

José A. Garzón Guerrero

Clasificación de blancos de radar en ambientes de ruido arbitrario mediante resonancias naturales y técnicas de componentes principales

Tesis Doctoral, Abril 2012

Editor: Editorial de la Universidad de Granada
Autor: José Antonio Garzón Guerrero
D.L.: GR 3127-2012
ISBN: 978-84-9028-250-2

José A. Garzón Guerrero

Clasificación de blancos de radar en ambientes de ruido arbitrario mediante resonancias naturales y técnicas de componentes principales

Tesis Doctoral, Abril 2012

Clasificación de blancos de radar en ambientes de ruido arbitrario mediante resonancias naturales y técnicas de componentes principales,

Esta publicación ha sido realizada por

José A. Garzón Guerrero

Directores

Diego Pablo Ruiz Padillo

María del Carmen Carrión Pérez

Grupo de Sistemas, Señales y Ondas
Departamento de Física Aplicada
Facultad de Ciencias
Universidad de Granada
Avda. Severo Ochoa, S.N.
18071, Granada
Spain

www.ugr.es

Fecha de publicación:	Abril 2012
Categoría:	1 (público)
Edición:	Primera
Comentarios:	Este informe forma parte de los requisitos para conseguir el Doctorado en Física por la Universidad de Granada.
Derechos:	©Universidad de Granada, 2012

b

Índice general

Índice de Figuras	III
Índice de Tablas	v
1. Introducción	1
1.1. Intereses y motivaciones	2
1.2. Dificultades en la clasificación de blancos de radar	3
1.3. Trabajos previos	5
1.3.1. Basadas en la matriz de scattering	7
1.3.2. Técnicas basadas en la medida de la respuesta en frecuencia a determinadas excitaciones	8
1.3.3. Técnicas basadas en el diseño de ondas discrimi- nantes	12
1.3.4. Técnicas basadas en la comparación de resonan- cias naturales	16

1.4. Objetivos y estructura de esta memoria	18
2. Resonancias naturales complejas (CNRs)	21
2.1. Respuesta temprana y tardía	22
2.2. Método de expansión de singularidades (SEM)	24
2.2.1. El concepto de resonancias y de modos naturales	25
2.3. Técnicas de extracción de CNRs	29
2.3.1. El método de la Matriz Pencil (GPOF)	29
3. Análisis en Componentes Principales (PCA)	35
3.1. Fundamentos del PCA	36
3.1.1. Solución del PCA: autovectores de la covarianza .	37
3.2. Tratamiento de datos con PCA	39
4. El elemento clasificador: Redes Neuronales	43
4.1. Fundamentos de las redes neuronales	45
4.1.1. La neurona artificial	45
4.1.2. Tipos de redes	46
4.2. El perceptrón multicapa (MLP)	48
4.2.1. Método de aprendizaje: retropropagación	49
4.2.2. Elección de la topología de red apropiada	51
5. Estudio de los parámetros clasificadores	53
5.1. Comportamiento de las componentes PCA	54

5.2.	Comportamiento de las CNRs	56
5.2.1.	CNRs frente al ángulo de incidencia	56
5.2.2.	CNRs frente al tiempo	58
5.2.3.	Capacidad discriminante de las CNRs	61
5.2.4.	CNRs frente al ruido	63
5.3.	Extracción de CNRs bajo ruido gaussiano coloreado	68
5.3.1.	El método GPOF y la estadística de alto orden (HOS)	68
5.4.	Elección de parámetros	69
6.	Clasificación bajo ruido blanco gaussiano: NRPCA	71
6.1.	Descripción del procedimiento	72
6.2.	Simulaciones	75
6.2.1.	Resultados	76
6.2.2.	Hilo delgado conductor	80
6.2.3.	Blancos geométricos tridimensionales con superficies conductoras	81
6.3.	Conclusiones	85
7.	Extensión de NRPCA para ruido gaussiano arbitrario	87
7.1.	El método Matrix Pencil y estadística de alto orden (HOS)	88
7.2.	Extensión básica del método NRPCA a la estadística de cuarto orden (NRPCA-FOC)	90
7.3.	Simulaciones y Resultados	91

7.4. Conclusiones	92
8. Análisis de componentes principales en estadística de alto orden: Kernel PCA	97
8.1. Técnicas kernel	97
8.1.1. Técnica Kernel PCA	99
8.2. Reconstrucción de la señal original tras la etapa KPCA .	101
8.2.1. PCA en el espacio de características	102
8.2.2. Reconstrucción de la señal en el espacio original .	105
9. Procedimiento clasificatorio con ruido arbitrario gaussiano GNRPCA	113
9.1. Generalización del algoritmo NRPCA mediante técnicas tipo kernel: GNRPCA	114
9.1.1. Descripción del algoritmo generalizado GNRPCA	115
9.2. Ampliación del algoritmo GNRPCA: GNRPCA-FOC . . .	118
9.3. Simulaciones y resultados	119
9.3.1. Simulaciones	119
9.3.2. Resultados	121
9.4. Algoritmos combinados	123
9.5. Conclusiones	125
10. Conclusiones y trabajo futuro	127
10.1. Estructura de la memoria de Tesis	127
10.2. Conclusiones finales	131

10.3. Trabajo futuro	132
I Summary in english	135
11. Summary in english	137
11.1. Introduction	137
11.2. Natural Resonances	139
11.2.1. Properties of the extracted natural resonances . .	139
11.3. Using Principal Component Analysis	141
11.4. Target recognition algorithm	143
11.4.1. Stage 1: training and reference data	143
11.4.2. Stage 2: classification scheme	144
11.5. Simulations and results	145
11.5.1. Results: conducting thin wire	147
11.5.2. Results: geometrical tridimensional bodies with con- ducting surfaces	148
11.6. Discussion	149
11.7. Conclusion	150
Apéndices	155
A. Tratamiento de la señal respuesta de un blanco	155
A.1. Respuesta impulso de un hilo conductor	156
A.2. Respuesta escalón	158

B. Conceptos de estadística de orden superior	161
B.1. Momentos y cumulantes	163
Bibliografía	167

Índice de Figuras

1.1. Respuesta de hilo delgado conductor de longitud unidad a dos ángulos diferentes.	4
1.2. Respuestas de un blanco de radar a diferentes ángulos y en ambientes con y sin ruido.	5
2.1. Respuestas early-time y late-time de una onda plana incidente en un blanco	24
2.2. Periodos early-time y late-time de la respuesta transitoria de un hilo conductor	25
2.3. Sección recta de radar para un hilo conductor de 0.914m y varias relaciones longitud/diámetro (L/D) (de Chen and Peters (1997))	27
2.4. Sección recta de radar para un hilo conductor perfecto de diferentes longitudes (de Chen and Peters (1997))	28
3.1. Señal late-time ruidosa antes y después de haber sido proyectada en el espacio PCA y vuelta a su base original.	41

4.1. Modelo de una neurona artificial.	45
4.2. Modelo de un perceptrón multicapa (MLP) con sólo capa oculta.	48
5.1. Proyección de los datos PCA en el plano de las dos primeras componentes principales.	55
5.2. CNRs para el hilo de longitud unidad y tres ángulos distintos en el plano de las resonancias complejas. . . .	57
5.3. Frecuencias de resonancia ω de cada CNR frente al tiempo y magnitud (en escala de grises) y respuestas en frecuencias para un hilo de longitud unidad y un ángulo de 30°	59
5.4. Distancia media entre los coeficientes ω y α de dos cla- ses distintas (longitudes 0.9 y 1).	62
5.5. Errores de la extracción de cada CNR en relación al ruido.	64
5.6. Errores relativos de las frecuencias angulares de reso- nancia (ω) y parámetros de amortiguamiento (α) frente al ruido, para las diez primeras CNRs de un hilo de lon- gitud unidad.	66
6.1. Esquema general del procedimiento NRPCA para la clasificación de blancos de radar, descrito en esta sección.	73
6.2. Esquema de la red neuronal utilizada en las simulaciones.	76
6.3. Tiempos de convergencia de las redes usadas por el método descrito en esta memoria (NRPCA) y por el NNFN Caso 1.	79

6.4. Porcentaje medio de aciertos en clasificación del método NRPCA y de dos métodos descritos en Lee et al. (2003) (NFNN Caso 1 y NFNN Caso 2) para cuatro tamaños de objetos de las clases de hilo delgado (a) y esfera (b). El rango de SNR en las señales es de -5dB:50dB.	82
6.5. Porcentaje de aciertos en clasificación del método propuesto en esta memoria según el ángulo de incidencia.	83
6.6. Porcentaje medio de aciertos en clasificación del método NRPCA y de dos métodos descritos en Lee et al. (2003) (NFNN Caso 1 y NFNN Caso 2) para cuatro tamaños de objetos de las clases de cono-esfera (a) y cilindro con terminaciones esféricas (b). El rango de SNR en las señales es de -5dB:50dB.	84
7.1. Porcentaje medio de aciertos en clasificación de los métodos NRPCA-FOC, NRPCA y GPOF-FOC para cuatro tamaños de las clases de hilo delgado (a) y esfera (b). El rango de SNR en las señales es de -5dB:50dB.	93
7.2. Porcentaje medio de aciertos en clasificación de los métodos NRPCA-FOC, NRPCA y GPOF-FOC para cuatro tamaños de las clases de cono-esfera (a) y de cilindro con terminaciones hemisféricas (b). El rango de SNR en las señales es de -5dB:50dB.	94
9.1. Esquema general del procedimiento GNRPCA para la clasificación de blancos de radar, descrito en esta sección.	116
9.2. Porcentaje medio de aciertos en clasificación de los métodos GNRPCA, GNRPCA-FOC, NRPCA-FOC y STORES (de Jouny (2010)) para cuatro tamaños de objetos de las clases de hilo delgado conductor (a) y esfera conductora (b). El rango de SNR en las señales es de -5dB:50dB.	121

- 9.3. Porcentaje medio de aciertos en clasificación de los métodos GNRPCA, GNRPCA-FOC, NRPCA-FOC y STORRES (de Jouny (2010)) para cuatro tamaños de objetos de las clases de conoesfera (a) y cilindro con terminaciones hemisféricas (b). El rango de SNR en las señales es de -5dB:50dB. 122
- 9.4. Diagramas de las zonas asignadas a cada algoritmo descrito en esta memoria según el valor del índice de efectividad ν_a (s^{-1}) 124
- A.1. Señal respuesta temporal impulso y escalón de un hilo delgado de longitud unidad. 159

Índice de Tablas

6.1. Valores de las dos primeras CNRs del hilo delgado conductor de longitud unidad calculadas mediante el método descrito en Lee et al. (2003) directamente de la respuesta impulso temporal y mediante el método NRPCA tratado en este capítulo para diferentes SNR. . . .	77
11.1. Values of the first two resonances of a thin conducting wire extracted directly from a noisy impulse time response and according to NRPCA algorithm at different SNR.	146
A.1. Las primeras 10 resonancias naturales del hilo cilíndrico.	158

Capítulo 1

Introducción

La clasificación e identificación de blancos de radar sigue constituyendo en la actualidad uno de los frentes más activos en comunicaciones y tratamiento de señales, debido a que cada vez más es necesario identificar con mayor precisión y velocidad todos los objetos susceptibles de ser clasificados. Una aplicación inmediata de carácter civil es el control de aeronaves en los aeropuertos (seguimiento e identificación del objetivo) o el uso de radares de defensa si se habla del ámbito militar. Es necesario en estos casos que el proceso de clasificación se lleve a cabo de la forma más rápida y eficiente posible, sin olvidar el hecho de que debe de poseer un buen comportamiento ante el ruido. Pero no sólo tiene interés en el campo aeroespacial sino que en los últimos tiempos son varias las áreas que se aprovechan de las virtudes del radar como en geofísica, arqueología o medicina. Algunos detalles y motivaciones sobre el tema se mostrarán en la siguiente sección.

Este capítulo se organiza como sigue. En la sección 1.1 se describirán los usos y ventajas de la clasien algunas áreas científicas. En la sección 1.2 se plantean las dificultades y problemas existentes en la clasificación de blancos de radar. En el apartado 1.3 se muestra el estado-del-arte del problema de clasificación y en la sección 1.4 se describen los objetivos y la estructura de toda esta memoria de tesis.

1.1. Intereses y motivaciones

Los trabajos más clásicos sobre clasificación se refieren, como no podría ser de otro modo, a la identificación y posterior discriminación de aeronaves en el aire o el espacio. Este tipo de problemas requieren conocer los detalles de cada aeronave para distinguirlas entre otras de geometría parecida. Se necesitan sistemas de clasificación rápidos y eficientes para poder trabajar a tiempo real y evitar errores fatales.

En los últimos tiempos ha surgido el llamado radar de penetración de suelo (*Ground Penetrating Radar*, GPR) y está cobrando especial importancia en muchas áreas científicas. En arqueología es uno de los sistemas punteros de detección de objetos y estructuras históricas que se encuentran enterradas bajo el suelo, sin necesidad de realizar ningún levantamiento y permitiendo la visualización del terreno antes de un movimiento de tierras, por ejemplo, y así evitar la destrucción del patrimonio [Chen et~al. \(1995\)](#), [Yun and Iskander \(2007\)](#). Otro uso muy importante del GPR es el de la detección explosivos no detonados (UXOs, [Chen and Peters \(1997\)](#)) o de minas antipersona que son enterradas en las zonas donde existen conflictos bélicos y que quedan abandonadas tras su finalización. El problema es que en la actualidad han dejado de fabricarse exclusivamente con metales y se construyen con materiales plásticos no conductores con pequeñas cantidades metálicas, por lo que no son detectables por los detectores de metales que se usaban antaño para la búsqueda de minas [Hoffmann \(2004\)](#). El GPR parece ser uno de los instrumentos más prometedores en este sentido, aunque su capacidad clasificadora está todavía bajo investigación, con trabajos relacionados con el contenido de esta memoria, y que esperamos que llegue a buen puerto en breve lapso de tiempo.

Problemas similares al anterior se encuentran en medicina, en los que se desean detectar bajo tejido orgánico materiales conductores como prótesis Lui et~al. (2005) o tejido tumoral con diferentes propiedades que el que le rodea Li et~al. (2007), sobre todo aplicado a casos de cáncer de mama. Este último punto tiene muchas semejanzas con el problema de las minas no metálicas enterradas ya que el tumor está situado bajo una capa de material dispersivo y el tejido de fondo no es homogéneo.

1.2. Dificultades en la clasificación de blancos de radar

El problema de la identificación de blancos a partir de los campos de backscattering es difícil de resolver, no sólo porque los mecanismos de dispersión son bastante complicados incluso para objetos de geometría muy simple, sino también por el hecho de que esas señales de scattering son fuertemente dependientes de la frecuencia, la polarización, y el ángulo de orientación del blanco.

En particular, el problema de la dependencia con el ángulo hace que la clasificación más complicada que los otros parámetros. Tanto es así que pueden darse errores en la clasificación por una variación en ese ángulo. Dos respuestas en ángulos diferentes de un mismo objeto puede ser clasificadas como si fueran dos blancos diferentes. Mientras que también podría pasar que dos respuestas provenientes de blancos diferentes a distintos ángulos, fueran clasificados como el mismo objeto (figura 1.2).

En la figura se ven reflejadas dos respuestas para un mismo blanco (un hilo delgado de longitud unidad) pero a dos ángulos de incidencia diferentes: 30° y 60° . Se observa que las respuestas temporales son totalmente diferentes y que en una primera aproximación se podría estimar erróneamente que pertenecen a objetos distintos.

Es, por tanto, un objetivo fundamental conseguir un sistema clasificatorio que sea independiente al ángulo (*aspect angle*, en inglés).

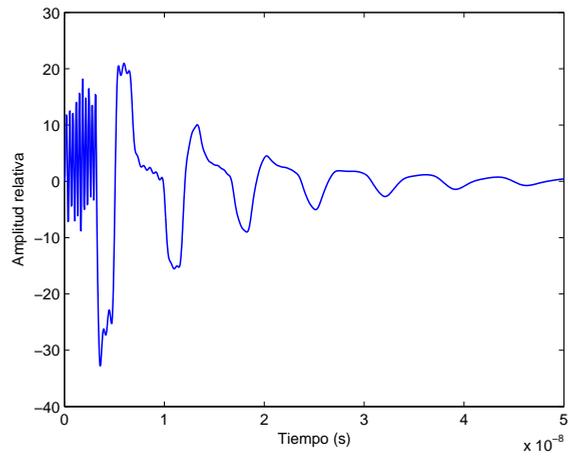
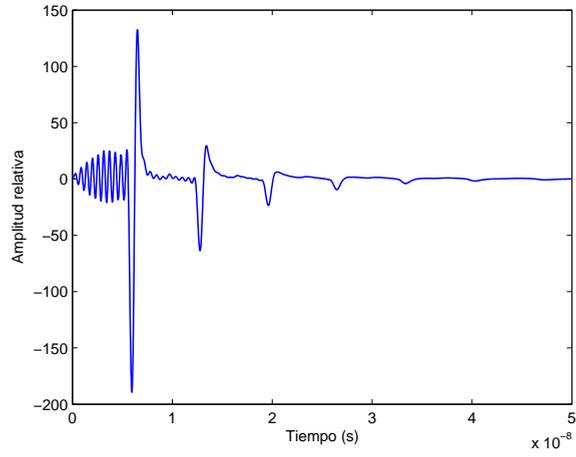


Figura 1.1: Respuesta de hilo delgado conductor de longitud unidad a dos ángulos diferentes.

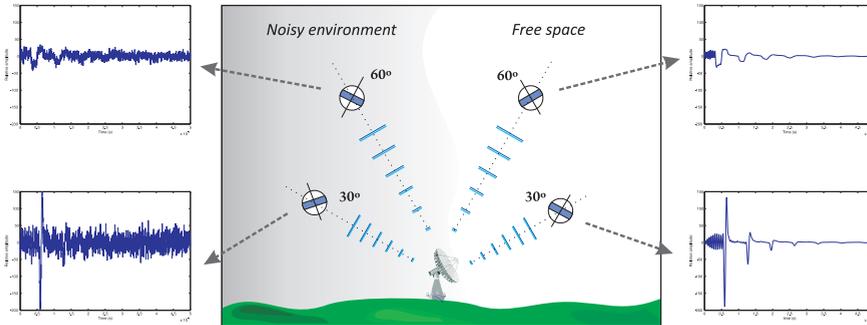


Figura 1.2: Respuestas de un blanco de radar a diferentes ángulos y en ambientes con y sin ruido.

Para ello, se pueden usar parámetros que sean por sí mismos independientes del ángulo, como las resonancias complejas naturales.

También se puede encontrar cuando se trabaja con señales que lleguen a través de canales con pérdidas, que el ruido hace muy difícil o casi imposible una correcta clasificación. Si buscamos un buen clasificador, éste debe ser afectado lo menos posible por el ruido, un sistema robusto.

1.3. Trabajos previos

La identificación de blancos de radar consiste básicamente es un problema electromagnético inverso que consiste en la reconstrucción de la geometría y composición del blanco a partir de medidas de la radiación electromagnética dispersada. El blanco o clase de blanco puede ser identificado o discriminado de otros blancos o clases de blancos mediante la comparación con formas y composiciones de blancos conocidos previamente y que constituyen una librería de patrones. De tal modo, la discriminación necesita de la extracción de parámetros ligados a la geometría y composición del blanco a partir del campo electromagnético dispersado [Rothwell et-al. \(1985\)](#). Una vez obtenidos los parámetros de los patrones tras un análisis previo, la discrimi-

nación en sí se lleva a cabo comparando dichos elementos del blanco que se quiere identificar con los del conjunto de patrones. La total identificación del blanco mediante la reconstrucción perfecta de su geometría es tarea imposible ya que sería necesaria una cantidad infinita de información, esto es, de medidas del campo dispersado en todas las frecuencias y todos los ángulos de orientación del mismo. Sin embargo para la clasificación de una gran variedad de blancos no se requiere mas que un pequeño número de parámetros, como por ejemplo la sección equivalente de radar (RCS).

Tradicionalmente la identificación de blancos de radar se ha basado en aproximaciones de banda estrecha, pero la aparición de radares de banda ultraancha (UWB) ha provocado una variación en los modelos de sistemas de detección y clasificación. Esto es debido a la mejor resolución espacial del radar UWB (puede detectar desde estructuras grandes, baja frecuencia, como las más pequeñas, a alta frecuencia), a la posibilidad de extraer parámetros característicos del sistema (por ejemplo, las resonancias naturales) y también a la baja probabilidad de interceptación espía de estos sistemas [Shuley \(2006\)](#).

Se ha comentado anteriormente que en la identificación y discriminación de blancos hay dos problemas fundamentales. Por un lado la presencia de ruido en el campo dispersado por el blanco, provocado por muy diversos agentes externos, y por otro lado la sensibilidad a la orientación del blanco a identificar. Por tanto, toda técnica de discriminación debe tratar de vencer estos dos problemas, es decir, deberá ser lo menos sensible posible tanto al ruido como a la orientación del blanco. Todas las técnicas existentes en la bibliografía tratan de resolver más o menos acertadamente estos dos tipos de problemas.

Los esquemas de discriminación utilizados en la clasificación de blancos de radar existentes en la literatura y que se describirán en esta sección, pueden clasificarse dentro de cuatro grupos fundamentales:

1. Aquellas que se basan en la matriz de dispersión del blanco o matriz de "scattering", descritas en la sección [1.3.1](#).
2. Las basadas en obtener la respuesta a determinadas excitaciones para utilizar luego la señal en el dominio del tiempo o en

frecuencia de ésta (1.3.2).

3. Las basadas en el diseño de ondas discriminantes sintetizadas para identificar una respuesta específica del blanco entre un conjunto de respuestas (sección 1.3.3). Dentro de esta clase se encuentran las técnicas de pulso de aniquilación (K-pulso), pulso de extinción (E-pulso), las técnicas de optimización y los filtros de aniquilación de resonancias (FAR).
4. Las basadas en la extracción de las resonancias naturales y en la comparación de estas para la identificación de blancos (sección 1.3.4).

Las tres últimas pueden considerarse como métodos basados en la respuesta en frecuencia del blanco, en la respuesta del blanco a una excitación dada, aunque escogiendo diferentes parámetros para llevar a cabo el objetivo. A continuación se describen de forma breve los fundamentos de dichas técnicas de identificación así como las características, ventajas e inconvenientes que presentan en la discriminación de blancos, prestando más atención en la última parte de la utilización de resonancias naturales, ya que será la futura base para el desarrollo de los métodos descritos en esta tesis.

1.3.1. Basadas en la matriz de scattering

En el primer grupo de técnicas de discriminación de blancos de radar se encuentran las técnicas de polarización. Son técnicas pioneras en este campo y aunque en la actualidad no son utilizadas, se ha querido hacer una breve reseña por motivos históricos. Se basan en la matriz de dispersión del blanco. El campo eléctrico dispersado ($\vec{\mathbf{E}}^s$) por un conductor perfecto se puede relacionar con el campo eléctrico incidente ($\vec{\mathbf{E}}^i$) de la forma:

$$\vec{\mathbf{E}}^s = \mathbf{A} \cdot \vec{\mathbf{E}}^i \quad (1.1)$$

Donde \mathbf{A} es la matriz de dispersión (de dimensión 2) del blanco. Esta matriz de dispersión describe los cambios de polarización entre la onda incidente y la dispersada por el blanco [Kennaugh \(1952\)](#) y es función de la frecuencia de operación y de la orientación del blanco. Estos cambios de polarización se utilizan como parámetro de identificación y discriminación. Este tipo de técnicas presentan el inconveniente de que la reconstrucción de la matriz de dispersión es imposible de llevar a la práctica, ya que se requerirían medidas en un número infinito de estados de polarización. Esto desembocó en la búsqueda y desarrollo de nuevos parámetros relacionados con estos cambios de polarización. Uno de los avances fue el descubrir que cualquier blanco puede caracterizarse por sus *polarizaciones nulas*, que son aquellos estados para los cuales la onda dispersada tiene polarización ortogonal a la antena transmisora, y para los que el blanco se hace invisible (estas polarizaciones corresponden a los autovectores de la matriz de dispersión \mathbf{A}). Otra variación de la discriminación mediante la técnica de las polarizaciones es justamente la contraria a la anterior y recibe el nombre de *polarizaciones óptimas* [Mieras \(1983\)](#). El mayor problema que presenta este grupo de técnicas es su extremada dependencia y sensibilidad con la orientación del blanco, así como la enorme capacidad de computación necesaria para resolver el sistema.

1.3.2. Técnicas basadas en la medida de la respuesta en frecuencia a determinadas excitaciones

Entre estas tenemos:

1.3.2.1. Medidas a múltiples frecuencias

La componente del campo eléctrico dispersado en la dirección del campo eléctrico incidente a grandes distancias del blanco conductor se puede escribir como [Lukin et~al. \(1993\)](#):

$$\mathbf{E}^s = \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{2\sqrt{\pi r}} G(j\omega) \mathbf{E}^i \quad (1.2)$$

donde k es el número de ondas y $G(j\omega)$ es la respuesta en frecuencia del blanco para una orientación dada. La función $G(j\omega)$ determina unívocamente al blanco y por tanto puede utilizarse para su discriminación. Sin embargo, la función $G(j\omega)$ es prácticamente imposible de reconstruir, ya que se requeriría medir el campo dispersado a un número infinito de frecuencias. Se puede hacer una aproximación de la misma, con un número menor de frecuencias de medida cuidadosamente elegidas. Si la respuesta del blanco a estas frecuencias depende únicamente de su geometría, entonces la amplitud de la onda dispersada a estas frecuencias puede utilizarse como conjunto de parámetros de discriminación del mismo. Es importante decidirse sobre un acertado rango de frecuencias de medida. El rango adecuado será aquel en que el blanco (su geometría) este mejor y mas completamente caracterizado. En este sentido habrá que tener en cuenta que las altas frecuencias caracterizaran mejor los detalles finos del blanco, mientras que las bajas lo harán solo de la estructura a grandes rasgos del mismo.

Esta técnica presenta considerables limitaciones de tipo práctico. La primera de ellas es la necesidad de utilizar radares multifrecuencia, lo que en parte se ha solucionado minimizando el número de frecuencias requeridas para la discriminación. Para ello se han empleado la fase y polarización de la onda dispersada como características adicionales. Otra importante limitación es la dependencia de la respuesta en frecuencia $G(j\omega)$ con la orientación del blanco. Este problema se acentúa si se introduce la polarización de la onda dispersada como parámetro de discriminación.

1.3.2.2. Comparación de respuestas temporales o en frecuencia

El siguiente paso en la clasificación de blancos se hizo directamente sobre las respuestas, tanto en el tiempo como en la frecuencia, del blanco a la excitación. Uno de los primeros trabajos en hacerlo fue en Rothwell et~al. (1985) donde se usa la respuesta natural del blanco en la clasificación. Por ejemplo, en Chakrabarti et~al. (1995) utilizan una red neuronal artificial como sistema discriminante y como entrada de la red usan la respuesta en tiempo o en frecuencia. Eso implica un

vector de datos de entrada muy grande (del orden del número de datos de la respuesta). Añadiendo a eso que se necesitan varios modelos para entrenar a la red neuronal, los datos de entrenamiento se disparan. Además el problema de la orientación del blanco no queda bien definido.

En Lee and Kim (2001) se utiliza los picos de resonancia de la respuesta en frecuencia del blanco como parámetros discriminantes. Deciden si un blanco está clasificado o no mediante una estimación de mínimos cuadrados.

1.3.2.3. Respuesta rampa

Otra interesante característica de los blancos, que lo describen de forma única, y por tanto se puede utilizar como parámetros de discriminación, es su respuesta a una rampa como onda incidente o *respuesta rampa* Young (1976). En el dominio de la frecuencia la respuesta a la señal rampa puede escribirse como:

$$F(j\omega) = \left(\frac{1}{j\omega}\right)^2 G(j\omega) \quad (1.3)$$

Donde como antes $G(j\omega)$ es la respuesta del blanco a la frecuencia ω . Utilizando las propiedades de la Transformada de Fourier, la respuesta rampa en el dominio del tiempo puede escribirse en términos de la segunda integral de la respuesta impulso del blanco.

$F(j\omega)$ se aproxima mediante medidas a diferentes frecuencias para un rango adecuado que describa lo mejor posible las características del blanco. Si se realiza correctamente, es posible construir la imagen del blanco. La discriminación puede llevarse a cabo mediante la comparación de esta imagen con las de blancos conocidos Chen and Peters (2007). Pero la construcción de una imagen del blanco consume mucho tiempo y requiere la medida de la respuesta rampa aproximada para tres ángulos de orientación ortogonales Young (1976). Por ello es mas conveniente discriminar al blanco mediante la comparación directa de la respuesta rampa de este con la del blanco conocido, es decir,

la característica de discriminación sera la propia respuesta rampa, en lugar de la imagen del blanco. Así que esta técnica tiene todas las limitaciones del método multifrecuencia, especialmente en lo referente a la sensibilidad con el ángulo de orientación.

1.3.2.4. Respuesta rampa basada en las resonancias naturales del blanco

Como se ha estado viendo hasta ahora el problema más grave a la hora de plantear un buen método de clasificación es el de la sensibilidad con la orientación del blanco, y puede reducirse introduciendo el concepto de resonancias naturales del blanco en la comparación de la respuesta rampa, ya que como se verá en posteriores capítulos estos modos naturales son independientes de esa orientación. Se puede demostrar (Moffatt et al. (1981)) que la respuesta rampa de cualquier sistema lineal obedece a una ecuación en diferencias de la forma:

$$f(t) = \sum_{n=1}^N (-1)^{n+1} A_{N,n} f(t - n\Delta T) \quad (1.4)$$

En la cual $f(t)$ es la respuesta y los coeficientes $A_{N,n}$ dependen del número de frecuencias naturales del sistema, N . En este caso la discriminación del blanco se realiza según los siguientes pasos. A partir de M medidas de $G(j\omega)$, se aproxima la respuesta rampa del blanco desconocida mediante la expresión:

$$f_R(t) = K \sum_{m=1}^M \frac{G(m\omega_0)}{m^2} \cos(m\omega_0 t + \phi(m\omega_0)) \quad (1.5)$$

Donde K es una constante. Para un blanco conocido (del cual se deben saber N resonancias naturales) se halla su respuesta rampa a través de la expresión 1.4. Luego se compara la respuesta rampa aproximada (expresión 1.5) para un blanco desconocido con la del blanco conocido se puede identificar o discriminar. En la práctica la respuesta rampa reconstruida para el blanco conocido es solamente

aproximada a causa de que solo se pueden utilizar un número finito de resonancias. Esta técnica se ha utilizado para estructuras sencillas y modelos por hilos de aviones. El modelado puede dar lugar a errores que hacen que los resultados no sean los esperados. A pesar de que esta técnica ha reducido el problema de la sensibilidad con la orientación del blanco, sigue presentando algunos inconvenientes. El método es complicado en su realización y sensible a la elección del ΔT en la ecuación 1.4. Además, hacen falta suficientes valores de $G(j\omega)$ para obtener una discriminación adecuada, haciéndose necesario un sistema de radar multifrecuencia.

1.3.3. Técnicas basadas en el diseño de ondas discriminantes

Este tipo de esquemas de discriminación usan la respuesta del blanco a una determinada excitación y tienen una base distinta a los anteriores. En lugar de analizar la señal respuesta del blanco en términos de su forma de onda o sus modos naturales, estos esquemas se basan en la síntesis de señales de excitación para que la respuesta del blanco cumpla una serie de especificaciones preestablecidas. Estas ondas de excitación son filtros lineales en el dominio del tiempo, que al convolucionar con la respuesta del blanco para las cuales están diseñadas, aniquilan un contenido de frecuencias naturales preseleccionado de dichas respuestas. Estas resonancias naturales, independientes de la excitación, pueden medirse en el laboratorio en un ambiente propicio (sin ruido ni ecos) usando blancos modelados a escala u otra fuente, por lo que se puede disponer de ellas en caso de que sean necesarias para sintetizar las ondas discriminantes. Este tipo de esquemas tiene la ventaja de unir la independencia del ángulo de orientación de la excitación y una menor sensibilidad al ruido. Las técnicas basadas en el diseño de ondas discriminantes más relevantes de los últimos años son:

1.3.3.1. El pulso de aniquilación (K-pulso) y el pulso de extinción (E-pulso)

El concepto de pulso de extinción (E-pulso) fue introducido por Rothwell y su equipo en 1985 Rothwell et-al. (1985) y propusieron un esquema de discriminación de blancos de radar basado en las oscilaciones naturales que presenta la respuesta de un blanco conductor en la región de respuesta tardía o *late-time*. Esta técnica tiene como precursora a otra mas antigua, basada igualmente en el diseño de ondas discriminantes llamada técnica de pulsos de aniquilación (K-pulso, Kennaugh et-al. (1986)). Un K-pulso se define como una onda de excitación de duración mínima limitada en el tiempo, que cuando interacciona con un blanco de radar produce una minimización de la respuesta del mismo. Con esta definición, la discriminación se basa en la correspondencia unívoca que existe entre un K-pulso y un blanco particular, de tal forma que la excitación de un blanco distinto a aquel para el que se sintetizo el K-pulso producirá una respuesta mayor y no mínima.

Al principio se construyeron K-pulsos aproximados basándose en consideraciones geométricas. Su intención era aproximar las resonancias de un blanco usando la geometría propia de cada blanco, ya que las resonancias solo dependen de ésta. Un sistema más apropiado sería aquel que usara las frecuencias de resonancia del blanco directamente en la síntesis de tales ondas, de forma que una vez obtenidas se construyera una onda discriminante específica para cada blanco. Justamente esa es la idea principal de la técnica del pulso de extinción (E-pulso).

Un E-pulso se define como una onda de excitación, transitoria, de duración finita T_e , que aniquila o extingue la contribución de un número preseleccionado de resonancias complejas naturales en el *late-time* de la respuesta del blanco de duración T_L , lo que significa que la respuesta $r(t)$ es:

$$\begin{cases} r(t) = 0 & \text{para } N \text{ modos extintos} \\ r(t) = \sum^{N^*} A_n e^{\sigma_n t} \cos(\omega_n t + \phi_n) & \text{para } N^* < N \end{cases} \quad (1.6)$$

Donde N^* son los modos no extintos del sistema. Según esta definición y puesto que las frecuencias naturales del blanco son independientes de la excitación, el E-pulso eliminará los modos deseados del blanco independientemente de la orientación del mismo con respecto a la antena transmisora o receptora. Si este E-pulso excita un blanco diferente (con frecuencias naturales distintas), el resultado es un campo dispersado diferente, distinguiéndose así entre ambos objetos. Desde un punto de vista espectral, mientras que la respuesta del blanco conocido (o blanco correcto) presentará muy poca energía en las frecuencias naturales de éste, la del blanco incorrecto tendrá una gran energía sobre estas mismas frecuencias. Como se puede ver, el E-pulso coincidirá con el K-pulso cuando el primero aniquile todas las resonancias y tenga duración mínima.

Otra cuestión de interés en este tipo de técnicas es que no es necesario excitar al blanco con un E-pulso con objeto de discriminarlo e identificarlo mediante esta técnica, ya que cualquier otra onda de duración finita y ancho de banda adecuado puede usarse como excitación, siempre que su respuesta contenga los modos naturales del blanco. Obtenida la respuesta a dicha excitación, su convolución numérica con el E-pulso permitirá obtener resultados análogos a los obtenidos con la transmisión del E-pulso, por lo que no será necesario generar experimentalmente el pulso de extinción para su uso en la discriminación del blanco.

La técnica del pulso de extinción (E-pulse) ha sido una de las más utilizadas en los últimos años en materia de clasificación de blancos. Ejemplos de ello los tenemos en [Baum et al. \(1991\)](#), [Li et al. \(1998\)](#) o [Rothwell et al. \(1985\)](#); y combinados y mejorados con otros métodos mucho más recientes en [Blanco et al. \(2006\)](#) y [Morales et al. \(2007a\)](#).

1.3.3.2. Técnicas de optimización

Tiene un planteamiento de partida diferente al E-pulso y está basado en la maximización de la energía de la señal en un ancho de banda específico [Bayard et al. \(1991\)](#). En esta optimización la razón entre la energía del campo dispersado en un intervalo temporal T_0 y

la energía total del campo eléctrico dispersado en la posición x_0 se maximiza, es decir:

$$\rho = \text{máx} \frac{\int_{t_0}^{t_0+T_0} |E^s(t, r_0, \theta_0)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |E^s(t, r_0, \theta_0)|^2 dt} \quad (1.7)$$

Para un ángulo apropiado de optimización θ_0 y de duración temporal T_0 , se puede obtener una onda discriminante, independiente de la excitación. La elección de este ángulo apropiado esta relacionada, dado un ancho de banda específico, con la presencia de modos naturales en dicho ancho de banda, aunque las resonancias naturales no necesitan ser conocidas a priori para sintetizar esta onda discriminante.

En resumidas cuentas, el método de optimización selecciona un ángulo de optimización para el cual todas las resonancias dentro del ancho de banda están presentes. Elige luego el intervalo temporal de optimización T_0 lo suficientemente grande para que ρ sea casi la unidad para todas las orientaciones del blanco correcto. Después lleva a cabo la maximización de ρ para obtener una onda óptima incidente. Esto quiere decir que la energía mínima fuera del intervalo T_0 es mínima, y por tanto se conseguirá una respuesta casi cero en el tiempo *late-time*. Por último, se cambia la orientación del blanco y se verifica que la onda así obtenida produce una casi idéntica concentración de energía (es decir, que ρ es independiente de la orientación).

Este método presenta la gran ventaja de no necesitar un conocimiento preciso de las resonancias naturales del blanco y aunque no se comporta tan bien para niveles moderados de ruido como el E-pulso.

1.3.3.3. Los filtros de aniquilación de resonancias (FAR)

Consiste en un filtro lineal cuya salida, cuando se convoluciona con la respuesta dispersada del blanco para el que ha sido sintetizado, exhibe la mas baja energía en el *late-time* (Morgan (1988)). En el proceso de filtrado, la respuesta electromagnética dispersada por un

blanco desconocido $y(t)$, obtenida por la excitación de este con una onda incidente, se convoluciona con la respuesta impulso del FAR, $k(t)$ sintetizado a partir de las resonancias naturales de los blancos de una librería.

La respuesta del FAR $s(t)$ al campo dispersado $y(t)$ será la convolución de su respuesta impulso $k(t)$ con dicho campo dispersado:

$$s(t) = k(t) * y(t) \quad (1.8)$$

Cuando se quiera discriminar entre un conjunto de M blancos, el proceso de decisión se basará en hacer pasar la señal dispersada por un conjunto de M filtros FAR sintetizados para cada uno de esos blancos, y seleccionar como blanco correcto aquel cuya salida con el FAR correspondiente exhiba la mejor energía en el *late-time*, que corresponderá a una onda completamente aniquilada en el caso no ruidoso. Es decir, se va calculando para cada filtro representativo de un blanco conocido la energía de la respuesta del FAR y se toma como blanco correcto aquel al que corresponda el FAR de energía mínima. Por las características de este método los filtros utilizados en su construcción son de tipo respuesta impulso finita (FIR).

1.3.4. Técnicas basadas en la comparación de resonancias naturales

El camino mas directo para utilizar las resonancias naturales en un esquema de discriminación es realizar una comparación directa de las mismas. La respuesta de un blanco desconocido en la región del *late-time* puede ser analizada, extrayendo de ella sus frecuencias o polos naturales, las cuales pueden ser comparadas con las de una librería de blancos conocidos o blancos patrón, de tal forma que el blanco desconocido pueda identificarse o discriminarse. Esta técnica presenta ya de entrada una mejora sustancial respecto de métodos anteriores, ya que por un lado es independiente de la orientación del blanco, y además no precisa de un radar multifrecuencia. Sólo será necesario excitar al blanco con una onda que contenga energía en el

rango de las frecuencias naturales del blanco desconocido. Por tanto en este esquema el problema se reduce a la extracción de las resonancias naturales de la región del *late-time* de la respuesta del blanco.

Son varios los esquemas de extracción de polos de una señal temporal. Los tradicionalmente utilizados están basados en el método de Prony. Uno de los graves problemas que restringe el uso del método de Prony para la discriminación es la sensibilidad del método a la presencia de ruido en la respuesta del blanco. En este sentido se han hecho mejoras introduciendo variantes en el mismo, como la del método de Prony extendido. Otros problemas son los derivados de una mala estimación del número exacto de modos naturales contenidos en la respuesta, además de todos los relacionados con el tratamiento de señales discretas en el tiempo (aliasing, leakage, ventaneado, ...). En [Chen and Peters \(1997\)](#) se trabaja con señales del radar de penetración de suelo (GRP) y se usa el método de Prony para la extracción de las resonancias naturales, utilizando los modos naturales de resonancia para clasificación, relacionando las longitudes de onda a las que se producen.

Como alternativa han surgido numerosos métodos de extracción, entre los que cabe destacar el 'Pencil of-function method' o método de la matriz Pencil o los basados en la descomposición en valores singulares. Todos estos métodos tratan de eliminar la sensibilidad con el ruido que contamina la respuesta del blanco. En [Wang and Shuley \(2000\)](#) también se usan señales provenientes de GPR. Se calculan las resonancias complejas en campo libre mediante el método GPOF (Generalized Pencil of Functions) y se utiliza la posición de los polos y de los residuos asociados para parametrizar la respuesta transitoria y como parámetros clasificadores. En [Lee et~al. \(2003\)](#) se utilizan redes neuronales simples (perceptrón multicapa) y compara directamente la primera (o las dos primeras) resonancia natural compleja extraídas de la respuesta temporal del blanco mediante el método GPOF (que se verá en el capítulo 2).

Sin embargo, todos estos sistemas tienen una limitación en la cantidad de ruido que contamina la onda dispersada por el blanco. Para valores de la relación señal-ruido bajas (alto porcentaje de ruido en la

señal), la estimación de los polos exactos falla, haciendo imposible la discriminación entre blancos de estructura parecida.

Es necesario entonces el conseguir mejorar esa robustez del sistema ante la contaminación ruidosa para que la extracción de las resonancias sea lo más precisa posible y así incrementar el éxito de discriminación entre blancos.

1.4. Objetivos y estructura de esta memoria

El objetivo de esta memoria será la obtención de un procedimiento de clasificación de blancos de radar eficiente, independiente del ángulo de orientación del blanco y robusto frente al ruido, y además que sea lo más sencillo y simple posible.

Para solucionar el problema de la independencia del ángulo se usarán las resonancias complejas naturales como parámetros de clasificación. La técnica de extracción de los mismos (GPOF) será un punto fundamental. Se verá en el *capítulo 2*.

El cómo elegirlos y sus propiedades más importantes se analizará en el *capítulo 5*.

Hasta la fecha, la mayoría de las técnicas de clasificación de blancos están realizadas para el espacio libre, sin pérdidas, un entorno prioritario y común cuando se habla de temas de defensa y tecnología aeroespacial (por ejemplo, en [Wang and Shuley \(2000\)](#)). En este trabajo se intentará crear un sistema estable frente al ruido. Para ello se hará uso del análisis de componentes principales (PCA) y de información a priori de nuestras señales modelo. Se estudiará el método y cómo puede servir para alcanzar los objetivos planteados, en el *capítulo 3*.

Como técnica discriminante se usarán redes neuronales, algo muy usual en los últimos años en lo que a clasificación radar se refiere. En general, la clasificación mediante redes neuronales necesita de un gran conjunto de datos de respuesta, conteniendo medidas a diferentes

posiciones y ángulos del objeto, cosa que no siempre puede obtenerse. Aquí se intentará construir una red muy sencilla que necesite el menor número de parámetros posibles sin perder capacidad de clasificación. Se estudiará como escoger nuestro tipo de red y su particular ejecución en el *capítulo 4*.

La unión de las herramientas anteriores dará lugar al algoritmo NRPCA propuesto en esta memoria y se probará intentando clasificar diversas señales. Los resultados y conclusiones del procedimiento se encuentran en el *capítulo 6*.

Una primera aproximación al problema del ruido coloreado se estudia en el *capítulo 7* con la extensión del método NRPCA-FOC utilizando estadística de alto orden. La siguiente mejora es sustituir la etapa PCA lineal por una KPCA (kernel PCA, *capítulo 8*) y desarrollar los algoritmos generalizados GNRPCA y GNRPCA-FOC (en el *capítulo 9*) válidos para la clasificación de señales contaminadas con ruido gaussiano arbitrario.

Capítulo **2**

Resonancias naturales complejas (CNRs)

Antes de introducirse de lleno en las técnicas de identificación de los blancos se debe definir un concepto clave usado en el desarrollo de este trabajo: las resonancias naturales complejas del blanco (en inglés *Complex Natural Resonances* y a partir de ahora CNRs). Estas resonancias dependen de los aspectos físicos del sistema (geometría, materiales,...) y por lo tanto es propia de cada sistema.

El proceso de funcionamiento básico del radar (RAdio Detection And Ranging) implica a una onda electromagnética que excita al blanco con un rango de frecuencias que puede oscilar entre 100MHz y 15GHz, dependiendo del tipo de radar usado. De entre todo ese espectro de frecuencias, habrá algunas en las cuales se produzca el fenómeno de resonancia y que serán características del blanco en cuestión,

como se verá en capítulos posteriores, y que pueden darnos un punto de partida robusto para la discriminación de blancos.

Este capítulo se organiza como sigue: en la sección 2.1 se estudiarán algunos conceptos básicos en señales de radar; en la sección 2.2 se analizará el método de expansión de las singularidades (SEM) y en el apartado 2.3 se comentará el método de la matriz pencil cómo técnica de extracción de polos de una señal temporal.

2.1. Respuesta temprana y tardía

Considérese un problema de dispersión de una onda electromagnética que incide sobre un objeto conductor, como puede verse en la figura ???. Si consideramos que la onda transitoria es plana y polarizada linealmente con $\vec{H}^i = \hat{p}f(t - \vec{r}\hat{k}/c)$ donde \vec{r} es el vector posición, \hat{p} es el vector polarización de la onda, \hat{k} es el vector unitario en la dirección de propagación y la i hace referencia a que se trata de la onda incidente.

Puede comprobarse, Rao et~al. (1982), Baum (1986), que la distribución temporal del campo transitorio dispersado tendrá la forma genérica:

$$\vec{H}^s(t) = \vec{H}_E(t)[u(t) - u(t - T_0)] + \vec{H}_L(t)u(t - T_0) \quad (2.1)$$

siendo $T_0 = 2D/c$ el tiempo de transición que transcurre en un punto campo \vec{r} desde la llegada de la onda incidente hasta que los coeficientes de la expansión en modos naturales son constantes en el tiempo Rao et~al. (1982). El superíndice s se refiere a la medida del campo dispersado. Esta representación temporal permite distinguir dos intervalos de respuesta, antes y después del tiempo de transición T_0 :

1. *Respuesta temprana o early-time* (correspondiente a \vec{H}_E), donde el campo dispersado está compuesto de un termino óptico y una

expansión en singularidades de clase 2 con coeficientes variables con el tiempo. Este período se corresponde con el intervalo temporal en que la onda está iluminando el objeto.

2. *Respuesta tardía o late-time* (\vec{H}_L), donde el campo dispersado puede representarse por una expansión en singularidades con coeficientes constantes en el tiempo, expansión que se denomina de clase 1. Es la correspondiente con el intervalo posterior a T_0 cuando solamente permanece la expansión en coeficientes constantes:

La importancia del *late-time* proviene de su característica de poseer unos coeficientes de expansión constantes en el tiempo, lo que lo convierte en sumamente útil para caracterizar temporalmente a un blanco simplemente por una suma de exponenciales complejas amortiguadas en dicho intervalo. Como el campo dispersado es real, los polos aparecen en pares complejos conjugados, por lo que la expresión puede reescribirse usando sinusoides amortiguadas.

En resumidas cuentas, cuando el campo electromagnético alcanza al blanco conductor, parte de su energía es reflejada en la dirección opuesta de la onda incidente, proceso conocido como *backscattering* (figura 2.1). El intervalo de tiempo durante el cual esto ocurre y hasta que una condición de resonancia pueda darse es el periodo *early-time*. Mientras el campo de excitación pasa a través del blanco induce corrientes en la superficie conductora de éste. Al tener el blanco una superficie finita se limita el flujo de corriente, haciendo que vuelva una y otra vez por los mismos lugares en un movimiento cíclico. Cuando la frecuencia coincide con el periodo de oscilación de esas corrientes inducidas tiene lugar una fuerte resonancia. El intervalo temporal durante el cual se produce este fenómeno es el *late-time* (2.1).

Se puede ver el efecto de las respuestas en *early-time* y *late-time* de una onda incidente en la figura 2.1 y los periodos de *early-time* y *late-time* para la respuesta impulso de un hilo conductor en la figura 2.2.

Las corrientes resonantes experimentan posteriormente un amortiguamiento debido a la radiación. El radar detectará esa radiación

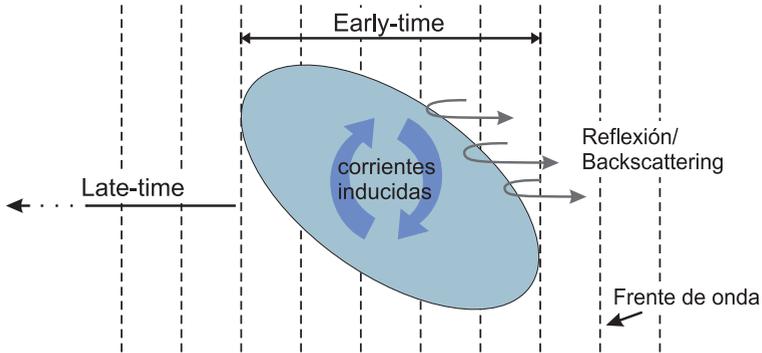


Figura 2.1: Respuestas early-time y late-time de una onda plana incidente en un blanco

resonante como una serie de sinusoides amortiguadas, tal y como veremos en el siguiente punto de este trabajo con el Método de Expansión de Singularidades.

2.2. Método de expansión de singularidades (SEM)

El Método de Expansión en Singularidades (SEM) es una técnica analítica formalizada por Carl Baum [Baum \(1986\)](#) a comienzos de los años 70 para analizar la respuesta transitoria de antenas y dispersores conductores a excitaciones variables con el tiempo. Dicho método está basado en los resultados de muchos experimentos y análisis teóricos que revelan que la respuesta en el dominio del tiempo de tales objetos está dominada en el periodo del *late-time* (la respuesta del blanco cuando la onda incidente de excitación ha pasado a través del objeto) por una suma de exponenciales complejas amortiguadas. Baum demostró que las frecuencias de estas oscilaciones sólo dependen de las propiedades físicas de los objetos, es decir, la geometría en el caso de conductores perfectos, y no de la forma particular de la excitación.

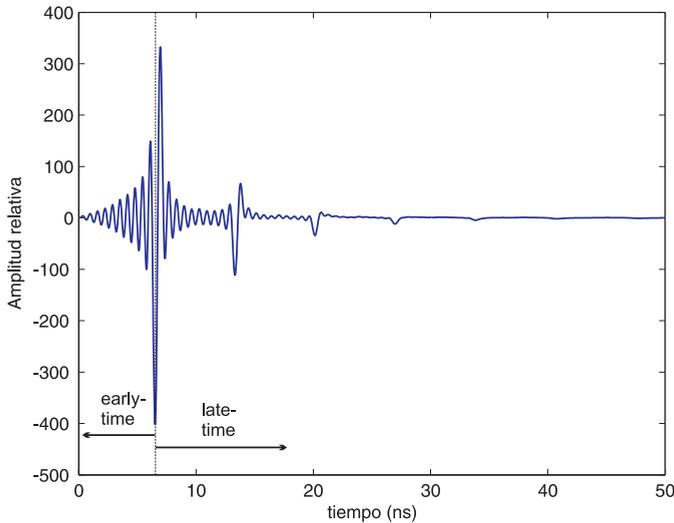


Figura 2.2: Periodos early-time y late-time de la respuesta transitoria de un hilo conductor

2.2.1. El concepto de resonancias y de modos naturales

El Método de Expansión de Singularidades (SEM) surge como consecuencia de la observación de que la respuesta transitoria del blanco (en el dominio del tiempo) en el período de *late-time* de un blanco excitado por una señal está dominada por un pequeño número de sinusoides amortiguadas. En el plano complejo de frecuencias, estas exponenciales amortiguadas son CNRs o polos de la transformada de Laplace de la señal respuesta Baum (1986). De este modo, el método SEM nos permite describir la respuesta transitoria del campo dispersado en el *late-time* mediante una suma de exponenciales complejas de resonancia Ruiz et al. (1999b). Los polos del blanco (CNRs) pueden ser extraídos directamente de las exponenciales complejas. El modelo de la señal observada de la respuesta de un blanco en su *late-time* puede formularse como sigue (en un medio libre de ruido):

$$y(t) = \sum_{i=1}^M R_i e^{s_i t} \quad (2.2)$$

Donde:

$y(t)$, es la respuesta temporal observada.

$R_i = b_i e^{j\theta_i}$, son los residuos o amplitudes complejas.

$s_i = \alpha_i + j\omega_i$, son los polos o CNRs.

M , es el número de polos deseado para extraer.

b_i , es la amplitud de la exponencial compleja.

θ_i , fase inicial en radianes.

α_i , son los factores de amortiguamiento.

ω_i , son las frecuencias angulares de resonancia.

Decir que tanto R_i como s_i aparecerán como parejas de complejos conjugados para valores reales de $y(t)$, hecho que tendremos en cuenta en las simulaciones posteriores. Si bien en el caso ideal la respuesta estaría perfectamente descrita con una suma infinita de exponenciales, en la realidad podemos escoger una suma finita de M exponenciales sin apenas pérdida de información.

De la anterior ecuación se ha de hacer notar que el vector de residuos R depende de la dirección del campo y en consecuencia tanto su módulo como su fase dependen de la orientación relativa del blanco respecto a la excitación. Por ello algunos modos pueden ser fuertemente excitados en algunas orientaciones y ser casi nulos en otras, obteniéndose en el late-time campos dispersados diferentes según unos modos contribuyan mas o menos a la respuesta impulso del blanco.

De este modo se observa que la ventaja de usar CNRs para tareas de clasificación de blancos es que estos son teóricamente (en el espacio libre) independientes de la orientación con la señal de excitación y que forman un conjunto mínimo de parámetros por los cuales el blanco puede ser clasificado Wang and Shuley (2000). Esto significa que la configuración y geometría del blanco (y no su orientación) determinan los valores de los CNRs para cada objeto.

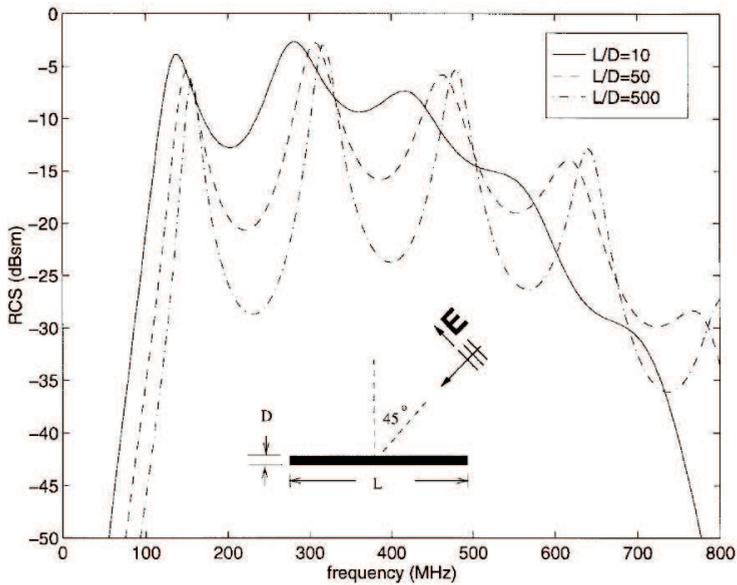


Figura 2.3: Sección recta de radar para un hilo conductor de 0.914m y varias relaciones longitud/diámetro (L/D) (de Chen and Peters (1997))

De Chen and Peters (1997) se extraen un par de figuras que ayudarán a reforzar la idea anterior. En la 2.3 se muestra la sección recta de un radar (*Radar Cross Section*, o [RCS??], una medida de cuánto refleja un objeto una onda incidente proveniente del radar) en el espacio libre para un hilo conductor de 3 pies (aproximadamente 0.914m) y para tres relaciones longitud/diámetro (L/D) y un mismo ángulo de orientación (45°).

Se comprueba que cuando el hilo es más grueso (L/D menor), la frecuencia de resonancia decrecen y los picos se ensanchan. Esa menor diferencia entre los valles y los picos nos quiere decir que hay un mayor factor de amortiguamiento. Esto nos muestra que cuando la forma del blanco cambia, las corrientes inducidas también cambian, lo que provoca que las CNRs sean diferentes.

En la figura 2.4 se representa la sección recta del radar para tres hilos de diferente longitud y un mismo ángulo de incidencia. En este

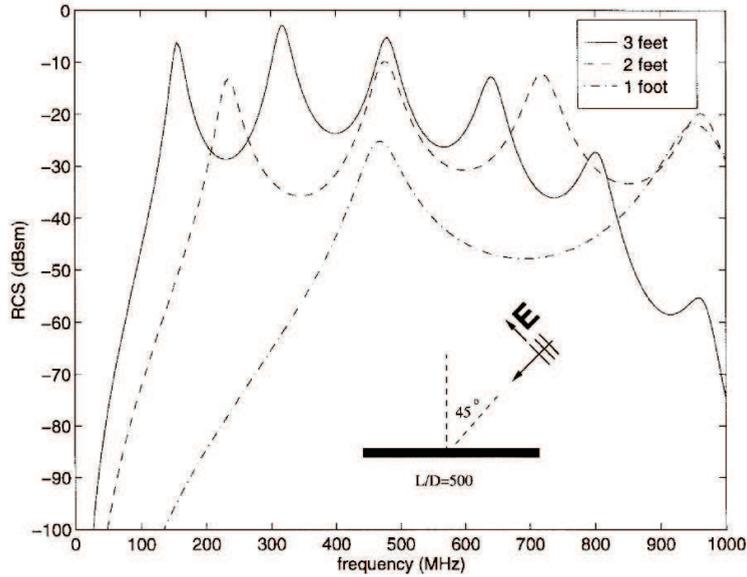


Figura 2.4: Sección recta de radar para un hilo conductor perfecto de diferentes longitudes (de [Chen and Peters \(1997\)](#))

caso la diferencia entre los tres es más apreciable. La posición de cada pico viene dada por la frecuencia angular de resonancia (ω_i) y el factor de amortiguamiento (α_i) de cada CNR. Diferentes distribuciones de los picos (lo que en la bibliografía suelen llamar *firma del blanco*) indican claramente que se tratan de blancos diferentes. Si el ángulo de incidencia cambia, la forma y la posición del pico se mantendrán, pero su magnitud (el residuo asociado) variará. Así que, aunque la firma del blanco es independiente de la orientación, la magnitud de dicha firma es afectada tanto por la orientación como por la naturaleza del campo de excitación, llegando incluso a desaparecer algunas componentes.

Por este motivo, en las tareas de clasificación de esta memoria se usarán sólo los valores de las CNRs y no su magnitud.

2.3. Técnicas de extracción de CNRs

Como ya hemos mencionado anteriormente, es necesario extraer algunas características del blanco para poder realizar su clasificación. Los CNRs o polos del método SEM extraídos del blanco y que contienen la información de los factores de amortiguamiento y de las frecuencias de resonancia deben ser estimados con la máxima precisión posible para facilitar el proceso de discriminación. Los residuos R_i , podemos calcularlos posteriormente resolviendo un sistema lineal por mínimos cuadrados una vez que los polos se hayan obtenido [Hua and Sarkar \(1989\)](#).

Actualmente se pueden encontrar en la literatura varias técnicas de extracción de CNRs en el dominio del tiempo, si bien las más utilizadas son el método de Prony [Van-Blaricum and Mitra \(1975\)](#) o el método de la Matriz Pencil (también denominado GPOF, *Generalized Pencil-of-Function*). No se usará el método de Prony por su sensibilidad al ruido y porque crea polos espúreos, ya que es necesario saber *a priori* el número exacto de polos contenidos en la respuesta transitoria.

2.3.1. El método de la Matriz Pencil (GPOF)

El método de la matriz Pencil es un método paramétrico de extracción de CNRs relativamente moderno, a pesar de que sus raíces descansan en la técnica *Pencil-of-Functions*, que ha sido utilizada desde hace años. La diferencia básica entre el método *Pencil-of-Functions* y la aproximación de la Matriz Pencil es que, aunque ambos parten de la misma filosofía, el método de la Matriz Pencil es computacionalmente más eficiente. El método original de *Pencil-of-Functions* es una variación del método polinomial (por ejemplo, el método de Prony) y contiene muchos de sus defectos. El método de la Matriz Pencil es también conocido como *Generalized-Pencil-of-Functions* (GPOF, y así lo denotaremos a partir de ahora).

Para entender como funciona esta técnica, se intentarán hallar los polos y amplitudes para una señal ruidosa [Hua and Sarkar \(1989\)](#).

Imaginemos que a nuestra señal de la expresión 2.2 le añadimos ahora una componente ruidosa $n(t)$:

$$y(t) = x(t) + n(t) = \sum_{i=1}^M R_i e^{s_i t} + n(t) \quad (2.3)$$

Donde ahora $x(t)$ es nuestra señal original. Después de muestrear la señal la variable temporal t es reemplazada por kT_s , donde T_s es el período de muestreo. Así, la expresión anterior puede escribirse como:

$$y(kT_s) = x(kT_s) + n(kT_s) = \sum_{i=1}^M R_i z_i^k + n(kT_s) \quad (2.4)$$

Donde N es el número de muestras de la señal y $z_i = e^{s_i T_s}$ son las raíces del sistema al hacer ése cambio de variable. El objetivo es encontrar la mejor estimación de M , R_i y s_i a partir de la señal contaminada, $y(kT_s)$. Partiendo de la idea del método *Pencil-of-Functions*, consideramos un conjunto de vectores de información:

$$\mathbf{y}(0), \mathbf{y}(1), \dots, \mathbf{y}(L)$$

donde L es el llamado parámetro *Pencil* y cada uno de esos vectores es:

$$\mathbf{y}(i) = [y(i), y(i+1), \dots, y(i+N-L-1)]^T$$

El superíndice T denota la matriz traspuesta. Basándonos en estos vectores, podemos definir dos matrices, Y_1 e Y_2 , de dimensión $(N-L) \times L$ de esta forma:

$$Y_1 = \begin{bmatrix} y(0) & y(1) & \cdots & y(L-1) \\ y(1) & y(2) & \cdots & y(L) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y(N-L-1) & y(N-L) & \cdots & y(N-2) \end{bmatrix}_{(N-L) \times L} \quad (2.5)$$

$$Y_2 = \begin{bmatrix} y(1) & y(2) & \cdots & y(L) \\ y(2) & y(3) & \cdots & y(L+1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y(N-L) & y(N-L+1) & \cdots & y(N-1) \end{bmatrix}_{(N-L) \times L} \quad (2.6)$$

El parámetro pencil L es muy útil para eliminar algunos efectos del ruido en los datos. Para un filtrado de ruido eficiente, el parámetro L debe elegirse entre $N/3$ y $N/2$. Para estos valores de L , la variación en los parámetros z_i debido al ruido es mínima [Hua and Sarkar \(1989\)](#).

Podemos reescribir las matrices 2.5 y 2.6 de esta manera:

$$Y_1 = Z_1 R Z_2$$

$$Y_2 = Z_1 R Z_0 Z_2$$

Donde:

$$Z_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ z_1 & z_2 & \cdots & z_M \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ z_1^{N-L-1} & z_2^{N-L-1} & \cdots & z_M^{N-L-1} \end{bmatrix}_{(N-L) \times M}$$

$$Z_2 = \begin{bmatrix} 1 & z_1 & \cdots & z_1^{L-1} \\ 1 & z_2 & \cdots & z_2^{L-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & z_M & \cdots & z_M^{L-1} \end{bmatrix}_{M \times L}$$

$$Z_0 = \begin{bmatrix} z_1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & z_2 & \cdots & 0 \\ 0 & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & z_M \end{bmatrix}_{M \times M}$$

$$R = \begin{bmatrix} R_1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & R_2 & \cdots & 0 \\ 0 & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & R_M \end{bmatrix}_{M \times M}$$

Según la descomposición de Y_1 e Y_2 se puede demostrar que si $M \leq L \leq N - M$, las raíces z_i (para $i = 1, 2, \dots, M$) son los valores propios o autovalores de la matriz Pencil $Y_2 - zY_1$ [Hua and Sarkar \(1989\)](#). Esto quiere decir que si $M \leq L \leq N - M$, $z = z_i$ reducirá el rango de la matriz Pencil.

Operando con las definiciones anteriores:

$$Y_1^{\aleph} Y_2 = Z_2^{\aleph} R^{-1} Z_1^{\aleph} Z_1 R Z_0 Z_2 = Z_2^{\aleph} Z_0 Z_2 \quad (2.7)$$

donde el superíndice \aleph es la matriz pseudoinversa (o de Moore-Penrose), y el superíndice -1 es la inversa normal. De la expresión 2.7 podemos ver que existen vectores p_i (para $i = 1, 2, \dots, M$) tales que se cumple:

$$Y_1^{\aleph} Y_1 p_i = p_i$$

y que

$$Y_1^{\aleph} Y_2 p_i = z_i p_i \quad (2.8)$$

donde fácilmente podemos observar que p_i son los autovectores o vectores propios de la matriz Pencil.

Podemos descomponer Y_1^{\aleph} mediante descomposición en valores singulares (SVD):

$$Y_1 = \sum_{i=1}^M \sigma_i u_i v_i^H = U D V^H \quad (2.9)$$

$$Y_1^{\aleph} = VD^{-1}U^H \quad (2.10)$$

Con $U = [u_1, u_2, \dots, u_M]$, $V = [v_1, v_2, \dots, v_M]$ y D es una matriz diagonal con elementos $[\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_M]$. El superíndice H indica la traspuesta conjugada de la matriz. Decir que para nuestra señal ruidosa $y(t)$, podríamos escoger los valores de $\sigma_1 \dots \sigma_M$ de modo que fueran los M valores singulares más grandes de Y_1 . La matriz resultante, Y_1^{\aleph} , es llamada la matriz truncada pseudoinversa de Y_1 .

La elección del número de polos, M , puede ser estimada de los valores singulares estudiando la relación de varios valores singulares con el valor singular más alto. En general, los valores singulares más allá de los M primeros son igualados a cero:

$$\sigma_{M+1} = \dots = \sigma_{\min(M-L, L)} = 0$$

Consideremos un valor singular σ_c tal que:

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{max}} \approx 10^{-p} \quad (2.11)$$

donde p es el número significativo de decimales en los datos. Por ejemplo, si los datos tienen 6 dígitos significativos, entonces los valores singulares para los cuales la relación descrita en 2.11 está por debajo de 10^6 son esencialmente valores singular de ruido. Estos valores singulares ruidosos no se deberían tener en cuenta a la hora de trabajar con los datos.

De las expresiones 2.9 y 2.10 tenemos que $Y_1^{\aleph}Y_1 = VV^H$ y como $V^H V = I$, sustituyendo 2.10 en 2.8 y multiplicando esta última por V^H , obtenemos la siguiente ecuación:

$$(Z - z_i I)\mathbf{z}_i = 0 \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, M \quad (2.12)$$

Donde finalmente $Z = D^{-1}U^H Y_2 V$ y $\mathbf{z}_i = V^H p_i$. Ahora podemos ver que Z es una matriz $M \times M$ y que z_i y \mathbf{z}_i son los autovalores y los autovectores de Z , respectivamente.

Así pues, los valores de los polos, s_i , se extraen de los autovalores de Z deshaciendo el cambio de variable de 2.4:

$$s_i = \frac{\ln z_i}{T_s} \quad (2.13)$$

Una vez que conocemos los valores de M y z_i , los residuos o amplitudes complejas, R_i , se calculan resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ z_1 & z_2 & \cdots & z_M \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ z_1^{N-1} & z_2^{N-1} & \cdots & z_M^{N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_M \end{bmatrix}$$

En capítulos posteriores estudiaremos mediante simulaciones las propiedades, ventajas e inconvenientes que el uso de las CNRs puede aportarnos a la clasificación de blancos de radar.

Capítulo 3

Análisis en Componentes Principales (PCA)

El Análisis en componentes principales (PCA) es uno de los resultados más valiosos que ha proporcionado el álgebra lineal. El método de PCA es utilizado actualmente en diferentes áreas científicas (desde el tratamiento de datos neurológicos hasta la compresión de imágenes) debido a que es un método no-paramétrico simple para extraer la información más relevante de un conjunto de datos. En general, se utiliza como elemento de compresión, para disminuir la dimensionalidad del conjunto de datos y para la extracción de características.

En este capítulo se darán unas breves ideas acerca del funcionamiento del método y de su posible implementación y uso en nuestra tarea de clasificación, y se organiza como sigue: en la sección 3.1 se

estudiarán los fundamentos y necesidades del PCA y en la sección 3.2 se comentarán los usos y posibilidades que puede aportar el PCA para alcanzar los objetivos propuestos en esta memoria.

3.1. Fundamentos del PCA

Considérese que se han efectuado n medidas de señales *late-time* para varios blancos de radar, y que cada una de ellas está compuesta por m datos o muestras. Se puede definir una matriz \mathbf{X} que los contenga a todos:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n}$$

La pregunta fundamental al plantear PCA es la siguiente: ¿existe alguna base (que sea combinación lineal de mi base original) tal que nuestros datos en esa base sean todos ortogonales? El cambio de base sería del siguiente modo [Manly \(2004\)](#):

$$\mathbf{P}_{m \times m} \mathbf{X}_{m \times n} = \mathbf{Y}_{m \times n}$$

Geoméricamente, \mathbf{P} es una rotación seguida de un estrechamiento que transforma \mathbf{X} en \mathbf{Y} . Las filas de \mathbf{P} son el conjunto de nuevos vectores base para expresar las columnas de \mathbf{X} (cada una de nuestras medidas).

Se define la matriz de covarianza \mathbf{C} como (suponiendo que los datos tienen media cero):

$$\mathbf{C}_X = \frac{1}{n-1} \mathbf{X} \mathbf{X}^T$$

donde el subíndice T significa la matriz traspuesta. Los términos de la diagonal de la matriz de covarianza corresponden a la varianza de todas las medidas, mientras que los elementos fuera de la diagonal son la covarianza entre los distintos tipos de medida.

El objetivo del PCA es reducir la redundancia de los datos. Para ello es deseable que cada variable “co-varíe” lo menos posible con las demás, es decir, que las covarianzas entre medidas separadas sean cero. Por tanto, si se quiere reducir la redundancia, la matriz de covarianza \mathbf{C}_Y debe ser diagonal (y que la matriz \mathbf{P} sea ortonormal).

3.1.1. Solución del PCA: autovectores de la covarianza

Como ya se ha comentado, el objetivo ahora es encontrar una matriz ortonormal \mathbf{P} tal que $\mathbf{Y} = \mathbf{P}\mathbf{X}$ y \mathbf{C}_Y sea diagonal (siendo las filas de \mathbf{P} las componentes principales de \mathbf{X}). Si escribimos la matriz de covarianza en función de nuestra variable de elección \mathbf{P} :

$$\begin{aligned}\mathbf{C}_Y &= \frac{1}{n-1} \mathbf{Y}\mathbf{Y}^T = \\ &= \frac{1}{n-1} (\mathbf{P}\mathbf{X})(\mathbf{P}\mathbf{X})^T = \\ &= \frac{1}{n-1} \mathbf{P}\mathbf{X}\mathbf{X}^T\mathbf{P}^T\end{aligned}$$

Haciendo el cambio $\mathbf{A} \equiv \mathbf{X}\mathbf{X}^T$ (donde \mathbf{A} es simétrica):

$$\mathbf{C}_Y = \frac{1}{n-1} \mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{P}^T$$

Del álgebra lineal se sabe que una matriz simétrica es diagonalizada por una matriz ortonormal de sus autovectores:

$$\mathbf{A} = \mathbf{E}\mathbf{D}\mathbf{E}^T$$

Donde \mathbf{D} es una matriz diagonal y \mathbf{E} es la matriz de autovectores de \mathbf{A} ordenados por columnas. La matriz A tiene $r \leq m$ autovectores ortonormales, donde r es el rango de la matriz. El rango es menor que m cuando todos los datos ocupan un subespacio de dimensión $r \leq m$. Si se mantiene la ligadura de ortogonalidad, es necesario rellenar la matriz E con $(m-r)$ vectores ortonormales adicionales. Estos vectores adicionales no afectan a la solución final puesto que las varianzas asociadas a esas direcciones son cero.

Si se escoge \mathbf{P} como una matriz donde cada fila es un autovector de $\mathbf{X}\mathbf{X}^T$. con esta selección $\mathbf{P} \equiv \mathbf{E}^T$. Sustituyéndolo en la expresión anterior se tiene que $\mathbf{A} = \mathbf{P}^T\mathbf{D}\mathbf{P}$. Sabiendo que para una matriz ortogonal su inversa es igual a su traspuesta ($\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{P}^T$):

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_Y &= \frac{1}{n-1} \mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{P}^T = \\ &= \frac{1}{n-1} \mathbf{P}(\mathbf{P}^T\mathbf{D}\mathbf{P})\mathbf{P}^T = \\ &= \frac{1}{n-1} (\mathbf{P}\mathbf{P}^T)\mathbf{D}(\mathbf{P}\mathbf{P}^T) = \\ &= \frac{1}{n-1} (\mathbf{P}\mathbf{P}^{-1})\mathbf{D}(\mathbf{P}\mathbf{P}^{-1}) = \\ &= \frac{1}{n-1} \mathbf{D} \end{aligned}$$

Y como \mathbf{D} es diagonal \mathbf{C}_Y también lo será, con lo que se ha conseguido lo que se proponía al principio de la sección. En resumen, se ha visto que las componentes principales de nuestra matriz de datos \mathbf{X} son los autovectores de $\mathbf{X}\mathbf{X}^T$ (o las filas de P) y que los valores de la diagonal de \mathbf{C}_Y es la varianza de \mathbf{X} a lo largo de los vectores de la matriz \mathbf{P} .

En la práctica (ver [Jolliffe \(2002\)](#)), el método PCA para un conjunto de datos se realiza restando primero la media para cada tipo de medida y después calculando los autovectores de $\mathbf{X}\mathbf{X}^T$ (de la matriz de covarianza).

El orden de cada una de las componentes principales se decide conforme a la magnitud del autovalor (λ_j) asociado a ella proveniente de la diagonalización: la primera componente principal será la que tenga un mayor autovalor asociado y así sucesivamente. De hecho, la i -ésima componente principal representa una proporción $\lambda_i / \sum_j \lambda_j$ de la variación total de los datos originales. De este modo, la variación de los datos estará concentrada en las primeras componentes principales, de manera que podemos quedarnos sólo con las p primeras componentes ($p \ll m$) y tener casi toda la información de la señal original según:

$$pr = \frac{\sum_{i=1}^p \lambda_i}{\sum_{j=1}^m \lambda_j} \quad (3.1)$$

3.2. Tratamiento de datos con PCA

En la anterior sección se han sentado las bases del método PCA y de qué manera puede implementarse en la práctica pero, ¿qué podría aportar el PCA a un posible algoritmo clasificador de radar? Sea de nuevo la matriz de datos en *late-time* $\mathbf{X}_{m \times n}$ y supóngase que esos datos son señales respuesta de algunos modelos de referencia de blancos de radar que se desean clasificar. Es una librería de respuestas late-time de blancos. Ahora se hacen pasar los datos por un algoritmo PCA de modo que se obtiene la matriz de componentes principales (CPs) \mathbf{P} . Por el coeficiente pr se escogen con las primeras p componentes que contienen casi toda la varianza de nuestro sistema. Si ahora proyectamos los datos en el nuevo espacio de las componentes principales:

$$\mathbf{Q}_{[p \times n]} = \mathbf{P}_{trunc[p \times m]} \mathbf{X}_{[m \times n]} \quad (3.2)$$

Donde \mathbf{P}_{trunc} es la matriz de componentes principales truncada hasta la componente número p . Las columnas de \mathbf{Q} son nuestros datos en el nuevo espacio pero sólo con p componentes. Estos nuevos datos pueden usarse como entradas para un sistema de clasificación, que

al disminuir el número de datos (m a p), será mucho más rápido y eficiente.

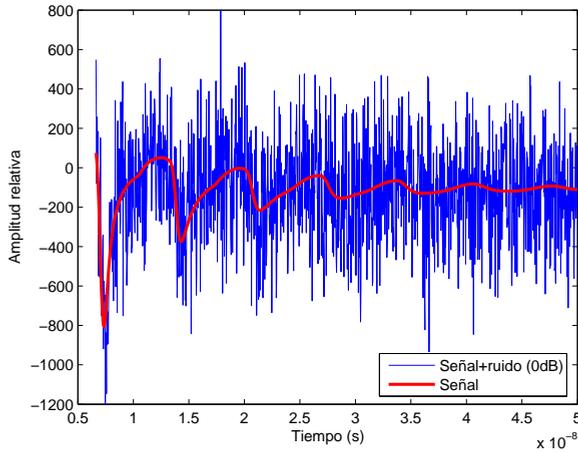
Pero en esta memoria se va a usar el método PCA de otro modo. Proyéctese la expresión anterior de vuelta a nuestro espacio de origen, se obtendrá una señal filtrada por la etapa PCA:

$$\mathbf{X}_{[m \times n]}^S = \mathbf{P}_{trunc[m \times p]}^T \mathbf{P}_{trunc[p \times m]} \mathbf{X}_{[m \times n]} \quad (3.3)$$

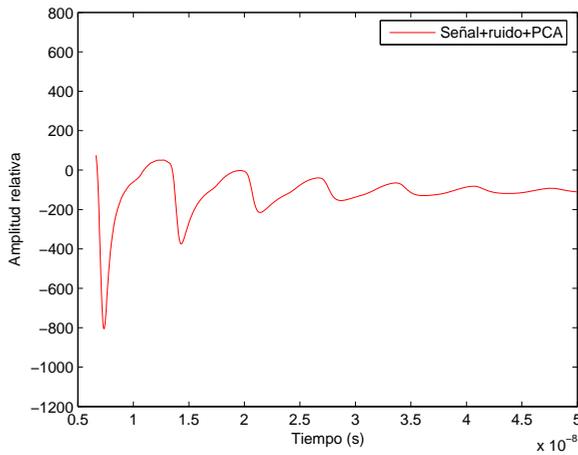
Donde el superíndice S denota a la señal sintetizada. Se puede pensar que en el paso anterior hemos perdido información de la señal. Y así es. Pero, ¿qué información ha sido la que ha desaparecido? Han sido todos los datos que estaban poco correlacionados con los demás, aquellos que tenían poca (o ninguna) relación con el resto de los datos de la señal. La mayor parte de estos datos no correlacionados son ruido. Así que lo que se consigue volviendo al espacio original es eliminar algunas de las componentes ruidosas que contaminan la señal, dejándola más limpia para realizar sobre ella otros tratamientos como veremos en los próximos capítulos. Se podría decir que el PCA es un método eficiente de eliminación de ruido, puesto que usa información *a priori* de cómo debe ser la señal, información contenida en la matriz de componentes principales. En la figura 3.1 se muestra una señal respuesta de un blanco contaminada con ruido a SNR=0dB. Después de pasar la señal al espacio PCA y devolverla a su espacio original, casi todas las componentes ruidosas han desaparecido (figura 3.1b) y la señal original conserva su forma y su información.

Cuando se tenga un nuevo vector de medida (de dimensión $m \times 1$) al que se quiera proyectar al espacio PCA y viceversa, tan sólo se tienen que usar las expresiones 3.2 y 3.3 para la nueva medida.

Otro aspecto interesante que se ha de destacar es que el PCA puede aplicarse bien con la matriz de varianzas-covarianzas (como hemos visto en el apartado anterior) o bien con la matriz de correlación \mathbf{R} definida por:



(a) Señal con ruido a 0dB



(b) Señal ruidosa tras pasar por PCA

Figura 3.1: Señal late-time ruidosa antes y después de haber sido proyectada en el espacio PCA y devuelta a su base original.

c

$$\mathbf{R}_X = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1m} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \cdots & \rho_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \rho_{m1} & \rho_{m2} & \cdots & \rho_{mm} \end{bmatrix}_{m \times m}$$

donde los elementos ρ_{ij} son:

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_{ii}\sigma_{jj}}$$

y los factores σ_{ij} no son más que los elementos de la matriz de covarianza de los datos \mathbf{C}_X .

Hay que tener cuidado en un punto y es que no hay relaciones entre los resultados obtenidos para la matriz de covarianza y para la de correlación. Los autovalores y autovectores de una y otra matriz no están relacionados, y no dan información equivalente. Usando la matriz de correlación se estandarizan los datos antes de hacer el PCA, es decir, se le da la misma importancia a todos los datos. En general, no es bueno utilizar la matriz de covarianza para conjuntos de datos que o bien son de diferente tipo (por ejemplo, están expresadas en diferentes unidades) o bien porque las variables tienen las varianzas muy distintas.

En nuestro caso, las señales de respuesta de blancos de radar tienen varianzas bastante distintas según el ángulo con el que incida la excitación. Es por ese motivo por el que usaremos la matriz de correlación en lugar de la de covarianza a lo largo de este trabajo.

Capítulo 4

El elemento clasificador: Redes Neuronales

En este capítulo se hablará brevemente de la estructura y funcionamiento del método clasificador elegido para este trabajo: las redes neuronales artificiales.

En la actualidad existe un gran número de estructuras diferentes de redes de neuronas artificiales que se utilizan para afrontar una gran variedad de problemas: aproximación de funciones, predicción, compresión y análisis de datos, clasificación y reconocimiento de patrones (en imagen, voz, caracteres),... Esta memoria se centrará en esa última característica y estudiará cual es el mejor modelo de red para efectuarla.

Se podría definir a las redes neuronales (en inglés *Neural Networks*; de aquí en adelante las llamaremos por su acrónimo en inglés, NNs)

como un procesador de cálculo que tiende a almacenar un conocimiento experimental para poder usarlo posteriormente. El conocimiento se adquiere a través de un proceso de aprendizaje (*learning algorithm*) y se almacena en los llamados pesos sinápticos.

Las ventajas de las NNs son varias [Haykin \(1998\)](#):

- Son ideales para simular sistemas no lineales, debido a su propia no linealidad.
- Son autoorganizadas. Establecen relaciones de “entradas desconocidas, respuestas aproximadas”. Es una facultad de las NNs de responder apropiadamente cuando se les presentan datos o situaciones a las que no había sido expuesta anteriormente.
- Operan en tiempo real: Los cálculos neuronales son realizados en paralelo.
- Son adaptativas debido a la capacidad de autoajuste de los elementos que componen el sistema. Son dinámicas, se adaptan a las nuevas condiciones.
- Tolerancia a fallos: un fallo individual no afecta a la respuesta total. Las redes pueden aprender a reconocer patrones con ruido, distorsionados o incompletos (esta es una tolerancia a fallos respecto a los datos). Pero también las NNs pueden seguir realizando su función (con cierta degradación) aunque se destruya parte de la red.
- Uniformidad en el diseño: todas las NNs se componen de los mismos elementos organizados en diversas estructuras.

Otra ventaja es que se pueden desarrollar redes neuronales en un periodo de tiempo razonable, con la capacidad de realizar tareas concretas mejor que otras tecnologías. Cuando se implementan mediante hardware (redes neuronales en chips VLSI), presentan una alta tolerancia a fallos del sistema y proporcionan un alto grado de paralelismo en el procesamiento de datos (lo que posibilita la inserción de redes neuronales de bajo coste en diversos sistemas).

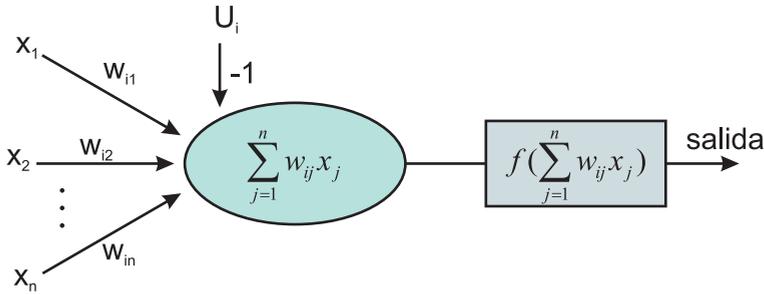


Figura 4.1: Modelo de una neurona artificial.

Este capítulo se organiza como sigue: en el apartado 4.1 se verán algunos puntos fundamentales en el estudio y composición de las redes, para que se pueda elegir el modelo adecuado; en la sección 4.2 se centrará en el análisis de un tipo particular de red neuronal: el perceptrón multicapa.

4.1. Fundamentos de las redes neuronales

4.1.1. La neurona artificial

La unidad elemental de las NNS es la llamada neurona artificial, cuyo diseño podemos ver en la figura 4.1. A grandes rasgos, la neurona 'i' recibe un conjunto de señales de entrada (x_j con $j = 1, 2, \dots, n$) procedentes del exterior o de otras neuronas. Esas señales de entrada se reciben a través de unas conexiones, las cuales tienen un número real asociado llamado peso (w_{ij}). La neurona procesa la información recibida, mediante una serie de operaciones simples (\sum y f , de la figura 4.1) y emite una señal de salida como respuesta a las señales de entrada.

Entre las operaciones que realiza hay tres parámetros que son fundamentales:

- Sumador (\sum): se encarga de multiplicar las entradas por los

pesos asociados y sumarlas ($\sum_j w_{ij}x_j$). También puede multiplicarlas entre ellas o escoger el máximo.

- Umbral exterior (U): distingue entre si una neurona está activa o inhibida.
- Función de activación (f): limita la amplitud de la señal de salida.

El valor a la salida de una neurona es por tanto:

$$f\left(\sum_j w_{ij}x_j + U\right) \quad (4.1)$$

La notación de los pesos w_{ij} es la siguiente: i denota la neurona a la que se dirige, y j a la que proviene. Hay multitud de funciones de activación, desde la lineal (puede alcanzar todos los valores de 0 a ∞ linealmente) a las sigmoides tangentes (valores limitados gradualmente de 1 a -1) y sigmoides logarítmicas (valores graduales desde 0 a 1). Para mayor información acerca de los diferentes tipos de funciones de activación ver [Haykin \(1998\)](#).

El comportamiento de la red está determinado por su topología, por los pesos de las conexiones y por la función de activación de las neuronas.

4.1.2. Tipos de redes

Las NNs pueden clasificarse atendiendo a diversas características. Las más usuales son:

- Por su topología:
 - Monocapa: se establecen conexiones entre las neuronas que pertenecen a la única capa que constituye la red.
 - Multicapa: disponen de un conjunto de neuronas agrupadas en varios (2, 3, etc.) niveles o capas e interconectadas entre sí.

- Por el tipo de señales que tratan:
 - Digitales: toman señales en binario.
 - Analógicas: trabajan con números reales.
- Por el tipo de aprendizaje, que puede ser:
 - Supervisado: Es necesario conocer la diferencia entre la salida y señal deseada. El objetivo es la minimización del error. A su vez se dividen según la manera de minimizar el error: por *refuerzo* (se añade una señal de refuerzo si la salida obtenida en la red se ajusta a la deseada), por *corrección* (se conoce la magnitud del error y ésta determina el cambio de los pesos) y *estocástico* (se generan cambios aleatorios en los valores de los pesos y se evalúa su efecto a partir del objetivo deseado; el objetivo es alcanzar un mínimo energético).
 - No supervisado: No se conoce la señal deseada. La propia red se autoorganiza clasificando las diferentes señales de entrada. Por ejemplo, las redes tipo Fukushima o tipo Kohonen.
- En base a las conexiones entre neuronas:
 - Feed-forward: sólo hay conexiones en un sólo sentido (desde la entrada a la salida). Ejemplos de este tipo son el perceptrón, el perceptrón multicapa, las redes de funciones de base radial...
 - Recurrentes: hay conexiones en todas las direcciones.

Para los objetivos pretendidos por esta memoria interesa una red que opere con números reales (analógica) y cuyo aprendizaje sea supervisado (puesto que se quieren clasificar unas señales de blancos conforme a unas señales modelo de las que se dispone). Estas dos condiciones las cumplen dos redes simples: el perceptrón simple y el perceptrón multicapa [Christodoulou and Georgiopoulos \(2001\)](#).

El perceptrón es la forma más sencilla de red que existe y fue propuesta en 1969. Está formado por sólo dos capas: una de entrada

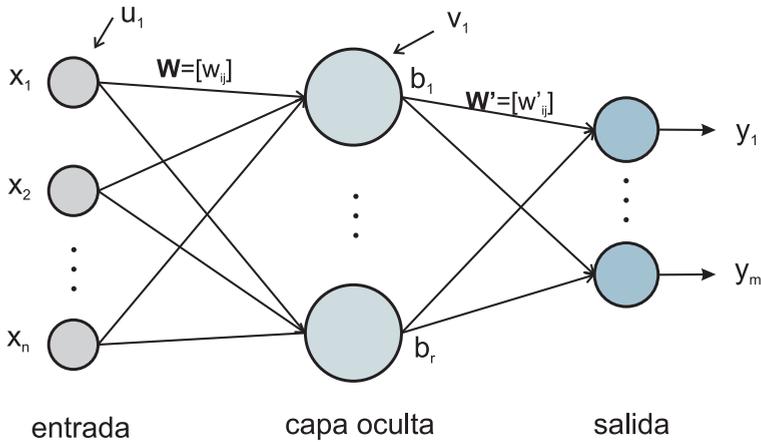


Figura 4.2: Modelo de un perceptrón multicapa (MLP) con sólo capa oculta.

y otra de salida. Es la red ideal para realizar tareas de clasificación lineal: dado un conjunto de ejemplos o patrones, determina el hiperplano capaz de discriminar los patrones en dos clases, patrones que sean linealmente separables. Esta sería la red ideal para el objetivo planteado si sólo se tuvieran dos clases de blancos de radar diferentes, pero, ¿y si hay más de dos clases? En este caso habría que recurrir al perceptrón multicapa, tal y como se comenta en la siguiente sección.

4.2. El perceptrón multicapa (MLP)

Este modelo fue propuesto en 1986 Rumelhart, Hinton y Williams [Christodoulou and Georgiopoulos \(2001\)](#) para solventar el problema del perceptrón monocapa: la de linealidad. Un esquema de la topología de esta red la encontramos en la figura 4.2.

El perceptrón multicapa (del inglés *multilayer perceptron*, MLP a partir de ahora) tiene sus neuronas agrupadas en varias capas: las de salida, entrada y otras capas denominadas ocultas entre las dos anteriores. Cada neurona de cada capa está conectada a todas las neuronas de la siguiente capa. Cada una procesa la información recibida y la respuesta se propaga a través de la conexión correspondiente y ac-

túa como entrada para todas las neuronas de la capa siguiente. Para estudiar el modelo escogamos el caso más simple, con un única capa oculta. Si tenemos un vector de datos de entrada x_i (con $i = 1, 2, \dots, n$) la salida de la capa oculta será (según 4.1):

$$b_j = f\left(\sum_{i=1}^n w_{ij}x_i + u_j\right) \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, r$$

y la salida en la última capa:

$$y_j = f\left(\sum_{i=1}^r w'_{ij}b_i + v_j\right) \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, m$$

4.2.1. Método de aprendizaje: retropropagación

Para el aprendizaje, el MLP utiliza un proceso iterativo supervisado llamado *Backpropagation* (retropropagación): modifica paulatinamente los parámetros de la red (pesos y umbrales) hasta que la salida sea lo más próxima posible a la salida deseada para cada patrón de entrenamiento, y la modificación la realiza desde la capa de salida hasta la de entrada. Tomemos el vector entrada x_i , las salidas de la red asociadas a ese vector y_j , y definamos un vector de salida deseada d_j . El error que la NN comete en una *epoch* (*epoch* es el período desde que un vector entrada es introducido en la red hasta que es introducido el siguiente) es:

$$e = \frac{1}{2} \sum_j (d_j - y_j)^2$$

Para minimizar el error se utilizará el método de descenso del gradiente, que consiste en modificar los parámetros de la red siguiendo la dirección negativa del gradiente del error:

$$\Delta w_{ij} = -\eta \frac{\partial e}{\partial w_{ij}} = \eta \sum (d_j - y_j) f'(d_j) a_i \quad (4.2)$$

En el caso de una sola capa oculta, $i = 1 \dots r$ $j = 1 \dots m$. Aquí a_i denota el vector de datos de la capa donde calculamos la variación de los pesos, f' es la derivada de la función activación, y η es la llamada tasa de aprendizaje (que toma valores desde 0, aprendizaje lento, a 1, aprendizaje rápido). Si estamos usando una función de activación tipo sigmoide la derivada toma una expresión muy sencilla: $f' = cf(1-f)$. La variación de los umbrales es igual que con los pesos pero sin incluir el vector de datos intermedio:

$$\Delta u = \eta(d - y)f'(d) \quad (4.3)$$

A veces se suele utilizar un parámetro de inercia (el *momentum*, α) para acelerar la convergencia. Este parámetro indica cuanto ha de tenerse en cuenta el valor anterior de la variación de los pesos a la hora de calcular la nueva variación:

$$\Delta w_{ij}(t+1) = -\eta \frac{\partial e}{\partial w_{ij}} + \alpha \Delta w_{ij}(t)$$

A modo de resumen, se puede decir que en el algoritmo de retropropagación los errores se calculan desde la capa de salida hacia atrás y que es posible cambiar los pesos y umbrales de las capas ocultas. Para un MLP de una capa oculta de r neuronas el algoritmo funcionaría de este modo:

1. Inicializar los pesos y umbrales de todas la capas con valores arbitrarios.
2. Elegir el primer vector de datos x_1 de x_i y propagarlo hacia adelante (*feedforward*). Con ello obtenemos las salidas (*outputs*) de las capas ocultas y de salida según la expresión 4.1.

3. Se calculan los errores de los pesos (y umbrales) de la salida (según 4.2 y los umbrales según 4.3):

$$\Delta w'_i = \eta(d - y)f'(d)b_i \quad \text{para } i = 1 \dots r$$

y de la capa oculta hacia atrás:

$$\Delta w_{ij} = \eta(d - y)f'(d)f'(b_j)x_i \quad \text{para } i = 1 \dots n \text{ e } j = 1 \dots r$$

4. Se repiten los pasos anteriores para cada vector de x_i .
5. El aprendizaje finaliza cuando se verifique el criterio de parada establecido, que suele ser un valor cercano a cero de la variación del error:

$$\frac{\partial e}{\partial w} \approx 0$$

4.2.2. Elección de la topología de red apropiada

Si se toma textualmente el título de este apartado, es bastante difícil llevarlo a cabo con éxito ya que no existe una NN perfecta para cualquier problema ni tampoco hay un método infalible para elegir todos y cada uno de los parámetros que conforman la estructura de la red. Aun así se intentará escoger la más adecuada para nuestro problema clasificatorio.

En primer lugar, para elegir el tipo de red se puede atender a lo dicho en apartados anteriores. Si el problema de clasificación es separable linealmente se escogerá una red tipo perceptrón. En caso contrario se elegirá por ejemplo una red tipo Fukushima (si queremos un aprendizaje no supervisado) o un perceptrón multicapa MLP (si el aprendizaje es supervisado). Se elegirá en esta memoria una red MLP por tener que supervisar nuestro modelo con los patrones de blancos que se deseen clasificar.

La topología es más complicada. Los únicos parámetros que se conocen a priori son el número de neuronas de la capa de entrada (que

es igual al número de datos de entrada que tenemos) y de la capa de salida (el vector solución de las clases o patrones para clasificar). El número de capas y neuronas ocultas debe averiguarse mediante ensayo y error o a la experiencia del creador de la red. Como regla general, suele usarse una sola capa oculta de neuronas si las clases o patrones son separables en regiones cerradas o convexas, y más de una cuando esas regiones son más complicadas.

Se sabe que la densidad de conexiones en una red neuronal determina su habilidad para almacenar información: a más conexiones, más capacidad. Si una red no tiene suficientes conexiones entre nodos, el algoritmo de entrenamiento puede no converger nunca y la red neuronal no es capaz de llevar a cabo su tarea convenientemente. Esto puede llevarnos a pensar que si construyendo una red lo más grande posible se arreglará todo. Pero por otro lado, en una red densamente conectada, puede ocurrir un sobreajuste (*overfitting*). El sobreajuste es un problema de los modelos estadísticos donde se presentan demasiados parámetros. Esta es una mala situación porque en lugar de aprender a aproximar o generalizar los datos, la red simplemente puede memorizar cada ejemplo de entrenamiento. El ruido en los datos de entrenamiento se aprende entonces como parte de la función, a menudo destruyendo la habilidad de la red para generalizar. También hay que tener en cuenta que las redes con menor tamaño son más simples para implementarlas en hardware. Hay que encontrar, pues, un compromiso entre convergencia y tamaño, y se buscará la red que converja adecuadamente con el mínimo número de nodos posible. Y cuanto más simple sea la estructura, mejor.

Los parámetros como la tasa de aprendizaje η o el *momentum* α han de escogerse con cuidado. Si escogemos valores de η grandes, la convergencia es más rápida pero corremos el riesgo de oscilar alrededor del mínimo sin alcanzarlo. Por contra, valores pequeños significan una convergencia más lenta pero tenemos la seguridad de que es difícil que nos saltemos el mínimo. Las pruebas nos dirán que valores son los más propicios para el caso que estamos tratando.

Capítulo 5

Estudio de los parámetros clasificadores

En los capítulos 2 y 3 se han visto los posibles vectores o elementos discriminantes que se pueden utilizar a la hora de la clasificación de blancos de radar: las resonancias complejas naturales y las primeras componentes de la proyección en la base PCA de los datos. Por poner algún ejemplo, en [Lee et al. \(2003\)](#) se usan las CNRs como clasificadores y en [Vespe et al. \(2006\)](#) las componentes del método PCA. En todos los casos anteriores se usa la respuesta en el dominio del tiempo para la extracción de los elementos clasificadores y en la mayoría de los casos, lo más usual es hacerlo con la respuesta impulso del blanco.

La idea inicial es reunir ambos criterios de clasificación (CNR y proyecciones de PCA) para crear un conjunto de entradas que hagan la clasificación robusta ante cualquier patrón que se le ponga. El mé-

todo a seguir sería bastante sencillo en este caso: primero extraer los parámetros de la respuesta impulso temporal del blanco e introducir posteriormente esos vectores como entradas de la red neuronal que discriminará entre uno u otro patrón en la clasificación.

Pero cabe plantearse la pregunta de cuántos parámetros escoger de capa tipo o de si es necesario para el problema de esta memoria el quedarse con todos los parámetros. Por eso es conveniente realizar un estudio previo de los elementos discriminantes para saber como se comportan en distintos ambientes y de cómo se debería realizar la elección de los mismos.

Para las simulaciones de este capítulo se han usado como blancos hilos conductores cilíndricos, cuyo modelo y respuesta se describe en el apéndice [A.1](#).

Este capítulo se organiza como sigue: en la sección [5.1](#) se verán las características de las componentes PCA en cuanto a parámetros clasificadores; en la sección [5.2](#) se estudiará a fondo el comportamiento de las CNRs frente a diversas variables (ruido, tiempo, ángulo...).

5.1. Comportamiento de las componentes PCA

Para estudiar el comportamiento de las componentes PCA como clasificadores, se tomarán para esta sección un conjunto de medidas respuesta de dos hilos cilíndricos de longitudes L y $0.75L$ la longitud del hilo patrón (ver [A.1](#)), que serán las clases o tipos de blancos que queremos detectar. Para esos blancos se generarán respuestas a dos ángulos de excitación diferentes: 30° y 150° . A esa matriz de datos le aplicaremos el método PCA estudiado en el capítulo [3](#) y nos quedaremos con las primeras componentes que acumulan la mayor parte de la varianza. En este caso, sólo con las diez primeras componentes tenemos que $pr = 0,997$ (de [3.1](#)), o lo que es lo mismo, que en esas diez primeras componentes se concentra el 99.7% de la varianza.

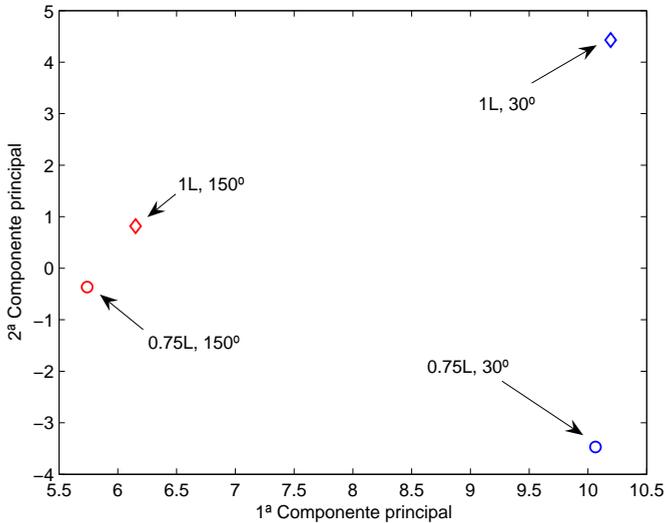


Figura 5.1: Proyección de los datos PCA en el plano de las dos primeras componentes principales.

Para verificar el poder de discriminación se representan la proyección de nuestros datos sobre el espacio PCA de los coeficientes de las dos primeras componentes principales (figura 5.1). Se ve que tan sólo con los valores de las dos primeras componentes principales podemos discriminar los blancos de las dos clases de longitud, pero también se observa que para cada longitud las componentes principales *dependen del ángulo de excitación*.

Esto quiere decir que si se tienen varias señales del mismo blanco pero desde diferentes ángulos, éstas van a tener componentes principales diferentes, cosa que se podía haber intuido porque las respuestas temporales son muy distintas entre sí según el ángulo de excitación, como se vio en la introducción de esta memoria.

Si se escogiesen sólo las componentes PCA como entradas de la red neuronal, se necesitarían para el entrenamiento señales patrón de todos los ángulos posibles (o una cantidad que abarque el mayor

rango de ángulos posibles) para cada una de las clases (longitudes) que deseamos clasificar. En definitiva, lo que hace el PCA es considerar a las parejas longitud-ángulo de nuestro hilo como clases diferentes, y en virtud a ello las clasifica.

Si se tomaran todas las componentes principales necesarias (escogidas según la relación 3.1) la discriminación entre clases se vería potenciada, pero a costa de añadir más variables de entrada de la red neuronal y de necesariamente aumentar la matriz de patrones de entrenamiento con lo que también crecerá (y mucho) el tiempo de convergencia de la red. Imaginemos por un momento que en lugar de sólo dos clases, como en el ejemplo que estamos viendo, tuviéramos cuatro, que nos quedásemos con diez componentes principales y si nos restringiésemos al rango entre 30° - 60° tendríamos una red neuronal con 10 neuronas en la capa de entrada y necesitaríamos al menos 20 patrones de ejemplo para el entrenamiento de la red (tomando medidas de 5° en 5° , lo que no nos asegura una buena clasificación). Es decir, necesitaríamos 20 patrones de entrenamiento en la red para sólo 4 clases (4 longitudes).

5.2. Comportamiento de las CNRs

De los resultados obtenidos en Lee et~al. (2003) se puede pensar que la clasificación obtenida a partir de las CNRs es excelente y que ese es el método que se debería seguir en esta memoria: extraer directamente las CNRs de la respuesta temporal del blanco y quedarnos con la primera o dos primeras resonancias naturales. Pero veamos cómo se comportan las CNRs en algunos aspectos y que método es el mejor para conseguir los mejores resultados.

5.2.1. CNRs frente al ángulo de incidencia

En el capítulo 2 se vio que el valor de las CNRs eran independiente del ángulo de orientación del blanco con respecto al radar. ¿Es eso cierto? En la figura 5.2 se ven representadas a las primeras CNRs,

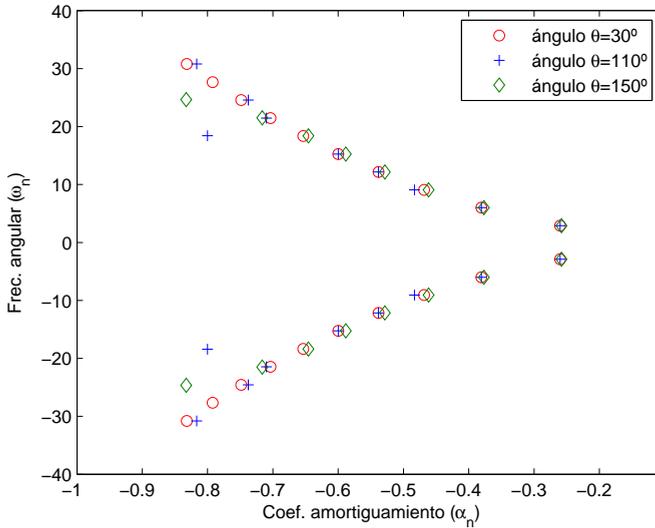


Figura 5.2: CNRs para el hilo de longitud unidad y tres ángulos distintos en el plano de las resonancias complejas.

calculadas por el método GPOF del capítulo 2, en el plano formado por el coeficiente de amortiguamiento α y la frecuencia angular ω , para un hilo de longitud unidad respecto del patrón y ángulos de incidencia de 30° , 100° y 150° .

Se observa como las cinco primeras CNRs coinciden casi a la perfección en los tres ángulos. A partir de ahí parece ser que las CNRs no encajan todo lo bien que se quisiera. Pero si nos fijamos, se ve que la discrepancia entre los valores para distintos ángulos sólo se da en el coeficiente de amortiguamiento. En efecto, la frecuencia angular ω de cada CNR es la misma para los tres ángulos, mientras que α varía (levemente) para una misma CNR dependiendo del valor del ángulo.

Se puede deducir de lo anterior que si bien las primeras CNRs son independientes del ángulo de orientación, para las siguientes sólo la frecuencia angular lo es, mientras que el factor de amortiguamiento es dependiente del ángulo (con lo que la magnitud de dicha CNR es distinta según el ángulo). Si generalizamos, se puede decir que las

frecuencias de resonancia de cada CNR son independientes del ángulo de orientación, pero que la magnitud de cada CNR (que depende de α) no lo es. Ello es consecuencia de los errores del método de extracción, no de una característica física de las CNRs.

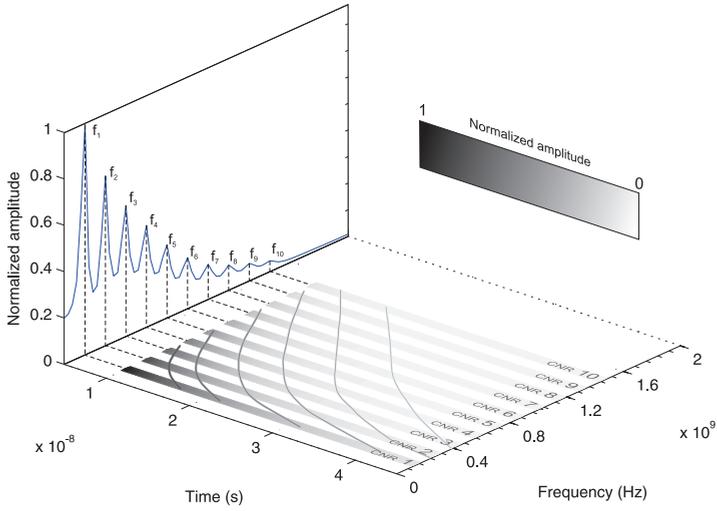
Por eso, si se quiere un sistema clasificador independiente del ángulo y se escogen más de las primeras CNRs debemos fijarnos solamente en la frecuencia de resonancia y no en el parámetro de atenuación o amortiguamiento. Esta circunstancia se reforzará por algunos resultados de los apartados siguientes.

5.2.2. CNRs frente al tiempo

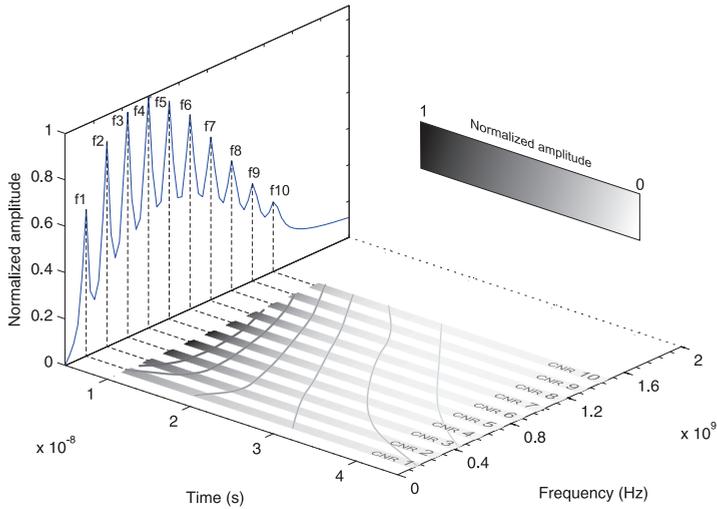
El objetivo de este apartado no es otro sino el de descubrir si existen algunas CNRs que sean variables en el tiempo, y así intentar quedarnos con las CNRs que sean más estables, ya que como se vio en el capítulo 2, que si la magnitud asociada a una CNR (su residuo) es muy pequeña, puede que no lleguemos a detectarla.

Para realizar esta sección se han calculado las CNRs de un hilo de longitud unidad a una orientación de 30° mediante el método GPOF y una técnica de ventaneado (*windowing*). Para la respuesta impulso del blanco en el late-time se ha creado una ventana de 256 muestras centrada en una muestra de la señal y se calcula a partir de ella las CNRs y los residuos (ver ecuación 2.2). Se ha repetido el proceso con todas las muestras.

En la figura ?? se puede ver el resultado del proceso de *windowing*. En la parte superior se ha representado la respuesta impulso para el hilo y en la inferior la frecuencia de resonancia f de cada CNR frente al tiempo y la magnitud de cada CNR para los diez primeros (la magnitud es el módulo del residuo asociado a esa CNR, dibujado en el gráfico mediante una escala de grises: blanco para magnitudes menores y negro para las más grandes). La frecuencia de resonancia f se calcula a partir de la frecuencia angular de resonancia, ω , de cada CNR con la conocida relación:



(a) Respuesta escalón



(b) Respuesta impulso

Figura 5.3: Frecuencias de resonancia ω de cada CNR frente al tiempo y magnitud (en escala de grises) y respuestas en frecuencias para un hilo de longitud unidad y un ángulo de 30° .

$$\omega = 2\pi f$$

Se observa que la primera CNR es la más estable en el tiempo, es decir, la menos amortiguada, pero no es la que tiene mayor magnitud. La de mayor magnitud es la cuarta CNR, como se puede confirmar en la figura ?? de la respuesta en frecuencia calculada mediante la transformada de Fourier a partir de la respuesta impulso. En ella la frecuencia asociada a la cuarta CNR es mayor que la asociada a la primera, pero sin embargo no es tan estable como ésta última en el tiempo.

Considérese por un momento que partimos de una respuesta en la que sólo podemos calcular las frecuencias con mayor magnitud (el resto son tapadas por el ruido), pero que esas frecuencias son inestables en el tiempo. No serán por tanto unos buenos parámetros clasificatorios. Por tanto, necesitamos encontrar CNRs que sean a la vez estables en el tiempo y posean una gran magnitud.

Ya se ha visto que con la respuesta impulso las CNRs de mayor magnitud no corresponden a las más estables temporalmente. Pero se puede aplicar el método GPOF a otras señales en el dominio del tiempo, y en particular a la respuesta escalón (*step response*) que se calcula según lo dispuesto en el apéndice A.2. En las figuras 5.3a y 5.3b están representadas la magnitud de las CNRs frente al tiempo y la respuesta en frecuencia a partir de la respuesta en escalón, y se pueden comparar con los obtenidos anteriormente para la respuesta impulso.

Se observa que ahora la primera CNR es la que más magnitud tiene y las más estable en el tiempo, la segunda CNR es la segunda mayor...y así sucesivamente. Ahora, tomando las primeras CNRs en orden creciente se tiene la seguridad de estar quedándose con las que tienen una magnitud mayor durante un intervalo de tiempo mayor.

Se puede afirmar que la respuesta escalón produce un mejor resultado en términos de estimación de polos que la respuesta impulso, y también decir que las posibilidades de identificar un blanco con éxi-

to serán mayores si usamos la respuesta escalón del blanco para la extracción de CNRs.

5.2.3. Capacidad discriminante de las CNRs

Otro aspecto interesante es saber la capacidad discriminante entre clases que poseen las CNRs, es decir, cuánta diferencia puede llegar a haber entre la misma CNR para blancos distintos: si hay poca diferencia será muy difícil distinguir entre ellos, y si hay mucha la clasificación será más fiable. Como medida básica de discriminación se puede tomar la media de la distancia desde un polo de una clase hasta el mismo número de polo de la otra clase. Esto da una idea de cuánto se puede separar del valor teórico en la evaluación de una CNR, ya que si se supera la mitad de la distancia que la separa con la CNR de otro grupo, el clasificador lo asignará a este último por estar su valor más cercano a él.

$$dist = \frac{|CNR^{g1} - CNR^{g2}|}{2}$$

Donde los superíndices $g1$ y $g2$ indican grupo 1 y 2, respectivamente. En la figura 5.4 se puede ver la distancia entre dos clases o grupos que corresponden a dos longitudes diferentes del hilo patrón: 0.9 y 1. Se han separado también la parte real e imaginaria de los polos para poder observar posibles diferencias entre ambas y no se ha considerado ruido en la extracción de los polos. La diferencia fundamental es que la distancia (o en nuestro caso, el poder discriminante) de la frecuencia angular ω crece mucho más deprisa y es mayor que la del coeficiente de amortiguamiento α , y que por tanto concluimos que tiene mayor poder discriminante.

Considérese que los polos calculados a los dos grupos anteriores se usan como patrones de entrenamiento. ¿Cuánto pueden separarse de los valores modelo y que la clasificación siga siendo correcta? Se puede calcular la distancia máxima en tanto por uno que una CNR puede estar separada de la CNR tomada como modelo dividiendo la distancia anterior entre la CNR de la cual queremos saber el error máximo.

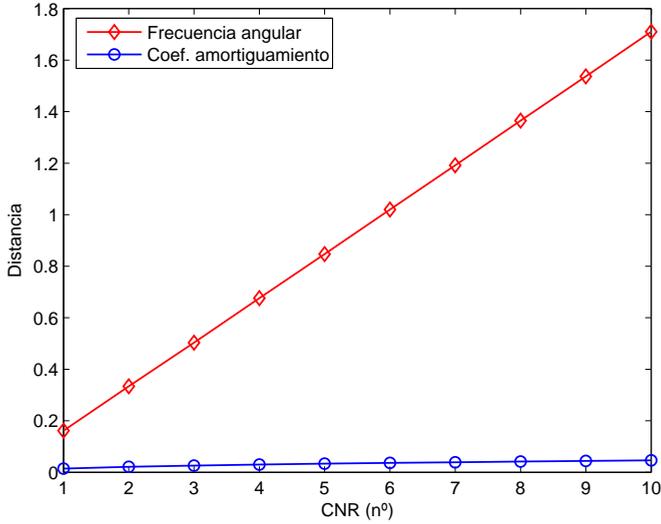


Figura 5.4: Distancia media entre los coeficientes ω y α de dos clases distintas (longitudes 0.9 y 1).

En nuestro ejemplo las distancias coinciden tanto para la parte real e imaginaria y para todas las CNRs, lo que nos viene a decir que en el caso de trabajar con hilos delgados (como el que estamos tratando) los polos de distintas longitudes son múltiplos entre sí, ya que si por ejemplo $CNR^{g2} = \beta CNR^{g1}$, donde β es una constante, el error máximo (o distancia máxima) relativo permitido sería (particularizando para el grupo 1):

$$\begin{aligned}
 error_{relativo}^{max} &= \frac{|CNR^{g1} - CNR^{g2}|}{2|CNR^{g1}|} \\
 &= \frac{|CNR^{g1} - \beta CNR^{g1}|}{2|CNR^{g1}|} \\
 &= \frac{|CNR^{g1}| |1 - \beta|}{2|CNR^{g1}|} \\
 &= \frac{|1 - \beta|}{2} = cte
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Efectivamente, en la bibliografía (en concreto en Ruiz (1995)) podemos averiguar que esa constante es $\beta = 1/L$ donde L es la longitud relativa del hilo con respecto al hilo patrón. En el caso de querer averiguar el error máximo que podemos cometer al evaluar los polos de un grupo distinto al del hilo unidad la ecuación anterior queda como:

$$error_{relativo}^{max} = \frac{|1 - \beta|}{2\beta} \quad (5.2)$$

Así, en nuestro ejemplo de dos clases de longitudes 0.9 y 1, el error máximo permitido en tanto por uno de la medida es de 0.050 y de 0.0556, respectivamente. Si tenemos una señal del grupo de 0.9 para clasificar, el error cometido al extraer sus polos no puede ser superior al 5.0 % del valor de los polos usados como modelo, en caso contrario puede que sea clasificado en el grupo erróneo. Del mismo modo, los elementos del grupo de longitud 1 que se diferencien en más de un 5.56 % de los tomados en el entrenamiento, pueden ser clasificados erróneamente en la otra clase.

Decir también que la capacidad discriminante depende de los blancos que se estén estudiando, pues puede haber objetivos con algunas CNRs parecidas. Es por ello que en algunos casos será necesario escoger más de la primera o segunda CNRs.

5.2.4. CNRs frente al ruido

Quizás el aspecto que más puede interesar de los CNRs sea su comportamiento con respecto al ruido, y si su extracción es robusta incluso cuando la señal está muy contaminada. Para ello, se escoge una señal respuesta (y según el apartado anterior debería ser una respuesta escalón), se contamina con ruido y se calcula el error que se produce en la extracción de los diferentes CNRs. El error usado para el cálculo de cada polo será el error cuadrático medio (*MSE*) calculado como:

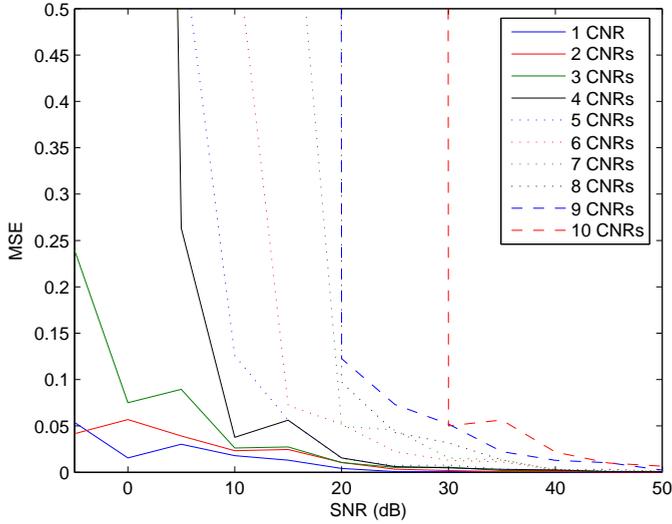


Figura 5.5: Errores de la extracción de cada CNR en relación al ruido.

$$MSE = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n |CNR_i - CNR^{teorica}|^2$$

Donde n es el número de medidas y $CNR^{teorica}$ es el valor del polo basado en la teoría, según los datos de la tabla A.1 del apéndice A.1. Hay que recordar que las CNRs son números complejos y que para el error se operará con el módulo de los mismos.

Como ruido se utilizará ruido de tipo blanco gaussiano en diversas relaciones señal-ruido desde -5dB a 50dB (SNR , *signal-noise ratio*). La señal utilizada es la respuesta de un hilo con un ángulo de orientación de 30° . En la figura 5.5 se representa el error para cada una de las diez primeras resonancias naturales.

Se observa que las dos primeras CNRs son las que tienen menos error cuando aumentamos el ruido, y que a partir de la tercera el error crece de manera desproporcionada a SNR bajas (a partir de la cuarta es tan grande que se sale de la escala de la gráfica). Por tanto, si

nuestra clasificación la vamos a realizar en condiciones de ruido altas, nos tendremos que quedar como máximo con las dos primeras CNRs. Pero que su error sea menor que el de las otras no implica que sea suficiente para llevar a cabo con éxito nuestro problema.

Pero se puede plantear la pregunta de si el error en la extracción de los polos es el mismo (de la misma magnitud) para las dos partes del CNR, es decir, para el factor de amortiguamiento α y para la frecuencia angular ω . Realizamos el mismo proceso anterior pero trabajando independientemente con la parte real e imaginaria del polo. Para la medida del error se usará una expresión análoga a la del error relativo visto en el apartado anterior, que nos da idea de cuán grande es el error comparado con la medida teórica. Lo hemos hecho de este modo para poder comparar con los resultados anteriores:

$$Error_{relativo} = \frac{\sum_{i=1}^n |CNR_i - CNR^{teorica}|}{n|CNR^{teorica}|}$$

En esta expresión pueden aparecer errores relativos mayores que la unidad. Esos valores han sido igualados a uno las gráficas, para una mejor visión. Así que en la escala de colores, el rojo corresponde a los errores relativos de la unidad o mayores que ella. El resultado lo tenemos en las figuras 5.6a y 5.6b para un hilo de longitud unidad y un ángulo de 30°.

Se aprecia que la frecuencia angular tiene un mejor comportamiento que el factor de amortiguamiento. Los errores en ω son mínimos en el rango de SNR de -5 a 50 dB en la primera CNR, mientras que en esa misma componente el parámetro α comienza a tener un error apreciable a partir de SNR=10dB. Con la segunda componente, el error de α a SNR bajas crece rápidamente, y el de ω también aumenta pero sólo en la SNR=-5dB y de una forma más débil.

En general se puede decir que ω se comporta bien en la primera CNR en todo el rango de SNR, regular en la segunda componente a SNR muy, muy bajas, y bastante mal a partir de la tercera para SNR por debajo de 15-20dB. En cambio, α es más sensible al ruido, ya que para valores menores que SNR=10dB no se comporta bien en

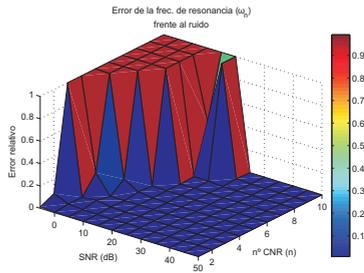
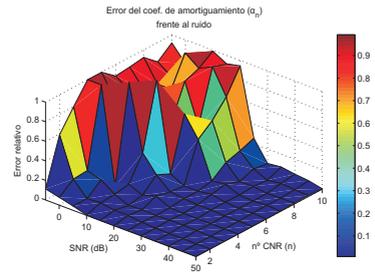
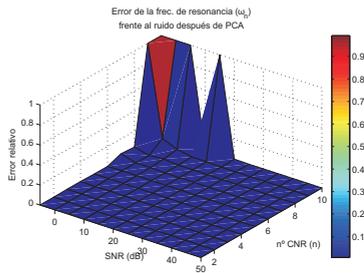
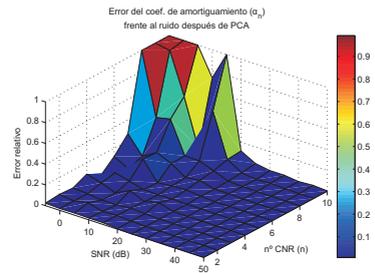
(a) Error de ω frente al ruido.(b) Error de α frente al ruido.(c) Error de ω frente al ruido tras PCA.(d) Error de α frente al ruido tras PCA.

Figura 5.6: Errores relativos de las frecuencias angulares de resonancia (ω) y parámetros de amortiguamiento (α) frente al ruido, para las diez primeras CNRs de un hilo de longitud unidad.

ninguna de las componentes, incluso para ruidos bajos existen errores en la extracción de las últimas CNRs.

Así pues, si se desea un sistema de reconocimiento que sea robusto ante el ruido, nos tendríamos que quedar sólo con las frecuencias angulares de las dos primeras CNRs y, si acaso, con el parámetro de amortiguamiento de la primera CNR. Todo depende de los patrones que se deseen clasificar y de si las magnitudes del error que se han visto dificultan o impiden esa tarea.

Tómese el ejemplo del apartado anterior, en el cual se clasificaban dos clases (longitud 0.9 y 1). Considérese una señal con $SNR = -5dB$ a la que se le extraen los polos. De la sección anterior se vio que para ese grupo, el error no debía de ser mayor de un 5.56 % si se quería una buena clasificación. De las figuras 5.6a y 5.6b se observa que para esa SNR ese porcentaje se supera para todas las CNRs excepto la primera componente de la frecuencia angular. Las demás tienen demasiado error como para confiar en una clasificación certera y sólo serviría un sólo parámetro. Pero se puede ir más allá e imaginar otras dos clases de blanco más complicadas y cuya primera frecuencia angular sea casi coincidente. Si no se puede usar la primera ω por escaso poder discriminante, ni tampoco las CNRs superiores, a causa del gran error que conllevan...¿Con qué elementos se realiza la clasificación?

Lo ideal sería que la extracción de los parámetros (al menos en las primeras componentes) tuviera el menor error posible, para facilitar y aumentar la eficacia del elemento clasificador.

5.2.4.1. Comportamiento de la respuesta sintetizada con PCA

Se vio en el capítulo 3 que se podía reconstruir la señal respuesta mediante las matrices de cambio de base de PCA según la expresión 3.3, eliminando en el camino algunas de las componentes ruidosas. Podemos plantearnos si al aplicar ese paso perdemos también algún tipo de información de las resonancias naturales, esto es, si el error al extraer las CNRs de la señal sintetizada mediante PCA conlleva

más o menos error que al hacerlo directamente sobre la respuesta sin tratar.

Para ello, se escoge como antes la señal de un hilo a 30° y se hace pasar a través de las matrices PCA (que han sido calculadas del mismo modo que en el apartado 5.1) para después aplicarles el método GPOF de extracción de polos y compararlos con los teóricos. El resultado se muestra en las figuras 5.6c y 5.6d en las que de nuevo se usa el Error relativo para el error y un rango de SNR desde -5dB a 50dB para poder compararlas con las figuras 5.6a y 5.6b.

Se puede comprobar que hay una gran diferencia en los errores en ambos casos y que la magnitud de los mismos baja considerablemente. Ahora los errores relativos para la frecuencia angular ω son cercanos a cero hasta la octava CNR desde SNR=-5dB (señal muy ruidosa) hasta SNR mayores. Incluso el error relativo en el factor de amortiguamiento α (que antes tenía errores desde la primera CNR para SNR por debajo de 10dB) es ahora muy pequeño, del orden del 1-2 %, para las cuatro primeras CNRs y para todo el rango de SNR.

Esto significa que se podrían escoger las primeras CNRs como entradas para la clasificación con la seguridad de que se van a extraer con una desviación mínima del valor real, lo que mejorará dicho proceso clasificatorio.

5.3. Comportamiento de la extracción de resonancias bajo ruido gaussiano coloreado

5.3.1. El método GPOF y la estadística de alto orden (HOS)

Cuando la señal del objeto radar está contaminada con ruido espectralmente blanco, el método de la Matriz Pencil (GPOF) estima de una forma más exacta los polos de la señal que otros métodos de la bibliografía. Pero es un método enmarcado en la estadística de segundo orden de la señal y por tanto no puede usarse directamente en

medios de ruido coloreado, ya que este tipo de algoritmos se basan precisamente en la suposición de que el ruido aditivo es espectralmente blanco. La diferencia entre el ruido blanco y el de color es que los valores de este último están correlacionados entre ellos de alguna manera.

De este modo los valores de las CNRs conseguidos en la extracción bajo ambientes de ruido coloreado no van a ser tan precisos como se necesita los en los procesos de clasificación.

5.4. Elección de parámetros

Elegir convenientemente las variables discriminantes es uno de los puntos críticos de la tarea clasificatoria. Las ideales serían aquellas con un gran poder discriminante, muy estables en el tiempo, con una magnitud suficiente para poder detectarlas y que se vean muy poco afectadas por el ruido. Casi nunca se van a tener todas esas características juntas y se deberían escoger las que más se acerquen a ellas.

Las frecuencias angulares de resonancia ω son las variables más eficientes para la clasificación, según se ha visto. Tienen un alto poder discriminante y se ven menos afectadas por el ruido que los coeficientes de amortiguamiento α que son muy sensibles al mismo. Pero con la extracción de CNRs de la señal sintetizada por el PCA, el ruido no es tan dañino en los primeros polos y se podrán tomar las primeras CNRs sin excesivos problemas si el problema en concreto así lo requiere. Y siempre se intentará escoger con mayor preferencia las frecuencias angulares que los coeficientes de amortiguamiento, ya que en general tienen un mejor comportamiento.

Otro aspecto es si se quiere una clasificación independiente del ángulo de orientación del blanco. Aquí hay dos opciones: usar parámetros que de por sí sean independientes del ángulo (las CNRs) o usar otros parámetros que no lo sean a costa de necesitar muchos ficheros de entrenamiento distintos a diferentes ángulos, de modo que haya suficiente información para cada clase.

Como el objetivo de esta memoria es realizar un esquema de clasificación robusto e independiente del ángulo, se elegirán las CNRs como los parámetros de entrada del sistema clasificador, dando preferencia a las frecuencias angulares ω antes que a los factores de amortiguamiento α . Como regla general siempre se intentará tomar el menor número de parámetros que nos permita una buena clasificación, a fin de evitar largos tiempos de convergencia y estructuras complejas de la red neuronal.

Capítulo **6**

Procedimiento de clasificación en ambiente de ruido aditivo blanco gaussiano: NRPCA

En los capítulos anteriores se ha estudiado los elementos que van a componer el método de clasificación de blancos desarrollado en esta memoria y el cómo elegirlos convenientemente, viendo los pros y los contras que cada uno podía darnos. El siguiente paso que hay que dar es, necesariamente, aunar todas las herramientas estudiadas en un algoritmo clasificatorio que sea independiente del ángulo de orientación del blanco y comprobar mediante simulaciones y datos reales si en verdad lleva a cabo su cometido y con que razón de

éxito, comparándolo con otros esquemas existentes en la bibliografía.

Este capítulo se organiza como sigue: en la sección 6.1 se describirá el procedimiento clasificatorio que se propone en esta memoria paso por paso; en la sección 6.2 se probará dicho método mediante simulaciones con datos numéricos; y en el apartado 6.3 se expondrán las conclusiones de este trabajo y las futuras líneas de investigación que de él se derivan.

6.1. Descripción del procedimiento

Se denotará el algoritmo desarrollado en este capítulo como NRPCA (de natural frequency principal component analysis). Algunas partes del desarrollo y resultados del mismo han sido publicados en Garzon-Guerrero et~al. (2007a), Garzon-Guerrero et~al. (2012). En la figura 6.1 se muestra un esquema general de las etapas que debemos completar en el método que se desarrolla en esta memoria. En las simulaciones se partirá de la respuesta impulso del blanco (como se describe en el apéndice A.1).

A partir de la respuesta impulso temporal, se realiza una convolución de la misma con una función escalón unitaria para obtener la respuesta escalón del blanco, ya que con ésta las primeras CNRs extraídas son más estables en el tiempo y tienen una mayor magnitud que las calculadas mediante la respuesta impulso (capítulo 5).

Antes de realizar la extracción de los polos de la señal, se eligen un conjunto de datos modelo (para cada clase y para distintos ángulos dentro del rango que deseamos) y se le aplica el método PCA visto en el capítulo 3. Las matrices de cambio de base así halladas servirán para crear una señal sintetizada según la expresión 3.3 del capítulo ya señalado.

Los polos o CNRs son extraídos mediante el método GPOF que se analizó en el capítulo 2 usando la respuesta sintetizada a través de PCA, para minimizar su error. Los polos son ordenados por orden creciente.

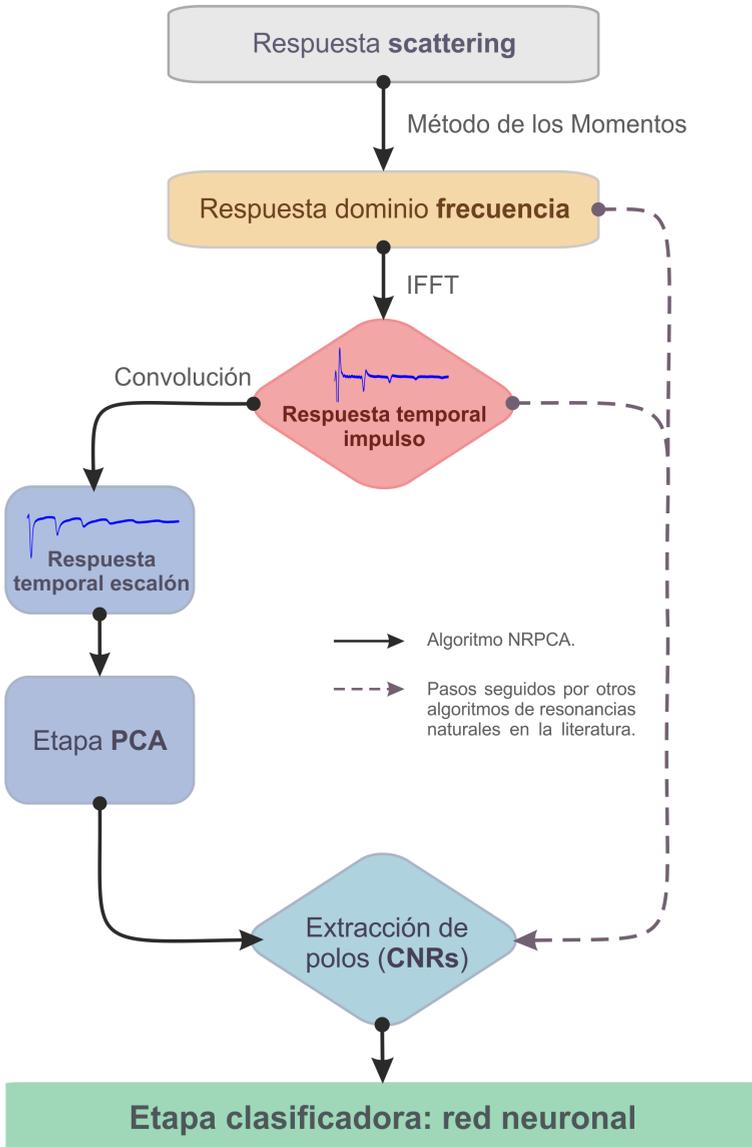


Figura 6.1: Esquema general del procedimiento NRPCA para la clasificación de blancos de radar, descrito en esta sección.

Cuando se tengan las CNRs de la respuesta se elegirán un número conveniente de parámetros acorde con la complejidad de nuestro problema (siempre intentando que ese número sea mínimo) y lo haremos pasar por nuestra red neuronal que clasificará según esos parámetros al objeto o blanco al que pertenecen. Como tipo más sencillo de red clasificadora elegiremos un perceptrón multicapa (MLP) cuya topología vendrá dada por la cantidad de parámetros de entrada que tengamos, el número de clases o grupos,... que variará según nuestro problema.

Una idea importante que hay que señalar es la del cálculo de la matriz PCA. Se ha dicho que necesitamos señales de varios ángulos posibles, para que cuando se proyecte nuestra señal (de cualquier ángulo) a través de PCA lo haga correctamente, ya que PCA necesita información a priori de cómo es la señal para sintetizarla con precisión. Ya se vio en la introducción lo diferentes que son las señales temporales a distintos ángulos, por eso se deben tener modelos para PCA de ángulos diferentes.

Pero, ¿significa esto que se necesitan muchos modelos para la clasificación? No exactamente. Los modelos para diferentes ángulos se necesitan única y exclusivamente para el cálculo de la matriz PCA no para las tareas de clasificación directamente. Esto quiere decir que se tienen dos conjuntos de modelos o señales patrón diferentes: el usado para el PCA y el usado como entrenamiento de la red neuronal. El primero necesitará muestras de cada objeto a distintos ángulos, mientras que el segundo sólo necesitará una muestra por objeto. No tienen por qué ser las mismas señales. Más adelante se verá que problemas puede conllevar la elección de los datos para el cálculo de la matriz PCA.

El PCA sólo es necesario hacerlo una vez antes del entrenamiento, pues las matrices sirven para todas las señales que proyectemos después, tanto las de entrenamiento como las de clasificación.

Otro aspecto interesante es que todas las señales patrón que se utilicen no tienen porque ser ruidosas, es decir, que no hace falta que se especifique ni al PCA ni a la red neuronal que señales son ruidosas y cuales no, ya que el sistema se encargará en parte de eliminar el ruido existente en las respuestas. Esto es muy útil cuando las señales

patrón son respuestas generadas en un laboratorio o en condiciones controladas sin apenas ruido y que son respuestas patrón incluidas en grandes librerías de blancos. También decir que las señales de entrenamiento se elegirán sólo de un ángulo de orientación, sin preocuparnos de los demás, pues esperamos que nuestro sistema sea independiente del ángulo.

También se ha señalado en el gráfico la etapa opcional que consiste en usar la proyección de los datos PCA como parámetros clasificadores, que sólo se utilizará en el caso que se tenga poco poder discriminante en las CNRs y que no preocupe demasiado aumentar el tiempo de convergencia y el tamaño de la red neuronal. Por ejemplo, cuando los blancos que se estén clasificando sean de geometría y característica físicas muy parecidas y las diferencias entre sus firmas de blanco muy pequeñas.

6.2. Simulaciones

Para probar el funcionamiento del algoritmo NRPCA se sintetizarán distintas respuestas de scattering de blancos geométricos diferentes: hilo delgado, esfera, cono-esfera y cilindro con terminaciones esféricas, todos ellos con superficie conductora. Se escogerán cuatro tamaños diferentes para cada tipo de objeto geométrico. El rango del ángulo de orientación elegido está entre 30° - 60° por simplificación de cálculo.

Se compararán los resultados obtenidos con el algoritmo propuesto NRPCA con dos esquemas expuestos en [Lee et~al. \(2003\)](#): NFNN Caso 1 (utiliza como entrada de la red las dos primeras CNR) y NFNN Caso 2 (utiliza sólo los parámetros de la primera CNR) y donde las resonancias naturales se extraen directamente de la respuesta temporal.

Como señales modelo para la matriz PCA elegiremos dos respuestas para cada clase de objeto de diferente tamaño, a 30° y a 60° . En total 8 señales distintas sin ruido. Al ejecutar el PCA el coeficiente $pr = 0,998$ para las quince primeras componentes principales, con las

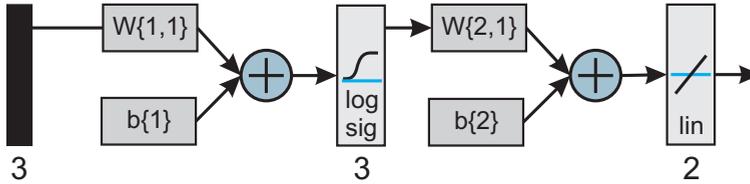


Figura 6.2: Esquema de la red neuronal utilizada en las simulaciones.

cuales se construye la matriz PCA. Más adelante se verá cómo va a influir esta elección.

Para el entrenamiento se escogerá sólo un patrón para cada blanco, sin importar el ángulo, sólo cuatro respuestas en total. Y como parámetros de clasificación se trabajará por lo dicho en el capítulo 5, dando preferencia a las frecuencias angulares ω . En las simulaciones de este capítulo se tienen sólo cuatro clases para clasificar para cada tipo de objeto y será más que suficiente elegir como parámetros discriminantes (entradas de la red neuronal) a las dos primeras frecuencias angulares, ω_1 y ω_2 , y el primer coeficiente de amortiguamiento α_1 . En total, sólo tres parámetros.

Con estos datos, la red puede ser construida de manera muy sencilla. Comencemos eligiendo solamente una capa oculta con tres neuronas. En definitiva, un MLP con una capa de entrada de 3 neuronas, una oculta con 3 neuronas y una de salida con dos neuronas (cada grupo está identificado por un vector de dos componentes de valores 1 o -1). Un total de 15 conexiones interneuronales. Un esquema de la red se puede ver en la figura 6.2. Como funciones de activación se han elegido tangentes sigmoides entre la capa de entrada y la oculta, y lineales de la capa oculta a la de salida. el método de entrenamiento es mediante el descenso del gradiente del error usando el método del *momentum*.

6.2.1. Resultados

Para ilustrar mejor los resultados de clasificación obtenidos con el método NRPCA se comparará con los obtenidos por el algoritmo des-

Ruido \ Método		De la respuesta impulso	De NRPCA
	SNR=-5dB	CNR 1	$-1,253 \pm 6,694j$
	CNR 2	$-0,542 \pm 8,066j$	$-0,320 \pm 6,133j$
SNR=+5dB	CNR 1	$-0,274 \pm 2,878j$	$-0,261 \pm 2,918j$
	CNR 2	$-0,415 \pm 5,996j$	$-0,379 \pm 6,108j$
SNR=+25dB	CNR 1	$-0,253 \pm 2,910j$	$-0,259 \pm 2,910j$
	CNR 2	$-0,380 \pm 6,017j$	$-0,380 \pm 6,018j$
Valores analíticos	CNR 1	$-0,260 \pm 2,906j$	
	CNR 2	$-0,381 \pm 6,007j$	

Tabla 6.1: Valores de las dos primeras CNRs del hilo delgado conductor de longitud unidad calculadas mediante el método descrito en Lee et al. (2003) directamente de la respuesta impulso temporal y mediante el método NRPCA tratado en este capítulo para diferentes SNR.

crito en Lee et al. (2003) para el pequeño catálogo de blancos creado anteriormente. En esta referencia se extraen directamente los polos de las señales temporales de la respuestas impulso mediante GPOF. Como sistema clasificador se elige una red neuronal MLP con una sólo capa oculta de cuatro neuronas y aprendizaje mediante el método de descenso del gradiente. Dos casos se distinguen en su método: usando las dos primeras CNRs (que aquí se llamará método *NNFN Caso 1*, acrónimo de método de resonancias naturales caso 1) y usando sólo la primera CNR (que denominaremos *NNFN Caso 2*). Como inicio, en la tabla ?? se muestran los valores de las dos primeras CNRs calculadas según el método del Lee et al. (2003) (directamente de la respuesta temporal) y según el método propuesto en esta memoria (a través de PCA) en una media de 10 medidas, comparadas con el valor teórico que corresponde a cada una de ellas.

Se comprueba que aunque a SNR altas los valores son muy semejantes entre sí y cercanos a los valores teóricos, a SNR=5dB ya se aprecian diferencias entre ellos, sobre todo en la segunda CNR. A SNR=-5dB la diferencia es aún mayor, pero las CNRs calculadas por el método propuesto en esta memoria se acercan más a los valores teóricos. Esta diferencia puede darnos una idea de cómo puede ser la clasificación.

El entrenamiento del algoritmo NRPCA se realiza con una matriz de cuatro clases por tres parámetros cada una; en el método NNFN Caso 1 esa matriz es de cuatro clases por cuatro parámetros, y en el NNFN Caso 2 de cuatro clases por dos parámetros. Nuestra matriz de datos toma la forma siguiente:

$$entr = \begin{pmatrix} \omega_{CNR1}^1 & \omega_{CNR1}^2 & \omega_{CNR1}^3 & \omega_{CNR1}^4 \\ \alpha_{CNR1}^1 & \alpha_{CNR1}^2 & \alpha_{CNR1}^3 & \alpha_{CNR1}^4 \\ \omega_{CNR2}^1 & \omega_{CNR2}^2 & \omega_{CNR2}^3 & \omega_{CNR2}^4 \end{pmatrix}$$

Donde los superíndices denotan el número de clase (de 1 a 4, en este caso) y los subíndices *CNR1* y *CNR2* indican la pertenencia a la primera o segunda resonancia compleja natural, respectivamente. En nuestro ejemplo, el ángulo que se ha tomado para los patrones de entrenamiento ha sido de 30° .

En la figura 6.3 se ve la convergencia de la red en nuestro método 6.3a y en el *MRN Caso 1* en la figura 6.3b. La convergencia es un poco superior en el método propuesto en esta memoria (en *epochs*, que es una iteración que va desde que se introduce la matriz de datos de entrenamiento, se calculan los errores y se vuelve a introducir la matriz de datos). Pero el tiempo de cada epoch es menor en nuestro caso, ya que la matriz de entrenamiento tiene un tamaño menor. También hay menos conexiones (menos neuronas) y la red necesita más tiempo para encontrar la disposición de pesos idónea.

Una vez que la red haya convergido y haya alcanzado el objetivo de variación del error propuesto, se deben de generar una serie de señales de test que se utilizarán para probar si la red recién creada clasifica correctamente. Estas señales de test se construyen igual que las de entrenamiento: generando la señal escalón, sintetizando la respuesta a través de la matriz PCA calculada anteriormente, aplicando GPOF y quedándose con las dos primeras frecuencias angulares y el primer factor de amortiguamiento. Las señales que se usarán de test pertenecen a los cuatro grupos o clases de clasificación a las que se les añade ruido blanco gaussiano en el rango -5dB:5dB:50dB y recibidas con ángulos diferentes dentro del rango 30° - 60° . Para generar la ma-

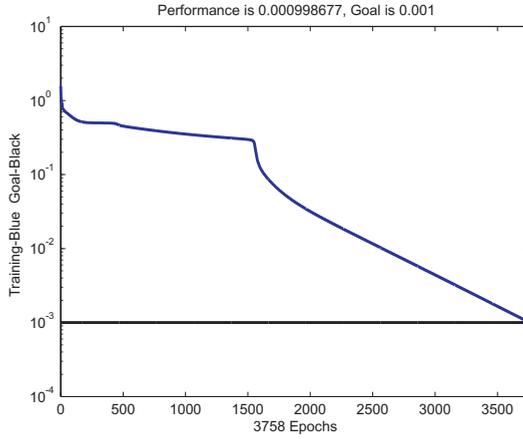
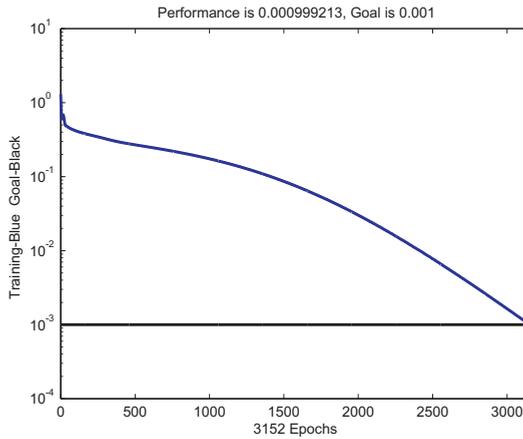
(a) Método *NRPCA*.(b) Método *NNFN 1*.

Figura 6.3: Tiempos de convergencia de las redes usadas por el método descrito en esta memoria (*NRPCA*) y por el *NNFN Caso 1*.

triz de test de los otros métodos se hace exactamente lo mismo que en el caso anterior pero sin pasar por la etapa de PCA y escogiendo los parámetros que correspondan. Cuántas más señales se generen, mejor, pues hacemos mayor la población estadística. En este caso hemos generado cien señales para todos los métodos.

6.2.2. Hilo delgado conductor

Parte de estos resultados han sido publicados en [Garzon-Guerrero et-al. \(2007b\)](#). Las respuestas se sintetizan a partir de las diez primeras resonancias naturales del hilo, calculadas analíticamente según el modelo teórico del hilo delgado conductor. Se tomarán cuatro hilos delgados con longitudes $L=0.7, 0.8, 0.9$ y 1 , normalizadas a la longitud de un hilo patrón. El valor medio de la tasa de clasificación es 100 % para una relación señal-ruido (SNR) de 30dB o superior para todos los métodos (figura 6.4a). Pero a SNR bajas, el acierto del algoritmo propuesto NRPCA tiene un mejor comportamiento. El método *NNFN Caso 1* comienza a bajar en aciertos a partir de esa SNR y termina con un porcentaje del 52.4 % a SNR=-5dB. El método *MRN Caso 2* baja del 100 % por debajo de SNR=25dB (aunque con unos porcentajes altos), y a ruidos muy altos (SNR=-5dB) el acierto desciende hasta el 64.2 %. Sin embargo, nuestro método mantiene el 100 % de acierto hasta la SNR=5dB e incluso a los -5dB se observa un porcentaje de éxito del 79.1 %. Los errores en la clasificación son debidos a la creación de polos espúreos del método GPOF al aplicarse a la señal reconstruida, \mathbf{x}_r . Dichos polos espúreos desplazan a los polos verdaderos a puestos inferiores y que por tanto no son colocados en el orden correcto. Esto podría atenuarse usando más señales con ángulos diferentes para el PCA, aunque todavía no se ha encontrado una solución elegante. *NFNN Caso 2* se comporta mejor que el *Caso 1* debido al error (sobre todo a partir del segundo par) que estos algoritmos introducen al extraer las resonancias naturales. NRPCA disminuye el error en la extracción de esas componentes aumentando el éxito en la clasificación.

También se puede comprobar ahora si nuestro método es independiente del ángulo de orientación del blanco. Como en el método

PCA sólo se han usado los ángulos de 30° y 60° , se verá si para los ángulos intermedios los aciertos son los mismos que para los ángulos anteriores. En la figura 6.5 se tiene ese porcentaje de aciertos frente al ángulo de incidencia (agrupados por las decenas) para los tres métodos. Se observa que, efectivamente, los aciertos son muy semejantes para todos los ángulos. Para el método propuesto en esta memoria ese porcentaje medio es mayor (una media superior al 97%), y ligeramente inferior para los otros dos métodos (92% y 88%). Lógicamente, las señales no clasificadas en estos casos son las correspondientes a las SNR más bajas.

6.2.3. Blancos geométricos tridimensionales con superficies conductoras

Alguna parte de los siguientes resultados han sido publicados en Garzon-Guerrero et al. (2009). Las señales de los objetos tridimensionales han sido sintetizadas mediante la resolución en el dominio del tiempo de la ecuación integral del campo magnético (MFIE) por el método de los momentos, utilizando las funciones de base espaciales de Rao-Glisson y polinomios de interpolación lagrangiana. Los blancos se han modelado usando parches triangulares para formar la totalidad de la superficie de los objetos. Se han elegido cuatro tamaños distintos para cada cuerpo: esfera (radios de 0.8m a 1.4m), cono-esfera (de radio 0.8m a 1.4m y longitud de 1.39m a 2.42m) y cilindro con terminaciones esféricas (de radio 0.8m a 1.5m y longitud de 2.40m a 4.50m). Como en el apartado anterior se han escogido ángulos entre 30° - 60° para verificar la independencia con los ángulos de orientación de los blancos.

Los resultados de clasificación son parecidos para los tres objetos y se comportan de manera similar al hilo conductor. Para la esfera (figura 6.4b), por encima de $\text{SNR}=30\text{dB}$ el porcentaje de acierto es del 100% en los tres métodos. Para señales más ruidosas el porcentaje disminuye en los algoritmos NFNN Caso 1 y Caso 2, mientras que el algoritmo NRPCA se mantiene sin ningún error hasta $\text{SNR}=20\text{dB}$. Cuando se trata de señales muy ruidosas ($\text{SNR}=-5\text{dB}$) el algoritmo NRPCA obtiene un porcentaje de 68,4% mientras que NFNN Caso 1 y

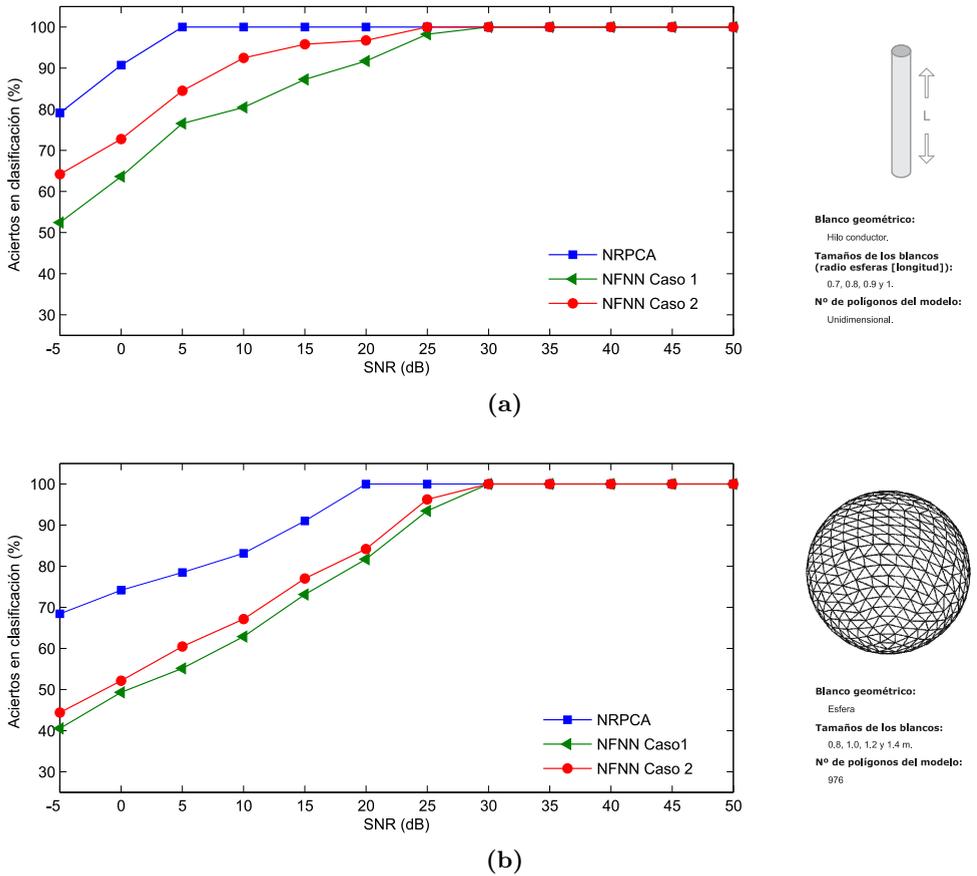


Figura 6.4: Porcentaje medio de aciertos en clasificación del método NRPCA y de dos métodos descritos en Lee et al. (2003) (NFNN Caso 1 y NFNN Caso 2) para cuatro tamaños de objetos de las clases de hilo delgado (a) y esfera (b). El rango de SNR en las señales es de -5dB:50dB.

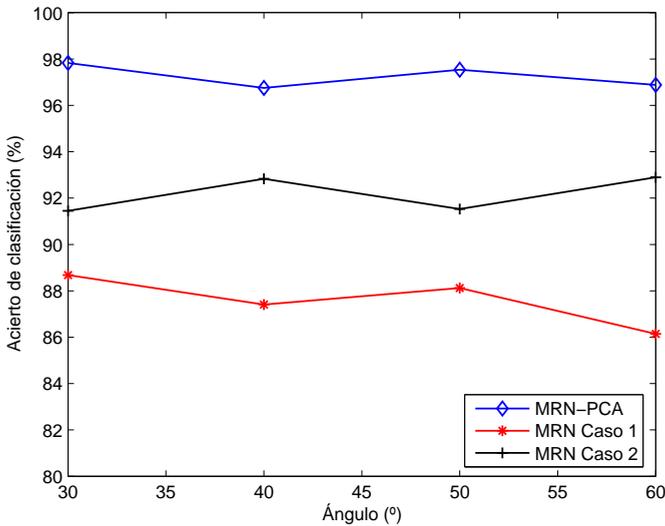
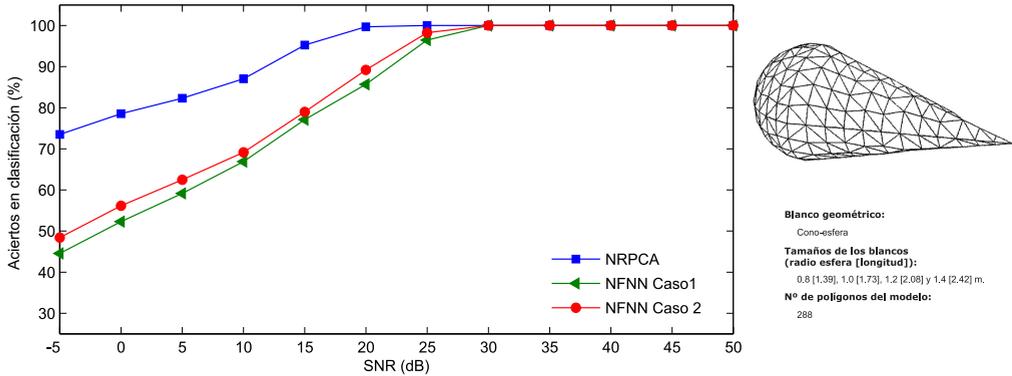


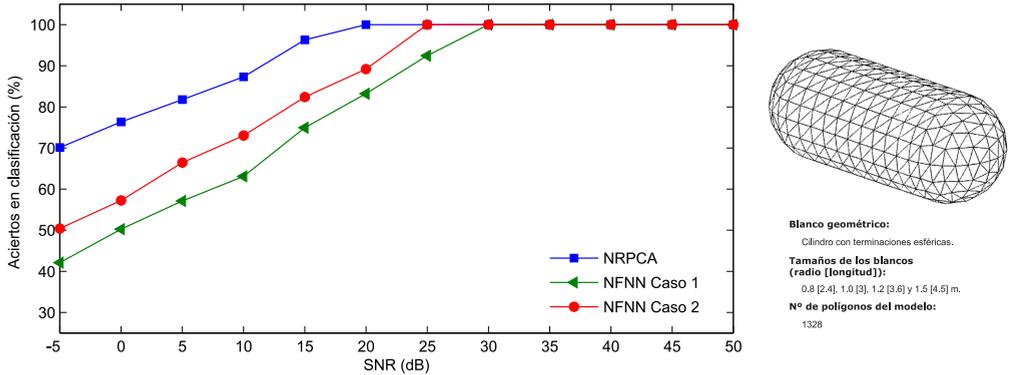
Figura 6.5: Porcentaje de aciertos en clasificación del método propuesto en esta memoria según el ángulo de incidencia.

Caso 2 alcanzan 40,6 % y 44,4 %, respectivamente. Con la cono-esfera (figura 6.6a) y el cilindro con terminaciones esféricas (figura 6.6b) la situación es semejante: el método NRPCA se mantiene con un alto porcentaje de acierto incluso en ambientes muy ruidosos obteniendo un porcentaje de éxito a $\text{SNR}=-5\text{dB}$ de 71,5 y 70,1 para dichos objetos, mientras que para el mismo ruido los resultados de NFNN Caso 1 y Caso 2 están por debajo del 50 %.

Se observa también que el porcentaje de éxito disminuye con mayor rapidez en el caso de los cuerpos tridimensionales conductores (figuras 6.4b, 6.6a y 6.6b) que en las señales del hilo conductor (figura 6.4a). Esto es resultado de la generación de las señales sintetizadas de los blancos a través de MFIE, ya que en las respuestas aparece una componente de poca magnitud que no tiene significado físico pero que afecta, sobre todo, al tramo de late-time de la señal, justamente la que se utiliza para el cálculo de las resonancias naturales. De este modo, la extracción de la segunda resonancia y posteriores se ve muy afectada por la mezcla del ruido y de esa componente, además del error



(a)



(b)

Figura 6.6: Porcentaje medio de aciertos en clasificación del método NRPCA y de dos métodos descritos en Lee et al. (2003) (NFNN Caso 1 y NFNN Caso 2) para cuatro tamaños de objetos de las clases de cono-esfera (a) y cilindro con terminaciones esféricas (b). El rango de SNR en las señales es de -5dB:50dB.

cometido por el método de extracción GPOF. Con bajo SNR, cuando es necesaria más de una resonancia para la clasificación, el acierto disminuye debido a ese error en las componentes de CNR de menor magnitud. Para aumentar el porcentaje de éxito se debería eliminar esa componente de la señal de respuesta.

6.3. Conclusiones

El objetivo de este capítulo ha sido conseguir un sistema de clasificación de blancos de radar independiente del ángulo de orientación de los mismos con respecto a la onda de excitación y lo más robusto posible ante el ruido. Para la primera condición se han utilizado parámetros que de por sí fueran independientes del ángulo y que sólo dependieran de la geometría del blanco: las resonancias complejas naturales, polos complejos cuya parte real corresponde al coeficiente de amortiguamiento α y la imaginaria a la frecuencia angular de resonancia ω . El conjunto de las CNRs de un objeto forma una verdadera firma del blanco, que contiene información acerca de su geometría y propiedades físicas.

La extracción de polos (o CNRs) de la señal temporal escalón se realiza por método de la matriz pencil (GPOF).

Se ha visto también que, en la práctica tras la extracción de las CNRs, la independencia de ángulo es cierta para las primeras resonancias naturales y que la frecuencia angular tiene menos dependencia con el ángulo que el factor de amortiguamiento. Además la frecuencia angular ω se ha mostrado mejor frente a otras pruebas que α : mayor capacidad discriminante y un mejor comportamiento frente al ruido. Por este motivo, en la elección de parámetros clasificadores para el método propuesto siempre daremos preferencia a ω .

Mediante una librería de blancos de referencia y mediante el método de componentes principales (PCA), se puede proyectar nuestra señal al espacio PCA (eligiendo sólo las primeras componentes principales) y de nuevo volver al espacio original. De este modo se obtiene una señal sintetizada en la cual la mayor parte de las componentes

ruidosas se han eliminado. Los CNRs calculados a través de esta nueva respuesta son mucho menos sensibles al ruido. La elección de los datos modelo que se usan en el análisis PCA es un punto crítico, pues de ellos depende la correcta síntesis de la señal. Se ha observado que a SNRs muy bajas pueden aparecer algunas veces CNRs espúreas de magnitud apreciable y que producen firmas de blanco incorrectas, cuando se eligen pocas señales modelo o algunas no adecuadas. En general, cuantas más señales modelo se tengan en el PCA, mejor se generará la señal.

Una vez elegidos los parámetros de clasificación del modelo propuesto (según el problema concreto) se necesita un sistema que discrimine y clasifique entre clases. Se ha escogido una red neuronal tipo perceptrón multicapa (MLP) por la sencillez de su construcción, su adaptación a nuevos cambios, su comportamiento ante el ruido, su facilidad de implementarlo en hardware casi directamente... La topología se construye según el problema concreto y cuánto más simple, mejor.

En las simulaciones realizadas los resultados obtenidos por el método propuesto en esta memoria han sido bastante satisfactorios para casi todas las SNR simuladas. Con aciertos del 100 % para $SNR > 5\text{dB}$ y cerca del 80 % para -5dB . Esto significa una diferencia mínima cercana al 15 % comparada con los métodos de clasificación descritos en Lee et al. (2003), con independencia del ángulo.

Capítulo **7**

Extensión del método NRPCA para señales contaminadas con ruido gaussiano arbitrario

La mayor parte de los métodos de extracción de resonancias anteriormente señalados trabajan bajo ambientes de ruido blanco. En situaciones reales, la respuesta del blanco es contaminada con otro tipo de señales que provienen de los métodos físicos de adquisición de datos o del propio ambiente por el que se transmite la información, como ecos o señales de interferencia. Aunque esta contaminación puede ser tratada como ruido, la dificultad radica en el hecho de que generalmente este ruido no es blanco y a veces ni si-

quiera es gaussiano. Por ello es necesario extender el estudio de la detección al caso de trabajar con ruido coloreado. Es imprescindible por tanto el uso de la estadística de alto orden (HOS). En la bibliografía se muestran algunas formas de estimación de parámetros mediante HOS Papadopoulos and Nikias (1990) y su aplicación a las señales de radar Ruiz et al. (1999a).

En este capítulo se realizará una extensión del método de la Matriz Pencil Generalizado para ambientes de ruido arbitrario (sección 7.1) para después en el apartado 7.2 aplicarlo al algoritmo NRPCA visto en el capítulo 6 y proceder con algunas simulaciones para probar su funcionamiento (apartado 7.3).

7.1. El método Matrix Pencil y estadística de alto orden (HOS)

Cuando la señal del objeto radar está contaminada con ruido espectralmente blanco, el método de la Matriz Pencil (GPOF) estima de una forma más exacta los polos de la señal que otros métodos de la bibliografía. Pero es un método enmarcado en la estadística de segundo orden de la señal y por tanto no puede usarse directamente en medios de ruido coloreado, ya que este tipo de algoritmos se basan precisamente en la suposición de que el ruido aditivo es espectralmente blanco. La diferencia entre el ruido blanco y el de color es que los valores de este último están correlacionados de ellos de alguna manera. Para poder aplicar el método GPOF al caso de ruido coloreado es necesario utilizar además técnicas de tratamiento de señal que sean inmunes a las características espectrales del ruido, siempre y cuando éste sea estadísticamente gaussiano, tales como las técnicas poliespectrales con orden mayor o igual a tres. En este artículo se usará estadística de cuarto orden, en particular el estimador tipo FOC (*Fourth-Order Cumulants* Ruiz et al. (1999a)) en el que se trabajará con una matriz de momentos de cuarto orden en lugar de con una matriz de correlaciones.

En particular se utilizará un estimador para los momentos de cuarto orden tipo *biased* de este tipo:

$$c_y(-\tau, -\tau, -\tau) = \frac{1}{N} \left[\sum_{i=r_1}^{r_2} y_i y_{i-\tau} [(y_{i-\tau})^*]^2 - \left(\sum_{i=r_1}^{r_2} y_i y_{i-\tau} \right) \left(\sum_{i=r_1}^{r_2} [(y_{i-\tau})^*]^2 \right) - 2 \left(\sum_{i=r_1}^{r_2} y_i y_{i-\tau}^* \right) \left(\sum_{i=r_1}^{r_2} y_{i-\tau} y_{i-\tau}^* \right) \right]$$

Donde τ es el retraso en las muestras de la señal, $r_1 = \max(1, \tau)$ y $r_2 = \min(N, N + \tau)$. Los datos de la señal dados por este estimador FOC se almacenarán en la siguiente matriz de momentos de cuarto orden:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_y(0,0,0) & c_y(-1,-1,-1) & \cdots & c_y(-L,-L,-L) \\ c_y(-1,-1,-1) & c_y(-2,-2,-2) & \cdots & c_y(-L-1,-L-1,-L-1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_y(-L,-L,-L) & c_y(-L-1,-L-1,-L-1) & \cdots & c_y(-2L,-2L,-2L) \end{bmatrix}$$

A partir de \mathbf{C} se construyen dos matrices de retardo: \mathbf{C}_1 (matriz formada con las L primeras columnas de la matriz de momentos \mathbf{C}) y \mathbf{C}_2 (construida con las L últimas columnas de la matriz \mathbf{C}). En este caso \mathbf{C}_1 y \mathbf{C}_2 son equivalentes respectivamente a \mathbf{Y}_1 e \mathbf{Y}_2 en la expresión ???. De este modo el cálculo de los polos de la señal bajo estadística de cuarto orden queda reducido a resolver la ecuación de autovalores de la matriz pencil expresada ahora como $\mathbf{C}_2 - \lambda \mathbf{C}_1$, siendo equivalente al camino seguido en la sección 2.3.1. A partir de aquí se denotará a la aplicación del método GPOF con cumulantes de cuarto orden como GPOF-FOC.

7.2. Extensión básica del método NRPCA a la estadística de cuarto orden (NRPCA-FOC)

En el capítulo 6 y en Garzon-Guerrero et~al. (2008) se describía el método de clasificación NRPCA (de *Natural Resonances and Principal Component Analysis*) en el que se aplica una etapa previa de PCA para minimizar los efectos del ruido en el proceso de extracción de resonancias bajo ruido blanco gaussiano. En la presente sección se presenta una extensión del método para señales contaminadas con ruido gaussiano coloreado. En una primera aproximación de esta extensión se utilizará la etapa de PCA lineal para la proyección y reconstrucción de la señal, y se aplicará el algoritmo de matriz pencil modificado GPOF-FOC para la extracción de las resonancias naturales. A esta extensión del algoritmo se denotará como NRPCA-FOC.

Al igual que se propuso en el capítulo 6 el método NRPCA-FOC puede resumirse en dos etapas principales.

- Etapa 1: entrenamiento y datos de referencia

Un conjunto de respuestas de blancos de referencia (\mathbf{X}) son elegidas para realizar la etapa de PCA y obtener la matriz de transformación \mathbf{E}_p . Las respuestas en el dominio del tiempo son convolucionadas con una función escalón unitaria, así conseguimos un mejor comportamiento en las resonancias halladas mediante GPOF-FOC. Se utiliza una red neuronal como sistema clasificador, del tipo perceptrón multicapa (MLP) con algoritmo de back-propagation y con minimización del error mediante el método de descenso del gradiente con momentum. Para el entrenamiento de la red pueden usarse las mismas señales de referencia (\mathbf{X}). Las resonancias complejas (CNRs) son extraídas de la señal reconstruida \mathbf{x}_r mediante el método GPOF-FOC como se vio en la sección 7.1. Estas CNRs serán usadas como entradas de la red neuronal

- Etapa 2: esquema clasificadorio

La segunda etapa consiste en el testeo y clasificación. El esquema de clasificación consta de los siguientes pasos:

- La señal adquirida es convertida en una respuesta escalón y es reconstruida mediante la etapa PCA tal y como muestra la sección ?? para obtener \mathbf{x}_r (expresión ??).
- Las CNRs son extraídas de la señal reconstruida, \mathbf{x}_r .
- Las primeras CNRs (o sus componentes individuales, α y ω) son usadas como entradas de la red MLP entrenada, encargada de la discriminación.

7.3. Simulaciones y Resultados

Parte de los resultados que se muestran en este capítulo han sido publicados en [Garzon-Guerrero et~al. \(2010\)](#). Para probar el funcionamiento del algoritmo NRPCA-FOC se sintetizarán distintas respuestas de scattering de un hilo delgado conductor, construidas a partir de las diez primeras resonancias naturales del hilo, calculadas analíticamente según el modelo teórico. Se escogerán cuatro tamaños diferentes (longitudes $L=0.7, 0.8, 0.9$ y 1 , normalizadas a la longitud de un hilo patrón) y un rango del ángulo de orientación entre 30° - 60° . Como parámetros discriminantes se eligen las componentes de la primera CNR (α_1 y ω_1) y la frecuencia natural de la segunda CNR (ω_2), las cuales serán las entradas de la red neuronal, una MLP con una sola capa oculta.

Un conjunto de señales ruidosas se genera para cada blanco de referencia, con una relación señal-ruido SNR desde $50dB$ a $-5dB$. El ruido aditivo se ha considerado estadísticamente gaussiano y coloreado. Se ha generado haciendo pasar ruido blanco por un filtro FIR de orden 15 cuya respuesta impulso es

$$h_n = \sum_{i=1}^{15} a_i \delta(n - i) \quad (7.1)$$

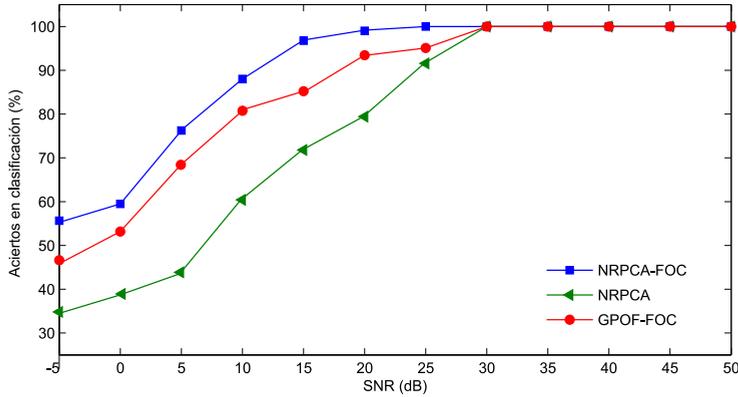
donde los coeficientes del filtro se han elegido como 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.7, 0.6, 0.5, 0.0, 0.0, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.7, 0.6, 0.5. Los valores y la forma de construir el ruido de color son los utilizados usualmente en la literatura [Papadopoulos and Nikias \(1990\)](#) en estudios similares.

Se compararán los resultados obtenidos con el algoritmo extendido NRPCA-FOC con los que obtiene el método NRPCA original expuesto en el capítulo 6 y también aplicando directamente el método de la matrix pencil con la ampliación a estadística de alto orden (GPOF-FOC).

En las figuras 7.1 y 7.2 se muestra la tasa de acierto medio en clasificación para los diferentes blancos realizadas sobre una gran población de medidas. Se puede observar que el método original NRPCA, al ser un método de estadística de segundo orden, tiene la tasa de acierto más baja a menor SNR, es decir, tiene mal comportamiento cuando el ruido coloreado cobra importancia. Entre los dos algoritmos con estadística de orden superior se muestra que NRPCA-FOC tiene en general mejor comportamiento que GPOF-FOC, pero a SNR muy bajas la diferencia se hace menor, a $SNR = -5dB$ la tasa de acierto de NRPCA-FOC es de alrededor de un 71% y la de GPOF-FOC está sobre un 69%. Esto es así porque a baja SNR la etapa previa de PCA no realiza correctamente su función, puesto que no es capaz de eliminar todo el ruido en la reconstrucción de la señal ya que los valores del ruido coloreado están correlacionados entre ellos. Una posible mejora para el algoritmo sería sustituir la etapa previa de PCA lineal por otra de mejor comportamiento ante ruido de color, por ejemplo utilizar algún de PCA no lineal como el Kernel PCA (KPCA).

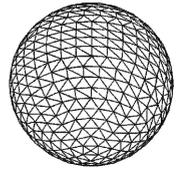
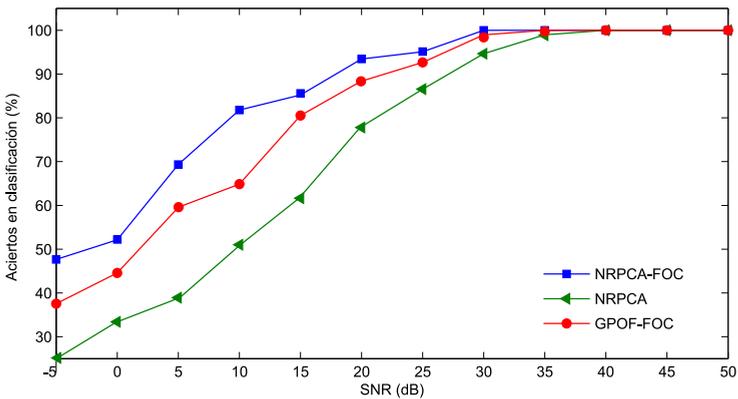
7.4. Conclusiones

En este capítulo se ha propuesto una extensión para ambientes de ruido coloreado del el algoritmo de clasificación de blancos de radar NRPCA visto en capítulos anteriores (6) que tiene la ventaja de ser independiente del ángulo de orientación del blanco. Esta ampliación permite usar el método cuando se trabaja con señales contaminadas con ruido gaussiano de color y no solo cuando éste es espectralmente blanco. Para ello se ha hecho uso de la estadística de alto orden (HOS) y en particular de estimadores basados en cumulantes de cuarto orden (FOC) para establecer un método adecuado de extracción de resonancias naturales en presencia ruido coloreado y basado en al-



Blanco geométrico:
Hilo conductor.
Tamaños de los blancos (longitud):
0.7, 0.8, 0.9 y 1.
Nº de polígonos del modelo:
Unidimensional.

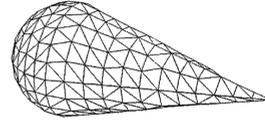
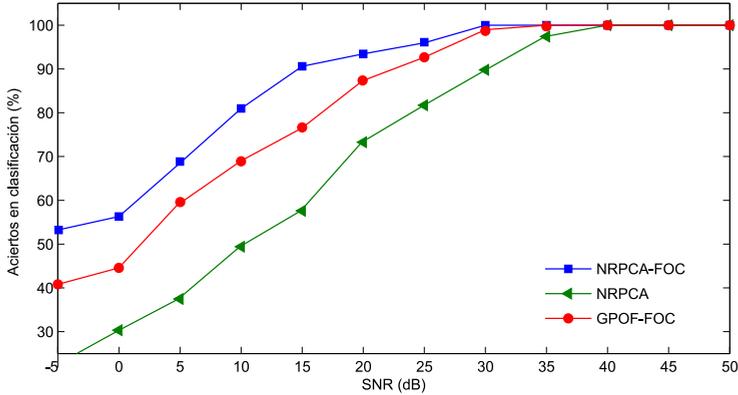
(a)



Blanco geométrico:
Esfera
Tamaños de los blancos:
0.8, 1.0, 1.2 y 1.4 m.
Nº de polígonos del modelo:
976

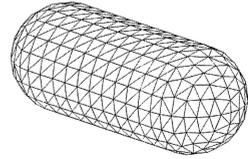
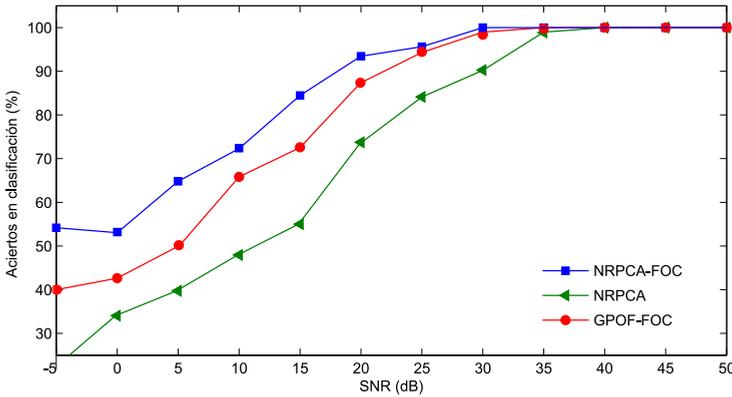
(b)

Figura 7.1: Porcentaje medio de aciertos en clasificación de los métodos NRPCA-FOC, NRPCA y GPOF-FOC para cuatro tamaños de las clases de hilo delgado (a) y esfera (b). El rango de SNR en las señales es de -5dB:50dB.



Blanco geométrico:
 Cono-esfera
Tamaños de los blancos (radio esfera [longitud]):
 0.8 [1.39], 1.0 [1.73], 1.2 [2.08] y 1.4 [2.42] m.
Nº de polígonos del modelo:
 288

(a)



Blanco geométrico:
 Cilindro con terminaciones esféricas.
Tamaños de los blancos (radio [longitud]):
 0.8 [2.4], 1.0 [3], 1.2 [3.6] y 1.5 [4.5] m.
Nº de polígonos del modelo:
 1328

(b)

Figura 7.2: Porcentaje medio de aciertos en clasificación de los métodos NRPCA-FOC, NRPCA y GPOF-FOC para cuatro tamaños de las clases de cono-esfera (a) y de cilindro con terminaciones hemisféricas (b). El rango de SNR en las señales es de -5dB:50dB.

goritmo de la matriz pencil: el GPOF-FOC. La nueva extensión del método clasificatorio, denominada NRPCA-FOC, se basa en hacer pasar las señales ruidosas por una etapa previa de PCA lineal (donde se usa información a priori de los objetos de referencia para reconstruir las respuestas) para después extraer sus resonancias mediante GPOF-FOC. Para las simulaciones se ha tomado un hilo delgado conductor de cuatro longitudes diferentes y se han sintetizado las respuestas temporales de excitación por un pulso electromagnético contaminadas con ruido gaussiano de color de diversa magnitud. El algoritmo NRPCA-FOC tiene mejor comportamiento que el NRPCA original y que el GPOF-FOC (sección 7.3). A SNR muy bajos la mejora es menor, ya que el ruido de color (cuyos valores están correlacionados) provoca que la etapa previa de PCA lineal no sea capaz de reconstruir la señal con fidelidad. Cambiar esa etapa por otra de mejor comportamiento ante el ruido coloreado será el siguiente paso de mejora.

Capítulo 8

Análisis de componentes principales en estadística de alto orden: Kernel PCA

8.1. Técnicas kernel

El uso de núcleos (kernels) puede servir para realizar generalizaciones no-lineales de algoritmos lineales existentes.

Sea un conjunto de observaciones al igual que se mostró en el capítulo 3, \mathbf{x}_k , con $k = 1, \dots, n$ siendo n el número de blancos patrón de nuestra librería, cada uno de ellos con m muestras ($\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^m$). Suponemos que nuestros datos tienen media cero

$$\sum_{k=1}^m \mathbf{x}_k = 0 \quad (8.1)$$

Como se vió en el capítulo 3 la matriz de covarianza de los datos venía dada por:

$$C = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j \mathbf{x}_j^T \quad (8.2)$$

El análisis de componentes principales intentaba encontrar la dirección de la proyección que maximizaba esta varianza, lo cual era equivalente a encontrar los autovalores de la matriz de covarianza:

$$\lambda \mathbf{u} = C \mathbf{u} \quad (8.3)$$

válido para $\lambda \geq 0$ y $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$, siendo estos últimos los autovectores del problema. Y como en la expresión 8.2:

$$C \mathbf{u} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\mathbf{x}_j \cdot \mathbf{u}) \mathbf{x}_j \quad (8.4)$$

implica que todas las soluciones de \mathbf{u} deben estar en el espacio generado por el conjunto de vectores $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n$. Así pues Smola et al. (1998):

$$\lambda(\mathbf{x}_k \cdot \mathbf{u}) = (\mathbf{x}_k \cdot C \mathbf{u}) \quad \text{para } k = 1, \dots, n \quad (8.5)$$

Pero, ¿y si en lugar de reducir el espacio de características a partir de los datos originales se hiciese sobre una transformación o *mapeo* de los mismos? Esto es lo que intenta conseguir la técnica de *Kernel Principal Component Analysis* (KPCA).

8.1.1. Técnica Kernel PCA

Este método se basa en sustituir el espacio original de las observaciones (que en nuestro caso corresponde a \mathbb{R}^m , el muestral) por un espacio provisto de un producto escalar a través de una función ϕ . En KPCA cada vector original \mathbf{x} es proyectado desde el espacio origen, \mathbb{R}^m , a un espacio de Hilbert de mayor dimensionalidad, \mathbb{R}^F , a través de una función o mapeado no lineal:

$$\phi : \mathbb{R}^m \xrightarrow{\phi} \mathbb{R}^F \quad \text{con } F \gg m \quad (8.6)$$

Nótese que la dimensión del nuevo espacio puede ser arbitrariamente grande. Partiendo de la misma suposición sobre la cual se construyó la matriz de covarianza C (datos con media nula), se supondrá que los datos están centralizados en el nuevo espacio (después se explicará la manera de hacerlo) y se procederá a construir la matriz de covarianza en el nuevo espacio:

$$C_\phi = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \phi(\mathbf{x}_j) \phi(\mathbf{x}_j)^T \quad (8.7)$$

Trabajando en este nuevo espacio podemos seguir pasos similares a los ya vistos para el PCA. En este caso debemos encontrar los valores propios no nulos ($\lambda > 0$) y sus respectivos valores propios \mathbf{u}_ϕ que satisfacen la ecuación de autovalores:

$$\lambda \mathbf{u}_\phi = C_\phi \mathbf{u}_\phi \quad (8.8)$$

Y al igual que antes, las soluciones de \mathbf{u}_ϕ deben de estar dentro del espacio generado por $\phi(\mathbf{x}_1), \phi(\mathbf{x}_2), \dots, \phi(\mathbf{x}_n)$. Entonces:

$$\lambda(\phi(\mathbf{x}_k) \cdot \mathbf{u}_\phi) = (\phi(\mathbf{x}_k) \cdot C \mathbf{u}_\phi) \quad \text{para } k = 1, \dots, n \quad (8.9)$$

Además, es posible definir los vectores propios en términos de las proyecciones del nuevo espacio como una combinación lineal:

$$\mathbf{u}_\phi = \sum_{i=1}^n \xi_i \phi(\mathbf{x}_i) \quad (8.10)$$

Agrupando las dos expresiones anteriores:

$$\lambda \sum_{i=1}^n \xi_i (\phi(\mathbf{x}_k) \cdot \phi(\mathbf{x}_i)) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i (\phi(\mathbf{x}_k) \cdot \sum_{j=1}^n \phi(\mathbf{x}_j)) (\phi(\mathbf{x}_j) \cdot \phi(\mathbf{x}_i))$$

para $k = 1, \dots, n$ (8.11)

Se define ahora la llamada matriz de kernel \mathbf{K} (de dimensiones $n \times n$) como:

$$\mathbf{K} = K_{ij} = k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \phi(\mathbf{x}_i) \cdot \phi(\mathbf{x}_j) \quad (8.12)$$

Se puede reescribir la expresión 8.11 como:

$$n\lambda \mathbf{K} \xi = \mathbf{K}^2 \xi \quad (8.13)$$

Donde ahora ξ es el vector columna que sintetiza la representación de \mathbf{u}_ϕ dada en la expresión 8.10 a través del conjunto de observaciones mapeadas por ϕ . Las soluciones de la ecuación anterior son las mismas que las de este problema de autovalores:

$$n\lambda \xi = \mathbf{K} \xi \quad (8.14)$$

De esta forma los valores propios asociados a ξ corresponden a $n\lambda$, así cada uno de los vectores \mathbf{u}_ϕ tiene el mismo ordenamiento de los ξ . En próximos apartados se darán las pautas para la centralización de los datos en el espacio de características.

8.2. Reconstrucción de la señal original tras la etapa KPCA

Es necesario recordar que el algoritmo de clasificación de blancos de radar expuesto en el capítulo 6 necesitaba reconstruir la señal de scattering del blanco a través de la etapa PCA para poder extraer las resonancias naturales de la misma. En el caso de trabajar con KPCA en lugar de PCA esa reconstrucción de la señal original no es tan trivial como lo era entonces. La manera de hacerlo se expondrá a lo largo de este apartado.

En el apartado 8.1.1 se ha visto cómo KPCA lleva los datos del espacio origen a un espacio de características de dimensión superior a través de un mapeado no lineal ϕ y que básicamente sólo depende de los productos escalares $\phi(\mathbf{x}_i)^T \cdot \phi(\mathbf{x}_j)$ en el espacio de características y los cuales pueden ser obtenidos de forma eficiente mediante una función núcleo o kernel, k , adecuada para el problema que se desee solucionar.

Para la mayor parte de los métodos de clasificación o extracción de características que utilizan KPCA u otros métodos kernel (Sarma et~al. (2008), Teixeira et~al. (2009), Hong-xing et~al. (2010)) es muy importante la función de mapeado ϕ , ya que utilizarán los datos en el nuevo dominio para extracción de características o reducción de los datos. Sin embargo, el camino inverso es el realmente interesante para los objetivos de esta memoria. Partir del espacio de características de vuelta al espacio original mediante un mapeado inverso recibe el nombre en la literatura del *problema de la preimagen* Teixeira et~al. (2008).

Como se ha comentado, se podría decir que el KPCA es hacer un PCA habitual a los datos que hemos mapeado en el espacio de características mediante ϕ . En el caso de tener un conjunto de medidas ruidosas de blancos de radar, podríamos mapearlas al espacio de características, hacer un PCA de esos datos, quedarnos con las componentes principales que maximizan la varianza y, al igual que se mostraba en el apartado 3.2 del capítulo 3, reconstruir la señal

eliminando una buena parte de las componentes ruidosas. Pero en el caso del KPCA esa reconstrucción estaría todavía en el espacio de características y no en el espacio original. Se debería de realizar un mapeo inverso, deshaciendo el cambio de espacio efectuado por ϕ , para obtener las señales sin ruido en el espacio original.

Desafortunadamente, ese camino inverso o preimagen exacta no tiene por qué existir de manera habitual y sólo se podrá obtener una solución aproximada. Pero es que incluso esa solución aproximada no es trivial, ya que la dimensión de nuestro espacio de características puede llegar a ser infinito. Posibles soluciones a este problema han sido propuestas para kernel de determinadas características (por ejemplo, los de tipo gaussiano) como el método de iteración de punto fijo [Mika et al. \(1999\)](#). Uno de los problemas de este método es que es bastante inestable y no siempre converge convenientemente, pues al tratarse de un problema de optimización no-lineal se puede caer en un mínimo local siendo claves las suposiciones iniciales a nuestro problema. También en [Burges \(1996\)](#) se propone una solución algebraica para los kernels de tipo polinómico de segundo grado.

En esta memoria se va a utilizar una reciente idea aportada en [Kwok and Tsang \(2004\)](#) para trabajar con un método algebraico y no iterativo para obtener la reconstrucción de nuestra señal. Dicha idea se basa en que aunque el inverso de ϕ no siempre existe, sí que suele haber una relación simple entre la distancia en el espacio de características y la distancia del espacio original para muchos kernels usados en la literatura [Williams \(2002\)](#).

8.2.1. PCA en el espacio de características

Dado nuestro conjunto de medidas temporales $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m \in \mathbb{R}^n$ (siendo n el número de blancos modelo) definimos la siguiente matriz de centrado:

$$\mathbf{H} = \mathbf{I} - \frac{1}{m} \mathbf{1}\mathbf{1}^T \quad (8.15)$$

Donde \mathbf{I} es la matriz identidad (dimensión $m \times m$) y $\mathbf{1}$ es un vector columna unitario de dimensión $m \times 1$. Se considera también la matriz $\mathbf{U} = [\boldsymbol{\xi}_1, \dots, \boldsymbol{\xi}_m]$ como aquella cuyas columnas contienen los autovectores de la ecuación de KPCA en 8.14 (siendo $\boldsymbol{\xi}_i = [\xi_{i1}, \dots, \xi_{im}]$) y otra matriz cuya diagonal contiene sus autovalores $\boldsymbol{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_m)$. Atendiendo a la ecuación 8.14 se puede expresar en relación con las nuevas definiciones de la siguiente manera:

$$\mathbf{HKH} = \mathbf{U}\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{U}^T \quad (8.16)$$

Con \mathbf{K} siendo la matriz kernel que se vio anteriormente y con valores $K_{ij} = k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$. Para tener el centrado de nuestros datos en el nuevo espacio de características debemos definir la media de los mismos como:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m \phi(\mathbf{x}_i) \quad (8.17)$$

Y ahora se puede definir la función de mapeado *centrada* $\tilde{\phi}$:

$$\tilde{\phi}(\mathbf{x}) = \phi(\mathbf{x}) - \bar{\phi} \quad (8.18)$$

Con estas definiciones se puede calcular el autovector k -ésimo de la matriz de covarianza en el espacio de características

$$\mathbf{v}_k = \sum_{i=1}^m \frac{\xi_{ki}}{\sqrt{\lambda_k}} \tilde{\phi}(\mathbf{x}_i) = \frac{1}{\sqrt{\lambda_k}} \tilde{\phi}(\boldsymbol{\xi}_k) \quad (8.19)$$

donde $\tilde{\phi}$ es la representación centralizada de las m columnas de tiempos de entrada $[\tilde{\phi}(\mathbf{x}_1), \tilde{\phi}(\mathbf{x}_2), \dots, \tilde{\phi}(\mathbf{x}_m)]$. Se considerará ahora β_k como la proyección del mapeado de un vector de datos $\phi(\mathbf{x})$ sobre la componente k -ésima de los autovectores en el espacio de características:

$$\beta_k = \phi(\mathbf{x})^T \mathbf{v}_k = \frac{1}{\sqrt{\lambda_k}} \sum_{i=1}^m \xi_{ki} \tilde{\phi}(\mathbf{x})^T \tilde{\phi}(\mathbf{x}_i) \quad (8.20)$$

Los dos últimos factores pueden sustituirse por análogo teniendo en cuenta la función kernel definida en 8.12:

$$\tilde{k}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = \tilde{\phi}(\mathbf{x})^T \tilde{\phi}(\mathbf{x}_i) \quad (8.21)$$

Se puede desarrollar el anterior término centralizado en relación a la función kernel k para dos argumentos cualesquiera y usando las expresiones 8.15 y 8.12:

$$\begin{aligned} \tilde{k}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &= \tilde{\phi}(\mathbf{x})^T \tilde{\phi}(\mathbf{y}) \\ &= (\phi(\mathbf{x}) - \bar{\phi})^T (\phi(\mathbf{y}) - \bar{\phi}) \\ &= k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) \\ &\quad - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m k(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}) + \frac{1}{m^2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \end{aligned} \quad (8.22)$$

Si se agrupan todos los términos $k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_m)$ en una sola variable $\mathbf{k}_x = [k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_1), \dots, k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_m)]^T$ queda que:

$$\tilde{k}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - \frac{1}{m} \mathbf{1}^T \mathbf{k}_x - \frac{1}{m} \mathbf{1}^T \mathbf{k}_y + \frac{1}{m^2} \mathbf{1}^T \mathbf{K} \mathbf{1} \quad (8.23)$$

Del mismo modo pueden agruparse los términos centralizados y desarrollar en forma matricial los términos sustituyendo el resultado de la expresión anterior y la definición 8.15 :

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{k}}_x &= [\tilde{k}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_1), \dots, \tilde{k}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_m)]^T \\
&= \mathbf{k}_x - \frac{1}{m} \mathbf{1}\mathbf{1}^T \mathbf{k}_x - \frac{1}{m} \mathbf{K}\mathbf{1} + \frac{1}{m^2} \mathbf{1}\mathbf{1}^T \mathbf{K}\mathbf{1} \\
&= \mathbf{H} \left(\mathbf{k}_x - \frac{1}{m} \mathbf{K}\mathbf{1} \right)
\end{aligned} \tag{8.24}$$

Con todo esto, la expresión de la proyección sobre el k -ésimo autovector de la expresión 8.20 puede ponerse de forma más compacta:

$$\beta_k = \frac{1}{\sqrt{\lambda_k}} \xi_k^T \tilde{\mathbf{k}}_x \tag{8.25}$$

Aunque lo realmente interesante es saber la proyección de $\phi(\mathbf{x})$ sobre el subespacio generado por los primeros p autovectores que se denotará como $P\phi(\mathbf{x})$ (ver figura ??):

$$\begin{aligned}
P\phi(\mathbf{x}) &= \sum_{k=1}^p \beta_k \mathbf{v}_k + \bar{\phi} = \sum_{k=1}^p \frac{1}{\lambda_k} (\xi_k^T \tilde{\mathbf{k}}_x) (\tilde{\phi} \xi_k) + \bar{\phi} \\
&= \tilde{\phi} \mathbf{M} \tilde{\mathbf{k}}_x + \bar{\phi}
\end{aligned} \tag{8.26}$$

Siendo $\mathbf{M} = \sum_{k=1}^p \lambda_k^{-1} \xi_k \xi_k^T$ una matriz simétrica.

8.2.2. Reconstrucción de la señal en el espacio original

Como se ha comentado, en la mayor parte de los casos la señal reconstruida de \mathbf{x} no se podrá calcular de forma exacta y se tendrá que buscar una reconstrucción aproximada (o preimagen) que llamaremos $\hat{\mathbf{x}}$ la cual cumplirá que $\phi(\hat{\mathbf{x}}) \simeq P\phi(\mathbf{x})$. Para dos datos cualquiera en el espacio original, \mathbf{x}_i y \mathbf{x}_j , se puede calcular la distancia euclídea entre ambos $d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ y del mismo modo se puede hacer el cálculo de la distancia entre sus proyecciones (centradas) en el espacio de características $\tilde{d}(\phi(\mathbf{x}_i), \phi(\mathbf{x}_j))$. Para determinados kernels existe una relación

simple entre esas dos distancias (ver Williams (2002)). Dado un vector de los datos de origen \mathbf{x} y su mapeado en el espacio de características $\phi(\mathbf{x})$, se puede proyectar este último sobre el subespacio de los autovectores $P\phi(\mathbf{x})$ tal y como se vió en la expresión 8.26. Para cada patrón de entrenamiento \mathbf{x}_i , la proyección $\phi(\mathbf{x})$ estará separada de los respectivos $\phi\mathbf{x}_i$ por una distancia en el espacio de características de $\tilde{d}(P\phi(\mathbf{x}), \phi(\mathbf{x}_i))$ (ver figura ??). De acuerdo con la relación entre distancias mencionada en Williams (2002), se puede obtener la distancia en el espacio de origen entre la preimagen deseada $\hat{\mathbf{x}}$ y cada uno de los \mathbf{x}_i originales que se han usado de referencia o entrenamiento.

Es decir, se tiene por el lado de nuestro espacio KPCA la proyección $P\phi(\mathbf{x})$ y su distancia con respecto al mapeado de las señales patrón (las $\phi(\mathbf{x}_i)$). Por el lado de nuestro espacio original tenemos las señales patrón originales (los \mathbf{x}_i) y la distancia de cada uno de ellos a la señal reconstruida $\hat{\mathbf{x}}$ (figura ??). También tenemos una ligadura entre las distancias definidas en ambos espacios. Se podría saber el valor de $\hat{\mathbf{x}}$ mediante triangulación con las señales conocidas (más o menos como se halla la posición geográfica mediante antenas de telefonía móvil o gps).

Y es aquí donde entra en juego el Escalado Multidimensional (*Multidimensional Scaling*, MDS Borg and Groenen (2010)). Este método es parecido al PCA pero en lugar de construir una matriz ordenada maximizando la varianza de los datos, lo que hace el MDS es dada una matriz de distancias o de diferencias entre varios elementos intenta encontrar una representación de los mismos que mantenga esas diferencias entre cada par de ellos.

De este modo, se podrán mantener las ligaduras de las distancias o no similitudes entre la proyección $P\phi(\mathbf{x})$ y el resto de elementos para devolver dicha proyección al espacio original. Cuando exista una reconstrucción exacta, esta satisfará perfectamente las ligaduras de distancia en el espacio original. Si no existe solución exacta, al menos la reconstrucción de la señal cumplirá esas ligaduras aproximadamente.

8.2.2.1. Distancia en el espacio de características

Sean como antes dos señales patrón \mathbf{x} y \mathbf{x}_i . La distancia (al cuadrado) entre la proyección $P\phi(\mathbf{x})$ y el mapeado de $\phi\mathbf{x}_i$ viene dada por (distancia centralizada):

$$\tilde{d}^2(P\phi(\mathbf{x}), \phi(\mathbf{x}_i)) = \|P\phi(\mathbf{x})\|^2 + \|\phi(\mathbf{x}_i)\|^2 - 2P\phi(\mathbf{x})^T \phi(\mathbf{x}_i) \quad (8.27)$$

Desarrollando el primer sumando y sustituyendo en ella el resultado de la expresión 8.26:

$$\begin{aligned} \|P\phi(\mathbf{x})\|^2 &= \left(\sum_{k=1}^p \beta_k \mathbf{v}_k + \bar{\phi} \right)^T \left(\sum_{k=1}^p \beta_k \mathbf{v}_k + \bar{\phi} \right) \\ &= \sum_{k=1}^p \beta_k^2 + \bar{\phi}^T \bar{\phi} + 2\bar{\phi}^T \tilde{\phi} \mathbf{M} \tilde{\mathbf{k}}_x \end{aligned} \quad (8.28)$$

Y haciendo lo propio con la expresión 8.24:

$$\begin{aligned} \|P\phi(\mathbf{x})\|^2 &= \tilde{\mathbf{k}}_x^T \mathbf{M} \tilde{\mathbf{k}}_x + \frac{1}{n^2} \mathbf{1}^T \mathbf{K} \mathbf{1} + 2 \left(\frac{1}{n} \mathbf{1}^T \mathbf{K} - \frac{1}{n^2} \mathbf{1}^T \mathbf{K} \mathbf{1} \mathbf{1}^T \right) \mathbf{M} \tilde{\mathbf{k}}_x \\ &= \frac{1}{n^2} \mathbf{1}^T \mathbf{K} \mathbf{1} + \left(\mathbf{k}_x - \frac{1}{n} \mathbf{1} \mathbf{1}^T \mathbf{k}_x + \frac{1}{n} \mathbf{K} \mathbf{1} - \frac{1}{n^2} \mathbf{1} \mathbf{1}^T \mathbf{K} \mathbf{1} \right)^T \mathbf{M} \tilde{\mathbf{k}}_x \\ &= \frac{1}{n^2} \mathbf{1}^T \mathbf{K} \mathbf{1} + \left(\mathbf{k}_x + \frac{1}{n} \mathbf{K} \mathbf{1} \right)^T \mathbf{H}^T \mathbf{M} \mathbf{H} \left(\mathbf{k}_x - \frac{1}{n} \mathbf{K} \mathbf{1} \right) \end{aligned} \quad (8.29)$$

Desarrollando parte del tercer sumando de la ecuación 8.27:

$$\begin{aligned} P\phi(\mathbf{x})^T \phi(\mathbf{x}_i) &= (\tilde{\phi} \mathbf{M} \tilde{\mathbf{k}}_x + \bar{\phi})^T \phi(\mathbf{x}_i) \\ &= \left(\mathbf{k}_{x_i} \frac{1}{n} \mathbf{1} \mathbf{1}^T \mathbf{k}_{x_i} \right)^T \mathbf{M} \tilde{\mathbf{k}}_x + \frac{1}{n} \mathbf{1}^T \mathbf{k}_{x_i} \\ &= \mathbf{k}_{x_i}^T \mathbf{H}^T \mathbf{M} \mathbf{H} \left(\mathbf{k}_x - \frac{1}{n} \mathbf{K} \mathbf{1} \right) + \frac{1}{n} \mathbf{1}^T \mathbf{k}_{x_i} \end{aligned}$$

Con lo anterior, la distancia en el espacio de características de la expresión 8.27 nos queda:

$$\begin{aligned} \tilde{d}^2(P\phi(\mathbf{x}), \phi(\mathbf{x}_i)) &= \frac{1}{n^2} \mathbf{1}^T \mathbf{K} \mathbf{1} + K_{ii} - \frac{2}{n} \mathbf{1}^T \mathbf{k}_{x_i} \\ &+ \left(\mathbf{k}_x + \frac{1}{n} \mathbf{K} \mathbf{1} - 2\mathbf{k}_{x_i} \right)^T \mathbf{H}^T \mathbf{M} \mathbf{H} \left(\mathbf{k}_x - \frac{1}{n} \mathbf{K} \mathbf{1} \right) \end{aligned} \quad (8.30)$$

Con $K_{ii} = k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i)$.

8.2.2.2. Distancia en el espacio original y tipos de kernels

Los elementos de que se dispone, según se vió en el anterior apartado, es la proyección $P\phi(\mathbf{x})$ y las distancias a las proyecciones de las señales patrón $\phi(\mathbf{x}_i)$ en el espacio de características. La cuestión ahora es saber como preservar esas mismas distancias en el espacio original para obtener nuestra preimagen. Pero en lugar de utilizar todas las señales patrón de que disponemos, se utilizarán el menor número de ellas posible para reducir el gasto de cálculo. Para ello se tendrán en cuenta sólo los vecinos más cercanos. Las distancias cuadráticas entre la proyección y sus q vecinos más cercanos son:

$$\mathbf{d}^2 = [d_1^2, d_2^2, \dots, d_q^2]^T \quad (8.31)$$

Con esta restricción no se comete un gran error, según el escalado multidimensional tal y como se muestra en [Borg and Groenen \(2010\)](#), ya que son las discordancias más pequeñas entre los datos las que tienen más peso y aunque se eliminan se continúa conservando la estructura local [Kwok and Tsang \(2004\)](#).

Para seguir desarrollando el proceso es necesario escoger un tipo de kernel para calcular todas las distancias anteriores. Para los kernel de tipo isotrópico, que son aquellos en los que la función kernel k sólo depende de la distancia cuadrática entre los dos elementos evaluados, de la forma $k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \kappa(\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2)$, la relación entre las distancias

en el espacio de características \tilde{d}_{ij} y en el espacio original d_{ij} viene dada por Williams (2002):

$$\tilde{d}_{ij}^2 = \tilde{d}^2(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = K_{ii} + K_{jj} - 2\kappa(\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2) = K_{ii} + K_{jj} - 2\kappa(d_{ij}^2) \quad (8.32)$$

Y de este modo la función κ de la distancia en el espacio origen se relaciona con la distancia en el espacio de características por:

$$\kappa(d_{ij}^2) = \frac{1}{2}(K_{ii} - K_{jj} - \tilde{d}_{ij}^2) \quad (8.33)$$

En la mayoría de las funciones usadas en la literatura κ se puede invertir. Tomando como ejemplo una de las funciones kernel más usada, la de tipo Gaussiano, la función es $\kappa(z) = e^{-\beta z}$ donde β es una constante y por tanto la relación entre distancias se calcula con la expresión 8.33:

$$d_{ij}^2 = -\frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{1}{2}(K_{ii} + K_{jj} - \tilde{d}_{ij}^2) \right) \quad (8.34)$$

También se encuentra entre los más usados el kernel Gaussiano con función de base radial

$$k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \exp \left(-\frac{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2}{2\sigma^2} \right) \quad (8.35)$$

Por otra parte, para aquellos núcleos cuya función dependa de productos escalares tipo $k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \kappa(\mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j)$ también existe una relación entre los productos escalares de ambos espacios. Si se renombra $s_{ij} = \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j$ la matriz kernel es:

$$K_{ij} = \phi(\mathbf{x}_i)^T \phi(\mathbf{x}_j) = \kappa(\mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j) = \kappa(s_{ij}) \quad (8.36)$$

Como antes, los valores de κ dependerán del kernel con el que se esté trabajando. Para los núcleos de tipo polinomial donde $\kappa(z) = z^r$ (con r el orden del polinomio), K es invertible y el factor s_{ij} es $K_{ij}^{1/r}$ cuando r es impar. La relación entre las distancias quedaría en este caso:

$$d_{ij}^2 = s_{ii}^2 + s_{jj}^2 - 2s_{ij}^2 \quad (8.37)$$

De entre los polinomiales, los más usados tienen la forma:

$$k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = (\mathbf{x}_i \cdot \mathbf{x}_j)^d \quad (8.38)$$

Siendo el grado d cualquier número natural. De hecho se puede comprobar fácilmente que el método PCA lineal no es más que un caso particular de KPCA usando un kernel de tipo polinomial con grado $d = 1$. Es decir, que el KPCA es una ampliación del PCA que permite realizar proyecciones no-lineales dependiendo del tipo de núcleo con el que se trabaje.

8.2.2.3. Síntesis de la señal

Una vez elegidos los q vecinos más cercanos $(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_q)$ se centrarán primero respecto a su centroide $\bar{\mathbf{x}} = 1/q \sum_{i=1}^q \mathbf{x}_i$ y luego se elegirá un sistema de coordenadas de acuerdo a su intervalo de definición. Para ello se construye la matriz de datos $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_q]$ ($m \times q$) y se utiliza la matriz de centrado \mathbf{H} ($q \times q$) vista en 8.15. El producto $\mathbf{H}\mathbf{X}^T$ centrará los vectores de datos \mathbf{x}_i con el centroide, o lo que es lo mismo, la suma de las columnas de $\mathbf{H}\mathbf{X}^T$ es cero. Cuando se trataba de PCA lineal se comprobó que escogiendo las primeras p componentes principales se podía conservar la mayor parte de información del sistema. Al igual que entonces se elegirán las p primeras componentes de la matriz de autovectores \mathbf{U} . Por descomposición en valores singulares (SVD) podemos obtener la matrix $(\mathbf{H}\mathbf{X}^T)^T = \mathbf{X}\mathbf{H}$ de la siguiente forma:

$$\mathbf{X}\mathbf{H} = \mathbf{U}_p\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^T = \mathbf{U}_p\mathbf{Z} \quad (8.39)$$

donde $\mathbf{U}_p = [\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_p]$ es una matriz $m \times p$ con columnas ortogonales \mathbf{e}_i y $\mathbf{Z} = [\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_n]$ es una matriz $p \times q$ cuyas columnas \mathbf{z}_i son las proyecciones de \mathbf{x}_i sobre los vectores \mathbf{e}_j . La distancia cuadrática de \mathbf{x}_i al origen de nuestro sistema de coordenadas (el centroide) es $\|\mathbf{z}_i\|^2$. Se agruparán todos esos valores en el vector q -dimensional:

$$\mathbf{d}_0^2 = (\|\mathbf{z}_1\|^2, \dots, \|\mathbf{z}_q\|^2)^T \quad (8.40)$$

De acuerdo con lo visto en secciones anteriores, la preimagen de nuestros datos $\hat{\mathbf{x}}$ debe estar en el rango donde están las señales de referencia y donde la contribución de cada una de esas \mathbf{x}_i decae de manera exponencial con su distancia desde $\hat{\mathbf{x}}$ [BIBLIO]. De este modo $\hat{\mathbf{x}}$ debe de estar en el intervalo donde se encuentran los q vecinos elegidos. Se calculará imponiendo la condición de que la distancia $d^2(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{x}_i)$ sea lo más cercana posible a los valores hallados en la expresión 8.31 ($i = 1, \dots, q$):

$$d^2(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{x}_i) \simeq d_i^2 \quad (8.41)$$

Las distancias deberían conservarse si se trabajase en un caso ideal, pero esto no será siempre posible. En general no hay una imagen única y exacta en el espacio original y puede que ni siquiera exista una solución que satisfaga las condiciones de distancia. Pero a pesar de esto se puede trabajar con una solución de mínimos cuadrados para $\hat{\mathbf{z}}$. En [BIBLIO] se muestra que una solución de $\hat{\mathbf{z}}$ debe cumplir:

$$-2\mathbf{Z}^T\hat{\mathbf{z}} = (\mathbf{d}^2 - \mathbf{d}_0^2) - \frac{1}{q}\mathbf{1}\mathbf{1}^T(\mathbf{d}^2 - \mathbf{d}_0^2) \quad (8.42)$$

Y como se han centrado todos los datos la matriz $\mathbf{Z}\mathbf{1}\mathbf{1}^T = 0$. De modo que la preimagen $\hat{\mathbf{z}}$ puede expresarse como:

$$\hat{\mathbf{z}} = -\frac{1}{2}(\mathbf{Z}\mathbf{Z}^T)^{-1}(\mathbf{d}^2 - \mathbf{d}_O^2) = -\frac{1}{2}(\mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{V}^T(\mathbf{d}^2 - \mathbf{d}_O^2)) \quad (8.43)$$

Esta preimagen está definida mediante el sistema de coordenadas creado por los vectores \mathbf{e}_j . Si se desea transformar de nuevo de vuelta al espacio original de los datos se debe multiplicar por la matriz KPCA truncada \mathbf{U}_p y añadir el centroide de los datos

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{U}_p\hat{\mathbf{z}} + \bar{\mathbf{x}} \quad (8.44)$$

A partir de esta imagen sintetizada de nuestra señal se extraerán las resonancias naturales para usarlas en el clasificador.

Capítulo 9

Procedimiento de clasificación en ambiente de ruido arbitrario gaussiano: GNRPCA

En los capítulos anteriores se han mostrado algunos elementos y métodos para la clasificación de blancos de radar para ruido gaussiano. En el capítulo 6 se propuso un método robusto de clasificación para ambientes de ruido blanco gaussiano y en el capítulo 7 se realizó una primera aproximación para señales contaminadas con ruido gaussiano coloreado. En el presente capítulo se definirán dos generalizaciones para el algoritmo NRPCA basado en las técnicas de Kernel PCA estudiadas en el capítulo 8.

Este capítulo se organiza como sigue: en la sección 9.1 se describirá el procedimiento clasificatorio general que se propone en esta memoria. En la sección 9.3 se realizarán dicho método mediante simulaciones con datos numéricos; y en el apartado 9.5 se expondrán las conclusiones de este trabajo y las futuras líneas de investigación que de él se derivan.

9.1. Generalización del algoritmo NRPCA mediante técnicas tipo kernel: GNRPCA

Como se mostró en los capítulos anteriores, el proceso de detección de un blanco de radar comienza con la llegada al objeto de una onda de banda estrecha (en radares que trabajan con una sola frecuencia) o de banda ancha (con radares de tipo impulso, con los que se ha trabajado a lo largo de esta memoria). Esa onda será corrompida por el ruido antes de que alcance al objeto y su energía sea dispersada en todas direcciones, con parte de la misma volviendo de nuevo al receptor radar. Dicha dispersión depende tanto de las características físicas del blanco como de las propiedades del canal de comunicaciones. Este proceso es de naturaleza inherentemente no lineal. Cuando se utilizó la técnica PCA (capítulo ??) se comentó que dicho proceso buscaba las componentes de los datos como combinación lineal en el espacio creado por las componentes principales. Es decir, que el PCA tiende a linealizar los datos.

Por estos motivos cabe preguntarse si al aplicar la etapa PCA en el algoritmo NRPCA no se estará perdiendo información importante de las señales o dejando componentes ruidosas que afecten a la calidad del filtrado de las respuestas, sobre todo cuando se trata de ruido coloreado. El paso inmediato de actuación es eliminar la etapa de PCA lineal y trabajar con las técnicas KPCA desarrolladas en el capítulo 8.

9.1.1. Descripción del algoritmo generalizado GNRPCA

Denotaremos al nuevo algoritmo con el nombre de GNRPCA (de generalized natural resonances and PCA). La principal modificación es que se sustituye la etapa PCA por otra de kernel-PCA. En la figura 9.1 se muestra un diagrama con los pasos seguidos con el nuevo algoritmo.

Para utilizar las técnicas kernel se debe definir una función núcleo adecuada a las características. De los vistos en el capítulo 8 se elegirá para esta memoria el de tipo polinómico con grado d .

$$\mathbf{K} = K_{ij} = k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = (\mathbf{x}_i \cdot \mathbf{x}_j)^d \quad (9.1)$$

De la misma manera que en capítulos anteriores el nuevo algoritmo GNRPC puede dividirse en dos etapas principales.

9.1.1.1. Etapa 1: entrenamiento y datos de referencia

Un conjunto \mathbf{X} ($m \times n$) de respuestas escalón con m muestras temporales de n blancos de referencia es elegido para realizar el cálculo de la matriz kernel \mathbf{K} ($m \times m$) tal y como se muestra en la expresión 9.1. A \mathbf{K} se le aplica un centrado de datos mediante la construcción de la matriz de centrado \mathbf{H} ($m \times m$) definida en la expresión 8.15. Posteriormente se realiza el proceso KPCA propiamente dicho (aplicar un PCA normal a la matriz \mathbf{K} en el espacio de características) según la expresión 8.16:

$$\mathbf{H}\mathbf{K}\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^T \quad (9.2)$$

De su resolución se halla la matriz KPCA, \mathbf{U} ($m \times m$) de la cual se escogerán los primeros p autovectores (las primeras p columnas) definiendo la matriz KPCA truncada \mathbf{U}_p ($p \times m$) que será usada posteriormente.

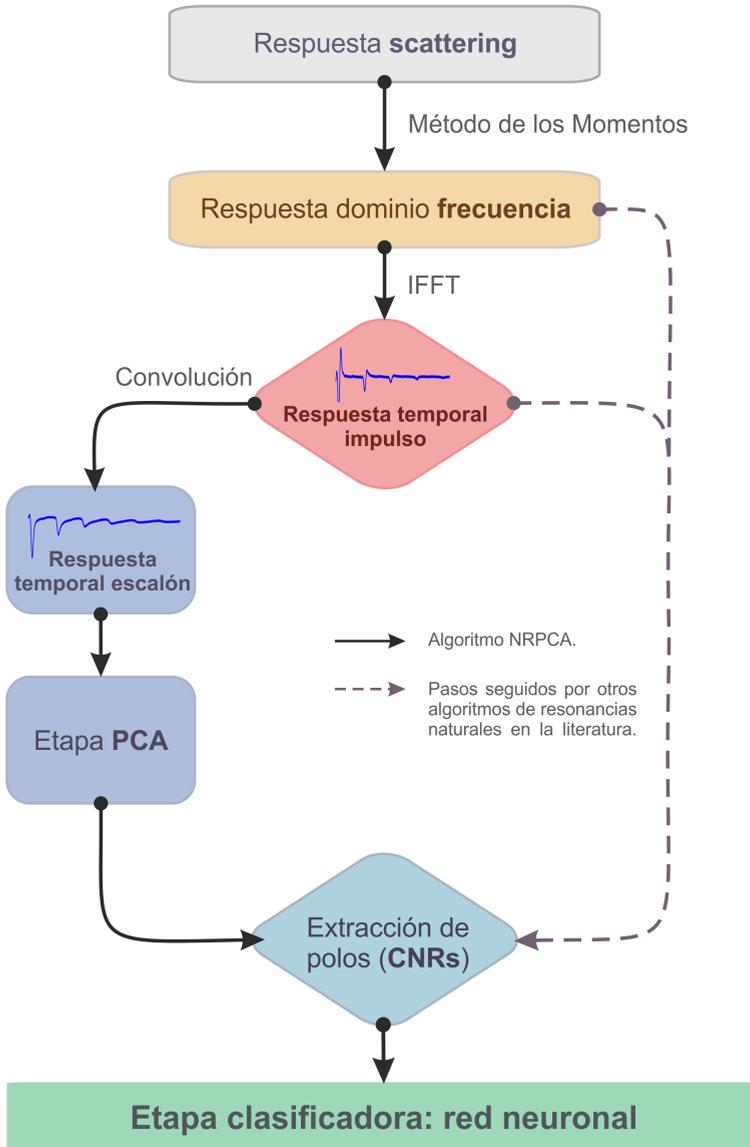


Figura 9.1: Esquema general del procedimiento GNRPCA para la clasificación de blancos de radar, descrito en esta sección.

Como sistema clasificador se volverá a usar un perceptrón multicapa MLP de la misma estructura que la usada en el método NRPCA cuyos parámetros de entrada serán las CNRs extraídas mediante el método GPOF. Para el entrenamiento de la red, el GPOF es aplicado sobre la señal reconstruida $\hat{\mathbf{x}}$ de cada una de las señales de referencia que formen parte de nuestra librería. Según se vió en la sección 8.2.2.2 y 8.2.2.3, para calcular cada preimagen $\hat{\mathbf{x}}$ habría que realizar los siguientes pasos:

- Se calculan las distancias entre la proyección de la señal que se quiera calcular sobre el espacio generado por los autovectores ($P\phi(\mathbf{x}_i)$) y la posición de cada una de las señales de la librería en el espacio de características $\phi(\mathbf{x}_i)$ obteniendo el vector de distancias \mathbf{d}^2 (dimensión $n \times 1$) definido en ??.
- Se elige un número q de vecinos más cercanos para hacer el cálculo más fiable. El vector distancias \mathbf{d}^2 es ahora de dimensión $q \times 1$.
- Se escogen de las señales de la librería los mismos q vecinos más cercanos anteriores para construir la matriz de datos \mathbf{X}_V ($m \times q$). Estas respuestas están centradas respecto a su centroide $\bar{\mathbf{x}}$. La matriz \mathbf{X}_V se centra por la matriz de centrado \mathbf{H} ($q \times q$). Se calcula la matriz de proyecciones \mathbf{Z} ($p \times q$) mediante la expresión vista en 8.39:

$$\mathbf{X}\mathbf{H} = \mathbf{U}_p\mathbf{Z} \quad (9.3)$$

Con las componentes de \mathbf{Z} se define el vector de distancia \mathbf{d}_0^2 entre las señales de la librería y el origen, como se vio en la sección 8.40. Con todo lo anterior se calcula la preimagen $\hat{\mathbf{z}}$ mediante la expresión 8.43:

$$\hat{\mathbf{z}} = -\frac{1}{2}(\mathbf{Z}\mathbf{Z}^T)^{-1}(\mathbf{d}^2 - \mathbf{d}_0^2) \quad (9.4)$$

Para volver a nuestro espacio original usamos la matriz truncada KPCA y el centroide:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{U}_p \hat{\mathbf{z}} + \bar{\mathbf{x}} \quad (9.5)$$

Cada una de las diferentes señales $\hat{\mathbf{x}}$ será introducida en el método GPOF para la extracción de sus resonancias naturales, que serán usadas como entradas y clasificadas por la red neuronal.

9.1.1.2. Etapa 2: esquema clasificatorio

La segunda etapa consiste en el testeo y clasificación con diferentes señales, que son introducidas en el sistema una vez que este haya sido conveniente entrenado. El esquema de clasificación consta de los siguientes pasos (figura 9.1):

- La señal adquirida \mathbf{x} es convertida en una respuesta escalón e introducida en la etapa KPCA. Siguiendo los pasos de la sección anterior 9.1.1.1 se obtiene la imagen reconstruida $\hat{\mathbf{x}}$.
- Las CNRs son extraídas de la señal reconstruida $\hat{\mathbf{x}}$ mediante el método GPOF.
- Las primeras CNRs o sus componentes individuales serán usadas como entradas de la red MLP entrenada, encargada de la discriminación.

En la sección 9.3 se muestran los resultados de las simulaciones realizadas con el algoritmo GNRPCA para distintos objetos geométricos conductores bajo ruido arbitrario.

9.2. Ampliación del algoritmo GNRPCA: GNRPCA-FOC

En la sección anterior se ha descrito un procedimiento generalizado para la clasificación de blancos de radar utilizando KPCA para

intentar contrarrestar el efecto del ruido no blanco y de efectos no lineales que perjudican la clasificación. Pero en el capítulo 7 también se utilizó una técnica que mejoraba los aciertos en clasificación bajo ambiente de ruido coloreado: el GPOF-FOC, una ampliación del método de la matriz pencil para estadística de cuarto orden. En este apartado se tomará como base el algoritmo GNRPCA y se modificará con la introducción de la técnica GPOF-FOC.

Los pasos del algoritmo GNRPCA-FOC son los mismos que en GNRPCA pero sustituyendo la el método GPOF por el GPOF-FOC. Los pasos de la clasificación son los siguientes:

- Partiendo de en una respuesta escalón \mathbf{x} se introduce esta en la etapa KPCA para obtener la imagen reconstruida $\hat{\mathbf{x}}$.
- Las CNRs son extraídas de la señal reconstruida $\hat{\mathbf{x}}$ mediante el método GPOF-FOC.
- Las primeras CNRs o sus componentes individuales serán usadas como entradas de la red MLP entrenada, encargada de la discriminación.

En la sección 9.3 se muestran los resultados de las simulaciones realizadas con el algoritmo GNRPCA para distintos objetos geométricos conductores bajo ruido arbitrario.

9.3. Simulaciones y resultados

En esta sección se mostrarán los resultados de las simulaciones realizadas para los algoritmos de clasificación GNRPCA y GNRPCA-FOC.

9.3.1. Simulaciones

Para probar el funcionamiento de los algoritmos se usarán distintas respuestas de scattering sintetizadas de blancos geométricos dife-

rentes: hilo delgado, esfera, cono-esfera y cilindro con terminaciones esféricas, todos ellos con superficie conductora. Se escogerán cuatro tamaños diferentes para cada tipo de objeto geométrico. El rango del ángulo de orientación elegido está entre 30° - 60° por simplificación de cálculo. Es la misma librería que se ha venido usando a lo largo de esta memoria. Las señales han sido contaminadas tando con ruido Gaussiano blanco como por ruido Gaussiano coloreado (mediante el filtro de ruido coloreado definido en la sección 7.3). El rango de SNR en las señales es de -5dB:50dB.

Para la etapa de KPCA se ha elegido un kernel de tipo polinómico de grado $d = 3$. Para la reconstrucción de la señal se ha elegido la matriz truncada KPCA (\mathbf{U}_p) con $p = 20$ y el número de vecinos próximos ha sido fijado en $q = 5$.

Se compararán los resultados obtenidos por GNRPCA y GNRPCA-FOC con los obtenidos por el algoritmo NRPCA-FOC del capítulo ?? de esta memoria y con el algoritmo descrito en ?? al que denotaremos por STO-RES.

El algoritmo STO-RES (de stochastic resonance) de Jouny (2010) se basa en la técnica de resonancia estocástica que aunque su origen no es muy actual (Benzi et-al. (1981)) ha tenido un especial auge en los últimos años en el campo de procesado de señal. El punto principal en el que se basa la técnica de resonancia estocástica es que el rendimiento de algunos detectores y clasificadores puede ser mejorado añadiendo ruido estadísticamente independiente a la señal observada, que ya de por sí puede estar contaminada con ruido. La idea de añadir ruido a la señal cobra sentido si la señal respuesta es el resultado de procesos no lineales, y ya se ha comentado que el proceso de clasificación radar contiene efectos de tipo no-lineal. En el artículo de Jouny (2010) se muestran diferentes sistemas clasificadores para usar con la resonancia estocástica. El algoritmo STO-RES usado en esta memoria usa un elemento clasificador de máxima verosimilitud asumiendo una distribución de mezcla de Gaussianas. Como ruido añadido se ha escogido ruido aditivo Gaussiano con una desviación estándar variable hasta hacerlo óptimo.

9.3.2. Resultados

En las figuras 9.2 y 9.3 se muestran los porcentajes medios de aciertos en clasificación para los métodos GRNPCA, GRNPCA-FOC, NRPCA-FOC y STO-RES definidos en apartado anterior.

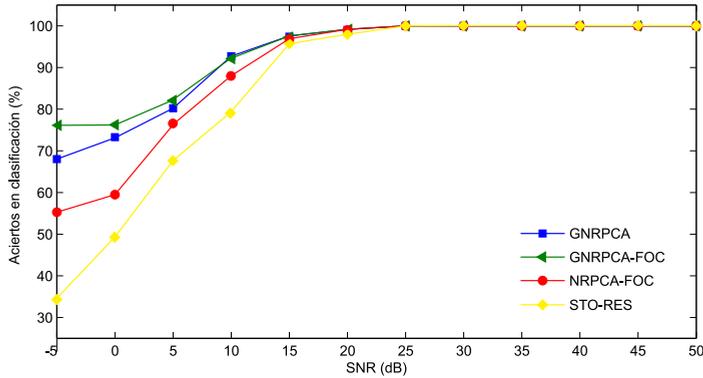
Como se puede observar, los resultados obtenidos por los algoritmos GNRPCA y GNRPCA-FOC son muy parecidos y superiores a los otros dos a SNR baja, para todos los blancos estudiados. En el caso del hilo, por ejemplo, a la más baja SNR el GNRPCA-FOC obtiene un porcentaje de acierto del 77 % frente al 68,7 % del GNRPCA, al 55,1 % del NRPCA-FOC y al 34,4 % del STO-RES. Este último algoritmo se comporta peor en la mayor parte de los casos, aunque en la esfera, conoesfera y cilindro hemisférico hay una zona entre SNR 15dB-30dB en el que supera levemente en aciertos al algoritmo NRPCA-FOC. Este peor comportamiento del STO-RES puede deberse a que no es independiente a los ángulos de orientación del blanco al no usar resonancias naturales.

Se puede decir que el GNRPCA-FOC obtiene el mayor índice de aciertos en casi todo el rango de SNR a costa de un mayor tiempo de computación, ya que trabajar con cumulantes de cuarto orden provoca un aumento en el cálculo realizado.

9.4. Algoritmos combinados

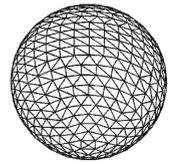
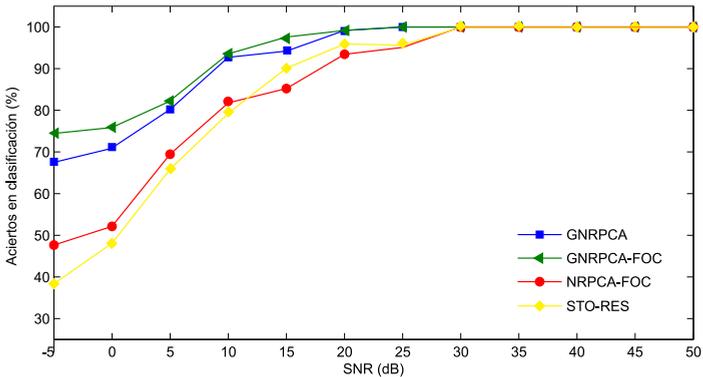
Se han mostrado a lo largo de esta memoria varios algoritmos cuyo rendimiento hemos evaluado exclusivamente respecto al porcentaje de aciertos en la clasificación. Sin embargo, en muchas ocasiones es necesario que el sistema evalúe el resultado en un tiempo determinado o se quiere limitar el tiempo de computación.

En relación al tiempo total de clasificación tomado por los algoritmos descritos en esta memoria el orden de mayor tiempo de cómputo al menor sería el siguiente: GNRPCA-FOC, NRPCA-FOC, GNRPCA, NRPCA, GPOF. Los que usan cumulantes de cuarto orden están



Blanco geométrico:
Hilo conductor.
Tamaños de los blancos (longitud):
0.7, 0.8, 0.9 y 1.
Nº de polígonos del modelo:
Unidimensional.

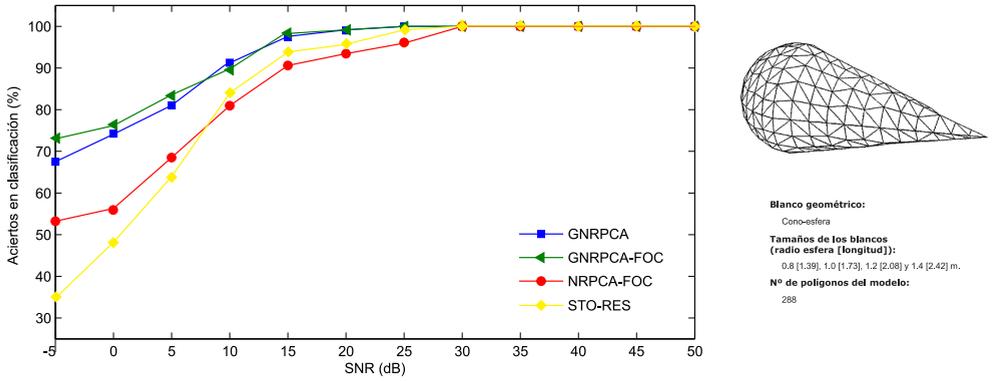
(a)



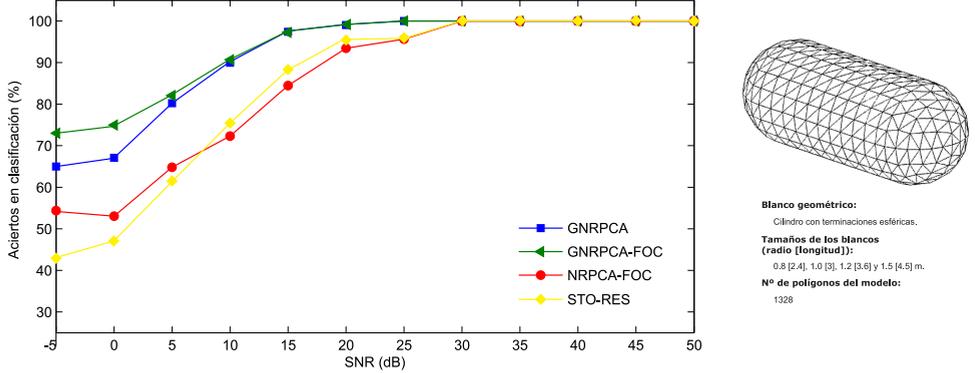
Blanco geométrico:
Esfera
Tamaños de los blancos:
0.8, 1.0, 1.2 y 1.4 m.
Nº de polígonos del modelo:
976

(b)

Figura 9.2: Porcentaje medio de aciertos en clasificación de los métodos GNRPCA, GNRPCA-FOC, NRPCA-FOC y STO-RES (de Jouny (2010)) para cuatro tamaños de objetos de las clases de hilo delgado conductor (a) y esfera conductora (b). El rango de SNR en las señales es de -5dB:50dB.



(a)



(b)

Figura 9.3: Porcentaje medio de aciertos en clasificación de los métodos GNRPCA, GNRPCA-FOC, NRPCA-FOC y STO-RES (de Jouny (2010)) para cuatro tamaños de objetos de las clases de conoesfera (a) y cilindro con terminaciones hemisféricas (b). El rango de SNR en las señales es de -5dB:50dB.

bastante penalizados. Pero no sólo interesa el tiempo total de cómputo sino el posible equilibrio que exista entre éste y el porcentaje de aciertos. Para intentar estimar un valor se creará un índice de efectividad definido como sigue:

$$\nu_a = \frac{Ac^2 \cdot \zeta}{T_c} \quad (9.6)$$

donde Ac son los aciertos en clasificación (de 0 a 1), T_c es el tiempo de computación en segundos y ζ es un factor de importancia de aciertos. Cuanto más grande sea el valor de ζ más importancia se dará a los aciertos y menos al tiempo de cómputo.

En la figura 9.4 se muestra el valor de ν_a para los algoritmos GNRPCA-FOC, GNRPCA, NRPCA y el GPOF in modificación. El valor de ζ es 10.

Se observa que a pesar del mayor número de aciertos el método GNRPCA-FOC se puede aplicar aprovechando el tiempo de cómputo en las zonas más bajas de SNR, incluso en las menores que SNR=5dB. En la siguiente zona el más eficiente es el GNRPCA, seguido por el NRPCA. Cuando la relación señal-ruido es muy grande (mayor que SNR=45dB) se puede aplicar directamente el método GPOF de extracción de resonancias, con el mismo porcentaje de aciertos y con mucho menor tiempo de cómputo.

9.5. Conclusiones

En este capítulo se han aplicado las técnicas de GPOF-FOC del capítulo 7 y KPCA estudiadas en el capítulo 8 para extender el algoritmo de clasificación NRPCA para señales contaminadas con ruido gaussiano arbitrario. En el nuevo algoritmo, la etapa de extracción de resonancias ha sido sustituida por la técnica GPOF-FOC, mientras que la etapa de resíntesis de la señal es realizada ahora por el KPCA. Los resultados de las simulaciones muestran que los dos algoritmos extendidos (GNRPCA y GNRPCA-FOC) obtienen mejores resulta-

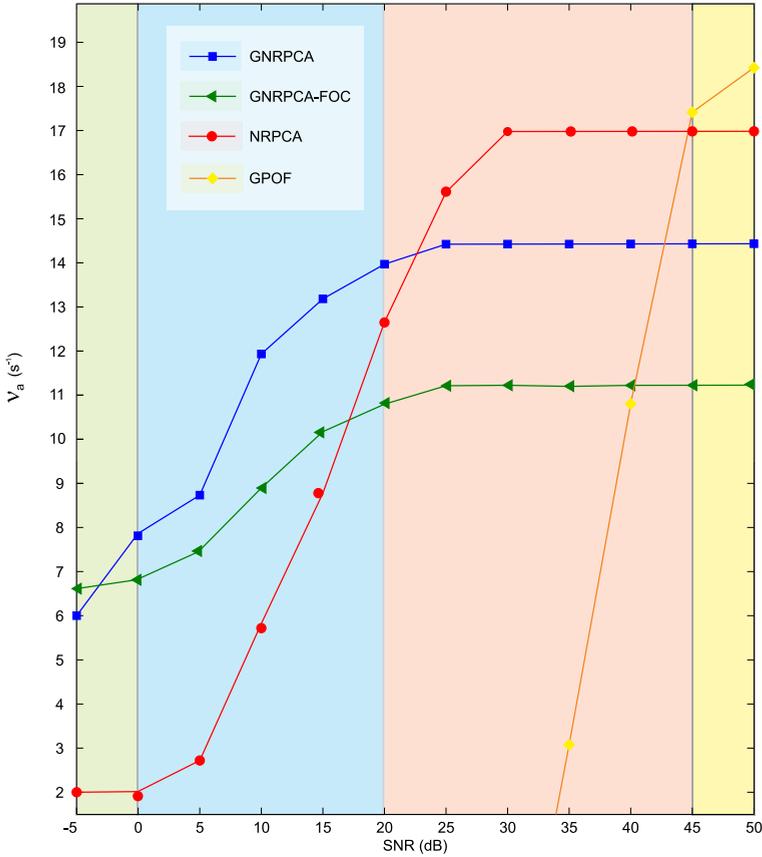


Figura 9.4: Diagramas de las zonas asignadas a cada algoritmo descrito en esta memoria según el valor del índice de efectividad ν_a (s^{-1})

dos en aciertos de clasificación en comparación con otros similares. La principal diferencia se encuentra en la zona de muy baja SNR, donde el GNRPCA-FOC se destaca a costa de un mayor coste computacional debido a la inclusión de cumulantes de cuarto orden.

126 *Procedimiento clasificatorio con ruido arbitrario gaussiano GNRPCA*

Capítulo **10**

Conclusiones y trabajo futuro

10.1. Estructura de la memoria de Tesis

La necesidad de mejorar en sistemas que clasifiquen blancos de radar de forma más eficiente y segura ha sido una de las principales motivaciones de esta memoria. Además, en la actualidad la clasificación radar no se restringe al campo de la navegación aeroespacial sino que está presente en multitud de disciplinas, como la medicina (detección de tumores...) o en arqueología y geología (uso del radar de penetración de suelo, GPR). Es por eso, que en este trabajo de tesis se han creado diferentes algoritmos que pretenden poseer importantes características básicas: ser independientes del ángulo de orientación

del blanco, ser robustos ante cualquier tipo de ruido y por supuesto tener un alto índice de acierto en la clasificación.

Como punto básico de este trabajo se han elegido las resonancias naturales complejas del blanco (CNRs) como los parámetros clasificadores por la razón de que son independientes del ángulo de orientación y sus valores sólo dependen de la geometría y propiedades físicas del blanco. También se ha comprobado que la frecuencia angular de las CNRs (la parte imaginaria) es menos sensible al ruido que el factor de amortiguamiento (la parte real). Además la frecuencia angular es menos dependiente del ángulo y tiene mayor capacidad discriminante. En cuanto al método de extracción de resonancias de la señal se ha elegido el método de la matriz pencil (GPOF) por ser el que ofrece los mejores resultados y es más eficiente computacionalmente y robusto respecto al ruido. Se ha visto que si se extraen las CNRs de la respuesta temporal de tipo escalón se obtienen resultados más estables que si se extraen desde la respuesta impulso. Todo esto ha sido estudiado en profundidad en los capítulos 2 y 5.

Pero cuando la componente ruidosa es muy grande (relación señal-ruido, SNR, baja) el sistema de extracción se vuelve muy ineficiente. Una de las aportaciones de esta memoria ha sido el añadir una etapa de análisis de componentes principales (PCA) al proceso clasificatorio para intentar minimizar el efecto del ruido. La base de esta etapa es proyectar una librería de respuestas de blancos patrón conocidos sobre el espacio vectorial generado por las componentes principales del PCA. Como las primeras componentes acumulan la mayor parte de la información se pueden eliminar las restantes y volver de nuevo al espacio original. Las componentes principales eliminadas suelen contener usualmente la información ruidosa de la señal, de modo que al eliminarlas se disminuye también el ruido en el espacio original. Todo el desarrollo del PCA y de su aplicación en esta memoria se puede encontrar en el capítulo 3.

Como elemento puro clasificador se ha elegido una red neuronal de tipo perceptrón multicapa (MLP) por ser fácil de construir y de comportamiento no-lineal, y robusta frente a cambios en la entrada. En el capítulo 4 se desarrollan todos los detalles acerca de la red

clasificadora utilizada en este trabajo.

Uniendo los tres elementos anteriores (CNRs, PCA y redes neuronales) se describe en el capítulo 6 el algoritmo NRPCA para la clasificación de señales de radar contaminadas con ruido blanco gaussiano. El NRPCA se inicia con una librería de señales escalón de blancos de referencia a los cuales se les aplica la etapa de PCA para obtener la matriz de componentes principales y se eligen sólo las primeras componentes. La señales para clasificar se hacen pasar por esa matriz truncada y se reconstruye en el espacio original habiendo eliminado algunas componentes ruidosas. De esa señal reconstruida se extraen las primeras resonancias mediante GPOF y se utilizan como entradas de la red neuronal, que ha sido entrenada con anterioridad con las respuestas de referencia. Los resultados de las simulaciones muestran que el algoritmo NRPCA tiene un mejor comportamiento y porcentajes de acierto comparado con otros métodos de la literatura, como los descritos en Lee et~al. (2003). Se observa que efectivamente el NRPCA tiene mejor comportamiento incluso a SNR bajas y que es independiente respecto del ángulo de orientación.

NRPCA ha sido creado para la contaminación de las señales por ruido blanco gaussiano. La siguiente cuestión que se planteó era la de extender NRPCA cuando la contaminación era con ruido coloreado. El problema del NRPCA es que la etapa PCA y el GPOF no tienen un buen comportamiento ante procesos de ruido de color. En una primera aproximación al problema se estudia en el capítulo 7 la extensión del GPOF a estadística de alto orden (HOS). En particular, se utilizan cumulantes de cuarto orden para la extracción de resonancias a través del GPOF-FOC (de GPOF fourth order cumulants). Una extensión del NRPCA se crea (NRPCA-FOC) sustituyendo la etapa GPOF por el método GPOF-FOC. En las simulaciones del capítulo 7 se muestra que el NRPCA-FOC supera en aciertos al original NRPCA bajo ruido coloreado, y que también obtiene mejores resultados que la aplicación directa del GPOF-FOC. El único inconveniente, común a todos los métodos que usan cumulantes de cuarto orden, es el aumento del coste computacional.

Pero el NRPCA-FOC tiene otra posible mejora cuando trabajamos con señales contaminadas con ruido arbitrario. La etapa PCA es una etapa básicamente lineal y no se comporta eficientemente cuando aparecen efectos de naturaleza no-lineal, como realmente ocurre en la adquisición de señales radar. En el capítulo 8 se muestra una posible ampliación a esta etapa: el uso de técnicas kernel y en particular del kernel PCA (KPCA). Ahora proyectamos los datos de radar sobre un espacio generado por una función núcleo (kernel) y se halla la matriz de PCA en ese espacio y se escogen las primeras componentes principales. El problema en este caso es que la reconstrucción de señal original no es tan sencilla como en el caso del PCA lineal. Todos los detalles de su desarrollo se encuentran en el capítulo 8.

Utilizando la técnica KPCA (con un kernel tipo polinómico) en lugar de PCA en el método NRPCA se desarrolla el algoritmo GNRPCA (de generalized NRPCA) y añadiendo además la técnica GPOF-FOC se crea el algoritmo GNRPCA-FOC, en el que ahora no se tiene ninguna etapa lineal. Las descripciones y simulaciones de estos dos algoritmos se encuentran en el capítulo 9. Las simulaciones han sido realizadas con señales contaminadas tanto con ruido gaussiano blanco como coloreado, para demostrar el rendimiento ante diferentes entornos ruidosos. Los resultados muestran que el GNRPCA-FOC obtiene mayores acierto a SNR muy bajas, aunque seguido muy de cerca por el GNRPCA que aunque no utiliza la etapa GPOF-FOC se comporta bien en ambientes ruidosos. También se ha comparado con algoritmos existentes en la literatura para la clasificación de blancos radar para ruido arbitrario, basados en un clasificador de máxima verosimilitud y en resonancia estocástica Jouny (2010). Tanto GNRPCA como GNRPCA-FOC muestran un mejor rendimiento para cualquier SNR que los citados.

De nuevo, el tiempo de computación es relevante en los algoritmos GNRPCA y su extensión FOC. En la sección 9.4 se desarrolla un sistema para el uso de los diferentes algoritmos desarrollados en esta memoria (NRPCA, GNRPCA y GNRPCA-FOC) según su eficiencia tanto en aciertos como en tiempo de computación. De esta manera, para cada rango de SNR será más eficiente utilizar uno u otro, teniendo un equilibrio entre número de aciertos y tiempo de computación.

10.2. Conclusiones finales

En esta memoria se han propuesto y desarrollado las siguientes aportaciones significativas:

- Un estudio exhaustivo sobre las propiedades de las resonancias naturales (CNRs) como elementos fundamentales en la clasificación de blancos de radar, al depender exclusivamente de las propiedades físicas y geométricas del objeto. Se ha establecido un criterio que mejora la calidad de extracción de dichas resonancias así como la elección óptima de las mismas, utilizando la respuesta escalón del blanco en lugar de la respuesta a impulso y usando a las primeras resonancias para la clasificación, dando preferencia a las frecuencias angulares sobre los factores de amortiguamiento.
- Se ha mejorado el comportamiento ante el ruido del proceso de extracción de resonancias utilizando la información existente *a priori* en una librería de blancos patrón previamente conocidos. Al aplicar el análisis de componentes principales (PCA) a dicha librería y eliminando las componentes adecuadas se puede utilizar para obtener una reconstrucción de la señal filtrada para el ruido.
- Se ha desarrollado un algoritmo de clasificación robusto ante el ruido gaussiano blanco, el NRPCA, que utiliza las resonancias del blanco extraídas por el método GPOF a partir de la señal filtrada por la etapa PCA y una red neuronal MLP como clasificador. Este algoritmo NRPCA ha obtenido niveles de acierto en clasificación superiores a otros métodos similares de la literatura sobre todo con señales fuertemente contaminadas.
- Se ha realizado una ampliación del algoritmo NRPCA para señales contaminadas por ruido arbitrario, GNRPCA-FOC, utilizando la estadística de alto orden (HOS) en el método de extracción de la Matriz Pencil y la técnica Kernel PCA (KPCA) para la reconstrucción de la señal, siguiendo para ésta última un desarrollo en álgebra matricial más eficiente computacionalmente.

Los resultados de las simulaciones han mostrado que el algoritmo generalizado GNRPCA-FOC obtiene mejores porcentajes de acierto que otros métodos similares de clasificación, con mayor diferencia en la zona de muy alta contaminación con ruido arbitrario.

- Por último, se ha propuesto un sistema generalizado de clasificación atendiendo al rendimiento, teniendo en cuenta tanto el porcentaje de aciertos como el tiempo de cómputo del sistema. Se ha mostrado que en la zona de mayor ruido el algoritmo GNRPCA-FOC es más eficiente, seguido del GNRPCA y el NRPCA.

En definitiva, en esta memoria se han desarrollado algoritmos para la clasificación de blancos de radar, basados en resonancias naturales y técnicas de componentes principales, que son robustos ante la contaminación por ruido arbitrario, independientes del ángulo de orientación del blanco y con un rendimiento en acierto de clasificación superior a otros métodos similares existentes en la literatura.

10.3. Trabajo futuro

Las posibilidades que se abren son amplias. El paso inmediato es probar el rendimiento de los diferentes algoritmos descritos en esta memoria con blancos de radar reales en lugar de señales sintetizadas, de manera que pudiera comprobarse su viabilidad práctica, por ejemplo usando la técnica de extracción de resonancias expuesta en [Kergall et~al. \(1999\)](#) donde se usa un radar UWB. Otro tipo diferente de objetos muy estudiados en la actualidad en detección radar es el de cavidades perfectamente conductoras [Chaveau \(2009\)](#) que son un modelado básico de los jets de las aeronaves, permitiendo una clasificación mejorada. También sería conveniente testear los algoritmos descritos en esta memoria con otro tipo de objetos, como las señales radar de microondas provenientes de zonas tumorales o como las respuestas de radar de penetración de suelo [Lui et~al. \(2010\)](#).

El uso del análisis de componentes independientes (ICA) y su versión kernel (KICA) podría ser también una posible mejora al sustituir las etapas de PCA y de KPCA en nuestros algoritmos. En casi todos los trabajos consultados en la bibliografía sobre técnicas en componentes principales, existe posteriormente una modificación de dichos sistemas utilizando análisis en componentes independientes.

Otro punto mejorable en los algoritmos descritos es el uso de la red neuronal como elemento clasificador. En su lugar podrían usarse distintos métodos de clasificación tales como las distribuciones de Wigner-Ville, el método de Fisher del análisis factorial discriminante, clasificación por clustering y algunos más existentes en la bibliografía.

Parte I

Summary in english

Capítulo **11**

Summary in english

11.1. Introduction

The problem of radar target recognition from their scattered electromagnetic field is not easy to solve, not only because scattering mechanisms are complicated (even for geometrically simple targets), but also due to these signals are strongly dependent on the frequency, polarization and the aspect angle of the transmitted and received signals. In particular, aspect dependency of the scattered signals makes the problem more complicated than the other parameters. For instance, the scattered responses at two different aspects of same target could be incorrectly identified as coming from two different targets (figure ??), or in some cases two different targets at different aspects could be identified as the same target.

Many authors have proposed target classification techniques that use directly the time domain response and the frequency response to classify [Chakrabarti et al. \(1995\)](#), [Lee and Kim \(2001\)](#), increasing the computation time and keeping the dependence with the aspect angle. The extinction-pulse based techniques (E-pulse) use a specifically synthesized filter (one for each target class) to annihilate the scattered response of the detected target [Ruiz et al. \(1999b\)](#), [Blanco et al. \(2006\)](#). New functions [Morales et al. \(2007a\)](#) and more complex environments (e.g., layered medium [Rothwell et al. \(2006\)](#), [Stenholm et al. \(2003\)](#)) are added to this technique in order to improve its accuracy. Complex natural resonances or frequencies (CNR) are other features used as classification parameters [Lee et al. \(2003\)](#), [Antony and Shuley \(2004\)](#). The advantage of using them is that natural resonances are aspect independent.

Lately, artificial neural networks have been used to classify radar targets together with other techniques of feature extraction. Neural networks have provide effective classification in noisy environments. In [Chakrabarti et al. \(1995\)](#), the time domain response is used as a neural network input. In [Lee et al. \(2003\)](#), both a natural frequency-based method and an artificial neural network approach to target recognition are described, improving the non-dependence on the aspect angle but this method suffer from sensibility to noise. Therefore, to assure an adequate classification rate under different environments, it is necessary to develop methods of feature extraction that must have low aspect angle sensitivity, high sensitivity to geometrical and physical properties of the target (to discriminate a target from other similar targets), and must be robust to noise.

In [Garzon-Guerrero et al. \(2008\)](#) a new classification algorithm, NRPCA (Natural Resonances and Principal Component Analysis), is presented. It is based on the aspect angle independency of the complex natural resonances from the target and it uses the principal component analysis (PCA) to improve the extraction of parameters from noisy signals. Later, the extracted resonances are used as inputs for the classifier, a simple neural network (multilayer perceptron, MLP), which assign a group class to each one.

In this work, the NRPCA target recognition algorithm is presented and tested with several radar targets. Synthesized responses of various geometrical bodies (sphere, thin wire,...) and different sizes are used in the test. Also, the signals will be generated in variable noisy environments. Results of the NRPCA algorithm will be compared with other methods in the literature that have similar characteristics.

11.2. Natural Resonances

It is well known that when a radar target is excited by electromagnetic waves, its time domain response carries the signature of the target Ruiz et-al. (1999b), Blanco et-al. (2006). The complete response of such a target consists of two parts. The first part is known as the early-time scattering response, which appears when the excitation wavefront goes through the target. The second part, the late-time scattering response, appears when the excitation wave-front moves beyond the target. According to the singularity expansion method (SEM, Baum (1986)) the late-time electromagnetic field scattered in free space from a finite sized conducting body is represented as finite sum of M damped sinusoids:

$$y(t) = \sum_{i=1}^M R_i e^{s_i t} \quad \text{for } t < T_L \quad (11.1)$$

Where R_i and s_i (with $i = 1, \dots, M$) are the complex residues and complex natural resonances (CNR), respectively. T_L is the beginning time of the late time response. CNRs appear in complex conjugate pairs, $s_i = \sigma_i \pm j\omega_i$. The real part of each CNR is denoted by σ_i (damping factor) and the imaginary part by ω_i (natural resonance frequency). CNRs of a radar target depend only on its geometry and its physical properties and are aspect independent features of its transient response.

11.2.1. Properties of the extracted natural resonances

In this work, the generalized pencil of functions method (GPOF) is used to extract the natural resonances [Hua and Sarkar \(1989\)](#). It is computationally more efficient than other techniques. Let $x(t)$ be a scattering signal with gaussian noise:

$$x(t) = y(t) + n(t) = \sum_{i=1}^M R_i e^{s_i t} + n(t) \quad (11.2)$$

Where $n(t)$ is the noise added to the original signal $y(t)$. GPOF method is able to obtain poles from the noisy response but the CNR extraction is an ill-conditioned problem, which implies that noise can be amplified through the extraction process. This means that a small quantity of noise in the time domain response could produce a huge change in the extracted CNRs. The extraction method makes the higher natural resonances pairs more vulnerable to noise than lower ones [Hua and Sarkar \(1989\)](#). Furthermore, damping factors (σ_i) are more sensitive to noise than resonance frequencies (ω_i). Choosing only lowest CNRs helps to reduce this problem but it is convenient to improve their behaviour to noise.

One of the advantages of using CNRs as classifier parameters in radar target detection is that natural resonances are aspect angle independent. But when CNRs are extracted by GPOF method an estimation error could appear. In figure ?? both angular frequency (ω_i) and damping factor (α_i) are shown for the first ten resonances of a thin conducting wire (see section ??) at three different aspect angles: 30°, 110° and 150°. As seen in that figure, there is no significative extraction error in the angular frequency component (ω_i) but it is greater in damping factors (α_i) from the fifth CNR and higher, which makes usable only ω_i and the firsts α_i as classifier parameters.

But using GPOF has another problem. In practice, resonance extraction methods detect a pole if the magnitude of its residues, R_i , is above a certain threshold. The threshold could be determined by the physical properties of the target and noise in signal. The magnitude

of the residues decreases along the time as late-time signal do. However, not all the CNR residues decreases in the same rate, as can be seen in figure ???. The best classification would be made when the first resonances have the greater magnitude and also that be less damped across the time. First resonances are essential in classification process. In figure ?? the frequency response of a thin conducting wire is shown. This response is extracted from the *impulse* scattering signal. Vertical diagram shows the normalized amplitude response versus the frequency and horizontal graph represents the decrease of the residues of the first ten CNRs versus the time (extracted from *impulse* response too). In the beginning, the most detectable resonances (higher magnitude) are the 4th, 3th and 5th, respectively. But these resonances decreases quickly in time, even more than the firsts. Figure ?? shows the same information but using the *step* scattering response of the target. The *step* response can be obtained by either integrating the impulse response or convoluting the impulse response with a unit step function. In this case, the first resonances have higher magnitude at start than others and also have a slow decrease in time.

Using scattering step response instead impulse response makes that the first resonances be the less damped resonances (more stable in time) and have the more magnitude too. This means that the first extracted resonances (and really usable in classification process) will easily detected by GPOF during most of the late time response.

Therefore, it is convenient to choose only the first resonances as classifier parameters. If it is necessary to take more than first CNRs (in case of very physically similar targets) is desirable to select angular frequencies (ω_i) instead damping factors (α_i) in the higher resonances due to the error which GPOF method makes in its extraction.

11.3. Using Principal Component Analysis

Suppose that \mathbf{X} (a $m \times n$ matrix) is a target late-time response library, where n is the number of different target models that the system can classify and m is the number of samples of each late-time

scattering response. All signals in the library are taken in controlled conditions. The principal component analysis (PCA) transforms the original set of m variables by way of an orthogonal transformation to a new set of uncorrelated variables or principal components. The technique carries out a straightforward rotation from the axes of the original space to the new one and the principal components are extracted in decreasing order of importance. A successful extraction means that the first few ' p ' components ($p \ll m$) accumulate the most of the variation in the original data Jolliffe (2002).

Variables or samples must be standardized before applying the PCA. Such standardization means that the principal components are found from the correlation matrix instead of the covariance matrix.

PCA solution gives a matrix of eigenvectors \mathbf{E} ($m \times m$) and associated eigenvalues λ_k ($k = 1, \dots, m$). The sum of the eigenvalues is equal to m , the same that sum of the variances of the standardized variables. The proportion of the total variation accumulated in the k^{th} component is λ_k/m . Assuming that the first p principal components are sufficient to retain the behaviour of the original m variables, a new matrix of eigenvectors \mathbf{E}_p ($p \ll m$) can be selected in order to reduce the dimensionality of data.

Let \mathbf{x} ($m \times 1$) be a noisy measure of a scattering response of a target belonging to one of the models contained in the original data matrix \mathbf{X} . This response can be projected in the PCA space generate by \mathbf{E}_p . Let a ($p \times 1$) be the projection vector of original data onto the p principal components:

$$\mathbf{a} = \mathbf{E}_p \mathbf{x} \quad (11.3)$$

Projections onto the principal components with index higher than p have been removed. The lost information corresponds mainly to noise data Jolliffe (2002). Original response \mathbf{x} can be reconstructed using the transformation matrix \mathbf{E}_p again:

$$\mathbf{x}_{rec} = \mathbf{E}_p^T \mathbf{a} = \mathbf{E}_p^T \mathbf{E}_p \mathbf{x} \quad (11.4)$$

Where the superscript T denotes the transpose matrix and \mathbf{x}_{rec} is the reconstructed response after removing noisy components in the PCA projection stage. Therefore, PCA is used to minimize the error of the estimation of complex natural resonances.

11.4. Target recognition algorithm

In this paper, a complex natural resonance method named NRPCA (from Natural Resonances Principal Component Analysis method) is described and tested ?. This algorithm consists of two principal stages.

11.4.1. Stage 1: training and reference data

In the first stage, which only must be done one time, a set of raw scattering responses of several targets must be chosen as a set of reference signals (\mathbf{X}), at least one for each different target model (with different geometrical and physical properties). However, the more different aspect angles per target exist, the more effective this PCA stage is. The raw data set is converted to the frequency domain using the Method of Moments (MoM) algorithm Ruiz et~al. (1999b). Following that, the impulse response of the target can be obtained by inverse Fast Fourier transforming (IFFT) the calculated frequency-domain data. Time domain step response is used instead of impulse response as seen in section ??.

Late-time interval must be chosen from the step response. Next, the PCA method (section ??) is applied to this data, obtaining the transformation matrix \mathbf{E}_p . A multilayer perceptron (MLP) neural network with only one hidden layer is used as classifier. The number of outputs in the net is q , the number of neurons in the hidden layer is r and the number of inputs is s . The exact number of nodes (or neurons) in the input layer, output layer and hidden layers depends on the specific characteristics of the problem. The weight matrix (\mathbf{W}) between layers is updated according to the iterative back-propagation algorithm until the output layer produces the desired value for a gi-

ven input. This update starts from the output layer and propagates to backward. The error (e) of the estimated output (\mathbf{y}) is given by expression 11.5, where \mathbf{d} is the desired or reference output Haykin (1998).

$$e = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r (d_i - y_i)^2 \quad (11.5)$$

In each iteration, changes in weight vectors are made by minimizing the error with the gradient descent method with momentum Haykin (1998), as can be seen in expression 11.6.

$$\Delta W_{ij}(t+1) = -\eta \frac{\partial e}{\partial W_{ij}} + \alpha \Delta W_{ij}(t) \quad (11.6)$$

Where $i = 1, 2, \dots, r$ and $j = 1, 2, \dots, q$. $W_{ij}(t)$ is the value of the weights in the previous iteration. Parameter η is called the *learning rate* and it can take values between 0 (slow learning) and 1 (fast learning). The smaller the learning-rate parameter be, the smaller the changes to the synaptic weights in the network will be from one iteration to the next. The *momentum constant* (α) is added to improve the convergence. Parameter α takes into account how the previous weight variation values ($W_{ij}(t)$) have influence in later iterations ($W_{ij}(t+1)$). It is a method to avoid instability with some values of η .

The final weight vector is obtaining as a result of training. For training neural network, same reference signals, \mathbf{X} , can be used, but only one response for each reference target is necessary (they can be of any aspect angle). Complex natural resonances are extracted from the reconstructed late-time response \mathbf{x}_{rec} as seen in expression 11.4. These resonances will be the inputs of the network.

11.4.2. Stage 2: classification scheme

The second stage is testing and classification. The proposed classification scheme is shown in figure ???. It consists of the following

steps:

1. Target frequency domain response is calculated from its raw scattering response (through the Method of Moments).
2. A inverse Fast Fourier transforming (IFFT) is applied to obtain the *impulse* time response. The result is convoluted with a unit step function to found the *step* time response.
3. This *step* response of the late-time scattering is reconstructed by way of PCA projection matrix \mathbf{E}_p (calculated in section ??) such as seen in expression 11.4.
4. Natural resonances (CNRs) are extracted from the reconstructed signal, \mathbf{x}_{rec} . GPOF method is used here (see section ??).
5. CNRs (or their individual components, σ_i and ω_i) are used as inputs of the trained MLP. The neural network classifies the target into all possible original reference classes.

In table 11.1 values of the first two natural resonances of a thin conducting wire are shown. These values are extracted both from the noisy impulse time response and according to NRPCA algorithm. Also, analytical values are shown for comparison. Resonances extracted from the NRPCA method are similar to the value of the analytical ones even at very noisy enviroment (*signal-to-noise* ratio of $SNR = -5dB$). If the extraction is done directly from the impulse time response the values differ appreciably from the theoretical ones, above all with high noise, making these parameters useless for any classification process at low SNR.

11.5. Simulations and results

To test the NRPCA algorithm four groups of geometrical bodies are used: conducting thin wire, sphere, cone-sphere and cylinder with

Method \ Noise		Noisy impulse time response	NRPCA
SNR=-5dB	CNR 1	$-1,253 \pm 6,694j$	$-0,271 \pm 2,927j$
	CNR 2	$-0,542 \pm 8,066j$	$-0,320 \pm 6,133j$
SNR=+5dB	CNR 1	$-0,274 \pm 2,878j$	$-0,261 \pm 2,918j$
	CNR 2	$-0,415 \pm 5,996j$	$-0,379 \pm 6,108j$
SNR=+25dB	CNR 1	$-0,253 \pm 2,910j$	$-0,259 \pm 2,910j$
	CNR 2	$-0,380 \pm 6,017j$	$-0,380 \pm 6,018j$
Analytical values	CNR 1	$-0,260 \pm 2,906j$	
	CNR 2	$-0,381 \pm 6,007j$	

Table 11.1: Values of the first two resonances of a thin conducting wire extracted directly from a noisy impulse time response and according to NRPCA algorithm at different SNR.

hemispherical ends. Four different sizes (four classes, from now onwards) are chosen for each geometrical object. The classification test will be done with each group separately, because responses of similar sized objects are difficult to distinguish from each other. Therefore, the algorithm trial will be demanding. To simplify, the range for aspect angle will be 30° - 60° . For the PCA training stage, two scattering responses for each target class at two aspect angles (30° , 60°) are taken. Matrix \mathbf{E}_p is calculated with $p = 15$ (with the targets used on this paper, the first fifteen principal components accumulate around 99% of the original data variation). For neural network training, only a scattering response for each target is used. Due to the few different targets to classify, the classifier MLP will have only a hidden layer with three neurons. The first natural resonance (σ_1 and ω_1) and the natural frequency ω_2 belonging to the second natural resonance pair will be the inputs of the net. Two neurons at the output are enough to classify between the four classes for each object

A large set of noisy test signals is generated for each reference target. The noisy time domain signal of each class is obtained by adding white noise to the time domain signal of the corresponding reference target. The signal-to-noise ratio is:

$$SNR(dB) = 10 \log \frac{1}{\sigma} \sum_k \frac{|\mathbf{x}_k|^2}{N} \quad (11.7)$$

Where σ^2 is the variance of Gaussian noise, \mathbf{x}_k is the time domain response, and N is the number of samples in the signal.

In order to analyze the performance of the proposed algorithm (NRPCA), it will be compared with two schemes described in Lee et al. (2003): NFNN Case 1 and NFNN Case 2 (from Natural Frequency Neural Network). These algorithms extract natural resonances from the noisy impulse time signal directly (using GPOF). The first CNR (Case 1) or the two first CNRs (Case 2) are used as inputs of the neural network. Figure ?? shows the comparison between the three methods. Signal-to-noise ratio values of the test vary between -5dB and 50dB.

11.5.1. Results: conducting thin wire

Four thin conducting wires with different lengths are used as classes of reference targets. The relative lengths are $L_R=0.7, 0.8, 0.9$ and 1 , with $L_{Ri} = L_i/L$, being L_i the length of the i -target of the library and L the length of a reference wire. Scattering responses have been synthesized according with the description followed by Tesche (1973). Diagram of these simulations is shown in figure ??.

The mean value of classification rate is 100 % for SNR of 30dB and higher in the three methods. NFNN Case 2 produces bad classification results at lower SNRs because the extraction of natural resonances directly from noisy signals makes the second CNR wrong estimated. The first CNR accumulates less error than the second (see section ??). Therefore, NFNN Case 1 has a better behaviour at lower SNR than Case 2. At SNR=-5dB, the classification rate of Case 1 is reduced up to only 64.4 %.

On the other hand, the proposed algorithm, NRPCA, has a good noise performance and maintains a 100 % classification rate with SNR=5dB

and higher. Even in the worst case with $SNR = -5dB$, classification rate is 79.1%. Assignment errors are produced by the creation of spurious poles in GPOF due to a bad signal reconstruction in PCA stage.

11.5.2. Results: geometrical tridimensional bodies with conducting surfaces

Scattering responses from tridimensional bodies have been synthesized by resolving the time domain magnetic field integral equation (MFIE) by the Method of Moments (MoM), using the spacial base functions of Rao-Glisson and Lagrange interpolating polynomials Rao et-al. (1982). Targets have been modelled using triangular shapes to complete the totality of the bodies surface. Four different sizes (classes) have been chosen for each object: sphere (radius from 0.8m to 1.4m), cone-sphere (radius from 0.8m to 1.4m and length from 1.39m to 2.42m) and a cylinder with hemispherical ends (radius from 0.8m to 1.5m and length from 2.40m to 4.50m). As before, the angle range is between 30° - 60° to verify the angle aspect independency from the targets. Classification results are similar for the three bodies and the conducting thin wire (section ??). For the sphere (figure ??), classification rate is 100% in the three algorithms. With noisier signals the percentage of success decreases in NFNN Case 1 and 2 algorithms, whereas the NRPCA algorithm has no classification errors until $SNR = 20dB$. Using very noisy responses ($SNR = -5dB$) the NRPCA algorithm obtains a success rate of 68.4% whereas NFNN Case 1 and Case 2 have 40.6% and 44.4%, respectively. The result is similar with the cone-esphere (figure ??) and the cylinder with hemispherical ends (figure ??): the NRPCA obtains a higher classification rate even at very noisy environments, with 71.5% and 70.1% for each object at $SNR = -5dB$. At the same SNR the success rate of NFNN Case 1 and Case 2 is below 50%.

In figure ?? is observed that the classification rate decreases more quickly in simulations with 3D geometrical objects than in the test with the conducting thin wire. That error is caused by the generation process of the synthesized scattering responses through the resolution of the MFIE. In the synthesized signals appears a low magnitude

component with no physical meaning which affects specially to the late-time response, precisely the time zone used to extract the natural resonances. This noise component does not exist in responses that are not synthesized. Therefore, the second and next resonances will be severely affected by the noise and the synthesized component, in addition to the inherent extraction error by the method GPOF. At low SNR, where is essential to use more than the first resonance to classify, the success classification rate decreases due to this extraction error at the higher CNRs. To increase success rate is necessary to remove this component from the scattering responses. With real-life signals this problem would not occur.

11.6. Discussion

The classification scheme presented in this paper have advantages and disadvantages compared with other methods. The first advantage of using the proposed NRPCA algorithm comes from the aspect independence of the natural resonances of a target. In practice, since the aspect angle is not known a priori, using natural resonances is preferable, instead of using time or frequency domain responses. Other benefit is the small size of the input vectors for the neural network. Techniques based on using time or frequency responses directly as input can contain several hundreds of data. The input vectors of the NRPCA algorithm are comprised by one or two complex natural resonance pairs at most, which means two or four real numbers. The smaller the input vector, the less convergence time the network uses in training and classifying targets. Noise behaviour is also improved in the NRPCA algorithm. Estimation of complex natural resonances directly from the scattering responses can be ineffective when signals are very noisy. The proposed scheme can extract CNRs correctly even in very low SNRs due to the previous PCA stage. Hence, up to four useful CNRs can be extracted from a target response with low SNR, with a estimation error lower than 2% relative to the theoretical value from the target [Tesche \(1973\)](#). But there are also handicaps of the proposed algorithm. The first liability is that two additional stages are added to the classification process: a stage of signal reconstruc-

tion through PCA and a step of CNRs extraction. Recognition time can be increased in these stages, but the saved time due to the input vector size can compensate this losing. Another disadvantage is that spurious CNRs can sometimes appear when the GPOF method is applied to a very noisy response. This may be due to non-linearity in the real data, since the PCA has the inherent weakness of assuming linearity of data. It could also be as a result of the effect of the noise on the estimation of principal components. Last inconvenient is that the neural network is trained through a fixed data set of reference targets. If a new target is added to the set, the network must be trained again. If not, the network assigns the new target to the most similar group.

11.7. Conclusion

Principal problems in radar target classification methods come from the fact that scattering responses are strongly dependent on the aspect angle of emitted and received signals. Thus, a same object can generate different responses and could be wrong classified. Using complex natural resonances can be a solution as CNRs have the inherent property of aspect angle independence. Generalized pencil of functions method (GPOF) is used to extract CNRs from the time domain step response (section ??). The first CNRs extracted from the step response are less damped than next ones and are more easily extracted (section ??).

But extraction process is an ill-conditioned problem (it is highly sensitive to noise) which implies that CNRs extracted from signals with low SNR can be wrong estimated. To avoid this effect, a previous stage is added before applying GPOF: original data are projected through a PCA transformation, which eliminates some noisy components. CNRs are extracted from the reconstructed signal, and their estimation errors are minimized (section ??). A MLP neural network is used as classifier. The input vectors are the first CNR pairs (or any of their individual components). Convergence time is lower than in other techniques due to the small size of the inputs. At lo-

wer SNR, the classification rate is higher in the proposed algorithm, NRPCA, than in other schemes in the described in literature Lee et al. (2003). A negative point of the NRPCA algorithm is that spurious CNRs can sometimes appear in the extraction process from very low SNR signals. Another disadvantage is that the neural network must be trained again if a new object is included in the reference data set. In summary, a new classification scheme for radar target recognition is described, which is aspect independent and robust to noise, improving the existing similar methods in literature.

Apéndice

Tratamiento de la señal respuesta de un blanco

Es importante estudiar la señal respuesta que le llega a un radar tras impactar con un blanco. En la figura 6.1 del capítulo 6 tenemos un sencillo diagrama de flujo cuyos primeros pasos nos aclaran el tipo de señales que tenemos en cada paso y cuales pueden ser utilizadas en la aplicación del método descrito a lo largo de esta memoria.

Primero, el blanco es excitado usando una onda plana. Los campos dispersados en el espacio libre son calculados mediante el método de los momentos (MoM, *Method of Moment*) que nos dará la respuesta en el dominio de la frecuencia. Para entrar en el dominio del tiempo (imprescindible si queremos extraer las CRNs) hallamos la respuesta impulso mediante la transformada inversa de Fourier (IFFT) de la señal anterior.

También puede ocurrir que la respuesta transitoria sea medida directamente o resolviendo la ecuación integral en el dominio del tiempo (TDIE, *Time Domain Integral Equation*) o mediante otras técnicas como la de Diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD) Wang and Shuley (2000). La desventaja de usar estos métodos tan directos es que son muy costosos computacionalmente cuando tratamos blancos en dos o tres dimensiones.

A.1. Respuesta impulso de un hilo conductor

En el caso de este trabajo hemos usado como blanco estándar un hilo conductor de diferentes longitudes. Para sintetizar su respuesta impulso hemos seguido lo descrito en Ruiz (1995), en lugar para el cálculo

$$\begin{aligned}
 h(t, \theta) = \sum_{k=1}^M [& u(t)G_k(t) - 2(-1)^k u(t-T)G_k(t-T) + u(t-2T)G_k(t-2T)] - \\
 & - 2[B_{kr}(s_k)f_1(t) - C_{kr}(s_k)f_2(t)] \sin(bt) - \\
 & - 2[D_{kr}(s_k)f_1(t) + E_{kr}(s_k)f_2(t)] \cos(bt)
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

Siendo:

$$G_k(t) = 2e^{\sigma_k t} [A_{kr}(s_k) \cos(\omega_k t) - A_{ki}(s_k) \sin(\omega_k t)]$$

$$\begin{aligned}
 A_k(s_k) &= \frac{b^4 s_k}{k^2 (s_k^2 + b^2)^2} & B_k(s_k) &= \frac{b^3 (s_k^2 - b^2)}{2k^2 (s_k^2 + b^2)^2} \\
 C_k(s_k) &= \frac{b^5}{2k^2 s_k (s_k^2 + b^2)} & D_k(s_k) &= \frac{b^4 s_k}{k^2 (s_k^2 + b^2)^2} \\
 E_k(s_k) &= \frac{b^4}{2k^2 (s_k^2 + b^2)}
 \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} f_1(t) &= u(t) - 2u(t - T) + u(t - 2T) \\ f_2(t) &= tu(t) - 2(t - T)u(t - T) + (t - 2T)u(t - 2T) \end{aligned}$$

Donde r e i denotan parte real e imaginaria, respectivamente; $u(t)$ es la función salto unidad; s_k son los polos o CNRs de la señal; θ es el ángulo de orientación del campo de excitación con el hilo; $b = \frac{k\pi}{T}$ y $T = (L/c) \cos(\theta)$ es el tiempo de tránsito del impulso por el hilo (L , longitud del hilo; c , velocidad de la luz).

El primer término de la ecuación A.1 corresponde a una componente oscilatoria libre que existe para cualquier valor de t y es una suma de modos naturales, mientras que los demás términos corresponden a la componente forzada y existen sólo entre $0 < t < 2T$. Así, como vimos en el capítulo 2, la señal respuesta impulso se descompone en dos regiones : una región de *early-time* que se extiende desde $t = 0$ hasta $t = 2T$ (y que no se puede modelar por una suma de funciones armónicas amortiguadas); y otra región *late-time* desde $t = 2T$ hasta $t = \infty$ que sí se puede aproximar por una suma de exponenciales amortiguadas. Para averiguar el tiempo de comienzo del late-time sólo tenemos que sustituir T en las expresiones anteriores:

$$t_{late} = 2T = 2\frac{L}{c} \cos \theta$$

Para sintetizar la respuesta impulso $h(t)$ nos hacen falta al menos las primeras resonancias naturales del hilo. Estas resonancias las obtenemos de los modelos teóricos del hilo mediante el método de los momentos. De los trabajos de Tesche (1973) y Rothwell et-al. (1991) obtenemos los datos de la tabla A.1, donde se muestran las diez primeras resonancias naturales del hilo cilíndrico conductor normalizadas por c/L y para una relación longitud/radio de $L/a = 200$ (a este hilo le llamaremos en esta memoria, *hilo patrón*).

Así, con los valores de la tabla A.1 y aplicando la expresión A.1 obtenemos la respuesta impulso temporal para un hilo cilíndrico de una

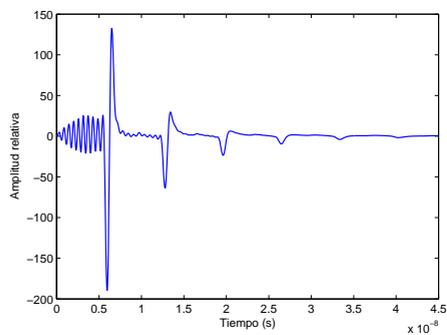
k	s_k
1	-0.2601 +j 2.9062
2	-0.3808 +j 6.0067
3	-0.4684 +j 9.0603
4	-0.5382 +j 12.1705
5	-0.5997 +j 15.2493
6	-0.6535 +j 18.3626
7	-0.7037 +j 21.4539
8	-0.7486 +j 24.5703
9	-0.7993 +j 27.6680
10	-0.8319 +j 30.7876

Tabla A.1: Las primeras 10 resonancias naturales del hilo cilíndrico.

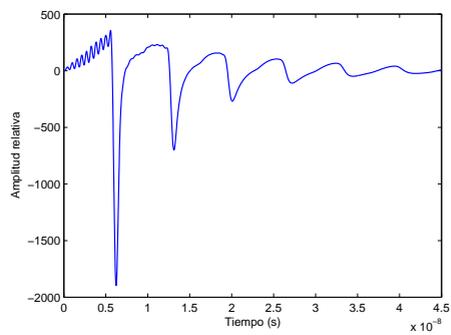
longitud determinada (L) y con una orientación precisa con la señal de excitación (θ) que usaremos en las simulaciones de este trabajo.

A.2. Respuesta escalón

Además de poder extraer nuestras CNRs de la respuesta impulso de un blanco, podemos hacerlo también mediante la respuesta escalón del mismo (*Step response*). Esta respuesta escalón se obtiene bien de la integración de la respuesta impulso, o bien de la convolución de la respuesta impulso con una función escalón unitaria. En este trabajo se usará esta última para aprovechar la facilidad que proporciona el entorno matemático de MatLab, que a través del comando '`conv`' efectúa una convolución de las señales deseadas.



(a) Señal respuesta impulso.



(b) Señal respuesta escalón.

Figura A.1: Señal respuesta temporal impulso y escalón de un hilo delgado de longitud unidad.

Apéndice

B

Conceptos de estadística de orden superior

Durante los últimos tiempos, las técnicas de estimación espectral han resultado de vital importancia en la aparición de nuevos sistemas de comunicaciones, en sonar, radar, procesado de voz e imagen, biomedicina, oceanografía, mecánica de fluidos o geofísica. Pero estas técnicas hacen uso exclusivamente de la información estadística de segundo orden, o sea, suponen que las señales o procesos a tratar son inherentemente Gaussianas. Sin embargo, la mayoría de señales pertenecientes a entornos reales de aplicación no son Gaussianas y no están contaminadas sólo con ruido blanco. Parte de la información perdida al trabajar sólo con la función de correlación y el segundo orden se puede obtener a partir de los espectros de orden superior, obtenidos a partir de las estadísticas de alto orden.

Actualmente se dispone de multitud de algoritmos de procesado de señal basados en los espectros de orden superior. La aparición de componentes hardware de alta velocidad y bajo coste, asociado con una mayor disponibilidad de computadores más potentes, ha desembocado en la extracción de más información presente en las señales que la extraída mediante las estadísticas de segundo orden. Los entornos de aplicación de estas técnicas basadas en estadísticas de orden superior pueden agruparse en tres categorías principales:

- Tratamiento de fenómenos físicos. Aplicaciones marinas u oceánicas (resistencia de los barcos frente a las olas, anomalías de temperatura entre la superficie y el fondo marino, ondas gravitatorias de los bancos de peces,...), terrestres (oscilaciones libres), atmosféricas (presión, turbulencias), interplanetarias (brillos), electromagnetismo (señales de baja frecuencia)...
- Tratamiento de señales unidimensionales. Análisis de vibraciones (reconocimiento de modelos, medidas...), voz (detección de pitch, supresión de ruido), procesado en arrays, sonar y radar...
- Tratamiento de señales bidimensionales o tridimensionales. Imagen (modelado, reconstrucción, restauración...), texturas (discriminación, validación de modelos), tomografías,...

Las estadísticas y espectros de orden superior pueden expresarse en función de los momentos o de los cumulantes. Mientras que los momentos, y sus correspondientes espectros, resultan muy provechosos para el análisis de señales deterministas (periódicas o transitorios), los cumulantes y sus espectros son de gran importancia durante el análisis de procesos estocásticos. El uso de los espectros de orden superior parece bastante adecuado en determinados campos del procesado de la señal, especialmente, en técnicas para:

- Suprimir ruido aditivo Gaussiano, blanco o coloreado, cuyo espectro de potencia sea desconocido.
- Identificar sistemas de fase o mínima o reconstruir señales de fase no mínima.

- Extraer información relativa a las desviaciones respecto a las características de un proceso gaussiano.
- Detectar y caracterizar propiedades no lineales de algunas señales o identificar sistemas no lineales.

B.1. Momentos y cumulantes

Sea $x(k)$ un proceso discreto, real y estacionario cuyos momentos existen hasta un orden n , entonces se define su momento de orden n como:

$$m_n(k_1, k_2, \dots, k_{n-1}) = E\{x(k).x(k + k_1).\dots.x(k + k_{n-1})\} \quad (\text{B.1})$$

Donde

$$k, k_1, k_2, \dots, k_{n-1} = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (\text{B.2})$$

y $E\{\}$ representa el valor esperado. Puede observarse que este momento de orden n depende, solamente, de los desplazamientos temporales k_1, k_2, \dots, k_{n-1} debido a la estacionariedad del proceso $x(k)$. Cuando el proceso considerado no sea estacionario, también depende de la posición temporal $m_n(k, k_1, k_2, \dots, k_{n-1})$. Notar también que el momento de segundo orden $m_2(k_1)$ se corresponde claramente con la función autocorrelación clásica, mientras que los momentos de tercer y cuarto orden vienen representados, respectivamente, por $m_3(k_1, k_2)$ y $m_4(k_1, k_2, k_3)$.

Para el caso de un proceso $x(k)$ aleatorio, estacionario y no gaussiano los cumulantes de tercer ($n = 3$) y cuarto orden ($n = 4$) pueden expresarse en función de los momentos como sigue:

$$c_n(k_1, k_2, \dots, k_{n-1}) = m_n(k_1, k_2, \dots, k_{n-1}) - m_n^G(k_1, k_2, \dots, k_{n-1}) \quad (\text{B.3})$$

Donde

$$m_n^G(k_1, k_2, \dots, k_{n-1}) = E\{g(k).g(k+k_1).\dots.g(k+k_{n-1})\} \quad (\text{B.4})$$

representa el momento de orden n de un proceso gaussiano $g(k)$ equivalente a $x(k)$, de tal manera que ambas presenten la misma media y la misma secuencia de autocorrelación, es decir, con idénticos momentos de primer y segundo orden. Obsérvese que los cumulantes de orden n están dando una medida sobre cuánto se desvía un proceso cualquiera respecto de la gaussianidad.

A continuación se presentan las relaciones básicas entre cumulantes y momentos, resultantes de combinar las expresiones B.1 y B.3, particularizando para los cuatro primeros órdenes:

- Cumulantes de primer orden:

$$c_1 = m_1 = E\{x(k)\} = \text{media} \quad (\text{B.5})$$

- Cumulantes de segundo orden:

$$c_2(k_1) = m_2(k_1) - [m_1]^2 = m_2(-k_1) - [m_1]^2 = c_2(-k_1) \quad (\text{B.6})$$

donde $m_2(k_1) = E\{x(k).x(k_1)\}$ se corresponde a la secuencia de autocorrelación y los cumulantes de segundo orden $c_2(k_1)$ con su secuencia de covarianza. Si el proceso tiene media nula ambas secuencias coinciden $m_2(k_1) = c_2(k_1)$.

- Cumulantes de tercer orden:

La secuencia de momentos de tercer orden es:

$$m_3(k_1, k_2) = E\{x(k).x(k+k_1).x(k+k_2)\} \quad (\text{B.7})$$

cuya relación con los cumulantes es

$$c_3(k_1, k_2) = m_3(k_1, k_2) - m_1[m_2(k_1) + m_2(k_2) + m_2(k_1 - k_2)] + 2[m_1]^3 \quad (\text{B.8})$$

Al igual que en segundo orden, si el proceso tiene media nula los momentos y cumulantes coinciden.

- Cumulantes de cuarto orden:

$$\begin{aligned}
 c_4(k_1, k_2, k_3) = & m_4(k_1, k_2, k_3) - m_2(k_1).m_2(k_3 - k_2) \\
 & - m_2(k_2).m_2(k_3 - k_1) - m_2(k_3).m_2(k_2 - k_1) \\
 & - 6[m_1]^4 - m_1[m_3(k_2 - k_1, k_3 - k_1) \\
 & + m_3(k_2, k_3) + m_3(k_1, k_3) + m_3(k_1, k_2)] \\
 & + [m_1]^2[m_2(k_1) + m_2(k_2) + m_2(k_3) \\
 & + m_2(k_3 - k_1) + m_2(k_3 - k_2) + m_2(k_2 - k_1)]
 \end{aligned}$$

Si el proceso tiene media nula para generar los cumulantes de cuarto orden se precisa del conocimiento de los momentos de cuarto y segundo orden:

$$\begin{aligned}
 c_4(k_1, k_2, k_3) = & m_4(k_1, k_2, k_3) - m_2(k_1).m_2(k_3 - k_2) \\
 & - m_2(k_2).m_2(k_3 - k_1) - m_2(k_3).m_2(k_2 - k_1)
 \end{aligned}$$

Si nos situamos en el origen, es decir, considerando desplazamientos temporales nulos, $k_1 = k_2 = k_3 = 0$, se presentan los conceptos de *varianza*, *skewness* y *kurtosis* correspondientes, respectivamente, a los dominios de segundo, tercer y cuarto orden:

- *Varianza*:

$$\gamma_2 = E\{x^2(k)\} = c_2(0) \quad (\text{B.9})$$

- *Skewness*:

$$\gamma_3 = E\{x^3(k)\} = c_3(0, 0) \quad (\text{B.10})$$

- *Kurtosis*:

$$\gamma_4 = E\{x^4(k)\} - 3[\gamma_2]^2 = c_4(0, 0, 0) \quad (\text{B.11})$$

Se debe hacer notar que un valor nulo en el origen no implica que se anulen los cumulantes para cualquier punto del plano multidimensional. Por ejemplo, un valor nulo de la *skewness* no significa que los cumulantes de tercer orden sean idénticamente cero.

También cabe destacar que en muchas situaciones el uso de los cumulantes de tercer orden no son suficientes para resolver un problema y es necesario acudir a cumulantes de cuarto orden o mayor. Si por ejemplo un proceso aleatorio tiene una estadística simétrica (gaussiana, Laplace,...), sus cumulantes de tercer orden son nulos y no es posible extraer información de ellos.

Bibliografía

- ACHARYA, D and PANDA, G: «A Review of Independent Component Analysis Techniques and their Applications». *IETE Technical Review*, 2008, **25**, pp. 320–332.
- ANTONY, L. H. S. and SHULEY, N.: «Consequence of incorrect sampling procedures in resonance-based radar target identification». *Electronics Letters*, 2004, **40(8)**, pp. 507–508. ISSN 0013-5194. doi: 10.1049/el:20040328. 138
- BAEV, A. and KUZNETSOV, Y.: «Technique of ultra wideband radar target discrimination using natural frequencies». In: *Proc. MIKON-2004 Microwaves, Radar and Wireless Communications 15th Int. Conf*, volume 3, pp. 905–908, 2004. doi: 10.1109/MIKON.2004.1358511.
- BAEV, A.; KUZNETSOVA, Y. and ALEKSANDROV, A.: «Ultra wideband radar target discrimination using the signatures algorithm». In: *Proc. 33rd European Microwave Conf*, volume 3, pp. 987–990, 2003. doi: 10.1109/EUMC.2003.1262818.
- BAKSHI, BHAVIK R.: «Multiscale PCA with Application to Multivariate Statistical Process Monitoring». *AIChE Journal*, 1998, **44**, pp. 1596–1610.

- BAUM, C.: «The singularity expansion method: Background and developments». *IEEE Antennas and Propagation Society Newsletter*, 1986, **28(4)**, pp. 14–23. ISSN 0000-0000. 22, 24, 25, 139
- BAUM, C. E.; ROTHWELL, E. J.; CHEN, K.-M. and NYQUIST, D. P.: «The singularity expansion method and its application to target identification». *Proceedings of the IEEE*, 1991, **79(10)**, pp. 1481–1492. ISSN 0018-9219. doi: 10.1109/5.104223. 14
- BAYARD, J.-P. R.; SCHAUBERT, D. H.; ROTHWELL, E. J.; CHEN, K.-M.; NYQUIST, D. P. and SUN, W.: «Optimization method versus E-pulse method in the context of target discrimination». *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1991, **39(1)**, pp. 111–115. doi: 10.1109/8.64445. 14
- BEADLE, E. R. and DISHMAN, J. F.: «Blind separation of weak signals in non-isotropic spatio-temporal colored noise with possibly critically loaded uncalibrated arrays». In: *Proc. IEEE Military Communications Conf. MILCOM 2008*, pp. 1–5, 2008. doi: 10.1109/MILCOM.2008.4753290.
- BENZI, R; SUTERA, A and VULPIANI, A: «The mechanism of stochastic resonance». *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 1981, **14(11)**, p. L453.
<http://stacks.iop.org/0305-4470/14/i=11/a=006> 120
- BLANCO, D.; RUIZ, D. P.; ALAMEDA, E. and CARRION, M. C.: «An asymptotically unbiased E-pulse-based scheme for radar target discrimination». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 2004, **52(5)**, pp. 1348–1350. ISSN 0018-926X. doi: 10.1109/TAP.2004.827251.
- BLANCO, D.; RUIZ, D. P.; ALAMEDA-HERNANDEZ, E. and CARRION, M. C.: «Extinction pulses synthesis for radar target discrimination using β -splines, new E-pulse conditions». *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2006, **54(5)**, pp. 1577–1585. ISSN 0018-926X. doi: 10.1109/TAP.2006.869908. 14, 138, 139
- BOLTON, RICHARD J.; HAND, DAVID J. and WEBB, ANDREW R.: «Projection techniques for nonlinear principal component analysis».

- Statistics and Computing*, 2003, **13(3)**, pp. 267–276. ISSN 0960-3174 (Print) 1573-1375 (Online). doi: 10.1023/A:1024274801715.
<http://www.springerlink.com/content/h07222vm70307718/>
- BORG, I. and GROENEN, P. J. F.: *Modern Multidimensional Scaling: Theory and Applications (Springer Series in Statistics)*. Springer, 2nd ed.th edition, 2010. ISBN 9781441920461.
<http://amazon.com/o/ASIN/1441920463/> 106, 108
- BURGES, C. J. C.: «Simplified Support Vector Decision Rules». In: L. Saitta (Ed.), *Proceedings, 13th Intl. Conf. on Machine Learning*, pp. 71–77. Morgan Kaufmann, San Mateo, CA, 1996. 102
- CHAKRABARTI, S.; BINDAL, N. and THEAGHARAJAN, K.: «Robust radar target classifier using artificial neural networks». *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1995, **6(3)**, pp. 760–766. ISSN 1045-9227. doi: 10.1109/72.377982. 9, 138
- CHAVEAU, JANIC: *Use of resonance parameters of air-intakes for the identification of aircrafts*. chapter 13, pp. 253–271. Radar Technology, 2009. 132
- CHEN, BO; LIU, HONGWEI and BAO, ZHENG: «PCA and kernel PCA for radar high range resolution profiles recognition». In: *Proc. IEEE Int. Radar Conf*, pp. 528–533, 2005. doi: .2005.1435883.
- CHEN, CHI-CHIH and PETERS, JR., L.: «Buried unexploded ordnance identification via complex natural resonances». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 1997, **45(11)**, pp. 1645–1654. ISSN 0018-926X. doi: 10.1109-8.650076. 2, 17, 27, 28
- CHEN, CHI-CHIH; PETERS, JR., L. and BURNSIDE, W. D.: «Ground penetration radar target classification via complex natural resonances». In: *Proc. AP-S Antennas and Propagation Society Int. Symp. Digest*, volume 3, pp. 1586–1589, 1995. doi: 10.1109/APS.1995.530881.
- CHEN, CHI-CHIH and PETERS, L.: «Radar Scattering and Target Imaging Obtained Using Ramp-Response Techniques». *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 2007, **49(3)**, pp. 13–27. doi: 10.1109-MAP.2007.4293933.

- CHEN, W. C. and SHULEY, N.: «Utilizing the energy of each of the extracted poles to identify the dominant complex natural resonances of the radar target». In: *Proc. IEEE Antennas and Propagation Society Int. Symp.*, pp. 69–72, 2007. doi: 10.1109-APS.2007.4395432.
- CHEN, Y.-H. and LIN, Y.-S.: «DOA estimation by fourth-order cumulants in unknown noise environments». In: *Proc. IEEE Int Acoustics, Speech, and Signal Processing ICASSP-93. Conf.*, volume 4, pp. 296–299, 1993. doi: 10.1109-ICASSP.1993.319653.
- CHOI, IN-SIK; LEE, JOON-HO; KIM, HYO-TAE and ROTHWELL, E. J.: «Natural frequency extraction using late-time evolutionary programming-based CLEAN». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 2003, **51(12)**, pp. 3285–3292. doi: 10.1109/TAP.2003.820955.
- CHRISTODOULOU, CHRISTOS and GEORGIPOULOS, MICHAEL: *Applications of Neural Networks in Electromagnetics (Artech House Antennas and Propagation Library)*. Artech House Publishers, 2001. ISBN 9780890068809.
- ERDOGMUS, DENIZ; RAO, YADUNANDANAÑ.; PEDDANENI, HEMANTH; HEGDE, ANANT and PRINCIPE, JOSE C.: «Recursive principal components analysis using eigenvector matrix perturbation». *EURASIP J. Appl. Signal Process.*, 2004, **2004**, pp. 2034–2041. ISSN 1110-8657. doi: <http://dx.doi.org/10.1155/S1110865704404120>
<http://dx.doi.org/10.1155/S1110865704404120>
- GALLEGO, A.; RUIZ, D. P. and CARRION, M. C.: «E-pulse scheme based on higher-order statistics for radar target discrimination in the presence of c». *Electronics Letters*, 1996, **32(4)**.
- GALLEGO, A.; RUIZ, D. P. and MEDOURI, A.: «High-resolution frequency method to recover natural resonances of a conducting target from its transient response». *Electronics Letters*, 1998, **34(17)**, pp. 1693–1695. ISSN 0013-5194.
- GAO, J. B.; CAO, YINHE and LEE, JAE-MIN: «Principal component analysis of $1/f^\alpha$ noise». *Physics Letters A*, 2003, **314(5-6)**, pp. 392

- 400. ISSN 0375-9601. doi: DOI:10.1016/S0375-9601(03)00938-1.
[http://www.sciencedirect.com/science/article/
B6TVM-48WHJNG-3/2/272e34e3e7064f822a542605817270b8](http://www.sciencedirect.com/science/article/B6TVM-48WHJNG-3/2/272e34e3e7064f822a542605817270b8)
- GARZON-GUERRERO, J. A.; RUIZ, D. P. and CARRION, M.C.: «Neural networks and principal component analysis applied to automatic radar target recognition based on natural resonances». In: *Proceedings of the IEEE Information and Communication Technologies International Symposium (ICTIS'07)*, , 2007a.
- : «Clasificación de blancos geométricos conductores mediante un algoritmo basado en sus resonancias electromagnéticas naturales». In: *Actas del XXIV Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio (URSI 2009)*, , 2009.
- : «Un algoritmo para la clasificación de blancos conductores basado en sus resonancias electromagnéticas naturales y en HOS». In: *Actas del XXV Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio (URSI 2010)*, , 2010.
- GARZON-GUERRERO, J. A.; SALAS-GONZALEZ, D.; RUIZ, D.P. and CARRION, M.C.: «Uso del análisis PCA para el reconocimiento de blancos de radar basado en resonancias naturales». In: *Actas de la XXXI Reunión Biental de la Real Sociedad Española de Física*, , 2007b.
- GARZON-GUERRERO, JOSE A.; RUIZ, D. P. and CARRION, M.C.: «Classification of geometrical targets using natural resonances and PCA». *IEEE Antennas and Propagation*, 2012, **Enviado para publicacion**.
- GARZON-GUERRERO, JOSE A.; SALAS-GONZALEZ, D.P., DIEGO RUIZ and CARRION, M.C.: «Neural Networks and Principal Component Analysis applied to automated radar target recognition based on Natural Resonances». *Int. Journal of Computer Science and Applications (IJCSA)*, 2008, **5(3a)**, pp. 49–56.
- GRECO, MARIA; GINI, FULVIO and FARINA, ALFONSO: «Radar detection and classification of jamming signals based on cone classes». In: *Proc. IET International Conference on Radar Systems*, pp. 1–5. ISSN 0537-9989, 2007.

- GRUBER, P.; STADLTHANNER, K.; BÖHM, M.; THEIS, F. J.; LANG, E. W.; TOMÉ, A. M.; TEIXEIRA, A. R.; PUNTONET, C. G. and GORRIZ SAÉZ, J. M.: «Denoising using local projective subspace methods». *Neurocomputing*, 2006, **69(13-15)**, pp. 1485–1501. ISSN 0925-2312. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.neucom.2005.12.025>.
- GU, YANFENG; LIU, YING and ZHANG, YE: «A Selective KPCA Algorithm Based on High-Order Statistics for Anomaly Detection in Hyperspectral Imagery». *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2008, **5(1)**, pp. 43–47. doi: 10.1109/LGRS.2007.907304.
- HAN, JUN; HE, MINGHAO; TANG, ZHIKAI and HAO, YUAN: «A novel method for estimating the SNR of unknown emitter signal». *Journal of Electronics (China)*, 2010, **27**, pp. 134–138. ISSN 0217-9822. 10.1007/s11767-009-0031-5.
<http://dx.doi.org/10.1007/s11767-009-0031-5>
- HARMER, STUART; ANDREWS, DAVID; BOWRING, NICHOLAS; REZGUI, NACER and SOUTHGATE, MATTHEW: «Ultra wide band detection of on body concealed weapons using the out of plane polarized late time response». volume 7485, p. 748505. SPIE, 2009. doi: 10.1117/12.830520.
<http://link.aip.org/link/?PSI/7485/748505/1>
- HAYKIN, SIMON: *Neural Networks: A Comprehensive Foundation (2nd Edition)*. Prentice Hall, 2th edition, 1998. ISBN 9780132733502.
- HOFFMANN, G.: «Pattern recognition of multiple signals from ground penetrating radar for metal and plastic objects». *Radar, Sonar and Navigation, IEE Proceedings*, 2004, **151(2)**, pp. 91–99. ISSN 1350-2395. doi: 10.1049/ip-rsn:20040416.
- HONG-XING, PENG; RUI, WANG and LIN-PENG, HAI: «Sensor fault detection and identification using Kernel PCA and its fast data reconstruction». In: *Proc. Chinese Control and Decision Conf. (CCDC)*, pp. 3857–3862, 2010. doi: 10.1109/CCDC.2010.5498464.
- HUA, Y.: «Parameter estimation of exponentially damped sinusoids using higher order statistics and matrix pencil». *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 1991, **39(7)**, pp. 1691–1692. ISSN 1053-587X. doi: 10.1109/78.134411.

- HUA, Y. and SARKAR, T. K.: «Generalized pencil-of-function method for extracting poles of an EM system from its transient response». *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1989, **37(2)**, pp. 229–234. ISSN 0018-926X. doi: 10.1109/8.18710.
- : «Matrix pencil method for estimating parameters of exponentially damped/undamped sinusoids in noise». *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1990, **38(5)**, pp. 814–824. doi: 10.1109/29.56027.
- : «On SVD for estimating generalized eigenvalues of singular matrix pencil in noise». *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1991, **39(4)**, pp. 892–900. doi: 10.1109/78.80911.
- IQBAL, ABDULLAH; VALOUS, NEKTARIOS A.; SUN, DA-WEN and ALLEN, PAUL: «Parsimonious classification of binary lacunarity data computed from food surface images using kernel principal component analysis and artificial neural networks». *Meat Science*, 2010, **In Press, Accepted Manuscript**, pp.–. ISSN 0309-1740. doi: DOI:10.1016/j.meatsci.2010.08.014.
<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6T9G-50XC7F-2/2/ddeebc812cb079e47ad767ec9b66c253>
- JANG, WOJIN; WANG, YISU; ZHOU, WEIWEI and KOH, JINHWAN: «Matrix Pencil Method Using Fourth-order Statistic». *Journal of Korean Institute of Communication Sciences*, 2006, **31, No. 6c**, DBPIA ID: 724198.
- JOLLIFFE, I.T.: *Principal Component Analysis*. Springer, 2ndth edition, 2002. ISBN 9780387954424.
- JOUNY, ISMAIL: «Stochastic resonance and suboptimal radar target classification». In: *Proceedings of the SPIE*, volume 7696, pp. 769612–1–769612–12, 2010.
- KARHUNEN, J.: «Optimization criteria and nonlinear PCA neural networks». In: *Proc. IEEE International Conference on Neural Networks IEEE World Congress on Computational Intelligence*, volume 2, pp. 1241–1246 vol.2, 1994. doi: 10.1109/ICNN.1994.374363.

- KARHUNEN, J.; OJA, E.; WANG, L.; VIGARIO, R. and JOUTSENSALO, J.: «A class of neural networks for independent component analysis». *Neural Networks, IEEE Transactions on*, 1997, **8(3)**, pp. 486–504. ISSN 1045-9227. doi: 10.1109/72.572090.
- KARHUNEN, JUHA and JOUTSENSALO, JYRKI: «Representation and separation of signals using nonlinear PCA type learning». *Neural Networks*, 1994, **7(1)**, pp. 113 – 127. ISSN 0893-6080. doi: DOI:10.1016/0893-6080(94)90060-4.
<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6T08-485RHMN-3C/2/89f5cd6d1cd12d92dc06dd4896d26a29>
- : «Generalizations of principal component analysis, optimization problems, and neural networks». *Neural Networks*, 1995, **8(4)**, pp. 549 – 562. ISSN 0893-6080. doi: DOI:10.1016/0893-6080(94)00098-7.
<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6T08-4031CR2-1S/2/1d83922db5bc73be2843e8b36b6166e1>
- KAY, S. M.: «Efficient generation of colored noise». *Proceedings of the IEEE*, 1981, **69(4)**, pp. 480–481. ISSN 0018-9219.
- KENNAUGH, E.; MOFFATT, D. and WANG, NAH: «The K-pulse and response waveforms for nonuniform transmission lines». *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1986, **34(1)**, pp. 78–83. doi: 10.1109/TAP.1986.1143719.
- KENNAUGH, E. M.: «Polarization properties of radar reflections». *Ohio State Univ., Project Rep. Contract No. RADC-AF28(009)-90*, 1952, **Rep. 389-12**.
- KENT, S.; KASAPOGLU, N. G. and KARTAL, M.: «Radar target classification based on support vector machines and High Resolution Range Profiles». In: *Proc. IEEE Radar Conf. RADAR '08*, pp. 1–6, 2008. doi: .2008.4721107.
- KERGALL, J.; POULIGUEN, P.; LEGOFF, M. and CHEVALIER, Y.: «Complex natural resonances extracted from radar signatures measured in time domain with UWB laboratory system». In: *Proc. IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*,

- volume 2, pp. 1346–1349 vol.2, 1999. doi: 10.1109/APS.1999.789563.
- KIM, KWANG IN; FRANZ, M. O. and SCHOLKOPF, B.: «Iterative kernel principal component analysis for image modeling». *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, 2005, **27(9)**, pp. 1351–1366. doi: 10.1109/TPAMI.2005.181.
- KIM, KYUNG-TAE; SEO, DONG-KYU and KIM, HYO-TAE: «Efficient radar target recognition using the MUSIC algorithm and invariant features». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 2002, **50(3)**, pp. 325–337. ISSN 0018-926X. doi: 10.1109/8.999623.
- KOUEMOU, G.; NEUMANN, C. and OPITZ, F.: «Exploitation of track accuracy information in fusion technologies for radar target classification using Dempster-Shafer Rules». In: *Proc. 12th International Conference on Information Fusion FUSION '09*, pp. 217–223, 2009.
- KOUEMOU, G. and OPITZ, F.: «Hidden Markov Models in radar target classification». In: *Proc. IET International Conference on Radar Systems*, pp. 1–5. ISSN 0537-9989, 2007.
- KOUTSOGIANNIS, G. S. and SORAGHAN, J.: «Classification and denoising of communication signals using kernel principal component analysis (KPCA)». In: *Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP '02)*, volume 2, pp. 1677–1680, 2002.
- KWOK, J. T.-Y. and TSANG, I. W.-H.: «The pre-image problem in kernel methods». *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2004, **15(6)**, pp. 1517–1525. doi: 10.1109/TNN.2004.837781.
- LEE, J.-H. and KIM, H.-T.: «Natural Frequency extraction using Generalized Pencil-of-Function method and transient response reconstruction». *Progress In Electromagnetics Research C*, 2008, **4**, pp. 65–84.
- LEE, JOON-HO; CHOI, IN-SIK and KIM, HYO-TAE: «Natural frequency-based neural network approach to radar target recognition». *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, **51(12)**, pp. 3191–3197. ISSN 1053-587X. doi: 10.1109/TSP.2003.818908.

- LEE, JOON-HO and KIM, HYO-TAE: «Radar target recognition using least squares estimate». *Microwave and Optical Technology Letters*, 2001, **30(6)**, pp. 427–434.
- LETEXIER, DAMIEN; BOURENNANE, SALAH and BLANC-TALON, JACQUES: «Multidimensional Noise Removal Based on Fourth Order Cumulants». In: *ACIVS '08: Proceedings of the 10th International Conference on Advanced Concepts for Intelligent Vision Systems*, pp. 444–452. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg. ISBN 978-3-540-88457-6, 2008. doi: http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-88458-3_40.
- LI, D.; GUO, BIN and WANG, GANG: «Application of SEM Technique to Characterization of Breast Tumors». In: *Proc. International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications*, pp. 887–890, 2007. doi: 10.1109/MAPE.2007.4393769.
- LI, Q.; ILAVARASAN, P.; ROSS, J. E.; ROTHWELL, E. J.; CHEN, KUN-MU and NYQUIST, D. P.: «Radar target identification using a combined early-time/late-time E-pulse technique». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 1998, **46(9)**, pp. 1272–1278. ISSN 0018-926X. doi: 10.1109/8.719969.
- LI, WEIHUA; SHI, TIE-LIN and YANG, SHU-ZI: «An approach for mechanical fault classification based on generalized discriminant analysis». *Frontiers of Mechanical Engineering in China*, 2006, **1**, pp. 292–298. ISSN 1673-3479. 10.1007/s11465-006-0022-2. <http://dx.doi.org/10.1007/s11465-006-0022-2>
- LIANG, JING and DING, ZHI: «Nonminimum-phase FIR channel estimation using cumulant matrix pencils». *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 2003, **51(9)**, pp. 2310–2320. doi: 10.1109/TSP.2003.815378.
- LIAO, HONG SHU.: «A blind SNR estimation method for radar signals».
- LIU, HONGWEI; SU, HONGTAO and BAO, ZHENG: «Radar High Range Resolution Profiles Feature Extraction Based on Kernel PCA and

- Kernel ICA». In: *Advances in Neural Networks — ISNN 2005*, volume 3496 of *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 913–918. Springer Berlin / Heidelberg. ISBN 978-3-540-25912-1. ISSN 0302-9743 (Print) 1611-3349 (Online), 2005. doi: 10.1007/11427391_146. <http://www.springerlink.com/content/hj17j0jcja5l3pxv/>
- LIU, QINGSHAN; CHENG, JIAN; LU, HANQING and MA, SONGDE: «Distance based kernel PCA image reconstruction». In: *Proc. 17th Int. Conf. Pattern Recognition ICPR 2004*, volume 3, pp. 670–673, 2004. doi: 10.1109/ICPR.2004.1334618.
- LONG, YUNLIANG: «Determination of the natural frequencies for conducting rectangular boxes». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 1994, **42(7)**, pp. 1016–1021. doi: 10.1109/8.299607.
- LU, CONGDE; ZHANG, TAIYI; ZHANG, RUONAN and ZHANG, CHUNMEI: «Adaptive robust kernel PCA algorithm». In: *Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP '03)*, volume 6, 2003. doi: 10.1109/ICASSP.2003.1201758.
- LUI, HOI-SHUN; ALDHUBAIB, F.; SHULEY, N. and HUI, HON TAT: «Subsurface Target Recognition Based on Transient Electromagnetic Scattering». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 2009, **57(10)**, pp. 3398–3401. doi: 10.1109/TAP.2009.2029394.
- LUI, HOI-SHUN; SHULEY, N. and CROZIER, S.: «Hip Prosthesis Detection based on Complex Natural Resonances». In: *Proc. 27th Annual International Conference of the Engineering in Medicine and Biology Society IEEE-EMBS 2005*, pp. 1571–1574, 2005. doi: 10.1109/IEMBS.2005.1616735.
- LUI, HOI-SHUN and SHULEY, N. V.: «On the analysis of electromagnetic transients from radar targets using smooth pseudo wigner-ville distribution (SPWVD)». In: *Proc. IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, pp. 5701–5704, 2007. doi: 10.1109/APS.2007.4396845.
- LUI, HOI-SHUN and SHULEY, N. V. Z.: «Sampling Procedures for Resonance Based Radar Target Identification». *Antennas and Pro-*

- pagation, *IEEE Transactions on*, 2008, **56(5)**, pp. 1487–1491. doi: 10.1109/TAP.2008.922888.
- LUI, HOI-SHUN; SHULEY, N. V. Z. and RAKIC, A. D.: «A Novel, Fast, Approximate Target Detection Technique for Metallic Target Below a Frequency Dependant Lossy Halfspace». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 2010, **58(5)**, pp. 1699–1710. doi: 10.1109/TAP.2010.2044317.
- LUKIN, V. V.; ZHENJIANG, MIAO and BAOZONG, YUAN: «Multi-frequency remote sensing radar images processing and analysis». In: *Proc. Computer, Communication Control and Power Engineering.1993 IEEE Region 10 Conf TENCON '93*, 0, pp. 1042–1045, 1993. doi: 10.1109/TENCON.1993.320193.
- MACDONALD, D. and FYFE, C.: «Non-linear principal components: projection and reconstruction». In: *Proc. IEEE International Joint Conference on Neural Networks*, volume 3, pp. 2153–2157 vol.3. ISSN 1098-7576, 2004.
- MANLY, BRYAN F.J.: *Multivariate Statistical Methods: A Primer, Third Edition*. Chapman & Hall/CRC, 3th edition, 2004. ISBN 9781584884149.
- MENG, WANJING; JU, TAO and YU, HONGYUN: «CFAR and KPCA for SAR image target detection». In: *Proc. 3rd Int Image and Signal Processing (CISP) Congress*, volume 4, pp. 1832–1835, 2010. doi: 10.1109/CISP.2010.5646813.
- MIERAS, H.: «Optimal polarizations of simple compound targets». *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1983, **31(6)**, pp. 996–999. doi: 10.1109/TAP.1983.1143172.
- MIKA, SEBASTIAN; SCHÖLKOPF, BERNHARD; SMOLA, ALEX; MÜLLER, KLAUS-ROBERT; SCHOLZ, MATTHIAS and RÄTSCH, GUNNAR: «Kernel PCA and de-noising in feature spaces». In: *Proceedings of the 1998 conference on Advances in neural information processing systems II*, pp. 536–542. MIT Press, Cambridge, MA, USA. ISBN 0-262-11245-0, 1999.
- <http://portal.acm.org/citation.cfm?id=340534.340729>

- MOFFATT, D.; YOUNG, J.; KSIENSKI, A.; LIN, HENG-CHENG and RHOADS, C.: «Transient response characteristics in identification and imaging». *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1981, **29(2)**, pp. 192–205. doi: 10.1109/TAP.1981.1142584.
- MORALES, J. D.; BLANCO, D. .; RUIZ, D. P. and CARRION, M. C.: «Radar-Target Identification via Exponential Extinction-Pulse Synthesis». *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2007a, **55(7)**, pp. 2064–2072. ISSN 0018-926X. doi: 10.1109/TAP.2007.900259.
- MORALES, J. D.; BLANCO, D.; RUIZ, D. P. and CARRION, M. C.: «Non Cooperative Radar Target Identification Using Exponential Single-Mode Extraction Pulse». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 2011, **59(6)**, pp. 2445–2447. doi: 10.1109/TAP.2011.2143678.
- MORALES, J. D.; RUIZ, D. P.; GARZON-GUERRERO, J. A.; BLANCO, D. and CARRION, M.C.: «An algorithm for radar target recognition using weighted sinusoidal extinction-pulse synthesis». In: *Proceedings of the IEEE Information and Communication Technologies International Symposium (ICTIS'07)*, , 2007b.
- MORGAN, M. A.: «Scatterer discrimination based upon natural resonance annihilation». *Journal of Electromagnetics Waves and Applications*, 1988, **2**, pp. 481–502.
- MORRIS, J. T.; ANDERSON, W. C. and ANDERSON, S. J.: «Polarisation filtering for small target discrimination in ground clutter». In: *Proc. IET International Conference on Radar Systems*, pp. 1–4. ISSN 0537-9989, 2007.
- NIKIAS, C. L. and MENDEL, J. M.: «Signal processing with higher-order spectra». *Signal Processing Magazine, IEEE*, 1993, **10(3)**, pp. 10–37. doi: 10.1109/79.221324.
- OJA, ERKKI: «Nonlinear PCA: Algorithms and applications». In: *Proceedings of WCNN'93, Portland: World Congress on Neural Networks, Volume II-396*, , 1993.

- OPP, MANFRED: «An Approximate Inference Approach for the PCA Reconstruction Error». In: *Advances in Neural Information Processing Systems 18; Neural Information Processing Systems, NIPS 2005*, Vancouver, British Columbia, Canada, 2005.
- PADHI, S. K.; SHULEY, N. V. and LUI, HOI-SHUN: «Resonance behavior of a dielectric target in a half-space using the CNR (complex natural resonance) method». In: *Proc. IEEE Antennas and Propagation Society Int. Symp. 2006*, pp. 715–718, 2006. doi: 10.1109/APS.2006.1710625.
- PAPADOPOULOS, C. K. and NIKIAS, C. L.: «Parameter estimation of exponentially damped sinusoids using higher order statistics». *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, 1990, **38(8)**, pp. 1424–1436. ISSN 0096-3518. doi: 10.1109/29.57577.
- RAO, S.; WILTON, D. and GLISSON, A.: «Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 1982, **30(3)**, pp. 409–418. ISSN 0018-926X.
- ROTHWELL, E.; NYQUIST, D.; CHEN, KUN-MU and DRACHMAN, B.: «Radar target discrimination using the extinction-pulse technique». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 1985, **33(9)**, pp. 929–937. ISSN 0018-926X.
- ROTHWELL, E. J.; BAKER, J.; CHEN, K.-M. and NYQUIST, D. P.: «Approximate natural response of an arbitrarily shaped thin wire scatterer». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 1991, **39(10)**, pp. 1457–1462. ISSN 0018-926X. doi: 10.1109/8.97376.
- ROTHWELL, E. J.; KEMPEL, L. C. and FRASCH, L. L.: «E-pulse discrimination of R-cards in a layered environment». *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2006, **54(7)**, pp. 2175–2178. ISSN 0018-926X. doi: 10.1109/TAP.2006.877208.
- RUIZ, D. P.: *Desarrollo de técnicas de procesado de señal mediante estadística de órdenes superiores. Aplicación a la discriminación de blancos de radar*. Ph.D. thesis, University of Granada, 1995.

- RUIZ, D. P.; BLANCO, D. and CARRION, M. C.: «Noncooperative radar target identification using fourth-order correlations». In: *Proc. IEEE Signal Processing Workshop on Higher-Order Statistics*, pp. 353–356, 1999a. doi: 10.1109/HOST.1999.778757.
- RUIZ, D. P.; CARRION, M. C.; GALLEGO, A. and MEDOURI, A.: «Parameter estimation of exponentially damped sinusoids using a higher order correlation-based approach». *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 1995, **43(11)**, pp. 2665–2677. ISSN 1053-587X. doi: 10.1109/78.482116.
- RUIZ, D. P.; GALLEGO, A. and CARRIÓN, M.C.: «Extinction pulse and resonance annihilation filter: Two methods for radar target discrimination». *Radio Science*, 1999b, **34(1)**, pp. 93–102.
- SAEBBOE, J. and GJESSING, D. T.: «Nonlinear and linear combination of multi-frequency signals for radar target classification; verification of basic relations». *Radar, Sonar and Navigation, IEE Proceedings -*, 2006, **153(4)**, pp. 352–360. ISSN 1350-2395.
- SAHAMBI, H. S. and KHORASANI, K.: «A neural-network appearance-based 3-D object recognition using independent component analysis». *Neural Networks, IEEE Transactions on*, 2003, **14(1)**, pp. 138–149. ISSN 1045-9227. doi: 10.1109/TNN.2002.806949.
- SARKAR, T. K. and PEREIRA, O.: «Using the matrix pencil method to estimate the parameters of a sum of complex exponentials». *Antennas and Propagation Magazine, IEEE*, 1995, **37(1)**, pp. 48–55. ISSN 1045-9243. doi: 10.1109/74.370583.
- SARMA, PALLAV; DURLOFSKY, LOUIS and AZIZ, KHALID: «Kernel Principal Component Analysis for Efficient, Differentiable Parameterization of Multipoint Geostatistics». *Mathematical Geosciences*, 2008, **40**, pp. 3–32. ISSN 1874-8961. 10.1007/s11004-007-9131-7. <http://dx.doi.org/10.1007/s11004-007-9131-7>
- SCHÖLKOPF, BERNHARD and SMOLA, ALEXANDER J.: *Learning with Kernels: Support Vector Machines, Regularization, Optimization, and Beyond*. The MIT Press, 1stth edition, 2001. ISBN 0262194759. <http://www.worldcat.org/isbn/0262194759>

- SECMEN, M. and TURHAN-SAYAN, G.: «Radar target classification method with reduced aspect dependency and improved noise performance using multiple signal classification algorithm». *Radar, Sonar & Navigation, IET*, 2009, **3(6)**, pp. 583–595. doi: 10.1049/jet-rsn.2008.0112.
- SHIMAMURA, YUICHI and ARAKI, KIYOMICHI: «Application of Fourth-Order Cumulants to Delay Time and DOA Estimation of Multiple Delayed Waves by the MMP Method». *Electronics and Communications in Japan*, 1999, **82, No. 12**, pp. 30–39.
- SHULEY, NICHOLAS V. Z.: «A Review of Uncooperative Target Identification Using UWB Resonance Based Radar Techniques». *ECTI Transactions on Electrical Eng., Electronics and Communications*, 2006, **4(2)**, pp. 118–126.
- SMOLA, ALEXANDER; SCHÖLKOPF, BERNHARD; MÜLLER, KLAUS-ROBERT; BOTTOU, L.; BURGESS, C.; BULTHOFF, H.; GEGENFURTNER, K. and HAFFNER, P.: «Nonlinear Component Analysis as a Kernel Eigenvalue Problem». *Technical Report*, Technical Report 44, Max-Planck-Institut für biologische Kybernetik., 1998.
- STENHOLM, G. J.; ROTHWELL, E. J.; NYQUIST, D. P.; KEMPEL, L. C. and FRASCH, L. L.: «E-pulse diagnostics of simple layered materials». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 2003, **51(12)**, pp. 3221–3227. ISSN 0018-926X. doi: 10.1109/TAP.2003.820980.
- SUDJIANTO, A.; HASSOUN, M. H. and WASSERMAN, G. S.: «Extensions of principal component analysis for nonlinear feature extraction». In: *Proc. IEEE International Conference on Neural Networks*, volume 3, pp. 1433–1438 vol.3, 1996. doi: 10.1109/ICNN.1996.549110.
- TAKAHASHI, TAKASHI and KURITA, TAKIO: «Robust De-noising by Kernel PCA». In: Jose Dorronsoro (Ed.), *Artificial Neural Networks - ICANN 2002*, volume 2415 of *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 789–789. Springer Berlin - Heidelberg, 2002.
- TEIXEIRA, A. R.; TOME, A. M.; BOHM, M.; PUNTONET, C. G. and LANG, E. W.: «How to Apply Nonlinear Subspace Techniques to

- Univariate Biomedical Time Series». *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2009, **58(8)**, pp. 2433–2443. doi: 10.1109/TIM.2009.2016385.
- TEIXEIRA, A.R.; TOM, A.M.; STADLTHANNER, K. and LANG, E.W.: «KPCA denoising and the pre-image problem revisited». *Digital Signal Processing*, 2008, **18(4)**, pp. 568 – 580. ISSN 1051-2004. doi: DOI:10.1016/j.dsp.2007.08.001.
<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6WDJ-4PF1WFN-1/2/f85f7bb6125624590ebc6ad28a2e49d8>
- TESCHE, F.: «On the analysis of scattering and antenna problems using the singularity expansion technique». *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1973, **21(1)**, pp. 53–62. ISSN 0018-926X.
- TOME, A. M.; TEIXEIRA, A. R.; LANG, E. W. and DA SILVA, A. M.: «Greedy Kernel PCA Applied to Single-Channel EEG Recordings». In: *Proc. 29th Annual Int. Conf. of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society EMBS 2007*, pp. 5441–5444, 2007. doi: 10.1109/IEMBS.2007.4353576.
- TRAVASSOS, X. L.; VIEIRA, D.; PALADE, V. and NICOLAS, A.: «Noise Reduction in a Non-Homogenous Ground Penetrating Radar Problem by Multiobjective Neural Networks». *Magnetics, IEEE Transactions on*, 2009, **45(3)**, pp. 1454–1457. doi: 10.1109/TMAG.2009.2012677.
- VAN BLARICUM, M. and MITTRA, R.: «A technique for extracting the poles and residues of a system directly from its transient response». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 1975, **23(6)**, pp. 777–781. ISSN 0018-926X.
- VASWANI, N.: «A linear classifier for Gaussian class conditional distributions with unequal covariance matrices». In: *Proc. 16th International Conference on Pattern Recognition*, volume 2, pp. 60–63 vol.2. ISSN 1051-4651, 2002. doi: 10.1109/ICPR.2002.1048236.
- VESPE, M.; BAKER, C. J. and GRIFFITHS, H. D.: «Perspective Aperture Dependency of Netted Radar Target Classification». In: *EMRS DTC 3rd Annual Technical Conference (Edinburgh)*, , 2006.

- VILLMANN, THOMAS and HAMMER, BARBARA: «Functional Principal Component Learning Using Oja's Method and Sobolev Norms». In: *Advances in Self-Organizing Maps*, volume 5629 of *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 325–333. Springer Berlin / Heidelberg. ISBN 978-3-642-02396-5. ISSN 0302-9743 (Print) 1611-3349 (Online), 2009. doi: 10.1007/978-3-642-02397-2_37.
<http://www.springerlink.com/content/104810x3g58w887v/>
- WANG, LEI; PANG, YAN-WEI; SHEN, DAO-YI and YU, NENG-HAI: «An Iterative Algorithm for Robust Kernel Principal Component Analysis». In: *Proc. Int Machine Learning and Cybernetics Conf*, volume 6, pp. 3484–3489, 2007a. doi: 10.1109/ICMLC.2007.4370750.
- WANG, S.; GUAN, X.; WANG, D.; MA, X. and SU, Y.: «Application of matrix pencil method for estimating natural resonances of scatterers». *Electronics Letters*, 2007b, **43**(1), pp. 3–5. ISSN 0013-5194.
- WANG, XIAO-DAN and WU, CHONG-MING: «Using improved SVM decision tree to classify HRRP». In: *Proc. Int Machine Learning and Cybernetics Conf*, volume 7, pp. 4432–4436, 2005. doi: 10.1109/ICMLC.2005.1527719.
- WANG, XIAODAN; WU, CHONGMING; QI, YINA and BAI, DONG-YING: «HRRP Classification by Using Improved SVM Decision Tree». In: *Proc. Sixth World Congress Intelligent Control and Automation WCICA 2006*, volume 2, pp. 10096–10100, 2006. doi: 10.1109/WCICA.2006.1713975.
- WANG, Y.; LONGSTAFF, I. D. and LEAT, C. J.: «Measurement of complex natural resonances of targets in free space and lossy media». *Progress In Electromagnetics Research, PIER*, 2000, **29**, pp. 221–230.
- WANG, Y. and SHULEY, N.: «Complex Resonant Frequencies for the Identification of Simple Objects in Free Space and Lossy Environments». *Progress In Electromagnetics Research, PIER*, 2000, **27**, pp. 1–18.
- WIDODO, ACHMAD and YANG, BO-SUK: «Application of nonlinear feature extraction and support vector machines for fault

- diagnosis of induction motors». *Expert Systems with Applications*, 2007, **33**(1), pp. 241 – 250. ISSN 0957-4174. doi: DOI:10.1016/j.eswa.2006.04.020.
<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V03-4JX3B39-3/2/10f37866eb127de72efdc17e47c9f675>
- WILLIAMS, CHRISTOPHER K.I.: «On a Connection between Kernel PCA and Metric Multidimensional Scaling». *Machine Learning*, 2002, **46**, pp. 11–19. ISSN 0885-6125. 10.1023/A:1012485807823.
<http://dx.doi.org/10.1023/A:1012485807823>
- WILSON, D. J. H.; IRWIN, G. W. and LIGHTBODY, G.: «RBF principal manifolds for process monitoring». *Neural Networks, IEEE Transactions on*, 1999, **10**(6), pp. 1424–1434. ISSN 1045-9227. doi: 10.1109/72.809087.
- YANG, FAN and MOHAN, A. S.: «Complex natural resonances for breast tissues with complex morphology». In: *Proc. IEEE Int Antennas and Propagation (APSURSI) Symp*, pp. 699–702, 2011. doi: 10.1109/APS.2011.5996808.
- YANG, M.-H.; AHUJA, N. and KRIEGMAN, D.: «Face recognition using kernel eigenfaces». In: *Proc. Int Image Processing Conf*, volume 1, pp. 37–40, 2000. doi: 10.1109/ICIP.2000.900886.
- YEREDOR, ARIE: «On Optimal Selection of Correlation Matrices for Matrix-Pencil-Based Separation». In: *ICA '09: Proceedings of the 8th International Conference on Independent Component Analysis and Signal Separation*, pp. 187–194. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg. ISBN 978-3-642-00598-5, 2009. doi: http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-00599-2_24.
- YIP, L.; COMANOR, K.; CHEN, J. C.; HUDSON, R.E.; YAO, K. and VANDENBERGHE, L.: *Information Processing in Sensor Networks*. volume 2634 of *Lecture Notes in Computer Science*, chapter Array Processing for Target DOA, Localization and Classification Based on AML and SVM Algorithms in Sensor Networks, pp. 269–284. Springer-Verlag, 2003.
- YONGMEI, L.; SUGAHARA, K.; OSAKI, T. and KONISHI, R.: «Parameter estimation of exponentially damped noisy signal based on the

- LP method». In: *Proc. 41st SICE Annual Conference SICE 2002*, volume 3, pp. 1930–1935 vol.3, 2002.
- YOUNG, J.: «Radar imaging from ramp response signatures». *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1976, **24(3)**, pp. 276–282. doi: 10.1109/TAP.1976.1141346.
- YUN, Z. and ISKANDER, M. F.: «Detection of buried metal structures using ground penetration radar techniques: A numerical study». In: *Proc. IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, pp. 1813–1816, 2007. doi: 10.1109/APS.2007.4395869.
- ZHANG, JIAN; SWAIN, A. K. and NGUANG, S. K.: «Parameter estimation of exponentially damped sinusoids using HSVD based extended complex Kalman filter». In: *Proc. TENCON 2008 - 2008 IEEE Region 10 Conference*, pp. 1–6, 2008. doi: 10.1109/TENCON.2008.4766399.
- ZHANG, L.; HAO, Y. and PARINI, C. G.: «Natural Resonant Frequency Extraction for Concealed Weapon Detection at Millimetre Wave Frequencies». In: *Proc. Second European Conf. Antennas and Propagation EuCAP 2007*, pp. 1–5, 2007.
- ZHANG, YINGWEI: «Enhanced statistical analysis of nonlinear processes using KPCA, KICA and SVM». *Chemical Engineering Science*, 2009, **64(5)**, pp. 801 – 811. ISSN 0009-2509. doi: DOI:10.1016/j.ces.2008.10.012.
<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6TFK-4TTMJW4-7/2/2516217cbebd4bc00e818a945841894f>
- ZHANG, YUFENG; YE, ZHONGFU and LIU, CHAO: «An efficient DOA estimation method in multipath environment». *Signal Processing*, 2010, **90(2)**, pp. 707 – 713. ISSN 0165-1684. doi: DOI:10.1016/j.sigpro.2009.08.004.
<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V18-4X1J702-2/2/a628d7069bf856f6781f7abaadad9c62>
- ZHU, ZHENGWEI and ZHOU, JIANJIANG: «Automatic Target Recognition Based on HRRP Using SKO-KPCA». In: *Proc. Int. Joint Conf. Computational Sciences and Optimization CSO 2009*, volume 1, pp. 874–877, 2009. doi: 10.1109/CSO.2009.89.

www.ugr.es

Grupo de Sistemas, Señales y Ondas
Departamento de Física Aplicada
Facultad de Ciencias (FCI)
Universidad de Granada
Avda. Severo Ochoa S.N.
ES-18190, Granada
Spain