

FORMACIÓN DE PROFESORES Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA¹

Salvador Linares

Departamento de Didáctica de las Matemáticas
Universidad de Sevilla

RESUMEN

La Reforma en Educación Matemática genera nuevas responsabilidades para el profesor de matemáticas y por tanto genera cuestiones en el campo de la formación de profesores. En este trabajo describiremos las implicaciones que de las nuevas perspectivas sobre el conocimiento y la manera de llegar a conocer se plantean en nuestra manera de entender el aprendizaje del profesor. Las nociones “actividad auténtica”, “comunidad de discurso” y “cognición como distribuida” se utilizan para organizar las reflexiones sobre el diseño de entornos de aprendizaje, las prácticas de enseñanza y la potencialidad de las nuevas tecnologías en la formación de profesores de Matemáticas. Finalmente se considera la Didáctica de la Matemática, como dominio científico, un referente en la formación de profesores de matemáticas.

ABSTRACT

Reform of Mathematics Education poses new responsibilities to mathematics teacher and so it generates issues in teacher education. In this paper I describe what new views of knowledge and ways to getting know say about teacher learning. Notions of “authentic activities”, “discourse communities” and “cognition as distributed” are used to organize the reflections about design of learning environments, teaching practice and new technology in mathematics teacher education. Finally, Didactics of Mathematics, as a scientific domain, is considered a referent to mathematics teacher education.

¹ Conferencia pronunciada en el Acto Solemne de Inauguración del curso 2000-2001 en la Facultad de Educación y Humanidades de Melilla. 6, Octubre, 2000

1. REFORMA Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Durante los últimos años se han estado desarrollando diferentes cambios en el sistema educativo español con el objetivo de adaptarlo a las nuevas necesidades que demanda la sociedad tecnológica en la que estamos abocados. La reforma iniciada tiene dimensiones visibles en los cambios en la estructura del propio sistema educativo, como la obligatoriedad de la escolaridad hasta los 16 años, y el cambio de la EGB y BUP por la educación Primaria, la educación Secundaria, los nuevos Bachilleratos y los módulos profesionales. También se han planteado cambios a nivel de currículum en los diferentes niveles educativos. La matemática escolar no ha sido ajena a esta situación. Las administraciones educativas en el contexto curricular han intentado determinar las capacidades que en el campo de la formación matemática deben conseguir los alumnos de los diferentes niveles educativos. Las finalidades de la enseñanza de la matemática expresadas en los documentos curriculares son un intento de determinar la respuesta a preguntas como

¿que procesos y contenidos matemáticos deberían los estudiantes llegar a conocer y ser capaces de usar a través del sistema educativo?

Esta pregunta ha sido contestada por las Administraciones educativas de diferentes maneras. Por ejemplo, el decreto de educación Primaria de la Junta de Andalucía establece como finalidad de la Enseñanza de las matemáticas en Primaria

“Favorecer, fomentar y desarrollar en los alumnos la capacidad para explorar, formular hipótesis y razonar lógicamente; así como la facultad de usar de forma efectiva diversas estrategias y procedimientos matemáticos para plantearse y resolver problemas relacionados con la vida cultural, social y laboral”.

Por otra parte, el MEC describe los objetivos generales de la enseñanza de las matemáticas en la educación Secundaria Obligatoria, indicando entre otras cosas

“Contribuir a desarrollar en los alumnos y alumnas las capacidades de:
1. Incorporar al lenguaje y modos de argumentación habituales las distintas formas de expresión matemáticas (numérica, gráfica, geométrica, lógica, algebraica y probabilística) con el fin de comunicarse de manera precisa y rigurosa.

2. *Utilizar formas de pensamiento lógico para formular y comprobar conjeturas, realizar inferencias y deducciones, y organizar y relacionar informaciones diversas relativas a la vida cotidiana y a la resolución de problemas...*”

Estos intentos de adecuar la educación matemática de nuestros escolares a las nuevas necesidades de los ciudadanos de la nueva sociedad tecnológica no son una preocupación únicamente española. Por ejemplo, la NCTM de los Estados Unidos en sus Estándares para las matemáticas escolares (NCTM, 2000) señalan la resolución de problemas, el razonamiento y la prueba, comunicación, conexión, y representación como procesos matemáticos a través de los cuales los estudiantes deberían adquirir y usar el conocimiento matemático. Estos procesos se consideran transversales al contenido matemático de los dominios números y operaciones; patrones, funciones y álgebra; geometría y sentido espacial; medida; y análisis de datos, estadística y probabilidad. La intersección de estos procesos y contenido matemático permite proponer, por ejemplo, los siguientes Estándares

“Estándar 1: Números y operaciones

Los programas de enseñanza de las matemáticas, deberían fomentar el desarrollo del sentido numérico y de las operaciones para que todos los estudiantes puedan:

- *comprender los números, formas de representar los números, relaciones entre los números, y los sistemas numéricos*
- *comprender el significado de las operaciones y cómo se relacionan unas con otras,*
- *usar las herramientas y estrategias de cálculo con fluidez y estimando apropiadamente.*

Estándar8. Comunicación

Los programas de enseñanza de las matemáticas deberían usar la comunicación para fomentar la comprensión de las matemáticas para que todos los estudiantes

- *organicen y consoliden su pensamiento matemático para comunicarse con los otros,*
- *expresar coherente y claramente las ideas matemáticas a sus compañeros, a los profesores y a los demás,*
- *ampliar su conocimiento matemático considerando el pensamiento y estrategia de los demás,*
- *usar el lenguaje de las matemáticas como un medio preciso de expresión matemática.*

Esta situación muestra que los cambios pretendidos en la formación matemática de los alumnos van mucho más allá de simplemente cambiar, ampliar o modificar determinados aspectos del contenido. Lo que se está enfatizando es una nueva manera de concebir las matemáticas escolares, de caracterizar la actividad matemática en el aula, en lo que significa aprender y enseñar, y el papel del profesor.

Cuando se habla del contenido matemático ya no solo se mencionan los términos tradicionales como operaciones, medida, divisibilidad, ecuaciones, funciones, pero además con la incorporación de nuevos contenidos relativos a la estadística, azar y probabilidad, sino que aparecen nuevos términos que difuminan en cierta medida lo que hasta estos momentos parecía ser un terreno muy bien delimitado. Expresiones como resolver problemas, comunicarse matemáticamente, argumentar y criticar propuestas matemáticas como aspectos del razonamiento matemático, se están incorporando a la caracterización del contenido matemático escolar (Ernest, 1999). Por ejemplo, el uso de los diferentes sistemas de símbolos adopta una nueva perspectiva cuando la actividad que se pretende que se realice con ellos intenta conjugar estos diferentes aspectos. La diferencia en las siguientes actividades ponen de manifiesto un aspecto en los cambios señalados

A1. Realizar la operación $31/5 : 3/2$

A2. Encontrar una situación en la que pueda ser usada la expresión $2/3 : 3/4$

B1. Representar la gráfica de la ecuación $Y=2x^2 + 1$

B2. Encontrar una situación que pueda modelarse mediante la ecuación $Y=2x^2 + 1$

Las actividades que enfatizan los procesos de modelización son un reflejo de los intentos por desarrollar una perspectiva apoyada en los significados de los símbolos y de su manipulación, más que solo una aproximación procedimental. Sin embargo lo que enfatiza esa aproximación no es solo el poder de modelización de las matemáticas, sino que es un ejemplo de la consideración de la matemática como algo más que un conjunto de instrumentos y que el desarrollo de las capacidades de comunicar, razonar matemáticamente o de resolución de problemas se apoyan en la generación de significado y de maneras de proceder determinadas.

Por otra parte, desde hace tiempo se asume en el campo de la educación que las concepciones que se mantienen sobre las matemáticas influyen en la delimitación del currículum, su desarrollo y la propia enseñanza. La forma de llegar a conocer las matemáticas ha trasladado su foco desde el manejo procedimental de algoritmos a través de la práctica a verse como una transformación de la comprensión previa y en reconocer el papel activo de los estudiantes en el proceso de dotar de significado a las nociones y procedimientos matemáticos. Esta perspectiva también señala que el tipo de tareas que los estudiantes realizan determinará la comprensión que construirán. Además la forma en la que los estudiantes participan en las actividades del aula determinará, en cierta medida, lo que se está aprendiendo, de ahí, entre otras cosas, la importancia de los diferentes modelos de interacción comunicativa que se puedan establecer. El uso de nociones como “comunidad de práctica” y “práctica situada” en el análisis del aprendizaje de las matemáticas (Matos, 2000) intentan poner de manifiesto nuevas maneras de entender el proceso de aprendizaje que conllevan el uso de nuevas variables y relaciones.

Evidentemente, con estas referencias previas, la enseñanza y el papel del profesor han cambiado radicalmente. Organizar la enseñanza de las matemáticas para que se puedan generar comunidades de aprendices y determinar el papel del profesor en dichas comunidades es diferente de una visión de la enseñanza y el papel del profesor desde una perspectiva de transmisión y adquisición del conocimiento. Esta situación plantea nuevos desafíos a la labor del profesor de matemáticas y en particular en lo relativo a su formación (Carrillo & Climent, 1999). Lo que trasciende aquí es que existen diferentes maneras de ver el contexto del aula de matemáticas constituido por el profesor, los aprendices y el contenido matemático; así como en la manera de concebir sus relaciones mutuas. De manera clara, el profesor de matemáticas, visto como un profesional que debe desempeñar una determinada labor en este contexto, también ve alterado lo que puede ser considerado el conocimiento y destrezas para desenvolverse en esta situación. Y desde aquí se genera las cuestiones relativas a la formación de profesores. En particular, ¿qué es lo que se entiende por conocimiento del profesor de matemáticas que le permita desenvolverse en las nuevas situaciones de enseñanza aprendizaje según hemos caracterizado con anterioridad? ¿cómo se genera este conocimiento?

La problemática de la formación del profesorado de matemáticas, desde un análisis simplemente conceptual, no puede obviar el hecho de que es una actividad práctica institucionalizada. Sin embargo queda fuera del propósito de esta conferencia una aproximación a la cuestión de su ubicación institucional (de la formación

inicial y permanente del maestro y del profesor de matemáticas de secundaria). Aquí me centraré primordialmente en las implicaciones que podemos derivar sobre la formación de profesores de matemáticas que sugieren las nuevas maneras de entender el conocimiento necesario para enseñar matemáticas y el proceso de llegar a conocer.

2. FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS: PERSPECTIVAS DESDE UNA NUEVA MANERA DE ENTENDER EL CONOCIMIENTO Y EL PROCESO DE LLEGAR A CONOCER

Cognición situada, comunidad de práctica, formas de participar, participación periférica legítima y desarrollo de la identidad son nuevas ideas sobre la naturaleza de la cognición y el aprendizaje que han empezado a impregnar gran parte de las publicaciones en el campo de la educación. Estas nuevas ideas proceden de “perspectivas situadas” sobre la cognición que integran significados sobre la naturaleza construida del conocimiento, las creencias de los profesores y la naturaleza situada, social y distribuida de la cognición (Putman & Borko, 1997). Aunque inicialmente estas ideas han sido usadas en la descripción y análisis del aprendizaje matemático de los estudiantes (Matos, 2000), empiezan a aparecer traslaciones que aplican estos puntos de vista a la práctica y aprendizaje del profesor (Stein et al. 1998). Esto tiene implicaciones en la formación de profesores de matemáticas planteándose, desde nuevas referencias, preguntas sobre cómo aprende a enseñar el profesor de matemáticas, cuál es el papel de las experiencias de aprendizaje en los programas de formación en caracterizar un determinado conocimiento necesario para enseñar matemáticas y cuáles deben ser las características de los entornos de aprendizaje diseñados en los programas de formación (García, 2000).

Mi propósito en estos momentos es presentar de manera esquemática las características de estas “perspectivas situadas” en relación al aprendizaje del profesor de matemáticas y en las implicaciones que podamos derivar en el diseño de entornos de aprendizaje para el profesor. Tres son los temas que suelen aparecer de manera reiterativa e interconectados cuando se caracteriza estas perspectivas: la cognición como situada, la cognición como social, y la cognición como distribuida.

2.1. La noción de “actividad auténtica”: Una nueva mirada al diseño de entornos de aprendizaje en la Universidad

Desde el punto de vista de la “cognición como situada” se considera que los contextos sociales y físicos en los que se desarrolla la actividad forman parte inte-

gral de ella, siendo la propia actividad parte del aprendizaje generado. Este punto de vista que enfatiza la naturaleza de la actividad generada, centra parte de su interés en subrayar la importancia de la tareas-actividades que los estudiantes para profesor deben realizar, introduciendo el término “actividades auténticas”. Entre los diferentes significados asociados a este término, uno de ellos es el que define las actividades auténticas como las “prácticas ordinarias de una cultura” (la cultura de ser un profesor) en el sentido de que las tareas-actividad deben ayudar a desarrollar una forma de pensar y de ser análoga a la de un profesor de matemáticas según se caracteriza en su nuevo papel al desarrollar una nueva cultura de la actividad matemática en el aula. La dificultad para identificar la enseñanza de las matemáticas que refleje características apuntadas por los diferentes movimientos de reforma - esa nueva cultura escolar- lleva asociada dificultades en imaginarnos este tipo de tareas-actividades para el aprendizaje del profesor de matemáticas. De ahí que podamos pensar en un significado para la idea de “actividades auténticas” que nos lleva a entenderlas como aquellas que ayuden a fomentar un tipo de razonamiento pedagógico y destrezas de resolución de problemas vinculado a la enseñanza de las matemáticas según es caracterizada por los movimientos de reforma. Así, el punto de vista de la cognición situada subraya el proceso de generar el conocimiento en contextos de resolución de problemas similares a aquellos con los que se enfrentan los profesores expertos intentando desarrollar los principios de la reforma educativa en el campo de la enseñanza de las matemáticas. De esta manera, se vincula el proceso de generación de conocimiento necesario para enseñar a los contextos en que este puede ser utilizado para resolver esos problemas (Llinares, 1998). Las hipótesis que subyacen a este planteamiento es que el conocimiento necesario para enseñar no solo se adquiere en situaciones de enseñanza reales.

Esta perspectiva situada de la cognición enfatiza la importancia de las características de los entornos de aprendizaje en los que se involucra a los estudiantes para profesor, ya que se asume que diferentes entornos de aprendizaje generarán diferentes formas de conocer. Desde esta última idea se deriva la importancia que esta perspectiva da al aprendizaje de los estudiantes para profesor en las aulas de las escuelas y los institutos pero no como contextos para aplicar el conocimiento proporcionado por la Universidad, sino como entornos de generación de un determinado tipo de conocimiento útil. La coordinación de las experiencias en la Universidad y las escuelas y los institutos puede proporcionar oportunidades a los estudiantes para profesor para aprender nuevas ideas y desarrollar destrezas de reflexión poniendo en contacto a los estudiantes para profesor con la problemática profesional de la

tarea docente (Flores, 1998; Sánchez & Llinares, 1996). De ahí que el análisis de casos (situaciones hipotéticas o reales, problemas pedagógicos y así), el desarrollo de contextos de reflexión guiada e informada mediante el estudio de documentos teóricos relevantes para dotar con nuevos significados al caso, y la coordinación entre la Universidad y las escuelas y los Institutos de Enseñanza Secundaria, se conviertan en referencias para los entornos de aprendizaje derivados de la noción de “actividad auténtica”.

2.2. La noción de “comunidad de discurso”: una nueva mirada a las prácticas de enseñanza

La traslación desde la visión individualista sobre el aprendizaje al reconocimiento del papel desempeñado por las interacciones entre los participantes en los entornos de aprendizaje también ha tenido lugar cuando pensamos en el proceso de aprendizaje de los estudiantes para profesores de matemáticas. Desde este punto de vista se asume que el conocimiento y la forma en que lo utilizamos son productos de las interacciones entre los individuos - la forma en la que los grupos han ordenado sus experiencias y dotan de sentido a su mundo. Una idea clave desde este punto de vista es la noción de “*comunidad de discurso*” entendida como comunidades que comparten formas de pensar y de comunicarse (Putman & Borko, 1997). Desde esta visión del conocimiento como socialmente construido se deriva la idea de que una parte importante de aprender a enseñar es llegar a ser enculturizado en una “comunidad de práctica de enseñanza” - aprender a pensar, hablar y actuar como un profesor. Los aspectos de los entornos de aprendizaje derivados del tema anterior - análisis de casos, contextos de reflexión guiada e informada y la coordinación Universidad - institutos - son también pertinentes desde esta perspectiva. Desde este punto de vista, el formador de profesores toma el papel de “preparador” (“coach”) y facilitador que ayuda a que los estudiantes para profesores se impliquen en una indagación y aprendizaje activo, se involucren en procesos de reflexión y razonamiento sobre la práctica de enseñar. La característica que se subraya aquí es que los formadores de profesores, los estudiantes para profesores, los maestros, los profesores de secundaria y tutores de prácticas llevan diferentes tipos de conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas a la comunidad de discurso. De ahí que, en la comunidad de discurso que se pueda generar a través del establecimiento de diferentes estructuras de participación, las ideas o conceptos se conciben como herramientas cognitivas con las que pensar y razonar. Caracterizado el proceso de aprender a enseñar desde la naturaleza social de la cognición, se deriva inmediatamente la

importancia de la elección de los contextos donde se desarrollen las prácticas de enseñanza, y quienes son los profesores tutores de prácticas. La idea de la comunidad de discurso vuelve a subrayar la necesidad de la coherencia en el discurso - indagación sistemática, crítica, reflexión y uso de conceptos como herramientas con las que pensar - en los diferentes entornos de aprendizaje en los que se articulan los programas de formación. Este punto de vista subraya dos cosas. Por una parte, la importancia como estrategia de formación del uso de narrativas entendidas como relatos de la práctica proporcionados por el profesor (o estudiantes para profesor durante el período de prácticas de enseñanza). Por otra parte, subraya la importancia de las reflexiones en torno al carácter profesional del trabajo del profesor de matemáticas en las que se admite la existencia de un conocimiento práctico compartido entre los miembros de esa profesión.

2.3. La “cognición como distribuida”: una nueva mirada a la potencialidad de las nuevas tecnologías

La perspectiva situada de la cognición también va más allá de la idea de que la cognición es algo más que una propiedad de los individuos señalando que está “distribuida” a través de los diferentes personas, y diversos “artefactos simbólicos o físicos” - sistemas de representación de las ideas, software y ordenadores como instrumentos que permiten hacer matemáticas de manera diferente, etc. Esta manera de entender la cognición es relativamente reciente y reconoce la necesidad de buscar un equilibrio entre actividades que sólo fomentan el desarrollo de competencias individuales con actividades que reconozcan el aprendizaje compartido. Este punto de vista se apoya en la idea de que los instrumentos y sistemas de simbolización utilizados en los discursos -pensar sobre la enseñanza y el papel del profesor - transforma la cognición implicada - con lo que vuelve a surgir la idea del uso de los conceptos como herramientas con las que pensar en las actividades de análisis y reflexión sobre la práctica. Por otra parte, los recursos que las nuevas tecnologías han puesto al alcance de los formadores de profesores como el correo electrónico, los foros virtuales de discusión o los recursos multimedia (Goffree & Oonk, 1999) que empiezan a ser integrados como materiales curriculares en los programas de formación permiten desarrollar unas características del intercambio de información y perspectivas de análisis de las situaciones de enseñanza que presumiblemente transformen la manera de entender el conocimiento sobre la enseñanza del profesor y el aprender a enseñar matemáticas. La arquitectura no lineal de estos recursos - por ejemplo los derivados de la tecnología multimedia - donde segmentos de video,

información teórica, reflexiones de profesores expertos están al alcance de los estudiantes para profesor permite que los productos de la reflexión, indagación sistemática o crítica puedan ser diferentes (Lampert & Ball, 1998). La representación digital de las situaciones permite que los estudiantes para profesor puedan llegar a conocer diferentes perspectivas, e interactuar con ellas, desde las que analizar las situaciones procedentes de profesores tutores, formadores de profesores y otros estudiantes para profesor. De todas maneras, el pensar desde perspectivas diferentes sobre el papel de los recursos tecnológicos en crear nuevos tipos de comunidades de discurso para los profesores y en la influencia que puedan tener en caracterizar de manera diferente el conocimiento del profesor, también plantea nuevos interrogantes que la investigación centrada en el análisis del conocimiento profesional y el aprendizaje del profesor deberá plantearse.

3. EL DISEÑO DE ENTORNOS DE APRENDIZAJE

La traducción en el diseño de entornos de aprendizaje en los programas de formación de estas características generales de la manera en la que el profesor de matemáticas llega a conocer entra dentro del campo del diseño instruccional. El diseñador debe considerar al mismo tiempo las relaciones entre el conocimiento que pretende generar y las diferentes maneras en las que parece ser que se llega a conocer.

Esta situación debería reflejarse en la Universidad con el diseño de entornos de aprendizaje que manteniendo la característica de “la práctica como situada” eviten que el contexto real de la actividad bloquee ciertos aspectos del proceso de aprender a enseñar y del proceso de reflexión derivándose la idea de que el conocimiento necesario para enseñar no solo se obtiene en situaciones reales de práctica de enseñanza. Para responder a esta cuestión se ha desarrollado la enseñanza basada en casos que permite crear entornos significativos para el aprendizaje del profesor (Llinares, 1994; 1998).

Como ya indicamos en otro momento (Llinares, 1994) la metodología apoyada en los casos viene caracterizada por su conexión a la experiencia personal, con referencia al conocimiento teórico y fundamentando las perspectivas de acción. Una manera de abordar la cuestión del diseño de los entornos de aprendizaje derivados de las características anteriores consiste en recurrir a los informes o narrativas proporcionadas por los propios profesores en activo (o estudiantes para profesor) que de alguna manera puedan estar intentado desarrollar una nueva práctica en su aula.

En este proceso de toma de decisiones, la idea de “actividades auténticas”, descrita en el apartado anterior puede ser concretada a partir de narrativas o experiencias de profesores que han intentado realizar cambios en una determinada dirección en su enseñanza lo que seguramente les ha introducido en situaciones de enseñanza con características diferentes de las que estaban acostumbrados a gestionar. Las experiencias de profesores de matemáticas que intentan desarrollar una nueva cultura escolar se convierte así, a través de sus narrativas, en un punto de referencia sobre el que realizar una reflexión de índole conceptual y analítica en el proceso de formación (Ponte et al. 1997; Schifter, D. 1996; Schifter & Fosnot, 1992).

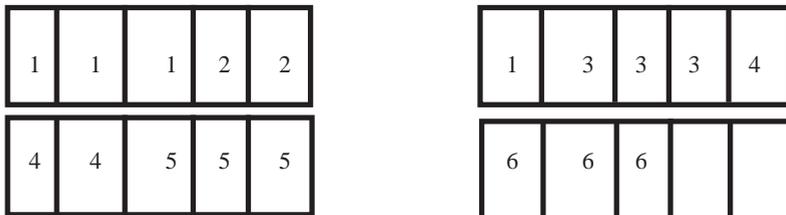
A partir de este tipo de situaciones, que no es más que una manera de aproximarse a la cuestión del diseño de espacios de aprendizaje en los programas de formación, se puede elaborar materiales, y maneras de actuar específicas en el programa de formación.

Por ejemplo, una de estos entornos de aprendizaje para los estudiantes para maestros se genera a partir de la siguiente situación (Schifter & Fosnot, 1992):

Rocío es una maestra que esta dando el tema de fracciones en 6° de Primaria, y en particular la operación de dividir. Ella sabía que una de las interpretaciones de la idea de fracción está vinculada a las situaciones de repartos equitativos, y por eso un día, a mitad de la unidad sobre fracciones, planteó a la clase el siguiente problema

Tengo 4 tartas. Tengo que dar $\frac{3}{5}$ de tarta a cada niño. ¿a cuántos niños puedo dar y qué me sobra?

Al cabo de un rato de estar sus alumnos resolviendo la tarea en grupos, Ana salió a la pizarra para contar a sus compañeros la solución que su grupo había encontrado. Ella dibujó lo siguiente en la pizarra



y dijo

Ana: Aquí tenemos 4 pasteles (señalando el dibujo de 4 pasteles divididos en quintos que había hecho en la pizarra). Así que podemos dar a 6 niños y me sobran $\frac{2}{5}$ (Después de mirar un momento el dibujo dijo) Luego la respuesta es 6 y me sobran $\frac{2}{5}$

Pero en ese momento Juan, un niño en otro grupo le dijo,

Juan: espera un momento!. En nuestro grupo hemos hecho los cálculos al dividir 4 entre $\frac{3}{5}$ y nos sale 6 más $\frac{2}{3}$. Y nosotros lo tenemos bien, no nos hemos equivocado.

Juan salió a la pizarra y realizó la cuenta $4:\frac{3}{5}$ aplicando el algoritmo de multiplicar en cruz que le habían enseñando para la división de fracciones, escribiendo

$$4 : \frac{3}{5} = \frac{4}{1} : \frac{3}{5} = \frac{5 \times 4}{1 \times 3} = \frac{20}{3} = \frac{18 + 2}{3} = 6 + \frac{2}{3}$$

Los dos grupos parecía que habían hecho correctamente el problema, unos a nivel concreto/gráfico, y otros a nivel de símbolos utilizando la operación de dividir para un problema de reparto con la interpretación medida. Rocío estaba un poco confundida y no respondió en seguida

- i) ¿qué había sucedido?, ¿cual es la discrepancia en la respuesta en los dos grupos?
- ii) ¿qué explicación y ayuda puedes proporcionar que tenga en cuenta lo hecho por los dos grupos?

La actividad generada a través del análisis, reflexión y discusión de esta situación puede favorecer la posibilidad que los estudiantes para profesor empiecen a desarrollar un modelo conceptual (sistema de referencia cognitivo) que les proporcione (i) un organizador avanzado en sus primeros intentos de desempeñar tareas/destrezas complejas, (ii) una estructura interpretativa a través de la cual dotar de significado a las interrelaciones producidas en la fase de reflexión-análisis, y (iii) un esquema interiorizado para ser utilizado como referencia en su práctica independiente. Es innegable el papel de referencia desempeñado por el conocimiento previo en cualquier proceso de aprendizaje, y evidentemente también en el proceso de aprender a enseñar matemáticas.

El espacio de aprendizaje generado por las actividades de análisis, reflexión y discusión de una situación como la anterior pone de manifiesto las diferentes perspectivas que pueden ser adoptadas para tal fin. Sin embargo, un análisis previo de la situación presentada por parte del diseñador ayuda a explicitar diferentes tópicos sobre los que centrarse tomando como referencia lo específico de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Por ejemplo, ante esta situación se pueden convertir en tópicos de discusión y análisis lo siguiente,

- Las características de las relaciones entre las cuatro cantidades que configuran una situación de dividir- situaciones de reparto y situaciones de medida. En particular la relación entre el resto y el divisor de la división, lo que puede ayudar a poner de manifiesto por qué al dividir por ejemplo 45 entre 7, la parte decimal del cociente es la fracción entre el resto y el divisor

con calculadora

$$45 : 7 = 6'4285714$$

Con el algoritmo de lápiz y papel

$$45 : 7 = 6 \text{ y resto } 3$$

siendo la parte decimal del cociente 0'4285714 igual a la fracción 3/7 (resto/divisor)

El significado de unidad y el papel desempeñado por las diferentes cantidades en estas situaciones se convierte en un foco de análisis.

- La relación entre los diferentes sistemas de símbolos utilizados, y el significado que se asocia a los resultados obtenidos, que se deriva del uso de diferentes medios para comunicar la actividad matemática. Los diferentes sistemas de símbolos que se pueden utilizar en la enseñanza y en la actividad de resolución de problemas, conllevan una serie de potencialidades y limitaciones que deben constituirse en otro foco de análisis por parte del estudiante para profesor. La diferente modelización que de las relaciones entre las cantidades establecen los diferentes sistemas de símbolos usados (dibujo de las tartas y razonamiento sobre ellos vs. el uso del algoritmo de la división en un contexto aritmético mediante un sistema de símbolos matemáticos).

La gestión por parte del profesor de matemáticas de una situación como la descrita en el ejemplo anterior se apoya precisamente sobre la especificidad de lo que el profesor conoce y cómo lo conoce. Si, por ejemplo, algunos de los objetivos de la enseñanza de las matemáticas eran “comprender el significado de las operaciones y como se relacionan unas con otras”, y “usar el lenguaje de las matemáticas como un medio preciso de expresión matemática”, el desarrollo por parte del profesor de un conocimiento y destrezas específico para gestionar este tipo de objetivos en el aula de matemáticas exige la identificación por parte de los formadores de profesores de los aspectos del conocimiento aportado por la Didáctica de las Matemáticas, considerada como una disciplina científica, que son relevantes a esta situación. Dos de estos aspectos del conocimiento relevantes para la situación descrita

han sido identificados en los párrafos anteriores. Sin embargo, el conocimiento procedente de la Didáctica de la Matemática, con su validez empírica desde la investigación debe ser validado en los contextos de uso, es decir las aulas, por parte del profesor. Esto exige que el conocimiento del profesor de estas ideas no solamente debe estar en la dimensión explícita del conocimiento, sino también en la dimensión práctica. La relación entre la teoría y la práctica, o sea, entre la dimensión explícita del conocimiento y la dimensión práctica es una cuestión permanente de análisis en el campo de la formación de profesores, pero la emergencia de las perspectivas situadas del conocimiento y del proceso de llegar a conocer están permitiendo redimensionar esta vieja cuestión al vincular la idea de “conocer” con “ser capaz de usar” y con las situaciones que dan sentido a dicho conocimiento.

4. LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA COMO REFERENTE EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS

Todo lo anterior nos lleva a poner de manifiesto el papel desempeñado por el conocimiento aportado por las investigaciones en Didáctica de la Matemática como un referente en la toma de decisiones curriculares en los programas de formación de profesores. Las investigaciones en Didáctica de la Matemática están proporcionando, cada vez en mayor medida, un conocimiento sistemático y articulado sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje de los alumnos y sobre el proceso de aprendizaje y desarrollo profesional de los profesores. En estos momentos posiblemente existan contenidos matemáticos de los cuales se posea mayor información, mientras que en otros la investigación todavía es incipiente, pero la existencia de esta información ayuda a los formadores de profesores a plantear una formación cualitativamente diferente.

De la misma manera seguimos avanzando en nuestra comprensión de los procesos de aprendizaje del profesor y de la modelización de su práctica que aportan información en la toma de decisiones curriculares en la formación de profesores. Además, la cuestión de adaptar y transformar los diferentes aspectos del conocimiento sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas reunidos por la Didáctica de la Matemática, en contenidos de los programas de formación no puede realizarse a espaldas de los referentes conceptuales que puedan usarse para caracterizar lo que se entiende por conocer y como se llega a conocer el conocimiento necesario para enseñar. Ejemplos de este tipo de adaptaciones han empezado a realizarse (García et al. 1994, 2000; Llinares & Sánchez, 1998) mostrando la rela-

ción intrínseca que debe existir entre la toma de decisiones sobre el contenido y cuestiones de índole metodológicas vinculadas a los referentes conceptuales asumidos sobre el conocimiento y aprendizaje del profesor.

Las nuevas lentes a través de las cuales se intenta analizar el aprendizaje de los profesores de matemáticas están subrayando y enfatizando aspectos que pueden que ya existiesen en los programas de formación. Sin embargo, lo relevante es que nos permiten ver de una nueva manera algunos de esos viejos aspectos. Posiblemente la concreción de muchas de estas implicaciones derivadas de las perspectivas situadas de la cognición y el aprendizaje debería llevar a un reordenamiento de la forma en que realizamos la tarea de formar profesores y nuevos debates en el colectivo de formadores de profesores de matemáticas.

REFERENCIAS

- BLANCO, L. (1996). Aprender a enseñar matemáticas. Tipos de conocimiento. En J. Gimenez, S. Llinares & V. Sánchez (Eds.) *El proceso de llegar a ser un profesor de Primaria. Cuestiones desde la educación Matemática*. Comares: Granada; 199-221.
- CARRILLO, J. & CLIMENT, N. (Eds.) (1999). *Modelos de formación de maestros en matemáticas*. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Huelva.
- ERNEST, P. (1999). Forms of knowledge in Mathematics and Mathematics Education: philosophical and rhetorical perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 38, 67-83.
- FLORES, P. (1998). Formación inicial de profesores de matemáticas como profesionales reflexivos. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, nº 17, Julio-Septiembre, pp.37-48.
- GARCÍA BLANCO, M. (2000). El aprendizaje del estudiante para profesor de Matemáticas desde la naturaleza situada de la cognición: Implicaciones para la formación inicial de maestros. Conferencia invitada en el IV Simposio *Propuestas metodológicas y de evaluación en la formación Inicial de los profesores del Area de Didáctica de las Matemáticas*. Oviedo, Febrero.
- GARCÍA, M; ESCUDERO, I.; LLINARES, S. & SÁNCHEZ, V. (1994). Aprender a enseñar matemáticas: una experiencia en la formación matemática de los profesores de primaria. *Epsilon. Revista de la S.A.E.M. "Thales"*, nº 30, vol. 10(3), 11-26.
- GARCÍA, M.; ESCUDERO, I.; SÁNCHEZ, V. & LLINARES, S. (2000). *Una propuesta de formación en educación matemática de futuros profesores de primaria*. Comunicación presentada en IX Congreso sobre Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas "Thales", San Fernando, Cadiz, Septiembre; pp. 223-225
- GOFFREE, F. & OONK, W. (1999). Educating Primary School Mathematics

- Teachers in the Netherlands: Back to the classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2(2), 207-213.
- LAMPERT, M. & BALL, D.L. (1998). *Teaching, multimedia, and mathematics. Investigations of real practice*. New York: Teachers College Press.
- LLINARES, S. (1994). El estudio de casos como una aproximación metodológica al proceso de aprender a enseñar Matemáticas. En L. Blanco & L.M. Casas (Coord.) *Actas de las VI Jornadas sobre el aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas-1993*. (Pp 252-278) Sociedad Extremeña de educación Matemática: Badajoz.
- LLINARES, S. (1996). Contextos y aprender a enseñar matemáticas. El caso de los estudiantes para profesores de Primaria. En J. Gimenez, S. Llinares & V. Sánchez (Eds.) *El proceso de llegar a ser un profesor de Primaria. Cuestiones desde la educación Matemática*. Comares: Granada;13-36
- LLINARES, S. (1998). Aprender a enseñar Matemáticas en la Enseñanza Secundaria. Relación dialéctica entre el conocimiento teórico y práctico. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*. N.º 32, Mayo/Agosto, pp.117-127.
- LLINARES, S. (2000). Comprendiendo la práctica del profesor de matemáticas. En J.P. Ponte & L.Serrazina (Eds.) *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Italia*. SEM-SPCE: Lisboa, Portugal, 109-132.
- LLINARES, S. & SÁNCHEZ, V. (1998). Aprender a enseñar matemáticas. Los videos como instrumento metodológico en la formación inicial de profesores. *Revista de Enseñanza Universitaria*, 13, 29-44.
- LLINARES, S.; SÁNCHEZ, V.; GARCÍA, M & ESCUDERO, I. (2000). Didáctica de la matemática y la formación de profesores de matemáticas de enseñanza secundaria *Números. Revista de la Sociedad Canaria de profesores de matemáticas "Isaac Newton"*.
- MATOS, J.F. (2000). Aprendizagem e practica social: Contributos para a construção de ferramentas de análise da aprendizagem da matematica esco-

- lar. En J.P. Ponte & L.Serrazina (Eds.) *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Italia*. SEM-SPCE: Lisboa, Portugal, 65-92
- NCTM (2000). *Principles and standars for teaching Mathematics*. NCTM: Reston, VA.
- PONTE, J.; COSTA, F.; LOPES, H. MOREIRINHA, O. & SALVADO, D. (1997). *Historias da aula de Matemática*. APM: Lisboa, Portugal.
- PUTMAN, R.T. & BORKO, HB. (1997). Teacher learning: Implications of new views of cognition. En B.J: Biddle, T.L. Good, & I.F. Goodson (Eds.) *International handbook of teachers and teaching*. (Pp. 1223-1296). Dordrecht: Kluwer.
- SÁNCHEZ, V. & LLINARES, S. (1996). Prácticas escolares habituales y situaciones de resolución de problemas: El caso de Carlota. En J. Gimenez, S. Llinares & V. Sánchez (Eds.) *El proceso de llegar a ser un profesor de Primaria. Cuestiones desde la educación Matemática*. Comares: Granada; 225-248.
- SÁNCHEZ, V.; LLINARES, S.; GARCÍA, M & ESCUDERO, I. (2000). La formación de profesores de Primaria desde la Didáctica de las Matemáticas. *Números. Revista de la Sociedad Canaria de profesores de matemáticas "Isaac Newton"*.
- SCHIFTER, D. (Ed.) (1996). *What's happening in math class. Envisioning new practices trough teacher narratives*. New York: Teachers college Press.
- SCHIFTER, D. & FOSNOT, C. (Eds.) *Reconstructing Mathematics Education. Stories of Teachers meeting the challenge of Reform*. New York: Teachers College Press.
- STEIN,M.K.; SILVER, E. & SMITH, M.S. (1998). Mathematics Reform and Teacher Development: A Community of Practice Perspective. En J. Greeno & Sh. Goldman (Eds.) *Thinking Practices in Mathematics and Science Larning*. LEA: Hillsdale, NJ; 17-52.