

Optimización de elementos estructurales de acero con secciones no compactas según EC3

Optimization of structural steel members with non-compact sections according to EC3

J.F. Carbonell-Márquez^{1A}, L.M. Gil-Martín^{1B}

¹ Department of Structural Mechanics. University of Granada.
Campus de Fuentenueva, 18072 Granada (Spain). E-mail: jfcarbonell@ugr.es^{1A}#
mlgil@us.es^{1B}

Palabras clave: estructuras de acero, optimización estructural, secciones no compactas.

Resumen

Para el diseño de un elemento estructural tipo viga-columna se suelen seleccionar secciones doblemente simétricas, generalmente secciones laminadas tipo H o I. Sin embargo, ésta es sólo una de las muchas soluciones posibles y, por lo general, no será la sección óptima. Hernández-Montes et al. 2004, y Hernández-Montes et al. 2005, proponen los diagramas RSD (Reinforcement Sizing Diagrams) como un método para obtener la solución óptima para el armado longitudinal de una sección de hormigón sometida a flexión uniaxial y a compresión. Esta metodología ha sido extendida para secciones de acero compactas según el Eurocódigo 3 (EC3) por Gil-Martín et al. 2008, y esta comunicación procederá de manera similar para buscar soluciones no compactas, esto es, soluciones en clases 3 ó 4 según EC3, considerando todos los aspectos relacionados con la aparición de inestabilidades locales. Además, se introducirán las consideraciones especiales para tener en cuenta las inestabilidades globales relacionadas con la esbeltez del miembro.

Keywords: steel structures, structural optimization, non-compact section.

Abstract

In a designed structure, the chosen section for a member as a steel beam-column will be doubly-symmetric and it will correspond to one provided by a standard rolled steel section as H or I. However, this solution is just one of the big number of possible solutions and the optimal one may correspond to other section different from the symmetric one. Hernandez-Montes et al. 2004, and Hernández-Montes et al. 2005, proposed the Reinforcement Sizing Diagrams (RSD) as an approach for getting the optimal solution for the longitudinal reinforcing steel of a concrete section subjected to uniaxial bending and compression This methodology is extended for compact steel sections according to Eurocode 3 (EC3) by Gil-Martín et al. 2008 and this communication will proceed similarly for seeking non compact solutions, this is, sections corresponding to Class 3 or 4 according to EC3,

#Corresponding author: J.F. Carbonell-Márquez

1st International Congress on *Mechanical models in structural engineering*.
University of Granada (Spain), December 2011.

considering all the aspects related with the appearance of local instabilities. Furthermore, special considerations are introduced to address the global instabilities associated with the slenderness of the steel element.

#Corresponding author: J.F. Carbonell-Márquez

1. Introducción

El presente estudio recoge el diseño óptimo de elementos viga-columna sometidos a flexión respecto al eje fuerte de la sección, $M_{y,Ed}$ (el momento se considera positivo si comprime el ala superior) y a un axil N_{Ed} , que se supone inicialmente aplicado en el centro de gravedad del alma de la sección (Figura 1). El axil positivo es de tracción. Los distintos elementos de la sección se dimensionan para proveer suficiente resistencia para soportar las acciones anteriores y suficiente rigidez para prevenir el pandeo del elemento. Dado que en este trabajo se impone la condición de que las secciones pertenezcan a clases 3 ó 4 según EC3, la capacidad plástica de la sección no podrá ser desarrollada y habrá que tener en cuenta los fenómenos de pandeo local, así como las reducciones impuestas por la normativa de aquellos elementos de la sección que se encuentren en clase 4. Además, se impone una condición adicional relacionada con la rigidez para limitar las deflexiones a niveles aceptables. La optimización será llevada a cabo mediante técnicas RSD (Hernández-Montes et al. 2004 y Hernández-Montes et al. 2005).

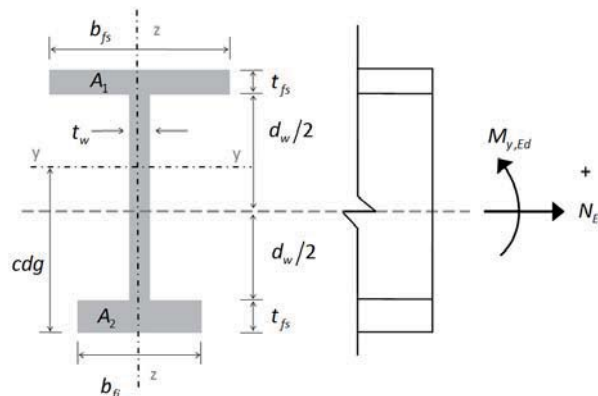


Figura 1. Nomenclatura y criterio de signos para las acciones exteriores

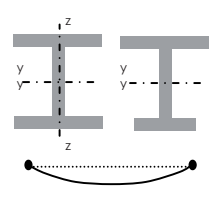
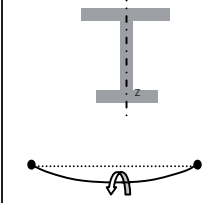
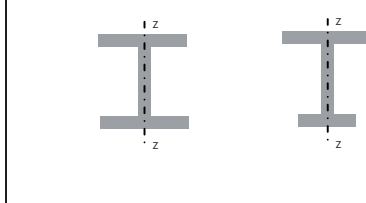
Elementos en compresión ($N \neq 0$, - - eje de pandeo)		Miembros en flexión, eje fuerte ($N \neq 0$, - - eje de pandeo)		Paneles sometidos a compresión
Pandeo por flexión	Pandeo por flexión y torsión	Pandeo Lateral		Pandeo local
				Para obtener elementos en Clases 3 y 4 el cociente ancho-espesor es limitado a un valor concreto
Elementos sometidos a flexión y compresión: ecuación de interacción				
Ap. 6.3.1.3 EC 3. Parte 1-1.	Ap. 6.3.1.4. EC 3. Parte 1-1.	Ap. 6.3.2. EC 3. Parte 1-1.		Tabla 5.2. EC 3. Parte 1-1.

Tabla 1. Modos de pandeo considerados.

La Tabla 1 recoge los modos de inestabilidad, tanto locales como globales, considerados en el trabajo. Para el estudio de elementos sometidos tanto a flexión como a compresión, ha sido empleada la ecuación de interacción propuesta por el Método General incluido en EC3. Específicamente, aquí se analizan elementos biapoyados en sus extremos sin restricción al alabeo en dichos puntos (Figura 2).

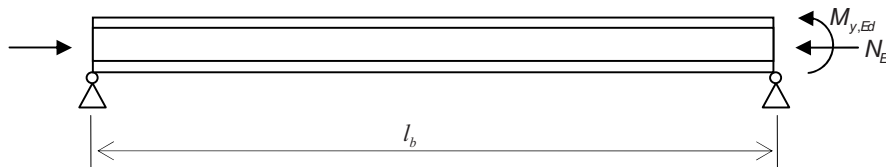


Figura 2. Condiciones del problema.

2. Predimensionamiento de la sección

El proceso parte de la adopción de un valor fijo para t_w y de un rango de valores para la altura del alma, d_w , y el espesor de las alas, t_f , el mismo para ambas alas. Las alas se predimensionan planteando el equilibrio de fuerzas que actúan en la sección, suponiendo que la carga axial está aplicada en el centro de gravedad del alma. La resistencia a flexión del alma se desprecia y las fuerzas soportadas por las alas se suponen aplicadas en ambos extremos del alma. Planteando la sumatoria de momentos en dichos extremos se obtiene:

$$\begin{aligned} A_1 \cdot f_y \cdot d_w + M_{y,Ed} - N_{Ed} \cdot \frac{d_w}{2} &= 0 \\ A_2 \cdot f_y \cdot d_w + M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot \frac{d_w}{2} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Introduciendo el valor correspondiente para t_f se obtienen los valores de $b_{fs} = A_1/t_f$ y $b_{fi} = A_2/t_f$. Para evitar que se produzca pandeo local del ala comprimida en el ala, se impone la limitación propuesta por la Sección 8 de EC3, Parte 1-5:

$$\frac{d}{t_w} \leq k \frac{E}{f_y} \sqrt{\frac{d_w \cdot t_w}{A_1}} \Rightarrow b_f \leq \frac{k^2 \cdot E^2 \cdot t_w^3}{f_y^2 \cdot t_f \cdot d_w} \quad (2)$$

Dado que la sección ha de corresponder a clase 3 ó 4, el parámetro k tomará el valor de 0,55.

3. Tratamiento de inestabilidades locales y globales

Una vez obtenidas a partir del predimensionamiento las dimensiones de todas las chapas que componen la sección transversal se procede a realizar la clasificación de la misma atendiendo a las consideraciones especificadas por la Parte 1-1 de EC3, concretamente en su Tabla 5.2. La clasificación se lleva a cabo

para cada uno de los elementos comprimidos en la sección, siendo la mayor de las clases de estos elementos, la clase de la sección. Aquellos elementos que resulten en clase 4 son adecuadamente reducidos según el procedimiento descrito en la Sección 4-4 de EC3, Parte 1-5, determinando su área total eficaz, A_{eff} .

Para el tratamiento de las inestabilidades globales del elemento viga-columna se sigue la formulación proporcionada por EC3, que define la resistencia de diseño de un elemento a compresión, teniendo en cuenta el pandeo por flexión y por flexión y torsión, como:

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad (3)$$

donde $A = A_1$ para secciones en clase 3 y $A = A_{\text{eff}}$ para secciones en clase 4, y χ el factor de reducción por compresión pura correspondiente al modo de pandeo relevante.

Por otra parte, la resistencia a flexión del elemento teniendo en cuenta la inestabilidad por pandeo lateral viene dada en el EC3 por:

$$M_{b,Rd} = \frac{\chi_{LT} \cdot W_y \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad (4)$$

donde $W_y = W_{el,y}$ es el módulo resistente elástico ó $W_y = W_{\text{eff},y}$ o el módulo resistente elástico efectivo de la sección en Clase 3 ó 4 respectivamente y χ_{LT} es el factor de reducción por pandeo lateral.

Una vez calculadas las resistencias del elemento tanto a flexión pura como a compresión simple, se plantea el Método General propuesto por EC3 para verificar la resistencia de un elemento flexo-comprimido frente a la combinación de pandeo lateral y flexión:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + \frac{M_g}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} = \frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} + \frac{M_g}{M_{b,Rd}} = \xi_N + \xi_M = \xi \leq 1 \quad (5)$$

En este trabajo, el coeficiente ξ ó factor de interacción será el factor clave a considerar durante el proceso de optimización. El momento exterior al que estará sometido el elemento vendrá dado por:

$$M_g = M_{y,Ed} + N_{Ed} e \quad (6)$$

donde $e = cdg - (d_w/2 + t_f)$, es la excentricidad del axil respecto del cdg de la sección transversal (i.e. distancia entre el cdg de la sección y la altura media del alma).

4. Ajuste del diseño

Es claro que el predimensionamiento proporcionará secciones que, a priori y una vez realizadas las consideraciones relativas a las inestabilidades locales y globales, no resistirán las cargas exteriores impuestas. Tal y como se ha mencionado, la validez de la sección será evaluada a través del denominado factor de interacción ξ , debiendo este quedar dentro de unos límites impuestos previamente. En este trabajo los límites son:

$$0,95 \leq \xi \leq 1,00 \quad (7)$$

Para proporcionar una sección con área mínima que satisfaga la condición anterior, se aplica el siguiente procedimiento:

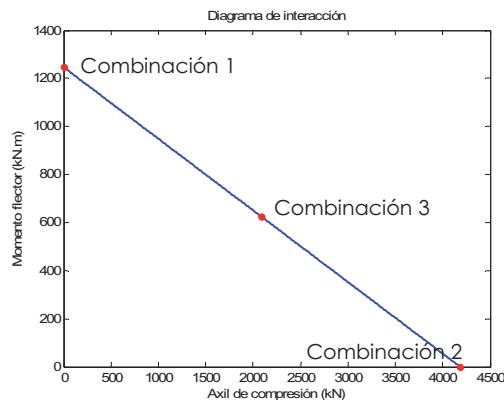
1. Si $\xi < 0,95$: la sección tiene exceso de capacidad. Los anchos de ambas alas son reducidos hasta cumplir $0,95 \leq \xi \leq 1,00$
2. Si $\xi > 1,00$: la sección falla por inestabilidad. Para proporcionar suficiente resistencia, las áreas de las alas deben ser incrementadas en función de los valores del axil N_{Ed} y del momento global M_g :
 - a. Si $M_g = M_{y,Ed} = 0$ ó $N_{Ed} = 0$, la sección resultará simétrica según Eq. (1) y ambas alas son incrementadas en la misma cantidad.
 - b. Si $M_g \neq 0$ y $N_{Ed} < 0$, una de las dos áreas de las alas se incrementará para hacer mayor la excentricidad y disminuir el valor de M_g . Se consideran los siguientes casos:
 - i. Si M_g y N_{Ed} tienen el mismo signo, se aumenta el área del ala inferior.
 - ii. Si M_g y N_{Ed} tienen distinto signo, se aumenta el área del ala superior.

El proceso iterativo finalizará una vez que se cumpla la Eq. (7). No obstante, si para alguna sección en concreto ξ , ξ_N ó ξ_M alcanzan un mínimo que es mayor que 1, la sección se descarta por imposibilidad de encontrar solución con los criterios expuestos.

5. Ejemplos

El proceso de optimización expuesto en los puntos anteriores se ha aplicado a un elemento estructural metálico correspondiente a un perfil HEB600 con una longitud entre apoyos de 6 m. El elemento se supone arriostrado en ambos extremos. El área del perfil es $A_T = 27000 \text{ mm}^2$ ($b_{fc} = b_{ft} = 300 \text{ mm}$, $t_{fc} = t_{ft} = 30 \text{ mm}$,

$t_w = 15,5 \text{ mm}$, $d_w = 540 \text{ mm}$). El momento y la compresión de agotamiento, en condiciones de flexión pura y compresión simple, respectivamente son $M_{b,Rd} = 1391,80 \text{ kN.m}$ y $N_{b,Rd} = 4184,90 \text{ kN}$, para las condiciones representadas en la Figura 2 (elemento biapoyado con momento aplicado en un apoyo). El acero empleado se supone de Grado 235 ($f_y = 235 \text{ N/mm}^2$). La Figura 3 muestra el diagrama axil-flector correspondiente a la Eq. (5) para el HEB600, así como las combinaciones de carga también presentadas en la Tabla 2. El espesor de alma escogido para todas las secciones es $t_w = 8 \text{ mm}$. Los límites para la altura de alma son $d_{wmin} = 200 \text{ mm}$ y $d_{wmax} = 1000 \text{ mm}$ con un paso de 10 mm . Para el espesor de las alas se fijan los siguientes límites: $t_{fmin} = 10 \text{ mm}$, $t_{fmax} = 40 \text{ mm}$ con un paso de 2 mm . Con todo esto, se obtienen 1296 secciones a analizar.



Combinación	$M_{y,Ed}$ (kN.m)	N_{Ed} (kN)
1: Flexión pura	1391,80	0,00
2: Compresión simple	0,00	4184,90
3: Flexo-compresión	623,80	2092,50

Tabla 2. Combinaciones de acciones exteriores estudiadas

Figura 3. Diagrama de interacción correspondiente a HEB600, para $f_y = 235 \text{ N/mm}^2$, $I_b = 6 \text{ m}$, y $\psi = 0$

5.1. Combinación 1: flexión pura. $M_{y,Ed} = 1394,8 \text{ kN.m}$

Para esta combinación de cargas, en la que el axil es nulo, las secciones obtenidas del predimensionamiento serán doblemente simétricas. De las 1296 combinaciones de $t_f - d_w$ evaluadas, se obtienen 310 secciones en clase 3 y 94 en clase 4. La solución óptima obtenida consigue una reducción del área del 25,98% y tiene las siguientes características:

$$d_w = 980 \text{ mm}, t_f = 12, b_{fs} = 506, b_{fi} = 506, A_t = 19984 \text{ mm}^2$$

CLASE	COMPRESIÓN	FLEXIÓN
ALA SUP	-	4
ALMA	-	4

Tabla 3. Clase de las alas y el alma en compresión y flexión para la solución óptima

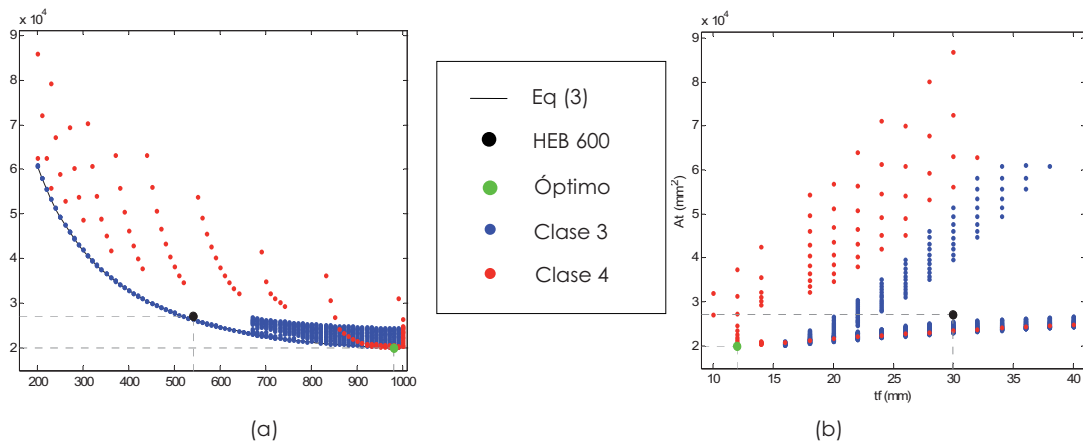


Figura 4. (a) Área total respecto a la altura del alma; (b) Área total respecto al espesor del ala

Las Figuras 4 (a) y (b) presentan el área total de las soluciones obtenidas en función de d_w y t_f , respectivamente. En estas figuras se han representado también la solución óptima y la sección inicial HEB600. La Figura 4 (a) muestra como, a medida que aumenta la altura del alma, el área total de la sección disminuye debido a que el ancho necesario de las alas es cada vez menor.

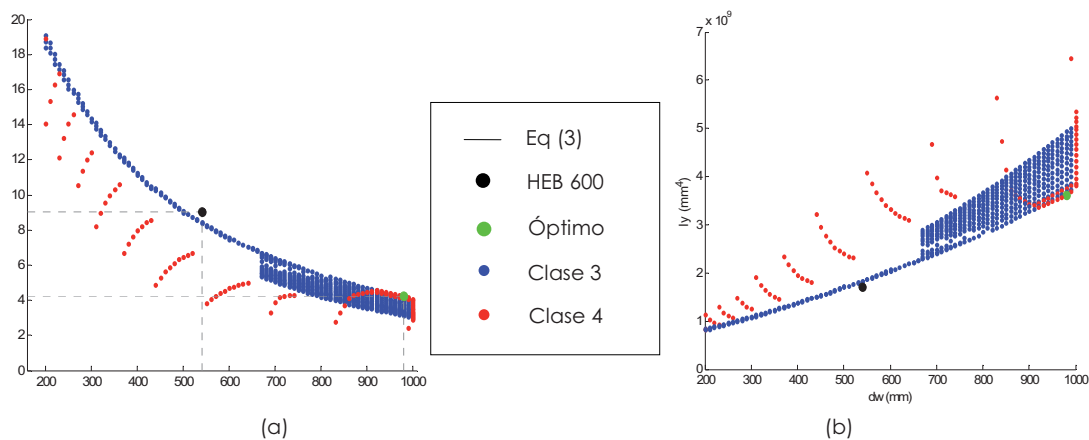


Figura 5. (a) Deflexión del elemento respecto a la altura de alma de la sección; (b) Inercia con respecto al eje fuerte en función de la altura de alma de la sección

La Figura 5 (a) muestra la deflexión máxima experimentada por el elemento estructural en función de la altura del alma de la sección. Dicha gráfica muestra tendencia decreciente para las secciones en clase 3 y creciente para las secciones en clase 4. Esta tendencia opuesta se debe a la evolución de la inercia, tal y como se aprecia en la Figura 5 (b). En la Figura 5 (b) se observa como la inercia aumenta a medida que lo hace la altura del alma en las secciones en clase 3 mientras que ocurre lo contrario para las secciones en clase 4.

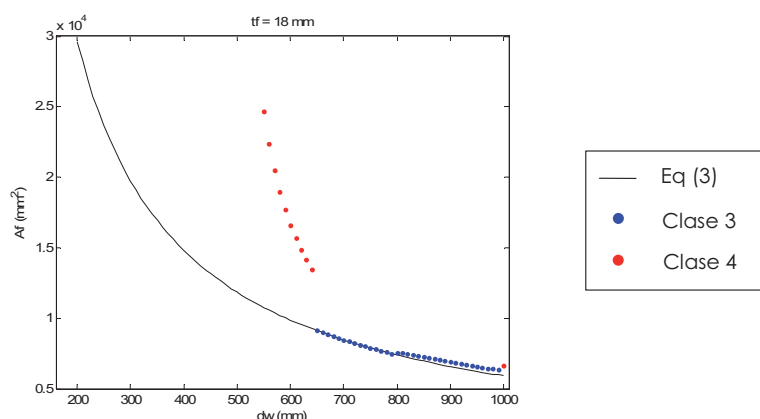


Figura 6. Área del ala superior –comprimida- de la sección en función de la altura del alma de la misma, para un valor del espesor de alas de 18 mm

En la figura 6 se ha representado el área del ala superior en función de la altura del alma para un espesor de ala para el que existen soluciones en clase 3 y 4, $t_f = 18$ mm. En la Figura 6 se aprecia que en secciones en clase 4 la disminución del área del ala superior a medida que aumenta la altura del alma es más acusada que para secciones en clase 3. Esto se debe a que para alas en clase 4, a medida que aumenta d_w , la esbeltez de las alas se reduce y, por tanto, el ancho eficaz de las alas, b_{eff} , tiende al ancho bruto, b_f , lo que resulta en un aprovechamiento del ala. Sin embargo, en el caso de las secciones en clase 3 apenas es necesario aumentar b_f respecto al ancho inicial estimado en el predimensionamiento.

En las Tablas 4 y 5 se resumen algunos de los valores obtenidos durante el proceso de optimización. De estas tablas se deduce que, a medida que aumenta d_w en secciones de clase 3 la inercia aportada por las alas I_{yf} sigue creciendo, a pesar de que las áreas de las alas sean menores. En cambio, en secciones de clase 4 el aumento de la altura del alma d_w implica una disminución de la inercia aportada por las alas I_{yf} , dando lugar a inercias totales menores y flechas mayores.

Clase 3		t_f (mm) 18				
Sección	d_w (mm)	A_f (mm ²)	I_{yw} (mm ⁴)	I_{yf} (mm ⁴)	I_y (mm ⁴)	Deflexión (mm)
1	730	8.118,00	$2,59 \cdot 10^8$	$2,27 \cdot 10^9$	$2,53 \cdot 10^9$	6,101
2	740	8.010,00	$2,70 \cdot 10^8$	$2,30 \cdot 10^9$	$2,57 \cdot 10^9$	6,004
Δ	10	-108,00	$1,08 \cdot 10^7$	$3,01 \cdot 10^7$	$4,09 \cdot 10^7$	-0,097

Tabla 4. Cálculos secciones en Clase 3

Clase 4		t_f (mm) 18				
Sección	d_w (mm)	A_f (mm ²)	I_{yw} (mm ⁴)	I_{yf} (mm ⁴)	I_y (mm ⁴)	Deflexión (mm)
1	600	16.610,00	1,44 10 ⁸	3,17 10 ⁹	3,33 10 ⁹	4,684
2	610	15.680,00	1,51 10 ⁸	3,09 10 ⁹	3,24 10 ⁹	4,787
Δ	10	-930,00	7,32 10 ⁶	-8,00 10 ⁷	-7,26 10 ⁷	0,103

Tabla 5. Cálculos secciones en Clase 4

5.2. Combinacion 2: compresión simple. $N_{ed}=4184,9$ kN

En este caso de carga, compresión simple, se obtienen 51 secciones en clase 3 y 885 en clase 4. De estas secciones, la solución óptima obtenida reduce el área del perfil HEB 600 en un 23,73% y corresponde a:

$$d_w = 270 \text{ mm}, t_f = 18, b_{fs} = 512, b_{fi} = 512, A_f = 20592 \text{ mm}^2$$

CLASE	COMPRESIÓN	FLEXIÓN
ALA SUP	3	-
ALMA	2	-

Tabla 6. Clase de las alas y el alma en compresión y flexión para la solución óptima

La Figura 7 (a) representa el área de la sección transversal en función de la altura del alma. Todas las secciones obtenidas son doblemente simétricas. Dicha Figura indica que, en el caso de compresión simple la solución óptima se obtiene para menores altura de alma y espesores de ala que los correspondientes al HEB600.

5.3. Combinacion 3: flexo-compresión. $M_{y,Ed}=623,8$ kN.m y $N_{ed}=2092,5$ kN

En la Figura 7 (b) se representan las posibles soluciones obtenidas a partir del proceso de optimización así las soluciones inicial y óptima. La solución óptima obtenida consigue una reducción del 25,71% del área correspondiente al HEB600 y corresponde a:

$$d_w = 650 \text{ mm}, t_f = 38 \text{ mm}, b_{fs} = 375, b_{fi} = 16, A_f = 20058 \text{ mm}^2.$$

CLASE	COMPRESIÓN	FLEXIÓN
ALA	1	1
ALMA	4	1

Tabla 7. Clase de las alas y el alma en compresión y flexión para la solución óptima

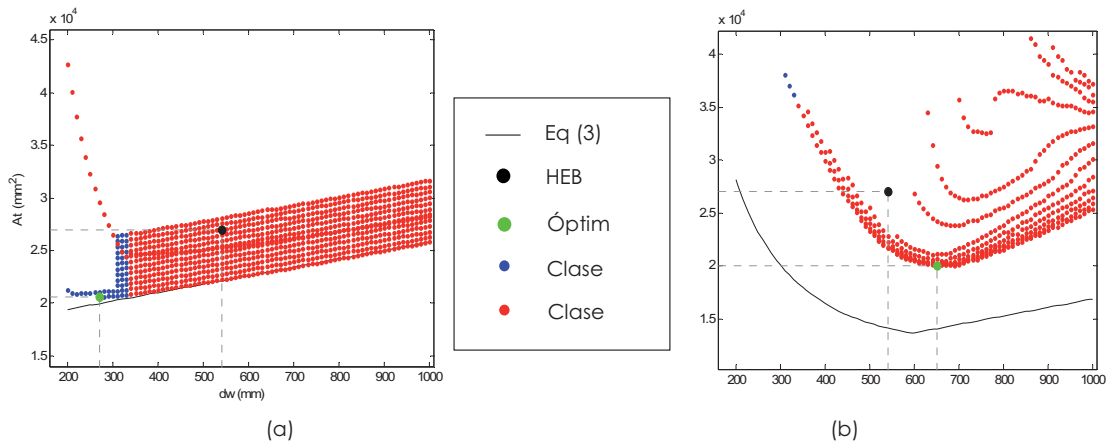


Figura 7. (a) Área total respecto a la altura del alma para la combinación 2. Óptimo obtenido con $t_f = 18$ mm; (b) Área total respecto a la altura del alma para la combinación 3. Óptimo obtenido con $t_f = 38$ mm

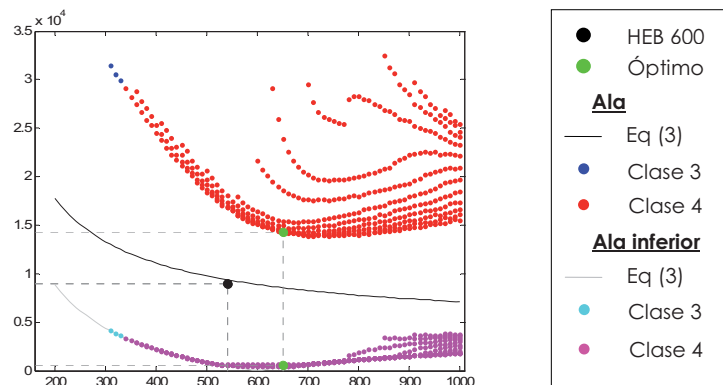


Figura 8. Área de las alas superior e inferior respecto a la altura del alma

En la Figura 8 se representan las áreas de ambas alas en función de la altura del alma. En esta figura se aprecia cómo para valores grandes de d_w el área del ala inferior aumenta respecto del valor obtenido en el predimensionamiento.

La comparación de las Figuras 7 (b) y 8 evidencia que la chapa que más influye en el área de la sección es el ala superior.

El crecimiento del ala inferior para valores elevados de d_w viene determinado por el cambio de sentido en el momento total M_g . Tal y como se ha explicado en el apartado 4, relativo al ajuste del diseño para el caso de flexo-compresión, el ala superior se aumenta con objeto de incrementar la excentricidad del axil y, por tanto, disminuir el momento total M_g . En la Figura 9 se ha representado la evolución del factor de interacción, de los anchos de ambas alas y del momento exterior que solicita al elemento durante el proceso de optimización para un caso de particular. En los gráficos se observa como, a medida que el ancho del ala

superior crece, el momento total M_g disminuye hasta que cambia de signo. Para evitar que siga creciendo en este sentido, se aumenta el ancho del otro ala b_{fi} , provocando que, de nuevo, M_g cambie de signo. La Figura 9 muestra como para determinados anchos de ala el factor de interacción, ξ_M , se estabiliza .

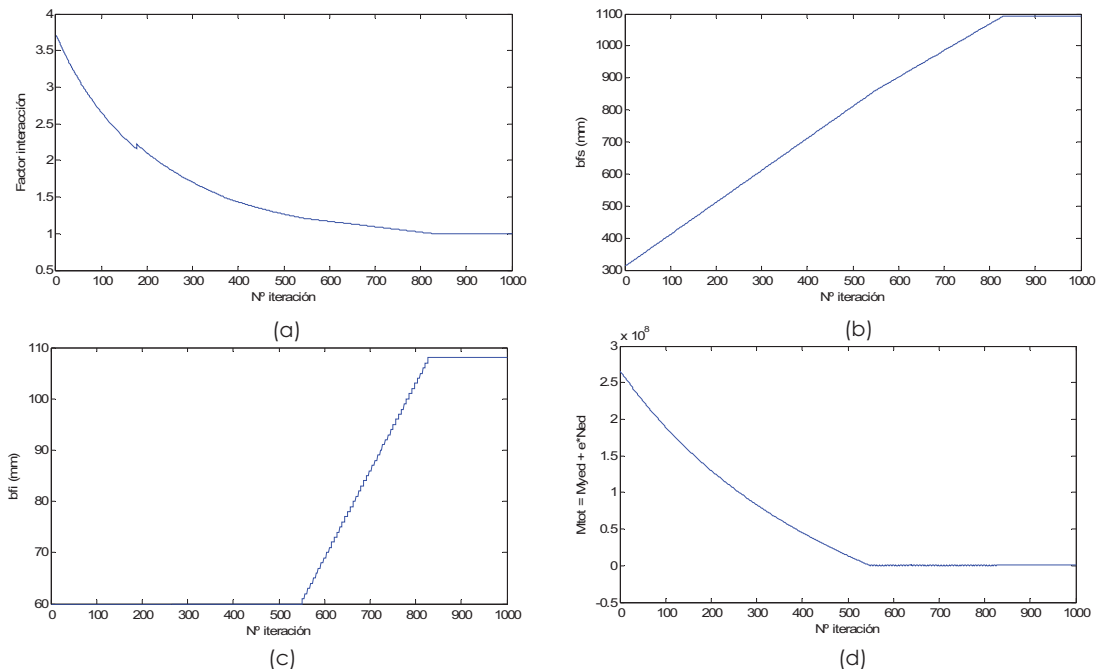


Figura 9. Evolución de una sección a lo largo del proceso de iteración para la sección transversal: $d_w = 880$ mm, $t_f = 24$ mm y $t_w = 8$ mm: (a) Factor de interacción; (b) Ancho de ala superior; (c) Ancho de ala inferior; (d) Momento total

En la Figura 10 (a) se han representado las áreas de las secciones transversales obtenidas en función de d_w , para $t_f = 38$ mm (correspondiente a la sección óptima). La Figura 10 (a) muestra como medida que aumenta d_w , los valores obtenidos para b_{fs} a partir del predimensionamiento serán menores, con la consiguiente reducción de A_t . La gráfica correspondiente al área de la sección en función de la altura del alma presenta un mínimo; es decir, a medida que aumenta d_w disminuye el área hasta llegar a un valor de la altura del alma, por encima del cual el área vuelve a aumentar. Esto se debe a que para altos valores de la esbeltez del alma, ésta entra en clase 4 siendo menor el ancho eficaz cuanto mayor es su esbeltez(Figura 10 (b)) y, por tanto, es necesario aumentar las alas.

En la Figura 11 se representa la evolución de las deflexión máxima del elemento para los valores de d_w y t_f analizados. La explicación para la caída de la flecha viene dada por la estabilización del área del ala inferior a partir de cierta altura

de alma, lo que hace que la sección gane inercia a medida que aumenta $d_w \gamma$, consecuentemente, que la flecha disminuya.

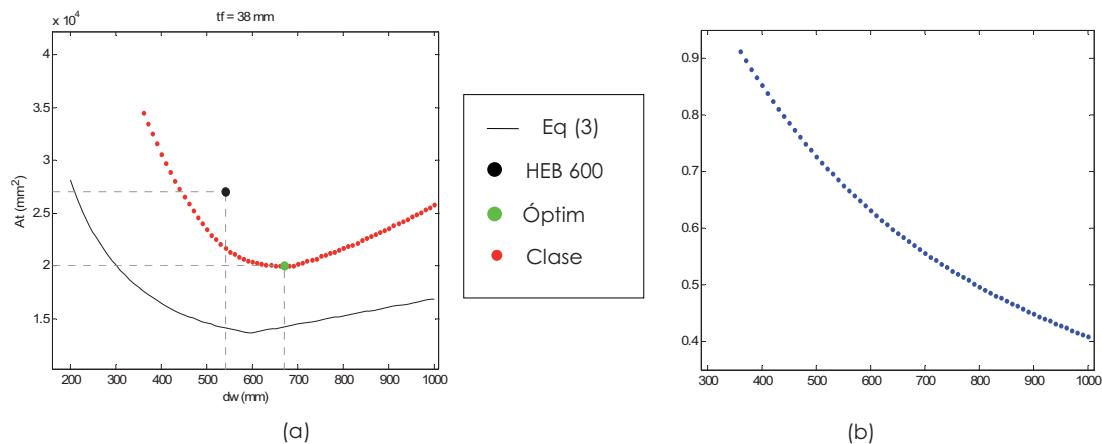


Figura 10. Área total respecto a la altura del alma para espesor de ala 38 mm

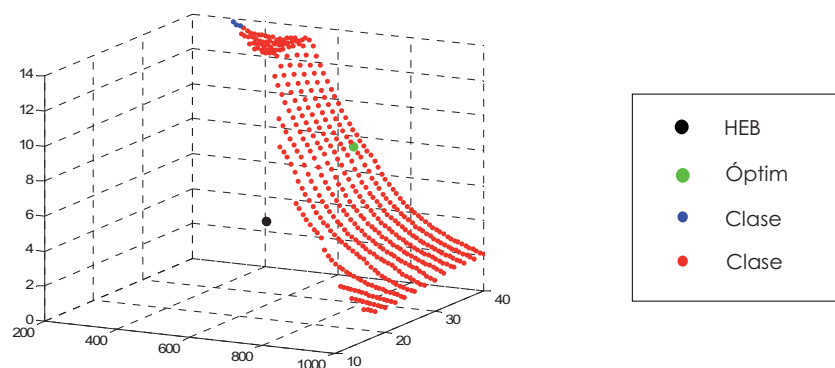


Figura 11. Deflexión de las soluciones en clases 3 y 4 obtenidas con el rango de valores adoptados para altura de alma y espesor de alas

6. Conclusiones

Tal y como se ha comprobado en los ejemplos expuestos en este trabajo, la sección óptima para un elemento tipo viga-columna difiere en numerosas ocasiones de los perfiles estándares normalmente empleados. De hecho, este estudio ha puesto de manifiesto que pueden conseguirse ahorros importantes en material. El procedimiento empleado ha demostrado ser una herramienta eficaz en la búsqueda de la sección óptima de un elemento metálico sometido a las condiciones de carga impuestas en el presente trabajo. El presente trabajo completa aquél realizado por Gil-Martín et al. 2008, quedando cubierto todo el rango de clases de secciones incluidas en EC3.

Referencias

EC3. European Committee for Standardization. ENV1993-1-1. Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1.1: General rules and rules for buildings. Brussels; 2005.

EC3. European Committee for Standardization. prEN1993-1-5. Eurocode 3. Design of steel structures. Part 1.5: Plated structural elements. Brussels; 2004.

EC3. Eurocódigo 3. Proyecto de Estructuras de acero. UNE-ENV 1993-1-1. Parte 1-1: Reglas generales y para edificación. AENOR; 1996.

Gil-Martín LM, Aschheim M, Hernández-Montes E. Proportioning of steel beam-column members based on RSD optimization methodology. *Engineering Structures* 2008; 30: 3003-3013.

Hernández-Montes E, Gil-Martin LM, Aschheim M. The impact of optimal longitudinal reinforcement on the curvature ductility capacity of reinforced concrete column. *Mag. Concrete Res.* 2004; 56 (9): 499-512.

Hernández-Montes E, Gil-Martin LM, Aschheim M. The design of concrete members subjected to uniaxial bending and compression using reinforcement sizing diagrams. *ACI Struct J* 2005; 102(1): 150-8.