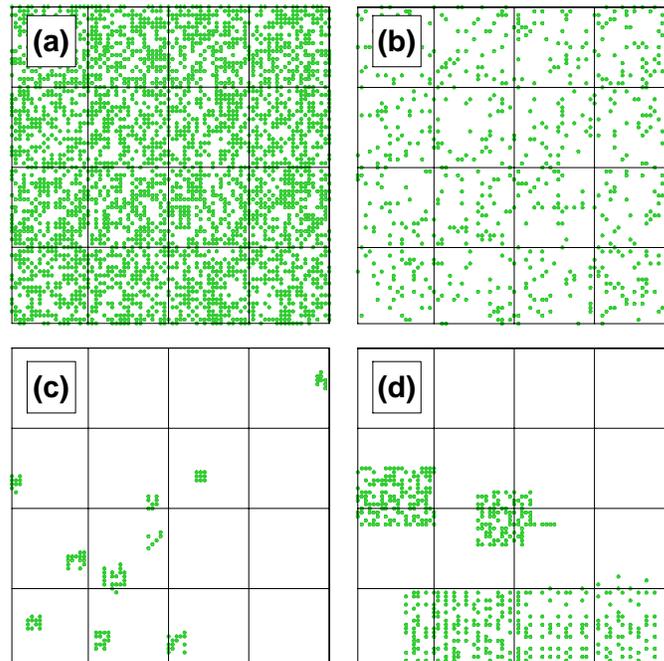


Figura 6.5: Distribuciones espaciales de puntos: (a) al azar; (b) al azar, con un 3% de los datos del caso (a); (c) varios agrupamientos pequeños; (d) varios agrupamientos extendidos.

### 6.2.2. Significado de la dimensiones fractales y el salto del espectro para posiciones y energía

Como se comentó en el capítulo 2 de esta memoria, la dimensión  $D_0$  informa cómo llenan el espacio los puntos de un conjunto, la dimensión  $D_1$  es una medida del orden-desorden de estos puntos y la dimensión  $D_2$  indica cómo es el agrupamiento-dispersión de los mismos. Por su parte, el salto del espectro multifractal permite diferenciar entre conjuntos homogéneos y heterogéneos de datos. A continuación se va calcular el espectro multifractal, primero, para conjuntos de puntos con diferente distribución espacial, y segundo, para conjuntos de puntos con diferente distribución espacial y energética. Con ello se pretende comprobar la habilidad del programa para determinar las propiedades de las dimensiones fractales antes mencionadas.

#### Posiciones

En la figura 6.5 se representan cuatro distribuciones de puntos. En el caso (a) hay una distribución al azar de puntos, de manera que se han llenado aproximadamente la mitad de las celdas. En el caso (b) también se tiene una distribución de puntos al azar, pero sólo se ha considerado un 3% de los datos del caso anterior. En los casos (c) y (d) se han reproducido dos tipos de agrupamientos claramente diferenciados, el primero está formado por agrupamientos pequeños y el segundo por agrupamientos más extendidos.

A todos estos conjuntos de puntos se les ha calculado el espectro multifractal. En la tabla 6.2 se presentan los resultados obtenidos para las dimensiones fractales  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$  y para el salto del espectro fractal y en la figura 6.6 se representan los espectros multifractales de los cuatro casos.

Tabla 6.2: Dimensiones fractales  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$  y escalón del espectro multifractal de las distribuciones espaciales de puntos representadas en la figura 6.6.

Casos	$D_0$	$D_1$	$D_2$	$D_{-\infty} - D_{\infty}$
(a)	1,67	1,67	1,67	0,32
(b)	1,42	1,40	1,38	0,33
(c)	0,97	0,96	0,96	0,40
(d)	1,36	1,31	1,27	0,67

Cuando el espacio está más lleno por los puntos (figura 6.6(a)) los resultados son más próximos a 2 como cabía esperar, incluso las dimensiones generalizadas para  $q < 0$  se aproximan a este valor como indican algunos autores [1, 18]. Además, en este caso se llena el espacio de una forma más homogénea, lo cual queda reflejado en el hecho de que el escalón del espectro multifractal es de menor tamaño. A partir de los resultados obtenidos en los casos (b), (c) y (d) se puede concluir:

1. Una dispersión mayor de los puntos (terremotos) supone,
  - a) un mayor recubrimiento del espacio,
  - b) un mayor desorden en la distribución espacial de los datos

- c) un menor grado de agrupamiento, es decir, se pueden definir menos agrupamientos en el espacio donde se encuentran los puntos.
- 2. Valores bajos de la dimensión  $D_1$  suponen un alto grado de orden en los datos.
- 3. Valores bajos de la dimensión  $D_2$  implican un alto grado de agrupamiento.

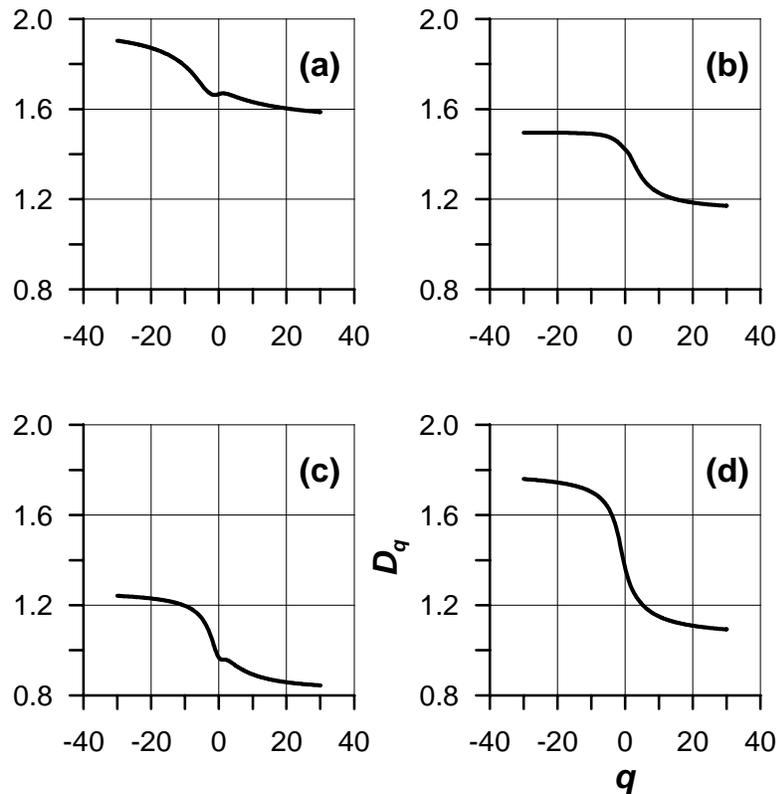


Figura 6.6: Espectros multifractales de las distribuciones espaciales de puntos representadas en la figura 6.5.

El escalón del espectro multifractal muestra que las distribuciones espaciales más heterogéneas son aquellas donde aparecen agrupamientos de los datos, casos (c) y (d) (tabla 6.2). Por lo tanto, los sistemas más homogéneos son los que están más desordenados y viceversa. Esta heterogeneidad tendrá en cuenta tanto las propiedades regionales como locales [10], así, una distribución de puntos al azar presentará menos variación entre las propiedades regionales y locales, que una distribución con agrupamientos.

### Energía

El test anterior se ha realizado con una distribución espacial de puntos, ahora además se va a considerar la magnitud que tiene ese punto para calcular la energía liberada en cada caso.

La relación entre la magnitud y la energía que se ha utilizado es:  $\log E = 5,8 + 2,4 \cdot m_b$  [19]. Como se ha comentado en el capítulo 4, la magnitud de la que se dispone en el catálogo es la  $m_{bLg}$ , pero debido a que no se ha encontrado en la bibliografía una expresión general con la que calcular la energía a partir de esta magnitud, se ha optado por tomar la expresión anterior. Esto no influye en la interpretación de los resultados ya que se está cometiendo el mismo *error* para todas las medidas, y además lo que interesa es estimar la diferencia de medida entre unos puntos y otros (que es lo que da el carácter multifractal) y no el valor absoluto de la medida en los puntos [20].

En este apartado se van a considerar tres conjuntos diferentes de puntos, es decir, tres conjuntos donde va a cambiar la posición y la magnitud de los mismos. Para ello se han tomado tres cajas, de 100 km de lado, centradas en Ubrique, la cuenca de Granada y Málaga (ciudad). En la tabla 6.3 se puede ver la distribución de la sismicidad de estas cajas por clases de magnitud.

Tabla 6.3: Clasificación por clases de magnitud de 0,3, de los terremotos que se encuentran en las cajas, de  $100 \times 100 \text{ km}$ , centradas en las regiones de Ubrique, Málaga y cuenca de Granada.

	[3, 5, 3, 7)	[3, 8, 4, 0)	[4, 1, 4, 3)	[4, 4, 4, 6)	[4, 7, 4, 9)	[5, 0, 5, 2)
Ubrique	34	14	10	3	1	0
Málaga	31	11	2	1	0	1
Granada	103	47	20	3	1	4

De estas cajas es en la de Granada en la que se produce mayor llenado del espacio, que tiene un valor de  $D_0$  mayor (tabla 6.4). Este resultado es independiente del tipo de medida considerada (posiciones o energía), ya que solo depende de la posición que ocupan los puntos (terremotos) en el espacio.

Por otro lado, la dimensión  $D_1$  es mayor en la caja de Ubrique y menor en la de Málaga, e igual ocurre con la dimensión  $D_2$  (tabla 6.4). Estos resultados indican que la energía presenta más desorden y dispersión en su liberación en la caja de Ubrique con respecto a las cajas de Granada y Málaga. Esta interpretación puede quedar más clara con la figura 6.7. En los mapas de la derecha de esta figura aparece cómo es la liberación energética en las cajas consideradas, y en los mapas de la izquierda aparece esto mismo, pero con la misma escala en todos los casos. De aquí se puede ver:

1. La clara relación entre los valores bajos de  $D_1$  y  $D_2$  y las zonas donde la mayor parte de la energía es libera en una región pequeña, como ocurre en Málaga.
2. En las zonas con valores mayores de  $D_1$  y  $D_2$ , la liberación de la energía ocurre de manera similar en varios puntos de la misma, sin existir predominio de un terremoto sobre los demás. Esto ocurre en Ubrique y en menor grado en Granada.

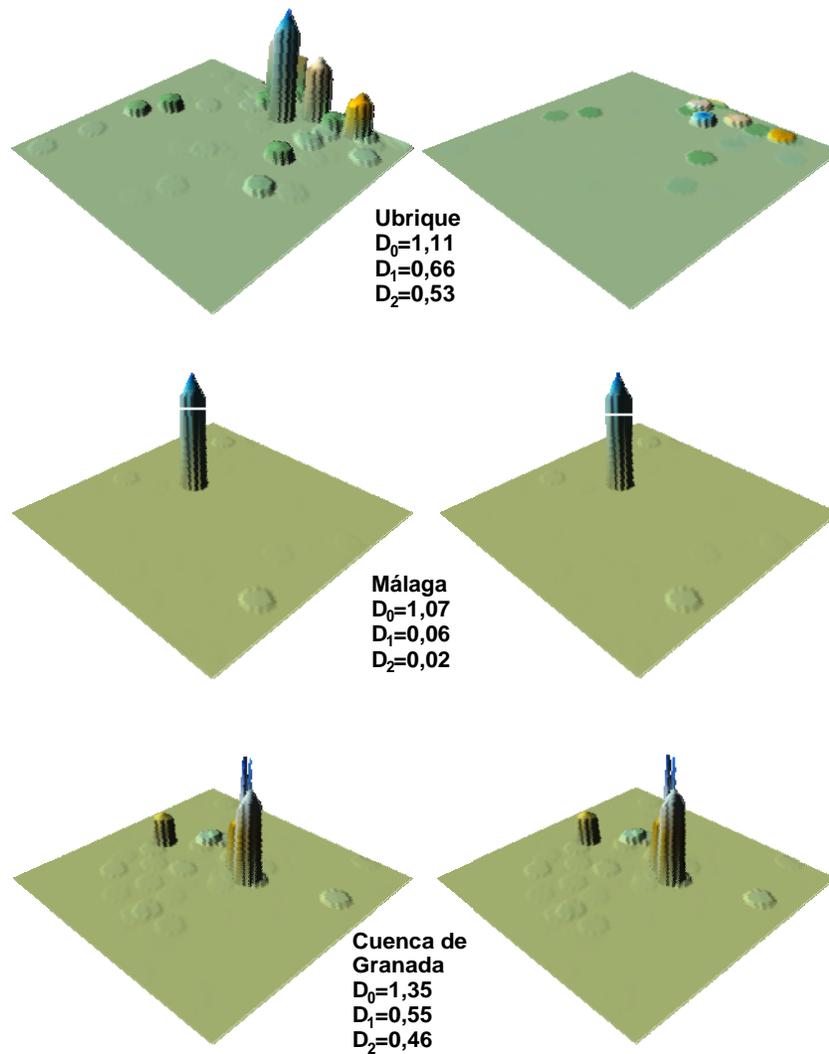


Figura 6.7: Distribución espacial de la energía liberada en tres cajas centradas, respectivamente, en Ubrique, Málaga y cuenca de Granada. Las representaciones de la izquierda tienen, cada una, su propia escala. Las distribuciones de la derecha están dibujadas con la misma escala, normalizada por la de Granada, ya que es la zona donde se ha liberado mayor cantidad de energía. Para cada caja también se puede observar los valores de las dimensiones fractales  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$ .

Tabla 6.4: Valores de las dimensiones fractales y del salto del espectro multifractal para las cajas tomadas en Ubrique, Málaga y cuenca de Granada. Los datos han sido tomados de los espectros multifractales calculados.

Caja	$D_0$	$D_1$	$D_2$	$D_{-\infty} - D_{\infty}$
Ubrique	1,11	0,66	0,53	1,65
Málaga	1,07	0,06	0,02	2,36
Cuenca de Granada	1,35	0,55	0,46	2,28

Por otro lado, de los mapas de la derecha de la figura 6.7 se puede concluir que los resultados anteriores son independientes del tipo de sismicidad, es decir, si es más o menos energética.

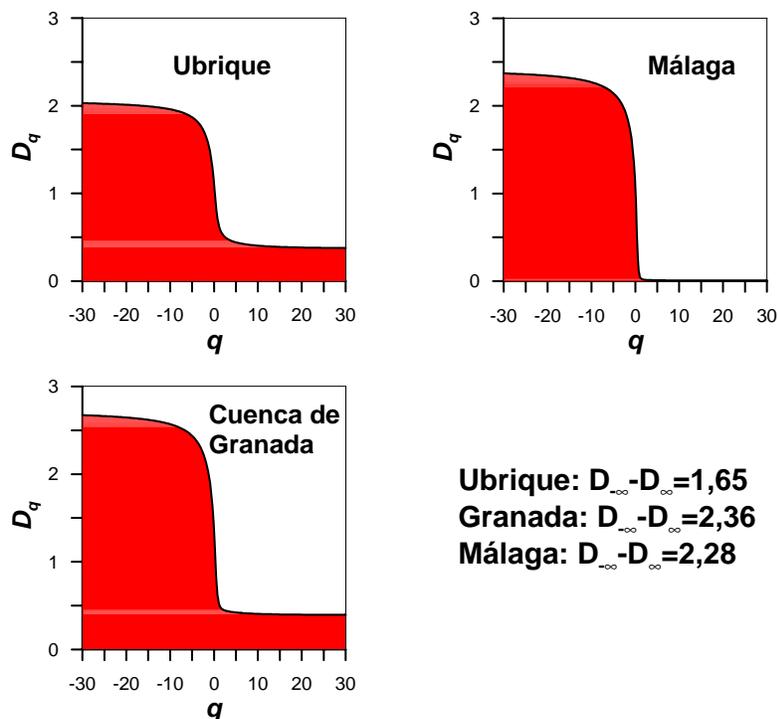


Figura 6.8: Espectros multifractales de las cajas centradas en Ubrique, Málaga y Granada. Las cajas donde se libera más energía tienen un salto mayor en el espectro multifractal. Valores próximos a cero aparecen cuando la mayor parte de la energía liberada está concentrada en un punto.

Esto último sí puede lograrse con el salto del espectro multifractal (tabla 6.4 y figura 6.8). Así, en las zonas más homogéneas, la diferencia entre los puntos donde se libera más energía y entre los puntos donde se libera menos energía es menor, lo cual queda reflejado en un salto

menor del espectro. Por el contrario, en las zonas más heterogéneas, esta diferencia es mayor, y por tanto es mayor el salto del espectro multifractal.

Ya se ha comentado que independientemente del valor de  $q$  (para  $q > 0$ ), valores altos de  $D$  están asociados con una dispersión de la sismicidad, mientras que valores bajos de  $D$  están asociados con agrupamientos de la sismicidad, por tanto, y a la luz de los resultados de este apartado, se puede decir que  $D(E)$  será indicativo de si la energía liberada está localizada, en su mayor parte, en una zona pequeña de la región de estudio, es decir, la energía se concentra en unos pocos puntos (agrupamientos), o si por el contrario es liberada de manera más dispersa espacialmente hablando. Por otra parte, parece que la magnitud del salto del espectro está relacionada con el nivel energético de la zona, es decir, zonas donde ocurren terremotos de mayor magnitud tendrán un salto espectral energético mayor.

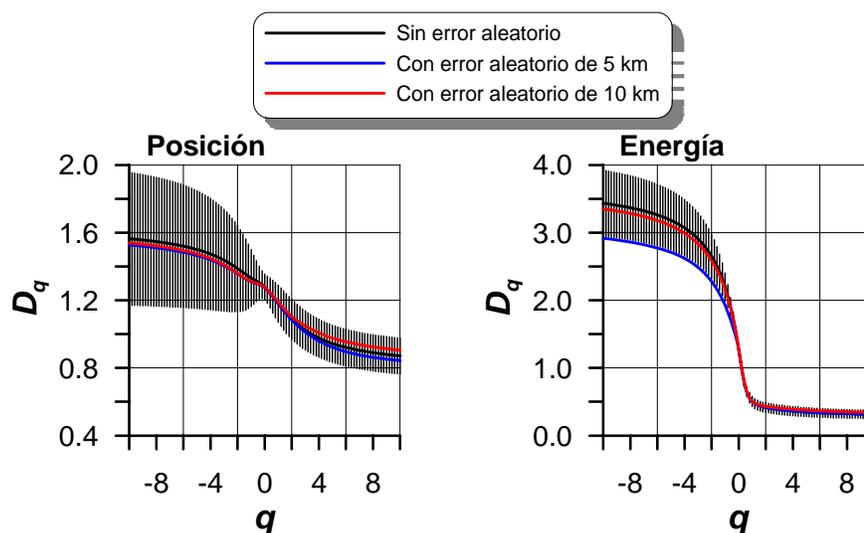


Figura 6.9: Espectros fractales de posición y energía. Curvas negras: Sin considerar errores aleatorios en las coordenadas espaciales de los epicentros. Curva azul: Con un error aleatorio de 5  $km$  en las coordenadas de los epicentros. Curva roja: Con un error aleatorio de 10  $km$  en las coordenadas de los epicentros. Las dimensiones generalizadas de las curvas negras se representan con su error correspondiente.

### 6.2.3. Cálculo del espectro fractal considerando errores en las localizaciones de los terremotos

La localización espacial de los epicentros está sujeta a un error más o menos grande, dependiendo de la época en la que aconteció el terremoto considerado. Es normal que para los terremotos históricos se llegue a tener un error medio de 25  $km$ , sin embargo, este ha ido disminuyendo con el tiempo, hasta alcanzar un valor inferior a 5  $km$  [21].

Por ello se va a realizar un cálculo de los espectros fractales teniendo en cuenta errores de posición. Utilizando los terremotos de una de las cajas de 100  $km \times 100 km$  definidas en el estudio espacial de la Cordillera Bética, se van considerar dos casos para errores "aleatorios"

de las coordenadas  $x$  e  $y$  de los epicentros: En uno, los errores aleatorios serán de  $5\text{ km}$ ; y en otro, serán de  $10\text{ km}$ . En la figura 6.9 se representan los resultados: La gráfica de la izquierda corresponden a tomar como medida la posición y la gráfica de la derecha a la energía. Las dimensiones fractales del espectro calculado con el conjunto de datos inicial (valores de  $x$  e  $y$  originales) se representa con su error en la gráfica (líneas negras). Se puede observar como los nuevos espectros, calculados con errores en la posición (línea azul: error aleatorio de  $5\text{ km}$ ; línea roja: error aleatorio de  $10\text{ km}$ ), están contenidos dentro de la curva inicial (línea negra).

Por tanto, los posibles errores (del orden de los  $5$  a  $10\text{ km}$ , que son los que tienen los datos considerados) en la posición de los terremotos no influyen significativamente en el cálculo del espectro multifractal.

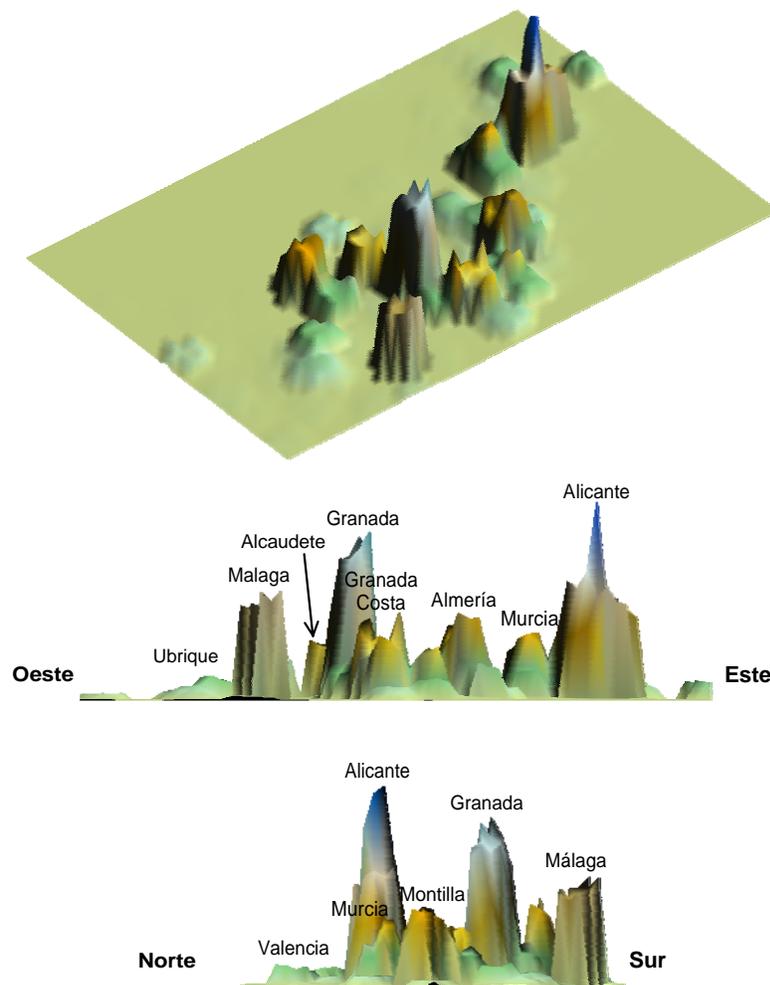


Figura 6.10: Energía liberada en la Cordillera Bética desde 1910 hasta nuestros días, para terremotos superficiales con  $m_{bLg} \geq 3,5$ .

### 6.3. Multifractalidad de la sismicidad en la Cordillera Bética

¿Por qué realizar un estudio multifractal de la sismicidad tomando como medidas la posición y la energía?

Tanto en la figura de la distribución espacial del parámetro  $a$  (figura 5.1), como en la figura de la distribución de la liberación de la energía (figura 6.10) se puede observar cómo cerca de medidas grandes (gran número de terremotos o mucha energía liberada) se encuentran otras pequeñas (bajo número de terremotos o poca energía liberada), lo cual es característico de un comportamiento multifractal. Estos hechos han sido también observados por otros autores [1, 2, 8, 22, 23, 24, 25, 26] que han demostrado que la sismicidad (posición o energía), para diferentes regiones, tiene un comportamiento multifractal. Todo ello justifica la utilización de la teoría multifractal en el estudio de la sismicidad y la necesidad de no limitarse a realizar un estudio monofractal.

Por tanto, en los siguientes apartados, se va a evaluar la multifractalidad de las Béticas, considerando como medidas, las posiciones de los terremotos y la energía liberada. Primero se hará el cálculo para toda la región, y luego, utilizando una retícula de  $100 \text{ km} \times 100 \text{ km}$  con un desplazamiento de  $20 \text{ km}$ , el cálculo de la distribución espacial de las principales dimensiones que definen el espectro multifractal.

#### 6.3.1. Espectro multifractal de las Béticas

En la figura 6.11 se representan los espectros multifractales, para posiciones y energía de los terremotos, considerando de una vez, todo el espacio que ocupan las Béticas.

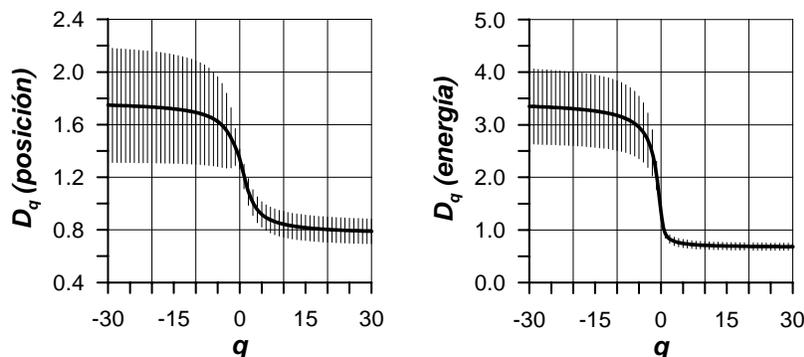


Figura 6.11: Espectros fractales de la Cordillera Bética utilizando la posición y la energía de los terremotos ocurridos en ella. Se representan las dimensiones generalizadas junto con su error.

En ambos casos se muestra un claro comportamiento multifractal, aunque cuando se utiliza la energía liberada por los terremotos, el espectro multifractal presenta un salto mayor. Todas las dimensiones generalizadas  $D(E)$  (para  $q > 0$ ) presentan resultados claramente  $> 0$ , lo que implica, que a lo largo del periodo temporal del estudio, han ocurrido varios terremotos grandes de similar magnitud y además estos no se encuentran agrupados en una pequeña zona de la

región de estudio. Un resultado similar se puede observar en Hirabayashi et al. [1] y en Carpinteri et al. [8] para California, Japón, Grecia e Italia).

Tabla 6.5: Valores de las dimensiones fractales  $D_0$ ,  $D_1$ ,  $D_2$  y del salto del espectro multifractal para posiciones y para energía en la Cordillera Bética. ( $D_0$  es común en los dos casos).

Cordillera Bética-1910- $m_b L_g \geq 3,5$				
	$D_0$	$D_1$	$D_2$	$D_{-\infty} - D_{\infty}$
Posiciones	$1,39 \pm 0,08$	$1,24 \pm 0,10$	$1,12 \pm 0,10$	$1,44 \pm 0,46$
	$D_0$	$D_1(E)$	$D_2(E)$	$D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E)$
Energía	$1,39 \pm 0,08$	$1,02 \pm 0,09$	$0,92 \pm 0,09$	$3,13 \pm 0,70$

Analizando ahora los valores individuales de las dimensiones de capacidad, entropía y correlación, se puede concluir que el desorden y los agrupamientos son mayores cuando se trabaja con las posiciones de los terremotos (tabla 6.5). Sin embargo, cuando se considera la energía, el sistema es más heterogéneo ya que la diferencia entre las dimensiones generalizadas  $D_{-\infty}$  y  $D_{\infty}$  es mayor (tabla 6.5) [1].

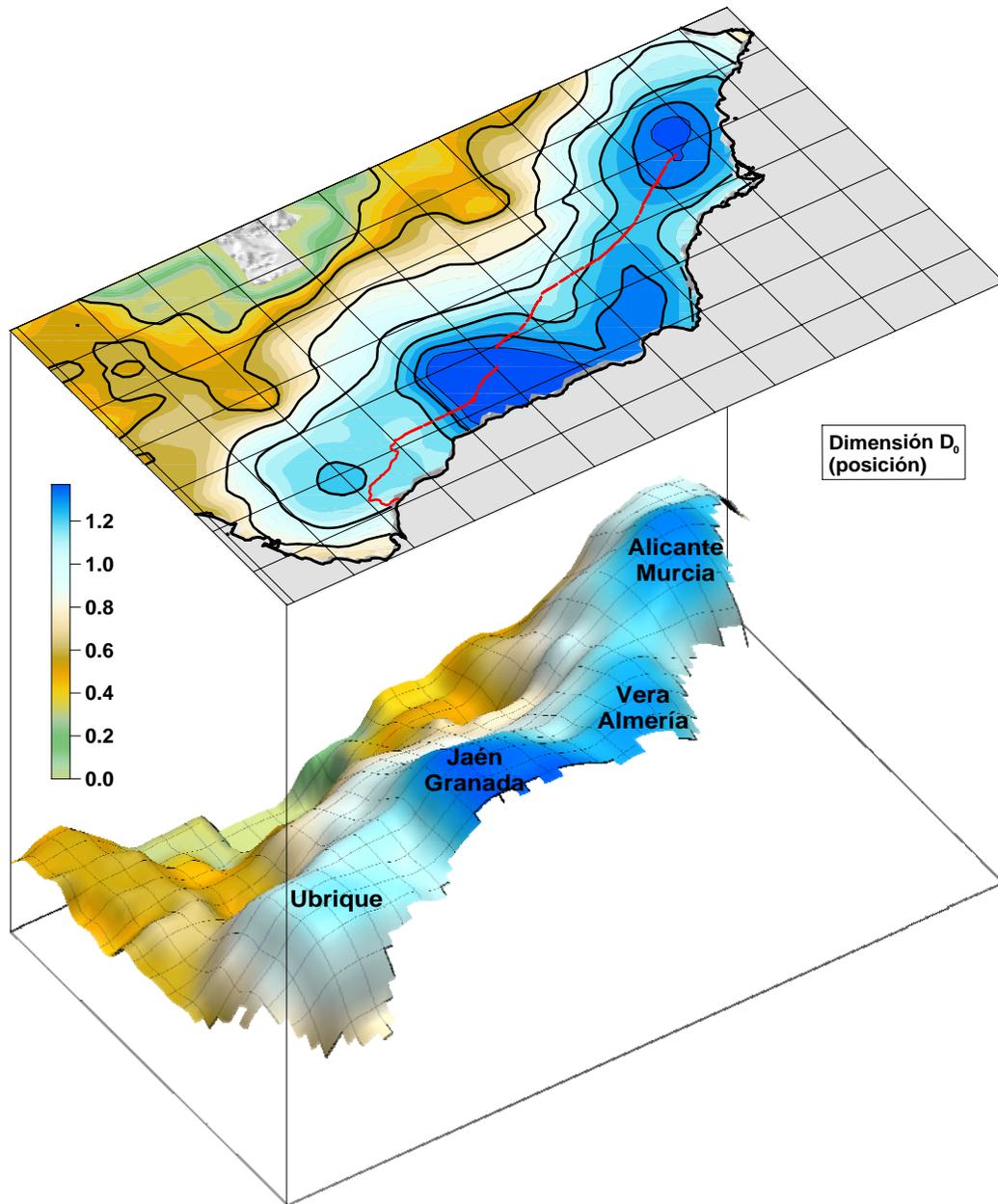


Figura 6.12: Variación espacial de la dimensión fractal  $D_0$  calculada a partir de la posición de los terremotos. Valores altos corresponden a zonas donde los terremotos cubren más el espacio (el plano). La línea roja del mapa superior representa la separación entre Béticas internas y externas. En el mapa inferior se han señalado las zonas que se pueden definir con esta dimensión.

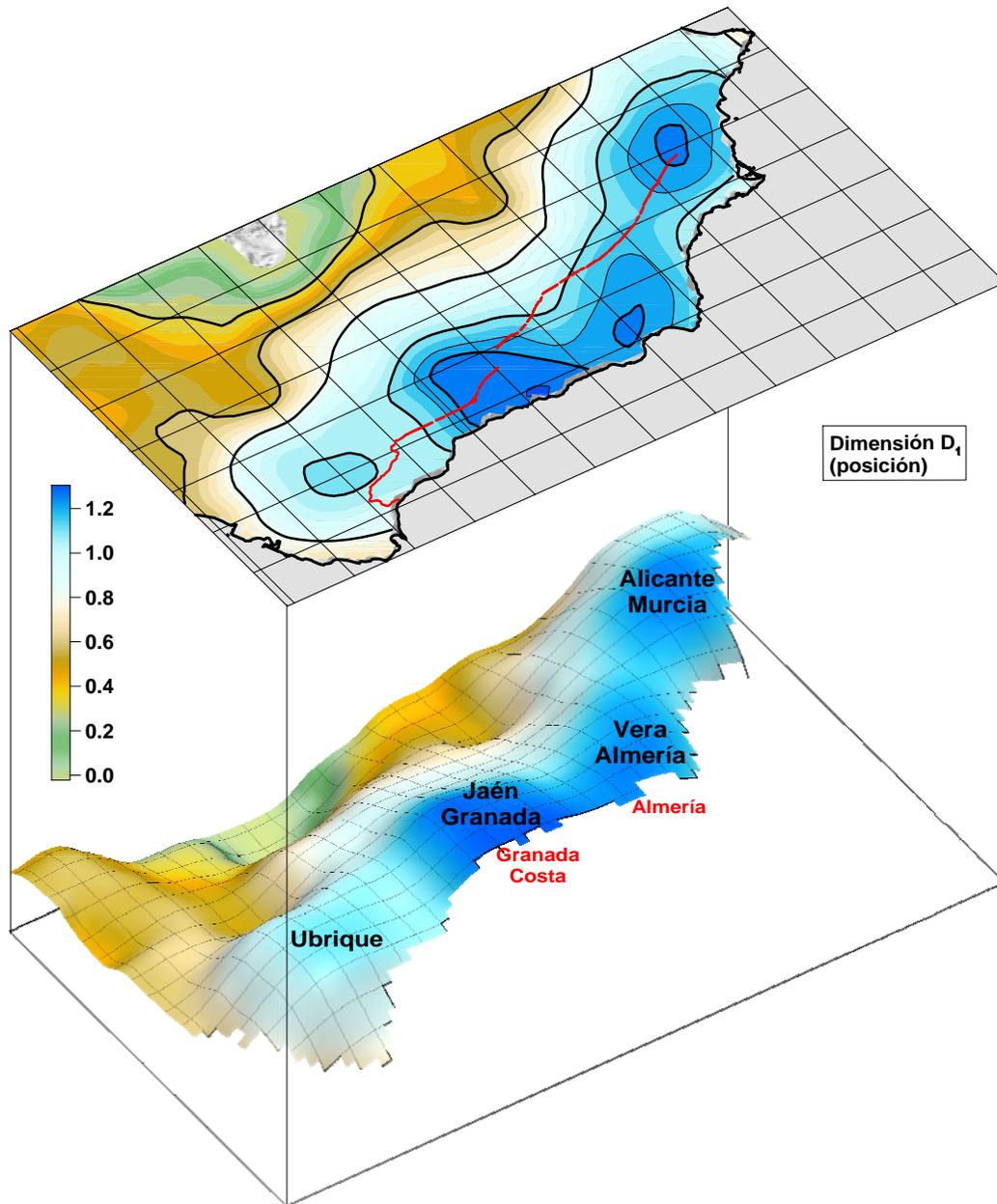


Figura 6.13: Variación espacial de la dimensión fractal  $D_1$  calculada a partir de la posición de los terremotos. Valores altos corresponde a zonas donde los terremotos están más desordenados espacialmente, y valores bajos corresponde a zonas donde la sismicidad está ordenada. La línea roja del mapa superior representa la separación entre Béticas internas y externas. En el mapa inferior se han señalado las zonas que se pueden definir con esta dimensión. De rojo aparecen nuevas subzonas que no se discernen con el mapa de la dimensión fractal  $D_0$ .

### 6.3.2. Variación espacial del espectro multifractal en las Béticas

En las siguientes figuras se muestran los mapas obtenidos para la distribución espacial de las dimensiones  $D_0$ ,  $D_1$ ,  $D_2$  y el salto del espectro multifractal, en el caso de posiciones (figuras 6.12, 6.13, 6.14 y 6.15), y de solo  $D_1(E)$ ,  $D_2(E)$  y del salto del espectro multifractal, en el caso de la energía (figuras 6.16, 6.17 y 6.18).

Considerando solo las Béticas, en la figura 6.12, se deduce que la variación de la dimensión  $D_0$  es, aproximadamente, de 0,9 a 1,4. Considerando valores mayores que 1,1, esta dimensión define dos zonas claramente diferenciadas. La primera abarca el tercio central de las Béticas, e incluye dentro de ella dos subzonas, una que comprende desde el sur de Granada al sur de Jaén de valor máximo y otra que comprende la zona de Adra-Almería-Huércal Overa de valor máximo algo menor. La segunda abarca la región de Murcia-Alicante y también incluye una subzona central de valor máximo. Las dos subzonas, Granada-Jaén y parte central región Murcia-Alicante, tienen el mismo valor. Con menor nitidez se podría definir una tercera zona, Ubrique-Sevilla, con valores de la dimensión de 1,1.

Esta regionalización ubicaría solo algunos de los terremotos históricos (figura 4.6) en las anteriores zonas, es decir, no se encontraría una relación entre estos terremotos y la dimensión  $D_0$ . Por tanto la correlación entre terremotos históricos y zonificación de las Béticas, utilizando la dimensión de capacidad  $D_0$ , se puede considerar, como en el caso del parámetro  $b$ , menor que cuando se utilizó el parámetro  $a$ .

El mapa de la figura 6.13 muestra la variación espacial de la dimensión  $D_1$  en las Béticas. La similitud con el anterior es grande, pero presenta tres claras diferencias: primero, en la subzona de Granada aparece, en la costa, un pequeño máximo (representado en rojo en la figura); segundo, también en esta zona, en la parte oriental, aparece una nueva subzona, equivalente a la que aparece en la zona occidental (igualmente representado en rojo en la figura); y tercero, la zona de Ubrique queda ahora claramente definida.

La aparición de estos máximos dentro de las subzonas puede implicar una mejor correlación con la sismicidad histórica (figura 4.6), ya que en algunos casos se pueden ver una fácil conexión con terremotos históricos destructivos.

El mapa de la figura 6.14 muestra la variación espacial de la dimensión  $D_2$  en las Béticas. La similitud con los anteriores es grande, pero menor de la que presenta el de la dimensión  $D_1$  con la dimensión  $D_0$ . Ahora la zona que se definía en el tercio central de las Béticas, con las anteriores dimensiones, queda dividida en una zona occidental y otra oriental. En la primera se aprecian tres pequeños máximos, dos en la costa y otro al norte de la cuenca de Granada, y un mínimo en la cuenca de Granada. Por su parte, en la zona oriental, se observa un máximo de mayor tamaño que comienza en la costa y lleva dirección NE-SO. Por último, en la zona de Murcia-Alicante se observa un máximo de menor tamaño que en los mapas anteriores y la zona de Ubrique se vuelve más heterogénea, de manera que ahora podría definirse en ella una subzona en Sevilla. Estas nuevas zonas, que no se definían en los mapas anteriores, se han señalado de rojo en el mapa inferior de la figura.

La aparición ahora también de máximos dentro de las subzonas, pero en mayor número, implica aún más claramente la correlación con la sismicidad histórica (figura 4.6). La mayoría de estos máximos se corresponden con terremotos históricos destructivos.

El mapa de la figura 6.15 muestra la distribución espacial del salto del espectro multifractal para posiciones, es decir, el grado de heterogeneidad de la distribución de terremotos en las Béticas. Se definen como zonas más heterogéneas las de Ubrique y Granada y en menor medida la de Murcia-Alicante. Con similares características de heterogeneidad, en el sureste de la zona

de Granada, se intuye una región que abarcaría Adra-Almería. La escasa regionalización que se realiza de este parámetro da lugar a una débil correlación de éste con la sismicidad histórica (figura 4.6). Así, desde el punto de vista de la sismicidad destructiva, regiones con similar heterogeneidad, son totalmente diferentes, y regiones con diferente heterogeneidad son similares con respecto a su sismicidad destructiva.

El mapa de la figura 6.16 muestra la distribución espacial de la dimensión  $D_1$  cuando se toma la energía como medida. En esta distribución es interesante fijarse tanto en los máximos como en los mínimos. Los máximos indican que en dicha zona hay varios terremotos de similar magnitud alta que no se encuentran próximos entre sí. Los mínimos indican que existe una pequeña región donde se ha liberado la mayor parte de la energía de la zona, lo cual puede ser debido a varios terremotos muy concentrados, o a un único terremoto, en este último caso los valores de la dimensión  $D_1$  son muy próximos a cero. Por tanto, valores máximos no corresponden con zonas donde se ha liberado más energía, ni valores mínimos con zonas donde se ha liberado menos energía. Se pueden definir cuatro zonas de máximos: Ubrique, Granada-Almería-Baza, Murcia-Alicante y sur de Valencia. En la zona de Granada-Almería-Baza se distinguen tres máximos, la costa de Granada, Adra y Baza, de valores similares al máximo del sur de Valencia. En la subzona de la costa de Granada, se intuye una zona con valores muy similares a los que se dan en Ubrique, que es la zona con mayor entropía de todas las definidas. Por otro lado, la subzona de Ubrique parece extenderse hacia la zona que podría definirse en Carmona, y a la subzona de Granada le ocurriría lo mismo, pero en este caso la extensión se produciría hacia la zona que definirían Montilla-Lucena-Alcaudete. Con respecto a los valores mínimos, se puede definir una zona en Málaga Costa y otras, no tan evidentes, a lo largo de la costa de Alicante y en la costa sur de Murcia. Por último, es de interés indicar que el desplazamiento relativo que se aprecia en el máximo de la zona de Ubrique, es debido a la influencia de la sismicidad de zonas adyacentes.

Con respecto a la sismicidad histórica (figura 4.6), a excepción de las zonas de Málaga Costa, Montilla y Torrevieja que caen en zonas de valores mínimos, las demás se encuentran en zonas de valores máximos de la dimensión fractal  $D_1$ .

En el mapa de la figura 6.17 se presenta la variación espacial de la dimensión  $D_2$  cuando se toma como medida la energía. Al igual que antes, es necesario tener en cuenta los máximos y los mínimos que define esta dimensión fractal. Las características espaciales y energéticas que debe cumplir una distribución de terremotos en una región, para obtener valores máximos o mínimos, coinciden con las expuestas para la dimensión  $D_1$ . Con la dimensión  $D_2$  se pueden definir las mismas zonas y subzonas que con la dimensión  $D_1$ , siendo en general todas ellas, de menor tamaño.

Una interpretación similar a la anterior se puede hacer si se compara este mapa con el de la sismicidad histórica (figura 4.6).

Observando ahora la variación espacial de la diferencia  $D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E)$ , obtenida utilizando como medida la energía (figura 6.18), se considera que la heterogeneidad en la distribución de la energía es similar desde la provincia de Málaga hasta la provincia de Alicante, pasando por Granada, Almería y Murcia. Debe notarse, que en esta zona se encuentran la gran mayoría de los terremotos más energéticos ocurridos en las Béticas. Existen dos subzonas donde la heterogeneidad es mayor, una que uniría la parte oriental de la cuenca de Granada, Granada Costa y Adra-Almería, y otra, de menor tamaño, centrada en la zona de Murcia-Alicante. Cabe destacar también cómo las zonas occidentales, Málaga-Granada-Almería, están unidas por un "estrecho canal" con las zonas nororientales de Murcia-Alicante y Valencia.

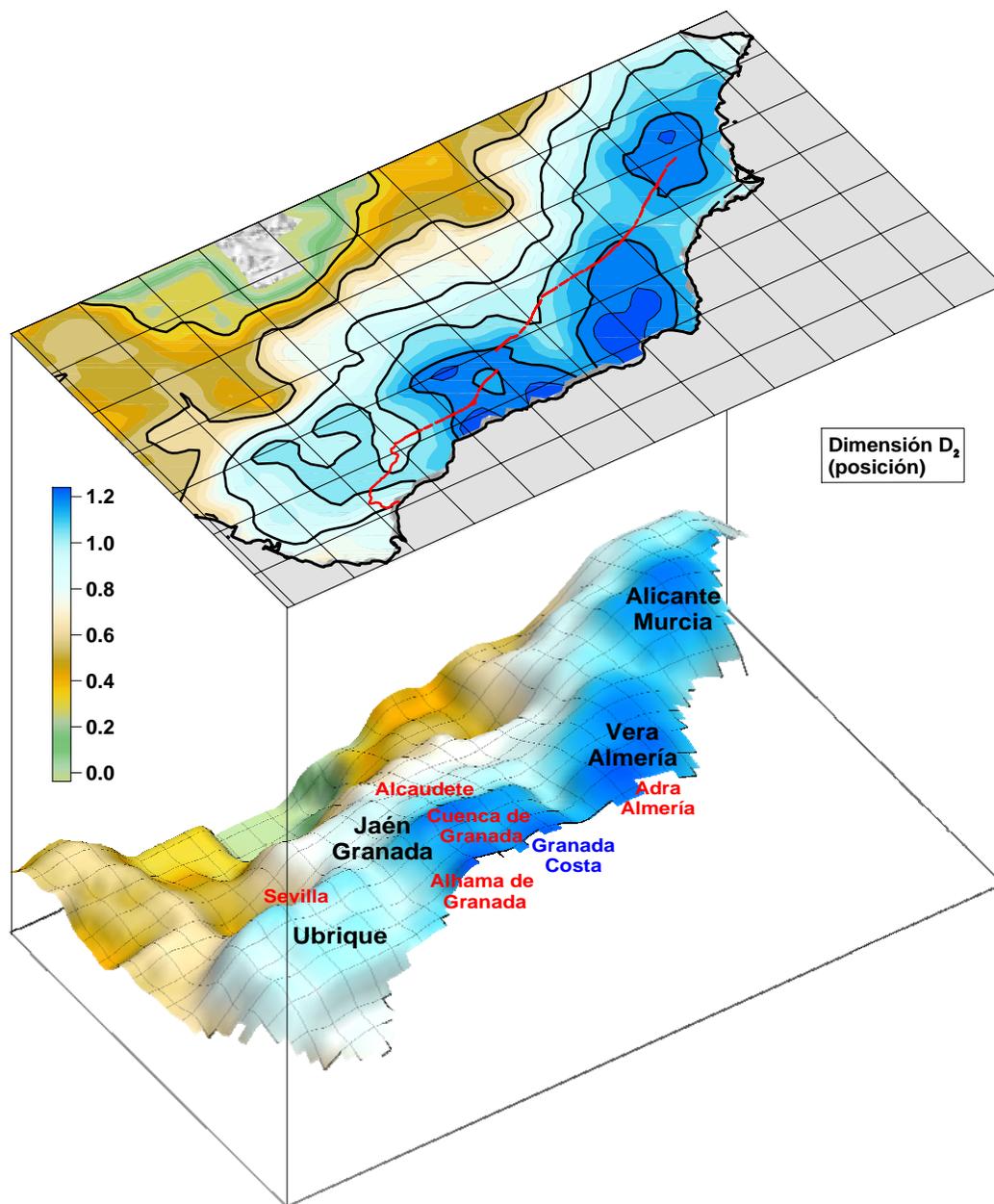


Figura 6.14: Variación espacial de la dimensión fractal  $D_2$  calculada a partir de la posición de los terremotos. Valores altos corresponden a zonas donde existe dispersión de la sismicidad (hay agrupamientos separados entre sí), y valores bajos corresponden a zonas donde hay concentración de los terremotos. La línea roja del mapa superior representa la separación entre Béticas internas y externas. En el mapa inferior se han señalado las zonas que se pueden definir con esta dimensión. De rojo aparecen nuevas subzonas que no se discernen con en el mapa del la dimensión fractal  $D_1$ . De azul aparecen las subzonas que comparten las dimensiones  $D_1$  y  $D_2$ .

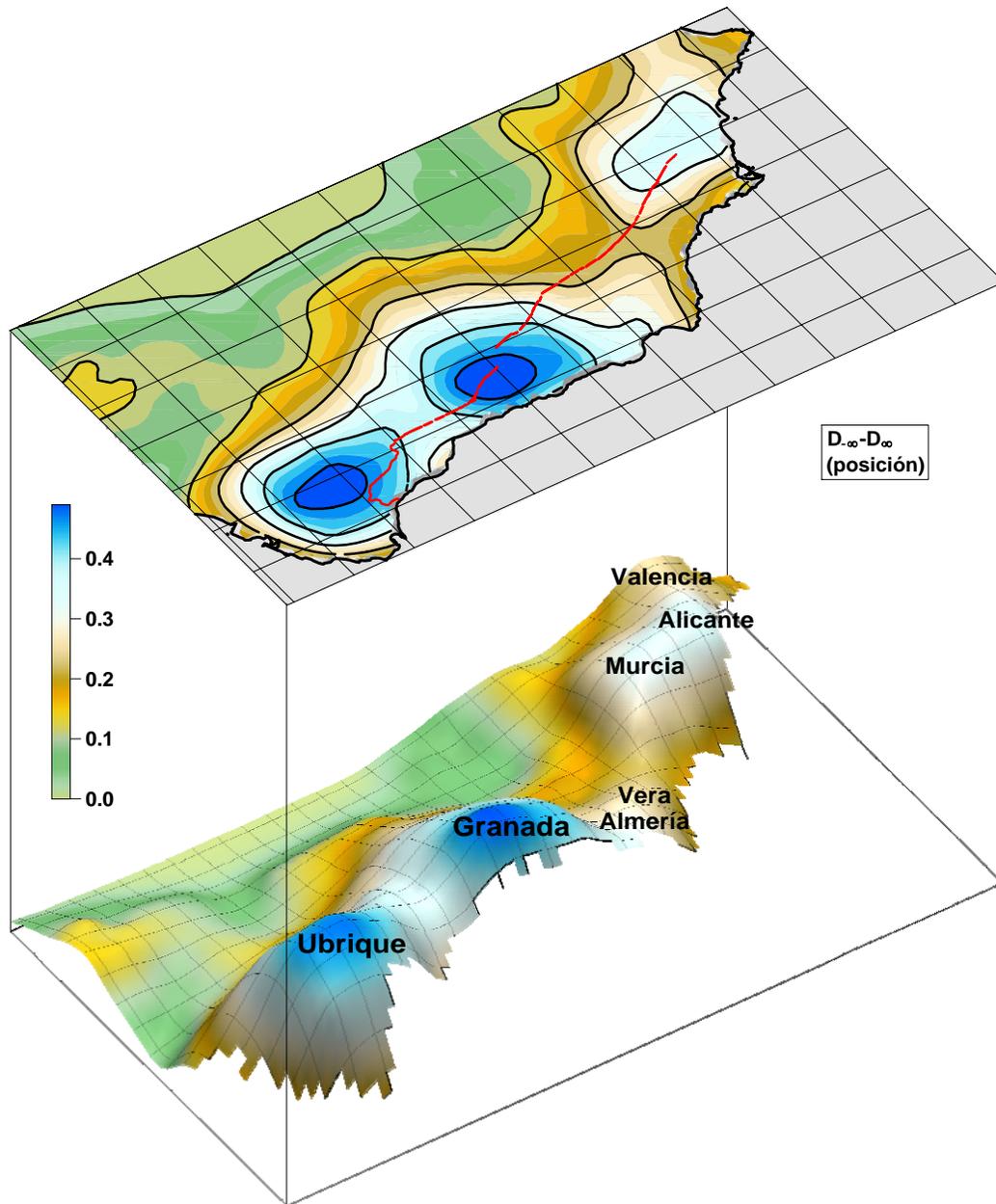


Figura 6.15: Variación espacial de la diferencia  $D_{-\infty} - D_{\infty}$  en la Cordillera Bética. Valores altos corresponden a zonas heterogéneas en la distribución espacial de la sismicidad, es decir, implica concentración de los datos, y valores bajos corresponden a zonas homogéneas en la distribución espacial de la sismicidad, es decir, implica distribución extendida de los datos. La línea roja del mapa superior representa la separación entre Béticas internas y externas. En el mapa inferior se han señalado las zonas que se pueden definir con esta diferencia.

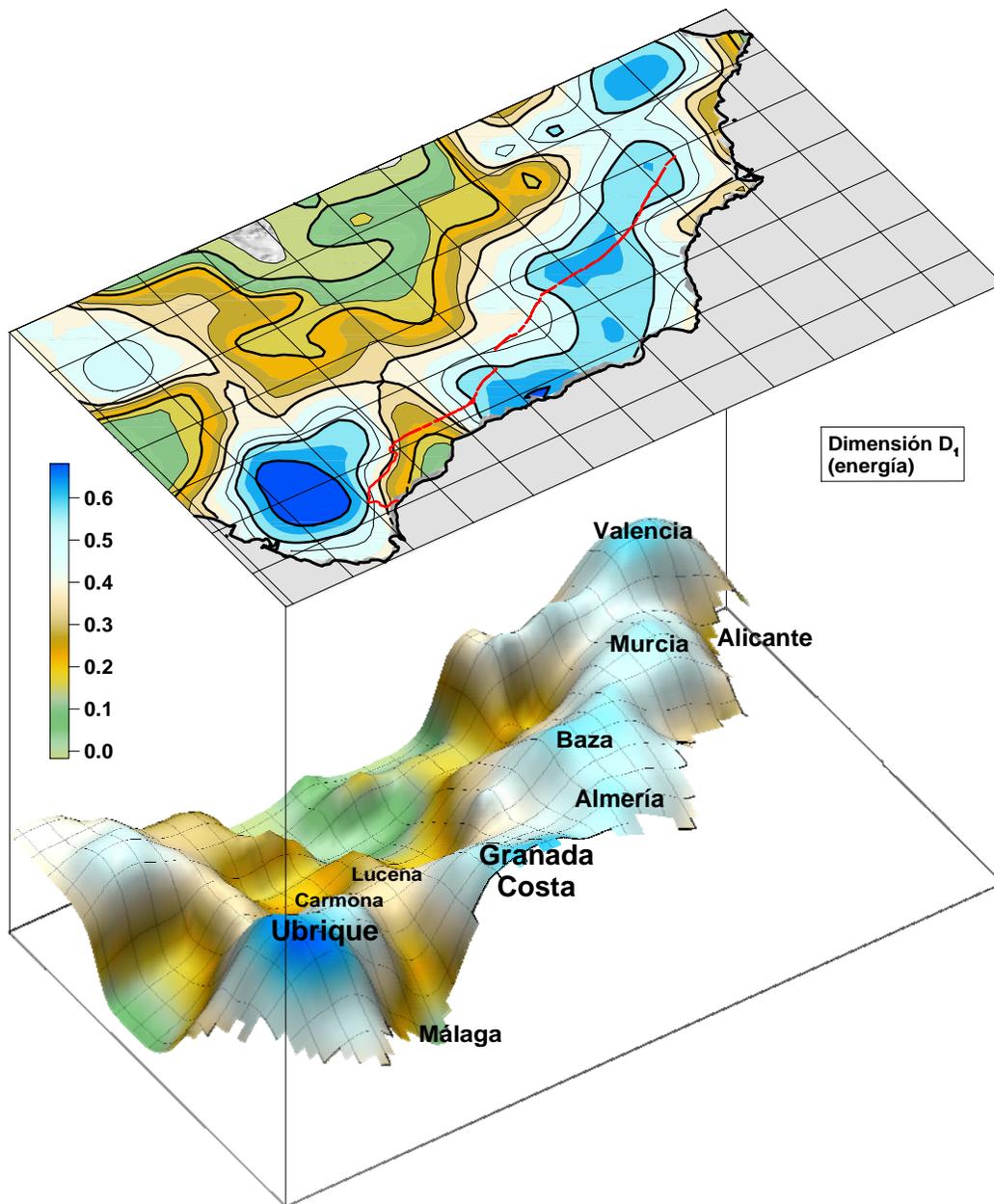


Figura 6.16: Variación espacial de la dimensión fractal  $D_1(E)$  calculada a partir de la energía de los terremotos. Los valores máximos corresponden a zonas donde se tienen varios terremotos de magnitud alta similar y que se encuentran claramente separados en la región. Los valores mínimos aparecen en zonas donde los terremotos de mayor magnitud están más o menos agrupados o existe un terremoto cuya magnitud es muy superior a la de los demás terremotos de la zona. La línea roja del mapa superior representa la separación entre Béticas internas y externas. En el mapa inferior se han señalado las zonas que se pueden definir con esta dimensión.

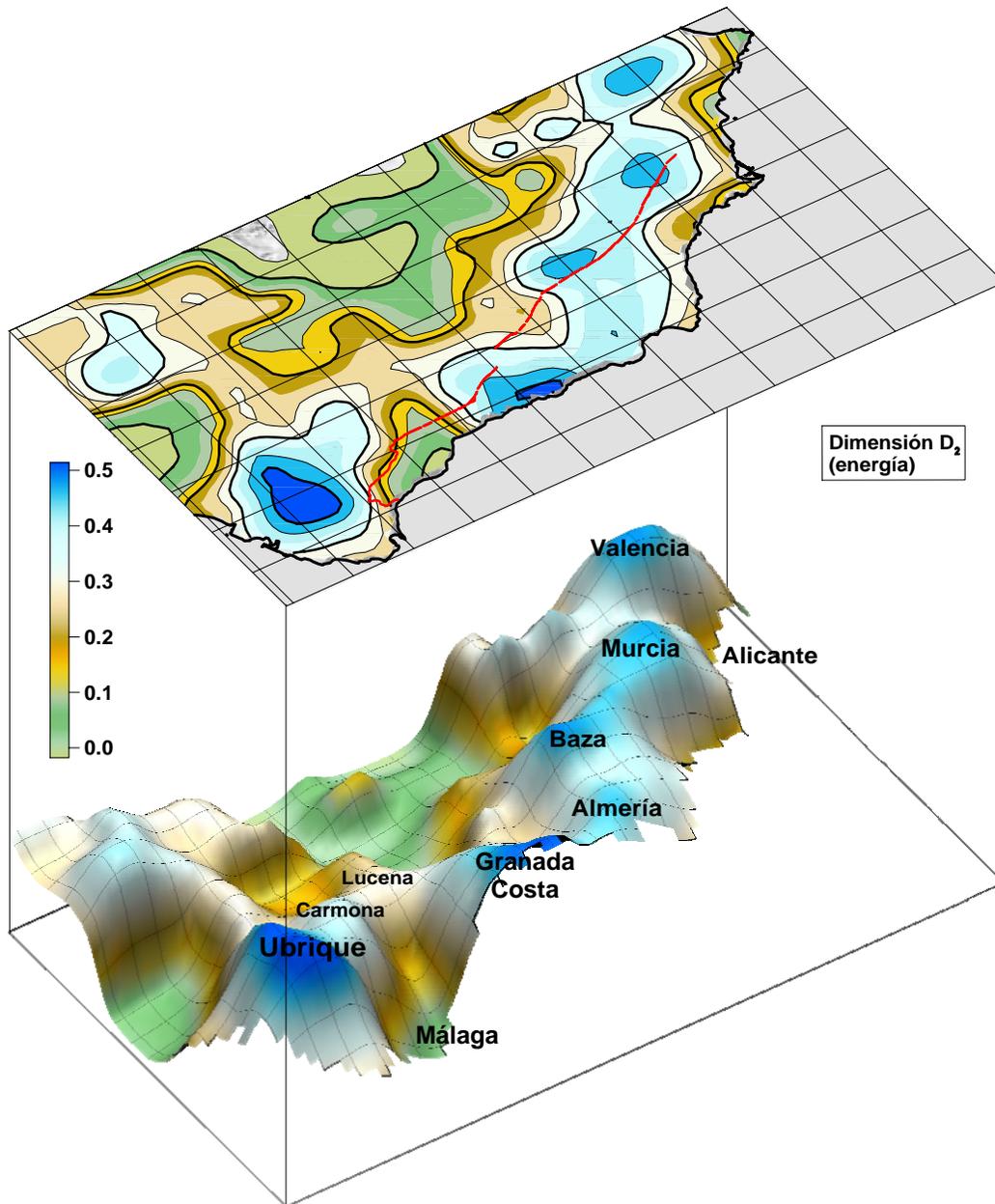


Figura 6.17: Variación espacial de la dimensión fractal  $D_2(E)$  calculada a partir de la energía de los terremotos. Los valores mínimos aparecen en zonas donde los terremotos de mayor magnitud están más o menos agrupados o existe un terremoto cuya magnitud es muy superior a la de los demás terremotos de la zona. La línea roja del mapa superior representa la separación entre Béticas internas y externas. En el mapa inferior se han señalado las zonas que se pueden definir con esta dimensión.

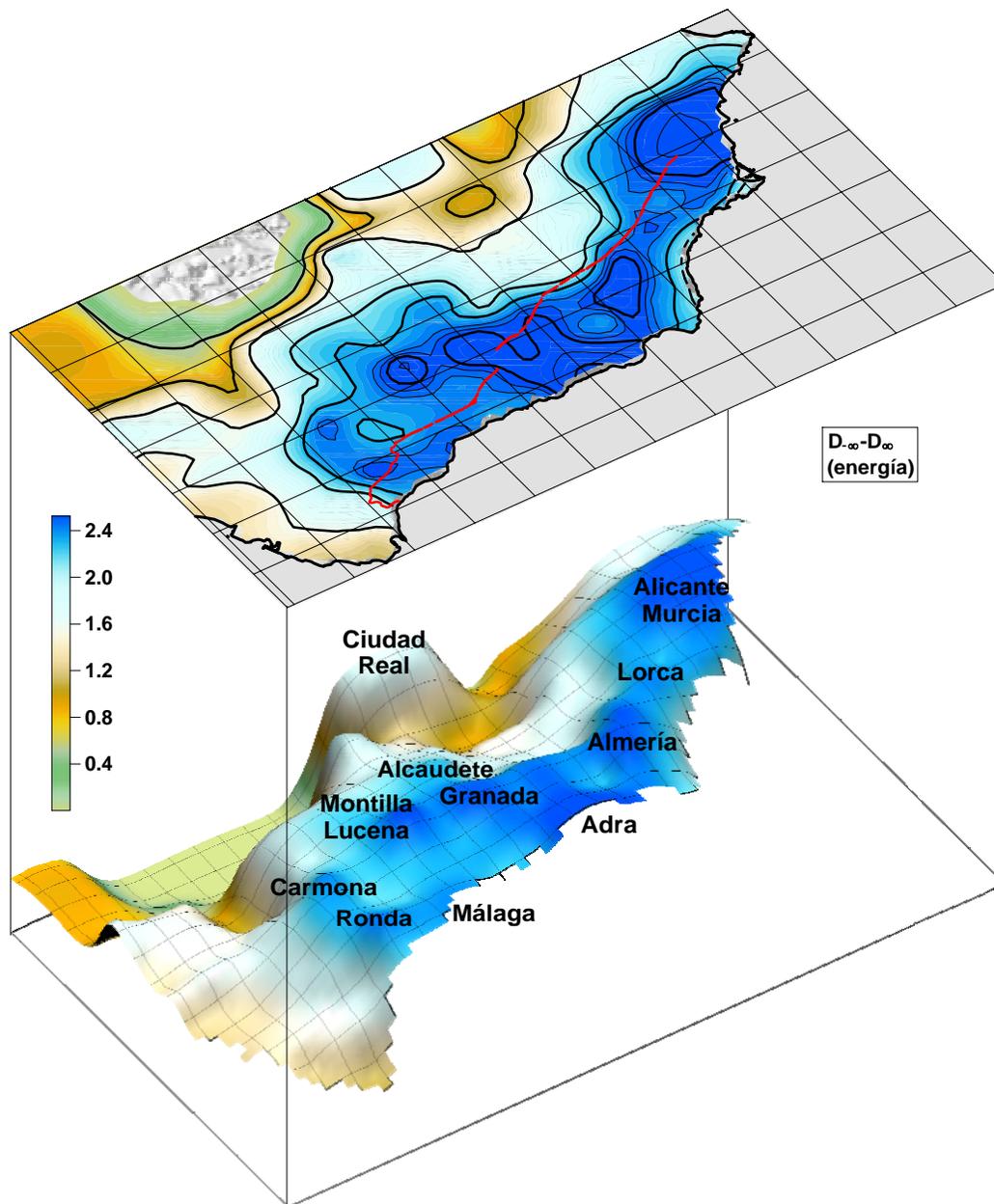


Figura 6.18: Variación espacial de la diferencia  $D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E)$  en la Cordillera Bética. Valores altos corresponden a zonas heterogéneas en la distribución espacial de la liberación de la energía, es decir, implica concentración de la energía, y valores bajos corresponden a zonas homogéneas en la distribución espacial de la liberación de la energía, es decir, implica distribución extendida de la energía. La línea roja del mapa superior representa la separación entre Béticas internas y externas. En el mapa inferior se han señalado las zonas que se pueden definir con esta diferencia.

Con excepción de los terremotos de Carmona, Vera y Valencia, los demás terremotos históricos (figura 4.6) se encontrarían en la región antes citada que une la zona occidental y la zona oriental de las Béticas.

Por último hay que señalar, que los resultados en la zona N-NO de los diferentes mapas, están obtenidos con pocos datos, y por tanto no son significativos.

---

## Bibliografía

- [1] Hirabayashi, T., Ito, K. and Yoshii, T. (1992). Multifractal analysis of earthquakes. *Pageoph*, **138**, 591–610.
  - [2] Dongsheng, L., Zhaobi, Z. and Binghong, W. (1994). Research into the multifractal of earthquake spatial distribution. *Tectonophysics*, **233**, 91–97.
  - [3] Wang, J.H. and Lee C.W. (1995). Fractal characterisation of an earthquake sequence. *Physica A*, **221**, 152–158.
  - [4] Godano, C., Alonzo, M.L. and Bottari, A. (1996). Multifractal analysis of the spatial distribution of earthquakes in southern Italy. *Geophys. J. Int.*, **125**, 901–911.
  - [5] Wang, J.H. and Lee C.W. (1996). Multifractal measures of earthquakes in west Taiwan. *Pageoph*, **146**, 131–145.
  - [6] Giaquinta, A., Boccaletti, S., Boccaletti, M., Piccardi, L. and Arecchi, F.T. (1999). Investigating the fractal properties of geological fault systems: The Main Ethiopian Rift case. *Geophysical Research Letters*, **26**, 1633–1636.
  - [7] Paredes, C. and Elorza, F.J. (1999). Fractal and multifractal analysis of fractured geological media: surface-subsurface correlation. *Computers and Geosciences*, **25**, 1081–1096.
  - [8] Carpinteri, A., Chiaia, B. and Invernizzi, S. (2002). Applications of fractal geometry and renormalization group to the Italian seismic activity. *Chaos, Solitons and Fractals*, **14**, 917–928.
  - [9] Telesca, L., Lapenna, V. and Macchiato, M. (2004). Mono- and multi-fractal investigation of scaling properties in temporal patterns of seismic sequences. *Chaos, Solitons and Fractal*, **19**, 1–15.
  - [10] Öncel, A.O. and Wilson, T. (2006). Evaluation of earthquake potential along the Northern Anatolian Fault Zone in the Marmara Sea using comparisons of GPS strain and seismotectonic parameters. *Tectonophysics*, **418**, 205–218.
  - [11] Hénon, M. (1976). A Two-dimensional Mapping with a Strange Attractor. *Commun. Math. Phys.*, **50**, 69–77.
  - [12] Ruelle, D. (1981). Small Random Perturbations of Dynamical Systems and the Definition of Attractors. *Commun. Math. Phys.*, **82**, 137–151.
  - [13] Mandelbrot, B.B. (1982). *The fractal geometry of nature*. Freeman, San Francisco.
  - [14] Milnor, J. (1985). On the Concept of Attractor. *Commun. Math. Phys.*, **99**, 177–195.
  - [15] Martín, M.A., Morán, M. y Reyes, M. (1995). *Iniciación al Caos*. Editorial Síntesis, S.A., Madrid.
  - [16] Martínez López, F. (1999). *Estructura fractal de los agregados coloidales en 2-D*. Tesis Doctoral, Universidad de Granada, 320 pp.
-

- 
- [17] Russel, D.A., Hanson, J.D. and Ott, E. (1980). Dimension of strange attractors. *Physical Review Letters* **45**: 1175–1178.
- [18] Turcotte, D.L. (1997). *Fractals and Chaos in Geology and Geophysics*. 2nd. Ed., Cambridge Univ. Press, New York.
- [19] Lay, T. and Wallace, T.C. (1995). *Modern Global Seismology*. Academic Press, EE.UU.
- [20] Narenberg, M.A.H. and Essex, C. (1990). Correlation dimension and systematic geometric effects, *Phys. Rev. A*, **42**, 7065–7074.
- [21] Bravo, J.B. (1997). Problema de la localización de terremotos. Publicación Técnica num. 31, Instituto Geográfico Nacional, Ministerio de Fomento, 17–47.
- [22] Hirata, T. and Imoto, M. (1991). Multi-fractal analysis of spatial distribution of microearthquakes in the Kanto region. *Geophys. J. Int.*, **107**, 155–162.
- [23] Li, D., Zheng, Z. and Wang, B. (1994). Research into the multifractal of earthquakes spatial distribution. *Tectonophysics*, **233**, 91–97.
- [24] Legrand, D., Cisternas, A. and Dorbath, A. (1996). Multifractal analysis of the 1992 Erzincan aftershock sequence. *Geophys. Res. Lett.*, **23**, 933–936.
- [25] Teotia, S.S., Khattri, K.N. and Roy, P.K. (1997). Multifractal analysis of seismicity of Himalayan region. *Current Science*, **73**, 359–366.
- [26] Teotia, S.S. (2000). Multifractal analysis of earthquakes: an overview. En *Application of Fractals in Earth Sciences*, Ed. V.P. Dimri, Rotterdam, 161–170.
-

## Capítulo 7

# Estudio multifractal de la distribución de las fallas

### 7.1. Introducción

El objetivo fundamental de esta memoria es caracterizar la sismotectónica de las Béticas con el mayor número posible de parámetros. A los conocidos parámetros  $a$  (tasa de actividad),  $b$  (proporción de terremotos grandes a pequeños) y  $m_{max}$  (magnitud máxima de los terremotos de la zona), de la sismicidad, a la falla asociada a los terremotos y a su mecanismo focal de la tectónica y a las dimensiones fractales de la posición y energía de los terremotos, se va ahora a añadir las dimensiones fractales de las fallas.

Así, se va a calcular la dimensión asociada a la longitud de las fallas ( $D_L$ ) y el espectro multifractal de las posiciones que ocupan estas en la Cordillera Bética. Además, se presentará una distribución espacial de las anteriores dimensiones,  $D_L$ ,  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$ , y también del salto del espectro multifractal.

Para el estudio de la variabilidad espacial de las anteriores dimensiones fractales, al igual que como se hizo con la sismicidad (parámetro  $a$ , parámetro  $b$ ,  $m_{max}$  y dimensiones fractales), se realizará un recubrimiento de la región y a partir de éste se obtendrán los diferentes mapas de isóneas.

Las fallas digitalizadas que se utilizan (figura 7.1) son las correspondientes a la base de datos del M.O.P.T. [1] para la Cordillera Bética y que ya se han comentado en el capítulo 4.

### 7.2. Dimensión de longitud de las fallas

Tanto por la información sismotectónica que pueda proporcionar, como por el índice de completitud de los datos de las fallas de una región, se va a calcular la relación entre la longitud de las fallas y su número, es decir, se va a calcular la dimensión de longitud  $D_L$  tal y como han hecho otros autores [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11].

En una región con una dimensión fractal alta, la proporción de fallas grandes a pequeñas es menor que en una de dimensión baja, es decir, en la primera son más habituales las fallas pequeñas que en la segunda. Debe tenerse presente que lo anterior es válido si el detalle y el tipo de determinación de fallas es homogéneo en todas las regiones del estudio.

El resultado del ajuste de la longitud de las fallas y su número (dimensión de longitud) para toda la Cordillera Bética se muestran en la figura 7.2. Como puede apreciarse, hay un

claro comportamiento potencial a partir de longitudes de  $22 \text{ km}$  (marcado con una flecha negra de la figura 7.2). El resultado obtenido es superior a 2, a primera vista puede parecer extraño ya que el conjunto con el que se trabaja está contenido en un espacio 2-D, sin embargo, debe tenerse en cuenta que esta dimensión es una medida de la frecuencia del tamaño de las fallas, es decir, no se está midiendo una propiedad geométrica propiamente dicha (igual que ocurre con el parámetro  $b$ ). Ya que se ha comprobado la existencia de un comportamiento potencial para la base de datos de las fallas aquí utilizada, se va a realizar un estudio de la variación espacial de la dimensión  $D_L$ .

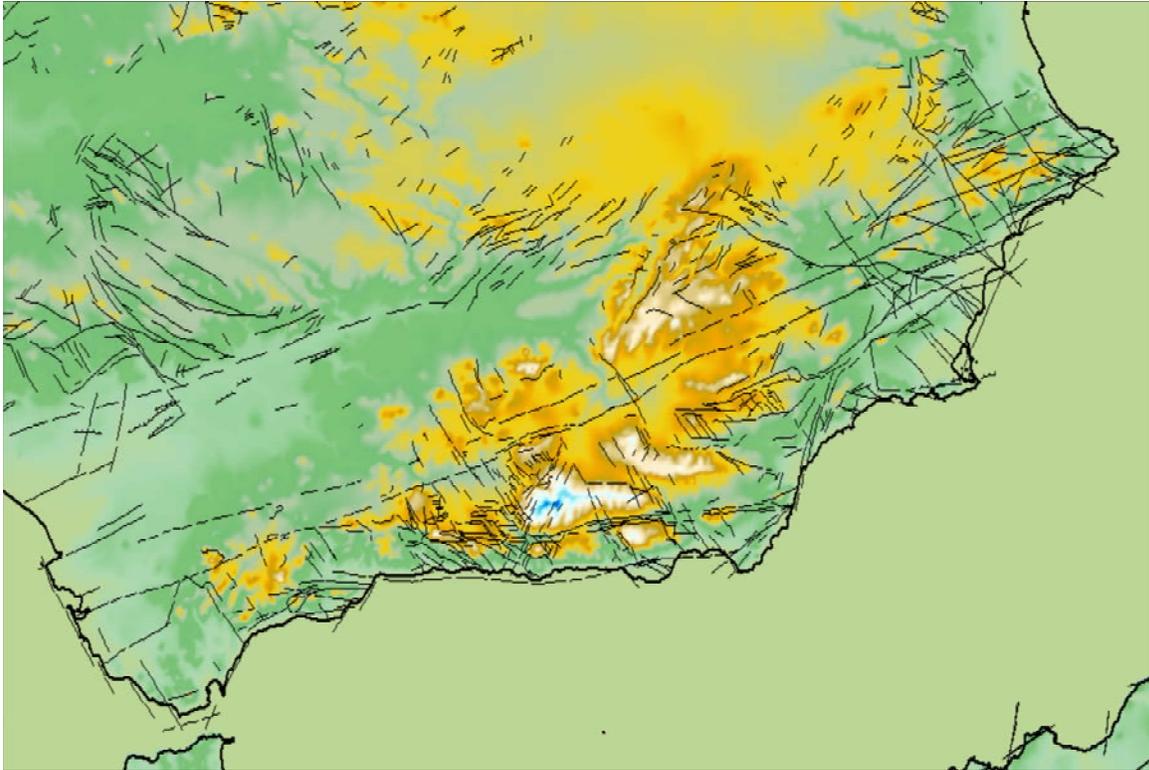


Figura 7.1: Delimitación geográfica del área ocupada por la Cordillera Bética. También se representan las fallas cartografiadas por el M.O.P.T. [1].

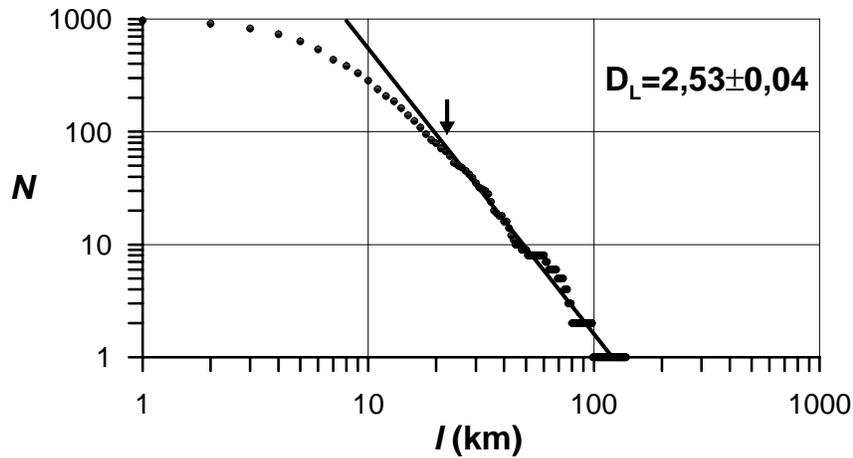


Figura 7.2: Representación de la longitud de las fallas frente al número de las mismas para la Cordillera Bética. La flecha negra indica el límite inferior de la zona lineal donde se calcula la dimensión fractal asociada a la longitud de las fallas ( $D_{Longitud} = D_L$ ). La pendiente del ajuste da un valor de 2,53 para la dimensión  $D_L$ .

### 7.2.1. Variación espacial de la dimensión de longitud

En la figura 7.3 se representa la variación espacial de la dimensión fractal de longitud de las fallas. Valores altos de esta dimensión están asociados a zonas donde la razón entre fallas pequeñas y fallas grandes se inclina más por las primeras, y valores bajos a zonas donde la razón entre fallas pequeñas y fallas grandes, se inclina más hacia las grandes. Por tanto, en las Béticas predominan las fallas pequeñas sobre las grandes, menos en el norte de Alicante-sur de Valencia, Adra-Almería y en el este de la provincia de Murcia, aunque en esta zona esta tendencia está menos definida. Aunque fuera de las Béticas, cabe mencionar el mínimo que observa en la zona occidental de la costa de Cádiz.

Comparando con la sismicidad histórica (figura 4.6), en los mínimos que define la dimensión fractal  $D_L$  en las zonas de Adra-Almería, Murcia-Alicante y sur de Valencia, se encuentran terremotos destructivos.

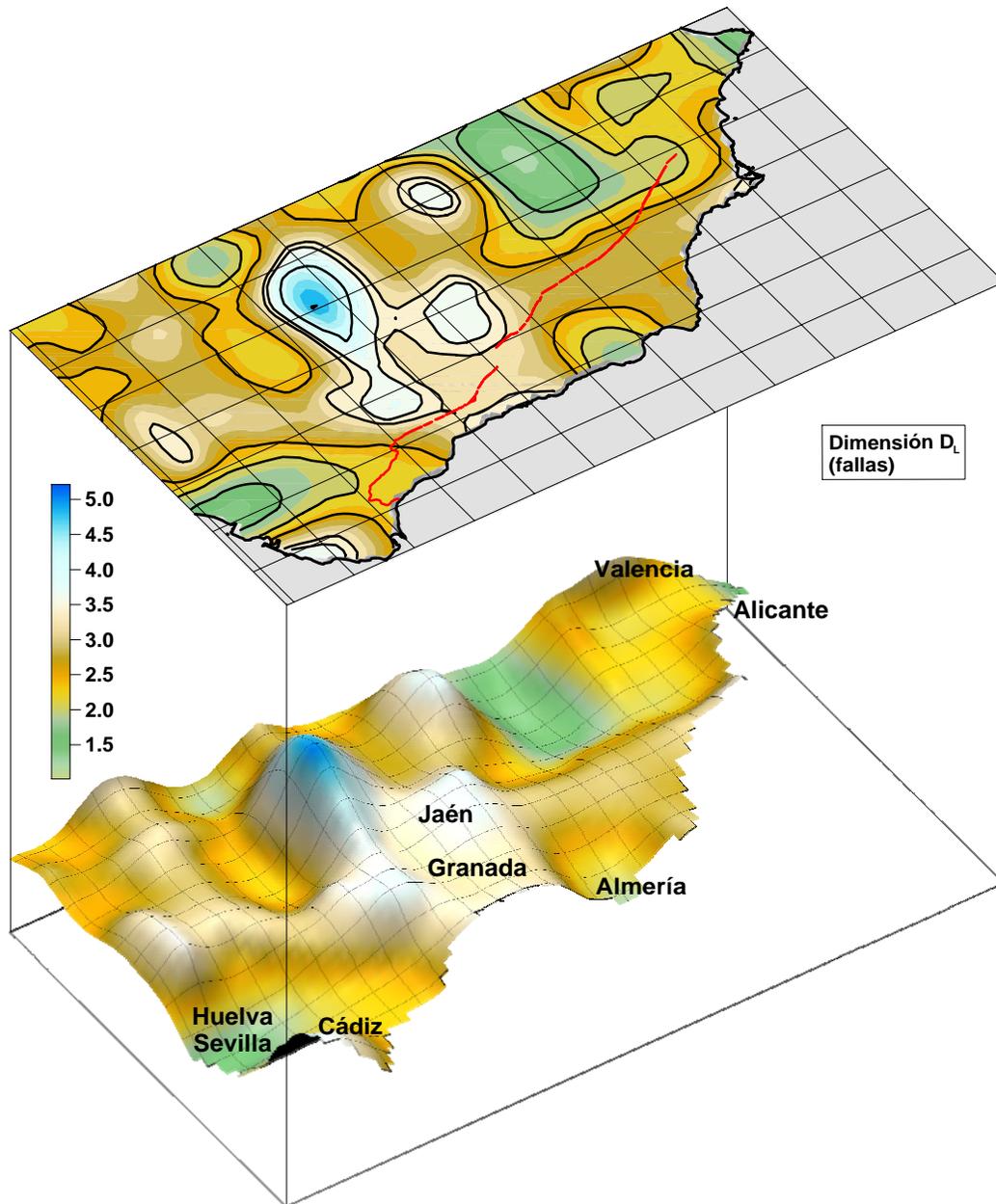


Figura 7.3: Dimensión de longitud de las fallas de la Cordillera Bética. Valores altos de esta dimensión corresponden a zonas donde predominan fallas pequeñas, y valores bajos corresponden a zonas donde predominan fallas grandes. La línea roja del mapa superior representa la separación entre Béticas internas y externas. En el mapa inferior se han señalado las zonas que se pueden definir con esta dimensión.

### 7.3. Espectro multifractal

Al igual que se hizo con los epicentros de los terremotos, primero se va a comprobar si la distribución espacial de las fallas presenta carácter multifractal, es decir, si se caracteriza por una o varias dimensiones fractales, tal y como han podido comprobar algunos autores [13, 14]. Para ello se utiliza el mismo método de cálculo que para los terremotos [12].

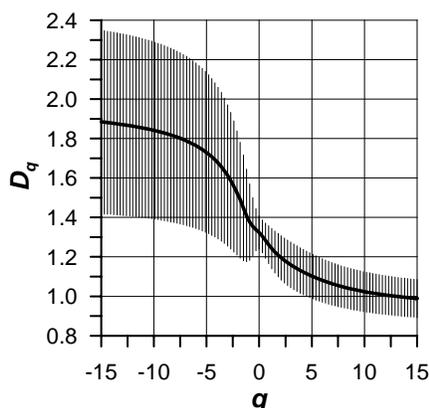


Figura 7.4: Espectro fractal de la Cordillera Bética. Las fallas de las Cordillera Bética tienen un comportamiento multifractal ya que  $\dots D_{q_1} > D_{q_2} > D_{q_3} \dots$ , para  $\dots q_1 < q_2 < q_3 \dots$ , para su correcta caracterización son necesarias varias dimensiones.

Tabla 7.1: Dimensiones fractales  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$  y salto del espectro multifractal de las fallas.

$D_0$	$D_1$	$D_2$	$D_{-\infty} - D_{\infty}$
$1,32 \pm 0,08$	$1,26 \pm 0,10$	$1,20 \pm 0,11$	$0,98 \pm 0,07$

En la figura 7.4 se representa el espectro multifractal de la distribución de fallas para toda la Cordillera Bética. Como se observa, éste muestra un claro comportamiento multifractal. Los valores de este espectro para las dimensiones  $D_0$ ,  $D_1$ ,  $D_2$  y el salto, se muestran en la tabla 7.1.

#### 7.3.1. Variación espacial del espectro multifractal

En el mapa de la figura 7.5 se presenta la variación espacial de la dimensión fractal  $D_0$ . La zona que va desde el tercio central a la parte oriental de las Béticas, es la que presenta los mayores valores, es decir, en esta extensa zona, las fallas llenan más el espacio que en la zona occidental de las Béticas. En la primera zona, antes citada, quedan claramente definidos dos máximos, el primero centrado en la cuenca de Granada y Sierra Nevada, con clara dirección E-O, el segundo en la región de Murcia-Alicante con dirección NE-SO. Con menor valor también aparece un máximo centrado en Montilla.

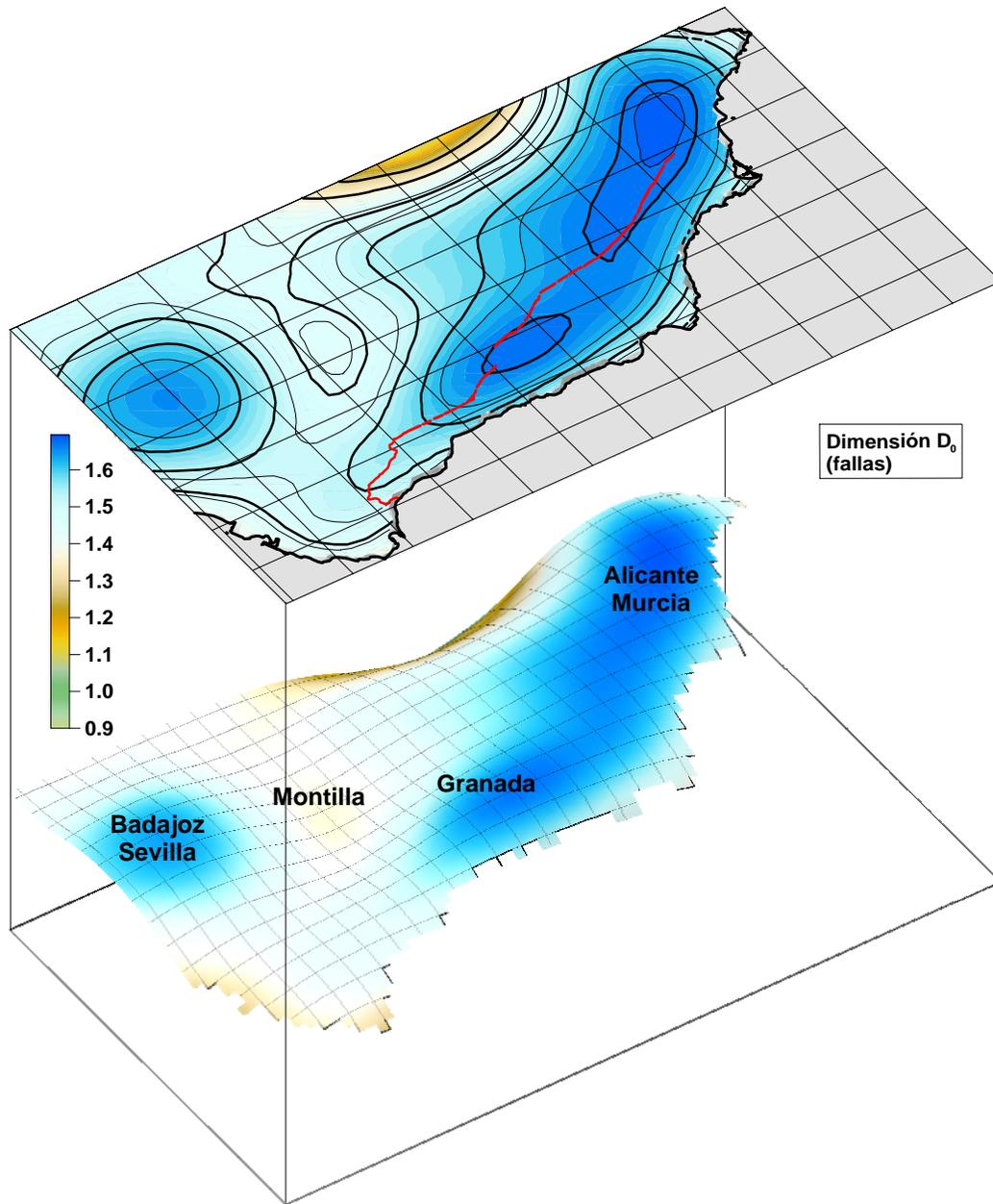


Figura 7.5: Variación espacial de la dimensión fractal  $D_0$  calculada para las fallas de la Cordillera Bética. Valores altos corresponden a zonas donde las fallas cubren más el espacio (el plano). La línea roja del mapa superior representa la separación entre Béticas internas y externas. En el mapa inferior se han señalado las zonas que se pueden definir con esta dimensión.

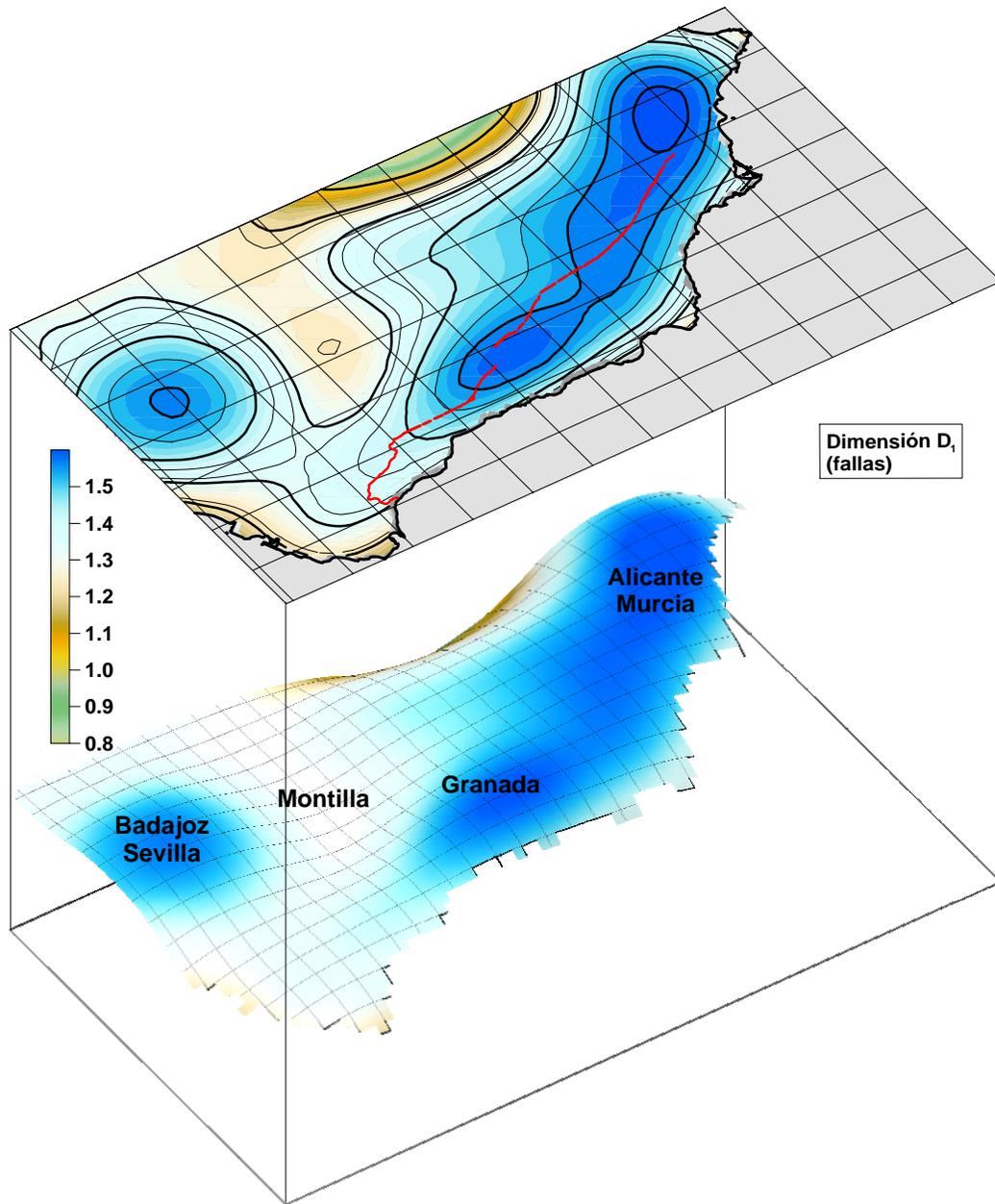


Figura 7.6: Variación espacial de la dimensión fractal  $D_1$  calculada para las fallas de la Cordillera Bética. Valores altos corresponden a zonas donde la distribución espacial de las fallas es más desordenada, y valores bajos corresponden a zonas donde la distribución espacial de las fallas presenta más orden. La línea roja del mapa superior representa la separación entre Béticas internas y externas. En el mapa inferior se han señalado las zonas que se pueden definir con esta dimensión.

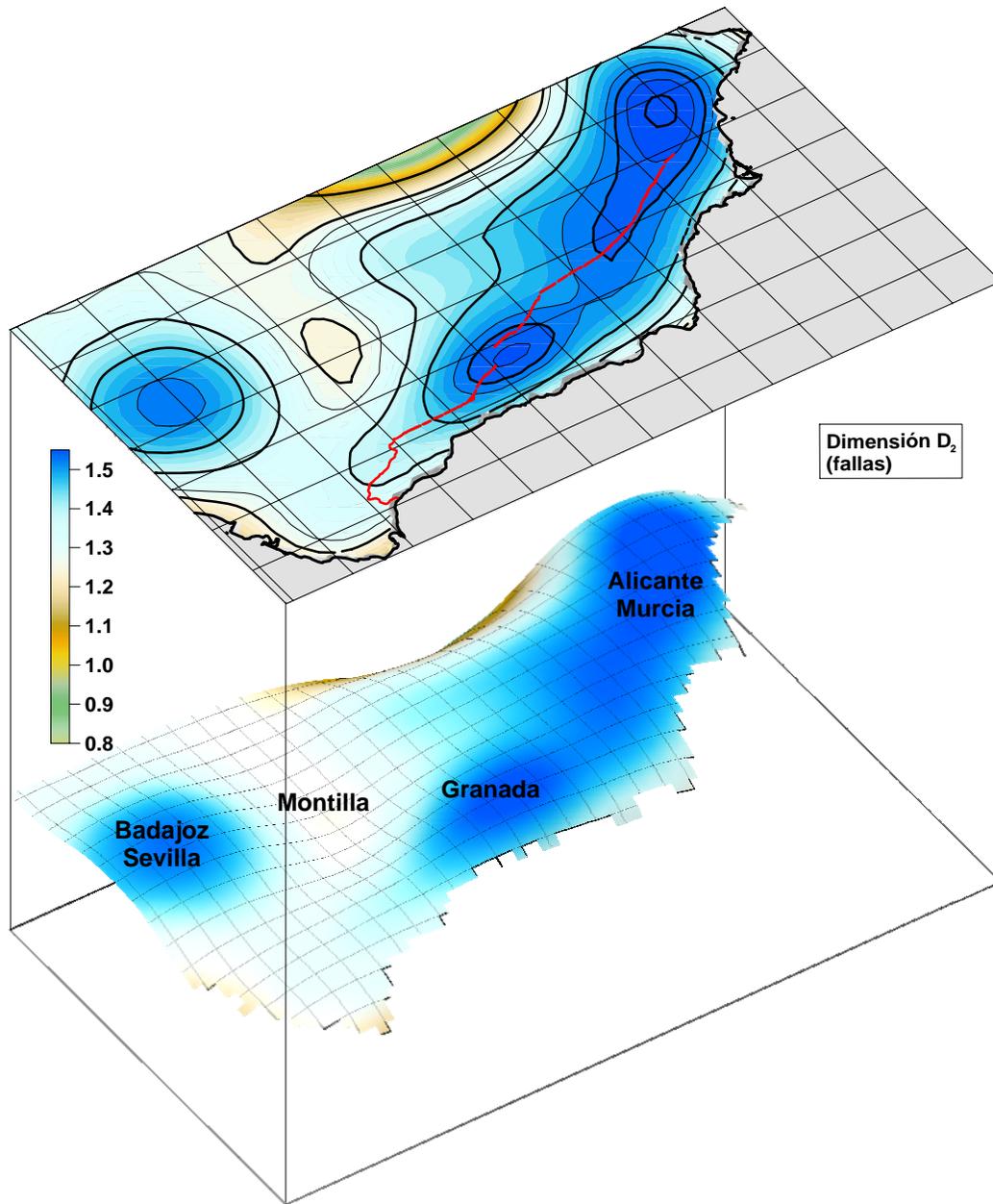


Figura 7.7: Variación espacial de la dimensión fractal  $D_2$  calculada para las fallas de la Cordillera Bética. Valores altos corresponden a zonas donde existe dispersión de las fallas (hay agrupamientos separados entre sí), y valores bajos corresponden a zonas donde hay concentración de las fallas. La línea roja del mapa superior representa la separación entre Béticas internas y externas. En el mapa inferior se han señalado las zonas que se pueden definir con esta dimensión.

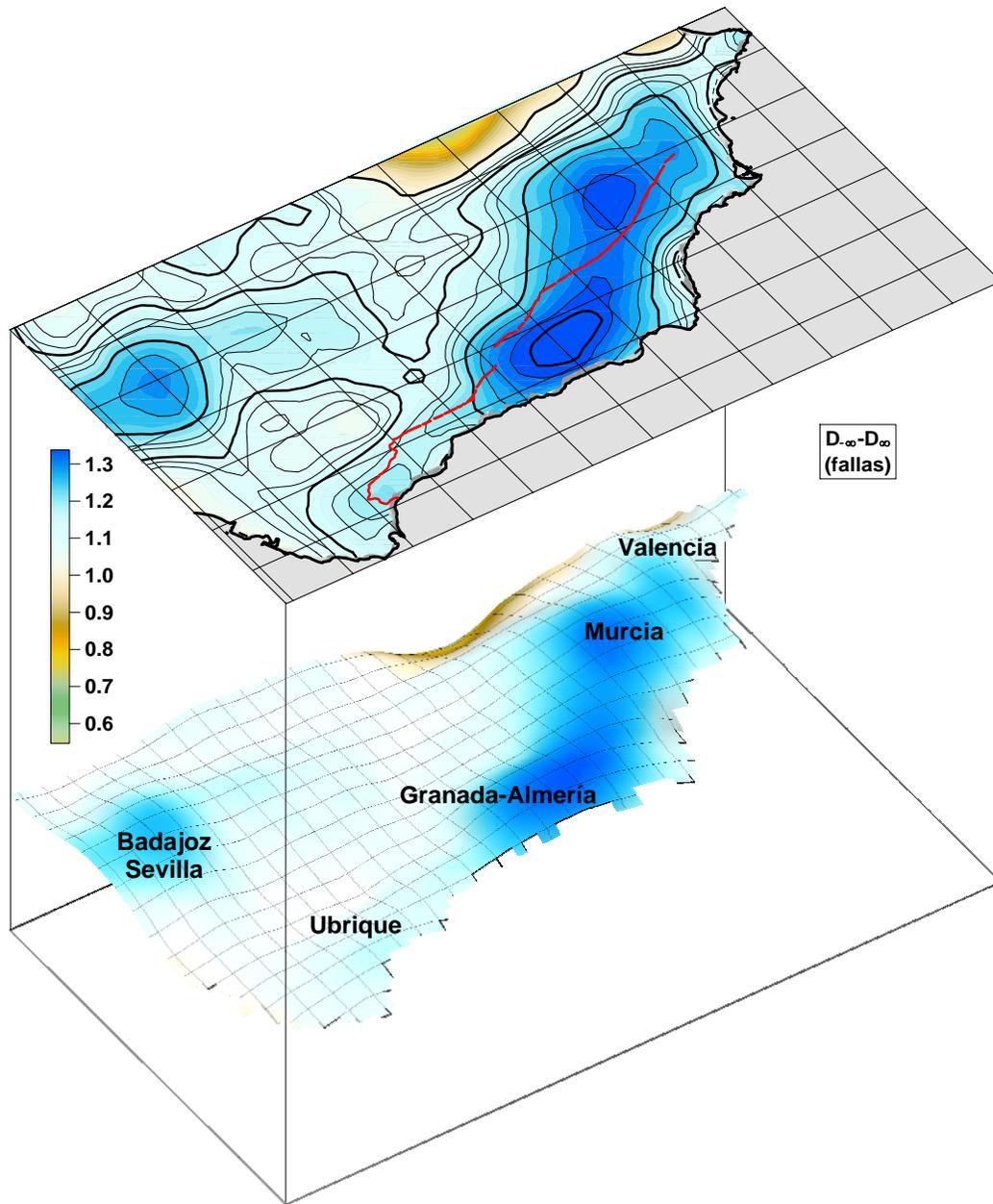


Figura 7.8: Variación espacial de la diferencia  $D_{-\infty} - D_{\infty}$  calculada para las fallas de la Cordillera Bética. La línea roja del mapa superior representa la separación entre Béticas internas y externas. En el mapa inferior se han señalado las zonas que se pueden definir con esta diferencia.

En los mapas de las figuras 7.6 y 7.7 se presentan la variación espacial de las dimensiones fractales  $D_1$  y  $D_2$  respectivamente. En ambos casos, la similitud entre estos mapas con el de la dimensión  $D_0$  es muy grande. Las únicas diferencias que se pueden observar son, primero que el tamaño de los máximos se hace más pequeño, lo cual individualiza más la zona a la que están asociados, segundo, que el tamaño y la tendencia NE-SO del máximo centrado en Murcia es mayor y más clara, y tercero, que la diferenciación geográfica entre las zonas que definen estos dos máximos es ahora muy clara.

Comparando estos mapas con el mapa de sismicidad histórica (figura 4.6) se observa que los focos sísmicos de Ubrique, Carmona, Málaga, Adra-Almería, Vera y sur de Valencia no están definidos.

La variación espacial de la diferencia de las dimensiones generalizadas  $D_{-\infty}$  y  $D_{\infty}$  (figura 7.8), muestra la heterogeneidad en la distribución de las trazas de las fallas. Con respecto a la zonificación que se definía con las anteriores dimensiones, se observa que han aparecido nuevos máximos, desplazados en comparación con los anteriores, y la tendencia NE-SO es ahora menos significativa en la zona de Murcia, y se vislumbra en la de Granada.

Comparando con el mapa de sismicidad histórica (figura 4.6), la correlación entre los terremotos más destructivos y las zonas que define el salto del espectro multifractal es poco clara.

## Bibliografía

- [1] M.O.P.T. (1992). Análisis sismotectónico de la Península Ibérica, Baleares y Canarias. Publicación Técnica 26, Ed. IGN.
  - [2] Gudmundson, A. (1987). Geometry, formation and development of tectonic fractures on the Reykjanes Peninsula, southwest Iceland. *Tectonophysics*, **139**, 295–308.
  - [3] Hirata, T. (1989). Fractal dimension of fault systems in Japan: Fractal structure in rock fracture geometry at various scales, *Pageoph*, **131**, 158–170.
  - [4] Main, I., Peacock, S. and Meredith, P.G. (1990). Scattering attenuation and the fractal geometry of fracture systems. *Pure Appl. Geophys.*, **133**, 283–304.
  - [5] Scholz, C.H. and Cowie, P.A. (1990). Determination of total strain from faulting using slip measurements. *Nature*, **346**, 837–839.
  - [6] Walsh, J.J., Watterson, J. and Yielding, G. (1991). The importance of small-scale faulting in regional extension. *Nature*, **351**, 391–393.
  - [7] Marrett, R. and Allmendinger, R.W. (1992). Amount of extension on *small* faults: an example from the Viking graben. *Geology*, **20**, 47–50.
  - [8] Villemain, T., Angelier, J. and Sunwoo, C. (1995). Fractal distribution of fault length and offsets: Implications of brittle deformation evaluation the Lorraine coal basin. En *Fractals in the Earth Sciences*, C. Barton & P.R. La Pointe, eds., Plenum Press, New York, 205–226.
  - [9] Koukouvelas, I.K., Asimakopoulos, M. and Doutsos, T.T. (1999). Fractal characteristics of active normal faults: an example of the eastern Gulf of Corinth, Greece. *Tectonophysics*, **308**, 263–274.
  - [10] Guarnieri, P. (2002). Regional strain derived from fractal analysis applied to strike-slip fault systems in NW Sicily. *Chaos, Solitons and Fractals*, **14**, 71–76.
  - [11] Sanz de Galdeano, C., López Casado, C. and Peláez, J.A. (2003). Seismic Potential of the Main Active Faults in the Granada Basin (Southern Spain). *Pure Appl. Geophys.*, **160**, 1537–1556.
  - [12] Martínez López, F. (1999). Estructura fractal de los agregados coloidales en 2-D. Tesis Doctoral, Universidad de Granada, 320 pp.
  - [13] Paredes, C. and Elorza, F.J. (1999). Fractal and multifractal analysis of fractured geological media: surface-subsurface correlation. *Computers and Geosciences*, **25**, 1081–1096.
  - [14] Giaquinta, A., Boccaletti, S., Boccaletti, M., Piccardi, L. and Arecci, F.T. (1999). Investigating the fractal properties of geological fault systems: The Main Ethiopian Rift case. *Geophysical Research Letters*, **26**, 1633–1636.
-



## Capítulo 8

# Relaciones entre parámetros

### 8.1. Introducción

Además de las relaciones del parámetro  $b$  con diferentes dimensiones fractales que se indicaban en el capítulo 2, se van a presentar, en este capítulo, otras relaciones obtenidas comparando todos los parámetros calculados entre sí. Así, se estudiarán las relaciones entre los parámetros clásicos de sismicidad, las dimensiones fractales de los terremotos (calculadas con posiciones y energía) y de las fallas. No debe olvidarse, en la interpretación de estas relaciones, que la información proveniente de las fallas cubre toda la historia sísmica de la zona, mientras que con los terremotos, sólo se accede a una parte de ésta, debido al limitado registro sísmico del catálogo utilizado. Además, debe tenerse en cuenta, que para este estudio no se está discriminando entre fallas activas y no activas. En cualquier caso, de obtener relaciones entre dimensiones de fallas, parámetros y dimensiones de terremotos, se proporcionaría a estos últimos una credibilidad temporal equivalente a la que se obtiene con los provenientes de las fallas.

En la obtención de las correlaciones entre los diferentes parámetros y dimensiones se han utilizado los datos obtenidos en los estudios espaciales. De esta manera se obtuvieron 840 puntos, equiespaciados 20  $km$ , a los que se asociaron los valores calculados en cada caja de los correspondientes parámetros. De todos estos resultados, se han utilizado los asociados a los puntos de color negro que se han representado en la figura 8.1.

Además de las relaciones entre los diferentes parámetros y dimensiones calculados en esta memoria, se presenta un ensayo de extensión de la ley de Gutenberg-Richter, realizando la correlación, no con el parámetro  $a$ , sino con la dimensión de capacidad ( $D_0$ ).

### 8.2. Relación del parámetro $b$ con la dimensión de capacidad (relación de Aki)

Como se ha comentado en el capítulo 2, una de las expresiones más conocidas, que relaciona el parámetro  $b$  y la dimensión fractal de capacidad, es la obtenida por Aki [1], y que posteriormente fue generalizada por Legrand [2].

Como se dijo en el capítulo 2, la magnitud utilizada para calcular el parámetro  $b$  será la  $M_S$ , y la dimensión fractal se calculará tanto para terremotos, como para fallas.

Para comprobar a qué expresión se ajustan mejor los resultados hasta ahora obtenidos, se va a dividir la dimensión fractal de las fallas y de los terremotos entre el parámetro  $b$ . Si el valor es próximo a dos, los resultados se ajustarán mejor a la expresión  $D = 2b$  [1] asociada a

terremotos de tamaño intermedio [2]. Si el resultado de la división es uno o tres, se obtendrían las relaciones  $D = b$  ó  $D = 3b$ , asociadas a grandes y pequeños terremotos respectivamente [2].

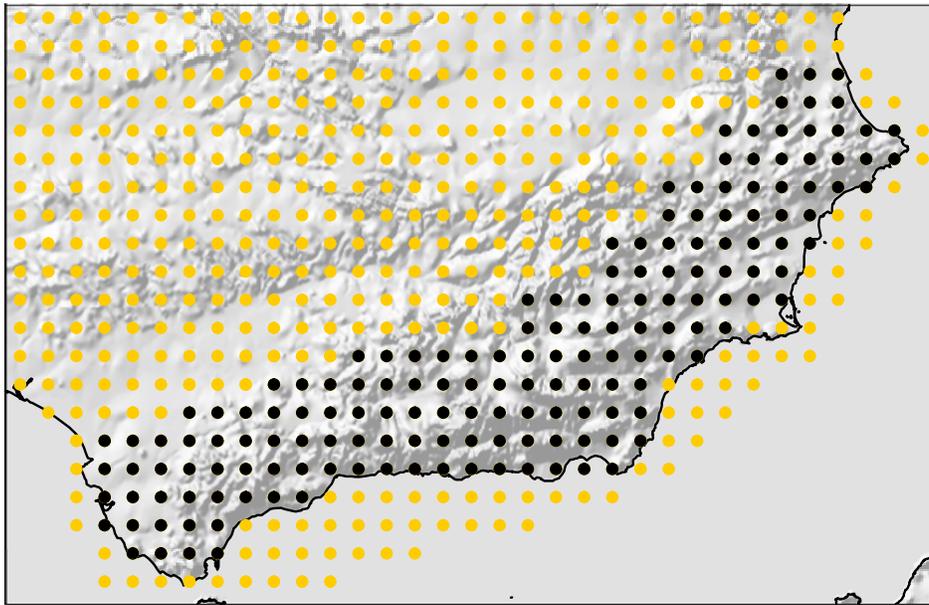


Figura 8.1: Recubrimiento de la Cordillera Bética y zonas adyacentes con un mallado de  $20\text{ km} \times 20\text{ km}$ . A cada punto del mallado se le asocian los valores clásicos de la sismicidad y las dimensiones fractales calculadas utilizando los terremotos y fallas contenidos en una caja de  $100\text{ km} \times 100\text{ km}$  centrada en dicho punto.

La tabla 8.1 muestra los resultados de  $b$  y  $D_0$  para toda la Cordillera Bética, según los datos del catálogo de terremotos y de las fallas cartografiadas del M.O.P.T. [3] respectivamente. Al dividir la dimensión fractal de las fallas entre el parámetro  $b$ , calculado con la magnitud  $M_S$ , el resultado es próximo a dos, es decir, es coincidente con la expresión de Aki [1], que corresponde según Legrand [2], a terremotos de tamaño intermedio, en total acuerdo con los datos que se tienen de las Béticas, donde la magnitud 6,0 no es fácil de superar. Si se consideran los terremotos la fracción  $\frac{D_0}{b}$  toma un valor similar (tabla 8.1).

Tabla 8.1: Dimensión de capacidad de fallas ( $f$ ) y terremotos y parámetro  $b$ , calculado con la magnitud  $M_S$ , para la Cordillera Bética. También se presentan los resultados de la fracciones  $\frac{D_0(f)}{b}$  y  $\frac{D_0}{b}$ .

	$b(M_S) 0,72 \pm 0,03$		
$D_0(f)$	$1,32 \pm 0,08$	$\frac{D_0(f)}{b}$	$1,83 \pm 0,06$
$D_0$	$1,39 \pm 0,08$	$\frac{D_0}{b}$	$1,93 \pm 0,06$

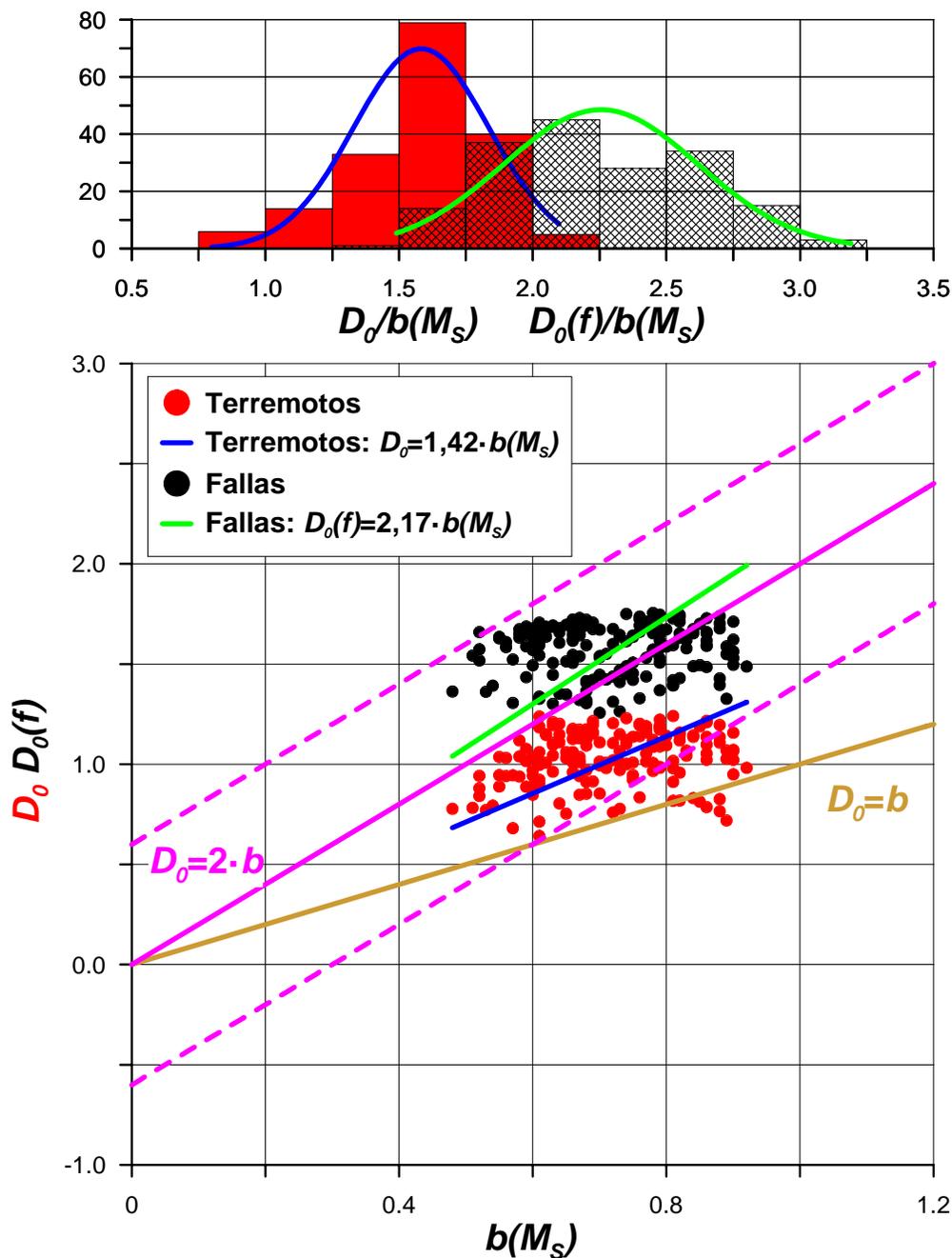


Figura 8.2: Parte superior: Distribución por frecuencias de las relaciones  $D_0/b(M_S)$  (rojo) y  $D_0(f)/b(M_S)$  (blanco). En ambos gráficos se representa un ajuste de los datos a una función gaussiana (azul-terremotos; verde-fallas). Parte inferior: Relaciones  $b(M_S)$  vs.  $D_0$  y  $b(M_S)$  vs.  $D_0(f)$ . A estos conjuntos de puntos se realizan ajustes del tipo  $D = cte \cdot b$ , la línea verde es el ajuste a los datos de las fallas, y la línea azul a los datos de los terremotos. Líneas teóricas: Magenta: relación de Aki [1], más del 80% de los puntos (terremotos y fallas) se encuentran en el intervalo  $D = 2b \pm 0,6$  representado por las líneas discontinuas. Marrón, relación de Legrand [2] asociada a terremotos grandes.

A continuación se consideran los datos, de los anteriores parámetros, asociados a los puntos negros representados en la figura 8.1, y con ellos se calculan las fracciones  $\frac{D_0(f)}{b}$  y  $\frac{D_0}{b}$ . Si se realiza una representación por frecuencias de los resultados (histograma de la figura 8.2), se observa que para la dimensión de capacidad de las fallas la mayor frecuencia se encuentra en torno al rango  $2,0 - 2,25$ , mientras que si se considera la dimensión de capacidad de los terremotos la mayor frecuencia está ahora en torno al  $1,5 - 1,75$ . El valor central de la gaussiana es, respectivamente,  $2,25 \pm 0,36$  y  $1,58 \pm 0,25$ .

En la gráfica inferior de la figura 8.2 se ha realizado un ajuste del tipo  $y = cte \cdot x$  a los datos  $b(M_S)$  vs.  $D_0$  y  $b(M_S)$  vs.  $D_0(f)$ . Los ajustes coinciden con los resultados obtenidos en los histogramas, así, para las fallas la constante tiene un valor próximo a 2,2 y para los terremotos un valor próximo a 1,4. En general, tanto para terremotos como para fallas, los resultados se ajustan bastante bien a la expresión  $D = 2b$ . En el caso de los terremotos cuando no se estudia la región globalmente, los resultados presenta una cierta tendencia a la expresión  $D = b$ , aunque en la mayoría de los casos los mismos se encuentran dentro del intervalo  $D = 2b \pm 0,6$ , lo cual es congruente con resultado  $\frac{D_0}{b} = 1,83 \pm 0,06$  que correspondiente a una región de sismicidad moderada. Como indica Legrand [2] se debe tener cuidado en estos estudios, ya que se relacionan datos 2D (trazas de fallas) con datos 3D (localizaciones hipocentrales). Esto no supone un inconveniente a los resultados aquí presentando, ya que los terremotos utilizados en esta memoria son superficiales y más del 85% tienen una profundidad igual o inferior a 5 km.

Algunos autores trabajan con la dimensión  $D_0$ , e incluso con la dimensión  $D_2$  suponiendo después que  $D_0 = D_2$ , pero la expresión  $D = 2b$  fue obtenida para fallas activas. Un catálogo de terremotos que abarque un intervalo de tiempo lo suficientemente grande permitiría obtener resultados similares a los de las fallas activas. Aunque este no es el caso, el análisis de los resultados obtenidos, tanto para fallas como para terremotos, muestran la validez de los mismos.

Un análisis global de los mapas donde se representa la variación espacial de  $D_0$ ,  $D_0(f)$  y del parámetro  $b$ , permite realizar una división de las Béticas en dos grandes zonas, la oriental con valores altos de las dimensiones fractales de capacidad y valores bajos del parámetro  $b$ , y la occidental con valores, en general, menores de las dimensiones de capacidad y mayores del parámetro  $b$ . Según Öncel et al. [4] estos resultados se corresponde con zonas donde aumenta la probabilidad de que los esfuerzos se relajen con fallas grandes y o con fallas pequeñas respectivamente.

### 8.3. Relaciones de los parámetros clásicos de sismicidad con ellos y con las dimensiones fractales de los terremotos (posiciones y energía) y las fallas

#### 8.3.1. Parámetro $a$

Las primeras relaciones que se van a analizar son las del parámetro  $a$  con los otros dos parámetros clásicos de la sismicidad (figura 8.3).

En el caso del parámetro  $b$ , existe una tendencia positiva con gran dispersión hasta aproximadamente el valor 100 del parámetro  $a$ . Para la relación con el parámetro  $m_{max}$  la tendencia también es positiva, pero en este caso no es lineal, sino de tipo logarítmico. Igualque en el caso anterior, hay gran dispersión de datos para valores bajos del parámetro  $a$ , pero ahora es hasta el valor 80. Notifíquese que: a) Para zonas con valores de  $a$  mayor de 120 no se dan valores bajos del parámetro  $b$ , y b) Las magnitudes máximas son independientes del número del terremotos en

el intervalo 20 – 140, y que por encima de este valor no se dan los valores máximos de magnitud.

Para el caso de las dimensiones de posición, las relaciones son de tipo logarítmico (gráfica superior figura 8.4), además, se observa dos tipos diferentes. Centrando el análisis en la dimensión  $D_0$ , en la primera relación  $D_0$  aumenta muy rápidamente según aumenta el parámetro  $a$ . En el segundo tipo ocurre lo contrario,  $D_0$  aumenta lentamente según aumenta el parámetro  $a$ . El punto de intersección de estas dos tendencias está situado en torno a 40 terremotos para el parámetro  $a$  y 1,0 para la dimensión fractal de capacidad.

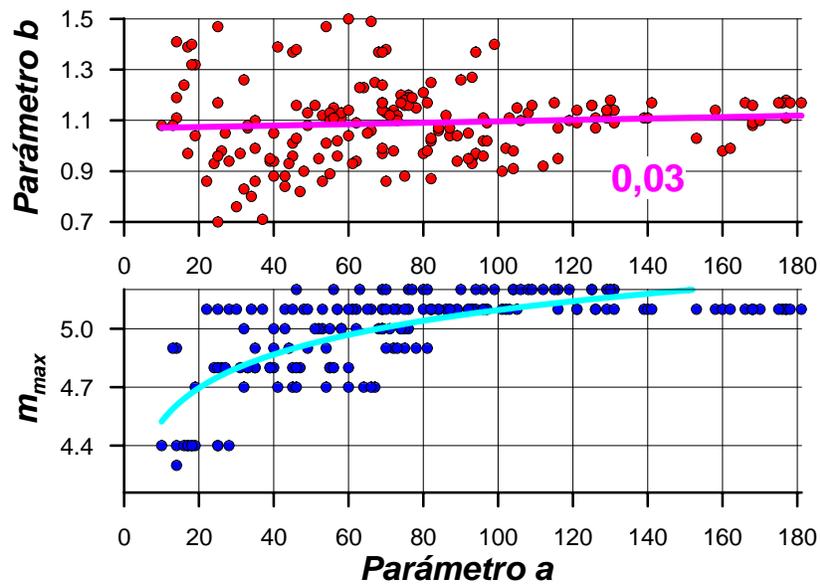


Figura 8.3: Relación del parámetro  $a$  con los parámetros  $b$  y  $m_{max}$ .

Para  $D_{-\infty} - D_{\infty}$  la tendencia positiva es ahora lineal. A pesar de la dispersión observada en la primera mitad de los datos, se puede decir que cuando aumenta el número de terremotos, el sistema aumenta su heterogeneidad.

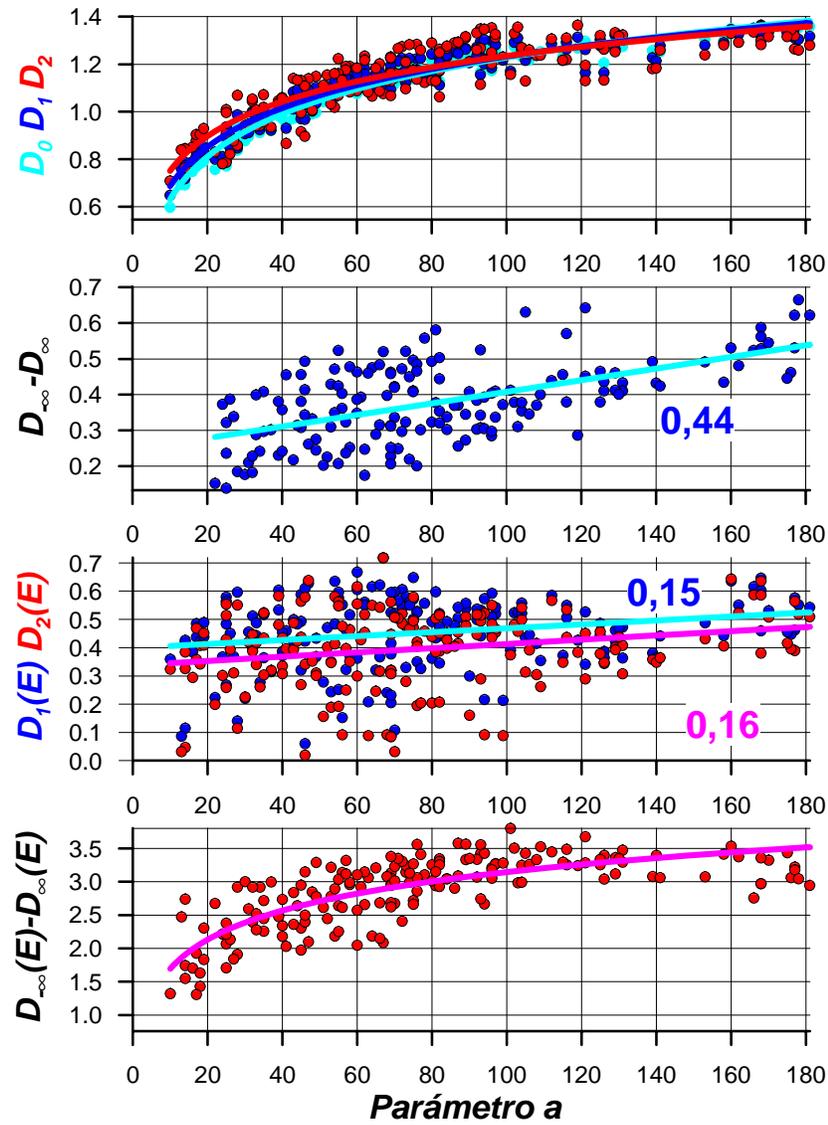


Figura 8.4: Relaciones del parámetro  $a$  con las dimensiones fractales de los terremotos (posiciones y energía). Los valores de las dimensiones  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$  se corresponden con los puntos en color azul claro, azul oscuro y rojo respectivamente.

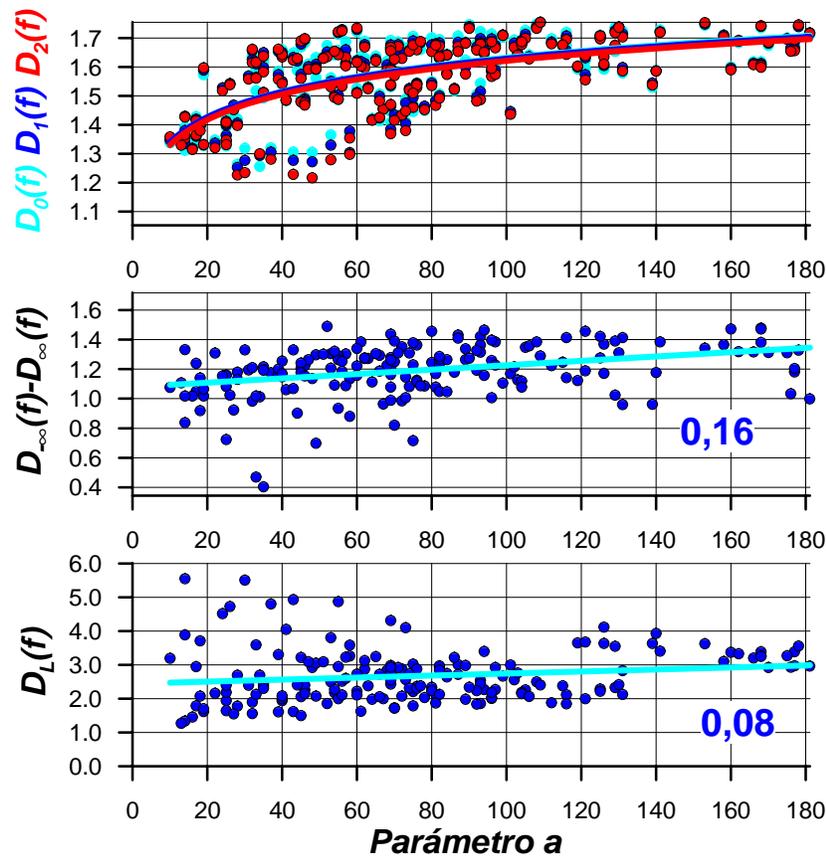


Figura 8.5: Relaciones del parámetro  $a$  con las dimensiones fractales de las fallas.

Para el caso de las dimensiones fractales  $D_1$  y  $D_2$ , cuando se utiliza como medida la energía, la relación es muy similar a la observada en el caso anterior. También aquí, la dispersión es muy significativa en la primera mitad de los datos, y la relación no es logarítmica sino lineal.

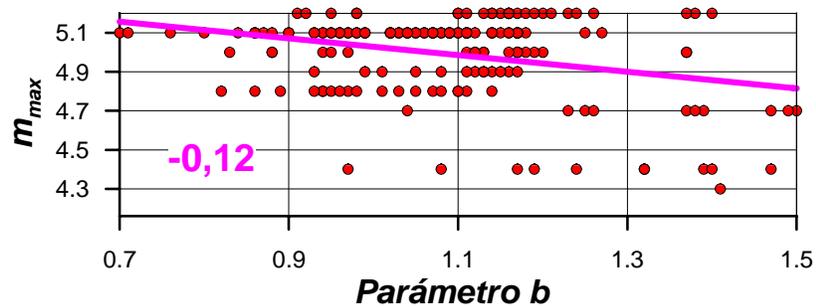


Figura 8.6: Relación del parámetro  $b$  con el parámetro  $m_{max}$ .

Para  $D_{-\infty} - D_{\infty}$  del espectro de energía, la relación es similar a la observada en el caso de las dimensiones fractales de posición. Por tanto, las zonas más heterogéneas, energéticamente hablando, son las que tienen más terremotos.

Nótese que las relaciones logarítmicas se dan con las dimensiones de posición y con el salto del espectro de energía, y las relaciones lineales se dan con el salto del espectro de posiciones y con las dimensiones de energía.

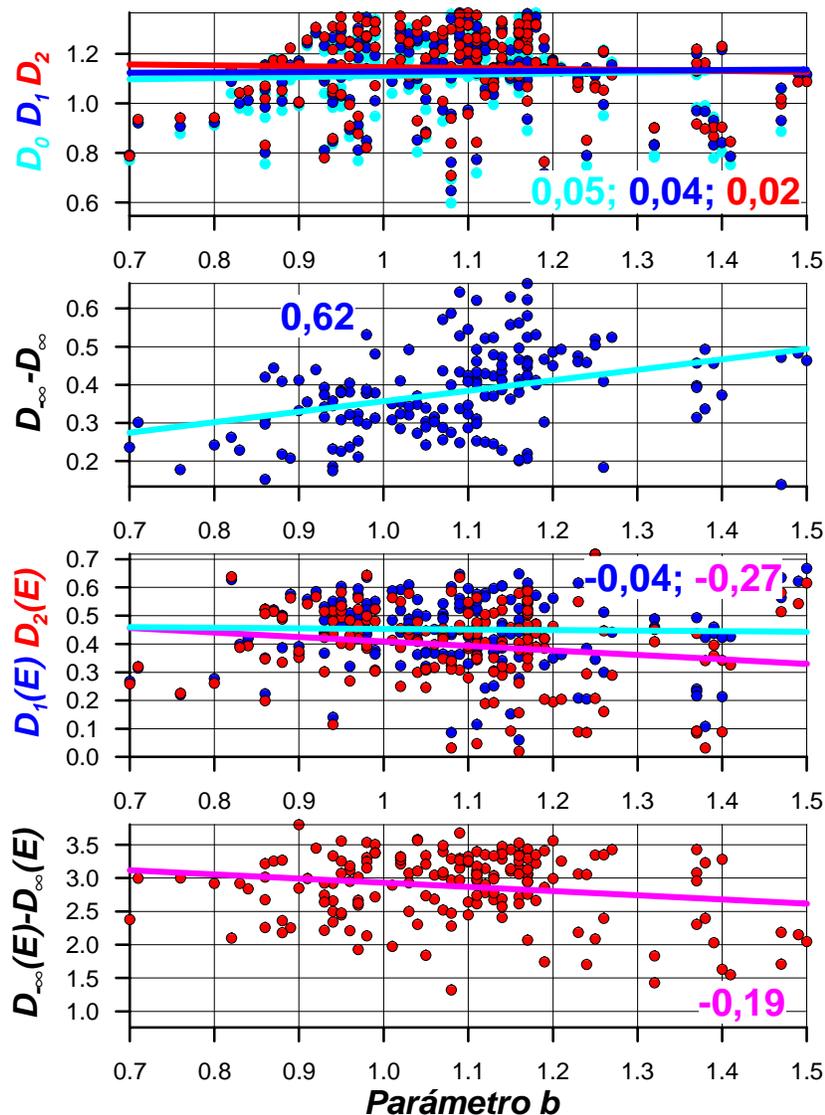


Figura 8.7: Relaciones del parámetro  $b$  con las dimensiones fractales de los terremotos (posiciones y energía).

Para el caso de las dimensiones  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$  de las fallas, la relaciones son positivas y de tipo logarítmico (figura 8.5). El cambio de tendencia se produce a partir de los 20 terremotos. Dichas

tendencias se aproximan asintóticamente a 1, 8. Por tanto, las regiones con mayor recubrimiento, mayor desorden y menor grado de agrupamiento son aquellas que tienen mayor número de terremotos. Estas tendencias también se caracterizan porque la dispersión de los datos es mínima para regiones con pocos terremotos y máxima para regiones a partir de 80 terremotos.

Para  $D_{-\infty} - D_{\infty}$  de las fallas, la tendencia también es positiva, pero ahora no de tipo logarítmico sino lineal. También la dispersión es mayor para regiones con pocos terremotos y mínima para regiones a partir de 80 terremotos. Por tanto, la mayor heterogeneidad se da en regiones con muchos terremotos. Nótese que estos gráficos son idénticos en sus tendencias a los que se obtenían con las posiciones de los terremotos, y que en el caso de energía, el comportamiento logarítmico se cambia al salto del espectro.

Por último, en esta sección de la relación del parámetro  $a$  con los otros parámetros, en el caso de la dimensión de longitud,  $D_L$ , (figura 8.5) se observa una ligera tendencia positiva con una gran dispersión para la primera mitad de los valores del parámetro  $a$ .

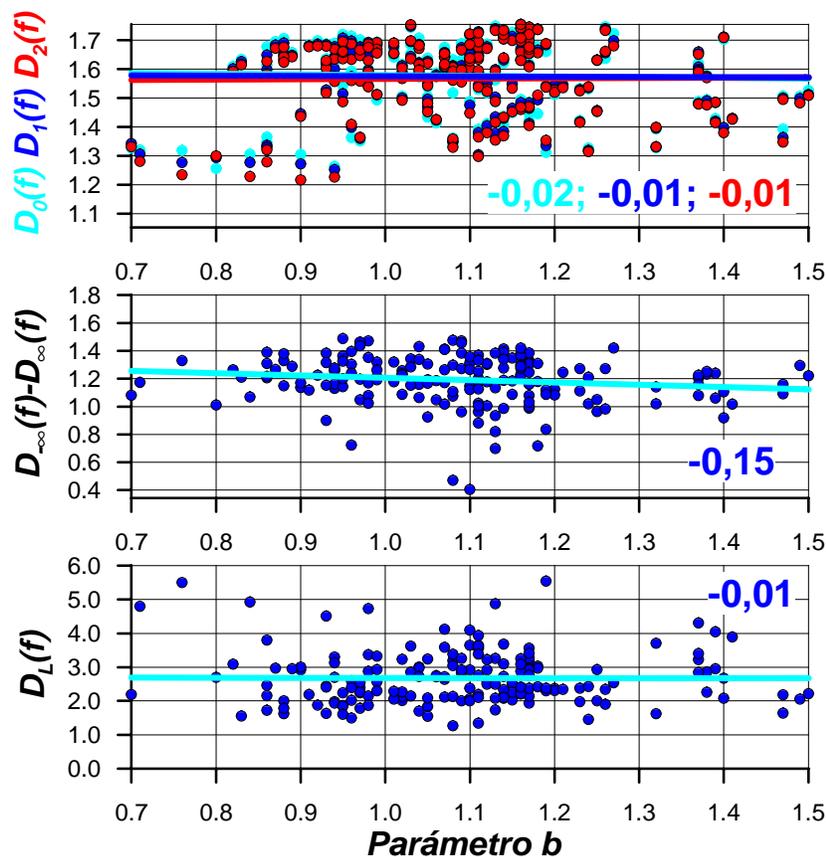


Figura 8.8: Relaciones del parámetro  $b$  con las dimensiones fractales de las fallas.

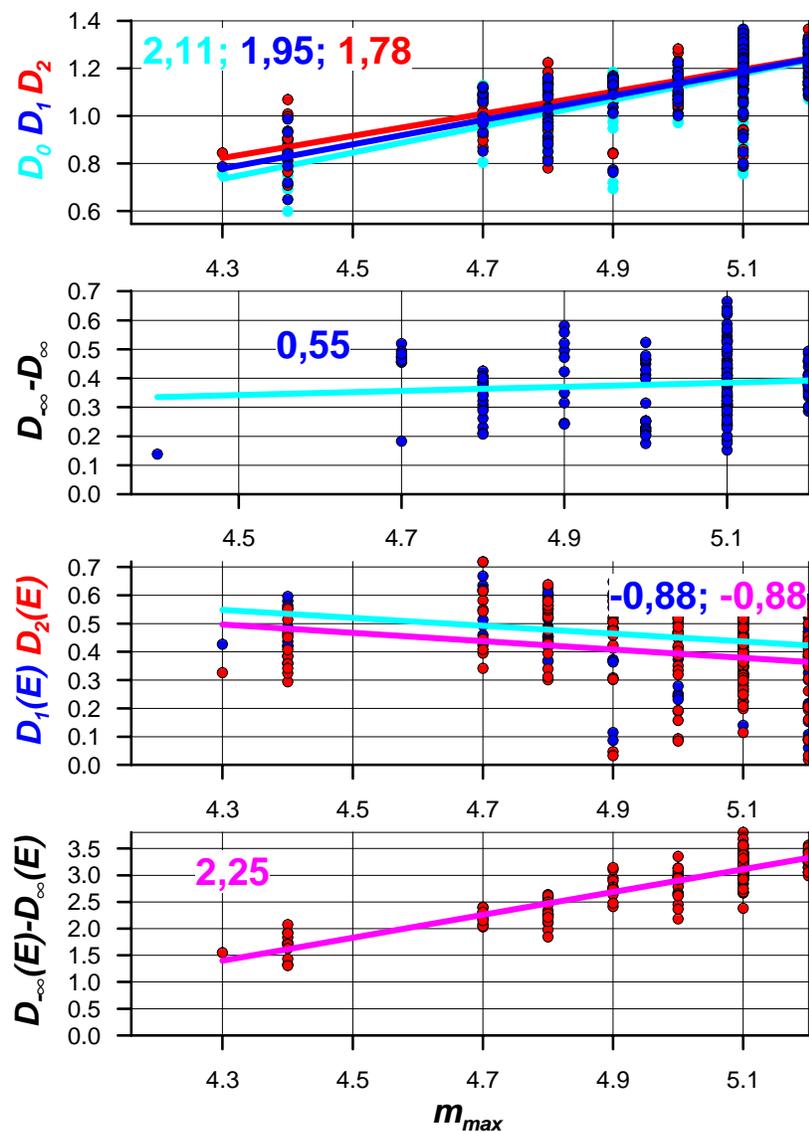


Figura 8.9: Relaciones del parámetro  $m_{max}$  con las dimensiones fractales de los terremotos (posiciones y energía).

### 8.3.2. Parámetro $b$

La relación entre el parámetro  $b$  y la magnitud  $m_{max}$  (figura 8.6) presenta una gran dispersión y la correlación no tiene una tendencia clara.

Para el caso de las dimensiones de la posición y la energía de los terremotos, la tendencia es positiva. Sin embargo, como se puede observar en las gráficas de la figura 8.7, la dispersión para todos los valores del parámetro  $b$  es muy grande.

Esta misma situación se da también para el salto del espectro en posiciones, siendo en energía la tendencia negativa.

En el caso de las dimensiones  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$  de las fallas, la relación es positiva y de tipo lineal (figura 8.8). También aquí la dispersión de los datos es muy grande.

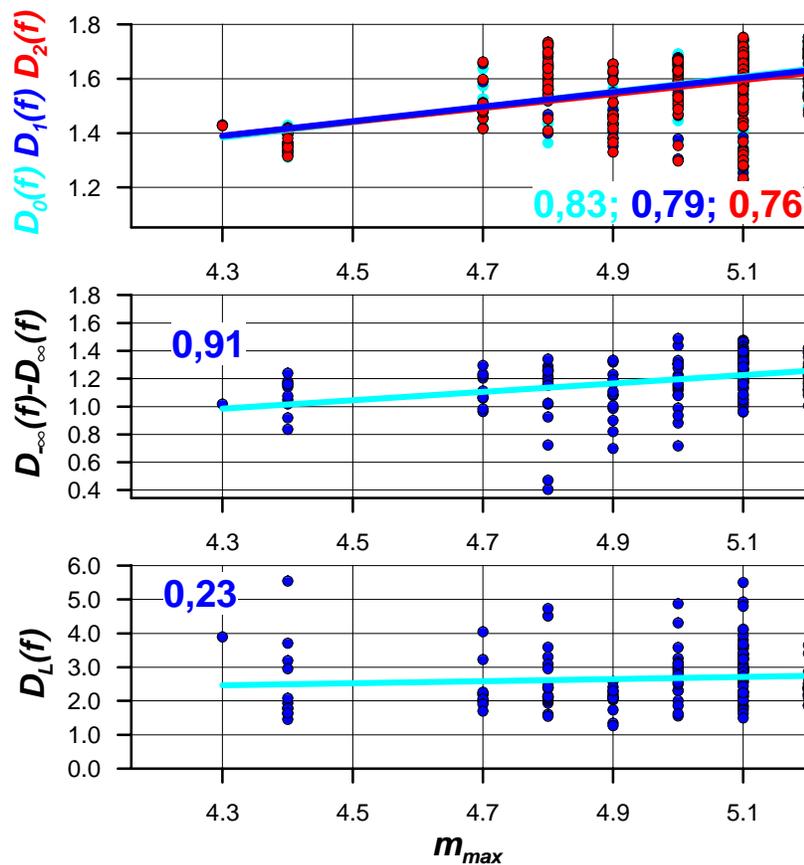


Figura 8.10: Relaciones del parámetro  $m_{max}$  con las dimensiones fractales de las fallas.

Para el caso del salto del espectro multifractal, la tendencia es negativa y con una gran dispersión de los datos (figura 8.8).

En el caso de la dimensión de longitud de las fallas (figura 8.8), la tendencia es ligeramente negativa y también con una clara dispersión de los datos.

### 8.3.3. Parámetro $m_{max}$

Cuando se consideran las dimensiones fractales y el salto del espectro multifractal calculadas con las posiciones de los terremotos, las tendencias con respecto a  $m_{max}$  son positivas (figura 8.9), aunque existe una dispersión importante. Así, las zonas donde se dan los terremotos más energéticos, son las zonas que tienen un recubrimiento mayor, un mayor desorden y un mayor grado de dispersión. Esto es congruente con el hecho de que estas zonas, según la relación positiva con el salto del espectro, son las más heterogéneas.

Para el caso de las dimensiones fractales calculadas considerando la energía, se tiene una

ligera tendencia negativa. Sin embargo, el salto del espectro multifractal, tiene una clara tendencia positiva. De esta manera, las zonas donde la liberación de la energía es más heterogénea, son aquellas donde ocurren los terremotos más energéticos.

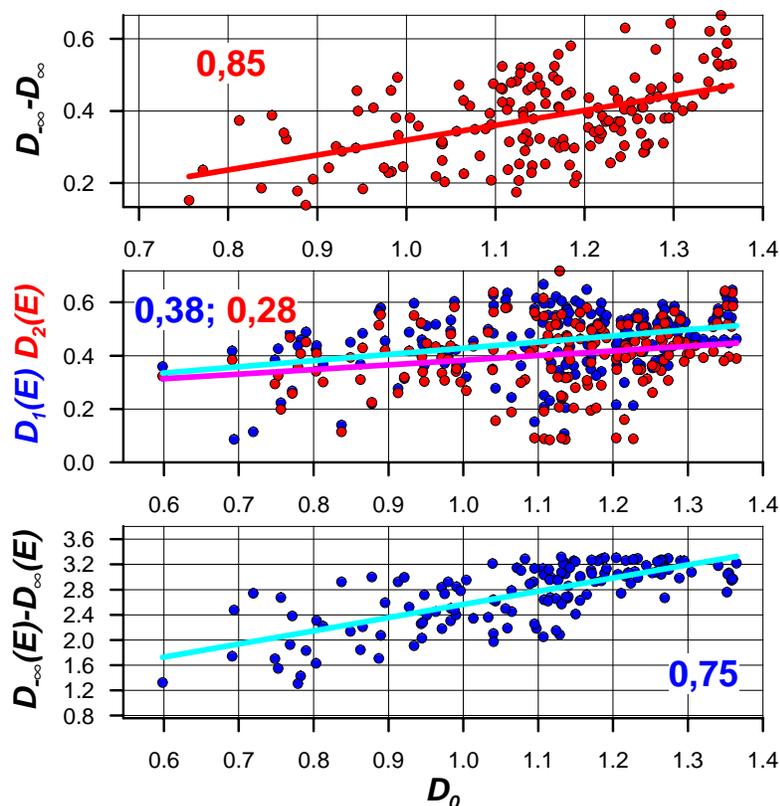


Figura 8.11: Relaciones de la dimensión fractal  $D_0$  de los terremotos con el salto del espectro de posiciones, las dimensiones  $D_1(E)$  y  $D_2(E)$  y con el salto del espectro multifractal de energía.

Para el caso de las dimensiones  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$  de las fallas, las relaciones son positivas y de tipo lineal (figura 8.10). Por tanto, las regiones con mayor recubrimiento, mayor desorden y menor grado de agrupamiento son aquellas que tienen mayor valor de la magnitud máxima. El salto del espectro fractal y la dimensión de longitud también tienen una tendencia positiva (figura 8.10). Así, las regiones más heterogéneas y con mayor valor de la proporción de fallas pequeñas a grandes, son aquellas en donde se han registrado los mayores valores del parámetro  $m_{max}$ .

### 8.4. Relaciones entre las dimensiones fractales de los terremotos (posiciones y energía) con ellas y las de las fallas

En este apartado se pueden ver las relaciones entre dimensiones fractales de los terremotos con ellas mismas (figuras 8.11 y 8.12) y con las dimensiones de las fallas (figuras 8.13, 8.14, 8.15 y 8.16).

La dimensión  $D_0$  de los terremotos tiene una relación lineal y positiva con el salto del espectro de posiciones, las dimensiones  $D_1(E)$  y  $D_2(E)$  y con el salto del espectro multifractal de energía (figura 8.11). Así, en las zonas donde cubren los terremotos más el espacio, la distribución espacial de los mismos es más heterogénea y la liberación de la energía también es heterogénea. Por otro lado, aunque es clara la tendencia positiva con  $D_1(E)$  y  $D_2(E)$ , existe una gran dispersión de los datos.

El salto del espectro fractal de posiciones también tiene una relación lineal y positiva con las dimensiones fractales  $D_1(E)$  y  $D_2(E)$  y con el salto del espectro multifractal de energía (figura 8.12). Así, las zonas más heterogéneas para la distribución espacial de los terremotos, son también las más heterogéneas desde el punto de vista de la energía. Al igual que antes para  $D_1(E)$  y  $D_2(E)$  existe una clara tendencia positiva, pero también hay una gran dispersión.

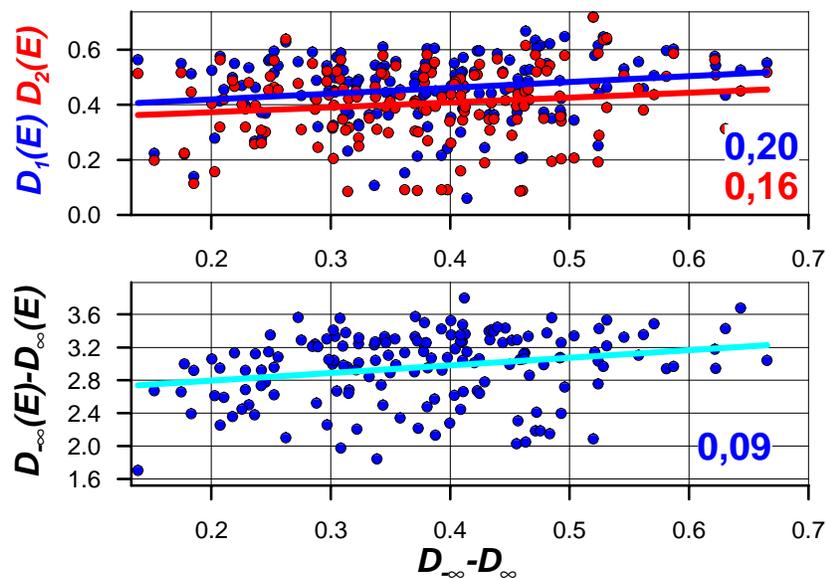


Figura 8.12: Relaciones del salto del espectro multifractal de posiciones con las dimensiones fractales  $D_1(E)$  y  $D_2(E)$  y con el salto del espectro multifractal de energía.

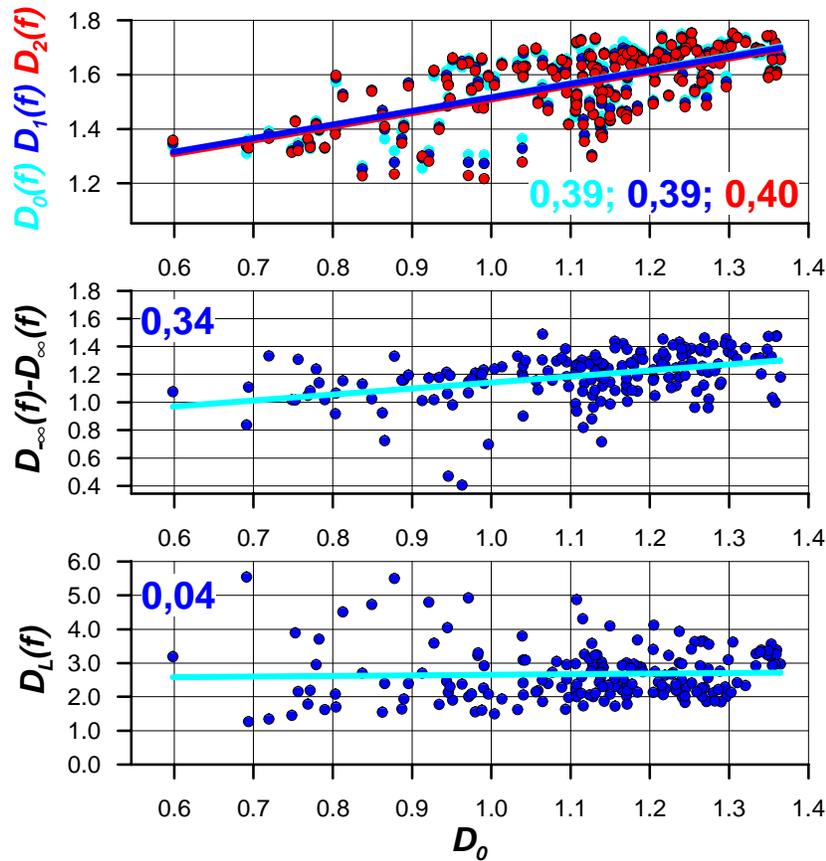


Figura 8.13: Relaciones del la dimensión fractal  $D_0$  de los terremotos con las dimensiones fractales de las fallas.

Cuando se consideran la dimensiones de capacidad, entropía, correlación y el salto multifractal de las fallas, en todos los casos las relaciones son positivas. Así, tomando las posiciones, los aumentos de recubrimiento, orden y dispersión de los terremotos se corresponden con aumentos en el recubrimiento, orden y dispersión de las fallas (figura 8.13). El aumento de la heterogeneidad de los terremotos también se corresponde con el aumento en la heterogeneidad de las fallas (figura 8.14). Para la energía ocurre exactamente lo mismo (figuras 8.15 y 8.16). Cuando se considera la dimensión  $D_L$  las tendencias son poco significativas (figuras 8.13, 8.14, 8.15 y 8.16).

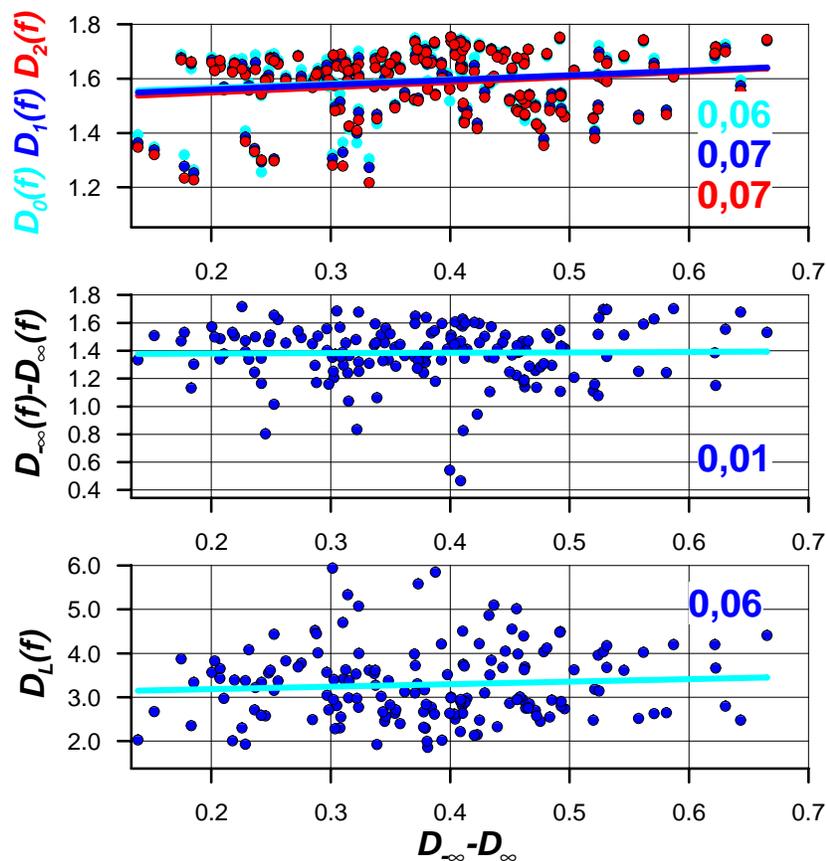


Figura 8.14: Relaciones del salto del espectro multifractal de posiciones con las dimensiones fractales de las fallas.

## 8.5. Un ensayo de extensión multifractal de la ley de Gutenberg-Richter

La ley de Gutenberg–Richter permite cuantificar la relación frecuencia-magnitud de la actividad sísmica de una región [5]. Dicha relación se puede expresar con la siguiente ecuación

$$\log N(m) = a + b \cdot m \tag{8.1}$$

donde  $N(m)$  es el número de terremotos con magnitud mayor o igual que la magnitud dada  $m$ ,  $a$  es la tasa de terremotos para el umbral de magnitudes y el parámetro  $b$  la proporción entre terremotos grandes y pequeños.

Dada la gran cantidad de parámetros y dimensiones definidos en esta memoria, podría ser interesante buscar relaciones similares a la propuesta por Gutenberg y Richter que añadan nueva información a la ya dada por los parámetros clásicos  $a$  y  $b$ . Así, teniendo en cuenta la clara dependencia logarítmica que existe entre el parámetro  $a$  y la dimensión de capacidad  $D_0$ , se va a proponer una relación que incluya esta dimensión y la magnitud.

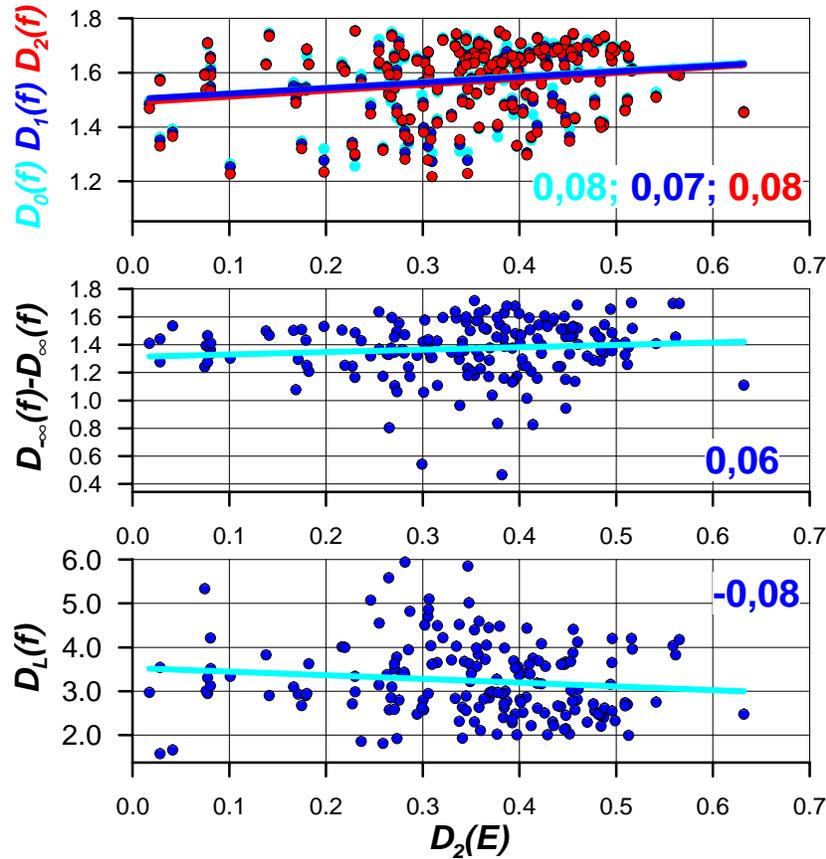


Figura 8.15: Relaciones de la dimensión fractal  $D_1(E)$  de los terremotos con las dimensiones fractales de las fallas.

Inicialmente se considerarán clases de magnitud. Así, primero se calculará la dimensión de capacidad para los terremotos más grandes, a continuación, se considerarán estos junto con los terremotos de la siguiente clase y se volverá a calcular  $D_0$ . Actuando de esta manera se obtendrá una dimensión acumulativa, de igual manera que en la ley de Gutenberg–Richter se utiliza un número acumulativo de terremotos. Finalmente se tendrán pares de datos,  $D_0$ – $m$ , que después se ajustarán, por mínimos cuadrados, a una expresión del tipo

$$D_0(m) = a_{D_0} + b_{D_0} \cdot m \quad (8.2)$$

donde  $a_{D_0}$  y  $b_{D_0}$  son los nuevos parámetros a evaluar. Para una mayor similitud con la ley de Gutenberg–Richter debería tomarse el logaritmo de  $D_0$ , pero no se realiza esta operación por haber regiones donde el  $D_0$  es cero o casi cero. Por otro lado, como se ha comentado anteriormente, entre el número de puntos (parámetro  $a$  de esta memoria) y  $D_0$  existe una relación del tipo

$$D_0 = c \cdot \log a + d \quad (8.3)$$

donde  $c$  y  $d$  son constantes. Por tanto, ocurrirá igual entre  $N(m)$  y  $D_0(m)$ , con lo que se supone que el logaritmo está incluido en la expresión (8.3).

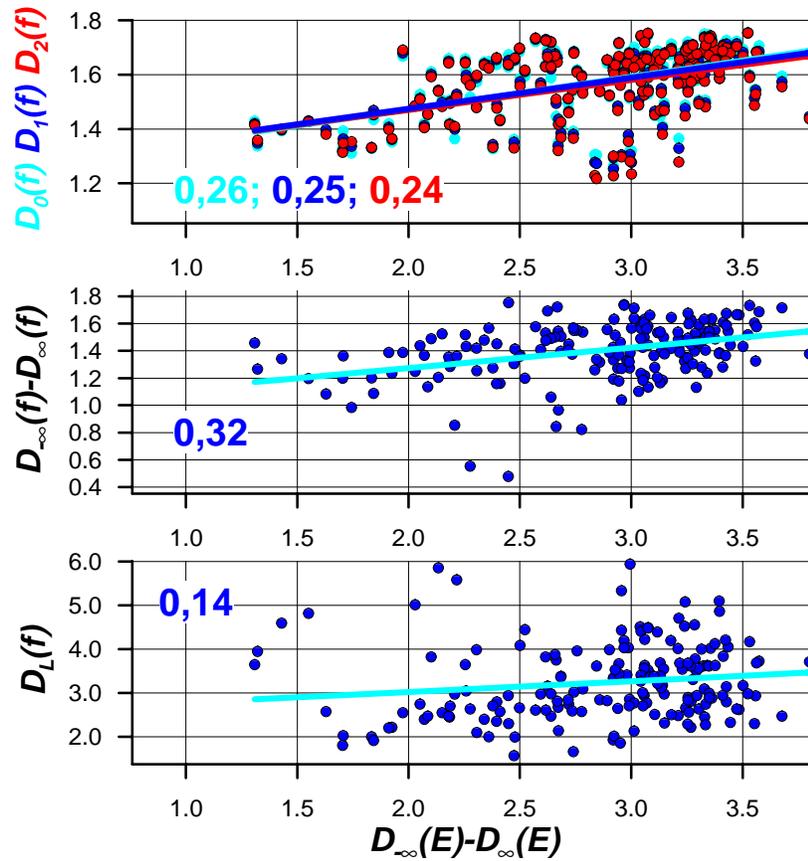


Figura 8.16: Relaciones del salto del espectro multifractal de energía con las dimensiones fractales de las fallas.

La nueva relación que se propone va a tener un límite superior, debido a que  $D_0$ , como máximo, puede tomar el valor 2,0. En la mayoría de los casos ese valor no será el límite, será inferior, y debe coincidir con el  $D_0$  de las fallas de la región, suponiendo que la base de datos de las fallas activas que se dispone es completa. Así, a partir de una cierta magnitud umbral, si el intervalo temporal considerado es suficientemente amplio, este límite debe aparecer. Teniendo todo esto en cuenta, la expresión (8.3) se transforma en

$$D_0(m) = \begin{cases} a_{D_0} & \text{si } m < m_0 \\ a_{D_0} + b_{D_0} (m - m_0) & \text{si } m \geq m_0 \end{cases} \quad (8.4)$$

donde  $a_{D_0}$  tomará de forma general el valor 2,0 o de forma más concreta la dimensión  $D_0$  de las fallas de esa región.

Las regiones con valores "grandes" de  $b_{D_0}$  son aquellas en las que el espacio se rellena fundamentalmente con terremotos pequeños, mientras que las zonas con  $b_{D_0}$  "pequeños" son aquellas donde los terremotos grandes tienen más peso a la hora de rellenar el espacio. En el primer caso, los terremotos grandes o son muy pocos o están muy agrupados. En el segundo caso, los terremotos grandes están dispersos.

Otra posible interpretación es: Valores bajos de  $b_{D_0}$  estarían asociados a zonas donde los terremotos pequeños se agrupan alrededor de los grandes. Y valores altos de  $b_{D_0}$  se asociarían con zonas donde los terremotos pequeños no se agrupan alrededor de los grandes.

En regiones que se rigen por el terremoto característico se utilizaría una expresión del tipo de la ley de Gutenberg-Richter truncada, que considera la existencia de una magnitud máxima  $m_{\text{máx}}$ , y que tiene la forma

$$D_0 = \begin{cases} a_{D_0} & \text{si } m < m_0 \\ a_{D_0} + b_{D_0} (m - m_0) & \text{si } m_{\text{máx}} \geq m \geq m_0 \\ 0 & \text{si } m > m_{\text{máx}} \end{cases} \quad (8.5)$$

En la figura 8.17, se presenta el resultado de utilizar la relación (8.3) con la base de datos de terremotos ampliamente utilizada a lo largo de esta memoria, que comienza en 1910 y tiene una magnitud umbral 3,5. Las clases de magnitud consideradas son de 0,3, y el resultado obtenido por mínimos cuadrados para el parámetro  $b_{D_0}$  es de 0,35. A la vista de este resultado se puede indicar que los terremotos pequeños se agrupan alrededor de los más energéticos, es decir, estos últimos van a regir como se llena el espacio (el plano), por tanto, los terremotos más grandes están extendidos por toda la región.

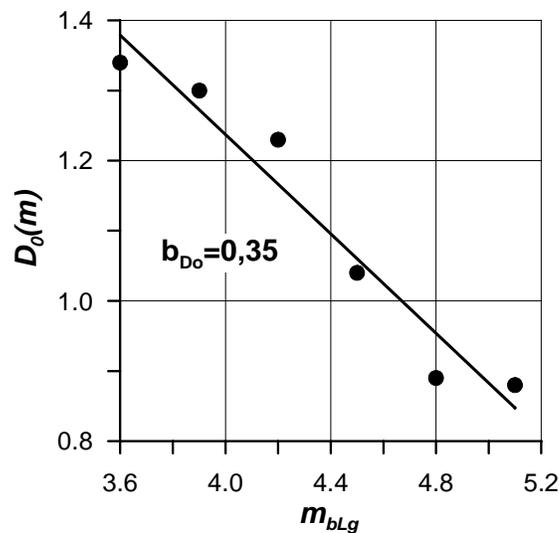


Figura 8.17: Relaciones  $D_0$  vs. clases de magnitud. Se han utilizado en los cálculos el catálogo con intervalo temporal 1910-2009. Utilizando mínimos cuadrados se ha obtenido el parámetro  $b_{D_0}$ .

Por otro lado, se podrían definir varias pendientes dentro de la gráfica, lo cual supondría una tendencia diferente en el relleno del espacio. Es decir, dependiendo del rango de magnitud considerado, los terremotos rellenarían el espacio de forma diferente. Queda, para futuros estudios, analizar estas posibles tendencias y su relación con las fallas.

### 8.5.1. Distribución espacial del parámetro $b_{D_0}$

Al igual que en apartados anteriores, se ha calculado la variación espacial del parámetro  $b_{D_0}$  en las Béticas. Como muestra la figura 8.18, existe dispersión de valores, siendo difícil realizar con ellos una zonificación. En la parte occidental parecen concentrarse los valores altos, con un máximo al noroeste de Ubrique. También hay valores altos en la zona de Vera y en la zona de Alicante. En la parte oriental sin embargo, parece concentrarse los valores bajos, con un mínimo muy definido al oeste de Murcia. En el tercio central de las Béticas y en el área de Valencia los valores son intermedios.

Por tanto, en la zona occidental, el espacio se rellena con terremotos pequeños que no están agrupados con los grandes. En la zona oriental, los terremotos pequeños se agrupan en torno a los grandes.

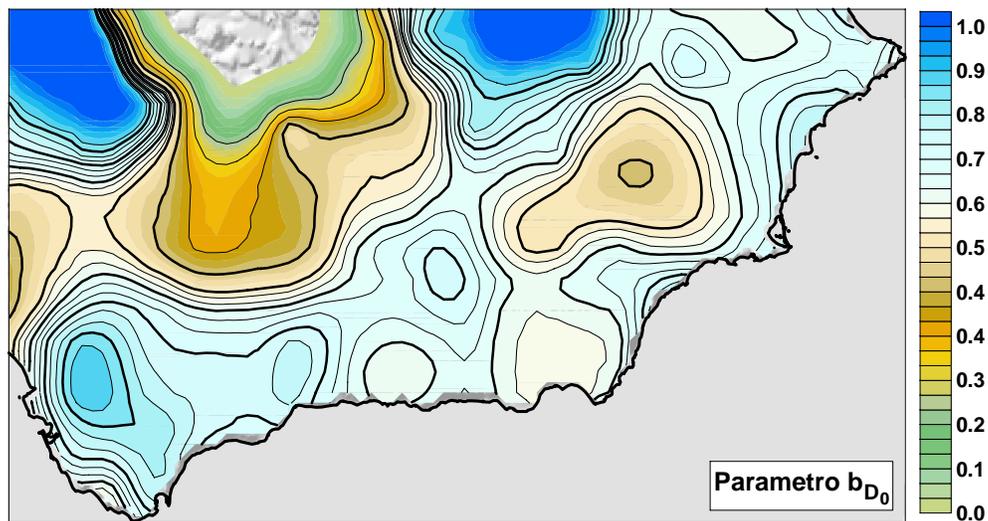


Figura 8.18: Variación espacial del parámetro  $b_{D_0}$  en la cordillera Bética.

## Bibliografía

- [1] Aki, K. (1981). A probabilistic synthesis of precursory phenomena. En *Earthquake Prediction: An International Review*. Maurice Ewing Series 4, D. W. Simpson and P.G. Richards (Eds.), American Geophysical Union, Washington, D.C., 566–574.
  - [2] Legrand, D. (2002). Fractal dimension of small, intermediate and large earthquakes. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **92**, 3318–3320
  - [3] M.O.P.T. (1992). Análisis sismotectónico de la Península Ibérica, Baleares y Canarias. *Publicación Técnica 26*, Ed. IGN.
  - [4] Öncel, A.O., Wilson, T.H. and Nishizawa, O. (2001). Size scaling relationships in the active fault networks of Japan and their correlation with Gutenberg-Richter b values. *J. Geophys. Res.*, **106**, 21827–21841.
  - [5] Gutenberg, B. and Richter, C.F. (1944). Frequency of earthquakes in California. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **34**, 185–188.
-

## Capítulo 9

# Zonificación sismotectónica de la Cordillera Bética

### 9.1. Introducción

En este capítulo se va a presentar una zonificación sismotectónica de las Béticas utilizando las características espaciales de los parámetros de sismicidad y multifractalidad que se han evaluado en los anteriores capítulos. De todas las regiones definidas en cada zonificación, solo se han seleccionado aquellas que sean más frecuentes. Estas regiones, de oeste a este son: Ubrique, Montilla, Málaga-Granada, Almería-Vera, Murcia-Alicante y sur de Valencia. Los valores de los parámetros de sismicidad y multifractalidad de cada una de estas regiones aparecen en la tabla 9.1, la cual permite tener una visión global de estos parámetros. En esta tabla, un máximo se denota con una  $M$  y un mínimo con una  $m$ . Los exponentes que acompañan a estas letras indican el orden de magnitud del máximo o mínimo, contando desde 1 para el valor más grande o más pequeño. A continuación se va a describir en profundidad cada una de estas zonas.

### 9.2. Zonificación sismotectónica

#### Ubrique

Esta es una zona claramente definida por casi todos los parámetros. Como muestra el mapa del parámetro  $a$  tiene actividad media y terremotos de magnitud también media según indica el parámetro  $m_{max}$  y el parámetro  $b$ . Las dimensiones fractales para posiciones dan máximos de segundo o tercer orden, existe por tanto un relleno del área significativo, un cierto grado de desorden y la presencia también de un número significativo de agrupamientos con bajo grado de proximidad entre los terremotos de cada grupo. El escalón fractal presenta un máximo de segundo orden, sugiriendo que ésta es una zona de heterogeneidad alta donde se concentran los terremotos. Los anteriores resultados son totalmente soportados por los que se obtienen con las dimensiones cuando se utiliza como medida la energía, pero ahora con valores máximos, que indican que hay varios terremotos que tienen magnitud alta similar que no se encuentran concentrados, sino distribuidos por la región. Por otro lado, los valores intermedios del escalón de energía, sugieren que la diferencia en la medida entre zonas con terremotos poco energéticos y zonas con terremotos más energéticos no es tan pronunciada como en otras regiones, lo cual confirma, al igual que todo lo anterior, la no existencia de un terremoto que predomine sobre los demás desde el punto de vista energético.

Para las dimensiones fractales de las fallas se obtienen valores intermedios. En conjunto, no permiten definir la zona como se hacía con las dimensiones de posición y energía. Similar resultado se encuentra con el escalón del espectro multifractal de las fallas. Los resultados aquí presentados sugieren una complejidad alta para la región.

### Montilla

La actividad sísmica es baja, menor que en el caso anterior. Sin embargo  $m_{max}$  presenta un valor mayor que se extiende a Lucena y Alcaudete. El parámetro  $b$  no define esta zona, pero tiene un valor bajo en la misma. Las dimensiones fractales y el salto del espectro multifractal, calculados a partir de las posiciones de los terremotos, tienen valores altos en esta región, aunque no la definen claramente. No se define tampoco la región con las dimensiones fractales calculadas a partir de la energía, así los valores intermedios-bajos que aparecen indican un grado medio de agrupamiento asociado a un terremoto predominante (terremoto característico). Desde el punto de vista energético, el salto del espectro fractal, indica que esta zona es más heterogénea que la anterior, posiblemente debido a la existencia de tres subzonas claramente diferenciadas por la  $m_{max}$ . Las fallas, en general de longitud media, presentan valores intermedios en las dimensiones fractales y en el salto del espectro multifractal, es decir, la zona está poco fracturada y con pocos agrupamientos.

### Granada

Esta zona es detectada por casi todos los parámetros de sismicidad y de fallas, pudiéndose definir en ella diferentes subzonas con ayuda de algunos parámetros. Por otro lado, esta región en algunos casos se extiende hacia Málaga o hacia la región de Montilla o incluso Adra (Almería). En particular, la zona de la cuenca de Granada es la que presenta mayor actividad de todas las Béticas. También para la  $m_{max}$  se obtiene un valor alto e intermedio para el parámetro  $b$ . Las dimensiones fractales calculadas a partir de la posición de los terremotos presentan siempre máximos. En el caso de  $D_2$ , este máximo se divide en tres subzonas: una en la parte norte y dos en la costa (Alhama de Granada y Almuñécar). Estos valores altos de las dimensiones fractales indican una dispersión de la sismicidad, de manera que hay un alto recubrimiento del espacio, un alto grado de desorden y existen muchos agrupamientos con un grado bajo de proximidad. El escalón del espectro multifractal indica que en esta zona hay una gran heterogeneidad. Desde el punto de vista energético, las dimensiones fractales también presentan máximos, apareciendo dichos valores desde la zona de Alhama de Granada hacia la costa. En la parte norte de la región hay valores altos-intermedios. Estos resultados indican, al igual que antes, la existencia de desorden y de un gran número de agrupamientos con bajo grado de proximidad y donde no existe un terremoto que predomine sobre los demás. A partir del escalón del espectro multifractal de energía, se observa que la región presenta una heterogeneidad alta con diferentes valores dentro de ella, extendiéndose este máximo hacia Montilla por el oeste y Adra por el este. Todo esto ratifica el hecho de que Granada es una zona donde se producen varios terremotos de magnitud máxima, los cuales pueden ocurrir en diferentes localizaciones de la región.

Los valores de la dimensión  $D_L$  indican que en esta zona predomina la existencia de fallas de longitud pequeña-media. Las dimensiones fractales de las fallas presentan un máximo, que comienza en la cuenca de Granada y se extiende hacia el este. Esto muestra que hay una mayor dispersión de las fallas en la subzona de la cuenca de Granada, lo que está implicando un mayor recubrimiento del espacio, un mayor grado de desorden y un mayor número de agrupamientos con bajo grado de proximidad, que estaría de acuerdo con el hecho de que se pueden producir

terremotos grandes en diferentes zonas de la región. Desde el punto de vista del escalón del espectro multifractal, la parte más heterogénea se encuentra en el este de la región, extendiéndose hacia Almería y la costa. La zona oeste, en particular Alhama de Granada, presenta valores un poco menores. Esto es un reflejo de la heterogeneidad hallada en la sismicidad.

Tabla 9.1: Caracterización de la zonificación de las Béticas.

Parámetros	Zonas					
	Ubrique	Montilla	Granada	Almería-Vera	Murcia-Alicante	Valencia
$a$	$M^3$	$M^6$	$M^1$	$M^4$	$M^2$	$M^5$
	30	10	90	25	40	15
$b$	$M^1$	$m^1$ P.D.	$M^4$	$m^3/M^3$	$m^2/M^2$	$m^3$
	1, 4	$\sim 0, 8$	1, 1	1, 0/1, 2	$\sim 0, 9/1, 3$	1, 0
$m_{max}$	$M^2$	$M^1$	$M^1$	$M^1$	$M^1$	$M^2$
	[4, 5, 5, 0)	$\geq 5, 0$	$\geq 5, 0$	$\geq 5, 0$	$\geq 5, 0$	[4, 5, 5, 0)
$D_0$	$M^3$		$M^1$	$M^2$	$M^1$	
	1, 15		1, 35	1, 25	1, 35	
$D_1$	$M^3$		$M^1$ costa	$M^2$	$M^2$	
	1, 1		1, 3	1, 25	1, 25	
$D_2$	$M^2$ P.D.		$M^1$	$M^1$	$M^1$	
	1, 0		1, 2	1, 2	1, 2	
$D_{-\infty} - D_{\infty}$	$M^2$		$M^1$	$M^3$ P.D.	$M^2$	$M^4$ P.D.
	0, 45		$\sim 0, 5$	$\sim 0, 3$	$\sim 0, 35$	$\sim 0, 25$
$D_1(E)$	$M^1$		$M^2$ costa	$M^3$	$M^3$	$M^2$
	0, 65		0, 6	0, 55	0, 55	0, 55
$D_2(E)$	$M^1$		$M^2$ costa	$M^4$	$M^3$	$M^3$
	0, 55		0, 5	0, 4	0, 45	0, 45
$D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E)$		$M^3$ P.D.		$M^1$ P.D.	$M^2$	
		$\sim 2, 1$		$\sim 2, 65$	2, 55	
$D_L(f)$	$m^3$ P.D.	$M^1$ P.D.	$M^2$ P.D.	$m^2$	$m^3$ P.D.	$m^1$
	$\sim 1, 0$	3, 5	3, 1	1, 8	2, 0	$\sim 1, 6$
$D_0(f)$	$M^3$ P.D.	$M^4$	$M^2$		$M^1$	
	1, 45	1, 35	1, 65		1, 7	
$D_1(f)$	$M^2$ P.D.	$M^3$	$M^1$		$M^1$	
	1, 4	$\sim 1, 3$	$\sim 1, 6$		1, 6	
$D_2(f)$	$M^3$ P.D.	$M^4$	$M^2$		$M^1$	
	1, 35	1, 25	1, 55		1, 6	
$D_{-\infty} - D_{\infty}(f)$	$m^2$ P.D.	$M^2$ P.D.		$M^1$	$M^1$	$m^1$
	$\sim 1, 0$	$\sim 1, 1$		1, 3	1, 3	$\sim 0, 9$

$m^1$  Mínimo de menor valor.  $M^1$  Máximo de mayor valor. En blanco: Valores no significativos.  
P.D.: Poco definido.

### Almería-Vera

Dependiendo del parámetro utilizado en su caracterización, en algunos casos, dentro de esta región se podrían distinguir dos subzonas: Adra-Almería y Vera y su extensión en el sur de la provincia de Murcia.

La actividad sísmica es ligeramente mayor en la subzona de Adra-Almería. Igual ocurre con los valores de  $m_{max}$  que son mayores en la zona de Adra-Almería, no siendo, en este caso, la separación entre las subzonas muy clara. El parámetro  $b$  presenta valores menores en la zona de Adra-Almería. Las dimensiones fractales tiene valores altos en esta región. El salto del espectro multifractal da una heterogeneidad media y siendo ésta mayor en la zona de Adra-Almería.

Los valores de las dimensiones fractales, tomando como medida la energía, son altos y en ambos casos se determinan dos zonas, una al suroeste de la bahía de Almería y otra al norte del Gérgal (Baza). La subzona de Vera de Almanzora presenta valores más bajos que la anterior. El escalón del espectro multifractal determina una zona al oeste de la ciudad de Almería con alta heterogeneidad que se une con la región de Granada. Al igual que antes, aparecen valores menores en la subzona de Vera.

La dimensión de longitud,  $D_L$ , de las fallas tiene valores intermedios para esta región, con la excepción de la zona de Adra que tiene valores bajos. El máximo de la dimensión fractal  $D_0$ , comentado anteriormente, no engloba en ningún caso la costa de Almería, que posee valores intermedios-altos. Las dimensiones  $D_1$  y  $D_2$  tienen un comportamiento similar a la  $D_0$ . Las subzonas que se determinaban con las dimensiones calculadas a partir de la posición de los terremotos no aparecen. El escalón del espectro multifractal de las fallas tiene un comportamiento similar al del escalón de la sismicidad.

Por lo tanto, la sismicidad de la zona de Adra-Almería es más compleja espacialmente y energéticamente hablando que la de la zona de Vera. En esta última, según los resultados de las dimensiones fractales, se tiene tendencia a que se produzca un terremoto que prevalezca sobre los demás energéticamente hablando.

### Murcia-Alicante

Aunque el parámetro  $a$  determina una diferencia entre las zonas de Murcia y de Torrevieja y en algunos otros mapas también se puede vislumbrar esta diferenciación, en general, se puede considerar como una única zona de estudio. Esta zona es menos activa que la de Granada. La distribución de la sismicidad diferencia claramente la región en las subregiones de Murcia y Alicante (Torrevieja), con un parámetro  $b$  mayor en la segunda. Las dimensiones fractales de las posiciones presentan máximos similares a los de la zona de Granada. Esto representa un alto grado de recubrimiento de la zona, un alto desorden y muchos agrupamientos con bajo grado de proximidad, sin embargo, el salto en el espectro muestra que esta zona es más homogénea. Las dimensiones fractales calculadas a partir de la energía muestran un máximo para la subzona de Murcia, de manera que la energía se libera de manera dispersa. Este resultado es reforzado por la existencia de varios terremotos de magnitud alrededor de 5,0. Un mínimo aparece para la zona de Torrevieja, es decir, hay un bajo grado de desorden y existen pocos agrupamientos con alto grado de proximidad, lo cual está asociado a la existencia de un terremoto mucho más energético que los demás. Esto está de acuerdo con el mapa de sismicidad histórica donde se observa, que es en la subzona de Torrevieja, donde se producen los mayores terremotos. El salto del espectro multifractal, calculado con la energía, muestra que ésta es una zona de heterogeneidad alta, donde se producen terremotos grandes.

---

En esta región se presentan máximos para las fallas (existe dispersión de las mismas) similares a los de la zona de Granada, es decir, la distribución geométrica de las fracturas de ambas regiones es similar desde el punto de vista multifractal, sin embargo, éstos están asociados a fallas de mayor longitud, como muestran los valores de la dimensión  $D_L$ . Así existe concordancia con el hecho de que la actividad de la sismicidad histórica es menor y más energética en esta zona. Es decir, la manera en que la energía se libera es fundamentalmente con terremotos de mayor magnitud y en periodos temporales más largos que en la zona de Granada, la cual está caracterizada por una actividad mayor pero de terremotos más pequeños. Con estos datos, y a partir de la sismicidad histórica, se puede decir que en la primera subregión parece predominar el terremoto característico, y en la segunda existe un mejor ajuste de los datos a la ley de Gutenberg-Richter.

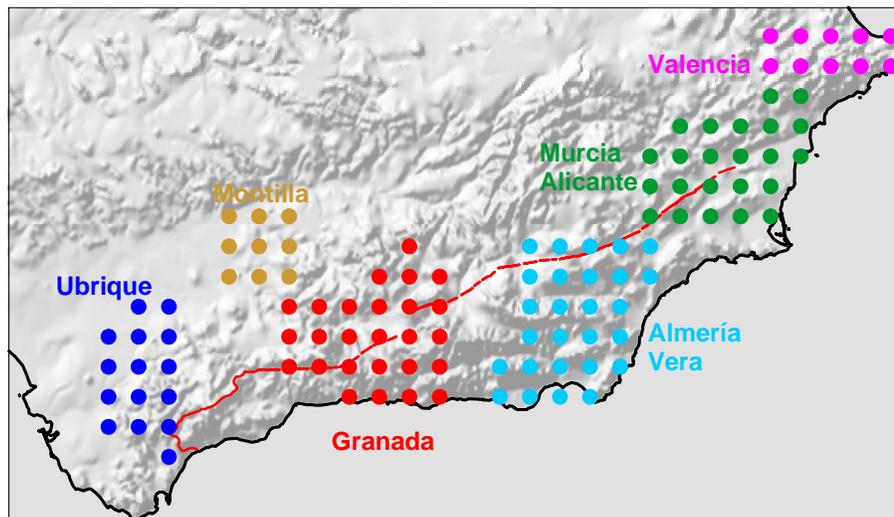


Figura 9.1: Zonificación de las Béticas y puntos utilizados en los ajustes que se realizan para cada zona. Azul oscuro: Ubrique; marrón: Montilla; rojo: Granada; azul claro: Almería-Vera; verde: Murcia-Alicante; magenta: Valencia.

### Sur de Valencia

Zona con poca actividad sísmica y energética ( $m_{max} < 5,0$ ), caracterizada con un valor mínimo en el parámetro  $b$ . Cuando se trabaja con las posiciones, esta zona no queda definida por las dimensiones fractales, presentado valores intermedios-altos (región de transición). Igual sucede con el salto del espectro multifractal que muestra una zona de heterogeneidad intermedia. Las dimensiones fractales calculadas con la energía presentan máximos, es decir, existe un alto grado de desorden y muchos agrupamientos con bajo grado de proximidad, esto está asociado al hecho de que no hay un terremoto que predomine sobre los demás energéticamente hablando. En este caso, el salto del espectro multifractal de energía también representa una región con heterogeneidad intermedia, que concuerda con lo antes expuesto.

A partir de la dimensión  $D_L$  de las fallas, se puede comprobar que existe un predominio de fallas de longitud intermedia-grande (zona poco fracturada). A pesar de esto, esta zona no es

detectada por las dimensiones fractales de las fallas, presentando valores de transición que serían consistentes con el hecho de que está en la frontera de la Cordillera Bética y está afectada por los esfuerzos del sistema Bético y del sistema Ibérico. Los valores de las diferentes dimensiones fractales asociadas a las fallas muestran una zona donde existe una dispersión intermedia-grande de las fallas, lo cual supone alto recubrimiento del espacio, alto grado de desorden y muchos agrupamientos con bajo grado de proximidad. El salto del espectro multifractal presenta una región transición con heterogeneidad intermedia.

### 9.3. Relaciones entre parámetros en las regiones de la zonificación sismotectónica

En el capítulo 8 se han obtenido relaciones entre los parámetros de sismicidad y las dimensiones fractales, tanto para terremotos como para fallas. Dichas relaciones eran para todas las Béticas, pues aún no se habían regionalizado éstas tectónicamente. A continuación se presentan las anteriores relaciones para cada una de las regiones definidas en la zonificación sismotectónica de las Béticas (figura 9.1). No se ha tenido en cuenta posibles subzonas ya que no siempre han quedado bien definidas. Así, en las siguientes gráficas, se presentarán las relaciones para cada región de:

- la relación de Aki [1].
- los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $m_{max}$  con todas las dimensiones fractales;
- las dimensiones fractales para posiciones, energía y fallas con respecto a estas mismas dimensiones;
- las relaciones entre el grado de heterogeneidad de las posiciones, de la energía y de las fallas con respecto a estas mismas y a las dimensiones fractales correspondientes;

Los resultados que se obtengan con todas estas relaciones, a excepción de los de Aki, se resumirán en una tabla y figura final.

---

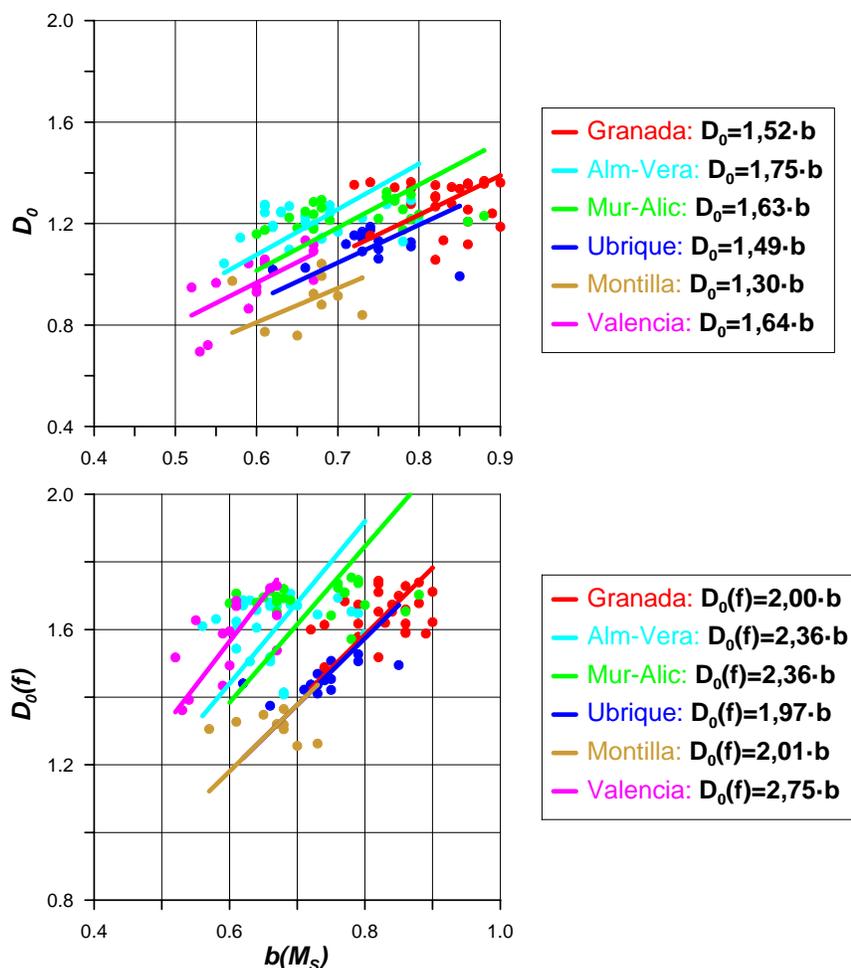


Figura 9.2: Gráfica superior: Relación  $D_0$ - $bM_S$ . Gráfica inferior:  $D_0(f)$ - $bM_S$ . Azul oscuro: Ubrique; marrón: Montilla; rojo: Granada; azul claro: Almería-Vera; verde: Murcia-Alicante; magenta: Valencia.

### 9.3.1. Relación de Aki

Cuando se consideran las dimensiones de capacidad de los terremotos, las pendientes que se obtienen son similares (figura 9.2-gráfica superior), sin embargo, esta relación caracteriza las regiones claramente por su valor obtenido, así Almería sería la de mayor valor, Valencia y Alicante lo tendrían igual, a continuación Granada y Ubrique y en último lugar Montilla. Puesto que las Béticas es una región que se puede caracterizar por terremotos de tamaño pequeño o intermedio, los valores de las pendientes obtenidas más próximos al valor 1 que a 2, es decir, a terremotos grandes más que a intermedios o pequeños, es un resultado sorprendente, por tanto, sin ningún tipo de explicación sismotectónica. Para que las pendientes alcancen el valor 2 o el 3, debería aumentar la dimensión  $D_0$  o disminuir el parámetro  $b$ , el primer caso es compatible con un aumento en el número de terremotos, y el segundo con un aumento del tamaño de los terremotos. Por tanto, parece que la zona está pendiente de una mayor actividad, o de la

ocurrencia de un gran terremoto.

Para el caso de las fallas (figura 9.2-gráfica inferior), las pendientes están todas próximas al valor 2, lo cual es más razonable. El alto valor de la pendiente que se da en la región de Valencia es de difícil interpretación, ya que es una zona tanto de grandes fallas como de grandes terremotos. Según esto, la tendencia debería estar más próxima al valor 1 que al 3 que ahora tiene. Sin embargo, esta es una zona donde no se espera que aumente la sismicidad que implicaría una subida del parámetro  $b$  sino que se daría un terremoto de gran tamaño que lo que haría sería disminuir el parámetro  $b$  y acercaría más el valor a 3 (terremotos pequeños).

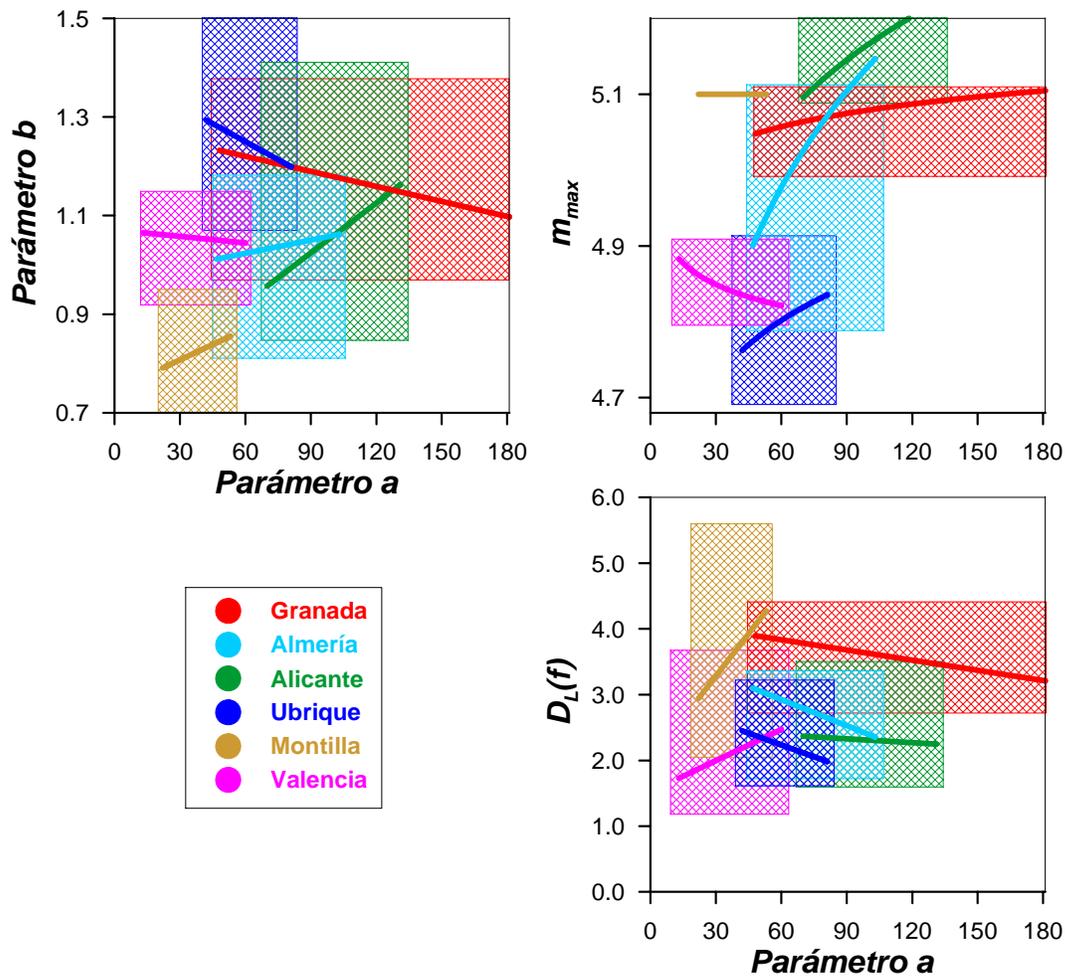


Figura 9.3: Relaciones del parámetro  $a$  con los parámetros  $b$ ,  $m_{max}$  y  $D_L$ . Azul oscuro: Ubrique; marrón: Montilla; rojo: Granada; azul claro: Almería-Vera; verde: Murcia-Alicante; magenta: Valencia.

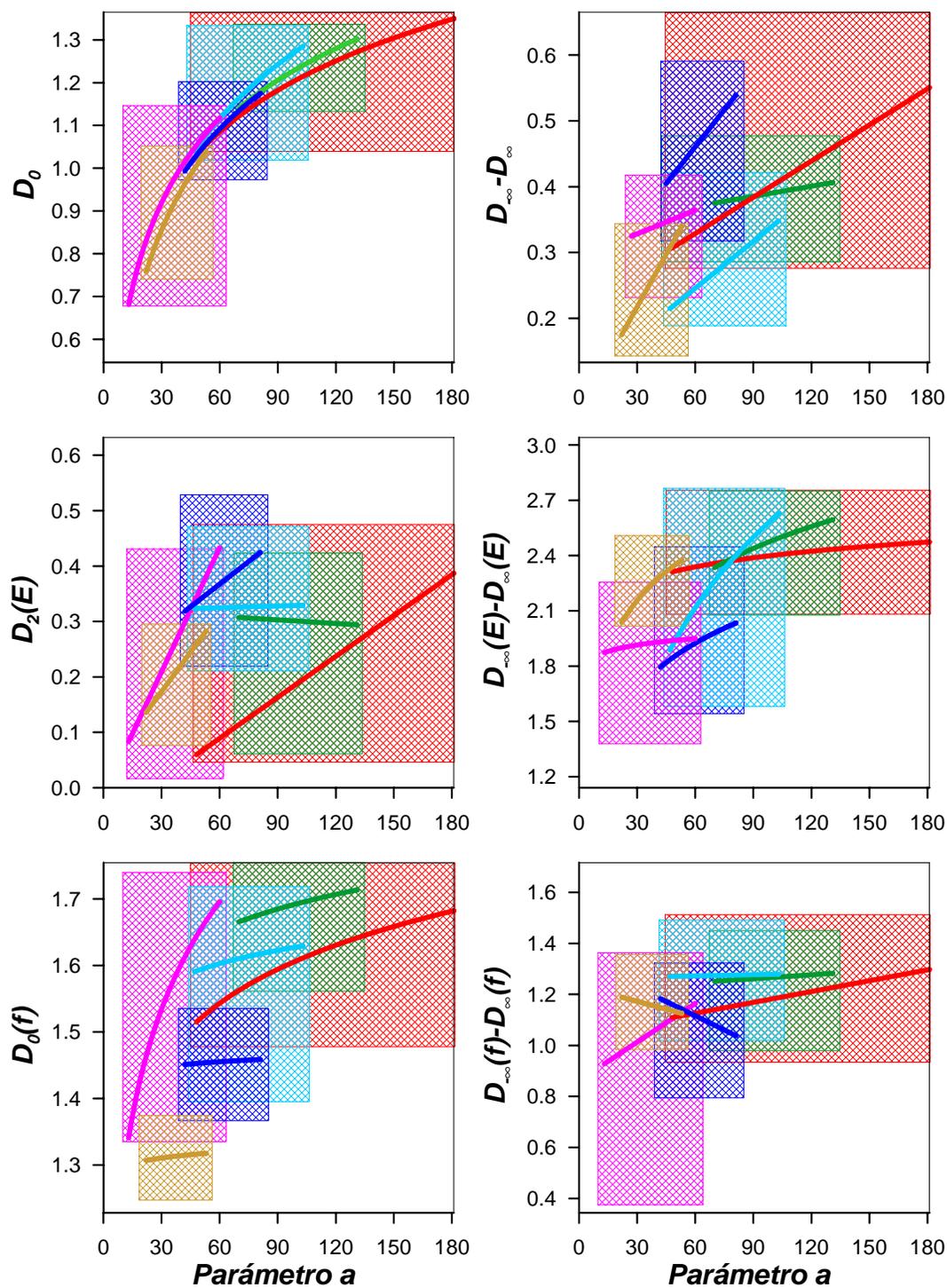


Figura 9.4: Relaciones del parámetro  $a$  con los parámetros  $D_0$ ,  $D_{-\infty} - D_{\infty}$ ,  $D_2(E)$ ,  $D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E)$ ,  $D_0(f)$  y  $D_{-\infty}(f) - D_{\infty}(f)$ . Azul oscuro: Ubrique; marrón: Montilla; rojo: Granada; azul claro: Almería-Vera; verde: Murcia-Alicante; magenta: Valencia.

### 9.3.2. Relaciones de los parámetros $a$ , $b$ y $m_{max}$ con las dimensiones fractales

#### Parámetro $a$

#### Relación con $b$ , $m_{max}$ y $D_L$ (figura 9.3)

El parámetro  $a$  presenta una tendencia lineal y positiva, con el parámetro  $b$ , en Montilla, Almería-Vera y Murcia-Alicante, más clara en esta última región. En la demás zonas, la tendencia es negativa.

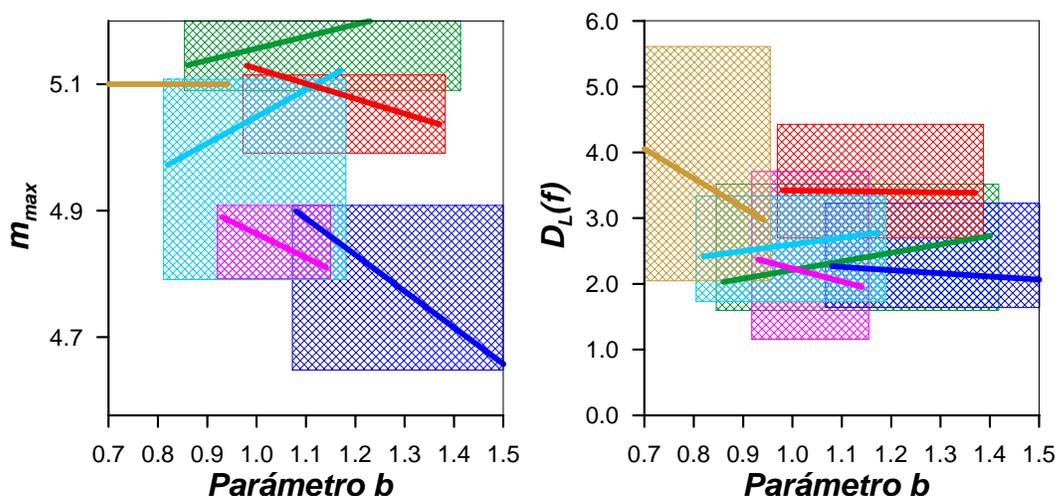


Figura 9.5: Relaciones del parámetro  $b$  con los parámetros  $m_{max}$  y  $D_L$ . Azul oscuro: Ubrique; marrón: Montilla; rojo: Granada; azul claro: Almería-Vera; verde: Murcia-Alicante; magenta: Valencia.

Cuando se considera la magnitud máxima, por lo general, la relación es logarítmica y positiva. Por otro lado, Montilla no presenta ninguna tendencia y en Valencia es negativa. En las regiones donde la tendencia es claramente positiva, se observa que para Granada es lenta y para Ubrique, Almería-Vera y Alicante es rápida.

En la dimensión fractal  $D_L$  no existe una tendencia general, así Montilla y Valencia tienen una tendencia lineal y positiva. Las demás regiones tienen clara tendencia lineal y negativa.

#### Relación con $D_0$ y $D_{-\infty} - D_{\infty}$ (figura 9.4)

La relación entre el parámetro  $a$  y la dimensión  $D_0$  es positiva y logarítmica, presentando Granada un crecimiento lento, Ubrique, Almería-Vera y Murcia-Alicante un crecimiento intermedio y Montilla y Valencia un crecimiento rápido.

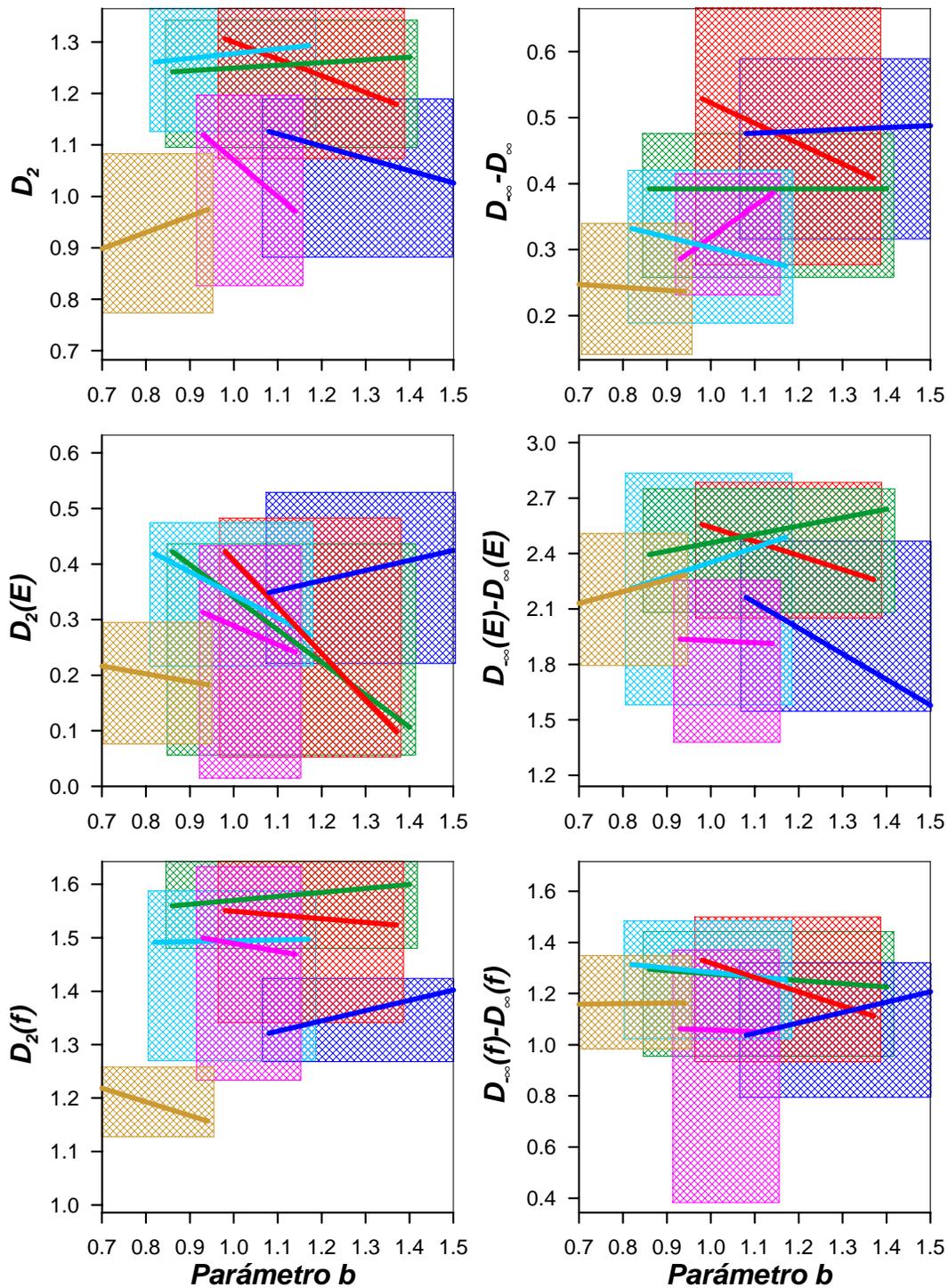


Figura 9.6: Relaciones del parámetro  $b$  con los parámetros  $D_2$ ,  $D_{-\infty} - D_{\infty}b$ ,  $D_2(E)$ ,  $D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E)$ ,  $D_2(f)$  y  $D_{-\infty}(f) - D_{\infty}(f)$ . Azul oscuro: Ubrique; marrón: Montilla; rojo: Granada; azul claro: Almería-Vera; verde: Murcia-Alicante; magenta: Valencia.

El salto del espectro presenta, en general, una tendencia positiva, pero en este caso lineal. Esta tendencia es más rápida en las zonas de Ubrique y Montilla y más lenta en las de Granada, Almería-Vera, Murcia-Alicante y Valencia. Las tendencias de Granada y Almería-Vera son similares, e igual ocurre para las de Murcia-Alicante y Valencia.

#### **Relación con $D_2(E)$ y $D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E)$ (figura 9.4)**

El parámetro  $a$  presenta, para todas las regiones, una tendencia lineal y claramente positiva en Ubrique, Montilla, Granada y Valencia con la dimensión  $D_2$ . Esta tendencia es rápida en Montilla y Valencia. En Almería-Vera hay una ligera tendencia positiva y en Murcia-Alicante una ligera tendencia negativa.

En el caso del salto del espectro multifractal, la tendencia es logarítmica y positiva en todas las regiones. El crecimiento es rápido para Ubrique, Montilla y Almería-Vera y lento para Granada, Murcia-Alicante y Valencia.

#### **Relación con $D_0(f)$ y $D_{-\infty}(f) - D_{\infty}(f)$ (figura 9.4)**

La relación entre el parámetro  $a$  y la dimensión  $D_0$  es positiva y logarítmica. El crecimiento es lento para todas las zonas excepto Valencia.

El salto del espectro presenta una ligera tendencia positiva en las zonas de Granada, Almería-Vera y Murcia-Alicante y más clara en Valencia. En Montilla y Ubrique la tendencia es negativa.

#### **Parámetro $b$**

En el estudio de relaciones del parámetro  $b$  se suele utilizar la  $D_2$ , y esta será la que se considere, cuando así sea conveniente, en detrimento de la dimensión  $D_0$ .

#### **Relación con $m_{max}$ y $D_L$ (figura 9.5)**

El parámetro  $m_{max}$  presenta una tendencia lineal y negativa en Ubrique, Granada y Valencia. Por otro lado, Montilla no tiene tendencia y en Almería-Vera y Murcia-Alicante existe una ligera tendencia positiva.

En la dimensión fractal  $D_L$  no existe una tendencia general, así Almería-Vera y Murcia-Alicante tienen una tendencia lineal y positiva. Por otro lado, Ubrique, Montilla y Valencia tienen tendencia negativa, más significativa en la región de Montilla. En Granada la tendencia es nula.

#### **Relación con $D_2$ y $D_{-\infty} - D_{\infty}$ (figura 9.6)**

Se ha considerado en esta caso la dimensión  $D_2$  porque la relación entre esta dimensión fractal y el parámetro  $b$  ha sido estudiada por diversos autores [2, 3, 4, 5, 6]. La relación entre el parámetro  $b$  y la dimensión  $D_2$  es lineal y positiva en Montilla, Almería-Vera y Murcia-Alicante y negativa en Ubrique, Granada y Valencia.

El salto del espectro presenta una tendencia positiva en Ubrique y Valencia. En las regiones de Montilla, Granada y Almería-Vera la tendencia es negativa, siendo más clara en Granada. En Murcia-Alicante la tendencia es nula.

**Relación con  $D_2(E)$  y  $D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E)$  (figura 9.6)**

El parámetro  $b$  presenta una clara tendencia lineal y negativa en Granada, Almería-Vera, Murcia-Alicante y Valencia, ligeramente negativa en Montilla y positiva en Ubrique.

En el caso del salto del espectro multifractal, la tendencia es lineal y positiva en Montilla, Almería-Vera y Murcia-Alicante, claramente negativa en Ubrique y Granada y ligeramente negativa en Valencia.

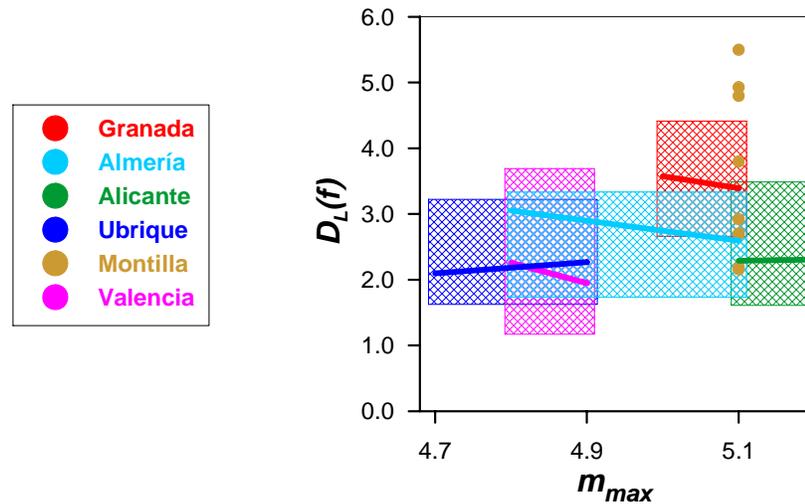


Figura 9.7: Relaciones del parámetro  $m_{max}$  con la dimensión  $D_L$ . Para la región de Montilla se han representado los puntos utilizados porque todos ellos tienen la misma magnitud máxima y no es posible realizar un ajuste. Azul oscuro: Ubrique; marrón: Montilla; rojo: Granada; azul claro: Almería-Vera; verde: Murcia-Alicante; magenta: Valencia.

**Relación con  $D_2(f)$  y  $D_{-\infty}(f) - D_{\infty}(f)$  (figura 9.6)**

Para mantener el mismo criterio que en los casos anteriores se ha considerado la dimensión  $D_2$  de las fallas. Estos resultados se compararán posteriormente con los Öncel et al. [7], aunque estos autores trabajan con la dimensión  $D_0$  de las fallas. Esto a priori no supone ninguna merma dada la relación existente entre  $D_0(f)$  y  $D_2(f)$  (figura 8.8).

La relación entre el parámetro  $b$  y la dimensión  $D_2$  es lineal y positiva en Ubrique y Murcia-Alicante y nula en Almería-Vera. La tendencia es negativa en las regiones de Montilla, Granada y Valencia, siendo en Montilla más clara.

El salto del espectro multifractal presenta una clara tendencia positiva en la zona de Ubrique y ligera en Montilla. La tendencia es negativa en las demás regiones, siendo más clara en Granada.

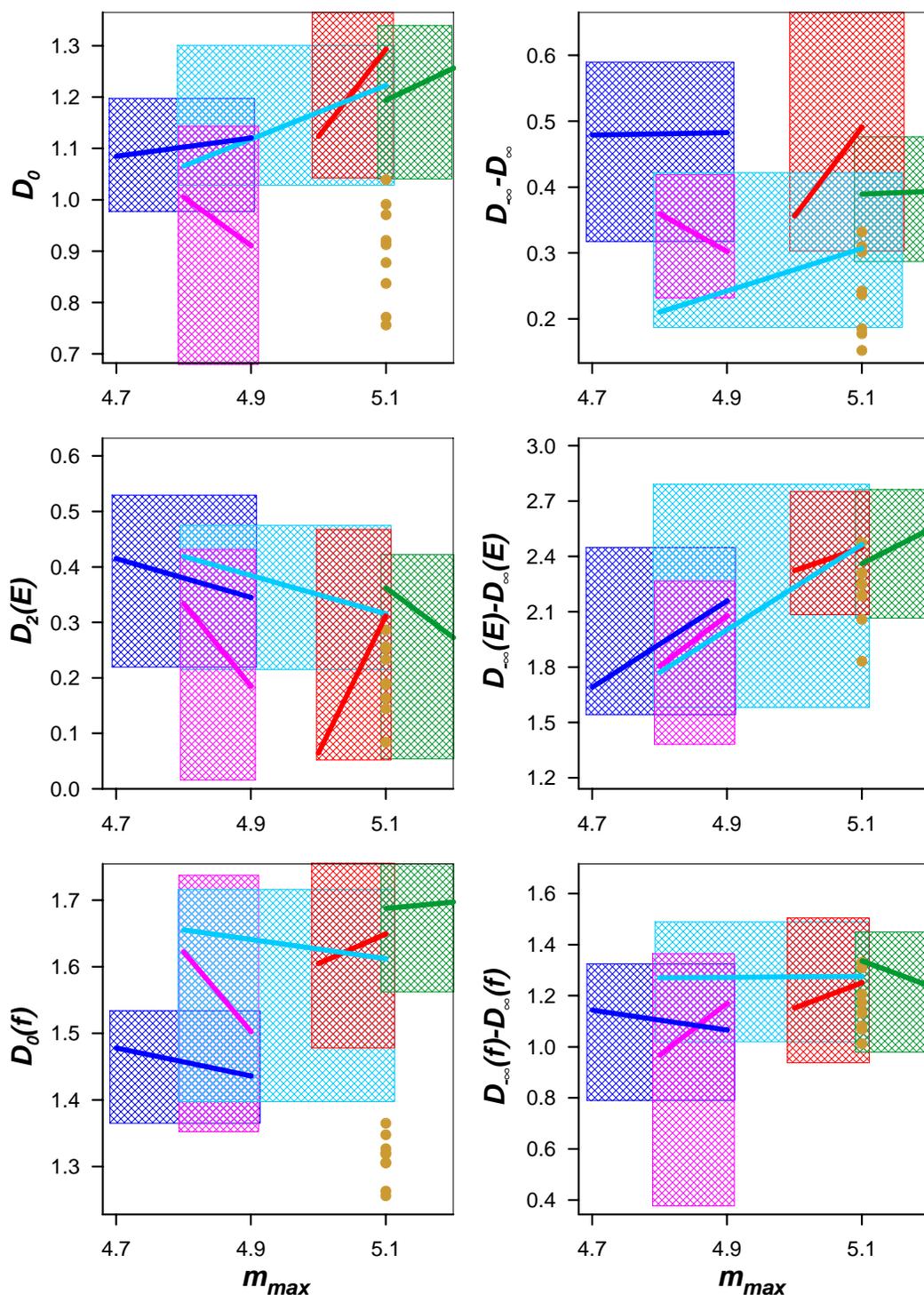


Figura 9.8: Relaciones del parámetro  $m_{max}$  con los parámetros  $D_0$ ,  $D_{-\infty} - D_{\infty}$ ,  $D_2(E)$ ,  $D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E)$ ,  $D_0(f)$  y  $D_{-\infty}(f) - D_{\infty}(f)$ . Para la región de Montilla se han representado los puntos utilizados porque todos ellos tienen la misma magnitud máxima y no es posible realizar un ajuste. Azul oscuro: Ubrique; marrón: Montilla; rojo: Granada; azul claro: Almería-Vera; verde: Murcia-Alicante; magenta: Valencia.

**Parámetro  $m_{max}$**

Para la región de Montilla en las gráficas se han representado los puntos utilizados y no el ajuste correspondiente, ya que a todos ellos le corresponde la misma magnitud máxima y por tanto no es posible realizar un ajuste de los mismos.

**Relación con  $D_L$  (figura 9.7)**

El parámetro  $m_{max}$  presenta una tendencia lineal y positiva en Ubrique y Murcia-Alicante y negativa en Granada, Almería-Vera y Valencia.

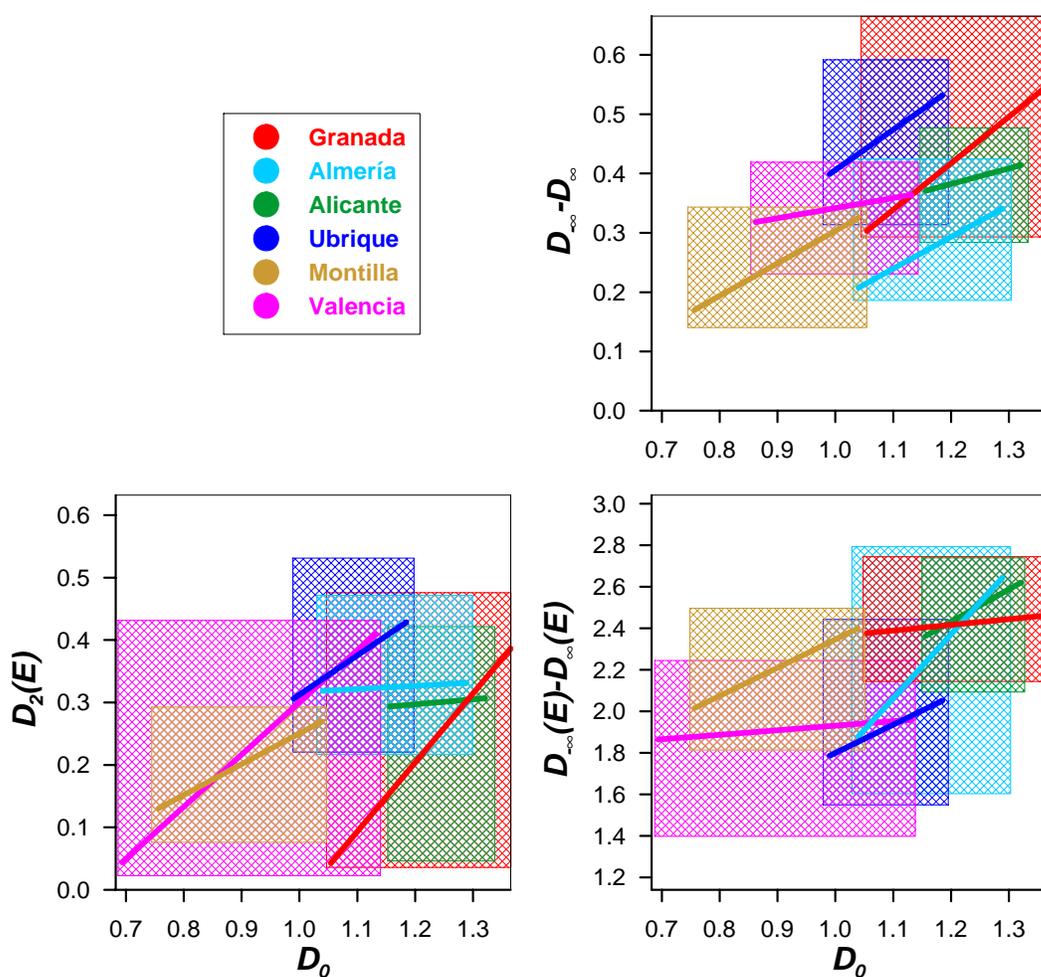


Figura 9.9: Relaciones de la dimensión  $D_0$  con los parámetros  $D_{-\infty} - D_{-\infty}(E)$ ,  $D_2(E)$  y  $D_{-\infty}(E) - D_{-\infty}(E)$ . Azul oscuro: Ubrique; marrón: Montilla; rojo: Granada; azul claro: Almería-Vera; verde: Murcia-Alicante; magenta: Valencia.

**Relación con  $D_0$  y  $D_{-\infty} - D_{\infty}$  (figura 9.8)**

La relación entre el parámetro  $m_{max}$  y la dimensión  $D_0$  es lineal y claramente positiva en Granada, Almería-Vera y Murcia-Alicante, ligeramente positiva en Ubrique y negativa en Valencia.

El salto del espectro presenta una tendencia lineal y positiva en Ubrique, Granada, Almería-Vera y Murcia-Alicante, siendo más clara en Granada y Almería-Vera. Con tendencia claramente negativa se tendría la zona de Valencia.

**Relación con  $D_2(E)$  y  $D_{-\infty} - D_{\infty}$  (figura 9.8)**

El parámetro  $m_{max}$  presenta una tendencia lineal y negativa para todas las regiones, excepto en Granada, que tiene una clara tendencia positiva. En Valencia, la tendencia negativa es más clara.

En el caso del salto del espectro multifractal la tendencia es lineal y positiva en todas las regiones.

**Relación con  $D_0(f)$  y  $D_{-\infty}(f) - D_{\infty}(f)$  (figura 9.8)**

La relación entre el parámetro  $m_{max}$  y la dimensión  $D_0$  es lineal y positiva en Granada y en Murcia-Alicante. La tendencia es negativa en la otra zona definida en Ubrique, en Almería-Vera y más claramente en Valencia.

El salto del espectro multifractal presenta una tendencia lineal y positiva en las zonas de Granada y Valencia, siendo más clara en Valencia. Por otro lado, la tendencia es negativa en la zona definida en Ubrique y en Murcia-Alicante. Por último en la zona de Almería-Vera la tendencia es nula.

**9.3.3. Relaciones de las dimensiones fractales para posiciones, energía y fallas****Dimensión  $D_0$** **Relación con  $D_{-\infty} - D_{\infty}$  (figura 9.9)**

El salto del espectro multifractal presenta una tendencia lineal y positiva en todas las regiones, siendo más clara en Ubrique y Granada.

**Relación con  $D_2(E)$  y  $D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E)$  (figura 9.9)**

La relación entre las dimensiones  $D_2(E)$  y  $D_0$  tiene una tendencia lineal y positiva, ligera en los casos de Almería-Vera y Murcia-Alicante y más clara en las zonas de Ubrique, Montilla, Granada y Valencia.

El salto del espectro multifractal presenta una tendencia lineal y positiva en todas las regiones, más clara en Ubrique, Almería-Vera y Murcia-Alicante, y ligera en las zonas de Montilla, Granada y Valencia.

**Relación con  $D_L$ ,  $D_0(f)$  y  $D_{-\infty}(f) - D_{\infty}(f)$  (figura 9.10)**

La relación entre las dimensiones  $D_L$  y  $D_0$  es lineal y positiva en Montilla y Valencia, en la primera zona esta tendencia es más clara. Las demás zonas presentan una tendencia negativa.

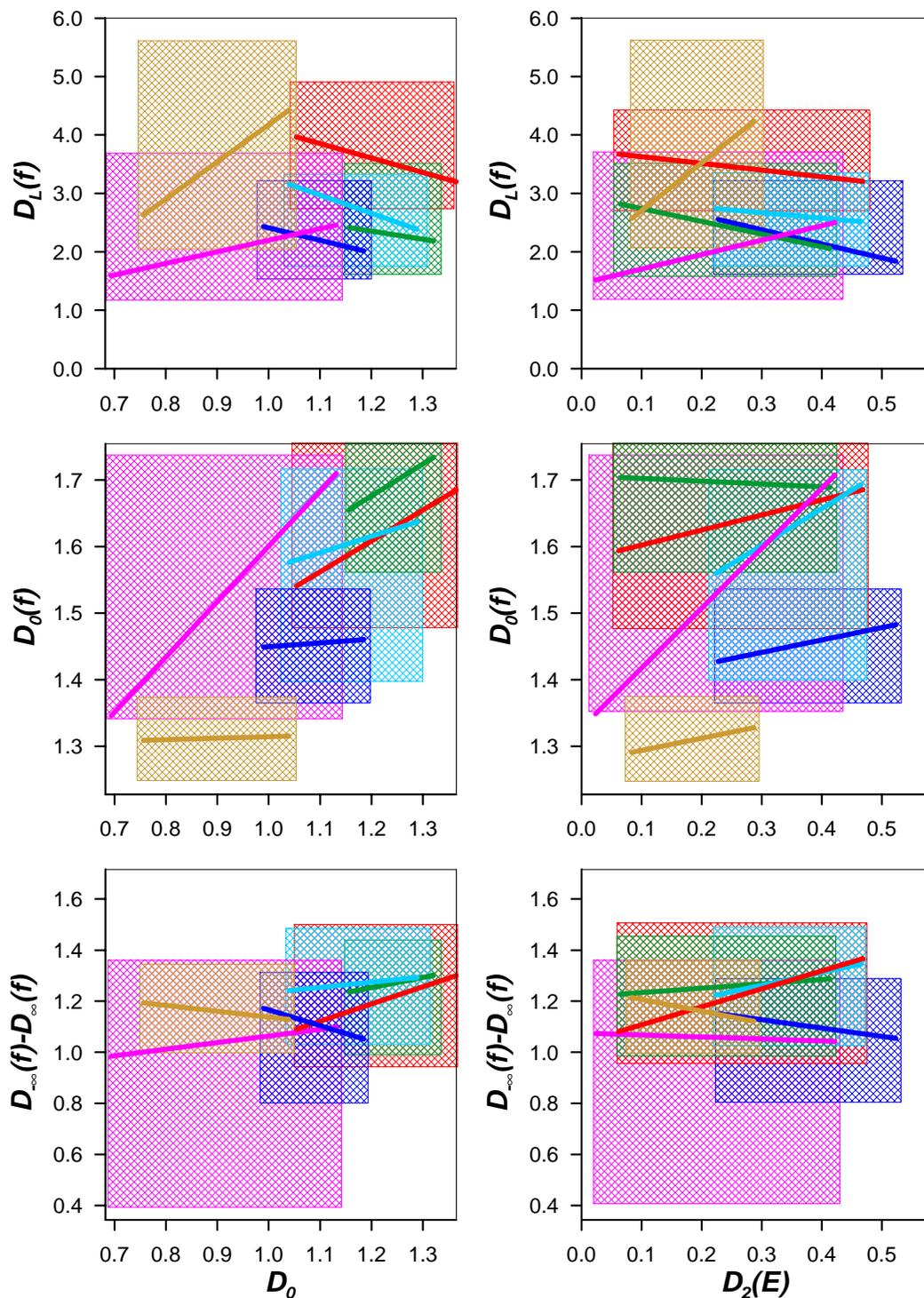


Figura 9.10: Relaciones de las dimensiones  $D_0$  y  $D_2(E)$  con los parámetros  $D_L$ ,  $D_0(f)$  y  $D_{-\infty}(f) - D_{\infty}(f)$ . Azul oscuro: Ubrique; marrón: Montilla; rojo: Granada; azul claro: Almería-Vera; verde: Murcia-Alicante; magenta: Valencia.

La relación entre las dimensiones  $D_0(f)$  y  $D_0$  es lineal y claramente positiva en Granada, Almería-Vera, Murcia-Alicante y Valencia, ligeramente positiva en Ubrique y Montilla.

El salto del espectro multifractal presenta una tendencia lineal y positiva en Granada, Almería-Vera, Murcia-Alicante y Valencia, y negativa en Ubrique y Montilla.

### Dimensión $D_2(E)$

#### Relación con $D_L$ , $D_0(f)$ y $D_{-\infty}(f) - D_{\infty}(f)$ (figura 9.10)

La relación entre las dimensiones  $D_L$  y  $D_2(E)$  es lineal y negativa en Ubrique, Granada, Almería-Vera y Murcia-Alicante, y positiva en Montilla y Valencia. La tendencia positiva en la zona de Montilla es más clara que en la de Valencia.

La relación entre las dimensiones  $D_0(f)$  y  $D_2(E)$  es lineal y claramente positiva en Almería-Vera y Valencia, ligeramente positiva en Ubrique, Granada y Montilla y negativa en la zona de Murcia-Alicante.

El salto del espectro multifractal presenta una tendencia lineal y positiva en Granada, Almería-Vera y Murcia-Alicante, claramente negativa en Ubrique y Montilla y ligeramente negativa en Valencia.

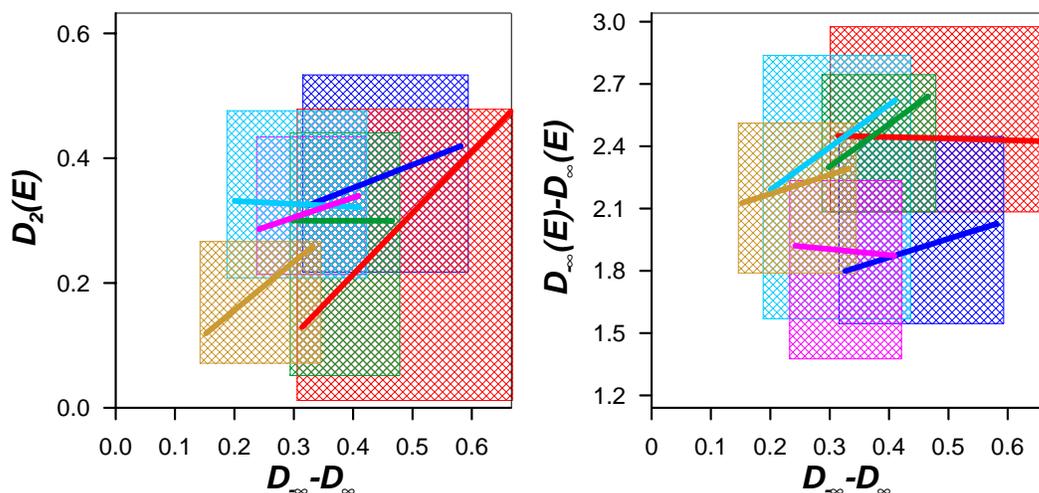


Figura 9.11: Relaciones del parámetro  $D_{-\infty} - D_{\infty}$  con los parámetros  $D_2(E)$  y  $D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E)$ . Azul oscuro: Ubrique; marrón: Montilla; rojo: Granada; azul claro: Almería-Vera; verde: Murcia-Alicante; magenta: Valencia.

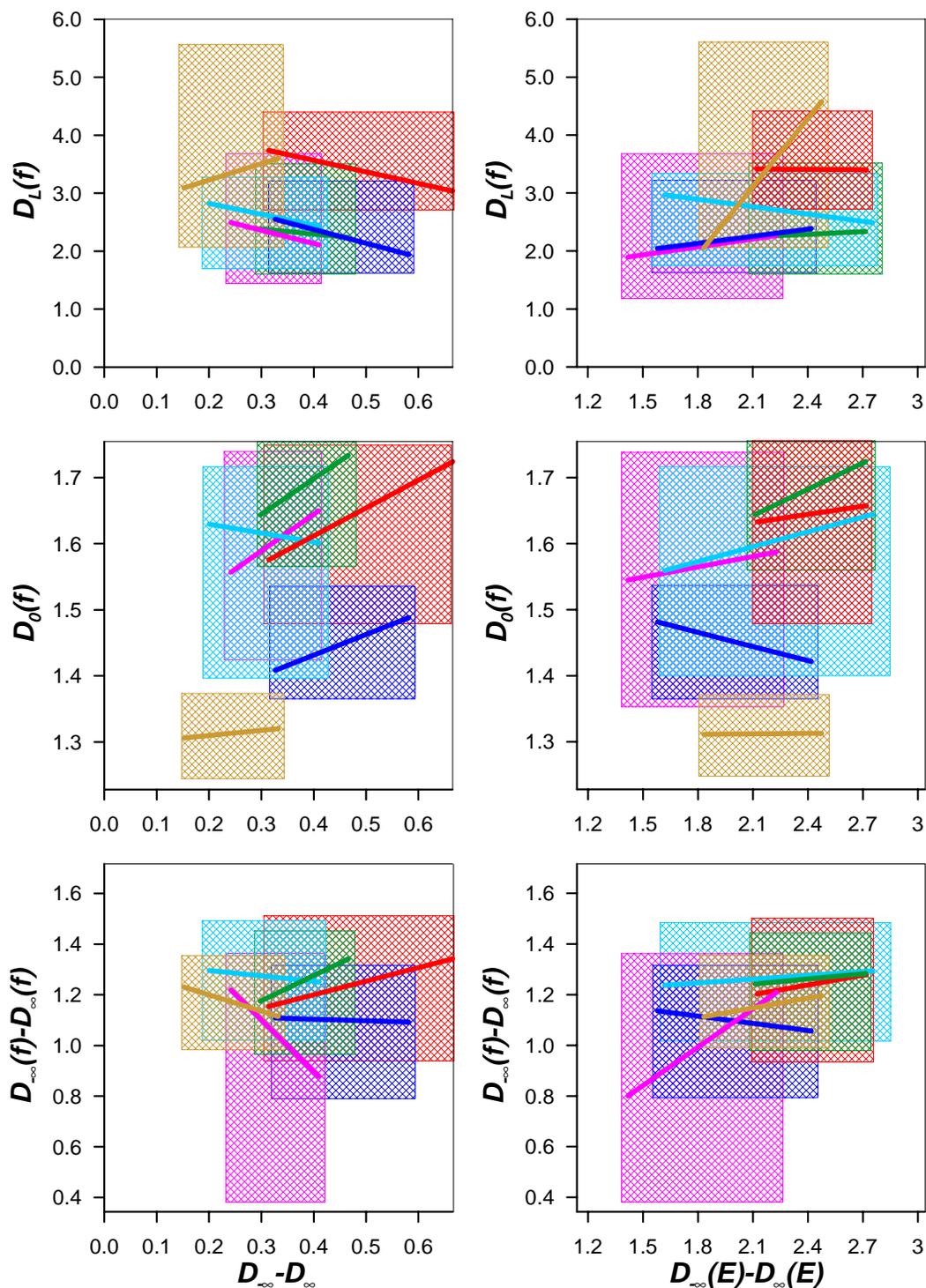


Figura 9.12: Relaciones de los parámetros  $D_\infty - D_\infty$  y  $D_\infty(E) - D_\infty(E)$  con los parámetros  $D_L$ ,  $D_0(f)$  y  $D_\infty(f) - D_\infty(f)$ . Azul oscuro: Ubrique; marrón: Montilla; rojo: Granada; azul claro: Almería-Vera; verde: Murcia-Alicante; magenta: Valencia.

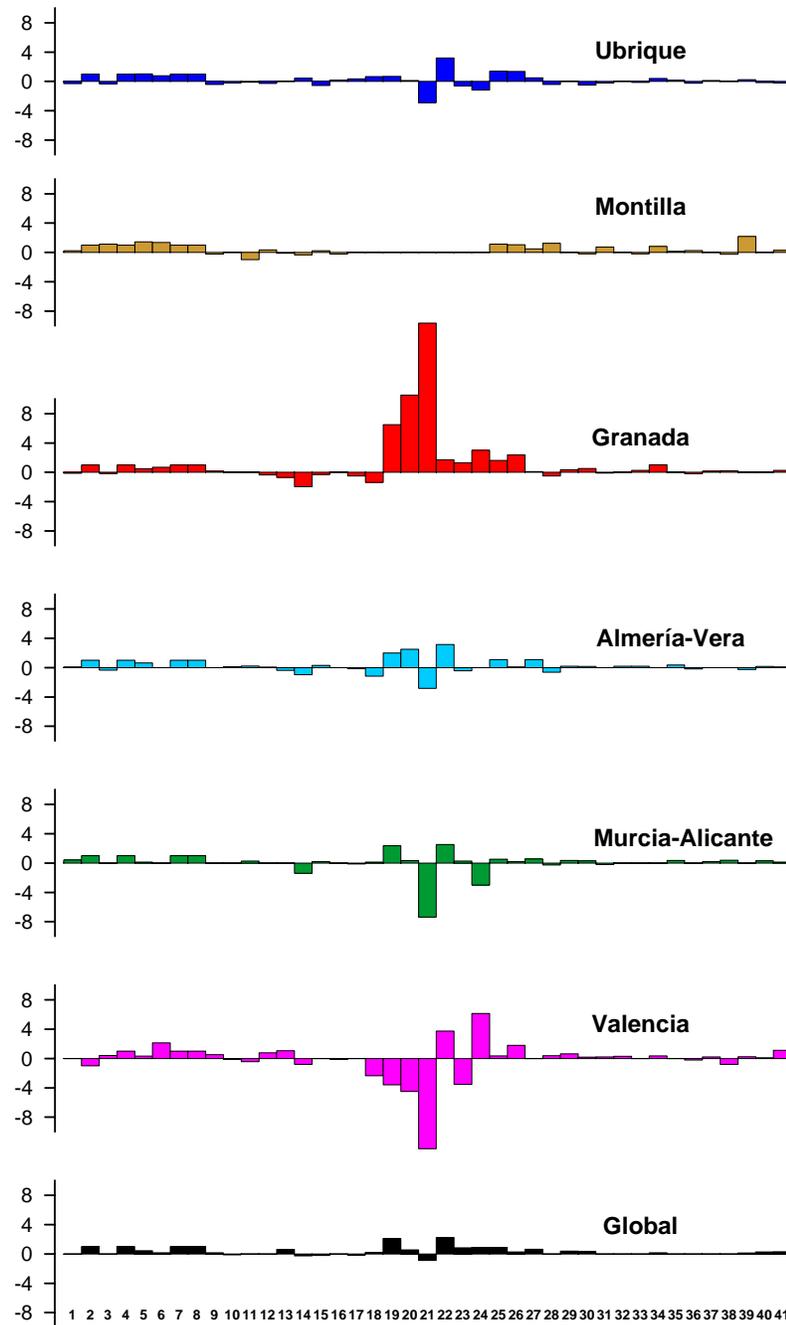


Figura 9.13: Tendencias de todas la relaciones presentadas en esta memoria, para todos los datos (Global) y para las regiones de Ubrique, Montilla, Granada, Almería-Vera, Murcia-Alicante y Valencia. Los valores positivos se corresponden con tendencias positivas, y los valores negativos con tendencias negativas. Cuando la pendiente de la gráfica ha sido inferior, en valor absoluto, a 0,1, está se ha considerado con tendencia nula. Los números que aparecen en la última gráfica, se corresponden con los de la primera columna de la tabla 9.2, y permiten identificar la relación.

### 9.3.4. Relaciones de las relaciones entre el grado de heterogeneidad de las posiciones, de la energía y de las fallas

#### Salto del espectro multifractal $D_{-\infty} - D_{\infty}$

##### Relación con $D_2(E)$ y $D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E)$ (figura 9.11)

La relación entre la dimensión  $D_2(E)$  y el salto del espectro  $D_{-\infty} - D_{\infty}$  es lineal y claramente positiva en Ubrique, Montilla, Granada y Valencia, nula en Murcia-Alicante y ligeramente negativa en Almería-Vera.

El salto del espectro multifractal presenta una tendencia lineal y claramente positiva en Almería-Vera y Murcia-Alicante, ligeramente positiva en Ubrique y Montilla, nula en Granada y ligeramente negativa en Valencia.

##### Relación con $D_L$ , $D_0(f)$ y $D_{-\infty}(f) - D_{\infty}(f)$ (figura 9.12)

La relación entre la dimensión  $D_L$  y el salto del espectro  $D_{-\infty} - D_{\infty}$  es lineal y positiva solo en Montilla y negativa en el resto de las regiones.

La relación entre la dimensiones  $D_0(f)$  y el salto del espectro  $D_{-\infty} - D_{\infty}$  es lineal y claramente positiva en Ubrique, Granada, Murcia-Alicante y Valencia, ligeramente positiva en Montilla y negativa en Almería-Vera.

El salto del espectro multifractal presenta una tendencia lineal y positiva en Granada y Murcia-Alicante, negativa en Montilla y Valencia y ligeramente negativa en Ubrique y Almería-Vera.

#### Salto del espectro multifractal $D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E)$

##### Relación con $D_L$ , $D_0(f)$ y $D_{-\infty}(f) - D_{\infty}(f)$ (figura 9.12)

La relación entre la dimensiones  $D_L$  y el salto del espectro  $D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E)$  es lineal y claramente positiva en Montilla, ligeramente positiva en Ubrique, Murcia-Alicante y Valencia, nula en Granada y negativa en Almería.

La relación entre la dimensiones  $D_0(f)$  y el salto del espectro  $D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E)$  es lineal y positiva en Granada, Almería-Vera, Murcia-Alicante y Valencia, negativa en Ubrique y nula en Montilla.

El salto del espectro multifractal presenta una ligera tendencia lineal y positiva en todas las regiones excepto en Ubrique que es ligeramente negativa. La zona de Valencia es la que presenta una tendencia positiva más clara.

## Resumen

En la tabla 9.2 y en la figura 9.13 se presenta un resumen de todas las tendencias, globales y regionales, para las relaciones obtenidas en esta memoria. Esto permite tener una visión total de la situación que ayuda a una mejor interpretación de la misma.

A la vista de estos resultados se puede concluir que las zonas de Montilla, Granada y Murcia-Alicante presentan comportamientos claramente diferenciados. Por otro lado, en la zona Almería-Vera se tiene un comportamiento con rasgos de los de Granada y Murcia-Alicante, aunque presenta más similitudes con esta última región. En las zonas de Ubrique y Valencia se podrían observar cierta similitudes en los comportamientos con Granada y Murcia-Alicante

respectivamente. Estos resultados caracterizan mejor los obtenidos a partir de la expresión de Aki.

Tabla 9.2: Tendencia de las relaciones obtenidas con todos los datos (Gl) y para las zonas definidas en esta memoria: Ubrique (U), Montilla (M), Granada (Gr), Almería-Vera (Al-V), Murcia-Alicante (M-A) y sur de Valencia (V)).

Relaciones	U	M	Gr	Al-V	M-A	V	Gl
1. $a - b$	-	+	-	+	+		
2. $a - m_{max}$	+	+	+	+	+	-	+
3. $a - D_L$	-	+	-	+		+	
4. $a - D_0$	+	+	+	+	+	+	+
5. $a - D_{-\infty} - D_{\infty}$	+	+	+	+	+	+	+
6. $a - D_2(E)$	+	+	+			+	+
7. $a - D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E)$	+	+	+	+	+	+	+
8. $a - D_0(f)$	+	+	+	+	+	+	+
9. $a - D_{-\infty}(f) - D_{\infty}(f)$	-	-	+			+	+
10. $b - m_{max}$	-			+		-	-
11. $b - D_L$	-	-		+	+	-	
12. $b - D_2$	-	+	-	+		+	
13. $b - D_{-\infty} - D_{\infty}$		-	-	-		+	+
14. $b - D_2(E)$	+	-	-	-	-	-	-
15. $b - D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E)$	-	+	-	+	+		-
16. $b - D_2(f)$	+	-				-	
17. $b - D_{-\infty}(f) - D_{\infty}(f)$	+		-	-	-		-
18. $m_{max} - D_L$	+		-	-	+	-	+
19. $m_{max} - D_0$	+		+	+	+	-	+
20. $m_{max} - D_{-\infty} - D_{\infty}$	+		+	+	+	-	+
21. $m_{max} - D_2(E)$	-		+	-	-	-	-
22. $m_{max} - D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E)$	+		+	+	+	+	+
23. $m_{max} - D_0(f)$	-		+	-	+	-	+
24. $m_{max} - D_{-\infty}(f) - D_{\infty}(f)$	-		+		-	+	+
25. $D_0 - D_{-\infty} - D_{\infty}$	+	+	+	+	+	+	+
26. $D_0 - D_2(E)$	+	+	+	+	+	+	+
27. $D_0 - D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E)$	+	+	+	+	+		+
28. $D_0 - D_L$	-	+	-	-	-	+	
29. $D_0 - D_0(f)$			+	+	+	+	+
30. $D_0 - D_{-\infty}(f) - D_{\infty}(f)$	-	-	+	+	+	+	+
31. $D_2(E) - D_L$	-	+	-		-	+	
32. $D_2(E) - D_0(f)$				+		+	
33. $D_2(E) - D_{-\infty}(f) - D_{\infty}(f)$	-	-	+	+			
34. $D_{-\infty} - D_{\infty} - D_2(E)$	+	+	+			+	+
35. $D_{-\infty} - D_{\infty} - D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E)$	+	+		+	+		
36. $D_{-\infty} - D_{\infty} - D_L$	-	+	-	-		-	
37. $D_{-\infty} - D_{\infty} - D_0(f)$	+		+		+	+	
38. $D_{-\infty} - D_{\infty} - D_{-\infty}(f) - D_{\infty}(f)$		-	+		+	-	
39. $D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E) - D_L$	+	+		-		+	+
40. $D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E) - D_0(f)$	-			+	+	+	+
41. $D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E) - D_{-\infty}(f) - D_{\infty}(f)$	-	+	+	+	+	+	+

## Bibliografía

- [1] Aki, K. (1981). A probabilistic synthesis of precursory phenomena, in *Earthquake Prediction: An International Review*. Maurice Ewing Series 4, D. W. Simpson and P.G. Richards (Eds.), American Geophysical Union, Washington, D.C., 566–574.
  - [2] Guo, Z. and Ogata, Y. (1995). Correlation between characteristic parameters of aftershock distributions in time space and magnitude. *Geophys. Res. Lett.*, **22**, 993–996.
  - [3] Öncel, A.O., Main, I., Alptekin, Ö. and Cowie, P. (1996b). Spatial variations of the fractal properties of seismicity in the Anatolian fault zones. *Tectonophysics*, **257**, 189–202.
  - [4] Wang, J.H. and Lee C.W. (1996). Multifractal measures of earthquakes in west Taiwan. *Pageoph*, **146**, 131–145.
  - [5] Bhattacharya, P.M., Majumdar, R.K. and Kayal, J.R. (2002). Fractal dimension and  $b$ -value mapping in northeast India. *Current Science*, **82**, 1486–1491.
  - [6] Singh, Ch., Bhattacharya, P.M. and Chadha, R.K. (2008). Seismicity in the Koyna-Warna reservoir site in western India: Fractal and  $b$ -value mapping. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **98**, 476–482.
  - [7] Öncel, A.O., Wilson, T.H. and Nishizawa, O. (2001). Size scaling relationships in the active fault networks of Japan and their correlation with Gutenberg-Richter  $b$  values. *J. Geophys. Res.*, **106**, 21827–21841.
-



# Capítulo 10

## Discusión

Ahora se van a interpretar los resultados obtenidos en los anteriores capítulos. Así, se empezará con los resultados de los parámetros clásicos  $a$ ,  $b$  y  $m_{max}$ , se continuará con las dimensiones fractales asociadas a los terremotos, tanto en lo referente a su posición como a su energía, y de las fallas. Finalmente se interpretarán las relaciones entre todos estos parámetros tanto a nivel global como regional.

### 10.1. Interpretación de resultados globales

Considerando las Béticas en conjunto, y para el periodo temporal 1910-2009, que es para el cual se han obtenido los anteriores resultados, se notifica que:

1. Los valores del parámetro  $a$ ,  $b$  y  $m_{max}$ , comparados con los de otras regiones sísmicamente activas, indican que esta es una región con sismicidad moderada. En general, la actividad sísmica por encima de las magnitud 3,5 es baja, el parámetro  $b$  es alto y la magnitudes máximas registradas no superan el valor 5,2. Inclusive si se considera el periodo histórico, la magnitud máxima tampoco es alta.
2. Los valores del salto del espectro fractal, tanto para posiciones y energía como para fallas, en el conjunto de todas las Béticas, indican claramente el carácter multifractal de los terremotos y de las fallas asociadas a ellos. En lo que respecta a la sismicidad, la multifractalidad es mucho más significativa cuando se utiliza como medida la energía de los terremotos que cuando solo se utiliza la posición de estos. Para las fallas, la multifractalidad es similar al caso de las posiciones de los terremotos, lo cual parece lógico, dada la relación directa entre unos y otras. En cualquier caso, de todo lo anterior, lo que se deduce fundamentalmente, es la heterogeneidad sismotectónica de las Béticas, que si desde el punto de vista geodinámico puede considerarse una zona homogénea, desde el punto de vista sismotectónico no lo es.

El valor que se obtiene para  $D_0$  tomando como medida los terremotos es de 1,39. La comparación de este valor con el obtenido para otras regiones es complicado, ya que en los estudios realizados en éstas, tanto el umbral de los terremotos elegidos, como el tipo de terremotos (principales, o principales más réplicas, o premonitorios más principales más réplicas) son diferentes. Sin embargo, en una primera aproximación se puede indicar que este valor es bajo con respecto a los calculados en otras regiones. Esto estaría de acuerdo

no ya con una sismicidad moderada, sino con una sismicidad concentrada en determinadas partes de la región donde se produce.

Existen diferentes estudios teóricos que proponen un valor máximo en torno a 1,6 para la dimensión  $D_0$  de un sistema de fracturas [1, 2]. Este resultado ha sido obtenido en diferentes regiones sísmicamente activas [1, 3, 4, 5]. Por otro lado, la dimensión de capacidad de las fallas para toda la Cordillera Bética presenta un valor bajo (1,32). Según Öncel et al. [6] un valor superior a 1,0 está asociado a región con numerosas fallas y que tienen una distribución más o menos continua en el espacio. Sunmonu y Dimri [5] por su parte indica que este valor corresponde a una región de baja actividad, con discontinuidades fractales, que pueden ser atribuidas a un comportamiento desigual de los esfuerzos que actúan en la región. Por tanto, esto podría ser una causa de los diferentes tamaños de fallas, agrupamientos y vacíos que se pueden encontrar dentro de la región.

Un valor alto de la dimensión de correlación implica, según Xu y Burton [7], un alto grado de autoorganización en la distribución espacial de los terremotos. Estos valores aparecen en zonas sismotectónicas muy activas, en las cuales ocurren terremotos grandes de forma periódica. Si además el valor es similar a la unidad, los terremotos se encuentran asociados claramente a las fallas activas principales de la región. Esto es lo que ocurre en las Béticas donde las dimensiones de correlación de los terremotos, tanto para posiciones como para energía, presentan valores próximos a la unidad, estando más concentrada la energía que el número de terremotos [8].

El valor del salto del espectro, 1,44, es difícil de comparar con el obtenido en otras regiones, no ya por lo antes indicado sino porque existen muy pocas regiones donde se haya calculado. De la misma manera que en el caso anterior, en una primera aproximación puede indicarse que este valor es alto. Esto implica claramente que la forma en la que los terremotos de las Béticas llenan el espacio en el que se generan es muy heterogénea. Para el salto del espectro de la energía la heterogeneidad es más clara. El valor obtenido en este caso es similar a los presentados por Hirabayashi et al. [8] para terremotos de California, Japón y Grecia y por Carpinteri et al. [9] para terremotos de Italia.

La dimensión de longitud  $D_L$  presenta un valor medio en comparación con otras regiones [10, 11, 12], por lo tanto la Cordillera Bética es una región donde no existe un predominio de fallas grandes sobre pequeñas ni viceversa, es decir, existe un predominio de fallas de longitud intermedia. Para las demás dimensiones, tanto para terremotos (posiciones y energía), como para fallas, no se realiza ningún tipo de interpretación, pues en este caso no hay estudios con los que comparar estos resultados.

3. La regionalización espacial que estas dimensiones realizan y su relación con la llevada a cabo por la sismicidad histórica, es diferente según el tipo de dato o medida que se utilice. Así, las regionalizaciones que mejor correlacionan con la sismicidad histórica son las de la sismicidad cuando se utiliza como medida la energía, a continuación las que se obtienen cuando se utiliza las posiciones de los terremotos, y por último cuando los datos son las trazas de las fallas. Dentro de los parámetros de multifractalidad definidos con la energía, el que mejor correlaciona con la sismicidad histórica es la dimensión de correlación ( $D_2$ ), seguido del salto del espectro multifractal.
4. Entre los parámetros existen tanto relaciones lineales como logarítmicas. A pesar de la dispersión, se puede decir que en general la mayoría de las tendencias, entre los diferentes parámetros, son positivas. Así, en las regiones donde la actividad es mayor también: a)

se tienen valores mayores del parámetro  $b$ ; b) se han registrado las máximas magnitudes; c) se produce un mayor llenado del espacio tanto por parte de los terremotos y como de las fallas, d) existe un mayor desorden en la distribución espacial de terremotos (para posiciones y energía) y fallas; d) es mayor la dispersión espacial de terremotos (para posiciones y energía) y fallas; y e) es mayor la heterogeneidad para las dos medidas de los terremotos y para las fallas.

5. Teniendo en cuenta las zonificaciones de todos los parámetros, se pueden definir seis grandes zonas dentro de la Cordillera Bética. De oeste a este son: Ubrique, Montilla, Granada, Almería-Vera, Murcia-Alicante y sur de Valencia. Las relaciones entre parámetros justifica la elección de estas regiones, ya que en numerosos casos estas relaciones permiten discernir comportamientos diferentes de unas a otras.

## 10.2. Interpretación de resultados individuales

1. De los tres parámetros clásicos de sismicidad,  $a$ ,  $b$ , y  $m_{max}$ , es el parámetro  $a$  el que mejor regionaliza las Béticas. Esta regionalización, junto con la del parámetro  $b$ , son las que mejor correlacionan con las regiones definidas con la sismicidad histórica. Sin embargo, no se encuentra una relación simple entre la actividad de cada una de estas regiones y su magnitud máxima. Así, la zona de Granada presenta una actividad cinco veces superior a la de Murcia-Alicante, que es la que la sigue en actividad, sin embargo, ambas presenta magnitudes máximas similares.

Según Scholz [13] una variación del parámetro  $b$  puede ser atribuida a fluctuaciones en la distribución de los esfuerzos. Main et al. [14] encuentran una relación negativa entre el parámetro  $b$  y los esfuerzos, así, aquel disminuye cuando estos aumentan. Por tanto, la zona donde se produce mayor acumulación de esfuerzos va desde Almería hasta Murcia, pasando por Baza, y más al norte queda otra zona en el sur Valencia. Estas dos zonas también se pueden definir con el parámetro  $a$  y la  $m_{max}$ .

2. Las distribuciones espaciales de las dimensiones fractales, tomando como medida la posición de los terremotos, presentan regionalizaciones similares, pero con algunas diferencias significativas. Para la dimensión  $D_0$  se tiene una regionalización mucho más simple que en el caso del parámetro  $a$ , es decir, las Béticas se regionalizada en pocas y extensas zonas. Con la dimensión  $D_1$ , a la regionalización de  $D_0$  se le añade una nueva sub-regionalización en la zona de Granada-Almería y una mejor definición del máximo de Ubrique. Estas nuevas subzonas se correlacionan mejor con la regionalización obtenida con la sismicidad histórica. Esto podría indicar que las zonas donde se produce la sismicidad histórica destructiva, tienen propiedades en el orden de los terremotos que son detectadas en el orden de los terremotos actuales. Finalmente para la dimensión  $D_2$  se puede indicar lo mismo, pero de una forma aún más significativa, ya que aparece una sub-regionalización mayor. Por tanto, parece que la zonificación histórica se refleja en el orden y en los agrupamientos de la sismicidad actual.

La variación espacial del salto del espectro multifractal muestra una clara diferenciación entre algunas de las regiones que se definían con las anteriores dimensiones. Así, las regiones de Ubrique y Granada tienen una similar heterogeneidad que se diferencia claramente de la que tiene la región de Murcia-Alicante. Si es sorprendente la igualdad de heterogeneidades entre las dos primeras, por su diferente comportamiento ante los parámetros

sísmicos y las dimensiones fractales calculadas con la posición, es igualmente sorprendente la diferencia entre la zona de Granada y las zonas de Murcia-Alicante, que si que tienen similares valores de los anteriores parámetros. Una posible explicación podría ser que la sismotectónica de la zona de Granada es más parecida a la de Ubrique que a la de Murcia-Alicante.

3. Las variaciones espaciales de las dimensiones fractales, tomando como medida la energía de los terremotos, presentan una regionalización más compleja que si se trabaja solo con la posición de los mismos. Por otro lado, en el caso de la energía, se consideran tanto máximos (existen varios terremotos de similar magnitud alta por toda la región), como mínimos (la mayor parte de la energía se libera en una pequeña región). Por tanto, ahora aparecen máximos en Ubrique, Granada Costa, Almería, Baza, Murcia y Valencia, mínimos en Málaga y Alicante y se intuyen zonas de valores intermedios en Carmona y Lucena. Los máximos se pueden encontrar tanto en zonas con parámetro  $b$  alto (Ubrique y Granada), como en zonas con parámetro  $b$  bajo (Almería, Baza-Murcia y sur de Valencia). Sin embargo, los mínimos que definen estas dimensiones fractales aparecen siempre en zonas de parámetro  $b$  alto. Zonas donde se ha producido un terremoto histórico mucho más energético que el resto de la sismicidad registrada en esa región, como son Alhama de Granada, Baza y Valencia, no son detectadas por estas dimensiones con valores mínimos. Dado que estos terremotos no se han utilizado en los cálculos, (catálogo 1910-2009), esto puede ser indicativo de que estos no están relacionados, en lo energético, con los terremotos actuales. En el caso contrario, estaría Alicante (Torre Vieja), que sí está definida como una región donde se puede producir un terremoto mucho más energético que los demás, aunque en los cálculos no se ha utilizado dicho terremoto. Todo esto parece ratificar el hecho de que la zonificación histórica se refleja unas veces en el orden y en los agrupamientos de la sismicidad actual utilizando posiciones, y otras veces con más evidencia al trabajar con la energía de los terremotos.

La variación espacial del salto del espectro multifractal cuando se toma como medida la energía, define dos grandes zonas de máximos, una que va de Granada a Almería y otra en la región de Murcia Alicante. La zona de Ubrique, que claramente definían el salto espectral utilizando como medida las posiciones, ahora no aparece. Dentro de las dos grandes zonas de máximos, antes mencionadas, se pueden definir varias sub-regiones, con lo cual, la zonificación que define este parámetro, estaría formada por: Ronda, Málaga, Carmona, Montilla-Lucena, Alcaudete, Granada, Adra, Almería, Lorca y Murcia-Alicante. A la vista de esto, es clara la relación existente entre la zonificación de la sismicidad histórica y la mencionada del salto del espectro. Por tanto, parece que la sismicidad histórica se refleja en las zonas donde es mayor la heterogeneidad de la energía liberada por la sismicidad actual.

Es de notar que la zona de Málaga definida por la sismicidad histórica no aparecía en el estudio multifractal cuando se consideraba la posición de los terremotos, y sin embargo, sí aparece cuando se trabaja con la energía. Por otro lado, la zona de Alhama de Granada se aprecia en las dos dimensiones de correlación definidas con los terremotos. La dimensión de correlación se puede utilizar para hacer cálculos de riesgo sísmico [15], el problema estriba en que para calcular la dimensión de correlación no se suele utilizar la sismicidad histórica, ya que para conseguir un catálogo completo de terremotos hay que aumentar el valor de la magnitud umbral, lo que supone trabajar con un número pequeño de datos y por tanto no poder calcular la dimensión fractal. Es por esto la importancia del estudio

y la metodología presentados en esta memoria para futuros trabajos de riesgo sísmico, en particular en la Cordillera Bética. A partir de la sismicidad instrumental se han podido caracterizar un gran número de las fuentes sísmicas que se definen a partir de los terremotos históricos, pudiendo realizar dicha zonificación en función del agrupamiento/dispersión de los terremotos y del agrupamiento/dispersión a la hora de liberar la energía.

4. En la variación espacial de la dimensión de longitud de las fallas, los valores altos están asociados a zonas donde la razón entre fallas pequeñas y fallas grandes se inclina más por las primeras, y los valores bajos a zonas donde la razón entre fallas pequeñas y fallas grandes se inclina más hacia las grandes. En las Béticas predomina un valor medio-alto propio de la sismicidad moderada de la región. Aparecen mínimos en la zona entre el norte de Alicante y el sur de Valencia, en Adra-Almería con dirección NNO-SSE que coincide con la de las fallas de mayor tamaño que en esa zona se encuentran, y en el este de la provincia de Murcia con dirección E-O que podría estar asociado a las fallas de dirección ENE-OSO de esta zona. Fuera de las Béticas, en la zona occidental de la costa de Cádiz, hay otro mínimo con dirección aproximada ENE-OSO, que coincidiría con las fallas grandes, de orientación similar, que en esta zona pueden encontrarse.
5. La variación espacial de las dimensiones fractales de las fallas definen una zona de máximos muy similar a la que se definen con las dimensiones fractales de los terremotos (posición y energía), con dos claras subzonas separadas y centradas en el tercio central de las Béticas y en Murcia-Alicante. Éstas tienen una tendencia aproximada, E-O y NE-SO respectivamente, que podría corresponder con la dirección de las fallas de mayor tamaño que en dichas regiones se pueden encontrar. La relación entre máximos de dimensiones fractales de sismicidad y máximos de dimensiones fractales de fallas, solo es clara para estas dos zonas, que evidentemente no son las únicas que se han definido con la sismicidad histórica. Esto, como ya ha ocurrido más veces, parece indicar que estas dos zonas son las más significativas desde el punto de vista sismotectónico. El hecho de que en todas las distribuciones espaciales de estas dimensiones aparezca un máximo en la zona norte de Sevilla, asociado a fallas inactivas, es indicativo que con solo la información proveniente de la multifractalidad de las fallas, no se puede caracterizar la sismicidad instrumental, es decir, el fenómeno de generación de terremotos es mucho más complicado que el que podría definir solo una o dos dimensiones.

La variación espacial del salto del espectro multifractal para las fallas presenta una zona de máximos similar al de las dimensiones fractales, aunque ahora el máximo del tercio central se ha desplazado hacia el este (Sierra Nevada) y el máximo de Murcia-Alicante hacia el suroeste. Sin embargo, el máximo del norte de Sevilla, sí se mantiene. Con esto se muestra nuevamente que las zonas más heterogéneas de todas las Béticas son las de Granada y la de Murcia-Alicante.

Atendiendo a los resultados de variación espacial de los diferentes parámetros y dimensiones, y obviando el hecho de que los límites exactos son complicados de precisar, se pueden definir dos grandes zonas sismotectónicas (figura 10.1):

- a) La zona 1 de dirección NE-SO que abarcaría, aproximadamente, desde Almería hasta Murcia-Alicante.
  - b) La zona 2 de dirección OSO-ENE que iría desde Ubrique hasta Granada.
-

En función del parámetro  $b$ , se puede decir que en la primera zona es mayor la acumulación de esfuerzos que en la segunda. La separación de ambas zonas estaría aproximadamente en Sierra Nevada. Esta división coincidiría con las fuentes sísmicas regionales definidas por López Casado et al. [16] en el sur de la Península Ibérica.

En la primera zona predominan valores intermedios del parámetro  $a$ , así como valores máximos del parámetro  $m_{max}$ , de las dimensiones fractales en posición (máximo recubrimiento, máximo desorden y máxima dispersión), en energía (máximo desorden en la liberación de la energía y máxima dispersión en la liberación de la energía), y de las fallas (máximo recubrimiento, máximo desorden y máxima dispersión). Dentro de esta zona se podría distinguir la subregión de Murcia-Alicante, donde los valores suelen ser algo mayores a los del resto, y la subregión de Almería, aunque esta no queda siempre definida. La división entre ambas estaría aproximadamente en el bajo Segura. En la zona 2 se podrían definir dos subregiones, tercio central de las Béticas y Ubrique, que en general están bien diferenciadas, y se encuentran separadas por la fuente de sismicidad intermedia que existe en Málaga. La subregión de Granada presenta valores máximos para los parámetros de sismicidad (máxima actividad, valor alto de  $m_{max}$ ), de las dimensiones fractales en posición (máximo recubrimiento, máximo desorden y máxima dispersión), en energía (máximo desorden en la liberación de la energía y máxima dispersión en la liberación de la energía), y de las fallas (máximo recubrimiento, máximo desorden y máxima dispersión). Por su parte, la subregión de Ubrique no siempre queda definida por los parámetros y dimensiones, y suele presentar valores menores. Las relaciones obtenidas en esta memoria son una muestra de la posible conexión entre las subregiones definidas dentro de cada zona.

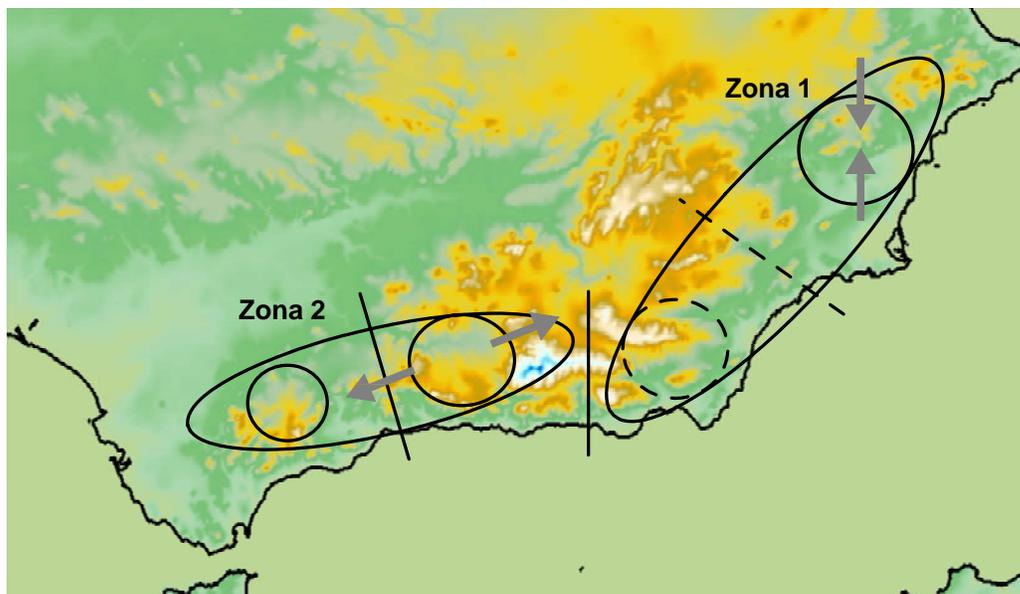


Figura 10.1: Zonas sismotectónicas definidas en la Cordillera Béticas en función de los resultados de parámetros clásicos y dimensiones fractales, obtenidos en esta memoria. Las flechas grises representan esfuerzos regionales según Henares et al. [17].

En general los valores grandes de las dimensiones  $D_0$  y  $D_0(f)$  en la zona 1, junto con los valores menores de la dimensión  $D_L$  en esta misma zona, hacen que sea más propensa, en comparación con la zona 2, a la acumulación de esfuerzos que se liberan posteriormente en forma de terremotos más energéticos.

Por tanto, las subregiones que quedan remarcadas, en mayor o menor medida, por los diferentes parámetros y dimensiones, son el tercio central de las Béticas y la de región de Murcia-Alicante. Éstas, además, son las zonas más energéticas de las Béticas (figuras 4.5 y 6.10) y en ellas coexisten esfuerzos regionales (figura 10.1), de extensión ENE-OSO en el tercio central de las Béticas y compresión N-S en la zona de Alicante, junto con la compresión NO-SE general del contacto Ibero-Mogrebí [17]. Aun teniendo comportamientos similares estas dos subregiones desde el punto de vista de la geometría fractal, en general, la heterogeneidad es mayor en el tercio central de las Béticas, que en la zona de Murcia-Alicante. Esto podría estar asociado al tipo de esfuerzo regional y a la diferente acumulación de esfuerzos (geodinámica distinta de las regiones) como se ha comentado más arriba. Xu y Burton [7] proponen que la existencia de dos campos de esfuerzos diferentes en una región, que interaccionan y se coordinan, pueden explicar la relativa baja intensidad de esfuerzos (parámetro  $b$  alto), coexistente con una gran dispersión de la sismicidad (dimensión de correlación alta). Esto es lo que podría estar ocurriendo en la subregión de Granada, que hace que sea una zona más heterogénea que la de Murcia-Alicante. Así el hecho de que esta última sea una zona más homogénea, podría ser debido a que los esfuerzos locales y regionales tienen direcciones similares, es decir, la extensión que existe en el tercio central de las Béticas es más notoria que la compresión de la zona de Murcia-Alicante.

Además, esta dos zonas (1 y 2) definidas en las Béticas, podrían responder a un comportamiento diferente en la traslación hacia el oeste de las Béticas (López Casado et al. [16]), lo que se reflejaría en unas propiedades geométricas de las fallas distintas, en particular en la heterogeneidad. Las dimensiones fractales tienen un comportamiento similar en toda la región, con lo cual podría reflejar una propiedad general de la misma (traslación hacia el oeste), pero el salto del espectro multifractal de las fallas si presentaría un comportamiento diferente, de manera que la zona 1 es más heterogénea que la zona 2 desde el punto de vista de las fallas. En concreto la mayor heterogeneidad de la zona 1 podría estar relacionada con las fallas de dirección NE-SO que recorren esta zona y se prolongan por el Mar de Alborán hasta el Rif. Estas fallas son más notorias que las fallas de dirección aproximada OSO-ENE que se encuentran en la zona 2 y que presentan un menor heterogeneidad. Esto estaría de acuerdo, con lo expuesto por otros autores, para los cuales juegos de fallas de una misma región que responden a estados de esfuerzos diferentes (dinámica diferente), presentan una geometría fractal distinta [18, 19].

Por último, se debe indicar que las zonas de máximos que se pueden definir en Almería y Murcia-Alicante cuando se trabaja con la sismicidad, suelen tener dirección NE-SO, con lo cual se puede ratificar que la sismicidad registrada en esas zonas está asociada a las fallas, que con esa dirección, se encuentran en estas regiones. Igual podría ocurrir en la zona de Granada en la dirección E-O, aunque debe tenerse presente que ésta es una zona muy fracturada.

## 10.3. Relaciones

### 10.3.1. Relación de Aki

Independientemente de trabajar con terremotos o con fallas, en general, los datos de esta región se ajustan a la expresión de Aki [20], relacionada con sismicidad moderada [21], por tanto existe una distribución fractal de las fallas o terremotos, asociada a una distribución fractal del

---

tamaño de los terremotos. Esto es característico de sistemas críticamente autoorganizados que están relacionados y por tanto el estudio de las fallas puede llevar a un mejor conocimiento de la peligrosidad sísmica de la región. Así, de los anteriores resultados, se puede deducir que los terremotos más energéticos que se puedan generar en las Béticas serán de tamaño intermedio, no muy superior a un valor de magnitud  $m_{bLg} = 6,0$ . Las posibles divergencias se aproximan tanto a la expresión relacionada con los grandes terremotos  $D = b$  [21], como a la expresión relacionada con terremotos pequeños  $D = 3b$  [21].

Lo aquí expuesto, hasta cierto punto, puede ser considerado especulativo, ya que en el caso  $D_0(f)/b(M_S)$  se están comparando datos que pertenecen a un intervalo de tiempo corto (terremotos) con datos que pertenecen a un intervalo de tiempo muy grande (fallas). Además, el conjunto de fallas aquí considerado puede contener tanto fallas activas como inactivas. De cualquier forma, si la anterior correlación es cierta, se habría encontrado un método de extensión temporal de la información sísmica contenida en los catálogos a través de la correlación del parámetro  $b$  (época instrumental) con la geometría fractal de las fallas, que está asociada no a unos pocos años sino a millones de años.

### 10.3.2. Otras relaciones

De aquí en adelante, el análisis se va a realizar a partir de los datos que aparecen en la tabla 9.1. En esta, un signo "+" significa una relación positiva (directamente proporcional). Un signo "-" significa una relación negativa (inversamente proporcional). Y cuando no aparece ningún signo, lo que se indica es que no hay tendencia. Tanto las tendencias positivas como negativas, se han considerado cuando estas están por encima del valor  $|0,1|$ . En estas tendencias, el valor máximo absoluto que se ha encontrado ha sido superior a 20,0.

#### *Análisis global*

#### **Relaciones del parámetro $a$ con los demás parámetros:**

Con excepción de las relaciones con el parámetro  $b$  y la dimensión  $D_L$ , todas las demás son positivas. Además, estas relaciones son de dos tipos, logarítmico o lineal. En la primera se ha notado la existencia de dos tendencias: a) una pequeña variación de  $a$  genera una gran variación del parámetro fractal; b) una gran variación del parámetro  $a$  provoca una pequeña variación en el parámetro fractal. Las primeras llenan de forma más rápida el espacio, aumenta el desorden más rápidamente y se dispersan más rápidamente los terremotos, con el aumento del número de terremotos. En las segundas varía poco el llenado del espacio, el desorden y la dispersión aunque aumente mucho el número de terremotos.

Por tanto, de las relaciones entre el parámetro  $a$  y las dimensiones fractales se puede concluir que las zonas de poca actividad están asociadas a regiones homogéneas, donde hay pocas fallas de gran longitud alrededor de las cuales la sismicidad se concentra. Igualmente, se deduce que las zonas de mucha actividad están asociadas a regiones heterogéneas, donde hay muchas fallas de pequeña longitud a las que está asociada la sismicidad, produciéndose una dispersión de la misma. Es decir, en las regiones homogéneas, las zonas más activas son aquellas que emplean esta mayor actividad en cubrir su falla o fallas asociadas, y sin embargo, en las regiones heterogéneas, las zonas más activas son aquellas que emplean esta mayor actividad en agrupar ésta en las numerosas y pequeñas fallas ya cubiertas a las que están asociadas.

**Relaciones del parámetro  $b$  con los demás parámetros:**

En este caso, todas las relaciones son lineales, presentando tendencia positiva solo con el salto del espectro fractal calculado con las posiciones de los terremotos, tendencia nula con las dimensiones de posición, de las fallas y con  $D_L$  y negativas en los demás.

De estas relaciones se puede concluir que valores altos del parámetro  $b$  aparecen en zonas donde la distribución espacial de la sismicidad es heterogénea, se registran valores menores de la magnitud máxima, existe mayor orden, dispersión y homogeneidad cuando se considera la energía de los terremotos y la distribución espacial de las fallas es más homogénea.

La relación  $b - D_2$ , estudiada por diversos autores en otras regiones del mundo [22, 23, 24, 25, 26], no presenta una tendencia para la Cordillera Bética, aunque la relación  $b - D_2(E)$  si tiene una clara tendencia negativa. Es difícil comparar este resultado con los de otros trabajos, ya que las metodologías utilizadas son diferentes, aunque si se puede indicar que la relación negativa refleja la existencia de diferentes esfuerzos en la región.

La gráfica  $b$  vs.  $D_0(f)$  estudiada por Öncel et al. [6] en Japón no presenta tendencia.

**Relaciones del parámetro  $m_{max}$  con los demás parámetros:**

Las gráficas de la magnitud máxima en general presentan una relación positiva, con excepción de la relación con las dimensiones fractales obtenidas cuando se toma como medida la energía, que es negativa.

Las relaciones positivas indican que los valores mayores de la magnitud máxima registrada se dan en zonas más cubiertas, con mayor orden y dispersión cuando se considera la posición de los terremotos y de las fallas, con un predominio de fallas pequeñas sobre las grandes. Además, estas zonas son más heterogéneas desde el punto de vista de la posición de los terremotos y las fallas. La relación negativa indica que la mayor parte de la energía se libera en una pequeña zona.

**Relaciones de la dimensión  $D_0$  con los demás parámetros:**

A excepción de la relación con la dimensión  $D_L$  que no presenta tendencia, las demás relaciones son positivas.

Por tanto, cuando los terremotos cubren más el espacio, existe mayor heterogeneidad en la distribución espacial y energética de los mismos y de las fallas, además hay más dispersión de la energía liberada y en la distribución espacial de las fallas. Igualmente, las fallas cubren más el espacio y tiene mayor desorden.

**Relaciones de la dimensión  $D_2(E)$  con los demás parámetros:**

En este caso, todas las relaciones presentan tendencia nula.

**Relaciones del salto  $D_{-\infty} - D_{\infty}$  con los demás parámetros:**

Solo la relación con la dimensión  $D_2(E)$  presenta una tendencia lineal positiva, en los demás casos la tendencia es nula. Por tanto, cuando la energía se concentra a la hora de liberarse, la heterogeneidad en la distribución espacial de los terremotos es menor, y, cuando la liberación de la energía es más dispersa, la heterogeneidad es mayor.

### Relaciones del salto $D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E)$ con los demás parámetros:

La relación con la dimensión  $D_L$  no tiene tendencia. Las relaciones con las dimensiones de las fallas y el salto del espectro fractal de las fallas, es positiva. Esto implica que, cuando se tiene mayor heterogeneidad al considerar la energía, la heterogeneidad en la distribución espacial de las fallas es también mayor y estas cubren más el espacio, están más desordenadas y más dispersas.

En resumen, la Cordillera Bética es una región de sismicidad moderada. Los resultados de la sismicidad instrumental reflejan la situación global que se obtiene con el estudio de las fallas, y por tanto, tienen mayor rango de validez a pesar de estar considerando un intervalo temporal pequeño en comparación con el de las fallas. Las zonas donde la actividad es mayor, son zonas con valor alto-medio del parámetro  $b$ , con valor alto de  $m_{max}$ , con mayor recubrimiento, mayor desorden, mayor dispersión y también mayor heterogeneidad, en todos los casos por parte de los terremotos (posición y energía) y las fallas. Sin embargo, estos resultados están sujetos a una gran dispersión.

### *Análisis regional*

#### Relaciones del parámetro $a$ con los demás parámetros:

Las relaciones cambian, para varias regiones, la tendencia general. Las regiones que más cambian son Ubrique y Almería-Vera, con cuatro cambios de tendencia, y la que menos cambia es Granada con dos. Las relaciones con el parámetro  $b$ , el salto de las fallas y la dimensión  $D_L$  son las que cambian la tendencia general en un mayor número de regiones. También cambia en varias regiones la tendencia, con respecto a la general, con las dimensiones fractales calculadas utilizando como medida la energía. Para el resto de relaciones, se mantiene en las regiones la misma tendencia que en el caso general.

Por tanto, estas últimas relaciones deben estar unidas a un proceso común a toda la región, y sin embargo las otras lo están a procesos geodinámicos propios de cada una de ellas. Es decir, las relaciones del parámetro  $a$  con el salto espectral de las fallas, con la dimensión  $D_L$ , con el parámetro  $b$  y las dimensiones de energía  $D_1$  y  $D_2$ , serán las que puedan permitir diferenciar geodinámica y sismotectónicamente una región de otra.

#### Relaciones del parámetro $b$ con los demás parámetros:

En este caso, las regiones cambian la tendencia general para casi todas las relaciones. La relaciones en las que las regiones cambian menos con respecto a la tendencia general, es la del parámetro  $b$  con las dimensiones fractales calculadas utilizando como medida la energía. Así, en este último caso, lo que se está indicando es que con la excepción de la región de Ubrique, todas las demás tienen un proceso de generación energética de terremotos similar, sólo diferenciable de unas regiones a otras por el número de terremotos máximos que estas tengan y su distribución espacial, es decir, si están más o menos agrupados. Esta diversidad de cambios de tendencia respecto a la general era de esperar ya que el parámetro  $b$  tiene un claro significado sismotectónico, como ya se había visto en el apartado anterior.

La relación  $b$  vs.  $D_2$  presenta tendencia positiva en Montilla y Almería-Vera y negativa para el resto. Esto supone una clara variación espacial de los esfuerzos en la región [23]. En las dos primeras zonas esta tendencia puede relacionarse con una acumulación homogénea de los esfuerzos [26], más evidente en Montilla, mientras en las otras tres zonas la acumulación es más heterogénea. Las tendencias negativas están asociadas a regiones donde ocurren terremotos más

energéticos [23]. En las zonas de Ubrique, Montilla y Valencia los terremotos están agrupados en torno a las fallas principales [7].

La relación  $b$  vs.  $D_2(f)$  presenta tendencia positiva en Ubrique, negativa Montilla y Valencia y nula el resto de zonas. Las regiones con mayor probabilidad de que ocurra en ellas un terremoto más energético son Montilla Y Valencia, aunque en la primera ésta es menor debido a que es una zona menos fracturada. En la zona de Valencia los valores del parámetro  $b$  son mayores que en Montilla, sin embargo la magnitud máxima registrada no supera el valor 4,2, por tanto, según indican Öncel et al. [6] la probabilidad de que ocurra un terremoto más energético en esta región es mayor. Por otro lado, las regiones de Granada y Murcia-Alicante son las más fragmentadas y aunque en estos dos casos no se presenta una tendencia clara, la zona Murcia-Alicante tiene mayor probabilidad de producir terremotos más energéticos ya que tiene valores del parámetro  $b$  menores [6].

### Relaciones del parámetro $m_{max}$ con los demás parámetros:

Por ejemplo, podría esperarse que volvieran a existir variaciones de las relaciones de las diferentes regiones respecto a la tendencia general, aunque menos que en el caso anterior, ya que la relación  $a - m_{max}$  no presentaba casi ningún tipo de variación. Las regiones que más cambian respecto a las relaciones generales, son las de Almería-Vera y Valencia, y la que menos cambia es Murcia-Alicante. En la zona de Montilla no hay tendencias debido a que es una región pequeña, y en los datos utilizados no existe variación de la  $m_{max}$ . Las relaciones con la dimensión de las fallas, el salto espectral de las fallas y la dimensión  $D_L$ , son las que cambian la tendencia general en un mayor número de regiones. Y la relación que cambia menos es la del salto espectral de energía.

Por tanto, las relaciones del parámetro  $m_{max}$  con la dimensión de las fallas, el salto espectral de las fallas y con la dimensión  $D_L$ , serán las que puedan permitir diferenciar geodinámica y sismotectónicamente una región de otra.

### Relaciones de la dimensión $D_0$ con los demás parámetros:

Las relaciones cambian, para varias regiones, la tendencia general. Esta dimensión es la que tiene más estabilidad en las relaciones junto con el parámetro  $a$ , lo cual hasta cierto punto puede ser lógico dada la clara relación que existe entre ambas. La región que más cambia es Montilla, seguida de Ubrique y Valencia. Una vez más, las relaciones con el salto de las fallas y la dimensión  $D_L$  son las que cambian, en relación a la tendencia general, en un mayor número de regiones. Por otro lado, hay cuatro relaciones que prácticamente no cambian.

Resultados equivalentes se encuentran cuando se utilizan las dimensiones fractales  $D_1$  y  $D_2$ . Así, por ejemplo, mientras que en las regiones de Granada, Almería-Vera, Murcia-Alicante y Valencia, si aumenta el desorden y la dispersión, la heterogeneidad en la distribución espacial de las fallas, también aumenta, en las regiones de Ubrique y Montilla ocurre lo contrario. Esta es una diferencia entre ambos grupos de regiones, que tiene un claro significado sismotectónico, pues entre otras cosas indica que estas dos últimas regiones, desde el punto de vista sismotectónico, son más homogéneas que las anteriores.

### Relaciones de la dimensión $D_2(E)$ con los demás parámetros:

Existe variación en todas las regiones para todas las relaciones. La relación que menos cambia es en la que se considera las dimensiones fractales de las fallas. La región de Murcia-Alicante

es la que presentan menos cambios.

Los resultados con la dimensión  $D_1(E)$  son equivalentes y, por tanto, no son presentados. Así, por ejemplo, mientras que en las Béticas no existe relación entre el ordenamiento de la energía y la proporción de fallas grandes a pequeñas, en las regiones de Ubrique, Granada y Murcia-Alicante, a medida que aumenta el desorden, es mayor la proporción de fallas grandes frente a las pequeñas. Sin embargo, para las regiones de Montilla y Valencia ocurre lo contrario. Esta situación no es extraña, pues ya en varias relaciones y parámetros, se ha observado una similitud entre estas dos últimas regiones.

### **Relaciones del salto $D_{-\infty} - D_{\infty}$ con los demás parámetros:**

Vuelve a existir variaciones de las relaciones de las diferentes regiones, respecto a la tendencia general. Las regiones que más cambian son Granada y Murcia-Alicante. La relación con la dimensión  $D_L$  es la que más cambios presentan respecto a la tendencia general.

La tendencia positiva entre la heterogeneidad de las posiciones de los terremotos y el agrupamiento de la energía de los mismos, para todas las Béticas, se mantiene en las regiones de Ubrique, Montilla, Granada y Valencia, sin embargo, desaparece en las regiones de Almería-Vera y Murcia-Alicante. Esto permite en estos aspectos (heterogeneidad espacial y agrupamiento de energía), asimilar el comportamiento de la región de Granada, al de las regiones Ubrique, Montilla y Valencia, y separar su comportamiento del de las regiones de Almería-Vera y Murcia-Alicante, que por proximidad y anteriores características sí estaban asimiladas. Igual razonamiento se podría hacer para las relaciones de este salto espectral con los otros saltos y dimensiones.

### **Relaciones del salto $D_{-\infty}(E) - D_{\infty}(E)$ con los demás parámetros:**

Existe variación en todas las regiones para todas las relaciones. Las regiones que más cambian son Ubrique y Granada. Las relaciones que más cambios presenta, respecto a la tendencia general, son aquellas en las que se considera la dimensión fractal  $D_L$  y el salto del espectro fractal de energía, y la relación que menos cambia es la del salto espectral de las fallas. En relación a la primera tendencia, indica que las regiones de Ubrique, Montilla y Valencia presentan una tendencia positiva, que coincide con la tendencia que se observa a nivel global, mientras que la región de Almería-Vera presenta una tendencia negativa, y las de Granada y Murcia-Alicante tienen una tendencia nula. Se puede decir que Granada y Murcia-Alicante tienen una gran similitud en su heterogeneidad energética y proporción de fallas grandes a pequeñas. Continuando con este razonamiento, se tendría que las regiones de Ubrique, Montilla y Valencia, pertenecen a otro tipo de similitud, y también le ocurre lo mismo a la región de Almería-Vera, que es completamente diferente a las anteriores. Si se atendiera a la relación entre el salto espectral de energía y las dimensiones de las fallas las Béticas quedarían divididas en orientales y occidentales. Sin embargo, atendiendo a la relación entre los saltos espectrales de energía y fallas, la única discordante es la de Ubrique, cosa que cabía esperar, ya que la región de Ubrique a nivel de heterogeneidades casi siempre ha sido diferente a todas las demás.

## Bibliografía

- [1] Hirata, T. (1989). Fractal dimension of fault systems in Japan: Fractal structure in rock fracture geometry at various scales, *Pageoph*, **131**, 158–170.
  - [2] Korvin, G. (1992). *Fractal Models in the Earth Sciences*. Elsevier, Amsterdam, Holanda.
  - [3] Idziak, A. and Teper, L. (1996). Fractal dimensions of faults network in the upper silesin coal basin (Poland): Preliminary studies. *Pure Appl. Geophys.*, **147**, 239–247.
  - [4] Angulo-Brown, F., Ramirez-Guzmán, A.H., Yopez, E., Rudoif-Navarro, A. and Pavia-Miller, C.G. (1998). Fractal Geometry and seismicity in the Mexican subduction zone. *Geofisica Internat*, **37**, 29–33.
  - [5] Sunmonu, L.A. and Dimri, V.P. (2000). Fractal geometry and seismicity of Koyna-Warna, India. *Pure Appl. Geophys.*, **157**, 1393–1405.
  - [6] Öncel, A.O., Wilson, T.H. and Nishizawa, O. (2001). Size scaling relationships in the active fault networks of Japan and their correlation with Gutenberg-Richter  $b$  values. *J. Geophys. Res.*, **106**, 21827–21841.
  - [7] Xu, Y. and Burton, P.W. (1999). Spatial fractal evolutions and hierarchies for microearthquakes in central Greece. *Pure Appl. Geophys.*, **154**, 73–99.
  - [8] Hirabayashi, T., Ito, K. and Yoshii, T. (1992). Multifractal analysis of earthquakes. *Pageoph*, **138**, 591–610.
  - [9] Carpinteri, A., Chiaia, B. and Invernizzi, S. (2002). Applications of fractal geometry and renormalization group to the Italian seismic activity. *Chaos, Solitons and Fractals*, **14**, 917–928.
  - [10] Koukouvelas, I.K., Asimakopoulos, M. and Doutsos, T.T. (1999). Fractal characteristics of active normal faults: an example of the eastern Gulf of Corinth, Greece. *Tectonophysics*, **308**, 263–274.
  - [11] Guarnieri, P. (2002). Regional strain derived from fractal analysis applied to strike-slip fault systems in NW Sicily. *Chaos, Solitons and Fractals*, **14**, 71–76.
  - [12] Sanz de Galdeano, C., López Casado, C. and Peláez, J.A. (2003). Seismic Potential of the Main Active Faults in the Granada Basin (Southern Spain). *Pure Appl. Geophys.*, **160**, 1537–1556.
  - [13] Scholz, C.H. (1968). The frequency-magnitude relation of micro-fracturing in rock and its relation to earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **58**, 399–415.
  - [14] Main, I.G., Meredith, P.G., Sammonds, P.R. and Jones, C. (1990). Influence of fractal flaw distributions of rock deformation in the Brittle Field. En *Deformation Mechanisms, Rheology and Tectonics* (eds. Knipe, R.J., and E.H. Rutter), Geol. Soc. London, Special Publication 54, 81–96.
  - [15] Beauval, C., Hainzl, S. and Scherbaum, F. (2006). The Impact of the Spatial Uniform Distribution of Seismicity on Probabilistic Seismic-Hazard Estimation. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **96**, 2465–2471.
-

- 
- [16] López Casado, C., Sanz de Galdeano, C. Molina Palacios, S. and Henares Romero, J. (2001). The structure of the Alboran Sea: an interpretation from seismological and geological data. *Tectonophysics*, **338**, 79–95.
- [17] Henares, J., López Casado, C., Sanz de Galdeano, C., Delgado, J. and Peláez, J.A. (2003). Stress fields in the Iberian-Maghrebi region. *Journal of Seismology*, **7**, 65–78.
- [18] Sherman, S.I. and Gladkov, A.S. (1999). Fractal in studies of faulting and seismicity in the Baikal rift zone. *Tectonophysics*, **308**, 133–142.
- [19] Giaquinta, A., Boccaletti, S., Boccaletti, M., Piccardi, L. and Arecchi, F.T. (1999). Investigating the fractal properties of geological fault systems: The Main Ethiopian Rift case. *Geophysical Research Letters*, **26**, 1633–1636.
- [20] Aki, K. (1981). A probabilistic synthesis of precursory phenomena. En *Earthquake Prediction: An International Review*. Maurice Ewing Series 4, D. W. Simpson and P.G. Richards (Eds.), American Geophysical Union, Washington, D.C., 566–574.
- [21] Legrand, D. (2002). Fractal dimension of small, intermediate and large earthquakes. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **92**, 3318–3320.
- [22] Guo, Z. and Ogata, Y. (1995). Correlation between characteristic parameters of aftershock distributions in time space and magnitude. *Geophys. Res. Lett.*, **22**, 993–996.
- [23] Öncel, A.O., Main, I., Alptekin, Ö. and Cowie, P. (1996b). Spatial variations of the fractal properties of seismicity in the Anatolian fault zones. *Tectonophysics*, **257**, 189–202.
- [24] Wang, J.H. and Lee C.W. (1996). Multifractal measures of earthquakes in west Taiwan. *Pageoph*, **146**, 131–145.
- [25] Bhattacharya, P.M., Majumdar, R.K. and Kayal, J.R. (2002). Fractal dimension and  $b$ -value mapping in northeast India. *Current Science*, **82**, 1486–1491.
- [26] Singh, Ch., Bhattacharya, P.M. and Chadha, R.K. (2008). Seismicity in the Koyna-Warna reservoir site in western India: Fractal and  $b$ -value mapping. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **98**, 476–482.
-

# Capítulo 11

## Conclusiones

- La geometría multifractal se ha mostrado como una herramienta útil en la caracterización de la sismotectónica de la Cordillera Bética.
- En esta caracterización sismotectónica se han definido doce parámetros nuevos, cuatro correspondientes a las dimensiones  $D_0$ ,  $D_1$ ,  $D_2$  y al salto del espectro multifractal, que informan del recubrimiento, orden, agrupamiento y grado de heterogeneidad de la posición de los terremotos, tres correspondientes a las dimensiones  $D_1$ ,  $D_2$  y al salto del espectro multifractal, que dan cuenta del orden, agrupamiento y grado de heterogeneidad de la energía liberada por los terremotos de una región, y cinco correspondientes a las dimensiones  $D_L$ ,  $D_0$ ,  $D_1$ ,  $D_2$  y al salto del espectro multifractal, que informan de la proporción de fallas grandes a pequeñas y de las anteriores características de llenado, orden y agrupamiento y heterogeneidad, de las trazas de las fallas.
- La sismicidad de la Cordillera Bética presenta características multifractales tanto en lo que se refiere a su distribución espacial, como a su distribución espacio-energética.
- La distribución de fallas de la Cordillera Bética tiene también carácter multifractal, aunque en menor grado que la sismicidad asociada a ella. Sin embargo, la heterogeneidad que se obtiene de este carácter multifractal, es similar a la de los terremotos cuando se considera la posición de los mismos.
- Gracias a los parámetros de sismicidad clásicos, junto con las dimensiones fractales estudiadas en esta memoria, se han podido definir varias regiones de propiedades claramente diferenciadas. De oeste a este son: Ubrique, Montilla, Granada, Almería-Vera, Murcia-Alicante y sur de Valencia. Esta regionalización da un modelo de caracterización sismotectónica de las Béticas complejo.
- Además de las anteriores regiones, en función de la heterogeneidad que define el salto espectral de los terremotos, posición y energía, y de las fallas, se pueden considerar, de una forma más global, dos zonas en la Cordillera Bética. Una comprendería desde Almería hasta Murcia-Alicante y otra desde Ubrique hasta Granada. Esta diferencia en la heterogeneidad podría estar asociada a los diferentes esfuerzos locales, y/o a un comportamiento diferente en el desplazamiento hacia el oeste de la Cordillera Bética, todo esto se reflejaría en propiedades geométricas diferentes de los terremotos y de las fallas. Además, en la segunda zona, existe una clara diferencia entre la subregión de Ubrique y la subregión de

Granada cuando se considera la distribución energética de los terremotos y la distribución espacial de las fallas, no ocurre así con la distribución espacial de los terremotos.

- De forma particular, las dimensiones  $D_1(E)$  y  $D_2(E)$  han permitido discernir una nueva región, la zona marítima Málaga-Alborán, que es la que tiene mayor orden y mayor grado de agrupamiento. Dicha región está asociada a un terremoto predominante de profundidad próxima a los 30 *km*, relacionado posiblemente con la sismicidad intermedia que se da en esa zona. Esto justificaría que esta región solo haya aparecido, ligeramente, con el parámetro  $b$  y no en los demás resultados, en particular los obtenidos con las fallas.
  - A partir de la sismicidad instrumental y trabajando con las dimensiones  $D_2$  y  $D_2(E)$  se ha podido realizar una zonificación que se ajusta, en muchos casos, a la realizada con los terremotos históricos. Esta zonificación permitirá realizar nuevos estudios de la peligrosidad sísmica de las Béticas.
  - Al considerar las Béticas en su conjunto, se obtienen claras relaciones, tanto lineales como logarítmicas entre: (a) los parámetros clásicos de sismicidad y las nuevas dimensiones de posiciones y energía, para los terremotos, y para fallas, y (b) estas dimensiones.
  - En las relaciones logarítmicas del parámetro  $a$  se pueden definir dos tendencias diferentes. Si se comparan regiones que tienen pocos terremotos, la variación entre las dimensiones fractales de posición, el salto del espectro de energía y las dimensiones fractales de las fallas es grande, a pesar de que entre ellas exista una diferencia pequeña en el número de terremotos. Sin embargo, para regiones con mayor número de terremotos, la diferencia entre sus dimensiones fractales es pequeña, aunque el número de terremotos aumente de manera rápida en ellas. El cambio de tendencia estaría alrededor de los 40–50 terremotos. A la vista de los resultados, las primeras regiones son homogéneas y poco fracturadas, y las segundas son heterogéneas y muy fracturadas.
  - Las relaciones del parámetro  $b$  muestran ligeras tendencias lineales, tanto positivas como negativas. Éstas tienen una gran dispersión. Atendiendo a las gráficas donde las tendencias son más claras, se puede decir que en las zonas donde predominan los terremotos grandes sobre los pequeños, existen varios terremotos de magnitud máxima similar y además estos no se encuentran centrados en una pequeña región. Dichas zonas tienen una distribución espacial de la sismicidad más homogénea, en comparación con otras donde predominan los terremotos pequeños (valores altos del parámetro  $b$ ), es decir, en estas últimas zonas existen más agrupamientos y vacíos de sismicidad. Por otro lado, en las zonas de valor alto de  $b$ , hay menor diferencia energética entre unos puntos y otros. Respecto a las fallas, las zonas con menor valor del parámetro  $b$  son más heterogéneas, es decir, son zonas menos fracturadas en las que se pueden definir más agrupamientos y vacíos.
  - Las relaciones del parámetro  $m_{max}$ , tiene una gran dispersión y una clara tendencia lineal. Excepto para las dimensiones fractales de energía, en los demás casos, la tendencia es positiva. Las zonas donde se registran los valores máximos de la magnitud son las más heterogéneas en todos los sentidos y las que presentan más desorden y dispersión espacial de terremotos y fallas, sin embargo, la energía se libera en ellas de manera más concentrada.
  - Las relaciones entre dimensiones fractales y saltos espectrales presentan en general una tendencia positiva, de manera que las zonas más cubiertas por terremotos o fallas, también
-

son las que presentan mayor desorden, mayor dispersión y mayor heterogeneidad. Esto ocurre para terremotos, posiciones y energía, y para fallas.

- Estas relaciones globales se mantienen también en las regiones definidas en la anterior zonificación. El hecho de que la tendencia general permanezca o no constante en estas regiones, es un nuevo criterio que justifica, aún más, la zonificación anterior. De todas estas relaciones, las que mejor caracterizan la zonificación realizada en esta memoria, son aquellas donde se considera la energía de los terremotos o la distribución espacial de las fallas. Estas podrían estar más relacionadas a fenómenos sismotectónicos locales, y las demás a fenómenos sismotectónicos globales. La cantidad de nuevas caracterizaciones que estas relaciones realizan en la zonificación sismotectónica, es una prueba más de la gran heterogeneidad sismotectónica de las Béticas. Teniendo en cuenta las relaciones obtenidas para las regiones, parece clara la relación entre las regiones de Ubrique y Granada y Almería-Vera y Murcia-Alicante, lo cual justifica el modelo propuesto en esta memoria.
  - Además de la ley de Gutenberg-Richter, que es una relación entre parámetros numéricos, existen relaciones entre el parámetro  $b$  y las dimensiones de capacidad y correlación. En esta memoria, la obtención de las relaciones mencionadas en los párrafos anteriores permite la introducción de nuevas leyes semejantes a las anteriores. Así, en equivalencia a la ley de Gutenberg-Richter, se ha obtenido una nueva ley que relaciona la dimensión de capacidad de la posición de los terremotos, ligada logarítmicamente con el parámetro  $a$  de la ley de Gutenberg-Richter, con la magnitud.
  - Aunque esta nueva ley u otras posibles no sean fáciles de calcular o de interpretar (sus constantes) sismotectónicamente, no debe ser razón para desecharlas. Una mejora en los cálculos de evaluación de las mismas, y en la calidad de los datos que se utilizan para obtenerlas, facilitarán en el futuro la resolución de los problemas planteados.
  - De forma específica, y en el sentido anterior, encontrar una correlación precisa entre los parámetros de caracterización de las fallas, que están referidos a todo el ciclo sísmico, con los de sismicidad, que están referidos a un corto periodo de tiempo, será fundamental en la correcta evaluación de la peligrosidad sísmica de las Béticas.
-

## Trabajos Futuros

- Mejora de los datos de sismicidad conducentes a mejorar las localizaciones tanto epicentrales como hipocentrales y a incrementar el número de terremotos a utilizar, ya sea por extensión del periodo de estudio o por rebaja del umbral de completitud. Todo ello enfocado a realizar en el futuro estudios multifractales de la sismicidad en tres dimensiones.
  - Mejora de los datos de las fallas cartografiadas conducentes a mejorar su posición, sus tipos (activas y no activas) y su estructura geométrica. Todo ello encaminado, igual que en el caso anterior, a poder realizar estudios multifractales en tres dimensiones.
  - Interpretación sismotectónica de la relación de Aki entre el parámetro  $b$  y la dimensión de capacidad de las fallas o de los terremotos, una vez se tengan los modelos en tres dimensiones de éstos.
  - Mejora de la delimitación y caracterización de la regionalización multifractal de la sismotectónica de las Béticas.
  - Establecimiento de una o varias leyes similares a la de Gutenberg-Richter, utilizando relaciones entre dimensiones fractales y la magnitud de los terremotos, profundizando en su interpretación sismotectónica y en la exactitud de su cálculo.
-