

plan, sont parallèles, en
 tre elles. Démonstration P. 115.

Si elle n'étoient point
 parallèles, entr'elles, étant
 prolongées, elles se ren-
 contrent, et par con-
 séquent les deux plans
 où elle sont, se rencon-
 trent aussi; ce qui est
 impossible, puis qu'ils sont
 parallèles.

Proposition 87.

Si un plan est incliné sur
 un autre: La perpendiculaire
 abaissée d'un point quelcon-
 que

que, du 1.^{er} plan sur le second
tombera hors de la commune

Section. Démonstration

P. 116.

Soient les plans GH et AE.
Le second incliné sur le premier,
Si d'un point quelconque,
par ex. en C, j'abaisse une
perpendiculaire sur la
Commune Section AB, cette
perpendiculaire tombera
en dehors, et elle sera
d'autant plus éloignée de
AB que la projection de
l'oblique sera plus grande

~~Les~~ Deux Si un plan. Q^e
 Corollaire 1.^{er} Si un plan
 est incliné sur un autre
 plan, l'Angle qu'il forme
 par leur inclination est
 mesuré par l'Arc de cercle
 qui seroit décrit entre les
 deux plans, d'un point de
 la Section, qui comme Centre,
 et dont les rayons seroient
 perpendiculaires à la Section
 commune.

Cor. 2. Deux plans
 inclinés l'un sur l'autre, ont
 out des Angles formés de
 part et d'autre, qui valent

Deux Angles droits.

2.^o Les Angles opposés au
Sommet en plus et à la Section
sont égaux. 3.^o Les angles
formés autour de la Section
Commune de plusieurs plans
qui se coupent, valent
(pris ensemble) quatre angles
droits. P

Proposit.^{on} 88.

La Section commune AB,
de deux plans perpendic.^{aux}
sur un 3.^e plan; est per-
pendiculaire à ce plan.
Soit le plan CD et le
deux plans perpendiculaire.

EF, GH. Je dis que si du
point B, on les trois plans
se rencontrent, l'élevé une
perpendiculaire, quelle
sera dans les deux plans

EF, GH.

P. 114

Démonstration.

Les deux plans EF, GH sont
paralèlement perpendic^{aux}
au plan CD; Donc la per-
pendiculaire AB, ne peut
être ~~per~~ la commune
section des deux plans
perpend^{aux}; Si elle même,
ne formerait la section
commune; Donc elle

Proposition 89.

F. 117. Deux lignes droites $AF, BG,$
 coupées par des plans paral-
 lèles; sont coupées proporti-
 onnellement. Pour la Dém^{on}.
 Soit menée la droite FB .

Démonstration

Si je joins les intersections
 par la droite $AB, CD, FE,$ j'en-
 drai, 1^o Le plan du triangle
 ABF qui coupe les trois
 plans parallèles; Donc les
 sections AB, CE sont paral-
 lèles et les parties $AC, CF,$ seront
 proportionnelle aux parties
 $BE, EF,$ l'on aura AC

La proportion $AC : CF :: BE : EF$,
 Et réciproquement, 2^o de
 Triangle GFB , donne —
 $BE : EF :: BD : GD$. Donc &c.

Proposition 90.

Si un plan coupe un Solide,
 la Section faite dans ce Solide,
 sera elle même un plan.

Démonstration.

Cette Section étant une Sur-
 face; elle est la plus petite
 qui puisse être comprise
 entre les Extrémités de la
 Section; Donc &c.

G. Sp.

V.



Cor. 1^{re} Cette Section re-
présentera différentes figures
planes, suivant celle du So-
lide qui est coupé par le plan.

Cor. 2^{de} Si deux ^{ou plus} plans
~~plans~~ coupent un même So-
lide, ils donneront des Sec-
tions, qui seront autant de
plans; ces différentes Sections,
ont des propriétés remarquables,
qui servent de principes à
beaucoup de vérités concer-
nant la Coupe de pierres;
La Géométrie; le traité
de la Sphère &c.

De l'Affortiment des
Plans, pour former des
Angles Solides.

1. Définitions.

1.° Lors que les plans se réunissent
trent, soit perpendiculai-
rement, soit obliquement,
ils font une Section; lors
qu'ils se joignent par leurs
Angles et que la Somme de
ces Angles est de quatre an-
gles droits; ils forment un
plan continu: Lors qu'ils
se joignent par leurs Angles

et que la somme de ces Angles
est moindre que quatre an-
gles droits; Alors ils forment
un Angle Solide.

2^o On appelle Angle Solide
un espace terminé par plu-
sieurs Angles plans, qui
ont un Sommet commun;
telle est la pointe d'une
pyramide; L'Angle Solide
est par rapport au Solide,
ce que l'Angle plan est
par rapport à la Surface:
il y a cette diff. que par
l'ouverture d'un Angle plan, deux

deux lignes, Suffisent; mais
pour former un Angle Solide,
il faut au moins trois angles
plans qui ayent un Som-
met commun; car deux
plans ne peuvent renfer-
mer un espace.

Proposition 91.

Lors qu'un Angle Solide P : 128.
A, est formé par trois angles
plans DAC, DAB, BAC; deux
de ces angles, quels qu'ils soi-
ent, sont plus grands que
le troisième.

Démonstration.

P. 118. L'angle plan BAC , est plus
 petit que la somme de deux
 angles plans $BAD + BAC$;
 Car entre les extrémités AB ,
 AC , d'une surface, n'est
 plus petite que le plan BAC ;
 De même qu'une ligne
 droite est plus courte, que
 la ligne anguleuse com-
 prise entre les mêmes
 points ; Ainsi est ^{l'angle} le plan
 BAC , plus petit que le
 plan anguleux $BAC + BAD$.
 Donc &c.

Proposition 92.

Tous les angles plans
qui peuvent former un
angle solide, pris ensen-
ble; sont plus petits que
quatre angles droits.

Soit une Pyramide — P. 119.

Pentagone ABCDE, divi-
sée en 5 triangles dont les
sommets se réunissent
au point E.

Démonstration.

La surface convexe de
la pyramide est composée de

de cinq triangles, sans cha-
 qu'un des quels, la somme
 des Angles vaut 180° .

Paraillement, la base
 de la Pyramide est com-
 posee de cinq triangles
 sans chacun des quels
 la somme des Angles vaut
 180° ; Donc la somme
 des Angles des 5 premières
 triangles, est égale à la
 somme des Angles des
 cinq derniers triangles.
 Mais les Angles des
 bases

base. Des cinq premiers tri-
angles, qui sont les faces
triangulaires, sont plus
grands que les angles sur
la base des cinq autres \triangle
(Par le prop.^{us} précéd.)

L'angle BCD plus petit que
 $ACB + ACD$; Donc les angles
au sommet A de la pyrami-
de sont moindres que les
angles formés autour du
point G. qui vaut le. An-
gle droit. Donc P.
(voy. notre traité page 142 et 143)

Des Solides.

Définition

Le Solide est ce qui a
 longueur; largeur et
 épaisseur ou profondeur.
 (voy. les déf. de chaque Solid.
 en particulier pag.)

Proposition 92.

La Solidité du Cube
 est égale au produit de
 son côté multiplié deux
 fois par lui même: Et sa
 Superficie est égale au
 produit de la Surface de sa

Cote par le nombre de
Les faces

Démonstration.

Soient les lignes égales

$AD, AB;$ (Facet adéf.)

1^o Si je fais couler la ligne $P. 120.$
physique AD perpendicu-
lairement à la ligne physi-
que AB , de manière qu'elle
soit partout une trace
d'elle-même, lorsqu'elle se
confondra avec la ligne
 BC ; elle aura formé le quar-
ré $DABC$, et elle aura été
multipliée par la ligne
 AB , puis qu'elle aura été

repetée autant de fois
qu'il y a de points sans la
ligne AB.

2^o. Si je conçois la ligne
physique $AF = AD$ et perp.
viculaire au plan de la
base DABC et que je fasse
couler ce plan physique
perpendiculairement tout
le long de la ligne AF, de
manière qu'il laisse par-
tout une trace de lui mê-
me, lors qu'il se confondra

il aura
formé avec le plan MFG, Et il
le cube aura été multiplié par
ATC, la ligne AFE qui aura
été

été répété autant de fois
qu'il y a de points dans la
ligne AF.

3^o Il suit de la que pour
former le Cube AFIC, il
faut d'abord multiplier
le côté AD par le côté AB,
son égal, et ensuite mul-
tiplier le produit, c'est-à-dire,
le quarré ou base AC par
le côté AF = AD, ou ce
qui est la même chose,
multiplier AD par lui-même
et son produit encore par
lui-même. Donc la
4^o base a trois sa Super-
ficie

Comme il faut celle de la
 base ADCB, je la multiplie
 par le nombre de ses faces.
 C'est-à-dire, par six;
 Car la superficie de six
 faces est l'enveloppe
 du solide. Donc &c.

Proposition 93.

Les solides semblables
 ont les lignes homologues
 proportionnelles.

P. 121. Soient les deux solides
 semblables A, a, et les lignes
 homologues AB, ab; BC, bg.
 &c. Je dis que $AB : BC : ab : bg$.

Démonstration.

Puisque les Solides A, a
 sont semblables; il n'y
 a aucun point, dans le
 Solide A, qui n'ait son
 point correspondant dans
 le Solide a, placé de
 la même manière; Ain-
 si, si la ligne AB a un
 nombre de points égal à
 la ligne ab, l'on a donc
 $AB : ab :: BG : bg$. Donc

Q. E. D.

Proposit.^{on} 94.

Des Solides Semblables

Sous

Sont équiangles.

P. 121. Soient les Solides Sem-
blables A, a ; je dis qu'ils
ont les Angles égaux.

Démonstration.

1.° Puisque les Solides A, a ,
sont semblables, les faces
 BAC, bac , sont compo-
sées, d'un équal nombre
de points rangés de
la même manière, les
faces sont donc des figures
semblables et par consé-
quent équiangles; les
Angles $B; A, F$ sont donc

égaux aux angles b, a, f ; je
 démontrerais de la même ma-
 nière que les autres angles
 sont égaux. (Donc \square)

Proposition 95.

Les Solides qui ont les
 angles égaux et les bases
 proportionnelles, sont
 semblables.

P: 121.

Si les Solides A, a , ont
 les angles égaux $\hat{}$, qu'ils se-
 ent composés d'un égal ^{et les} _{proport;}
 nombre de points rangés _{indis}
 de la même manière

Démonstration

G. Sp

X.

Si les Angles A, a , n'étoient pas semblables, on pourroit sur la ligne BF former un autre Solide semblable au Solide a ; or je dis que cela est impossible. Car pour former ce Solide, il faudroit changer, augmenter ou diminuer quelque Angle, ou quelque Côté du Solide A ; et alors ce nouveau Solide n'auroit pas tous les Angles égaux, ou tous les côtés proportionnels à ceux du Solide a ; il ne lui seroit donc pas semblable.

Proposition 96.

Les Solides Semblables
Sont entr'eux, comme
les cubes de leurs cotes ho-
mologues.

Soient les deux Solides
Semblables A, a ; je dis
que le Solide A contient
le Solide a , autant de fois
que le cube formé sur le
cote BT , contient le cube
formé sur le cote bt . $T:121.$

Démonstration

1.° Puisque le Solide A est
semblable au Solide a ,

il n'y a aucun point dans le
 Solide A, qui n'ait son
 point correspondant dans
 le Solide a; de sorte
 que si le cote BT, est com-
 posé par ex: de 40 points,
 le cote bt sera aussi com-
 posé de 40 points; et par-
 conséquent les cubes formés
 sur les cotes BT, bt seront
 composés d'un égal nom-
 bre de points.

2.^o Supposons mainte-
 nant que le Solide A est
 composé d'un égal nombre
 de points que le Solide a;
 or le Solide A est au Solide a

comme le côté BT au côté bt ; Donc le Solide A est au cube de BT , comme le Solide a , est au cube de bt .

Donc $A : a$ —

Corollaire. Je démontre. P. 126
 J'ai de même que les Sphères A, a , qui sont des Solides semblables, sont entre-elles comme les cubes de leurs rayons. —

Proposition 97.

La Solidité d'un prisme droit, est égale au produit de sa base et de sa hauteur; La Surface latérale

latérale (1) ^{est égale au produit}
 Supérimètre de la base
 par sa hauteur.

F. 122

Je dis que la solidité du
 prisme droit ABCD, est égale
 au produit de la base AD et
 de sa hauteur AB.

Démonstration.

1.^o Si la base inférieure
 AD coupe perpendiculairement
 tout le long de la
 hauteur AB, lorsqu'elle
 se confondra avec la
 base supérieure BC, elle
 aura

(1) On appelle Surface
 latérale, le tout de la
 hauteur, sans y comprendre
 les bases.

aura formée la solidité
 du prisme $ABCD$, or la
 base AD aura été répétée
 autant de fois qu'il y a
 de points dans la hauteur
 Donc la solidité du
 prisme $ABCD$ est égale
 au produit de la base
 multipliée par sa hau-
 teur.

2.^o Sa surface
 latérale est un développe-
 ment du prisme, si l'on
 imagine que les lignes
 qui forment son pour

tout, parcourt tous les
 points de sa hauteur, elle
 donneront la Surface
 du prisme; Donc on a
 la Surface du prisme
 en multipliant le
 périmètre de sa base
 par sa hauteur.

Cor. Je démontrerais
 de la même manière que
 P. 124. la Solidité du cylindre
 droit $ABCD$, est égale
 au produit de sa base
 AD , par sa hauteur
 AB : ainsi que sa

Superficie est égale au
produit de la Circonférence
de la base par sa hauteur.

Proposition 98.

La Solidité d'un prisme
incliné, est égale au prod.^{de}
de la base par sa hauteur
à plomb. De même que sa
Superficie latérale est
égale au produit du périmé-
tre de la base par sa
hauteur à plomb. ou par ^{de} P. 123,
le périmètre d'une section
semblable à la base, mais
perpendiculaire à son
côté incliné. Démon.

Démonstration.

F. 123. 1.^o Si l'on imagine que la base
 NB, du prisme droit NA,
 et la base RP, du prisme
 incliné PC, coulent en
 même temps parallèle-
 ment à elles mêmes ; l'on
 qu'elles arriveront en A et
 en C, elles auront été
 répétées autant de fois
 qu'il y a de points dans
 la hauteur CD, il en se-
 ra donc de même de la
 base RP. Donc la soli-
 tude du prisme incliné

CP, est égale au produit
de la base RP et de sa
hauteur à plomb CD.

2.^o si l'imaginaire au mi-
lieu de la hauteur supris-
me inclinée, une section GL,
égale à la base RP, mais
perpendiculaire au côté
CR; cette base fera angle
droit avec le côté incliné
suprisme, par conséquent
elle sera à ce côté, comme
si elle étoit dans une situ-
ation égale au suprisme
droit; d'où il s'ensuit

De cette section par la hau-
teur AP sera le
produit de sa Surface
ou bien le produit de sa
base RP par la hauteur
à plomb CD sera aussi
égal à sa Surface

Corollaire. Je démon-

tr. 125. trouverai de la même man-
nière la Solidité et la
Surface du Cilindre
incliné.

Proposition 99.

Dans une Pyramide, une
Section inclinée parallèle

à la base, est une figure
semblable à la base.

Soit une section ~~AB~~

cd parallèle à la base

CD ; Je dis que cette section

est une figure semblable
à la base. Pour la démon-

stration AB perpendiculaire
à la base CD , et au point B
 bc ; et BE , be .

Démonstration

1^o Puisque les plans cd , CD F. 127.

sont parallèles, AB étant

perpendiculaire au plan

CD sera aussi perpend.

au plan cd ; ainsi les tri-

angles abc, ABC , ayant le
 angle b, B droits et l'angle
 A commun, seront
 équiangles; donc ab est
 à AB , comme bc est à
 BC et comme ac est à AC .

2^o Je prouverai de même
 que ab est à AB comme
 BE à bc et comme AE est
 à Ac ; de sorte que
 ab est tiers de AB , bc
 sera tiers de BC ; be le
 tiers de BE , Ac le tiers de AC
 et Ae le tiers de AE .

3^o Les deux triangles
 cae, CAE ont deux côtés

proportionnels, Autant de
 l'angle A qui leur est com-
 mun, ils sont donc équi-
 angles, et ont par consé-
 quent les côtés proporti-
 onnels. Donc ce sera
 aussi le tiers de CE .

4.^o Il résulte de là que
 les deux triangles CBE ,
 CBE ont les trois côtés
 proportionnels; ils sont
 donc des figures sembla-
 bles, je démontrerais la
 même chose de tous les
 autres triangles qui cons-
 tituent

posent les plans cd, CD ,
 Donc la Section cd est
 une figure semblable
 à la base CD .

Remarque. Si la
 perpendiculaire AB , tom-
 boit hors de la base, en
 tirant des droites des points
 b, B , je démontrerais de
 la même manière que
 la Section est une figure
 semblable à la base.

Proposition 100.

Dans une Pyramide
 les Sections parallèles

à la base, sont entr'elles
comme les quarrés de hau-
teur.

F. 127.

Soient les Sections per-
pendiculaires cd , cd , du Sommet
 A , jetées au plan CD , une
perpendiculaire AB ; fa-
is que le plan cd est au
plan CD , comme le quarré
de la hauteur Ab est au
quarré de la hauteur AB .

Jetée BC , bc .

Démonstration

1.° La ligne AB étant
perpendiculaire au plan

G. Sp.

y.

CD, Sera aussi perpendicul.^{re}
 à l'autre plan et puis que
 ces deux plans sont parall.
 les; ainsi l'angle ABC est
 droit, de même que l'angle
 ABC, de plus l'angle en
 A est commun aux deux
 triangles, Abc, ABC; ces
 deux triangles sont donc
 équiangles; donc le côté
 cb est égal au côté CB,
 comme le côté Ab est au
 côté AB, et par conséquent
 le carré de cb au carré de
 CB :: le q.^{re} de Ab : q.^{re} de Ab.
 9.
 1.

2^o Les plans cd , CD , étant
 des figures semblables,
 sont comme les carrés des
 lignes homologues cb , CB ,
 Il sont donc aussi comme
 les carrés de leurs hauteurs
 Ab , AB .

Corollaire.

Je démontrerais de même
 que dans un cône, les sec-
 tions parallèles à la base,
 sont entre elles comme
 les carrés des hauteurs
 ou distances au sommet.

Proposition 101.

Les pyramides qui ont
une même hauteur, sont
entre elles comme leurs
bases.

P. Soient les deux Pyrami-
127. des A, P; Si la perpendic.
128. AB est égale à la perpendic.
PG; je dis que la solidité
de la pyramide A. est à la
solidité de la pyramide
P, comme la base CD est
à la base LM.

Démonstration

1^o. Soient les deux Sections

347.

cd , lm , prises à des hauteurs
égales, Ab , Ag : la Section
 cd est à la base CD , comme
le carré de la hauteur
 AB , et la Section lm est
à la base $L.M.$, comme le
carré de la hauteur PQ
est au carré de la hauteur
 Pq : et puis que les hauteurs
sont égales, la Section cd
est à la base CD , comme
la Section lm est à la
base $L.M.$. Donc les deux
pyramides sont entre
elles comme leurs bases.

Corollaire

Il Suit de là que si
 Deux pyramides ont une
 même hauteur et des
 bases égales, leurs Soli-
 dés Seront égaux, qu'il-
 quelle Seront entr'elles
 comme les bases.

Proposition 10^e

Une pyramide qui a
 pour base, elle est un
 Cube, et qui a son Sommet
 au Centre du Cube, est

égale au tiers du produit
de la hauteur et de la base
du cube.

Soient le cube A.M. et P. 134

la pyramide C qui a la
même base AD que le cube,

et qui a son sommet au
centre C du cube; je dis

que cette pyramide est
égale au tiers du pro-

duit de la hauteur et
de la base.

Démonstration

Si j' imagine que du
centre C du cube, je tire

Des lignes droites aux huit
 angles du cube, il sera
 divisé en six pyramides
 égales dont chacune aura
 pour base une des faces
 du cube, et pour hauteur
 la moitié de celle du cube,
 telle est la pyramide
CABDF.

Si trois de ces pyramides
 seront donc égales à la
 moitié du cube. Or la
 solidité de la moitié du
 cube est égale au produit
 de sa base et de sa hauteur;
 une

Leur pyramide sera
 donc égale au tiers du pro-
 duit de la base et de la
 moitié de sa hauteur ^{de}
~~de~~; c'est-à-dire, de la
 hauteur de la pyramide.

Proposition 103.

La Solidité d'une pyra-
 mide quelconque est égale
 au tiers du produit de sa
 hauteur ^{perpendiculaire} et de sa base.

Et sa Surface est
 égale au produit de la
 moitié de son périmètre de
 la base par la hauteur d'une

des ses côtes.

P. 133. Soit une pyramide quel-
conque RPS; Soit que sa
solidité est égale au tiers du
prod. de sa hauteur par sa
base RS,

Démonstration.

1.° Si je forme à côté de la
pyramide RPS, un cube
qui ait une hauteur BT —
P. 134. double de celle de la pyra-
mide, la pyramide qui
aura pour base la base
du cube, et son sommet
au centre C, sera égale
au tiers du produit de

de la base et de la hauteur.

2^o. Les pyramides C et P ont même hauteur, elles sont donc équivalentes, comme leurs bases; car on suppose que la base AFDB soit double de la base RS, la pyramide C sera double de la pyramide P.

3^o. La pyramide C est égale au tiers du produit de la hauteur et de la base; la pyramide P, sera donc

égale au tiers du produit
 de la même hauteur
 et de la moitié de la
 base $AT \cdot DB$, ou ce qui
 est la même chose, de
 toute la base RS .

Donc on ôte la soli-
 dite d'une pyramide
 quelconque en multi-
 pliant la superficie de
 sa base par le tiers
 de sa hauteur perpen-
 diculaire; Comme $T \cdot CX$

$P. 127.$ produit de CT par ED .
 4.° La superficie de

D'une pyramide est égale
 au produit de la moitié
 du périmètre de la base
 par l'un de ses côtés;
 ou à la moitié d'un de
 ses côtés par le périmètre
 de la base.

Proposition 104.

La solidité du cône est
 égale au tiers du produit
 de sa hauteur, et de sa
 base. Démonstr^{on}.

La base du cône peut
 être considérée, comme
 un polygone d'un grand

nombre de côtés, il peut
être considéré comme
une pyramide d'un gr^d
nombre de très petits faces,
et par conséquent sa
Solidité sera égale,

Le tiers du produit de sa
129 hauteur DA et de
sa base AC.

Proposition 10.
La pyramide à base
Solidité un produit
égal au tiers de sa
hauteur & Solidité
d'un

Prisme de même haut.
 et de même base —
 auquel elle seroit cir-
 couscrit.

Soit imaginé un pris-
 me qui auroit pour côté IC P. 127.
 et pour base CD , je
 dis que la solidité de la
 pyramide est égale
 au tiers du solide d'un
 prisme de même hauteur
 et de même base —

Démonstration.

La pyramide ayant
 autant de triangles
 que

que la base à ses côtés
 qui tous ont leur sources
 en un point qui touche
 la base supérieure du
 prisme dont elle fait
 partie; (L'avoignon.^o
 109) Sa solidité est
 égale au tiers du
 solide du prisme de
 même base et de même
 hauteur.

Proposition 106.
 La solidité du Cone
 est le tiers de la solidité
 du Cilindre circonscrit.

Soit le Cone BAC et le Cylindre $BDEC$, qui ont même hauteur et même base;

Jedis que le Cone est le $\frac{1}{3}$ de la Solidité du Cylindre.

P. 133.

Démonstration.

Le Cylindre est égal au produit de la hauteur et de la base. Le Cone est égal au tiers du produit de la hauteur et de la base; Donc le Cone est le $\frac{1}{3}$ du Cylindre.

G. G.

Z.

Corollaire. Je démon-
 trerai de même que la Soli-
 dité des pyramides, et
 Cone tronqués, est égal
 à celles des Pyramides, et
 Cônes, moins, la Solidi-
 té du Cone ou pyramide
 imaginaire; C'est-à-dire
 de la portion tronquée
 de la pyramide ou du
 Cone.

Corollaire II.

On a la Surface
 des Cônes et pyramides

en multipliant la moi-
tié de la circonf. ^{de} superi-
meur de la base, par
la hauteur du cône ou cone.

Pa

Corrinaire 3^{me} F. 131

La superficie convexe
du cône tronqué ^{droit} est ég.
à un rectangle fait de

la moitié de la circonf.
des deux bases, joint en-

semble, par un des côtés.

Et la superficie

convexe des cône tronqué
obliques —————

F. 132

est égale au rectangle
 fait de la moitié de la
 somme des deux côtés,
 et de la moitié des circon-
 férences des deux bases —
 jointes ensemble.

Proposition 107.

La Solidité de la Sphere
 est égale au tiers du prod.
 du rayon et de sa surface.

P. 136.

Démonstration

1^o Deux points ne suf-
 fisent pas pour faire une
 ligne courbe. (Euclid. 1^{er})

il en faut au moins trois;
 Je me me trois points ne
 Suffisent pas pour faire
 une Surface courbe, il
 en faut au moins quatre.
 (Levole et son)

1.^o Donc si je prend trois
 à trois, tous les points sym-
 liques qui composent la
 Surface de la sphere C;
 elle sera toute divisée
 en très petites Surfaces
 planes; et en tirant des
 rayons, je diviserais tou-
 tes la sphere en petites

pyramides qui auront
leurs sommets au centre,
et qui auront des bases
planes.

3^o La Solidité de
toutes ces petites pyramides,
est égale, l'un tiers du pro.
duit de leurs hauteurs
et de leurs bases. Donc
la Solidité de la sphère
entière sera égale au
tiers de sa hauteur et
de toutes les petites bases,
C'est-à-dire, du rayon
et de la surface.

368.

Proposition 108.

La Surface de la Sphere
est égale à quatre fois
les grands Cercles, ou
au produit de la Circouf.^{ce}
de son grand Cercle par
son Diametre.

Si un plan coupe la Sphere
en deux parties égales, la
Section passera par le
Centre et s'appellera
Grand Cercle de la
Sphere. Fait

Soit un carré $ABCD$, p°
 F. 137. Soit le quart de cercle
 BLD ; se tire la diagonale
 AG ; la droite FM paral-
 lele à AD et la droite

AL . Démonstration

1.^o Dans le triangle
 ABC , à cause des cotés éq.
 AB, BC , les angles $A \& C$,
 sont égaux; et puis que
 l'angle B est droit, les
 angles $A \& C$ seront cha-
 cun un demi droit.

Maintenant dans le
 triangle AVG , l'angle

367.

T. est droit: et puis que
l'angle A. est un demi droit,
l'angle C. sera aussi un
demi droit: Donc T est
égal à T. G.

2^o Le rayon AT est égal
au rayon AD, mais A. D. est
égal à T. T; Donc A. T. est
égal à T. T.

3^o Dans le triangle rect-
angle AT. I., le carré de
l'hypoténuse AT. est égal
au carré de AT. et T. I.
pris ensemble; Or le
de AT., je met T. T. qui lui

est égal et au lieu
 A.F je met T.G son égal,
 j'ai le carré de T.NT
 égal au carré de T.G
 et de T.L, pris ensemble.

4.^o J'imagine actuel-
 lement que le carré AB
 CD pivote autour de
 la ligne AB; le carré
 en tournant décrit
 un cylindre, le quart
 de cercle formera un
 demi Sphère et le tri-
 angle ABC formera un
 Con

Cone renversé dont le
 Sommet sera en A . De
 plus la ligne $T.M$ forme-
 ra une Section Circu-
 laire du Cilindre, la
 ligne $T.L$ formera une
 Section Circulaire
 d'un demi Sphère
 et la ligne $T.G$, forme-
 ra une Section Circul.
 du Cone.

3.^o Les Sections Circu-
 laires ou Cercles, sont
 comme les quarrés

de leurs rayons; et puis-
 que le carré du rayon
 F.M., est égal au carré
 des deux rayons F.L., F.G.,
 la Section Circulaire
 du Cilindre sera égale
 aux Sections Circulaires
 de la demi Sphère et du
 Cone.

P. Je démontrerais de
 la même manière que
 toutes les autres Sections
 ou Surfaces Circulaires
 dont le Cilindre est
 composé, sont égales
 aux

des Sections ou Surfaces
 Correspondantes de la
 demie Sphere et du
 Cone. Donc le Cilindre
 est égal à la demie
 Sphere et au cone pris
 ensemble; mais le
 Cone est égal au $\frac{1}{3}$
 du Cilindre; la demie
 Sphere sera donc égale
 au deux tiers du Ci-
 lindre qui restent; et
 par conséquent la
 demie Sphere sera

Doublé du Cone.

F: 138 7° Le Cone BSC est
 égal au tiers du prod.
 du rayon et du grand
 Cercle BC qui lui sert
 de base; la demie
 Sphère AID est donc
 égale au tiers du prod.
 du rayon et des deux
 grand Cercles; et la
 Sphère entière sera
 égale au tiers du prod.
 du rayon et de quatre
 grand Cercles. 8°

8^o. La Solidité de la
 Sphere est égale au
 tiers du produit du rayon
 et de la Surface de la
 Sphere ; la même
 Solidité est égale
 au tiers du produit du
 rayon et du quart de
 ses grands Cercles. Il
 suit de là évidemment
 que la Surface de la
 Sphere est égale au
 quatre de ses grands
 Cercles, ou ce qui est

égal, au produit de la
 Circonférence du son
 grand Cercle par son
 diamètre; Car la Super-
 ficie d'un grand cercle
 est égal au produit de
 la Circonférence par le
 quart du diamètre; &
 Ainsi le produit de la
 Circonférence par le
 quatre quarts, c'est à dire,
 par le diamètre entier,
 égal la Superficie
 du grand Cercle.

Proposition 109.

L'aire d'une Ellipse ou de
l'Ovale, est égal à l'aire
d'un Cercle, qui auroit pour
diamètre, une ligne moy.
proportionnelle entre le
grand et le petit Axe
de cette ellipse ou Ovale.

Démonstration F. 140.
141.

La ligne $BL + BA = AB + EF$ (fig. 140.)

Le grand Axe $AB - CB \times 2 = EF$;

mais $EF = BL$. donc $AB + BL =$

Les deux Axes de l'Ellipse
CB est la diff. des deux Axes



si D est le point milieu de AB , et C est le centre de l'Arc ML ,
 et NB est perpendiculaire
 à AL au point B , Donc $NB =$
 CL ; Donc NB est moyenne
 proportionnelle entre les
 deux Arcs AB, FE ; Donc
 le Cercle qui a NB pour
 diamètre est aussi moyen
 proportionnel entre les
 parties surbaissées ou sur-
 montées de l'Ellipse ou
 ovale; Donc l'aire du
 Cercle $BPQN$ est égale à
 l'aire de l'Ellipse proposée.

Corrolaire 1^{er}.

P. 140.
141.

La Superficie d'un Sphé-
roïde, ou Ovale, est égale
à un rectangle fait de la
Circouference d'un cercle
qui auroit pour diamètre
une moyenne proportionnelle

entre le grand et le petit
Axe du Sphéroïde et son
Diamètre.

Donc la Superficie du
Sphéroïde est égale à celle
d'une Sphère qui a pour
diamètre une moyenne

prop. entre le grand
et le petit axe d'un sphéro-
ïde. —

Corollaire 2^e:

P. 140. La solidité d'un sphé-
roïde est égale à celle
d'une sphère dont le
diamètre est moyen
proportionnel entre
le grand et le petit axe
du même sphéroïde
Donc &c. —

[Faint, illegible handwriting covering the page]

381 580

382 186

Définitions.

1.^o Dans tous triangles 43
 rectilignes, le plus grand An-
 gle est opposé au plus grand
 côté: Et les Sinus des Angles,
 sont proportionnels aux
 côtés opposés à ces mêmes An-
 gles. Fig. 1.

2.^o Dans tous triangles 44
 Rectangles; le rayon est à
 l'hypoténuse, comme le
 Sinus d'un des Angles aigus,
 est au côté opposé à cet
 Angle.

3.^o Dans tout triangle 45

4.

rectangle, le rayon est à la tangente d'un des angles aigus, comme le côté contigu est au côté opposé à cet angle.

46

4.° Dans tout triangle rectiligne, si du sommet d'un angle quelconque, on abaisse une perpend. sur la base, prolongée s'il est nécessaire; on aura cette proportion: la base, à la somme des deux autres côtés, comme le carré de ces mêmes côtés, à la diff. de la somme des segments faits sur la base par la perpend.

5.°

5.

5.^o Dans tous triangles rectilignes, la somme de deux côtés quelconques est à la diff. de ces mêmes côtés, comme la tangente de la moitié de la somme des angles opposés à ces côtés est à la tangente de la moitié de la diff. de ces mêmes angles; Car le plus grand côté vaut la moitié de la somme plus la moitié de la diff.; Et le plus petit côté, vaut la moitié de la somme, moins la moitié de la diff.

Application

fig. 6. 1.^o Connoissant l'Hyppothé-
nuse AC, et les angles d'un
triangle rectangle ABC ;
trouver un côté BC .

Proportion ou Analogie

Ray : AC : : S. A : BC ; ou

Ray. : Co-S. A :: AC : BC

Lors qu'on a l'Angle
le côté AB, on fera cette
prop. ^{on} Ray : S. C :: A : AB.

2.^o Lors trouver l'Angle
A. Connoissant le côté AC
et un côté BC, on fera la

7.

Proportion $AC : BC :: \text{Ray} : SA$.
 Connoissant l'Angle A , il est
 facile de trouver l'Angle C ,
 puis que $C = 90^\circ - A$ donc
 $A + C = 90^\circ$.

3^o. Connoissant les
 Angles Aigus et un Côté AB .
 pour trouver l'hypoténuse
 AC , on fera cette proportion;
 $\text{Sin. } C : AB :: \text{Sin. } B : AC$ ou
 $\text{Sin } C : \text{Sin } B :: AB : AC$.

4^o. Connoissant un Côté
 BC et les Angles, trouver l'au-
 tre Côté AB . $\text{Ray} : \text{Tang}^{\text{e}} C :: BC : AB$.

Pour trouver le côté BC,
on fera cette proportion,

$$\sin. C : \sin. A :: AB : BC,$$

$$\text{ou } \sin. C : AB :: \sin. A : BC.$$

Sinus $\left(\frac{AB \times A}{C} = BC \right)$ par le sinus	Logarith. $\left(AB + A - C = BC \right)$ par les logarith.
--	--

Fig. 8. 2^o Connoissant dans un
triangle ACB, deux côtés BC,
AC et l'angle C, compris
entre ces côtés, trouver les
deux autres angles A, B;

On fera la proportion Suit^{te}.

$$BC + AC : BC - AC :: \tan. \frac{A+B}{2}$$

$$\frac{A+B}{2} : \tan. \frac{A-B}{2} \text{ (Set.}$$

si de 180° on ôte 99°

11.

valeur de l'Angle C, on
aura $180^\circ - 99^\circ = 81^\circ$ pour la
Somme des deux Angles A &
B, qui donnera $\frac{81}{2} = 40^\circ 30'$,
pour $\frac{A+B}{2}$. T. 8.

Opération

Supposant que le Côté
BC soit de 37 L^{es} AC de 44^{es}
et l'Angle C de 99° .

$$\text{on a } BC + AC = 61 \text{ L}^{\text{es}}$$

$$\text{et } BC - AC = 13 \text{ L}^{\text{es}} \text{ Or}$$

en opérant par les

Logarithmes des Sinus

pour les Angles, et des Nom-
bres pour les Côtés, on aura,

$$\begin{array}{r} \text{Log. de } 13 \text{ C} \dots\dots\dots 1,11394 + \\ \frac{81}{2} = 40^{\circ} 30' \text{ Log. de la tang. } \text{C} \dots\dots\dots 9,81254 \end{array}$$

$$\text{Somme} \dots\dots\dots 10,92648$$

$$\text{Loga. de } 60 \text{ C} \dots\dots\dots 1,78533$$

$$\text{Log. r. de } \frac{A-B}{C} \dots\dots\dots 9,14115$$

qui répond dans les tables
à $7^{\circ} 53'$.

Cela pose à l'angle A

qui est le plus grand $= 40^{\circ} 30' + 7^{\circ} 53' = 48^{\circ} 23'$ et

l'angle B qui est le plus
petit $= 40^{\circ} 30' - 7^{\circ} 53' = 32^{\circ} 37'$. Donc l'arc

(l'arc la distance) C .

3^o Connoissant deux
Côtés AC, BC et l'Angle C
compris entre les deux Côtés,
Trouver l'autre Côté AB.

F: 8.

Après avoir déterminé
les Angles A et B (Prob. précéd.)
on aura la valeur de AB
par cette proportion.

$$\text{Sin } A : \text{Sin } C :: BC : AB$$

$$\text{ou Sin } A : BC :: \text{Sin } C : AB$$

Log. BC 37. 8. . . .	1,56820	+
Log. Sin. de l'ang. C.	9,99462	(81 ^o)
Somme	11,56282	—
Log. S. de A.	9,87367	
Log. de AB	1,68915	= 48 ^o

4. Connoissant les trois
Côtés AB, AC, CB. Trouver l'angle ACB : Trouver les
Angles.

F. 8. Préparation

Du Sommet C de l'angle C, j'abaisse une perpendiculaire CD sur le côté opposé AB. et j'ai cette proportion. (Défin. 4.)

$$AB : BC + AC :: BC - AC : BD - AD.$$

Opération.

Supposant que le Côté AB = 48 Toises. le Côté BC 37 Toises. et le Côté AC 24 Toises. —

15.

395

On trouvera facilement
que $BD - AD$, C'est-à-dire, la
différence ^{EB} des Segment BD ,
 AD , formés par la perpend.
 $CD = a$ près à 17 ϵ ; Donc
que le grand Segment $BD =$
 $\frac{48 + 17}{2} = 32\frac{1}{2} \epsilon$. Et le
petit Segment $AD = \frac{48 -$
 $17}{2} = 15\frac{1}{2} \epsilon$.

Cela posé dans chacun
des triangles rectangles CAD ,
 CBD rectangle en D ; on
connoit l'hypoténuse
et un côté AD , DB , l'on
trouvera donc aisément le

Angle. ACD , BCD , puis que
 l'on connoit le. Angle. A ,
 B ($11^{\circ} 27'$) et par conséquent
 leurs compléments, respectifs,
 A, B ; puis que ACB est
 Supplément de la Somme
 des Angle. A et B .

Fig. 5. Connoissant deux
 Côtés CA, CB , et l'Angle B
 opposé à CA , l'un de ces
 Côtés; Trouver les autres
 Angles. (Défini. 1^{re})

Com.
 l'angl. A Je fais cette proportion.
 $Côté CA : \sin. B :: CB : \sin A$.
 l'Angle A étant connu
 on

47.

on trouvera la Valeur de
l'Angle C qui est le Sup-
plement de la Somme de
deux Angles B; A.

Il faut remarquer que
le Sinus de l'Angle A, est
le même que celui de
son Supplément (pour
valoir 180° .) il faut pour
determiner l'espece de
triangle, Connoître Celle
de l'Angle A; Si cet An-
gle est obtus, il s'agira
du triangle BCA; Si il
est

Si il est aigu, il S'agira
du triangle BCD.

Dans le triangle ac-
tangle BCD, les côtés
Sont les mêmes que dans
le triangle obtus-angle
BCA ; Car le triangle
DCA étant Isocèle le
Côté $CD = CA$ et le Côté
BC est le même dans les
deux triangles, Ainsi que
l'angle B qui est aussi
le même dans les deux
triangles. Donc il faut

19.

Savoir Si l'angle A est
 obtus ou aigu, pour dé-
 terminer Si il s'agit
 du triangle BCA ou
 du triangle BCD

6.° Connoissant deux
 Côtés CA, CB et l'Angle
 B opposé à CA, l'un de
 ces Côtés; Trouver
 l'Autre Côté. Fig. 9.

Les Angles déterminés
 comme on vient de le
 dire, l'on fera la pro-
 portion suivante
 $\sin B : CA :: \sin C : AB.$

Usage appliqué à la Navigation.

Toute la Science du
Navigateur peut s'ap-
pliquer à la résolution
des triangles, puis que
tout est Angle. A tri-
angles, soit pour la
manoeuvre; la direc-
tion du Vaisseau; l'Esti-
me de la route, la direc-
tion de la route, la
résolution des problèmes
astronomiques. &c.

Table des Propositions

Propo. ^{ns}	Pages.
----------------------	--------

1.	Une ligne droite et d'itte perpendiculaire sur une autre, lors quelle n'incline pas plus d'un côté que de l'autre et quelle forme angles droits avec la ligne de rencontre 49.
----	--

2.	D'un point donné cômme A; on ne peut faire tomber qu'une seule perpendic. ^{re}
----	---

3.	Sur une ligne donnée, et cette perpendiculaire est la plus courte que l'on puisse mener d'un point A sur la ligne donnée; 51.
----	---

Des Perpend^{es} et des Obliques.

Propo.

ont.

Pages.

3.

Deux obliques qui partent d'un même point et qui tombent sur une même ligne, sont d'autant plus longue qu'elle s'éloignent d'avantage du perpendiculaire. . . . 54.

4.

De trois choses qu'on peut comparer, savoir le perpendiculaire, l'oblique, et l'éloignement du perpendiculaire; si deux sont égales, il s'ensuit que la 3^{ème} l'est aussi. . . . 56.

F. 15.
16.

F. 15.

Des Paralleles

Propo^{ons}

Pages.

5. Les également inclinés entre paralleles, sont égaux - 61.

6. Deux lignes qui sont également distantes entre-elles, de tous les points; sont ditte paralleles, et recipro. Deux lignes paralleles ne peuvent jamais se rencontrer, quand même elles seroient prolongées à l'infini... 63.

7. Toutes obliques entre paralleles, ayant

Propos. Des Angles.

Pages.

P. 21. leurs directions du même
côté, sont égales; les por-
tions des parallèles quel-
les coupent, sont égales;
et ces obliques et tous éga-
lement inclinés sont
parallèles entre elles. 69.

8. Le Diamètre divi-
se la Circonférence en
deux parties égales. 70.

9. Quelque droite
qui rencontre une autre
droite, forme avec elle
deux angles qui équivalent à deux
angles droits. 71.

Propos^{ions} Des Angles. Page.

10. Les Angles opposés au
 F. 24. Sommet, Sont égaux. — 73.

11. La perpendiculaire for-
 F. 13. me deux Angles droits. . . . 81

12. Si une ligne est perpendi-
 culaire à une parallèle,
 F. 25. elle est aussi perpendiculaire
 à l'autre parallèle. . . . 82

13. Dans le rectangle
 F. 16. les cotés opposés Sont
 égaux. . . . 86

14. Les parallèles forment
 F. 27. les Angles alternes égaux,
 Et réciproquement, Les

Des Angles

Pages

Propo. Lignes qui forment les angles alternes égaux, sont parallèles 87.

15. Les parallèles forment les angles alternes du même côté

P. 28. égaux; Et réciproquement, les lignes qui forment les angles alternes du même côté égaux, sont parallèles. 90

16. Une oblique qui coupe deux parallèles, forme des angles

P. 29. internes, alternes égaux: Et réciproquement; Une oblique coupée par deux parallèles forme des angles internes alternes, avec elles qui sont égaux. Chacun à chacun. 93.

Des Angles.

Propo.

Pages.

17. Les trois angles d'un triangle, équivalent à deux angles droits. 95.
18. Si deux triangles ont deux angles égaux; ils ont aussi le troisième angle égal. 98.
19. Les triangles entre parallèles et formés par des parallèles, sont égaux: ils ont leurs côtés homologues égaux et par conséquent leurs angles égaux.
20. Dans un triangle quelconque, l'angle extérieur est égal aux deux intérieurs opposés pris ensemble. 103.

Propos. Des Parallelogrammes. Propos.

21. Les triangles qui ont deux angles et les cotes compris eq. sont identiques. — 105.
22. Si un triangle a ses angles egaux, les cotes opposes sont aussi egaux. — 106.
23. Dans le parallelogramme les cotes opposes sont eq. — 108.
24. Dans un rectangle, la diagonale fait des angles opposes de 45° . — 110.
25. Les parallelogrammes qui sont entre les memes paralleles, et qui ont la meme base, sont egaux. — 112.

Des Parallelogrammes

Propo.^{on}

Leyes.

26. Si un parallelogramme et un triangle sont entre

F. 37.

les mêmes paralleles, et ont la même base, le triangle est égal a la moitié du parallelogramme. 115

27. Les parallelogrammes qui sont entre les mêmes

F. 38.

paralleles, et qui ont des bases égales, sont égaux. 118.

28. Les triangles qui sont entre les mêmes paralleles

F. 38.

et ont des bases égales, sont égaux. 120

29. Dans un triangle rect.

Du tri^{ang.} Rect-angle

Propo.^{ons}

Pages.

29. L'angle, le carré de l'hypotenuse est égal aux carrés des deux côtés de l'angle droit, pris ensemble 121.

30. Un triangle est rectangle lors qu'il peut être inscrit dans un demi-cercle.

40. et que son hypoténuse en est le diamètre; C-à-d.

voij. le Corollaire page 137. Lors que tous ces angles sont à la circonférence et que son hypoténuse passe par le centre. 134

31. Si trois points ne sont point en ligne droite, on peut faire passer par

Du Cercle.

Prop^{ons}

Pages.

F. 41.

Leur Centre; une Circonférence de Cercle. 138.

Et trouver le Centre d'une Circonférence quelconque. - 141.

32

Si un rayon est perpendiculaire à une corde, il la coupe en deux parties égales; de même que

F. 42.

l'Arc soutenu par cette corde; Et réciproquement. Si un rayon coupe une

Corde en deux parties égales, il est perpendiculaire à cette corde. 143.

Par cette proposition, on voit un angle en deux parties égales - - - - 146

Propos. Du Cercle.

Pages.

33. Si une ou plusieurs lignes partent du Centre et se terminent à la Circonférence, elles sont rayons du Cercle. 146.
34. Si une ligne est perpendiculaire à l'extrémité d'un rayon; Elle est tangente au Cercle. 147.
35. L'Angle formé par une tangente et une corde, à son point de mesure, la moitié de l'Arc de cette corde. 150.
36. L'Angle à la Circonférence, en son point de mesure, la moitié de l'Arc subtergent. 151.

Du Cercle.

Prop^{ons} Pages.

P. 45. Si appui; et l'angle au centre double de l'angle à la circonférence, à pour mesure l'Arc compris entre les Cotes. 153.

37. L'angle formé par une corde et par la partie d'une autre corde prolongée hors du cercle, à pour mesure, la moitié des deux Arcs soutenus par les deux cordes. . . . 156.

38. Dans un triangle un plus grand côté est opposé à un plus grand angle, et un plus grand angle à un plus gr. côté 158

Propo.^{ons}

Pages.

39. Deux cordes parallèles
 Fig. 49. interceptent des Arcs éq.^x 161.

40. Tout angle dont le Som-
 met est entre le Centre et
 la Circonférence... \hat{a} est
 Fig. 50. mesuré par la moitié
 des deux Arcs intercep-
 tés par ces deux Côtés —
 prolongés par le Som-
 met. — — — — — 163.

41. L'angle formé par
 deux Secantes, à pour
 Fig. 51. mesure la moitié des
 deux Arcs interceptés.
 ... \hat{a} — — — — — 165.

42. L'angle formé par
 deux Tangentes, à pour

35

415

Du Cercle.

Prop. ^{ous}

Pages.

mesure la moitié de la différence

des deux arcs interceptés,

ou ce qui est égal, à pour
mesure la demi-circonférence

moins l'arc compris entre
les deux tangentes. 169.

Et l'angle formé par

une tangente et par une
secante à pour mesure
la moitié de la différence de

des deux arcs interceptés. 171.

43. Si l'on prolonge le dia-
mètre du cercle et que

sur ce diamètre prolongé

l'on mène plusieurs perpen-
diculaires; une oblique me-
née de l'extrémité du

Du Cercle.

Propos.

Pages

Fig. 55. Diametre opposé au côté pro-
longé et coupant es perpend.
forment avec chacune d'elles,
un angle qui aura pour
mesure, la moitié de l'arc
soutenu par l'oblique. 173

44. Si plusieurs Cercles ayant
un seul point commun, on
mene une tangente commune
par ce point et que du point
Fig. 58. de contingence, l'on mene
une corde jusqu'à la circonfer.
du plus grand cercle; cette
corde coupera, dans tous les
Cercles, des arcs qui seront
tous d'un pareil nombre de
degrés au nombre de degrés.

Prop. ^{ons} Mesure des Surfaces. ^{Lignes.}

de l'Arc du plus grand Cercle. 176.

45. La Surface d'un rectangle
est égale au produit des

P. 59. deux cotés adjacens, C'est-à-dire
de la base par sa hauteur. 183.

46. La Surface d'un triangle
est égale à la moitié du pro-

P. 60. duit de sa hauteur par sa
base ou la moitié de sa
base par sa hauteur. . . . 184.

47. L'aire d'un cercle est égale
à la moitié du produit du

P. 61. C'est-à-d. à un rectangle —
dont un côté, tangent au
Cercle, est égal à la circonférence
par le $\frac{1}{4}$ du diamètre. . . . 188.



Prop. Des Proportions

Pages. 192

48. Si deux parallelogrammes sont entre les memes paralleles, ils sont entr'eux comme leurs bases. 196.

49. Si deux triangles sont entre les memes paralleles; ils sont entr'eux comme leurs bases. 198

50. Si dans un triangle, on tire une ligne parallele à l'un des cotés, elle coupera les deux autres proportionnellement. 200

51. Les triangles equiangles ont les cotés homologues proportionnels, & reciproc. 204.

52. Si une ligne divise un angle d'un triangle en deux parties

Propos. Des proportions. Pages.

P. 66. parties égales, elle divise le côté opposé en deux segments proportionnels aux deux autres côtés. 207

P. 69. Si quatre lignes sont proportionnelles, le rectangle ou produit des extrêmes est égal au rectangle ou produit des moyens. 209

P. 70. Si trois lignes sont proportionnelles; le carré de la première est comme le carré de la seconde. 213.

P. 71. Si deux cordes se coupent dans un cercle, le rectangle des segments de

Propos. Des proportions Prop.

l'une est égal au rectangle des segments de l'autre ... 216.

56. Lors que quatre lignes sont proportionnelles; les extrêmes sont dites reciproques à l'égard

des moyennes ... 218.

57. si l'on prolonge indéfiniment le diamètre d'un cercle et que l'on coupe ce diamètre par une perpendiculaire

soit qu'elle entre dans le cercle soit qu'elle le touche, ou qu'elle

en soit dehors; et si de l'ex-

trémité du diamètre opposé au côté du prolongement, l'on

tire deux lignes quelconques, terminées par la circonférence ou par la perpendiculaire et

Des Réciproques.

P^{ous}
Prop.

Pages.

coupees par l'une ou par l'autre
chaque toute et sa partie à
prendre du point d'où elles sont
tirées, sera réciproque à
chaque autre toute et sa
partie - - - - - 225.

58. Si deux angles opposés au
Sommet ont des bases anti-
p. 88. parallèles, l'on aura des lignes
réciproques 234.

58.6ⁱⁿ Dans les triangles égaux
p. 89. les bases sont en raison ou réci-
90. proque ou inverse des hauteurs 237.

59. Les triangles qui ont les bases
en raison réciproque ou
p. 89. inverse de hauteurs, sont éq. 240.
90.

Prop^{os}. Figure Semblables Pages.

60. Deux Secantes tirées d'un même point à un cercle, Sont en raison inverse de leurs parties extérieures. 211.

61. La tangente au cercle est moyenne proportionnelle entre la Secante et sa partie extérieure. 213.

Cette prop^{os} fournit une manière de trouver une moyenne propor^{elle} entre deux lignes données. — 216.

62. Les figures semblables ont les lignes homologues proportionnelles. 219.

Tous Figure Semblables

63. Les circonférences de
 Cercles, sont comme leurs
 rayons. 250.

64. Les figures semblables
 sont entre elles, comme
 25. les quarrés de leurs côtés
 homologues. 252

65. Les triangles semblables,
 sont équiangles et
 réciproquement, les triangles
 équiangles, sont
 semblables. 255

66. si quatre lignes sont
 proportionnelles, leurs
 quarrés sont aussi prop^{elles}. 257.

- Prop. ^{ous} Figure Semblable Pages
67. Des figures semblables
 se divisent en un égal
- Fig. 98. nombre de triangles sem-
 blables. 258.
68. Des figures semblables
 sont équiangles; & réciproq.
- Fig. 98. Les figures équiangles et
 qui ont les cotés prop. et
 sont semblables. 259.
69. Toutes figures rectilig.
 se peut résoudre en autant
 de triangles qu'elle a de
- Fig. 98. cotés, moins deux, pourvu
 que tous les sommets soi-
 ent au périmètre de la fig. 263.

Prop. ^{ons}

Pages.

90. Tous les angles à la circon-
 scription du périmètre d'un poly-
 gone quelconque, régulier ou irrégulier sont
 égaux à autant d'angles droits, que le double
 de leurs côtés, moins —
 quatre 266

91. Toute figure régulière
 peut être inscrite et
 circonscrite au cercle 270

92. Tout parallélogramme
 est égal au rectangle
 qui a même base et
 même haut, que lui . . . 276

Més. de l'aire des Polyg.

Prop. 13. Tout parallélogramme peut être divisé en deux triangles égaux; d'où il suit, que tout triangle est la moitié d'un parallélogramme. Et que le produit de la perpendiculaire menée d'un des angles sur la base d'un des triangles par la base, est égale à la superficie du parallélogramme. - - - - - 277.

P. 102. Et que le produit de la perpendiculaire menée d'un des angles sur la base d'un des triangles par la base, est égale à la superficie du parallélogramme. - - - - - 277.

14. Toute figure régulière est égale au rectangle qui a pour base la moitié

mes. de l'aire des fig. ⁴⁷ 127

P. 102. ^{ous} rayes.

P. 103. } du périmètre et pour hau-
teur le rayon droit de la
figure, ou le périmètre
et la moitié du rayon —
droit. 279.

75. La Surface du Cercle
est égale à un rectangle
qui auroit pour côté, ~~ou~~
une ligne égale à la cir-
conférence, et pour hau-
P. 104. } teur le quart du diamètre
du Cercle: ou pour côté
une ligne égale à la
moitié de la circonfé-
et pour hauteur le rayon.

Mes. des Superficiés

Pour
Prop.

Lequel.

ou en sus, à un triangle rectangle qui a pour côté une ligne égale à la circonférence et pour haut.

Le rayon 283

76. La Superficie des deux lunules faites sur les côtés d'un triangle rectangle, est égale à

P. 105. Celle d'un triangle rectangle, fait d'un tiers de la circonférence décrite sur le côté de l'hypoténuse 287.

une ligne est perpendiculaire à un plan, si elle fait des angles droits avec toute

Des Plans.

Propos.

Leqes.

Les lignes qui l'on peut tirer
de son extrémité A sur le
plan.

Fig. 90.

Commune intersection,
inclinaison de deux plans
ou angles formés par les
deux plans.

Fig. 91.

Surface concave et convexe
formée par une ligne qui
gironette sur un plan.

Fig. 106.

Surface plane formée
par une ligne qui tourne
autour d'une perpend.

Fig. 107.

Deux perpendiculaires
d'égales hauteurs, soutien-
nent des plans parallèles.

Fig. 108.

Fig. 109.

Prop. 0115

Pages.

77. La perpendiculaire est
 la ligne la plus courte qu'on
 puisse mener d'un point
 à un plan 293.

78. La perpendiculaire
 mesure la distance d'un
 plan à un plan 294

79. La commune intersec-
 tion de deux plans, est
 une ligne droite 296

80. Si deux plans ont
 trois points communs,
 qui ne soient pas en ligne
 droite, ils sont un seul
 et même plan 297.

Des Plans.

Prop^{os}

Pages.

- 81. Une droite perpendic.
à deux droites qui se cou-
rent sur un même plan,
est perpendiculaire au
plan de ces deux droites. 299.
- 82. La section commune
de deux plans perpendic.
sur un troisième plan,
est perpendic. au plan. 301.
- 83. Si deux plans se coup.
perpendiculairement et si
une ligne tirée sur l'un
des deux, est perpendic. à
leur commune intersection,
elle sera perp.^{ic} à l'autre plan. 302.

Des Plans.

Propos.

Leget.

84. Un plan qui rencontre un autre plan, forme avec lui, deux angles qui équivalent à deux droits 304

85. Si deux plans sont parallèles, la ligne qui est perpendiculaire à l'un d'eux est aussi perpendiculaire à l'autre plan 306.

86. Les sections de deux plans parallèles, coupées par un troisième plan sont parallèles entre elles 309.

Des Plans. Pages.

87. si un plan est incliné
 sur un autre; la perpen-
 diculaire abaissée d'un
 point quelconque du
 plan sur le second, tom-
 bera hors de la commune
 section 309

L'angle que forment deux
 plans inclinés est mesuré
 par l'arc qui seroit décrit
 entre les deux plans d'un
 point de la commune section
 qui pour centre 311.

Deux plans inclinés l'un
 sur l'autre, forment deux
 angles qui valent deux
 droits 312.

Des Plans.

Prop^{os}

Pages.

Les Angles opposés au sommet
sont égaux; Et les Angles
formés autour d'une com-
mune Section de plusieurs
plans valent quatre droits 312.

88. La Section commune
de deux plans perpend^{ic}

J. 114. Sur un troisième plan est
perpend^{ic} à ce plan. id.

89. Deux lignes droites cou-
pées par deux plans paral.

J. 117. les, sont coupées paral-
èlement. 314

90. Si un plan coupe un
solide, la Section faite
dans ce solide, sera un plan 315.

Pour Des Plans. Pages.

La Section formée par un plan qui coupe un solide formera différentes figures planes, Suivant celle du solide qui est coupé par le plan 316.

Si deux plans, ou plus, coupent un même solide et donneront des sections qui seront autant de plans 316.

Des Angles Solides

Definitions 317.

91. Lorsque un Angle Solide est formé par trois angles plans, deux de ces angles

Des Solides

P. 101
P. 102
 quels qu'ils soient, sont plus
 grand que le troisième 319.

P. 119
 9^h. Tous les angles plans
 qui peuvent former un angle
 solide, pris ensemble, sont
 plus petits que quatre angles
 droits 321

Des Solides, Définitions

P. 120
 9^h. La Solidité du cube
 est égale au produit de
 son côté multiplié
 deux fois par lui-même.
 Et sa Superficie est
 égale au produit de la
 Surface de ses bases par
 le nombre des faces 321.

Des Solides.

Prop. ^o

Pages.

93. Les Solides Semblables
ont les lignes homologues
F. 121. proportionnelles 325
94. Les Solides Semblables
F. 122. sont équiangles 326
95. Les Solides qui ont les
Angles égaux et les
F. 123. Côtés proportionnelles
sont Semblables 328.
96. Les Solides Sembla-
bles sont entr'eux com-
F. 124. me les Cubes de leurs
côtés homologues 330
- Les Sphères étant

Des Solides

Prop^{on}

Pages.

Des Solides Semblables,
P: 126. Sont entre elles comme
les cubes de leurs rayons. 337.

97. La Solidité du
Prisme droit, est égale
au produit de sa base
et de sa hauteur; Et sa
P: 122. Surface latérale, est
égale au produit de
son périmètre de sa base
par sa hauteur. . . . 332.

La Solidité du Cy-
lindre est égale au pro-
duit de sa base par
sa hauteur, et sa

Des Solides.

Prop. ^{ous}	Pages.
----------------------	--------

Superficie est égale au produit de la circonférence de la base par sa hauteur 335.

98. La Solidité d'un prisme incliné est égale au produit de la base par sa hauteur à plomb; et sa Superficie latérale, est égale au produit du pourtour de la base par sa hauteur à plomb 336.

P. 173.

La Solidité et la Superficie du cylindre

des Solides

Prop ^{ons}		Pages.
---------------------	--	--------

98. Incliné se démontre de la même manière — 339.

99. Dans une pyramide une section parallèle à la base est une figure semblable à la base. 340

100. Dans une pyramide les sections parallèles à la base, sont entr'elles comme les quarrés des hauteurs. 343

Idem dans un Cône 346

101. Les pyramides qui ont une même hauteur, sont entr'elles comme

61

Des Solides

441

Propos
F. 127
128.
Leurs bases. Pages
346.

102. Une pyramide qui
à pour base celle d'un
Cube, et qui à son Som-
met au Centre du Cube
est égale au tiers du
produit de sa hauteur
et de la base du Cube. 348

103. La Solidité d'une
Pyramide quelconque
est égale au tiers du
produit de sa hauteur
perpendiculaire et de
sa base. Et son

Prop. ^{ons} Des Solides Pages.

Superficie est égale
au produit de la moitié
du périmètre de la base
par la hauteur d'un de
ses côtés - - - - - 351.

104. La solidité du cône
est égale ~~est égale~~
à tiers du produit de la
hauteur par la base - 355

105. La pyramide à four
solidité, au produit
égal à tiers de la soli-
tité d'un prisme de
même hauteur et de
même base, auquel
elle seroit circonscrite 356.

63

44

Des Solides.

Prop. oul

Pages.

106. La Solidité du Cône
est égale au tiers de

N. 133. la Solidité du Cylindre
circulaire - - - - - 358.

La Superficie des
Cônes et pyramides, est
égale au produit de la
moitié de la Circouf.
ou perimetre de la base
par la hauteur Côté
du Cône ou de la py-
ramide - - - - - 360

La Superficie
convexe du Cône tron-
qué droit est égale
au

Des Solides

Prop.	014	Pages.
-------	-----	--------

131. Le rectangle fait de la moitié des circonférences des deux bases joint ensemble par un des cotés. 361.

132. La Superficie convexe des Cônes tronqué, oblique est égale au rectangle fait de la moitié de la somme des deux cotés et de la moitié de la circonférence des deux bases, prise ensemble 361.

107. La Solidité de la Sphère est égale au tiers du produit de

Des Solides.

Prop^{on}
à 200.

Pages.

P: 136. rayon et de la Surface, 362.

108. La Surface de la Sphère est égale à

quatre des grands

P: 137. Cercles, ou du produit de la circonférence de son grand Cercle, par son diamètre). . . . 365

[Faint, illegible handwriting, likely bleed-through from the reverse side of the page. The text is mirrored and difficult to decipher.]

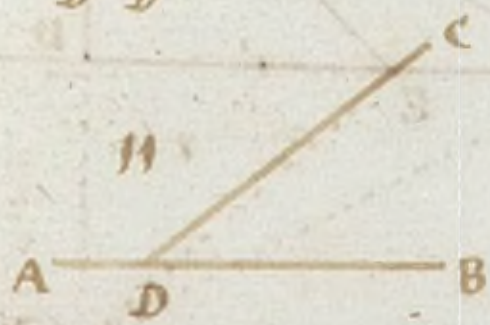
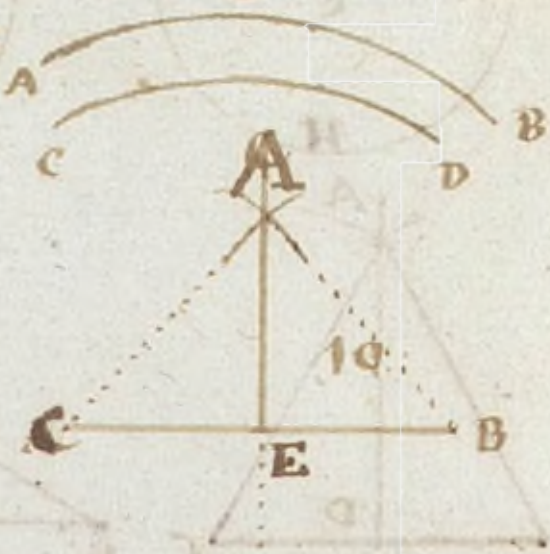
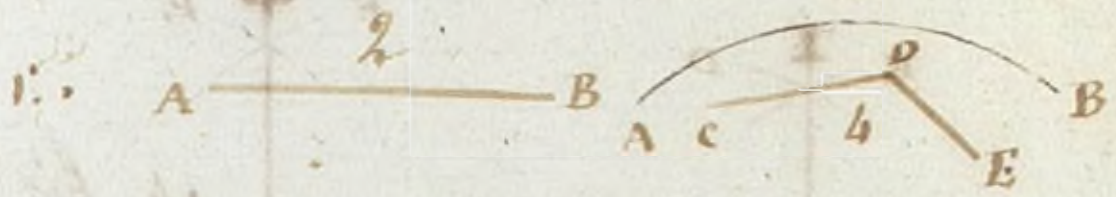
67

447

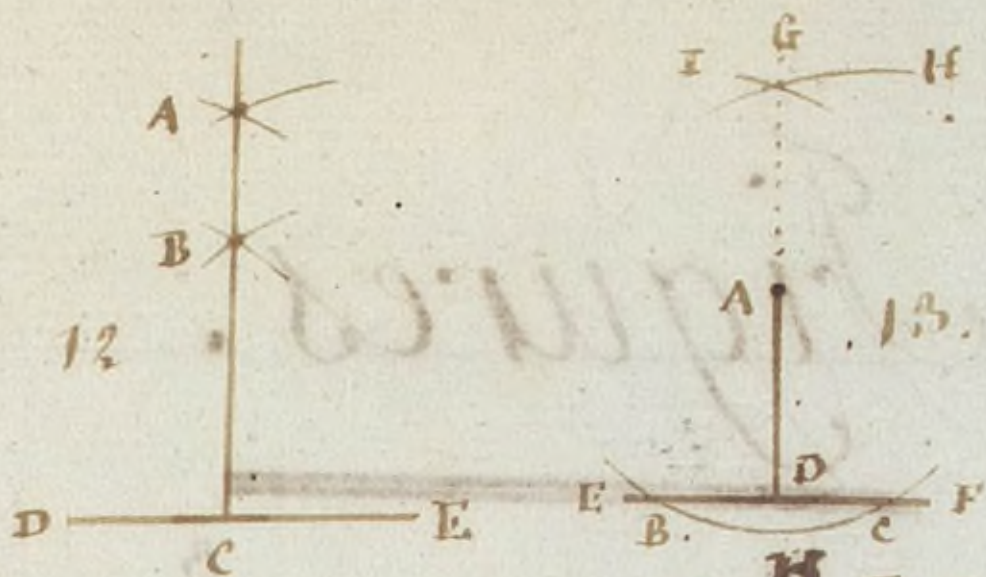
448

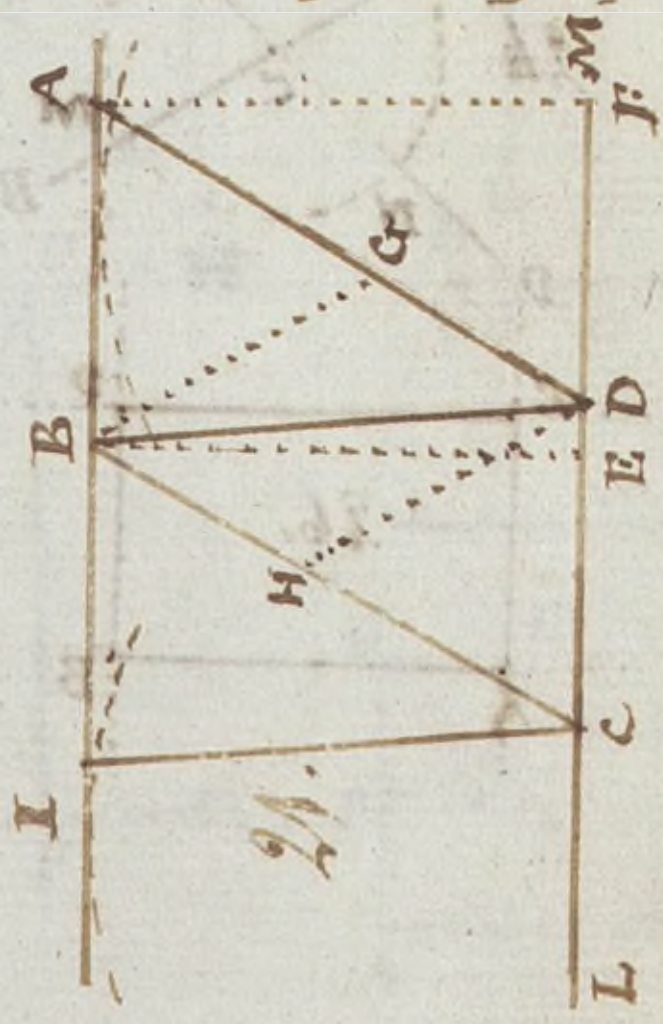
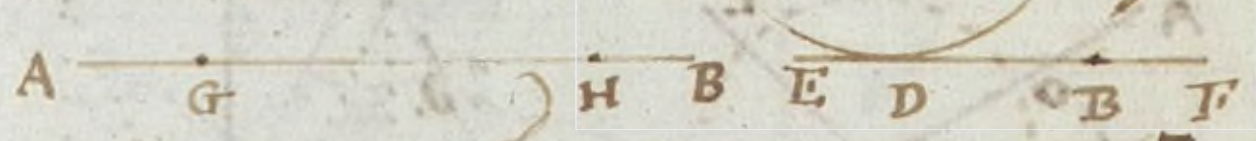
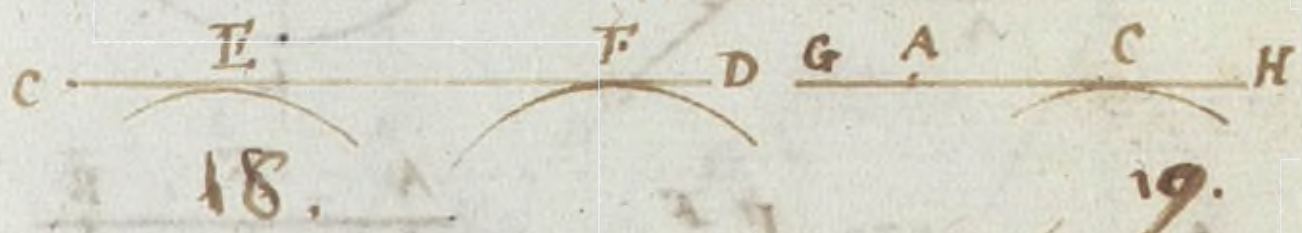
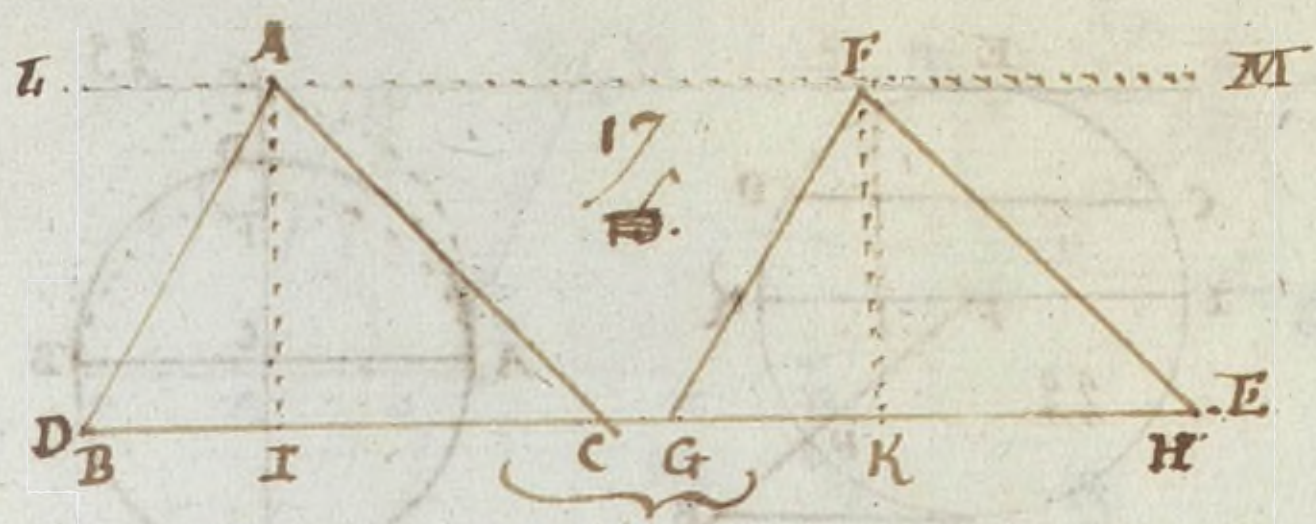
68

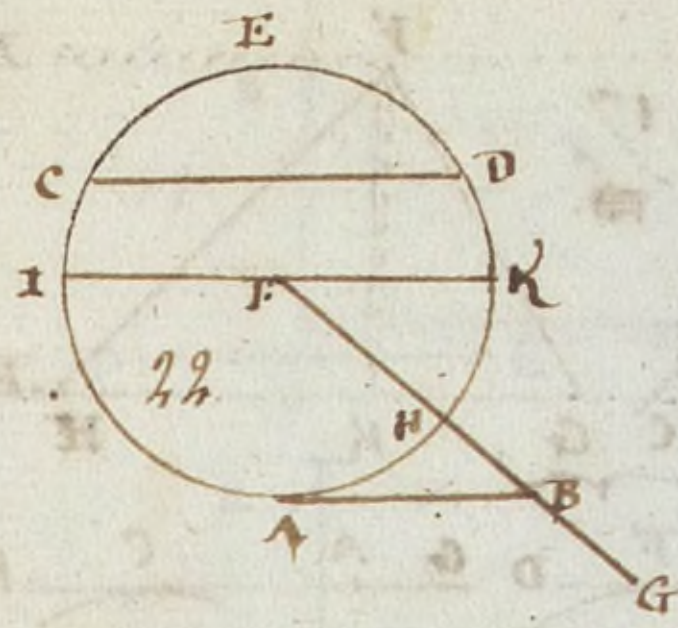
Figures.

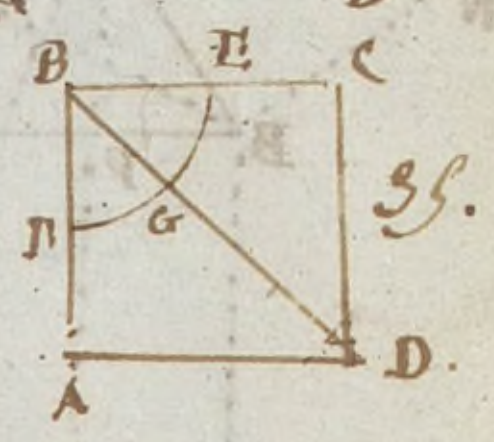
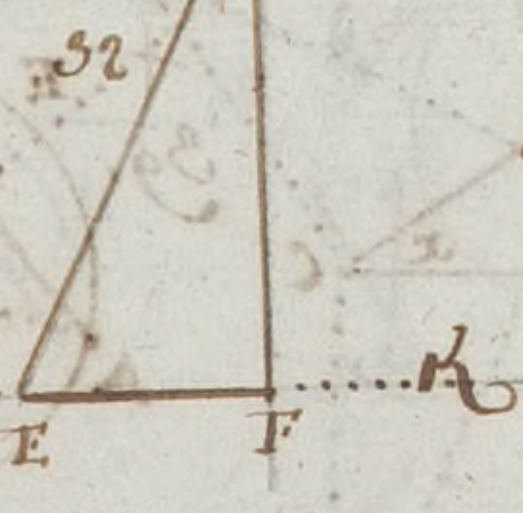
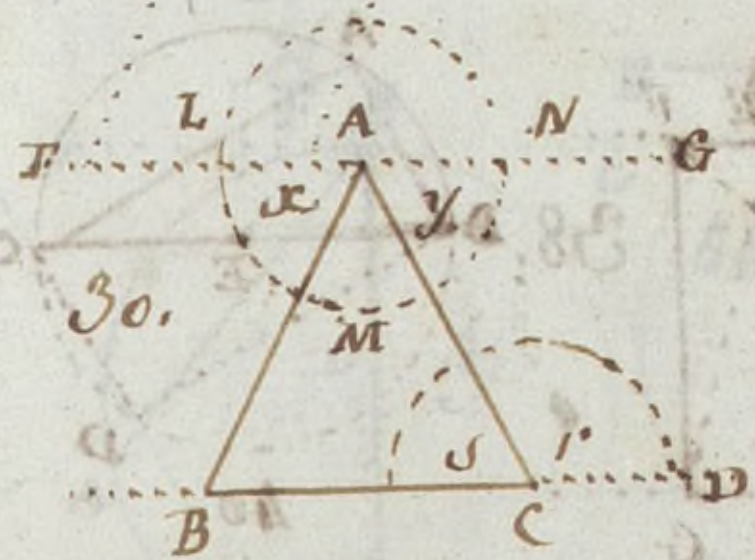
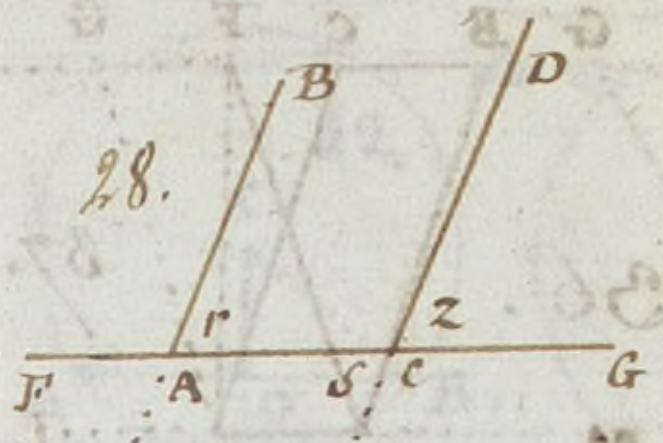


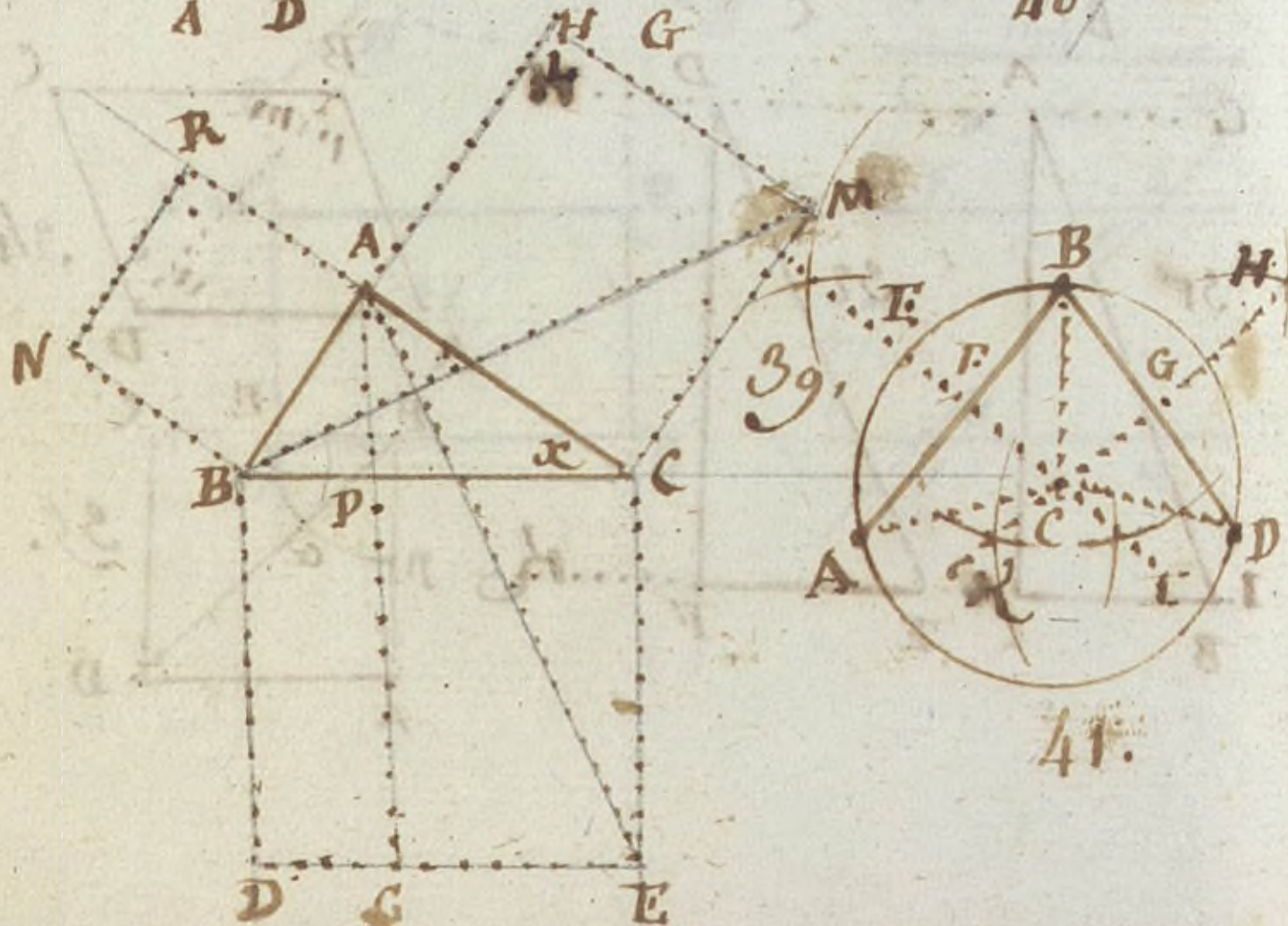
450
2.

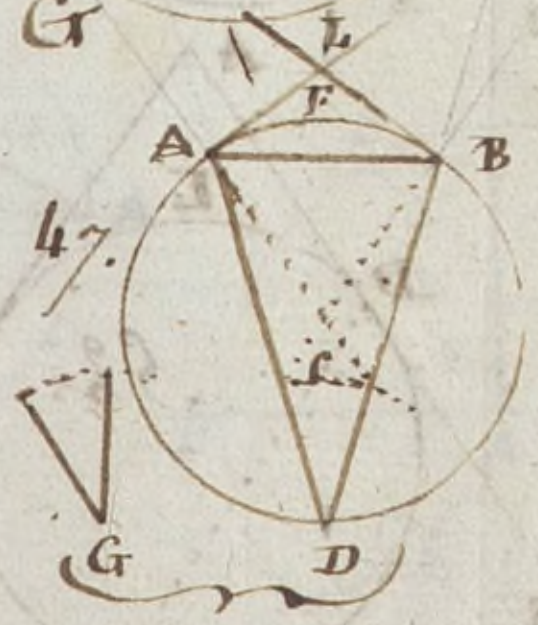
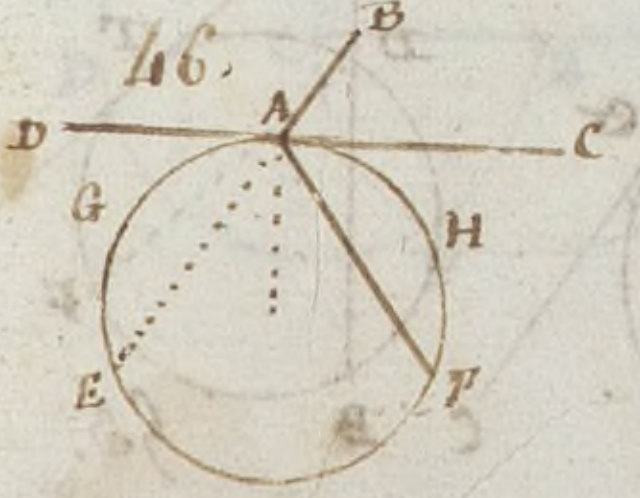
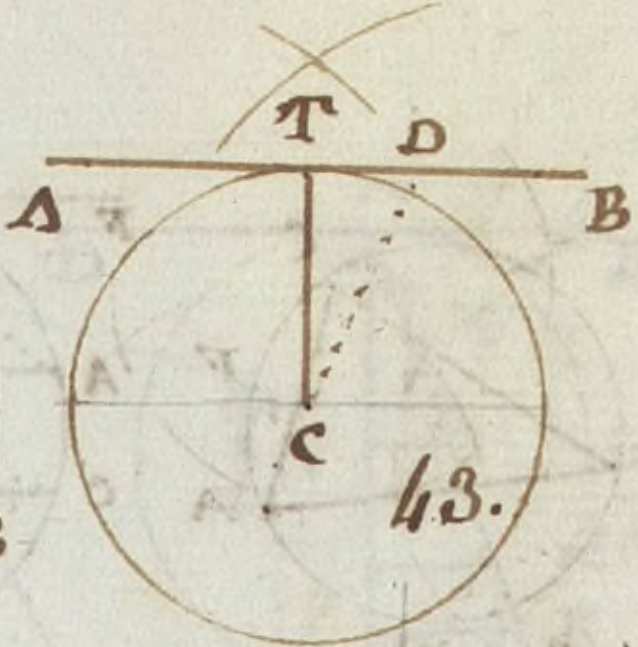


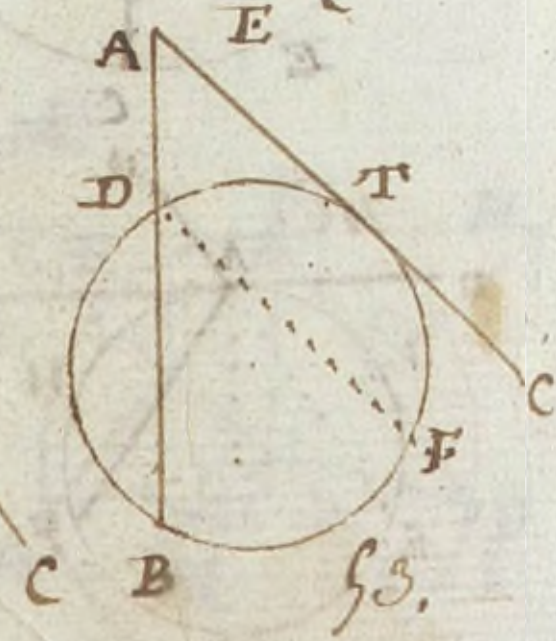
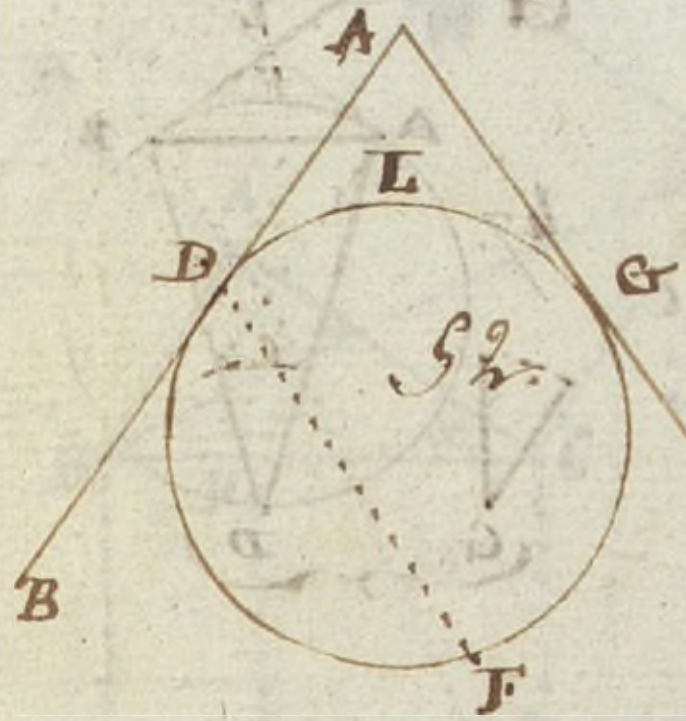
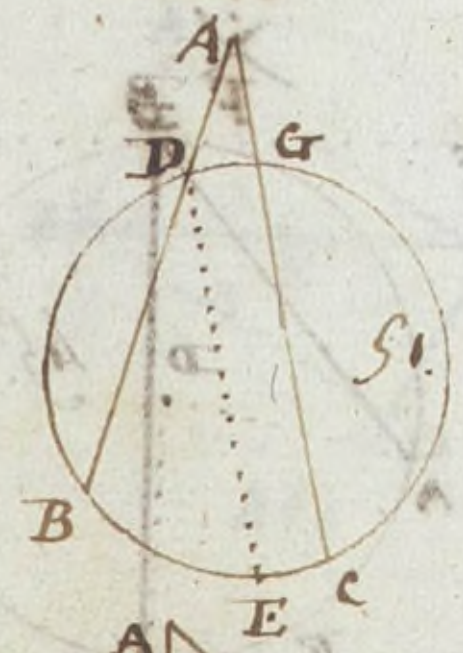
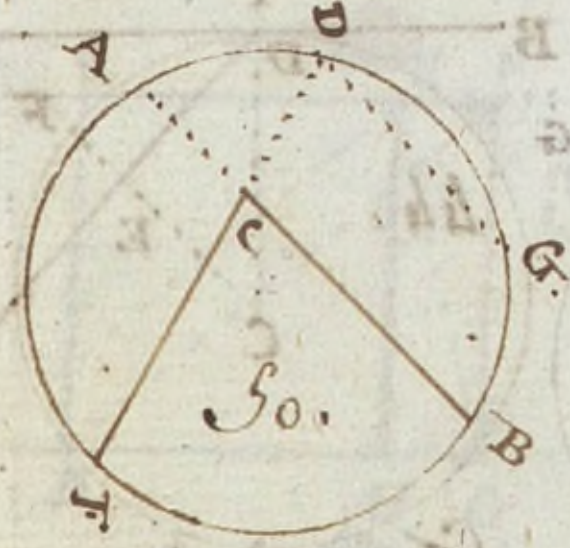
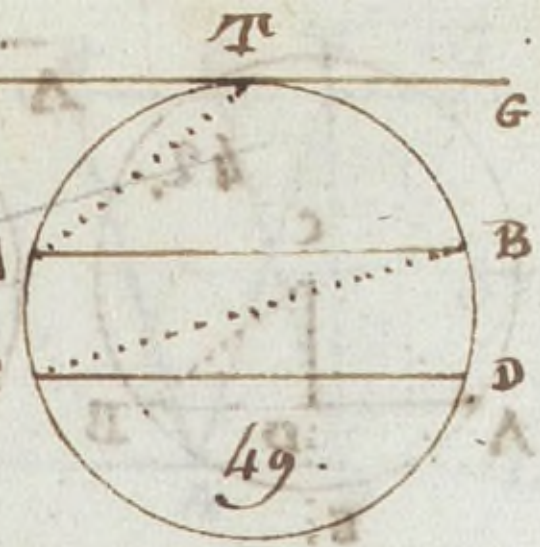


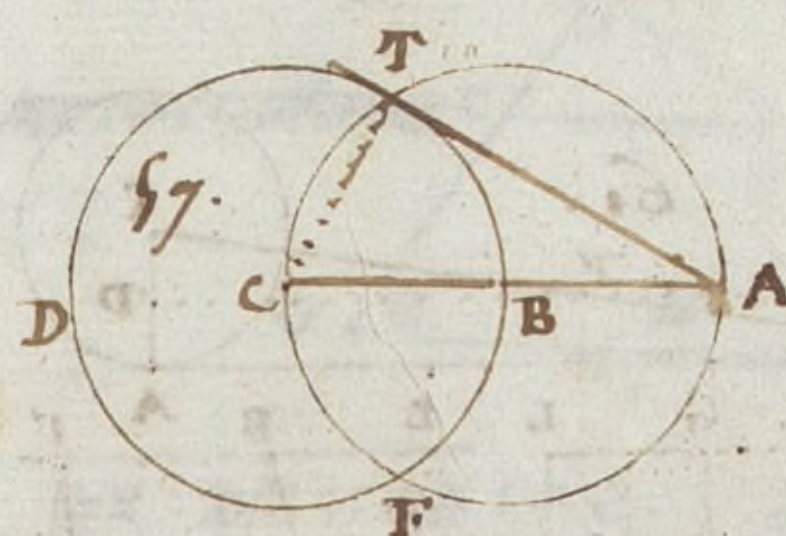
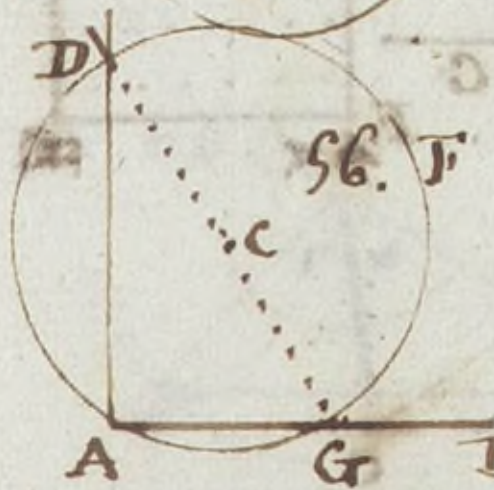


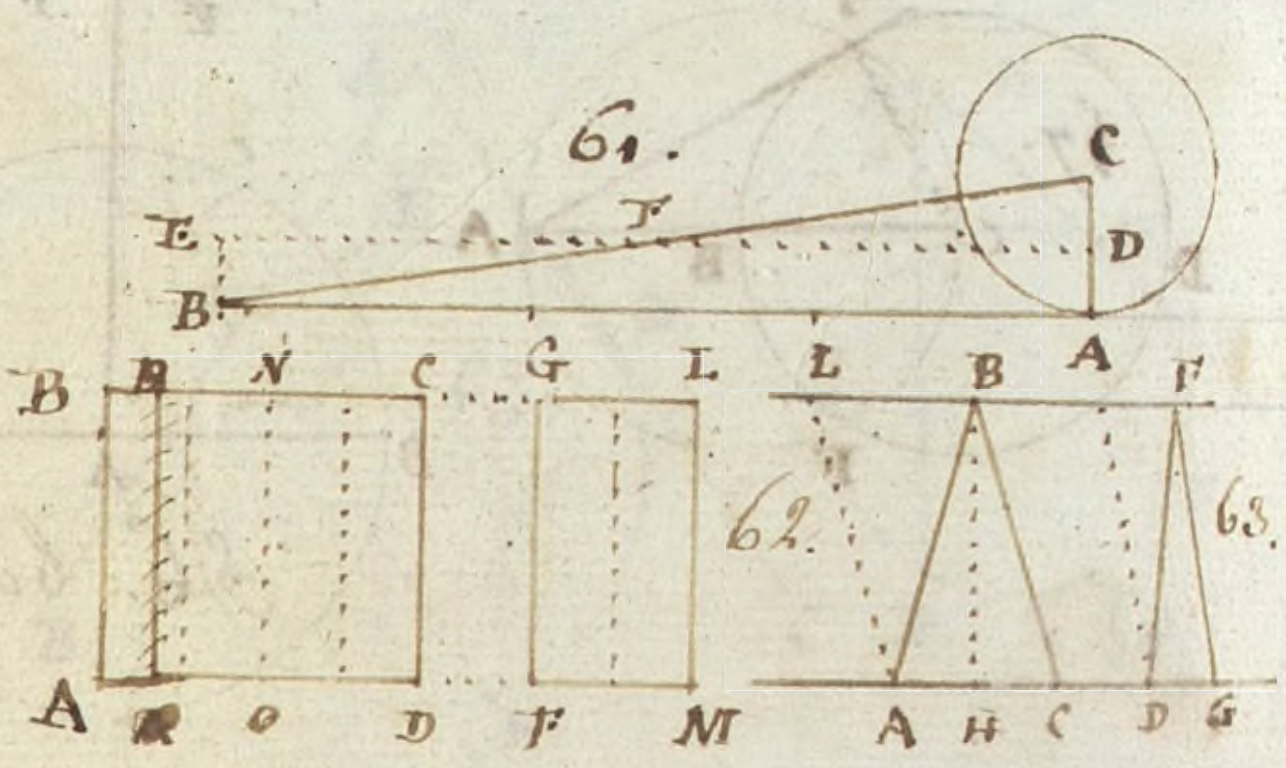
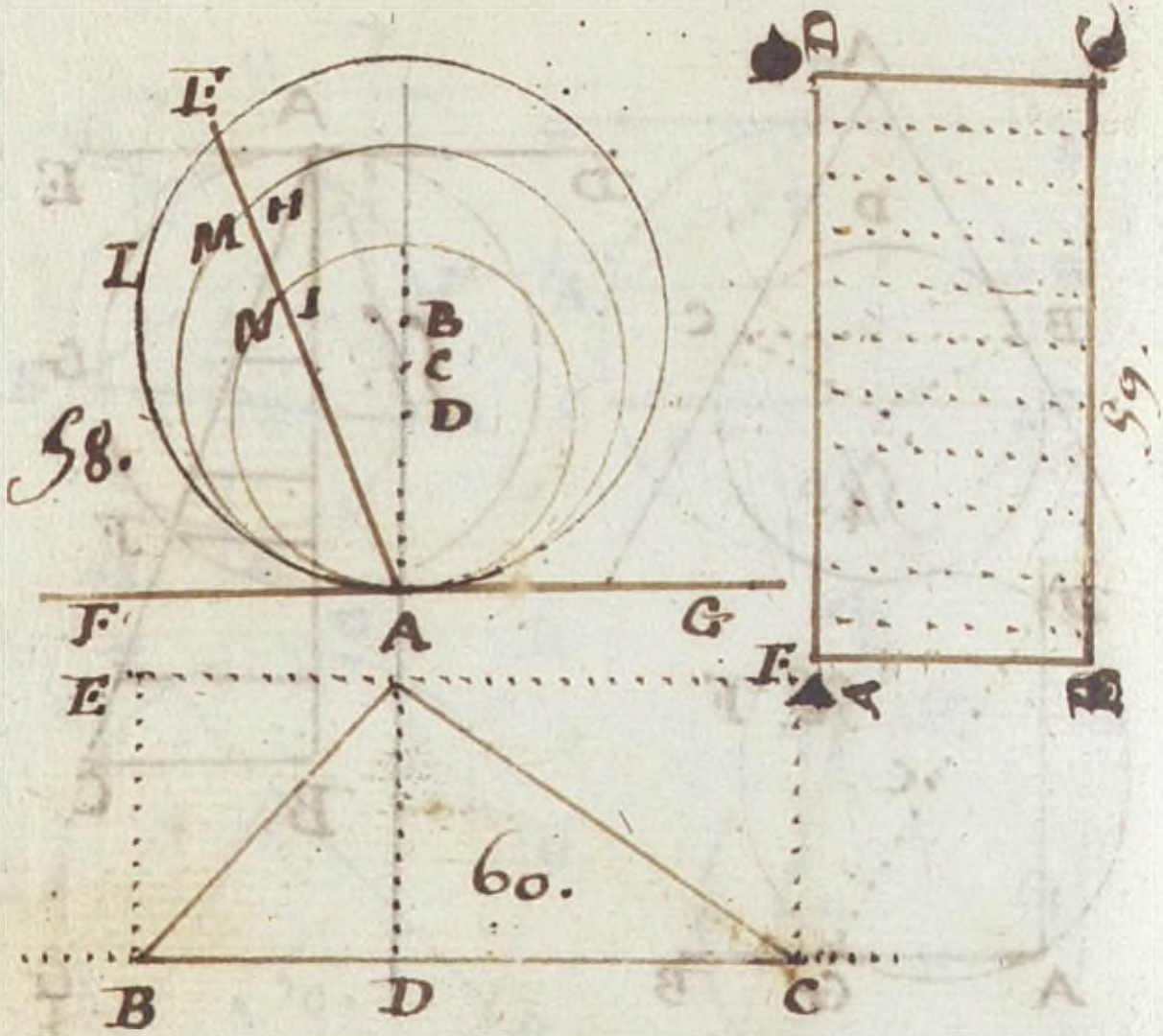


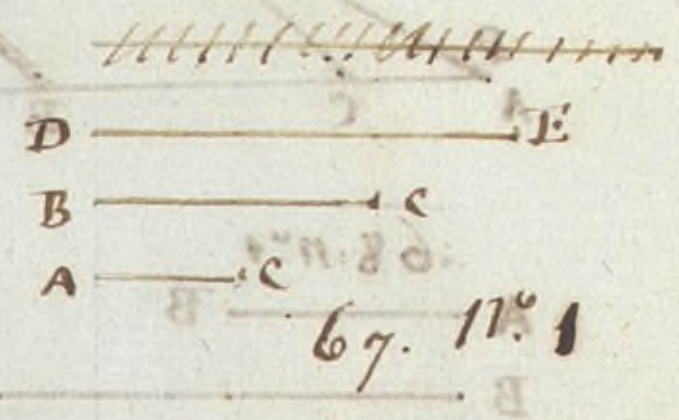
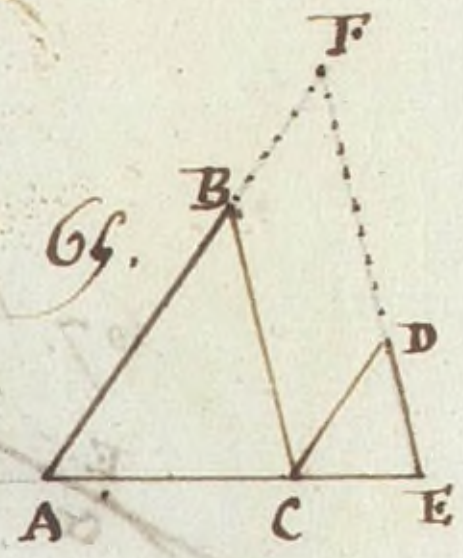
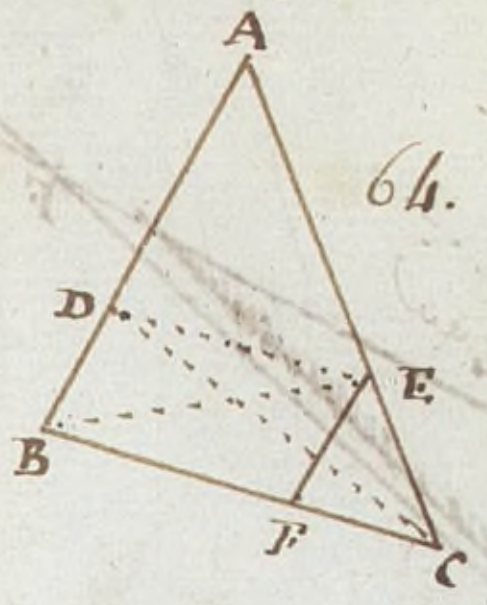




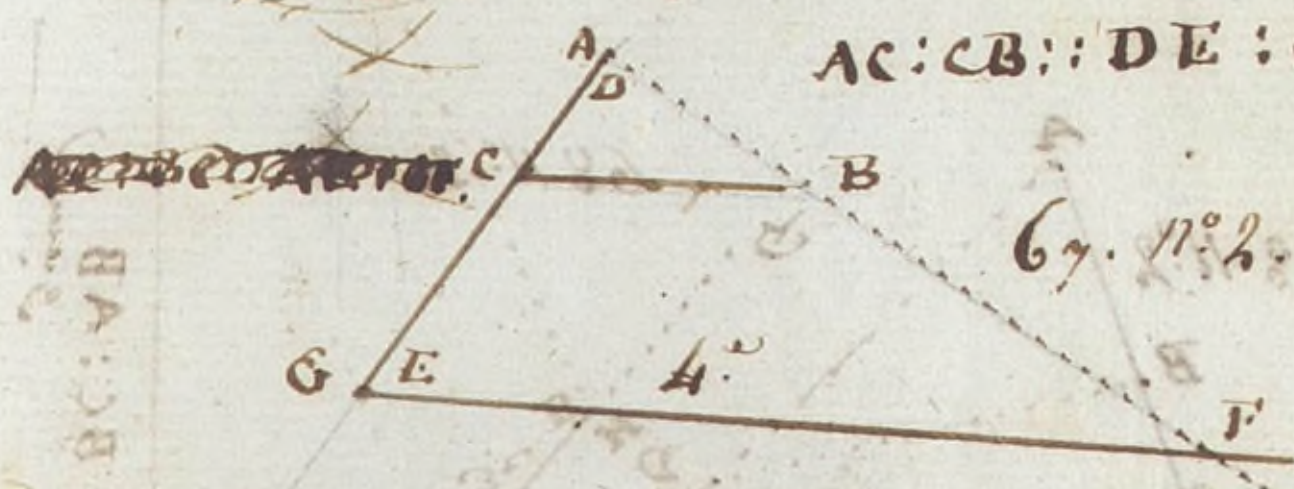




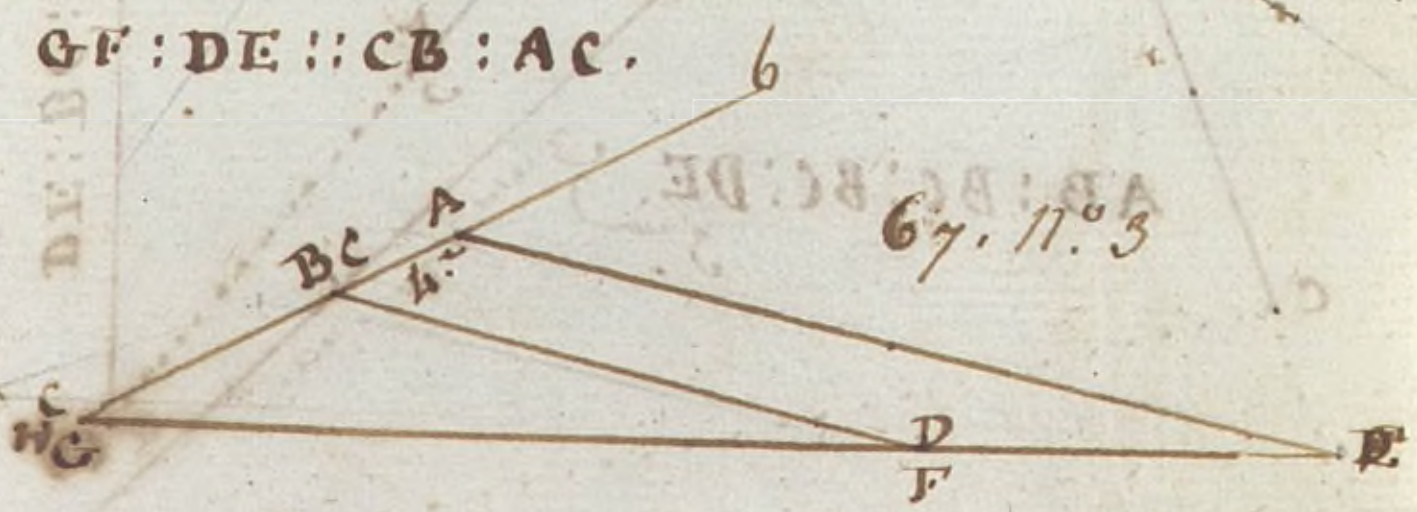


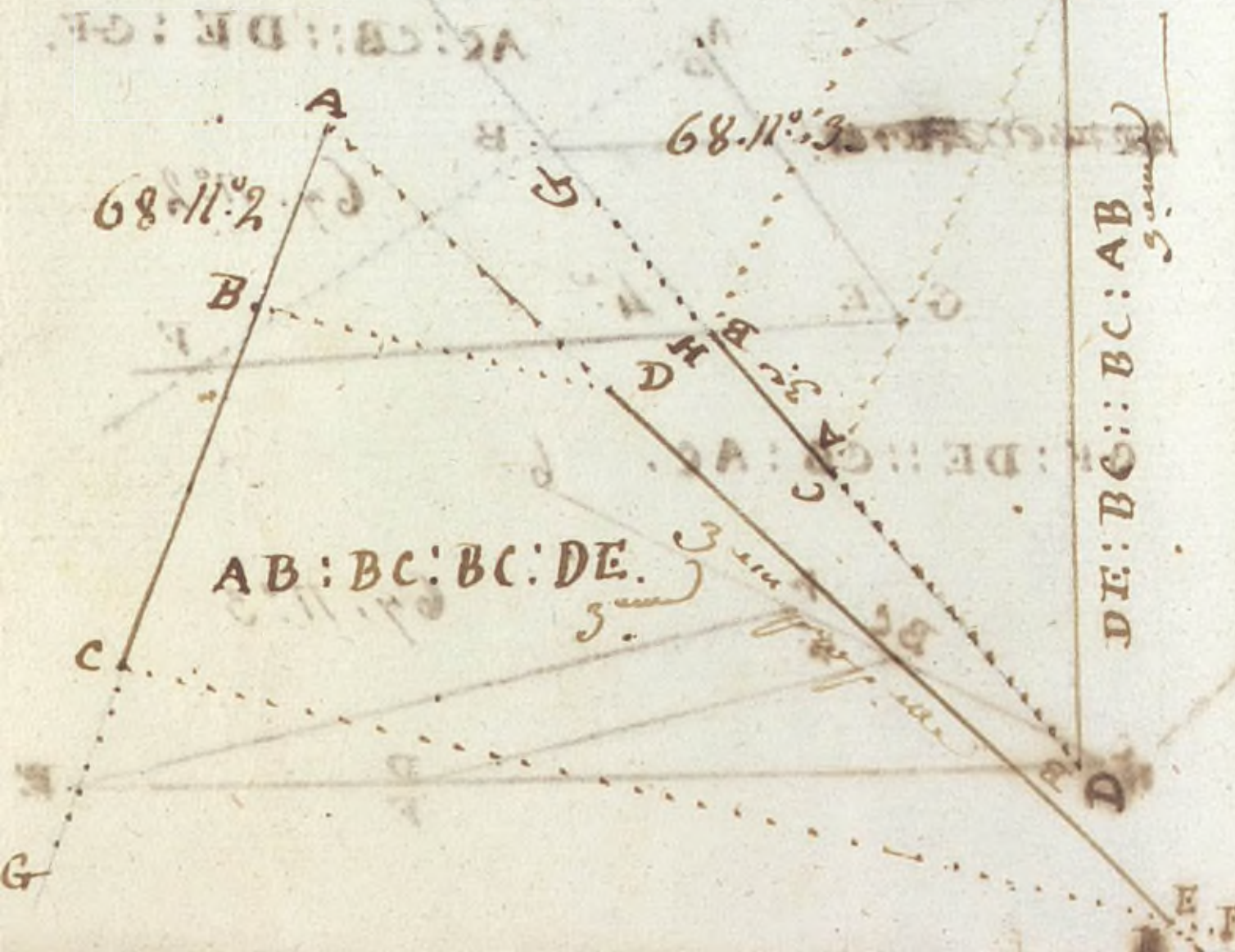
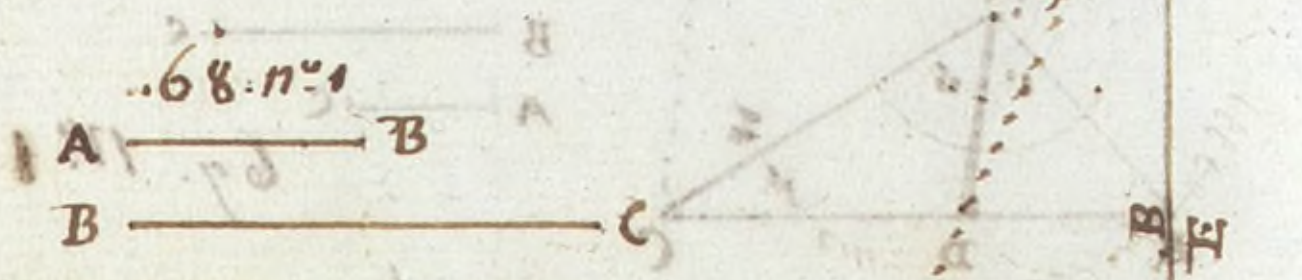
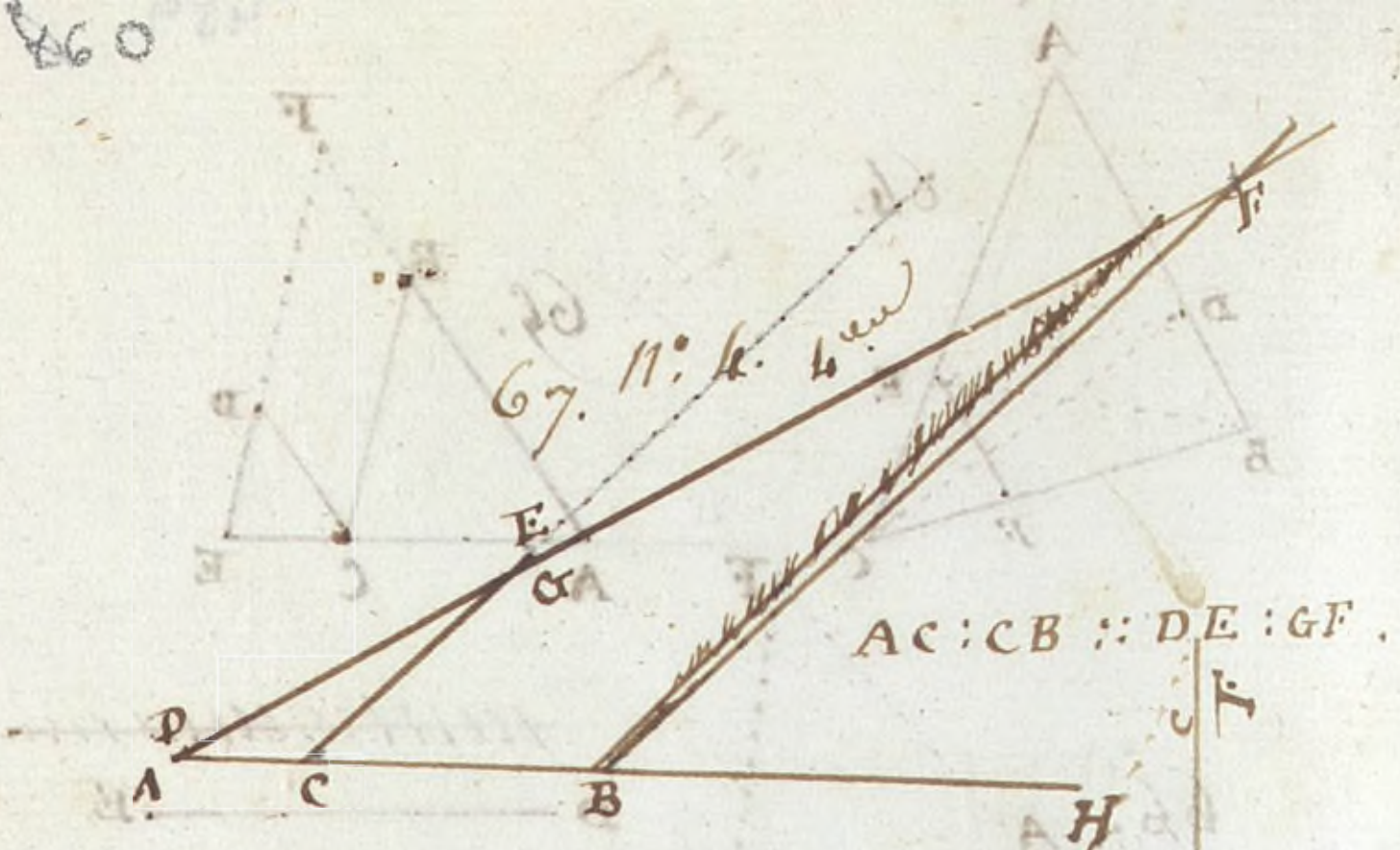


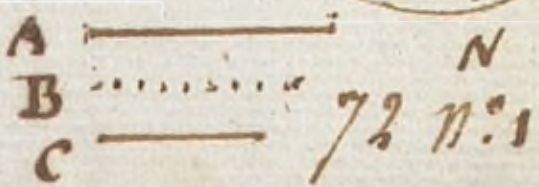
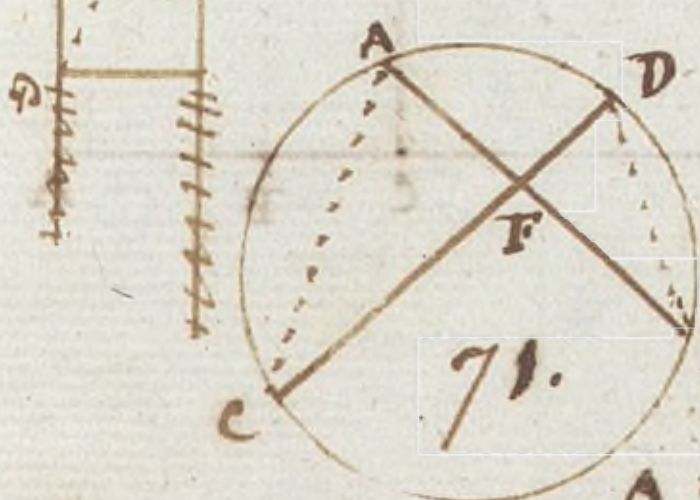
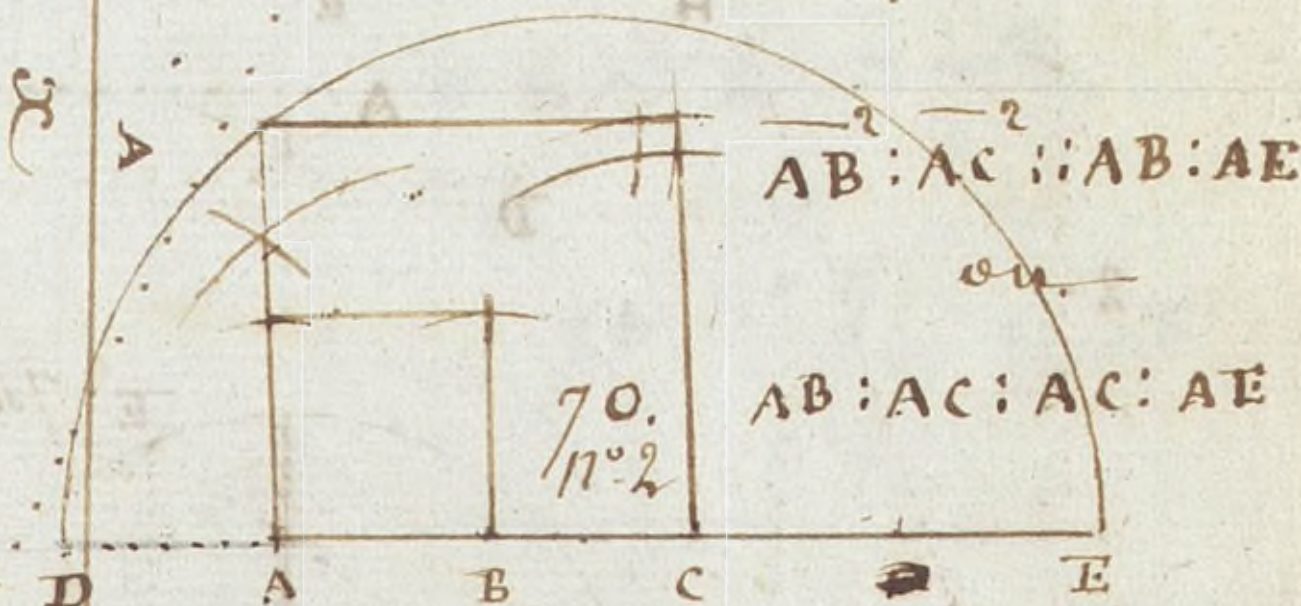
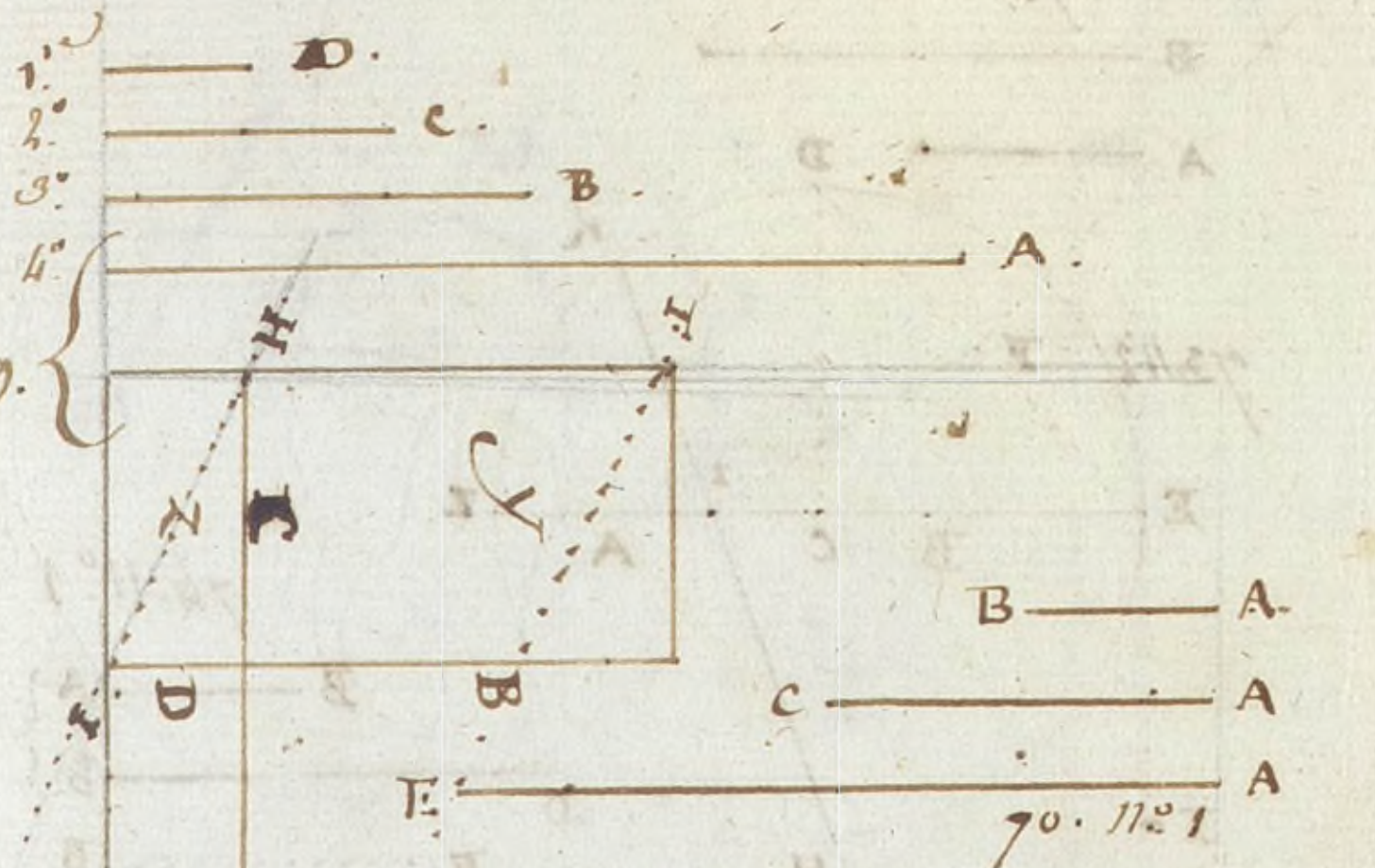
$AC : CB :: DE : GF.$



$GF : DE :: CB : AC.$

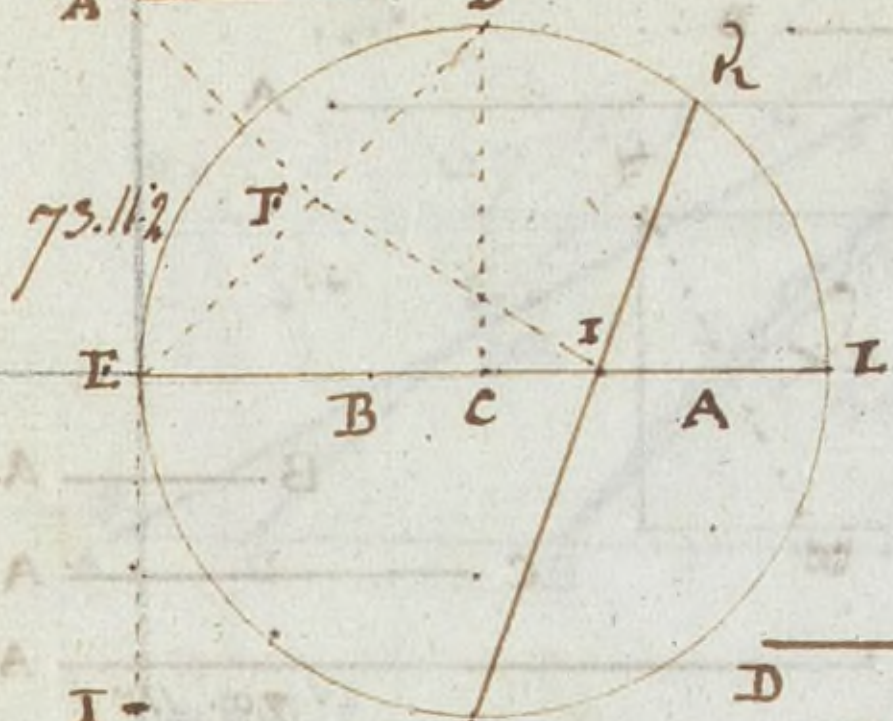
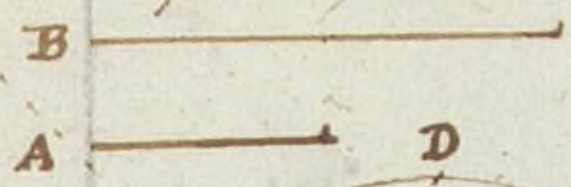




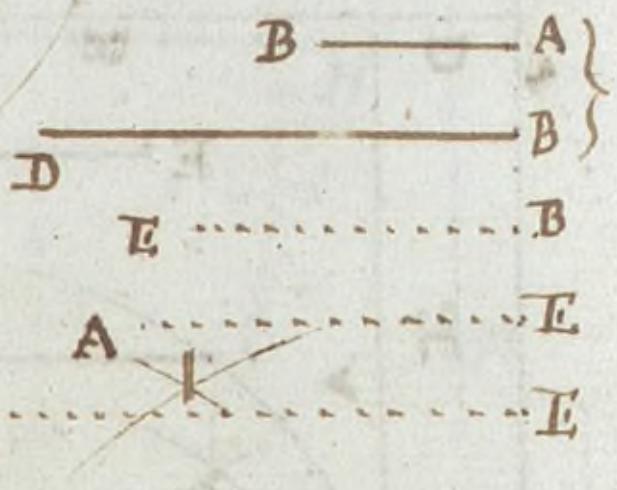


462

73. 11° 1



74. 11° 1



1

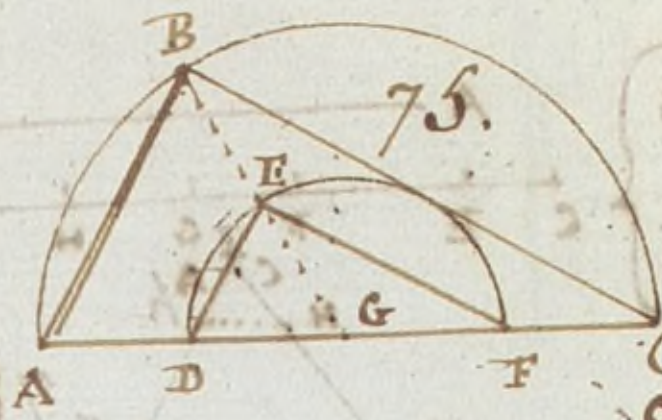
2

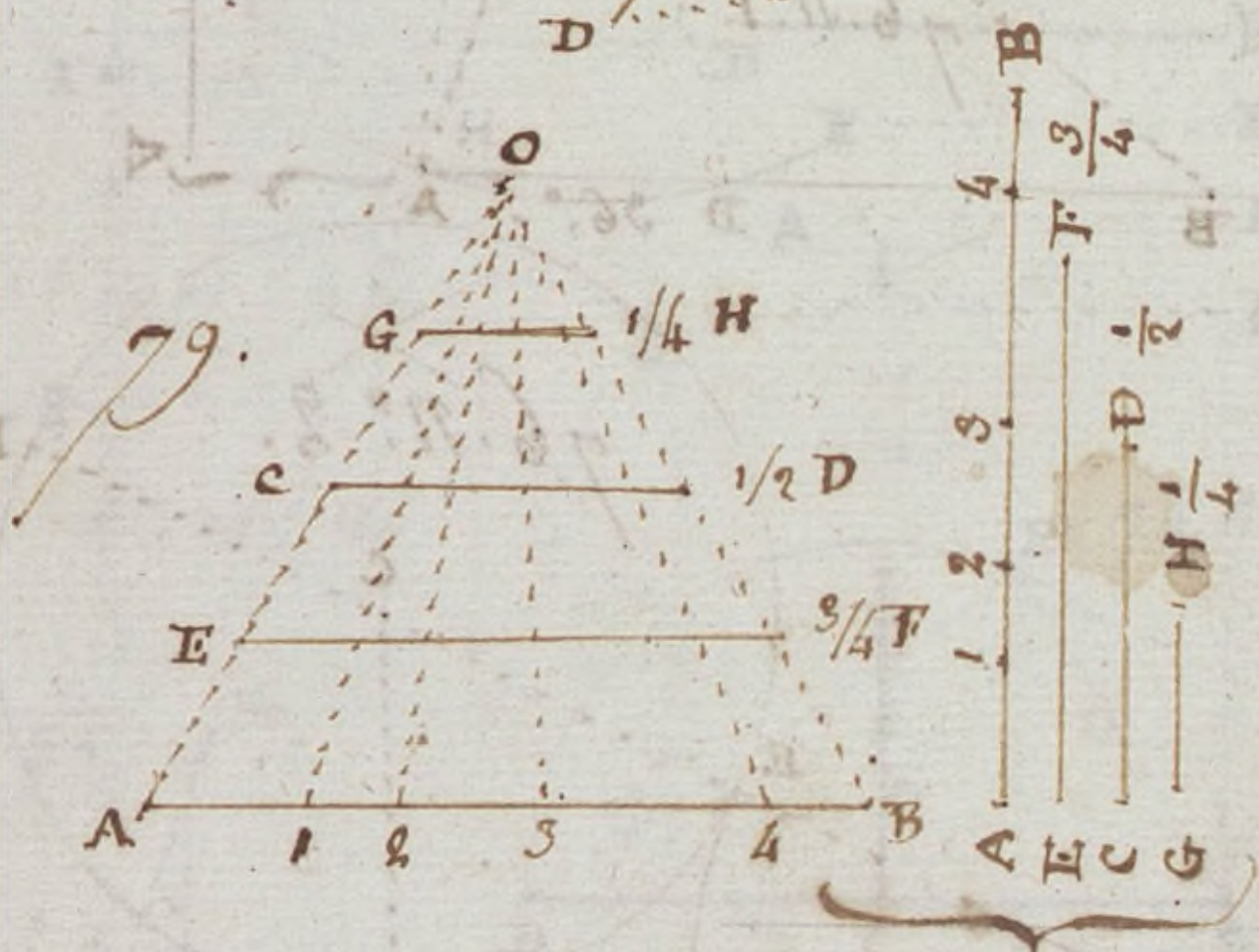
3

4 G

74. 11° 2







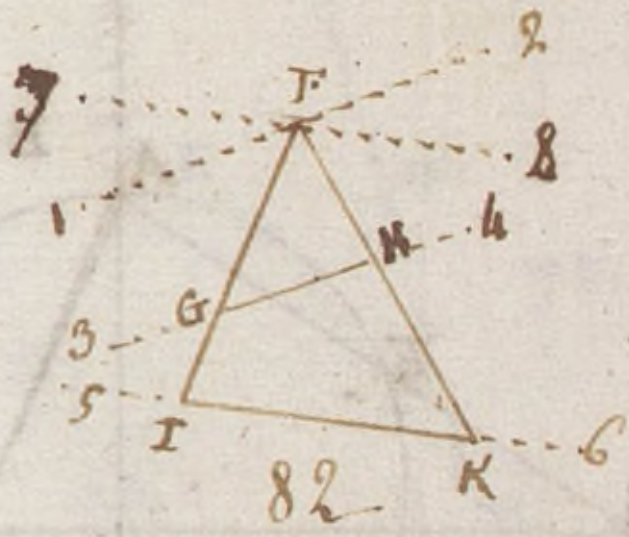
N° 1



N° 2

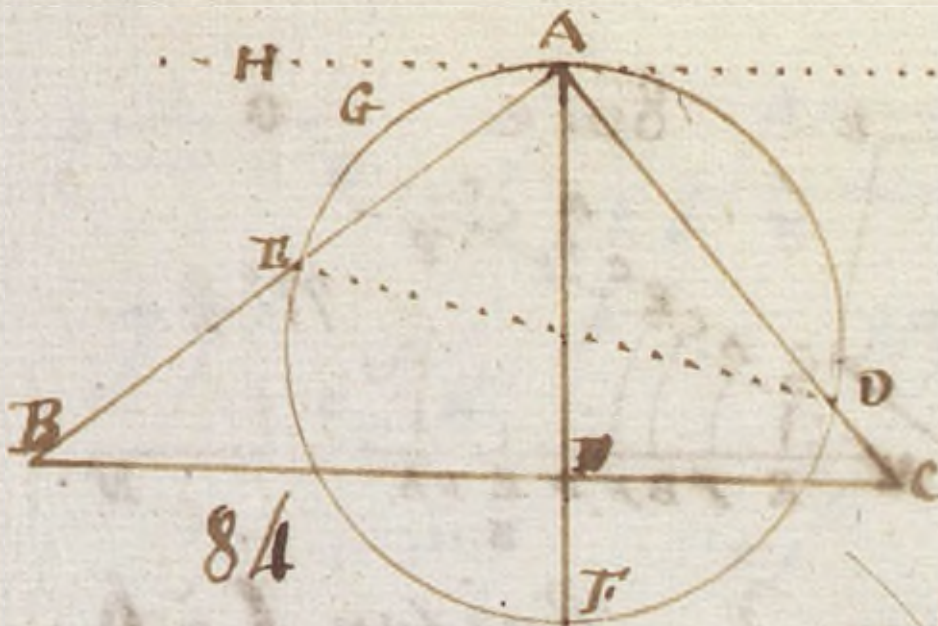
Raison I à A.

N° 1 N° 2.



83.

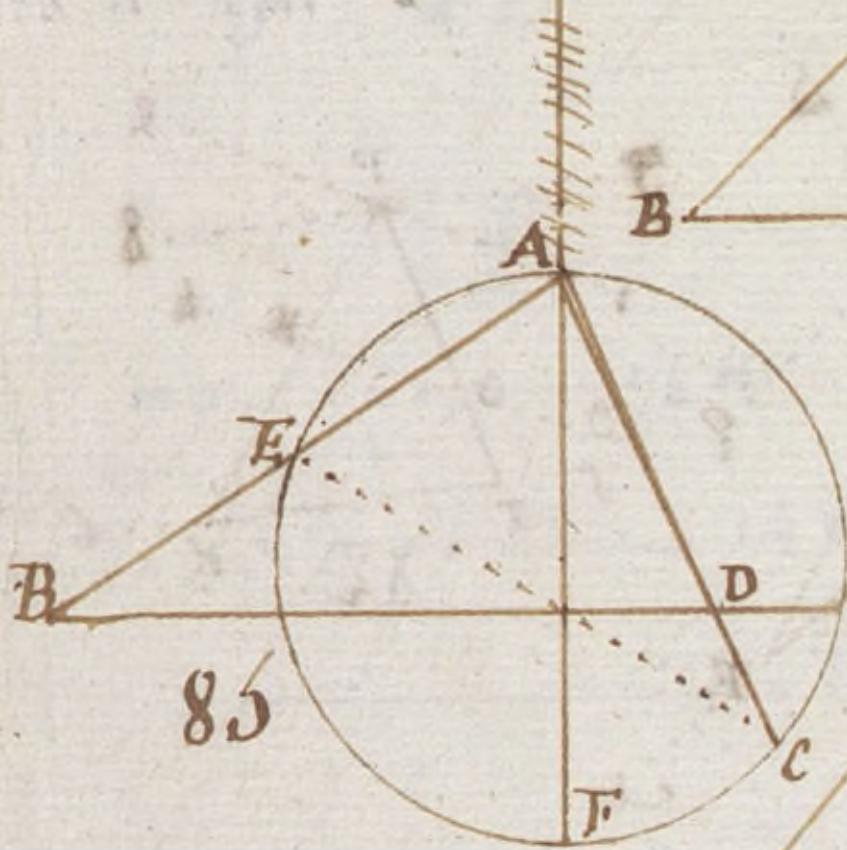




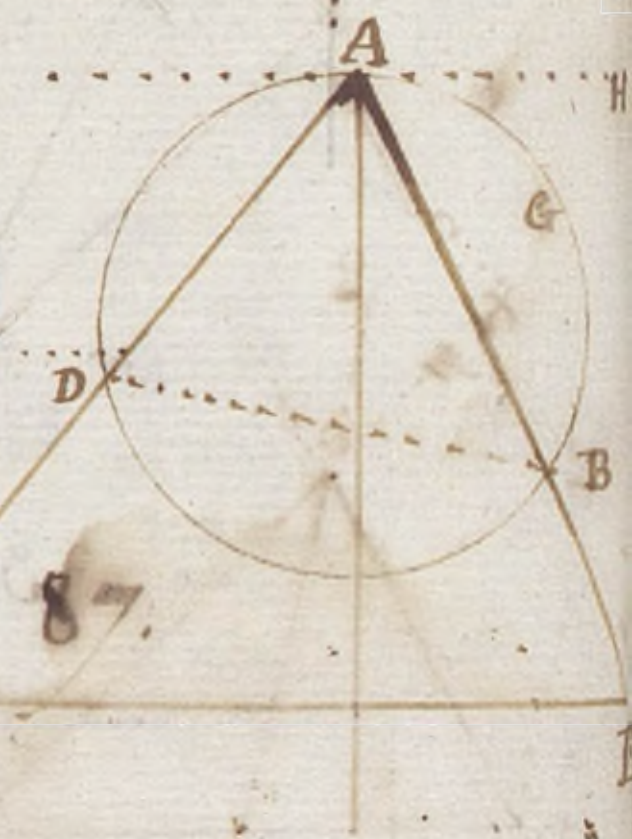
84



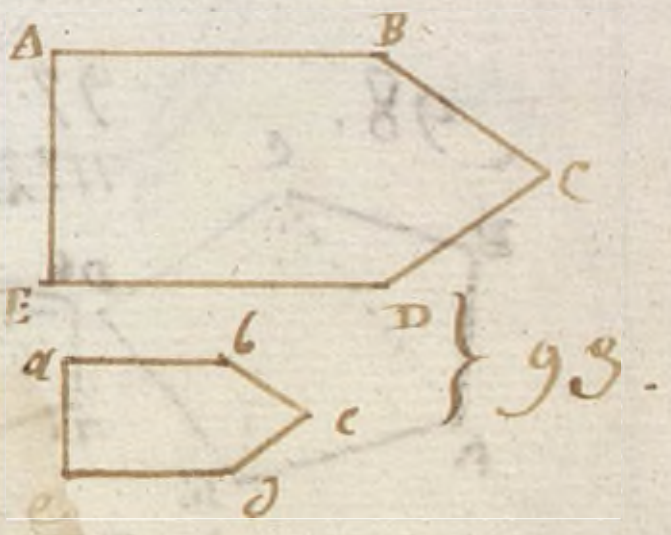
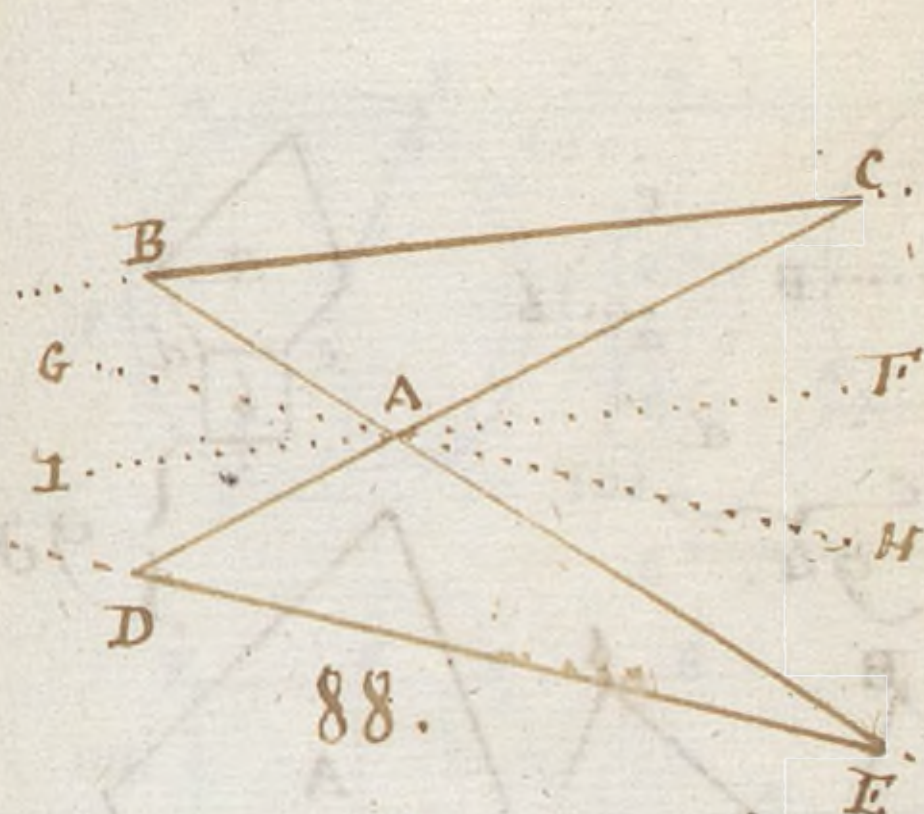
86

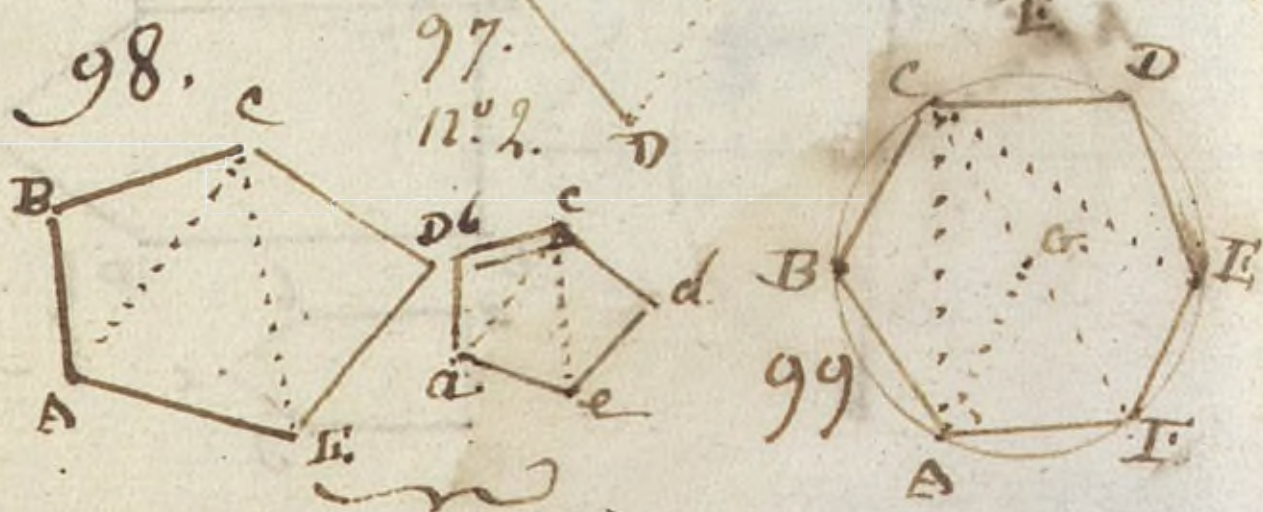
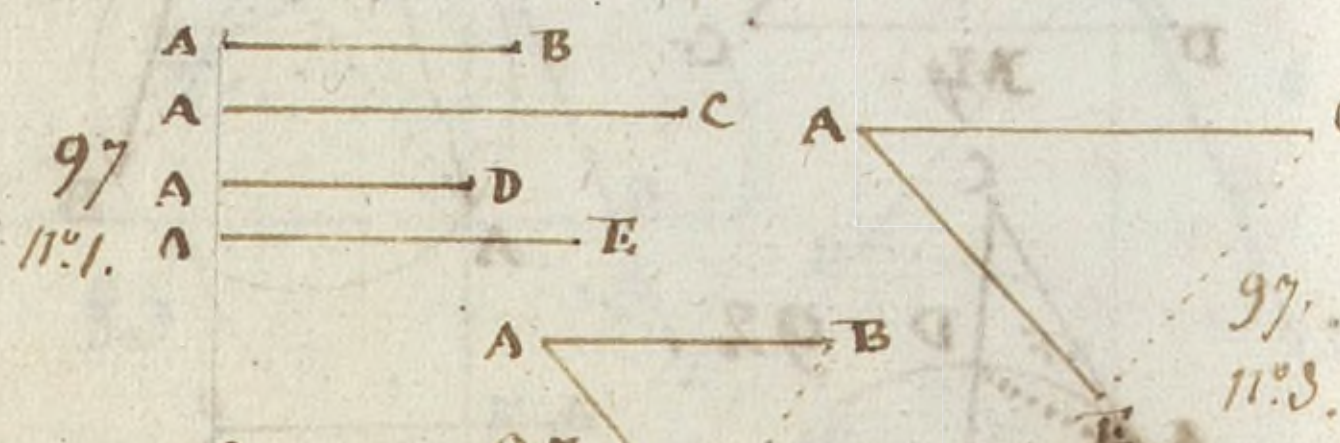
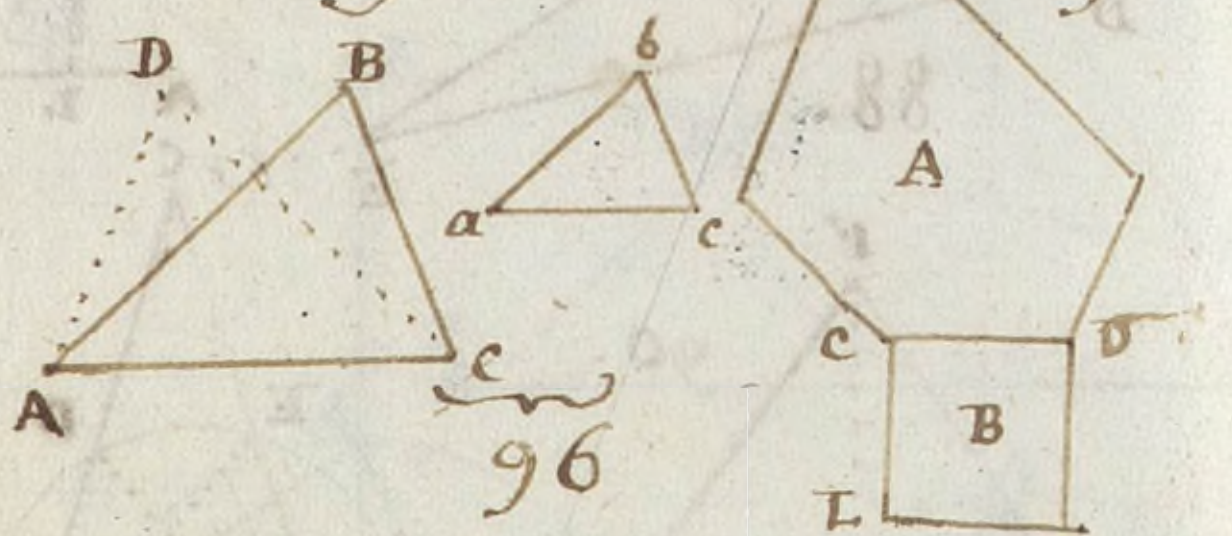


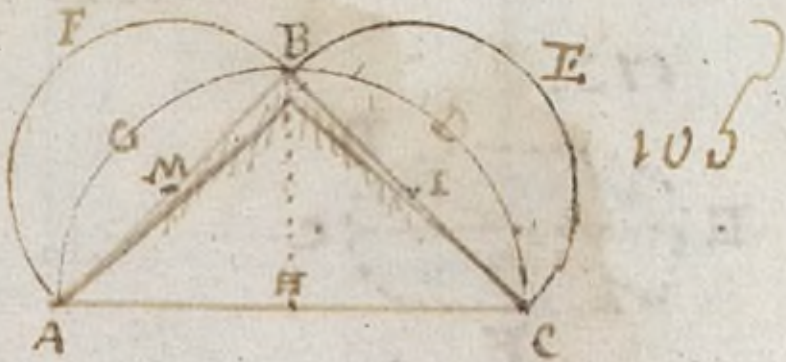
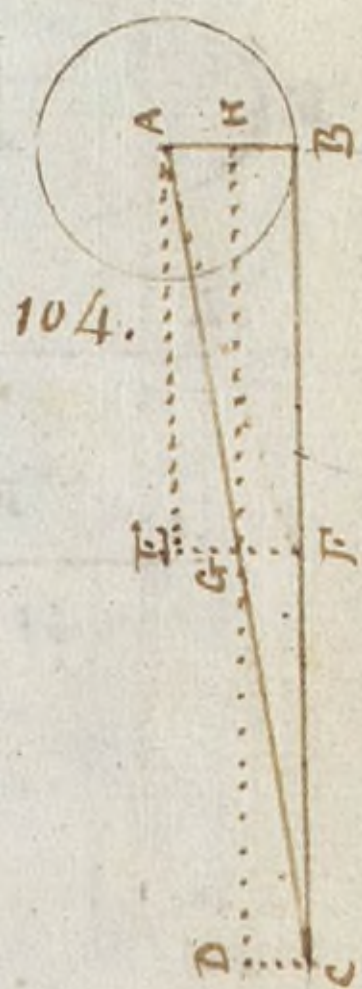
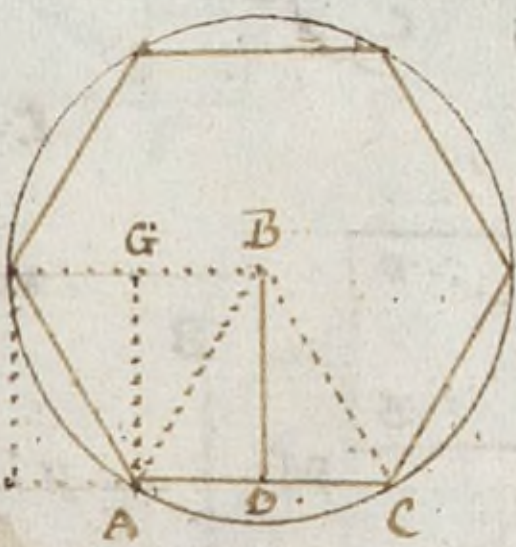
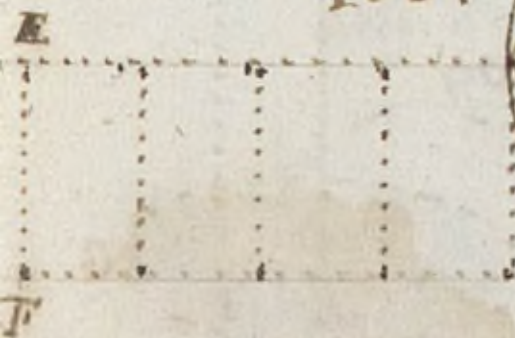
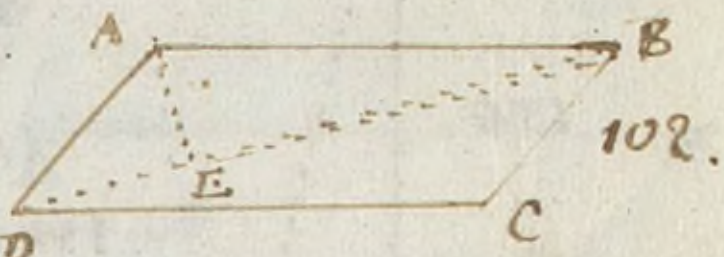
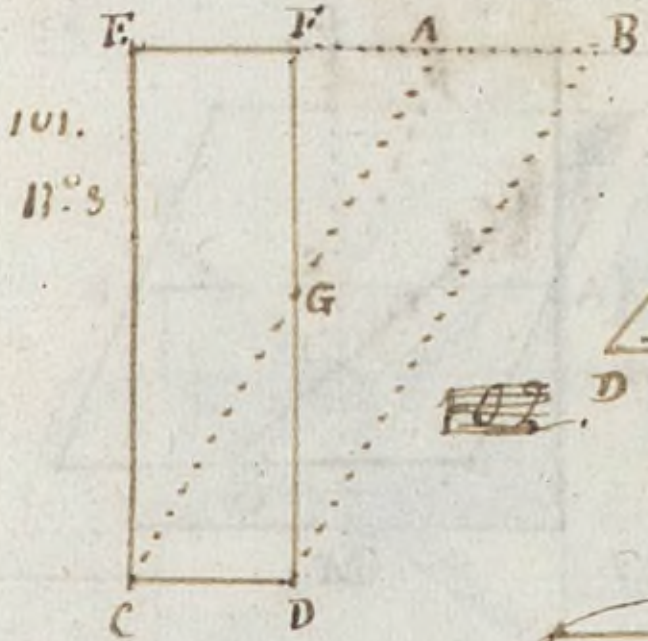
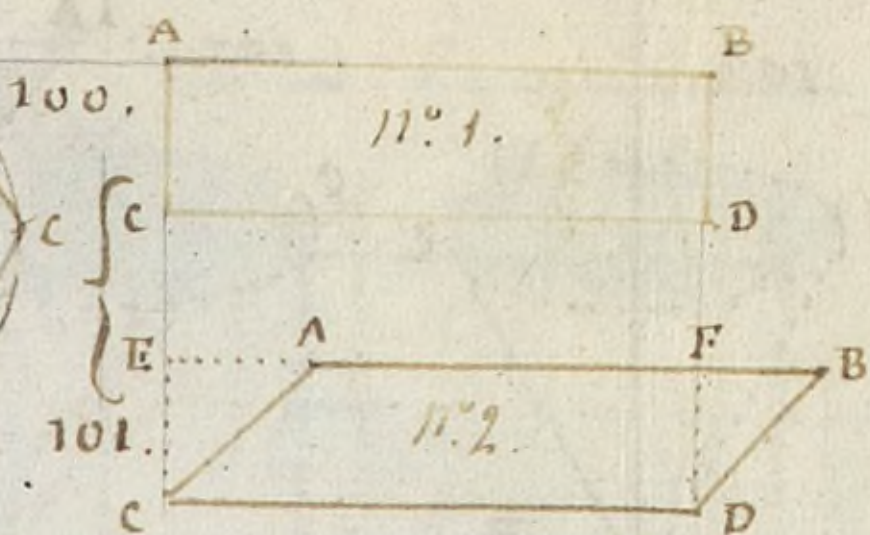
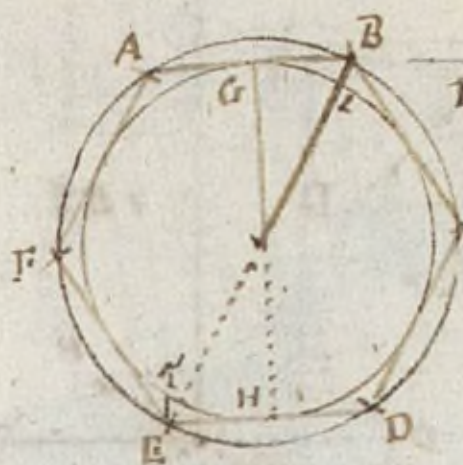
85



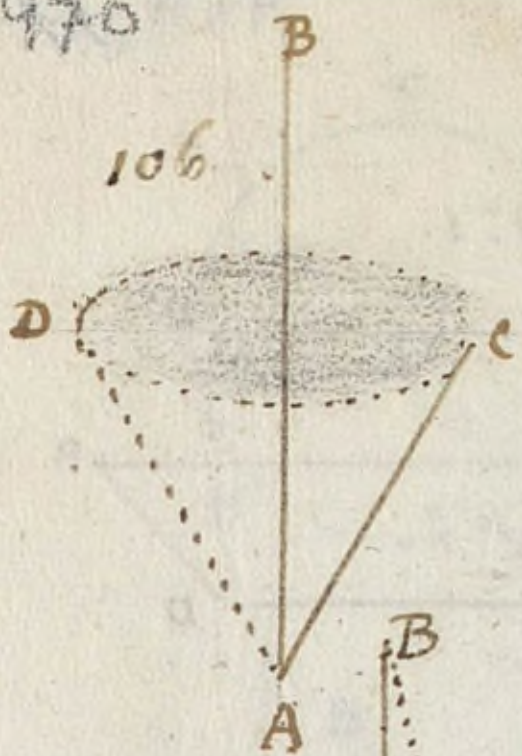
87



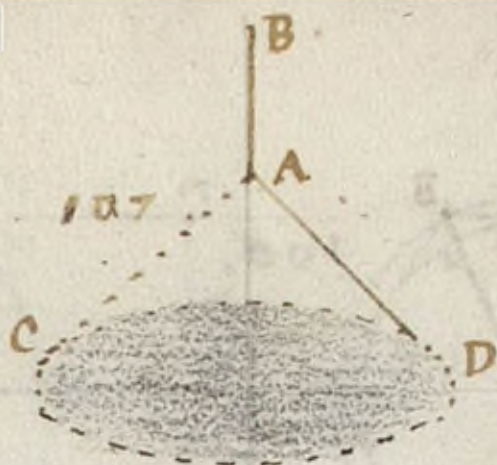




470



106

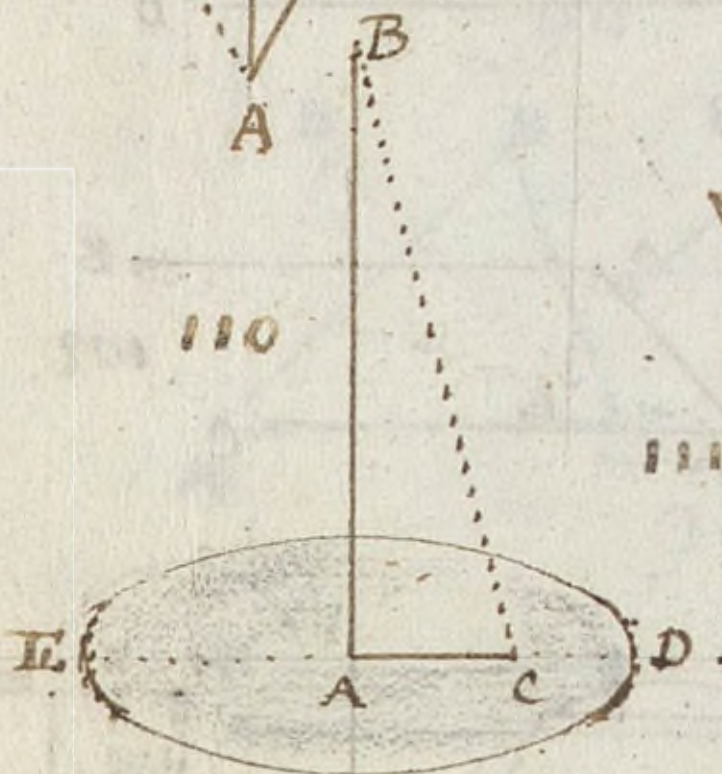


107

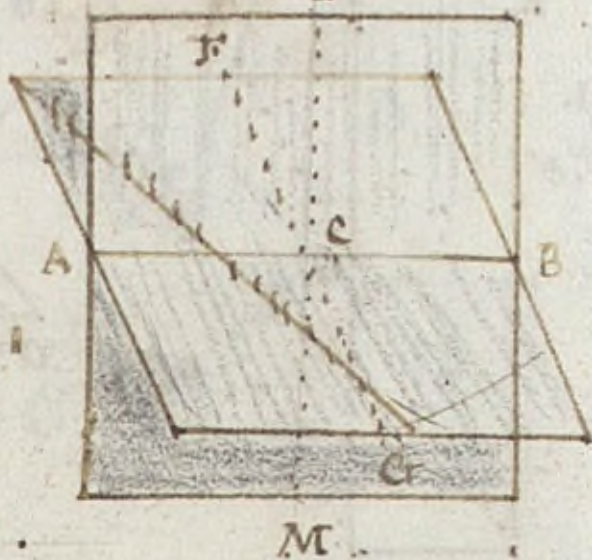


108

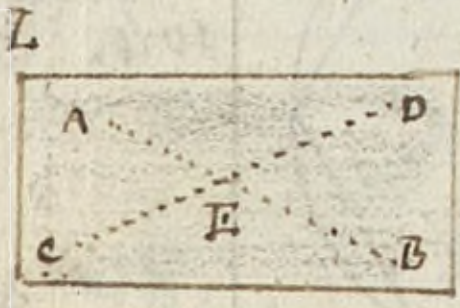
110



111



M



112

M

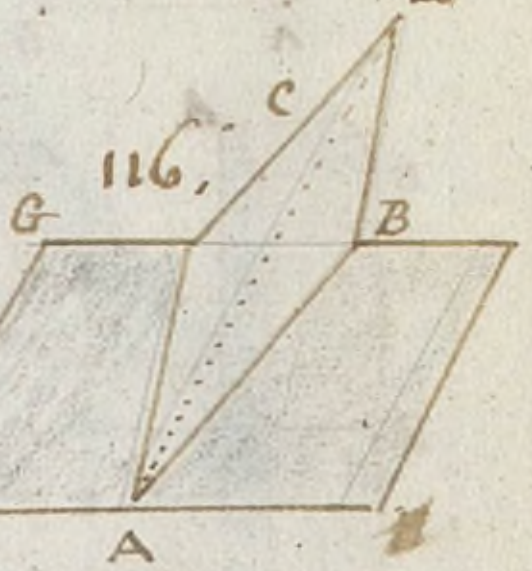
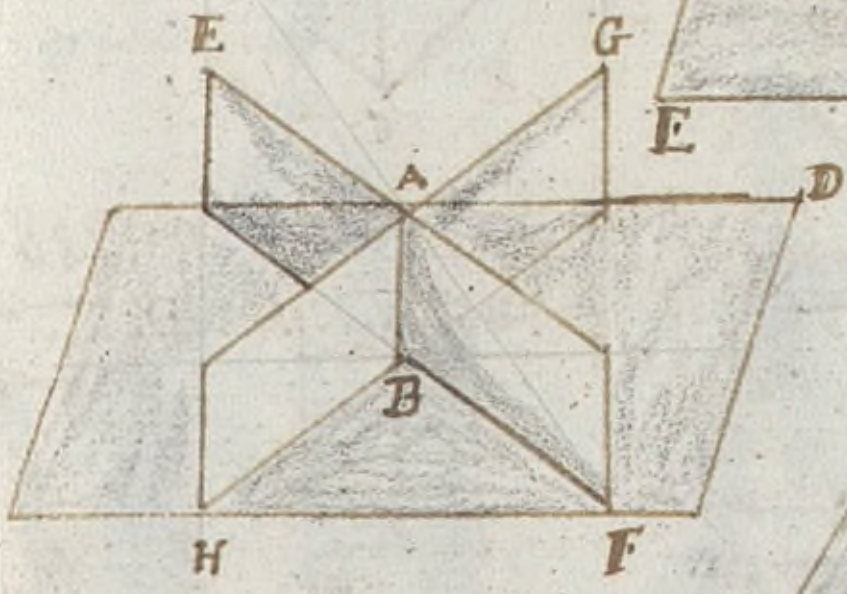
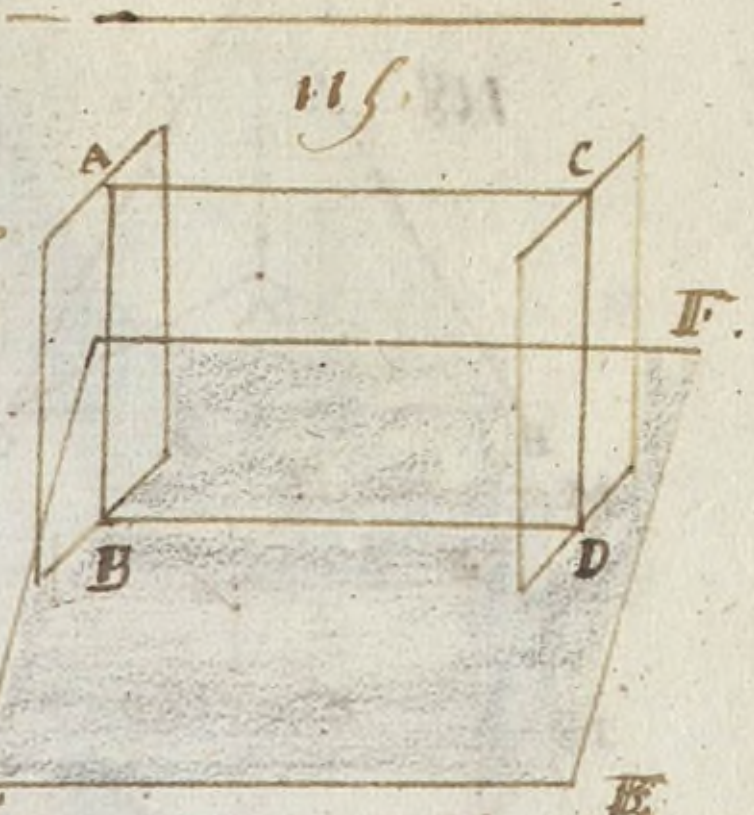
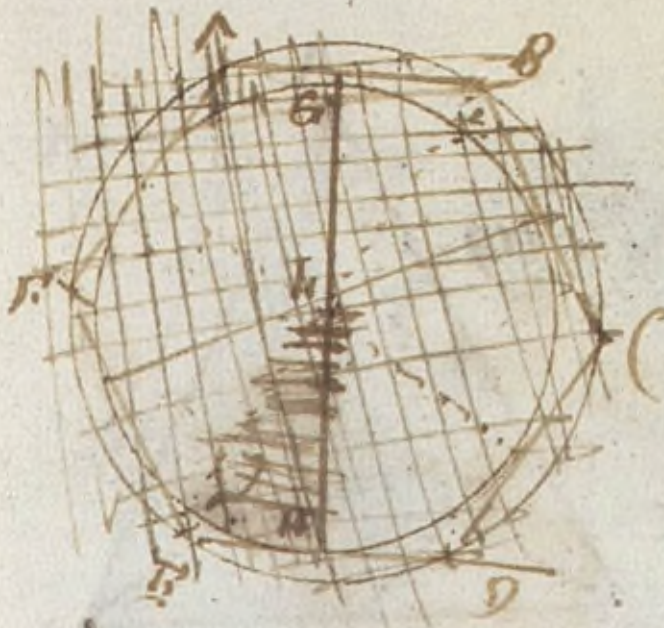


109

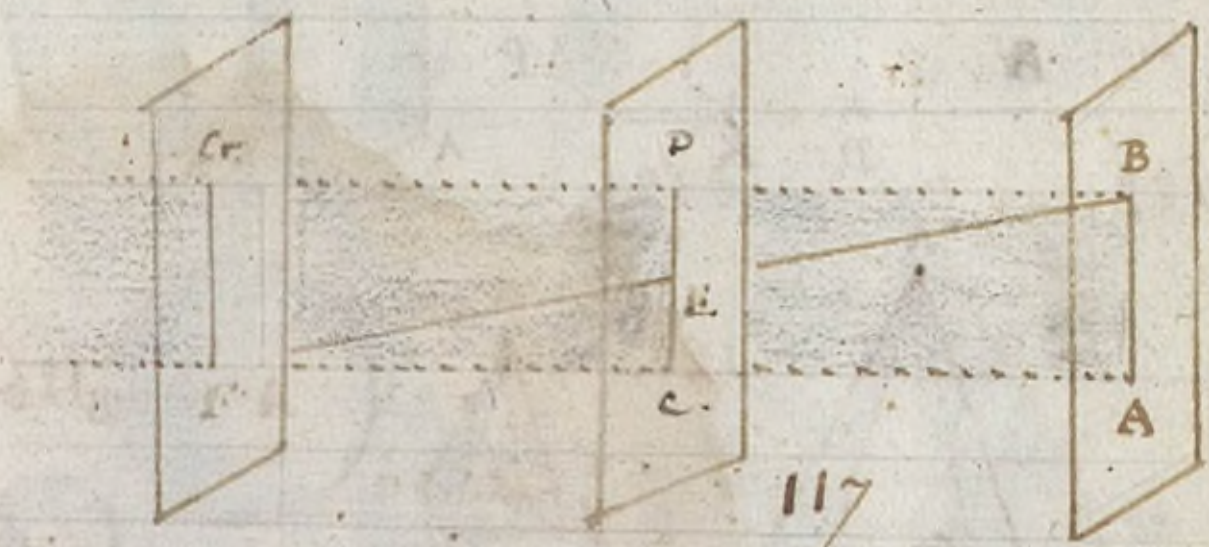


113

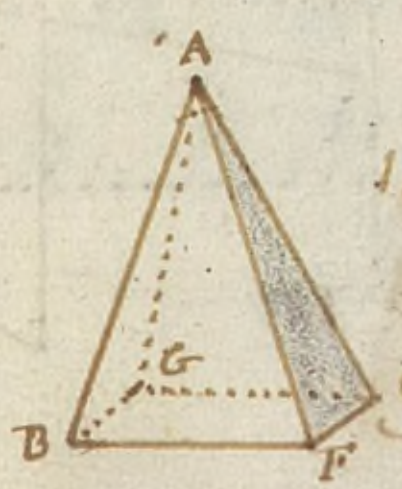
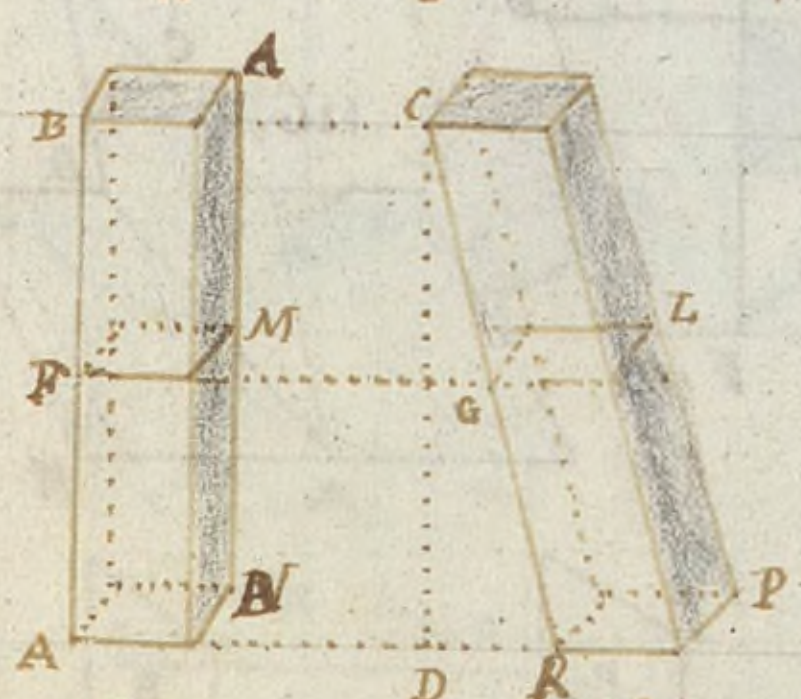
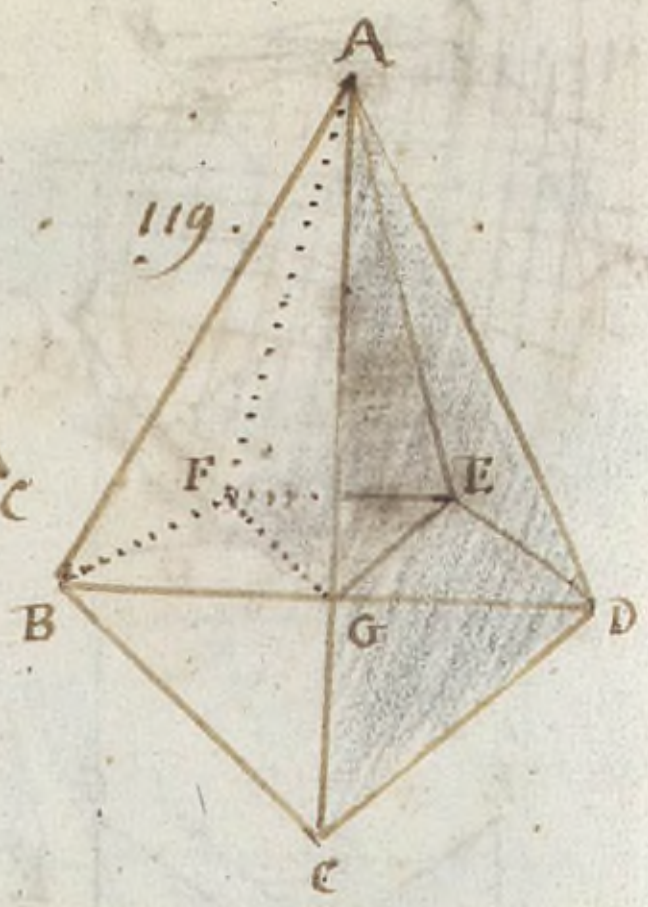
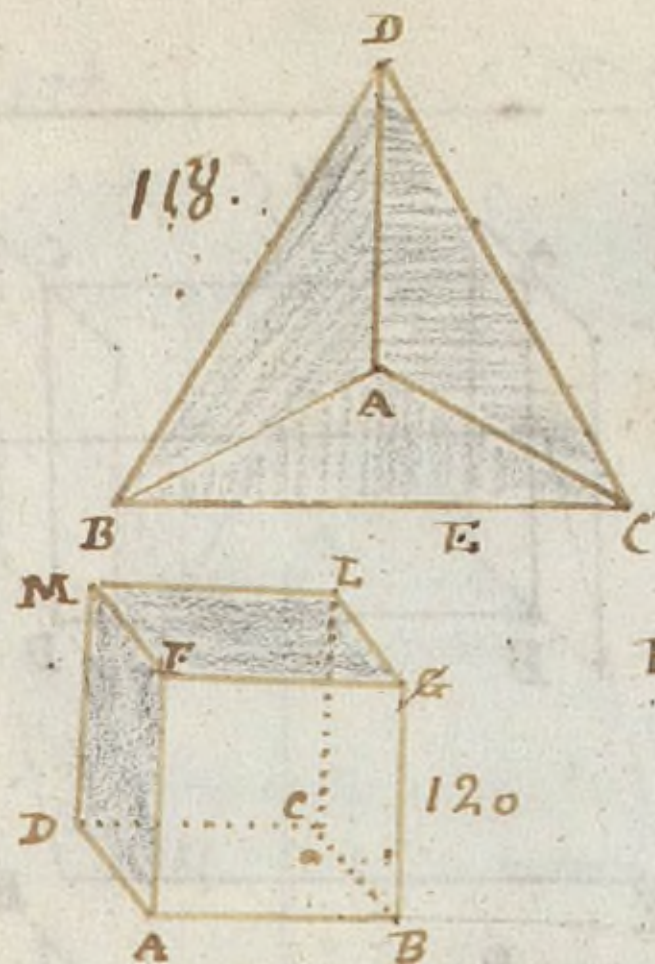


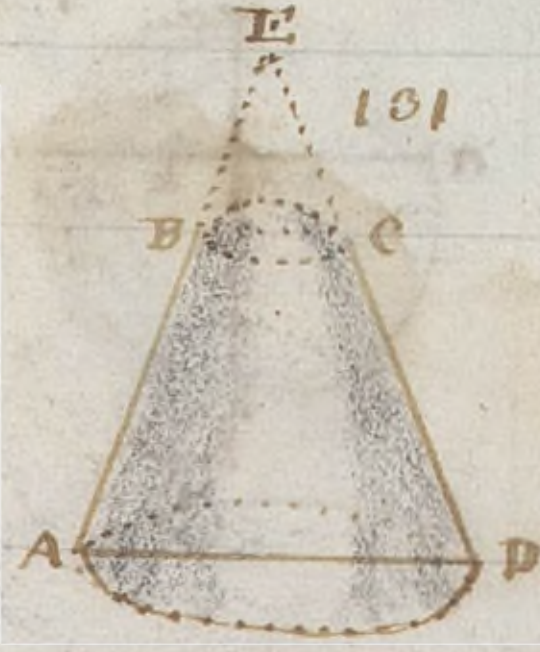
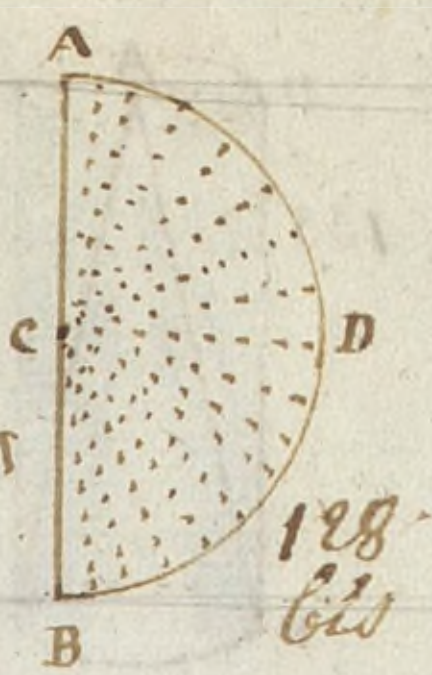
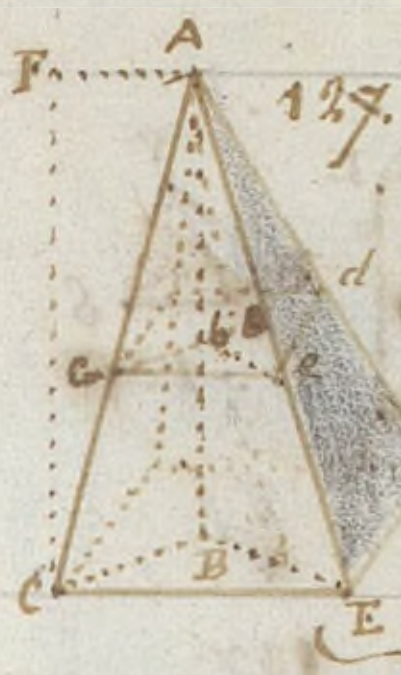


114



117



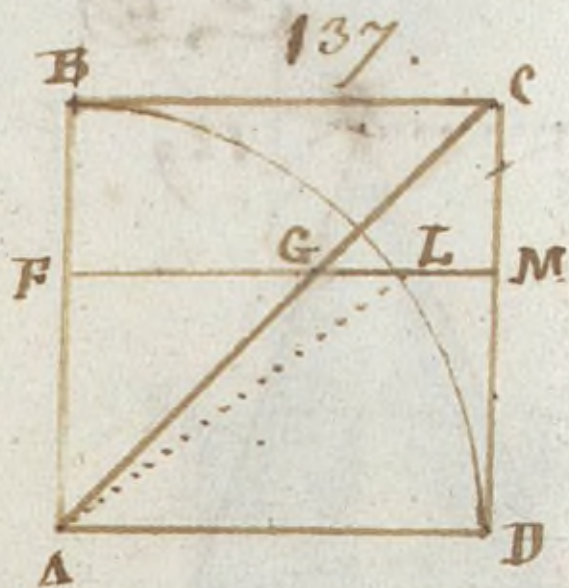


133



135

136



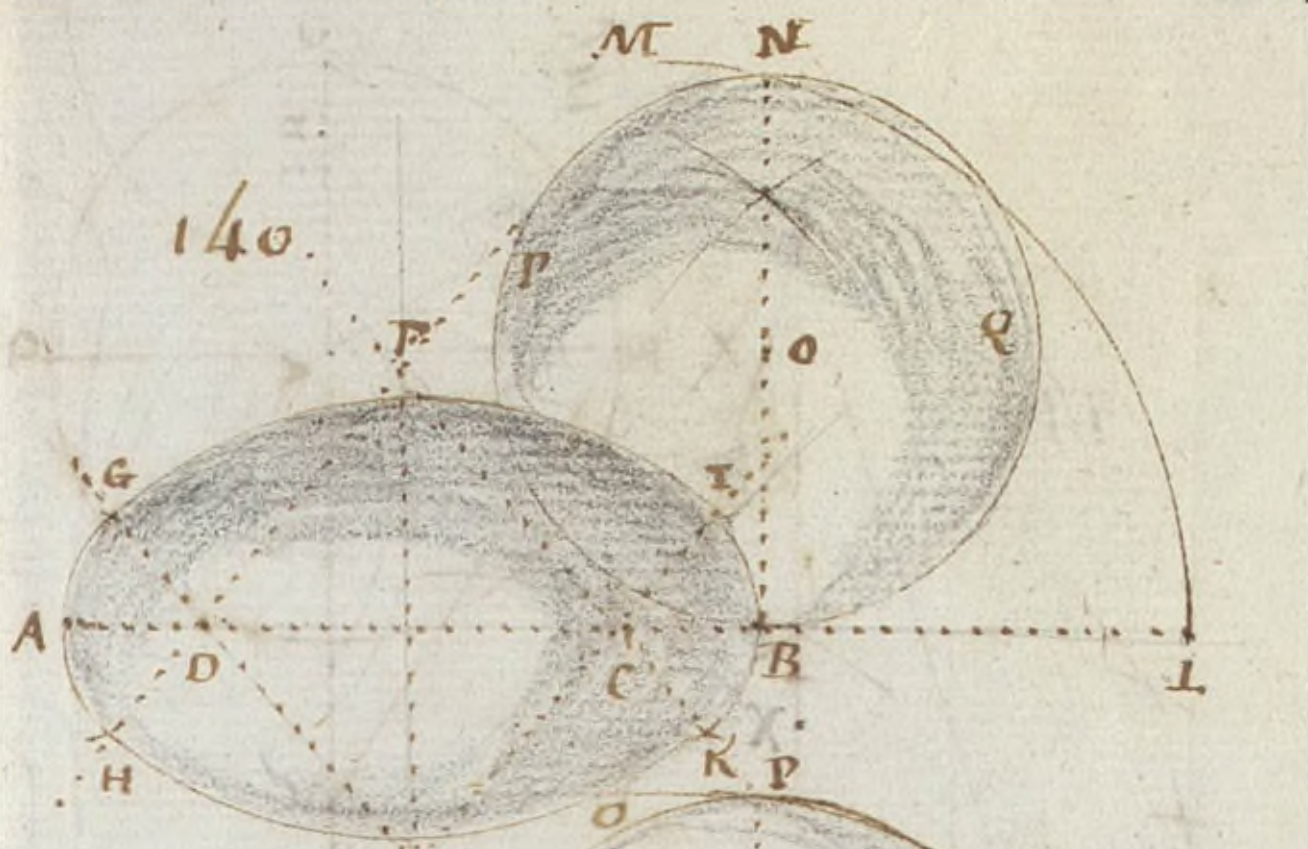
138.



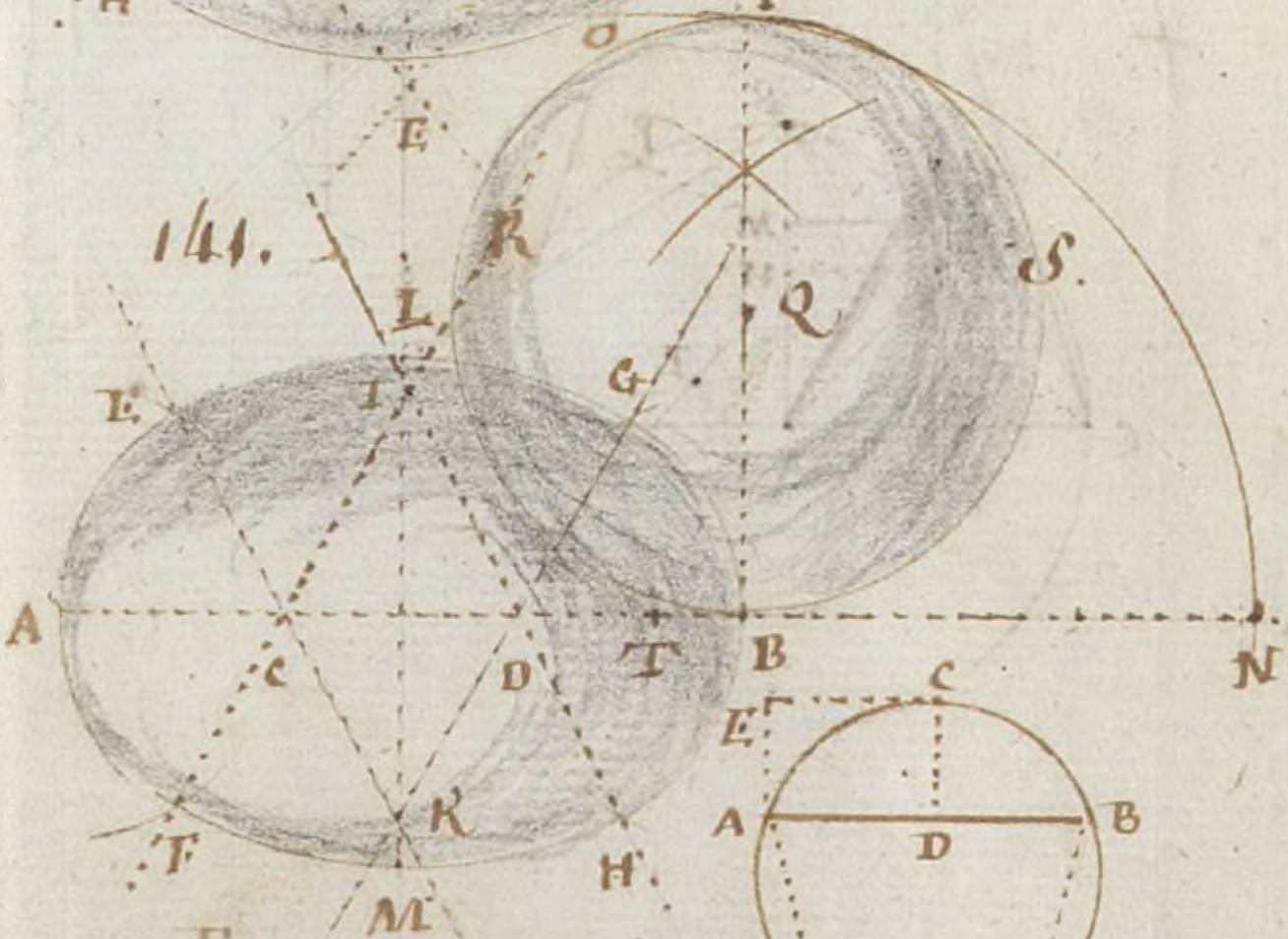
139.



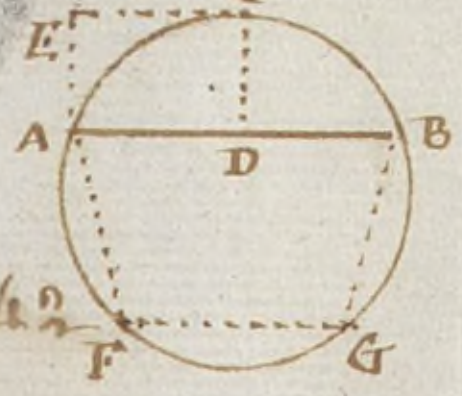
140.



141.



142.

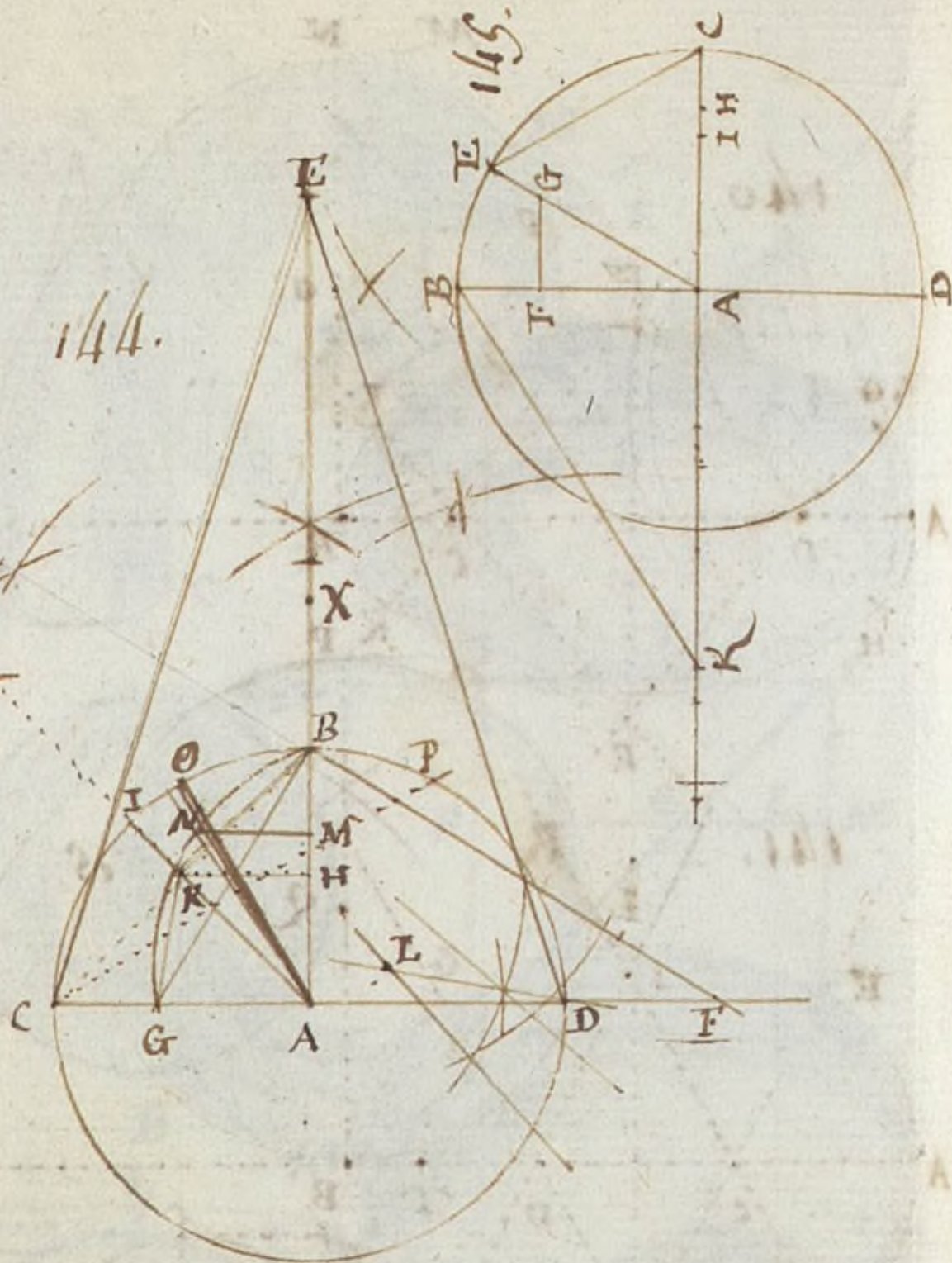


143.



145.

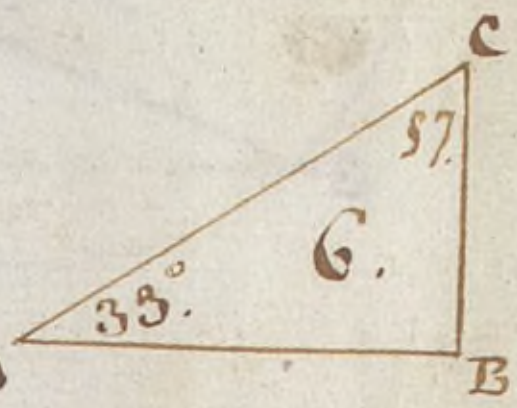
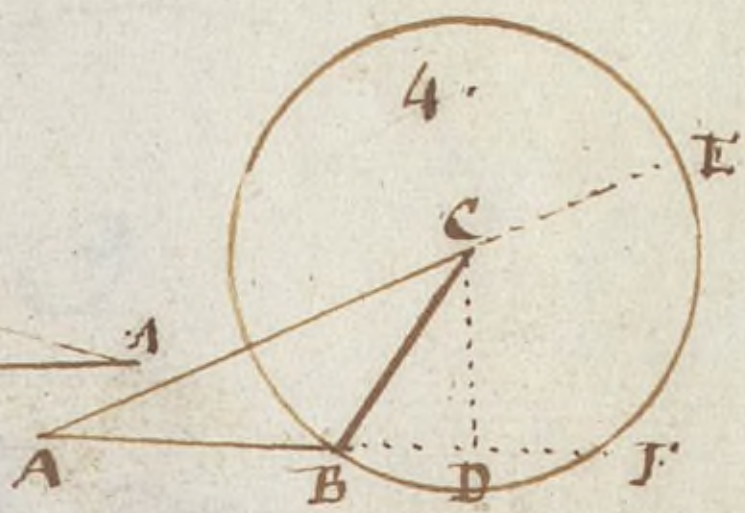
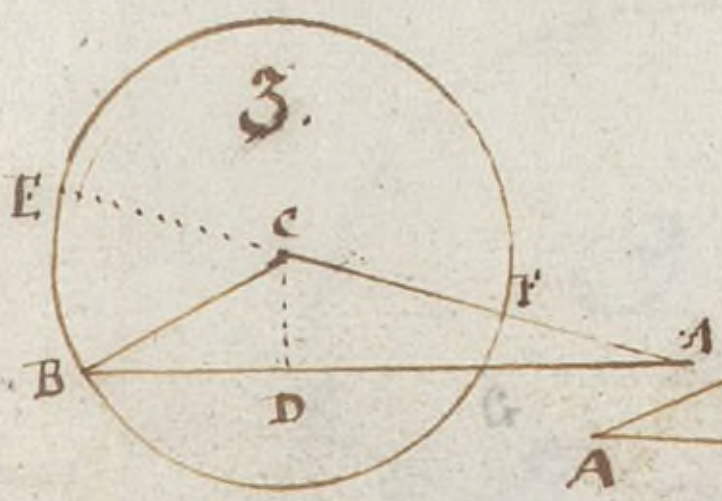
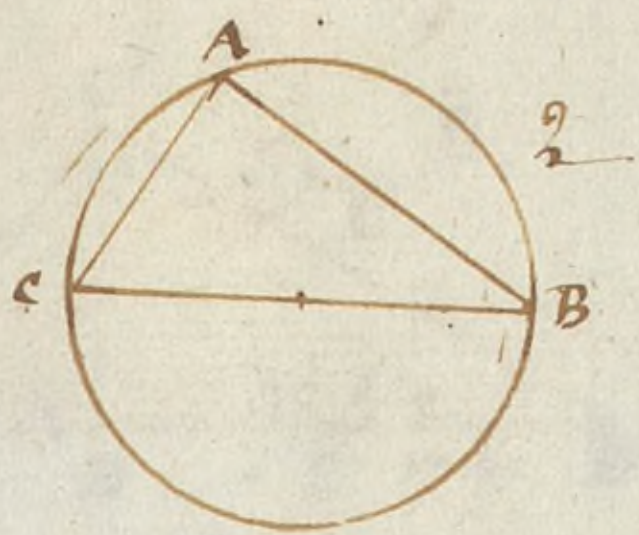
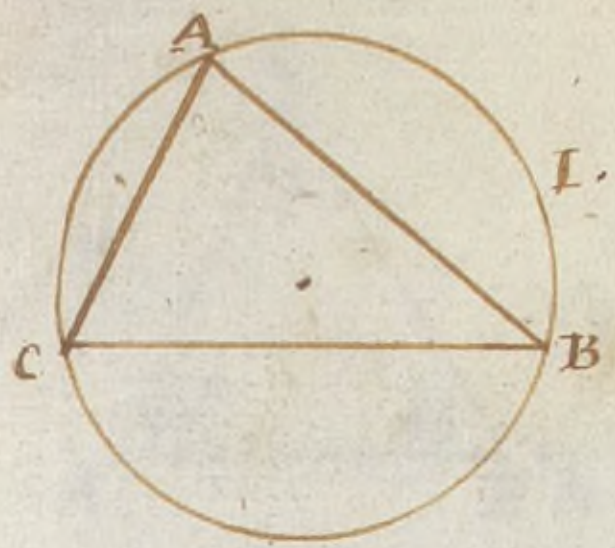
144.

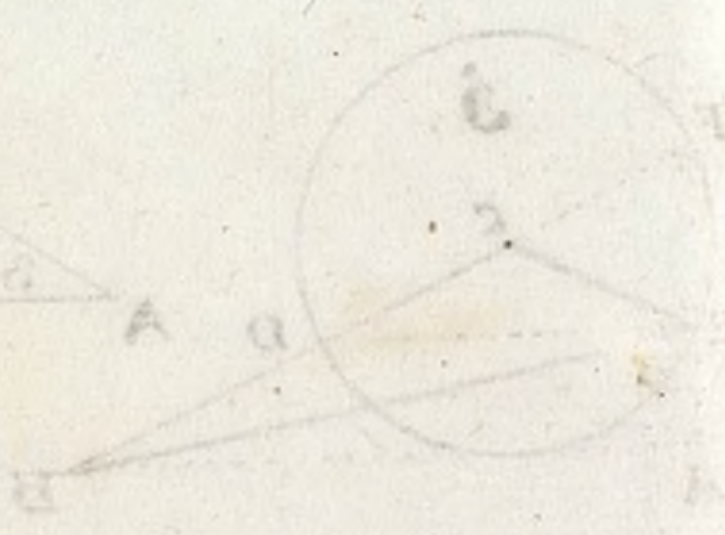
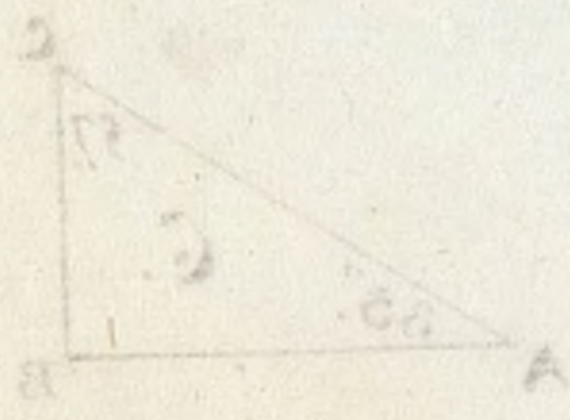
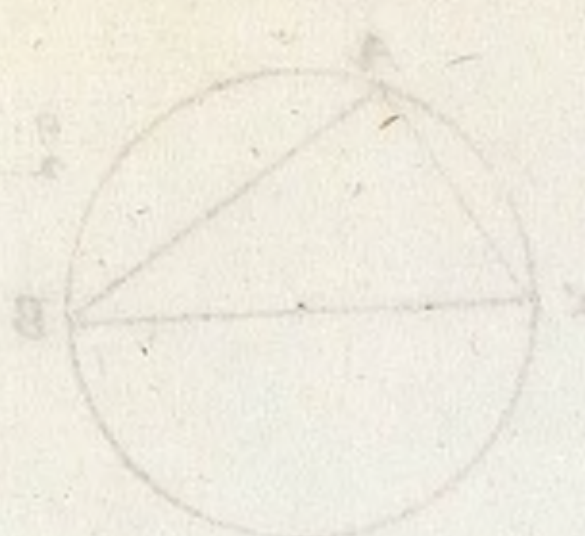


477

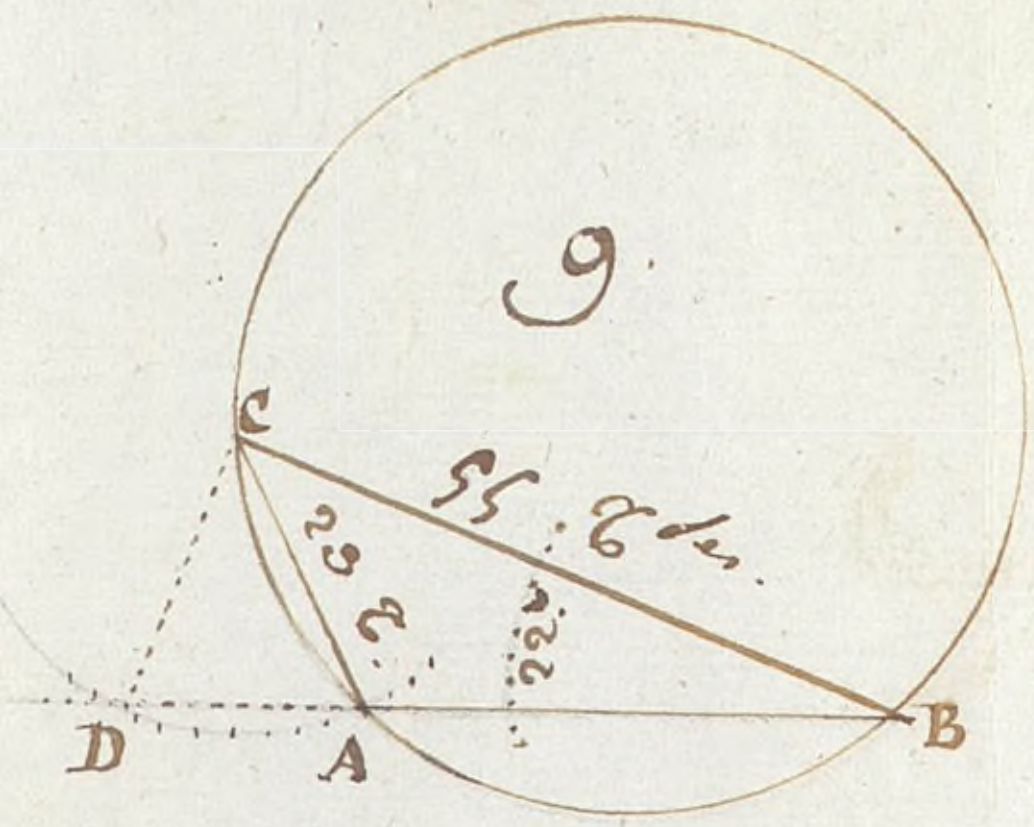
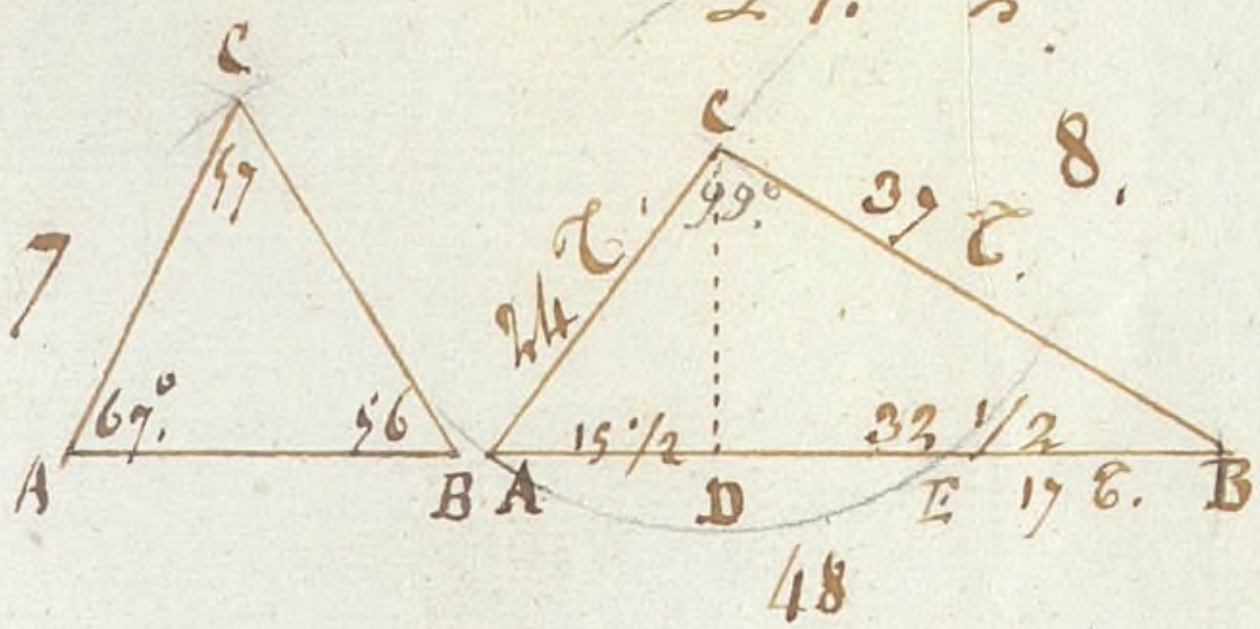
15

874



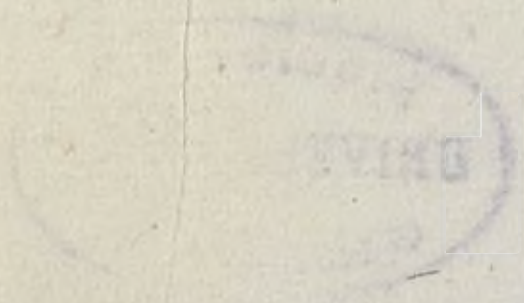
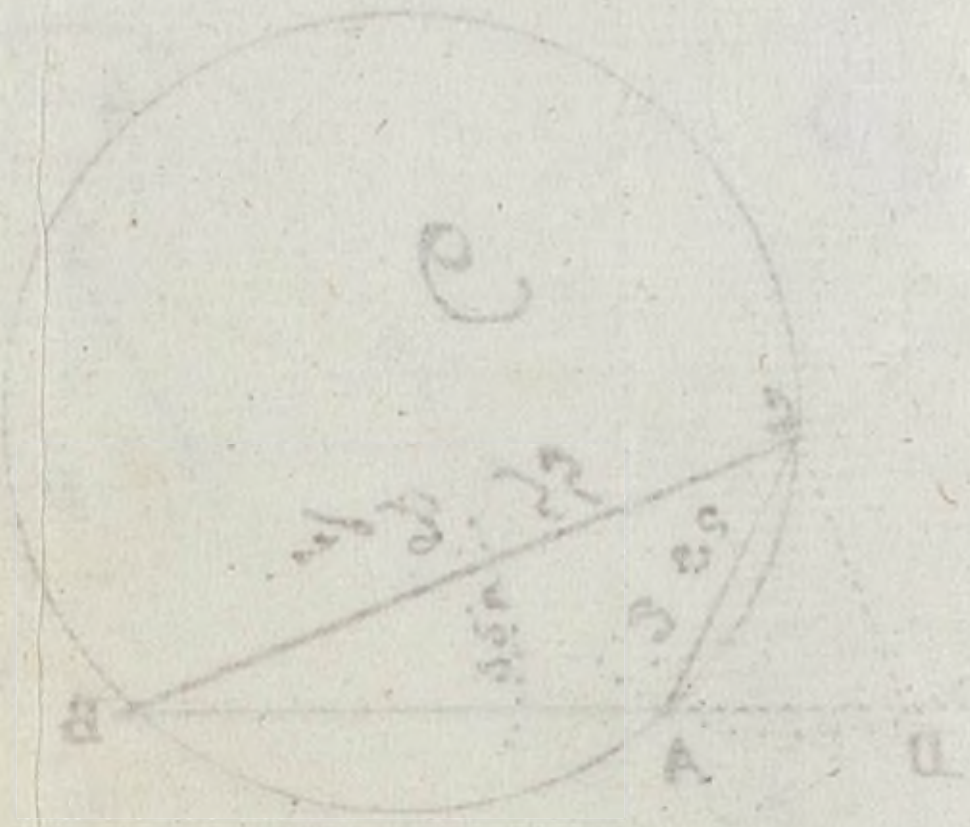
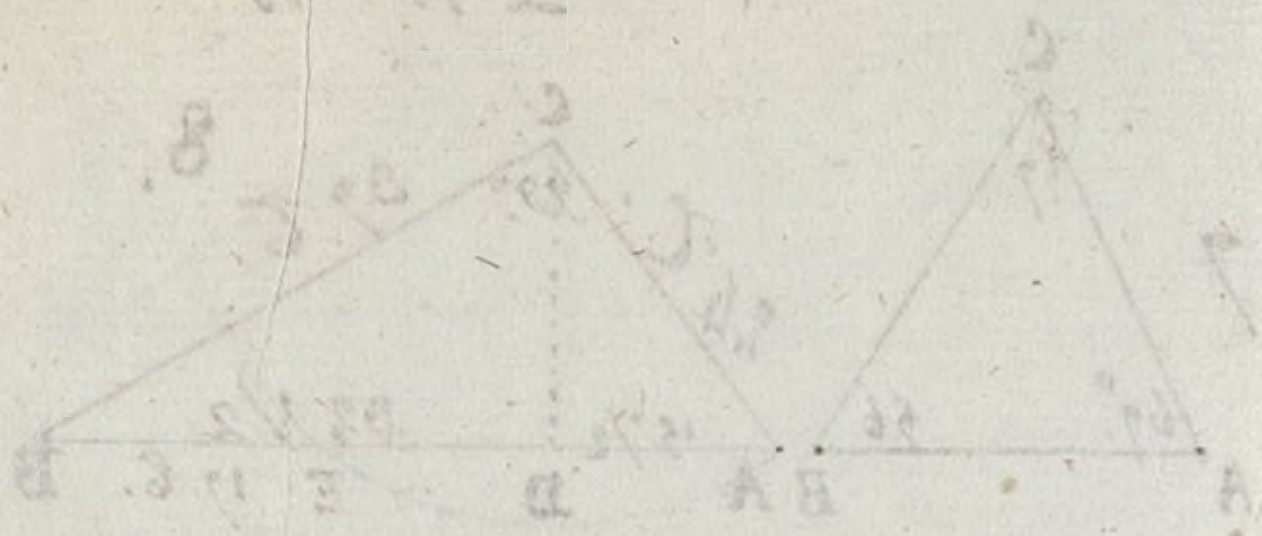


P. 9



BIBLIOTHECA
UNIVERSITATIS
GRATIAE

1871



483

18

100

485³
19

486

487

20

834

489 21

1490

491

22

492

493

27

494







ABREGE

de
Géométrie
Spéciale

100

CAJA
2-47