UNIVERSIDADE DE GRANADA

FACULDADE DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO

DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA E ORGANIZAÇÃO ESCOLAR

TESE DOUTORAL

Dificuldades e Estratégias de Ensino e Aprendizagem da Geometria e Grandezas no 5.º Ano de Escolaridade do Ensino Básico nas Escolas E.B. 2/3 da Madalena e E.B. 2/3 de Pedrouços do Distrito do Porto

DANIELA FILIPA MARTINHO MASCARENHAS

Directores:

Doutor Tomás Sola Martínez

Doutor João Sampaio Maia

Granada 2011

Editor: Editorial de la Universidad de Granada
Autor: Daniela Filipa Martinho Mascarenhas
D.L.: GR 1061-2012
ISBN: 978-84-694-5736-8

Agradecimentos

É com grande satisfação que recordo todos aqueles que com o seu apoio me ajudaram ao longo deste percurso da minha formação. Penso que as palavras não são capazes de medir a imensa gratidão que sinto relativamente a algumas pessoas, às quais gostaria de agradecer de uma forma particular:

Ao meu orientador, Doutor Tomás Sola Martínez, pelo seu apoio e exigência que tornaram possível a realização deste trabalho.

Ao meu co-orientador, colega e amigo, Doutor João Sampaio Maia, pela disponibilidade e capacidade de incentivo, sobretudo nos momentos de ansiedade e dúvidas que tive durante a prossecução deste trabalho. Agradeço-lhe, ainda, a forma sempre empenhada e crítica com que acompanhou a realização deste projecto e a confiança em mim depositada.

Às Professoras Cooperantes, Dra. Laurinda Cunha e Dra. Mercedes Vieira, pelo modo amável e atencioso que sempre me receberam nas suas escolas e pela disponibilidade prestada. Sem elas este trabalho não teria sido possível.

Aos alunos que frequentaram o 4.º ano da Licenciatura em Professores do Ensino Básico – Variante Matemática e Ciências da Natureza, em 2009/2010, pela sua disponibilidade e colaboração.

Aos alunos do 5.º ano de escolaridade que me fornecerem os dados, o que permitiu a realização deste trabalho.

À Claudia Maia pela sua amizade e por todo o apoio incondicional prestado.

À Diana e ao Vítor pelas palavras encorajadoras proferidas e pelo apoio incondicional durante este período decisivo da minha vida. Um especial obrigada à Diana pelo seu sorriso contagiante, sincero e amigo com o qual sempre me acolheu.

À Margarida pelo seu tempo diário gasto, sobretudo ao telefone, dando-me sempre força e ânimo para continuar neste caminho. Pela amizade e carinho que sempre transmitiu, confortando-me nos momentos de desânimo.

Ao Humberto, o meu companheiro de vida, que sempre acreditou em mim e me aturou em todos os momentos, limpando-me, muitas vezes, as lágrimas nas ocasiões mais difíceis. Agradeço-lhe o apoio incansável, a compreensão, a determinação, o carinho e o amor que sempre me deu e que tanto me conforta.

Ao João e à Mana, por sempre acreditaram em mim, pelo apoio, a todos os níveis, sempre prestado, pela força e coragem sempre em mim depositadas. Um especial muito obrigada ao João pelo contributo que deu para a realização deste trabalho. Um especial muito obrigada à minha irmã, um dos dois pilares da minha vida, por todo o mimo, o carinho e amor transmitidos e pelas palavras inesgotáveis de incentivo ao longo de toda a minha vida.

Aos meus pais, pela disponibilidade, pela compreensão e carinho que sempre me proporcionaram. Um especial muito obrigada à minha Mãe, o outro pilar da minha vida, o meu suporte. Agradeço-lhe por percorrer a minha sombra, por estar sempre ao meu lado, por tantas vezes me limpar as lágrimas nos momentos mais críticos sempre com um sorriso terno, pela sua paciência, pelo seu apoio, a todos os níveis, pela sua força, pela sua compreensão, pelos seus quentes e envolventes abraços, pelo seu amor… sem ela nada disto teria sido possível.

A todos um muito obrigada!

Índice Geral

Índice de Figuras

Índice de Tabelas

Índice de Gráficos

Lista de Abreviaturas

APM	Associação de Professores de Matemática
CEB	Ciclo do Ensino Básiso
CEF	Curso de Educação e Formação
DEB	Departamento de Educação Básica
DGIDC	Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular
GAVE	Gabinete de Avaliação Educacional
K-S	Teste Kolmogorov-Smirnov
M.E.	Ministério da Educação
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
OECD	Organisation for Economic Co-operation and Development
PASW	Predictive Analytics Software
PISA	Programme for International Student Assessment
SIAEP	Second International Assessment of Educational Progress
S-W	Teste Shapiro-Wilk
TIMSS	Third International Mathematics and Science Study

Resumo

O presente trabalho tem como objectivos gerais diagnosticar as dificuldades, dos alunos do 5.º ano de escolaridade, no processo de ensino e aprendizagem de algumas noções de Geometria e Grandezas (perímetro, área e volume) e averiguar se certas actividades de investigação e a resolução de problemas melhoram a aprendizagem dos alunos nesse ano de escolaridade.

Neste sentido, levantaram-se duas questões fundamentais às quais pretendemos responder:

- As aprendizagens realizadas pelos alunos no 1.º CEB influenciam as do 2.º CEB, no domínio da Geometria e das Grandezas?

- Que contributo poderá ter a inserção de certas tarefas, actividades de investigação, bem como a manipulação de materiais, na aquisição das competências essenciais previstas para o 5.º ano de escolaridade, no domínio da Geometria e das Grandezas?

A fundamentação teórica deste trabalho inclui uma abordagem geral ao ensino e aprendizagem da Geometria e das Grandezas, incluindo uma caracterização das teorias de desenvolvimento de Piaget e Vygotsky e da teoria sobre a aprendizagem da Geometria de van Hiele; o enquadramento da Matemática e da Geometria no sistema curricular português e uma análise da Geometria e das Grandezas nos 1.º e 2.º ciclos do ensino básico.

O presente estudo segue uma metodologia de carácter misto, por acharmos a mais ajustada ao problema de investigação em causa. No entanto, é de referir que a abordagem predominante é a quantitativa.

A investigação implicou a recolha de dados em duas escolas do ensino básico do distrito do Porto. A técnica predominante para recolha de dados foi a aplicação de um um teste de avaliação de conhecimentos à quase totalidade dos alunos do 5.º ano de escolaridade dessas duas escolas, em dois momentos distintos, no início e no final do ano lectivo 2009/2010. Esse teste foi constituído por questões de provas de aferição, pelo facto destas serem nacionais e terem o intuito de avaliar o modo como os objectivos e as competências essenciais de cada ciclo estão a ser cumpridos pelo sistema de ensino, em particular as competências que dizem respeito à Geometria e Grandezas.

A amostra do estudo foi dividida em dois grupos: Grupo de Trabalho e Grupo de Controlo. O Grupo de Trabalho, durante o ano lectivo, foi submetido a aplicação de tarefas, envolvendo resolução de problemas e actividades de investigação, sobre os conceitos geométricos perímetro, área e volume.

Os resultados obtidos provaram que as aprendizagens decorridas no 1.º Ciclo do Ensino Básico influenciaram as aprendizagens do 2.º Ciclo e que os alunos do Grupo de Trabalho melhoraram, significativamente, os seus resultados do primeiro para o segundo momento de avaliação, e esses são superiores aos dos alunos do Grupo de Controlo, pelo que a aplicação das tarefas favoreceu a aprendizagem dos conceitos perímetro, área e volume.

Palavras-chave: Matemática, Geometria, Grandezas, Ensino, Aprendizagem.

Abstract

The aims of the present study were to identify the difficulties of 5th grade students on the learning and teaching process of some notions on Geometry and Magnitudes (perimeter, area and volume) and enquire if the research activities and problems resolution improve the acquisition of knowledge by the students of that grade.

We pretend to answer two fundamental questions:

- Do Geometry and Magnitudes learnings from the 1st Cycle of Basic Teaching have influence on the 2nd Cycle of Basic Teaching?

- What's the contribution of introduction of certain tasks, as well as the manipulation of materials, on the acquisition of the required essential competencies to the students of the 5th grade on the Geometry and Magnitudes subjects?

The theoretical support for this work embraces the setting of Mathematics and Geometry on the Portuguese curricular system, analysis of 1st and 2nd cycle of basic teaching and a general approach to teaching and learning of Geometry and Magnitudes including a characterization of the theories of development by Piaget and Vygotsky and the theory the Geometry learning by van Hiele.

The present study follows a mixed character method, because we think it's the best fit to our investigation problem. Although, we must point out that the main approach is quantitative since most data were collected by forms that will be analysed quantitatively using proper statistical software.

We collected data in two basic teaching schools from Porto district. The main technique for collecting data was the application of a questionnaire to all students of the 5th grade on both schools, in two different moments, at the begin and end of the school year 2009/2010. This questionnaire was made of questions from the national test, because they are nationwide and their objective is to evaluate the way objectives and essential competencies of each cycle are reached by the teaching system, particularly the competencies regarding Geometry and Magnitudes.

The sample was divided in two groups: working group and control group. The working group was submitted during the schoolar year to solve problems, tasks and research activities about the geometric concepts - perimeter, area and volume.

The results proved that the learnings of the 1^{st} basic cycle influenced the learning of 2^{nd} basic cycle of and thet the students of the Working Group have improved significantly their results from first to the second assessment test, and these are superior to the results on the Control Group, so that application of this tasks improved the learning of perimeter, area and volume concepts.

Keywords: Mathematics, Geometry, Magnitudes, Teaching, Learning.

PARTE I: FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Introdução

Este trabalho encontra-se estruturado em duas partes: a Fundamentação Teórica, e o Marco Empírico, sendo cada uma delas constituída por três capítulos.

No primeiro capítulo, *Ensino e Aprendizagem da Geometria e das Grandezas*, descrevemos as perspectivas comportamentalista e cognitivista, destacando, nesta última, a corrente construtivista. Também neste capítulo, abordamos as teorias de aprendizagem da Geometria. Incluímos, nesta secção, um subcapítulo sobre Grandezas e Medidas, atendendo ao facto deste trabalho, além de abordar os conteúdos de Geometria, incidir também nas noções de perímetro, área e volume. Finalmente, incluímos, ainda, um subcapítulo sobre a importância da resolução de problemas e actividades de investigação em Geometria e Grandezas.

No capítulo seguinte, *A Matemática e a Geometria no contexto curricular português*, identificamos a importância da Matemática e da Geometria e descrevemos o modo como estas áreas são inseridas no sistema curricular português.

No terceiro capítulo, *A Geometria nos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*, caracterizamos os processos de ensino e aprendizagem da Geometria nos 1.º e 2.º ciclo do ensino básico (CEB), bem como descrevemos o papel do professor em cada um destes níveis de ensino.

Depois de apresentarmos a fundamentação teórica do presente estudo, no quarto capítulo, *Concepção do estudo*, fazemos um enquadramento e identificamos o problema de investigação, apresentamos os objectivos, as questões orientadoras do trabalho e definimos as hipóteses a investigar. Incluimos, ainda, as razões que nos levaram a realizar este trabalho e descrevemos as suas linhas basilares. De seguida, descrevemos a metodologia utilizada no estudo, caracterizamos a população e a amostra em estudo, como também identificamos os instrumentos utilizados para a recolha de dados. Posteriormente, descrevemos os procedimentos utilizados na recolha de dados e o modo como fizemos o tratamento dos mesmos.

No quinto capítulo, Apresentação, *análise e discussão dos dados*, fazemos a análise dos dados obtidos a partir dos instrumentos de recolha de dados aplicados à amostra em estudo. A apresentação e análise dos resultados constitui um dos pilares fulcrais na investigação, dado que são os dados recolhidos que levam ao desenvolvimento do trabalho, bem como é a partir deles que se retiram as conclusões e se apontam futuras linhas de investigação.

No último capítulo deste trabalho, *Conclusões e futuras linhas de investigação*, são apresentadas as conclusões do actual estudo, atendendo às hipóteses formuladas, aos objectivos definidos e às questões colocadas no quarto capítulo. Em função dessas conclusões, apontamos alguns caminhos de investigação que gostaríamos de percorrer posteriormente e algumas estratégias pedagógicas que, a serem implementadas, poderão favorecer as aprendizagens nas áreas da Geometria e das Grandezas e, consequentemente, melhorar os resultados académicos dos alunos do 2.º CEB. Ainda neste capítullo, apresentamos as limitações com que nos deparamos ao longo do presente estudo.

O trabalho inclui, de seguida, as referências bibliográficas, que abrangem todos os autores citados ao longo de todo o documento.

O trabalho termina com a apresentação dos anexos. Incluímos a carta que dirigimos aos professores intervenientes para solicitar a sua colaboração no estudo, o enunciado do teste de avaliação de conhecimentos, bem como os seus critérios de classificação, e o enunciado do mini-questionário aplicado aos professores inquiridos.

Capítulo I: Ensino e Aprendizagem da Geometria e das Grandezas

1. Introdução

Neste capítulo, para além da *1. Introdução*, incluímos mais quatro subcapítulos.

O subcapítulo *2. Educação, ensino e aprendizagem da Geometria e das Grandezas* divide-se em três itens. No primeiro item, fazemos uma revisão da literatura sobre os termos educação, ensino e aprendizagem, num sentido genérico; no segundo item, apresentamos a perspectiva comportamentalista; no terceiro, a perspectiva cognitivista, dando ênfase à corrente construtivista, em particular ao trabalho de Jean Piaget e de Lev Vygotsky. Nestes três últimos itens sintetizamos as linhas gerais de cada perspectiva de aprendizagem. É de referir que demos maior importância à perspectiva construtivista, pelo facto desses autores atribuírem um maior enfoque ao ensino da Geometria.

Como este estudo está relacionado com a Geometria, é pertinente explorar o modelo de van Hiele, já que este é um modelo de ensino e aprendizagem de Geometria. Assim, segue-se o subcapítulo *3. A aprendizagem da Geometria e das Grandezas: a teoria de van Hiele.* Este subcapítulo, por sua vez, encontra-se dividido em dois itens: no primeiro, fazemos uma contextualização do modelo de van Hiele, descrevendo as suas características e as suas fases de aprendizagem; no segundo, apresentamos as limitações do modelo.

No subcapítulo *4. A aprendizagem da Geometria e das Grandezas: outros modelos explicativos*, apresentamos outros modelos explicativos sobre o ensino e a aprendizagem da Geometria e das Grandezas.

Atendendo ao facto deste trabalho, como veremos no capítulo IV, mais concretamente no subcapítulo 3., de entre os conteúdos de Geometria, incidir nas noções de perímetro, área e volume, incluímos o subcapítulo *5. Grandezas e Medidas*, onde fazemos uma revisão da literatura desses conceitos.

2. Educação, ensino e aprendizagem da Geometria e das Grandezas

No domínio da aprendizagem, assiste-se a uma evolução que engloba perspectivas comportamentalistas e cognitivas. Béltran (1993) e Maher (1992) expressam tal evolução, considerando as seguintes metáforas de aprendizagem:

- *Aprendizagem como aquisição de respostas*. Segundo esta metáfora, que ilustra a teoria comportamentalista, a aprendizagem surge através de processos mecanicistas, repetitivos e associativos. O professor, detentor dos conhecimentos, é o responsável pelo processo de ensino e aprendizagem, expondo os conteúdos a leccionar, desencadeando, assim, estímulos e reforços que facilitem a sua aquisição. O aluno é, portanto, um sujeito passivo.

- *Aprendizagem como aquisição de conhecimentos e construção de significados*. Esta metáfora, que ilustra a teoria cognitivista/construtivista que centra os seus estudos na génese do pensamento, considera a aprendizagem e o comportamento como o resultado de conexões entre as estruturas mentais e interacção com o meio. O aluno tem um papel activo e independente pois não se limita a adquirir conhecimentos, mas constrói-os, com o auxílio do professor e recursos materiais. O professor auxilia a construção de conhecimentos, fornecendo pistas e estímulo para o desenvolvimento da autonomia no aluno.

De modo sucinto, é de referir que a teoria comportamentalista focaliza-se no estudo dos comportamentos observáveis da criança, enquanto que a teoria cognitivista centra-se na estudo da origem do conhecimento. De entre as teorias cognitivistas, as que consideram que o conhecimento é construído pelo próprio sujeito denominam-se por construtivistas e as que defendem que a construção do conhecimento é desencadeada através do desenvolvimento das estruturas internas da criança chamam-se desenvolvimentistas. Estas perspectivas, segundo vários autores, (Landsheere, 1994; Oliveira & Oliveira, 1996a), estão intimamente relacionadas entre si, sendo muito difícil estudá-las separadamente.

Em seguida, abordamos as noções de educação, ensino e aprendizagem e, posteriormente, analisamos as correntes subjacentes a cada uma das metáforas de aprendizagem referidas anteriormente.

2.1. Educação, ensino e aprendizagem

Os termos educação, ensino e aprendizagem têm evoluído ao longo dos tempos, sobretudo durante o século XX.

Etimologicamente, segundo Foulquié (1971), e citado por Maia (2008), educação significa "tirar a criança do seu estado primeiro; conduzir para" (p.9). Segundo Durkheim (1977), educação resume-se à acção das gerações adultas sobre as que estão a madurar e adaptar à vida social. Mialaret (1980) aponta três sentidos para a palavra educação: em primeiro lugar, defende que educação pode ser uma instituição social, um sistema educativo; em segundo lugar, considera que educação resulta de uma acção (educação-produto); em terceiro lugar, aponta o processo que liga os seres humanos em todos os momentos da vida. Assim, Mialaret, afirma que:

> Educação é uma acção exercida sobre um sujeito ou um grupo de sujeitos, acção aceite ou mesmo procurada pelo sujeito ou grupo de sujeitos, tendo em vista atingir uma modificação profunda, tal como novas forças vivas nascem nos sujeitos e estes se tornam eles mesmo elementos activos dessa acção exercida sobre eles (Mialaret, 1980, p.27).

Wenger (1998) considera que os objectivos da educação devem, num primeiro momento, dizer respeito a questões de identidade e só posteriormente a questões de capacidade e informação.

Seguindo esta ordem de ideias, também não parece simples arranjar definições para os termos *ensino* e *aprendizagem* de forma a satisfazer os profissionais de educação. Segundo Maia (2008),

> Diferentes autores apresentam definições em função das suas perspectivas. Enquanto uns não distinguem ensino de aprendizagem, tratando-os em bloco, outros abordam ambos, mas de forma separada, outros, ainda, tratam somente de um deles. Mas não será por acaso que surgem com muita frequência associados na forma ensino-aprendizagem (p.10).

Numa primeira abordagem, associado às ideias comportamentalistas, a aprendizagem resumia-se a um processo de aquisição de respostas, e o ensino restringia-se aos arranjos do reforço, exercido pelo professor, que originavam modificações de comportamento. Progressivamente, foram surgindo concepções mais dinâmicas sobre o ensino e aprendizagem.

Até às décadas de 50 e 60 do século XX, o papel do aluno resumia-se a adquirir respostas e o professor, como era o sabedor, tinha de transmitir o conhecimento – influência da teoria comportamentalista. Posteriormente, a partir da década de 70, com a crescente importância da teoria cognitivista, o aluno começa a ser visto como um sujeito capaz de construir conhecimentos, que processa informação, transforma-a e utiliza-a. O aluno torna-se o centro do processo de ensino e aprendizagem, passando a ser um construtor activo do seu próprio conhecimento. Assim, a aprendizagem, encarada inicialmente como um processo de aquisição de conhecimento, passou a ser vista como um processo de construção do conhecimento (Oliveira & Oliveira, 1996a).

Actualmente, pode afirmar-se que a aprendizagem é um processo activo através do qual o sujeito aprende, organiza e guarda a informação recebida, a partir das interacções que estabelece com o meio envolvente. Deste modo, o conhecimento só é possível a partir de factos externos, nomeadamente, problemas que surgem, expectativas que se criam, hipóteses que se colocam e verificam, descobertas que se fazem (Bruner, 1973).

Moreira e Buchweitz (1993) referem que:

> Aprender significa perceber como se aprende e usar esse conhecimento para facilitar novas aprendizagens. O indivíduo que aprende percebe que não só o conhecimento humano é construído mas que também o seu próprio conhecimento é adquirido através de um processo de construção. Nesse caso, ao invés de simplesmente tentar armazenar mecanicamente novos conhecimentos ele vai procurar analisar a estrutura desses conhecimentos a fim de os relacionar de maneira significativa com os conhecimentos que já possui (pp.110-1).

Estes autores seguem a linha construtivista, pois consideram que o aluno tem de aprender, construindo o seu próprio conhecimento, articulando as novas aprendizagens com os conhecimentos aprendidos previamente. Verifica-se, assim, que o acto de ensinar está intimamente relacionado com o acto de aprender.

É também de referir que há autores que preferem não se centrar nos termos *ensino* e *aprendizagem*, mas, por exemplo, na forma de aquisição do conhecimento. Not (1979) considera três tipos de métodos de ensino e aprendizagem: os que assentam numa perspectiva hétero-estruturação; outros numa perspectiva de auto-estruturação e ainda outros numa perspectiva de interestruturação.

O primeiro método tende a tratar o aluno como objecto. O professor, agente exterior, pode ter um papel tradicional, de transmissão de conhecimento para o aluno, onde só o professor executa acção. Por outro lado, o professor pode ter um papel coactivo, isto é, ambos agem, dado que o aluno executa a acção que o professor solicita. O segundo método tende a tratar o aluno como sujeito, dando importância à actividade do aluno. Segundo Not (1979), "As actividades escolares se apresentam como resposta aos problemas ou necessidades do aluno" (p.135). Assim, este método é totalmente oposto ao primeiro. O terceiro método corresponde a um ensino integrado na aprendizagem, onde o professor é intermediário entre o aluno e o que este tem de aprender, ajudando-o a construir o seu saber. O conhecimento é, deste modo, uma "interestruturação entre um sujeito que procura conhecer os objectos do seu universo natural e cultural a que se refere esse conhecimento" (Not, 1979, p.232).

Há outros autores que preferem falar de pedagogias em vez de ensino e aprendizagem. Por exemplo, Becker (2001) defende três tipos de pedagogias e Oliveira e Oliveira (1996b), para cada um desses tipos, abordam o tipo de liderança do professor.

Um dos tipos de pedagogia apresentado por Becker e citado por Maia (2008, p.13), é a *pedagogia directiva*, onde o professor é o transmissor de conhecimento e o aluno é uma *tábua rasa* perante cada conteúdo escolar. O professor é, deste modo, e segundo Oliveira e Oliveira (1996b), um *professor autoritário*, caracterizado por ser o único a decidir os objectivos e métodos de trabalho. Outro tipo de pedagogia é a *pedagogia não-directiva*, que defende que o aluno já é portador de saberes, apenas tem que ter consciência de os organizar e completar. O professor deve interferir o menos possível. Nesta perspectiva, Oliveira e Oliveira (1996b) consideram o professor como sendo um *professor laissez-faire*, dado que não define objectivos nem métodos de trabalho. O terceiro tipo de pedagogia apresentado por Becker é a *pedagogia relacional*, onde o professor (o objecto) acredita que "tudo o que o sujeito construiu, até hoje na sua vida, serve de patamar para continuar a construir e que alguma porta se abrirá para o novo conhecimento – é só uma questão de abri-la; ele descobre isso por construção" (Becker cit. Maia, 2008, p.13).

Oliveira e Oliveira (1996b) enquadram esta pedagogia com um *professor democrático*, dado que aos objectivos e métodos de trabalho são definidos em conjunto pelo professor e aluno.

2.2. O comportamentalismo e a aprendizagem como aquisição de respostas

Nas décadas de 50 e 60 do século XX, sobretudo nos Estados Unidos da América (EUA), o processo de ensino e aprendizagem, influenciado pelo pensamento comportamentalista, centra-se no princípio de que a aprendizagem deve desencadear no aluno comportamentos observáveis e quantificáveis, negligenciando-se as actividades mentais (Thompson, Simonson & Hardgrave, 1996). Deste modo, os comportamentalistas centram os seus estudos nos comportamentos das crianças, privilegiando o método experimental. De um modo geral, os seres humanos são equiparados a máquinas e as explicações tendem a assumir uma natureza rotineira e mecanicista. A aprendizagem surge com a aquisição de respostas.

Neste sentido, a abordagem comportamentalista defende que os conteúdos a leccionar devem ser repartidos e cada uma dessas partes deve ser apresentada de forma sequencial, da mais simples para a mais complexa, sem que exista a preocupação do contexto. Recorrem à repetição, às tarefas sequenciadas e mecanicistas, ao uso de reforço positivo e negativo. Os comportamentalistas consideram que o reforço positivo aumenta o ritmo de aprendizagem e que o reforço intermitente promove a retenção da aprendizagem realizada.

Os fundamentos desta corrente podem ser encontrados nos estudos de Watson (1878-1958), Pavlov (1849-1936), Thorndike (1874-1949) e Tyler[1] (1949).

A corrente comportamentalista foi apresentada por Watson e seguida por Thorndike, no início do século XX, que, por sua vez, se baseou nos estudos de Pavlov sobre o reflexo condicionado.

---

[1] Tyler introduziu pela primeira vez o termo *objectivos educacionais* os quais deveriam ser definidos de modo a que caracterizassem claramente o tipo de comportamento a desenvolver no aluno.

Segundo esta perspectiva, a aprendizagem resulta da associação entre um estímulo e uma resposta. Essa ligação, por sua vez, é reforçada ou enfraquecida, consoante a satisfação ou frustração que acompanha a acção (lei do efeito). Para além disso, a consistência da aprendizagem também depende da sua frequência e duração, isto é, a repetição ou o treino de uma resposta a determinados estímulos ajuda a consolidar tal resposta (lei do exercício). É evidente que, para que a aprendizagem ocorra, é necessário que o aluno esteja preparado para estabelecer a ligação estímulo/resposta (lei da prontidão). Assim, o processo de ensino e aprendizagem ocorre através do mecanismo estímulo/resposta, não se considerando o que vai na mente do indivíduo, apenas importa o comportamento observável manifestado. Nesta perspectiva, a sala de aula é vista como um laboratório, onde os professores controlam o ambiente de ensino, criam os recursos materiais e registam, com rigor, as respostas correctas e incorrectas dos alunos, recompensando-os ou punindo-os.

Estas ideias foram retomadas e desenvolvidas por Skinner (1954) que, pela primeira vez, se refere à aprendizagem como uma ciência empírica e positiva. Assim, elabora uma teoria de aprendizagem modificando um pouco a teoria de resposta imediata a um determinado estímulo, dando importância à estabilização dessa resposta. Skinner apresenta a *teoria do reforço*, onde a aprendizagem é concretizada por etapas e é dado reforço positivo à resposta certa e reforço negativo à resposta errada. O aluno, ao seu próprio ritmo, tem um papel activo no processo ensino e aprendizagem. Associados a estes reforços, aparecem as noções de prémio e castigo. Actualmente nas escolas portuguesas, recorre-se, frequentemente, a prémios (reforço positivo), por exemplo, os quadros de honra, onde se mencionam os alunos com melhores classificações.

A *teoria do reforço* de Skinner baseia-se nos seguintes pressupostos (Cooper, 1993):

- a aprendizagem resulta das experiências que o sujeito adquire na interacção com o meio ambiente;
- a aprendizagem é o resultado de conexões entre os estímulos de instrução e as respostas do aluno (condicionamento operante);
- a aprendizagem implica uma mudança no comportamento do indivíduo;
- as mudanças do comportamento e a aprendizagem promovem-se através do reforço dos comportamentos desejados;
- a conduta humana só pode ser analisada através de observações de acções objectivas e quantificáveis;
- os processos mentais internos não interferem no comportamento do sujeito;

> - o conhecimento implica actividade, pelo que o aluno deve fazer e experimentar, por tentativas e erros. Skinner (1968) afirmou que: "o aprendiz não absorve passivamente o conhecimento do mundo que o rodeia, mas tem de desempenhar um papel activo em todo o processo" (p.5).

Aplicando estes pressupostos ao processo de ensino e aprendizagem, surge um modelo de ensino em que os conteúdos a leccionar devem ser sequenciais, dos mais simples para os mais complexos, e devem evoluir lentamente. Em cada etapa, deve-se convidar o aluno a produzir uma resposta e de imediatamente o informar da validade dessa resposta. A aprendizagem ocorre à medida que o aluno vai apresentando os comportamentos desejados, que conduzem ao resultado esperado. Para isso, o professor recorre ao reforço para o aluno ir progredindo até atingir comportamentos mais complexos (Burton, Moore & Magliaro, 1996).

Cole e Chan (1987), citados por Maia (2008), afirmam que:

> Os comportamentalistas vêem a sala de aula como um laboratório. O modelo propõe que os professores regulem o ambiente de ensino e os materiais apresentados aos alunos. O professor pode fazê-lo dando aulas exemplares (em que cada passo é cuidadosamente planeado e executado) distribuindo recompensas e punições (quando apropriadas) e registando a frequência exacta de respostas (correctas e incorrectas) (Cole & Chan cit. Maia, 2008, p.13).

Segundo Landsheere (1994), do ponto de vista pedagógico, esta teoria como recorre ao treino e à memorização, permite aos alunos o desenvolvimento de técnicas de execução, o que lhes facilita realizar um tipo de exercício rapidamente, sem ter de raciocinar. Por exemplo, para que um aluno do 2.º CEB resolva expressões numéricas com rapidez, necessita de realizar muitas, treinando e mecanizando procedimentos.

Apesar de alguns comportamentos humanos poderem ser explicados através da teoria comportamentalista, esta teoria, por si só, não é suficiente para explicar a aquisição do conhecimento e a aprendizagem propriamente dita.

Várias são as críticas que se apontam às teorias comportamentalistas. Por exemplo, considera-se difícil identificar os estímulos que originam determinada resposta e crê-se que se recorre a exercícios de carácter artificial para se desencadear a resposta esperada, podendo perder-se a importância da motivação real. Para além disso, é notório que se despreza o papel do aluno e dos seus processos cognitivos na construção do conhecimento.

Becker (2001) defende que um professor que segue esta linha pedagógica não desenvolve nos alunos processos mentais, dado que este "aprendeu a silenciar (…) e a fazer um mundo de coisas sem sentido, sem reclamar. O produto pedagógico desta escola é alguém que renunciou ao direito de pensar e que, portanto, desistiu do direito de cidadania (…)" (p.18).

Assim, através das críticas apontadas a esta corrente, surge uma abordagem alternativa ao comportamentalismo, a perspectiva cognitivista.

2.3. O cognitivismo/construtivismo e a aprendizagem como aquisição de conhecimentos e construção de significados

Nos anos 50 do século XX, o estudo dos processos de aprendizagem foi marcado pela revolução cognitiva, dando-se, assim, início a uma segunda fase. Devido às necessidades bélicas da Segunda Guerra Mundial, houve um impulso nas ciências da computação e, por isso, o novo movimento da psicologia cognitiva surgiu num contexto de revolução tecnológica.

Nesta fase da história da psicologia, o aluno é visto como um processador de informação que a recebe, transforma-a e utiliza-a. Os processos internos do sujeito são mediadores entre os estímulos e respostas. De acordo com esta perspectiva, o ensino deve proporcionar ao aluno a aquisição de conhecimentos. A cultura e a afectividade e factores genéticos, embora não negados pela teoria, não são tidos em consideração (Mayer, 1992).

A partir dos anos 70 do século passado, a aprendizagem passa a ser caracterizada segundo as teorias construtivistas, caso particular das teorias cognitivistas, como já vimos anteriormente.

Nas teorias construtivistas, para além de ser essencial estudar a génese do conhecimento, o aluno é o construtor do seu próprio processo de desenvolvimento e aprendizagem, tendo, portanto, um papel activo. Assim, a aprendizagem, não se resumindo a uma ligação estímulo-resposta, resulta da interacção que o sujeito estabelece com os objectos, os acontecimentos e as pessoas. A aprendizagem resulta pois da relação directa que o aluno exerce sobre o meio envolvente.

Segundo os construtivistas, os professores devem conhecer as estratégias de aprendizagem que as crianças possuem previamente e, partindo destas, auxiliar os alunos a adoptarem estratégias próprias durante as aulas (Sutherland, 1996, p.234). Assim, o conhecimento não resulta de uma mera transmissão de conceitos e aprender é uma construção pessoal de significados.

No contexto da Matemática, e mais concretamente da Geometria, é importante o “fazer matemática”, no sentido de construir um conhecimento. Esta construção parte da experimentação, da interpretação, da visualização, da indução, da formulação de uma conjectura, da abstracção e da demonstração. Assim, estamos na presença de um aluno activo, responsável pela construção do seu próprio conhecimento. O aluno é o cerne do processo de ensino e aprendizagem, já que as novas aprendizagens só serão possíveis a partir dos conceitos, crenças, representações e conhecimento, que construiu ao longo das suas experiências. O professor deve conhecer os modelos mentais dos alunos e deve orientá-los para a apreensão de conceitos, ao invés da memorização (Rosário, 1998).

É de referir que há alguns indícios no currículo nacional que evidenciam as influências das teorias construtivistas, como é o caso da valorização dos conhecimentos prévios dos alunos e a ênfase na resolução dos problemas e de actividades de investigação.

O construtivismo defende que a aprendizagem é uma construção de significados e o acesso ao significado requer a compreensão. Assim, não é defendida a memorização sem a compreensão do significado. O sujeito constrói a sua própria compreensão através das suas reflexões e experiências. É, desta forma, evidente a influência do meio envolvente no processo de aprendizagem do indivíduo.

Segundo esta perspectiva, o professor pretende que o aluno desenvolva a capacidade de, autonomamente, realizar aprendizagens significativas numa diversa gama de contextos (Coll, 1990).

Neste sentido, o ensino deverá abandonar a lógica de memorização e retenção e orientar-se para a construção de conhecimento, análise crítica das respostas e para a resolução de problemas (Rosário et al, 2006).

As teorias construtivistas da educação tiveram as suas raízes nos trabalhos de Jean Piaget. Um outro seguidor desta corrente foi Lev Vygotsky, que desenvolveu as suas teorias sobre o desenvolvimento cognitivo e a relação entre o pensamento e a linguagem.

Piaget e Vygotsky, seguindo a visão construtivista, defendem a ideia de que a única aprendizagem significativa é a que ocorre através da interacção entre o sujeito o objecto, outros sujeitos (colegas, professores e restante comunidade educativa) e o meio. As outras formas de aprendizagem, como por exemplo a imitação, a observação, a demonstração e a exemplificação, são colocadas em segundo plano, tanto por Piaget como por Vygotsky.

Um outro autor contemporâneo de Piaget e seguidor do construtivismo foi Jerome Bruner que considera que a "realidade faz-se, não se encontra" (Bruner, 2000, p.40). Tal como Piaget, Bruner enfatiza a importância da acção, da reflexão e da resolução de problemas na aprendizagem. Este autor considera que há quatro factores de aprendizagem: a acção, a reflexão, a colaboração e a cultura. Bruner (2000) explica estes quatros factores da seguinte forma:

> Acção é o exercício de um maior controlo sobre a própria actividade mental; reflexão não é apenas a "aprendizagem em bruto", mas a produção daquilo que se aprende, entendendo-o; colaboração é a partilha dos recursos da mistura dos seres humanos envolvidos no ensino e na aprendizagem; cultura é o estilo de vida e de pensamento que construímos, negociamos, institucionalizamos (Bruner, 2000, p.121).

Neste sentido, Bruner defende uma aprendizagem por descoberta, que se processa do concreto para o abstracto, do simples para o complexo, onde o aluno é responsável pela sua própria aprendizagem e o professor tem a missão de estimular o discente a descobrir através de situações problemáticas.

2.3.1. As teorias de desenvolvimento cognitivo de Piaget no ensino da Geometria e das Grandezas

Jean Piaget, psicólogo, biólogo e epistemólogo do pensamento, nasceu na Suíça, em Neuchâtel, em 1896. Em Paris, fez as suas primeiras investigações sobre a análise genética das classes e das relações, iniciando, deste modo, o seu interesse pela epistemologia genética. Trabalhou em Genebra no Instituto Jean Jacques Rousseau, com o intuito de pesquisar sobre a estrutura da inteligência.

Como um dos objectivos do estudo da epistemologia genética é explicar o desenvolvimento humano e a sua formação mental, os estudos de Piaget incidem na compreensão da evolução da inteligência humana, baseado em pressupostos da Biologia, da Lógica e da Epistemologia.

Inicialmente, Piaget não tinha como objectivo estudar a temática da educação; no entanto, ao estudar o desenvolvimento mental e as estruturas lógicas da formação da inteligência e do conhecimento, observou estruturas operatórias, relacionando-as com a compreensão matemática.

De acordo com a teoria desenvolvida por Piaget, o sujeito desenvolve a sua aprendizagem ao dar resposta a estímulos exteriores. O indivíduo aprende e desenvolve o seu pensamento e a sua inteligência a partir da acção que estabelece, activamente, sobre o meio ambiente, por exemplo manipulando objectos. Piaget defende que esta acção depende da curiosidade, interesse e necessidade de acção, como também das estruturas físicas e psíquicas que a criança possui. Tendo por base as estruturas cognitivas da criança, Piaget defende que o seu desenvolvimento ocorre por estádios, ou etapas de desenvolvimento, com uma sucessão regular, flexível e cada vez mais complexa. A aprendizagem ocorre através de um processo de ajustamento ao meio composto por dois mecanismos básicos alternativos: a *assimilação* e a *acomodação*, regulados pelo processo de *equilibração*. Piaget afirma que:

> Toda a necessidade tende, primeiro a incorporar as pessoas e as coisas na actividade própria do sujeito, portanto a assimilar o mundo exterior às estruturas já construídas, e, segundo, a reajustar estas em função das transformações sofridas, portanto em acomodá-las aos objectos externos. (Piaget, 1990, p.17).

Assim, a assimilação é a capacidade da criança incorporar o ambiente. Segundo Raposo (1980), “a assimilação consiste em transformar as percepções até torná-las idênticas ao próprio pensamento, quer dizer, aos esquemas anteriores” (p.125).

A acomodação é a capacidade da criança se adaptar ao ambiente. Em relação a este conceito, Raposo (1980) afirma que “a acomodação traduz, ao invés da assimilação, uma actuação ou intervenção do meio sobre o sujeito. A acomodação está na origem de mudanças no organismo, obrigando este a ceder às sucessivas coacções do meio" (p.125).

A equilibração é o mecanismo auto-regulador do pensamento da criança.

Deste modo, assimilar envolve uma experiência mental de transformação, dado que o sujeito incorpora, de acordo com os seus pensamentos, experiências e vivências, os estímulos do meio envolvente. Acomodar envolve um ajustamento cognitivo a uma nova experiência. Estes processos ocorrem ao longo dos estádios de desenvolvimento, alternados com períodos de equilíbrios e desequilíbrios temporários, o que significa que o desenvolvimento da inteligência se faz por etapas.

Segundo Sutherland (1996),

> Cada esquema cognitivo segue o mesmo padrão: a assimilação é seguida pela acomodação (ou vice-versa), conduzindo a um equilíbrio para o esquema cognitivo daquele estádio. Depois, um novo acontecimento (ou um despertar interior) perturba o equilíbrio e o esquema cognitivo, mais uma vez, requer o ajustamento. Todavia, em consequência de ser impelido para um novo estádio, o esquema cognitivo torna-se mais maduro, mais útil e mais bem ajustado ao ambiente em que a criança vive (p.47).

É no processo de equilibração que o indivíduo adquire o conhecimento. Verifica-se, portanto, que à medida que o desenvolvimento do organismo (aspectos físicos) ocorre, o desenvolvimento do pensamento também vai evoluindo. Ao longo do seu desenvolvimento, o esquema cognitivo da criança torna-se mais completo e melhor ajustado ao ambiente.

Pode-se assim constatar que o processo de equilibração utiliza o pensamento reversível, móvel, o que é fundamental para a construção da inteligência dado que permite ao sujeito corrigir ou transformar os seus actos.

Sendo o conhecimento o resultado da acção que o sujeito estabelece e experimenta com o meio, Piaget (1990) defende que há dois tipos experiências: as *experiências físicas* e as *experiências lógico-matemáticas*. A partir de experiências físicas, a criança, por visualização e manipulação, conhece os objectos, identifica as suas propriedades materiais, fazendo uma abstracção simples, que é empírica, observada através do toque. No entanto, para solidificar essas propriedades, esses conceitos, ou seja, para que ocorra aprendizagem, é necessária a assimilação desse objecto às estruturas mentais da criança. Portanto, a acção da criança sobre o objecto, que leva à construção do conhecimento, não é apenas física, mas essencialmente mental já que a criança precisa de reflectir, reconstruir, necessita de incorporar o que assimilou às suas estruturas mentais para, posteriormente, conseguir relacionar as propriedades do objecto perante outros factores. Quando a criança consegue relacionar vários objectos entre si, passa da abstracção simples para a abstracção reflexiva pois a criança cria e induz relações entre objectos. Logo, é necessário existir um elo entre experiências físicas e experiências lógico-matemáticas.

Piaget (1990) afirma que:

> O papel inicial das acções e das experiências lógico matemáticas concretas é precisamente de preparação necessária para se chegar ao desenvolvimento do espírito dedutivo, e isto por duas razões. A primeira é que as operações mentais ou intelectuais que intervêm nestas deduções posteriores derivam justamente das acções: acções interiorizadas, e quando esta interiorização, junto com as coordenações que supõem, são suficientes, as experiências lógico matemáticas enquanto acções materiais resultam já inúteis e a dedução interior bastar-se-á a si mesmo. A segunda razão é que a coordenação de acções e as experiências lógico matemáticas dão lugar, ao interiorizar-se, a um tipo particular de abstracção que corresponde precisamente à abstracção lógica e matemática (p.141).

Donaldson (19949, citado por Maia (2008), associa a abstracção empírica à experiência física e a abstracção reflexiva à experiência lógico-matemática e afirma que "a experiência física proporciona o conhecimento das propriedades dos objectos sobre os quais agimos. A experiência lógico-matemática proporciona o conhecimento não dos objectos, mas das acções em si e dos resultados" (p.13).

Piaget, ao descrever a aprendizagem sensório-motora, deparou-se com a construção do pensamento matemático, geométrico e lógico da criança.

Segundo Piaget, o desenvolvimento cognitivo da criança ocorre através de estádios de desenvolvimento que se constroem através da procura de uma equilibração progressiva de um estado de menor equilíbrio para um estado de equilíbrio superior. Ao longo do seu desenvolvimento, a criança passa, desta forma, de estruturas mais simples para mais complexas, de um conhecimento mais prático para um mais elaborado, de acções concretas para conceitos.

A teoria de Piaget é bastante marcada pelos estádios de desenvolvimento cognitivo que apresenta até à adolescência. Esses estádios são (Landsheere, 1994; Oliveira e Oliveira, 1996a):

a) *Estádio Sensório-Motor* (desde o nascimento até aos 2 anos de idade)[2]: Partindo de reflexos inatos, por exemplo a sucção, a criança age baseando-se nas percepções sensoriais. Através da manipulação e experimentação do seu próprio corpo e objectos, a criança vai adaptando-se ao mundo, aprendendo a utilizá-los de acordo com o seu interesse e necessidade, mobilizando as suas percepções, coordenando a visão e a apreensão. Passa, assim, progressivamente, de um estado de indiferenciação do seu corpo, do espaço e dos outros, para um estado do seu conhecimento. No final deste estádio, dá-se o início da simbolização, que é a compreensão de símbolos e linguagem. Nesta fase, a criança consegue ordenar mentalmente objectos se primeiro os manipular e ordenar no concreto. Por não conseguir entender o espaço, a criança necessita de vivenciar diversas situações ligadas à localização espacial, desenvolvidas através de esquemas corporais, sempre acompanhadas de verbalização.

b) *Estádio Pré-Operatório* (dos 2 aos 6/7 anos): neste estádio, a criança começa a usar a linguagem oral, enriquecendo as relações pessoais, provocando, assim, mudanças na sua afectividade. A criança já consegue realizar acções interiorizadas, embora diferentes do pensamento adulto, e uma das suas características, nesta fase, é o egocentrismo. A criança apoia-se em acções sensório-motoras sobre objectos materiais e, através de exercícios de repetição espontânea, chegam ao domínio e generalização da acção. A criança começa a ser capaz de utilizar o seu próprio corpo, objectos e a linguagem como meios de representar outras coisas, não se limitando apenas às características concretas. Neste estádio, pelo facto de adquirir a capacidade de expressão oral, a criança é capaz de explicar o que faz e porquê, memoriza e desenvolve as suas novas competências intelectuais. A criança já é capaz de passar das experiências físicas com os objectos para a interiorização das acções que com eles realiza (experiência lógico-matemática: situações de tirar, juntar, ordenar, comparar). Inicia-se, então, a função simbólica. À medida que se vai desenvolvendo, a criança começa a entender a noção de reversão, iniciando, assim, um processo de descentralização do pensamento,

[2] Em qualquer um dos estádios de desenvolvimento, as idades não são absolutas, isto é, dependem da criança em causa e do ambiente a que esta está sujeita.

de libertação do seu egocentrismo. A criança respeita outras opiniões, é capaz de aceitar regras, adapta-se cada vez mais a novas situações. O pensamento, nesta fase, é muito concreto e real, pois a compreensão da reversão de determinados acontecimentos torna-se clara. Ocorre, também, a compreensão das relações de tamanho, comprimento, que possibilita a visualização do espaço e dos objectos.

c) *Estádio Operatório Concreto* (dos 6/7 aos 11/12 anos): nesta fase, que coincide com a entrada da criança na escolaridade básica, há predominância do pensamento lógico e objectivo, há mais raciocínio e menos percepção. O egocentrismo dá lugar a um pensamento mais compatível com a realidade. A criança já realiza operações lógico-matemáticas concretas, mas ainda depende dos objectos concretos para que as acções conduzam à formação de conceitos. À medida que o desenvolvimento se processa, o raciocínio da criança torna-se cada vez mais completo e complexo, desligando-se, gradualmente, do concreto. Ao adquirir a capacidade de compreender que é possível voltar ao ponto de partida, desenvolve o conceito de reversibilidade das operações matemáticas e lógicas.

d) *Estádio Operatório Formal* (a partir dos 11/12 anos): Neste período, o desenvolvimento do pensamento passa de um domínio do concreto para um domínio mais formal e abstracto. O jovem não necessita de acções ou objectos concretos para elaborar conceitos, não necessita de observar o mundo real, pois já consegue abstrair-se e pensar formalmente. Isto é, é capaz de raciocinar e de formular hipóteses, de operar abstractamente, deduzir as conclusões dessas hipóteses, conciliando diferentes pontos de vista. Perante um problema, o adolescente procura imaginar todas as soluções possíveis, escolhe procedimentos, analisa logicamente e experimenta. Assim, o pensamento do adolescente é hipotético-dedutivo, é um pensamento elaborado, científico, não somente empírico. Para além disto, nesta fase de desenvolvimento, ocorre a adaptação à sociedade, a formação da personalidade. O jovem manifesta interesse pelo mundo que o rodeia, nomeadamente no que respeita a interesses sociais e políticos, ocorrendo, assim, a descentralização de si próprio.

Posto isto, fica evidente que a criança constrói a noção de espaço por fases. Na primeira fase de vida, o espaço para a criança é visto apenas como um espaço para a acção, a partir do qual constrói as primeiras noções de sentidos como grande, pequeno, dentro e fora, usando os seus próprios movimentos. Neste momento, a criança pensa que ela e os objectos estão localizados no mesmo espaço. Por volta de um ano de idade, por exemplo, os bebés ao atirarem os brinquedos ou outros objectos para o chão, começam a observar a trajectória e o movimento deles, ou seja, exploram o espaço onde vivem. Mais tarde, a criança passa do egocentrismo para a localização, sendo capaz de descrever as propriedades do objecto sem este estar presente. Gradualmente, a criança reconhece o espaço e as formas. Quando inicia a função simbólica, a criança adquire a noção de espaço representativo, isto é, interioriza as acções que executa, e começa a representá-las sem as ter de executar novamente.

Segundo Piaget, o desenvolvimento do pensamento humano mostra-nos a forma como os conceitos geométricos vão surgindo no indivíduo. Assim, a geometria inicia-se com os conceitos topológicos, depois os projectivos e os euclidianos. Nos primeiros anos de vida, a criança começa, por exemplo, a distinguir o interior do exterior, o grande do pequeno, o grosso do fino, começa a adquirir a noção de tamanho, de localização e de direcção. No entanto, há conceitos, como por exemplo a noção de medida, que demoram a ser desenvolvidos. Inicialmente, a criança começa por perceber a conservação de distância e comprimento, mas, só por volta dos 9/10 anos de idade é que começa coordenar medidas de duas ou três dimensões. Logo, a partir da noção de distância, surgem as relações euclidianas. Assim, depois deste período, a criança transfere os conhecimentos topológicos para os euclidianos, passa do espaço para o plano. Para tal, a criança necessita de compreender a geometria projectiva, que, normalmente, surge por volta dos 5/6anos de idade quando esta adquire as noções de antes e depois, de primeiro e último (Flavell, 1975).

Assim sendo, a compreensão de uma geometria plana e projectiva só aparece com o raciocínio mais elaborado, quando o jovem é capaz de fazer representações, quando possui um pensamento mais formal e abstracto, isto é, quando se encontra no estádio operatório formal.

Em forma de síntese, verificamos que Piaget definiu quatro estádios de desenvolvimento e em cada um deles podemos analisar a organização espacial da criança: no estádio sensório-motor, a noção de espaço é definida pelas percepções sensoriais; no estádio pré-operatório, a criança manifesta representações intuitivas; no estádio operatório concreto, a criança manifesta representações operativas, ou seja, consegue realizar operações reversíveis com objectos materiais; no estádio operatório formal, a criança manifesta representações formais e abstractas (Ponte e Serrazina, 2000).

Esta ideia foi também defendida por Clements (1999) ao considerar que, de acordo com os pressupostos piagetianos, a criança constrói o espaço perceptual, desde os primeiros meses de vida, mas só mais tarde é que forma ideias sobre o espaço em geometria, o espaço representacional.

Neste sentido, a partir dos estádios de desenvolvimento, verificamos que Piaget fornece dados que podem auxiliar os professores e educadores na elaboração de problemas e actividades no ensino da geometria.

A teoria de Piaget teve, assim, implicações pedagógicas.

A escola tradicional, baseada na transmissão de conhecimentos, foi bastante criticada por Piaget, dado que o autor considera a criança como um ser activo e não um ser passivo, receptor e reprodutor de conhecimentos. Assim, Piaget criticou a corrente comportamentalista, dado que não considera que a imitação e a memorização, acompanhadas de reforço positivo, conduzam à aprendizagem (Morgado, 1986).

Piaget (1972, p.50) defende que o ensino deve promover o desenvolvimento de um espírito crítico e não repetitivo, permitindo ao indivíduo compreender em vez de memorizar. Assim, o professor tem um papel fundamental. De acordo com o nível de desenvolvimento cognitivo do aluno, o professor deve auxiliá-lo a encontrar a solução correcta nunca impondo o seu ponto de vista. O professor deve criar materiais manipuláveis, trabalhos e actividades, individuais ou em grupo, adaptados ao nível operatório do aluno, que permitam ao discente, por experimentação e descoberta, chegar às soluções. Tais actividades e materiais levam o aluno a reflectir sobre as hipóteses, a optar, a responsabilizar-se por aquilo que defende, a apresentar conclusões, bem como auxiliam o seu desenvolvimento intelectual e social e a sua autonomia. Piaget defendia, ainda, que os conteúdos a leccionar na escola deveriam surgir do quotidiano, questões de interesse do aluno, não sendo, assim, necessário qualquer reforço externo para que o processo de aprendizagem se processe (Morgado, 1986, p.90).

Kamii e Devries (1970, p.75) consideram que a teoria de Piaget permite à criança desenvolver a sua autonomia, a sua confiança, o seu espírito de cooperação e a sua capacidade de expor a sua opinião sem receios. Estes autores acrescentam, ainda, que a teoria de Piaget estimula a criança a interagir e a solucionar os seus problemas.

Raposo (1980, p.138) também considera que a teoria de Piaget teve implicações pedagógicas. O autor valoriza alguns aspectos defendidos por Piaget: a aprendizagem por descoberta; as diferenças intelectuais entre os alunos; a necessidade de o desenvolvimento curricular dever acompanhar o desenvolvimento intelectual e a importância do ensino pré-primário.

No entanto, a perspectiva piagetiana tem os seus problemas. Segundo Oliveira e Oliveira (1996a), pode haver mais estádios de desenvolvimento para além dos apresentados por Piaget. Gardner (2001) considera que Piaget se centrou na capacidade numérica das crianças, descorando outras áreas; Piaget defendeu que uma vez adquirido um conceito, a sua compreensão permanecia ao longo dos tempos, o que nem sempre se verifica e que muitas vezes os jovens voltam a noções primitivas, abandonando visões académicas, facto não defendido por Piaget.

2.3.2. As teorias de desenvolvimento cognitivo de Vygostky no ensino da Geometria e das Grandezas

Lev Semenovich Vygostky nasceu na Bielorrússia, em 1896. Frequentou e trabalhou no Instituto de Psicologia de Moscovo, entre 1923 e 1934, onde desenvolveu as suas teorias sobre o desenvolvimento cognitivo e a relação entre o pensamento e a linguagem. Apesar da sua vida ter sido curta, pois faleceu aos 38 anos de idade, deixou uma obra, constituída por seis volumes, de extrema importância e impacto na educação.

Juntamente com Jean Piaget, Lawrence Kohlberg e Paulo Freire, Lev Vygotsky faz parte de personalidades educacionais com enorme aceitação na educação e a sua obra influenciou fortemente as políticas e orientações educativas na Europa Ocidental, a partir da década de 60 do século XX.

Vygotsky, tal como Piaget, defende uma visão construtivista na concepção de aprendizagem. A sua teoria tem semelhanças e diferenças relativamente à teoria de

Piaget. Vygotsky acredita que o desenvolvimento cognitivo da criança não ocorre de acordo com uma sequência de estádios de desenvolvimento tão estanque e determinista, tal como defendeu Piaget. Vygotsky dá maior importância aos contextos sociais e culturais e ao papel da linguagem no processo de construção do conhecimento e do desenvolvimento cognitivo. No entanto, a teoria de Lev Vygotsky tem semelhanças com a teoria da equilibração de Jean Piaget. Ambos consideram que a aprendizagem, para ser significativa, deve resultar de uma construção por parte dos alunos. Quanto maior for a capacidade do professor criar ambientes de aprendizagem, actividades e materiais que potenciem a interacção entre alunos em estádios cognitivos ligeiramente diferentes, o processo de construção do conhecimento é mais eficaz.

Donaldson (1994) afirma que, para Vygotsky, "do ponto de vista educacional, é mais informativo saber o que a criança pode fazer com "uma pequena ajuda" do que saber o que consegue fazer sem ajuda" (p.99). Partindo do pressuposto de que a criança pode fazer mais apoiada do que sozinha, surge o conceito central da teoria de Vygotsky, o da zona de desenvolvimento proximal. Vygotsky considera que a zona de desenvolvimento proximal é a diferença entre o desenvolvimento actual da criança e o nível alcançado quando esta resolve problemas com ajuda. O referido autor defende que a criança aprende melhor quando lhe são apresentadas tarefas que envolvam um nível cognitivo não muito discrepante do seu, isto é, que se situem na zona de desenvolvimento proximal. Assim, "o estado do desenvolvimento mental da criança só pode ser determinado referindo-se pelo menos a dois níveis: o nível de desenvolvimento efectivo e a área de desenvolvimento potencial" (Vygotsky, 1991, p.44).

Desta forma, esta teoria tem implicações essenciais no processo de ensino e aprendizagem. Tal como Piaget, Vygostky não defende um ensino formal e mecânico. O professor deve provocar avanços nos alunos interferindo nas suas zonas de desenvolvimento proximal. O professor deve partir das vivências e dos conhecimentos prévios dos alunos, de modo a contribuir para que estes aumentem as suas competências e os seus conhecimentos. O professor deve promover um ambiente de aprendizagem onde reina a cooperação e a ajuda entre alunos e professor. "Vygostky defendeu a utilização de uma criança mais desenvolvida para ajudar a outra menos desenvolta" (Sutherland, 1996, p.73). O autor considera que a criança ao ensinar um determinado conteúdo a outra, está a consolidar a sua própria aprendizagem.

Segundo o autor, a criança tem um papel activo e interactivo, dado que o seu desenvolvimento cognitivo resulta da interiorização e da interacção com a sociedade e cultura, sendo um processo construído do exterior para o interior. Neste sentido, a maior originalidade, provavelmente, da teoria de Vygotsky reside no facto de enfatizar a função dos contextos culturais e da linguagem no processo de aprendizagem. Vygotsky considera que as pessoas, agindo e interagindo com o meio envolvente e com a cultura, utilizam os seus instrumentos, sendo a linguagem o instrumento com maior destaque dado que faz a mediação entre o sujeito e o ambiente. Através da acção que exerce sobre o meio e do que retire do meio e da cultura, a criança adquire, gradualmente, um pensamento mais desenvolvido, processando-se, desta forma, o seu progresso cognitivo.

Vygostky abordou, também, a relação entre aprendizagem e desenvolvimento pois considerou que "todo o processo de aprendizagem é uma fonte de desenvolvimento que activa numerosos processos, que não poderiam desenvolver-se por si mesmos sem aprendizagem" (Vygotsky, 1991, p.47). Ao salientar a cultura e as relações pessoais no desenvolvimento cognitivo da criança, rejeita, ao contrário de Piaget, a herança biológica.

De acordo com Sutherland (1996), Piaget incidiu no papel da criança, enquanto Vygostky enfatizou o papel do professor. Landsheere (1994) refere que esta teoria é muito descritiva e pouco explicativa, já que não ilustra o modo como a criança progride, logo apresenta limitações.

2.3.3. Construtivismo racional

Recentemente, surgiram alguns autores, como Brenneman, Gallistel e Gelman, que defendem o que se chama de construtivismo racional ou de construtivismo de domínio específico.

Este tipo de construtivismo apela a princípios estruturais básicos e inatos para esboçarem conceitos de domínio específico que servem para "esboçar os conceitos do domínio específico que dizem aos aprendentes que tipo de entradas empíricas são relevantes para o seu desenvolvimento" (Gelman, 2002, p.21).

Segundo os autores, este construtivismo é diferente do defendido por Piaget e Vygotsky, considerando que esse é de domínio geral.

Gelman e Brenneman (2004), citados por Maia (2008), defendem que:

> As teorias de domínio específico consideram a existência de estruturas mentais inatas de domínio específico que sustentam e guiam uma aprendizagem rápida em certas áreas do conhecimento.
>
> Como as estruturas de domínio geral, as de domínio específico são usadas para, activamente, procurar ambientes para encontrar e assimilar informação relevante, literalmente "comida para o pensamento"; no entanto, diferentes estruturas de aprendizagem procuram diferentes entradas. (Gelman & Brenneman cit. Maia, 2008, p.29).

As teorias de domínio específico têm semelhanças com as teorias de Piaget e Vygotsky. Gelman e Brenneman (2004) afirmam que os conceitos de um determinado domínio não estão isolados, o que permite ao aluno inferir ou generalizar de casos já conhecidos para situações novas.

3. A aprendizagem da Geometria e das Grandezas: a teoria de van Hiele

O aluno, ao trabalhar com geometria, desenvolve um tipo de pensamento e de raciocínio que lhe permite compreender, analisar, descrever e representar o meio onde está inserido.

A investigação em conceitos geométricos, mais concretamente sobre a aprendizagem das noções de espaço e formas geométricas, como já vimos na secção anterior, começou no início dos anos 50 do século XX, com o trabalho de Piaget sobre os níveis de desenvolvimento cognitivo. Posteriormente, neste domínio, outras investigações foram levadas a cabo, destacando-se a teoria de Pierre e Dina van Hiele.

Pierre e Dina van Hiele, sob orientação de Hans Freudenthal, na Universidade de Utrecht, em meados dos anos 50, desenvolveram as suas dissertações de doutoramento, onde focaram uma nova forma de descrever o desenvolvimento do pensamento e do raciocínio geométrico (Clements & Battista, 1992).

Os trabalhos de investigação realizados por este casal holandês inseriram-se num contexto de grandes mudanças no campo da educação matemática. Nessa data, o currículo abordava a geometria apenas como uma área que permitia exercitar as capacidades lógicas do indivíduo. Nessa altura, a comunidade internacional discutia e analisava novos métodos de ensino e pensava em alterar os conteúdos curriculares (Matos, 1985).

Nos seus trabalhos de investigação, Pierre van Hiele pretendeu estudar o *insight geométrico* e Dina van Hiele desenvolver uma abordagem didáctica do ensino da geometria para alunos de doze-treze anos, realçando a manipulação de objectos e figuras, como também o uso do geoplano e os desenhos feitos pelos alunos (Matos, 1992).

Segundo Pierre van Hiele (1986, p.5), o "insight deve ser compreendido como o resultado da percepção de uma estrutura", ou seja, o *insight* é um mecanismo que permite aos alunos visualizar objectos de diferentes vistas, de diferentes campos, possibilitando a construção de conceitos mais complexos. Assim, o desenvolvimento do *insight* deve centrar-se no desenvolvimento da capacidade dos alunos verem as estruturas como um todo, através da percepção, dado que estas não se resumem à soma de várias partes.

Neste sentido, destaca-se uma forte base da Psicologia de Gestalt[3] na teoria de van Hiele, dado que, segundo o autor, não existem objectos nem conceitos isolados, tudo está inserido num determinado contexto (Matos, 1992).

Van Hiele, apesar de não definir estruturas, identifica a existência de vários tipos:

a) estruturas do mundo onde vivemos – Mundo 1;

b) estruturas da nossa mente – Mundo 2;

c) estruturas do mundo do conhecimento humano comum – Mundo 3.

[3] Gestalt desenvolveu a teoria da forma, baseada na percepção visual.

Van Hiele acredita que todas as estruturas são formadas a partir das estruturas do Mundo 1. Esta ideia ilustra que, segundo o autor, o desenvolvimento mental ocorre, gradualmente, à medida que as estruturas se transformam ou se substituem noutras. Ao apresentar a sua teoria de aprendizagem por níveis descontínuos de desenvolvimento, utiliza esta forma de raciocínio e demonstra uma influência da teoria de Piaget, já que este também apresenta estádios para caracterizar o desenvolvimento cognitivo.

3.1. Descrição da teoria de van Hiele

Segundo Matos e Serrazina (1996), a teoria de van Hiele defende que a geometria deve ser aprendida de forma gradual, global e construtiva. Como a intuição, o raciocínio e a linguagem geométrica se obtêm gradualmente, o processo de aprendizagem da geometria é gradual. Como as figuras e propriedades estão relacionadas, ou seja, não são estruturas isoladas, o processo de aprendizagem da geometria é global. Como o aluno deverá ser o construtor do seu próprio conhecimento, o processo de aprendizagem da geometria é construtivo.

A teoria de van Hiele propõe a existência de cinco níveis sequenciais para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Esses níveis são cada vez mais complexos e a evolução da criança ao longo dos níveis é determinada pelo ensino. O autor considera que professor tem o papel fulcral no processo de ensino e aprendizagem dos seus alunos. O docente tem de definir tarefas e actividades adequadas que proporcionem a transição dos alunos para níveis de pensamento superiores. Se tal não for feito, o progresso do aluno fica em risco.

Assim, de acordo com a concepção de van Hiele, os níveis de aprendizagem da geometria são:

a) *Nível 1- Visualização*: Neste nível de aprendizagem, o espaço é visto pelos alunos apenas como algo que existe à sua volta. Identificam as figuras geométricas apenas pela sua aparência física, pela sua forma, não conseguindo ainda identificar as suas propriedades. Os alunos são capazes de reproduzir figuras e aprender um vocabulário geométrico básico. Portanto, o raciocínio é dominado pela percepção visual. Por exemplo, os alunos são capazes de identificar um rectângulo porque este se assemelha a uma porta.

b) *Nível 2- Descrição/Análise*: Neste nível, os alunos começam a identificar as características e as propriedades das figuras, mas não conseguem, ainda, estabelecer relações entre elas. Os alunos começam a analisar as propriedades das figuras, e consequentemente, a adquirir conceitos, por via experimental, através de observações, de medições, de desenhos e de modelações.

c) *Nível 3- Dedução Informal*: Neste nível, os alunos começam a estabelecer relações entre as propriedades da mesma figura e com outras figuras, isto é, os alunos já conseguem ordenar logicamente as propriedades das figuras. As definições começam, desta forma, a ter sentido para os alunos, mas estes ainda não compreendem a dedução ou o papel dos axiomas. Os alunos conseguem classificar hierarquicamente e dar justificações informais para justificar a sua classificação. São capazes de compreender demonstrações e reproduzir algumas das suas implicações e até mesmo realizar demonstrações simples.

d) *Nível 4- Dedução Formal*: Os alunos encaram a geometria como um processo dedutivo. São capazes de reformular teoremas, compreender e desenvolver demonstrações formais, utilizando axiomas.

e) *Nível 5- Rigor*: Os alunos conseguem estudar diversos sistemas axiomáticos para a geometria. São capazes de compreender e utilizar outras geometrias, além da Euclidiana. A geometria é entendida sob um ponto de vista abstracto.

3.1.1. Características gerais

Segundo Pereira, Silva e Jr. (2005), a teoria sobre o desenvolvimento do pensamento e do raciocínio geométrico de van Hiele apresenta algumas características que são essenciais para a compreensão da teoria.

Van Hiele considera que o pensamento e o raciocínio geométrico desenvolvem-se de forma sequencial e hierárquica. Os alunos devem passar por todos os níveis e não conseguem atingir um nível superior sem dominar os níveis anteriores.

A progressão entre níveis depende dos métodos de ensino utilizados e do modo como os conteúdos são leccionados, não depende da idade nem da maturação biológica, como defendia Jean Piaget. Assim, o professor tem um papel decisivo na evolução do conhecimento dos alunos. Van Hiele refere que "a transição de um nível para o seguinte não é um processo natural; ela acontece sob a influência de um programa de ensino-aprendizagem" (van Hiele, 1986, p.50).

A teoria de van Hiele é intrínseca e extrínseca. Os conceitos implicitamente percebidos num nível tornam-se explicitamente percebidos no nível seguinte. Assim, o professor deve preocupar-se com o modo como lecciona, dado que interfere na progressão de um nível para o outro dos seus alunos.

Cada nível de pensamento e raciocínio geométrico é caracterizado por ter uma linguagem própria, isto é, o seu conjunto de símbolos. Logo, o professor deve preocupar-se com a forma como se expressa, pois é algo fundamental para que o aluno progrida de um nível para o outro.

O professor e o aluno necessitam de estar a raciocinar no mesmo nível de pensamento geométrico para que a aprendizagem ocorra. Assim, todos os recursos que o professor crie e apresente devem estar adaptados ao nível em que o aluno se encontra. Desta forma, a aprendizagem da geometria depende da escolha de um método de ensino adaptado ao nível do aluno, uma vez que só há compreensão e aprendizagem quando as propostas de aprendizagem são adequadas ao nível onde se encontra o aluno.

Pierre e Dina van Hiele defendem que a experiência geométrica influencia a passagem entre os diversos níveis, logo o professor deve proporcionar aos seus alunos diversas actividades geométricas.

3.1.2. Fases de aprendizagem

Como já foi descrito anteriormente, a teoria desenvolvida pelo casal van Hiele considera que o pensamento geométrico evolui, de forma gradual e lenta, desde uma forma de pensamento simples, baseado na intuição e na percepção visual, até uma forma dedutiva, mais abstracta e complexa.

O processo de ensino e aprendizagem, defendido por van Hiele, é constituído por cinco fases de aprendizagem sequenciais, uma em cada nível de pensamento geométrico (Ponte & Serrazina, 2000; Pereira, Silva & Jr., 2005):

a) *Fase 1 – Informação*: Nesta fase, os alunos conhecem os objectos e o tema em estudo. O professor discute os materiais, coloca-os à disposição dos alunos e esclarece dúvidas. É uma fase preparatória. O professor colherá informações quanto aos conhecimentos prévios sobre o assunto e o vocabulário utilizado pelos alunos. Esta fase pode ser suprimida caso os alunos demonstrem conhecimentos suficientes para prosseguir no estudo proposto.

b) *Fase 2 – Orientação*: nesta fase, o professor deve apresentar actividades adequadas para que os alunos consigam explorar as características e as propriedades dos objectos e das figuras. Os alunos devem ser capazes de identificar relações entre figuras e desenvolver um vocabulário adequado, formular definições, enunciar propriedades.

c) *Fase 3 – Explicitação*: Os alunos são estimulados, pelo professor, a expressar as suas ideias, oralmente, de forma precisa e adequada, usando uma terminologia matemática correcta e a registar os resultados. Ocorrem trocas de ideias entre os alunos e o professor.

d) *Fase 4 – Livre orientação*: Os alunos resolvem problemas mais complexos, cujas soluções envolvem conceitos previamente trabalhados e adquiridos, sem o auxílio do professor. Deste modo, os alunos consolidam os conhecimentos aprendidos nas fases anteriores e encontram as suas próprias soluções, ganhando experiência matemática. O professor deve apresentar problemas e materiais adequados, dar instruções que permitam caminhos distintos e encorajar os alunos a reflectirem sobre o problema.

e) *Fase 5 – Integração*: Nesta fase de aprendizagem, os alunos resumem tudo o que aprenderam sobre o objecto ou tema em estudo, usando uma linguagem matemática apropriada, evidenciando, desta forma, o alcance de um novo nível de conhecimento geométrico. O professor deve incentivar os alunos a pensarem e a consolidarem o seu conhecimento geométrico.

Verifica-se, assim, que durante estas fases, o professor desempenha um papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem, dado que é o responsável pela progressão dos alunos de um nível de raciocínio geométrico para outro. O professor tem de incentivar os alunos para a aprendizagem, planificar as actividades, criar recursos materiais, desenvolver nos alunos a capacidade destes identificarem as características geométricas das formas e introduzir a terminologia adequada.

Segundo van Hiele (1999), “para as crianças, a geometria começa com o brincar” (p.319). Assim, os alunos devem iniciar o seu processo de aprendizagem através da manipulação de objectos, realizar jogos, puzzles, como o geoplano, o tangram e os pentaminós, que permitam a construção de figuras geométricas, podendo facilitar o desenvolvimento da capacidade de visualização e de identificação das propriedades das figuras. Através da caracterização da teoria de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele, verificamos que existem diferenças relativamente à teoria de desenvolvimento cognitivo de Piaget.

Segundo Piaget, a aprendizagem é promovida pelo processo de assimilação, acomodação e equilibração. Para van Hiele a aprendizagem centra-se no método de ensino e aprendizagem em geometria utilizado. Van Hiele, apesar de reconhecer que os estudos de Piaget tiveram influência nos seus trabalhos, considera-os diferentes dado que a perspectiva defendida por Piaget era de desenvolvimento e não de aprendizagem.

3.2. Limitações da teoria de van Hiele

Apesar de vários investigadores reconhecerem que o modelo de van Hiele teve sucesso no processo de ensino e aprendizagem da geometria e no desenvolvimento curricular desta área, muitos outros consideram que esta teoria é limitada nas áreas do desenvolvimento cognitivo, da importância das diferenças individuais e na autonomia dos alunos no processo de aprendizagem.

Do ponto de vista pedagógico, o modelo de van Hiele assume, implicitamente, que o ensino e a aprendizagem da geometria devem privilegiar a dedução. No entanto, áreas como a trigonometria e a geometria analítica, que são importantes nas abordagens curriculares actuais, não são abrangidas pela teoria.

Uma outra limitação está relacionada com o facto de a teoria não apresentar, de forma clara, explicações sobre as diferenças individuais dos alunos. Na teoria de van Hiele, os alunos são encarados como um grupo homogéneo. Não são tidas em consideração as preferências nem os níveis cognitivos dos discentes.

Além disso, a teoria de van Hiele não permite que os alunos atinjam um desenvolvimento matemático autónomo, dado que o professor é que tem de criar, apresentar as tarefas para os alunos resolverem com o seu auxílio. Durante todas as fases de aprendizagem, o professor é encarado como o detentor do conhecimento na sala de aula (Matos, 1992). Desta forma, os alunos podem não desenvolver autonomia na sua aprendizagem, nem produzir soluções alternativas, pois não podem contribuir com as suas experiências. De acordo com Pereira, Silva e Jr. (2005), a aplicação da teoria de van Hiele não permite uma construção do conhecimento, apenas desenvolve o raciocínio geométrico.

Segundo Matos (1992), o modelo de van Hiele conseguiu ter sucesso em muitas situações na sala de aula, no entanto, considera necessário fazer-se alterações a nível cognitivo implícito e mudanças na caracterização dos níveis.

> Uma primeira mudança necessária consiste no abandono do pressuposto sobre as estruturas espontâneas do material. Esta ideia coloca dificuldades tremendas na compreensão quer da Matemática sob um ponto de vista cultural e social, quer do processo de produção de ideias matemáticas pelos alunos. Uma segunda mudança, que é uma consequência natural da primeira, é a aceitação de que o processo através do qual modelamos o nosso conhecimento matemático é construtivo. Uma terceira mudança é o abandono da ideia das descontinuidades na passagem de uns níveis para outros que deve ser entendida de uma forma contínua. A quarta tem a ver com a caracterização dos níveis 3 e 4, exigindo que a compreensão das definições passe para o nível 4 (Matos, 1992, p.110).

Seguindo esta ordem de ideias, Clements e Battista (1992) também defendem que os níveis defendidos por van Hiele não são muito adequados a crianças mais novas, com idades inferiores a 12/13 anos. Assim, os autores sugerem a existência de um nível de pensamento geométrico anterior ao nível 1– visualização, o nível zero, o qual denominaram por Nível de Pré-Reconhecimento. As crianças, neste nível, reconhecem a forma, mas não são capazes de identificar formas comuns. No nível zero, os autores englobam os alunos que não conseguem distinguir exemplos de figuras geométricas de não exemplos e ainda não conseguem criar imagens mentais dessas figuras.

4. A aprendizagem da Geometria e das Grandezas: outros modelos explicativos

Devido a uma certa complexidade cognitiva na actividade geométrica, o ensino e aprendizagem da geometria nem sempre são fáceis.

Como já constatámos no capítulo I, a geometria no currículo do ensino básico resume-se ao estudo dos objectos espaciais, das suas relações e transformações e da axiomática que os representa.

Segundo Schumann (1991), a maioria das propriedades geométricas podem ser redescobertas através do método heurístico, isto é, a partir das construções geométricas, o aluno pode perceber porque é que elas funcionam. Assim, o autor considera que o ensino da geometria deve ser concretizado seguindo três fases:

Descoberta indutiva de propriedades geométricas através de construções geométricas:

- Resolução de um problema de construção. O resultado é uma configuração geométrica.

- Análise do resultado da construção (em particular, através de elementos essenciais, obtidos por medições e cálculos). O resultado é uma primeira conjectura.

- Realização de novas construções que tenham em consideração diversos casos e verificação da conjectura nessas construções. O resultado é a confirmação da conjectura com a formulação de um primeiro teorema ou rejeição da conjuntura.

Descoberta e apresentação de provas:

- Necessidade da prova: motivação.

- Análise do problema: estabelecimento das hipóteses e da tese.

- Aplicação de métodos heurísticos para descobrir provas (avançar da hipótese para a tese, trabalhar em sentido contrário, raciocinar por analogia com outras provas).

- Documentação da prova tendo em vista a sua compreensão.

Tratamento do teorema e da prova:

- Discussão e explicação da metodologia para descobrir teoremas e provas.

- Aplicação de métodos heurísticos (especialização, generalização, comparação, inversão) para produzir novas afirmações.

Usiskin, citado por Clements e Battista (1992), considera quatro dimensões na geometria:

- *Visualização*: desenho e construção de figuras.

- *Estudo dos aspectos espaciais do mundo físico*.

-*Veículo para a representação de conceitos e relações matemáticas não visuais*.

- *Representação de um sistema matemático formal*.

Clements e Battista (1992) consideram que o raciocínio espacial consiste num conjunto de processos cognitivos, que englobam estas quatro dimensões, pelos quais as representações mentais dos objectos, as suas relações e transformações são construídas e manipuladas.

Segundo Duval (1998), o processo de ensino e aprendizagem da geometria envolve três tipos de processos cognitivos:

- *Visualização*: representação espacial para a ilustração de um determinado conceito;

- *Construção*: utilização de instrumentos para a construção de modelos;

- *Raciocínio*: utilização do discurso para descrever ou argumentar.

A figura 1 esquematiza a relação entre estes três processos:

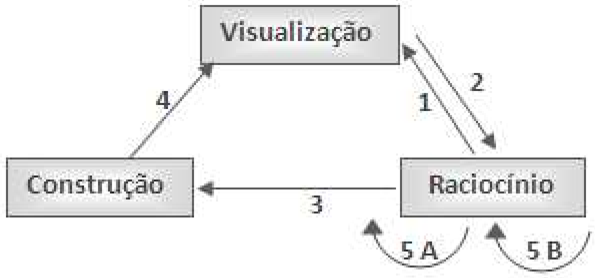


Figura 1: Relação entre os três tipos de processos cognitivos defendidos por Duval.

O autor atribui a cada seta um significado e, através deste esquema, mostra como cada processo se apoio e interliga com o outro. A letra A representa um discurso natural para descrever ou argumentar. A letra B tem o significado de se usar proposições com um estatuto teórico de definição, teorema para uma organização dedutiva do discurso.

A seta 5B representa que o raciocínio B pode desenvolver-se de uma forma independente. A sequência 2-5B-3 representa o caminho para chegar à construção de uma figura. A sequência 4-2-5A ou 5B representa o caminho para descrever uma construção.

De acordo com o modelo apresentado por Duval, compreende-se que os alunos têm alguma dificuldade em interiorizar a importância da relação entre estes três processos. O autor defende que se deve começar o ensino da geometria pela visualização e pelas construções, e, posteriormente, passar-se às demonstrações que, tradicionalmente, são difíceis, dado que envolvem um nível de raciocínio mais elevado.

Deste modo, os trabalhos de Duval permitiram concluir que estes três processos cognitivos devem ser desenvolvidos separadamente; o currículo deve permitir o desenvolvimento de diversos processos de construção e de visualização porque existem diversas maneiras de ver uma figura, assim como diversas formas de raciocínio; a coordenação entre os três processos só acontece depois do trabalho, diferenciado, de cada um dos três processos cognitivos.

Com os trabalhos de Schumann, Duval, Usiskin, Clements e Battista e do casal van Hiele, verificamos que a década 90 do século XX foi determinante para o ensino e aprendizagem da geometria.

5. Grandezas e Medidas

Em Portugal, os professores, desde o 1.º CEB, não têm atribuído um lugar de destaque ao ensino da geometria, das grandezas e medidas, apesar de reconhecerem a importância deste tema no quotidiano do ser humano. Verifica-se, ainda, que a maioria dos manuais escolares não explora devidamente esta área. Para além disso, esta aparece quase sempre no final do manual, o que não incentiva os docentes a explorarem devidamente esta temática, dado que esta fica maioritariamente para o final do ano lectivo. Neste âmbito, alguns estudos sobre grandezas e medidas têm sido realizados com o intuito de se esclarecer o seu papel no ensino de matemática. De acordo com Bellemain e Lima (2002),

> Nessas reflexões ficam evidenciadas as inúmeras possibilidades de emprego do conceito de grandeza na atribuição de significado a outros conceitos matemáticos centrais como os de número natural, inteiro, racional, irracional, etc. Além disso, seu papel tem sido apontado como muito importante na articulação entre os domínios matemáticos da aritmética, da geometria e da álgebra e entre a Matemática e outras disciplinas abordadas na escola (p.7).

Verifica-se que o estudo das grandezas e medidas acompanhou a evolução da própria matemática, dadas as inúmeras conexões com a aritmética, álgebra, geometria, estatística e probabilidades. As grandezas predominantes são as geométricas, como é o caso do comprimento, da área, da capacidade/volume, da massa e do tempo.

Segundo Brousseau (2001), há três universos interligados sobre os conceitos de grandeza e de medida: o dos objectos, o dos números (que traduzem as medidas) e o das grandezas propriamente ditas.

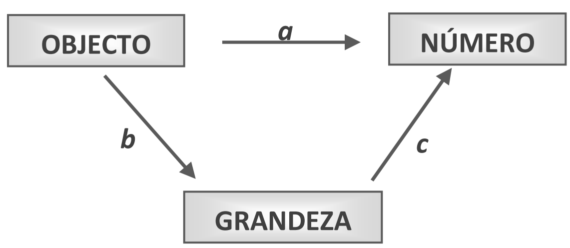


Figura 2: Esquema teórico sobre os conceitos de grandeza e de medida.

Como se pode observar na figura 2, entre esses três universos estabelecem-se funções.

A função *a*, através de uma medição escolhida, faz corresponder a cada objecto um número positivo, a sua medida. A função *a* é, deste modo, a composição das funções *b* e *c*. A função *b* associa cada objecto à classe dos objectos, à sua grandeza. A função *c* leva cada uma das classes de objectos à sua medida.

Seguindo esta ordem de ideias, surge o trabalho realizado por Douady e Perrin-Glorian (1989), sobre o estudo das grandezas geométricas, mais concretamente da grandeza área, mas que pode ser adaptado a outras grandezas geométricas, onde distinguem três quadros a nível conceptual (ver figura 3):

> Um *quadro geométrico*: constituído pelas superfícies planas; um *quadro da medida (numérico)***,** consistindo das medidas das superfícies planas, ou seja, o conjunto dos números reais positivos; um *quadro da grandeza*, constituído por classes de equivalência de superfícies de mesma área (p.2).

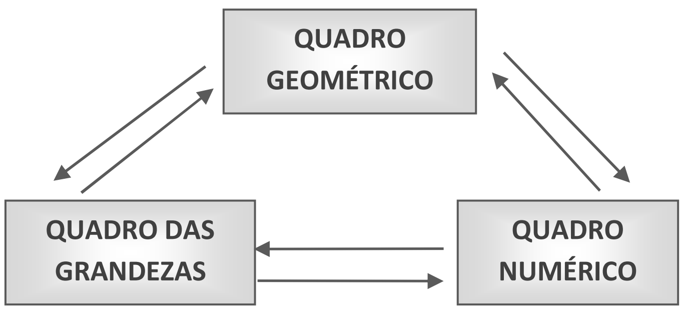


Figura 3: Os três quadros da grandeza área, defendidos por Douady e Perrin-Glorian.

Segundo Douady e Perrin-Glorian (1989), "um quadro é constituído de objetos de um ramo da matemática, das relações entre esses objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais que o sujeito associa, num dado momento, a esses objetos e relações" (p.389).

Os objectos do quadro geométrico são, por exemplo, as figuras planas como triângulos, quadriláteros, círculos ou figuras de contornos irregulares. De seguida, essas figuras são comparadas em relação ao atributo área. O quadro numérico é o dos números reais não negativos, por exemplo, 3,5. Expressões compostas de um número e de uma unidade de medida, por exemplo *3,5*m^2 traduzem as formas de representar grandezas.

Assim, a área de uma superfície plana aparece como um objecto matemático distinto da superfície plana, pois superfícies diferentes podem possuir a mesma área. Também se distingue do número que está associado a essa superfície quando se escolhe uma superfície unitária para medi-la, pois mudar a superfície unitária, a unidade de área, altera a medida de área, mas a área permanece a mesma.

Com base nos trabalhos realizados por Douady e Perrin-Glorian (1989), verificamos que é necessário articular os três quadros para o ensino das grandezas geométricas e uma precoce articulação entre o quadro das grandezas e o quadro numérico não promove o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa das grandezas geométricas.

Assim, é importante propor aos alunos actividades onde se:

- distinga as noções de perímetro e área;
- transforme figuras e se analise os efeitos dessas transformações nas grandezas geométricas em causa;
- diferencie a noção de grandeza da noção de medida;
- compare grandezas;
- meça grandezas;
- distinga volume de massa.

Como o presente estudo incide nos trabalhos de alunos do 5.º ano de escolaridade, vamos abordar as grandezas e medidas que fazem parte do currículo do 1.º CEB. Iremos explorar as grandezas de comprimento, perímetro, área e volume.

De acordo com o Perfil Específico de Desempenho Profissional do Professor do 1.º CEB, e no âmbito da educação em matemática, o professor do 1.º CEB deverá promover nos alunos "a aprendizagem dos conceitos, das técnicas e dos processos matemáticos implicados no currículo" e, no âmbito específico da exploração das medidas, o professor do 1.º CEB deverá promover "a compreensão do processo de medição e dos sistemas de medida" (Decreto-Lei nº 241/2001).

O *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) (2000), para a exploração das grandezas e medidas, sugere que os currículos escolares de matemática devem ser criados de modo a que todos os alunos:

- compreendam a existência de atributos mensuráveis nos objectos, assim como as unidades e sistemas de medidas e os processos de medição;

- utilizem técnicas e ferramentas apropriadas e apliquem fórmulas adequadas à determinação de medidas.

No contexto nacional, e de acordo com as competências essenciais a desenvolver através das explorações matemáticas definidas pelo Ministério da Educação (M.E.) (2001a), as actividades relacionadas com a abordagem de grandezas e medidas deverão privilegiar "a compreensão do processo de medição e a aptidão para fazer medições e estimativas em situações diversas do quotidiano utilizando instrumentos apropriados" (p.63). Em termos mais concretos, tal deverá ser concretizado no 1.º CEB, visando "a compreensão dos conceitos de comprimento, perímetro, área, volume e amplitude, assim como a aptidão para utilizar conhecimentos sobre estes conceitos na resolução e formulação de problemas" (p.62) e "a aptidão para efectuar medições e estimativas em situações diversas, bem como a compreensão do sistema internacional de unidades". (M.E., 2001a, p.62).

De entre todos os objectivos gerais definidos para a matemática do 1.º CEB, destacamos apenas os três que estão mais relacionados com grandezas e medidas:

> 3. Efectuar medições, escolhendo instrumentos adequados, para resolver problemas simples da vida corrente.
> 4. Fazer e utilizar estimativas em situações de cálculo ou de medição.
> 6. Explicar e confrontar as suas ideias com as dos companheiros, justificar as suas opiniões e descrever processos utilizados na realização de actividades (M.E., 1998, p.173).

Analisando os programas oficiais do ensino básico, constatamos que, para a matemática, são preconizadas três grandes finalidades: desenvolver as capacidades de raciocínio, de comunicação e de resolução de problemas. No 1.º CEB, essas finalidades poderão ser atingidas mediante a realização de actividades integradas em três blocos: Números e Operações, Espaço e Forma e Grandezas e Medidas. Para este último bloco, as actividades realizadas deverão privilegiar a compreensão dos processos de medição e a aptidão para fazer medições e estimativas utilizando instrumentos apropriados.

A medição é um processo complexo, que envolve a escolha de uma unidade de medida e o uso de procedimentos apropriados, apoiados em instrumentos adequados, como a régua, o relógio, a balança, recipientes graduados, entre outros. Neste processo, o resultado da medição, uma grandeza numérica, é a medida da grandeza na unidade escolhida.

Os processos de medição têm acompanhado a evolução tecnológica e científica das culturas. Em particular, a gradual padronização das unidades de medidas conduziu ao estabelecimento do sistema métrico decimal e, posteriormente, do Sistema Internacional de Unidades (SI) de Medidas, que hoje é amplamente utilizado. É de referir que, em todos os processos de medição, a medida produzida é sempre aproximada, nunca exacta.

De acordo com os programas nacionais de Matemática, no ensino do 1.º CEB, é fundamental que se proporcione oportunidade ao aluno de efectuar medições recorrendo a unidades não *standard*, nomeadamente através da sua referência corporal (por exemplo, palma da mão e pé), medindo o comprimento do tampo de uma mesa com régua, fita métrica e com as palmas da mão, nomeadamente. Estas actividades podem contribuir para uma melhor compreensão do carácter arbitrário da unidade e para desenvolver a capacidade de adequar a unidade à grandeza a ser medida. Deste modo, os alunos perceberão que medir é comparar grandezas.

Neste sentido, é essencial que os alunos compreendam que o resultado da medição de uma grandeza é uma medida que se representa por um número e que a unidade de medida é decisiva para a medição que se vai efectuar. Por exemplo, os alunos perceberão que 1m é maior do que 50cm, apesar de 1 ser menor do que 50. A unidade de medida utilizada altera o significado até da comparação de números.

No ensino das grandezas geométricas, é desejável que sejam distinguidos e articulados à figura a grandeza a ela associada e a medida dessa grandeza obtida, resultado de um processo de medição. Assim, a exploração destas situações pode permitir ao aluno a compreensão de que o valor da medida depende da unidade escolhida e que essa unidade deverá ser definida para cada situação concreta. Como se pode constatar nos programas oficiais de Matemática, desde o 1.º CEB, recomenda-se que os alunos sejam expostos a situações de comparação de grandezas sem efectuar medições. Por exemplo, comparar, estabelecendo uma relação de maior, menor ou igual, os comprimentos de dois caminhos, as áreas de duas superfícies, as capacidades de dois recipientes. Estas actividades podem contribuir para uma abordagem intuitiva das grandezas e, em simultâneo, promover a compreensão das especificidades de cada uma delas.

Para as actividades de exploração de grandezas e medidas, Chamorro e Belmonte (1988) propõem as seguintes fases:

- consideração e percepção de uma grandeza como uma propriedade de conjuntos de objectos, isolando-a das outras propriedades que estes possuem;

- conservação da grandeza, que pressupõe a consciência de que a modificação da posição ou da forma de um objecto não altera a grandeza em causa;

- ordenação de objectos de acordo com uma dada grandeza;

- estabelecimento de uma relação entre grandeza e número, encontrando-se, assim, em condições de efectuar medições.

Verificamos, deste modo, que o estudo das grandezas e medidas está relacionado com as concepções piagetianas sobre a conservação de quantidades. O conceito de medida, de acordo com estudos realizados por Piaget, só poderá desenvolver-se depois de construída a noção de conservação, segundo a qual a mudança da forma ou da disposição dos objectos não produz alterações nalguns dos seus atributos mensuráveis.

Estas concepções estão presentes no programa de matemática do 1.º CEB, de forma explícita no 1.º ano de escolaridade, ao ser proposto a realização de experiências que conduzam à noção de invariância das seguintes grandezas:

- comprimento independentemente da disposição dos objectos, da matéria.

> - capacidade-volume, independente da forma do objecto e do conteúdo (água e diferentes líquidos, areia, grãos…).
> - massa, independentemente do volume e do número de objectos (M.E., 1998, p.191).

É de salientar que, apesar de, intuitivamente, os conceitos de grandeza e de medida, intimamente ligados às noções de comprimento, perímetro, área e volume, parecerem elementares para os alunos, várias investigações demonstram que, a nível da formação e aquisição destes conceitos, os alunos manifestam muitas e persistentes dificuldades (Bellemain & Lima, 2002, p.8).

Por exemplo, segundo Bellemain e Lima (2002), a noção de área é fundamental:

> Sua relevância é indiscutível para a formação do cidadão pleno, que necessita medir, ou estimar a medida de regiões planas nas suas atividades cotidianas. No âmbito científico e tecnológico, são muitíssimo frequentes as situações nas quais a área de superfícies intervém como grandeza básica do processo ou fenómeno abordado. Área é, também, um conceito muito rico do ponto de vista da matemática escolar por ser um pólo de confluência dos grandes eixos temáticos dos números, da geometria, das grandezas e da álgebra (...). Por fim, o conceito de área está presente na produção contemporânea do conhecimento matemático em diversos campos: teoria da medida, teoria ergódica, teoria dos fractais, entre outras (p.25).

No entanto, Perrot (1998) apresenta algumas das dificuldades manifestada pelos alunos, relativamente à noção de área:

> - confusão entre perímetro, e área e também entre contorno e superfície;
> - confusão entre grandezas e medida da grandeza;
> - os alunos sabem calcular medidas, usando fórmulas, sem saber o que eles calculam;
> - os alunos acham que somente os segmentos de recta têm um comprimento;
> - os alunos acham que somente os polígonos “particulares”, os que tem um nome e fórmulas, têm também um perímetro e uma área (p.4).

Vários autores (Barbosa, 2002; Duarte, 2002; Oliveira, 2002), baseados na análise de manuais escolares de matemática, reconhecem que estes não promovem no aluno a construção dos conceitos de comprimento, perímetro, área e volume como grandezas, pois são abordados apenas do ponto de vista geométrico ou numérico.

De modo análogo, Bellemain e Lima (2002) confirmam a ocorrência de falhas no ensino das grandezas geométricas: “Um estudo de manuais didácticos do último século (...) tem revelado alternâncias na atribuição de importância ao conceito de grandeza, ao lado da predominância dos aspectos ora apenas numéricos ora puramente geométricos no tratamento desse conceito" (p.8).

No entanto, verifica-se que, de um modo geral, o ensino da geometria, das grandezas e das medidas é de grande relevância social. Diariamente, deparamo-nos com situações que envolvem medir temperatura, tempo, comprimento, massa, capacidade e grandezas geométricas como o perímetro, área e volume.

O estudo das grandezas e das medidas é importante não apenas para a Matemática, mas também para outras áreas de saber, como, por exemplo, as Ciências da Natureza e a Geografia.

Capítulo II: A Matemática e a Geometria no contexto curricular português

1. Introdução

Neste capítulo, para além da *1. Introdução*, incluímos mais quatro subcapítulos.

No subcapítulo *2. A importância da Matemática*, descrevemos os motivos que outros investigadores apresentam para justificar a necessidade de se aprender Matemática, bem como as razões que os levam a considerar a Matemática importante para o desenvolvimento cognitivo e pessoal do indivíduo.

De seguida, no subcapítulo *3. O sistema curricular do ensino em Portugal*, caracterizamos, como o próprio nome indica, o sistema de ensino português. Este subcapítulo, por sua vez, está dividido em duas secções: na primeira fazemos uma breve caracterização da evolução do currículo de Matemática a partir de 1950 e, na segunda, descrevemos o modo como o sistema curricular português se encontra organizado.

No subcapítulo *4. A Matemática no currículo do ensino básico*, tendo por base o currículo nacional do ensino básico e os programas de Matemática de cada ciclo do ensino básico, descrevemos o modo como a Matemática se apresenta no sistema educacional do ensino básico. Este subcapítulo, por sua vez, encontram-se divididos em dois itens: um destinado à descrição da Matemática no 1.º CEB e outro à do 2.º CEB.

Como este estudo está relacionado com a Geometria, Grandezas e Medidas, é pertinente explorar o modo como surgem no currículo de Matemática do ensino básico. Assim, segue-se o subcapítulo *5. Geometria, Grandezas e Medidas no currículo de Matemática do ensino básico*. Este subcapítulo, por sua vez, encontram-se divididos em dois itens: um destinado ao 1.º CEB e outro ao 2.º CEB, dado que o presente trabalho incide nestes dois ciclos do ensino básico.

2. A importância da Matemática

Muitos argumentos podem ser apresentados para justificar a necessidade e a importância de se saber Matemática; basta pensar que é uma das ciências clássicas e uma das disciplinas escolares mais antigas.

A Matemática, auxiliando-nos a resolver problemas do quotidiano e de diversas áreas do conhecimento, nomeadamente da engenharia, economia, física, química, biologia e saúde, surge como uma resposta às necessidades individuais e sociais do ser humano dado que nos ajuda a compreender o mundo que nos rodeia (NCTM, 2007).

O NCTM (2007) considera que a resolução de problemas e os níveis de raciocínio exigidos nos locais de trabalho aumentaram consideravelmente, logo as pessoas devem apresentar conhecimentos matemáticos, pois "a competência matemática abre portas a futuros produtivos, a ausência mantém-nas fechadas" (p.5). A necessidade de compreender a Matemática e ser capaz de a utilizar no quotidiano, nomeadamente no local de trabalho, é, assim, essencial.

Para além deste aspecto, a Matemática tem métodos próprios de estudar, de pesquisar, de organizar a informação, de resolver problemas e de tomar decisões, o que contribui para a formação de indivíduos responsáveis, autónomos, interventivos e criativos.

Para Davis e Hersh (1995), a Matemática é identificada como a ciência do espaço e a que trata a quantidade, isto é, a ciência da forma e do número. Contar e medir terão sido as primeiras actividades matemáticas. No entanto, parece-nos que esta definição é redutora.

Segundo Ponte e Serrazina (2000), a Matemática é uma ciência que pretende estudar as regularidades de objectos; tem uma linguagem própria, uma forma de argumentação característica, baseada na demonstração a partir de axiomas. Os autores consideram que a Matemática permite compreender o mundo que nos rodeia e criar formas de agir sobre ele, de modo a solucionar problemas e prever e controlar resultados.

Segundo Neves, Guerreiro e Neves (2002), a importância da matemática pode resumir-se através das seguintes ideias:

> - A Matemática é usualmente tomada, a nível internacional, como um indicador de eficiência da escola e do ensino formal.
> - A Matemática tem como primeiro objectivo desenvolver a capacidade de resolver problemas e de raciocinar logicamente, capacidades essas que são transferidas para a vida do dia-a-dia e para o trabalho.
> - A Matemática é um património cultural com relevância para a produção e evolução científica.
> - A Matemática está intrinsecamente ligada à evolução tecnológica, absolutamente indispensável para o desenvolvimento social.
> - A Matemática está ligada a actividades profissionais com grande prestígio e bons rendimentos materiais.
> - A Matemática é a ciência dos padrões e da generalização, característica esta que lhe dá uma beleza única e específica.
> - A Matemática é indispensável à aprendizagem de outras disciplinas, como a Física, a Química, a Economia (Neves, Guerreiro & Neves, 2002, p.6).

Goni (2000), defendendo que a educação tem como objectivo a formação integral dos indivíduos e que essa formação deve contribuir para a construção de cidadãos críticos, activos e capazes de se adaptar a novas situações, entende que a Matemática tem um papel essencial neste processo.

Goni (2000), citado por Sousa (2003), afirma:

> Na escola do século XXI, todos precisam de aprender/estudar matemática porque:
>
> - A possibilidade de participação social responsável de um cidadão crítico e informado passa por um conhecimento cultural dos conceitos matemáticos básicos.
> - Apesar dos avanços do cálculo electrónico, a competência (em cálculo mental e estimativo) continua a ser um factor básico para o desenvolvimento económico e a integração social.
> - As capacidades que podem desenvolver-se por meio da prática de resolução de problemas não rotineiros são muito importantes para as pessoas que têm que enfrentar situações laborais complexas (p.91).

O Departamento de Educação Básica (DEB) do Ministério de Educação, no documento *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais*, defende que:

> A matemática constitui um património cultural da humanidade e um modo de pensar. A sua apropriação é um direito de todos. Todas as crianças e jovens devem ter possibilidade de:
>
> - Contactar, a um nível apropriado, com as ideias e os métodos fundamentais da matemática e apreciar o seu valor e a sua natureza.

> - Desenvolver a capacidade de usar a matemática para analisar e resolver situações problemáticas, para raciocinar e comunicar, assim como a auto-confiança necessária para fazê-lo (M.E., 2001a, p.57).

Ainda no mesmo documento pode ler-se que:

> - A razão primordial para se proporcionar uma educação matemática prolongada a todas as crianças e jovens é de natureza cultural, associada ao facto de a matemática constituir uma significativa herança cultural da humanidade e um modo de pensar e de aceder ao conhecimento.
> - A ênfase da Matemática escolar não está na aquisição de conhecimentos isolados e no domínio de regras e técnicas, mas sim na utilização da matemática para resolver problemas, para raciocinar e para comunicar, o que implica a confiança e a motivação pessoal para fazê-lo (M.E., 2001a, p.58).

Deste modo, verificamos que a sociedade atribui importância à Matemática, defendendo que esta é uma ciência fundamental para o desenvolvimento cognitivo, emocional e social do indivíduo.

De acordo com M.E.,

> A educação matemática tem o objectivo de ajudar a *desocultar* a matemática presente nas mais variadas situações, promovendo a formação de cidadãos participativos, críticos e confiantes nos modos como lidam com a matemática. Para isso, será preciso destacar a especificidade da matemática, nomeadamente como a ciência das *regularidades* e da *linguagem* dos números, das formas e das relações (M.E., 2001a, p.58).

Assim, a Matemática, articulada com outros saberes, é essencial para descrever e compreender a realidade, desenvolve o raciocínio, a capacidade de resolver problemas e o sentido crítico dos alunos. Contribui, ainda, para o desenvolvimento da linguagem pois os alunos têm de interpretar os dados do problema em causa, resolverem-no e, depois, comunicar e explicar como o solucionaram.

No *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais,* são explicitadas as principais razões que explicam a pertinência da inclusão da disciplina de Matemática ao longo de todo o plano de estudos do ensino básico: esta disciplina proporciona “uma significativa herança cultural da humanidade e um modo de pensar e aceder ao conhecimento” (M.E., 2001a, p.59). Esta afirmação evidencia a importância que a Matemática tem na vida das pessoas.

No entanto, verificamos que grande parte da sociedade desenvolveu uma atitude de aversão para com esta disciplina escolar. Na nossa opinião, a mudança desta atitude passa por provar a sua utilidade. Porém, esta mudança implica alterações profundas na dinamização da educação, sendo necessário alterar as metodologias de ensino dos professores e educadores.

3. O sistema curricular do ensino em Portugal

3.1. Breve caracterização da evolução do currículo de Matemática a partir de 1950

O conceito de currículo, ao longo dos tempos, tem sofrido alterações. Numa fase inicial, currículo era sinónimo de programa onde estavam descrito os conteúdos a explorar pelo professor. Actualmente, o currículo, além dos conteúdos, engloba as competências a desenvolver no aluno, bem como apresenta sugestões metodológicas (Roldão, 1999).

O ensino da matemática, baseado em saberes organizados de forma linear e sequencial, centrava-se na mera transmissão de conhecimento. O professor expunha os conteúdos programáticos e o aluno aprendia por aplicação e mecanização dos conceitos. Para o aluno ter sucesso na disciplina de Matemática era suficiente dominar a linguagem simbólica e treinar, por repetição, as técnicas de cálculo.

Nos finais dos anos 50, surgiu o movimento da Matemática Moderna, que defendia que eram necessárias mudanças curriculares para a renovação do ensino da matemática. Nesta altura, começou-se a atribuir importância à resolução de problemas como forma de permitir ao aluno adquirir o conhecimento.

Em vários países foram feitas grandes alterações curriculares que, respeitando as linhas gerais do movimento, tinham aspectos muito díspares. Por exemplo, a reforma francesa era baseada em princípios estruturalistas rígidos, as escolas inglesas integravam a matemática no meio circundante, enquanto algumas escolas americanas desenvolviam um currículo em espiral.

Em Portugal, coexistiam dois tipos de ensino. O ensino liceal, influenciado por Sebastião e Silva, equilibrava o formalismo com o recurso a métodos heurísticos. O ensino técnico era caracterizado por ser mais formalista. Com a unificação do ensino, nos anos 70, prevaleceu um ensino em que se privilegia o formalismo e o rigor pela linguagem.

Durante a década de 70, surgiram várias críticas em relação a esta reforma que valorizava o conteúdo em detrimento do método.

Na década de 80, sob a influência de vários documentos estrangeiros, como por exemplo a *Agenda for Action* (NCTM, 1980) e o relatório inglês *Mathematics Counts* (Cockcroft, 1982), iniciaram-se, em Portugal, mudanças de atitude no ensino da Matemática. Começou-se a relacionar a matemática com a vida real, a dar ênfase à resolução de problemas e a utilizar as calculadoras. Compreendeu-se, também, que os aspectos culturais e sociais eram importantes para a aprendizagem da matemática.

Em 1986, surge, em Portugal, uma grande reforma na educação, muitas vezes designada por Reforma Roberto Carneiro, com a publicação da Lei de Bases do Sistema Educativo (Lei n.º 46/86), em vigor ainda hoje, que consagra os princípios gerais e a organização da educação.

Para além dos princípios gerais (reconhecimento do direito à educação e à cultura, à igualdade no acesso e no sucesso escolares), a Lei de Bases do Sistema Educativo estipulava a gratuidade e obrigatoriedade do ensino básico, com a duração de nove anos. Defendia, também, a criação de um sistema de ensino que englobasse a educação pré-escolar, escolar e extra-escolar. A educação pré-escolar abrangia as crianças dos 3 aos 6 anos; a educação escolar englobava os ensinos básico, secundário e superior (dos 6 aos 18 anos) e a educação extra-escolar incluía as actividades de aperfeiçoamento científico.

Neste contexto, surgiu, em 1986, a Associação de Professores de Matemática (APM) que, durante os dois primeiros anos da sua existência, se dedicou a fazer a renovação curricular.

Em 1988, por sua iniciativa, a APM reuniu em Vila Nova de Milfontes para discutir os seguintes temas:

> 1) os grandes objectivos e as orientações fundamentais para o ensino da Matemática; 2) a natureza e organização das actividades de aprendizagem e o novo papel do professor; 3) os computadores e as calculadoras e o processo de

ensino-aprendizagem da Matemática; 4) o estilo e organização desejáveis para o currículo de Matemática nos vários níveis (APM, 1988, p.10).

Neste seguimento, iniciou-se um processo de revisão curricular e, consequentemente, no início da década de 90, foram elaborados e homologados novos programas para as diferentes disciplinas. Assim, foi produzido o documento *Renovação do Currículo de Matemática*, que continha os novos pressupostos, princípios e orientações para um currículo de Matemática, bem como foram sugeridos objectivos para o seu ensino e actividades de aprendizagem. Foi, também, discutido o papel do professor e a integração das novas tecnologias. Uma das orientações curriculares centrais, apresentada no encontro de Vila Nova de Milfontes, foi a resolução de problemas por ser uma actividade criativa.

Ainda na década de 80, surgiu o *Projecto MAT789 Inovação Curricular em Matemática*, que decorreu entre 1988 e 1992. Este projecto tinha como objectivo criar e experimentar um currículo de Matemática, para os 7.º, 8.º e 9.º anos de escolaridade, "centrado na resolução de problemas, orientado para os processos e para os conceitos e apoiado na utilização extensiva dos computadores e das calculadoras" (Abrantes, Leal, Teixeira & Veloso, 1997, p.7).

O novo *Programa de Matemática* do ensino básico entra em vigor em 1991. Foram publicados cinco documentos: um para o 1.º CEB, não só com o programa da Matemática mas também de todas as outras áreas científicas, dois para a Matemática do 2.º CEB e outros dois para a Matemática do 3.º CEB.

No programa referente ao 2.º CEB, pode ler-se: "relativamente aos programas anteriores, a alteração fundamental consiste em serem considerados conteúdos de aprendizagem tanto os conhecimentos a adquirir como as atitudes e as aptidões a desenvolver, o que implica necessariamente uma mudança de métodos" (M.E., 1991b, p.171). Em relação às orientações metodológicas, é recomendado que se recorra a actividades diversificadas, individuais ou em grupo; que se promova o desenvolvimento do espírito de pesquisa, criatividade, o gosto de aprender, a autonomia e o sentido de cooperação. O programa de Matemática salienta, também, que a resolução de problemas permite aos alunos observar, seleccionar e organizar dados, fazer conjecturas, argumentar, concluir e desenvolver o raciocínio.

No que diz respeito à Matemática, em 1991, o NCTM considerou que um currículo:

> É um plano operacional de ensino que deve descrever em pormenor o que os alunos de matemática precisam de saber, de que forma os alunos devem atingir os objectivos identificados no currículo, o que é que os professores devem fazer para ajudar os alunos a desenvolver os seus conhecimentos matemáticos, e o contexto em que a aprendizagem e o ensino devem processar-se (1991, p.1).

Na década de 90, muitas críticas foram surgindo aos programas de matemáticas nomeadamente pelo facto destes não fazerem referências às actividades de investigação. Para além disso, surgiam várias mudanças no mundo por causa do desenvolvimento das ciências e tecnologia, o que influenciou as práticas educativas.

Serrazina e Oliveira (2005, p.36) referem que atendendo à importância dada a uma educação para todos e à aprendizagem ao longo da vida, a escola já não pode apenas transmitir o saber, é preciso ser capaz de ensinar os alunos a utilizá-lo, transferi-lo e mobilizá-lo no sentido de sustentar as suas decisões. Para estas autoras, estas exigências da própria sociedade contemporânea marcaram uma nova mudança nas questões de educação.

A reorganização curricular do ensino básico continuou com a publicação do Decreto-Lei n.º 6/2001. Nesse mesmo ano, foi publicado o documento *Currículo Nacional do Ensino Básico* (M.E., 2001a), um documento oficial que passou a existir juntamente com os programas das disciplinas, que permaneceram em vigor, tal como foram escritos, desde 1991 até 2010. Em Dezembro de 2007, atendendo às dificuldades e necessidades diagnosticadas no ensino da matemática, é homologado um *Novo Programa de Matemática do Ensino Básico*, tendo o M.E. decidido que seria implementado, em todo o pais, a partir de Setembro de 2010. Neste documento, exige-se cada vez mais da escola uma formação sólida e coesa em Matemática para todos os alunos, que lhes permita compreender e utilizar a Matemática noutras disciplinas, bem como no quotidiano.

Como o nosso estudo foi posto em prática no ano lectivo 2008/2009, o currículo em vigor nessa data era, ainda, o *Currículo Nacional do Ensino Básico* de 1991. Este documento, comum a todas as disciplinas do ensino básico, aborda, pela primeira vez, o conceito de competência. Passamos a ter um ensino cujo objectivo é desenvolver um conjunto de competências nos alunos. Neste documento, competência é compreendida como saber que integra conhecimentos, capacidades e atitudes. O M.E. adoptou este termo mais amplo porque considera que a escola deve promover "o desenvolvimento integrado de capacidades e atitudes que viabilizam a utilização dos conhecimentos em situações diversas, mais familiares ou menos familiares ao aluno" (M.E., 2001a, p.9).

O M.E. (2001a, p.9) refere que a noção de competência "não se identifica com o conhecimento memorizado de termos, factos e procedimentos básicos, desprovido de elementos de compreensão e interpretação e resolução de problemas". Verificamos, assim, que há uma valorização da aquisição de conhecimentos, integrada num conjunto diverso de aprendizagens, cujo objectivo é o desenvolvimento gradual de capacidades e de atitudes favoráveis à aprendizagem do aluno. As competências devem ser desenvolvidas ao longo do ensino básico, pelo que o professor deve proporcionar aos alunos experiências de aprendizagem significativas ao longo do ensino básico.

O currículo nacional do ensino básico, em vigor na data de concretização do actual estudo, apresenta-se definido em termos de competências gerais e essenciais e de experiências de aprendizagem distribuídos por três ciclos (1.º CEB – 1.º ano ao 4.º ano, 2.º CEB – 5.º e 6.º anos e 3.º CEB – 7.º ano ao 9.º ano). Nestes documentos, é referido que as experiências de aprendizagem devem ser diversas, por exemplo, actividades de investigação, resolução de problemas, realização de projectos e jogos e que, durante estas experiências de aprendizagem, os alunos devem utilizar tecnologias e materiais manipuláveis.

O aluno, no final do ensino básico, deverá ter desenvolvido todas as competências gerais apresentadas no currículo, isto é, deverá ser capaz de:

> (1) Mobilizar saberes culturais, científicos e tecnológicos para compreender a realidade e para abordar situações e problemas do quotidiano.
> (2) Usar adequadamente linguagens das diferentes áreas do saber cultural, científico e tecnológico para se expressar.
> (3) Usar correctamente a língua portuguesa para comunicar de forma adequada e para estruturar o pensamento próprio.
> (4) Usar línguas estrangeiras para comunicar adequadamente em situações do quotidiano e para apropriação de informação.
> (5) Adoptar metodologias personalizadas de trabalho e de aprendizagem adequadas a objectivos visados.

> (6) Pesquisar, seleccionar e organizar informação para transformar em conhecimento mobilizável.
> (7) Adoptar estratégias adequadas à resolução de problemas e à tomada de decisões.
> (8) Realizar actividades de forma autónoma, responsável e criativa.
> (9) Cooperar com outros em tarefas e projectos comuns.
> (10) Relacionar harmoniosamente o corpo com o espaço, numa perspectiva pessoal e interpessoal promotora da saúde e da qualidade de vida. (M.E., 2001a, p.15).

As competências essenciais são definidas para cada área curricular. Neste sentido, ao longo do ensino básico, todos os alunos devem ser matematicamente competentes, isto é, devem apresentar um conjunto de atitudes, de capacidades e de conhecimentos relativos à matemática. Ao longo da educação básica, esta competência inclui:

> - A predisposição para raciocinar matematicamente, isto é, para explorar situações problemáticas, procurar regularidades, fazer e testar conjecturas, formular generalizações, pensar de maneira lógica.
> - O gosto e a confiança pessoal em realizar actividades intelectuais que envolvem raciocínio matemático e a concepção de que a validade de uma afirmação está relacionada com a consistência da argumentação lógica, e não com alguma autoridade exterior.
> - A aptidão para discutir com outros e comunicar descobertas e ideias matemáticas através do uso de uma linguagem, escrita e oral, não ambígua e adequada à situação.
> - A compreensão das noções de conjectura, teorema e demonstração, assim como das consequências do uso de diferentes definições.
> - A predisposição para procurar entender a estrutura de um problema e a aptidão para desenvolver processos de resolução, assim como para analisar os erros cometidos e ensaiar estratégias alternativas.
> - A aptidão para decidir sobre a razoabilidade de um resultado e de usar, consoante os casos, o cálculo mental, os algoritmos de papel e lápis ou os instrumentos tecnológicos.
> - A tendência para procurar ver e apreciar a estrutura abstracta que está presente numa situação, seja ela relativa a problemas do dia-a-dia, à natureza ou à arte, envolva ela elementos numéricos, geométricos ou ambos.
> - A tendência para usar a matemática, em combinação com outros saberes, na compreensão de situações da realidade, bem como o sentido crítico relativamente à utilização de procedimentos e resultados matemáticos. (M.E., 2001a, p.57).

O M.E. (2001a), no que diz respeito à Matemática, refere que o desenvolvimento do currículo desta disciplina deve ser articulado, de forma adequada, com o das outras áreas do currículo, para que ocorra o desenvolvimento das competências gerais do ensino básico e permita o desenvolvimento de autonomia, responsabilidade, criatividade e do espírito de cooperação e solidariedade no aluno. As competências essenciais da matemática procuram contribuir para uma melhor articulação entre os três ciclos do ensino básico, não se podendo, assim, encarar as aprendizagens como ligadas a momentos específicos. A aprendizagem da Matemática deve ser vista como um processo gradual e contínuo ao longo de todo o ciclo do ensino básico. Neste sentido, no próprio currículo está definido que todas as crianças e jovens devem ter a possibilidade de:

> - Contactar, a um nível apropriado, com as ideias e os métodos fundamentais da matemática e apreciar o seu valor e a sua natureza;
> - Desenvolver a capacidade de usar a matemática para analisar e resolver situações problemáticas, para raciocinar e comunicar, assim como a autoconfiança necessária para fazê-lo. (M.E., 2001a, p.57).

Em 2007, a Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC) do M.E., através de uma equipa de especialistas e investigadores das áreas da Matemática e da Educação Matemática, fez um reajustamento ao *Programa de Matemática* para o ensino básico, dado que este era datado do início dos anos 90, pelo que já havia necessidade de ser revisto. É evidente que com a publicação, em 2001, do currículo do ensino básico já se tinham introduzido modificações curriculares importantes, ao nível das finalidades e dos objectivos da aprendizagem, em relação ao Programa de Matemática dos anos 90, como vimos anteriormente. No entanto, a necessidade de uma revisão tornou-se precisa para corrigir os principais problemas existentes, pelo que partindo do programa antigo, foi elaborado um *Novo Programa de Matemática do Ensino Básico* (M.E., 2007). Este documento incluiu, para cada ciclo do ensino básico, os objectivos, os temas matemáticos, as orientações metodológicas e aspectos ligados à gestão curricular e à avaliação. O *Novo Programa de Matemática do Ensino Básico* foi homologado a 28 de Dezembro de 2007. Este documento foi posto em prática, de forma experimental, em algumas escolas do ensino básico que mostraram interesse em participar no estudo da implementação do referido documento. No ano lectivo 2008/2009, participaram 40 turmas piloto: 10 turmas do 1.º ano do 1.º CEB; 10 turmas do 3.º ano do 1.º CEB; 10 turmas do 5.º ano do 2.º CEB; e, 10 turmas do 7.º ano do 3.º CEB. Entrará em vigor, faseadamente, em todas as escolas, no ano lectivo 2010/2011.

Actualmente, o NCTM (2007) considera que um currículo "é mais do que um conjunto de actividades: deve ser coerente, incidir numa matemática relevante e ser bem articulado ao longo dos anos de escolaridade" (p.15).

De acordo com a mesma fonte, um currículo deverá proporcionar experiências que motivem os alunos para a continuação de estudos e os prepare para a resolução de problemas em diversos contextos. Deve ser um documento bem articulado ao longo da escolaridade, de tal modo que propicie aos alunos a aquisição de conceitos gradualmente mais aprofundados. Deve fornecer aos docentes orientações sobre os temas mais relevantes nos diferentes momentos de aprendizagem, como também evidenciar a sua profundidade.

3.2. Organização do sistema curricular português

Em 1986, a Lei de Bases do Sistema Educativo definiu claramente, os níveis de ensino português: educação pré-escolar, ensino básico, ensino secundário e o ensino superior.

A educação pré-escolar, de carácter facultativo, era destinada às crianças entre os 3 e os 6 anos de idade.

O ensino básico passou, nessa altura, a ser de nove anos, dos 6 aos 15 anos de idade, e universal, obrigatório e gratuito. Encontra-se dividido em três ciclos sequenciais: o 1.º CEB, com duração de 4 anos; o 2.º CEB, com duração de 2 anos e o 3.º CEB, com duração de 3 anos.

O currículo do ensino básico diz respeito ao conjunto das aprendizagens que os alunos realizam, ao modo como estão organizadas, ao lugar que ocupam e ao papel que desempenham no percurso escolar ao longo do ensino básico.

De acordo com o artigo 3.º do Decreto-Lei n.º 6/2001 de 18 de Janeiro, a organização e a gestão do currículo subordinam-se aos seguintes princípios orientadores:

> *a*) Coerência e sequencialidade entre os três ciclos do ensino básico e articulação destes com o ensino secundário.
> *b*) Integração do currículo e da avaliação, assegurando que esta constitua o elemento regulador do ensino e da aprendizagem.

> *c*) Existência de áreas curriculares disciplinares e não disciplinares, visando a realização de aprendizagens significativas e a formação integral dos alunos, através da articulação e da contextualização dos saberes.
> *d*) Integração, com carácter transversal, da educação para a cidadania em todas as áreas curriculares.
> *e*) Valorização das aprendizagens experimentais nas diferentes áreas e disciplinas, em particular, e com carácter obrigatório, no ensino das ciências, promovendo a integração das dimensões teórica e prática.
> *f*) Racionalização da carga horária lectiva semanal dos alunos.
> *g*) Reconhecimento da autonomia da escola no sentido da definição de um projecto de desenvolvimento do currículo adequado ao seu contexto e integrado no respectivo projecto educativo.
> *h*) Valorização da diversidade de metodologias e estratégias de ensino e actividades de aprendizagem, em particular com recurso a tecnologias de informação e comunicação, visando favorecer o desenvolvimento de competências numa perspectiva de formação ao longo da vida.
> *i*) Diversidade de ofertas educativas, tomando em consideração as necessidades dos alunos, por forma a assegurar que todos possam desenvolver as competências essenciais e estruturantes definidas para cada um dos ciclos e concluir a escolaridade obrigatória. (M.E., 2004, pp.17-8).

O trabalho a desenvolver com os alunos do ensino básico integrará, obrigatoriamente, actividades experimentais e actividades de pesquisa adequadas às diferentes áreas curriculares.

O 1.º CEB funciona num regime de monodocência e pretende desenvolver nos alunos competências básicas em Língua Portuguesa, Matemática, Estudo do Meio e Expressões. Com o alargamento do horário de funcionamento da escola para um mínimo de oito horas diárias, passaram a existir na escola actividades extra-curriculares, nomeadamente, o ensino do Inglês, actividades físicas, apoio ao estudo, ensino de Música. Para estas áreas, existem professores especializados. Na tabela 1, está descrito o plano curricular no 1.º CEB.

O 2.º CEB encontra-se dividido por disciplinas e áreas curriculares não disciplinares, cada uma delas, é ministrada por um professor, pelo que funciona em regime de pluridocência. Na tabela 2, está descrito o plano curricular no 2.º CEB.

O 3.º CEB também se encontra dividido por disciplinas, ministradas por professores distintos, pelo que também funciona em regime de pluridocência. É obrigatória a aprendizagem de duas línguas estrangeiras neste ciclo de estudos, entre Inglês, Francês, Alemão e Espanhol. Na tabela 3 está descrito o plano curricular do 3.º CEB.

<table>
<tr><th rowspan="5">Educação para a cidadania</th><th colspan="2">COMPONENTES DO CURRÍCULO</th></tr>
<tr><td colspan="2">Áreas curriculares disciplinares de frequência obrigatória:
Língua Portuguesa;
Matemática;
Estudo do Meio;
Expressões: Artísticas e Físico-Motoras.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Formação Pessoal e Social</td><td>Áreas curriculares não disciplinares (a):
Área de Projecto;
Estudo Acompanhado;
Formação Cívica.</td></tr>
<tr><td>Total: 25 horas</td></tr>
<tr><td>Área curricular disciplinar de frequência facultativa:
Educação Moral e Religiosa (b).
Total: 1 hora
TOTAL: 26 horas
Actividades de enriquecimento (c)</td></tr>
</table>

(a) Estas áreas devem ser desenvolvidas em articulação entre si e com as áreas disciplinares, incluindo uma componente de trabalho dos alunos com as tecnologias de informação e da comunicação, e constar explicitamente do projecto curricular da turma.

(b) Nos termos do n.º 5 do artigo 5.º

(c) Actividades de carácter facultativo, nos termos do artigo 9.º, incluindo uma possível iniciação a uma língua estrangeira, nos termos do n.º 1 do artigo 7.º

(Fonte: Decreto-Lei n.º 209/02, de 17 de Outubro que altera o artigo 13.º e os anexos I, II e III do Decreto Lei n.º 6/2001, de 18 de Janeiro)

Tabela 1: Matriz curricular do 1.º CEB.

Componentes do Currículo	Carga horária semanal (x 90 min.) (a)		
Áreas curriculares disciplinares:	**5.º Ano**	**6.º Ano**	**Total Ciclo**
Línguas e Estudos Sociais Língua Portuguesa; Língua Estrangeira; História e Geografia de Portugal.	5	5,5	10,5
Matemática e Ciências Matemática; Ciências da Natureza.	3,5	3,5	7
Educação Artística e Tecnológica Educação Visual e Tecnológica (b); Educação Musical.	3	3	6
Educação Física	1,5	1,5	3
Educação Moral e Religiosa (c)	0,5	0,5	1
Áreas curriculares não disciplinares (d) Área de Projecto; Estudo Acompanhado; Formação Cívica.	3	2,5	5
Total	***16 (16,5)***	***16 (16,5)***	***32 (33)***
A decidir pela escola	0,5	0,5	1
Máximo Global	***17***	***17***	***34***
Actividades de enriquecimento (e)			

Educação para a cidadania

Formação Pessoal e Social

(a) Carga horária semanal refere-se a tempo útil de aula e está organizada em períodos de 90 minutos, assumindo a sua distribuição por anos de escolaridade um carácter indicativo. Em situações justificadas, a escola poderá propor uma diferente disposição de carga horária semanal dos alunos, devendo contudo respeitar os totais por área curricular e ciclo, assim como o máximo global indicado para cada ano de escolaridade.

(b) A leccionação de Educação Visual e Tecnológica estará a cargo de dois professores.

(c) Disciplina de frequência facultativa, nos termos do n.º 5 do artigo 5.º

(d) Estas áreas devem ser desenvolvidas em articulação entre si e com as áreas disciplinares, incluindo uma componente de trabalho dos alunos com as tecnologias de informação e da comunicação, e constar explicitamente do projecto curricular da turma. A área de projecto e o estudo acompanhado são assegurados por equipas de dois professores da turma, preferencialmente de áreas científicas diferentes.

(e) Actividade de carácter facultativo, nos termos do artigo 9.º.

(Fonte: Decreto-Lei n.º 209/02, de 17 de Outubro que altera o artigo 13.º e os anexos I, II e III do Decreto Lei n.º 6/2001, de 18 de Janeiro)

Tabela 2: Matriz curricular do 2.º CEB.

Componentes do Currículo			Carga horária semanal (x 90 min.) (a)			
		Áreas curriculares disciplinares:	**7.º Ano**	**8.º Ano**	**9.º Ano**	**Total Ciclo**
Educação para a cidadania		**Língua Portuguesa**	2	2	2	6
		Língua Estrangeira LE1; LE2.	3	2,5	2,5	8
		Ciências Humanas e Sociais: História Geografia	2	2,5	2,5	7
		Matemática	2	2	2	6
		Ciências Físicas e Naturais Ciências Naturais; Físico-Química.	2	2	2,5	6,5
		Educação Artística **Educação Visual**; Outra Disciplina (oferta da escola) (b)	1 (c)	1 (c)	1,5 (d)	5,5
		Educação Tecnológica	1 (c)	1 (c)		
		Educação Física	1,5	1,5	1,5	4,5
		Introdução às Tecnologias de Informação e Comunicação	0	0	1	1
	Formação Pessoal e Social	Educação Moral e Religiosa (e)	0,5	0,5	0,5	1,5
		Áreas curriculares não disciplinares (f) Área de Projecto; Estudo Acompanhado; Formação Cívica.	2,5	2,5	2	7
		Total	***17 (17,5)***	***17 (17,5)***	***17,5 (18)***	***51,5 (53)***
		A decidir pela escola	0,5	0,5	0	1
		Máximo Global	***18***	***18***	***18***	***54***
		Actividades de enriquecimento (g)				

(a) Carga horária semanal refere-se a tempo útil de aula e está organizada em períodos de 90 minutos.

(b) A escola poderá oferecer outra disciplina da área da Educação Artística (Educação Musical, Teatro, Dança, etc.) se, no seu quadro docente, existirem professores para a sua docência.

(c) Nos 7.º e 8.º anos, os alunos têm:

i) Educação Visual ao longo do ano lectivo;

ii) numa organização equitativa com a Educação Tecnológica, ao longo de cada ano lectivo, uma outra disciplina da área da Educação Artística. No caso da escola não oferecer uma outra disciplina, a Educação Tecnológica terá uma carga horária igual à disciplina de Educação Visual.

(d) No 9.º ano, do conjunto das disciplinas que integram os domínios artísticos e tecnológicos, os alunos escolheram uma única disciplina das que frequentaram nos 7.º e 8.º anos.

(e) Disciplina de frequência facultativa, nos termos do n.º 5 do artigo 5.º

(f) Estas áreas devem ser desenvolvidas em articulação entre si e com as áreas disciplinares, incluindo uma componente de trabalho dos alunos com as tecnologias de informação e da comunicação, e constar explicitamente do projecto curricular da turma. A área de projecto e a área de estudo acompanhado são asseguradas, cada uma, por um professor.

(g) Actividade de carácter facultativo, nos termos do artigo 9.º

(Fonte: Decreto-Lei n.º 209/02, de 17 de Outubro que altera o artigo 13.º e os anexos I, II e III do Decreto Lei n.º 6/2001, de 18 de Janeiro)

Tabela 3: Matriz curricular do 3.º CEB.

O ensino básico está orientado para desenvolver nos alunos um conjunto de competências gerais e específicas de cada área de saber, com o intuito de desenvolver o aluno do ponto de vista cognitivo, social e emocional, preparando-o para o ingresso na vida activa ou para o prosseguimento de estudos.

No final de cada ciclo do ensino básico, os alunos são sujeitos a avaliação externa: nos 1.º e 2.º CEB, a provas de aferição; no 3.º CEB, a exames nacionais de Português e Matemática.

Actualmente, os alunos com mais de 15 anos de idade que não possuam a escolaridade obrigatória, podem ingressar num ensino alternativo ao 3.º CEB, um Curso de Educação e Formação (CEF) que, quando concluído, dá habilitação equivalente ao 9.º ano de escolaridade.

Depois de concluído o 3.º CEB, os alunos que pretendem continuar a estudar, matriculam-se no ensino secundário, com duração de 3 anos, optando, de acordo com as suas aspirações futuras, por um dos quatro tipos de cursos existentes: Cursos Científico-Humanísticos, Cursos Tecnológicos, Cursos Artísticos Especializados ou Cursos Profissionais.

Só pode matricular-se no ensino secundário o aluno que tiver a escolaridade obrigatória ou habilitação equivalente. O ensino secundário pretende orientar os alunos para a vida activa ou para prosseguimento de estudos. É de referir que, a partir do ano lectivo 2009/2010, os alunos que ingressaram no 7.º ano de escolaridade já têm como escolaridade obrigatória o 12.º ano, em vez do 9.º ano de escolaridade.

Os Cursos Científico-Humanísticos são vocacionados para o prosseguimento de estudos. Os Cursos Tecnológicos são dirigidos a alunos que pretendam ingressar no mercado de trabalho, permitindo, de igual modo, o prosseguimento de estudos. Os Cursos Artísticos Especializados visam assegurar a formação artística especializada nas artes visuais, audiovisuais, dança e música, permitindo também a entrada no mundo de trabalho ou o prosseguimento de estudos. Os Cursos Profissionais são especialmente destinados a alunos que pretendam, após o 12.º ano de escolaridade, ingressar no mercado de trabalho, permitindo, também, o prosseguimento de estudos.

Para conclusão de qualquer curso do ensino secundário, os alunos são sujeitos a uma avaliação externa, através da realização de exames nacionais às disciplinas previstas na lei para cada curso.

O M.E. criou, recentemente, o programa *Novas Oportunidades*, para maiores de 18 anos, com o objectivo de promover a educação e formação em jovens e adultos, proporcionando uma nova oportunidade de ensino a todas as pessoas que abandonaram a escola precocemente ou estão em risco de abandonar e àquelas que, no devido momento, não tiverem oportunidade de concluir os seus estudos.

O ensino superior, estruturado de acordo com o Processo de Bolonha, visa assegurar uma sólida preparação científica, tecnológica, cultural e artística que habilite o indivíduo para o exercício de actividades profissionais e culturais.

Em Portugal, o ensino superior encontra-se dividido em ensino universitário e ensino politécnico; tanto um como o outro pode ser público, privado ou cooperativo. Actualmente, as instituições de ensino universitário e as de ensino politécnico conferem o grau de licenciado e de mestre. No entanto, apenas as instituições universitárias podem conferir o grau de doutor.

Para se ingressar no ensino superior, o aluno tem de ter concluído com sucesso o ensino secundário; ter realizado os exames nacionais específicos, com classificação mínima de 9,5 valores (numa escala de 0-20 valores), para o curso a que se pretende candidatar e, se aplicável, satisfazer os pré-requisitos exigidos para o curso a que se pretende candidatar.

Alunos maiores de 23 anos, mesmo que não tenham concluído o ensino secundário, podem aceder ao ensino superior realizando provas nos estabelecimentos de ensino superior, tendo de evidenciar capacidade para frequentar o curso a que se candidatam.

Na tabela 4, podemos ver um resumo dos níveis de ensino em Portugal:

Níveis de Ensino		Anos de Escolaridade	Duração	Idade
Pré-Escolar		-----	3 anos	3/6 anos
1.º CEB		1.º - 4.º	4 anos	6/10 anos
2.º CEB		5.º - 6.º	2 anos	10/12 anos
3.º CEB		7.º - 9.º	3 anos	12/15 anos
Secundário	Cursos: Científico-Humanístico Tecnológico Artístico especializado Profissional	10.º - 12.º	3 anos	15/18 anos
Superior	Ensino Politécnico Ensino Universitário	Organizado em dois ciclos: - o primeiro confere o grau de licenciado e corresponde aos três primeiros anos; - o segundo confere o grau de mestre, e corresponde aos dois últimos anos.	5 anos	>18 anos
	Ensino Universitário	Doutoramento	3 anos	

Tabela 4: Níveis de ensino em Portugal.

4. A Matemática no currículo do ensino básico

A Matemática faz parte integrante do currículo nacional do ensino básico, tendo uma presença significativa em todos os ciclos. O desenvolvimento do currículo desta disciplina deve ser encarado como um contributo, em articulação com os currículos das outras disciplinas, para a promoção das competências gerais do ensino básico.

A Matemática, como relaciona o trabalho experimental com o raciocínio indutivo e dedutivo, contribui para desenvolver a forma de pensar, de aceder ao conhecimento e de comunicar. Além disso, promove a mobilização de saberes (culturais, científicos e tecnológicos) para compreender a realidade e para abordar situações e problemas.

A competência matemática que integra estes aspectos desenvolve-se gradualmente e inclui a compreensão de um conjunto de noções matemáticas fundamentais. Para tal, é necessário proporcionar aos alunos diferentes experiências de ensino-aprendizagem nos vários ciclos, o que implica uma visão global, gradual e contínua sobre o ensino desta disciplina ao longo de toda a educação básica.

Assim, pretende-se promover o desenvolvimento integrado de conhecimentos, capacidades e atitudes, e não apenas acrescentar capacidades, isoladas, de resolução de problemas, raciocínio e comunicação, meramente por aplicação de técnicas de cálculo, conhecimentos isolados e memorização de procedimentos.

Apesar de a Matemática apresentar semelhanças com outras disciplinas, esta ciência tem métodos próprios de pesquisar e de organizar a informação, de resolver problemas e de tomar decisões, que enriquecem a formação geral dos alunos. Deste modo, a combinação adequada entre a Matemática e as outras áreas do currículo promoverá um desenvolvimento dos alunos a nível da autonomia, responsabilidade, espírito crítico, criatividade e solidariedade. Logo, a Matemática, em qualquer um dos ciclos do ensino básico, não deve ser encarada como uma disciplina independente das outras.

Neste sentido, no currículo do ensino básico, pode ler-se:

> Em suma, pode dizer-se que a Matemática para todos não deve identificar-se com o ensino de um certo número de conteúdos matemáticos específicos, mas sim com a promoção de uma educação em matemática, sobre a matemática e através da matemática, contribuindo para a formação geral do aluno (M.E., 2001a, p.59).

De modo global, o currículo da Matemática, em vigor na data de elaboração deste estudo (M.E., 2001a), ao longo dos três ciclos que constituem o ensino básico, encontra-se dividido em quatro grandes domínios temáticos: *Números e Cálculo*; *Geometria*; *Estatística e Probabilidades* e *Álgebra e Funções* (M.E., 2001a, p.59). Para cada domínio temático, são identificados aspectos gerais da competência matemática para todos os ciclos e também aspectos específicos formulados para cada ciclo. Esta organização salienta que a competência matemática inclui a compreensão de um conjunto de noções matemáticas fundamentais e permite estabelecer uma ligação mais fácil aos temas centrais dos programas em vigor nos 2.º e 3.º CEB, sendo ainda compatível com os blocos temáticos do programa do 1.º CEB.

Ao longo dos três ciclos, no tema *Números e Cálculo*, o aluno, para ser matematicamente competente, deve desenvolver os seguintes aspectos gerais:

> - A compreensão global dos números e das operações e a sua utilização de maneira flexível para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis de manipulação dos números e das operações.
> - O reconhecimento e a utilização de diferentes formas de representação dos elementos dos conjuntos numéricos, assim como das propriedades das operações nesses conjuntos.
> - A aptidão para efectuar cálculos mentalmente, com os algoritmos de papel e lápis ou usando a calculadora, bem como para decidir qual dos métodos é apropriado à situação.
> - A sensibilidade para a ordem de grandeza de números, assim como a aptidão para estimar valores aproximados de resultados de operações e decidir da razoabilidade de resultados obtidos por qualquer processo de cálculo ou por estimativa.
> - A predisposição para procurar e explorar padrões numéricos em situações matemáticas e não matemáticas e o gosto por investigar relações numéricas, nomeadamente em problemas envolvendo divisores e múltiplos de números ou implicando processos organizados de contagem.
> - A aptidão para dar sentido a problemas numéricos e para reconhecer as operações que são necessárias à sua resolução, assim como para explicar os métodos e o raciocínio que foram usados. (M.E., 2001a, p.60).

Ao longo dos três ciclos, no domínio da *Geometria*, a competência matemática que os alunos devem desenvolver os seguintes aspectos gerais:

> - A aptidão para realizar construções geométricas e para reconhecer e analisar propriedades de figuras geométricas, nomeadamente recorrendo a materiais manipuláveis e a software geométrico.
> - A aptidão para utilizar a visualização e o raciocínio espacial na análise de situações e na resolução de problemas em geometria e em outras áreas da matemática.
> - A compreensão dos conceitos de comprimento e perímetro, área, volume e amplitude, assim como a aptidão para utilizar conhecimentos sobre estes conceitos na resolução e formulação de problemas.
> - A aptidão para efectuar medições e estimativas em situações diversas, bem como a compreensão do sistema internacional de unidades.
> - A predisposição para procurar e explorar padrões geométricos e o gosto por investigar propriedades e relações geométricas.
> - A aptidão para formular argumentos válidos recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial, explicitando-os em linguagem corrente.
> - A sensibilidade para apreciar a geometria no mundo real, o reconhecimento e a utilização de ideias geométricas em diversas situações, nomeadamente na comunicação (M.E., 2001a, p.62).

Ao longo dos três ciclos, no domínio da *Estatística e Probabilidades*, as competências matemáticas que os alunos devem desenvolver incluem os seguintes aspectos gerais:

> - A predisposição para recolher e organizar dados relativos a uma situação ou a um fenómeno e para os representar de modo adequado, nomeadamente através de tabelas e gráficos e utilizando as novas tecnologias.
> - A aptidão para ler e interpretar tabelas e gráficos à luz das situações a que dizem respeito e para comunicar os resultados das interpretações feitas.
> - A tendência para dar resposta a problemas com base na análise de dados recolhidos e de experiências planeadas para o efeito.
> - A aptidão para realizar investigações que recorram a dados de natureza quantitativa, envolvendo a recolha, a análise de dados e a elaboração de conclusões.
> - A aptidão para usar processos organizados de contagem na abordagem de problemas combinatórios simples.
> - A sensibilidade para distinguir fenómenos aleatórios e fenómenos deterministas e para interpretar situações concretas de acordo com essa distinção.
> - O sentido crítico face ao modo como a informação é apresentada (M.E., 2001a, p.64).

Ao longo dos três ciclos, no domínio de *Álgebra e Funções*, as competências matemáticas que os alunos devem desenvolver incluem os seguintes aspectos gerais:

> - A predisposição para procurar padrões e regularidades e para formular generalizações em situações diversas, nomeadamente em contextos numéricos e geométricos.
> - A aptidão para analisar as relações numéricas de uma situação, explicitá-las em linguagem corrente e representá-las através de diferentes processos, incluindo o uso de símbolos.
> - A aptidão para construir e interpretar tabelas de valores, gráficos, regras verbais e outros processos que traduzam relações entre variáveis, assim como para passar de umas formas de representação para outras, recorrendo ou não a instrumentos tecnológicos.
> - A aptidão para concretizar, em casos particulares, relações entre variáveis e fórmulas e para procurar soluções de equações simples.
> - A sensibilidade para entender e usar as noções de correspondência e de transformação em situações concretas diversas (M.E., 2001a, p.66).

Os diferentes aspectos gerais atrás referidos são devidamente especificados em cada tema dos três ciclos do ensino básico; no entanto, porque só nos interessa uma parte desses temas, não abordaremos, por ora, essas especificidades.

Nos programas de matemática do ensino básico, são definidas três grandes finalidades do ensino da Matemática, para o conjunto dos três ciclos do ensino básico: desenvolver a capacidade de raciocínio, de comunicação e de resolver problemas. Para além disso, defende-se que se deve desenvolver nos alunos o gosto por aprender, a autonomia, a criatividade, o espírito crítico e cooperação (M.E., 1991b; 1991d; 2004).

O M.E. (2001a) enuncia duas finalidades para o ensino da Matemática: "proporcionar aos alunos um contacto com as ideias e métodos fundamentais da Matemática que lhes permita apreciar o seu valor e a sua natureza" (p.58), e "desenvolver a capacidade e confiança pessoal no uso da Matemática para analisar e resolver situações problemáticas, para raciocinar e comunicar" (p.58).

É, também, referido no currículo do ensino básico (M.E., 2001a) a importância de diversificar as experiências de aprendizagem, no sentido de serem vias indispensáveis para o desenvolvimento da competência matemática. São explicitados quatro tipos de experiências de aprendizagem, que todos os alunos devem beneficiar: resolução de problemas, actividades de investigação, realização de projectos e jogos.

Verifica-se, ainda, que em todos os ciclos do ensino básico se enfatiza a resolução de problemas. No programa de Matemática do 1.º CEB: "a resolução de situações problemáticas (…) deverá constituir a actividade central desta área [disciplinar] e estar presente no desenvolvimento de todos os tópicos" (M.E., 2004, p.164). Nos programas de Matemática dos 2.º e 3.º CEB, a resolução de problemas é considerada um "eixo organizador do ensino da Matemática" (M.E., 1991a, p. 164; 1991c, p.194). A resolução de problemas é, como já foi referido, um dos tipos de experiências de aprendizagem a proporcionar, em que "todos os alunos devem ter oportunidades de se envolver" (p.68), devendo estar sempre presente e integrada, naturalmente, nas diversas actividades.

O ensino básico apresenta três grandes objectivos gerais:

> - Criar as condições para o desenvolvimento global e harmonioso da personalidade, mediante a descoberta progressiva de interesses, aptidões e capacidades que proporcionem uma formação pessoal, na sua dupla dimensão individual e social.
> - Proporcionar a aquisição e domínio de saberes, instrumentos, capacidades, atitudes e valores indispensáveis a uma escolha esclarecida das vias escolares ou profissionais subsequentes.
> - Desenvolver valores, atitudes e práticas que contribuam para a formação de cidadãos conscientes e participativos numa sociedade democrática (M.E., 2004, p.13).

Como o presente estudo incide na Geometria, Grandezas e Medidas dos 1.º e 2.º CEB, não abordaremos a Matemática no 3.º CEB, apesar deste ciclo estar incluído no ensino básico, tal como já foi referido anteriormente.

4.1. A Matemática no 1.º CEB

Há alguns anos atrás, a Matemática do 1.º CEB estava, intimamente, associada à aritmética, mais concretamente, ao domínio das técnicas de cálculo, através do conhecimento dos algoritmos das quatro operações. Esta visão da Matemática, gradualmente, tem sido ultrapassada.

Actualmente, reconhece-se que o domínio das técnicas de cálculo é importante, mas deve estar enquadrado na aprendizagem matemática, através, por exemplo, da resolução de problemas ou de actividades de investigação.

No programa de Matemática do 1.º CEB, estão definidos os seus objectivos gerais para os quatro anos que constituem este ciclo:

> 1. Manifestar curiosidade e gosto pela exploração e resolução de problemas simples do universo familiar.
> 2. Recolher dados simples e organizá-los de forma pessoal recorrendo a diferentes tipos de representação.
> 3. Efectuar medições, escolhendo instrumentos adequados, para resolver problemas simples da vida corrente.
> 4. Fazer e utilizar estimativas em situações de cálculo ou de medição.
> 5. Explorar, construir e transformar modelos geométricos e estabelecer relações entre eles.
> 6. Explicar e confrontar as suas ideias com as dos companheiros, justificar as suas opiniões e descrever processos utilizados na realização de actividades.
> 7. Desenvolver estratégias pessoais de resolução de problemas e assumir progressivamente uma atitude crítica perante os resultados.
> 8. Resolver situações e problemas do dia-a-dia, aplicando as operações aritméticas e as noções básicas de geometria, utilizando algoritmos e técnicas de cálculo mental (M.E., 2004, p.167).

O programa de Matemática do 1.º CEB está organizado em três blocos de conteúdos: Bloco 1 – Números e Operações; Bloco 2 – Formas e Espaço; Bloco 3 – Grandeza e Medidas.

Para cada bloco temático, apresenta-se um conjunto de ideias a valorizar e a abordagem dos conteúdos respectivos, incluindo algumas observações de natureza metodológica, seguida de uma lista de objectivos específicos discriminados para cada ano de escolaridade.

Segundo as orientações expressas no programa de Matemática do 1.º CEB, estes três blocos devem desenvolver-se a partir da resolução de problemas, actividade considerada fundamental. Dado que esta actividade promove o desenvolvimento do raciocínio e da comunicação, nestas idades, a resolução de problemas deverá "ancorar em operações lógicas elementares e apoiar-se em materiais e linguagem gráfica que constituam uma ponte entre o real e as abstracções matemáticas" (M.E., 2004, p.164).

Neste sentido, a resolução de problemas, "coloca o aluno em atitude activa de aprendizagem, quer dando-lhe a possibilidade de construir noções como resposta às interrogações levantadas (exploração e descoberta de novos conceitos), quer incitando-o a utilizar as aquisições feitas e a testar a sua eficácia" (M.E., 2004, p.164).

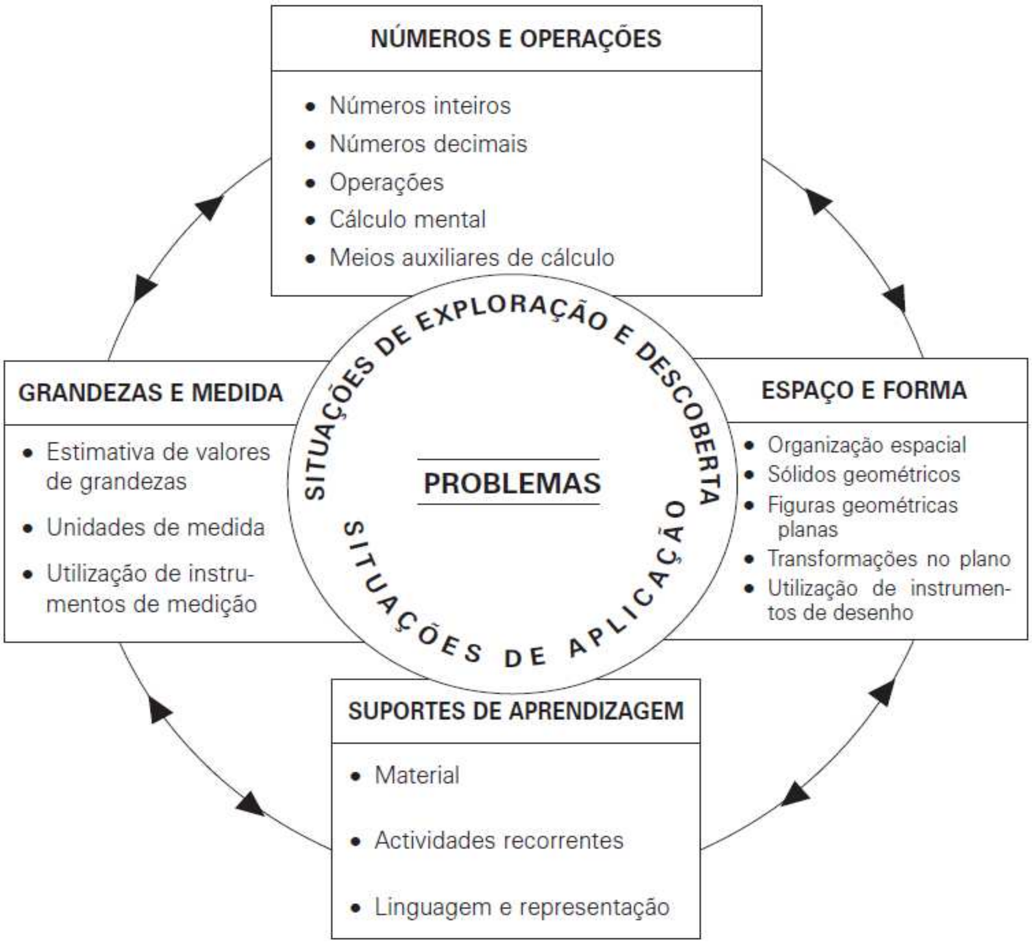
Esta organização em blocos não deve ser encarada como sendo estanque, isto é, os tópicos de cada bloco devem ser abordados de forma integrada ao longo do ano.

Para além dos blocos de conteúdos, o programa de Matemática do 1.º CEB apresenta suportes de aprendizagem e tipos de actividades a desenvolver com os alunos.

Na figura 4, representa-se a organização do programa de matemática do 1.º CEB, evidenciando os conteúdos e o tipo de actividades a desenvolver em cada bloco.

No documento *Organização Curricular e Programas do Ensino Básico – 1.º ciclo* (M.E., 2004) pode ver-se, detalhadamente por bloco e por ano de escolaridade, os conteúdos que cada bloco inclui, bem como o material de apoio para a exploração desses conteúdos.

Com o *Novo Programa de Matemática* (M.E., 2007), que começou a entrar em vigor, em todo o pais, em Setembro de 2010, surgem algumas diferenças. A Matemática no 1.º CEB inclui três grandes temas: Números e Operações; Geometria e Medida e Organização e Tratamento de Dados.



(Fonte: M.E., 2004, p.165)

Figura 4: Organização do programa de matemática do 1.º CEB.

4.2. A Matemática no 2.º CEB

Como já foi referido, este ciclo do ensino básico engloba os 5.º e 6.º anos de escolaridade.

O programa de Matemática do 2.º CEB, em vigor no momento da realização deste estudo, está organizado em três grandes temas: Geometria; Números e Cálculo e Estatística.

No âmbito da Matemática, os objectivos gerais que se pretendem atingir nos alunos neste ciclo do ensino básico são: desenvolver a confiança em si próprio, desenvolver a curiosidade e o gosto de aprender; desenvolver hábitos de trabalho e de persistência; desenvolver o espírito de tolerância e de cooperação (M.E., 1991b).

De um modo geral, durante o 2.º CEB, pretende-se que alunos, no âmbito da disciplina de Matemática, consigam desenvolver a capacidade de resolver problemas, o raciocínio, a capacidade de comunicação e a capacidade de utilizar a matemática na interpretação e na intervenção no real (M.E., 1991b).

No 2.º CEB, de modo global, no tema da Geometria, Grandezas e Medida, pretende-se desenvolver no aluno o conhecimento do espaço; no tema Números e Cálculo, o aluno deve ampliar o conceito de número e desenvolver o cálculo; no tema Estatística, o aluno deve iniciar-se nos processos e técnicas de tratamento da informação. No 5.º ano de escolaridade, no domínio temático *Números e Cálculo*, é dada ênfase ao estudo dos números inteiros, decimais e racionais; no tema *Geometria*, é dado realce ao estudo dos sólidos geométricos, ao estudo das propriedades de triângulos, bem como às noções de perímetro e de área de uma figura geométrica e de volume de um sólido geométrico; no domínio temático *Estatística e Probabilidades*, abordam-se os processos e técnicas de tratamento da informação. No 6.º ano de escolaridade, no domínio temático *Números e Cálculo*, é dado realce às operações com números inteiros relativos e números racionais absolutos; no tema *Geometria*, é dado ênfase ao estudo do cilindro de revolução, ao estudo das propriedades de quadriláteros e às noções de área e volume; no domínio temático *Estatística e Probabilidades*, abordam-se os processos e técnicas de tratamento da informação.

No documento *Programa de Matemática: Plano de Organização do ensino-aprendizagem volume II* do 2.º CEB (M.E., 1991b), são apresentados, em detalhe, por ano de escolaridade, os conteúdos que cada tema inclui, bem como o material de apoio para a exploração desses conteúdos.

No *Novo Programa de Matemática* (M.E., 2007), que começou a entrar em vigor, em todo o país, em Setembro de 2010, a Matemática no 2.º CEB inclui quatro grandes temas: Números e Operações; Álgebra; Geometria e Medida e Organização e Tratamento de Dados.

5. Geometria, Grandezas e Medidas no currículo de Matemática do ensino básico

A Geometria é parte integrante do currículo de Matemática, nos três ciclos do ensino básico, e o seu objectivo principal é o desenvolvimento do sentido espacial dos alunos.

Freudenthal (1973) considera que a Geometria é uma parte da Matemática organizada através de axiomas e que é essencial para conhecer o espaço "em que a criança vive, respira e se movimenta. O espaço que a criança deve aprender a conhecer, a explorar, a conquistar, de modo a conseguir viver, respirar e movimentar-se" (p.403). Neste sentido, Freudenthal refere que a Geometria proporciona às crianças oportunidades para que percebem a realidade circundante.

Em relação à potencialidade da Geometria como conhecimento, Freudenthal (1973), afirma que:

> A Geometria é uma das melhores oportunidades que existem para aprender a matematizar a realidade. É uma oportunidade de fazer descobertas como muitos exemplos mostrarão. Com certeza, os números são também um domínio aberto às investigações, e pode-se aprender a pensar através da realização de cálculos, mas as descobertas feitas pelos próprios olhos e mãos são mais surpreendentes e convincentes. Até que possa de algum modo ser dispensadas, as formas no espaço são um guia insubstituível para a pesquisa e a descoberta (p.410).

Neste seguimento, Alsina (1999) afirma:

> A Geometria no ensino da Matemática deve ser a Geometria útil para todos: o conhecimento matemático do espaço. Uma Geometria baseada na intuição e na experimentação aconselhada pelo sentido comum; rica em temas de representação e interpretação; capaz de ordenar, classificar e mover figuras planas e espaciais; audaz na combinação de linguagens diversas (gráficas, analíticas e simbólicas…); apoiada no rigor das definições e das deduções sobre factos relevantes; com técnicas diversas para medir, construir e transformar; induzindo à compreensão do diálogo plano/espaço; aberta à interdisciplinaridade com as ciências e as artes; paradigma da modelização matemática; predicadora de aplicações assombrosas e relações interessantes (…) esta é a Geometria com a qual nos gostaríamos de educar todos (p.65).

O NCTM (2007) reforça a ideia de que os conhecimentos geométricos que as crianças possuem devem ser desenvolvidos, na escola, através de actividades de exploração, investigação e de discussão na sala de aula.

Como já vimos, o ensino básico em Portugal é centrado em competências, gerais e específicas, de cada área curricular disciplinar e não disciplinar, com o intuito de se aproximar mais o ensino às características de cada aluno. O currículo nacional do ensino básico define, no domínio da Geometria, das Grandezas e da Medida, as competências matemáticas que todos os alunos devem desenvolver. As competências gerais, a desenvolver ao longo dos três ciclos do ensino básico, foram descritas no subcapítulo anterior.

Porém, além desses aspectos gerais comuns a todos os ciclos, há que considerar os aspectos específicos para cada um dos tr~es ciclos do ensino básico.

Embora o domínio temático *Geometria* esteja presente em todo o currículo do ensino básico, verifica-se que, à medida que o aluno avança, a importância atribuída à área da Geometria vai diminuindo. Contudo, no *Novo Programa de Matemática* (M.E., 2007), verifica-se um maior ênfase da Geometria e Medida em todos os ciclos do ensino básico.

5.1. Geometria, Grandezas e Medidas no 1.º CEB

No que diz respeito ao domínio temático da Geometria no 1.º CEB, consideram-se os seguintes aspectos específicos:

> - o reconhecimento de formas geométricas simples, bem como a aptidão para descrever figuras geométricas e para completar e inventar padrões;
> - a aptidão para realizar construções geométricas simples, assim como para identificar propriedades de figuras geométricas;
> - a compreensão do processo de medição e a aptidão para fazer medições e estimativas em situações diversas do quotidiano utilizando instrumentos apropriados (M.E., 2001a, p.63).

No programa de Matemática deste ciclo de ensino, refere-se que a iniciação à Geometria deve centrar-se em actividades de manipular, explorar, construir, transformar e relacionar. Valoriza-se a integração, de forma activa e dinâmica, das experiências e conhecimentos geométricos que os alunos trazem para a escola para se aprofundar os novos conhecimentos (M.E., 2004, p.180). Defende-se, também, a exploração e manipulação de objectos, dado que auxiliará os alunos a desenvolverem a capacidade de visualização espacial e de raciocínio. Para tal, o professor deve recorrer a material, estruturado e não estruturado, como a régua, o compasso, o esquadro, o transferidor, os sólidos geométricos e o geoplano (M.E., 2004, p.181).

No 1.º CEB, o domínio temático *Geometria* está presente nos bloco 2 – Forma e Espaço e bloco 3 – Grandezas e Medidas.

De um modo geral, no 1.º ano de escolaridade, e no que diz respeito ao bloco 2, a criança deve manipular objectos; estabelecer relações entre esses objectos segundo a sua posição no espaço; reconhecer e nomear nos sólidos geométricos, figuras planas: quadrado, rectângulo, triângulo e círculo; fazer composições com figuras geométricas; reconhecer figuras geométricas em diversas posições (M.E., 2004, pp.173-4). No que diz respeito aos conteúdos do bloco 3, também no 1.º ano, a criança deve estabelecer relações de grandeza entre objectos; fazer experiências que conduzam à noção de invariância das grandezas comprimento (independente da disposição dos objectos, da matéria), capacidade/volume (independente da forma do objecto e do conteúdo) e massa (independente do volume e do número de objectos); ordenar objectos segundo um critério que envolvam as noções de comprimento, capacidade e volume e massa e efectuar medições com unidades de medida, de escolha livre (M.E., 2004, pp.185-6).

No 2.º ano de escolaridade, no domínio temático de *Geometria*, no bloco 2, o aluno deve ser capaz de comparar sólidos geométricos e fazer classificações simples; fazer composições com figuras geométricas; representar, no geoplano, figuras geométricas; comparar o comprimento de itinerários traçados entre dois pontos e desenhar livremente representações no plano, plantas e mapas (da sala de aula, da escola, da rua, de percursos seguidos em passeio) sem exigência de rigor ou realismo (M.E., 2004, p.182). No que diz respeito ao bloco 3, neste nível de ensino e neste domínio temático, o aluno deve reconhecer a necessidade de escolha de uma unidade para efectuar medições; efectuar medições com instrumentos, por eles construídos, e registá-las; construir sistemas provisórios de medida e, dentro de cada sistema, relacionar as diferentes unidades; desenhar, em papel quadriculado, figuras com uma determinada área, tomando como unidade a área de uma (ou mais) quadrículas;

preencher um volume por empilhamento de objectos de igual volume e contar as unidades necessárias; utilizar a balança para comparar massas; comparar capacidades e reconhecer, progressivamente, a utilidade prática de algumas unidades convencionais, através do contacto directo com o meio (metro, quilograma, litro) (M.E., 2004, pp.186-7).

No 3.º ano de escolaridade, no domínio temático *Geometria*, no bloco 2, considera-se que o aluno deve ser capaz de comparar e identificar os seguintes sólidos geométricos: cubo, esfera, cilindro e paralelepípedo; construir sólidos em materiais moldáveis (cubo, esfera, cilindro e paralelepípedo); reconhecer lados paralelos e perpendiculares numa figura geométrica; distinguir círculo de circunferência; representar livremente, no geoplano, figuras geométricas simples e reproduzi-las em papel ponteado (M.E., 2004, p.183). No que concerne ao bloco 3, o aluno deve relacionar o metro, o decímetro e o centímetro; medir e calcular o perímetro de polígonos; desenhar quadrados em papel quadriculado a partir de um perímetro dado; reconhecer o cm^2 como unidade de medida de área; determinar, em cm^2, a área de polígonos desenhados em papel quadriculado; desenhar polígonos em papel quadriculado a partir de uma área dada em cm^2; construir o cm^2 em papel quadriculado e utilizá-lo em medições de áreas; comparar volumes de objectos por empilhamento de objectos de igual volume; determinar numa balança de pratos a massa de objectos; comparar os resultados obtidos em medições que fez com os resultados obtidos pelos colegas (M.E., 2004, pp.187-8).

No 4.º ano de escolaridade, no domínio temático da *Geometria*, no bloco 2, é dado ênfase à comparação e identificação do cubo, esfera, cilindro, paralelepípedo, cone e pirâmide; à construção de um cubo a partir de uma dada planificação; ao reconhecimento de se conhecer ângulos rectos, agudos e obtusos em figuras geométricas planas e nos objectos (M.E., 2004, p.184). No bloco 3, refere-se que o aluno deve ser capaz de relacionar o metro, decímetro, centímetro e milímetro; construir o decâmetro e o hectómetro e utilizá-las para fazer medições (do corredor da escola, do pátio, do caminho da escola a casa); relacionar o quilómetro, hectómetro, decâmetro, metro, decímetro, centímetro e milímetro; calcular o perímetro de polígonos; desenhar polígonos a partir de um perímetro dado; relacionar o m^2, o dm^2 e o cm^2; descobrir as fórmulas para o cálculo das áreas do quadrado e do rectângulo; construir o decímetro cúbico a partir do decímetro quadrado; medir a capacidade de recipientes; relacionar as unidades de medida; determinar massas em balanças de vários tipos; relacionar as unidades de medida de massa; comparar os resultados obtidos em medições que fez com os resultados obtidos pelos colegas (M.E., 2004, pp.188-9).

5.2. Geometria, Grandezas e Medidas no 2.º CEB

No 2.º CEB, para o domínio temático da *Geometria, Grandezas e Medida*, consideram-se os seguintes aspectos específicos:

> - a predisposição para identificar propriedades de figuras geométricas, nomeadamente em triângulos, em quadriláteros e em sólidos geométricos, bem como para justificar e comunicar os raciocínios efectuados;
> - a aptidão para realizar construções geométricas, nomeadamente ângulos e triângulos, e para descrever figuras geométricas;
> - a aptidão para resolver e formular problemas que envolvam relações entre os conceitos de perímetro e de área, em diversos contextos;
> - a aptidão para calcular áreas de rectângulos, triângulos e círculos, assim como volumes de paralelepípedos, recorrendo ou não a fórmulas, em contexto de resolução de problemas (M.E., 2001a, p.63).

De modo geral, no 5.º ano de escolaridade, o programa de Matemática do 2.º CEB, no que diz respeito à Geometria, Grandezas e Medida, enfatiza a capacidade do aluno ser capaz de identificar e descrever sólidos geométricos, construir modelos de sólidos geométricos a partir de planificações dadas; distinguir figuras equivalentes de figuras geometricamente iguais; distinguir área de perímetro; resolver problemas da vida corrente utilizando as operações estudadas e conhecimentos sobre áreas e perímetros; efectuar medições seleccionando adequadamente o instrumento de medição; reconhecer que a medida de volume de um sólido depende da unidade escolhida; obter experimentalmente as fórmulas dos volumes do paralelepípedo rectângulo e do cubo; resolver problemas, ligados à vida real, que envolvam os volumes do paralelepípedo rectângulo e do cubo (M.E., 1991b, pp.17-26).

No 6.º ano de escolaridade, o programa de Matemática do 2.º CEB, no que diz concerne à Geometria, Grandezas e Medidas prevê que os alunos sejam capazes de descobrir experimentalmente e usando calculadora um valor aproximado de π e inferir uma fórmula do perímetro do círculo; resolver problemas que envolvam o perímetro do círculo; descobrir experimentalmente as fórmulas das áreas do triângulo e do paralelogramo; resolver problemas que envolvam áreas de triângulos e de paralelogramos; discutir estratégias de resolução de um problema; resolver problemas que envolvam o cálculo da área do círculo a partir a fórmula; resolver problemas da vida real envolvendo o cálculo do volume do cilindro (M.E., 1991b, pp.33-41).

Capítulo III: A Geometria nos 1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico

1. Introdução

Neste capítulo para além da *1. Introdução*, incluímos mais três subcapítulos.

No subcapítulo *2. O ensino e aprendizagem da Geometria nos 1.º e 2.º CEB*, descrevemos o modo como o processo de ensino e aprendizagem se deve desenvolver e, no subcapítulo *3. O papel do professor nos 1.º e 2.º CEB*, caracterizamos, como o próprio nome indica, o papel que o professor do ensino básico deve desempenhar no processo de ensino e aprendizagem.

Este capítulo termina com o subcapítulo *4. A importância da resolução de problemas e de actividades de investigação em Geometria e Grandezas.* Nesta secção, procuramos mostrar a importância, no processo de ensino e aprendizagem dos alunos, da resolução de problemas e/ou de actividades de investigação, mais especificamente na área de Geometria e Grandezas.

2. O ensino e aprendizagem da Geometria nos 1.º e 2.º CEB

A modelação geométrica e o raciocínio espacial permitem descrever fenómenos físicos, analisar o meio envolvente, interpretar situações do quotidiano, da Matemática e de outras áreas de saber, pelo que são instrumentos fundamentais na resolução de problemas do quotidiano (NCTM, 2007). Assim, a Geometria, fazendo parte integrante da Matemática, assume um papel fundamental.

O ensino da Geometria é importante desde o nível inicial. As crianças devem ser encorajadas a estudar figuras geométricas simples e explorar as suas propriedades. O ensino deve ser informal e exploratório. A sistematização e conceptualização deve ficar para os níveis mais avançados do ensino, como vamos ver no capítulo seguinte, no estudo dos níveis delineados por van Hiele.

De acordo com Alsina, Burgés e Fortuny (1997),

> A geometria como corpo de conhecimentos é uma ciência que tem por objecto analisar, organizar e sistematizar os conhecimentos espaciais. Num sentido amplo, pode-se considerar a Geometria como a Matemática do espaço. O interesse em estudar o espaço não é próprio somente da educação integral de cada indivíduo, mas também é essencial em diferentes disciplinas e profissões técnicas e artísticas (p.10).

Whiteley (1999) cita alguns estudos que apresentam evidências em como o raciocínio geométrico tem um papel fundamental no ensino e no desenvolvimento da criatividade do indivíduo.

Muitas das competências que os alunos têm de adquirir, ao longo do ensino básico, desenvolvem-se através da resolução de problemas, nomeadamente dos problemas que envolvem conceitos geométricos. Esta opinião é defendida por Junqueira e Valente (1998), que consideram que a Geometria é uma fonte de problemas não rotineiros que podem proporcionar o desenvolvimento de capacidades fundamentais como a visualização espacial, o raciocínio e a argumentação.

No entanto, apesar de todos os educadores e professores reconhecerem a importância da Geometria no desenvolvimento cognitivo e pessoal do indivíduo, frequentemente se deparam, no ensino básico e no ensino secundário, com alunos com dificuldades em Matemática, mais concretamente, no domínio temático da Geometria. Na verdade, os professores de Matemática portugueses têm-se deparado com este problema já há algumas décadas, o que pode ser comprovado através dos resultados dos alunos portugueses em provas internacionais. O Third International Mathematics and Science Study[4] (TIMSS) e o Programme for International Student Assessment[5] (PISA) são exemplos de estudos internacionais que evidenciam os fracos resultados dos alunos portugueses na resolução de problemas, em raciocinar, em argumentar e em enfrentar desafios da vida real, em particular na área da Geometria.

Neste sentido, vários investigadores têm estudado as causas para tal insucesso e tem-se verificado que, apesar do currículo nacional português e dos programas de Matemática de cada ciclo do ensino básico e do ensino secundário apontarem para que os professores explorem os conteúdos geométricos partindo dos conhecimentos prévios

---

[4] Estudo explorado e analisado no capítulo IV deste trabalho.

[5] Estudo explorado e analisado no capítulo IV deste trabalho.

dos alunos e os interliguem com a vida real, tal ainda não é prática corrente nas escolas portuguesas.

Como afirmam Ponte e Serrazina (2000), "são geométricas e espaciais as primeiras experiências das crianças ao tentarem compreender o mundo que as rodeia, ao distinguir um objecto de outro e ao descobrirem o grau de proximidade de um dado objecto. Ao movimentarem-se de um lado para o outro, usam ideias espaciais e geométricas para resolver problemas" (p.165). No entanto, verifica-se que este princípio esteve ausente, durante muito tempo, nos pressupostos que sustentaram a elaboração dos programas curriculares dos diferentes níveis de ensino em Portugal. A ausência da Geometria nos currículos de Matemática, segundo Ponte e Serrazina (2000), vigorou até aos anos 70/80, período marcado pelo movimento da Matemática Moderna, onde se "sobrevalorizava a linguagem lógica e as estruturas abstractas da Álgebra, ignorava a estatística e reduzia ao mínimo a Geometria" (p.57), o que prejudicou gerações de alunos e professores.

Nesta ordem de ideias, em 1980, surgiu uma publicação do Ministério da Educação e Ciência, *Programas do Ensino Primário Elementar*, valorizando a importância da Geometria na formação dos alunos, onde se pode ler:

> Nos últimos anos, a aprendizagem da Geometria, em todos os níveis de ensino, atingiu entre nós índices extremamente baixos. Esta situação não pode deixar de ser preocupante pelas consequências negativas de tal fenómeno na formação integral dos alunos.
>
> Com o presente texto programático pretende-se fornecer aos professores um conjunto de sugestões para iniciarem as crianças na exploração e organização do espaço. Sugere-se ainda que as actividades relacionadas com a geometria sejam introduzidas desde o início da escolaridade, simultaneamente com outras actividades.
>
> Verifica-se, aliás, que, em regra, as actividades de geometria são muito do agrado das crianças o que reforça a necessidade de as desenvolver (p.116).

Portanto, já nesta altura se reconhecia que a ausência de conteúdos geométricos nos planos de estudo nos diversos níveis de ensino de Portugal, nomeadamente no 1.º CEB, podia comprometer a formação integral dos alunos.

O currículo nacional propõe, especificamente para o ensino da Geometria, que o aluno desenvolva a compreensão do mundo em que vive, aprendendo a descrevê-lo, representá-lo e a localizar-se nele, sendo necessário estimular o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, a identificar regularidades, compreender conceitos métricos e a permitir o estabelecimento de conexões entre a Matemática e as outras áreas do conhecimento. No entanto, actualmente, muitos dos professores resumem a sua prática de ensino à utilização do manual escolar e à resolução de exercícios, rotineiros e mecanicistas, sem a sua fundamentação ou enquadramento, mantendo os alunos numa visão desarticulado do mundo que os rodeia. Tal prática não ajuda os discentes no processo de compreensão nem de aquisição de novos conhecimentos e daí estes apresentarem dificuldades em Matemática, mais especificamente no domínio da Geometria, onde a capacidade de visualização e de compreensão deveria ser posta em prática frequentemente.

Para além destes motivos, verificamos que o domínio da Geometria está, normalmente, no final dos manuais escolares, pelo que muitas vezes não há tempo para o leccionar. Além disso, grande parte dos professores apresentam lacunas na sua formação profissional em Geometria, o que também contribui para que o ensino deste domínio não se processe da melhor forma. Verifica-se que alguns professores frequentaram planos de estudo que não incluíam o estudo da Geometria. Neste sentido, Panavello (2002) afirma que nos anos 80 e 90 tem-se vindo a demonstrar que "a geometria é pouco ensinada nas escolas porque muitos professores (…) consideram sua formação em relação a esse conteúdo bastante precária" (p.119). Um outro motivo que, segundo Guzmán (2003), conduziu ao abandono da Geometria, sobretudo nos primeiros anos de escolaridade, prende-se com o facto de se considerar que, no nível inicial, as crianças não tinham maturidade suficiente para aprenderem os conceitos geométricos.

Assim, atendendo a factores de natureza política, à falta de maturidade dos alunos, à falta de interesse por parte da sociedade, em geral, e à falta de formação adequada por parte dos professores, assistiu-se a uma ausência de geometria nos currículos de Matemática em todos os níveis de ensino até aos anos 80 e 90.

A partir da década de 90, assistiu-se a uma viragem, passando a Geometria a ser incluída. Como afirma Guzmán (2003):

> Como reacção ao abandono injustificado da geometria intuitiva nos nossos programas de que se pode culpar a corrente "matemática moderna", hoje considera-se uma necessidade inadiável, do ponto de vista didáctico, científico, histórico, recuperar o conteúdo espacial e intuitivo de toda a matemática (p.22).

O reconhecimento desta situação levou, deste modo, à "recuperação" da Geometria, dado que os investigadores consideram que a partir da resolução de problemas não rotineiros, se pode propiciar o desenvolvimento de capacidades de visualização espacial, de raciocínio e de argumentação, consideradas como fundamentais para os indivíduos (Junqueira, 1995).

Seguindo esta ordem de ideias, o *Novo Programa de Matemática* (M.E., 2007) veio comprovar a importância, para a formação integral dos alunos, da Geometria no currículo da Matemática, ao enfatizar este domínio em todos os ciclos do ensino básico.

Assim, constatámos que, para existir uma educação de qualidade, deve-se estabelecer uma integração entre uma sólida formação, as vivências escolares, as aplicações do saber matemático e a integração do mesmo no quotidiano, tal como se constata nas orientações curriculares, emanadas pelo Ministério da Educação.

No currículo nacional aponta-se que, durante o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, e, portanto também em Geometria, os alunos devem realizar experiências de aprendizagem "activas, significativas, diversificadas, integradas e socializadoras" (M.E., 2004, p.23).

Desta forma, o ensino e a aprendizagem da Geometria deve incluir actividades activas e diversificadas, no sentido de estimularem os alunos a aprender, recorrendo a materiais manipuláveis e a diferentes meios didácticos; significativas e integradas pois deve-se partir dos conhecimentos prévios e vivências dos alunos e articular estes dados com os novos conhecimentos, de forma a desencadear aprendizagens significativas para o desenvolvimento da criança e para que esta se sinta integrada no processo de ensino e aprendizagem. Para além disso, o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, e consequentemente da Geometria, deve integrar diferentes áreas do saber, permitindo ao aluno o desenvolvimento do pensamento. Deve-se, ainda, proporcionar aos alunos aprendizagens socializadoras para garantir a formação moral e crítica do aluno (M.E., 2004, p.23).

3. O papel do professor nos 1.º e 2.º CEB

A Escola, enquanto organização social, tem diversos objectivos específicos, embora se considere que a sua principal finalidade é ensinar (Guimarães, 2003). No entanto, actualmente, não podemos restringir o processo de ensino e aprendizagem ao acto de ensinar. São vários os autores, (Lima, 2002; Costa, 1996) que já passaram a considerar a Escola como uma organização que dá respostas às necessidades da sociedade.

Presentemente, verificamos que o processo de ensino e aprendizagem não é função exclusiva da Escola nem do professor e que a família assume, agora, um papel preponderante na vida escolar dos alunos. Benavente et al (1994), citados por Moreira (2003), afirmam que:

> Se durante muito tempo foi admitida e incontestada a separação entre os domínios e as atribuições da instituição familiar e a instituição escolar, assiste-se, sobretudo, nos últimos vinte anos, a uma transformação no sentido de esbatimentos das fronteiras e do progressivo alargamento das atribuições da escola (p.5).

Em conformidade, Benavente (2002) defende que a qualidade do ensino depende do professor, embora considere que os pais, os alunos e outros agentes, têm, também, responsabilidade no ensino.

Parece-nos, assim, evidente que o professor continua a ter um papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem de qualquer área de saber.

Ao longo dos tempos, várias foram as metáforas utilizadas para caracterizar o papel do professor no processo de ensino e aprendizagem. Antigamente, o professor era visto como o *mestre*, o *transmissor do conhecimento*, o *executor de rotinas*, o *treinador*, o *guia*, o *planificador,* o *supervisor* (Mialaret, 1981). Algumas destas metáforas permitem deduzir algumas funções do professor na actualidade. O professor deve, assim, conduzir os alunos ao conhecimentos, recorrendo a estratégias diversificadas que os estimulem a aprender, nomeadamente, e como já foi referido, recorrer à resolução de problemas e actividades de investigação. O docente não se deve esquecer de mediar o processo de ensino e aprendizagem tendo como ponto de partida as vivências e os conhecimentos prévios dos alunos e a heterogeneidade dos alunos. Tal vai dar mais consistência ao processo de ensino e aprendizagem. O professor deve auxiliar o aluno a chegar à solução correcta, apresentando pistas, nunca dizendo o meio para a atingir. O docente deve supervisionar o trabalho dos seus alunos, orientando-os para novos rumos, caso os discentes não estejam a optar por um caminho correcto. O professor deve orientar, e não impor, no sentido de desenvolver a autonomia, o espírito crítico, o poder de argumentação e a criatividade nos alunos (Fleuri, 2001).

Onrubia, Rochera e Barberà (2002) defendem que o professor deve contextualizar sempre a aprendizagem e realizar actividades significativas, dado que permite ao aluno reconhecer porquê e para quê se aprende Matemática e, consequentemente, Geometria na escola.

Cada vez mais a ideia de que o professor é o detentor do conhecimento na sala de aula está a ser posta em causa, dado que se defende que o professor tem a missão de proporcionar a interacção e cooperação entre alunos e professor, o que poderá facilitar a construção do conhecimento.

O NCTM tem desenvolvido um trabalho notável no âmbito do ensino da Matemática e, em particular, no ensino da Geometria, apresentando diversos estudos que auxiliam o professor a desenvolver um trabalho adequado com os alunos do ensino básico. Para que tal seja possível, considera que o professor deve caminhar em direcção:

> - a salas de aula que sejam comunidades matemáticas – longe de uma aula que seja apenas uma colecção de indivíduos;
> - à verificação da correcção dos resultados através da lógica e da evidência matemática – longe do professor como única fonte de autoridade para confirmar as respostas correctas;
> - ao raciocínio matemático – longe de simples memorizações técnicas;
> - à formulação de conjecturas, à invenção e à resolução de problemas – longe da ênfase na procura mecanicista de respostas;
> - às conexões da matemática, das suas ideias e das suas aplicações – longe do tratamento da matemática como um corpo de conceitos e procedimentos isolados (NCTM, 1994).

Através da leitura das directivas oficiais relativas ao programa de Matemática, verifica-se que, desde o início, a principal função do professor é “conseguir que as crianças desde cedo aprendam a gostar de Matemática” (M.E., 2004, p.163).

Mais especificamente, nos programas de Matemática dos 1.º e 2.º CEB e no currículo nacional do ensino básico, refere-se que o professor tem de dinamizar e regular o processo de ensino e aprendizagem, cujo centro é o aluno.

Para além disso, o professor tem de criar experiências de aprendizagem activas, significativas, diversificadas, integradas e socializadoras, adaptando estratégias de modo a que o discente atinja os objectivos e as competências gerais e específicas previstas (M.E., 1991b, 2001a, 2004).

Neste sentido, o professor de ser um moderador que:

> Acolhe as respostas, pergunta «porquê», lança pistas, aproveita o erro para formular novas perguntas e pede estimativas antes de ser encontrada a solução. Competirá ainda ao professor estimular a partilha das diversas estratégias para a obtenção de um resultado se na sua busca foram percorridos caminhos diferentes (M.E., 2004, p.160).

De acordo com o currículo nacional (M.E., 2001a), cabe ao professor "organizar o ensino prevendo a utilização de fontes de informação diversas e das tecnologias da informação e da comunicação para o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas" (p.71).

Relativamente ao papel do professor do 1.º CEB, Roldão (2001) ainda acrescenta que o docente neste nível de ensino tem de iniciar a literacia e promover bons hábitos e competências.

Fica, deste modo, claro que o papel do professor do ensino básico, nomeadamente dos 1.º e 2.º CEB, não se pode cingir à transmissão de conhecimentos dado que não promove o desenvolvimento cognitivo, moral e afectivo dos alunos.

4. A importância da resolução de problemas e de actividades de investigação em Geometria e Grandezas

"O que os alunos aprendem está fundamentalmente relacionado com o modo como aprendem" (NCTM, 1994, p.23). Assim, torna-se imprescindível que o processo de ensino e aprendizagem se apresente envolto de um contexto activo, produtivo e de construção (Arends, 1995).

Segundo Arends (1995), a construção de ambientes de aprendizagem produtivos é um processo complexo mas essencial. Entende-se por ambiente de aprendizagem produtivo aquele onde os alunos demonstram atitudes positivas para consigo e com os colegas, onde os alunos apresentam um elevado nível de motivação para o sucesso e para a realização das tarefas escolares propostas e onde se propicia a aquisição e o desenvolvimento de competências.

Neste sentido, o professor tem um papel basilar no processo de ensino e aprendizagem, dado que as suas estratégias e o trabalho que realiza são componentes essenciais à construção destes tipos de ambientes. Para tal, o docente deve privilegiar a resolução de problemas e actividades de investigação em matemática e, consequentemente, em geometria e grandezas.

De acordo com os programas oficiais, a nível das competências específicas, o ensino da matemática não se deve basear na aquisição de conhecimentos isolados e no domínio de técnicas e regras, deve antes promover o desenvolvimento das capacidades de raciocínio, de comunicação e de resolução de problemas. O próprio Conselho Nacional de Educação Básica (CNEB) do Departamento de Educação Básica do Ministério de Educação assinala o carácter aglutinador do conceito de competência matemática: "o modo como a competência matemática está caracterizada (...) procura evidenciar que se trata de promover o desenvolvimento *integrado* de conhecimentos, capacidades e atitudes e não de *adicionar* capacidades de resolução de problemas, raciocínio e comunicação e atitudes favoráveis à actividade matemática a um currículo baseado em conhecimentos isolados e técnicas de cálculo" (M.E., 2001a, p.58).

Neste sentido, o próprio M.E. (2001a) aponta para o desenvolvimento, entre outras, de competências essenciais: "pesquisar, seleccionar e organizar informação para a transformar em conhecimento mobilizável" (p.59); e "adoptar estratégias adequadas à resolução de problemas e à tomada de decisões" (p.59). Estas competências estão relacionadas com a resolução de problemas e actividades de investigação. O M.E. (2001a) refere, ainda, que os alunos deverão ter oportunidade de se envolverem em diversos tipos de experiências de aprendizagem. São explicitados quatro tipos diferentes de experiências de aprendizagem de que todos os alunos deverão beneficiar: resolução de problemas, actividades de investigação, realização de projectos e jogos.

Assim, a resolução de problemas e as actividades de investigação são fundamentais no ensino e aprendizagem da matemática e, consequentemente, da geometria, dado que permite ao aluno desenvolver as outras duas capacidades, o raciocínio e a comunicação, como também os auxilia na resolução de problemas do quotidiano. Segundo Afonso e Gabriel (2001), é já no 1.º CEB que a resolução de problemas assume relevância.

O NCTM (2000) também privilegia a resolução de problemas, ao apresentá-la como uma das dez normas para o ensino da matemática para cada um dos níveis de escolaridade:

> Aprendendo resolução de problemas em matemática, os alunos adquirem modos de pensar, hábitos de persistência e de curiosidade, e confiança em situações que não lhes são familiares e que lhes servirão fora da aula de matemática. Ser um bom resolvedor de problemas pode acarretar-lhes grandes vantagens quer na vida de todos os dias quer no trabalho (p.52).

Assim, a resolução de problemas deve constar nos programas de ensino, contribuindo para a compreensão matemática, de modo que todos os alunos:

> - Construam novos conhecimentos matemáticos através do seu trabalho com problemas;
> - Desenvolvam vontade para formular, representar, abstrair e generalizar em situações dentro e fora da matemática;
> - Apliquem uma grande variedade de estratégias para resolver problemas e adaptem as estratégias a novas situações;
> - Monitorizem e reflictam sobre o seu pensamento matemático na resolução de problemas (NCTM, 2000, p.52).

Várias investigações (Garcia, 1989; NCTM, 2000; Afonso & Gabriel, 2001) afirmam que as actividades de investigação e a resolução de problemas deveriam ser o suporte do currículo de matemática, logo, de geometria e grandezas. Os mesmos autores consideram que através da aprendizagem da resolução de problemas, os alunos desenvolvem o raciocínio, hábitos de persistência, criatividade, autonomia, curiosidade e confiança, além de tornar a aprendizagem dos conceitos mais significativa. Os alunos adquirem a competência de aprender a aprender, tornam-se responsáveis pelos seus trabalhos.

Assim, o aluno tem um papel activo no processo de ensino e aprendizagem, pois, a partir de actividades de investigação e da resolução de problemas, terá a oportunidade de construir as noções matemáticas envolvidas, de explorar e de descobrir os novos conceitos, como também de os aplicar a situações novas. Desta forma, quando os alunos aplicam o que aprenderam a situações novas, estão a evidenciar que compreenderam os conceitos. Ora, a compreensão é algo fundamental no ensino da matemática, pois torna a aprendizagem mais significativa para o aluno. Para além disso, ao resolverem problemas e actividades de investigação, os discentes desenvolvem o hábito de procurar respostas e soluções dos diversos problemas do quotidiano que vão surgindo.

Afonso e Gabriel (2001) defendem, também, que a resolução de problemas não deve funcionar como uma parte isolada do currículo, mas sempre integrada na aprendizagem matemática e, se possível, em articulação com as diferentes áreas do saber.

Já há, aproximadamente, duas décadas, a importância da resolução de problemas, no processo de ensino e aprendizagem de matemática, foi defendido por Garcia (1990). Este autor considera que a importância da resolução de problemas ultrapassa largamente a resolução de exercícios rotineiros, dado que esta última prática induz os alunos à mecanização de certas regras, fórmulas, algoritmos e procedimentos, ficando a compreensão para segundo plano. Garcia (1989) partilha as ideias anteriormente descritas, ao considerar que, ao resolver problemas, os alunos consolidam as matérias como também relacionam os conhecimentos, desenvolvendo o raciocínio, a criatividade e, sobretudo, a compreensão e a aplicação da matemática a situações concretas do quotidiano.

Porém, resolver problemas não é um acto simples. Para resolver um problema, o aluno tem de explorar situações abertas, encontrar regularidades, fazer e testar conjecturas, argumentar e comunicar, oralmente ou por escrito, as suas conclusões.

Segundo Vale e Pimental (2004), há estratégias que podem ser adoptadas na resolução de problemas:

- *Descobrir um padrão/Descobrir uma regra ou lei de formação*: esta estratégia centra-se em certos passos do problema, chegando-se a soluções específicas e, a partir destas, por generalização, encontra-se a solução do problema;

> - *Fazer tentativas/Fazer conjecturas*: nesta estratégia tem que se "adivinhar" a solução, segundo os dados do problema, e confirmar ou não as condições do problema;
> - *Trabalhar do fim para o princípio*: nesta estratégia começa-se pelo fim ou pelo que se quer provar;
> - *Usar dedução lógica/Fazer eliminação*: nesta estratégia encaram-se todas as hipóteses e vai-se eliminando aquelas que não são possíveis, até se encontrar a solução do problema;
> - *Reduzir a um problema mais simples/Decomposição/Simplificação*: esta estratégia implica resolver um caso particular de um problema. Normalmente, aparece associada à estratégia de descoberta de um padrão e, por generalização, chega-se à solução do problema;
> - *Fazer uma simulação/Fazer uma experimentação/Fazer uma dramatização*: esta estratégia consiste em utilizar objectos, criar um modelo ou fazer uma dramatização que traduza o problema a ser resolvido;
> - *Fazer um desenho, diagrama, gráfico ou esquema*;
> - *Fazer uma lista organizada ou fazer uma tabela*: utiliza-se como estratégia de resolução ou simplesmente para representar, organizar e guardar informação (p.24).

É de referir que, na maioria dos casos, no ensino usa-se o método de Polya para a resolução de problemas (Fernandes, 1990). Polya contempla quatro fases aquando da resolução de um problema: compreender o problema, estabelecer um plano, executar o plano e analisar/avaliar a resolução. Estas fases evidenciam que a resolução de problemas não é uma simples actividade, pois, logo na primeira fase, o aluno tem de compreender. Na primeira fase, o aluno deve ler o enunciado e discuti-lo, de modo a compreender o conteúdo do problema. A discussão deve ser feita com base em questões relacionadas com o enunciado, de modo a serem esclarecidos aspectos úteis para a resolução do problema. O aluno deve identificar todos os dados do enunciado, descodificar toda a informação nele contida. Deve pensar em estratégias adequadas à resolução do problema em causa, pois, ao fazê-lo, está a generalizar a compreensão. De seguida, o aluno traça um plano. As dificuldades que vão surgindo devem ser superadas com a ajuda do professor, que, neste momento, deve ser um moderador. O docente deve observar os alunos e colocar questões acerca do trabalho que estão a desenvolver, fornecer pistas e sugestões que permitam ao aluno encontrar a estratégia mais apropriada á resolução do problema. Depois do plano ter sido executado, encontra-se uma solução. Posteriormente, deve ser feita uma análise do trabalho em grande grupo, discutindo-se as soluções encontradas pelos alunos.

Serrazina, Vale, Fonseca e Pimental (2002) afirmam que a resolução de problemas e as actividades de investigação matemática têm vários pontos em comum.

Ambas as actividades envolvem processos de pensamento e raciocínio mais complexo, permitem apresentar aos alunos tarefas interessantes e motivadoras, abordando os conceitos matemáticos. Para além disso, neste tipo de actividades, os alunos têm a oportunidade de experimentar, identificar, discutir, formular, conjecturar, generalizar, provar, tomar decisões e comunicar os seus pontos de vista. Desenvolvem, deste modo, ao longo da escolaridade, a capacidade de argumentação e comunicação.

No entanto, os mesmos autores consideram que há diferenças entre resolver um problema ou uma actividade de investigação. Esta última tem um carácter mais aberto, menos estruturado, onde os alunos estão mais envolvidos, pois são eles que recolhem os dados, reconhecem regularidades e diferenças e fazem comparações. As actividades de investigação podem não ter uma única solução; assim, os alunos terão de explorar as diferentes possibilidades, conjecturar e convencer-se a si próprios e aos outros da legitimidade das suas descobertas (Vale & Pimentel, 2004). Nestas actividades, os alunos terão de colocar questões e estabelecer objectivos. Nos problemas, os alunos têm apenas de retirar do enunciado os dados, estando, portanto, menos envolvidos. Os problemas têm os objectivos bem definidos, são claramente estruturados e a sua solução não é alcançada instantaneamente. Os problemas já aparecem formulados aos alunos.

Seguindo esta ordem de ideias, alguns investigadores (Ernest, 1991; Frobisher, 1994) consideram que a actividade de investigação é uma actividade divergente, enquanto a resolução de problemas é convergente.

Deste modo, na resolução de problemas, o objectivo é definir um caminho para se encontrar a solução, ponto não imediatamente acessível, e numa actividade de investigação, o objectivo é explorar todos os caminhos interessantes, partindo de uma determinada situação.

Podemos, desta forma, constatar que a resolução de problemas e actividades de investigação, proporcionam experiências de aprendizagem produtivas e significativas para os alunos.

Nas práticas profissionais do professor de matemática, a resolução de problemas e as actividades de investigação são, na maioria dos casos, apresentadas como tarefas e com recurso a materiais manipuláveis.

4.1. Tarefas

Actualmente, o recurso a tarefas é encarado como um factor impulsionador das actividades desenvolvidas pelos alunos e na dinâmica da sala de aula (Gimeno, 2000; Stein & Smith, 1998).

As tarefas apresentadas constituem uma forma de interacção entre alunos e professor, um meio de aprendizagem para os alunos e um modo de abordagem dos conteúdos matemáticos.

Segundo Ponte (2005), há vários tipos de tarefas. O referido autor classifica-as em exercícios, problemas, investigações, projectos e jogos.

Os exercícios são as tarefas que os professores recorrem com maior frequência nas suas práticas (APM, 1998). O objectivo do recurso a exercícios é o de permitir aos alunos praticar e consolidar os conhecimentos adquiridos. São tarefas mecânicas e repetitivas, em que os alunos, geralmente, aplicam uma fórmula, um algoritmo ou um procedimento que os leva à solução.

Os problemas, por sua vez, não possuem um processo imediato de resolução, não são rotineiros e podem ser solucionados por diversos métodos.

Para Ponte (2005), a resolução de problemas permite, aos alunos, o desenvolvimento da capacidade de raciocínio e de comunicação, de capacidades matemáticas, bem como estimular o gosto pela descoberta. Estes factores podem contribuir para o desenvolvimento do gosto pela disciplina de matemática.

As investigações também apresentam estas características e, segundo Ponte (2005), requerem que o aluno participe na "formulação específica das próprias questões a resolver" (p.15).

Segundo Viseu (2008), "neste tipo de tarefa, o aluno explora uma situação aberta, procura regularidades, estabelece e testa conjecturas, argumenta e comunica oralmente ou por escrito as suas conclusões" (p.34).

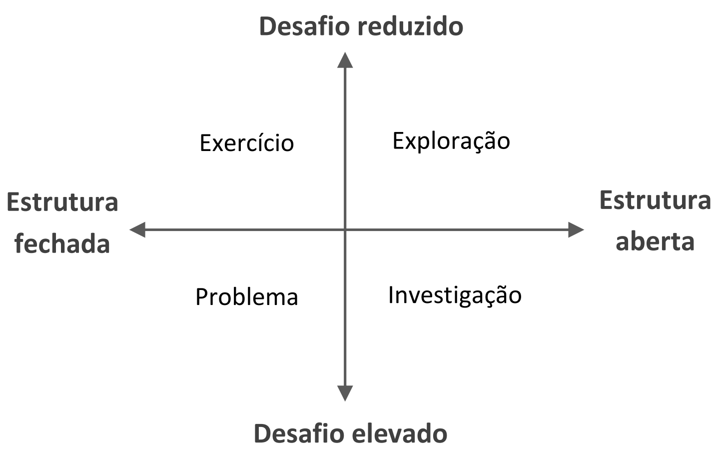
Para Gimeno (2000) e Ruthven (2001), as actividades de investigação permitem aos alunos o desenvolvimento das capacidades de pesquisa e de argumentação e a compreensão de conceitos matemáticos, o que facilita a sua aplicação a situações novas.

Por seu lado, os projectos são actividades de longa duração, geralmente realizados em grupo, e, normalmente, incluem trabalho dentro e fora da sala de aula.

Por fim, o jogo permite aos alunos desenvolver o raciocínio, o pensamento e o espírito de competição de forma lúdica. Há vários tipos de jogos, mas os jogos de estratégia, observação e memorização contribuem para o desenvolvimento de capacidades matemáticas dos alunos.

De acordo com Stein e Smith (1998), as tarefas rotineiras e mecânicas, envolvem um baixo nível cognitivo, pelo que são menos enriquecedoras para os alunos. Em contrapartida, as tarefas de alto nível cognitivo são as que permitem o desenvolvimento do raciocínio e de capacidades matemáticas, pelo que este tipo de tarefas deve ser usado, com frequência, nas salas de aula.

Ponte (2005), ao fazer a distinção entre cinco tipos de tarefas, defende ser necessário ter em consideração o grau de desafio matemático (elevado ou reduzido) e o grau de estrutura (aberta ou fechada) (ver figura 5).



(Fonte: Ponte, 2005, p.17)

Figura 5: Relação entre diversos tipos de tarefas, de acordo com o grau de desafio e o grau de estrutura.

Osana, Lacroix, Tucker e Desrosiers (2006), citados por Viseu (2008), consideram que as tarefas abertas têm mais vantagens para os alunos, dado que favorecem a exploração e a investigação, aumentam a motivação e permitem o desenvolvimento da comunicação e exploração de hipóteses para chegar à solução. Estes autores, tendo em conta os conhecimentos prévios e o ritmo dos alunos, defendem a apresentação de tarefas abertas com a exploração de diferentes estratégias de resolução e discussão dos diferentes resultados. Assim, os alunos devem empenhar-se na sala de aula e o professor deve orientá-los. O professor, durante a resolução da tarefa, deve valorizar mais a formação e a conexão de conceitos do que o processo que conduz os alunos à solução.

Ponte (2005) aponta para o uso de diversos tipos de tarefas dado que cada um tem uma função diferente:

> As tarefas de natureza mais fechada (exercícios, problemas) são importantes para o desenvolvimento do raciocínio matemático nos alunos, uma vez que este raciocínio se baseia numa relação estreita e rigorosa entre dados e resultados.
>
> As tarefas de natureza mais acessível (explorações, exercícios), pelo seu lado, possibilitam a todos os alunos um elevado grau de sucesso, contribuindo para o desenvolvimento da sua auto-confiança.
>
> As tarefas de natureza mais desafiante (investigações, problemas), pela sua parte, são indispensáveis para que os alunos tenham uma efectiva experiência matemática.
>
> As tarefas de cunho mais aberto são essenciais para o desenvolvimento de certas capacidades nos alunos, como a autonomia, a capacidade de lidar com situações complexas, etc. (p.26).

O professor, na sua prática profissional, deve seleccionar as tarefas para a sala de aula seguindo um nível sequencial de dificuldade. Essas tarefas devem ser aliciantes e devem permitir aos alunos o conhecimento das diferentes representações dos conceitos, facilitando, dessa forma, a aprendizagem. O docente deve, também, ter o cuidado de adequar os diferentes tipos de tarefas ao tipo de actividade que pretende desenvolver com os seus alunos e aos conceitos que pretende leccionar. O professor deve, ainda, proporcionar aos seus alunos oportunidades para estes articularem os conhecimentos previamente adquiridos à nova informação e construírem os novos conhecimentos, de forma activa, através das tarefas propostas. Neste contexto, é fundamental o professor fornecer ao aluno tempo para observar, pensar e expressar o seu pensamento (Ponte, 2005).

4.2. Materiais didácticos

A maioria das tarefas é explorada através da manipulação de materiais didácticos que tem um papel fundamental na construção dos novos conhecimentos.

Gimeno (2000) define material didáctico como sendo qualquer instrumento que serve como recurso à aprendizagem.

Os materiais didácticos, sendo manipuláveis, proporcionam abordagens centradas nos alunos de forma cooperativa e, através da sua exploração, ajuda-os a interpretar a actividade e a pensar, podendo contribuir para uma aprendizagem mais significativa. Deste modo, evita-se a aquisição de conhecimentos de forma passiva.

Matos e Serrazina (1996) consideram que os materiais manipuláveis são "objectos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar (...) objectos reais que têm aplicação no dia-a-dia ou podem ser objectos que são usados para representar uma ideia" (p.193).

Na selecção e decisão dos materiais, o docente deve verificar se são cativantes e adequados e ao conceito matemático que pretende abordar. Os materiais manipuláveis podem ser utilizados pelos alunos em diversos momentos da aula: na introdução dos novos conceitos, no sentido de proporcionar melhor captar a atenção e o interesse dos alunos; no desenvolvimento da aula, com o intuito de auxiliar a exploração e a comunicação dos seus resultados.

Nesta ordem de ideias, o NCTM (1994) considera que estes materiais despertam os alunos para a descoberta de diferentes situações matemáticas, estimulando a sua capacidade de construir ou desmontar resultados e criar pontes entre diferentes conceitos matemáticos.

No currículo nacional, os:

> Materiais manipuláveis de diversos tipos são, ao longo de toda a escolaridade, um recurso privilegiado como ponto de partida ou suporte de muitas tarefas escolares, em particular das que visam promover actividades de investigação e a comunicação matemática entre os alunos. Naturalmente, o essencial é a natureza da actividade intelectual dos alunos, constituindo a utilização de materiais um meio e não um fim (M.E., 2001a, p.71).

No novo programa de matemática do ensino básico, que foi experimentado por algumas escolas no ano lectivo 2009/2010 e cuja implementação a nível nacional se iniciou no ano lectivo de 2010/2011, pode ler-se:

> Os materiais manipuláveis (estruturados e não estruturados) têm um papel importante na aprendizagem da Geometria e da Medida. Estes materiais permitem estabelecer relações e tirar conclusões, facilitando a compreensão de conceitos. Alguns materiais são especificamente apropriados para a aprendizagem da Geometria, como por exemplo: geoplanos, tangrans, pentaminós, peças poligonais encaixáveis, espelhos, miras, modelos de sólidos geométricos, puzzles (M.E., 2007, p.21).

PARTE II: MARCO EMPÍRICO

Capítulo IV: Concepção do Estudo

1. Introdução

Neste capítulo, dividido em onze subcapítulos, apresentamos a estrutura da investigação que pretendemos efectuar. Tem início com *1. Introdução*, onde explicamos o conteúdo de todos os subcapítulos deste capítulo.

De seguida, em *2. Enquadramento do problema de investigação*, fazemos o enquadramento e a contextualização do problema em estudo. Posteriormente, no subcapítulo *3. Identificação do problema de investigação*, descrevemos o problema em estudo e apresentamos as razões que nos levaram a realizar este trabalho de investigação, descrevendo a sua importância em educação matemática. Em *4. Objectivos e questões fundamentais do estudo*, identificamos os objectivos gerais e os objectivos específicos do estudo, bem como as questões orientadoras do trabalho de investigação.

Posteriormente, em *5. Hipóteses e varáveis do estudo*, formulamos as hipóteses a investigar e descrevemos as variáveis com que trabalhámos no presente trabalho.

No subcapítulo *6. Metodologia*, descrevemos o quadro investigativo em educação, e, posteriormente, fazemos uma breve caracterização do desenho do actual trabalho de investigação, bem como fundamentamos a metodologia utilizada. Apresentamos, também, uma abordagem às metodologias quantitativas e metodologias qualitativas. É de referir que na presente investigação, utilizamos técnicas de recolha de dados quantitativas e qualitativas, por acharmos que estas são complementares e ambas necessárias ao estudo em causa.

De seguida, descrevemos a população e a amostra em estudo, no subcapítulo *7. Definição da população e da amostra em estudo* e, no subcapítulo *8. Descrição do estudo*, como o próprio título sugere, descrevemos as diversas fases do presente trabalho de investigação.

No subcapítulo *9. Instrumentos utilizados para a recolha e obtenção de dados*, caracterizamos, resumidamente, as técnicas de recolha de dados mais frequentes e, depois, apresentamos e justificamos os instrumentos utilizados para a recolha dos dados do presente trabalho de investigação. Este subcapítulo, por sua vez, encontra-se dividido em dois itens: os instrumentos de natureza quantitativa utilizados para a recolha e obtenção de dados e os instrumentos de natureza quanlitativa utilizados para a recolha e obtenção de dados.

Segue-se o subcapítulo *10. Análise e discussão dos dados*, onde descrevemos o modo como os dados recolhidos serão analisados e tratados.

Para finalizar este capítulo, apresentamos o subcapítulo *11. Questões de natureza ética*, onde explicamos o modo como concretizámos a protecção dos dados recolhidos. Tivemos o cuidado de, durante toda a investigação, respeitar a integridade física e moral dos sujeitos participantes e de garantir a privacidade dos mesmos.

2. Enquadramento do problema de investigação

O contexto em que se insere a problemática do estudo – *Dificuldades e Estratégias de Ensino e Aprendizagem da Geometria no 5.º Ano de Escolaridade do Ensino Básico* – é uma teia bastante complexa, dado que, em Portugal, a Matemática é uma das disciplinas com taxa de insucesso escolar mais elevada.

Por um lado, face à agressiva competição, profissional e social, entre cidadãos e às crescentes responsabilidades inerentes ao exercício de uma cidadania activa, crítica e reflexiva que assenta no desenvolvimento de cada indivíduo, a sociedade tornou-se mais exigente não só na vertente cognitiva, como também, na afectiva, social e pessoal.

Por outro lado, os resultados da investigação educacional dos últimos tempos têm mostrado que é possível melhorar a qualidade das aprendizagens ao mesmo tempo que as reformas educativas se têm ajustado à ideia de que muito do saber é efémero e que qualquer nação falhará se a sua Escola se mantiver orientada por um conceito de currículo centrado no conteúdo (Raínho, 1997).

Actualmente, a Escola deve promover o desenvolvimento intelectual, social e físico do aluno, para que o jovem consiga adaptar-se, da melhor forma possível, e integrar-se na sociedade. Assim, a Escola não tem apenas como objectivo fundamental permitir o desenvolvimento intelectual dos alunos. Com efeito, verifica-se que a Escola, enquanto instituição, não está a responder suficientemente às exigências da sociedade no que diz respeito, nomeadamente, à diminuição do insucesso escolar. Este insucesso tem permanecido, apesar das diversas reformas educativas que se têm vindo a desenvolver e de se ter vindo a investir na formação de professores.

Entre as disciplinas mais controversas, encontra-se a Matemática, apesar da importância que a população em geral lhe reconhece, a nível pessoal e profissional.

Verifica-se, assim, que o insucesso da disciplina de Matemática continua a ser uma constante preocupação para todos os intervenientes no processo de ensino e aprendizagem. A actual matematização da sociedade exige ao cidadão informado a familiaridade com competências matemáticas intermédias ou avançadas. A Educação Matemática pode colaborar, significativamente, para dotar as pessoas de competências que as tornarão mais críticas e confiantes nos aspectos essências das suas vidas.

Segundo Fernandes (1984), "o insucesso encontra-se nos antípodas do sucesso escolar e designa a não obtenção ou não realização de objectivos pré-determinados pela organização escolar ou pela instituição em si" (p.13). Nesta definição, o insucesso escolar traduz sempre a incapacidade do aluno em atingir os objectivos globais que são definidos para cada ciclo de estudos.

É certo que o problema do insucesso escolar tem várias causas, não dizendo respeito apenas à Escola. Diz respeito a cada um de nós, aos alunos, aos pais, aos professores, aos políticos e à sociedade em geral.

Na generalidade, há duas classes de explicações para entender a falta de aprendizagem, ou seja, o insucesso escolar, por parte dos alunos: ou os estudantes não estão aptos para aprender ou os professores não estão aptos para ensinar. Entre estes dois pólos interpretativos é que se debate a teoria da aprendizagem (Iturra, 1990).

Desta forma, além das características do aluno, o modo como os conteúdos programáticos são ensinados pode influenciar o processo de ensino e aprendizagem do aluno e contribuir, ou não, para o insucesso escolar.

Relativamente à forma de transmissão dos conhecimentos, era habitual ver-se as aulas de matemática como um espaço onde:

> O professor chamava alguém para fazer os trabalhos de casa, fazia a revisão da aula anterior, dava nova matéria, resolvia no quadro alguns exemplos de aplicação e a partir daí, até ao fim da aula, tratava-se de começar a treinar o novo tipo de exercícios (APM, 1988, p.38).

Vários estudos (Ponte & Serrazina, 2004; Borralho, 2001; Ribeiro, 1995; Ponte, 1992) apontam no sentido de que a Matemática continua a ser uma disciplina ensinada de forma rotineira, sucedendo-se, à teoria, momentos de resolução de exercícios, onde raramente se confrontam os alunos sobre os resultados obtidos ou se utilizam materiais didácticos que poderão contribuir para a promoção de novas e melhores relações com a Matemática (Ribeiro, 1995; Serrazina, 1991); onde raramente se utilizam calculadoras ou computadores como tecnologias inovadoras e com potencial mundialmente reconhecido e recomendado, como se pode constatar, por exemplo, no Despacho 139/ME/90.

Neste contexto, verifica-se que os sinais de mudança nas práticas educativas são, por enquanto, poucos, apesar de, nos últimos anos, ter havido alguma preocupação, por parte dos educadores matemáticos, no sentido de melhorar a forma de ensinar, tendo em conta a evolução e desenvolvimento das tecnologias e a necessidade de renovação do ensino da matemática.

Muitos estudos têm sido realizados sobre o papel do professor na escola de hoje que mostram, ainda, a prevalência do ensino tradicional e uma enorme resistência à mudança e à utilização de recursos que permitam uma forma nova e mais eficiente de ensinar Matemática.

É importante entusiasmar os alunos a aprender, sendo fundamental que os recursos accionados sejam dirigidos para actividades que os estimulem cognitivamente e que sejam qualitativamente exigentes. Para estimular as aprendizagens, é importante conduzir as aulas até aos alunos, oferecendo-lhes oportunidades de aprender e de valorizar a importância de aprender para as suas vidas, mas também conduzir os alunos até às aulas, exigindo-lhes que se esforcem e se comprometam com as tarefas de aprendizagem.

Ao professor não é apenas pedido que, de acordo com um programa, ministre conhecimentos e técnicas aos alunos e os ajude a crescer numa única dimensão. Os objectivos das políticas educativas das últimas décadas, assim como toda a literatura educacional acentuam o valor das relações humanas no ensino e a promoção da personalidade dos alunos a par da sua formação académica.

Segundo Fernandes (1984):

> A escola, além de promover os valores, deve conduzir os educandos ao pleno desenvolvimento da sua personalidade e levá-los, progressivamente, a colocarem-se em condições de assumirem as responsabilidades da sua existência; deve prepará-los para que se integrem na comunidade a que pertencem e dispô-los a serem acessíveis aos outros para o diálogo e o amor, a orientá-los no serviço do bem-comum (pp.78-80).

Nos seus estudos, Mauco (1977) afirma que "o interesse dos alunos está menos na habilidade pedagógica e na matéria ensinada do que na pessoa daquele que ensina. É a autenticidade humana do professor que deve servir de intermediário entre a matéria ensinada e o aluno" (p.144).

Assim, a atitude do professor perante a escola, o ensino e os seus alunos deve mudar no sentido da inovação e da contribuição para a diminuição do insucesso na disciplina de Matemática. Deste modo, as variáveis que influenciam a aprendizagem são muito diversificadas: entre outras, podemos salientar o nível de conhecimento dos alunos, as estratégias de ensino e aprendizagem, o nível científico e pedagógico dos professores, a motivação dos professores e dos alunos e as condições económicas e sociais destes últimos.

No entanto, apesar dos vários estudos realizados, no âmbito de educação matemática, acerca dos métodos e estratégias de ensino e aprendizagem, das reformas curriculares implementadas e do incremento da formação de professores, o panorama relativo aos papéis do professor, do aluno e da escola não tem melhorado significativamente (M.E., 1998, 2001; NCTM, 1991, 2000, 2007).

Para além disso, muitos professores, apesar de reconhecerem a importância do recurso a novas tecnologias e de actividades de investigação que envolvam os alunos no seu processo de ensino e aprendizagem, consideram que se assim o fizerem o cumprimento do programa da disciplina poderá ficar comprometido.

Ora, um dos capítulos mais penalizados é o da Geometria, não obstante a sua importância, por ser o último na programação das aulas, na paginação dos manuais e nos Currículos Nacionais do Ensino Básico.

É neste contexto que surge a realização deste trabalho de investigação.

Na área da Educação, vários estudos têm sido realizados e evidenciam que esta atravessa um período de profunda mudança, no sentido de se ajustar as suas necessidades e interesses à realidade social que se encontra nas escolas.

Num dos seus trabalhos, Matos (2004) analisou os relatórios sobre os resultados das provas de aferição de 2000 e 2001 para os 4.º e 6.º anos de escolaridade, concluindo que existem diversas lacunas na aprendizagem da Matemática por parte dos alunos portugueses.

Nos últimos tempos, a matemática é vista como uma disciplina que não está ao alcance de todos. Assim, a sociedade dos nossos dias classifica-a como uma disciplina difícil, complicada e inacessível, desculpabilizando os alunos pelo seu fraco desempenho nesta área.

A realçar esta visão, encontram-se vários pontos de vista sobre o seu insucesso.

Segundo Ponte (1994), os professores justificam o insucesso da matemática pela falta de pré-requisitos dos alunos, no pouco esforço e atenção nas aulas, falta de estudo e nos programas ministeriais extensos. Por sua vez, os alunos consideram que a matemática é uma disciplina muito difícil de compreender daí o insucesso escolar nesta disciplina. Os pais responsabilizam os professores e os alunos: os professores porque não ensinam da melhor forma e os segundos porque não estudam o suficiente.

Outros estudos internacionais, também evidenciam o insucesso escolar da Matemática, em Portugal. Destacamos dois estudos que se realizaram a partir do final da década de 80: o Second International Assessment of Educational Progress (SIAEP) e o Third International Mathematics and Sicence Study (TIMSS).

O estudo SIAEP decorreu entre 1989 e 1992 e abrangeu vinte países. Avaliou o conhecimento matemático de crianças, que frequentavam escolas públicas ou privadas, entre os 9 e 13 anos de idade (Ramalho, 2004). Neste estudo, os resultados obtidos pelos alunos portugueses foram inferiores à percentagem média de respostas correctas no domínio da Matemática. Os alunos com 9 anos ficaram em último lugar entre os vinte países participantes e relativamente aos alunos com 13 anos, apenas três países ficaram posicionados depois de Portugal (Jordânia, Brasil e Moçambique).

A International Association for the Evaluation of Educational Achievement, fundada em 1959, conduziu diversos estudos internacionais com o intuito de recolher dados sobre os contextos educativos e os conhecimentos educacionais dos alunos, de modo a puderem orientar aos políticos, educadores e investigadores que trabalham na área da educação.

Um desses estudos foi o TIMSS, realizado pela primeira vez em 1991, e pretendeu avaliar os resultados dos sistemas educativos através dos currículos das disciplinas de Matemática e Ciências e no qual Portugal participou. Este estudo envolveu quarenta e cinco países e foi aplicado a cinco níveis de ensino. O estudo consistiu na resolução de testes e de tarefas experimentais e na aplicação de questionários aos alunos, professores e responsáveis pela gestão das escolas. Coreia, Singapura e Japão foram os três países melhor classificados. Portugal aparece nos últimos lugares, com um posicionamento abaixo da média internacional. Este estudo permitiu, ainda, verificar que os alunos portugueses são fracos na resolução de problemas e muito fracos no raciocínio e argumentação.

O TIMSS voltou-se a realizar em 1995, 1999, 2003 e em 2007. De um modo geral, em todos se constata que os alunos portugueses apresentam dificuldades em todos os temas da matemática, mas com maior incidência nos temas da geometria.

Outro estudo internacional de relevo, que decorre em ciclos de três anos, realizado pela Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD) e que evidencia o insucesso escolar em matemática, é o Programme for International Student Assessment (PISA). Este estudo internacional pretende avaliar os conhecimentos e as competências dos alunos de 15 anos em literacia de leitura, literacia matemática e literacia de ciências. Além de se avaliar o domínio dos conteúdos do currículo escolar específico, o PISA procura medir a capacidade dos jovens para usarem conhecimentos que têm de modo a enfrentarem os desafios da vida real. Este estudo foi lançado, oficialmente, em 1997 e encontra-se organizado por ciclos, tendo sido o primeiro realizado em 2000. Estes ciclos ocorrem de três em três anos e cada um deles é sobre três áreas de conhecimento: literacia de leitura, literacia de matemática e literacia de ciências, com incidência especial numa destas áreas.

Segundo a OECD (2003a),

> A literacia matemática no PISA é definida como a capacidade de um indivíduo identificar e compreender o papel que a matemática desempenha no mundo, de fazer julgamentos bem fundamentados e de usar e se envolver na resolução matemática das necessidades da sua vida, enquanto cidadão construtivo, preocupado e reflexivo (p.11).

O PISA 2000 incidiu predominantemente em leitura, o PISA 2003 em matemática, o PISA 2006 em ciências e o PISA 2009 em leitura.

O PISA 2000 envolveu 28 países membros da OECD (Portugal foi um deles) e quatro países não membros, e teve como principal domínio de avaliação a literacia em contexto de leitura. É de referir que em 2002, outros 13 países realizaram o PISA 2000. O desempenho nos testes aplicados aos alunos foi classificado através de uma escala, construída de modo a que a média, no espaço da OECD, fosse de 500 pontos e em que dois terços dos estudantes se situassem entre 400 e 600 pontos. Esta escala mediu:

> A capacidade de os alunos reconhecerem e interpretarem problemas matemáticos encontrados no mundo em que vivem, de traduzirem esses problemas para um contexto matemático, de usarem o conhecimento e os procedimentos matemáticos na resolução de problemas, de interpretarem os resultados em termos do problema original de reflectirem sobre os métodos aplicados e de formularem e comunicarem os resultados (Gabinete de Avaliação Educacional [GAVE], 2001, p.30).

Em Portugal, o PISA 2000 envolveu 149 escolas, 138 públicas e 11 privadas, abrangendo um total de 4604 alunos. Foram incluídos na população alvo todos os alunos de 15 anos a frequentarem a escola desde o 5.º ao 11.º ano de escolaridade. Neste estudo, os resultados médios dos alunos portugueses foram claramente inferiores aos obtidos, em média, no espaço da OECD, como se pode ver no gráfico 1, onde o símbolo “*” assinala os países que não são membros da OECD, a barra horizontal indica a média e a área azul indica o intervalo de confiança a 95% .

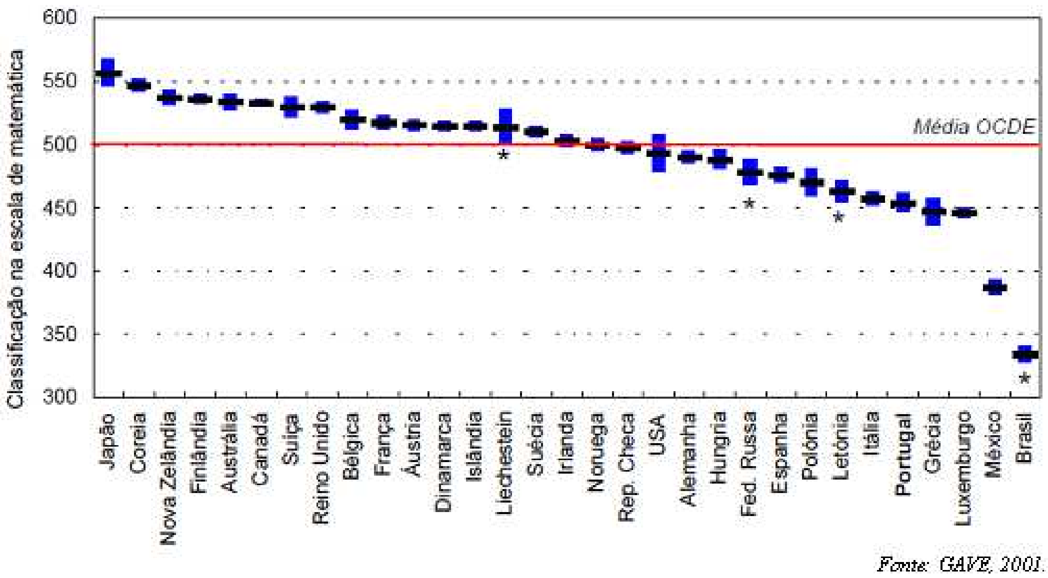


Gráfico 1: Desempenho médio em literacia matemática.

Em 2003, a OECD passou a ter 30 países membros com a entrada da República Eslovaca e a Turquia.

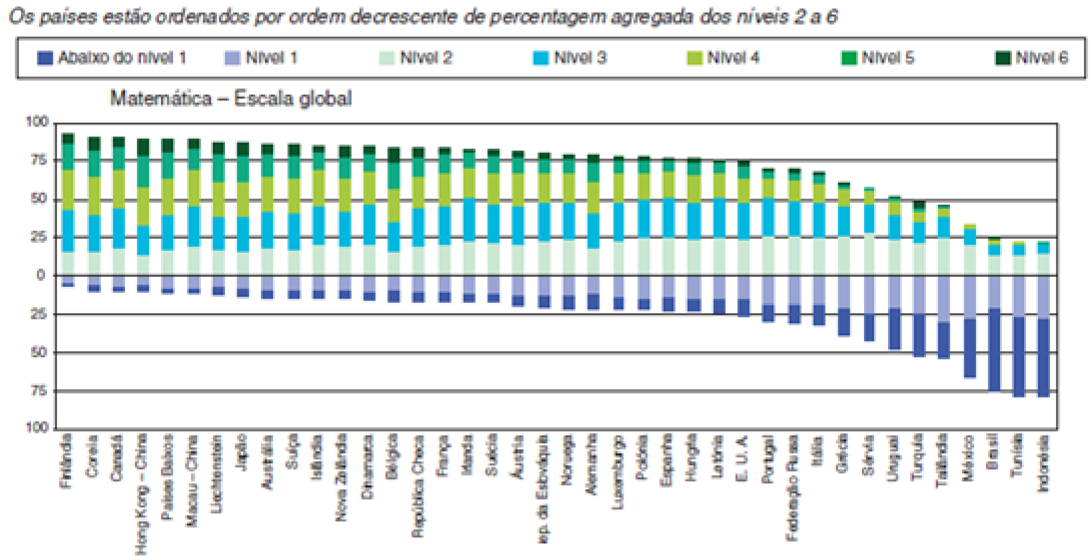
No PISA 2003, participaram 41 países, envolvendo os 30 países membros da OECD, incluindo Portugal, e mais 11 países não membros desta organização. Neste segundo ciclo, foi dado um enfoque especial à avaliação da literacia matemática, o que significa que os instrumentos utilizados incluíram mais questões referentes à matemática, incidindo sobre quatro áreas de conteúdo: a geometria, a álgebra, a aritmética e probabilidades e estatística.

Tal como no primeiro ciclo, a escala em que os resultados foram apresentados foi construída para que, no conjunto dos países da OECD, a média fosse de 500 pontos e o desvio padrão de 100 pontos, o que significa que cerca de dois terços dos alunos tivessem entre 400 e 600 pontos. As pontuações na escala da literacia matemática foram agrupadas em seis níveis de proficiência que representam conjuntos de tarefas de dificuldade crescente, em que o nível um é o mais baixo e o nível seis, o mais elevado.

Em Portugal, o PISA 2003 envolveu 153 escolas (141 públicas e 12 privadas), abrangendo um total de 4608 alunos. Na matemática, entre os países membros da OECD, os alunos portugueses ocuparam a vigésima quinta posição.

No relatório elaborado pelo GAVE (2004), concluiu-se que (ver gráfico 2),

> Existe alguma heterogeneidade na distribuição dos diversos níveis nos vários países. Portugal tem ainda um elevado número de estudantes com níveis muito baixos de literacia matemática: 30% dos nossos alunos têm um nível de literacia matemática, no PISA, igual ou inferior a 1, quando entre os países da OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico) esse valor é de 21%. Isto significa que quase um terço dos nossos jovens de 15 anos se limita a responder correctamente a questões que envolvem contextos familiares, em que toda a informação relevante para a resolução está presente, e só consegue identificar informação e levar a cabo procedimentos de rotina de acordo com instruções, em situações explícitas. Esses jovens obtêm sucesso em acções que se podem considerar óbvias e que decorrem directamente dos estímulos apresentados (p.15).



Fonte: OECD, 2004a, cit. por GAVE 2004

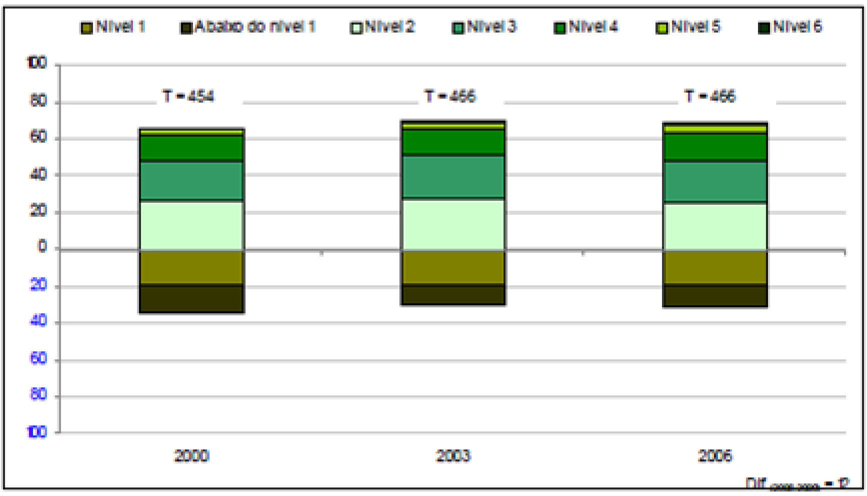
Gráfico 2: Desempenho dos alunos em literacia matemática – Percentagem dos alunos por nível de proficiência na escala global.

Se analisarmos agora as percentagens de alunos nos níveis de proficiência mais elevados, constatamos que apenas 5% dos alunos portugueses se encontraram nos níveis cinco ou seis do PISA. Como se pode observar no relatório elaborado pelo GAVE (2004), este panorama é constante nas diversas subescalas, apesar da pior classificação ser na área da geometria.

No PISA 2006, terceiro ciclo do estudo, foi feita uma recolha de dados mais dirigida ao domínio das ciências. Participaram 57 países neste estudo, os 30 países membros da OECD e mais outras 27 nações. Em Portugal, este estudo envolveu 173 escolas (155 públicas e 18 privadas), abrangendo 5109 alunos.

Como, em 2003, o PISA incidiu na avaliação em literacia matemática, as comparações entre ciclos do estudo devem ser feitas relativamente a esses dados.

No gráfico 3, podemos analisar os desempenhos globais na literacia matemática nos ciclos PISA 2000, 2003 e 2006, por nível de proficiência atingido pelos alunos portugueses.



Fonte: OECD, Base de dados, PISA 2000, 2003 e 2006, cit por GAVE 2007.

Gráfico 3: Desempenho na literacia matemática, por nível de proficiência – Evolução temporal 2000-2006.

Como podemos observar nestes três ciclos de estudo, a literacia matemática dos alunos portugueses, apesar de ter aumentado de 2000 para 2003 e se ter mantido em 2006, continua abaixo da média da OECD, 500 pontos.

Relativamente ao PISA 2009, ciclo que incidiu, primordialmente, em literacia de leitura, onde participaram 65 países, os resultados foram publicados em Dezembro de 2010. De modo global, os alunos portugueses melhoraram o seu desempenho, em particular no que diz respeito à matemática (ver gráfico 4). Verificou-se que, no que diz respeito à matemática, entre 2003 e 2009, a percentagem de alunos com desempenhos de níveis igual ou inferior a 1 diminui e a percentagem de alunos com desempenhos de níveis 4, 5 e 6 aumentou.

Portugal foi o 4.º país que mais progrediu em matemática. A OCDE definiu três grandes grupos de países: países com desempenhos acima da média, na média e abaixo da média. É de referir que os resultados dos alunos portugueses ainda se encontram no limite entre a região dos países que estão na média e abaixo da média internacional, facto este que, também, evidencia a importância da concretização deste estudo.

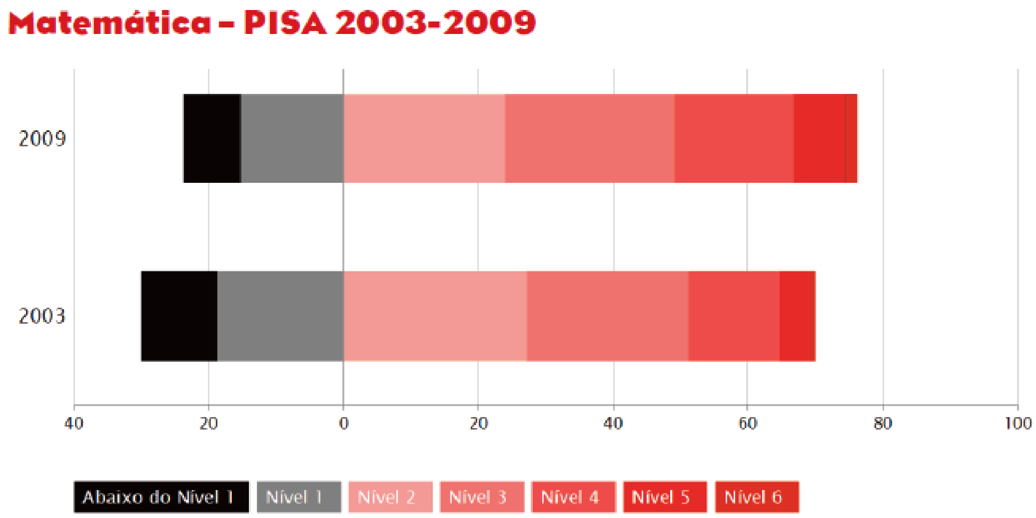


Gráfico 4: Desempenho dos alunos portugueses em literacia matemática – Evolução temporal 2003-2009.

Parece-nos, deste modo, necessário levar os alunos a estabelecer uma nova relação com a Matemática. Assim, atendendo:

(a) à taxa elevada de insucesso escolar na disciplina de Matemática em Portugal, como se pode constatar através dos resultados das provas de aferição, dos exames nacionais e de estudos internacionais;

(b) à importância que a população atribui, geralmente, à Matemática;

(c) à constatação de grandes dificuldades, por partes dos alunos, particularmente na área da Geometria, quando transitam do 4.º ano de escolaridade do 1.º do CEB para o 5.º ano de escolaridade do 2.º CEB;

(d) ao facto de um dos princípios do Ministério de Educação (Art.º 1.º, Dec-Lei n.º 6/2001) consistir na “valorização da diversidade de metodologias e estratégias de ensino e actividades de aprendizagem, em particular com recurso a tecnologias de informação e comunicação, visando favorecer o desenvolvimento de competências numa perspectiva de formação ao longo da vida”;

(e) à necessidade de se contribuir para práticas educativas mais eficazes desde os primeiros anos do ensino básico;

surge o presente trabalho com o intuito de se identificar, no início do 5.º ano de escolaridade, quais as principais dificuldades dos alunos, ao nível de três conceitos geométricos (perímetro e área de uma figura geométrica e volume de um sólido geométrico) para, posteriormente, ao longo desse ano lectivo, esses conceitos poderem ser trabalhados, definindo estratégias de ensino e aprendizagem, através, por exemplo, da manipulação de materiais didácticos e do recurso a actividades de investigação, no sentido de se proporcionar um maior sucesso escolar dos alunos.

O presente trabalho é, pois, consequência da verificação da existência de muitas dificuldades dos alunos, já no 5.º ano de escolaridade, na área da Geometria. Neste sentido, pretende-se, ao longo do ano lectivo, identificá-las e solucioná-las.

3. Identificação do problema de investigação

Analisando, sumariamente, todos os pontos de vista atrás mencionados, pode-se constatar que a Matemática é uma das disciplinas com maior insucesso escolar no Mundo e Portugal não é excepção.

Uma razão geralmente apontada pela comunidade escolar para o insucesso da referida disciplina prende-se com o facto de a Matemática ser uma ciência de conhecimento hierarquizado, ou seja, o conhecimento matemático é encarado como sendo encadeado e cumulativo. Tal característica é, sobretudo, usada pelos professores para justificar a dificuldade de alguns alunos no sentido de lhes apontar "falta de bases".

Esta questão da hierarquização do conhecimento matemático põe-se a todos os níveis de escolaridade. O que a criança aprende no primeiro ciclo do ensino básico vai servir de suporte para o que irá aprender no segundo ciclo do ensino básico e assim sucessivamente. A aprendizagem da Matemática deve ser orientada no sentido de despertar o interesse, estimular a curiosidade dos alunos e ajudá-los a desenvolver hábitos de pensamento matemático desde o primeiro ciclo do ensino básico e aplicá-los no quotidiano. Para além disso, é necessário levar o aluno a perceber os conceitos, dos mais elementares aos mais complexos (Crato, 2006).

Neste sentido, em Portugal tem-se sentido influências de paradigmas construtivistas da aprendizagem nos planos curriculares dos ensinos básico e secundário publicados em Diário da República n.º 202, II série de 1 de Setembro de 1990 (Despacho n.º 139/ME/90). A propósito dos objectivos, conteúdos e experiências educativas no 1.º CEB, faz-se uma referência explícita à necessidade de se proporcionarem aos alunos oportunidades para "realizarem experiências de aprendizagem activas, significativas, integradas e socializadoras", entendendo-se nesse documento que:

> - as aprendizagens activas pressupõem que os alunos tenham a oportunidade de viver situações estimulantes de trabalho escolar que vão da actividade física e da manipulação dos objectos e meios didácticos, à descoberta permanente de novos percursos e de outros saberes;
> - as aprendizagens significativas se relacionam com as vivências, efectivamente realizadas pelos alunos fora ou dentro da escola e que decorrem da sua história pessoal ou que a ela se liguem;
> - as aprendizagens integradas decorrem das realidades vivenciadas ou imaginadas que possam ter sentido para a cultura de cada aluno e
> - as aprendizagens socializadoras garantem a formação moral e crítica na apropriação dos saberes e no desenvolvimento das concepções científicas. (M.E., 1990).

No entanto, é já no 1.º CEB que se assiste, muitas vezes, a uma prática pedagógica onde o educando é um "depósito" de conhecimentos, ao invés de ser o próprio construtor dos conceitos a partir dos seus conhecimentos informais. Os alunos deveriam aprender por iniciativa própria, procurando o conhecimento, o que possibilitaria o desenvolvimento da originalidade, criatividade e até mesmo da autonomia. No relatório realizado pelo grupo de trabalho *Matemática 2001* da APM (APM, 1998), constata-se que a resolução de exercícios e a exposição pelo professor são dominantes em todas ou quase todas as aulas nos diferentes ciclos de ensino.

Assim, a Matemática não deve ser desligada do quotidiano, contrariando a noção geral de que esta disciplina se resume apenas cálculo e memorização de procedimentos e de umas quantas fórmulas com pouca aplicação prática, e deve, sobretudo, partir dos conhecimentos que os alunos já possuem.

Note-se que, de acordo com o M.E. (2004), as grandes finalidades do ensino da Matemática para o conjunto dos três ciclos do ensino básico são: (1) desenvolver a capacidade de raciocínio, (2) desenvolver a capacidade de comunicação e (3) desenvolver a capacidade de resolver problemas. No entanto, muitos estudos têm vindo a demonstrar que estas finalidades não se têm vindo a atingir.

Apesar do currículo do 1.º CEB apontar para um ensino onde a criança é o actor principal da sua aprendizagem, constata-se que a maioria dos docentes não parte dos conhecimentos que as crianças já possuem, nem trabalham através da manipulação de materiais didácticos e/ou do recurso de actividades de investigação. Deste modo, verifica-se que os alunos quando passam a frequentar o 5.º ano de escolaridade (no 2.º CEB), apresentam várias lacunas a nível, sobretudo, da capacidade em raciocinar e em resolver problemas. Tais lacunas começam a ser sentidas já no 1.º CEB, onde as preocupações continuam a ser, meramente, "aprender a ler e a fazer contas". Portanto, está nas mão do professor, já no 5.º ano de escolaridade, não permitir que tais dificuldades se perpetuem. Refira-se que essas dificuldades são mais evidentes nas temáticas onde aparece a resolução de problemas, como é o caso da Geometria.

É, assim, necessário que os docentes analisem as suas metodologias de trabalho com a finalidade de criarem novos ambientes na sala de aula e, com isso, gerarem uma maior motivação aos alunos, o que, consequentemente, os poderá levar ao sucesso escolar.

Para além disso, constata-se que os professores, na sua formação inicial, tiveram limitações no ensino da Geometria, o que também pode contribuir para a existência de uma insegurança por parte desses professores, que acabam por não ensiná-la ou adiá-la para o final do ano lectivo, onde, geralmente, devido à ausência de tempo, os conteúdos são leccionados de forma superficial.

Sendo do conhecimento geral que os alunos portugueses apresentam grandes dificuldades na disciplina de Matemática, mais concretamente nos temas da Geometria, parece-nos pertinente realizar um estudo que contribua para uma melhoria nesta área.

A fim de se tentar descobrir formas para ultrapassar as dificuldades dos alunos no 5.º ano de escolaridade, e para tornar o processo de ensino e aprendizagem da Geometria mais atractivo, decidimos desenvolver este estudo.

Neste contexto, surge o *problema de investigação* deste trabalho: em que medida o recurso a actividades de investigação na sala de aula e a resolução de problemas contribuem para uma evolução dos alunos do 5.º ano de escolaridade no processo de ensino e aprendizagem da geometria e grandezas, permitindo aprendizagens mais adequadas e significativas nesta área.

Este problema de investigação foi seleccionado por motivos profissionais e com o intuito de contribuir para a inovação e evolução positiva em educação matemática.

É de referir que os motivos profissionais, mencionados anteriormente, prendem-se com o facto de termos a nosso cargo, entre outras disciplinas, a Supervisão Pedagógica dos alunos do 4.º ano da Licenciatura de Professores do Ensino Básico – Variante: Matemática e Ciências da Natureza, da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico do Porto, e, por isso, nos últimos anos, termos vindo a constatar muitas lacunas ao nível dos pré-requisitos, por parte dos alunos, quando chegam ao 5.º ano de escolaridade.

O actual estudo pretenderá, numa primeira fase, detectar dificuldades de aprendizagem e de conhecimentos dos alunos que transitam para o 2.º CEB, fornecer mais dados para fundamentar eventuais respostas ao problema formulado, aprofundando a caracterização do tipo de actividades realizadas pelos alunos no 1.º CEB com o intuito de se detectar as dificuldades dos mesmos, na área da Geometria, analisando os factores que mais determinam a evolução do sucesso escolar dos alunos, no 5.º ano de escolaridade do 2.º CEB. Posteriormente, o presente trabalho de investigação implicará intervenção pedagógica, através da realização de actividades com materiais concretos, jogos ou problemas que envolvam situações do quotidiano do aluno, fundamentada pelo modelo geométrico de van Hiele e com apoio nas teorias construtivistas.

Visando averiguar a incidência das técnicas de ensino aplicadas na minimização das dificuldades de aprendizagem, bem como o contributo de determinadas actividades e materiais (que permitam a construção dos conceitos, invés de os memorizar) no processo ensino e aprendizagem da geometria e das grandezas nos alunos do 5.º ano de escolaridade, foram escolhidos as turmas de 5.º ano de duas escolas de ensino básico.

Assim, os resultados desta investigação serão de extrema importância para todos os intervenientes no processo de ensino e aprendizagem, em geral, e em particular no desenvolvimento da área de geometria e grandezas, numa tentativa de promover a melhoria da educação matemática na sala de aula e poderão emergir novas propostas e recomendações de actividades significativas e inovadoras, completando outras investigações enquadradas nesta área.

Este trabalho poderá, também, permitir a redefinição e/ou reorganização do modo como os conteúdos no 1.º CEB são, actualmente, leccionados e, acima de tudo, contribuir para uma adequação das exigências programáticas às capacidades das crianças.

Se assim for, daremos um contributo para a reorganização do Currículo do Ensino Básico, como também na forma como hoje a Matemática é encarada, pelo menos a nível dos 1.º e 2.º CEB.

Deste modo, parece fundamental realizar este estudo como forma de se dar um contributo no desenvolvimento dos conteúdos relacionados com a Geometria, em particular no 5.º ano de escolaridade do ensino básico, com o intuito de se identificarem, o mais precocemente possível, as dificuldades dos alunos nesta área, bem como de se definirem estratégias de ensino e aprendizagem adequadas para colmatar as dificuldades diagnosticadas. Uma outra razão que evidencia a relevância deste trabalho é a escassez de bibliografia nesta área, em particular de estudos efectuados sobre a realidade portuguesa.

Para além disso, apesar de, intuitivamente, as noções de grandeza e de medida parecerem elementares para os alunos, várias investigações demonstram que, a nível da formação e aquisição destes conceitos, os alunos manifestam muitas e persistentes dificuldades (Bellemain & Lima, 2002, p.8). As noções de grandeza e de medida, em geral, estão intimamente relacionadas com os conceitos de perímetro, área e volume, conceitos estudados no actual estudo. Assim, ao identificarmos as dificuldades, dos alunos do 5.º ano de escolaridade, no processo de ensino e aprendizagem de algumas noções de Geometria no 2.º CEB (área, perímetro e volume), estaremos a contribuir para um desenvolvimento desta área.

Um outro motivo que nos leva a realizar este estudo, focado nas noções de área, perímetro e volume, prende-se com o facto das noções de grandezas e medidas serem fundamentais no desenvolvimento do discente mas serem, geralmente, de difícil compreensão (Bellemain & Lima, 2002, p. 25). Este trabalho poderá identificar essas dificuldades e definir estratégias que as colmatem, sendo, portanto, também por isso, valioso a elaboração do presente trabalho.

Por tudo o que foi descrito nesta secção, verificamos que o presente trabalho torna-se relevante na área da Geometria e Grandezas.

4. Objectivos e questões fundamentais do estudo

Segurado (1997) identificou: (1) a evolução de uma visão da Matemática centrada na utilização de técnicas, para uma visão em que se salientam o raciocínio e a realização de investigações reconhecendo que a Matemática é uma ciência em desenvolvimento; (2) a consciencialização, por parte do professor, de que o seu papel não se resume em dar a matéria; (3) preferência, por parte dos alunos, de um processo de aprendizagem em que têm um papel activo, podendo ser eles a descobrir e experimentar relações e ideias.

Neste sentido, o presente trabalho pretende averiguar em que medida o recurso a determinadas actividades de investigação, a resolução de problemas e o recurso a materiais manipuláveis, nas aulas de matemática do 5.º ano de escolaridade, contribuem para uma evolução positiva nos processos de ensino e aprendizagem dos alunos, na área da Geometria.

Assim, depois de se detectarem as dificuldades manifestadas pelos alunos na área da Geometria, é naturalmente interessante perceber de que modo estas “novas experiências” alteram ou não o modo como os alunos encaram a Matemática e a sua aprendizagem.

O presente trabalho de investigação tem, deste modo, como objectivos gerais**:**

- Diagnosticar as dificuldades, dos alunos do 5.º ano de escolaridade, no processo de ensino e aprendizagem de algumas noções de Geometria e Grandezas (perímetro, área e volume).

- Averiguar se as actividades de investigação e a resolução de problemas melhoram a aprendizagem dos alunos do 5.º ano de escolaridade.

Os objectivos específicos deste estudo serão:

- Objectivo 1: Identificar as dificuldades de alunos do 5.º ano de escolaridade, na aprendizagem de algumas noções de Geometria e Grandezas no 2.º CEB (área, perímetro e volume).

- Objectivo 2: Averiguar se as aprendizagens decorridas no 1.º CEB, na área de Geometria e Grandezas, influenciam as do 2.º CEB.

- Objectivo 3: Averiguar o contributo de determinadas actividades e materiais (que permitam a construção dos conceitos, invés de os memorizar) no processo de ensino e aprendizagem da Geometria e das Grandezas nos alunos do 5.º ano de escolaridade.

- Objectivo 4: Desenvolver, nos alunos, o sentido espacial, com ênfase nas noções de perímetro, área, e volume, noções de grandeza e respectivos processos de medida, bem como a utilização destes conhecimentos e capacidades na resolução de problemas geométricos em diferentes contextos.

- Objectivo 5: Definir um conjunto de tarefas que favoreceram uma aquisição significativa das competências essenciais previstas no programa do 2.º CEB.

Neste sentido, o actual trabalho foi orientado pelas seguintes questões gerais:

- As aprendizagens realizadas pelos alunos no 1.º CEB influenciam as do 2.º CEB, no domínio da Geometria e das Grandezas?

- Que contributo poderá ter a inserção de certas tarefas, actividades de investigação, bem como a manipulação de materiais, na aquisição das competências essenciais previstas para o 5.º ano de escolaridade, no domínio da Geometria e das Grandezas?

5. Hipóteses e variáveis do estudo

A investigação experimental pressupõe a observação de fenómenos, a formulação de hipóteses explicativas desses mesmos fenómenos, a escolha e o controlo de variáveis, a selecção aleatória dos sujeitos de investigação, a verificação ou rejeição das hipóteses, mediante uma recolha rigorosa de dados, que serão submetidos a uma análise estatística.

Diz-se que se está na presença de uma investigação experimental quando o investigador manipula pelo menos uma variável independente, controla todas as variáveis que considera relevantes e observa o efeito em uma ou mais variáveis dependentes. Geralmente, num estudo desta natureza, a população é dividida aleatoriamente em dois grupos: o Grupo de Trabalho ou Experimental, submetido à aplicação das variáveis independentes e o Grupo de Controlo, não submetido a manipulação por parte do investigador. Este grupo é utilizado para se comparar e analisar o efeito da variável independente no Grupo de Trabalho.

No nosso trabalho de investigação, como veremos nos subcapítulos 6. e 7., seguimos este plano; contudo, a selecção dos elementos da população em estudo e, consequentemente, dos dois grupos considerados, não foi feita aleatoriamente, pelo que o presente estudo segue um desenho *quasi-experimental*, em vez de um desenho de investigação experimental, propriamente dito.

Como veremos, detalhadamente, no subcapítulo 8., todos os alunos da amostra em estudo, no início do ano lectivo 2009/2010, realizaram um teste de avaliação de conhecimentos, a que denominámos teste n.º 1. Durante o ano lectivo, foram aplicadas tarefas e actividades de investigação aos alunos do Grupo de Trabalho, isto é, estes foram sujeitos à nossa intervenção pedagógica. O estudo colmina com a aplicação do referido teste, novamente a todos os elementos em estudo, no final do ano lectivo, a que denominámos teste n.º 2.

Assim, atendendo ao problema de investigação, aos objectivos gerais, aos objectivos específicos e às questões orientadoras deste trabalho, definidos no subcapítulo seguinte, definimos as seguintes hipóteses para cada momento de avaliação aplicado no estudo:

- Hipótese 1: Os resultados académicos totais, obtidos no teste n.º 1, são semelhantes nos dois grupos de alunos considerados;

- Hipótese 2: Os resultados académicos, dos itens relacionados com o conceito de perímetro, obtidos no teste n.º 1, são semelhantes nos dois grupos de alunos considerados;

- Hipótese 3: Os resultados académicos, dos itens relacionados com o conceito de área, obtidos no teste n.º 1, são semelhantes nos dois grupos de alunos considerados;

- Hipótese 4: Os resultados académicos, dos itens relacionados com o conceito de volume, obtidos no teste n.º 1, são semelhantes nos dois grupos de alunos considerados;

- Hipótese 5: Os resultados académicos totais obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho, no teste n.º 2, são superiores aos dos alunos do Grupo de Controlo;

- Hipótese 6: Os resultados académicos, dos itens relacionados com o conceito de perímetro, obtidos pelos alunos no Grupo de Trabalho, no teste n.º 2, são superiores aos dos alunos do Grupo de Controlo;

- Hipótese 7: Os resultados académicos, dos itens relacionados com o conceito de área, obtidos pelos alunos no Grupo de Trabalho, no teste n.º 2, são superiores aos dos alunos do Grupo de Controlo;

- Hipótese 8: Os resultados académicos, dos itens relacionados com o conceito de volume, obtidos pelos alunos no Grupo de Trabalho, no teste n.º 2, são superiores aos dos alunos do Grupo de Controlo.

Segundo Guell (1979, citado por Sousa, 2005, p.58), as variáveis são elementos que variam, isto é, que sofrem alterações ao longo da investigação. Bisquerra (2004, p. 134) considera que uma variável é uma "característica que varia segundo os sujeitos, uma propriedade que pode adoptar diferentes valores. Uma variável é susceptível de medir-se ou observar-se".

Há diversas classificações para variáveis. Se considerarmos a sua função, a variável pode ser *independente* ou *dependente*.

De acordo com Sousa (2005), uma variável é considerada independente quando é um factor determinante, dado que tem influência, na própria investigação mas não depende da mesma. Uma variável independente é aquela que o investigador selecciona ou manipula de forma a determinar os seus efeitos noutras variáveis. Esta é independente de qualquer acção por parte do sujeito da experiência.

O mesmo autor refere que uma variável é considerada dependente quando decorre dos procedimentos da investigação, isto é, é aquela que o investigador analisa para verificar os efeitos produzidos aquando da manipulação da variável independente.

Diversos autores referem que, frequentemente, em experiências de aprendizagem em ambientes de sala de aula, a variável independente é um *estímulo* de qualquer tipo e a variável dependente é a *resposta* a esse estímulo.

Assim, no nosso estudo, as variáveis independentes são os métodos e estratégias usadas pelos professores das turmas no processo de ensino/aprendizagem de Geometria, Grandezas e Medidas, em particular em relação aos conceitos de perímetreo, área e volume, e o conjunto de tarefas por nós seleccionado (*estímulo*), tendo como intuito a melhoria da aprendizagem daquelas noções, no 5.º ano de escolaridade. É de referir que nos deparamos com mais variáveis independentes, como por exemplo o género e a idade dos alunos, no entanto como os resultados não serão analisados em função destes factores, não as vamos considerar como variáveis independentes do presente trabalho de investigação.

As variáveis dependentes do presente trabalho de investigação são, em primeiro lugar, os resultados académicos dos itens que constituíram o teste de avaliação de conhecimentos obtidos pelos alunos (*resposta*) e, através destes, os resultados que traduzem aprendizagens ou não no âmbito dos conceitos estudados: perímetro, área e volume.

6. Metodologia

6.1. O quadro investigativo em educação

O conceito de investigação tem evoluído ao longo dos tempos. São diversos os significados que se podem atribuir à investigação educativa, dependendo das finalidades que lhes são atribuídas.

Arnal, Rincón e Latorre (1992) consideram ser impossível definir investigação de um modo que seja aceite por todos ou que satisfaça os paradigmas existentes. Os referidos autores referem que um paradigma é um esquema teórico de percepção e compreensão do mundo, adoptado por uma comunidade científica.

Segundo Gall, Borg e Gall (1996), os investigadores em educação podem assumir um *paradigma positivista* ou um *paradigma pós-positivista*. Esta dicotomia deriva de duas grandes tradições filosóficas predominantes na nossa cultura: o Realismo e o Idealismo.

Os investigadores *positivistas* assumem que as características do meio envolvente, do ambiente social são objectivas, isto é, essas características existem independentemente dos sujeitos que as conceberam e dos que as observam.

Os investigadores *pós-positivistas* defendem que a realidade é construída pelos indivíduos, tendo como propósito fundamental a interpretação e compreensão dos fenómenos educativos. Deste modo, estes investigadores consideram que as características do ambiente social não existem separadamente dos significados que os sujeitos constroem para essas características. Segundo Stenhouse (1984), a investigação surge como "uma indagação sistemática e constante, planificada e autocrítica".

Uma consequência desta dicotomia de paradigmas consiste em implementar estratégias de investigação diferentes. Os investigadores positivistas usam técnicas e métodos, essencialmente, de natureza quantitativa. Procuram identificar padrões e depois da recolha de dados, obtida através de amostras e populações, analisam os mesmos de modo a exemplificar esses padrões. Os pós-positivistas usam estratégias de matriz, principalmente, de essência qualitativa. Geralmente, concentram as suas investigações no estudo de casos individuais, elaboram descrições pormenorizadas do que observam e, a partir desses dados, inferem que determinados acontecimentos são exemplos de mesmo padrão.

Colás e Buendía (1992) e, mais recentemente, Sola e López (2003) defendem a existência de três tipos de paradigmas na construção do conhecimento científico: o *paradigma positivista empírico*, o *paradigma hermenêutico* ou *interpretativo* e o *paradigma normativo crítico* ou *sociocrítico*.

O *paradigma positivista empírico*, também designado por *quantitativo*, *racionalista* ou *neopositivista*, predominou no século XIX e início do século XX e estava enraizado nas ideias positivistas e empiristas de teóricos como Comte e Durkheim. Considera que a investigação em educação pretende basicamente descobrir as leis que dirigem os fenómenos educativos e a construir teorias científicas que orientem a acção educativa. Popkewitz (1988, cit. por Arnal et al, 1992), menciona que:

> - A teoria é universal, não se encontra vinculada a um contexto específico nem às circunstâncias em que se formulam as generalizações;
> - Os enunciados científicos são independentes dos fins e valores dos indivíduos. É função da ciência descobrir as relações entre factos;
> - O mundo social existe como um sistema de variáveis, consideradas como elementos distintos e analiticamente separáveis num sistema de interrelações;
> - A definição operativa das variáveis e da fidelidade das medidas é importante. Os conceitos e generalizações só devem basear-se em unidades de análise que possam ser operativizadas;
> - A estatística é importante como instrumento de análise e interpretação de dados.

O *paradigma hermenêutico* ou *interpretativo*, também denominado por *qualitativo*, *fenomenológico*, *construtivista*, *simbólico*, *naturalista*, *humanista* ou *etnográfico*, centra os seus estudos no significado das acções humanas e da vida social. Enfatiza a compreensão e a interpretação da realidade educativa a partir dos significados que os seres humanos envolvidos no contexto educativo em causa emanam. As suas crenças, os seus gostos, as suas opiniões, as suas intenções, as suas motivações e muitas outras características não observáveis directamente são tidas em consideração. Este paradigma surgiu como tentativa de solucionar problemas que não podiam ser analisados e estudados pelo paradigma positivista empírico.

Nas últimas décadas, os métodos de investigação que têm predominado em estudos relacionados com a educação são de natureza qualitativa. Gall, Gall e Borg (2005) afirmam que o que caracteriza a investigação de índole qualitativa é:

> Uma recolha e análise sistemáticas de dados no sentido de desenvolver descrições, previsões, intervenções e explicações generalizáveis válidas relacionadas com vários aspectos da educação. É esta confiança numa cuidadosa recolha e análise de dados que mais fortemente distingue o conhecimento investigativo do conhecimento pessoal (p.3).

Segundo Bogdan e Biklen (1994), a investigação qualitativa surgiu no final do século XIX e início do século XX, atingindo o seu apogeu nas décadas de 60 e 70, através do surgimento de novos estudos e sua divulgação.

Os mesmos autores consideram que a investigação qualitativa tem cinco características essenciais:

- a fonte directa dos dados é o ambiente natural, enquanto que o investigador é o principal agente na recolha desses mesmo dados;
- os dados que o investigador recolhe são principalmente de carácter descritivo;
- os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo em si, do que propriamente pelos resultados;
- a análise dos dados é feita de forma indutiva;
- o investigador interessa-se em tentar compreender o significado que os participantes dão às suas experiências.

Wilson (1977, cit. por Tuckman, 1994) fundamenta este tipo de abordagem noutros pressupostos: os acontecimentos devem estudar-se em situações naturais, ou seja, integrados no terreno e os acontecimentos só podem compreender-se se compreendermos a percepção e a interpretação feitas pelas pessoas que neles participam.

De acordo com Merriam (1988), nas metodologias qualitativas, os intervenientes da investigação não são reduzidos a variáveis isoladas, mas são antes vistos como parte de um todo no seu contexto. Ao reduzir os indivíduos a dados estatísticos, existem determinados comportamentos que são ignorados e poderão ser determinantes no estudo em causa.

Bogdan e Taylor (1986) referem que, neste tipo de metodologia, o investigador deve estar totalmente envolvido no campo de acção dos investigados, uma vez que, na sua essência, este método de investigação baseia-se sobretudo no contacto com a população em estudo. Bogdan e Biklen (1982) construíram uma grelha onde comparam a metodologia qualitativa com a quantitativa. Apresentamos um resumo dessa grelha na tabela 5:

	Investigação Qualitativa	**Investigação Quantitativa**
Conceito Chave	Significado; Processo; compreensão do senso comum	Variável; operacionalização; validade; hipótese; significância estatística
Objectivos	Desenvolver conceitos sensibilizadores; Descrever múltiplas realidades; Estabelecimentos de generalidades;	Testar a teoria; descrever estatisticamente; demonstrar as relações entre variáveis; fazer previsões; conhecimento exaustivo.
Dados	Descritivos; documentos pessoais, notas de campo; as próprias palavras das pessoas; documentos oficiais e outros artefactos.	Quantitativos; codificação quantificável; variáveis operacionalizadas;
Técnicas e Instrumentos	Observação; revisão de vários documentos e artefactos; entrevistas semi-estruturadas.	Entrevistas semi-estruturadas; conjuntos de dados; inquéritos; questionários.
Análise de Dados	Indutiva	Dedutiva

(Fonte: Bodgan & Biklen, 1982, pp. 45-8)

Tabela 5: Características da investigação qualitativa e da investigação quantitativa.

Segundo Bryman (1988), as diferenças mais significativas entre a investigação quantitativa e qualitativa são as seguintes:

- na investigação quantitativa, a relação entre o investigador e o investigado é distante e externa, sendo próxima e interna na investigação qualitativa;

- na investigação quantitativa, a relação entre conceitos, teoria e investigação é de confirmação. Na investigação qualitativa é uma relação emergente;

- a investigação quantitativa utiliza uma estratégia estruturada, sendo não estruturada na investigação qualitativa;

- a investigação quantitativa considera a realidade social como sendo algo estático e externo ao sujeito. A investigação qualitativa considera que a realidade social possui um carácter processual e socialmente construída pelo sujeito;

- a natureza dos dados da investigação quantitativa é fiável. Na investigação qualitativa, a natureza dos dados é profunda.

O *paradigma normativo crítico* ou *sociocrítico* reúne um conjunto de características do paradigma positivista e do paradigma interpretativo. Surge, assim, uma nova concepção de ciência social que mantém o conceito rigoroso do conhecimento objectivo no estudo detalhado da vida humana e social.

Neste sentido, este paradigma surgiu com o intuito de combater o reducionismo do paradigma positivista e o conservadorismo do paradigma interpretativo.

Segundo Arnal et al (1992), a teoria crítica, em educação, assenta em alguns pressupostos: conhecer e compreender a realidade como praxis; unir teoria e prática; conhecimento, acção e valores; orientar o conhecimento a emancipar e libertar o homem; implicar o docente a partir da auto-reflexão.

A tabela 6, adaptada de Arnal et al (1992) e de Colás e Buendía (1992), sintetiza as características de cada um dos paradigmas de investigação mencionados anteriormente.

A partir destes paradigmas, caracterizados de um ponto de vista teórico, Colás e Buendía (1992) apresentam as características metodológicas de cada um dos paradigmas de investigação em educação.

Estes autores defendem que as técnicas quantitativas derivam das correntes positivistas, baseadas sobretudo no método científico e em ferramentas estatísticas. As técnicas de carácter qualitativo provém do paradigma interpretativo, cuja base consiste na interpretação das sensações, intenções e motivações das pessoas. Assim, os referidos autores, distinguem três tipos de metodologia de investigação: metodologia científica tradicional, metodologia qualitativa e metodologia crítica.

	Positivista	Interpretativo	Crítico
Fundamentos	Positivismo lógico. Empirismo.	Fenomenologia. Teoria interpretativa.	Teoria crítica.
Natureza da realidade	Objectiva, estática, singular, única, fragmentável, convergente.	Dinâmica, múltipla, holística, construída, divergente.	Partilhada, histórica, construída, dinâmica, evolutiva, interactiva divergente.
Finalidade da investigação	Explicar, predizer, controlar os fenómenos, verificar teorias, dominar verificar.	Compreender e interpretar a realidade, os significados das pessoas, percepções, intenções, motivações, acções.	Identificar potencial de mudança, emancipar sujeitos. Analisar a realidade. Contribuir para alteração da realidade. Mudança.
Tipo de conhecimento	Técnico.	Prático. Explicações ideográficas.	Emancipativo. Explicar as acções que implicam uma teorização de contextos.
Relação Investigador/ Objecto de investigação	Independentes. Neutros. Distanciados. Não se afectam. Investigador externo.	Dependentes. Afectam-se. Implicação do investigador. Interacções entre ambos.	Relação influenciada por um forte compromisso. O investigador é simultaneamente objecto de investigação.
Valores na Investigação	Neutros. Investigador livre de valores. É garantida a objectividade. Rigor nos dados.	Explícitos. Os valores influenciam a investigação.	Partilhados. Valores integrados. A ideologia e os valores estão aliados a qualquer tipo de conhecimento.
Relação Teoria e Prática educativa	Dissociadas. A teoria é a norma, a regra para a prática.	Relacionadas. Interpretação e aplicação estão unidas. Há influência recíproca.	Indissociáveis. Teoria e prática constituem um todo inseparável. A prática é teoria em acção.
Critérios de Qualidade	Validade, fidelidade, objectividade.	Credibilidade, confirmação, transferibilidade.	Intersubjectividade. Validade por consenso.
Técnicas, Instrumentos, Estratégias	Quantitativos. Medição de testes, questionários, observação sistemática. Experimentação.	Qualitativos, descritivos. O investigador é o principal instrumento.	Estudo de casos. Técnicas dialéticas.
Análise dos Dados	Quantitativa. Estatística descritiva e inferencial.	Qualitativa. Indução analítica, triangulação.	Intersubjectivo. Dialéctico.

(Fonte: Arnal et al, 1992; Colás & Buendía, 1992)

Tabela 6: Características dos paradigmas de investigação em educação.

Na tabela 7, resume-se as características metodológicas de cada um dos paradigmas de investigação em educação defendidos por Colás e Buendía (1992).

	Positivista	**Interpretativo**	**Crítico**
Problema de Investigação	Teóricos.	Percepções e sensações.	Vivências.
Desenho de Investigação	Estruturado.	Aberto e flexível.	Dialéctico.
Amostra	Procedimentos estatísticos.	Não determinada e informante.	Os interesses dos sujeitos determinam os grupos de investigação.
Técnicas de recolha de dados	Instrumentos válidos e fiáveis.	Técnicas qualitativas.	Comunicação pessoal.
Análise e interpretação dos dados	Técnicas estatísticas.	Redução. Exposição. Conclusões.	Participação do grupo na análise. Fase intermédia.
Avaliação da investigação	Validade interna e externa. Fiabilidade. Objectividade.	Credibilidade. Transferibilidade. Dependência. Confirmabilidade.	Validade consensual.

(Fonte: Colás & Buendía, 1992)

Tabela 7: Características metodológicas dos paradigmas de investigação em educação.

A escolha do método de investigação deve fazer-se em função da natureza do problema em estudo e, enquanto lógica de um conjunto de procedimentos científicos utilizados, na sua descrição devem tornar-se compreensíveis não apenas o produto resultante da investigação mas, também, o processo que conduziu à sua obtenção (Tuckman, 1994).

Considerando que não existe uma única perspectiva para se explicar os fenómenos educativos e que se tem que adequar a perspectiva que melhor explique essa realidade, Borralho (2001) admite a existência de uma espécie de *continuum* entre as duas abordagens (quantitativa e qualitativa) e defende uma visão *multiparadigmática.*

Actualmente, aceita-se a complementaridade dos paradigmas, pois parece ser a forma mais apropriada de estudar os problemas de investigação que cada vez mais são de natureza complexa, dinâmica e de difícil solução. Isto é, a natureza e as características dos fenómenos educativos requerem uma diversidade de métodos e técnicas de investigação e compete ao investigador decidir e adoptar os mais apropriados ao problema de investigação em causa.

Relativamente ao que se tem sucedido em educação matemática, Lesh (2002, p.555) considera que "o problema central da educação matemática tornou-se a distância entre a teoria – um corpo de conhecimento em educação matemática que está na mão dos investigadores – e a prática – o ensino actual levado a cabo pelos professores". Segundo o referido autor, no final do século XX, a maioria das investigações em educação matemática desenvolveram-se com o intuito de se enfatizar a prática. Assim, os professores passaram a ter um papel fulcral na investigação, pois, para além de identificarem os problemas, passaram a interpretar os resultados obtidos e tomaram consciência de que os alunos são seres "dinâmicos, vivos, interactivos, auto-regulados, continuamente adaptáveis e com competências que, em geral, não podem ser reduzidos a simples verificações de regras condição-acção" (Lesh, 2002, p.30).

English (2002) não partilha do mesmo ponto de vista que Lesh (2002).

English considera que, nos últimos tempos, não se tem feito investigação significativa em educação matemática dado que não se tem dado resposta às questões fundamentais. O referido autor defende que a educação matemática necessita de rápida intervenção, de mudança. Para tal, English refere que há alguns aspectos que podem promover essa mudança: os resultados das provas nacionais e internacionais de matemática; a influência de factores sociais, culturais, económicos e políticos; o avanço tecnológico; o aumento da globalização da educação e investigação matemáticas.

English (2002) defende, ainda, que os investigadores, em educação matemática, devem seguir:

> 1. antecipar os problemas e o conhecimento necessário antes que se tornem impeditivos do progresso;
> 2. traduzir os futuros problemas em objectivos de investigação;
> 3. traduzir as implicações da investigação e do desenvolvimento da teoria em formas que possam ser úteis aos práticos e decisores políticos;
> 4. facilitar o desenvolvimento de comunidades de investigação que foquem prioridades negligenciadas ou oportunidades estratégicas (English, 2002, p.7).

6.2. A metodologia utilizada no estudo

Na origem deste estudo estiveram as aulas supervisionadas, durante três anos lectivos, no âmbito da disciplina de Prática Pedagógica, do 4.º ano da Licenciatura em Professores do Ensino Básico – Variante Matemática e Ciências da Natureza, que nos permitiram constatar que os alunos do 5.º ano de escolaridade apresentam imensas dificuldades nas noções de perímetro, área e volume. Assim, com este trabalho, pretendemos identificar as possíveis causas para essas dificuldades, apresentar actividades de investigação e problemas que melhorem, significativamente, as aprendizagens dos alunos do 5.º ano de escolaridade nos três conceitos referidos anteriormente, bem como apresentar estratégias para colmatar as dificuldades diagnosticadas.

Neste sentido e tal como referido no subcapítulo 4. deste capítulo, o actual trabalho foi orientado pelas seguintes questões fundamentais:

- As aprendizagens realizadas pelos alunos no 1.º CEB influenciam as do 2.º CEB, no domínio da Geometria e das Grandezas?

- Que contributo poderá ter a inserção de certas tarefas, actividades de investigação, bem como a manipulação de materiais, na aquisição das competências essenciais previstas para o 5.º ano de escolaridade, no domínio da Geometria e das Grandezas?

É na tentativa de solucionar estas questões que surge esta investigação. Pretendemos verificar se a aplicação das tarefas, que envolvem actividades de investigação e resolução de problemas, melhora a aprendizagem dos alunos do 5.º ano de escolaridade, na área da Geometria e das Grandezas.

A metodologia utilizada num trabalho de investigação depende das questões de investigação formuladas e do modo como o investigador se relaciona com o meio onde a mesma ocorre.

Cook e Rechardt (1986) consideram que é vantajoso usar uma metodologia mista numa investigação, porque:

- permite prestar atenção a múltiplos objectivos;

- há opiniões e dados que dificilmente se abordam só do ponto de vista quantitativo ou só do ponto de vista qualitativo;

- permite caracterizar contextos de forma mais alargada na comparação de resultados.

Seguindo esta ideia, Cronbach (1980) defende que o investigador não deve aplicar uma metodologia quantitativa ou uma metodologia qualitativa, de forma exclusiva, deve recorrer às técnicas, independentemente do tipo, que melhor se adequam ao problema de investigação definido.

O presente estudo segue uma *metodologia mista* por acharmos a mais ajustada à natureza do problema de investigação em causa, definido no subcapítulo 3. deste capítulo. Recorremos, no nosso estudo, a técnicas de recolha de dados quantitativas, como, por exemplo, o teste aplicado aos alunos, e qualitativas, como por exemplo a observação directa. No entanto, referimos que o propósito essencial deste trabalho é o tratamento quantitativo dos resultados obtidos no teste que os alunos resolveram. Assim, reconhecemos que há um predomínio da abordagem quantitativa, dado que a maioria dos dados recolhidos foram obtidos pelo teste, dados esses que serão tratados, quantitativamente, com recurso a um *software* estatístico apropriado.

Arnal et al (1992) referem que as diversas investigações educativas se podem classificar segundo diversos critérios, por exemplo, quanto aos objectivos do estudo, ao alcance temporal, à profundidade e carácter de medida.

Por sua vez, Torres del Moral (2005) considera três critérios para classificar o tipo de investigação educativa: generalização dos resultados, finalidade da investigação, perspectiva temporal. Quanto à generalização dos resultados, a citada autora refere dois tipos de investigação, a investigação fundamental e a investigação activa. Quanto à finalidade da investigação, esta autora considera dois tipos de investigação: a investigação básica, pura e a investigação aplicada. Quanto à perspectiva temporal, a autora aponta três tipos de investigação: a investigação histórica (passado), a investigação descritiva (presente) e a investigação experimental (futuro).

Assim, seguindo a ideologia da autora, quanto à generalização dos resultados, o presente trabalho segue uma *investigação activa*, já que tem como intuito constatar uma realidade: identificar actividades que melhorem a aprendizagem dos conceitos de perímetro, área e volume, nos alunos do 5.º ano de escolaridade.

Quanto à finalidade do estudo, este trabalho segue uma *investigação aplicada*, pois pretende fornecer dados que nos permitam formular propostas com novas formas de agir, de intervir, de definir estratégias para se construir uma nova realidade.

Segundo Torres del Moral (2005), quanto à perspectiva temporal, o nosso estudo segue uma *investigação experimental*, já que provocamos mudanças na realidade, com o objectivo de provocar uma resposta nos alunos. Pretendemos que essa resposta se traduza numa melhoria das aprendizagens dos alunos que constituíram a população em estudo.

A característica fundamental de um desenho de investigação experimental é a de que os investigadores controlam e manipulam, deliberadamente, as condições que determinam os acontecimentos em que estão interessados e os elementos da população em estudo são seleccionados aleatoriamente. Assim sendo, o nosso trabalho não segue um verdadeiro desenho experimental, dado que os elementos da amostra em estudo, que foram divididos em dois grupos, o Grupo de Trabalho e o Grupo de Controlo (definidos em pormenor no subcapítulo 7. deste capítulo), foram seleccionados aleatoriamente. Portanto, consideramos que o actual trabalho de investigação segue um *desenho quasi-experimental*.

Nesta investigação, provocamos uma mudança, isto é, aplicamos um conjunto de actividades de investigação e problemas (*estímulo*) com o intuito de observar o efeito dessa mudança (*resposta*) nos resultados académicos dos alunos. O presente estudo é de *natureza prospectiva*, pois os procedimentos a seguir foram delineados antes do início do seguimento dos alunos e os dados foram recolhidos durante esse acompanhamento, com o objectivo de avaliar os efeitos dos procedimentos aplicados.

O trabalho é, ainda, dito *controlado* porque, além do grupo submetido a determinada intervenção (Grupo de Trabalho), existe outro grupo onde essa intervenção não é realizada (Grupo de Controlo). Os alunos foram, desta forma divididos em dois grupos:

- o Grupo de Trabalho: alunos sujeitos a actividades de investigação e à resolução de problemas sobre os conceitos geométricos de perímetro, área e volume, durante o ano lectivo;

- o Grupo de Controlo: alunos não submetidos às actividades específicas definidas pela investigadora.

Podemos também considerar que este trabalho está inserido no campo de investigação-acção dado que, durante a investigação e recolha de dados, actuámos no sentido de melhorar as aprendizagens e os resultados dos alunos, atendendo à natureza do problema de investigação (causa/efeito).

Na figura 6 apresentamos um esquema que resume as diferentes etapas deste trabalho de investigação.

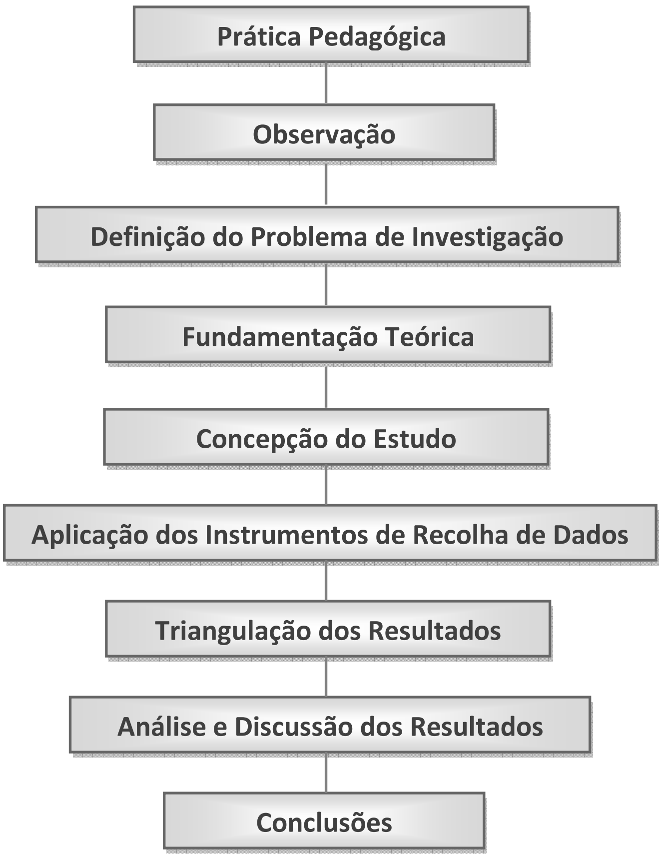


Figura 6: Sequência do Estudo.

No subcapítulo seguinte, descrevemos, detalhadamente, a população e a amostra em estudo, a constituição do Grupo de Trabalho e do Grupo de Controlo e os motivos de selecção dos seus elementos.

7. Definição da população e da amostra em estudo

Em qualquer manual de Estatística que se consulte, população é definido como o conjunto de pessoas ou objectos a estudar e amostra é definida como sendo um subconjunto da população que é observada com o intuito de se obter informação extensível a toda a população.

Assim, torna-se necessário definir, de forma clara e concisa, a população e a amostra que serão objecto de estudo, de forma a estabelecermos a relação entre o problema de investigação e o contexto populacional onde se vai aplicar.

O presente trabalho de investigação foi realizado, no ano lectivo 2009/2010, em duas escolas do distrito do Porto: a Escola E.B. 2/3 de Pedrouços e a Escola E.B. 2/3 da Madalena. Por questões metodológicas, à primeira escola chamámos Escola A e à segunda, Escola B.

A população em estudo é constituída por todos os alunos do 5.º ano de escolaridade das duas escolas anteriormente mencionadas. Na Escola A, o universo é de 235 alunos do 5.º ano de escolaridade, distribuídos por onze turmas. Na Escola B, o universo é de 90 alunos do 5.º ano de escolaridade, distribuídos por quatro turmas. Assim, os 325 alunos das duas escolas constituem a população em estudo.

Segundo Bisquerra (2004), a selecção dos elementos em estudo pode ser feita através de métodos probabilísticos ou não probabilísticos. Nos primeiros, determina-se a probabilidade de selecção de cada sujeito pertencer à amostra. Nos segundos métodos, desconhece-se a probabilidade de selecção.

O referido autor acrescenta que os métodos probabilísticos podem ser: amostragem aleatória simples, amostragem aleatória sistemática, amostragem aleatória estratificada, amostragem por conglomerado e amostragem polietápica. Por sua vez, os não probabilísticos subdividem-se em: acidental ou casual, amostragem intencional ou opinativa, amostragem por quotas e amostragem de bola de neve.

Atendendo às características da nossa investigação, a selecção dos elementos em estudo foi realizada pelo método não probabilístico intencional ou opinativo, uma vez que a população em estudo foi seleccionada por conveniência. Foi tido em consideração: o facto destas escolas colaborarem na disciplina de Prática Pedagógica do 4.º ano da licenciatura de Professores do Ensino Básico – Variante Matemática e Ciências da Natureza, disciplina essa que, na altura, estávamos a leccionar; a facilidade de relacionamento entre os professores e alunos dessas escolas do ensino básico e com os alunos do 4.º ano da referida licenciatura; a proximidade geográfica.

O nosso intuito inicial era estudar o universo de alunos das duas escolas mencionadas. No entanto, o número total de alunos que participou no estudo foi de 289 alunos pois os 20 alunos de uma turma da Escola A não participaram, e 16 alunos das restantes turmas de ambas escolas foram excluídos por não estarem presentes num dos dias da aplicação dos testes. Assim, os dados recolhidos dizem respeito somente a 289 alunos, pelo que tivemos de os encarar como uma amostra, se bem que muito representativa da população em estudo (ver figura 7).

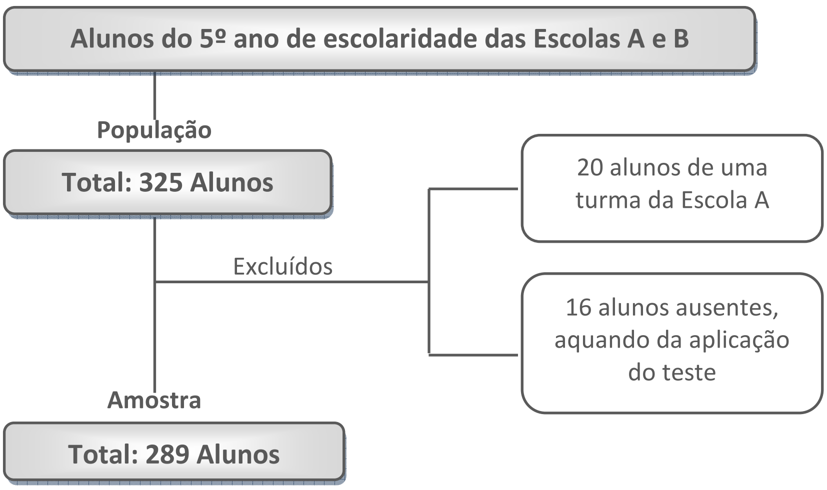


Figura 7: População e amostra em estudo.

Na tabela 8, podemos analisar a frequência da amostra em estudo por turma:

Turma	Escola	
	A	B
5A	0	20
5B	18	23
5C	19	19
5D	21	27
5E	25	
5F	21	
5G	19	
5H	20	
5I	20	
5J	22	
5L	15	
Total	**200**	**89**

Tabela 8: Frequência da população em estudo por turma.

Por sua vez, os 289 alunos que constituem a amostra em estudo, foram divididos em dois grupos: o Grupo de Trabalho e o Grupo de Controlo. O Grupo de Trabalho foi formado pelos alunos de duas turmas, de cada escola, do 5.º ano de escolaridade. Da Escola A, foram seleccionadas as turmas 5.º C e 5.º J. Da Escola B, foram seleccionadas as turmas 5.º B e 5.º C. Estas turmas foram seleccionadas pelo facto de serem estas onde os professores estagiários realizavam as suas aulas assistidas e supervisionadas e, portanto, era nestas turmas que havia um contacto mais directo e interventivo da nossa parte. Assim, o Grupo de Trabalho foi formado por 83 alunos e os restantes 206 alunos constituíram o Grupo de Controlo.

Estas frequências podem ser analisadas na tabela 9:

		Grupo		Total
		Trabalho	Controlo	
Escola	**A**	41	159	200
	B	42	47	89
Total		**83**	**206**	**289**

Tabela 9: Frequência da amostra em estudo por grupo.

Como já foi referido, o critério utilizado para definir o Grupo de Trabalho prende-se com o facto de supervisionarmos a prática pedagógica dos alunos do 4.º ano da licenciatura de Professores do Ensino Básico – Variante Matemática e Ciências da Natureza da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico do Porto e, portanto, estamos em contacto mais directo e frequente com os alunos das turmas referidas anteriormente, facilitando, assim, a aplicação, a estes alunos, das actividades de investigação e de resolução de problemas.

Na figura 8, podemos ver a constituição do Grupo de Trabalho e do Grupo de Controlo, detalhadamente.

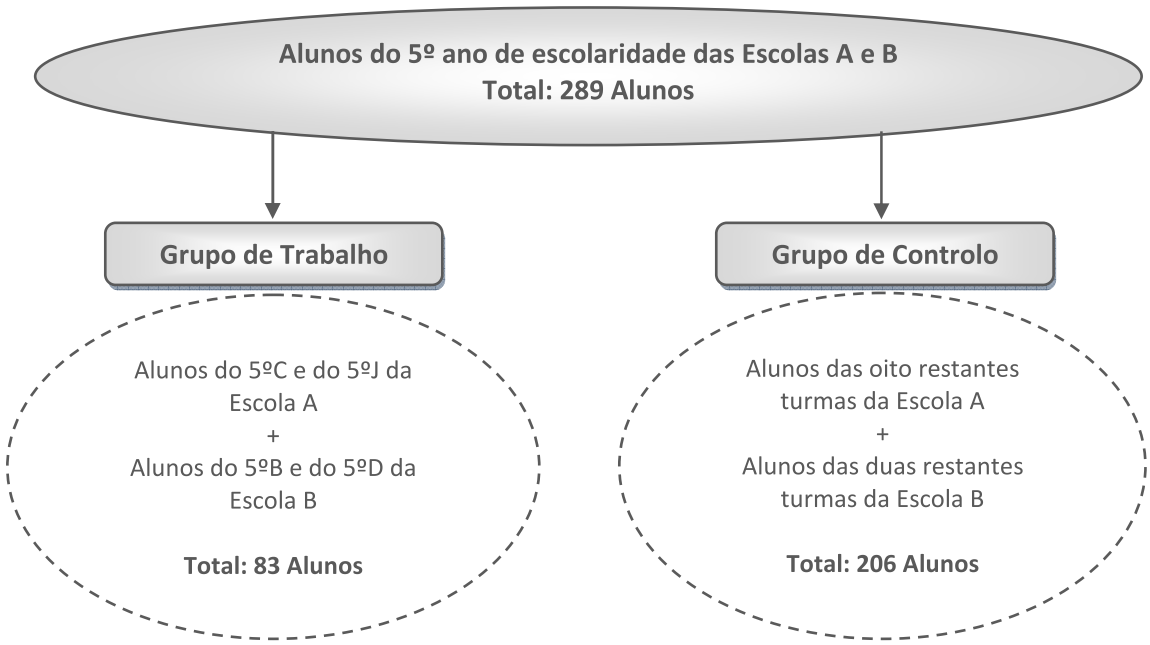


Figura 8: Grupo de Trabalho e Grupo de Controlo do estudo.

As catorze turmas das duas escolas envolvidas neste estudo foram leccionadas por 8 professores efectivos[6] e 8 professores estagiários.

A distribuição dos professores por escola pode ver-se na tabela 10:

		Professores		Total
		Efectivos	Estagiários	
Escola	**A**	6	5	11
	B	2	3	5
Total		**8**	**8**	**16**

Tabela 10: Frequência de professores efectivos e estagiários nas duas escolas envolvidas no estudo.

[6] Considerou-se professor efectivo todo o professor do quadro da escola, do quadro de zona pedagógica e titular.

Os professores e os professores estagiários, no início do ano lectivo 2009/2010, mais concretamente em Setembro de 2009, receberam uma carta, que se encontra em anexo I, onde foram convidados a participar no presente estudo. É de referir que todos os professores e estagiários envolvidos aceitaram, com agrado, participar na actual investigação.

8. Descrição do estudo

As diversas fases do presente trabalho de investigação, que são descritas neste subcapítulo, foram determinadas pelo problema de investigação e pelos objectivos gerais e específicos do estudo, definidos nos subcapítulos 3. e 4. deste capítulo.

É de referir que o Programa de Matemática em vigor, na data da realização do presente trabalho de investigação, é o dos anos 90. O novo programa, apesar de ter sido posto em prática, de forma experimental em algumas escolas do ensino básico em 2009/2010, que não as estudadas, só entrou em vigor no ano lectivo seguinte.

No início do ano lectivo 2009/2010, mais concretamente no início do mês de Outubro de 2009, aplicámos um *pré-teste*, igual ao teste escrito de avaliação de conhecimentos, à turma 5.º J da Escola A e à turma 5.º B da Escola B, com intuito de analisarmos as reacções dos alunos na presença do teste. Detectámos apenas que os 60 minutos estipulados não eram suficientes para a conclusão do referido teste escrito de avaliação de conhecimentos. Assim, optámos por definir que seriam dados 90 minutos aos alunos para responderem ao teste usado do estudo.

O teste escrito de avaliação de conhecimentos preenchido pelos alunos foi aplicado em dois momentos diferentes: em Novembro de 2009, a que chamámos *teste n.º 1*, e em Junho de 2010, a que chamámos *teste n.º* 2. Esta nomenclatura foi usada para diferenciar, facilmente, os dois momentos de aplicação do referido teste, embora se trate sempre do mesmo.

Em Novembro de 2009, foi, assim, aplicado o teste n.º 1 a todos os alunos da amostra em estudo. Este teste foi realizado com o intuito de se identificar as dificuldades dos alunos a nível dos conceitos de perímetro, área e volume, adquiridos do

1.º CEB. Pretendemos provar que os resultados obtidos no teste n.º 1 pelos alunos do Grupo de Trabalho são idênticos aos dos alunos do Grupo de Controlo.

Posteriormente, de Janeiro de 2010 a Maio de 2010, assistimos, periodicamente, às aulas de matemática dos alunos que constituíram o Grupo de Trabalho e desenvolvemos, com os alunos em causa, tarefas, envolvendo resolução de problemas e actividades de investigação sobre os conceitos de perímetro, área e volume. Nesta fase do estudo, analisámos diversos documentos (por exemplo, cadernos diários, fichas de trabalho, fichas de avaliação e outros documentos que se consideraram pertinentes).

Em Junho de 2010, aplicámos o teste n.º 2, com o intuito de comparar os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho com o dos alunos do Grupo de Controlo. Pretendemos provar que os resultados obtidos no teste n.º 2 pelos alunos do Grupo de Trabalho são superiores aos dos alunos do Grupo de Controlo, de forma a verificarmos que as tarefas aplicadas melhoraram a aprendizagem dos alunos a nível dos conceitos geométricos perímetro, área e volume.

Na figura 9, podemos ver o cronograma das fases de desenvolvimento do presente trabalho de investigação.

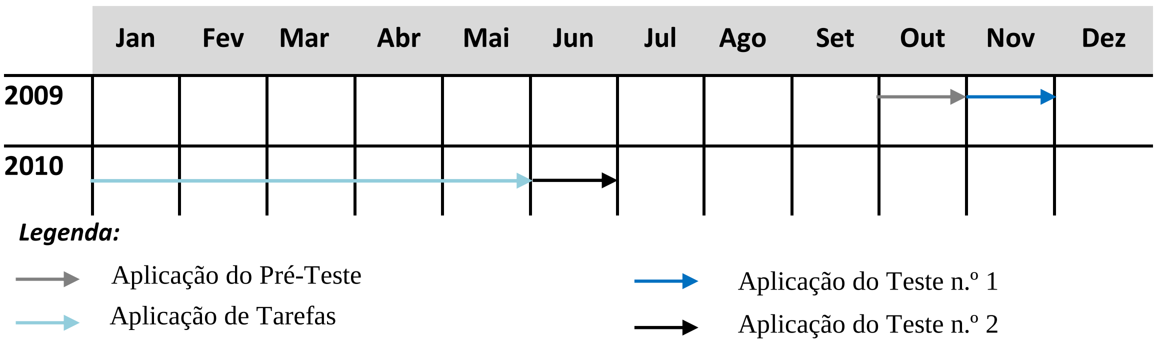


Figura 9: Cronograma do trabalho de campo desenvolvido na investigação.

Na figura 10, podemos ver um esquema das várias fases do presente trabalho de investigação, depois da aplicação do pré-teste.

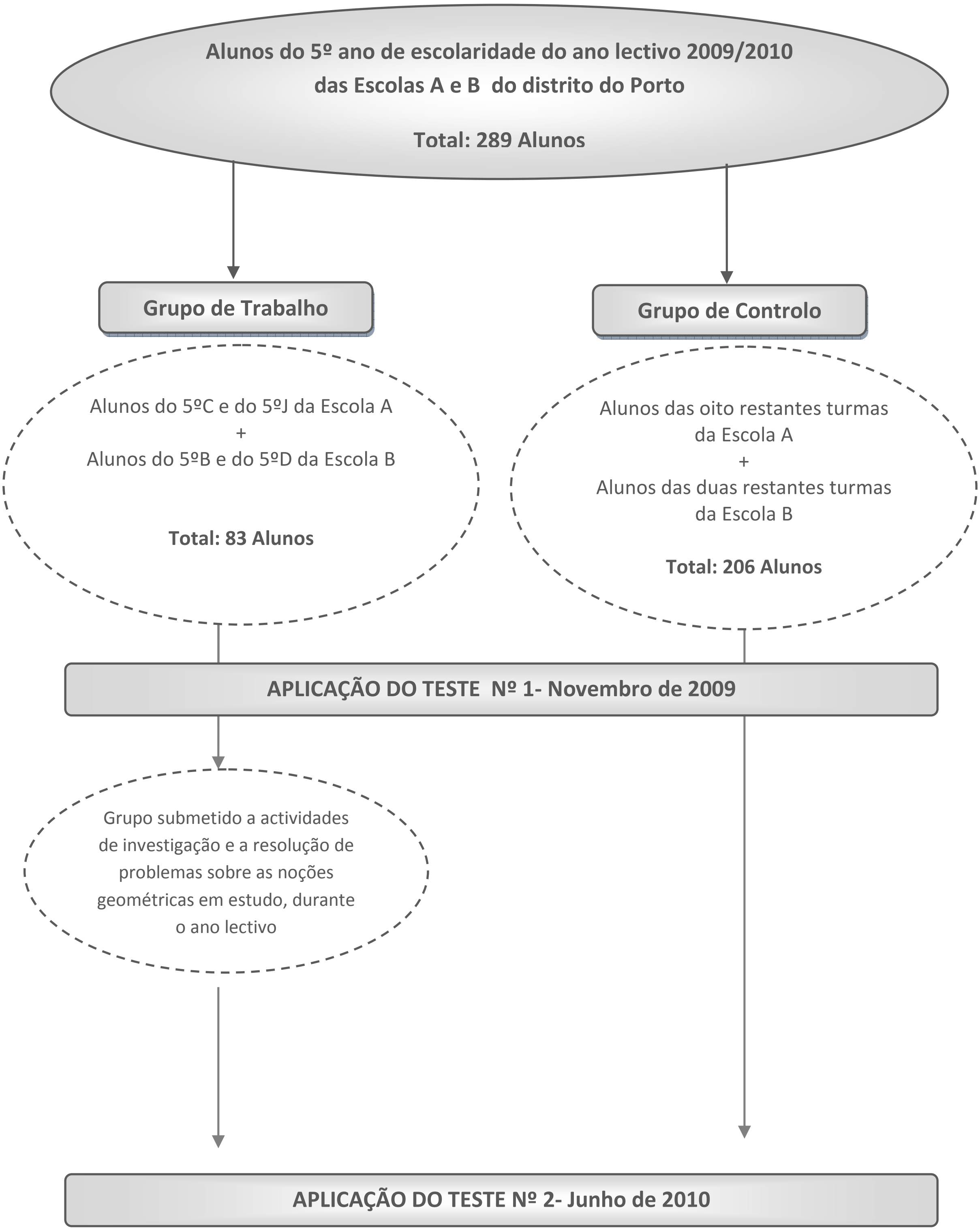


Figura 10: Fases do estudo, depois da aplicação do pré-teste.

9. Instrumentos utilizados para a recolha e obtenção de dados

A recolha de dados, realizada entre Outubro de 2009 e Junho de 2010, foi feita em contexto escolar. Para tal, articulámos vários instrumentos, uns de natureza quantitativa, como o teste de avaliação conhecimentos aplicado aos alunos da amostra em estudo e o mini-questionário aplicado aos professores; outros de natureza qualitativa, como a observação directa e a análise documental.

9.1. Instrumentos de natureza quantitativa utilizados para a recolha e obtenção de dados

Segundo Sousa (2005), a metodologia por inquérito consiste em formular um conjunto de questões directamente aos sujeitos, utilizando como instrumentos de recolha desses dados questionários ou testes (expressos, geralmente, em percentagens). Este tipo de instrumentos de recolha de dados apresenta vantagens pois permite, rapidamente, obter a informação e possibilita que num curto espaço de tempo muitas pessoas respondam ao inquérito, por questionário ou por teste. Para além disso, todos os inquiridos respondem às mesmas questões, permitindo, assim, a comparação, isto é, a informação é estandardizada, o que facilita a análise estatística das respostas. A única desvantagem que o autor refere é que quando os inquéritos são enviados pelo correio, cerca de 30% perdem-se.

Segundo Vale (2000), "os questionários são, talvez, o método mais usado em investigação pois são fáceis de administrar, proporcionam respostas directas sobre informações e permitem a classificação de respostas sem esforço" (p.237).

Bisquerra (2000) entende que esta técnica pode servir para encontrar relações entre variáveis e, de acordo com Bell (1997), o objectivo de um questionário é obter informações que possam ser analisadas, extrair modelos de análise e estabelecer comparações. Esta autora afirma, ainda, que, se for bem conduzido, pode tornar-se uma forma fácil e rápida de se recolher informações.

Atendendo à natureza do problema de investigação e aos objectivos que desejamos alcançar, a principal fonte de recolha de dados deste estudo foi a aplicação de um teste de avaliação de conhecimentos aos alunos e de um mini-questionário aos professores de matemática dos alunos participantes no estudo. No presente trabalho de investigação, a finalidade destes instrumentos consiste em obter, de modo sistemático e ordenado, a informação proveniente da amostra em estudo.

Antes da aplicação do teste de avaliação de conhecimentos aos alunos e do mini-questionário aos professores, contextualizámos o presente estudo, identificando os seus objectivos, bem como informámos sobre o respeito pelo anonimato e a confidencialidade dos dados.

9.1.1. Teste de avaliação de conhecimentos aplicado aos alunos

Não chamámos questionário ao teste de conhecimentos aplicado aos alunos porque, apesar deste documento ter como intuito recolher informações que possam ser analisadas e estabelecer comparações entre elas, parece-nos mais correcto usar o termo teste de avaliação de conhecimentos, já que o referido documento é um teste de avaliação das aprendizagens dos conceitos de perímetro, área e volume. Este teste não se restringe a recolher a opinião do aluno em causa sobre uma determinada temática. Assim, usámos a nomenclatura sugerida por Sousa (2005): *teste*.

Optámos, neste estudo, por construir o teste a partir de provas de aferição[7] pelo facto destas serem nacionais e terem o intuito de avaliar o modo como os objectivos e as competências essenciais de cada ciclo estão a ser alcançados pelo sistema de ensino. Para além disso, o próprio GAVE considera que os resultados destas provas permitem uma monitorização da eficácia do sistema de ensino, devendo ser instrumentos de regulação das práticas educativas, no sentido de promover a melhoria sustentada das aprendizagens. Assim, a análise dos testes de avaliação de conhecimentos aplicados poderá fornecer dados que contribuam para uma melhoria da aprendizagem dos alunos do 5.º ano de escolaridade.

[7] Em Portugal, no final de cada ciclo do ensino básico, os alunos realizam uma prova nacional de matemática, realizada pelo GAVE que tem por missão desempenhar, no âmbito da componente pedagógica e didáctica do sistema educativo, funções de planeamento, coordenação, elaboração, validação, aplicação e controlo de instrumentos de avaliação externa das aprendizagens. Nos finais dos 1.º e 2.º CEB, essa prova chama-se prova de aferição, que não conta para a classificação dos alunos, e, no final do 3.º CEB, exame nacional, que já conta para classificação dos alunos.

Os itens seleccionados têm em vista o cumprimento dos objectivos do trabalho, pelo que escolhemos questões relacionadas com as noções de perímetro, área e volume.

O teste, que se encontra em anexo II, foi constituído por duas partes:

- Parte A: identificação e situação escolar do aluno;

- Parte B: questões de provas de aferição de 2007 a 2009, dos 1.º e 2.º CEB.

A Parte A incluía questões de identificação dos alunos e dos seus pais e por questões sobre o número de retenções, disciplinas favoritas ou com mais dificuldades e os passatempos dos alunos, com intuito de caracterizar a população em estudo.

A Parte B foi constituída por itens de escolha múltipla (2, 4 e 6) e itens de resposta aberta (1, 3, 5, 7 e 8) retirados de provas de aferição de 2007, 2008 e 2009 dos 1.º e 2.º CEB:

- o item 1. foi retirado da prova de aferição de 2009 do 1.º CEB;

- o item 2., da prova de aferição de 2009 do 2.º CEB;

- o item 3., da prova de aferição de 2009 do 2.º CEB;

- o item 4., da prova de aferição de 2009 do 1.º CEB;

- o item 5., da prova de aferição de 2009 do 2.º CEB;

- o item 6., da prova de aferição de 2007 do 1.º CEB;

- o item 7., da prova de aferição de 2008 do 1.º CEB e

- o item 8., da prova de aferição de 2008 do 1.º CEB.

Na parte B do teste, todas as respostas foram cotadas, perfazendo um total de 100%, de acordo com critérios de correcção adaptados das provas de aferição em causa (Anexo III). Todas as respostas dos alunos foram classificadas atendendo ao nível de desempenho descrito nos critérios de correcção. Erros ortográficos ou linguísticos não foram tidos em consideração, a não ser que tivessem sido impeditivos da compreensão da resposta.

Este teste de avaliação de conhecimentos foi a principal fonte de recolha de dados do nosso estudo.

9.1.2. Mini-Questionário aplicado aos professores

Os oito professores de matemática responsáveis pelos alunos das catorze turmas envolvidas no presente trabalho, bem como os oito professores estagiários, preencheram um mini-questionário (Anexo IV), no final do ano lectivo 2009/2010, mais especificamente em Junho de 2010.

Antes do preenchimento desse mini-questionário, foi esclarecido o propósito da sua realização, dando a garantia do anonimato e esclarecida a estrutura do documento.

O mini-questionário aplicado aos professores, constituído por itens de resposta aberta e de escolha múltipla, encontra-se dividido em duas partes:

- Parte A: dados sobre o percurso académico e profissional;

- Parte B: dados sobre o ensino de Geometria e Grandezas.

Na parte A, foram recolhidas informações sobre o percurso académico e profissional do docente, nomeadamente, a sua formação inicial, o tempo de serviço e áreas em que gostasse de aprofundar os seus conhecimentos. Estas informações, quando analisadas e relacionadas com os resultados dos alunos, poderão servir para tirar conclusões sobre a influência do tipo de formação académica e preferências científicas e pedagógicas dos docentes nas aprendizagens dos seus alunos.

Na parte B, foram recolhidos dados sobre a importância que cada docente atribui a cada um dos três blocos (Bloco 1 – Números e Operações; Bloco 2 – Formas e Espaço e Bloco 3 – Grandezas e Medidas) do programa de matemática do 1.º CEB e a cada uma das três áreas (Geometria; Números e Cálculo e Estatística) do programa de matemática do 2.º CEB, no percurso escolar dos alunos. Para além disso, foram recolhidas opiniões dos professores sobre as dificuldades mais frequentes manifestadas pelos alunos.

É de referir que chamámos mini-questionário pois a parte B deste documento é formada apenas por nove questões. Não elaborámos um questionário mais amplo, com mais itens, pelo facto de, atendendo aos objectivos, às questões fundamentais e ao problema de investigação, a principal fonte dos dados que pretendemos analisar serem os resultados académicos dos alunos e não propriamente o trabalho desenvolvido pelos professores. Aplicámos este mini-questionário aos professores de matemática e aos professores estagiários com o objectivo de averiguarmos se há uma relação entre as ideias e as crenças dos docentes e as aprendizagens dos seus alunos.

Através do estudo desta relação e dos resultados dos testes de avaliação de conhecimentos aplicados aos alunos, pretendemos cumprir os objectivos propostos, identificando as dificuldades dos alunos em determinados conceitos geométricos e de grandezas e definindo estratégias para as colmatar.

9.2. Instrumentos de natureza qualitativa utilizados para a recolha e obtenção de dados

9.2.1. Observação Directa

Vale (2000) considera que "a observação é a melhor técnica de recolha de dados do indivíduo em actividade, em primeira mão, pois permite comparar aquilo que diz, ou o que não diz, com aquilo que faz" (p.233).

Nas observações realizadas, utilizámos um bloco de notas, onde apontámos os pontos mais determinantes, e a máquina fotográfica, com a qual fotografámos algumas situações observadas e alguns registos produzidos pelos alunos do Grupo de Trabalho. É de referir que tivemos o cuidado de descrever, no bloco de notas, as situações observadas de forma objectiva, concreta, detalhada, concisa e descritiva (Gall, Borg & Gall, 1996).

As observações decorreram entre Outubro de 2009 e Junho de 2010, com uma periodicidade média quinzenal em cada uma das escolas. Este instrumento de carácter qualitativo serviu para melhor compreender as acções e os raciocínios efectuados pelos alunos, como descreveremos no capítulo seguinte deste trabalho.

Segundo Adler e Adler (1998), a observação directa deve decorrer num ambiente naturalista, sendo esta uma característica fundamental. Adler e Adler (1998) referem que a observação naturalista:

> Acontece no contexto natural da ocorrência, entre os actores que deverão participar naturalmente na interacção e seguindo o decurso natural do quotidiano. Portanto, tem a vantagem de conduzir o observador na complexidade fenomenológica do mundo, onde as conexões, correlações e causas podem ser testemunhadas da forma e quando se revelarem (p.81).

Deste modo, podemos afirmar que as observações realizadas tiveram lugar no seu ambiente natural e decorreram sem interferir na rotina diária das aulas de matemática planificadas pelo professor ou pelo professor estagiário da turma em causa.

Durante a recolha de dados por observação directa, assumimos um papel que Adler e Adler (1998) classifica como periférico. Tal como mencionam os referidos autores, adoptar uma perspectiva “por dentro é vital para formar uma avaliação cuidada da vida do grupo humano [estudado] suficientemente perto dos seus membros para estabelecer uma identidade interna, mas sem participar nas actividades internas do núcleo do grupo” (Adler & Adler, 1998, p.85). Assim, realizámos as observações no próprio meio natural, de modo a que as informações retiradas fossem o mais rigorosas e correctas possíveis. Agimos e interagimos ao apresentarmos, por exemplo, as tarefas que os alunos do Grupo de Trabalho tinham de realizar, sem participar nas actividades internas do próprio grupo. Tentámos que as crianças seguissem uma postura espontânea e genuína, o que facilitou uma observação naturalista.

Neste trabalho, não fomos exclusivamente observadores nem meramente participantes, pois tentámos fazer uma observação que permitisse a formulação da nossa própria versão dos acontecimentos e das situações. Assim, podemos afirmar que escolhemos um papel intermédio. Ao longo das observações realizadas, tentámos que os professores e professores estagiários não alterassem a sua postura e o seu modo de leccionar perante a nossa presença nas aulas. Para além disso, tentámos que os docentes não influenciassem os seus alunos durante a realização das tarefas. Tivemos, ainda, o cuidado que o conhecimento que fomos tendo dos alunos observados e a finalidade desta investigação não interferisse nas notas de campo que fomos tirando.

9.2.2. Análise Documental

Ludke e André (1986) consideram que os documentos escritos constituem uma fonte poderosa e rica de onde podem ser retiradas evidências, informações que fundamentem afirmações e declarações do investigador.

Analisaremos, no capítulo V deste trabalho, algumas das informações recolhidas aquando da realização das tarefas aplicadas aos alunos do Grupo de Trabalho, bem como a resolução dos testes de avaliação de conhecimentos dos alunos que fizeram parte dos dois grupos considerados neste estudo. Não vamos fazer uma análise detalhada dado que não é esse o propósito deste trabalho.

Tendo como pilares o modelo geométrico de van Hiele, a teoria de Piaget e os trabalhos de Vygotsky e tomando como ponto de partida os objectivos e as competências essenciais do currículo nacional do ensino da geometria e das grandezas, descreveremos a seguir as actividades de investigação, os problemas trabalhados bem como os materiais manipuláveis, que envolveram situações do quotidiano, trabalhados com os alunos. Estas tarefas incidiram nos conceitos geométricos de perímetro, área e volume, com o intuito de se perceber melhor as estratégias e as dificuldades que os alunos têm ao resolverem problemas que envolvam visualização espacial, medida, área de uma figura plana e volume de um sólido geométrico; analisou-se, ainda, o contributo de determinadas actividades e materiais (que permitam a construção dos conceitos, ao invés de os memorizar) no processo ensino e aprendizagem da Geometria e das Grandezas nos alunos do 5.º ano de escolaridade.

As tarefas desenvolvidas com os alunos pertencentes ao Grupo de Trabalho decorreram durante as aulas estipuladas, pelo respectivo professor de matemática, para os conceitos de perímetro, área e volume. Estas tarefas foram apresentadas seguindo um nível sequencial de dificuldade, umas de natureza aberta e outras de natureza fechada, de acordo com as capacidades que pretendíamos trabalhar. Dividimos as tarefas em quatro grupos, em função do material manipulável utilizado: nas tarefas do grupo A, recorremos aos blocos padrão; nas tarefas do grupo B, utilizámos os pentaminós; nas tarefas do grupo C, usámos o geoplano e, nas tarefas do grupo D, recorremos aos cubos encaixáveis.

Outros materiais manipuláveis poderiam ter sido utilizados para dar seguimento ao estudo; no entanto, recorremos a estes pelo facto de existirem nas escolas básicas onde realizámos o presente trabalho de investigação, à excepção dos cubos encaixáveis que foram emprestados pela Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico do Porto. É de referir que a maioria dos alunos apenas conhecia o geoplano por já terem trabalhado com este material no 1.º CEB.

Os materiais manipuláveis têm um papel importante na aprendizagem da Geometria e das Grandezas, devendo ser utilizados como facilitadores da compreensão e articulação de conceitos e ideias matemáticas.

Procurámos apresentar tarefas motivadoras com o intuito de despertar nos alunos o interesse pela sua resolução e adequadas aos conceitos de perímetro, área e volume que pretendíamos ensinar. As tarefas, que descreveremos a seguir, foram acompanhadas pela manipulação de materiais didácticos. Antes da sua utilização, foi feita uma explicação e caracterização de cada material.

Tal como mencionado no capítulo III, esta articulação entre tarefas e materiais didácticos permite aos alunos uma exploração mais estimulante da situação que pretende resolver e que estes criem pontes entre os conceitos matemáticos previamente adquiridos e os novos conhecimentos, tornando, assim, a aprendizagem mais significativa. Para além disso, permite aos alunos o desenvolvimento da capacidade de raciocínio, visualização espacial dos objectos e uma melhor compreensão dos conceitos, dado que o recurso a materiais didácticos permite-lhes passar, mais facilmente, do abstracto para o concreto.

Com esta articulação, pretendemos averiguar se a aprendizagem dos conceitos de perímetro, área e volume se torna mais significativa quando são desenvolvidas determinadas actividades de investigação e resolução de problemas.

É de referir que a maioria das tarefas desenvolvidas com os alunos do Grupo de Trabalho foi adaptada de Programas de Formação Contínua de Professores de Matemática.

9.2.2.1. Tarefas do Grupo A

As tarefas deste grupo foram desenvolvidas recorrendo à manipulação do material didáctico *blocos padrão*. Os *blocos padrão* são um material manipulável que, para além de possibilitar o desenvolvimento da criatividade, poderá ser um óptimo instrumento de trabalho para abordar, de forma transversal, os mais diversos conceitos matemáticos integrados no currículo de matemática do 1.º CEB.

O estudo dos polígonos, as suas semelhanças e características, as simetrias, os perímetros, as áreas, os ângulos são apenas alguns temas que poderão ser explorados com este material, em contexto de resolução de problemas ou de actividades de investigação.

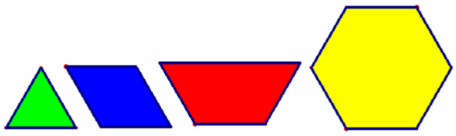
Inicialmente, e brincando de forma livre, a criança pode começar por orientar o seu raciocínio na associação, classificação e organização das peças. Para tal, terá que ter em consideração as suas características, quer na construção de imagens e na descoberta de regularidades (de natureza geométrica ou numérica), quer na produção dos seus próprios padrões. Os blocos padrão são constituídos por paralelogramos azuis, trapézios vermelhos, hexágonos amarelos, triângulos verdes, quadrados laranja e paralelogramos amarelo-torrado. Todas estas figuras têm a particularidade de terem lados congruentes, excepto o trapézio em que um dos seus lados é o dobro de qualquer um dos outros lados (ver figura 11).

Figura 11: Os blocos padrão.

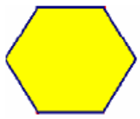
As tarefas deste grupo, acompanhas pela manipulação dos *blocos padrão*, foram apresentadas aos alunos com o intuito de se trabalhar os conceitos de comprimento, perímetro e área de figuras geométricas. Também se pretendeu que os alunos compreendessem, efectivamente, o significado destes conceitos, bem como a importância do uso de diferentes unidades de medida.

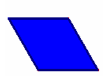
Actividades

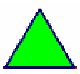
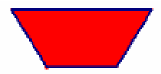
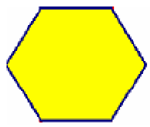
1. Com base na exploração das relações entre as seguintes figuras, complete:



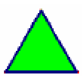
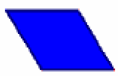
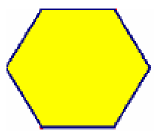
1.1. Quantos  são necessários para obter as seguintes figuras?

1.2. Quantos  são necessários para obter as seguintes figuras?

1.3. Quantos  são necessários para obter as seguintes figuras?

2. De acordo com a descrição feita sobre os blocos padrão, indique qual a relação entre a área:[8]

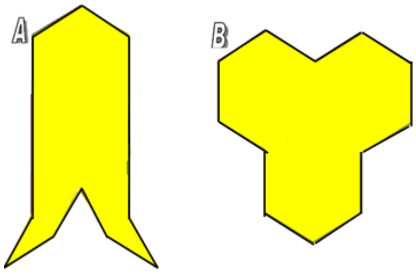
2.1. do paralelogramo azul e o hexágono;

2.2. do trapézio e do hexágono;

2.3. do trapézio e do paralelogramo azul.

[8] Actividade adaptada do Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.ºCEB- Escola Superior de Educação de Castelo Branco.

3. Reproduza com os blocos padrão as figuras A e B:[9]



3.1. Se duas formigas tiverem que percorrer o trajecto em toda a volta das figuras, qual é aquela que anda mais?

3.2. Se as duas formigas tiverem que limpar toda a superfície das figuras, qual delas trabalha mais?

9.2.2.2. Tarefas do Grupo B

As tarefas deste grupo foram desenvolvidas recorrendo à manipulação do material didáctico *pentaminós*. Os *pentaminós* são um caso particular dos *poliminós*. Os *poliminós* são figuras formadas por *n* quadrados iguais justapostos, de modo a que uma aresta de um quadrado fique em contacto com a aresta de outro quadrado, sem espaços vazios. Assim, por construção geométrica, existe apenas um poliminó de um quadrado (chamado *monominó*) e um poliminó de dois quadrados (*dominó*), dois poliminós de três quadrados (*triminós*), cinco poliminós de quatro quadrados (*tetraminós*), doze poliminós de cinco quadrados (*pentaminós*) e assim sucessivamente (ver figura 12).

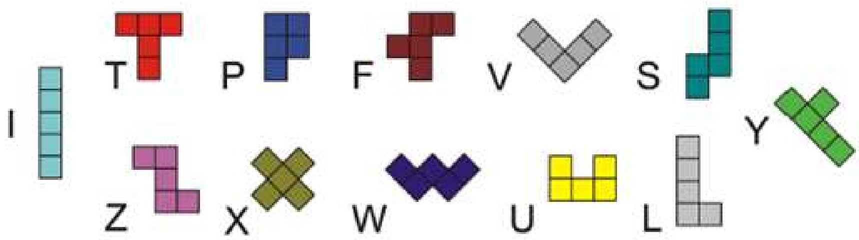


Figura 12: Nomenclatura dos pentaminós.

[9] Actividade adaptada do Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.ºCEB- Escola Superior de Educação de Castelo Branco.

Para facilitar a utilização, cada *pentaminó* está associado à letra com a qual mais se assemelha.

Geralmente, não se utilizam os moniminós, dominós, triminós nem tetraminós pelo facto destes terem poucas peças, o que torna as actividades menos enriquecedoras.

No entanto, nas escolas, não se utilizam poliminós com mais de cinco quadrados porque estes já são constituídos por imensas peças; por exemplo, há 35 peças diferentes de hexaminós.

Por estes motivos, os pentaminós constituem o caso mais interessante a explorar na sala de aula.

Os *pentaminós* permitem criar actividades relacionadas com o desenvolvimento de determinadas capacidades, nomeadamente o raciocínio e a capacidade de visualização, como também podem auxiliar a aquisição de novos conceitos geométricos, nomeadamente, o perímetro e a área de uma figura geométrica.

Actividades

1. Agora que já sabe o que são pentaminós, desenhe no seu caderno diário todas as peças que os constituem.

2. Construa uma tabela registando, para cada uma das peças dos pentaminós construídas, a respectiva área, considerando que um quadrado é a unidade de área, e o respectivo perímetro, considerando que o lado de um quadrado é a unidade de comprimento. Observe a tabela e comente os resultados obtidos.

3. A Joana está a preparar as mesas para a sua festa de aniversário. Tem 5 mesas com o tampo quadrado e quer juntá-las para que cada mesa fique totalmente encostada a, pelo menos, uma outra mesa.
De quantas formas diferentes poderá a Joana colocar as mesas?[10]

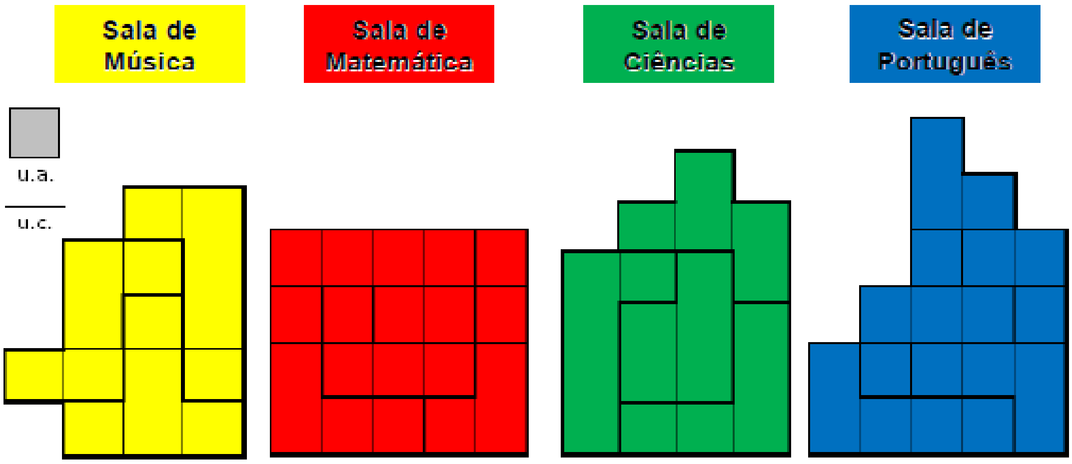
[10] Actividade adaptada de uma acção de formação da Areal Editores, ministrada pela professora Berta Alves.

4. Com pentaminós, construa um rectângulo com a medida de perímetro igual a 16 unidades de comprimento, considerando que a unidade de comprimento é o lado de um quadrado.

5. Com pentaminós, construa uma figura geométrica com 30 unidades de área, sendo a unidade de área um quadrado.

6. Com pentaminós, construa uma figura geométrica com 15 unidades de área e 16 unidades de comprimento, sendo a unidade de área um quadrado e a unidade de comprimento o lado de um quadrado.

7. Numa escola moderna, cada sala apresenta uma cor e uma forma diferente, de acordo com a disciplina que representa:[11]



7.1. Calcule as medidas de perímetro de cada sala.

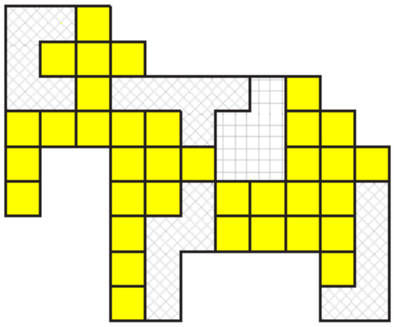
7.2. Calcule as medidas de área de cada sala.

7.3. Compare os resultados. Que conclui?

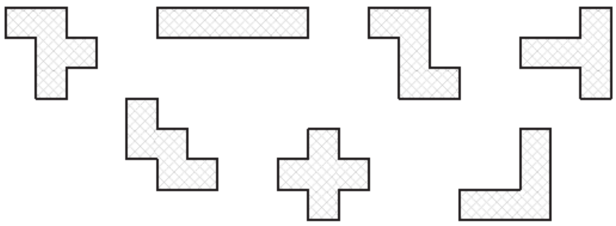
[11] Actividade adaptada dos blogues da Professora Helena Borralho e do Professor Vaz Nunes.

8. Usando todas as diferentes peças dos pentaminós, consegue construir um rectângulo? Em caso afirmativo, qual é a área desse rectângulo, sendo a unidade de área dois quadrados? E se a unidade de área for meia quadrícula, qual é a área?[12]

9. Observe o seguinte elefante:[13]



9.1. Como pode verificar estão apenas colocados cinco pentaminós, faltam, assim, colocar os sete pentaminós, em baixo representados, na zona amarela para o elefante ficar totalmente preenchido com as doze peças dos pentaminós.



Como colocarias estes sete pentaminós? Faça um desenho no próprio elefante.

9.2. Se a unidade de área for de um quadrado, qual é a medida da área do elefante? E se a unidade de área for de cinco quadrados, qual é a medida da área do elefante?

[12] Actividade adaptada do Programa de Formação Contínua em Matemática da Escola Superior de Educação de Coimbra.

[13] Actividade adaptada do Programa de Formação Contínua em Matemática da Escola Superior de Educação de Coimbra.

9.2.2.3. Tarefas do Grupo C

As tarefas deste grupo foram desenvolvidas recorrendo à manipulação do material didáctico *geoplano*.

O geoplano consiste numa placa de madeira onde estão dispostos pregos de modo a formar uma malha e na qual se vão, posteriormente, colocar elásticos de várias cores para se representar o pretendido. Actualmente, há também geoplanos de plástico, mas, neste trabalho de investigação, foram usados os geoplanos de madeira. Existem diversos tipos de geoplanos, nomeadamente o geoplano quadrangular (ver figura 13) que apresenta uma malha quadrangular; o geoplano isométrico ou triangular que apresenta uma malha de pregos hexagonal; o geoplano circular.

O geoplano permite a realização de actividades motivadoras e de rápida execução; é um meio de apoio na representação mental de figuras geométricas; desenvolve a atenção, a imaginação, a criatividade, o poder de observação, a descoberta, a orientação espacial e a destreza manual do aluno.

Recorrendo a este material manipulável, o professor pode explorar com os seus alunos problemas geométricos e algébricos. O geoplano permite construir, num suporte concreto, a representação mental, o que auxilia o aluno na passagem do abstracto para o concreto, podendo depois usar o papel quadriculado para representar as suas soluções.

O professor tem, assim, um papel de orientar os trabalhos dos alunos, guiando as suas observações de modo a que estes tenham sucesso a encontrar o que se pretende, através do deslocamento dos elásticos, chegando eles próprios à descoberta. O professor deve estar sempre atento e intervir sempre que o aluno esteja a afastar-se do objectivo que se pretende alcançar.

O geoplano pode ser utilizado para se explorar vários conteúdos matemáticos, nomeadamente, fracções, operações, isometrias, ampliações e reduções, perímetros e áreas.

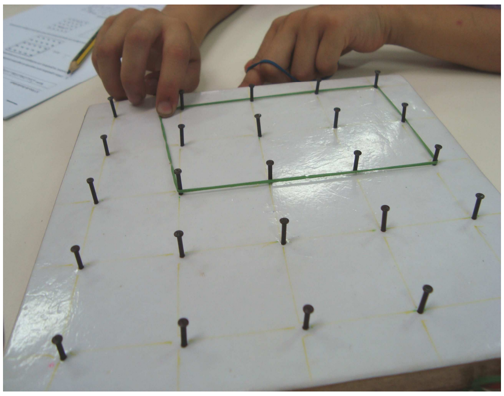
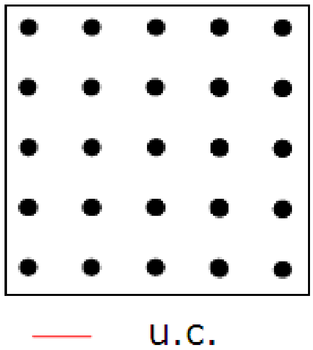


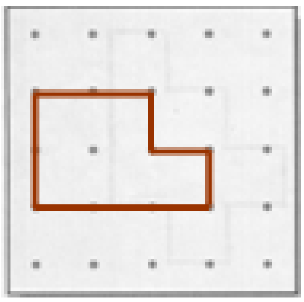
Figura 13: Exemplo de um geoplano quadrangular.

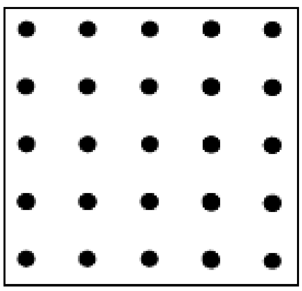
Actividades

1. Construa, no geoplano, um rectângulo com 14 u.c. de perímetro.



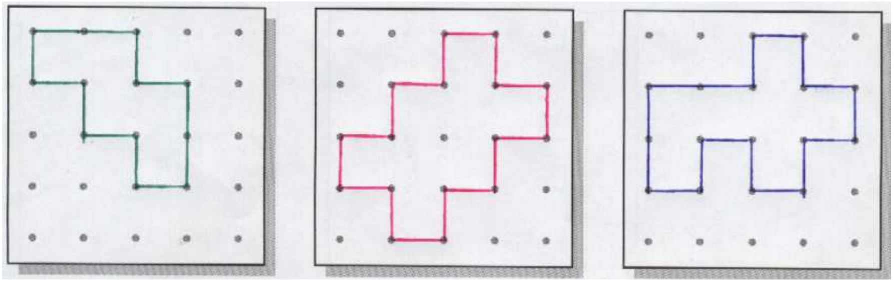
2. Construa, no geoplano, um polígono com igual perímetro mas maior área que o polígono representado na figura seguinte:[14]





[14] Actividade adaptada do Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º e 2.º CEB- Escola Superior de Educação do Porto.

3. Observe os polígonos representados no papel ponteado.[15]



Determine o perímetro de cada um dos polígonos, tomando como unidade de comprimento:

3.1. •---• ;

3.2. •---•---•.

4. Determine a área de cada um dos polígonos anteriores, tomando como unidade de área:

4.1. a quadrícula;

4.2. duas quadrículas.

5. Observe a figura e assinale com um X a opção correcta:[16]

__ A medida do perímetro da figura é igual a 5 u.c.

__ A medida da área da figura é menor do que 1 u.a.

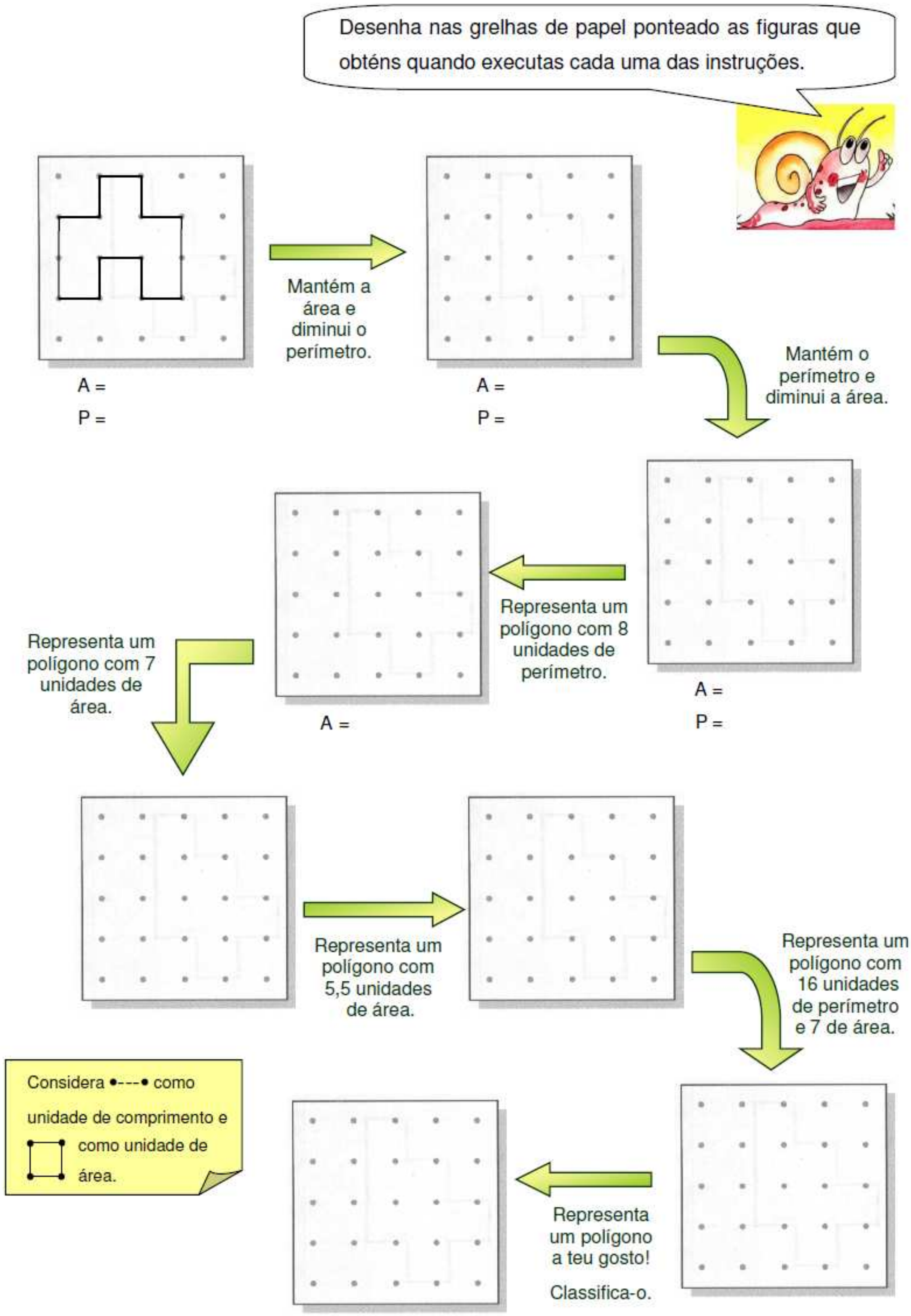
__ A medida da área da figura é maior do que 1 u.a.

__ A medida do perímetro da figura é menor do que 5 u.c.

[15] Actividade adaptada do Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º e 2.º CEB- Escola Superior de Educação do Porto.

[16] Actividade adaptada do Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º e 2.º CEB- Escola Superior de Educação do Porto.

6. Curva e Contracurva…[17]



[17] Actividade adaptada do Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º e 2.º CEB- Escola Superior de Educação do Porto.

7. A Sara e o Pedro têm andado numa grande discussão. Qual é o caminho mais curto para a escola?

Considere que:

- A figura 1 mostra um mapa das ruas entre a casa deles e a escola, com o caminho proposto pela Sara e a figura 2, o proposto pelo Pedro.

- A Sara argumenta que o caminho dela é mais curto porque só tem dois segmentos de recta.

- O Pedro diz que o caminho dela é mais curto porque é o mais próximo do caminho que os pássaros seguiriam se voassem directamente entre a casa deles e a escola.

Quem tem razão?[18]

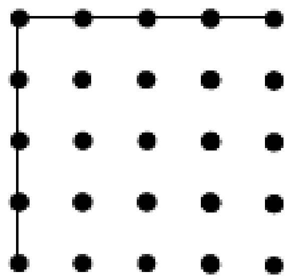


Fig.1

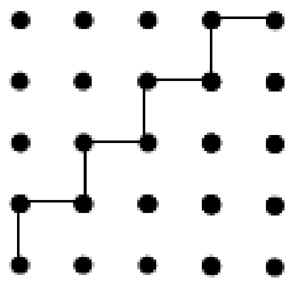


Fig.2

9.2.2.4. Tarefas do Grupo D

As tarefas deste grupo foram desenvolvidas recorrendo à manipulação do material didáctico *cubos encaixáveis*.

Os cubos encaixáveis (ver figura 14), geralmente de madeira ou de plástico, possuem um mecanismo semelhante aos dos legos, o que permite fazer construções já que cada cubo tem ligações que possibilitam o encaixe noutros cubos.

[18] Adaptado de Serrazina & Matos, 1998, p.108.

Este material manipulável permite, além de construções livres, desenvolver no aluno a noção de espaço, a exploração de formas tridimensionais, o conceito de volume.

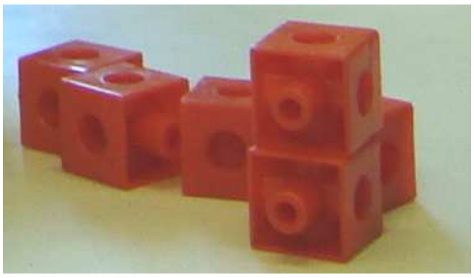


Figura 14: Os cubos encaixáveis.

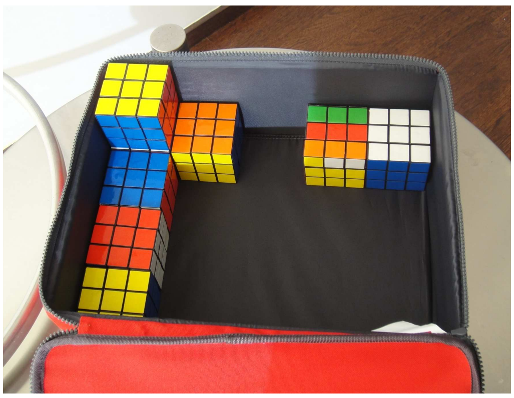
Actividades

1. Com os cubos encaixáveis, construa um objecto a seu gosto.

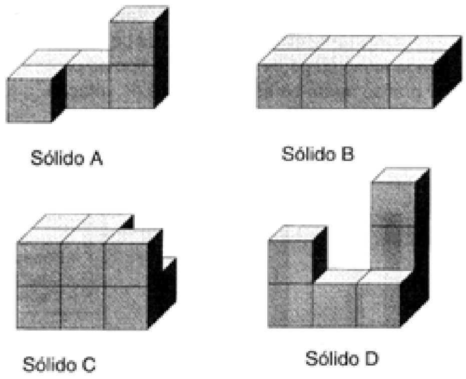
2. Observe o objecto que criou. Que espaço é que ele ocupa? Descreve-o usando as suas palavras.

3. Usando como unidade de volume um cubo, qual é a medida de volume da construção que fez?

4. O Vasco está a arrumar, cubos mágicos numa caixa com a forma de paralelepípedo, como se vê na seguinte imagem.
Quantos cubos mágicos serão necessários para encher a caixa?

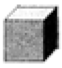
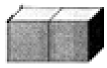


5. A Sara construiu, com cubinhos de plástico iguais aos que tem na sua mesa de trabalho, os seguintes quatro sólidos:



5.1. Reproduza as construções dos quatro sólidos que a Sara fez.

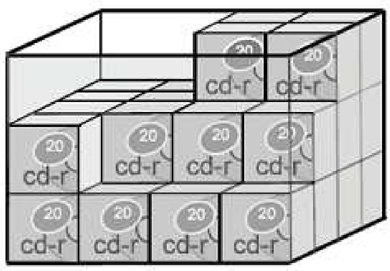
5.2. Complete a seguinte tabela:

Volume do Sólido	**Unidade de Volume** 	**Unidade de Volume** 
Sólido A		
Sólido B		
Sólido C		
Sólido D		

5.3. Observe a tabela. Que conclusões podes tirar?

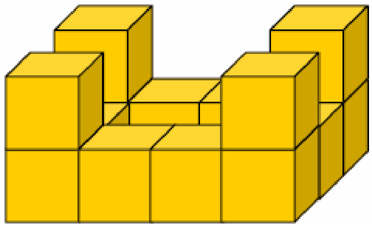
5.4. Quantos cubinhos de plástico deve a Sara acrescentar ao sólido A para obter um sólido com o mesmo volume de B?

6. Na loja de informática, durante um dia, foram vendidas as embalagens de CD que **faltam** na caixa. Cada embalagem de CD custa €6,00.
Quanto receberam pelas embalagens vendidas nesse dia? Explique como chegou à sua resposta. Pode fazê-lo por palavras, esquemas ou cálculos.[19]



[19] Adaptado da Prova de Aferição de 2008 do 2.º CEB.

7. O Tiago, com catorze cubinhos de madeira, construiu o objecto da figura em baixo:



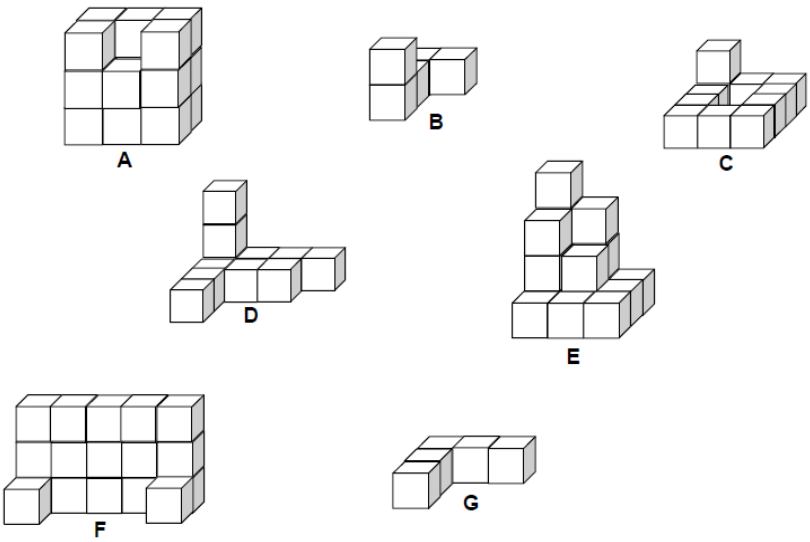
Os cubos foram colados uns aos outros e, mais tarde, o objecto assim construído foi mergulhado num balde com tinta amarela ficando todo pintado. Com o tempo e as brincadeiras, os cubos descolaram-se, ficando nos catorze cubos iniciais.[20]

7.1. Ajude o Tiago a reconstruir o objecto.

7.2. Quantos cubos ficaram, exactamente, com quatro faces pintadas de amarelo?

7.3. Considerando que a unidade de volume é um cubinho de madeira, qual é o volume deste objecto?

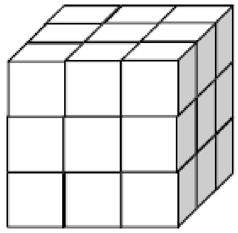
8. Agrupe as figuras que têm o mesmo volume, usando as respectivas letras.[21]



[20] Actividade adaptada do Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.ºCEB- Escola Superior de Educação de Castelo Branco.

[21] Actividade adaptada do Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.ºCEB- Escola Superior de Educação de Castelo Branco.

9. Observe o seguinte cubo formado por 27 cubinhos. O João pintou o cubo de vermelho.[22]



9.1. Quantos cubinhos têm apenas uma face pintada?

9.2. Quantos cubinhos têm duas faces pintadas?

9.3. Quantos cubinhos têm três faces pintadas?

9.4. Quantos cubinhos têm quatro faces pintadas?

9.5. Haverá algum cubinho que não tem nenhuma face pintada? Justifique.

10. Análise e discussão dos dados

Analisar os dados significa interpretar e dar sentido a todo o material obtido na fase de recolha de dados.

Procurámos realizar uma investigação detalhada que permanecesse "leal à verdade do fenómeno em estudo, mais do que a qualquer conjunto particular de técnicas ou princípios metodológicos" (Altheide & Johnson, 1998, p.290) e privilegiasse a objectividade, a fidedignidade e a autenticidade (Denzin & Lincoln, 1998).

A análise dos testes escritos de avaliação de conhecimentos aplicados aos alunos foi feita com recurso ao *Predictive Analytics Software* (PASW Statistics 18), versão actualizada do *software Statistical Package for the Social Sciences* (SPSS Statistics). Fizemos uma análise quantitativa destes dados recolhidos, no sentido de se tentar encontrar relações entre as variáveis estudadas e, assim, atingirmos os objectivos propostos. É de referir que, numa fase primária, os dados obtidos através dos testes escritos de avaliação de conhecimentos aplicados aos alunos foram submetidos a uma análise da fiabilidade no *software* estatístico mencionado anteriormente.

O mini-questionário aplicado aos professores e professores estagiários foi submetido a uma análise estritamente qualitativa, dado o tipo de informações que

[22] Actividade adaptada do Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.ºCEB- Escola Superior de Educação de Castelo Branco.

fornecia. Embora não fossem essas informações as mais relevantes para o estudo, fizemos o mini-questionário, como já foi referido, com o intuito de averiguarmos a importância que os docentes das turmas do presente trabalho davam ao estudo da Geometria e das Grandezas.

Fizemos, também, uma análise do conteúdo dos documentos, como caderno diário e fichas de trabalho, realizados pelos alunos do Grupo de Trabalho, bem como a análise das resoluções dos testes apresentadas por todos os alunos que fizeram parte deste estudo.

Analisámos, qualitativamente, algumas das informações recolhidas aquando da realização das tarefas aplicadas aos alunos do Grupo de Trabalho.

A questão da validade destes dados recolhidos pode ser posta em causa, dado que pode ser questionada a genuinidade e veracidade dos registos efectuados pelos alunos e das observações realizadas. Relativamente aos registos dos alunos podemos afirmar que estes foram genuínos e verdadeiros, dado que registaram o seu modo de pensar da forma que pretenderam, sem qualquer auxílio do professor. Os alunos foram sempre autónomos e independentes na realização das tarefas propostas. Em relação às observações realizadas, como estas decorreram em ambiente natural e o investigador não interferiu nos registos dos alunos, podemos considerar que estas foram precisas e verdadeiras.

A validade externa é assegurada pelo facto dos itens que constituíram o teste de avaliação de conhecimentos terem sido retirados de provas de aferição, provas de carácter nacional elaboradas pelo Ministério da Educação.

Os dados recolhidos foram analisados e os resultados foram apresentados na forma de tabelas e gráficos, sendo feito uma descrição para cada um deles, no capítulo seguinte. Juntamente ao *software PASW*, utilizámos o programa Excel do Microsoft Office XP para o desenho dos gráficos que apresentamos neste documento, que foi elaborado com recurso ao processador de texto do Word do Microsoft Office XP.

Depois da recolha e obtenção dos dados, fizemos uma triangulação dos dados obtidos através da observação directa, da análise documental e dos resultados dos testes escritos de avaliação de conhecimentos aplicados aos alunos.

Na análise e discussão dos dados e na elaboração das conclusões, tentámos: ser objectivos; refutar as primeiras impressões; comparar dados, procurando diferentes explicações; fazer o tratamento dos dados, sem esquecer os casos de potencial enviesamento (Silverman, 2000).

Ao longo do presente trabalho de investigação, procurámos não recorrer a argumentos contraditórios, mantendo, deste modo, uma coerência interna e em relacioná-los com as teorias já aceites, mantendo uma coerência externa (Gall, Borg & Gall, 1996).

11. Questões de natureza ética

Vários autores (Gall, Borg & Gall, 1996; Fontana & Frey, 1998) consideram que um ponto essencial na ética da investigação em educação é o de respeitar os sujeitos e o de preservar o seu anonimato. Seguindo esta ordem de ideias, Bogdan e Biklen (1994) apontam duas questões que se destacam no domínio da ética quando os objectos da investigação são seres humanos: "o consentimento informado e a protecção dos sujeitos contra qualquer espécie de dados" (p.75).

De acordo com Almeida (1996, p.128), os investigadores devem ter o cuidado de respeitar e cumprir as seguintes normas de carácter ético e deontológico:

1. O direito dos participantes à privacidade e à informação;
2. O direito à integridade física e moral.
3. O direito à confidencialidade, ao anonimato e ao reconhecimento público.
4. Cuidados a ter na publicação de resultados.

Durante a realização deste estudo, tentámos sempre cumprir os pontos assinalados pelos autores referidos anteriormente.

No início do trabalho de campo, em Setembro de 2009, tivemos o cuidado de informar devidamente todos os intervenientes, alunos e professores, dos objectivos e questões orientadoras desta investigação. Nesse momento, fizemos, aos alunos e professores, um breve resumo das diversas etapas deste trabalho de investigação, aproveitando o momento para que todos tivessem conhecimento do que teriam de preencher e/ou responder ao longo deste estudo. Acrescentámos, ainda, a informação de que todos os documentos preenchidos seriam codificados, com códigos alfanuméricos, de modo a ser garantida a privacidade das informações prestadas, bem como o anonimato dos sujeitos. É de referir que todos os intervenientes deram o seu consentimento para participar neste trabalho de investigação.

O professor de Matemática de cada turma envolvida no presente estudo, por sua vez, informou os Encarregados de Educação sobre este trabalho de investigação e nenhum se opôs.

Podemos assegurar o anonimato dos participantes pelo facto do número de alunos e de professores nesses dois estabelecimentos educacionais ser elevado e, sobretudo, porque toda a informação recolhida foi codificada.

Nenhum elemento sofreu qualquer dano físico atendendo ao tipo de investigação realizada. No que concerne aos danos morais, tal como já foi referido, para protegermos os sujeitos de exposição aquando da publicação deste trabalho, optámos pela sua confidencialidade.

Na elaboração do presente documento, tentámos ser claros e objectivos e tivemos o cuidado de manter os registos dos alunos e todos os documentos preenchidos pelos professores conforme os documentos originais.

Capítulo V: Apresentação, Análise e Discussão dos Dados

1. Introdução

Neste capítulo, para além da *1. Introdução,* incluímos mais três subcapítulos.

No subcapítulo *2. Apresentação, análise e discussão dos dados obtidos pelos alunos participantes no estudo,* fazemos uma análise descritiva dos dados de identificação dos alunos, para melhor caracterizarmos os intervenientes deste estudo. De seguida, analisamos, de modo descritivo e quantitativo, os resultados obtidos nos testes escritos de avaliação de conhecimentos por item e, posteriormente, por conceito considerado no estudo. Nessas análises, calculamos a média, a mediana, a moda, o desvio padrão, os percentis, as frequências e percentagens de cada variável que nos permitem descrever e caracterizar os dados recolhidos, os sujeitos que participaram neste estudo e obtermos uma visão global da sua distribuição.

No subcapítulo *3. Apresentação, análise e discussão dos dados obtidos pelos professores participantes no estudo,* fazemos uma análise descritiva dos dados de identificação dos professores, já que estes também intervieram no presente trabalho de investigação, e uma breve análise descritiva das variáveis que constituíram o mini-questionário aplicado aos professores das turmas intervenientes no estudo. Realizamos diversas análises a partir de tabelas de contingência, pois, tal como refere Buendía (1999), estas tabelas permitem resumir a relação entre variáveis nominais e ordinais. Para além disso, nessas análises, recorremos, frequentemente a testes estatísticos para testar a significância dos dados recolhidos. Utilizamos o teste paramétrico *t-Student* e o teste não-paramétrico teste do *Qui-quadrado*. Neste estudo, o teste *t-Student* serve para testar hipóteses sobre médias de uma variável quantitativa e o teste do *Qui-quadrado* serve para testar a independência entre variáveis qualitativas e as variáveis quantitativas ordinais.

Terminamos este capítulo, com o subcapítulo *4. Triangulação dos resultados,* onde procuramos estabelecer comparações entre os resultados obtidos através dos diversos instrumentos de recolha de dados utilizados no estudo.

2. Apresentação, análise e discussão dos dados obtidos pelos alunos participantes no estudo

Para melhor descrevermos os dados recolhidos e os resultados obtidos pelos intervenientes envolvidos nesta investigação e para termos uma visão global do estudo, recorremos à média, mediana, moda, desvio padrão, variância, frequências e percentagens para cada variável. Para além disso, várias tabelas de contingência e gráficos foram elaborados para melhor caracterizarmos os dados recolhidos.

2.1. Análise descritiva dos dados de identificação dos alunos e do seu meio familiar

Como já foi referido na tabela 9 (ver subcapítulo 7. do capítulo IV), a amostra deste estudo foi constituída por 289 alunos de duas escolas do distrito do Porto, distribuídos pelo Grupo de Trabalho, que foi sujeito a intervenção pedagógica, e pelo Grupo de Controlo, não sujeito a intervenção pedagógica.

Assim, na Escola A, dos 200 alunos do 5.º ano de escolaridade que integraram este estudo, 41 fizeram parte do Grupo de Trabalho e 159 do Grupo de Controlo; na Escola B, dos 89 alunos do 5.º ano de escolaridade que integraram este estudo, 42 fizeram parte do Grupo de Trabalho e 47 do Grupo de Controlo.

Na tabela 11, podemos ver esta distribuição e, na tabela 12 e no gráfico 5, a distribuição dos alunos por género no Grupo de Trabalho e no Grupo de Controlo.

		Frequência	**Percentagem**	**Percentagem Válida**	**Percentagem Acumulada**
Válidos	Feminino	127	43,9	43,9	43,9
	Masculino	162	56,1	56,1	100,0
	Total	289	100,0	100,0	

Tabela 11: Frequência da variável género dos alunos.

			Género		Total
			Feminino	**Masculino**	**Total**
Grupo	GTrabalho	Count	34	49	83
		% within Grupo	41,0%	59,0%	100,0%
	GControlo	Count	93	113	206
		% within Grupo	45,1%	54,9%	100,0%
Total		Count	127	162	289
		% within Grupo	43,9%	56,1%	100,0%
		% of Total	43,9%	56,1%	100,0%

Tabela 12: Tabela de contingência – género dos alunos por grupo.

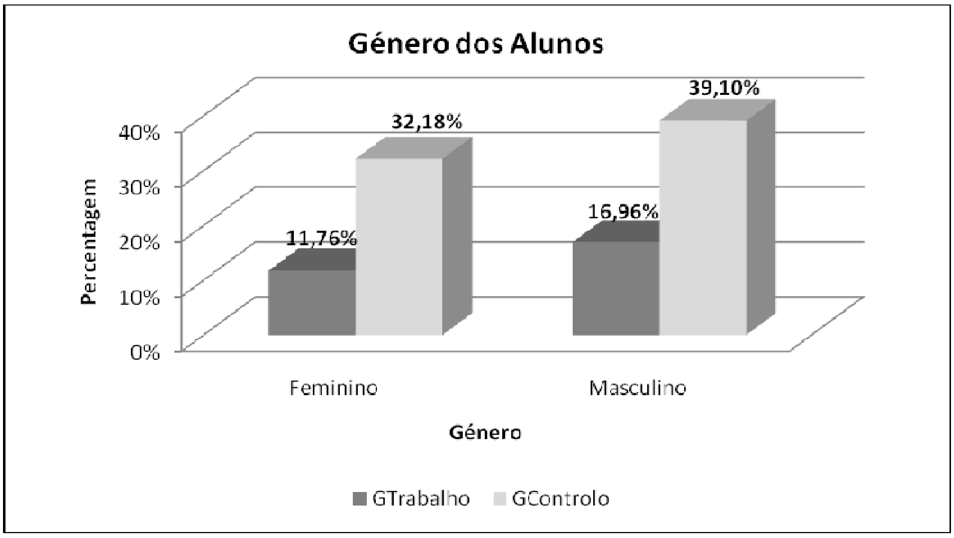


Gráfico 5: Percentagem da variável género dos alunos por grupo.

Dos 289 alunos participantes neste estudo, 43,9% são do sexo feminino e 56,1% são do sexo masculino. Dos 83 alunos que constituíram o Grupo de Trabalho, 41% dos alunos são do sexo feminino e 59% do sexo masculino. Dos 206 alunos que constituíram o Grupo de Controlo, 45,1% dos alunos são do sexo feminino e 54,9% do sexo masculino. Assim, verificamos que há equilíbrio na distribuição por género na população estudantil estudada.

Relativamente à idade, na tabela 13, é apresentada a distribuição desta variável, bem como as respectivas frequências.

		Frequência	Percentagem	Percentagem Válida	Percentagem Acumulada
Válidos	9	3	1,0	1,0	1,0
	10	207	71,6	71,6	72,7
	11	43	14,9	14,9	87,5
	12	26	9,0	9,0	96,5
	13	7	2,4	2,4	99,0
	14	2	,7	,7	99,7
	15	1	,3	,3	100,0
	Total	289	100,0	100,0	

Tabela 13: Frequência da variável idade dos alunos.

Os alunos participantes neste estudo tinham entre 9 e 15 anos de idade, sendo a idade média de 10,44 anos. Dos 289 alunos, apenas 3 possuíam 9 anos de idade e apenas 1 tinha 15 anos de idade. O aluno com 15 anos de idade, presente no estudo, ainda se encontrava no 5.º ano de escolaridade por ter tido retenções no 1.º CEB e por ter abandonado a escola, no ano lectivo anterior, pelo que se encontrava referenciado e acompanhado pela Equipa de Protecção de Crianças e Jovens. A maioria dos alunos, cerca de 71,6% dos alunos, tinha 10 anos de idade.

No gráfico 6 apresentamos a percentagem da variável idade:

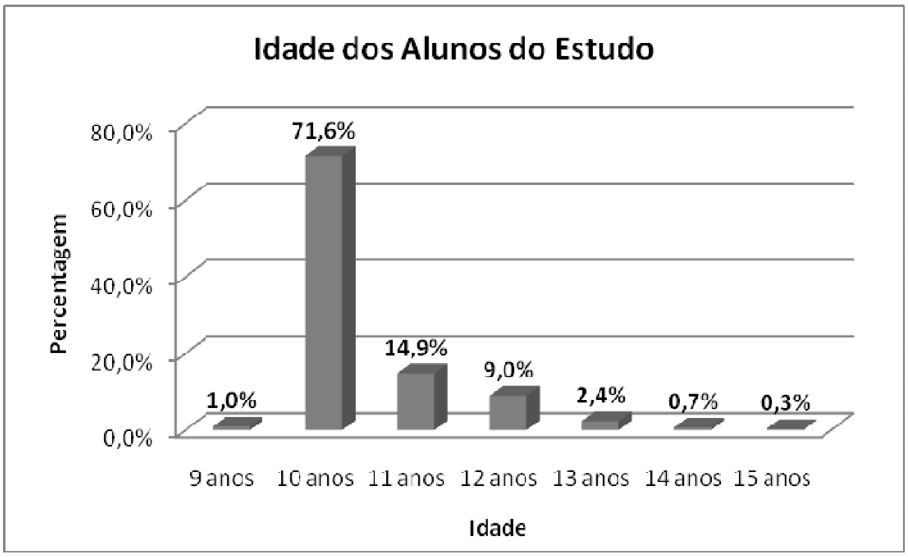


Gráfico 6: Percentagem da variável idade dos alunos.

Na tabela 14, são apresentadas as medidas de localização e de dispersão da variável idade dos alunos do estudo:

N	Válidos	289
	Missing	0
Mean		10,44
Std. Error of Mean		,051
Median		10,00
Mode		10
Std. Deviation		,864
Variance		,747
Range		6
Minimum		9
Maximum		15
Percentiles	25	10,00
	50	10,00
	75	11,00

Tabela 14: Medidas de tendência central e de dispersão da variável idade dos alunos.

Na tabela 15, podemos ver a distribuição da idade dos alunos do estudo pelo Grupo de Trabalho e pelo Grupo de Controlo.

		Idade (anos)							**Total**
		9	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	
Grupo	GTrabalho	0	61	14	7	0	0	1	83
	GControlo	3	146	29	19	7	2	0	206
Total		3	207	43	26	7	2	1	289

Tabela 15: Tabela de contingência – idade dos alunos por grupo.

Quanto à idade dos pais dos alunos, verificámos que muitos deles desconheciam a idade dos seus pais: 40 alunos (13,8%) não sabiam a idade do seu pai e 37 (12,8%) não sabiam a idade da sua mãe.

Nas tabelas 16 e 17, podemos analisar as medidas de tendência central e de dispersão para as variáveis idade do pai e idade da mãe.

N	Valid	249
	Missing	40
Mean		41,43
Std. Error of Mean		,466
Median		41,00
Mode		39
Std. Deviation		7,354
Variance		54,076
Range		68
Minimum		24
Maximum		92
Percentiles	25	37,00
	50	41,00
	75	45,00

Tabela 16: Medidas de tendência central e de dispersão da variável idade do pai.

N	Valid	252
	Missing	37
Mean		38,39
Std. Error of Mean		,341
Median		38,00
Mode		37
Std. Deviation		5,407
Variance		29,235
Range		26
Minimum		27
Maximum		53
Percentiles	25	34,25
	50	38,00
	75	42,00

Tabela 17: Medidas de tendência central e de dispersão da variável idade da mãe.

A partir dos dados apresentados nas tabelas 16 e 17, verificamos que a idade média do pai dos alunos inquiridos é de 41,43 anos e a idade média da mãe é de 38,39 anos. O pai mais novo tinha 24 anos e o mais velho, 92 anos. Por sua vez, a mãe mais jovem apresentava 27 anos e a mais velha, 53 anos. Comparando estas duas variáveis, verificamos que a variável idade do pai apresenta uma maior dispersão nos seus dados.

Relativamente à profissão dos pais, é de referir que 43 alunos (14,9%) desconhecem a profissão do seu pai e 44 (15,2%) a profissão da mãe. Por análise da base de dados, verificamos que as profissões dos pais são muito diversas, mas cerca de 9,3% dos alunos tinham o pai numa situação de desemprego e cerca de 16,3% tinham a mãe numa situação de desemprego.

Por observação da base de dados, verificamos que 20 alunos (6,9%) desconhece as habilitações literárias dos seus pais e 18 alunos (6,2%) as habilitações literárias das suas mães. Nas tabelas 18 e 19, podemos ver as frequências das variáveis habilitações literárias do pai e da mãe, respectivamente.

		Frequência	**Percentagem**	**Percentagem Válida**	**Percentagem Acumulada**
Válidos	inferior ao 9.ºano	129	44,6	44,6	44,6
	9.º ano	76	26,3	26,3	70,9
	12.º ano	47	16,3	16,3	87,2
	curso superior	17	5,9	5,9	93,1
	missing	20	6,9	6,9	100,0
	Total	289	100,0	100,0	

Tabela 18: Frequência da variável habilitações literárias do pai.

		Frequência	**Percentagem**	**Percentagem Válida**	**Percentagem Acumulada**
Válidos	inferior ao 9.ºano	116	40,1	40,1	40,1
	9.º ano	88	30,4	30,4	70,6
	12.º ano	49	17,0	17,0	87,5
	curso superior	18	6,2	6,2	93,8
	missing	18	6,2	6,2	100
	Total	289	100,0	100,0	

Tabela 19: Frequência da variável habilitações literárias da mãe.

Por observação destas tabelas, constatamos que a maioria dos pais e das mães dos alunos participantes neste estudo apresentavam habilitações literárias inferiores ao 9.º ano de escolaridade. É de referir que perguntámos aos professores titulares de cada uma das turmas envolvidas nesta investigação se os pais e restante família auxiliavam os alunos nas tarefas escolares. Tal como seria de esperar, até pela análise das habilitações literárias, foi nos dito que os alunos da população em estudo não tinham um grande apoio escolar por parte dos seus pais e restante família nem outro tipo de apoio. Este dado foi útil para nos certificarmos que os resultados obtidos pelos alunos nos dois momentos de avaliação resultaram efectivamente das aprendizagens ocorridas nas aulas de Matemática.

Quanto à disciplina favorita, apenas 23,5% dos alunos inquiridos consideraram a matemática como a sua disciplina favorita, como podemos verificar na tabela 20 e no gráfico 7:

		Frequência	**Percentagem**	**Percentagem Válida**	**Percentagem Acumulada**
Válidos	Sim	68	23,5	23,5	23,5
	Não	221	76,5	76,5	100,0
	Total	289	100,0	100,0	

Tabela 20: Frequência da variável matemática como disciplina favorita.

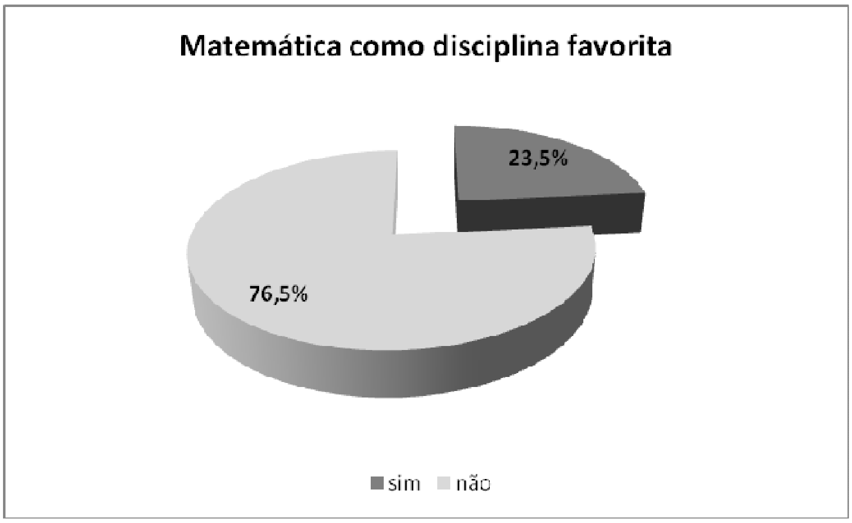


Gráfico 7: Percentagem da variável matemática como disciplina favorita.

É de referir que a maioria dos alunos apresenta como disciplina favorita Educação Física. A baixa percentagem atribuída à Matemática como disciplina favorita, pode justificar-se pelo facto de muitos dos alunos considerarem ter dificuldade nesta disciplina.

Em relação à variável dicotómica *matemática como disciplina difícil*, as opiniões dos alunos foram equilibradas. Na tabela 21 e no gráfico 8, podemos ver a distribuição desta variável.

		Frequência	Percentagem	Percentagem Válida	Percentagem Acumulada
Válidos	Sim	160	55,4	55,4	55,4
	Não	129	44,6	44,6	100,0
	Total	289	100,0	100,0	

Tabela 21: Frequência da variável matemática como disciplina difícil.

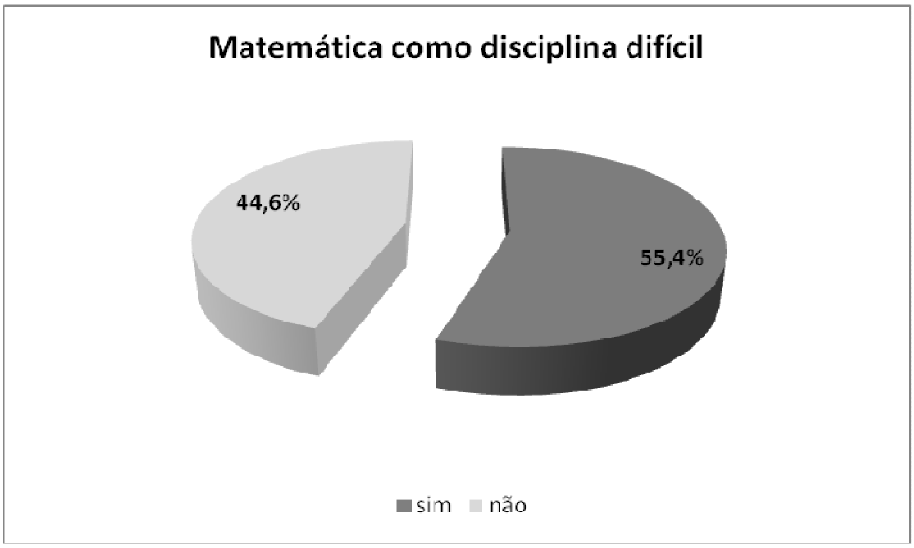


Gráfico 8: Percentagem da variável matemática como disciplina difícil.

Cerca de 55,4% consideraram a matemática como sendo uma disciplina de difícil aprendizagem e cerca de 44,6% foram de opinião contrária.

É curioso comparar os resultados obtidos nestas duas variáveis dicotómicas referidas anteriormente: a variável matemática como disciplina favorita e a variável matemática como disciplina difícil.

Para tal, construímos a seguinte tabela de contingência:

		Mat. difícil		Total
		Sim	Não	
Mat. favorita	Sim	3	65	68
	Não	157	64	221
Total		160	129	289

Tabela 22: Tabela de contingência – matemática como disciplina favorita e como disciplina difícil.

De seguida, fomos averiguar se estas duas variáveis são ou não independentes. Para tal, recorremos ao teste de independência do Qui-quadrado de Pearson. Considerámos um intervalo de confiança de 95%, pelo que o nível crítico ou de significância foi de 5%. Obtivemos a seguinte tabela:

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	**93,415**[a]	1	**,000**		
Continuity Correction[b]	90,738	1	,000		
Likelihood Ratio	106,727	1	,000		
Fisher's Exact Test				,000	,000
Linear-by-Linear Association	93,092	1	,000		
N of Valid Cases	289				

a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 30,35.
b. Computed only for a 2x2 table

Tabela 23: Valor do teste do Qui-quadrado para as variáveis matemática como disciplina favorita e matemática como disciplina difícil.

O valor do teste de independência do Qui-quadrado de Pearson é 93,415 com um nível de significância inferior a 0,05, o que significa que podemos rejeitar a hipótese nula, pelo que há dependência entre estas variáveis.

Relativamente à variável dicotómica *retenções ao longo da escolaridade dos alunos*, cerca de 23,2% dos inquiridos já ficaram retidos pelo menos num ano escolar. Por observação da tabela 24, podemos analisar as frequências e a percentagem de alunos que foram retidos pelo menos uma vez.

		Frequência	Percentagem	Percentagem Válida	Percentagem Acumulada
Válidos	**Sim**	67	23,2	23,2	23,2
	Não	222	76,8	76,8	100,0
	Total	289	100,0	100,0	

Tabela 24: Frequência da variável retenções.

Na tabela 25, podemos ver as frequências e a percentagem de alunos retidos pelo menos uma vez, por estabelecimento educativo envolvido no presente estudo.

			Escola		Total
			A	B	
Retenções	**Sim**	Count	49	18	67
		% within escola	24,5%	20,2%	23,2%
	Não	Count	151	71	222
		% within escola	75,5%	79,8%	76,8%
Total		Count	200	89	289
		% within escola	100,0%	100,0%	100,0%

Tabela 25: Tabela de contingência – retenções por escola.

Cerca de 24,5% dos alunos inquiridos da Escola A e cerca de 20,2% dos alunos inquiridos da Escola B já tinham ficado retidos em pelo menos um ano lectivo.

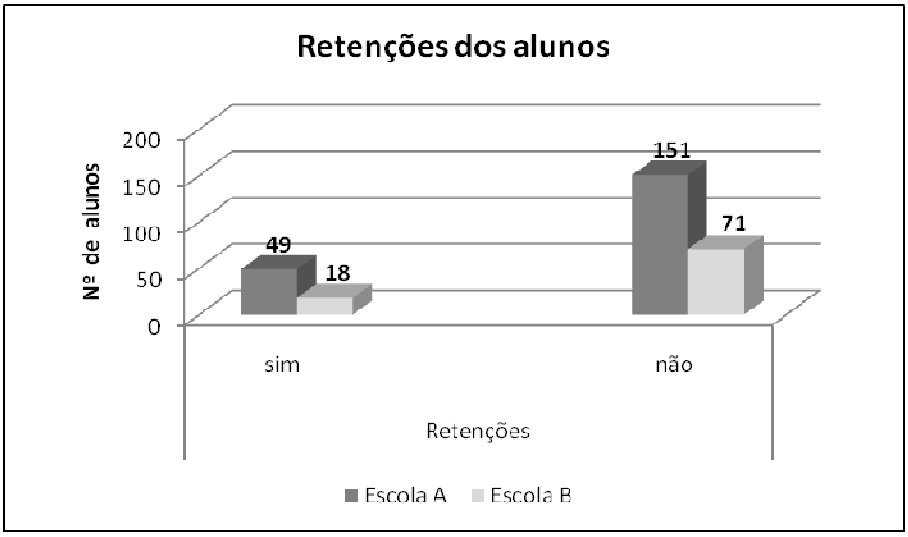


Gráfico 9: Frequência da variável retenções por escola.

Por observação do gráfico 9, podemos afirmar que 67 dos 289 alunos (cerca de 23,2%) das duas escolas estudadas já ficaram retidos em anos lectivos anteriores.

Neste momento, achamos relevante verificar se há dependência entre as variáveis dicotómicas matemática como disciplina favorita e retenções e entre matemática como disciplina difícil e retenções.

Para tal, recorremos ao teste de independência do Qui-quadrado de Pearson.

			Retenções		Total
			Sim	**Não**	
Mat. favorita	**Sim**	Count	7	61	68
		Expected Count	15,8	52,2	68,0
	não	Count	60	161	221
		Expected Count	51,2	169,8	221,0
Total		Count	67	222	289
		Expected Count	67,0	222,0	289,0

Tabela 26: Tabela de contingência – matemática como disciplina favorita e retenções.

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	**8,295**[a]	1	**,004**		
Continuity Correction[b]	7,376	1	,007		
Likelihood Ratio	9,439	1	,002		
Fisher's Exact Test				,003	,002
Linear-by-Linear Association	8,267	1	,004		
N of Valid Cases	289				

a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 15,76.
b. Computed only for a 2x2 table

Tabela 27: Valor do teste do Qui-quadrado para as variáveis matemática como disciplina favorita e retenções.

O valor do teste de independência Qui-quadrado de Pearson é 8,295 com um nível de significância 0,004, inferior a 0,05, o que significa que podemos rejeitar a hipótese nula, pelo que há dependência entre as variáveis *matemática como disciplina favorita* e *retenções*.

			Retenções		Total
			Sim	Não	
Mat. difícil	**Sim**	Count	48	112	160
		Expected Count	37,1	122,9	160,0
	Não	Count	19	110	129
		Expected Count	29,9	99,1	129,0
Total		Count	67	222	289
		Expected Count	67,0	222,0	289,0

Tabela 28: Tabela de contingência – matemática como disciplina difícil e retenções.

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	**9,353**[a]	1	**,002**		
Continuity Correction[b]	8,515	1	,004		
Likelihood Ratio	9,663	1	,002		
Fisher's Exact Test				,003	,002
Linear-by-Linear Association	9,320	1	,002		
N of Valid Cases	289				

a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 29,91.
b. Computed only for a 2x2 table

Tabela 29: Valor do teste do Qui-quadrado para as variáveis matemática como disciplina difícil e retenções.

O valor do teste de independência do Qui-quadrado de Pearson é 9,353 com um nível de significância 0,002, inferior a 0,05, o que significa que podemos rejeitar a hipótese nula, pelo que há dependência entre as variáveis *matemática como disciplina difícil* e *retenções*.

Em síntese, apresentamos um resumo da percentagem dos dados de identificação dos alunos na tabela 30. Por observação dessa tabela, podemos verificar que não há diferença nas variáveis consideradas entre os grupos de Trabalho e de Controlo, com 95% de confiança, à excepção da variável *habilitações literárias da mãe*. Assim, para um nível de significância de 5%, podemos afirmar que as habilitações literárias da mãe, nos dois grupos considerados, distribuem-se de modo diferente. Estas diferenças podem ser justificadas pelo facto de no Grupo de Trabalho existirem mais *missing* nesta variável e também porque, comparativamente com as mães dos alunos do Grupo de

Trabalho, há mais mães dos alunos do Grupo de Controlo com escolaridade inferior ao 9.º ano e menos com curso superior.

Variáveis	População			GTrabalho	GControlo	*p*
Sexo	Feminino		43,9%	41,0%	45,1%	0,517[a]
	Masculino		56,1%	59,0%	54,9%	
Idade Média (em anos)	Aluno		10,44	10,40	10,45	0,632[b]
	Mãe		38,39	38,55	38,32	0,766[b]
	Pai		41,43	41,54	41,38	0,874[b]
Habilitações literárias dos pais	Mãe	Inferior ao 9.º ano	40,1%	31,3%	43,7%	0,028[a]
		9.º ano	30,4%	31,3%	30,1%	
		12.º ano	17,0%	15,7%	17,5%	
		Curso Superior	6,2%	9,6%	4,9%	
		Missing	6,2%	12,0%	3,9%	
	Pai	Inferior ao 9.º ano	44,6%	37,3%	47,6%	0,188[a]
		9.º ano	26,3%	32,5%	23,8%	
		12.º ano	16,3%	14,5%	17,0%	
		Curso Superior	5,9%	4,8%	6,3%	
		Missing	6,9%	10,8%	5,3%	
Matemática vista como disciplina difícil	Sim		55,4%	49,4%	57,8%	0,195[a]
	Não		44,6%	50,6%	42,2%	
Retenções	Sim		23,2%	22,9%	23,3%	0,941[a]
	Não		76,8%	77,1%	76,7%	

a. Valor obtido por aplicação do teste *Qui-quadrado*

b. Valor obtido por aplicação do teste *t-Student* para amostras independentes

Tabela 30: Resumo dos dados de identificação dos alunos.

Deste modo, para as variáveis consideradas na tabela 30, podemos afirmar que os grupos de Trabalho e de Controlo apresentam características semelhantes, à excepção na variável *habilitações literárias da mãe.*

2.2. Análise por item dos resultados do teste aplicado aos alunos

Como foi mencionado no subcapítulo 9. do capítulo IV, o teste, aplicado aos 289 alunos que constituíram a amostra em estudo, foi submetido em dois momentos diferentes: no início do ano lectivo 2009/2010, em Novembro de 2009, a que chamámos *teste n.º 1*; e no final do referido ano lectivo, em Junho de 2010, a que chamámos *teste n.º 2*. Esta nomenclatura foi usada para diferenciar, facilmente, os dois momentos de aplicação do teste, tal como já tinha sido referido.

Achámos pertinente aplicar o mesmo teste em dois momentos diferentes para podermos averiguar se as tarefas desenvolvidas com os alunos do Grupo de Trabalho melhoram as suas aprendizagens geométricas.

Tal como foi referido no subcapítulo 9. do capítulo IV deste documento, optámos por construir o teste a partir de itens de provas de aferição pelo facto destas serem nacionais e terem o intuito de avaliar o modo como os objectivos e as competências essenciais de cada ciclo estão a ser alcançados pelo sistema de ensino, em particular as competências que dizem respeito à geometria e grandezas.

O teste, construído a partir de itens de provas de aferição (ver subcapítulo 9. do capítulo IV) e que se encontra em anexo II, foi organizado em duas partes:

- Parte A: identificação e situação escolar do aluno;

- Parte B: questões de provas de aferição de 2007, 2008 e 2009, dos 1.º e 2.º CEB.

Os itens seleccionados têm em vista o cumprimento dos objectivos do trabalho, pelo que escolhemos questões relacionadas com as noções de perímetro, área e volume. Esses itens foram de escolha múltipla (2., 4. e 6.) e itens de resposta aberta (1., 3., 5., 7. e 8.) retirados de provas de aferição de 2007, 2008 e 2009 dos 1.º e 2.º CEB (no ponto

9.1.1. do subcapítulo 9. do capítulo IV podemos ver, detalhadamente, a data da prova de aferição para cada item seleccionado).

É de referir que os itens 1. e 2.1. do teste visaram avaliar a noção de perímetro; os itens 2.2. e 3., a noção de área e os itens 4., 6. e 8., a noção de volume. O item 5. envolvia as noções de perímetro e volume e o item 7., as noções de perímetro e área.

Recorde-se que, na parte B do teste, todas as respostas foram cotadas, perfazendo um total de 100%, de acordo com critérios de correcção adaptados das provas de aferição em causa (Anexo III).

Todas as respostas dos alunos foram classificadas atendendo ao nível de desempenho descrito nos critérios de correcção. Erros ortográficos ou linguísticos não foram tidos em consideração, a não ser que tivessem sido impeditivos da compreensão da resposta.

Na tabela seguinte, podemos ver a distribuição da cotação por item:

Item	**1.**	**2.1.**	**2.2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**Total**
Cotação (%)	12	6	6	16	6	16	6	16	16	**100**

Tabela 31: Cotações de cada item do teste de avaliação.

Dos 289 alunos que constituíram a amostra em estudo, 278 alunos responderam ao teste n.º 1 e 265 alunos ao teste n.º 2.

Na tabela 32, podemos ver a distribuição dos alunos, por teste e por grupo:

	Grupo de Trabalho	**Grupo de Controlo**	**Total**
Teste n.º 1	81	197	**278**
Teste n.º 2	77	188	**265**

Tabela 32: Frequência dos alunos por teste e por grupo.

Na análise dos resultados que se segue apresentamos, para cada item do teste, os resultados obtidos pelos alunos no teste escrito nos dois momentos avaliados.

É de referir que, a partir desta secção, algumas tabelas vão aparecer com partes de texto em inglês dado que é assim que o programa *PASW* as elabora.

2.2.1. Item 1.

O item 1. foi cotado em 12%. Como podemos ver pelos critérios de correcção, neste item poderíamos atribuir 0, 3, 6 ou 12 pontos, mediante o erro cometido pelo aluno em causa.

O enunciado do item 1. é:

> Desenha no quadriculado um rectângulo com 18 cm de perímetro. Utiliza a tua régua.

2.2.1.1. Análise das pontuações obtidas pelos alunos

Nas tabelas 33 e 34, apresentamos os resultados obtidos pelos alunos que fizeram parte do estudo:

Item 1. do Teste n.º 1

			Item 1.				**Total**
			0	**3**	**6**	**12**	
Grupo	GTrabalho	Count	6	12	0	63	81
		% within Grupo	7,4%	14,8%	,0%	77,8%	100,0%
		% of Total	2,2%	4,3%	,0%	22,7%	29,1%
	GControlo	Count	13	33	2	149	197
		% within Grupo	6,6%	16,8%	1,0%	75,6%	100,0%
		% of Total	4,7%	11,9%	,7%	53,6%	70,9%
Total		Count	19	45	2	212	278
		% within Grupo	6,8%	16,2%	,7%	76,3%	100,0%
		% of Total	6,8%	16,2%	,7%	76,3%	100,0%

Tabela 33: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 1. do teste n.º 1 por grupo.

Item 1. do Teste n.º 2

			Item 1.				
			0	**3**	**6**	**12**	**Total**
Grupo	GTrabalho	Count	4	11	0	62	77
		% within Grupo	5,2%	14,3%	,0%	80,5%	100,0%
		% of Total	1,5%	4,2%	,0%	23,4%	29,1%
	GControlo	Count	11	39	1	137	188
		% within Grupo	5,9%	20,7%	,5%	72,9%	100,0%
		% of Total	4,2%	14,7%	,4%	51,7%	70,9%
Total		Count	15	50	1	199	265
		% within Grupo	5,7%	18,9%	,4%	75,1%	100,0%
		% of Total	5,7%	18,9%	,4%	75,1%	100,0%

Tabela 34: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 1. do teste n.º 2 por grupo.

Como podemos verificar pelas tabelas 33 e 34, os alunos do Grupo de Trabalho melhoraram os seus resultados neste item, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, dado que de 77,8% de respostas correctas, correspondente a 63 respostas correctas em 81 recolhidas, passou-se para 80,5%, correspondente a 72 respostas correctas em 77 recolhidas. Para além disso, o número de respostas totalmente erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, diminui: no teste n.º 1 7,4% (6 alunos em 81) dos alunos do Grupo de Trabalho tiveram zero pontos, enquanto que, no teste n.º 2, essa percentagem foi apenas de 5,2% (4 alunos em 77). Pelas tabelas 33 e 34, constatamos, também, que os alunos do Grupo de Controlo pioraram, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, neste item: passou-se de 75,6% de respostas correctas, correspondente a 149 respostas correctas em 197 respostas recolhidas, para 72,9%, correspondente a 137 respostas correctas em 188 recolhidas. No entanto, o número de respostas totalmente erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, diminui. No teste n.º 1, 6,6% (13 alunos em 197) dos alunos do Grupo de Controlo tiveram zero pontos, enquanto no teste n.º 2 essa percentagem foi de 5,9% (11 alunos em 188).

De modo global, constatamos que dos 278 alunos que realizaram o teste n.º 1, 76,3% responderam correctamente a este item, correspondente a 212 alunos, e dos 265 alunos que realizaram o teste n.º 2, 75,1% responderam correctamente no teste n.º 2, correspondente a 199 alunos. Assim, em termos percentuais, podemos constatar que, no teste n.º 1, os resultados obtidos foram idênticos nos dois grupos de alunos considerados, mas, no teste n.º 2, os alunos do Grupo de Trabalho tiveram melhores resultados.

Nos gráficos 10 e 11, podemos comparar, por grupo, os resultados obtidos nos dois testes de avaliação aplicados.

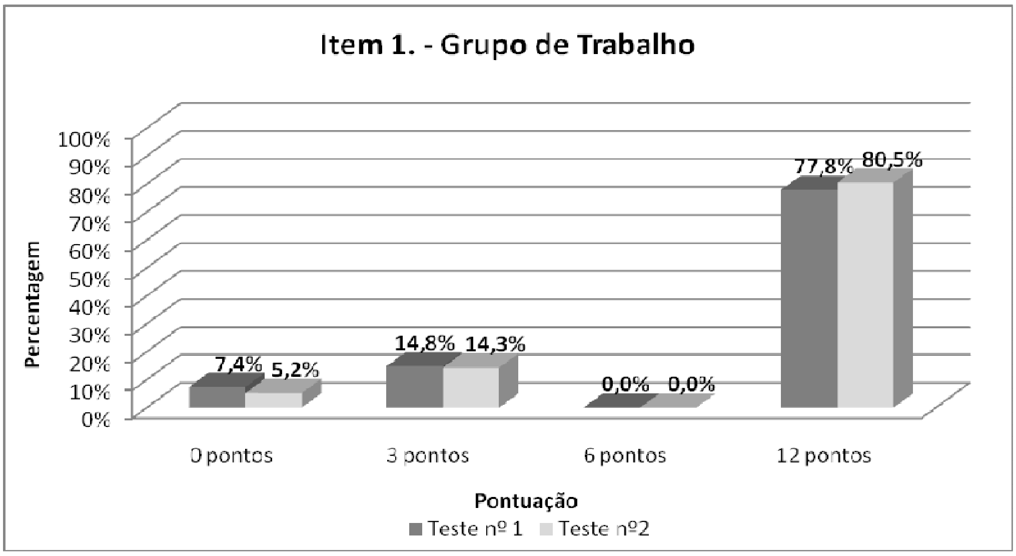


Gráfico 10: Percentagem das cotações atribuídas, aos alunos do grupo de trabalho, no item 1. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

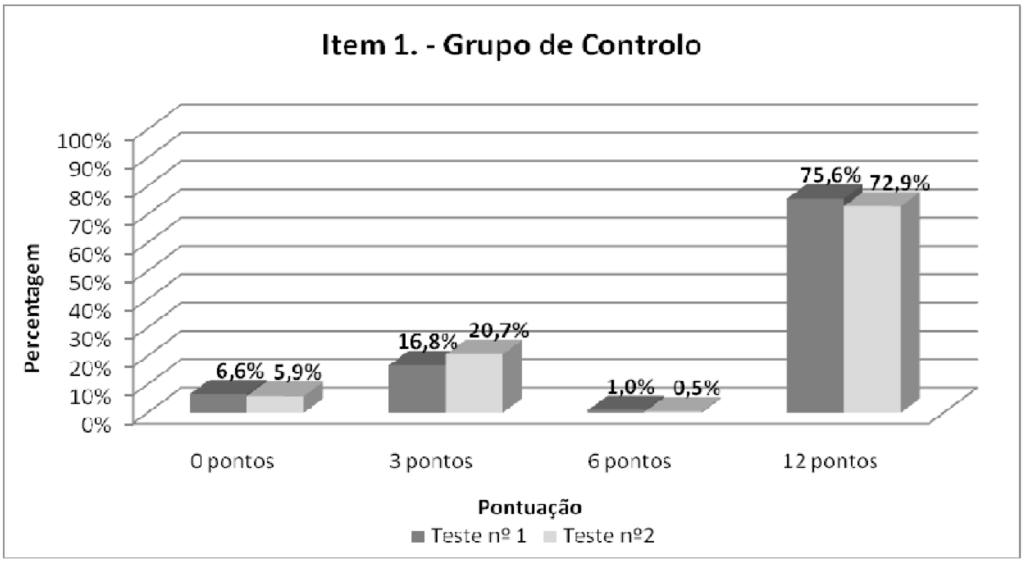


Gráfico 11: Percentagem das cotações atribuídas, aos alunos do grupo de controlo, no item 1. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

Através da análise destes gráficos, podemos verificar que os resultados obtidos em cada grupo considerado foram muito semelhantes nos dois momentos de avaliação.

No entanto, no teste n.º 2, os alunos do Grupo de Trabalho alcançaram um maior número de respostas correctas, enquanto que os alunos do Grupo de Controlo, apesar de ter ocorrido uma diminuição do número de respostas totalmente erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, obtiveram mais respostas cotadas com 3 pontos e menos respostas correctas.

2.2.1.2. Análise dos erros cometidos pelos alunos

Como as respostas foram cotadas atendendo ao tipo de erro cometido, fazemos, agora, uma análise dos erros cometidos pelos alunos no item 1..

Como vimos, o item 1. do teste de avaliação aplicado foi cotado em 0, 3, 6 ou 12 pontos, pelo que a uma resposta correcta foram atribuídos 12 pontos.

Logo as respostas erradas foram classificadas com 0, 3 ou 6 pontos, atendendo ao tipo de erro cometido, descritos nos critérios de correcção do referido teste.

Resumidamente, o erro tipo A foi atribuído quando um aluno desenhou um rectângulo com $18cm^2$ de área (o aluno não distingui os conceitos perímetro e área); o erro tipo B foi atribuído quando um aluno desenhou uma figura geométrica, não rectângulo, com 18cm de perímetro (o aluno reconheceu a noção de perímetro mas não desenhou a figura geométrica pedida); o erro tipo C foi atribuído quando um aluno desenhou uma figura geométrica, não rectângulo, de $18cm^2$ de área, o erro tipo D foi atribuído quando um aluno não respondeu a este item e, finalmente, o erro tipo E foi atribuído quando um aluno apresentou outra resposta errada, não descrita anteriormente.

Nas tabelas 35 e 36, podemos ver a percentagem de respostas erradas, de acordo com erro cometido neste item:

			Teste n.º 1						Total
			A	B	C	D	E	não errou	
Item 1.	0	Count	0	0	2	5	12	0	19
		% of Total	,0%	,0%	,7%	1,8%	4,3%	,0%	6,8%
	3	Count	29	0	0	0	16	0	45
		% of Total	10,4%	,0%	,0%	,0%	5,8%	,0%	16,2%
	6	Count	0	2	0	0	0	0	2
		% of Total	,0%	,7%	,0%	,0%	,0%	,0%	,7%
	12	Count	0	0	0	0	0	212	212
		% of Total	,0%	,0%	,0%	,0%	,0%	76,3%	76,3%
Total		Count	29	2	2	5	28	212	278
		% of Total	10,4%	,7%	,7%	1,8%	10,1%	76,3%	100,0%

Tabela 35: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 1. do teste n.º 1 por erro cometido.

			Teste n.º 2					Total
			A	B	D	E	não errou	
Item 1.	0	Count	0	0	6	9	0	15
		% of Total	,0%	,0%	2,3%	3,4%	,0%	5,7%
	3	Count	20	0	0	30	0	50
		% of Total	7,5%	,0%	,0%	11,3%	,0%	18,9%
	6	Count	0	1	0	0	0	1
		% of Total	,0%	,4%	,0%	,0%	,0%	,4%
	12	Count	0	0	0	0	199	199
		% of Total	,0%	,0%	,0%	,0%	75,1%	75,1%
Total		Count	20	1	6	39	199	265
		% of Total	7,5%	,4%	2,3%	14,7%	75,1%	100,0%

Tabela 36: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 1. do teste n.º 2 por erro cometido.

No teste n.º 1, 19 alunos tiveram cotação 0 pontos, 45 alunos 3 pontos, 2 alunos 6 pontos e 212 alunos responderam correctamente, pelo que lhes foram atribuídos 12 pontos. Dos alunos que tiveram 0 pontos, 0,7% cometeram o erro tipo C, 1,8% erro tipo D e 4,3% erro tipo E. Dos alunos que tiveram 3 pontos, 10,4% cometeram o erro tipo A e 5,8% o erro tipo E. Dos alunos que tiveram 6 pontos, 0,7% cometeram erro tipo B.

No teste n.º 2, 15 alunos tiveram cotação 0 pontos, 50 alunos, 3 pontos, 1 aluno, 6 pontos e 199 alunos responderam correctamente, pelo que lhes foram atribuídos 12 pontos. Dos alunos que tiveram 0 pontos, 2,3% cometeram o erro tipo D e 3,4%, erro tipo E. Dos alunos que tiveram 3 pontos, 7,5% cometeram o erro tipo A e 11,3%, o erro tipo E. Dos alunos que tiveram 6 pontos, 0,4% cometeram erro tipo B.

De modo global, responderam erradamente ao item 1. 23,7% dos 278 alunos que realizaram o teste n.º 1 e 24,9% dos 265 alunos que realizaram o teste n.º 2.

Nas tabelas 37 e 40, podemos ver as percentagens de respostas erradas, de acordo com o tipo de erro cometido, nos dois momentos de avaliação, para cada um dos grupos considerados.

			Erro cometido no item 1. do Teste n.º 1						
			A	**B**	**C**	**D**	**E**	**não errou**	**Total**
Grupo	GTrabalho	Count	9	0	1	0	8	63	81
		% within Grupo	11,1%	,0%	1,2%	,0%	9,9%	77,8%	100,0%
		% of Total	3,2%	,0%	,4%	,0%	2,9%	22,7%	29,1%
	GControlo	Count	20	2	1	5	20	149	197
		% within Grupo	10,2%	1,0%	,5%	2,5%	10,2%	75,6%	100,0%
		% of Total	7,2%	,7%	,4%	1,8%	7,2%	53,6%	70,9%
Total		Count	29	2	2	5	28	212	278
		% within Grupo	10,4%	,7%	,7%	1,8%	10,1%	76,3%	100,0%
		% of Total	10,4%	,7%	,7%	1,8%	10,1%	76,3%	100,0%

Tabela 37: Tabela de contingência – erro cometido no item 1. do teste n.º 1 por grupo.

No teste n.º 1, responderam erradamente ao item 1., 18 alunos do Grupo de Trabalho (22,2% dos alunos deste grupo) e 48 alunos do Grupo de Controlo, (24,4% dos alunos deste grupo).

No Grupo de Trabalho, responderam erradamente: 11,1% dos alunos que cometeram o erro tipo A; 1,2%, o erro tipo C e 9,9%, o erro tipo E.

No Grupo de Controlo, responderam erradamente: 10,2% dos alunos que cometeram o erro tipo A; 1,0%, o erro tipo B; 0,5%, o erro tipo C; 2,5%, o erro tipo D e 10,2%, o erro tipo E.

De modo global, 23,7% dos 278 alunos responderam erradamente no item 1.: 10,4% cometeram o erro tipo A; 0,7%, o erro tipo B; 0,7%, o erro tipo C; 1,8%, o erro tipo D e 10,1%, o erro tipo E.

De seguida, fomos averiguar se estas duas variáveis são ou não independentes. Para tal, recorremos ao teste de independência do Qui-quadrado de Pearson. A tabela 38 mostra os valores dessa comparação.

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	**3,389**[a]	5	**,640**
Likelihood Ratio	5,293	5	,381
Linear-by-Linear Association	,061	1	,804
N of Valid Cases	278		

a. 6 cells (50,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is ,58.

Tabela 38: Valor do teste do Qui-quadrado para as variáveis erro cometido no item 1. do teste n.º 1 e grupo.

O teste do Qui-quadrado pressupõe que não mais do que 20% das células tenham frequência esperada inferior a 5 unidades. Observando a tabela 38, verificamos que há seis categorias com frequências esperadas inferiores a 5, o que pode induzir em erro a interpretação do nível de significância obtido no teste do Qui-quadrado, dado que é violado um dos seus pressupostos.

Logo, o nível de significância obtido pode ser correcto ou enganador, isto é, o teste do Qui-quadrado não pode ser aplicado com rigor. Como só podemos aplicar o teste de Fisher numa tabela 2×2, temos que recorrer ao teste do Qui-quadrado por simulação de Monte Carlo.

Recorrendo ao programa *PASW*, obtivemos a tabela 39:

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Monte Carlo Sig. (2-sided)			Monte Carlo Sig. (1-sided)		
				Sig.	95% Confidence Interval		Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound		Lower Bound	Upper Bound
Pearson Chi-Square	**3,389[a]**	5	**,640**	**,656[b]**	,647	,666			
Likelihood Ratio	5,293	5	,381	,505[b]	,495	,515			
Fisher's Exact Test	2,984			,701[b]	,692	,710			
Linear-by-Linear Association	,061[c]	1	,804	,809[b]	,801	,817	,418[b]	,408	,428
N of Valid Cases	278								

a. 6 cells (50,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is ,58.
b. Based on 10000 sampled tables with starting seed 2000000.
c. The standardized statistic is -,248.

Tabela 39: Teste do Qui-quadrado de Monte Carlo- relação entre a variável erro cometido no item 1. do teste n.º 1 e a variável grupo.

Por observação da tabela 39, o valor do teste é de 3,389 e o nível de significância é de $p = 0{,}656 > 0{,}05$, pelo que esse valor está dentro dos limites de confiança, ou seja, não se rejeita a hipótese nula, ainda com maior confiança do que a resolução aproximada à distribuição do Qui-quadrado.

Assim, as variáveis *erro cometido no item 1. no teste n.º 1* e *grupo* são independentes.

Analisamos, de seguida, os erros cometidos no item 1. no teste n.º 2.

No teste n.º 2, responderam erradamente ao item 1., 15 alunos do Grupo de Trabalho (19,5%) e 51 alunos do Grupo de Controlo, (27,1%), comoo se pode ver por observação da tabela 40.

No Grupo de Trabalho, responderam erradamente: 1,3% dos alunos que cometeram o erro tipo A; 1,3%, o erro tipo D e 16,9%, o erro tipo E.

No Grupo de Controlo, responderam erradamente: 10,1% dos alunos que cometeram o erro tipo A; 0,5%, o erro tipo B; 2,7%, o erro tipo D e 13,8%, o erro tipo E.

			Erro cometido no item 1. do Teste n.º 2					
			A	**B**	**D**	**E**	**não errou**	**Total**
Grupo	GTrabalho	Count	1	0	1	13	62	77
		% within Grupo	1,3%	,0%	1,3%	16,9%	80,5%	100,0%
		% of Total	,4%	,0%	,4%	4,9%	23,4%	29,1%
	GControlo	Count	19	1	5	26	137	188
		% within Grupo	10,1%	,5%	2,7%	13,8%	72,9%	100,0%
		% of Total	7,2%	,4%	1,9%	9,8%	51,7%	70,9%
Total		Count	20	1	6	39	199	265
		% within Grupo	7,5%	,4%	2,3%	14,7%	75,1%	100,0%
		% of Total	7,5%	,4%	2,3%	14,7%	75,1%	100,0%

Tabela 40: Tabela de contingência **–** erro cometido no item 1. do teste n.º 2 por grupo.

De modo global, 24,9% dos 265 alunos responderam erradamente no item 1.: 7,5% cometeram o erro tipo A; 0,4%, o erro tipo B; 2,3%, o erro tipo D e 14,7%, o erro tipo E.

De seguida, fomos averiguar se estas duas variáveis são ou não independentes. Para tal, recorremos ao teste de independência do Qui-quadrado de Pearson. A tabela 41 mostra os valores dessa comparação.

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	**7,243** [a]	4	**,124**
Likelihood Ratio	9,517	4	,049
Linear-by-Linear Association	4,178	1	,041
N of Valid Cases	265		

a. 4 cells (40,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is ,29.

Tabela 41: Valor do teste do Qui-quadrado para as variáveis erro cometido no item 1. do teste n.º 2 e grupo.

Como a tabela 41 apresenta quatro células com frequências esperadas inferiores a 5, correspondendo a uma percentagem superior a 20%, o teste do Qui-quadrado não pode ser aplicado com rigor, e como só podemos o teste de Fisher numa tabela 2×2, temos que recorrer ao teste do Qui-quadrado por simulação de Monte Carlo.

Recorrendo ao programa *PASW*, obtivemos a tabela 42, onde podemos observar que o valor do teste é de 7,243 e o valor do nível de significância é de $p = 0{,}107 > 0{,}05$, pelo que esse valor está dentro dos limites de confiança, ou seja, não se rejeita a hipótese nula, ainda com maior confiança do que a resolução aproximada à distribuição do Qui-quadrado.

Teste do Qui-quadrado

				Monte Carlo Sig. (2-sided)			Monte Carlo Sig. (1-sided)		
					95% Confidence Interval			95% Confidence Interval	
	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Sig.	Lower Bound	Upper Bound	Sig.	Lower Bound	Upper Bound
Pearson Chi-Square	**7,243**[a]	4	**,124**	**,107**[b]	,101	,113			
Likelihood Ratio	9,517	4	,049	,052[b]	,047	,056			
Fisher's Exact Test	7,857			,068[b]	,063	,073			
Linear-by-Linear Association	4,178[c]	1	,041	,043[b]	,039	,047	,020[b]	,017	,023
N of Valid Cases	265								

a. 4 cells (40,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is ,29.
b. Based on 10000 sampled tables with starting seed 624387341.
c. The standardized statistic is -2,044.

Tabela 42: Teste do Qui-quadrado de Monte Carlo- relação entre a variável erro cometido no item 1. do teste n.º 2 e a variável grupo.

Nos gráficos 12 e 13, podemos comparar, por grupos, a percentagem de cada tipo de erros cometidos no item 1. em cada um dos testes aplicados.

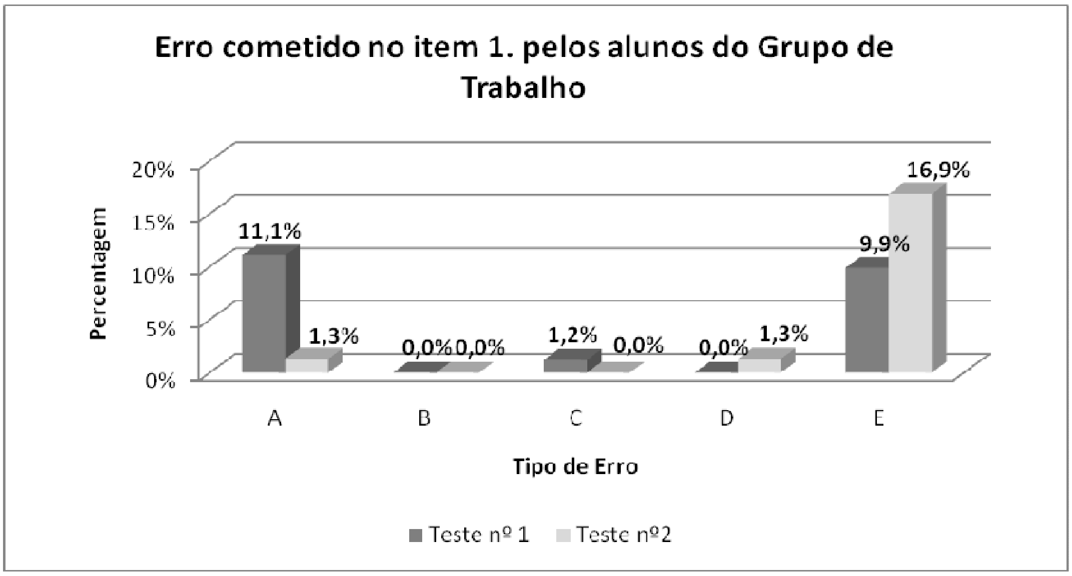


Gráfico 12: Percentagem do tipo de erro cometido, pelos alunos do grupo de trabalho, no item 1. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

No Grupo de Trabalho, houve um decréscimo na percentagem de respostas erradas do teste n.º 1 para o teste n.º 2: passou-se de 22,2% para 19,5%.

Verificamos que o erro cometido, no teste n.º 1, com maior percentagem foi o erro tipo A, ou seja, 11,1% dos alunos desenharam um rectângulo de área 18cm^2, pelo que não distinguiram as noções de perímetro e área.

No teste n.º 2, constatamos que a percentagem do erro cometido tipo A (1,3%) diminui muito do teste n.º 1 para o teste n.º 2, logo os alunos, no segundo momento de avaliação, confundiram menos as noções de perímetro e área. No entanto, verificamos um aumento na percentagem do erro cometido tipo E do teste n.º 1 para o teste n.º 2. Para além disso, constatamos que todos os alunos do Grupo de Trabalho responderam a este item no teste n.º 1 mas 1,3% não o fizeram no teste n.º 2.

O gráfico 13 apresenta as percentagens do tipos de erro no item 1., no Grupo de Controlo.

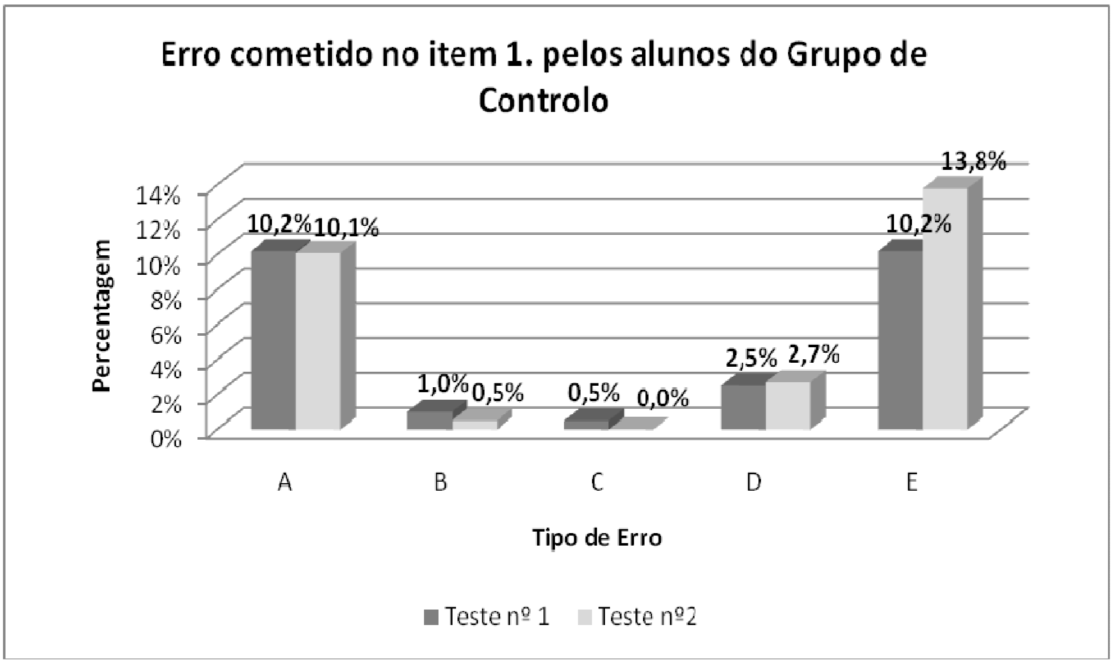


Gráfico 13: Percentagem do tipo de erro cometido, pelos alunos do grupo de controlo, no item 1. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

No Grupo de Controlo, houve um aumento na percentagem de respostas erradas do teste n.º 1 para o teste n.º 2: passou-se de 24,4% para 27,1%.

Verificamos que o erro cometido, no teste n.º 1, com maior percentagem foi o erro tipo A, ou seja, 10,2% dos alunos desenharam um rectângulo de área $18cm^2$, pelo que não distinguiram as noções de perímetro e área.

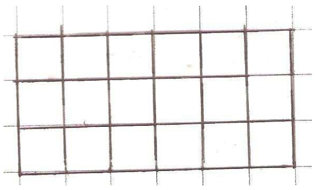
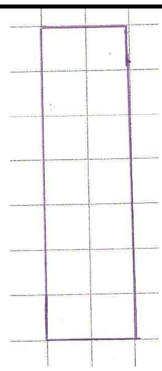
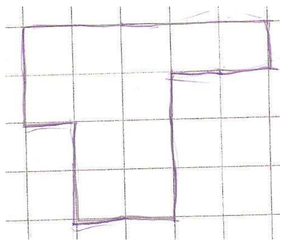
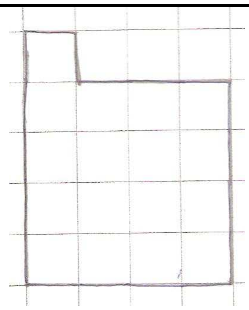
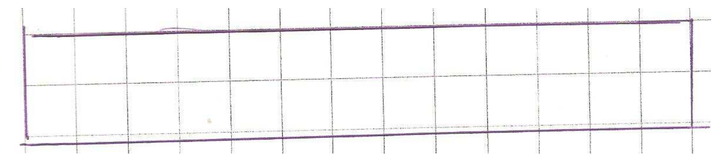
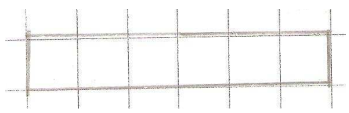
No teste n.º 2, constatamos que a percentagem do erro cometido tipo A, foi idêntica à obtida no teste n.º 1. Logo os alunos, no segundo momento de avaliação, não continuaram a apresentar dificuldades na diferença entre as noções de perímetro e área.

Há também um aumento da percentagem dos erros cometidos dos tipos D e E, do teste n.º 1 para o teste n.º 2.

No Grupo de Controlo, no segundo momento de avaliação, mais alunos não responderam ao item 1. do teste (aumento do erro tipo D) e mais alunos apresentaram outras respostas (aumento do erro tipo E).

2.2.1.3. Exemplos de respostas recolhidas

Na tabela 43 apresentamos alguns exemplos de respostas apresentadas pelos alunos no item 1.. Atendendo ao tipo de erro cometido, foi atribuído às respostas corrigidas cotações diferentes neste item. Essas cotações, como já foi referido, podiam ser de 0, 3, 6 ou 12 pontos.

Cotação e tipo de erro atribuídos		**Exemplo de Resposta Avaliada**
12 pontos Resposta Correcta		 **Apd5 (T2)**  **Apd3 (T2)**
6 pontos Erro tipo B		 **Apg4 (T2)**  **Aph8 (T2)**
3 pontos	Erro tipo E	 **Apd2 (T2)**  **Aph17(T2)**

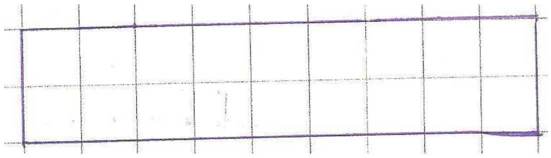
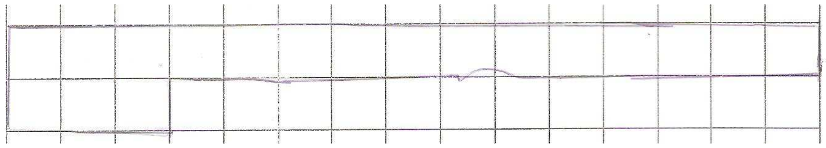
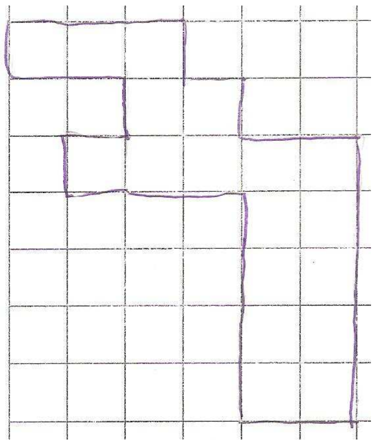
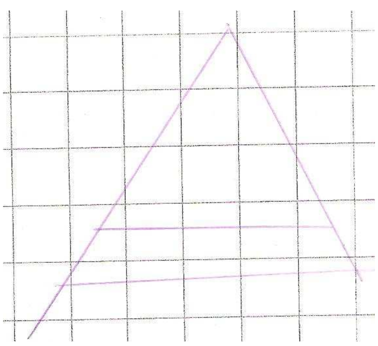
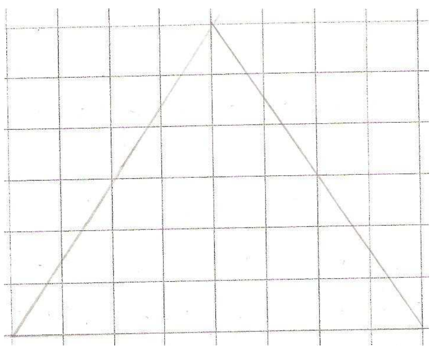
	Erro tipo A	 **Aph16 (T2)**
0 pontos	Erro tipo C	 **Apc1 (T1)**  **Apd11 (T1)**
	Erro tipo D	Os alunos não responderam a este item.
	Erro tipo E	 **Apd19 (T2)**  **Apc3 (T2)**

Tabela 43: Exemplos de respostas dadas pelos alunos da amostra em estudo no item 1..

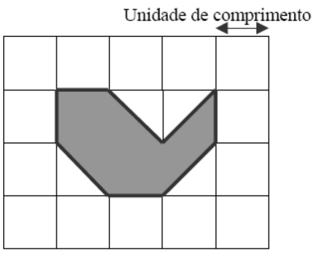
2.2.2. Item 2.1.

O item 2.1. foi cotado em 6%, cotação mais baixa atribuída, pelo facto de ser uma questão de escolha múltipla, onde a probabilidade dos alunos responderem aleatoriamente e acertarem é muito mais elevada do que nos itens de resposta aberta. Assim, como podemos ver pelos critérios de correcção, neste item poderíamos atribuir apenas 0 ou 6 pontos.

O enunciado do item 2.1. é:

Assinala com um X a frase que traduz uma afirmação verdadeira:

- ☐ O perímetro da figura é menor do que 4 u.c.
- ☐ O perímetro da figura é igual a 4 u.c.
- ☐ O perímetro da figura é igual a 8 u.c.
- ☐ O perímetro da figura é maior do que 8 u.c.



2.2.2.1. Análise das pontuações obtidas pelos alunos

Nas tabelas 44 e 45, apresentamos os resultados obtidos pelos alunos que fizeram parte do estudo.

Como podemos ver, os alunos do Grupo de Trabalho melhoraram os seus resultados neste item, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, dado que de 12,3% de respostas correctas, correspondente a 10 respostas correctas em 81 recolhidas, passou-se para 74%, correspondente a 57 respostas correctas em 77 recolhidas.

Assim, o número de respostas erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, diminui. No teste n.º 1, 87,7% (71 alunos em 81) dos alunos do Grupo de Trabalho tiveram zero pontos, enquanto no teste n.º 2 essa percentagem foi apenas de 26 % (20 alunos em 77).

Item 2.1. do Teste n.º 1

			Item 2.1.		Total
			0	6	
Grupo	GTrabalho	Count	71	10	81
		% within Grupo	87,7%	12,3%	100,0%
		% of Total	25,5%	3,6%	29,1%
	GControlo	Count	165	32	197
		% within Grupo	83,8%	16,2%	100,0%
		% of Total	59,4%	11,5%	70,9%
Total		Count	236	42	278
		% within Grupo	84,9%	15,1%	100,0%
		% of Total	84,9%	15,1%	100,0%

Tabela 44: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 2.1. do teste n.º 1 por grupo.

Item 2.1. do Teste n.º 2

			Item 2.1.		Total
			0	6	
Grupo	GTrabalho	Count	20	57	77
		% within Grupo	26,0%	74,0%	100,0%
		% of Total	7,5%	21,5%	29,1%
	GControlo	Count	155	33	188
		% within Grupo	82,4%	17,6%	100,0%
		% of Total	58,5%	12,5%	70,9%
Total		Count	175	90	265
		% within Grupo	66,0%	34,0%	100,0%
		% of Total	66,0%	34,0%	100,0%

Tabela 45: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 2.1. do teste n.º 2 por grupo.

Nas tabelas anteriores, constatamos que os alunos do Grupo de Controlo melhoraram ligeiramente, do teste n.º1 para o teste n.º 2, neste item: passou-se de 16,2% de respostas correctas, correspondente a 32 respostas correctas em 197 respostas recolhidas, para 17,6%, correspondente a 33 respostas correctas em 188 recolhidas.

Assim, o número de respostas erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, diminui ligeiramente.

No teste n.º 1, 83,8% (165 alunos em 197) dos alunos do Grupo de Controlo tiveram zero pontos, enquanto no teste n.º 2 essa percentagem foi de 82,4% (155 alunos em 188). De modo global, constatamos que dos 278 alunos que realizaram o teste n.º 1, 42 responderam correctamente a este item, e 90 alunos em 265 responderam correctamente no teste n.º 2.

Assim, em termos percentuais, podemos constatar que no item 2.1. do teste n.º 1 os resultados obtidos foram idênticos nos dois grupos de alunos considerados, mas no teste n.º 2 os alunos do Grupo de Trabalho tiveram melhores resultados. Estes factos podem, também, ser verificados nos gráficos 14 e 15. Através da análise desses gráficos, podemos verificar que os resultados obtidos em cada grupo considerado foram muito idênticos no primeiro momento de avaliação.

Apesar de, no teste n.º 2, os alunos dos dois grupos considerados terem alcançado mais respostas correctas, constatamos que esse aumento foi muito maior nos alunos do Grupo de Trabalho. Para além disso, é evidente uma grande diferença nos resultados obtidos neste item do teste n.º 1 para o teste n.º 2 nos alunos do Grupo de Trabalho, enquanto que os alunos do Grupo de Controlo tiveram uma prestação semelhante nos dois momentos de avaliação, pelo que não houve evolução dos alunos deste grupo.

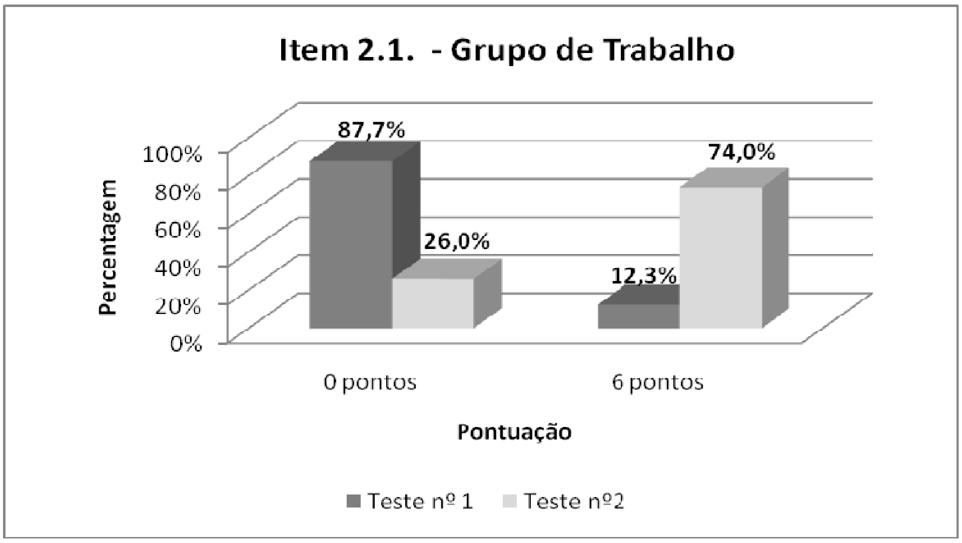


Gráfico 14: Percentagem das cotações atribuídas, aos alunos do grupo de trabalho, no item 2.1. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

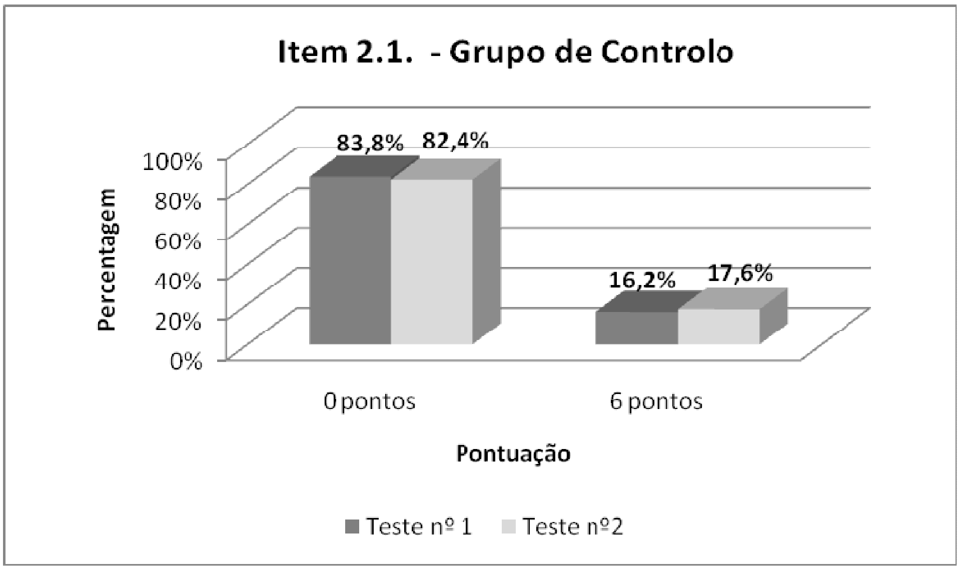


Gráfico 15: Percentagem das cotações atribuídas, aos alunos do grupo de controlo, no item 2.1. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

2.2.2.2. Análise dos erros cometidos pelos alunos

O item 2.1. do teste de avaliação aplicado foi cotado em 0 ou 6 pontos, pelo facto de ser uma questão de escolha múltipla, não tendo, deste modo, pontuações intermédias. No entanto, é de referir que, para as questões cotadas com 0 pontos, foram definidos diferentes tipos de erro.

Neste item, os erros foram classificados em três tipos. Resumidamente, o erro tipo A foi atribuído quando um aluno respondeu *O perímetro da figura é igual a 8u.c.* (o aluno não reconheceu que a diagonal de uma quadrícula é maior do que uma unidade de comprimento); o erro tipo B, quando um aluno respondeu *O perímetro da figura é menor do que 4u.c.* ou *O perímetro da figura é igual a 4u.c.* (o aluno mostrou não ter a noção de perímetro) e o erro tipo C quando um aluno não respondeu a este item.

Nas tabelas 46 e 47 podemos ver a percentagem de respostas erradas, de acordo com o erro cometido neste item:

			Teste n.º 1				Total
			A	B	C	não errou	
Item 2.1.	0	Count	130	87	19	0	236
		% of Total	46,8%	31,3%	6,8%	,0%	84,9%
	6	Count	0	0	0	42	42
		% of Total	,0%	,0%	,0%	15,1%	15,1%
Total		Count	130	87	19	42	278
		% of Total	46,8%	31,3%	6,8%	15,1%	100,0%

Tabela 46: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 2.1. do teste n.º 1 por erro cometido.

			Teste n.º 2				Total
			A	B	C	não errou	
Item 2.1.	0	Count	111	59	5	0	175
		% of Total	41,9%	22,3%	1,9%	,0%	66,0%
	6	Count	0	0	0	90	90
		% of Total	,0%	,0%	,0%	34,0%	34,0%
Total		Count	111	59	5	90	265
		% of Total	41,9%	22,3%	1,9%	34,0%	100,0%

Tabela 47: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 2.1. do teste n.º 2 por erro cometido.

No teste n.º 1, 236 alunos em 278 tiveram cotação 0 pontos e 42 alunos a pontuação máxima, 6 pontos. Dos alunos que tiveram 0 pontos, 46,8% cometeram o erro tipo A, 31,3%, o erro tipo B e 6,8%, o erro tipo C.

No teste n.º 2, 175 alunos em 265 tiveram cotação 0 pontos e 90 alunos a pontuação máxima, 6 pontos. Dos alunos que tiveram 0 pontos, 41,9% cometeram o erro tipo A, 22,3%, o erro tipo B e 1,9%, o erro tipo C.

De modo global, responderam erradamente ao item 2.1. 84,9% dos 278 alunos que realizaram o teste n.º 1 e 66,0% dos 265 alunos que realizaram o teste n.º 2.

Nas tabelas 48 e 50 podemos ver as percentagens de respostas erradas, de acordo com o tipo de erro cometido, nos dois momentos de avaliação, para cada um dos grupos considerados.

			Erro cometido no item 2.1. do Teste n.º 1				Total
			A	**B**	**C**	**não errou**	
Grupo	GTrabalho	Count	44	23	4	10	81
		% within Grupo	54,3%	28,4%	4,9%	12,3%	100,0%
		% of Total	15,8%	8,3%	1,4%	3,6%	29,1%
	GControlo	Count	86	64	15	32	197
		% within Grupo	43,7%	32,5%	7,6%	16,2%	100,0%
		% of Total	30,9%	23,0%	5,4%	11,5%	70,9%
Total		Count	130	87	19	42	278
		% within Grupo	46,8%	31,3%	6,8%	15,1%	100,0%
		% of Total	46,8%	31,3%	6,8%	15,1%	100,0%

Tabela 48: Tabela de contingência – erro cometido no item 2.1. do teste n.º 1 por grupo.

No teste n.º 1, responderam erradamente ao item 2.1., 71 alunos do Grupo de Trabalho (87,7% dos alunos deste grupo) e 48 alunos do Grupo de Controlo, (83,8% dos alunos deste grupo). No Grupo de Trabalho, responderam erradamente: 54,3% dos alunos que cometeram o erro tipo A; 28,4%, o erro tipo B e 4,9%, o erro tipo C. No Grupo de Controlo, responderam erradamente: 43,7% dos alunos que cometeram o erro tipo A; 32,5%, o erro tipo B e 7,6%, o erro tipo C.

De modo global, 84,9% dos 278 alunos responderam erradamente no item 2.1.: 46,8% cometeram o erro tipo A, 31,3%, o erro tipo B e 6,8%, o erro tipo C.

De seguida, fomos averiguar se estas duas variáveis são ou não independentes. Para tal, recorremos ao teste de independência do Qui-quadrado de Pearson. A tabela 48 mostra os valores dessa comparação.

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	**2,882**[a]	3	**,410**
Likelihood Ratio	2,911	3	,406
Linear-by-Linear Association	1,258	1	,262
N of Valid Cases	278		

a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 5,54.

Tabela 49: Valor do teste do Qui-quadrado para as variáveis erro cometido no item 2.1. do teste n.º 1 e grupo.

Observando a tabela 48, verificamos que o valor do teste é de 2,882 e o nível de significância é de 0,410, superior a 0,05, pelo que não se rejeita a hipótese nula, ou seja, não se encontra relação entre o *grupo* e o *erro cometido no item 2.1.*, pelo que as variáveis são independentes no teste n.º 1.

Analisamos, de seguida, os erros cometidos no item 2.1. no teste n.º 2.

			Erro cometido no item 2.1. do Teste n.º 2				
			A	**B**	**C**	**não errou**	**Total**
Grupo	GTrabalho	Count	19	1	0	57	77
		% within Grupo	24,7%	1,3%	,0%	74,0%	100,0%
		% of Total	7,2%	,4%	,0%	21,5%	29,1%
	GControlo	Count	92	58	5	33	188
		% within Grupo	48,9%	30,9%	2,7%	17,6%	100,0%
		% of Total	34,7%	21,9%	1,9%	12,5%	70,9%
Total		Count	111	59	5	90	265
		% within Grupo	41,9%	22,3%	1,9%	34,0%	100,0%
		% of Total	41,9%	22,3%	1,9%	34,0%	100,0%

Tabela 50: Tabela de contingência – erro cometido no item 2.1. do teste n.º 2 por grupo.

No teste n.º 2, responderam erradamente ao item 2.1., 20 alunos do Grupo de Trabalho (26% dos alunos deste grupo) e 155 alunos do Grupo de Controlo, (82,5% dos alunos deste grupo). No Grupo de Trabalho, responderam erradamente: 24,7% dos alunos que cometeram o erro tipo A e 1,3%, o erro tipo B. No Grupo de Controlo, responderam erradamente: 48,9% dos alunos que cometeram o erro tipo A; 30,9%, o erro tipo B e 2,7% ,o erro tipo C.

De modo global, 66% dos 265 alunos responderam erradamente no item 2.1.: 41,9% cometeram o erro tipo A, 22,3%, o erro tipo B e 1,9%, o erro tipo C.

De seguida, fomos averiguar se estas duas variáveis são ou não independentes. Para tal, recorremos ao teste de independência do Qui-quadrado de Pearson. A tabela 50 mostra os valores dessa comparação. Observamos que há duas categorias com frequências esperadas inferiores a 5, o que pode induzir em erro a interpretação do nível de significância obtido no teste do Qui-quadrado, dado que é violado um dos pressupostos da utilização deste teste (25% > 20%). Logo, o nível de significância obtido pode ser correcto ou enganador. Como só podemos aplicar o teste de Fisher numa tabela 2×2, temos que recorrer, de novo, ao teste do Qui-quadrado por simulação de Monte Carlo, obtendo a seguinte tabela:

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	**82,448[a]**	3	**,000**
Likelihood Ratio	89,364	3	,000
Linear-by-Linear Association	71,826	1	,000
N of Valid Cases	265		

a. 2 cells (25,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 1,45.

Tabela 51: Valor do teste do Qui-quadrado para as variáveis erro cometido no item 2.1. do teste n.º 2 e grupo.

Teste do Qui-quadrado

				Monte Carlo Sig. (2-sided)			Monte Carlo Sig. (1-sided)		
					95% Confidence Interval			95% Confidence Interval	
	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Sig.	Lower Bound	Upper Bound	Sig.	Lower Bound	Upper Bound
Pearson Chi-Square	**82,448[a]**	3	**,000**	**,000[b]**	,000	,000			
Likelihood Ratio	89,364	3	,000	,000[b]	,000	,000			
Fisher's Exact Test	84,901			,000[b]	,000	,000			
Linear-by-Linear Association	71,826[c]	1	,000	,000[b]	,000	,000	,000[b]	,000	,000
N of Valid Cases	265								

a. 2 cells (25,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 1,45.
b. Based on 10000 sampled tables with starting seed 957002199.
c. The standardized statistic is -8,475.

Tabela 52: Teste do Qui-quadrado de Monte Carlo- relação entre a variável erro cometido no item 2.1. do teste n.º 2 e a variável grupo.

Por observação da tabela anterior, o valor do teste é de 82,448 e o valor do nível de significância é $p < 0,05$, pelo que se rejeita a hipótese nula, ainda com maior confiança do que a resolução aproximada à distribuição do Qui-quadrado. Assim, as variáveis *erro cometido no item 2.1. no teste n.º 2* e *grupo* são dependentes.

Nos gráficos 16 e 17, podemos comparar, por grupo considerado no estudo, a percentagem de cada tipo de erros cometidos no item 2.1., em cada um dos testes aplicados.

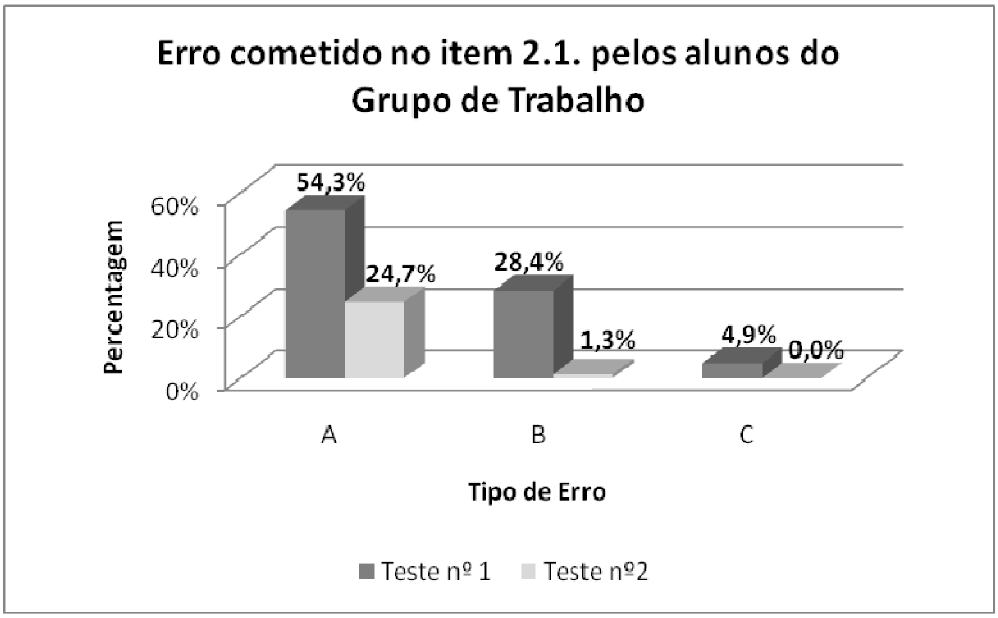


Gráfico 16: Percentagem do tipo de erro cometido, pelos alunos do grupo de trabalho, no item 2.1. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

No Grupo de Trabalho, houve um decréscimo acentuado na percentagem de respostas erradas do teste n.º 1 para o teste n.º 2: passou-se de 87,7% para 26%.

Pela análise do gráfico, verificamos que o erro cometido, no teste n.º 1, com maior percentagem foi o erro tipo A, ou seja, 54,3% dos alunos do Grupo de Trabalho não tiveram a noção de que a diagonal de uma quadrícula mede mais do que a unidade de comprimento considerada e, por isso, calcularam erradamente o perímetro da figura geométrica apresentada.

No teste n.º 2, constatamos que a percentagem do erro cometido tipo A (24,7%), diminui muito do teste n.º 1 para o teste n.º 2. Para além disso, reconhecemos que todos os alunos do Grupo de Trabalho responderam a este item no teste n.º 2, mas 4,9% não o fez no teste n.º 1.

Relativamente, ao erro cometido tipo B, o que demonstrava menos conhecimentos, dado que os alunos que o cometeram mostravam não ter a noção de perímetro, verificamos um decréscimo significativo, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, neste grupo de alunos.

De seguida, analisamos o gráfico 17, que diz respeito aos alunos do Grupo de Controlo.

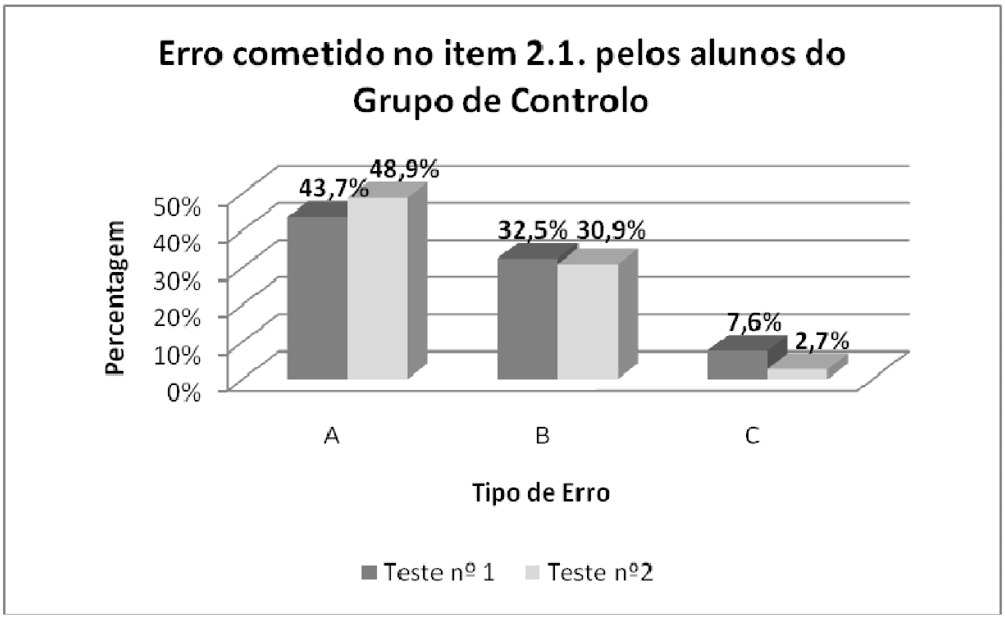


Gráfico 17: Percentagem do tipo de erro cometido, pelos alunos do grupo de controlo, no item 2.1. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

No Grupo de Controlo, houve um decréscimo ligeiro na percentagem de respostas erradas do teste n.º 1 para o teste n.º 2: passou-se de 83,8% para 82,4%.

Pela análise do gráfico, verificamos que o erro cometido, no teste n.º 1, com maior percentagem foi o erro tipo A, ou seja, 43,7% dos alunos do Grupo de Controlo não mostraram ter a noção de que a diagonal de uma quadrícula mede mais do que a unidade de comprimento considerada e, por isso, calcularam erradamente o perímetro da figura geométrica apresentada.

No teste n.º 2, constatamos que a percentagem do erro cometido tipo A (48,9%) aumentou, do teste n.º 1 para o teste n.º 2.

Relativamente, ao erro cometido tipo B, verificamos um ligeiro decréscimo, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, neste grupo de alunos.

Podemos, ainda, reconhecer que, em qualquer dos momentos de avaliação, houve alunos do Grupo de Controlo que não responderam ao teste: no teste n.º 1, 7,6% não respondeu a este item e no teste n.º 2 essa percentagem foi de 2,7%.

Como este item é de escolha múltipla não foram recolhidas exemplos de resposta.

2.2.3. Item 2.2.

O item 2.2. foi cotado em 6%, cotação mais baixa atribuída nas questões do teste, pelo facto de também ser uma questão de escolha múltipla; igualmente neste item, apenas havia as pontuações 0 ou 6.

O enunciado do item 2.2. é:

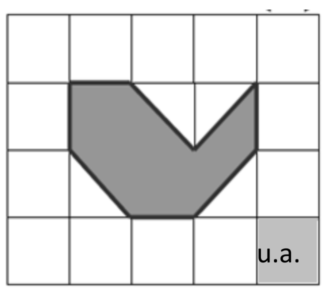
Assinala com um X a frase que traduz uma afirmação verdadeira:

☐ A área da figura é menor do que 4 u.a.

☐ A área da figura é igual a 4 u.a.

☐ A área da figura é igual a 8 u.a.

☐ A área da figura é maior do que 8 u.a.



2.2.3.1. Análise das pontuações obtidas pelos alunos

Nas tabelas 53 e 54 apresentamos os resultados obtidos:

Item 2.2. do Teste n.º 1

			Item 2.2.		
			0	**6**	**Total**
Grupo	GTrabalho	Count	36	45	81
		% within Grupo	44,4%	55,6%	100,0%
		% of Total	12,9%	16,2%	29,1%
	GControlo	Count	93	104	197
		% within Grupo	47,2%	52,8%	100,0%
		% of Total	33,5%	37,4%	70,9%
Total		Count	129	149	278
		% within Grupo	46,4%	53,6%	100,0%
		% of Total	46,4%	53,6%	100,0%

Tabela 53: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 2.2. do teste n.º 1 por grupo.

Item 2.2. do Teste n.º 2

			Item 2.2.		
			0	**6**	**Total**
Grupo	GTrabalho	Count	6	71	77
		% within Grupo	7,8%	92,2%	100,0%
		% of Total	2,3%	26,8%	29,1%
	GControlo	Count	66	122	188
		% within Grupo	35,1%	64,9%	100,0%
		% of Total	24,9%	46,0%	70,9%
Total		Count	72	193	265
		% within Grupo	27,2%	72,8%	100,0%
		% of Total	27,2%	72,8%	100,0%

Tabela 54: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 2.2. do teste n.º 2 por grupo.

Como podemos verificar, os alunos do Grupo de Trabalho melhoraram os seus resultados neste item, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, dado que de 55,6% de respostas correctas, correspondente a 45 respostas correctas em 81 recolhidas, passou-se para 92,2%, correspondente a 71 respostas correctas em 77 recolhidas. Para além disso, o número de respostas erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, diminui. No teste n.º 1, 44,4% (36 alunos em 81) dos alunos do Grupo de Trabalho tiveram zero pontos, enquanto no teste n.º 2 essa percentagem foi apenas de 7,8 % (6 alunos em 77).

Pelas tabelas anteriores, constatamos que os alunos do Grupo de Controlo também melhoraram, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, neste item: passou-se de 52,8% de respostas correctas, correspondente a 104 respostas correctas em 197 respostas recolhidas, para 64,9%, correspondente a 122 respostas correctas em 188 recolhidas. Para além disso, o número de respostas erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, diminui. No teste n.º 1, 47,2% (93 alunos em 197) dos alunos do Grupo de Controlo tiveram zero pontos, enquanto no teste n.º 2 essa percentagem foi de 35,1% (66 alunos em 188).

De modo global, constatamos que, dos 278 alunos que realizaram o teste n.º 1, 149 (53,65%) responderam correctamente a este item e que 193 (72,8%) alunos em 265 responderam correctamente no teste n.º 2.

Assim, em termos percentuais, podemos constatar que no teste n.º 1 os resultados obtidos foram idênticos nos dois grupos de alunos considerados, mas no teste n.º 2 os alunos do Grupo de Trabalho tiveram melhores resultados.

Nos gráficos 18 e 19, podemos comparar, por grupo, os resultados obtidos nos dois testes aplicados.

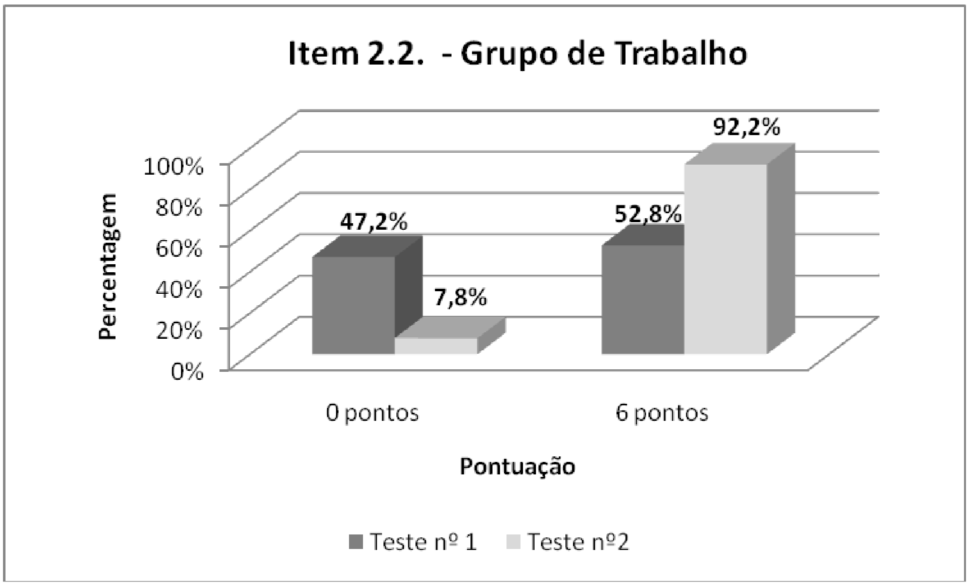


Gráfico 18: Percentagem das cotações atribuídas, aos alunos do grupo de trabalho, no item 2.2. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

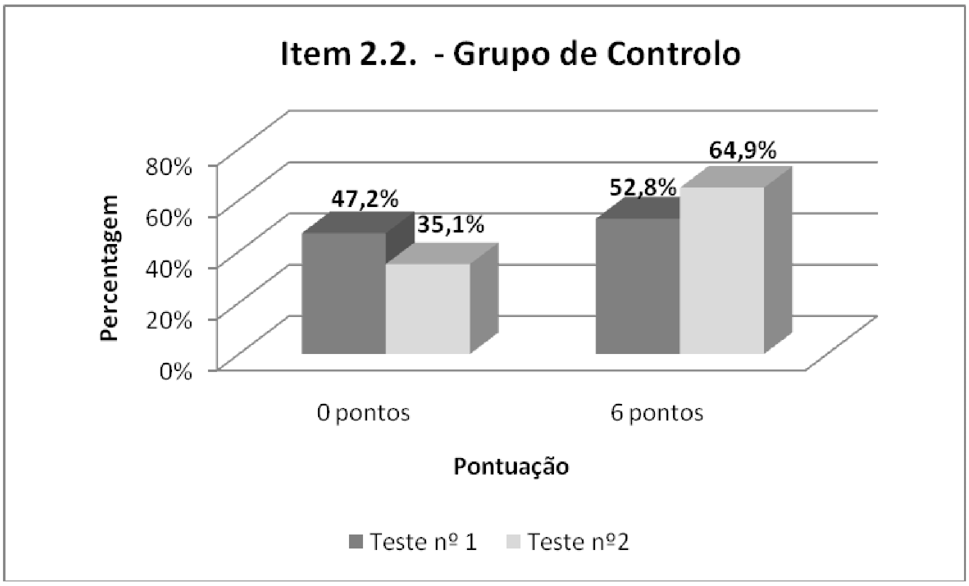


Gráfico 19: Percentagem das cotações atribuídas, aos alunos do grupo de controlo, no item 2.2. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

Através da análise destes gráficos, podemos verificar que os resultados obtidos em cada grupo considerado foram muito idênticos no primeiro momento de avaliação. Apesar de, no teste n.º 2, os alunos dos dois grupos terem obtido mais respostas correctas, constatamos que esse aumento foi muito maior nos alunos do Grupo de Trabalho. Para além disso, é evidente uma grande diferença nos resultados obtidos neste item, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, nos alunos do Grupo de Trabalho (passou-se de 52,8% de respostas correctas para 92,2%).

2.2.3.2. Análise dos erros cometidos pelos alunos

Também no item 2.2. do teste de avaliação aplicado foi cotado em 0 ou 6 pontos, pelo facto de ser uma questão de escolha múltipla, não tendo, deste modo, pontuações intermédias.

No entanto é de referir que para as questões cotadas com 0 pontos, foi atribuído um tipo de erro. Neste item, os erros foram classificados em três tipos. Resumidamente, o erro tipo A foi atribuído quando um aluno respondeu *A área da figura é menor do que 4u.a.* (o aluno não reconheceu que duas meias quadrículas formam uma quadrícula); o erro tipo B, quando um aluno respondeu *A área da figura é igual a 8u.a.* ou *A área da* *figura é maior do que 8u.a.* (o aluno confundiu a noção de área com a de perímetro) e o erro tipo C, quando um aluno não respondeu a este item.

Nas tabelas 55 e 56 podemos ver a percentagem de respostas erradas, de acordo com o erro cometido neste item:

			Teste n.º 1				
			A	**B**	**C**	**não errou**	**Total**
Item 2.2.	0	Count	22	83	24	0	129
		% of Total	7,9%	29,9%	8,6%	,0%	46,4%
	6	Count	0	0	0	149	149
		% of Total	,0%	,0%	,0%	53,6%	53,6%
Total		Count	22	83	24	149	278
		% of Total	7,9%	29,9%	8,6%	53,6%	100,0%

Tabela 55: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 2.2. do teste n.º 1 por erro cometido.

			Teste n.º 2				
			A	**B**	**C**	**não errou**	**Total**
Item 2.2.	0	Count	17	46	9	0	72
		% of Total	6,4%	17,4%	3,4%	,0%	27,2%
	6	Count	0	0	0	193	193
		% of Total	,0%	,0%	,0%	72,8%	72,8%
Total		Count	17	46	9	193	265
		% of Total	6,4%	17,4%	3,4%	72,8%	100,0%

Tabela 56: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 2.2. do teste n.º 2 por erro cometido.

No teste n.º 1, 129 alunos em 278 tiveram cotação 0 pontos e 149 alunos a pontuação máxima, 6 pontos. Dos alunos que tiveram 0 pontos, 7,9% cometeram o erro tipo A, 29,9%, o erro tipo B e 8,6%, o erro tipo C.

No teste n.º 2, 72 alunos em 265 tiveram cotação 0 pontos e 193 alunos a pontuação máxima, 6 pontos. Dos alunos que tiveram 0 pontos, 6,4% cometeram o erro tipo A; 17,4%, o erro tipo B e 3,4%, o erro tipo C.

De modo global, responderam erradamente ao item 2.2. 46,4% dos 278 alunos que realizaram o teste n.º 1 e 27,2% dos 265 alunos que realizaram o teste n.º 2. Nas tabelas 57 e 59 podemos ver as percentagens de respostas erradas, de acordo com o tipo de erro cometido, para cada um dos grupos considerados.

			Erro cometido no item 2.2. do Teste n.º 1				**Total**
			A	**B**	**C**	**não errou**	
Grupo	GTrabalho	Count	9	23	4	45	81
		% within Grupo	11,1%	28,4%	4,9%	55,6%	100,0%
		% of Total	3,2%	8,3%	1,4%	16,2%	29,1%
	GControlo	Count	13	60	20	104	197
		% within Grupo	6,6%	30,5%	10,2%	52,8%	100,0%
		% of Total	4,7%	21,6%	7,2%	37,4%	70,9%
Total		Count	22	83	24	149	278
		% within Grupo	7,9%	29,9%	8,6%	53,6%	100,0%
		% of Total	7,9%	29,9%	8,6%	53,6%	100,0%

Tabela 57: Tabela de contingência – erro cometido no item 2.2. do teste n.º 1 por grupo.

No teste n.º 1, responderam erradamente ao item 2.2., 36 alunos do Grupo de Trabalho (44,4% dos alunos deste grupo) e 93 alunos do Grupo de Controlo, (47,2% dos alunos deste grupo).

No Grupo de Trabalho, responderam erradamente: 11,1% dos alunos que cometeram o erro tipo A; 28,4%, o erro tipo B e 4,9%, o erro tipo C. No Grupo de Controlo, responderam erradamente: 6,6% dos alunos que cometeram o erro tipo A, 30,5%, o erro tipo B e 10,2%, o erro tipo C.

De modo global, 46,4% dos 278 alunos responderam erradamente no item 2.2.: 7,9% cometeram o erro tipo A, 29,9%, o erro tipo B e 8,6% ,o erro tipo C.

De seguida, fomos averiguar se estas duas variáveis são ou não independentes.

Para tal, recorremos, novamente, ao teste de independência do Qui-quadrado de Pearson, para um intervalo de confiança de 95%, pelo que o nível crítico ou de significância foi de 5%.

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	**3,448**[a]	3	**,328**
Likelihood Ratio	3,564	3	,313
Linear-by-Linear Association	,043	1	,836
N of Valid Cases	278		

a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 6,41.

Tabela 58: Valor do teste do Qui-quadrado para as variáveis erro cometido no item 2.2. do teste n.º 1 e grupo.

Observando a tabela do teste do Qui-quadrado, verificamos que o valor do teste é de 3,448 e o nível de significância é de 0,328, superior a 0,05, pelo que não se rejeita a hipótese nula, ou seja, as variáveis *grupo* e *erro cometido no item 2.2.* são independentes no teste n.º 1.

Analisamos, de seguida, os erros cometidos no item 2.2. no teste n.º 2.

			Erro cometido no item 2.2. do Teste n.º 2				**Total**
			A	**B**	**C**	**não errou**	
Grupo	GTrabalho	Count	0	5	1	71	77
		% within Grupo	,0%	6,5%	1,3%	92,2%	100,0%
		% of Total	,0%	1,9%	,4%	26,8%	29,1%
	GControlo	Count	17	41	8	122	188
		% within Grupo	9,0%	21,8%	4,3%	64,9%	100,0%
		% of Total	6,4%	15,5%	3,0%	46,0%	70,9%
Total		Count	17	46	9	193	265
		% within Grupo	6,4%	17,4%	3,4%	72,8%	100,0%
		% of Total	6,4%	17,4%	3,4%	72,8%	100,0%

Tabela 59: Tabela de contingência – erro cometido no item 2.2. do teste n.º 2 por grupo.

No teste n.º 2, responderam erradamente ao item 2.2., 23 alunos do Grupo de Trabalho (7,8% dos alunos deste grupo) e 72 alunos do Grupo de Controlo, (35,1% dos alunos deste grupo).

No Grupo de Trabalho, responderam erradamente: 6,5% dos alunos que cometeram o erro tipo B e 1,3%, o erro tipo C.

No Grupo de Controlo, responderam erradamente: 9,1% dos alunos que cometeram o erro tipo A, 21,8%, o erro tipo B e 4,3%, o erro tipo C.

De modo global, 27,2% dos 265 alunos responderam erradamente no item 2.2.: 6,4% cometeram o erro tipo A, 17,4%, o erro tipo B e 3,4%, o erro tipo C.

De seguida, fomos averiguar se estas duas variáveis são ou não independentes, através do teste de independência do Qui-quadrado de Pearson.

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	**21,346**[a]	3	**,000**
Likelihood Ratio	27,585	3	,000
Linear-by-Linear Association	20,969	1	,000
N of Valid Cases	265		

a. 2 cells (25,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 2,62.

Tabela 60: Valor do teste do Qui-quadrado para as variáveis erro cometido no item 2.2. do teste n.º 2 e grupo.

Por observação da tabela 60, vemos que há duas categorias com frequências esperadas inferiores a 5, pelo que é violado um dos pressupostos da utilização deste teste.

Como não podemos aplicar o teste de Fisher, dado que a tabela não é 2×2, recorremos ao teste do Qui-quadrado por simulação de Monte Carlo.

Observando a tabela 61, vemos que o valor do teste é de 21,346 e o nível de significância $p < 0{,}05$, pelo que se rejeita a hipótese nula, ainda com maior confiança do que a resolução aproximada à distribuição do Qui-quadrado.

Assim, as variáveis *erro cometido no item 2.2. no teste n.º 2* e *grupo* são dependentes.

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Monte Carlo Sig. (2-sided)			Monte Carlo Sig. (1-sided)		
				Sig.	95% Confidence Interval		Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound		Lower Bound	Upper Bound
Pearson Chi-Square	**21,346[a]**	3	**,000**	**,000[b]**	,000	,000			
Likelihood Ratio	27,585	3	,000	,000[b]	,000	,000			
Fisher's Exact Test	23,322			,000[b]	,000	,000			
Linear-by-Linear Association	20,969[c]	1	,000	,000[b]	,000	,000	,000[b]	,000	,000
N of Valid Cases	265								

a. 2 cells (25,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 2,62.
b. Based on 10000 sampled tables with starting seed 92208573.
c. The standardized statistic is -4,579.

Tabela 61: Teste do Qui-quadrado de Monte Carlo- relação entre a variável erro cometido no item 1. do teste n.º 1 e a variável grupo.

Nos gráficos 20 e 21, podemos comparar, por grupo, a percentagem de cada tipo de erros cometidos no item 2.2. em cada um dos testes aplicados.

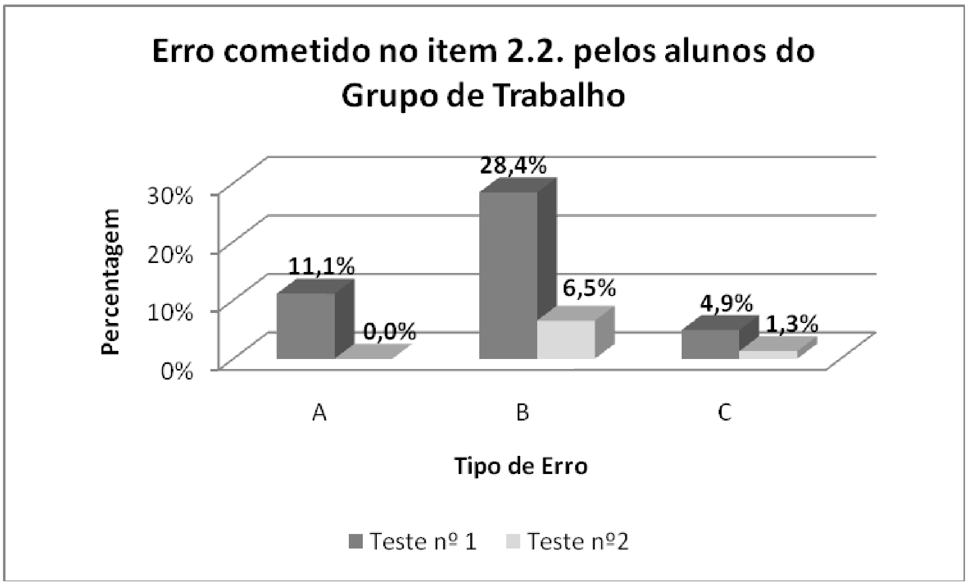


Gráfico 20: Percentagem do tipo de erro cometido, pelos alunos do grupo de trabalho, no item 2.2. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

No Grupo de Trabalho, houve um decréscimo acentuado na percentagem de respostas erradas do teste n.º 1 para o teste n.º 2: passou-se de 44,4% para 7,8%.

No teste n.º 1 e no teste n.º 2, o erro cometido com maior percentagem foi o erro tipo B, ou seja os alunos, confundiram as noções de perímetro e área. No entanto, houve uma diminuição deste tipo de erro do primeiro momento de avaliação para o segundo.

O erro cometido do tipo A foi apenas cometido no teste n.º 1 por este grupo, o que significa que os alunos do Grupo de Trabalho, do primerio momento de avaliação para o segundo, perceberam que duas meias quadrículas corresponde a uma quadrícula.

Para além disso, ainda podemos verificar pelo gráfico anterior que 4,9% dos alunos deste grupo não respondeu a este item no teste n.º 1 e que, no teste n.º 2, esta percentagem diminui para 1,3%.

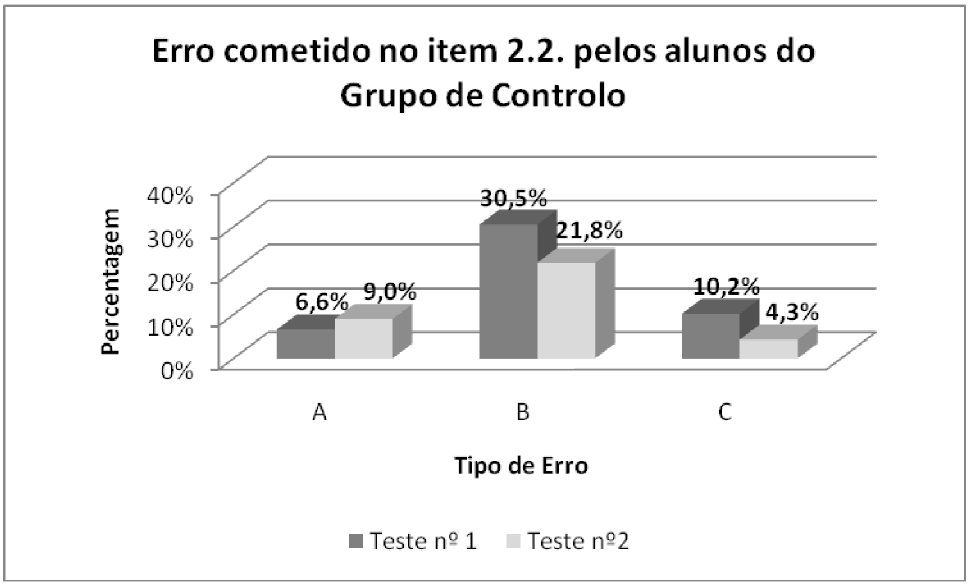


Gráfico 21: Percentagem do tipo de erro cometido, pelos alunos do grupo de controlo, no item 2.2. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

No Grupo de Controlo, houve um decréscimo na percentagem de respostas erradas do teste n.º 1 para o teste n.º 2: passou-se de 47,2% para 35,1%.

No teste n.º 1 e no teste n.º 2, o erro cometido com maior percentagem foi o erro tipo B, tal como no Grupo de Trabalho, ou seja os alunos, confundiram as noções de perímetro e área. No entanto, houve uma diminuição deste tipo de erro do primeiro momento de avaliação para o segundo.

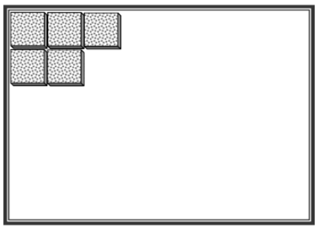
Podemos, ainda, verificar pelo gráfico 21 que 10,2% dos alunos deste grupo não respondeu a este item no teste n.º 1 e, no teste n.º 2, esta percentagem diminui para 4,3%.

Em relação ao erro cometido do tipo A, constatamos que houve um aumento do teste n.º 1 para o teste n.º 2, o que significa que os alunos do Grupo de Controlo pioraram neste item, mostrando que, no teste n.º 2, mais alunos não reconheceram que duas meias quadrículas corresponde a uma quadrícula.

Como este item é de escolha múltipla não foram recolhidas exemplos de resposta.

2.2.4. Item 3.

O item 3. foi cotado em 16%. Como podemos ver pelos critérios de correcção, neste item poderíamos atribuir 0, 3, 5, 8, 15 ou 16 pontos, mediante o erro cometido pelo aluno em causa. O enunciado do item 3. é:

> O António está a colocar fatias de pão num tabuleiro, em filas, como mostra a figura.
>
> 
>
> O interior do tabuleiro é um rectângulo com 42 cm de comprimento e 33 cm de largura. As fatias são todas do mesmo tamanho e a sua base tem a forma de um quadrado com 5 cm de lado.
> No final, todas as filas vão ter o mesmo número de fatias inteiras.
> Qual é o número máximo de fatias inteiras de pão que o António vai conseguir colocar no tabuleiro, sem as sobrepor?

2.2.4.1. Análise das pontuações obtidas pelos alunos

Nas tabelas 62 e 63 apresentamos os resultados obtidos:

Item 3. do Teste n.º 1

			Item 3.						Total
			0	3	5	8	15	16	
Grupo	GTrabalho	Count	52	5	12	1	0	11	81
		% within Grupo	64,2%	6,2%	14,8%	1,2%	,0%	13,6%	100,0%
		% of Total	18,7%	1,8%	4,3%	,4%	,0%	4,0%	29,1%
	GControlo	Count	148	5	21	1	1	21	197
		% within Grupo	75,1%	2,5%	10,7%	,5%	,5%	10,7%	100,0%
		% of Total	53,2%	1,8%	7,6%	,4%	,4%	7,6%	70,9%
Total		Count	200	10	33	2	1	32	278
		% within Grupo	71,9%	3,6%	11,9%	,7%	,4%	11,5%	100,0%
		% of Total	71,9%	3,6%	11,9%	,7%	,4%	11,5%	100,0%

Tabela 62: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 3. do teste n.º 1 por grupo.

Item 3. do Teste n.º 2

			Item 3.						Total
			0	3	5	8	15	16	
Grupo	GTrabalho	Count	14	0	13	19	2	29	77
		% within Grupo	18,2%	,0%	16,9%	24,7%	2,6%	37,7%	100,0%
		% of Total	5,3%	,0%	4,9%	7,2%	,8%	10,9%	29,1%
	GControlo	Count	119	2	34	3	0	30	188
		% within Grupo	63,3%	1,1%	18,1%	1,6%	,0%	16,0%	100,0%
		% of Total	44,9%	,8%	12,8%	1,1%	,0%	11,3%	70,9%
Total		Count	133	2	47	22	2	59	265
		% within Grupo	50,2%	,8%	17,7%	8,3%	,8%	22,3%	100,0%
		% of Total	50,2%	,8%	17,7%	8,3%	,8%	22,3%	100,0%

Tabela 63: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 3. do teste n.º 2 por grupo.

Como podemos verificar pelas tabelas 62 e 63, os alunos do Grupo de Trabalho melhoraram os seus resultados neste item, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, dado que de 13,6% de respostas correctas, correspondente a 11 respostas correctas em 81 recolhidas, passou-se para 37,7%, correspondente a 29 respostas correctas em 77 recolhidas. Para além disso, o número de respostas totalmente erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, diminui.

No teste n.º 1, 64,2% (52 alunos em 81) dos alunos do Grupo de Trabalho tiveram zero pontos, enquanto no teste n.º 2 essa percentagem foi apenas de 18,2% (14 alunos em 77).

Pelas tabelas anteriores, constatamos que os alunos do Grupo de Controlo melhoraram ligeiramente, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, neste item: passou-se de 10,7% de respostas correctas, correspondente a 21 respostas correctas em 197 respostas recolhidas, para 16%, correspondente a 30 respostas correctas em 188 recolhidas.

O número de respostas totalmente erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, também diminui ligeiramente: no teste n.º 1, 75,1% (148 alunos em 197) dos alunos do Grupo de Controlo tiveram zero pontos, enquanto no teste n.º 2 essa percentagem foi de 63,3% (119 alunos em 188).

De modo global, constatamos que dos 278 alunos que realizaram o teste n.º 1, 32 responderam correctamente a este item, e 59 alunos em 265 responderam correctamente no teste n.º 2.

Assim, em termos percentuais, podemos constatar que, no teste n.º 1, os resultados obtidos foram idênticos nos dois grupos de alunos considerados, mas, no teste n.º 2, os alunos do Grupo de Trabalho tiveram melhores resultados.

Nos gráficos 22 e 23, podemos comparar, por grupo, os resultados obtidos nos dois testes aplicados.

Através da análise desses gráficos, podemos verificar que os resultados obtidos em cada grupo considerado foram semelhantes no primeiro momento de avaliação.

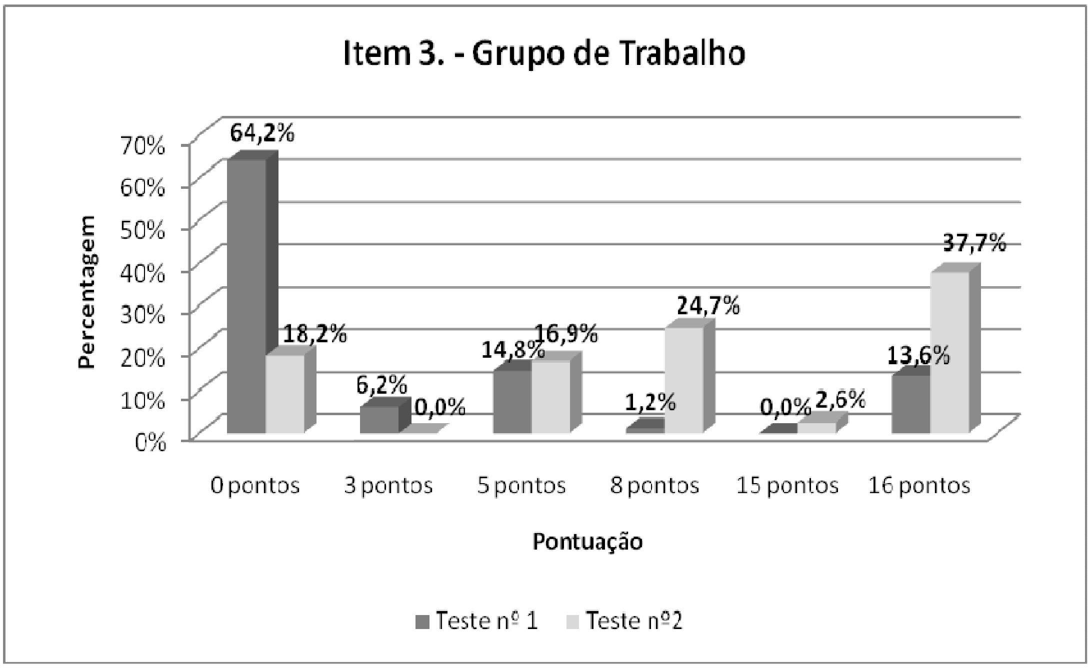


Gráfico 22: Percentagem das cotações atribuídas, aos alunos do grupo de trabalho, no item 3. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

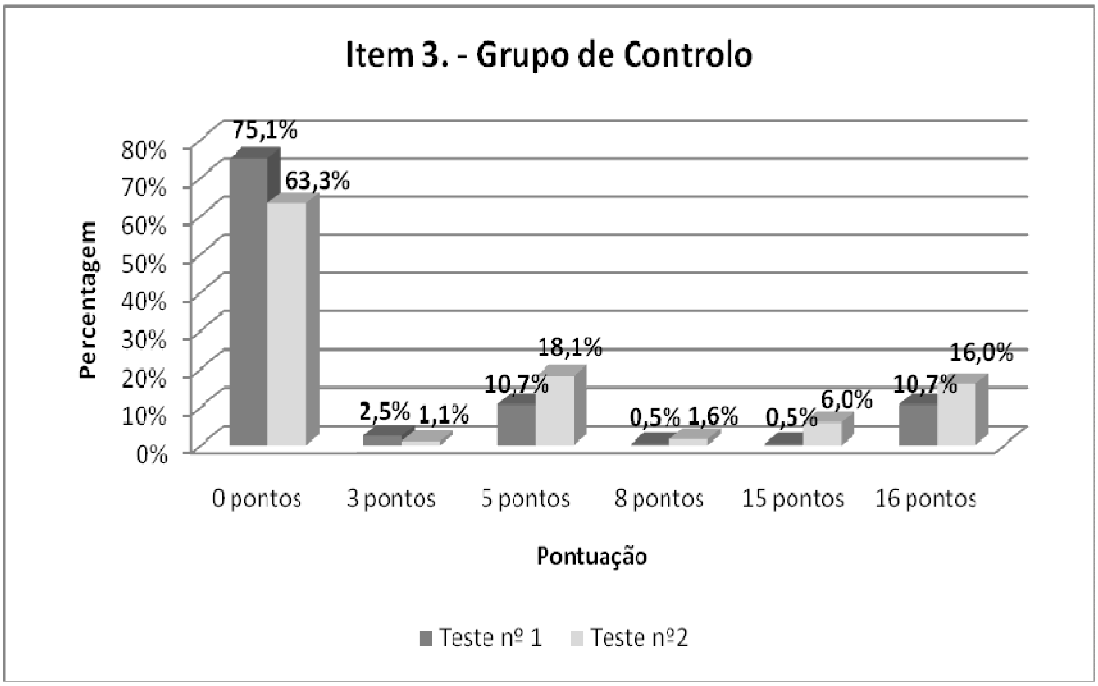


Gráfico 23: Percentagem das cotações atribuídas, aos alunos do grupo de controlo, no item 3. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

No entanto, no teste n.º 2, os alunos do Grupo de Trabalho alcançaram um maior número de respostas correctas e de cotações intermédias, pelo que existiu uma acentuada descida no número de respostas cotadas com 0 pontos.

No teste n.º 2 do Grupo de Controlo, apesar do número de respostas cotadas com 0 pontos ter diminuído, esse decréscimo não foi tão acentuado como no Grupo de Trabalho. Para além disso, a percentagem de respostas correctas, cotadas com 16 pontos, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, no Grupo de Controlo também aumentou, mas não foi um aumento tão acentuado como no Grupo de Trabalho.

2.2.4.2. Análise dos erros cometidos pelos alunos

Como as respostas foram cotadas atendendo ao tipo de erro cometido, fazemos, agora, uma análise dos erros cometidos pelos alunos no item 3..

Como vimos, o item 3. do teste de avaliação aplicado foi cotado em 0, 3, 5, 8, 15 ou 16 pontos, pelo que a uma resposta totalmente correcta foi atribuído 16 pontos. Logo as respostas erradas foram classificadas com 0, 3, 5, 8 ou 15 pontos para as respostas quase correctas, atendendo ao tipo de erro cometido, descritos nos critérios de correcção do referido teste.

Resumidamente, o erro tipo A foi atribuído quando um aluno respondeu correctamente, sem apresentar uma explicação adequada, ou sem apresentar uma explicação; o erro tipo B foi atribuído quando um aluno apresentou uma estratégia apropriada e completa de resolução do problema, mas comete um pequeno erro de cálculo e respondeu de acordo com o erro cometido; o erro tipo C foi atribuído quando um aluno respondeu erradamente, mas revela ter presente a noção de área; o erro tipo D foi atribuído quando um aluno não respondeu a este item e, finalmente, o erro tipo E foi atribuído quando um aluno apresentou outra resposta errada, não descrita anteriormente.

Nas tabelas 64 e 65 podemos ver a percentagem de respostas erradas, de acordo com a cotação atribuída neste item:

			Teste n.º 1						
			A	B	C	D	E	não errou	Total
Item 3.	0	Count	0	0	0	54	146	0	200
		% of Total	,0%	,0%	,0%	19,4%	52,5%	,0%	71,9%
	3	Count	10	0	0	0	0	0	10
		% of Total	3,6%	,0%	,0%	,0%	,0%	,0%	3,6%
	5	Count	0	0	33	0	0	0	33
		% of Total	,0%	,0%	11,9%	,0%	,0%	,0%	11,9%
	8	Count	0	0	2	0	0	0	2
		% of Total	,0%	,0%	,7%	,0%	,0%	,0%	,7%
	15	Count	0	1	0	0	0	0	1
		% of Total	,0%	,4%	,0%	,0%	,0%	,0%	,4%
	16	Count	0	0	0	0	0	32	32
		% of Total	,0%	,0%	,0%	,0%	,0%	11,5%	11,5%
Total		Count	10	1	35	54	146	32	278
		% of Total	3,6%	,4%	12,6%	19,4%	52,5%	11,5%	100,0%

Tabela 64: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 3. do teste n.º 1 por erro cometido.

No teste n.º 1, 200 alunos tiveram cotação 0 pontos, 10 alunos, 3 pontos, 33 alunos, 5 pontos, 2 alunos, 8 pontos, 1 aluno, 15 pontos e 32 alunos responderam correctamente, pelo que lhes foram atribuídos 16 pontos.

Dos alunos que tiveram 0 pontos, 19,4% cometeram o erro tipo D e 52,5%, o erro tipo E. Dos alunos que tiveram 3 pontos, 3,6% cometeram o erro tipo A. Dos alunos que tiveram 5 pontos, 11,9% cometeram o erro tipo C. Dos alunos que tiveram 8 pontos, 0,7% cometeram o erro tipo C. Dos alunos que tiveram 15 pontos, 0,4% cometeram o erro tipo B.

No teste n.º 2, como podemos ver na tabela 65, 133 alunos tiveram cotação 0 pontos, 2 alunos, 3 pontos, 47 alunos, 5 pontos, 22 alunos, 8 pontos, 2 alunos, 15 pontos e 59 alunos responderam correctamente, pelo que lhes foram atribuídos 16 pontos.

Dos alunos que tiveram 0 pontos, 12,5% cometeram o erro tipo D e 37,7%, o erro tipo E. Dos alunos que tiveram 3 pontos, 0,8% cometeram o erro tipo A. Dos alunos que tiveram 5 pontos, 17,7% cometeram o erro tipo C. Dos alunos que tiveram 15 pontos, 0,8% cometeram o erro tipo B.

De modo global, responderam erradamente ao item 3., 88,5% dos 278 alunos que realizaram o teste n.º 1 e 77,7% dos 265 alunos que realizaram o teste n.º 2.

			Teste n.º 2						
			A	**B**	**C**	**D**	**E**	**não errou**	**Total**
Item 3.	0	Count	0	0	0	33	100	0	133
		% of Total	,0%	,0%	,0%	12,5%	37,7%	,0%	50,2%
	3	Count	2	0	0	0	0	0	2
		% of Total	,8%	,0%	,0%	,0%	,0%	,0%	,8%
	5	Count	0	0	47	0	0	0	47
		% of Total	,0%	,0%	17,7%	,0%	,0%	,0%	17,7%
	8	Count	0	0	22	0	0	0	22
		% of Total	,0%	,0%	8,3%	,0%	,0%	,0%	8,3%
	15	Count	0	2	0	0	0	0	2
		% of Total	,0%	,8%	,0%	,0%	,0%	,0%	,8%
	16	Count	0	0	0	0	0	59	59
		% of Total	,0%	,0%	,0%	,0%	,0%	22,3%	22,3%
Total		Count	2	2	69	33	100	59	265
		% of Total	,8%	,8%	26,0%	12,5%	37,7%	22,3%	100,0%

Tabela 65: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 3. do teste n.º 2 por erro cometido.

Nas tabelas 66 e 69 podemos ver as percentagens de respostas erradas, de acordo com o tipo de erro cometido, nos dois momentos de avaliação, para cada um dos grupos considerados.

Por observação da tabela 66, vemos que no teste n.º 1, responderam erradamente ao item 3., 18 alunos do Grupo de Trabalho (22,2% dos alunos deste grupo) e 48 alunos do Grupo de Controlo, (24,4% dos alunos deste grupo). No Grupo de Trabalho, responderam erradamente: 11,1% dos alunos que cometeram o erro tipo A 1,2%, o erro tipo C e 9,9%, o erro tipo E. No Grupo de Controlo, responderam erradamente: 10,2% dos alunos que cometeram o erro tipo A; 1,0%, o erro tipo B; 0,5%, o erro tipo C; 2,5%, o erro tipo D e 10,2%, o erro tipo E.

De modo global, 88,5% dos 278 alunos responderam erradamente no item 3.: 3,6% cometeram o erro tipo Ac 0,4%, o erro tipo B; 12,6%, o erro tipo C; 19,4%, o erro tipo D e 52,5%, o erro tipo E.

			Erro cometido no item 3. do Teste n.º 1						**Total**
			A	**B**	**C**	**D**	**E**	**não errou**	
Grupo	GTrabalho	Count	5	0	13	7	45	11	81
		% within Grupo	6,2%	,0%	16,0%	8,6%	55,6%	13,6%	100,0%
		% of Total	1,8%	,0%	4,7%	2,5%	16,2%	4,0%	29,1%
	GControlo	Count	5	1	22	47	101	21	197
		% within Grupo	2,5%	,5%	11,2%	23,9%	51,3%	10,7%	100,0%
		% of Total	1,8%	,4%	7,9%	16,9%	36,3%	7,6%	70,9%
Total		Count	10	1	35	54	146	32	278
		% within Grupo	3,6%	,4%	12,6%	19,4%	52,5%	11,5%	100,0%
		% of Total	3,6%	,4%	12,6%	19,4%	52,5%	11,5%	100,0%

Tabela 66: Tabela de contingência – erro cometido no item 3. do teste n.º 1 por grupo.

De seguida, fomos averiguar se estas duas variáveis são ou não independentes através da aplicação do teste de independência do Qui-quadrado de Pearson. Tal como na análise dos itens anteriores, consideramos um intervalo de confiança de 95%, pelo que o nível crítico ou de significância foi de 5%.

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	**11,074**[a]	5	**,050**
Likelihood Ratio	12,235	5	,032
Linear-by-Linear Association	,031	1	,860
N of Valid Cases	278		

a. 3 cells (25,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is ,29.

Tabela 67: Valor do teste do Qui-quadrado para as variáveis erro cometido no item 3. do teste n.º 1 e grupo.

Por observação da tabela 67 verificamos que há três categorias com frequências esperadas inferiores a 5, o que corresponde a 25% do número total de células, logo superior a 20%, pelo que se constata que é violado um dos pressupostos da utilização do teste do Qui-quadrado. Logo, o nível de significância obtido pode ser correcto ou enganador. Como só podemos aplicar o teste de Fisher numa tabela 2×2, temos que recorrer ao teste do Qui-quadrado por simulação de Monte Carlo.

Recorrendo ao programa *PASW*, obtivemos a tabela 68. Nela verificamos que o valor do teste é de 11,074 e o valor do nível de significância é $p = 0{,}040 < 0{,}05$, pelo que se rejeita a hipótese nula, ainda com maior confiança do que a resolução aproximada à distribuição do Qui-quadrado. Assim, as variáveis *erro cometido no item 3. no teste n.º 1* e *grupo* são dependentes.

Teste do Qui-quadrado

				Monte Carlo Sig. (2-sided)			Monte Carlo Sig. (1-sided)		
					95% Confidence Interval			95% Confidence Interval	
	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Sig.	Lower Bound	Upper Bound	Sig.	Lower Bound	Upper Bound
Pearson Chi-Square	**11,074**[a]	5	**,050**	**,040**[b]	,036	,044			
Likelihood Ratio	12,235	5	,032	,032[b]	,029	,036			
Fisher's Exact Test	11,915			,023[b]	,020	,026			
Linear-by-Linear Association	,031[c]	1	,860	,879[b]	,873	,886	,443[b]	,433	,453
N of Valid Cases	278								

a. 3 cells (25,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is ,29.
b. Based on 10000 sampled tables with starting seed 2000000.
c. The standardized statistic is -,176.

Tabela 68: Teste do Qui-quadrado de Monte Carlo- relação entre a variável erro cometido no item 3. do teste n.º 1 e a variável grupo.

Analisamos, de seguida, os erros cometidos no item 3. no teste n.º 2.

Neste teste, responderam erradamente ao item 3., 50 alunos do Grupo de Trabalho (62,3% dos alunos deste grupo) e 59 alunos do Grupo de Controlo, (77,7% dos alunos deste grupo).

No Grupo de Trabalho, responderam erradamente: 2,6% dos alunos que cometeram o erro tipo B; 41,6%, o erro tipo C; 6,5%, o erro tipo D e 11,7%, o erro tipo E.

No Grupo de Controlo, responderam erradamente: 1,9% dos alunos que cometeram o erro tipo A; 19,7%, o erro tipo C; 14,9%, o erro tipo D e 48,4%, o erro tipo E.

			Erro cometido no item 3. do Teste n.º 2						
			A	**B**	**C**	**D**	**E**	**não errou**	**Total**
Grupo	GTrabalho	Count	0	2	32	5	9	29	77
		% within Grupo	,0%	2,6%	41,6%	6,5%	11,7%	37,7%	100,0%
		% of Total	,0%	,8%	12,1%	1,9%	3,4%	10,9%	29,1%
	GControlo	Count	2	0	37	28	91	30	188
		% within Grupo	1,1%	,0%	19,7%	14,9%	48,4%	16,0%	100,0%
		% of Total	,8%	,0%	14,0%	10,6%	34,3%	11,3%	70,9%
Total		Count	2	2	69	33	100	59	265
		% within Grupo	,8%	,8%	26,0%	12,5%	37,7%	22,3%	100,0%
		% of Total	,8%	,8%	26,0%	12,5%	37,7%	22,3%	100,0%

Tabela 69: Tabela de contingência – erro cometido no item 3. do teste n.º 2 por grupo.

De modo global, 77,7% dos 265 alunos responderam erradamente no item 3.: 0,8% cometeram o erro tipo A; 0,8%, o erro tipo B; 26%, o erro tipo C; 12,5%, o erro tipo D e 37,7%, o erro tipo E.

De seguida, fomos averiguar se estas duas variáveis são ou não independentes, através da aplicação do teste de independência do Qui-quadrado de Pearson.

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	**49,912[a]**	5	**,000**
Likelihood Ratio	53,763	5	,000
Linear-by-Linear Association	2,562	1	,109
N of Valid Cases	265		

a. 4 cells (33,3%) have expected count less than 5. The minimum expected count is ,58.

Tabela 70: Valor do teste do Qui-quadrado para as variáveis erro cometido no item 3. do teste n.º 2 e grupo.

Observando a tabela do teste do Qui-quadrado, verificamos que há quatro categorias com frequências esperadas inferiores a 5, o que viola um dos pressupostos da utilização deste teste (33,3% > 20%). Como a tabela 68 não é uma tabela 2×2, não podemos aplicar o teste de Fisher, logo temos que recorrer ao teste do Qui-quadrado por simulação de Monte Carlo.

Recorrendo ao programa *PASW*, obtivemos a tabela 71:

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Monte Carlo Sig. (2-sided)			Monte Carlo Sig. (1-sided)		
				Sig.	95% Confidence Interval		Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound		Lower Bound	Upper Bound
Pearson Chi-Square	**49,912[a]**	5	**,000**	**,000[b]**	,000	,000			
Likelihood Ratio	53,763	5	,000	,000[b]	,000	,000			
Fisher's Exact Test	50,911			,000[b]	,000	,000			
Linear-by-Linear Association	2,562[c]	1	,109	,113[b]	,106	,119	,059[b]	,054	,064
N of Valid Cases	265								

a. 4 cells (33,3%) have expected count less than 5. The minimum expected count is ,58.
b. Based on 10000 sampled tables with starting seed 624387341.
c. The standardized statistic is -1,601.

Tabela 71: Teste do Qui-quadrado de Monte Carlo- relação entre a variável erro cometido no item 3. do teste n.º 2 e a variável grupo.

Por observação da tabela anterior, o valor do teste é de 49,912 e o valor do nível de significância é de $p < 0{,}05$, pelo que se rejeita a hipótese nula, ainda com maior confiança do que a resolução aproximada à distribuição do Qui-quadrado. Assim, as variáveis *erro cometido no item 3. no teste n.º 2* e *grupo* são dependentes.

Nos gráficos 24 e 25 podemos comparar, por grupo, a percentagem de cada tipo de erros cometidos no item 3. em cada um dos testes aplicados.

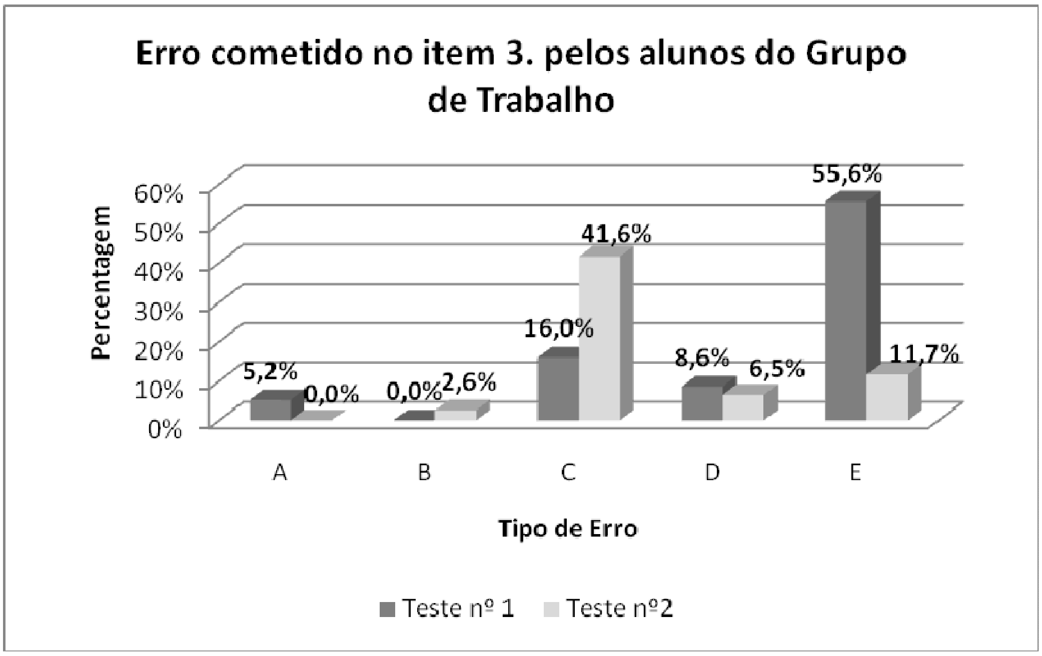


Gráfico 24: Percentagem do tipo de erro cometido, pelos alunos do grupo de trabalho, no item 3. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

No Grupo de Trabalho, houve um decréscimo na percentagem de respostas erradas do teste n.º 1 para o teste n.º 2: passou-se de 86,4% para 62,3%.

Pela análise do gráfico, verificamos que o erro cometido, no teste n.º 1, com maior percentagem foi o erro tipo E, ou seja, 55,6% dos alunos apresentaram uma resposta errada não prevista nos critérios de correcção do teste. No teste n.º 2, constatamos que a percentagem do erro cometido tipo E (11,7%), diminui muito, do teste n.º 1 para o teste n.º 2.

No teste n.º 1, houve também uma percentagem considerável do erro tipo C, 16%, o que significa que esses alunos não reconheceram a necessidade de recorrer à noção de área. No teste n.º 2, o erro cometido com maior percentagem foi o erro tipo C, ou seja, mais alunos tiveram presente a noção de área, apesar de apresentarem uma resposta errada. Para além disso, ainda podemos constatar que 8,6% dos alunos do Grupo de Trabalho não respondeu a este item no teste n.º 1, mas esta percentagem diminui para 6,5% no teste n.º 2 (erro tipo D).

Relativamente ao erro cometido do tipo A, constamos que no primeiro momento de avaliação 6,2% respondeu correctamente mas não apresentou justificação ou esta não foi adequada. No teste n.º 2, nenhum aluno deste Grupo cometeu este tipo de erro.

Em relação ao erro cometido tipo B, reconhecemos que nenhum aluno o cometeu no teste n.º 1, mas 2,6% dos alunos, no teste n.º 2, apresentaram uma estratégia apropriada e completa de resolução mas cometeram um pequeno erro de cálculo e responderam de acordo com esse erro.

De seguida, analisamos um gráfico idêntico ao anterior, mas para os alunos do Grupo de Controlo (ver gráfico 25).

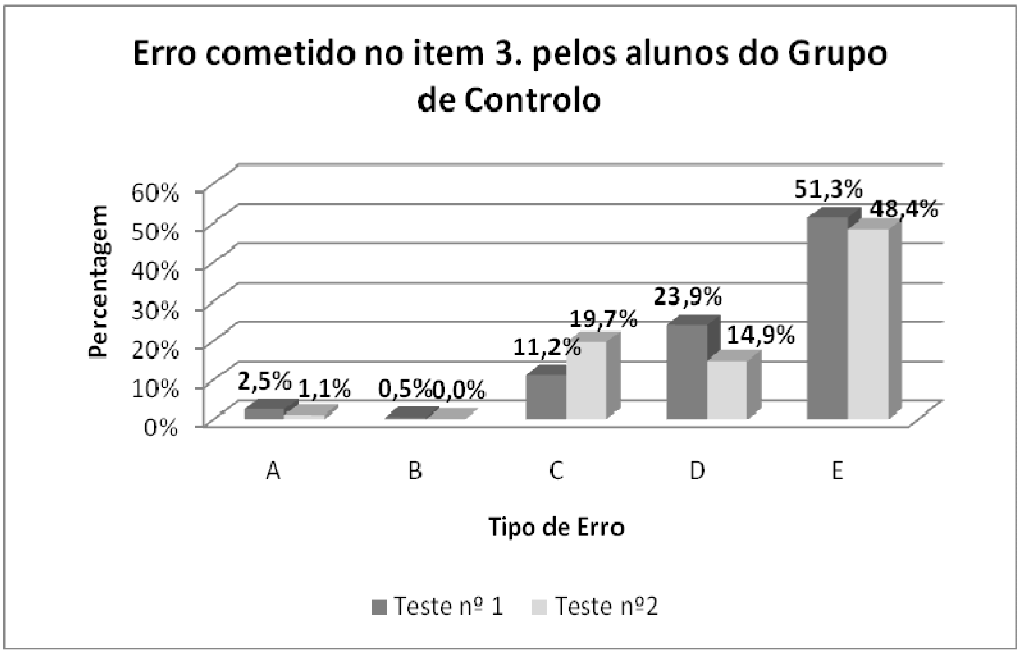


Gráfico 25: Percentagem do tipo de erro cometido, pelos alunos do grupo de controlo, no item 3. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

No Grupo de Controlo, houve um ligeiro decréscimo na percentagem de respostas erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2: passou-se de 89,3% para 84%.

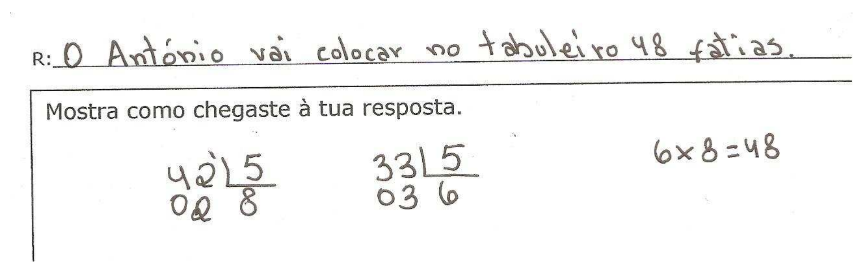
Pela análise do gráfico 25, verificamos que o erro cometido com maior percentagem, nos dois momentos de avaliação, foi o erro tipo E, ou seja, a maioria dos alunos que erraram apresentaram uma resposta errada não prevista nos critérios de correcção do teste. Relativamente ao erro cometido do tipo D, constatamos que 23,9% dos alunos do Grupo de Controlo não responderam a este item no teste n.º 1 e no teste n.º 2 essa percentagem foi de 14,9%.

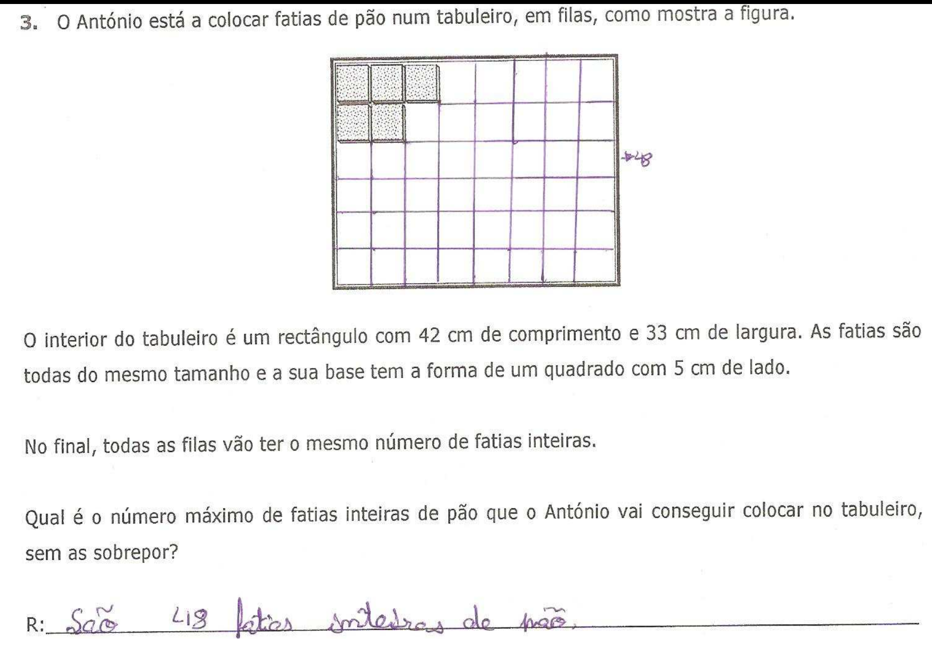
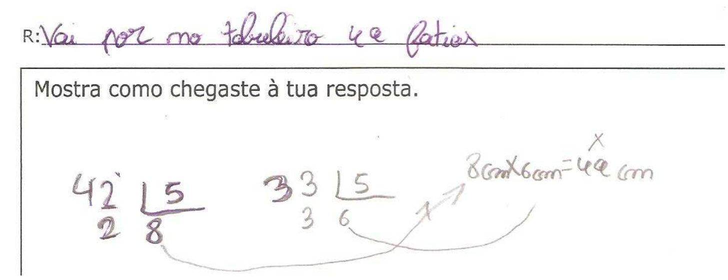
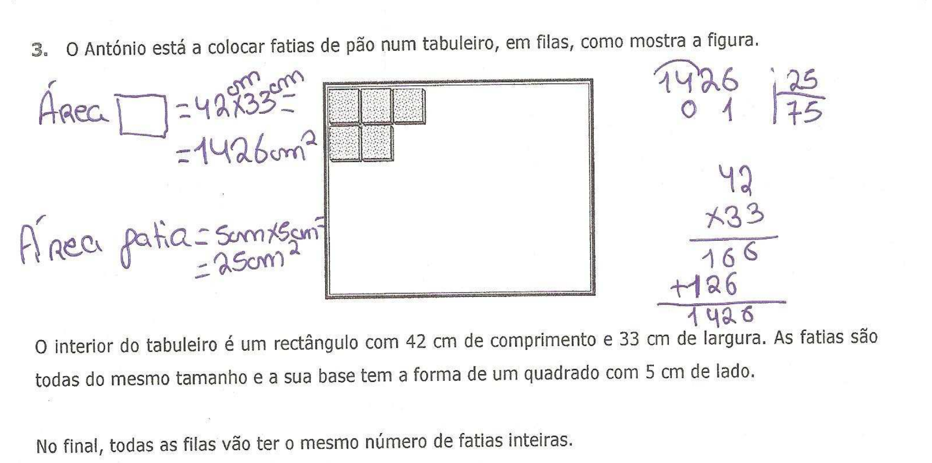
No que diz respeito ao erro cometido do tipo C, reconhecemos que houve um aumento no número de alunos do Grupo de Controlo a responderam ao item 3. erradamente, mas que apresentaram a noção de área. Relativamente ao erro cometido do tipo A, verificamos que no primeiro momento de avaliação 2,5% respondeu correctamente mas não apresentou justificação ou esta não foi adequada. No teste n.º 2, a percentagem do erro tipo A foi de 1,1%, pelo que diminui ligeiramente.

Em relação ao erro cometido tipo B, reconhecemos que nenhum aluno o cometeu no teste n.º 2, mas 0,5% dos alunos, no teste n.º 1, apresentaram uma estratégia apropriada e completa de resolução mas cometeram um pequeno erro de cálculo e responderam de acordo com esse erro.

2.2.4.3. Exemplos de respostas recolhidas

Na tabela 72 apresentamos alguns exemplos de respostas obtidas no item 3..

Cotação e tipo de erro atribuídos	**Exemplo de Resposta Avaliada**
16 pontos Resposta Correcta	 R: O António vai colocar no tabuleiro 48 fatias. Mostra como chegaste à tua resposta. 42 | 5 02 8 33 | 5 03 6 6×8=48 **Apf1(T2)**

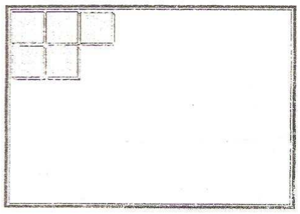
	 **3.** O António está a colocar fatias de pão num tabuleiro, em filas, como mostra a figura. O interior do tabuleiro é um rectângulo com 42 cm de comprimento e 33 cm de largura. As fatias são todas do mesmo tamanho e a sua base tem a forma de um quadrado com 5 cm de lado. No final, todas as filas vão ter o mesmo número de fatias inteiras. Qual é o número máximo de fatias inteiras de pão que o António vai conseguir colocar no tabuleiro, sem as sobrepor? R: São 48 fatias inteiras de pão. **Apc5(T2)**
15 pontos Erro tipo B	 R: Vai por no tabuleiro 48 fatias Mostra como chegaste à tua resposta. **Apd8 (T1)**
8 pontos Erro tipo C	 **3.** O António está a colocar fatias de pão num tabuleiro, em filas, como mostra a figura. O interior do tabuleiro é um rectângulo com 42 cm de comprimento e 33 cm de largura. As fatias são todas do mesmo tamanho e a sua base tem a forma de um quadrado com 5 cm de lado. No final, todas as filas vão ter o mesmo número de fatias inteiras.

	Qual é o número máximo de fatias inteiras de pão que o António vai conseguir colocar no tabuleiro, sem as sobrepor? R: E Vai conseguiR colocaR no tabuleiRo 75 fatias inteiRas Mostra como chegaste à tua resposta. Áre tabuleiRo = 42cm x 33cm = 1426 cm² ÁRea da fatia = 5cm x 5cm = 25 cm² 42 x 33: 126 + 126 = 1426 1426 : 25 = 75, resto 1 **Aph20 (T2)**
5 pontos Erro tipo C	R: O António vai conseguir colocar 55 fatias de pão Mostra como chegaste à tua resposta. 42cm x 33cm = 1386cm² 5 x 5 = 25cm² 1386 : 25 = 55, resto 11 **Apl13(T2)** R: Vai pôr 277 fatias de 5cm. Mostra como chegaste à tua resposta. 1386 : 5 = 277 42 x 33: 126 + 126 = 1386 cm² **Aph18(T2)**

<table>
<tr>
<td colspan="2">3pontos

Erro tipo A</td>
<td>

3. O António está a colocar fatias de pão num tabuleiro, em filas, como mostra a figura.



O interior do tabuleiro é um rectângulo com 42 cm de comprimento e 33 cm de largura. As fatias são todas do mesmo tamanho e a sua base tem a forma de um quadrado com 5 cm de lado.

No final, todas as filas vão ter o mesmo número de fatias inteiras.

Qual é o número máximo de fatias inteiras de pão que o António vai conseguir colocar no tabuleiro, sem as sobrepor?

R: Pão 48 fatias

Mostra como chegaste à tua resposta.

Amb4 (T1)
</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">0 pontos</td>
<td>Erro tipo D</td>
<td>Os alunos não responderam a este item.</td>
</tr>
<tr>
<td>Erro tipo E</td>
<td>

R: 75 cm

Mostra como chegaste à tua resposta.

42
+33
75

Aph5 (T2)

R: O número máximo de fatias inteiras de pão que o António vai conseguir colocar no tabuleiro é 75.

Mostra como chegaste à tua resposta.

42
+33
75

Apl8 (T2)
</td>
</tr>
</table>

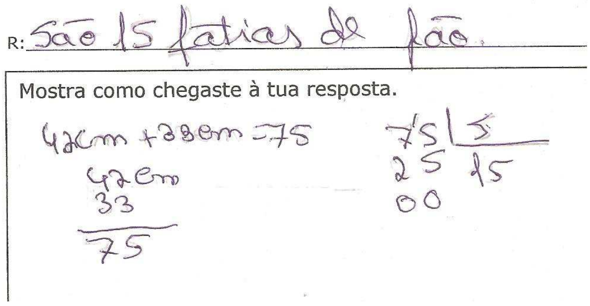
		 R: São 15 fatias de pão. Mostra como chegaste à tua resposta. 42cm + 33cm = 75 42cm 33 75 75 | 5 25 15 00 **Apl10 (T2)**

Tabela 72: Exemplos de respostas dadas pelos alunos da amostra em estudo no item 3..

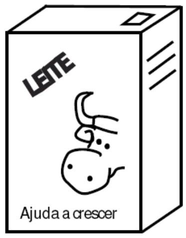
2.2.5. Item 4.

Como é uma questão de escolha múltipla, o item 4. foi cotado em 6% (tal como já foi explicado na análise dos itens 2.1 e 2.2). Assim, como podemos ver pelos critérios de correcção, neste item poderíamos atribuir apenas 0 ou 6 pontos.

O enunciado do item 4. é:

Ao lanche, cada criança, deve beber um pacote de leite. Que quantidade aproximada pode haver no pacote?

- ☐ 2 mililitros
- ☐ 20 mililitros
- ☐ 200 mililitros
- ☐ 20 000 mililitros



2.2.5.1. Análise das pontuações obtidas pelos alunos

Nas tabelas 73 e 74 apresentamos os resultados obtidos pelos alunos que fizeram parte deste estudo:

Item 4. do Teste n.º 1

			Item 4.		
			0	**6**	**Total**
Grupo	GTrabalho	Count	28	53	81
		% within Grupo	34,6%	65,4%	100,0%
		% of Total	10,1%	19,1%	29,1%
	GControlo	Count	69	128	197
		% within Grupo	35,0%	65,0%	100,0%
		% of Total	24,8%	46,0%	70,9%
Total		Count	97	181	278
		% within Grupo	34,9%	65,1%	100,0%
		% of Total	34,9%	65,1%	100,0%

Tabela 73: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 4. do teste n.º 1 por grupo.

Item 4. do Teste n.º 2

			Item 4.		
			0	**6**	**Total**
Grupo	GTrabalho	Count	10	67	77
		% within Grupo	13,0%	87,0%	100,0%
		% of Total	3,8%	25,3%	29,1%
	GControlo	Count	70	118	188
		% within Grupo	37,2%	62,8%	100,0%
		% of Total	26,4%	44,5%	70,9%
Total		Count	80	185	265
		% within Grupo	30,2%	69,8%	100,0%
		% of Total	30,2%	69,8%	100,0%

Tabela 74: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 4. do teste n.º 2 por grupo.

Como podemos verificar pelas tabelas 73 e 74, os alunos do Grupo de Trabalho melhoraram os seus resultados neste item, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, dado que de 65,4% de respostas correctas, correspondente a 53 respostas correctas em 81 recolhidas, passou-se para 87%, correspondente a 67 respostas correctas em 77 recolhidas. Assim o número de respostas erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, diminui. No teste n.º 1, 34,6% (28 alunos em 81) dos alunos do Grupo de Trabalho tiveram zero pontos, enquanto no teste n.º 2 essa percentagem foi apenas de 13% (10 alunos em 77).

Pelas tabelas anteriores, constatamos que os alunos do Grupo de Controlo pioraram ligeiramente, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, neste item: passou-se de 65% de respostas correctas, correspondente a 128 respostas correctas em 197 respostas recolhidas, para 62,8%, correspondente a 118 respostas correctas em 188 recolhidas. Assim, o número de respostas erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, aumentou ligeiramente. No teste n.º 1, 35% (69 alunos em 197) dos alunos do Grupo de Controlo tiveram zero pontos, enquanto no teste n.º 2 essa percentagem foi de 37,2% (70 alunos em 188).

De modo global, constatamos que dos 278 alunos que realizaram o teste n.º 1, 181 responderam correctamente a este item, e 185 alunos em 265 responderam correctamente no teste n.º 2.

Assim, em termos percentuais, podemos constatar que, no item 4. do teste n.º 1, os resultados obtidos foram idênticos nos dois grupos de alunos considerados, mas, no teste n.º 2, os alunos do Grupo de Trabalho tiveram melhores resultados.

Nos gráficos 26 e 27, podemos comparar, por grupo, os resultados obtidos nos dois testes aplicados.

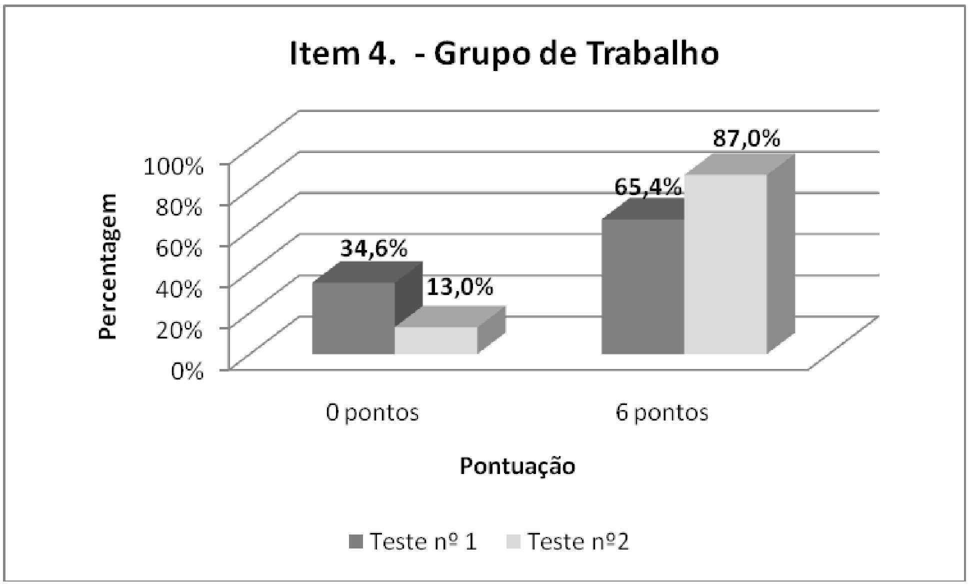


Gráfico 26: Percentagem das cotações atribuídas, aos alunos do grupo de trabalho, no item 4. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

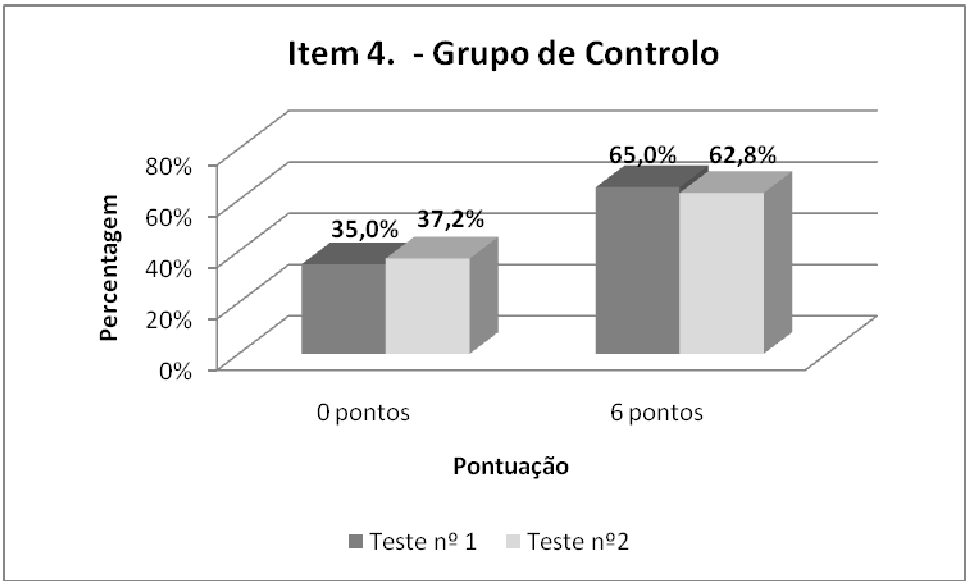


Gráfico 27: Percentagem das cotações atribuídas, aos alunos do grupo de controlo, no item 4. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

Através da análise destes gráficos, podemos verificar que os resultados obtidos em cada grupo considerado foram muito idênticos no primeiro momento de avaliação. No entanto, no teste n.º 2, os alunos do Grupo de Trabalho obtiveram resultados superiores aos do Grupo de Controlo.

No teste n.º 2, 87% dos alunos do Grupo de Trabalho responderam correctamente a este item, mas houve uma descida no número de respostas correctas neste item no Grupo de Controlo.

2.2.5.2. Análise dos erros cometidos pelos alunos

O item 4. do teste de avaliação aplicado foi cotado em 0 ou 6 pontos, pelo facto de ser uma questão de escolha múltipla, não tendo, deste modo, pontuações intermédias.

No entanto é de referir que, para as questões erradas, foi atribuído um tipo de erro. Neste item, os erros foram classificados em três tipos. Resumidamente, o erro tipo A foi atribuído quando um aluno respondeu *20 000 mililitros* ou *2 mililitros (*o aluno não mostrou ter a noção de volume/capacidade); o erro tipo B, quando um aluno respondeu *20 mililitros* (o aluno mostrou ter alguma noção de volume) e o erro tipo C, quando um aluno não respondeu a este item.

Nas tabelas 75 e 76, podemos ver a percentagem de respostas erradas, de acordo com o erro cometido neste item:

			Teste n.º 1				Total
			A	**B**	**C**	**não errou**	
Item 4.	0	Count	25	66	6	0	97
		% of Total	9,0%	23,7%	2,2%	,0%	34,9%
	6	Count	0	0	0	181	181
		% of Total	,0%	,0%	,0%	65,1%	65,1%
Total		Count	25	66	6	181	278
		% of Total	9,0%	23,7%	2,2%	65,1%	100,0%

Tabela 75: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 4. do teste n.º 1 por erro cometido.

			Teste n.º 2				Total
			A	**B**	**C**	**não errou**	
Item 4.	0	Count	39	39	2	0	80
		% of Total	14,7%	14,7%	,8%	,0%	30,2%
	6	Count	0	0	0	185	185
		% of Total	,0%	,0%	,0%	69,8%	69,8%
Total		Count	39	39	2	185	265
		% of Total	14,7%	14,7%	,8%	69,8%	100,0%

Tabela 76: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 4. do teste n.º 2 por erro cometido.

No teste n.º 1, 97 alunos tiveram cotação 0 pontos e 181 alunos a pontuação máxima, 6 pontos, num total de 278 alunos. Dos alunos que tiveram 0 pontos, 9% cometeram o erro tipo A, 23,7%, o erro tipo B e 2,2%, o erro tipo C.

No teste n.º 2, 80 alunos tiveram cotação 0 pontos e 185 alunos a pontuação máxima, 6 pontos, num total de 265 alunos. Dos alunos que tiveram 0 pontos, 14,7% cometeram o erro tipo A, 14,7%, o erro tipo B e 0,8%, o erro tipo C.

De modo global, responderam erradamente ao item 4., 34,9% dos 278 alunos que realizaram o teste n.º 1 e 30,2% dos 265 alunos que realizaram o teste n.º 2.

Nas tabelas 77 e 80 podemos ver as percentagens de respostas erradas, de acordo com o tipo de erro cometido, nos dois momentos de avaliação, para cada um dos grupos considerados.

			Erro cometido no item 4. do Teste n.º 1				Total
			A	**B**	**C**	**não errou**	
Grupo	GTrabalho	Count	5	23	0	53	81
		% within Grupo	6,2%	28,4%	,0%	65,4%	100,0%
		% of Total	1,8%	8,3%	,0%	19,1%	29,1%
	GControlo	Count	20	43	6	128	197
		% within Grupo	10,2%	21,8%	3,0%	65,0%	100,0%
		% of Total	7,2%	15,5%	2,2%	46,0%	70,9%
Total		Count	25	66	6	181	278
		% within Grupo	9,0%	23,7%	2,2%	65,1%	100,0%
		% of Total	9,0%	23,7%	2,2%	65,1%	100,0%

Tabela 77: Tabela de contingência – erro cometido no item 4. do teste n.º 1 por grupo.

No teste n.º 1, responderam erradamente ao item 4., 28 alunos do Grupo de Trabalho (34,6% dos alunos deste grupo) e 69 alunos do Grupo de Controlo, (35% dos alunos deste grupo). No Grupo de Trabalho, responderam erradamente: 6,2% dos alunos que cometeram o erro tipo A e 28,4%, o erro tipo B. No Grupo de Controlo, responderam erradamente: 10,2% dos alunos que cometeram o erro tipo A; 21,8%, o erro tipo B e 3,0%, o erro tipo C. De modo global, 34,9% dos 278 alunos responderam erradamente ao item 4.: 9,0% cometeram o erro tipo A; 23,7%, o erro tipo B e 2,2%, o erro tipo C.

De seguida fomos averiguar se estas duas variáveis são ou não independentes, através da aplicação do teste de independência do Qui-quadrado de Pearson.

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	**4,522**[a]	3	**,210**
Likelihood Ratio	6,230	3	,101
Linear-by-Linear Association	,008	1	,928
N of Valid Cases	278		

a. 2 cells (25,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 1,75.

Tabela 78: Valor do teste do Qui-quadrado para as variáveis erro cometido no item 4. do teste n.º 1 e grupo.

Observando a tabela do teste do Qui-quadrado verificamos que há duas categorias com frequências esperadas inferiores a 5, pelo que é violado um dos pressupostos da utilização deste teste (25% > 20%). Logo, o nível de significância obtido pode ser ou não correcto.

Como só podemos aplicar o teste de Fisher numa tabela 2×2, temos que recorrer ao teste do Qui-quadrado por simulação de Monte Carlo. Recorrendo ao programa *PASW*, obtivemos a tabela 79:

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Monte Carlo Sig. (2-sided)			Monte Carlo Sig. (1-sided)		
				Sig.	95% Confidence Interval		Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound		Lower Bound	Upper Bound
Pearson Chi-Square	**4,522**[a]	3	**,210**	**,222**[b]	,214	,230			
Likelihood Ratio	6,230	3	,101	,126[b]	,119	,132			
Fisher's Exact Test	4,066			,249[b]	,240	,257			
Linear-by-Linear Association	,008[c]	1	,928	,939[b]	,935	,944	,471[b]	,461	,481
N of Valid Cases	278								

a. 2 cells (25,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 1,75.
b. Based on 10000 sampled tables with starting seed 957002199.
c. The standardized statistic is -,091.

Tabela 79: Teste do Qui-quadrado de Monte Carlo- relação entre a variável erro cometido no item 4. do teste n.º 1 e a variável grupo.

Por observação da tabela anterior, o valor do teste é de 4,522 e o valor do nível de significância é $p = 0,222 > 0,05$, pelo que não se rejeita a hipótese nula. Assim, as variáveis *erro cometido no item 4. no teste n.º 1* e *grupo* são independentes.

Analisamos, de seguida, os erros cometidos no item 4. no teste n.º 2.

			Erro cometido no item 4. do Teste n.º 2				Total
			A	**B**	**C**	**não errou**	
Grupo	GTrabalho	Count	4	6	0	67	77
		% within Grupo	5,2%	7,8%	,0%	87,0%	100,0%
		% of Total	1,5%	2,3%	,0%	25,3%	29,1%
	GControlo	Count	35	33	2	118	188
		% within Grupo	18,6%	17,6%	1,1%	62,8%	100,0%
		% of Total	13,2%	12,5%	,8%	44,5%	70,9%
Total		Count	39	39	2	185	265
		% within Grupo	14,7%	14,7%	,8%	69,8%	100,0%
		% of Total	14,7%	14,7%	,8%	69,8%	100,0%

Tabela 80: Tabela de contingência – erro cometido no item 4. do teste n.º 2 por grupo.

No teste n.º 2, responderam erradamente ao item 4. 10 alunos do Grupo de Trabalho (13% dos alunos deste grupo) e 70 alunos do Grupo de Controlo, (37,2% dos alunos deste grupo). No Grupo de Trabalho, responderam erradamente: 5,2% dos alunos que cometeram o erro tipo A e 7,8%, o erro tipo B. No Grupo de Controlo, responderam erradamente: 18,6% dos alunos que cometeram o erro tipo A; 17,6%, o erro tipo B e 1,1%, o erro tipo C.

De modo global, 30,2% dos 265 alunos responderam erradamente ao item 4.: 14,7% cometeram o erro tipo A; 14,7%, o erro tipo B e 0,8%, o erro tipo C.

De seguida, fomos averiguar se estas duas variáveis são ou não independentes. Para tal, recorremos ao teste de independência do Qui-quadrado de Pearson, para um intervalo de confiança de 95%.

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	**15,643**[a]	3	**,001**
Likelihood Ratio	17,907	3	,000
Linear-by-Linear Association	15,257	1	,000
N of Valid Cases	265		

a. 2 cells (25,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is ,58.

Tabela 81: Valor do teste do Qui-quadrado para as variáveis erro cometido no item 4. do teste n.º 2 e grupo.

Observando a tabela 81, verificamos que há duas categorias com frequências esperadas inferiores a 5, o que pode induzir em erro a interpretação do nível de significância obtido no teste do Qui-quadrado, dado que é violado um dos pressupostos da utilização deste teste (25% > 20%). Recorrendo ao teste do Qui-quadrado por simulação de Monte Carlo. Recorrendo ao programa *PASW*, obtivemos a tabela 82:

Teste do Qui-quadrado

				Monte Carlo Sig. (2-sided)			Monte Carlo Sig. (1-sided)		
					95% Confidence Interval			95% Confidence Interval	
	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Sig.	Lower Bound	Upper Bound	Sig.	Lower Bound	Upper Bound
Pearson Chi-Square	**15,643[a]**	3	**,001**	**,001[b]**	,000	,001			
Likelihood Ratio	17,907	3	,000	,001[b]	,000	,001			
Fisher's Exact Test	15,874			,001[b]	,000	,001			
Linear-by-Linear Association	15,257[c]	1	,000	,000[b]	,000	,000	,000[b]	,000	,000
N of Valid Cases	265								

a. 2 cells (25,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is ,58.
b. Based on 10000 sampled tables with starting seed 92208573.
c. The standardized statistic is -3,906.

Tabela 82: Teste do Qui-quadrado de Monte Carlo- relação entre a variável erro cometido no item 4. do teste n.º 2 e a variável grupo.

Por observação da tabela 82, o valor do teste é 15,643 e o valor do nível de significância é de $p = 0{,}001 < 0{,}05$, pelo que se rejeita a hipótese nula.

Assim, as variáveis *erro cometido no item 4. no teste n.º 2* e *grupo* são dependentes.

Nos gráficos 28 e 29, podemos comparar, por grupo considerado no estudo, a percentagem de cada tipo de erros cometidos no item 4. em cada um dos testes aplicados.

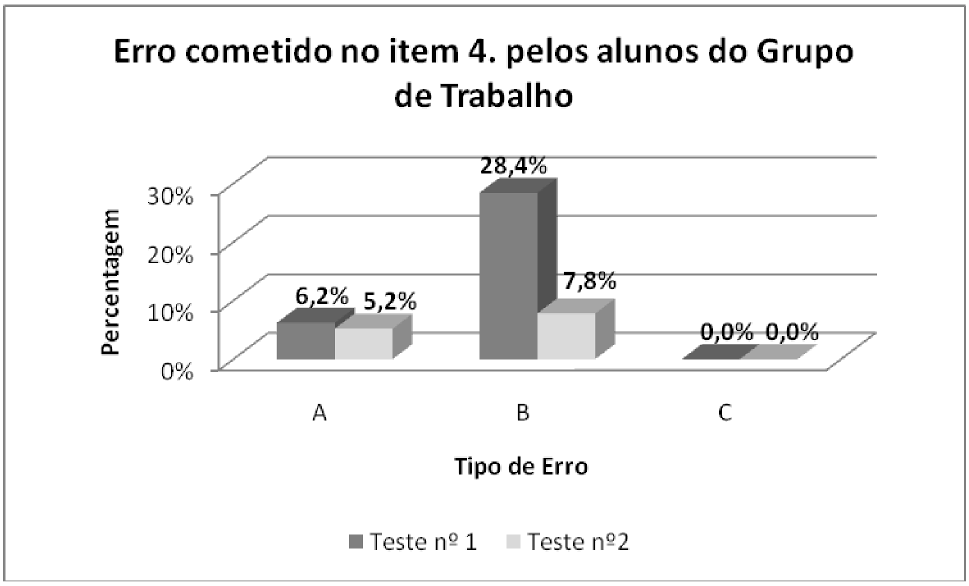


Gráfico 28: Percentagem do tipo de erro cometido, pelos alunos do grupo de trabalho, no item 4. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

No Grupo de Trabalho, houve um decréscimo acentuado na percentagem de respostas erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2: passou-se de 34,6% para 13%.

No teste n.º 1 e no teste n.º 2, o erro cometido com maior percentagem foi o erro tipo B, ou seja os alunos, revelaram alguma noção de volume/capacidade. No entanto, houve uma diminuição deste tipo de erro do primeiro momento de avaliação para o segundo.

O erro cometido do tipo A foi cometido em ambos os testes. No teste n.º 1, cerca de 6,2% dos alunos deste grupo não mostraram ter anoção de volume/capacidade adquirida e no teste n.º 2 essa percentagem foi de 5,2%.

Para além disso, ainda podemos verificar pelo gráfico anterior que todos os alunos deste grupo responderam, nos dois momentos de avaliação, a este item, dado que ninguém cometeu o erro tipo C.

De seguida, analisamos um gráfico idêntico ao anterior, mas para os alunos do Grupo de Controlo (ver gráfico 29).

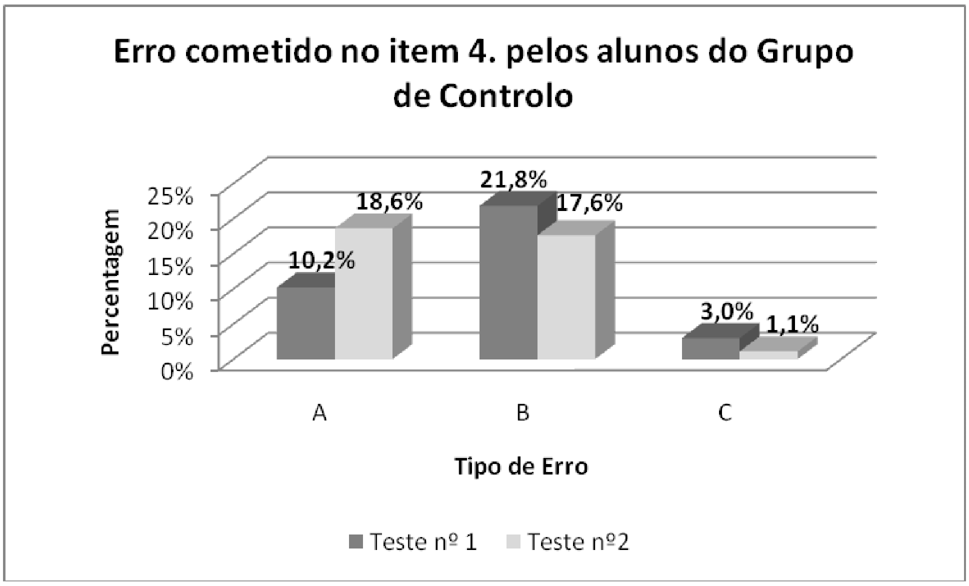


Gráfico 29: Percentagem do tipo de erro cometido, pelos alunos do grupo de controlo, no item 4. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

No Grupo de Controlo, no item 4., houve um ligeiro aumento na percentagem de respostas erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2: passou-se de 35% para 37,2%.

No teste n.º 1, o erro cometido com maior percentagem foi o erro tipo B, ou seja os alunos, revelaram alguma noção de volume/capacidade.

No teste n.º 2, o erro cometido com maior percentagem foi o erro tipo A, ou seja, no segundo momento de avaliação, existiu um número maior de alunos a responderem erradamente, parecendo não terem a noção de volume/capacidade. Portanto, estes resultados apontam para que possa ter havido algum retrocesso na aprendizagem deste conceito, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, no Grupo de Controlo.

Para além disso, ainda podemos verificar pelo gráfico anterior que, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, mais alunos responderam a este item.

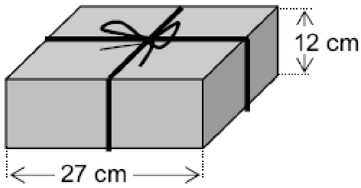
No primeiro momento de avaliação, 3% dos alunos do Grupo de Controlo não responderam ao item 4., enquanto que no teste n.º 2, essa percentagem foi apenas de 1,1%.

2.2.6. Item 5.

O item 5. foi cotado em 16%. Como podemos ver pelos critérios de correcção, neste item poderíamos atribuir 0, 3, 5, 8, 15 ou 16 pontos, mediante o erro cometido pelo aluno em causa.O enunciado do item 5. é:

A caixa com o bolo de aniversário do pai da Maria, tem a forma de um prisma com 12 cm de altura. A sua base é um quadrado com 27 cm de lado.

Para facilitar o transporte, o vendedor prendeu a caixa com um fio, como mostra a figura.



Calcula, em cm, a quantidade de fio utilizada, sabendo que para o laço são necessários 55 cm de fio.

2.2.6.1. Análise das pontuações obtidas pelos alunos

Nas tabelas 83 e 84, apresentamos os resultados obtidos:

Item 5. do Teste n.º 1

			Item 5.					Total
			0	**5**	**8**	**15**	**16**	
Grupo	GTrabalho	Count	38	15	10	2	16	81
		% within Grupo	46,9%	18,5%	12,3%	2,5%	19,8%	100,0%
		% of Total	13,7%	5,4%	3,6%	,7%	5,8%	29,1%
	GControlo	Count	109	28	30	7	23	197
		% within Grupo	55,3%	14,2%	15,2%	3,6%	11,7%	100,0%
		% of Total	39,2%	10,1%	10,8%	2,5%	8,3%	70,9%
Total		Count	147	43	40	9	39	278
		% within Grupo	52,9%	15,5%	14,4%	3,2%	14,0%	100,0%
		% of Total	52,9%	15,5%	14,4%	3,2%	14,0%	100,0%

Tabela 83: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 5. do teste n.º 1 por grupo.

Item 5. do Teste n.º 2

			Item 5.					Total
			0	**5**	**8**	**15**	**16**	
Grupo	GTrabalho	Count	21	1	13	8	34	77
		% within Grupo	27,3%	1,3%	16,9%	10,4%	44,2%	100,0%
		% of Total	7,9%	,4%	4,9%	3,0%	12,8%	29,1%
	GControlo	Count	116	3	5	4	60	188
		% within Grupo	61,7%	1,6%	2,7%	2,1%	31,9%	100,0%
		% of Total	43,8%	1,1%	1,9%	1,5%	22,6%	70,9%
Total		Count	137	4	18	12	94	265
		% within Grupo	51,7%	1,5%	6,8%	4,5%	35,5%	100,0%
		% of Total	51,7%	1,5%	6,8%	4,5%	35,5%	100,0%

Tabela 84: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 5. do teste n.º 2 por grupo.

Como podemos verificar, os alunos do Grupo de Trabalho melhoraram os seus resultados neste item, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, dado que de 19,8% de respostas correctas, correspondente a 16 respostas correctas em 81 recolhidas, passou-se para 44,2%, correspondente a 34 respostas correctas em 77 recolhidas. Para além disso, o número de respostas totalmente erradas, do teste n.º 1 para o n.º 2, diminui. No teste n.º 1, 46,9% (38 alunos em 81) dos alunos do Grupo de Trabalho tiveram zero pontos, enquanto no teste n.º 2 essa percentagem foi apenas de 27,3% (21 alunos em 77).

Pelas tabelas anteriores, constatamos que os alunos do Grupo de Controlo melhoraram do teste n.º 1 para o teste n.º 2, neste item: passou-se de 11,7% de respostas correctas, correspondente a 23 respostas correctas em 197 respostas recolhidas, para 31,9%, correspondente a 60 respostas correctas em 188 recolhidas. No entanto, o número de respostas totalmente erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, aumentou. No teste n.º 1, 55,3% (109 alunos em 197) dos alunos do Grupo de Controlo tiveram zero pontos, enquanto no teste n.º 2 essa percentagem foi de 61,7% (116 alunos em 188).

De modo global, constatamos que, dos 278 alunos que realizaram o teste n.º 1, 39 responderam correctamente a este item, e 94 alunos em 265 responderam correctamente no teste n.º 2.

Assim, em termos percentuais, podemos constatar que no teste n.º 2 os alunos do Grupo de Trabalho tiveram resultados superiores aos alunos do Grupo de Controlo.

Nos gráficos 30 e 31, podemos comparar, por grupo, os resultados obtidos, no item 5., nos dois testes aplicados.

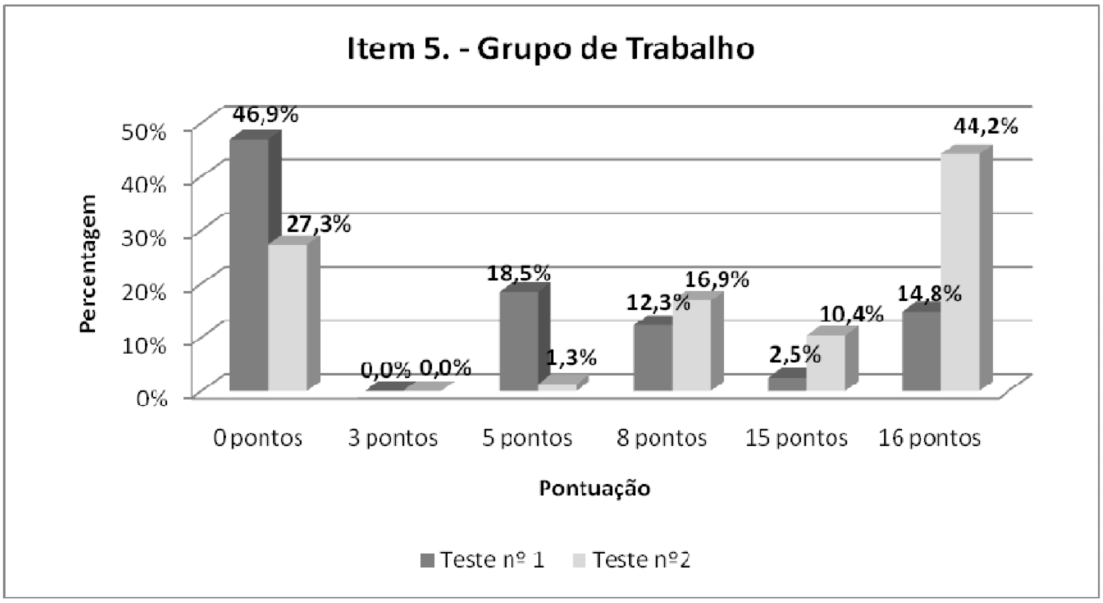


Gráfico 30: Percentagem das cotações atribuídas, aos alunos do grupo de trabalho, no item 5. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

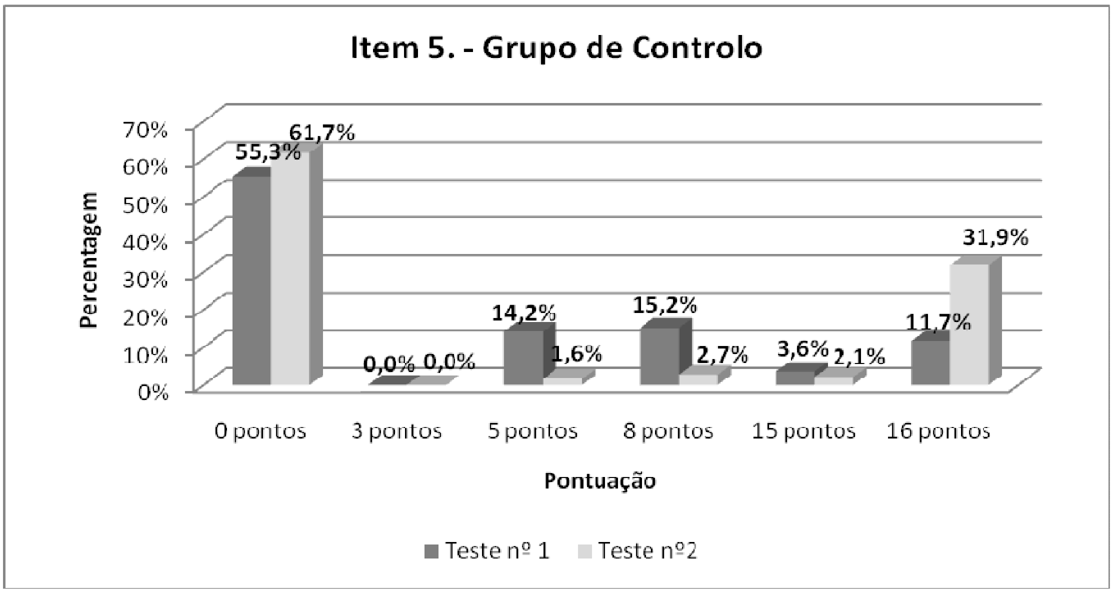


Gráfico 31: Percentagem das cotações atribuídas, aos alunos do grupo de controlo, no item 5. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

Através da análise destes gráficos, podemos verificar que, no teste n.º 1, o número de respostas totalmente erradas, isto é, cotadas com 0 pontos, diminui no Grupo de Trabalho mas aumentou no Grupo de Controlo. Apesar destes resultados, constatamos que o número de respostas certas, cotadas com 16 pontos, aumentou em ambos momentos de avaliação.

Podemos, ainda, verificar que o número de respostas cotadas com 8 pontos, metade da cotação máxima, aumentou nos alunos do Grupo de Trabalho.

2.2.6.2. Análise dos erros cometidos pelos alunos

Como as respostas foram cotadas atendendo ao tipo de erro cometido, fazemos, agora, uma análise dos erros cometidos pelos alunos no item 5..

Como vimos, o item 5. do teste de avaliação aplicado foi cotado em 0, 3, 5, 8, 15 ou 16 pontos, pelo que a uma resposta totalmente correcta foi atribuído 16 pontos.

As respostas erradas foram, deste modo, classificadas com 0, 3, 5, 8, atendendo ao tipo de erro cometido, descritos nos critérios de correcção do referido teste e 15 pontos para as respostas quase correctas.

Resumidamente, o erro tipo A foi atribuído quando um aluno respondeu correctamente, sem apresentar uma explicação adequada ou sem apresentar uma explicação; o erro tipo B foi atribuído quando um aluno apresentou uma estratégia apropriada e completa de resolução do problema, mas comete um pequeno erro de cálculo e responde de acordo com o erro cometido; o erro tipo C foi atribuído quando um aluno respondeu erradamente, mas revela ter presente a noção de perímetro; o erro tipo D foi atribuído quando um aluno não respondeu a este item e, por fim, o erro tipo E foi atribuído quando um aluno deu outra resposta errada, não descrita anteriormente.

Nas tabelas 85 e 86 podemos ver a percentagem de respostas erradas, de acordo com a cotação atribuída neste item:

			Teste n.º 1					Total
			B	C	D	E	não errou	
Item 5.	0	Count	0	0	43	104	0	147
		% of Total	,0%	,0%	15,5%	37,4%	,0%	52,9%
	5	Count	0	43	0	0	0	43
		% of Total	,0%	15,5%	,0%	,0%	,0%	15,5%
	8	Count	0	40	0	0	0	40
		% of Total	,0%	14,4%	,0%	,0%	,0%	14,4%
	15	Count	9	0	0	0	0	9
		% of Total	3,2%	,0%	,0%	,0%	,0%	3,2%
	16	Count	0	0	0	0	39	39
		% of Total	,0%	,0%	,0%	,0%	14,0%	14,0%
Total		Count	9	83	43	104	39	278
		% of Total	3,2%	29,9%	15,5%	37,4%	14,0%	100,0%

Tabela 85: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 5. do teste n.º 1 por erro cometido.

			Teste n.º 2					Total
			B	C	D	E	não errou	
Item 5.	0	Count	0	0	37	100	0	137
		% of Total	,0%	,0%	14,0%	37,7%	,0%	51,7%
	5	Count	0	4	0	0	0	4
		% of Total	,0%	1,5%	,0%	,0%	,0%	1,5%
	8	Count	0	18	0	0	0	18
		% of Total	,0%	6,8%	,0%	,0%	,0%	6,8%
	15	Count	12	0	0	0	0	12
		% of Total	4,5%	,0%	,0%	,0%	,0%	4,5%
	16	Count	0	0	0	0	94	94
		% of Total	,0%	,0%	,0%	,0%	35,5%	35,5%
Total		Count	12	22	37	100	94	265
		% of Total	4,5%	8,3%	14,0%	37,7%	35,5%	100,0%

Tabela 86: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 5. do teste n.º 2 por erro cometido.

No teste n.º 1, 147 alunos tiveram cotação 0 pontos, 43 alunos, 5 pontos, 40 alunos, 8 pontos, 9 alunos, 15 pontos e 39 alunos responderam correctamente, pelo que lhes foram atribuídos 16 pontos.

Dos alunos que tiveram 0 pontos, 15,5% cometeram o erro tipo D e 37,4%, o erro tipo E. Dos alunos que tiveram 5 pontos, 15,5% cometeram o erro tipo C. Dos alunos que tiveram 8 pontos, 14,4% cometeram o erro tipo C. Dos alunos que tiveram 15 pontos, 3,2% cometeram o erro tipo B.

No teste n.º 2, 137 alunos tiveram cotação 0 pontos, 4 alunos, 5 pontos, 18 alunos, 8 pontos, 12 alunos, 15 pontos e 16 alunos responderam correctamente, pelo que, lhes foram atribuídos 16 pontos.

Dos alunos que tiveram 0 pontos, 14,0% cometeram o erro tipo D e 37,7%, o erro tipo E. Dos alunos que tiveram 5 pontos, 1,5% cometeram o erro tipo C. Dos alunos que tiveram 8 pontos, 6,8% cometeram o erro tipo C. Dos alunos que tiveram 15 pontos, 4,5% cometeram o erro tipo B.

De modo global, responderam erradamente ao item 5., 86% dos 278 alunos que realizaram o teste n.º 1 e 64,5% dos 265 alunos que realizaram o teste n.º 2.

Nas tabelas 87 e 89, podemos ver as percentagens de respostas erradas, de acordo com o tipo de erro cometido, nos dois momentos de avaliação, para cada grupo.

			Erro cometido no item 5. do Teste n.º 1					
			B	**C**	**D**	**E**	**não errou**	**Total**
Grupo	GTrabalho	Count	2	25	9	29	16	81
		% within Grupo	2,5%	30,9%	11,1%	35,8%	19,8%	100,0%
		% of Total	,7%	9,0%	3,2%	10,4%	5,8%	29,1%
	GControlo	Count	7	58	34	75	23	197
		% within Grupo	3,6%	29,4%	17,3%	38,1%	11,7%	100,0%
		% of Total	2,5%	20,9%	12,2%	27,0%	8,3%	70,9%
Total		Count	9	83	43	104	39	278
		% within Grupo	3,2%	29,9%	15,5%	37,4%	14,0%	100,0%
		% of Total	3,2%	29,9%	15,5%	37,4%	14,0%	100,0%

Tabela 87: Tabela de contingência – erro cometido no item 5. do teste n.º 1 por grupo.

No teste n.º 1, responderam erradamente ao item 5., 65 alunos do Grupo de Trabalho (80,2% dos alunos deste grupo) e 174 alunos do Grupo de Controlo, (82,3% dos alunos deste grupo).

No Grupo de Trabalho, responderam erradamente: 2,5% dos alunos que cometeram o erro tipo B; 30,9%, o erro tipo C, 11,1%, o erro tipo D e 35,8%, o erro tipo E. No Grupo de Controlo, responderam erradamente: 3,6% dos alunos que cometeram o erro tipo B; 29,4%, o erro tipo C; 17,3%, o erro tipo D e 38,1%, o erro tipo E.

De modo global, 86% dos 278 alunos responderam erradamente no item 5.: 3,2% cometeram o erro tipo B; 29,9%, o erro tipo C; 15,5%, o erro tipo D e 37,4%, o erro tipo E.

De seguida, fomos averiguar se estas duas variáveis são ou não independentes, recorrendo ao teste de independência do Qui-quadrado de Pearson.

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	**4,399**[a]	4	**,355**
Likelihood Ratio	4,337	4	,362
Linear-by-Linear Association	2,272	1	,132
N of Valid Cases	278		

a. 1 cells (10,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 2,62.

Tabela 88: Valor do teste do Qui-quadrado para as variáveis erro cometido no item 5. do teste n.º 1 e grupo.

Por observação da tabela anterior, o valor do teste é de 4,399 e o nível de significância é de $p = 0{,}355 > 0{,}05$, pelo que não se rejeita a hipótese nula.

Assim, as variáveis *erro cometido no item 5. no teste n.º 1* e *grupo* são independentes.

Analisamos, de seguida, os erros cometidos no item 5. no teste n.º 2.

Por observação da tabela 89, vemos que no teste n.º 2, responderam erradamente ao item 5., 43 alunos do Grupo de Trabalho (55,8% dos alunos deste grupo) e 128 alunos do Grupo de Controlo, (68,1% dos alunos deste grupo). No Grupo de Trabalho, responderam erradamente: 10,4% dos alunos que cometeram o erro tipo B; 18,2%, o erro tipo C, 6,5%, o erro tipo D e 20,8%, o erro tipo E. No Grupo de Controlo, responderam erradamente: 2,1% dos alunos que cometeram o erro tipo B; 4,3%, o erro tipo C; 17,0%, o erro tipo D e 44,7%, o erro tipo E. De modo global, 64,5% dos 265 alunos responderam erradamente no item 5.: 4,5% cometeram o erro tipo B; 8,3%, o erro tipo C; 14,0%, o erro tipo D e 37,7%, o erro tipo E.

			Erro cometido no item 5. do Teste n.º 2					
			B	**C**	**D**	**E**	**não errou**	**Total**
Grupo	GTrabalho	Count	8	14	5	16	34	77
		% within Grupo	10,4%	18,2%	6,5%	20,8%	44,2%	100,0%
		% of Total	3,0%	5,3%	1,9%	6,0%	12,8%	29,1%
	GControlo	Count	4	8	32	84	60	188
		% within Grupo	2,1%	4,3%	17,0%	44,7%	31,9%	100,0%
		% of Total	1,5%	3,0%	12,1%	31,7%	22,6%	70,9%
Total		Count	12	22	37	100	94	265
		% within Grupo	4,5%	8,3%	14,0%	37,7%	35,5%	100,0%
		% of Total	4,5%	8,3%	14,0%	37,7%	35,5%	100,0%

Tabela 89: Tabela de contingência – erro cometido no item 5. do teste n.º 2 por grupo.

De seguida, fomos investigar se estas duas variáveis são ou não independentes, através da aplicação do teste de independência do Qui-quadrado de Pearson.

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	**35,910**[a]	4	**,000**
Likelihood Ratio	35,025	4	,000
Linear-by-Linear Association	,046	1	,831
N of Valid Cases	265		

a. 1 cells (10,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 3,49.

Tabela 90: Valor do teste do Qui-quadrado para as variáveis erro cometido no item 1. do teste n.º 1 e grupo.

Por observação da tabela 90, o valor do teste é de 35,910 e o nível de significância é inferior a 0,05, pelo que se rejeita a hipótese nula. Assim, as variáveis *erro cometido no item 5. no teste n.º 2* e *grupo* são dependentes.

Nos gráficos 32 e 33, podemos comparar, por grupo considerado no estudo, a percentagem de cada tipo de erros cometidos no item 5., em cada um dos testes.

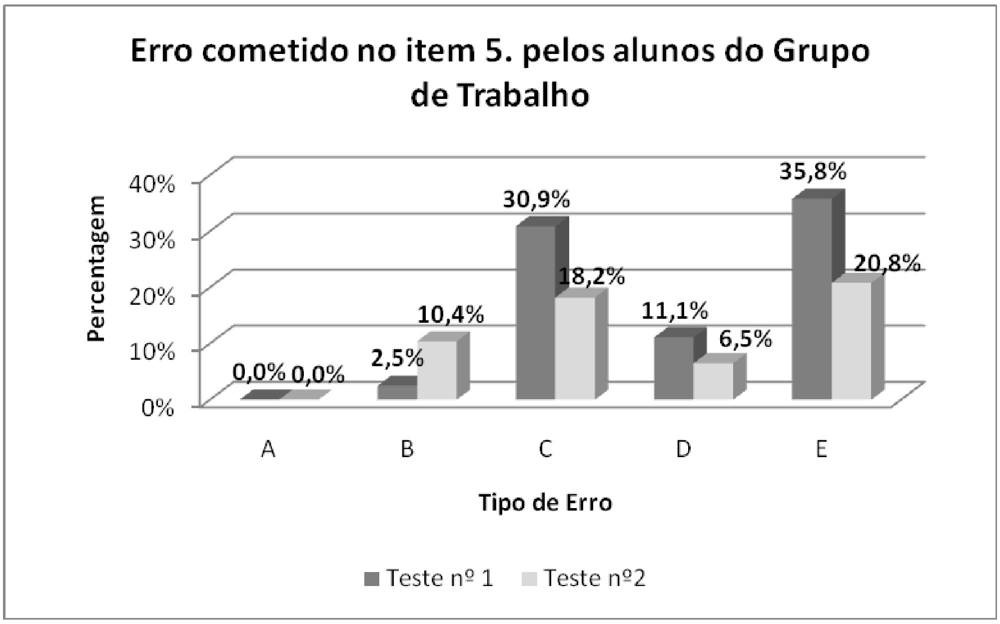


Gráfico 32: Percentagem do tipo de erro cometido, pelos alunos do grupo de trabalho, no item 5. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

No Grupo de Trabalho, houve um decréscimo na percentagem de respostas erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2: passou-se de 80,2% para 55,8%.

Pela análise do gráfico 32, verificamos que, no teste n.º 1, o erro cometido com maior percentagem foi o erro tipo C, ou seja, os alunos que praticaram este erro mostraram ter presente a noção de perímetro.

No teste n.º 2, o erro cometido com maior percentagem foi o erro tipo E, isto é, os alunos apresentaram outra resposta não prevista nos critérios de correcção do teste.

Verificamos, também, que nenhum aluno, em ambos os momentos de avaliação, cometeu o erro tipo A, ou seja, nenhum aluno do Grupo de Trabalho respondeu correctamente sem apresentar uma justificação ou esta ser desadequada.

Relativamente ao erro tipo B, reconhecemos que houve um aumento do teste n.º 1 para o teste n.º 2, ou seja, no segundo momento de avaliação, apesar de terem errado mais alunos no segundo momento de avaliação, tinham presente a noção de perímetro.

Em relação ao erro cometido do tipo D, constatamos que do teste n.º 1 para o teste n.º 2, mais alunos responderam ao item 5. do teste.

No teste n.º 1, 11,1% dos alunos não responderam a este item e no teste n.º 2 essa percentagem diminui para 6,5%.

De seguida, elaboramos um gráfico idêntico ao anterior, mas para os alunos do Grupo de Controlo (ver gráfico 33).

Pela análise do gráfico 33, no Grupo de Controlo, houve um decréscimo na percentagem de respostas erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2: passou-se de 88,3% para 68,1%.

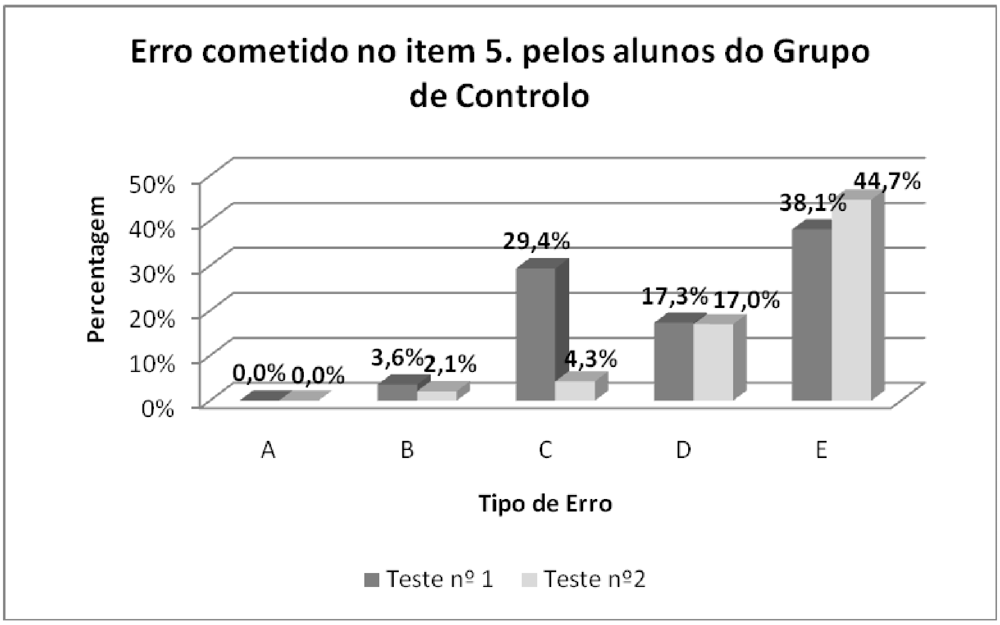


Gráfico 33: Percentagem do tipo de erro cometido, pelos alunos do grupo de controlo, no item 5. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

Constatamos que o erro cometido com maior percentagem, em ambos os testes, foi o erro tipo E, isto é, os alunos apresentaram uma resposta não prevista nos critérios de correcção do teste.

Verificamos, também, que nenhum aluno, em ambos os momentos de avaliação, cometeu o erro tipo A, ou seja, nenhum aluno do Grupo de Controlo respondeu correctamente sem apresentar uma justificação ou esta ser desadequada.

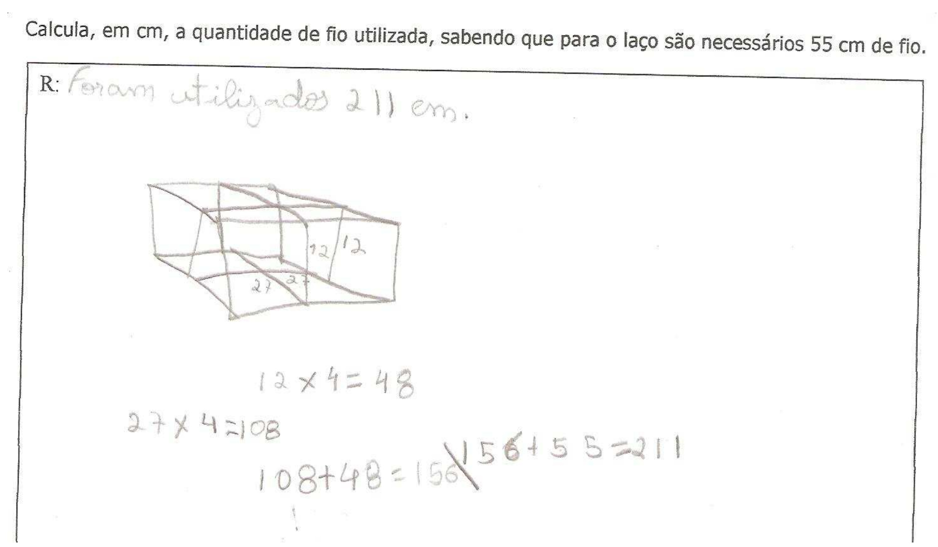
Relativamente ao erro tipo B, constatamos que houve uma diminuição, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, ou seja, no segundo momento de avaliação, apesar de terem errado, mais alunos tinham presente a noção de perímetro.

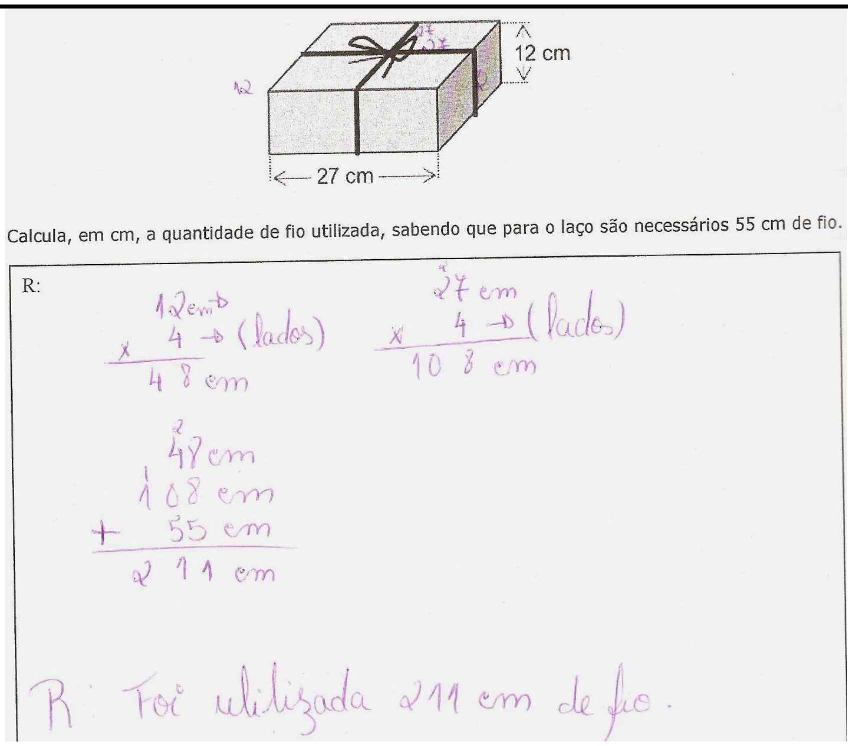
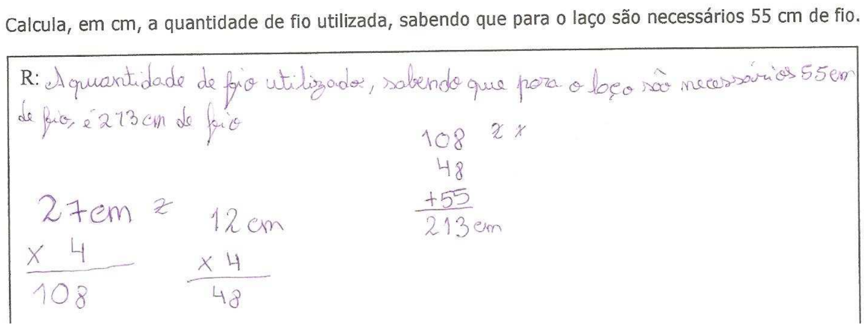
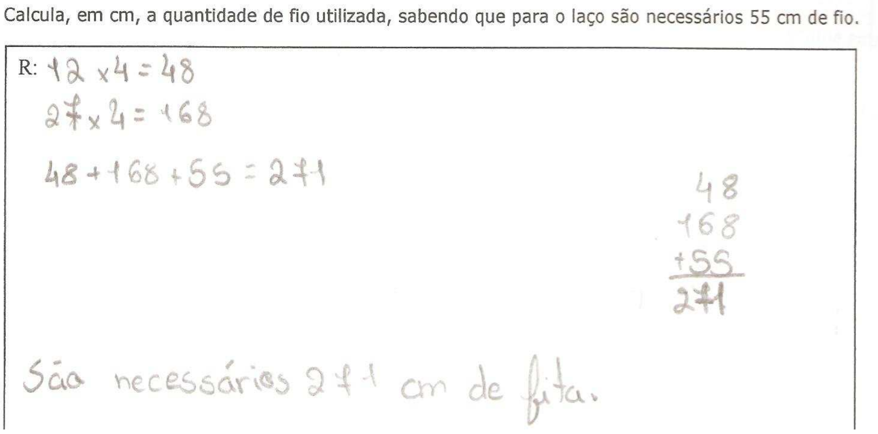
Nos alunos do Grupo de Controlo, o erro tipo C diminui muito do teste n.º 1 para o teste n.º 2: passaram de 29,4% para 4,3%.

Em relação ao erro cometido do tipo D, constatamos que a percentagem de alunos que não responderam ao item 5. foi semelhante nos dois momentos de avaliação.

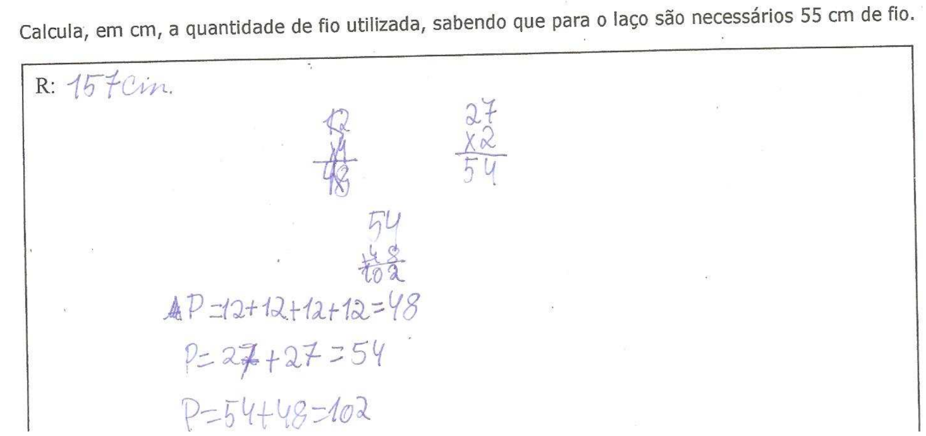
2.2.6.3. Exemplos de respostas recolhidas

Na tabela 91 apresentamos alguns exemplos de respostas recolhidas do item 5..

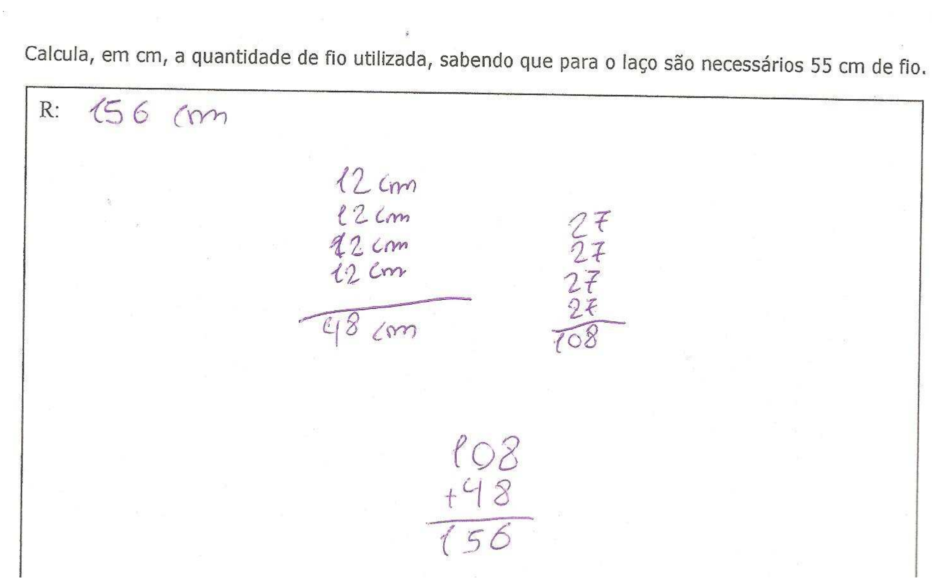
Cotação e tipo de erro atribuídos	**Exemplo de Resposta Avaliada**
16 pontos Resposta Correcta	 **Apb1(T1)**

	 12 cm 27 cm Calcula, em cm, a quantidade de fio utilizada, sabendo que para o laço são necessários 55 cm de fio. R: 12 cm × 4 → (lados) = 48 cm 27 cm × 4 → (lados) = 10 8 cm 48 cm + 108 cm + 55 cm = 211 cm R: Foi utilizada 211 cm de fio. **Apf9 (T2)**
15 pontos Erro tipo B	 Calcula, em cm, a quantidade de fio utilizada, sabendo que para o laço são necessários 55 cm de fio. R: A quantidade de fio utilizado, sabendo que para o laço são necessários 55 cm de fio, é 213 cm de fio 108 + 48 + 55 = 213 cm 27 cm × 4 = 108 12 cm × 4 = 48 **Amb11 (T2)**  Calcula, em cm, a quantidade de fio utilizada, sabendo que para o laço são necessários 55 cm de fio. R: 12 × 4 = 48 27 × 4 = 168 48 + 168 + 55 = 271 48 + 168 + 55 = 271 São necessários 271 cm de fita. **Amc6 (T2)**

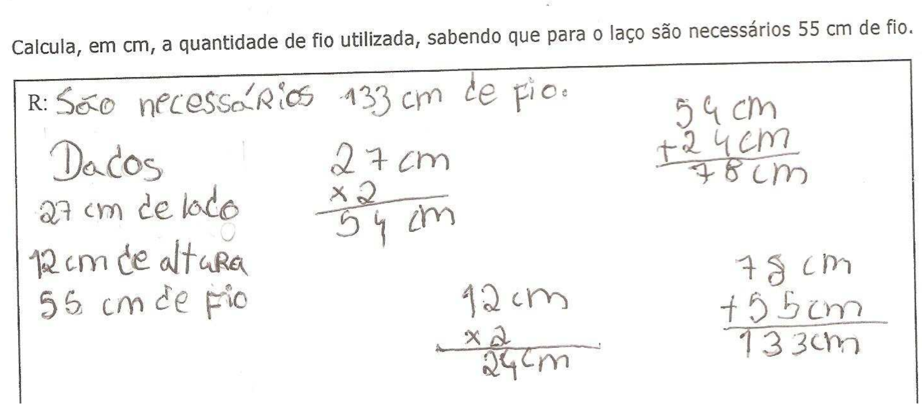
<table>
<tr><td>8 pontos

Erro tipo C</td><td>

Amb14 (T2)



Apd8 (T2)</td></tr>
<tr><td>5 pontos

Erro tipo C</td><td>

Api16 (T2)</td></tr>
</table>

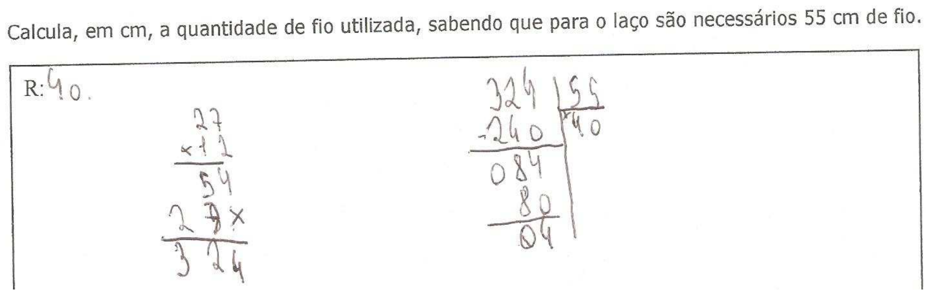
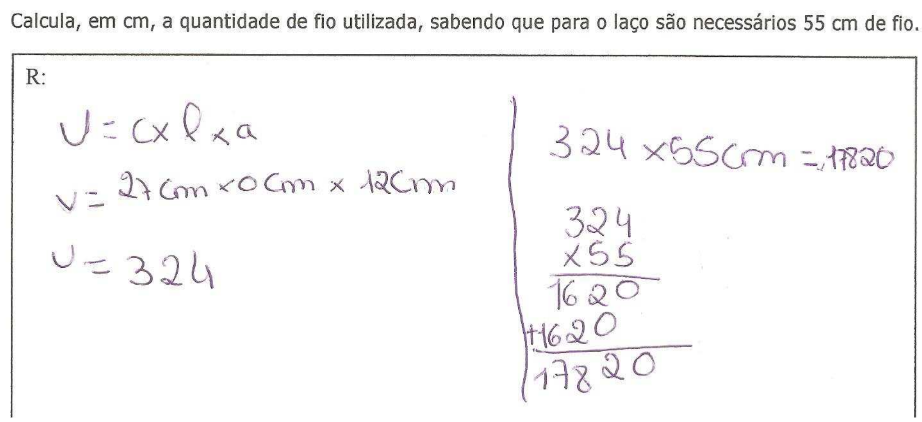
0 pontos	Erro tipo D	Os alunos não responderam a este item.
	Erro tipo E	 Calcula, em cm, a quantidade de fio utilizada, sabendo que para o laço são necessários 55 cm de fio. R: 40. 27 × 12 = 54, 27 ×, 324 324 ÷ 55 = 40; -240; 084; 80; 04 **Apf14 (T2)**  Calcula, em cm, a quantidade de fio utilizada, sabendo que para o laço são necessários 55 cm de fio. R: V = c × l × a V = 27cm × 0cm × 12cm V = 324 324 × 55cm = 17820 324 × 55 = 1620; +1620; 17820 **Api1 (T2)**

Tabela 91: Exemplos de respostas dadas pelos alunos da amostra em estudo no item 5..

2.2.7. Item 6.

O item 6. foi cotado em 6%, cotação mais baixa atribuída, pelo facto de ser uma questão de escolha múltipla, tal como já foi explicado em relação aoos itens 2.1., 2.2. e 4.. Assim, como podemos ver pelos critérios de correcção, neste item poderíamos atribuir apenas 0 ou 6 pontos.

O enunciado do item 6. é:

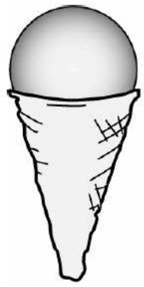
Assinale com um X, os sólidos que o gelado te faz lembrar:

☐ um círculo e uma pirâmide

☐ um cone e uma esfera

☐ um prisma e um cone

☐ um triângulo e uma esfera



2.2.7.1. Análise das pontuações obtidas pelos alunos

Nas tabelas 92 e 93 apresentamos os resultados obtidos pelos alunos que fizeram parte deste estudo:

Item 6. do Teste n.º 1

			Item 6.		
			0	**6**	**Total**
Grupo	GTrabalho	Count	4	77	81
		% within Grupo	4,9%	95,1%	100,0%
		% of Total	1,4%	27,7%	29,1%
	GControlo	Count	23	174	197
		% within Grupo	11,7%	88,3%	100,0%
		% of Total	8,3%	62,6%	70,9%
Total		Count	27	251	278
		% within Grupo	9,7%	90,3%	100,0%
		% of Total	9,7%	90,3%	100,0%

Tabela 92: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 6. do teste n.º 1 por grupo.

Item 6. do Teste n.º 2

			Item 6.		
			0	**6**	**Total**
Grupo	GTrabalho	Count	1	76	77
		% within Grupo	1,3%	98,7%	100,0%
		% of Total	,4%	28,7%	29,1%
	GControlo	Count	16	172	188
		% within Grupo	8,5%	91,5%	100,0%
		% of Total	6,0%	64,9%	70,9%
Total		Count	17	248	265
		% within Grupo	6,4%	93,6%	100,0%
		% of Total	6,4%	93,6%	100,0%

Tabela 93: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 6. do teste n.º 2 por grupo.

Como podemos verificar pelas tabelas 92 e 93, os alunos do Grupo de Trabalho melhoraram ligeiramente os seus resultados neste item, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, dado que de 95,1% de respostas correctas, correspondente a 77 respostas correctas em 81 recolhidas, passou-se para 98,7%, correspondente a 76 respostas correctas em 77 recolhidas.

Deste modo, o número de respostas erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, diminui. No teste n.º 1, 4,9% (4 alunos em 81) dos alunos do Grupo de Trabalho tiveram zero pontos, enquanto no teste n.º 2 essa percentagem foi apenas de 1,3% (1 aluno em 77).

Pelas tabelas anteriores, constatamos que os alunos do Grupo de Controlo também melhoraram ligeiramente, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, neste item: passou-se de 88,3% de respostas correctas, correspondente a 174 respostas correctas em 197 respostas recolhidas, para 91,5%, correspondente a 172 respostas correctas em 188 recolhidas.

Assim, o número de respostas erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, diminui ligeiramente. No teste n.º 1, 11,7% (23 alunos em 197) dos alunos do Grupo de Controlo tiveram zero pontos, enquanto no teste n.º 2 essa percentagem foi de 8,5% (16 alunos em 188).

De modo global, constatamos que dos 278 alunos que realizaram o teste n.º 1, 251 responderam correctamente a este item e 248 alunos em 265 responderam correctamente no teste n.º 2.

Assim, em termos percentuais, podemos constatar que no item 6., os resultados obtidos no teste n.º 1 e no teste n.º 2 foram melhores nos alunos do Grupo de Trabalho.

Nos gráficos 34 e 35, podemos comparar, por grupo, os resultados obtidos nos dois testes aplicados.

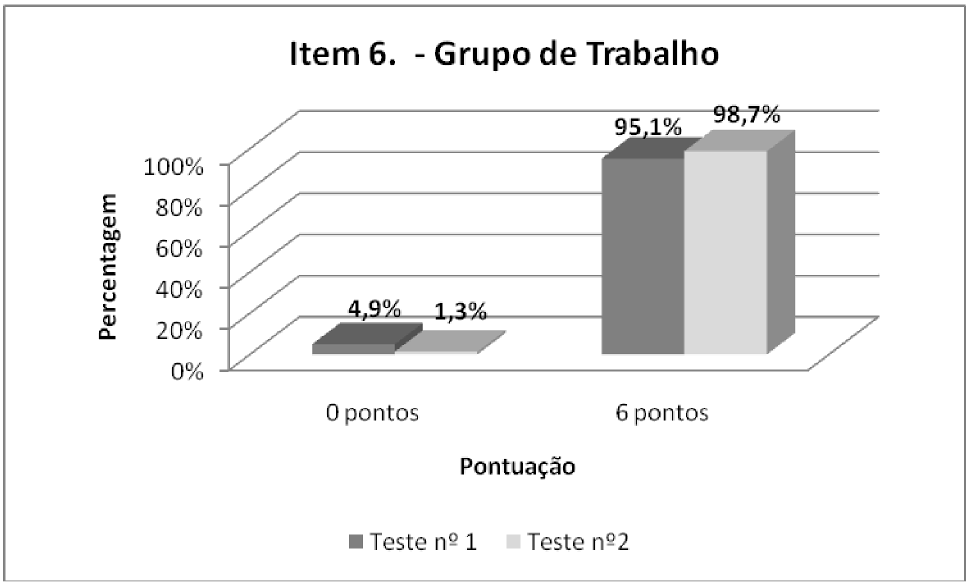


Gráfico 34: Percentagem das cotações atribuídas, aos alunos do grupo de trabalho, no item 6. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

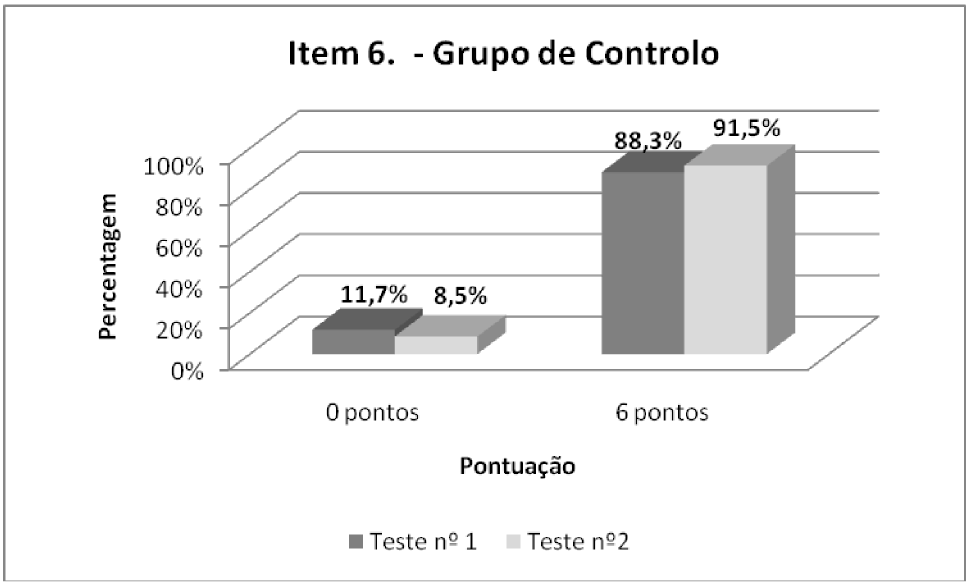


Gráfico 35: Percentagem das cotações atribuídas, aos alunos do grupo de controlo, no item 5. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

Por observação dos gráficos 34 e 35, podemos verificar que nos dois grupos considerados neste estudo, a maior parte dos alunos evolui do teste n.º 1 para o teste n.º 2, dado que nesses grupos o número de respostas correctas foi superior a 90%. É de referir que apenas um aluno do Grupo de Trabalho respondeu erradamente ao item 6. no teste n.º 2.

2.2.7.2. Análise dos erros cometidos pelos alunos

O item 6. do teste de avaliação aplicado foi cotado em 0 ou 6 pontos, pelo facto de ser uma questão de escolha múltipla, não tendo, deste modo, pontuações intermédias.

No entanto é de referir que para as questões erradas, foi atribuído um tipo de erro. Neste item os erros foram classificados em três tipos. Resumidamente, o erro tipo A foi atribuído quando um aluno respondeu *um círculo e uma pirâmide* ou *um triângulo e uma esfera* (o aluno não distinguiu plano de espaço, isto é, figura geométrica de sólido geométrico); o erro tipo B, quando um aluno respondeu *um prisma e um cone* (o aluno não distinguiu os diferentes tipos de sólidos geométricos) e o erro tipo C, quando um aluno não respondeu a este item.

Nas tabelas 94 e 95, podemos ver a percentagem de respostas erradas, de acordo com o erro cometido neste item:

			Teste n.º 1				
			A	**B**	**C**	**não errou**	**Total**
Item 6.	0	Count	7	5	15	0	27
		% of Total	2,5%	1,8%	5,4%	,0%	9,7%
	6	Count	0	0	0	251	251
		% of Total	,0%	,0%	,0%	90,3%	90,3%
Total		Count	7	5	15	251	278
		% of Total	2,5%	1,8%	5,4%	90,3%	100,0%

Tabela 94: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 6. do teste n.º 1 por erro cometido.

No teste n.º 1, 27 alunos tiveram cotação 0 pontos e 251 alunos a pontuação máxima, 6 pontos, num total de 278 alunos.

Dos alunos que tiveram 0 pontos, 2,5% cometeram o erro tipo A, 1,8%, o erro tipo B e 5,4%, o erro tipo C.

			Teste n.º 2				Total
			A	B	C	não errou	
Item 6.	0	Count	5	6	6	0	17
		% of Total	1,9%	2,3%	2,3%	,0%	6,4%
	6	Count	0	0	0	248	248
		% of Total	,0%	,0%	,0%	93,6%	93,6%
Total		Count	5	6	6	248	265
		% of Total	1,9%	2,3%	2,3%	93,6%	100,0%

Tabela 95: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 6. do teste n.º 2 por erro cometido.

No teste n.º 2, 17 alunos tiveram cotação 0 pontos e 248 alunos a pontuação máxima, 6 pontos, num total de 265 alunos. Dos alunos que tiveram 0 pontos, 1,9% cometeram o erro tipo A, 2,3%, o erro tipo B e 2,3%, o erro tipo C.

De modo global, responderam erradamente ao item 6., 9,7% dos 278 alunos que realizaram o teste n.º 1 e 6,4% dos 265 alunos que realizaram o teste n.º 2.

Nas tabelas 96 e 99, podemos ver as percentagens de respostas erradas, de acordo com o tipo de erro cometido, nos dois momentos de avaliação, para cada grupo.

			Erro cometido no item 6. do Teste n.º 1				Total
			A	B	C	não errou	
Grupo	GTrabalho	Count	1	1	2	77	81
		% within Grupo	1,2%	1,2%	2,5%	95,1%	100,0%
		% of Total	,4%	,4%	,7%	27,7%	29,1%
	GControlo	Count	6	4	13	174	197
		% within Grupo	3,0%	2,0%	6,6%	88,3%	100,0%
		% of Total	2,2%	1,4%	4,7%	62,6%	70,9%
Total		Count	7	5	15	251	278
		% within Grupo	2,5%	1,8%	5,4%	90,3%	100,0%
		% of Total	2,5%	1,8%	5,4%	90,3%	100,0%

Tabela 96: Tabela de contingência – erro cometido no item 6. do teste n.º 1 por grupo.

No teste n.º 1, responderam erradamente ao item 6., 4 alunos do Grupo de Trabalho (4,9% dos alunos deste grupo) e 23 alunos do Grupo de Controlo, (11,7% dos alunos deste grupo). No Grupo de Trabalho, responderam erradamente: 1,2% dos alunos que cometeram o erro tipo A; 1,2%, o erro tipo B e 2,5%, o erro tipo C. No Grupo de

Controlo, responderam erradamente: 3,0% dos alunos que cometeram o erro tipo A; 2,0%, o erro tipo B e 6,6%, o erro tipo C.

De modo global, 9,7% dos 278 alunos responderam erradamente ao item 6.: 2,5% cometeram o erro tipo A; 1,8%, o erro tipo B e 5,4%, o erro tipo C.

De seguida, tal como fizemos anteriormente, fomos averiguar se estas duas variáveis são ou não independentes, através da aplicação do teste de independência do Qui-quadrado de Pearson.

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	**3,053**[a]	3	**,384**
Likelihood Ratio	3,468	3	,325
Linear-by-Linear Association	2,867	1	,090
N of Valid Cases	278		

a. 5 cells (62,5%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 1,46.

Tabela 97: Valor do teste do Qui-quadrado para as variáveis erro cometido no item 6. do teste n.º 1 e grupo.

Observando a tabela 97 verificamos que há cinco categorias com frequências esperadas inferiores a 5, correspondente a 62,5% do número total de células, o que pode induzir em erro o investigador, dado que é violado um dos pressupostos da utilização deste teste (62,5% > 20%). Logo, o nível de significância obtido pode ser correcto ou enganador. Assim, temos de recorrer ao teste do Qui-quadrado por simulação de Monte Carlo.

Por observação da tabela 98, o valor do teste é de 3,053 e o valor do nível de significância é de $p = 0{,}418 > 0{,}05$, pelo que não se rejeita a hipótese nula.

Assim, as variáveis *erro cometido no item 6. no teste n.º 1* e *grupo* são independentes.

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Monte Carlo Sig. (2-sided)			Monte Carlo Sig. (1-sided)		
				Sig.	95% Confidence Interval		Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound		Lower Bound	Upper Bound
Pearson Chi-Square	**3,053**[a]	3	**,384**	**,418**[b]	,408	,427			
Likelihood Ratio	3,468	3	,325	,411[b]	,401	,420			
Fisher's Exact Test	2,561			,487[b]	,478	,497			
Linear-by-Linear Association	2,867[c]	1	,090	,095[b]	,089	,100	,047[b]	,043	,051
N of Valid Cases	278								

a. 5 cells (62,5%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 1,46.
b. Based on 10000 sampled tables with starting seed 2000000.
c. The standardized statistic is -1,693.

Tabela 98: Teste do Qui-quadrado de Monte Carlo- relação entre a variável erro cometido no item 6. do teste n.º 1 e a variável grupo.

Analisamos, de seguida, os erros cometidos no item 6. no teste n.º 2.

			Erro cometido no item 6. do Teste n.º 2				Total
			A	B	C	não errou	
Grupo	GTrabalho	Count	0	0	1	76	77
		% within Grupo	,0%	,0%	1,3%	98,7%	100,0%
		% of Total	,0%	,0%	,4%	28,7%	29,1%
	GControlo	Count	5	6	5	172	188
		% within Grupo	2,7%	3,2%	2,7%	91,5%	100,0%
		% of Total	1,9%	2,3%	1,9%	64,9%	70,9%
Total		Count	5	6	6	248	265
		% within Grupo	1,9%	2,3%	2,3%	93,6%	100,0%
		% of Total	1,9%	2,3%	2,3%	93,6%	100,0%

Tabela 99: Tabela de contingência – erro cometido no item 6. do teste n.º 2 por grupo.

No teste n.º 2, responderam erradamente ao item 6., 1 aluno do Grupo de Trabalho (1,3% dos alunos deste grupo) e 16 alunos do Grupo de Controlo, (8,5% dos alunos deste grupo).

No Grupo de Trabalho, 1,3 % dos alunos cometeram erro tipo C. No Grupo de Controlo, responderam erradamente: 2,7% dos alunos que cometeram o erro tipo A; 3,2%, o erro tipo B e 2,7%, o erro tipo C.

De modo global, 6,4% dos 265 alunos responderam erradamente ao item 6.: 1,9% cometeram o erro tipo A; 2,3%, o erro tipo B e 2,3%, o erro tipo C.

De seguida, fomos averiguar se estas duas variáveis são ou não independentes. Para tal, recorremos ao teste de independência do Qui-quadrado de Pearson, considerando um intervalo de confiança de 95%.

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	**5,256**[a]	3	**,154**
Likelihood Ratio	8,351	3	,039
Linear-by-Linear Association	4,974	1	,026
N of Valid Cases	265		

a. 6 cells (75,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 1,45.

Tabela 100: Valor do teste do Qui-quadrado para as variáveis erro cometido no item 1. do teste n.º 1 e grupo.

Observando a tabela 100, verificamos que há seis categorias com frequências esperadas inferiores a 5, o que pode induzir em erro a interpretação do nível de significância obtido no teste do Qui-quadrado, dado que é violado um dos pressupostos da utilização deste teste (75% > 20%). Logo, o nível de significância obtido pode ser correcto ou enganador.

Como só podemos aplicar o teste de Fisher numa tabela 2×2, temos que recorrer ao teste do Qui-quadrado por simulação de Monte Carlo.

Recorrendo ao programa *PASW*, obtivemos a tabela 101:

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Monte Carlo Sig. (2-sided)			Monte Carlo Sig. (1-sided)		
				Sig.	95% Confidence Interval		Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound		Lower Bound	Upper Bound
Pearson Chi-Square	**5,256**[a]	3	**,154**	**,136**[b]	,130	,143			
Likelihood Ratio	8,351	3	,039	,062[b]	,057	,067			
Fisher's Exact Test	4,236			,185[b]	,177	,193			
Linear-by-Linear Association	4,974[c]	1	,026	,025[b]	,022	,028	,008[b]	,007	,010
N of Valid Cases	265								

a. 6 cells (75,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 1,45.
b. Based on 10000 sampled tables with starting seed 624387341.
c. The standardized statistic is -2,230.

Tabela 101: Teste do Qui-quadrado de Monte Carlo- relação entre a variável erro cometido no item 6. do teste n.º 2 e a variável grupo.

Por observação da tabela 101, o valor do teste é de 5,256 e o valor do nível de significância é de $p = 0{,}136 > 0{,}05$, pelo que não se rejeita a hipótese nula. Assim, as variáveis *erro cometido no item 6. no teste n.º 2* e *grupo* são independentes.

Nos gráficos 36 e 37, podemos comparar, por grupo considerado no estudo, a percentagem de cada tipo de erros cometidos no item 6. em cada teste.

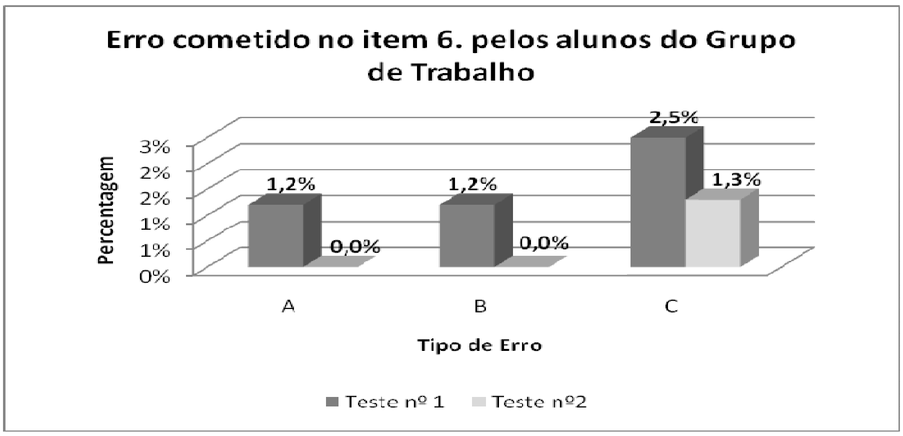


Gráfico 36: Percentagem do tipo de erro cometido, pelos alunos do grupo de trabalho, no item 6. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

No Grupo de Trabalho, houve um decréscimo na percentagem de respostas erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2: passou-se de 4,9% para 1,3%.

No teste n.º 1, o erro cometido com maior percentagem foi o erro tipo C, isto é, 2,5% dos alunos deste grupo não responderam a este item. Ainda neste primeiro momento de avaliação, 1,2% dos alunos não distinguiram figura geométrica de sólido geométrico (erro tipo A) e 1,2% dos alunos cometeram erro tipo B, isto é, não distinguiram os diferentes tipos de sólidos geométricos.

No teste n.º 2, como só houve uma resposta errada no Grupo de Trabalho, só existiu um único tipo de erro, o C, ou seja, esse aluno não respondeu a este item.

Verificamos que neste grupo, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, a percentagem de qualquer um dos tipos de erros cometidos diminui.

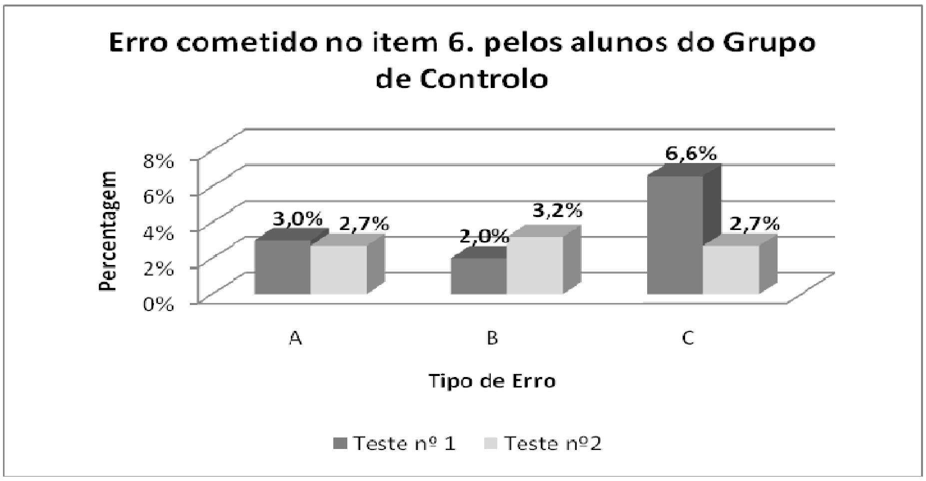


Gráfico 37: Percentagem do tipo de erro cometido, pelos alunos do grupo de controlo, no item 6. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

No Grupo de Controlo, houve um decréscimo na percentagem de respostas erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2: passou-se de 11,7% para 8,5%.

No teste n.º 1, o erro cometido com maior percentagem foi o erro tipo C, isto é, 6,6% dos alunos deste grupo não responderam a este item. Ainda neste primeiro momento de avaliação, 3% dos alunos não distinguiram figura geométrica de sólido geométrico (erro tipo A) e 2% dos alunos cometeram erro tipo B, isto é, não distinguiram os diferentes tipos de sólidos geométricos.

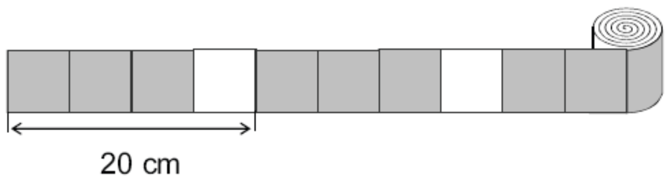
No teste n.º 2, o erro cometido com maior percentagem foi o erro tipo B, isto é, 3,2% dos alunos não distinguiram os diferentes tipos de sólidos geométricos. Ainda neste momento de avaliação, 2,7% dos alunos não distinguiram figura geométrica de sólido geométrico (erro tipo A) e 2,7% dos alunos não responderam a este item (erro tipo C).

Verificamos que neste grupo, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, a percentagem de erro tipo B aumentou, a do erro tipo C diminuiu e a do erro tipo A foi semelhante nos dois momentos de avaliação.

2.2.8. Item 7.

O item 7. foi cotado em 16%. Como podemos ver pelos critérios de correcção, neste item poderíamos atribuir 0, 3, 5, 8, 15 ou 16 pontos, mediante o erro cometido pelo aluno em causa. O enunciado do item 7. é:

O Carlos comprou uma tira de autocolantes, todos do mesmo tamanho. A tira mantém sempre o mesmo padrão de autocolantes cinzentos e brancos, tal como mostra a figura.



Na figura não se vêem todos os autocolantes da tira, porque uma parte está enrolada. A tira completa tem 1 metro de comprimento.

Quantos autocolantes brancos e quantos autocolantes cinzentos tem a tira completa?

2.2.8.1. Análise das pontuações obtidas pelos alunos

Nas tabelas 102 e 103 apresentamos os resultados obtidos pelos alunos que fizeram parte deste estudo:

Item 7. do Teste n.º 1

			Item 7.						Total
			0	3	5	8	15	16	
Grupo	GTrabalho	Count	39	3	1	2	2	34	81
		% within Grupo	48,1%	3,7%	1,2%	2,5%	2,5%	42,0%	100,0%
		% of Total	14,0%	1,1%	,4%	,7%	,7%	12,2%	29,1%
	GControlo	Count	123	5	1	10	3	55	197
		% within Grupo	62,4%	2,5%	,5%	5,1%	1,5%	27,9%	100,0%
		% of Total	44,2%	1,8%	,4%	3,6%	1,1%	19,8%	70,9%
Total		Count	162	8	2	12	5	89	278
		% within Grupo	58,3%	2,9%	,7%	4,3%	1,8%	32,0%	100,0%
		% of Total	58,3%	2,9%	,7%	4,3%	1,8%	32,0%	100,0%

Tabela 102: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 7. do teste n.º 1 por grupo.

Item 7. do Teste n.º 2

			Item 7.					Total
			0	3	8	15	16	
Grupo	GTrabalho	Count	21	0	3	0	53	77
		% within Grupo	27,3%	,0%	3,9%	,0%	68,8%	100,0%
		% of Total	7,9%	,0%	1,1%	,0%	20,0%	29,1%
	GControlo	Count	111	4	2	2	69	188
		% within Grupo	59,0%	2,1%	1,1%	1,1%	36,7%	100,0%
		% of Total	41,9%	1,5%	,8%	,8%	26,0%	70,9%
Total		Count	132	4	5	2	122	265
		% within Grupo	49,8%	1,5%	1,9%	,8%	46,0%	100,0%
		% of Total	49,8%	1,5%	1,9%	,8%	46,0%	100,0%

Tabela 103: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 7. do teste n.º 2 por grupo.

Como podemos verificar pelas tabelas 102 e 103, os alunos do Grupo de Trabalho melhoraram os seus resultados neste item, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, dado que de 42% de respostas correctas, correspondente a 34 respostas correctas em 81 recolhidas, passou-se para 68,8%, correspondente a 53 respostas correctas em 77 recolhidas. Assim, o número de respostas erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, diminui. No teste n.º 1, 48,1% (39 alunos em 81) dos alunos do Grupo de Trabalho tiveram zero pontos, enquanto no teste n.º 2 essa percentagem foi apenas de 27,3% (21 alunos em 77).

Pelas tabelas anteriores, constatamos que os alunos do Grupo de Controlo também melhoraram do teste n.º 1 para o teste n.º 2, neste item: passou-se de 27,9% de respostas correctas, correspondente a 55 respostas correctas em 197 respostas recolhidas, para 36,7%, correspondente a 123 respostas correctas em 188 recolhidas. Assim, o número de respostas erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, diminui. No teste n.º 1, 62,4% (123 alunos em 197) dos alunos do Grupo de Controlo tiveram zero pontos, enquanto no teste n.º 2 essa percentagem foi de 59% (111 alunos em 188).

De modo global, constatamos que, dos 278 alunos que realizaram o teste n.º 1, 89 responderam correctamente a este item, e 122 alunos em 265 responderam correctamente no teste n.º 2.

Assim, em termos percentuais, podemos constatar que no item 7., os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho foram melhores.

Nos gráficos 38 e 39, podemos comparar, por grupo, os resultados obtidos nos dois testes aplicados.

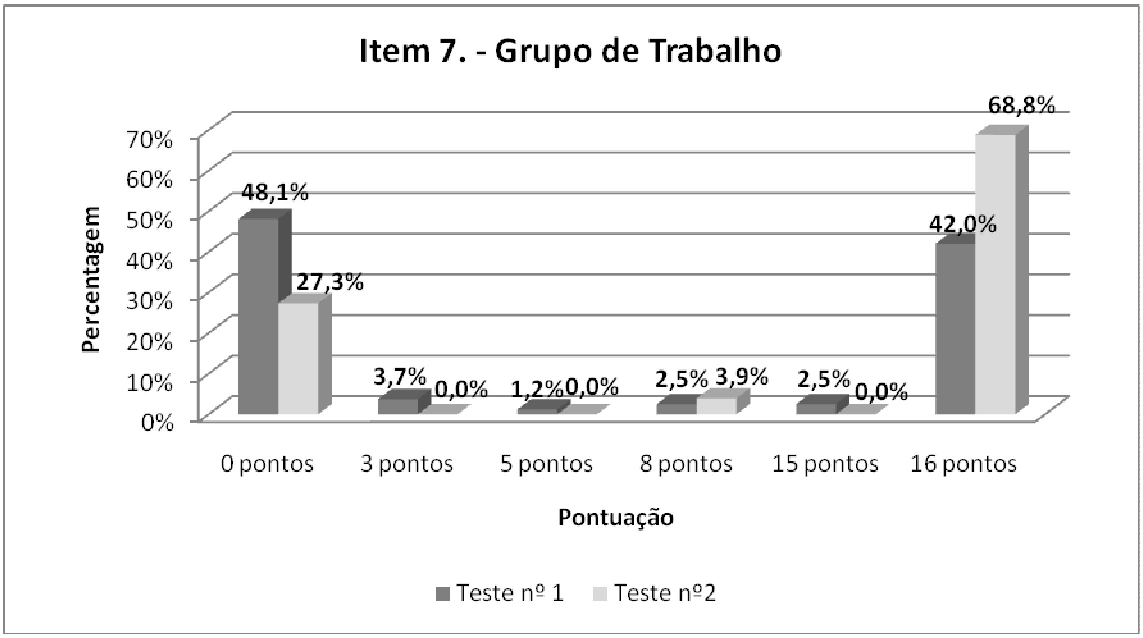


Gráfico 38: Percentagem das cotações atribuídas, aos alunos do grupo de trabalho, no item 7. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

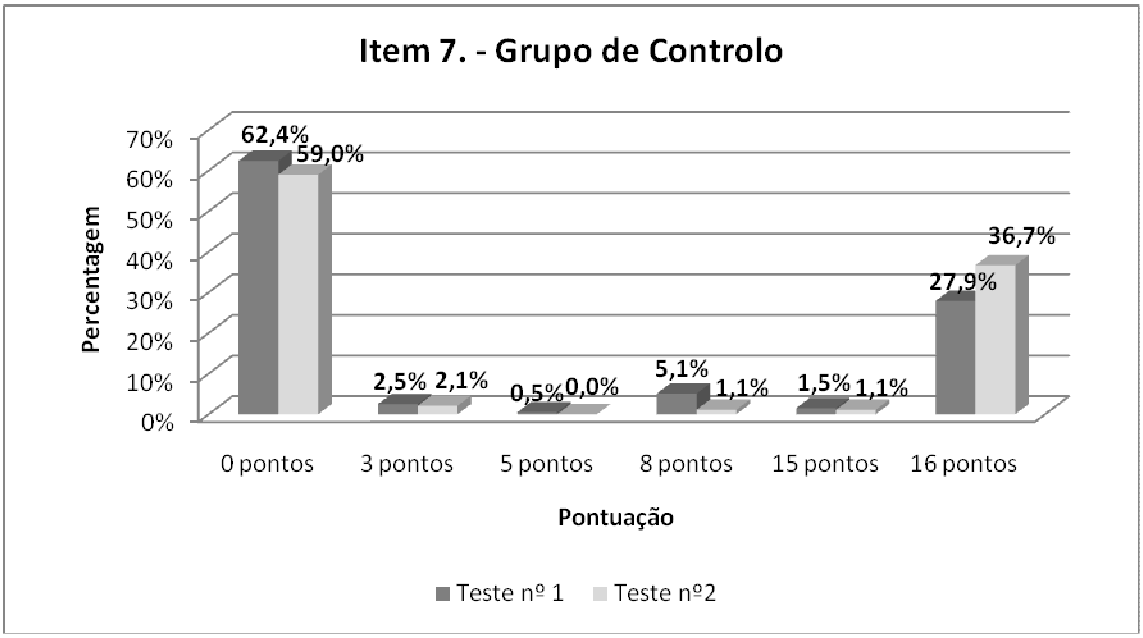


Gráfico 39: Percentagem das cotações atribuídas, aos alunos do grupo de controlo, no item 7. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

Através da análise destes gráficos, podemos verificar que a maioria dos alunos dos dois grupos consideradas responderam correctamente ou de forma totalmente errada, pois a maioria obteve 0 ou 16 pontos nos dois momentos de avaliação.

No Grupo de Trabalho, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, verificamos que houve um decréscimo acentuado no número de respostas totalmente erradas, cotadas com 0 pontos (48,1% para 27,3%), e um aumento considerável no número de respostas correctas, cotadas com 16 pontos (42% para 68,8%).

No Grupo de Controlo, acontece algo semelhante apesar do progresso não ser tão grande. Neste grupo, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, verificamos que houve um decréscimo no número de respostas totalmente erradas, cotadas com 0 pontos (62,4% para 59%), e um aumento no número de respostas correctas, cotadas com 16 pontos (27,9% para 36,7%).

2.2.8.2. Análise dos erros cometidos pelos alunos

Como já foi referido, o item 7. do teste de avaliação aplicado foi cotado em 0, 3, 5, 8, 15 ou 16 pontos, de acordo com o tipo de erro cometido, descritos nos critérios de correcção. Assim, a uma resposta totalmente correcta foram atribuídos 16 pontos e a uma resposta totalmente errada 0 pontos.

Resumidamente, o erro tipo A foi atribuído quando um aluno respondeu correctamente, sem apresentar uma explicação adequada ou sem apresentar uma explicação; o erro tipo B, quando um aluno apresentou uma estratégia apropriada e completa de resolução do problema, mas cometeu um pequeno erro de cálculo e respondeu de acordo com o erro cometido; o erro tipo C, quando um aluno respondeu erradamente, mas revelou ter presente as noções de perímetro e área; o erro tipo D, quando um aluno não respondeu a este item e o erro tipo E, quando um aluno apresentou outra resposta errada, não descrita anteriormente.

Nas tabelas 104 e 105, podemos ver a percentagem de respostas erradas, de acordo com o erro cometido neste item:

			Teste n.º 1						Total
			A	**B**	**C**	**D**	**E**	**não errou**	
Item 7.	0	Count	0	0	0	61	101	0	162
		% of Total	,0%	,0%	,0%	21,9%	36,3%	,0%	58,3%
	3	Count	8	0	0	0	0	0	8
		% of Total	2,9%	,0%	,0%	,0%	,0%	,0%	2,9%
	5	Count	0	0	2	0	0	0	2
		% of Total	,0%	,0%	,7%	,0%	,0%	,0%	,7%
	8	Count	0	0	12	0	0	0	12
		% of Total	,0%	,0%	4,3%	,0%	,0%	,0%	4,3%
	15	Count	0	5	0	0	0	0	5
		% of Total	,0%	1,8%	,0%	,0%	,0%	,0%	1,8%
	16	Count	0	0	0	0	0	89	89
		% of Total	,0%	,0%	,0%	,0%	,0%	32,0%	32,0%
Total		Count	8	5	14	61	101	89	278
		% of Total	2,9%	1,8%	5,0%	21,9%	36,3%	32,0%	100,0%

Tabela 104: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 7. do teste n.º 1 por erro cometido.

No teste n.º 1, 162 alunos tiveram cotação 0 pontos e 89 alunos a pontuação máxima, 16 pontos, num total de 278 alunos. Dos alunos que tiveram 0 pontos, 21,9% cometeram o erro tipo D e 36,3% o erro tipo E.

			Teste n.º 2						Total
			A	B	C	D	E	não errou	
Item 7.	0	Count	0	0	0	42	90	0	132
		% of Total	,0%	,0%	,0%	15,8%	34,0%	,0%	49,8%
	3	Count	4	0	0	0	0	0	4
		% of Total	1,5%	,0%	,0%	,0%	,0%	,0%	1,5%
	8	Count	0	0	5	0	0	0	5
		% of Total	,0%	,0%	1,9%	,0%	,0%	,0%	1,9%
	15	Count	0	2	0	0	0	0	2
		% of Total	,0%	,8%	,0%	,0%	,0%	,0%	,8%
	16	Count	0	0	0	0	0	122	122
		% of Total	,0%	,0%	,0%	,0%	,0%	46,0%	46,0%
Total		Count	4	2	5	42	90	122	265
		% of Total	1,5%	,8%	1,9%	15,8%	34,0%	46,0%	100,0%

Tabela 105: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 7. do teste n.º 2 por erro cometido.

No teste n.º 2, 132 alunos tiveram cotação 0 pontos e 122 alunos a pontuação máxima, 16 pontos, num total de 265 alunos. Dos alunos que tiveram 0 pontos, 15,8% cometeram o erro tipo D e 34,0% cometeram o erro tipo E.

De modo global, responderam erradamente ao item 7., 68% dos 278 alunos que realizaram o teste n.º 1 e 54% dos 265 alunos que realizaram o teste n.º 2.

Nas tabelas 106 e 109 podemos ver as percentagens de respostas erradas, de acordo com o tipo de erro cometido, nos dois momentos de avaliação, para cada um dos grupos considerados.

No teste n.º 1, responderam erradamente ao item 7., 47 alunos do Grupo de Trabalho (58% dos alunos deste grupo) e 142 alunos do Grupo de Controlo, (72,1% dos alunos deste grupo). No Grupo de Trabalho, responderam erradamente: 3,7% dos alunos que cometeram o erro tipo A; 2,5%, o erro tipo B; 3,7%, o erro tipo C; 14,8%, o erro tipo D e 33,3%, o erro tipo E. No Grupo de Controlo, responderam erradamente: 2,5% dos alunos que cometeram o erro tipo A; 1,5%, o erro tipo B; 5,6%, o erro tipo C; 24,9%, o erro tipo D e 37,6%, o erro tipo E (ver tabela 106).

			Erro cometido no item 7. do Teste n.º 1						Total
			A	B	C	D	E	não errou	
Grupo	GTrabalho	Count	3	2	3	12	27	34	81
		% within Grupo	3,7%	2,5%	3,7%	14,8%	33,3%	42,0%	100,0%
		% of Total	1,1%	,7%	1,1%	4,3%	9,7%	12,2%	29,1%
	GControlo	Count	5	3	11	49	74	55	197
		% within Grupo	2,5%	1,5%	5,6%	24,9%	37,6%	27,9%	100,0%
		% of Total	1,8%	1,1%	4,0%	17,6%	26,6%	19,8%	70,9%
Total		Count	8	5	14	61	101	89	278
		% within Grupo	2,9%	1,8%	5,0%	21,9%	36,3%	32,0%	100,0%
		% of Total	2,9%	1,8%	5,0%	21,9%	36,3%	32,0%	100,0%

Tabela 106: Tabela de contingência – erro cometido no item 1. do teste n.º 1 por grupo.

De modo global, 68% dos 278 alunos responderam erradamente ao item 7.: 2,9% cometeram o erro tipo A; 1,8%, o erro tipo B; 5,0%, o erro tipo C; 21,9%, o erro tipo D e 36,3%, o erro tipo E.

De seguida, averiguamos se estas duas variáveis são ou não independentes. Para tal, recorremos ao teste de independência do Qui-quadrado de Pearson, considerando um intervalo de confiança de 95%.

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	**7,431**[a]	5	**,190**
Likelihood Ratio	7,465	5	,188
Linear-by-Linear Association	4,039	1	,044
N of Valid Cases	278		

a. 4 cells (33,3%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 1,46.

Tabela 107: Valor do teste do Qui-quadrado para as variáveis erro cometido no item 7. do teste n.º 1 e grupo.

Observando a tabela 107 verificamos que há quatro categorias com frequências esperadas inferiores a 5, o que pode induzir em erro a interpretação do nível de significância obtido no teste do Qui-quadrado, dado que é violado um dos pressupostos da utilização deste teste (33,3% > 20%). Como temos uma tabela 2×5, não podemos aplicar o teste de Fisher, pelo que temos que recorrer ao teste do Qui-quadrado por simulação de Monte Carlo. Recorrendo ao programa *PASW*, obtivemos a tabela 108:

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Monte Carlo Sig. (2-sided)			Monte Carlo Sig. (1-sided)		
				Sig.	95% Confidence Interval		Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound		Lower Bound	Upper Bound
Pearson Chi-Square	**7,431**[a]	5	**,190**	**,186**[b]	,178	,194			
Likelihood Ratio	7,465	5	,188	,234[b]	,225	,242			
Fisher's Exact Test	7,608			,158[b]	,151	,165			
Linear-by-Linear Association	4,039[c]	1	,044	,045[b]	,041	,049	,023[b]	,020	,026
N of Valid Cases	278								

a. 4 cells (33,3%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 1,46.

b. Based on 10000 sampled tables with starting seed 2000000.

c. The standardized statistic is -2,010.

Tabela 108: Teste do Qui-quadrado de Monte Carlo- relação entre a variável erro cometido no item 7. do teste n.º 1 e a variável grupo.

Por observação da tabela anterior, o valor do teste é de 7,431 e o valor do nível de significância é de $p = 0{,}186 > 0{,}05$, pelo que não se rejeita a hipótese nula.

Assim, as variáveis *erro cometido no item 7. no teste n.º 1* e *grupo* são independentes.

Analisamos, de seguida, os erros cometidos no item 7. no teste n.º 2.

			Erro cometido no item 7. do Teste n.º 2						Total
			A	B	C	D	E	não errou	
Grupo	GTrabalho	Count	0	0	3	8	13	53	77
		% within Grupo	,0%	,0%	3,9%	10,4%	16,9%	68,8%	100,0%
		% of Total	,0%	,0%	1,1%	3,0%	4,9%	20,0%	29,1%
	GControlo	Count	4	2	2	34	77	69	188
		% within Grupo	2,1%	1,1%	1,1%	18,1%	41,0%	36,7%	100,0%
		% of Total	1,5%	,8%	,8%	12,8%	29,1%	26,0%	70,9%
Total		Count	4	2	5	42	90	122	265
		% within Grupo	1,5%	,8%	1,9%	15,8%	34,0%	46,0%	100,0%
		% of Total	1,5%	,8%	1,9%	15,8%	34,0%	46,0%	100,0%

Tabela 109: Tabela de contingência **–** erro cometido no item 7. do teste n.º 2 por grupo.

No teste n.º 2, responderam erradamente ao item 7., 24 alunos do Grupo de Trabalho (31,2% dos alunos deste grupo) e 119 alunos do Grupo de Controlo, (63,3% dos alunos deste grupo).

No Grupo de Trabalho, responderam erradamente: 3,9% dos alunos que cometeram o erro tipo C; 10,4%, o erro tipo D e 16,9%, o erro tipo E.

No Grupo de Controlo, responderam erradamente: 2,1% dos alunos que cometeram o erro tipo A; 1,1%, o erro tipo B; 1,1%, o erro tipo C; 18,1%, o erro tipo D e 41,0%, o erro tipo E.

De modo global, 54% dos 265 alunos responderam erradamente ao item 7.: 1,5% cometeram o erro tipo A; 0,8%, o erro tipo B; 1,9%, o erro tipo C; 15,8%, o erro tipo D; e 34,0%, o erro tipo E.

De seguida, fomos testar se estas duas variáveis são ou não independentes, através do teste de independência do Qui-quadrado de Pearson.

Consideramos um intervalo de confiança de 95%, pelo que o nível crítico ou de significância foi de 5%.

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	**28,392**[a]	5	**,000**
Likelihood Ratio	30,423	5	,000
Linear-by-Linear Association	20,136	1	,000
N of Valid Cases	265		

a. 6 cells (50,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is ,58.

Tabela 110: Valor do teste do Qui-quadrado para as variáveis erro cometido no item 7. do teste n.º 2 e grupo.

Observando a tabela 110 verificamos que há seis categorias com frequências esperadas inferiores a 5, o que pode induzir em erro a interpretação do nível de significância obtido no teste do Qui-quadrado, dado que é violado um dos pressupostos da utilização deste teste (50% > 20%). Logo, recorrendo ao teste do Qui-quadrado por simulação de Monte Carlo, no programa *PASW* , obtivemos a tabela 111:

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Monte Carlo Sig. (2-sided)			Monte Carlo Sig. (1-sided)		
				Sig.	95% Confidence Interval		Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound		Lower Bound	Upper Bound
Pearson Chi-Square	**28,392**[a]	5	**,000**	**,000**[b]	,000	,000			
Likelihood Ratio	30,423	5	,000	,000[b]	,000	,000			
Fisher's Exact Test	27,494			,000[b]	,000	,000			
Linear-by-Linear Association	20,136[c]	1	,000	,000[b]	,000	,000	,000[b]	,000	,000
N of Valid Cases	265								

a. 6 cells (50,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is ,58.
b. Based on 10000 sampled tables with starting seed 624387341.
c. The standardized statistic is -4,487.

Tabela 111: Teste do Qui-quadrado de Monte Carlo- relação entre a variável erro cometido no item 7. do teste n.º 2 e a variável grupo.

Por observação da tabela 111, o valor do teste é de 28,392 e o valor do nível de significância é inferior a 0,05, pelo que se rejeita a hipótese nula, ainda com maior confiança do que a resolução aproximada à distribuição do Qui-quadrado. Assim, as variáveis *erro cometido no item 7. no teste n.º 2* e *grupo* são dependentes.

Nos gráficos 40 e 41, podemos comparar, por grupo considerado no estudo, a percentagem de cada tipo de erros cometidos no item 7. em cada teste.

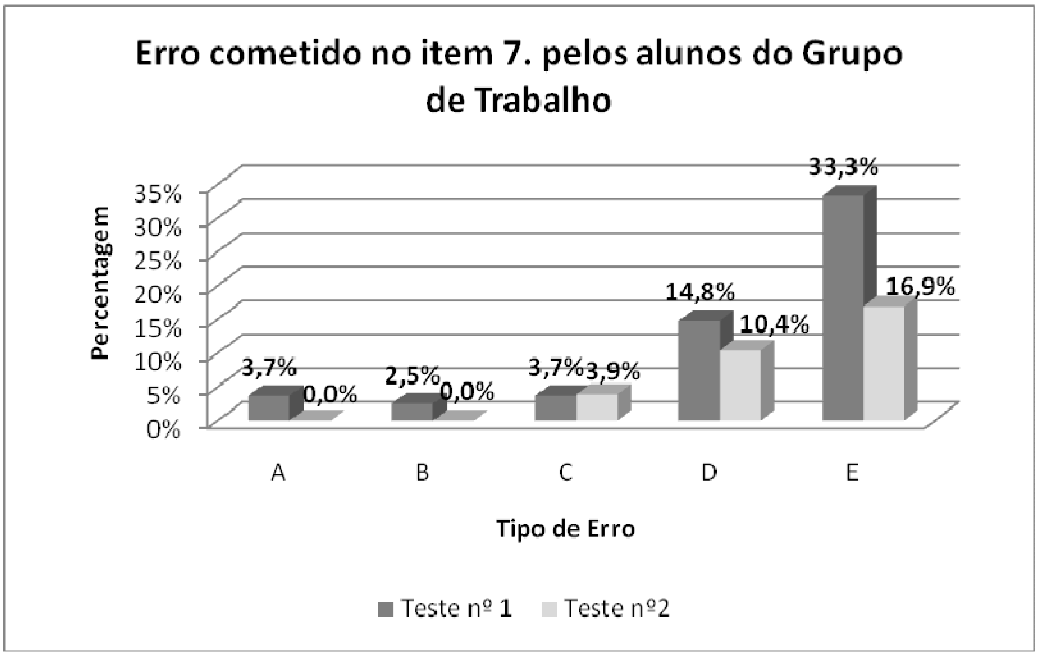


Gráfico 40: Percentagem do tipo de erro cometido, pelos alunos do grupo de trabalho, no item 7. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

No Grupo de Trabalho, houve um decréscimo acentuado na percentagem de respostas erradas do teste n.º 1 para o teste n.º 2: passou-se de 58% para 31,2%.

Neste grupo, nos dois momentos de avaliação, o erro cometido com maior percentagem foi o erro tipo E: no teste n.º 1, essa percentagem foi de 33,3% e no teste n.º 2 foi de 16,9%.

No teste n.º 1, 14,8% dos alunos do Grupo de Trabalho cometeram o erro tipo D, isto é, não responderam a este item no teste. No teste n.º 2, este erro também teve uma percentagem considerável, apesar de ter diminuído para 10,4%.

Relativamente ao erro do tipo A, responder correctamente sem apresentar justificação ou a explicação não ser adequada, verificamos que 3,7% dos alunos do Grupo de Trabalho cometeram este tipo de erro no teste n.º 1, mas nenhum no teste n.º 2.

No que diz respeito ao erro tipo B, no teste n.º 1, 2,5% dos alunos deste grupo apresentaram uma estratégia adequada e completa de resolução, no entanto cometeram um pequeno erro de cálculo e responderam de acordo com esse erro. No teste n.º 2, nenhum aluno cometeu erro tipo B.

Em relação ao erro tipo C, constatamos que houve uma ligeira melhoria do teste n.º 1 para o teste n.º 2, talvez porque houve a diminuição de respostas erradas classificadas com erros do tipo A e B. O aluno que cometeu este erro, respondeu erradamente, mas teve presente as noções de perímetro e área.

De seguida, analisamos um gráfico idêntico ao anterior, mas para os alunos do Grupo de Controlo.

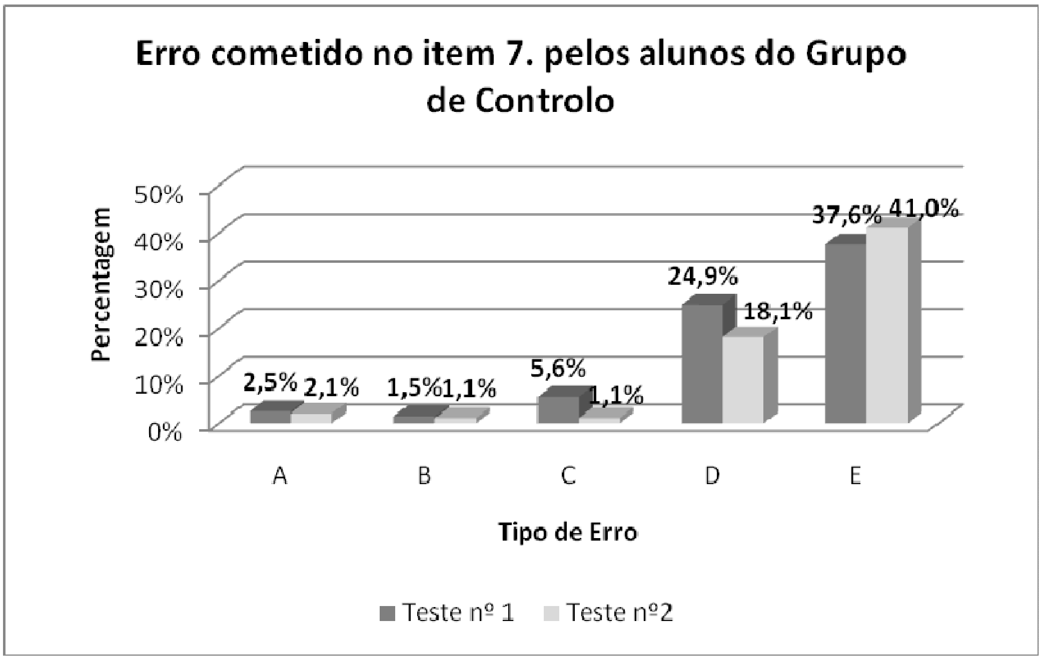


Gráfico 41: Percentagem do tipo de erro cometido, pelos alunos do grupo de controlo, no item 7. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

No Grupo de Controlo, houve um decréscimo na percentagem de respostas erradas do teste n.º 1 para o teste n.º 2: passou-se de 72,1% para 63,3%.

Neste grupo, nos dois momentos de avaliação, o erro cometido com maior percentagem foi o erro tipo E: no teste n.º 1, essa percentagem foi de 37,6% e no teste n.º 2 foi de 41%.

No teste n.º 1, 24,9% dos alunos do Grupo de Controlo cometeram o erro tipo D, isto é, não responderam a este item no teste. No teste n.º 2, este erro também teve uma percentagem considerável, apesar de ter diminuído para 18,1%.

Relativamente ao erro cometido do tipo A, responder correctamente sem apresentar justificação ou a explicação não ser adequada, houve uma ligeira diminuição na sua percentagem do teste n.º 1 para o teste n.º 2, passou-de de 2,5% para 2,1%.

No que diz respito ao erro tipo B, apresentar uma estratégia adequada e completa de resolução, no entanto cometer um pequeno erro de cálculo e responder de acordo com esse erro, houve uma ligeira diminuição na sua percentagem do teste n.º 1 para o teste n.º 2, passou-de de 1,5% para 1,1%.

Em relação ao erro tipo C, constatamos que houve um decréscimo, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, passou-se de 5,6% para 1,1%. O aluno que cometeu este erro, respondeu erradamente, mas teve presente as noções de perímetro e área.

É de reparar, ainda, que apesar dos erros tipos A, B, C e D terem diminuído, do primeiro momento de avaliação para o segundo, a percentagem de alunos que cometeram o erro tipo E aumentou, isto é, mais alunos deram respostas descontextualizadas da pergunta colocada e, por isso, não previstas nos critérios de correcção.

2.2.8.3. Exemplos de respostas recolhidas

Na tabela 112 apresentamos alguns exemplos de respostas obtidas no item 7..

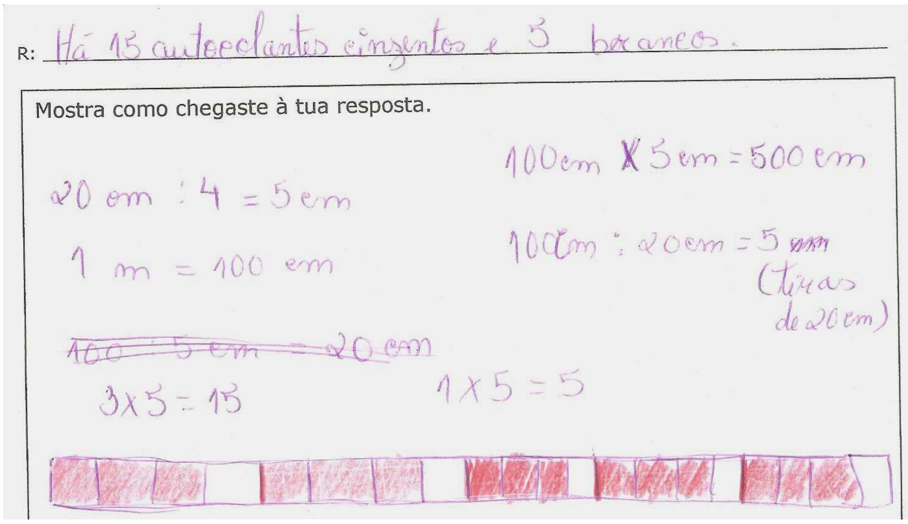
Para cada tipo de erro cometido, as respostas analisadas tinham cotações diferentes: 0, 3, 5, 8, 15 ou 16 pontos.

<table>
<tr><th>Cotação e tipo de erro atribuídos</th><th>Exemplo de Resposta Avaliada</th></tr>
<tr><td>

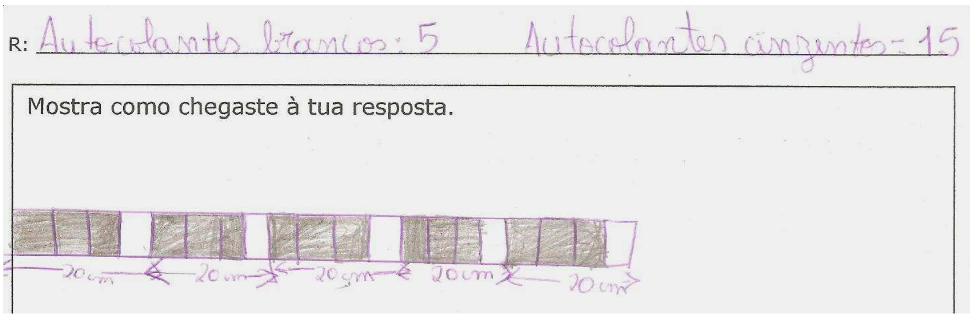
16 pontos

Resposta Correcta

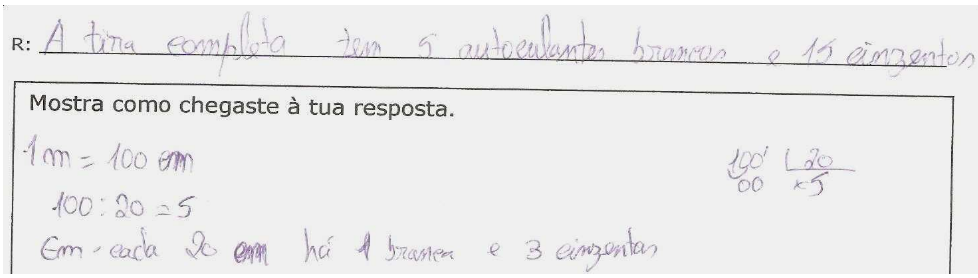
</td><td>



Apf10 (T2)



Apf10(T2)

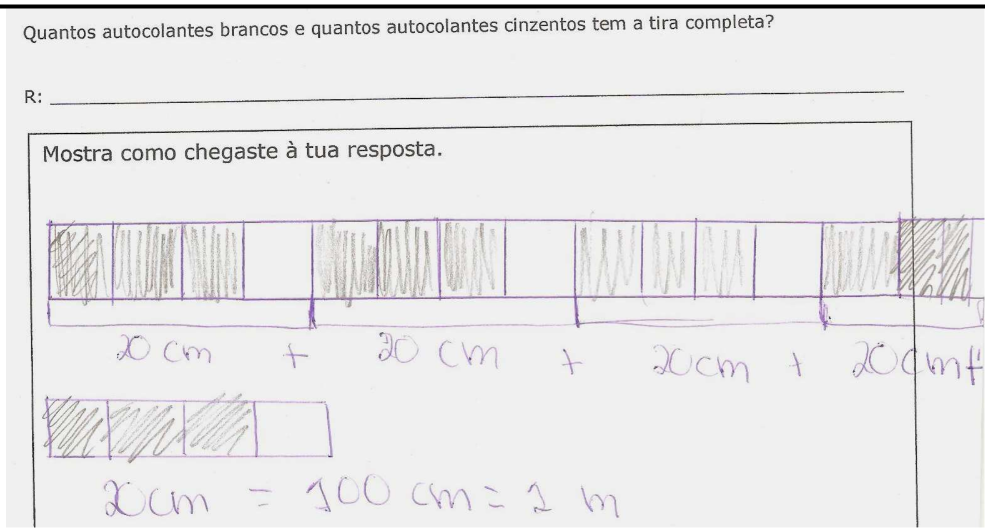


Api6(T2)

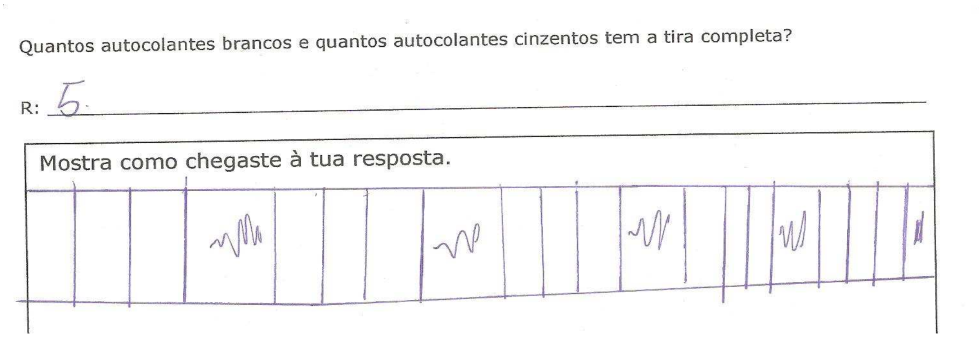
</td></tr>
</table>

15 pontos

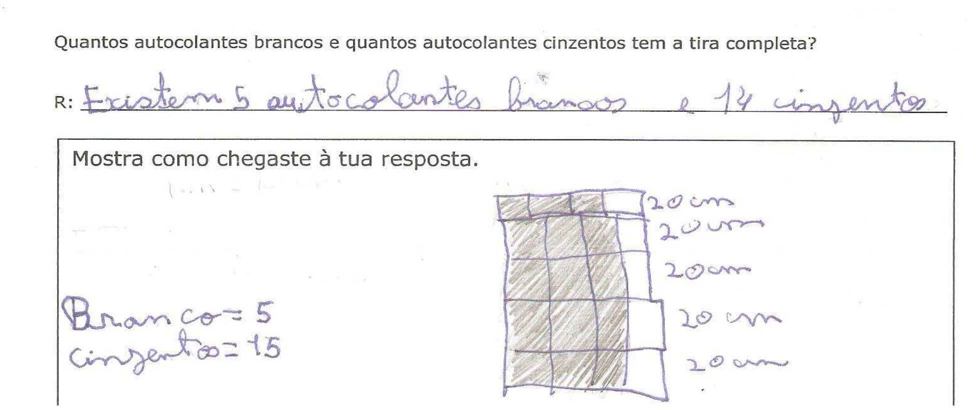
Erro tipo B



Apg14 (T2)

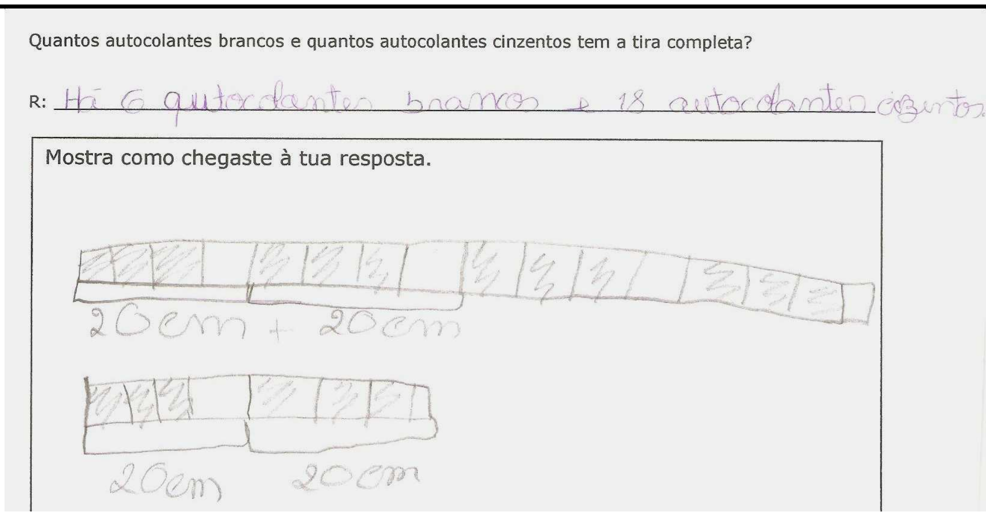


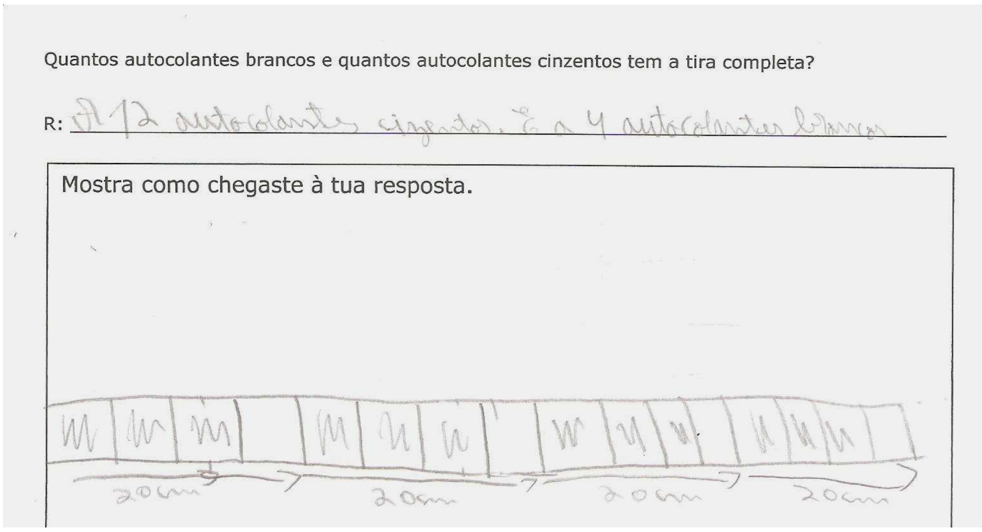
Aph10 (T2)

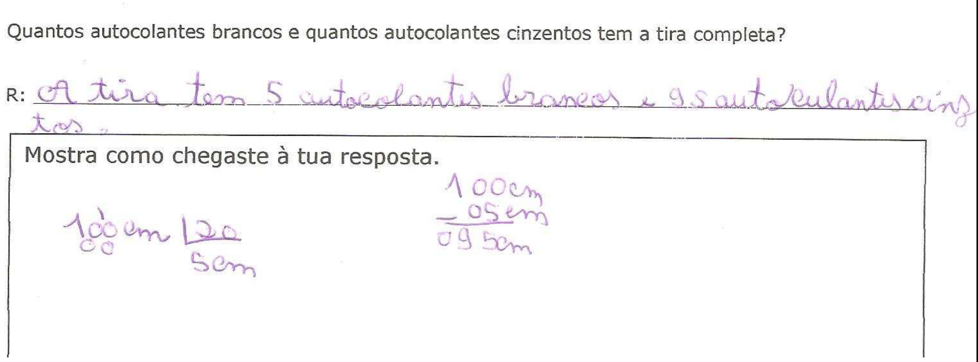


Apc16 (T1)

<table>
<tr>
<td>8 pontos

Erro tipo C</td>
<td>


Ama3 (T2)


Apg9 (T1)
</td>
</tr>
<tr>
<td>5pontos
Erro tipo C</td>
<td>


Amb 16 (T1)
</td>
</tr>
</table>

	Quantos autocolantes brancos e quantos autocolantes cinzentos tem a tira completa? R: Tem 10 brancos e 10 cinzentos. Mostra como chegaste à tua resposta. Em vinte cm á 2 cinzentos e 2 brancos. 20 cm = 2 cinzentos e 2 brancos. 20 cm = 2 cinzentos e 2 brancos. 20 cm = 2 cinzentos e 2 brancos. 20 cm = 2 cinzentos e 2 brancos. 20 cm = 2 cinzentos e 2 brancos. 2 2 2 2 2 2 2 2 +2 +2 10 10 **Amd3 (T1)**
3pontos Erro tipo A	Quantos autocolantes brancos e quantos autocolantes cinzentos tem a tira completa? R: Tem cinco autocolantes brancos e quinze cinzentos. Mostra como chegaste à tua resposta. 6 **Ama 10 (T2)**

<table>
<tr><td rowspan="2">0 pontos</td><td>Erro tipo D</td><td>Os alunos não responderam a este item.</td></tr>
<tr><td>Erro tipo E</td><td>Quantos autocolantes brancos e quantos autocolantes cinzentos tem a tira completa?
R:
Mostra como chegaste à tua resposta.
Brancos
20 cm - 2 autocolantes
40 cm - 4 autocolantes
60 cm - 6 autocolantes
80 cm - 8 autocolantes
1 m - 10 autocolantes
Cinzentos
20 cm - 2 autocolantes
40 cm - 4 autocolantes
60 cm - 6 autocolantes
80 cm - 8 autocolantes
1 m - 10 autocolantes
10 + 10 = 20 autocolantes
Apl 14 (T2)

Quantos autocolantes brancos e quantos autocolantes cinzentos tem a tira completa?
R: 2000 cm
Mostra como chegaste à tua resposta.
1 m = 100 cm
100 cm
× 20 cm
000
+ 200
2000 cm
Apl 15 (T2)</td></tr>
</table>

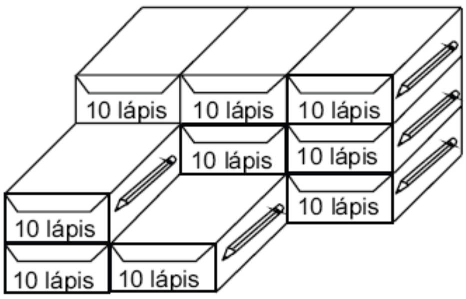
		Quantos autocolantes brancos e quantos autocolantes cinzentos tem a tira completa? R: B _ 2 C _ 8 Mostra como chegaste à tua resposta. contando os pedacinhos do rola **Ama1 (T2)**

Tabela 112: Exemplos de respostas dadas pelos alunos da amostra em estudo no item 7..

2.2.9. Item 8.

O item 8. foi cotado em 16%. Como podemos ver pelos critérios de correcção, neste item poderíamos atribuir 0, 3, 8, 15 ou 16 pontos, mediante o erro cometido pelo aluno em causa. O enunciado do item 8. é:

A professora guardou as caixas de lápis como mostra a figura.



Cada caixa tem 10 lápis.

Ao todo, quantos lápis há nas caixas que a professora guardou?

2.2.9.1. Análise das pontuações obtidas pelos alunos

Nas tabelas 113 e 114, apresentamos os resultados obtidos pelos alunos que fizeram parte deste estudo:

Item 8. do Teste n.º 1

			Item 8.					
			0	**3**	**8**	**15**	**16**	**Total**
Grupo	GTrabalho	Count	9	7	12	0	53	81
		% within Grupo	11,1%	8,6%	14,8%	,0%	65,4%	100,0%
		% of Total	3,2%	2,5%	4,3%	,0%	19,1%	29,1%
	GControlo	Count	41	17	10	3	126	197
		% within Grupo	20,8%	8,6%	5,1%	1,5%	64,0%	100,0%
		% of Total	14,7%	6,1%	3,6%	1,1%	45,3%	70,9%
Total		Count	50	24	22	3	179	278
		% within Grupo	18,0%	8,6%	7,9%	1,1%	64,4%	100,0%
		% of Total	18,0%	8,6%	7,9%	1,1%	64,4%	100,0%

Tabela 113: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 8. do teste n.º 1 por grupo.

Item 8. do Teste n.º 2

			Item 8.				
			0	**3**	**8**	**16**	**Total**
Grupo	GTrabalho	Count	5	0	6	66	77
		% within Grupo	6,5%	,0%	7,8%	85,7%	100,0%
		% of Total	1,9%	,0%	2,3%	24,9%	29,1%
	GControlo	Count	45	17	4	122	188
		% within Grupo	23,9%	9,0%	2,1%	64,9%	100,0%
		% of Total	17,0%	6,4%	1,5%	46,0%	70,9%
Total		Count	50	17	10	188	265
		% within Grupo	18,9%	6,4%	3,8%	70,9%	100,0%
		% of Total	18,9%	6,4%	3,8%	70,9%	100,0%

Tabela 114: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 8. do teste n.º 2 por grupo.

Como podemos nas tabelas 113 e 114, os alunos do Grupo de Trabalho melhoraram os seus resultados neste item, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, dado que de 65,4% de respostas correctas, correspondente a 53 respostas correctas em 81 recolhidas, passou-se para 85,7%, correspondente a 66 respostas correctas em 77 recolhidas.

Assim o número de respostas erradas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, diminui. No teste n.º 1, 11,1% (9 alunos em 81) dos alunos do Grupo de Trabalho tiveram zero pontos, enquanto no teste n.º 2 essa percentagem foi apenas de 6,5% (5 alunos em 77).

Observamos, ainda, que os alunos do Grupo de Controlo não melhoraram do teste n.º1 para o teste n.º 2, neste item: passou-se de 64% de respostas correctas, correspondente a 126 respostas correctas em 197 respostas recolhidas, para 64,9%, correspondente a 122 respostas correctas em 188 recolhidas.

Para além disso, o número de respostas totalmente erradas, do teste n.º 1 para n.º 2, aumentou. No teste n.º 1, 20,8% (41 alunos em 197) dos alunos do Grupo de Controlo tiveram zero pontos, enquanto no teste n.º 2 essa percentagem foi de 23,9% (45 alunos em 188).

De modo global, constatamos que dos 278 alunos que realizaram o teste n.º 1, 179 responderam correctamente a este item e 188 alunos em 265 responderam correctamente no teste n.º 2.

Assim, em termos percentuais, podemos verificar que, no item 8., os resultados obtidos no teste n.º 1 foram idênticos nos dois grupos considerados, mas os resultados obtidos no teste n.º 2 foram melhores nos alunos do Grupo de Trabalho.

Nos gráficos 42 e 43, podemos comparar, por grupo, os resultados obtidos nos dois testes aplicados.

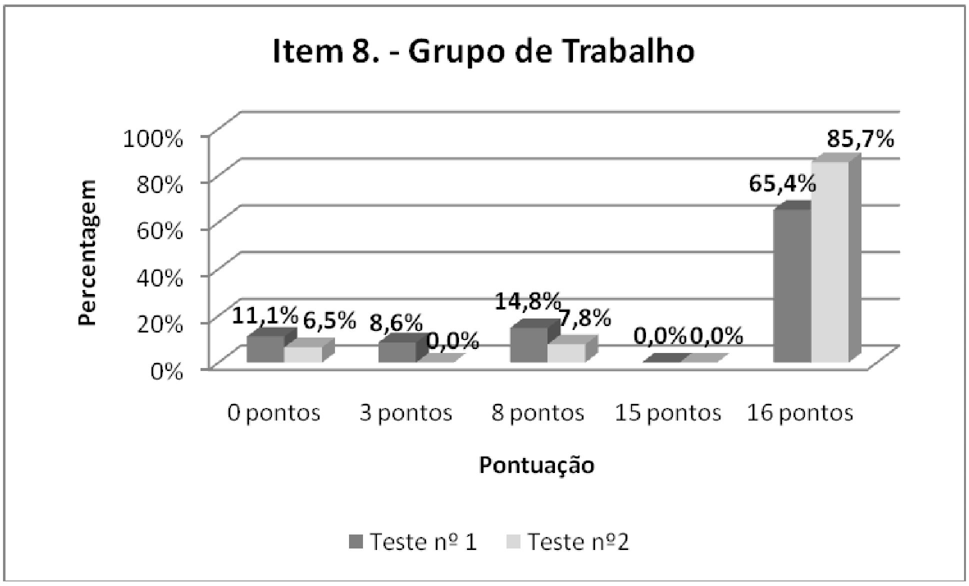


Gráfico 42: Percentagem das cotações atribuídas, aos alunos do grupo de trabalho, no item 8. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

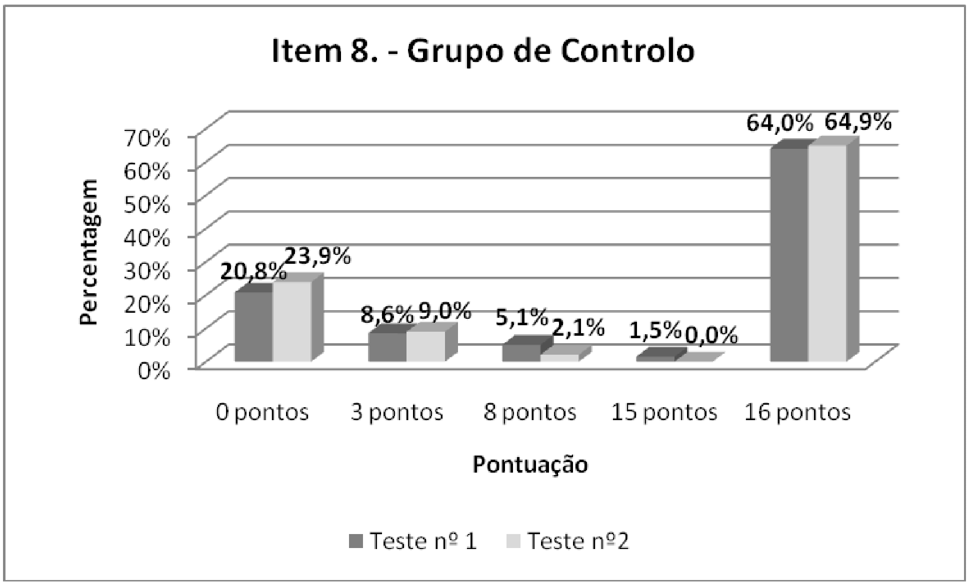


Gráfico 43: Percentagem das cotações atribuídas, aos alunos do grupo de controlo, no item 8. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

Através da análise destes gráficos, podemos verificar que os resultados obtidos em cada grupo considerado foram semelhantes no primeiro momento de avaliação; no entanto, no segundo momento de avaliação, os alunos do Grupo de Trabalho alcançaram melhores resultados.

Constatamos também que, no Grupo de Trabalho, a percentagem de respostas totalmente erradas, cotadas com 0 pontos, diminui e o número de respostas correctas, cotadas com 16 pontos, aumentou muito, do teste n.º 1 para o teste n.º 2.

Relativamente ao Grupo de Controlo, verificamos que, de um momento de avaliação para o outro, a percentagem do número de respostas cotadas com 0 pontos e a do número de respostas cotadas com 16 pontos aumentou. Logo, parte dos alunos com pontuações intermédias no teste n.º 1, no teste n.º 2 erraram ou acertaram, isto é, tiveram, neste item, 0 ou 16 pontos.

Reconhecemos ainda que, no teste n.º 2, a percentagem de respostas correctas dos alunos do Grupo de Trabalho é bastante superior às do Grupo de Controlo e a percentagem de respostas cotadas com 0 pontos no Grupo de Trabalho é bastante inferior à do Grupo de Controlo.

2.2.9.2. Análise dos erros cometidos pelos alunos

Como já foi referido, o item 8. do teste de avaliação aplicado foi cotado em 0, 3, 8, 15 ou 16 pontos, de acordo com o tipo de erro cometido, descritos nos critérios de correcção. Assim, a uma resposta totalmente correcta foi atribuído 16 pontos e a uma resposta totalmente errada 0 pontos.

Resumidamente, o erro tipo A foi atribuído quando um aluno respondeu correctamente, sem apresentar uma explicação adequada, ou sem apresentar uma explicação; o erro tipo B quando um aluno apresentou uma estratégia apropriada e completa de resolução do problema, mas cometeu um pequeno erro de cálculo e respondeu de acordo com o erro cometido; o erro tipo C quando um aluno respondeu erradamente, mas revelou ter presente a noção de volume; o erro tipo D quando um aluno não respondeu a este item e o erro tipo E quando um aluno apresentou outra resposta errada, não descrita anteriormente.

Nas tabelas 115 e 116, podemos ver a percentagem de respostas erradas, de acordo com o erro cometido neste item:

			Teste n.º 1					
			A	B	D	E	não errou	Total
Item 8.	0	Count	0	0	24	26	0	50
		% of Total	,0%	,0%	8,6%	9,4%	,0%	18,0%
	3	Count	24	0	0	0	0	24
		% of Total	8,6%	,0%	,0%	,0%	,0%	8,6%
	8	Count	0	0	0	22	0	22
		% of Total	,0%	,0%	,0%	7,9%	,0%	7,9%
	15	Count	0	3	0	0	0	3
		% of Total	,0%	1,1%	,0%	,0%	,0%	1,1%
	16	Count	0	0	0	0	179	179
		% of Total	,0%	,0%	,0%	,0%	64,4%	64,4%
Total		Count	24	3	24	48	179	278
		% of Total	8,6%	1,1%	8,6%	17,3%	64,4%	100,0%

Tabela 115: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 8. do teste n.º 1 por erro cometido.

			Teste n.º 2				
			A	D	E	não errou	Total
Item 8.	0	Count	0	12	38	0	50
		% of Total	,0%	4,5%	14,3%	,0%	18,9%
	3	Count	17	0	0	0	17
		% of Total	6,4%	,0%	,0%	,0%	6,4%
	8	Count	0	0	10	0	10
		% of Total	,0%	,0%	3,8%	,0%	3,8%
	16	Count	0	0	0	188	188
		% of Total	,0%	,0%	,0%	70,9%	70,9%
Total		Count	17	12	48	188	265
		% of Total	6,4%	4,5%	18,1%	70,9%	100,0%

Tabela 116: Tabela de contingência – cotações atribuídas no item 8. do teste n.º 2 por erro cometido.

No teste n.º 1, 50 alunos tiveram cotação 0 pontos e 179 alunos a pontuação máxima, 16 pontos, num total de 278 alunos. Dos alunos que tiveram 0 pontos, 8,6% cometeram o erro tipo D e 9,4%, o erro tipo E.

No teste n.º 2, 50 alunos tiveram cotação 0 pontos e 188 alunos a pontuação máxima, 16 pontos, num total de 265 alunos. Dos alunos que tiveram 0 pontos, 6,4% cometeram o erro tipo A, 4,5%, o erro tipo D e 18,1%, o erro tipo E.

De modo global, responderam erradamente ao item 8., 35,6% dos 278 alunos que realizaram o teste n.º 1 e 29,1% dos 265 alunos que realizaram o teste n.º 2.

Nas tabelas 117 e 120, podemos ver as percentagens de respostas erradas, de acordo com o tipo de erro cometido, nos dois momentos de avaliação, para cada grupo.

			Erro cometido no item 8. do Teste n.º 1					
			A	**B**	**D**	**E**	**não errou**	**Total**
Grupo	GTrabalho	Count	7	0	3	18	53	81
		% within Grupo	8,6%	,0%	3,7%	22,2%	65,4%	100,0%
		% of Total	2,5%	,0%	1,1%	6,5%	19,1%	29,1%
	GControlo	Count	17	3	21	30	126	197
		% within Grupo	8,6%	1,5%	10,7%	15,2%	64,0%	100,0%
		% of Total	6,1%	1,1%	7,6%	10,8%	45,3%	70,9%
Total		Count	24	3	24	48	179	278
		% within Grupo	8,6%	1,1%	8,6%	17,3%	64,4%	100,0%
		% of Total	8,6%	1,1%	8,6%	17,3%	64,4%	100,0%

Tabela 117: Tabela de contingência – erro cometido no item 8. do teste n.º 1 por grupo.

No teste n.º 1, responderam erradamente ao item 8., 28 alunos do Grupo de Trabalho (34,6% dos alunos deste grupo) e 71 alunos do Grupo de Controlo (36% dos alunos deste grupo).

No Grupo de Trabalho, responderam erradamente: 8,6% dos alunos que cometeram o erro tipo A; 3,7%, o erro tipo D e 22,2%, o erro tipo E.

No Grupo de Controlo, responderam erradamente: 8,6% dos alunos que cometeram o erro tipo A; 1,5%, o erro tipo B; 10,7%, o erro tipo D e 15,2%, o erro tipo E.

De modo global, 35,6% dos 278 alunos responderam erradamente ao item 8.: 8,6% cometeram o erro tipo A; 1,1 %, o erro tipo B; 8,6%, o erro tipo D e 17,3%, o erro tipo E.

Posteriormente, averiguamos se estas duas variáveis são ou não independentes. Para tal, recorremos ao teste de independência do Qui-quadrado de Pearson, para um intervalo de confiança de 95%.

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	**6,096**[a]	4	**,192**
Likelihood Ratio	7,415	4	,116
Linear-by-Linear Association	,233	1	,629
N of Valid Cases	278		

a. 2 cells (20,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is ,87.

Tabela 118: Valor do teste do Qui-quadrado para as variáveis erro cometido no item 8. do teste n.º 1 e grupo.

Observando a tabela do teste do Qui-quadrado, tabela 118, verificamos que há duas categorias com frequências esperadas inferiores a 5, o que pode induzir em erro a interpretação do nível de significância obtido no teste do Qui-quadrado, dado que é violado um dos pressupostos da utilização deste teste. Logo, o nível de significância obtido pode ser correcto ou enganador.

Como só podemos aplicar o teste de Fisher numa tabela 2×2, temos que recorrer ao teste do Qui-quadrado por simulação de Monte Carlo.

Por observação da tabela 119, o valor do teste é de 6,096 e o valor do nível de significância é de $p = 0{,}187 > 0{,}05$, pelo que não se rejeita a hipótese nula.

Assim, as variáveis *erro cometido no item 8. no teste n.º 1* e *grupo* são independentes.

Teste do Qui-quadrado

				Monte Carlo Sig. (2-sided)			Monte Carlo Sig. (1-sided)		
					95% Confidence Interval			95% Confidence Interval	
	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Sig.	Lower Bound	Upper Bound	Sig.	Lower Bound	Upper Bound
Pearson Chi-Square	**6,096[a]**	4	**,192**	**,187[b]**	,179	,194			
Likelihood Ratio	7,415	4	,116	,135[b]	,128	,141			
Fisher's Exact Test	5,653			,211[b]	,203	,219			
Linear-by-Linear Association	,233[c]	1	,629	,652[b]	,643	,662	,333[b]	,323	,342
N of Valid Cases	278								

a. 2 cells (20,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is ,87.
b. Based on 10000 sampled tables with starting seed 2000000.
c. The standardized statistic is -,482.

Tabela 119: Teste do Qui-quadrado de Monte Carlo – relação entre a variável erro cometido no item 8. do teste n.º 1 e a variável grupo.

Analisamos, de seguida, os erros cometidos no item 8. no teste n.º 2.

			Erro cometido no item 8. do Teste n.º 2				Total
			A	D	E	não errou	
Grupo	GTrabalho	Count	0	2	9	66	77
		% within Grupo	,0%	2,6%	11,7%	85,7%	100,0%
		% of Total	,0%	,8%	3,4%	24,9%	29,1%
	GControlo	Count	17	10	39	122	188
		% within Grupo	9,0%	5,3%	20,7%	64,9%	100,0%
		% of Total	6,4%	3,8%	14,7%	46,0%	70,9%
Total		Count	17	12	48	188	265
		% within Grupo	6,4%	4,5%	18,1%	70,9%	100,0%
		% of Total	6,4%	4,5%	18,1%	70,9%	100,0%

Tabela 120: Tabela de contingência – erro cometido no item 8. do teste n.º 2 por grupo.

No teste n.º 2, responderam erradamente ao item 8., 11 alunos do Grupo de Trabalho (14,3% dos alunos deste grupo) e 66 alunos do Grupo de Controlo, (35,1% dos alunos deste grupo). No Grupo de Trabalho, responderam erradamente: 2,6% dos alunos que cometeram o erro tipo D e 11,7%, o erro tipo E. No Grupo de Controlo, responderam erradamente: 9,0% dos alunos que cometeram o erro tipo A; 5,3%, o erro tipo D e 20,7% ,o erro tipo E.

De modo global, 29,1% dos 265 alunos responderam erradamente ao item 8.: 6,4% cometeram o erro tipo A; 4,5%, o erro tipo D e 18,1%, o erro tipo E.

De seguida, usando o teste de de independência do Qui-quadrado, fomos averiguar se estas duas variáveis são ou não independentes.

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	**13,668**[a]	3	**,003**
Likelihood Ratio	18,581	3	,000
Linear-by-Linear Association	13,556	1	,000
N of Valid Cases	265		

a. 2 cells (25,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 3,49.

Tabela 121: Valor do teste do Qui-quadrado para as variáveis erro cometido no item 8. do teste n.º 2 e grupo.

Observando a tabela do teste do Qui-quadrado verificamos que é violado um dos pressupostos da utilização deste teste, dado que a percentagem de categorias com frequências esperadas inferiores a 5 é superior a 20% (25% > 20%). Logo, o nível de significância obtido pode ser correcto ou enganador.

Assim, temos que recorrer ao teste do Qui-quadrado por simulação de Monte Carlo. Recorrendo ao programa *PASW*, obtivemos a tabela 122. Por observação dessa tabela, o valor do teste é de 13,668 e o valor do nível de significância é de $p = 0{,}004 < 0{,}05$, pelo que se rejeita a hipótese nula.

Assim, as variáveis *erro cometido no item 8. no teste n.º 2* e *grupo* são dependentes.

Teste do Qui-quadrado

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Monte Carlo Sig. (2-sided)			Monte Carlo Sig. (1-sided)		
				Sig.	95% Confidence Interval		Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound		Lower Bound	Upper Bound
Pearson Chi-Square	**13,668**[a]	3	**,003**	**,004**[b]	,003	,005			
Likelihood Ratio	18,581	3	,000	,001[b]	,000	,001			
Fisher's Exact Test	14,997			,002[b]	,001	,002			
Linear-by-Linear Association	13,556[c]	1	,000	,000[b]	,000	,001	,000[b]	,000	,000
N of Valid Cases	265								

a. 2 cells (25,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 3,49.

b. Based on 10000 sampled tables with starting seed 624387341.

c. The standardized statistic is -3,682.

Tabela 122: Teste do Qui-quadrado de Monte Carlo- relação entre a variável erro cometido no item 8. do teste n.º 2 e a variável grupo.

Nos gráficos 44 e 45, podemos comparar, por grupo, a percentagem de cada tipo de erros cometidos no item 8., em cada um dos testes aplicados.

No Grupo de Trabalho, houve um decréscimo acentuado na percentagem de respostas erradas do teste n.º 1 para o teste n.º 2: passou-se de 34,6% para 14,3%.

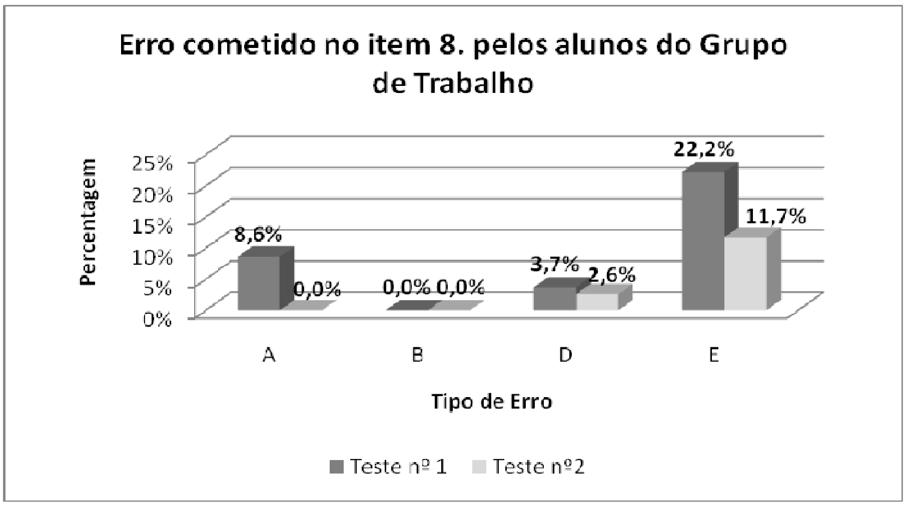


Gráfico 44: Percentagem do tipo de erro cometido, pelos alunos do grupo de trabalho, no item 8. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

Pela análise do gráfico 44, verificamos que em nenhum momento de avaliação os alunos deste grupo cometeram erros dos tipos B e C, ou seja, nenhum aluno apresentou uma estratégia apropriada mas cometeu um pequeno erro de cálculo e respondeu de acordo com esse erro e nenhum respondeu erradamente, apesar de apresentar a noção de volume.

No Grupo de Trabalho, nos dois momentos de avaliação, o erro cometido com maior percentagem foi o erro tipo E, ou seja, dos alunos que erraram, a maioria apresentou uma resposta descontextualizada com a pergunta feita e daí essa resposta não estar contemplada nos critérios de correcção. No entanto, verificamos que a percentagem do erro tipo E, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, diminui, passou-se de 22,2% para 11,7%.

Relativamente ao erro cometido do tipo A, verificamos que 8,6% dos alunos deste grupo, no teste n.º 1, respondeu correctamente mas não apresentou justificação ou esta não era adequada, enquanto, no teste n.º 2, nenhum aluno cometeu este tipo de erro. No que diz respeito ao erro tipo D, não responder ao item, reconhecemos que, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, esta percentagem também diminuiu neste grupo, passou-se de 3,7% para 2,6%.

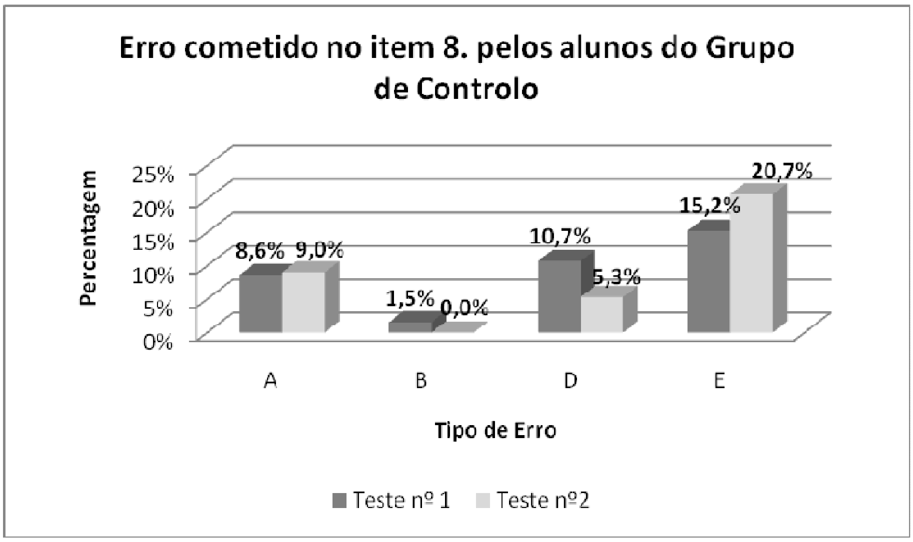


Gráfico 45: Percentagem do tipo de erro cometido, pelos alunos do grupo de controlo, no item 8. nos dois testes de avaliação de conhecimentos.

No gráfico 45, verificamos que, no Grupo de Controlo, houve um ligeiro decréscimo na percentagem de respostas erradas do teste n.º 1 para o teste n.º 2: passou-se de 36% para 35,1%. Constatamos ainda que em nenhum momento de avaliação os alunos deste grupo cometeram erros do tipo C, ou seja, nenhum aluno respondeu erradamente, tendo a noção de volume presente.

No Grupo de Controlo, nos dois momentos de avaliação, o erro cometido com maior percentagem foi o erro tipo E, ou seja, dos alunos que erraram, a maioria apresentou uma resposta descontextualizada com a pergunta feita e daí essa resposta não estar contemplada nos critérios de correcção. No entanto, verificamos, ao contrário do sucedido no Grupo de Trabalho, que a percentagem do erro tipo E, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, aumentou, passou-se de 15,2% para 20,7%.

Relativamente ao erro cometido do tipo B, verificamos que os alunos só o manifestaram no teste n.º 1, sendo que 1,5% dos alunos do Grupo de Controlo apresentou uma estratégia apropriada e completa, mas durante a resolução cometeu um pequeno erro de cálculo e respondeu de acordo com esse erro.

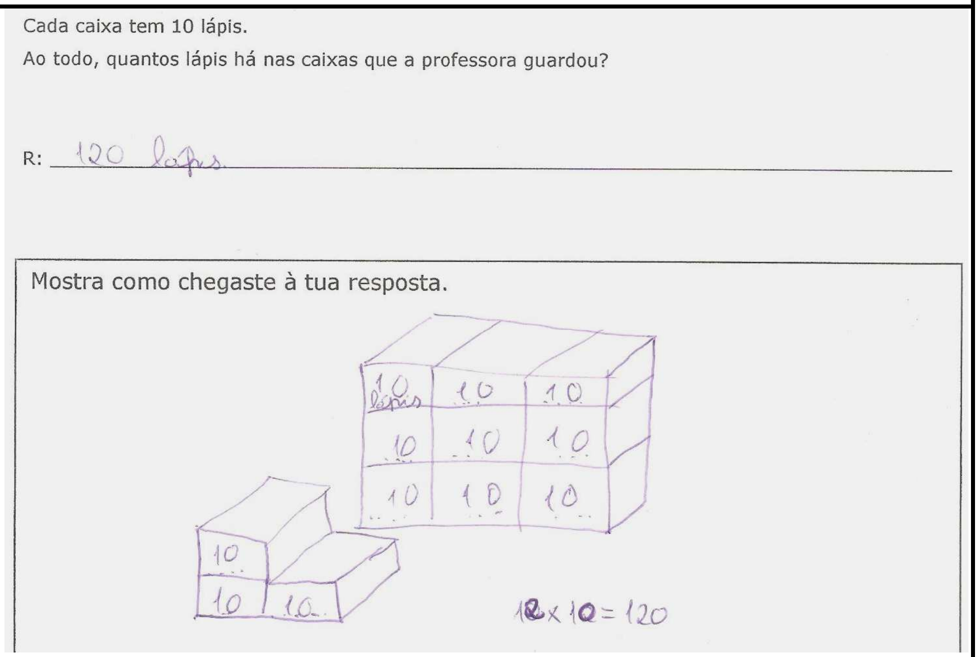
No que diz respeito ao erro do tipo A, responder correctamente sem apresentar justificação ou esta ser desadequada, neste grupo, houve um ligeiro aumento na percentagem deste tipo de erro, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, passou-se de 8,6% para 9%.

Em relação ao erro tipo D, verificamos que 10,7% dos alunos do Grupo de Controlo não respondeu a esta item no teste n.º 1, no entanto, esta percentagem, no teste n.º 2, diminui para 5,3%.

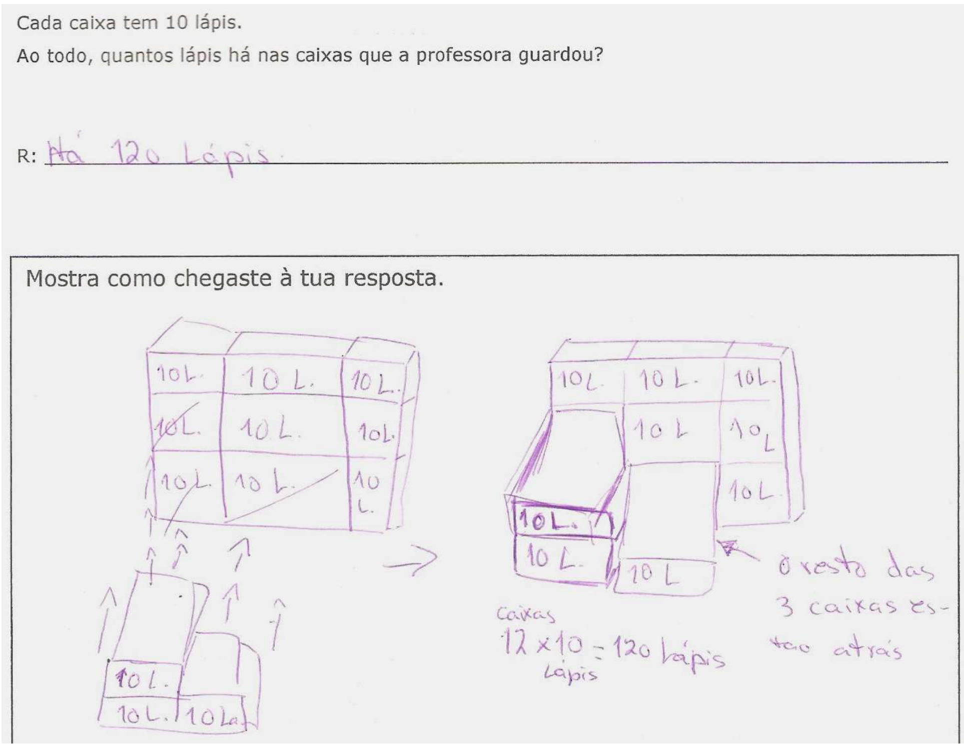
2.2.9.3. Exemplos de respostas recolhidas

Na tabela 123 apresentamos alguns exemplos de respostas dadas pelos alunos envolvidos no estudo no item 8.. Para cada tipo de erro cometido, as respostas analisadas tinham cotações diferentes. Tal como já foi referido, neste item, poderia ter sido atribuído 0, 3, 8, 15 ou 16 pontos.

<table>
<tr><th>Cotação e tipo de erro atribuídos</th><th>Exemplo de Resposta Avaliada</th></tr>
<tr><td>16 pontos

Resposta Correcta</td><td>


Apc20 (T2)



Apf4 (T2)
</td></tr>
</table>

	Cada caixa tem 10 lápis. Ao todo, quantos lápis há nas caixas que a professora guardou? R: Nas caixas todas há 120 lápis. Mostra como chegaste à tua resposta. 12 caixas cada com 10 lápis 12 x 10 = 120 **Api6 (T2)**
15 pontos Erro tipo B	Cada caixa tem 10 lápis. Ao todo, quantos lápis há nas caixas que a professora guardou? R: Há 130 lápis Mostra como chegaste à tua resposta. 12 caixas 10 12 20 +11 130 **Aph20 (T1)** Cada caixa tem 10 lápis. Ao todo, quantos lápis há nas caixas que a professora guardou? R: A professora tem 130 caixas. Mostra como chegaste à tua resposta. 1 caixa = 10 lápis 12 caixas = 130 12X10 = 130 **Apb18 (T1)**

<table>
<tr>
<td>8 pontos

Erro tipo E</td>
<td>
Cada caixa tem 10 lápis.
Ao todo, quantos lápis há nas caixas que a professora guardou?

R: Ao todo tem 100 lápis.

Mostra como chegaste à tua resposta.

10 lápis
× 10 lápis
00
10
100 lápis

Apf6 (T2)

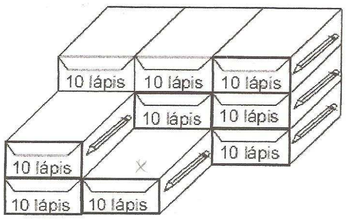
Cada caixa tem 10 lápis.
Ao todo, quantos lápis há nas caixas que a professora guardou?

R: 110 lápis.

Mostra como chegaste à tua resposta.
Dados
10 lápis
11 caixas

11
× 10
00
+11
110 lápis

Api 16 (T2)



10:9=11

Cada caixa tem 10 lápis.
Ao todo, quantos lápis há nas caixas que a professora guardou?

R: Há na caixa 90 lápis

Mostra como chegaste à tua resposta.

9×10=90

10
× 9
90

Ama 1 (T1)
</td>
</tr>
</table>

3pontos Erro tipo A		Cada caixa tem 10 lápis. Ao todo, quantos lápis há nas caixas que a professora guardou? R: 120 Mostra como chegaste à tua resposta. **Apb9 (T2)**
0 pontos	Erro tipo D	Os alunos não responderam a este item.
	Erro tipo E	Cada caixa tem 10 lápis. Ao todo, quantos lápis há nas caixas que a professora guardou? R: Ao todo tem 300 lápis. Mostra como chegaste à tua resposta. **Api 13 (T2)**

		Cada caixa tem 10 lápis. Ao todo, quantos lápis há nas caixas que a professora guardou? 9+10=19 R: A professora ao todo, tem 19 caixas. Mostra como chegaste à tua resposta. Cheguei com 19 lápis na caixas **Ama5 (T1)** Cada caixa tem 10 lápis. Ao todo, quantos lápis há nas caixas que a professora guardou? R: há na caixas 28 lápis. Mostra como chegaste à tua resposta. 10 +12 28 **Amd 7 (T1)**

Tabela 123: Exemplos de respostas dadas pelos alunos da amostra em estudo no item 8..

2.2.10. Síntese

Em síntese, na tabela 124, apresentamos um resumo da percentagem de respostas correctas e totalmente erradas por item em cada teste e por grupo:

Grupo	Item		Percentagem de respostas correctas	Percentagem de respostas totalmente erradas
Trabalho	1	Teste n.º 1	77,8%	22,2%
		Teste n.º 2	80,5%	19,5%
	2.1	Teste n.º 1	12,3%	87,7%
		Teste n.º 2	74%	26%
	2.2	Teste n.º 1	55,6%	44,4%
		Teste n.º 2	92,2%	7,8%
	3	Teste n.º 1	13,6%	86,4%
		Teste n.º 2	37,7%	62,3%
	4	Teste n.º 1	65,4%	34,6%
		Teste n.º 2	87%	13%
	5	Teste n.º 1	19,8%	80,2%
		Teste n.º 2	44,2%	55,8%
	6	Teste n.º 1	95,1%	4,9%
		Teste n.º 2	98,7%	1,3%
	7	Teste n.º 1	42%	58%
		Teste n.º 2	68,8%	31,2%
	8	Teste n.º 1	65,4%	34,6%
		Teste n.º 2	85,7%	14,3%
Controlo	1	Teste n.º 1	75,6%	24,4%
		Teste n.º 2	72,9%	27,1%
	2.1	Teste n.º 1	16,2%	83,8%
		Teste n.º 2	17,6%	82,4%
	2.2	Teste n.º 1	52,8%	47,2%
		Teste n.º 2	64,9%	35,1%
	3	Teste n.º 1	10,7%	89,3%
		Teste n.º 2	16%	84%
	4	Teste n.º 1	65%	35%
		Teste n.º 2	62,8%	37,2%
	5	Teste n.º 1	11,7%	88,3%
		Teste n.º 2	31,9%	68,1%
	6	Teste n.º 1	88,3%	11,7%
		Teste n.º 2	91,5%	8,5%
	7	Teste n.º 1	27,9%	72,1%
		Teste n.º 2	36,7%	63,3%
	8	Teste n.º 1	64%	36%
		Teste n.º 2	64,9%	35,1%

Tabela 124: Percentagens de respostas correctas e de respostas totalmente erradas por grupo e por item nos dois momentos de avaliação.

Pela análise da tabela 124, constatamos que, em todos os itens do teste de avaliação, os alunos do Grupo de Trabalho melhoraram os seus resultados do teste n.º 1 para o teste n.º 2.

Para além disso, em todos os itens do teste, a percentagem de respostas totalmente erradas diminui do teste n.º 1 para o teste n.º 2. No entanto, no Grupo de Controlo, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, desceram as percentagens médias nos itens 1. e 4. e, também, o número de respostas totalmente erradas aumentou.

Verificamos, também, que as melhorias nos diversos itens apresentados pelos alunos do Grupo de Trabalho são mais significativas do que nos alunos do Grupo de Controlo.

Na tabela 125, apresentamos um resumo dos valores dos níveis de significância entre as variáveis *grupo* e *erro cometido* por item, nos dois momentos de avaliação e a correspondente relação de dependência ou independência das respectivas variáveis.

Por observação da tabela 125, podemos verificar que não há diferença entre os grupos de Trabalho e de Controlo, com 95% de confiança, para as variáveis erro cometido no item 1. e erro cometido no item 6., nos dois momentos de avaliação. Por outras palavras, verificamos que nestes itens o tipo de erro cometido não depende do grupo. No entanto, relativamente às outras variáveis, podemos constatar que, no teste n.º 2, o erro cometido depende do grupo considerado.

É de acrescentar que no item 3., as variáveis *grupo* e *erro cometido* são dependentes nos dois momentos de avaliação, ou seja, o tipo de erro presente neste item está relacionado com o grupo.

Nos gráficos 46 e 47, podemos ver os resultados médios obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho e do Grupo de Controlo, em cada item do teste, nos dois momentos de avaliação.

Partindo da análise dos gráficos 46 e 47, podemos verificar que todos os alunos melhoraram, em todos os itens do teste de avaliação, à excepção dos alunos do Grupo de Controlo nos itens 1., 4. e 8..

Erro cometido por item		p [a]	Dependência de variáveis
1.	Teste n.º 1	0,656	As variáveis grupo e erro cometido no item 1. do teste n.º 1 são independentes.
	Teste n.º 2	0,107	As variáveis grupo e erro cometido no item 1. do teste n.º 2 são independentes.
2.1.	Teste n.º 1	0,410	As variáveis grupo e erro cometido no item 2.1. do teste n.º 1 são independentes.
	Teste n.º 2	0,000	As variáveis grupo e erro cometido no item 2.1. do teste n.º 2 são dependentes.
2.2.	Teste n.º 1	0,328	As variáveis grupo e erro cometido no item 2.2. do teste n.º 1 são independentes.
	Teste n.º 2	0,000	As variáveis grupo e erro cometido no item 2.2. do teste n.º 2 são dependentes.
3.	Teste n.º 1	0,040	As variáveis grupo e erro cometido no item 3. do teste n.º 1 são dependentes.
	Teste n.º 2	0,000	As variáveis grupo e erro cometido no item 3. do teste n.º 2 são dependentes.
4.	Teste n.º 1	0,222	As variáveis grupo e erro cometido no item 4. do teste n.º 1 são independentes.
	Teste n.º 2	0,001	As variáveis grupo e erro cometido no item 4. do teste n.º 2 são dependentes.
5.	Teste n.º 1	0,355	As variáveis grupo e erro cometido no item 5. do teste n.º 1 são independentes.
	Teste n.º 2	0,000	As variáveis grupo e erro cometido no item 5. do teste n.º 2 são dependentes.
6.	Teste n.º 1	0,418	As variáveis grupo e erro cometido no item 6. do teste n.º 1 são independentes.
	Teste n.º 2	0,136	As variáveis grupo e erro cometido no item 6. do teste n.º 2 são independentes.
7.	Teste n.º 1	0,186	As variáveis grupo e erro cometido no item 7. do teste n.º 1 são independentes.
	Teste n.º 2	0,000	As variáveis grupo e erro cometido no item 7. do teste n.º 2 são dependentes.
8.	Teste n.º 1	0,187	As variáveis grupo e erro cometido no item 8. do teste n.º 1 são independentes.
	Teste n.º 2	0,004	As variáveis grupo e erro cometido no item 8. do teste n.º 2 são dependentes.

a. Valor obtido por aplicação do teste *Qui-quadrado*, com intervalo de confiança a 95%

Tabela 125: Níveis de significância entre as variáveis grupo e erro cometido, por item, nos dois momentos de avaliação.

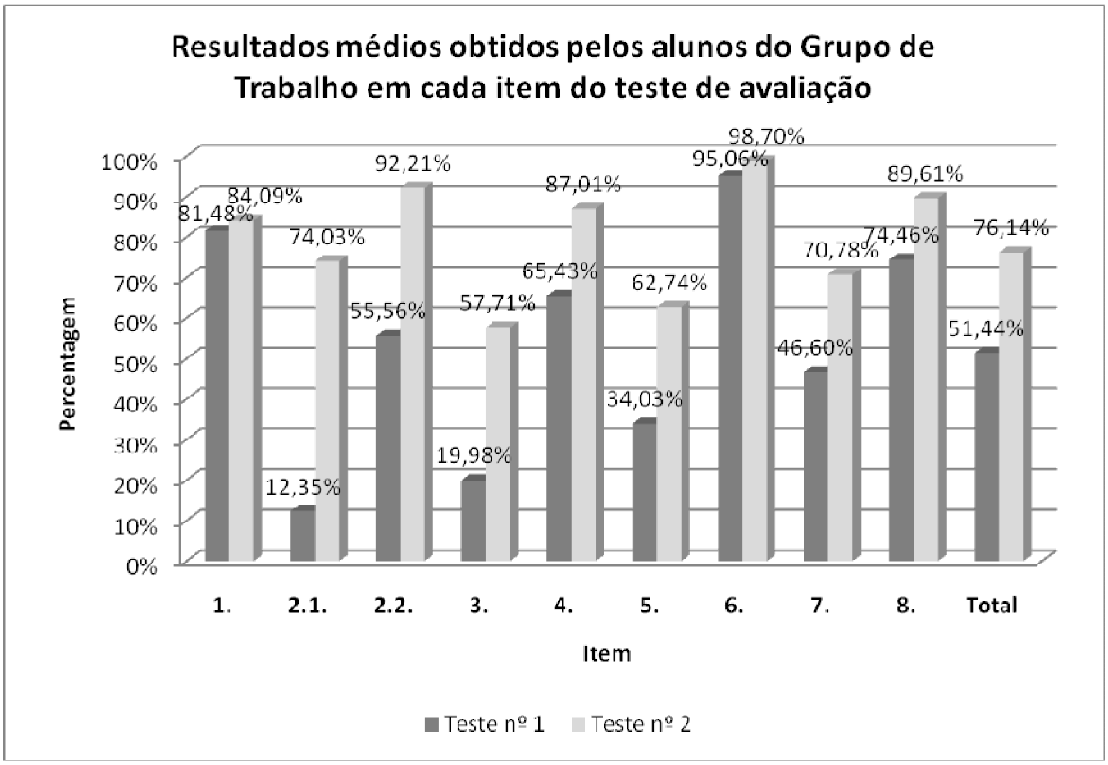


Gráfico 46: Percentagem média, por item e por momento de avaliação, obtida pelos alunos do grupo de trabalho.

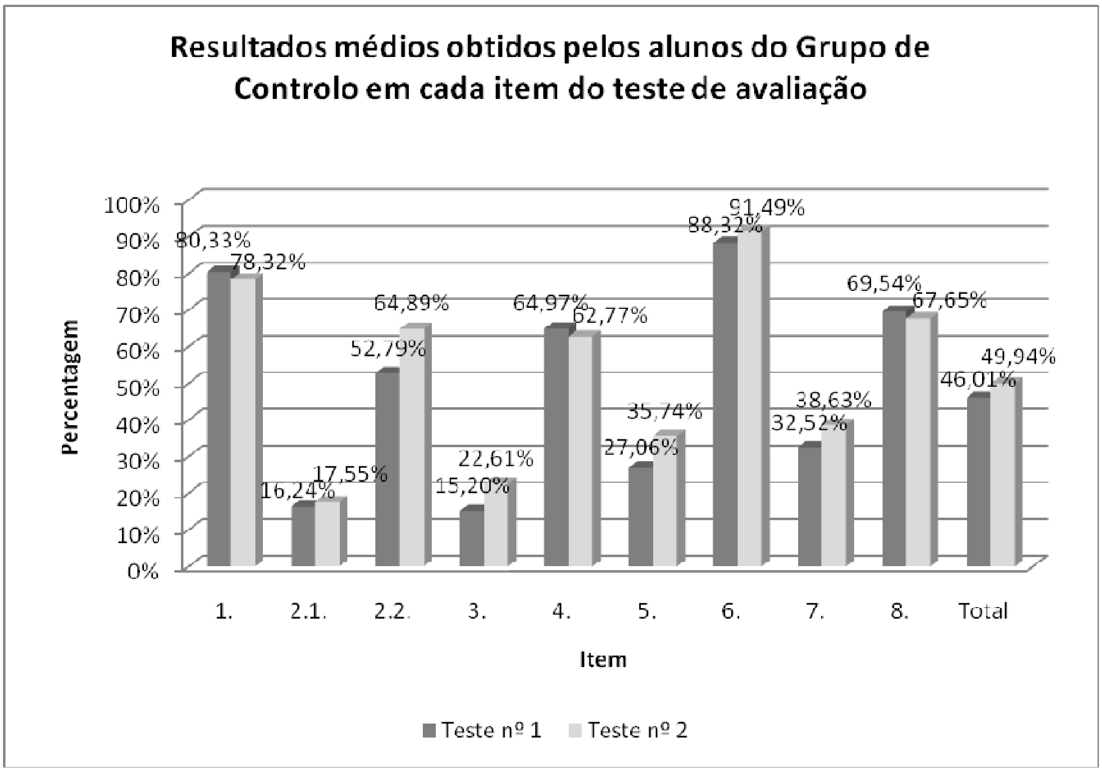


Gráfico 47: Percentagem média, por item e por momento de avaliação, obtida pelos alunos do grupo de trabalho.

2.3. Análise dos resultados totais do teste de avaliação

2.3.1. Normalidade da amostra em estudo

A normalidade dos dados pode ser analisada por inspecção do histograma ou através de testes não paramétricos de aderência, o teste Kolmogorov-Smirnov (K-S) com a correcção de Lilliefors ou o teste Shapio-Wilk (S-W), que, segundo Pestana e Gageiro (2008, p.229), é mais preciso. Estes testes não paramétricos permitem testar a hipótese nula de que os dados são provenientes de uma distribuição normal. Se os níveis de significância dos testes forem inferiores a 5%, rejeita-se a hipótese nula, podendo duvidar-se da normalidade da população em estudo.

Para além disto, há gráficos especiais, como o gráfico Q-Q (quantil-quantil) que apresenta os valores previstos numa distribuição normal, no eixo das ordenadas, em função dos valores observados, no eixo das abcissas. Se a distribuição for normal, os pontos situam-se aleatoriamente, nas proximidades da recta que o gráfico Q-Q apresenta.

2.3.1.1. Normalidade no teste n.º 1

Recorrendo ao *PASW*, fomos testar a normalidade da distribuição no primeiro momento de avaliação.

Obtivemos a seguinte tabela:

Teste da Normalidade

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Totalteste1	,044	278	**,200**[*]	,990	278	**,060**

a. Lilliefors Significance Correction
*. This is a lower bound of the true significance.

Tabela 126: Valores dos testes K-S e S-W para o estudo da normalidade da distribuição das classificações do teste n.º 1.

Segundo o teste não paramétrico Kolmogorov-Smirnov, com a correcção de Lilliefors, o nível de significância obtido é de $p = 0{,}200$ e o nível de significância obtido segundo o teste Shapiro-Wilk é de $p = 0{,}060$. Atendendo a que estes valores são superiores a 0,05, não rejeitamos a hipótese nula, pelo que podemos considerar que a população em estudo segue uma distribuição normal, no primeiro momento de avaliação. Este facto pode ser confirmado por observação do histograma seguinte:

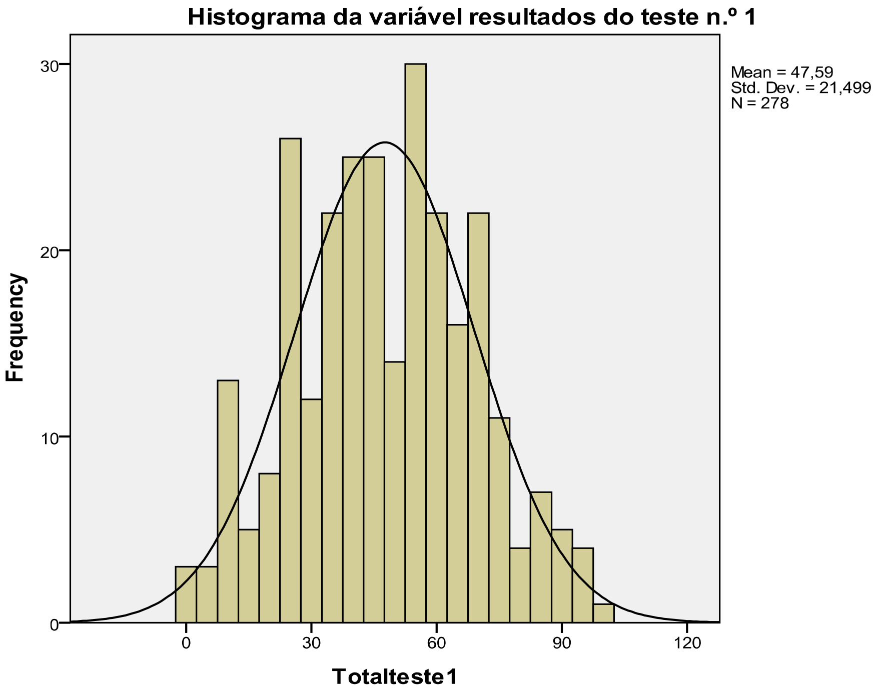


Gráfico 48: Histograma, com a curva da distribuição normal, da variável classificações obtidas no teste n.º 1 pela população em estudo.

A comparação do histograma com a curva da distribuição normal mostra que a população em estudo aproxima-se de uma distribuição normal.

Por observação do gráfico Q-Q plot (gráfico 49) podemos tirar a mesma conclusão.

Neste gráfico, as observações distribuem-se próximo da recta oblíqua, pelo que se pode considerar que a amostra segue uma distribuição normal, no primeiro momento de avaliação.

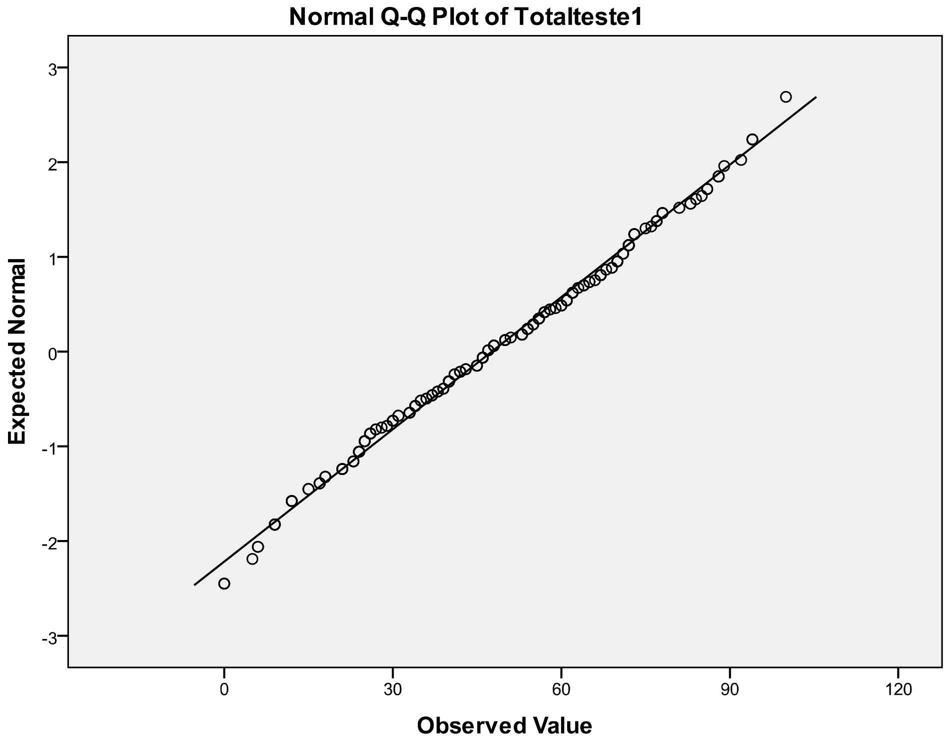


Gráfico 49: Gráfico Q-Q plot da variável classificações obtidas no teste n.º 1.

2.3.1.2. Normalidade do teste n.º 2

Recorrendo ao *PASW*, fomos testar a normalidade da distribuição no primeiro momento de avaliação e obtivemos a seguinte tabela:

Teste da Normalidade

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Totalteste2	,089	265	**,000**	,960	265	**,000**

a. Lilliefors Significance Correction

Tabela 127: Valores dos testes K-S e S-W para o estudo da normalidade da distribuição das classificações do teste n.º 2.

Segundo os testes não paramétricos Kolmogorov-Smirnov (K-S), com a correcção de Lilliefors, e Shapiro-Wilk (S-W) o nível de significância é de $p = 0{,}000$. Atendendo a que este valor é inferior a 0,05, rejeitamos a hipótese nula, pelo que podemos considerar que a população em estudo não segue uma distribuição normal, no segundo momento de avaliação.

Este facto pode ser confirmado por observação do histograma seguinte:

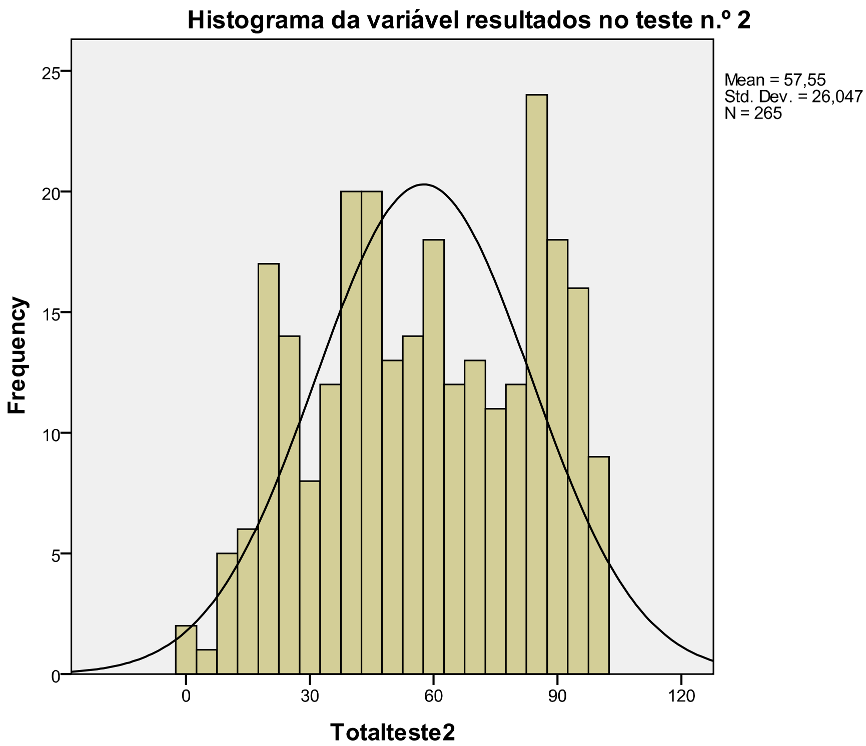


Gráfico 50: Histograma, com a curva da distribuição normal, da variável classificações obtidas no teste n.º 2 pela população em estudo.

A comparação do histograma com a curva da distribuição normal mostra que existem desvios entre as duas distribuições, pelo que não se pode considerar que a amostra em estudo, no segundo momento de avaliação, segue uma distribuição normal.

Por observação do gráfico Q-Q plot (gráfico 51) podemos tirar a mesma conclusão. Nesse gráfico, as observações não se distribuem junto da recta oblíqua, pelo que não se pode considerar que a população segue uma distribuição normal, no segundo momento de avaliação.

A ausência de normalidade no teste n.º 2 seria de esperar atendendo ao facto dos resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho serem muito superiores aos dos alunos do Grupo de Controlo, como vimos, em termos percentuais, na secção anterior deste capítulo.

Como sabemos, durante o ano lectivo, todos os alunos participantes neste estudo foram submetidos a aprendizagem e o teste aplicado foi o mesmo nos dois grupos consideradados; logo, seria de esperar que os resultados obtidos no teste n.º 2 fossem superiores. Este facto pode ser comprovado pelo desvio para a cauda da direita no histograma anterior, o que comprova a existência de resultados superiores no teste n.º 2. Deste modo se justifica a não existência de normalidade no segundo momento de avaliação.

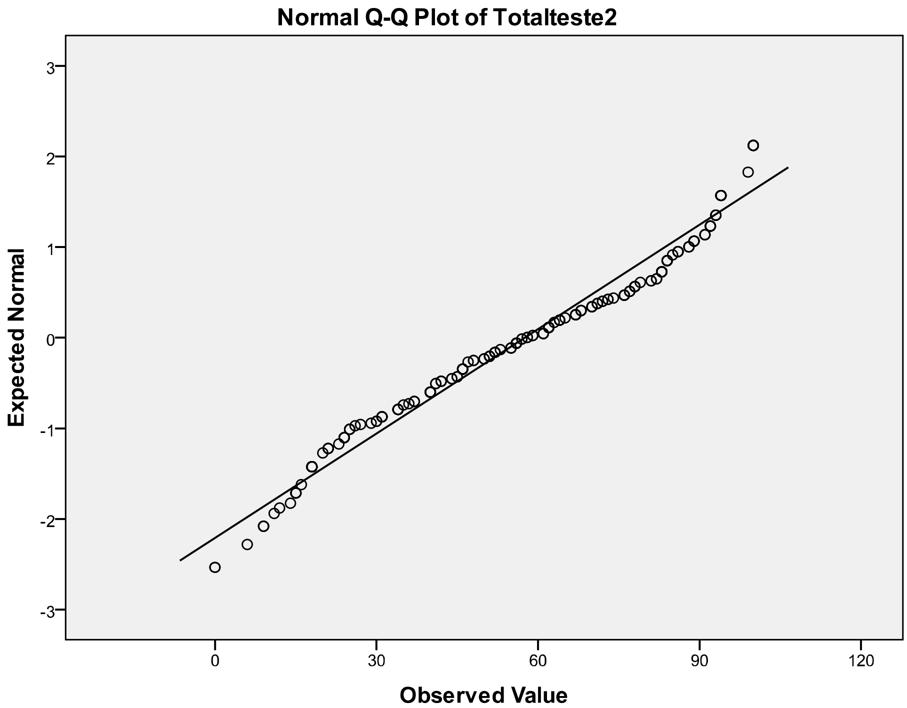


Gráfico 51: Gráfico Q-Q plot da variável classificações obtidas no teste n.º 2.

2.3.2. Análise da fiabilidade do teste de avaliação

Segundo Pardo e Ruiz (2002), a fiabilidade de um questionário traduz-se na capacidade de testar de forma consistente e precisa as variáveis que se pretendem estudar.

Para o cálculo da fiabilidade de cada um dos testes aplicados aos alunos calculamos o coeficiente Alpha de Cronbach. O Alpha de Cronbach é aplicado a escalas de itens com dois ou mais valores e o seu coeficiente está compreendido entre zero e um.

Deste modo, recorrendo ao programa *PASW*, verificamos que o coeficiente de Alpha de Cronbach no primeiro momento de avaliação foi de 0,711 e no segundo momento foi de 0,732.

Segundo Thorndrike, citado por Arevalo (2007), um coeficiente de 0.60 é aceitável. Assim, podemos dizer que os itens que constituem o teste aplicado aos alunos, em dois momentos temporais distintos, são fiáveis.

Os itens dos testes aplicados aos alunos dos dois grupos estudados dizem respeito aos conceitos de perímetro, área e volume e as tarefas aplicadas aos alunos do Grupo de Trabalho pretendiam tornar a aprendizagem desses conceitos mais significativa. Assim tem sentido comparar especificamente os resultados dos alunos entre os dois grupos estudados em relação a cada um destes conceitos. É o que faremos nas secções seguintes.

2.3.3. Comparação dos resultados totais entre o Grupo de Trabalho e o Grupo de Controlo

Os resultados totais obtidos em cada um dos momentos de avaliação, tal como já foi referido anteriormente, foram cotados numa escala de 0% a 100%. Estes resultados vão ser analisados a partir do recurso ao teste *t* para amostras emparelhadas e para amostras independentes.

Apresentamos, de seguida, uma análise dos resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho e pelos alunos do Grupo de Controlo e, por fim, comparamos os resultados obtidos pelos alunos que constituíram a amostra em estudo nos dois momentos de avaliação, isto é comparamos os resultados totais do teste n.º 1 com os do teste n.º 2.

Para efectuarmos esta análise, recorremos ao teste *t* para amostras emparelhadas e ao teste *t* para amostras independentes. É de referir que, segundo Pestana e Gageiro (2008, p.231) "o teste t pressupõe a normalidade em amostras de dimensão inferior ou igual a 30", como ambos os grupos têm dimensão superior a 30 elementos, não é necessário provar a normalidade porque, segundo os mesmos autores, "quando as amostras são ambas de dimensão superior a 30, a distribuição t aproxima-se da distribuição normal" (p.231).

O teste *t* para amostras emparelhadas permite-nos inferir sobre a igualdade de médias para um grupo de indivíduos submetidos a estudo em dois momentos distintos.

Por outras palavras, cada aluno é analisado duas vezes, antes e depois de uma intervenção pedagógica, formando pares de observações, cujas diferenças são testadas para ver se o resultado é ou não zero. No entanto, é de referir que, para considerarmos, num estudo, amostras emparelhadas, é necessário que haja correlação entre os dois grupos. Caso não existe correlação entre os dois grupos ou se esta for reduzida, o emparelhamento não é útil, pelo que se deve usar o teste *t* para amostras independentes.

Assim, no teste *t* para amostras emparelhadas a hipótese nula consiste na média das diferenças nos dois momentos de avaliação ser zero.

O teste *t* para amostras independentes aplica-se quando se pretende comparar as médias de varáveis quantitativas em dois grupos de sujeitos onde se desconhece as variâncias populacionais. Assim, no teste *t* para amostras independentes, a hipótese nula consiste na igualdade da média dos resultados obtidos pelos alunos em cada amostra considerada.

Recorrendo ao teste *t* para amostras emparelhadas, obtivemos os seguintes resultados no Grupo de Trabalho:

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	Totalteste1	**52,11**	75	22,960	2,651
	Totalteste2	**76,47**	75	19,916	2,300

Tabela 128: Média, desvio padrão e erro padrão das variáveis classificações obtidas no teste n.º 1 e no teste n.º 2 pelos alunos do Grupo de Trabalho.

Pela análise da tabela 128 verificamos que, no Grupo de Trabalho, a média das classificações obtidas no teste n.º 1 foi de 52,11% e no teste n.º 2 foi de 76,47%. Vejamos, agora, se esta diferença tem significado estatístico:

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	Totalteste1 & Totalteste2	75	,488	**,000**

Tabela 129: Valor do teste sobre a correlação entre as variáveis classificações obtidas, pelos alunos do Grupo de Trabalho, no teste n.º 1 e no teste n.º 2.

Pela tabela 129 verificamos que o nível de significância associado ao teste sobre as correlações é 0,000, valor inferior ao nível de significância utilizado, 0,05, pelo que a correlação 0,488 é significativa e existe uma elevada associação linear positiva entre as pontuações obtidas nos dois momentos de avaliação. Assim, faz sentido considerar o teste *t* para amostras emparelhadas.

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	Df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference Lower	Upper			
Pair 1	Totalteste1 - Totalteste2	**-24,360**	21,844	2,522	-29,386	-19,334	-9,658	74	**,000**

Tabela 130: Valor do teste *t* para amostras emparelhadas nas classificações obtidas pelos alunos do Grupo de Trabalho.

A média das diferenças emparelhadas relativas aos dois momentos de avaliação é de -24,360 pontos, o que denota um aumento da pontuação obtida no teste n.º 2, ou seja, após o recurso a actividades específicas sobre perímetro, área e volume, durante o ano lectivo. O teste *t* tem associado um nível de significância igual a 0,000, o que leva à rejeição da hipótese nula. De facto, pela análise do intervalo de confiança a 95%, verificamos que este não inclui o zero, pelo que podemos concluir que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho são diferentes nos dois momentos de avaliação.

Pela análise das médias das classificações obtidas, podemos afirmar, com confiança de 95%, que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho no teste n.º 2 são superiores aos obtidos no teste n.º 1. Assim, as actividades aplicadas durante o ano lectivo surtiram efeitos positivos nas aprendizagens dos conceitos perímetro, área e volume destes alunos.

Recorrendo ao teste *t* para amostras emparelhadas, obtivemos os seguintes resultados no Grupo de Controlo:

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	Totalteste1	**46,80**	179	19,855	1,484
	Totalteste2	**50,79**	179	23,976	1,792

Tabela 131: Média, desvio padrão e erro padrão das variáveis classificações obtidas no teste n.º 1 e no teste n.º 2 pelos alunos do Grupo de Controlo.

Pela análise da tabela 131 verificamos que, no Grupo de Controlo, a média das classificações obtidas no teste n.º 1 foi de 46,80% e no teste n.º 2 foi de 50,79%.

Vejamos, agora, se esta diferença tem significado estatístico:

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	Totalteste1 & Totalteste2	179	,542	**,000**

Tabela 132: Valor do teste sobre a correlação entre as variáveis classificações obtidas, pelos alunos do Grupo de Controlo, no teste n.º 1 e no teste n.º 2.

Pela tabela 132 verificamos que o nível de significância associado ao teste sobre as correlações é 0,000, valor inferior ao nível de significância utilizado, 0,05, pelo que a correlação 0,542 é significativa e existe uma elevada associação linear positiva entre as pontuações obtidas nos dois momentos de avaliação. Assim, faz sentido considerar o teste *t* para amostras emparelhadas.

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	Df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	Totalteste1 - Totalteste2	**-3,983**	21,296	1,592	-7,124	-,842	-2,503	178	**,013**

Tabela 133: Valor do teste *t* para amostras emparelhadas nas classificações obtidas pelos alunos do Grupo de Controlo.

A média das diferenças emparelhadas relativas aos dois momentos de avaliação é de -3,983 pontos, o que denota um aumento da pontuação obtida no teste n.º 2, isto é, após o professor ter leccionado os conceitos geométricos considerados. O teste *t* tem associado um nível de significância igual a 0,013, o que leva à rejeição da hipótese nula. De facto, pela análise do intervalo de confiança a 95%, verificamos que este não inclui o zero, pelo que podemos concluir que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Controlo são diferentes nos dois momentos de avaliação. Pela análise das médias das classificações obtidas, podemos afirmar, com confiança a 95%, que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Controlo no teste n.º 2 são superiores aos obtidos no teste n.º 1. Assim, apesar destes alunos não terem sido submetidos às actividades específicas, os resultados no teste n.º 2 foram melhores do que no n.º 1, tal como seria de esperar, dado o facto destes alunos terem sido alvo do processo de aprendizagem.

Comparamos, de seguida, os resultados obtidos no Grupo de Trabalho e no Grupo de Controlo, nos dois momentos de avaliação considerados no presente estudo.

	Grupo	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Totalteste1	GTrabalho	81	**51,44**	22,729	2,525
	GControlo	197	**46,01**	20,826	1,484

Tabela 134: Média, desvio padrão e erro padrão da variável classificações obtidas no teste n.º 1 pelos alunos do Grupo de Trabalho e do Grupo de Controlo.

No teste n.º 1, a classificação média obtida pelos alunos do Grupo de Trabalho é 51,44% e pelos alunos do Grupo de Controlo é 46,01%.

Pela tabela 135 o nível de significância do teste de Levene é 0,200, ou seja, superior a 0,05, pelo que devemos considerar a hipótese da igualdade das variâncias. Assim, o valor do teste *t* é 1,924 e o nível de significância é 0,055, o que não leva à rejeição da hipótese nula, pelo que os resultados obtidos no teste n.º 1 pelos alunos do Grupo de Trabalho são idênticos aos dos alunos do Grupo de Controlo.

Logo, os grupos considerados são comparáveis. Esta conclusão é confirmada pelo intervalo de confiança a 95%, dado que este inclui o zero, o que corresponde à igualdade das médias.

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference Lower	Upper
Totalteste1	Equal variances assumed	1,652	**,200**	**1,924**	276	**,055**	5,434	2,824	-,125	10,994
	Equal variances not assumed			1,855	138,047	,066	5,434	2,929	-,357	11,226

Tabela 135: Valor do teste *t* para amostras independentes nas classificações obtidas no teste n.º1.

Relativamente ao teste n.º 2, obtivemos os seguintes resultados:

	Grupo	**N**	**Mean**	**Std. Deviation**	**Std. Error Mean**
Totalteste2	GTrabalho	77	**76,14**	19,993	2,278
	GControlo	188	**49,94**	24,389	1,779

Tabela 136: Média, desvio padrão e erro padrão da variável classificações obtidas no teste n.º 2 pelos alunos do Grupo de Trabalho e do Grupo de Controlo.

No teste n.º 2, a classificação média obtida pelos alunos do Grupo de Trabalho é 76,14% e pelos alunos do Grupo de Controlo é 49,94%.

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference Lower	Upper
Totalteste2	Equal variances assumed	7,652	**,006**	8,346	263	,000	26,201	3,140	20,020	32,383
	Equal variances not assumed			**9,065**	171,054	**,000**	26,201	2,890	20,496	31,907

Tabela 137: Valor do teste *t* para amostras independentes nas classificações obtidas no teste n.º2.

Pela tabela anterior o nível de significância do teste de Levene é 0,006, ou seja, inferior a 0,05, pelo que devemos rejeitar a hipótese da igualdade das variâncias. Assim, o valor do teste *t* é 9,065 e o nível de significância é 0,000, o que leva à rejeição da hipótese nula, pelo que os resultados obtidos no teste nº1 pelos alunos do Grupo de trabalho são diferentes dos resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Controlo. Esta conclusão é confirmada pelo intervalo de confiança a 95% para as diferenças de resultados médios dos dois grupos, dado que este não inclui o zero, logo não há igualdade nas médias.

Deste modo, e atendendo às classificações médias nos dois momentos de avaliação, com confiança a 95%, podemos afirmar que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho são superiores aos dos alunos do Grupo de Controlo.

No gráfico 52, comparamos os resultados médios totais obtidos pelos alunos dos dois grupos considerados no estudo, por momento de avaliação:

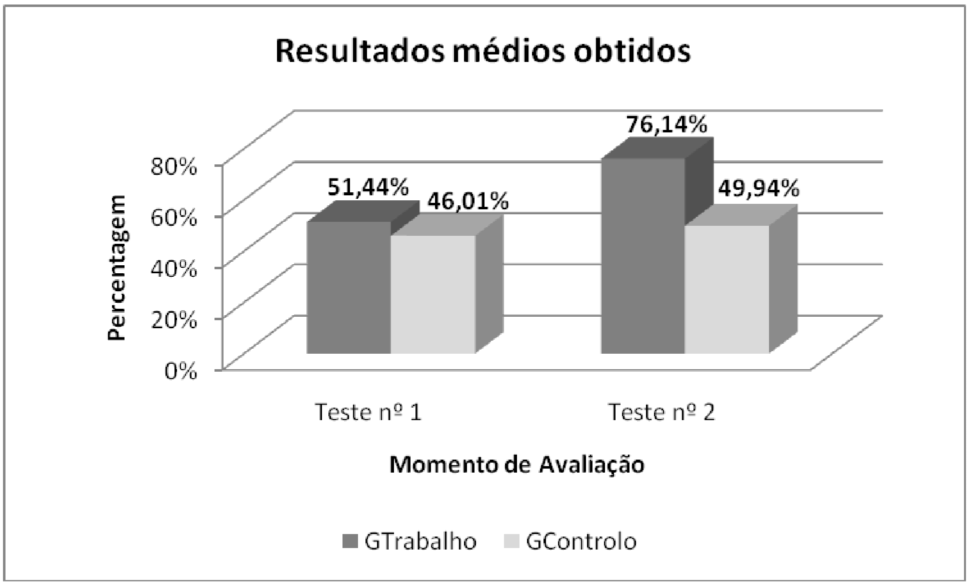


Gráfico 52: Classificações médias, por grupo, em cada momento de avaliação.

Assim, verificamos que os alunos dos dois grupos considerados, no teste n.º 1, tiveram resultados totais idênticos. No entanto, no teste n.º 2, os resultados totais obtidos traduzem diferenças significativas nos dois grupos considerados. Os resultados traduziram uma melhoria de 24,7% das classificações obtidas, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, no Grupo de Trabalho. No Grupo de Controlo, a melhoria foi de apenas 3,93%.

2.4. Análise por conceito dos resultados dos testes aplicados aos alunos

Anteriormente, analisámos, segundo um ponto de vista descritivo quantitativo, os diversos itens que constituíram o principal instrumento de recolha de dados deste estudo, bem como os resultados totais obtidos nos dois momentos de avaliação. Constatámos que, de modo geral no segundo momento de avaliação, os alunos do Grupo de Trabalho obtiveram melhores resultados do que os alunos do Grupo de Controlo.

Nesta secção, analisaremos, quantitativamente, três variáveis criadas a partir dos diferentes itens, com o intuito de se comparar os grupos considerados por conceito. Agrupamos os itens que diziam respeito ao perímetro, os que diziam respeito a área e os que diziam respeito ao volume, para cada momento de avaliação, com o intuito de verificar se existiam diferenças com significado estatístico nos alunos dos Grupos de Trabalho e de Controlo, por conceito.

É de referir que fazemos uma análise individualizada dos itens 5. e 7., pois cada um deles engloba dois conceitos: o item 5. as noções de perímetro e volume e o item 7. as noções de perímetro e área.

Como as variáveis em estudo são de natureza métrica, optámos por recorrer a testes paramétricos *t-Student (t)* para efectuar a análise quantitativa destes dados.

Os testes paramétricos *t* aplicam-se quer a amostras independentes quer a amostras emparelhadas e servem para testar hipóteses sobre médias de uma variável quantitativa. Há três tipos de testes *t* para comparação de duas médias: teste *t* para duas amostras independentes; teste *t* para duas amostras emparelhadas e teste *t* para uma amostra. Neste estudo, atendendo à sua natureza, utilizámos o teste *t* para duas amostras independentes e o teste *t* para duas amostras emparelhadas.

Em amostras independentes, a hipótese nula consiste na igualdade das média entre dois grupos e a hipótese alternativa na desigualdade das médias entre esses grupos.

Em amostras emparelhadas, o teste *t* é utilizado quando se usa o mesmo grupo antes e depois de uma determinada intervenção. No entanto, o emparelhamento só deve ser feito se houver correlação entre os valores observados nas duas amostras, levando, deste modo, a uma menor dispersão dos dados, do que resultaria da aplicação do teste para amostras independentes. No teste *t* para amostras emparelhadas, a hipótese nula consiste em a média das diferenças ser zero, isto é, não há modificação nos valores dos pares de variáveis considerados e, por sua vez, a hipótese alternativa consiste em considerar que a média das diferenças é diferente de zero.

Em qualquer um dos testes referidos anteriormente, na hipótese nula assume-se que a manipulação experimental não tem efeito sobre os sujeitos, pelo que se espera que as médias amostrais sejam iguais ou semelhantes. Para não se rejeitar a hipótese nula espera-se que o erro padrão, que mede a variabilidade entre as médias, seja inferior a 5% .

No entanto, segundo Pereira (2006, p.128), para podermos aplicar um teste paramétrico, que é o caso dos testes *t*, é necessário verificar três requisitos.

O autor refere que a estatística paramétrica exige que as variáveis sejam métricas. No nosso estudo, este primeiro requisito está cumprido, atendendo à natureza quantitativa das variáveis analisadas.

Outro requisito, que deve ser cumprido para se utilizar testes paramétricos, é o da homogeneidade da variância. Segundo Pereira (2006, p. 128), "isto significa que a variabilidade dos resultados em cada situação deve ser sensivelmente a mesma. No entanto, este requisito perde a relevância se o número de sujeitos for o mesmo em cada situação experimental". Ora, como no nosso estudo os sujeitos inquiridos foram sensivelmente os mesmos nos dois momentos de avaliação, este requisito é dispensado.

O outro requisito que o referido autor menciona, prende-se com a normalidade dos resultados. No entanto, o mesmo autor acrescenta que "como os testes paramétricos são bastante robustos, podem ser utilizados mesmo quando este pressuposto é violado, a menos que os dados tenham uma distribuição muito diferente da normal" (Pereira, 2006, p.128).

Segundo Pestana e Gageiro (2008, p.229), quando "as amostras têm dimensão igual ou inferior a 30, os testes t exigem que o(s) grupo(s) em análise tenha(m) distribuição normal".

Ora, como a amostra em estudo tem dimensão bastante superior a 30 elementos, em cada um dos momentos de avaliação aplicados, este pressuposto é dispensado. Mesmo assim, optámos por estudar a normalidade da amostra estudantil, como vimos no ponto 2.3.1. do actual capítulo.

2.4.1. Análise do conceito perímetro

Para analisar os resultados obtidos pela população em estudo, no que diz respeito ao conceito perímetro, criamos uma nova variável, na escala de 0% a 100%, que corresponde à média das classificações obtidas nos itens 1. e 2.1. do teste de avaliação e que estão relacionados com esta noção geométrica. Designámos esta variável por *perímetro*: em particular, chamámos *Perímetro_T1*, à média das pontuações dos itens do teste n.º 1 relacionados com perímetro e *Perímetro_T2*, à média das pontuações dos itens do teste n.º 2 relacionados com perímetro.

Para compararmos os resultados, usamos os testes *t* para amostras emparelhadas e para amostras independentes.

Recorrendo ao teste *t* para amostras emparelhadas, obtivemos os seguintes resultados no Grupo de Trabalho:

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	Perímetro_T1	**59,11**	75	28,116	3,247
	Perímetro_T2	**82,00**	75	27,775	3,207

Tabela 138: Média, desvio padrão e erro padrão das variáveis Perímetro_T1 e Perímetro_T2 no Grupo de Trabalho.

Pela análise da tabela 138 verificamos que, no Grupo de Trabalho, a média das classificações obtidas, no teste n.º 1, na variável *perímetro*, foi de 59,11% e, no teste n.º 2, foi de 82,00%.

Vejamos, agora, se esta diferença tem significado estatístico:

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	Perímetro_T1 & Perímetro_T2	75	,391	**,001**

Tabela 139: Valor do teste sobre a correlação entre as variáveis Perímetro_T1 e Perímetro_T2 no Grupo de Trabalho.

Na tabela 139, verificamos que o nível de significância associado ao teste sobre as correlações é 0,001, valor inferior ao nível de significância utilizado, 0,05, pelo que a correlação 0,391 é significativa e existe uma elevada associação linear positiva entre as pontuações obtidas nos dois momentos de avaliação. Assim, faz sentido considerar o teste *t* para amostras emparelhadas.

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference Lower	Upper			
Pair 1	Perímetro T1 - Perímetro T2	**-22,889**	30,850	3,562	-29,987	-15,791	-6,425	74	**,000**

Tabela 140: Valor do teste *t* para amostras emparelhadas de Perímetro_T1 e Perímetro_ T2 no Grupo de Trabalho.

Na tabela 140, vemos que a média das diferenças emparelhadas relativas aos dois momentos de avaliação é de -22,889 pontos, o que denota um aumento da pontuação obtida no teste n.º 2, ou seja, após o recurso a actividades específicas sobre perímetro, área e volume, durante o ano lectivo.

O teste *t* tem associado um nível de significância igual a 0,000, o que leva à rejeição da hipótese nula.

De facto, pela análise do intervalo de confiança a 95%, verificamos que este não inclui o zero, pelo que podemos concluir que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho são diferentes nos dois momentos de avaliação.

Pela análise das médias das classificações obtidas, podemos afirmar, com confiança de 95%, que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho no teste n.º 2 são superiores aos obtidos no teste n.º 1.

Assim, as actividades aplicadas sobre a noção de perímetro durante o ano lectivo surtiram efeitos positivos na aprendizagem do alunos do conceito perímetro, dado que estas provocaram uma melhoria nas classificações obtidas no teste n.º 2.

Recorrendo ao teste *t* para amostras emparelhadas, obtivemos, em relação ao Grupo de Controlo, os resultados apresentados na tabela 141:

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	Perímetro_T1	**60,24**	179	25,245	1,887
	Perímetro_T2	**58,85**	179	26,810	2,004

Tabela 141: Média, desvio padrão e erro padrão das variáveis Perímetro_T1 e Perímetro_T2 no Grupo de Controlo.

Pela análise da tabela anterior verificamos que, no Grupo de Controlo, a média das classificações obtidas no teste n.º 1 para a variável perímetro foi de 60,24% e no teste n.º 2 foi de 58,85%.

Vejamos, agora, se esta diferença tem significado estatístico:

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference: Lower	Upper			
Pair 1	Perímetro T1 - Perímetro T2	**1,397**	35,372	2,644	-3,821	6,614	,528	178	**,598**

Tabela 142: Valor do teste *t* para amostras emparelhadas de Perímetro_T1 e Perímetro_ T2 no Grupo de Controlo.

Na tabela 142 vemos que a média das diferenças emparelhadas relativas aos dois momentos de avaliação é de 1,397 pontos, o que denota uma diminuição da pontuação obtida no teste n.º 2, ou seja, após o professor ter leccionado o conceito geométrico perímetro. O teste *t* tem associado um nível de significância igual a 0,598, o que não leva à rejeição da hipótese nula. De facto, pela análise do intervalo de confiança a 95%, verificamos que este inclui o zero, pelo que podemos concluir que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Controlo são semelhantes nos dois momentos de avaliação.

No entanto, pela tabela 143 reparamos que a correlação não é significativa. Ou seja, verificamos que o nível de significância associado ao teste sobre as correlações é 0,302, valor superior ao nível de significância utilizado, 0,05, pelo que a correlação não é significativa. Assim, faz sentido considerar o teste *t* para amostras independentes.

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	Perímetro_T1 & Perímetro_T2	179	,078	**,302**

Tabela 143: Valor do teste sobre a correlação entre as variáveis Perímetro_T1 e Perímetro_T2 no Grupo de Controlo.

Analisaremos, de seguida, os resultados obtidos na variável *perímetro* em duas amostras independentes, no Grupo de Trabalho e no Grupo de Controlo, nos dois momentos de avaliação considerados no presente estudo.

No teste n.º 1, obtivemos os resultados constantes na tabela 144:

Group Statistics

	Grupo	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Perímetro_T1	GTrabalho	81	**58,44**	27,904	3,100
	GControlo	197	**58,97**	25,945	1,848

Tabela 144: Média, desvio padrão e erro padrão da variável Perímetro_T1 no Grupo de Trabalho e no Grupo de Controlo.

No teste n.º 1, a classificação média obtida pelos alunos do Grupo de Trabalho é 58,44% e pelos alunos do Grupo de Controlo é 58,97%.

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
PerímetroT1	Equal variances assumed	,485	**,487**	-,152	276	**,879**	-,532	3,501	-7,425	6,361
	Equal variances not assumed			-,147	139,773	,883	-,532	3,610	-7,668	6,605

Tabela 145: Valor do teste *t* para amostras independentes para a variável Perímetro_T1.

Pela tabela 145, o nível de significância do teste de Levene é 0,487, ou seja, superior a 0,05, pelo que devemos considerar a hipótese da igualdade das variâncias.

Assim, o valor do teste *t* é -0,152 e o nível de significância é 0,879, o que não conduz à rejeição da hipótese nula, pelo que os resultados obtidos no teste n.º 1 pelos alunos do Grupo de Trabalho são idênticos aos dos alunos do Grupo de Controlo. Deste modo, os grupos considerados no estudo são comparáveis nesta variável. Esta conclusão é confirmada pelo intervalo de confiança a 95%, compreendido entre -7,425 e 6,361, dado que este inclui o zero, o que corresponde à igualdade das médias.

Relativamente ao teste n.º 2, obtivemos os resultados expostos na tabela 141:

Group Statistics

	Grupo	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Perímetro_T2	GTrabalho	77	**80,74**	28,621	3,262
	GControlo	188	**58,07**	27,711	2,021

Tabela 146: Média, desvio padrão e erro padrão da variável Perímetro_T2 no Grupo de Trabalho e no Grupo de Controlo.

No teste n.º 2, a classificação média obtida na variável perímetro pelos alunos do Grupo de Trabalho foi de 80,74% e pelos alunos do Grupo de Controlo foi de 58,07%.

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
PerímetroT2	Equal variances assumed	1,308	**,254**	5,989	263	**,000**	22,669	3,785	15,215	30,122
	Equal variances not assumed			5,908	137,333	,000	22,669	3,837	15,081	30,256

Tabela 147: Valor do teste *t* para amostras independentes para a variável Perímetro_T2.

Na tabela 147 vemos que o nível de significância do teste de Levene é 0,254, ou seja, superior a 0,05, pelo que devemos considerar a hipótese da igualdade das variâncias.

Assim, o valor do teste *t* é 5,989 e o nível de significância é 0,000, o que leva à rejeição da hipótese nula, pelo que os resultados obtidos no teste n.º 2 pelos alunos do Grupo de Trabalho são diferentes aos dos alunos do Grupo de Controlo.

Esta conclusão é confirmada pelo intervalo de confiança a 95%, compreendido entre 15,215 e 30,122, para as diferenças de resultados médios dos dois grupos, dado que este não inclui o zero, pelo que não há igualdade das médias da variável perímetro, no teste n.º 2, nos dois grupos considerados.

Observando as médias das classificações obtidas na variável *perímetro* e o valor positivo de t (5,989) podemos afirmar que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho, no teste n.º 2, são melhores do que os do Grupo de Controlo, pelo que as tarefas aplicadas sobre perímetro nas turmas daqueles alunos foram uma mais valia para a aprendizagem relativamente às tarefas aplicadas a todos os alunos.

2.4.2. Análise do conceito área

Para analisar os resultados obtidos pela amostra em estudo, no que diz respeito ao conceito área, criamos uma nova variável, na escala de 0% a 100%, que corresponde à média das classificações obtidas nos itens 2.2. e 3. do teste de avaliação relacionados com esta noção geométrica. A esta variável chamámos *área* e, em particular, designámos por *Área_T1*, a média das pontuações dos itens do teste n.º 1 relacionados com a noção de área e por *Área_T2*, a média das pontuações dos itens do teste n.º 2 relacionados com a noção de área. É de referir que o item 7., por envolver dois conceitos (perímetro e área) foi analisado separadamente.

Para compararmos os resultados, usamos os testes *t* para amostras emparelhadas e para amostras independentes.

Recorrendo ao teste *t* para amostras emparelhadas, obtivemos os seguintes resultados no Grupo de Trabalho:

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	Área_T1	**28,73**	75	28,730	3,317
	Área_T2	**66,73**	75	29,345	3,389

Tabela 148: Média, desvio padrão e erro padrão das variáveis Área_T1 e Área_T2 no Grupo de Trabalho.

Pela análise da tabela 148 verificamos que, no Grupo de Trabalho, a média das classificações obtidas, no teste n.º 1, na variável área foi de 28,73% e no teste n.º 2 foi de 66,73%. Vejamos, agora, se esta diferença nos resultados obtidos nos dois momentos de avaliação tem significado estatístico.

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference: Lower	Upper			
Pair 1	Área_T1 - Área_T2	**-38,000**	39,227	4,530	**-47,025**	**-28,975**	-8,389	74	**,000**

Tabela 149: Valor do teste *t* para amostras emparelhadas de Área_T1 e Área_ T2 no Grupo de Trabalho.

A média das diferenças emparelhadas relativas aos dois momentos de avaliação é de -38,000 pontos, o que denota um aumento da pontuação obtida no teste n.º 2, ou seja, após o recurso a actividades específicas sobre perímetro, área e volume, durante o ano lectivo. O teste *t* tem associado um nível de significância igual a 0,000, o que leva à rejeição da hipótese nula.

De facto, pela análise do intervalo de confiança a 95%, verificamos que este não inclui o zero, pelo que podemos concluir que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho são diferentes nos dois momentos de avaliação. Pela análise das médias das classificações obtidas e do valor do teste *t*, podemos afirmar, com confiança de 95%, que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho no teste n.º 2 são superiores aos obtidos no teste n.º 1. Assim, as actividades aplicadas sobre a noção de área, durante o ano lectivo, surtiram efeitos positivos na aprendizagem dos alunos do conceito área, dado que estas provocaram uma melhoria nas classificações obtidas no teste n.º 2.

No entanto, como podemos ver na tabela 149 a correlação entre as variáveis consideradas não é significativa.

Verificamos que o nível de significância associado ao teste sobre as correlações é 0,455, valor superior ao nível de significância utilizado, 0,05, pelo que a correlação 0,088 não é significativa. Assim, faz sentido considerar o teste *t* para amostras independentes.

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	Área_T1 & Área_T2	75	,088	**,455**

Tabela 150: Valor do teste sobre a correlação entre as variáveis Área_T1 e Área_T2 no Grupo de Trabalho.

Recorrendo ao teste *t* para amostras emparelhadas, obtivemos, no Grupo de Controlo, os resultados apresentados na tabela 151, onde verificamos que, neste grupo, a média das classificações obtidas no teste n.º 1 para a variável área foi de 25,37% e no teste n.º 2 foi de 39,94%.

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	Área_T1	**25,37**	179	27,251	2,037
	Área_T2	**34,94**	179	31,753	2,373

Tabela 151: Média, desvio padrão e erro padrão das variáveis Área_T1 e Área_T2 no Grupo de Controlo.

Vejamos, agora, se esta diferença nas classificações obtidas nos dois momentos de avaliação tem significado estatístico.

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	Área_T1 & Área_T2	179	,216	**,004**

Tabela 152: Valor do teste sobre a correlação entre as variáveis Área_T1 e Área_T2 no Grupo de Controlo.

Pela tabela 152, verificamos que o nível de significância associado ao teste sobre as correlações é 0,004, valor inferior ao nível de significância utilizado, 0,05, pelo que a correlação é significativa.

Assim, no Grupo de Controlo faz sentido considerar o teste *t* para amostras emparelhadas.

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	Df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	Área_T1 - Área_T2	**-9,573**	37,105	2,773	-15,046	-4,101	-3,452	178	**,001**

Tabela 153: Valor do teste *t* para amostras emparelhadas de Área_T1 e Área_T2 no Grupo de Controlo.

A média das diferenças emparelhadas relativas aos dois momentos de avaliação é de -9,573 pontos, o que denota um aumento na pontuação obtida no teste n.º 2, ou seja, após o professor ter leccionado o conceito geométrico *área*. O teste *t* tem associado um nível de significância igual a 0,001, o que leva à rejeição da hipótese nula. De facto, pela análise do intervalo de confiança a 95%, verificamos que este não inclui o zero, pelo que podemos concluir que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Controlo são diferentes nos dois momentos de avaliação. Por comparação das médias das classificações obtidas e do valor do teste *t*, podemos reparar que os resultados obtidos no teste n.º 2 são superiores aos do teste n.º 1.

Analisaremos, de seguida, os resultados obtidos na variável *área* em duas amostras independentes, no Grupo de Trabalho e no Grupo de Controlo, nos dois momentos de avaliação considerados.

No teste n.º 1, obtivemos os seguintes resultados:

Group Statistics

	Grupo	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Área_T1	GTrabalho	81	**29,69**	29,344	3,260
	GControlo	197	**25,45**	28,229	2,011

Tabela 154: Média, desvio padrão e erro padrão da variável Área_T1 no Grupo de Trabalho e no Grupo de Controlo.

Como se vê na tabela 154, o teste n.º 1, a classificação média obtida pelos alunos do Grupo de Trabalho é 29,69% e pelos alunos do Grupo de Controlo é 25,45%.

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	Df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Área_T1	Equal variances assumed	,379	**,539**	1,124	276	**,262**	4,236	3,769	**-3,184**	**11,656**
	Equal variances not assumed			1,106	143,954	,271	4,236	3,831	-3,336	11,808

Tabela 155: Valor do teste *t* para amostras independentes para a variável Área_T1.

Na tabela 155, vemos que o nível de significância do teste de Levene é 0,539, ou seja, superior a 0,05, pelo que devemos considerar a hipótese da igualdade das variâncias.

Assim, o valor do teste *t* é 1,124 e o nível de significância é 0,262, o que não conduz à rejeição da hipótese nula, pelo que os resultados obtidos no teste n.º 1 pelos alunos do Grupo de Trabalho são idênticos aos dos alunos do Grupo de Controlo. Deste modo, os grupos considerados no estudo são comparáveis nesta variável. Esta conclusão é confirmada pelo intervalo de confiança a 95%, compreendido entre -3,184 e 11,656, para as diferenças de resultados médios dos dois grupos, dado que este inclui o zero, o que corresponde à igualdade das médias.

Relativamente ao teste n.º 2, obtivemos o resultados que constam na tabela 156:

Group Statistics

	Grupo	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Área_T2	GTrabalho	77	**67,12**	29,207	3,328
	GControlo	188	**34,14**	31,483	2,296

Tabela 156: Média, desvio padrão e erro padrão da variável Área_T2 no Grupo de Trabalho e no Grupo de Controlo.

No teste n.º 2, a classificação média obtida na variável área pelos alunos do Grupo de Trabalho foi de 67,12% e pelos alunos do Grupo de Controlo foi de 34,14%.

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	Df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Área_T2	Equal variances assumed	,000	**1,000**	**7,903**	263	**,000**	32,980	4,173	**24,763**	**41,197**
	Equal variances not assumed			8,156	151,596	,000	32,980	4,044	24,991	40,969

Tabela 157: Valor do teste *t* para amostras independentes para a variável Área_T2.

Pela tabela 157, o nível de significância do teste de Levene é 1,000, ou seja, superior a 0,05, pelo que devemos considerar a hipótese da igualdade das variâncias. Assim, o valor do teste *t* é 7,903 e o nível de significância é 0,000, o que leva à rejeição da hipótese nula, pelo que os resultados obtidos no teste n.º 2 pelos alunos do Grupo de Trabalho são diferentes aos dos alunos do Grupo de Controlo.

Esta conclusão é confirmada pelo intervalo de confiança a 95%, compreendido entre 24,763 e 41,197, para as diferenças de resultados médios dos dois grupos, dado que este não inclui o zero, pelo que não há igualdade das médias da variável área, no teste n.º 2, nos dois grupos considerados.

Observando as classificações médias obtidas no teste n.º 2 pelos alunos dos dois grupos considerados e o valor positivo de *t* (7,903), podemos afirmar que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho, no teste n.º 2, são melhores do que os do Grupo de Controlo, pelo que as tarefas aplicadas sobre área nas turmas daqueles alunos foram uma mais valia para a aprendizagem relativamente às tarefas aplicadas a todos os alunos.

2.4.3. Análise do conceito volume

Para analisar os resultados obtidos pela amostra em estudo, no que diz respeito ao conceito volume, criamos uma nova variável, na escala de 0% a 100%, que corresponde à média das classificações obtidas nos itens 4., 6. e 8. do teste de avaliação relacionados com esta noção geométrica. A esta variável chamámos volume e, em particular, designámos por *Volume_T1*, a média das pontuações dos itens do teste n.º 1 relacionados com a noção de volume e por *Volume_T2*, a média das pontuações dos itens do teste n.º 2 relacionados com a noção de volume. É de referir que o item 5., por envolver dois conceitos (perímetro e volume) foi analisado separadamente.

Para compararmos os resultados, usamos os testes *t* para amostras emparelhadas e para amostras independentes.

Recorrendo ao teste *t* para amostras emparelhadas, obtivemos os seguintes resultados no Grupo de Trabalho:

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	Volume_T1	**76,57**	75	26,695	3,083
	Volume_T2	**90,76**	75	18,297	2,113

Tabela 158: Média, desvio padrão e erro padrão das variáveis Volume_T1 e Volume_T2 no Grupo de Trabalho.

Pela análise da tabela 158 verificamos que, no Grupo de Trabalho, a média das classificações obtidas, no teste n.º 1, na variável volume foi de 76,57% e no teste n.º 2 foi de 90,76%.

Vejamos, agora, se esta diferença nos resultados obtidos nos dois momentos de avaliação tem significado estatístico.

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	Volume_T1 & Volume_T2	75	,324	**,005**

Tabela 159: Valor do teste sobre a correlação entre as variáveis Volume_T1 e Volume_T2 no Grupo de Trabalho.

Pela tabela 159 verificamos que o nível de significância associado ao teste sobre as correlações é 0,005, valor inferior ao nível de significância utilizado, 0,05, pelo que a correlação 0,324 é significativa.

Assim, faz sentido considerar o teste *t* para amostras emparelhadas neste grupo, como se apresenta na tabela 160.

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	Volume_T1 - Volume_T2	**-14,190**	27,040	3,122	-20,412	-7,969	-4,545	74	**,000**

Tabela 160: Valor do teste *t* para amostras emparelhadas de Volume_T1 e Volume_ T2 no Grupo de Trabalho.

A média das diferenças emparelhadas relativas aos dois momentos de avaliação é de -14,190 pontos, o que denota um aumento da pontuação obtida no teste n.º 2, ou seja, após o recurso a actividades específicas sobre perímetro, área e volume, durante o ano lectivo. O teste *t* tem associado um nível de significância igual a 0,000, o que leva à rejeição da hipótese nula. De facto, pela análise do intervalo de confiança a 95%, verificamos que este não inclui o zero, pelo que podemos concluir que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho são diferentes nos dois momentos de avaliação. Pela análise das médias das classificações obtidas, podemos afirmar, com confiança de 95%, que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho no teste n.º 2 são superiores aos obtidos no teste n.º 1. Assim, as actividades aplicadas sobre a noção de volume, durante o ano lectivo, surtiram efeitos positivos na aprendizagem dos alunos do conceito volume, dado que estas provocaram uma melhoria nas classificações obtidas no teste n.º 2.

Recorrendo ao teste *t* para amostras emparelhadas, obtivemos, no Grupo de Controlo, os resultados apresentados na tabela 161, onde verificamos que, no Grupo de Controlo, a média das classificações obtidas no teste n.º 1 para a variável volume foi de 74,68% e no teste n.º 2 foi de 72,75%.

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	Volume_T1	**74,68**	179	30,120	2,251
	Volume_T2	**72,75**	179	30,973	2,315

Tabela 161: Média, desvio padrão e erro padrão das variáveis Volume_T1 e Volume_T2 no Grupo de Controlo.

Vejamos, agora, se esta diferença nas classificações obtidas nos dois momentos de avaliação tem significado estatístico.

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	Volume_T1 & Volume_T2	179	,355	,000

Tabela 162: Valor do teste sobre a correlação entre as variáveis Volume_T1 e Volume_T2 no Grupo de Controlo.

Pela tabela 162 verificamos que o nível de significância associado ao teste sobre as correlações é 0,000, valor inferior ao nível de significância utilizado, 0,05, pelo que a correlação é significativa. Assim, no Grupo de Controlo faz sentido considerar o teste *t* para amostras emparelhadas.

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	Df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference: Lower	Upper			
Pair 1	Volume_T1 - Volume_T2	**1,935**	34,711	2,594	-3,184	7,055	,746	178	**,457**

Tabela 163: Valor do teste *t* para amostras emparelhadas de Volume_T1 e Volume_ T2 no Grupo de Controlo.

A média das diferenças emparelhadas relativas aos dois momentos de avaliação é de 1,935 pontos, o que denota uma diminuição na pontuação obtida no teste n.º 2, ou seja, após o professor ter leccionado o conceito volume. O teste *t* tem associado um nível de significância igual a 0,457, superior a 0,05, o que leva à não rejeição da hipótese nula. De facto, pela análise do intervalo de confiança a 95%, verificamos que este inclui o zero, pelo que podemos concluir que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Controlo são semelhantes nos dois momentos de avaliação.

Por comparação das médias das classificações obtidas no teste n.º 2 nos dois grupos considerados no estudo, podemos constatar que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho são superiores aos dos alunos do Grupo de Controlo, pelo que as tarefas aplicadas sobre volume provocaram uma melhor aprendizagem do conceito volume naqueles alunos do que nestes.

Analisaremos, de seguida, os resultados obtidos na variável volume em duas amostras independentes, no Grupo de Trabalho e no Grupo de Controlo, nos dois momentos de avaliação considerados no presente estudo. O teste *t* para duas amostras independentes aplica-se quando se pretende comparar as médias de uma variável quantitativa em dois grupos distintos.

No teste n.º 1, obtivemos os resultados apresentados na tabela 164:

Group Statistics

	Grupo	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Volume_T1	GTrabalho	81	**76,94**	26,541	2,949
	GControlo	197	**72,59**	31,500	2,244

Tabela 164: Média, desvio padrão e erro padrão da variável Volume_T1 no Grupo de Trabalho e no Grupo de Controlo.

No teste n.º 1, a classificação média obtida pelos alunos do Grupo de Trabalho é 76,94% e pelos alunos do Grupo de Controlo é 72,59%.

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	Df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Volume_T1	Equal variances assumed	4,198	**,041**	1,094	276	,275	4,351	3,979	-3,482	12,184
	Equal variances not assumed			**1,174**	175,477	**,242**	4,351	3,706	**-2,963**	**11,665**

Tabela 165: Valor do teste *t* para amostras independentes para a variável Volume_T1.

Pela tabela anterior o nível de significância do teste de Levene é 0,041, ou seja, inferior a 0,05, pelo que devemos rejeitar a hipótese da igualdade das variâncias. Assim, o valor do teste *t* é 1,174 e o nível de significância é 0,242, o que não conduz à rejeição da hipótese nula, pelo que os resultados obtidos no teste n.º 1 pelos alunos do Grupo de Trabalho são idênticos aos dos alunos do Grupo de Controlo.

Deste modo, os grupos considerados no estudo são comparáveis nesta variável. Esta conclusão é confirmada pelo intervalo de confiança a 95%, compreendido entre -2,963 e 11,665, para as diferenças de resultados médios dos dois grupos, dado que este inclui o zero, o que corresponde à igualdade das médias.

Relativamente ao teste n.º 2, obtivemos os resultados que constam na tabela 166:

Group Statistics

	Grupo	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Volume_T2	GTrabalho	77	**91,00**	18,115	2,064
	GControlo	188	**71,71**	31,704	2,312

Tabela 166: Média, desvio padrão e erro padrão da variável Volume_T2 no Grupo de Trabalho e no Grupo de Controlo.

No teste n.º 2, a classificação média obtida na variável volume pelos alunos do Grupo de Trabalho foi de 91,00% e pelos alunos do Grupo de Controlo foi de 71,71%.

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Volume_T2	Equal variances assumed	53,592	**,000**	5,011	263	,000	19,288	3,849	11,709	26,868
	Equal variances not assumed			**6,223**	235,602	**,000**	19,288	3,100	**13,182**	**25,395**

Tabela 167: Valor do teste *t* para amostras independentes para a variável Volume_T2.

Pela tabela 167 o nível de significância do teste de Levene é 0,000, ou seja, inferior a 0,05, pelo que devemos rejeitar a hipótese da igualdade das variâncias. Assim, o valor do teste *t* é 6,223 e o nível de significância é 0,000, o que leva à rejeição da hipótese nula, pelo que os resultados obtidos no teste n.º 2 pelos alunos do Grupo de Trabalho são diferentes aos dos alunos do Grupo de Controlo. Esta conclusão é confirmada pelo intervalo de confiança a 95%, compreendido entre 13,182 e 25,395, pelo facto deste não incluir o zero, pelo que não há igualdade nas médias da variável volume, no teste n.º 2, nos dois grupos considerados.

Observando as classificações médias obtidas no teste n.º 2 pelos alunos dos dois grupos considerados e o valor positivo de t (6,223), podemos afirmar que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho, no teste n.º 2, são melhores do que os do Grupo de Controlo, pelo que as tarefas aplicadas sobre volume foram uma mais valia para a aprendizagem dos alunos do Grupo de Trabalho.

2.4.4. Análise do item 5.

Este item foi estudado separadamente pelo facto de envolver dois conceitos geométricos, o de perímetro e o de volume. Esta variável, a que chamámos *P5*, foi codificada para uma escala de 0% a 100% e designámos por *P5_T1*, a cotação obtida no item 5. no teste n.º 1, e por *P5_T2*, a cotação obtida no item 5. no teste n.º 2.

Para compararmos os resultados obtidos, usamos os testes *t* para amostras emparelhadas e para amostras independentes.

Recorrendo ao teste *t* para amostras emparelhadas, obtivemos, no Grupo de Trabalho, os resultados apresentadosna tabela 168:

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	P5_T1	**35,92**	75	40,021	4,621
	P5_T2	**63,75**	75	42,946	4,959

Tabela 168: Média, desvio padrão e erro padrão das variáveis P5_T1 e P5_T2 no Grupo de Trabalho.

Pela análise da tabela anterior verificamos que, no Grupo de Trabalho, a média das classificações obtidas no item 5. do teste n.º 1 foi de 35,92% e no teste n.º 2 foi de 63,75%. Vejamos, agora, se esta diferença nas classificações obtidas nos dois momentos de avaliação tem significado estatístico.

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	P5_T1 & P5_T2	75	,313	**,006**

Tabela 169: Valor do teste sobre a correlação entre as variáveis P5_T1 e P5_T2 no Grupo de Trabalho.

Pela tabela 169 verificamos que o nível de significância associado ao teste sobre as correlações é 0,006, valor inferior ao nível de significância utilizado, 0,05, pelo que a correlação 0,313 é significativa. Assim, faz sentido considerar o teste *t* para amostras emparelhadas neste grupo.

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference Lower	Upper			
Pair 1	P5_T1 - P5_T2	**-27,833**	48,687	5,622	**-39,035**	**-16,631**	-4,951	74	**,000**

Tabela 170: Valor do teste *t* para amostras emparelhadas de P5_T1 e P5_ T2 no Grupo de Trabalho.

A média das diferenças emparelhadas relativas aos dois momentos de avaliação é de -27,833 pontos, o que denota um aumento da pontuação obtida no item 5. no teste n.º 2, ou seja, após o recurso a actividades específicas sobre perímetro, área e volume, durante o ano lectivo. O teste *t* tem associado um nível de significância igual a 0,000, o que leva à rejeição da hipótese nula. De facto, pela análise do intervalo de confiança a 95%, verificamos que este não inclui o zero, pelo que podemos concluir que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho são diferentes nos dois momentos de avaliação.

Pela análise das médias das classificações obtidas, podemos afirmar, com confiança de 95%, que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho no teste n.º 2 são superiores aos obtidos no teste n.º 1. Assim, as actividades aplicadas, durante o ano lectivo, surtiram efeitos positivos na aprendizagem dos alunos dos conceitos envolvidos no item 5., dado que estas provocaram uma melhoria nas classificações obtidas no teste n.º 2.

Recorrendo ao teste *t* para amostras emparelhadas, obtivemos os seguintes resultados no Grupo de Controlo:

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	P5_T1	**26,57**	179	35,639	2,664
	P5_T2	**36,98**	179	47,158	3,525

Tabela 171: Média, desvio padrão e erro padrão das variáveis P5_T1 e P5_T2 no Grupo de Controlo.

Na tabela 171 vemos que, no Grupo de Controlo, a média das classificações obtidas no item 5. do teste n.º 1 foi de 26,57% e no teste n.º 2 foi de 36,98%.

Vejamos, agora, se esta diferença nas classificações obtidas nos dois momentos de avaliação tem significado estatístico.

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	P5_T1 & P5_T2	179	,278	**,000**

Tabela 172: Valor do teste sobre a correlação entre as variáveis P5_T1 e P5_T2 no Grupo de Controlo.

Pela tabela 172 verificamos que o nível de significância associado ao teste sobre as correlações é 0,000, valor inferior ao nível de significância utilizado, 0,05, pelo que a correlação é significativa.

Assim, no Grupo de Controlo, faz sentido considerar o teste *t* para amostras emparelhadas.

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	Df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference Lower	95% Confidence Interval of the Difference Upper			
Pair 1	P5_T1 - P5_T2	**-10,405**	50,576	3,780	**-17,865**	**-2,945**	-2,752	178	**,007**

Tabela 173: Valor do teste *t* para amostras emparelhadas de P5_T1 e P5_ T2 no Grupo de Controlo.

A média das diferenças emparelhadas relativas aos dois momentos de avaliação é de -10,405 pontos, o que denota um aumento na pontuação obtida no item 5. do teste n.º 2, ou seja, após o professor ter leccionado os conceitos geométricos perímetro e volume.

O teste *t* tem associado um nível de significância igual a 0,007, inferior a 0,05, o que leva à rejeição da hipótese nula. De facto, pela análise do intervalo de confiança a 95%, verificamos que este não inclui o zero, pelo que podemos concluir que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Controlo são significativamente diferentes nos dois momentos de avaliação.

Por comparação das médias das classificações obtidas no teste n.º 2 nos dois grupos considerados no estudo, podemos constatar que os resultados obtidos no item 5. pelos alunos do Grupo de Trabalho são superiores aos dos alunos do Grupo de Controlo, pelo que as tarefas aplicadas provocaram uma melhor aprendizagem dos conceitos geométricos envolvidos nesta pergunta.

Analisaremos, de seguida, os resultados obtidos no item 5. em duas amostras independentes, no Grupo de Trabalho e no Grupo de Controlo, nos dois momentos de avaliação considerados no presente estudo.

O teste *t* para duas amostras independentes aplica-se quando se pretende comparar as médias de uma variável quantitativa em dois grupos distintos.

No teste n.º 1, obtivemos os resultados apresentados na tabela 174:

Group Statistics

Grupo		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
P5_T1	GTrabalho	81	**34,03**	39,281	4,365
	GControlo	197	**27,06**	35,685	2,542

Tabela 174: Média, desvio padrão e erro padrão da variável P5_T1 no Grupo de Trabalho e no Grupo de Controlo.

No teste n.º 1, a classificação média obtida no item 5. pelos alunos do Grupo de Trabalho foi de 34,03% e pelos alunos do Grupo de Controlo foi de 27,06%.

Pela tabela 175 o nível de significância do teste de Levene é 0,251, ou seja, superior a 0,05, pelo que devemos considerar a hipótese da igualdade das variâncias. Assim, o valor do teste *t* é 1,435 e o nível de significância é 0,152, superior a 0,05, o que não conduz à rejeição da hipótese nula, pelo que os resultados obtidos no item 5. do teste n.º 1 pelos alunos do Grupo de Trabalho são idênticos aos dos alunos do Grupo de Controlo. Deste modo, os grupos considerados no estudo são comparáveis nesta variável. Esta conclusão é confirmada pelo intervalo de confiança a 95%, compreendido entre -2,587 e 16,518, para as diferenças de resultados médios dos dois grupos, dado que este inclui o zero, o que corresponde à igualdade das médias.

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	Df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
P5_T1	Equal variances assumed	1,324	**,251**	**1,435**	276	**,152**	6,966	4,852	**-2,587**	**16,518**
	Equal variances not assumed			1,379	137,065	,170	6,966	5,051	-3,022	16,954

Tabela 175: Valor do teste *t* para amostras independentes para a variável P5_T1.

Relativamente ao teste n.º 2, obtivemos os resultados que constam na tabela 176:

Group Statistics

	Grupo	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
P5_T2	GTrabalho	77	**62,74**	43,021	4,903
	GControlo	188	**35,74**	46,851	3,417

Tabela 176: Média, desvio padrão e erro padrão da variável P5_T2 no Grupo de Trabalho e no Grupo de Controlo.

No teste n.º 2, a classificação média obtida no item 5. pelos alunos do Grupo de Trabalho foi de 62,74% e pelos alunos do Grupo de Controlo foi de 35,74%.

Vejamos, agora, se esta diferença nas classificações obtidas nos dois momentos de avaliação tem significado estatístico.

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
P5_T2	Equal variances assumed	5,400	**,021**	4,360	263	,000	27,005	6,194	14,810	39,201
	Equal variances not assumed			**4,519**	153,087	**,000**	27,005	5,976	**15,200**	**38,811**

Tabela 177: Valor do teste *t* para amostras independentes para a variável P5_T2.

Na tabela 177 vemos que o nível de significância do teste de Levene é 0,021, ou seja, inferior a 0,05, pelo que devemos rejeitar a hipótese da igualdade das variâncias. Assim, o valor do teste *t* é 4,519 e o nível de significância é 0,000, o que leva à rejeição da hipótese nula, pelo que os resultados obtidos no teste n.º 2 pelos alunos do Grupo de Trabalho são diferentes dos dos alunos do Grupo de Controlo.

Esta conclusão é confirmada pelo intervalo de confiança a 95%, compreendido entre 15,200 e 38,811, para as diferenças de resultados médios dos dois grupos, dado que este não inclui o zero, pelo que não há igualdade das médias obtidas no item 5., no teste n.º 2, nos dois grupos considerados.

Observando as classificações médias obtidas no teste n.º 2 pelos alunos dos dois grupos considerados e o valor positivo de t (4,519), podemos afirmar que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho, no teste n.º 2, são melhores do que os do Grupo de Controlo, o que confirma que as tarefas aplicadas sobre perímetro e volume nas turmas daqueles alunos foram uma mais valia para a aprendizagem relativamente às tarefas aplicadas a todos os alunos.

2.4.5. Análise do item 7.

Este item foi estudado separadamente pelo facto de envolver dois conceitos geométricos, o de perímetro e o de área. Esta variável, a que chamámos *P7*, foi codificada para uma escala de 0% a 100% e designámos por *P7_T1*, a cotação obtida no item 5. no teste n.º 1, e por *P7_T2*, a cotação obtida no item 7. no teste n.º 2.

Para compararmos os resultados obtidos, usamos os testes *t* para amostras emparelhadas e para amostras independentes.

Recorrendo ao teste *t* para amostras emparelhadas, obtivemos os seguintes resultados no Grupo de Trabalho:

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	P7_T1	**50,08**	75	48,787	5,633
	P7_T2	**71,33**	75	44,398	5,127

Tabela 178: Média, desvio padrão e erro padrão das variáveis P7_T1 e P7_T2 no Grupo de Trabalho.

Na tabela 178 vemos que, no Grupo de Trabalho, a média das classificações obtidas no item 7. do teste n.º 1 foi de 50,08% e no teste n.º 2 foi de 71,33%.

Vejamos, agora, se esta diferença nos resultados obtidos nos dois momentos de avaliação tem significado estatístico.

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	P7_T1 & P7_T2	75	,448	**,000**

Tabela 179: Valor do teste sobre a correlação entre as variáveis P7_T1 e P7_T2 no Grupo de Trabalho.

Pela tabela 179 verificamos que o nível de significância associado ao teste sobre as correlações é 0,000, valor inferior ao nível de significância utilizado, 0,05, pelo que a correlação 0,448 é significativa. Assim, faz sentido considerar o teste *t* para amostras emparelhadas neste grupo.

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference Lower	Upper			
Pair 1	P7_T1 – P7_T2	**-21,250**	49,116	5,671	**-32,551**	**-9,949**	-3,747	74	**,000**

Tabela 180: Valor do teste *t* para amostras emparelhadas de P7_T1 e P7_ T2 no Grupo de Trabalho.

A média das diferenças emparelhadas relativas aos dois momentos de avaliação é de -21,250 pontos, o que denota um aumento da pontuação obtida no item 7. no teste n.º 2, ou seja, após o recurso a actividades específicas sobre perímetro, área e volume, durante o ano lectivo. O teste *t* tem associado um nível de significância igual a 0,000, o que leva à rejeição da hipótese nula. De facto, pela análise do intervalo de confiança a 95%, verificamos que este não inclui o zero, pelo que podemos concluir que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho são diferentes nos dois momentos de avaliação.

Pela análise das médias das classificações obtidas, podemos afirmar, com confiança de 95%, que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho no teste n.º 2 são superiores aos obtidos no teste n.º 1. Assim, as actividades aplicadas, durante o ano lectivo, surtiram efeitos positivos na aprendizagem dos alunos dos conceitos envolvidos no item 7., dado que estas provocaram uma melhoria nas classificações obtidas no teste n.º 2.

Recorrendo ao teste *t* para amostras emparelhadas, obtivemos os seguintes resultados no Grupo de Controlo:

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	P7_T1	**33,03**	179	44,973	3,361
	P7_T2	**38,90**	179	48,178	3,601

Tabela 181: Média, desvio padrão e erro padrão das variáveis P7_T1 e P7_T2 no Grupo de Controlo.

Na tabela 181 vemos que, no Grupo de Controlo, a média das classificações obtidas no item 7. do teste n.º 1 foi de 33,03% e no teste n.º 2 foi de 38,90%. Vejamos, agora, se esta diferença nas classificações obtidas nos dois momentos de avaliação tem significado estatístico.

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	P7_T1 & P7_T2	179	,482	**,000**

Tabela 182: Valor do teste sobre a correlação entre as variáveis P7_T1 e P7_T2 no Grupo de Controlo.

Pela tabela 182 verificamos que o nível de significância associado ao teste sobre as correlações é 0,000, valor inferior ao nível de significância utilizado, 0,05, pelo que a correlação é significativa. Assim, no Grupo de Controlo faz sentido considerar o teste *t* para amostras emparelhadas.

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	Df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	P7_T1 – P7_T2	**-5,866**	47,470	3,548	-12,868	1,136	-1,653	178	**,100**

Tabela 183: Valor do teste *t* para amostras emparelhadas de P7_T1 e P7_ T2 no Grupo de Controlo.

Na tabela 183 vemos que a média das diferenças emparelhadas relativas aos dois momentos de avaliação é de -5,866 pontos, o que denota um aumento na pontuação obtida no item 7. do teste n.º 2, ou seja, após o professor ter leccionado os conceitos geométricos perímetro e área. O teste *t* tem associado um nível de significância igual a 0,100, superior a 0,05, o que leva à não rejeição da hipótese nula. De facto, pela análise do intervalo de confiança a 95%, verificamos que este inclui o zero, pelo que podemos concluir que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Controlo são semelhantes nos dois momentos de avaliação.

Por comparação das médias das classificações obtidas no teste n.º 2 nos dois grupos considerados no estudo, podemos constatar que os resultados obtidos no item 7.

pelos alunos do Grupo de Trabalho são superiores aos dos alunos do Grupo de Controlo, pelo que as tarefas aplicadas provocaram uma melhor aprendizagem dos conceitos geométricos envolvidos nesta pergunta.

Analisaremos, de seguida, os resultados obtidos no item 7. em duas amostras independentes, no Grupo de Trabalho e no Grupo de Controlo, nos dois momentos de avaliação considerados no presente estudo. O teste *t* para duas amostras independentes aplica-se quando se pretende comparar as médias de uma variável quantitativa em dois grupos distintos.

No teste n.º 1, obtivemos os resultados apresentados na tabela 184:

Group Statistics

	Grupo	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
P7_T1	GTrabalho	81	**46,60**	48,564	5,396
	GControlo	197	**32,52**	44,936	3,202

Tabela 184: Média, desvio padrão e erro padrão da variável P7_T1 no Grupo de Trabalho e no Grupo de Controlo.

No teste n.º 1, a classificação média obtida no item 7. pelos alunos do Grupo de Trabalho é 46,60% e pelos alunos do Grupo de Controlo é 32,52%.

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	Df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
P7_T1	Equal variances assumed	8,552	**,004**	2,319	276	,021	14,086	6,074	2,129	26,043
	Equal variances not assumed			**2,245**	139,199	**,026**	14,086	6,274	**1,681**	**26,491**

Tabela 185: Valor do teste *t* para amostras independentes para a variável P7_T1.

Na tabela 185, vemos que o nível de significância do teste de Levene é 0,004, ou seja, inferior a 0,05, pelo que devemos rejeitar a hipótese da igualdade das variâncias. Assim, o valor do teste *t* é 2,245 e o nível de significância é 0,026, o que conduz à rejeição da hipótese nula, pelo que os resultados obtidos no item 7. do teste n.º 1 pelos alunos do Grupo de Trabalho são diferentes dos dos alunos do Grupo de Controlo. Isto é confirmado pelo intervalo de confiança a 95%, compreendido entre 1,681 e 26,491, para as diferenças de resultados médios dos dois grupos, dado que este não inclui o zero.

Assim, os grupos não são comparáveis neste item, pelo que já não se justifica a análise, deste item, no segundo momento de avaliação.

2.4.6. Síntese

Em síntese, na tabela 186, apresentamos um resumo das classificações médias obtidas nas variáveis consideradas nas secções anteriores deste capítulo.

Por observação da tabela 186, podemos verificar que no teste n.º 1, o valor do nível de significância *p* é superior a 0,05 no resultado total do teste e para cada uma das variáveis criadas para estudarmos os conceitos perímetro, área e volume, pelo que não rejeitamos a hipótese nula, ou seja, as classificações médias do Grupo de Trabalho e do Grupo de Controlo são idênticas, nestas variáveis, o que nos permite afirmar que os grupos considerados no estudo são comparáveis.

No que diz respeito ao item 5., do teste n.º 1, que envolve as noções de perímetro e volume, também podemos afirmar, com 95% de confiança, que os grupos são comparáveis.

Relativamente ao item 7., do teste n.º 1, que diz respeito às noções de perímetro e área, constata-se que os grupos não são comparáveis dado que $p < 0{,}05$.

Relativamente ao teste n.º 2, verificamos que o valor do nível de significância é inferior a 0,05, para a variável total do teste e para as variáveis criadas para estudarmos os conceitos geométricos perímetro, área e volume, o que nos leva à rejeição da hipótese nula, pelo que com um nível de confiança de 95%, podemos afirmar que os resultados obtidos nas variáveis consideradas anteriormente são diferentes nos dois grupos de alunos considerados.

Por observação das classificações médias obtidas, podemos afirmar que os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho são superiores aos dos alunos do Grupo de Controlo.

Variável		**Média das classificações obtidas no GTrabalho (%)**	**Média das classificações obtidas no GControlo (%)**	***p*** [a]
Total do teste	Teste n.º 1	51,44	46,01	0,055
	Teste n.º 2	76,14	49,94	0,006
Perímetro	Teste n.º 1	58,44	58,97	0,879
	Teste n.º 2	80,74	58,07	0,000
Área	Teste n.º 1	29,69	25,45	0,262
	Teste n.º 2	67,12	34,14	0,000
Volume	Teste n.º 1	76,94	72,59	0,242
	Teste n.º 2	91,00	71,71	0,000
Item 5.	Teste n.º 1	34,03	27,06	0,152
	Teste n.º 2	62,74	35,74	0,000
Item 7.	Teste n.º 1	46,60	32,52	0,026

a. Valor obtido por aplicação do *teste t-Student* para amostras independentes

Tabela 186: Resumo das classificações obtidos pelos alunos em estudo.

Podemos, deste modo, afirmar que a intervenção pedagógica submetida aos alunos do Grupo de Trabalho surtiu efeitos positivos na aprendizagem das noções de perímetreo, área e volume desses alunos, como se pode comprovar com a melhoria dos resultados obtidos nas variáveis referidas anteriormente.

Assim, as tarefas, os problemas e as actividades de investigação aplicadas aos alunos do Grupo de Trabalho tornaram-se uma mais valia no processo de aprendizagem desses alunos.

3. Apresentação, análise e discussão dos dados obtidos pelos professores participantes no estudo

3.1. Análise descritiva dos dados de identificação dos professores

Como já foi referido no subcapítulo 7. do capítulo IV, as catorze turmas que fizeram parte deste estudo foram leccionadas por dezasseis professores, dos quais metade eram professores estagiários. Como os objectivos desta investigação estão relacionados com os dados dos alunos, achámos que não era necessário dividir o grupo de professores em dois grupos, os professores efectivos e os professores estagiários.

No entanto, é de referir que na Escola A existiam 6 professores efectivos e 5 professores estagiários e na Escola B existiam 2 professores efectivos e 3 professores estagiários.

Relativamente, ao género dos professores, apenas um é do sexo masculino, portanto 15 são do sexo feminino, como se pode ver na tabela 187:

		Frequência	Percentagem	Percentagem Válida	Percentagem Acumulada
Válidos	Feminino	15	93,8	93,8	93,8
	Masculino	1	6,3	6,3	100,0
	Total	16	100,0	100,0	

Tabela 187: Frequência da variável género dos professores.

Por observação do gráfico 53, constatamos, também, que 94% dos professores são do sexo feminino.

Na tabela 188 podemos ver a distribuição da variável *idade dos professores* participantes no estudo. Como se pode verificar através dessa tabela, aquando da recolha destes dados do estudo, em Setembro de 2009, a idade dos professores variava entre 22 e 61 anos, sendo a idade média de 38,87 anos.

Por observação do gráfico 54, constatamos, também, que a maioria dos professores participantes no estudo tinham idade entre os 21 e os 30 anos, 37,50%.

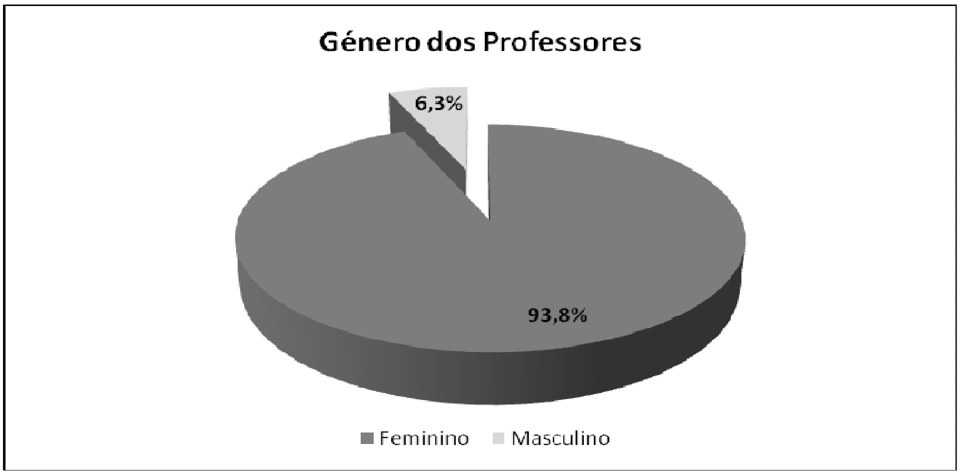


Gráfico 53: Percentagem da variável género dos professores.

		Frequência	Percentagem	Percentagem Válida	Percentagem Acumulada
Válidos	21 a 30 anos	6	37,5	37,5	37,5
	31 a 40 anos	3	18,7	18,7	56,2
	41 a 50 anos	1	6,3	6,3	62,5
	51 a 60 anos	5	31,2	31,2	93,7
	61 a 70 anos	1	6,3	6,3	100,0
	Total	16	100,0	100,0	

Tabela 188: Frequência da variável idade dos professores.

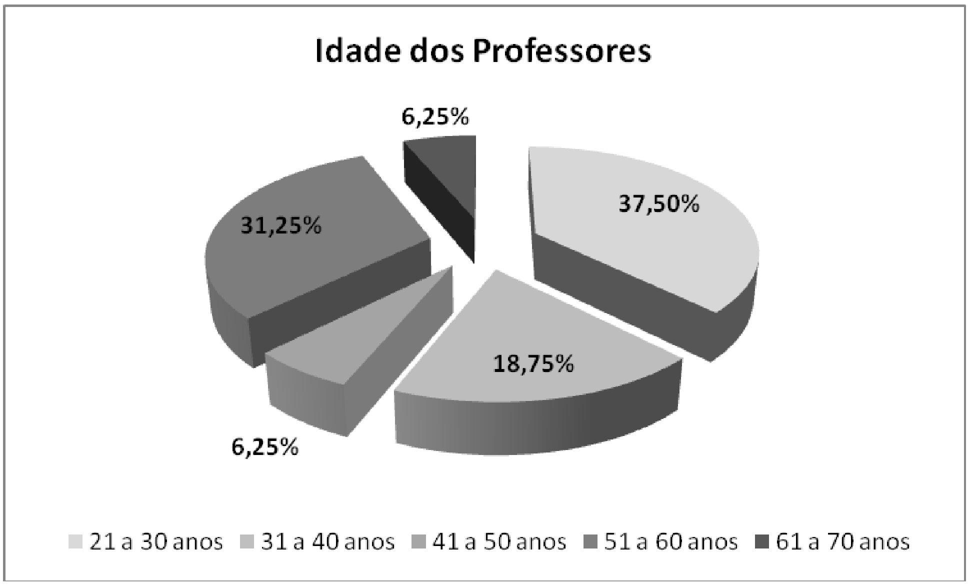


Gráfico 54: Percentagem da variável idade dos professores.

No que diz respeito à formação académica dos professores, oito são professores estagiários, tal como já foi mencionado, os restantes 8 professores são licenciados, tendo dois deles o grau de mestre. É de referir que os dois professores mestres são especialistas em áreas distintas da matemática: um deles é na área de hitobiologia (estudo dos tecidos biológicos) e outro em marketing. Na tabela 189 e no gráfico 55, podemos ver a frequência e a percentagem desta variável no estudo, apresentadas por grau académico mais elevado que os professores possuíam.

		Frequência	Percentagem	Percentagem Válida	Percentagem Acumulada
Válidos	Estagiários	8	50,0	50,0	50,0
	Licenciados	6	37,5	37,5	87,5
	Mestres	2	12,5	12,5	100,0
	Total	16	100,0	100,0	

Tabela 189: Frequência da variáveformação académica dos professores.

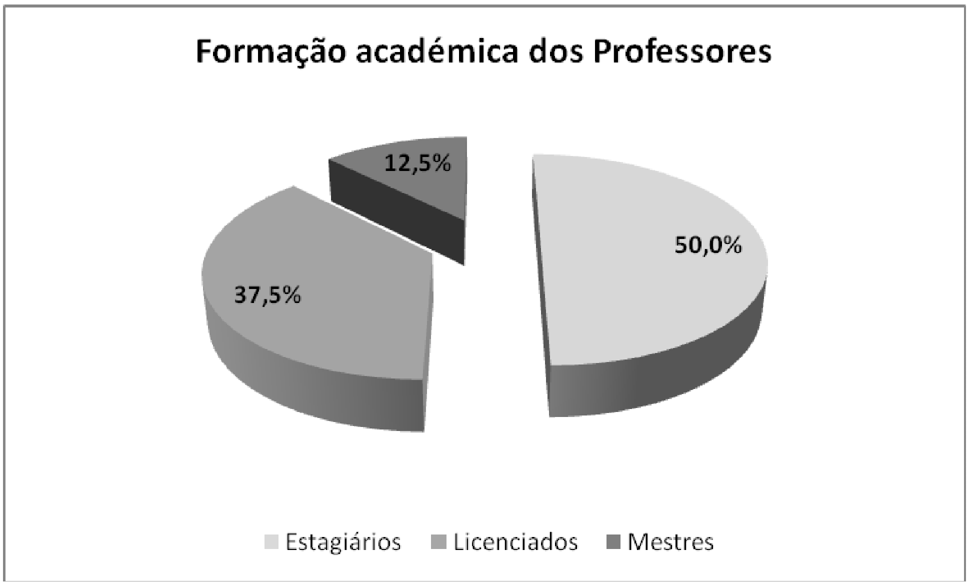


Gráfico 55: Percentagem da variável formação académica dos professores.

Por observação do gráfico 55, podemos verificar que 50% dos professores são estagiários e 50% são licenciados, dos quais apenas 13% são detentores do grau de Mestre.

Quanto à consideração de terem tido Geometria suficiente na formação inicial, 62,5% responderam afirmativamente.

Na tabela 190 e no gráfico 56, podemos analisar a distribuição das frequências e percentagens desta variável.

		Frequência	Percentagem	Percentagem Válida	Percentagem Acumulada
Válidos	Sim	10	62,5	62,5	62,5
	Não	6	37,5	37,5	100,0
	Total	16	100,0	100,0	

Tabela 190: Frequência da variável "Geometria" na formação inicial dos professores.

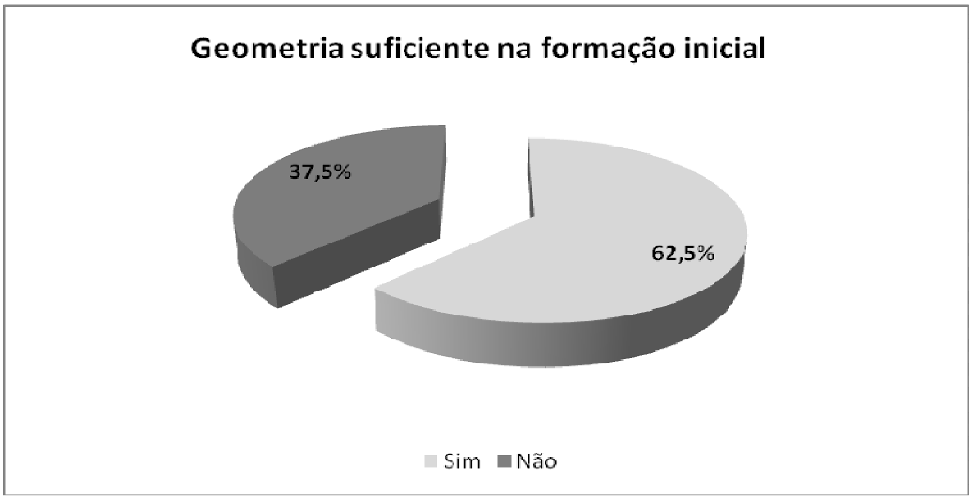


Gráfico 56: Percentagem da variável geometria suficiente na formação inicial dos professores.

Na tabela 191, podemos analisar a frequência da variável *tempo de serviço dos professores* envolvidos no estudo.

		Frequência	Percentagem	Percentagem Válida	Percentagem Acumulada
Válidos	1	7	43,8	43,8	43,8
	12	1	6,3	6,3	50,0
	14	1	6,3	6,3	56,3
	17	1	6,3	6,3	62,5
	27	1	6,3	6,3	68,8
	30	2	12,5	12,5	81,3
	31	1	6,3	6,3	87,5
	34	2	12,5	12,5	100,0
	Total	16	100,0	100,0	

Tabela 191: Frequência da variável tempo de serviço, em anos, dos professores.

Em relação ao tempo de serviço, a média, em anos, da variável *tempo de serviço dos professores* efectivos é de 26,88 anos e dos professores estagiários é de 2,63 anos. É de referir que um dos professores estagiários já leccionava há 14 anos.

No que concerne ao objectivo pessoal de obter, posteriormente, mais formação, apenas 2 professores dos 16 não gostariam de frequentar pós-graduações num futuro próximo.

Dos 14 professores que gostariam de realizar pós-graduações, 29% (4 professores) pretendem obtê-la na área de Geometria. Dos 14 professores que gostariam de realizar pós-graduações, 21% (3 professores) pretendem fazê-lo na área das Ciências da Educação.

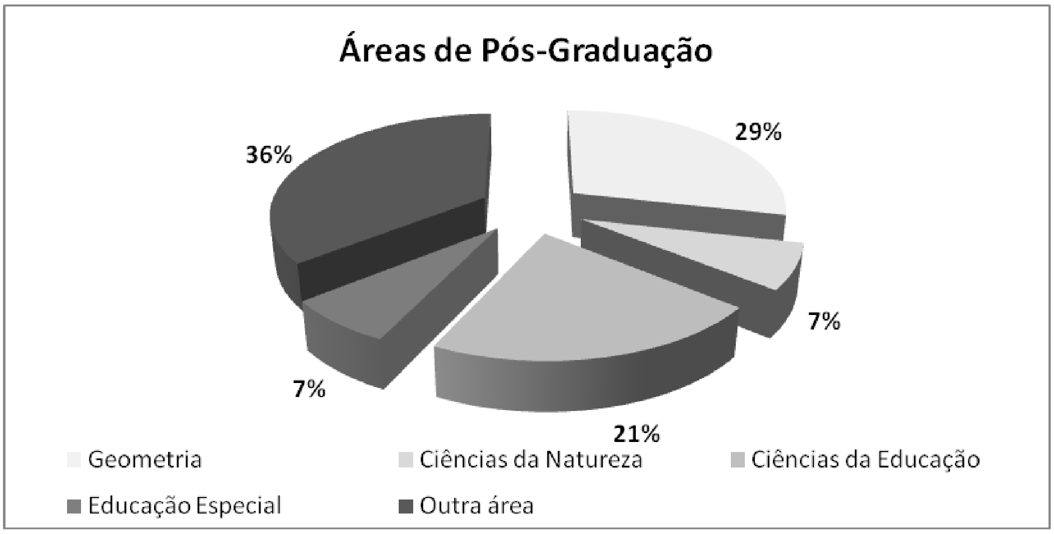


Gráfico 57: Percentagem da variável área preferida para a realização de pós-graduação dos professores.

Por observação do gráfico 57, também, podemos constatar que apenas 29% dos professores pretendem obter formação na área da Geometria.

3.2. Análise descritiva das variáveis do mini-questionário aplicado aos professores

Como já foi referido ao longo deste trabalho, os objectivos deste estudo prendem-se com a análise das aprendizagens dos alunos dos conceitos perímetro, área e volume. O mini-questionário aplicado aos professores foi construído com o intuito de apenas complementar o presente estudo, por isso, não vamos fazer uma análise detalhada e quantitativa deste documento.

O mini-questionário foi aplicado a todos os professores das turmas que participaram neste estudo, isto é, das turmas pertencentes ao Grupo de Trabalho e às do

Grupo de Controlo. Este documento, que se encontra em anexo, foi constituído por duas partes:

- A parte A: formada por questões sobre o percurso académico e profissional dos docentes;

- A parte B: formada por questões relacionadas com o ensino da Geometria e das Grandezas. Por sua vez, esta parte do mini-questionário encontra-se dividida em duas secções, uma focalizada no Programa de Matemática do 1.º CEB e outra no Programa de Matemática do 2.º CEB.

É de referir que o Programa de Matemática do 1.º CEB, em vigor aquando a realização deste estudo, se encontrava dividido em três blocos: Bloco 1 – Números e Operações, Bloco 2 – Formas e Espaço e Bloco 3 – Grandeza e Medidas.

A primeira pergunta do mini-questionário visava avaliar a importância que cada docente atribuía a cada um dos três Blocos do Programa de Matemática do 1.º CEB no percurso escolar dos alunos até à entrada do 2.º CEB. Esta pergunta foi medida na seguinte escala: nenhuma, pouca, suficiente ou muita.

Pela análise dos resultados recolhidos, verificamos que catorze dos dezasseis professores, isto é, 87,5% dos inquiridos, consideraram que o Bloco 1 – Números e Operações, do Programa de Matemática do 1.º CEB tem muita importância no percurso escolar dos alunos até à entrada do 2.º CEB. É de acrescentar que um professor não respondeu a este item e outro considerou que a importância deste bloco é suficiente no percurso escolar dos alunos.

Relativamente ao Bloco 2, Formas e Espaço, do Programa de Matemática do 1.º CEB, verificamos que dez dos dezasseis professores, isto é, 62,5% dos inquiridos, consideraram que este bloco tem muita importância no percurso escolar dos alunos até à entrada do 2.º CEB. É de acrescentar que um professor não respondeu a este item e cinco docentes, 31,3%, consideraram que a importância deste bloco é suficiente no percurso escolar dos alunos.

Em relação ao Bloco 3 – Grandezas e Medidas, do Programa de Matemática do 1.º CEB, verificamos que doze dos dezasseis professores, isto é, 75% dos inquiridos, consideraram que este bloco tem muita importância no percurso escolar dos alunos até à entrada do 2.º CEB. É de acrescentar que um professor não respondeu a este item e três docentes, 18,8%, consideraram que a importância deste bloco suficiente no percurso escolar dos alunos.

No gráfico 58, podemos analisar a importância atribuída pelos professores inquiridos a cada um dos blocos que constituem o Programa de Matemática do 1.º CEB.

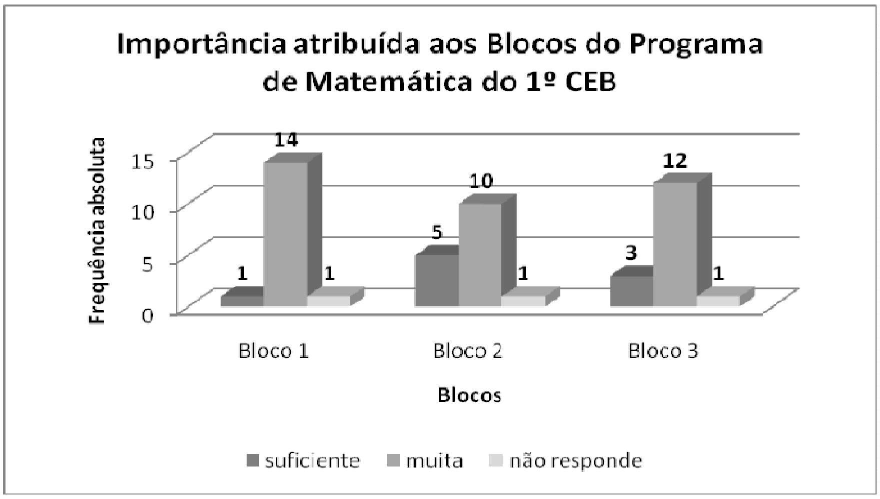


Gráfico 58: Frequência de professores para a variável importância atribuíada a cada um dos Blocos do Programa de Matemática do 1.º CEB.

Neste seguimento, no segundo item do mini-questionário, procurámos saber qual o bloco que os docentes consideravam mais importante para a continuação do percurso escolar dos alunos: 12 professores, 75%, consideraram o Bloco 1; 1 docente não respondeu a este item no mini-questionário e 3 professores, 18,8%, assinalaram os três blocos do programa, pelo que consideraram que todos são importantes para o percurso escolar dos alunos.

Ainda relativamente ao Programa de Matemática do 1.º CEB, na globalidade, a maioria dos professores, 68,8%, considerou que o programa de matemática do 1.º CEB está adequado ao percurso escolar dos alunos após a entrada dos mesmos no 2.º CEB. É de referir que um docente não respondeu a este item e quatro professores consideraram que o programa da disciplina de Matemática é desadequado ao percurso escolar dos alunos. É de acrescentar que estes professores não apresentaram justificação para o facto de terem considerado o programa do 1.º CEB é desadequado ao percurso escolar dos alunos.

No gráfico 59, podemos ver a frequência dos professores relativamente à adequação do programa de matemática do 1.º CEB ao percurso escolar dos alunos.

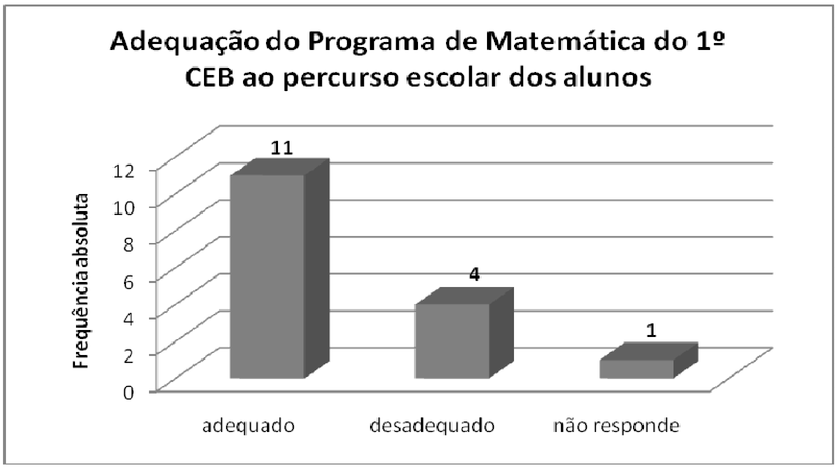


Gráfico 59: Frequência dos professores inquiridos para a variável adequação do Programa de Matemática do 1.º CEB ao percurso escolar dos alunos.

Para terminar a parte do mini-questionário destinada ao Programa de Matemática do 1.º CEB, interpelou-se os docentes acerca dos alunos, quando transitam do 1.º CEB para o 2.º CEB, apresentarem os conhecimentos suficientes para a continuação do percurso escolar. Esta variável foi medida na seguinte escala: totalmente de acordo, concordo, não concordo e totalmente em desacordo.

Cerca de 50% dos professores que participaram no estudo não concordaram com o facto dos alunos, quando transitam do 1.º CEB para o 2.º CEB, apresentarem os conhecimentos suficientes para continuarem o seu percurso escolar. No entanto, 43,8% dos professores consideraram que os alunos, quando transitam do 1.º CEB para o 2.º CEB, apresentam os conhecimentos suficientes para o seu percurso escolar. Um professor dos inquiridos não respondeu a este item do mini-questionário.

No que diz respeito ao programa de Matemática do 2.º CEB, é de referir que este se encontra organizado em três áreas: Geometria; Números e Cálculo; Estatística.

O primeiro item do mini-questionário nesta secção visava avaliar a importância que cada professor atribuía a cada uma das áreas no percurso escolar dos alunos durante o 2.º CEB, que foi medida segundo a escala: nenhuma, pouca, suficiente ou muita.

Relativamente à área da Geometria, verificamos que treze dos dezasseis professores, isto é, 81,3% dos inquiridos, consideraram que esta área é muita importante no percurso escolar dos alunos. Os restantes professores, apenas três, consideraram-na apenas suficiente.

Em relação à área Números e Cálculo, verificamos que quinze dos dezasseis professores, isto é, 93,8% dos inquiridos, consideraram que esta área é muita importante no percurso escolar dos alunos. Apenas um professor considerou-a suficiente.

No que concerne à área de Estatística, verificamos que doze dos dezasseis professores, isto é, 75% dos inquiridos, consideraram que esta área tem uma importância suficiente no percurso escolar dos alunos. Apenas um professor a considerou muito importante.

No gráfico 60, podemos analisar a importância atribuída pelos professores inquiridos às áreas que constituem o Programa de Matemática do 2.º CEB.

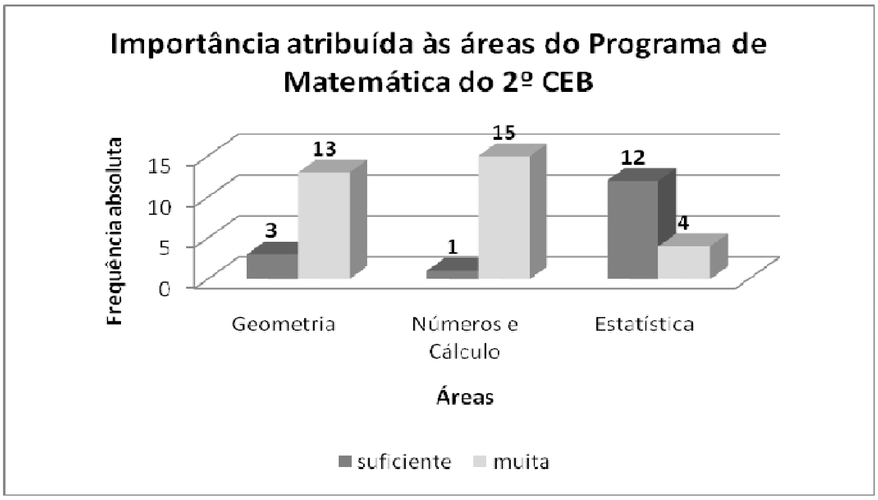


Gráfico 60: Frequência de professores para a variável importância às áreas do Programa de Matemática do 2.º CEB.

Posteriormente, fomos analisar a área que cada docente apontava como sendo a mais importante para o percurso escolar dos alunos. De acordo com as opiniões recolhidas, a maioria dos professores, 81,3% considerou mais importante a área Números e Cálculo para a continuação do percurso escolar dos alunos. Apenas um docente assinalou a Geometria como sendo a área mais importante para o percurso escolar dos alunos. Os restantes professores (dois) consideraram que todas as áreas são importantes. É curioso reparar, pela análise individual dos mini-questionários, que quase todos os professores envolvidos neste estudo não consideraram a Geometria como área mais importante no percurso escolar dos discentes.

De seguida, fomos interrogar os docentes sobre a área que consideram a de mais difícil aprendizagem por parte dos alunos.

Dez professores consideraram que a área Números e Cálculo é a que os alunos apresentam mais dificuldades, os restantes seis professores consideraram que a área com mais dificuldades é a Geometria (ver gráfico 61).

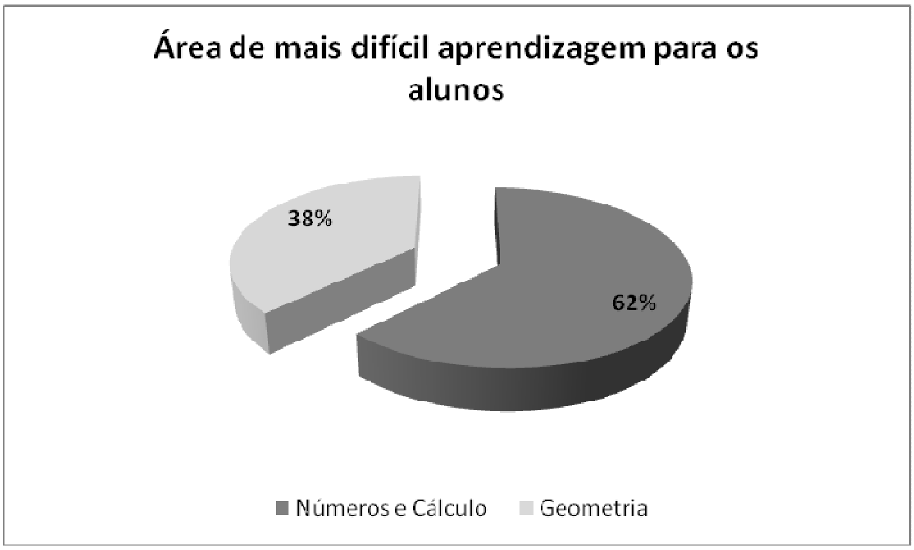


Gráfico 61: Percentagem de professores para a variável área de mais difícil aprendizagem para os alunos.

No item seguinte do mini-questionário, fomos averiguar as razões que os professores apontaram para destacarem estas duas áreas, referidas anteriormente, como as mais difíceis para os discentes.

De modo global, os professores que assinalaram Números e Cálculo como sendo a área em que os alunos têm mais dificuldades apresentaram os seguintes motivos para justificar a sua opção:

- Os alunos têm dificuldades na separação entre números inteiros e decimais;

- Os alunos têm dificuldades em efectuar as operações aritméticas, especialmente a divisão e a subtracção;

- Os alunos têm dificuldades no cálculo mental;

- Os alunos não têm hábitos e métodos de trabalho;

- Os alunos não conseguem mobilizar saberes;

- Os alunos apresentam dificuldades em interpretar e resolver problemas.

- comparação e ordenação de números.

De modo global, os professores que assinalaram Geometria como sendo a área em que os alunos têm mais dificuldades apresentaram os seguintes motivos para justificar a sua opção:

- Os alunos não têm a capacidade de abstracção que a área da Geometria exige;

- Os professores do 1.º CEB descuram a área da Geometria;

- Os alunos não têm hábitos e métodos de trabalho;

- Os alunos apresentam imensas dificuldades na aprendizagem da noção de grandeza;

- Os alunos têm muitas dificuldades na resolução de problemas.

Para terminar o mini-questionário, interpelamos os docentes sobre a adeaquação do Programa de Matemática do 2.º CEB ao percurso escolar dos alunos após a entrada no 3.º CEB. Esta variável foi medida segundo a escala: totalmente adequado, adequado, desadequado e totalmente desadequado. Em geral, como podemos ver pelo gráfico 62, a maioria dos professores (catorze), 87,5%, considerou que o referido documento está adequado ao percurso escolar dos alunos. Os restantes consideraram-no desadequado.

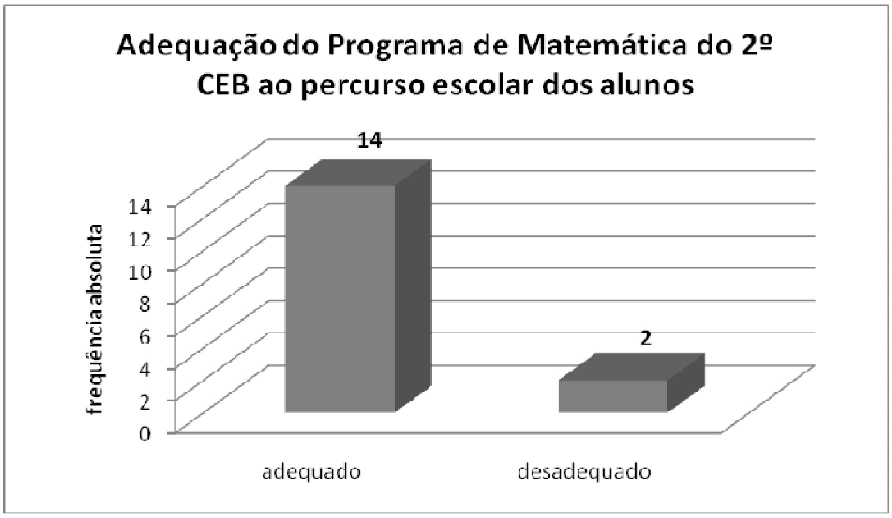


Gráfico 62: Frequência dos professores inquiridos para a variável adequação do Programa de Matemática do 2.º CEB ao percurso escolar dos alunos.

É curioso reparar que, na globalidade, a maioria dos professores considerou todas os blocos do Programa de Matemática do 1.º CEB e todas as áreas do Programa de Matemática do 2.º CEB como sendo importantes no percurso escolar dos discentes. No entanto, a maioria dos docentes considerou que os professores do 1.º CEB descuram a área da Geometria e, mesmo assim, os professores participantes no estudo consideraram a área Números e Cálculo a mais importante no 2.º CEB, ou seja, consciente ou inconscientemente, continuaram a manter a postura, assinalada pelos mesmos, dos professores do 1.º CEB.

4. Triangulação dos resultados

A história da investigação em Ciências Sociais evidencia esforços para se combinar, numa única investigação, diferentes métodos de recolha e análise de dados. Nos últimos anos, têm surgido diferentes noções para tal, mas o termo mais usado na literatura é o de *triangulação*.

O conceito de triangulação foi definido de diferentes modos: combinação de diversos métodos qualitativos entre si (Flick, 2005a e 2005b); articulação de métodos quantitativos e qualitativos (Fielding & Schreier, 2001; Flick 2005a). Deste modo, este conceito surgiu quebrando o domínio metodológico dos defensores do método único (Tashakkori & Teddlie, 1998).

Segundo Colás (1992), a triangulação visa assegurar os critérios de validade, trazendo credibilidade aos dados obtidos.

De acordo com Sousa (2005, p.175), “a triangulação possui o mérito de conferir um certo robustecimento à validade de uma investigação”.

Segundo Kelle (2001), o que se pretende não é confirmar ou invalidar resultados com recurso a diferentes métodos, mas produzir um retrato do fenómeno em estudo o mais completo possível, o que, com um único método, se torna difícil.

Este facto é confirmado por Fielding e Schreier (2001) quando referem que o intuito de se usar a triangulação de dados numa investigação não é em retirar conclusões fidedignas e precisas, mas permitir que os investigadores sejam mais críticos face à informação recolhida.

Assim, depois de apresentarmos e analisarmos os dados recolhidos, decidimos efectuar a triangulação dos mesmos, através das diferentes fontes utilizadas (alunos e professores) e em termos metodológicos (diversidade de instrumentos, de natureza quantitativa e qualitativa, utilizados no estudo).

<table>
<tr><th rowspan="3">UNIDADES DE ANÁLISE</th><th colspan="2">TESTE DE AVALIAÇÃO APLICADO AOS ALUNOS</th><th rowspan="3">OBSERVAÇÃO DIRECTA/ ANÁLISE DOCUMENTAL</th><th>MINI-QUESTIONÁRIO APLICADO AOS PROFESSORES</th></tr>
<tr><th colspan="2">Análise Descritiva e Quantitativa</th><th rowspan="2">Análise Descritiva</th></tr>
<tr><th>Grupo de Trabalho</th><th>Grupo de Controlo</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Perímetro</td><td colspan="2">Teste t para amostras emparelhadas</td><td rowspan="4">Para o estudo do tipo de erro cometido na variável perímetro, analisámos todos os testes, nos dois momentos de avaliação e recolhemos respostas para cada tipo de erro cometido.

Pela análise individual das classificações dos testes aplicados no estudo, verificámos que, no Grupo de Trabalho, no que diz respeito à variável perímetro, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, 10 alunos baixaram as suas classificações e 19 alunos mantiveram os seus resultados. No Grupo de Controlo, 48 alunos tiveram um nível de desempenho inferior no teste n.º 2 e 92 alunos mantiveram as suas classificações.

Foram, também, vistos alguns cadernos diários e fichas de trabalho.

Através dos professores que participaram</td><td rowspan="4">A maioria dos docentes inquiridos considerou que todos os Blocos do Programa de Matemática do 1.º CEB têm a mesma importância, pelo que devem ser trabalhados de igual modo.

A maioria dos professores inquiridos, 75%, considerou o Bloco 1 – Números e Operações, do Programa de Matemática do 1.º CEB, como sendo o</td></tr>
<tr><td>No Grupo de Trabalho, a média das classificações obtidas, no teste n.º 1, na variável perímetro foi de 59,11% e no teste n.º 2 foi de 82,00%.
Existe diferença, com significado estatístico, nos resultados obtidos, do teste n.º 1 para o teste n.º 2. As classificações no teste n.º 2 são superiores.</td><td>No Grupo de Controlo, a média das classificações obtidas no teste n.º 1, na variável perímetro foi de 60,24% e no teste n.º 2 foi de 58,85%.
Não existe diferença, com significado estatístico, nos resultados obtidos, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, pelo que as classificações são idênticas.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Teste t para amostras independentes</td></tr>
<tr><td>No teste n.º 1, os alunos do Grupo de Trabalho, na variável perímetro, obtiveram uma pontuação média de 58,44%.
No teste n.º 2, os alunos do Grupo de Trabalho, na variável perímetro,</td><td>No teste n.º 1, os alunos do Grupo de Controlo, na variável perímetro, obtiveram uma pontuação média de 58,97%.
No teste n.º 2, os alunos do Grupo de Controlo, na variável perímetro, obtiveram</td></tr>
</table>

	obtiveram uma pontuação média de 80,74%.	uma pontuação média de 58,07%.	no estudo, analisámos os registos de avaliação dos discentes do 1.º CEB e verificámos que os alunos que tiveram resultados mais baixos, neste nível de ensino, foram aqueles que tiveram classificações mais baixas no teste n.º 1. Por sua vez, os alunos que tiveram resultados mais elevados, foram os que apresentaram classificações mais altas no teste n.º 1. Por observação directa, diagnosticámos as dificuldades apresentadas pelos alunos, durante o desenvolvimento das tarefas relacionadas com o perímetro. Durante a realização das tarefas sobre a noção perímetro, os alunos do Grupo de Trabalho tiveram um papel activo na construção dos conhecimentos. Por observação directa, constatámos que nas turmas que fizeram parte do Grupo de Controlo, os recursos materiais utilizados foram escassos.	mais importante no percurso escolar dos alunos.
	No teste n.º 1, há igualdade das médias nos grupos considerados no estudo, pelo que estes são comparáveis, nesta variável. No teste n.º 2, podemos afirmar, com significado estatístico, que as classificações obtidas pelos alunos do Grupo de Trabalho, na variável perímetro, foram superiores aos alunos do Grupo de Controlo.			

<table>
<tr>
<td rowspan="4">Área</td>
<td colspan="2">Teste t para amostras emparelhadas</td>
<td rowspan="4">Para o estudo do tipo de erro cometido na variável área, analisámos todos os testes, nos dois momentos de avaliação, e recolhemos respostas para cada tipo de erro.

Pela análise individual das classificações dos testes aplicados no estudo, verificámos que, no Grupo de Trabalho, no que diz respeito à variável área, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, 5 alunos baixaram as suas classificações e 13 alunos mantiveram os seus resultados. No Grupo de Controlo, 44 alunos tiveram um nível de desempenho inferior no teste n.º 2 e 51 alunos mantiveram as suas classificações.

Foram, também, analisados os cadernos diários e fichas de trabalho.

Através dos professores que participaram no estudo, analisámos os registos de avaliação dos discentes do 1.º CEB e verificámos que os alunos que tiveram resultados mais baixos, neste nível de ensino, foram aqueles que tiveram</td>
<td rowspan="4">A maioria dos docentes inquiridos considerou que todos as áreas do Programa de Matemática do 2.º CEB têm a mesma importância, pelo que devem ser trabalhados de igual modo.

De acordo com as opiniões recolhidas, a maioria dos professores, 81,3% considerou das três áreas do Programa de Matemática do 2.º CEB, a mais importante a área Números e Cálculo para o percurso escolar dos alunos.</td>
</tr>
<tr>
<td>No Grupo de Trabalho, a média das classificações obtidas, no teste n.º 1, na variável área foi de 28,73% e no teste n.º 2 foi de 66,73%.
Existe diferença, com significado estatístico, nos resultados obtidos, do teste n.º 1 para o teste n.º 2. As classificações no teste n.º 2 são superiores.</td>
<td>No Grupo de Controlo, a média das classificações obtidas no teste n.º 1, na variável área foi de 25,37% e no teste n.º 2 foi de 39,94%.
Existe diferença, com significado estatístico, nos resultados obtidos, do teste n.º 1 para o teste n.º 2. As classificações no teste n.º 2 são superiores.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Teste t para amostras independentes</td>
</tr>
<tr>
<td>No teste n.º 1, a classificação média obtida pelos alunos do Grupo de Trabalho, na variável área, foi de 29,69%.
No teste n.º 2, a classificação média obtida, na variável área, pelos alunos do Grupo de Trabalho foi de 67,12%.</td>
<td>No teste n.º 1, a classificação média obtida pelos alunos do Grupo de Controlo, na variável área, foi de 25,45%.
No teste n.º 2, a classificação média obtida, na variável área, pelos alunos do Grupo de Controlo foi de 34,14%.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td colspan="2">No teste n.º 1, há igualdade das médias nos grupos considerados no estudo, pelo que estes são comparáveis, nesta variável.
No teste n.º 2, podemos afirmar, com significado estatístico, que as classificações obtidas pelos alunos do Grupo de Trabalho, na variável área, foram superiores aos alunos do Grupo de Controlo.</td>
<td>classificações mais baixas no teste n.º 1.
Por sua vez, os alunos que tiveram resultados mais elevados, foram os que apresentaram classificações mais altas no teste n.º 1.

Por observação directa, diagnosticámos as dificuldades apresentadas pelos alunos, durante o desenvolvimento das tarefas relacionadas com a área.

Durante a realização das tarefas sobre a noção área, os alunos do Grupo de Trabalho tiveram um papel activo na construção dos conhecimentos.
Por observação directa, constatámos que nas turmas que fizeram parte do Grupo de Controlo, os recursos materiais utilizados foram escassos.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">Volume</td>
<td colspan="2">Teste t para amostras emparelhadas</td>
<td rowspan="2">Para o estudo do tipo de erro cometido na variável volume, analisámos todos os testes, nos dois momentos de avaliação, e recolhemos respostas para cada tipo de erro.</td>
<td rowspan="2">Apenas um docente assinalou a Geometria como sendo a área mais importante para o percurso escolar dos alunos.</td>
</tr>
<tr>
<td>No Grupo de Trabalho, a média das classificações obtidas, no teste n.º 1, na variável volume, foi de 76,57% e no teste n.º 2 foi de 90,76%.</td>
<td>No Grupo de Controlo, a média das classificações obtidas, no teste n.º 1, na variável volume, foi de 74,68% e no teste n.º 2 foi de 72,75%.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td rowspan="4"></td>
<td>Existe diferença, com significado estatístico, nos resultados obtidos, do teste n.º 1 para o teste n.º 2. As classificações no teste n.º 2 são superiores.</td>
<td>Não existe diferença, com significado estatístico, nos resultados obtidos, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, pelo que as classificações são idênticas.</td>
<td rowspan="4">Pela análise individual das classificações dos testes aplicados no estudo, verificámos que, no Grupo de Trabalho, no que diz respeito à variável volume, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, 10 alunos baixaram as suas classificações e 31 alunos mantiveram os seus resultados. No Grupo de Controlo, 45 alunos tiveram um nível de desempenho inferior no teste n.º 2 e 71 alunos mantiveram as suas classificações.

Foram, também, analisados os cadernos diários e fichas de trabalho.

Através dos professores que participaram no estudo, analisámos os registos de avaliação dos discentes do 1.º CEB e verificámos que os alunos que tiveram resultados mais baixos, neste nível de ensino, foram aqueles que tiveram classificações mais baixas no teste n.º 1. Por sua vez, os alunos que tiveram resultados mais elevados, foram os que apresentaram classificações mais altas no teste n.º 1.</td>
<td rowspan="4">A maioria dos professores, 87,5%, considerou que os alunos apresentam mais dificuldade de aprendizagem na área Números e Cálculo.
Cerca de 37,5% dos docentes inquiridos consideraram a Geometria como sendo a área de mais difícil aprendizagem.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Teste t para amostras independentes</td>
</tr>
<tr>
<td>No teste n.º 1, a classificação média, obtida na variável volume, pelos alunos do Grupo de Trabalho foi de 76,94%.
No teste n.º 2, a classificação média, obtida na variável volume, pelos alunos do Grupo de Trabalho foi de 91,00%.</td>
<td>No teste n.º 1, a classificação média, obtida na variável volume, pelos alunos do Grupo de Controlo foi de 72,59%.
No teste n.º 2, a classificação média, obtida na variável volume, pelos alunos do Grupo de Controlo foi de 71,71%.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">No teste n.º 1, há igualdade das médias nos grupos considerados no estudo, pelo que estes são comparáveis, nesta variável.
No teste n.º 2, podemos afirmar, com significado estatístico, que as classificações obtidas pelos alunos do Grupo de Trabalho, na variável volume, foram superiores aos alunos do Grupo de Controlo.</td>
</tr>
</table>

		Por observação directa, diagnosticámos as dificuldades apresentadas pelos alunos, durante o desenvolvimento das tarefas relacionadas com o volume. Durante a realização das tarefas sobre a noção volume, os alunos do Grupo de Trabalho tiveram um papel activo na construção dos conhecimentos. Por observação directa, constatámos que nas turmas que fizeram parte do Grupo de Controlo, os recursos materiais utilizados foram escassos.	

Tabela 192: Triangulação dos dados recolhidos.

A triangulação dos dados recolhidos permite constatar alguns factos:

- No teste n.º 1, há igualdade nas médias das classificações obtidas pelos alunos dos Grupos de Trabalho e de Controlo, pelo que os grupos são comparáveis;

- No teste n.º 2, os alunos do Grupo de Trabalho, nos três conceitos geométricos considerados nesta investigação, obtiveram resultados significativamente superiores aos do teste n.º 1;

- As tarefas aplicadas, ao longo do ano lectivo, aos alunos do Grupo de Trabalho tiveram efeitos positivos na aprendizagem dos conceitos perímetro, área e volume, o que evidencia a utilidade deste tipo de actividades no processo de ensino e aprendizagem dos discentes;

- No teste n.º 2, os alunos do Grupo de Trabalho, nos três conceitos geométricos considerados nesta investigação, obtiveram resultados significativamente superiores aos alunos do Grupo de Controlo;

- Os alunos do Grupo de Controlo, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, não apresentaram melhorias tão significativas e evidentes como os alunos do Grupo de Trabalho. Em alguns casos, os alunos do Grupo de Controlo pioram as suas classificações médias;

- Os docentes dos alunos do Grupo de Trabalho e de Controlo, consideraram Números e Cálculo e Geometria como sendo as áreas onde os alunos do 5.º ano de escolaridade têm mais dificuldades de aprendizagem;

- Os docentes inquiridos apontaram os seguintes motivos para considerarem a área da Geometria de difícil aprendizagem: exige capacidade de abstracção, conhecimento das noções de grandeza e de espaço e a resolução de problemas;

- Apesar dos professores que participaram no estudo considerarem que todas as áreas da Matemática devem ter a mesma importância, é perceptível que atribuem menos importância à Geometria, o que se pode constatar pela reduzida percentagem de interessados em realizar uma pós-graduação nesta área;

- Através dos resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Controlo e das observações realizadas durante a actividade docente, na área da Geometria, podemos constatar que durante a aprendizagem dos conceitos perímetro, área e volume, estes alunos usufruíram de poucos recursos materiais, estruturados e não estruturados, pelo que a aprendizagem dos conceitos referidos e a sua diferenciação, bem como o desenvolvimento da capacidade de abstracção, do raciocínio e das noções de grandeza e espaço, tornaram-se difíceis para os alunos do Grupo de Controlo.

Capítulo VI: Conclusões e Futuras Linhas de Investigação

1. Introdução

O capítulo final do presente trabalho, para além da *1. Introdução*, inclui mais três subcapítulos.

O subcapítulo *2. Conclusões* destina-se à apresentação das conclusões por hipóteses, por objectivos e por questões fundamentais, definidas no início deste estudo.

Durante o presente trabalho de investigação várias interrogações/questões foram surgindo e consideradas pertinentes, as quais poderão originar o desenvolvimento de novos estudos nesta área. Assim, segue o subcapítulo *3. Indicações para novas investigações*.

Por último, após se ter lavrado o presente estudo, no subcapítulo *4. Considerações finais*, apresentamos as limitações do presente estudo e algumas recomendações pedagógicas a ter em consideração no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos perímetro, área e volume no 5.º ano de escolaridade.

2. Conclusões

A partir da análise dos dados recolhidos ao longo do actual estudo, elaboramos conclusões que podem originar outras investigações. Essas conclusões foram emanadas através da análise dos objectivos e das questões fundamentais, bem como das hipóteses, inicialmente definidas. Como forma de sistematizar as conclusões, foi seguida a ordem estabelecida nas hipóteses, nos objectivos e nas questões de investigação estabelecidas no estudo.

Partindo do específico para o geral, as primeiras conclusões, expostas neste subcapítulo, resultam da análise das hipóteses, depois apresentamos as conclusões por objectivos e, finalmente, nas considerações finais, apresentamos as conclusões por questões fundamentais.

2.1. Conclusões por hipóteses do estudo

Nesta secção vamos apresentar conclusões do nosso estudo a partir da análise das hipóteses, previamente determinadas no subcapítulo 5. do capítulo IV.

Hipótese 1 – Os resultados académicos totais, obtidos no teste n.º 1, são semelhantes nos dois grupos de alunos considerados.

Para averiguarmos o cumprimento da hipótese 1, procedemos à análise dos resultados totais obtidos no teste n.º 1, apresentada no subcapítulo 2. do capítulo V, com recurso ao teste *t* para amostras independentes.

Verificámos, com 95% de confiança, que há igualdade na média das classificações totais obtidas pelos dois grupos considerados no estudo (Grupo de Trabalho: 51,44%; Grupo de Controlo: 46,01%). Note-se que $p = 0{,}055$, pelo que não se rejeita a hipótese nula, logo há igualdade nas médias das classificações dos alunos do Grupo de Trabalho e do Grupo de Controlo.

Assim, a hipótese 1 foi verificada.

Hipótese 2 – Os resultados académicos, dos itens relacionados com o conceito de perímetro, obtidos no teste n.º 1, são semelhantes nos dois grupos de alunos considerados.

No subcapítulo 2. do capítulo V, verificámos, com 95% de confiança e com recurso ao teste *t* para amostras independentes, que as médias dos resultados, obtidos pelos dois grupos considerados no estudo, na variável *Perímetro_T1* são iguais (Grupo de Trabalho: 58,44%; Grupo de Controlo: 58,97%). Note-se que $p = 0{,}879$, pelo que não se rejeita a hipótese nula, logo há igualdade nas médias das classificações da variável *Perímetro_T1* dos alunos do Grupo de Trabalho e do Grupo de Controlo.

Para além disso, estas conclusões são confirmadas pela análise dos resultados do item 5., que também diz respeito à noção de perímetro. Na variável *P5_T1*, com 95% de confiança, também podemos afirmar que os dois grupos considerados no estudo tiveram resultados idênticos. Como $p = 0{,}152 > 0{,}05$, pelo que não se rejeita a hipótese nula, logo os alunos do Grupo de Trabalho tiveram resultados médios, nesta variável, iguais aos alunos do Grupo de Controlo (Grupo de Trabalho: 34,03%; Grupo de Controlo: 27,06%).

Assim, a hipótese 2 foi verificada.

Hipótese 3 – Os resultados académicos, dos itens relacionados com o conceito de área, obtidos no teste n.º 1, são semelhantes nos dois grupos de alunos considerados.

Para analisarmos a verificação da hipótese 3, procedemos à análise dos resultados obtidos no teste n.º 1, com recurso ao teste *t* para amostras independentes, da variável *Área_T1*.

Assim, constatámos, com 95% de confiança, que as médias dos resultados, obtidos pelos dois grupos considerados no estudo, na variável *Área_T1* são iguais (Grupo de Trabalho: 29,69%, Grupo de Controlo: 25,45%). É de referir que o nível de significância do teste *t* obtido foi $p = 0{,}262$, logo superior a 0,05, pelo que não se rejeita a hipótese nula. Assim, a hipótese 3 foi verificada.

Hipótese 4 – Os resultados académicos, dos itens relacionados com o conceito de volume, obtidos no teste n.º 1, são semelhantes nos dois grupos de alunos considerados.

Pela análise do subcapítulo 2. do capítulo V, também, podemos verificar que as médias dos resultados, obtidos pelos dois grupos considerados no estudo, na variável Volume_T1 são iguais (Grupo de Trabalho: 76,94%, Grupo de Controlo: 72,59%), com 95% de confiança. Constatámos, com recurso ao teste *t* para amostras independentes, que o nível de significância obtido foi de $p = 0{,}242$, logo não se rejeita a hipótese nula, ou seja, as médias, nos dois grupos, são semelhantes no teste n.º 1.

Para além disso, estas conclusões são confirmadas pela análise dos resultados do item 5., que também diz respeito à noção de perímetro. Na variável *P5_T1*, com 95% de confiança, também podemos afirmar que os dois grupos considerados no estudo tiveram resultados idênticos, dado que $p = 0{,}152 > 0{,}05$, pelo que não se rejeita a hipótese nula.

Logo, a hipótese 4 foi comprovada.

Hipótese 5 – Os resultados académicos totais obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho, no teste n.º 2, são superiores aos dos alunos do Grupo de Controlo.

Para testarmos a hipótese 5, procedemos à análise apresentada no capítulo V, mais especificamente no subcapítulo 2.. Recorrendo ao teste *t* para amostras independentes e à comparação das médias das classficações obtidas nos dois grupos considerados, verificámos, com 95% de confiança, que as médias dos resultados totais obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho são superiores aos dos alunos do Grupo de Controlo (Grupo de Trabalho: 76,14%; Grupo de Controlo: 49,94%). Note-se que o nível de significância obtido foi $p = 0{,}000$, ou seja, inferior a 0,05, pelo que se rejeita a hipótese nula, isto é, a hipótese da igualdade de resultados.

Assim, a hipótese 5 foi verificada.

Hipótese 6 – Os resultados académicos, dos itens relacionados com o conceito de perímetro, obtidos pelos alunos no Grupo de Trabalho, no teste n.º 2, são superiores aos dos alunos do Grupo de Controlo.

Procedendo à análise dos resultados médios obtidos no teste n.º 2 na variável *Perímetro_T2* e recorrendo aos resultados obtidos por aplicação do teste *t* para amostras independentes, constatámos que as médias dos resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho são superiores aos dos alunos do Grupo de Controlo, nesta variável (Grupo de Trabalho: 80,74%; Grupo de Controlo: 58,07%). É de referir que o nível de significância obtido foi de $p = 0{,}000$, ou seja, inferior a 0,05, pelo que se rejeita a hipótese da igualdade dos resultados nos dois grupos de alunos considerados no estudo.

Para além disso, estas conclusões são confirmadas pela análise dos resultados do item 5., que também diz respeito à noção de perímetro. Na variável *P5_T2*, com 95% de confiança, também podemos afirmar que os dois grupos considerados no estudo tiveram resultados diferentes. Como $p = 0{,}000 < 0{,}05$, pelo que se rejeita a hipótese nula, logo os alunos do Grupo de Trabalho tiveram resultados médios, nesta variável, diferentes aos alunos do Grupo de Controlo (Grupo de Trabalho: 62,74%; Grupo de Controlo: 35,74%). Por comparação dos resultados médios da variável *P5_T2*, podemos afirmar que os alunos do Grupo de Trabalho tiveram resultados médios superiores aos dos alunos do Grupo de Controlo, o que reforça a melhoria da aprendizagem da noção de perímetro, por parte dos alunos do Grupo de Trabalho, dado que esta variável também diz respeito ao perímetro.

Logo, a hipótese 6 foi confirmada.

Hipótese 7 – Os resultados académicos, dos itens relacionados com o conceito de área, obtidos pelos alunos no Grupo de Trabalho, no teste n.º 2, são superiores aos dos alunos do Grupo de Controlo.

Para averiguarmos o cumprimento da hipótese 9, tal como fizemos ns hipóteses anteriores, procedemos à análise dos resultados apresentados no capítulo anterior. Recorrendo ao teste *t* para amostra independentes e à compaaração dos resultados médios dos dois grupos considerados, verificámos que a média da variável *Área _T2* do Grupo de Trabalho é superior à dos alunos do Grupo de Controlo (Grupo de Trabalho: 67,12%; Grupo de Controlo: 34,14%). É de acrescentar que foi usado um intervalo de confiança a 95% e como $p = 0{,}000 < 0{,}05$, concluímos que se rejeita a hipótese nula, isto é, a hipótese da igualdade das médias dos dois grupos considerados no estudo.

Assim, a hipótese 7 foi corroborada.

Hipótese 8 – Os resultados académicos, dos itens relacionados com o conceito de volume, obtidos pelos alunos no Grupo de Trabalho, no teste n.º 2, são superiores aos dos alunos do Grupo de Controlo.

Com o intuito de testarmos o cumprimento da hipótese 10, procedemos à análise dos resultados obtidos no teste n.º 2, com recurso ao teste *t* para amostras independentes da variável *Volume_T2*. Com 95% de confiança, podemos concluir que a média dos resultados da variável *Volume_T2*, obtida pelos alunos do Grupo de Trabalho é diferente à dos alunos do Grupo de Controlo. Por comparação das médias da referida variável nos dois grupos de alunos considerados, (Grupo de Trabalho: 91,00%; Grupo de Controlo: 71,71%), podemos concluir que os alunos do Grupo de Trabalho obtiveram resultados superiores aos dos alunos do Grupo de Controlo, no teste n.º 2.

Para além disso, estas conclusões são confirmadas pela análise dos resultados do item 5., que também diz respeito à noção de perímetro. Na variável *P5_T2*, com 95% de confiança, também podemos afirmar que os dois grupos considerados no estudo tiveram resultados diferentes. Como $p = 0{,}000 < 0{,}05$, pelo que se rejeita a hipótese nula, logo os alunos do Grupo de Trabalho tiveram resultados médios, nesta variável, diferentes aos alunos do Grupo de Controlo Por comparação dos resultados médios da variável *P5_T2*, podemos afirmar que os alunos do Grupo de Trabalho tiveram resultados médios superiores aos dos alunos do Grupo de Controlo.

Logo, podemos concluir que a hipótese 8 foi verificada.

2.2. Conclusões por objectivos do estudo

Para a elaboração deste trabalho de investigação, definimos dois pressupostos pedagógicos, tendo em conta o cumprimento dos objectivos deste trabalho.

O primeiro pressuposto era que as tarefas apresentadas aos alunos do Grupo de Trabalho fossem integradas na rotina quotidiana dos alunos, isto é, fossem desenvolvidas nas aulas de Matemática no momento em que o professor titular da turma considerasse oportuno. Deste modo, procurámos não alterar a planificação da disciplina definida pelo professor titular das turmas que constituíram o Grupo de Trabalho.

O segundo pressuposto exigia que, aquando do desenvolvimento das tarefas por nós escolhidas, os alunos do Grupo de Trabalho fossem autónomos na sua execução e que lhes fosse dado oportunidade de esclarecer as suas dúvidas sobre os conceitos perímetro, área e volume.

É, neste momento, oportuno referir que os professores titulares da turma, nas aulas de implementação das tarefas, procuraram sempre não intervir no desenvolvimento das mesmas, deixando a aula ao nosso cuidado.

No capítulo IV deste documento, mais concretamente no subcapítulo 4., foram apresentados os objectivos gerais e específicos, bem como as duas questões fundamentais às quais o estudo pretendia dar resposta.

De seguida, procuramos apresentar as conclusões deste trabalho para cada objectivo definido e para cada questão fundamental formulada. É oportuno referir que, para podermos retirar as conclusões deste trabalho, centramo-nos nos resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho e do Grupo de Controlo, pelo que não podemos generalizar as suas respostas. Neste sentido, não nos é possível tirar conclusões para quaisquer outros alunos do 5.º ano de escolaridade.

Este trabalho foi orientado a partir da definição de dois objectivos gerais: diagnosticar as dificuldades, dos alunos do 5.º ano de escolaridade, no processo de ensino e aprendizagem das noções de perímetro, área e volume e averiguar se certas tarefas, que envolviam actividades de investigação e resolução de problemas, melhoram a aprendizagem desses alunos. Para tal, foram definidos cinco objectivos específicos.

Nesta secção vamos, então, apresentar conclusões do nosso estudo a partir da análise dos objectivos específicos, previamente determinadas no subcapítulo 4. do capítulo IV.

Objectivo 1: Identificar as dificuldades de alunos do 5.º ano de escolaridade, na aprendizagem de algumas noções de Geometria e Grandezas no 2.º CEB (área, perímetro e volume).

Com a realização deste estudo, foi-nos possível identificar algumas dificuldades, manifestadas pelos alunos do 5.º ano de escolaridade, na aprendizagem das noções de perímetro, área e volume. Prenderam-se com dificuldades:

- na compreensão da noção de grandeza;

- na compreensão da definição de cada um dos três conceitos considerados;

- em distinguir, sobretudo, perímetro de área de uma figura geométrica;

- em reconhecer e perceber que a medida de perímetro, de área ou de volume depende da unidade de medida considerada, mas que, em termos físicos, os números decorrentes da utilização de cada uma das unidades caracterizam o mesmo;

- em distinguir o plano do espaço, isto é, uma figura geométrica de um sólido geométrico;

- na leitura e interpretação de enunciados;

- no desenvolvimento das capacidades de visualização espacial e argumentação;

- na resolução de problemas.

Objectivo 2: Averiguar se as aprendizagens decorridas no 1.º CEB, na área de Geometria e Grandezas, influenciam as do 2.º CEB.

Neste estudo, tal como já foi referido no subcapítulo 8. do capítulo IV, começámos por dividir a amostra em dois grupos: o Grupo de Trabalho e o Grupo de Controlo. O estudo iniciou-se com a aplicação de um teste de avaliação de conhecimentos, a toda a população, no início do ano lectivo 2009/2010, denominado teste n.º 1. Posteriormente, aplicámos as tarefas aos alunos do Grupo de Trabalho e, no final do referido ano lectivo, aplicámos, novamente, o teste de avaliação de conhecimentos aos alunos dos dois grupos considerados, denominado teste n.º 2.

Através da análise dos resultados obtidos pela amostra em estudo no teste n.º 1, foi-nos possível verificar que as aprendizagens decorridas durante o 1.º CEB são fundamentais e determinantes para o percurso escolar dos alunos. Mais concretamente, através da análise dos registos de avaliação do 1.º CEB e das informações prestadas pelos professores titulares das turmas envolvidas no presente estudo, concluímos que os alunos que apresentavam dificuldades no 1.º CEB foram os que tiverem resultados mais baixos no teste n.º 1. Por sua vez, os alunos que tiveram classificações mais elevadas no teste n.º 1, foram os que apresentavam, no seu registo, avaliações mais elevadas.

Para além disso, verificámos que os resultados obtidos pelos alunos dos dois grupos considerados foram idênticos no teste n.º 1 e relativamente baixos (no Grupo de Trabalho a classificação média foi de 52,11% e no Grupo de Controlo foi de 46,80%), o que evidencia que a maioria dos alunos ou estava esquecida das aprendizagens decorridas no 1.º CEB ou estas não foram significativas, o que poderia comprometer o percurso escolar dos alunos.

Assim, concluímos que as aprendizagens decorridas no 1.º CEB influenciam as do 2.º CEB.

Objectivo 3: Averiguar o contributo de determinadas actividades e materiais (que permitam a construção dos conceitos, invés de os memorizar) no processo de ensino e aprendizagem da Geometria e das Grandezas nos alunos do 5.º ano de escolaridade.

Para averiguar se as tarefas, por nós seleccionadas, (que envolviam actividades de investigação, resolução de problemas, manipulação de materiais estruturados e não estruturados) melhoram a aprendizagem dos alunos do 5.º ano de escolaridade, procedecemos à análise e à comparação das classificações médias obtidas pelos alunos do Grupo de Trabalho e do Grupo de Controlo, nos dois momentos de avaliação (em Novembro e em Junho).

Pela análise das classificações obtidas, verificámos que[23]:

- Os alunos do Grupo de Trabalho, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, melhoraram as suas classificações totais médias, passaram de 52,11% para 76,47%, tendo esta diferença significado estatístico;

- Os alunos do Grupo de Trabalho, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, melhoraram as suas classificações nas variáveis criadas sobre perímetro, área e volume, tendo estas melhorias significado estatístico: na variável perímetro passaram de 59,11% para 82,00%, na variável área passaram de 28,73% para 66,73% e na variável volume passaram de 76,75% para 90,76%;

- Os alunos do Grupo de Controlo, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, melhoraram as suas classificações médias, passaram de 46,80% para 50,79%, tendo esta diferença significado estatístico;

- Os alunos do Grupo de Controlo, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, apenas melhoraram as classificações médias na variável criada para se estudar a área, mantendo a classificação nas variáveis perímetro e volume. Na variável perímetro passaram de 60,24% para 58,85%, na variável área passaram de 25,37% para 34,94% e na variável volume passaram de 74,68% para 72,75%;

[23] Resultados obtidos com o teste *t* para amostras emparelhadas.

- No teste n.º 1, os alunos do Grupo de Trabalho tiveram classificações médias idênticas às dos alunos do Grupo de Controlo nas variáveis perímetro, área e volume. Esta igualdade das médias tem significado estatístico;

- No teste n.º 2, os alunos do Grupo de Trabalho tiveram classificações médias superiores às dos alunos do Grupo de Controlo nos três conceitos considerados no estudo. Esta diferença nas médias tem significado estatístico.

Deste modo, a análise dos resultados mostrou que, no final do processo de intervenção, ou seja, aquando da realização do teste n.º 2, os alunos do Grupo de Trabalho apresentaram aprendizagens significativas, que decorrem de uma melhoria em termos de aquisição e aplicação de conhecimentos a novas situações, enquanto que os alunos do Grupo de Controlo não apresentaram uma evolução significativa, visível pela comparação dos resultados dos dois momentos de avaliação. É de referir, ainda, que alguns dos alunos do Grupo de Controlo até apresentaram, no teste n.º 2, um desempenho ligeiramente inferior ao verificado no teste n.º 1, o que nos alerta para uma eventual pouca eficiência das estratégicas pedagógicas utilizadas pelos professores no processo de ensino e aprendizagem das matérias em causa.

Assim, de modo global, podemos concluir, com 95% de confiança, que os resultados académicos obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho, nas diferentes variáveis, foram melhores do que os dos alunos do Grupo de Controlo, pelo que a intervenção pedagógica aplicada aos alunos do Grupo de Trabalho influenciou positivamente a aprendizagem destes alunos. Neste sentido, podemos concluir que as tarefas aplicadas favoreceram, de modo mais significativo, a aquisição dos conceitos perímetro, área e volume.

Para além disso, ao termos recorrido à aplicação destas tarefas damos seguimento ao Programa de Matemática do 5.º ano de escolaridade, pois promovemos a resolução de problemas do quotidiano envolvendo conhecimentos sobre perímetro, área e volume (M.E., 1991b, 2001a).

Desta forma, incluímos, no ensino da Geometria dos alunos do Grupo de Trabalho, “actividades activas, significativas, diversificadas, integradas e socializadoras” (M.E., 2004, p.23), com o intuito de estimular os alunos a aprender, recorrendo a diferentes materiais, partindo dos seus conhecimentos prévios, de modo a desencadear aprendizagens significativas dos três conceitos considerados neste estudo.

Através do recurso a este tipo de actividades, mostrámos aos alunos a utilidade prática da Geometria no quotidiano e ajudamo-los a desenvolver capacidades fundamentais como a visualização espacial, o raciocínio, a argumentação e a compreensão dos conceitos matemáticos, facilitando a aplicação dos mesmos a novas situações (Junqueira & Valente, 1998; Gimeno, 2000; Ruthven, 2001).

Objectivo 4: Desenvolver, nos alunos, o sentido espacial, com ênfase nas noções de perímetro, área, e volume, noções de grandeza e respectivos processos de medida, bem como a utilização destes conhecimentos e capacidades na resolução de problemas geométricos em diferentes contextos.

O desenvolvimento, nos alunos do Grupo de Trabalho, do sentido espacial, com ênfase nas noções de perímetro, área e volume, noções de grandeza e respectivos processos de medida, bem como a resolução de problemas geométricos em diferentes contextos, foi conseguido quando os mesmos desenvolveram as diferentes tarefas, por nós seleccionadas. Durante a realização das mesmas, os alunos tiveram sempre a oportunidade de esclarecer as suas dúvidas e de apresentar as suas opiniões, argumentando matematicamente.

Esta conclusão pode ser retirada pela análise dos resultados globais do teste n.º 2 e de cada item, em particular, dos alunos do Grupo de Trabalho, como também pela análise das classificações obtidas nas variáveis criadas para a análise de cada conceito geométrico considerado neste estudo. Tal como já foi referido, verificámos que as classificações obtidas pelos alunos do Grupo de Trabalho foram muito superiores no segundo momento de avaliação, pelo que os alunos atingiram as competências previstas no programa ministerial.

Assim, podemos concluir que as tarefas, por nós seleccionadas, criadas e adaptadas, favoreceram a aprendizagem, dos alunos do Grupo de Trabalho, das noções de perímetro, área e volume, bem como uma aquisição significativa das competências essenciais previstas no programa do 2.º CEB.

Objectivo 5: Definir um conjunto de tarefas que favoreceram uma aquisição significativa das competências essenciais previstas no programa do 2.º CEB.

Tendo como ponto de partida o descrito anteriormente, é, deste modo, possível concluir que as tarefas, apresentadas no ponto 9.2.2. do subcapítulo 9. do capítulo IV, favoreceram uma aquisição significativa das competências essenciais previstas no programa do 2.º CEB nos alunos do Grupo de Trabalho, já que foram elas que originaram a melhoria dos resultados, deste grupo, no teste n.º 2.

Mediante a realização deste trabalho, podemos concluir que as tarefas a apresentar aos alunos, a este nível de ensino, devem essencialmente estar orientadas para os conceitos, priviligiando a exploração de situações reais e significativas que possibilitem a atribuição de significados e envolvendo os alunos activamente no processo de ensino e aprendizagem. Assim, contribuímos para o desenvolvimento do pensamento lógico, da capacidade de abstracção, argumentação e de raciocínio (Garcia, 1989; NCTM, 2000; Afonso & Gabriel, 2001).

Para além disso, tal como defendem Afonso e Gabriel (2001), tivemos o cuidado de integrar estas actividades na aprendizagem matemática e no currículo desta disciplina para este nível de ensino, pelo que o conjunto de tarefas apresentadas favorece a aprendizagem dos conceitos perímetro, área e volume.

2.3. Conclusões gerais

Ainda no subcapítulo 4. do capítulo IV deste documento, formularam-se duas questões fundamentais às quais o presente estudo pretendia resolver. Para lhes respondermos, "não procurámos partir de uma teoria já conhecida para justificar os dados recolhidos, mas tentámos descobrir, nos dados recolhidos, as razões para esses próprios dados" (Maia, 2007, p.553).

A primeira dessas questões era a seguinte: *As aprendizagens realizadas pelos alunos no 1.º CEB influenciam as do 2.º CEB, no domínio da Geometria e das Grandezas?*

Para responder a esta questão, que vai ao encontro do objectivo específico número dois, analisámos os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho e do Grupo de Controlo, no primeiro momento de avaliação.

Como já foi referido ao longo deste documento, verificámos que[24]:

- O resultado total médio do teste n.º 1 obtido pelos alunos do Grupo de Trabalho foi de 51,44% e o dos alunos do Grupo de Controlo foi de 46,01%;

- O resultado médio da variável *Perímetro_T1*, no teste n.º 1, obtido pelos alunos do Grupo de Trabalho foi de 58,44% e o dos alunos do Grupo de Controlo foi de 58,97%;

- O resultado médio da variável *Área_T1*, no teste n.º 1, obtido pelos alunos do Grupo de Trabalho foi de 29,69% e o dos alunos do Grupo de Controlo foi de 25,45%;

- O resultado médio da variável *Volume_T1*, no teste n.º 1, obtido pelos alunos do Grupo de Trabalho foi de 76,94% e o dos alunos do Grupo de Controlo foi de 72,59%.

Como podemos afirmar, com 95% de confiança, que estas classificações obtidas pelos alunos dos dois grupos considerados no estudo são idênticas, podemos reflectir sobre as influências das aprendizagens decorridas no 1.º CEB sobre as do 2.º CEB.

Deste modo, podemos constatar que os alunos da amostra em estudo, quando transitaram do 1.º CEB para o 2.º CEB, apresentavam lacunas, sobretudo, na noção de área, o que foi possível, aliás, confirmar aquando da análise individual e pormenorizada da resolução do teste n.º 1 apresentada por cada aluno. Verificámos que a maioria dos alunos inquiridos não conseguia distinguir as noções de perímetro e área, o que se confirma com os resultados obtidos na variável *área*, no teste n.º 1, os mais baixos das diversas variáveis consideradas.

A análise feita aos resultados obtidos no teste n.º 1, leva-nos a concluir que é fundamental diagnosticar os conhecimentos prévios dos alunos, dado que estes devem

[24] Resultados obtidos com o teste *t* para amostras independentes.

condicionar a planificação e a preparação das actividades a apresentar pelos professores, com o intuito de serem colmatadas as lacunas apresentadas pelos alunos e, desta forma, se desenvolverem as competências previstas. Dito de outro modo: as aprendizagens realizadas no 1.º CEB influenciam as do 2.º CEB.

A segunda e última questão que pretendíamos dar resposta com a realização desta investigação foi: *Que contributo poderá ter a inserção de certas tarefas, bem como a manipulação de materiais, na aquisição das competências essenciais previstas nos alunos do 5.º ano de escolaridade, no domínio da Geometria e das Grandezas?*

Para responder a esta questão fundamental, que vai ao encontro do objectivo específico número três, analisámos os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho e do Grupo de Controlo, no segundo momento de avaliação[25]:

- O resultado total médio do teste n.º 2 obtido pelos alunos do Grupo de Trabalho foi de 76,14% e o dos alunos do Grupo de Controlo foi de 49,94%;

- O resultado médio da variável *Perímetro_T2*, no teste n.º 2, obtido pelos alunos do Grupo de Trabalho foi de 80,74% e o dos alunos do Grupo de Controlo foi de 58,07%;

- O resultado médio da variável *Área_T2*, no teste n.º 2, obtido pelos alunos do Grupo de Trabalho foi de 67,12% e o dos alunos do Grupo de Controlo foi de 34,14%;

- O resultado médio da variável *Volume_T2*, no teste n.º 2, obtido pelos alunos do Grupo de Trabalho foi de 91,00% e o dos alunos do Grupo de Controlo foi de 71,71%.

Por comparção destes resultados com os obtidos no primeiro momento de avaliação, verificámos que os alunos do Grupo de Trabalho, sujeitos a intervenção pedagógica, melhoraram muito as suas classificações no que diz respeito às variáveis criadas para se estudar as noções de perímetro, área e volume e obtiveram muito melhores resultados do que os alunos do Grupo de Controlo. Assim, podemos concluir

[25] Resultados obtidos com o teste *t* para amostras independentes.

que as tarefas implementadas neste grupo tiveram uma influência positiva na aprendizagem dos conceitos geométricos considerados no presente estudo e, consequentemente, na aquisição, por parte destes alunos, das competências essenciais previstas no currículo nacional (M.E., 2001a, pp.62-3).

Podemos, ainda, acrescentar que as tarefas desenvolvidas com os alunos do Grupo de Trabalho permitiram aos discentes terem um papel activo na construção e exploração dos saberes, bem como descobrirem os novos conceitos a partir de situações concretas, o que torna a aprendizagem mais significativa.

Em jeito de conclusão, podemos afirmar que as tarefas apresentadas favoreceram a aprendizagem das noções de perímetro, área e volume, dos alunos do Grupo de Trabalho, dado que as classificações obtidas, no teste n.º 2, foram superiores às do teste n.º 1 e, por sua vez, superiores às obtidas pelos alunos do Grupo de Controlo.

Posto isto, podemos concluir que as hipóteses foram verificadas, os objectivos propostos alcançados e as questões fundamentais formuladas respondidas.

Embora não possamos generalizar estas conclusões para qualquer Escola do 2.º CEB, nem para todos os alunos portugueses do 5.º ano de escolaridade, acreditamos que, se forem dadas as mesmas oportunidades e desenvolvidas as tarefas apresentadas, com outros alunos, estes terão resultados semelhantes aos dos alunos do Grupo de Trabalho.

Apesar das escolas terem sido seleccionadas, por razões de funcionalidade da investigação e não terem sido escolhidas aleatoriamente, não há qualquer particularidade destes estabelecimentos que os distinga das outras escolas do país, no mesmo nível de ensino.

Assim, acreditamos que se este estudo fosse realizado noutros contextos educativos, as respostas às questões fundamentais deste estudo não seriam muito díspares das apresentadas no presente estudo.

3. Indicações para novas investigações

Durante o presente estudo, desde a formulação das questões fundamentais e das hipóteses a investigar, da definição dos objectivos, como também da aplicação das tarefas nos alunos do Grupo de Trabalho, muitas foram as interrogações que surgiram, das quais algumas ficaram por responder.

Dentro do próprio estudo, há um campo de análise que não foi realizada e que poderão originar novas investigações. Por exemplo, poderíamos fazer um trabalho analisando os resultados, dos dois momentos de avaliação, em função da variável *género* e outro trabalho em função da variável *idade*.

Na nossa investigação, questionámo-nos, também, sobre o modo como evoluíram os alunos do Grupo de Trabalho: Todos os alunos do Grupo de Trabalho melhoraram os seus resultados académicos, após a implementação das tarefas? Verificámos, através da análise individual dos testes de avaliação, que nem todos os alunos e que uns melhoraram mais do que outros (apesar de em termos de grupo podermos ter dito que, de modo global, o grupo obteve resultados superiores de um momento de avaliação para o outro). Este foi uma constatação provinda do nosso trabalho. Sendo assim, que factores determinaram a evolução destes alunos? Porque é que nem todos atingiram as competências previstas? Seria, agora, interessante averiguar as causas para se explicar esta situação.

Para além disso e seguindo esta ordem de ideias, seria curioso aplicar as tarefas escolhidas no âmbito da realização deste estudo, a outros grupos de alunos para confirmar ou não os resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Trabalho do nosso estudo. Seria, igualmente, interessante replicar a actual investigação recorrendo a outros materiais didácticos e verificar se os resultados obtidos seriam idênticos aos resultados do Grupo de Trabalho do nosso estudo.

Poderíamos, ainda, seguir a estrutura deste trabalho para se estudar o desenvolvimento de outros conceitos geométricos nos alunos do 5.º ano de escolaridade.

Outra investigação que poderá ser feita a partir da realização desta investigação, prende-se com o facto de alargarmos o estudo a mais Escolas do 2.º CEB, a nível nacional, e não somente a escolas do distrito da cidade do Porto. Seria útil, em termos educacionais, comparar os resultados obtidos pelos alunos de outras escolas do país, após terem sido implementadas as tarefas seleccionadas para a realização do presente trabalho, que incidiam na importância da aquisição dos conceitos, de modo a promover uma aprendizagem mais significativa. Neste sentido, porque não adaptar este estudo, por exemplo, no 6.º ano ou no 1.º CEB?

Outra questão que colocámos foi: Que modelos de ensino da Geometria e das Grandezas os professores dos alunos do Grupo de Controlo seguiram? Não obtivemos uma resposta formal a esta pergunta através da realização deste estudo. No entanto, é de referir que, informalmente, os referidos professores demonstraram que recorriam frequentemente ao manual escolar, ao invés da realização de actividades de investigação, manipulação de materiais e resolução de problemas. Assim, outras investigações poderiam advir: caracterizar os modelos de ensino da Geometria e das Grandezas, existentes nas escolas estudadas, com também, alargar esta a investigação a outras escolas nacionais. Assim, poderíamos investigar os diferentes processos de ensino dos professores, bem como as suas estratégias.

Para além destas interrogações, seria, ainda, interessante investigar os motivos que levaram os professores inquiridos no actual estudo a considerar que todos os domínios da Matemática do 2.º CEB são importantes, para o percurso escolar dos alunos, no entanto dedicam menos tempos lectivos à exploração do domínio da Geometria e das Grandezas. Ainda relacionado com este facto, detectado no estudo, podemos acrescentar uma análise feita sobre as preferências de futuras áreas a realizar pós-graduações, apontadas pelos professores que fizeram parte do estudo. Constatámos que apenas uma reduzida percentagem gostaria de investigar na área da Geometria das Grandezas. Porquê? Será que os professores, apesar de terem mencionado ter tido formação inicial suficiente e adequada neste domínio, não se sentem preparados para tal? Que motivos os mesmos apresentam para justificar essa reduzida percentagem? Seria também curioso alargar este estudo a outros estabelecimentos de ensino básico.

Seguindo esta ordem de ideias, mais questões emergiram: Será que os gostos dos professores influenciam o modo como ensinam? Será que os professores sentem dificuldades no ensino do domínio da Geometria e das Grandezas? Será que os docentes apresentam lacunas neste domínio? Se sim, quais? Será que os professores que apresentam lacunas na área da Geometria e das Grandezas, influenciam o processo de aprendizagem dos seus alunos? Até que ponto a formação inicial dos professores de Matemática do 2.º CEB é adequada ao ensino da Geometria e das Grandezas? Será que se os professores de Matemática do 2.º CEB promovessem mais encontros regulares para reflexão e planificação de actividades, a aprendizagem dos seus alunos seria mais significativa? São pois novas investigações que gostaríamos de ver realizadas, já que o presente estudo foi centrado na actividade dos discentes, pelo que não soluciona estas interrogações. Faz, então, sentido pensar numa investigação sobre o tipo de formação inicial que têm os professores que leccionam neste nível de ensino. Por outras palavras, poderíamos estudar os diferentes planos de estudo dos cursos de formação dos professores do ensino básico, bem como os programas das diferentes unidades curriculares que integram esses planos de estudo.

Ainda reflectindo sobre o trabalho desempenhado pelos professores do 2.º CEB, seria interessante averiguar se é feita articulação com os professores do 1.º CEB, dado que o 5.º ano de escolaridade é um ano de transição. Os profissionais de educação deveriam entender e aceitar que os conhecimentos adquiridos no nível de ensino anterior, para não falarmos dos conhecimentos prévios dos alunos adquiridos informalmente, influenciam a aprendizagem dos novos conceitos, como comprovámos através da concretização deste estudo. É curioso reparar que com a implementação do novo programa isso tem sido feito e, aparentemente, com bons resultados, logo esta temática seria uma excelente área de investigação a desenvolver.

Ao longo do estudo constatámos que as tarefas aplicadas aos alunos do Grupo de Trabalho favoreceram a aprendizagem dos conceitos perímetro, área e volume. Assim, uma futura linha de investigação poderia ser a concepção de um plano de formação contínua, dirigido aos professores do 2.º CEB, que promovesse a melhoria da qualidade do processo de ensino do domínio da Geometria e das Grandezas.

Este trabalho de investigação abre um campo de estudo acerca do modo como leccionar os conceitos perímetro, área e volume, de modo a tornar a aprendizagem dos mesmos mais significativa para os alunos, como também permite reflectir sobre a formação profissional dos professores do 2.º CEB.

4. Considerações finais

Neste último subcapítulo deste documento, apresentamos as limitações do nosso estudo, como também as suas implicações pedagógicas.

4.1. Limitações do estudo

Durante o desenvolvimento do presente estudo, foi-nos possível identificar algumas limitações e contrariedades.

Aquando da implementação das tarefas, apesar de nunca o terem referido directamente, sentimos pressão, por parte dos professores titulares das turmas que constituíram o Grupo de Trabalho, no que diz respeito ao cumprimento dos conteúdos programáticos. Ou seja, sentimos algum receio dos docentes, no que concerne ao tempo dedicado à resolução das tarefas propostas, o que, de certo modo, limitou a escolha dessas tarefas.

Para além disso, verificámos que os alunos do Grupo de Trabalho apresentaram bastantes dificuldades em expressar as suas ideias e as suas dificuldades, o que poderá ter sido uma contrariedade na execução deste estudo, pois poderá ter comprometido a melhoria dos resultados académicos de alguns alunos do Grupo de Trabalho.

Outra limitação que conseguimos identificar prende-se com o facto de, durante um ano lectivo, termos encontros regulares com os alunos do Grupo de Trabalho, o que fez com que fosse inevitável a criação de uma relação de proximidade, o que poderá ter causado, em alguns alunos, um certo descuido aquando da realização da tarefa proposta.

Apesar de existirem estas contrariedades, a análise dos dados obtidos através da realização deste estudo, traduz-se numa contribuição para a ampliação dos conhecimentos existentes sobre o processo de ensino e aprendizagem da Geometria e das Grandezas e possíveis implicações pedagógicas que possam advir a nível da formação dos profissionais de educação.

Os dados recolhidos indicam, também, que é importante existir um maior investimento em pesquisas sobre o ensino da Geometria e das Grandezas, sobretudo nos primeiros anos de escolaridade, dado à escassez de bibliografia.

Este trabalho apresenta, ainda, um conjunto de tarefas que possibilitam uma melhoria no ensino da Geometria e das Grandezas. É sempre importante que o profissional em educação procure formas eficazes que melhorem a qualidade do processo de ensino e aprendizagem.

Por outro lado, as conclusões retiradas ilustram que um professor interessado na evolução cognitiva dos seus alunos, não pode restringir-se ao conhecimento e à transmissão dos conteúdos, mas deve usar o seu conhecimento para que os alunos explorem novas realidades, definam estratégias de resolução de problemas e, por si mesmos, construam os significados. O professor deve criar situações de motivação na sala de aula e, recorrendo à resolução de problemas, a actividades de investigação e à manipulação de materiais didácticos, estimular os alunos na busca e construção do saber. Assim, o modo como se ensina Geometria e Grandezas deve ser dinâmico e não, como em muitas escolas ainda persiste, somente seguindo o manual escolar e a resolução rotineira de exercícios (Ponte, 2005; M.E., 2001a; M.E., 2007).

Neste sentido, os professores devem reflectir sobre o seu modo de ensino, com o objectivo de melhorar as aprendizagens dos seus alunos. Actualmente, é ainda um facto que apesar de se falar da importância da resolução de problemas e da manipulação de materiais, pouca importância se atribui à forma como se ensina o domínio da Geometria e das Grandezas. Como verificámos através dos resultados obtidos pelos alunos do Grupo de Controlo, a maioria dos alunos não sabe o significado dos conceitos, pelo que apresenta dificuldades nas suas aplicações a situações práticas.

4.2. Propostas de melhoria

Posto isto, parece-nos possível apontar algumas recomendações de índole pedagógica, a ter em conta no futuro:

- *O diagnóstico dos conhecimentos prévios dos alunos*. Com a realização deste trabalho, ficou evidenciado a importância de se diagnosticar os conhecimentos prévios dos alunos, com o intuito de se averiguar as lacunas que os discentes apresentam, bem como a ausência de determinadas competências essenciais do ciclo de ensino anterior, que podem comprometer a aquisição das competências essenciais do ciclo em que se encontram os alunos. Seria a partir da análise desse diagnóstico, que os docentes deveriam planificar as suas aulas.

- *A formação de professores de Matemática do 2.º CEB*. Seria bastante positivo que os professores do 2.º CEB tivessem conhecimento de que há tarefas que melhoram, significativamente, a aprendizagem dos conceitos perímetro, área e volume, noções estas em que, frequentemente, os alunos demonstram ter dificuldades. Seria, ainda, muito útil existir a troca de ideias e de experiências entre os professores do 2.º CEB.

- *Estratégias de ensino do domínio da Geometria e das grandezas no 2.º CEB*. Parece-nos também essencial que os professores reflictam sobre o seu modo de ensinar deste domínio. É desejável incentivar os professores a incluírem na sua rotina diária a resolução de problemas, actividades de investigação e a manipulação de materiais didácticos. Gostaríamos que os professores não recorressem ao argumento de que este tipo de actividades ocupa muito espaço da aula, pelo que pode comprometer o cumprimento do programa ministerial vigente. Desejaríamos, antes, que os docentes percebessem que, numa primeira fase de abordagem de novos conceitos, é essencial que os alunos experimentem, manipulem, criem, para que a aprendizagem seja significativa. Estas estratégias estão bem evidenciadas no novo programa de Matemática.

É de salientar que, para nós, foi extremamente agradável e gratificante termos realizado esta investigação pois permitiu-nos pensar e repensar acerca do modo como se deve abordar o domínio da Geometria e das Grandezas no 5.º ano de escolaridade. Para além disso, foi bastante positivo termos assistido ao entusiasmo que os alunos do Grupo de Trabalho manifestaram sempre que realizavam as tarefas propostas e, sobretudo, termos contribuído para uma melhoria das aprendizagens dos conceitos perímetro, área e volume.

Depois da realização deste estudo, ficou reforçada a ideia de que a aprendizagem dos conceitos matemáticos deve ser feita partindo do pressuposto de que os alunos são os seres activos na construção dos seus conhecimentos.

Ainda, relativamente a esta investigação, consideramos de todo o interesse a realização de mais investigações em Geometria e Grandezas, uma vez que, a este nível de ensino, poucos estudos se conhecem sobre esta área, nomeadamente em Portugal.

Referências Bibliográficas

Abrantes, P., Leal, L., Teixeira, P. & Veloso, E. (1997). *MAT789: Inovação curricular em Matemática.* Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Adler, P. A. & Adler, P. (1998). Observational tecniques, in Norman K, Denzin e Yvonna S. Lincoln (Eds.), *Collecting and interpreting qualitative materials* (pp. 79-109). Londres: Sage Publications.

Afonso, P. & Gabriel, G. (2001). Os professores do 1.º ciclo do ensino básico face à resolução de problemas (p.211 – 220). *In Actas do ProfMat*. Vila Real: APM.

Almeida, C. (1996). Contribuição para uma ética de investigação educacional: alguns exemplos e sugestões, *In Quadrante*, 5(1), 123-131.

Alsina, A., Burgés, C. & Fortuny, J. M. (1997). *Invitacion a la Didáctica de la* Geometria. Madrid: Editorial Síntesis.

Alsina, C. (1999). Painel Geometria no currículo de Matemática. *In* Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa (eds.), *Ensino da Geometria no virar do milénio* (pp. 65-66). Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Altheide, D. & Johnson, J. (1998). Criteria for Assessing interpretative validity in qualitative research, *in* Norman K, Denzin e Yvonna S. Lincoln (Eds.), *Collecting and interpreting qualitative materials* (pp. 283-312). Londres: Sage Publications.

American Psychological Association. (2010). *Publication Manual of the American Psychological Association*. Sixth Edition. Washington, DC.

Arends, R. (1995). *Aprender a ensinar*. Lisboa: McGraw-Hill.

Arevalo, R. A. (2007). *La práctica pedagógica en la Universidad de Playa Ancha: análisis del modelo de formación subyacente*. Tese doutoral. Granada: Universidade de Granada.

Arnal, J.; Rincón, D. & latorre, A. (1992). *Investigación educativa: fundamentos y metodología*. Barcelona: Editoral Labor.

Associação de Professores de Matemática (1988). *A Renovação do Currículo de Matemática*. Lisboa: APM.

Associação de Professores de Matemática (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e Recomendações para o Ensino e Aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM.

Barbosa, P. R. (2002). *Efeitos de uma sequência de atividades relativas aos conceitos de comprimento e perímetro no Ensino Fundamental*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco (UFPE).

Becker, F. (2001). *Educação e construção do conhecimento*. S. Paulo: Artmed Editora.

Bellemain, P. M. B. & Lima, P. F. (2002). *Um Estudo da Noção de Grandeza e Implicações no Ensino Fundamental e Médio*. Natal: SBH Mata.

Béltran, L. (1993). *Processos, estratégias y técnicas de aprendizaje*. Madrid: Síntesis.

Benavente, A. (2002). *O Protagonista*. Recuperado em Junho de 2010, de http:://dn.sapo.pt/radiografia/educação/AnaBenavente.htm.

Bisquerra, R. (coord.) (2004). *Metodología de la investigación educativa*. Madrid: La Muralla.

Bogdan R. C. & Taylor, S. (1996). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación: La búsqueda de significados*. Buenos Aires: Editorial Paidós.

Bogdan, R. C. & Biklen, S.K. (1982). *Qualitative Research For Education: An Introduction to Theory and Methods*. Boston: Library of Congress Cataloging in Publication Data.

Bogdan, R. C. & Biklen, S.K. (1994). *Qualitative Research in Education.* Boston: Allyn and Bacon.

Borralho, (2001). *Didáctica da Matemática e Formação Inicial* (Tese de Doutoramento). Évora: Universidade de Évora.

Brousseau, G. (2001). *Les grandeurs dans la scolarité obligatoire*. Cours pour la XI ÉCOLE D'ETÉ de Didactique des Mathématiques.

Bruner, J. S. (1973). *Toward a Theory of Instruction*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University.

Bruner, J. S. (2000). *Cultura e educação*. Lisboa: Edições 70.

Bryman, A. (1988) *Quantity and Quality in Social Research*. London: Unwin Hyman.

Burton, J. K., Moore, D. & Magliaro, S. (1996). Behaviourism and Instructional Technology. *In* D. Jonassen (ed.), *Handbook of Research for Educational Communications and Technology* (pp. 1017–1044). New York: Macmillan USA.

Canavarro, A.P. (1993). *Concepções e Práticas de Professores de Matemática - Três estudos de caso* (Tese de Mestrado). Lisboa: APM.

Canavarro, A.P. (2003). *Práticas de Ensino de Matemática: duas Professoras, dois currículos* (Tese de Doutoramento). Lisboa: DEFCUL.

Castelnuovo, E. (2004). *Um método activo para la enseñanza de la geometria intuitiva. Revista Suma* (pp. 13-20). Madrid.

Chamorro, M. & Belmonte, J. (1988). *El problema de la medida - Didáctica de las magnitudes lineales*. Madrid: Editorial Síntesis.

Clements, D. H. & Battista, M. (1992). Geometry and spatial reasoning in grows. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and learning* (pp. 13-58). Macmillan. New York.

Cockcroft (1982). *Mathematics Counts*. London: HMSO.

Colás, M.P. & Buendía. L. (1992). *Investigación educativa*. Sevilla: Alfar.

Cole , P. G. & Chan, L. K. (1987). *Teaching. Principles and Practices*. New York: Prentice- Hall.

Coll, C. (1990). *Un marco de referencia psicológico para la educación escolar: La concepción construtivista del aprendizaje y de la enseñanza. In C. Coll, J. Palacios & Marchesi* (org.), Desarrollo psicológico y educación, II. Psicología de la Educación. Madrid: Alianza.

Conselho Nacional de Educação (2003). *O Ensino da Matemática: Situação e Perspectivas*. Lisboa: Ministério da Educação: Conselho Nacional de Educação.

Cook, T. D. & Reichardt, C. S. (1986): *Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación educativa*. Madrid: Ed. Morata.

Cooper, P. A. (1993). Paradigm Shifts in Designed Instruction: From Behaviourism to Cognitivism to Constructivism. *Educational Technology*, 33 (5), 12-20.

Costa, A. (1996). *Imagens Organizacionais da Escola*. Lisboa: Edições ASA:

Crato, N. (2006). *O "Eduquês" em Discurso Directo. Uma crítica da pedagogia romântica e construtivista*. Lisboa: Gradiva.

Cronbach, L. J. y asoc. (1980): *Toward reform of program evaluation*. San Francisco: Jossey-Bass.

Denzin, N. K. & Lincoln, Y. S. (1998). The art of interpretation, evaluation, and presentation, *in* Norman K, Denzin e Yvonna S. Lincoln (Eds.), *Collecting and interpreting qualitative materials* (pp. 275-281). Londres: Sage Publications.

Departamento de Educação Básica (1998). *Educação, Integração, Cidadania: Documento orientador das Políticas para o Ensino Básico*. Lisboa: Editoral do Ministério da Educação.

Diário da República (1986). *Lei nº 46/86* de 14 de Outubro. Lei de bases do sistema educativo. Lisboa: Ministério da Educação.

Diário da República (1989). *Decreto-Lei nº 286/89*, de 29 de Agosto. Planos Curriculares dos Ensinos Básico e Secundário. Lisboa: Ministério da Educação.

Diário da República (1990). *Despacho nº139/ME/90*, de 16 de Agosto. Planos curriculares dos ensinos básicos e secundários. Publicado no Diário da República – II série de 1 de Setembro. Lisboa: Ministério da Educação.

Diário da República (2001). *Decreto-Lei nº 241/2001*, de 30 de Agosto. Perfil específico de desempenho profissional do professor do 1º ciclo do ensino básico. Lisboa: Ministério da Educação.

Diário da República (2001). *Decreto-Lei nº 6/2001*, de 18 de Janeiro. Reorganização Curricular do Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação.

Diário da República (2007). *Despacho nº2351/2007*, de 14 de Fevereiro. Regulamenta as Provas de Aferição para os Finais do 1.º Ciclo (4.ºAno) e 2.º Ciclo (6.º Ano). Publicado no Diário da República n.º32 - II Série Lisboa: Ministério da Educação.

Donaldson, M. (1994). *A mente da criança*. São Paulo: Martins Fontes.

Douady R., Perrin-Glorian M. J., (1989). Un processus d'apprentissage du concept d'air de surface plane. *Educational Studies in Mathematics*. *Vol. 20*, n°4, pp. 387-424.

Duarte. J. H. (2002). *Um estudo diagnóstico sobre noções e procedimentos, invariantes operatórios (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação) na resolução de situações didáticas para construção do conceito de área, como grandeza, no 3.º ciclo do Ensino Fundamental*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco (UFPE).

Durkheim, E. (1977). *Éducation et sociologie*. Paris: Presses Universitaires de France.

Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. *In* C. Mammana e V. Villani, *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century*. Kluber Academic Publishers. Dordrecht.

Educação: Secção de Educação Matemática.

English, L. (2002). The problematic relashionship between theory and practice, *in* Lyn D. English (Ed.), *International research in mathematics education* (pp. 3-15). Londres: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London: Falmer.

Escola Superior de Educação de Lisboa, Programa de Formação Contínua em Matemática (2006). *Cadeia de tarefas para o Ensino de Grandezas*.

Fernandes, D. (1990). Organizar o Ensino da Resolução de Problemas, (p.169 -176). *In* E. Veloso e H. M. Guimarães, *Actas ProfMat 89*. Viana do Castelo: Associação de Professores de Matemática.

Fernandes, E. (1984). Insucesso Escolar – sua múltipla causalidade. *In* Insucesso Escolar e Avaliação, Actas do 2.º Encontro de Formação de Professores, pp. 3-50.

Fielding, N. & Schreier, M. (2001). Introduction: On the Compability between qualitative and quantitative Research Methodos, *In* Forum Qualitative Sozialforschung/Forum. Qualitative social Research (revista on-line). Recuperado em Março de 2011 de http://qualitative-research.net/fqs/fqs-eng.htm.

Flavell, J. H. (1975). *A psicologia do desenvolvimento de Jean Piaget, com um prefácio de Jean Piaget*. Trad. Maria Helena Souza Patto. São Paulo: Pioneira.

Fleuri, R. M. (2001). Desafios à Educação intercultural no Brasil. *Revista de Educação Sociedade & Cultura*, 16, pp.45-61. S. Paulo.

Flick, U. (2005a). *Métodos Qualitativos na Investigação Científica*. 2. ª ed.. Ed. Monitor.

Flick, U. (2005b). Triangulation in Qualitative Research, in Flick, U., Kardoff, E.V. & Steinke, I. (Eds.), *A Companion to Qualitative Research*. Sage, pp. 178-183.

Fontana, A. & Frey, J. (1998). Interviewing. The art of science, in Norman K, Denzin e Yvonna S. Lincoln (Eds.), *Collecting and interpreting qualitative materials* (pp. 47-78). Londres: Sage Publications.

Foulquié, P. (1971). *Dictionnaire de la langue pédagogique*. Paris: Presses Universitaires de France.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task.* Dordrecht: Reidel.

Frobisher, L. (1994). Problems, investigations and an investigative approach. *In* Orton & Wain (eds.), *Issues in Teaching Mathematics* (pp. 150-173). London: Cassel.

Gabinete de Avaliação Educacional (2001). *PISA 2000-Resultados do Estudo Internacional*. Lisboa: Ministério da Educação, GAVE.

Gabinete de Avaliação Educacional (2003), PISA 2000 – *Conceitos fundamentais em jogo na avaliação da literacia científica e competências dos alunos portugueses*. Lisboa: Ministério da Educação, GAVE.

Gabinete de Avaliação Educacional (2004). *PISA 2003-Resultados do Estudo Internacional – Organização para a cooperação e desenvolvimento económico.* Lisboa: Ministério da Educação, GAVE.

Gabinete de Avaliação Educacional (2007). *PISA 2006- Competências Científicas dos Alunos Portugueses.* Lisboa: Ministério da Educação, GAVE.

Gall, J.; Gall, M. & Borg, W. (2005). *Applying educational research. A practical guide*. Boston: Pearson Education, Inc..

Gall, M. ; Borg, W. & Gall, J. (1996). *Educational research. An introduction*. Nova Iorque: Longman Publishers.

Garcia, M.R. (1990). Os alunos e a resolução de problemas e de exercícios: dificuldades; preferências; comparações de resultados e influências dos vários tipos de problemas na sua resolução, (pp.189-200). *In* E. Veloso e H. M. Guimarães, *Actas PROFMAT 89*. Viana do Castelo: Associação de Professores de Matemática.

Gardner, H. (2001). *A criança pré-escolar: Como pensa e como a escola pode ensiná-la*. S. Paulo: Artmed Editora.

Gelman, R. & Brenneman, K. (2004). Science learning pathways for young children. *Early Chilwood Research Quaterly*, 19 (pp. 150-158).

Gelman, R. (2002). Cognitive development. *In* H. Pashler e D. L. Medin (eds.), *Steven´s Handbook of Experimental Psychology, Vol. 2.* Wiley: New York.

Gimeno, J. (2000). O currículo: uma reflexão sobre a prática. Porto Alegre: ARTMED.

Goni, J. (2000). *La ensenanza de las matemáticas, aspectos sociológicos y pedagógicos. Em El curriculum de matemáticas en los inícios del siglo XXI.* Barcelona: Editoral GRAÓ.

Guimarães, H.M. (2003). *Concepções sobre a Matemática e a actividade matemática: Um estudo com matemáticos e professores do Ensino Básico e Secundário*. Dissertação de Doutoramento publicada. Lisboa: APM.

Guzmán, M. (2003). *Enseñanza de las ciências y la matemática*. Recuperado em Janeiro de 2010 de http://bve.cibec.inep.gov.br/pesquisa/pesquisa.htm.

Iturra, R. (1990). *A Construção Social do Insucesso Escolar – Memória e Aprendizagem em Vila Ruiva*. Lisboa: Edições Escher.

Junqueira, M. e Valente, S. (1998). *Exploração de Construções Geométricas Dinâmic*as. Lisboa: APM.

Kamii, C. & Devries, R.(1970). *A teoria de Piaget e a educação pré-escolar*. Lisboa: Socicultur.

Landsheere, V. (1994). *Educação e formação*. Porto: Edições Asa.

Lesh, R. (2002). Research design in mathematics education: Focusing on design experiments, *in* Lyn D. English (Ed.), *International research in mathematics education* (pp. 27-49). Londres: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Lima, J.A. (2002). *As Culturas Colaborativas nas Escolas - Estruturas, processos e conteúdos*. Porto: Porto Editora.

Maher, R. (1992). Cognition and instruction: Their historic meeting within Educational Psychology. *Journal of Educational Psychology, 84 (4)*, 405-12.

Maia, J.S. (2007). *Os registos gráficos das crianças no jardim de infância e a aprendizagem da matemática*.

Maia, J. S. (2008). *Aprender…Matemática do jardim-de-infância à escola*. Porto: Porto Editora. Tese de Doutoramento não publicada, Instituto de Educação e Psicologia da Universidade do Minho.

Matos, J. M. & Serrazina, M. L. (1996). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.

Matos, J. M. (1985). *Cronologia recente do ensino da matemática*. Lisboa: APM.

Matos, J. M. (1992). Acomodando a teoria de van Hiele a modelos cognitivos idealizados. *Quadrante*, 1, 93-112.

Matos, J. M. (2004). *As aprendizagens matemáticas dos alunos portugueses*. Lisboa: Universidade Nova de Lisboa.

Mauco , G. (1977). *Psicanálise e Educação*. Lisboa: Moraes.

Merriam, S. (1988). *Case study research in education*: A qualitative approach. San Francisco, CA: Jossey-Bass.

Mialaret, G. (1975). *A Aprendizagem da Matemática: Ensaio de Psicopedagogia*. Coimbra: Almedina.

Mialeret, G. (1981). *A Formação de Professores*. Coimbra: Livraria Almedina.

Mialeret; G. (1980). *As ciências da educação*. Lisboa: Moraes Editores.

Ministério da Educação (1991a). *Programa de Matemática: Plano de Organização do ensino-aprendizagem volumes I*. Ensino Básico 2.º ciclo. Lisboa: Direcção Geral do Ensino Básico e Secundário – Ministério da Educação.

Ministério da Educação (1991b). *Programa de Matemática: Plano de Organização do ensino-aprendizagem volume II*. Ensino Básico 2.º ciclo. Lisboa: Direcção Geral do Ensino Básico e Secundário – Ministério da Educação.

Ministério da Educação (1991c). *Programa de Matemática: Plano de Organização do ensino-aprendizagem volume I*. Ensino Básico 3.º ciclo. Lisboa: Direcção Geral do Ensino Básico e Secundário – Ministério da Educação.

Ministério da Educação (1991d). *Programa de Matemática: Plano de Organização do ensino-aprendizagem volume II*. Ensino Básico 3.º ciclo. Lisboa: Direcção Geral do Ensino Básico e Secundário – Ministério da Educação.

Ministério da Educação (1998). *Organização curricular e Programas do Ensino Básico – 1.º ciclo*. Lisboa: Departamento de Educação Básica – Ministério da Educação.

Ministério da Educação (2001a). *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais*. Lisboa: Departamento de Educação Básica – Ministério da Educação.

Ministério da Educação (2001b*). Resultados do Estudo Internacional – PISA 2000*. Lisboa: Gabinete de avaliação educacional do Ministério da Educação.

Ministério da Educação (2004). *Organização Curricular e Programas do Ensino Básico – 1.º ciclo* (4.ª ed.). Lisboa: Departamento de Educação Básica – Ministério da Educação.

Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico.* Lisboa: Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular – Ministério da Educação.

Moreira, D. (2003). A Matemática na educação familiar: memórias escolares, ideias sobre a Matemática e relação educativa em grupos domésticos de baixa escolaridade. *Quadrante*, XII (2), pp.3-23. Lisboa: APM.

Moreira, M. A. & Buchweitz, B. (1993). *Novas estratégias de ensino e aprendizagem. Os mapas conceptuais e o vê epistemológico*. Lisboa: Plátano, Edições Técnicas.

Moreno, B. (2007). *La dimensión europea de la educación: una investigación evaluativa en torno al programa eTwinnin*g. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

Morgado, L.M.A. (1986). *A aprendizagem operatória: a conservação de quantidades numéricas.* Tese de Doutoramento não publicada, Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação, da Universidade de Coimbra.

National Council of Teachers of Mathematics (1980). *An Agenda for Action: Recommendations for Schools Mathematics of 1980's*. Reston: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Normas para o Currículo e Avaliação em Matemática Escolar – tradução dos Standards do NCTM*, Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional.

National Council of Teachers of Mathematics (1994). *Normas Profissionais para o ensino da Matemática – tradução dos Professional Standards do NCTM*, Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (2007). *Princípios e Normas para a matemática escolar*. (Tradução portuguesa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional.

Neves, M. A. F., Guerreiro, L. & Neves, A. (2002). *Matemática 7.º Ano. Guia do Professor*. Porto: Porto Editora.

Not, L. (1979). *As pedagogias do conhecimento*. Rio de Janeiro: Editora Bertrand Brasil, S. A.

Oliveira, G. R. F.(2002). *Construção do conceito de volume no Ensino Fundamental: um estudo de caso.* Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco (UFPE).

Oliveira, J. H. B. & Oliveira, A. M. B. (1996a). *Psicologia da educação escolar I. Professor – ensino*. Coimbra: Livraria Almedina.

Oliveira, J. H. B. & Oliveira, A. M. B. (1996b). *Psicologia da educação escolar II. Professor – ensino*. Coimbra: Livraria Almedina.

Onrubia, J; Rochera, M. J.; Barberà, E. (2002). La ensenanza y el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva psicológica. *In* César Coll, Jesús Palacios & Álvaro Marchesi (eds.), *Desarrollo Psicológico y Educación – Psicología de la educación escolar* - *volume 2*. Madrid: Alianza Editorial.

Organisation for Economic Co-operation and Development (1999). *Measuring Student Knowledge and Skills – A New Framework for Assessment*. Paris: OECD Publishing.

Organisation for Economic Co-operation and Development (2002). *Sample Tasks from the PISA 2000 Assessment – Reading, Mathematical and Scientific Literacy*. Paris: OECD Publishing.

Organisation for Economic Co-operation and Development (2003a). *Literacy Skills for the World of Tomorrow – Further Results from PISA 2000*. Paris: OECD Publishing.

Organisation for Economic Co-operation and Development (2003b), *The PISA 2003 Assessment Framework – Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills,* Paris: OECD Publishing.

Organisation for Economic Co-operation and Development (2004a). *Learning for Tomorrow´s World- First results from PISA 2003*. Paris: OECD Publishing.

Organisation for Economic Co-operation and Development (2004b). *Education at a Glance – OCDE Indicators 2004*. Paris: OECD Publishing.

Organisation for Economic Co-operation and Development (2006a). *Education at a Glance – OCDE Indicators 2006*. Paris: OECD Publishing.

Organisation for Economic Co-operation and Development (2006b), Assessing *Scientific, Reading and Mathematical Literacy – A Framework for PISA 2006,* Paris: OECD Publishing.

Organisation for Economic Co-operation and Development (2007). *PISA 2006 - Science Competencies for Tomorrow's World Volume 1: Analysis*. Paris: OECD Publishing.

Osana, H., Lacroix, G., Tucker, B. J. & Desrosiers, C. (2006). The role of content knowledge and problem features on preservice teachers' appraisal of elementary tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(4), 347-380.

Panavello, R. M. (2002). Geometria e formação continuada de professores. *In Actas do XIII* SIEM 2002, pp. 119-125. Lisboa: APM.

Pardo, A. & Ruiz, M. A. (2002). SPSS11. *Guía para el análisis de datos*. McGraw-Hill.

Pereira, A. (2006). *Guia Prático de Utilização- Análise de dados para Ciências Sociais e Psicologia*. Lisboa: Edições Sílabo.

Pereira, G. A, Silva, S. P. & Jr, W. S. M. (2005). O Modelo van Hiele de Ensino de Geometria aplicado à 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental. *FAMAT*, 5, 21-50.

Perrot, G. (1998). Módulos para o ensino-aprendizagem em geometria: relatório da primeira experimentação do primeiro módulo em Pernambuco. *In* Seminário do Pró-Matemática, 5, 1998, Recife. Projeto. Brasília: MEC/SEF.

Pestana, M.H. & Gageiro, J.N. (2008). *Análise de Dados para Ciências Sociais- A complementaridade do SPSS*. Lisboa: Edições Sílabo.

Piaget, J. (1972). *Où va l'éducation?*. Paris: Denoel/Gonthier (1.ª ed.1948).

Piaget, J. (1973). Comments in Mathematical Education, *In* A. G. Howson (ed.), *Proceedings of the Second International Congress on Mathematical Education*, Cambridge University-Press.

Piaget, J. (1990). *Seis Estudos de Psicologia*, Lisboa: Publicações Dom Quixote.

Polya, G. (1978). *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Editora Interciência.

Ponte, J. P. & Serrazina, M. L. (2000). *Didáctica da matemática do 1ºciclo*. Lisboa. Universidade Aberta.

Ponte, J. P. (1992). *Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação. Educação Matemática: Temas de Investigação*. Lisboa: IIE.

Ponte, J. P. (2003). O ensino da Matemática em Portugal: Uma prioridade educativa? *In* Conselho Nacional de Educação (ed.), *O ensino da matemática situações e perspectivas* (pp. 21-56). Lisboa: C.N.E..

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. *In* GTI (Grupo de Trabalho de Investigação) (ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P., Brocardo, J. & Oliveira, H. (2006). *Investigações matemáticas na Sala de aula*. (1ª edição). Belo Horizonte: Autêntica Editora.

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H. Menezes, L., Martins, M. E. G. & Oliveira, P. A. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular do Ministério da Educação.

Raínho, M. A. F. (1997). *Comparação dos Efeitos de duas abordagens ao Ensino de Competências do Pensar, na Formação Inicial de Professores de Matemática/Ciências da natureza do 2.º Ciclo do Ensino Básico* (Tese de Doutoramento). Lisboa: APM.

Ramalho, G. (2004). *Resultados do Estudo Internacional PISA 2003*. Lisboa: Ministério da Educação – Gave.

Raposo, N. A. V. (1980). *Implicações pedagógicas da teoria de Jean Piaget*. Revista Portuguesa de Pedagogia.14, 117-158.

Ribeiro, A. (1995). *Concepções de Professores do 1ºCiclo: A Matemática, o seu Ensino e os Materiais Didácticos* (Tese de Mestrado). Lisboa: APM.

Roldão, M. C. (1999). *Gestão Curricular: fundamentos e práticas*. Lisboa: Departamento de Educação Básica do Ministério da Educação.

Rosário, P. & Almeida, L. (2005). Leituras construtivistas da aprendizagem. *In* G. L. Miranda & S. Bahia (org.), *Psicologia da Educação. Temas de desenvolvimento, aprendizagem e ensino* (pp. 141-165). Lisboa: Relógio D'Água.

Rosário, P. (1998). Estratégias de auto-regulação da aprendizagem: o modelo dos ciclos da aprendizagem auto-regulada e as suas implicações educativas. *In Actas do IV Congresso Galaico-Português de Psicopedagogia* (pp. 278-87). Braga: Universidade do Minho.

Rosário, P., Mourão, R., Salgado, A., Rodrigues, A., Silva, C., Marques, C., Amorim L., Schumann, H. (1991). Interactive theorem finding through continous variation of geometric configuration. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching* 10 (3), 81-105.

Ruthven, K. (2001). Mathematics teaching, teacher education, and educational research: developing "practical theorising" in initial teacher education. *In* Fou-Lai & Thomas J. Cooney (eds.), *Making Sense of Mathematics Teacher Education*, 165-183. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Schumann, H. (1991). Interactive theorem finding through continous variation of geometric configuration. *In Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching* 10 (3), 81-105.

Segurado, M. I. (1997). *A investigação como parte da experiência matemática dos alunos do 2º ciclo*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Serrazina, L. & Oliveira, I. (2005). O currículo de Matemática do ensino básico sob o olhar da competência matemática. *In* GTI (Grupo de Trabalho de Investigação) (orgs.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 35-62). Lisboa: APM.

Serrazina, M. L. (1991). *Aprendizagem da Matemática: a importância da utilização de materiais, NOESIS,* 21, 37-39. Lisboa: IIE.

Serrazina, M. L. (1996). *Teacher's Professional development in a period of radical change in primary mathematics education in Portugal*. (Tese de Doutoramento). Lisboa: APM.

Serrazina, M. L., Vale, I., Fonseca, H. & Pimentel, T. (2002). Investigações matemáticas e profissionais na formação de professores (p.41-58). *In* João P. Ponte, Conceição Costa, Ana I. Rosendo, Ema Maia, Nisa Figueiredo e Ana F. Dionísio, *Actividades de Investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores*. Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. Secção de Educação Matemática. Gráfica 2000.

Silverman, D. (2000). *Doing qualitative research*. Londres: Sage Publications.

Skinner, B. F. (1954). *The Science of Learning and the Art of Teaching*. Harvard Educational Technology Review, 24 (2), 86-97.

Skinner, B. F. (1968). *The Technology of Teaching.* New Jersey, Englewood Cliffs: Prentice Hall.

Sola, T. & López, N. (2003). *Orientación escolar e tutoría para las diferentes etapas de la educación*. Granada: Grupo Editoral Universitário.

Sousa, A. B. (2005). *Investigação em Educação*. Lisboa: Livros Horizonte.

Sousa, H. (2003). A Pedagogia de Trabalho de Projecto e a Aprendizagem da Matemática. *In Actas do ProfMat2003*, 91-104. Lisboa: APM.

Stein, M. K. & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School,* 3 (4), 268-275.

Stenhouse, L. (1984). *Investigación y desarrollo del curriculum*. Madrid: Morata.

Sutherland, P. (1996). *O desenvolvimento cognitivo actual*. Lisboa: Instituto Piaget.

Tashakkori, A. & Teddlie, C. (1998). *Mixed methodology. Combining qualitative and quantitative approaches* (Applied Sociall Research Methodos Series, vol. 46). Londres: Sage.

Thompson, A., Simonson, M., & Hardgrave, C. (1996). *Educational Technology: A Review of the Research*. Washington DC: AECT Publications.

Torres del Moral, C. (2005). *Análisis y estudio de los departamentos de orientación de los IES de Granada y la periferia*. Tese de Doutoramento. Granada: Universidade de Granada.

Tuckman, B. W. (1994). *Manual de Investigação em Educação*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Tuckman, B. W. (1999). *Conducting educational research*. 5.ª Edição. London: Harcourt Brace Jovanovich.

Vale, I. & Pimentel, T. (2004). Resolução de Problemas (p.7-52). *In* Pedro Palhares (ed.), *Elementos de Matemática para professores do ensino básico*. Lisboa: Lidel-Edições Técnicas, Lda.

Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight. A theory of mathematics education*. Orlando, Florida: Academic Press.

Van Hiele, P. M. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with Play. *Teaching Children Mathematics*, 5 (6), 310-319.

Viseu, F. (2008). *A formação do professor de Matemática, apoiada por um dispositivo de interacção virtual no estágio pedagógico*. Dissertação de Doutoramento em Educação – Didáctica da Matemática (não publicada), Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Vygotsky, L. S. (1991). Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. *In* A. R. Luria, A. N. Leontiev, L. S. Vygostky et al., *Psicologia e pedagogia I-bases psicológicas da aprendizagem e do desenvolvimento*. Lisboa: Editoral Estampa.

Wenger, E. (1998). *Communities of practice. Learning, meaning and identity*. Cambridge: Cambridge University Press.

Whiteley, W. (1999). *The Decline and Rise of Geometry in 2nd Century North America.* http://www.mafh.yorku.ca/Who/Faculty/Whiteley/cmes.pdf, consultado em Fevereiro de 2010.

Whiteley, W. (2000). *Dynamic Geometry Programs and the Practice of Geometry.* http://www.math.yorku.ca/Who /Faculty/Whiteley/Dynamic.pdf, consultado em Fevereiro de 2010.

Anexos

Anexo I – Carta aos professores e professores estagiários

Anexo II – Teste de avaliação de conhecimentos aplicado aos alunos

Anexo III – Critérios de correcção do teste de avaliação de conhecimentos aplicado aos alunos

Anexo IV – Mini-Questionário aplicado aos professores

Anexo I

Porto, Setembro de 2009

Senhor (a) Professor (a),

Venho por este meio solicitar a sua colaboração no projecto de investigação que, actualmente, me encontro a realizar, no âmbito da minha tese de Doutoramento, intitulada *Dificuldades e Estratégias de Ensino e Aprendizagem da Geometria e Grandezas no 5.º Ano de Escolaridade do Ensino Básico em Duas Escolas do Distrito do Porto*, inserida no Programa de Doutoramento em Ciências da Educação da Universidade de Granada.

Este trabalho de investigação tem como objectivos gerais diagnosticar as dificuldades, dos alunos do 5.º ano de escolaridade, no processo de ensino e aprendizagem de algumas noções de Geometria e Grandezas (perímetro, área e volume) e averiguar se determinadas actividades de investigação e a resolução de problemas melhoram a aprendizagem dos alunos do referido ano de escolaridade.

A sua colaboração será importante e decisiva para o estabelecimento de estratégias que permitam melhorar a aprendizagem dos alunos no 5.º ano de escolaridade nas noções de perímetro, área e volume.

O seu contributo consiste em autorizar desenvolver determinadas tarefas com os seus alunos e em responder a um mini-questionário no final do ano lectivo. Será salvaguardado o seu anonimato e os dados recolhidos serão utilizados exclusivamente para fins científicos.

Desde já agradeço a sua colaboração neste projecto de investigação.

Com os melhores cumprimentos,

Daniela Mascarenhas

Anexo II

Teste de Avaliação de Conhecimentos

Este teste é realizado no âmbito de um projecto de investigação, com o intuito de se diagnosticar as dificuldades no ensino e aprendizagem da Geometria e Grandezas, no 5ºano de escolaridade, bem como definir estratégias para as colmatar.

O teste é constituído por duas partes:

- PARTE A: identificação;

- PARTE B: questões de provas de aferição dos 1.º e 2.º ciclos do ensino básico, de 2007, 2008 e 2009.

O sucesso deste estudo depende da exactidão e da veracidade com que responderes a todas as questões que se seguem.

Note-se que será salvaguardado o anonimato de todos os participantes. Os dados obtidos serão utilizados exclusivamente para fins científicos.

Código: ________________

Daniela Mascarenhas

PARTE A

Identificação da Escola

Nome da Escola:____

Identificação do Aluno

Nome Completo_________________________________ Nº:____ Turma: _____

Data de Nascimento ___/___/_____

Idade do Pai: _________ Profissão do Pai:______________________________

Habilitações Literárias do Pai:

☐ Inferior ao 9.ºano ☐ 9.º ano ☐ 12.º ano ☐Curso Superior

Idade da Mãe: ________ Profissão da Mãe:_____________________________

Habilitações Literárias do Mãe:

☐ Inferior ao 9.º ano ☐ 9.º ano ☐ 12.º ano ☐Curso Superior

Situação Escolar do Aluno

Já reprovaste alguma vez? ☐Não ☐Sim Se sim, em que ano(s) reprovaste?___

Indica as **duas** disciplinas de que **gostas mais:** ____________________________

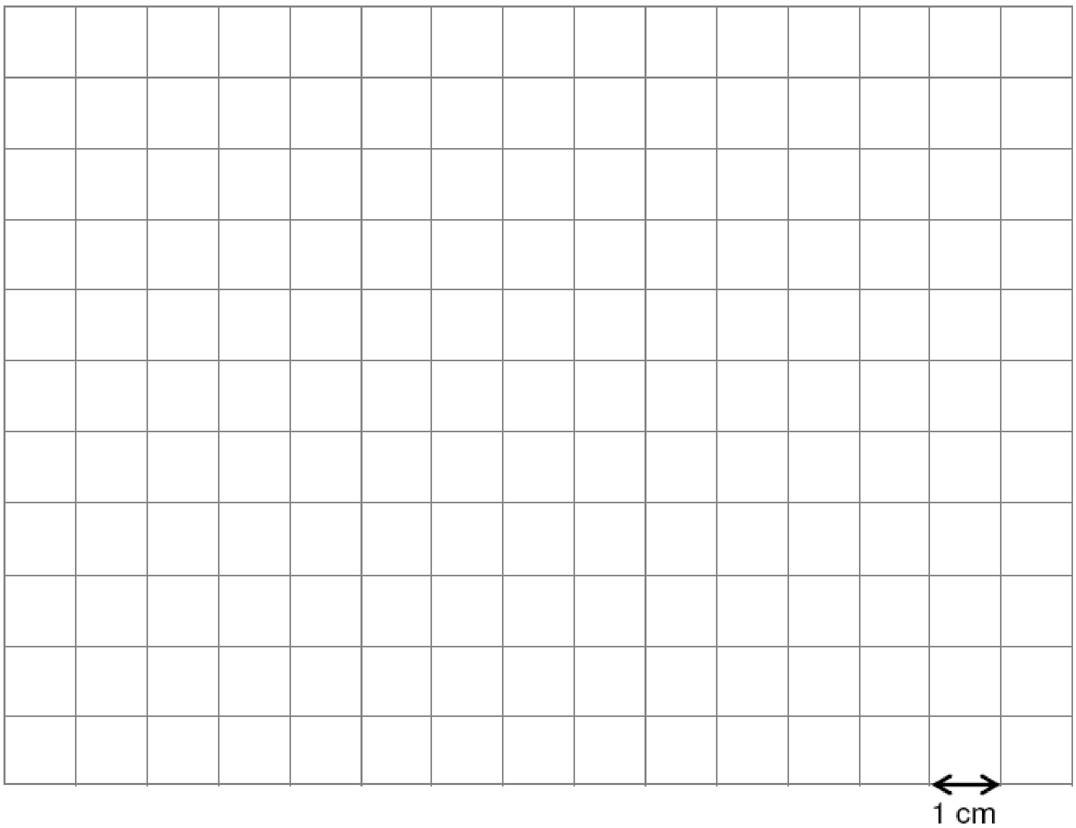
Indica as **duas** disciplinas onde tens mais **dificuldades**: _____________________

Quais são os teus passatempos? ____

____

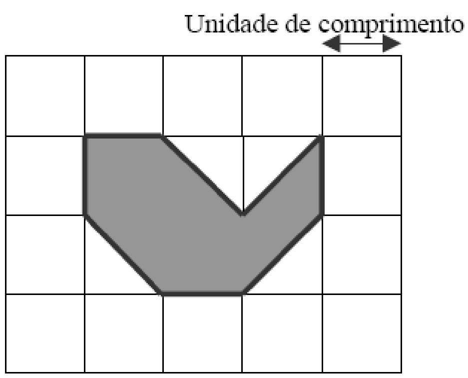
PARTE B

1. Desenha no quadriculado um rectângulo com 18 cm de perímetro. Utiliza a tua régua.



2. Observa a figura desenhada no quadriculado.

2.1. Assinala com um X a frase que traduz uma afirmação verdadeira:



- ☐ O perímetro da figura é menor do que 4 u.c.
- ☐ O perímetro da figura é igual a 4 u.c.
- ☐ O perímetro da figura é igual a 8 u.c.
- ☐ O perímetro da figura é maior do que 8 u.c.

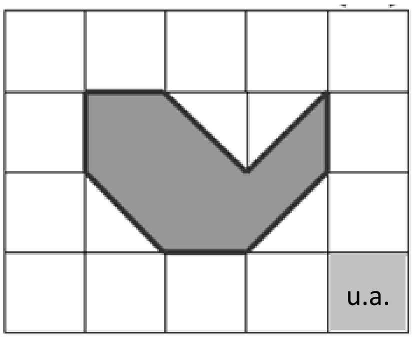
2.2. Assinala com um X a frase que traduz uma afirmação verdadeira:

☐ A área da figura é menor do que 4 u.a.

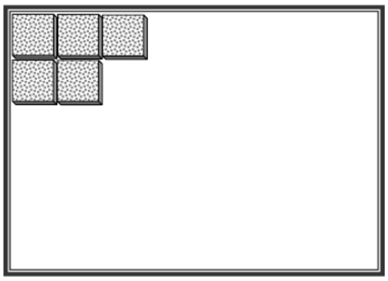
☐ A área da figura é igual a 4 u.a.

☐ A área da figura é igual a 8 u.a.

☐ A área da figura é maior do que 8 u.a.



3. O António está a colocar fatias de pão num tabuleiro, em filas, como mostra a figura.



O interior do tabuleiro é um rectângulo com 42 cm de comprimento e 33 cm de largura. As fatias são todas do mesmo tamanho e a sua base tem a forma de um quadrado com 5 cm de lado.

No final, todas as filas vão ter o mesmo número de fatias inteiras.

Qual é o número máximo de fatias inteiras de pão que o António vai conseguir colocar no tabuleiro, sem as sobrepor?

R:____

Mostra como chegaste à tua resposta.

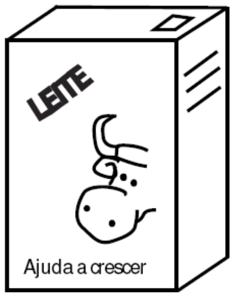
4. Ao lanche, cada criança, deve beber um pacote de leite. Que quantidade aproximada pode haver no pacote?

☐ 2 mililitros

☐ 20 mililitros

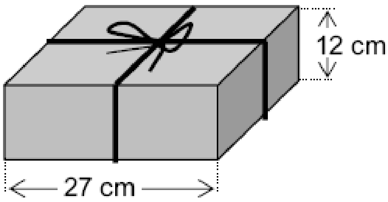
☐ 200 mililitros

☐ 20 000 mililitros



5. A caixa com o bolo de aniversário do pai da Maria, tem a forma de um prisma com 12 cm de altura. A sua base é um quadrado com 27 cm de lado.

Para facilitar o transporte, o vendedor prendeu a caixa com um fio, como mostra a figura.



Calcula, em cm, a quantidade de fio utilizada, sabendo que para o laço são necessários 55 cm de fio.

R:

6. Assinale com um X, os sólidos que o gelado te faz lembrar:

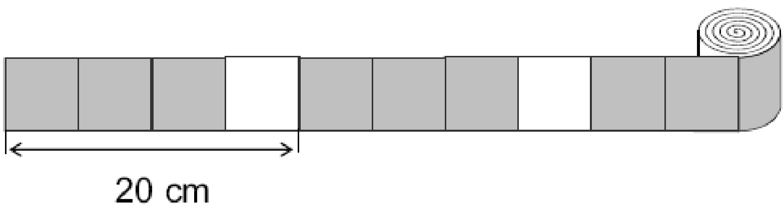
☐ um círculo e uma pirâmide

☐ um cone e uma esfera

☐ um prisma e um cone

☐ um triângulo e uma esfera

7. O Carlos comprou uma tira de autocolantes, todos do mesmo tamanho. A tira mantém sempre o mesmo padrão de autocolantes cinzentos e brancos, tal como mostra a figura.



Na figura não se vêem todos os autocolantes da tira, porque uma parte está enrolada.

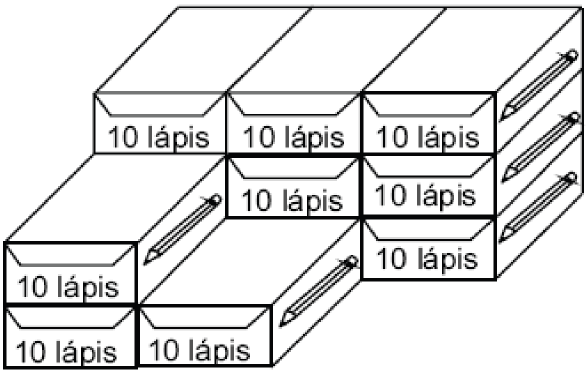
A tira completa tem 1 metro de comprimento.

Quantos autocolantes brancos e quantos autocolantes cinzentos tem a tira completa?

R:____

Mostra como chegaste à tua resposta.

8. A professora guardou as caixas de lápis como mostra a figura.



Cada caixa tem 10 lápis.

Ao todo, quantos lápis há nas caixas que a professora guardou?

R:____

Mostra como chegaste à tua resposta.

Obrigado pela tua colaboração! ☺

Anexo III

CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO DO TESTE DE AVALIAÇÃO DE CONHECIMENTOS APLICADO AOS ALUNOS

(Adaptados dos critérios das provas de aferição)

Item 1.

Pontuação	Critério
12	Desenha um rectângulo com 18 cm de perímetro.
6	Desenha uma figura geométrica, não rectângulo, com 18 cm de perímetro.
3	Desenha um rectângulo com perímetro diferente de 18 cm.
0	Apresenta outra resposta.

Tipo de erro	Descrição do erro cometido
A	Desenha um rectângulo com 18 cm^2 de área.
B	Desenha uma figura geométrica, não rectângulo, com 18 cm de perímetro.
C	Desenha uma figura geométrica, não rectângulo, de 18 cm^2 de área.
D	Não responde.
E	Apresenta outra resposta errada.

Item 2.1.

Resposta correcta: *O perímetro da figura é maior do que 8 u.c.*

Pontuação	Critério
6	O perímetro da figura é maior do que 8 unidades de comprimento.
0	Apresenta outra resposta.

Tipo de erro	Descrição do erro cometido
A	Responde: *O perímetro da figura é igual a 8 unidades de comprimento*. O aluno não reconhece que uma diagonal da quadrícula mede mais do que uma unidade de comprimento, no entanto tem a noção de perímetro.
B	Responde: *O perímetro da figura é menor do que 4 u.c.* ou *O perímetro da figura é igual a 4 u.c.* O aluno não diferencia as noções de perímetro e área.
C	Não responde.

Item 2.2.

Resposta correcta: *A área da figura é igual a 4 u.a.*

Pontuação	Critério
6	A área da figura é igual a 4 u.a.
0	Apresenta outra resposta.

Tipo de erro	Descrição do erro cometido
A	Responde: *A área da figura é menor do que 4 u.a.* O aluno não reconhece que duas meias quadrículas representam uma unidade de área.
B	Responde: *A área da figura é igual a 8 u.a.* ou *A área da figura é maior do que 8 u.a.* O aluno não diferencia as noções de perímetro e área.
C	Não responde.

Item 3.

Resposta Correcta: *48 fatias inteiras de pão*

Pontuação	Critério	Exemplo de Resposta
16	Apresenta uma estratégia apropriada e completa de resolução do problema e responde correctamente.	42 : 5 = 8,4 33 : 5 = 6,6 8 × 6 = 48 ***Resposta:*** 48 fatias.
15	Apresenta uma estratégia apropriada e completa de resolução do problema, mas comete um pequeno erro de cálculo e responde de acordo com o erro cometido.	
8	Apresenta uma estratégia de resolução de problema, mas comete um erro de percurso (b) e responde de acordo com o erro cometido, podendo cometer, ou não, pequenos erros de cálculo (a).	42 : 5 = 8,4 33 : 5 = 6,6 8 × 7 = 56 ***Resposta:*** 56. *(O aluno comete um erro de percurso: arredonda 6,6 por excesso.)* 42 × 33 = 1386 5 × 5 = 25 1386 : 25 = 55,44 ***Resposta:*** 55 fatias. *(O aluno não tem em conta que se pretende calcular o número máximo de fatias inteiras que cabem no tabuleiro.)* 5 × 8 = 40 5 × 9 = 45 não cabe 5 × 6 = 30 5 × 7 = 35 não cabe 40 × 30 = 1200 ***Resposta:*** 1200 fatias. *(O aluno multiplica os comprimentos das filas em vez do número de fatias que estas contêm.)*
5	O trabalho revela alguma compreensão dos dados do problema (c).	42 × 33 = 1386 ***Resposta:*** 1386. 5 × 8 = 40 5 × 9 = 45 ***Resposta:*** Cabem só 8 fatias.

3	Responde correctamente, sem apresentar uma explicação adequada, ou sem apresentar uma explicação.	
0	Apresenta outra resposta além das mencionadas ou não responde.	$42 + 42 + 33 + 33 = 150$ ***Resposta:*** Cabem 150 fatias.

Notas:

(a) Entende-se por pequenos erros de cálculo, aqueles que não são reveladores da não compreensão das noções de número e de operação.

(b) Entende-se por erro de percurso aqueles que resultam de, por exemplo, o aluno:

- Responder incorrectamente, ou não responder;
- Arredondar, por excesso, o número de fatias que cabem em cada fila;
- Não ter em conta que se pretende calcular o número máximo de fatias inteiras que cabem no tabuleiro.

(c) Entende-se que o trabalho revela alguma compreensão dos dados do problema quando, por exemplo, o aluno determina o número de fatias que cabem numa fila do tabuleiro.

Tipo de erro	Descrição do erro cometido
A	Responde correctamente, sem apresentar uma explicação adequada, ou sem apresentar uma explicação.
B	Apresenta uma estratégia apropriada e completa de resolução do problema, mas comete um pequeno erro de cálculo e responde de acordo com o erro cometido.
C	Responde erradamente, mas revela que tem presente a noção de área.
D	Não responde.
E	Apresenta outra resposta errada.

Item 4.

Resposta correcta: *200 mililitros*

Pontuação	Critério
6	200 mililitros.
0	Apresenta outra resposta.

Tipo de erro	Descrição do erro cometido
A	Responde: *20 000 mililitros* ou *2 mililitros* O aluno não apresenta a noção de volume/capacidade.
B	Responde: *20 mililitros* O aluno apresenta alguma noção de volume.
C	Não responde.

Item 5.

Resposta Correcta: *211 cm ou designação equivalente*

Pontuação	Critério	Exemplo de Resposta
16	Apresenta uma estratégia apropriada e completa de resolução do problema e há evidência de ter chegado à resposta correcta.	$27 + 27 + 27 + 27 = 108$ $12 + 12 + 12 + 12 = 48$ $108 + 48 + 55 = 211$ ***Resposta:*** 211 cm.
15	Apresenta uma estratégia apropriada e completa de resolução do problema, mas comete erros de cálculo ou de transformação da unidade de medida, e responde de acordo com o valor obtido.	
8	Apresenta uma estratégia apropriada de resolução do problema, mas não a completa, ou completa-a incorrectamente.	$27 + 12 + 27 + 12 = 78$ $2 \times 78 = 156$ $156 - 55 = 101$ ***Resposta:*** 101 cm.

5	O trabalho apresentado revela alguma compreensão do problema (a).	$27 + 12 + 27 + 12 = 78$ $78 + 55 = 133$ ***Resposta:*** 133 cm.
3	Responde correctamente, sem apresentar uma explicação compreensível, ou sem apresentar uma explicação.	
0	Apresenta outra resposta além das mencionadas ou não responde.	$27 \times 27 \times 12 = 8748$ $8748 + 55 = 8803$ ***Resposta:*** *(Não responde à pergunt*

Nota: (a) Entende-se que o trabalho revela alguma compreensão do problema quando, por exemplo, o aluno adiciona as porções de fio visíveis na figura, podendo ou não esquecer o fio para fazer o laço.

Tipo de erro	Descrição do erro cometido
A	Responde correctamente, sem apresentar uma explicação adequada, ou sem apresentar uma explicação.
B	Apresenta uma estratégia apropriada e completa de resolução do problema, mas comete um pequeno erro de cálculo e responde de acordo com o erro cometido.
C	Responde erradamente, mas revela que tem presente a noção de perímetro.
D	Não responde.
E	Apresenta outra resposta errada.

Item 6.

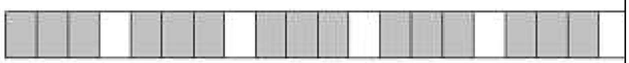
Resposta correcta: *um cone e uma esfera*

Pontuação	Critério
6	Um cone e uma esfera
0	Apresenta outra resposta.

Tipo de erro	Descrição do erro cometido
A	Responde: *um círculo e uma pirâmide* ou *um triângulo e uma esfera* O aluno não distingue plano de espaço, isto é, figura geométrica de sólido geométrico.
B	Responde: *um prisma e um cone* O aluno não distingue os diferentes tipos de sólidos geométricos.
C	Não responde.

Item 7.

Resposta correcta: *Número de autocolantes brancos: 5. Número de autocolantes cinzentos: 15.*

Pontuação	Critério	Exemplo de Resposta
16	Apresenta uma estratégia apropriada e completa de resolução do problema e responde correctamente.	Em 20 cm da tira há 3 autocolantes cinzentos e 1 autocolante branco. $20 \times 5 = 100$ $3 \times 5 = 15$ *Número de autocolantes brancos*: 5. *Número de autocolantes cinzentos*: 15. $100 : 20 = 5$ autocolantes $3 \times 5 = 15$ *Número de autocolantes brancos*: 5. *Número de autocolantes cinzentos*: 15.  *Número de autocolantes brancos*: 5. *Número de autocolantes cinzentos*: 15.
15	Apresenta uma estratégia apropriada e completa de resolução do problema, ou apresenta a estratégia completa mas não responde ou responde de modo incompleto (por exemplo, apresenta apenas o nº de quadrados brancos).	
8	Apresenta uma estratégia apropriada mas não a completa ou completa-a incorrectamente.	

5	Há algum trabalho, revelando alguma compreensão do problema.	20 → 1 → 3 40 → 2 → 6 60 → 4 → 12 80 → 8 → 24 100 → 16 → 42 *Número de autocolantes brancos*: 16. *Número de autocolantes cinzentos*: 42. Cheguei a esta conclusão, porque temos de fazer mais um bocado igual ao da figura. *Número de autocolantes brancos*: 4. *Número de autocolantes cinzentos*: 18.
3	Responde correctamente à pergunta, sem apresentar uma explicação adequada, ou sem apresentar uma explicação.	
0	Apresenta outra resposta além das mencionadas.	*Número de autocolantes brancos*: 2. *Número de autocolantes cinzentos*: 9. 100 + 20 = 120 *Número de autocolantes brancos*: 100. *Número de autocolantes cinzentos*: 120.

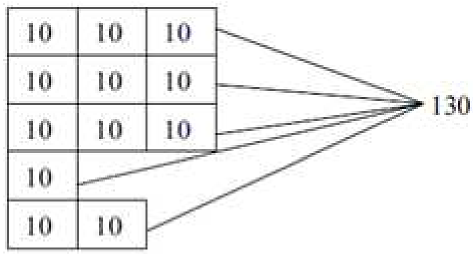
Nota:

(a) Entende-se por pequenos erros de cálculo, aqueles que não são reveladores da não compreensão das noções.

Tipo de erro	Descrição do erro cometido
A	Responde correctamente, sem apresentar uma explicação adequada, ou sem apresentar uma explicação.
B	Apresenta uma estratégia apropriada e completa de resolução do problema, mas comete um pequeno erro de cálculo e responde de acordo com o erro cometido.
C	Responde erradamente, mas revela que tem presente as noções de perímetro e área.
D	Não responde.
E	Apresenta outra resposta errada.

Item 8.

Resposta correcta: *120 lápis*

Pontuação	Critério	Exemplo de Resposta
16	Apresenta uma estratégia apropriada e completa de resolução do problema, e há evidência de ter chegado à resposta correcta.	$12 \times 10 = 120$ ***Resposta:*** A professora tem 120 lápis guardados.
15	Identifica correctamente o número de caixas da figura (12 caixas), mas não calcula ou calcula incorrectamente o número de lápis.	 ***Resposta:*** A professora guardou 130 lápis. ou $9 + 3 = 12$ ***Resposta:*** Há 12.
8	Identifica incorrectamente o número de caixas da figura, considerando 9, 10, 11 ou 13 caixas, mas calcula correctamente o número de lápis das caixas que identificou.	***Resposta:*** Cheguei à minha resposta multiplicando o número de caixas pelo número de lápis, ao todo há 90 lápis, nas caixas da professora.
3	Responde correctamente, sem apresentar uma explicação compreensível, ou sem apresentar uma explicação.	Eu contei os lápis. ***Resposta:*** Há 120 lápis na secretária da professora.
0	Apresenta outra resposta além das mencionadas ou não responde.	Porque $10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 80$ ***Resposta:*** Guardou 80 lápis.

Tipo de erro	Descrição do erro cometido
A	Responde correctamente, sem apresentar uma explicação adequada, ou sem apresentar uma explicação.
B	Apresenta uma estratégia apropriada e completa de resolução do problema, mas comete um pequeno erro de cálculo e responde de acordo com o erro cometido.
C	Responde erradamente, mas revela que tem presente a noção de volume.
D	Não responde.
E	Apresenta outra resposta errada.

Total: 100 pontos

Anexo IV

Mini-Questionário

Este mini-questionário é realizado no âmbito de um projecto de investigação, com o intuito de se diagnosticar as dificuldades no ensino e aprendizagem da Geometria e Grandezas, no 5.º ano de escolaridade, bem como definir estratégias para as colmatar.

Este mini-questionário apresenta-se dividido em duas partes: Parte A - dados sobre o percurso académico e profissional Parte B - dados sobre o ensino de Geometria e Grandezas.

O sucesso deste estudo depende da exactidão e da veracidade com que responder a todas as questões que se seguem.

Note-se que a sua identidade será preservada. Os dados obtidos serão utilizados exclusivamente para fins científicos.

Código: ________________

Daniela Mascarenhas

Parte A - Dados sobre o percurso académico e profissional

1. Data de nascimento ___/___/_____

2. Sexo: ☐ Feminino ☐ Masculino

3. Qual é a sua formação académica inicial? ______________________________

4. Em que instituição educacional fez a sua formação académica inicial?

____

5. Em que ano concluiu a sua formação académica inicial?_____________________

6. Sente que, na área de Geometria, a sua formação académica inicial foi suficiente? ☐ Sim ☐ Não

7. Há quantos anos lecciona? _____

8. Concluiu algum curso de pós-graduação? ☐ Sim. Quando? ________ ☐ Não

Se respondeu sim à questão 8. , responda às questões números 9. e 10.

9. Qual o curso(s) de pós-graduação que frequentou?

☐ Mestrado ☐ Doutoramento ☐ Outro _________________________

10. Em que área fez o(s) curso(s) de pós-graduação?

____

Se respondeu não à questão 8., responda às questões números 11. e 12.

11. Gostaria de frequentar algum curso de pós-graduação? ☐ Sim ☐ Não

12. Em que área gostaria de frequentar um curso de pós-graduação?

____

13. Em que Agrupamento/Escola lecciona? ______________________________

14. Que turmas lecciona? ____

Parte B - Dados sobre o ensino de Geometria e Grandezas

1. O actual programa de **Matemática do 1.º Ciclo do Ensino Básico (1.º CEB)** está organizado em três blocos de conteúdos:

Bloco 1- Números e Operações.

Bloco 2- Formas e Espaço.

Bloco 3- Grandeza e Medidas.

1.1. Assinale com uma cruz, a importância que atribuiu a cada um dos referidos blocos no percurso escolar dos alunos até à entrada no 2.º Ciclo do Ensino Básico (2.º CEB):

	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3
A) Nenhuma			
B) Pouca			
C) Suficiente			
D) Muita			

1.2. Na sua opinião, qual o bloco que considera mais importante para a continuação do percurso escolar dos alunos:

- ☐ **Bloco 1- Números e Operações**
- ☐ **Bloco 2- Formas e Espaço**
- ☐ **Bloco 3- Grandeza e Medidas.**

1.3. Na sua opinião, considera que, na globalidade, o **programa de Matemática do 1.º CEB** está adequado ao percurso escolar dos alunos após a entrada no 2.º CEB:

- ☐ **Totalmente adequado**
- ☐ **Adequado**
- ☐ **Desadequado**
- ☐ **Totalmente desadequado**

1.4. Da sua experiência profissional, considera que, de um modo geral, os alunos quando transitam do 1.º CEB para o 2.º CEB, apresentam os conhecimentos suficientes para continuarem o seu percurso escolar:

- ☐ **Totalmente de acordo**
- ☐ **Concordo**
- ☐ **Não concordo**
- ☐ **Totalmente em desacordo**

2. O actual **programa de Matemática do 2.º CEB** está organizado em três áreas:

Geometria.

Números e cálculo.

Estatística.

2.1. Assinale com uma cruz, a importância que atribuiu a cada uma das referidas áreas no percurso escolar dos alunos durante o 2.º CEB:

	Geometria	Números e Cálculo	Estatística
A) Nenhuma			
B) Pouca			
C) Suficiente			
D) Muita			

2.2. Na sua opinião, qual a área que considera mais importante para a continuação do percurso escolar dos alunos:

- [ ] **Geometria**
- [ ] **Números e cálculo**
- [ ] **Estatística**

2.3. Na sua opinião, qual a área que os alunos apresentam mais dificuldades:

- [ ] **Geometria**
- [ ] **Números e cálculo**
- [ ] **Estatística**

2.4. Indique três razões para considerar a área assinalada no ponto anterior como sendo a que os alunos apresentam mais dificuldades.

2.5. Na sua opinião, considera que, na globalidade, o **programa de Matemática do 2.º CEB** está adequado ao percurso escolar dos alunos após a entrada no 3.º CEB:

- [ ] **Totalmente adequado**
- [ ] **Adequado**
- [ ] **Desadequado**
- [ ] **Totalmente desadequado**

Obrigada pela sua colaboração!