~~6=2 7=2 = 14~~

I ~~Caja 8-65~~

1

abrégé de Géometrie Spéculative.

in otio non sis otiosus.

Table des Chapitres
des définitions.

Définitions Préliminaires pour l'intelligence de ce traité.

Des Points.

1.° Le Point est ce qui n'a aucune parties et qui par conséquent est indivisible.

2.° Le Point Géométrique est indivisible parce qu'il est la plus petites partie de l'Etendue.

3.° Le Point Elémentaire ou Physique peut-être imaginé divisible à l'infini.

4.° Le Point est le principe générateur de l'Etendüe, Comme l'unité est le principe générateur des Nombres.

5. Deux lignes qui se
coupent déterminent un
point, qu'on appel point
de rencontre ou d'inter-
section et si ce sont
deux arcs qui se rencon-
trent, le point est dit
point de section ou
d'intersection, s'ils se
coupent, ou s'ils se rencontrent sans se
couper, ils sont dits points de contact ou d'attouchement.

Des Lignes.

1. La ligne est une
longueur sans largeur,
elle est formée par l'écou-
lement du point sur lui
même.

2. Il y a deux sortes
de lignes en Géometrie

la ligne droite et la ligne Courbe.

3. De ces deux lignes il s'en forme une troisième qu'on appelle ligne Mixte.

4. La ligne droite est celle qui va directement d'un point à un autre point sans se detourner de sa direction.

5. La ligne Courbe est celle qui se détourne de la direction droite pour arriver d'un point à un point designé, un Arc est une ligne Courbe. La plus parfaite est le Cercle, parceque tous

ses points sont égalem.^t distants d'un seul point qu'on appel Centre du Cercle

6. La Ligne mixte est Composée d'une ligne droite et d'une ligne Courbe,

7 Il faut toujours deux points pour déterminer une ligne droite Au lieu qu'un seul point peut déterminer une lig.^e Courbe

8. La ligne droite est le plus Court Chemin d'un point à un autre point. Au lieu que la ligne Courbe

est toujours le plus long.

9. une ligne droite qui est pliée de façon que les deux parties ne sont pas en direction droite. Elle est appellée ligne Brisée.

10. Dans tous les cas, les Extrêmités des lignes sont des points.

Des Lignes

Comparées les unes aux autres, suivant leurs positions ou situations. 3. Cas, Parallèles, Perpendiculaires, ou Obliques.

1.° Parallèles.

Deux lignes sont dittes

Parallèles, lors qu'elles conservent toujours entr'elles une même distance, et qui étant prolongées à l'infinité de part et d'autres ne se rencontrent jamais, soit que les lignes soient toutes deux droites, soit qu'elles soient toutes deux courbes.

4.e Cas, Perpendicul.re

Deux lignes sont dittes perpendiculaires l'une à l'autre, lors que se rencontrant, elles n'inclinent pas plus d'un coté que de l'autre. Les lignes perpendiculaire font toujours deux Angles égaux avec la ligne qu'elle rencontre.

3.me Cas, Obliques.

Les lignes obliques sont celles qui en se rencontrant inclinent plus d'un côté que de l'autre, Elles sont le contraire des perpendiculaires, Cos celles-ci font les Angles inég. avec les lignes qu'elles rencontrent.

Des Autres dénominations des Lignes.

1.° une ligne perpendiculaire qui passeroit par le Centre de la Terre si elle étoit prolongée, est dite —

Ligne Verticale ou aplomb.

2°. Une ligne est ditte horisontale, lorsquelle est parallele au plan de l'horison, cette ligne toucheroit la Superficie de la terre en un Seul point; qui Seroit le point de Contacte.

Cette ligne est aussi désignée, sous la dénomination du vrai niveau, qui est celle qui a tous ses points égalements éloignés du Centre de la terre, Comme Seroit la Circonference de la même figure.

3°. Une ligne est ditte finie, lors que Sa longr. est déterminée. et

par conséquent une ligne
dont la longueur n'est pas
déterminée, doit être ditte
ligne indéfinie;

4° une ligne est ditte
occulte ou blanche lors
qu'étant faite avec du
crayon, elle peut s'effacer
lors que l'ouvrage est
achevé, pour cela on se sert
de crayon de mine de plomb
Anglais qui s'enlève avec
de la mie de pain.

5° une ligne est ditte
ponctuée, lors que devant
rester après la figure finit,
elle est faite avec la roulette.
Ces lignes ne servent que p.
la Démonstration de la figure.

Les lignes qui forment le Corps de cette figure, ~~et~~ Sont faites à l'Encre avec le tire ligne ou avec la plume; ces Sortes de ligne Sont ditte; Lignes ~~Sont~~ apparentes ou pleine.

Des Lignes par rapport au Cercle.

1.° Une ligne qui touche le Cercle Sans le couper est ditte Tangentes au Cercle; Cette ligne est toujours imaginée perpendiculaire à un rayon du Même Cercle,

2.° Une Ligne qui ne passe pas par le

Centre d'un Cercle, mais qui se termine à la Circonference par ses Extrémités, est dite ligne Sous-tendante ou Corde de l'Arc qu'elle soutient.

L'Arc est une ligne courbe qui est une partie de la Circonference du Cercle.

3.° une ligne droite menée du centre d'un Cercle à la Circonference s'appelle rayon.

4.° une ligne ou Corde qui passe par le Centre d'un Cercle et se termine à la Circonference du même Cercle, s'appelle Diamètre du Cercle.

5. une ligne qui part

du Centre d'un Cercle et qui est prolongée obliquement jusqu'à la rencontre de la Tangente, est ditte Secante

6.° une ligne qui tombe perpendiculairement du point d'intersection de la Secante et du Cercle, sur un Rayon, est ditte Sinus.

De la Division du Cercle,

1.° La Ligne Circulaire ou la Circonference du Cercle se conçoit divisée en 360 parties égales, qu'on appelle Degrés, Chaque degré en 60 parties qu'on appelle Minutes, la

minute en 60 Secondes, celle-
ci en 60 Tierces &c.a qu'on
écrit ainsi, 40°. 20' 15" 30''',
pour dire 40 degrés, 20
minutes, 15 Secondes
30 Tierces &c.a

2° La 1/2 Circonfér.ce
se divise en 180° et le
quart en 90°: Le Rayon
divise le cercle en six
parties égales, par con-
séquent en arcs de 60°.
&c.a

3° Le Sinus de l'Arc
de 60° divise le Rayon
en deux parties égales
à cause de la Convexité
de la Sphère.

Des Angles

1°. L'Angle se forme par la rencontre de deux lignes, ainsi l'ouverture de deux lignes différentes qui se coupent ou se rencontrent en un point, s'appelle Angle.

2°. Lorsque deux lignes se coupent ou se rencontrent sur un plan, l'angle qu'elles font s'appelle Angle plan.

3°. Quand les lignes qui font l'angle plan, sont droites, l'angle est appellé Angle Rectiligne

4.° Si les deux lignes sont courbes, l'angle est nommé curviligne ou sphérique.

5.° Si l'une de ces deux lignes sont l'une droite et l'autre courbe, l'angle est nommé mixtiligne, soit que la courbe soit en dedans ou en dehors.

6.° Si les deux lignes courbes qui forment l'angle sont en croissant, il est dit, curviligne corniangle.

7. Les deux lignes ou arcs qui forment l'angle

Sont appellées les Côtés de l'angle ; le point où les 2. lignes se coupent ou se rencontrent, est appellé Sommet de l'Angle.

8. Lors qu'on marque un Angle par trois lettres, celle du milieu désigne le Sommet et les deux autres, les Côtés.

9. qu'on prolonge le Côtés d'un Angle ou qu'on en retranche, cela ne le fait ni plus grand ni plus petit. Ainsi la grandeur d'un Angle ne se mesure pas par la longueur de ses Côtés : mais par son ouverture.

10. La mesure d'un Angle rectiligne est la portion d'un Cercle comprise entre les Côtés égaux de cet Angle dont le point du Sommet est le Centre du Cercle; il n'importe de quel intervalle puisque les Arcs des Cercles, petits ou grands, compris entre les Côtés d'un Angle, sont d'un nombre égal de Dégrés.

11. Les Angles prennent differents noms suivant leur ouvertures; si l'angle a ses deux côtés perpendre. il est dit Angle Droit ou rectangle, sa mesure est du 1/4 du Cercle de 90°.

Si l'angle a deux côtés obliques inclinants l'un sur l'autre, il est dit
aigû angle <u>aigû</u>; dans ce cas, il est mésuré par un arc plus petit que 90°. —

Si l'angle a ses côtés obliques mais inclinant de côtés opposés l'un à
obtus l'autre, il est dit <u>obtus</u>. dans ce cas, il est mésuré par un arc plus grand que 90°.

12. aucun angle ne peut avoir pour sa mesure 180°. car alors il vaudroit deux angles rectangles.

13 Deux lignes qui se rencontrant sont perpendiculre l'une à l'autre font deux angles droits.

14 Deux lignes qui se rencontrent obliquement forment des angles inégaux sur la même ligne un obtus et l'autre aigü ces deux angles sont supplément l'un de l'autre pour valoir deux droits.

15. Deux lignes qui se rencontrent en un point soit quelles soient perpendre ou obliques forment des opposés qui sont dits angles opposés au sommet, les angles opposés sont égaux.

Des Lignes qui sont dedans et hors le Cercle.

1.° Le Cercle est formé par la Revolution d'un rayon tournant sur un seul point qu'on appelle Centre.

2.° Le Rayon est une ligne qui par du Centre d'un Cercle et qui va se terminer a la Circonference du même Cercle.

3.° On appelle Circonf.ce la Courbe qui circonscrit le Cercle.

4. une ligne qui passe par le Centre d'un Cercle et se termine par ses

extrêmités à la Circonfer.ce
s'appelle Diametre du
Cercle.

5. le Rayon est contenu
deux fois dans le diamêtre,
et il divise la Circonfer.ce
en six parties égales.

6. une ligne qui se
termine à la Circonf.ce
mais qui ne passe pas
par le Centre du Cercle
s'appelle Corde et la
portion de la Circonfer.ce
qu'elle soutient, s'appelle
Arc.

7. Deux Arcs qui font
une Circonfer.ce entière
n'ont qu'une même
Corde; la plus grande de
toutes les Cordes est le Diamètre,

8. Une ligne qui est perpendiculaire sur l'Extrêmité d'un Rayon et qui touche le Cercle sans le couper, s'appelle Tangente ;

9. une ligne qui part du Centre d'un Cercle prolongée en déhors jusqu'à la rencontre de la tangente, s'appelle Secante, Ainsi la Secante est un rayon oblique prolongé jusqu'a la tangente ;

10. une ligne qui part du point d'intersection de la Secante

est du cercle et tombe perpendiculairement sur le même rayon qui est perpend.re à la tangente est appellé

Sinus droit.

11. La Tangente, la Secante et le Sinus droit sont proportionnels entre entre eux, et sont dits, tangente, Secante et Sinus de l'Arc qui est renfermé entr' eux.

12. La Tangente de 45.° est toujours égal au rayon du même Cercle.

13. une Corde qui soutient le 1/4. du Cercle est ditte Corde de 90.

14 Deux Arcs qui sont ensemble un quart de Cercle sont dit Arcs de Complements, l'un de l'autre.

15. Deux Arcs qui font ensemble une demi Circonférence, sont dits Arcs de Supplément ils le sont réciproquement.

16. Deux tangentes qui sont sur deux rayons perpendiculaires du même 1/4 du Cercle sont dittes tangentes de Complém.^t

17. il en est de même de deux Sinus perpend.^{re} l'un à l'autre dans le

ƒƒe du Cercle.

18. une Secante qui est rencontrée par deux tangtes perpend. est alors Séc.te et Secante de Complement des arcs réciproques qui sont Complements l'une de l'autre.

19. La portion du Sinus total Compris entre le Sinus de Complement et la Circonf.ce est appellé Sinus Verse; ainsi le Sinus Verse est ce qu'il faudroit ajouter au Sinus droits pour Valoir le Sinus total.

20. un Angle obtus a pour Sinus droit, le Sinus de son Arc de Supplément.

de là il suit que deux arcs qui font ensemble une 1/2 cercle n'ont qu'un même sinus droit.

21. Par la 14 et 15.^{eme} définition il suit que par le mot complément on entend ce qu'il faut ajouter à un arc pour valoir 90°. et par le mot supplement, ce qu'il faut ajouter à un arc plus grand que 90°. pour valoir 180°, ou la 1/2 circonference,

22. non seulement il ne faut pas confondre le mot complement avec le mot supplement d'un arc, mais encore, il ne

faut pas non plus confondre
ceque on entend par Com-
plement d'un arc avec
le mot Complement Arith-
métique d'un Logarithme
puis que celui-ci est la
différence de ce logarithme
avec le Logarithme du
Sinus total qui est toujours
10,000000 ce qu'on a en
prenant les $\frac{o}{1}$ à droite pour
10. et tous les autres pour
9 de cette maniere.

Log. total - - 10,0000
Log. Sinus - - 9,7549
Complement Arith.que 0,2451

Des Surfaces.

1.° La Surface ou Superficie est ce qui est dans les deux dimensions, longueur et largeur seulement. Elle est de deux sortes.

Elle est ditte Plane lors lorsqu'une ligne droite comme une Regle peut s'y appliquer en tous sens et que tous ses points peuvent se rencontrer avec ceux dela Surface plane, comme sur une table, ou un miroir bien unie.

Elle est ditte Courbe lors qu'une ligne droite ne peut la toucher qu'en un point, Ce point est ce qu'on appelle point de Contacte.

La Surface Courbe se divise encore en deux expressions; si elle est sur l'Exterieure d'une boule ou quelque chose de rond, elle est ditte Convexe; si elle est dans l'interieure d'une Chose ronde, elle est ditte Concave.

2. Terme, est ce qui termine quelques chose. Ainsi les points sont les termes de la ligne; les lignes sont les termes des Surfaces et les Surfaces sont les termes des Corps ou solides. On dit

dit aussi en parlant d'une proportion, ~~...~~ les termes Extrêmes et les termes moyens, pour dire les somme ou quantités qui sont aux deux extrêmités de la proportion et ceux qui sont au milieu de la même proportion.

3. La superficie représente toujours un figure, par ce mot figure on entend ce qui est terminée de tout cotés.

4. Les figures terminées par un seul terme sont les cercles et les Ellipses ou Ovales par ce que cette

figure est terminée par une Seule ligne Courbe.

Les figures terminées par par plusieurs termes ou lig.es sont le triangle ou trigône qui à trois Cotes et trois angles.

5. Le quarré ou quadrilataire à quatre Cotes ou lignes.
Le Pantagône en à Cinq.
6. L'Exagône en à Six.
7. L'Eptagône en à Sept.
8. L'Octogône huit.
9. L'Ennagône Neuf.
10. Le Décagône dix.
11 L'Endécagône onze
12 Le Dodégagône douze.
13. Le &c.a &c.a Cercle est une figure d'une infinitée de Cotes.

14. Toutes ces figures prennent le nom général de Polygônes auquel on ajoute celui du nombre de ses côtés pour les disting.r

15. Si tous les côtés du Polygône sont égaux, il est dit, Regulier; s'ils sont inegaux, il est dit, irregulier,

16. Tous les Polygônes reguliers peuvent-être inscrits ou circonscrits au Cercle; par le mot inscrit on entend que tous ses Angles touchent à la Circonference

et par le mot Circonscrit, que tous les côtés touchent extérieurement la Circonférence.

17. Tous les Polygônes irrégulièrs ne peuvent être inscrits ni Circonscrits à la Circonférence.

18. Tous les Polygônes régulièrs ont tous leurs angles égaux parcequ'ils sont opposés à des côtés égaux. Et les irrégulièrs les ont inégaux parce que leurs Côtés sont inégaux.

Des Triangles

19. Les triangles se distinguent ou par leurs côtés

Cotés ou par leurs Angles.

1.° Par rapport à leurs Cotés

20. Celui qui a ses trois Cotés egaux se nomme triangle equilatéral par ce qu'il ~~est~~ equiangle, et ~~Ce que~~ ~~les~~ tous ~~Somme des~~ ses Angles sont egaux, parcequ'ils sont opposés à des Cotes egaux.

21. Celui qui a seulem.t deux Cotés egaux se nomme triangle Isoscele; dans ce triangle, les deux Angles sur la base sont egaux parcequ'ils sont opposés à des Cotés egaux.

22. Celui qui a ses trois Cotés inégaux, s'appelle

triangle Scalene, celui-ci a ses trois angles inégaux, par cequ'ils sont opposés à des cotés inégaux.

2.° Par rapport à leurs Angles.

23. un triangle qui a un angle Droit est appellé Rectangle, et le coté opposé à l'Angle droit est appellé hypoténuse.

24. Celui qui a un Angle obtus est appellé obtus-angle, parcequ'il a un Angle plus grand que 90.°

25. Celui qui à tous ces

angles aigus se nomme
Acutangle

Des quadrilatères

26. Celui qui a ses quatre
Côtés égaux, est appellé
quarré, ces 4. Cotes sont par.le

27. Celui qui a ses Cotés
Parallèles, mais inégaux,
est dit Parallelograme.
Si les Angles sont droit, il
est dit rectangle; si les
Angles sont inegaux, il
est dit Obliqangle.

28 une ligne tirée
d'un Angle à un Autre
Angle opposé, (dans une

Figure quelconque est ditte Diagonale.

29. Si les quatre côtés sont égaux, et que les angles soient aussi égaux, ~~[illegible]~~ Et Droits, il est quarré; ~~[illegible]~~ Si les Angles ne sont pas droits mais opposés égaux, il est dit, Rhombe ou Lozange.

30. Si des quatre côtés les deux opposés sont égaux et les Angles opposés aussi égaux, mais non droits, le quadrilatère est appellé Rhomboïde.

31. Ainsi le quarré est équilatéral et équiangle.

42.

Le quarré long est equi-angle et non équilateral. le Rhomb est équilateral et non équiangle et le Rhomboïde n'est ni équilateral, ni équiangle,

32. Tout quadrilatère dont les cotes opposés ne sont ni parallèle ni égaux se nomme Trapèze

Des figures Circulaires

1.° Le Cercle est une figure qui renferme une superficie plane dont tout les points sont également éloigné du Centre dont la ligne qui le borne, est appellée —

Concentri-ques

Circonférence.

2.° Le demi-cercle est une figure terminée par le diamètre et la demi-circonf.ce

3.° Portion, ou Segment de Cercle, est une figure comprise d'une partie de circonférence et d'une Corde plus petite que le diamètre. il y a le grand et le petit Segment.

4.° Secteur de Cercle est une figure formée d'une partie de Cercle terminée par deux rayons qui ne sont pas une ligne droite. Il y a le grand et le petit Secteur.

5.° L'Ellipse, ou Ovale

est une figure Courbe qui a deux diamètres ou axes un grand et un petit qui se Coupent à Angles droits,

6. Figures Concentriques est Celles qui ont un même Centre et Excentriques, Celles qui n'ont pas mêmes Centres

7. Figures Semblables Sont celles qui ont les Angles égaux Chacun à Chacun.

8. Figures égales Sont Celles qui Contiennent égalemt c-à-d, un nombre égal de quantités égales.

Il y a des figures qui sont égales et Semblables, D'autres qui sont semblables et non égales.

Enfin d'autres qui sont égales et non semblables,

9. Figures Isopérimètres sont celles dont le circuit est égal.

Des Corps ou Solides.

1.° Corps ou solides est ce qui est considéré sous les trois dimensions, longueur, largeur et épaisseur ou profondeur

2. Sphère, Globe ou Boule est un solide fait par le mouvement entier d'un ½ Cercle

à l'entour de son diamètre immobile qui s'appel axe ou essieu de la sphère.

2.° Sphéroïde, ~~est~~ formé par un ellipse comme ci-dessus. mais qui a deux diamètres inégaux.

3.° Pyramide, est un solide qui à un polygone pour base, elle est comprise entre plusieurs plans triangulaires qui se réunissent en pointes à son sommet.

4.° Cône, est une pyramide qui à un cercle pour base.

5. Cylindre, est un solide qui à deux cercles pour bases

6. Prisme, est un Solide qui a pour bases deux plans parallèles, Semblables et égaux quand les deux plans par^lles Sont des triangles on l'appelle triangulaire; Si les Angles Sont droits, on le dit Rectangle et S'il est oblique il est dit oblique Angles &c^a

7. Quand les deux bases du Prismes Sont des parallélogrammes, il Se nomme Parallélipipède.

8. Si les Côtés Sont perp. ^laire à la Base, on les appellent Droits ou Isocèle.

9. S'ils Sont inclinés

on les appellent obliques ou Scalene.

10. Corps Reguliers est celui qui est Compris de figures régulieres et egales et duquel tous les Angles Solides sont égaux.

11. Angles Solide est la rencontre de plusieurs plans qui aboutissent en un point, comme la pointe d'un diamant.

12. Il faut aumoins trois plans pour faire un Angle Solide.

Nota. les autres definitions seront données à mesure du cours s'il en est necessaire. Prof.

Proposition 1.

Une ligne droite est ditte perpendiculaire sur une autre, lors qu'elle n'incline pas plus d'un coté que de l'autre et qu'elle forme angles droits avec la ligne de rencontre.

Démonstration

1°. La ligne AB est perp.re F. 12.
sur le point C de la ligne . 13.
DE. par ce qu'elle passe par deux point A, B ou G, A qui sont en ligne droite, et que deux points déterminent la position d'une ligne droite (def. 13)

2.° Parcequ'elle n'incline pas plus sur la ligne **DE** ou **EF**, d'un Coté que de l'autre, (déf. 11) et que ces lignes forment reciproquement angles droit.

3.° parceque l'Extremité **A** de la perpendiculaire est également éloigné des deux points **D, E** ou **B, C** de la ligne qu'elle rencontre; Ces deux derniers points étant Centre de Cercles égaux, et que les rayons de Cercles égaux, sont égaux (déf. 24. 25.)

Donc &c.a

Proposition. 2.

D'un point donné comme A, on ne peut faire tomber qu'une seule perpendiculaire sur une ligne donnée et cette perpendiculaire est la plus courte que l'on puisse mener d'un point A sur la ligne donnée.

Démonstration.

F: 10.

Par la précédente prop. on la droite AD, est perpendiculaire sur AB au point E, car les angles AEC, AEB — sont égaux et par conséquent droits; dans ces —

triangles les cotés AC, AB, sont égaux, parcequ'ils sont cotés de triangles équilateral; ils sont égaux par la construction, le coté AE est commun, ces deux triangles ont donc les cotés homologues égaux; donc l'angle AEC = AEB, donc AE est perpendiculaire a la ligne CB. Donc du point A au point E on ne peut mener qu'une perpendiculaire, car si l'on en menoit une seconde, elle se confondroit

avec celle-ci et ne seroit
toujours qu'une, (déf. 16)
deux lignes droites ne se
peuvent couper qu'en
un seul point ; Donc
si du point A on menoit
une autre ligne sur CB
cette ligne seroit oblique
Car tout autre ligne
comme AC seroit plus
longue ; Donc on ne peut
faire tomber qu'une seule
perpendiculaire d'un point
donné sur une ligne.
Donc la perpendiculaire
est la plus courte. &a

Proposition 3.e

Deux Obliques qui partent d'un même point et qui tombent sur une même ligne, sont d'autant plus longue, qu'elles s'éloignent d'avantage du perpendicule.

Démonstration

F:15.16. Puis que AD est perpend.re sur BC, Reciproquement celle-ci est perpendiculaire à la premiere cela étant, le point D est également distant des points A,F, tout autre point de la perp.re BC sera également distant des mêmes points A, F, Donc BA est égale à BF, comme EA est égale à EF ; mais AB (fig. 15.) est plus longue que AD, donc elle est oblique sur BC, Donc elle est proportio.lle à l'Eloignement BD du perpendicule AD ; et Réciproquement (fig. 16.) la plus éloignée du perpendicule AD sera la plus longue de deux obliques qui partiroient du même point et tomberoient sur une même ligne ; Or, ABF est plus grande que AEF, elle est donc prop.lle à l'Eloignement du perpend.le

BD, et l'on à BB : BE : EA : AB. mais AB est plus longue que AE, Donc elle est plus éloignée du perpendicule AD puisque AEF est renfermée dans ABF par la raison que le (axiome 2.) Contenant est plus grand que le Contenu, ou l'objet qui renferme est plus grand que celui qui est renfermé. Donc deux obliques &c.

Propositi. 4.^{e}

Detrois Choses quon peut Comparer; savoir, la perpendiculaire, l'oblique &c

& l'eloignement du perpendicule, si deux sont égales, il s'ensuit que la 3.eme l'est aussi.

Démonstration.

1.° Soit la perpendiculaire AD égale à ellemême ; BD éloignement du perpendicule égale à DC, autre éloignem.t du perpendicule ; Je dis que l'oblique AB = AC ; Car la ligne AD étant perpendicul.re sur BC et le point D étant également distant des points BC, qui mesure cette distance les lignes AC, BC seront égales puis quelles sont rayons de F: 15.

Cercles égaux. (déf. 24, 25.)

2.° Si la perpendiculaire est égale à ellemême et l'oblique à l'oblique, les éloignemens du perpendicule sont égaux, car le point D étant également distant des points B, C éloignement du perpendicule, le point A est aussi également distant des mêmes points B et C puisque les obliques AB, AC sont égales (par la précéd.te prop.on) AD est perpendiculaire à BC et toutes autres lignes partant d'un

même point, pour tomber
sur celle qui est rencontrée
par la perpendiculaire,
doit être obliques et d'autant
plus longues qu'elles s'éloi-
gnent d'avantage du per-
pendicule; étans évidens
que (par la déf. 14.) deux lignes
droites ne peuvent se couper
qu'en un seul point. par-
conséquent tout autre lignes
partant d'un même point
que la perpendiculaire
pour arriver sur une
même ligne, doit être

oblique et parconséquent plus longue que la perpend.re et sont obliquité d'autant plus grand, qu'elle s'éloigne d'avantage du perpendicule.

3.° Si l'oblique est égale à l'oblique et l'éloignement du perpendicule égale à l'éloignement du perpendicule; la perpendiculaire sera égale à la perpendiculaire, car il est évident (1.er cas) que AB = AC ; comme BD = DC , Or il faut que AD = AD, c'est-à-dire, égale à elle même.

Proposition 5.^eme

Les Egalement inclinées entre parallèles sont égales ; Démonstration F: 17.

Par le premier cas de la proposition précédente, les obliques étant égales aux obliques, c'est-à-dire AB = FG et AC = FH , les

les points de Sections B, C
G, H: éloignement de per-
pendicule AI, FK étant
égaux, il faut 1°. que les
perpendiculaires AI, FK
soit égales; ainsi L, M,
DE étant parallèles, les
deux perpendiculaires le
sont aussi. 2°. L'éloigne-
ment de perpendicule
DI, GK étant égal, les
obliques AD, FG sont
aussi égales, puisqu'elles
partent d'un même point
A, F, que les perpendicul.^re

Donc elles sont égalemens inclinées ; Donc elles sont égales. 3.° Les Obliques AC, FE sont aussi égales, puis qu'elles sont entre parallèles, qu'elles sont parallèles elles mêmes, puis qu'elles sont égale-ment éloignées du perpen-dicule AI, FK et partant d'un même point A, F. Donc les Egalemens in-clinées entre parallèles sont égales ; parallèles entre elles, puis qu'elles sont à égales distances du perpendicule et coupent les lignes sur laquelle elles tombent en raisons proportionnelles entre elles

Des Lignes Parallèles.

Proposition 6.^{eme}

Deux lignes qui sont également distantes entr'elles, de tous leurs points, sont dittes Parallèles

Et Réciproquement, deux

-lignes paralleles ne peuvent jamais se rencontrer quand même elles seroient prolongées à l'infinité.

Démonstration Fig. 18 19.

La ligne CD est parallele à AB, puis qu'elle passe par des points de contactes de deux arcs E, F, qui sont parties de circonferences qui ont pour centre les points G, H, donnés, d'une égale intervalle ; ces deux distances étant égales, les Raisons le sont aussi et

G. Sp. E

(par la déf. 24, 25.) la ligne CD, doit être parallèle à AB.
Fig. 19. de même GH, est parallèle à EF, Les points A et B donnés ayant été pris pour centres des Arcs D, C décrits d'une égale ouverture de Compas, ces Arcs ayant des Rayons égaux, sont parties de Circonférences égales, Donc les deux lignes qui les touchent en un point de Contact et qui passent par les points donnés, doivent être parallèles, puisque (par la même déf.) les distances AB

CB sont égales puisqu'elles sont rayons de cercles égaux. Donc, &c.

Proposition 7.

Toutes obliques entre parallèles, ayant leurs directions du même côté, sont égales; (propon 5.) Les portions des parallèles qu'elles coupent, sont égales: et ces obliques étant égalemt inclinées, sont parallèles entre-elles.

Démonstration

F:21. Soient les lignes BC, AD, également obliques entre les parallèles IA, LM, soient menées des points B, A les perpendiculaires BE, AF, et des points B et D les obliques BG, DH, On aura 1.° les Δ AMB, BEC égaux puisqu'ils sont droits; CIB, DBA égaux, puisqu'ils sont acutangles; et les triangles CHD, BGA aussi égaux, puisqu'ils sont équilatère. 2.° les obliques BC, AD sont parallèles puisqu'elles sont

Sont également inclinées et entres paralleles IA, LM, Donc elles sont égales; BG, HD sont aussi égales, puisqu'elles sont entres paralleles et paralleles elles même.

3.° Les portions BH, DG sont égales, puisqu'elles sont formées par des paralleles; et sont proportionnelles à leurs Supplements AG, CH, qui sont aussi paralleles.

Donc, Toutes obliques &a

Proposition 8e.

Le diamètre divise la circonference en deux parties égales.

Démonstration.

F. 23. Si l'on imagine que le Cercle soit plié en deux de telle manière que la partie inférieure tombe directemt. sur la supérieure, on aura ~~[illegible]~~ le point L sur le point B et tout les autres points de la demi circonference sur ceux de l'autre demi circonference ; car si L étoit en

F ou en G ; Dans ce cas, le rayon CI seroit plus long ou plus court que le rayon DC, ce qui est impossible, car les rayons du même cercle étant égaux, le diametre ACB passant par le centre C, est égal aux rayons AC+CB ; donc il divise la circonference en deux parties égales ; donc les deux arcs DLB, ADB sont égaux, puis qu'elles sont demi-circonfer.ce

Proposition 9.eme

On ligne droite qui rencontre une autre droite, forme avec elle deux angles qui équivalent à deux angles droits.

Démonstration.

F: 24. La ligne AC, rencontrant la ligne DF, forme avec elle deux angles ACD, ACF ; je dis que ces deux angles pris ensemble équivalent à deux angles droits.

Du point C pris pour centre je décris une circonférence LM-NO. La ligne LCN est un diamètre, (par la précéd.te propon) Elle divise la circonférence en deux parties égales, l'angle LCO est obtus, l'angle OCN, est aigu, (par la 36.e défon) l'un est supplément de l'autre ces deux angles forment deux angles droits puisqu'ils égales la demi-circonférence qui vaut 180.° ou deux fois 90.° — ainsi les angles OCN + OCL pris ensemble sont mesurés par l'arc NOL, donc ils valent deux angles droits. Donc deux lignes &c.a

Proposition 10.e

Les angles opposés au sommet sont égaux ;

Soit les ligne AB, DF, F: 24. qui se coupent en un point C, les angles ACD, FCB, sont ce ce qu'on appelle angle opposés au sommet (Déf. 37.), or je dis que ces deux Angles sont égaux : pour le démontrer. je decris a volonté une Circonférence de Cercle LMNO.

Démonstration.

La ligne NCL est un diamètre, L'arc NOL est une demi-Circonférence, de même la ligne OCM est un diamètre, L'arc OLM, est donc aussi une demi-Circonférence ; ainsi les arcs NOL, LMN, sont égaux ; à ces deux arcs, si j'ote la partie commune OL, il restera L'arc NO, égal à l'arc LM, et par conséquent les angles ACD, ECB

qui sont mésurés par ces deux arcs sont aussi égaux. —
Donc deux angle &c.a

Proposition 11.e

La perpendiculaire forme deux angles droits

Démonstration F. 13.

Si la ligne AD est perpendiculaire sur la ligne EF, je dis que l'angle ADE est droit de même que l'angle ADF, (par la 11.e déf.on) la ligne AD rencontrant la ligne EF, forme avec elle deux angles ADE, ADF, qui valent deux Angles droits, et puisque ces deux Angles sont égaux à cause de la perpendiculaire AD, chacun en particulier vaut un Angle droit: Donc la perpend.re &c.a

Proposition 12.e

Si une ligne est perpend.re à une parallèle, elle est aussi perpendiculaire à l'autre parallèle.

F. 25. Soient les parallèles AB, CD; je dis que si la ligne FG fait des Angles droits avec la parallèle CD, elle fera aussi des Angles droits avec la parallèle AD.

Pour la démonstration, je prend à volonté GC = GD, du point C et au point D, j'élève les perpendicul.res CA, DB et je tire les lignes GA, GB.

Démonstration.

1°. Je considère d'abord les deux triangles ACG, BDG; et je dis, puisque la ligne ~~AD~~ AB est parallèle à CD, les perpendiculaires CA, DB, sont nécessairement égales. les lignes CG, DG sont égales par la construction;

de plus les angles C et D sont droits ; les deux triangles ACG, BDG, ont donc deux cotés et l'angle compris égaux ; ils sont donc identiques, donc le coté GA est egal au côté GB, et l'angle m = l'angle n ;

2.° Je passe maintenant aux triangles AGF, FGB, et je dis, le Coté GA est egal au Coté GB, ~~ainsi~~ qu'il a été demontré ; le coté GF est commun. de plus l'angle r = l'angle t, car

car si des deux angles droits T.GC, T.GD, j'ôte les angles égaux m, n, il restera les angles égaux r, t; ainsi les triangles AGT, TGB, ont deux côtés de l'angle compris égaux; ils sont donc identiques, les angles GTA, GTB, sont donc égaux et par conséquent droits. Donc si une &c.a

Et Réciproquement,

si une ligne est perpend.re a deux autres lignes, ces deux autres lignes s.t paralléle.

Proposition 13.^e *

F.26 Soit le rectangle ABCD, je dis que le coté AB est parallele au coté CD, et récipr. AC à BD.

* Dans le rectangle les Cotés opposés sont égaux.

Pour la démonstration je prolonge tous les Cotés.

Démonstration.

La ligne AC est perpend.^re aux deux lignes AB, CD, les deux lignes AB, CD sont donc paralleles et récipr. les deux lignes CD, AB le sont aussi, puisque les 4. angles sont droits et ég.^x

Proposition 14

Les parallèles forment les angles alternes égaux ; et réciproquemt. les lignes qui forment les angles alternes égaux sont parallèles.

Soient les parallèles AB, CD — F. 27.
coupées par la ligne FG ; les angles r, s sont ce qu'on appelle angles alternes. or je dis qu'ils sont égaux.

Du point G, je baisse une perpendiculaire à la ligne AB — celle-ci étant parallèle elle sera aussi perpendicule à l'autre parallèle CD.

De

(De même puis que la ligne GH est perpendiculaire à la parallèle CD, elle sera aussi perpendiculaire à l'autre parallèle AB et EF lui sera parallèle).

Ainsi le quadrilatère EGHF est un rectangle puis qu'il à les 4 angles droits.

Démonstration

(Dans les triangles FEG, GHF, les Cotés EG, FH sont égaux par ce qu'ils sont Coté opposés d'un même rectangle, le Coté FG est commun, les Cotés EF, GH sont égaux ; les deux triangles ont donc les trois côtés égaux; ils sont donc identiques; Donc l'Angle r opposé au côté EF est égal à l'Angle s opposé au coté GH.

Remarque. Dans les triangles identiques, les Angles égaux sont toujours opposés aux Côtés égaux. (Déf.^{on} 100.)

Et Réciproquement, Si les Angles alternes r, s sont égaux, Je dis que les lignes AB, CD sont parallèles; Car si l'on peut par le point G mener une autre ligne par Ex. NO qui soit parallèle

à

à CD ; Je dis que Cela est impossible, car si NO. étoit parallele à CD, l'angle S seroit égal à l'angle NGF puis que ces deux Angles seroient alternes entre deux paralleles ; Ce qui ne se peut, puisque l'Angle S est égal à l'Angle P.

Proposition 15.^e

Les paralleles forment les Angles alternes du même Côté égaux ; Et Réciproquement, les lignes qui forment les

les Angles alternes du même
Côté, égaux, sont parallèles.
Soient les parallèles BA, DC, } F: 28.
qui rencontrent la ligne FG;
les Angles r, z sont ce qu'on
appelle Angles alternes du
même Côté (Déf.on 181.); or
je dis que ces deux Angles sont
égaux. pour la démonstration
J. prolonge les lignes BA, DC,
Démonstration.
L'Angle r est égal à l'an-
gle S, parceque ces deux
Angles sont alternes entre
deux parallèles; l'Angle
S = l'angle z; par ce que
ce

ces deux Angles sont opposés au Sommet; l'Angle r est donc égal à l'Angle z.
C. Q. F. D.

Et Réciproquement.

Si les Angles Alternes du même coté r, z sont égaux; je dis que les lignes BA, DC, sont parallèles: Car l'Angle r = z. par la Supposition; l'Angle z = s. par construct.on les Angles Alternes r, s sont donc égaux et par conseq.t les lignes BA, DC, sont parallèles. C. Q. F. D.

Proposition 16.e

Une oblique qui coupe deux parallèles, forme des angles internes, alternes égaux; et réciproquement une oblique coupée par deux parallèles, forme des angles internes alternes avec elles, qui sont égaux, chacun à chacun.

Soit l'oblique FG coupant les deux parallèles MF, GL; où les parallèles GL, MF coupant l'oblique FG. Je

F. 29. Je dis que les Angles r, s ; t, u ; x, y sont égaux entre eux, et réciproquement que les angles internes G, F sont aussi égaux.

Demonstration.

Les triangles MFG, FGL, sont égaux : 1.° parce qu'ils sont entre parallèles MF, GL, le coté GF est commun, les cordes MG, FL sont égales ; ces deux triangles ont donc les trois cotés égaux chacun à chacun, Donc ils sont ég. Donc ils ont tous les angles égaux : Donc une oblique

tb. ex

2.° L'on demontrera de même qu'une oblique coupée par des paralleles forment des triangles et des Angles internes alternes égaux.

Remarque, Cette figure donne le moyen de mener deux lignes paralleles entre elles. (v. prob. 7)

Proposition 17.e

Les trois Angles d'un triangle équivalent à deux Angles droits.

Soit le triangle BAC, je dis que les trois Angles

B, A, C, équivalent à deux —
angles droits. P.r la démonst.on
F: 30. je prolonge de part et d'autre
le Coté BC; je fais passer
par le point A une ligne
FG parallèle à BC, et du
point A pris pour Centre
je décris une Circonférence
LMN; (Démonstration

1.° L'angle B est égal
à l'angle x, parceque
ces angles sont alternes,
entre deux parallèles. L'an-
gle C est égal à l'angle y
par la même raison.

2°. La ligne LAN, est un diamètre; Donc l'Arc LMN, est une demi circonférence; ainsi les trois Angles x, A, y qui sont mesurés par cet Arc, équivalent à deux ~~droits~~. droits.

3°. A la place de l'Angle x, si je met l'Angle B son égal; et a la place de l'Angle y, l'Angle C qui lui est aussi égal; J'aurai les trois Angles B, A, C, Compris dans la demi-Circonf.ce LMN; donc que les trois Angles [illegible] ensemble valent deux angles droits. Corollaire

Il suit de ce qui vient d'être dit ; que si dans un triangle, on connoit deux angles, on connoit le trois.e puisque le trois.e angle est ce qui manque aux 2 autres pour faire deux angles droits. (Trig.e)

Proposition 18.

Si deux triangles ont deux angles égaux ; ils ont aussi le trois.e angles égal.

Soient les deux triangles

BAC, EDF; si l'angle B = l'angle E et l'angle A égal D; je dis que l'angle C est égal à l'angle F. P: 31. 32.

Démonstration.

L'angle C est ce qui manque aux angles B et A pour faire deux angles droits; l'angle F est de même ce qui manque aux angles E D pour faire deux droits; et puis que les angles B et A sont égaux aux angles E, D, il faut

nécessairement que l'angle C
Soit égal à l'angle F.
Donc, Si deux triangles &c.

Proposition 19.e

Les triangles entre parallèles
et formés par des parallèles
Sont égaux; ils ont leurs
Côtés homologues égaux,
et par conséquent leurs
Angles égaux.

Pour la démonstration
F: 31
32. Soient menées les parallèles
GH, IK. Je dis que les
triangles ABC, DEF Sont
égaux, qu'ils ont leurs

cotés homologues et leurs angles égaux.

(Démonstration.

1°. Les lignes GH, IK sont parallèles ; les lignes AC, DF sont perpendiculaires sur les deux premières par conséquent elles sont parallèles entre elles, donc AC = DF.

2°. (Par la 5.^eme^ prop.^on^) les lignes AB, DE sont également inclinées, elles sont entre parallèles ; elles sont parallèles elles mêmes

Donc elles sont égales.

3.° (Par le 3.^eme^ cas de la 4.^eme^ prop.^on^) AB = DE

Donc la ligne BC egale la ligne EF, puisque ces deux lignes sont la mesure de l'Eloignement de perpendicule AC, DE, donc le coté BC = EF. —

Donc les deux triangles ont les cotés homologues égaux chacun à chacun.

4.° (Par la preced.^te^ prop.^on^) Les Angles de ces deux triangles sont égaux. Donc les triangles &c.

Proposition 20.e

Dans un triangle quelconque, l'angle exterieur est égal aux deux interieurs opposés pris ensemble.

Pour la démonstration P. 30

Soit le triangle BAC; prolongez un des cotés par exemple BC, l'angle x, est le qu'on appelle l'angle exterieur et les angles B et A, angles interieurs

G. Sp. G.

opposés ; Or Je dis que l'angle r, est égal aux deux angles B et A pris ensemble.

Démonstration.

La ligne AC rencontrant la ligne BD, forme avec elle deux angles qui équivalent à deux droits ; l'angle r est donc ce qui manque à l'angle s, pour valoir deux droits ; mais l'angle s est aussi ce qui manque aux angles B et A pour faire deux droits, l'angle r est

donc égal à ces deux An-
gles B et A pris ensemble.
Donc, dans un triangle &c.

Proposition 21.e

Les triangles qui ont deux
Angles et le Coté compris
égaux; sont identiques.

Démonstration F: 31. 32.

(Par la 18 et 19.e propositions)
les deux triangles ABC,
DEF sont égaux, puis
qu'ils ont leur Cotés
homologues et leurs Angles
égaux. Donc ils sont
identiques.

Proposition 22.e

Si un triangle à ses angles égaux, les cotés opposés a ces angles sont aussi égaux.

F. 33. Soit le triangle BAC, si les angles B et C sont égaux, je dis que les cotés AB, AC sont aussi égaux.

Pour la démonstration je mène la ligne AD.

Démonstration.

Dans les triangles BAD, DAC, l'angle B est égal à l'angle C par la supposition; les triangles BAD, DAC ont aussi les angles en A égaux, ces deux triangles ont donc deux angles égaux; le troisième angle sera donc encore égal, ainsi les angles en D sont égaux. de plus le côté AD est commun aux deux triangles; les deux triangles ont donc deux angles et le côté compris égaux; ils sont donc identiques. Donc le côté AB est égal au côté AC. Donc &c.

Remarque le fondement de cette propon. on démontre les propriétés du triangle équilateral, qui ayant ses trois Cotés égaux, a aussi tous ses Angles égaux.

Proposition 23.

(Dans le parallelogramme les Cotés opposés sont égaux.

Soit le Parallelogramme ABCD; Je dis que le coté AB = DC et BC = AD.

Pour la Démonstration je méne la ligne diagonale

P:34. BD. Démonstration. puisque BC est parallele a AD, les Angles Alternes m, n sont égaux. De même puisque AB est parral-

lèles à DC, les angles alternes
r, s, sont égaux. De plus le
côté BD est commun aux
deux triangles BAD, BCD —
Ces deux triangles ont donc
deux angles et le côté com-
pris égaux ; ils sont donc
identiques. Ainsi le côté et le
[redacted] AB, opposé à l'angle côté BC
r, est égal au côté DC — opposé
opposé à l'angle M, est à l'angle
égal au côté AD opposé s
à l'angle r. Corollaire
il suit de là que la dia-
gonale divise le parallélog.
en deux parties égales.

Proposition 24.

(Dans un quarré, la diagonale fait des angles alternes opposés de 45.°

P: 35. Soit le quarré ABCD. je dis que la diagonale BD fait des angles alternes opposés, de 45.°

Pour la démonstration je décris l'arc EF.

Demonstration.

(Par la précéd.^te prop.^on) la diagonale divise le parallelogramme ou le

quarré en deux triangles — égaux. (Par la 37.e def.on),
les quatres cotés du quarré
sont parallèle et égaux ;
les angles sont droits, Donc
les triangles BCD, BAD sont
Rectangles, les angles A ; C, —
sont droits ; L'Arc EF,
est un quart de circonf.ce
dont les cotés BE, BF sont
Rayons, L'Angle EBF —
est droits ; Donc la mesure
de l'Arc EF est une Corde
de 90.° ; La Diagonale
qui divise le quarré en
deux triangles égaux.

Donc l'arc EF qu'elle coupe, est aussi divisé en deux arcs égaux EG, GF ; Donc l'arc EF étant de 90.° sa moitié FG ou EG sera de 45.° Donc, dans un quarré &c.a

Proposition 25.

Les parallelogrammes qui sont entre les mêmes parallèles et qui ont la même base, sont égaux.

F.36. Soient les deux parallelogrammes ABCD, AFGD entre les mêmes parallèles BG, AM, et sur la même

base AD, je dis que l'Espace
enfermé dans le parallelo-
gramme ABCD, est égal
à l'espace renfermé dans
le parallelogramme AFGD.

Démonstration.

1. Je considère d'abord les
deux triangles BAF, CDG,
et je dis; le coté BA du 1er
triangle est égal au coté
CD du 2d. triangle, par
cequ'ils sont cotés opposés
d'un même parallelog.
Le coté FA du 1er triangle
est égal au coté GD du
second triangle par la même

raison ; de plus BC est aussi égal à AD, parcequ'ils sont aussi cotés opposés d'un même parallelogramme, AD est égal à FG, par la même raison ; BC est donc égal à FG ; si j'ajoute à tous les deux CF j'aurai BF égal à CG. ainsi les deux triangles BAF, CDG, ont les trois Cotés égaux -entre eux ; ils sont donc identiques et parconség. ils ont des surfaces égales

2°. si j'ote à ces deux surfaces le petit triangle

CLF, qui leur est commun,
il restera le trapeze ABCL,
égal au trapeze LFGD. Si
à ces deux trapezes égaux
j'ajoute le triangle ALD,
j'aurai le parallelogramme
ABCD égal au parallelogramme
AFGD. Donc les &c.

Proposition 26.

Si un parallelogramme
et un triangle sont
entre les mêmes paralleles
et ont la même base,
le triangle est égal à la
moitié du Parallelograme.

F. 37. Soient le parallelogramme ABCD, et le triangle AFD entre les mêmes paralleles BG, AL, et sur la même base AD ; Je dis que le triangle est égal à la moitié du parallelogramme.

Pour la demonstration Jetéz la droite GD parallele à FA.

Démonstration.

(Par la propp.on précédente) les parallelogrammes ABCD, AFGD, sont égaux ; Le parallelogramme AFGD

est divisé en deux parties égales par la diagonale FD, Le triangle AFD à pour un de ces côtés la diagonale FD, pour base AD, commune avec le parallelogramme AFGD ; il est donc la moitié de ce parallelograme ; mais le parallelogramme AFGD est égal au parallelog.e ABCD, parce que ces deux parallelogrammes sont entre mêmes parallèles et ont même base ; le triangle AFD est donc égal à la moitié du ▭ ABCD.
Donc &c.a

Proposition 27.e

Les parallelogrammes qui sont entre mêmes paralleles et qui ont des bases égales, sont égaux. —

F: 38. Soient les deux parallelogrammes ABCD, EFGH, entre les mêmes parallèles BF, AG et avec des bases égales AD, HG; Je dis que ces deux parallelogrammes sont égaux. C.Q.F.D.on

Je tire les lignes AE, DF,

Demonstration.

Le parallelogramme

ABCD est égal au parallelogr.ᵐᵉ
EFGH, parcequ'ils sont entre
les mêmes paralleles et qu'ils —
ont les bases AD = HG. le
parallelogramme AEFD
est egal au parallelog.ᵐᵉ
EFGH, parceque ces deux
parallelogrãmes sont entre
les mêmes paralleles et que
la même base EF est —
commune et egal à AD —
Le Parallelogramme —
ABCDᴴ est donc égal au
parallelogramme EFGH.
Donc les parall.ᵉˢ &ᵃ

Proposition 28.

Les triangles qui sont entre les mêmes parallèles et ont des bases égales, sont égaux.

F.38. Soient les deux triangles ABD, HEG, entre les mêmes parallèles BF, AG, et sur des bases égales AD, HG; je dis que ces deux triangles sont égaux. P. la D.^on

Je tire DC parallèle à AB et FG parallèle à EH.

Démonstration

Les deux parallelogrames ABCD, EFGH sont égaux.

parceqû'ils sont entre les mêmes parallèles, et qu'ils ont des bases égales; Mais le triangle ABD, est la moitié du prémier parallélogramme et le triangle HEG est la moitié du second; Donc les deux triangles sont égaux (propositions 18, 19.)

Proposition 29.e

Dans un triangle rectangle, le quarré de l'hypotenuse est égal aux quarrés des deux côtés pris ensemble.

(Paola 55.e déf.on) Le triangle rectangle, est celui qui à un angle droit, c'est-à-dire de 90°., et le côté opposé à l'angle droit, s'appelle hypoténuse.

F.e 39. Soit le triangle BAC, dont l'angle A est droit; je forme sur l'hypoténuse BC un quarré BCDE; sur le coté AB un quarré ABNR, et sur le coté AC un autre quarré ACMI; je dis que le quarré tout seul, BCED est égal aux deux autres quarrés pris ensemble.

Pour la démonstration, je tire les droites AE, BM, et AG parallèle à BD.

Demonstration.

1.° Le quarré LMCA et le triangle MCB sont entre les mêmes parallèles LB, MC et ont les même bases MC, Le triangle est donc égal à la moitié du quarré.

2.d Le Rectangle ou parallelogramme EGPC et le triangle ACE sont entre les mêmes parallèles GA, CE, et ont la même base CE, le triangle est donc égal a la moitié du rectangle.

3.° les triangles MCB, ACE, sont identiques ; car le coté MC du prémier triangle est égal au coté AC du second triangle, parcequ'ils sont cotés d'un même quarré, de même le coté BC du 1.er triangle est égal au coté CE du second triangle parcequ'ils sont cotés d'un même quarré ; de plus les angles compris entre ces cotés sont égaux ; car l'angle MCB du prémier triangle est composé

d'un

d'un angle droit et du petit angle x, et l'angle ACE du second triangle, est aussi composé d'un angle droit et du petit angle x; ainsi les deux triangles NCB, — ACE ont deux cotés et — l'angle compris égaux. ils sont donc identiques, et par conséquent égaux, ces puis qu'ils ont deux cotés et l'angle compris égaux, le troisième coté NB, AE sont aussi égaux

4.e Le triangle NCB est

est la moitié du quarré MLAC, et le triangle ACE, est la moitié du rectangle PCEG ; le quarré et le rectangle sont donc ég.x

5.° L'on démontrera de même que le quarré ABNR et le Rectangle BPDG sont égaux ; d'où il suit que le quarré BCED tout seul est égal aux deux autres quarrés LMCA et ABNR, pris ensemble.

Donc, dans un triangle rectangle &c.a

Proposition 30.e

un triangle est rectangle
lors qu'il peut être inscrit
dans une demi circonfer.ce
et que son hypotenuse en-
est le diametre, c'est-à-
dire, lors que tous ses an-
gles sont à la circonfer.ce
et que son hypotenuse
passe par le centre.

Soit le triangle BAC
donné, je divise l'hypotenu-
se en deux parties egales
au point E. par ce point
je decris la demi circonf.ce
BAC qui passe par les

trois angles du triangle donné. Je dis que ce triangle est rectangle en A.

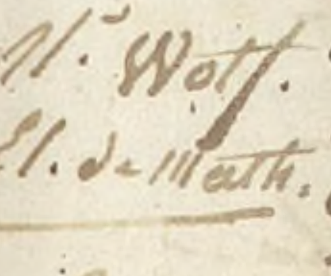
F: 40. Pour la demonstration je mène les paralleles BD, DC et par le même point E. pris pour centre, je décris la demi circonf.ce BDC.

Démonstration.

(Par la 28.e proposition les triangles qui sont entre mêmes parallèles et qui ont les mêmes bases sont égaux. AB est parallele a DC et AC a BD. Ces

quatre parallèles forment
un parallelogramme rec-
tangle ABDC, BC en est
diagonale (déf.on 49.) elle
divise le parallelogramme en
deux triangles égaux ; donc
le triangle BAC = le triangle
BDC ; mais le parallelogr.e
est inscrit, donc il est régu-
lier, (par déf.on 48) ces
cotés sont parallèles, ses
quatre angles touchent à la
circonf.ce donc il est rect-
angles ; sa diagonale
passe par le centre de la

elle est Côté commun aux
deux triangles ; Donc les
triangles sont égaux,
ils sont rectangles ; Donc
le triangle BAC est rect-
angle en A, puisque cet an-
gle touche à la circonfer.ce
et que son hypoténuse
BC passe par le centre E.
Donc un triangle est &c.



Corollaire.

Le quarré de deux cordes qui
soutiennent les arcs d'un d. cercle
M. Wolf. sont entr'elles, comme la somme
El. de Math. du diamètre AD et de la corde
CE, (menée parallèlement au
Rx. diamètre) est à la différence de
cette corde au diamètre, ainsi
on a ce rapport.

$\blacksquare AC \times \blacksquare CD :: AD + CE : AD - CE.$

$\wedge : AC, CD$

Du Cercle et de ses propriétés.

Voyez les définitions 14 et suivantes, sur la circulaire et les lignes droites qui déterminent ou touchent une circonférence.

Proposition 31.

Si trois points ne sont pas en ligne droite, on peut faire passer par leur centre une circonf.^{ce} de cercle. F: 41.

Soient les trois points donnés A. B. D. pour faire passer une Circonference de Cercle par leur Centre.

Je mène les droites AB, BD, que je divise en deux parties égales par les perpendiculaires EI, HK aux points F et G, ces deux perpendiculaires se coupant en un point C; le Centre étant dans les deux perpendiculaires; je dis que ce point C, doit être le Centre de la Circonference, qui d'une intervalle CA, passera par les points B et D.

Pour la démonstration, je mène les lignes CA, CB, CD.

Démonstration. F: 41.

1°. Dans les triangles CFA, CFB, le côté FA est égal au côté FB par la construction; le côté FC est commun, les deux angles en F sont droits, ces deux triangles ont donc deux côtés et l'angle compris égaux; ils sont donc identiques, donc le côté CB est égal au côté CA.

2°. Les triangles CGB, CGD, sont aussi identiques par la même raison; le côté CD est donc égal au côté CB, et par conséquent égal au côté CA.

3°.

3°. Puisque les droites CB, CD sont égales à la droite CA, il est évident que le point C de rencontre des deux perpendiculaires EI, HK doit être le centre d'une circonférence, qui d'une intervalle CA doit passer par les points B et D, c'est-à-dire par les trois points A, B, D, donnés.

Corrollaire. Par la même proposition, on démontrera aussi facilement que l'on peut trouver le centre d'une

Circonférence de cercle, ou
d'un Arc quelconque; car
si l'on prend, sur cette
circonférence ou sur cet
Arc, trois points à volonté,
que l'on mène des Cordes
par chacun de ces points,
et que l'on divise ces
Cordes en deux parties égales
par des perpendiculaires
qui auront en elles le
Centre Cherché; le point
d'intersection qui coupera
ces deux perpend.res sera

le point du Centre de la Circonférence ou de l'arc proposé.

Proposition 32.

Si un rayon est perpendiculaire à une Corde, il la coupe en deux parties égales, de même que l'Arc Soutenu par cette Corde; et Réciproquement Si un rayon coupe une Corde en deux parties égales, il est perpendiculaire à cette Corde.

F: 142. Pour la démonstration je mène les droites CA, CB.

Si La droite CE est perpend.re a la Corde AB ; Je dis que la ~~d~~ droite AD est égale à la droite DB. et l'Arc AE est égal à l'arc EB. Demonstration.

1.° Dans le grand triangle ACB, le Coté CA est égal au Coté CB, par ce qu'ils Sont rayons d'un même cercle (Def.on 26.) L'angle A est donc égal à l'angle B.

2.° Dans les deux petits triangles CDA, CDB, l'angle A = l'angle B ; les angles en D Sont droits et égaux, de

plus

plus les angles en C sont aussi égaux ; de même le côté CA est égal au côté CB, et le côté CD est commun aux deux triangles, ces deux triangles ont donc deux côtés et l'angle compris égaux ; ils sont donc identiques. Donc le côté AD est égal au côté DB.

3°. puisque les angles ACE, BCE, sont égaux, les arcs AE, EB qui mesurent ces angles sont donc aussi égaux. Donc 1°.

Et Réciproquement la Corde AB et l'Arc AEB étant divisé en deux parties égales par le rayon CE ; ce rayon est donc perpendiculaire à cette Corde. Donc &c.a

Corollaire. La démonstration de cette proposition donne les moyens de diviser un Angle en deux parties égales.

Proposition 33.

Si [deux ou] plusieurs lignes partent du Centre et se terminent à la Circonférence ; elles

Sont rayons de ce cercle.

Démonstration.

F: 42. Par la proposition précédente, il a été démontrée que AC étoit égale à CB, Donc ils sont rayons de ce cercle. Donc &c.a

Proposition 34.

Si une ligne est perp.re à l'extrêmité d'un rayon, elle est tangente au cercle. Et Réciproquement. &c.a

F: 43. Si la ligne AB passe par l'extrêmité du rayon CX, de maniere que les angles

CTA, CTB soient droits; je dis que cette ligne AB, touche la circonférence en un seul point T; je vais faire voir, par ex: que le point D ne touche pas la circonférence; on pourra dire la même chose de tous les autres points. P. la dem.on

Je mène la droite CD

Démonstration.

Dans le triangle CTD le quarré de l'hypotenuse CD est égal aux deux quarrés de

CT et de TD, pris ensemble. le quarré de CD est donc plus grand que le quarré de CT, tout seul; et par conséquent la ligne CD est plus longue que le rayon CT, donc le point D, ne touche pas la circonference. Donc. &c.

Et Réciproquement, le rayon tiré au point de contacte, est perpendiculaire à la tangente. (défon. 15.)

Corollaire. de tout ce qui vient d'être dit (par la défon. 5) la ligne droite ou la perpendiculaire est la plus courte de toutes celles qu'on peut mener d'un point à un autre point. (Proposition 2.me). Donc &c.

Proposition 35.

L'Angle formé par une tangente et une corde, a pour mesure, la moitié de l'arc de cette corde.

Soit la tangente BTA et la corde DL, tirée du point de contact T; F.44.
Je dis que l'angle ATL est mesuré par la moitié de l'arc TFL. Ar—

l'angle BTL, mesuré par la moitié de l'arc TGL.

Pour la démonstration je mène au point de contacte T le rayon CD, et je divise la corde et l'arc DL par le rayon CF, que je tire.

Démonstration.

angle du petit segment. ATL, J: 44 — 1.° le rayon CF étant perpendiculaire à la corde TL divise l'arc TFL en deux parties égales; TF est donc la moitié est donc la moitié de l'arc TFL;

2.° dans le triangle CED, l'angle E étant droit les deux autres angles C, D. valent aussi un angle droit. de sorte que l'angle C est ce qui manque à l'angle D pour valoir un droit. D'un autre côté puisque le rayon CT est perpendiculaire à la tangente BA, l'angle ATL est aussi ce qui manque à l'angle D, pour valoir un droit; donc l'angle ATL est egal à l'angle C; mais l'angle C a pour mesure l'arc TF moitié de l'arc TFL; donc l'angle ATL a aussi pour mesure la moitié de l'arc TFL.

angle du grand segment. BTL. 3°. La Ligne TL forme avec la ligne BA deux angle ATL, BTL, qui équivalent à deux angles droits, et qui par conséquent ont pour mesure la moitié de la circonférence; mais l'angle ATL à pour mesure la moitié de l'arc TFL; il faut donc nécessairement que l'angle BTL ait aussi pour mesure la moitié de l'arc TGL puisque ces deux moitiés d'arc font ensemble une demi circonférence.

Proposition 36.

L'angle à la circonfér.^ce

à pour mesure la moitié de l'Arc sur lequel il est appuyé. — Et l'Angle au Centre, ~~est~~ double de l'angle à la Circonférence, à pour mesure le même ~~un~~ Arc, double du s.d —

Soit l'angle à la circonférence ABC ; Je dis qu'il à pour mésure la moitié de l'Arc AEC sur lequel il est appuyé.

Et Soit aussi l'angle ADC qui à son sommet au Centre D, appuyé sur le même Arc AEC : Je dis qu'il à pour mésure l'Arc entier AEC —

F: 45.

Pour la démonstration
j'imagine une tangente
qui passe par le point B.

Démonstration.

1.° Les trois angles en B sont
mesurés par une demi circonf.ce
puis qu'ils égalent deux angles
droits ; mais GBC est mésuré
par la moitiée de l'arc BC
et l'angle F.BA est mésuré
par la moitiée de l'arc
BA : il faut donc que
l'angle ABC soit mesuré
par la moitiée de l'arc
AEC puis que ces trois moi-
tiés font une demi circonf.ce

2°. L'Angle ADB, a pour mesure l'Arc AEC ; l'Angle ABC à pour mesure la moitié du même arc AEC Donc l'Angle au Centre ADC est double de l'Angle à la Circonference ABC. Donc il à pour mesure l'arc compris entre ses côtés. Proposition 37.

L'Angle formé par une Corde et par la partie d'une Autre corde prolongée hors du Cercle, à pour mesure la moitié des deux Arcs Soutenus par les deux Cordes.

Il s'agit de prouver que l'Angle BAF a pour mesure la moitié de l'arc EGA plus la moitié de l'Arc AHF. P. la Dém.on

Soit par le point A, mené la tangente DC.

Démonstration

L'Angle BAF est égal aux deux Angles BAC, CAF, or l'Angle BAC = l'angle DAE opposé au sommet, et les deux Angles DAE, CAF étant aussi du petit Segm.t ont chacun pour mesure la moitié de leur arc, donc

Donc l'Angle total BAF a pour mesure la moitié des deux mêmes Arcs EGA, AHF.

Proposition 38.

Dans un triangle, un plus grand côté est opposé à un plus grand Angle, et un plus grand Angle à un plus grand Côté.

Soit le triangle ABC. Je dis, 1° que si le côté AB est plus grand que le côté AC, l'Angle C opposé au côté AB, sera plus grand que l'Angle B opposé au côté AC.

P.r la Dém.on

Je fais passer une circonf.^ce par les trois points A, C, B.
(Prob. 8. prop.^on 31)

F. 48. Démonstration.

1.^o Puis que la corde AB est plus grande que la corde AC, il est clair que l'Arc ADB, est plus grand que l'Arc AFC. et par conséquent, l'angle à la circonf.^ce C, qui est mesuré par la moitié de l'Arc ADB, est plus grand que l'angle à la circonfer.^ce B, qui est mesuré par la moitié de l'Arc AFC.

Je dis 2.^o que si l'angle C

C est plus grand que l'angle B, le Coté AB opposé à l'angle C, sera plus grand que le côté AC opposé à l'angle B.

Démonstration.

L'Angle C est mesuré par la moitié de l'Arc ADB, et l'Angle B par la moitié de l'Arc AFC ; mais l'Angle C est plus grand que l'Angle B ; l'arc ADB est donc plus grand que l'Arc AFC ; et parconséquent la Corde AB est plus grande que la Corde AC.

Proposition 39.

Deux cordes paralleles interceptent des arcs égaux.

F: 49. Si les deux cordes AB, CD sont paralleles, Je dis que les arcs AC, BD sont égaux. Je tire la droite BC.

Démonstration

Acause des paralleles AB, CD, les angles alternes ABC, BCD sont égaux: mais l'angle ala circonf.ce ABC, a pour mesure la moitié de l'arc AC; l'angle a la circonference BCD, a pour mesure la moitié de l'arc BD; les arcs

AC, BD sont donc égaux.

L'on démontrera de même qu'une tangente et une corde parallèles interceptent des arcs égaux. F. 49.

Car si la tangente FG est parallèle à la corde AB; je dis que l'arc TA et l'arc TB sont égaux; je tire la cd.^e TA.

Démonstration.

Les angles alternes FTA, TAB sont égaux à cause des parallèles FG, AB; mais l'angle FTA formé par une tangente et par une corde est mesuré par la moitié de l'arc TA: et l'angle à la circonférence

TAB, est mesuré par la moitié de l'Arc TB ; Les Arcs TA, TB, sont donc egaux.

Proposition 40.

Tout Angle dont le Sommet est entre le Centre et la Circonference ; ou ce qui est égal, l'Angle formé par l'intersection de deux cordes ; à pour mesure la moitié de l'Arc sur lequel il est appüye plus la moitié de celui qui est compris entre ses Côtes prolongés ; où ce qui est égal, est mesuré par la moitié des deux Arcs interceptes par ces deux cordes.

Soient les deux cordes AB, DF qui se coupent au point C; F. 50.
Je dis que l'Angle FCB ou bien l'Angle ACD est mesuré par la moitié des deux Arcs FB, AD.

Pr. La Démonstration.

Je tire DG parallèle à AB. Démonstration.

1°. A cause des parallèles DG, AB, les Angles Alternes du même côté GDF, BCF, sont égaux; mais l'angle à la circonf.ce GDF est mesuré par la moitié de l'Arc GBF; l'Angle BCF est donc aussi mesuré par la moitié de l'Arc GBF.

2.° A cause des cordes parallèles DG, AB, les Arcs GB, AD sont égaux; on peut donc à la place de GB, mettre AD. Donc l'Angle BCF est mesuré par la moitié de l'Arc AD et la moitié de l'Arc FB.

Proposition 41.

L'Angle formé par deux Secantes, a pour mesure la moitié de la diff.^{ce} des deux Arcs interceptés, c-à-dire, l'Angle qui a son sommet

hors du Cercle, à pour mé-
sure la moitié de l'Arc
concave — moins la moitié
de l'Arc convexe sur le-
quel il est appuyé. — F: 51.

Soit L'Angle CAB formé
par les deux Secantes AC, AB;
Je dis qu'il à pour mesure
la moitié de la diff.ce des
des deux Arcs GD, CB inter-
ceptés par les deux Secantes.
ou ce qui revient au même,
la moitié de l'arc concave
DG moins de la moitié de
L'Arc Convexe BC. L. 1. D.on

Je tire DE parallele à AC.—
(Dém.on

Démonstration

1°. Acause des parallèles AC, DE, les Angles alternes du même coté CAB, EDB Sont égaux; mais L'Angle EDB à pour mesure la moitié de L'Arc EB; L'Angle CAB aura donc aussi pour mesure la moitié de L'Arc EB.

2°. Acause des cordes parallèles GC, DE, les Arcs GD, CE Sont égaux; L'Arc EB est donc la diff.ce qui se trouve entre L'Arc GD et L'Arc CEB; Donc L'Angle

A a pour mesure la moitié de la diff.ce des Arcs GD, CEB. Ou ce qui revient au même, L'Angle A a pour mesure la moitié de l'arc DG moins de la moitié de l'Arc BC. Donc pour avoir la mesure de l'Angle A, il faut ôter la moitié de l'arc DG de la moitié de l'arc BC.

Proposition 42.

L'Angle formé par deux tangentes, a pour mesure la moitié de la diff.ce des deux Arcs interceptés; ou

Cequi est égale, à pour mesure la demi circonference, moins l'Arc Compris entre les deux tangentes.

Angle Circonscrit au Cercle.

Soit L'Angle CAB formé par les deux tangentes AC, AB ; Je dis qu'il a pour mesure la moitié de la diffce des deux Arcs GLD, GFD.

F. 52 —

Pour la Dém.on

Je tire la parallèle DF à AC. (Démonstration

1°. A cause des parallèle AC, DF, les Angles alternes du même côté CAB, FDB, sont égaux : Mais L'Angle FDB formé par les —

tangente DB et par la
Corde DF, est mésuré par
la moitié de l'Arc FD ;
Donc l'Angle CAB est aussi
mésuré par la moitié de
l'Arc FD.

2.° La tangente AC et
la Corde DF étant parallèle
les Arcs interceptes GF, GD,
sont égaux ; l'Arc FD est
donc la diff.ce qui se trouve
entre l'arc GLD et l'Arc
GFD ; Donc l'Angle CAB qui
a pour mesure la moitié
de l'Arc FD, a pour mesure
la moitié de la diff.ce des

arcs GLD, GFD,

Corollaire 5.e

F: 53. L'on démontrera de même que l'Angle formé par une tangente ATC et par une secante ADB, a pour mesure la moitié de la diff.ce des deux arcs interceptés.

Corollaire 2.d

Pour démontrer ce qui a été dit dans la proposition que l'angle formé par deux tangentes, avoit pour mesure la demi circonférence, moins l'Arc compris entre les deux tangentes. Démonstrat.°

F: 54.

L'on va démontrer que
l'Angle BAC a pour mesure
la demi circonf.ce moins
l'Arc entier BDC.

Les trois Angles BAC,
CBA, BCA pris ensemble
valent deux droits, ou la
demi-circonf.ce ; or l'Angle
qui a son sommet en B,
est un Angle du petit
segment, de même que
l'Angle qui a sont sommet
en C ; ces deux Angles ont
donc chacun pour mesure
la moitié de l'Arc BDC
ils l'ont donc tout entier ;

pour leur mesure entre
eux deux; restera donc
pour le 3.^{eme} angle BAC
qui est le Circonscrit, le
nombre de degrés qui
avec l'arc BDC acheveroit
la demi circonf.^{ce} ou 180°.
Donc ce reste sera sa
mesure; Donc l'angle
formé par deux tangente
à pour mesure la demi
circonference moins l'arc
compris entre les deux
tangentes.

Proposition 43.

Si l'on prolonge le
diametre du cercle et
que

que Sur ce diamètre prolongé
l'on mène plusieurs perpend.es ;
une Oblique menée de l'ex-
trêmité du diametre op-
posé au coté prolongé et
Coupant ces perpendiculaires,
formera, avec chacune d'elles
un Angle qui aura pour
mesure, la moitié de l'arc
Soutenu par l'oblique.

Soit l'angle ABC donné
formé par le diamètre AB et
la Corde AC prolongée ; il
S'agit de prouver que
l'angle ACB a pour mesu-
re la moitié de l'arc

AGF, car tous les autres angles formés par les autres perpendiculaires et l'oblique, lui sont égaux.

F.e 55. Pour la démontrer.

Soit menée la tangente DE; elle sera parallèle à BC.

Démonstration.

L'angle ACB est alterne de l'angle CAE ou FAE; or l'angle FAE est un angle du petit segment, qui à pour mesure, la moitié de l'arc AGF; donc son égal ou alterne ACB à

la même mesure. Donc
si l'on prolonge &c.

Proposition 44.

Si plusieurs Cercles ayant
un seul point commun,
ont même une tangente com-
mune par ce point, et que du point de
Contingence, l'on mène
une corde jusqu'à la
Circonférence du plus
grand Cercle, cette corde
Coupera, dans tous les Cer-
cles, des arcs qui seront
tous d'un pareil nombre
de

de degrés, au nombre de
degrés de l'arc du plus grand
Cercle.

Démonstration

F. 58. Les trois cercles ont pour
leurs Centres les points
B, C, D et se touchent en un
point Commun A; la Corde AE,
soutient dans le grand
Cercle l'arc ELA; dans
le moyen l'arc HMA et
dans le plus petit, sa
portion INA; or ces
trois arcs sont nécessai-
rement égaux puisque

L'angle EAF, angle du petit segment, n'est pas diff.^{ent} de l'angle HAF et de l'angle IAF, (par la prop.^{on} 35.) ils ont tout trois pour mesure la moitié de l'arc compris entre leur cotés, c'est-à-dire, la moitié de l'arc soutenu par la corde AI, ou AH ou AE. Donc chacun des arcs ELA, MA, NA, ont pour valeur, un égal nombre de degrés. Donc &c.^a

De la Mesure des Surfaces.

Définitions.

1°. (Par la 1ᵉʳᵉ déf.ⁿ) Surface ou Superficie est ce qui à longueur, largeur seulement.

2°. Aire, est la valeur de l'Espace qui forme la Surface; l'on dit, l'aire d'un rectangle, d'un triangle &c.ª d'un cercle &c.ª

3° (Par la 2.ᵉᵐᵉ déf.ⁿ) Le point est ce qui n'a aucune partie et qui par conséq.ᵗ

est indivisible; cette défini-
on s'entend du point mathé-
matique, qui n'a ni longueur,
ni largeur, ni épaisseur; mais
physiquement, il est permis
de le considérer avec une lon-
gueur, largeur, extrêmement
petite à la vérité, aussi
petite qu'il plait de l'imagi-
ner.

4.° (Par la déf.on 3.ème) La
ligne est une longueur sans
largeur, elle est formée par
l'écoulement du point; ainsi
par ce qui a été dit ci dessus,
sur le point physique; il est
permis de la considérer com:e

formée par l'écoulement du point physique, par conséquent elle doit avoir une largeur égale à celle du point dont elle est formée, et composée.

5°. Puisque les lignes physiques sont composées de points physiques, comme les nombres sont composés d'unités, les points peuvent-être appellés les unités des lignes.

6°. Multiplier un nombre par un autre; c'est prendre ou répéter le premier nombre autant de fois qu'il y a d'unités dans le second; ainsi multiplier 8 par 5. C'est

prendre ou repeter 8 cinq fois,
Cequi donne 40. (arith. n.°)

7.° Demême multiplier
une ligne physique par une
autre, c'est prendre ou répeter
la premiere ligne, autant de
fois qu'il y a d'unités; c-a-d.
de points physiques, dans la
seconde.

8.° Toutes les mesures des
Surfaces, planes ou courbes,
se réduit à celles d'un Rectangle,
d'un triangle, et d'une cir-
conference de Cercle; toutes
les figures Géometrique étant un
composées de celles-ci

Proposition 15.

La surface d'un rectangle est égale au produit de ses deux côtés adjacens; c-à-dire, du produit de sa base par sa hauteur.

F: 59. Soit le rectangle ABCD; je dis, que si je multiplie la ligne physique AB par la ligne physique AD, le produit me donnera la surface ABCD.

Démonstration.

Si j'élève perpendiculairement sur la ligne AD, autant de lignes physiques AB qu'il y a à de points physiques dans la ligne AD, ces lignes AB, couvrirons toutes la surface du rectangle ABCD; donc sa surface est égale à la ligne AB prise autant de fois qu'il y a de points dans la ligne AD; c'est-à-dire, à la ligne AB multipliée par la ligne AD.

Proposition 46.

La surface d'un triangle est égale à la moitié du produit de sa hauteur par sa base; ou la moitié de sa base par sa hauteur.

F: 60. Soit le triangle BAC. Si du sommet d'un angle quelconque A, je tire une perpend.^{re} AD au coté opposé BC; (cette perpend.^{re} s'appelle la hauteur, et le coté BC, la base.)

Je dis, que la surface du triangle BAC est égale à la moitié du produit de sa hauteur AD et de sa base BC: ou ce qui revient au même, est égale au produit de la moitié de la base BC par la hauteur AD.

Pour la Démonst.^{on}

Je prolonge de part et d'autre

BC ; par le point A, je tire EF parallele à BC, et éleve les deux perpendiculaires BE, CF.

Démonstration.

Le Rectangle BCFE et le triangle BAC sont entre les memes paralleles et ont la même base ; le triangle est donc la moitié du rectangle : Car le Coté AB du triangle est diagonale du rectangle AE.BD, de même le Coté AC est aussi diagonale du Rectangle ADCF. (def.on 59)

La diagonale divise un parallelogramme ou un rectangle en deux triangles égaux.

Donc le triangle AEB = ADB, de même le triangle ADC = AFC. (par la prop. précéd.) le produit de BC par BE donne la superficie du Rectangle;

Donc si je multiplois toute la hauteur AD qui egale BE par toute la base BC, le produit me donneroit la valeur d'un rectangle double en superficie du triangle BAC, Donc en multipliant la moitié de la hauteur par la base, ou la moitié de la base par la hauteur, ou enfin divisant le produit du rectangle par deux; j'ai celui du triangle; car la surface du rectangle est égale au produit de BE par BC; Donc la surface du triangle est égale à la moitié du produit de BE et de BC ou ce qui est la même chose, de DA et de BC.

Proposition 47.

L'aire du cercle est égale à la moitié du produit du rayon et de la circonfer.

C'est-à-dire, à un triangle rectangle dont un coté tangente au cercle, seroit égale à la circonference par le ¼. du diametre du même cercle.

F. 61. Soit le cercle C ; je dis que si je multiplie le rayon par la circonference le produit divisé par 2 ou Cequi est égal, si Jemultiplie la Circonférence par le quart du Rayon; j'aurai la Surface du Cercle. ———

Et soit le triangle BAC. pour la démonstration, Je menne les lignes DE, EB.

Démonstration. ———

(Par la propos.on précéd.te) la Surface d'un rectangle est égale au produit de sa base et de sa hauteur; Donc 1.° si Je multipliois BA, par AC, j'aurais la Superficie d'un rectangle double du triangle BAC; Donc si Je divise le produit par 2. J'aurai la valeur Superficielle du triangle BAC; puisqu'il est la moitiée du rectangle divisé en deux triangles par la diagonale BC. 2°. La Superficie du triangle BAC, ou son égale, celle du cercle C, est égal au produit d'un rectangle qui a un coté égale a la circonf.^ce et l'autre le 1/4 du rayon, multiplié l'un par l'autre, ainsi la ligne DE est parallèle à BA elle divise la diagonale BC en deux parties égales, c'est-a-dire que les triangles BEF, CDF sont égaux, à cause du parallelisme; mais les cotés et EF, FD, font partie de la ligne ED, BE = AD, AD est la moitié du rayon ou le 1/4 du diametre; Donc en multipliant BA par DA le produit sera celui du Rectangle ABED, qui sera égal en surface à celle du triangle AAC, ou son egale, du cercle C. Donc L'aire du cercle &c.

Observation

Dans la Géometrie pratique on trouvera, en problême, les operations de calculs de toutes superficies.

Des proportions.

(Laval déf.on 77.) La Raison d'une quantité à une autre, est le nombre de fois que la première contient la Seconde; la raison de 12 à 3 est quatre, parce que 12 contient 3 fois 4, ou 4, 3 fois; la raison de 5 à 10 est ~~une demie~~ 2 parceque 5 contenu 2 fois dans 10 ou, et la est ~~contient~~ ~~une~~ ~~fois~~ la moitié ~~d'une fois~~, de dix.

Le 1.er terme de la Raison se nomme l'Antécédent, le Second se nomme le Conséquent. ainsi dans la raison de 12 à 3. 12 est l'antécédent, et trois est le conséquent.

Cette comparaison se fait en deux manieres, 1°. Si je considère seulement l'excès de l'un sur l'autre ce rapport se nomme, rapport Arithmetique.

2°. Si je considère, combien de fois l'un est contenu dans l'autre, cela se nomme rapport Géometrique.

Lors qu'en Géometrie l'on parle d'un rapport l'on entend toujours le

rapport géométrique), quoi
qu'on ne le nomme pas.

Lors qu'on parle des deux
rapport, l'on fait précéder
les quantités de ce signe (÷)
qui désigne, rapport arith-
metique. ou (∷) qui désigne
le rapport géométrique.

Remarque

Il faut avoir les axiomes
sur les quantités, présent
à la mémoire. (voy. dans notre
gr. traité, la comparaison des
diff.ts rapports.)

Quatre quantités soit

Proportionnelles, ou sont en proportion géométrique, lorsque la 1.re contient la seconde, précisément autant de fois que la 3.eme conti. la 4.eme.

Ainsi ces quatre nombres 6 : 3 :: 8 : 4 sont proportionnels parceque 6 contient 3 autant de fois que 8 contient 4, c'est-a-dire, deux fois. Ce qui s'exprime de cette maniere, six est a trois, comme huit est à quatre.

Dans les proportions arithm. l'on nemet qu'un point de cette maniere, 2 . 4 : 8 . 16.

Proposition 48.

Si deux parallelogramme sont entre les mêmes parallèles, ils sont entre eux comme leurs bases.

Soient les deux parallelogrāmes ABCD, FGLM, entre les mêmes parallèles BL, AM, je dis que la surface du parallelogramme ABCD, contient la surface du parallelograme FGLM précisement autant de fois que la base AD contient la base FM, je suppose par ex: que la base AD soit double de la base FM, je vais

faire voir que dans ce cas
la Surface ABCD est double
de la Surface FGLM.

Pour la démonstration
Je divise les deux parallelogr.^e F: 62.
en parties égales.

Démonstration

Les deux parallelogrames ABNO
NOBC Sont entre mêmes paralleles
et ont des bases egales au
parallelogramme GFLM ; les
trois parallelogrammes Sont
donc égaux ; c'est-à-dire,
les deux premiers Contienent
autant de parties que le
troisième, donc si le 3.^eme
en contient deux, chacun
des deux 1.^ers en contiennent
aussi deux ; Donc le paral-

lélograme ABCD est double des parallélogramme GFLM, puisque le 1.er Contient quatre parties égales aux deux parties du Second. Donc si deux parallélogrammes &c.a

Proposition 49.

Si deux triangles sont entre les mêmes parallèles, ils sont entre eux comme leurs bases.

Soient les deux triangles ABC, DFG entre les mêmes parallèles LF, AG; Je dis que la Surface du triangle ABC, contient la Surface du triangle DFG précisément autant de fois que la base AC contient

la base DG. Si la base AC
est double, par Ex: de la base
DG; Je vais faire voir que la
surface ABC est double de
la surface du triangle DFG.

P. la demonstr.on

Je divise la base AC en deux
parties égales, en H et mène
la ligne BH.

Démonstration.

Les triangle ABH, HBC fig. 63.
sont égaux au triangle DFG,
ils sont entre les même parat-
lèles, ils ont même base ou
bases égales: le triangle ABH
est donc égal au triangle
DFG; pour la même raison

le triangle HBC est aussi égal au triangle DFG: mais les triangles ABH, HBC sont chacun moitié du triangle ABC, ils sont chacun égaux au triangle DFG: Donc le triangle ABC est double du triangle DFG puisque le 1.^er est composé de deux triangles égaux au second, Donc si deux triangles &c.

Proposition 50.

Si dans un triangle, on tire une ligne parallèle à l'un des cotés, elle coupera les deux autres proportionnellement.

Soit le triangle BAC ; Je dis que si la ligne DE est parallèle au côté BC, elle coupera les deux autres côtés de manière que le segment AD sera au segment DB, comme le segment AE est au segment EC ; Je suppose par exem. que le segment AD est double du segment DB ; Je vais faire voir que le segment AE sera aussi double du segment EC. Pour la démonstration.

Je tire les deux diagonales BE, DC. Démon^on.

Démonstration

F: 64. 1°. Les triangles AED, DEB sont entre les mêmes parallele, ces deux triangles sont donc entre eux comme leurs bases, et puisque la base AD est double de la base DB, le triangle AED sera double du triangle DEB.

2°. Les triangles ~~AED~~ DEB, EDC sont entre les mêmes parallèles DE, BC et ont la même base DE ; ces deux triangles sont donc égaux ; et puisque le triangle AED est double du triangle DEB, il sera aussi double du △ EDC.

3.° Les triangles ADE, EDC sont entre les mêmes parallèles; ces deux triangles sont donc entre eux comme leurs bases; et puisque le triangle ADE est double du triangle EDC, la base AE sera nécessairement double de la base EC. Donc si dans un triangle on tire &c.a

Corollaire

Si du point E l'on mène sur la base BC, une parallèle à DB, on aura un triangle FEC égal au triangle BAC. par ses cotés et ses angles à cause du parallélisme

Proposition 51.

Les triangles équiangles ont les cotés homologues proportionnels. Et reciproquement, les triangles qui ont les coté proportionnels sont équiangles.

F: 65. Soient les deux triangles ABC, CDE, si l'angle A est égal à l'angle C, l'angle B = à D, et C = à E ; je dis que le coté AC, par ex: opposé à l'angle B, est au coté CE opposé à l'angle D, comme le coté AB opposé à l'angle

C, est au coté CD opposé à l'Angle E.

Pour la démonstration,

Je place les deux triangles, de maniere que les côtés AC, CE forment une ligne droite, je prolonge les côtés AB, ED, jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en F.

Démonstration

1.° Les Angles alternes du même côté FAE, DCE sont égaux; donc les lignes FA, DC sont paralléles; de même les Angles alternes du même coté FEA, BCA,

sont

sont égaux ; donc les lignes FE, BC sont parallèles, ainsi le quadrilatère BFDC est un parallelogramme, et par conséquent les côtés opposés égaux.

2°. Dans le grand triangle AFE la ligne BC étant parallèle au côté FE, coupe les deux autres côtés proportionnellement ; ainsi l'on a cette proportion AC est à CE, comme AB à BF ou CD son égal.
Donc les triangles &c.

Propon

Proposition 62.

Si une ligne divise un angle d'un triangle en deux parties égales, elle divise le coté opposé, en deux segmens proportionnels aux deux autres côtés. F: 66.

Soit le triangle BAC; je tire la ligne AD de manière que l'angle r soit égal à l'angle s; je dis que le segment BD est au segment DC, comme le côté BA est au côté AC.

P.r la Démonstr.

Je prolonge le côté BA et mene CF parallele à DA.

Démonstration.

1°. Les lignes DA. CF étant paralléles, les angles alternes du même côté r. F sont ég.^x et les angles alternes S, C sont aussi égaux; et puisque l'angle r est égal à l'angle S; l'angle F sera aussi égal à l'angle C; d'où il suit, que le côté AF est égal au côté AC.

2°. Dans le grand triangle BFC, la ligne AD étant paralléle au côté FC, on a cette proportion: BD: DC :: BA: AF ou AC son égal. Donc &c.

Proposition 53.

Si quatre lignes sont proportionnelles, le rectangle ou produit des ~~moyens~~ Extrêmes est égal au rectangle ou produit des moyens,

Si la ligne A est à B :: C : D ; F: 69.
je dis que le rectangle formé avec les lignes A et D, est égal au rectangle formé avec les lignes B et C.

Construction.

Je dispose les 4. lignes en croix (comme on voit dans la figure) de manière qu'elles forment des Angles droits ; ensuite j'achève le rectangle en x en y et en z, par des parallèles. Pour la démonst.on Je mène les deux diagonales parallèles, par les angles HI, et F, G.

Démonstration.

1.o Je suppose que la ligne A, soit ~~double~~ triple de la ligne C, la ligne B sera triple de la ligne D.

2.o Les rectangles ou parallelogrammes x, z, sont entre les mêmes parallèles, ils sont donc entre eux comme leurs bases; et puis que la base A est ~~double~~ triple de la base C, le rectangle x sera triple du rectangle z. de même, les rectangles ou ▭ y, z, sont entre les mêmes ~~bases~~ parallèles, ils sont donc entre eux comme leurs bases et puisque la base B est triple de la base D le rectangle y sera triple du rectangle z.

3°. Le rectangle x est triple du rectangle z, le rectangle y est aussi triple du rectangle z, les rectangles x, y sont donc égaux.

4°. d'ailleurs la diagonale T.G est parallele à H.I. Donc les triangles qu'elles forment sont égaux, puisque les angles alternes du même côtés sont égaux. Donc quatre ligne sont proportionnelles. &c.a

Donc l'on à A : B :: C : D.

Si quatre lignes sont proportionnelles en Composant, elles seront encore proportionnelles; Car l'onaura A+B : B :: C+D : D.

Donc &c.a

fi.

Si quatre lignes sont proportionnelle, en divisant elles seront encore proportionnelle : Car l'on aura A—B : B :: C—D : D. Donc &c.ª

Proposition 54.

Si trois lignes sont proportionnelles, la 1.ʳᵉ est à la 3.ᵉᵐᵉ comme le quarré de la première est au quarré de la seconde. F: 70 N.º 1.

Si la ligne AB est à la ligne AC comme celle-ci est à AE, je

dis

je dis que le quarré de la ligne AB est au quarré de la lig.e AC comme la ligne AB est à la ligne AE troisième proportionnelle.

P.r la démonstration, je construit les quarrés de AB, AC l'un dans l'autre sur la ligne AE.

Démonstration

F: 70.
n.° 1, & 2. Puisque AB est à AC, comme AC à AE; Le quarré de AB sera au quarré de AC comme la ligne AB sera à la ligne AE. C'est-à-dire, C'est adire, que le produit des extrêmes étant égal au produit des

moyens ; Le rectangle de AB par AE Sera égal au rectangle du moyen AC par lui même).

2.° AC est moyenne proportionnelle entre AB et AE, Donc le quarré de AC doit égaler le rectangle de AE par AB ; Mais la ligne AB est moitiée de AC ; Donc le quarré de AB = le quarré de $\frac{AC}{4}$ et puisque le quarré de AC = le rectangle de AE par AB ; La base AB égalera la base $\frac{AE}{4}$. Donc si trois lignes Sont &c.a

Proposition 55.

Si deux cordes se coupent dans un cercle ; Le rectangle des segmens de l'une est égal au rectangle des segmens de l'autre.

F. 71. Soient les deux cordes AB, CD qui se coupent en un point F ; Je dis, que le rectangle de AF et de FB est égal au rectangle de CF et de FD.

Pour la démonstration je tire les deux droites AC, DB.

Démonstration.

Dans les triangles CAF, BDF, les angles à la circonference A et D sont égaux, parcequ'ils

ils sont mesurés tous les deux, par la moitiée de l'arc CB; les angles C et B sont aussi égaux par ce qu'ils sont mesurés par la moitiée de l'arc AD; les angles en F sont aussi égaux, parce qu'ils sont opposés au sommet. Les deux triangles sont donc équiangles; ils ont donc les cotés proportionnels. Donc le coté AF opposé à l'angle C, est au coté FD opposé à l'angle B, comme le coté ~~est~~ CF opposé à l'angle A est au coté FB opposé à l'angle D. Donc le rectangle

des extrêmes AF. FB est égal
au rectangle des moyens CF,
FD.

Des Lignes inclinées ~~sont~~ Proportionnelles Réciproques.

2.e Propon. 56. (Caccla déf.on 109.) 2.e Lors que 4 lignes sont proportionnelles,
les Extrêmes sont dittes réciproques
à l'Egard des moyennes.

Ainsi on à la proportion
Le 1.er Extr. au 1.e moy. Com.e le
2.d moy.n au 2.d Extrême.

Lors qu'un même Angle à
deux bases qui n'étant point
parallèles, forment avec les
côtés des Angles égaux, l'un
d'un côté, l'autre de l'autre;

telles bases, sont dittes anti-parallèles, suivant trois dispositions.

1.° L'angle CAE à deux bases qui se croisent, et en ce cas, l'angle en C, doit être égal à l'angle en E, et par conséquent l'angle en B est égal à l'angle en D. F:81.

2.° Dans la 2.^{eme} disposit.^{ons} l'angle ITK à deux bases IK, GH, entièrement séparées et dans cette disposition, l'angle en I doit être égal à l'angle GHF et par- F:82.

conséquent l'angle en K, est égal HGF.

3.° Dans la troisième
F: 83. disposition, l'angle LNO à deux bases qui se joignent au point O, et en ce cas l'angle LNO est égal à l'angle LOM et l'angle LMO est égal à l'angle LON; Dans ces trois dispositions, les Cotés totaux comparés avec les Cotés partiaux, donnent des réciproques: Car;
F: 81. Dans la 1.re disposition on a le Coté AC : AD : AE : AB.
F: 82. Dans la 2.de disposition
on à

ou à, Le coté FI : FH :: FK : FG.
Dans la 3.ème disposition F: 83.
on à le Côté LN : LO :: LO : LM.
Pour le Démontrer, par
les trois Sommets A, F, L, Soi-
ent tirées des parallèles à cha-
cune des deux bases ; Cha-
cune des trois dispositions
donnent deux espaces paral-
lèles.
Dans la 1.ere Disposition
la ligne AC et la ligne AD sont F: 81.
dans l'Espace comprise entre
les parallèles RS, TV ; La ligne
AE et la ligne AB sont dans
l'autre espace compris entre
les parallèles PQ, XY par
G. Sp. O.

par la Supposition, la ligne AC est autant inclinée dans le 1.er Espace que la ligne AE dans le Second, et la ligne AD autant inclinée dans le 1.er espace que la ligne AB dans le Second: Donc les Egalem.t inclinées entre paralleles (Propos.on) Sont réciproques, puis que l'on a AC : AE :: AD : AB.

F. 82. (Dans la 2.de Disposition la ligne F.I, et F.K Sont dans l'espace compris entre les paralleles 7,8, et 5, 6 ; La ligne F.H, et la ligne F.G, Sont dans l'autre espace, compris entre les parallèles

lèles 1, 2, et 3, 4: or la ligne
FI est autant inclinée dans
espace, que la ligne FH dans
le 2d.; de même la ligne FK
est autant inclinée dans le
1er espace que la ligne FG
dans le second; donc la
ligne FI : FH :: FK : FG.

Dans la 3eme disposit- F. 83.
ion, il faut que la ligne LN,
et la ligne LO, soient dans
l'espace compris entre les
parallèles 13, 14, et 15, 16: et
que la ligne LO et LM, soit
dans l'espace compris entre
les parallèles 9, 10 et 11, 12.
en sorte que la ligne LO,

Se trouve dans les deux Espaces paralleles, où elle forme differents Angles avec les bases: or la ligne LN est autant inclinée dans le 1.er Espace que la ligne LO dans le Sec.d où elle fait angle aigu en O égal à l'angle aigu en N; et d'ailleurs, la ligne LO, fait dans le 1.er espace un Angle égal à l'angle que la ligne LM, fait dans le Second: Donc la ligne LN : LO :: LO : LM.

Donc, Lorsque 4. Lignes Sont proportionelles &c.

Des Réciproques ou rapport proportionnels des Angles dans le cercle formés par des Anti-parallèles.

Proposition 57.

Si l'on prolonge indéfiniment le diamètre d'un cercle et que l'on coupe ce diamètre par une perpendiculaire, soit qu'elle entre dans le cercle, soit qu'elle le touche, ou qu'elle en soit dehors : et si de l'extrémité du diamètre opposé au côté du prolongement, l'on tire deux lignes quelconques, terminées par la Circonférence ou par la perpendiculaire et coupées par l'une ou par l'autre ; Chaque toute et sa partie, à prendre du point d'où elles sont tirées sera réciproque à chaque autre toute et sa partie.

1.er Cas, Lorsque la

F. 84 perpendiculaire coupe le cercle.

Soit le diamètre AF coupé par la perpendicul.re

BC ; du point A soit tirées à discretion les lignes AB AC ; elles seront terminées aux points B et C de la perpendiculaire et coupées par le cercle aux points ED. Je dis que la ligne AB : AC :: AD : AE.

Pour le Démontrer

Soit menée la ligne ED.

Démonstration.

Il faut demontrer que les bases ED, BC sont antiparallèles ; or cela est aisé ; car EDA est inscrit et à pour mesure la moitié de l'arc EGA, de même l'angle ABC, à pour mesure la moitié de l'arc EGA par ce qu'il est angle alterne de l'angle HAE, (angle du petit segment) qui à pour mesure, aussi la moitié de l'arc EGA; Donc que les bases sont anti-paralleles.

F:85. (De ce même premier cas, les bases se peuvent croisser, (comme on le voit dans la figure,) ce qui ne change rien a la démonstration

tion, puisque l'angle ECA inscrit est égal à l'angle DBA ; par la même raison ; Donc que la ligne AB est toujours à AC :: AD : AE.

2.d Cas, Lorsque la perpendiculaire touche le Cercle.

Si l'on tire deux lignes, comme AB, AD, terminées par la perpendiculaire aux points B, D ; Elles seront coupées réciproquement, aux points E, F, par le Cercle, C'est-à-dire que la toute AB sera à la F: 86.

toute AD, comme la portion AF à la portion AE.

Donc la demonstration Soit joints les points EF, il n'y a qu'à démontrer que les bases BD, EF sont anti-paralléles.

Démonstration.

L'angle CBA est comme on là déja dit, alterne de l'angle du petit segment, par conséquent il à pour mésure la moitié de l'arc EGA qui est aussi la mesure de l'angle EFA. D'ailleurs

D'ailleurs, dans ce Second cas,
le diamètre AC est moyen pro-
portionnel entre chaque
toutes AB, AD et leur parties
dans le Cercle. P. la Démon.
Soit tirée la ligne EC.

Démonstration — F: 86.

Il faut démontrer que la
base EC, BC, bases de l'an-
gle BAC, qui se joignent au
point de Contingence C, sont
anti-parallèles. (Suivant
la 3.eme disposition) 1.° L'an-
gle ECA ~~qui~~ est ~~aussi la me-~~
~~sure~~ inscrit et a pour mesure
la moitié de l'arc EGA,
qui est aussi la mesure

de l'angle ABC, alterne de
l'angle du petit Segment;
et l'Angle AEC est un
Angle droit, puisqu'il est
appuyé sur la demi circon-
férence et par conséquent
égal à l'angle BCA, for-
mé par une tangente BC
et un diamètre CA; donc
la ligne AB au diamètre
AC; comme le diamètre
AC, a la portion AE; ainsi
de toute autre ligne, et sa
partie dans le Cercle.

3.eme Cas. Lorsque la
perpendiculaire coupe

(la)

diamètre prolongé hors F: 87.
du Cercle.

Encore que les deux lignes
AE, AC sont l'une et l'au-
tre terminées par la per-
pendiculaire aux points
E C, et coupées aux points
B, D par le Cercle.

Il faut démontrer que
la toute AE : AC :: AD : AB.

P.r la Démonstration
Soit joint les deux points
D, B. L'on va démontrer
que les bases E C, BD sont
anti-parallèles. Dém.on

Démonstration.

L'Angle BDA inscrit à pour mésure la moitié de l'Arc BGA, et cette même moitié est la mesure de l'Angle CEA alterne de l'angle au petit segment HAB. Donc l'on à la toute AE : AC :: AD : AB. Donc les bases EC, BD sont anti-paralleles. Donc... &c.

Proposition 58.

Si deux Angles opposés au Sommet, ont des bases anti-parallèles ; l'on aura des lignes réciproques.

l'on suppose que les deux angles BAC, DAE opposés F: 88. au sommet A ont leurs bases BC, DE, tellement disposées que l'angle dont le sommet est en D est égal à l'angle dont le sommet est en B. et que réciproquement, les angles C, E sont égaux :

Dans cette disposition. l'on voit que les angles du même côté sont égaux, parceque les bases sont

anti-parallèles, que
cette disposition differe
des bases parallèles, en
ce que dans ce dernier
hypothèse, les angles qui
seroient égaux, seroient
alterne.

Cela posé, je dis, que la
ligne AC : la ligne AB :: la
ligne AE à la ligne AD.
Et que la totale DC est
coupée réciproquement
at égard de la totale
BE; c'est-à-dire que
AC, AD sont les extrême et

AB, AE sont les moyens.
Pour la démonstration
Soit mennée par le Sommet A, les lignes IF, GH,
paralleles aux bases
BC, DE. F: 88.
Demonstration.
Par les Anti-paralleles
IF, GH, il sera formés
deux espaces paralleles
et l'on a, (par la Construction)
AC autant inclinée dans
son espace que AE l'est
dans le sien, à cause de
l'égalité des Angles AED,

ACB ; de même la ligne AD est autant inclinée dans son espace que AB, dans le sien. Donc on a cette proportion ; la ligne AC : AE :: AD : AB.

Proposition 58.e bis

Dans les triangles égaux, les bases sont en raison réciproque ou inverse des hauteurs.

Soient les deux triangles ABC, DFG ; je dis que la base AC : à la base DG :: la hauteur ou per-

pendiculaire FM; a la
haut.r ou perpend.re BL.
(c'est ce qu'on appelle raison
réciproque ou inverse)

(Demonstration) F: 89. 90.

1°. Le triangle ABC est la
moitié du produit ou rect-
angle de la base AC et de
la hauteur BL. De même
le triangle DFG, est la
moitié du produit ou
rectangle de la base DG,
et de la hauteur FM; et
puis que les deux triangles
sont égaux, les deux
rectangles seront aussi
égaux

égaux.

2.° Il est évident que AC et DG, étant proportionnelle, à BL et FM, ou à cette proportion :

AC : DG :: FM : BL, puis que le rectangle des Extrêmes AC, BL est égal au rectangle des moyens DG, FM; les deux triangles sont donc égaux. Donc, dans les triangles égaux &c.^a Et Réciproquement &c.^a

Proposition 89.

Les triangles qui ont
les bases en raison ré-
ciproque, ou inverse,
des hauteurs, sont égaux.

Soient les deux triangles
ABC, DFG; si la base AC, F: 89.
est à la base DG, comme 90.
la hauteur EH perpend.re
FM est à la perpend.re
BL; je dis, que les surfaces
des deux triangles
sont égales. Dém.

Démonstration

Puisque AC : DG :: FM : BL. le produit des Extrêmes AC, BL est égal au produit des moyens DG, FM. Les deux triangles qui sont la moitié de ces deux produits, sont donc égaux. Donc. Les triangles &c.

Proposition 60.

Deux Secantes tirées d'un même point à un Cercle, sont en raison inverse de leurs parties Exterieures. Soient

Soient les deux Sécantes CA, CB ; Je dis que CA est à CB comme CD est à CE.

Pr la démonstration.

Je tire les droites AD, EB.

Démonstration. F: 91.

Dans les triangles CDA, CEB, les Angles a la circonférence A et B, sont égaux, parcequils sont mésurés par la moitié de l'arc ED ; L'angle C est commun aux deux triangles.

Ces deux triangles sont donc équiangles et ont les

les Cotés proportionnels.
Ainsi le côté CA du 1.er
triangle est au Coté CB
du Second triangle, com-
me le côté CB du premier
triangle est au Coté CE.
du Second triangle.
Donc, Deux Secante &a.

Proposition 61.

La tangente au Cercle
est moyenne proportion-
nelle entre la Secante
et sa partie exterieure.
Soit la Tangente CA
et la Secante CB; Je dis,

Soient la tangente CA et la Sécante CB ; Je dis que CB : CA :: CA : CD. F: 92.

P. la démonstration Je tire les droites AB, AD.

Demonstration.

Dans les triangles CAB, CDA, l'angle C est commun. De plus l'angle B est mesuré par la moitié de l'arc AFD, et l'angle CAD étant formé par la tangente AC, et par la corde AD, est aussi mesuré par la moitié de l'arc AFD : Les deux

triangles CAB, CDA ayant
deux angles égaux, sont
donc équiangles; ils ont
donc les côtés proportion-
nelles. Ainsi le côté CB
du grand triangle opposé
à l'angle CAB, est au
côté CA du petit trian-
gle, opposé à l'angle D,
comme le côté CA du
grand triangle opposé
à l'angle B; est au côté
CB du petit triangle
opposé à l'angle A.
Donc la tangente &c.

Corollaire. Cette proposition fournit une nouvelle maniere de trouver une moyenne proportionnelle entre deux lignes données; car si je prend DB pour l'une des lignes données et CD pour la 2.de, que je divise DB en deux parties egales, qu'au point de division je fasse le centre d'une circonférence et que je mene la tangente AC, elle sera la moyenne cherchée.

Des figures semblables.

Définitions.

(Page 180.) J'ai dis qu'il étoit permis de considérer physiquement le point, comme une superficie si petite qu'il étoit permis de l'imaginer. La ligne étant formée par l'écoulement de ce point, est dans le cas du point. Par conséquent les figures semblables doivent être composées d'un égal nombre de points physiques rangés de la même manière.

(Par les défons)

Dans les figures semblables on appelle lignes homologues celles qui sont composées d'un égal nombre de points correspondants.

Et côtés homologues les côtés qui sont semblablement posés, qui sont de même dimensions et qui ouvrent des angles égaux dans la figure semblable.

Proposition 62.

Les figures Semblables ont les lignes homologues proportionnelles.

Soient les figures Semblables ABCDE, abcde &c. les
F:93. lignes homologues AB, ab, &c.

Démonstration

Puisque les lignes AB, ab, sont homologues, elles sont composées d'un égal nombre de points corespondents, de meme que toutes les autres lignes ou cotes de la figure Car, par Supposition, Si la ligne AB est Composée de 40 points, La ligne ab. en aura autant; Or il est évident que 40 et 40 sont égaux et qu'une figure qui à ses Cotés Composés d'un égal nombre de parties, est semblable; Car AB : ab :: AE : ae &c. Donc &c.

Proposition 63.

Les Circonferences des Cercles, sont comme leurs rayons.

Je dis que la Circonference DCB est au rayon AB. Comme la la Circonférence dcb ~~est au~~ rayon ab.

F. 94. Démonstration

Tous les Cercles sont des figures semblables, c'est-à-dire composées d'un égal nombre de points rangés de la même manière ; ils ont donc les lignes homologues proportionnelles. Donc la Circonférence &c.

Proposition 64.

Les figures semblables sont entre-elles comme les

quarrés

quarrés de leurs cotés homo-
logues.

Soient les deux figures F. 95.
A, a; Sur les cotes homologues
CD, cd, J forme les quarrés
B, b; Je dis que la surface
A est à la surface a, comme
le quarré B est au quarré b.

Démonstration.

1°. Puisque les figures
A, a, sont semblables, elles
sont composées d'un égal
nombre de points corespondants;
et puisque les cotés homologues
CD, cd sont composés d'un

égal nombre de points ; le quarré B. b, seront aussi composés d'un égal nombre de points.

2.º Je suppose que la surface A soit composée de 1000 points ; Le quarré B de 400 ; La surface a sera aussi composée de 1000 points et le quarré b sera aussi de 400 points ; or il est évident que 1000 : 400 :: 1000 : 400 ; Donc la surface A est au quarré B, comme la surface a est au quarré b. et réciproquement. Alternant &c.

Donc des figures &c.

Corollaire. Il suit de P: 39.
là que si sur les trois Cotés
d'un triangle rectangle on
forme trois figures semblables
quelconques; Celle de l'hypo-
thénuse sera égale aux
deux autres prises ensemble;
Car Ces trois figures seront
comme les quarrés de leurs
Côtés, et puisque le quarré
de l'hypoténuse est égal
aux deux autre quarrés; la
figure formée sur l'hypote-
nuse, sera aussi égale aux
deux autres figures.

Proposition 65.

Les triangles Samblables Sont équiangles: Et Recipro-quement: Les triangles équiangles Sont Semblables.

F. 96. Soient les deux triangles ABC, abc, composés d'un égal nombre de points rangés de la même façon; je dis qu'ils Sont équiangles.

Démonstration.

1.° Puisque les triangles ABC, abc Sont des figures Semblables, ils ont les cotés proportionnels et

les angles égaux; Donc ils
sont équiangles. ~~Et Récipr~~oq.
2.° Les triangles ABC, abc,
ont les angles égaux, puisque
les Costés sont égaux; ils sont
donc des figures semblables:
Car, si le triangle ABC n'étoit
pas semblable au triangle
abc, on en pourroit former
un autre sur la ligne AC,
par exemple, ADC qui seroit
semblable au triangle abc;
or le triangle ADC étant
semblable au triangle abc,
seroit équiangle, avec le
triangle abc; ce qui est

impossible ; puisque nous avons dit que le triangle ABC est équiangle avec le triangle abc.

Proposition 66.

Si quatre lignes sont proportionnelles, leurs quarrés sont aussi proportionnels.

Si la ligne AB est à la ligne AC, comme la ligne AD est à la ligne AE ; Je dis que le quarré de la ligne AB est au quarré de la ligne AC, comme le quarré de la ligne AD est au au quarré de la ligne AE. Par la dém^on avec la ligne AB et la ligne AD, je forme un ~~triangle~~ angle BAD; avec la ligne AC et la ligne AE, je forme un angle CAE égal à l'angle BAD, et je tire les droites BD, CE. F: 97 n.° 1

Démonstration.

1.° Puisque AB : AC :: AD : AE, et que les angles compris sont égaux; les deux triangles BAD, CAE ont les cotés proportionnels autour d'un angle égal; Ils sont donc équi angles, et par conséquent des figures semblables.

2

3.

2°. Les triangles BAD, CAE, ~~étant des figures semblables~~, sont comme les quarrés de leurs cotés homologues; Car si je construisois un quarré sur chaque Cotés des deux triangles; chaque quarré ~~co~~rrespondant aux cotés homologues des deux triangles; seroient égaux proportionnellement aux dimensions de leurs Cotés homologues. ~~des deux triangles~~. Donc si quatre Lignes &ca.

Proposition 67.

Les figures semblables se divisent en un égal nombre de triangles semblables.

Soient les deux figures semblables ABCDE, abcde F. 98.
si je tire les lignes homologues CA, ca; CE, ce; je dis que les deux ~~figures~~ seront divisés en un égal nombre de triangles.

Demonstration.

Les triangls CBA, cba, ACE, ace; EDC, edc, sont

composés d'un égal nom-
bre de points correspondants;
ils sont donc semblables.
Donc les figures semblabl
se divisent &c.

Proposition 68.

Les figures semblables
sont équiangles; Et réci-
proquement, les figures
~~semble~~ équiangles et
qui ont les côtés proportionnels,
sont semblables.

1°. Soient les figures
semblables ABCDE, abcde

Je dis qu'elles ont les angles égaux. F: 98.

2°. Si les figures ABCDE, abcde ont les angles égaux et les cotés proportionnels; Je dis qu'elles sont semblables. Demonstration. 1°. Les triangles BCA, bca, sont semblables et par conséquent équiangles; donc l'angle B = b; A = a, &a. Les triangles ACE, ace sont égaux par leurs angles; Donc ils sont équiangles, par ce qu'ils sont

Semblables ; Donc tous les autres angles sont aussi égaux.

7.° Les triangles CBA, cba ont deux côtés proportionnels et l'angle compris égal, ils sont donc équiangles et par conséquent semblables ; Les lignes CA, ca ; CE, ce, sont donc proportionnelles ; il est de même aisé de prouver que les triangles des deux figures sont semblables ; Car les deux

figures sont composées
d'un égal nombre de
triangles semblables dans
leurs angles et dans leurs
cotés: donc elles sont
semblables.

Corollaire 1°. Donc les
figures semblables ont
les cotés proportionnelles
et les angles égaux.

2°. Donc les figures qui
ont les cotés proportionnels
et les angles égaux du
même coté, sont
semblables.

3.° Donc, Deux figures Semblables quelconques, ont cette propriété, que le périmètre ou Circuit de l'une est au périmètre ou Circuit de l'Autre, comme les côtés de l'une sont aux Côtés homologues de l'Autre.

Des Figures Considérées par rapport à Elles mêmes.

Proposition 69.

Toutes figures rectiligne se

se peut diviser ou résoudre en autant de triangles qu'elle a de côtés, moins deux, pourvû que tous les sommets soient au périmètre de la figure.

Soient les figures ABCDE, ABCDEF, je dis qu'elles peuvent se diviser en autant de triangles qu'elles ont de côtés, moins deux. F: 98. 99.

Démonstration

Il est évident que si je menois d'autre diagonale que CA, CE ou CA, CF, CE dans

les deux figures, comme
par ex: aux Angles B,D, —
quelles couperoient les lignes
CA, CE &c. quesparoubeg.
la figure auroit plus de
triangles quelle a de coté
Ce qui seroit contre la
proposition. Donc &c.

Remarque. pour avoir
la superficie d'une figure
rectiligne, on la divise
ainsi en triangles, mais
il faut remarquer que les
figures regulieres, qui peu-
vent s'inscrire au cercle.
les Angles

ayant le Centre du Cercle pour
Sommets d'angles de triangles
égaux, qui divisent la figure;
L'on fait autant de triangles
que la figure à de côtés, puis-
que le Coté du polygone régu-
lier est la corde qui mesure
L'Angle du Centre; qu'ainsi
l'usage de la proposition, n'a
lieu que pour les figures
irrégulieres.

Proposition 70.

Tous les Angles à la Circonfce
ou du perimetre
d'un polygone quelconque ou ir-
régulier; Sont égaux à au- -régulier
tant d'angles droits, que le
double de leurs Cotés, moins

G. Sp. R.

quatre.

F. 98. 99. Soient les deux polygones ABCDE ou ABCDEF; Je dis que tous les angles du perimètre égalent autant d'angles droits que le ~~nombre~~ double de leurs cotés, moins quatre.

soient mennées les lignes CA, CE, ou CE, CF, CA.

Démonstration.

(Par) 1°.

Les trois angles d'un triangle égalent deux angles droits; par Ex: le pentagone ABCDE à cinq cotés, il est résoud en trois triangles, qui valent six angles droits; le nombre de ses cotés est cinq × 2 = 10. Donc il a six angles droits, qui est le nombre double de ses cotés moins quatre.

9.° L'Exagone peut se demontrer de meme, mais il est réguliere; ses cotés égalent le rayon de la circonference dans laquelle il est inscrit; ainsi du centre G, je mene les rayons GA, GF, le triangle AGF sera equilateral, par consequent les angles — seront F: 99.

Seront égaux, ainsi ils seront donc chacune de 60°.
Mais les rayons GA, GF, divise les angles A, F en deux également; Donc l'angle du perimètre du polygone, par Exemple, de l'Exagone est de 120°. multiplié par les six angles = $\frac{720°}{180}$ = 8 angles, droits, Donc l'Exagone ayant six cotes le double est 12 − 8 = 4: Donc Tous les angles du perimètre d'un

d'un polygone quelconque,
sont ~~égaux~~ égaux à au-
tant d'angles droits que le
double des cotés du polygone
moins quatre.

Proposition 71.

Toute figure régulière
peut-être inscrite et Cir-
conscrite au Cercle.

Soit le polygone régulier F:100
par Ex: l'Exagonne, AB-
CDEF; Je dis qu'il est inscrit
et Circonscrit au Cercle
Je mene les droites GH, IK.

Démonstration

Les lignes GH, IK passent
toutes les deux par le centre
L, elles sont diamètres;
mais la ligne GH est plus
courte que la ligne IK;
(par la déf.on) le rayon
GL divise la corde AB en
deux parties égales, donc
elle est perpendiculaire
au côté AB du polygone,
le triangle IGL est droit,
le rayon IL en est l'hy-
potenuse; donc il est
oblique au côté AB (par
la prop.on) donc il

doit être plus long que le
~~Ce~~ rayon GL et par con-
séquent appartenir à
une autre Circonférence.
En effet, (par la déf.on)
le rayon GL est rayon
droit du polygone et
par conséquent rayon du
Cercle qui le circonscrit,
comme le Rayon IL est
rayon du polygone et
par conséquent de la
Circonférence qui l'inscrit
puisqu'il divise l'un des
angle, comme B en deux

parties égales; Donc toutes figures irégulieres peut être inscrite et circonscrete au Cercle, puisque les deux Circonferences passant, l'une par les Cotés et l'Autre par les Angles du poly-gone: Donc &a.

Corollaire

Dans deux figures regulieres inscrite ou Cir-conscrite, le rayon droit est au rayon droit, comme le rayon au rayon, comme le coté au coté, enfin comme le périmetre au perimetre de deux figures étant semblables.

De la Mesure de l'Aire des figures rectiligne.

(définition 3. page 34)

Proposition 72.

Tout parallelogramme est égal au rectangle qui a même base et même hauteur que lui: Et l'Aire d'un rectangle est égal à la multiplication de sa base par sa hauteur.

Soit le parallelogramme ABCD. ayant pour base CD et pour hauteur CA. Démonstration. F. 101 N.° 1.

Démonstration.

F: 101 N°. 1. 1°. La hauteur CA est perpendicul.

à la base CD : ainsi si je supposé la base de 20 toises et la hauteur de 4. T. la superficie du parallelogra. rectangle sera de 80 T.

F: 101 N°. 2. 2°. S'il étoit oblique alors je déterminerois sa hauteur par une perpend.re CE ou DF je démontrerai que la hauteur CE est égale a la hauteur CA (N°. 1) et que la base CD (N°. 2.) est égale a la base CD (N°. 1), étant compris entre mêmes paralléles ; car le triangle AEC que j'ajoute, est égal au triangle FBD que je retranche donc (axiome)

+ et − une même grandeur les restes sont égaux, par conséquent la superficie du rectangle ABDC (N.° 2.) est égale à la superficie du rectangle ABDC (N.° 1).

3.° Mais si je considère le rectangle et et le parallelogramme dans une autre situation, c-à-dire, que le rectangle et l'oblique soi-ent sur la même base BC, F: 101 N.° 3. alors la hauteur BE. sera la perpendiculaire de la hauteur du Rectangle qui représentera le parallelogramme ABCD et ayant même base BC la super-

ficie

ficie du Rectangle et du
parallelogramme Sera tou-
jours égale, Car les triangles
CGD, EGA étant semblables,
opposés au Sommet et entre
mêmes paralleles Sont égx.
Donc Tout parallelogr.
est égal au rectangle qui
a même base et même
hauteur que lui (Prop.on 45.)

Proposition 73.

Tout parallelogramme
peut-être divisé en deux
triangles égaux d'où il Suit
que tout triangle est moitié
d'un parallelogramme.

le produit de
Et que la perpend. menée
d'un des Angles. ~~autres Angles~~ de l'
Sur la base d'un des triangles
par la base, est égale à
la Superficie du parallelo-
gramme.

F: 102.

Démonstration.

(Par la propon 46.) La Supcie
du triangle est égal à la
moitié de sa hauteur par
sa base; Donc la hauteur
entière par la base entière
égale la Superficie du
parallelograme; Car les
deux triangles DAB, DCB sont
égaux, ayant la base com-
mune

-nume et le coté égaux puisqu'ils sont entre parallèles. Donc &c.ª

Proposition 74.

Toute figure régulière est égale au rectangle qui à pour base la moitié du perimètre et pour hauteur, le rayon droit de la figure. ou Le perimetre et la moitié du rayon droit. Pour la

F: 103. Démonstration

Je forme le triangle ABC. et le rectangle DBEF, je dis que ce rectangle est ég.ªl à la figure régulière proposée

(Démonstration F: 103.

(Par la déf.on Et propon)

La superficie du triangle est égale à la moitié de sa hauteur par sa base, ou la 1/2 de sa base par sa hauteur. Le coté AC est base du triangle ABC et BD sa hauteur. Ainsi la superficie de ce triangle (par la propon) est égale à un rectangle qui seroit égal a la moitié de la base AC par la hautr. BD; Donc la moitié de la base AC est DC et le rectangle fait de DC par B égal le rectangle BGAD ; mais le Rectangle BGAD est égal au triangle ABC, puisque le triangle BGA que j'ajoute est égal au triangle BDC que je retranche ; Donc le triangle ABC = le rect. AGBD.

Ainsi. Si du Centre B, je mene un rayon = AB à tous les Angles de la figure, j'aurai, par Ex : pour l'Exagone 6. triangles égaux chacun au triangle ABC. dont les Superficies seroient égales au rectangle AGBD ; Donc

Donc les Six triangles égx. au triangle ABC qui composeroient la Superficie totale de la figure, seroient égx. aux Six rectangles égaux au rectangle AGBD, qui composent le rectangle EFDB, égal en Superficie a la figure régulière donnée; Donc &a.

Proposition 73.

La Superficie du Cercle est égale a un rectangle qui auroit pour Coté, ~~(un)~~ une ligne égale a la Cir

G. Sp.   S. conf.ce

conférence, et pour hauteur
le 1/4 du diametre du Cercle;
(ou) pour Coté une ligne
égale a la moitié de la
Circonference et pour hau-
teur le rayon; (ou enfin)
~~Au~~ un triangle rectangle
qui auroit pour Côté une
ligne égale à la Circonf.ce
et pour hauteur le rayon.

Démonstration

F:104 Le Rectangle BHDC a pour
base BC = La Circonf.ce donnée
de 7 : 22. + 1/7, par la hauteur
DC = HB 1/2 rayon AB, si du

centre A au point C, je mene la ligne AC elle formera un triangle rectangle qui sera égal au ~~[illegible]~~ rectangle BHDC puisque les triangles opposés au sommet CDG, AGH sont égaux; que le premier retranché du rectangle, est ajouté au triangle; Donc le triangle ABC = le rectangle HBCD.

Il en est de même du rectangle ABEF, les triangles DGC, EAG sont égaux ainsi que CGF, AEG, opposé au sommet; Donc le triangle CGF, retranché au triangle ABC, ou le triangle CDG retranché du rectangle HBCD, est ajouté au rectangle AEFB en AEG; Donc les deux rectangles et le triangle ABC sont égx Donc ils sont égx en superficie a la circonfce proposée (par la prop. Donc la superficie du cra

Proposition 76.

La superficie des deux lunules faites sur les cotes d'un triangle rectangle

est égale à celle d'un tri-
angle ~~isocele~~ rectangle fait dans la
1/2 circonférence décrite
sur le coté de l'hypoténuse.

Soit le triangle rectangle
ABC, isoscele en AB, BC et F. 105.
rectangle en B. donné, je
décris sur chacun de ses
cotés une demi circonf.ce
Je dis que les portions renfer-
mées entre les circonf.ce
des cotés du rectangle et le
1/4 de la circonf.ce décrite
sur l'hypoténuse, sont
égales à l'espace renfermé
dans le triangle donné.

F. 105. Démonstration

(Par la propon) la 1/2. circonfce AGBDC = AFB + BEC faites sur les ~~trois~~ coté du ~~triangle~~ rectangle donné; Donc l'aire de la ½ circonf.ce decrite sur le coté de l'hypotenuse AC doit être égale aux deux autres demi circonf.ce prise ensemble; or si je retranche de l'aire du Grand ½ cercle la portion AGBE, CDBI, restera le triangle ABC; ces deux portions retranchées des deux ½ cir.ce restera les deux Lunulles et le triangle ; Donc il y aura égalité de superficie entre les deux Lunules prises ensemble et le triangle ABC, ou bien chaque lunulle, c-a-d. BDCE égalera le triangle BHC et BGAF égalera l'autre triangle BAH, ce qui revient au même ; Donc la superficie de deux Lunulles faites sur les cotés d'un triangle rectangle est égale à celle du même triangle.

Des Plans.

(Par lad. ẜ.) Le Plan est une surface, telle que si une ligne droite appliquée dessus, la touche en deux points, elle la touchera nécessairement dans tous les autres points ; car le plan est considéré comme une surf.ce bien unie, telle qu'une table, un miroir &c.

F. 108. Je dis que la ligne BA est perpendiculaire au plan CDEFGH, si elle fait des angles droits avec toutes les lignes AE, AF, AG, &c. qu'on peut tirer du point A sur ce plan.

Soit AB, commune intersection de deux plans ; si je tire sur ces deux plans, deux lignes droites LM, FG perpendicul.^re à AB, elles formeront au point C, quatre angles, qu'on appelle inclinaison de deux plans, ou bien angles formés par les deux plans. F:111.

Si la ligne AB pirouette sur elle même sans changer de place, la ligne AC qui fait avec elle un angle aigu, décrira en tournant F:106.

une Surface concave, Sembla-
F: 107. ble au dedans d'une Entonnoir
et la ligne AD qui fait avec
la ligne ~~[illegible]~~ AB, un Angle
obtus, décrira en tournant
une Surface convexe, Sem-
blable au dehors d'un en-
tonnoir.

Mais la ligne ~~AE~~ AG qui
F:108. fait avec la ligne AB ~~qui f~~
un Angle droit, décrira en
tournant une Surface plane.

Deux plans sont paralleles
F:109. si toutes les perpendiculaires
qu'on peut tirer de l'un à
l'autre sont égales ; ainsi
les plans FG, EH, sont paral-
lèles

lèles, si toutes les perpendicul.res BA, CO, &c.a sont égales.

Proposition 77.

La Perpendiculaire est la ligne la plus courte qu'on puisse tirer d'un point à un plan. F. 110.

Soit la perpendiculaire BA, tirée du point B au plan DE; Je dis qu'une autre ligne quelconque, par exemple, BC, tirée du point B au ~~point C~~ plan E.D est plus longue que la ligne BA. P.r la dém.on

Je tire sur le plan la droite AC. Dém.on

Démonstration.

Puisque la ligne BA est perpendiculaire au plan DE, l'angle BAC est droit; le quarré de BC est donc égal (défon, et prop. on) au quarré de AB et de AC pris ensemble. Le quarré de BC est donc plus grand que le quarré de BA et par conséquent la ligne BC est plus longue que la ligne BA.

Donc, &c.

Proposition 78.

La perpendiculaire mesure la distance d'un plan à un plan.

Démonstration. D.no.

(Par la déf.on) La distance d'un point à un autre point se mésure par la ligne droite, parcequ'elle est la ligne la plus courte qu'on puisse mener d'un point à un autre point, (def.). De même la distance d'un point à une ligne se mésure par la perpendiculaire, parcequ'elle est la ligne la plus courte qu'on puisse tirer d'un point à un plan, c-à-dire, à une autre ligne, (prop. 77.) Ainsi la distance d'un point à à un plan, doit aussi se mesurer par la perpendiculaire parce qu'elle est la ligne la plus courte qu'on puisse tirer d'un point à un plan.

Proposition 79.

La commune intersection de deux plans est une ligne droite.

Soient les deux plans ALBM, AFBG, qui se coupent;
F: 111. je dis que la ligne qui est commune à tous les deux, est une ligne droite.

Démonstration

Puisque la ligne droite AB, touche les deux plans aux points A et B, elle les touchera par tous les autres points; cette ligne est donc commune aux deux plans. Donc la commune intersection de deux plans, est une ligne droite.

Proposition 80.

Si deux plans ont trois points communs, qui ne soient pas en ligne droite, ils sont un seul et même plan.

Je suppose qu'on place deux plans l'un sur l'autre, de manière que les trois points A, B, C soient communs à à tous les deux: Je dis que tous les autres points leurs seront aussi communs, de manière que ces deux plans ne feront un seul et même plan.

Je vais faire voir par ex: que le point D est commun aux deux plans; on pourra dire la même chose de tous les autres points.

F. 112. Je tire les droite AB, CD.

Démonstration

1° Puisque la ligne droite AB touche les deux plans aux points A et B, elle les touchera nécessairement dans tous les autres points, elle les touchera donc tous les deux au point E; donc le point E est commun aux deux plans.

2° Puisque la ligne ~~dr~~ droite CD touche les deux plans au point C et au point E, elle les touchera aussi tous les deux au point D. Donc le point D est commun aux deux plans.

Proposition 81.

Une droite perpendicul.re à deux droites qui se coupent sur un même plan, est perpendiculaire au plan de ces deux droites.

G. Sp. T. fi

si la ligne AB forme des angles droits avec les lignes AC, AD ; je dis qu'elle est perpendiculaire au plan qui passe par ces deux lignes.

F: 113. Démonstration

si la ligne AB n'étoit pas perpendiculaire au plan DCFE on pourroit faire passer par le point A, une autre auquel la ligne AB seroit perpend.; or je dis que cela est impossible ; car puisque les angles BAC, BAD sont droits le nouveau plan passeroit nécessairement par le points F, D; il seroit donc le même que le plan EFCD; puis que les deux plans auroient trois points communs A, C, D.

Proposition 82.

La section commune AB de deux plans perpendiculres sur un troisième plan, est perpendiculaire à ce plan.

Démonstration.

Si du point B où les trois plans se rencontrent, on élève ~~une~~ perpendiculaire, elle sera dans le plan EF, F: 114

par ce qu'il est perpendicul.re
sur le 3.eme plan; elle sera
aussi dans le plan GH, par
ce qu'il est aussi perpend.re
au 3.eme plan; donc cette
perpend.re sera dans les deux
plans; et elle ne peut ap-
partenir aux deux plans
sans être dans leur com-
mune section BA. Donc &c.

Proposition 83.

Si deux plans se coupent per-
pendiculairement, et si une
ligne tirée sur l'un des deux
est perpendiculaire à leur
commune intersection,
elle sera perpendiculaire

à l'autre plan.

Je tire CG perpend.re à AB. F: 111.

Démonstration

1.° Puisque les lignes CL, CG, sont perpend.res à leur commune intersection AB; l'angle LCG est l'angle d'inclinaison des deux plans; et puisque les deux plans se coupent perpendiculairement, l'angle d'inclinaison est droit.

2.° La ligne LC est perpend.re aux deux lignes CA, CG du plan AEBG, elle est donc aussi perpend.re à tout le plan AEBG. Donc &c.a

Proposition 84.

un plan qui rencontre un Autre plan, forme avec lui deux Angles qui équivalent à deux droits.

F. 111. Je dis que le plan ALB, rencontrant le plan AFBGA, forme avec lui, deux angles qui équivalent à deux droits. P. la dém.on

Je tire, par un point quelconque C, les lignes FG, CL, perpend.res à la ligne AB. Démonst.ion

La ligne CL forme avec

avec la ligne F.G, deux Angles qui équivalent à deux droits; mais ces deux Angles sont précisément ce qu'on appelle les inclinaisons, ou les Angles des deux plans; Donc les deux plans form.^t deux Angles qui équivalent à deux droits. Donc &c.

Corollaire. On démontrera de la même manière que les plans qui se coup.^t forment les Angles opposés au Sommet, égaux; que les plans parallèles forment les Angles alternes, égaux. &c.

Proposition 83.

Si deux plans sont paralleles, la ligne qui est perpend.re à l'un des plans est aussi perpend.re à l'autre.

F:109. Soient les deux plans paralleles EH, FG ; je dis que si la ligne BA est perpendiculaire au plan FG, elle est aussi perpend.re au second plan EH ; P.r le demontrer. D'un point quelconque C, du plan FG, j'eleve une perpend.re CD et mene les lignes BC, AD.

AD. Démonstration.

1°. Puisque les lignes BA, CD, sont perpendiculaires au plan FG, les angles A, D, sont droits.

2°. Puisque les plans EH, FG sont parallèles; les perpend.

AB, DC sont égales; d'où il suit que les lignes BC, AD sont parallèles.

3°. La ligne BA, formant un angle droit avec la parallèle AD, formera aussi un angle droit avec la parallèle BC; la ligne BA est donc perpendiculaire à la ligne BC.

Je

Je demontrerai de la même maniere que la ligne BA, forme des Angles droits avec toutes les autres lignes qu'on peut tirer du point B sur le plan FG. Donc la ligne BA est perpend.re au plan FG. Donc les deux plans sont paralleles, puisque les deux perpend.res sont égales. Donc &c.

Proposition 86.

Les Sections AB, CD de deux plans paralleles, Coupées par un troisième