UNIVERSIDAD DE GRANADA

Departamento de Estadística e Investigación Operativa

TESIS DOCTORAL

INFERENCIAS ASINTÓTICAS SOBRE UNA COMBINACIÓN LINEAL DE K PROPORCIONES INDEPENDIENTES

María Álvarez Hernández

Granada, 2011

Editor: Editorial de la Universidad de Granada
Autor: María Álvarez Hernández
D.L.: GR 4518-2011
ISBN: 978-84-694-5758-0

Universidad de Granada

Departamento de Estadística e Investigación Operativa

INFERENCIAS ASINTÓTICAS SOBRE UNA COMBINACIÓN LINEAL DE K PROPORCIONES INDEPENDIENTES

Memoria de TESIS DOCTORAL realizada bajo la dirección de:

- D. Antonio Martín Andrés, Catedrático del Departamento de Estadística e Investigación Operativa de la Universidad de Granada, y
- Dña. Inmaculada Herranz Tejedor, Profesora Titular del Departamento de Estadística e Investigación Operativa de la Universidad Complutense de Madrid,

presentada por **María Álvarez Hernández** para optar al grado de Doctor por la Universidad de Granada.

Fdo.: María Álvarez Hernández

Vº Bº Directores de Tesis

Fdo. D. Antonio Martín Andrés

Fdo. Dña. Inmaculada Herranz Tejedor

La presente Tesis Doctoral está avalada (hasta la fecha de su lectura) por los artículos y comunicaciones a Congresos que se indican a continuación

Artículos aceptados

1. Martín Andrés, A. and Álvarez Hernández, M. (2008). Comments on 'Active-control trials with binary data: a comparison of methods for testing superiority or non-inferiority using the odds ratio. *Statistics in Medicine 27(27)*, 5799-5800. DOI: 10.1080/ 10629360601026386.
2. Martín Andrés, A., Álvarez Hernández, M. and Herranz Tejedor, I. (2010). Inferences about a linear combination of proportions. *Statistical Methods in Medical Research*. Prepublihed March 11, 2010, DOI: 10.1177/0962280209347953.
3. Martín Andrés, A., Herranz Tejedor, I. and Álvarez Hernández, M. (2010). On the optimal method to make inferences about a linear combination of proportions. To appear in *Journal of Statistical Computation and Simulation*.

Artículos sometidos

1. Martín Andrés, A., Álvarez Hernández, M. and Herranz Tejedor, I. (2011). Asymptotic two-tailed confidence intervals for the difference of proportions.
2. Martín Andrés, A. and Álvarez Hernández, M. (2011). Two-tailed approximate confidence intervals for the ratio of proportions. Sometido por segunda vez (a instancias del editor) a *The American Statistician*.
3. Martín Andrés, A. and Álvarez Hernández, M. (2011). Two-tailed asymptotic inferences for a proportion.
4. Martín Andrés, A. and Álvarez Hernández, M. (2011). Optimal method for realizing two-tailed inferences about a linear combination of two proportions.

Congresos

1. Martín Andrés, A y Álvarez Hernández, M. "On the inferences of a linear function of several proportions". *XII Conferencia Española de Biometría*. Comunicación oral. Actas: págs. 141-142. ISBN: 978-84-692-5325-0. Cádiz (23-25 septiembre del 2009).
2. Martín Andrés, A, Álvarez Hernández, M y Herranz Tejedor, I. "Intervalos de confianza aproximados para la diferencia de dos proporciones". *XXXII Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa y VI Jornadas de Estadística Pública*. Comunicación oral. Actas: págs. 1-7. ISBN: 978-84-693-6152-8. A Coruña (14-17 septiembre del 2010).

La realización de este trabajo ha sido posible gracias a la Beca Predoctoral adscrita a Proyectos de Investigación de Excelencia de la Consejería de Innovación, Ciencia y Empresa de la Junta de Andalucía (BOJA núm. 138 de 18 de julio de 2005). Proyecto de Excelencia: P06-FQM-1459.

Esta memoria ha sido realizada en el seno del:

- Grupo de Investigación en Bioestadística, de la Universidad de Granada, del Plan Andaluz de Investigación, Desarrollo e Innovación de la Junta de Andalucía (FQM-235).
- Proyecto de Investigación “Análisis de tablas de contingencia desde las perspectivas del acuerdo, el diagnóstico, la independencia y la equivalencia”, del Plan Nacional I+D (MTM2009-08886).
- Proyecto de Investigación “Métodos estadísticos para el acuerdo, la independencia y la equivalencia. Aplicación a la obtención de intervalos de confianza”, del Plan Nacional I+D (MTM2008-01697).

AGRADECIMIENTOS

Quisiera dedicar mi más sincero agradecimiento a mi tutor y director de Tesis, D. Antonio Martín Andrés, y a mi directora Dña. Inmaculada Herranz Tejedor, por haberme dado la posibilidad de trabajar con ellos, permitiéndome aprender de sus conocimientos y de su excepcional profesionalidad. Gracias por su permanente disposición y dedicación a este trabajo, ha sido todo un privilegio.

Igualmente, gracias a Francisco Requena, Juan de Dios Luna, María Teresa Miranda, Pedro Femia, José Antonio Roldán y Ana Marín, miembros de la Unidad Docente de Bioestadística de la Facultad de Medicina (Departamento de Estadística e Investigación Operativa de la Universidad de Granada), por acogerme con cariño en el equipo. Ellos son modelo a seguir tanto por sus aptitudes en la investigación como por la calidad de su docencia. Mi agradecimiento de modo especial, a Marta López, por su colaboración en los aspectos de formato de esta memoria y por su disponibilidad y apoyo personal en todo momento.

Quisiera mencionar, con igual consideración, al departamento de Estadística e Investigación Operativa de la Universidad de Salamanca. Mi gratitud a profesores y compañeros con los que emprendí esta aventura y en concreto a su directora, Dña. M. Purificación Galindo por inculcarme el interés por la estadística y animarme a seguir adquiriendo conocimientos de ella.

Agradezco el apoyo incondicional de mi familia y amigos, que han tenido que soportar y, en muchas ocasiones, aliviar el desgaste que este tipo de trabajos conlleva. Me comprometo a devolverles el tiempo que no he podido dedicarles en esta etapa. En especial, mencionar a mis abuelas, Pilar y Carmen, por su ejemplo de lucha para salir adelante y por los sabios consejos que han sido ayuda en mi crecimiento personal. A mis hermanas, Rosalidia y Carmen, por estar conmigo siempre que las he necesitado. Finalmente, a mis padres, Manuel y Mª del Carmen, por enseñarme la constancia en el trabajo y el arrojo en la vida. Ellos son ejemplo diario y mi soporte en cada momento.

“Lo importante es no dejar de hacerse preguntas”

Albert Einstein

ÍNDICE

Pág.

PRÓLOGO XIII

CAPÍTULO I: K=CUALQUIERA Y CASO K≥3

I.1. INTRODUCCIÓN 1
I.2. NOTACIÓN 3
I.2.1. Generalidades y estadístico base 3
I.2.2. Estimadores de las proporciones p_i 4
I.2.2.1. Estimadores no restringidos por H_0 4
I.2.2.2. Estimadores sí restringidos por H_0 5
I.2.3. Procedimientos de inferencia que se obtienen con cada estimador 5
I.2.4. Modificación de los datos muestrales y métodos de inferencia que se obtienen 7
I.3. RESULTADOS DE LA LITERATURA 8
I.3.1. Resultados teóricos 8
I.3.1.1. Método clásico de Wald y métodos “adjusted” Wald 8
I.3.1.2. Métodos de tipo bayesiano 9
I.3.1.3. Método de tipo Newcombe 9
I.3.2. Resultados prácticos 10
I.3.2.1. Generalidades sobre los estudios de simulación 10
I.3.2.2. Conclusiones de la literatura 11
I.4. APORTACIONES DE TIPO TEÓRICO 13
I.4.1. Propiedades a verificar por cualquier estadístico para que la inferencia sea coherente 13
I.4.2. Método de Newcombe-Zou 14
I.4.3. Procedimiento y estimador E (método de las marcas) 14
I.4.3.1. Estimadores de máxima verosimilitud 15
I.4.3.2. Equivalencia del planteamiento anterior y el test chi-cuadrado (o test de las marcas) 17
I.4.3.3. Cálculos alternativos para el test y el intervalo 18

I.4.3.4. Propiedad del estadístico 20
I.4.3.5. Aproximaciones al método de las marcas: métodos de tipo "adjusted" Wald 21
I.4.4. Procedimiento y estimador P (en sus dos versiones Pa y Pb) 24
I.4.4.1. Obtención del procedimiento 24
I.4.4.2. Propiedades del estadístico Pa 25
I.4.5. Métodos con corrección por continuidad 26
I.5. APORTACIONES DE TIPO PRÁCTICO 28
I.5.1. Objetivo 28
I.5.2. Descripción del estudio de simulación y de los criterios a emplear para la selección del método óptimo 28
I.5.3. Selección del método óptimo de cada familia en la versión sin cpc 30
I.5.3.1. Selección para los métodos de tipo W (α=5%) 30
I.5.3.2. Selección para los métodos de tipo N (α=5%) 31
I.5.3.3. Selección para los métodos de tipo E (α=5%) 32
I.5.3.4. Selección para los métodos de tipo P (α=5%) 33
I.5.4. Selección del método óptimo sin cpc de entre los mejores de cada familia (α=1%, 5% y 10%): caso general y caso particular de un contraste 34
I.5.5. Selección del método óptimo con/sin cpc de entre los mejores de cada familia (α=5%) 35
I.5.6. Verificación de los resultados de la literatura 36
I.6. CONCLUSIONES FINALES Y EJEMPLOS 37
I.6.1. Método óptimo 37
I.6.2. Fórmulas aconsejadas para realizar la inferencia 37
I.6.2.1. Método E0 (el mejor, salvo que $n_i \leq 10\ \forall i$) 37
I.6.2.2. Método W3 (el mejor si $n_i \leq 10\ \forall i$ y una buena alternativa al resto de casos) 38
I.6.2.3. Método Pa0 (método muy conservador pero que no falla casi nunca) 39
I.6.3. Ejemplos práctico 39

CAPÍTULO II: K=2 EN EL CASO DE LA DIFERENCIA

II.1. INTRODUCCIÓN ... 43
II.2. NOTACIÓN ... 44
II.2.1. Generalidades y estadístico base ... 44
II.2.2. Estimadores de las proporciones p_i ... 45
II.2.2.1. Estimadores no restringidos por H_0 ... 45
II.2.2.2. Estimadores sí restringidos por H_0 ... 46
II.2.3. Procedimientos de inferencia que se obtienen con cada estimador ... 47
II.2.4. Datos muestrales a utilizar y métodos que proporcionan ... 48
II.3. RESULTADOS DE LA LITERATURA: DE TIPO TEÓRICO ... 49
II.3.1. Métodos basados en el estadístico Z ... 49
II.3.1.1. Método clásico de Wald y métodos "adjusted" Wald ... 50
II.3.1.2. Método de Newcombe ... 50
II.3.1.3. Método condicionado ... 51
II.3.1.4. Método incondicionado exacto ... 52
II.3.1.5. Método incondicionado Peskun ... 52
II.3.1.6. Estadístico Z con corrección por continuidad ... 53
II.3.1.7. Propiedades que verifica el estadístico ZE ... 54
II.3.2. Métodos basados en el estadístico X ... 54
II.3.3. Métodos basados en el estadístico A ... 55
II.4. RESULTADOS DE LA LITERATURA: DE TIPO PRÁCTICO ... 56
II.4.1. Generalidades sobre los estudios a realizar ... 56
II.4.2. Conclusiones de la literatura ... 57
II.5. APORTACIONES DE TIPO TEÓRICO ... 60
II.5.1. Aproximaciones al procedimiento de las marcar: procedimiento L y métodos de tipo "adjusted" Wald ... 60
II.5.2. Procedimientos basados en el estimador Pb ... 62
II.5.3. Test e intervalo de confianza para el procedimiento ZCb ... 62
II.5.4. Estadístico A con corrección por continuidad ... 63
II.5.5. Equivalencia entre la evaluación de un método de obtención de intervalos de confianza y su método de test asociado ... 64

II.6. APORTACIONES DE TIPO PRÁCTICO ... 65
II.6.1. Objetivo ... 65
II.6.2. Descripción del estudio a realizar y de los criterios a emplear para la selección del método óptimo ... 65
II.6.3. Selección del método óptimo de cada familia (en sus versiones sin cpc) . 68
II.6.3.1. Selección entre los métodos de tipo Z (α=5%) ... 68
II.6.3.2. Selección entre los métodos de tipo X (α=5%) ... 73
II.6.3.3. Selección entre los métodos de tipo A (α=5%) ... 74
II.6.3.4. Selección entre los métodos de tipo L (α=5%) ... 74
II.6.4. Selección del método óptimo sin cpc de entre los mejores de cada familia (α=1%, 5%, 10%): caso general y caso particular con grandes muestras . 76
II.6.5. Selección del método óptimo con/sin cpc de entre los dos óptimos (α=5%) ... 77
II.6.6. Verificación de los resultados de la literatura ... 77
II.6.7. Selección del método óptimo para el caso clásico de δ=0 (test clásico de homogeneidad de dos proporciones independientes) ... 79
II.6.7.1. Selección general ... 79
II.6.7.2. Selección para α=5% en el caso de grandes muestras (n≥160) ... 81
II.6.8. Evaluación del caso de la diferencia según el estudio de simulación del Capítulo I ... 81
II.7. CONCLUSIONES FINALES Y EJEMPLOS ... 82
II.7.1. Método óptimo ... 82
II.7.2. Fórmulas aconsejadas para realizar la inferencia ... 83
II.7.2.1. Caso general (para todo δ) ... 83
II.7.2.2. Caso particular (δ=0) ... 84
II.7.3. Ejemplos prácticos ... 85
II.7.3.1. Intervalo de confianza ... 85
II.7.3.2. Test de homogeneidad ... 87

CAPÍTULO III: K=2 EN EL CASO DEL COCIENTE

III.1. INTRODUCCIÓN ... 89
III.2. NOTACIÓN ... 90

III.2.1. Generalidades y estadístico base ... 90
III.2.2. Estimadores de las proporciones p_i ... 91
III.2.2.1. Estimadores no restringidos por H_0 ... 91
III.2.2.2. Estimadores sí restringidos por H_0 ... 92
III.2.3. Procedimientos de inferencia que se obtienen con cada estimador ... 93
III.2.4. Datos muestrales a utilizar y métodos de inferencia que proporcionan ... 94
III.3. RESULTADOS DE LA LITERATURA: DE TIPO TEÓRICO ... 95
III.3.1. Métodos basados en el estadístico Z ... 95
III.3.1.1. Generalidad ... 95
III.3.1.2. Método clásico de Wald ... 96
III.3.1.3. Método condicionado ... 96
III.3.1.4. Método incondicionado exacto ... 97
III.3.1.5. Método incondicionado Peskun ... 97
III.3.2. Métodos basados en el estadístico L ... 98
III.3.2.1. Generalidades ... 98
III.3.2.2. Métodos clásicos de Woolf y "adjusted" Woolf ... 98
III.3.2.3. Métodos de tipo Newcombe ... 99
III.3.2.4. Métodos condicionado e incondicionado exacto ... 100
III.3.3. Métodos basados en el estadístico X ... 100
III.3.4. Propiedades de los diversos estadísticos ... 101
III.4. RESULTADOS DE LA LITERATURA: DE TIPO PRÁCTICO ... 101
III.4.1. Generalidades sobre los estudios a realizar ... 101
III.4.2. Conclusiones de la literatura ... 102
III.5. APORTACIONES DE TIPO TEÓRICO ... 104
III.5.1. Procedimientos basados en el método de Newcombe ... 104
III.5.2. Valor aproximado del estimador de máxima verosimilitud (estimadores Aa y Ab) y procedimientos que ocasionan ... 105
III.5.3. Intervalo de confianza para los procedimientos ZPa/b ... 108
III.5.4. Estadísticos R y A ... 109
III.5.5. Estadísticos basados en los datos incrementados ... 109
III.5.6. Estadísticos con corrección por continuidad ... 110
III.5.7. Equivalencia entre la evaluación de un método de obtención de intervalos de confianza y su método de test asociado ... 111

III.6. APORTACIONES DE TIPO PRÁCTICO 111
III.6.1. Objetivo 111
III.6.2. Descripción del estudio a realizar y de los criterios a emplear para la selección del método óptimo 112
III.6.3. Selección del método óptimo de cada familia (en sus versiones sin cpc) 114
III.6.3.1. Selección entre los métodos de tipo Z (α=5%) 114
III.6.3.2. Selección entre los métodos de tipo R (α=5%) 116
III.6.3.3. Selección entre los métodos de tipo L (α=5%) 117
III.6.3.4. Selección entre los métodos de tipo X (α=5%) 119
III.6.3.5. Selección entre los métodos de tipo A (α=5%) 119
III.6.4. Selección del método óptimo sin cpc de entre los mejores de cada familia (α=1%, 5%, 10%): caso general y caso particular de grandes muestras . 120
III.6.5. Selección del método óptimo con/sin cpc de entre los dos métodos óptimos seleccionados (α=5%) 121
III.6.6. Verificación de los resultados de la literatura 121
III.6.7. Selección del método óptimo para el caso clásico ρ=1 (test clásico de homogeneidad de dos proporciones independientes) 122
III.7. CONCLUSIONES FINALES Y EJEMPLOS 122
III.7.1. Método óptimo 122
III.7.2. Fórmulas aconsejadas para realizar inferencia 123
III.7.2.1. Método óptimo en general: ZAb1 123
III.7.2.2. Método más sencillo, casi tan bueno como el anterior (especialmente para valores moderados de ρ): ZW4 124
III.7.2.3. Mejor método clásico, válido para $n_1+n_2 \geq 200$, α=5% y $0{,}1<\rho<10$: LW1 125
III.7.3. Ejemplos prácticos 125
III.7.3.1. Evaluación de una vacuna 125
III.7.3.2. Evaluación de un método diagnóstico binario 126

CAPÍTULO IV: K=2 EN EL RESTO DE LOS CASOS

IV.1. INTRODUCCIÓN 131
IV.2. NOTACIÓN 132
IV.2.1. Generalidades y estadístico base 132

IV.2.2. Estimadores de las proporciones p_i 133
IV.2.2.1. Estimadores no restringidos por H_0 133
IV.2.2.2. Estimadores sí restringidos por H_0 134
IV.2.3. Procedimientos de inferencia que se obtienen con cada estimador 135
IV.2.4. Datos muestrales a utilizar y métodos de inferencia que proporcionan... 135
IV.3. RESULTADOS DE LA LITERATURA 136
IV.3.1. Resultados de tipo teórico 136
IV.3.1.1. Método clásico de Wald 136
IV.3.1.2. Método incondicionado exacto 137
IV.3.1.3. Método incondicionado Peskun 137
IV.3.1.4. Propiedades a verificar por cualquier estadístico de contraste.... 138
IV.3.2. Resultados de tipo práctico 138
IV.4. APORTACIONES 138
IV.4.1. Aportaciones de tipo teórico 138
IV.4.1.1. Método de Newcombe-Zou 138
IV.4.1.2. Método de las marcas y equivalencia con el procedimiento ZE . 139
IV.4.1.3. Procedimiento y estimador A (incondicionado aproximado)...... 140
IV.4.1.4. Propiedades de equivalencia 140
IV.4.1.5. Estadísticos basados en los datos incrementados 142
IV.4.1.6. Estadístico con corrección por continuidad 142
IV.4.2. Aportaciones de tipo práctico 143
IV.4.2.1. Objetivo 143
IV.4.2.2. Descripción del estudio a realizar y de los criterios a emplear para la selección del óptimo 143
IV.4.2.3. Selección del método óptimo sin cpc (α=5%) 147
IV.4.2.4. Selección del método óptimo sin cpc de entre los seleccionados anteriormente y para los errores α=1%, 5% y 10%: evaluación general y detallada 148
IV.4.2.5. Selección del método óptimo con/sin cpc (α=5%) 149
IV.5. CONCLUSIONES FINALES Y EJEMPLOS 149
IV.5.1. Método óptimo 149
IV.5.2. Fórmulas aconsejadas para realizar inferencia cuando $|\beta_1|\neq|\beta_2|$ o $\beta_1=\beta_2$ .. 150
IV.5.2.1. Método óptimo para n_1<60 y α=10%: ZW2 150

IV.5.2.2. Método óptimo para el resto de los casos (y también en general): ZW4 ... 150

IV.5.3. Ejemplo práctico ... 150

CAPÍTULO V: K=1 O EL CASO DE UNA PROPORCIÓN

V.1. INTRODUCCIÓN ... 153

V.2. NOTACIÓN ... 154

V.2.1. Generalidades y estadístico base ... 154

V.2.2. Generalidades sobre las proporciones p_i ... 154

V.2.3. Procedimientos de inferencia que se obtienen con cada estimador ... 155

V.2.4. Datos muestrales a utilizar y métodos que proporcionan ... 155

V.3. RESULTADOS DE LA LITERATURA: DE TIPO TEÓRICO ... 156

V.3.1. Métodos basados en el estadístico Z ... 156

V.3.1.1. Generalidad ... 156

V.3.1.2. Método clásico de Wald y métodos “adjusted” Wald ... 157

V.3.1.3. Métodos condicionado ... 158

V.3.1.4. Estadístico Z con corrección por continuidad ... 158

V.3.2. Métodos basados en el estadístico G ... 158

V.3.3. Métodos basados en el estadístico A ... 159

V.4. RESULTADOS DE LA LITERATURA: DE TIPO PRÁCTICO ... 159

V.4.1. Generalidades sobre los estudios de simulación ... 159

V.4.2. Conclusiones de la literatura ... 160

V.5. APORTACIONES DE TIPO TEÓRICO ... 162

V.5.1. Test e intervalo de confianza para el procedimiento GE ... 162

V.5.2. Estadísticos basados en los datos incrementados ... 163

V.5.3. Estadístico A con corrección por continuidad ... 163

V.5.4. Equivalencia entre la evaluación de un método de obtención de intervalos de confianza y su método de test asociado ... 163

V.6. APORTACIONES DE TIPO PRÁCTICO ... 164

V.6.1. Objetivo ... 164

V.6.2. Descripción del estudio a realizar y de los criterios a emplear para la selección del método óptimo ... 165

V.6.3. Selección del método óptimo de cada familia (en sus versiones sin cpc). 167
V.6.3.1. Selección entre los métodos de tipo Z (α=5%) ... 167
V.6.3.2. Selección entre los métodos de tipo G (α=5%) ... 167
V.6.3.3. Selección entre los métodos de tipo A (α=5%) ... 168
V.6.4. Selección del método óptimo sin cpc de entre los mejores de cada familia (α=1%,5% y 10%): caso general y evaluación detallada ... 168
V.6.5. Selección del método óptimo con/sin cpc de entre los cuatro métodos óptimos seleccionados (α=5%) ... 169
V.6.6. Verificación de los resultados de la literatura ... 170
V.7. CONCLUSIONES FINALES Y EJEMPLOS ... 171
V.7.1. Método óptimo ... 171
V.7.2. Fórmulas aconsejadas para realizar inferencia ... 171
V.7.2.1. Método óptimo para α≥5%: A1 ... 171
V.7.2.2. Método óptimo para α=1% (válido también en general si n≥50): ZE0 ... 172
V.7.2.3. Método más sencillo y solo un poco peor que los anteriores: ZW2 ... 172
V.7.3. Ejemplos prácticos ... 172

CAPÍTULO VI: K=2 EN EL CASO ESPECIAL DE LA RAZÓN DEL PRODUCTO CRUZADO

VI.1. INTRODUCCIÓN ... 175
VI.2. NOTACIÓN ... 176
VI.2.1. Generalidades y estadísticos base ... 176
VI.2.2. Estimadores de las proporciones p_i ... 177
VI.2.3. Procedimientos de inferencia que se obtienen con cada estimador ... 177
VI.2.4. Datos muestrales a utilizar y métodos de inferencia que proporcionan ... 178
VI.3. RESULTADOS DE LA LITERATURA ... 178
VI.3.1. Resultados de tipo teórico ... 178
VI.3.1.1. Métodos basados en el estadístico X ... 178
VI.3.1.2. Métodos basados en el estadístico L ... 180
VI.3.1.3. Estadísticos con corrección por continuidad ... 181
VI.3.1.4. Estadísticos desde la perspectiva del $ln(O)$ ... 182

VI.3.2. Resultados de tipo práctico 182
VI.3.2.1. Generalidades sobre los estudios de simulación 182
VI.3.2.2. Conclusiones de la literatura 183
VI.4. APORTACIONES 184
VI.4.1. Aportaciones de tipo teórico 184
VI.5. CONCLUSIONES FINALES Y EJEMPLOS 184
VI.5.1. Método óptimo 184
VI.5.2. Fórmulas aconsejadas para realizar inferencia 185
VI.5.2.1. Método óptimo en general: XE0 185
VI.5.2.2. Método más sencillo, casi tan bueno como el anterior (especialmente para grandes muestras): LW1 185
VI.5.3. Ejemplo práctico 186

CONCLUSIONES 187

REFERENCIAS 191

APÉNDICE TABLAS 201

- Tabla AI.1 202
- Tabla AI.2 204
- Tabla AI.3 206
- Tabla AI.4 208
- Tabla AI.5 212
- Tabla AI.6 214
- Tabla AI.7 216
- Tabla AI.8 218
- Tabla AI.9 220
- Tabla AII.1 222
- Tabla AII.2 234
- Tabla AII.3 235
- Tabla AII.4 y Tabla AII.5 238
- Tabla AII.6, Tabla AII.7 y Tabla AII.8 239
- Tabla AII.9 240

- Tabla AII.10 241
- Tabla AII.11 242
- Tabla AII.12 243
- Tabla AIII.1. 244
- Tabla AIII.2 268
- Tabla AIII.3 271
- Tabla AIII.4 277
- Tabla AIII.5 278
- Tabla AIII.6, Tabla AIII.7 y Tabla AIII.8 279
- Tabla AIII.9 280
- Tabla AIV.1 281
- Tabla AIV.2 287
- Tabla AIV.3 288
- Tabla AIV.4 y Tabla AIV.5 291
- Tabla AIV.6 292
- Tabla AV.1 293
- Tabla AV.2 298
- Tabla AV.3 299
- Tabla AV.4 300
- Tabla AV.5 301
- Tabla AV.6 304
- Tabla AV.7 305
- Tabla AV.8 y Tabla AV.9 306

PRÓLOGO

Las inferencias de dos colas sobre una combinación lineal $L=\Sigma\beta_i p_i$ de K proporciones binomiales independientes p_i son muy frecuentes en la investigación aplicada (Tebbs and Roths, 2008). En particular, los casos con $K\leq 2$ han recibido gran atención desde casi los inicios de la Estadística. Cuando K=1 y β_1=1, el objetivo es realizar inferencias sobre una proporción p_1 (como en Agresti and Coull, 1998). Cuando K=2, los objetivos pueden ser varios: la diferencia $d=p_2-p_1$ de dos proporciones si $\beta_1=-1$ y $\beta_2=+1$ (como en Agresti and Caffo, 2000), la suma $S=p_1+p_2$ de dos proporciones si $\beta_1=+1$ y $\beta_2=+1$ (como en la evaluación de métodos de diagnóstico binarios), la razón $R= p_2/p_1$ de dos proporciones si $\beta_1=-R$ y $\beta_2=+1$ (como en Agresti, 2003), o una combinación lineal de dos proporciones con $\beta_1<0$ (como en Phillips, 2003). Los casos con $K>2$ son históricamente bastante menos habituales, pero en los últimos años se les está prestando más atención dado su gran interés práctico (Newcombe, 2001; Price and Bonett, 2004; Schaarschmidt *et al.* 2008; Tebbs and Roths, 2008; Agresti *et al.*, 2008; Zou *et al.*, 2009; etc.).

En unas ocasiones la combinación lineal L es un contraste ($\Sigma\beta_i$=0), en cuyo caso suele interesar realizar el test de hipótesis para la hipótesis nula H: L=0 o determinar un intervalo de confianza para L (IC en adelante). En otras ocasiones la combinación lineal L no es un contraste ($\Sigma\beta_i\neq 0$), en cuyo caso suele interesar determinar un IC de dos colas para L. Sea cual sea el caso, la realización de ambas inferencias pueden enfocarse desde la única perspectiva de la realización de un test de hipótesis acerca de L (H_0: $L=\lambda$ *vs.* H_1: $L\neq\lambda$, en donde λ es una constante tal que $B^{-}=\sum_{\beta_i<0}\beta_i \leq \lambda \leq \sum_{\beta_i>0}\beta_i = B^{+}$) pues, como es habitual hoy día, el IC se obtiene mediante la inversión del test anterior: el IC es el conjunto de todos los valores de λ en los que el test anterior da un valor p mayor que α (si $1-\alpha$ es la confianza deseada para el IC). Como el test también puede realizarse a través del IC (el test es significativo si el IC no contiene al valor λ), en los próximos capítulos se utilizará el procedimiento que sea más cómodo para la definición o el análisis que se persiga. De todos modos, en esta memoria se explicitará generalmente ambos tipos de inferencia.

Adicionalmente, a la hora de evaluar un determinado procedimiento puede elegirse la perspectiva del test o la perspectiva del IC. Para evaluar un procedimiento de obtención de IC, suelen utilizarse los parámetros recubrimiento real y longitud media; para evaluar un procedimiento de realización de un test, suelen utilizarse los parámetros error real y potencia (todos estos parámetros se definirán explícitamente más adelante). Como el recubrimiento real y el error real suman 1 (ver las demostraciones específicas en aquellos capítulos en los que la evaluación de los procedimientos se realizan a través de un test de hipótesis) y, además, como cuanto mayor es la potencia del test menor será la longitud del IC que se obtenga mediante inversión del mismo, la consecuencia es que ambas evaluaciones son equivalentes. De ahí que en cada ocasión se utilice la perspectiva que sea más cómoda.

Desde la perspectiva de la estadística clásica (no bayesiana), que es la de la memoria actual, los procedimientos para realizar la inferencia pueden ser de tipo exacto (el error real α^* nunca es mayor que el error nominal α) o de tipo aproximado (el error real α^* puede ser mayor que el error nominal α). En el caso exacto, los métodos (cuando existen) son computacionalmente intensivos, requieren de programas informáticos especiales y son poco factibles para tamaños de muestra moderadamente grandes (Santner *et al.*, 2007), salvo en el caso de una única proporción. Esta memoria se dedica al caso aproximado.

En el caso aproximado, las inferencias pueden estar basadas en la distribución real de las variables implicadas (una *K*-binomial) o en la distribución asintótica del estadístico utilizado para la inferencia (usualmente la distribución normal). Las primeras, en ocasiones denominadas inferencias "quasi-exactas" (Chen, 2002) o "casi exactas" (Agresti, 2003), requieren de cierta intensidad de cómputo y pueden estar basadas en el *p*-value tradicional (Kang and Chen, 2000) o en el mid *p*-value (Agresti and Gottard, 2007). Las segundas, generalmente denominadas inferencias asintóticas o con grandes muestras, suelen ser más sencillas de aplicar y algunas de ellas tienen un gran interés pedagógico (Agresti and Caffo, 2000). Esta memoria está dedicada a las inferencias asintóticas, con la única exclusión de que no se analiza el clásico test de la razón de verosimilitudes. La razón para ello es doble. Por un lado, la experiencia con los casos de la diferencia y razón de proporciones indica que dicho método funciona mal, salvo que los tamaños de muestra sean muy grandes (que es donde todos los métodos van bien); por otro, el método requiere de una cierta intensidad de cómputo (y uno de los objetivos de esta memoria es obtener métodos sencillos de utilizar).

Esta memoria tiene dos objetivos. Por un lado, proponer nuevos métodos asintóticos de tipo clásico para la realización de inferencias de dos colas acerca de una combinación lineal de K proporciones binomiales independientes. Por otro, seleccionar el método óptimo de entre las nuevas propuestas y las proporcionadas por la literatura, con énfasis especial en los métodos de menor intensidad de cómputo.

Con respecto a las aportaciones prácticas (la selección del método óptimo), conviene señalar que toda la memoria está basada en el clásico criterio de Armitage: el valor p de cualquier test asintótico de dos colas es el doble del valor p del mismo test asintótico de una cola (en la dirección de menor valor p). Una opción alternativa consistiría en aplicar el criterio de Mantel (1974), según el cual el valor p del test de dos colas es la suma de los valores p de dos tests de una cola (uno en base al resultado observado, otro en base al resultado de la otra cola que es tan extremo o más que el observado). En nuestro caso multidimensional, el criterio debe modificarse en el sentido siguiente. Si el valor observado es $\overline{L}>\lambda$ (por ejemplo), entonces el valor simétrico de la otra cola será $\overline{L}'=\lambda-(\overline{L}-\lambda)=2\lambda-\overline{L}$; si el mismo es lícito (es decir si está entre B^{-} y B^{+}), entonces el valor p es el de Armitage; si no lo es, entonces el valor p será solo el del test de una cola. De un modo más formal, si z alude a una variable aleatoria normal típica y z_{exp} alude al valor observado del estadístico de contraste, entonces el valor p por el método de Armitage (lo clásico) será $2\times\Pr\{z\geq|z_{exp}|\}$, en tanto que por el método de Mantel el valor p será el anterior solo si $2\lambda-B^{+}\leq\overline{L}\leq 2\lambda-B^{-}$, pues su valor es de solo $\Pr\{z\geq|z_{exp}|\}$ en otro caso. La razón de que esta memoria excluya el procedimiento de Mantel es que hemos comprobado que el mismo no mejora ninguna de las conclusiones obtenidas.

Esta memoria está organizada como sigue. En el Capítulo I se abordarán los aspectos teóricos del caso general de K proporciones y los aspectos prácticos del caso $K\geq3$. En los Capítulos II y III se abordarán los aspectos teóricos y prácticos de los casos de la diferencia y razón de dos proporciones respectivamente (ambos pertenecientes al caso K=2), reservando el Capítulo IV para el resto de los casos con K=2. Finalmente, en el Capítulo V se abordarán los aspectos teóricos y prácticos del caso de una proporción (K=1). Se nos va a disculpar que, a fin de que los capítulos puedan leerse independientemente, determinados razonamientos y descripciones se repitan en muchos de ellos (llegando a ser excesivamente reiterativos).

Adicionalmente, el Capítulo VI aborda brevemente (sin intención de efectuar aportaciones de relevancia) el caso del conocido parámetro de la razón del producto cruzado (odds-ratio). De un modo objetivo, tal parámetro no debería incluirse en la memoria por no ser susceptible de ser analizado desde la perspectiva actual (una combinación lineal de proporciones); sin embargo, hemos preferido hacerlo dada su importancia, su relación con los casos de dos proporciones y porque participa de ciertas singularidades comunes a los casos de la diferencia y la razón.

Finalmente debe señalarse que, como las selecciones realizadas en esta memoria se basan en un gran número de tablas -imposibles de explicitar al completo-, en el Apéndice final de la misma se recogen solo las tablas más importantes. El lector interesado puede solicitar al autor las tablas completas.

CAPÍTULO I

K=CUALQUIERA Y CASO $K \geq 3$

I.1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años han tomado gran importancia (Tebbs & Roths, 2008) las inferencias acerca de una combinación lineal $L=\Sigma\beta_i p_i$ de varias proporciones binomiales independientes p_i (es decir, inferencias basadas en la toma de muestras independientes de las poblaciones objetivo), especialmente en el ámbito de las Ciencias de la Salud.

Tabla I.1

Tabla 2×*K* para muestras independientes

Muestras	SÍ	NO	Total	Coeficientes
1	x_1	y_1	n_1	β_1
2	x_2	y_2	n_2	β_2
…	...	...	...	...
K	x_k	y_k	n_k	β_k
Total	a_1	a_2	n	

Los datos obtenidos en este tipo de estudios suelen presentarse en el formato de la Tabla I.1, en donde SÍ/NO alude a la presencia o ausencia de la característica que se estudia, x_i (y_i) es el nº de individuos de entre los n_i (tamaño de muestra) que sí (no) presentan la característica, β_i son los coeficientes de la combinación lineal (que habitualmente son conocidos y distintos de 0), $a_1=\Sigma x_i$ ($a_2=\Sigma y_i$) es el total de individuos que sí (no) presentan la característica y, finalmente, $n=\Sigma a_i=\Sigma n_i$ es el tamaño total de la experiencia. Las variables aleatorias x_i siguen distribuciones binomiales independientes $B(n_i, p_i)$, con $i=1,2,...,K$, en donde p_i es la proporción (desconocida) de individuos de la población i que presentan la característica en estudio.

La combinación lineal L puede ser en unas ocasiones un contraste ($\Sigma\beta_i=0$) y en otras puede no serlo ($\Sigma\beta_i\neq0$). En función de la situación, interesará realizar un test o un IC para L. Como el test puede realizarse a través del IC y el IC puede obtenerse mediante la inversión del test, en lo que sigue se utilizará la perspectiva que sea más cómoda.

Históricamente, la atención se ha centrado en los casos con $K\leq2$, especialmente en el ámbito de las investigaciones médicas. Ejemplos prácticos son el caso de los ensayos clínicos (que comparan dos tratamientos en función de su respuesta, usualmente el éxito del tratamiento, en donde K=2), el caso de estudios epidemiológicos (que tratan de ver la relación entre un factor de riesgo y una enfermedad o efecto indeseado, en donde también K=2) o el caso más frecuente de las inferencias acerca de una única proporción (en donde K=1). Cuando K=2, los objetivos pueden ser varios:

- Realizar inferencias sobre la diferencia $d=p_2-p_1$ de dos proporciones (es decir, sobre L para $\beta_1=-1$ y $\beta_2=+1$): Newcombe (1998), Agresti & Caffo (2000), Kang & Chen (2000), Martín & Herranz (2003), Brown & Li (2005), Santner et al. (2007), etc.
- Realizar inferencias sobre la razón $R=p_2/p_1$ de dos proporciones (es decir, sobre H_0: $L=p_2-Rp_1=0$ para $\beta_1=-R$ y $\beta_2=+1$): Chan (2003), Agresti (2003), Dann & Koch (2005), Price & Bonett (2008), etc.
- Realizar inferencias sobre una combinación lineal $L=\beta_2p_2+\beta_1p_1$ de dos proporciones (en los ensayos de no-inferioridad con $\beta_1<0$): Phillips (2003) y Martín & Herranz (2010).

Cuando K=1 (con lo que puede hacerse $\beta_1=1$), el objetivo será realizar inferencias sobre la única proporción p_1: Agresti & Coull (1998), Newcombe (1998), Brown *et al.* (2001), Agresti & Caffo (2000), etc.

Los casos con $K>2$ son bastante menos habituales pero, aunque en los últimos años se les está prestando más atención dado su gran interés práctico (Newcombe, 2001; Price & Bonett, 2004; Schaarschmidt *et al.* 2008; Tebbs & Roths, 2008; Agresti *et al.*, 2008; Zou *et al.*, 2009), el problema solo se ha abordado desde el punto de vista de los IC obtenidos por el método clásico de Wald.

Este capítulo tiene dos finalidades. Desde el punto de vista teórico, se analizará el caso de una combinación lineal de proporciones para cualquier valor de K. Desde el punto de vista práctico, se seleccionará el mejor método para realizar inferencias en el caso de K>2 (en realidad, en los casos de K=3 o 4). El resto de casos, es decir cuando K≤2, se analizarán específicamente en los capítulos siguientes (pues ellos tienen un interés práctico extra).

I.2. NOTACIÓN

I.2.1. Generalidades y estadístico base

Sean K variables aleatorias binomiales independientes $x_i \sim B(n_i, p_i)$ con i=1, 2,…, K y sea $L=\Sigma\beta_i p_i$ el parámetro de interés (con las proporciones p_i desconocidas y los parámetros β_i usualmente conocidos y distintos de 0). Sea $\overline{L}=\sum\beta_i\overline{p}_i$, con $\overline{p}_i=x_i/n_i$ las proporciones muestrales. Como el estadístico $\overline{L}$ es asintóticamente normal, con media y varianza las indicadas a continuación:

$$\overline{L}=\sum\beta_i\overline{p}_i \xrightarrow{d} N\left(\sum\beta_i p_i;\sum\beta_i^2 p_i q_i/n_i\right),$$

en donde $q_i=1-p_i$, entonces para contrastar H_0: $L=\lambda$ *vs.* H_1: $L\neq\lambda$ hay que comparar del modo clásico el valor experimental del estadístico

$$z_{exp}^2=\frac{\left(\overline{L}-\lambda\right)^2}{\sum\beta_i^2 p_i q_i/n_i} \tag{1.1}$$

con $z_{\alpha/2}^2$ (en donde $z_{\alpha/2}$ es el percentil $(1-\alpha/2)\times 100\%$ de la distribución normal típica). El IC $(1-\alpha)$ para L se obtiene invirtiendo el test, es decir despejando λ en la ecuación $z_{exp}^2=z_{\alpha/2}^2$. En particular, si las proporciones p_i no dependen de λ, entonces el IC tendrá la forma:

$$L\in\overline{L}\pm z_{\alpha/2}\sqrt{\sum\beta_i^2 p_i q_i/n_i} \tag{1.2}$$

Las expresiones (1.1) y (1.2) no tienen utilidad práctica alguna hasta que las proporciones p_i desconocidas sean sustituidas por una estimación de las mismas. Como tal estimación puede realizarse por muy diferentes caminos y los métodos de tests que se obtienen son muy variados en la literatura, en esta sección se van a definir -sin justificar- todos ellos a fin de homogeneizar la notación; más adelante se proporcionarán todas las justificaciones precisas.

Para lo que sigue se notará por $B^+=\sum_{\beta_i>0}\beta_i$, $B^-=\sum_{\beta_i<0}\beta_i$ y $B=\sum\beta_i$. Obsérvese que $B^+-B^-=\Sigma|\beta_i|$. Como $0\leq p_i, \overline{p}_i\leq 1$ y $B^-\leq B\leq B^+$ entonces $B^-\leq \lambda, \overline{L}, B\leq B^+$ y además se verifica que $-\sum|\beta_i|\leq\left(B-2\overline{L}\right),\left(B-2\lambda\right),\overline{L}-\lambda\leq+\sum|\beta_i|$.

I.2.2. Estimadores de las proporciones p_i

A continuación se describen los distintos estimadores de las proporciones p_i que se utilizan a lo largo de este capítulo, denotando en mayúsculas y negrita la letra abreviada que designará el procedimiento de inferencia que proporciona cada estimador.

I.2.2.1. Estimadores no restringidos por H_0

La opción más sencilla y más empleada para estimar las proporciones p_i consiste en utilizar los estimadores clásicos de máxima verosimilitud simple (es decir, las proporciones muestrales):

$$\textbf{W}\text{ (Wald): } \overline{p}_i = x_i / n_i \tag{1.3}$$

Una opción más reciente (Newcombe, 1998), consiste en sustituir las proporciones desconocidas por el extremo apropiado del IC de Wilson (1927):

$$\textbf{N}\text{ (Newcombe-Zou): } \ddot{p}_i = \begin{cases} u_i \text{ (si } \beta_i > 0),\ l_i \text{ (si } \beta_i < 0) \text{ si } \overline{L} < \lambda \\ l_i \text{ (si } \beta_i < 0),\ u_i \text{ (si } \beta_i < 0) \text{ si } \overline{L} > \lambda \end{cases} \tag{1.4}$$

con

$$l_i = \frac{x_i + \dfrac{z_{\alpha/2}^2}{2} - z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{z_{\alpha/2}^2}{4} + \dfrac{x_i y_i}{n_i}}}{n_i + z_{\alpha/2}^2} \text{ y } u_i = \frac{x_i + \dfrac{z_{\alpha/2}^2}{2} + z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{z_{\alpha/2}^2}{4} + \dfrac{x_i y_i}{n_i}}}{n_i + z_{\alpha/2}^2} \tag{1.5}$$

siendo (l_i , u_i) el IC de dos colas al 100·(1–α)% para la proporción p_i.

I.2.2.2. Estimadores sí restringidos por H_0

La principal aportación que se desarrolla en esta memoria consiste en utilizar los estimadores de máxima verosimilitud $\hat{p}_i$ bajo H_0 siguientes:

$$\textbf{E (Incondicionado exacto): } \hat{p}_i = \left(n_i + \beta_i C - R_i\right)/2\beta_i C \tag{1.6}$$

en donde $R_i^2 = n_i^2 + 2n_i\beta_i b_i C + \beta_i^2 C^2$, $b_i = 1 - 2\overline{p}_i$ y C es la única solución distinta de 0 de la ecuación $y = n + \left(B - 2\lambda\right)C - \sum R_i = 0$.

Otro tipo de estimadores son los obtenidos por el método de Peskun (1993):

$$\textbf{P (Incondicionado tipo Peskun): } \breve{p}_i = \frac{1}{2}\left\{1 - \frac{n_i}{\beta_i}\gamma\right\} \text{ donde } \gamma = \frac{B - 2\lambda}{n} \tag{1.7}$$

Como puede suceder que el valor de $\breve{p}_i$ no esté comprendido entre 0 y 1, podría ser conveniente exigir que cumpla esta condición; de ahí que los estimadores $\breve{p}_i$ tengan dos versiones:

Pa: $\breve{p}_i$= (1.7)

Pb: $\breve{p}_i$= (1.7) restringidos a estar entre 0 y 1 ($\breve{p}_i$=0 si $\breve{p}_i$<0 y $\breve{p}_i$=1 si $\breve{p}_i$>1).

I.2.3. Procedimientos de inferencia que se obtienen con cada estimador

Cuando en la expresión (1.1) se sustituye cada uno de los estimadores aludidos en la sección anterior se obtienen los estadísticos z_W^2, z_N^2, z_E^2, z_{Pa}^2 y z_{Pb}^2, cada uno de los cuales dan lugar a un <u>procedimiento de test</u> diferente. Al invertir el mismo, se obtiene un <u>procedimiento de IC</u> diferente. En ambos casos, el nombre del procedimiento es el mismo que el del estimador que se utiliza: procedimiento W, N, E, Pa o Pb. A continuación se explicita el IC (λ_I , λ_S) obtenido en cada caso (pues no es tan evidente como el del estadístico de contraste). Los dos primeros casos no presentan dificultad pues, no dependiendo de λ el estimador de las p_i, basta con utilizar directamente la expresión (1.2)

$$\textbf{IC}_\textbf{W}\textbf{:}\ L \in \overline{L} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\sum \frac{\beta_i^2 \overline{p}_i \overline{q}_i}{n_i}} \tag{1.8}$$

$$\textbf{IC}_\textbf{N}\textbf{:}\ L \in \overline{L} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\sum \frac{\beta_i^2 \ddot{p}_i \ddot{q}_i}{n_i}} \tag{1.9}$$

en donde $\ddot{p}_i$ viene dada por (1.4) con (l_i, u_i) el IC de Wilson para una proporción definido por (1.5) y cuyas ecuaciones provienen de la expresión:

$$\left(l_i, u_i\right) = \frac{n_i}{n_i + z_{\alpha/2}^2}\left\{\overline{p}_i + \frac{z_{\alpha/2}^2}{2n_i} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\left(\frac{z_{\alpha/2}^2}{2n_i}\right)^2 + \frac{\overline{p}_i\left(1-\overline{p}_i\right)}{n_i}}\right\} \tag{1.10}$$

Para los otros casos hay que realizar ciertas operaciones (detalladas más adelante) que llevan a los siguientes IC:

IC$_\text{E}$: Las únicas dos soluciones (λ_I , λ_S) de la ecuación:

$$y = n\left(\overline{L} - \lambda\right) + \left(B - 2L\right) z_{\alpha/2}^2 - \left[\text{Signo}\left(\overline{L} - \lambda\right)\right]\sum R_i = 0 \tag{1.11}$$

con $R_i^2 = n_i^2\left(\overline{L} - \lambda\right)^2 + \beta_i^4 z_{\alpha/2}^4 + 2n_i\beta_i\left(1 - 2\overline{p}_i\right)\left(\overline{L} - \lambda\right) z_{\alpha/2}^2$ y $B^- \le \lambda_I < \overline{L} < \lambda_S \le B^+$. Si no existe solución λ_I (λ_S) entonces λ_I=B^- (λ_S=B^+).

$$\textbf{IC}_\textbf{Pa}\textbf{:}\ L \in \frac{n}{n + z_{\alpha/2}^2}\left\{\overline{L} + \frac{Bz_{\alpha/2}^2}{2n^2} \pm \frac{z_{\alpha/2}}{2}\sqrt{\frac{n + z_{\alpha/2}^2}{n}\left(\sum \frac{\beta_i^2}{n_i}\right) - \frac{\left(B - 2\overline{L}\right)^2}{n}}\right\} \tag{1.12}$$

$$\textbf{IC}_\textbf{Pb}\textbf{:}\ L \in \frac{n^2}{n^2 + \overline{n} z_{\alpha/2}^2}\left\{\overline{L} + \frac{\overline{n} B z_{\alpha/2}^2}{2n^2} \pm \frac{z_{\alpha/2}}{2}\sqrt{\overline{S}\,\frac{n^2 + \overline{n} z_{\alpha/2}^2}{n^2} - \overline{n}\left(\frac{B - 2\overline{L}}{n}\right)^2}\right\} \tag{1.13}$$

con $\overline{S} = \sum_I \frac{\beta_i^2}{n_i}$, $\overline{n} = \sum_I n_i$ e $I = \left\{ i \mid \lambda \in \frac{1}{2}\left(B \pm \frac{|\beta_i|}{n_i} n\right)\right\}$.

El problema con este último IC es que su obtención puede requerir aplicar variar veces la expresión (1.13). Para obtener el IC anterior es preciso realizar los pasos siguientes:

1. Hacer $I=\{1, 2,\ldots, K\}$ y obtener los dos valores λ_I y λ_S que proporcionan la expresión (1.13).
2. Si λ_I y λ_S verifican la expresión $\lambda \in \left(B \pm |\beta_i|\, n/n_i\right)/2$ $\forall i \in I$, el proceso finaliza.
3. En otro caso, el extremo que haya fallado hay que obtenerlo de nuevo para un nuevo conjunto I que se obtiene eliminando del anterior todos los valores r tales que $|\beta_r|/n_r = min_{i\in I}|\beta_i|/n_i$.
4. Así sucesivamente hasta que el proceso finalice, es decir hasta que λ_I y λ_S verifiquen la expresión $\lambda \in \left(B \pm |\beta_i|\, n/n_i\right)/2$ en todos los valores $i\in I$, con I el conjunto asociado al valor λ_I o λ_S considerado.

I.2.4. Modificación de los datos muestrales y métodos de inferencia que se obtienen

Las fórmulas anteriores pueden utilizarse en base a los datos originales (x_i, y_i, n_i) o en base a los datos incrementados en una cantidad determinada h_i, es decir en base a los datos modificados (x_i+h_i, y_i+h_i, n_i+2h_i). Este incremento tiene su origen en los métodos "adjusted" Wald, que consisten en aplicar el clásico procedimiento W a los datos incrementados en una cierta cantidad (lo que, para el caso de una proporción, venía sugerido por el hecho de que el centro del intervalo "adjusted" Wald coincide con el centro del intervalo de Wilson). La razón de este modo de proceder radica en la reconocida mala actuación del procedimiento W, por lo que el objetivo de este incremento es mejorar su comportamiento.

A continuación se denotan los valores posibles del incremento h_i y el dígito (en negrita) que lo identificará:

0: $h_i=0$ (clásico)

1: $h_i=2/K$ (Price & Bonett)

2: $h_i=z_{\alpha/2}^2/2K$

3:

$$h_i = \begin{cases} \dfrac{z_{\alpha/2}^2}{2}.\dfrac{1+I_i K}{K} \text{ con } \mathrm{I}_i = \begin{cases} 1 \text{ si } \overline{p}_i = \dfrac{1+s_i}{2} \\ 0 \text{ en otro caso} \end{cases} \text{ en el extremo inferior } \lambda_I \\ \dfrac{z_{\alpha/2}^2}{2}.\dfrac{1+S_i K}{K} \text{ con } \mathrm{S}_i = \begin{cases} 1 \text{ si } \overline{p}_i = \dfrac{1-s_i}{2} \\ 0 \text{ en otro caso} \end{cases} \text{ en el extremo superior } \lambda_S \end{cases} \text{con } s_i = \begin{cases} +1 \text{ si } \beta_i > 0 \\ -1 \text{ si } \beta_i < 0 \end{cases}.$$

Existen otros posibles incrementos que se descartan aquí pues la literatura o nuestros propios resultados, aludidos más abajo, han demostrado que no mejoran a los anteriores.

Cada uno de los 4 incrementos anteriores (0, 1, 2 y 3) puede aplicarse a cada uno de los 5 procedimientos de la sección anterior (W, N, E, Pa y Pb), dando lugar así a 20 métodos de inferencia distintos; en lo que sigue ellos serán notados por la letra del procedimiento y el dígito del incremento correspondiente: W0, W1, W2, W3, N0, ..., Pb3.

I.3. RESULTADOS DE LA LITERATURA

I.3.1. Resultados teóricos

I.3.1.1. Método clásico de Wald y métodos "adjusted" Wald

El método de inferencia más simple y conocido consiste en sustituir las proporciones p_i por la expresión (1.3) (estimador no restringido a H_0: $L=\lambda$). Esto da lugar al clásico estadístico de Wald

$$z_W^2 = \frac{\left(\overline{L}-\lambda\right)^2}{\sum \beta_i^2 \overline{p}_i \overline{q}_i / n_i}, \qquad (1.14)$$

y al clásico IC de Wald dado por la expresión (1.8): ambos son los notados aquí de modo genérico por método W0.

Price & Bonett (2004) comprueban heurísticamente que el método W0 mejora sustancialmente si se le aplica a los datos incrementados en h_i=2/K, es decir si se aplica el método "adjusted" Wald W1. El procedimiento es compatible con lo aconsejado por Agresti & Coull (1998) para el caso de una proporción y por Agresti & Caffo (2000) para el caso de la diferencia de dos proporciones.

Schaarschmidt *et al.* (2008) comprueban el comportamiento del procedimiento

W aplicado a los datos incrementados en las cantidades h_i=1 y h_i=0,5, seleccionando la primera opción. Estos autores no evalúan la propuesta de Price & Bonett pues, según sus resultados (que no muestran), el método W1 se comporta de forma más liberal que el caso de h_i=1 cuando $K\geq6$ y α=5%. Sin embargo su análisis se centra en el caso de las comparaciones múltiples, algo que no cae dentro de los objetivos de esta memoria, y Price and Bonett sí presentaron datos de que el método W1 es mejor que el basado en h_i=1.

I.3.1.2. Métodos de tipo bayesiano

Aparte del método clásico W0, existen en la literatura otros procedimientos. Tebbs & Roths (2008) proponen sustituir los K–1 parámetros perturbadores por unos estimadores de tipo bayesiano, reparametrizando el estadístico de interés L y generalizando el trabajo de Beal (1987) (que se centró en el caso particular de K=2). Aunque este tipo de estimadores no se verán en este trabajo, sí se tendrán en cuenta las comparaciones que hacen los autores con respecto a los métodos utilizados desde la perspectiva clásica.

I.3.1.3. Método de tipo Newcombe

Wilson (1927) indicó que el IC asintótico para una única proporción p es la solución de la ecuación $|p-\overline{p}|=z_{\alpha/2}\sqrt{p(1-p)/n}$. Si esta fórmula se aplica a cada una de las proporciones p_i actuales, entonces las ecuaciones a resolver proporcionarían los límites l_i y u_i, para cada i=1,…, K, dados por la expresión (1.10). Tanto Newcombe (2001) para K=2 y 4 y $\Sigma\beta_i$=0, como Zou *et al.* (2009) para cualquier valor de K y de $\Sigma\beta_i$, proponen sustituir en el IC (1.2) las proporciones desconocidas p_i por los valores definidos a partir del IC de Wilson, lo que lleva al IC_N de la expresión (1.9). Aunque la propuesta inicial es de Newcombe, son Zou *et al.* los que proporcionan una justificación de la misma (que a continuación se explica con más detalle). La clave es la expresión $\mathrm{V}(\overline{L})=\Sigma\beta_i^2\mathrm{V}(\overline{p}_i)$. Si se conociera el valor del estimador $\hat{\mathrm{V}}(\overline{p}_i)$, entonces $L\in\overline{L}\pm z_{\alpha/2}\sqrt{\Sigma\beta_i^2\hat{\mathrm{V}}(\overline{p}_i)}$, en donde $\hat{\mathrm{V}}(\overline{p}_i)$ deben obtenerse en las cercanías de los extremos del

IC. Como asintóticamente $p_i \in \overline{p}_i \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\hat{\mathrm{V}}(\overline{p}_i)}$=($l_i$; u_i), entonces $\hat{\mathrm{V}}(\overline{p}_i) \approx (\overline{p}_i - l_i)^2 / z^2_{\alpha/2}$ o $(\overline{p}_i - u_i)^2 / z^2_{\alpha/2}$ según que p_i=l_i o p_i=u_i. Pero como en el hipercubo $\prod[l_i;u_i]$ la función L=Σ$\beta_i p_i$ alcanza los valores extremos Mín $L=\sum_{\beta_i>0}\beta_i l_i + \sum_{\beta_i<0}\beta_i u_i$ y Máx $L=\sum_{\beta_i>0}\beta_i u_i + \sum_{\beta_i<0}\beta_i l_i$, entonces los valores de $\hat{\mathrm{V}}(\overline{p}_i)$ se calculan en p_i=l_i (si β_i>0) y en p_i=u_i (si β_i<0) para obtener el extremo inferior de L, y en p_i=u_i (si β_i>0) y en p_i=l_i (si β_i<0) para obtener el extremo superior de L. De ahí que:

$$L \in \overline{L}\begin{cases} +\sqrt{\sum_{\beta_i>0}\beta_i^2(\overline{p}_i-u_i)^2+\sum_{\beta_i<0}\beta_i^2(\overline{p}_i-l_i)^2} = +\sqrt{\sum\left\{\beta_i\overline{p}_i - \text{máx}(\beta_i l_i;\beta_i u_i)\right\}^2} \\ -\sqrt{\sum_{\beta_i>0}\beta_i^2(\overline{p}_i-l_i)^2+\sum_{\beta_i<0}\beta_i^2(\overline{p}_i-u_i)^2} = -\sqrt{\sum\left\{\beta_i\overline{p}_i - \text{mín}(\beta_i l_i;\beta_i u_i)\right\}^2} \end{cases} \quad (1.15)$$

en donde las segundas expresiones son las originales de Zou *et al.* y las primeras son una adecuación (personal) al formato de Newcombe. Más adelante se verá que esta expresión es la misma que la (1.9).

I.3.2. Resultados prácticos

I.3.2.1. Generalidades sobre los estudios de simulación

En general, con el fin de realizar comparaciones entre los distintos métodos, la mayoría de los autores evalúan los IC obtenidos por cada método al 100(1−α)% a través de los parámetros recubrimiento real R y longitud l del intervalo para unos valores fijados de p_i. El recubrimiento R del intervalo se define como:

$$R=\sum_{x_1=0}^{n_1}\sum_{x_2=0}^{n_2}\cdots\sum_{x_K=0}^{n_K}\prod_{i=1}^{K}\binom{n_i}{x_i}p_i^{x_i}q_i^{n_i-x_i}I(x_1,x_2,\ldots,x_K) \quad (1.16)$$

en donde $I(x_1, x_2, ..., x_K)$=1 si el IC (λ_I, λ_S) que ocasionan las observaciones ($x_1, x_2, ..., x_K$) contiene a L=Σ$\beta_i p_i$ e $I(x_1, x_2, ..., x_K)$=0 en otro caso, es decir si $L \notin (\lambda_I, \lambda_S)$. Dado que R es una probabilidad, entonces 0≤R≤1.

La longitud l del intervalo se define como:

$$l=\sum_{x_1=0}^{n_1}\sum_{x_2=0}^{n_2}\cdots\sum_{x_K=0}^{n_K}\prod_{i=1}^{K}\binom{n_i}{x_i}p_i^{x_i}q_i^{n_i-x_i}(\lambda_S-\lambda_I) \quad (1.17)$$

Como $B^- \leq \lambda_I, \lambda_S \leq B^+$ y $\lambda_I < \lambda_S$, entonces $0 \leq l \leq B^+ - B^-$.

Para cada par de valores (n_i, β_i), los diversos autores generan aleatoriamente un gran número N de conjuntos de p_i a partir de una distribución uniforme [0, 1], calculando el IC para cada L por el método a evaluar y con una confianza que generalmente es del 95%. A continuación calculan para cada método todos o algunos de los siguientes parámetros: la media de R (*Rmean*=$\left[\left\{\sum R_j\right\}/N\right] \cdot 100\%$), la media de l (*lmean*=$\left(\sum l_j\right)/N$), el mínimo valor de R (*Rmin*=$\left\{min_j\ R_j\right\} \cdot 100\%$), correspondiendo el subíndice j a cada repetición (j=0, 1,…, N) y el porcentaje de veces (*R<93*) en que R_j<93% (a fin de controlar el número de veces en que el método es demasiado liberal).

Lo deseable en general es que *Rmean* sea del 95% en promedio (el método será conservador si *Rmean* es mayor que 95%, siendo liberal en otro caso), que *Rmin* sea lo más cercano posible al 95% y que *R<93* y *lmean* sean lo más pequeños posible.

I.3.2.2. Conclusiones de la literatura

Las conclusiones obtenidas a partir de las diversas comparaciones efectuadas por los distintos autores, pueden resumirse del siguiente modo:

1) Price & Bonett (2004) comparan el método clásico de Wald W0, con la propuesta de Laplace (h_i=1) recogida por Good (1983) para K=1 y Greenland (2001) para K=2 y el método adjusted Wald W1 que ellos proponen. Entre sus resultados observan que W1 se comporta mucho mejor que los otros dos procedimientos, y entre estos dos últimos es mejor el basado en h_i=1 que el clásico W0 (algo que también comprobó Greenland, 2001, para K=2). Estas conclusiones además se extienden para cualquier valor de K, demostrando que no hay ejemplos donde W1 sea inferior a los otros dos métodos comparados.
2) Schaarschmidt *et al*. (2008) comparan los métodos basados en h_i=0,5, h_i=1 y el clásico de Wald W0, haciéndolo tanto desde el punto de vista general como evaluando más detalladamente cómo influye las proporciones p_i en el valor del recubrimiento. Omiten del análisis el método W1 pues dicen haber comprobado que tiene un comportamiento más liberal que el basado en h_i=1 para $K \geq 6$ (pero no

muestran esos datos). Entre las conclusiones particulares acerca de las proporciones p_i, obtienen que cuando estas son cercanas a 0 o 1, los métodos basados en h_i=0,5 y h_i=1 son conservadores, mientras que W0 es bastante liberal en algunos casos. Por el contrario, si p_i es cercana a 0,5 el recubrimiento en todos los casos es cercano al 95% nominal. En general el incremento h_i=1 es más conservador, mientras que el h_i=0,5 tiende a ser liberal. Su conclusión es que puede ser recomendado el incremento h_i=1 como la opción más conservadora para tamaños de muestra moderados (n_i>40). Si los tamaños de muestra son más pequeños, hay un escaso porcentaje de casos en los que el recubrimiento se acerca al nominal. En esta situación ($n_i \leq 40$) el incremento h_i=0,5 tiene un mejor comportamiento (incluso para tamaños de muestra grandes, alcanza en un porcentaje alto de ocasiones un recubrimiento aceptable comparado con el h_i=1). Adicionalmente, los autores concluyen algo bien conocido: que el método W0 es bastante liberal, tanto para tamaños de muestra pequeños como para tamaños de muestra grandes. Finalmente, sus resultados señalaron que todos los métodos obtienen ligeramente peores resultados cuando $K \geq 6$, siendo este efecto más pronunciado en el caso de W0.

3) Tebbs & Roths (2008) realizan una comparación entre 3 nuevos IC de tipo bayesiano -H (basado en los estudios de Haldane), JP (basado en Jeffreys-Perks) y EB (Empirical Bayesian MLE)- y los métodos W0, W1 y el basado en h_i=1. Sus resultados indican que los nuevos intervalos tienen habitualmente un recubrimiento inferior al nominal, aunque en el caso de EB el recubrimiento es a menudo muy cercano al 95%. Por otro lado, los métodos W1 y el basado en h_i=1 tienen un comportamiento bastante bueno cuando K=3 o 4; cuando K=5, W1 puede ser algo conservador, aunque no demasiado. En lo que se refiere a la longitud media, los nuevos métodos proporcionan intervalos algo más estrechos en general que los casos h_i=1 y W1, que son muy similares entre sí. Con respecto al recubrimiento mínimo, los casos h_i=1 y W1 son sorprendentemente constantes, siendo los nuevos intervalos los que tienen valores de recubrimiento mínimo muy bajos. De entre los 3 nuevos intervalos, el EB parece la mejor opción, pues mantiene el recubrimiento real cercano al nominal, posee un recubrimiento mínimo más adecuado que el resto y proporciona una longitud media mínima.

4) Zou *et al.* (2009), basándose en Newcombe (2001) para un contraste con K=4, comparan el método W1 de Price & Bonett con su propuesta N0 basada en el IC de

Wilson. Su conclusión es que para K=3, el método N0 proporciona intervalos de confianza estrechos y con recubrimiento medio cercano al recubrimiento nominal del 95%. En cuanto al mínimo recubrimiento, el procedimiento W1 el que tiene mejores resultados que N0. Para K=4, N0 mejora sustancialmente en términos del recubrimiento medio y de la anchura del intervalo, no así en cuanto al recubrimiento mínimo en el que sigue destacando W1. Los resultados se mantienen a un nivel del 90% y del 99%. En conclusión, el método N0 se puede considerar como un método competitivo que aporta buenos resultados frente al procedimiento W1.

I.4. APORTACIONES DE TIPO TEÓRICO

I.4.1. Propiedades a verificar por cualquier estadístico para que la inferencia sea coherente

Cualquier estadístico z_{exp} debe verificar ciertas propiedades para que sea útil en la inferencia. Tales propiedades son las de convexidad espacial y convexidad paramétrica que se justifican a continuación.

La *convexidad espacial* fue propuesta por Barnard (1947) para el caso de las tablas 2×2, quien indicó la conveniencia de que las regiones críticas para el test clásico de la diferencia (H_0: $p_2-p_1=0$) sean convexas. Esto implica que el estadístico z_{exp} utilizado debe ser creciente en $\overline{p}_2$ y decreciente en $\overline{p}_1$, aunque tales crecimiento o decrecimiento no tienen que ser estrictos. Röhmel & Mansmann (1999 b) justificaron que lo mismo debe suceder en el caso más general de H_0: $p_2-p_1=\delta$. Por tanto, en el caso actual de una combinación lineal de proporciones (H_0: $L=\lambda$) debería ocurrir que el estadístico z_{exp} utilizado sea creciente en las $\overline{p}_i$ con $\beta_i>0$ y decreciente en las $\overline{p}_i$ con $\beta_i<0$.

En cuanto a la *convexidad paramétrica*, Röhmel & Mansmann (1999 a) señalaron también que el p-valor para el test de superioridad en el caso de la diferencia (H_0: $d\leq\delta$ *vs.* H_1: $d>\delta$) debía ser creciente en δ. De modo general, para el test actual de H_0: $L=\lambda$ *vs.* H_1: $L\neq\lambda$, el p-valor debe ser creciente en λ cuando $\overline{L}>\lambda$ y decreciente en λ cuando $\overline{L}<\lambda$, lo que implica que el estadístico z_{exp} tiene que ser decreciente en λ (convexidad paramétrica en λ). La verificación de tal propiedad es la que garantiza que la inversión del test mediante la igualdad $z_{\alpha/2}^2 = z_{exp}^2$ sea equivalente a resolver la igualdad $z_{exp}^2 \leq z_{\alpha/2}^2$ y proporcione un IC para λ que no presente huecos. De modo similar, para que el IC para β_i sea coherente es preciso que z_{exp} sea creciente en β_i (convexidad paramétrica en β_i).

Las tres propiedades descritas pueden resumirse en la expresión siguiente:

$$\frac{dz_{\exp}}{d\overline{p}_i}\begin{cases} \geq 0 \text{ si } \beta_i > 0 \\ \leq 0 \text{ si } \beta_i < 0 \end{cases} , \quad \frac{dz_{\exp}}{d\lambda} \leq 0 \ , \quad \frac{dz_{\exp}}{d\beta_i} \geq 0 \tag{1.18}$$

I.4.2. Redefinición del método de Newcombe-Zou

Ya se vio en la sección I.3.1.3 que en el método de Wilson ocurre que $\left(p_i - \overline{p}_i\right)^2 = z_{\alpha/2}^2 p_i q_i / n_i$; sustituyendo en la primera expresión de (1.15) se obtiene nuestro formato alternativo para el IC$_N$ dado por la expresión (1.9). Operando en él, es inmediato ver que el estadístico de test tendrá la forma:

$$z_N^2 = \begin{cases} \left(\overline{L} - \lambda\right)^2 \Big/ R^2(+) & \text{si } \overline{L} < \lambda \\ \left(\overline{L} - \lambda\right)^2 \Big/ R^2(-) & \text{si } \overline{L} > \lambda \end{cases}$$

en donde:

$$R(+) = \sqrt{\sum_{\beta_i > 0} \frac{\beta_i^2 u_i\left(1-u_i\right)}{n_i} + \sum_{\beta_i < 0} \frac{\beta_i^2 l_i\left(1-l_i\right)}{n_i}} \quad y \quad R(-) = \sqrt{\sum_{\beta_i > 0} \frac{\beta_i^2 l_i\left(1-l_i\right)}{n_i} + \sum_{\beta_i < 0} \frac{\beta_i^2 u_i\left(1-u_i\right)}{n_i}}$$

lo cual da lugar al planteamiento reseñado en la sección I.2.2.1 alusivo al estimador $\ddot{p}_i$ de la expresión (1.4).

La ventaja de nuestro formato es que el mismo es válido tanto si son iguales los errores α empleados para el IC de Wilson y para la inferencia sobre L, como si son distintos. Por el contrario, los formatos clásicos exigen que ambos errores sean el mismo.

I.4.3. Nuevo procedimiento y estimador E (método de las marcas)

Cuando $K \leq 2$, los métodos basados en el estimador de máxima verosimilitud $\hat{p}_i$

(bajo H_0) tienen un gran predicamento (Wilson, 1927; Roebruck & Kühn, 1995; Chan, 1998; Martín & Herranz, 2004) y son equivalentes al método de las marcas (como se verá). Sin embargo, la propuesta no se ha extendido al caso de K>2. Ese es el objetivo actual.

I.4.3.1. Estimadores de máxima verosimilitud

La probabilidad restringida a H_0: $L=\lambda$ es $Pr\,(x_1, \ldots, x_K | \lambda=\Sigma\beta_i p_i)= \prod \binom{n_i}{x_i} p_i^{x_i} q_i^{n_i-x_i}$, con $p_K = \left(\lambda - \sum_{i\neq K} \beta_i p_i\right) / \beta_K$. Para obtener los estimadores de máxima verosimilitud, basta con maximizar la función $\ell = ln\ \mathrm{P}(x_1,\ldots, x_K \mid \lambda=\Sigma\beta_i p_i) \propto \Sigma x_i\, ln\, p_i+\Sigma(n_i-x_i)\, ln(1-p_i)$. En el caso de que $\overline{L} = \lambda$, los estimadores de máxima verosimilitud $\hat{p}_i$ son iguales a los estimadores clásicos $\overline{p}_i$ (no restringidos a H_0). En cambio si $\overline{L} \neq \lambda$, $\hat{p}_i$ serán las soluciones de la ecuación $d\ell/dp_i$=0. Por lo que:

$$\frac{d\ell}{dp_i} = \frac{\partial\ell}{\partial p_i} + \frac{dp_K}{dp_i}\frac{\partial\ell}{\partial p_K} = \frac{\partial\ell}{\partial p_i} - \frac{\beta_K}{\beta_i}\frac{\partial\ell}{\partial p_K} = \frac{n_i\left(\overline{p}_i - p_i\right)}{p_i q_i} - \frac{\beta_K}{\beta_i}\frac{n_K\left(\overline{p}_K - p_K\right)}{p_K q_K} = 0 \ \left(\forall i\right) \text{ i.e.:}$$

$$\frac{n_i \overline{p}_i}{\beta_i p_i} + \frac{n_i \overline{q}_i}{\beta_i q_i} = \frac{n_i\left(\overline{p}_i - p_i\right)}{\beta_i p_i q_i} = C \ \left(\forall i\right) \tag{1.19}$$

con C una constante que está por determinar. De lo anterior se deduce que el estimador será $\hat{p}_i = \left(n_i + \beta_i C \pm R_i\right)/2\beta_i C$, con $R_i^2 = n_i^2 + 2n_i\beta_i b_i C + \beta_i^2 C^2$ y $b_i = 1 - 2\overline{p}_i$.

Para ver cuál de las dos soluciones $\hat{p}_i\left(+\right)$ o $\hat{p}_i\left(-\right)$ es la adecuada, hay que tener en cuenta que $R_i^2 \in \left(n_i \pm \beta_i C\right)^2$, pues $0 \leq \overline{p}_i \leq 1$, con lo cual $R_i \geq \left|-n_i+|\beta_i C|\right| \geq n_i+|\beta_i C|$. Cuando $\beta_i C$ >0, esto implica que $\hat{p}_i\left(+\right) \geq 1$, lo que es imposible salvo que $\hat{p}_i\left(+\right)$=+1. De ser así es porque $\overline{p}_i$=+1, $n_i=\beta_i C$ -por la expresión (1.19)- y R_i=0, con lo que $\hat{p}_i\left(+\right) = \hat{p}_i\left(-\right)$=+1. De modo similar, si $\beta_i C$<0 entonces $\hat{p}_i\left(+\right) \leq 0$ que también es imposible a menos que $\hat{p}_i\left(+\right) = \hat{p}_i\left(-\right) = 0$. De ahí que la solución siempre será $\hat{p}_i\left(-\right)$. Esto quiere decir que $2\beta_i \hat{p}_i C = n_i + \beta_i C - R_i$, por lo que sumando en i, y teniendo en cuenta que $\hat{L} = \sum \beta_i \hat{p}_i = \lambda$, se obtiene que C ha de ser la solución de la ecuación:

$$y(C)=n+(B-2\lambda)C-\Sigma R_i=0 \tag{1.20}$$

Es por ello que el estimador $\hat{p}_i$ viene dado por la expresión (1.6).

La constante C se puede expresar de los siguientes modos:

$$C=\frac{\overline{L}-\lambda}{V_E}=\frac{z_E^2}{\overline{L}-\lambda}=\frac{1}{K}\Sigma\frac{n_i\left(\overline{p}_i-\hat{p}_i\right)}{\beta_i\hat{p}_i\hat{q}_i}=\frac{\Sigma n_i\left(\overline{p}_i-\hat{p}_i\right)}{\Sigma\beta_i\hat{p}_i\hat{q}_i}=\frac{1}{B}\Sigma\frac{n_i\left(\overline{p}_i-\hat{p}_i\right)}{\hat{p}_i\hat{q}_i} \tag{1.21}$$

La primera igualdad se obtiene sumando en i la expresión $\beta_i\left(\overline{p}_i-\hat{p}_i\right)=\beta_i^2\hat{p}_i\hat{q}_iC/n_i$ obtenida a partir de (1.19), de modo que tenemos $\left(\overline{L}-\lambda\right)=C\sum\beta_i^2\hat{p}_i\hat{q}_i/n_i=CV_E$, con $V_E=\sum\beta_i^2\hat{p}_i\hat{q}_i/n_i=\hat{V}\left(\overline{L}\right)$. Las demás igualdades se obtienen de modo similar, salvo la segunda que proviene del hecho de que $z_E^2=\left(\overline{L}-\lambda\right)^2/V_E$.

Para demostrar que la ecuación (1.20) tiene una solución única $C\neq0$ cuando $\overline{L}\neq\lambda$, es preciso estudiar la función $y(C)$. Obsérvese que $y(C=0)=0$, por lo que $C=0$ es siempre una solución falsa de la ecuación (1.21). Por otro lado, la ecuación $dy/dC=(B-2\lambda)-\Sigma\beta_i(\beta_iC+n_ib_i)/R_i=0$ proporcionará los extremos $\overline{C}$ de la función $y(C)$. De existir los mismos, ellos dan lugar a un máximo puesto que $dy^2/dC^2=-4\sum\beta_i^2n_i\overline{p}_i\overline{q}_i/R_i^3<0$. Por otro lado, como:

$$\lim_{C\to\pm\infty}\frac{y(C)}{C}=\left(B-2\lambda\right)\mp\Sigma\left|\beta_i\right|=\begin{cases}2\left(B^--\lambda\right)=m^+ & \text{si } C\to+\infty\\ 2\left(B^+-\lambda\right)=m^- & \text{si } C\to-\infty\end{cases}$$

entonces $y(C)$ tiene dos asíntotas oblicuas de pendientes m^+ y m^- y de ecuaciones $y=m^\pm C+h^\pm$, con:

$$h^\pm=\lim_{C\to\pm\infty}\left\{y\left(C\right)-m^\pm C\right\}=\lim_{C\to\pm\infty}\Sigma\left(n_i\pm\left|\beta_i\right|C-R_i\right)=\lim_{C\to\pm\infty}\frac{\left(\pm2n_i\left|\beta_i\right|-2n_i\beta_ib_i\right)C}{n_i\pm\left|\beta_i\right|C+R_i}=$$

$$=\sum n_i\left(1\mp s_ib_i\right)=\begin{cases}2T=h^+ & \text{si } C\to+\infty\\ 2\left(n-T\right)=h^- & \text{si } C\to-\infty\end{cases}$$

en donde s_i=Signo (β_i) y $T=\sum_{\beta_i>0}x_i+\sum_{\beta_i<0}\left(n_i-x_i\right)$. Si denotamos por $A_i=\beta_iC+n_ib_i$:

$$y(C)-m^{\pm}C-h^{\pm}=\sum\left\{\pm s_i A_i-R_i\right\}=-\sum\frac{4n_i^2\overline{p}_i\overline{q}_i}{\pm s_i A_i+R_i}<0 \qquad (1.22)$$

pues, como $R_i^2=A_i^2+4n_i^2\overline{p}_i\overline{q}_i$, entonces $R_i \geq |A_i| \geq \pm A_i = \pm s_i A_i$ y por lo tanto el denominador de la fracción anterior será positivo. La expresión (1.22) indica que la función $y(C)$ se encuentra siempre por debajo de las dos asíntotas y habrá de tener un máximo en $C=\overline{C}$, como vimos anteriormente. Como además corta al eje horizontal en C=0, se deduce que también debe cortar a dicho eje en otro punto $C=C_0\neq 0$ que será $C_0>0$ ($C_0<0$) cuando $\overline{L}>\lambda$ $\left(\overline{L}<\lambda\right)$. Además, la solución $C=C_0$ habrá que buscarla entre los cortes de las asíntotas con el eje horizontal: $-h^+/m^+=T/\left(\lambda-B^-\right)$ y $-h^-/m^-=-\left(n-T\right)/\left(B^+-\lambda\right)$. Finalmente, como $\hat{p}_i\hat{q}_i\leq 1/4$ entonces, por la primera igualdad de (1.21), $|C|\geq 4\left|\overline{L}-\lambda\right|/\left(\sum\beta_i^2/n_i\right)$. En consecuencia puede afirmarse que la ecuación $y(C)$ tiene una solución única $C_0\neq 0$ que está comprendida entre las cotas siguientes:

$$\begin{cases}\text{Si } \overline{L}>\lambda: \ 4\left(\overline{L}-\lambda\right)/\left(\sum\beta_i^2/n_i\right)\leq C_0\leq T/\left(\lambda-B^-\right)\\ \text{Si } \overline{L}<\lambda: \ -\left(n-T\right)/\left(B^+-\lambda\right)\leq C_0\leq 4\left(\overline{L}-\lambda\right)/\left(\sum\beta_i^2/n_i\right)\end{cases} \qquad (1.23)$$

Una vez determinado el valor C_0, entonces $z_E^2=C_0\left(\overline{L}-\lambda\right)$ por la expresión (1.21).

I.4.3.2. Equivalencia del planteamiento anterior y el test chi-cuadrado (o test de las marcas)

El procedimiento E es equivalente al método de las marcas, en el que hay común acuerdo en que produce mejores resultados que el de Wald en los casos K=1 (Agresti & Coull, 1998), K=2 (Newcombe, 1998) y en general para cualquier parámetro de una tabla de contingencia (Lang, 2008). La expresión siguiente demuestra que el test chi-cuadrado de bondad de ajuste tradicional (que es la forma alternativa al test de las marcas: Lovinson, 2005, y Bera and Bilias, 2001) es equivalente al test actual:

$$\chi^2_{exp} = \Sigma\left\{\frac{\left(x_i - n_i\hat{p}_i\right)^2}{n_i\hat{p}_i} + \frac{\left(n_i - x_i - n_i\hat{q}_i\right)^2}{n_i\hat{q}_i}\right\} = \Sigma\frac{n_i\left(\overline{p}_i - \hat{p}_i\right)^2}{\hat{p}_i\hat{q}_i} = \Sigma\frac{n_i\left(\overline{p}_i - \hat{p}_i\right)}{\hat{p}_i\hat{q}_i}\beta_i\left(\overline{p}_i - \hat{p}_i\right)$$

$$= C\Sigma\beta_i\left(\overline{p}_i - \hat{p}_i\right) = C\left(\overline{L} - \lambda\right) = z_E^2$$

Las tres últimas igualdades se deben, respectivamente, a la expresión (1.19), a que $\overline{L} = \Sigma\beta_i\overline{p}_i$ y $\lambda = \Sigma n_i\hat{p}_i$, y a la expresión (1.21).

I.4.3.3. Cálculos alternativos para el test y el intervalo

Por lo visto anteriormente, el procedimiento E consiste en resolver la ecuación:

$$y{=}n{+}(B{-}2\lambda)C{-}\Sigma R_i{=}0 \quad \text{donde} \begin{cases} C = z_E^2 / \left(\overline{L} - \lambda\right) \\ R_i^2 = n_i^2 + 2n_i\beta_i b_i C + \beta_i^2 C^2 \\ b_i = 1 - 2\overline{p}_i \end{cases} \tag{1.24}$$

Cuando el objetivo sea realizar el test (en cuyo caso λ es conocido) y $\overline{L} \neq \lambda$, entonces z_E^2 es la única solución $z_E^2 \neq 0$ de la ecuación (1.24); cuando $\overline{L} = \lambda$ se asume que $z_E^2 = 0$. Además podemos calcular el valor del estadístico en el formato habitual:

$$z_E^2 = \frac{\left(\overline{L} - \lambda\right)^2}{\Sigma\beta_i^2\hat{p}_i\hat{q}_i / n_i} \quad \text{con } \hat{p}_i = \left(n_i + \beta_i C - R_i\right) / 2\beta_i C \tag{1.25}$$

La búsqueda del valor z_E^2 se ve facilitada si se tiene en cuenta que:

$$\frac{4\left(\overline{L} - \lambda\right)^2}{\Sigma\beta_i^2 / n_i} \le z_E^2 \le \begin{cases} T\left(\overline{L} - \lambda\right) / \left(\lambda - B^-\right) & \text{si } \overline{L} > \lambda \\ \left(n - T\right)\left(\overline{L} - \lambda\right) / \left(\lambda - B^+\right) & \text{si } \overline{L} < \lambda \end{cases} \text{con}\, T = \sum_{\beta_i > 0} x_i + \sum_{\beta_i < 0}\left(n_i - x_i\right) \tag{1.26}$$

Si se sustituye C por $z_E^2 / \left(\overline{L} - \lambda\right)$ en la expresión (1.20) y se multiplica por $\left(\overline{L} - \lambda\right)$, se obtiene la siguiente ecuación más general:

$$f{=}n\left(\overline{L} - \lambda\right){+}(B{-}2\lambda)\, z_E^2 {-}\text{Signo}\left(\overline{L} - \lambda\right)\Sigma\overline{R}_i{=}0 \tag{1.27}$$

con $\bar{R}_i = n_i^2\left(\bar{L}-\lambda\right)^2+\beta_i^2 z_E^4+2n_i\beta_i b_i z_E^2\left(\bar{L}-\lambda\right)$; por tanto el estimador de máxima verosimilitud $\hat{p}_i$ será (en este nuevo formato) $\hat{p}_i$={$n_i\left(\bar{L}-\lambda\right)+\beta_i z_E^2$−Signo$\left(\bar{L}-\lambda\right)$ $\bar{R}_i$}/2 $\beta_i z_E^2$. Resolviendo f=0 se obtiene el valor de z_E^2.

Alternativamente, si el investigador desea sólo saber si el test es significativo al error α, sin realizar demasiados cálculos, no es preciso resolver la ecuación (1.24). En efecto, como se decidirá H_1 cuando $z_E^2 = C_0\left(\bar{L}-\lambda\right)\geq z_{\alpha/2}^2$, entonces el test será significativo si $C_0 \geq z_{\alpha/2}^2/\left(\bar{L}-\lambda\right)$ o $C_0 \leq z_{\alpha/2}^2/\left(\bar{L}-\lambda\right)$ cuando $\bar{L}>\lambda$ o $\bar{L}<\lambda$ respectivamente, es decir:

$$\text{Decidir la hipótesis alternativa } H_1 \Leftrightarrow y\left\{C = z_{\alpha/2}^2/\left(\bar{L}-\lambda\right)\right\}\geq 0 \qquad (1.28)$$

lo que, siendo debido a que $y(C)\geq 0$ entre 0 y C_0 como se indicó más arriba, simplifica el proceso enormemente (la intensidad de cálculos es similar a la del test clásico de Wald).

Otro objetivo habitual es obtener el IC de las marcas para L: (λ_I , λ_S). Con tal fin, el modo más directo de resolverlo es a través de la expresión (1.20). Alternativamente, como $z_E^2 = C\left(\bar{L}-\lambda\right)$ entonces $\lambda = \bar{L}-z_E^2/C$. Sustituyendo en (1.24) se obtiene $y\left(C\right)=n+2z_E^2+\left(B-2\bar{L}\right)C-\sum R_i = 0$. De nuevo haciendo $z_E^2 = z_{\alpha/2}^2$ podemos determinar los valores C=C_I<0 y C=C_S>0 que satisfacen la ecuación anterior y calcular $\lambda_I = \bar{L}-z_{\alpha/2}^2/C_I$ y $\lambda_S = \bar{L}-z_{\alpha/2}^2/C_S$. Con ello $\lambda_I\leq\lambda\leq\lambda_S$ será la solución buscada.

Basándose en la expresión (1.26) puede verse que unas cotas más específicas en donde buscar las soluciones son:

$$\bar{L}-z_{\alpha/2}\sqrt{\sum\frac{\beta_i^2}{4n_i}} \leq \lambda_I \leq \frac{z_{\alpha/2}^2 B^- + T\bar{L}}{z_{\alpha/2}^2+T}, \qquad \frac{z_{\alpha/2}^2 B^+ + \left(n-T\right)\bar{L}}{z_{\alpha/2}^2+\left(n-T\right)} \leq \lambda_S \leq \bar{L}+z_{\alpha/2}\sqrt{\sum\frac{\beta_i^2}{4n_i}}$$

De manera similar se actuará cuando el objetivo sea obtener el IC para β_K en valores fijados de λ, $\beta_i\neq\beta_K$ y $z_E^2 = z_{\alpha/2}^2$.

I.4.3.4. Propiedades del estadístico E

Sea $z_{exp}=z_E$ en la expresión (1.18) y sea $\psi=\overline{p}_i$, λ o β_i según lo que interese. Como $dz_E^2/d\psi=2z_E(dz_E/d\psi)$, entonces el signo de $dz_E^2/d\psi$ es el mismo (distinto) que el signo de $dz_E/d\psi$ cuando $\overline{L}>\lambda$ ($\overline{L}<\lambda$) pues entonces $z_E>0$ ($z_E<0$). Esto significa que las propiedades de convexidad (1.18) se verifican para z_E si z_E^2 verifica las expresiones (1.18) cuando $\overline{L}>\lambda$, o las contrarias cuando $\overline{L}<\lambda$. El objetivo es por tanto calcular $dz_E^2/d\psi$.

Por la expresión (1.24) se deduce lo siguiente:

$$\partial y/\partial\lambda=-2C,\quad \partial y/\partial\overline{p}_i=2n_i\beta_iC/R_i,\quad \partial y/\partial\beta_i=C\left(R_i-A_i\right)/R_i$$

$$\partial y/\partial C=\left(B-2\lambda\right)-\sum\left(\beta_iA_i/R_i\right)=D \text{ con } -2n\le DC\le 0,$$

en donde la última afirmación se debe a que $CD=\left(B-2\lambda\right)C-\sum\beta_iCA_i/R_i$ o, por la expresión (1.24), $DC=-n+\sum R_i-\sum\beta_iCA_i/R_i=-n+\sum n_iA_i'/R_i$ con $A_i'=n_i+b_i\beta_iC$; pero como $R_i^2=A_i'^2+4\beta_i^2C^2\overline{p}_i\overline{q}_i$ entonces $R_i\ge|A_i'|$, $-1\le A_i'/R_i\le+1$ y $-2n\le DC\le 0$. Como por las expresiones (1.19) y (1.21) se deduce que Signo (C) = Signo $\left\{\left(\overline{p}_i-\hat{p}_i\right)/\beta_i\right\}$ = Signo $\left(\overline{L}-\lambda\right)$, entonces, al ser $DC\le 0$, Signo (D) $\neq$ Signo (C) = Signo $\left(\overline{L}-\lambda\right)$.

Como $y=0$, entonces $dy/d\psi=0=\partial y/\partial\psi+\left(\partial y/\partial C\right)\left(dC/d\psi\right)$, de modo que $dC/d\psi=-\left(\partial y/\partial\psi\right)/\left(\partial y/\partial C\right)$ y así:

$$\frac{dC}{d\lambda}=\frac{2C}{D}\ ,\quad \frac{dC}{d\overline{p}_i}=-\frac{2n_i\beta_iC}{DR_i}\ ,\quad \frac{dC}{d\beta_i}=-\frac{C(R_i-A_i)}{DR_i} \tag{1.29}$$

Finalmente, como $z_E^2=C(\overline{L}-\lambda)$ entonces $dz_E^2/d\psi=\partial z_E^2/\partial\psi+\left(\overline{L}-\lambda\right)\left(dC/d\psi\right)$ por lo que sustituyendo en las expresiones de (1.29), se obtienen las igualdades siguientes:

$$\frac{dz_E^2}{d\lambda}=C\left\{\frac{2(\overline{L}-\lambda)}{D}-1\right\}\quad \frac{dz_E^2}{d\overline{p}_i}=\beta_iC\left\{1-\frac{2n_i(\overline{L}-\lambda)}{DR_i}\right\}$$

$$\frac{dz_E^2}{d\beta_i} = C\left\{\overline{p}_i - \frac{(R_i - A_i)(\overline{L}-\lambda)}{DR_i}\right\} \tag{1.30}$$

Si en estas tres expresiones se tiene en cuenta la relación (señalada arriba) entre los signos de los términos C, D y ($\overline{L}-\lambda$), así como que $R_i \geq A_i$, se deduce que z_E^2 verifica las expresiones (1.28) cuando $\overline{L}>\lambda$, y las contrarias cuando $\overline{L}<\lambda$.

I.4.3.5. Aproximaciones al método de las marcas: métodos de tipo adjusted Wald

La dificultad del actual método de las marcas es que se basa en resolver por métodos iterativos la ecuación (1.24), bien en z_E^2 (si se trata del test) o bien en λ (si se trata del IC). Con el fin de simplificar el método, desarrollemos en serie de Maclaurin (en C=0) el término R_i:

$$R_i \simeq n_i + \beta_i b_i C + \frac{2\beta_i^2 \overline{p}_i \overline{q}_i}{n_i} C^2 - \frac{2\beta_i^3 \overline{p}_i \overline{q}_i b_i}{n_i^2} C^3 \tag{1.31}$$

Sustituyendo en la expresión (1.24) y dividiendo por $2C$ se obtiene que $\left(\overline{L}-\lambda\right) - CV_1 + C^2 V_2 \simeq 0$ con $V_1 = \sum \beta_i \overline{p}_i \overline{q}_i / n_i$ y $V_2 = \sum \beta_i^3 \overline{p}_i \overline{q}_i b_i / n_i^2$. Sustituyendo C= $z_E^2 / \left(\overline{L}-\lambda\right)$ y operando se obtiene la expresión $\left(\overline{L}-\lambda\right)^3 - z_E^2\left(\overline{L}-\lambda\right)V_1 + z_E^4 V_2 \simeq 0$.

Si se retienen sólo los términos de O(n_i)≥–1 y se divide por $\left(\overline{L}-\lambda\right)$ se obtienen las clásicas soluciones de tipo Wald (procedimiento W) de las expresiones (1.8) y (1.14). Si se retienen sólo los términos de orden O(n_i)≥–2, se sustituye $z_E^4 \simeq z_E^2\left(\overline{L}-\lambda\right)^2 / V_1$ y se divide por $\left(\overline{L}-\lambda\right)$, entonces se obtiene $\left(\overline{L}-\lambda\right)^2 V_1 + \left(\overline{L}-\lambda\right)V_2 z_E^2 - V_1 z_E^2 \simeq 0$. De esto se deducen los siguientes estadístico e IC aproximados:

$$z_{E(2)}^2 = \frac{\left(\overline{L}-\lambda\right)^2}{V_1 - \left(\overline{L}-\lambda\right)V_2 / V_1},\ \ \overline{L} + z_{\alpha/2}^2 \frac{V_2}{2V_1} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{V_1 + z_{\alpha/2}^2\left(\frac{V_2}{2V_1}\right)^2} \tag{1.32}$$

El origen de los métodos heurísticos de tipo adjusted Wald es la propuesta de Agresti & Coull (1998), quienes demostraron que para el caso K=1 el centro del IC de Wilson (IC de las marcas para una proporción) era igual al centro del método adjusted Wald propuesto por ellos (datos incrementados en $z_{\alpha/2}^2/2$), lo que justificaba la buena actuación del método. En base a las aproximaciones anteriores es ahora factible demostrar que sucede aproximadamente lo mismo en el caso general de K>1. Para expresar el centro $\bar{L}+\left(z_{\alpha/2}^2/2\right)\left(V_2/V_1\right)$ del IC (1.32) en el formato tradicional de Wald (es decir, para hacerlo igual al valor $\bar{L}'$ que se obtiene al incrementar los datos en h_i) hay que tener en cuenta que:

$$\frac{V_2}{V_1}=\sum\frac{\beta_i^2\bar{p}_i\bar{q}_i}{n_i}\cdot\frac{\beta_i b_i}{n_i}\Bigg/\sum\frac{\beta_i^2\bar{p}_i\bar{q}_i}{n_i}\simeq\frac{1}{K}\sum\frac{\beta_i b_i}{n_i}$$

pues V_2/V_1 es la media ponderada de $\beta_i b_i/n_i$ y ella será aproximadamente igual a su media aritmética. Con ello el centro del IC (1.32) será:

$$\bar{L}+\frac{z_{\alpha/2}^2}{2}\frac{V_2}{V_1}\simeq\sum\beta_i\frac{x_i+hb_i}{n_i}\text{ con }h=\frac{z_{\alpha/2}^2}{2K}$$

Como el centro del IC adjusted Wald $W(+c_i)$ es $\bar{L}'=\sum\beta_i\left(x_i+c_i\right)/\left(n_i+2c_i\right)$, entonces igualando ambas expresiones se obtiene que h_i ha de verificar la igualdad $\left(x_i+h_i\right)/\left(n_i+2h_i\right)=\left(x_i+hb_i\right)/n_i$, con lo cual $h_i=n_i z_{\alpha/2}^2\big/2\left(Kn_i-z_{\alpha/2}^2\right)=n_i h/\left(n_i-2h\right)\simeq h=z_{\alpha/2}^2/2K$. Esto da una justificación teórica del nuevo método adjusted Wald que se denominó por método W2. Obsérvese que si α=5%, el método es el mismo que proponen Price & Bonett (2004) pues $z_{\alpha/2}^2/2K=1.96^2/2K\simeq 2/K$. El método es también compatible con los métodos adjusted Wald de Agresti & Coull (1998) para K=1 ($z_{\alpha/2}^2/2$) y Agresti & Caffo (2000) para el caso de la diferencia en K=2 ($z_{\alpha/2}^2/4$).

Las aproximaciones anteriores son correctas solo cuando los datos observados no pertenecen a la frontera del espacio muestral, es decir cuando $0<x_i<n_i$ ($\forall$ i). En otro caso, cuando $\bar{p}_i$=0 o 1 (es decir b_i=±1) entonces $R_i=|n_i+b_i\beta_i C|$ y el desarrollo en serie de la expresión (1.31) da un valor $n_i+b_i\beta_i C$ que no necesariamente coincide con el

anterior. En efecto, si $\bar{p}_i$=0 y $\beta_i C$<0 por ejemplo, la expresión (1.19) indica que $\beta_i C$=$-n_i/\hat{q}_i$ y por tanto $0=n_i+\hat{q}_i\beta_i C\geq n_i+\beta_i C=n_i+\beta_i b_i C$ (en donde la desigualdad se debe a que $\hat{q}_i\leq 1$ y la igualdad a que b_i=1); por ello R_i=$-(n_i+b_i\beta_i C)$ y no $n_i+b_i\beta_i C$ como indica la expresión (1.31). El mismo resultado se obtiene cuando $\bar{p}_i$=1 y $\beta_i C$>0. La conclusión es que R_i=$-(n_i+b_i\beta_i C)$ cuando b_i=±1 y $b_i\beta_i C$<0, pudiendo aplicarse en otro caso la aproximación de la expresión (1.31). Si con esta nueva expresión se actúa como al inicio de la sección, se obtiene la siguiente aproximación:

$$0\simeq N_j\left(\bar{L}-\lambda\right)^3+\left(\bar{L}-\lambda\right)^2\left\{\left(\bar{L}-\lambda\right)+B_j\right\}z_E^2-\left(\bar{L}-\lambda\right)V_1 z_E^4+V_2 z_E^6 \qquad (1.33)$$

en donde j=1 si $\bar{L}>\lambda$, j=2 si $\bar{L}<\lambda$, $N_1=\sum I_i n_i$, $N_2=\sum S_i n_i$, $B_1=\sum I_i b_i\beta_i$, $B_2=\sum S_i b_i\beta_i$, I_i=1 si {$\bar{p}_i$=0 y β_i<0} o {$\bar{p}_i$=1 y β_i>0} (I_i=0 en otro caso) y S_i=1 si {$\bar{p}_i$=0 y β_i>0} o {$\bar{p}_i$=1 y β_i<0} (S_i=0 en otro caso). Por lo tanto, cuando el punto observado cae en una de las esquinas del espacio muestral (es decir cuando b_i=±1), se obtienen los siguientes resultados (que coinciden con el del método de las marcas):

$$z_E^2=\begin{cases}\left(\bar{L}-\lambda\right)N_1\big/\left(\lambda-B^-\right) & \text{si } \bar{L}>\lambda\\ \left(\bar{L}-\lambda\right)N_2\big/\left(\lambda-B^+\right) & \text{si } \bar{L}<\lambda\end{cases},\qquad \frac{N_1\bar{L}+z_{\alpha/2}^2 B^-}{N_1+z_{\alpha/2}^2}\leq L\leq\frac{N_2\bar{L}+z_{\alpha/2}^2 B^+}{N_2+z_{\alpha/2}^2}$$

De modo general, si en la expresión (1.33) se actúa como se hizo con la expresión $\left(\bar{L}-\lambda\right)^3-z^2\left(\bar{L}-\lambda\right)V_1+z^4V_2\simeq 0$, se obtienen los IC siguientes:

$$CI_1:\bar{L}+\frac{z_{\alpha/2}^2}{2\left(N_j+z_{\alpha/2}^2\right)}\left\{B_j\pm\sqrt{B_j^2+4\left(N_j+z_{\alpha/2}^2\right)V_1}\right\}$$

$$CI_2:\ \bar{L}+\frac{z_{\alpha/2}^2}{2\left(N_j+z_{\alpha/2}^2\right)}\left\{B_j+\left(N_j+z_{\alpha/2}^2\right)\frac{V_2}{V_1}\pm\sqrt{\left\{B_j-\left(N_j+z_{\alpha/2}^2\right)\frac{V_2}{V_1}\right\}^2+4\left(N_j+z_{\alpha/2}^2\right)V_1}\right\}$$

En todos los casos hay que hacer j=1 y emplear el signo − para obtener el extremo inferior, y hacer j=2 y emplear el signo + para obtener el extremo superior, entendiendo que V_2/V_1=0 cuando V_1=0.

Procediendo como en el caso anterior, si el centro de los intervalos CI_1 y CI_2 se iguala al centro del IC de Wald con los datos incrementados en h_i' y h_i'' respectivamente, se obtiene que:

$$h_i' = \frac{z_{\alpha/2}^2}{2} \cdot \frac{n_i \left\{ \frac{1}{K} + \frac{\delta_{ij} n_i}{N_j + z_{\alpha/2}^2} \right\}}{n_i - z_{\alpha/2}^2 \left\{ \frac{1}{K} + \frac{\delta_{ij} n_i}{N_j + z_{\alpha/2}^2} \right\}} \qquad \text{y} \qquad h_i'' = \begin{cases} \frac{z_{\alpha/2}^2 (1 + I_i K)}{2K} & \text{si } \bar{L} > \lambda \\ \frac{z_{\alpha/2}^2 (1 + S_i K)}{2K} & \text{si } \bar{L} < \lambda \end{cases}$$

El último incremento da lugar al método adjusted Wald que hemos denominado por método W3. Conviene además observar que cuando $0<x_i<n_i$ ($\forall i$) entonces W2=W3, y si además se elige α=5% entonces $z_{\alpha/2}^2 / 2K \simeq 2/K$ y W1 $\simeq$ W2 =W3.

I.4.4. Procedimiento y estimador P (en sus dos versiones Pa y Pb)

I.4.4.1. Obtención del procedimiento

Otra de las propuestas de esta memoria se basa en el criterio de Sterne (1954), el cual fue utilizado por Peskun (1993) para el caso de la diferencia d. El test de las marcas para H_0: $L=\Sigma\beta_i p_i=\lambda$ será significativo si $z_E^2 \geq z_{\alpha/2}^2$ en todos los valores p_i tales que $\Sigma\beta_i p_i=\lambda$; por lo tanto (según Sterne) el objetivo será determinar el mínimo valor de z_E^2, o lo que es lo mismo, el valor de p_i que hace máximo el denominador $V=\Sigma \beta_i^2 p_i q_i/n_i$, bajo la condición $\Sigma\beta_i p_i=\lambda$. Como $\mathrm{d}p_K/\mathrm{d}p_i=-\beta_i/\beta_K$ ($\forall i\neq K$), entonces el máximo se obtiene si:

$$V_i' = \frac{dV}{dp_i} = \frac{\partial V}{\partial p_i} + \frac{dp_K}{dp_i}\frac{\partial V}{\partial p_K} = \frac{\partial V}{\partial p_i} - \frac{\beta_i}{\beta_K}\frac{\partial V}{\partial p_K} = \beta_i \left\{ \frac{\beta_i (1-2p_i)}{n_i} - \frac{\beta_K (1-2p_K)}{n_K} \right\} = 0 \ \ (\forall i\neq K),$$

lo cual ocurrirá cuando $\beta_i (1-2p_i)/n_i = \gamma$ ($\forall i$), con γ una constante que está por determinar. Como $\gamma n_i = \beta_i (1-2p_i)$, entonces sumando en i se obtiene $n\gamma = B - 2\lambda$, en donde $|B-2\lambda| \leq \sum|\beta_i|$ por la expresión $-\sum|\beta_i| \leq (B-2\bar{L}), (B-2\lambda) \leq +\sum|\beta_i|$. Por tanto V alcanzará un extremo en los valores $\breve{p}_i$ de las proporciones p_i dados por la expresión (1.7), lo que se corresponde con el estimador P. Dicho extremo es un máximo pues $d^2V/dp_i^2 = \partial V_i'/\partial p_i - (\beta_i/\beta_K)(\partial V'/\partial p_K) = -2\beta_i^2 (1/n_i + 1/n_K) < 0$ y su valor, sustituyendo p_i por $\breve{p}_i$, será $\breve{V}_a = \{\sum \beta_i^2 / n_i - n\gamma^2\}/4$. En consecuencia el estadístico de contraste para el procedimiento P será (en su versión Pa):

$$z_{Pa}^2 = \frac{4\left(\bar{L}-\lambda\right)^2}{\sum \frac{\beta_i^2}{n_i} - \frac{\left(B-2\lambda\right)^2}{n}} \tag{1.34}$$

Para que la expresión (1.34) sea un valor válido es preciso que su denominador $\sum \beta_i^2 / n_i - \left(B-2\lambda\right)^2 / n$ no sea negativo. Para verlo, sea $f = \sum \beta_i^2 / n_i - n\gamma^2$. Como $df / d\beta_i = 2\beta_i / n_i - 2\gamma = 0$ cuando $\beta_i/n_i=\gamma$ y como $d^2 f / d\beta_i^2 = 2(n-n_i)/nn_i > 0$, entonces f alcanza un mínimo cuando $\beta_i=n_i\gamma$ ($\forall i$) y así $f \geq min_{\beta_i} f = 0$. Haciendo $z_{Pa}^2 = z_{\alpha/2}^2$ se obtiene el IC de la expresión (1.12).

Si en algún caso, el estimador verifica que $\breve{p}_i<0$ ($\breve{p}_i>1$) parece conveniente sustituirlo por $\breve{p}_i=0$ ($\breve{p}_i=1$) para que así sea lícito. De hacerlo así, $\breve{p}_i\breve{q}_i=0$ y esos términos no contribuyen al valor de la nueva varianza $\breve{V}_b$. Esto proporciona el nuevo estadístico (que es igual de sencillo que el anterior):

$$z_{Pb}^2 = \frac{\left(\bar{L}-\lambda\right)^2}{\breve{V}_b} \text{ con } \breve{V}_b = \frac{1}{4}\left\{\sum_I \frac{\beta_i^2}{n_i} - \gamma^2 \sum_I n_i\right\} \text{ e } I = \left\{i \,\middle|\, |\gamma| \leq \frac{|\beta_i|}{n_i}\right\} \tag{1.36}$$

Haciendo $z_{Pb}^2 = z_{\alpha/2}^2$ y despejando λ se obtiene el $(1-\alpha)$-IC para L de la expresión (1.13). Obsérvese que tal expresión contiene como caso particular a la expresión (1.12).

Por tanto, se pueden considerar dos versiones: la primera versión **Pa** (en la que los valores de $\breve{p}_i$ no están restringidos a tomar valores entre 0 y 1) y la segunda versión **Pb** (en la que sí se obliga a los valores $\breve{p}_i$ a tomar un valor lícito que esté comprendido entre 0 y 1).

I.4.4.2. Propiedades del estadístico Pa

El objetivo actual es verificar si el estadístico Pa verifica las propiedades reseñadas en la expresión (1.18); no nos preocupamos de la versión Pb pues, como se verá más tarde, la misma no mejora los resultados de la versión Pa. Como $dz_{Pa}/d\lambda$ es proporcional a $\left(\bar{L}-\lambda\right)^{-1}\left(dz_{Pa}^2/d\lambda\right)=-g$, con $g=4\breve{V}-2\left(\bar{L}-\lambda\right)\gamma=\sum\beta_i^2/n_i-\left(B-2\bar{L}\right)\left(B-2\lambda\right)/n$, la condición exigida se verificará si $g\geq0$. Cuando (B–2$\bar{L}$) y (B–2λ) tienen signos distintos, $g\geq0$ seguro. En otro caso $g=\sum\beta_i^2/n_i-|B-2\bar{L}|\cdot|B-2\lambda|/n\geq\sum\beta_i^2/n_i-\left(\sum|\beta_i|\right)^2/n=h$ por la expresión anteriormente citada de $-\sum|\beta_i|\leq\left(B-2\bar{L}\right)$, $\left(B-2\lambda\right)\leq+\sum|\beta_i|$. Derivando h en $|\beta_i|$ se ve que h alcanza un mínimo cuando $|\beta_i|=n_i\left(\sum|\beta_i|\right)/n$ ($\forall i$). Como tal mínimo es 0, entonces g≥h≥0 y la convexidad paramétrica en λ queda demostrada.

Para demostrar la convexidad espacial, basta ver que $dz_{Pa}/d\bar{p}_i$ es proporcional a $\left(\bar{L}-\lambda\right)^{-1}\left(dz_{Pa}^2/d\bar{p}_i\right)=\beta_i$, cantidad que es positiva (negativa) cuando $\beta_i\geq0$ ($\beta_i\leq0$).

Desgraciadamente, la convexidad paramétrica en β_i no tiene porqué verificarse. Ahora $dz_{Pa}/d\beta_i$ es proporcional a $\left(\bar{L}-\lambda\right)^{-1}\left(dz_{Pa}^2/d\beta_i\right)$ que a su vez es proporcional a $f=\bar{p}_i\left\{\sum\beta_h^2/n_h-\left(B-2\lambda\right)^2\right\}+\left(\bar{L}-\lambda\right)\left\{\left(B-2\lambda\right)/n-\beta_i/n_i\right\}$. Como $df/d\bar{p}_i$ no depende de $\bar{p}_i$, entonces f es siempre creciente o siempre decreciente, lo que quiere decir que será siempre positiva si lo es en los valores extremos $\bar{p}_i$=0 o 1. Pero cuando $\bar{p}_i$=0, entonces $f=\left(\bar{L}-\lambda\right)\left\{\left(B-2\lambda\right)/n-\beta_i/n_i\right\}$, cantidad que puede ser negativa (con lo que no se verificaría la convexidad) cuando $\left(\bar{L}-\lambda\right)>0$, $\left(B-2\lambda\right)<0$ y $\beta_i>0$. Esto es lo que sucede en el caso (que sirve de contraejemplo) de $\beta_1=-1$, $\beta_2=+2$, $\lambda=1/4$, $\bar{p}_1=0$ y $\bar{p}_2=1/16$.

I.4.5. Métodos con corrección por continuidad

Cox (1970) plantea la conveniencia de efectuar una corrección por continuidad (cpc en adelante) cuando la distribución de una variable aleatoria discreta (como es la variable x_i) sea aproximada a través de una variable continua (como es la variable normal). Haber (1980) propone además que una cpc debe consistir en sumar o restar a la variable la mitad de su salto promedio. En nuestro caso el estadístico de contraste es $\bar{L}$ y, como $B^- \leq \bar{L} \leq B^+$, su salto total será $\Sigma|\beta_i|$ y cpc vendrá dada por la expresión $c = \left(\Sigma|\beta_i|\right)/2\left(N-1\right)$, con $N = \prod\left(n_i+1\right)$ el número total de puntos del espacio muestral.

Para determinar el estadístico z^2_{exp} de la expresión (1.1) con cpc basta con redefinirlo así:

$$z^2_{exp\,c} = \begin{cases} \left(|\bar{L}-\lambda|-c\right)^2 \Big/ \sum \beta_i p_i q_i / n_i & \text{si } |L-\lambda| > c \\ 0 & \text{si } |L-\lambda| \leq c \end{cases} \tag{1.37}$$

y, en el caso de querer determinar el IC de la expresión (1.2) con cpc, basta añadirle a la misma el término $\pm c$:

$$\bar{L} \pm \left\{ z_{\alpha/2}\sqrt{\sum \beta_i^2 p_i q_i / n_i} + c \right\} \tag{1.38}$$

Teniendo en cuenta esta cpc, cualquier estadístico o IC de los definidos anteriormente podrá expresarse también en versión con una cpc. Esto se denotará añadiéndole el subíndice *c* al nombre del procedimiento o método afectado; así, el procedimiento W da lugar al procedimiento Wc, el método E2 al método E2c, etc.

En el caso particular del test de las marcas, el estadístico se obtiene cambiando el valor z^2_E de la expresión (1.24) por el valor $z^2_{Ec}\left\{\left(\bar{L}-\lambda\right)/\left(\left|\bar{L}-\lambda\right|-c\right)\right\}^2$, siendo z^2_{Ec} el valor del estadístico de las marcas con cpc (la incógnita de la ecuación, en el caso del test). Similarmente, para el IC asociado al método de las marcas, basta cambiar el valor z^2_E en la expresión (1.24) por el valor $z^2_{\alpha/2}\left\{\left(\bar{L}-\lambda\right)/\left(|\bar{L}-\lambda|-c\right)\right\}^2$ y determinar sus dos soluciones λ con $B^- \leq \lambda_I \leq \bar{L}-c$ y $\bar{L}+c \leq \lambda_S \leq B^+$.

I.5. APORTACIONES DE TIPO PRÁCTICO

I.5.1. Objetivo

Como se indicó en el Prólogo, la evaluación de los diferentes métodos de inferencia puede realizarse desde la perspectiva de los tests de hipótesis o desde la perspectiva de los IC, puesto que los dos enfoques son equivalentes (si se realizan al mismo error nominal α). En esta sección tal evaluación se efectuará desde la perspectiva de los IC, pues así es como lo hacen todos los autores (por ser estas las inferencias más habituales para L).

Los métodos de inferencia a evaluar son inicialmente los 20 indicados al final de la sección I.2 (los métodos W0, W1, W2, W3, N0,..., Pb3), lo que incluye las propuestas más relevantes de la literatura; de ellos, 17 son métodos nuevos (los denominados en esta memoria por W2, W3, N1, N2, N3, E0, E1, E2, E3, Pa0, Pa1, Pa2, Pa3, Pb0, Pb1, Pb2, Pb3). Adicionalmente, se han evaluado otros métodos nuevos de menor interés (ver la sección I.5.3). En todo caso, el objetivo es seleccionar el método o métodos óptimo/s (bajo los criterios que se especificarán). Una vez realizada esa selección inicial, se evaluarán comparativamente esos métodos seleccionados con los métodos con cpc a que dan lugar.

I.5.2. Descripción del estudio de simulación y de los criterios a emplear para la selección del método óptimo

Para efectuar la evaluación anterior se va a realizar un estudio de simulación en cada una de las siguientes combinaciones de los parámetros (α, K, n_i, β_i):

- α=5% (aunque, en ocasiones especiales, también se contemplarán los errores del 1% y del 10%).
- K=3, (n_1, n_2, n_3) = (10, 10, 10), (30, 30, 30), (30, 10, 10) y (30, 20, 10), (β_1, β_2, β_3) = (1/3, 1/3, 1/3), (1, −1/2, −1/2), (−1, 1/2, 2) y (1, 1, −1).
- K=4, (n_1, n_2, n_3, n_4)=(10, 10, 10, 10), (20, 20, 20, 20), (20, 20, 10, 10) y (20, 15, 10, 5). (β_1, β_2, β_3, β_4) = (1/4, 1/4, 1/4, 1/4), (−1, +1, −1, +1), (1/3, 1/3, 1/3, 1) y (−3, −1, 1, 3).

El proceso de simulación consistirá en lo siguiente:

1) Fijar una combinación (α, K, n_i, β_i, método a evaluar).

2) Para cada punto del espacio muestral (x_1, x_2,…, x_K), obtener el IC (λ_I; λ_S) para L al $(1-\alpha)\cdot 100\%$ de confianza.

3) Generar K valores de una distribución uniforme [0, 1] -los cuales formarán el vector de proporciones (p_1, p_2,…, p_K)- y calcular el valor real de L para el mismo ($L=\Sigma\beta_i p_i$).

4) Calcular el recubrimiento R y la longitud l del IC del método a partir de las expresiones (1.16) y (1.17) respectivamente.

5) El proceso se repite 10.000 veces, obteniendo así 10.000 valores R_j y l_j a partir de los cuales se determinan -como se indicó en la sección I.3.2.1- el recubrimiento medio (*Rmean*), el recubrimiento mínimo (*Rmin*), la longitud media (*lmean*) y el porcentaje de "fallos" del método, es decir, el porcentaje de casos en los que el recubrimiento es menor del 93% (R<93); este último parámetro, que fue definido por Price and Bonett (2004) para el caso de α=5%, se sustituirá por los parámetros R<99 y R<86 (definidos de modo similar) en los casos de α=1% y α=10% respectivamente, a fin de que lo que se entiende por un "fallo" sea relativo al error real.

Para seleccionar el método óptimo, asumimos las siguientes reglas de actuación:

(a) El primer paso será eliminar aquellos métodos que sean demasiado liberales, es decir los que tengan un valor excesivo del parámetro *R<93* (pues no tiene interés un método que tenga muchos "fallos").

(b) De los métodos que resten, se seleccionará aquellos que, teniendo un valor de *R<93* pequeño, su valor de *Rmean* sea próximo al 95%, prefiriendo los métodos conservadores (*Rmean*>95%) sobre los liberales (*Rmean*<95%). Hay que tener en cuenta que de nada sirve un método tan conservador que (*R<93*)=0% y *Rmean*=100% (por aludir a un caso extremo).

(c) De entre los métodos que resten, se seleccionarán aquellos en los que *Rmin* sea grande (y cercano al nominal) y *lmean* sea pequeño.

(d) Finalmente, si sigue habiendo más de un método seleccionado, se preferirá aquel que sea más sencillo de aplicar (es decir, el que requiera de menos cálculos).

Dado que el número de métodos es excesivo (los 20 aludidos en la sección anterior y algunos más que se han ensayado), la selección se efectuará por fases, seleccionando el mejor de cada familia de métodos (es decir, de cada procedimiento) y comparando al final entre sí todos los seleccionados. Con fines de comparabilidad, ello nos obliga a efectuar una simulación distinta para cada familia o grupo de métodos comparados (las 10.000 réplicas aludidas más arriba), pero igual dentro de cada familia o grupo, lo que ocasionará que algunos datos de *Rmean*, *lmean*, etc. sean diferentes de una tabla a otra.

Adicionalmente, la necesaria restricción de espacio que implica esta memoria nos impide presentar los resultados de todos los métodos comparados, restringiéndonos exclusivamente a los 20 métodos principales reseñados arriba (los restantes están disponibles para el lector que lo desee).

I.5.3. Selección del método óptimo de cada familia en la versión sin cpc

I.5.3.1. Selección para los métodos de tipo W (α=5%)

Los datos para los 4 métodos W0, W1, W2 y W3 se encuentran en la Tabla AI.1 y de su análisis puede concluirse lo siguiente:

- El clásico método W0 es muy malo por tener un altísimo porcentaje de fallos.
- Los métodos W1 y W2 fallan demasiado en algunas ocasiones (que además coinciden con el caso de muestras grandes) y fallan algo en muchos otros casos. Por ello, y aunque son solo ligeramente conservadores, deben ser rechazados.
- El método W3 tiene muy pocos fallos (aunque es algo conservador).

La conclusión es que el mejor método de este grupo es el W3 (el cual es equivalente al método W2 cuando los datos no están en los bordes del espacio muestral).

Adicionalmente se han evaluado diversas modificaciones de los métodos anteriores, pero ninguna de ellas logra mejorar la actuación del método seleccionado W3. Las 8 modificaciones evaluadas (con la descripción de su origen) se describen a continuación:

(1) Tres métodos que son aproximaciones simples o dobles de los métodos que más adelante se denominan como EA1 al EA3:

$$\textbf{W4}: h_i = \frac{n_i z_\alpha^2}{2\left(Kn_i - z_\alpha^2\right)},\ \textbf{W5}: h_i = \frac{nz_\alpha^2}{2K\left(n + z_\alpha^2\right)},\ \textbf{W6}: h_i = \frac{nn_i z_\alpha^2}{2K\left(n + z_\alpha^2\right)n_i - 2nz_\alpha^2}.$$

(2) Tres métodos que son aproximaciones de los métodos que más adelante se denominan como EA4 y EA5, por lo que participan de su filosofía: hay que determinar los valores δ_{ih} y sumar a los datos una cantidad h_i diferente según que se esté obteniendo el extremo inferior (hacer h=1, es decir usar δ_{i1}) o el superior (hacer h=2, es decir usar δ_{i2}):

$$\textbf{W7}:\ h_i = \frac{\delta_{ih} n_i z_\alpha^2}{2N_h + 1 - \delta_{ih}},\ \textbf{W8}:\ h_i = \frac{z_\alpha^2}{2}.\frac{n_i\left\{\dfrac{1}{K} + \dfrac{\delta_{ih} n_i}{N_h + z_\alpha^2}\right\}}{n_i - z_\alpha^2\left\{\dfrac{1}{K} + \dfrac{\delta_{ih} n_i}{N_h + z_\alpha^2}\right\}},$$

(3) Dos métodos que son una simplificación del W3 a fin de hacerlo más fácil de aplicar (ahora se suma la misma cantidad h_i con independencia del extremo del CI que se esté calculando):

$$\textbf{W9}:\ h_i = \begin{cases} \dfrac{z_\alpha^2}{2K} & \text{si } \ \overline{p}_i \neq 0 \ \text{ y } \ 1 \equiv x_i \ \text{ en el interior} \\ \dfrac{z_\alpha^2}{4}.\dfrac{K+2}{K} & \text{en otro caso } \ \equiv x_i \ \text{ es extremo} \end{cases} = \begin{cases} \dfrac{z_\alpha^2}{2K} & \text{si } \ \delta_{i1} = \delta_{i2} = 0 \\ \dfrac{z_\alpha^2}{4}.\dfrac{K+2}{K} & \text{en otro caso} \end{cases}.$$

$$\textbf{W10}\ \text{(nueva)}:\ h_i = \frac{z_\alpha^2}{2K}\left\{1 + K\frac{\Sigma n_i}{\Pi n_i}\right\}.$$

I.5.3.2. Selección para los métodos de tipo N (α=5%)

Los datos para los 4 métodos N0, N1, N2 y N3 se encuentran en la Tabla AI.2. De su análisis puede concluirse que deben descartarse todos los métodos que utilizan los datos incrementados (N1, N2 y N3), en tanto que puede aceptarse el método clásico N0 (por no contar con excesivos fallos y ser muy ligeramente conservador). La conclusión es por tanto que el mejor método de este grupo es el N0.

Adicionalmente, hemos comprobado que en las expresiones (1.5) o (1.10) del IC de Wilson que da lugar al estimador N, conviene que α=5%, con independencia del error deseado para el IC para *L* (1%, 5% o 10%).

I.5.3.3. Selección para los métodos de tipo E (α=5%)

Los datos para los 4 métodos E0, E1, E2 y E3 se encuentran en la Tabla AI.3. De su análisis puede concluirse que deben descartarse todos los métodos que utilizan los datos incrementados (E1, E2 y E3), en tanto que puede aceptarse el método clásico E0 por no tener un número excesivos de fallos (salvo, a veces, en el caso de muestras muy pequeñas) y ser unas veces ligeramente conservador y otras ligeramente liberal. La conclusión es por tanto que el mejor método de este grupo es el E0.

Adicionalmente se han evaluado diversas modificaciones de los métodos anteriores, pero ninguna de ellas logra mejorar la actuación del método seleccionado E0. Las 5 modificaciones evaluadas (con la descripción de su origen) se describen a continuación:

(1) Tres métodos que provienen de las aproximaciones originales obtenidas en la sección I.4.2.5 (antes de utilizar la aproximación extra que implican los métodos adjusted Wald):

$$\textbf{EA1}:\ L \in \overline{L} + z^2\frac{V_2}{2V_1} \pm z\sqrt{V_1 + z^2\left(\frac{V_2}{2V_1}\right)^2},$$

$$\textbf{EA2}:\ L \in \overline{L} + \frac{1}{1+z^2V_3/V_1^2}\left[z^2\left(\frac{V_2}{2V_1}\right) \pm z\sqrt{V_1 + z^2\left\{\left(\frac{V_2}{2V_1}\right)^2 + \frac{V_3}{V_1}\right\}}\right]$$

$$\textbf{EA3}:\ L \in \overline{L} + z^2\frac{V_2}{2V_1} \pm z\sqrt{V_1 + z^2\left\{\left(\frac{V_2}{2V_1}\right)^2 - \frac{V_3}{V_1}\right\}}$$

con: $V_1 = \sum\beta_i^2\overline{p}_i\overline{q}_i/n_i$, $V_2 = \sum\beta_i^3\overline{p}_i\overline{q}_i b_i/n_i^2$, $V_3 = \sum\beta_i^4\overline{p}_i\overline{q}_i\left(5\overline{p}_i\overline{q}_i - 1\right)/n_i^3$. Al aplicar las expresiones anteriores aparece el problema de que los cocientes V_2/V_1 y V_3/V_1 están indeterminados cuando todas las $\overline{p}_i$ valen 0 ó 1; en esos casos se asume que:

$$\frac{V_2}{V_1}=\frac{\sum\beta_i^3 b_i/n_i^2}{\sum\beta_i^2/n_i},\quad \frac{V_3}{V_1}=-\frac{\sum\beta_i^4/n_i^3}{\sum\beta_i^2/n_i}$$

Complementariamente, en los dos últimos casos hay que actuar así:

EA2: Si $\overline{p}_i$=0 ó 1 ($\forall i$) (o el interior de la raíz es negativo) , tomar como solución la de **EA1.**

EA3: Cuando el interior de la raíz es negativo, tomar como solución la de **EA1**.

(2) Dos métodos que también son aproximaciones depuradas del método E. En ambos casos hay que determinar primero las siguientes deltas de Kronecker δ_{ih} (obsérvese que ellas siempre valen 0 en las clases cuyas proporciones no toman valores extremos) y luego los valores N_h y B_h (con h=1 o 2):

$$\left\{\begin{array}{l}\delta_{i1}=\begin{cases}1 \text{ si } \overline{p}_i=(1+s_i)/2\\ 0 \text{ en otro caso}\end{cases},\ N_1=\sum\delta_{i1}n_i,\ B_1=\sum\delta_{i1}\beta_i b_i\\ \delta_{i2}=\begin{cases}1 \text{ si } \overline{p}_i=(1-s_i)/2\\ 0 \text{ en otro caso}\end{cases},\ N_2=\sum\delta_{i2}n_i,\ B_2=\sum\delta_{i2}\beta_i b_i\end{array}\right. \quad \text{con } s_i=\frac{\beta_i}{|\beta_i|}=\begin{cases}+1 \text{ si } \beta_i>0\\ -1 \text{ si } \beta_i<0\end{cases}$$

Ahora los extremos del CI se obtienen mediante las expresiones que siguen (h=1 cuando se usa el signo −; h=2 cuando se usa el signo +):

EA4: $$L_h=\overline{L}+\frac{z^2}{2\left(N_h+z^2\right)}\left\{B_h\pm\sqrt{B_h^2+4\left(N_h+z^2\right)V_1}\right\}$$

EA5: $$L_h=\overline{L}+\frac{z^2}{2\left(N_h+z^2\right)}\left\{B_h+\left(N_h+z^2\right)\frac{V_2}{V_1}\pm\sqrt{\left\{B_h-\left(N_h+z^2\right)\frac{V_2}{V_1}\right\}^2+4\left(N_h+z^2\right)V_1}\right\}$$

(en EA5 hay que entender que si V_1=0, entonces V_2/V_1=0).

I.5.3.4. Selección para los métodos de tipo P (α=5%)

Los datos para los 8 métodos Pa0, Pa1, Pa2, Pa3 Pb0, Pb1, Pb2 y Pb3 se encuentran en la Tabla AI.4. De su análisis puede concluirse que:

- Deben descartarse todos los métodos que utilizan los datos incrementados (Pa1, Pa2, Pa3, Pb1, Pb2 y Pb3) por tener más fallos que el método Pa0 y Pb0 de los datos sin incrementar y un valor similar o superior de *Rmean*.
- Los métodos Pa0 y Pb0 son muy similares, pero el primero es ligeramente mejor que el segundo (especialmente en los valores de *lmean*) y es bastante más sencillo (aunque es muy conservador).

La conclusión es por tanto que el mejor método de este grupo es el Pa0.

Adicionalmente se han evaluado dos modificaciones de los métodos anteriores, pero ninguna de ellas logra mejorar la actuación del método seleccionado Pa0. Las dos modificaciones evaluadas aluden a métodos que son una aproximación del método Pa0:

APa01: $L \in \overline{L} \pm \frac{z}{2}\sqrt{\sum \frac{\beta_i^2}{n_i} - \frac{\left(B - 2\overline{L}\right)^2}{n}}$;

APa02: El **APa01** basado en los datos incrementados en $h_i = n_i z_{\alpha/2}^2 / 2n$.

I.5.4. Selección del método óptimo sin cpc de entre los mejores de cada familia (α=1%, 5% y 10%): caso general y caso particular de un contraste

La Tabla AI.5 del Apéndice de Tablas presenta los resultados de los métodos seleccionados en la sección anterior (W3, N0, E0 y Pa0) para α=5% (confianza del 95%). A la vista de los mismos puede deducirse que:

- El método N0 tiene un buen valor de *Rmean* cercano al 95% nominal (en promedio es ligeramente conservador), pero falla mucho y en todas las circunstancias (pues sus valores de *R*<93% suelen ser demasiados grandes) por lo que hay que descartarlo.
- Los método Pa0 y W3 son muy conservadores (valores muy grandes de *Rmean*) y muy imprecisos (valores muy grandes de *lmean*), aunque W3 es menos extremo en estos dos aspectos. Ambos métodos fallan muy poco, aunque el método Pa0 falla algo menos que el método W3. Globalmente es pues preferible el método W3 al método Pa0.
- El método E0 tiene los mejores valores de *Rmean* (es más equilibrado en torno al 95%), de *lmean* (es más pequeño que los de Pa0 y W3) y solo falla demasiado

cuando n_i=10 ($\forall i$), de donde se deduce que (salvo en esta última situación) es el mejor método.

Con el fin de matizar y/o ratificar dichos resultados, las Tabla AI.6 y AI.7 presentan los resultados para los errores del 1% (confianza del 99%) y del 10% (confianza del 90%) respectivamente. Analizando las mismas, puede observarse que las conclusiones anteriores permanecen de modo general. En consecuencia, la selección actual para el caso general es la siguiente:

- Si $n_i \leq 10$ ($\forall i$): W3 es el mejor método.

- En otro caso: E0 es el mejor método, pero una alternativa mucho más sencilla es el método W3 (aunque es algo conservador, tiene algún fallo y provoca unos IC algo más amplios que los del método E0).

- Si se desea un método que no falle casi nunca, la selección es el método Pa0 (pero es demasiado conservador y proporciona unos IC excesivamente amplios).

Las selecciones realizadas en el párrafo anterior se mantienen para el caso de un contraste ($\Sigma\beta_i$=0), con el único cambio de que ahora el método W3 prácticamente no falla. Los datos son los de las Tablas AI.5 a la AI.7 para los casos con K=3 y β_i=(1,–1/2,–1/2) y K=4 en las combinaciones β_i=(–1, 1,–1, 1) y β_i=(–3, –1, 1, 3). En consecuencia, la selección actual para el caso de un contraste es la siguiente:

- Si $n_i \leq 10$ ($\forall i$): W3 es el mejor método.
- En otro caso: E0 es el mejor método (aunque falla algo), pero una alternativa mucho más sencilla (aunque algo conservadora y que provoca unos IC algo más amplios) es el método W3.
- Si se desea un método que no falle nunca la selección es el método Pa0 (pero es demasiado conservador y proporciona unos IC excesivamente amplios).

I.5.5. Selección del método óptimo con/sin cpc de entre los mejores de cada familia (α=5%)

La Tabla AI.8 presenta los resultados para K=3 y α=5% para los métodos E0, N0 y Pa0 sin y con cpc (métodos E0, N0, Pa0, E0c, N0c y Pac respectivamente). Se excluye el método W3 pues ya de por sí era muy conservador (y la aplicación de una cpc ocasionará que lo sea más aún). Como era esperable, los métodos con cpc tienen un número de fallos menor o igual que los métodos sin cpc. Puede observarse lo siguiente:

- Los métodos E0 y E0c son iguales en todos los parámetros, salvo cuando n_i=10 ($\forall$ *i*), en cuyo caso E0c es algo mejor que E0 por tener menos fallos. Como en este último caso sigue sin ser competitivo frente a W3, se deduce que el método E0 (aun con cpc) no tiene interés.
- El método N0c es ligeramente mejor que el N0 en cuanto a fallos y a *Rmin*, sucediendo al contrario que con respecto a los parámetros *Rmean* y *lmean*. Como esto no implica que N0 mejore su actuación como para ser competitivo con los métodos óptimos E0 y W3, se deduce que la cpc no tiene interés en este caso.
- De igual modo, la cpc no tiene interés en el caso del método Pa0 pues unas pocas veces tiene un efecto beneficioso y unas pocas más de veces lo tiene perjudicial.

Se ve pues que, en el caso *K*=3, la cpc solo es útil para mejorar ligeramente el método E0 para muestras pequeñas. Como la cpc decrece fuertemente según aumenta *K*, se deduce que su interés será aún menor en el caso de que *K*>3. La conclusión es que se mantiene la selección realizada anteriormente, con la matización del caso E0c.

I.5.6. Verificación de los resultados de la literatura

La literatura ha analizado algunos de los métodos descritos anteriormente y establecido conclusiones acerca de su comportamiento absoluto o relativo a otros métodos. Aquí se trata de ratificarlas o criticarlas en base a nuestros datos. Las únicas conclusiones de la literatura (las mencionadas en la sección I.3.2.2): (1) Price & Bonett (2004), que indican que el método W1 es mejor que el método W0 (que tiene muy mal comportamiento); y (2) Zou *et al* (2009), que indican que el método N0 es mejor que el método W1, que a su vez es mejor que el método W0 (que tiene muy mal comportamiento).

Según nuestros resultados, resumidos en la Tabla AI.9, el método W0 es claramente un método muy malo. Respecto de la otra afirmación (que el método N0 es mejor que el W1), de los datos de las tablas se observa que (en función del parámetro analizado que se señala al inicio de cada párrafo):

- *R<93%*: aunque W1 es casi siempre mejor que N0, en ocasiones W1 falla demasiado, por lo que debe elegirse N0.
- *Rmin*: la mitad de las veces es mejor N0 y la otra mitad W1.
- *Rmean*: N0 es más equilibrado que W1 en K=3, pero en K=4 ocurre al revés.
- *lmean*: N0 es algo mejor.

De ahí la afirmación de Zou (especialmente porque solo mostró los datos para K=3 y valores de n_i más pequeños que los actuales).

I.6. CONCLUSIONES FINALES Y EJEMPLOS

I.6.1. Método óptimo

Por todo lo reseñado en la sección 1.5, pueden establecerse las conclusiones que se indican en el cuadro de abajo. Obsérvese que <u>todos los métodos seleccionados son nuevas aportaciones de esta memoria</u>.

SELECCIÓN DEL MEJOR MÉTODO PARA K≥3

- Si $n_i \leq 10$ ($\forall i$): **W3** es el mejor método (seguido de E0c, que es bastante menos fiable).
- En otro caso: **E0** es el mejor método, pero una alternativa mucho más sencilla es el método W3 (aunque es algo conservador, tiene algún fallo y provoca unos IC algo más amplios que los del método E0).
- Si se desea un método que no falle casi nunca, la selección es el método **Pa0** (pero es demasiado conservador y proporciona unos IC excesivamente amplios).

I.6.2 Fórmulas aconsejadas para realizar la inferencia

I.6.2.1. Método E0 (el mejor, salvo que $n_i \leq 10$ $\forall i$)

La expresión base es:

$$y = n\left(\bar{L}-\lambda\right)+\left(B-2\lambda\right)z-\left[\text{Signo}\left(\bar{L}-\lambda\right)\right]\sum R_i = 0$$

con $R_i^2 = n_i^2\left(\bar{L}-\lambda\right)^2 + \beta_i^2 z^4 + 2n_i\beta_i\left(1-2\bar{p}_i\right)z^2\left(\bar{L}-\lambda\right)$ y $B^- = \sum_{\beta_i<0}\beta_i \leq \lambda_I < \bar{L} < \lambda_S \leq B^+ = \sum_{\beta_i>0}\beta_i$. Para obtener el intervalo (en cuyo caso λ es desconocido), basta hacer en la misma $z=z_{\alpha/2}$ y obtener las dos soluciones (λ_I ; λ_S) de la ecuación en λ. Para obtener el estadístico de contraste para el test (en cuyo caso λ es conocido), basta obtener la única solución z_{E0}^2 de la ecuación en z^2. En la dirección http://www.ugr.es/local/bioest/Z_LINEAR_K.EXE puede obtenerse un programa gratuito que realiza los cálculos anteriores.

I.6.2.2. Método W3 (el mejor, si $n_i \leq 10$ $\forall i$ y una buena alternativa en el resto de los casos)

1) Incrementar todos los datos (los éxitos x_i y los fracasos y_i) en $z_{\alpha/2}^2/2K$ si $0<x_i<n_i$ ($\forall i$) o, en otro caso, incrementarlos en

$$h_i = \begin{cases} \dfrac{z_{\alpha/2}^2}{2}.\dfrac{1+I_iK}{K} \text{ con } I_i = \begin{cases}1 \text{ si } \bar{p}_i = (1+s_i)/2 \\ 0 \text{ en otro caso}\end{cases} \text{ para } \lambda_I \\ \dfrac{z_{\alpha/2}^2}{2}.\dfrac{1+S_iK}{K} \text{ con } S_i = \begin{cases}1 \text{ si } \bar{p}_i = (1-s_i)/2 \\ 0 \text{ en otro caso}\end{cases} \text{ para } \lambda_S \end{cases} \text{ con } s_i = \begin{cases}+1 \text{ si } \beta_i > 0 \\ -1 \text{ si } \beta_i < 0\end{cases}$$

2) El intervalo y el estadístico de contraste vienen dados, respectivamente, por las expresiones siguientes aplicadas a los datos incrementados anteriores:

$$L \in \bar{L} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\sum \frac{\beta_i^2 \bar{p}_i \bar{q}_i}{n_i}}\ ,\ z_{W3}^2 = \left(\bar{L}-\lambda\right)^2 \Big/ \sum \frac{\beta_i^2 \bar{p}_i \bar{q}_i}{n_i}$$

I.6.2.3. Método Pa0 (método muy conservador pero que no falla casi nunca)

El intervalo y el estadístico de contraste vienen dados, respectivamente, por las expresiones siguientes (en las que $B=\Sigma\beta_i$):

$$L\in\frac{n}{n+z_{\alpha/2}^2}\left\{\bar{L}+\frac{Bz_{\alpha/2}^2}{2n}\pm\frac{z_{\alpha/2}}{2}\sqrt{\left(\sum\frac{\beta_i^2}{n_i}\right)\frac{n+z_{\alpha/2}^2}{n}-\frac{\left(B-2\bar{L}\right)^2}{n}}\right\},\ z_{Pa0}^2=\frac{4\left(\bar{L}-\lambda\right)^2}{\sum\frac{\beta_i^2}{n_i}-\frac{\left(B-2\lambda\right)^2}{n}}$$

I.6.3 Ejemplos prácticos

Price and Bonett (2004) aluden a un estudio de Cohen *et al.* (1991) en el que se anotó la presencia o ausencia de un tumor en cuatro grupos de 30 ratas sometidas a cuatro dietas (con mayor o menor grasa y con o sin fibra). La Tabla I.2 muestra los resultados obtenidos y los tres contrastes de interés para evaluar el efecto de la fibra (L_2), para evaluar el efecto del nivel de grasa (L_3) o para evaluar la interacción entre ambos efectos (L_1: la diferencia entre los efectos de la fibra según que se determinen a uno u otro nivel de grasa). En todos los casos $\Sigma\beta_i$=0 (por lo que se trata de contrastes).

Tabla I.2

Fibra	*CON*		*SIN*	
Grasa	*Alta*	*Baja*	*Alta*	*Baja*
Sample size (n_i)	30	30	30	30
Rats showing cancer (x_i)	20	14	27	19
Efectos	β_1	β_2	β_3	β_4
L_1=*Fibra*×*Grasa*	+1	–1	–1	+1
L_2=*Fibra*	+1	+1	–1	–1
L_3=*Grasa*	+1	–1	+1	–1

Tebbs and Roths (2008) aluden a los datos (Tabla I.3) de un ensayo clínico multicéntrico cuyo fin era evaluar la eficacia de un régimen rebajado en sal en el tratamiento de bebés varones con diarrea aguda. Una de las características a medir era el número de niños que experimentan fiebre con la administración del tratamiento o durante el ensayo. El objetivo es estimar el porcentaje de sujetos que responden al tratamiento. A causa de que el nivel de participación es diferente, pues depende de la localización, una estimación natural de la proporción global es la media de las probabilidades de respuesta p_i en los K=6 lugares, i.e. $L=\Sigma\beta_i p_i$ con $\beta_i=n_i/\ \Sigma n_i$ (en nuestra opinión, este modo de proceder es el adecuado si acaso los tamaños muestrales son proporcionales a los tamaños poblacionales). Ahora $\Sigma\beta_i \neq 0$.

Tabla I.3

Localización	*Tamaño de muestra (n_i)*	*Casos de fiebre (x_i)*	*Coeficientes (β_i)*
Bangladesh	158	73	158/675
Brasil	107	32	107/675
India	175	44	175/675
Perú	92	34	92/675
Vietnam	143	104	143/675
Total	675	287	1

Si deseamos saber si el test de interacción para la Tabla I.2 (H_0: L_1=0 *vs.* H_1: $L_1 \neq 0$) es significativo (a un error α=5%) sin realizar demasiados cálculos, podemos utilizar la regla de la expresión (1.28). Para el ejemplo se tiene que: λ=B=0, $z^2_{\alpha/2} = z^2_{2.5\%} = 1.96^2$ y $\overline{L}_1 = -2/30$, $C = -15 \times 1.96^2$, $R_i^2 = 30 \times \left\{30 + 1.96^2\left(a_i + 7.5 \times 1.96^2\right)\right\}$ con a_i=10, 2, –24 y 8 para i=1, 2, 3 y 4 respectivamente. Por ello, el valor de C en la función es $y(C)=120-\Sigma R_i= -129.866 < 0$, luego el test no es significativo.

El método E0 aplicado a los contrastes L_1, L_2 y L_3 proporciona los valores z_{E0}=–0.412, –2.424 y +2.803 respectivamente, lo que indica que son significativos los efectos de la fibra (L_2) y de la grasa (L_3), pero que no hay interacción entre ambas (L_1) como se comprobó en el párrafo anterior. Para cuantificar la magnitud de los efectos de L_2 y L_3 hay que determinar el IC para cada una de ellas. Alternativamente, los tests anteriores pueden realizarse a través del IC para L_1, L_2 y L_3.

La Tabla I.4 contiene los IC al 95% para todos los contrastes de la Tabla I.2 y de la Tabla I.3 realizados por los métodos E0, W3 y Pa0. Puede observarse que, como se indicó arriba, los contrastes L_2 y L_3 son significativos al error del 5% (pues sus IC contienen al valor 0), pero el contraste L_1 no lo es (pues sus IC no contienen al valor 0). Sin embargo, en la evaluación de la magnitud de los diversos intervalos para L_i o L se producen algunas diferencias entre métodos. Se observa que el método Pa0 proporciona unos IC excesivamente amplios, salvo para tamaños muestrales grandes (como en el caso de L). Finalmente se ve que el método W3 proporciona unos IC de anchura similar a la del método E0, pero sus centros son algo más diferentes (salvo en el caso de L, de nuevo por causa de los grandes valores de n_i).

Tabla I.4: Análisis de los datos de las Tablas I.2 y I.3

	IC (Tablas I.2 y I.3) = Centro (1ª entrada) ± Radio (2ª entrada)			
Método	L_1	L_2	L_3	L
E0	–0,0719 ± 0,3164	–0,3934 ± 0,3162	0,4581 ± 0,3161	0,4256 ± 0,0349
W3	–0,0646 ± 0,3162	–0,3876 ± 0,3162	0,4522 ± 0,3162	0,4256 ± 0,0348
Pa0	–0,0646 ± 0,3520	–0,3876 ± 0,3454	0,4522 ± 0,3428	0,4256 ± 0,0372

CAPÍTULO II

K=2 EN EL CASO DE LA DIFERENCIA

II.1. INTRODUCCIÓN

Uno de los objetivos más habituales en Ciencias de la Salud es la comparación de las proporciones p_i (i=1 o 2) de individuos que presentan una característica de interés en dos poblaciones distintas, a cuyo fin lo más habitual es tomar dos muestras independientes de cada una de ellas. Este es el caso de que se comparen la proporción de curaciones con dos tratamientos distintos, o la proporción de enfermos en los grupos con y sin un determinado factor de riesgo, etc. En tales situaciones, el parámetro de interés suele ser la diferencia $d=p_2-p_1$ entre ambas proporciones, lo que constituye un caso particular del caso general del capítulo anterior: ahora K=2, $\beta_1=-1$, $\beta_2=+1$, $L=d$ y la Tabla I.1 se particulariza en la actual Tabla II.1 que se comenta de momento. El objetivo actual es pues la realización de un test de dos colas sobre d (H_0: $d=\delta$ *vs.* H_1: $d\neq\delta$) o la obtención de un IC de dos colas para d.

Tabla II.1

Tabla 2×2 para muestras independientes

Muestras	SÍ	NO	Total	Coeficientes
I	x_1	y_1	n_1	$\beta_1=-1$
II	x_2	y_2	n_2	$\beta_2=+1$
Total	a_1	a_2	n	

La Tabla II.1 presenta los datos obtenidos en este tipo de experimentos, donde de nuevo SÍ/NO alude a la presencia o ausencia de la característica que se estudia, x_i (y_i) es el nº de individuos de entre los n_i (tamaño de muestra) que sí (no) presentan la característica, β_i son los coeficientes de la combinación lineal, $a_1=\Sigma x_i$ ($a_2=\Sigma y_i$) son los totales de individuos que sí (no) presentan la característica y, finalmente, $n=a_1+a_2=\Sigma n_i$ es el tamaño total de la experiencia. Las dos variables aleatorias (x_i) siguen distribuciones binomiales independientes $x_i \longrightarrow B(n_i, p_i)$, con i=1 o 2, en donde p_i es la proporción (desconocida) de individuos de la población i que presentan la característica.

Las medidas utilizadas para evaluar la relación entre dos proporciones p_i son de muy diversos tipos, siendo las más frecuentes la diferencia de proporciones (diferencia de Berkson) d, el cociente de proporciones (riesgo relativo) R y la odds-ratio (razón del producto cruzado) O. Como ya hemos indicado, en este capítulo nos centraremos en el caso de la diferencia de proporciones $d=p_2-p_1$, posponiendo el resto de parámetros para los capítulos siguientes.

El caso d ha sido profusamente utilizado en la literatura, tanto desde el punto de vista exacto como desde el punto de vista asintótico. En el caso exacto ha sido tratado por autores como Chan (1998), Röhmel & Mansmann (1999 a) o Martín & Herranz (2004 b) entre otros, fundamentándose en las ideas originales de Barnard (1947). Para este tipo de métodos, la obtención de un IC es computacionalmente intensiva y poco factible para tamaños de muestra moderadamente grandes; es por ello que la mayoría de los investigadores se centran en el caso asintótico, para el que existen cientos de artículos en los que se proponen y/o analizan diversos métodos (Newcombe, 1998 a; Agresti & Caffo, 2000; Kang & Chen, 2000; Chan, 2003; Agresti, 2003; Martín & Herranz, 2003; Brown & Li, 2005; Santner *et al*, 2007).

El objetivo de este capítulo es proponer y evaluar nuevos métodos asintóticos para el caso particular del parámetro d y compararlos con las mejores propuestas de la literatura.

II.2. NOTACIÓN

II.2.1. Generalidades y estadísticos base

Sean dos variables aleatorias binomiales independientes $x_i \sim B(n_i, p_i)$, con i=1 o 2, y sea $d=p_2-p_1$ el parámetro de interés (con las proporciones p_i desconocidas). Sean $\overline{p}_i=x_i/n_i$ las proporciones muestrales y $\overline{d} = \overline{p}_2 - \overline{p}_1$ la estimación muestral de la diferencia poblacional d. Sean también $q_i=1-p_i$ y $\overline{q}_i = 1 - \overline{p}_i$. Para contrastar H_0: $d=\delta$ *vs.* H_1: $d\neq\delta$ (con $-1\leq\delta\leq1$, ya que $0\leq p_i\leq1$) es necesario seleccionar primeramente un estadístico de contraste que podrá tener una de las tres formas siguientes (y que en adelante serán aludidas abreviadamente por el nombre en negrita que se indica):

Z: $$z_Z^2 = \frac{\left(\bar{d}-\delta\right)^2}{\dfrac{p_1(1-p_1)}{n_1}+\dfrac{p_2(1-p_2)}{n_2}}, \tag{2.1}$$

X: $$z_X^2 = \begin{cases} \sum \chi_i^2 = \sum \dfrac{n_i\left(\bar{p}_i - p_i\right)^2}{p_i q_i} & \text{si} \quad |\bar{d}-\delta| \neq 0 \\ 0 & \text{si} \quad |\bar{d}-\delta| = 0 \end{cases}, \tag{2.2}$$

en donde $$\begin{cases} \chi_i^2 = 0 \quad \text{si} \quad \bar{p}_i = p_i = 0 \;\text{ o }\; \bar{p}_i = p_i = 1 \\ \chi_i^2 = \infty \quad \text{si} \quad \bar{p}_i = q_i = 0 \;\text{ o }\; \bar{p}_i = q_i = 1 \end{cases}, \text{ y}$$

A: $$z_A^2 = \frac{4n_1n_2\left(\bar{d}'-\delta'\right)^2}{n_1+n_2} \quad \text{con} \quad \begin{cases} \bar{d}' = sin^{-1}\sqrt{\bar{p}_2} - sin^{-1}\sqrt{\bar{p}_1} \\ \delta' = sin^{-1}\sqrt{p_2} - sin^{-1}\sqrt{p_1} \end{cases} \tag{2.3}$$

En cualquiera de los tres casos habrá que comparar el valor experimental del estadístico z_{exp}^2 (cualquiera de los tres anteriores) con $z_{\alpha/2}^2$, en donde $z_{\alpha/2}$ es el percentil (1–α/2)×100% de la distribución normal típica. Para obtener el IC (1–α) para d se invierte el test despejando δ en la ecuación $z_{exp}^2 = z_{\alpha/2}^2$. En unas ocasiones la solución será explícita (y más o menos sencilla); en otras requerirá de un procedimiento iterativo.

II.2.2. Estimadores de las proporciones p_i

En los tres estadísticos anteriores (Z, X o A), las proporciones p_i desconocidas deben ser sustituidas por alguno de sus estimadores (con el fin de que tengan utilidad práctica). En lo que sigue se describen los mismos y se pone en mayúsculas y negrita la letra abreviada que designará el procedimiento que proporciona cada estimador (letra que hay que añadir a la del estadístico Z, X o A utilizado).

II.2.2.1. Estimadores no restringidos por H_0

El procedimiento clásico y más utilizado a la hora de estimar las proporciones consiste en sustituir los valores desconocidos p_i por los estimadores clásicos de máxima verosimilitud simple (es decir, las proporciones muestrales):

$$\textbf{W} \text{ (Wald): } \bar{p}_i = x_i / n_i \tag{2.4}$$

Una opción más reciente (Newcombe, 1998 a), consiste en sustituir las proporciones desconocidas por el extremo apropiado del IC de Wilson (1927):

$$\textbf{N} \text{ (Newcombe): } \begin{cases} \ddot{p}_1 = u_1,\ \ddot{p}_2 = l_2 & \text{si } \bar{\mathrm{d}} > \delta \\ \ddot{p}_1 = l_1,\ \ddot{p}_2 = u_2 & \text{si } \bar{\mathrm{d}} < \delta \end{cases} \tag{2.5}$$

con

$$l_i = \frac{x_i + \frac{z_{\alpha/2}^2}{2} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{z_{\alpha/2}^2}{4} + \frac{x_i y_i}{n_i}}}{n_i + z_{\alpha/2}^2} \text{ y } u_i = \frac{x_i + \frac{z_{\alpha/2}^2}{2} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{z_{\alpha/2}^2}{4} + \frac{x_i y_i}{n_i}}}{n_i + z_{\alpha/2}^2} \tag{2.6}$$

siendo (l_i; u_i) el IC de dos colas al $100\cdot(1-\alpha)\%$ para la proporción p_i.

II.2.2.2. Estimadores sí restringidos por H_0

El estimador de p_i restringido por H_0 más habitual (por su sencillez) es el obtenido por el método condicionado de Dunnett and Gent (1977):

$$\textbf{C} \text{ (Condicionado): } \tilde{p}_1 = \frac{a_1 - n_2\delta}{n} \text{ y } \tilde{p}_2 = \tilde{p}_1 + \delta = \frac{a_1 + n_1\delta}{n}. \tag{2.7}$$

Como puede suceder que el valor de $\tilde{p}_i$ no esté comprendido entre 0 y 1, parece conveniente exigir que se cumpla esta condición; de ahí que el estimador $\tilde{p}_i$ tenga dos versiones:

Ca: $\tilde{p}_i$= (2.7).

Cb: $\tilde{p}_i$= (2.7) restringida a que esté entre 0 y 1 ($\tilde{p}_i$=0 si $\tilde{p}_i$<0 y $\tilde{p}_i$=1 si $\tilde{p}_i$>1).

Una opción más complicada es utilizar los siguientes estimadores de máxima verosimilitud bajo H_0 (Mee, 1984; Farrington and Manning, 1990):

$$\textbf{E} \text{ (Incondicionado exacto): } \hat{p}_1 = \left(-c_2 + 2B^{0.5} \cos\varphi\right) / 3c_3 \text{ y } \hat{p}_2 = \hat{p}_1 + \delta, \tag{2.8}$$

en donde $c_0 = x_1\delta(1-\delta)$, $c_1 = a_1 + \delta(n_1\delta - n - 2x_1)$, $c_2 = (n_2 + 2n_1)\delta - n - a_1$, $c_3 = n$, $B = c_2^2 - 3c_1c_3$, $A = 4.5c_3(c_1c_2 - 3c_0c_3) - c_2^3$ y $\varphi = \left[\pi + cos^{-1}\left(-A/B^{3/2}\right)\right]/3$.

Otro tipo de estimadores son los obtenidos por el método de Peskun (1993):

P (Incondicionado de Peskun): $\breve{p}_1 = \dfrac{n-2n_1\delta}{2n}$ y $\breve{p}_2 = \breve{p}_1 + \delta = \dfrac{n+2n_2\delta}{2n}$, (2.9)

aunque, al igual que el caso condicionado, podría ser conveniente exigir que $\breve{p}_i$ sea un valor lícito (que esté comprendido entre 0 y 1); de ahí que $\breve{p}_i$ tenga dos versiones:

Pa: $\breve{p}_i$= (2.9).

Pb: $\breve{p}_i$= (2.9) restringida a que esté entre 0 y 1 ($\breve{p}_i$=0 si $\breve{p}_i$<0 y $\breve{p}_i$=1 si $\breve{p}_i$>1).

II.2.3. Procedimientos de inferencia que se obtienen con cada estimador

Cuando en las 3 expresiones (2.1), (2.2) y (2.3) se sustituye cada uno de los 7 estimadores aludidos en la sección anterior, se obtienen los 21 estadísticos z_{ZW}^2, z_{ZN}^2, z_{ZCa}^2, z_{ZCb}^2, z_{ZE}^2, z_{ZPa}^2, z_{ZPb}^2, z_{AW}^2,…, z_{APb}^2, cada uno de los cuales da lugar a un procedimiento de test diferente. Al invertir el mismo, se obtiene un procedimiento de IC diferente. En ambos casos, el nombre del procedimiento es la unión de las letras de los tests/estimadores implicados en su definición; por ello, al combinar los 3 estadísticos (Z, X y A) con los 7 estimadores (W, N, Ca, Cb, E, Pa y Pb), se obtienen los 21 procedimientos iniciales ZW, ZN, ZCa, ZCb, ZE, ZPa, ZPb, XW,…, APb. Sin embargo algunos de ellos deben omitirse por las razones que siguen:

a) Los procedimientos XE y ZE son equivalentes (como se justificará en la siguiente sección), por lo que basta con considerar uno de ellos (el ZE, por ser el más conocido).
b) Los procedimientos XW, AW, XN y AN no dependen de δ (y, además, los dos primeros tienen además un valor nulo).
c) Los procedimientos ACa y APa pueden proporcionar valores de p_i<0 o p_i >1 (en cuyo caso no tiene sentido la trasformación arco seno).

A los 14 procedimientos restantes se les añade el siguiente procedimiento L (contando así con 15 procedimientos en total) cuyo IC viene dado por:

$$\textbf{L:}\quad (\delta_I,\ \delta_S) = \bar{d} + z_{\alpha/2}^2 \frac{V_2}{2V_1} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{V_1 + z_{\alpha/2}^2\left(\frac{V_2}{2V_1}\right)^2} \tag{2.10}$$

en donde:

$$V_1 = \frac{\bar{p}_1\bar{q}_1}{n_1} + \frac{\bar{p}_2\bar{q}_2}{n_2} \ \text{ y } \ V_2 = \frac{\bar{p}_1\bar{q}_1\left(2\bar{p}_1 - 1\right)}{n_1^2} + \frac{\bar{p}_2\bar{q}_2\left(1 - 2\bar{p}_2\right)}{n_2^2} \tag{2.11}$$

con lo cual un punto (x_1, x_2) es de la región crítica (RC en adelante) del test para δ si el intervalo de confianza que proporciona (δ_I, δ_S) es tal que $\delta \leq \delta_I$ o $\delta \geq \delta_S$. La expresión tiene la dificultad de que el valor de V_2/V_1 está indeterminado en las esquinas del espacio paramétrico (es decir, si V_1=0). Para solventar el problema asumimos que en estas esquinas sucede que $\bar{p}_1\bar{q}_1 / \bar{p}_2\bar{q}_2$ =1, con lo cual:

$$\text{Si } V_1 = 0: \ \frac{V_2}{V_1} = \frac{\dfrac{\left(2\bar{p}_1 - 1\right)}{n_1^2} + \dfrac{\left(1 - 2\bar{p}_2\right)}{n_2^2}}{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}$$

II.2.4. Datos muestrales a utilizar y métodos que proporcionan

Las fórmulas anteriores pueden utilizarse en base a los datos (x_i, y_i, n_i) originales o en base a los datos originales incrementados en una cantidad h_i determinada (x_i+h_i, y_i+h_i, n_i+2h_i). Este incremento, como se comentó en el capítulo anterior, tiene su origen en los métodos "adjusted" Wald, cuyo objetivo no es otro que el de mejorar el comportamiento del procedimiento ZW.

Los valores posibles de h_i se denotan con el dígito (en negrita) que los identificará (el cual se añadirá a las letras de los procedimientos descritos arriba):

0: h_i=0 (clásico).

1: h_i =0,5 (Woolf).

2: h_i =1 (Agresti & Caffo).

3: $h_i = z_{\alpha/2}^2 / 4$.

$$\mathbf{4}\text{: } h_i = \begin{cases} \dfrac{z_{\alpha/2}^2(1+2I_i)}{4} \text{ con } I_1 = \begin{cases} 1 \text{ si } \overline{p}_1 = 0 \\ 0 \text{ si } \overline{p}_1 \neq 0 \end{cases}, I_2 = \begin{cases} 1 \text{ si } \overline{p}_2 = 1 \\ 0 \text{ si } \overline{p}_2 \neq 1 \end{cases} \text{ si } \overline{d} > \delta \\ \dfrac{z_{\alpha/2}^2(1+2S_i)}{4} \text{ con } S_1 = \begin{cases} 1 \text{ si } \overline{p}_1 = 1 \\ 0 \text{ si } \overline{p}_1 \neq 1 \end{cases}, S_2 = \begin{cases} 1 \text{ si } \overline{p}_2 = 0 \\ 0 \text{ si } \overline{p}_2 \neq 0 \end{cases} \text{ si } \overline{d} < \delta \end{cases}$$

Existen otros posibles incrementos que se descartan aquí pues la literatura, o nuestros propios resultados (aludidos más adelante), han demostrado que no mejoran a los anteriores.

Cada uno de los 5 incrementos (0, 1, 2, 3 y 4) puede aplicarse a cada uno de los 15 procedimientos anteriores (ZW, ZN,…, APb y L), dando lugar a <u>75 métodos de inferencia</u> distintos; en lo que sigue ellos serán notados por las letras del procedimiento y el dígito del incremento correspondiente: ZW0, ZW1, ZW2, ZW3, ZW4,…, L4.

II.3. RESULTADOS DE LA LITERATURA: DE TIPO TEÓRICO

II.3.1. Métodos basados en el estadístico Z

Desde casi el inicio de la Estadística, es bien conocido que si $x_i \to B(n_i, p_i)$, con i=1 o 2, son independientes, entonces las proporciones muestrales $\overline{p}_i = x_i / n_i$ convergen en distribución a una normal de media p_i y varianza $p_i(1-p_i)/n_i$ y la diferencia $\overline{d} = \overline{p}_2 - \overline{p}_1$ de las proporciones estimadas es asintóticamente normal, con media y varianza las indicadas a continuación:

$$\overline{d} = \overline{p}_2 - \overline{p}_1 \xrightarrow{d} N\left(p_2 - p_1,\ \frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}\right).$$

Para contrastar la hipótesis H_0: $d=\delta$ *vs.* H_1: $d\neq\delta$ hay que comparar el valor experimental del estadístico z_Z^2 dado por (2.1) con $z_{\alpha/2}^2$ (como se indicó entonces). El IC (1–α) para d, que se obtiene por inversión del test, tendrá la forma:

$$d \in \overline{d} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}}\ .$$

Las expresiones anteriores no tienen utilidad hasta que las proporciones p_i desconocidas sean sustituidas por una estimación de las mismas (como las reseñadas en la sección II.2.2).

II.3.1.1. Método clásico de Wald y método "adjusted" Wald

El procedimiento clásico de cualquier libro de texto elemental consiste en sustituir los valores desconocidos p_i por las proporciones muestrales (estimadores de máxima verosimilitud simple) dados por la expresión (2.4), lo que da lugar al procedimiento ZW (el clásico procedimiento de Wald). Las expresiones siguientes aluden al estadístico de Wald y al IC de Wald que se obtiene por inversión del test:

$$\text{ZW: } z_{ZW}^2 = \frac{\left(\overline{d}-\delta\right)^2}{\frac{\overline{p}_1\overline{q}_1}{n_1}+\frac{\overline{p}_2\overline{q}_2}{n_2}} \tag{2.12}$$

$$\text{IC}_{\text{ZW}}\text{: } d \in \overline{d} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\overline{p}_1\overline{q}_1}{n_1}+\frac{\overline{p}_2\overline{q}_2}{n_2}} \tag{2.13}$$

Es conocido que el método de Wald tiene un mal comportamiento (Dunnet & Gent, 1977; Hauck & Anderson, 1986; Roebruck & Kühn, 1995; Feigin & Lumelskii, 2000; Brown & Li, 2005; Xu & Kolassa, 2007). Con el fin de mejorarlo, Agresti & Caffo (2000) propusieron aplicarlo no en base a los datos originales (método ZW0), sino en base a los datos incrementados en una cantidad h_i=1 (método ZW2) para α=5%.

II.3.1.2. Método de Newcombe

Newcombe (1998 a) plantea un nuevo procedimiento basado en el IC asintótico para una única proporción dado por Wilson (1927), del cual se dieron datos detallados en la sección I.3.1.3. Su procedimiento, basado en el estadístico Z, da lugar al test e IC del procedimiento ZN:

$$\text{IC}_{\text{ZN}}\text{: } d \in \begin{cases} \overline{d} + z_{\alpha/2}\sqrt{l_1\left(1-l_1\right)/n_1 + u_2\left(1-u_2\right)/n_2} \\ \overline{d} - z_{\alpha/2}\sqrt{u_1\left(1-u_1\right)/n_1 + l_2\left(1-l_2\right)/n_2} \end{cases}, \tag{2.14}$$

$$\text{ZN: } z_{ZN}^2 = \begin{cases} \left(\bar{d}-\delta\right)^2 \Big/ \left\{ \dfrac{l_1(1-l_1)}{n_1} + \dfrac{u_2(1-u_2)}{n_2} \right\} & \text{si } \bar{d} < \delta \\ \left(\bar{d}-\delta\right)^2 \Big/ \left\{ \dfrac{u_1(1-u_1)}{n_1} + \dfrac{l_2(1-l_2)}{n_2} \right\} & \text{si } \bar{d} > \delta \end{cases}, \quad (2.15)$$

en donde l_i y u_i se obtienen como en las expresiones (2.6). En realidad, Newcombe solo aludió a la expresión (2.14), pero los estimadores $\ddot{p}_i$ de la expresión (2.5) y la expresión (2.15) se deducen de modo inmediato.

Zou and Donner (2008) generalizan y justifican teóricamente el procedimiento de Newcombe. Para tales autores, si (l_i, u_i) es un IC cualquiera para p_i al error α, entonces el IC aproximado para d, también al error α, es:

$$\begin{aligned} \delta_I &= \bar{d} - \sqrt{\left(u_1-\bar{p}_1\right)^2 + \left(\bar{p}_2 - l_2\right)^2} \\ \delta_S &= \bar{d} + \sqrt{\left(\bar{p}_1-l_1\right)^2 + \left(u_2 - \bar{p}_2\right)^2} \end{aligned}.$$

Es inmediato ver que si (l_i, u_i) han sido obtenidos por la fórmula asintótica clásica (2.6), entonces el IC anterior es el mismo que el de Newcombe.

II.3.1.3. Método condicionado

Bajo la hipótesis nula H_0: p_2–p_1=δ ocurre que p_2=p_1+δ, por lo que el único parámetro desconocido es p_1. Desde el punto de vista condicionado (es decir, condicionando en que los éxitos siempre sumen el valor observado de a_1), el estimador sugerido por Dunnett & Gent (1977) viene dado por la expresión (2.7), aunque Farrington & Manning (1990) matizan esta definición en el sentido de que si $\tilde{p}_i < 0$ (o $\tilde{p}_i > 1$) debe hacerse $\tilde{p}_i = 0$ (o $\tilde{p}_i = 1$) para que sean valores lícitos. De ahí los dos procedimientos ZCa y ZCb. Sea cual sea el caso, el estadístico de contraste será de la forma:

$$\text{ZCa/b: } z_{ZCa/b}^2 = \frac{\left(\bar{d}-\delta\right)^2}{\dfrac{\tilde{p}_1\tilde{q}_1}{n_1} + \dfrac{\tilde{p}_2\tilde{q}_2}{n_2}}. \quad (2.16)$$

El IC a través del procedimiento ZCa -Wallenstein (1997) y Martín & Herranz (2003)-

se obtiene determinando las dos soluciones de la ecuación de segundo grado:

$$\mathrm{IC_{ZCa}}\text{: } A\delta^2 + B\delta + C = 0 \text{ con } \begin{cases} A = z_{\alpha/2}^2\left\{(n_2-n_1)^2 + n_1n_2\right\} + nn_1n_2 \\ B = z_{\alpha/2}^2(n_2-n_1)(a_2-a_1) - 2nn_1n_2\bar{d} \\ C = nn_1n_2\bar{d}^2 - z_{\alpha/2}^2 a_1a_2 \end{cases}. \quad (2.17)$$

La solución es también válida para el procedimiento ZCb si se verifica que $-min\{a_1/n_1; a_2/n_2\} \le \delta_I, \delta_S \le min\{a_1/n_2; a_2/n_1\}$ (Martín & Herranz, 2003) pues solo entonces $0 \le \tilde{p}_i \le 1$. La solución explicita de este caso se ve en la sección II.5.3.

II.3.1.4. Método incondicionado exacto

Desde el punto de vista incondicionado, Mee (1984) propone el estimador de máxima verosimilitud bajo H_0 (sin condicionar en los marginales) y Miettinen & Nurminen (1985) proporcionan la fórmula explícita para su cálculo: el valor $\hat{p}_1$ de la expresión (2.8), que es la única solución lícita que se obtiene de la ecuación de tercer grado señalada entonces. El estadístico de contraste será de la forma:

$$\text{ZE: } z_{ZE}^2 = \frac{(\bar{d}-\delta)^2}{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}. \quad (2.18)$$

La desventaja de este método de las marcas es que su IC ($\mathrm{IC_{ZE}}$) no tiene solución explícita y hay que determinarlo de forma iterativa. Aquí, la palabra "exacto" se está utilizando en el sentido de que el estadístico del procedimiento ZE se determina de modo exacto (no de modo aproximado como se hace más adelante).

II.3.1.5. Método incondicionado de Peskun

Peskun (1993) empleó el criterio de Sterne (1954) al indicar que el test Z de la expresión (2.1) será significativo cuando lo sea para cualquier valor de p_1, es decir cuando su valor z_Z^2 sea mayor o igual que $z_{\alpha/2}^2$ para todo p_1. Con tal objetivo determinó el mínimo valor de z_Z^2, o lo que es lo mismo, el valor de p_1 que hace máximo su denominador $V=\sum p_i q_i / n_i$, con i=1 o 2, encontrando que este máximo se alcanza en el valor $\breve{p}_1$ de la expresión (2.9). Esto proporciona el procedimiento ZPa, el cual ocasiona las dos expresiones siguientes para el test y el IC:

$$\text{ZPa: } z_{ZPa}^2=\frac{4nn_1n_2\left(\bar{d}-\delta\right)^2}{n^2-4n_1n_2\delta^2}, \qquad (2.19)$$

$$\text{IC}_{\text{ZPa}}\text{: } d\in n\left\{\bar{d}\pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{n+z_{\alpha/2}^2}{4n_1n_2}-\frac{\bar{d}^2}{n}}\right\}\Big/\left(n+z_{\alpha/2}^2\right), \qquad (2.20)$$

aunque Peskun no tuvo en cuenta que $\breve{p}_i$ puede ser un valor ilícito ($\breve{p}_i$<0 o $\breve{p}_i$>1), lo que sí se considera en la sección II.5.2.

II.3.1.6. Estadístico Z con corrección por continuidad

Es conocida la necesidad de utilizar una corrección por continuidad (cpc en adelante) (Cox, 1970) cuando se aproxima una variable discreta (como las binomiales actuales) a través de una variable continua (como es la normal). Haber (1972) propuso que una cpc debe consistir en sumar o restar a la variable aleatoria la mitad de su salto promedio. En particular, el estadístico Z de la expresión (2.1) se convierte en el siguiente estadístico Zc con cpc:

$$\text{Zc: } z_{Zc}^2=\begin{cases}\left(|\bar{d}-\delta|-c\right)^2\Big/\left\{\dfrac{p_1q_1}{n_1}+\dfrac{p_2q_2}{n_2}\right\} & \text{si } \quad |\bar{d}-\delta|>c \\ 0 & \text{si } \quad |\bar{d}-\delta|\le c\end{cases}. \qquad (2.21)$$

Para el procedimiento ZE, Martín & Herranz (2004 a) comprobaron que la mejor opción es efectuar una cpc muy suave dada por c=1/(N–1) o 2/(N–1) si los tamaños muestrales son distintos o iguales respectivamente, en donde N=(n_1+1)×(n_2+1), pues la tradicional cpc de Yates (Cornfield, 1956) de c=(n_1+n_2)/(2n_1n_2) da lugar a resultados muy conservadores. Su razonamiento para la obtención del valor c es válido para cualquier versión del estadístico Z, por lo que la misma cpc puede ser asumida para todos los procedimientos de tipo Z.

II.3.1.7. Propiedades que verifica el estadístico ZE

Para que un estadístico z^2 sea útil en la inferencia es preciso que verifique ciertas propiedades de coherencia. En el contexto de los tests exactos para H_0 (Röhmel & Mansmann, 1999 a) es necesario que las RC no presenten huecos. Como la RC se construye ordenando los puntos del espacio muestral de mayor a menor valor del estadístico z^2, la ausencia de huecos en la misma implica que z^2 debe ser creciente (decreciente) en $\overline{p}_2$ ($\overline{p}_1$) si $\overline{d} > \delta$. Esto es lo que se conoce como las dos propiedades de convexidad de Barnard (*convexidad espacial*). La convexidad espacial del estadístico ZE fue demostrada primero de modo heurístico por Chan (1998) y luego de modo más preciso por Martín & Herranz (2004 b) y Röhmel (2005), siendo también cierta cuando a ZE se le efectúa una corrección por continuidad (Herranz & Martín, 2008).

Por otro lado, y por el principio de Sterne (1954), para que z^2 sea lícito es preciso que alcance su valor mínimo en la frontera del espacio nulo, es decir que sea decreciente en δ (*convexidad paramétrica*). ZE igualmente verifica tal propiedad (Martín & Herranz, 2004 b).

II.3.2. Métodos basados en el estadístico X

El clásico estadístico chi-cuadrado de Pearson tiene la forma:

$$\chi^2_{exp} = \sum \frac{(O-E)^2}{E},$$

con O las cantidades observadas (x_1, x_2, y_1, y_2) y E las cantidades esperadas (n_1p_1, n_2p_2, n_1q_1, n_2q_2). Sustituyendo tales valores en la fórmula anterior y haciendo operaciones, se obtiene que:

$$\chi^2_{exp} = \frac{(x_1 - n_1p_1)^2}{n_1p_1q_1} + \frac{(x_2 - n_2p_2)^2}{n_2p_2q_2} = \sum \frac{n_i(\overline{p}_i - p_i)^2}{p_iq_i}, \qquad (2.22)$$

lo que da lugar al estadístico z^2_X de la expresión (2.2). Dunnett & Gent (1977) proponen utilizar este estadístico en los estimadores condicionados $\tilde{p}_i$, dando así lugar al procedimiento XCa. Alternativamente, si se hace $\tilde{p}_1 = \tilde{p}$ y se tiene en cuenta que el término $(O–E)^2$ es siempre el mismo, entonces:

$$z_{XCa}^2 = \left(n_1\tilde{p} - x_1\right)^2 \left[\frac{1}{n_1\tilde{p}\left(1-\tilde{p}\right)} + \frac{1}{n_2\left(\tilde{p}+\delta\right)\left(1-\tilde{p}-\delta\right)}\right]. \quad (2.23)$$

Dunnet & Gent (1977) comprobaron que $z_{ZCa}^2 \neq z_{XCa}^2$. Por el contrario, Nam (1995) demostró que si en la expresión (2.22) se sustituye p_i por sus estimadores incondicionados de máxima verosimilitud $\hat{p}_i$, entonces los procedimientos ZE y XE sí que son el mismo ($z_{ZE}^2 = z_{XE}^2$), por lo que ambos aluden al método de las marcas. Por ello, si se hace $\hat{p}_1 = \hat{p}$, entonces (Martín & Herranz, 2004 b, proporcionan una demostración más directa):

$$z_{ZE}^2 = \frac{(\overline{p}_2 - \overline{p}_1 - \delta)^2}{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n_1} + \frac{(\hat{p}+\delta)(1-\hat{p}-\delta)}{n_2}} = \frac{(x_1 - n_1\hat{p})^2}{n_1\hat{p}(1-\hat{p})} + \frac{\left\{x_2 - n_2(\hat{p}+\delta)\right\}^2}{n_2(\hat{p}+\delta)(1-\hat{p}-\delta)} = z_{XE}^2.$$

Una alternativa para ambas expresiones es (Martín & Herranz, 2004 b):

$$z_{ZE}^2 = \begin{cases} n_1\left(\hat{p} - \overline{p}_1\right)\left(\overline{p}_2 - \overline{p}_1 - \delta\right) / \hat{p}\left(1-\hat{p}\right) & \text{si} \quad \hat{p} \neq 0,\ 1 \\ n_2\left(\overline{p}_2 - \hat{p} - \delta\right)\left(\overline{p}_2 - \overline{p}_1 - \delta\right) / \left(\hat{p}+\delta\right)\left(1-\hat{p}-\delta\right) & \text{si} \quad \hat{p} \neq -\delta,\ 1-\delta \end{cases}. \quad (2.24)$$

II.3.3. Métodos basados en el estadístico A

Herranz & Martín (2008) proponen como estadístico de contraste el valor $\overline{d}' - \delta'$, con $\overline{d}' = sin^{-1}\sqrt{\overline{p}_2} - sin^{-1}\sqrt{\overline{p}_1}$ y $\delta' = sin^{-1}\sqrt{p_2} - sin^{-1}\sqrt{p_1}$, el cual se basa en la conocida transformación arco seno. Como asintóticamente $sin^{-1}\sqrt{\overline{p}_i}$ se distribuye como una $N\left(sin^{-1}\sqrt{p_i},\ 1/4n_i\right)$, entonces $\overline{d}'$ se distribuye como una normal con media y varianza las que se indican:

$$\overline{d}' = sin^{-1}\sqrt{\overline{p}_2} - sin^{-1}\sqrt{\overline{p}_1} \xrightarrow{d} N\left(\delta' = sin^{-1}\sqrt{p_2} - sin^{-1}\sqrt{p_1}, \sigma^2 = \left(n_1+n_2\right)/4n_1n_2\right).$$

En consecuencia, el estadístico de contraste será:

$$\text{A: } z_A^2 = \frac{4n_1n_2\left(\overline{d}' - \delta'\right)^2}{n_1+n_2}, \quad (2.25)$$

que es el mismo de la expresión (2.3). Para que la expresión sea útil, Herranz & Martín sustituyen las proporciones p_i desconocidas por el estimador de máxima verosimilitud bajo H_0 ($\hat{p}_1$, $\hat{p}_2 = \hat{p}_1 + \delta$), dando lugar a la expresión:

$$\text{AE: } z_{AE}^2 = \frac{4n_1n_2\left(\overline{d}' - \delta'\right)^2}{n_1 + n_2} \quad \text{con} \quad \begin{array}{l} \overline{d}' = sin^{-1}\sqrt{\overline{p}_2} - sin^{-1}\sqrt{\overline{p}_1} \\ \delta' = sin^{-1}\sqrt{\hat{p}_2} - sin^{-1}\sqrt{\hat{p}_1} \end{array}. \qquad (2.26)$$

Es habitual utilizar la transformación arco seno con la transformación de Anscombe, la cual consiste (al igual que los métodos “adjusted" Wald) en un incremento inicial de los datos originales de 3/8; en ese caso, el estadístico z_{AE}^2 se calcularía en base a los datos modificados (x_i+3/8, y_i+3/8, n_i+3/4).

En todos los casos, la determinación del IC (IC_{ZE}) debe hacerse por métodos iterativos.

II.4. RESULTADOS DE LA LITERATURA: DE TIPO PRÁCTICO

II.4.1. Generalidades sobre los estudios a realizar

A fin de seleccionar el método de inferencia óptimo, la mayoría de los autores plantean el problema desde el punto de vista de los IC, por lo que comparan el recubrimiento real R y la longitud media l de cada método de IC para unos valores fijados de p_i (i=1 o 2). Ambos parámetros vienen dados por las expresiones:

$$R = \sum_{x_1=0}^{n_1}\sum_{x_2=0}^{n_2}\binom{n_1}{x_1}\binom{n_2}{x_2} p_1^{x_1}(1-p_1)^{n_1-x_1}\, p_2^{x_2}(1-p_2)^{n_2-x_2}\, I(x_1,x_2) \qquad (2.27)$$

$$l = \sum_{x_1=0}^{n_1}\sum_{x_2=0}^{n_2}\binom{n_1}{x_1}\binom{n_2}{x_2} p_1^{x_1}(1-p_1)^{n_1-x_1}\, p_2^{x_2}(1-p_2)^{n_2-x_2}\left(\delta_S - \delta_I\right) \qquad (2.28)$$

en donde $I(x_1, x_2) = 1$ si $\delta \in (\delta_I, \delta_S)$ -el IC obtenido con la pareja (x_1, x_2)- e $I(x_1, x_2) = 0$ en otro caso. Dado que R es una probabilidad, $-1 \leq \delta_I, \delta_S \leq +1$ y $\delta_I < \delta_S$, se verifica que $0 \leq R \leq 1$ y $0 \leq l \leq 2$. Se considera que un método de IC es mejor cuanto menor sea su longitud l y cuanto más cercano sea su recubrimiento real R al recubrimiento nominal de $1-\alpha$. En general, los criterios para seleccionar el procedimiento óptimo suelen ser los siguientes (Brown & Li, 2005):

– *R* debe ser cercano al valor nominal (90%, 95% y 99% usualmente).
– *l* debe ser lo más pequeño posible, siempre y cuando *R* sea superior o próxima al valor nominal.
– *R* debe converger al nivel nominal uniforme y rápidamente con el incremento del tamaño de la muestra, especialmente si las probabilidades p_i son cercanas a 0 o a 1.
– Es aconsejable la simplicidad del IC, es decir, que sea fácil de recordar, de calcular, de entender y de presentar.

Alternativamente, otros autores plantean la selección desde el punto de vista de los tests de hipótesis. Si el test asintótico se realiza a un error nominal de α, la RC que ocasiona estará formada por todos los puntos (x_1, x_2) en los que $z_{exp}^2 \geq z_{\alpha/2}^2$, el error real del test $\alpha(p)$ -con $p=p_1$- vendrá dado por:

$$\alpha(p)=\sum_{RC} P(x_1,x_2 \mid H_0)=\sum_{RC}\binom{n_1}{x_1}\binom{n_2}{x_2} p^{x_1}(1-p)^{n_1-x_1}(p+\delta)^{x_2}(1-p-\delta)^{n_2-x_2}\ , \quad (2.29)$$

y el tamaño α^* del mismo será:

$$\alpha^* = \text{máx}_{p\in D}\ \alpha(p) \ \text{ con } \ D=\left\{p \,\middle|\, \text{máx}(0,\ -\delta)<p<\text{mín}(1,\ 1-\delta)\right\}. \qquad (2.30)$$

Adicionalmente, la potencia $\theta(p_1, p_2)$ para una alternativa dada será:

$$\theta(p_1,p_2)=\sum_{RC}\binom{n_1}{x_1}\binom{n_2}{x_2} p_1^{x_1}(1-p_1)^{n_1-x_1} p_2^{x_2}(1-p_2)^{n_2-x_2}\ .$$

Bajo este planteamiento, el método óptimo será aquel cuyo α^* sea más cercano a α (preferiblemente menor o igual) y cuya potencia sea lo mayor posible en la mayoría de las alternativas ensayadas.

II.4.2. Conclusiones de la literatura

La literatura ha analizado el problema actual con gran detalle y en numerosas ocasiones, pero todos los estudios realizados se limitan a comparar unos pocos métodos de entre los conocidos hasta ese momento. Las conclusiones obtenidas a partir de las diversas comparaciones efectuadas por los distintos autores, pueden resumirse como sigue:

1) Dunnett & Gent (1977) comparan los métodos ZW0, ZCa0 y XCa0 -estos dos últimos con y sin la cpc de Yates- por el método condicionado (pues su referente idóneo es el método condicionado de Gart). Para ellos el método XCa0 con cpc es mejor que XCa0 sin cpc, el cual a su vez es mejor que el método ZCa0, que a su vez es mejor que el método ZW0.
2) Hauck & Anderson (1986) realizan un análisis comparativo de distintos métodos, concluyendo que ZW0 es demasiado liberal y proporciona por tanto un recubrimiento inferior al nominal en la mayoría de los casos. Además, advierten que nunca se debe utilizar dicho método sin una corrección por continuidad, incluso aunque los tamaños de muestra sean grandes.
3) Roebruck & Kühn (1995) comparan la actuación de los métodos ZW0, ZCb0 y ZE0. Uno de sus resultados es que debe rechazarse el método ZCb0 debido a su mal comportamiento, especialmente cuando además no supera a los métodos ZW0 y ZE0 en ninguna situación. Para la mayoría de los casos, su análisis muestra que ZE0 proporciona resultados aceptables, con la excepción de los casos en que los parámetros p_i y δ son grandes.
4) Wallenstein (1997) compara los métodos ZW0, ZCb0, ZE0, ZPa0 concluyendo que el método ZW0 sobreestima la probabilidad de recubrimiento y que el método ZPa0 proporciona un IC estrecho que converge más despacio hacia la probabilidad nominal. Además añade que, si se considera una cpc como la de Yates, los nuevos IC tienen un recubrimiento al menos igual al nominal. Finalmente, defiende que el método ZCb0 es el que tiene un mejor comportamiento.
5) Newcombe (1998 a) señala que la única virtud del método ZW0 es su sencillez de cálculo, pues el recubrimiento no es simétrico y presenta anomalías, cosa que no ocurre con el resto de métodos que compara. En cuanto al método ZE0, este tiene una probabilidad pobre de recubrimiento. Por último, el método ZN0 es computacionalmente más sencillo y tratable con tamaños de muestra grandes, por lo que el autor lo recomienda por encima del resto.
6) Agresti & Caffo (2000) reiteran el mal comportamiento del clásico método ZW0, señalando que además la probabilidad de recubrimiento tiende a ser muy pequeña cuando p_i es un valor cercano a 0 o a 1. Por ello proponen el método ZW2, tan sencillo como el ZW0 pero con un mucho mejor comportamiento. Comparando su método con el ZN0, los autores indican que ambos son conservadores cuando las

proporciones p_i se acercan a 0 o a 1, aunque ZN0 es globalmente menos conservador, tiene un recubrimiento medio más cercano al nominal y sus IC tienden a ser un poco más estrechos. Aunque ZN0 tenga una buena actuación, se recomienda como método óptimo ZW2, incluso para el caso de un contraste (δ=0), especialmente por su mayor sencillez.

7) Feigin & Lumelskii (2000) analizan varios métodos, siendo ZPa0 el que más destaca por su buen comportamiento y descartando ZW0 por tener una mala actuación. Los autores comprueban que el método ZPa0 tiene una longitud de intervalo grande si alguna de las proporciones p_i son pequeñas, pero, sin embargo, para p_i grandes y tamaños de muestra moderados el IC es más estrecho que con el resto de métodos, por lo que concluyen que ZPa0 es el método óptimo.
8) Martín & Herranz (2004 b) proponen dos cpc para el método ZE0 (que seleccionan frente a los métodos ZW0 y ZCb0) con el objetivo de que disminuya su liberalidad, seleccionando de ellas la cpc que da lugar al método ZE0c.
9) Brown & Li (2005), además de proponer otro nuevo método basado en una reparametrización del modelo, llegan a la conclusión de que para tamaños de muestra pequeños el método ZW0 tiene un recubrimiento menor que el nominal, aunque proporciona IC estrechos. Los métodos bayesianos que analizan son más conservadores que el resto, teniendo los métodos ZN0 y ZE0 un comportamiento muy similar. Estos dos últimos son los métodos que seleccionan, eligiendo el método ZN0 en el caso de tamaños de muestra pequeños y distintos, y el ZE0 en cualquier otro caso.
10) Xu & Kolassa (2007) proponen diversas cpc para el clásico método ZW0 (del que destacan su ya conocido mal comportamiento) todas ellas procedentes de malas definiciones de cpc para el método ZE0 en el caso δ=0.
11) Santner et al. (2007) comparan la actuación de diversos métodos exactos (que no son el objetivo de esta memoria) y del método ZE0, indicando que este último es liberal el 50% de las veces.

Adicionalmente, Anbar (1983) propuso utilizar el procedimiento de Wald solo para la primera proporción (sustituir p_1 por $\overline{p}_1$), pues la segunda es obligada a verificar la hipótesis nula ($p_2=\overline{p}_1+\delta$). Es evidente lo inadecuado del procedimiento dado que las inferencias para p_2-p_1 no son concordantes con las inferencias para p_1-p_2 (es decir, si se sustituye p_2 por $\overline{p}_2$ y se hace $p_1=\overline{p}_2-\delta$).

Otra aportación reciente es la de Newcombe & Nurminen (2011). Los autores defienden el método de las marcas (en la versión de Miettinen & Nurminen, más que en la versión de Mee empleada en esta memoria) pues opinan que las críticas al mismo son infundadas. Como se ha señalado en los párrafos anteriores (y se ratificará en nuestra evaluación de de la sección II.6), el método de las marcas es excesivamente liberal. Según Newcombe & Nurminen, la causa de ello es la utilización del parámetro evaluador "mínimo recubrimiento", más que el "recubrimiento medio". Nuestra opinión es contraria a este planteamiento, pues el "mínimo recubrimiento" viene forzado por el hecho de que el IC se obtiene por inversión del test, y en la evaluación de los tests debe emplearse el "máximo error real α^*" (con "mínimo recubrimiento" = $1-\alpha^*$). Como en la práctica el investigador no conoce cuál es el verdadero valor del parámetro perturbador p_1, todo procedimiento aproximado de inferencia debe garantizar lo más posible que el recubrimiento nominal se alcanza o supera sea cual sea el valor de p_1.

II.5. APORTACIONES DE TIPO TEÓRICO

II.5.1. Aproximaciones al procedimiento de las marcas: procedimiento L y métodos de tipo "adjusted" Wald

En el capítulo anterior se desarrolló con detalle la principal aportación de esta memoria: el procedimiento de las marcas para una combinación lineal general de proporciones independientes. Todo lo indicado entonces puede aplicarse al caso particular actual de $L=d$, obteniéndose así que las expresiones (1.20) y (1.21) son equivalentes a las reseñadas para este caso por Martín and Herranz (2010), las cuales son a su vez equivalentes al clásico procedimiento ZE de la literatura. La dificultad del procedimiento para el caso L era que, tanto si se trata de realizar el test como de obtener el IC, hay que resolverlo por métodos iterativos. Es por ello que se buscaron simplificaciones basadas en el desarrollo en serie de Maclaurin, lo que de paso permitió justificar teóricamente los métodos heurísticos de tipo "adjusted" Wald.

En este caso para $L=d$, la expresión clave será $y=n-2\delta C-\sum R_i=0$ con $C=z_{ZE}^2/\left(\overline{d}-\delta\right)$ y $R_i^2=n_i^2\pm 2n_i^2\left(1-2\overline{p}_i\right)C+C^2$ (utilizando el signo + para i=2 y el – para i=1). Siguiendo el mismo proceso que en la sección I.4.2.5, a partir del desarrollo en serie se obtiene la expresión $\left(\bar{d}-\delta\right)^3 - z_{ZE}^2\left(\bar{d}-\delta\right)V_1 + z_{ZE}^4 V_2 \simeq 0$ siendo V_1 y V_2 los valores dados por la expresión (2.11). Si se retienen sólo los términos de grado 1 y se divide por $\left(\bar{d}-\delta\right)$ se obtienen las soluciones clásicas de tipo Wald (procedimiento ZW) dadas por las expresiones (2.12) y (2.13). Igualmente, el desarrollo de grado 2 da lugar a $\left(\bar{d}-\delta\right)^2 V_1 + \left(\bar{d}-\delta\right)V_2 z_{ZE}^2 - z_{ZE}^2 V_1 \simeq 0$. De esto se deduce que un valor aproximado para z_{ZE}^2 viene dado por el siguiente nuevo estadístico:

$$z_L^2 = \frac{\left(\bar{d}-\delta\right)^2}{V_1 - \left(\bar{d}-\delta\right)V_2 / V_1}, \tag{2.31}$$

lo que da lugar al procedimiento L cuyo IC viene dado por la expresión (2.10). Obsérvese que las expresiones (2.31) y (2.10) son comparables a las (1.32) para el caso de una combinación general. Las expresiones (2.10) y (2.31) tienen la dificultad de que el valor de V_2/V_1 está indeterminado en las esquinas del espacio paramétrico (es decir, si V_1=0). Para solventar el problema asumimos que en estas esquinas sucede que $\bar{p}_1\bar{q}_1 / \bar{p}_2\bar{q}_2$=1, con lo cual si V_1=0:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\dfrac{\left(2\bar{p}_1 - 1\right)}{n_1^2} + \dfrac{\left(1 - 2\bar{p}_2\right)}{n_2^2}}{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}$$

Respecto de los procedimientos “adjusted” Wald, siguiendo el desarrollo de la sección I.4.2.5 se obtienen dos nuevos incrementos haciendo que el centro del intervalo de Wald para los datos incrementados, sea aproximadamente igual que el centro del IC del procedimiento de las marcas para los datos originales. Estas propuestas vienen dadas por las expresiones 3 y 4 del apartado II.2.4. Obsérvese que el Caso 3 produce iguales resultados que el Caso 4 cuando las observaciones originales no están en la frontera del espacio muestral, es decir cuando $x_i \neq 0$ y $x_i \neq n_i$ ($\forall i$); pero si por ejemplo, x_1=0 y $0<x_2<n_2$ entonces $h_1 = h_2 = z_{\alpha/2}^2/4$ en el Caso 3, pero en el Caso 4 $h_1 = 3z_{\alpha/2}^2/4$ y $h_2 = z_{\alpha/2}^2/4$ cuando se obtiene el extremo inferior y $h_1 = h_2 = z_{\alpha/2}^2/4$ cuando se obtiene el extremo superior.

II.5.2. Procedimientos basados en el estimador Pb

El criterio de Sterne (1954) fue utilizado por Peskun (1993) bajo el principio de que el test sea significativo para cualquier valor de p_1. Así obtuvo el procedimiento ZPa, como se mencionó en la sección II.3.1.5, viniendo dados el estadístico de contraste y el IC por las expresiones (2.19) y (2.20) respectivamente. Lo que Peskun no tuvo cuenta es que el estimador $\breve{p}_i$ puede ser un valor ilícito (es decir que $\breve{p}_i$<0 o $\breve{p}_i$>1). Si se obliga (como en el caso del estimador condicionado $\tilde{p}_i$) a que $\breve{p}_i$ esté entre 0 y 1 se obtiene el procedimiento ZPb, que viene dado explícitamente por la expresión que sigue:

$$z_{ZPb}^2 = \frac{\left(\bar{d}-\delta\right)^2}{V} \text{ con } V=\begin{cases} \left(n^2-4n_1n_2\delta^2\right)\big/4nn_1n_2 & \text{si } |\delta|<n\big/2\left(\text{máx}_i\ n_i\right) \\ |\delta|\left\{1-|\delta|\right\}\big/\text{mín}_i n_i & \text{si } |\delta|\geq n\big/2\left(\text{máx}_i\ n_i\right) \end{cases}, \tag{2.32}$$

en donde la primera parte de la expresión (sin restricción) se corresponde con el procedimiento ZPa. En consecuencia, haciendo $z_{ZPb}^2 = z_{\alpha/2}^2$ y realizando las operaciones oportunas, el IC para el procedimiento ZPb se obtiene mediante los siguientes pasos:

1. Determinar (δ_I, δ_S) a través de la expresión (2.20).
2. Si δ_I, δ_S verifican que $|\delta|\leq n\big/2\text{máx}\left(n_1,n_2\right)$, el proceso finaliza.
3. En otro caso, el extremo δ_X que haya fallado hay que obtenerlo de nuevo mediante la expresión:

$$\delta_X = \frac{\bar{n}_1}{\bar{n}_1+z_{\alpha/2}^2}\left\{\bar{d}+\frac{sz_{\alpha/2}^2}{2\bar{n}_1}\pm z_{\alpha/2}\sqrt{\left(\frac{z_{\alpha/2}}{2\bar{n}_1}\right)^2+4\bar{n}_1 s\bar{d}\left(1-s\bar{d}\right)}\right\}, \tag{2.33}$$

con $\bar{n}_1 = min_i\ n_i$, s=signo(δ_X) y utilizando el signo + si δ_X=δ_S o – si δ_X=δ_I.

Como se ve, el estimador $\breve{p}_i$ solo tiene sentido en el caso del estadístico Z (que es para el que se define); a pesar de todo, los estimadores Pa y Pb se evaluarán también (ver la sección siguiente) para los otros estadísticos.

II.5.3. Test e intervalo de confianza para el procedimiento ZCb

El IC de la expresión (2.17) para el procedimiento ZCa es válido también para el procedimiento ZCb -como se indicó entonces (Martín & Herranz, 2003)- si se verifica que $-\text{mín}\{a_1/n_1; a_2/n_2\} \le \delta_I, \delta_S \le \text{mín}\{a_1/n_2; a_2/n_1\}$, pues solo entonces $0 \le \tilde{p}_i \le 1$. Para ver cómo actuar en otro caso, hagamos como en la sección anterior: obtener el estadístico Z para el estimador Cb e invertirlo del modo tradicional. Es fácil ver que las nuevas expresiones son:

$$z_{ZCb}^2 = \frac{(\bar{d}-\delta)^2}{V} \text{ con } V = \begin{cases} \dfrac{\tilde{p}(1-\tilde{p})}{n_1} + \dfrac{(\tilde{p}+\delta)(1-\tilde{p}-\delta)}{n_2} & \text{si } -\text{mín}\left\{\dfrac{a_1}{n_1}, \dfrac{a_2}{n_2}\right\} < \delta < \text{mín}\left\{\dfrac{a_1}{n_2}, \dfrac{a_2}{n_1}\right\} \\ \dfrac{(\tilde{p}+\delta)(1-\tilde{p}-\delta)}{n_2} & \text{si } \delta \ge \dfrac{a_1}{n_2} \text{ o } \delta \le -\dfrac{a_2}{n_2} \\ \dfrac{\tilde{p}(1-\tilde{p})}{n_1} & \text{si } \delta \ge \dfrac{a_2}{n_1} \text{ o } \delta \le -\dfrac{a_1}{n_1} \end{cases}, \quad (2.34)$$

en tanto que para el IC$_{\text{ZCb}}$, en el caso de que alguno de los extremos δ_X de la expresión (2.17) falle, el mismo debe calcularse en base a la misma expresión pero para los nuevos valores $A = n_1^2 z_{\alpha/2}^2 + n^2 n_2$, $B = -z_{\alpha/2}^2 n_1 (a_2 - a_1) - 2n^2 n_2 \bar{d}$, $C = n^2 n_2 \bar{d}^2 - z_{\alpha/2}^2 a_1 a_2$ si $\delta_X \le -a_2/n_2$ o $\delta_X \ge a_1/n_2$, o para $A = n_2^2 z_{\alpha/2}^2 + n^2 n_1$, $B = -z_{\alpha/2}^2 n_2 (a_2 - a_1) - 2n^2 n_1 \bar{d}$, $C = n^2 n_1 \bar{d}^2 - z_{\alpha/2}^2 a_1 a_2$ si $\delta_X \le -a_1/n_1$ o $\delta_X \ge a_2/n_1$. De un modo más explícito:

$$\text{IC}_{\text{ZCb}}: d \in \begin{cases} \dfrac{nn_1n_2\left\{\bar{d} - \dfrac{(n_2-n_1)(a_2-a_1)}{2nn_1n_2} z_{\alpha/2}^2 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{z_{\alpha/2}^2\left\{n^2(n_2-n_1)^2 + 4n_1n_2a_1a_2\right\}}{(2nn_1n_2)^2} + \sum \dfrac{\bar{p}_i\bar{q}_i}{n_i}}\right\}}{nn_1n_2 + \left\{n_1n_2 + (n_2-n_1)^2\right\} z_{\alpha/2}^2}, \\ \dfrac{n^2 n_2}{n^2 n_2 + n_1^2 z_{\alpha/2}^2}\left\{\bar{d} + \dfrac{n_1(a_2-a_1)}{2n^2 n_2} z_{\alpha/2}^2 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\left(\dfrac{n_1 z_{\alpha/2}}{2nn_2}\right)^2 + \dfrac{\bar{p}_2\bar{q}_2}{n_i}}\right\}, \\ \dfrac{n^2 n_1}{n^2 n_1 + n_2^2 z_{\alpha/2}^2}\left\{\bar{d} - \dfrac{n_2(a_2-a_1)}{2n^2 n_1} z_{\alpha/2}^2 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\left(\dfrac{n_2 z_{\alpha/2}}{2nn_1}\right)^2 + \dfrac{\bar{p}_1\bar{q}_1}{n_i}}\right\}, \end{cases}$$

en donde cada una de las tres expresiones anteriores es válida bajo cada una de las condiciones de la expresión (2.34), respectivamente.

II.5.4. Estadístico A con corrección por continuidad

Siguiendo la argumentación de Haber reseñada en la sección II.3.1.6, el salto total del estadístico de contraste $\bar{d}'$ es de π, el cual se alcanza en las parejas (x_1=0,

x_2=1) y (x_1=1, x_2=0), con lo que el salto promedio será de $c=\pi/2(N-1)$, pues el número total de puntos del espacio muestral es de N=(n_1+1)×(n_2+1). Con ello, el estadístico A con cpc será:

$$\text{Ac: } z_{Ac}^2 = \begin{cases} \dfrac{4n_1n_2\left\{\left|\overline{d}'-\delta'\right|-c\right\}^2}{n_1+n_2} & \text{si } \left|\overline{d}'-\delta'\right|>c \\ 0 & \text{si } \left|\overline{d}'-\delta'\right|\leq c \end{cases}. \tag{2.35}$$

II.5.5. Equivalencia entre la evaluación de un método de obtención de intervalos de confianza y su método de test asociado

Desde el punto de vista de los IC exactos, Agresti and Min (2001) hicieron ver la conveniencia de obtener el IC de dos colas mediante la inversión del test de dos colas H_0: $d=\delta$ *vs* H_1: $d\neq\delta$. Desde un punto de vista más general, lo anterior también es conveniente a fin de que la inferencia estadística sea coherente: si δ_0 no pertenece al IC (1−α), entonces el test para $\delta=\delta_0$ debe dar significativo al error α (y al revés). Esto significa dos cosas. Por un lado, que la definición de un procedimiento puede hacerse desde la perspectiva del test o del IC. Por otro, que evaluar un procedimiento de IC es equivalente a evaluar su procedimiento de test asociado (si ambos se realizan al mismo error nominal α), como se ve a continuación.

Para evaluar un IC suele utilizarse los parámetros recubrimiento real R y longitud media l. Para evaluar un test suelen utilizarse los parámetros error real α^* (tamaño del test) y potencia θ. El error real del test se calcula mediante la expresión (2.30), teniendo en cuenta que $RC=\left\{(x_1,x_2)\,|\,z_{exp}^2\geq z_{\alpha/2}^2\right\}$. Como el IC se obtiene mediante la inversión del test, entonces cada observación (x_1, x_2) ocasiona un IC para d dado por $IC(x_1,x_2)=\left\{\delta_0\,|\,z_{exp}^2(\delta_0)<z_{\alpha/2}^2\right\}$, con lo que el recubrimiento real será $\gamma^*=\min\limits_{p\in D}\sum_{x_1=0}^{n_1}\sum_{x_2=0}^{n_2}P(x_1,x_2\,|\,H_0)\times I(x_1,x_2)$, en donde $I(x_1,x_2)$=1 si $\delta\in IC(x_1,x_2)$ e $I(x_1,x_2)$=0 en otro caso. Como $\delta\in IC(x_1,x_2)$ cuando $z_{exp}^2(\delta_0)<z_{\alpha/2}^2$, entonces $I(x_1,x_2)$=1 si $(x_1,x_2)\notin RC$ y por tanto $\gamma^*=\min\limits_{p\in D}\sum_{\overline{RC}}P(x_1,x_2\,|\,H_0)$, con $\overline{RC}$ aludiendo al conjunto

complementario del conjunto RC, y finalmente $\gamma^*=1-\alpha^*$. Esto quiere decir que calcular el incremento del error nominal respecto del real es equivalente a calcular el incremento del recubrimiento nominal respecto del real: $\Delta\alpha=\alpha-\alpha^*= (1-\alpha^*)-(1-\alpha)=\gamma^*-\gamma$, con $\gamma=1-\alpha$ el recubrimiento nominal (la confianza nominal del intervalo).

Finalmente, cuanto mayor sea la potencia θ del test, menor será la longitud media l del IC que ocasiona (y al revés).

II.6. APORTACIONES DE TIPO PRÁCTICO

II.6.1. Objetivo

Como se indicó en el Prólogo y en la sección anterior, la evaluación de los diferentes métodos de inferencia puede realizarse desde la perspectiva de los tests de hipótesis o desde la perspectiva de los IC, puesto que los dos enfoques son equivalentes (si se realizan al mismo error nominal α). En esta sección tal evaluación se efectuará desde la perspectiva de los tests de hipótesis, al contrario que en el caso general $L=\sum \beta_i p_i$, pues suele ser más sencillo definir el test que el IC y la evaluación comparativa de los valores de θ es más sencilla (como se ve de momento) que la de los valores de l.

Los métodos de inferencia a evaluar son inicialmente los 75 indicados al final de la sección II.2 (los métodos ZW0, ZW1, ZW2, ZW3, ZW4,…, ZPb4, XCa0,…, XPb4, ACb0,…, APb4 y L), lo que incluye las propuestas más relevantes de la literatura (en la que cada autor solo compara unos pocos de ellos). De ellos, <u>64 son métodos nuevos</u> (los denominados por ZW3, ZW4; ZPb, XPa, XPb, ACb, APb y L con incrementos 0,…, 4 y ZN, ZCa, ZCb, ZE, ZPa, XCa, XCb y AE con incrementos 1,…,4). Adicionalmente, se han evaluados otros métodos nuevos de menor interés (ver la sección II.6.3). En todo caso, el objetivo es seleccionar el método/s óptimo/s bajo los criterios que se especificarán.

II.6.2. Descripción del estudio a realizar y de los criterios a emplear para la selección del método óptimo.

Para efectuar la evaluación anterior se va a realizar un estudio del comportamiento de cada método en cada una de las siguientes combinaciones de parámetros (α, n_i, δ):

- α=5% (aunque, ocasionalmente también se utilizarán los valores del 1% y 10%).
- n_i= 40, 60 y 100 con $n_1 \leq n_2$ (en los estudios iniciales se ha contemplado el valor n_i=20, pero todos los métodos van mal pues suelen fallar cuando $|\delta|$ toma valores extremos). Se excluyen los casos $n_1>n_2$ pues las hipótesis nulas H_0: $p_2-p_1=+\delta$ y H_0': $p_1-p_2=-\delta$ son equivalentes.
- δ = 0; +0,1; +0,2; +0,3; +0,5; +0,7; +0,8; +0,9 y +0,95. Se excluyen los casos δ<0 pues las hipótesis nulas H_0: $p_2-p_1=+\delta$ y H_0'': $q_2-q_1=-\delta$ son equivalentes. Esta exclusión, y la del párrafo anterior, está justificada por el hecho de que el estadístico z_{exp}^2 de cualquiera de cualquier método coherente debe tomar el mismo valor bajo las tres hipótesis enunciadas (Martín and Herranz, 2010, comprueban que esto es lo que sucede con todos los métodos estudiados).

El proceso de obtención de datos consistirá en lo siguiente:

1. Seleccionar una combinación (α, n_1, n_2, δ, método a evaluar).
2. Construir la región crítica RC=$\{(x_1, x_2)|\, z_{exp}^2 \geq z_{\alpha/2}^2\}$.
3. Calcular el error real (tamaño) α^* del test mediante la expresión (2.30) y el incremento del error real con respecto al error nominal $\Delta\alpha = \alpha - \alpha^*$. Hay que tener en cuenta que si $\Delta\alpha > 0$, el test será conservador (por lo que el IC también lo será y tendrá más recubrimiento que el nominal); si $\Delta\alpha < 0$, el test será liberal (por lo que el IC también lo será y tendrá menos recubrimiento que el nominal).
4. Calcular θ=(nº de puntos de la RC)×100/N, siendo $N=(n_1+1)\times(n_2+1)$ el nº total de puntos del espacio muestral. El valor de θ es un buen indicativo de la potencia del test (Upton, 1982; Martín & Silva, 1994; Chen *et al*, 2007), siendo denominado por los últimos autores como "potencia a largo plazo"; de ahí que en adelante θ será aludido como "potencia" a secas. Se ha preferido esta definición global frente a la definición tradicional $\theta(p_1, p_2)$ del final de la sección II.4.1, pues esta última implicaría evaluar la potencia en diferentes alternativas (p_1, p_2), lo que complica la selección del método óptimo (pues ninguno de ellos lo será uniformemente para cualquier alternativa).

5. Determinar en cada caso si hay o no un “fallo”, es decir si $\Delta\alpha \leq -4\%$, –2% o −1% para α=10%, 5% o 1% respectivamente. Esta definición se introduce pues es deseable que el método asintótico proporcione un error real cercano al nominal, es decir que $\alpha^* \simeq \alpha$ o, equivalentemente, que $\Delta\alpha \simeq 0$. Pero esto implica que habrá que permitir alguna discrepancia entre ambos. Si α=5% por ejemplo, es tradicional en diversos ámbitos (Agresti and Coull, 1998; Price and Bonett, 2004; Martín *et al.*, 2005) permitir que α^*<7%, es decir que el recubrimiento real sea mayor del 93% o, equivalentemente, que $\Delta\alpha$>−2%; en otro caso ($\Delta\alpha$≤−2%, α^*≥7% o 1− α^*≤93%) diremos que el test o el CI “falla”. Si α^*<3% ($\Delta\alpha$>+2%) el test es muy conservador, pero no da significaciones falsas, y la eventual mala actuación del mismo se pondrá de manifiesto en el bajo valor de θ.

6. Para cada método se construirá una tabla (como la Tabla AII.1) que contemple los valores individuales de $\Delta\alpha$ y θ, así como la información de en qué circunstancias falla el método.

7. Por último, para cada combinación se calculará el nº total de fallos (F) y los valores medios de $\Delta\alpha$ ($\overline{\Delta\alpha}$) y de θ ($\overline{\theta}$). Como se han omitido los valores $-\delta$ (por dar los mismo resultados que $+\delta$), los cálculos anteriores se realizarán asignándole peso 1 al caso δ=0 y peso 2 al resto de los casos. En ocasiones, y con el fin de comprobar la estabilidad de las conclusiones, se calcularán los mismos valores para cada combinación (n_1, n_2).

Una vez obtenidos los resultados, la selección del método óptimo se realizará bajo los siguientes criterios:

(a) Se dará especial importancia al caso α=5% (por ser el error nominal más frecuente).

(b) Se descartarán los métodos con un excesivo número de fallos (pues con demasiada frecuencia son excesivamente liberales), mostrando preferencia por los métodos con menos fallos.

(c) Entre los métodos que queden, se eligen los que tengan un $\overline{\Delta\alpha}$ más cercano a 0 (es decir, los métodos con un error medio cercano al nominal). En caso de empate, se prefieren los métodos conservadores ($\overline{\Delta\alpha}$>0) a los liberales ($\overline{\Delta\alpha}$<0), para que así las significaciones sean fiables.

(d) Entre los métodos que queden, se prefieren los de mayor potencia. Aquí hay que tener en cuenta que si un método cualquiera A es más liberal que otro B, entonces

$\alpha < \alpha_B^* < \alpha_A^*$ y es esperable que $\theta_B < \theta_A$ (lo que no significa que A sea mejor método que B).

Dado que el número de métodos es excesivo (los 75 aludidos en la sección anterior y algunos más que se han ensayado), la selección se efectuará por fases, seleccionando el mejor de cada familia de métodos (es decir, de cada procedimiento) y comparando al final entre sí todos los seleccionados.

Adicionalmente, la necesaria restricción de espacio que implica esta memoria nos impide presentar los resultados de todos los métodos comparados, restringiéndonos exclusivamente a los 75 métodos principales reseñados arriba (los restantes están disponibles para el lector que lo desee).

II.6.3. Selección del método óptimo de cada familia (en sus versiones sin cpc)

II.6.3.1 Selección entre los métodos de tipo Z (α=5%)

Una parte de la Tabla AII.1 contiene los datos completos de todos los métodos basados en el estadístico Z (se omiten los del procedimiento ZCa, pues el mismo puede dar lugar a una varianza negativa). Globalmente puede observase que:

- En general, todos los procedimientos empeoran cuando los datos son incrementados en cualquier cantidad, salvo el procedimiento ZW que mejora conforme los datos se incrementan en una cantidad cada vez mayor.
- Los valores de $\Delta\alpha$ son siempre mayores con los procedimientos ZPb que con los ZE. Esto era deseable y esperable, dado que el método de Peskun se basa en el mínimo valor del estadístico del procedimiento ZE (por lo que el procedimiento ZPb debe ser más conservador que ZE)

Una parte de la Tabla AII.2 contiene el resumen de los datos de todos los métodos basados en el estadístico Z y de su análisis puede concluirse lo siguiente:

- Los peores métodos son aquellos que aparecen en la tabla entre el método ZPb1 al ZW0 pues, teniendo demasiados fallos, deben descartarse.
- El reputado método ZE0 ocupa una posición muy discreta pues, aunque tiene buena potencia, la misma viene causada por ser un método demasiado liberal que da lugar a demasiados fallos.

- Los métodos ZPa0 y ZPb0 deben descartase pues, aunque no tienen fallos, su potencia es demasiado baja (en todo caso, ZPa0 es mejor que ZPb0 por ser menos conservador).
- El método ZN0 debe descartarse por tener cuatro fallos y ser demasiado liberal.
- Los métodos ZW2, ZW3 y ZCb0 son bastante buenos: solo tienen dos fallos (que lo son por muy poco) y son bastante potentes, aunque todos son ligeramente liberales.
- El método ZW4 (que es igual al ZW3 cuando los valores observados no pertenecen a la frontera del espacio muestral) es el óptimo a este nivel de error: no tiene fallos, tiene una buena potencia y es ligeramente conservador.

La conclusión es que el mejor método de este grupo es el ZW4 (el cual es equivalente al método ZW3 cuando los datos no están en los bordes del espacio muestral). Si no importa una ligera liberalidad, también pueden utilizarse cualquiera de los métodos ZW2 y ZCb0, pues tienen un buen y similar comportamiento.

Adicionalmente se han evaluados diversas modificaciones de los métodos anteriores, pero ninguna de ellas logra mejorar la actuación del método seleccionado ZW4. Las modificaciones evaluadas (con la descripción de su origen) se describen a continuación:

(1) Se ha comprobado que la propuesta de Borkowf (2006) para el caso de una proporción -en el sentido de utilizar el procedimiento ZW en los valores (x_i, n_i+1) para el extremo inferior y (x_i+1, n_i+1) para el superior- no es de utilidad para el actual caso d. El nuevo estadístico, que por ser intermedio entre los ZW3 y ZW4 será denominado por ZW3.5, viene dado por:

$$\textbf{ZW3.5}\quad \begin{cases} \text{Si } \overline{p}_2-\overline{p}_1>\delta: \text{ Utilizar}\left(x_1+1\right),\ x_2 \\ \text{Si } \overline{p}_2-\overline{p}_1<\delta: \text{ Utilizar } x_1,\ \left(x_2+1\right) \end{cases} \text{ y siempre utilizar } (n_1+1) \text{ y } (n_2+1)$$

El resumen de su actuación indica que, aunque el método no tiene fallos, es demasiado conservador ($\overline{\Delta\alpha}$=2.21) y tiene poca potencia ($\overline{\theta}$=84.88). De ahí que se le haya descartado.

(2) Métodos extras de tipo ZW: Los siguientes métodos incrementan los datos en una cantidad fija:

$$\textbf{ZW5}:\ h_i = \frac{n_i z_{\alpha/2}^2}{2\left(2n_i - z_{\alpha/2}^2\right)},\ \textbf{ZW6}:\ h_i = \frac{n n_i z_{\alpha/2}^2}{4\left(n + z_{\alpha/2}^2\right)n_i - 2nz_{\alpha/2}^2},$$

$$\textbf{ZW7}:\ h_i = \frac{n z_{\alpha/2}^2}{4\left(n + z_{\alpha/2}^2\right)},\ \textbf{ZW8}:\ h_i = \frac{n_i z_{\alpha/2}^2\left(n - z_{\alpha/2}^2\right)}{2\left[2nn_i - z_{\alpha/2}^2\left(n - z_{\alpha/2}^2\right)\right]},$$

$$\textbf{ZW9}:\ h_i = \frac{z_{\alpha/2}^2}{4}\left[1 + z_{\alpha/2}^2\left(\frac{1}{2n_i} - \frac{1}{n}\right)\right],\ \textbf{ZW10}:\ h_i = \frac{n_i z_{\alpha/2}^2\left[1 - \frac{z_{\alpha/2}^2}{4}\sum\frac{1}{n_h}\right]}{4n_i - z_{\alpha/2}^2\left[1 - \frac{z_{\alpha/2}^2}{4}\sum\frac{1}{n_h}\right]},$$

$$\textbf{ZW11}:\ h_i = \frac{z_{\alpha/2}^2}{4}\frac{2n - z_{\alpha/2}^2}{2n},\ \textbf{ZW12:}\ h_i = \frac{z_{\alpha/2}^2}{4}\left[1 + \frac{z_{\alpha/2}^2}{2n_i}\right]$$

Los siguientes métodos, que son aproximaciones de los métodos L3 y L4 que se verán más adelante, incrementan los datos en una cantidad variable que depende del extremo que se esté calculando:

$$\textbf{ZW13}:\ h_i = \begin{cases} \dfrac{I_i n_i z_{\alpha/2}^2}{2N_1 + 1 - I_i} & \text{si } \overline{d} > \delta \\[2ex] \dfrac{S_i n_i z_{\alpha/2}^2}{2N_2 + 1 - S_i} & \text{si } \overline{d} < \delta \end{cases},\ \textbf{ZW14}:\ h_i = \begin{cases} \dfrac{z_{\alpha/2}^2}{2}.\dfrac{n_i\left\{\dfrac{1}{2} + \dfrac{I_i n_i}{N_1 + z_{\alpha/2}^2}\right\}}{n_i - z_{\alpha/2}^2\left\{\dfrac{1}{2} + \dfrac{I_i n_i}{N_1 + z_{\alpha/2}^2}\right\}} & \text{si } \overline{d} > \delta \\[4ex] \dfrac{z_{\alpha/2}^2}{2}.\dfrac{n_i\left\{\dfrac{1}{2} + \dfrac{S_i n_i}{N_2 + z_{\alpha/2}^2}\right\}}{n_i - z_{\alpha/2}^2\left\{\dfrac{1}{2} + \dfrac{S_i n_i}{N_2 + z_{\alpha/2}^2}\right\}} & \text{si } \overline{d} < \delta \end{cases},$$

en donde:

$$\begin{array}{l} I_1 = \begin{cases} 1 \text{ si } \overline{p}_1 = 0 \\ 0 \text{ si } \overline{p}_1 \neq 0 \end{cases},\ I_2 = \begin{cases} 1 \text{ si } \overline{p}_2 = 1 \\ 0 \text{ si } \overline{p}_2 \neq 1 \end{cases},\ N_1 = \sum I_i n_i,\ B_1 = I_1\left(2\overline{p}_1 - 1\right) + I_2\left(1 - 2\overline{p}_2\right) \\ S_1 = \begin{cases} 1 \text{ si } \overline{p}_1 = 1 \\ 0 \text{ si } \overline{p}_1 \neq 1 \end{cases},\ S_2 = \begin{cases} 1 \text{ si } \overline{p}_2 = 0 \\ 0 \text{ si } \overline{p}_2 \neq 0 \end{cases},\ N_2 = \sum S_i n_i,\ B_2 = S_1\left(2\overline{p}_1 - 1\right) + S_2\left(1 - 2\overline{p}_2\right) \end{array} \quad (2.36)$$

Finalmente, los siguientes dos métodos son una simplificación de ZW4 a fin de hacerlo más fácil de aplicar:

$$\textbf{ZW15}:\ h_i = \begin{cases} \dfrac{z^2_{\alpha/2}}{4} & \text{si} \quad \bar{p}_i \neq 0 \quad \text{y} \quad \bar{p}_i \neq 1 \\ \dfrac{z^2_{\alpha/2}}{2} & \text{en otro caso} \end{cases}, \quad \textbf{ZW16}:\ h_i = \frac{z^2_{\alpha/2}}{4}\left\{1+\frac{2n}{n_1 n_2}\right\}$$

(3) Métodos extras de tipo ZN: Los siguientes estimadores/estadísticos son nuevas propuestas relacionadas con la anterior:

ZNA0: Obtener $\ddot{p}_i$ para el error $1-\sqrt{1-\alpha}$.

$$\textbf{ZNC0:}\ \begin{cases} \text{Cb para } \delta{=}\delta_I = l_2 - u_1 \ \text{ si } \ \bar{d} > \delta \\ \text{Cb para } \delta{=}\delta_S = u_2 - l_1 \ \text{ si } \ \bar{d} < \delta \end{cases} \ \text{con las } l_i \text{ y } u_i \text{ calculadas al error } \alpha.$$

$$\textbf{ZNCA0:}\ \begin{cases} \text{Cb para } \delta{=}\delta_I = l_2 - u_1 \ \text{ si } \ \bar{d} > \delta \\ \text{Cb para } \delta{=}\delta_S = u_2 - l_1 \ \text{ si } \ \bar{d} < \delta \end{cases} \ \text{el ZNC0 para el error } 1-\sqrt{1-\alpha}.$$

(4) Métodos extras de tipo ZE: Si el estimador $\hat{p}_i$ se condiciona a que sus valores sean compatibles con los del intervalo de confianza de Wilson (l_i; u_i) para las p_i a un error α, entonces se obtienen el estimador y método dado por:

ZEN0: Si (l_i; u_i) alude al CI para las p_i obtenido por el método de Wilson, sustituir en **Z**:

$$p_i = \hat{p}_i \ \text{ si } \ l_i \leq \hat{p}_i \leq u_i; \quad p_i = l_i \ \text{ si } \ \hat{p}_i < l_i; \quad p_i = u_i \ \text{ si } \ \hat{p}_i > u_i$$

(5) Métodos de tipo ZC: La versión Cb del estimador condicionado $\tilde{p}_i$ se puede definir explícitamente así (lo que da lugar al estimador y al estadístico ya analizados que se indica):

$$\textbf{ZCb0}: \begin{cases} p_1 = (a_1 - n_2\delta)/n & p_2 = (a_1 + n_1\delta)/n & \text{si } -\text{mín}\{a_1/n_I, a_2/n_2\} < \delta < +\text{mín}\{a_1/n_2, a_2/n_1\} \\ p_1 = 0 & p_2 = (a_1 + n_1\delta)/n & \text{si } \delta \leq -a_2/n_2 \ \text{ o } \ \delta \geq a_1/n_2 \\ p_1 = (a_1 - n_2\delta)/n & p_2 = 0 & \text{si } \delta \leq -a_1/n_1 \ \text{ o } \ \delta \geq a_2/n_1 \end{cases}$$

Si en lo anterior se obliga a que las dos proporciones se diferencien en δ (que parece más lógico, pero que nunca se ha propuesto) se obtiene el estimador y estadístico:

$$\textbf{ZCbD0:} \begin{cases} p_1 = (a_1 - n_2\delta)/n,\ p_2 = (a_1 + n_1\delta)/n & \text{si } -\text{mín}\{a_1/n_I, a_2/n_2\} < \delta < +\text{mín}\{a_1/n_2, a_2/n_1\} \\ p_1 = 0, \qquad\qquad p_2 = |\delta| & \text{si } \delta \leq -a_2/n_2 \ \text{ o } \ \delta \geq a_1/n_2 \\ p_1 = |\delta|, \qquad\qquad p_2 = 0 & \text{si } \delta \leq -a_1/n_1 \ \text{ o } \ \delta \geq a_2/n_1 \end{cases}$$

Los estadísticos que siguen se obtienen como simplificaciones de las expresiones que se deducen al resolver en δ la igualdad $z^2_{exp} = z^2_{\alpha/2}$ para los estadísticos ZCb0 y ZCbD0. Si se escogen sólo los términos de grado ≥–0.5 se obtienen los estimadores y estadísticos que siguen:

$$\textbf{ZCbA0:}\ \begin{cases} p_1=\overline{p}_1,\ \ p_2=\overline{p}_2 & \text{si } -\text{mín}\{a_1/n_1, a_2/n_2\}<\delta<+\text{mín}\{a_1/n_2, a_2/n_1\} \\ p_1=0,\ \ p_2=\overline{p}_2 & \text{si } \delta\le -a_2/n_2 \text{ o } \delta\ge a_1/n_2 \\ p_1=\overline{p}_1,\ p_2=0 & \text{si } \delta\le -a_1/n_1 \text{ o } \delta\ge a_2/n_1 \end{cases}$$

$$\textbf{ZCbDA0:}\ \begin{cases} p_1=\overline{p}_1,\ \ p_2=\overline{p}_2 & \text{si } -\text{mín}\{a_1/n_1, a_2/n_2\}<\delta<+\text{mín}\{a_1/n_2, a_2/n_1\} \\ p_1=0,\ \ p_2=\left|\overline{d}\right| & \text{si } \delta\le -a_2/n_2 \text{ o } \delta\ge a_1/n_2 \\ p_1=\left|\overline{d}\right|,\ p_2=0 & \text{si } \delta\le -a_1/n_1 \text{ o } \delta\ge a_2/n_1 \end{cases}$$

Si se acogen solo los términos de grado ≥−1, y se asume que $n_1 \approx n_2$ y $a_1 \approx a_2$, se obtienen los estadísticos doblemente aproximados siguientes:

$$\textbf{ZCbAA0:}\ z_{exp}^2=\begin{cases} \dfrac{\left\{\left|\overline{d}-\dfrac{n+z_{\alpha/2}^2}{n}\delta\right|-c\right\}^2}{\dfrac{\overline{p}_1(1-\overline{p}_1)}{n_1}+\dfrac{\overline{p}_2(1-\overline{p}_2)}{n_2}+\left(\dfrac{z_{\alpha/2}}{n}\right)^2} & \text{si } -\text{mín}\left\{\dfrac{a_1}{n_1},\dfrac{a_2}{n_2}\right\}<\delta<+\text{mín}\left\{\dfrac{a_1}{n_2},\dfrac{a_2}{n_1}\right\} \\ \dfrac{\left\{\left|\overline{d}-\dfrac{n_2+(z_{\alpha/2}/2)^2}{n_2}\delta\right|-c\right\}^2}{\dfrac{\overline{p}_2(1-\overline{p}_2)}{n_2}+\left(\dfrac{z_{\alpha/2}}{2n}\right)^2} & \text{si } \delta\le-\dfrac{a_2}{n_2} \text{ o } \delta\ge\dfrac{a_1}{n_2} \\ \dfrac{\left\{\left|\overline{d}-\dfrac{n_1+(z_{\alpha/2}/2)^2}{n_1}\delta\right|-c\right\}^2}{\dfrac{\overline{p}_1(1-\overline{p}_1)}{n_1}+\left(\dfrac{z_{\alpha/2}}{2n}\right)^2} & \text{si } \delta\le-\dfrac{a_1}{n_1} \text{ o } \delta\ge\dfrac{a_2}{n_1} \end{cases}$$

$$\textbf{ZCbDAA0:}\ z_{exp}^2=\begin{cases} \dfrac{\left\{\left|\overline{d}-\dfrac{n+z_{\alpha/2}^2}{n}\delta\right|-c\right\}^2}{\dfrac{\overline{p}_1(1-\overline{p}_1)}{n_1}+\dfrac{\overline{p}_2(1-\overline{p}_2)}{n_2}+\left(\dfrac{z_{\alpha/2}}{n}\right)^2} & \text{si } -\text{mín}\left\{\dfrac{a_1}{n_1},\dfrac{a_2}{n_2}\right\}<\delta<+\text{mín}\left\{\dfrac{a_1}{n_2},\dfrac{a_2}{n_1}\right\} \\ \dfrac{\left\{\left|\overline{d}+sig(\delta)\dfrac{z_{\alpha/2}^2}{2n_2}-\dfrac{n_2+z_{\alpha/2}^2}{n_2}\delta\right|-c\right\}^2}{\dfrac{|\overline{d}|(1-|\overline{d}|)}{n_2}+\left(\dfrac{z_{\alpha/2}}{2n_2}\right)^2} & \text{si } \delta\le-\dfrac{a_2}{n_2} \text{ o } \delta\ge\dfrac{a_1}{n_2} \\ \dfrac{\left\{\left|\overline{d}+sig(\delta)\dfrac{z_{\alpha/2}^2}{2n_1}-\dfrac{n_1+z_{\alpha/2}^2}{n_1}\delta\right|-c\right\}^2}{\dfrac{|\overline{d}|(1-|\overline{d}|)}{n_1}+\left(\dfrac{z_{\alpha/2}}{2n_1}\right)^2} & \text{si } \delta\le-\dfrac{a_1}{n_1} \text{ o } \delta\ge\dfrac{a_2}{n_1} \end{cases}$$

Alternativamente, si en todo lo anterior utilizamos la versión Ca en lugar de la

Cb, es decir si utilizamos sólo la primera expresión de las tres de cada definición, se obtiene primero el estimador y estadístico ya analizado ZCb0 y, de modo extra, los estimadores y estadísticos nuevos ZCaD0 (que se excluye, pues puede dar una varianza negativa), **ZCaA0** = ZCaDA0 y **ZCaAA0** = ZCaDAA0. Por tanto, solo tiene sentido analizar los dos casos marcados en negrita.

Finalmente, se puede condicionar al estimador Cb a que sus valores sean compatibles con los del intervalo de confianza de Wilson (l_i; u_i) para las p_i a un error α, es decir, que si $\tilde{p}_i$ alude al estimador Cb entonces el estimador y método viene dado por:

$$\textbf{ZCbN0:} \begin{cases} p_i = \tilde{p}_i \text{ si } l_i \le \tilde{p}_i \le u_i \\ p_i = l_i \text{ si } \tilde{p}_i < l_i \\ p_i = u_i \text{ si } \tilde{p}_i > u_i \end{cases}$$

(6) <u>Métodos de tipo ZP</u>: El primer (segundo) estadístico que sigue es una aproximación del ZPb0 para el caso de que las n_i sean grandes ($n_1 \approx n_2$ y las n_i sean grandes):

$$\textbf{ZPb01:}\ z_{exp}^2 = \frac{\left\{\left|\bar{d}-\delta\right|-c\right\}^2}{V} \text{ con } V = \begin{cases} \left(n^2 - 4n_1n_2\bar{d}^2\right) / 4nn_1n_2 & \text{si } |\delta| < n/2\left(\text{máx}_i\ n_i\right) \\ \left|\bar{d}\right|\left\{1-\left|\bar{d}\right|\right\} / \text{mín}_i\ n_i & \text{si } |\delta| \ge n/2\left(\text{máx}_i\ n_i\right) \end{cases}$$

$$\textbf{ZPb02:}\ z_{exp}^2 = \frac{\left\{\left|\bar{d}-\delta\right|-c\right\}^2}{V} \text{ con } V = \begin{cases} \left(1-\bar{d}^2\right) / n & \text{si } |\delta| < n/2\left(\text{máx}_i\ n_i\right) \\ \left|\bar{d}\right|\left\{1-\left|\bar{d}\right|\right\} / \text{mín}_i\ n_i & \text{si } |\delta| \ge n/2\left(\text{máx}_i\ n_i\right) \end{cases}$$

Otras opciones posibles son los métodos:

ZPa0x: Si en cada una de las fórmulas anteriores se escoge solo la primera expresión de V (esto se hace pues así se obtiene un IC más sencillo).

ZPa5: Si ZPa0 se aplica a los datos incrementados en $h_i = n_i z_{\alpha/2}^2 / 2n$.

II.6.3.2. Selección entre los métodos de tipo X (*α=5%*)

Una parte de la Tabla AII.1 contiene los datos completos de todos los métodos basados en el estadístico X (no se incluyen procedimientos XCa y XPa pues los mismos pueden dar lugar a varianzas negativas), en tanto que una parte de la Tabla AII.2 contiene el resumen de los mismos. Puede observarse que <u>todos los métodos presentan</u>

muy mal comportamiento.

Adicionalmente se han evaluado diversas modificaciones de los métodos anteriores, pero ninguna de ellas compite con las seleccionadas en la sección anterior. Las tres modificaciones evaluadas (con la descripción de su origen) son las siguientes:

(1) Métodos extras de tipo XE:

XEN0: El estadístico X para el estimador de ZEN0.

(2) Métodos extras de tipo XC: Otras opciones posibles son los métodos:

XCbD0: El estimador de ZCbD0 puesto en el estadístico X.
XCbN0: El estimador ZCaN0 puesto en el estadístico X.

II.6.3.3. Selección entre los métodos de tipo A (*α=5%*)

Una parte de la Tabla AII.1 contiene los datos completos de todos los métodos basados en el estadístico A, en tanto que una parte de la Tabla AII.2 contiene el resumen de sus resultados. De ellas se deduce que el único método que presenta un buen comportamiento es el método AE1.

Cuando se utiliza la transformación arco seno, es frecuente incrementar los datos en h_i=3/8 (transformación de Ascombe) pero estos procedimientos no sirven para mejorar la selección anterior.

II.6.3.4. Selección entre los métodos de tipo L (*α=5%*)

Una parte de la Tabla AII.1 contiene los datos completos de todos los métodos basados en el estadístico L, en tanto que una parte de la Tabla AII.2 contiene el resumen de sus resultados. De su análisis puede concluirse que todos los métodos L presentan un muy mal comportamiento.

Adicionalmente se han evaluado diversas modificaciones de los métodos anteriores, pero ninguna de ellas compite con los métodos ya seleccionados. Las cuatro modificaciones evaluadas (con la descripción de su origen) se describen a continuación:

(1) Para estos casos es necesario calcular también el término:

$$V_3 = \overline{p}_1\overline{q}_1\left(5\overline{p}_1\overline{q}_1 - 1\right)/n_1^3 + \overline{p}_2\overline{q}_2\left(5\overline{p}_2\overline{q}_2 - 1\right)/n_2^3 \ .$$

La primera posibilidad es utilizar una aproximación de orden 3, lo que da lugar a dos opciones. La primera es:

$$\textbf{LA0:}\ \overline{d} + \frac{1}{1 + z_{\alpha/2}^2 \dfrac{V_3}{V_1^2}} \left\{ z_{\alpha/2}^2 \frac{V_2}{2V_1} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{V_1 + z_{\alpha/2}^2 \left[\left(\frac{V_2}{2V_1} \right)^2 + \frac{V_3}{V_1} \right]} \right\},$$

con el caso particular de que si V_1=0 (o el interior de la raíz es negativo) debe aplicarse el procedimiento L. La segunda se basa en otro modo de obtener la aproximación:

$$\textbf{LB0:}\ \overline{d} + z_{\alpha/2}^2 V_2/2V_1 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{V_1 + z_{\alpha/2}^2\left[\left(V_2/2V_1\right)^2 - V_3/V_1\right]}$$

con los casos particulares de que si V_1=0:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\dfrac{\left(2\overline{p}_1 - 1\right)}{n_1^2} + \dfrac{\left(1 - 2\overline{p}_2\right)}{n_2^2}}{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}} \ \text{y}\ \frac{V_3}{V_1} = \frac{\dfrac{1}{n_1^3} + \dfrac{1}{n_2^3}}{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}$$

y de que si el interior de la raíz es negativo se aplica L0.

Los 2 siguientes métodos (que son una mejora de la aproximación de Maclaurin) requieren determinar previamente las cantidades de la expresión (2.36). Ahora los extremos (δ_I, δ_S) del CI se obtienen mediante las expresiones que siguen (h=1 para δ_I cuando se usa el signo −; h=2 para δ_S cuando se usa el signo +):

$$\textbf{LC0:}\ \delta_h = \overline{d} + \frac{z_{\alpha/2}^2}{2\left(N_h + z_{\alpha/2}^2\right)}\left\{B_h \pm \sqrt{B_h^2 + 4\left(N_h + z_{\alpha/2}^2\right)V_1}\right\}$$

$$\textbf{LD0:}\ \delta_h = \overline{d} + \frac{z_{\alpha/2}^2}{2\left(N_h + z_{\alpha/2}^2\right)}\left\{B_h + \left(N_h + z_{\alpha/2}^2\right)\frac{V_2}{V_1} \pm \sqrt{\left\{B_h - \left(N_h + z_{\alpha/2}^2\right)\frac{V_2}{V_1}\right\}^2 + 4\left(N_h + z_{\alpha/2}^2\right)V_1}\right\}$$

(en el método LD0 hay que entender que si V_1=0, entonces V_2/V_1=0).

II.6.4. Selección del método óptimo sin cpc de entre los mejores de cada familia (α=1%, 5% y 10%): caso general y caso particular de grandes muestras

La primera parte de las Tablas AII.3 y AII.4 repite los resultados completos y resumidos, respectivamente, para los cinco métodos seleccionados en la sección anterior al error α=5% (ZW4, ZW2, ZW3, ZCb0 y AE1), a fin de hacer más fácil al lector la comparación de los mismos. Todos ellos, excepto el último, son de dificultad operacional baja. A la vista de los mismos puede deducirse que:

- Los métodos ZW2, ZW3 y ZCb0 son muy similares, tienen solo dos fallos y son algo liberales en promedio, siendo preferibles los dos primeros por proporcionar unos IC más sencillos de obtener.
- Los dos mejores métodos son los AE1 y ZW4: no tienen fallos, son ligeramente conservadores en promedio y tienen una buena potencia. En general es mejor el método AE1 que el ZW4, aunque sucede al contrario cuando ambas muestras están equilibradas.

Con el fin de matizar y/o ratificar dichos resultados, las mismas Tablas AII.3 y AII.4 contienen también los mismos resultados para los errores del 1% y 10%. Analizando dichas tablas al completo, puede observarse de modo general que:

- El <u>método óptimo global</u> es el AE1, que es ligeramente superior al ZW4 (ambos son ligeramente conservadores).
- El <u>método óptimo sencillo</u> es el ZW4, pues es solo ligeramente peor que el AE1 (de hecho al 5% ambos son casi iguales) y, a cambio, es mucho más fácil de aplicar (pues se puede hacer a mano). Cuando el punto no es de la frontera, este método es equivalente al ZW3.
- El <u>método clásico</u> ZCb0 actúa tan bien como el ZW3 solo para valores $\alpha \geq$ 5%, pero es algo más complicado (pues puede requerir de la resolución de dos ecuaciones de 2º grado). En general dicho método es el más potente, pero ello se debe a que suele ser demasiado liberal y suele dar muchos fallos (especialmente al error del 1%).

Adicionalmente, la Tabla AII.5 presenta el resumen de los datos de todos los métodos con solo cero o dos fallos (que son los que tienen interés) para el caso de grandes muestras (n_1=n_2=100) y error α=5% (pues puede observarse que los desequilibrios muestrales en grandes muestras no producen fuertes discrepancias). De ella se deduce que los mejores métodos son, por este orden, los ZW4, AE1 y ZCb0. Como además el ZW4 es el más sencillo de los tres, él será el aconsejado.

De todo lo anterior se deduce que los métodos óptimos (que son siempre alguno de los propuestos en esta memoria y, en segundo lugar, el clásico ZCb0) son:

- En general: el AE1 (aunque el método ZW4 es solo un poco peor, es más fácil y es el óptimo cuando las muestras son equilibradas), seguido del ZCb0.
- En grandes muestras (n≥200): el ZW4 (seguido de los AE1 y ZCb0, por ese orden).

II.6.5. Selección del método óptimo con/sin cpc de entre los dos óptimos (α=5%)

Con el fin de ver si la aplicación de una cpc mejora los resultados de los dos métodos seleccionados en la sección anterior (los AE1 y ZW4), la Tabla AII.6 presenta el resumen de los mismos en sus dos versiones sin y con cpc (métodos AE1, ZW4, AE1c y ZW4c) al 1%, 5% y 10%. De ella se deduce que en ninguno de los casos la cpc mejora la actuación del método, por lo que se mantienen las conclusiones de la sección anterior.

II.6.6. Verificación de los resultados de la literatura

La literatura ha analizado algunos de los métodos descritos anteriormente y establecido conclusiones acerca de su comportamiento absoluto o relativo a otros métodos. Aquí se trata de ratificarlas o criticarlas en base a nuestros datos (algunas conclusiones aparecen ya mencionadas en la sección II.4.2). Con tal fin aludiremos a la Tabla AII.7 que resume los resultados de los métodos implicados. De esta última se deduce que (en lo que sigue, el símbolo > alude a que el método de la izquierda es mejor que el método de la derecha):

$$\text{ZCb0} \gg \text{ZW2} > \text{ZPa0} > \text{ZN0} > \text{ZE0} \gg \text{ZW1} \gg \text{ZW0}$$

Las principales conclusiones de la literatura son las que siguen, las cuales se comentan si no se deducen directamente de las conclusiones especificadas arriba:

– No se analizan las afirmaciones de Dunnet & Gent (1977) por estar basadas en los estadísticos con la cpc de Yates y en una evaluación condicional.

- Tanto Hauck & Anderson (1986) como Xu & Kolassa (2008) afirman que el método ZW0 presenta un muy mal comportamiento, cosa que se confirma según nuestros resultados.
- Según Roebruck & Kühn (1995) el método ZE0 es mejor que los métodos ZW0 (lo que es conforme con nuestros datos) y ZCb0, pero según Wallenstein (1997) ocurre lo contrario con respecto a la segunda afirmación: ZCb0 es mejor que ZE0. Nuestros resultados indican que sucede lo segundo. Wallenstein (1997) también afirma que el método ZCb0 es mejor que el método ZPa0; nuestros resultados indican que esto es verdad desde el punto de vista de la potencia, pero no tan claramente en cuanto al número de fallos y al error medio.
- Chan (1998) indica que ZE0 es liberal si $n_1=n_2$; nuestros resultados indican que en realidad ZE0 es liberal prácticamente siempre.
- Newcombe (1998 a) demostró que ZN0 es mejor que ZE0, Agresti & Caffo (2000) vieron que su propuesta ZW2 funciona bastante bien y Feigin & Lumelskii (2000) añadieron que el método ZPa0 es mejor que el ZW0. Nuestros datos confirman todas estas 3 afirmaciones.
- Martín & Herranz (2004 a) sugieren que el método ZE0 debe aplicarse con cpc y en la versión de dos colas de Mantel. Aquí no se ha evaluado pues ZE0 no ha llegado a ser seleccionado y, además, el método de Mantel no ha sido contemplado. Para este método, el criterio de test consiste en comparar z_{exp} con $z_{\alpha/2}$ (z_α) si $\overline{d} \in 2\delta \pm 1$ ($\overline{d} \notin 2\delta \pm 1$). La Tabla AII.8 contiene los resultados para las cuatro combinaciones que se obtienen con las versiones Armitage (actual)/Mantel y con/sin cpc del método ZE0. De ella que se deduce que las versiones CON son siempre mejores que las versiones SIN y que el método óptimo lo proporciona la versión ZE0c (la actual con cpc).
- Brown & Li (2005) indican que ZE0 es mejor que ZW0 y Santner *et al.* (2007) que ZE0 era liberal el 50% de las veces. Nuestros resultados indican que en realidad el método ZE0 es liberal prácticamente siempre, pero la discrepancia se debe a los diferentes puntos de vista adoptados. Santner *et al.* (2007) aluden a que, para un δ dado, ZE0 es liberal en la mitad de los posibles valores de p_1 (caso de muestras muy pequeñas). Aquí se elige el peor valor de p_1 (el que proporciona el valor de α*) para

cada δ y se indica que el método ZE0 es liberal para casi todos los δ (caso de muestras moderadas).

Finalmente, conviene reseñar la sorprendente mala actuación del reputado método ZE0, lo que es conforme con lo señalado por Chan (1998), Newcombe (1998) y Santner *et al.* (2007). Más sorprendente aún es el hecho de que uno de los dos mejores métodos (el ZW4) sea una aproximación del método ZE0.

II.6.7. Selección del método óptimo para el caso clásico de δ=0 (test clásico de homogeneidad de dos proporciones independientes)

II.6.7.1. Selección general

Un asunto complementario es el caso del test para δ=0, es decir el clásico test de homogeneidad de dos proporciones independientes (H_0: d=0 ≡ H_0: p_1=p_2). Su estadístico de contraste tradicional suele expresarse de la forma $\chi^2_{\exp} = (x_1 y_2 - x_2 y_1)^2 n / n_1 n_2 a_1 a_2$, el cual se corresponde con los métodos ZE0 y XE0 actuales. En este caso particular los métodos de estimación Ca, Cb y E proporcionan igual valor para las estimaciones de las p_i, por lo que todos los métodos que provocan (sean de tipo Z, X o A) deben ser el mismo. Como por otro lado los procedimientos XE y ZE son también el mismo, la afirmación anterior se traslada a ambos. Adicionalmente, en el caso del estadístico A ocurre que δ'=0 siempre (pues p_1=p_2), con lo que todos los métodos de tipo A son el mismo. Esto quiere decir que ahora se verifican las siguientes igualdades entre procedimientos ZCa = ZCb = ZE = XCa = XCb y ACb =APb = AE, de donde se deduce que basta con que contemplemos los procedimientos ZE y AE (cada uno de ellos en sus cinco versiones) como representantes de los anteriores. A estos hay que añadir los procedimientos basados en el estadístico L. La Tabla AII.9 contiene el resumen de los datos para todos los métodos (extraídos de los datos originales de la Tabla AII.1). El primer objetivo es seleccionar los mejores métodos de modo global para α=5% (que es el error más importante). De tales datos se deduce que:

- Se pueden descartar los métodos ZW0 a XPb1 (al final, en el orden de la tabla) por tener dos o más fallos y ser demasiado liberales.
- Se pueden descartar los métodos L2 y L3 pues, aunque no tienen fallos, son demasiado liberales.

- Se pueden descartar los todos los métodos de tipo ZP (al inicio de la tabla) pues, aunque son equilibrados, tienen poca potencia.
- Los métodos que restan (todos ellos sin fallos) pueden dividirse en dos grupos: los que son ligeramente liberales (ZE2 a ZN4) y los que son algo más liberales (AE3 a ZW1), siendo preferibles los del primer grupo.
- De este primer grupo (ZE2 a ZN4), puesto que todos tienen un similar error, son preferibles los métodos con mayor potencia. En consecuencia los métodos seleccionados son los ZE2 y ZE3 (que solo son ligeramente liberales), aunque los ZN2 y ZN3 son solo ligeramente peores.
- Obsérvese que el método clásico ZE0 y los dos métodos seleccionados para todo valor de δ (AE1 y ZW4) pertenecen al segundo grupo citado arriba: los tres son demasiado liberales.

Se ve pues que los métodos seleccionados en esta fase son los ZE2 y ZE3. A ellos conviene añadirles los métodos ZE0 (por razones históricas) y los AE1 y ZW4 (por ser los métodos seleccionados de modo general).

Para matizar dicha selección se construye la Tabla AII.10 para estos cinco métodos (con y sin cpc) y para los tres errores, de la cual se deduce la tabla resumen Tabla AII.11. Su análisis da lugar a una selección muy variada: los mejores métodos son los AE1c, AE1, ZE0c y ZE0 para α=1%, los ZE2c, ZE2, ZE3c y ZE3 para α=5% y ZE3 para α=10%. Adicionalmente, la tabla indica que los métodos ZE0 no deben utilizarse para α=10%, son poco convenientes para α=5%, pero son los mejores para α=1%. En realidad lo que sucede es que la selección depende fuertemente de los valores de α, n_1 y n_2. Analizando en detalle dicha tabla podemos concluir que los métodos preferibles son:

- Para α=1%: ZE0c (seguido de AE1c).
- Para α=5%: No hay una selección clara, pues según los valores de n_i la selección es ZE0c (seguido de AE1c) para n_i distintos y ZE3c para n_i iguales. De modo general, seleccionamos el método ZE0c por ser el mejor en la mayoría de las circunstancias, el más sencillo y el clásico.
- Para α=10%: No hay una selección unánime, pero ZE3 suele ser el mejor.

En consecuencia, la selección final para el caso δ=0 es la siguiente:

- Para α=1% y 5%: ZE0c (seguido de AE1c) para n_i distintos y ZE3c para n_i iguales.
- Para α=10%: ZE3 (nunca utilizar ZE0).

II.6.7.2. Selección para α=5% en el caso de grandes muestras (n≥160)

Ahora, al contrario que en el caso general en el que se analizan globalmente todos los δ (pues se piensa en un intervalo de confianza), la actuación de los distintos métodos varía según cual sea el desequilibrio muestral. Es por ello que consideraremos como grandes muestras los casos (n_1=60, n_2=100) y (n_1=100, n_2=100), es decir el caso n≥160. En lo que sigue nos centramos en los casos α=5% y n≥160 por ser los más habituales. Observado los errores y potencias para α=5% de las tablas de la sección II.6.4, se observa que:

- Para n=160 (n_1=60, n_2=100): los mejores métodos son (por este orden) los ZE0, AE1, AE3 y ZE1 con errores de −0.06, −0.06, +0.04 y −0.02, respectivamente, y potencias 75.41, 75.38, 75.12 y 75.12 respectivamente. También se observa que el método ZW0 (seleccionado más abajo) actúa muy mal (de hecho falla).
- Para n=200 (n_1=100, n_2=100): los mejores métodos son (por este orden) ZW0, ZE0 y AE1, todos ellos con un error de −0.60 y una potencia de 78.86, 78.74 y 78.66 respectivamente.

En consecuencia, y dado que el método AE1 es más difícil de aplicar que el ZE0, la selección es clara: el método óptimo es el ZE0 (el clásico de la literatura), el cual, como vimos antes, debe aplicarse con cpc.

II.6.8. Evaluación del caso de la diferencia según el estudio de simulación del Capítulo I

La metodología utilizada para seleccionar el método óptimo en el caso de una combinación lineal general de K proporciones es diferente y menos perfecta que la utilizada en el caso actual de la diferencia. En el primer caso, se eligen valores de δ al azar y se determina el error $\alpha(p)$ solo para el valor p que se eligió al azar; en el caso actual, se parte de una diferencia δ fijada de antemano y entonces se maximiza el error

$\alpha(p)$ en el parámetro perturbador p. Se ve pues la conveniencia de ratificar que ambas metodologías dan lugar a resultados similares.

Para tal fin se va a analizar, por la metodología desarrollada en el capítulo anterior, el caso actual de la diferencia de proporciones, por lo que debemos suponer que $L=d$, $\beta_1=-1$, $\beta_2=+1$. El análisis se realizará para tamaños muestrales $n_i=40$, 60 y 100 (a fin de que sus resultados sean comparables a los anteriores) y sólo para $\alpha=5\%$. Los métodos elegidos para esta comparación son los más habituales y/o relevantes de este caso: ZE0, ZN0, ZW2, ZW3, ZPa0 y ZW4. Por el estudio realizado en las secciones anteriores se ve que: ZE0<ZN0<ZPa0< ZW2, ZW3<ZW4.

Analizando los métodos notados en la sección I.5.2 por E0, N0, Pa0, W1, W2 y W3 (que son equivalentes a los citados arriba, por ese orden), se obtienen los resultados de la Tabla AII.12. De ella se deduce que:

- El peor método es el ZN0 (pues casi siempre presenta un apreciable número de fallos).
- Los siguientes peores métodos son los ZE0 (da valores *Rmin* demasiado bajos) y ZPa0 (da valores *Rmin* demasiado bajo y sus *lmean* son demasiado grandes).
- A continuación viene los métodos ZW2 y ZW1 que, siendo similares entre sí, tiene algunos valores de *Rmin* demasiado bajos.
- Finalmente, el mejor método es el ZW3 (no falla nunca y sus valores de *lmean* son mejores o iguales que los de cualquier otro método), el cual tiene un comportamiento ligeramente conservador.

Se ve pues que, globalmente, los resultados de ambas metodologías de análisis son compatibles, especialmente en lo que respecta a cuáles son los peores métodos (ZN0 y ZE0) y a cuál es el mejor (el ZW3).

II.7. CONCLUSIONES FINALES Y EJEMPLOS

II.7.1. Método óptimo

Por todo lo reseñado en las secciones anteriores, pueden establecerse las conclusiones que se indican en el cuadro de abajo. Obsérvese que <u>casi todos los métodos seleccionados son nuevas aportaciones de esta memoria</u>.

SELECCIÓN DEL MEJOR MÉTODO PARA EL CASO DE LA DIFERENCIA

Caso General

- **AE1** es el mejor método (aunque requiere de procedimientos iterativos para obtener el IC).
- Alternativamente, puede emplearse el método **ZW4** pues, siendo solo un poco peor que el AE1, es más sencillo e incluso lo supera en el caso de tamaños de muestra equilibrados y en el caso de grandes muestras (n≥200).

Caso de un Contraste (es decir, δ=0)

- Para α=1% o 5%: **ZE0c** para n_i distintos y **ZE3c** para n_i iguales son los mejores métodos (seguido por el método **AE1c**, que tiene un comportamiento muy similar pero que es más complicado).
- Para α=10%: **ZE3** es el mejor método.

II.7.2. Fórmulas aconsejadas para realizar la inferencia

II.7.2.1. Caso General (para todo δ)

Método AE1 (método óptimo)

1) Incrementar los datos de ambos grupos (los éxitos x_i y los fracasos y_i) en 0,5.

2) El estadístico de contraste viene dado por la expresión:

$$z_{AE1}^2 = \frac{4n_1n_2\left[\left\{sin^{-1}\sqrt{\overline{p}_2} - sin^{-1}\sqrt{\overline{p}_1}\right\} - \left\{sin^{-1}\sqrt{\hat{p}_2} - sin^{-1}\sqrt{\hat{p}_1}\right\}\right]^2}{n_1 + n_2} \qquad (2.37)$$

con $\hat{p}_i$ el estimador de máxima verosimilitud dado por: $\hat{p}_1 = \left(-c_2 + 2B^{0.5}\,cos\,\varphi\right)/\,3c_3$ y $\hat{p}_2 = \hat{p}_1 + \delta$; utilizando para ello $c_0 = x_1\delta(1-\delta)$, $c_1 = a_1 + \delta(n_1\delta - n - 2x_1)$, $c_2 = (n_2 + 2n_1)\delta - n - a_1$, $c_3 = n$, $B = c_2^2 - 3c_1c_3$, $A = 4.5c_3(c_1c_2 - 3c_0c_3) - c_2^3$ y $\varphi = \left[\pi + cos^{-1}\left(-A/B^{3/2}\right)\right]/\,3$.

Si el objetivo es obtener el intervalo, calcular por métodos iterativos las dos soluciones δ de la ecuación $z^2_{AE1} = z^2_{\alpha/2}$.

Método ZW4 (método alternativo, casi tan bueno como el óptimo, pero más sencillo)

1) Incrementar todos los datos (los éxitos x_i y los fracasos y_i) en $z^2_{\alpha/2}/4$ si $0<x_i<n_i$ ($\forall i$) o, en otro caso, incrementarlos en

$$h_i = \begin{cases} \dfrac{z^2_{\alpha/2}\left(1+2I_i\right)}{4} \text{ con } I_1 = \begin{cases} 1 \text{ si } \bar{p}_1 = 0 \\ 0 \text{ si } \bar{p}_1 \neq 0 \end{cases}, I_2 = \begin{cases} 1 \text{ si } \bar{p}_2 = 1 \\ 0 \text{ si } \bar{p}_2 \neq 1 \end{cases} \text{ si } \bar{d} > \delta \\ \dfrac{z^2_{\alpha/2}\left(1+2S_i\right)}{4} \text{ con } S_1 = \begin{cases} 1 \text{ si } \bar{p}_1 = 1 \\ 0 \text{ si } \bar{p}_1 \neq 1 \end{cases}, S_2 = \begin{cases} 1 \text{ si } \bar{p}_2 = 0 \\ 0 \text{ si } \bar{p}_2 \neq 0 \end{cases} \text{ si } \bar{d} < \delta \end{cases}$$

2) El intervalo y el estadístico de contraste vienen dados, respectivamente, por las expresiones siguientes aplicadas a los datos incrementados anteriores:

$$d \in \bar{d} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\bar{p}_1\bar{q}_1}{n_1} + \frac{\bar{p}_2\bar{q}_2}{n_2}}, \quad z^2_{ZW4} = \frac{\left(\bar{d} - \delta\right)^2}{\dfrac{\bar{p}_1\bar{q}_1}{n_1} + \dfrac{\bar{p}_2\bar{q}_2}{n_2}}. \tag{2.38}$$

II.7.2.2. Caso Particular (δ=0)

Ahora solo tiene sentido realizar el test, siendo las opciones las que se indican a continuación. Una ventaja adicional de la selección que sigue es que los métodos aconsejados no precisan de condición de validez alguna (salvo que $n_1+n_2\geq 40$), no siendo necesario por tanto verificar si las cantidades esperadas son mayores o no que un determinado número.

Método ZE0c: el óptimo si α=1% o α=5% y los tamaños de muestra son diferentes

El estadístico de contraste tiene la siguiente forma clásica:

$$z^2_{ZE0c} = \begin{cases} \dfrac{\left(|\bar{p}_2 - \bar{p}_1| - c\right)^2}{\bar{p}\bar{q}\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)} & \text{si } |\bar{p}_2 - \bar{p}_1| > c \\ 0 & \text{si } |\bar{p}_2 - \bar{p}_1| \leq c \end{cases}, \text{ con } \begin{cases} \bar{p} = a_1/n \\ \bar{q} = a_2/n \end{cases} \text{ y } \begin{cases} c = \dfrac{1}{n+n_1n_2} & \text{si } n_1 \neq n_2 \\ c = \dfrac{2}{n+n_1n_2} & \text{si } n_1 = n_2 \end{cases} \tag{2.39}$$

Una versión simplificada del mismo (aunque no exactamente igual) es la también clásica expresión:

$$z'^2_{ZE0c} = \begin{cases} \left(|x_1y_2 - x_2y_1| - c\right)^2 n \big/ a_1a_2n_1n_2 & \text{si } |x_1y_2 - x_2y_1| > c \\ 0 & \text{si } |x_1y_2 - x_2y_1| \le c \end{cases} \quad \text{con } c = \begin{cases} 1 \text{ si } n_1 \ne n_2 \\ 2 \text{ si } n_1 = n_2 \end{cases}$$

<u>Método ZE3c: el óptimo si α=1% o α=5% y los tamaños de muestra son iguales</u>

1) Incrementar todos los datos (los éxitos x_i y los fracasos y_i) en $z^2_{\alpha/2}/4$.

2) Calcular el estadístico de contraste:

$$z^2_{ZE3c} = \begin{cases} \dfrac{\left(|\overline{p}_2 - \overline{p}_1| - c\right)^2}{\overline{p}\overline{q}\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)} & \text{si } |\overline{p}_2 - \overline{p}_1| > c \\ 0 & \text{si } |\overline{p}_2 - \overline{p}_1| \le c \end{cases}, \text{ con } \begin{cases} \overline{p} = a_1/n \\ \overline{q} = a_2/n \end{cases} \text{ y } \begin{cases} c = \dfrac{1}{n + n_1n_2} & \text{si } n_1 \ne n_2 \\ c = \dfrac{2}{n + n_1n_2} & \text{si } n_1 = n_2 \end{cases}. \quad (2.40)$$

Una versión simplificada del mismo (aunque no exactamente igual) es:

$$z'^2_{ZE3c} = \begin{cases} \dfrac{\left(|x_1y_2 - x_2y_1| - c\right)^2}{a_1a_2n_1n_2} n & \text{si } |x_1y_2 - x_2y_1| > c \\ 0 & \text{si } |x_1y_2 - x_2y_1| \le c \end{cases} \quad \text{con } c = \begin{cases} 1 \text{ si } n_1 \ne n_2 \\ 2 \text{ si } n_1 = n_2 \end{cases}$$

<u>Método ZE3: el óptimo si α=10%</u>

1) Incrementar todos los datos (los éxitos x_i y los fracasos y_i) en $z^2_{\alpha/2}/4$.

2) Calcular el estadístico de contraste:

$$z^2_{ZE3} = \frac{\left(\overline{p}_2 - \overline{p}_1\right)^2}{\overline{p}\overline{q}\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)}, \text{ con } \begin{cases} \overline{p} = a_1/n \\ \overline{q} = a_2/n \end{cases}. \quad (2.41)$$

Una versión simplificada del mismo (y exactamente igual) es

$$z^2_{ZE3} = \frac{\left(x_1y_2 - x_2y_1\right)^2}{a_1a_2n_1n_2} n$$

II.7.3. Ejemplos prácticos

II.7.3.1. Intervalo de confianza

Rodary *et al.* (1989) estudian la respuesta a la quimioterapia y a la radioterapia a través de un ensayo clínico en pacientes con nefroblastoma. Los datos son los de la Tabla II.2, por lo que los porcentajes de respuesta positiva fueron $\overline{p}_1$=0,9432=83/88 y

$\overline{p}_2$ =0,9079=69/76 en el grupo de quimioterapia y radioterapia respectivamente (cuyos valores poblacionales son p_1 y p_2 respectivamente). El método óptimo general para obtener un IC aproximado al 95% para $d=p_2-p_1$ es el AE1 de la expresión (2.37), lo que proporciona los valores $d=p_2-p_1\in(-0{,}1290,\ 0{,}0482)$ de longitud l(AE1) = 0,1772.

Alternativamente, puede emplearse el método ZW4 (que en realidad es el recomendado para tamaños de muestra similares, como en el caso actual). Como $0<x_i<n_i$, los datos deben incrementarse en $1{,}96^2/4=0{,}96$ y la primera expresión (2.38) debe aplicarse a las dos muestras x_1/n_1=83,96/89,92 y x_2/n_2=69,96/77,92; esto proporciona el IC dado por $d=p_2-p_1\in(-0{,}1205,\ 0{,}0488)$ de longitud l(ZW4) = 0,1693 < l(AE1) = 0,1772.

Si se aplica el clásico y poco fiable método ZE0c de las marcas con cpc de la expresión (2.39), se obtiene el intervalo (−0,1287, 0,0483) de longitud l(ZE0c) = 0,1770 (solución que, en esta ocasión, es muy similar a la del método AE1 pues con muestras relativamente grandes y valores de δ cercanos a 0 el método ZE0c no funciona mal).

Tabla II.2

Respuestas favorables (SÍ) o desfavorables (NO) para los tratamientos indicados

Tratamiento	SÍ	NO	Total
Quimioterapia	83	5	88
Radioterapia	69	7	76
Total	152	12	164

Finalmente, el método exacto óptimo de Herranz and Martín (2008) -programa http//www.ugr.es/local/bioest/SDG.EXE, seleccionando el test SG2 y el orden ZY- proporciona el IC exacto $d=p_2-p_1\in(-0{,}1352,\ 0{,}0547)$ de longitud l(exacto) = 0,1899. El método exacto basado en el orden que proporciona el estadístico AE1 da $d=p_2-p_1\in(-0{,}1295,\ 0{,}0494)$, un intervalo que es muy similar al del método asintótico AE1 y de menor longitud que el IC exacto anterior (lo que sugiere que este nuevo orden podría ser una buena alternativa para construir el método exacto).

II.7.3.2. Test de homogeneidad

Antes de obtener el IC de la sección anterior, los investigadores usualmente comienzan determinando si las dos proporciones implicadas (p_1 y p_2) son iguales o no, a cuyo efecto suelen realizar el test de homogeneidad de dos proporciones al error α=5%. Aunque los tamaños de muestra son diferentes, no lo son demasiado, de modo que los dos tests ZE0c y ZE3c son aplicables. Las expresiones (2.39) y (2.40) proporcionan los valores z_{ZE0c}=0,8617 y z_{ZE3c}=0,8372, ambos no significativos por ser inferiores a 1,96: debe aceptarse que las dos proporciones son iguales.

Obsérvese que los métodos óptimos aconsejados para el test no son los mismos que los métodos óptimos aconsejados para el IC, lo que ocasionalmente puede dar lugar a que no sean compatibles los resultados de uno y otro.

CAPÍTULO III

K=2 EN EL CASO DEL COCIENTE

III.1. INTRODUCCIÓN

Como se indicó en el capítulo anterior, la comparación de las dos proporciones p_i (i=1 o 2) de individuos que presentan una característica de interés en dos poblaciones distintas es uno de los objetivos más frecuentes en Ciencias de la Salud, a cuyo fin lo más común es tomar dos muestras independientes de cada una de ellas. En estadística aplicada es habitual el uso del parámetro d (desarrollado en el capítulo II), pero en el ámbito de la medicina el parámetro de interés suele ser el cociente de dos proporciones $R=p_2/p_1$. Son ejemplos de ello los ensayos clínicos donde se evalúa la eficacia de una nueva vacuna, los estudios de comparación de dos métodos de diagnóstico binarios, los estudios sobre la comparación de dos tratamientos, etc. Igual que el parámetro d, R constituye un caso particular del caso general del Capítulo I: ahora K=2, $\beta_1=-\rho$, $\beta_2=+1$, $L=p_2-\rho p_1$, $\lambda=0$ y la Tabla I.1 se particulariza en la actual Tabla III.1 (que se comenta de momento). El objetivo actual es pues la realización de un test de dos colas sobre R (H_0: $R=\rho$ *vs.* H_1: $R\neq\rho$ ≡ H_0: $p_2-\rho p_1=0$ *vs.* H_1: $p_2-\rho p_1\neq 0$) o la obtención de un IC de dos colas para R.

Tabla III.1

Tabla 2×2 para muestras independientes

Muestras	SÍ	NO	Total	Coeficientes
I	x_1	y_1	n_1	$\beta_1=-\rho$
II	x_2	y_2	n_2	$\beta_2=+1$
Total	a_1	a_2	n	

La Tabla III.1 presenta los datos obtenidos en este tipo de experimentos, donde de nuevo SÍ/NO alude a la presencia o ausencia de la característica que se estudia, x_i (y_i) es el nº de individuos de entre los n_i (tamaño de muestra) que sí (no) presentan la característica, β_i son los coeficientes de la combinación lineal, $a_1=\Sigma x_i$ ($a_2=\Sigma y_i$) es el total de individuos que sí (no) presentan la característica y, finalmente, $n=a_1+a_2=\Sigma n_i$ es el tamaño total de la experiencia. Las dos variables aleatorias (x_i) siguen distribuciones binomiales independientes $x_i \longrightarrow B(n_i, p_i)$, con i=1 o 2, en donde p_i es la proporción (desconocida) de individuos de la población i que presentan la característica.

El Caso *d* ha recibido la atención de cientos de artículos a lo largo de la literatura, en tanto que el número de publicaciones acerca de *R* es bastante más limitado. Desde el punto de vista exacto, la obtención del IC para *R* es computacionalmente intensiva (requiere de programas informáticos específicos) y es poco factible para tamaños de muestra moderadamente grandes (Reiczigel *et al.*, 2008). Por ello, investigadores como Farrington & Manning (1990), Dann & Koch (2005) o Price & Bonnet (2008) entre otros, han dedicado gran atención al caso asintótico, proponiendo y/o analizando distintos métodos para realizar inferencias.

El objetivo de este capítulo es proponer y evaluar nuevos métodos asintóticos para el caso particular del parámetro *R* y compararlos con las mejores propuestas de la literatura.

III.2. NOTACIÓN

III.2.1. Generalidades y estadísticos base

Sean dos variables aleatorias binomiales independientes $x_i \sim B(n_i, p_i)$, con i=1 o 2, y sea $R=p_2/p_1$ el parámetro de interés (con las proporciones p_i desconocidas). Sean $\overline{p}_i=x_i/n_i$ las proporciones muestrales y $\overline{R}=\overline{p}_2/\overline{p}_1$ la estimación muestral del cociente poblacional *R*. Sean también $q_i=1-p_i$ y $\overline{q}_i=1-\overline{p}_i$. Para contrastar H_0: $R=\rho$ *vs.* H_1: $R\neq\rho$ (con $0\leq\rho\leq\infty$ ya que $0\leq p_i\leq 1$) es necesario seleccionar primeramente un estadístico de contraste que podrá tener una de las cinco formas siguientes (que en adelante serán aludidas abreviadamente por el nombre en negrita que se indica):

Z: $$z_Z^2=\frac{\left(\overline{p}_2-\rho\overline{p}_1\right)^2}{\rho^2\frac{p_1\left(1-p_1\right)}{n_1}+\frac{p_2\left(1-p_2\right)}{n_2}} \tag{3.1}$$

R: $$z_R^2 = \frac{\left(\overline{p}_2 - \rho\overline{p}_1\right)^2}{\overline{R}^2 \frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}} \tag{3.2}$$

L: $$z_L^2 = \begin{cases} \dfrac{ln^2\left(\overline{R}/\rho\right)}{\dfrac{q_1}{n_1 p_1} + \dfrac{q_2}{n_2 p_2}} & \text{si } |\overline{p}_2 - \rho\overline{p}_1| \neq 0 \\ 0 & \text{si } |\overline{p}_2 - \rho\overline{p}_1| = 0 \end{cases} \tag{3.3}$$

X: $$z_X^2 = \begin{cases} \sum \chi_i^2 & \text{si } |\overline{p}_2 - \rho\overline{p}_1| \neq 0 \\ 0 & \text{si } |\overline{p}_2 - \rho\overline{p}_1| = 0 \end{cases} \text{ con } \chi_i^2 = \frac{n_i\left(\overline{p}_i - p_i\right)^2}{p_i q_i} \tag{3.4}$$

en donde $$\begin{cases} \chi_i^2 = 0 & \text{si } \overline{p}_i = p_i = 0 \text{ o } \overline{p}_i = p_i = 1 \\ \chi_i^2 = \infty & \text{si } \overline{p}_i = q_i = 0 \text{ o } \overline{p}_i = q_i = 1 \end{cases}$$

A: $$z_A^2 = \frac{4n_1n_2\left(\overline{d}' - \delta'\right)^2}{n_1 + n_2} \text{ donde } \begin{cases} \overline{d}' = sin^{-1}\sqrt{\overline{p}_2} - sin^{-1}\sqrt{\overline{p}_1} \\ \delta' = sin^{-1}\sqrt{p_2} - sin^{-1}\sqrt{p_1} \end{cases} \tag{3.5}$$

En cualquiera de los cinco casos habrá que comparar el valor experimental del estadístico z_{exp}^2 (cualquiera de los cinco anteriores: z_Z^2, z_R^2,…, z_A^2) con $z_{\alpha/2}^2$ (en donde $z_{\alpha/2}$ es el percentil (1–*α*/2)×100% de la distribución normal típica). Para obtener el IC (1–*α*) para *R* se invierte el test despejando *ρ* en la ecuación $z_{exp}^2 = z_{\alpha/2}^2$. En unas ocasiones la solución será explícita (y más o menos sencilla); en otras requerirá de un procedimiento iterativo.

III.2.2. Estimadores de las proporciones p_i

En los cinco estadísticos anteriores (Z, R, L, X o A), las proporciones p_i desconocidas deben ser sustituidas por alguno de sus estimadores (con el fin de que tengan utilidad práctica). En lo que sigue se describen los mismos y se pone en mayúsculas y negrita la letra abreviada que designará el procedimiento que proporciona cada estimador (letra que hay que añadir a la del estadístico Z, R, L, X o A utilizado).

III.2.2.1. Estimadores no restringidos por H_0

El procedimiento clásico y más utilizado a la hora de estimar las proporciones consiste en sustituir los valores desconocidos p_i por los estimadores clásicos de máxima verosimilitud simple (es decir, las proporciones muestrales):

$$\mathbf{W}\text{ (Wald): } \bar{p}_i = x_i / n_i \tag{3.6}$$

Una opción más reciente (Newcombe, 1998) consiste en sustituir las proporciones desconocidas por el extremo apropiado del IC de Wilson (1927):

$$\mathbf{N}\text{ (Newcombe): } \begin{cases} \ddot{p}_1 = u_1,\ \ddot{p}_2 = l_2 & \text{si } \ \bar{p}_2 - \rho\bar{p}_1 > 0 \\ \ddot{p}_1 = l_1,\ \ddot{p}_2 = u_2 & \text{si } \ \bar{p}_2 - \rho\bar{p}_1 < 0 \end{cases} \tag{3.7}$$

con

$$l_i = \frac{x_i + \dfrac{z_{\alpha/2}^2}{2} - z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{z_{\alpha/2}^2}{4} + \dfrac{x_i y_i}{n_i}}}{n_i + z_{\alpha/2}^2} \ \text{ y } \ u_i = \frac{x_i + \dfrac{z_{\alpha/2}^2}{2} + z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{z_{\alpha/2}^2}{4} + \dfrac{x_i y_i}{n_i}}}{n_i + z_{\alpha/2}^2} \tag{3.8}$$

siendo (l_i; u_i) el IC de dos colas al 100·(1–α)% para la proporción p_i.

III.2.2.2. Estimadores sí restringidos por H_0

El estimador de p_i restringido por H_0 más habitual (por su sencillez) es el obtenido por el método de tipo condicionado de Dunnett & Gent (1977):

$$\mathbf{C}\text{ (Condicionado): } \tilde{p}_1 = \frac{a_1}{n_1 + n_2\rho} \ \text{ y } \ \tilde{p}_2 = \rho\tilde{p}_1 . \tag{3.9}$$

Como puede suceder que el valor de $\tilde{p}_i$ no esté comprendido entre 0 y 1, parece conveniente exigir que cumpla esta condición; de ahí que el estimador $\tilde{p}_i$ tenga dos versiones:

Ca: $\tilde{p}_i$= (3.9).

Cb: $\tilde{p}_i$= (3.9) restringida a que esté entre 0 y 1 ($\tilde{p}_i$=1 si $\tilde{p}_i$>1).

Una opción más complicada es utilizar los siguientes estimadores de máxima verosimilitud bajo H_0 (Koopman, 1984; Miettinen & Nurminen, 1985):

E (Incondicionado exacto):

$$\hat{p}_1 = \frac{(n_1+x_2)+(n_2+x_1)\rho-\sqrt{\{(n_1+x_2)+(n_2+x_1)\rho\}^2-4na_1\rho}}{2n\rho} \text{ y } \hat{p}_2=\rho\hat{p}_1 \quad (3.10)$$

Un modo de simplificar lo anterior es a través de los siguientes estimadores incondicionados aproximados:

A (Incondicionado Aproximado): $\widehat{p}_1 = \dfrac{x_2+x_1\rho}{n\rho}$ y $\widehat{p}_2=\rho\widehat{p}_1$. (3.11)

Al igual que en el caso de los estimadores de tipo condicionado, parece conveniente exigir que $\widehat{p}_i$ sea un valor lícito (es decir, que esté comprendido entre 0 y 1); de ahí que $\widehat{p}_i$ tenga dos versiones:

Aa: $\widehat{p}_i$= (3.11).

Ab: $\widehat{p}_i$= (3.11) restringida a que esté entre 0 y 1 ($\widehat{p}_i$=1 si $\widehat{p}_i$>1).

Otro tipo de estimadores son los obtenidos por el método de Peskun (1993):

P (Incondicionado de Peskun): $\breve{p}_1 = \dfrac{n_1+n_2\rho}{2n\rho}$ y $\breve{p}_2=\rho\breve{p}_1$. (3.12)

aunque, como en el caso de los estimadores de tipo condicionado e incondicionado aproximado, parece conveniente exigir que $\breve{p}_i$ sea un valor lícito; de ahí que $\breve{p}_i$ tenga también dos versiones:

Pa: $\breve{p}_i$= (3.12).

Pb: $\breve{p}_i$= (3.12) restringida a que esté entre 0 y 1 ($\breve{p}_i$=1 si $\breve{p}_i$>1).

III.2.3. Procedimientos de inferencia que se obtienen con cada estimador

Cuando en las 5 expresiones (3.1), (3.2), (3.3), (3.4) y (3.5) se sustituye cada uno de los 9 estimadores aludidos en la sección anterior, se obtienen los 45 estadísticos z^2_{ZW}, z^2_{ZN}, z^2_{ZCa}, z^2_{ZCb}, z^2_{ZE}, z^2_{ZAa}, z^2_{ZAb}, z^2_{ZPa}, z^2_{ZPb}, z^2_{RW},…y z^2_{APb}, cada uno de los cuales da lugar a un procedimiento de test diferente. Al invertir el mismo, se obtiene un procedimiento de IC diferente. En ambos casos, el nombre del procedimiento es la unión de las letras de los estadísticos (Z, R, L, X y A) y estimadores (W, N, Ca, Cb, E, Aa, Ab, Pa y Pb) implicados en su definición; es por ello que los 45 procedimientos aludidos serán: ZW, ZN, ZCa, ZCb, ZE, ZAa, ZAb, ZPa, ZPb, RW,…, APb. Sin embargo algunos de ellos deben omitirse por las razones que siguen:

a) El estadístico R (cuyo origen, como se ve más adelante, es obtener una simplificación del estadístico Z para que el IC se obtenga como solución de una ecuación lineal), solo puede combinarse con los dos estimadores W y N, pues ellos son los únicos que no dependen de ρ. De ahí que R solo proporcione dos procedimientos: los RW y RN.
b) Los procedimientos XE y ZE son equivalentes (como se demostrará en la siguiente sección) por lo que basta considerar uno de ellos (el ZE, por ser el más conocido).
c) Los procedimientos XW, AW, XN y AN no dependen de ρ (y además los dos primeros tienen un valor nulo), por lo que deben excluirse.
d) Los procedimientos ACa, AAa y APa pueden proporcionar valores de p_i>1 (en cuyo caso no tiene sentido la trasformación arco seno), por lo que también deben excluirse.

Teniendo en cuenta estas exclusiones se obtienen <u>30 procedimientos</u> en total, de los 45 inicialmente propuestos.

III.2.4. Datos muestrales a utilizar y métodos de inferencia que proporcionan

Las fórmulas anteriores pueden utilizarse en base a los datos x_i e y_i originales o en base a los datos originales incrementados en una cantidad h_i determinada, es decir en base a (x_i+h_i, y_i+h_i, n_i+2h_i). Este incremento, como se comentó en el Capítulo I, tiene su origen en los métodos “adjusted” Wald, cuyo objetivo no es otro que el de mejorar el comportamiento del procedimiento ZW; adicionalmente, el incremento es también habitual para mejorar el comportamiento del procedimiento LW, del que también se sabe que funciona muy mal (Woolf, 1955; Katz *et al.*, 1978; Koopman, 1984; Dann & Koch, 2005). Los valores posibles de h_i se denotan con el dígito (en negrita) que los identificará (el cual se añadirá a las letras de los procedimientos descritos arriba):

0: h_i=0 (clásico)
1: h_i =0,5 (Woolf)
2: h_i =1 (Dann & Koch)

3: $h_i = z^2_{\alpha/2}/4$.

$$
\textbf{4}:\ h_i = \begin{cases} \dfrac{z^2_{\alpha/2}\left(1+2I_i\right)}{4} \text{ con } I_1 = \begin{cases} 1 \text{ si } \overline{p}_1 = 0 \\ 0 \text{ si } \overline{p}_1 \neq 0 \end{cases},\ I_2 = \begin{cases} 1 \text{ si } \overline{p}_2 = 1 \\ 0 \text{ si } \overline{p}_2 \neq 1 \end{cases} \text{ si } \overline{R} > \rho \\ \dfrac{z^2_{\alpha/2}\left(1+2S_i\right)}{4} \text{ con } S_1 = \begin{cases} 1 \text{ si } \overline{p}_1 = 1 \\ 0 \text{ si } \overline{p}_1 \neq 1 \end{cases},\ S_2 = \begin{cases} 1 \text{ si } \overline{p}_2 = 0 \\ 0 \text{ si } \overline{p}_2 \neq 0 \end{cases} \text{ si } \overline{R} < \rho \end{cases}
$$

Existen otros posibles incrementos que se descartan aquí pues la literatura, o nuestros propios datos (aludidos más adelante), han demostrado que no mejoran a los anteriores.

Cada uno de los 5 incrementos (0, 1, 2, 3 y 4) puede aplicarse a cada uno de los 30 procedimientos anteriores (ZW, ZN,…, APa y APb), dando lugar a 150 métodos de inferencia distintos; en lo que sigue ellos serán notados por las letras del procedimiento y el dígito del incremento correspondiente: ZW0, ZW1, ZW2, ZW3, ZW4,…, APb4.

III.3. RESULTADOS DE LA LITERATURA: DE TIPO TEÓRICO

III.3.1. Métodos basados en el estadístico Z

III.3.1.1. Generalidad

Es bien conocido que si $x_i \to B\left(n_i, p_i\right)$, con i=1 o 2, son dos distribuciones binomiales independientes, entonces las proporciones muestrales $\overline{p}_i = x_i / n_i$ convergen a una normal: $\overline{p}_i \xrightarrow{d} N(p_i,\ p_i q_i / n_i)$. Como $H_0: p_2/p_1 = \rho$ es equivalente a $H_0: p_2 - \rho p_1 = 0$, entonces el estadístico de contraste $\overline{p}_2 - \rho\overline{p}_1$ (método de Fieller, 1944), bajo H_0, se distribuye asintóticamente como una normal, con media y varianza las indicadas a continuación:

$$
\overline{p}_2 - \rho\overline{p}_1 \xrightarrow{d} N\left(\ 0\ , \rho^2 \frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}\right)
$$

Para contrastar la hipótesis H_0: $R=\rho$ *vs*. H_1: $R \neq \rho$ hay que comparar el valor experimental del estadístico z^2_Z dado por (3.1) con $z^2_{\alpha/2}$ (como se indicó anteriormente). El IC (1–α) para R, que se obtiene por inversión del test, vendrá dado por las dos soluciones lícitas de la ecuación $z^2_{\alpha/2} = z^2_Z$.

Las expresiones anteriores no tienen utilidad hasta que las proporciones p_i desconocidas sean sustituidas por una estimación de las mismas (como las reseñadas en la sección III.2.2).

III.3.1.2. Método clásico de Wald

El procedimiento clásico de cualquier libro de texto elemental consiste en sustituir los valores desconocidos p_i por las proporciones muestrales (estimadores de máxima verosimilitud simple) dados por la expresión (3.6), lo que da lugar al procedimiento ZW (el clásico procedimiento de Wald, contemplado por primera vez por Katz *et al.*, 1978, para el actual caso de R). Las expresiones siguientes aluden al estadístico y al IC que se obtiene por inversión del mismo:

$$\text{ZW: } z_{ZW}^2 = \frac{\left(\overline{p}_2 - \rho \overline{p}_1\right)^2}{\rho^2 \dfrac{\overline{p}_1 \overline{q}_1}{n_1} + \dfrac{\overline{p}_2 \overline{q}_2}{n_2}} \tag{3.13}$$

$$\text{IC}_{\text{ZW}}\text{: } R \in \frac{\overline{R}}{1-(z_{\alpha/2}^2 y_1/n_1 x_1)} \left\{ 1 \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{y_1}{n_1 x_1} + \frac{y_2}{n_2 x_2} - z_{\alpha/2}^2 \frac{y_1}{n_1 x_1} \frac{y_2}{n_2 x_2}} \right\} \tag{3.14}$$

III.3.1.3. Método condicionado

Bajo la hipótesis nula H_0: $p_2/p_1=\rho$ ocurre que $p_2=p_1\rho$, por lo que p_1 es el único parámetro desconocido. Desde el punto de vista condicionado (es decir, condicionando en que los éxitos siempre sumen el valor observado de a_1), el estimador $\tilde{p}_i$ sugerido por Farrington & Manning (1990) viene dado por la expresión (3.9), con la precaución de que si $\tilde{p}_i > 1$ debe hacerse $\tilde{p}_i = 1$ para que sea un valor lícito. Esto lleva a que se consideren dos versiones ZCa (sin exigir que $\tilde{p}_i$ sea un valor lícito) y ZCb (exigiendo que $\tilde{p}_i$ esté entre 0 y 1). Cualquiera que sea el caso, el estadístico de contraste será de la forma:

$$\text{ZCa/b: } z_{ZC}^2 = \frac{\left(\overline{p}_2 - \rho \overline{p}_1\right)^2}{\rho^2 \dfrac{\tilde{p}_1 \tilde{q}_1}{n_1} + \dfrac{\tilde{p}_2 \tilde{q}_2}{n_2}} \tag{3.15}$$

La obtención del IC a través del procedimiento ZCa/b ($\text{IC}_{\text{ZCa/b}}$) no tiene una solución explícita sencilla y hay que determinarlo por métodos iterativos.

III.3.1.4. Método incondicionado exacto

Desde el punto de vista incondicionado, Koopman (1984) y Miettinen & Nurminen (1985) proponen el estimador de máxima verosimilitud bajo H_0 (sin condicionar en los marginales) -el valor $\hat{p}_1$ dado por la expresión (3.10)- y lo aplican al estadístico Z. Por tanto, el estadístico de contraste para el procedimiento ZE será de la forma:

$$\text{ZE: } z_{ZE}^2 = \frac{\left(\bar{p}_2 - \rho\bar{p}_1\right)^2}{\rho^2 \dfrac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \dfrac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}} \tag{3.16}$$

y el IC se obtiene resolviendo en ρ por métodos iterativos la ecuación $z_{ZE}^2 = z_{\alpha/2}^2$ (aunque Nam, 1995, proporciona la solución explícita a través de las soluciones de una ecuación cúbica). Para los casos más extremos, Koopman (1984) justificó que el IC $R\in(\rho_I;\ \rho_S)$ es el siguiente: (1) cuando x_1=x_2=0, $\rho\in(0,\ \infty)$; (2) cuando x_1=n_1 y x_2=n_2, $\rho_I = n_2\big/\left(n_2 + z_{\alpha/2}^2\right)\ \leq\ \rho\ \leq\ \rho_S = \left(n_1 + z_{\alpha/2}^2\right)\big/n_1$; (3) cuando x_1=0 y x_2≠0, ρ_S=∞; y (4) cuando x_1≠0 y x_2=0, ρ_I=0.

III.3.1.5. Método incondicionado de Peskun

En el Caso *d*, Peskun (1993) empleó el criterio de Sterne (1954) al indicar que el estadístico Z será significativo cuando lo sea para cualquier valor de p_1, es decir cuando $z_Z^2 \geq z_{\alpha/2}^2$ para todo valor de p_1. Martín & Herranz (2010) emplearon el mismo criterio para el Caso *R*, determinando el mínimo valor de z_Z^2 (es decir, el máximo valor de su denominador) respecto de p_1. Tales autores encuentran que este máximo se alcanza en el valor $\breve{p}_1$ de la expresión (3.12) y, teniendo en cuenta que $\breve{p}_i$ puede ser un valor ilícito, expresan el estadístico ZPb de la forma:

$$\text{ZPb: } z_{ZPb}^2 = \begin{cases} 4nn_1n_2\left(\bar{p}_2 - \rho\bar{p}_1\right)^2\big/\left(n_1 + n_2\rho\right)^2 & \text{si } \ n_1\big/\left(n + n_1\right) < \rho < \left(n + n_2\right)\big/n_2 \\ n_2\left(\bar{p}_2 - \rho\bar{p}_1\right)^2\big/\rho\left(1 - \rho\right) & \text{si } \ \rho < n_1\big/\left(n + n_1\right) \\ n_1\left(\bar{p}_2 - \rho\bar{p}_1\right)^2\big/\left(\rho - 1\right) & \text{si } \ \rho > \left(n + n_2\right)\big/n_2 \end{cases} \tag{3.17}$$

viniendo dado el estadístico z_{ZPa}^2 por la primera expresión de arriba (sin tener en cuenta las restricciones para ρ). El IC para ρ se obtiene resolviendo las ecuaciones de segundo grado $z_{ZPa}^2 = z_{\alpha/2}^2$ y $z_{ZPb}^2 = z_{\alpha/2}^2$ (ver más detalles en la sección III.5.4).

III.3.2. Métodos basados en el estadístico L

III.3.2.1. Generalidades

Otro estadístico bien conocido en el Caso *R* es el estadístico L basado en la transformación logarítmica. En lugar de considerar la variable aleatoria $\overline{R}$, se contempla su logaritmo neperiano $ln\left(\overline{R}\right) = ln\left(\overline{p}_2\right) - ln\left(\overline{p}_1\right)$, que se distribuye de manera aproximadamente normal con media y varianza las siguientes:

$$ln\left(\overline{R}\right) \xrightarrow{d} N\left\{ln\left(\rho\right), q_1/n_1p_1 + q_2/n_2p_2\right\}$$

Para el caso de contrastar H_0: $R=\rho$, el estadístico apropiado viene dado por la expresión (3.3); invirtiendo la misma se obtiene el IC siguiente:

$$\text{IC}_\text{L}:\ R \in \overline{R} \times exp\left\{\pm z_{\alpha/2}\sqrt{q_1/n_1p_1 + q_2/n_2p_2}\right\} \tag{3.18}$$

Las expresiones anteriores, como en el caso de otros estadísticos, no tienen utilidad hasta que las proporciones p_i desconocidas sean sustituidas por una estimación de las mismas.

III.3.2.2. Métodos clásicos de Woolf y "adjusted" Woolf

De nuevo, el procedimiento más sencillo para obtener las expresiones (3.3) y (3.18) consiste en sustituir los valores desconocidos por las proporciones muestrales dadas por la expresión (3.6), lo que da lugar al procedimiento LW de Woolf (1955). Ahora:

$$\text{LW}:\ z_{LW}^2 = \frac{ln^2\left(\overline{R}/\rho\right)}{\dfrac{\overline{q}_1}{n_1\overline{p}_1} + \dfrac{\overline{q}_2}{n_2\overline{p}_2}} = \frac{ln^2\left(\overline{R}/\rho\right)}{\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} - \dfrac{n}{n_1n_2}}, \tag{3.19}$$

$$\text{IC}_\text{LW}:\ R \in \overline{R} \times exp\left\{\pm z_{\alpha/2}\sqrt{y_1/n_1x_1 + y_2/n_2x_2}\right\} \tag{3.20}$$

Es conocido que el método de Woolf tiene un mal comportamiento (Woolf, 1955; Koopman, 1984). Con el fin de mejorarlo, diversos autores han propuesto aplicarlo no en base a los datos originales (método LW0), sino en base a los datos incrementados en una cantidad h_i (x_i+h_i, y_i+h_i). Son tradicionales los incrementos h_i=0,5 (método LW1) de Woolf (1955) y h_i=1 (método LW2) de Dann & Koch (2005), este último propuesto en paralelo a la sugerencia de Agresti & Caffo (2000) para el Caso *d*.

III.3.2.3. Métodos de tipo Newcombe

Para el Caso *d*, Newcombe (1998) plantea un nuevo procedimiento basado en el IC asintótico para una única proporción dado por Wilson (1927), del cual se dieron datos detallados en los capítulos anteriores. Zou & Donner (2008) generalizan y justifican teóricamente el procedimiento de Newcombe (ver la sección I.3.1.3), incluyendo resultados para el Caso *R*. Tales autores indican que si (l_i, u_i) es un IC para p_i al error α, entonces un IC aproximado para *R,* también al error α, es (procedimiento LZ):

$$\text{IC}_{\text{LZ}}\text{: } R\in\begin{cases}\bar{R}\times exp\left[-\sqrt{\left\{ln\left(u_1\right)-ln\left(\bar{p}_1\right)\right\}^2+\left\{ln\left(\bar{p}_2\right)-ln\left(l_2\right)\right\}^2}\right]\\ \bar{R}\times exp\left[+\sqrt{\left\{ln\left(\bar{p}_1\right)-ln\left(l_1\right)\right\}^2+\left\{ln\left(u_2\right)-ln\left(\bar{p}_2\right)\right\}^2}\right]\end{cases} \tag{3.21a}$$

Esto implica que para realizar el test para H_0: $R=\rho$ el formato no puede ser el tradicional, sino que se concluirá que el test es significativo cuando (la siguiente expresión no fue explicitada por los anteriores autores):

$$\text{LZ: }\begin{cases}\dfrac{ln^2\left(\bar{R}/\rho\right)}{\left\{ln\left(u_1\right)-ln\left(\bar{p}_1\right)\right\}^2+\left\{ln\left(\bar{p}_2\right)-ln\left(l_2\right)\right\}^2}\geq 1 \text{ si } \bar{R}>\rho\\ \dfrac{ln^2\left(\bar{R}/\rho\right)}{\left\{ln\left(\bar{p}_1\right)-ln\left(l_1\right)\right\}^2+\left\{ln\left(u_2\right)-ln\left(\bar{p}_2\right)\right\}^2}\geq 1 \text{ si } \bar{R}<\rho\end{cases}, \tag{3.21b}$$

Estos resultados se obtienen por el método de Zou & Donner descrito en la sección I.3.1.3 y que ellos llaman "método MOVER" (method of variance estimates recovery). El método es coincidente con el de Newcombe solo cuando se trabaja con funciones lineales de las p_i, lo que no es el caso actual. De ahí que el actual procedimiento LZ sea diferente al procedimiento LN definido en la sección III.2.3 y que se explicita en las expresiones (3.32) y (3.33) de las aportaciones. El procedimiento actual da lugar a los 5 método LZ*x* (con *x*=0, 1, 2, 3 y 4). Ninguno de ellos se encuentra entre los prometidos al inicio de este capítulo por la razón que se indica al final de la sección III.6.3.3.

III.3.2.4. Método condicionado e incondicionado exacto

Martín & Herranz (2010) revisan y proponen nuevos estadísticos para realizar inferencias asintóticas acerca de una combinación lineal de dos proporciones, particularizando sus resultados al Caso *R* actual. Tales autores proponen sustituir en la expresión (3.3) las proporciones desconocidas p_i por los estimadores condicionado de la expresión (3.9) o incondicionado de la expresión (3.10), lo que da lugar a los estadísticos z^2_{LCb} y z^2_{LE} respectivamente. De manera que los estadísticos de contraste vienen dados por:

$$\text{LCb: } z^2_{LCb} = ln^2\left(\overline{R}/\rho\right) \Big/ \left\{ \frac{\breve{q}_1}{n_1\breve{p}_1} + \frac{\breve{q}_2}{n_2\breve{p}_2} \right\} \tag{3.22}$$

$$\text{LE: } z^2_{LE} = ln^2\left(\overline{R}/\rho\right) \Big/ \left\{ \frac{\hat{q}_1}{n_1\hat{p}_1} + \frac{\hat{q}_2}{n_2\hat{p}_2} \right\} \tag{3.23}$$

III.3.3. Métodos basado en el estadístico X

El clásico estadístico chi-cuadrado de Pearson dado por la expresión (2.22) fue propuesto por Koopman (1984) para el Caso *R*, dando lugar al estadístico z^2_X de la expresión (3.4). La fórmula anterior carece de sentido hasta que las p_i desconocidas sean sustituidas por la estimación apropiada. Koopman propone el estimador $\hat{p}_i$ de máxima verosimilitud bajo H_0, obteniendo así el procedimiento XE. Si se hace $\hat{p}_1 = \hat{p}$, el estadístico de contraste será de la forma:

$$\text{XE: } z^2_{ZE} = \frac{\left(x_1 - n_1\hat{p}\right)^2}{n_1\hat{p}\hat{q}} + \frac{\left(x_2 - n_2\rho\hat{p}\right)^2}{n_2\rho\hat{p}\left(1-\rho\hat{p}\right)} \tag{3.24}$$

Gart & Nam (1988) comprueban que el procedimiento ZE y XE son el mismo (pues se verifica que $z^2_{ZE} = z^2_{XE}$), puesto que ambos aluden al método de las marcas, y Martín & Herranz (2010) proporcionan una demostración más directa. Estos últimos autores también proponen el procedimiento XCb –utilizar los estimadores condicionados de (3.9) en la expresión (3.4)– comprobando que en este caso los procedimientos XCb y ZCb son distintos; el nuevo estadístico de contraste es por tanto:

$$\text{XCb: } z_{XCb}^2 = \frac{\left(x_1 - n_1\breve{p}\right)^2}{n_1\breve{p}\breve{q}} + \frac{\left(x_2 - n_2\rho\breve{p}\right)^2}{n_2\rho\breve{p}\left(1-\rho\breve{p}\right)} \tag{3.25}$$

III.3.4. Propiedades de los diversos estadísticos

Para que un estadístico z^2 sea útil en la inferencia es preciso que verifique ciertas propiedades de coherencia. Como se ha comentado en la sección II.3.1.7, es necesario que las regiones críticas no presenten huecos (*convexidad espacial*), por lo que la ausencia de estos en la misma implica que z^2 debe ser creciente (decreciente) en $\overline{p}_2$ ($\overline{p}_1$) si $\overline{R} > \rho$. Por otro lado, por el principio de Sterne (1954), para que z^2 sea lícito es preciso que alcance su valor mínimo en la frontera del espacio nulo, es decir que sea decreciente con ρ (propiedad de *convexidad paramétrica*).

Martín & Herranz (2010) demuestran que los estadísticos z_{ZW}^2, z_{ZCb}^2, z_{ZE}^2, z_{ZPb}^2, z_{XCb}^2, z_{LW}^2 verifican propiedades de convexidad tanto espacial como paramétrica, salvo el caso z_{LW}^2 que sólo crece en $\overline{p}_2$ (pero no decrece en $\overline{p}_1$). Adicionalmente demuestran que tales estadísticos alcanzan igual valor en las hipótesis nulas (equivalentes) H_0: $p_2=\rho p_1$ y $H_0' : p_1 = \left(1/\rho\right) p_2$, lo que les sirvió para simplificar sus demostraciones.

III.4. RESULTADOS DE LA LITERATURA: DE TIPO PRÁCTICO

III.4.1. Generalidades sobre los estudios a realizar

Al igual que en los casos anteriores, la mayoría de los autores plantean el problema de seleccionar el método óptimo desde el punto de vista de los IC. Para ello comparan el recubrimiento real R y la longitud media l de cada método de IC para unos valores fijados de p_i (i=1 o 2), parámetros que vienen dados por las expresiones:

$$R = \sum_{x_1=0}^{n_1} \sum_{x_2=0}^{n_2} \binom{n_1}{x_1}\binom{n_2}{x_2} p_1^{x_1}(1-p_1)^{n_1-x_1} p_2^{x_2}(1-p_2)^{n_2-x_2} I(x_1,x_2) \tag{3.26}$$

$$l = \sum_{x_1=0}^{n_1} \sum_{x_2=0}^{n_2} \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} p_1^{x_1} (1-p_1)^{n_1-x_1} p_2^{x_2} (1-p_2)^{n_2-x_2} \left(\rho_S - \rho_I\right) \tag{3.27}$$

en donde $I(x_1, x_2) = 1$ si $\rho \in (\rho_I, \rho_S)$ -el IC obtenido con la pareja (x_1, x_2)- e $I(x_1, x_2) = 0$ en otro caso. Dado que R es una probabilidad, se verifica que 0≤ R≤1. Se considera que un método de IC es mejor cuanto menor sea su longitud l y cuanto más cercano sea su recubrimiento real R al recubrimiento nominal de $1-\alpha$. Es aconsejable igualmente la simplicidad del IC, es decir, que sea fácil de recordar, de calcular, de entender y de presentar.

Alternativamente, otros autores plantean la selección desde el punto de vista de los tests de hipótesis. Si el test asintótico se realiza a un error nominal de α, la RC que ocasiona estará formada por todos los puntos (x_1, x_2) en los que $z_{exp}^2 \geq z_{\alpha/2}^2$, el error real del test $\alpha(p)$ -con p=p_1- vendrá dado por:

$$\alpha\left(p\right) = \sum_{RC} P\left(x_1, x_2 \mid H_0\right) = \sum_{RC} \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} \rho^{x_2} p^{a_1} \left(1-p\right)^{n_1-x_1} \left(1-\rho p\right)^{n_2-x_2}, \tag{3.28}$$

y el tamaño α^* del mismo será:

$$\alpha^* = \text{máx}_{p \in D}\ \alpha\left(p\right) \text{ con } D=\left\{p \middle| 0 < p < \text{mín}\left(1,\ 1/\rho\right)\right\}. \tag{3.29}$$

Adicionalmente, la potencia $\theta(p_1, p_2 \mid \alpha)$ para una alternativa y error dados será:

$$\theta\left(p_1, p_2 \middle| \alpha\right) = \sum_{RC} \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} p_1^{x_1} (1-p_1)^{n_1-x_1} p_2^{x_2} (1-p_2)^{n_2-x_2}.$$

Bajo este planteamiento, el método óptimo será aquel cuyo valor α^* sea más cercano a α (preferiblemente menor o igual) y cuya potencia sea lo mayor posible en la mayoría de las alternativas ensayadas.

III.4.2. Conclusiones de la literatura

La literatura no ha analizado tan profundamente el Caso R actual como lo ha hecho con el Caso d. Las principales conclusiones obtenidas a partir de las diversas comparaciones efectuadas por los distintos autores, pueden resumirse como sigue:

1) Katz *et al.* (1978) analizan los métodos clásicos ZW0 y LW0 junto con otro procedente de Thomas & Gart (1977) en el que se considera el parámetro odds-ratio θ. Según sus resultados, el método basado en θ es razonable (aunque ligeramente conservador) y proporciona resultados similares al método LW0, en tanto que ZW0 tiene una actuación muy mala y debe descartarse. Los autores seleccionan el método LW0 como el óptimo, por ser menos conservador y más coherente que el resto, así como computacionalmente más sencillo.
2) Koopman (1984) compara el método LW0 seleccionado por Katz *et al.* (1978) con el método XE0 que él propone. Su recomendación es este último, ya que proporciona un recubrimiento más cercano al nominal que el LW0, el cual es en algunas ocasiones demasiado conservador.
3) Gart & Nam (1988) hicieron una revisión acerca de los métodos propuestos en la literatura hasta ese momento. Entre otros, valoraron los métodos ZW0, LW0, ZE0 y XE0 demostrando primeramente la igualdad entre los procedimientos ZE y XE. Los autores comprobaron que ZW0 debe descartarse por su mala actuación. En cuanto a los métodos LW0 y XE0, ambos proporcionan resultados muy similares con un recubrimiento cercano al nominal. De entre estos dos, los autores seleccionaron como método óptimo al XE0 (ya que tiene un recubrimiento más cercano al nominal que con LW0), aunque para valores grandes de ρ es LW0 el que tiene un comportamiento mejor.
4) Farrington & Manning (1990) analizaron los métodos ZW0, ZCb0 y ZE0. El estudio de simulación mostraba que ZE0 proporciona un IC con un recubrimiento cercano al nominal y considerablemente mejor que en los otros dos casos. ZW0 se descarta (a pesar de ser el más sencillo) por ser el de peor actuación. ZCb0 es más preciso que ZW0 y más simple que ZE0, pero ZE0 es el mejor método.
5) Dann & Koch (2005) realizan un estudio completo de todos los métodos aludidos en los cuatro párrafos anteriores (desde los puntos de vista del IC y del test). Los autores analizan 3 grupos de procedimientos según que el estadístico utilizado sea L, Z o X. Los métodos evaluados son (entre otros): LW0, LW1, LW2, ZW0, método de Bailey (una modificación de ZW0), ZCb0, ZE0. Desde el punto de vista del IC, los autores concluyen que LW2 produce un recubrimiento más alto que con el resto de métodos del grupo L y que el método de Bailey provoca IC más estrechos que en el caso ZW0. Desde el punto de vista del test, el método óptimo es el ZE0, pues su

potencia es alta, aunque tiene un error real bastante elevado y requiere de una computación intensiva para su cálculo. Los métodos más simples son los basados en el estadístico L, que en la práctica tienen buena potencia y mantienen el error real cercano al nominal. En el grupo de Z, destaca el método de Bailey (que tiene buena potencia y el mejor error real), aunque provoca en ciertos casos resultados erráticos. Dann & Koch destacan el buen comportamiento de LW2 y ZE0.

6) Price & Bonnet (2008) proponen métodos de tipo bayesiano y basados en la inversa del seno hiperbólico, comparándolos con ZE0, LW0 y diversas variantes del procedimiento LW (sumando valores diferentes a x_i que a y_i). Los autores comprueban que estos procedimientos "adjusted" LW tienen en general una probabilidad de recubrimiento por debajo del nominal para muestras grandes, debiendo utilizarse con precaución. Su conclusión es que el método ZE0 es claramente superior al resto de métodos y con características computacionales similares a las de su método bayesiano (que también presenta un buen comportamiento).

III.5. APORTACIONES DE TIPO TEÓRICO

III.5.1. Procedimientos basados en el método de Newcombe

Newcombe (1998) propone un nuevo procedimiento para el Caso *d*, basado en el IC asintótico para una única proporción dado por Wilson (1927). Para el actual Caso *R* y el estadístico Z, siguiendo el razonamiento realizado en la sección I.3.1.3, como $L=p_2-\rho p_1$ entonces el test y el IC para el procedimiento ZN serán:

$$\text{ZN: } z_{ZN}^2=\begin{cases}\dfrac{(\bar{p}_2-\rho\bar{p}_1)^2}{\rho^2\dfrac{l_1(1-l_1)}{n_1}+\dfrac{u_2(1-u_2)}{n_2}} & \text{si} \quad \bar{R}<\rho \\[2ex] \dfrac{(\bar{p}_2-\rho\bar{p}_1)^2}{\rho^2\dfrac{u_1(1-u_1)}{n_1}+\dfrac{l_2(1-l_2)}{n_2}} & \text{si} \quad \bar{R}>\rho\end{cases} \tag{3.30}$$

$$\text{IC}_{\text{ZN}}\text{: } R\in\begin{cases}\dfrac{1}{u_1(2\bar{p}_1-u_1)}\left\{\bar{p}_1\bar{p}_2-\sqrt{\bar{p}_1^2\bar{p}_2^2-u_1l_2(2\bar{p}_1-u_1)(2\bar{p}_2-l_2)}\right\} \\[2ex] \dfrac{1}{l_1(2\bar{p}_1-l_1)}\left\{\bar{p}_1\bar{p}_2-\sqrt{\bar{p}_1^2\bar{p}_2^2-l_1u_2(2\bar{p}_1-l_1)(2\bar{p}_2-u_2)}\right\}\end{cases} \tag{3.31}$$

en donde l_i y u_i se obtienen como en las expresiones (3.8). La expresión (3.30) se deduce de modo inmediato sustituyendo en (3.1) las proporciones desconocidas p_i por los estimadores $\ddot{p}_i$ dados por (3.7). La expresión (3.31) –similar a la obtenida por Li *et al.* (2010) en el contexto más amplio del cociente entre dos parámetros cualesquiera y de modo simultáneo con nuestras deducciones– se obtiene despejando ρ de la expresión (3.30) y teniendo en cuenta la definición del IC de Wilson.

De igual modo puede procederse con los demás estadísticos lícitos. Por ejemplo:

$$\text{LN: } z_{LN}^2 = \frac{ln^2\left(\bar{R}/\rho\right)}{\dfrac{\ddot{q}_1}{n_1\ddot{p}_1}+\dfrac{\ddot{q}_2}{n_2\ddot{p}_2}} = \begin{cases} ln^2\left(\bar{R}/\rho\right) \Big/ \left\{\dfrac{(1-u_1)}{n_1u_1}+\dfrac{(1-l_2)}{n_2l_2}\right\} & \text{si } \bar{R}>\rho \\ ln^2\left(\bar{R}/\rho\right) \Big/ \left\{\dfrac{(1-l_1)}{n_1l_1}+\dfrac{(1-u_2)}{n_2u_2}\right\} & \text{si } \bar{R}<\rho \end{cases}, \quad (3.32)$$

$$\text{IC}_{\text{LN}}\text{: } R \in \begin{cases} \bar{R}\times\exp\left\{-\sqrt{\left(1-\bar{p}_1/u_1\right)^2+\left(1-\bar{p}_2/l_2\right)^2}\right\} \\ \bar{R}\times\exp\left\{+\sqrt{\left(1-\bar{p}_1/l_1\right)^2+\left(1-\bar{p}_2/u_2\right)^2}\right\} \end{cases}. \quad (3.33)$$

Conviene señalar que el actual procedimiento es diferente al de las expresiones (3.21a) y (3.21a) propuesto por Zou & Donner.

III.5.2. Valor aproximado del estimador de máxima verosimilitud (estimadores Aa y Ab) y procedimientos que ocasionan

Todo lo indicado en el Capítulo I acerca del procedimiento de las marcas es aplicable al caso de K=2. En particular, el parámetro de interés es $L=\beta_1p_1+\beta_2p_2$, y los estimadores de máxima verosimilitud $\hat{p}_i$ bajo H_0: $L=\lambda$ son la solución de las ecuaciones $n_i\left(\bar{p}_i-\hat{p}_i\right)/\beta_i\hat{p}_i\hat{q}_i=C$ ($\forall i$) bajo la condición $\beta_1\hat{p}_1+\beta_2\hat{p}_2=\lambda$, con C una constante que está por determinar. Esto indica que para i=1 y 2 debe ocurrir que $n_1\beta_1\bar{p}_1-n_1\beta_1\hat{p}_1=C\left\{\beta_1^2\hat{p}_1-\beta_1^2\hat{p}_1^2\right\}$ y $n_2\beta_2\bar{p}_2-n_2\beta_2\hat{p}_2=C\left\{\beta_2^2\hat{p}_2-\beta_2^2\hat{p}_2^2\right\}$ respectivamente. Como $\beta_2\hat{p}_2=\lambda-\beta_1\hat{p}_1$, sustituyendo en la segunda igualdad se deduce que:

$$n_2\beta_2\bar{p}_2-n_2\lambda+n_2\beta_1\hat{p}_1=C\left\{\lambda\left(\beta_2-\lambda\right)-\beta_1^2\hat{p}_1^2+\beta_1\hat{p}_1\left(2\lambda-\beta_2\right)\right\}, \quad (3.34)$$

de modo que restando esta igualdad de la de i=1 y despejando $\hat{p}_1$ se obtiene que $\hat{p}_1=\left\{\left(n_2\beta_2\overline{p}_2-n_1\beta_1\overline{p}_1-n_2\lambda\right)-\lambda\left(\beta_2-\lambda\right)C\right\}/\left\{-n\beta_1+\beta_1 C\left(2\lambda-\beta_1-\beta_2\right)\right\}$. Efectuando la división, teniendo en cuenta que $C=z_{ZE}^2/\left(\hat{L}-\lambda\right)$ es de orden 0 en los valores usuales de z_{ZE}^2, y despreciando todos los términos de orden menor o igual que −1, se deduce que:

$$\hat{p}_1 \approx \widehat{p}_1=\frac{n_1\beta_1\overline{p}_1-n_2\beta_2\overline{p}_2+n_2\lambda}{n\beta_1}, \tag{3.35}$$

y, como $\hat{p}_2=\left(\lambda-\beta_1\hat{p}_1\right)/\beta_2$, entonces $\widehat{p}_2=\left(\lambda-\beta_1\widehat{p}_1\right)/\beta_2$; es decir:

$$\hat{p}_2 \approx \widehat{p}_2=\frac{-n_1\beta_1\overline{p}_1+n_2\beta_2\overline{p}_2+n_1\lambda}{n\beta_2}. \tag{3.36}$$

Como se ha visto en secciones anteriores, en el caso particular de $R=p_2/p_1$ son equivalentes las hipótesis H_0: $R=\rho$ y H_0: $L=p_2-\rho p_1=0$, por lo que $\beta_1=-\rho$, $\beta_2=+1$ y $\lambda=0$. Sustituyendo esos valores en las dos anteriores expresiones (3.35) y (3.36) se obtienen los estimadores de la expresión (3.11). Como puede suceder que $\widehat{p}_i$ sea un valor ilícito (es decir, que no esté comprendido entre 0 y 1), parece conveniente considerar que $\widehat{p}_i$=1 cuando $\widehat{p}_i$>1, lo que da lugar a la versión Ab del estimador (frente a la versión Aa que se obtiene si no se impone tal condición). Adicionalmente, conviene reseñar una circunstancia especial. En el Caso *d* (en el que $\beta_1=-1$, $\beta_2=+1$ y $\lambda=0$), las expresiones (3.35) y (3.36) proporcionan los estimadores condicionados clásicos de Dunnet & Gent de la expresión (2.7), lo que indica que estos estimadores condicionados son también aproximaciones del estimador de máxima verosimilitud exacto.

Combinando cada uno de los estadísticos definidos en esta memoria con el estimador incondicionado aproximado A, se obtienen los procedimientos ZA, LA, XA y AA (en sus dos versiones Aa y Ab). A la hora de deducir los distintos tests se sustituyen, como es habitual, las proporciones desconocidas p_i por los estimadores incondicionados aproximados -dados por la expresión (3.11)- en las estadísticos (3.1), (3.3), (3.4) y (3.5).

El IC para los procedimientos LAa/b, XAa/b y AAa/b hay que determinarlo por métodos iterativos, pero en el caso del procedimiento ZAa se obtiene de modo explícito resolviendo una ecuación de segundo grado. Para ver esto, comencemos por adaptar la expresión (3.11) a la exigencia de que $0\leq\widehat{p}_i\leq 1$:

$$\begin{cases} \widehat{p}_1 = (x_2 + \rho x_1)/n\rho, \ \widehat{p}_2 = (x_2 + \rho x_1)/n & \text{si } x_2/(n-x_1) \le \rho \le (n-x_2)/x_1 \\ \widehat{p}_1 = 1, \qquad \widehat{p}_2 = \rho & \text{si } \rho < x_2/(n-x_1) \\ \widehat{p}_1 = 1/\rho, \qquad \widehat{p}_2 = 1 & \text{si } \rho > (n-x_2)/x_1 \end{cases}.$$

Sustituyendo estos valores en la expresión (3.1) se obtiene que el estadístico de test para el procedimiento ZAb es:

$$\text{ZAb: } z_{ZAb}^2 = \begin{cases} \dfrac{nn_1n_2\left(\overline{p}_2 - \rho\overline{p}_1\right)^2}{(x_2+\rho x_1)\{(n_1-x_2)+\rho(n_2-x_1)\}} & \text{si } \dfrac{x_2}{n-x_1} \le \rho \le \dfrac{n-x_2}{x_1} \\ \dfrac{n_2\left(\overline{p}_2 - \rho\overline{p}_1\right)^2}{\rho(1-\rho)} & \text{si } \rho < \dfrac{x_2}{n-x_1} \\ \dfrac{n_1\left(\overline{p}_2 - \rho\overline{p}_1\right)^2}{\rho-1} & \text{si } \rho > \dfrac{n-x_2}{x_1} \end{cases}. \tag{3.37}$$

El IC (ρ_I, ρ_S) por el procedimiento ZAb se obtiene despejando ρ de la ecuación $z_{ZAb}^2 = z_{\alpha/2}^2$, proceso que hay que realizar para cada uno de los tres casos citados y que proporciona, respectivamente, las ecuaciones:

$$x_1\left\{nn_2\overline{p}_1 - z_{\alpha/2}^2(n_2-x_1)\right\}\rho^2 - \left\{2nx_1x_2 + z_{\alpha/2}^2(n_1x_1+n_2x_2-2x_1x_2)\right\}\rho + x_2\left\{nn_1\overline{p}_2 - z_{\alpha/2}^2(n_1-x_2)\right\} = 0$$
$$\left(n_2\overline{p}_1 + z_{\alpha/2}^2\right)\rho^2 - \left(2n_2\overline{p}_1\overline{p}_2 + z_{\alpha/2}^2\right)\rho + n_2\overline{p}_2^2 = 0$$
$$n_1\overline{p}_1^2\rho^2 - \left(2n_1\overline{p}_1\overline{p}_2 + z_{\alpha/2}^2\right)\rho + \left(n_1\overline{p}_2^2 + z_{\alpha/2}^2\right) = 0$$

Esto quiere decir que para obtener el IC del método ZAb (IC_{ZAb}) hay que seguir el proceso siguiente:

1. Obtener primeramente los dos valores (*ρ*$_I$, *ρ*$_S$) que proporciona la expresión:

$$R \in \frac{nx_1x_2 + \dfrac{z_{\alpha/2}^2(n_1x_1+n_2x_2-2x_1x_2)}{2} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{n^2x_1x_2\left(a_1 - n\overline{p}_1\overline{p}_2\right) + \left\{\dfrac{z_{\alpha/2}(n_2x_2-n_1x_1)}{2}\right\}^2}}{x_1\left\{nn_2\overline{p}_1 - z_{\alpha/2}^2(n_2-x_1)\right\}} \tag{3.38}$$

Si las dos soluciones obtenidas verifican que $x_2/(n-x_1) \le \rho_I, \rho_S \le (n-x_2)/x_1$, el problema finaliza. En otro caso, puede que falle uno o dos de los extremos, los cuales se vuelven a determinar como en los pasos siguientes.

2. Si el extremo que falla es ρ_I, se obtiene su valor mediante la expresión:

$$\rho_I = \frac{1}{n_2\overline{p}_1^2 + z_{\alpha/2}^2}\left\{x_2\overline{p}_1 + \frac{z_{\alpha/2}^2}{2} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{z_{\alpha/2}^2}{4} + x_2\left(\overline{p}_1 - \overline{p}_2\right)}\right\} \tag{3.39}$$

3. Si el extremo que falla es ρ_S, se obtiene su valor mediante la expresión:

$$\rho_S \in \frac{1}{n_1\overline{p}_1^2}\left\{x_1\overline{p}_2 + \frac{z_{\alpha/2}^2}{2} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{z_{\alpha/2}^2}{4} + x_1\left(\overline{p}_2 - \overline{p}_1\right)}\right\} \tag{3.40}$$

El procedimiento de test y de IC para la versión ZAa será similar al caso anterior, pero sin tener en cuenta las restricciones iniciales: el estadístico de test (z_{ZAa}^2) viene dado por la primera expresión de (3.37) -sin tener en cuenta las limitaciones para ρ- y el IC (IC_{ZAa}) es el de la expresión (3.38).

III.5.3. Intervalo de confianza para los procedimientos ZPa/b

En la sección III.3.1.4 ya se indicó el valor de los estadísticos de contraste para los procedimientos ZPa y ZPb de Martín & Herranz (2010) y cómo proceder para obtener los IC. Las expresiones explícitas para los mismos son las que siguen. En el caso del procedimiento ZPa:

$$IC_{ZPa}\text{: } R \in \frac{4n\overline{p}_1\overline{p}_2 + z_{\alpha/2}^2 \pm 2a_1 z_{\alpha/2}\sqrt{n / n_1 n_2}}{4n\overline{p}_1 - \left(n_2 z_{\alpha/2}^2 / n_1\right)} \tag{3.41}$$

En el caso del procedimiento ZPb, la solución anterior es válida si se verifica que $n_1/\left(n+n_1\right) \le \rho_I, \rho_S \le \left(n+n_2\right)/n_2$. En otro caso, si alguno de los extremos falla, habrá que proceder como en la sección anterior. Como la segunda y tercera expresión de (3.37) es la misma que las de (3.17), las soluciones también serán las mismas. Es decir:

- Si $\rho_I < n_1 / \left(n+n_1\right)$ la solución es la expresión (3.39).
- Si $\left(n+n_2\right) / n_2 < \rho_S$ la solución es la expresión (3.40).

Como se ve, el estimador $\breve{p}_i$ solo tiene sentido en el caso del estadístico Z (que es para el que se define). A pesar de todo, los estimadores Pa y Pb se evaluarán también en los demás estadísticos.

III.5.4. Estadísticos R y A

Con el fin de simplificar el IC que se obtiene a través del clásico estadístico Z de la expresión (3.1), puede sustituirse en ella el valor de ρ^2 de su denominador por $\overline{R}^2$, lo que da lugar al estadístico R de la expresión (3.2). Para que la simplificación se mantenga, es preciso que los valores desconocidos p_i se sustituyan por estimadores que no dependan de ρ, es decir por los estimadores W o N. Desde esa perspectiva los nuevos procedimientos RW y RN vienen dados por los estadísticos:

$$z_{RW}^2 = \frac{\left(\overline{p}_2 - \rho\overline{p}_1\right)^2}{\overline{R}^2 \dfrac{\overline{p}_1\overline{q}_1}{n_1} + \dfrac{\overline{p}_2\overline{q}_2}{n_2}} \quad \text{y} \quad z_{RN}^2 = \frac{\left(\overline{p}_2 - \rho\overline{p}_1\right)^2}{\overline{R}^2 \dfrac{\ddot{p}_1\ddot{q}_1}{n_1} + \dfrac{\ddot{p}_2\ddot{q}_2}{n_2}},$$

los cuales proporcionan los IC:

$$\rho \in \overline{R}\left\{1 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} - \frac{n}{n_1 n_2}}\right\} \quad \text{y} \quad \rho \in \overline{R}\left\{1 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\ddot{p}_1\ddot{q}_1}{n_1\overline{p}_1^2} + \frac{\ddot{p}_2\ddot{q}_2}{n_2\overline{p}_2^2}}\right\}$$

Asimismo, Herranz & Martín (2008) proponen para el Caso d el estadístico de contraste A dado por la expresión (2.3). El mismo estadístico puede ser utilizado también en el Caso R, lo que nos lleva a la expresión (3.5) y proporciona los procedimientos ACb, AE, AAb y APb reseñados anteriormente.

III.5.5. Estadísticos basados en los datos incrementados

En la sección III.3.2.2 ya se indicó que, por causa del mal comportamiento del método LW0, conviene aplicar el procedimiento LW a los datos incrementados en una cantidad h_i = 0,5 o 1. Otras opciones son utilizar las propuestas realizadas en capítulos anteriores, es decir los Casos 3 y 4 de la sección III.2.4.

Aunque lo anterior es inicialmente aconsejado para el procedimiento LW, nada impide que se haga igual para los demás procedimientos (como se propone en esta memoria).

A efectos prácticos, el Caso 4 es el de mayor dificultad cuando los datos observados están en la frontera del espacio muestral (es decir, cuando $\overline{p}_i$ = 0 o 1). La Tabla III.2 presenta los coeficientes por los que hay que multiplicar el factor $z_{\alpha/2}^2/4$

para obtener el límite inferior del IC (primera línea) o el límite superior del IC (segunda línea) en función de los valores de $\overline{p}_i$.

Tabla III.2: Coeficientes para el Caso 4

	$\overline{p}_2 = 0$		$0 < \overline{p}_2 < 1$		$\overline{p}_2 = 1$	
$\overline{p}_1 = 0$	3	1	3	1	3	3
	1	3	1	1	1	1
$0 < \overline{p}_1 < 1$	1	1	1	1	1	3
	1	3	1	1	1	1
$\overline{p}_1 = 1$	1	1	1	1	1	3
	3	3	3	1	3	1

III.5.6. Estadísticos con corrección por continuidad

Siguiendo la argumentación de Haber reseñada en la sección II.3.1.6, el salto total del estadístico de contraste $\overline{p}_2 - \rho\overline{p}_1$ es de 1+ρ, con lo que el salto promedio será de $c = (1+\rho)/2(N-1)$, pues el número total de puntos del espacio muestral es de N=(n_1+1)×(n_2+1). Con ello, el estadístico Z con cpc será:

$$\text{Zc: } z_{Zc}^2 = \begin{cases} \dfrac{\left\{\left|\overline{p}_2 - \rho\overline{p}_1\right| - c\right\}^2}{\rho^2 \dfrac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \dfrac{p_2(1-p_2)}{n_2}} & \text{si } \left|\overline{p}_2 - \rho\overline{p}_1\right| > c \\ 0 & \text{si } \left|\overline{p}_2 - \rho\overline{p}_1\right| \leq c \end{cases} \tag{3.42}$$

De igual modo, el salto total del estadístico de contraste $\overline{d}'$ es de π (como se vio en la sección II.5.4), con lo que el salto promedio será de $c = \pi/2(N-1)$. Con ello, el estadístico A con cpc será:

$$\text{Ac: } z_{Ac}^2 = \begin{cases} 4n_1n_2\left\{\left|\overline{d}' - \delta'\right| - c\right\}^2 \Big/ (n_1 + n_2) & \text{si } \left|\overline{d}' - \delta'\right| > c \\ 0 & \text{si } \left|\overline{d}' - \delta'\right| \leq c \end{cases}. \tag{3.43}$$

La argumentación no produce efecto alguno en el caso del estadístico L y no tiene interés en el caso de los estadísticos R y X (pues, como se verá, estos estadísticos no dan lugar a procedimientos reseñables).

III.5.7. Equivalencia entre la evaluación de un método de obtención de intervalos de confianza y su método de test asociado

Para el Caso d, la equivalencia entre la evaluación de un método de obtención de IC y su método de test asociado fue tratado en la sección II.5.5. El mismo razonamiento es aplicable al Caso R. Dado el test de dos colas H_0: $R=\rho$ *vs.* H_1: $R\neq\rho$, si ρ_0 no pertenece al IC $(1-\alpha)$, entonces el test para $\rho=\rho_0$ debe dar significativo al error α (y al revés). Por ello, la definición de un procedimiento puede hacerse desde la perspectiva del test o del IC y, además, evaluar un procedimiento de IC es equivalente a evaluar su procedimiento de test asociado (si ambos se realizan al mismo error nominal α).

La demostración de tal equivalencia es similar a la desarrollada en el capítulo anterior. El error real del test se calcula mediante la expresión (3.29), teniendo en cuenta que $RC=\left\{\left(x_1,x_2\right)|\, z_{exp}^2\geq z_{\alpha/2}^2\right\}$. Como el IC se obtiene mediante la inversión del test, entonces cada observación (x_1, x_2) ocasiona un IC para R dado por $IC\left(x_1,x_2\right)=\left\{\rho_0\,|\, z_{exp}^2\left(\rho_0\right)<z_{\alpha/2}^2\right\}$, con lo que el recubrimiento real será de nuevo $\gamma^*=\underset{p\in D}{\text{mín}}\sum_{x_1=0}^{n_1}\sum_{x_2=0}^{n_2}P\left(x_1,x_2\,|\,H_0\right)\times I\left(x_1,x_2\right)$, en donde ahora $I(x_1,x_2)=1$ si $\rho\in IC\left(x_1,x_2\right)$ e $I(x_1,x_2)=0$ en otro caso. Como $\rho\in IC\left(x_1,x_2\right)$ cuando $z_{exp}^2\left(\rho_0\right)<z_{\alpha/2}^2$, entonces $I(x_1,x_2)=1$ si $\left(x_1,x_2\right)\notin RC$ y por tanto $\gamma^*=\underset{p\in D}{\text{mín}}\sum_{\overline{RC}}P\left(x_1,x_2\,|\,H_0\right)$, con $\overline{RC}$ aludiendo al conjunto complementario del conjunto RC, y finalmente $\gamma^*=1-\alpha^*$. Esto quiere decir que calcular el incremento del error nominal respecto del real es equivalente a calcular el incremento del recubrimiento nominal respecto del real.

Finalmente, cuanto mayor sea la potencia θ del test, menor será la longitud media l del IC que ocasiona (y al revés).

III.6. APORTACIONES DE TIPO PRÁCTICO

III.6.1. Objetivo

Como se indicó en el Prólogo y en la sección anterior, la evaluación de los diferentes métodos de inferencia puede realizarse desde la perspectiva de los tests de hipótesis o desde la perspectiva de los IC. En esta sección tal evaluación se efectuará desde la perspectiva de los tests de hipótesis, al igual que en el Caso *d*, pues suele ser más sencillo definir el test que el IC y la evaluación comparativa de los valores de θ es más sencilla (como se ve de momento) que la de los valores de *l*.

Los métodos de inferencia a evaluar son inicialmente los 150 indicados al final de la sección III.2 (los métodos ZW0, ZW1, ZW2, ZW3, ZW4,…, ZPb4, RW0,…, RN4, LW0,…, LPb4, XCa0,…, XPb4, ACb0,…, APb3 y APb4), lo que incluye las propuestas más relevantes de la literatura. De ellos, son nuevos los 137 métodos siguientes:

- LW3 y LW4.
- ZW, ZCa, ZCb, ZE, ZPa, ZPb, LN, LCb, LE, XCb en los casos 1 al 4.
- ZN, ZAa, ZAb, RW, RN, LCa, LAa, LAb, LPa, LPb, XCa, XAa, XAb, XPa, XPb, ACb, AE, AAb y APb en los casos 0 al 4.

Adicionalmente, se han evaluados otros métodos nuevos de menor interés (ver la sección III.6.3). En todo caso, el objetivo es seleccionar el método/s óptimo/s bajo los criterios que se especificarán.

III.6.2. Descripción del estudio a realizar y de los criterios a emplear para la selección del método óptimo.

Para efectuar la evaluación anterior se va a realizar un estudio del comportamiento de cada método en cada una de las siguientes combinaciones de parámetros (α, n_i, ρ):

- α=5% (aunque, ocasionalmente también se utilizarán los valores del 1% y 10%).
- ρ= 0,01; 0,1; 0,2; 0,5; 0,8; 1; 1,25; 2; 5; 10 y 100.
- n_i= 40, 60 y 100 con $n_1 \leq n_2$. Se excluyen los casos $n_1 > n_2$ pues las hipótesis nulas H_0: $p_2/p_1=\rho$ y H'_0: $p_1/p_2=1/\rho$ son equivalentes (cualquiera de los procedimientos descritos proporcionan igual valor del estadístico bajo ambas hipótesis). Adicionalmente, lo anterior significa que cuando $n_1=n_2$ debe ocurrir que los tests para ρ y $1/\rho$ deben proporcionar los mismos valores de error real y potencia.

El proceso de obtención de datos consistirá en lo siguiente:

1. Seleccionar una combinación (α, n_1, n_2, ρ, método a evaluar).

2. Construir la región crítica RC={(x_1, x_2)| $z_{exp}^2 \geq z_{\alpha/2}^2$ }.

3. Calcular el error real (tamaño) α^* del test mediante la expresión (3.29) y el incremento del error real con respecto al error nominal $\Delta\alpha = \alpha - \alpha^*$. De nuevo hay que tener en cuenta que si $\Delta\alpha > 0$, el test será conservador (por lo que el IC también lo será y tendrá más recubrimiento que el nominal); si $\Delta\alpha < 0$, el test será liberal (por lo que el IC también lo será y tendrá menos recubrimiento que el nominal).

4. Calcular la potencia a largo plazo θ=(nº de puntos de la RC)×100/N, siendo N=(n1+1)×(n2+1) el nº total de puntos del espacio muestral. La conveniencia de la misma, frente a la potencia tradicional, ya fue justificada en la sección II.6.2.

5. Determinar en cada caso si hay o no un “fallo”, es decir si $\Delta\alpha \leq$–4%, –2% o −1% para α=10%, 5% o 1% respectivamente. La conveniencia de esta definición fue reseñada también en la sección II.6.2.

6. Para cada método se construirá una tabla (como la Tabla AIII.1) que contemple los valores individuales de $\Delta\alpha$ y θ, así como la información de en qué circunstancias falla el método.

7. Por último, para cada combinación se calculará el nº total de fallos (F) y los valores medios de $\Delta\alpha$ ($\overline{\Delta\alpha}$) y de θ ($\overline{\theta}$). Estas tablas resumen serán dobles: unas para 0,1 ≤ ρ ≤ 10 y otras para ρ=0,01 y ρ =100 en conjunto. La razón para ello es que los valores de $|\Delta\alpha|$ son mucho más grandes en ρ=0,01 o 100 que en los demás casos, lo que puede afectar en exceso al valor medio $\overline{\Delta\alpha}$ y desvirtuar las conclusiones. El criterio será entonces seleccionar y ordenar los mejores métodos en el caso 0,1 ≤ ρ ≤ 10 y, solo para ellos, reordenarlos en los casos ρ=0,01 o 100 (salvo excepción especialmente remarcable).

Una vez obtenidos los resultados, la selección del método óptimo se realizará bajo los siguientes criterios:

(a) Se dará especial importancia al caso α=5% (por ser el error nominal más frecuente).

(b) Se descartarán los métodos con un excesivo número de fallos (pues con demasiada frecuencia son excesivamente liberales), mostrando preferencia por los métodos con menos fallos.

(c) Entre los métodos que queden, se eligen los que tengan un $\overline{\Delta\alpha}$ más cercano a 0 (es decir, los métodos con un error medio cercano al nominal). En caso de empate, se prefieren los métodos conservadores ($\overline{\Delta\alpha}$>0) a los liberales ($\overline{\Delta\alpha}$<0), para que así las significaciones sean fiables.

(d) Entre los métodos que queden, se prefieren los de mayor potencia. Aquí hay que tener en cuenta que si un método cualquiera A es más liberal que otro método B, entonces $\alpha < \alpha_B^* < \alpha_A^*$ y es esperable que $\theta_B < \theta_A$ (lo que no significa que A sea mejor método que B).

Dado que el número de métodos es excesivo (los 150 aludidos en la sección anterior y algunos más que se han ensayado), la selección se efectuará por fases, seleccionando el mejor de cada familia de métodos (es decir, de cada procedimiento) y comparando al final entre sí todos los seleccionados.

Adicionalmente, la necesaria restricción de espacio que implica esta memoria nos impide presentar los resultados de todos los métodos comparados, restringiéndonos exclusivamente a los 150 métodos principales reseñados arriba (los restantes están disponibles para el lector que lo desee).

III.6.3. Selección del método óptimo de cada familia (en sus versiones sin cpc)

III.6.3.1. Selección entre los métodos de tipo Z (*α=5%*)

Una parte de la Tabla AIII.1 contiene los datos completos de todos los métodos basados en el estadístico Z (se omiten los procedimientos ZCa y ZAa, pues pueden dar lugar a varianzas negativas). Globalmente puede observarse que:

- Respecto del número de fallos, el hecho de sumar una cantidad h_i es unas veces positivo (ZW y ZA), otras negativo (ZN) y otras indiferente (ZC, ZE y ZP) en cuanto al número de fallos.
- Los métodos basados en el estimador exacto ZEx son todos ellos muy malos, especialmente el clásico y muy apreciado método ZE0. Por el contrario, sorprendentemente, casi todos los métodos ZAx basados en el estimador aproximado tienen un mejor comportamiento.
- El peor método de todos los métodos, como era esperable, es el clásico método de

Wald (ZW0). También muy malos los métodos ZCbx basados en el estimador condicionado y, sorprendentemente, los métodos más complejos (ZEx).

Una parte de la Tabla AIII.2 contiene el resumen de los datos de todos los métodos basados en el estadístico Z. Observando los resultados para la zona $0,1 \leq \rho \leq 10$ puede concluirse lo siguiente:

- Los mejores métodos (por no tener fallos) son los aparecen en las primeras posiciones: ZAb1, ZW2 a 4, ZPa0 a 4 y ZPb0 a 4.
- Todos los métodos de tipo ZP deben descartarse por tener demasiado error y una potencia muy baja (los ZPa2 a ZPb0, en el orden de la tabla), aunque ninguno de ellos falla.
- De los cuatro métodos restantes puede decirse que: ZW4 > ZAb1 > ZW2=ZW3.

Similarmente, en el caso ρ extremo (0,01 o 100) puede afirmarse que:

- Deben descartarse los métodos ZW1 (por su baja potencia) y ZAb0 (por su mala actuación para valores moderados de ρ).
- El mejor método es el ZAb1 (pues, aunque tiene un fallo -que lo es por poco- es el menos conservador y el de mayor potencia), seguido de los métodos ZW2, ZW3 y ZW4 (que son similares entre sí).

Con el fin de clarificar la selección, una parte la Tabla AIII.3 presenta los resultados completos para los datos de los cuatro métodos seleccionados (ZAb1, ZW2, ZW3 y ZW4) para los errores del 1% y 10%, y una parte de la Tabla AIII.4 presenta el resumen de los mismos. De ellas, junto con los resultados para el 5%, se deduce que globalmente el mejor método es ZAb1, pero que el método ZW4 es similar o muy poco peor y algo más fácil de aplicar.

La conclusión es que el mejor método de entre los de tipo Z es el ZAb1, aunque el método ZW4 es similar o muy poco peor y algo más fácil. Es de reseñar lo curioso del resultado: el estimador A (que es una aproximación del estimador exacto E) proporciona mejores resultados que el propio estimador exacto. Asimismo, puede observarse que el clásico método ZE0 (que, sorprendentemente, es superado por el ZCb0) solo es válido al error del 5%, para grandes muestras y para valores $0,2<\rho<5$.

Adicionalmente, se han evaluado diversas modificaciones de los métodos anteriores, pero ninguna de ellas logra mejorar la actuación de los métodos seleccionados. Las modificaciones evaluadas (con la descripción de su origen) se describen a continuación:

(1) Se ha comprobado que la propuesta de Borkowf (2006) para el caso de una proporción -utilizando el procedimiento ZW en los valores (x_i, n_i+1) para el extremo inferior y (x_i+1, n_i+1) para el superior- no es de utilidad para el Caso *R*. Ahora, el nuevo estadístico **ZW3.5** es el del estadístico ZW con los datos incrementados del siguiente modo:

ZW3.5: $\begin{cases} \text{Si } \bar{p}_2 - \rho\bar{p}_1 > 0: \text{Utilizar} \left(x_1+1\right),\ x_2 \\ \text{Si } \bar{p}_2 - \rho\bar{p}_1 < 0: \text{Utilizar } x_1,\ \left(x_2+1\right) \end{cases}$ y siempre utilizar (n_1+1) y (n_2+1)

El resumen de su actuación indica que, aunque el método no tiene fallos, es demasiado conservador ($\overline{\Delta\alpha}$=1,98) y tiene poca potencia ($\bar{\theta}$=80,58) respecto de los métodos seleccionados. De ahí que se le haya descartado.

Además, en general deben descartarse todos los métodos con unos incrementos constantes y asimétricos ($h_1 \neq h_2$), pues ellos ocasionan que las inferencias acerca de *R* no sean compatibles con las inferencias acerca de R^{-1} (como le sucede a muchas otras propuestas de la literatura)

(2) Se ha comprobado que si se desea simplificar el método ZAb1 (que implica a tres ecuaciones de segundo grado) por el método ZAa1 (que implica solo a una ecuación de segundo grado) mediante el artificio de considerar que, cuando la varianza da negativa, entonces el test es siempre significativo, el método así obtenido tiene demasiados fallos y no actúa bien.

III.6.3.2. Selección entre los métodos de tipo R (*α=5%*)

Una parte de la Tabla AIII.1 contiene los datos completos de todos los métodos basados en el estadístico R, en tanto que una parte de la Tabla AIII.2 contiene el resumen de los mismos. Puede observarse que todos los métodos tienen muchos fallos, por lo que <u>ningún método de tipo R es de utilidad</u>.

III.6.3.3. Selección entre los métodos de tipo L (*α=5%*)

Una parte de la Tabla AIII.1 contiene los datos completos de todos los métodos basados en el estadístico L (se omiten los procedimientos LCa y LAa pues pueden dar lugar a una varianza negativa, lo que es coherente con lo que sucedía en el caso del estadístico Z), en tanto que una parte de la Tabla AIII.2 contiene el resumen de los mismos. De modo general puede observase que:

- En general, todos los procedimientos mejoran cuando los datos son incrementados en cualquier cantidad, salvo en los procedimientos LPa y LPb (en los que resulta indiferente) y LW (en el que resulta negativo).
- Al contrario que en el caso del estadístico Z, algunos de los métodos basados en el estimador exacto (los LEx) tienen una muy buena actuación y casi todos los métodos basados en el estimador condicionado (los LCbx) son buenos; en cambio, todos los métodos basados en el estimador aproximado del exacto (los LAbx) son muy malos.
- Los clásicos métodos LWx son todos ellos muy malos, siendo LW1 el mejor de todos.

Por lo que respecta a la selección del método óptimo para $0{,}1 \leq \rho \leq 10$, puede concluirse lo siguiente:

- Casi todos los métodos deben descartarse por tener muchos fallos y ser excesivamente liberales. Esto incluye a todos los métodos LWx basados en el clásico procedimiento LW; de ellos, solo es aprovechable el clásico método LW1, el cual será válido solo cuando los tamaños de muestra son grandes (superiores a 100) y los valores de ρ son moderados ($0{,}1<\rho<10$).
- Los métodos con 0 fallos (LE2 a 4) son conservadores, siendo los mejores los métodos LE2 y LE3 (que son casi iguales entre sí, como era esperable por la definición de ambos).
- Los métodos con solo 1 fallo (los LCb2 a 4) fallan por poco, de modo que pueden incluirse en la selección.
- Comparativamente, los mejores métodos son (el símbolo > indica que el método que hay a su izquierda es mejor que el que hay a su derecha) LE3 > LE2=LCb4 > LCb2=LCb3 > LE4, pudiendo observarse que todos ellos son métodos complejos.

Similarmente, en el caso de ρ extremo (0,01 o 100) se observa que los métodos aceptables son LCb2=LCb3=LCb4 > LE2=LE3=LE4. Se descartan los métodos LN1 y

LCb1 (por su muy mala actuación en el caso de valores moderados de ρ) y LE1 (por su baja potencia).

Con el fin de clarificar la selección, una parte de la Tabla AIII.3 presenta los resultados completos para los métodos seleccionados (LE2, LE3, LE4, LCb2, LCb3 y LCb4) en los errores del 1% y 10%, y una parte de la Tabla AIII.4 presenta el resumen de los mismos. De ellas, junto con los resultados para el error del 5%, se deduce lo siguiente:

- El método óptimo es el LE3 para valores moderados de ρ y el LCb3 para valores extremos de ρ.
- Si se desea el óptimo para cualquier valor de ρ, la mejor selección es el método LCb3.
- El clásico método LW1 solo es válido al error del 5%, para grandes muestras y para valores moderados de ρ ($0,1<\rho<10$).

En consecuencia puede concluirse que <u>el mejor método de entre los de tipo L es el LCb3</u> (aunque para valores moderados de ρ lo supera el método LE3).

Adicionalmente se han evaluado diversas modificaciones de los métodos anteriores y un método nuevo, pero ninguno de ellos logra mejorar la actuación de los métodos seleccionados. Las métodos analizados (con la descripción de su origen) se describen a continuación:

(1) Price and Bonett (2008) propusieron un método de tipo LW consistente en añadir 0,25 a las x_i y 1,5 a las y_i. Según nuestros resultados, el método tiene muchos fallos (concentrados en los valores extremos de ρ). Por otro lado, Walter (1975) propuso otro método de tipo LW consistente en añadir 0,5 a las x_i y 0 a las y_i. Nuestros resultados indican que el método tiene muchos fallos en muy diversos valores de ρ. De modo general, la asignación de diferentes incrementos a los éxitos y a los fracasos hace que los intervalos para R y R^{-1} no sean compatibles, lo que es una razón más para que dichos métodos se descarten.

(2) Zou & Donner (2008) propusieron el procedimiento LZ que proporciona las expresiones (3.21a) y (3.21b), lo que da lugar a 5 nuevos métodos LZx. Nuestros datos indican que en general los métodos LNx propuestos en esta memoria proporcionan mejores resultados que los métodos LZx. Por ejemplo, para valores

moderados o extremos de ρ, los tres mejores métodos son siempre de tipo LN. Esto, junto a que el procedimiento LN es expresable en el formato general utilizado en esta memoria (pero no el LZ), ha hecho que sea el primero el que se haya incluido en la misma.

III.6.3.4. Selección entre los métodos de tipo X (*α=5%*)

Una parte de la Tabla AIII.1 contiene los datos completos de todos los métodos basados en el estadístico X (los métodos XCa, XAa y XPa se eliminan del análisis pues en ocasiones proporcionan una varianza negativa), en tanto que una parte de la Tabla AIII.2 contiene el resumen de los mismos. Puede observarse que todos los métodos presentan un mal comportamiento.

III.6.3.5. Selección entre los métodos de tipo A (*α=5%*)

Una parte de la Tabla AIII.1 contiene los datos completos de todos los métodos basados en el estadístico A, en tanto que una parte de la Tabla AIII.2 contiene el resumen de los mismos. Se excluyen todas las versiones "a" (los procedimientos ACa, AAa y APa) pues en ocasiones producen estimaciones de las p_i menores que 0 o mayores que 1 (lo que no permite aplicar el método arco seno). Ahora surge la novedad de que en la transformación arco seno es frecuente incrementar los datos en h_i=3/8 (transformación de Ascombe), lo que llamaremos Caso 1.5 (por encontrarse a mitad de camino entre los Casos 1 y 2). Esto hace que ahora aparezcan los métodos especiales ACb1.5, AE1.5, APb1.5 y AAb1.5. Se observa que los únicos métodos de interés son los AEx (que es precisamente en los únicos donde es positivo el efecto de sumar una determinada cantidad a los datos) y que, de ellos, los mejores son los métodos AE1 y AE1.5 (no tienen fallos y tienen una buena potencia) que siempre son conservadores en promedio.

Con el fin de clarificar la selección, una parte de la Tabla AIII.3 presenta los resultados de los dos métodos (AE1 y AE1.5) para los errores del 1% y 10%, y una parte de la Tabla AIII.4 presenta el resumen de los mismos. De ellas, junto con los resultados al error del 5%, se deduce que ambos métodos son similares, pero que para los valores ρ moderados (grandes) es algo mejor el método AE1.5 (AE1), siendo este último el mejor en general. La conclusión es por tanto que el mejor método de entre los de tipo A es el AE1 (aunque para valores moderados de ρ lo supera el método AE1.5).

Adicionalmente se ha evaluado una modificación del método de Anscombe consistente en aplicar el método AE1.5 con una varianza de $1/(4n_i+2)$ para cada proporción p_i en lugar de la varianza $1/[4(n_i+3/4)]$ asumida aquí, pero ello no logra mejorar la actuación de los métodos seleccionados.

III.6.4. Selección del método óptimo sin cpc de entre los mejores de cada familia (α=1%, 5% y 10%): caso general y caso particular de grandes muestras.

La Tabla AIII.5 repite el resumen de los resultados para los seis métodos seleccionados en la sección anterior (ZAb1, ZW4, LE3, LCb3, AE1 y AE1.5), a fin de hacer más fácil al lector la comparación de los mismos (los datos completos se encuentran en las Tablas AIII.1 y AIII.3). Se observa que:

- Los métodos de tipo L deben descartarse por ser menos potentes que el resto.
- El método óptimo en general es el ZAb1 (con la ventaja añadida de ser sencillo de aplicar), aunque para valores moderados de ρ el método ZW4 es casi igual o un poco peor y aún más sencillo (para los valores grandes de ρ las demás alternativas son más complicadas y el método ZW4 es bastante peor).

Adicionalmente, la Tabla AIII.6 presenta el resumen de los datos de todos los métodos con dos o menos fallos (que son los que tienen interés) para el caso de grandes muestras (n_1=n_2=100) y error α=5% (pues puede observarse que los desequilibrios muestrales en grandes muestras no producen fuertes discrepancias). De ella se deduce que, aunque ahora los métodos ZW2 a 3 y ZAb1 a 3 actúan bien en las dos gamas de ρ, se mantienen de modo general las conclusiones anteriores (aunque ahora ZAb3 es muy ligeramente superior a ZAb1).

De lo anterior se deduce que los métodos óptimos (que son siempre alguno de los propuestos en esta memoria) son:

- En general: el método ZAb1 (aunque el método ZW4 es una buena y más sencilla alternativa especialmente cuando ρ es moderado).

- En grandes muestras (n≥200): el método ZAb3 (muy ligeramente superior al ZAb1).

III.6.5. Selección del método óptimo con/sin cpc de entre los dos métodos óptimos seleccionados (α=5%)

Con el fin de ver si la aplicación de una cpc mejora los resultados de los dos métodos seleccionados en la sección anterior (los ZAb1 y ZW4), la Tabla AIII.7 presenta el resumen de los mismos en sus dos versiones sin y con cpc (métodos ZAb1, ZW4, ZAb1c y ZW4c) al 1%, 5% y 10%. De ella se deduce que en ninguno de los casos la cpc mejora la actuación del método, por lo que se mantienen las conclusiones de la sección anterior.

III.6.6. Verificación de los resultados de la literatura

La literatura ha analizado algunos de los métodos descritos anteriormente y establecido conclusiones acerca de su comportamiento absoluto o relativo a otros métodos. Aquí se trata de ratificarlas o criticarlas en base a nuestros datos (algunas conclusiones aparecen ya mencionadas en la sección III.4.2). Con tal fin aludiremos a la Tabla AIII.8 que resumen los resultados de los métodos implicados. De esta última se deduce que todos los métodos son muy malos (pues tienen muchos fallos) y excesivamente liberales, por lo que nunca deben utilizarse. Comparativamente entre ellos (y sin tener en cuenta su número de fallos, puesto que siempre es elevado) la conclusión es:

- Si ρ es moderado: ZCb0 > ZE0 > LW1 > LW0 > ZW0
- Si ρ es grande: LW0 > ZC0 ≈ ZE0 > LW1 > ZW0

Las principales conclusiones de la literatura son las que siguen, las cuales se comentan si no se deducen directamente de las conclusiones especificadas arriba:

– Katz *et al.* (1978) afirman que el método LW0 es mejor que el método ZW0, el cual es errático y no debe utilizarse, cosa que se confirma según nuestros resultados.

– Tanto Price & Bonnett (2008) como Koopman (1984) indican que el método ZE0 es mejor que el LW0; nuestros resultados indican que esto es cierto para el caso de ρ moderado, pero para ρ grande sucede al contrario.
– Según Farrington & Manning (1990), el método ZE0 es mejor que el ZCb0, que a su vez es mejor que el ZW0. Nuestros datos son conformes con la afirmación de que ZE0 es mejor que ZW0, pero el método ZCb0 actúa mejor que el ZE0 en los valores moderados de ρ.

III.6.7. Selección del método óptimo para el caso clásico ρ=1 (test clásico de homogeneidad de dos proporciones independientes)

Un asunto complementario es el caso del test para ρ=1, es decir el clásico test de homogeneidad de dos proporciones independientes (H_0: R=1 ≡ H_0: p_2=p_1). Como el caso actual de ρ=1 es el mismo caso que el de δ=0 ya analizado en el Caso *d*, las conclusiones de entonces solo pueden mejorarse por causa de los nuevos estadísticos L y R que no se utilizaron en el Caso *d*. En este caso particular los métodos de estimación Ca, Cb, Aa, Ab y E proporcionan igual valor para las estimaciones de las p_i, por lo que todos los procedimientos L que provocan deben ser el mismo. Esto quiere decir que ahora se verifican las siguientes igualdades entre procedimientos LCa = LCb = LAa = LAb = LE, de donde se deduce que basta con que contemplemos los procedimientos LE (en sus cinco versiones) como representantes de los anteriores. A ellos hay que añadirle los procedimientos extras LW, LN, LP, RW y RN.

La Tabla AIII.9 contiene el resumen de los datos para todos los nuevos métodos incorporados por el caso ρ=1 respecto de los del caso δ=0, los cuales han sido extraídos de los datos originales de la Tabla AIII.1. De tales datos se deduce que los únicos métodos de interés son los LW1 y LE2 (por ese orden), que no mejoran claramente la selección realizada en el caso δ=0 (los ZE0c y AE1c), especialmente por cuanto LW1 no verifica las propiedades de convexidad.

III.7. CONCLUSIONES FINALES Y EJEMPLOS

III.7.1. Método óptimo

Por todo lo reseñado en las secciones anteriores, pueden concluirse que todos los métodos clásicos de la literatura funcionan muy mal, siendo los métodos óptimos los reseñados en el cuadro de abajo. Obsérvese que <u>todos los métodos seleccionados son nuevas aportaciones de esta memoria</u>.

SELECCIÓN DEL MEJOR MÉTODO PARA EL CASO DEL COCIENTE

- **ZAb1** es el mejor método
- Alternativamente, puede emplearse el método **ZW4** pues, siendo solo un poco peor que el ZAb1, es más sencillo y funciona bien para valores moderados de ρ.

Comentarios sobre los métodos clásicos

- El método LW1 es válido para grandes muestras, α=5% y 0,1<ρ<10 (pero es incoherente por no ser convexo en $\bar{p}_1$).
- El método ZE0 es válido para grandes muestras, α=5% y 0,2<ρ<5.

III.7.2. Fórmulas aconsejadas para realizar inferencia

III.7.2.1. Método óptimo en general: ZAb1

1) Incrementar todos los datos de ambos grupos (los éxitos y los fracasos) en 0,5.
2) El estadístico de contraste viene dado por la expresión:

$$z_{ZAb}^2=\begin{cases}\dfrac{nn_1n_2\left(\bar{p}_2-\rho\bar{p}_1\right)^2}{\left(x_2+\rho x_1\right)\left\{\left(n_1-x_2\right)+\rho\left(n_2-x_1\right)\right\}} & \text{si } \dfrac{x_2}{n-x_1}\le\rho\le\dfrac{n-x_2}{x_1}\\ \dfrac{n_2\left(\bar{p}_2-\rho\bar{p}_1\right)^2}{\rho\left(1-\rho\right)} & \text{si } \rho<\dfrac{x_2}{n-x_1}\\ \dfrac{n_1\left(\bar{p}_2-\rho\bar{p}_1\right)^2}{\rho-1} & \text{si } \rho>\dfrac{n-x_2}{x_1}\end{cases}. \tag{3.44}$$

3) Si el objetivo es obtener el IC, calcular las dos soluciones de la ecuación:

$$x_1\left\{nn_2\bar{p}_1-z_{\alpha/2}^2\left(n_2-x_1\right)\right\}\rho^2-\left\{2nx_1x_2+z_{\alpha/2}^2\left(n_1x_1+n_2x_2-2x_1x_2\right)\right\}\rho+x_2\left\{nn_1\bar{p}_2-z_{\alpha/2}^2\left(n_1-x_2\right)\right\}=0$$

o, alternativa y equivalentemente, obtener los valores (ρ_I, ρ_S) de:

$$\frac{nx_1x_2+\frac{z_{\alpha/2}^2}{2}\left(n_1x_1+n_2x_2-2x_1x_2\right)\pm z_{\alpha/2}\sqrt{n^2x_1x_2\left(a_1-n\overline{p}_1\overline{p}_2\right)+\left\{\frac{z_{\alpha/2}\left(n_2x_2-n_1x_1\right)}{2}\right\}^2}}{x_1\left\{nn_2\overline{p}_1-z_{\alpha/2}^2\left(n_2-x_1\right)\right\}} \tag{3.45a}$$

Si las soluciones obtenidas verifican que $x_2/\left(n-x_1\right)\leq\rho_I,\rho_S\leq\left(n-x_2\right)/x_1$, el problema finaliza. En otro caso, puede que falle uno o dos de los extremos. Si el extremo que falla es ρ_I, obtener la menor de las dos soluciones de la ecuación:

$$\left(n_2\overline{p}_1^2+z_{\alpha/2}^2\right)\rho^2-\left(2n_2\overline{p}_1\overline{p}_2+z_{\alpha/2}^2\right)\rho+n_2\overline{p}_2^2=0$$

o, alternativa y equivalentemente, obtener el valor:

$$\rho_I=\frac{1}{n_2\overline{p}_1^2+z_{\alpha/2}^2}\left\{x_2\overline{p}_1+\frac{z_{\alpha/2}^2}{2}-z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{z_{\alpha/2}^2}{4}+x_2\left(\overline{p}_1-\overline{p}_2\right)}\right\} \tag{3.45b}$$

Si el extremo que falla es ρ_S, obtener la mayor de las dos soluciones de la ecuación:

$$n_1\overline{p}_1^2\rho^2-\left(2n_1\overline{p}_1\overline{p}_2+z_{\alpha/2}^2\right)\rho+\left(n_1\overline{p}_2^2+z_{\alpha/2}^2\right)=0$$

o, alternativa y equivalentemente, obtener el valor:

$$\rho_S=\frac{1}{n_1\overline{p}_1^2}\left\{x_1\overline{p}_2+\frac{z_{\alpha/2}^2}{2}+z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{z_{\alpha/2}^2}{4}+x_1\left(\overline{p}_2-\overline{p}_1\right)}\right\} \tag{3.45c}$$

III.7.2.2. Método más sencillo, casi tan bueno como el anterior (especialmente para valores moderados de ρ): ZW4

1) Incrementar todos los datos (los éxitos x_i y los fracasos y_i) en $z_{\alpha/2}^2/4$ si $0<x_i<n_i$ $(\forall i)$ o, en otro caso, incrementarlos en

$$h_i=\begin{cases}\dfrac{z_{\alpha/2}^2\left(1+2I_i\right)}{4} \text{ con } I_1=\begin{cases}1 \text{ si } \overline{p}_1=0\\ 0 \text{ si } \overline{p}_1\neq 0\end{cases}, I_2=\begin{cases}1 \text{ si } \overline{p}_2=1\\ 0 \text{ si } \overline{p}_2\neq 1\end{cases} \text{ si } \overline{R}>\rho\\ \dfrac{z_{\alpha/2}^2\left(1+2S_i\right)}{4} \text{ con } S_1=\begin{cases}1 \text{ si } \overline{p}_1=1\\ 0 \text{ si } \overline{p}_1\neq 1\end{cases}, S_2=\begin{cases}1 \text{ si } \overline{p}_2=0\\ 0 \text{ si } \overline{p}_2\neq 0\end{cases} \text{ si } \overline{R}<\rho\end{cases}$$

2) El intervalo y el estadístico de contraste vienen dados, respectivamente, por las expresiones siguientes aplicadas a los datos incrementados anteriores:

$$R \in \frac{\bar{R}}{1 - z_{\alpha/2}^2 \dfrac{y_1}{n_1 x_1}} \left\{ 1 \pm z_\alpha \sqrt{\frac{y_1}{n_1 x_1} + \frac{y_2}{n_2 x_2} - z_\alpha^2 \frac{y_1}{n_1 x_1} \frac{y_2}{n_2 x_2}} \right\}, \quad z_{ZW4}^2 = \frac{\left(\bar{p}_2 - \rho \bar{p}_1\right)^2}{\rho^2 \dfrac{\bar{p}_1 \bar{q}_1}{n_1} + \dfrac{\bar{p}_2 \bar{q}_2}{n_2}} \quad (3.46)$$

III.7.2.3. Mejor método clásico, válido para $n_1+n_2 \geq 200$, α*=5% y* $0{,}1<\rho<10$*: LW1*

1) Incrementar todos los datos de ambos grupos (los éxitos y los fracasos) en 0,5.
2) El estadístico de contraste y el IC vienen dados por la expresiones:

$$z_{LW}^2 = \frac{ln^2\left(\bar{R}/\rho\right)}{\dfrac{\bar{q}_1}{n_1 \bar{p}_1} + \dfrac{\bar{q}_2}{n_2 \bar{p}_2}} = \frac{ln^2\left(\bar{R}/\rho\right)}{\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} - \dfrac{n}{n_1 n_2}} \text{ y } R \in \bar{R} \times exp\left\{ \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{y_1}{n_1 x_1} + \frac{y_2}{n_2 x_2}} \right\} \quad (3.47)$$

III.7.3. Ejemplos prácticos

III.7.3.1. Evaluación de una vacuna

Maxwell (1961) estudia el riesgo relativo acerca de la presencia de una infección vírica entre dos grupos de personas, inoculando el virus a uno de los grupos pero no al otro. En el grupo en el que no se inoculó el virus, tuvieron la infección 48 de 102 individuos, en tanto que en el grupo en el que sí se inoculó, tuvieron la infección 11 de 46 individuos. Los datos son los de la Tabla III.3. La estimación muestral de *R* es $\bar{R}$ =(48/102)/(11/46)=1,97, pero el objetivo es obtener un IC al 95% para el verdadero parámetro poblacional *R*.

Tabla III.3

Presencia (SÍ) o ausencia (NO) de una infección vírica en dos grupos independientes.

Infección vírica		SÍ	NO	Total
Virus Inoculado	SÍ	11	35	46
	NO	48	54	102
Total		59	89	148

Aplicando el método óptimo ZAb1 a los datos de Maxwell (x_2=48, n_2=102, x_1=11 y n_1=46), lo primero es reconvertir los mismos en x_2=48,5, n_2=103, x_1=11,5 y n_1=47. La expresión (3.45a) indica que $R \in$(1,1659; 3,5082), un IC de longitud *l*(ZAb1)

= 2.3423. El intervalo es correcto pues 48,5/(150−11,5) = 0,3502 ≤ 1,1659, 3,5082 ≤ (150−48,5)/11,5 = 8,8261.

Alternativamente, puede emplearse el método ZW4. Como $0<x_i<n_i$, los datos deben incrementarse en $1{,}96^2/4=0{,}96$ y la expresión (3.46) debe aplicarse a los datos x_2/n_2=48,96/103,92 y x_1/n_1=11,96/47,92. Esto proporciona el IC $R\in$(1,1887; 3,7853) de longitud l(ZW4)=2,5966 que, como era de esperar (pues el método ZW4 suele tener menos puntos en la RC que el ZAb1), es superior a l(ZAb1)=2,3423.

Si se aplica el clásico y poco fiable método ZE0 de las marcas, se obtiene el IC $R\in$(1,1768; 3,4976) de longitud l(ZE0)=2,3208 inferior a las dos anteriores. Esta ventaja es tan solo aparente pues, como se ha dicho, el método de las marcas es excesivamente liberal. El también clásico método LW1 de la expresión (3.49), que es aún más liberal que el ZE0 y que como él no es fiable para menos de 200 datos (como aquí), proporciona un IC también más estrecho: $R\in$(1,1187; 3,3104) de longitud l(LW1) = 2,1917.

Finalmente, el método exacto basado en el orden ZE0 (Agresti and Min, 2001) proporciona el intervalo $R\in$(1,1705; 3,6164) de longitud l(exacto)=2,4459. Como se ve, el método aproximado seleccionado en este artículo (el ZAb1) es el que más se acerca a los valores exactos.

Tabla III.4

Resultado de un test diagnóstico frente la presencia o ausencia de la enfermedad

		Test		
		+ (T)	− $(\bar{T})$	Total
Enfermedad	SI (E)	x_1	y_1	n_1
	NO $(\bar{E})$	x_2	y_2	n_2
	Total	a_1	a_2	n

III.7.3.2. Evaluación de un método de diagnóstico binario

En el ámbito médico es muy frecuente la necesidad de evaluar la eficacia de un test diagnóstico binario. La Tabla III.4 presenta el formato habitual para la evaluación de un test diagnóstico, donde SÍ/NO alude a la presencia o ausencia real de la enfermedad y +/– alude al resultado positivo o negativo del test mediante el cual se pretende detectar dicha enfermedad (el resto de valores son análogos a lo explicado en la Tabla III.1).

Para evaluar la calidad del test diagnóstico suelen utilizarse diversos parámetros. Si no se tiene en cuenta la prevalencia p de la enfermedad (proporción de enfermos en la población), los investigadores suelen fijarse en los parámetros "sensibilidad" (SN = proporción de enfermos diagnosticado positivamente) y "especificidad" (EP = proporción de sanos diagnosticados negativamente). En base a los datos de la Tabla III.4, las estimaciones muestrales para dichas medidas vendrán dados por $\widehat{SN} = x_1 / n_1$ (es decir, $\overline{p}_1$) y $\widehat{EP} = y_2 / n_2$ (es decir, $\overline{q}_2$), en tanto que los IC para las mismas se obtienen mediante las fórmulas clásicas del IC para una proporción (ver el Capítulo V). A fin de poner en relación ambas cosas, suelen utilizarse los parámetros RVP = $SN/(1-EP)$ y $RVN = (1-SN)/EP$, o razones de verosimilitud del positivo y del negativo respectivamente. Las estimaciones muestrales de ambas medidas se obtienen sustituyendo SN y EP por los estimadores indicados arriba. Obsérvese que los parámetros RVP y RVN son en realidad dos riesgos relativos -p_1/p_2 y q_1/q_2 respectivamente en la notación de este capítulo- por lo que el IC para los mismos se obtiene por los métodos actuales.

Cuando se tiene en cuenta la prevalencia p de la enfermedad, los investigadores suelen fijarse en los parámetros "valor predictivo positivo" (VPP = proporción de enfermos de entre los diagnosticados positivamente) y "valor predictivo negativo" (VPN = proporción de sanos de entre los diagnosticados negativamente), cuyos valores se relacionan con los de SN y EP a través del Teorema de Bayes:

$$VPP = \frac{p \cdot SN}{p \cdot SN + (1-p)\cdot(1-EP)} = \left(1 + \frac{1-p}{p}\omega\right)^{-1} \text{ con } \omega = \frac{1-EP}{SN} = \frac{1}{RVP} \quad (3.48)$$

$$VPN = \frac{(1-p)\cdot EP}{(1-p)\cdot EP + p\cdot(1-SN)} = \left(1 + \frac{p}{1-p}\omega'\right)^{-1} \text{ con } \omega' = \frac{1-SN}{EP} = RVN \quad (3.49)$$

Las estimaciones muestrales de ambas medidas se obtienen sustituyendo SN y EP por los estimadores indicados en el párrafo anterior. Para obtener un IC para VPP o VPN, basta obtener un IC para ω o ω' respectivamente e invertir las expresiones (3.48) y

(3.49). Como en la notación actual $\omega = p_2/p_1$ y $\omega' = q_1/q_2$, entonces los IC para ω y ω' son en realidad un IC para un riesgo relativo (lo que de nuevo cae dentro del objetivo del capítulo actual).

Mercaldo *et al.* (2007) aluden a un estudio de Li *et al.* para diagnosticar el Alzheimer en base a la presencia (diagnóstico positivo) o ausencia (diagnóstico negativo) del alelo ApoE.e4. La clasificación de un grupo de 418 enfermos y otro de 375 en base a este criterio se presenta en la Tabla III.5. El objetivo es evaluar la calidad del método de diagnóstico teniendo en cuenta o no la prevalencia de la enfermedad, lo que implica estimar los parámetros *VPP* y *VPN* o los parámetros ω y ω'. En lo que sigue ejemplificamos el caso de ω (al que llamaremos R por coherencia con el resto del capítulo).

Tabla III.5

Datos del ejemplo de Li *et al.*

		Resultado del test		
		+	–	Total
Resultado del estándar	+	240	178	418
	–	87	288	375
	Total	327	466	793

La estimación muestral de R es $\bar{R}$=(87/375) / (240/418) = 0,4041, pero el objetivo es obtener su IC. Aplicando el método ZAb1, los datos reconvertidos serán x_2=87,5, n_2=376, x_1=240,5 y n_1=419. Aplicando la expresión (3.45a) se obtiene que el IC es $R \in$(0,3291; 0,4928) de longitud l(ZAb1) = 0,1637. El intervalo es correcto pues 87,5/(795−240,5) = 0,1578 ≤ 0,3291, 0,4928 ≤ (795−87,5)/240,5 = 2,9418.

Alternativamente, puede emplearse el método ZW4. Como $0<x_i<n_i$, los datos deben incrementarse en $1{,}96^2/4$=0,96 y la expresión (3.46) debe aplicarse a las dos muestras x_2/n_2=87,96/376,92 y x_1/n_1=240,96/419,92. Esto proporciona el IC $R \in$(0,3275; 0,4914) de longitud l(ZW4)=0,1639 que, como era de esperar (pues el método ZW4 suele tener menos puntos en la RC que el ZAb1), es superior a l(ZAb1)=0,1637 (solo ligeramente, pues el tamaño muestral es muy grande).

Si se aplica el clásico y poco fiable método ZE0 de las marcas, se obtiene el IC $R \in (0{,}3293;\ 0{,}4925)$ de longitud l(ZE0)=0,1632 algo inferior a las dos anteriores. Esta ventaja es tan solo aparente pues, como se ha dicho, el método de las marcas es excesivamente liberal. El también clásico método LW1 de la expresión (3.47), que es más fiable que el ZE0 en la situación actual de muchos datos y valores moderados de ρ, proporciona el IC $R \in (0{,}3315;\ 0{,}4958)$ de longitud l(LW1) =0,1643 ligeramente superior.

CAPÍTULO IV

K=2 EN EL RESTO DE LOS CASOS

IV.1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, la literatura ha mostrado gran interés acerca de las inferencias asintóticas sobre una combinación lineal $L=\Sigma\beta_i p_i$ de K proporciones binomiales independientes p_i (Tebbs & Roths, 2008), a cuyo fin lo más habitual es tomar muestras independientes de las poblaciones objetivo. En realidad, este interés alude al caso general para $K>2$ (desarrollado en el capítulo I), aunque puede seguirse un razonamiento similar para el caso general de solo dos proporciones. Para $K=2$, el parámetro de interés será la combinación lineal $L=\beta_1 p_1+\beta_2 p_2$, lo que engloba los casos clásicos de la diferencia (d) y del cociente (R) de dos proporciones ya comentadas en los dos capítulos anteriores. Como es tradicional, la Tabla VI.1 ilustra la presentación de los datos (un caso particular de la Tabla I.1), la cual se comenta de momento. El objetivo actual es pues la realización de un test de dos colas sobre L (H_0: $L=\lambda$ *vs*. H_1: $L\neq\lambda$) o la obtención de un IC de dos colas para L.

Tabla IV.1

Tabla 2×2 para muestras independientes

Muestras	SÍ	NO	Total	Coeficientes
1	x_1	y_1	n_1	β_1
2	x_2	y_2	n_2	β_2
Total	a_1	a_2	n	

La Tabla IV.1 presenta los datos obtenido en este tipo de estudios, en donde de nuevo SÍ/NO alude a la presencia o ausencia de la característica que se estudia, x_i (y_i) es el nº de individuos de entre los n_i (tamaño de muestra) que sí (no) presentan la característica, β_i son los coeficientes de la combinación lineal (que habitualmente son conocidos y distintos de 0), $a_1=\Sigma x_i$ ($a_2=\Sigma y_i$) es el total de individuos que sí (no) presentan la característica y, finalmente, $n=\Sigma a_i=\Sigma n_i$ es el tamaño total de la experiencia. Las dos variables aleatorias (x_i) siguen distribuciones binomiales independientes $x_i \longrightarrow B(n_i, p_i)$, con $i=1,2$, en donde p_i es la proporción (desconocida) de individuos de la población i que presentan la característica en estudio.

Como se ha mencionado a lo largo de esta memoria, son habituales las inferencias para K=2 con β_1=–1 y β_2=+1 (diferencia de proporciones) y con $\beta_1=-\rho$, β_2=+1 y λ=0 (cociente de proporciones), desarrolladas en los capítulos II y III respectivamente. En los siguientes apartados nos centraremos en el resto de casos K=2, los cuales han recibido escasa atención, usualmente centrada en el caso $\beta_1<0$ (Phillips, 2003; Martín & Herranz, 2010).

Este capítulo tiene como finalidad proponer nuevos métodos asintóticos y compararlos con los métodos propuestos en la literatura, seleccionando el método óptimo para realizar inferencias en los casos menos estudiados de K=2.

IV.2. NOTACIÓN

IV.2.1. Generalidades y estadístico base

Sean dos variables aleatorias binomiales independientes $x_i \sim B(n_i, p_i)$ con i=1 y 2 y sea $L=\beta_1 p_1+\beta_2 p_2$ el parámetro de interés (con las proporciones p_i desconocidas y los parámetros β_i usualmente conocidos y distintos de 0). Sea $\overline{L}=\sum \beta_i \overline{p}_i$ la estimación muestral del parámetro poblacional L, con $\overline{p}_i=x_i/n_i$ las proporciones muestrales. Como se comentó en la sección I.2.1, el estadístico $\overline{L}$ sigue una distribución normal de media $\sum \beta_i p_i$ y varianza $\sum \beta_i^2 p_i q_i / n_i$, en donde $q_i=1-p_i$. Para contrastar H_0: $L=\lambda$ *vs.* H_1: $L\neq\lambda$ (teniendo en cuenta que $B^-=\sum_{\beta_i<0}\beta_i \leq \lambda \leq \sum_{\beta_i>0}\beta_i = B^+$, con $B=B^- + B^+ = \sum\beta_i$) hay que comparar del modo clásico el valor experimental del estadístico (que en adelante será aludido abreviadamente por el nombre en negrita que se indica)

$$\textbf{Z}:\ z_Z^2=\frac{\left(\overline{L}-\lambda\right)^2}{\sum \beta_i^2 p_i q_i / n_i} \tag{4.1}$$

con $z^2_{\alpha/2}$ (en donde $z_{\alpha/2}$ es el percentil (1–α/2)×100% de la distribución normal típica). Para obtener el IC (1–α) para L se invierte el test despejando λ en la ecuación $z_Z^2 = z^2_{\alpha/2}$. En unas ocasiones la solución será explícita (más o menos sencilla); en otras requerirá de un procedimiento iterativo.

IV.2.2. Estimadores de las proporciones p_i

Las expresiones anteriores no tienen utilidad hasta que las proporciones p_i desconocidas sean sustituidas por una estimación de las mismas. En lo que sigue se describen tales estimadores y se pone en mayúscula y negrita la letra abreviada que designará el procedimiento que cada uno de ellos proporciona (letra que habrá que añadir a la letra Z alusivo al único estadístico propuesto).

IV.2.2.1. Estimadores no restringidos por H_0

El estimador más simple y conocido a la hora de sustituir las proporciones p_i desconocidas es el estimador clásico de máxima verosimilitud simple (es decir, las proporciones muestrales):

$$\textbf{W}\text{ (Wald): } \bar{p}_i = x_i / n_i \tag{4.2}$$

Otra opción más complicada y novedosa (Newcombe, 1998 a), consiste en sustituir las proporciones desconocidas por el extremo apropiado del IC de Wilson (1927):

$$\textbf{N}\text{ (Newcombe-Zou): } \ddot{p}_i = \begin{cases} u_i \text{ (si } \beta_i > 0),\ l_i \text{ (si } \beta_i < 0) \text{ si } \bar{L} < \lambda \\ l_i \text{ (si } \beta_i < 0),\ u_i \text{ (si } \beta_i < 0) \text{ si } \bar{L} > \lambda \end{cases} \tag{4.3}$$

con

$$l_i = \frac{x_i + \dfrac{z^2_{\alpha/2}}{2} - z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{z^2_{\alpha/2}}{4} + \dfrac{x_i y_i}{n_i}}}{n_i + z^2_{\alpha/2}} \text{ y } u_i = \frac{x_i + \dfrac{z^2_{\alpha/2}}{2} + z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{z^2_{\alpha/2}}{4} + \dfrac{x_i y_i}{n_i}}}{n_i + z^2_{\alpha/2}} \tag{4.4}$$

siendo (l_i , u_i) el IC de dos colas al 100·(1–α)% para la proporción p_i.

IV.2.2.2. Estimadores sí restringidos por H_0

El estimador de p_i restringido por H_0 más habitual (por su sencillez) es el obtenido por el método de tipo condicionado de Dunnett & Gent (1977):

$$\textbf{C (Condicionado): } \tilde{p}_1 = \frac{\beta_2 a_1 - n_2\lambda}{n_1\beta_2 - n_2\beta_1} \text{ y } \tilde{p}_2 = \frac{-\beta_2 a_1 + n_1\lambda}{n_1\beta_2 - n_2\beta_1}. \quad (4.5)$$

Como puede suceder que el valor de $\tilde{p}_i$ no esté comprendido entre 0 y 1, parece conveniente exigir que cumpla esta condición; de ahí que el estimador $\tilde{p}_i$ tengan dos versiones:

Ca: $\tilde{p}_i$= (4.5)

Cb: $\tilde{p}_i$= (4.5) restringida a estar entre 0 y 1 ($\tilde{p}_i$=0 si $\tilde{p}_i$<0 y $\tilde{p}_i$=1 si $\tilde{p}_i$>1).

Una opción más complicada consiste utilizar los estimadores de máxima verosimilitud $\hat{p}_i$ bajo H_0 (Martín & Herranz, 2010) dados por:

$$\textbf{E (Incondicionado exacto): } \hat{p}_1 = \left(-c_2 + 2B^{0.5} cos\,\varphi\right)/3c_3 \text{ y } \hat{p}_2 = \alpha + \beta\hat{p}_1 \quad (4.6)$$

con $\alpha=\lambda/\beta_2$ y $\beta=-\beta_1/\beta_2$, en donde $c_0 = x_1\alpha(1-\alpha)$, $c_1 = \beta a_1 - n_1\alpha(1-\alpha) - \alpha\beta(n_2 + 2x_1)$, $c_2 = \beta\left[(n+n_1)\alpha - (n_1 + x_2) - \beta(n_2 + x_1)\right]$, $c_3=n\beta^2$, $B=c_2^2-3c_1c_3$, $A=4.5c_3(c_1c_2-3c_0c_3)-c_2^3$ y $\varphi = \left[\pi + cos^{-1}\left(-A/B^{3/2}\right)\right]/3$.

Un modo de simplificar lo anterior es a través de los siguientes estimadores incondicionados aproximados:

A (Incondicionado Aproximado):

$$\widehat{p}_1 = \frac{\beta_1 x_1 - \beta_2 x_2 + n_2\lambda}{n\beta_1} \text{ y } \widehat{p}_2 = \frac{-\beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 - n_1\lambda}{n\beta_2} \quad (4.7)$$

Al igual que en el caso de los estimadores de tipo condicionado, parece conveniente exigir que $\widehat{p}_i$ sea un valor lícito (es decir, que esté comprendido entre 0 y 1); de ahí que los estimadores $\widehat{p}_i$ tengan dos versiones:

Aa: $\widehat{p}_i$= (4.7)

Ab: $\hat{p}_i$= (4.7) restringidos a estar entre 0 y 1 ($\hat{p}_i$=0 si $\hat{p}_i$<0 y $\hat{p}_i$=1 si $\hat{p}_i$>1).

Otro tipo de estimadores son los obtenidos por el método de Peskun (1993):

P (Incondicionado tipo Peskun):

$$\breve{p}_1 = \frac{n_2\beta_1 - n_1\beta_2 + 2n_1\lambda}{2n\beta_1} \text{ y } \breve{p}_2 = \frac{-n_2\beta_1 + n_1\beta_2 + 2n_1\lambda}{2n\beta_2} \tag{4.8}$$

aunque como en el caso de los estimadores de tipo condicionado e incondicionado aproximado, parece conveniente exigir que $\breve{p}_i$ sea un valor lícito; de ahí que los estimadores $\breve{p}_i$ tenga también dos versiones:

Pa: $\breve{p}_i$= (4.8).

Pb: $\breve{p}_i$= (4.8) restringidos a estar entre 0 y 1 ($\breve{p}_i$=0 si $\breve{p}_i$<0 y $\breve{p}_i$=1 si $\breve{p}_i$>1).

IV.2.3. Procedimientos de inferencia que se obtienen con cada estimador

Cuando en el estadístico Z de la expresión (4.1) se sustituye cada uno de los 9 estimadores aludidos en la sección anterior, se obtienen los 9 estadísticos z^2_{ZW}, z^2_{ZN}, z^2_{ZCa}, z^2_{ZCb}, z^2_{ZE}, z^2_{ZAa}, z^2_{ZAb}, z^2_{ZPa} y z^2_{ZPb}, cada uno de los cuales dan lugar a un procedimiento de test diferente. Al invertir el mismo, se obtiene un procedimiento de IC diferente. En ambos casos, se obtienen los siguientes 9 procedimientos iniciales: ZW, ZN, ZCa, ZCb, ZE, ZAa, ZAb, ZPa o ZPb. Obsérvese que cada procedimiento se inicia con la letra Z, lo que es innecesario dado que solo se propone un estadístico (el Z); sin embargo se ha preferido hacerlo así por homogeneidad con el resto de los capítulos. Sin embargo, por las razones que se señalan más tarde (sección IV.4.1.4), los procedimientos ZCa y ZCb deben excluirse, por lo que en este capítulo solo se analizarán 7 procedimientos (los ZW, ZN, ZE, ZAa, ZAb, ZPa o ZPb).

IV.2.4. Datos muestrales a utilizar y métodos de inferencia que proporcionan

Las fórmulas anteriores pueden utilizarse en base a los datos originales (x_i, y_i) o en base a los datos incrementados en una cantidad determinada h_i, es decir en base a (x_i+h_i, y_i+h_i, n_i+2h_i). Este incremento, como se comentó en el Capítulo I, tiene su origen en los métodos "adjusted" Wald, cuyo objetivo no es otro que el de mejorar el comportamiento del procedimiento ZW. Los valores posibles de h_i se denotan con el dígito (en negrita) que los identificará (el cual se añadirá a las letras de los procedimientos descritos arriba):

0: h_i=0 (clásico)

1: h_i=0,5 (Woolf)

2: h_i=1 (Dann & Koch)

3: $h_i = z^2_{\alpha/2}/4$

4: $h_i = \begin{cases} \dfrac{z^2_{\alpha/2}(1+2I_i)}{4} \text{ con } I_i = \begin{cases} 1 \text{ si } \bar{p}_i = (1+s_i)/2 \\ 0 \text{ en otro caso} \end{cases} \text{si } \bar{L} > \lambda \\ \dfrac{z^2_{\alpha/2}(1+2S_i)}{4} \text{ con } S_i = \begin{cases} 1 \text{ si } \bar{p}_i = (1-s_i)/2 \\ 0 \text{ en otro caso} \end{cases} \text{si } \bar{L} < \lambda \end{cases}$, en donde $s_i = \begin{cases} +1 \text{ si } \beta_i > 0 \\ -1 \text{ si } \beta_i < 0 \end{cases}$

Cada uno de los 5 incrementos anteriores (0, 1, 2, 3 y 4) puede aplicarse a cada uno de los 7 procedimientos de la sección anterior (ZW, ZN, ZE, ZAa, ZAb, ZPa o ZPb), dando lugar así a <u>35 métodos de inferencia</u> distintos. En lo que sigue ellos serán notados por la letra del procedimiento y el dígito del incremento correspondiente: ZW0, ZW1, ZW2, ZW3, ZW4,..., ZPb4.

IV.3. RESULTADOS DE LA LITERATURA

IV.3.1. Resultados de tipo teórico

IV.3.1.1. Método clásico de Wald

El método de inferencia al que más se recurre por su sencillez consiste en sustituir los valores desconocidos p_i por las proporciones muestrales (estimadores de máxima verosimilitud simple no restringidos a H_0: $L=\lambda$) dadas por la expresión (4.2) lo que da lugar al procedimiento ZW (el clásico procedimiento de Wald). Para K=2, este método fue propuesto por Phillips (2003), el cual lo obtuvo como una generalización del Caso d asumiendo que el parámetro δ es una función lineal de p_1. Bajo esta perspectiva, el estadístico de contraste y el IC que se obtiene por inversión del mismo tienen las expresiones siguientes:

$$\text{ZW: } z^2_{ZW} = \frac{(\bar{L}-\lambda)^2}{\sum \beta_i^2 \bar{p}_i \bar{q}_i / n_i} \tag{4.9}$$

$$\text{IC}_{\text{ZW}}: L \in \bar{L} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\sum \beta_i^2 \bar{p}_i \bar{q}_i / n_i} \tag{4.10}$$

Phillips (2003) menciona la posibilidad (sin entrar a valorar la opción) de que existan aproximaciones que mejoren el comportamiento de ZW, como la propuesta de Agresti & Coull (2000) de incrementar los datos en h_i=1 (realizada para el Caso d).

IV.3.1.2. Método incondicionado exacto

Desde el punto de vista incondicionado, Martín & Herranz (2010) proponen el estimador de máxima verosimilitud bajo H_0 sin condicionar en los marginales. Tales autores obtuvieron los valores explícitos de $\hat{p}_i$ dados por la expresión (4.6), que a su vez contiene como caso particular a los estimadores de Miettinen & Nurminen (1985) para el caso de la diferencia d, y a los de Koopman (1984) para el caso del cociente R. Por tanto, el estadístico de contraste para el procedimiento ZE será de la forma:

$$\text{ZE: } z_{ZE}^2 = \frac{\left(\bar{L}-\lambda\right)^2}{\sum \beta_i^2 \hat{p}_i \hat{q}_i / n_i} \tag{4.11}$$

y el IC se obtiene resolviendo en λ por métodos iterativos la ecuación $z_{ZE}^2 = z_{\alpha/2}^2$.

IV.3.1.3. Método incondicionado Peskun

Para el Caso d, Peskun (1993) empleó el criterio de Sterne (1954) al indicar que el estadístico z_Z^2 será significativo cuando lo sea para cualquier valor de p_1. Martín & Herranz (2010) emplearon el mismo criterio para el caso general de K=2, determinando que el estimador $\breve{p}_i$ viene dado por la expresión (4.8). El estadístico e IC del procedimiento ZPa (sin tener en cuenta si los valores de $\breve{p}_i$ son lícitos) será de la forma:

$$\text{ZPa: } z_{ZPa}^2 = \frac{4\left(\bar{L}-\lambda\right)^2}{\sum \frac{\beta_i^2}{n_i} - \frac{\left(B-2\lambda\right)^2}{n}} \tag{4.12}$$

$$\text{IC}_{\text{ZPa}}: L \in \frac{n}{n+z_{\alpha/2}^2}\left\{\bar{L} + \frac{B\cdot z_{\alpha/2}^2}{2n} \pm \frac{z_{\alpha/2}}{2}\sqrt{\frac{n+z_{\alpha/2}^2}{n}\left(\sum \frac{\beta_i^2}{n_i}\right) - \frac{\left(B-2\bar{L}\right)^2}{n}}\right\} \tag{4.13}$$

En el caso de obligar a que el estimador $\breve{p}_i$ tome un valor lícito (es decir, a que verifique $0 \leq \breve{p}_i \leq 1$) habrá que tener en cuenta que $\breve{p}_i=0$ si $\breve{p}_i<0$ y que $\breve{p}_i=1$ si $\breve{p}_i>1$, obteniendo así el procedimiento ZPb.

IV.3.1.4. Propiedades a verificar por cualquier estadístico de contraste

Para que un estadístico z^2 sea útil en la inferencia es preciso que verifique ciertas propiedades de coherencia. Como se ha comentado en capítulos anteriores, es necesario que las regiones críticas no presenten huecos (*convexidad espacial*), por lo que la ausencia de estos en la misma implica que z^2 debe ser creciente (decreciente) en $\bar{p}_i$ si $\beta_i > 0$ ($\beta_i < 0$). Por otro lado, por el principio de Sterne (1954), para que z^2 sea lícito es preciso que alcance su valor mínimo en la frontera del espacio nulo, es decir que sea decreciente con λ y creciente en β_i (*convexidad paramétrica*). Martín & Herranz (2010) demuestran que los estadísticos z^2_{ZW}, z^2_{ZE} y $z^2_{ZPa/b}$ verifican todas estas propiedades de convexidad.

IV.3.2. Resultados de tipo práctico

Como se ha indicado anteriormente, la literatura ha prestado muy escasa atención al caso de K=2 (y siempre limitadas al caso de β_I<0). En particular:

1) Phillips (2003) indica que el método ZW0, aplicado como test de una cola, funciona razonablemente bien, puesto que el tamaño real del test es cercano al nominal.
2) Martín & Herranz (2010), basándose en las conclusiones de la literatura acerca de los Casos *d* y *R*, sugieren (sin prueba empírica alguna) que de entre los métodos ZW0, ZE0 y ZPa/b0 el mejor debe ser el reputado método ZE0.

IV.4. APORTACIONES

IV.4.1. Aportaciones de tipo teórico

IV.4.1.1. Método de Newcombe-Zou

Newcombe (1998) plantea un nuevo procedimiento para el Caso *d*, basado en el

IC asintótico para una única proporción dado por Wilson (1927). Posteriormente, Zou *et al.* (2009) justifican teóricamente y generalizan dicho procedimiento para cualquier valor de *K*. Siguiendo el razonamiento realizado en la sección I.3.1.3 para el caso actual, el estadístico de contraste y el IC serán de la forma:

$$\text{ZN:}\ z_{ZN}^2 = \begin{cases} \left(\bar{L}-\lambda\right)^2 / R^2(+) & \text{si}\ \ \bar{L}<\lambda \\ \left(\bar{L}-\lambda\right)^2 / R^2(-) & \text{si}\ \ \bar{L}>\lambda \end{cases} \tag{4.14}$$

$$\text{IC}_{\text{ZN}}\text{:}\ L \in \begin{cases} \bar{L} - z_{\alpha/2} R(-) \\ \bar{L} + z_{\alpha/2} R(+) \end{cases} \tag{4.15}$$

en donde:

$$R(+)=\sqrt{\sum_{\beta_i>0} \frac{\beta_i^2 u_i\left(1-u_i\right)}{n_i} + \sum_{\beta_i<0} \frac{\beta_i^2 l_i\left(1-l_i\right)}{n_i}} \quad y \quad R(-)=\sqrt{\sum_{\beta_i>0} \frac{\beta_i^2 l_i\left(1-l_i\right)}{n_i} + \sum_{\beta_i<0} \frac{\beta_i^2 u_i\left(1-u_i\right)}{n_i}}$$

siendo (l_i, u_i) los valores obtenidos por las expresiones (4.4). Como se comentó en la sección I.4.2, la ventaja de este formato es que el mismo es válido tanto si los errores α empleados para el IC de Wilson y para la inferencia sobre *L* son iguales como si son distintos.

IV.4.1.2. Método de las marcas y equivalencia con el procedimiento ZE

La propuesta más relevante de esta memoria es la mencionada en el Capítulo I acerca del método de las marcas desarrollado para una combinación lineal de *K* proporciones binomiales independientes. Análogamente a lo indicado en la sección I.4.3, el método de las marcas para *K*=2 consiste en resolver en z_{ZE}^2 o en λ la ecuación:

$$y = n + \left(B - 2\lambda\right)C - \sum R_i = 0 \ \text{ donde } \ C = z_{ZE}^2 / \left(\bar{L} - \lambda\right) \tag{4.16}$$

con $R_i^2 = n_i^2 + \beta_i^2 C^2 + 2 n_i b_i \beta_i C$ y $b_i = 1 - 2\bar{p}_i$ con i=1, 2. Cuando el objetivo es realizar el test (en cuyo caso λ es conocido), z_{ZE}^2 es la única solución $z_{ZE}^2 \neq 0$ de la ecuación (4.16) si $\bar{L} \neq \lambda$, en tanto que si $\bar{L} = \lambda$ se asume que z_{ZE}^2=0. Cuando el objetivo es obtener el IC $\lambda_I < L < \lambda_S$ (en cuyo caso es $z_{ZE}^2 = z_{\alpha/2}^2$ conocido), entonces λ_i son las únicas dos soluciones de la ecuación (4.16).

Esta metodología es equivalente a la del procedimiento ZE mencionado en la sección IV.3.1.2, ya que ambos se obtienen sustituyendo las proporciones desconocidas p_i por sus estimadores de máxima verosimilitud $\hat{p}_i$ bajo H_0, dando lugar a expresiones equivalentes tanto para el test como para el IC.

IV.4.1.3. Procedimiento y estimador A (incondicionado aproximado)

El estimador incondicionado aproximado fue desarrollado en la sección III.5.2 de modo general para K=2, por lo que las definiciones dadas en la expresión (4.7) son las mismas expresiones (3.35) y (3.36). Como puede suceder que $\widehat{p}_i$ sea un valor ilícito (es decir, que no esté comprendido entre 0 y 1), parece conveniente considerar que $\widehat{p}_i$=0 cuando $\widehat{p}_i$<0 y que $\widehat{p}_i$=1 cuando $\widehat{p}_i$>1, lo que da lugar a la versión Ab (frente a la versión Aa que se obtiene si no se impone tal condición).

Sustituyendo las proporciones desconocidas p_i por el estimador A, se obtiene como estadístico de contraste el siguiente:

$$\text{ZA: } z_{ZA}^2 = \frac{\left(\overline{L}-\lambda\right)^2}{\sum \beta_i^2 \widehat{p}_i \widehat{q}_i / n_i} \tag{4.17}$$

obteniendo por inversión del mismo el intervalo IC_{ZA}. Es algebraicamente fácil de comprobar que el estadístico (4.17) es el mismo de la expresión (4.12).

IV.4.1.4. Propiedades de equivalencia

Para que un procedimiento de test actúe coherentemente, es razonable exigirle que verifique tanto las propiedades de convexidad espacial y paramétrica (sección IV.3.1.4) como las propiedades de *equivalencia* siguientes: cualquier estadístico z^2 debe tomar el mismo valor al contrastar la hipótesis nula original H_0: $\beta_1 p_1+\beta_2 p_2=\lambda$, que al contratar las cuatro hipótesis nulas equivalentes $H_0' : -\beta_1 q_1 + \beta_2 p_2 = \lambda - \beta_1$, $H_0'' : \beta_1 p_1 - \beta_2 q_2 = \lambda - \beta_2$, $H_0''' : \beta_1 q_1 + \beta_2 q_2 = \beta_1 + \beta_2 - \lambda$ y $H_0^{iv} : p_1 + \left(\beta_2 / \beta_1\right) p_2 = \lambda / \beta_1$. Esto quiere decir que las cinco ternas (β_1, β_2, λ), ($-\beta_1$, β_2, $\lambda-\beta_1$), (β_1, $-\beta_2$, $\lambda-\beta_2$), (β_1, β_2, $\beta_1+\beta_2-\lambda$) y (1, β_2/β_1, λ/β_1) deben ocasionar el mismo valor del estadístico z^2.

En este capítulo, se ha propuesto un único estadístico –dado por la expresión (4.1)- descartando otras posibilidades que ofrece esta memoria o la literatura, pues todas ellas presentan alguna incoherencia relativa a las propiedades de convexidad espacial y/o convexidad paramétrica y a las propiedades de equivalencia actuales. Esto es lo que sucede con los estadísticos basados en la transformación logarítmica (Martín & Herranz, 2010) y en la transformación arco seno, pues es fácil ver que en ambos casos no se verifican las 4 propiedades de equivalencia (de hecho, la transformación logarítmica solo verifica una de las dos propiedades de convexidad espacial en el Caso R). Por ejemplo, en el caso de la transformación arco seno (cuya definición puede verse en la sección II.3.3), el estadístico de contraste para las hipótesis H_0 y H_0''' toma el valor $z_A^2 = 4n_1n_2\left\{(\alpha_2-\alpha_1)-(\gamma_2-\gamma_1)\right\}^2/(n_1+n_2)$, mientras que para las hipótesis H_0' y H_0'' toma el valor $z_A^2 = 4n_1n_2\left\{(\alpha_2+\alpha_1)-(\gamma_2+\gamma_1)\right\}^2/(n_1+n_2)$, siendo $\alpha_i = sin^{-1}\sqrt{p_i}$ y $\gamma_i = sin^{-1}\sqrt{p_i}$ en ambos casos. Adicionalmente se ha descartado el clásico estadístico chi-cuadrado pues los procedimientos que se obtienen a partir de él suelen tener en general un mal comportamiento (con la salvedad del procedimiento basado en el estimador $\hat{p}_i$, en cuyo caso χ_E^2 coincide con el procedimiento z_{ZE}^2), como se ha visto en los capítulos II y III de esta memoria.

Respecto de los estimadores, se ha excluido el estimador condicionado $\tilde{p}_i$ (correspondiente al procedimiento ZCa/b) pues los procedimientos que ocasiona tampoco verifican las 4 propiedades de equivalencia. Por ejemplo, para las ternas (β_1, β_2, λ), (β_1, β_2, $\beta_1+\beta_2-\lambda$) obtenidas a partir de las hipótesis H_0 y H_0''', las expresiones $\tilde{p}_i\tilde{q}_i$ son de la forma:

$$\tilde{p}_1\tilde{q}_1 = \frac{\beta_2 a_1 - n_2\lambda}{n_1\beta_2 - n_2\beta_1}\cdot\frac{\beta_2(y_1-x_2)-n_2\beta_1+n_2\lambda}{n_1\beta_2-n_2\beta_1}$$

$$\tilde{p}_2\tilde{q}_2 = \frac{-\beta_1 a_1 + n_1\lambda}{n_1\beta_2 - n_2\beta_1}\cdot\frac{\beta_1(x_1-y_2)+n_1\beta_2-n_1\lambda}{n_1\beta_2-n_2\beta_1}$$

en cambio, para las ternas ($-\beta_1$, β_2, $\lambda-\beta_1$), (β_1, $-\beta_2$, $\lambda-\beta_2$) obtenidas a partir de las hipótesis H_0' y H_0'', dichas expresiones son:

$$\tilde{p}_1\tilde{q}_1 = \frac{\beta_2(y_1+x_2)+n_2\beta_1-n_2\lambda}{n_1\beta_2+n_2\beta_1}\cdot\frac{\beta_2(x_1-x_2)-n_2\lambda}{n_1\beta_2+n_2\beta_1}$$

$$\tilde{p}_2\tilde{q}_2 = \frac{\beta_1(x_2 - x_1) + n_1\lambda}{n_1\beta_2 + n_2\beta_1} \cdot \frac{\beta_1(x_1 + y_2) + n_1\beta_2 - n_1\lambda}{n_1\beta_2 + n_2\beta_1}$$

de modo que el estadístico $z^2_{ZCa/b}$ toma valores distintos, no cumpliendo así las propiedades de equivalencia.

IV.4.1.5. Estadísticos basados en los datos incrementados

A menudo, por causa del mal comportamiento del método ZW0, conviene aplicar el procedimiento ZW a los datos incrementados en una cantidad h_i con i=1, 2. Como se ha citado en otros capítulos, son tradicionales los incrementos h_i=0,5 y h_i=1. Otras posibilidades son los incrementos propuestos en los capítulos anteriores, es decir, los Casos 3 y 4 de la sección IV.2.4. Aunque lo anterior es inicialmente aconsejado para el procedimiento ZW, nada impide que se haga igual para los demás procedimientos (como se propone en esta memoria).

A efectos prácticos, el Caso 4 es el de mayor dificultad cuando los datos observados están en la frontera del espacio muestral (es decir, cuando $\overline{p}_i$=0 o 1), pues entonces el valor de h_i es diferente según que se vaya a determinar el extremo inferior λ_I (caso de $\overline{L} > \lambda$) o el extremo superior λ_S (caso de $\overline{L} < \lambda$). Cuando $0<x_i<n_i$ para i=1 y 2, los Casos 3 y 4 proporcionan la misma solución. Adicionalmente, cuando α=5% los Casos 2 y 3 proporcionan prácticamente la misma solución pues $1{,}96^2/4 \approx 1$.

IV.4.1.6. Estadístico con corrección por continuidad

Siguiendo la argumentación de Haber reseñada en la sección I.4.4, el salto total del estadístico de contraste $\overline{L}$ es de $\sum|\beta_i|$, con lo que el salto promedio será de $c = \sum|\beta_i|/2(N-1)$ con $N = (n_1+1)\times(n_2+1)$ el número total de puntos del espacio muestral. Con ello, el estadístico Z con cpc será:

$$\text{Zc: } z^2_{Zc} = \begin{cases} \left\{|\overline{L}-\lambda|-c\right\}^2 \Big/ \sum \beta_i^2 p_i q_i / n_i & \text{si } |\overline{L}-\lambda| > c \\ 0 & \text{si } |\overline{L}-\lambda| \le c \end{cases} \tag{4.18}$$

En el caso particular del test de las marcas, el estadístico se obtiene cambiando el valor z^2_{ZE} de la expresión (4.16) por el valor $z^2_{ZEc}\left\{(\overline{L}-\lambda)/\left(|\overline{L}-\lambda|-c\right)\right\}^2$, siendo z^2_{ZEc}

el valor del estadístico de las marcas con cpc (la incógnita de la ecuación, en el caso del test). Similarmente, para el IC asociado al método de las marcas, basta cambiar el valor z_{ZE}^2 en la expresión (4.16) por el valor $z_{\alpha/2}^2\left\{\left(\bar{L}-\lambda\right)/\left(|\bar{L}-\lambda|-c\right)\right\}^2$ y determinar sus dos soluciones λ con $B^- \le \lambda_I \le \bar{L}-c$ y $\bar{L}+c \le \lambda_S \le B^+$.

IV.4.2. Aportaciones de tipo práctico

IV.4.2.1. Objetivo

Como se indicó en el Prólogo, la evaluación de los diferentes métodos de inferencia puede realizarse desde la perspectiva de los tests de hipótesis o desde la perspectiva de los IC, puesto que los dos enfoques son equivalentes (si se realizan al mismo error nominal α). En esta sección tal evaluación se efectuará desde la perspectiva de los test de hipótesis, pues ella permite una evaluación más cómoda que desde la perspectiva de los IC.

Los métodos de inferencia a evaluar son inicialmente los 35 indicados al final de la sección IV.2 (los métodos ZW0, ZW1, ZW2, ZW3, ZW4, ZN0,..., ZPb4), lo que incluye las propuestas más relevantes de la literatura; de ellos, 31 son métodos nuevos (los denominados por ZW, ZE, ZPa y ZPb con incrementos 1 al 4 y ZN, ZAa y ZAb con incrementos 0 al 4). Por tanto, el objetivo es seleccionar el método/s óptimo/s bajo los criterios que se especificarán.

IV.4.2.2. Descripción del estudio a realizar y de los criterios a emplear para la selección del método óptimo

Para efectuar la evaluación anterior se va a realizar un estudio del comportamiento de cada método en cada una de las siguientes combinaciones de los parámetros (α, n_i, β_i, λ):

- α=5% (aunque, en ocasiones también se contemplarán los valores del 1% y del 10%).
- n_i = 40, 60 y 100 con $n_1 \le n_2$. Se excluyen los casos $n_1 > n_2$ pues las hipótesis nulas H_0: $\beta_1 p_1 + \beta_2 p_2 = \lambda$ y H_0': $\beta_2 p_2 + \beta_1 p_1 = \lambda$ son equivalentes (cualquiera de los procedimientos descritos proporcionan igual valor del estadístico bajo ambas hipótesis).

- Las parejas (β_1, β_2) son las indicadas en la Tabla IV.2, habiendo sido seleccionadas de modo que verifiquen las siguientes condiciones:

Tabla IV.2

Combinaciones de tamaños muestrales (n_1, n_2), ternas (β_1, β_2, λ) y peso a asignar en las evaluaciones de los distintos métodos

n_1	n_2	β_1	β_2	λ	*Peso*	n_1	n_2	β_1	β_2	λ	*Peso*	n_1	n_2	β_1	β_2	λ	*Peso*
40	40	+3	+1	+0.5	2	40	100	+3	+1	+0.5	2	60	100	+3	+1	+0.5	2
				+1	2					+1	2					+1	2
				+2	1					+2	1					+2	1
		+5	+1	+0.5	2			+5	+1	+0.5	2			+5	+1	+0.5	2
				+1	2					+1	2					+1	2
				+2	2					+2	2					+2	2
				+3	1					+3	1					+3	1
40	60	+3	+1	+0.5	2			+1	+3	+0.5	2			+1	+3	+0.5	2
				+1	2					+1	2					+1	2
				+2	1					+2	1					+2	1
		+5	+1	+0.5	2			+1	+5	+0.5	2			+1	+5	+0.5	2
				+1	2					+1	2					+1	2
				+2	2					+2	2					+2	2
				+3	1					+3	1					+3	1
		+1	+3	+0.5	2	60	60	+3	+1	+0.5	2	100	100	+3	+1	+0.5	2
				+1	2					+1	2					+1	2
				+2	1					+2	1					+2	1
		+1	+5	+0.5	2			+5	+1	+0.5	2			+5	+1	+0.5	2
				+1	2					+1	2					+1	2
				+2	2					+2	2					+2	2
				+3	1					+3	1					+3	1

– Debe ocurrir que $\beta_i \neq 0$ con i=1 o 2, pues el caso de solo una proporción no es el objetivo actual y se trata aparte (ver el próximo capítulo).

– Debe ocurrir que $|\beta_1| \neq |\beta_2|$, pues el caso $|\beta_1|=|\beta_2|$ provocará las mismas conclusiones obtenidas en el Caso *d*. Esto es así pues las ternas (β_1, β_2, λ), ($-\beta_1$, β_2, $\lambda-\beta_1$), (β_1, $-\beta_2$, $\lambda-\beta_2$) y ($-\beta_1$, $-\beta_2$, $\lambda-\beta_1-\beta_2$) dan lugar al mismo valor del estadístico analizado, lo cual se debe a que las hipótesis nulas correspondientes son equivalentes (ver las propiedades de equivalencia de la sección IV.4.1.4).

– Debe ocurrir que β_1=1 o β_2=1 (si $n_1 \neq n_2$) o β_2=1 (si $n_1=n_2$) pues las ternas (β_1, β_2, λ), (1, β_2/β_1, λ/β_1) y (β_1/β_2, 1, λ/β_2) ocasionan hipótesis nulas que también son equivalentes.

– Por tanto, se contemplan sólo los casos con $\beta_i>0$, β_1=1 o β_2=1 (si $n_1 \neq n_2$) o

β_2=1 (si n_1=n_2) y $|\beta_1|\neq|\beta_2|$. En particular, la pareja (β_1, β_2)=(+1,+1) no se evalúa dado que, por ser equivalentes las hipótesis H_0: $\beta_1 p_1+\beta_2 p_2=\lambda$ y $H_0' : -\beta_1 q_1 + \beta_2 p_2 = \lambda - \beta_1$, sus conclusiones serán las del Caso *d*.

- Para cada pareja (β_1, β_2), λ tomará los valores $B^- = 0 \le \lambda \le B^+ = \beta_1 + \beta_2$. Como ya se indicó antes, la hipótesis nula H_0: $\beta_1 p_1+\beta_2 p_2=\lambda$ es equivalente a la hipótesis $H_0''' : \beta_1 q_1 + \beta_2 q_2 = \beta_1 + \beta_2 - \lambda$; de ahí que si se evalúa el valor λ no hace falta evaluar el valor $\beta_1+\beta_2-\lambda$. A cambio, a las salidas para $\lambda \neq (\beta_1 + \beta_2)/2$ hay que asignarle peso 2 en el cálculo de los promedios frente al peso 1 de las salidas con $\lambda = (\beta_1 + \beta_2)/2$. De ahí los valores λ a evaluar y los pesos indicados en la Tabla IV.2.

El proceso de obtención de datos consiste en realizar los siguientes pasos:

1. Seleccionar una combinación (α, n_1, n_2, β_1, β_2, λ, método z_X^2 a evaluar).

2. Construir la región crítica RC=$\{(x_1, x_2) \mid z_X^2 \ge z_{\alpha/2}^2\}$

3. Calcular el error real (tamaño) α^* del test mediante la expresión:

$$\alpha^* = \text{máx}_{A<p_1<B} \sum_{RC} \binom{n_1}{x_1}\binom{n_2}{x_2} p_1^{x_1}(1-p_1)^{n_1-x_1}\, p_2^{x_2}(1-p_2)^{n_2-x_2} \qquad (4.19)$$

en donde :

$$\begin{cases} A = \text{máx}\{0; (\lambda-\beta_2)/\beta_1\}, B = \text{mín}\{1; \lambda/\beta_1\} & \text{si } \beta_1\cdot\beta_2 > 0 \\ A = \text{máx}\{0; \lambda/\beta_1\}, B = \text{mín}\{1; (\lambda-\beta_2)/\beta_1\} & \text{si } \beta_1\cdot\beta_2 < 0 \end{cases} \text{ y } p_2 = \frac{\lambda - \beta_1 p_1}{\beta_2} \qquad (4.20)$$

siendo las cantidades A y B debidas a que $0\le p_i \le 1$ y $\lambda=\beta_1 p_1+\beta_2 p_2$. Tal y como sucedió en los capítulos anteriores, el recubrimiento real R para un valor fijado de p_1 viene dado por la expresión:

$$R(p_1) = \sum_{x_1=0}^{n_1}\sum_{x_2=0}^{n_2} \binom{n_1}{x_1}\binom{n_2}{x_2} p_1^{x_1}(1-p_1)^{n_1-x_1}\, p_2^{x_2}(1-p_2)^{n_2-x_2}\, I(x_1,x_2)$$

en donde $I(x_1,x_2)=1$ si $\lambda \in (\lambda_I, \lambda_S)$, el IC obtenido con la pareja (x_1, x_2), $I(x_1,x_2)=0$ en otro caso y p_2 el indicado en la expresión (4.20). Como el valor de p_1 es desconocido, el recubrimiento relevante viene dado por R^*= mín$_{A<p_1<B}$ $R(p_1)$=1−α^*.

4. Calcular el incremento del error real con respecto al error nominal $\Delta\alpha = \alpha - \alpha^*$. De nuevo hay que tener en cuenta que si $\Delta\alpha > 0$, el test será conservador (por lo que el IC también lo será y tendrá más recubrimiento que el nominal); por el contrario, si $\Delta\alpha < 0$ el test será liberal (por lo que el IC también lo será y tendrá menos recubrimiento que el nominal).

5. Calcular la potencia a largo plazo θ=(nº de puntos de la RC)×100/N, siendo N=(n_1+1)×(n_2+1) el nº total de puntos del espacio muestral. La conveniencia de la misma, frente a la potencia tradicional

$$\theta\left(p_1, p_2 \middle| \alpha\right) = \sum_{RC} \binom{n_1}{x_1}\binom{n_2}{x_2} p_1^{x_1}(1-p_1)^{n_1-x_1} p_2^{x_2}(1-p_2)^{n_2-x_2} \tag{4.21}$$

ya fue justificada en la sección II.6.2. Como en ocasiones anteriores, una mayor potencia a largo plazo es indicativo de una menor longitud media de los IC que se obtengan por inversión del test, en donde

$$l = \sum_{x_1=0}^{n_1}\sum_{x_2=0}^{n_2} \binom{n_1}{x_1}\binom{n_2}{x_2} p_1^{x_1}(1-p_1)^{n_1-x_1} p_2^{x_2}(1-p_2)^{n_2-x_2}\left(\lambda_S - \lambda_I\right) \tag{4.22}$$

6. Determinar en cada caso si hay o no un "fallo", es decir si $\Delta\alpha \leq$–4%, –2% o −1% para α=10%, 5% o 1% respectivamente. La conveniencia de esta definición fue reseñada también en la sección II.6.2.

7. Para cada método se construirá una tabla (como la Tabla AIV.1) que contemple los valores individuales de $\Delta\alpha$ y θ, así como la información de en qué circunstancias falla el método.

8. Por último, para cada combinación se calculará el nº total de fallos (F) y los valores medios de $\Delta\alpha$ ($\overline{\Delta\alpha}$) y de θ ($\overline{\theta}$).

Una vez obtenidos los resultados, la selección del método óptimo se realizará bajo los siguientes criterios:

(a) Se dará especial importancia al caso α=5% (por ser el error nominal más frecuente).

(b) Se descartarán los métodos con un excesivo número de fallos (pues con demasiada frecuencia son excesivamente liberales), mostrando preferencia por los métodos con menos fallos.

(c) Entre los métodos que queden, se eligen los que tengan un $\overline{\Delta\alpha}$ más cercano a 0 (es decir, los métodos con un error medio cercano al nominal). En caso de empate, se prefieren los métodos conservadores ($\overline{\Delta\alpha}$>0) a los liberales ($\overline{\Delta\alpha}$<0), para que así las significaciones sean fiables.

(d) Entre los métodos que queden, se prefieren los de mayor potencia.

IV.4.2.3. Selección del método óptimo sin cpc (α=5%)

La Tabla AIV.1 contiene los datos completos de todos los métodos (se omite el procedimiento ZAa, pues puede dar lugar a varianzas negativas). Globalmente se observa que:

- Respecto al número de fallos, el hecho de sumar una cantidad h_i es positivo únicamente en el caso del procedimiento ZW. El resto de procedimientos empeoran, salvo el ZPb que apenas varía.
- Los métodos basados en los estimadores exacto, de Newcombe y aproximado (ZEx, ZNx y ZAbx) son todos ellos muy malos pues, aunque tienen una buena potencia, son métodos demasiado liberales que dan lugar a demasiados fallos (de hecho lo primero es causa de lo segundo).
- El peor método de todos (como es tradicional) es el clásico método ZW0 de Wald.

La Tabla AIV.2 contiene el resumen de los datos de todos los métodos. Del análisis de la misma puede concluirse lo siguiente:

- La selección del método óptimo debe centrarse en los métodos con pocos fallos (4 o menos), es decir en los 11 primeros métodos de la tabla.
- Todos los métodos de tipo ZP deben descartarse por tener una potencia muy baja.
- De los tres restantes (ZW2, ZW3 y ZW4) puede afirmarse que el método ZW4 (que no tiene fallos) es mucho mejor que los ZW2 y ZW3 que, siendo iguales entre sí, tienen 4 fallos (aunque estos lo son por muy poco).

La conclusión es que el mejor método de todos es el ZW4, aunque los métodos ZW2 y ZW3 proporcionan también buenos resultados y tienen un comportamiento muy similar.

IV.4.2.4. Selección del método óptimo sin cpc de entre los seleccionados anteriormente y para los errores α=1%, 5% y 10%: evaluaciones general y detallada.

La Tabla AIV.3 contiene los datos completos de los métodos seleccionados en la sección anterior (ZW2, ZW3 y ZW4) para los tres errores analizados, en tanto que la Tabla AIV.4 contiene el resumen de los mismos. De ellas se deduce que:

- Para α=1%: el mejor método es el ZW3, que es similar al método ZW4 pero preferible a este (por ser algo más potente y muy poco más liberal). El método ZW2 es el peor de los tres.
- Para α=5%: el mejor método es el ZW4, el cual es mucho mejor que los otros dos (ZW2 y ZW3) que son similares entre sí.
- Para α=10%: el mejor método es el ZW2, que es similar al método ZW4 pero preferible a este (por ser algo más potente y muy poco más liberal). El método ZW3 es el peor de los tres.

De lo anterior se deduce que para los errores α=1%, 5% y 10% los métodos óptimos son los ZW3, ZW4 y ZW2 respectivamente, aunque el <u>método ZW4 puede ser considerado el mejor de modo global.</u>

Adicionalmente, con el fin de determinar más detalladamente en qué momento (en función de los tamaños muestrales n_i) es preferible un método u otro, la Tabla AIV.5 presenta el resumen de los resultados de los métodos seleccionados para cada pareja de tamaños de muestra (n_1, n_2) y para los tres errores citados (α=1%, 5% y 10%). A la vista de la misma se observa que:

- Para α=1%: se descarta inicialmente ZW2 pues tiene errores demasiado grandes, seleccionando ZW4 frente a ZW3 (a pesar de tener mejor potencia).
- Para α=5%: destaca el mejor comportamiento de ZW4 frente a ZW2 y ZW3 (que son prácticamente iguales).
- Para α=10%: en general ZW3 no tiene buena actuación pues tiene errores muy grandes a pesar de su buena potencia. Para tamaños pequeños (n_1=40), ZW2 es el método más adecuado tanto bajo el punto de vista del error como de la potencia, en tanto que para tamaños más grandes ($n_1\geq$60) es ZW4 el método óptimo.

De lo anterior se deduce que <u>los métodos óptimos</u> (que son siempre alguno de los propuestos en esta memoria) son:

- En general: el método ZW4 (pues tiene el mejor comportamiento).
- En particular: el método ZW4 para los errores α=1% y α=5%, así como para $n_1 \geq 60$ al error α=10%. En otro caso (para $n_1<60$ y α=10%) el óptimo es el método ZW2.

IV.4.2.5. Selección del método óptimo con/sin cpc. (α=5%)

Con el fin de ver si la aplicación de una cpc mejora el resultado del método ZW4 seleccionado, la Tabla AIV.6 presenta los datos completos del mismo en sus dos versiones sin y con cpc (métodos ZW4 y ZW4c) al 5%. De ella se deduce que el método óptimo sigue siendo el ZW4 (por ser más sencillo), ya que ninguno de los dos métodos presenta fallos y el comportamiento global es similar. Por lo tanto, la cpc no mejora la actuación del método y se mantienen las conclusiones de la sección anterior.

IV.5. CONCLUSIONES FINALES Y EJEMPLOS

IV.5.1. Método óptimo

Por todo lo reseñado en las secciones anteriores, para el caso de $|\beta_1| \neq |\beta_2|$ puede concluirse que todos los métodos clásicos de la literatura funcionan muy mal, siendo los métodos óptimos los indicados en el cuadro de abajo. Respecto del caso $|\beta_1| = |\beta_2|$, ya se indicó en la sección IV.4.2.2 que las conclusiones son las mismas que la del Caso *d*, con la salvedad de que la solución basada en la transformación arco seno solo es válida cuando $\beta_2 = -\beta_1$ (pues en otro caso no se verificaban las propiedades de equivalencia); de ahí lo indicado en el cuadro de más abajo. Obsérvese que todos los métodos seleccionados son nuevas aportaciones de esta memoria.

SELECCIÓN DEL MEJOR MÉTODO PARA K=2

Casos de $|\beta_1| \neq |\beta_2|$ y $\beta_1=\beta_2$

- De modo general: **ZW4** es el mejor método.
- De modo más particular: el método óptimo es **ZW4** cuando α=1% y 5% (así como para $n_1 \geq 60$ al error α=10%); para $n_1<60$ y α=10% el método óptimo es el **ZW2.**

Casos de $\beta_1=-\beta_2$

Proceder como en el caso de la diferencia (Capítulo II)

IV.5.2 Fórmulas aconsejadas para realizar inferencia cuando $|\beta_1| \neq |\beta_2|$ o $\beta_1=\beta_2$

IV.5.2.1. Método óptimo para n_I<60 y α=10%: *ZW2*

1) Incrementar todos los datos de ambos grupos (los éxitos y los fracasos) en 1.
2) El estadístico de contraste y el intervalo vienen dados, respectivamente, por las expresiones siguientes aplicadas a los datos incrementados anteriores:

$$z_{ZW}^2 = \frac{\left(\overline{L}-\lambda\right)^2}{\sum \frac{\beta_i^2 \overline{p}_i \overline{q}_i}{n_i}} \text{ y } L \in \overline{L} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\sum \frac{\beta_i^2 \overline{p}_i \overline{q}_i}{n_i}} \tag{4.23}$$

IV.5.2.2. Método óptimo para el resto de los casos (y también en general): ZW4

1) Incrementar todos los datos (los éxitos x_i y los fracasos y_i) en $z_{\alpha/2}^2/4$ si $0<x_i<n_i$ (i=1, 2) o, en otro caso, incrementarlos en

$$h_i = \begin{cases} \dfrac{z_{\alpha/2}^2}{2}.\dfrac{1+I_iK}{K} \text{ con } I_i = \begin{cases} 1 \text{ si } \overline{p}_i = (1+s_i)/2 \\ 0 \text{ en otro caso} \end{cases} \text{ para } \lambda_I \\ \dfrac{z_{\alpha/2}^2}{2}.\dfrac{1+S_iK}{K} \text{ con } S_i = \begin{cases} 1 \text{ si } \overline{p}_i = (1-s_i)/2 \\ 0 \text{ en otro caso} \end{cases} \text{ para } \lambda_S \end{cases} \text{ con } s_i = \begin{cases} +1 \text{ si } \beta_i > 0 \\ -1 \text{ si } \beta_i < 0 \end{cases}$$

2) El estadístico de contraste y el intervalo vienen dados de nuevo, por las expresiones (4.23) aplicadas a los datos incrementados anteriores.

IV.5.3. Ejemplo práctico

Tebbs and Roths (2008) aluden a los datos de un ensayo clínico multicéntrico (ver la Tabla I.3) cuyo fin era evaluar la eficacia de un régimen rebajado en sal en el tratamiento de bebés varones con diarrea aguda. A causa de que el nivel de participación es diferente, pues depende de la localización, una estimación natural de la proporción global es la media de las probabilidades de respuesta p_i en los K=6 lugares, i.e. $L=\Sigma\beta_i p_i$ con $\beta_i=n_i/\ \Sigma n_i$. Si se desea separar la inferencia acerca de la zona sudamericana (Brasil y Perú) del resto, entonces K=2 y $\beta_i=n_i/(n_1+n_2)$ para dicha zona. Los datos se muestran en la Tabla IV.3(a).

Aplicando el método ZW4 (en este caso equivalente al método ZW3 ya que $0<x_i<n_i$) para el cálculo del IC al 95% de confianza, entonces $z_{\alpha/2}^2/4=1{,}96^2/4=0{,}9604$ y el método de Wald de la expresión (4.23) debe aplicarse a los datos de la Tabla IV.3(b) . El resultado es $L\in$ (0,2700; 0,3996).

Tabla IV.3

Datos de un ensayo clínico multicéntrico

(a) Datos originales

Localización	*Tamaño de muestra (n_i)*	*Casos de fiebre (x_i)*	*Coeficientes (β_i)*
Brasil	107	32	107/199
Perú	92	34	92/199
Total	199	66	1

(b) Datos incrementados en 0,9604

Localización	*Tamaño de muestra (n_i)*	*Casos de fiebre (x_i)*	*Coeficientes (β_i)*
Brasil	108,9208	32,9604	107/199
Perú	93,9208	34,9604	92/199
Total	202,8416	67,9208	1

CAPÍTULO V

K=1 O EL CASO DE UNA PROPORCIÓN

V.1. INTRODUCCIÓN

Uno de los problemas más básicos de inferencia estadística es la obtención de un intervalo de confianza de dos colas para una proporción binomial p desconocida, así como la resolución de un contraste de hipótesis H_0: $p=\pi$, siendo π un valor conocido y dado de antemano. Igual que para otros parámetros, el caso de una proporción constituye un caso particular del caso general del Capítulo I: ahora K=1, $L=p$ y $\lambda=\pi$ (pues si H_0: $\beta_1 p_1=\lambda$, basta dividir por β_1 para obtener H_0: $p_1=\lambda/\beta_1=\pi$ y evitar el subíndice −que ya no tiene interés− haciendo $p_1=p$ y β_1=1). El objetivo actual es pues la realización de un test de dos colas sobre p (H_0: $p=\pi$ *vs.* H_1: $p\neq\pi$) o la obtención de un IC de dos colas para p.

En este caso, tendremos una única muestra de tamaño n, donde x (y) es el nº de individuos de entre los n que sí (no) presentan la característica aludida en el estudio. La variable aleatoria (x) sigue una distribución binomial $x \longrightarrow B(n, p)$ en donde p es la proporción (desconocida) de individuos de la población que presentan la característica.

Desde el punto de vista de las inferencias exactas, lo habitual de los libros de texto avanzados es recomendar el método de Clopper & Pearson (1934) basado en la inversión de un test de dos colas, con la ventaja de poder determinar el IC a partir de las tablas de la distribución F de Snedecor. Por razones de simplicidad de las fórmulas y del interés pedagógico de algunas de las soluciones, muchos autores abogan por resolver el problema de modo asintótico (Newcombe, 1998 b; Agresti & Caffo, 2000).

El objetivo de este capítulo es valorar los métodos asintóticos ya existentes y proponer nuevos métodos, evaluando comparativamente todos ellos.

V.2. NOTACIÓN

V.2.1. Generalidades y estadísticos base

Sea una variable aleatoria binomial $x \sim B(n,p)$ en donde p –la proporción desconocida– es el parámetro de interés. Sean $\bar{p}=x/n$ la proporción muestral, $q=1-p$ y $\bar{q}=1-\bar{p}$. Para contrastar H_0: $p=\pi$ *vs.* H_1: $p\neq\pi$ (con $0\leq\pi\leq 1$ ya que $0\leq p\leq 1$) es necesario seleccionar primeramente un estadístico de contraste de entre los cuatro que siguen, los cuales en adelante serán aludidos abreviadamente por el nombre en negrita que se indica:

Z: $$z_Z^2=\frac{(\bar{p}-\pi)^2}{p(1-p)} \qquad (5.1)$$

L: $$z_L^2=(ln\,\bar{p}-ln\,\pi)^2\,np/(1-p) \qquad (5.2)$$

G: $$z_G^2=np(1-p)\left(ln\frac{\bar{p}}{1-\bar{p}}-ln\frac{\pi}{1-\pi}\right)^2 \qquad (5.3)$$

A: $$z_A^2=4n\left(sin^{-1}\sqrt{\bar{p}}-sin^{-1}\sqrt{\pi}\right)^2 \qquad (5.4)$$

En cualquiera de los cuatro casos habrá que comparar el valor experimental del estadístico z_{exp}^2 (cualquiera de los cuatro anteriores: z_Z^2, z_L^2, z_G^2, z_A^2) con $z_{\alpha/2}^2$ (en donde $z_{\alpha/2}$ es el percentil $(1-\alpha/2)\times 100\%$ de la distribución normal típica). Para obtener el IC $(1-\alpha)$ para p se invierte el test despejando π en la ecuación $z_{exp}^2=z_{\alpha/2}^2$ (en todas las ocasiones se obtiene solución explícita más o menos sencilla).

V.2.2. Generalidades sobre las proporciones p_i

En los estadísticos Z, L y G, la proporción p desconocida debe ser sustituida por alguno de sus estimadores con el fin de que tengan utilidad práctica. En lo que sigue se describen los mismos y se pone en mayúsculas y negrita la letra abreviada que designará el procedimiento que proporciona cada estimación (letra que hay que añadir a la del estadístico Z, L o G utilizado).

La solución más habitual para estimar p (por su sencillez) consiste en utilizar el estimador clásico de máxima verosimilitud simple, es decir la proporción muestral, la cual no está restringida por H_0:

$$\textbf{W} \text{ (Wald): } \overline{p} = x/n \tag{5.5}$$

El estimador de p restringido por H_0 es el único posible y propuesto por Wilson (1927):

$$\textbf{E} \text{ (Wilson): } p=\pi \tag{5.6}$$

V.2.3 Procedimientos de inferencia que se obtienen con cada estimador

Cuando en las 3 expresiones (5.1), (5.2) y (5.3) se sustituye cada uno de los 2 estimadores aludidos en la sección anterior, se obtienen los 6 estadísticos z_{ZW}^2, z_{ZE}^2, z_{LW}^2, z_{LE}^2, z_{GW}^2 y z_{GE}^2, cada uno de los cuales da lugar a un procedimiento de test diferente. Al invertir el mismo, se obtiene un procedimiento de IC diferente. En ambos casos, el nombre del procedimiento es la unión de las letras de los estadísticos (Z, L y G) y estimadores (W y E) implicados en su definición; es por ello que los 7 procedimientos iniciales serán: ZW, ZE, LW, LE, GW, GE y A (en donde se ha añadido el procedimiento A que se obtiene a partir del estadístico z_A^2).

Sin embargo los procedimientos LW y LE deben omitirse pues presentan la dificultad de que actúan incoherentemente: el test para H_0: $p=\pi$ no da igual resultado que el test (equivalente) para H_0': $1-p=1-\pi$ (por lo que el IC para p tampoco es compatible con el IC para $1-p$). Teniendo en cuenta estas exclusiones, se obtienen finalmente 5 procedimientos en total.

V.2.4. Datos muestrales a utilizar y métodos que proporcionan

Las fórmulas anteriores pueden utilizarse en base a los datos x e y originales o en base a los datos originales incrementados en una cantidad h determinada ($x+h$, $y+h$, $n+2h$). Este incremento, como se ha venido comentando en capítulos anteriores, tiene su origen en los método "adjusted" Wald, cuyo objetivo es mejorar el comportamiento del método ZW, el cual se sabe que funciona muy mal (Ghost, 1979; Chen, 1990; Newcombe, 1998). Los valores posibles de h se denotan con el dígito (en negrita) que los identificará (el cual se añadirá a las letras descritas arriba):

0: h=0 (clásico)

1: h =0,5 (Woolf)

2: h =2 (Agresti & Coull)

3: h=$z_{\alpha/2}^2/2$ (Chen)

4: $$h=\begin{cases} \dfrac{z_{\alpha/2}^2(1+I)}{2} \text{ con } I=\begin{cases}1 \text{ si } \overline{p}=1\\ 0 \text{ si } \overline{p}\neq 1\end{cases} \text{ si } \overline{p}>\pi \\ \dfrac{z_{\alpha/2}^2(1+S)}{2} \text{ con } S=\begin{cases}1 \text{ si } \overline{p}=0\\ 0 \text{ si } \overline{p}\neq 0\end{cases} \text{ si } \overline{p}<\pi \end{cases}$$

5: $$\begin{cases}\text{Si } \overline{p}>\pi, \text{ sustituir } \overline{p} \text{ por } x/(n+1) \\ \text{Si } \overline{p}<\pi, \text{ sustituir } \overline{p} \text{ por } (x+1)/(n+1)\end{cases} \quad \text{(Barkowf)}$$

Existen otros posibles incrementos que se descartan aquí pues la literatura o nuestros propios datos, aludidos más adelante, han demostrado que no mejoran a los anteriores.

Cada uno de los 6 incrementos anteriores (0, 1, 2, 3, 4 y 5) puede aplicarse a cada uno de los 5 procedimientos definidos (ZW, ZE, GW, GE y A), dando lugar así a 30 métodos de inferencia distintos; en lo que sigue ellos serán notados por las letras del procedimiento y el dígito del incremento correspondiente: ZW0, ZW1, ZW2, ZW3, ZW4, ZW5,…, A5.

V.3. RESULTADOS DE LA LITERATURA: DE TIPO TEÓRICO

V.3.1. Métodos basados en el estadístico Z

V.3.1.1. Generalidad

Es de sobra conocido que si $x \to B(n,p)$, entonces la proporción muestral $\overline{p}=x/n$ converge en distribución a una normal, con media y varianza las indicadas a continuación:

$$\overline{p} \xrightarrow{d} N(p, pq/n)$$

Para contrastar la hipótesis H_0: $p=\pi$ *vs*. H_1: $p\neq\pi$ hay que comparar el valor experimental del estadístico z_Z^2 dado por (5.1) con $z_{\alpha/2}^2$ (como se indicó anteriormente). El IC (1–α) para p, que se obtiene por inversión del test, vendrá dado por las dos soluciones de la ecuación $z_{\alpha/2}^2=z_Z^2$.

Las expresiones, tanto del test como del IC, no tienen utilidad hasta que las proporciones p desconocidas sean sustituidas por una estimación de las mismas (como las reseñadas en la sección V.2.2).

V.3.1.2. Método clásico de Wald y métodos "adjusted" Wald

El procedimiento clásico de los libros de texto elementales consiste en sustituir p por la proporción muestral (estimador de máxima verosimilitud simple) dados por la fórmula (5.5), lo que da lugar al procedimiento ZW (clásico procedimiento de Wald, introducido por Wilson (1927) para el caso actual de p). Las expresiones siguientes aluden al estadístico y al IC que se obtiene por inversión del mismo:

$$\text{ZW: } z_{ZW}^2 = \frac{\left(\overline{p}-\pi\right)^2}{\overline{p}\left(1-\overline{p}\right)}n \tag{5.7}$$

$$\text{IC}_{\text{ZW}}\text{: } p \in \overline{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\overline{p}\left(1-\overline{p}\right)/n} \tag{5.8}$$

Diversos autores han comprobado que el clásico procedimiento ZW funciona mal (Ghost, 1979; Chen, 1990; Newcombe, 1998 b). La mejora tradicional consiste en utilizar el estadístico, no en base a los datos originales (método ZW0), sino en base a los datos incrementados en una determinada cantidad h, es decir en base a los datos (x+h, y+h, n+2h). En este contexto, Agresti & Coull (1998) propusieron incrementar los datos en una cantidad h=2 (basándose en las ideas de Wilson, 1927) y Chen (1990) propuso el incremento $h = z_{\alpha/2}^2/2$.

Por otro lado, Borkowf (2006) planteó un nuevo método "adjusted" Wald que garantizara una probabilidad de recubrimiento cercana a la nominal y cuyo IC fuera sencillo y fácil de interpretar y calcular. Para ello sugirió incrementar en uno los éxitos (x+1) en el caso de calcular el límite superior del IC_{ZW}, e incrementar en uno los fracasos (y+1) en el caso de calcular el límite inferior del IC_{ZW}, de forma que la proporción muestral tendrá el valor $\overline{p} = x/(n+1)$ para p_I y el valor $\overline{p} = (x+1)/(n+1)$ para p_S.

V.3.1.3. Método condicionado

Bajo la hipótesis nula H_0: $p=\pi$, Wilson (1927) propuso sustituir p por π dando lugar al estadístico de contraste y al IC siguientes:

$$\text{ZE: } z_{ZE}^2 = \frac{\left(\overline{p}-\pi\right)^2}{\pi\left(1-\pi\right)}n \tag{5.9}$$

$$\text{IC}_{\text{ZE}}\text{: } p \in \frac{n}{n+z_{\alpha/2}^2}\left\{\overline{p}+\frac{z_{\alpha/2}^2}{2n} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\left(\frac{z_{\alpha/2}}{2n}\right)^2+\frac{\overline{p}\left(1-\overline{p}\right)}{n}}\right\} \tag{5.10}$$

V.3.1.4. Estadístico Z con corrección por continuidad

Es conocida la necesidad de utilizar una corrección por continuidad (Cox, 1970) cuando se aproxima una variable binomial (discreta) a una normal (continua). Siguiendo la argumentación de Haber reseñada en II.3.1.6, el salto total del estadístico de contraste $\overline{p}$ es de 1 (pues toma valores entre 0 y 1) y, como tiene un total de n saltos ($0\leq x\leq n$), la cpc será la clásica c=1/2n. Con ello, Blyth & Still (1983) proponen el siguiente estadístico Z con cpc:

$$\text{Zc: } z_{Zc}^2 = \begin{cases} \dfrac{\left\{|\,\overline{p}-\pi\,|-c\right\}^2}{p\left(1-p\right)}\times n & \text{si} \quad |\,\overline{p}-\pi\,|>c \\ 0 & \text{si} \quad |\,\overline{p}-\pi\,|\leq c \end{cases} \tag{5.11}$$

El nuevo estadístico Zc proporciona los dos nuevos procedimientos ZWc y ZEc y los 6 métodos ZW*a*c y ZE*a*c, con *a* aludiendo a los incrementos de los Casos 0 al 5.

V.3.2. Métodos basados en el estadístico G

Otro tipo de estadístico desarrollado para el caso de una proporción es el estadístico G (de tipo logit), obtenido a partir de la transformación logarítmica de la odds $p/(1-p)$. En lugar de considerar la variable aleatoria $\overline{p}$, se contempla el logaritmo neperiano $ln\left\{\overline{p}/\left(1-\overline{p}\right)\right\}$ que se distribuye de manera aproximadamente normal con media y varianza las siguientes:

$$ln\left\{\overline{p}/\left(1-\overline{p}\right)\right\} \xrightarrow{d} N\left(ln\left\{p/\left(1-p\right)\right\}, 1/np\left(1-p\right)\right)$$

Para el caso de contrastar H_0: $p=\pi$, el estadístico apropiado viene dado por la expresión (5.3), la cual carece de sentido hasta que p sea sustituida por la estimación apropiada. Brown *et al.* (2001) proponen sustituir la proporción p desconocida de (5.3) por su estimador muestral, dando lugar al procedimiento GW. Por tanto, el estadístico de contraste y el IC obtenido por inversión del mismo tienen la forma:

$$\text{GW: } z_{GW}^2 = \left(ln\frac{\overline{p}}{\overline{q}} - ln\frac{\pi}{1-\pi} \right)^2 n\overline{p}\overline{q} \tag{5.12}$$

$$\text{IC}_{\text{GW}}\text{: } p \in \left[1 + \frac{\overline{q}}{\overline{p}} \left\{ exp\left(\pm \frac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{n\overline{p}\overline{q}}} \right) \right\}^{-1} \right]^{-1} \tag{5.13}$$

Anscombe (1956) sugiere, como en el caso de los métodos "adjusted" Wald, que el procedimiento GW se obtenga a partir de los datos incrementados en 0,5 (incremento también utilizado por Wolf, 1955, para el procedimiento LW del caso R).

V.3.3. Métodos basado en el estadístico A

Otra alternativa, basada en la transformación arco seno, es considerar la variable aleatoria $sin^{-1}\sqrt{\overline{p}}$. Como el estadístico, bajo H_0, se distribuye asintóticamente como una normal con media y varianza las siguientes:

$$sin^{-1}\sqrt{\overline{p}} \xrightarrow{d} N\left(sin^{-1}\sqrt{\pi}, 1/4n \right),$$

Ghosh (1979) propone el estadístico z_A^2 de la expresión (5.4) y el siguiente IC que obtiene por inversión del mismo:

$$\text{IC}_{\text{A}}\text{: } p \in sin^2 \left\{ sin^{-1}\sqrt{\overline{p}} \pm z_{\alpha/2} \big/ 2\sqrt{n} \right\} \tag{5.14}$$

Es habitual utilizar el procedimiento A con la transformación de Anscombe (1948), la cual consiste (como en los métodos "adjusted" Wald) en incrementar los datos en la cantidad h=3/8.

V.4. RESULTADOS DE LA LITERATURA: DE TIPO PRÁCTICO

V.4.1. Generalidades sobre los estudios de simulación

De manera similar a los capítulos anteriores, la mayoría de los autores plantean el problema de seleccionar el método óptimo desde el punto de vista de los IC. Para ello comparan el recubrimiento real R y la longitud media l de cada método de IC para un valor fijado de p, parámetros que vienen dados por las expresiones:

$$R = \sum_{x=0}^{n} \binom{n}{x} \pi^x (1-\pi)^{n-x} I(x) \tag{5.15}$$

$$l = \sum_{x=0}^{n} \binom{n}{x} \pi^x (1-\pi)^{n-x} \left(p_S - p_I\right) \tag{5.16}$$

en donde $I(x)$=1 si $p \in (p_I, p_S)$ e $I(x)$=0 en otro caso, en donde $p \in (p_I, p_S)$ alude al IC que se obtiene en el valor x utilizado. Dado que R es una probabilidad, se verifica que $0 \leq R \leq 1$. En general, se considera que un método de IC es óptimo (Blyth & Still, 1983; Newcombe, 1998 b) si se verifica que la probabilidad de recubrimiento R es cercana al valor nominal $1-\alpha$, que la anchura l del intervalo es pequeña y que es sencillo de utilizar.

Alternativamente, otros autores plantean la selección desde el punto de vista de los tests de hipótesis. Si el test asintótico se realiza a un error nominal de α, la RC que ocasiona estará formada por todos los puntos x en los que $z_{exp}^2 \geq z_{\alpha/2}^2$ y el error real del test α^* será:

$$\alpha^* = 100 \sum_{RC} \binom{n}{x} \pi^x \left(1-\pi\right)^{n-x} \tag{5.17}$$

Adicionalmente, la potencia $\theta(p|\alpha)$ para una alternativa p y un error α dados será:

$$\theta\left(p \mid \alpha\right) = \sum_{RC} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} .$$

Bajo este planteamiento, el método óptimo será aquel cuyo valor α^* sea más cercano a α (preferiblemente menor o igual) y cuya potencia sea lo mayor posible en la mayoría de las alternativas ensayadas.

V.4.2. Conclusiones de la literatura

Las principales conclusiones obtenidas a partir de las diversas comparaciones efectuadas por los distintos autores, pueden resumirse como sigue:

1) Ghosh (1979) valoró los métodos ZE0, ZW0 y A0 desde la perspectiva de los IC. Según sus resultados, para el caso de tamaños de muestra grandes, el recubrimiento de A0 es cercano al recubrimiento nominal, de forma más satisfactoria que con

ZW0. Numéricamente, esto se confirma para muestras de menor tamaño, observando en este caso que tanto ZE0 como A0 tienen un comportamiento similar, lo que hace que su distinción no sea muy clara. Para tamaños muestrales grandes, la actuación de A0 es un poco peor que con ZE0, que finalmente es el método óptimo aconsejado.

2) El estudio realizado por Böhning (1998) compara los métodos ZW0, ZE0, A0 y A1.5 (el procedimiento A con los datos incrementados en 3/8), sugiriendo inicialmente que tanto el método ZW0 como el A0 son inadecuados por su mal comportamiento en el borde del espacio muestral. Para tamaños de muestra pequeños, era de esperar la mala actuación de ZW0, siendo ZE0 el que mejores resultados aporta. En cuanto a los métodos A0 y A1.5, concluye que el segundo es mejor, pero que no supera al método ZE0.

3) Chen (1990) sugiere el método ZW3, el cual compara con los ZW0 y A0. El autor concluye que aunque el método A0 se comporta mucho mejor que el ZW0 (teniendo un recubrimiento más cercano al nominal), no supera al método óptimo ZW3.

4) Newcombe (1998 b) evalúa los métodos ZW0, ZW0c, ZE0 y ZE0c entre otros. Su conclusión inicial es la clásica: el método ZW0 es el más simple y ampliamente utilizado, aunque es demasiado liberal. Además observa que si se le añade una cpc, su comportamiento mejora en algunos aspectos, pero sigue siendo inadecuado (fallando demasiado en el borde del espacio muestral). Por el contrario, el método ZE0 tiene un recubrimiento cercano al nominal y, aunque en ocasiones se comporta de forma conservadora, es casi tan fácil de calcular como el ZW0 y su actuación es muy buena en todos los sentidos. Comparando ZE0 con ZE0c, advierte que ZE0c es demasiado conservador, por lo que elige como método óptimo al ZE0 (ya que ningún otro método de los que evalúa es capaz de superarle).

5) Brown *et al.* (2001) realizan un estudio completo de todos los métodos propuestos en la literatura hasta ese momento. Entre otros, valoraron los métodos ZW0, ZW2, ZE0, A0, GW0 y GW1. Los autores comprueban lo ya conocido (que ZW0 es muy conservador y debe ser descartado), que ZW2 tiene un recubrimiento bastante conservador para valores de p cercanos a 0 o a 1 y su comportamiento es comparable con el intervalo de Jeffreys (que utiliza como distribución a priori una distribución beta: Berger, 1985), que ZE0 y ZW2 tienen casi la misma longitud de

intervalo y su diferencia práctica no es relevante. Sin embargo, cuando n es pequeño, la longitud media de ZW2 es notablemente más grande que la de ZE0. Adicionalmente comprobó que el método A0 tiene un recubrimiento mayor que en los otros casos, que GW0 se comporta bien en términos de recubrimiento (pero el intervalo es innecesariamente largo) y que GW1 no tiene una buena actuación. En conclusión, la recomendación final de los autores es la siguiente: para tamaños de muestra pequeños ($n \leq 40$) debe utilizarse el método ZE0 (el de Jeffreys es muy similar y puede utilizarse indistintamente); para tamaños de muestra grandes ($n > 40$) el óptimo es el método ZW2 (que supera al ZE0 incluso en simplicidad).

6) Borkowf (2006) propone un nuevo método “adjusted” Wald (el ZW5) que compara con los métodos ZW0 y ZW3. Sus conclusiones son que el método ZW0 tiene un recubrimiento inferior al nominal cuando p es cercano a 0 o a 1, que el recubrimiento de ZW3 es el que más se estabiliza en torno al valor nominal, que ZW5 da niveles ligeramente inferiores al nominal para valores de p intermedios y por encima del nominal cuando p es cercano a 0 o a 1. En cuando a la longitud del intervalo, para p cercano al 0,5 el método óptimo aconsejado es el ZW3, mientras que para p cercano a 0 o a 1 el método óptimo aconsejado es el ZW5. Su conclusión final es que el método ZW5 es el mejor (siendo el método ZW3 una buena alternativa).

Adicionalmente, Newcombe (2011) y Newcombe & Nurminen (2011) defienden el método de las marcas (el de Wilson) por la razón ya señalada (y discutida) en el último párrafo de la sección II.4.2. De todos modos, su conclusión (que no se basa en un estudio amplio del problema) no entra en contradicción con las conclusiones del final de este capítulo (especialmente por cuanto estos autores no evalúan el método arcoseno).

V.5 APORTACIONES DE TIPO TEÓRICO

V.5.1. Test e intervalo de confianza para el procedimiento GE

Como se comentó en la sección V.3.2, Brown *et al.* (2001) sugieren el procedimiento GW. Nuestra propuesta actual es utilizar el procedimiento GE, cuyo estadístico de contraste e IC son los siguientes:

$$\text{GE: } z_{GE}^2 = \left\{ ln\left(\overline{p}/\overline{q}\right) - ln\left(\pi/(1-\pi)\right) \right\}^2 n\pi\left(1-\pi\right) \quad (5.18)$$

$$\text{IC}_{\text{GE}}\text{: } p\in\left[1+\frac{\overline{q}}{\overline{p}}\left\{exp\left(\pm z_{\alpha/2}\Big/\sqrt{n\pi(1-\pi)}\right)\right\}^{-1}\right]^{-1} \qquad (5.19)$$

V.5.2. Estadísticos basados en los datos incrementados

En las secciones V.3.1.2 y V.3.2 se indicó que, por causa del mal comportamiento de los procedimientos ZW y GW, la literatura ha sugerido incrementar los datos en una cantidad h que varía con el autor. La propuesta actual es utilizar el incremento del Caso 4 de la sección V.2.4, ya ampliamente comentado en los primeros capítulos, para todos los procedimientos de este capítulo.

La definición del Caso 5 presenta el inconveniente de que el valor n no siempre es sustituido por (n+1), lo cual entra en contradicción con la filosofía actual de esta memoria. Hemos comprobado que si el Caso 5 se modifica haciendo que el valor n sea siempre sustituido por el valor n+1, la nueva propuesta suele ofrecer mejores resultados que con la definición particular de Borkowf. De todos modos no se la incluye en lo que sigue pues sus resultados no son competitivos con los de los métodos que se seleccionarán.

V.5.3. Estadísticos A con corrección por continuidad

Para el estadístico A puede hacerse un razonamiento similar al realizado en la sección V.3.1.4 respecto del estadístico Z. Ahora el salto total del estadístico de contraste $sin^{-1}\sqrt{\overline{p}}$ es de 3,1416/2, con lo que el salto promedio será de c=3,1416/4n. Con ello, el estadístico A con cpc será:

$$\text{Ac: } z_{Ac}^2=\begin{cases}\left\{|\, sin^{-1}\sqrt{\overline{p}}-sin^{-1}\sqrt{\pi}\,|-c\right\}^2\times 4n & \text{si} \quad |\, sin^{-1}\sqrt{\overline{p}}-sin^{-1}\sqrt{\pi}\,|>c\\ 0 & \text{si} \quad |\, sin^{-1}\sqrt{\overline{p}}-sin^{-1}\sqrt{\pi}\,|\le c\end{cases} \qquad (5.20)$$

La argumentación no tiene interés en el caso del estadístico G (pues, como se verá, no da lugar a ningún procedimiento reseñable).

V.5.4. Equivalencia entre la evaluación de un método de obtención de intervalos de confianza y su método de test asociado

El mismo razonamiento que ha sido empleado en capítulos anteriores, puede ahora aplicarse al caso de una proporción. Tanto desde el punto de vista exacto como del asintótico, es habitual obtener el IC de dos colas mediante la inversión de un test de dos colas H_0: $p=\pi$ *vs.* H_1: $p\neq\pi$. Esto significa que la definición de un procedimiento puede hacerse desde las perspectivas del test o del IC y, además, que evaluar un procedimiento de IC es equivalente a evaluar su procedimiento de test asociado (si ambos se realizan al mismo error nominal α).

La demostración de tal equivalencia es similar a la desarrollada en otras ocasiones. El error real del test se calcula mediante la expresión (5.17), teniendo en cuenta que $RC=\left\{x \mid z_{exp}^2 \geq z_{\alpha/2}^2\right\}$. Como el IC se obtiene mediante la inversión del test, entonces cada observación x ocasiona un IC para p dado por $IC(p)$= $\left\{p_0 \mid z_{exp}^2\left(p_0\right)<z_{\alpha/2}^2\right\}$, con lo que el recubrimiento real será $\gamma^*=\sum_{x=0}^{n} P\left(x \mid H_0\right) \times I\left(x\right)$, en donde ahora $I(x)$=1 si $p \in IC\left(x\right)$ e $I(x)$=0 en otro caso. Como $p \in IC\left(x\right)$ cuando $z_{exp}^2\left(p\right)<z_{\alpha/2}^2$, entonces $I(x)$=1 si $x \notin RC$ y por tanto $\gamma^*=100 \times \sum_{\overline{RC}} P\left(x \mid H_0\right)$, con $\overline{RC}$ aludiendo al conjunto complementario del conjunto RC, y finalmente $\gamma^*=1-\alpha^*$. Esto quiere decir que calcular el incremento del error nominal respecto del real es equivalente a calcular el incremento del recubrimiento real respecto del nominal.

Finalmente, cuanto mayor sea la potencia θ del test, menor será la longitud media l del IC que ocasiona (y al revés).

V.6. APORTACIONES DE TIPO PRÁCTICO

V.6.1. Objetivo

Como se indicó en el Prólogo y en la sección anterior, la evaluación de los diferentes métodos de inferencia puede realizarse desde la perspectiva de los tests de hipótesis o desde la perspectiva de los IC. En esta sección tal evaluación se efectuará desde la perspectiva de los tests de hipótesis.

Los métodos de inferencia a evaluar son inicialmente los 30 indicados al final de la sección V.2 (los métodos ZW0, ZW1, ZW2, ZW3, ZW4, ZW5,…, ZE5, GW0,…, GE5, A0,…, A4 y A5), lo que incluye las propuestas más relevantes de la literatura. De ellos, <u>22 son nuevos métodos</u> (los denominados por ZW1 y ZW4; GW con incrementos

2,…,5; ZE y A con incrementos 1,…,5 y GE con incrementos 0,…,5). Adicionalmente, se han evaluado otros métodos nuevos de menor interés (ver la sección V.6.3). En todo caso, el objetivo es seleccionar el método/s óptimo/s bajo los criterios que se especificarán.

V.6.2. Descripción del estudio a realizar y de los criterios a emplear para la selección del método óptimo

Para efectuar la evaluación anterior, se va a realizar un estudio del comportamiento de cada método en cada una de las siguientes combinaciones de los parámetros (α, n, π):

- α=5% (aunque, ocasionalmente también se utilizarán los valores del 1% y 10%).
- n= 20, 40, 60, 80, 100 y 200.
- π= 0,05; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5. Se excluyen los casos π>0,5 pues las hipótesis nulas H_0: $p=\pi$ y H_0': $1-p=1-\pi$ son equivalentes (cualquiera de los procedimientos descritos proporcionan igual valor del estadístico bajo ambas hipótesis).

El proceso de obtención de datos consistirá en lo siguiente:

1. Seleccionar una combinación (α, n, π, método a evaluar).

2. Construir la región crítica RC=$\{x \mid z_{exp}^2 \geq z_{\alpha/2}^2\}$.

3. Calcular el error real α^* del test mediante la expresión (5.17) y el incremento del error nominal respecto del error real $\Delta\alpha = \alpha - \alpha^*$. De nuevo hay que tener en cuenta que si $\Delta\alpha > 0$, el test será conservador (por lo que el IC también lo será y tendrá más recubrimiento que el nominal); si $\Delta\alpha < 0$, el test será liberal (por lo que el IC también lo será y tendrá menos recubrimiento que el nominal).

4. Calcular la potencia a largo plazo θ=(nº de puntos de la RC)×100/N, siendo N=n+1 el nº total de puntos del espacio muestral. La conveniencia de la misma, frente a la potencia tradicional, ya fue justificada en la sección II.6.2.

5. Determinar en cada caso si hay o no un “fallo”, es decir si $\Delta\alpha \leq$–4%, –2% o −1% para α=10%, 5% o 1% respectivamente. La conveniencia de esta definición fue reseñada también en la sección II.6.2.

6. Para cada método se construirá una tabla (como la Tabla AV.1) que contemple los valores individuales de $\Delta\alpha$ y θ, así como la información de en qué circunstancias falla el método.

7. Por último, para cada combinación se calculará el nº total de fallos (F) y los valores medios de $\Delta\alpha$ ($\overline{\Delta\alpha}$) y de θ ($\bar{\theta}$). Como se han omitido los valores π>0,5, los cálculos anteriores se realizarán asignándole peso 1 al caso π=0,5 y peso 2 al resto de casos. Estas tablas resumen serán dobles: unas para n≤60 y otras para n≥80; la razón para ello es que hemos comprobado que las conclusiones varían fuertemente según sea la gama de n que se contemple.

Una vez obtenidos los resultados, la selección del método óptimo se realizará bajo los siguientes criterios:

(a) Se dará especial importancia al caso α=5% (por ser el error nominal más frecuente).

(b) Se descartarán los métodos con un excesivo número de fallos (pues con demasiada frecuencia son excesivamente liberales), mostrando preferencia por los métodos con menos fallos.

(c) Entre los métodos que queden, se eligen los que tengan un $\overline{\Delta\alpha}$ más cercano a 0 (es decir, los métodos con un error medio cercano al nominal). En caso de empate, se prefieren los métodos conservadores ($\overline{\Delta\alpha}$>0) a los liberales ($\overline{\Delta\alpha}$<0), para que así las significaciones sean fiables.

(d) Entre los métodos que queden, se prefieren los de mayor potencia. Aquí hay que tener en cuenta que si un método cualquiera A es más liberal que otro método B, entonces $\alpha < \alpha_B^* < \alpha_A^*$ y es esperable que $\theta_B < \theta_A$ (lo que no significa que A sea mejor método que B).

La selección se efectuará por fases, seleccionando primero el mejor método de cada familia (es decir, de cada procedimiento) y comparando al final entre sí todos los seleccionados.

Adicionalmente, la necesaria restricción de espacio que implica esta memoria nos impide presentar los resultados de todos los métodos comparados, restringiéndonos exclusivamente a los 30 métodos principales reseñados arriba (los restantes están disponibles para el lector que lo desee).

V.6.3. Selección del método óptimo de cada familia (en sus versiones sin cpc)

V.6.3.1. Selección entre los métodos de tipo Z (α=5%)

Una parte de la Tabla AV.1 contiene los datos completos de todos los métodos basados en el estadístico Z, en tanto que una parte de la Tabla AV.2 contiene el resumen de los mismos. A la vista de los resultados puede observarse que:

- Los métodos ZW0, ZW1, ZE2, ZE3 y ZE4 deben descartarse por su gran número de fallos. También se descartan los métodos ZW5 y ZE5 pues, aunque no tienen fallos, son demasiado conservadores y tienen poca potencia.
- Para $n\leq60$ los mejores métodos son, por este orden, los ZW2, ZW3 y ZW4 (todos ellos muy conservadores).
- Para $n>60$ se observa que el método ZE0 (ligeramente conservador) es mucho mejor que los métodos ZW2, ZW3 y ZW4 (que son muy conservadores e iguales entre sí), los cuales a su vez son mejores que el método ZE1 (que es liberal).

De lo anterior se deduce que una selección global aconseja descartar los métodos ZW4 (peor o igual que los ZW2 y ZW3, pero más complicado) y ZE1 (que no resulta seleccionado para $n\leq60$ y es el peor de los seleccionados para $n>60$).

La conclusión es que el mejor método de este grupo es ZW2 para tamaños de muestra $n\leq60$, seguido de ZW3. Para tamaños de muestra $n>60$, se selecciona ZE0 (seguido de ZW2 y ZW3, que son iguales entre sí).

V.6.3.2. Selección entre los métodos de tipo G (α=5%)

Una parte de la Tabla AV.1 contiene los datos completos de todos los métodos basados en el estadístico G, en tanto que una parte de la Tabla AV.2 contiene el resumen de los mismos. Puede observarse que todos los métodos G son peores que los seleccionados en el caso Z, pues los primeros tienen más error y/o menos potencia que los segundos. Aunque para $n>60$ los métodos GW1, GE2, GE3 y GE4 no son mucho peores que los métodos Z seleccionados, sí que son más complicados; de ahí que ningún método de tipo G sea seleccionado.

V.6.3.3. Selección entre los métodos de tipo A (*α=5%*)

Una parte de la Tabla AV.1 contiene los datos completos de todos los métodos basados en el estadístico A, en tanto que una parte de la Tabla AV.2 contiene el resumen de los mismos. De esta última se deduce que todos los métodos A son peores que los seleccionados en el caso Z por tener más error y menos potencia que ZW2 (en $n\leq60$) o ser más liberales que ZE0 sin ganar por ello en potencia (en $n>60$). A pesar de todo, si se permite algún fallo en el caso de $n\leq60$, el mejor de estos métodos es el A1, el cual es conservador para $n\leq60$ y algo liberal para $n>60$.

Adicionalmente se ha evaluado la Transformación de Anscombe en el estadístico arco seno (incrementar los datos en h=3/8), lo que hemos denominado anteriormente por Caso 1.5 (por encontrarse a mitad de camino entre los Casos 1 y 2) que proporciona el método **A1.5**. Por otro lado, en el caso del método A1.5 el estadístico original de Anscombe era:

AA: $z_{exp}^2 = \left\{ | sen^{-1}\sqrt{\bar{p}} - sen^{-1}\sqrt{\pi} \,| - c \right\} 4\left(n - 0.25\right)$

lo que da lugar al método **AA1.5**. Hemos comprobado que ninguna de las modificaciones anteriores logra mejorar la actuación del método seleccionado (solicitar los datos al autor).

V.6.4. Selección del método óptimo sin cpc de entre los mejores de cada familia (*α*=1%, 5% y 10%): caso general y evaluación detallada

Con el fin de comparar los métodos ZE0, ZW2, ZW3 y A1 seleccionados en la sección anterior y evaluarlos para los errores del 1%, 5% y 10%, se han obtenido las Tablas AV.3 y AV.4 que contienen los resultados completos y resumidos para los cuatro métodos, respectivamente (las tablas del 5% ya son conocidas, pero se las vuelve a incluir para facilitar las comparaciones). Analizando dichas tablas, puede observarse de modo general que:

- Para $n\leq60$, los mejores métodos son el A1 para $\alpha\leq5\%$ y el ZW2 para $\alpha=10\%$. De entre los sencillos, el mejor es el ZW3. Además, no debe utilizarse el método ZE0 pues puede tener muchos fallos.

- Para n>60, el mejor método es ZE0, seguido de A1. De entre los sencillos, el mejor vuelve a ser el ZW3.

Con el fin de evitar la excesiva globalización anterior y determinar más detalladamente en qué momento (en función del tamaño muestral n) es preferible un método u otro, las Tablas AV.5 y AV.6 presentan los resultados completos y el resumen de los mismos (respectivamente) para los cuatro métodos aludidos (ZE0, ZW2, ZW3 y A1), para n=10 (10) 100, 150, 200 y para los tres errores. A partir de ellas se observa que la selección de un método u otro en cada circunstancia no es totalmente estable, pero sí apuntan ciertas tendencias claras que pueden resumirse en lo que sigue:

- Para α=1%, el mejor método es el ZE0, seguido del A1 (aunque los métodos ZW2 y ZW3 van bien).
- Para α=5%, el mejor método es el A1, seguido de los ZW2 y ZW3 primero (que son similares) y del ZE0 después (que solo debe utilizarse para $n\geq 50$).
- Para α=10%, el mejor método es el A1 (salvo para $40\leq n\leq 70$), seguido de los ZW2 y ZW3 primero (que vuelven a ser similares) y del ZE0 después (que solo debe utilizarse para $n\geq 30$).

La conclusión global es por tanto que los métodos óptimos son el A1 (para α=5% o 10%) y el ZE0 (para α=1%), seguidos de cerca por los métodos ZW2 y ZW3 que son similares entre sí (de estos dos últimos, será preferible el ZW2 por ser el más sencillo). También conviene reseñar que, aunque de modo general el método ZE0 no va mal, el mismo solo debe aplicarse para $n\geq 50$.

V.6.5. Selección del método óptimo con/sin cpc de entre los cuatro métodos óptimos seleccionados (α=5%)

Con el fin de ver si la aplicación de una cpc mejora los resultados de los cuatro métodos seleccionados en la sección V.6.3, la Tabla AV.7 presenta los datos originales y la Tabla AV.8 el resumen de los mismos en sus dos versiones sin y con cpc (métodos ZW2, ZW3, ZE0, A1 en el caso de SIN cpc; métodos ZW2c, ZW3c, ZE0c y A1c en el caso de CON cpc) y a los errores del 1%, 5% y 10%. De ella se deduce que solo los métodos ZE0c y A1c mejoran respecto a su versión sin cpc para $n\leq 60$ (pues dejan de tener fallos), pero ello es a cambio de perder bastante potencia. De ahí que se mantengan las conclusiones de la sección anterior.

V.6.6. Verificación de los resultados de la literatura

La literatura ha analizado algunos de los métodos descritos anteriormente y establecido conclusiones acerca de su comportamiento absoluto o relativo a otros métodos. Aquí se trata de ratificarlas o criticarlas en base a nuestros datos (algunas conclusiones aparecen ya mencionadas en la sección V.4.2). Con tal fin aludiremos a la Tabla AV.9, que resumen los resultados de los métodos implicados. Comparativamente entre ellos (y sin tener mucho en cuenta su número de fallos) la conclusión es:

- Para $n \leq 60$: ZW2 > ZW3 > ZE0 > ZW5 > ZE0c > A0 > ZW0c > ZW0.
- Para $n > 60$: ZE0 > ZW2=ZW3 > ZW5 > <u>A0 > ZE0c > ZW0c</u> > ZW0 (los tres métodos subrayados son de diferenciación dudosa).
- Globalmente: ZE0, ZW2, ZW3 > ZW5 > ZE0c, A0, ZW0c > ZW0.

Las principales conclusiones de la literatura son las que siguen, las cuales se comentan si no se deducen directamente de las conclusiones especificadas arriba:

- Tanto Ghost (1979) como Böhning (1988) afirman que el método ZE0 es mejor que el A0, superando ambos al ZW0 (que es errático y no debe utilizarse): nuestros resultados son conformes con la afirmación.
- Blyth & Still (1983) y Newcombe (1998) indican que el método ZW0c es mejor que el ZW0, pero nuestros resultados indican que esto es cierto siempre. Los primeros autores también afirman que ZE0c es mejor que ZE0, mientras que el segundo afirma lo contrario: nuestro análisis avala la segunda afirmación.
- Blyth & Still (1983) también afirman que ZE0c es mejor que ZW0c. Nuestros resultados indican que eso es bien claro para el caso de $n \leq 60$, pero que no lo es tanto para $n > 60$.
- Según Newcombe (1998 b) el método ZE0 es mejor que los métodos ZW0 y ZWc: nuestros resultados son conformes con la afirmación.
- Según Chen (1990), el método ZW3 es mejor que el A0, que a su vez es mejor que el ZW0: nuestros resultados son conformes con la afirmación.
- Agresti & Coull (1998) abogan por el buen comportamiento de los métodos ZW3, ZW2 y ZE0: nuestros resultados son conformes con la afirmación.
- Borkowf (2006) indica que el método ZW5 es mejor que el ZW3: nuestros datos indican lo contrario.

Adicionalmente, Brown *et al.* (2001) afirman que los métodos GW0 y GW1 funcionan mal, y que el método A0 es peor que el A1.5, que a su vez es peor que los ZW2 y ZE0. Nuestros resultados de las secciones V.6.3.2 y 3 (con sus tablas) son conformes con lo anterior. Por otra parte, los mismos autores defienden que los métodos óptimos son ZE0 para $n\leq 40$ y ZW2 o ZE0 (que son iguales entre sí) para $n>40$. Nuestros resultados indican lo contrario en el caso de $n\leq 40$, así como que ZE0 algo mejor que ZW2 para $n>40$.

V.7. CONCLUSIONES FINALES Y EJEMPLOS

V.7.1. Método óptimo

Por todo lo reseñado en las secciones anteriores, pueden concluirse que todos los métodos clásicos de la literatura funcionan muy bien, siendo los métodos óptimos los reseñados en el cuadro de abajo. Obsérvese que <u>uno de los métodos seleccionados es una nueva aportación de esta memoria</u>.

SELECCIÓN DEL MEJOR MÉTODO PARA EL CASO DE UNA PROPORCIÓN

- α=1%: **ZE0** es el mejor método (pero es fiable de modo general cuando $n\geq 50$).
- α=5% o 10%: **A1** es el mejor método.
- En ambos casos (para cualquier α), puede emplearse el método **ZW2** pues, siendo solo un poco peor que los anteriores, es más sencillo.

V.7.2. Fórmulas aconsejadas para realizar inferencia

V.7.2.1. Método óptimo para $\alpha\geq 5\%$: *A1*

El estadístico de contraste y el IC viene dados por las expresiones (el incremento ya ha sido incluido en las mismas):

$$z_{A1}^2=\left\{sin^{-1}\sqrt{\frac{x+0.5}{n+1}}-sin^{-1}\sqrt{\pi}\right\}^2 4(n+1) \text{ y } p\in sin^2\left\{sin^{-1}\sqrt{\frac{x+0.5}{n+1}}\pm\frac{z_{\alpha/2}}{2\sqrt{(n+1)}}\right\}$$

V.7.2.2. Método óptimo para α=1% (válido también en general si n≥50): ZE0

El estadístico de contraste y el IC viene dados por las expresiones:

$$z_{ZE0}^2=\frac{\left(x-n\pi\right)^2}{n\pi\left(1-\pi\right)} \text{ y } p\in\frac{x+\frac{z_{\alpha/2}^2}{2}\pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{z_{\alpha/2}^2}{4}+\frac{x\left(n-x\right)}{n}}}{n+z_{\alpha/2}^2}$$

V.7.2.3. Método más sencillo y solo un poco peor que los anteriores: ZW2

El estadístico de contraste y el IC viene dados por las expresiones (el incremento ya ha sido incluido en las mismas):

$$z_{ZW2}^2=\frac{\left\{x+2-\left(n+4\right)\pi\right\}^2}{\left(n+4\right)\left(x+2\right)\left(n-x+2\right)} \text{ y } p\in\frac{\left(x+2\right)\pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\left(x+2\right)\left(n+2-x\right)}{n+4}}}{n+4}$$

V.7.3. Ejemplos prácticos

Newcombe (1998) cita varios ejemplos alusivos a un estudio realizado por Turnbull *et al.* (1992) sobre la prevalencia del VIH en la población de ex prisioneros de Inglaterra de 1990. De estos ejemplos seleccionamos dos, uno con un valor de *n* grande y otro con un valor de *n* pequeño. En el primero de ellos, se considera una muestra de 148 individuos toxicómanos (hombres y mujeres), de los que en 15 se han detectado anticuerpos positivos del VIH. En el segundo, se considera una muestra de 29 mujeres no toxicómanas, de las que solo 1 da positiva en el análisis de dichos anticuerpos. La Tabla V.1 muestra los intervalos de confianza para cada una de las muestras utilizando los tres métodos seleccionados.

Tabla V.1

Intervalos de confianza al 95% (en %) para una proporción *p*, calculada con los tres métodos óptimos (entre paréntesis se indica la amplitud del intervalo)

Método	ZW2	ZE0	A1
n=145 *x*=15	6,30 % - 16,51 % (10,21 %)	6,37 % - 16,37 % (10,00%)	6,16 % - 16,11 % (9,95%)
n=29 *x*=1	0,00 % - 18,90 % (18,90 %)	0,61 % - 17,18 % (16,57 %)	0,22 % - 15,48 % (15,26 %)

En ambos casos se observa que el método ZW2 (que es el más conservador) es el que proporciona unos IC más amplios, en tanto que el método A1 (que es el óptimo) es el que proporciona unos IC más estrechos. También se observa que los tres métodos proporcionan similares resultados cuando n es grande (n=145), pero que los mismos difieren bastante cuando n es pequeño (n=29). En este último caso, ya se ha dicho que el método ZE0 no es fiable (pues n<50), y ello a pesar de proporcionar un intervalo más amplio que el método óptimo A1 (que sí es fiable); por el contrario, el método ZW2 sí es fiable, pero ello ha sido a costa de proporcionar un IC bastante más amplio que el que proporciona el método A1.

CAPÍTULO VI

K=2 EN EL CASO ESPECIAL DE LA RAZÓN DEL PRODUCTO CRUZADO

VI.1. INTRODUCCIÓN

Como se ha indicado en capítulos anteriores, uno de los objetivos tradicionales en Ciencias de la Salud es la comparación de las dos proporciones de individuos p_i (i=1, 2) que presentan una característica de interés en dos poblaciones distintas, a cuyo fin lo más habitual es tomar dos muestras independientes de cada una de ellas. Para evaluar la relación entre ambas proporciones existen muy diversas medidas, pero las más frecuentes son $d=p_2-p_1$ (diferencia de proporciones), $R=p_2/p_1$ (cociente de proporciones) y $O=p_2q_1/p_1q_2$ (razón de producto cruzado u odds-ratio). El caso d fue abordado en el capítulo II, el caso R lo fue en el III, siendo el objetivo actual el caso O. En consecuencia, nuestro interés radica ahora en las inferencias asintóticas de dos colas sobre O (test H_0: $O=\theta$ *vs*. H_1: $O\neq\theta$ o IC para O).

Como se sabe, la odds-ratio es una de las medidas estadísticas y epidemiológicas más importantes, siendo el único parámetro del modelo condicionado (una distribución hipergeométrica generalizada). De hecho, es el mejor parámetro posible para medir la asociación en una Tabla 2×2, pues puede estimarse en cualquier tipo de estudio y su magnitud absoluta no varía al permutar filas entre sí, columnas entre sí o filas por columnas (cosa que no sucede con otros parámetros, como d o R).

Como se ha comentado en el Prólogo, el parámetro O no puede estimarse desde la perspectiva de una combinación lineal de proporciones (que es la planteada en esta memoria), pero conviene aludirlo aquí dado lo frecuente de su uso y su relación con el parámetro R cuando la prevalencia de la enfermedad es pequeña (que es lo usual). Este capítulo tiene pues la finalidad de recoger, resumir y discutir los métodos propuestos en la literatura acerca de las inferencias asintóticas sobre O.

La Tabla VI.1 presenta los datos obtenidos en este tipo de estudios, en donde de nuevo SÍ/NO alude a la presencia o ausencia de la característica que se estudia, x_i (y_i) al nº de individuos de entre los n_i (tamaño de muestra) que sí (no) presentan la característica, $a_1=\Sigma x_i$ ($a_2=\Sigma y_i$) al total de individuos que sí (no) presentan la característica y, finalmente, $n=\Sigma a_i=\Sigma n_i$ al tamaño total de la experiencia. Las dos variables aleatorias (x_i) siguen distribuciones binomiales independientes $x_i \to B(n_i, p_i)$, con $i=1,2$, en donde p_i es la proporción (desconocida) de individuos de la población i que presentan la característica en estudio.

Tabla VI.1

Tabla 2×2 para muestras independientes

Muestras	SÍ	NO	Total
1	x_1	y_1	n_1
2	x_2	y_2	n_2
Total	a_1	a_2	n

VI.2. NOTACIÓN

VI.2.1. Generalidades y estadísticos base

Sean dos variables aleatorias binomiales independientes $x_i \to B(n_i, p_i)$ con i=1 y 2 y $O = p_2q_1/q_2p_1$ el parámetro de interés (con las proporciones p_i desconocidas y q_i=1–p_i). Sea $\overline{O} = \overline{p}_2\overline{q}_1/\overline{q}_2\overline{p}_1$ la estimación muestral del parámetro poblacional O, con $\overline{p}_i=x_i/n_i$ las proporciones muestrales y $\overline{q}_i = 1-\overline{p}_i$. Para contrastar H_0: $O=\theta$ *vs.* H_1: $O\neq\theta$ (con $0\leq \theta \leq \infty$ ya que $0\leq p_i \leq 1$) es necesario seleccionar primeramente un estadístico de contraste de entre los siguientes (que en adelante será aludido abreviadamente por el nombre en negrita que se indica):

X: $$z_X^2 = \sum \frac{n_i\left(\overline{p}_i - p_i\right)^2}{p_iq_i} = \sum \frac{\left(x_i - n_ip_i\right)^2}{n_ip_iq_i} \tag{6.1}$$

L: $$z_L^2 = \frac{\left(ln\overline{O} - ln\theta\right)^2}{\sum \frac{1}{n_ip_iq_i}} = \frac{\left(ln\overline{O} - ln\theta\right)^2}{\sum\left\{\frac{1}{n_ip_i} + \frac{1}{n_iq_i}\right\}} \tag{6.2}$$

En cualquiera de los dos casos habrá que comparar el valor experimental del estadístico z^2_{exp} (z^2_X o z^2_L) con $z^2_{\alpha/2}$, en donde $z_{\alpha/2}$ es el percentil (1–α/2)×100% de la distribución normal típica. Para obtener el IC (1–α) para *O* se invierte el test despejando θ en la ecuación $z^2_{exp} = z^2_{\alpha/2}$. En algunas ocasiones la solución será explícita (y más o menos sencilla); en otras requerirá de un procedimiento iterativo.

VI.2.2. Estimadores de las proporciones p_i

En los dos estadísticos anteriores (X o L), y con el fin de que tengan utilidad práctica, las dos proporciones p_i desconocidas deben ser sustituidas por alguno de sus estimadores. En lo que sigue se describen los mismos y se pone en mayúsculas y negrita la letra abreviada que designará el procedimiento que proporciona cada estimador (letra que hay que añadir a la del estadístico X o L utilizado)

El estimador más simple y conocido es el estimador clásico de máxima verosimilitud simple (es decir, las proporciones muestrales):

$$\textbf{W}\text{ (Wald): } \bar{p}_i = x_i / n_i \tag{6.3}$$

El estimador de p_i restringido por H_0 es el obtenido por el método condicionado –Cornfield (1956)– o por el método incondicionado –Miettinen & Nurminen (1985)– dado por la única expresión:

E (Condicionado o Incondicionado): Si θ=1: $\hat{p}_1 = \hat{p}_2 = a_1/n$; en otro caso (si $\theta \neq 1$):

$$\begin{cases} \hat{p}_1 = \dfrac{(a_1 - n_2)\theta - (a_1 + n_1) + \sqrt{\{(a_1 - n_2)\theta - (a_1 + n_1)\}^2 + 4(\theta - 1)n_1 a_1}}{2n_1(\theta - 1)} \\ \hat{p}_2 = \dfrac{a_1 - n_1\hat{p}_1}{n_2} \end{cases} \tag{6.4}$$

VI.2.3. Procedimientos de inferencia que se obtienen con cada estimador

Cuando en las dos expresiones (6.1) y (6.2) se sustituye cada uno de los dos estimadores aludidos en la sección anterior, se obtienen cuatro estadísticos que dan lugar a los cuatro procedimientos de inferencia que notaremos por XW, XE, LW y LE respectivamente (la unión de las letras del estadístico y del estimador). Sin embargo, en lo que sigue se excluirán los procedimientos XW (pues su estadístico tiene un valor nulo) y LE (pues la literatura no suele aludirlo). Por ello, en este capítulo solo se considerarán 2 procedimientos (los XE y LW) que proporcionan dos estadísticos (los z_{XE}^2 y z_{LW}^2) y dos IC (los IC_{XE} e IC_{LW}).

VI.2.4. Datos muestrales a utilizar y métodos de inferencia que proporcionan

Las fórmulas anteriores pueden utilizarse en base a los datos originales (x_i, y_i) o en base a los datos incrementados en una cantidad determinada h_i, es decir en base a los datos (x_i+h_i, y_i+h_i, n_i+2h_i). Este incremento, como se ha comentado repetidamente en los capítulos anteriores, tiene su origen en los métodos "adjusted" Wald, cuyo objetivo no es otro que el de mejorar el comportamiento de los procedimientos basados en el estimador W. Los valores posibles de h_i se denotan con el dígito (en negrita) que los identificará (el cual se añadirá a las letras de los procedimientos descritos arriba):

0: h_i=0 (clásico)
1: h_i=0,5 (Woolf)

Cada uno de los 2 incrementos anteriores (0 y 1) puede aplicarse a cada uno de los 2 procedimientos de la sección anterior (XE o LW), dando lugar así a 4 métodos de inferencia distintos. En lo que sigue ellos serán notados por la letra del procedimiento y el dígito del incremento correspondiente: XE0, LW0 y LW1 (no se tendrá en cuenta el método XE1 ya que no es mencionado por la literatura).

VI.3. RESULTADOS DE LA LITERATURA

VI.3.1 Resultados de tipo teórico

VI.3.1.1. Métodos basados en el estadístico X

El clásico estadístico chi-cuadrado de Pearson dado por la expresión (2.22) fue propuesto por Cornfield (1956) para el Caso *O*, dando lugar al estadístico z_X^2 de la expresión (6.1). La fórmula anterior carece de sentido hasta que las p_i desconocidas sean sustituidas por la estimación apropiada restringida a la hipótesis nula. Bajo H_0: O=θ sucede que:

$$p_2 = \frac{\theta p_1}{1+(\theta-1)p_1}, \tag{6.5}$$

por lo que p_1 es el único parámetro desconocido. Desde el punto de vista condicionado (es decir, condicionando en que los éxitos siempre sumen el valor observado a_1), el estimador sugerido por Cornfield (1956) viene dado por la expresión (6.4). Alternativamente, desde el punto de vista incondicionado, Miettinen & Nurminen (1985) proponen el estimador de máxima verosimilitud bajo H_0 (sin condicionar en los marginales) dando la fórmula explícita para su cálculo:

$$\hat{p}_1 = \left[-B+\left(B^2-4AC\right)^{1/2}\right]/(2A) \text{ y } \hat{p}_2 = \hat{p}_1\theta/\left[1+\hat{p}_1(\theta-1)\right] \tag{6.6}$$

con $A=n_1(\theta-1)$, $B=n_2\theta+n_1-a_1(\theta-1)$ y $C=-a_1$. Se puede observar que la expresión (6.6) es idéntica a la expresión (6.4), por lo que los valores de $\hat{p}_1$ y $\hat{p}_2$ son los mismos bajo ambas perspectivas (de ahí que se use la misma notación). La clave de esta equivalencia está en la expresión $n_2(\overline{p}_2 - p_2) = -n_1(\overline{p}_1 - p_1)$ obtenida en la estimación de p_i tanto por el método condicionado ($a_1=x_1+x_2$) como por el método de máxima verosimilitud, por lo que aunque el análisis condicional en los marginales es admisible para O, este punto de vista no es necesario (Miettinen & Nurminen, 1985).

Con ello, las proporciones estimadas (independientemente del punto de vista utilizado) serán:

$$\begin{aligned} \hat{p}_1 &= \frac{1}{2n_1(\theta-1)}\left\{(a_1-n_2)\theta-(a_1+n_1)+\sqrt{\left\{(a_1-n_2)\theta-(a_1+n_1)\right\}^2+4(\theta-1)n_1a_1}\right\} \\ \hat{p}_2 &= \frac{1}{2n_2(\theta-1)}\left\{(a_1+n_2)\theta-(a_1-n_1)-\sqrt{\left\{(a_1+n_2)\theta-(a_1-n_1)\right\}^2+4(\theta-1)n_1a_1}\right\} \end{aligned} \tag{6.7}$$

donde $\hat{p}_2$ se obtiene sustituyendo en (6.5) el valor de $\hat{p}_1$ (con las dos excepciones indicadas entonces para el caso de θ=1).

En base a lo anterior, el estadístico $z_{XE}^2 = \sum\left(x_i - n_i\hat{p}_i\right)^2 / n_i\hat{p}_i\hat{q}_i$ puede ponerse en función de $\hat{p}_1$ (Miettinen & Nurminen proponen el mismo estadístico, pero multiplicado por $(n-1)/n$):

$$z_{XE}^2 = \left(x_1 - n_1\hat{p}_1\right)^2 \sum \frac{1}{n_i\hat{p}_i\hat{q}_i} = \frac{\left(x_1-n_1\hat{p}_1\right)^2}{\hat{p}_1\hat{q}_1}\left\{1/n_1 + \left[1+(\theta-1)\hat{p}_1\right]^2/n_2\theta\right\} \tag{6.8}$$

o bien en función de $\hat{p}_2$:

$$z_{XE}^2 = \left(x_2 - n_2\hat{p}_2\right)^2 \sum \frac{1}{n_i\hat{p}_i\hat{q}_i} = \frac{\left(x_2 - n_2\hat{p}_2\right)^2}{\hat{p}_2\hat{q}_2}\left\{1/n_2 + \left[1+\left(\theta-1\right)\hat{q}_2\right]^2 \Big/ n_1\theta\right\} \tag{6.9}$$

Si el objetivo es obtener el IC, basta con resolver en θ la ecuación $z_{XE}^2 = z_{\alpha/2}^2$ (Cornfield, 1956), obteniendo de modo iterativo las dos soluciones (θ_L, θ_U). Gart & Thomas (1982) señalan que un modo más simple consiste en utilizar la notación $n_i\hat{p}_i = \hat{x}_i$ y $n_i\hat{q}_i = \hat{y}_i$, de modo que la expresión $z_{\alpha/2}^2 = z_{XE}^2$ en función de $\hat{x}_1$ será:

$$z_{\alpha/2}^2 = \left(x_1 - \hat{x}_1\right)^2 \left\{\frac{n_1}{\hat{x}_1\left(n_1 - \hat{x}_1\right)} + \frac{n_2}{\left(a_1 - \hat{x}_1\right)\left(n_2 - a_1 + \hat{x}_1\right)}\right\}$$

$$= \left(x_1 - \hat{x}_1\right)^2 \left\{\frac{1}{\hat{x}_1} + \frac{1}{n_1 - \hat{x}_1} + \frac{1}{a_1 - \hat{x}_1} + \frac{1}{n_2 - a_1 + \hat{x}_1}\right\},$$

lo que proporciona una ecuación de cuarto grado en $\hat{x}_1$ de soluciones $\left(\hat{x}_{1L}, \hat{x}_{1U}\right)$. Trasladando dichas soluciones al parámetro θ en base a la expresión:

$$\theta = \frac{\left(a_1 - \hat{x}_1\right)\left(n_1 - \hat{x}_1\right)}{\hat{x}_1\left(n_2 - a_1 + \hat{x}_1\right)} \tag{6.10}$$

se consigue el intervalo deseado (θ_L, θ_U) para O.

VI.3.1.2. Métodos basados en el estadístico L

Otro estadístico bien conocido, propuesto por Woolf (1955), es el estadístico L basado en la transformación logarítmica. En lugar de considerar la variable aleatoria $\overline{O}$, se contempla su logaritmo neperiano $ln\,\overline{O} = ln\left(\overline{p}_2\overline{q}_1/\overline{q}_2\overline{p}_1\right)$, que se distribuye de modo aproximadamente normal con media y varianza las siguientes:

$$ln\,\overline{O} = ln\frac{\overline{p}_2}{1-\overline{p}_2} - ln\frac{\overline{p}_1}{1-\overline{p}_1} \xrightarrow{d} N\left(ln\,O, \frac{1}{n_1p_1q_1} + \frac{1}{n_2p_2q_2}\right)$$

Es por ello que para contrastar H_0: $O=\theta$, el estadístico apropiado viene dado por la expresión (6.2). Invirtiendo la misma se obtiene el IC siguiente:

$$\text{IC}_\text{L}:\; O \in \overline{O}\,exp\left\{\pm\, z_{\alpha/2}\sqrt{1/n_1p_1q_1 + 1/n_2p_2q_2}\right\}$$

Las expresiones anteriores, como en el caso del estadístico chi-cuadrado, no tienen utilidad hasta que las proporciones p_i desconocidas sean sustituidas por una estimación de ellas. Woolf propone el estimador de máxima verosimilitud simple dado por (6.3), obteniendo así el clásico procedimiento LW. El estadístico de contraste e IC serán por tanto los siguientes:

$$z_{LW}^2 = \left[ln\left(\bar{O} / \theta \right) \right]^2 \Big/ \sum \left\{ \frac{1}{x_i} + \frac{1}{n_i - x_i} \right\} \tag{6.11}$$

$$\text{IC}_{\text{LW}}\text{: } O \in \bar{O}\, exp \left\{ \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{n_1 - x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{n_2 - x_2}} \right\} \tag{6.12}$$

Es conocido que el procedimiento LW de Woolf tiene en general un mal comportamiento. Con el fin de mejorarlo, diversos autores han propuesto aplicarlo no en base a los datos originales (método LW0), sino en base a los datos incrementados en una cantidad h_i, dando lugar a los denominados métodos "adjusted" Woolf. El incremento más habitual es h_i=0.5 (método LW1) propuesto por Gart (1966) y evaluado en el trabajo de Gart & Thomas (1982). Agresti *et al.* (2008), en su artículo acerca de comparaciones múltiples (que no son objeto de esta memoria), mencionan para el Caso *O* un incremento propuesto por Agresti (1999) para el procedimiento LW; el mismo consiste en añadir a cada valor x_i (y_i) la cantidad $2n_i a_1 / n^2$ ($2n_i a_2 / n^2$), con i=1 o 2, pero este tipo de incremento solo se recomendaba en el caso de contar con algún dato nulo y para tamaños de muestra pequeños.

VI.3.1.3. Estadísticos con corrección por continuidad

Es conocida la necesidad de utilizar una cpc cuando se aproxima una variable discreta (como las actuales binomiales) a través de una variable continua. En el caso del estadístico chi-cuadrado, es habitual aplicar la clásica cpc de Yates, es decir c=0,5. Utilizando la expresión (6.1) se obtiene el estadístico:

$$z_{Xc}^2 = \begin{cases} \sum \left(| x_i - n_i p_i | - c \right)^2 \big/ n_i p_i q_i & \text{si } \; | x_i - n_i p_i | > c \\ 0 & \text{si } \; | x_i - n_i p_i | \le c \end{cases} \tag{6.13}$$

En particular, el procedimiento XEc fue propuesto inicialmente por Cornfield (1956), cuyo estadístico de contraste -utilizando la primera expresión de (6.8)- será de la forma:

$$z_{XEc}^2 = \begin{cases} \left(| x_1 - n_1 \hat{p}_1 | - c \right)^2 \sum 1 \big/ n_i \hat{p}_i \hat{q}_i & \text{si } \; | x_1 - n_1 \hat{p}_1 | > c \\ 0 & \text{si } \; | x_1 - n_1 \hat{p}_1 | \le c \end{cases} \tag{6.14}$$

VI.3.1.4. Estadísticos desde la perspectiva del $ln(O)$

Siqueira *et al.* (2008) trabajan tomando como referencia el parámetro $\psi = ln(O)$ y la hipótesis nula H_0: $\psi=\psi_0$, en donde $\psi_0 = ln(\theta)$ con nuestra notación. Utilizando el método de las marcas obtienen el siguiente estadístico de contraste:

$$W_u = \left(\frac{2a_2x_2 - hy_2}{2a_2 + h}\right)^2 \frac{n_2k^2 + n_1g^2\, exp(\psi_0)}{2a_2hn_1n_2\, exp(\psi_0)} \tag{6.15}$$

con $g=2a_2+h$, $k = 2a_2\, exp(\psi_0) + h$ y $h = \sqrt{b^2 + 4a_1d}$ donde $d = a_2\, exp(\psi_0)$ y $b = (n_2 - a_1)exp(\psi_0) + (n_1 - a_1)$. En el mismo estudio, Siqueira *et al.* obtienen también el siguiente estadístico W_e (que aluden como el estadístico de Wald):

$$W_e = \frac{(\bar{\psi} - \psi_0)^2}{n_1/x_1y_1 + n_2/x_2y_2} \text{ donde } \bar{\psi} = ln(\bar{O}) \tag{6.16}$$

VI.3.2. Resultados de tipo práctico

VI.3.2.1. Generalidades sobre los estudios de simulación

Al igual que en los casos anteriores, la mayoría de los autores plantean el problema de seleccionar el método óptimo desde el punto de vista de los IC. Para ello comparan el recubrimiento R y la longitud media l da cada método de IC para unos valores fijados de p_i (i=1, 2), parámetros que vienen dados por las expresiones:

$$R = \sum_{x_1=0}^{n_1}\sum_{x_2=0}^{n_2}\binom{n_1}{x_1}\binom{n_2}{x_2}p_1^{x_1}(1-p_1)^{n_1-x_1}\, p_2^{x_2}(1-p_2)^{n_2-x_2}\, I(x_1,x_2) \tag{6.17}$$

$$l = \sum_{x_1=0}^{n_1}\sum_{x_2=0}^{n_2}\binom{n_1}{x_1}\binom{n_2}{x_2}p_1^{x_1}(1-p_1)^{n_1-x_1}\, p_2^{x_2}(1-p_2)^{n_2-x_2}\, (O_S - O_I) \tag{6.18}$$

en donde $I(x_1, x_2)$=1 si $O \in (O_I, O_S)$ -el IC obtenido con la pareja (x_1, x_2)- e $I(x_1, x_2)$=0 en otro caso. Dado que R es una probabilidad, entonces $0 \leq R \leq 1$. Se considera, como es habitual, que un método de IC es mejor cuanto menor sea su longitud l y cuanto más cercano sea su recubrimiento real R al recubrimiento nominal de $1-\alpha$. Adicionalmente, es aconsejable la simplicidad del IC, es decir que sea fácil de recordar, de calcular, de entender y de presentar.

VI.3.2.2. Conclusiones de la literatura

Las principales conclusiones obtenidas a partir de las diversas comparaciones efectuadas por los distintos autores, pueden resumirse como sigue:

1) Gart & Thomas (1982) evalúan los métodos XE0 y LW1 (además de uno erróneo de Miettinen). Los autores observan que el método LW1 tiene un recubrimiento, en general, superior al recubrimiento nominal y en el caso de que O>1 tiende a subestimar el límite superior del intervalo. En cuando al método XE0, el mismo se comporta mucho mejor que el anterior (para cualquier valor de O) y alcanza uniformemente el recubrimiento nominal. Es por ello que concluyen que el método óptimo estándar para cualquier caso es el XE0.
2) Lui & Lin (2003) evalúan los métodos LW0, LW1, XE0 y XE0c, observando que el método XE0c es demasiado conservador y puede perder eficacia (especialmente cuando los tamaños de muestra no son grandes), mientas que el método XE0 tiene un comportamiento bastante bueno (tanto por el recubrimiento como por la longitud del intervalo). Su conclusión final es que cuando los tamaños de muestra son pequeños o los valores de p_i extremos (muy pequeños o muy grandes), es preferible el método XE0; mientras que para tamaños de muestra grandes o valores de p_i cercanos a 0,5, el método óptimo es el LW1.
3) Lawson (2004) compara varios métodos exactos o asintóticos (los métodos XE0, XE0c, LW0 y LW1 en el último caso). Sobre estos últimos comprueba que: (i) El método XE0 tiene mejor comportamiento sin cpc, ya que XE0c es demasiado conservador (aunque provoca buenos IC en cuanto a su anchura, siempre que ningún dato sea nulo); (ii) El método LW1 produce intervalos de longitud adecuada y, aunque en términos de recubrimiento no es el mejor, el método es preferible para valores pequeños de O (con la ventaja añadida de su sencillez); (iii) En general, el mejor método es el XE0.
4) Siqueira *et al.* (2008) concluyen que los métodos XE0 y LW0 son muy similares, pero su evaluación está basada en muy grandes muestras (que es donde casi

cualquier método tendrá un buen comportamiento) y en el caso del test de no inferioridad.

VI.4. APORTACIONES

VI.4.1. Aportaciones de tipo teórico

En la sección IV.3.1.4 se han mencionado dos nuevos estadísticos de contraste W_e y W_u, obtenidos por Siqueria *et al.* (2008) desde la perspectiva del parámetro *ln*(*O*). Sin embargo ninguno de ellos es novedoso, ya que se trata de alguno de los estadísticos ya conocidos por la literatura (y definidos en este capítulo).

Por un lado, el estadístico W_u no es otro que el clásico estadístico z_{XE}^2 propuesto por Cornfield (1956) y por Miettinen & Nurminen (1985) y contemplado en la sección VI.3.1.1, aunque en un formato bastante distinto (que es lo que los confunde). Para ver esto, basta con tener en cuenta en la expresión (6.15) que $h = 2n_1\hat{p}_1(\theta - 1) + 2a_1$, $k = 2(n - a_1)\theta + 2a_1 + 2n_1\hat{p}_1(\theta - 1)$ y $g = 2n + 2n_1\hat{p}_1(\theta - 1)$; realizando operaciones puede verse que el primer factor de (6.15) es el primer factor de (6.8) (y de igual modo con el segundo factor). En el caso del estadístico W_e, este no es otro que el estadístico z_{LW}^2 de Woolf, comentado en la sección VI.3.1.2: las expresiones (6.16) y (6.11) son iguales. Por tanto, los estadísticos W_u y W_e no son más que los viejos estadísticos z_{XE}^2 y z_{LW}^2 de los métodos XE0 y LW0, respectivamente.

Siqueira *et al.* (2008) confirman con sus resultados que el método que proporciona el estadístico W_e (LW0) y el método que proporciona el estadístico W_u (XE0) tienen un comportamiento similar. En nuestra opinión su conclusión está fuertemente influenciada por el hecho de que su trabajo se centra en el test de no inferioridad y, sobretodo, por los elevados tamaños de muestra considerados en la mayoría de los casos.

VI.5. CONCLUSIONES FINALES Y EJEMPLOS

VI.5.1. Método óptimo

Por todo lo reseñado en las secciones anteriores, pueden concluirse que en la literatura hay común acuerdo acerca de cuales son los métodos óptimos. El cuadro de abajo muestra la conclusión más aceptada.

SELECCIÓN DEL MEJOR MÉTODO PARA EL CASO DE LA RAZÓN DE PRODUCTO CRUZADO

- De modo general: **XE0** es el mejor método.
- Alternativamente, con grandes muestras puede emplearse el método **LW1** (por ser más sencillo que el XE0 y funcionar bien en ese caso).

VI.5.2. Fórmulas aconsejadas para realizar inferencia

VI.5.2.1. Método óptimo en general: XE0

1) El estadístico de contraste viene dado por la expresión:

$$z_{XE0}^2 = \frac{\left(x_1 - n_1\hat{p}_1\right)^2}{\hat{p}_1\hat{q}_1}\left\{1/n_1 + \left[1+(\theta-1)\,\hat{p}_1\right]^2 / n_2\theta\right\} \tag{6.19}$$

con $\hat{p}_1$ el estimador de máxima verosimilitud dado por:

$$\hat{p}_1 = \begin{cases} a_1/n & \text{si } \theta = 1 \\ \dfrac{(a_1-n_2)\theta-(a_1+n_1)+\sqrt{\left\{(a_1-n_2)\theta-(a_1+n_1)\right\}^2+4(\theta-1)n_1a_1}}{2n_1(\theta-1)} & \text{si } \theta \neq 1 \end{cases}$$

2) Si el objetivo es obtener el IC, calcular por métodos iterativos las dos soluciones θ de la ecuación $z_{XE0}^2 = z_{\alpha/2}^2$.

VI.5.2.2. Método más sencillo, casi tan bueno como el anterior (especialmente para grandes muestras): LW1

1) Incrementar todos los datos de ambos grupos (los éxitos y los fracasos) en 0,5.
2) El intervalo y el estadístico de contraste vienen dados, respectivamente, por la expresiones siguientes aplicadas a los datos incrementados anteriores:

$$O \in \bar{O}\,exp\left\{\pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{n_1-x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{n_2-x_2}}\right\} \text{ y } z_{LW1}^2 = \frac{\left[ln\left(\bar{O}/\theta\right)\right]^2}{\sum\left\{\dfrac{1}{x_i}+\dfrac{1}{n_i-x_i}\right\}} \tag{6.20}$$

VI.5.3. Ejemplo práctico

Lui & Lin (2003) citan un ejemplo proveniente del estudio realizado por Fleiss (1979) para los datos hipotéticos que aparecen en la Tabla VI.2, en la que se consideran dos muestras de igual tamaño para el grupo de casos y del grupo control (n_1=n_2=50). Para los datos observados, $\overline{p}_1$=20/50=0,4 y $\overline{p}_2$=10/50=0,2 son las proporciones muestrales de individuos expuestos al factor de riesgo en cada uno de los grupos, obteniendo una odds-ratio muestral de $\overline{O} = 0,375$.

Tabla VI.2

	Factor de Riesgo		
Muestras	Expuestos	No expuestos	Total
Casos	20	30	50
Control	10	40	50
Total	30	70	100

Si el objetivo es obtener un IC al 95% para el verdadero parámetro poblacional O, el método óptimo XE0 aplicado a estos datos −fórmula (6.19)− da $O\in$(0,1554; 0,9072).

Alternativamente, puede emplearse el método LW1. Reconvirtiendo los datos en x_1=20,5, n_1=51, x_2=10,5 y n_2=51 y aplicando la expresión (6.20), el intervalo que se obtiene es $O\in$(0,1600; 0,9298). La relativamente fuerte discrepancia con el anterior (especialmente en el extremo superior) se debe a que los tamaños de muestra son pequeños.

CONCLUSIONES

Las inferencias de dos colas sobre una combinación lineal de K proporciones binomiales independientes son muy frecuentes en investigación aplicada, especialmente en el ámbito de las Ciencias de la Salud. Como se indicó en el Prólogo, el objetivo de esta memoria era doble: (i) Proponer nuevos métodos asintóticos de tipo clásico para la realización de tales inferencias; (ii) Seleccionar los métodos óptimos de entre las nuevas propuestas y las proporcionadas por la literatura (con énfasis especial en los métodos de menor intensidad de cómputo). En esta memoria se han efectuado aportaciones sobre los casos generales de K>2 (más de dos proporciones), K=2 (diferencia, cociente y combinación de dos proporciones) y K=1 (una proporción); adicionalmente, y fuera del marco anterior, se ha analizado el caso de la razón de producto cruzado. En todos los casos se han considerado tanto los aspectos teóricos como los aspectos prácticos.

Las aportaciones más relevantes de esta memoria son las siguientes:

1. Definición del método de las marcas para una combinación lineal de K proporciones binomiales independientes, método que para K=1 o 2 es equivalente a los ya conocidos.
2. Demostración de que el clásico método "adjusted" Wald de Agresti y otros (que es de tipo heurístico) es en realidad una aproximación del método de las marcas (pues el centro del intervalo del primero es aproximadamente igual al centro del intervalo de segundo). Adicionalmente, se propone una modificación del método que mejora casi siempre los resultados (y que es equivalente a la anterior si los datos observados no están en la frontera del espacio muestral).
3. Generalización de los métodos de Peskun (1993), Newcombe (1998) y del arco seno, que han sido definidos por la literatura solo para unos pocos casos particulares, a todos los casos estudiados en esta memoria (los dos primeros) o a todos los casos de K=1 o 2 (el tercero).
4. Definición de la corrección por continuidad a emplear en algunos de los estadísticos estudiados.
5. Definición (caso de K=2) de un nuevo estimador incondicionado de las proporciones desconocidas p_i (bajo la hipótesis nula) que, siendo una aproximación del estimador incondicionado de máxima verosimilitud, coincide con el estimador condicionado en

el caso de la diferencia de proporciones y da lugar a un método óptimo en el caso del cociente.

6. Justificación y verificación de que cualquier estadístico de contraste debe verificar determinadas propiedades de coherencia: las aquí denominadas propiedades de convexidad espacial y paramétrica.
7. Justificación de la equivalencia entre la evaluación de un método de test de hipótesis y un método de obtención de intervalos de confianza (si el segundo se obtiene por inversión del primero).
8. Determinación del método de inferencia asintótico óptimo en cada uno de los casos y obtención de las fórmulas explícitas para el test y el intervalo de confianza (cuando esto es posible), información que puede encontrarse al final de cada capítulo de esta memoria. Las conclusiones se han obtenido mediante la evaluación de cientos de métodos (la mayoría de ellos nuevos) o, en el caso del Capítulo VI, mediante la discusión de las afirmaciones de la literatura. La siguiente tabla resume el número de métodos evaluados, el número de ellos que son nuevas aportaciones y los métodos seleccionados en cada caso.

Caso	*Nº de métodos evaluados*	*Nº de métodos nuevos*	*Métodos seleccionados (en* ***negrita*** *los que son* ***nuevos****)*
$K \geq 3$	20	17	▪ **E0** (salvo que $n_i \leq 10$, $\forall i$). ▪ **W3** en otro caso (y como alternativa más sencilla a E0, aunque algo peor). ▪ **Pa0** si se desea un método que no falle casi nunca.
K=2: DIFERENCIA DE PROPORCIONES	75	64	Caso general: ▪ **AE1** (requiere de procedimientos iterativos). ▪ **ZW4** alternativa más sencilla (aunque algo peor). Caso de un contraste (δ=0): ▪ ZE0c (**ZE3c**) para α=1% o 5% con n_i distintos (iguales). ▪ **ZE3** para α=10%.
K=2: COCIENTE DE PROPORCIONES	150	137	▪ **ZAb1**. ▪ **ZW4** alternativa más sencilla (aunque algo peor).
K=2: RESTO DE CASOS	35	31	Caso de $\lvert\beta_1\rvert \neq \lvert\beta_2\rvert$ ó $\beta_1=\beta_2$: ▪ **ZW4** de modo general y de modo más particular cuando α=1% o 5% (así como para $n_1 \geq 60$ y α=10%). ▪ **ZW2** para $n_1<60$ y α=10%. Caso de $\beta_1=-\beta_2$: ▪ Proceder como en el caso de la diferencia.
K=1: UNA PROPORCIÓN	30	22	▪ ZE0 para α=1%. ▪ **A1** para α=5% o 10%. ▪ ZW2 alternativa más sencilla (aunque un poco peor que los dos anteriores).

9. Construcción y colocación en la red de un programa gratuito (http://www.ugr.es/local/bioest/Z_LINEAR_K.EXE) que permite aplicar el método de las marcas a cualquier valor de *K* del caso lineal (test o intervalo de confianza).

Adicionalmente, conviene efectuar un análisis global acerca de los métodos óptimos seleccionados (que se aluden en la aportación número 8 anterior). Puede observarse que:

a) El método óptimo no es sistemáticamente el mismo en todos los casos lineales analizados ($K\geq3$, $K=2$ –en sus tres versiones de la diferencia, razón y combinación general– y $K=1$).
b) El reconocido método de las marcas (E0 en $K\geq3$ y ZE0 en $K\leq2$) es el mejor solo cuando $K\geq3$ (y cuando $K=1$ si el error objetivo es pequeño), teniendo muy mal comportamiento en el caso de $K=2$.
c) De modo general, el método "adjusted" Wald definido en esta memoria (E4 en $K\geq3$ y ZE4 en $K\leq2$, es decir, aplicar la fórmula de Wald a los datos incrementados en una cantidad que generalmente es de $z_{\alpha/2}^2/2K$) es siempre una buena y sencilla opción, aunque casi nunca es la óptima (por dar lugar a un método algo conservador).
d) Casi la totalidad de los métodos óptimos del caso lineal son nuevas propuestas de esta memoria.

REFERENCIAS

Agresti, A. (1999). On logit confidence intervals for the odds-ratio with small samples. *Biometrics 55*, 597-602.

Agresti, A. (2002). *Categorical Data Analysis* (2nd edn). Wiley: New York.

Agresti, A. (2003). Dealing with discreteness: making 'exact' confidence intervals for proportions, differences of proportions, and odds ratios more exact. *Statistical Methods in Medical Research 12*, 3-21.

Agresti, A. and Caffo, B. (2000). Simple and effective confidence intervals for proportions and difference of proportions result from adding two successes and two failures. *The American Statistician 54 (4)*, 280-288.

Agresti, A. and Coull, B. A. (1998). Approximate Is Better than "Exact" for Interval Estimation of Binomial Proportions. *The American Statistician 52 (2),* 119-126.

Agresti, A. and Gottard, A. (2007). Nonconservative exact small-sample inference for discrete data. *Computational Statistics & Data Analysis 51,* 6447-6458.

Agresti, A. and Min, Y. (2001). On small-sample confidence intervals for parameters in discrete distributions. *Biometrics 57*, 963-971.

Agresti, A.; Bini, M.; Bertaccini, B. and Ryu, E. (2008). Simultaneous confidence intervals for comparing binomial parameters. *Biometrics 64*, 1270-1275.

Anbar, D. (1983). On estimating the difference between two probabilities, with special reference to clinical trials. *Biometrics* 39, 257-262.

Anscombe, F.J. (1948). The transformation of Poisson, binomial and negative-binomial data. *Biometrika 35*, 246-254.

Anscombe, F.J. (1956). On estimating binomial response relations. *Biometrics 43*, 461-464.

Armitage, P. (1971). *Statistical Methods in Medical Research*. Oxford: Blackwell Scientific Publications.

Baptista, J. and Pike, M.C. (1977). Exact two-sided confidence limits for the odds ratio in a 2x2 table. *Applied Statistics* 26 (2), 214-220.

Barnard, G.A. (1947). Significance tests for 2×2 tables. *Biometrika 34*, 123-138.

Beal, S. L. (1987). Asymptotic Confidence Intervals for the Difference between Two Binomial Parameters for Use with Small Samples. *Biometrics 43 (3)*, 941-950.

Bera, A.K. and Bilias, Y. (2001). Rao's score, Neyman's C(α) and Silvey's LM tests: an essay on historical developments and some new results. *Journal of Statistical*

Planning and Inference 97, 9-44.

Berger, J. O. (1985). Statistical decision theory and bayesian analysis, 2nd ed. Springer, New York.

Blyth, C.R. and Still, H.A. (1983). Binomial confidence intervals. *Journal of the American Staistical Association 78 (381),* 108-116.

Böhning, D. (1988). Confidence interval estimation of a rate and the choice of sample size. *Statistics in Medicine 7*, 865-875.

Borkowf, C .B. (2006). Constructing binomial confidence intervals with near nominal coverage by adding a single imaginary failure or success. *Statistics in Medicine 25,* 3679-3695.

Brown, L. and Li, X. (2005). Confidence intervals for two sample binomial distribution. *Journal of Satistical Planning and Inference 130*, 359-375.

Brown, L .D., Cai, T .T. and DasGupta, A . (2001). Interval estimation for a binomial proportion. *Statistical Science 16 (2)*, 101-133.

Brumback, B. and Berg, A. (2008). On effect-measure modification: relationships among changes in the relative risk, odds ratio, and risk difference. *Statistics in Medicine 27*, 3453-3465.

Chan, I.S.F. (1998). Exact tests of equivalence and efficacy with a non-zero lower bound for comparative studies. *Statistics in Medicine 17*, 1403-1413.

Chan, I.S.F. (1999). Reply to Röhmel and Mansmann (1999). *Statistics in Medicine 18*, 1735-1737.

Chan, I .S.F. (2003). Proving non-inferiority or equivalence of two treatments with dichotomous endpoints using exact methods. *Statistical Methods in Medical Research 12*, 37-58.

Chan, I.S.F. and Zhang, Z. (1999). Test-based exact confidence intervals for the difference of two binomial proportions. *Biometrics 55(4)*, 1202-1209.

Chen, H . (1990). The accuracy of approximate intervals for a binomial parameter. *Journal of the American Statistical Association 85 (410),* 514-518.

Chen, L-A; Hung, H-N and Chen, C-R. (2007). Maximum average-power (MAP) tests. *Communications in Statistics-Theory & Methods 36*, 2237-2249.

Chen, X. (2002). A quasi-exact method for the confidence intervals of the difference of two independent binomial proportions in small sample cases. *Statistics in Medicine 21*, 943-956.

Clopper, C.J. and Pearson, E.S. (1934). The use of confidence or fiducial limits illustrated in the case of the binomial. *Biometrika 26*, 404-413.

Cohen, L. A.; Kendall, M. E.; Zang, E.; Meschter, C. and D. P. Rose (1991). Modulation of N -Nitrosomethylurea-Induced Mammary Tumor Promotion by Dietary Fiber and Fat. *Journal of National Cancer Institution 83*, 496-501.

Cornfield, J. (1956). A statistical problem arising from retrospective studies. *Proceedings of Third Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*. University of California Press, Berkeley and Los Angeles, 135-148.

Cox, D.R. (1970). The continuity correction. *Biometrika 57*, 217-219.

Dann, R.S. and Koch, G.G. (2005). Review and evaluation of methods for computing confidence intervals for the ratio of two proportions and considerations for non-inferiority clinical trials. *Journal of Biopharmaceutical Statistics 15*, 85-107.

Dunnett, C.W. and Gent, M. (1977). Significance testing to establish equivalence between treatments, with special reference to data in the form of 2×2 tables. *Biometrics 33*, 593-602.

Farrington C.P. and Manning, G. (1990). Test statistics and sample size formulae for comparative binomial trials with null hypothesis of non-zero risk difference or non-unity relative risk. *Statistics in Medicine 9*, 1447-1454.

Feigin, P.D. and Lumelskii, Y.P. (2000). On confidence limits for the difference of two binomial parameters. *Communications in Statistics-Theory & Methods 29 (1)*, 131-141.

Fieller, E.C. (1944). A Fundamental Formula in the Statistics of Biological Assay, and Some Applications. *Quarterly Journal of Pharmacy and Pharmacology 17*, 117-123.

Fleiss, J.L. (1979). Confidence intervals for the odds ration in case-control studies: the state of the art. *Journal of Chronic Diseases 32*, 69-77.

Gart, J.J. (1966). Alternative analyses of contingency tables. *Journal of the Royal Statistical Society B 28*, 164-179.

Gart, J.J. and Nam, J. (1988). Approximate interval estimation of the ratio of binomial parameters: A review and corrections for skewness. *Biometrics 44*, 323-338.

Gart, J.J. and Thomas, D.G. (1982). The performance of three approximate confidence limit methods for the odds ratio. *American Journal of Epidemiology 115 (3)*, 453-470.

Ghosh, B.K. (1979). A comparison of some approximate confidence intervals for the binomial parameter. *Journal of the American Statistical Association 74 (368),* 894-

900.

Good, I.J. (1983). Good thinking: the foundations of probability and its applications. Minneapolis, MN: University of Minnesota press.

Greenland, S. (2001). Simple and effective confidence intervals for proportions and difference of proportions result from adding two successes and two failures (Letter to the Editor). *The American Statistician 55 (2)*, 172.

Haber, M. (1980). A comparison of some continuity corrections for the chi-squared test on 2×2 tables. *Journal of the American Statistical Association 75*, 510-515.

Hauck, W.W. and Anderson, S. (1986). A comparison of large-sample confidence interval methods for the difference of two binomial probabilities. *The American Statistician 40 (4)*, 318-322.

Herranz Tejedor, I. and Martín Andrés, A. (2008). A numerical comparison of several unconditional exact tests in problems of equivalence based on the difference of proportions. *Journal of Statistical Computation and Simulation 78 (11)*, 969-981.

Kabaila, P. (2008). Statistical properties of exact confidence intervals from discrete data using studentized test statistics. *Statistics & Probability Letters 78*, 720-727.

Kang, S-H and Chen, J.J. (2000). An approximate unconditional test of non-inferiority between two proportions. *Statistics in Medicine 19*, 2089-2100.

Katz, D.; Baptista, J.; Azen, S.P. and Pike, M.C. (1978). Obtaining confidence intervals for the risk ratio in cohort studies. Biometrics 34, 469-474.

Koopman, P.A.R. (1984). Confidence intervals for the ratio of two binomial proportions. *Biometrics 40*, 513-517.

Lang, J. B. (2008). Score and profile likelihood confidence intervals for contingency table parameters. *Statistics in Medicine 27 (28)*, 5975-5990.

Lawson, R. (2004). Small sample confidence intervals for the odds ratio. *Communications in Statistics - Simulation and Computation 33 (4)*, 1095-1113.

Lecoutre, B. and Faure, S. (2007). A note on new confidence intervals for the difference between two proportions based on an Edgeworth expansion. *Journal of Statistical Planning and Inference 137*, 355-356.

Lin, Ch.-Y. and Yang, M.-Ch. (2006). Improved exact confidence intervals for the odds ratio in two independent binomial samples. *Biometrical Journal 48 (6)*, 1008-1019.

Lovison, G. (2005). On Rao score and Pearson X^2 statistics in generalized linear models. *Statistical Papers 46(4)*, 555-574.

Lui, K.-J. and Lin, CH.-D. (2003). A revisit on comparing the asymptotic interval estimators of odds ratio in a single 2×2 table. *Biometrical Journal 45*, 226-237.

Mantel, N. (1974). Some reasons for not using the Yates continuity correction on 2×2 contingency tables: Comment and a suggestion. *Journal of the American Statistical Association 69*, 378-380.

Martín Andrés, A. and Herranz Tejedor, I. (2003). Unconditional confidence interval for the difference between two proportions. *Biometrical Journal 45 (4)*, 426-436.

Martín Andrés, A. and Herranz Tejedor, I. (2004 a). Asymptotical tests on the equivalence, substantial difference and non-inferiority problems with two proportions. *Biometrical Journal 46 (3)*, 305-319.

Martín Andrés, A. and Herranz Tejedor, I. (2004 b). Exact unconditional non-classical tests on the difference of two proportions. *Computational Statistics and Data Analysis 45 (2)*, 373-388.

Martín Andrés, A. and Herranz Tejedor, I. (2004 c). The equivalence of two proportions revisited. *Journal of Applied Statistics 31 (1)*, 61-72.

Martín Andrés, A. and Herranz Tejedor, I. (2010). Asymptotic inferences about a linear combination of two proportions. *JP Journal of Biostatistics 4(3)*, 253-277.

Martín Andrés, A. and Silva Mato, A. (1994). Choosing the optimal unconditioned test for comparing two independent proportions. *Computational Statistics and Data Analysis 17*, 555-574.

Martín Andrés, A., Tapia Garcia, J. M. and Del Moral Ávila, M.J. (2005). Unconditional inferences on the difference of two proportions in cross-sectional studies. *Biometrical Journal 47 (2)*, 177-187.

Martín Andrés, A.; Tapia Garcia, J. M. and Del Moral Ávila, M.J. (2008). Two-tailed unconditional inferences on the difference of two proportions in cross-sectional studies. *Communications in Statistic - Simulation and Computation 37 (3)*, 455-465.

Maxwell, A.E. (1961). Analysing Qualitative Data. Methuen: London.

Mee, R.W. (1984). Confidence Bounds for the difference between two probabilities. Bio*metrics 40 (4)*, 1175-1176.

Mercaldo, N.D., Lau, K.F. and Zhou, X.H. (2007). Confidence intervals for predictive values with an emphasis to case–control studies. *Statistics in Medicine 26*, 2170-2183.

Miettinen, O. and Nurminen, M. (1985). Comparative analysis of two rates. *Statistics in*

Medicine 4, 213-226.

Nam, Jun-Mo (1995). Confidence limits for the ratio of two binomial proportions based on likelihood scores: Non-iterative method. *Biometrical Journal 37(3)*, 375-379.

Newcombe, R.G. (1998 a). Interval estimation for the difference between independent proportions: comparison of eleven methods. *Statistics in Medicine 17*, 873-890

Newcombe, R.G. (1998 b). Two-sided confidence intervals for the single proportion: comparison of seven methods. *Statistics in Medicine 17,* 857-872.

Newcombe, R.G. (2001). Estimating the difference between differences: measurement of additive scale interaction for proportions. *Statistics in Medicine 20 (19)*, 2801-2994.

Newcombe, R.G. (2011). Measures of location for confidence intervals for proportions. *Communications in Statistics – Theory and Methods 40 (10)*, 1743-1767.

Newcombe, R.G. and Nurminen, M. (2011). In defence of score intervals for proportions and their differences. *Communications in Statistics – Theory and Methods 40 (7)*, 1271-1282.

Peskun, P.H. (1993). A new confidence interval method based on the normal approximation for the difference of two binomial probabilities. *Journal of the American Statistical Association 88 (422)*, 656-661.

Phillips, K.F. (2003). A new test of non-inferiority for anti-infective trials. *Statistics in Medicine 22*, 201-212.

Price, R. M. and Bonett, D. G. (2004). An improved confidence interval for a linear function of binomial proportions. *Computational Statistics & Data Analysis 45 (3)***,** 449-456.

Price, R. M. and Bonett, D. G. (2008). Confidence intervals for a ratio of two independent binomial proportions. *Statistics in Medicine 27*, 5497-5508.

Reiczigel, J.; Abonyi-Tóth, Z. and Singer, J. (2008). An exact confidence set for two binomial proportions and exact unconditional confidence intervals for the difference and ratio of proportions. *Computational Statistics and Data Analysis 52*, 5046-5053.

Rodary, C.; Com-Nougue, C. and Tournade, M.F. (1989). How to establish equivalence between treatments: a one-sided clinical trial in paediatric oncology. *Statistics in Medicine 8*, 593-598.

Roebruck, P. and Kühn, A. (1995). Comparison of tests and sample size formulae for proving therapeutic equivalence based on the difference of binomial probabilities.

Statistics in Medicine 14, 1583-1594.

Röhmel, J. (2005). Problems with existing procedures to calculate exact unconditional P-values for non-inferiority/superiority and confidence intervals for two binomials and how to resolve them. *Biometrical Journal 47 (1)*, 37-47.

Röhmel, J. and Mansmann, U. (1999). Exact tests of equivalence and efficacy with a non-zero lower bound for comparative studies by I.S.F. Chan (Letters to the Editor). *Statistics in Medicine 18*, 1734-1737.

Röhmel, J. and Mansmann, U. (1999). Unconditional non-asymptotic one-sided tests for independent binomial proportions when the interest lies in showing non-inferiority and/or superiority. *Biometrical Journal 41 (2)*, 149-170.

Roussou, V. and Seifert, B. (2008). A mixed approach for proving non-inferiority in clinical trials with binary endpoint. *Biometrical Journal 50*, 190-204. DOI: 10.1002/bimj.200710410.

Santner, T.J. and Snell, M.K. (1980). Small-sample confidence intervals for p1-p2 and p1/p2 in 2X2 contingency tables. *Journal of the American Statistical Association 75 (370)*, 386-394.

Santner, T.J.; Pradhan, V.; Senchaudhuri, P.; Metha, C.R. and Tamhane, A. (2007). Small-sample comparison of confidence intervals for the diference of two independent binomial proportions. *Computational Statistics & Data Analysis 51*, 5791-5799.

Schaarschmidt, F.; Still, M. and Hothorn, L.A. (2008). Approximate Simultaneous Confidence Intervals for Multiple Contrasts of Binomial Proportions. *Biometrical Journal, 50 (5)*, 782-792.

Siqueira, A.L., Whitehead, A. and Todd, S. (2008). Active-control trials with binary data: a comparison of methods for testing superiority or non-inferiority using the odds ratio. *Statistics in Medicine 27*, 353-370.

Statxact. *Cytel Software Corporation*, Cambridge, Mass.

Sterne, T.E. (1954). Some remarks on confidence of fiducial limits. *Biometrika 41 (1/2)*, 275-278.

Tebbs, J. M. and Roths, S. A. (2008). New large-sample confidence intervals for a linear combination of binomial proportions. *Journal of Statistical Planning and Inference 138 (6)*, 1884-1893.

Thomas, D.G. and Gart, J.J. (1977). A table of exact confidence limits for differences and ratios of two proportions and their odds ratios. *Journal of the American Statistical*

Association 72 (357), 73-76.

Turnbull, P.J., Stimson, G.V. and Dolan, K. (1992). Prevalence of HIV infection amog exprisioners in England. *British Medical Journal 304,* 90-91.

Upton, G.J.G. (1982). A comparison of alternative tests for the 2 ×2 comparative trial. *Journal of the Royal Statistical Society A 145 (1)*, 86-105.

Upton, G.J.G. (1982). *Encyclopedia of Statistical Sciences*. Vol. 1, pp 381. John Wiley & Sons (Ed.: Kotz and Johnson).

Vos, P.W. and Hudson, S. (2008). Problems with binomial two-sided tests and the associated confidence intervals. *Australian & New Zealand Journal of Statistics 50 (1)*, 81-89.

Wallenstein, S. (1997). A non-iterative accurate asymptotic confidence interval for the difference between two proportions. *Statistics in Medicine 16*, 1329-1336.

Walter, S.D. (1975). The distribution of Levin´s measure of attribuible risk. *Biometrika 62*, 371-375.

Wilson, E.B. (1927). Probable inference, the law of succession, and statistical inference. *Journal of the American Statistical Association 22*, 209-212.

Woolf, B. (1955). On estimating the relation between blood group and disease. *Annals of Human Genetics 19 (4)*, 251-352.

Xu, L. and Kolassa, J. E. (2008). Testing the difference of two binomial proportions: Comparison of continuity corrections for saddlepoint approximation. *Communications in Statistic-Theory and Methods*, *37(14)*, 2213-2218.

Yates, F. (1934). Contingency tables involving small numbers and the χ^2 test. *Journal of the Royal Statistical Society Suppl. 1*, 217-235.

Zou, G. and Donner, A. (2004). A simple alternative confidence interval for the difference between two proportions. *Controlled Clinical Trials 25*, 3-12.

Zou, G. and Donner, A. (2008). Construction of confidence limits about effect measures: A general approach. *Statistics in Medicine 27*, 1693-1702.

Zou, G.; Huang, W. and Zhang, X. (2009). A note on confidence interval estimation for a linear function of binomial proportions. *Computational Statistics & Data Analysis 53*, 1080-1085.

APÉNDICE TABLAS

Tabla AI.1

Métodos de tipo W: *K*=3, confianza=95%

Método:	**W0**				**W1**				**W2**				**W3**			
$n_1/n_2/n_3$	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*
$\beta_i = (1/3, 1/3, 1/3)$																
10/10/10	91.7	32.0	0.27	89.2	95.6	88.3	0.28	0.1	95.5	89.1	0.28	0.1	97.0	89.5	0.30	0.1
30/30/30	94.0	71.7	0.16	3.6	95.2	92.7	0.16	0.0	95.2	92.7	0.16	0.0	95.6	93.1	0.17	0.0
30/10/10	91.6	38.3	0.24	96.2	95.5	92.2	0.25	0.1	95.4	92.2	0.25	0.1	96.7	93.5	0.26	0.0
30/20/10	92.1	38.1	0.22	83.0	95.4	91.4	0.22	0.1	95.4	91.4	0.22	0.1	96.4	92.9	0.23	0.0
$\beta_i = (1, -1/2, -1/2)$																
10/10/10	90.4	21.1	0.57	98.3	95.5	87.6	0.58	0.6	95.5	87.6	0.58	0.8	96.9	93.1	0.64	0.0
30/30/30	93.6	75.2	0.34	8.7	95.2	92.2	0.35	0.0	95.1	92.2	0.35	0.0	95.6	93.0	0.36	0.0
30/10/10	92.7	38.8	0.44	47.7	95.4	92.1	0.44	0.1	95.4	92.1	0.44	0.1	96.5	92.5	0.47	0.0
30/20/10	93.0	35.0	0.41	32.3	95.4	90.0	0.41	0.1	95.3	90.0	0.41	0.0	96.2	92.8	0.43	0.0
$\beta_i = (-1, 1/2, 2)$																
10/10/10	89.2	19.5	1.06	99.3	95.4	87.9	1.09	1.4	95.4	87.5	1.09	1.8	96.9	90.7	1.18	0.1
30/30/30	93.2	58.1	0.64	21.7	95.1	93.0	0.65	0.0	95.1	93.1	0.65	0.0	95.6	94.1	0.66	0.0
30/10/10	87.7	37.3	0.97	97.3	95.4	89.4	1.02	4.7	95.2	87.7	1.02	6.4	96.7	91.5	1.09	0.6
30/20/10	87.1	30.7	0.96	96.8	95.3	89.7	1.00	8.2	95.2	89.7	1.00	10.9	96.6	91.0	1.07	3.3
$\beta_i = (1, 1, -1)$																
10/10/10	91.6	45.6	0.82	89.1	95.6	90.0	0.83	0.2	95.5	90.0	0.83	0.1	97.0	90.5	0.90	0.0
30/30/30	94.0	68.7	0.49	3.5	95.2	92.5	0.49	0.0	95.2	95.5	0.49	0.0	95.7	92.8	0.51	0.0
30/10/10	91.6	49.4	0.72	96.0	95.5	90.1	0.73	0.0	95.5	90.1	0.73	0.0	96.8	92.6	0.79	0.0
30/20/10	92.1	31.8	0.64	83.6	95.4	90.7	0.66	0.1	95.4	90.6	0.66	0.2	96.4	93.4	0.69	0.0

Métodos de tipo W: *K*=4, confianza=95%

Método:	**W0**				**W1**				**W2**				**W3**			
$n_1/n_2/n_3/n_4$	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*
β_i=(1/4, 1/4, 1/4, 1/4)																
10/10/10/10	92.4	55.9	0.24	88.7	95.3	92.9	0.24	0.0	95.2	93.0	0.24	0.0	97.2	93.6	0.27	0.0
20/20/20/20	93.8	66.5	0.17	2.9	95.1	93.2	0.17	0.0	95.1	93.2	0.17	0.0	96.0	93.8	0.18	0.0
20/20/10/10	92.7	73.1	0.21	72.0	95.2	93.0	0.21	0.0	95.2	93.0	0.21	0.0	96.8	94.0	0.23	0.0
20/15/10/5	90.3	56.6	0.23	95.5	95.3	85.7	0.24	0.6	95.2	85.7	0.24	0.7	97.5	93.7	0.27	0.0
β_i = (-1, 1, –1, 1)																
10/10/10/10	92.4	62.9	0.95	89.5	95.3	93.0	0.96	0.0	95.2	93.0	0.96	0.0	97.1	93.6	1.06	0.0
20/20/20/20	93.8	87.0	0.69	3.0	95.1	93.6	0.69	0.0	95.1	93.6	0.69	0.0	96.1	93.8	0.73	0.0
20/20/10/10	92.7	73.0	0.83	71.6	95.2	92.7	0.84	0.0	95.1	92.7	0.84	0.0	96.7	94.2	0.91	0.0
20/15/10/5	90.3	44.9	0.94	95.6	95.3	91.3	0.97	0.5	95.3	91.3	0.97	0.7	97.5	94.0	1.08	0.0
β_i=(1/3, 1/3, 1/3, 1)																
10/10/10/10	89.9	62.4	0.53	98.7	94.9	90.2	0.55	4.5	94.8	90.0	0.55	6.4	96.9	92.6	0.60	0.0
20/20/20/20	92.6	67.1	0.39	60.5	94.9	92.3	0.40	0.1	94.8	92.1	0.40	0.1	95.9	93.7	0.41	0.0
20/20/10/10	89.0	50.1	0.51	97.8	94.8	87.0	0.53	13.8	94.7	87.0	0.53	20.2	96.7	92.6	0.57	0.4
20/15/10/5	80.1	24.1	0.62	98.7	94.8	80.8	0.69	40.7	94.5	80.8	0.69	42.4	97.8	93.5	0.77	0.0
β_i = (-3, -1, 1, 3)																
10/10/10/10	91.1	65.5	2.10	98.5	95.1	91.4	2.14	0.1	95.0	91.4	2.14	0.2	97.0	93.6	2.35	0.0
20/20/20/20	63.2	67.9	1.53	23.0	95.0	92.9	1.54	0.0	94.9	93.2	1.54	0.0	95.9	94.0	1.61	0.0
20/20/10/10	91.5	53.6	1.83	91.6	95.0	90.1	1.86	0.6	94.9	90.1	1.86	0.7	96.6	91.8	2.01	0.0
20/15/10/5	85.7	48.1	2.15	94.9	95.1	85.8	2.29	35.0	95.0	85.3	2.29	36.0	97.7	94.0	2.55	0.0

Tabla AI.2

Métodos de tipo N: *K*=3, confianza=95%

Método:	**N0**				**N1**				**N2**				**N3**			
$n_1/n_2/n_3$	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*
β_i = (1/3, 1/3, 1/3)																
10/10/10	95.3	86.7	0.27	5.2	94.5	0.0	0.28	21.0	94.6	0.0	0.26	20.5	95.2	0.0	0.28	19.4
30/30/30	95.2	90.4	0.16	0.3	95.0	30.4	0.16	9.1	95.0	30.4	0.16	8.6	95.3	30.4	0.17	8.1
30/10/10	95.3	88.8	0.24	0.9	94.5	24.3	0.23	21.4	94.5	24.3	0.23	20.7	95.0	24.3	0.23	19.5
30/20/10	95.3	89.0	0.21	0.3	94.6	28.8	0.21	17.9	94.7	28.8	0.21	17.3	95.1	28.8	0.22	16.4
β_i = (1, −1/2, −1/2)																
10/10/10	95.3	88.7	0.57	1.4	94.3	20.9	0.55	21.5	94.4	20.9	0.55	20.9	95.0	20.9	0.59	19.6
30/30/30	95.2	90.5	0.34	0.1	94.8	34.7	0.34	10.0	94.9	48.7	0.34	9.4	95.1	48.7	0.35	8.8
30/10/10	95.2	88.7	0.44	0.6	94.8	24.5	0.43	16.8	94.8	29.7	0.43	16.3	95.3	29.7	0.45	15.2
30/20/10	95.2	89.6	0.41	0.3	94.8	31.9	0.40	14.5	94.9	38.2	0.40	13.8	95.3	38.2	0.42	13.1
β_i = (−1, 1/2, 2)																
10/10/10	95.3	89.8	1.05	1.6	94.0	29.3	1.03	22.6	94.1	30.3	1.03	22.0	94.7	30.3	1.09	20.5
30/30/30	95.2	90.5	0.64	0.1	94.7	29.6	0.64	10.9	94.8	29.6	0.64	10.3	95.0	29.6	0.65	9.7
30/10/10	95.3	91.0	0.98	0.8	93.8	14.8	0.96	23.0	93.9	18.5	0.96	22.3	94.4	18.5	1.01	20.6
30/20/10	95.3	91.4	0.96	0.5	93.9	37.7	0.95	23.9	94.0	37.7	0.95	23.2	94.3	37.7	0.98	21.8
β_i = (1, 1, −1)																
10/10/10	95.3	87.0	0.81	5.1	94.5	27.3	0.79	20.9	94.6	27.3	0.79	20.2	95.3	27.3	0.84	19.2
30/30/30	95.2	91.5	0.49	0.3	95.0	48.1	0.49	9.1	95.1	48.1	0.49	8.5	95.3	48.1	0.50	7.8
30/10/10	95.3	88.5	0.72	0.8	94.5	18.5	0.70	21.0	94.5	18.5	0.70	20.2	95.1	18.5	0.74	18.9
30/20/10	95.3	91.1	0.64	0.4	94.7	52.5	0.63	17.4	94.7	52.5	0.63	16.6	95.1	52.5	0.63	15.9

Métodos de tipo N: *K*=4, confianza=95%

Método:	**N0**				**N1**				**N2**				**N3**			
$n_1/n_2/n_3/n_4$	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*
β_i=(1/4, 1/4, 1/4, 1/4)																
10/10/10/10	95.2	89.2	0.24	4.5	95.1	56.3	0.23	15.4	95.1	56.3	0.23	15.0	95.6	59.3	0.25	18.6
20/20/20/20	95.2	91.2	0.17	0.5	95.2	66.3	0.17	8.0	95.2	66.3	0.17	7.7	95.2	66.3	0.18	19.7
20/20/10/10	95.2	90.8	0.21	0.5	95.1	65.9	0.20	13.1	95.1	65.9	0.20	12.6	95.2	65.9	0.22	21.8
20/15/10/5	95.2	89.7	0.23	1.2	94.8	17.4	0.23	18.0	94.8	17.4	0.23	17.5	95.3	50.9	0.25	18.7
β_i = (-1, 1, –1, 1)																
10/10/10/10	95.2	89.0	0.94	5.2	95.0	43.5	0.92	15.7	95.1	43.5	0.92	15.2	95.5	64.3	1.01	18.6
20/20/20/20	95.2	91.6	0.69	0.5	95.2	70.2	0.68	7.7	95.2	70.2	0.68	7.3	95.2	70.3	0.71	19.9
20/20/10/10	95.2	90.2	0.82	0.6	95.1	54.8	0.81	13.3	95.1	54.8	0.81	12.9	95.2	60.1	0.87	21.8
20/15/10/5	95.2	90.4	0.94	1.0	94.9	42.3	0.91	17.8	94.9	42.3	0.91	17.4	95.2	42.3	1.00	19.3
β_i=(1/3, 1/3, 1/3, 1)																
10/10/10/10	95.2	90.3	0.53	1.3	94.6	33.2	0.52	16.4	94.7	33.2	0.52	15.9	94.2	33.2	0.57	39.8
20/20/20/20	95.2	91.2	0.39	0.2	94.9	72.8	0.39	9.5	94.9	72.8	0.39	9.0	94.1	75.8	0.41	42.0
20/20/10/10	95.2	91.4	0.51	0.6	94.5	42.1	0.50	17.7	94.6	43.9	0.50	17.0	93.6	43.9	0.53	45.8
20/15/10/5	95.3	91.4	0.64	1.8	94.0	28.1	0.61	25.9	94.1	28.1	0.62	25.4	93.3	28.1	0.68	43.4
β_i = (-3, -1, 1, 3)																
10/10/10/10	95.3	90.2	2.09	1.1	94.8	45.7	2.05	17.7	94.8	45.8	2.05	17.1	94.7	56.7	2.21	31.6
20/20/20/20	95.2	92.2	1.53	0.2	95.0	69.4	1.52	9.8	95.1	71.8	1.52	9.3	94.6	71.8	1.58	31.2
20/20/10/10	95.3	90.8	1.82	0.4	94.9	66.5	1.80	14.6	94.9	66.9	1.80	14.0	94.5	66.9	1.91	33.4
20/15/10/5	95.3	90.9	2.17	1.1	94.3	0.0	2.10	22.9	94.4	0.0	2.10	22.3	94.1	0.0	2.30	36.2

Tabla AI.3

Métodos de tipo E: *K*=3, confianza=95%

Método:	**E0**				**E1**				**E2**				**E3**			
$n_1/n_2/n_3$	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*
β_i = (1/3, 1/3, 1/3)																
10/10/10	94.3	91.5	0.27	7.1	95.9	61.0	0.28	7.4	95.9	61.0	0.28	7.0	96.7	61.0	0.30	6.6
30/30/30	94.8	92.9	0.16	0.0	95.4	75.9	0.16	2.3	95.4	75.9	.16	2.1	95.8	75.9	0.17	1.7
30/10/10	95.0	92.4	0.24	0.0	95.7	42.8	0.24	8.3	95.7	42.8	0.24	7.5	96.4	42.8	0.26	7.1
30/20/10	95.1	92.9	0.22	0.0	95.6	53.8	0.22	5.6	95.6	53.8	0.22	5.0	96.1	53.8	0.23	4.9
β_i = (1, −1/2, −1/2)																
10/10/10	95.1	92.6	0.58	0.1	95.6	42.8	0.58	8.9	95.6	42.8	0.58	8.2	96.4	42.8	0.62	8.0
30/30/30	95.0	93.9	0.34	0.0	95.3	72.7	0.35	2.7	95.3	72.7	0.35	2.5	95.6	72.7	0.35	2.3
30/10/10	94.4	92.3	0.44	0.2	95.7	49.7	0.44	5.5	95.7	49.7	0.4	5.0	96.4	49.7	0.47	4.7
30/20/10	94.6	92.8	0.41	0.0	95.6	77.8	0.41	4.4	95.6	78.8	0.41	3.9	96.2	78.8	0.43	3.6
β_i = (−1, 1/2, 2)																
10/10/10	95.4	59.1	1.07	0.1	95.3	0.0	1.06	11.9	95.4	0.0	1.07	11.3	96.1	0.0	1.13	10.2
30/30/30	95.1	94.2	0.64	0.0	95.2	65.9	0.65	3.9	95.2	65.9	0.65	3.5	95.5	65.9	0.66	3.3
30/10/10	95.5	91.6	0.99	0.1	94.8	32.2	0.98	15.0	94.9	32.2	0.98	14.0	95.4	32.2	1.03	12.8
30/20/10	95.6	88.3	0.97	0.0	94.6	47.2	0.96	18.2	94.7	51.7	0.96	17.1	95.1	51.7	1.00	15.5
β_i = (1, 1, −1)																
10/10/10	94.4	91.9	0.82	6.9	95.9	0.0	0.83	7.5	95.9	43.2	0.83	6.9	96.8	43.2	0.89	6.6
30/30/30	94.8	92.1	0.49	0.0	95.3	79.3	0.49	2.6	95.3	79.3	0.49	2.4	95.7	79.3	0.51	1.9
30/10/10	95.0	91.7	0.73	0.0	95.7	51.8	0.73	8.1	95.8	51.8	0.73	7.5	96.4	51.8	0.77	7.0
30/20/10	95.1	93.1	0.65	0.0	95.5	40.5	0.65	5.5	95.6	40.5	0.65	5.0	96.1	40.5	0.68	4.9

Métodos de tipo E: *K*=4, confianza=95%

Método:	E0				E1				E2				E3			
$n_1/n_2/n_3/n_4$	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*
β_i=(1/4, 1/4, 1/4, 1/4)																
10/10/10/10	93.8	91.7	0.24	7.2	96.8	45.1	0.25	1.3	96.7	45.1	0.25	1.2	97.9	45.1	0.28	1.1
20/20/20/20	94.5	92.3	0.17	0.0	96.0	75.5	0.18	0.6	95.9	75.5	0.18	0.5	96.7	75.5	0.19	0.4
20/20/10/10	94.4	93.0	0.21	0.0	96.5	85.9	0.2	0.9	96.5	85.9	0.22	0.8	97.4	85.9	0.24	0.8
20/15/10/5	95.1	91.9	0.24	0.0	97.0	81.2	0.25	2.0	97.0	82.2	0.25	1.8	97.9	82.2	0.28	1.7
β_i = (-1, 1, –1, 1)																
10/10/10/10	93.8	91.8	0.94	6.8	96.8	77.3	0.01	1.3	96.8	83.6	1.01	1.1	97.9	83.6	1.12	1.1
20/20/20/20	94.5	92.4	0.69	0.1	96.0	85.2	0.71	0.6	95.9	95.2	0.71	0.5				
20/20/10/10	94.4	93.3	0.83	0.0	96.6	88.3	0.87	1.1	96.5	88.3	0.87	0.9	97.4	88.3	0.94	0.9
20/15/10/5	95.1	93.2	0.96	0.0	97.0	79.9	1.01	2.1	96.9	80.6	1.01	1.8	97.9	80.6	1.12	1.7
β_i=(1/3, 1/3, 1/3, 1)																
10/10/10/10	95.3	93.7	0.54	0.0	96.5	67.2	0.57	2.4	96.5	67.2	0.56	2.3	97.4	67.2	0.62	2.1
20/20/20/20	95.2	94.4	0.39	0.0	95.9	83.0	0.40	1.2	95.9	83.0	0.40	1.1	96.4	83.0	0.42	1.1
20/20/10/10	95.5	94.2	0.51	0.0	96.2	68.4	0.53	3.8	96.2	68.4	0.53	3.5	96.9	68.4	0.57	3.1
20/15/10/5	95.6	93.0	0.65	0.0	96.4	64.9	0.67	9.5	96.4	64.9	0.67	8.9	97.2	64.9	0.74	7.4
β_i = (-3, -1, 1, 3)																
10/10/10/10	95.0	93.5	2.12	0.0	96.7	52.3	2.23	2.8	96.7	52.3	2.23	2.5	97.6	52.3	2.44	2.0
20/20/20/20	94.7	93.3	1.53	0.0	96.0	86.6	1.58	1.2	96.0	86.7	1.58	0.9	96.6	86.7	1.66	0.8
20/20/10/10	95.2	94.1	1.85	0.0	96.4	73.9	1.92	2.4	96.4	74.1	1.19	2.1	97.1	74.1	2.06	1.9
20/15/10/5	95.6	93.2	2.23	0.0	96.7	68.0	2.32	4.7	96.7	70.5	2.32	4.4	97.5	70.5	2.54	3.7

Tabla AI.4

Método de tipo Pa: *K*=3, confianza=95%

Método:	**Pa0**				**Pa1**				**Pa2**				**Pa3**			
$n_1/n_2/n_3$	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*
β_i = (1/3, 1/3, 1/3)																
10/10/10	97.4	92.0	0.31	0.1	97.3	42.8	0.30	5.4	97.3	42.8	0.30	5.0	97.6	42.8	0.32	4.9
30/30/30	97.3	93.0	0.19	0.0	97.3	77.5	0.19	1.7	97.3	81.8	0.19	1.5	97.4	81.8	0.19	1.4
30/10/10	97.6	94.0	0.29	0.0	97.6	86.0	0.28	0.8	97.7	86.0	0.28	0.6	97.9	86.0	0.29	0.6
30/20/10	97.5	94.2	0.26	0.0	97.5	89.3	0.25	0.6	97.5	89.3	0.25	0.5	97.7	89.3	0.26	0.5
β_i = (1, −1/2, −1/2)																
10/10/10	97.5	93.6	0.67	0.0	97.4	73.7	0.64	2.8	97.4	73.7	0.64	2.6	97.7	73.7	0.68	2.6
30/30/30	97.4	94.1	0.40	0.0	97.4	91.3	0.40	0.2	97.4	91.3	0.40	0.2	97.5	91.3	0.40	0.2
30/10/10	97.4	93.5	0.51	0.0	97.3	55.1	0.49	2.8	97.3	55.1	0.49	2.5	97.6	55.1	0.51	2.5
30/20/10	97.4	94.1	0.47	0.0	97.3	78.1	0.46	1.8	97.4	80.9	0.46	1.6	97.6	80.9	0.47	1.5
β_i = (−1, 1/2, 2)																
10/10/10	97.5	93.7	1.25	0.0	97.5	90.0	1.20	0.6	97.5	90.0	1.20	0.5	97.8	90.0	1.26	0.5
30/30/30	97.4	94.5	0.75	0.0	97.4	94.2	0.74	0.0	97.4	94.2	0.74	0.0	97.5	94.5	0.75	0.0
30/10/10	97.6	94.5	1.22	0.0	97.4	92.7	1.16	0.0	97.7	94.5	1.16	0.0	97.9	94.5	1.21	0.0
30/20/10	97.6	94.5	1.21	0.0	97.7	94.4	1.16	0.0	97.7	94.4	1.16	0.0	97.9	94.4	1.20	0.0
β_i = (1, 1, −1)																
10/10/10	97.4	92.5	0.95	0.1	97.3	39.9	0.91	5.0	97.3	42.1	0.91	4.5	97.7	42.1	0.96	4.4
30/30/30	97.4	93.0	0.57	0.0	97.3	78.6	0.56	1.5	97.3	78.6	0.56	1.3	97.4	78.6	0.57	1.2
30/10/10	97.6	93.6	0.87	0.0	97.6	85.2	0.83	0.9	97.6	85.2	0.83	0.7	97.9	85.2	0.83	0.7
30/20/10	97.6	94.3	0.77	0.0	97.6	88.7	0.74	0.6	97.6	88.7	0.74	0.4	97.8	88.7	0.77	0.4

Método de tipo Pb: K=3, confianza=95%

Método:	Pb0				Pb1				Pb2				Pb3			
$n_1/n_2/n_3$	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*
β_i = (1/3, 1/3, 1/3)																
10/10/10	97.4	92.3	0.32	0.1	97.3	44.1	0.30	5.1	97.3	44.1	0.30	4.8	97.1	44.1	0.31	4.8
30/30/30	97.4	93.1	0.19	0.0	97.3	97.0	0.19	1.6	97.3	81.0	0.19	1.4	97.3	82.4	0.19	1.5
30/10/10	97.7	93.3	0.29	0.0	97.7	92.9	0.28	0.0	97.8	92.9	0.28	0.0	7.4	8.5	0.29	0.4
30/20/10	97.6	94.3	0.26	0.0	97.6	93.9	0.25	0.0	97.6	93.5	0.25	0.0	97.5	4.5	0.26	1.1
β_i = (1, −1/2, −1/2)																
10/10/10	97.4	93.2	0.67	0.0	97.4	87.8	0.64	2.2	97.4	87.8	0.65	1.9	90.8	0.0	0.63	19.8
30/30/30	97.4	94.2	0.40	0.0	97.4	92.6	0.40	0.1	97.4	92.6	0.40	0.0	93.4	0.0	0.39	9.1
30/10/10	97.3	93.7	0.51	0.0	97.2	83.4	0.49	3.5	97.3	83.5	0.49	3.1	97.0	83.5	0.50	4.4
30/20/10	97.4	94.7	0.47	0.0	97.4	90.3	0.46	1.5	97.4	91.3	0.46	1.1	97.4	80.1	0.47	1.2
β_i = (−1, 1/2, 2)																
10/10/10	97.5	93.9	1.28	0.0	97.6	92.6	1.22	0.0	97.6	92.6	1.23	0.0	92.0	0.0	1.22	17.6
30/30/30	97.5	94.6	0.76	0.0	97.5	94.8	0.75	0.0	97.5	94.7	0.75	0.0	94.9	0.0	0.75	6.3
30/10/10	97.6	94.5	1.24	0.0	97.8	94.6	1.18	0.0	97.8	94.6	1.19	0.0	79.2	0.0	1.01	37.2
30/20/10	97.6	94.8	1.24	0.0	97.8	95.2	1.18	0.0	97.8	95.2	1.18	0.0	71.9	0.0	0.92	47.0
β_i = (1, 1, −1)																
10/10/10	97.4	92.3	0.95	0.1	97.3	59.1	0.91	5.3	97.3	60.9	0.91	4.8	97.1	60.9	0.94	5.1
30/30/30	97.4	92.9	0.57	0.0	97.3	69.1	0.56	1.4	97.3	69.1	0.56	1.2	97.3	69.1	0.57	1.4
30/10/10	97.7	93.5	0.88	0.0	97.7	92.9	0.84	0.0	97.7	93.0	0.84	0.0	97.4	90.4	0.86	0.3
30/20/10	97.6	94.2	0.78	0.0	97.6	92.8	0.75	0.0	97.6	93.7	0.75	0.0	97.5	12.4	0.76	1.1

Método de tipo Pa: *K*=4, confianza=95%

Método:	**Pa0**				**Pa1**				**Pa2**				**Pa3**			
$n_1/n_2/n_3/n_4$	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*
β_i=(1/4, 1/4, 1/4, 1/4)																
10/10/10/10	97.7	93.2	0.28	0.0	97.8	74.4	0.27	1.4	97.8	74.4	0.27	1.2	98.3	74.4	0.29	1.1
20/20/20/20	97.6	93.0	0.20	0.0	97.7	85.4	0.20	0.5	97.7	85.4	0.20	0.4	97.9	85.4	0.21	0.3
20/20/10/10	97.7	94.1	0.25	0.0	97.9	86.6	0.24	0.3	97.9	86.6	0.24	0.3	98.2	86.6	0.25	0.3
20/15/10/5	97.8	94.8	0.29	0.0	98.0	91.1	0.28	0.2	98.0	91.2	0.28	0.1	98.5	91.2	0.30	0.1
β_i = (-1, 1, –1, 1)																
10/10/10/10	97.7	93.1	1.13	0.0	97.8	79.1	1.09	1.6	97.8	79.1	1.09	1.4	98.3	79.1	1.16	1.3
20/20/20/20	97.6	93.9	0.82	0.0	97.7	82.9	0.80	0.6	97.7	82.9	0.80	0.5	97.9	82.9	0.83	0.5
20/20/10/10	97.7	94.1	1.00	0.0	97.9	89.9	0.96	0.3	97.9	89.9	0.97	0.3	98.2	89.9	1.01	0.3
20/15/10/5	97.8	94.8	1.17	0.0	98.0	90.7	1.11	0.1	98.0	90.7	1.11	0.1	95.8	90.7	1.18	0.1
β_i=(1/3, 1/3, 1/3, 1)																
10/10/10/10	97.6	94.2	0.65	0.0	97.6	87.6	0.63	0.0	97.8	91.7	0.63	0.0	98.2	91.7	0.66	0.0
20/20/20/20	97.6	94.5	0.47	0.0	97.6	94.0	0.46	0.0	97.6	93.7	0.46	0.0	97.8	94.3	0.48	0.0
20/20/10/10	97.7	94.7	0.64	0.0	97.8	95.2	0.62	0.0	97.8	95.2	0.62	0.0	98.1	95.2	0.64	0.0
20/15/10/5	97.8	93.9	0.86	0.0	98.1	95.0	0.81	0.0	98.1	95.0	0.81	0.0	98.6	95.0	0.85	0.0
β_i = (-3, -1, 1, 3)																
10/10/10/10	97.7	94.3	2.52	0.0	97.8	89.5	2.43	0.1	97.8	89.5	2.43	0.0	98.2	89.5	2.57	0.0
20/20/20/20	97.6	94.6	1.82	0.0	97.7	94.5	1.79	0.0	97.7	94.5	1.79	0.0	97.9	94.7	1.84	0.0
20/20/10/10	97.7	94.7	2.23	0.0	97.8	94.2	2.16	0.0	97.8	94.5	2.16	0.0	98.1	94.5	2.25	0.0
20/15/10/5	97.8	95.1	2.83	0.0	98.0	94.5	2.65	0.0	98.0	94.7	2.66	0.0	98.5	94.7	2.80	0.0

Método de tipo Pb: K=4, confianza=95%

Método:	Pb0				Pb1				Pb2				Pb3			
$n_1/n_2/n_3/n_4$	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*
β_i=(1/4, 1/4, 1/4, 1/4)																
10/10/10/10	97.7	93.2	0.28	0.0	97.8	72.1	0.27	1.5	97.8	72.1	0.27	1.4	98.2	72.1	0.29	1.3
20/20/20/20	97.7	93.8	0.20	0.0	97.7	80.8	0.20	0.6	97.7	83.8	0.20	0.6	97.9	83.8	0.21	0.5
20/20/10/10	97.	94.3	0.25	0.0	97.9	91.3	0.24	0.2	97.9	91.8	0.24	0.1	98.2	91.9	0.25	0.1
20/15/10/5	97.8	94.9	0.29	0.0	98.0	93.6	0.28	0.0	98.0	93.6	0.28	0.0	98.5	93.7	0.30	0.0
β_i = (-1, 1, –1, 1)																
10/10/10/10	97.7	93.0	1.13	0.0	97.8	68.7	1.09	1.4	97.8	70.6	1.09	1.3	98.3	70.6	1.16	1.2
20/20/20/20	97.6	93.4	0.82	0.0	97.7	81.1	0.80	0.6	97.7	85.7	0.80	0.6	97.9	85.7	0.83	0.4
20/20/10/10	97.7	94.1	1.00	0.0	97.9	91.8	0.97	0.2	97.9	92.4	0.97	0.1	98.2	92.4	1.01	0.1
20/15/10/5	97.9	94.8	1.18	0.0	98.1	93.7	1.11	0.0	98.1	94.0	1.12	0.0	98.5	94.0	1.19	0.0
β_i=(1/3, 1/3, 1/3, 1)																
10/10/10/10	97.6	94.1	0.66	0.0	97.8	93.3	0.63	0.0	97.8	93.3	0.63	0.0	98.2	93.3	0.67	0.0
20/20/20/20	97.6	94.5	0.47	0.0	97.7	94.1	0.46	0.0	97.7	94.1	0.47	0.0	97.8	94.6	0.48	0.0
20/20/10/10	97.7	94.7	0.65	0.0	97.9	95.4	0.62	0.0	97.9	95.4	0.63	0.0	98.2	95.9	0.65	0.0
20/15/10/5	97.8	93.9	0.88	0.0	98.1	95.6	0.82	0.0	98.1	95.6	0.82	0.0	98.6	95.6	0.86	0.0
β_i = (-3, -1, 1, 3)																
10/10/10/10	97.7	94.4	2.56	0.0	97.9	94.5	2.46	0.0	97.9	94.4	2.47	0.0	98.3	94.5	2.61	0.0
20/20/20/20	97.7	94.5	1.84	0.0	97.8	94.8	1.18	0.0	97.8	94.8	1.181	0.0	97.9	94.8	1.86	0.0
20/20/10/10	97.7	94.7	2.26	0.0	97.9	95.5	2.18	0.0	97.9	95.5	2.19	0.0	98.2	95.9	2.28	0.0
20/15/10/5	97.8	95.1	2.87	0.0	98.1	95.7	2.68	0.0	98.1	95.9	2.69	0.0	98.6	95.9	2.83	0.0

Tabla AI.5

Métodos seleccionados: *K*=3, confianza=95%

Método:	W3				N0				E0				Pa0			
$n_1/n_2/n_3$	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*
β_i = (1/3, 1/3, 1/3)																
10/10/10	97.0	89.5	0.30	0.1	95.3	88.7	0.27	5.5	94.4	89.9	0.27	7.1	97.4	92.3	0.31	0.1
30/30/30	95.6	93.1	0.17	0.0	95.2	90.9	0.16	0.4	94.8	92.9	0.16	0.0	97.4	93.4	0.19	0.0
30/10/10	96.7	93.5	0.26	0.0	95.3	89.7	0.24	0.8	95.0	90.2	0.24	0.0	97.6	94.0	0.29	0.0
30/20/10	96.4	92.9	0.23	0.0	95.3	90.1	0.21	0.3	95.1	93.0	0.22	0.0	97.5	94.4	0.26	0.0
β_i = (1, −1/2, −1/2)																
10/10/10	96.9	93.1	0.64	0.0	95.3	88.6	0.57	1.5	95.1	92.4	0.58	0.1	97. 4	93.3	0.67	0.0
30/30/30	95.6	93.0	0.36	0.0	95.2	91.8	0.34	0.1	94.9	93.9	0.35	0.0	97.4	94.2	0.40	0.0
30/10/10	96.5	92.5	0.47	0.0	95.2	87.7	0.44	0.7	94.4	92.4	0.44	0.3	97.4	93.5	0.51	0.0
30/20/10	96.2	92.8	0.43	0.0	95.2	90.2	0.40	0.4	94.7	92.9	0.41	0.0	97.3	93.9	0.47	0.0
β_i = (−1, 1/2, 2)																
10/10/10	96.9	90.7	1.18	0.1	95.3	89.1	1.05	1.6	95.4	91.6	1.07	0.1	97.5	93.9	1.25	0.0
30/30/30	95.6	94.1	0.66	0.0	95.2	91.1	0.64	0.1	95.1	94.4	0.64	0.0	97.4	94.4	0.75	0.0
30/10/10	96.7	91.5	1.09	0.6	95.3	90.9	0.98	0.8	95.5	89.8	0.99	0.1	97.6	94.0	1.22	0.0
30/20/10	96.6	91.0	1.07	3.3	95.3	91.4	0.96	0.5	95.5	88.9	0.97	0.0	97.6	94.7	1.21	0.0
β_i = (1, 1, −1)																
10/10/10	97.0	90.5	0.90	0.0	95.3	86.2	0.81	5.4	94.3	92.1	0.82	7.0	97.4	92.3	0.95	0.1
30/30/30	95.7	92.8	0.51	0.0	95.2	90.7	0.49	0.3	94.8	92.4	0.49	0.0	97.3	93.3	0.57	0.0
30/10/10	96.8	92.6	0.79	0.0	95.3	89.3	0.72	0.7	95.0	91.8	0.73	0.0	97.6	93.7	0.87	0.0
30/20/10	96.4	93.4	0.69	0.0	95.3	90.7	0.64	0.3	95.1	93.0	0.65	0.0	97.6	94.4	0.77	0.0

Métodos seleccionados: *K*=4, confianza=95%

Método:	**W3**				**N0**				**E0**				**Pa0**			
$n_1/n_2/n_3/n_4$	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*
β_i=(1/4, 1/4, 1/4, 1/4)																
10/10/10/10	97.2	93.6	0.27	0.0	95.2	89.7	0.24	4.9	93.8	91.7	0.24	7.1	97.7	93.2	0.28	0.0
20/20/20/20	96.0	93.8	0.18	0.0	95.2	90.0	0.17	0.7	94.5	92.9	0.17	0.0	97.6	93.1	0.20	0.0
20/20/10/10	96.8	94.0	0.23	0.0	95.2	90.9	0.21	0.5	94.4	93.1	0.21	0.0	97.7	94.2	0.25	0.0
20/15/10/5	97.5	93.7	0.27	0.0	95.2	90.7	0.23	1.0	95.1	93.1	0.24	0.0	97.8	95.8	0.29	0.0
β_i = (-1, 1, –1, 1)																
10/10/10/10	97.1	93.6	1.06	0.0	95.2	90.0	0.94	4.8	93.8	92.0	0.94	6.4	97.7	93.1	1.13	0.0
20/20/20/20	96.1	93.8	0.73	0.0	95.2	90.6	0.69	0.4	94.5	92.1	0.69	0.0	97.6	93.9	0.82	0.0
20/20/10/10	96.7	94.2	0.91	0.0	95.3	90.8	0.82	0.5	94.4	93.0	0.83	0.0	97.7	94.3	1.00	0.0
20/15/10/5	97.5	94.0	1.08	0.0	95.2	91.0	0.94	1.1	95.1	92.9	0.96	0.0	97.8	94.3	1.17	0.0
β_i=(1/3, 1/3, 1/3, 1)																
10/10/10/10	96.9	92.6	0.60	0.0	95.2	89.3	0.53	1.4	95.3	92.8	0.54	0.0	97.6	94.0	0.65	0.0
20/20/20/20	95.9	93.7	0.41	0.0	95.2	91.4	0.39	0.1	95.2	94.3	0.39	0.0	97.6	94.4	0.47	0.0
20/20/10/10	96.7	92.6	0.57	0.4	95.3	90.6	0.51	0.6	95.4	93.5	0.52	0.0	97.7	94.7	0.64	0.0
20/15/10/5	97.8	93.5	0.77	0.0	95.3	91.2	0.64	1.7	95.6	90.3	0.65	0.1	97.8	94.1	0.86	0.0
β_i = (-3, -1, 1, 3)																
10/10/10/10	97.0	93.6	2.35	0.0	95.3	90.2	2.08	1.0	95.0	93.2	2.12	0.0	97.7	94.3	2.52	0.0
20/20/20/20	95.9	94.0	1.61	0.0	95.2	91.5	1.53	0.1	94.7	93.8	1.53	0.0	97.6	94.3	1.83	0.0
20/20/10/10	96.6	91.8	2.01	0.0	95.3	90.8	1.82	0.6	95.2	93.9	1.85	0.0	97.7	94.7	2.23	0.0
20/15/10/5	97.7	94.0	2.55	0.0	95.3	90.7	2.17	1.4	95.6	92.3	2.23	0.0	97.8	95.0	2.83	0.0

Tabla AI.6

Métodos seleccionados: *K*=3, confianza=99%

Método:	**E0**				**Pa0**				**W3**			
$n_1/n_2/n_3$	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<98%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<98%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<98%*
β_i = (1/3, 1/3, 1/3)												
10/10/10	99.1	96.3	0.36	0.1	99.6	97.0	0.40	0.1	99.5	97.1	0.39	0.2
30/30/30	99.0	98.4	0.22	0.0	99.6	98.4	0.25	0.0	99.2	97.8	0.22	0.0
30/10/10	99.2	96.7	0.32	0.0	99.7	98.8	0.37	0.0	99.4	97.7	0.34	0.0
30/20/10	99.1	98.2	0.28	0.0	99.6	98.9	0.33	0.0	99.4	97.1	0.30	0.0
β_i = (1, −1/2, −1/2)												
10/10/10	99.0	96.8	0.75	0.0	99.6	98.5	0.85	0.0	99.5	96.7	0.83	0.1
30/30/30	99.0	98.2	0.45	0.0	99.6	98.8	0.52	0.0	99.2	98.0	0.47	0.0
30/10/10	99.0	98.1	0.58	0.0	99.6	98.8	0.65	0.0	99.4	96.9	0.62	0.1
30/20/10	99.0	98.2	0.54	0.0	99.6	98.9	0.61	0.0	99.3	97.6	0.57	0.0
β_i = (−1, 1/2, 2)												
10/10/10	99.0	95.7	1.38	0.2	99.6	98.8	1.59	0.0	99.5	97.1	1.53	0.1
30/30/30	99.1	97.8	0.84	0.0	99.6	98.9	0.98	0.0	99.2	98.2	0.87	0.0
30/10/10	99.0	96.7	1.26	0.5	99.6	98.9	1.56	0.0	99.4	97.6	1.42	0.1
30/20/10	99.0	96.5	1.23	0.5	99.6	99.0	1.56	0.0	99.4	97.4	1.40	0.1
β_i = (1, 1, −1)												
10/10/10	99.1	96.8	1.09	0.1	99.6	96.8	1.20	0.1	99.5	97.3	1.17	0.1
30/30/30	99.0	97.8	0.65	0.0	99.6	97.8	0.74	0.0	99.2	97.4	0.67	0.0
30/10/10	99.2	96.5	0.96	0.1	99.7	98.7	1.11	0.0	99.4	98.0	1.03	0.0
30/20/10	99.1	98.1	0.85	0.0	99.6	98.8	0.99	0.0	99.4	96.5	0.91	0.0

Métodos seleccionados: *K*=4, confianza=99%

Método:	**E0**				**Pa0**				**W3**			
$n_1/n_2/n_3/n_4$	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<98%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<98%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<98%*
β_i=(1/4, 1/4, 1/4, 1/4)												
10/10/10/10	98.9	98.1	0.31	0.0	99.7	98.1	0.36	0.0	99.7	98.1	0.36	0.0
20/20/20/20	98.9	98.4	0.23	0.0	99.7	98.7	0.26	0.0	99.7	98.7	0.26	0.0
20/20/10/10	99.0	98.2	0.28	0.0	99.7	98.9	0.32	0.0	99.7	98.9	0.32	0.0
20/15/10/5	99.1	97.9	0.31	0.0	99.7	99.7	0.38	0.0	99.7	99.1	0.38	0.0
β_i = (-1, 1, –1, 1)												
10/10/10/10	98.9	98.1	1.26	0.0	99.7	98.1	1.44	0.0	99.7	98.1	1.44	0.0
20/20/20/20	98.9	98.2	0.91	0.0	99.7	98.2	1.06	0.0	99.7	98.2	1.06	0.0
20/20/10/10	99.1	98.1	1.10	0.0	99.7	98.7	1.29	0.0	99.7	98.7	1.29	0.0
20/15/10/5	99.1	98.0	1.25	0.0	99.7	99.1	1.50	0.0	99.7	99.1	1.50	0.0
β_i=(1/3, 1/3, 1/3, 1)												
10/10/10/10	99.0	96.7	0.70	0.1	99.6	98.9	0.83	0.0	99.6	98.9	0.83	0.0
20/20/20/20	99.1	98.2	0.52	0.0	99.6	98.9	0.61	0.0	99.6	98.9	0.61	0.0
20/20/10/10	99.0	97.8	0.66	0.1	99.7	99.1	0.82	0.0	99.7	99.1	0.82	0.0
20/15/10/5	98.9	96.5	0.80	3.0	99.7	99.1	1.10	0.0	99.7	99.1	1.10	0.0
β_i = (-3, -1, 1, 3)												
10/10/10/10	99.2	97.6	2.79	0.1	99.7	98.9	3.22	0.0	99.7	98.9	3.22	0.0
20/20/20/20	99.0	98.2	2.02	0.0	99.7	98.9	2.36	0.0	99.7	98.9	2.36	0.0
20/20/10/10	99.1	97.5	2.41	0.0	99.7	99.0	2.87	0.0	99.7	99.0	2.87	0.0
20/15/10/5	99.0	97.0	2.82	0.4	99.7	99.0	3.63	0.0	99.7	99.0	3.63	0.0

Tabla AI.7

Métodos seleccionados: *K*=3, confianza=90%

Método:	E0				Pa0				W3			
$n_1/n_2/n_3$	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<86%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<86%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<86%*
β_i = (1/3, 1/3, 1/3)												
10/10/10	88.4	83.1	0.23	4.0	93.9	83.1	0.27	0.1	93.1	86.1	0.25	0.0
30/30/30	89.1	86.6	0.14	0.0	94.0	86.9	0.16	0.0	90.9	87.9	0.14	0.0
30/10/10	89.1	83.8	0.20	0.1	94.4	87.3	0.24	0.0	92.8	84.0	0.22	0.0
30/20/10	89.7	86.5	0.18	0.0	94.3	87.8	0.22	0.0	92.2	87.4	0.19	0.0
β_i = (1, −1/2, −1/2)												
10/10/10	89.9	83.3	0.49	0.1	94.2	87.6	0.57	0.0	93.1	83.3	0.53	0.0
30/30/30	89.7	87.5	0.29	0.0	94.1	88.2	0.34	0.0	90.9	87.5	0.30	0.0
30/10/10	88.8	84.8	0.37	0.3	93.9	86.0	0.43	0.0	92.4	84.4	0.39	0.0
30/20/10	89.2	85.2	0.34	0.0	94.0	89.1	0.40	0.0	91.9	85.6	0.36	0.0
β_i = (−1, 1/2, 2)												
10/10/10	90.4	86.3	0.90	0.0	94.2	87.6	1.06	0.0	93.2	85.1	0.99	0.0
30/30/30	89.9	87.4	0.54	0.0	94.2	89.2	0.64	0.0	90.9	89.0	0.55	0.0
30/10/10	90.8	86.8	0.84	0.0	94.5	87.9	1.03	0.0	92.9	84.9	0.91	0.1
30/20/10	90.9	87.1	0.82	0.0	94.5	89.2	1.03	0.0	92.7	80.5	0.89	0.2
β_i = (1, 1, −1)												
10/10/10	88.4	82.8	0.68	4.2	94.0	82.8	0.80	0.1	93.2	86.0	0.76	0.0
30/30/30	89.6	86.6	0.41	0.0	93.9	86.6	0.48	0.0	90.9	88.0	0.42	0.0
30/10/10	89.1	85.2	0.61	0.1	94.4	88.3	0.73	0.0	92.8	84.3	0.66	0.0
30/20/10	89.7	86.0	0.55	0.0	94.3	88.7	0.65	0.0	92.2	84.0	0.58	0.0

Métodos seleccionados: *K*=4, confianza=90%

Método:	**E0**				**Pa0**				**W3**			
$n_1/n_2/n_3/n_4$	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<86%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<86%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<86%*
β_i=(1/4, ¼, 1/4, 1/4)												
10/10/10/10	88.1	82.9	0.20	1.7	94.4	86.1	0.24	0.0	94.4	86.1	0.24	0.0
20/20/20/20	89.2	85.9	0.14	0.0	94.5	87.2	0.17	0.0	94.5	87.2	0.17	0.0
20/20/10/10	88.6	86.1	0.17	0.0	94.6	88.0	0.21	0.0	94.6	88.0	0.21	0.0
20/15/10/5	89.6	86.3	0.20	0.0	94.7	88.3	0.25	0.0	94.7	88.3	0.25	0.0
β_i = (-1, 1, –1, 1)												
10/10/10/10	88.1	82.7	0.79	1.9	94.5	86.7	0.96	0.0	94.5	86.7	0.96	0.0
20/20/20/20	89.2	84.4	0.58	0.0	94.4	87.5	0.69	0.0	94.4	87.5	0.69	0.0
20/20/10/10	88.6	86.3	0.69	0.0	94.6	88.2	0.84	0.0	94.6	88.2	0.84	0.0
20/15/10/5	89.7	86.7	0.81	0.0	94.7	88.6	0.99	0.0	94.7	88.6	0.99	0.0
β_i=(1/3, 1/3, 1/3, 1)												
10/10/10/10	90.3	87.0	0.46	0.0	94.5	88.3	0.55	0.0	94.5	88.3	0.55	0.0
20/20/20/20	90.0	87.1	0.33	0.0	94.5	88.8	0.40	0.0	94.5	88.8	0.40	0.0
20/20/10/10	90.6	87.6	0.44	0.0	94.7	89.1	0.54	0.0	94.7	89.1	0.54	0.0
20/15/10/5	91.3	84.5	0.55	0.1	94.8	87.1	0.74	0.0	94.8	87.1	0.74	0.0
β_i = (-3, -1, 1, 3)												
10/10/10/10	89.1	85.6	1.77	0.0	94.5	88.5	2.14	0.0	94.5	88.5	2.14	0.0
20/20/20/20	89.4	87.1	1.28	0.0	94.5	89.1	1.54	0.0	94.5	89.1	1.54	0.0
20/20/10/10	89.9	88.2	1.55	0.0	94.6	89.3	1.89	0.0	94.6	89.3	1.89	0.0
20/15/10/5	91.0	86.3	1.90	0.0	94.8	87.0	2.40	0.0	94.8	87.0	2.40	0.0

Tabla AI.8

Métodos seleccionados: *K*=3, CON/SIN cpc, confianza=95%

Método:	**E0**				**E0c**				**N0**				**N0c**			
$n_1/n_2/n_3$	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*Lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*
β_i = (1/3, 1/3, 1/3)																
10/10/10	94.4	92.1	0.27	7.2	94.4	92.1	0.27	6.7	95.3	87.6	0.27	5.4	95.3	87.6	0.27	5.0
30/30/30	94.8	92.9	0.16	0.0	94.8	92.9	0.16	0.0	95.2	90.9	0.16	0.3	95.2	90.9	0.16	0.3
30/10/10	95.0	93.1	0.24	0.0	95.0	93.1	0.24	0.0	95.3	89.6	0.24	0.7	95.3	89.6	0.24	0.7
30/20/10	95.1	93.2	0.22	0.0	95.1	93.2	0.22	0.0	95.3	89.0	0.21	0.5	95.3	89.0	0.21	0.0
β_i = (1, −1/2, −1/2)																
10/10/10	95.1	91.9	0.58	0.1	95.2	92.6	0.58	0.1	95.3	88.8	0.57	1.7	95.3	89.1	0.57	1.6
30/30/30	95.0	91.7	0.35	0.0	95.0	91.7	0.35	0.0	95.2	90.6	0.34	0.1	95.2	90.6	0.34	0.1
30/10/10	94.4	92.3	0.44	0.2	94.4	92.3	0.44	0.2	95.3	89.1	0.44	0.6	95.3	89.1	0.44	0.6
30/20/10	94.6	92.8	0.41	0.0	94.7	92.8	0.41	0.0	95.2	90.4	0.41	0.4	95.3	90.4	0.41	0.4
β_i = (−1, 1/2, 2)																
10/10/10	95.3	92.5	1.07	0.0	95.4	92.5	1.07	0.0	95.3	90.0	1.05	1.7	95.3	90.0	1.06	1.4
30/30/30	95.1	92.8	0.64	0.0	95.1	92.8	0.64	0.0	95.2	90.8	0.64	0.1	95.2	90.8	0.64	0.1
30/10/10	95.5	90.6	0.99	0.1	95.5	90.6	0.99	0.1	95.3	90.3	0.98	0.9	95.3	90.3	0.98	0.8
30/20/10	95.6	90.1	0.97	0.1	95.6	90.1	0.97	0.1	95.3	91.6	0.96	0.6	95.3	91.6	0.96	0.5
β_i = (1, 1, −1)																
10/10/10	94.3	92.1	0.82	7.3	94.4	92.1	0.82	6.8	95.3	87.0	0.81	5.4	95.3	87.0	0.82	4.9
30/30/30	94.8	93.0	0.49	0.0	94.8	93.0	0.49	0.0	95.2	90.2	0.49	0.3	95.2	90.2	0.49	0.3
30/10/10	95.0	91.3	0.73	0.0	95.0	91.3	0.73	0.0	95.3	88.4	0.72	0.7	95.3	90.4	0.72	0.6
30/20/10	95.1	92.1	0.65	0.0	95.1	92.1	0.65	0.0	95.3	89.5	0.64	0.4	95.3	89.5	0.64	0.4

Método:	**Pa0**				**Pa0c**			
$n_1/n_2/n_3$	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*
β_i = (1/3, 1/3, 1/3)								
10/10/10	97.4	92.3	0.31	0.1	97.4	92.3	0.32	0.1
30/30/30	97.3	92.9	0.19	0.0	97.3	92.9	0.19	0.0
30/10/10	97.6	94.2	0.29	0.0	97.6	94.2	0.29	0.0
30/20/10	97.6	94.0	0.26	0.0	97.6	94.0	0.26	0.0
β_i = (1, −1/2, −1/2)								
10/10/10	97.4	93.5	0.67	0.0	97.5	93.7	0.67	0.0
30/30/30	97.4	94.2	0.40	0.0	97.4	94.2	0.40	0.0
30/10/10	97.4	93.6	0.51	0.0	97.4	93.6	0.51	0.0
30/20/10	97.4	93.9	0.47	0.0	97.4	93.7	0.47	0.0
β_i = (−1, 1/2, 2)								
10/10/10	97.5	93.8	1.25	0.0	97.5	93.8	1.25	0.0
30/30/30	97.4	94.6	0.75	0.0	97.4	94.6	0.75	0.0
30/10/10	97.5	94.3	1.22	0.0	97.6	94.5	1.22	0.0
30/20/10	97.6	94.9	1.21	0.0	97.6	94.9	1.21	0.0
β_i = (1, 1, −1)								
10/10/10	97.4	92.1	0.95	0.2	97.4	92.1	0.95	0.1
30/30/30	97.4	93.1	0.57	0.0	97.4	93.1	0.57	0.0
30/10/10	97.6	93.5	0.87	0.0	97.6	93.5	0.87	0.0
30/20/10	97.5	94.4	0.77	0.0	97.5	94.4	0.77	0.0

Tabla AI.9

Comparación con la literatura: *K* = 3, confianza=95%

Método:	**W0**				**W1**				**N0**			
$n_1/n_2/n_3$	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*
β_i = (1/3, 1/3, 1/3)												
10/10/10	91.7	32.0	0.27	89.2	95.6	88.3	0.28	0.1	95.3	88.7	0.27	5.5
30/30/30	94.0	71.7	0.16	3.6	95.2	92.7	0.16	0.0	95.2	90.9	0.16	0.4
30/10/10	91.6	38.3	0.24	96.2	95.5	92.2	0.25	0.1	95.3	89.7	0.24	0.8
30/20/10	92.1	38.1	0.22	83.0	95.4	91.4	0.22	0.1	95.3	90.1	0.21	0.3
β_i = (1, –1/2, –1/2)												
10/10/10	90.4	21.1	0.57	98.3	95.5	87.6	0.58	0.6	95.3	88.6	0.57	1.5
30/30/30	93.6	75.2	0.34	8.7	95.2	92.2	0.35	0.0	95.2	91.8	0.34	0.1
30/10/10	92.7	38.8	0.44	47.7	95.4	92.1	0.44	0.1	95.2	87.7	0.44	0.7
30/20/10	93.0	35.0	0.41	32.3	95.4	90.0	0.41	0.1	95.2	90.2	0.40	0.4
β_i = (–1, 1/2, 2)												
10/10/10	89.2	19.5	1.06	99.3	95.4	87.9	1.09	1.4	95.3	89.1	1.05	1.6
30/30/30	93.2	58.1	0.64	21.7	95.1	93.0	0.65	0.0	95.2	91.1	0.64	0.1
30/10/10	87.7	37.3	0.97	97.3	95.4	89.4	1.02	4.7	95.3	90.9	0.98	0.8
30/20/10	87.1	30.7	0.96	96.8	95.3	89.7	1.00	8.2	95.3	91.4	0.96	0.5
β_i = (1, 1, –1)												
10/10/10	91.6	45.6	0.82	89.1	95.6	90.0	0.83	0.2	95.3	86.2	0.81	5.4
30/30/30	94.0	68.7	0.49	3.5	95.2	92.5	0.49	0.0	95.2	90.7	0.49	0.3
30/10/10	91.6	49.4	0.72	96.0	95.5	90.1	0.73	0.0	95.3	89.3	0.72	0.7
30/20/10	92.1	31.8	0.64	83.6	95.4	90.7	0.66	0.1	95.3	90.7	0.64	0.3

Comparación con la literatura: *K* = 4, confianza=95%

Método:	**W0**				**W1**				**N0**			
$n_1/n_2/n_3/n_4$	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*	*lmean*	*R<93%*
β_i=(1/4, 1/4, 1/4, 1/4)												
10/10/10/10	92.4	55.9	0.24	88.7	95.3	92.9	0.24	0.0	95.2	89.7	0.24	4.9
20/20/20/20	93.8	66.5	0.17	2.9	95.1	93.2	0.17	0.0	95.2	90.0	0.17	0.7
20/20/10/10	92.7	73.1	0.21	72.0	95.2	93.0	0.21	0.0	95.2	90.9	0.21	0.5
20/15/10/5	90.3	56.6	0.23	95.5	95.3	85.7	0.24	0.6	95.2	90.7	0.23	1.0
β_i = (-1, 1, –1, 1)												
10/10/10/10	92.4	62.9	0.95	89.5	95.3	93.0	0.96	0.0	95.2	90.0	0.94	4.8
20/20/20/20	93.8	87.0	0.69	3.0	95.1	93.6	0.69	0.0	95.2	90.6	0.69	0.4
20/20/10/10	92.7	73.0	0.83	71.6	95.2	92.7	0.84	0.0	95.3	90.8	0.82	0.5
20/15/10/5	90.3	44.9	0.94	95.6	95.3	91.3	0.97	0.5	95.2	91.0	0.94	1.1
β_i=(1/3, 1/3, 1/3, 1)												
10/10/10/10	89.9	62.4	0.53	98.7	94.9	90.2	0.55	4.5	95.2	89.3	0.53	1.4
20/20/20/20	92.6	67.1	0.39	60.5	94.9	92.3	0.40	0.1	95.2	91.4	0.39	0.1
20/20/10/10	89.0	50.1	0.51	97.8	94.8	87.0	0.53	13.8	95.3	90.6	0.51	0.6
20/15/10/5	80.1	24.1	0.62	98.7	94.8	80.8	0.69	40.7	95.3	91.2	0.64	1.7
β_i = (-3, -1, 1, 3)												
10/10/10/10	91.1	65.5	2.10	98.5	95.1	91.4	2.14	0.1	95.3	90.2	2.08	1.0
20/20/20/20	63.2	67.9	1.53	23.0	95.0	92.9	1.54	0.0	95.2	91.5	1.53	0.1
20/20/10/10	91.5	53.6	1.83	91.6	95.0	90.1	1.86	0.6	95.3	90.8	1.82	0.6
20/15/10/5	85.7	48.1	2.15	94.9	95.1	85.8	2.29	35.0	95.3	90.7	2.17	1.4

Tabla AII.1

Incremento de error $\Delta\alpha$ (primera entrada) y "potencia" θ (segunda entrada) para todos los métodos sin cpc comparados. Los valores en negrita indican que el método "falla". (α=5%)

n_1	n_2	δ	ZW0		ZW1		ZW2		ZW3		ZW4	
40	40	0.0	-0.90	67.58	-0.67	67.10	-0.67	66.39	-0.67	66.39	-0.67	65.68
		0.1	**-3.55**	69.24	**-3.55**	68.41	-0.54	67.82	-0.54	67.94	-0.54	67.46
		0.2	**-4.53**	71.98	**-3.38**	71.15	-0.17	70.67	-0.17	70.67	-0.17	70.32
		0.3	**-2.01**	74.90	**-2.01**	74.60	-1.15	74.12	-1.15	74.12	-0.61	73.88
		0.5	**-3.07**	82.15	-0.96	82.33	-0.16	82.33	-0.16	82.33	-0.16	82.09
		0.7	**-3.59**	90.12	-1.04	90.60	0.15	90.54	0.15	90.54	0.67	90.30
		0.8	**-5.03**	93.87	-0.49	94.05	-0.15	94.35	-0.15	94.35	0.64	94.05
		0.9	**-4.26**	96.91	1.51	97.38	0.73	97.68	0.80	97.56	0.80	97.56
		0.95	**-8.59**	98.39	3.58	98.69	0.20	98.87	0.20	98.87	0.20	98.87
	60	0.0	-1.36	70.21	-0.52	69.49	-0.14	68.93	-0.14	68.93	-0.14	68.37
		0.1	**-3.55**	71.65	**-3.55**	70.93	-0.51	70.49	-0.51	70.49	-0.36	70.13
		0.2	**-4.53**	73.93	**-3.38**	73.65	-0.14	73.17	-0.14	73.17	-0.14	72.97
		0.3	**-2.01**	76.85	**-2.01**	76.45	**-2.01**	76.33	**-2.01**	76.37	-0.77	76.17
		0.5	**-3.07**	83.85	-0.99	83.81	-0.96	83.93	-0.96	83.89	-0.25	83.69
		0.7	**-2.01**	91.00	-0.64	91.36	-0.74	91.48	-0.74	91.52	0.21	91.32
		0.8	**-4.53**	94.44	-0.12	94.68	-0.12	95.00	-0.12	94.96	0.53	94.84
		0.9	**-7.28**	97.36	1.06	97.60	-0.67	97.92	-0.67	97.92	0.81	97.88
		0.95	**-15.78**	98.60	3.61	98.80	2.03	99.04	2.03	99.04	2.03	99.04
	100	0.0	**-6.73**	72.54	-0.52	72.11	-0.18	71.58	-0.18	71.58	-0.18	71.19
		0.1	**-3.55**	73.80	**-3.55**	73.36	-0.79	72.98	-0.84	73.05	-0.76	72.76
		0.2	**-4.53**	76.07	-1.17	75.75	-0.47	75.44	-0.47	75.44	-0.42	75.30
		0.3	**-2.01**	78.77	**-2.01**	78.68	-0.39	78.39	-0.43	78.39	-0.42	78.22
		0.5	**-3.07**	85.29	-0.96	85.27	-0.96	85.27	-0.96	85.20	-0.28	85.03
		0.7	**-2.32**	91.93	-0.88	92.08	-0.76	92.25	-0.76	92.27	-0.31	92.13
		0.8	**-4.53**	95.05	-0.21	95.22	-0.82	95.48	0.15	95.39	0.65	95.24
		0.9	**-4.73**	97.71	-0.08	97.95	0.95	98.14	0.98	98.12	1.01	98.07
		0.95	**-15.22**	98.82	3.61	99.01	2.09	99.18	2.09	99.18	2.09	99.18
60	60	0.0	-1.30	73.26	-0.48	72.61	-0.48	72.29	-0.48	72.40	-0.48	72.08
		0.1	-1.84	74.28	-0.87	73.85	-0.87	73.58	-0.87	73.64	-0.36	73.47
		0.2	**-2.76**	76.62	-0.44	76.11	-0.14	75.84	-0.14	75.84	0.01	75.68
		0.3	-0.74	79.04	-0.61	78.98	-1.67	78.69	-1.67	78.74	-0.89	78.63
		0.5	-0.85	85.33	-0.81	85.51	-0.99	85.41	-0.99	85.41	0.02	85.30
		0.7	-1.06	92.10	-1.57	92.15	-0.43	92.56	-0.37	92.50	-0.37	92.39
		0.8	**-2.94**	95.19	-0.83	95.38	-0.50	95.57	-0.50	95.57	0.53	95.46
		0.9	-1.47	97.72	1.72	97.98	0.94	98.25	0.94	98.25	1.15	98.23
		0.95	**-14.87**	98.87	-0.88	99.06	1.84	99.25	1.84	99.25	1.84	99.25
	100	0.0	**-2.32**	75.83	-0.34	75.47	-0.24	75.09	-0.24	75.09	-0.24	74.86
		0.1	**-3.08**	76.85	-1.22	76.53	-0.96	76.27	-0.96	76.29	-0.76	76.21
		0.2	**-2.76**	78.79	-0.84	78.64	-0.30	78.43	-0.30	78.46	-0.19	78.38
		0.3	-0.90	81.16	-1.04	81.14	-0.50	81.07	-0.50	81.07	-0.15	80.98
		0.5	-0.89	87.00	-0.35	87.03	-0.48	87.08	-0.48	87.08	-0.38	87.00
		0.7	-1.36	93.00	-0.48	93.12	-0.13	93.28	-0.13	93.26	-0.09	93.20
		0.8	**-2.76**	95.76	-0.33	95.93	0.24	96.06	0.24	96.04	0.28	95.97
		0.9	**-3.29**	98.13	-1.76	98.31	0.20	98.44	0.20	98.43	1.01	98.36
		0.95	**-14.44**	99.11	-0.59	99.20	1.37	99.33	2.03	99.32	2.03	99.32
100	100	0.0	-0.60	78.86	-0.60	78.66	-0.60	78.42	-0.60	78.42	-0.60	78.31
		0.1	-1.76	79.78	-1.76	79.60	-1.22	79.42	-1.22	79.46	-0.84	79.42
		0.2	-1.69	81.48	-0.82	81.27	-0.82	81.23	-0.82	81.23	-0.11	81.19
		0.3	-0.42	83.60	-0.42	83.58	-1.04	83.42	-1.04	83.44	-0.20	83.40
		0.5	-1.31	88.82	-0.23	88.69	-1.19	88.81	-1.19	88.80	-0.35	88.76
		0.7	-0.70	93.96	-0.14	94.02	-0.45	94.24	-0.51	94.28	-0.51	94.24
		0.8	**-2.29**	96.49	-0.38	96.53	0.05	96.60	0.05	96.60	0.49	96.56
		0.9	**-2.44**	98.53	0.30	98.59	0.19	98.66	0.22	98.64	0.96	98.60
		0.95	**-7.63**	99.29	-0.13	99.38	1.37	99.47	1.37	99.47	2.00	99.46
Media global			**-3.89**	86.52	-0.66	86.47	-0.24	86.43	-0.20	86.44	0.17	86.30

n_1	n_2	δ	ZN0		ZN1		ZN2		ZN3		ZN4	
40	40	0.0	-0.67	66.86	-0.67	66.39	-0.67	65.91	-0.67	65.91	-0.67	65.44
		0.1	-0.54	67.94	-0.54	67.46	0.53	66.51	0.53	66.63	0.53	66.15
		0.2	-0.17	70.67	-0.13	70.32	0.09	69.72	0.09	69.72	0.09	69.48
		0.3	-0.20	74.12	-1.19	74.42	-0.22	73.83	-0.22	73.83	-0.22	73.59
		0.5	-0.55	82.33	-1.05	82.63	-1.12	82.51	-1.12	82.51	-0.98	82.27
		0.7	-1.20	91.08	-1.76	91.08	**-3.50**	91.49	**-3.50**	91.49	**-3.47**	91.37
		0.8	-1.45	94.94	**-5.24**	95.30	**-5.07**	95.42	**-5.07**	95.42	**-5.04**	95.36
		0.9	0.34	97.86	**-5.53**	98.33	**-16.08**	98.75	**-16.08**	98.75	**-16.08**	98.75
		0.95	-0.04	99.11	**-9.06**	99.41	**-27.33**	99.64	**-27.33**	99.64	**-67.59**	99.82
	60	0.0	-0.49	69.81	0.06	68.85	0.42	68.21	0.34	68.29	0.34	67.81
		0.1	-0.40	70.93	0.08	70.29	0.26	69.57	0.11	69.65	0.11	69.29
		0.2	-0.30	73.33	-0.13	72.97	0.19	72.41	0.18	72.53	0.18	72.33
		0.3	-0.14	76.33	-0.15	76.29	-0.06	76.09	-0.06	76.05	-0.06	75.85
		0.5	-0.57	83.93	-0.60	84.05	-1.30	84.05	-0.97	84.05	-0.96	83.89
		0.7	-0.48	91.72	-1.28	91.92	**-3.86**	92.28	**-3.13**	92.20	**-3.09**	92.04
		0.8	-0.31	95.16	**-3.13**	95.56	**-8.06**	95.92	**-5.81**	95.84	**-5.79**	95.72
		0.9	-0.90	98.16	**-5.97**	98.44	**-13.94**	98.72	**-13.94**	98.72	**-13.94**	98.72
		0.95	**-3.33**	99.28	**-13.07**	99.52	**-30.27**	99.68	**-30.27**	99.68	**-57.47**	99.76
	100	0.0	-0.09	71.82	-0.08	71.63	0.36	71.09	0.36	71.09	0.36	70.76
		0.1	-0.27	73.05	-0.06	72.76	0.24	72.42	0.23	72.42	0.23	72.13
		0.2	-0.24	75.46	0.02	75.10	-0.12	74.91	-0.22	74.96	-0.21	74.81
		0.3	-0.57	78.46	-0.09	78.17	-0.79	78.15	-0.79	78.15	-0.65	78.00
		0.5	-0.30	85.32	-0.52	85.41	**-2.13**	85.51	**-2.13**	85.56	**-2.01**	85.41
		0.7	-0.62	92.44	-1.49	92.59	**-4.33**	92.90	**-3.01**	92.80	**-2.99**	92.66
		0.8	-0.70	95.65	**-3.23**	95.89	**-8.14**	96.14	**-8.14**	96.14	**-8.14**	95.99
		0.9	-1.22	98.33	**-6.27**	98.58	**-14.82**	98.82	**-14.82**	98.82	**-27.86**	98.84
		0.95	-1.67	99.35	**-8.81**	99.52	**-33.40**	99.69	**-33.40**	99.66	**-65.17**	99.71
60	60	0.0	-0.48	72.51	-0.48	72.18	-0.48	71.75	-0.48	71.75	-0.48	71.43
		0.1	-0.36	73.64	-0.36	73.26	0.30	72.83	0.30	72.83	0.30	72.67
		0.2	-0.18	75.79	-0.14	75.73	-0.04	75.30	-0.04	75.30	-0.04	75.19
		0.3	-0.64	78.88	-0.63	78.82	0.10	78.45	0.07	78.45	0.07	78.34
		0.5	-0.86	85.68	-0.31	85.43	-1.40	85.81	-1.08	85.70	-1.08	85.60
		0.7	-0.72	92.53	-1.30	92.74	**-3.77**	93.15	**-3.77**	93.15	**-3.77**	93.04
		0.8	-0.93	95.81	-0.87	95.81	**-4.14**	96.16	**-4.14**	96.16	**-4.10**	96.05
		0.9	0.94	98.25	**-2.86**	98.52	**-9.74**	98.79	**-9.74**	98.79	**-9.74**	98.79
		0.95	**-3.00**	99.38	**-12.68**	99.54	**-28.26**	99.68	**-28.26**	99.68	**-28.26**	99.68
	100	0.0	-0.24	75.34	0.08	74.92	0.23	74.60	0.23	74.63	0.23	74.40
		0.1	-0.25	76.38	-0.01	76.08	0.12	75.80	0.12	75.80	0.12	75.67
		0.2	-0.19	78.40	-0.07	78.28	0.06	78.07	0.03	78.12	0.03	78.04
		0.3	-0.14	81.03	-0.15	80.93	-0.12	80.83	-0.11	80.83	-0.11	80.73
		0.5	-0.33	87.08	-0.52	87.11	-1.03	87.21	-0.75	87.18	-0.67	87.08
		0.7	-0.27	93.36	-1.11	93.52	**-3.08**	93.64	**-2.23**	93.59	**-2.13**	93.52
		0.8	-0.49	96.17	-1.94	96.36	**-4.98**	96.56	**-4.84**	96.54	**-4.78**	96.48
		0.9	-0.77	98.57	**-3.65**	98.70	**-8.98**	98.85	**-8.98**	98.85	**-8.98**	98.85
		0.95	-0.92	99.43	**-9.72**	99.58	**-20.87**	99.69	**-20.57**	99.68	**-36.21**	99.69
100	100	0.0	-0.60	78.58	-0.60	78.38	-0.60	78.15	-0.60	78.19	-0.60	78.07
		0.1	-0.47	79.46	-0.18	79.28	0.22	79.02	0.17	79.04	0.17	79.00
		0.2	-0.14	81.19	-0.16	81.11	-0.09	80.92	-0.12	80.88	-0.12	80.83
		0.3	-0.44	83.50	-0.44	83.44	-0.04	83.30	-0.05	83.30	-0.05	83.24
		0.5	-0.19	88.75	-0.53	88.82	-0.71	88.82	-0.71	88.79	-0.71	88.75
		0.7	-0.26	94.16	-0.81	94.29	**-2.41**	94.51	**-2.08**	94.45	**-2.07**	94.41
		0.8	-1.02	96.78	**-2.53**	96.92	**-2.08**	96.83	**-2.08**	96.83	**-2.07**	96.79
		0.9	-0.34	98.76	**-3.05**	98.88	**-8.03**	99.00	**-8.03**	98.98	**-7.99**	98.95
		0.95	-1.55	99.54	**-8.03**	99.63	**-18.45**	99.71	**-17.35**	99.69	**-17.35**	99.69
Media global			-0.60	86.57	**-2.39**	86.57	**-5.71**	86.53	**-5.56**	86.52	**-8.05**	86.41

n_1	n_2	δ	ZCb0		ZCb1		ZCb2		ZCb3		ZCb4	
40	40	0.0	-0.9	67.34	-0.67	66.39	-0.67	66.15	-0.67	66.15	-0.67	65.44
		0.1	-0.92	68.65	-0.54	67.82	0.53	66.98	0.32	67.22	0.32	66.75
		0.2	-0.63	71.03	-0.17	70.79	0.17	70.08	0.17	70.08	0.32	69.84
		0.3	-0.51	74.36	-0.13	74.12	-0.77	74.18	-1.15	74.30	-0.61	74.06
		0.5	-0.16	82.09	-0.92	82.51	-1.16	82.87	-1.05	82.75	-1.05	82.51
		0.7	0.21	90.42	-0.32	90.84	**-3.20**	91.67	**-2.95**	91.55	**-2.79**	91.31
		0.8	1.26	94.11	-0.60	94.77	**-5.26**	95.54	**-5.26**	95.54	**-5.04**	95.36
		0.9	-1.15	97.68	**-4.89**	98.10	**-5.53**	98.33	**-5.53**	98.33	**-5.53**	98.33
		0.95	1.22	98.87	**-8.01**	99.29	**-22.94**	99.52	**-22.94**	99.52	**-36.13**	99.58
	60	0.0	-0.48	69.89	-0.27	69.41	0.42	68.53	0.42	68.69	0.42	68.21
		0.1	-1.36	71.21	-1.08	70.61	-0.97	69.97	-0.97	70.01	-0.92	69.69
		0.2	-1.24	73.57	-1.25	73.05	-1.79	72.93	-1.79	72.97	-1.70	72.81
		0.3	-0.48	76.61	-0.70	76.45	-0.89	76.25	-0.89	76.21	-0.69	76.05
		0.5	-0.43	83.93	-1.04	84.09	-1.41	84.21	-1.35	84.09	-1.22	83.97
		0.7	-0.57	91.48	-1.20	91.88	**-3.10**	92.12	**-2.93**	92.08	**-2.85**	91.96
		0.8	-0.49	95.08	-1.75	95.36	**-4.59**	95.68	**-4.59**	95.64	**-4.56**	95.48
		0.9	0.64	97.92	**-2.38**	98.24	**-12.18**	98.64	**-12.18**	98.64	**-12.18**	98.64
		0.95	1.6	99.04	**-6.20**	99.36	**-18.16**	99.56	**-18.16**	99.56	**-35.91**	99.60
	100	0.0	-0.18	72.20	0.15	71.72	0.36	71.24	0.36	71.24	0.36	70.85
		0.1	**-2.03**	73.44	-1.97	73.05	**-6.72**	72.71	**-6.72**	72.74	**-6.72**	72.42
		0.2	-1.17	75.66	-1.52	75.46	**-3.35**	75.15	**-3.35**	75.18	**-3.33**	75.03
		0.3	-0.93	78.56	-1.33	78.41	**-3.00**	78.34	**-3.04**	78.34	**-2.95**	78.19
		0.5	-0.41	85.37	-1.51	85.46	**-2.93**	85.51	**-2.93**	85.51	**-2.84**	85.39
		0.7	-0.57	92.39	-1.99	92.54	**-5.48**	92.80	**-3.91**	92.76	**-3.87**	92.63
		0.8	-0.37	95.56	**-2.30**	95.77	**-6.60**	96.02	**-6.62**	96.04	**-6.59**	95.87
		0.9	0.26	98.24	**-3.73**	98.45	**-11.33**	98.70	**-9.92**	98.67	**-9.92**	98.67
		0.95	1.33	99.23	**-6.32**	99.44	**-18.40**	99.59	**-18.40**	99.59	**-36.21**	99.61
60	60	0.0	-0.48	72.83	-0.48	72.40	-0.48	71.86	-0.48	71.97	-0.48	71.75
		0.1	-0.87	73.96	-0.87	73.64	0.18	73.15	0.18	73.15	0.18	73.04
		0.2	-0.22	76.00	0.01	75.84	0.12	75.57	0.10	75.57	0.10	75.46
		0.3	-0.4	78.80	-0.13	78.80	-0.37	78.88	-0.63	78.88	-0.63	78.77
		0.5	-0.35	85.41	-0.86	85.68	-1.21	85.65	-1.31	85.70	-1.09	85.60
		0.7	-0.37	92.34	-0.77	92.64	**-2.31**	92.80	**-2.32**	92.80	**-2.00**	92.69
		0.8	0.42	95.46	-0.87	95.81	**-4.14**	96.16	**-3.68**	96.05	**-3.63**	96.00
		0.9	-0.38	98.20	**-3.07**	98.50	**-9.72**	98.74	**-6.69**	98.63	**-6.69**	98.63
		0.95	1.87	99.19	**-3.00**	99.38	**-13.26**	99.60	**-13.26**	99.60	**-13.26**	99.60
	100	0.0	-0.06	75.41	-0.02	75.12	0.23	74.73	0.21	74.76	0.21	74.50
		0.1	-1.76	76.59	-0.85	76.34	-0.79	75.99	-0.85	76.01	-0.76	75.90
		0.2	-0.98	78.59	-1.21	78.38	-0.94	78.27	-0.94	78.27	-0.72	78.19
		0.3	-0.75	81.16	-0.75	81.01	-1.17	80.86	-0.81	80.86	-0.68	80.80
		0.5	-0.35	87.11	-0.75	87.13	-1.79	87.19	-1.42	87.16	-1.28	87.10
		0.7	-0.13	93.26	-0.82	93.44	**-2.85**	93.59	**-2.40**	93.57	**-2.20**	93.51
		0.8	-0.51	96.12	-1.43	96.27	**-3.29**	96.41	**-3.13**	96.41	**-3.01**	96.35
		0.9	-0.18	98.46	-1.65	98.59	**-7.43**	98.78	**-5.82**	98.75	**-5.81**	98.73
		0.95	1.24	99.33	**-3.12**	99.48	**-10.11**	99.59	**-10.11**	99.59	**-10.11**	99.59
100	100	0.0	-0.6	78.74	-0.60	78.46	-0.60	78.27	-0.60	78.31	-0.60	78.19
		0.1	-0.64	79.58	-0.47	79.46	0.10	79.22	0.10	79.26	0.10	79.22
		0.2	-0.29	81.29	-0.11	81.21	0.00	81.00	-0.02	81.02	-0.02	80.98
		0.3	-0.43	83.48	-0.44	83.56	-0.44	83.48	-0.44	83.48	-0.44	83.44
		0.5	-0.77	88.95	-0.36	88.77	-0.78	88.84	-0.78	88.84	-0.56	88.81
		0.7	-0.9	94.23	-0.55	94.26	-1.39	94.35	-1.45	94.35	-1.31	94.31
		0.8	0.28	96.56	-0.15	96.67	**-2.53**	96.94	**-2.53**	96.94	**-2.53**	96.90
		0.9	0.56	98.66	-0.34	98.76	**-3.05**	98.88	**-3.05**	98.88	**-2.91**	98.83
		0.95	1.37	99.45	-1.55	99.54	**-8.07**	99.65	**-8.03**	99.63	**-8.03**	99.63
Media global			-0.25	86.57	-1.51	86.58	**-4.21**	86.59	**-4.04**	86.59	**-4.91**	86.48

n_1	n_2	δ	ZE0		ZE1		ZE2		ZE3		ZE4	
40	40	0.0	-0.9	67.34	-0.67	66.39	-0.67	66.15	-0.67	66.15	-0.67	65.20
		0.1	-1.04	68.29	-0.54	67.70	0.32	66.98	0.32	66.98	0.32	66.15
		0.2	**-2.17**	70.91	-0.17	70.55	0.36	69.72	0.36	69.72	0.36	69.24
		0.3	-0.77	74.12	-0.01	74.00	-0.32	73.83	-0.32	73.83	-0.32	73.47
		0.5	-0.16	82.09	-0.33	82.15	-1.05	82.63	-1.05	82.63	-1.05	82.39
		0.7	-0.69	90.54	-0.60	90.96	**-3.20**	91.67	**-2.69**	91.43	**-2.39**	91.08
		0.8	**-2.17**	94.35	-0.60	94.77	**-5.26**	95.54	**-5.26**	95.54	**-5.04**	95.36
		0.9	-1.31	97.92	**-5.53**	98.33	**-5.53**	98.33	**-5.53**	98.33	**-5.53**	98.33
		0.95	-0.04	99.11	**-9.06**	99.41	**-27.33**	99.64	**-27.33**	99.64	**-40.52**	99.70
	60	0.0	-0.48	69.89	-0.27	69.41	0.42	68.53	0.42	68.69	0.42	67.97
		0.1	-0.67	71.13	0.09	70.33	0.11	69.97	0.11	70.09	0.11	69.49
		0.2	**-2.17**	73.09	-0.09	72.93	0.32	72.57	0.18	72.65	0.18	72.37
		0.3	-1.57	76.49	0.05	76.13	0.05	76.01	0.09	75.97	0.09	75.61
		0.5	-0.43	83.89	-0.96	83.93	-0.44	84.01	-0.60	83.97	-0.55	83.77
		0.7	-1.57	91.52	-0.58	91.80	**-2.21**	92.12	**-2.19**	92.08	-1.66	91.80
		0.8	**-2.17**	95.08	-1.23	95.40	**-3.90**	95.60	**-3.90**	95.60	**-3.75**	95.40
		0.9	-0.67	98.00	**-2.51**	98.28	**-9.16**	98.60	**-9.16**	98.60	**-9.16**	98.60
		0.95	-0.2	99.20	**-8.81**	99.40	**-18.16**	99.56	**-18.16**	99.56	**-18.16**	99.56
	100	0.0	-0.18	72.20	0.15	71.72	0.36	71.24	0.36	71.24	0.36	70.71
		0.1	-0.67	73.19	0.11	72.76	0.27	72.49	0.19	72.57	0.19	72.16
		0.2	**-2.17**	75.54	0.05	75.20	-0.24	75.01	0.05	75.03	0.10	74.79
		0.3	-0.57	78.39	-0.57	78.27	-0.57	78.12	-0.57	78.10	-0.11	77.88
		0.5	-0.85	85.22	-0.17	85.22	-0.96	85.32	-0.96	85.34	-0.27	85.12
		0.7	-0.57	92.37	-0.88	92.56	**-3.04**	92.73	**-3.04**	92.78	**-2.99**	92.56
		0.8	**-2.17**	95.60	-0.85	95.77	**-3.75**	95.92	**-3.76**	95.94	**-3.75**	95.70
		0.9	-0.67	98.31	**-2.32**	98.45	**-7.39**	98.65	**-7.39**	98.65	**-7.39**	98.65
		0.95	0.2	99.28	**-7.80**	99.44	**-18.40**	99.61	**-18.40**	99.61	**-18.40**	99.61
60	60	0.0	-0.48	72.83	-0.48	72.40	-0.48	71.86	-0.48	71.97	-0.48	71.65
		0.1	-0.57	73.85	-0.36	73.53	0.18	73.04	0.18	73.04	0.18	72.72
		0.2	-0.15	75.84	0.01	75.73	0.14	75.30	0.10	75.36	0.10	75.14
		0.3	-1.57	78.74	-0.15	78.69	-0.37	78.66	-0.63	78.77	-0.63	78.61
		0.5	-0.3	85.35	-0.86	85.68	-0.41	85.49	-0.30	85.43	-0.07	85.27
		0.7	-1.57	92.45	-0.70	92.64	**-2.08**	92.74	-1.94	92.69	-1.43	92.53
		0.8	0.42	95.46	-0.87	95.81	**-4.14**	96.16	**-3.83**	96.16	**-3.64**	96.05
		0.9	-0.4	98.31	**-3.08**	98.55	**-9.74**	98.79	**-9.22**	98.68	**-9.22**	98.68
		0.95	1.84	99.25	**-3.14**	99.44	**-13.26**	99.60	**-13.26**	99.60	**-13.26**	99.60
	100	0.0	-0.06	75.41	-0.02	75.12	0.23	74.73	0.21	74.76	0.21	74.40
		0.1	-0.67	76.48	-0.06	76.21	0.09	75.82	0.06	75.85	0.06	75.67
		0.2	-0.95	78.40	0.00	78.23	0.16	78.02	0.05	78.04	0.05	77.88
		0.3	-1.57	81.09	0.04	80.86	0.06	80.78	0.03	80.81	0.05	80.72
		0.5	-0.69	87.06	-0.04	87.02	-0.26	87.11	-0.25	87.08	-0.16	86.97
		0.7	-1.57	93.35	-0.28	93.39	-1.17	93.51	-1.40	93.52	-0.95	93.41
		0.8	-0.95	96.12	-1.15	96.27	**-3.83**	96.41	**-3.83**	96.38	**-3.75**	96.28
		0.9	0.01	98.49	**-2.49**	98.65	**-7.39**	98.80	**-7.39**	98.80	**-7.39**	98.78
		0.95	0.66	99.40	**-3.66**	99.51	**-18.40**	99.63	**-13.03**	99.61	**-13.03**	99.61
100	100	0.0	-0.6	78.74	-0.60	78.46	-0.60	78.27	-0.60	78.31	-0.60	78.15
		0.1	-1.36	79.58	-0.47	79.42	0.11	79.10	0.11	79.12	0.11	79.02
		0.2	-0.95	81.21	-0.11	81.11	0.00	80.96	-0.03	80.98	-0.03	80.90
		0.3	-1.28	83.44	-0.44	83.48	-0.44	83.44	-0.44	83.42	-0.44	83.36
		0.5	-0.7	88.85	-0.21	88.75	-0.53	88.75	-0.49	88.73	-0.49	88.67
		0.7	-1.28	94.27	-0.34	94.24	-1.42	94.35	-1.30	94.33	-0.81	94.28
		0.8	-0.95	96.58	-0.16	96.71	**-2.53**	96.94	**-2.53**	96.94	**-2.52**	96.88
		0.9	-1.36	98.70	-0.34	98.76	**-3.05**	98.88	**-3.05**	98.88	**-2.81**	98.82
		0.95	1.37	99.47	-1.56	99.56	**-8.07**	99.65	**-8.07**	99.65	**-8.07**	99.65
Media global			-0.81	86.54	-1.27	86.52	**-3.65**	86.51	**-3.53**	86.51	**-3.69**	86.32

n_1	n_2	δ	ZPa0		ZPa1		ZPa2		ZPa3		ZPa4	
40	40	0.0	-0.67	62.82	-0.67	62.82	-0.67	62.82	-0.67	62.82	-0.67	62.34
		0.1	-0.54	63.77	-0.54	63.77	0.62	62.11	0.62	62.11	0.62	61.75
		0.2	-0.16	66.63	-0.16	66.63	0.92	65.20	0.92	65.20	0.92	64.96
		0.3	0.45	70.67	0.45	70.67	-0.21	71.68	-0.21	71.68	-0.21	71.56
		0.5	-0.16	81.26	0.99	80.49	-1.05	82.15	-1.05	82.15	-1.05	81.92
		0.7	1.01	89.95	-0.27	90.72	-0.27	90.72	-0.27	90.72	-0.20	90.48
		0.8	1.26	94.11	-0.60	94.77	**-5.26**	95.54	**-5.26**	95.54	**-5.04**	95.36
		0.9	-1.31	97.92	**-5.53**	98.33	**-5.53**	98.33	**-5.53**	98.33	**-5.53**	98.33
		0.95	-0.04	99.11	**-9.06**	99.41	**-27.33**	99.64	**-27.33**	99.64	**-40.52**	99.70
	60	0.0	0.48	63.97	0.48	64.29	0.48	64.13	0.48	64.13	0.48	63.89
		0.1	-0.36	66.29	0.12	65.41	0.19	65.17	0.19	65.17	0.19	64.93
		0.2	-0.01	69.17	0.44	68.85	0.52	68.81	0.36	68.85	0.36	68.57
		0.3	-0.43	74.05	0.07	73.53	0.23	73.45	0.15	73.49	0.15	73.37
		0.5	-0.43	82.93	-0.11	82.77	-0.35	82.93	-0.09	82.97	-0.09	82.81
		0.7	-0.57	91.04	-0.38	91.40	-1.59	91.68	-1.59	91.60	-1.39	91.48
		0.8	**-2.17**	94.88	-0.41	95.04	**-3.90**	95.40	**-3.90**	95.40	**-3.75**	95.24
		0.9	-0.67	97.80	-0.53	98.08	**-6.03**	98.48	**-5.60**	98.40	**-5.60**	98.40
		0.95	0.20	99.04	-1.48	99.24	**-9.79**	99.44	**-9.79**	99.44	**-9.79**	99.44
	100	0.0	-0.08	67.33	0.40	66.99	0.52	66.75	0.52	66.80	0.52	66.55
		0.1	0.01	68.29	0.29	68.08	0.45	67.91	0.36	67.95	0.36	67.76
		0.2	0.30	71.17	0.12	71.46	0.34	71.38	0.34	71.38	0.34	71.21
		0.3	0.16	75.39	0.14	75.54	0.39	75.54	0.39	75.54	0.39	75.44
		0.5	-0.11	83.75	0.13	83.82	0.17	83.97	0.10	84.01	0.10	83.92
		0.7	-0.57	91.26	-0.10	91.60	-0.57	91.86	-0.57	91.86	-0.54	91.74
		0.8	1.07	94.64	-0.12	95.00	-0.95	95.32	-1.03	95.32	-1.01	95.22
		0.9	3.03	97.56	0.81	97.90	-0.67	98.19	-0.67	98.16	-0.67	98.16
		0.95	3.61	98.77	3.04	98.99	0.20	99.20	0.20	99.18	0.20	99.18
60	60	0.0	-0.48	68.53	-0.48	68.53	-0.48	68.53	-0.48	68.53	-0.48	68.31
		0.1	-0.36	69.50	-0.36	69.50	0.60	68.31	0.60	68.31	0.60	68.15
		0.2	0.01	72.35	0.01	72.35	0.91	71.32	0.91	71.32	0.91	71.27
		0.3	0.61	75.73	0.61	75.73	0.17	76.30	-0.63	77.16	-0.63	77.05
		0.5	0.56	84.17	-0.86	85.25	0.00	84.68	0.00	84.68	0.00	84.57
		0.7	-0.37	92.34	0.78	92.05	-0.71	92.48	-0.71	92.48	-0.71	92.42
		0.8	0.42	95.46	-0.87	95.81	**-4.14**	96.16	-0.47	95.67	-0.44	95.62
		0.9	-0.40	98.31	**-3.08**	98.55	**-9.74**	98.79	**-2.86**	98.52	**-2.86**	98.52
		0.95	1.84	99.25	**-3.14**	99.44	**-13.26**	99.60	**-13.26**	99.60	**-13.26**	99.60
	100	0.0	0.24	70.64	0.24	70.74	0.27	70.54	0.25	70.57	0.25	70.44
		0.1	-0.12	72.16	0.11	71.86	0.29	71.73	0.29	71.74	0.29	71.61
		0.2	0.21	74.92	0.18	75.05	0.37	74.99	0.37	74.99	0.37	74.92
		0.3	-0.20	78.92	0.25	78.72	0.21	78.70	0.20	78.70	0.20	78.64
		0.5	0.29	85.83	0.17	86.11	-0.10	86.20	-0.10	86.22	-0.10	86.15
		0.7	0.17	92.78	-0.19	93.00	-0.66	93.17	-0.82	93.17	-0.81	93.10
		0.8	0.28	95.76	-0.76	95.97	**-3.12**	96.19	-1.60	96.17	-1.56	96.12
		0.9	0.20	98.28	0.22	98.43	**-2.96**	98.62	**-2.96**	98.62	**-2.96**	98.62
		0.95	2.03	99.24	0.76	99.37	**-3.66**	99.50	**-3.66**	99.50	**-3.66**	99.50
100	100	0.0	-0.60	75.05	-0.60	75.05	-0.60	75.05	-0.60	75.05	-0.60	74.97
		0.1	-0.47	76.03	-0.47	76.03	0.31	75.28	0.31	75.28	0.31	75.22
		0.2	-0.11	78.56	-0.11	78.56	0.64	77.90	0.64	77.90	0.64	77.88
		0.3	0.50	81.21	-0.44	82.03	-0.44	82.03	-0.44	82.03	-0.44	81.99
		0.5	0.92	87.50	-0.06	88.12	0.60	87.75	0.60	87.75	0.60	87.73
		0.7	-0.90	94.23	0.16	94.02	-0.81	94.22	-0.81	94.22	-0.81	94.18
		0.8	0.61	96.50	-0.15	96.67	**-2.53**	96.94	**-2.53**	96.94	**-2.53**	96.90
		0.9	1.72	98.60	-0.34	98.76	**-3.05**	98.88	**-3.05**	98.88	**-2.91**	98.83
		0.95	1.37	99.47	-1.56	99.56	**-8.07**	99.65	**-8.07**	99.65	**-8.07**	99.65
Media global			0.23	84.72	-0.43	84.84	**-2.13**	84.85	-1.91	84.85	**-2.15**	84.75

n_1	n_2	δ	ZPb0		ZPb1		ZPb2		ZPb3		ZPb4	
40	40	0.0	-0.67	62.82	-0.67	62.82	-0.67	62.82	-0.67	62.82	-0.67	62.34
		0.1	-0.54	63.77	-0.54	63.77	0.62	62.11	0.62	62.11	0.62	61.75
		0.2	-0.16	66.63	-0.16	66.63	0.92	65.20	0.92	65.20	0.92	64.96
		0.3	0.45	70.67	0.45	70.67	-0.21	71.68	-0.21	71.68	-0.21	71.56
		0.5	-0.16	81.26	0.99	80.49	-1.05	82.15	-1.05	82.15	-1.05	81.92
		0.7	1.01	89.95	-0.27	90.72	-0.27	90.72	-0.27	90.72	-0.20	90.48
		0.8	1.26	94.11	-0.60	94.77	**-5.26**	95.54	**-5.26**	95.54	**-5.04**	95.36
		0.9	-1.31	97.92	**-5.53**	98.33	**-5.53**	98.33	**-5.53**	98.33	**-5.53**	98.33
		0.95	-0.04	99.11	**-9.06**	99.41	**-27.33**	99.64	**-27.33**	99.64	**-40.52**	99.70
	60	0.0	0.48	63.97	0.48	64.29	0.48	64.13	0.48	64.13	0.48	63.89
		0.1	-0.36	66.29	0.12	65.41	0.19	65.17	0.19	65.17	0.19	64.93
		0.2	-0.01	69.17	0.44	68.85	0.52	68.81	0.36	68.85	0.36	68.57
		0.3	-0.43	74.05	0.07	73.53	0.23	73.45	0.15	73.49	0.15	73.37
		0.5	-0.43	82.93	-0.11	82.77	-0.35	82.93	-0.09	82.97	-0.09	82.81
		0.7	-0.57	91.04	-0.38	91.40	-1.59	91.68	-1.59	91.60	-1.39	91.48
		0.8	**-2.17**	94.88	-0.41	95.04	**-3.90**	95.40	**-3.90**	95.40	**-3.75**	95.24
		0.9	-0.67	97.80	-0.53	98.08	**-6.03**	98.48	**-5.60**	98.40	**-5.60**	98.40
		0.95	0.20	99.04	-1.48	99.24	**-9.79**	99.44	**-9.79**	99.44	**-9.79**	99.44
	100	0.0	-0.08	67.33	0.40	66.99	0.52	66.75	0.52	66.80	0.52	66.55
		0.1	0.01	68.29	0.29	68.08	0.45	67.91	0.36	67.95	0.36	67.76
		0.2	0.30	71.17	0.12	71.46	0.34	71.38	0.34	71.38	0.34	71.21
		0.3	0.16	75.39	0.14	75.54	0.39	75.54	0.39	75.54	0.39	75.44
		0.5	-0.11	83.75	0.13	83.82	0.17	83.97	0.10	84.01	0.10	83.92
		0.7	-0.57	91.26	-0.10	91.60	-0.57	91.86	-0.57	91.86	-0.54	91.74
		0.8	1.07	94.64	-0.12	95.00	-0.95	95.32	-1.03	95.32	-1.01	95.22
		0.9	3.03	97.56	0.81	97.90	-0.67	98.19	-0.67	98.16	-0.67	98.16
		0.95	3.61	98.77	3.04	98.99	0.20	99.20	0.20	99.18	0.20	99.18
60	60	0.0	-0.48	68.53	-0.48	68.53	-0.48	68.53	-0.48	68.53	-0.48	68.31
		0.1	-0.36	69.50	-0.36	69.50	0.60	68.31	0.60	68.31	0.60	68.15
		0.2	0.01	72.35	0.01	72.35	0.91	71.32	0.91	71.32	0.91	71.27
		0.3	0.61	75.73	0.61	75.73	0.17	76.30	-0.63	77.16	-0.63	77.05
		0.5	0.56	84.17	-0.86	85.25	0.00	84.68	0.00	84.68	0.00	84.57
		0.7	-0.37	92.34	0.78	92.05	-0.71	92.48	-0.71	92.48	-0.71	92.42
		0.8	0.42	95.46	-0.87	95.81	**-4.14**	96.16	-0.47	95.67	-0.44	95.62
		0.9	-0.40	98.31	**-3.08**	98.55	**-9.74**	98.79	**-2.86**	98.52	**-2.86**	98.52
		0.95	1.84	99.25	**-3.14**	99.44	**-13.26**	99.60	**-13.26**	99.60	**-13.26**	99.60
	100	0.0	0.24	70.64	0.24	70.74	0.27	70.54	0.25	70.57	0.25	70.44
		0.1	-0.12	72.16	0.11	71.86	0.29	71.73	0.29	71.74	0.29	71.61
		0.2	0.21	74.92	0.18	75.05	0.37	74.99	0.37	74.99	0.37	74.92
		0.3	-0.20	78.92	0.25	78.72	0.21	78.70	0.20	78.70	0.20	78.64
		0.5	0.29	85.83	0.17	86.11	-0.10	86.20	-0.10	86.22	-0.10	86.15
		0.7	0.17	92.78	-0.19	93.00	-0.66	93.17	-0.82	93.17	-0.81	93.10
		0.8	0.28	95.76	-0.76	95.97	**-3.12**	96.19	-1.60	96.17	-1.56	96.12
		0.9	0.20	98.28	0.22	98.43	**-2.96**	98.62	**-2.96**	98.62	**-2.96**	98.62
		0.95	2.03	99.24	0.76	99.37	**-3.66**	99.50	**-3.66**	99.50	**-3.66**	99.50
100	100	0.0	-0.60	75.05	-0.60	75.05	-0.60	75.05	-0.60	75.05	-0.60	74.97
		0.1	-0.47	76.03	-0.47	76.03	0.31	75.28	0.31	75.28	0.31	75.22
		0.2	-0.11	78.56	-0.11	78.56	0.64	77.90	0.64	77.90	0.64	77.88
		0.3	0.50	81.21	-0.44	82.03	-0.44	82.03	-0.44	82.03	-0.44	81.99
		0.5	0.92	87.50	-0.06	88.12	0.60	87.75	0.60	87.75	0.60	87.73
		0.7	-0.90	94.23	0.16	94.02	-0.81	94.22	-0.81	94.22	-0.81	94.18
		0.8	0.61	96.50	-0.15	96.67	**-2.53**	96.94	**-2.53**	96.94	**-2.53**	96.90
		0.9	1.72	98.60	-0.34	98.76	**-3.05**	98.88	**-3.05**	98.88	**-2.91**	98.83
		0.95	1.37	99.47	-1.56	99.56	**-8.07**	99.65	**-8.07**	99.65	**-8.07**	99.65
Media global			0.23	84.72	-0.43	84.84	**-2.13**	84.85	-1.91	84.85	**-2.15**	84.75

n_1	n_2	δ	XCb0		XCb1		XCb2		XCb3		XC4	
40	40	0.0	-0.90	67.34	-0.67	66.39	-0.67	66.15	-0.67	66.15	-0.67	65.44
		0.1	**-11.86**	69.24	**-37.82**	69.13	**-17.43**	67.94	**-17.43**	68.05	**-17.29**	67.82
		0.2	**-16.19**	72.46	**-39.51**	72.58	**-24.38**	71.74	**-24.38**	71.74	**-23.62**	71.39
		0.3	**-18.40**	76.03	**-40.54**	76.74	**-26.50**	76.09	**-26.50**	76.09	**-25.96**	75.85
		0.5	**-19.35**	84.24	**-40.66**	85.13	**-39.56**	85.13	**-39.56**	85.25	**-38.84**	85.01
		0.7	**-16.41**	91.49	**-38.14**	92.86	**-37.54**	93.10	**-37.54**	92.98	**-37.29**	92.74
		0.8	**-13.91**	94.82	**-36.48**	96.19	**-35.83**	96.37	**-35.83**	96.37	**-35.69**	96.19
		0.9	**-8.64**	97.44	**-32.10**	98.69	**-32.10**	98.93	**-32.10**	98.81	**-32.10**	98.81
		0.95	**-4.32**	98.39	**-27.33**	99.52	**-27.33**	99.64	**-27.33**	99.64	**-40.52**	99.70
	60	0.0	-0.48	69.89	-0.27	69.41	0.42	68.53	0.42	68.69	0.42	68.21
		0.1	**-12.07**	71.61	**-38.92**	71.41	**-22.16**	70.85	**-22.16**	70.85	**-22.10**	70.61
		0.2	**-17.47**	74.69	**-40.66**	74.77	**-27.54**	74.29	**-27.54**	74.33	**-27.35**	74.13
		0.3	**-19.31**	78.13	**-42.26**	78.57	**-40.62**	78.41	**-40.62**	78.45	**-40.16**	78.21
		0.5	**-20.55**	85.41	**-42.77**	86.33	**-40.66**	86.17	**-40.66**	86.25	**-39.89**	86.01
		0.7	**-18.28**	92.20	**-39.66**	93.48	**-38.90**	93.48	**-38.90**	93.48	**-38.68**	93.32
		0.8	**-13.70**	95.24	**-37.46**	96.36	**-37.38**	96.56	**-37.38**	96.56	**-37.36**	96.36
		0.9	**-11.26**	97.76	**-34.35**	98.76	**-34.35**	98.92	**-34.35**	98.92	**-34.35**	98.92
		0.95	**-5.53**	98.68	**-30.27**	99.56	**-30.27**	99.68	**-30.27**	99.64	**-52.86**	99.68
	100	0.0	-0.18	72.20	0.15	71.72	0.36	71.24	0.36	71.24	0.36	70.85
		0.1	**-16.04**	73.80	**-41.50**	73.75	**-27.09**	73.24	**-27.09**	73.24	**-27.09**	73.07
		0.2	**-22.86**	76.55	**-43.04**	76.84	**-41.05**	76.43	**-41.05**	76.45	**-41.02**	76.31
		0.3	**-24.86**	79.76	**-45.39**	80.25	**-41.34**	79.96	**-41.34**	79.93	**-41.23**	79.74
		0.5	**-24.86**	86.45	**-46.42**	87.30	**-42.77**	87.23	**-42.77**	87.27	**-41.02**	87.10
		0.7	**-24.19**	92.85	**-42.81**	93.82	**-40.13**	93.94	**-40.13**	93.87	**-40.09**	93.72
		0.8	**-19.20**	95.53	**-39.08**	96.62	**-39.06**	96.79	**-39.06**	96.79	**-39.05**	96.67
		0.9	**-11.34**	97.83	**-36.69**	98.89	**-36.68**	98.94	**-36.68**	98.94	**-49.73**	98.96
		0.95	**-5.41**	98.72	**-33.40**	99.64	**-33.40**	99.66	**-33.40**	99.66	**-51.21**	99.69
60	60	0.0	-0.48	72.83	-0.48	72.40	-0.48	71.86	-0.48	71.97	-0.48	71.75
		0.1	**-15.15**	74.39	**-39.28**	74.39	**-22.66**	73.90	**-22.66**	73.96	**-22.12**	73.80
		0.2	**-20.56**	77.29	**-42.07**	77.34	**-28.41**	76.97	**-28.41**	77.02	**-27.54**	76.91
		0.3	**-21.38**	80.30	**-43.77**	80.95	**-31.18**	80.60	**-31.18**	80.65	**-29.44**	80.49
		0.5	**-22.46**	87.02	**-42.47**	87.88	**-41.24**	87.53	**-41.24**	87.53	**-40.18**	87.42
		0.7	**-21.03**	93.36	**-40.06**	94.09	**-39.26**	94.03	**-39.26**	93.98	**-38.75**	93.87
		0.8	**-16.86**	95.94	**-38.57**	96.72	**-37.75**	96.80	**-37.75**	96.80	**-37.38**	96.69
		0.9	**-11.23**	98.20	**-34.53**	98.87	**-34.35**	99.01	**-34.35**	99.01	**-34.35**	99.01
		0.95	**-5.44**	99.03	**-30.27**	99.60	**-30.27**	99.70	**-30.27**	99.70	**-30.27**	99.70
	100	0.0	-0.06	75.41	-0.02	75.12	0.23	74.73	0.21	74.76	0.21	74.50
		0.1	**-16.58**	77.05	**-42.14**	77.10	**-27.17**	76.64	**-27.17**	76.72	**-27.09**	76.63
		0.2	**-21.91**	79.53	**-44.13**	79.69	**-31.81**	79.42	**-31.81**	79.42	**-31.22**	79.31
		0.3	**-25.14**	82.42	**-46.47**	82.70	**-41.95**	82.57	**-41.95**	82.57	**-41.29**	82.47
		0.5	**-26.82**	88.39	**-47.62**	88.90	**-44.49**	88.83	**-44.49**	88.82	**-41.24**	88.72
		0.7	**-23.23**	94.01	**-44.35**	94.61	**-41.62**	94.69	**-41.62**	94.69	**-40.10**	94.60
		0.8	**-20.14**	96.48	**-40.44**	97.05	**-39.14**	97.08	**-39.14**	97.08	**-39.06**	97.01
		0.9	**-14.45**	98.43	**-36.72**	98.99	**-36.69**	99.04	**-36.69**	99.04	**-36.68**	99.03
		0.95	**-9.97**	99.20	**-33.40**	99.66	**-33.40**	99.71	**-33.40**	99.69	**-33.40**	99.69
100	100	0.0	-0.60	78.74	-0.60	78.46	-0.60	78.27	-0.60	78.31	-0.60	78.19
		0.1	**-19.90**	80.17	**-42.19**	80.09	**-28.09**	79.75	**-28.09**	79.77	**-27.17**	79.71
		0.2	**-24.60**	82.33	**-44.43**	82.34	**-34.62**	82.14	**-34.62**	82.14	**-31.81**	82.08
		0.3	**-27.59**	84.80	**-46.54**	85.05	**-36.08**	84.89	**-36.08**	84.87	**-33.40**	84.82
		0.5	**-29.17**	90.19	**-47.68**	90.37	**-45.45**	90.33	**-45.45**	90.31	**-42.07**	90.26
		0.7	**-25.81**	95.01	**-44.87**	95.33	**-42.97**	95.31	**-42.97**	95.33	**-40.54**	95.27
		0.8	**-21.72**	97.07	**-41.59**	97.41	**-40.31**	97.47	**-40.31**	97.47	**-39.14**	97.41
		0.9	**-15.91**	98.81	**-37.47**	99.10	**-36.88**	99.14	**-36.88**	99.14	**-36.68**	99.09
		0.95	**-9.21**	99.43	**-33.40**	99.68	**-33.40**	99.75	**-33.40**	99.75	**-33.40**	99.75
Media global			**-16.54**	87.18	**-37.50**	87.68	**-32.82**	87.53	**-32.82**	87.54	**-33.51**	87.42

n_1	n_2	δ	XPb0		XPb1		XPb2		XPb3		XPb4	
40	40	0.0	**-84.61**	90.90	**-84.61**	90.90	**-84.57**	90.42	**-84.57**	90.42	**-84.57**	90.42
		0.1	**-84.55**	91.14	**-84.55**	91.14	**-84.53**	90.78	**-84.53**	90.78	**-84.53**	90.78
		0.2	**-84.42**	91.85	**-84.40**	91.61	**-84.37**	91.26	**-84.37**	91.26	**-84.37**	91.26
		0.3	**-84.15**	92.33	**-84.12**	92.09	**-84.12**	91.91	**-84.12**	91.91	**-84.12**	91.91
		0.5	**-83.26**	93.87	**-83.21**	93.58	**-83.21**	93.93	**-83.21**	93.93	**-83.21**	93.93
		0.7	**-81.36**	96.01	**-81.35**	95.95	**-81.34**	95.84	**-81.34**	95.84	**-64.48**	95.00
		0.8	**-79.40**	97.09	**-72.60**	96.91	**-63.42**	97.09	**-63.42**	97.09	**-35.69**	96.67
		0.9	**-33.58**	98.63	**-32.10**	98.69	**-32.10**	98.93	**-32.10**	98.93	**-32.10**	98.93
		0.95	**-27.33**	99.46	**-27.33**	99.52	**-27.33**	99.64	**-27.33**	99.64	**-67.59**	99.82
	60	0.0	**-91.24**	93.40	**-91.24**	93.24	**-91.24**	93.24	**-91.24**	93.24	**-91.24**	93.24
		0.1	**-91.25**	93.64	**-91.25**	93.52	**-91.24**	93.36	**-91.24**	93.40	**-91.24**	93.40
		0.2	**-91.20**	93.76	**-91.20**	93.72	**-91.20**	93.72	**-91.20**	93.72	**-91.20**	93.72
		0.3	**-91.14**	94.20	**-91.14**	94.00	**-91.14**	93.84	**-91.14**	93.84	**-91.14**	93.84
		0.5	**-91.06**	95.40	**-91.03**	95.32	**-90.99**	95.04	**-90.99**	95.04	**-90.99**	95.04
		0.7	**-89.87**	97.16	**-89.87**	97.08	**-89.87**	96.96	**-89.87**	96.96	**-89.87**	96.72
		0.8	**-89.12**	98.64	**-89.15**	98.76	**-89.13**	98.76	**-89.13**	98.72	**-89.09**	98.88
		0.9	**-86.97**	99.60	**-88.43**	99.88	**-88.43**	99.88	**-88.43**	99.88	**-88.43**	99.88
		0.95	**-79.23**	99.64	**-86.36**	99.92	**-86.36**	99.92	**-86.36**	99.92	**-86.36**	99.92
	100	0.0	**-92.62**	94.95	**-92.62**	94.95	**-92.62**	94.76	**-92.62**	94.76	**-92.62**	94.76
		0.1	**-92.63**	95.05	**-92.63**	95.00	**-92.63**	94.88	**-92.63**	94.88	**-92.63**	94.88
		0.2	**-92.98**	95.24	**-92.98**	95.19	**-92.98**	95.10	**-92.98**	95.12	**-92.98**	95.12
		0.3	**-93.17**	95.58	**-93.17**	95.56	**-93.17**	95.48	**-93.17**	95.51	**-93.17**	95.51
		0.5	**-93.16**	96.69	**-93.16**	96.69	**-93.09**	96.60	**-93.09**	96.60	**-93.09**	96.60
		0.7	**-92.22**	99.59	**-92.22**	99.59	**-92.22**	99.61	**-92.22**	99.61	**-92.24**	99.73
		0.8	**-91.66**	99.64	**-92.80**	99.88	**-92.80**	99.88	**-92.80**	99.88	**-92.80**	99.88
		0.9	**-91.08**	99.66	**-92.11**	99.93	**-92.11**	99.93	**-92.11**	99.93	**-92.11**	99.93
		0.95	**-91.05**	99.69	**-91.26**	99.95	**-91.26**	99.95	**-91.26**	99.95	**-91.26**	99.95
60	60	0.0	**-86.88**	93.90	**-86.86**	93.68	**-86.86**	93.68	**-86.86**	93.68	**-86.86**	93.68
		0.1	**-86.83**	94.06	**-86.82**	93.95	**-86.82**	93.85	**-86.82**	93.90	**-86.82**	93.90
		0.2	**-86.71**	94.22	**-86.71**	94.17	**-86.69**	94.06	**-86.69**	94.06	**-86.69**	94.06
		0.3	**-86.49**	94.60	**-86.48**	94.54	**-86.48**	94.57	**-86.48**	94.57	**-86.48**	94.57
		0.5	**-85.71**	95.73	**-85.69**	95.73	**-85.67**	95.43	**-85.68**	95.54	**-85.68**	95.54
		0.7	**-83.97**	97.07	**-83.97**	97.21	**-83.94**	97.10	**-83.94**	97.10	**-83.94**	97.10
		0.8	**-82.22**	97.98	**-82.22**	98.12	**-82.22**	98.04	**-82.22**	98.04	**-62.33**	97.66
		0.9	**-52.35**	98.95	**-51.16**	99.09	**-50.98**	99.11	**-50.98**	99.11	**-34.35**	99.06
		0.95	**-30.27**	99.57	**-30.27**	99.60	**-30.27**	99.70	**-30.27**	99.70	**-67.41**	99.81
	100	0.0	**-93.20**	95.86	**-93.20**	95.86	**-93.20**	95.80	**-93.20**	95.80	**-93.20**	95.80
		0.1	**-93.20**	95.97	**-93.20**	95.94	**-93.19**	95.84	**-93.19**	95.86	**-93.19**	95.86
		0.2	**-93.40**	96.28	**-93.40**	96.14	**-93.40**	96.06	**-93.40**	96.07	**-93.40**	96.07
		0.3	**-93.54**	96.36	**-93.54**	96.33	**-93.54**	96.28	**-93.54**	96.28	**-93.54**	96.28
		0.5	**-93.62**	97.14	**-93.62**	97.01	**-93.62**	97.08	**-93.62**	97.06	**-93.62**	97.06
		0.7	**-92.58**	98.38	**-92.58**	98.34	**-92.58**	98.26	**-92.58**	98.28	**-92.58**	98.15
		0.8	**-92.41**	99.72	**-92.42**	99.77	**-92.42**	99.81	**-92.42**	99.81	**-92.46**	99.87
		0.9	**-91.79**	99.79	**-92.82**	99.95	**-92.82**	99.95	**-92.82**	99.95	**-92.82**	99.95
		0.95	**-92.05**	99.81	**-92.60**	99.97	**-92.60**	99.97	**-92.60**	99.97	**-92.60**	99.97
100	100	0.0	**-88.94**	96.27	**-88.93**	96.19	**-88.93**	96.19	**-88.93**	96.19	**-88.93**	96.19
		0.1	**-88.91**	96.36	**-88.91**	96.34	**-88.91**	96.31	**-88.91**	96.31	**-88.91**	96.31
		0.2	**-88.81**	96.46	**-88.81**	96.46	**-88.81**	96.47	**-88.81**	96.47	**-88.81**	96.47
		0.3	**-88.65**	96.72	**-88.65**	96.68	**-88.65**	96.70	**-88.65**	96.70	**-88.65**	96.70
		0.5	**-88.04**	97.42	**-88.04**	97.39	**-88.03**	97.35	**-88.03**	97.35	**-88.03**	97.35
		0.7	**-86.64**	98.36	**-86.63**	98.27	**-86.62**	98.27	**-86.62**	98.27	**-86.62**	98.27
		0.8	**-85.16**	98.81	**-85.14**	98.76	**-85.13**	98.78	**-85.13**	98.78	**-85.13**	98.78
		0.9	**-81.81**	99.36	**-81.81**	99.41	**-76.25**	99.35	**-76.25**	99.33	**-40.79**	99.21
		0.95	**-33.99**	99.67	**-33.40**	99.72	**-33.40**	99.75	**-33.40**	99.75	**-33.40**	99.75
Media global			**-83.41**	96.76	**-83.45**	96.76	**-83.15**	96.71	**-83.15**	96.72	**-82.39**	96.69

n_1	n_2	δ	ACb0		ACb1		ACb2		ACb3		ACb4	
40	40	0.0	**-15.15**	68.05	-0.90	67.34	-0.67	66.15	-0.67	66.39	-0.67	65.68
		0.1	**-11.58**	69.60	**-4.51**	68.89	**-3.55**	68.17	**-3.55**	68.17	-1.58	67.70
		0.2	**-14.30**	72.34	**-10.06**	71.98	**-5.17**	71.74	**-5.17**	71.74	**-3.37**	71.39
		0.3	**-15.31**	75.79	**-9.53**	75.43	**-7.95**	75.67	**-9.52**	75.67	**-6.78**	75.31
		0.5	**-17.36**	83.46	**-12.52**	84.00	**-13.69**	84.06	**-11.96**	83.94	**-10.62**	83.58
		0.7	**-15.73**	90.60	**-9.59**	91.49	**-10.62**	92.03	**-10.62**	92.03	**-9.90**	91.79
		0.8	**-11.92**	93.63	**-7.22**	94.82	**-11.24**	95.48	**-7.77**	95.48	**-7.00**	95.18
		0.9	**-6.77**	96.19	**-2.69**	97.68	**-15.63**	98.57	**-15.63**	98.57	**-15.63**	98.57
		0.95	**-10.86**	97.38	**-4.32**	98.87	**-27.33**	99.52	**-27.33**	99.52	**-27.33**	99.52
	60	0.0	**-8.76**	70.69	-0.14	69.57	0.13	68.85	0.13	68.85	0.13	68.37
		0.1	**-16.29**	71.97	**-6.29**	71.49	**-8.94**	70.97	**-8.94**	70.97	**-8.74**	70.69
		0.2	**-14.77**	74.61	**-10.57**	74.13	**-8.75**	73.93	**-7.73**	73.89	**-5.06**	73.65
		0.3	**-15.42**	77.69	**-12.74**	77.69	**-10.28**	77.65	**-9.57**	77.69	**-7.71**	77.41
		0.5	**-17.69**	84.69	**-14.33**	85.21	**-13.99**	85.53	**-13.99**	85.45	**-12.21**	85.21
		0.7	**-14.91**	91.28	**-14.46**	92.36	**-13.86**	92.80	**-13.86**	92.76	**-12.59**	92.56
		0.8	**-17.40**	94.36	**-9.40**	95.36	**-12.52**	95.96	**-10.38**	95.92	**-9.93**	95.72
		0.9	**-17.28**	96.84	**-6.73**	98.00	**-19.84**	98.64	**-12.03**	98.56	**-12.03**	98.56
		0.95	**-9.50**	97.76	**-5.54**	99.04	**-30.27**	99.56	**-13.03**	99.48	**-13.03**	99.48
	100	0.0	**-8.48**	72.59	-0.45	72.25	0.15	71.67	0.15	71.63	0.15	71.24
		0.1	**-14.96**	74.09	**-6.89**	73.48	**-7.24**	73.19	**-7.24**	73.29	**-6.72**	72.98
		0.2	**-15.45**	76.43	**-10.95**	76.24	**-10.24**	76.09	**-10.24**	76.14	**-9.20**	75.97
		0.3	**-17.11**	79.38	**-13.75**	79.47	**-12.01**	79.43	**-12.01**	79.45	**-10.37**	79.23
		0.5	**-18.02**	85.73	**-13.61**	86.28	**-18.14**	86.57	**-18.14**	86.57	**-15.79**	86.36
		0.7	**-14.91**	92.01	**-10.57**	92.80	**-16.08**	93.36	**-16.08**	93.33	**-13.60**	93.14
		0.8	**-17.05**	94.74	**-13.91**	95.73	**-13.30**	96.31	**-13.30**	96.28	**-12.46**	96.14
		0.9	**-17.29**	96.91	**-6.40**	98.12	**-14.82**	98.67	**-9.76**	98.65	**-9.75**	98.62
		0.95	**-12.19**	97.78	**-2.42**	98.99	**-33.40**	99.57	**-18.40**	99.54	**-18.40**	99.54
60	60	0.0	**-15.27**	73.37	-0.48	72.72	-0.48	72.40	-0.48	72.40	-0.48	72.08
		0.1	**-12.47**	74.71	**-7.14**	74.28	**-2.74**	73.85	**-2.93**	73.90	**-1.46**	73.74
		0.2	**-17.11**	77.18	**-11.15**	76.81	**-7.37**	76.59	**-7.37**	76.59	**-5.80**	76.43
		0.3	**-18.89**	80.33	**-14.35**	79.92	**-11.38**	79.98	**-11.38**	80.03	**-9.17**	79.87
		0.5	**-20.95**	86.59	**-16.17**	86.86	**-16.99**	87.18	**-15.65**	87.13	**-13.40**	86.97
		0.7	**-19.38**	92.69	**-14.67**	93.31	**-14.57**	93.60	**-14.57**	93.50	**-12.76**	93.34
		0.8	**-16.32**	95.27	**-10.32**	96.05	**-12.02**	96.35	**-12.02**	96.35	**-11.09**	96.24
		0.9	**-10.22**	97.53	**-4.69**	98.31	**-13.33**	98.76	**-13.33**	98.76	**-13.14**	98.74
		0.95	**-16.74**	98.41	**-5.44**	99.25	**-13.04**	99.54	**-13.04**	99.54	**-13.04**	99.54
	100	0.0	**-10.20**	75.83	-0.06	75.38	0.04	75.02	0.04	75.12	0.04	74.83
		0.1	**-13.67**	77.15	**-10.84**	76.92	**-7.17**	76.58	**-7.17**	76.59	**-6.72**	76.48
		0.2	**-17.45**	79.37	**-13.02**	79.21	**-12.81**	79.14	**-12.81**	79.14	**-9.63**	79.01
		0.3	**-19.17**	82.11	**-16.20**	82.15	**-15.86**	82.10	**-14.86**	82.13	**-13.30**	82.00
		0.5	**-20.95**	87.89	**-17.93**	88.22	**-19.12**	88.41	**-19.12**	88.36	**-16.94**	88.25
		0.7	**-19.38**	93.46	**-14.76**	94.03	**-16.76**	94.22	**-16.93**	94.21	**-14.77**	94.09
		0.8	**-16.61**	95.89	**-15.49**	96.48	**-16.07**	96.79	**-14.74**	96.77	**-13.52**	96.67
		0.9	**-10.29**	97.87	**-10.04**	98.56	**-11.96**	98.85	**-11.96**	98.85	**-11.91**	98.80
		0.95	**-14.84**	98.70	**-5.06**	99.33	**-18.40**	99.63	**-14.34**	99.59	**-14.34**	99.59
100	100	0.0	**-15.36**	78.93	-0.60	78.66	-0.60	78.46	-0.60	78.46	-0.60	78.31
		0.1	**-16.42**	80.13	**-10.65**	79.91	**-9.16**	79.78	**-8.00**	79.78	**-5.08**	79.70
		0.2	**-21.11**	82.11	**-18.14**	82.03	**-14.28**	81.97	**-14.28**	81.95	**-11.55**	81.87
		0.3	**-23.93**	84.54	**-20.82**	84.54	**-17.28**	84.60	**-17.28**	84.56	**-14.26**	84.48
		0.5	**-21.11**	89.61	**-21.32**	89.91	**-20.83**	89.92	**-20.10**	89.90	**-17.98**	89.84
		0.7	**-24.64**	94.55	**-19.46**	94.95	**-19.99**	95.04	**-19.22**	95.00	**-17.47**	94.94
		0.8	**-22.12**	96.69	**-17.12**	97.05	**-15.39**	97.18	**-15.39**	97.18	**-14.08**	97.12
		0.9	**-15.61**	98.51	**-9.38**	98.83	**-14.94**	99.02	**-14.94**	99.00	**-14.30**	98.95
		0.95	**-9.58**	99.17	**-7.46**	99.51	**-11.68**	99.64	**-11.68**	99.64	**-11.68**	99.64
Media global			**-15.88**	86.77	**-10.43**	87.10	**-13.19**	87.22	**-11.96**	87.22	**-10.74**	87.06

n_1	n_2	δ	AE0		AE1		AE2		AE3		AE4	
40	40	0.0	**-15.15**	68.05	-0.90	67.34	-0.67	66.15	-0.67	66.39	-0.67	65.68
		0.1	-0.71	68.77	-0.54	68.05	-0.54	67.58	-0.54	67.70	-0.54	66.98
		0.2	-0.36	70.55	-0.17	70.20	-0.17	69.96	-0.17	69.96	-0.17	69.60
		0.3	-0.83	73.65	0.11	73.41	0.11	73.41	0.11	73.41	0.11	73.17
		0.5	-0.82	81.32	-0.16	81.26	0.40	81.68	0.12	81.80	0.26	81.56
		0.7	-0.93	89.65	1.01	89.95	-0.27	90.60	-0.27	90.60	-0.23	90.48
		0.8	-0.07	93.40	1.26	93.99	-0.60	94.65	-0.60	94.65	-0.38	94.47
		0.9	1.54	97.03	-1.15	97.68	**-3.00**	97.98	0.34	97.86	0.34	97.86
		0.95	**-9.68**	98.57	0.16	98.99	**-8.01**	99.29	**-8.01**	99.29	**-8.01**	99.29
	60	0.0	**-8.76**	70.69	-0.14	69.57	0.13	68.85	0.13	68.85	0.13	68.37
		0.1	-1.76	71.09	-0.40	70.81	0.08	70.09	0.08	70.17	0.08	69.73
		0.2	-0.55	73.25	-0.03	72.77	0.10	72.45	0.10	72.49	0.10	72.29
		0.3	-0.50	75.85	-0.23	75.89	0.19	75.65	0.05	75.69	0.05	75.53
		0.5	-0.51	82.97	-0.05	83.17	-0.11	83.45	0.00	83.33	0.00	83.21
		0.7	-0.44	90.56	0.21	91.08	-0.21	91.44	-0.21	91.44	-0.17	91.32
		0.8	-0.01	94.20	0.06	94.80	-0.62	95.08	-0.62	95.08	-0.41	94.92
		0.9	**-2.30**	97.44	0.67	97.88	-1.95	98.20	-1.95	98.20	-1.95	98.20
		0.95	**-8.19**	98.72	1.60	99.04	**-6.20**	99.36	**-3.43**	99.32	**-3.43**	99.32
	100	0.0	**-8.48**	72.59	-0.45	72.25	0.15	71.67	0.15	71.63	0.15	71.24
		0.1	**-3.37**	73.48	-0.01	72.88	0.11	72.59	0.07	72.62	0.07	72.30
		0.2	-0.72	75.27	0.01	75.01	0.20	74.86	0.07	74.89	0.07	74.72
		0.3	-0.39	77.93	-0.02	77.88	0.12	77.73	0.09	77.73	0.09	77.57
		0.5	-0.74	84.52	-0.06	84.69	0.11	84.79	0.01	84.74	0.01	84.59
		0.7	-0.28	91.57	-0.04	91.93	-0.03	92.15	-0.03	92.15	0.12	92.01
		0.8	-1.13	94.90	0.11	95.24	-0.46	95.53	-0.27	95.46	0.22	95.32
		0.9	**-5.10**	97.78	1.09	98.07	-1.88	98.36	-1.59	98.33	-1.59	98.33
		0.95	**-10.38**	98.94	1.33	99.23	-1.90	99.40	-1.90	99.40	-1.90	99.40
60	60	0.0	**-15.27**	73.37	-0.48	72.72	-0.48	72.40	-0.48	72.40	-0.48	72.08
		0.1	-0.54	74.01	-0.36	73.58	-0.36	73.26	-0.36	73.26	-0.36	73.04
		0.2	-0.31	75.62	0.01	75.46	0.01	75.36	0.01	75.36	0.01	75.19
		0.3	-0.61	78.23	-0.01	78.10	-0.01	78.20	-0.01	78.20	-0.01	78.10
		0.5	-0.81	84.60	0.56	84.76	-0.86	85.25	-0.86	85.25	-0.86	85.14
		0.7	-1.05	91.67	-0.37	92.18	0.78	92.05	0.78	92.05	0.79	91.94
		0.8	-0.28	94.89	0.42	95.35	-0.87	95.70	-0.87	95.65	-0.82	95.59
		0.9	-0.40	97.85	-0.38	98.20	**-3.01**	98.44	**-2.70**	98.39	**-2.48**	98.36
		0.95	-0.87	98.95	1.87	99.19	**-3.14**	99.44	**-3.14**	99.44	**-3.14**	99.44
	100	0.0	**-10.20**	75.83	-0.06	75.38	0.04	75.02	0.04	75.12	0.04	74.83
		0.1	-0.74	76.51	-0.16	76.27	-0.04	76.03	-0.04	76.03	-0.04	75.91
		0.2	-0.32	78.25	-0.10	78.14	0.15	77.89	0.13	77.91	0.13	77.83
		0.3	-0.50	80.57	-0.10	80.54	0.13	80.44	0.12	80.46	0.12	80.39
		0.5	-0.27	86.32	-0.04	86.53	0.03	86.63	0.05	86.61	0.05	86.54
		0.7	-0.50	92.63	-0.03	92.91	-0.19	93.12	-0.11	93.10	-0.11	93.04
		0.8	-0.50	95.62	-0.07	95.88	0.07	96.04	-0.26	96.07	-0.20	96.02
		0.9	-0.41	98.17	0.73	98.38	-1.66	98.56	-0.32	98.52	-0.15	98.49
		0.95	**-3.00**	99.17	1.20	99.35	**-3.12**	99.48	**-2.62**	99.45	**-2.62**	99.45
100	100	0.0	**-15.36**	78.93	-0.60	78.66	-0.60	78.46	-0.60	78.46	-0.60	78.31
		0.1	-0.47	79.52	-0.47	79.38	-0.47	79.25	-0.47	79.27	-0.47	79.21
		0.2	-0.11	80.89	-0.11	80.93	-0.11	80.82	-0.11	80.80	-0.11	80.76
		0.3	-0.42	83.09	-0.13	82.95	-0.44	83.07	-0.11	83.01	-0.11	82.97
		0.5	-0.01	88.14	-0.36	88.34	-0.06	88.30	-0.06	88.28	-0.06	88.26
		0.7	0.25	93.67	-0.90	93.99	0.16	93.98	0.16	93.96	0.16	93.94
		0.8	0.16	96.22	0.61	96.40	-0.15	96.61	-0.15	96.59	-0.15	96.55
		0.9	0.33	98.47	1.72	98.58	0.33	98.71	-0.18	98.73	-0.08	98.70
		0.95	3.11	99.32	1.37	99.45	-1.55	99.54	-1.55	99.54	-1.55	99.54
Media global			-1.83	86.15	0.16	86.21	-0.78	86.25	-0.63	86.25	-0.59	86.11

n_1	n_2	δ	APb0		APb1		APb2		APb3		APb4	
40	40	0.0	**-15.15**	68.05	-0.90	67.34	-0.67	66.15	-0.67	66.39	-0.67	65.68
		0.1	**-32.10**	68.65	**-5.03**	67.46	-0.77	67.10	-0.77	67.10	-0.54	66.39
		0.2	**-50.81**	70.08	**-21.82**	69.13	**-3.75**	68.53	**-3.75**	68.53	-0.38	68.05
		0.3	**-50.47**	72.69	**-24.68**	71.86	**-6.52**	71.27	**-6.52**	71.51	-0.20	70.91
		0.5	**-50.67**	78.94	**-16.48**	79.36	**-2.70**	79.18	**-2.70**	79.54	0.38	79.06
		0.7	**-39.06**	87.86	-0.53	88.40	-0.52	89.17	-0.26	88.94	-0.11	88.58
		0.8	**-23.59**	92.09	0.72	93.04	-0.84	93.93	-0.84	93.93	-0.20	93.63
		0.9	**-17.28**	96.43	-0.53	97.20	**-2.98**	97.74	0.36	97.62	0.36	97.62
		0.95	**-9.49**	98.10	1.25	98.75	**-8.01**	99.29	**-3.51**	99.17	**-3.51**	99.17
	60	0.0	**-8.76**	70.69	-0.14	69.57	0.13	68.85	0.13	68.85	0.13	68.37
		0.1	**-34.35**	70.97	**-15.63**	70.17	**-5.25**	69.73	**-5.25**	69.73	-1.97	69.25
		0.2	**-60.90**	72.65	**-35.69**	71.69	**-21.82**	71.33	**-21.82**	71.41	**-4.71**	70.93
		0.3	**-67.61**	74.73	**-37.28**	74.21	**-24.68**	73.89	**-24.68**	74.01	**-6.55**	73.61
		0.5	**-66.43**	81.21	**-26.79**	81.25	**-16.48**	81.49	**-16.48**	81.49	-1.97	81.09
		0.7	**-40.14**	89.68	**-6.11**	90.08	-1.55	90.68	-1.54	90.56	-1.48	90.28
		0.8	**-11.14**	94.64	**-5.02**	94.96	**-10.01**	95.60	**-10.01**	95.60	**-9.92**	95.44
		0.9	**-5.61**	97.64	**-9.03**	98.32	**-17.47**	98.72	**-17.47**	98.72	**-22.45**	98.76
		0.95	**-15.75**	98.00	**3.78**	98.64	1.60	99.04	1.61	99.00	1.61	99.00
	100	0.0	**-8.48**	72.59	-0.45	72.25	0.15	71.67	0.15	71.63	0.15	71.24
		0.1	**-61.21**	73.12	**-32.10**	72.62	**-32.10**	72.18	**-32.10**	72.20	**-12.47**	71.82
		0.2	**-77.03**	74.43	**-35.69**	73.94	**-35.69**	73.70	**-35.69**	73.75	**-19.69**	73.39
		0.3	**-81.54**	76.45	**-38.03**	76.26	**-37.28**	76.07	**-37.28**	76.12	**-22.18**	75.83
		0.5	**-73.48**	83.05	**-38.73**	83.29	**-26.79**	83.29	**-26.79**	83.31	**-7.11**	83.00
		0.7	**-52.65**	95.00	**-41.88**	94.71	**-43.89**	94.78	**-43.89**	94.78	**-43.89**	94.64
		0.8	**-11.42**	95.73	**-16.17**	96.23	**-23.53**	96.69	**-23.53**	96.69	**-23.54**	96.60
		0.9	**-40.13**	96.23	**-17.28**	96.81	**-3.09**	97.30	**-3.06**	97.22	4.20	97.13
		0.95	**-74.18**	96.50	**-34.91**	97.10	**-9.56**	97.54	**-9.56**	97.49	4.99	97.44
60	60	0.0	**-15.27**	73.37	-0.48	72.72	-0.48	72.40	-0.48	72.40	-0.48	72.08
		0.1	**-50.98**	73.69	**-19.84**	73.15	**-9.16**	72.72	**-9.16**	72.78	-1.17	72.45
		0.2	**-69.54**	75.03	**-37.36**	74.60	**-25.56**	74.39	**-25.56**	74.39	**-5.98**	74.07
		0.3	**-78.14**	77.10	**-38.68**	76.65	**-28.08**	76.48	**-28.08**	76.48	**-7.08**	76.22
		0.5	**-72.49**	82.93	**-39.87**	82.99	**-20.95**	83.26	**-20.95**	83.15	**-2.57**	82.88
		0.7	**-60.04**	90.33	**-11.21**	90.78	-0.68	90.97	-0.68	90.92	0.68	90.70
		0.8	**-39.86**	93.98	-1.70	94.54	-0.46	94.79	-0.83	94.84	-0.66	94.68
		0.9	**-22.10**	97.37	0.04	97.77	-1.76	98.12	-1.76	98.12	-1.55	98.09
		0.95	**-15.57**	98.74	2.08	99.09	**-3.00**	99.38	**-2.97**	99.33	**-2.97**	99.33
	100	0.0	**-10.20**	75.83	-0.06	75.38	0.04	75.02	0.04	75.12	0.04	74.83
		0.1	**-70.10**	76.32	**-34.35**	75.82	**-34.35**	75.54	**-34.35**	75.54	**-11.28**	75.30
		0.2	**-82.54**	77.47	**-49.88**	77.07	**-37.36**	76.89	**-37.36**	76.95	**-25.19**	76.77
		0.3	**-84.68**	79.29	**-59.44**	79.14	**-49.60**	79.03	**-49.60**	79.01	**-34.67**	78.85
		0.5	**-84.20**	84.92	**-49.80**	84.97	**-39.87**	85.13	**-39.87**	85.08	**-16.02**	84.89
		0.7	**-57.39**	92.16	**-19.38**	92.47	**-5.00**	92.68	**-5.00**	92.66	**-3.55**	92.52
		0.8	**-48.90**	97.53	**-41.96**	97.47	**-44.05**	97.53	**-44.05**	97.52	**-44.04**	97.45
		0.9	**-8.74**	98.12	**-3.17**	98.41	**-10.13**	98.70	**-10.13**	98.70	**-10.10**	98.69
		0.95	**-38.60**	98.31	-1.68	98.67	0.38	98.91	0.38	98.91	4.51	98.90
100	100	0.0	**-15.36**	78.93	-0.60	78.66	-0.60	78.46	-0.60	78.46	-0.60	78.31
		0.1	**-76.06**	79.33	**-49.73**	79.05	**-36.68**	78.86	**-36.68**	78.86	**-14.42**	78.72
		0.2	**-83.81**	80.29	**-72.22**	80.09	**-57.95**	79.99	**-57.95**	79.99	**-40.00**	79.93
		0.3	**-85.87**	81.97	**-78.77**	81.72	**-63.88**	81.68	**-70.01**	81.70	**-53.85**	81.66
		0.5	**-86.44**	86.73	**-73.48**	86.74	**-56.18**	86.90	**-56.18**	86.86	**-31.45**	86.79
		0.7	**-81.02**	92.61	**-41.23**	92.79	**-24.64**	92.96	**-24.64**	92.98	**-4.47**	92.86
		0.8	**-66.16**	95.51	**-22.12**	95.76	**-3.04**	95.94	**-7.85**	95.98	-0.42	95.88
		0.9	**-40.13**	98.12	-0.76	98.32	-0.30	98.51	-0.20	98.49	0.06	98.44
		0.95	**-20.78**	99.17	1.55	99.33	-1.43	99.48	-0.95	99.46	-0.95	99.46
Media global			**-49.17**	85.52	**-23.49**	85.51	**-17.41**	85.56	**-17.46**	85.56	**-9.40**	85.34

n_1	n_2	δ	L0		L1		L2		L3		L4	
40	40	0.0	**-45.04**	69.01	**-4.10**	66.86	-0.88	65.91	-0.90	66.15	-0.15	65.20
		0.1	**-4.31**	69.13	-0.59	68.05	0.13	67.46	0.13	67.46	0.24	66.86
		0.2	-0.60	70.79	-0.23	70.32	0.63	69.72	0.63	69.72	0.71	69.36
		0.3	-0.77	73.88	0.35	73.77	0.66	73.17	0.49	73.29	0.49	73.05
		0.5	-0.16	82.09	0.12	81.80	-1.05	82.51	-1.05	82.39	-1.05	82.15
		0.7	-0.57	90.18	-0.32	90.84	**-2.11**	91.20	-1.84	91.08	-1.60	90.84
		0.8	1.26	94.11	-0.60	94.77	**-5.07**	95.42	**-5.07**	95.42	**-5.04**	95.36
		0.9	-1.31	97.92	0.34	97.86	**-5.53**	98.33	**-5.53**	98.33	**-5.53**	98.33
		0.95	-0.04	99.11	**-9.06**	99.41	**-27.33**	99.64	**-9.06**	99.41	**-22.25**	99.46
	60	0.0	**-46.07**	70.61	**-2.81**	69.81	-0.48	69.01	-0.48	69.09	-0.25	68.53
		0.1	**-4.92**	71.13	-1.19	70.57	-0.74	70.05	-0.74	70.01	-0.48	69.61
		0.2	-1.26	73.09	-0.08	72.73	0.40	72.37	0.40	72.41	0.42	72.17
		0.3	-0.57	76.13	-0.13	75.93	-0.45	75.85	-0.45	75.85	-0.06	75.65
		0.5	-0.29	83.45	0.08	83.57	-0.38	83.61	-0.29	83.57	-0.04	83.41
		0.7	-0.57	91.36	-0.17	91.60	-1.96	91.88	-1.54	91.84	-1.33	91.68
		0.8	0.10	94.92	-1.00	95.32	**-2.99**	95.52	**-2.99**	95.52	**-2.95**	95.36
		0.9	-1.18	98.04	**-2.51**	98.28	**-9.16**	98.60	**-9.16**	98.52	**-9.16**	98.52
		0.95	0.20	99.12	**-6.20**	99.36	**-18.16**	99.56	**-18.16**	99.56	**-18.16**	99.56
	100	0.0	**-50.23**	72.64	**-7.51**	71.96	-0.53	71.34	-0.53	71.34	0.05	70.85
		0.1	**-6.58**	73.22	**-2.42**	72.74	**-2.03**	72.45	**-2.03**	72.49	-1.94	72.13
		0.2	**-3.15**	75.32	-1.03	74.98	-1.17	74.74	-1.17	74.74	-0.78	74.57
		0.3	-1.23	78.07	-0.64	77.93	-1.14	77.83	-0.68	77.76	-0.32	77.59
		0.5	-1.64	85.10	-0.62	85.00	-1.98	85.12	-1.86	85.05	-1.68	84.91
		0.7	-1.19	92.27	-1.29	92.49	**-3.04**	92.61	**-3.10**	92.66	**-2.99**	92.49
		0.8	**-2.04**	95.53	-1.17	95.73	**-3.76**	95.89	**-3.76**	95.89	**-3.75**	95.75
		0.9	**-4.85**	98.38	**-2.32**	98.45	**-7.39**	98.65	**-7.39**	98.65	**-7.39**	98.65
		0.95	0.20	99.28	**-7.80**	99.47	**-18.40**	99.61	**-18.40**	99.61	**-36.21**	99.64
60	60	0.0	**-45.05**	73.69	**-4.30**	73.04	-1.26	72.18	-1.26	72.29	-0.30	71.86
		0.1	**-2.38**	74.17	-0.46	73.64	0.06	73.21	0.06	73.21	0.19	73.04
		0.2	-0.83	75.89	0.01	75.73	0.33	75.30	0.19	75.36	0.27	75.19
		0.3	-0.09	78.47	0.10	78.47	0.15	78.45	0.07	78.50	0.07	78.39
		0.5	-0.19	85.19	-0.24	85.43	-0.05	85.33	-0.01	85.33	-0.01	85.22
		0.7	-0.37	92.34	-0.12	92.42	-1.91	92.58	-0.71	92.53	-0.71	92.42
		0.8	0.42	95.46	-0.87	95.81	**-3.23**	95.94	**-3.07**	95.89	**-3.00**	95.83
		0.9	-0.40	98.31	**-3.08**	98.55	**-9.16**	98.58	**-2.86**	98.52	**-2.86**	98.52
		0.95	1.84	99.25	**-3.14**	99.44	**-13.26**	99.60	**-13.26**	99.60	**-13.26**	99.60
	100	0.0	**-47.21**	76.03	**-3.56**	75.57	-1.73	75.15	-1.73	75.15	-1.23	74.89
		0.1	**-4.46**	76.64	**-2.23**	76.30	-1.45	76.06	-1.45	76.08	-0.76	75.96
		0.2	-1.25	78.38	-0.16	78.17	0.02	77.99	0.02	77.97	0.07	77.88
		0.3	-0.74	80.85	-0.19	80.72	-0.15	80.65	-0.21	80.65	0.00	80.56
		0.5	-0.69	86.92	-0.08	86.90	-0.25	86.92	-0.38	86.97	-0.27	86.89
		0.7	-0.51	93.22	-0.47	93.31	-1.40	93.46	-1.40	93.44	-0.97	93.36
		0.8	-0.95	96.07	-1.15	96.20	**-3.83**	96.35	**-2.02**	96.35	-1.78	96.27
		0.9	-1.36	98.47	**-2.45**	98.62	**-7.39**	98.78	**-7.39**	98.77	**-7.39**	98.75
		0.95	0.97	99.38	**-3.66**	99.51	**-18.40**	99.63	**-13.03**	99.61	**-13.03**	99.61
100	100	0.0	**-45.05**	79.21	**-4.47**	78.68	-1.58	78.44	-1.58	78.44	-0.73	78.29
		0.1	-1.74	79.72	-0.47	79.47	0.01	79.22	0.01	79.26	0.01	79.20
		0.2	-0.95	81.27	-0.11	81.13	0.20	80.92	0.20	80.92	0.20	80.86
		0.3	-0.09	83.31	0.02	83.29	0.01	83.32	-0.07	83.32	-0.07	83.28
		0.5	-0.69	88.62	-0.06	88.69	-0.19	88.63	-0.15	88.63	-0.15	88.59
		0.7	-0.90	94.23	-0.13	94.20	-1.21	94.29	-1.19	94.28	-0.81	94.24
		0.8	-0.95	96.54	-0.15	96.69	**-2.12**	96.89	**-2.23**	96.91	**-2.22**	96.87
		0.9	-1.36	98.64	0.16	98.75	**-3.05**	98.88	**-3.05**	98.88	**-2.91**	98.83
		0.95	1.37	99.47	-1.56	99.56	**-8.07**	99.65	**-8.07**	99.65	**-8.07**	99.65
Media global			**-3.75**	86.53	-1.42	86.47	**-3.72**	86.44	**-3.06**	86.43	**-3.52**	86.29

Tabla AII.2

Número de fallos (*F*), error medio ($\overline{\Delta\alpha}$) y potencia media ($\overline{\theta}$) para los métodos basados en los estadísticos Z, X, A y L. (α=5%)

Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$
ZW4	0	0.17	86.30
ZPa0	0	0.23	84.72
ZPb0	0	0.57	84.66
ZW3	2	-0.20	86.44
ZW2	2	-0.24	86.43
ZCb0	2	-0.25	86.57
ZN0	4	-0.60	86.57
ZPb1	8	-0.11	84.78
ZPa1	8	-0.43	84.84
ZE0	12	-0.81	86.54
ZW1	16	-0.66	86.47
ZE1	20	-1.27	86.52
ZPb3	20	-1.33	84.81
ZCb1	20	-1.51	86.58
ZPb4	20	-1.57	84.70
ZPb2	24	-1.57	84.80
ZPa3	26	-1.91	84.85
ZPa4	26	-2.15	84.75
ZPa2	30	-2.13	84.85
ZN1	32	-2.39	86.57
ZE4	40	-3.69	86.32
ZE3	42	-3.53	86.51
ZE2	44	-3.65	86.51
ZN3	50	-5.56	86.52
ZN2	50	-5.71	86.53
ZN4	50	-8.05	86.41
ZCb3	54	-4.04	86.59
ZCb2	54	-4.21	86.59
ZCb4	54	-4.91	86.48
ZW0	72	-3.89	86.52

Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$
XCb0	96	-16.54	87.18
XCb3	96	-32.82	87.54
XCb2	96	-32.82	87.53
XCb4	96	-33.51	87.42
XCb1	96	-37.50	87.68
XPb4	102	-82.39	96.69
XPb3	102	-83.15	96.72
XPb2	102	-83.15	96.71
XPb0	102	-83.41	96.76
XPb1	102	-83.45	96.76

Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$
AE1	0	0.16	86.21
AE4	10	-0.59	86.11
AE3	10	-0.63	86.25
AE2	12	-0.78	86.25
AE0	20	-1.83	86.15
APb4	54	-9.40	85.34
APb3	72	-17.46	85.56
APb2	74	-17.41	85.56
APb1	74	-23.49	85.51
ACb1	96	-10.43	87.10
ACb4	96	-10.74	87.06
ACb3	96	-11.96	87.22
ACb2	96	-13.19	87.22
ACb0	102	-15.88	86.77
APb0	102	-49.17	85.52

Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$
L0	22	-3.75	86.53
L1	28	-1.42	86.47
L4	36	-3.52	86.29
L3	40	-3.06	86.43
L2	42	-3.72	86.44

Tabla AII.3

Incremento de error $\Delta\alpha$ (primera entrada) y "potencia" θ (segunda entrada) para los cinco métodos sin cpc seleccionados. Los valores en negrita indican que el método "falla".

α=5%

n_1	n_2	δ	ZW2		ZW3		ZW4		ZCb0		AE1	
40	40	0.0	-0.67	66.39	-0.67	66.39	-0.67	65.68	-0.90	67.34	-0.90	67.34
		0.1	-0.54	67.82	-0.54	67.94	-0.54	67.46	-0.92	68.65	-0.54	68.05
		0.2	-0.17	70.67	-0.17	70.67	-0.17	70.32	-0.63	71.03	-0.17	70.20
		0.3	-1.15	74.12	-1.15	74.12	-0.61	73.88	-0.51	74.36	0.11	73.41
		0.5	-0.16	82.33	-0.16	82.33	-0.16	82.09	-0.16	82.09	-0.16	81.26
		0.7	0.15	90.54	0.15	90.54	0.67	90.30	0.21	90.42	1.01	89.95
		0.8	-0.15	94.35	-0.15	94.35	0.64	94.05	1.26	94.11	1.26	93.99
		0.9	0.73	97.68	0.80	97.56	0.80	97.56	-1.15	97.68	-1.15	97.68
		0.95	0.20	98.87	0.20	98.87	0.20	98.87	1.22	98.87	0.16	98.99
	60	0.0	-0.14	68.93	-0.14	68.93	-0.14	68.37	-0.48	69.89	-0.14	69.57
		0.1	-0.51	70.49	-0.51	70.49	-0.36	70.13	-1.36	71.21	-0.40	70.81
		0.2	-0.14	73.17	-0.14	73.17	-0.14	72.97	-1.24	73.57	-0.03	72.77
		0.3	**-2.01**	76.33	**-2.01**	76.37	-0.77	76.17	-0.48	76.61	-0.23	75.89
		0.5	-0.96	83.93	-0.96	83.89	-0.25	83.69	-0.43	83.93	-0.05	83.17
		0.7	-0.74	91.48	-0.74	91.52	0.21	91.32	-0.57	91.48	0.21	91.08
		0.8	-0.12	95.00	-0.12	94.96	0.53	94.84	-0.49	95.08	0.06	94.80
		0.9	-0.67	97.92	-0.67	97.92	0.81	97.88	0.64	97.92	0.67	97.88
		0.95	2.03	99.04	2.03	99.04	2.03	99.04	1.60	99.04	1.60	99.04
	100	0.0	-0.18	71.58	-0.18	71.58	-0.18	71.19	-0.18	72.20	-0.45	72.25
		0.1	-0.79	72.98	-0.84	73.05	-0.76	72.76	**-2.03**	73.44	-0.01	72.88
		0.2	-0.47	75.44	-0.47	75.44	-0.42	75.30	-1.17	75.66	0.01	75.01
		0.3	-0.39	78.39	-0.43	78.39	-0.42	78.22	-0.93	78.56	-0.02	77.88
		0.5	-0.96	85.27	-0.96	85.20	-0.28	85.03	-0.41	85.37	-0.06	84.69
		0.7	-0.76	92.25	-0.76	92.27	-0.31	92.13	-0.57	92.39	-0.04	91.93
		0.8	-0.82	95.48	0.15	95.39	0.65	95.24	-0.37	95.56	0.11	95.24
		0.9	0.95	98.14	0.98	98.12	1.01	98.07	0.26	98.24	1.09	98.07
		0.95	2.09	99.18	2.09	99.18	2.09	99.18	1.33	99.23	1.33	99.23
60	60	0.0	-0.48	72.29	-0.48	72.40	-0.48	72.08	-0.48	72.83	-0.48	72.72
		0.1	-0.87	73.58	-0.87	73.64	-0.36	73.47	-0.87	73.96	-0.36	73.58
		0.2	-0.14	75.84	-0.14	75.84	0.01	75.68	-0.22	76.00	0.01	75.46
		0.3	-1.67	78.69	-1.67	78.74	-0.89	78.63	-0.40	78.80	-0.01	78.10
		0.5	-0.99	85.41	-0.99	85.41	0.02	85.30	-0.35	85.41	0.56	84.76
		0.7	-0.43	92.56	-0.37	92.50	-0.37	92.39	-0.37	92.34	-0.37	92.18
		0.8	-0.50	95.57	-0.50	95.57	0.53	95.46	0.42	95.46	0.42	95.35
		0.9	0.94	98.25	0.94	98.25	1.15	98.23	-0.38	98.20	-0.38	98.20
		0.95	1.84	99.25	1.84	99.25	1.84	99.25	1.87	99.19	1.87	99.19
	100	0.0	-0.24	75.09	-0.24	75.09	-0.24	74.86	-0.06	75.41	-0.06	75.38
		0.1	-0.96	76.27	-0.96	76.29	-0.76	76.21	-1.76	76.59	-0.16	76.27
		0.2	-0.30	78.43	-0.30	78.46	-0.19	78.38	-0.98	78.59	-0.10	78.14
		0.3	-0.50	81.07	-0.50	81.07	-0.15	80.98	-0.75	81.16	-0.10	80.54
		0.5	-0.48	87.08	-0.48	87.08	-0.38	87.00	-0.35	87.11	-0.04	86.53
		0.7	-0.13	93.28	-0.13	93.26	-0.09	93.20	-0.13	93.26	-0.03	92.91
		0.8	0.24	96.06	0.24	96.04	0.28	95.97	-0.51	96.12	-0.07	95.88
		0.9	0.20	98.44	0.20	98.43	1.01	98.36	-0.18	98.46	0.73	98.38
		0.95	1.37	99.33	2.03	99.32	2.03	99.32	1.24	99.33	1.20	99.35
100	100	0.0	-0.60	78.42	-0.60	78.42	-0.60	78.31	-0.60	78.74	-0.60	78.66
		0.1	-1.22	79.42	-1.22	79.46	-0.84	79.42	-0.64	79.58	-0.47	79.38
		0.2	-0.82	81.23	-0.82	81.23	-0.11	81.19	-0.29	81.29	-0.11	80.93
		0.3	-1.04	83.42	-1.04	83.44	-0.20	83.40	-0.43	83.48	-0.13	82.95
		0.5	-1.19	88.81	-1.19	88.80	-0.35	88.76	-0.77	88.95	-0.36	88.34
		0.7	-0.45	94.24	-0.51	94.28	-0.51	94.24	-0.90	94.23	-0.90	93.99
		0.8	0.05	96.60	0.05	96.60	0.49	96.56	0.28	96.56	0.61	96.40
		0.9	0.19	98.66	0.22	98.64	0.96	98.60	0.56	98.66	1.72	98.58
		0.95	1.37	99.47	1.37	99.47	2.00	99.46	1.37	99.45	1.37	99.45
Media global			-0.24	86.43	-0.20	86.44	0.17	86.30	-0.25	86.57	0.16	86.21

α=1%

n_1	n_2	δ	ZW2		ZW3		ZW4		ZCb0		AE1	
40	40	0.0	-0.12	56.75	0.03	55.56	0.03	54.61	-0.08	56.99	-0.08	57.23
		0.1	-0.49	58.42	0.06	57.58	0.06	56.40	-0.49	58.77	-0.05	58.42
		0.2	-0.20	62.34	-0.08	61.39	-0.04	60.92	-0.38	62.22	-0.02	61.39
		0.3	-0.11	66.39	-0.07	66.27	-0.07	65.91	-0.33	67.22	-0.02	65.44
		0.5	-0.20	76.56	**-1.03**	76.98	-0.93	76.62	-0.36	77.33	0.07	75.49
		0.7	0.01	87.15	-0.54	87.69	-0.48	87.27	-0.09	87.69	-0.10	86.91
		0.8	0.06	91.91	0.02	92.56	0.03	92.50	-0.45	92.80	0.25	91.85
		0.9	0.49	96.19	0.35	96.73	0.35	96.73	-0.04	96.73	0.35	96.49
		0.95	0.91	97.86	0.61	98.33	0.61	98.33	-0.29	98.39	0.61	98.22
	60	0.0	-0.07	60.22	0.01	59.42	0.01	58.70	0.01	60.22	-0.06	60.62
		0.1	-0.52	61.94	0.01	61.18	0.01	60.34	**-1.14**	62.18	0.00	61.66
		0.2	-0.36	65.29	-0.22	64.65	-0.21	64.33	-0.65	65.53	-0.05	64.69
		0.3	-0.48	69.61	-0.41	69.09	-0.39	68.85	-0.50	69.57	-0.06	68.45
		0.5	-0.50	78.73	-0.42	78.97	-0.37	78.69	-0.35	79.05	0.03	77.77
		0.7	-0.22	88.44	-0.73	88.80	-0.49	88.52	-0.20	88.96	-0.03	87.96
		0.8	-0.13	92.76	-0.07	93.32	-0.07	93.20	-0.06	93.32	0.15	92.72
		0.9	0.43	96.68	-0.46	97.24	-0.46	97.24	-0.25	97.28	0.42	96.88
		0.95	0.72	98.28	0.02	98.68	0.02	98.68	-0.22	98.72	0.33	98.60
	100	0.0	-0.18	63.27	-0.02	62.79	-0.02	62.21	-0.10	63.70	-0.04	63.75
		0.1	-0.52	64.98	-0.07	64.40	-0.07	63.87	**-1.62**	65.20	-0.08	64.89
		0.2	-0.63	68.08	-0.26	67.69	-0.26	67.45	**-1.43**	68.27	-0.07	67.54
		0.3	-0.64	71.89	-0.65	71.70	-0.65	71.46	-0.73	72.01	-0.04	71.09
		0.5	-0.39	80.58	-0.15	80.66	-0.11	80.44	-0.55	80.92	-0.05	79.79
		0.7	-0.49	89.47	-0.26	89.86	-0.25	89.64	-0.46	90.07	-0.02	89.13
		0.8	-0.30	93.62	-0.15	93.91	-0.15	93.77	-0.62	94.13	0.12	93.43
		0.9	-0.63	97.08	0.00	97.44	0.00	97.44	-0.59	97.63	0.55	97.22
		0.95	0.85	98.50	0.53	98.79	0.53	98.79	-0.52	98.99	0.51	98.77
60	60	0.0	-0.34	64.39	-0.02	63.37	-0.02	62.94	-0.07	64.23	-0.08	64.55
		0.1	-0.40	65.76	-0.38	65.09	-0.20	64.61	-0.61	65.95	-0.10	65.71
		0.2	-0.47	68.85	-0.24	68.37	-0.21	68.21	-0.45	68.96	-0.16	68.21
		0.3	-0.48	72.40	-0.48	72.13	-0.39	71.92	-0.19	72.51	0.02	71.49
		0.5	-0.10	80.92	-0.50	80.95	-0.37	80.78	-0.31	81.21	-0.10	80.17
		0.7	0.12	89.68	-0.14	89.98	-0.07	89.81	-0.11	90.03	0.02	89.41
		0.8	0.03	93.82	-0.22	94.22	-0.12	94.03	0.01	94.11	-0.17	93.60
		0.9	0.51	97.21	0.28	97.55	0.28	97.55	0.06	97.55	0.08	97.37
		0.95	0.72	98.58	0.02	98.84	0.02	98.84	-0.04	98.93	0.67	98.74
	100	0.0	-0.13	67.81	-0.01	67.10	-0.01	66.77	-0.02	67.88	-0.12	68.11
		0.1	-0.44	69.19	-0.44	68.74	-0.20	68.46	**-1.07**	69.32	-0.05	69.06
		0.2	-0.41	71.89	-0.29	71.63	-0.26	71.50	-0.72	71.99	-0.07	71.45
		0.3	-0.60	75.22	-0.67	75.10	-0.65	74.97	-0.49	75.28	-0.02	74.48
		0.5	-0.26	83.07	-0.09	82.97	-0.05	82.86	-0.25	83.10	0.01	82.24
		0.7	-0.10	90.93	-0.29	91.12	-0.25	91.01	-0.20	91.20	0.03	90.54
		0.8	-0.03	94.51	-0.17	94.81	-0.12	94.69	-0.20	94.89	0.17	94.37
		0.9	0.50	97.61	0.00	97.89	0.00	97.89	-0.29	97.92	0.18	97.73
		0.95	0.85	98.85	-0.15	99.07	-0.15	99.07	-0.27	99.12	0.46	99.03
100	100	0.0	-0.10	71.78	-0.01	71.39	-0.01	71.19	-0.04	72.01	-0.08	72.05
		0.1	**-1.40**	73.18	-0.03	72.78	-0.03	72.68	-0.31	73.17	-0.05	72.99
		0.2	-0.50	75.56	-0.33	75.38	-0.26	75.31	-0.14	75.54	-0.14	75.13
		0.3	-0.23	78.52	-0.17	78.27	-0.10	78.19	-0.18	78.36	0.01	77.80
		0.5	-0.38	85.18	-0.24	85.32	-0.12	85.25	-0.16	85.38	0.05	84.47
		0.7	-0.18	92.21	-0.47	92.29	-0.26	92.21	-0.19	92.42	0.04	91.85
		0.8	0.16	95.31	-0.21	95.50	-0.13	95.44	-0.30	95.64	0.11	95.23
		0.9	0.35	98.04	-0.05	98.23	-0.01	98.20	-0.44	98.28	0.18	98.10
		0.95	0.83	99.11	0.52	99.24	0.52	99.24	-0.21	99.27	0.52	99.20
Media global			-0.11	82.17	-0.17	82.14	-0.13	81.93	-0.38	82.46	0.08	81.89

α=10%

n_1	n_2	δ	ZW2		ZW3		ZW4		ZCb0		AE1	
40	40	0.0	0.27	71.03	-0.59	71.74	-0.59	71.27	-1.75	72.22	-1.75	71.98
		0.1	0.06	72.58	-0.38	72.93	-0.38	72.69	-1.67	73.17	-0.38	72.93
		0.2	-0.18	74.96	-0.44	75.19	-0.38	74.96	-0.87	75.55	0.00	74.84
		0.3	-0.23	78.17	-1.20	78.52	-1.20	78.29	-1.55	79.00	-0.39	77.93
		0.5	-0.56	85.31	-1.76	84.95	0.80	84.71	-0.34	84.95	0.80	84.35
		0.7	-1.82	92.56	0.48	91.97	1.39	91.85	0.18	91.97	1.75	91.49
		0.8	-0.26	95.54	-1.60	95.30	0.46	95.18	1.09	95.18	1.09	95.18
		0.9	-0.53	98.33	3.69	97.92	5.34	97.86	3.69	97.92	-1.54	98.16
		0.95	**-4.06**	99.41	4.96	99.11	4.96	99.11	4.96	99.11	4.96	99.11
	60	0.0	-0.06	73.89	-0.25	73.97	-0.25	73.57	-1.91	74.77	-0.93	74.45
		0.1	-0.04	75.25	-0.32	75.37	-0.32	75.25	-2.24	75.81	-0.49	75.13
		0.2	-0.16	77.29	-0.58	77.57	-0.45	77.41	-1.92	77.85	-0.45	77.25
		0.3	-1.95	80.29	-1.95	80.09	-0.47	79.97	-0.66	80.29	0.22	79.61
		0.5	-1.73	86.49	-1.73	86.41	-0.09	86.29	-0.40	86.49	0.12	85.77
		0.7	-1.80	93.00	-2.06	92.92	-0.22	92.80	-1.86	92.88	-0.10	92.56
		0.8	-1.60	95.96	-0.81	95.80	0.65	95.68	-0.26	95.84	0.11	95.68
		0.9	-1.43	98.40	1.32	98.24	2.69	98.16	0.61	98.28	0.36	98.32
		0.95	1.57	99.32	2.13	99.24	2.13	99.24	3.52	99.24	1.67	99.28
	100	0.0	-0.32	75.97	-0.36	76.21	-0.36	75.92	-0.32	76.45	-0.32	76.41
		0.1	-0.18	77.13	-0.49	77.35	-0.49	77.25	-2.24	77.64	-0.19	77.28
		0.2	-1.92	79.28	-1.92	79.35	-0.36	79.23	-1.92	79.50	-0.43	79.14
		0.3	-0.20	81.77	-0.88	81.84	-0.88	81.74	-0.63	81.96	-0.02	81.38
		0.5	-1.73	87.64	-1.73	87.59	-1.73	87.49	-0.71	87.66	-0.21	87.20
		0.7	-0.13	93.60	-1.86	93.48	-0.16	93.36	-1.86	93.62	-0.48	93.36
		0.8	-1.60	96.33	-0.01	96.16	0.68	96.06	-0.40	96.28	-0.17	96.09
		0.9	-2.42	98.53	-2.24	98.45	2.74	98.33	-2.24	98.55	-0.21	98.48
		0.95	-2.80	99.42	3.69	99.30	3.69	99.30	3.33	99.35	3.12	99.37
60	60	0.0	-0.53	76.43	-1.05	76.86	-1.05	76.65	-2.14	77.40	-0.80	76.97
		0.1	-0.64	77.77	-1.85	78.20	-1.85	78.10	-1.85	78.26	-0.87	77.94
		0.2	-0.52	79.76	-1.28	79.98	-1.28	79.87	-1.28	80.03	-1.28	79.60
		0.3	-0.33	82.18	-0.32	82.24	-0.32	82.13	-0.32	82.24	-0.32	81.70
		0.5	-0.87	87.80	-1.30	87.93	-1.30	87.88	-1.30	87.99	-0.92	87.48
		0.7	-1.26	93.79	0.14	93.58	0.52	93.52	0.20	93.52	0.52	93.25
		0.8	-0.59	96.45	-0.81	96.21	0.93	96.16	0.87	96.16	0.93	96.05
		0.9	0.58	98.60	1.22	98.47	2.63	98.39	-3.55	98.58	0.65	98.50
		0.95	1.86	99.44	2.12	99.36	2.12	99.36	-2.79	99.41	2.00	99.38
	100	0.0	0.11	78.88	-0.52	79.31	-0.52	79.11	-0.28	79.31	-0.04	79.24
		0.1	-0.25	80.00	-0.78	80.12	-0.22	80.04	-1.68	80.31	-0.21	80.02
		0.2	-0.16	81.74	-0.97	81.85	-0.47	81.79	-0.97	81.95	-0.05	81.55
		0.3	-0.33	84.08	-0.96	84.09	-0.93	84.04	-0.39	84.03	0.05	83.61
		0.5	-2.37	89.16	-2.37	89.14	-0.35	89.08	-0.69	89.16	-0.08	88.70
		0.7	-0.41	94.40	-2.00	94.37	-0.24	94.32	-0.17	94.34	-0.13	94.12
		0.8	-0.81	96.77	0.00	96.69	0.00	96.66	-0.27	96.69	0.26	96.58
		0.9	0.27	98.77	0.37	98.69	2.31	98.62	-0.12	98.72	0.53	98.69
		0.95	-2.80	99.53	2.27	99.45	3.69	99.43	1.69	99.45	0.49	99.46
100	100	0.0	-0.36	81.78	-0.36	81.93	-0.36	81.85	-2.47	82.09	-0.36	81.97
		0.1	-0.19	82.60	-0.19	82.68	-0.19	82.64	-0.44	82.82	-0.19	82.60
		0.2	-0.05	84.09	-1.46	84.19	-0.32	84.15	-0.40	84.23	-0.14	83.93
		0.3	-0.96	86.15	-0.95	86.13	-0.64	86.09	-0.75	86.15	-0.19	85.74
		0.5	-0.30	90.57	-1.09	90.54	-0.63	90.50	-0.79	90.54	-0.30	90.22
		0.7	-1.35	95.26	-0.09	95.03	0.49	94.99	-0.29	95.07	0.87	94.79
		0.8	-1.30	97.23	-0.78	97.17	-0.24	97.13	-2.38	97.32	0.07	97.07
		0.9	-0.46	98.97	0.36	98.85	1.90	98.83	2.31	98.83	-0.36	98.89
		0.95	2.81	99.57	-0.44	99.59	3.44	99.56	-0.43	99.57	2.82	99.55
Media global			-0.72	88.63	-0.36	88.62	0.51	88.52	-0.48	88.72	0.22	88.43

Tabla AII.4

Número de fallos (F), error medio ($\overline{\Delta\alpha}$) y potencia media ($\overline{\theta}$) para los cinco métodos sin cpc seleccionados.

α=1%

Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	θ
AE1	0	0.08	81.89
ZW4	0	-0.13	81.93
ZW2	2	-0.11	82.17
ZW3	2	-0.17	82.14
ZCb0	8	-0.38	82.46

α=5%

Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	θ
AE1	0	0.16	86.21
ZW4	0	0.17	86.30
ZW3	2	-0.20	86.44
ZW2	2	-0.24	86.43
ZCb0	2	-0.25	86.57

α=10%

Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	θ
AE1	0	0.22	88.43
ZW3	0	-0.36	88.62
ZCb0	0	-0.48	88.72
ZW4	0	0.51	88.52
ZW2	2	-0.72	88.63

Tabla AII.5

Número de fallos (F), error medio ($\overline{\Delta\alpha}$) y potencia media ($\overline{\theta}$) para los métodos sin cpc con 2 o menos fallos, n_1= n_2=100 y α=5%.

Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$
ZCb0	0	-0.13	89.60
ZW4	0	0.13	89.50
AE1	0	0.17	89.34
AE2	0	-0.30	89.35
AE4	0	-0.31	89.30
AE3	0	-0.33	89.34
ZPa1	0	-0.38	88.39
ZPb1	0	-0.38	88.39
ZPa0	0	0.39	88.19
ZPb0	0	0.39	88.19
ZW2	0	-0.40	89.54
ZW3	0	-0.40	89.54
ZE1	0	-0.46	89.56
ZW1	0	-0.46	89.53
ZCb1	0	-0.50	89.58
ZN0	0	-0.55	89.58
ZE0	0	-0.80	89.58
L1	1	-0.53	89.54
AE0	1	-0.57	89.27
L0	1	-3.27	89.58

Tabla AII.6

Número de fallos (*F*), error medio ($\overline{\Delta\alpha}$) y potencia media ($\bar{\theta}$) para los dos métodos seleccionados aplicados con y sin cpc.

α=1%				α=5%				α=10%			
Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$
AE1	0	0.08	81.89	AE1	0	0.16	86.21	AE1	0	0.22	88.43
ZW4c	0	-0.10	81.88	ZW4	0	0.17	86.26	AE1c	0	0.37	88.38
AE1c	0	0.10	81.86	AE1c	0	0.19	86.17	ZW4	0	0.51	88.52
ZW4	0	-0.13	81.93	ZW4c	0	0.28	86.26	ZW4c	0	0.63	88.48

Tabla AII.7

Número de fallos (*F*), error medio ($\overline{\Delta\alpha}$) y potencia media ($\bar{\theta}$) para los métodos clásicos de la literatura.

Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$
ZPa0	2	0.24	84.59
ZW2	2	-0.32	86.27
ZCb0	2	-0.33	89.84
ZN0	4	-0.54	86.36
ZE0	6	-0.75	86.34
ZW1	20	-0.73	86.28
ZW0	74	-3.43	86.32

Tabla AII.8

El método ZE0 aplicado con y sin cpc en la versión de Armitage actual (ZE0 y ZE0c) y en la versión de Mantel (ZE0-M y ZE0c-M).

α=1%				α=5%				α=10%			
Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$
ZE0c	0	-0.22	81.99	ZE0c	8	-0.62	86.28	ZE0c	0	-0.89	88.47
ZE0	0	-0.28	82.06	ZE0c-M	8	-0.64	86.29	ZE0c-M	0	-0.89	88.47
ZE0c-M	6	-0.31	82.00	ZE0	12	-0.75	86.34	ZE0	0	-0.96	88.51
ZE0-M	6	-0.38	82.08	ZE0-M	12	-0.77	86.34	ZE0-M	0	-0.96	88.51

Tabla AII.9

Resumen de los resultados de todos los métodos para el caso clásico de δ=0 y α=5% (los métodos omitidos son equivalentes a alguno de los reseñados).

Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$
ZPa3	0	-0.08	67.98
ZPb3	0	-0.08	67.98
ZPa2	0	-0.08	67.97
ZPb2	0	-0.08	67.97
ZPa4	0	-0.08	67.75
ZPb4	0	-0.08	67.75
ZPa1	0	-0.11	68.07
ZPb1	0	-0.11	68.06
ZPa0	0	-0.19	68.06
ZPb0	0	-0.19	68.06
ZE2	0	-0.12	71.80
ZN2	0	-0.12	71.62
ZE3	0	-0.13	71.85
ZE4	0	-0.13	71.35
ZN3	0	-0.14	71.64
ZN4	0	-0.14	71.32
AE3	0	-0.24	72.14
AE2	0	-0.24	72.09
AE4	0	-0.24	71.15
ZN1	0	-0.28	72.06
ZE1	0	-0.32	72.25
ZW3	0	-0.39	72.14
ZW2	0	-0.39	72.12
ZW4	0	-0.39	71.75
ZN0	0	-0.43	72.49
AE1	0	-0.44	72.65
L4	0	-0.44	71.60
ZE0	0	-0.45	72.74
ZW1	0	-0.52	72.57
L3	0	-1.08	72.08
L2	0	-1.08	72.01
ZW0	2	-2.20	73.05
L1	6	-4.46	72.65
AE0	6	-12.20	73.24
L0	6	-46.44	73.53
XPb2	6	-89.57	94.02
XPb3	6	-89.57	94.02
XPb4	6	-89.57	94.02
XPb0	6	-89.58	94.21
XPb1	6	-89.58	94.14

Tabla AII.10
Resultados para los métodos seleccionados (con y sin cpc) en el caso clásico de δ=0 (la primera entrada es el error medio; la segunda la potencia media).

α=1%		ZE0		ZE0c		ZE2		ZE2c		ZE3		ZE3c		ZW4		ZW4c		AE1		AE1c	
40	40	-0.08	56.99	0.03	56.51	0.03	55.09	0.03	55.09	0.03	54.61	0.22	54.02	0.03	54.61	0.03	54.37	-0.08	57.23	-0.08	57.23
	60	0.01	60.22	0.01	60.22	0.12	58.86	0.15	58.78	0.22	58.22	0.22	58.14	0.01	58.70	0.01	58.70	-0.06	60.62	-0.04	60.46
	100	-0.10	63.70	-0.10	63.70	0.08	62.64	0.08	62.64	0.15	62.069	0.15	62.01	-0.02	62.21	0.00	62.16	-0.04	63.75	-0.03	63.61
60	60	-0.07	64.23	-0.02	64.12	0.11	63.16	0.16	62.94	0.21	62.40	0.21	62.40	-0.02	62.94	-0.01	62.83	-0.08	64.55	-0.07	64.45
	100	-0.02	67.88	-0.02	67.85	0.06	67.10	0.09	67.03	0.14	66.61	0.15	66.58	-0.01	66.77	-0.01	66.77	-0.12	68.11	-0.12	68.04
100	100	-0.04	72.01	-0.02	71.89	0.06	71.35	0.07	71.27	0.13	70.99	0.13	70.91	-0.01	71.19	-0.01	71.19	-0.08	72.05	-0.08	72.05
Media Global		-0.05	64.17	-0.02	64.05	0.08	63.03	0.10	62.96	0.15	62.48	0.18	62.34	0.00	62.74	0.00	62.67	-0.08	64.39	-0.07	64.31

α=5%		ZE0		ZE0c		ZE2		ZE2c		ZE3		ZE3c		ZW4		ZW4c		AE1		AE1c	
40	40	-0.90	67.34	-0.67	67.10	-0.67	66.15	0.23	65.44	-0.67	66.15	0.23	65.68	-0.67	65.68	-0.67	65.68	-0.9	67.34	-0.67	67.10
	60	-0.48	69.89	-0.36	69.73	0.42	68.53	0.46	68.37	0.42	68.69	0.46	68.45	-0.14	68.37	-0.14	68.37	-0.14	69.57	-0.01	69.49
	100	-0.18	72.20	-0.09	72.06	0.36	71.24	0.36	71.24	0.36	71.24	0.36	71.24	-0.18	71.19	-0.16	71.14	-0.45	72.25	-0.37	72.16
60	60	-0.48	72.83	-0.48	72.72	-0.48	71.86	-0.48	71.86	-0.48	71.97	-0.48	71.86	-0.48	72.08	-0.48	71.86	-0.48	72.72	-0.48	72.61
	100	-0.06	75.41	-0.06	75.41	0.23	74.73	0.23	74.66	0.21	74.76	0.23	74.73	-0.24	74.86	-0.09	74.79	-0.06	75.38	0.00	75.31
100	100	-0.60	78.74	-0.60	78.66	-0.60	78.27	-0.20	78.17	-0.60	78.31	-0.20	78.17	-0.60	78.31	-0.60	78.31	-0.6	78.66	-0.60	78.66
Media Global		-0.45	72.74	-0.38	72.61	-0.12	71.80	0.10	71.62	-0.13	71.85	0.10	71.69	-0.39	71.75	-0.36	71.69	-0.44	72.65	-0.36	72.56

α=10%		ZE0		ZE0c		ZE2		ZE2c		ZE3		ZE3c		ZW4		ZW4c		AE1		AE1c	
40	40	-1.75	72.22	-1.75	71.98	0.71	70.79	0.71	70.79	0.27	71.27	0.71	71.03	-0.59	71.27	0.27	70.79	-1.75	71.98	-0.16	71.74
	60	-1.91	74.77	-1.91	74.77	0.57	73.65	0.58	73.57	0.40	73.89	0.40	73.81	-0.25	73.57	-0.06	73.49	-0.93	74.45	-0.93	74.45
	100	-0.32	76.45	-0.32	76.45	0.65	75.73	0.65	75.68	0.20	75.97	0.33	75.88	-0.36	75.92	-0.36	75.92	-0.32	76.41	-0.32	76.41
60	60	-2.14	77.40	-2.14	77.08	0.10	76.11	0.10	76.11	-0.24	76.32	-0.24	76.32	-1.05	76.65	-0.80	76.54	-0.80	76.97	-0.53	76.86
	100	-0.28	79.31	-0.05	79.24	0.15	78.92	0.15	78.79	0.15	78.92	0.15	78.92	-0.52	79.11	-0.52	79.11	-0.04	79.24	0.11	79.11
100	100	-2.47	82.09	-2.47	82.09	-0.36	81.70	-0.36	81.70	-0.36	81.78	-0.36	81.70	-0.36	81.85	-0.36	81.70	-0.36	81.97	-0.36	81.97
Media Global		-1.58	77.04	-1.44	76.94	0.30	76.15	0.31	76.11	0.07	76.36	0.17	76.28	-0.52	76.40	-0.31	76.26	-0.70	76.84	-0.37	76.76

Tabla AII.11
Resumen de los resultados para los métodos seleccionados (con y sin cpc) en el caso clásico de δ=0.

α =1%			
Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$
ZW4	0	0.00	62.74
ZW4c	0	0.00	62.67
ZE0c	0	-0.02	64.05
ZE0	0	-0.05	64.17
AE1c	0	-0.07	64.31
AE1	0	-0.08	64.39
ZE2	0	0.08	63.03
ZE2c	0	0.10	62.96
ZE3	0	0.15	62.48
ZE3c	0	0.18	62.34

α =5%			
Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$
ZE3c	0	0.10	71.69
ZE2c	0	0.10	71.62
ZE2	0	-0.12	71.80
ZE3	0	-0.13	71.85
AE1c	0	-0.36	72.56
ZW4c	0	-0.36	71.69
ZE0c	0	-0.38	72.61
ZW4	0	-0.39	71.75
AE1	0	-0.44	72.65
ZE0	0	-0.45	72.74

α =10%			
Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$
ZE3	0	0.07	76.36
ZE3c	0	0.17	76.28
ZE2	0	0.30	76.15
ZW4c	0	-0.31	76.26
ZE2c	0	0.31	76.11
AE1c	0	-0.37	76.76
ZW4	0	-0.52	76.40
AE1	0	-0.70	76.84
ZE0c	0	-1.44	76.94
ZE0	0	-1.58	77.04

Tabla AII.12

Resultados obtenidos con la metodología del Capítulo I para los métodos reseñados. Confianza= 95%

Método:	ZW1				ZW2				ZW3			
n_1/n_2	*Rmean*	*Rmin*;	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*;	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*;	*lmean*	*R<93%*
$\beta_i = (-1, 1)$												
40/40	95.3	93.1	0.35	0.0	95.3	93.1	0.35	0.0	95.5	93.7	0.35	0.0
40/60	95.3	92.9	0.32	0.0	95.3	92.5	0.32	0.0	95.5	93.1	0.32	0.0
60/60	95.4	93.5	0.29	0.0	95.4	92.8	0.29	0.0	95.5	93.1	0.29	0.0
40/100	95.3	92.6	0.29	0.0	95.3	92.6	0.29	0.0	95.5	93.4	0.29	0.0
60/100	95.2	93.3	0.26	0.0	95.2	93.1	0.26	0.0	95.3	94.3	0.26	0.0
100/100	95.1	94.1	0.22	0.0	95.1	93.7	0.22	0.0	95.2	94.1	0.22	0.0

Método:	ZN0				ZE0				ZPa0			
n_1/n_2	*Rmean*	*Rmin*;	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*;	*lmean*	*R<93%*	*Rmean*	*Rmin*;	*lmean*	*R<93%*
$\beta_i = (-1, 1)$												
40/40	95.2	88.9	0.35	0.4	94.9	92.9	0.35	0.0	96.7	86.7	0.39	0.0
40/60	95.2	88.2	0.32	0.2	95.0	87.7	0.32	0.0	96.9	93.8	0.36	0.0
60/60	95.1	89.2	0.28	0.2	95.0	89.9	0.28	0.0	96.9	91.8	0.32	0.0
40/100	95.2	91.7	0.29	0.1	95.0	91.3	0.29	0.0	97.1	94.4	0.33	0.0
60/100	95.1	91.7	0.25	0.0	95.0	93.5	0.25	0.0	96.9	94.2	0.29	0.0
100/100	95.1	88.8	0.22	0.1	95.0	93.5	0.22	0.0	96.7	93.1	0.25	0.0

Tabla AIII.1

Incremento del error $\Delta\alpha$ (primera entrada) y "potencia" θ (segunda entrada) para todos los métodos sin cpc comparados. Los valores en negrita indican que el método "falla". (α=5%)

n_1	n_2	ρ	ZW0		ZW1		ZW2		ZW3		ZW4	
40	40	0.01	**-85.30**	91.73	4.93	90.24	4.86	91.85	4.90	91.67	4.90	91.67
		0.1	**-42.56**	85.60	**-4.62**	85.19	0.51	85.43	0.27	85.37	3.24	84.59
		0.2	**-22.58**	81.62	-1.78	81.20	-0.41	81.32	-0.41	81.38	-0.41	80.55
		0.5	**-3.77**	74.12	-0.96	73.41	-0.96	73.05	-0.96	72.99	-0.10	72.52
		0.8	**-4.53**	69.24	**-3.38**	68.47	-0.12	67.94	-0.12	67.94	-0.12	67.52
		1	-0.90	67.58	-0.67	67.10	-0.67	66.39	-0.67	66.39	-0.67	65.68
		1.25	**-4.53**	69.24	**-3.38**	68.47	-0.12	67.94	-0.12	67.94	-0.12	67.52
		2	**-3.77**	74.12	-0.96	73.41	-0.96	73.05	-0.96	72.99	-0.10	72.52
		5	**-22.58**	81.62	-1.78	81.20	-0.41	81.32	-0.41	81.38	-0.41	80.55
		10	**-42.56**	85.60	**-4.62**	85.19	0.51	85.43	0.27	85.37	3.24	84.59
		100	**-85.30**	91.73	4.93	90.24	4.86	91.85	4.90	91.67	4.90	91.67
	60	0.01	**-81.39**	93.88	4.91	93.12	4.69	94.00	4.69	93.92	4.69	93.92
		0.1	**-30.80**	88.36	**-2.54**	88.16	0.30	88.28	0.30	88.28	0.81	87.45
		0.2	**-12.58**	84.77	-0.69	84.49	-0.32	84.45	-0.32	84.53	0.11	84.05
		0.5	-1.31	77.29	-0.72	76.93	-0.99	76.69	-0.99	76.77	-0.37	76.49
		0.8	**-2.76**	72.41	**-2.76**	71.89	-0.26	71.45	-0.26	71.45	-0.26	71.17
		1	-1.36	70.21	-0.52	69.49	-0.14	68.93	-0.14	68.93	-0.14	68.37
		1.25	**-4.53**	71.13	-0.74	70.53	-0.33	69.93	-0.33	69.93	-0.33	69.61
		2	**-10.18**	74.89	-0.96	74.21	-0.96	73.93	-0.96	73.93	-0.96	73.57
		5	**-33.80**	81.81	**-2.25**	81.49	-0.81	81.45	-0.30	81.41	-0.30	80.61
		10	**-53.37**	85.77	**-4.81**	85.21	0.26	85.49	0.17	85.45	3.23	84.73
		100	**-87.96**	91.80	4.93	90.24	4.85	91.84	4.89	91.68	4.89	91.68
	100	0.01	**-74.53**	95.85	4.66	95.48	4.65	95.89	4.66	95.85	4.66	95.85
		0.1	**-16.87**	91.04	-0.73	91.02	0.16	91.02	0.16	91.09	0.16	90.80
		0.2	**-4.02**	87.88	-0.35	87.78	-0.95	87.73	-0.95	87.71	-0.22	87.49
		0.5	-0.75	80.75	-0.43	80.51	-0.68	80.42	-0.56	80.46	-0.38	80.27
		0.8	**-3.81**	75.44	-0.38	74.96	-0.29	74.60	-0.29	74.64	-0.29	74.35
		1	**-6.73**	72.54	-0.52	72.11	-0.18	71.58	-0.18	71.58	-0.18	71.19
		1.25	**-10.92**	72.54	-1.28	72.13	-0.27	71.70	-0.43	71.75	-0.43	71.50
		2	**-22.18**	75.44	-0.96	75.01	-0.96	74.76	-0.96	74.76	-0.96	74.43
		5	**-48.14**	81.99	**-3.49**	81.57	-0.87	81.60	-0.83	81.57	-0.83	80.78
		10	**-65.12**	85.78	**-5.42**	85.27	0.11	85.53	-0.24	85.51	3.18	84.76
		100	**-90.39**	91.86	4.93	90.24	4.85	91.81	4.88	91.69	4.88	91.69
60	60	0.01	**-85.06**	93.93	4.90	93.15	4.69	93.98	4.69	93.93	4.69	93.93
		0.1	**-42.24**	88.55	**-2.76**	88.26	0.40	88.31	0.15	88.31	0.72	87.53
		0.2	**-22.38**	84.92	-0.95	84.82	-0.33	84.71	-0.33	84.71	0.09	84.31
		0.5	**-3.93**	78.45	-0.56	78.07	-0.10	77.77	-0.37	77.77	-0.13	77.53
		0.8	**-2.76**	74.39	-0.35	73.90	-0.07	73.64	-0.13	73.66	-0.13	73.45
		1	-1.30	73.26	-0.48	72.61	-0.48	72.29	-0.48	72.40	-0.48	72.08
		1.25	**-2.76**	74.39	-0.35	73.90	-0.07	73.64	-0.13	73.66	-0.13	73.45
		2	**-3.93**	78.45	-0.56	78.07	-0.10	77.77	-0.37	77.77	-0.13	77.53
		5	**-22.38**	84.92	-0.95	84.82	-0.33	84.71	-0.33	84.71	0.09	84.31
		10	**-42.24**	88.55	**-2.76**	88.26	0.40	88.31	0.15	88.31	0.72	87.53
		100	**-85.06**	93.93	4.90	93.15	4.69	93.98	4.69	93.93	4.69	93.93
	100	0.01	**-79.86**	95.86	4.66	95.47	4.60	95.91	4.66	95.86	4.66	95.86
		0.1	**-27.54**	91.20	**-2.82**	91.12	-0.09	91.19	-0.07	91.14	-0.07	90.85
		0.2	**-10.26**	88.17	-0.35	88.05	-0.06	88.01	-0.04	87.99	0.02	87.81
		0.5	-0.76	81.90	-0.45	81.76	-0.24	81.63	-0.20	81.59	-0.20	81.45
		0.8	-1.72	77.73	-0.84	77.42	-0.33	77.20	-0.33	77.18	-0.08	77.03
		1	**-2.32**	75.83	-0.34	75.47	-0.24	75.09	-0.24	75.09	-0.24	74.86
		1.25	**-4.24**	76.22	-0.54	75.88	-0.54	75.65	-0.54	75.69	-0.45	75.52
		2	**-12.36**	79.19	-0.52	78.92	-0.46	78.80	-0.47	78.87	-0.41	78.69
		5	**-36.68**	85.20	**-2.00**	85.00	-0.38	85.02	-0.38	85.00	-0.38	84.60
		10	**-55.76**	88.57	**-4.16**	88.35	-0.05	88.44	-0.22	88.41	0.40	87.65
		100	**-88.44**	93.96	4.89	93.13	4.69	93.99	4.69	93.93	4.69	93.93
100	100	0.01	**-84.87**	95.88	4.66	95.47	4.60	95.90	4.64	95.86	4.64	95.86
		0.1	**-41.98**	91.29	**-2.60**	91.22	-0.16	91.25	-0.16	91.26	-0.16	90.95
		0.2	**-22.30**	88.38	-0.64	88.35	-0.32	88.28	-0.32	88.31	-0.32	88.15
		0.5	**-4.07**	83.01	-0.69	82.82	-0.36	82.79	-0.36	82.81	-0.36	82.71
		0.8	-1.69	79.89	-0.82	79.68	-0.82	79.49	-0.82	79.49	-0.12	79.40
		1	-0.60	78.86	-0.60	78.66	-0.60	78.42	-0.60	78.42	-0.60	78.31
		1.25	-1.69	79.89	-0.82	79.68	-0.82	79.49	-0.82	79.49	-0.12	79.40
		2	**-4.07**	83.01	-0.69	82.82	-0.36	82.79	-0.36	82.81	-0.36	82.71
		5	**-22.30**	88.38	-0.64	88.35	-0.32	88.28	-0.32	88.31	-0.32	88.15
		10	**-41.98**	91.29	**-2.60**	91.22	-0.16	91.25	-0.16	91.26	-0.16	90.95
		100	**-84.87**	95.88	4.66	95.47	4.60	95.90	4.64	95.86	4.64	95.86
Media global			**-29.19**	83.01	-0.39	82.56	0.60	82.61	0.58	82.60	0.91	82.28

n_1	n_2	ρ	ZN0		ZN1		ZN2		ZN3		ZN4	
40	40	0.01	**-6.58**	96.19	**-78.29**	97.44	**-94.94**	98.51	**-94.90**	98.45	**-95.00**	99.94
		0.1	-0.67	87.75	**-8.15**	88.40	**-13.13**	89.41	**-13.13**	89.35	**-83.57**	89.71
		0.2	**-2.17**	82.51	**-2.86**	82.81	**-2.86**	82.93	**-2.86**	82.87	**-43.25**	82.27
		0.5	-0.29	73.41	-0.05	72.93	-0.09	72.69	-0.20	72.75	-0.20	72.34
		0.8	-0.37	68.17	0.00	67.52	0.22	67.16	0.22	67.16	0.22	66.75
		1	-0.67	66.86	-0.67	66.39	-0.67	65.91	-0.67	65.91	-0.67	65.44
		1.25	-0.37	68.17	0.00	67.52	0.22	67.16	0.22	67.16	0.22	66.75
		2	-0.29	73.41	-0.05	72.93	-0.09	72.69	-0.20	72.75	-0.20	72.34
		5	**-2.17**	82.51	**-2.86**	82.81	**-2.86**	82.93	**-2.86**	82.87	**-43.25**	82.27
		10	-0.67	87.75	**-8.15**	88.40	**-13.13**	89.41	**-13.13**	89.35	**-83.57**	89.71
		100	**-6.58**	96.19	**-78.29**	97.44	**-94.94**	98.51	**-94.90**	98.45	**-95.00**	99.94
	60	0.01	**-5.63**	97.04	**-55.43**	97.72	**-93.88**	98.60	**-93.22**	98.52	**-95.00**	99.76
		0.1	-0.73	89.76	**-2.25**	89.96	**-7.41**	90.40	**-7.41**	90.36	**-65.81**	90.28
		0.2	-0.33	85.29	-0.53	85.41	-1.36	85.37	-1.38	85.41	-1.18	85.01
		0.5	-0.14	77.01	-0.24	76.73	-0.27	76.53	-0.13	76.49	-0.12	76.25
		0.8	-0.45	71.61	-0.34	71.29	-0.05	70.81	-0.05	70.81	-0.05	70.49
		1	-0.49	69.81	0.06	68.85	0.42	68.21	0.34	68.29	0.34	67.81
		1.25	-0.36	70.21	-0.15	69.81	0.04	69.37	0.04	69.37	0.04	69.05
		2	-0.24	74.37	0.08	73.97	0.03	73.61	-0.01	73.69	-0.01	73.37
		5	**-2.17**	82.81	**-2.74**	82.93	**-6.14**	83.21	**-6.14**	83.21	**-69.41**	82.73
		10	-0.67	87.84	**-7.37**	88.52	**-17.94**	89.56	**-17.94**	89.52	**-91.81**	89.96
		100	**-7.25**	96.20	**-87.58**	97.44	**-95.00**	98.52	**-95.00**	98.48	**-95.00**	99.96
	100	0.01	**-4.25**	97.73	**-33.84**	98.14	**-84.60**	98.67	**-84.60**	98.65	**-95.00**	99.42
		0.1	-1.36	91.77	-0.62	91.81	**-3.16**	91.96	**-3.04**	91.91	**-26.31**	91.67
		0.2	-0.14	88.05	-0.46	88.05	-1.15	88.05	-1.15	88.00	-1.15	87.85
		0.5	-0.38	80.51	-0.29	80.32	-0.43	80.08	-0.27	80.10	-0.27	79.91
		0.8	-0.29	74.93	0.00	74.55	0.09	74.26	0.09	74.26	0.15	74.02
		1	-0.09	71.82	-0.08	71.63	0.36	71.09	0.36	71.09	0.36	70.76
		1.25	-0.08	71.77	0.06	71.48	0.31	70.95	0.25	71.05	0.26	70.85
		2	-0.24	75.13	-0.38	74.91	**-2.95**	74.76	**-2.94**	74.69	**-27.03**	74.43
		5	**-2.17**	83.00	**-5.64**	83.19	**-13.81**	83.51	**-13.81**	83.48	**-87.87**	83.07
		10	**-2.56**	87.90	**-11.62**	88.58	**-56.33**	89.66	**-56.33**	89.59	**-94.57**	90.00
		100	**-7.99**	96.21	**-94.34**	97.49	**-95.00**	98.55	**-95.00**	98.48	**-95.00**	99.98
60	60	0.01	**-6.35**	97.07	**-77.88**	97.77	**-94.91**	98.63	**-94.86**	98.55	**-95.00**	99.76
		0.1	-0.19	89.79	**-3.76**	90.08	**-13.13**	90.54	**-13.13**	90.49	**-84.01**	90.46
		0.2	-0.14	85.51	-1.49	85.60	**-2.92**	85.70	**-2.92**	85.73	**-43.06**	85.41
		0.5	-0.19	77.99	0.00	77.75	-0.17	77.61	-0.17	77.61	-0.17	77.40
		0.8	-0.47	73.88	-0.04	73.45	-0.01	73.29	-0.01	73.31	-0.01	73.10
		1	-0.48	72.51	-0.48	72.18	-0.48	71.75	-0.48	71.75	-0.48	71.43
		1.25	-0.47	73.88	-0.04	73.45	-0.01	73.29	-0.01	73.31	-0.01	73.10
		2	-0.19	77.99	0.00	77.75	-0.17	77.61	-0.17	77.61	-0.17	77.40
		5	-0.14	85.51	-1.49	85.60	**-2.92**	85.70	**-2.92**	85.73	**-43.06**	85.41
		10	-0.19	89.79	**-3.76**	90.08	**-13.13**	90.54	**-13.13**	90.49	**-84.01**	90.46
		100	**-6.35**	97.07	**-77.88**	97.77	**-94.91**	98.63	**-94.86**	98.55	**-95.00**	99.76
	100	0.01	**-5.52**	97.74	**-55.23**	98.17	**-93.02**	98.70	**-91.95**	98.67	**-95.00**	99.43
		0.1	-1.36	91.87	-1.45	91.93	**-8.55**	92.10	**-8.55**	92.13	**-60.02**	91.88
		0.2	-0.95	88.39	-0.34	88.43	-1.84	88.43	-1.84	88.41	-1.15	88.25
		0.5	-0.23	81.74	-0.10	81.56	-0.21	81.48	-0.21	81.48	-0.21	81.37
		0.8	-0.15	77.26	-0.01	77.02	0.04	76.77	0.12	76.76	0.12	76.63
		1	-0.24	75.34	0.08	74.92	0.23	74.60	0.23	74.63	0.23	74.40
		1.25	-0.18	75.69	0.02	75.46	0.11	75.18	0.03	75.22	0.03	75.09
		2	-0.19	78.92	-0.19	78.75	-0.39	78.69	-0.39	78.72	-0.38	78.57
		5	-0.17	85.83	**-4.98**	85.86	**-10.72**	85.98	**-10.62**	85.96	**-77.27**	85.70
		10	**-3.03**	89.92	**-9.39**	90.16	**-35.84**	90.63	**-15.8**	90.59	**-91.76**	90.55
		100	**-7.17**	97.06	**-89.87**	97.76	**-95.00**	98.62	**-95.00**	98.54	**-95.00**	99.76
100	100	0.01	**-6.19**	97.75	**-77.55**	98.17	**-94.88**	98.71	**-94.82**	98.68	**-95.00**	99.42
		0.1	-1.36	91.96	**-3.85**	92.08	**-13.09**	92.22	**-13.09**	92.20	**-83.83**	92.01
		0.2	-0.95	88.73	-0.77	88.72	**-3.12**	88.75	**-2.97**	88.73	**-42.91**	88.60
		0.5	-0.69	82.82	-0.12	82.77	0.00	82.62	0.00	82.62	0.00	82.54
		0.8	-0.14	79.55	0.02	79.34	0.13	79.12	0.13	79.13	0.13	79.06
		1	-0.60	78.58	-0.60	78.38	-0.60	78.15	-0.60	78.19	-0.60	78.07
		1.25	-0.14	79.55	0.02	79.34	0.13	79.12	0.13	79.13	0.13	79.06
		2	-0.69	82.82	-0.12	82.77	0.00	82.62	0.00	82.62	0.00	82.54
		5	-0.95	88.73	-0.77	88.72	**-3.12**	88.75	**-2.97**	88.73	**-42.91**	88.60
		10	-1.36	91.96	**-3.85**	92.08	**-13.09**	92.22	**-13.09**	92.20	**-83.83**	92.01
		100	**-6.19**	97.75	**-77.55**	98.17	**-94.88**	98.71	**-94.82**	98.68	**-95.00**	99.42
Media global			-1.70	83.71	**-14.80**	83.78	**-21.08**	83.92	**-20.73**	83.90	**-39.36**	83.95

n_1	n_2	ρ	ZCb0		ZCb1		ZCb2		ZCb3		ZCb4	
40	40	0.01	**-6.58**	96.19	**-78.29**	97.38	**-94.94**	98.51	**-94.84**	98.39	**-95.00**	99.94
		0.1	**-3.27**	87.69	**-8.15**	88.22	**-13.13**	89.17	**-13.10**	89.11	**-83.57**	89.47
		0.2	**-2.29**	82.63	**-2.86**	82.69	**-2.86**	82.81	**-2.86**	82.81	**-43.25**	82.27
		0.5	-0.23	73.41	-0.96	73.11	0.08	72.69	0.08	72.75	0.08	72.40
		0.8	-0.21	68.41	0.20	67.82	0.20	67.40	0.20	67.46	0.23	66.98
		1	-0.90	67.34	-0.67	66.39	-0.67	66.15	-0.67	66.15	-0.67	65.44
		1.25	-0.21	68.41	0.20	67.82	0.20	67.40	0.20	67.46	0.23	66.98
		2	-0.23	73.41	-0.96	73.11	0.08	72.69	0.08	72.75	0.08	72.40
		5	**-2.29**	82.63	**-2.86**	82.69	**-2.86**	82.81	**-2.86**	82.81	**-43.25**	82.27
		10	**-3.27**	87.69	**-8.15**	88.22	**-13.13**	89.17	**-13.10**	89.11	**-83.57**	89.47
		100	**-6.58**	96.19	**-78.29**	97.38	**-94.94**	98.51	**-94.84**	98.39	**-95.00**	99.94
	60	0.01	**-5.63**	97.00	**-55.43**	97.72	**-93.88**	98.56	**-93.22**	98.48	**-95.00**	99.72
		0.1	-0.73	89.64	-1.73	89.84	**-7.41**	90.28	**-7.41**	90.24	**-60.93**	90.04
		0.2	-0.32	85.29	-0.48	85.29	-1.21	85.21	-1.21	85.25	-0.62	84.85
		0.5	-0.44	77.29	-0.13	76.93	-0.30	76.69	-0.99	76.73	-0.18	76.41
		0.8	-0.70	71.97	-0.35	71.49	-0.08	71.05	-0.08	71.05	-0.08	70.73
		1	-0.48	69.89	-0.27	69.41	0.42	68.53	0.42	68.69	0.42	68.21
		1.25	-0.37	70.41	-0.15	69.93	0.04	69.49	0.04	69.57	0.04	69.25
		2	-0.10	74.21	-0.16	74.13	-0.06	73.85	-0.06	73.77	0.13	73.41
		5	-0.64	82.81	**-6.06**	82.97	**-6.14**	83.25	**-6.14**	83.17	**-69.41**	82.73
		10	-0.67	87.84	**-7.37**	88.32	**-17.93**	89.32	**-14.43**	89.24	**-90.32**	89.64
		100	**-6.74**	91.16	**-87.58**	97.40	**-95.00**	98.52	**-94.99**	98.44	**-95.00**	99.96
	100	0.01	**-4.25**	97.73	**-33.84**	98.12	**-84.60**	98.65	**-84.60**	98.62	**-95.00**	99.37
		0.1	**-4.11**	91.67	**-4.13**	91.74	**-4.13**	91.89	**-4.13**	91.86	**-26.31**	91.60
		0.2	-0.24	88.07	-0.22	88.00	-0.68	88.00	-0.83	88.05	-0.83	87.85
		0.5	-0.49	80.68	-0.21	80.37	-1.23	80.22	-0.79	80.20	-0.78	80.03
		0.8	-0.77	75.13	-1.40	74.84	**-2.18**	74.45	**-2.18**	74.47	**-2.02**	74.21
		1	-0.18	72.20	0.15	71.72	0.36	71.24	0.36	71.24	0.36	70.85
		1.25	-0.13	71.91	0.11	71.50	0.29	71.14	0.26	71.19	0.26	70.97
		2	**-2.35**	75.13	**-2.94**	74.89	**-2.95**	74.67	**-2.95**	74.74	**-42.86**	74.50
		5	-1.68	82.93	**-5.64**	83.14	**-13.81**	83.43	**-13.80**	83.39	**-87.56**	82.95
		10	**-2.56**	87.90	**-11.62**	88.51	**-56.33**	89.52	**-56.33**	89.45	**-94.36**	89.86
		100	**-7.68**	96.18	**-94.00**	97.44	**-95.00**	98.55	**-95.00**	98.48	**-95.00**	99.98
60	60	0.01	**-6.35**	97.04	**-77.88**	97.74	**-94.91**	98.60	**-94.78**	98.50	**-95.00**	99.73
		0.1	**-3.30**	89.79	**-8.17**	90.03	**-13.09**	90.43	**-13.09**	90.38	**-83.31**	90.27
		0.2	**-2.32**	85.54	**-2.91**	85.68	**-2.92**	85.65	**-2.92**	85.68	**-43.06**	85.35
		0.5	-0.21	78.07	-0.16	77.94	0.06	77.56	0.06	77.59	0.07	77.37
		0.8	-0.60	74.09	-0.27	73.72	-0.04	73.50	-0.04	73.50	-0.04	73.29
		1	-0.48	72.83	-0.48	72.40	-0.48	71.86	-0.48	71.97	-0.48	71.75
		1.25	-0.60	74.09	-0.27	73.72	-0.04	73.50	-0.04	73.50	-0.04	73.29
		2	-0.21	78.07	-0.16	77.94	0.06	77.56	0.06	77.59	0.07	77.37
		5	**-2.32**	85.54	**-2.91**	85.68	**-2.92**	85.65	**-2.92**	85.68	**-43.06**	85.35
		10	**-3.30**	89.79	**-8.17**	90.03	**-13.09**	90.43	**-13.09**	90.38	**-83.31**	90.27
		100	**-6.35**	97.04	**-77.88**	97.74	**-94.91**	98.60	**-94.78**	98.50	**-95.00**	99.73
	100	0.01	**-4.43**	97.73	**-55.23**	98.13	**-93.02**	98.69	**-91.95**	98.64	**-95.00**	99.38
		0.1	-1.45	91.82	-1.45	91.93	**-8.55**	92.06	**-8.55**	92.03	**-60.02**	91.82
		0.2	-0.23	88.44	-0.13	88.39	-0.50	88.38	-0.39	88.36	-0.39	88.20
		0.5	-0.60	81.87	-0.26	81.74	-0.31	81.51	-0.31	81.51	-0.31	81.42
		0.8	-0.80	77.47	-0.76	77.26	-0.78	76.98	-0.78	76.98	-0.71	76.82
		1	-0.06	75.41	-0.02	75.12	0.23	74.73	0.21	74.76	0.21	74.50
		1.25	-0.30	75.90	-0.29	75.57	0.06	75.28	-0.29	75.30	0.06	75.15
		2	-0.19	78.98	-0.19	78.80	-1.35	78.64	-0.40	78.66	-0.38	78.49
		5	-0.29	85.77	**-4.98**	85.85	**-10.72**	85.99	**-10.62**	85.90	**-77.27**	85.67
		10	**-3.03**	89.86	**-9.39**	90.12	**-35.84**	90.57	**-35.84**	90.55	**-91.76**	90.46
		100	**-6.73**	97.05	**-89.87**	97.76	**-95.00**	98.60	**-95.00**	98.54	**-95.00**	99.76
100	100	0.01	**-5.50**	97.74	**-77.55**	98.16	**-94.82**	98.70	**-94.72**	98.65	**-95.00**	99.40
		0.1	**-3.32**	91.95	**-8.18**	92.07	**-13.09**	92.19	**-13.09**	92.17	**-83.10**	91.97
		0.2	**-2.35**	88.72	**-2.96**	88.68	**-2.97**	88.71	**-2.97**	88.73	**-42.91**	88.61
		0.5	-0.30	82.91	0.04	82.71	-0.42	82.78	-0.29	82.75	-0.29	82.66
		0.8	-0.33	79.64	-0.07	79.42	0.04	79.32	0.04	79.33	0.04	79.25
		1	-0.60	78.74	-0.60	78.46	-0.60	78.27	-0.60	78.31	-0.60	78.19
		1.25	-0.33	79.64	-0.07	79.42	0.04	79.32	0.04	79.33	0.04	79.25
		2	-0.30	82.91	0.04	82.71	-0.42	82.78	-0.29	82.75	-0.29	82.66
		5	**-2.35**	88.72	**-2.96**	88.68	**-2.97**	88.71	**-2.97**	88.73	**-42.91**	88.61
		10	**-3.32**	91.95	**-8.18**	92.07	**-13.09**	92.19	**-13.09**	92.17	**-83.10**	91.97
		100	**-5.50**	97.74	**-77.55**	98.16	**-94.82**	98.70	**-94.72**	98.65	**-95.00**	99.40
Media global			**-2.06**	83.70	**-15.37**	83.82	**-21.14**	83.94	**-21.04**	83.93	**-39.48**	83.97

n_1	n_2	ρ	ZE0		ZE1		ZE2		ZE3		ZE4	
40	40	0.01	**-6.58**	96.19	**-78.29**	97.44	**-94.94**	98.51	**-94.90**	98.45	**-95.00**	99.94
		0.1	**-3.27**	87.69	**-8.15**	88.40	**-13.13**	89.35	**-13.13**	89.35	**-83.57**	89.71
		0.2	**-2.29**	82.51	**-2.86**	82.69	**-2.86**	82.87	**-2.86**	82.87	**-43.25**	82.27
		0.5	-0.29	73.23	-0.28	73.11	-0.96	72.58	-0.96	72.58	0.14	72.22
		0.8	**-2.17**	68.47	0.11	67.64	0.46	66.98	0.46	67.04	0.46	66.57
		1	-0.90	67.34	-0.67	66.39	-0.67	66.15	-0.67	66.15	-0.67	65.44
		1.25	**-2.17**	68.47	0.11	67.64	0.46	66.98	0.46	67.04	0.46	66.57
		2	-0.29	73.23	-0.28	73.11	-0.96	72.58	-0.96	72.58	0.14	72.22
		5	**-2.29**	82.51	**-2.86**	82.69	**-2.86**	82.87	**-2.86**	82.87	**-43.25**	82.27
		10	**-3.27**	87.69	**-8.15**	88.40	**-13.13**	89.35	**-13.13**	89.35	**-83.57**	89.71
		100	**-6.58**	96.19	**-78.29**	97.44	**-94.94**	98.51	**-94.90**	98.45	**-95.00**	99.94
	60	0.01	**-5.63**	97.04	**-55.43**	97.72	**-93.88**	98.60	**-93.22**	98.52	**-95.00**	99.76
		0.1	-0.73	89.68	-1.73	89.92	**-7.41**	90.36	**-7.41**	90.40	**-69.13**	90.32
		0.2	0.14	85.17	-0.48	85.25	-1.21	85.41	-1.24	85.41	-1.15	85.01
		0.5	-0.40	77.09	0.01	76.77	0.02	76.41	0.02	76.45	0.02	76.13
		0.8	-0.31	71.69	-0.05	71.17	0.12	70.89	-0.01	71.01	-0.01	70.69
		1	-0.48	69.89	-0.27	69.41	0.42	68.53	0.42	68.69	0.42	68.21
		1.25	**-2.17**	70.45	0.05	69.77	0.27	69.21	0.17	69.29	0.17	69.01
		2	-0.26	74.25	-0.07	74.09	-0.06	73.85	-0.06	73.89	0.08	73.53
		5	**-2.17**	82.73	**-6.06**	82.93	**-12.26**	83.21	**-6.14**	83.21	**-69.41**	82.77
		10	-0.67	87.80	**-7.37**	88.44	**-17.94**	89.52	**-14.43**	89.32	**-90.34**	89.76
		100	**-7.25**	96.20	**-87.58**	97.44	**-95.00**	98.52	**-95.00**	98.48	**-95.00**	99.96
	100	0.01	**-4.25**	97.73	**-33.84**	98.12	**-84.60**	98.67	**-84.60**	98.65	**-95.00**	99.42
		0.1	**-4.11**	91.72	**-4.13**	91.84	**-4.14**	91.93	**-4.13**	91.93	**-26.31**	91.64
		0.2	-0.95	88.17	-0.33	88.02	-1.84	88.02	-1.84	87.97	-1.15	87.78
		0.5	-0.69	80.61	-0.12	80.29	-0.48	80.10	-0.48	80.08	0.00	79.91
		0.8	-1.01	75.03	-0.12	74.67	0.16	74.28	0.26	74.28	0.26	73.99
		1	-0.18	72.20	0.15	71.72	0.36	71.24	0.36	71.24	0.36	70.85
		1.25	**-2.17**	71.89	-0.29	71.53	-0.12	71.14	-0.12	71.14	0.29	70.92
		2	**-2.35**	75.13	**-2.94**	74.86	**-2.95**	74.69	**-2.95**	74.69	**-42.86**	74.45
		5	**-2.17**	83.00	**-5.64**	83.19	**-13.81**	83.46	**-13.81**	83.43	**-87.57**	83.00
		10	**-2.56**	87.88	**-11.62**	88.55	**-56.33**	89.62	**-56.33**	89.54	**-94.57**	89.95
		100	**-7.68**	96.18	**-94.34**	97.49	**-95.00**	98.55	**-95.00**	98.48	**-95.00**	99.98
60	60	0.01	**-6.35**	97.07	**-77.88**	97.74	**-94.91**	98.60	**-94.86**	98.55	**-95.00**	99.76
		0.1	**-3.30**	89.79	**-8.17**	90.06	**-13.13**	90.49	**-13.09**	90.49	**-83.31**	90.41
		0.2	**-2.32**	85.60	**-2.91**	85.60	**-2.92**	85.78	**-2.92**	85.70	**-43.06**	85.38
		0.5	-0.24	78.02	-0.33	77.91	-0.04	77.61	-0.04	77.61	0.03	77.40
		0.8	-0.60	73.99	-0.27	73.50	-0.01	73.29	-0.01	73.31	-0.01	73.10
		1	-0.48	72.83	-0.48	72.40	-0.48	71.86	-0.48	71.97	-0.48	71.75
		1.25	-0.60	73.99	-0.27	73.50	-0.01	73.29	-0.01	73.31	-0.01	73.10
		2	-0.24	78.02	-0.33	77.91	-0.04	77.61	-0.04	77.61	0.03	77.40
		5	**-2.32**	85.60	**-2.91**	85.60	**-2.92**	85.78	**-2.92**	85.70	**-43.06**	85.38
		10	**-3.30**	89.79	**-8.17**	90.06	**-13.13**	90.49	**-13.09**	90.49	**-83.31**	90.41
		100	**-6.35**	97.07	**-77.88**	97.74	**-94.91**	98.60	**-94.86**	98.55	**-95.00**	99.76
	100	0.01	**-5.52**	97.74	**-55.23**	98.15	**-93.02**	98.69	**-91.95**	98.65	**-95.00**	99.42
		0.1	-1.45	91.87	**-2.87**	91.93	**-8.55**	92.11	**-8.55**	92.11	**-60.02**	91.87
		0.2	-0.95	88.44	-0.33	88.41	-1.84	88.36	-0.66	88.41	-0.64	88.25
		0.5	-0.69	81.87	-0.16	81.68	-0.26	81.51	-0.24	81.46	-0.04	81.33
		0.8	-0.97	77.45	-0.03	77.18	0.19	76.87	0.19	76.89	0.19	76.71
		1	-0.06	75.41	-0.02	75.12	0.23	74.73	0.21	74.76	0.21	74.50
		1.25	-0.21	75.83	0.05	75.49	0.06	75.28	0.06	75.28	0.06	75.13
		2	-0.19	79.03	-0.19	78.79	-1.35	78.70	-1.35	78.72	-0.77	78.57
		5	-0.17	85.80	**-4.98**	85.90	**-10.72**	85.98	**-10.72**	85.99	**-77.30**	85.73
		10	**-3.03**	89.86	**-9.39**	90.16	**-35.84**	90.62	**-35.84**	90.57	**-91.76**	90.50
		100	**-6.73**	97.05	**-89.87**	97.76	**-95.00**	98.62	**-95.00**	98.54	**-95.00**	99.76
100	100	0.01	**-6.19**	97.75	**-77.55**	98.16	**-94.88**	98.71	**-94.72**	98.66	**-95.00**	99.41
		0.1	**-3.32**	91.96	**-8.18**	92.07	**-13.09**	92.20	**-13.09**	92.20	**-83.83**	92.01
		0.2	**-2.35**	88.75	**-2.96**	88.74	**-3.12**	88.74	**-2.97**	88.72	**-42.91**	88.59
		0.5	-0.69	82.90	-0.07	82.74	-0.42	82.75	-0.18	82.69	-0.18	82.60
		0.8	-0.95	79.60	-0.11	79.41	-0.11	79.34	-0.11	79.35	-0.11	79.27
		1	-0.60	78.74	-0.60	78.46	-0.60	78.27	-0.60	78.31	-0.60	78.19
		1.25	-0.95	79.60	-0.11	79.41	-0.11	79.34	-0.11	79.35	-0.11	79.27
		2	-0.69	82.90	-0.07	82.74	-0.42	82.75	-0.18	82.69	-0.18	82.60
		5	**-2.35**	88.75	**-2.96**	88.74	**-3.12**	88.74	**-2.97**	88.72	**-42.91**	88.59
		10	**-3.32**	91.96	**-8.18**	92.07	**-13.09**	92.20	**-13.09**	92.20	**-83.83**	92.01
		100	**-6.19**	97.75	**-77.55**	98.16	**-94.88**	98.71	**-94.72**	98.66	**-95.00**	99.41
Media global			**-2.30**	83.76	**-15.35**	83.81	**-21.24**	83.93	**-21.03**	83.93	**-39.57**	83.96

n_1	n_2	ρ	ZAb0		ZAb1		ZAb2		ZAb3		ZAb4	
40	40	0.01	4.25	92.98	3.49	94.11	-1.07	95.36	-1.07	95.24	**-90.12**	97.26
		0.1	**-3.97**	86.44	-0.05	86.85	-0.67	87.39	-0.67	87.21	**-29.25**	87.21
		0.2	**-2.62**	82.03	-0.10	82.09	-0.12	82.21	-0.12	82.15	-0.12	81.38
		0.5	-0.87	73.47	-0.96	73.35	-0.17	72.75	-0.17	72.81	-0.17	72.40
		0.8	-0.16	68.41	-0.10	67.94	0.20	67.52	0.20	67.52	0.23	67.04
		1	-0.90	67.34	-0.67	66.39	-0.67	66.15	-0.67	66.15	-0.67	65.44
		1.25	-0.16	68.41	-0.10	67.94	0.20	67.52	0.20	67.52	0.23	67.04
		2	-0.87	73.47	-0.96	73.35	-0.17	72.75	-0.17	72.81	-0.17	72.40
		5	**-2.62**	82.03	-0.10	82.09	-0.12	82.21	-0.12	82.15	-0.12	81.38
		10	**-3.97**	86.44	-0.05	86.85	-0.67	87.39	-0.67	87.21	**-29.24**	87.21
		100	4.25	92.98	3.49	94.11	-1.07	95.36	-1.07	95.24	**-90.12**	97.26
	60	0.01	4.69	94.32	3.57	95.24	2.32	95.96	2.76	95.88	**-87.97**	96.44
		0.1	**-5.61**	88.96	0.21	88.92	0.20	89.08	0.20	89.12	0.38	88.48
		0.2	**-2.73**	84.97	0.04	84.93	-0.48	84.85	-0.48	84.85	-0.48	84.45
		0.5	-0.79	77.01	-0.40	76.85	-0.30	76.57	-0.30	76.57	-0.18	76.29
		0.8	-0.93	72.13	-0.56	71.61	-0.26	70.97	-0.26	70.97	-0.11	70.65
		1	-0.48	69.89	-0.27	69.41	0.42	68.53	0.42	68.69	0.42	68.21
		1.25	-0.37	70.37	-0.15	69.97	0.04	69.61	0.04	69.65	0.04	69.33
		2	-0.29	74.33	-0.24	74.09	-0.96	73.77	-0.96	73.73	-0.07	73.33
		5	-1.12	82.37	0.04	82.41	-0.12	82.57	-0.12	82.57	**-28.33**	81.93
		10	**-2.90**	86.85	-0.67	87.25	-0.34	87.76	0.29	87.64	**-71.24**	87.80
		100	4.25	93.68	0.99	94.84	**-5.21**	96.04	**-4.21**	95.96	**-95.00**	98.36
	100	0.01	4.66	95.82	4.04	96.31	3.16	96.79	3.16	96.76	**-52.58**	96.81
		0.1	**-8.21**	91.35	-0.11	91.35	0.11	91.40	0.23	91.38	0.23	91.04
		0.2	**-4.02**	88.00	-0.49	87.97	-0.48	87.90	-0.28	87.88	-0.28	87.64
		0.5	**-2.84**	80.63	-0.64	80.54	-1.23	80.29	-1.23	80.29	-1.19	80.10
		0.8	-0.79	75.15	-1.40	74.79	**-2.18**	74.47	**-2.18**	74.47	**-2.02**	74.23
		1	-0.18	72.20	0.15	71.72	0.36	71.24	0.36	71.24	0.36	70.85
		1.25	-0.24	71.91	0.09	71.58	0.30	71.12	0.30	71.14	0.30	70.90
		2	-0.27	75.10	-0.06	74.86	0.15	74.57	0.15	74.62	**-26.82**	74.33
		5	-0.97	82.66	-0.12	82.69	**-2.47**	83.00	**-2.47**	82.93	**-74.38**	82.40
		10	-1.85	87.20	-0.67	87.64	**-7.06**	88.36	**-7.06**	88.26	**-90.88**	88.55
		100	2.34	94.45	**-2.36**	95.77	**-15.32**	96.76	**-14.04**	96.67	**-95.00**	99.08
60	60	0.01	4.25	94.79	2.76	95.70	-0.53	96.37	-0.27	96.32	**-90.05**	97.23
		0.1	**-3.64**	89.14	-0.22	89.30	0.20	89.49	0.16	89.44	**-29.09**	88.93
		0.2	-1.33	85.30	0.05	85.22	-0.48	85.30	-0.48	85.25	-0.48	84.87
		0.5	-0.19	77.99	-0.29	77.99	-0.08	77.59	-0.08	77.61	-0.08	77.40
		0.8	-0.64	73.96	-0.32	73.74	0.28	73.21	0.20	73.23	0.21	73.04
		1	-0.48	72.83	-0.48	72.40	-0.48	71.86	-0.48	71.97	-0.48	71.75
		1.25	-0.64	73.96	-0.32	73.74	0.28	73.21	0.20	73.23	0.21	73.04
		2	-0.19	77.99	-0.29	77.99	-0.08	77.59	-0.08	77.61	-0.08	77.40
		5	-1.33	85.30	0.05	85.22	-0.48	85.30	-0.48	85.25	-0.48	84.87
		10	**-3.64**	89.14	-0.22	89.30	0.20	89.49	0.16	89.44	**-29.09**	88.93
		100	4.25	94.79	2.76	95.70	-0.53	96.37	-0.27	96.32	**-90.05**	97.23
	100	0.01	4.48	96.09	3.16	96.59	1.90	97.06	2.28	97.01	**-87.22**	97.19
		0.1	**-6.64**	91.53	-0.18	91.51	0.23	91.53	0.23	91.54	0.23	91.27
		0.2	**-3.51**	88.31	-0.15	88.23	-0.16	88.20	-0.26	88.22	-0.26	88.04
		0.5	-0.31	81.84	-0.37	81.66	-0.53	81.55	-0.53	81.53	-0.52	81.38
		0.8	-0.96	77.50	-0.95	77.29	-0.61	76.97	-0.61	76.98	-0.55	76.84
		1	-0.06	75.41	-0.02	75.12	0.23	74.73	0.21	74.76	0.21	74.50
		1.25	-0.30	75.83	-0.29	75.59	-0.29	75.38	-0.29	75.41	0.02	75.26
		2	-0.19	78.98	-0.19	78.90	0.02	78.64	0.02	78.67	0.02	78.51
		5	-0.72	85.60	0.15	85.55	-0.48	85.72	-0.48	85.62	**-46.34**	85.31
		10	**-2.05**	89.37	-0.20	89.58	-0.56	89.81	-0.56	89.79	**-76.74**	89.38
		100	2.76	95.60	0.76	96.17	**-7.17**	97.21	**-5.84**	97.11	**-95.00**	98.44
100	100	0.01	3.70	96.47	2.70	96.94	-0.92	97.43	-0.54	97.38	**-89.78**	97.73
		0.1	**-3.40**	91.68	-0.45	91.73	0.15	91.78	0.07	91.79	**-28.98**	91.52
		0.2	-1.35	88.63	-0.04	88.56	-0.07	88.56	0.05	88.55	0.05	88.40
		0.5	-0.36	82.95	-0.11	82.75	-0.42	82.79	-0.36	82.73	-0.36	82.65
		0.8	-0.27	79.64	-0.08	79.48	-0.08	79.31	-0.08	79.34	-0.04	79.26
		1	-0.60	78.74	-0.60	78.46	-0.60	78.27	-0.60	78.31	-0.60	78.19
		1.25	-0.27	79.64	-0.08	79.48	-0.08	79.31	-0.08	79.34	-0.04	79.26
		2	-0.36	82.95	-0.11	82.75	-0.42	82.79	-0.36	82.73	-0.36	82.65
		5	-1.35	88.63	-0.04	88.56	-0.07	88.56	0.05	88.55	0.05	88.40
		10	**-3.40**	91.68	-0.45	91.73	0.15	91.78	0.07	91.79	**-28.98**	91.52
		100	3.70	96.47	2.70	96.94	-0.92	97.43	-0.54	97.38	**-89.78**	97.73
Media global			-0.63	83.21	0.20	83.27	-0.70	83.32	-0.60	83.30	**-24.98**	83.26

n_1	n_2	ρ	ZPa0		ZPa1		ZPa2		ZPa3		ZPa4	
40	40	0.01	5.00	87.80	5.00	87.92	4.93	90.24	4.93	90.24	4.93	90.24
		0.1	3.45	82.09	3.45	83.05	2.02	84.00	2.02	84.00	2.02	84.00
		0.2	1.66	77.69	-0.12	78.35	0.53	78.94	0.53	78.47	0.53	78.05
		0.5	0.65	69.60	-0.28	70.79	0.37	69.96	0.37	69.96	0.37	69.66
		0.8	0.07	63.77	0.34	63.36	0.58	63.00	0.58	63.00	0.58	62.58
		1	-0.67	62.82	-0.67	62.82	-0.67	62.82	-0.67	62.82	-0.67	62.34
		1.25	0.07	63.77	0.34	63.36	0.58	63.00	0.58	63.00	0.58	62.58
		2	0.65	69.60	-0.28	70.79	0.37	69.96	0.37	69.96	0.37	69.66
		5	1.66	77.69	-0.12	78.35	0.53	78.94	0.53	78.47	0.53	78.05
		10	3.45	82.09	3.45	83.05	2.02	84.00	2.02	84.00	2.02	84.00
		100	5.00	87.80	5.00	87.92	4.93	90.24	4.93	90.24	4.93	90.24
	60	0.01	5.00	90.52	4.98	91.72	4.97	91.84	4.97	91.80	4.97	91.80
		0.1	3.36	85.37	2.66	85.85	1.58	86.53	1.58	86.49	1.58	86.45
		0.2	0.73	81.81	-0.48	82.01	0.11	82.21	0.24	82.21	0.24	81.97
		0.5	-0.04	74.33	0.18	74.17	0.05	74.13	0.05	74.13	0.05	73.97
		0.8	-0.11	67.45	0.18	67.01	0.33	66.89	0.33	66.89	0.33	66.65
		1	0.48	63.97	0.48	64.29	0.48	64.13	0.48	64.13	0.48	63.89
		1.25	0.02	65.97	0.18	65.69	0.32	65.33	0.31	65.41	0.31	65.17
		2	0.40	70.57	0.11	70.89	0.26	70.73	0.26	70.77	0.26	70.53
		5	2.11	77.25	2.06	77.57	0.53	78.17	0.53	78.09	0.53	77.69
		10	4.02	81.45	3.45	82.41	3.23	83.33	3.23	83.25	3.23	83.25
		100	5.00	86.41	5.00	87.80	5.00	88.16	5.00	87.96	5.00	87.92
	100	0.01	4.99	93.70	4.95	94.13	4.95	94.57	4.95	94.54	4.95	94.54
		0.1	2.16	88.77	2.06	89.06	0.82	89.30	0.82	89.28	0.98	89.06
		0.2	-0.95	86.02	-0.33	85.95	-1.15	86.02	-1.84	85.99	-1.15	85.87
		0.5	0.19	77.88	0.16	77.98	0.06	77.93	0.25	77.88	0.25	77.81
		0.8	-0.29	70.85	-0.10	70.32	0.39	70.32	0.39	70.35	0.39	70.20
		1	-0.08	67.33	0.40	66.99	0.52	66.75	0.52	66.80	0.52	66.55
		1.25	0.00	67.98	0.12	67.66	0.53	67.30	0.41	67.33	0.41	67.11
		2	0.10	71.36	0.29	71.34	0.34	71.26	0.34	71.31	0.34	71.12
		5	2.27	76.48	2.44	76.91	1.72	77.49	1.72	77.47	1.73	77.03
		10	4.49	80.58	3.96	81.53	3.45	82.54	3.45	82.47	3.45	82.47
		100	5.00	85.37	5.00	86.48	5.00	87.80	5.00	87.80	5.00	87.80
60	60	0.01	5.00	90.08	5.00	90.24	4.99	91.45	4.99	91.37	4.99	91.37
		0.1	3.36	84.55	3.54	85.17	2.82	85.81	2.82	85.81	2.82	85.81
		0.2	1.58	81.19	1.17	81.51	0.34	81.89	0.34	81.89	0.34	81.64
		0.5	0.58	74.66	-0.16	75.49	0.39	74.90	0.39	74.90	0.39	74.76
		0.8	0.11	69.74	0.33	69.50	0.54	69.23	0.54	69.23	0.54	69.12
		1	-0.48	68.53	-0.48	68.53	-0.48	68.53	-0.48	68.53	-0.48	68.31
		1.25	0.11	69.74	0.33	69.50	0.54	69.23	0.54	69.23	0.54	69.12
		2	0.58	74.66	-0.16	75.49	0.39	74.90	0.39	74.90	0.39	74.76
		5	1.58	81.19	1.17	81.51	0.34	81.89	0.34	81.89	0.34	81.64
		10	3.36	84.55	3.54	85.17	2.82	85.81	2.82	85.81	2.82	85.81
		100	5.00	90.08	5.00	80.24	4.99	91.45	4.99	91.37	4.99	91.37
	100	0.01	5.00	92.96	4.99	93.43	4.99	93.86	4.99	93.83	4.99	93.83
		0.1	3.30	88.12	2.75	88.48	2.04	88.72	2.04	88.70	2.04	88.52
		0.2	1.07	85.31	0.33	85.67	0.25	85.78	-0.04	85.78	0.17	85.67
		0.5	0.18	79.22	0.13	79.32	0.04	79.29	0.19	79.29	0.19	79.19
		0.8	0.28	73.19	0.05	73.35	0.25	73.28	0.25	73.30	0.25	73.22
		1	0.24	70.64	0.24	70.74	0.27	70.54	0.25	70.57	0.25	70.44
		1.25	0.07	72.10	0.06	71.94	0.09	71.82	0.07	71.84	0.07	71.76
		2	-0.19	75.78	0.11	75.86	0.26	75.80	0.21	75.82	0.21	75.73
		5	1.58	80.59	2.05	80.88	1.22	81.14	1.64	81.11	1.64	80.90
		10	4.37	83.82	3.54	84.52	3.54	85.15	3.54	85.10	3.54	85.10
		100	5.00	88.52	5.00	89.66	5.00	90.16	5.00	90.16	5.00	90.16
100	100	0.01	5.00	92.09	5.00	92.54	5.00	92.99	5.00	92.95	5.00	92.95
		0.1	3.80	87.39	3.70	87.65	2.91	88.07	2.91	87.97	2.91	87.81
		0.2	1.27	85.09	0.33	85.26	0.88	85.41	1.02	85.22	1.02	85.12
		0.5	-0.30	80.68	0.22	80.29	-0.42	80.79	0.22	80.29	0.22	80.24
		0.8	0.06	76.19	0.24	76.02	0.05	76.22	0.24	76.02	0.24	75.96
		1	-0.60	75.05	-0.60	75.05	-0.60	75.05	-0.60	75.05	-0.60	74.97
		1.25	0.06	76.19	0.24	76.02	0.05	76.22	0.24	76.02	0.24	75.96
		2	-0.30	80.68	0.22	80.29	-0.42	80.79	0.22	80.29	0.22	80.24
		5	1.27	85.09	0.33	85.26	0.88	85.41	1.02	85.22	1.02	85.12
		10	3.80	87.39	3.70	87.65	2.91	88.07	2.91	87.97	2.91	87.81
		100	5.00	92.09	5.00	92.54	5.00	92.99	5.00	92.95	5.00	92.95
Media global			1.83	78.99	1.68	79.13	1.54	79.55	1.56	79.50	1.58	79.36

n_1	n_2	ρ	ZPb0		ZPb1		ZPb2		ZPb3		ZPb4	
40	40	0.01	5.00	85.37	5.00	85.66	5.00	87.80	5.00	87.80	5.00	87.80
		0.1	4.49	80.37	4.16	81.32	3.45	82.33	3.45	82.09	3.45	82.03
		0.2	2.27	76.38	2.48	76.98	1.98	77.10	1.94	77.22	1.96	76.74
		0.5	0.65	69.60	-0.28	70.79	0.37	69.96	0.37	69.96	0.37	69.66
		0.8	0.07	63.77	0.34	63.36	0.58	63.00	0.58	63.00	0.58	62.58
		1	-0.67	62.82	-0.67	62.82	-0.67	62.82	-0.67	62.82	-0.67	62.34
		1.25	0.07	63.77	0.34	63.36	0.58	63.00	0.58	63.00	0.58	62.58
		2	0.65	69.60	-0.28	70.79	0.37	69.96	0.37	69.96	0.37	69.66
		5	2.27	76.38	2.48	76.98	1.98	77.10	1.94	77.22	1.96	76.74
		10	4.49	80.37	4.16	81.32	3.45	82.33	3.45	82.09	3.45	82.03
		100	5.00	85.37	5.00	85.66	5.00	87.80	5.00	87.80	5.00	87.80
	60	0.01	5.00	88.52	5.00	89.40	5.00	90.16	5.00	90.16	5.00	90.16
		0.1	4.40	83.81	3.54	84.41	3.54	85.09	3.54	85.01	3.54	84.97
		0.2	1.58	80.85	1.71	81.01	0.34	81.21	0.34	81.17	0.63	80.93
		0.5	-0.04	74.33	0.18	74.17	0.05	74.13	0.05	74.13	0.05	73.97
		0.8	-0.11	67.45	0.18	67.01	0.33	66.89	0.33	66.89	0.33	66.65
		1	0.48	63.97	0.48	64.29	0.48	64.13	0.48	64.13	0.48	63.89
		1.25	0.02	65.97	0.18	65.69	0.32	65.33	0.31	65.41	0.31	65.17
		2	0.40	70.57	0.11	70.89	0.26	70.73	0.26	70.77	0.26	70.53
		5	2.27	75.69	2.91	76.25	2.67	76.77	2.62	76.77	2.65	76.37
		10	4.49	79.85	4.49	80.73	3.85	81.65	4.02	81.57	4.02	81.57
		100	5.00	84.81	5.00	85.37	5.00	86.41	5.00	86.21	5.00	86.21
	100	0.01	5.00	92.15	5.00	92.59	5.00	93.00	5.00	92.97	5.00	92.97
		0.1	3.80	87.44	3.62	87.78	2.91	88.09	2.91	88.07	2.94	87.88
		0.2	1.24	85.20	0.33	85.46	0.46	85.56	0.46	85.56	0.55	85.41
		0.5	0.19	77.88	0.16	77.98	0.06	77.93	0.25	77.88	0.25	77.81
		0.8	-0.29	70.85	-0.10	70.32	0.39	70.32	0.39	70.35	0.39	70.20
		1	-0.08	67.33	0.40	66.99	0.52	66.75	0.52	66.80	0.52	66.55
		1.25	0.00	67.98	0.12	67.66	0.53	67.30	0.41	67.33	0.41	67.11
		2	0.10	71.36	0.29	71.34	0.34	71.26	0.34	71.31	0.34	71.12
		5	3.32	75.25	2.91	75.75	2.87	76.31	2.91	76.26	2.93	75.90
		10	4.49	79.33	4.49	80.22	4.25	81.14	4.31	81.07	4.31	81.07
		100	5.00	83.26	5.00	85.37	5.00	85.37	5.00	85.37	5.00	85.37
60	60	0.01	5.00	87.99	5.00	88.52	5.00	89.30	5.00	89.22	5.00	89.22
		0.1	4.43	83.20	4.36	83.85	3.54	84.52	3.95	84.33	3.95	84.33
		0.2	1.58	80.22	2.40	80.11	2.26	80.49	2.26	80.49	2.30	80.27
		0.5	0.58	74.66	-0.16	75.49	0.39	74.90	0.39	74.90	0.39	74.76
		0.8	0.11	69.74	0.33	69.50	0.54	69.23	0.54	69.23	0.54	69.12
		1	-0.48	68.53	-0.48	68.53	-0.48	68.53	-0.48	68.53	-0.48	68.31
		1.25	0.11	69.74	0.33	69.50	0.54	69.23	0.54	69.23	0.54	69.12
		2	0.58	74.66	-0.16	75.49	0.39	74.90	0.39	74.90	0.39	74.76
		5	1.58	80.22	2.40	80.11	2.26	80.49	2.26	80.49	2.30	80.27
		10	4.43	83.20	4.36	83.85	3.54	84.52	3.95	84.33	3.95	84.33
		100	5.00	87.99	5.00	88.52	5.00	89.30	5.00	89.22	5.00	89.22
	100	0.01	5.00	91.40	5.00	91.82	5.00	92.27	5.00	92.24	5.00	92.24
		0.1	4.27	86.84	3.97	87.08	3.79	87.44	3.79	87.39	3.79	87.29
		0.2	1.74	84.79	1.80	84.91	1.02	84.91	1.02	84.89	1.35	84.79
		0.5	0.18	79.22	0.13	79.32	0.04	79.29	0.19	79.29	0.19	79.19
		0.8	0.28	73.19	0.05	73.35	0.25	73.28	0.25	73.30	0.25	73.22
		1	0.24	70.64	0.24	70.74	0.27	70.54	0.25	70.57	0.25	70.44
		1.25	0.07	72.10	0.06	71.94	0.09	71.82	0.07	71.84	0.07	71.76
		2	-0.19	75.78	0.11	75.86	0.26	75.80	0.21	75.82	0.21	75.73
		5	3.17	79.34	2.40	79.66	2.69	79.92	2.69	79.91	2.69	79.71
		10	4.66	82.54	4.43	83.22	4.37	83.85	4.37	83.80	4.37	83.80
		100	5.00	86.89	5.00	87.96	5.00	88.52	5.00	88.52	5.00	88.52
100	100	0.01	5.00	90.58	5.00	91.02	5.00	91.48	5.00	91.44	5.00	91.44
		0.1	4.51	86.05	4.48	86.36	4.00	86.72	4.00	86.73	4.00	86.68
		0.2	1.74	84.15	2.43	84.01	2.39	84.19	2.39	84.19	2.43	84.10
		0.5	-0.30	80.68	0.22	80.29	-0.42	80.79	0.22	80.29	0.22	80.24
		0.8	0.06	76.19	0.24	76.02	0.05	76.22	0.24	76.02	0.24	75.96
		1	-0.60	75.05	-0.60	75.05	-0.60	75.05	-0.60	75.05	-0.60	74.97
		1.25	0.06	76.19	0.24	76.02	0.05	76.22	0.24	76.02	0.24	75.96
		2	-0.30	80.68	0.22	80.29	-0.42	80.79	0.22	80.29	0.22	80.24
		5	1.74	84.15	2.43	84.01	2.39	84.19	2.39	84.19	2.43	84.10
		10	4.51	86.05	4.48	86.36	4.00	86.72	4.00	86.73	4.00	86.68
		100	5.00	90.58	5.00	91.02	5.00	91.48	5.00	91.44	5.00	91.44
Media global			2.11	78.20	2.11	78.48	2.02	78.72	2.06	78.68	2.08	78.55

n_1	n_2	ρ	RW0		RW1		RW2		RW3		RW4	
40	40	0.01	**-89.79**	82.39	4.93	80.07	4.93	82.09	4.93	82.03	5.00	74.84
		0.1	**-66.99**	76.03	**-4.62**	73.83	0.53	75.31	0.33	75.19	4.96	72.10
		0.2	**-53.62**	71.51	**-2.34**	69.42	-0.40	70.67	-0.40	70.55	4.71	68.29
		0.5	**-33.71**	62.46	**-3.59**	60.80	-0.96	60.92	-0.96	61.04	3.08	55.98
		0.8	**-24.59**	57.23	**-4.84**	55.15	**-2.00**	55.15	**-2.00**	55.09	1.58	49.14
		1	**-20.46**	55.44	**-6.96**	53.06	**-2.79**	53.30	**-2.79**	53.30	-0.28	51.34
		1.25	**-17.69**	57.29	**-7.74**	55.15	**-4.17**	55.38	**-4.17**	55.32	**-9.30**	60.92
		2	**-18.70**	66.03	**-13.45**	64.13	**-13.45**	64.66	**-13.45**	64.66	**-44.86**	79.77
		5	**-34.76**	84.59	**-19.67**	83.22	**-20.23**	84.00	**-20.23**	83.94	**-87.14**	94.71
		10	**-57.68**	91.73	**-18.09**	90.42	**-60.13**	91.49	**-38.76**	91.26	**-94.27**	97.26
		100	**-95.00**	99.41	**-94.56**	99.48	**-95.00**	99.46	**-95.00**	99.41	**-95.00**	99.94
	60	0.01	**-87.79**	85.53	4.97	82.21	4.69	85.29	4.69	85.25	5.00	75.41
		0.1	**-59.52**	79.21	**-3.17**	77.09	0.79	78.77	0.48	78.69	4.99	72.69
		0.2	**-44.89**	74.89	**-4.26**	73.01	-0.29	74.41	-0.29	74.25	4.80	69.29
		0.5	**-25.59**	66.01	**-3.01**	64.21	-1.05	65.01	-1.05	64.89	2.41	57.50
		0.8	**-18.49**	59.98	**-4.54**	58.30	**-4.54**	58.54	**-4.54**	58.50	1.62	51.66
		1	**-14.93**	58.02	**-14.21**	55.94	**-6.82**	56.22	**-6.82**	56.22	-0.54	53.70
		1.25	**-19.79**	58.78	**-14.83**	56.86	**-14.83**	57.38	**-14.83**	57.34	**-12.13**	63.29
		2	**-24.03**	66.49	**-10.13**	64.61	**-19.68**	65.05	**-19.68**	65.01	**-48.27**	81.09
		5	**-47.09**	84.85	**-18.61**	83.37	**-40.81**	84.17	**-40.81**	84.17	**-92.74**	95.72
		10	**-66.18**	91.76	**-36.39**	90.44	**-71.46**	91.56	**-71.46**	91.44	**-94.91**	97.80
		100	**-95.00**	99.48	**-94.98**	98.32	**-95.00**	99.52	**-95.00**	99.40	**-95.00**	99.96
	100	0.01	**-84.29**	87.44	4.66	85.22	4.66	87.35	4.66	87.30	5.00	75.83
		0.1	**-48.91**	82.11	**-2.82**	80.10	0.16	81.89	0.54	81.79	5.00	73.24
		0.2	**-33.81**	78.29	**-3.80**	76.36	-0.95	77.90	-0.95	77.86	4.95	69.98
		0.5	**-17.85**	69.79	**-4.55**	68.03	**-3.97**	68.75	**-3.97**	68.63	3.95	58.85
		0.8	**-19.05**	62.91	**-13.60**	61.43	**-13.60**	62.01	**-13.60**	61.99	0.96	53.49
		1	**-17.90**	59.77	**-9.93**	57.91	**-9.93**	58.34	**-9.93**	58.32	-1.13	55.98
		1.25	**-23.99**	59.96	**-10.36**	58.03	**-18.84**	58.66	**-18.84**	58.63	**-15.00**	65.35
		2	**-34.71**	67.06	**-11.79**	65.03	**-20.31**	65.42	**-20.31**	65.37	**-52.78**	82.73
		5	**-60.40**	85.00	**-21.86**	83.48	**-58.57**	84.33	**-58.57**	84.30	**-94.91**	95.00
		10	**-83.77**	91.89	**-56.33**	90.53	**-88.02**	91.60	**-88.02**	91.48	**-95.00**	98.26
		100	**-95.00**	99.54	**-95.00**	98.33	**-95.00**	99.52	**-95.00**	99.42	**-95.00**	99.98
60	60	0.01	**-89.71**	87.93	4.94	85.86	4.69	87.83	4.69	87.77	5.00	77.64
		0.1	**-66.84**	81.99	**-3.96**	80.52	0.35	81.67	0.09	81.64	4.98	74.82
		0.2	**-53.49**	78.07	**-2.38**	76.75	-0.33	77.56	-0.29	77.45	4.52	71.27
		0.5	**-33.67**	70.41	**-3.73**	69.12	-0.56	69.74	-0.56	69.63	2.40	59.61
		0.8	**-24.60**	65.74	**-4.95**	64.58	**-2.14**	64.77	**-2.14**	64.71	1.31	55.42
		1	**-20.48**	64.12	**-7.11**	62.91	**-2.83**	62.91	**-2.83**	62.91	-0.23	58.86
		1.25	**-17.76**	65.63	**-7.91**	64.42	**-4.50**	64.63	**-4.50**	64.69	**-11.23**	68.34
		2	**-18.99**	70.25	**-13.53**	69.20	**-13.53**	69.50	**-13.53**	69.44	**-48.26**	83.66
		5	**-34.87**	85.25	**-19.68**	84.25	**-20.26**	84.82	**-20.26**	84.76	**-86.91**	95.89
		10	**-56.67**	91.96	**-18.06**	91.10	**-59.86**	91.78	**-38.63**	91.72	**-94.19**	97.72
		100	**-95.00**	99.17	**-94.45**	98.60	**-95.00**	99.22	**-95.00**	99.19	**-95.00**	99.97
	100	0.01	**-87.06**	90.18	4.66	88.43	4.66	90.08	4.66	89.99	5.00	78.09
		0.1	**-57.27**	85.02	**-2.82**	83.62	0.24	84.84	0.24	84.78	4.99	75.41
		0.2	**-42.48**	81.48	**-2.87**	80.20	-0.04	81.30	-0.05	81.19	4.84	72.08
		0.5	**-23.87**	74.22	**-8.28**	73.17	-1.69	73.77	-1.69	73.69	3.24	61.21
		0.8	**-16.75**	69.03	**-6.71**	68.09	**-3.85**	68.25	**-3.85**	68.24	0.29	57.65
		1	**-13.48**	66.86	**-12.63**	65.72	**-5.04**	65.95	**-5.04**	65.93	-0.71	61.60
		1.25	**-18.66**	67.28	**-12.82**	66.08	**-12.82**	66.47	**-12.82**	66.47	**-12.51**	70.61
		2	**-25.82**	70.85	**-17.48**	69.75	**-19.03**	70.20	**-17.48**	70.18	**-55.89**	85.34
		5	**-49.97**	85.41	**-16.48**	84.39	**-39.89**	85.02	**-39.89**	84.92	**-93.95**	96.12
		10	**-71.06**	92.06	**-35.84**	91.17	**-79.41**	91.88	**-79.41**	91.82	**-95.00**	98.31
		100	**-95.00**	99.22	**-94.99**	98.62	**-95.00**	99.24	**-95.00**	99.19	**-95.00**	99.98
100	100	0.01	**-89.64**	92.35	4.66	91.03	4.66	92.29	4.66	92.22	5.00	80.68
		0.1	**-66.71**	87.44	**-3.79**	86.60	-0.15	87.28	-0.15	87.22	4.97	77.92
		0.2	**-53.39**	84.31	**-2.43**	83.50	-0.32	84.07	-0.51	84.08	4.39	74.40
		0.5	**-33.63**	78.30	**-3.87**	77.54	-0.21	77.92	-0.21	77.86	1.98	63.90
		0.8	**-24.61**	74.68	**-4.36**	74.02	**-2.26**	74.15	**-2.26**	74.10	0.00	62.97
		1	**-20.50**	73.27	**-7.23**	72.72	**-3.10**	72.70	**-3.10**	72.70	-0.16	67.62
		1.25	**-17.81**	74.27	**-8.05**	73.69	**-4.07**	73.76	**-4.07**	73.76	**-12.45**	75.78
		2	**-19.21**	77.53	**-13.60**	76.81	**-13.60**	77.16	**-13.60**	77.13	**-51.05**	87.31
		5	**-34.96**	85.97	**-11.80**	85.39	**-20.28**	85.72	**-20.28**	85.71	**-86.74**	96.63
		10	**-56.56**	92.38	**-18.03**	91.84	**-59.66**	92.27	**-38.52**	92.23	**-94.12**	98.33
		100	**-95.00**	99.15	**-94.36**	98.71	**-95.00**	99.16	**-95.00**	99.12	**-95.00**	99.98
Media global			**-46.39**	77.80	**-17.20**	76.39	**-21.01**	77.15	**-20.03**	77.10	**-29.48**	76.31

n_1	n_2	ρ	RN0		RN1		RN2		RN3		RN4	
40	40	0.01	-1.07	79.89	**-19.17**	81.92	**-28.10**	84.06	**-28.10**	84.00	**-95.00**	85.96
		0.1	-0.67	70.61	-0.53	72.04	**-4.95**	74.00	**-4.95**	73.77	**-4.95**	73.77
		0.2	**-2.17**	64.90	-0.20	65.79	-0.71	66.69	-0.72	66.69	-0.68	65.97
		0.5	-0.39	54.79	0.23	55.26	0.14	55.62	-0.96	55.56	0.14	55.26
		0.8	-0.29	49.85	0.06	49.79	0.90	49.61	0.90	49.61	0.90	49.38
		1	-0.29	48.42	0.13	48.25	0.23	48.25	0.23	48.25	0.23	47.77
		1.25	-1.95	51.16	-1.95	51.16	-1.95	51.22	-1.95	51.16	-1.95	50.98
		2	**-3.63**	64.25	**-3.93**	64.37	**-5.74**	64.78	**-5.74**	64.72	**-5.73**	64.66
		5	**-10.47**	83.46	**-15.59**	84.41	**-21.36**	85.19	**-21.36**	85.19	**-76.76**	85.48
		10	**-13.82**	90.66	**-27.69**	91.61	**-60.13**	92.68	**-60.13**	92.56	**-94.13**	93.22
		100	**-28.10**	97.56	**-95.00**	99.05	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.94
	60	0.01	**-3.34**	81.37	**-7.12**	82.09	**-31.25**	84.93	**-30.10**	84.85	**-95.00**	86.17
		0.1	-0.44	73.09	-0.47	73.81	**-2.49**	75.65	**-2.49**	75.61	**-2.31**	75.37
		0.2	0.28	67.89	-0.48	68.85	-1.07	69.81	-1.18	69.69	-0.82	69.29
		0.5	-0.34	58.50	0.14	59.30	0.26	59.70	0.23	59.70	0.24	59.50
		0.8	-0.73	53.18	-0.73	53.54	-0.04	53.74	-0.04	53.74	-0.04	53.58
		1	-1.41	50.94	-1.41	51.22	-1.41	51.34	-1.41	51.34	-1.37	51.02
		1.25	**-2.63**	52.58	**-2.84**	52.78	**-3.32**	53.02	**-3.32**	53.02	**-3.31**	52.82
		2	**-5.76**	64.77	**-6.71**	65.05	**-11.61**	65.53	**-11.61**	65.53	**-25.74**	65.53
		5	**-12.37**	83.77	**-18.67**	84.65	**-40.93**	85.49	**-40.93**	85.41	**-89.75**	85.73
		10	**-17.94**	90.72	**-36.39**	91.72	**-85.35**	92.72	**-85.35**	92.68	**-94.89**	93.32
		100	**-28.10**	97.56	**-95.00**	99.08	**-95.00**	99.96	**-95.00**	99.96	**-95.00**	99.96
	100	0.01	**-2.94**	82.20	**-7.49**	83.02	**-21.42**	85.32	**-21.42**	85.27	**-68.15**	85.95
		0.1	-1.36	75.51	-0.50	76.00	**-3.04**	77.71	**-3.04**	77.61	**-2.45**	77.32
		0.2	-0.95	71.14	-0.33	71.84	-1.15	72.91	-1.84	72.76	-1.15	72.62
		0.5	-0.09	62.23	0.03	63.03	-0.48	63.78	-0.48	63.70	-0.06	63.61
		0.8	**-2.62**	56.39	**-2.62**	56.87	**-2.62**	57.35	**-2.62**	57.26	**-2.62**	57.11
		1	**-3.26**	53.34	**-4.89**	53.85	**-5.69**	54.14	**-5.69**	54.14	**-5.34**	53.95
		1.25	**-4.92**	53.97	**-5.56**	54.24	**-10.63**	54.72	**-10.63**	54.67	**-25.73**	54.65
		2	**-7.12**	65.23	**-11.79**	65.66	**-20.31**	66.10	**-20.31**	66.10	**-74.39**	66.19
		5	**-17.88**	83.94	**-29.53**	84.86	**-71.78**	85.66	**-71.78**	85.63	**-94.53**	85.95
		10	**-22.77**	90.82	**-78.69**	91.84	**-93.72**	92.80	**-93.72**	92.76	**-95.00**	93.38
		100	**-28.10**	97.56	**-95.00**	99.11	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98
60	60	0.01	**-3.57**	84.98	**-12.73**	86.67	**-32.32**	87.99	**-30.81**	87.91	**-95.00**	89.30
		0.1	-0.18	77.16	-0.88	78.20	**-2.49**	79.31	**-2.49**	79.23	**-2.31**	78.98
		0.2	-0.03	72.45	-0.48	73.21	-0.55	73.90	-0.55	73.90	-0.46	73.56
		0.5	-0.21	64.12	0.20	64.42	-0.10	65.04	-0.10	65.01	-0.05	64.85
		0.8	-0.56	59.42	0.15	59.53	0.49	59.74	0.49	59.69	0.49	59.55
		1	-0.10	57.89	0.17	57.97	0.39	58.21	0.39	58.24	0.39	58.05
		1.25	-0.83	59.34	-0.83	59.53	-0.83	59.69	-0.83	59.63	-0.83	59.53
		2	**-3.30**	65.98	**-4.29**	66.27	**-4.30**	66.70	**-4.30**	66.68	**-4.30**	66.51
		5	**-8.83**	84.52	**-12.66**	85.19	**-21.48**	85.70	**-21.48**	85.70	**-76.56**	85.84
		10	**-13.84**	91.35	**-27.55**	92.02	**-59.87**	92.74	**-59.87**	92.69	**-93.51**	92.99
		100	**-33.09**	98.20	**-95.00**	99.03	**-95.00**	99.79	**-95.00**	99.73	**-95.00**	99.97
	100	0.01	**-2.94**	85.85	**-8.17**	87.50	**-21.42**	88.30	**-21.42**	88.23	**-89.92**	88.98
		0.1	-1.36	79.45	-0.27	80.57	**-3.04**	81.12	**-3.04**	81.12	**-2.45**	80.85
		0.2	-0.95	75.65	-0.33	76.42	-1.84	77.08	-1.84	77.03	-1.15	76.89
		0.5	-0.13	68.07	0.07	68.41	0.09	69.14	-0.10	69.13	-0.04	69.06
		0.8	-1.27	63.03	-1.27	63.58	-1.27	63.82	-1.27	63.77	-1.27	63.69
		1	-1.47	60.83	-1.97	61.18	-1.97	61.43	-1.97	61.43	-1.96	61.30
		1.25	**-2.69**	61.21	**-3.33**	61.45	**-4.18**	61.87	**-3.33**	61.82	**-3.33**	61.76
		2	**-4.87**	66.61	**-9.10**	67.03	**-10.22**	67.33	**-10.22**	67.31	**-40.06**	67.28
		5	**-10.75**	84.78	**-22.10**	85.36	**-39.91**	85.90	**-39.91**	85.88	**-91.38**	86.02
		10	**-18.96**	91.45	**-57.46**	92.13	**-88.44**	92.84	**-84.89**	92.81	**-94.94**	93.12
		100	**-34.28**	98.21	**-95.00**	99.04	**-95.00**	99.81	**-95.00**	99.74	**-95.00**	99.98
100	100	0.01	**-2.94**	90.28	**-9.27**	90.77	**-26.94**	92.12	**-25.68**	92.05	**-94.99**	92.84
		0.1	-1.36	84.01	-0.58	84.39	-1.66	85.14	-1.66	85.09	-1.66	84.83
		0.2	-0.95	80.36	-0.12	80.79	-0.54	81.26	-0.52	81.19	-0.52	81.06
		0.5	-0.69	73.66	-0.16	74.16	0.05	74.29	0.14	74.23	0.14	74.16
		0.8	-0.04	69.95	0.11	70.22	0.27	70.42	0.20	70.43	0.21	70.38
		1	-0.12	68.70	0.08	68.82	0.21	69.02	0.21	68.99	0.21	68.91
		1.25	-0.97	69.56	-0.97	69.76	-0.97	70.08	-0.97	70.05	-0.97	70.01
		2	**-2.28**	72.84	**-3.22**	73.09	**-3.65**	73.37	**-3.65**	73.34	**-3.62**	73.31
		5	**-7.40**	85.62	**-12.89**	85.99	**-20.28**	86.33	**-20.28**	86.32	**-76.35**	86.36
		10	**-13.14**	92.10	**-27.45**	92.50	**-59.67**	92.94	**-59.67**	92.90	**-93.40**	93.01
		100	**-30.66**	98.56	**-95.00**	99.09	**-95.00**	99.52	**-95.00**	99.49	**-95.00**	99.98
Media global			**-6.55**	73.61	**-16.24**	74.25	**-22.82**	74.94	**-22.73**	74.90	**-36.36**	74.97

n_1	n_2	ρ	LW0		LW1		LW2		LW3		LW4	
40	40	0.01	**-3.64**	93.58	**-32.88**	97.03	**-94.56**	98.27	**-94.29**	98.22	**-95.00**	99.94
		0.1	0.81	84.89	**-3.30**	88.28	**-8.17**	89.29	**-8.17**	89.23	**-79.53**	89.59
		0.2	-0.11	78.23	-0.44	81.20	**-3.90**	82.21	**-3.90**	82.15	**-27.26**	81.80
		0.5	-0.77	68.29	-0.50	71.68	-0.84	72.04	-0.84	72.04	-0.68	71.74
		0.8	**-3.38**	63.12	**-2.89**	66.21	0.89	65.85	**-2.89**	65.97	**-2.62**	65.68
		1	0.23	61.15	0.72	64.49	1.10	63.65	1.10	63.65	1.10	63.18
		1.25	**-3.38**	63.12	**-2.89**	66.21	0.89	65.85	**-2.89**	65.97	**-2.62**	65.68
		2	-0.77	68.29	-0.50	71.68	-0.84	72.04	-0.84	72.04	-0.68	71.74
		5	-0.11	78.23	-0.44	81.20	**-3.90**	82.21	**-3.90**	82.15	**-27.26**	81.80
		10	0.81	84.89	**-3.30**	88.28	**-8.17**	89.29	**-8.17**	89.23	**-79.53**	89.59
		100	**-3.64**	93.58	**-32.88**	97.03	**-94.56**	98.27	**-94.29**	98.22	**-95.00**	99.94
	60	0.01	**-2.59**	94.40	**-13.97**	97.52	**-90.60**	98.36	**-90.60**	98.32	**-95.00**	99.64
		0.1	1.11	86.41	**-2.31**	89.44	**-4.48**	90.12	**-4.47**	90.04	**-54.77**	90.12
		0.2	-0.48	81.25	-0.07	84.25	**-3.12**	84.69	**-3.12**	84.73	**-3.12**	84.53
		0.5	-0.99	72.61	-0.74	75.89	-0.56	75.77	-0.56	75.77	-0.34	75.57
		0.8	**-2.76**	67.01	**-2.18**	70.01	**-2.18**	69.85	**-2.18**	69.85	-1.73	69.61
		1	-0.79	64.89	0.40	67.73	0.85	67.25	0.85	67.25	0.85	66.89
		1.25	**-3.38**	65.69	**-3.38**	68.73	0.16	68.21	0.15	68.25	0.56	68.01
		2	-0.54	70.09	-1.10	72.89	-0.85	73.05	-0.85	73.05	-0.63	72.85
		5	-0.11	79.09	-0.70	81.41	**-6.06**	82.53	**-6.06**	82.45	**-61.17**	82.17
		10	0.58	85.85	**-3.90**	88.48	**-14.43**	89.48	**-14.43**	89.40	**-90.32**	89.80
		100	**-4.71**	94.40	**-68.67**	97.08	**-94.98**	98.32	**-94.96**	98.28	**-95.00**	99.96
	100	0.01	-1.43	95.19	**-12.10**	98.02	**-69.92**	98.55	**-69.92**	98.50	**-94.99**	99.28
		0.1	0.23	88.34	-0.59	91.16	**-2.45**	91.57	**-2.45**	91.57	**-2.45**	91.40
		0.2	0.33	84.45	-1.84	87.44	-1.15	87.56	-1.15	87.59	-0.82	87.47
		0.5	-1.19	76.60	-0.48	79.59	-0.04	79.43	-0.04	79.47	0.21	79.33
		0.8	-0.82	70.83	-0.30	73.58	0.00	73.39	0.00	73.39	0.30	73.17
		1	**-6.66**	68.00	0.10	70.49	0.68	70.13	0.68	70.13	0.68	69.81
		1.25	**-3.38**	67.98	**-3.38**	70.49	-0.36	70.37	-0.36	70.37	-0.15	70.22
		2	-0.95	71.41	-0.79	73.90	-1.51	73.92	-1.51	73.94	**-27.03**	73.80
		5	-0.11	80.05	**-5.64**	81.74	**-9.72**	82.73	**-9.72**	82.76	**-84.35**	82.59
		10	0.36	86.57	**-7.06**	88.55	**-34.53**	89.62	**-34.53**	89.52	**-94.06**	89.93
		100	**-5.16**	95.03	**-87.22**	97.13	**-95.00**	98.36	**-95.00**	98.29	**-95.00**	99.98
60	60	0.01	**-3.52**	95.22	**-32.73**	97.55	**-94.45**	98.39	**-94.15**	98.33	**-95.00**	99.65
		0.1	1.11	87.29	**-3.33**	89.63	**-8.19**	90.24	**-8.19**	90.22	**-79.32**	90.38
		0.2	-0.48	82.26	-0.44	84.68	-1.49	85.11	-1.49	85.11	**-27.15**	84.95
		0.5	-0.99	74.55	-0.99	77.10	-1.01	77.21	-0.54	77.21	-0.53	77.08
		0.8	**-2.76**	70.36	**-2.18**	72.70	**-2.18**	72.45	**-2.18**	72.48	-1.78	72.32
		1	-0.48	69.12	0.25	71.32	0.58	70.79	0.58	70.84	0.58	70.57
		1.25	**-2.76**	70.36	**-2.18**	72.70	**-2.18**	72.45	**-2.18**	72.48	-1.78	72.32
		2	-0.99	74.55	-0.99	77.10	-1.01	77.21	-0.54	77.21	-0.53	77.08
		5	-0.48	82.26	-0.44	84.68	-1.49	85.11	-1.49	85.11	**-27.15**	84.95
		10	1.11	87.29	**-3.33**	89.63	**-8.19**	90.24	**-8.18**	90.22	**-79.32**	90.38
		100	**-3.52**	95.22	**-32.73**	97.55	**-94.45**	98.39	**-94.15**	98.33	**-95.00**	99.65
	100	0.01	**-2.26**	96.01	**-13.20**	98.04	**-87.80**	98.57	**-87.80**	98.54	**-95.00**	99.29
		0.1	0.23	89.27	-0.27	91.35	**-3.22**	91.71	**-3.21**	91.71	**-44.50**	91.58
		0.2	0.10	85.70	-0.25	87.91	-1.22	88.10	-1.22	88.07	-1.22	87.99
		0.5	-1.19	78.92	-0.58	81.17	-0.91	81.17	-0.58	81.16	-0.27	81.06
		0.8	-0.84	74.35	-0.48	76.53	-0.39	76.34	-0.39	76.35	0.12	76.25
		1	-1.88	72.39	0.32	74.40	0.55	74.10	0.55	74.13	0.55	73.95
		1.25	**-2.76**	72.88	**-2.76**	74.96	-0.03	74.66	-0.03	74.70	0.30	74.60
		2	-0.99	76.14	-0.99	78.20	-0.36	78.23	-0.46	78.23	-0.46	78.14
		5	-0.48	83.22	-1.71	85.02	**-5.04**	85.46	**-5.04**	85.44	**-66.88**	85.29
		10	0.50	88.07	**-6.18**	89.73	**-15.80**	90.36	**-12.60**	90.31	**-90.32**	90.49
		100	**-4.51**	95.89	**-77.40**	97.61	**-94.99**	98.41	**-94.97**	98.34	**-95.00**	99.66
100	100	0.01	**-3.43**	96.67	**-32.61**	98.05	**-94.36**	98.59	**-94.03**	98.55	**-95.00**	99.29
		0.1	0.23	90.03	**-3.35**	91.50	**-8.20**	91.87	**-8.20**	91.88	**-79.15**	91.78
		0.2	0.18	86.61	-0.52	88.32	-1.59	88.40	-1.59	88.40	**-27.05**	88.32
		0.5	-1.19	80.74	-0.48	82.44	-0.48	82.35	-0.48	82.35	-0.29	82.30
		0.8	-1.22	77.42	-0.82	79.09	-0.30	78.92	-0.30	78.94	0.00	78.88
		1	-0.13	76.38	0.04	77.89	0.23	77.68	0.23	77.70	0.23	77.58
		1.25	-1.22	77.42	-0.82	79.09	-0.30	78.92	-0.30	78.94	0.00	78.88
		2	-1.19	80.74	-0.48	82.44	-0.48	82.35	-0.48	82.35	-0.29	82.30
		5	0.18	86.61	-0.52	88.32	-1.59	88.40	-1.59	88.40	**-27.05**	88.32
		10	0.23	90.03	**-3.35**	91.50	**-8.20**	91.87	**-8.20**	91.88	**-79.15**	91.78
		100	**-3.43**	96.67	**-32.61**	98.05	**-94.36**	98.59	**-94.03**	98.55	**-95.00**	99.29
Media global			-1.31	80.67	**-8.38**	83.11	**-19.32**	83.41	**-19.34**	83.40	**-36.51**	83.53

n_1	n_2	ρ	LN0		LN1		LN2		LN3		LN4	
40	40	0.01	**-89.92**	96.01	2.47	94.65	**-3.64**	95.95	**-2.92**	95.90	**-94.87**	97.98
		0.1	**-69.51**	87.86	**-11.81**	87.45	**-4.60**	87.45	**-4.60**	87.39	**-47.80**	86.32
		0.2	**-58.87**	83.05	**-5.85**	82.75	-1.33	82.39	-1.44	82.39	-1.08	81.56
		0.5	**-47.92**	74.24	**-2.90**	73.71	-0.26	73.23	-0.50	73.29	-0.50	72.87
		0.8	**-45.32**	69.36	**-2.10**	68.17	-0.26	67.46	-0.62	67.58	-0.21	67.16
		1	**-45.04**	67.94	**-4.11**	67.22	-0.90	66.27	-0.90	66.27	-0.67	65.56
		1.25	**-45.32**	69.36	**-2.10**	68.17	-0.26	67.46	-0.62	67.58	-0.21	67.16
		2	**-47.92**	74.24	**-2.90**	73.71	-0.26	73.23	-0.50	73.29	-0.50	72.87
		5	**-58.87**	83.05	**-5.85**	82.75	-1.33	82.39	-1.44	82.39	-1.08	81.56
		10	**-69.51**	87.86	**-11.81**	87.45	**-4.60**	87.45	**-4.60**	87.39	**-47.80**	86.32
		100	**-89.92**	96.01	2.47	94.65	**-3.64**	95.95	**-2.92**	95.90	**-94.87**	97.98
	60	0.01	**-88.04**	96.68	2.76	95.92	**-2.60**	96.60	-1.61	96.52	**-93.78**	97.48
		0.1	**-63.15**	89.88	**-7.52**	89.60	**-2.32**	89.60	**-2.93**	89.68	**-27.70**	88.92
		0.2	**-53.50**	85.65	**-4.01**	85.49	-1.00	85.33	-1.00	85.33	-1.00	84.89
		0.5	**-45.53**	77.81	**-2.32**	77.25	-1.06	77.01	-1.06	77.05	-1.04	76.69
		0.8	**-45.21**	72.37	**-2.28**	71.73	-0.56	71.17	-0.56	71.17	-0.47	70.77
		1	**-46.07**	70.57	**-2.47**	69.49	-1.06	68.97	-1.06	68.97	-0.81	68.45
		1.25	**-47.40**	71.29	**-2.88**	70.29	-1.10	69.85	-1.10	69.89	-0.34	69.53
		2	**-52.18**	75.13	**-4.62**	74.65	-0.96	74.29	-0.96	74.29	-0.83	73.85
		5	**-64.77**	83.29	**-8.04**	82.93	**-2.04**	82.77	-1.96	82.73	**-28.23**	81.97
		10	**-74.59**	87.84	**-13.57**	87.52	**-4.61**	87.49	**-4.68**	87.52	**-67.50**	86.53
		100	**-91.38**	96.04	2.03	94.64	-4.21	95.96	**-3.21**	95.88	**-94.99**	98.00
	100	0.01	**-84.80**	97.44	2.92	96.96	-1.23	97.39	-1.23	97.37	**-90.52**	97.71
		0.1	**-55.84**	91.93	**-6.53**	91.84	-1.09	91.77	-1.12	91.77	-1.01	91.43
		0.2	**-47.96**	88.38	**-3.25**	88.24	-0.62	88.14	-0.62	88.14	-0.60	87.93
		0.5	**-45.31**	80.92	**-2.37**	80.78	-0.42	80.37	-0.42	80.37	-0.42	80.15
		0.8	**-47.86**	75.49	**-3.20**	75.15	-0.63	74.76	-0.66	74.84	-0.65	74.52
		1	**-49.87**	72.69	**-2.76**	72.25	-0.88	71.70	-0.90	71.79	-0.76	71.46
		1.25	**-52.59**	72.76	**-4.88**	72.04	-0.67	71.60	-1.06	71.63	-1.06	71.34
		2	**-58.70**	75.83	**-5.42**	75.34	-1.09	75.05	-1.27	75.13	-1.25	74.76
		5	**-72.20**	83.48	**-12.13**	83.14	**-2.54**	82.93	**-3.04**	82.95	**-59.36**	82.18
		10	**-80.46**	87.88	**-15.62**	87.56	**-4.70**	87.59	**-4.79**	87.59	**-83.78**	86.62
		100	**-92.70**	96.06	1.83	94.64	**-32.23**	95.99	**-4.22**	95.92	**-95.00**	98.04
60	60	0.01	**-89.85**	96.69	2.47	95.94	**-3.52**	96.61	**-2.82**	96.56	**-94.84**	97.53
		0.1	**-69.40**	90.03	**-9.97**	89.65	**-2.70**	89.73	**-3.14**	89.73	**-47.49**	88.98
		0.2	**-58.80**	86.03	**-5.52**	85.65	-1.14	85.62	-1.27	85.62	-1.27	85.19
		0.5	**-47.91**	78.55	**-3.27**	78.26	-0.35	77.99	-0.79	78.04	-0.38	77.80
		0.8	**-45.32**	74.63	**-2.39**	73.93	-0.56	73.47	-0.56	73.53	-0.56	73.31
		1	**-45.05**	73.26	**-4.30**	72.56	-1.26	72.35	-1.26	72.40	-0.48	72.02
		1.25	**-45.32**	74.63	**-2.39**	73.93	-0.56	73.47	-0.56	73.53	-0.56	73.31
		2	**-47.91**	78.55	**-3.27**	78.26	-0.35	77.99	-0.79	78.04	-0.38	77.80
		5	**-58.80**	86.03	**-5.52**	85.65	-1.14	85.62	-1.27	85.62	-1.27	85.19
		10	**-69.40**	90.03	**-9.97**	89.65	**-2.70**	89.73	**-3.14**	89.73	**-47.49**	88.98
		100	**-89.85**	96.69	2.47	95.94	**-3.52**	96.61	**-2.82**	96.56	**-94.84**	97.53
	100	0.01	**-87.37**	97.44	2.73	96.96	**-2.28**	97.42	-1.23	97.37	**-93.02**	97.71
		0.1	**-61.52**	92.05	**-7.19**	91.92	-1.20	91.90	-1.72	91.88	**-27.16**	91.58
		0.2	**-52.23**	88.72	**-4.94**	88.56	-0.52	88.48	-0.75	88.49	-0.75	88.30
		0.5	**-45.23**	82.10	**-2.46**	81.92	-0.60	81.76	-0.60	81.77	-0.60	81.64
		0.8	**-45.51**	77.70	**-2.51**	77.45	-0.81	77.20	-0.81	77.21	-0.71	77.03
		1	**-46.63**	75.80	**-3.20**	75.36	-0.52	75.10	-0.52	75.12	-0.48	74.89
		1.25	**-48.21**	76.29	**-2.96**	75.83	-0.57	75.60	-0.57	75.60	-0.46	75.46
		2	**-53.38**	79.57	**-3.79**	79.14	-0.92	78.98	-0.74	78.98	-0.71	78.79
		5	**-66.84**	86.19	**-8.51**	85.96	-1.57	85.88	-1.86	85.93	**-28.52**	85.54
		10	**-76.03**	90.08	**-12.58**	89.81	**-3.47**	89.84	**-3.74**	89.86	**-70.95**	89.13
		100	**-91.62**	96.69	1.93	95.96	-4.06	96.62	**-3.62**	96.58	**-95.00**	97.55
100	100	0.01	**-89.78**	97.44	2.48	96.97	**-2.75**	97.41	**-2.75**	97.37	**-94.81**	97.73
		0.1	**-69.29**	92.12	**-9.68**	92.05	-1.73	91.99	**-2.82**	92.00	**-47.29**	91.70
		0.2	**-58.74**	88.96	**-5.68**	88.84	-1.00	88.79	-1.31	88.79	-1.06	88.62
		0.5	**-47.90**	83.18	**-3.57**	83.03	-0.71	82.85	-0.71	82.87	-0.69	82.79
		0.8	**-45.32**	79.85	**-2.64**	79.66	-0.32	79.45	-0.32	79.46	-0.32	79.37
		1	**-45.05**	78.89	**-4.47**	78.64	-0.60	78.46	-0.60	78.46	-0.60	78.33
		1.25	**-45.32**	79.85	**-2.64**	79.66	-0.32	79.45	-0.32	79.46	-0.32	79.37
		2	**-47.90**	83.18	**-3.57**	83.03	-0.71	82.85	-0.71	82.87	-0.69	82.79
		5	**-58.74**	88.96	**-5.68**	88.84	-1.00	88.79	-1.31	88.79	-1.06	88.62
		10	**-69.29**	92.12	**-9.68**	92.05	-1.73	91.99	**-2.82**	92.00	**-47.29**	91.70
		100	**-89.78**	97.44	2.48	96.97	**-2.75**	97.41	**-2.75**	97.37	**-94.81**	97.73
Media global			**-61.17**	84.06	**-4.04**	83.58	**-2.07**	83.53	-1.69	83.54	**-27.84**	83.40

n_1	n_2	ρ	LCb0		LCb1		LCb2		LCb3		LCb4	
40	40	0.01	**-89.83**	81.68	5.00	80.43	5.00	81.38	5.00	81.20	5.00	81.08
		0.1	**-68.96**	85.48	**-3.55**	84.65	0.81	85.01	0.81	85.01	3.45	84.30
		0.2	**-58.87**	81.92	-1.79	81.32	0.21	81.08	0.21	81.08	0.21	80.19
		0.5	**-47.92**	74.48	**-2.42**	73.71	0.04	73.11	0.04	73.05	0.04	72.52
		0.8	**-45.32**	69.48	**-2.10**	68.89	0.01	68.17	-0.55	68.29	0.01	67.76
		1	**-45.04**	68.53	**-4.11**	67.34	-0.90	66.75	-0.90	66.75	-0.67	65.91
		1.25	**-45.32**	69.48	**-2.10**	68.89	0.01	68.17	-0.55	68.29	0.01	67.76
		2	**-47.92**	74.48	**-2.42**	73.71	0.04	73.11	0.04	73.05	0.04	72.52
		5	**-58.87**	81.92	-1.79	81.32	0.21	81.08	0.21	81.08	0.21	80.19
		10	**-68.96**	85.48	**-3.55**	84.65	0.81	85.01	0.81	85.01	3.45	84.30
		100	**-89.83**	81.68	5.00	80.43	5.00	81.38	5.00	81.20	5.00	81.08
	60	0.01	**-87.87**	89.84	5.00	89.08	5.00	89.60	5.00	89.60	5.00	89.56
		0.1	**-63.07**	88.76	**-2.64**	88.40	0.62	88.44	0.30	88.44	0.81	87.60
		0.2	**-53.50**	85.33	-1.25	84.97	-0.18	84.97	-0.32	84.97	-0.12	84.45
		0.5	**-45.53**	78.05	**-2.25**	77.53	-0.43	77.21	-1.06	77.29	-1.04	76.97
		0.8	**-45.21**	72.93	**-2.23**	72.09	-0.51	71.65	-0.51	71.65	-0.33	71.29
		1	**-46.07**	70.73	**-2.45**	69.81	-0.01	69.09	-0.30	69.13	-0.30	68.61
		1.25	**-47.40**	71.17	**-2.88**	70.41	-0.28	69.93	-0.28	69.97	-0.24	69.65
		2	**-51.89**	74.61	**-2.15**	74.01	-0.08	73.73	-0.08	73.73	-0.08	73.37
		5	**-64.66**	81.53	**-2.06**	80.97	0.17	80.93	0.17	81.05	0.17	80.21
		10	**-74.28**	84.85	**-3.93**	84.09	0.91	84.45	0.72	84.41	3.45	83.69
		100	**-91.22**	78.65	5.00	77.09	5.00	78.53	5.00	78.41	5.00	78.33
	100	0.01	**-84.49**	94.88	4.95	94.13	4.95	94.74	4.95	94.52	4.95	94.49
		0.1	**-55.84**	91.60	-1.87	91.38	-0.05	91.43	-0.05	91.43	-0.05	91.06
		0.2	**-47.96**	88.41	**-2.72**	88.22	-0.50	88.14	-0.50	88.14	-0.50	87.93
		0.5	**-45.31**	81.33	**-2.37**	80.95	-1.44	80.71	-1.44	80.71	-1.37	80.49
		0.8	**-47.86**	75.66	**-2.62**	75.22	**-2.18**	74.86	**-2.18**	74.91	**-2.02**	74.62
		1	**-49.87**	72.47	-1.84	72.04	-0.30	71.58	-0.46	71.65	-0.46	71.21
		1.25	**-52.34**	72.20	**-2.37**	71.67	-0.01	71.12	-0.01	71.12	-0.01	70.88
		2	**-58.69**	74.76	-1.70	74.31	-0.96	73.99	-0.96	74.06	0.12	73.65
		5	**-71.78**	81.02	**-3.17**	80.49	0.04	80.56	0.04	80.56	0.04	79.76
		10	**-80.04**	84.13	**-4.68**	83.46	0.67	83.82	0.44	83.77	3.96	83.02
		100	**-92.49**	73.58	5.00	72.54	5.00	73.97	5.00	73.85	5.00	73.80
60	60	0.01	**-89.75**	88.44	5.00	87.37	5.00	88.31	5.00	88.26	5.00	88.20
		0.1	**-68.84**	88.42	**-2.66**	88.07	0.61	88.18	0.77	88.12	1.27	87.34
		0.2	**-58.79**	85.11	-1.88	84.87	-0.29	84.82	-0.29	84.76	0.43	84.31
		0.5	**-47.91**	78.72	**-2.70**	78.31	-0.13	77.96	-0.35	77.99	-0.29	77.77
		0.8	**-45.32**	74.68	**-2.39**	74.33	-0.60	73.90	-0.60	73.93	-0.60	73.69
		1	**-45.05**	73.47	**-4.30**	72.83	-0.48	72.45	-1.26	72.56	-0.48	72.24
		1.25	**-45.32**	74.68	**-2.39**	74.33	-0.60	73.90	-0.60	73.93	-0.60	73.69
		2	**-47.91**	78.72	**-2.70**	78.31	-0.13	77.96	-0.35	77.99	-0.29	77.77
		5	**-58.79**	85.11	-1.88	84.87	-0.29	84.82	-0.29	84.76	0.43	84.31
		10	**-68.84**	88.42	**-2.66**	88.07	0.61	88.18	0.77	88.12	1.27	87.34
		100	**-89.75**	88.44	5.00	87.37	5.00	88.31	5.00	88.26	5.00	88.20
	100	0.01	**-87.16**	94.08	4.95	93.75	4.95	93.96	4.95	93.95	4.95	93.91
		0.1	**-61.43**	91.46	**-2.06**	91.28	0.24	91.28	0.24	91.30	0.24	90.99
		0.2	**-51.93**	88.48	**-2.26**	88.35	-0.95	88.28	0.01	88.25	0.03	88.05
		0.5	**-45.23**	82.36	**-2.46**	82.06	-0.37	81.87	-0.60	81.90	-0.60	81.77
		0.8	**-45.51**	77.94	**-2.51**	77.68	-0.61	77.39	-0.61	77.44	-0.55	77.26
		1	**-46.63**	75.93	-0.83	75.44	-0.37	75.18	-0.37	75.20	-0.37	74.92
		1.25	**-48.21**	76.29	-1.53	75.88	-0.11	75.59	-0.23	75.64	-0.23	75.47
		2	**-53.14**	79.11	-1.37	78.77	-0.19	78.61	-0.19	78.61	0.05	78.41
		5	**-66.12**	84.94	-1.92	84.71	-0.31	84.69	-0.31	84.61	-0.31	84.21
		10	**-75.49**	87.97	**-3.41**	87.70	0.72	87.76	0.57	87.76	1.15	86.98
		100	**-91.49**	86.25	5.00	85.39	5.00	86.24	5.00	86.15	5.00	86.12
100	100	0.01	**-89.69**	93.40	4.99	92.64	4.95	93.35	4.95	93.32	4.95	93.30
		0.1	**-68.74**	91.27	**-2.54**	91.10	0.28	91.16	0.28	91.14	0.28	90.84
		0.2	**-58.73**	88.50	-1.99	88.37	0.09	88.33	0.10	88.31	0.10	88.14
		0.5	**-47.90**	83.14	**-2.92**	82.92	-0.30	82.92	-0.30	82.92	-0.30	82.83
		0.8	**-45.32**	80.02	**-2.63**	79.79	-0.32	79.56	-0.32	79.57	-0.32	79.47
		1	**-45.05**	79.05	**-4.47**	78.72	-0.60	78.56	-0.60	78.58	-0.60	78.44
		1.25	**-45.32**	80.02	**-2.63**	79.79	-0.32	79.56	-0.32	79.57	-0.32	79.47
		2	**-47.90**	83.14	**-2.92**	82.92	-0.30	82.92	-0.30	82.92	-0.30	82.83
		5	**-58.73**	88.50	-1.99	88.37	0.09	88.33	0.10	88.31	0.10	88.14
		10	**-68.74**	91.27	**-2.54**	91.10	0.28	91.16	0.28	91.14	0.28	90.84
		100	**-89.69**	93.40	4.99	92.64	4.95	93.35	4.95	93.32	4.95	93.30
Media global			**-61.04**	81.85	-1.15	81.31	0.79	81.31	0.74	81.30	1.03	80.95

n_1	n_2	ρ	LE0		LE1		LE2		LE3		LE4	
40	40	0.01	**-89.83**	76.38	5.00	74.72	5.00	76.26	5.00	76.09	5.00	75.97
		0.1	**-68.93**	84.41	**-3.59**	83.76	1.40	83.94	1.08	84.00	4.31	83.22
		0.2	**-58.87**	81.08	-1.70	80.43	0.57	80.37	0.59	80.31	0.59	79.42
		0.5	**-47.92**	73.59	**-2.41**	73.05	0.16	72.52	-0.04	72.58	-0.04	72.10
		0.8	**-45.32**	69.30	**-2.10**	68.59	0.08	67.52	-0.05	67.64	0.01	67.04
		1	**-45.04**	68.53	**-4.11**	67.34	-0.90	66.75	-0.90	66.75	-0.67	65.91
		1.25	**-45.32**	69.30	**-2.10**	68.59	0.08	67.52	-0.05	67.64	0.01	67.04
		2	**-47.92**	73.59	**-2.41**	73.05	0.16	72.52	-0.04	72.58	-0.04	72.10
		5	**-58.87**	81.08	-1.70	80.43	0.57	80.37	0.59	80.31	0.59	79.42
		10	**-68.93**	84.41	**-3.59**	83.76	1.40	83.94	1.08	84.00	4.31	83.22
		100	**-89.83**	76.38	5.00	76.26	5.00	76.26	5.00	76.09	5.00	75.97
	60	0.01	**-87.87**	87.68	5.00	86.57	5.00	87.49	5.00	87.41	5.00	87.37
		0.1	**-63.07**	88.08	**-2.44**	87.80	1.06	87.80	1.15	87.76	1.64	86.93
		0.2	**-53.26**	84.69	-1.19	84.25	0.39	84.25	0.39	84.21	0.69	83.73
		0.5	**-45.53**	77.57	**-2.25**	77.05	-1.06	76.93	-0.90	76.85	-0.86	76.49
		0.8	**-45.21**	72.69	**-2.28**	71.85	-0.56	71.41	-0.56	71.41	-0.47	71.01
		1	**-46.07**	70.73	**-2.45**	69.81	-0.01	69.09	-0.30	69.13	-0.30	68.61
		1.25	**-47.40**	71.13	**-2.48**	70.13	-0.27	69.57	-0.27	69.65	-0.10	69.29
		2	**-51.89**	74.09	-1.91	73.49	0.14	73.29	-0.03	73.33	-0.03	72.93
		5	**-64.66**	80.77	-1.92	80.21	0.40	80.29	0.40	80.21	0.40	79.41
		10	**-74.28**	84.05	**-3.76**	83.33	1.12	83.69	0.96	83.57	4.35	82.81
		100	**-91.22**	73.21	5.00	73.45	5.00	73.45	5.00	73.25	5.00	73.17
	100	0.01	**-84.49**	94.18	4.99	93.19	4.96	94.06	4.98	94.01	4.98	93.99
		0.1	**-55.84**	91.16	-1.83	91.02	0.57	90.94	0.90	90.94	0.90	90.61
		0.2	**-47.96**	88.09	**-2.72**	87.83	0.21	87.73	0.17	87.76	0.23	87.52
		0.5	**-45.31**	81.02	**-2.37**	80.73	-0.19	80.37	-0.30	80.42	-0.30	80.17
		0.8	**-47.86**	75.66	**-2.62**	75.08	-0.48	74.81	-0.48	74.81	-0.48	74.50
		1	**-49.87**	72.47	-1.84	72.04	-0.30	71.58	-0.46	71.65	-0.46	71.21
		1.25	**-52.32**	71.89	**-2.36**	71.43	-0.20	71.02	-0.20	71.00	-0.20	70.73
		2	**-58.69**	74.40	-1.70	74.04	0.03	73.68	0.03	73.63	0.16	73.22
		5	**-71.78**	80.46	**-3.11**	79.98	0.15	80.03	0.15	80.03	0.15	79.23
		10	**-80.04**	83.53	**-4.59**	82.93	1.01	83.24	0.74	83.22	4.31	82.47
		100	**-92.49**	68.58	5.00	69.31	5.00	69.31	5.00	69.19	5.00	69.09
60	60	0.01	**-89.75**	86.46	5.00	85.35	5.00	86.35	5.00	86.29	5.00	86.24
		0.1	**-68.80**	87.85	**-2.50**	87.56	1.13	87.58	0.91	87.61	1.46	86.86
		0.2	**-58.79**	84.68	-1.66	84.39	0.11	84.33	0.11	84.31	0.11	83.88
		0.5	**-47.91**	78.29	**-2.70**	77.94	-0.17	77.61	-0.18	77.59	-0.17	77.34
		0.8	**-45.32**	74.52	**-2.39**	74.09	-0.11	73.47	-0.54	73.56	-0.54	73.31
		1	**-45.05**	73.47	**-4.30**	72.83	-0.48	72.45	-1.26	72.56	-0.48	72.24
		1.25	**-45.32**	74.52	**-2.39**	74.09	-0.11	73.47	-0.54	73.56	-0.54	73.31
		2	**-47.91**	78.29	**-2.70**	77.94	-0.17	77.61	-0.18	77.59	-0.17	77.34
		5	**-58.79**	84.68	-1.66	84.39	0.11	84.33	0.11	84.31	0.11	83.88
		10	**-68.80**	87.85	**-2.50**	87.56	1.13	87.58	0.91	87.61	1.46	86.86
		100	**-89.75**	86.46	5.00	86.35	5.00	86.35	5.00	86.29	5.00	86.24
	100	0.01	**-87.16**	93.56	4.99	92.86	4.97	93.49	4.98	93.31	4.98	93.30
		0.1	**-61.43**	91.14	-1.97	90.98	0.63	90.98	0.63	90.98	0.63	90.65
		0.2	**-51.93**	88.14	-1.76	88.01	0.33	87.94	0.20	87.92	0.20	87.75
		0.5	**-45.23**	82.08	**-2.46**	81.79	-0.60	81.71	-0.60	81.76	-0.60	81.61
		0.8	**-45.51**	77.80	**-2.51**	77.49	-0.24	77.23	-0.46	77.23	-0.18	77.05
		1	**-46.63**	75.93	-0.83	75.44	-0.37	75.18	-0.37	75.20	-0.37	74.92
		1.25	**-48.21**	76.04	-1.51	75.70	-0.48	75.44	-0.48	75.44	-0.08	75.26
		2	**-53.14**	78.83	-1.37	78.51	0.26	78.23	0.15	78.27	0.15	78.09
		5	**-66.12**	84.61	-1.79	84.32	0.00	84.30	0.23	84.27	0.23	83.87
		10	**-75.49**	87.65	**-3.30**	87.31	0.77	87.42	0.64	87.40	1.24	86.64
		100	**-91.49**	84.43	5.00	84.53	5.00	84.53	5.00	84.47	5.00	84.43
100	100	0.01	**-89.69**	92.66	4.99	92.27	4.97	92.65	4.99	92.46	4.99	92.45
		0.1	**-68.71**	91.01	**-2.44**	90.90	0.45	90.88	0.45	90.89	0.45	90.59
		0.2	**-58.73**	88.27	-1.81	88.14	0.36	88.11	0.41	88.08	0.41	87.91
		0.5	**-47.90**	82.99	**-2.92**	82.74	-0.17	82.68	-0.17	82.69	-0.07	82.59
		0.8	**-45.32**	79.89	**-2.63**	79.68	-0.32	79.47	-0.32	79.47	-0.32	79.37
		1	**-45.05**	79.05	**-4.47**	78.72	-0.60	78.56	-0.60	78.58	-0.60	78.44
		1.25	**-45.32**	79.89	**-2.63**	79.68	-0.32	79.47	-0.32	79.47	-0.32	79.37
		2	**-47.90**	82.99	**-2.92**	82.74	-0.17	82.68	-0.17	82.69	-0.07	82.59
		5	**-58.73**	88.27	-1.81	88.14	0.36	88.11	0.41	88.08	0.41	87.91
		10	**-68.71**	91.01	**-2.44**	90.90	0.45	90.88	0.45	90.89	0.45	90.59
		100	**-89.69**	92.66	4.99	92.27	4.97	92.65	4.99	92.46	4.99	92.45
Media global			**-61.03**	81.06	-1.09	80.62	1.02	80.54	0.95	80.53	1.23	80.17

n_1	n_2	ρ	LAb0		LAb1		LAb2		LAb3		LAb4	
40	40	0.01	**-93.53**	97.50	**-6.58**	96.19	**-84.18**	97.38	**-84.18**	97.32	**-95.00**	99.41
		0.1	**-70.53**	88.88	**-3.56**	88.22	**-8.15**	88.52	**-8.10**	88.46	**-78.22**	88.40
		0.2	**-60.29**	83.88	**-2.38**	83.16	**-2.86**	83.34	**-2.86**	83.28	**-27.26**	82.45
		0.5	**-48.38**	74.90	-1.36	74.12	-0.39	73.59	-0.41	73.65	-0.41	73.17
		0.8	**-45.32**	69.72	**-2.10**	68.89	-0.17	68.23	-0.24	68.29	-0.24	67.82
		1	**-45.04**	68.53	**-4.11**	67.34	-0.90	66.75	-0.90	66.75	-0.67	65.91
		1.25	**-45.32**	69.72	**-2.10**	68.89	-0.17	68.23	-0.24	68.29	-0.24	67.82
		2	**-48.38**	74.90	-1.36	74.12	-0.39	73.59	-0.41	73.65	-0.41	73.17
		5	**-60.29**	83.88	**-2.38**	83.16	**-2.86**	83.34	**-2.86**	83.28	**-27.26**	82.45
		10	**-70.53**	88.88	**-3.56**	88.22	**-8.15**	88.52	**-8.10**	88.46	**-78.22**	88.40
		100	**-93.53**	97.50	**-6.58**	96.19	**-84.18**	97.38	**-84.18**	97.32	**-95.00**	99.41
	60	0.01	**-92.47**	97.96	**-7.69**	97.20	**-78.47**	97.88	**-78.47**	97.84	**-95.00**	99.28
		0.1	**-64.95**	90.68	**-2.44**	90.24	**-7.41**	90.44	**-7.19**	90.36	**-60.81**	89.84
		0.2	**-53.67**	86.29	**-5.95**	86.05	**-5.95**	85.93	**-5.95**	85.93	**-24.62**	85.45
		0.5	**-45.63**	78.05	-1.51	77.49	-0.73	77.25	-0.73	77.21	-0.72	76.89
		0.8	**-45.21**	72.73	-1.33	72.05	-0.31	71.65	-0.31	71.65	-0.31	71.33
		1	**-46.07**	70.73	**-2.45**	69.81	-0.01	69.09	-0.30	69.13	-0.30	68.61
		1.25	**-47.40**	71.21	**-3.08**	70.57	-0.18	70.01	-0.46	70.05	-0.19	69.69
		2	**-52.18**	75.33	-1.86	74.69	-0.24	74.45	-0.24	74.49	-0.24	74.01
		5	**-65.51**	83.61	**-2.56**	83.17	**-2.17**	83.05	**-2.17**	83.17	**-45.90**	82.37
		10	**-75.21**	88.52	**-3.75**	87.84	**-3.90**	88.16	**-3.90**	88.20	**-81.66**	88.00
		100	**-94.09**	97.08	**-4.21**	95.96	**-87.58**	97.00	**-83.68**	96.38	**-95.00**	99.08
	100	0.01	**-90.52**	98.38	**-8.94**	97.87	**-69.92**	98.36	**-55.99**	98.29	**-94.96**	98.96
		0.1	**-57.69**	92.39	**-4.13**	92.20	**-5.49**	92.20	**-5.49**	92.22	**-26.62**	91.91
		0.2	**-48.46**	88.70	**-2.86**	88.46	-1.66	88.46	-1.71	88.41	-1.36	88.19
		0.5	**-45.31**	81.16	-1.75	80.87	-1.37	80.71	-1.37	80.73	-1.30	80.49
		0.8	**-47.86**	75.56	-1.84	75.05	**-3.08**	74.67	**-3.08**	74.69	**-3.05**	74.40
		1	**-49.87**	72.47	-1.84	72.04	-0.30	71.58	-0.46	71.65	-0.46	71.21
		1.25	**-52.59**	72.52	-1.15	71.72	0.05	71.26	-0.01	71.36	-0.01	71.09
		2	**-58.80**	75.56	-1.63	74.96	0.06	74.72	-0.06	74.76	-0.06	74.40
		5	**-72.61**	83.14	**-2.76**	82.69	-1.66	82.66	-1.66	82.73	**-69.36**	82.01
		10	**-80.58**	87.90	**-4.40**	87.15	**-2.56**	87.61	**-2.56**	87.59	**-86.99**	87.23
		100	**-94.26**	96.52	-1.44	95.34	**-87.22**	96.45	**-83.28**	96.38	**-95.00**	98.67
60	60	0.01	**-93.44**	97.80	**-6.35**	96.96	**-83.78**	97.74	**-83.78**	97.69	**-95.00**	99.17
		0.1	**-70.41**	90.57	**-3.30**	90.16	**-8.11**	90.30	**-3.33**	90.30	**-73.26**	89.73
		0.2	**-60.22**	86.32	**-2.69**	86.08	**-2.91**	86.03	**-2.91**	86.05	**-27.15**	85.65
		0.5	**-48.37**	78.98	-1.19	78.53	-0.51	78.20	-0.51	78.18	-0.49	77.91
		0.8	**-45.32**	74.82	**-2.33**	74.33	-0.47	73.96	-0.60	74.04	-0.60	73.80
		1	**-45.05**	73.47	**-4.30**	72.83	-0.48	72.45	-1.26	72.56	-0.48	72.24
		1.25	**-45.32**	74.82	**-2.33**	74.33	-0.47	73.96	-0.60	74.04	-0.60	73.80
		2	**-48.37**	78.98	-1.19	78.53	-0.51	78.20	-0.51	78.18	-0.49	77.91
		5	**-60.22**	86.32	**-2.69**	86.08	**-2.91**	86.03	**-2.91**	86.05	**-27.15**	85.65
		10	**-70.41**	90.57	**-3.30**	90.16	**-8.11**	90.30	**-3.33**	90.30	**-73.26**	89.73
		100	**-93.44**	97.80	**-6.35**	96.96	**-83.78**	97.74	**-83.78**	97.69	**-95.00**	99.17
	100	0.01	**-92.23**	98.30	**-7.70**	97.81	**-78.13**	98.25	**-69.15**	98.20	**-95.00**	98.85
		0.1	**-63.57**	92.40	-1.58	92.21	**-8.55**	92.29	**-8.55**	92.27	**-60.02**	92.00
		0.2	**-52.24**	88.96	**-2.56**	88.78	-0.90	88.70	-1.16	88.77	-1.05	88.57
		0.5	**-45.35**	82.36	**-2.12**	82.06	-0.78	81.92	-0.78	81.93	-0.78	81.79
		0.8	**-45.51**	77.96	**-2.50**	77.62	-0.49	77.36	-0.49	77.36	-0.47	77.18
		1	**-46.63**	75.93	-0.83	75.44	-0.37	75.18	-0.37	75.20	-0.37	74.92
		1.25	**-48.21**	76.30	-1.58	75.98	-0.26	75.57	-0.29	75.62	-0.26	75.47
		2	**-53.38**	79.50	-1.10	79.21	-0.19	78.96	-0.19	79.00	-0.10	78.80
		5	**-66.86**	86.24	**-2.30**	85.91	-0.36	85.96	-0.29	85.90	**-56.18**	85.52
		10	**-76.48**	90.25	**-3.18**	89.89	**-6.18**	90.05	**-3.03**	90.00	**-82.00**	89.37
		100	**-94.09**	97.55	**-3.62**	96.59	**-87.26**	97.52	**-83.34**	97.45	**-95.00**	98.83
100	100	0.01	**-93.37**	98.13	**-6.19**	97.66	**-83.46**	98.10	**-83.46**	98.07	**-95.00**	98.65
		0.1	**-70.33**	92.32	**-3.32**	92.23	**-3.35**	92.22	**-3.35**	92.24	**-73.09**	91.97
		0.2	**-60.17**	89.11	**-2.35**	88.98	**-2.96**	88.93	**-2.96**	88.95	**-27.05**	88.80
		0.5	**-47.90**	83.28	-1.26	83.05	-0.42	83.04	-0.42	83.06	-0.42	82.95
		0.8	**-45.32**	80.03	**-2.55**	79.74	-0.61	79.58	-0.61	79.60	-0.55	79.50
		1	**-45.05**	79.05	**-4.47**	78.72	-0.60	78.56	-0.60	78.58	-0.60	78.44
		1.25	**-45.32**	80.03	**-2.55**	79.74	-0.61	79.58	-0.61	79.60	-0.55	79.50
		2	**-47.90**	83.28	-1.26	83.05	-0.42	83.04	-0.42	83.06	-0.42	82.95
		5	**-60.17**	89.11	**-2.35**	88.98	**-2.96**	88.93	**-2.96**	88.95	**-27.05**	88.80
		10	**-70.33**	92.32	**-3.32**	92.23	**-3.35**	92.22	**-3.35**	92.24	**-73.09**	91.97
		100	**-93.37**	98.13	**-6.19**	97.66	**-83.46**	98.10	**-83.46**	98.07	**-95.00**	98.65
Media global			**-62.22**	84.48	**-3.13**	83.95	**-16.82**	83.96	**-16.14**	83.96	**-35.82**	83.94

n_1	n_2	ρ	LPa0		LPa1		LPa2		LPa3		LPa4	
40	40	0.01	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.41	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.94
		0.1	**-91.79**	95.54	**-67.90**	95.42	**-86.50**	95.48	**-86.50**	95.36	**-94.24**	94.41
		0.2	**-83.36**	91.14	**-65.05**	91.02	**-64.86**	90.90	**-64.86**	90.84	**-87.14**	90.36
		0.5	**-68.39**	77.75	**-53.66**	77.63	**-43.58**	77.33	**-52.33**	77.39	**-50.35**	77.04
		0.8	**-66.49**	66.92	**-55.60**	66.33	**-55.60**	66.03	**-55.60**	66.09	**-43.72**	65.68
		1	**-63.07**	65.20	**-63.07**	64.84	**-48.04**	64.25	**-48.04**	64.37	**-36.69**	63.89
		1.25	**-66.49**	66.92	**-55.60**	66.33	**-55.60**	66.03	**-55.60**	66.09	**-43.72**	65.68
		2	**-68.39**	77.75	**-53.66**	77.63	**-43.58**	77.33	**-52.33**	77.39	**-50.35**	77.04
		5	**-83.36**	91.14	**-65.05**	91.02	**-64.86**	90.90	**-64.86**	90.84	**-87.14**	90.36
		10	**-91.79**	95.54	**-67.90**	95.42	**-86.50**	95.48	**-86.50**	95.36	**-94.24**	94.41
		100	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.41	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.94
	60	0.01	**-95.00**	99.96	**-95.00**	99.24	**-95.00**	99.96	**-95.00**	99.96	**-95.00**	99.96
		0.1	**-87.40**	95.96	**-69.83**	95.84	**-75.26**	95.84	**-75.27**	95.96	**-93.66**	95.52
		0.2	**-78.36**	92.00	**-65.72**	91.96	**-53.34**	91.68	**-60.49**	91.92	**-82.51**	91.68
		0.5	**-66.77**	80.05	**-55.67**	79.65	**-42.31**	79.17	**-55.67**	79.57	**-46.52**	79.37
		0.8	**-66.45**	69.25	**-57.39**	68.97	**-55.52**	68.69	**-55.76**	68.73	**-47.26**	68.53
		1	**-74.20**	68.29	**-73.81**	68.01	**-41.63**	66.17	**-41.63**	66.21	**-37.67**	66.05
		1.25	**-73.56**	69.45	**-68.44**	68.93	**-53.59**	68.45	**-53.59**	68.49	**-50.66**	68.21
		2	**-78.28**	80.37	**-64.89**	79.61	**-48.17**	78.85	**-48.18**	78.93	**-75.28**	78.81
		5	**-89.81**	92.16	**-69.64**	91.92	**-74.31**	91.60	**-74.31**	91.60	**-93.52**	91.24
		10	**-94.37**	96.12	**-79.94**	95.88	**-92.48**	95.76	**-92.48**	95.80	**-94.91**	95.04
		100	**-95.00**	99.96	**-95.00**	99.52	**-95.00**	99.96	**-95.00**	99.96	**-95.00**	99.96
	100	0.01	**-95.00**	99.66	**-94.75**	99.59	**-95.00**	99.64	**-95.00**	99.61	**-95.00**	99.95
		0.1	**-77.69**	96.26	**-64.48**	96.26	**-54.65**	96.23	**-54.65**	96.23	**-83.31**	96.11
		0.2	**-74.06**	92.59	**-70.61**	92.59	**-58.59**	92.59	**-58.59**	92.56	**-66.10**	92.49
		0.5	**-66.57**	81.36	**-58.07**	81.43	**-55.76**	81.45	**-55.76**	81.48	**-49.45**	81.36
		0.8	**-73.99**	71.41	**-68.47**	71.29	**-58.48**	71.14	**-58.48**	71.14	**-51.69**	70.97
		1	**-70.46**	69.79	**-66.91**	69.55	**-60.05**	69.28	**-60.05**	69.31	**-73.10**	69.16
		1.25	**-78.19**	71.50	**-64.62**	71.24	**-61.89**	70.92	**-61.89**	70.97	**-80.51**	70.80
		2	**-83.04**	81.70	**-65.55**	81.43	**-64.83**	81.21	**-64.83**	81.19	**-86.93**	81.04
		5	**-93.43**	92.61	**-74.95**	92.54	**-91.02**	92.47	**-91.02**	92.51	**-94.91**	92.15
		10	**-94.96**	96.33	**-92.01**	96.23	**-94.85**	96.18	**-94.85**	96.23	**-95.00**	95.56
		100	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.61	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98
60	60	0.01	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.27	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.97
		0.1	**-91.62**	96.29	**-73.44**	96.43	**-89.41**	96.37	**-86.17**	96.26	**-94.19**	95.94
		0.2	**-83.19**	92.69	**-65.63**	92.69	**-64.74**	92.69	**-64.98**	92.66	**-87.10**	92.48
		0.5	**-74.03**	81.91	**-70.57**	81.91	**-58.61**	81.75	**-58.61**	81.78	**-60.92**	81.67
		0.8	**-66.62**	72.05	**-58.12**	71.86	**-55.77**	71.65	**-55.77**	71.65	**-48.24**	71.49
		1	**-70.15**	70.30	**-63.16**	70.09	**-63.15**	69.82	**-63.15**	69.82	**-49.39**	69.66
		1.25	**-66.62**	72.05	**-58.12**	71.86	**-55.77**	71.65	**-55.77**	71.65	**-48.24**	71.49
		2	**-74.03**	81.91	**-70.57**	81.91	**-58.61**	81.75	**-58.61**	81.78	**-60.92**	81.67
		5	**-83.19**	92.69	**-65.63**	92.69	**-64.74**	92.69	**-64.98**	92.66	**-87.10**	92.48
		10	**-91.62**	96.29	**-73.44**	96.43	**-89.41**	96.37	**-86.17**	96.26	**-94.19**	95.94
		100	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.27	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.97
	100	0.01	**-95.00**	99.71	**-94.99**	99.66	**-95.00**	99.69	**-95.00**	99.66	**-95.00**	99.97
		0.1	**-87.19**	96.77	**-71.35**	96.74	**-75.41**	96.71	**-75.41**	96.72	**-90.50**	96.61
		0.2	**-78.32**	93.54	**-66.17**	93.48	**-54.83**	93.46	**-54.83**	93.48	**-76.73**	93.43
		0.5	**-66.96**	83.88	**-66.61**	83.85	**-55.95**	83.69	**-58.32**	83.87	**-55.34**	83.79
		0.8	**-66.84**	74.68	**-55.81**	74.55	**-55.79**	74.40	**-55.79**	74.44	**-48.54**	74.37
		1	**-74.05**	72.94	**-73.62**	72.75	**-58.69**	72.47	**-58.71**	72.57	**-53.06**	72.49
		1.25	**-77.86**	74.84	**-70.50**	74.57	**-58.33**	74.11	**-58.33**	74.13	**-65.67**	74.06
		2	**-78.21**	83.96	**-73.93**	83.83	**-61.86**	83.57	**-62.80**	83.64	**-82.24**	83.57
		5	**-91.43**	93.62	**-73.95**	93.46	**-81.43**	93.33	**-81.44**	93.38	**-94.31**	93.23
		10	**-94.69**	96.83	**-84.90**	96.71	**-93.83**	96.67	**-93.83**	96.74	**-95.00**	96.45
		100	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.32	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98
100	100	0.01	**-95.00**	99.75	**-95.00**	99.71	**-95.00**	99.73	**-95.00**	99.71	**-95.00**	99.98
		0.1	**-92.62**	97.22	**-73.14**	97.19	**-89.18**	97.16	**-89.18**	97.17	**-94.14**	97.07
		0.2	**-83.30**	94.44	**-74.91**	94.39	**-64.95**	94.33	**-64.95**	94.37	**-88.11**	94.32
		0.5	**-77.92**	86.10	**-70.61**	86.02	**-62.10**	85.94	**-62.10**	85.98	**-65.92**	85.95
		0.8	**-67.09**	77.90	**-66.72**	77.77	**-58.41**	77.65	**-58.41**	77.66	**-55.79**	77.61
		1	**-74.28**	76.03	**-70.24**	75.87	**-70.24**	75.72	**-70.24**	75.80	**-64.30**	75.76
		1.25	**-67.09**	77.90	**-66.72**	77.77	**-58.41**	77.65	**-58.41**	77.66	**-55.79**	77.61
		2	**-77.92**	86.10	**-70.61**	86.02	**-62.10**	85.94	**-62.10**	85.98	**-65.92**	85.95
		5	**-83.30**	94.44	**-74.91**	94.39	**-64.95**	94.33	**-64.95**	94.37	**-88.11**	94.32
		10	**-92.62**	97.22	**-73.14**	97.19	**-89.18**	97.16	**-89.18**	97.17	**-94.14**	97.07
		100	**-95.00**	99.75	**-95.00**	99.71	**-95.00**	99.73	**-95.00**	99.71	**-95.00**	99.98
Media global			**-81.48**	86.94	**-72.65**	86.74	**-70.33**	86.65	**-70.87**	86.68	**-75.67**	86.50

n_1	n_2	ρ	LPb0		LPb1		LPb2		LPb3		LPb4	
40	40	0.01	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.29	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.94
		0.1	**-91.79**	95.00	**-62.12**	94.59	**-86.50**	94.77	**-81.39**	94.77	**-94.24**	93.87
		0.2	**-83.32**	90.30	**-65.05**	90.24	**-64.86**	90.18	**-64.86**	90.12	**-87.14**	89.65
		0.5	**-68.39**	77.75	**-53.66**	77.63	**-43.58**	77.33	**-52.33**	77.39	**-50.35**	77.04
		0.8	**-66.49**	66.92	**-55.60**	66.33	**-55.60**	66.03	**-55.60**	66.09	**-43.72**	65.68
		1	**-63.07**	65.20	**-63.07**	64.84	**-48.04**	64.25	**-48.04**	64.37	**-36.69**	63.89
		1.25	**-66.49**	66.92	**-55.60**	66.33	**-55.60**	66.03	**-55.60**	66.09	**-43.72**	65.68
		2	**-68.39**	77.75	**-53.66**	77.63	**-43.58**	77.33	**-52.33**	77.39	**-50.35**	77.04
		5	**-83.32**	90.30	**-65.05**	90.24	**-64.86**	90.18	**-64.86**	90.12	**-87.14**	89.65
		10	**-91.79**	95.00	**-62.12**	94.59	**-86.50**	94.77	**-81.39**	94.77	**-94.24**	93.87
		100	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.29	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.94
	60	0.01	**-95.00**	99.96	**-94.99**	99.12	**-95.00**	99.96	**-95.00**	99.88	**-95.00**	99.96
		0.1	**-87.39**	95.24	**-63.42**	95.20	**-75.25**	95.20	**-75.25**	95.20	**-92.88**	94.76
		0.2	**-77.34**	91.28	**-56.80**	91.32	**-53.31**	91.16	**-60.37**	91.24	**-82.50**	91.00
		0.5	**-66.77**	80.05	**-55.67**	79.65	**-42.31**	79.17	**-55.67**	79.57	**-46.52**	79.37
		0.8	**-66.45**	69.25	**-57.39**	68.97	**-55.52**	68.69	**-55.76**	68.73	**-47.26**	68.53
		1	**-74.20**	68.29	**-73.81**	68.01	**-41.63**	66.17	**-41.63**	66.21	**-37.67**	66.05
		1.25	**-73.56**	69.45	**-68.44**	68.93	**-53.59**	68.45	**-53.59**	68.49	**-50.66**	68.21
		2	**-78.28**	80.37	**-64.89**	79.61	**-48.17**	78.85	**-48.18**	78.93	**-75.28**	78.81
		5	**-87.27**	91.24	**-62.61**	91.12	**-74.30**	91.08	**-74.31**	91.12	**-93.49**	90.68
		10	**-94.05**	95.48	**-79.94**	95.28	**-92.48**	95.28	**-92.48**	95.28	**-94.91**	94.36
		100	**-95.00**	99.96	**-95.00**	99.40	**-95.00**	99.96	**-95.00**	99.96	**-95.00**	99.96
	100	0.01	**-95.00**	99.59	**-94.59**	99.44	**-95.00**	99.57	**-95.00**	99.54	**-95.00**	99.95
		0.1	**-77.39**	95.68	**-64.45**	95.65	**-49.97**	95.65	**-49.97**	95.65	**-83.06**	95.51
		0.2	**-74.06**	92.34	**-68.58**	92.34	**-58.59**	92.47	**-58.59**	92.42	**-66.10**	92.34
		0.5	**-66.57**	81.36	**-58.07**	81.43	**-55.76**	81.45	**-55.76**	81.48	**-49.45**	81.36
		0.8	**-73.99**	71.41	**-68.47**	71.29	**-58.48**	71.14	**-58.48**	71.14	**-51.69**	70.97
		1	**-70.46**	69.79	**-66.91**	69.55	**-60.05**	69.28	**-60.05**	69.31	**-73.10**	69.16
		1.25	**-78.19**	71.50	**-64.62**	71.24	**-61.89**	70.92	**-61.89**	70.97	**-80.51**	70.80
		2	**-83.04**	81.70	**-65.55**	81.43	**-64.83**	81.21	**-64.83**	81.19	**-86.93**	81.04
		5	**-93.43**	92.20	**-74.95**	92.01	**-91.02**	91.96	**-88.83**	91.93	**-94.91**	91.60
		10	**-94.94**	96.04	**-90.43**	95.85	**-94.85**	95.82	**-94.77**	95.82	**-95.00**	95.05
		100	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.52	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98
60	60	0.01	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.19	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.97
		0.1	**-91.62**	95.78	**-67.61**	95.75	**-86.17**	95.81	**-86.17**	95.73	**-94.19**	95.35
		0.2	**-83.19**	92.15	**-65.63**	92.13	**-64.63**	92.07	**-64.63**	92.05	**-87.10**	91.88
		0.5	**-74.03**	81.91	**-70.57**	81.91	**-58.61**	81.75	**-58.61**	81.78	**-60.92**	81.67
		0.8	**-66.62**	72.05	**-58.12**	71.86	**-55.77**	71.65	**-55.77**	71.65	**-48.24**	71.49
		1	**-70.15**	70.30	**-63.16**	70.09	**-63.15**	69.82	**-63.15**	69.82	**-49.39**	69.66
		1.25	**-66.62**	72.05	**-58.12**	71.86	**-55.77**	71.65	**-55.77**	71.65	**-48.24**	71.49
		2	**-74.03**	81.91	**-70.57**	81.91	**-58.61**	81.75	**-58.61**	81.78	**-60.92**	81.67
		5	**-83.19**	92.15	**-65.63**	92.13	**-64.63**	92.07	**-64.63**	92.05	**-87.10**	91.88
		10	**-91.62**	95.78	**-67.61**	95.75	**-86.17**	95.81	**-86.17**	95.73	**-94.19**	95.35
		100	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.19	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.97
	100	0.01	**-95.00**	99.66	**-94.98**	99.56	**-95.00**	99.63	**-95.00**	99.61	**-95.00**	99.97
		0.1	**-87.19**	96.20	**-71.09**	96.22	**-75.41**	96.19	**-75.41**	96.20	**-90.48**	96.04
		0.2	**-78.32**	93.15	**-66.17**	93.09	**-54.75**	93.10	**-54.75**	93.07	**-76.73**	93.02
		0.5	**-66.96**	83.88	**-66.61**	83.85	**-55.95**	83.69	**-58.32**	83.87	**-55.34**	83.79
		0.8	**-66.84**	74.68	**-55.81**	74.55	**-55.79**	74.40	**-55.79**	74.44	**-48.54**	74.37
		1	**-74.05**	72.94	**-73.62**	72.75	**-58.69**	72.47	**-58.71**	72.57	**-53.06**	72.49
		1.25	**-77.86**	74.84	**-70.50**	74.57	**-58.33**	74.11	**-58.33**	74.13	**-65.67**	74.06
		2	**-78.21**	83.96	**-73.93**	83.83	**-61.86**	83.57	**-62.80**	83.64	**-82.24**	83.57
		5	**-89.70**	93.07	**-73.95**	93.00	**-81.43**	92.92	**-81.43**	92.94	**-94.31**	92.79
		10	**-94.54**	96.40	**-84.89**	96.33	**-93.83**	96.35	**-93.83**	96.32	**-94.99**	95.97
		100	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.27	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98
100	100	0.01	**-95.00**	99.71	**-95.00**	99.65	**-95.00**	99.69	**-95.00**	99.66	**-95.00**	99.98
		0.1	**-92.62**	96.80	**-73.12**	96.77	**-89.18**	96.75	**-89.18**	96.76	**-94.14**	96.65
		0.2	**-83.30**	93.99	**-74.91**	93.94	**-64.95**	93.90	**-64.95**	93.90	**-88.11**	93.84
		0.5	**-77.92**	86.10	**-70.61**	86.02	**-62.10**	85.94	**-62.10**	85.98	**-65.92**	85.95
		0.8	**-67.09**	77.90	**-66.72**	77.77	**-58.41**	77.65	**-58.41**	77.66	**-55.79**	77.61
		1	**-74.28**	76.03	**-70.24**	75.87	**-70.24**	75.72	**-70.24**	75.80	**-64.30**	75.76
		1.25	**-67.09**	77.90	**-66.72**	77.77	**-58.41**	77.65	**-58.41**	77.66	**-55.79**	77.61
		2	**-77.92**	86.10	**-70.61**	86.02	**-62.10**	85.94	**-62.10**	85.98	**-65.92**	85.95
		5	**-83.30**	93.99	**-74.91**	93.94	**-64.95**	93.90	**-64.95**	93.90	**-88.11**	93.84
		10	**-92.62**	96.80	**-73.12**	96.77	**-89.18**	96.75	**-89.18**	96.76	**-94.14**	96.65
		100	**-95.00**	99.71	**-95.00**	99.65	**-95.00**	99.69	**-95.00**	99.66	**-95.00**	99.98
Media global			**-81.38**	86.74	**-71.89**	86.52	**-70.15**	86.46	**-70.59**	86.48	**-75.66**	86.30

n_1	n_2	ρ	XCb0		XCb1		XCb2		XCb3		XCb4	
40	40	0.01	**-6.58**	96.19	**-78.29**	97.68	**-94.94**	98.51	**-94.84**	98.39	**-95.00**	99.94
		0.1	**-20.84**	88.82	**-33.58**	89.65	**-33.58**	90.12	**-33.58**	90.07	**-83.57**	90.30
		0.2	**-24.11**	84.35	**-43.28**	84.95	**-38.53**	84.89	**-38.53**	84.83	**-43.25**	84.30
		0.5	**-23.26**	75.55	**-46.42**	75.73	**-42.77**	75.31	**-42.77**	75.37	**-40.66**	74.96
		0.8	**-18.79**	69.54	**-40.66**	68.83	**-25.53**	68.35	**-25.53**	68.35	**-23.88**	67.88
		1	-0.90	67.34	-0.67	66.39	-0.67	66.15	-0.67	66.15	-0.67	65.44
		1.25	**-18.79**	69.54	**-40.66**	68.83	**-25.53**	68.35	**-25.53**	68.35	**-23.88**	67.88
		2	**-23.26**	75.55	**-46.42**	75.73	**-42.77**	75.31	**-42.77**	75.37	**-40.66**	74.96
		5	**-24.11**	84.35	**-43.28**	84.95	**-38.53**	84.89	**-38.53**	84.83	**-43.25**	84.30
		10	**-20.84**	88.82	**-33.58**	89.65	**-33.58**	90.12	**-33.58**	90.07	**-83.57**	90.30
		100	**-6.58**	96.19	**-78.29**	97.68	**-94.94**	98.51	**-94.84**	98.39	**-95.00**	99.94
	60	0.01	**-5.63**	97.16	**-55.43**	97.76	**-93.88**	98.76	**-93.22**	98.72	**-95.00**	99.96
		0.1	**-24.95**	90.80	**-39.66**	91.16	**-35.73**	91.32	**-35.73**	91.40	**-64.70**	91.12
		0.2	**-27.01**	87.17	**-44.05**	87.29	**-40.44**	87.17	**-44.05**	87.25	**-40.44**	86.85
		0.5	**-24.19**	79.05	**-44.49**	79.21	**-44.49**	78.73	**-44.49**	78.73	**-41.24**	78.41
		0.8	**-17.43**	72.65	**-40.93**	72.49	**-28.41**	71.97	**-28.41**	71.97	**-27.42**	71.61
		1	-0.48	69.89	-0.27	69.41	0.42	68.53	0.42	68.69	0.42	68.21
		1.25	**-18.49**	71.33	**-43.04**	71.05	**-27.91**	70.57	**-27.91**	70.57	**-24.38**	70.25
		2	**-28.56**	76.61	**-46.42**	76.61	**-46.42**	76.29	**-46.42**	76.25	**-42.77**	75.89
		5	**-28.07**	84.41	**-43.28**	84.61	**-38.53**	84.97	**-38.53**	85.01	**-69.41**	84.65
		10	**-20.82**	88.60	**-33.58**	89.44	**-33.58**	90.12	**-33.58**	90.04	**-90.32**	90.32
		100	**-6.74**	96.16	**-87.58**	97.56	**-95.00**	98.52	**-94.99**	98.44	**-95.00**	99.96
	100	0.01	**-7.26**	97.73	**-33.84**	98.21	**-84.60**	98.65	**-84.60**	98.65	**-95.00**	99.49
		0.1	**-26.69**	92.80	**-42.44**	93.02	**-42.44**	92.97	**-42.44**	93.00	**-39.06**	92.76
		0.2	**-29.61**	89.59	**-47.10**	89.74	**-43.75**	89.81	**-43.75**	89.74	**-41.59**	89.57
		0.5	**-25.73**	82.15	**-45.45**	82.32	**-43.86**	81.94	**-43.86**	81.91	**-41.62**	81.72
		0.8	**-15.28**	75.66	**-41.62**	75.68	**-31.36**	75.22	**-31.52**	75.30	**-31.21**	75.01
		1	-0.18	72.20	0.15	71.72	0.36	71.24	0.36	71.24	0.36	70.85
		1.25	**-23.54**	72.83	**-47.47**	72.49	**-32.34**	72.11	**-32.34**	72.13	**-25.53**	71.89
		2	**-30.84**	77.01	**-52.14**	76.91	**-46.42**	76.60	**-46.42**	76.62	**-42.86**	76.36
		5	**-28.89**	84.38	**-43.28**	84.50	**-43.28**	84.74	**-43.28**	84.67	**-87.56**	84.30
		10	**-23.30**	88.58	**-33.58**	89.21	**-56.33**	90.17	**-56.33**	90.07	**-94.36**	90.41
		100	**-7.68**	96.18	**-94.00**	97.54	**-95.00**	98.55	**-95.00**	98.48	**-95.00**	99.98
60	60	0.01	**-6.35**	97.18	**-77.88**	97.77	**-94.91**	98.79	**-94.78**	98.71	**-95.00**	99.95
		0.1	**-25.09**	90.70	**-39.66**	91.05	**-35.73**	91.37	**-35.73**	91.37	**-83.31**	91.19
		0.2	**-28.75**	87.07	**-44.05**	87.32	**-44.05**	87.37	**-44.05**	87.42	**-43.06**	87.10
		0.5	**-29.75**	80.03	**-47.62**	80.11	**-47.62**	79.68	**-47.62**	79.71	**-42.47**	79.47
		0.8	**-21.98**	75.09	**-44.13**	74.71	**-29.55**	74.31	**-29.55**	74.36	**-27.82**	74.15
		1	-0.48	72.83	-0.48	72.40	-0.48	71.86	-0.48	71.97	-0.48	71.75
		1.25	**-21.98**	75.09	**-44.13**	74.71	**-29.55**	74.31	**-29.55**	74.36	**-27.82**	74.15
		2	**-29.75**	80.03	**-47.62**	80.11	**-47.62**	79.68	**-47.62**	79.71	**-42.47**	79.47
		5	**-28.75**	87.07	**-44.05**	87.32	**-44.05**	87.37	**-44.05**	87.42	**-43.06**	87.10
		10	**-25.09**	90.70	**-39.66**	91.05	**-35.73**	91.37	**-35.73**	91.37	**-83.31**	91.19
		100	**-6.35**	97.18	**-77.88**	97.77	**-57.92**	98.79	**-94.78**	98.71	**-95.00**	99.95
	100	0.01	**-7.44**	97.73	**-55.23**	98.20	**-93.02**	98.69	**-91.95**	98.65	**-95.00**	99.50
		0.1	**-29.57**	92.74	**-42.44**	92.87	**-42.44**	93.00	**-42.44**	93.02	**-60.02**	92.81
		0.2	**-32.09**	89.90	**-51.90**	90.00	**-47.10**	89.90	**-47.10**	89.89	**-43.75**	89.73
		0.5	**-31.74**	83.48	**-50.69**	83.59	**-47.68**	83.18	**-47.68**	83.22	**-42.78**	83.09
		0.8	**-20.63**	78.09	**-43.02**	78.04	**-32.33**	77.68	**-32.33**	77.68	**-31.36**	77.52
		1	-0.06	75.41	-0.02	75.12	0.23	74.73	0.21	74.76	0.21	74.50
		1.25	**-24.30**	76.66	**-47.59**	76.51	**-35.06**	76.11	**-35.06**	76.16	**-29.55**	75.99
		2	**-34.01**	80.80	**-52.12**	80.64	**-47.62**	80.46	**-47.62**	80.49	**-44.49**	80.31
		5	**-31.89**	87.19	**-50.04**	87.24	**-44.05**	87.29	**-44.05**	87.27	**-77.27**	87.03
		10	**-25.86**	90.65	**-39.66**	90.91	**-39.66**	91.27	**-39.66**	91.22	**-91.76**	91.04
		100	**-6.73**	97.18	**-89.87**	97.78	**-95.00**	98.75	**-95.00**	98.62	**-95.00**	99.84
100	100	0.01	**-9.53**	97.76	**-77.55**	98.20	**-94.88**	98.71	**-94.72**	98.67	**-95.00**	99.51
		0.1	**-30.39**	92.74	**-48.40**	92.84	**-42.44**	92.94	**-42.44**	92.88	**-83.10**	92.71
		0.2	**-36.01**	89.97	**-51.90**	90.06	**-47.10**	89.98	**-47.10**	89.98	**-43.86**	89.85
		0.5	**-35.45**	84.47	**-54.58**	84.42	**-50.69**	84.32	**-50.69**	84.33	**-45.45**	84.23
		0.8	**-27.15**	80.37	**-46.60**	80.23	**-36.79**	80.03	**-36.79**	80.04	**-32.33**	79.95
		1	-0.60	78.74	-0.60	78.46	-0.60	78.27	-0.60	78.31	-0.60	78.19
		1.25	**-27.15**	80.37	**-46.60**	80.23	**-36.79**	80.03	**-36.79**	80.04	**-32.33**	79.95
		2	**-35.45**	84.47	**-54.58**	84.42	**-50.69**	84.32	**-50.69**	84.33	**-45.45**	84.23
		5	**-36.01**	89.97	**-51.90**	90.06	**-47.10**	89.98	**-47.10**	89.98	**-43.86**	89.85
		10	**-30.39**	92.74	**-48.40**	92.84	**-42.44**	92.94	**-42.44**	92.88	**-83.10**	92.71
		100	**-9.53**	97.76	**-77.55**	98.20	**-94.87**	98.71	**-94.72**	98.67	**-95.00**	99.51
Media global			**-20.54**	84.72	**-45.96**	84.90	**-45.60**	84.93	**-46.18**	84.93	**-53.81**	84.96

n_1	n_2	ρ	XAb0		XAb1		XAb2		XAb3		XAb4	
40	40	0.01	**-95.00**	99.11	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.94
		0.1	**-58.67**	94.82	**-70.62**	95.36	**-63.10**	95.30	**-74.97**	95.42	**-92.90**	95.24
		0.2	**-50.42**	90.42	**-65.26**	91.20	**-58.17**	90.78	**-67.42**	90.90	**-58.17**	90.36
		0.5	**-33.18**	78.94	**-52.14**	79.06	**-46.42**	78.70	**-46.42**	78.76	**-42.77**	78.35
		0.8	**-19.95**	70.26	**-40.66**	69.66	**-25.53**	68.89	**-25.53**	69.01	**-23.88**	68.53
		1	-0.90	67.34	-0.67	66.39	-0.67	66.15	-0.67	66.15	-0.67	65.44
		1.25	**-19.95**	70.26	**-40.66**	69.66	**-25.53**	68.89	**-25.53**	69.01	**-23.88**	68.53
		2	**-33.18**	78.94	**-52.14**	79.06	**-46.42**	78.70	**-46.42**	78.76	**-42.77**	78.35
		5	**-50.42**	90.42	**-65.26**	91.20	**-58.17**	90.78	**-67.42**	90.90	**-58.17**	90.36
		10	**-58.67**	94.82	**-70.62**	95.36	**-63.10**	95.30	**-74.97**	95.42	**-92.90**	95.24
		100	**-95.00**	99.11	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.94
	60	0.01	**-95.00**	99.28	**-95.00**	99.32	**-95.00**	99.96	**-95.00**	99.96	**-95.00**	99.96
		0.1	**-60.49**	95.52	**-71.37**	96.00	**-62.80**	96.08	**-78.38**	96.08	**-83.49**	95.76
		0.2	**-51.13**	91.68	**-63.22**	92.28	**-59.58**	92.16	**-71.46**	92.20	**-56.09**	91.84
		0.5	**-33.30**	81.49	**-52.12**	81.85	**-47.62**	81.61	**-47.62**	81.69	**-42.47**	81.37
		0.8	**-17.76**	73.33	**-40.93**	73.01	**-28.41**	72.53	**-28.41**	72.53	**-27.42**	72.17
		1	-0.48	69.89	-0.27	69.41	0.42	68.53	0.42	68.69	0.42	68.21
		1.25	**-25.49**	72.21	**-43.04**	71.57	**-27.91**	71.17	**-27.91**	71.17	**-24.38**	70.81
		2	**-40.62**	79.81	**-52.14**	79.85	**-52.14**	79.37	**-52.14**	79.45	**-46.42**	79.09
		5	**-54.78**	90.60	**-70.49**	91.16	**-62.49**	91.04	**-67.42**	91.08	**-77.24**	90.68
		10	**-63.34**	94.92	**-72.87**	95.24	**-69.44**	95.36	**-74.97**	95.40	**-94.59**	95.24
		100	**-95.00**	99.28	**-95.00**	99.96	**-95.00**	99.96	**-95.00**	99.96	**-95.00**	99.96
	100	0.01	**-95.00**	99.20	**-94.71**	99.54	**-95.00**	99.86	**-95.00**	99.81	**-95.00**	99.95
		0.1	**-61.76**	95.89	**-69.05**	96.64	**-62.24**	96.62	**-70.48**	96.64	**-59.83**	96.40
		0.2	**-50.33**	92.68	**-58.70**	93.43	**-58.50**	93.33	**-68.22**	93.33	**-52.42**	93.09
		0.5	**-30.89**	83.75	**-47.68**	84.26	**-45.45**	83.92	**-45.45**	83.94	**-42.78**	83.77
		0.8	**-15.55**	75.95	**-41.62**	76.00	**-41.33**	75.63	**-41.33**	75.66	**-41.02**	75.39
		1	-0.18	72.20	0.15	71.72	0.36	71.24	0.36	71.24	0.36	70.85
		1.25	**-27.86**	73.36	**-47.47**	73.07	**-32.34**	72.71	**-32.34**	72.76	**-27.91**	72.54
		2	**-45.27**	80.13	**-60.21**	80.10	**-52.14**	79.91	**-52.14**	79.86	**-52.14**	79.59
		5	**-59.70**	90.41	**-71.74**	90.56	**-66.11**	90.87	**-79.87**	90.85	**-89.97**	90.51
		10	**-69.48**	94.69	**-74.63**	95.12	**-78.69**	95.22	**-74.97**	95.19	**-94.98**	95.07
		100	**-95.00**	99.28	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98
60	60	0.01	**-95.00**	99.57	**-95.00**	99.36	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.97
		0.1	**-63.15**	95.86	**-74.97**	96.13	**-68.29**	96.13	**-78.38**	96.18	**-91.61**	95.94
		0.2	**-57.00**	92.18	**-70.06**	92.58	**-63.69**	92.56	**-71.46**	92.53	**-61.32**	92.21
		0.5	**-39.24**	82.67	**-52.12**	82.91	**-52.12**	82.56	**-52.12**	82.50	**-44.49**	82.26
		0.8	**-24.55**	75.54	**-44.13**	75.44	**-29.55**	74.85	**-29.55**	74.87	**-27.82**	74.66
		1	-0.48	72.83	-0.48	72.40	-0.48	71.86	-0.48	71.97	-0.48	71.75
		1.25	**-24.55**	75.54	**-44.13**	75.44	**-29.55**	74.85	**-29.55**	74.87	**-27.82**	74.66
		2	**-39.24**	82.67	**-52.12**	82.91	**-52.12**	82.56	**-52.12**	82.50	**-44.49**	82.26
		5	**-57.00**	92.18	**-70.06**	92.58	**-63.69**	92.56	**-71.46**	92.53	**-61.32**	92.21
		10	**-63.15**	95.86	**-74.97**	96.13	**-68.29**	96.13	**-78.38**	96.18	**-91.61**	95.94
		100	**-95.00**	99.57	**-95.00**	99.36	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.97
	100	0.01	**-95.00**	99.61	**-94.99**	99.58	**-95.00**	99.87	**-95.00**	99.81	**-95.00**	99.97
		0.1	**-67.64**	96.61	**-73.78**	96.90	**-66.24**	96.87	**-70.48**	96.88	**-77.66**	96.74
		0.2	**-57.00**	93.57	**-66.52**	93.88	**-61.68**	93.80	**-68.22**	93.83	**-59.53**	93.65
		0.5	**-38.19**	85.36	**-54.58**	85.46	**-50.69**	85.36	**-50.69**	85.36	**-45.45**	85.23
		0.8	**-22.18**	78.61	**-43.02**	78.46	**-33.21**	78.09	**-43.02**	78.15	**-41.17**	77.97
		1	-0.06	75.41	-0.02	75.12	0.23	74.73	0.21	74.76	0.21	74.50
		1.25	**-27.20**	77.18	**-47.59**	76.98	**-35.06**	76.66	**-35.06**	76.68	**-29.55**	76.53
		2	**-47.51**	83.56	**-58.19**	83.41	**-58.19**	83.30	**-58.19**	83.31	**-52.12**	83.15
		5	**-60.97**	92.37	**-74.45**	92.58	**-67.67**	92.53	**-71.46**	92.53	**-78.49**	92.32
		10	**-67.69**	95.93	**-76.97**	96.10	**-73.84**	96.15	**-78.38**	96.14	**-94.54**	95.96
		100	**-95.00**	99.66	**-95.00**	99.33	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98
100	100	0.01	**-95.00**	99.76	**-95.00**	99.61	**-95.00**	99.86	**-95.00**	99.81	**-95.00**	99.98
		0.1	**-69.13**	96.90	**-78.30**	97.01	**-73.91**	97.01	**-81.96**	97.03	**-89.81**	96.90
		0.2	**-63.08**	94.04	**-71.84**	94.23	**-69.86**	94.15	**-76.10**	94.17	**-67.82**	94.03
		0.5	**-47.47**	86.60	**-59.43**	86.63	**-59.43**	86.44	**-59.43**	86.46	**-50.91**	86.36
		0.8	**-28.89**	80.80	**-49.76**	80.77	**-36.79**	80.46	**-36.79**	80.48	**-33.21**	80.41
		1	-0.60	78.74	-0.60	78.46	-0.60	78.27	-0.60	78.31	-0.60	78.19
		1.25	**-28.89**	80.80	**-49.76**	80.77	**-36.79**	80.46	**-36.79**	80.48	**-33.21**	80.41
		2	**-47.47**	86.60	**-59.43**	86.63	**-59.43**	86.44	**-59.43**	86.46	**-50.91**	86.36
		5	**-63.08**	94.04	**-71.84**	94.23	**-69.86**	94.15	**-76.10**	94.17	**-67.82**	94.03
		10	**-69.13**	96.90	**-78.30**	97.01	**-73.91**	97.01	**-81.96**	97.03	**-89.81**	96.90
		100	**-95.00**	99.76	**-95.00**	99.61	**-95.00**	99.86	**-95.00**	99.81	**-95.00**	99.98
Media global			**-50.73**	87.53	**-61.10**	87.65	**-56.49**	87.51	**-59.54**	87.54	**-59.12**	87.33

n_1	n_2	ρ	XPb0		XPb1		XPb2		XPb3		XPb4	
40	40	0.01	**-95.00**	99.29	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.94
		0.1	**-94.55**	99.05	**-94.66**	99.70	**-94.66**	99.70	**-94.66**	99.70	**-94.66**	99.70
		0.2	**-91.72**	98.87	**-92.79**	99.46	**-92.79**	99.46	**-92.79**	99.46	**-92.79**	99.46
		0.5	**-88.32**	92.92	**-88.36**	92.92	**-88.39**	92.98	**-88.38**	92.92	**-88.38**	92.92
		0.8	**-93.50**	92.44	**-93.50**	92.21	**-93.50**	92.09	**-93.50**	92.09	**-93.50**	92.09
		1	**-84.61**	90.90	**-84.61**	90.90	**-84.57**	90.42	**-84.57**	90.42	**-84.57**	90.42
		1.25	**-93.50**	92.44	**-93.50**	92.21	**-93.50**	92.09	**-93.50**	92.09	**-93.50**	92.09
		2	**-88.32**	92.92	**-88.36**	92.92	**-88.39**	92.98	**-88.38**	92.92	**-88.38**	92.92
		5	**-91.72**	98.87	**-92.79**	99.46	**-92.79**	99.46	**-92.79**	99.46	**-92.79**	99.46
		10	**-94.55**	99.05	**-94.66**	99.70	**-94.66**	99.70	**-94.66**	99.70	**-94.66**	99.70
		100	**-95.00**	99.29	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.94
	60	0.01	**-95.00**	99.48	**-95.00**	99.96	**-95.00**	99.96	**-95.00**	99.96	**-95.00**	99.96
		0.1	**-95.00**	99.36	**-95.00**	99.88	**-95.00**	99.88	**-95.00**	99.88	**-95.00**	99.88
		0.2	**-94.73**	99.28	**-94.81**	99.80	**-94.81**	99.80	**-94.81**	99.80	**-94.81**	99.80
		0.5	**-92.86**	94.36	**-92.86**	94.40	**-92.74**	94.24	**-92.78**	94.28	**-92.78**	94.28
		0.8	**-94.33**	93.76	**-94.33**	93.72	**-94.33**	93.56	**-94.33**	93.60	**-94.33**	93.60
		1	**-91.24**	93.40	**-91.24**	93.24	**-91.24**	93.24	**-91.24**	93.24	**-91.24**	93.24
		1.25	**-95.00**	94.16	**-95.00**	94.08	**-95.00**	93.84	**-95.00**	93.88	**-95.00**	93.88
		2	**-90.75**	94.76	**-90.65**	94.56	**-90.63**	94.52	**-90.64**	94.56	**-90.64**	94.56
		5	**-94.95**	99.36	**-94.97**	99.80	**-94.97**	99.80	**-94.97**	99.80	**-94.97**	99.80
		10	**-94.95**	99.36	**-94.96**	99.80	**-94.96**	99.80	**-94.96**	99.80	**-94.96**	99.80
		100	**-95.00**	99.52	**-95.00**	99.96	**-95.00**	99.96	**-95.00**	99.96	**-95.00**	99.96
	100	0.01	**-95.00**	99.61	**-95.00**	99.95	**-95.00**	99.95	**-95.00**	99.95	**-95.00**	99.95
		0.1	**-91.49**	99.37	**-92.15**	99.73	**-92.15**	99.73	**-92.15**	99.73	**-92.15**	99.73
		0.2	**-89.88**	99.13	**-89.99**	99.49	**-89.99**	99.49	**-89.99**	99.49	**-89.99**	99.49
		0.5	**-93.50**	95.60	**-93.50**	95.60	**-93.50**	95.51	**-93.50**	95.48	**-93.50**	95.48
		0.8	**-89.43**	94.69	**-89.43**	94.66	**-89.42**	94.59	**-89.42**	94.59	**-89.42**	94.59
		1	**-92.62**	94.95	**-92.62**	94.95	**-92.62**	94.76	**-92.62**	94.76	**-92.62**	94.76
		1.25	**-95.00**	95.27	**-95.00**	95.22	**-95.00**	95.19	**-95.00**	95.19	**-95.00**	95.19
		2	**-93.02**	96.35	**-93.00**	96.26	**-92.84**	96.16	**-92.90**	96.18	**-92.90**	96.18
		5	**-95.00**	99.59	**-95.00**	99.88	**-95.00**	99.88	**-95.00**	99.88	**-95.00**	99.88
		10	**-95.00**	99.59	**-95.00**	99.88	**-95.00**	99.88	**-95.00**	99.88	**-95.00**	99.88
		100	**-95.00**	99.69	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98
60	60	0.01	**-95.00**	99.62	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.97
		0.1	**-94.65**	99.44	**-94.69**	99.81	**-94.69**	99.81	**-94.69**	99.81	**-94.69**	99.81
		0.2	**-92.36**	99.33	**-93.16**	99.65	**-93.16**	99.65	**-93.16**	99.65	**-93.16**	99.65
		0.5	**-89.93**	95.19	**-89.92**	95.19	**-89.90**	95.08	**-89.90**	95.03	**-89.90**	95.03
		0.8	**-93.56**	94.84	**-93.56**	94.84	**-93.56**	94.76	**-93.56**	94.76	**-93.56**	94.76
		1	**-86.88**	93.90	**-86.86**	93.68	**-86.86**	93.68	**-86.86**	93.68	**-86.86**	93.68
		1.25	**-93.56**	94.84	**-93.56**	94.84	**-93.56**	94.76	**-93.56**	94.76	**-93.56**	94.76
		2	**-89.93**	95.19	**-89.92**	95.19	**-89.90**	95.08	**-89.90**	95.03	**-89.90**	95.03
		5	**-92.36**	99.33	**-93.16**	99.65	**-93.16**	99.65	**-93.16**	99.65	**-93.16**	99.65
		10	**-94.65**	99.44	**-94.69**	99.81	**-94.69**	99.81	**-94.69**	99.81	**-94.69**	99.81
		100	**-95.00**	99.62	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.97
	100	0.01	**-95.00**	99.72	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.97	**-95.00**	99.97
		0.1	**-93.38**	99.56	**-93.74**	99.82	**-93.74**	99.82	**-93.74**	99.82	**-93.74**	99.82
		0.2	**-91.58**	99.40	**-91.78**	99.66	**-91.78**	99.66	**-91.78**	99.66	**-91.78**	99.66
		0.5	**-94.33**	96.54	**-94.33**	96.46	**-94.33**	96.41	**-94.33**	96.41	**-94.33**	96.41
		0.8	**-92.93**	95.97	**-92.93**	95.91	**-92.93**	95.86	**-92.93**	95.86	**-92.93**	95.86
		1	**-93.20**	95.86	**-93.20**	95.86	**-93.20**	95.80	**-93.20**	95.80	**-93.20**	95.80
		1.25	**-95.00**	96.20	**-95.00**	96.20	**-95.00**	96.15	**-95.00**	96.17	**-95.00**	96.17
		2	**-94.77**	96.95	**-94.74**	96.88	**-94.72**	96.85	**-94.72**	96.85	**-94.72**	96.85
		5	**-95.00**	99.68	**-95.00**	99.92	**-95.00**	99.92	**-95.00**	99.92	**-95.00**	99.92
		10	**-95.00**	99.71	**-95.00**	99.95	**-95.00**	99.95	**-95.00**	99.95	**-95.00**	99.95
		100	**-95.00**	99.76	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98
100	100	0.01	**-95.00**	99.81	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98
		0.1	**-94.74**	99.72	**-94.74**	99.89	**-94.74**	99.89	**-94.74**	99.89	**-94.74**	99.89
		0.2	**-92.97**	99.63	**-93.56**	99.79	**-93.56**	99.79	**-93.56**	99.79	**-93.56**	99.79
		0.5	**-91.13**	97.13	**-91.12**	97.08	**-91.12**	97.09	**-91.12**	97.06	**-91.12**	97.06
		0.8	**-93.76**	96.91	**-93.76**	96.85	**-93.76**	96.83	**-93.76**	96.83	**-93.76**	96.83
		1	**-88.94**	96.27	**-88.93**	96.19	**-88.93**	96.19	**-88.93**	96.19	**-88.93**	96.19
		1.25	**-93.76**	96.91	**-93.76**	96.85	**-93.76**	96.83	**-93.76**	96.83	**-93.76**	96.83
		2	**-91.13**	97.13	**-91.12**	97.08	**-91.12**	97.09	**-91.12**	97.06	**-91.12**	97.06
		5	**-92.97**	99.63	**-93.56**	99.79	**-93.56**	99.79	**-93.56**	99.79	**-93.56**	99.79
		10	**-94.74**	99.72	**-94.74**	99.89	**-94.74**	99.89	**-94.74**	99.89	**-94.74**	99.89
		100	**-95.00**	99.81	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98	**-95.00**	99.98
Media global			**-93.13**	97.42	**-93.23**	97.59	**-93.23**	97.55	**-93.23**	97.55	**-93.23**	97.55

n_1	n_2	ρ	ACb0		ACb1		ACb2		ACb3		ACb4	
40	40	0.01	1.49	93.46	-1.07	95.30	**-28.10**	95.90	**-28.10**	95.84	**-95.00**	98.22
		0.1	**-20.59**	88.16	**-17.12**	88.16	**-33.58**	88.94	**-21.83**	88.82	**-58.23**	88.64
		0.2	**-23.62**	84.18	**-21.63**	84.06	**-29.41**	84.35	**-29.41**	84.41	**-26.53**	83.76
		0.5	**-19.78**	75.91	**-18.85**	75.37	**-19.95**	74.96	**-19.95**	75.07	**-16.81**	74.54
		0.8	**-14.73**	69.96	**-9.93**	69.24	**-7.61**	68.47	**-7.61**	68.47	**-4.27**	67.88
		1	**-15.15**	68.05	-0.90	67.34	-0.67	66.15	-0.67	66.39	-0.67	65.68
		1.25	**-14.73**	69.96	**-9.93**	69.24	**-7.61**	68.47	**-7.61**	68.47	**-4.27**	67.88
		2	**-19.78**	75.91	**-18.85**	75.37	**-19.95**	74.96	**-19.95**	75.07	**-16.81**	74.54
		5	**-23.62**	84.18	**-21.63**	84.06	**-29.41**	84.35	**-29.41**	84.41	**-26.53**	83.76
		10	**-20.59**	88.16	**-17.12**	88.16	**-33.58**	88.94	**-21.83**	88.82	**-58.23**	88.64
		100	1.49	93.46	-1.07	95.30	**-28.10**	95.90	**-28.10**	95.84	**-95.00**	98.22
	60	0.01	**-49.72**	95.36	**-7.12**	95.88	**-40.28**	97.00	**-40.28**	96.96	**-95.00**	98.08
		0.1	**-26.72**	90.32	**-20.61**	90.28	**-39.66**	90.76	**-28.51**	90.72	**-28.14**	90.28
		0.2	**-28.91**	86.81	**-22.33**	86.73	**-32.25**	86.93	**-25.52**	86.89	**-24.05**	86.45
		0.5	**-23.78**	79.05	**-22.38**	78.97	**-22.99**	78.85	**-20.21**	78.81	**-17.50**	78.49
		0.8	**-19.12**	73.09	**-11.98**	72.61	**-9.97**	72.13	**-9.97**	72.13	**-7.99**	71.77
		1	**-8.76**	70.69	-0.14	69.57	0.13	68.85	0.13	68.85	0.13	68.37
		1.25	**-15.80**	71.93	**-13.31**	70.93	**-8.50**	70.65	**-8.50**	70.65	**-6.37**	70.29
		2	**-19.97**	76.37	**-21.87**	76.13	**-20.89**	75.97	**-20.89**	75.93	**-19.27**	75.53
		5	**-26.07**	84.33	**-24.23**	84.01	**-20.66**	84.05	**-20.66**	84.01	**-45.78**	83.37
		10	**-20.59**	88.32	**-17.34**	88.00	**-17.11**	88.64	**-17.11**	88.60	**-74.28**	88.44
		100	1.41	93.52	-1.07	95.36	**-28.10**	95.92	**-28.10**	95.84	**-95.00**	98.24
	100	0.01	**-31.60**	96.47	**-9.22**	96.96	**-21.42**	97.46	**-21.42**	97.44	**-86.99**	97.68
		0.1	**-31.06**	92.25	**-22.89**	92.37	**-42.44**	92.61	**-32.74**	92.56	**-30.76**	92.27
		0.2	**-33.79**	89.28	**-28.56**	89.45	**-37.64**	89.45	**-33.96**	89.47	**-27.56**	89.23
		0.5	**-26.89**	81.94	**-24.19**	81.99	**-24.34**	81.99	**-22.84**	81.99	**-19.96**	81.77
		0.8	**-18.15**	75.71	**-11.91**	75.39	**-9.98**	75.22	**-9.98**	75.30	**-8.74**	74.98
		1	**-8.48**	72.59	-0.45	72.25	0.15	71.67	0.15	71.63	0.15	71.24
		1.25	**-15.70**	73.12	**-11.15**	72.57	**-12.48**	72.13	**-12.66**	72.23	**-9.75**	71.94
		2	**-23.42**	76.91	**-19.65**	76.55	**-22.99**	76.36	**-25.57**	76.38	**-21.61**	76.00
		5	**-25.93**	84.04	**-24.73**	83.94	**-22.82**	84.04	**-22.82**	84.06	**-69.39**	83.43
		10	**-17.79**	88.09	**-18.15**	88.02	**-17.11**	88.43	**-17.11**	88.34	**-86.99**	88.24
		100	1.36	93.62	-1.07	95.36	**-28.10**	95.99	**-28.10**	95.92	**-95.00**	98.33
60	60	0.01	**-49.75**	95.40	**-7.12**	95.89	**-40.28**	97.02	**-40.28**	96.99	**-95.00**	98.12
		0.1	**-26.60**	90.41	**-20.44**	90.24	**-25.15**	90.41	**-25.15**	90.41	**-57.93**	90.00
		0.2	**-28.66**	87.02	**-23.88**	86.83	**-28.98**	86.89	**-28.98**	86.89	**-26.41**	86.48
		0.5	**-26.06**	80.01	**-23.60**	79.79	**-24.38**	79.76	**-24.38**	79.74	**-21.03**	79.47
		0.8	**-18.10**	75.19	**-14.29**	74.76	**-12.70**	74.42	**-10.35**	74.42	**-8.49**	74.17
		1	**-15.27**	73.37	-0.48	72.72	-0.48	72.40	-0.48	72.40	-0.48	72.08
		1.25	**-18.10**	75.19	**-14.29**	74.76	**-12.70**	74.42	**-10.35**	74.42	**-8.49**	74.17
		2	**-26.06**	80.01	**-23.60**	79.79	**-24.38**	79.76	**-24.38**	79.74	**-21.03**	79.47
		5	**-28.66**	87.02	**-23.88**	86.83	**-28.98**	86.89	**-28.98**	86.89	**-26.41**	86.48
		10	**-26.60**	90.41	**-20.44**	90.24	**-25.15**	90.41	**-25.15**	90.41	**-57.93**	90.00
		100	**-49.75**	95.40	**-7.12**	95.89	**-40.28**	97.02	**-40.28**	69.99	**-95.00**	98.12
	100	0.01	**-31.61**	96.51	**-9.39**	96.93	**-21.42**	97.47	**-21.42**	97.44	**-89.98**	97.70
		0.1	**-28.40**	92.44	**-25.74**	92.37	**-36.41**	92.50	**-36.41**	92.48	**-30.45**	92.23
		0.2	**-32.11**	89.71	**-31.47**	89.66	**-34.44**	89.63	**-34.44**	89.66	**-30.33**	89.45
		0.5	**-27.94**	83.40	**-25.46**	83.28	**-27.02**	83.18	**-25.25**	83.18	**-22.33**	83.02
		0.8	**-21.11**	78.28	**-14.56**	77.99	**-12.93**	77.73	**-11.51**	77.78	**-9.24**	77.60
		1	**-10.20**	75.83	-0.06	75.38	0.04	75.02	0.04	75.12	0.04	74.83
		1.25	**-18.93**	76.85	**-15.77**	76.46	**-13.99**	76.22	**-14.47**	76.25	**-12.42**	76.09
		2	**-25.40**	80.70	**-26.35**	80.54	**-26.67**	80.34	**-26.67**	80.33	**-25.03**	80.12
		5	**-27.54**	86.92	**-27.89**	86.84	**-29.45**	86.89	**-29.45**	86.89	**-46.34**	86.53
		10	**-24.20**	90.20	**-20.75**	90.21	**-25.15**	90.36	**-25.15**	90.34	**-76.74**	89.94
		100	**-49.75**	95.42	**-7.12**	95.94	**-40.28**	97.05	**-40.28**	97.03	**-95.00**	98.20
100	100	0.01	**-37.20**	96.55	**-9.53**	96.95	**-21.42**	97.50	**-21.42**	97.48	**-94.17**	97.77
		0.1	**-32.12**	92.35	**-28.87**	92.36	**-36.41**	92.44	**-36.41**	92.44	**-57.70**	92.19
		0.2	**-34.43**	89.78	**-32.69**	89.76	**-31.95**	89.74	**-31.95**	89.73	**-30.48**	89.57
		0.5	**-30.27**	84.35	**-30.32**	84.33	**-31.25**	84.15	**-31.25**	84.18	**-29.09**	84.07
		0.8	**-21.45**	80.40	**-21.98**	80.27	**-17.33**	80.00	**-17.33**	79.99	**-14.32**	79.89
		1	**-15.36**	78.93	-0.60	78.66	-0.60	78.46	-0.60	78.46	-0.60	78.31
		1.25	**-21.45**	80.40	**-21.98**	80.27	**-17.33**	80.00	**-17.33**	79.99	**-14.32**	79.89
		2	**-30.27**	84.35	**-30.32**	84.33	**-31.25**	84.15	**-31.25**	84.18	**-29.09**	84.07
		5	**-34.43**	89.78	**-32.69**	89.76	**-31.95**	89.74	**-31.95**	89.73	**-30.48**	89.57
		10	**-32.11**	92.35	**-28.87**	92.36	**-36.41**	92.44	**-36.41**	92.44	**-57.70**	92.19
		100	**-37.20**	96.55	**-9.53**	96.95	**-21.42**	97.50	**-21.42**	97.48	**-94.17**	97.77
Media global			**-23.88**	94.34	**-16.72**	84.31	**-23.12**	84.37	**-22.16**	83.96	**-39.10**	84.33

n_1	n_2	ρ	AE0		AE1		AE2		AE3		AE4	
40	40	0.01	4.64	92.39	3.64	93.52	0.54	94.71	1.20	94.59	**-93.53**	95.78
		0.1	**-8.22**	85.25	1.26	84.83	1.21	85.72	1.21	85.66	**-47.80**	85.72
		0.2	**-7.56**	80.19	1.95	79.83	1.56	79.95	1.56	79.95	1.77	78.94
		0.5	**-6.04**	72.04	0.30	71.68	1.01	71.33	1.01	71.27	1.01	70.85
		0.8	**-8.43**	68.47	0.02	67.64	0.29	67.28	0.29	67.28	0.29	66.75
		1	**-15.15**	68.05	-0.90	67.34	-0.67	66.15	-0.67	66.39	-0.67	65.68
		1.25	**-8.43**	68.47	0.02	67.64	0.29	67.28	0.29	67.28	0.29	66.75
		2	**-6.04**	72.04	0.30	71.68	1.01	71.33	1.01	71.27	1.01	70.85
		5	**-7.56**	80.19	1.95	79.83	1.56	79.95	1.56	79.95	1.77	78.94
		10	**-8.22**	85.25	1.26	84.83	1.21	85.72	1.21	85.66	**-47.80**	85.72
		100	4.64	92.39	3.64	93.52	0.54	94.71	1.20	94.59	**-93.53**	95.78
	60	0.01	4.45	93.84	3.75	94.64	1.22	95.48	2.11	95.32	**-90.37**	95.80
		0.1	**-3.88**	86.89	3.06	87.05	-0.46	87.29	2.51	87.25	**-28.01**	87.09
		0.2	**-6.01**	82.77	2.08	82.49	1.83	82.69	2.08	82.61	2.15	82.17
		0.5	**-8.42**	75.53	0.16	75.37	0.27	75.25	0.23	75.29	0.23	75.05
		0.8	**-8.61**	71.65	-0.18	71.09	0.36	70.57	0.34	70.69	0.34	70.37
		1	**-8.76**	70.69	-0.14	69.57	0.13	68.85	0.13	68.85	0.13	68.37
		1.25	**-11.07**	70.57	0.00	69.85	0.19	69.33	0.19	69.33	0.19	69.01
		2	**-7.93**	73.41	0.18	73.09	0.86	72.65	1.00	72.57	1.00	72.13
		5	**-9.86**	80.97	1.47	80.61	-0.07	80.77	-0.07	80.69	**-45.78**	79.85
		10	**-11.99**	85.93	2.24	85.57	-0.56	86.29	-0.56	86.17	**-74.28**	86.33
		100	4.75	92.76	3.31	94.04	-0.76	95.08	-0.28	94.96	**-94.96**	96.40
	100	0.01	4.09	95.15	4.08	95.63	2.92	96.09	2.92	96.09	**-82.95**	96.23
		0.1	**-3.18**	89.01	3.29	88.99	2.45	89.21	2.45	89.16	2.68	88.70
		0.2	**-2.88**	85.37	1.80	85.39	2.20	85.44	2.19	85.49	2.30	85.29
		0.5	**-10.80**	78.97	0.56	78.85	0.82	78.77	0.82	78.80	0.82	78.63
		0.8	**-11.67**	74.84	-0.29	74.45	0.13	74.18	0.13	74.21	0.13	73.90
		1	**-8.48**	72.59	-0.45	72.25	0.15	71.67	0.15	71.63	0.15	71.24
		1.25	**-8.45**	72.16	-0.16	71.70	0.11	71.24	0.09	71.31	0.09	71.05
		2	**-10.46**	74.57	0.20	74.04	0.75	73.87	0.79	73.85	0.79	73.51
		5	**-13.58**	81.77	0.74	81.41	-1.68	81.60	-1.68	81.65	**-69.39**	80.92
		10	**-16.23**	86.50	0.85	86.31	**-2.56**	86.77	**-2.56**	86.67	**-86.99**	86.89
		100	4.47	93.33	2.95	94.33	**-2.98**	95.78	**-2.36**	95.48	**-95.00**	97.27
60	60	0.01	4.63	94.22	3.64	95.06	0.57	95.78	0.57	95.75	**-93.90**	96.35
		0.1	**-8.05**	87.75	1.24	87.64	1.19	87.88	1.19	87.88	**-47.56**	87.58
		0.2	**-7.69**	83.53	1.79	83.39	1.47	83.39	1.47	83.45	1.68	83.02
		0.5	**-6.26**	76.97	0.40	76.67	0.74	76.48	0.74	76.48	0.76	76.24
		0.8	**-8.60**	73.85	-0.47	73.53	-0.07	73.21	-0.07	73.26	-0.07	73.02
		1	**-15.27**	73.37	-0.48	72.72	-0.48	72.40	-0.48	72.40	-0.48	72.08
		1.25	**-8.60**	73.85	-0.47	73.53	-0.07	73.21	-0.07	73.26	-0.07	73.02
		2	**-6.26**	76.97	0.40	76.67	0.74	76.48	0.74	76.48	0.76	76.24
		5	**-7.69**	83.53	1.79	83.39	1.47	83.39	1.47	83.45	1.68	83.02
		10	**-8.05**	87.75	1.24	87.64	1.19	87.88	1.19	87.88	**-47.56**	87.58
		100	4.63	94.22	3.64	95.06	0.57	95.78	0.57	95.78	**-93.90**	96.35
	100	0.01	4.39	95.52	3.61	95.99	1.80	96.46	1.80	96.43	**-89.96**	96.61
		0.1	**-3.45**	89.63	2.56	89.63	2.54	89.69	2.54	89.68	**-27.16**	89.30
		0.2	**-5.63**	86.24	1.87	86.19	2.05	86.17	2.05	86.12	2.43	85.93
		0.5	**-8.71**	80.46	0.24	80.33	0.61	80.28	0.61	80.30	0.61	80.17
		0.8	**-8.68**	77.15	-0.07	76.92	0.27	76.69	0.25	76.72	0.25	76.56
		1	**-10.20**	75.83	-0.06	75.38	0.04	75.02	0.04	75.12	0.04	74.83
		1.25	**-6.60**	75.80	-0.21	75.51	0.05	75.31	0.04	75.33	0.04	75.18
		2	**-9.40**	78.19	0.52	77.88	0.70	77.75	0.62	77.81	0.62	77.62
		5	**-10.19**	84.40	0.44	84.17	0.30	84.22	0.30	84.22	**-46.34**	83.83
		10	**-12.26**	88.43	1.82	88.26	-0.01	88.57	-0.01	88.49	**-74.75**	88.12
		100	4.66	94.69	3.11	95.42	-1.43	96.27	-0.57	96.19	**-94.93**	96.93
100	100	0.01	4.63	95.89	3.64	96.38	0.59	96.83	0.59	96.80	**-93.83**	97.04
		0.1	**-7.97**	90.37	1.23	90.28	1.17	90.37	1.17	90.37	**-57.70**	90.06
		0.2	**-7.80**	87.09	1.49	87.00	1.40	86.99	1.40	87.01	**-26.31**	86.85
		0.5	**-6.44**	81.88	0.43	81.76	0.69	81.66	0.60	81.68	0.60	81.59
		0.8	**-8.73**	79.45	-0.22	79.30	0.18	79.07	0.22	79.07	0.22	78.99
		1	**-15.36**	78.93	-0.60	78.66	-0.60	78.46	-0.60	78.46	-0.60	78.31
		1.25	**-8.73**	79.45	-0.22	79.30	0.18	79.07	0.22	79.07	0.22	78.99
		2	**-6.44**	81.88	0.43	81.76	0.69	81.66	0.60	81.68	0.60	81.59
		5	**-7.80**	87.09	1.49	87.00	1.40	86.99	1.40	87.01	**-26.31**	86.85
		10	**-7.97**	90.37	1.23	90.28	1.17	90.37	1.17	90.37	**-57.70**	90.06
		100	4.63	95.89	3.64	96.38	0.59	96.83	0.59	96.80	**-93.83**	97.04
Media global			**-6.24**	82.34	1.24	82.24	0.54	82.33	0.65	82.31	**-28.73**	82.20

n_1	n_2	ρ	AAb0		AAb1		AAb2		AAb3		AAb4	
40	40	0.01	**-95.00**	98.22	**-95.00**	99.52	**-95.00**	99.82	**-95.00**	99.82	**-95.00**	99.88
		0.1	**-51.90**	93.46	**-62.38**	94.17	**-58.64**	94.53	**-58.19**	94.41	**-91.78**	94.17
		0.2	**-44.94**	89.11	**-40.49**	89.35	**-53.22**	89.89	**-53.22**	89.95	**-59.39**	89.41
		0.5	**-29.39**	78.23	**-24.14**	77.63	**-29.42**	77.75	**-29.42**	77.81	**-26.10**	77.28
		0.8	**-14.90**	70.49	**-12.27**	69.72	**-7.72**	69.01	**-11.28**	69.07	**-8.26**	68.53
		1	**-15.15**	68.05	-0.90	67.34	-0.67	66.15	-0.67	66.39	-0.67	65.68
		1.25	**-14.90**	70.49	**-12.27**	69.72	**-7.72**	69.01	**-11.28**	69.07	**-8.26**	68.53
		2	**-29.39**	78.23	**-24.14**	77.63	**-29.42**	77.75	**-29.42**	77.81	**-26.10**	77.28
		5	**-44.94**	89.11	**-40.49**	89.35	**-53.22**	89.89	**-53.22**	89.95	**-59.39**	89.41
		10	**-51. 90**	93.46	**-62.38**	94.17	**-58.64**	94.53	**-58.19**	94.41	**-91.78**	94.17
		100	**-95.00**	98.22	**-95.00**	99.52	**-95.00**	99.82	**-95.00**	99.82	**-95.00**	99.88
	60	0.01	**-95.00**	98.40	**-94.99**	98.88	**-95.00**	99.84	**-95.00**	99.84	**-95.00**	99.88
		0.1	**-53.27**	94.32	**-66.57**	95.24	**-58.91**	95.40	**-58.70**	95.36	**-83.49**	95.12
		0.2	**-44.47**	90.36	**-51.50**	91.16	**-52.60**	91.44	**-52.32**	91.36	**-51.26**	91.00
		0.5	**-29.94**	80.69	**-34.17**	80.85	**-28.83**	80.69	**-28.83**	80.69	**-25.68**	80.33
		0.8	**-17.55**	73.41	**-12.63**	72.85	**-11.65**	72.37	**-11.65**	72.41	**-9.93**	72.05
		1	**-8.76**	70.69	-0.14	69.57	0.13	68.85	0.13	68.85	0.13	68.37
		1.25	**-16.63**	72.21	**-17.02**	71.61	**-8.50**	70.85	**-8.50**	70.89	**-7.07**	70.57
		2	**-30.20**	78.93	**-28.01**	78.53	**-31.36**	78.37	**-31.36**	78.45	**-29.79**	78.09
		5	**-49.83**	89.40	**-45.08**	89.36	**-47.63**	89.48	**-47.63**	89.44	**-77.24**	89.08
		10	**-52.67**	93.72	**-63.84**	94.08	**-59.32**	94.36	**-63.47**	94.44	**-94.05**	94.28
		100	**-95.00**	98.68	**-95.00**	99.76	**-95.00**	99.88	**-95.00**	99.88	**-95.00**	99.92
	100	0.01	**-95.00**	98.14	**-94.39**	99.08	**-95.00**	99.73	**-95.00**	99.66	**-95.00**	99.90
		0.1	**-54.60**	94.78	**-63.02**	95.87	**-56.62**	96.21	**-56.51**	96.18	**-58.44**	96.02
		0.2	**-45.77**	91.72	**-51.07**	92.47	**-48.82**	92.78	**-48.64**	92.78	**-47.70**	92.56
		0.5	**-28.06**	83.02	**-30.98**	83.36	**-29.29**	83.53	**-29.01**	83.48	**-26.21**	83.22
		0.8	**-16.89**	75.97	**-12.45**	75.75	**-11.44**	75.54	**-11.44**	75.61	**-10.12**	75.30
		1	**-8.48**	72.59	-0.45	72.25	0.15	71.67	0.15	71.63	0.15	71.24
		1.25	**-15.41**	73.46	**-11.89**	72.91	**-13.07**	72.52	**-13.07**	72.49	**-11.36**	72.23
		2	**-30.04**	79.11	**-28.16**	78.77	**-31.24**	78.53	**-31.24**	78.56	**-30.28**	78.24
		5	**-47.26**	88.87	**-47.35**	88.89	**-47.39**	88.99	**-43.73**	88.87	**-84.67**	88.48
		10	**-53.57**	93.55	**-55.34**	93.41	**-60.34**	94.06	**-60.34**	94.04	**-94.87**	93.84
		100	**-95.00**	98.72	**-95.00**	99.86	**-95.00**	99.90	**-95.00**	99.90	**-95.00**	99.95
60	60	0.01	**-95.00**	99.11	**-95.00**	99.03	**-95.00**	99.92	**-95.00**	99.89	**-95.00**	99.92
		0.1	**-58.06**	94.89	**-65.98**	95.27	**-63.48**	95.43	**-63.48**	95.40	**-89.96**	95.19
		0.2	**-49.94**	91.16	**-48.31**	91.32	**-57.73**	91.67	**-54.41**	91.56	**-53.05**	91.27
		0.5	**-30.80**	81.99	**-31.70**	81.86	**-31.11**	81.73	**-31.42**	81.73	**-30.16**	81.51
		0.8	**-18.10**	75.46	**-17.14**	75.11	**-10.47**	74.76	**-10.47**	74.79	**-8.71**	74.55
		1	**-15.27**	73.37	-0.48	72.72	-0.48	72.40	-0.48	72.40	-0.48	72.08
		1.25	**-18.10**	75.46	**-17.14**	75.11	**-10.47**	74.76	**-10.47**	74.79	**-8.71**	74.55
		2	**-30.80**	81.99	**-31.70**	81.86	**-31.11**	81.73	**-31.42**	81.73	**-30.16**	81.51
		5	**-49.94**	91.16	**-48.31**	91.32	**-57.73**	91.67	**-54.41**	91.56	**-53.05**	91.27
		10	**-58.06**	94.89	**-65.98**	95.27	**-63.48**	95.43	**-63.48**	95.40	**-89.96**	95.19
		100	**-95.00**	99.11	**-95.00**	99.03	**-95.00**	99.92	**-95.00**	99.89	**-95.00**	99.92
	100	0.01	**-95.00**	99.04	**-94.95**	99.35	**-95.00**	99.77	**-95.00**	99.69	**-95.00**	99.94
		0.1	**-58.51**	95.76	**-68.28**	96.28	**-64.08**	96.45	**-63.87**	96.40	**-77.66**	96.27
		0.2	**-49.34**	92.74	**-55.40**	93.13	**-56.51**	93.23	**-56.51**	93.26	**-54.90**	93.09
		0.5	**-33.22**	84.68	**-37.50**	84.81	**-32.87**	84.73	**-33.96**	84.76	**-31.66**	84.60
		0.8	**-21.56**	78.48	**-18.35**	78.23	**-16.07**	78.01	**-16.08**	78.04	**-13.94**	77.86
		1	**-10.20**	75.83	-0.06	75.38	0.04	75.02	0.04	75.12	0.04	74.83
		1.25	**-20.80**	77.15	**-15.78**	76.81	**-14.49**	76.45	**-14.49**	76.46	**-12.47**	76.30
		2	**-33.28**	82.63	**-32.78**	82.45	**-34.16**	82.29	**-34.16**	82.32	**-33.10**	82.13
		5	**-52.11**	91.25	**-50.09**	91.22	**-54.20**	91.30	**-54.20**	91.25	**-77.30**	91.02
		10	**-59.92**	95.00	**-66.74**	95.05	**-62.48**	95.28	**-64.93**	95.26	**-93.98**	95.03
		100	**-95.00**	99.37	**-95.00**	99.03	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.94	**-95.00**	99.97
100	100	0.01	**-95.00**	99.46	**-95.00**	99.45	**-95.00**	99.76	**-95.00**	99.71	**-95.00**	99.97
		0.1	**-64.03**	96.23	**-71.78**	96.42	**-67.03**	96.44	**-69.33**	96.45	**-89.79**	96.32
		0.2	**-57.84**	93.23	**-55.18**	93.32	**-62.40**	93.40	**-60.24**	93.37	**-59.15**	93.25
		0.5	**-38.11**	85.94	**-37.32**	85.91	**-39.42**	85.78	**-39.42**	85.81	**-37.51**	85.71
		0.8	**-22.61**	80.65	**-23.62**	80.50	**-17.61**	80.35	**-17.61**	80.34	**-14.79**	80.24
		1	**-15.36**	78.93	-0.60	78.66	-0.60	78.46	-0.60	78.46	-0.60	78.31
		1.25	**-22.61**	80.65	**-23.62**	80.50	**-17.61**	80.35	**-17.61**	80.34	**-14.79**	80.24
		2	**-38.11**	85.94	**-37.32**	85.91	**-39.42**	85.78	**-39.42**	85.81	**-37.51**	85.71
		5	**-57.84**	93.23	**-55.18**	93.32	**-62.40**	93.40	**-60.24**	93.37	**-59.15**	93.25
		10	**-64.03**	96.23	**-71.78**	96.42	**-67.03**	96.44	**-69.33**	96.45	**-89.79**	96.32
		100	**-95.00**	99.46	**-95.00**	99.45	**-95.00**	99.76	**-95.00**	99.71	**-95.00**	99.97
Media global			**-41.99**	85.75	**-41.94**	85.76	**-46.51**	87.04	**-46.56**	87.04	**-51.76**	86.84

n_1	n_2	ρ	APb0		APb1		APb2		APb3		APb4	
40	40	0.01	**-95.00**	94.88	**-95.00**	95.90	**-95.00**	96.37	**-95.00**	96.37	**-95.00**	96.49
		0.1	**-94.29**	94.23	**-94.29**	95.18	**-94.29**	95.72	**-94.29**	95.72	**-94.29**	95.90
		0.2	**-90.26**	93.34	**-90.88**	94.35	**-91.04**	94.94	**-90.99**	94.71	**-91.08**	94.94
		0.5	**-80.54**	74.36	**-65.57**	73.77	**-72.71**	74.18	**-72.71**	74.06	**-78.12**	73.88
		0.8	**-71.81**	68.59	**-50.81**	67.52	**-35.69**	66.63	**-35.69**	66.81	**-13.35**	66.15
		1	**-15.15**	68.05	-0.90	67.34	-0.67	66.15	-0.67	66.39	-0.67	65.68
		1.25	**-71.81**	68.59	**-50.81**	67.52	**-35.69**	66.63	**-35.69**	66.81	**-13.35**	66.15
		2	**-80.54**	74.36	**-65.57**	73.77	**-72.71**	74.18	**-72.71**	74.06	**-78.12**	73.88
		5	**-90.26**	93.34	**-90.88**	94.35	**-91.04**	94.94	**-90.99**	94.71	**-91.08**	94.94
		10	**-94.29**	94.23	**-94.29**	95.18	**-94.29**	95.72	**-94.29**	95.72	**-94.29**	95.90
		100	**-95.00**	94.88	**-95.00**	95.90	**-95.00**	96.37	**-95.00**	96.37	**-95.00**	96.49
	60	0.01	**-95.00**	96.56	**-95.00**	97.16	**-95.00**	97.60	**-95.00**	97.60	**-95.00**	97.76
		0.1	**-95.00**	96.00	**-95.00**	96.60	**-95.00**	97.08	**-95.00**	97.08	**-95.00**	97.16
		0.2	**-94.73**	95.36	**-94.73**	95.88	**-94.73**	96.40	**-94.73**	96.36	**-94.73**	96.44
		0.5	**-84.72**	75.81	**-82.15**	75.53	**-79.11**	75.37	**-79.11**	75.29	**-84.95**	75.01
		0.8	**-81.01**	71.29	**-60.90**	70.33	**-37.36**	69.61	**-37.36**	69.65	**-17.37**	69.17
		1	**-8.76**	70.69	-0.14	69.57	0.13	68.85	0.13	68.85	0.13	68.37
		1.25	**-76.56**	71.09	**-63.27**	70.33	**-50.81**	69.73	**-50.81**	69.73	**-38.38**	69.29
		2	**-80.54**	77.49	**-82.78**	77.21	**-83.65**	77.25	**-83.65**	77.21	**-85.65**	77.21
		5	**-94.94**	93.48	**-94.94**	94.12	**-94.94**	94.72	**-94.94**	94.68	**-94.94**	94.68
		10	**-94.91**	94.00	**-94.91**	94.60	**-94.91**	95.12	**-94.91**	95.08	**-94.91**	95.04
		100	**-95.00**	94.52	**-95.00**	95.00	**-95.00**	95.64	**-95.00**	95.60	**-95.00**	95.68
	100	0.01	**-95.00**	97.87	**-95.00**	98.33	**-95.00**	98.65	**-95.00**	98.65	**-95.00**	98.72
		0.1	**-90.93**	97.20	**-91.04**	97.66	**-91.10**	98.00	**-91.08**	97.95	**-91.11**	98.04
		0.2	**-89.60**	96.31	**-89.65**	96.79	**-89.69**	97.15	**-89.69**	97.13	**-89.70**	97.32
		0.5	**-88.25**	76.99	**-87.28**	76.70	**-86.44**	76.70	**-86.44**	76.65	**-86.44**	76.70
		0.8	**-84.98**	73.24	**-77.03**	72.54	**-57.95**	72.06	**-57.95**	72.08	**-25.74**	71.75
		1	**-8.48**	72.59	-0.45	72.25	0.15	71.67	0.15	71.63	0.15	71.24
		1.25	**-76.56**	73.32	**-71.81**	72.69	**-64.65**	72.28	**-64.65**	72.28	**-64.65**	72.01
		2	**-88.47**	80.66	**-89.07**	80.63	**-89.75**	80.61	**-89.74**	80.58	**-90.47**	80.61
		5	**-95.00**	93.14	**-95.00**	93.65	**-95.00**	94.04	**-95.00**	94.04	**-95.00**	94.08
		10	**-95.00**	93.41	**-95.00**	93.96	**-95.00**	94.40	**-95.00**	94.40	**-95.00**	94.37
		100	**-95.00**	93.84	**-95.00**	94.35	**-95.00**	94.81	**-95.00**	94.76	**-95.00**	94.81
60	60	0.01	**-95.00**	96.16	**-95.00**	96.67	**-95.00**	97.02	**-95.00**	97.02	**-95.00**	97.07
		0.1	**-94.21**	95.57	**-94.21**	96.13	**-94.21**	96.53	**-94.21**	96.53	**-94.21**	96.51
		0.2	**-91.79**	95.03	**-91.89**	95.51	**-91.94**	95.81	**-91.94**	95.75	**-91.95**	95.75
		0.5	**-84.82**	78.72	**-82.15**	78.50	**-79.75**	78.39	**-79.75**	78.45	**-82.48**	78.42
		0.8	**-81.82**	74.01	**-75.52**	73.37	**-60.90**	72.94	**-60.90**	72.94	**-50.90**	72.70
		1	**-15.27**	73.37	-0.48	72.72	-0.48	72.40	-0.48	72.40	-0.48	72.08
		1.25	**-81.82**	74.01	**-75.52**	73.37	**-60.90**	72.94	**-60.90**	72.94	**-50.90**	72.70
		2	**-84.82**	78.72	**-82.15**	78.50	**-79.75**	78.39	**-79.75**	78.45	**-82.48**	78.42
		5	**-91.79**	95.03	**-91.89**	95.51	**-91.94**	95.81	**-91.94**	95.75	**-91.95**	95.75
		10	**-94.21**	95.57	**-94.21**	96.13	**-94.21**	96.53	**-94.21**	96.53	**-94.21**	96.51
		100	**-95.00**	96.16	**-95.00**	96.67	**-95.00**	97.02	**-95.00**	97.02	**-95.00**	97.07
	100	0.01	**-95.00**	97.70	**-95.00**	98.02	**-95.00**	98.25	**-95.00**	98.20	**-95.00**	98.26
		0.1	**-92.21**	97.09	**-92.32**	97.47	**-92.36**	97.71	**-92.36**	97.71	**-92.37**	97.66
		0.2	**-91.33**	96.53	**-91.35**	96.79	**-91.38**	97.01	**-91.38**	97.01	**-91.38**	96.96
		0.5	**-90.27**	80.30	**-89.68**	80.08	**-91.41**	80.13	**-91.41**	80.17	**-92.48**	80.07
		0.8	**-85.04**	76.37	**-83.81**	75.95	**-77.03**	75.65	**-80.38**	75.69	**-80.38**	75.60
		1	**-10.20**	75.83	-0.06	75.38	0.04	75.02	0.04	75.12	0.04	74.83
		1.25	**-81.89**	76.34	**-79.68**	75.98	**-75.52**	75.60	**-75.52**	75.64	**-75.52**	75.51
		2	**-93.18**	82.24	**-94.65**	82.15	**-94.67**	82.16	**-94.67**	82.16	**-94.67**	82.18
		5	**-95.00**	94.87	**-95.00**	95.20	**-95.00**	95.50	**-95.00**	95.49	**-95.00**	95.50
		10	**-95.00**	95.24	**-95.00**	95.60	**-95.00**	95.91	**-95.00**	95.86	**-95.00**	95.94
		100	**-95.00**	95.62	**-95.00**	95.99	**-95.00**	96.27	**-95.00**	96.23	**-95.00**	96.27
100	100	0.01	**-95.00**	97.25	**-95.00**	97.48	**-95.00**	97.66	**-95.00**	97.66	**-95.00**	97.69
		0.1	**-94.15**	96.85	**-94.15**	97.04	**-94.15**	97.26	**-94.15**	97.24	**-94.15**	97.24
		0.2	**-92.74**	96.38	**-92.76**	96.55	**-92.78**	96.76	**-92.77**	96.72	**-92.77**	96.71
		0.5	**-89.88**	83.39	**-89.57**	83.30	**-89.05**	83.33	**-89.05**	83.33	**-89.05**	83.32
		0.8	**-88.21**	79.35	**-87.28**	79.02	**-85.83**	78.73	**-85.83**	78.79	**-85.83**	78.71
		1	**-15.36**	78.93	-0.60	78.66	-0.60	78.46	-0.60	78.46	-0.60	78.31
		1.25	**-88.21**	79.35	**-87.28**	79.02	**-85.83**	78.73	**-85.83**	78.79	**-85.83**	78.71
		2	**-89.88**	83.39	**-89.57**	83.30	**-89.05**	83.33	**-89.05**	83.33	**-89.05**	83.32
		5	**-92.74**	96.38	**-92.76**	96.55	**-92.78**	96.76	**-92.77**	96.72	**-92.77**	96.71
		10	**-94.15**	96.85	**-94.15**	97.04	**-94.15**	97.26	**-94.15**	97.24	**-94.15**	97.24
		100	**-95.00**	97.25	**-95.00**	97.48	**-95.00**	97.66	**-95.00**	97.66	**-95.00**	97.69
Media global			**-82.69**	86.51	**-79.50**	85.57	**-77.55**	86.64	**-77.60**	86.64	**-76.04**	86.56

n_1	n_2	ρ	ACb1.5		AE1.5		APb1.5		AAb1.5	
40	40	0.01	-1.07	94.77	4.17	93.22	**-95.00**	95.48	**-94.99**	98.39
		0.1	**-15.46**	88.10	1.26	84.95	**-94.29**	94.82	**-62.05**	94.11
		0.2	**-21.63**	84.06	1.38	79.89	**-90.78**	93.99	**-42.78**	89.23
		0.5	**-20.63**	75.55	0.30	71.74	**-69.05**	73.88	**-26.60**	77.87
		0.8	**-12.27**	69.48	-0.20	67.82	**-50.81**	67.64	**-14.59**	69.96
		1	-0.90	67.34	-0.90	67.34	-0.90	67.34	-0.90	67.34
		1.25	**-12.27**	69.48	-0.20	67.82	**-50.81**	67.64	**-14.59**	69.96
		2	**-20.63**	75.55	0.30	71.74	**-69.05**	73.88	**-26.60**	77.87
		5	**-21.63**	84.06	1.38	79.89	**-90.78**	93.99	**-42.78**	89.23
		10	**-15.46**	88.10	1.26	84.95	**-94.29**	94.82	**-62.05**	94.11
		100	-1.07	94.77	4.17	93.22	**-95.00**	95.48	**-94.99**	98.39
	60	0.01	**-2.65**	95.72	4.45	94.40	**-95.00**	97.08	**-94.57**	98.60
		0.1	**-20.11**	90.20	3.06	86.89	**-95.00**	96.44	**-63.52**	95.12
		0.2	**-23.03**	86.73	1.64	82.65	**-94.73**	95.84	**-44.07**	90.92
		0.5	**-22.34**	79.01	-0.12	75.41	**-82.15**	75.65	**-31.20**	80.81
		0.8	**-12.62**	72.81	-0.62	71.29	**-60.90**	70.41	**-14.83**	73.09
		1	-0.53	69.89	-0.53	69.89	-0.53	69.89	-0.53	69.89
		1.25	**-13.32**	71.21	-1.06	70.09	**-63.27**	70.41	**-17.60**	71.89
		2	**-18.18**	76.37	-0.30	73.09	**-81.59**	77.21	**-27.88**	78.49
		5	**-22.86**	84.01	0.87	80.77	**-94.94**	93.92	**-45.75**	89.24
		10	**-16.35**	87.96	1.53	85.57	**-94.91**	94.48	**-54.82**	93.84
		100	-1.07	94.72	3.71	93.76	**-95.00**	95.00	**-95.00**	98.48
	100	0.01	**-7.25**	96.79	4.08	95.51	**-95.00**	98.24	**-94.95**	98.94
		0.1	**-27.23**	92.37	3.23	89.04	**-90.99**	97.54	**-66.17**	95.70
		0.2	**-28.08**	89.42	1.32	85.39	**-89.62**	96.64	**-47.00**	92.34
		0.5	**-24.48**	82.03	0.00	78.89	**-87.67**	76.84	**-33.09**	83.39
		0.8	**-11.93**	75.56	-0.78	74.57	**-80.38**	72.66	**-14.03**	75.78
		1	-0.37	72.30	-0.37	72.30	-0.37	72.30	-0.37	72.30
		1.25	**-11.15**	72.69	-0.64	71.77	**-71.81**	72.81	**-11.89**	73.03
		2	**-19.98**	76.67	-0.21	74.11	**-89.05**	80.75	**-29.94**	78.82
		5	**-20.02**	83.89	-0.03	81.50	**-95.00**	93.48	**-48.09**	88.94
		10	**-17.27**	87.95	0.12	86.26	**-95.00**	93.89	**-51.67**	93.31
		100	-1.07	94.81	3.72	94.08	**-95.00**	94.23	**-95.00**	98.36
60	60	0.01	**-2.78**	95.70	4.16	94.84	**-95.00**	96.56	**-94.94**	98.82
		0.1	**-19.47**	90.19	1.24	87.48	**-94.21**	96.00	**-63.61**	95.30
		0.2	**-28.68**	86.94	1.04	83.45	**-91.87**	95.38	**-46.69**	91.32
		0.5	**-25.44**	79.82	0.08	76.75	**-83.38**	78.72	**-29.24**	81.86
		0.8	**-14.62**	74.93	-0.60	73.66	**-75.52**	73.47	**-17.03**	75.14
		1	-1.26	73.04	-1.26	73.04	-1.26	73.04	-1.26	73.04
		1.25	**-14.62**	74.93	-0.60	73.66	**-75.52**	73.47	**-17.03**	75.14
		2	**-25.44**	79.82	0.08	76.75	**-83.38**	78.72	**-29.24**	81.86
		5	**-28.68**	86.94	1.04	83.45	**-91.87**	95.38	**-46.69**	91.32
		10	**-19.47**	90.19	1.24	87.48	**-94.21**	96.00	**-63.61**	95.30
		100	**-2.78**	95.70	4.16	94.84	**-95.00**	96.56	**-94.94**	98.82
	100	0.01	**-9.39**	96.80	4.39	95.84	**-95.00**	97.92	**-94.99**	99.30
		0.1	**-27.22**	92.40	2.87	89.61	**-92.28**	97.35	**-69.12**	96.23
		0.2	**-31.03**	89.69	1.63	86.20	**-91.34**	96.67	**-51.47**	93.04
		0.5	**-28.45**	83.35	0.22	80.38	**-89.68**	80.12	**-36.55**	84.86
		0.8	**-18.34**	78.12	-0.51	77.00	**-83.81**	75.99	**-18.35**	78.27
		1	-0.15	75.41	-0.15	75.41	-0.15	75.41	-0.15	75.41
		1.25	**-15.29**	76.56	-0.39	75.57	**-79.68**	76.04	**-19.27**	76.95
		2	**-25.94**	80.54	-0.09	78.01	**-94.61**	82.23	**-34.31**	82.49
		5	**-29.43**	86.84	0.56	84.29	**-95.00**	95.16	**-51.38**	91.22
		10	**-20.75**	90.18	1.04	88.26	**-95.00**	95.52	**-60.19**	94.98
		100	**-7.12**	95.78	3.84	95.21	**-95.00**	95.88	**-95.00**	98.85
100	100	0.01	**-9.53**	96.81	4.16	96.26	**-95.00**	97.42	**-95.00**	99.44
		0.1	**-29.34**	92.33	1.23	90.28	**-94.15**	96.98	**-65.28**	96.35
		0.2	**-33.82**	89.73	1.15	87.01	**-92.75**	96.50	**-55.11**	93.34
		0.5	**-29.24**	84.34	0.15	81.80	**-89.62**	83.32	**-37.80**	85.91
		0.8	**-19.01**	80.30	-0.22	79.33	**-87.28**	79.12	**-21.09**	80.54
		1	-0.60	78.78	-0.60	78.78	-0.60	78.78	-0.60	78.78
		1.25	**-19.01**	80.30	-0.22	79.33	**-87.28**	79.12	**-21.09**	80.54
		2	**-29.24**	84.34	0.15	81.80	**-89.62**	83.32	**-37.80**	85.91
		5	**-33.82**	89.73	1.15	87.01	**-92.75**	96.50	**-55.11**	93.34
		10	**-29.34**	92.33	1.23	90.28	**-94.15**	96.98	**-65.28**	96.35
		100	**-9.53**	96.81	4.16	96.26	**-95.00**	97.42	**-95.00**	99.44
Media global			**-16.72**	84.30	1.10	82.26	**-79.69**	86.54	**-46.20**	86.93

Tabla AIII.2

Número de fallos (*F*), incremento medio del error ($\overline{\Delta\alpha}$) y potencia media ($\overline{\theta}$) para los métodos basados en los estadísticos Z, R, L, X y A (α=5%).

$0.1 \le \rho \le 10$				$\rho = 0.01$ y $\rho = 100$			
Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$
ZW4	0	0.06	79.71	ZAb0	0	3.97	94.87
ZAb1	0	-0.27	80.50	ZW2	0	4.72	93.91
ZW2	0	-0.31	80.10	ZW3	0	4.74	93.82
ZW3	0	-0.34	80.11	ZW4	0	4.74	93.82
ZPa2	0	0.77	76.94	ZW1	0	4.83	92.95
ZPa3	0	0.80	76.88	ZPa2	0	4.98	91.31
ZPa4	0	0.82	76.71	ZPa3	0	4.98	91.27
ZPa1	0	0.94	76.81	ZPa4	0	4.98	91.26
ZPa0	0	1.12	76.59	ZPa1	0	4.99	89.55
ZPb2	0	1.36	76.35	ZPa0	0	5.00	89.79
ZPb3	0	1.41	76.31	ZPb2	0	5.00	89.41
ZPb4	0	1.43	76.14	ZPb3	0	5.00	89.37
ZPb1	0	1.47	76.23	ZPb4	0	5.00	89.37
ZPb0	0	1.47	76.04	ZPb1	0	5.00	88.58
ZAb3	3	-0.37	80.37	ZPb0	0	5.00	87.91
ZAb2	3	-0.38	80.38	ZAb1	1	2.34	95.70
ZN0	6	-0.67	80.75	ZAb3	3	-1.64	96.44
ZAb4	14	-11.04	80.08	ZAb2	3	-2.11	96.51
ZN1	15	-1.72	80.67	ZCb0	12	-6.03	96.57
ZCb0	16	-1.17	80.84	ZE0	12	-6.28	97.00
ZW1	16	-1.55	80.26	ZN0	12	-6.34	97.00
ZAb0	17	-1.65	80.62	ZCb1	12	-73.62	97.76
ZCb1	20	-2.42	80.73	ZN1	12	-73.64	97.79
ZE1	21	-2.39	80.70	ZE1	12	-73.64	97.78
ZE0	22	-1.42	80.81	ZW0	12	-84.84	93.86
ZN3	22	-4.53	80.65	ZAb4	12	-87.72	97.56
ZE3	22	-4.89	80.67	ZCb3	12	-93.62	98.52
ZN2	22	-4.91	80.65	ZE3	12	-93.64	98.55
ZE2	22	-5.11	80.67	ZN3	12	-93.66	98.56
ZN4	22	-27.00	80.45	ZCb2	12	-93.82	98.60
ZE4	22	-27.26	80.46	ZN2	12	-93.83	98.61
ZCb3	23	-4.91	80.69	ZE2	12	-93.83	98.61
ZCb2	23	-4.98	80.69	ZN4	12	-95.00	99.71
ZCb4	23	-27.14	80.48	ZE4	12	-95.00	99.71
ZW0	44	-16.91	80.61	ZCb4	12	-95.00	99.69

$0.1 \le \rho \le 10$				$\rho = 0.01$ y $\rho = 100$			
Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$
RN1	23	-8.11	70.26	RW1	6	-44.96	92.07
RN0	24	-4.32	69.74	RW4	6	-45.00	88.53
RW4	24	-26.03	73.59	RW2	6	-45.14	93.42
RN3	28	-14.30	70.79	RW3	6	-45.14	93.36
RN2	28	-14.35	70.83	RN0	11	-16.59	91.02
RN4	28	-23.92	70.73	RN1	12	-52.83	92.20
RW3	36	-14.45	73.49	RN3	12	-60.63	93.43
RW2	36	-15.65	73.54	RN2	12	-60.95	93.48
RW1	54	-11.04	72.91	RW0	12	-91.52	93.48
RW0	54	-36.36	74.31	RN4	12	-92.34	94.08

$0.1 \le \rho \le 10$				$\rho = 0.01$ y $\rho = 100$			
Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$
LE3	0	0.06	79.69	LN1	0	2.42	95.85
LE2	0	0.14	79.68	LCb2	0	4.98	86.93
LE4	0	0.40	79.27	LCb3	0	4.98	86.84
LCb2	1	-0.14	80.06	LCb4	0	4.98	86.78
LCb4	1	0.15	79.66	LCb1	0	4.99	86.07
LCb3	1	-0.21	80.07	LE2	0	4.99	84.40
LW0	9	-0.82	77.45	LE3	0	5.00	84.28
LN2	10	-1.30	80.61	LE4	0	5.00	84.22
LN3	11	-1.47	80.63	LE1	0	5.00	83.93
LN4	14	-13.08	80.21	LN3	9	-2.68	96.61
LW1	19	-1.56	79.90	LW0	11	-3.49	95.16
LAb3	21	-2.00	80.93	LN2	11	-5.54	96.66
LAb2	21	-2.20	80.92	LAb1	11	-5.99	96.87
LW2	21	-3.24	80.07	LW1	12	-39.08	97.56
LW3	23	-3.30	80.07	LAb3	12	-79.73	97.56
LAb4	23	-22.67	80.59	LAb2	12	-82.62	97.66
LW4	25	-23.52	79.96	LCb0	12	-89.44	87.03
LE1	36	-2.44	79.89	LE0	12	-89.44	84.39
LAb1	36	-2.49	81.07	LN0	12	-89.58	96.72
LCb1	40	-2.51	80.25	LW3	12	-91.52	98.37
LN1	54	-5.48	80.85	LW2	12	-91.67	98.42
LE0	54	-54.72	80.32	LAb0	12	-93.20	97.72
LCb0	54	-54.73	80.69	LN4	12	-94.28	97.75
LN0	54	-54.86	81.25	LPb1	12	-94.96	99.38
LAb0	54	-55.34	81.54	LPa1	12	-94.98	99.48
LPb2	54	-64.63	83.49	LPa4	12	-95.00	99.97
LPa2	54	-64.85	83.71	LPb4	12	-95.00	99.97
LPb3	54	-65.17	83.51	LPa0	12	-95.00	99.88
LPa3	54	-65.51	83.74	LPa2	12	-95.00	99.87
LPb1	54	-66.77	83.66	LPa3	12	-95.00	99.87
LPa1	54	-67.69	83.91	LPb0	12	-95.00	99.86
LPb4	54	-71.36	83.27	LPb2	12	-95.00	99.86
LPa4	54	-71.38	83.51	LPb3	12	-95.00	99.84
LPb0	54	-78.36	83.83	LW4	12	-95.00	99.63
LPa0	54	-78.47	84.07	LAb4	12	-95.00	99.01

$0.1 \le \rho \le 10$				$\rho = 0.01$ y $\rho = 100$			
Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$
XCb0	48	-23.51	81.98	XCb0	12	-7.20	97.03
XCb2	48	-35.57	81.88	XCb1	12	-73.62	97.86
XCb3	48	-35.64	81.89	XCb2	12	-90.75	98.66
XCb1	48	-39.81	82.02	XCb3	12	-93.62	98.59
XAb0	48	-40.89	84.89	XAb1	12	-94.98	99.63
XCb4	48	-44.66	81.66	XAb4	12	-95.00	99.97
XAb2	48	-47.93	84.75	XPb1	12	-95.00	99.97
XAb4	48	-51.15	84.52	XPb2	12	-95.00	99.97
XAb3	48	-51.66	84.79	XPb3	12	-95.00	99.97
XAb1	48	-53.57	84.99	XPb4	12	-95.00	99.97
XPb0	54	-92.72	96.73	XAb2	12	-95.00	99.93
XPb2	54	-92.83	97.02	XAb3	12	-95.00	99.91
XPb3	54	-92.83	97.01	XCb4	12	-95.00	99.79
XPb4	54	-92.83	97.01	XPb0	12	-95.00	99.60
XPb1	54	-92.84	97.06	XAb0	12	-95.00	99.43

$0.1 \le \rho \le 10$				$\rho = 0.01$ y $\rho = 100$			
Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$
AE1.5	0	0.43	79.48	AE1	0	3.55	95.00
AE1	0	0.73	79.41	AE1.5	0	4.10	94.79
AE2	1	0.58	79.33	AE0	0	4.55	94.19
AE3	1	0.64	79.33	AE2	1	0.35	95.82
AE4	16	-14.55	79.02	AE3	1	0.70	95.73
ACb1	48	-19.13	81.70	ACb1	8	-5.87	96.06
ACb1.5	48	-19.42	81.76	ACb0	8	-27.57	95.14
ACb3	48	-20.43	81.61	ACb1.5	10	-4.61	95.77
ACb2	48	-21.61	81.61	ACb2	12	-29.93	96.81
ACb4	48	-26.95	81.28	ACb3	12	-29.93	94.52
AAb1.5	48	-35.37	84.28	AE4	12	-92.56	96.47
AAb2	48	-35.74	84.20	ACb4	12	-93.78	98.04
AAb3	48	-35.80	84.20	AAb1	12	-94.94	99.33
AAb1	48	-36.06	84.26	AAb1.5	12	-94.95	98.82
AAb4	48	-42.15	83.93	AAb4	12	-95.00	99.93
APb4	48	-71.83	84.25	AAb2	12	-95.00	99.84
APb2	48	-73.68	84.36	AAb3	12	-95.00	99.81
APb3	48	-73.74	84.35	AAb0	12	-95.00	98.83
APb1	48	-76.05	84.35	APb4	12	-95.00	97.00
APb1.5	48	-76.29	84.34	APb2	12	-95.00	96.94
AE0	54	-8.64	79.71	APb3	12	-95.00	96.93
ACb0	54	-23.06	81.94	APb1	12	-95.00	96.58
AAb0	54	-35.80	84.30	APb1.5	12	-95.00	96.44
APb0	54	-79.95	84.39	APb0	12	-95.00	96.06

Tabla AIII.3
Incremento de error $\Delta\alpha$ primera entrada y "potencia" θ segunda entrada para los métodos sin cpc seleccionados de cada familia. Los valores de negrita indican que el método "falla".
α=1%

n_1	n_2	ρ	ZAb1		ZW2		ZW3		ZW4	
40	40	0.01	0.93	90.90	1.00	86.26	1.00	87.80	1.00	87.80
		0.1	0.49	82.51	-0.87	79.71	0.68	80.73	0.68	80.73
		0.2	0.07	76.38	-0.40	74.90	0.06	75.19	0.08	74.18
		0.5	-0.21	65.20	-0.30	65.26	-0.35	64.54	-0.18	63.83
		0.8	-0.11	58.18	-0.27	59.07	-0.02	58.00	-0.02	57.35
		1	0.03	56.28	-0.12	56.75	0.03	55.56	0.03	54.61
		1.25	-0.11	58.18	-0.27	59.07	-0.02	58.00	-0.02	57.35
		2	-0.21	65.20	-0.30	65.26	-0.35	64.54	-0.18	63.83
		5	0.07	76.38	-0.40	74.90	0.06	75.19	0.08	74.18
		10	0.49	82.51	-0.87	79.71	0.68	80.73	0.68	80.73
		100	0.93	90.90	1.00	86.26	1.00	87.80	1.00	87.80
	60	0.01	0.97	92.56	1.00	90.08	1.00	91.12	1.00	91.12
		0.1	0.03	85.25	-0.65	83.89	0.41	84.33	0.65	84.01
		0.2	-0.04	80.17	-0.69	79.41	0.11	79.49	0.12	78.85
		0.5	-0.27	69.93	-0.14	69.97	-0.50	69.65	-0.39	69.17
		0.8	-0.59	62.97	-0.41	63.49	-0.24	62.50	-0.21	61.98
		1	0.01	59.82	-0.07	60.22	0.01	59.42	0.01	58.70
		1.25	0.05	60.70	-0.50	61.46	-0.03	60.66	-0.03	60.14
		2	-0.15	66.09	-0.35	66.29	-0.24	65.93	-0.19	65.37
		5	0.06	77.01	-0.57	75.29	-0.09	75.37	0.19	74.33
		10	0.43	83.33	-0.99	79.85	0.70	80.85	0.70	80.85
		100	0.76	92.08	1.00	86.29	1.00	87.80	1.00	87.80
	100	0.01	0.98	94.40	0.99	93.48	0.99	94.04	0.99	94.04
		0.1	-0.17	88.46	-0.28	87.83	0.26	87.95	0.27	87.47
		0.2	-0.20	84.11	-0.09	83.65	0.05	83.63	0.11	83.31
		0.5	-0.57	74.64	-0.23	74.43	-0.20	74.18	-0.15	73.90
		0.8	**-1.22**	67.30	-0.29	67.06	-0.26	66.70	-0.26	66.26
		1	-0.02	63.32	-0.18	63.27	-0.02	62.79	-0.02	62.21
		1.25	0.06	62.74	-0.85	63.51	-0.10	62.86	-0.07	62.50
		2	0.02	67.18	-0.66	67.28	-0.27	66.94	-0.27	66.46
		5	0.04	77.71	-0.65	75.37	-0.09	75.59	0.15	74.57
		10	0.12	84.35	**-1.23**	79.88	0.71	80.85	0.71	80.85
		100	0.23	93.67	1.00	86.28	1.00	87.80	1.00	87.80
60	60	0.01	0.89	93.44	1.00	90.08	1.00	91.13	1.00	91.13
		0.1	0.11	85.73	-0.74	83.93	0.35	84.39	0.68	84.04
		0.2	0.06	80.60	-0.69	79.71	0.03	79.76	0.03	79.12
		0.5	-0.17	71.16	-0.19	71.19	-0.17	70.79	-0.11	70.44
		0.8	-0.09	65.57	-0.29	65.87	-0.29	65.36	-0.21	65.04
		1	0.03	63.59	-0.34	64.39	-0.02	63.37	-0.02	62.94
		1.25	-0.09	65.57	-0.29	65.87	-0.29	65.36	-0.21	65.04
		2	-0.17	71.16	-0.19	71.19	-0.17	70.79	-0.11	70.44
		5	0.06	80.60	-0.69	79.71	0.03	79.76	0.03	79.12
		10	0.11	85.73	-0.74	83.93	0.35	84.39	0.68	84.04
		100	0.89	93.44	1.00	90.08	1.00	91.13	1.00	91.13
	100	0.01	0.95	94.89	0.99	93.48	0.99	94.06	0.99	94.06
		0.1	-0.24	88.69	-0.33	87.94	0.25	88.07	0.26	87.60
		0.2	-0.02	84.50	-0.10	84.08	-0.18	84.08	0.05	83.80
		0.5	-0.23	76.11	-0.38	76.04	-0.22	75.77	-0.09	75.57
		0.8	-0.68	70.31	-0.35	70.35	-0.31	69.96	-0.28	69.70
		1	0.02	67.55	-0.13	67.81	-0.01	67.10	-0.01	66.77
		1.25	0.00	68.01	-0.43	68.48	-0.41	67.96	-0.24	67.75
		2	0.01	72.23	-0.35	72.39	-0.14	72.00	-0.12	71.71
		5	0.10	81.11	-0.71	79.95	-0.05	79.97	-0.05	79.37
		10	0.10	86.35	-0.86	84.04	0.30	84.50	0.69	84.16
		100	0.66	94.42	1.00	90.07	1.00	91.12	1.00	91.12
100	100	0.01	0.79	95.54	0.99	93.47	0.99	94.06	0.99	94.06
		0.1	0.07	88.99	-0.40	88.05	-0.24	88.18	0.23	87.68
		0.2	-0.18	84.93	-0.19	84.41	-0.18	84.40	0.04	84.14
		0.5	-0.14	77.51	-0.14	77.49	-0.08	77.24	-0.07	77.08
		0.8	-0.13	73.10	-0.41	73.27	-0.41	72.95	-0.26	72.81
		1	0.03	71.54	-0.10	71.78	-0.01	71.39	-0.01	71.19
		1.25	-0.13	73.10	-0.41	73.27	-0.41	72.95	-0.26	72.81
		2	-0.14	77.51	-0.14	77.49	-0.08	77.24	-0.07	77.08
		5	-0.18	84.93	-0.19	84.41	-0.18	84.40	0.04	84.14
		10	0.07	88.99	-0.40	88.05	-0.24	88.18	0.23	87.68
		100	0.79	95.54	0.99	93.47	0.99	94.06	0.99	94.06
Media global			0.09	77.92	-0.16	76.84	0.15	76.88	0.23	76.53

n_1	n_2	ρ	LE2		LE3		LE4		LCb2		LCb3		LCb4	
40	40	0.01	1.00	43.43	1.00	45.69	1.00	45.39	1.00	65.32	1.00	66.57	1.00	66.33
		0.1	-0.77	76.26	0.98	77.28	0.98	77.16	-0.68	78.70	0.85	79.71	0.85	79.65
		0.2	-0.25	72.69	0.11	72.87	0.57	71.74	-0.25	74.84	0.36	74.90	0.41	73.88
		0.5	-0.25	63.83	0.16	63.36	0.16	62.58	-0.28	65.50	0.02	64.90	0.03	64.07
		0.8	-0.44	58.24	0.04	57.23	0.04	56.28	-0.31	59.31	-0.10	58.12	-0.10	57.35
		1	-0.46	56.87	-0.08	55.92	-0.08	54.97	-0.46	56.87	-0.08	55.92	-0.08	54.97
		1.25	-0.44	58.24	0.04	57.23	0.04	56.28	-0.31	59.31	-0.10	58.12	-0.10	57.35
		2	-0.25	63.83	0.16	63.36	0.16	62.58	-0.28	65.50	0.02	64.90	0.03	64.07
		5	-0.25	72.69	0.11	72.87	0.57	71.74	-0.25	74.84	0.36	74.90	0.41	73.88
		10	-0.77	76.26	0.98	77.28	0.98	77.16	-0.68	78.70	0.85	79.71	0.85	79.65
		100	1.00	43.43	1.00	45.69	1.00	45.39	1.00	65.32	1.00	66.57	1.00	66.33
	60	0.01	1.00	72.57	1.00	73.77	1.00	73.61	1.00	81.09	1.00	81.85	1.00	81.77
		0.1	-0.51	82.57	0.63	82.93	0.93	82.57	-0.59	84.13	0.46	84.49	0.73	84.21
		0.2	-0.29	78.65	0.34	78.65	0.39	77.97	-0.06	80.05	0.12	79.89	0.21	79.13
		0.5	-0.23	69.61	0.09	69.09	0.09	68.57	-0.28	70.53	-0.20	70.13	-0.20	69.61
		0.8	-0.65	63.09	-0.01	62.22	0.00	61.66	-0.65	63.61	-0.57	62.89	-0.57	62.38
		1	-0.35	60.26	0.00	59.30	0.00	58.46	-0.35	60.26	0.00	59.30	0.00	58.50
		1.25	-0.33	60.30	-0.02	59.58	-0.02	58.78	-0.33	61.06	0.00	60.18	0.01	59.58
		2	-0.18	64.33	0.06	63.89	0.18	63.25	-0.16	65.57	0.11	65.33	0.11	64.69
		5	-0.40	72.33	0.15	72.57	0.50	71.45	-0.34	74.01	0.37	74.21	0.43	73.21
		10	-0.81	75.33	0.98	76.45	0.98	76.41	-0.82	77.49	0.92	78.49	0.92	78.41
		100	1.00	36.31	1.00	39.06	1.00	38.82	1.00	57.66	1.00	59.46	1.00	59.34
	100	0.01	1.00	87.73	1.00	88.36	1.00	88.29	1.00	90.32	1.00	91.19	1.00	91.14
		0.1	-0.14	87.56	0.45	87.66	0.46	87.15	-0.07	88.46	0.21	88.60	0.22	88.09
		0.2	-0.23	83.70	0.12	83.68	0.18	83.31	-0.20	84.52	-0.36	84.47	-0.21	84.11
		0.5	-0.40	74.67	-0.03	74.21	-0.03	73.85	-0.67	75.18	-0.78	74.86	-0.76	74.52
		0.8	-0.44	67.13	-0.04	66.70	-0.04	66.24	**-1.69**	67.71	**-2.29**	67.11	-2.29	66.70
		1	-0.34	63.08	-0.10	62.47	-0.10	61.92	-0.34	63.08	-0.10	62.47	-0.10	61.92
		1.25	-0.95	61.77	-0.38	61.17	-0.35	60.54	-0.24	62.33	0.01	61.65	0.01	61.07
		2	-0.32	64.69	-0.02	64.28	0.05	63.75	-0.16	65.56	-0.04	65.37	0.07	64.82
		5	-0.56	71.75	0.10	71.99	0.12	70.92	-0.42	72.86	0.10	73.17	0.43	72.11
		10	-0.99	74.26	0.98	75.34	0.98	75.32	-0.94	75.85	0.96	76.89	0.96	76.84
		100	1.00	24.82	1.00	28.33	1.00	28.13	1.00	46.20	1.00	48.61	1.00	48.49
60	60	0.01	1.00	69.55	1.00	70.95	1.00	70.84	1.00	77.53	1.00	78.58	1.00	78.50
		0.1	-0.61	82.13	0.60	82.59	0.93	82.24	-0.57	83.39	0.51	83.85	0.80	83.53
		0.2	-0.31	78.53	0.30	78.55	0.30	77.94	-0.41	79.66	0.12	79.71	0.12	79.06
		0.5	-0.25	70.57	0.09	70.17	0.09	69.79	-0.23	71.43	0.00	71.08	0.01	70.71
		0.8	-0.44	65.82	-0.02	65.09	-0.02	64.66	-0.37	66.27	-0.14	65.74	-0.14	65.33
		1	-0.69	64.28	-0.03	63.42	-0.03	62.94	-0.69	64.28	-0.03	63.42	-0.03	62.94
		1.25	-0.44	65.82	-0.02	65.09	-0.02	64.66	-0.37	66.27	-0.14	65.74	-0.14	65.33
		2	-0.25	70.57	0.09	70.17	0.09	69.79	-0.23	71.43	0.00	71.08	0.01	70.71
		5	-0.31	78.53	0.30	78.55	0.30	77.94	-0.41	79.66	0.12	79.71	0.12	79.06
		10	-0.61	82.13	0.60	82.59	0.93	82.24	-0.57	83.39	0.51	83.85	0.80	83.53
		100	1.00	69.55	1.00	70.95	1.00	70.84	1.00	77.53	1.00	78.58	1.00	78.50
	100	0.01	1.00	86.69	1.00	87.31	1.00	87.26	1.00	89.24	1.00	89.76	1.00	89.73
		0.1	-0.19	87.44	0.45	87.57	0.46	87.06	-0.21	88.23	0.30	88.33	0.31	87.83
		0.2	-0.12	83.87	0.19	83.82	0.25	83.51	-0.11	84.58	0.04	84.53	0.04	84.22
		0.5	-0.31	76.01	0.02	75.72	0.02	75.47	-0.44	76.58	-0.28	76.37	-0.28	76.14
		0.8	-0.40	70.35	-0.03	70.05	-0.03	69.73	-0.59	70.70	-0.58	70.31	-0.57	70.05
		1	-0.43	67.81	-0.02	67.23	-0.02	66.87	-0.43	67.81	-0.02	67.23	-0.02	66.87
		1.25	-0.25	67.75	-0.09	67.33	-0.02	67.08	-0.25	68.25	-0.01	67.70	-0.01	67.47
		2	-0.50	71.29	0.02	70.98	0.03	70.67	-0.21	71.94	0.01	71.60	0.08	71.29
		5	-0.40	78.30	0.25	78.35	0.25	77.75	-0.45	79.14	0.18	79.18	0.18	78.57
		10	-0.75	81.63	0.53	82.08	0.93	81.74	-0.64	82.50	0.51	82.97	0.88	82.65
		100	1.00	64.88	1.00	66.34	1.00	66.26	1.00	72.41	1.00	73.66	1.00	73.61
100	100	0.01	1.00	85.12	1.00	85.76	1.00	85.73	1.00	87.32	1.00	87.96	1.00	87.93
		0.1	-0.27	87.28	0.14	87.37	0.40	86.87	-0.26	87.80	0.33	87.89	0.34	87.39
		0.2	-0.41	83.91	0.21	83.88	0.22	83.62	-0.06	84.43	0.11	84.44	0.13	84.17
		0.5	-0.38	77.26	0.06	76.97	0.06	76.82	-0.38	77.68	0.00	77.43	0.00	77.28
		0.8	-0.46	73.21	0.00	72.83	0.00	72.67	-0.38	73.44	-0.02	73.06	-0.02	72.90
		1	-0.31	71.97	-0.04	71.52	-0.04	71.31	-0.31	71.97	-0.04	71.52	-0.04	71.31
		1.25	-0.46	73.21	0.00	72.83	0.00	72.67	-0.38	73.44	-0.02	73.06	-0.02	72.90
		2	-0.38	77.26	0.06	76.97	0.06	76.82	-0.38	77.68	0.00	77.43	0.00	77.28
		5	-0.41	83.91	0.21	83.88	0.22	83.62	-0.06	84.43	0.11	84.44	0.13	84.17
		10	-0.27	87.28	0.14	87.37	0.40	86.87	-0.26	87.80	0.33	87.89	0.34	87.39
		100	1.00	85.12	1.00	85.76	1.00	85.73	1.00	87.32	1.00	87.96	1.00	87.93
Media global			-0.16	71.23	0.33	71.37	0.39	70.94	-0.14	73.90	0.23	73.95	0.26	73.55

n_1	n_2	ρ	AE1		AE1.5	
40	40	0.01	0.97	90.48	0.97	94.78
		0.1	0.70	80.67	0.70	80.49
		0.2	0.55	73.88	0.47	73.94
		0.5	0.12	63.18	0.05	63.41
		0.8	-0.11	58.72	-0.20	59.01
		1	-0.08	57.23	-0.25	57.47
		1.25	-0.11	58.72	-0.20	59.01
		2	0.12	63.18	0.05	63.41
		5	0.55	73.88	0.47	73.94
		10	0.70	80.67	0.70	80.49
		100	0.97	90.48	0.97	90.30
	60	0.01	0.96	92.28	0.98	92.04
		0.1	0.42	83.13	0.43	82.93
		0.2	0.47	77.29	0.47	77.41
		0.5	0.11	67.93	0.04	68.01
		0.8	-0.05	62.65	-0.24	62.89
		1	-0.06	60.62	-0.20	60.94
		1.25	-0.07	60.94	-0.12	61.06
		2	0.02	65.09	-0.12	65.13
		5	0.37	75.05	0.26	75.05
		10	0.60	81.45	0.82	81.21
		100	0.76	91.16	0.97	90.88
	100	0.01	0.95	93.79	0.98	93.67
		0.1	0.69	85.80	0.69	85.73
		0.2	0.52	80.90	0.44	80.92
		0.5	0.09	72.45	-0.12	72.45
		0.8	-0.03	66.65	-0.21	66.84
		1	-0.04	63.75	-0.16	63.90
		1.25	-0.07	63.15	-0.26	63.25
		2	0.01	66.41	-0.28	66.51
		5	0.20	75.97	-0.04	75.97
		10	0.70	82.13	0.79	81.86
		100	0.85	91.86	0.85	91.57
60	60	0.01	0.97	92.82	0.97	92.64
		0.1	0.69	83.93	0.67	83.90
		0.2	0.51	78.37	0.41	78.37
		0.5	0.12	69.58	0.06	69.71
		0.8	-0.11	65.57	-0.24	65.71
		1	-0.08	64.55	-0.14	64.77
		1.25	-0.11	65.57	-0.24	65.71
		2	0.12	69.58	0.06	69.71
		5	0.51	78.37	0.41	78.37
		10	0.69	83.93	0.67	83.90
		100	0.97	92.82	0.97	92.64
	100	0.01	0.98	94.32	0.98	94.19
		0.1	0.66	86.50	0.28	86.54
		0.2	0.52	81.92	0.44	81.90
		0.5	0.07	74.42	0.01	74.45
		0.8	-0.04	69.97	-0.16	70.07
		1	-0.12	68.11	-0.23	68.27
		1.25	-0.02	68.06	-0.10	68.15
		2	0.02	71.34	-0.09	71.37
		5	0.31	79.48	0.14	79.50
		10	0.50	84.84	0.28	84.78
		100	0.78	93.46	0.96	93.25
100	100	0.01	0.95	94.88	0.97	94.78
		0.1	0.67	87.40	0.57	87.38
		0.2	0.44	83.04	0.30	83.07
		0.5	0.11	76.21	-0.06	76.23
		0.8	-0.06	72.92	-0.25	73.02
		1	-0.08	72.05	-0.09	72.09
		1.25	-0.06	72.92	-0.25	73.02
		2	0.11	76.21	-0.06	76.23
		5	0.44	83.04	0.30	83.07
		10	0.67	87.40	0.57	87.38
		100	0.95	94.88	0.97	90.30
Media global			0.36	76.82	0.28	76.83

α=10%

n_1	n_2	ρ	ZAb1		ZW2		ZW3		ZW4	
40	40	0.01	3.93	95.48	8.35	94.17	9.25	93.10	9.25	93.10
		0.1	-0.06	88.88	1.77	88.10	-2.27	87.92	-0.76	86.67
		0.2	0.14	84.89	0.18	84.41	-1.92	84.35	0.00	83.70
		0.5	-1.73	77.33	-1.73	77.16	-1.73	77.33	-0.34	76.98
		0.8	0.03	72.87	0.01	72.69	-0.22	72.93	-0.22	72.64
		1	0.27	71.27	0.27	71.03	-0.59	71.74	-0.59	71.27
		1.25	0.03	72.87	0.01	72.69	-0.22	72.93	-0.22	72.64
		2	-1.73	77.33	-1.73	77.16	-1.73	77.33	-0.34	76.98
		5	0.14	84.89	0.18	84.41	-1.92	84.35	0.00	83.70
		10	-0.06	88.88	1.77	88.10	-2.27	87.92	-0.76	86.67
		100	3.93	95.48	8.35	94.17	9.25	93.10	9.25	93.10
	60	0.01	5.51	96.20	7.76	95.64	7.76	95.20	7.76	95.20
		0.1	-0.79	90.92	0.01	90.44	-0.95	90.32	-0.95	89.76
		0.2	0.03	87.33	0.03	87.09	-0.97	87.17	0.05	86.81
		0.5	-0.27	80.61	-0.46	80.57	-2.37	80.57	-0.34	80.37
		0.8	-0.49	75.89	-0.63	76.01	-1.01	76.21	-1.01	75.93
		1	-0.23	73.97	-0.06	73.89	-0.25	73.97	-0.25	73.57
		1.25	-1.92	74.57	-0.13	74.53	-1.92	74.97	-0.61	74.73
		2	-0.28	78.17	-1.73	78.17	-1.73	78.17	-1.73	77.89
		5	-0.18	85.25	0.23	84.53	-1.92	84.61	-0.47	83.97
		10	-0.76	89.28	0.84	88.16	-2.37	88.00	-0.77	86.77
		100	0.29	96.00	8.28	94.16	9.25	94.16	9.25	93.12
	100	0.01	6.61	97.10	7.19	96.96	8.16	96.62	8.16	96.60
		0.1	-0.17	92.78	0.25	92.56	0.21	92.59	0.21	92.37
		0.2	-0.27	89.86	-0.42	89.71	-0.28	89.74	-0.01	89.59
		0.5	-0.76	83.53	-0.12	83.41	-0.39	83.55	-0.39	83.41
		0.8	-0.71	78.72	-0.03	78.48	-0.40	78.75	-0.40	78.53
		1	0.11	76.07	-0.32	75.97	-0.36	76.21	-0.36	75.92
		1.25	0.11	75.97	-1.92	76.00	-1.92	76.24	-0.62	76.04
		2	-0.19	78.82	-1.73	78.77	-0.59	78.77	-0.59	78.53
		5	-0.64	85.46	0.18	84.64	-1.94	84.71	-1.94	84.09
		10	-1.12	89.52	0.26	88.19	-2.53	88.07	-1.35	86.84
		100	**-7.12**	96.52	8.19	94.16	9.25	93.12	9.25	93.12
60	60	0.01	2.76	96.61	7.76	95.65	7.76	95.19	7.76	95.19
		0.1	-2.61	91.02	-1.32	90.54	-1.44	90.43	-1.44	89.87
		0.2	-0.12	87.69	0.14	87.29	-0.97	87.29	0.09	86.99
		0.5	-0.10	81.35	-2.37	81.35	-0.29	81.35	-0.26	81.19
		0.8	-0.05	77.75	-0.08	77.75	-0.39	77.96	-0.39	77.80
		1	-0.53	76.75	-0.53	76.43	-1.05	76.86	-1.05	76.65
		1.25	-0.05	77.75	-0.08	77.75	-0.39	77.96	-0.39	77.80
		2	-0.10	81.35	-2.37	81.35	-0.29	81.35	-0.26	81.19
		5	-0.12	87.69	0.14	87.29	-0.97	87.29	0.09	86.99
		10	-2.61	91.02	-1.32	90.54	-1.44	90.43	-1.44	89.87
		100	2.76	96.61	7.76	95.65	7.76	95.19	7.76	95.19
	100	0.01	5.01	97.31	6.90	96.98	8.16	96.62	8.16	96.61
		0.1	-0.83	92.92	0.25	92.71	-0.45	92.70	-0.45	92.48
		0.2	-0.27	90.13	-0.27	90.00	-0.27	90.02	-0.27	89.89
		0.5	-0.65	84.63	-0.30	84.50	-1.20	84.61	-0.22	84.52
		0.8	-0.45	80.91	-0.32	80.70	-0.34	80.81	-0.08	80.72
		1	-0.01	79.01	0.11	78.88	-0.52	79.31	-0.52	79.11
		1.25	-0.97	79.57	-0.97	79.53	-0.97	79.58	-0.38	79.47
		2	-0.07	82.15	-0.61	82.16	-0.49	82.23	-0.49	82.08
		5	0.06	87.89	-0.21	87.47	-0.97	87.50	-0.97	87.21
		10	-2.61	91.20	-1.29	90.55	-1.56	90.47	-1.56	89.90
		100	-2.12	97.16	7.76	95.67	7.76	95.20	7.76	95.20
100	100	0.01	2.06	97.57	6.84	96.98	8.16	96.63	8.16	96.63
		0.1	-0.85	93.06	0.25	92.77	-0.83	92.76	-0.83	92.54
		0.2	-0.27	90.40	-0.27	90.25	-0.27	90.25	-0.27	90.14
		0.5	-1.09	85.53	-1.09	85.49	-1.09	85.50	-0.17	85.43
		0.8	-0.21	82.74	-1.46	82.68	-1.46	82.77	-0.25	82.71
		1	-0.36	81.85	-0.36	81.78	-0.36	81.93	-0.36	81.85
		1.25	-0.21	82.74	-1.46	82.68	-1.46	82.77	-0.25	82.71
		2	-1.09	85.53	-1.09	85.49	-1.09	85.50	-0.17	85.43
		5	-0.27	90.40	-0.27	90.25	-0.27	90.25	-0.27	90.14
		10	-0.85	93.06	0.25	92.77	-0.83	92.76	-0.83	92.54
		100	2.06	97.57	6.84	96.98	8.16	96.63	8.16	96.63
Media global			-0.05	85.93	1.06	85.53	0.67	85.50	1.10	85.20

n_1	n_2	ρ	LE2		LE3		LE4		LCb2		LCb3		LCb4	
40	40	0.01	10.00	85.78	10.00	84.95	10.00	84.89	9.93	88.10	9.93	87.03	9.93	86.97
		0.1	3.18	87.27	-0.18	87.09	1.46	85.84	2.37	87.75	-2.27	87.75	-0.76	86.50
		0.2	1.66	83.88	-1.92	83.82	0.64	83.11	0.70	84.35	-1.92	84.41	0.18	83.70
		0.5	0.15	77.04	-1.52	77.39	-0.19	76.98	-0.17	77.51	-1.52	77.45	0.05	76.98
		0.8	0.03	72.69	-1.21	73.23	-0.88	72.87	0.14	72.87	-1.18	73.17	-0.81	72.81
		1	-0.16	71.15	-1.75	71.74	-0.59	71.15	-0.16	71.15	-1.75	71.74	-0.59	71.15
		1.25	0.03	72.69	-1.21	73.23	-0.88	72.87	0.14	72.87	-1.18	73.17	-0.81	72.81
		2	0.15	77.04	-1.52	77.39	-0.19	76.98	-0.17	77.51	-1.52	77.45	0.05	76.98
		5	1.66	83.88	-1.92	83.82	0.64	83.11	0.70	84.35	-1.92	84.41	0.18	83.70
		10	3.18	87.27	-0.18	87.09	1.46	85.84	2.37	87.75	-2.27	87.75	-0.76	86.50
		100	10.00	85.78	10.00	84.95	10.00	84.89	9.93	88.10	9.93	87.03	9.93	86.97
	60	0.01	9.69	92.28	9.97	91.44	9.97	91.40	9.69	93.08	9.69	92.80	9.69	92.76
		0.1	1.27	90.16	0.41	90.08	0.41	89.48	0.01	90.44	-0.95	90.44	-0.95	89.84
		0.2	1.07	86.97	-0.97	86.89	0.81	86.53	0.04	87.21	-0.20	87.37	-0.20	87.05
		0.5	-0.25	80.37	-0.85	80.53	-0.85	80.29	-0.34	80.61	-0.46	80.77	-0.32	80.53
		0.8	-1.01	76.13	-1.01	76.29	-1.01	76.01	-0.27	75.97	-1.34	76.33	-1.34	76.13
		1	-0.13	73.97	-1.25	74.29	-0.38	73.93	-0.13	73.97	-1.25	74.29	-0.38	73.93
		1.25	-0.02	74.25	-1.29	74.57	-0.76	74.29	-0.27	74.53	-1.29	74.81	-0.76	74.53
		2	0.56	77.53	-1.73	77.81	0.01	77.49	0.34	77.81	-0.29	78.13	-0.29	77.85
		5	1.59	83.89	-0.22	83.85	-0.22	83.21	1.03	84.17	-1.92	84.33	0.43	83.65
		10	2.80	87.17	-0.73	86.97	1.02	85.73	2.50	87.52	-2.37	87.45	-0.77	86.21
		100	10.00	84.25	10.00	83.57	10.00	83.49	9.93	86.33	10.00	85.37	10.00	85.33
	100	0.01	9.15	95.94	9.66	95.60	9.66	95.58	8.16	96.09	9.04	95.97	9.04	95.94
		0.1	0.25	92.51	0.25	92.54	0.25	92.30	0.05	92.76	-0.82	92.78	0.15	92.49
		0.2	-0.27	89.76	-0.62	89.79	-0.37	89.62	-1.04	90.05	-1.85	90.07	-0.78	89.88
		0.5	-0.34	83.51	-1.22	83.55	-0.81	83.39	-1.43	83.75	-1.22	83.80	-0.90	83.65
		0.8	-0.03	78.53	-0.55	78.85	-0.55	78.58	-3.16	78.63	-0.84	78.87	-0.56	78.63
		1	0.20	75.90	-0.35	76.17	-0.35	75.88	0.20	75.90	-0.35	76.17	-0.35	75.88
		1.25	-1.60	75.59	-1.60	75.97	-0.41	75.75	0.34	75.66	-0.17	75.97	-0.17	75.78
		2	-1.73	78.00	-1.73	78.12	0.29	77.83	0.19	78.19	0.17	78.29	0.17	78.02
		5	1.06	83.80	-1.33	83.77	-1.33	83.17	0.81	84.01	-1.94	84.09	-1.94	83.46
		10	2.83	86.94	-1.79	86.74	-0.04	85.58	2.54	87.20	-2.36	87.06	-0.66	85.85
		100	10.00	82.20	10.00	81.26	10.00	81.21	9.93	83.82	10.00	83.10	10.00	83.05
60	60	0.01	9.69	91.45	9.97	90.86	9.97	90.84	9.69	92.45	9.69	91.91	9.69	91.88
		0.1	1.17	90.08	0.32	90.00	0.32	89.41	0.41	90.33	-0.54	90.27	-0.54	89.68
		0.2	1.26	87.05	-0.97	87.05	-0.97	86.72	0.45	87.32	-0.97	87.32	0.35	86.97
		0.5	0.08	81.16	-0.38	81.30	-0.13	81.11	-0.18	81.35	-0.73	81.56	-0.50	81.35
		0.8	-0.12	77.80	-1.29	77.94	-0.87	77.77	-0.12	77.86	-1.29	77.96	-0.87	77.80
		1	-0.53	76.54	-2.14	76.86	-0.81	76.59	-0.53	76.54	-2.14	76.86	-0.81	76.59
		1.25	-0.12	77.80	-1.29	77.94	-0.87	77.77	-0.12	77.86	-1.29	77.96	-0.87	77.80
		2	0.08	81.16	-0.38	81.30	-0.13	81.11	-0.18	81.35	-0.73	81.56	-0.50	81.35
		5	1.26	87.05	-0.97	87.05	-0.97	86.72	0.45	87.32	-0.97	87.32	0.35	86.97
		10	1.17	90.08	0.32	90.00	0.32	89.41	0.41	90.33	-0.54	90.27	-0.54	89.68
		100	9.69	91.45	9.97	90.86	9.97	90.84	9.69	92.45	9.69	91.91	9.69	91.88
	100	0.01	9.22	95.67	9.66	95.07	9.66	95.05	8.16	96.01	9.44	95.63	9.44	95.62
		0.1	0.25	92.58	0.07	92.63	0.07	92.39	0.25	92.79	-0.51	92.74	-0.51	92.52
		0.2	-0.27	89.95	0.44	89.94	0.44	89.81	-0.27	90.15	-0.28	90.18	-0.28	90.05
		0.5	-0.25	84.50	-0.61	84.61	-0.53	84.52	-0.31	84.63	-0.61	84.73	-0.53	84.63
		0.8	-0.27	80.78	-0.52	80.93	-0.52	80.81	-0.32	80.85	-0.46	80.99	-0.46	80.86
		1	-0.30	79.06	-0.39	79.18	-0.38	79.01	-0.30	79.06	-0.39	79.18	-0.38	79.01
		1.25	-0.81	79.32	-2.00	79.57	-0.39	79.44	0.14	79.35	-2.00	79.50	-0.27	79.37
		2	0.33	81.82	-0.05	81.92	-0.05	81.79	0.23	81.95	-0.27	82.11	-0.27	81.98
		5	-0.97	87.11	-1.04	87.11	-1.04	86.80	0.63	87.23	-0.99	87.34	-0.99	87.03
		10	1.16	89.99	0.01	89.90	0.01	89.34	0.74	90.15	-0.65	90.10	-0.65	89.51
		100	9.69	90.54	9.97	89.94	9.97	89.92	9.69	91.43	9.97	90.46	9.97	90.44
100	100	0.01	9.22	95.33	9.66	94.78	9.66	94.78	8.16	95.67	9.66	95.02	9.66	95.01
		0.1	0.25	92.58	0.13	92.58	0.13	92.35	0.25	92.72	-0.32	92.73	-0.32	92.50
		0.2	0.24	90.13	0.26	90.12	0.26	89.99	-0.27	90.29	-0.27	90.27	-0.27	90.14
		0.5	0.08	85.45	-0.94	85.54	-0.89	85.47	-0.43	85.55	-0.87	85.59	-0.37	85.51
		0.8	-0.33	82.73	-1.04	82.87	-1.03	82.81	-0.92	82.81	-1.35	82.91	-1.35	82.85
		1	-0.36	81.82	-2.47	81.95	-0.81	81.85	-0.36	81.82	-2.47	81.95	-0.81	81.85
		1.25	-0.33	82.73	-1.04	82.87	-1.03	82.81	-0.92	82.81	-1.35	82.91	-1.35	82.85
		2	0.08	85.45	-0.94	85.54	-0.89	85.47	-0.43	85.55	-0.87	85.59	-0.37	85.51
		5	0.24	90.13	0.26	90.12	0.26	89.99	-0.27	90.29	-0.27	90.27	-0.27	90.14
		10	0.25	92.58	0.13	92.58	0.13	92.35	0.25	92.72	-0.32	92.73	-0.32	92.50
		100	9.22	95.33	9.66	94.78	9.66	94.78	8.16	95.67	9.66	95.02	9.66	95.01
Media global			2.04	84.41	1.12	84.38	1.60	84.08	1.77	84.77	0.88	84.73	1.37	84.43

n_1	n_2	ρ	AE1		AE1.5	
40	40	0.01	6.20	94.82	6.85	94.59
		0.1	4.69	87.33	3.64	87.33
		0.2	2.25	83.05	2.16	82.99
		0.5	0.58	76.32	-0.17	76.32
		0.8	0.03	72.69	-1.18	72.87
		1	-1.75	71.98	-1.75	72.22
		1.25	0.03	72.69	-1.18	72.87
		2	0.58	76.32	-0.17	76.32
		5	2.25	83.05	2.16	82.99
		10	4.69	87.33	3.64	87.33
		100	6.20	94.82	6.85	94.59
	60	0.01	7.11	95.64	7.96	95.48
		0.1	4.27	88.92	4.27	89.04
		0.2	2.41	85.29	1.33	85.33
		0.5	-0.17	79.37	-0.17	79.33
		0.8	-1.01	76.13	-1.01	76.13
		1	-0.93	74.45	-1.75	74.61
		1.25	-0.18	74.53	-0.18	74.61
		2	0.69	77.17	0.38	77.25
		5	2.22	83.65	1.03	83.69
		10	3.17	87.88	2.14	87.88
		100	4.72	95.20	6.12	94.88
	100	0.01	7.92	96.43	7.92	96.31
		0.1	5.39	90.70	4.97	90.68
		0.2	2.06	87.76	0.71	87.78
		0.5	0.08	82.32	-0.37	82.40
		0.8	0.00	78.44	-1.95	78.53
		1	-0.32	76.41	-0.70	76.60
		1.25	-0.20	75.97	-0.20	75.97
		2	0.40	78.19	-0.19	78.22
		5	1.25	84.33	-0.21	84.40
		10	1.40	88.43	-0.09	88.36
		100	2.95	95.68	5.07	95.32
60	60	0.01	5.57	96.05	6.86	95.81
		0.1	4.16	89.55	3.27	89.55
		0.2	2.40	85.97	2.15	86.03
		0.5	0.35	80.38	0.35	80.38
		0.8	-0.05	77.61	-0.12	77.72
		1	-0.80	76.97	-2.14	77.18
		1.25	-0.05	77.61	-0.12	77.72
		2	0.35	80.38	0.35	80.38
		5	2.40	85.97	2.15	86.03
		10	4.16	89.55	3.27	89.55
		100	5.57	96.05	6.86	95.81
	100	0.01	6.80	96.74	7.73	96.62
		0.1	3.55	91.30	3.90	91.22
		0.2	2.74	88.38	2.30	88.36
		0.5	0.84	83.43	0.84	83.44
		0.8	-0.27	80.54	-0.42	80.59
		1	-0.04	79.24	-0.42	79.34
		1.25	-0.24	79.44	-0.27	79.42
		2	0.53	81.40	-0.45	81.45
		5	1.82	86.64	0.62	86.72
		10	2.55	90.10	1.42	90.10
		100	4.43	96.33	6.12	96.15
100	100	0.01	5.59	97.06	6.86	96.93
		0.1	3.89	91.79	3.00	91.79
		0.2	2.65	89.04	1.90	89.10
		0.5	0.00	84.71	0.00	84.68
		0.8	-0.92	82.59	-0.92	82.64
		1	-0.36	81.97	-2.47	82.09
		1.25	-0.92	82.59	-0.92	82.64
		2	0.00	84.71	0.00	84.68
		5	2.65	89.04	1.90	89.10
		10	3.89	91.79	3.00	91.79
		100	5.59	97.06	6.86	96.93
Media global			2.09	85.08	1.81	85.08

Tabla AIII.4

Número de fallos (F), incremento medio del error ($\overline{\Delta\alpha}$) y potencia media ($\bar{\theta}$) para los métodos sin cpc seleccionados de cada familia.

α=1%

$0.1 \le \rho \le 10$				$\rho = 0.01$ y $\rho = 100$			
Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$
ZW3	0	-0.03	73.75	ZAb1	0	0.81	93.48
ZW4	0	0.06	73.31	ZW3	0	1.00	90.99
ZAb1	1	-0.07	74.46	ZW4	0	1.00	90.99
ZW2	1	-0.42	73.92	ZW2	0	1.00	89.94
LE3	0	0.18	72.64	LCb3	0	1.00	75.90
LE4	0	0.25	72.15	LCb4	0	1.00	75.80
LE2	0	-0.42	72.82	LCb2	0	1.00	74.77
LCb3	1	0.06	73.52	LE3	0	1.00	65.66
LCb4	1	0.10	73.05	LE4	0	1.00	65.52
LCb2	1	-0.40	73.70	LE2	0	1.00	64.10
AE1.5	0	0.13	73.33	AE1	0	0.92	92.77
AE1	0	0.24	73.27	AE1.5	0	0.96	92.59

α=10%

$0.1 \le \rho \le 10$				$\rho = 0.01$ y $\rho = 100$			
Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$
ZW2	0	-0.41	83.29	ZW2	0	7.67	95.60
ZW4	0	-0.52	83.03	ZW3	0	8.39	95.06
ZAb1	0	-0.53	83.56	ZW4	0	8.39	94.97
ZW3	0	-1.04	83.37	ZAb1	1	2.14	96.63
LCb2	0	0.10	83.25	LCb2	0	9.26	91.60
LE4	0	-0.24	82.80	LE2	0	9.63	90.50
LE2	0	0.36	83.06	LCb3	0	9.73	90.94
LCb4	0	-0.49	82.99	LCb4	0	9.73	90.91
LE3	0	-0.82	83.17	LE3	0	9.88	89.84
LCb3	0	-1.08	83.36	LE4	0	9.88	89.81
AE1.5	0	0.69	82.70	AE1	0	5.72	95.99
AE1	0	1.28	82.66	AE1.5	0	6.84	95.79

Tabla AIII.5

Número de fallos (*F*), incremento medio del error ($\overline{\Delta\alpha}$) y potencia media ($\bar{\theta}$) para los seis métodos sin cpc seleccionados

α=1%

$0.1 \leq \rho \leq 10$				$\rho = 0.01$ y $\rho = 100$			
Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$
AE1.5	0	0.13	73.33	AE1	0	0.92	92.77
AE1	0	0.24	73.27	AE1.5	0	0.96	92.59
LE3	0	0.18	72.64	LCb3	0	1.00	75.90
LCb3	1	0.06	73.52	LE3	0	1.00	65.66
ZW4	0	0.06	73.31	ZAb1	0	0.81	93.48
ZAb1	1	-0.07	74.46	ZW4	0	1.00	90.99

α=5%

$0.1 \leq \rho \leq 10$				ρ=0.01 y ρ=100			
Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$
ZW4	0	0.06	79.71	ZAb1	1	2.34	95.70
ZAb1	0	-0.27	80.50	ZW4	0	4.74	93.82
AE1.5	0	0.43	79.48	AE1	0	3.55	95.00
AE1	0	0.73	79.41	AE1.5	0	4.10	94.79
LE3	0	0.06	79.69	LCb3	0	4.98	86.84
LCb3	1	-0.21	80.07	LE3	0	5.00	84.28

α=10%

$0.1 \leq \rho \leq 10$				$\rho = 0.01$ y $\rho = 100$			
Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$
AE1.5	0	0.69	82.70	AE1	0	5.72	95.99
AE1	0	1.28	82.66	AE1.5	0	6.84	95.79
LE3	0	-0.82	83.17	LCb3	0	9.73	90.94
LCb3	0	-1.08	83.36	LE3	0	9.88	89.84
ZW4	0	-0.52	83.03	ZW4	0	8.39	94.97
ZAb1	0	-0.53	83.56	ZAb1	1	2.14	96.63

Tabla AIII.6

Número de fallos (*F*), incremento medio del error ($\overline{\Delta\alpha}$) y potencia media ($\overline{\theta}$) para los métodos sin cpc con 2 o menos fallos, n_1=n_2=100 y α=5%.

$0.1 \leq \rho \leq 10$				$\rho = 0.01$ y $\rho = 100$			
Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$
LE2	0	0	84.54	ZAb3	0	-0.54	97.38
LE3	0	0.02	84.54	AE2	0	0.59	96.83
LE4	0	0.04	84.37	AE3	0	0.59	96.80
LCb2	0	-0.12	84.72	ZAb2	0	-0.92	97.43
LCb3	0	-0.12	84.72	ZAb1	0	2.70	96.94
LCb4	0	-0.12	84.56	AE1	0	3.64	96.38
ZAb3	0	-0.14	84.79	AE1.5	0	4.16	96.26
ZAb2	0	-0.16	84.79	ZW2	0	4.60	95.90
ZAb1	0	-0.22	84.83	ZW3	0	4.64	95.86
ZW4	0	-0.28	84.53	ZW4	0	4.64	95.86
ZW2	0	-0.44	84.68	LCb2	0	4.95	93.35
ZW3	0	-0.44	84.67	LCb3	0	4.95	93.32
AE1.5	0	0.45	83.96	LCb4	0	4.95	93.30
AE1	0	0.58	83.93	LE2	0	4.97	92.65
AE3	0	0.69	83.86	LE3	0	4.99	92.46
ZPa2	0	0.69	81.78	LE4	0	4.99	92.45
AE2	0	0.70	83.85	ZPa2	0	5.00	92.99
ZPa3	0	0.91	81.56	ZPa3	0	5.00	92.95
ZPa4	0	0.91	81.47	ZPa4	0	5.00	92.95
ZPa1	0	0.93	81.50	ZPa1	0	5.00	92.54
ZPa0	0	1.01	81.53	ZPa0	0	5.00	92.09
ZPb2	0	1.27	81.21	ZPb2	0	5.00	91.48
ZPb0	0	1.27	81.02	ZPb3	0	5.00	91.44
ZPb3	0	1.46	81.06	ZPb4	0	5.00	91.44
ZPb4	0	1.46	80.99	ZPb1	0	5.00	91.02
ZPb1	0	1.57	80.93	ZPb0	0	5.00	90.58

Tabla AIII.7

Número de fallos (*F*), incremento medio del error ($\overline{\Delta\alpha}$) y potencia media ($\overline{\theta}$) para los dos métodos finalmente seleccionados, aplicados con y sin cpc.

$0.1 \leq \rho \leq 10$				$\rho = 0.01$ y $\rho = 100$			
Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$
ZW4	0	0.06	73.31	ZAb1	0	0.81	93.48
ZW4c	0	0.07	73.28	ZAb1c	0	0.82	93.47
ZAb1c	1	-0.05	74.42	ZW4	0	1.00	90.99
ZAb1	1	-0.07	74.46	ZW4c	0	1.00	90.98

Tabla AIII.8

Número de fallos (*F*), incremento medio del error ($\overline{\Delta\alpha}$) y potencia media ($\overline{\theta}$) para los métodos clásicos de la literatura.

$0.1 \leq \rho \leq 10$				$\rho = 0.01$ y $\rho = 100$			
Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$
LW0	9	-0.82	77.45	LW0	11	-3.49	95.16
ZCb0	16	-1.17	80.84	ZCb0	12	-6.03	96.57
LW1	19	-1.56	79.90	ZE0	12	-6.28	97.00
ZE0	22	-1.42	80.81	LW1	12	-39.08	97.56
ZW0	44	-16.91	80.61	ZW0	12	-84.84	93.86

Tabla AIII.9

Número de fallos (*F*), incremento medio del error ($\overline{\Delta\alpha}$) y potencia media ($\bar{\theta}$) de todos los métodos extras que introduce el caso clásico de ρ=1 y α=5% respecto del caso δ=0 ya analizado en el capítulo anterior (los métodos omitidos son equivalentes a alguno de los reseñados).

Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$
LW1	0	0.31	71.05
LE2	0	-0.44	72.27
LE4	0	-0.48	71.89
RW4	0	-0.51	58.18
LN4	0	-0.63	71.79
LE3	0	-0.65	72.31
LW3	0	0.67	70.62
LW2	0	0.67	70.60
LW4	0	0.67	70.33
LN3	0	-0.87	72.17
LN2	0	-0.87	72.14
RN0	1	-1.11	56.69
RN4	1	-1.32	86.83
RN1	1	-1.32	56.88
RN2	1	-1.37	57.07
RN3	1	-1.37	57.07
LW0	1	-1.62	68.66
LE1	4	-3.00	72.70
LN1	6	-3.55	72.59
RW2	6	-5.09	61.57
RW3	6	-5.09	61.56
RW1	6	-9.68	61.38
RW0	6	-17.96	62.91
LE0	6	-46.29	73.36
LN0	6	-46.29	73.19
LPa4	6	-52.37	69.50
LPb4	6	-52.37	69.50
LPa3	6	-56.97	69.68
LPb3	6	-56.97	69.68
LPa2	6	-56.97	69.62
LPb2	6	-56.97	69.62
LPa1	6	-68.47	70.19
LPb1	6	-68.47	70.19
LPa0	6	-71.04	70.43
LPb0	6	-71.04	70.43
XPb2	6	-89.57	94.02
XPb3	6	-89.57	94.02
XPb4	6	-89.57	94.02
XPb0	6	-89.58	94.21
XPb1	6	-89.58	94.21

Tabla AIV.1: Incremento del error $\Delta\alpha$ (primera entrada) y "potencia" θ (segunda entrada) para todos los métodos sin cpc comparados. Los valores en negrita indican que el método "falla". (α=5%)

n_1	n_2	β_1	β_2	λ	ZW0		ZW1		ZW2		ZW3		ZW4	
40	40	3	1	0.5	**-4.97**	89.53	-0.51	89.77	-0.35	90.07	-0.39	90.07	0.43	89.59
				1	**-10.27**	77.57	-0.82	77.16	-0.22	77.04	-0.22	77.10	-0.22	76.56
				2	-1.97	70.55	-1.97	70.08	-1.97	69.72	-1.97	69.72	-0.78	69.60
		5	1	0.5	**-12.34**	91.20	**-4.60**	91.26	0.85	91.73	0.85	91.73	3.08	91.43
				1	**-22.58**	81.62	-1.78	81.20	-0.41	81.32	-0.41	81.38	-0.41	80.55
				2	**-4.53**	73.17	-1.72	72.87	**-2.44**	72.40	**-2.44**	72.40	-0.47	72.28
				3	-1.60	71.03	-0.71	70.32	-0.71	70.20	-0.71	70.20	-0.71	70.20
	60	3	1	0.5	**-5.21**	89.92	-0.77	90.04	-0.35	90.32	-0.40	90.36	-0.40	89.96
				1	**-19.56**	78.01	-0.74	77.61	-0.68	77.57	-0.68	77.61	-0.68	77.09
				2	-1.97	70.93	-1.97	70.53	-0.52	70.05	-1.97	70.13	-0.93	70.05
		5	1	0.5	**-14.87**	91.44	**-4.60**	91.64	0.66	91.88	0.66	91.84	3.24	91.52
				1	**-33.80**	81.81	**-2.25**	81.49	-0.81	81.45	-0.30	81.41	-0.30	80.61
				2	**-4.53**	73.37	-1.63	72.89	**-2.44**	72.53	**-2.44**	72.57	-0.71	72.53
				3	-1.40	71.01	-0.86	70.61	-0.56	70.21	-0.56	70.21	-0.56	70.21
		1	3	0.5	**-3.07**	91.28	-0.36	91.40	-0.40	91.64	-0.40	91.64	0.14	91.40
				1	**-3.91**	81.05	-0.66	80.81	-0.67	80.53	-0.67	80.61	-0.01	80.25
				2	-1.12	75.09	-0.61	74.61	-0.60	74.45	-0.60	74.45	-0.22	74.37
		1	5	0.5	**-5.80**	92.96	-1.94	93.20	0.71	93.44	0.90	93.36	0.97	93.00
				1	**-12.58**	84.77	-0.69	84.49	-0.32	84.45	-0.32	84.53	0.11	84.05
				2	**-2.76**	77.37	-1.32	77.13	-0.52	77.09	-0.52	77.13	-0.45	77.09
				3	-1.63	75.57	-1.63	75.33	-1.63	75.17	-1.63	75.17	-0.46	75.09
	100	3	1	0.5	**-9.50**	90.36	-1.51	90.46	-0.35	90.65	-0.43	90.65	-0.43	90.22
				1	**-33.54**	78.39	**-2.14**	78.10	-0.77	77.88	-0.77	77.90	-0.77	77.42
				2	-1.97	71.24	-1.97	70.80	-1.18	70.42	-1.18	70.42	-1.18	70.42
		5	1	0.5	**-21.91**	91.69	**-4.70**	91.69	0.32	92.06	0.24	91.98	3.25	91.62
				1	**-48.14**	81.99	**-3.49**	81.57	-0.87	81.60	-0.83	81.57	-0.83	80.78
				2	**-4.53**	73.39	-1.96	73.05	-1.17	72.69	-1.17	72.69	-0.62	72.66
				3	-1.81	71.09	-1.23	70.76	-0.47	70.37	-0.47	70.37	-0.47	70.37
		1	3	0.5	**-3.07**	92.76	-0.99	93.00	-0.92	93.05	-0.92	93.07	0.07	92.95
				1	-1.04	84.32	-0.65	84.30	-0.09	84.09	-0.09	84.13	-0.08	83.94
				2	-0.74	79.64	-0.31	79.45	-1.27	79.40	-1.27	79.40	-0.17	79.30
		1	5	0.5	**-3.07**	94.52	-0.43	94.69	0.33	94.81	0.55	94.81	0.66	94.66
				1	**-4.02**	87.88	-0.35	87.78	-0.95	87.73	-0.95	87.71	-0.22	87.49
				2	-1.69	81.91	-1.69	82.01	-1.69	81.79	-1.69	81.77	-0.82	81.72
				3	-0.65	80.42	-0.23	80.22	-0.66	80.27	-0.66	80.27	-0.23	80.22
60	60	3	1	0.5	**-2.59**	91.70	-1.77	91.83	-0.40	92.05	-0.40	92.05	-0.40	91.86
				1	**-10.28**	81.51	-0.64	81.32	-0.17	81.13	-0.17	81.13	-0.17	80.89
				2	-0.92	75.46	-0.62	75.25	-0.60	74.98	-0.60	75.09	-0.48	75.03
		5	1	0.5	**-6.76**	93.23	**-2.12**	93.44	0.50	93.60	0.56	93.55	0.97	93.17
				1	**-22.38**	84.92	-0.95	84.82	-0.33	84.71	-0.33	84.71	0.09	84.31
				2	**-2.76**	77.59	-0.87	77.45	-0.56	77.16	-0.56	77.18	-0.56	77.16
				3	-1.63	75.73	-1.63	75.46	-0.55	75.30	-0.55	75.30	-0.46	75.25
	100	3	1	0.5	**-3.86**	92.16	-1.77	92.27	-0.13	92.39	-0.13	92.37	-0.13	92.16
				1	**-22.20**	81.98	-0.67	81.80	-0.34	81.71	-0.63	81.69	-0.34	81.43
				2	-0.99	75.77	-0.65	75.64	-0.60	75.34	-0.60	75.38	-0.60	75.38
		5	1	0.5	**-11.71**	93.48	**-2.03**	93.56	0.35	93.75	0.38	93.72	0.89	93.36
				1	**-36.68**	85.20	**-2.00**	85.00	-0.38	85.02	-0.38	85.00	-0.38	84.60
				2	**-2.76**	77.75	-1.08	77.52	-0.58	77.36	-0.58	77.36	-0.58	77.36
				3	-1.63	75.86	-1.63	75.67	-0.90	75.38	-1.10	75.44	-1.10	75.44
		1	3	0.5	-1.78	93.33	-0.99	93.41	-0.30	93.54	-0.30	93.52	0.26	93.43
				1	**-2.75**	85.00	-0.56	84.94	-0.25	84.84	-0.36	84.89	-0.36	84.76
				2	-0.68	80.15	-0.43	80.02	-0.26	79.86	-0.26	79.86	-0.25	79.82
		1	5	0.5	**-2.23**	94.79	-0.31	94.94	-0.04	95.08	0.32	95.05	0.38	94.92
				1	**-10.26**	88.17	-0.35	88.05	-0.06	88.01	-0.04	87.99	0.02	87.81
				2	-1.69	82.23	-1.69	82.11	-0.30	82.05	-0.31	82.06	-0.31	82.03
				3	-0.67	80.73	-0.44	80.51	-0.18	80.41	-0.18	80.41	-0.18	80.41
100	100	3	1	0.5	-1.53	93.78	-1.44	93.85	-0.19	93.93	-0.19	93.94	-0.19	93.86
				1	**-10.19**	85.61	-0.56	85.47	-0.56	85.44	-0.56	85.46	-0.19	85.35
				2	-0.51	80.62	-0.45	80.56	-0.33	80.42	-0.36	80.46	-0.36	80.46
		5	1	0.5	**-3.91**	95.09	**-2.82**	95.17	0.21	95.27	0.21	95.26	0.21	95.13
				1	**-22.30**	88.38	-0.64	88.35	-0.32	88.28	-0.32	88.31	-0.32	88.15
				2	-1.69	82.36	-1.69	82.27	-0.27	82.21	-0.26	82.21	-0.26	82.20
				3	-0.49	80.82	-0.41	80.74	-0.27	80.66	-0.41	80.68	-0.27	80.66
Media Global					**-8.94**	84.10	-1.41	83.99	-0.45	83.96	-0.45	83.96	-0.03	83.73

n_1	n_2	β_1	β_2	λ	ZN0		ZN1		ZN2		ZN3		ZN4	
40	40	3	1	0.5	-0.11	90.60	**-2.69**	91.26	**-8.41**	91.67	**-8.41**	91.67	**-8.41**	91.43
				1	-0.17	77.75	-0.20	77.63	-0.44	77.39	-0.56	77.51	-0.56	77.04
				2	-0.08	69.13	-0.08	68.89	0.32	68.53	0.32	68.53	0.32	68.41
		5	1	0.5	-0.67	92.92	**-5.93**	93.69	**-16.48**	94.41	**-16.48**	94.41	**-38.73**	94.53
				1	**-2.17**	82.51	**-2.86**	82.81	**-2.86**	82.93	**-2.86**	82.87	**-43.25**	82.27
				2	-0.16	72.10	-0.47	71.74	-0.47	71.39	-0.47	71.51	-0.47	71.45
				3	-0.03	69.48	-0.03	69.36	0.46	68.65	0.46	68.65	0.46	68.65
	60	3	1	0.5	-0.49	91.12	**-3.06**	91.52	**-7.25**	91.92	**-7.25**	91.92	**-7.25**	91.60
				1	-0.49	78.29	-1.52	78.17	**-3.97**	78.13	**-3.97**	78.05	**-26.81**	77.65
				2	-0.10	69.57	0.32	69.01	0.50	68.85	0.45	68.93	0.45	68.93
		5	1	0.5	-0.67	93.24	**-7.25**	93.88	**-20.95**	94.56	**-20.95**	94.52	**-53.57**	94.68
				1	**-2.17**	82.81	**-2.74**	82.93	**-6.14**	83.21	**-6.14**	83.21	**-69.41**	82.57
				2	**-2.17**	72.37	-0.47	71.97	-0.47	71.61	-0.47	71.61	-0.47	71.57
				3	-0.14	69.73	0.14	69.17	0.37	68.85	0.37	68.85	0.37	68.85
		1	3	0.5	-0.40	91.92	-1.69	92.28	**-3.87**	92.60	**-3.87**	92.56	**-3.86**	92.40
				1	-0.24	81.01	-0.67	80.93	-0.72	80.81	-0.72	80.85	-0.70	80.53
				2	-0.01	74.13	0.17	73.89	0.17	73.81	0.17	73.81	0.17	73.73
		1	5	0.5	0.20	93.96	**-3.40**	94.44	**-8.41**	94.80	**-8.41**	94.80	**-8.41**	94.72
				1	-0.33	85.29	-0.53	85.41	-1.36	85.37	-1.38	85.41	-1.18	85.01
				2	-0.15	76.89	0.04	76.61	-0.07	76.49	-0.07	76.53	-0.07	76.53
				3	0.00	74.77	0.02	74.69	0.29	74.29	0.29	74.29	0.36	74.21
	100	3	1	0.5	-0.35	91.50	**-5.03**	91.89	**-13.41**	92.25	**-13.41**	92.20	**-35.22**	91.96
				1	-0.24	78.65	-0.79	78.58	**-6.22**	78.63	**-6.17**	78.65	**-66.16**	78.34
				2	-0.16	69.84	0.14	69.45	0.47	69.11	0.47	69.11	0.47	69.11
		5	1	0.5	-0.84	93.48	**-8.56**	94.04	**-33.22**	94.69	**-25.86**	94.61	**-67.45**	94.81
				1	**-2.17**	83.00	**-5.64**	83.19	**-13.81**	83.51	**-13.81**	83.48	**-87.57**	83.07
				2	**-2.17**	72.42	-0.22	72.06	-0.47	71.72	-0.47	71.72	-0.47	71.72
				3	-0.21	69.79	-0.11	69.45	0.21	69.02	0.21	69.02	0.21	69.02
		1	3	0.5	-0.73	93.24	-1.17	93.36	**-2.82**	93.55	**-2.51**	93.53	**-2.48**	93.43
				1	-0.21	84.28	-0.63	84.33	-0.55	84.18	-0.58	84.23	-0.58	84.06
				2	-0.21	79.26	0.01	79.06	0.23	79.06	0.23	79.06	0.23	78.97
		1	5	0.5	-0.36	95.07	-1.77	95.29	**-3.87**	95.48	**-3.88**	95.46	**-3.87**	95.34
				1	-0.14	88.05	-0.46	88.05	-1.15	88.05	-1.15	88.00	-1.15	87.85
				2	-0.19	81.67	-0.15	81.67	0.07	81.41	0.00	81.41	0.00	81.36
				3	-0.19	80.08	-0.19	80.03	-0.04	80.03	-0.04	80.03	-0.04	79.98
60	60	3	1	0.5	-0.40	92.42	-1.71	92.69	**-4.98**	92.96	**-4.98**	92.93	**-4.98**	92.72
				1	-0.15	81.62	-0.67	81.56	-0.45	81.46	-0.36	81.48	-0.36	81.27
				2	-0.48	74.82	0.13	74.39	0.35	74.12	0.35	74.12	0.35	74.07
		5	1	0.5	0.07	94.28	**-4.76**	94.63	**-13.31**	94.95	**-13.31**	94.95	**-23.24**	94.89
				1	-0.14	85.51	-1.49	85.60	**-2.92**	85.70	**-2.92**	85.73	**-43.06**	85.41
				2	-0.14	77.08	0.11	76.81	-0.48	76.67	-0.48	76.73	0.11	76.67
				3	-0.10	74.93	0.02	74.82	0.29	74.44	0.27	74.50	0.27	74.50
	100	3	1	0.5	-0.40	92.79	**-2.69**	93.00	**-8.56**	93.23	**-8.56**	93.25	**-8.56**	93.07
				1	-0.17	82.18	-0.68	82.03	**-2.96**	82.02	**-2.96**	82.00	**-42.89**	81.80
				2	-0.17	74.99	0.14	74.76	0.20	74.60	0.20	74.60	0.20	74.60
		5	1	0.5	-0.48	94.56	**-4.67**	94.77	**-19.21**	95.11	**-19.21**	95.11	**-46.82**	95.07
				1	-0.17	85.83	**-4.98**	85.86	**-10.72**	85.98	**-10.62**	85.96	**-77.27**	85.70
				2	-0.24	77.23	-0.48	77.00	-0.50	76.81	-0.50	76.85	0.06	76.82
				3	-0.28	75.09	0.17	74.86	0.27	74.66	0.27	74.70	0.27	74.70
		1	3	0.5	-0.92	93.73	-0.97	93.80	**-2.56**	93.96	**-2.10**	93.93	**-2.08**	93.85
				1	-0.08	85.03	-0.09	84.95	-0.44	84.89	-0.34	84.89	-0.34	84.76
				2	-0.56	79.99	-0.11	79.82	0.01	79.69	0.01	79.69	0.01	79.66
		1	5	0.5	-1.36	95.33	-1.73	95.50	**-4.99**	95.68	**-4.99**	95.68	**-4.99**	95.57
				1	-0.95	88.39	-0.34	88.43	-1.84	88.43	-1.84	88.41	-1.15	88.25
				2	-0.95	81.93	-0.19	81.79	-0.04	81.74	-0.04	81.74	-0.04	81.72
				3	-0.19	80.25	-0.19	80.18	-0.19	80.12	-0.19	80.12	0.12	80.08
100	100	3	1	0.5	-0.92	94.13	-0.98	94.24	**-3.01**	94.35	**-3.01**	94.33	**-2.99**	94.26
				1	-0.56	85.68	-0.14	85.60	-0.97	85.55	-0.34	85.56	-0.26	85.46
				2	-0.56	80.36	-0.56	80.15	0.15	79.99	0.15	79.99	0.15	79.97
		5	1	0.5	-1.36	95.59	**-2.70**	95.72	**-8.56**	95.86	**-8.56**	95.87	**-8.56**	95.74
				1	-0.95	88.73	-0.77	88.72	**-3.12**	88.75	**-2.97**	88.73	**-42.91**	88.60
				2	-0.95	82.12	-0.26	82.00	0.08	81.90	0.04	81.93	0.04	81.92
				3	-0.20	80.50	-0.19	80.35	-0.19	80.25	-0.19	80.27	0.15	80.25
Media Global					-0.57	84.29	-1.63	84.33	**-4.54**	84.37	**-4.37**	84.37	**-15.48**	84.23

n_1	n_2	β_1	β_2	λ	ZE0		ZE1		ZE2		ZE3		ZE4	
40	40	3	1	0.5	-0.51	90.48	-1.45	90.90	**-2.75**	91.31	**-2.75**	91.31	**-2.74**	90.96
				1	-0.11	77.69	-1.52	77.63	-0.58	77.57	-0.58	77.57	-0.58	77.16
				2	-0.13	69.24	-0.08	68.89	0.40	68.29	0.40	68.29	0.40	68.17
		5	1	0.5	-0.67	92.74	**-2.86**	93.46	**-8.41**	94.17	**-8.41**	94.11	**-20.35**	94.17
				1	**-2.29**	82.51	**-2.86**	82.69	**-2.86**	82.87	**-2.86**	82.87	**-43.25**	82.27
				2	**-2.17**	72.10	-0.47	71.80	-0.47	71.39	-0.47	71.51	-0.47	71.45
				3	-0.23	69.60	-0.03	69.36	0.46	68.65	0.46	68.65	0.46	68.65
	60	3	1	0.5	-0.35	90.96	-1.45	91.28	**-7.25**	91.76	**-7.25**	91.68	**-7.25**	91.36
				1	**-3.14**	78.33	**-3.14**	78.17	**-3.97**	78.05	**-3.97**	78.01	**-26.81**	77.61
				2	-0.27	69.73	0.24	69.09	0.52	68.69	0.52	68.69	0.52	68.69
		5	1	0.5	-0.67	93.08	**-2.93**	93.64	**-13.31**	94.32	**-13.31**	94.32	**-39.87**	94.44
				1	**-2.17**	82.73	**-6.06**	82.93	**-12.26**	83.21	**-6.14**	83.21	**-69.41**	82.77
				2	**-2.17**	72.41	-0.47	71.89	-0.47	71.61	-0.47	71.57	-0.47	71.57
				3	-0.14	69.73	0.14	69.25	0.37	68.85	0.37	68.85	0.37	68.85
		1	3	0.5	-0.40	91.84	-0.52	92.04	**-2.70**	92.40	**-2.70**	92.36	**-2.69**	92.12
				1	-0.10	81.01	-0.67	80.97	-0.48	80.77	-0.30	80.65	-0.30	80.41
				2	-0.11	74.13	0.03	74.05	0.18	73.81	0.18	73.81	0.18	73.73
		1	5	0.5	-0.12	93.84	-1.26	94.24	**-4.96**	94.60	**-4.96**	94.56	**-4.96**	94.48
				1	0.14	85.17	-0.48	85.25	-1.21	85.41	-1.24	85.41	-1.15	85.01
				2	-0.15	76.93	0.04	76.65	-0.48	76.57	-0.48	76.57	-0.07	76.53
				3	-0.16	74.85	0.02	74.61	0.28	74.37	0.28	74.37	0.28	74.29
	100	3	1	0.5	-0.35	91.38	-1.66	91.74	**-8.56**	92.06	**-8.56**	92.06	**-23.72**	91.79
				1	-0.58	78.68	**-6.09**	78.68	**-6.17**	78.56	**-6.17**	78.58	**-69.22**	78.31
				2	-0.16	69.84	0.14	69.40	0.47	69.11	0.47	69.11	0.47	69.11
		5	1	0.5	-0.67	93.41	**-4.96**	93.89	**-19.21**	94.54	**-19.21**	94.49	**-58.57**	94.66
				1	**-2.17**	83.00	**-5.64**	83.19	**-13.81**	83.46	**-13.81**	83.43	**-87.57**	83.00
				2	**-2.17**	72.42	-0.22	72.11	-0.47	71.72	-0.47	71.72	-0.47	71.72
				3	-0.21	69.79	-0.11	69.36	0.21	69.02	0.08	69.07	0.08	69.07
		1	3	0.5	-0.92	93.07	-0.52	93.31	**-2.07**	93.38	-1.81	93.43	-1.60	93.33
				1	-0.60	84.30	-0.20	84.26	-0.36	84.26	-0.49	84.28	-0.47	84.09
				2	-0.56	79.35	-0.11	79.11	0.13	79.06	0.13	79.06	0.13	78.97
		1	5	0.5	-1.36	95.00	-0.74	95.15	**-2.70**	95.34	**-2.70**	95.36	**-2.69**	95.24
				1	-0.95	88.17	-0.33	88.02	-1.84	88.02	-1.84	87.97	-1.15	87.78
				2	-0.95	81.65	-0.95	81.65	-0.06	81.53	-0.06	81.53	-0.06	81.48
				3	-0.19	80.08	-0.19	80.03	-0.04	79.93	-0.04	79.93	-0.04	79.93
60	60	3	1	0.5	-0.40	92.29	-0.28	92.45	**-2.75**	92.80	**-2.75**	92.74	**-2.75**	92.53
				1	-0.22	81.67	-0.67	81.54	-0.67	81.51	-0.67	81.51	-0.28	81.24
				2	-0.30	74.76	0.08	74.39	0.29	74.12	0.28	74.17	0.28	74.12
		5	1	0.5	0.06	94.11	-1.81	94.44	**-7.25**	94.81	**-7.25**	94.81	**-17.18**	94.73
				1	**-2.32**	85.60	**-2.91**	85.60	**-2.92**	85.78	**-2.92**	85.70	**-43.06**	85.38
				2	-0.14	77.05	-0.48	76.86	-0.48	76.65	-0.48	76.70	0.11	76.65
				3	-0.12	74.98	0.02	74.76	0.29	74.44	0.29	74.44	0.29	74.44
	100	3	1	0.5	-0.40	92.74	-0.56	92.87	**-4.67**	93.07	**-4.67**	93.07	**-4.67**	92.87
				1	**-2.35**	82.16	**-2.95**	82.08	**-2.96**	82.05	**-2.96**	82.03	**-42.89**	81.84
				2	-0.17	75.02	0.14	74.76	0.20	74.63	0.20	74.63	0.20	74.63
		5	1	0.5	-0.27	94.43	**-2.21**	94.68	**-13.41**	95.05	**-8.56**	94.97	**-30.38**	94.90
				1	-0.17	85.80	**-4.98**	85.90	**-10.72**	85.98	**-10.72**	85.99	**-77.30**	85.73
				2	-0.24	77.21	-0.48	77.03	-0.50	76.82	-0.50	76.87	0.06	76.84
				3	-0.29	75.12	0.00	74.86	0.27	74.66	0.27	74.66	0.27	74.66
		1	3	0.5	-0.92	93.64	-0.44	93.77	**-2.26**	93.88	**-2.26**	93.86	-1.68	93.77
				1	-0.56	85.08	-0.07	84.97	-0.97	84.97	-0.97	84.95	-0.24	84.82
				2	-0.56	79.79	-0.56	79.66	0.15	79.53	-0.56	79.57	0.15	79.50
		1	5	0.5	-1.36	95.26	-0.83	95.42	**-2.75**	95.57	**-3.04**	95.59	**-2.75**	95.46
				1	-0.95	88.44	-0.33	88.41	-1.84	88.36	-0.66	88.41	-0.64	88.25
				2	-0.95	82.02	-0.19	81.82	-0.04	81.77	-0.04	81.77	-0.04	81.76
				3	-0.32	80.28	-0.19	80.21	-0.19	80.12	-0.19	80.12	0.12	80.08
100	100	3	1	0.5	-0.92	94.12	-0.24	94.15	-1.68	94.28	-1.68	94.28	-1.66	94.19
				1	-0.56	85.70	-0.22	85.61	-0.97	85.59	-0.48	85.60	-0.25	85.49
				2	-0.56	80.35	-0.56	80.13	0.11	80.01	0.11	80.01	0.11	79.99
		5	1	0.5	-1.36	95.52	-0.68	95.64	**-4.67**	95.78	**-4.67**	95.76	**-4.67**	95.62
				1	**-2.35**	88.75	**-2.96**	88.74	**-3.12**	88.74	**-2.97**	88.72	**-42.91**	88.59
				2	-0.95	82.11	-0.26	81.98	0.04	81.91	0.07	81.91	0.07	81.90
				3	-0.20	80.52	-0.19	80.35	-0.19	80.25	-0.19	80.25	0.17	80.23
Media Global					-0.84	84.26	-1.33	84.27	**-3.33**	84.32	**-3.10**	84.31	**-13.64**	84.16

n_1	n_2	β_1	β_2	λ	ZAb0		ZAb1		ZAb2		ZAb3		ZAb4	
40	40	3	1	0.5	-0.35	90.30	**-2.70**	90.66	**-8.41**	91.20	**-8.41**	91.14	**-8.41**	90.78
				1	-0.61	77.51	-0.10	77.45	-0.39	77.28	-0.30	77.33	-0.30	76.86
				2	-0.60	69.84	-0.28	69.48	-0.02	68.89	-0.08	69.01	-0.07	68.89
		5	1	0.5	-1.11	92.39	**-8.41**	92.86	**-16.48**	93.46	**-16.48**	93.34	**-16.48**	93.34
				1	**-2.62**	82.03	-0.10	82.09	-0.12	82.21	-0.12	82.15	-0.12	81.38
				2	-0.48	72.40	-0.24	72.16	-0.47	71.74	-0.47	71.80	-0.47	71.80
				3	-0.67	70.08	-0.41	69.84	-0.41	69.36	-0.41	69.36	-0.41	69.36
	60	3	1	0.5	-0.40	90.88	**-2.82**	91.12	**-13.31**	91.60	**-13.31**	91.64	**-13.31**	91.24
				1	-0.62	78.13	-0.13	77.93	-0.20	77.81	-0.20	77.85	-0.20	77.41
				2	-0.40	69.97	0.12	69.41	0.21	69.17	0.21	69.17	0.21	69.09
		5	1	0.5	-0.94	92.76	**-13.31**	93.24	**-20.95**	93.76	**-20.95**	93.68	**-39.87**	93.76
				1	-1.12	82.37	0.04	82.41	-0.12	82.57	-0.12	82.57	**-28.33**	81.93
				2	-0.59	72.53	-0.08	72.13	-0.47	71.73	0.13	71.77	0.13	71.77
				3	-0.41	69.97	-0.41	69.65	0.02	69.41	0.02	69.41	0.02	69.41
		1	3	0.5	-0.42	91.76	-0.40	91.92	**-3.69**	92.28	**-2.73**	92.20	**-2.69**	91.96
				1	-1.11	81.01	-0.59	80.93	-0.02	80.57	-0.02	80.61	-0.02	80.33
				2	-0.60	74.61	-0.34	74.45	-0.34	74.45	-0.34	74.45	-0.34	74.37
		1	5	0.5	-1.76	93.56	**-2.70**	93.96	**-8.41**	94.12	**-8.41**	94.20	**-8.41**	93.92
				1	**-2.73**	84.97	0.04	84.93	-0.48	84.85	-0.48	84.85	-0.48	84.45
				2	-0.58	77.21	-0.40	77.01	-0.29	76.81	-0.29	76.81	-0.12	76.73
				3	-0.59	75.17	-0.30	74.93	-0.12	74.77	-0.30	74.85	-0.30	74.85
	100	3	1	0.5	-1.15	91.40	**-4.89**	91.60	**-25.86**	92.03	**-25.86**	91.98	**-41.02**	91.64
				1	-0.34	78.53	0.00	78.41	-0.79	78.34	-0.79	78.39	**-45.70**	77.98
				2	-0.52	70.03	0.13	69.60	0.39	69.21	0.39	69.21	0.39	69.21
		5	1	0.5	-1.07	93.21	**-19.21**	93.62	**-33.22**	94.08	**-25.86**	94.04	**-62.22**	94.18
				1	-0.97	82.66	-0.12	82.69	**-2.47**	83.00	**-2.47**	82.93	**-74.38**	82.40
				2	-0.41	72.49	0.02	72.13	-0.12	71.77	-0.12	71.77	-0.08	71.75
				3	-0.41	69.98	-0.14	69.60	0.03	69.16	0.03	69.26	0.03	69.26
		1	3	0.5	-0.35	93.07	-0.75	93.26	-1.48	93.33	-1.60	93.36	-1.58	93.26
				1	**-2.15**	84.47	-0.50	84.33	-0.71	84.16	-0.71	84.16	-0.71	83.99
				2	-0.56	79.69	-0.67	79.55	-0.42	79.35	-0.42	79.35	-0.42	79.30
		1	5	0.5	-0.45	94.81	-0.10	95.00	**-2.73**	95.19	**-2.73**	95.17	**-2.69**	95.03
				1	**-4.02**	88.00	-0.49	87.97	-0.48	87.90	-0.28	87.88	-0.28	87.64
				2	-0.82	81.99	-0.58	81.94	-0.61	81.91	-0.61	81.91	-0.61	81.89
				3	-0.55	80.46	-0.55	80.46	-0.43	80.22	-0.43	80.22	-0.43	80.17
60	60	3	1	0.5	-0.12	92.21	-1.39	92.42	**-7.26**	92.66	**-7.26**	92.64	**-7.25**	92.45
				1	-0.61	81.56	-0.14	81.38	-0.67	81.32	-0.67	81.38	-0.27	81.08
				2	-0.60	75.03	-0.60	74.76	-0.60	74.44	-0.60	74.44	0.20	74.39
		5	1	0.5	-1.76	93.93	**-2.75**	94.22	**-13.31**	94.49	**-13.31**	94.49	**-13.31**	94.22
				1	-1.33	85.30	0.05	85.22	-0.48	85.30	-0.48	85.25	-0.48	84.87
				2	-0.50	77.26	-0.29	77.08	-0.05	76.91	-0.05	76.89	-0.05	76.86
				3	-0.36	75.25	-0.27	75.09	-0.05	74.76	-0.05	74.76	-0.05	74.71
	100	3	1	0.5	-0.32	92.70	**-2.59**	92.84	**-13.41**	93.05	**-8.56**	93.07	**-8.56**	92.87
				1	-0.29	82.05	-0.08	82.00	-0.67	81.92	-0.67	81.98	-0.67	81.76
				2	-0.60	75.18	0.03	74.92	0.04	74.79	0.04	74.79	0.04	74.79
		5	1	0.5	-0.26	94.27	**-8.56**	94.55	**-19.21**	94.79	**-19.21**	94.72	**-34.36**	94.53
				1	-0.72	85.60	0.15	85.55	-0.48	85.72	-0.48	85.62	**-46.34**	85.31
				2	-0.34	77.28	-0.29	77.11	0.11	76.90	0.08	76.95	0.08	76.95
				3	-0.32	75.25	-0.07	75.02	0.19	74.79	0.19	74.79	0.19	74.79
		1	3	0.5	-0.37	93.57	-0.88	93.73	**-2.88**	93.86	**-2.88**	93.83	**-2.75**	93.75
				1	**-2.94**	85.10	-0.20	84.95	-0.20	84.87	-0.21	84.87	-0.21	84.73
				2	-0.54	80.05	-0.37	79.95	-0.36	79.82	-0.36	79.86	-0.36	79.82
		1	5	0.5	-0.49	95.15	0.28	95.26	**-7.26**	95.47	**-7.26**	95.44	**-7.25**	95.31
				1	**-3.51**	88.31	-0.15	88.23	-0.16	88.20	-0.26	88.22	-0.26	88.04
				2	-0.59	82.16	-0.21	81.98	-0.30	81.98	-0.36	81.98	-0.36	81.97
				3	-0.49	80.51	-0.30	80.44	-0.30	80.41	-0.30	80.41	-0.30	80.41
100	100	3	1	0.5	-0.21	94.05	-0.79	94.15	**-4.69**	94.25	**-2.95**	94.24	**-2.90**	94.17
				1	-0.62	85.63	-0.24	85.59	-0.30	85.49	-0.17	85.48	-0.17	85.38
				2	-0.36	80.46	-0.13	80.23	0.03	80.13	0.01	80.15	0.01	80.15
		5	1	0.5	-0.25	95.45	**-2.28**	95.57	**-13.41**	95.69	**-8.56**	95.68	**-8.56**	95.55
				1	-1.35	88.63	-0.04	88.56	-0.07	88.56	0.05	88.55	0.05	88.40
				2	-0.28	82.21	-0.19	82.11	-0.19	82.02	-0.19	82.03	0.00	82.02
				3	-0.34	80.68	-0.19	80.46	-0.19	80.38	-0.19	80.38	0.00	80.36
Media Global					-0.90	84.24	-1.51	84.23	**-4.23**	84.24	**-3.85**	84.24	**-8.94**	84.06

n_1	n_2	β_1	β_2	λ	ZPa0		ZPa1		ZPa2		ZPa3		ZPa4	
40	40	3	1	0.5	1.66	87.33	1.17	87.80	-0.90	89.05	-0.90	89.05	-0.84	88.88
				1	-0.11	74.24	-1.52	74.60	-0.58	74.90	-0.20	74.12	-0.20	73.83
				2	-0.08	68.29	-0.08	68.29	1.01	66.63	1.01	66.63	1.01	66.63
		5	1	0.5	3.45	87.80	2.53	88.76	0.81	89.77	0.81	89.77	0.81	89.71
				1	1.66	77.69	-0.12	78.35	0.53	78.94	0.53	78.47	0.53	78.05
				2	0.15	70.20	-0.47	70.26	-0.47	69.30	-0.47	69.30	-0.47	69.19
				3	-0.03	69.24	-0.03	69.24	0.66	68.29	0.66	68.29	0.66	68.29
	60	3	1	0.5	1.77	86.77	1.77	87.45	-0.90	88.24	1.12	88.16	1.20	88.04
				1	-0.46	74.21	-1.52	74.13	-0.20	74.29	-0.20	74.29	-0.20	74.01
				2	-0.10	68.85	0.32	68.21	0.66	67.81	0.52	67.97	0.52	67.89
		5	1	0.5	3.45	86.85	3.45	87.92	2.23	89.00	2.23	88.92	2.23	88.88
				1	2.11	77.25	2.06	77.57	0.53	78.17	0.53	78.09	0.53	77.69
				2	0.05	70.21	-0.47	70.01	-0.47	69.65	-0.47	69.69	-0.47	69.61
				3	0.09	69.25	0.30	69.01	0.57	68.61	0.57	68.61	0.57	68.61
		1	3	0.5	-0.40	90.12	0.26	90.56	**-2.11**	91.04	**-2.11**	91.04	-1.63	90.88
				1	0.22	78.17	-0.67	78.45	-0.34	78.17	0.26	78.21	0.26	78.05
				2	0.18	72.93	0.18	72.93	0.18	72.93	0.18	72.93	0.18	72.85
		1	5	0.5	2.78	90.84	1.40	91.48	0.48	92.08	0.56	92.04	0.56	92.04
				1	0.73	81.81	-0.48	82.01	0.11	82.21	0.24	82.21	0.24	81.97
				2	-0.06	75.57	0.04	75.37	0.11	75.17	0.11	75.13	0.11	75.13
				3	0.07	74.29	0.07	74.21	0.41	73.97	0.41	73.97	0.41	73.97
	100	3	1	0.5	2.55	85.95	2.32	86.67	1.94	87.52	1.94	87.44	1.98	87.37
				1	0.60	73.65	0.34	73.94	-0.20	74.04	-0.20	74.06	-0.20	73.82
				2	0.13	68.97	0.37	68.68	0.55	68.29	0.54	68.34	0.54	68.34
		5	1	0.5	4.34	85.85	3.45	86.96	3.45	88.02	3.45	87.95	3.45	87.95
				1	2.27	76.48	2.44	76.91	1.72	77.49	1.72	77.47	1.73	77.03
				2	0.02	70.22	-0.08	69.81	-0.47	69.55	-0.47	69.55	-0.47	69.50
				3	0.05	69.45	0.21	69.11	0.46	68.73	0.45	68.78	0.45	68.78
		1	3	0.5	0.20	92.44	-0.24	92.68	**-2.07**	92.90	-1.81	92.88	-1.60	92.80
				1	0.00	82.32	0.05	82.27	-0.24	82.23	-0.24	82.25	-0.24	82.15
				2	0.02	78.05	0.24	78.00	0.25	77.90	0.25	77.95	0.25	77.86
		1	5	0.5	1.70	93.50	-0.07	93.84	**-2.45**	94.20	**-2.45**	94.18	**-2.29**	94.06
				1	-0.95	86.02	-0.33	85.95	-1.15	86.02	-1.84	85.99	-1.15	85.87
				2	-0.19	80.71	0.02	80.61	-0.06	80.58	-0.06	80.58	-0.06	80.54
				3	-0.04	79.69	-0.04	79.69	-0.04	79.45	-0.04	79.45	-0.04	79.40
60	60	3	1	0.5	-0.40	89.98	0.98	90.16	0.58	90.38	0.34	90.49	0.56	90.33
				1	0.10	78.37	-0.67	78.58	-0.67	78.77	-0.67	78.77	-0.28	78.58
				2	0.49	73.21	0.49	73.21	0.49	73.21	0.49	73.21	0.49	73.21
		5	1	0.5	3.36	90.24	2.83	90.81	1.58	91.43	1.58	91.43	1.58	91.43
				1	1.58	81.19	1.17	81.51	0.34	81.89	0.34	81.89	0.34	81.64
				2	0.17	75.41	0.11	75.41	-0.03	75.41	-0.03	75.41	0.11	75.38
				3	-0.10	74.76	0.29	74.12	0.29	74.12	0.29	74.12	0.48	74.07
	100	3	1	0.5	2.30	89.16	0.98	89.53	1.47	90.00	1.47	89.95	1.47	89.84
				1	0.41	77.99	-0.67	78.41	-0.67	78.43	-0.67	78.41	0.25	78.27
				2	0.20	74.11	0.20	74.11	0.20	73.85	0.20	73.85	0.20	73.82
		5	1	0.5	4.00	89.17	3.54	89.90	3.27	90.65	3.27	90.59	3.27	90.59
				1	1.58	80.59	2.05	80.88	1.22	81.14	1.64	81.11	1.64	80.90
				2	-0.12	75.54	0.11	75.36	0.29	75.15	0.29	75.17	0.40	75.15
				3	0.03	74.76	0.19	74.60	0.28	74.44	0.28	74.44	0.28	74.44
		1	3	0.5	0.24	92.47	-0.28	92.70	**-2.26**	92.89	**-2.26**	92.87	-1.68	92.81
				1	0.08	82.63	-0.03	82.70	-0.97	82.70	-0.97	82.73	-0.24	82.65
				2	0.14	78.75	0.14	78.79	0.31	78.69	0.31	78.69	0.31	78.66
		1	5	0.5	2.16	93.25	0.82	93.43	0.82	93.82	0.82	93.82	0.98	93.72
				1	1.07	85.31	0.33	85.67	0.25	85.78	-0.04	85.78	0.17	85.67
				2	-0.31	81.19	-0.19	80.86	-0.04	80.68	-0.04	80.72	-0.04	80.70
				3	0.12	79.86	0.12	79.86	0.12	79.82	0.12	79.86	0.12	79.86
100	100	3	1	0.5	0.63	92.35	0.26	92.41	0.82	92.47	0.82	92.47	0.82	92.42
				1	-0.56	82.99	-0.22	83.08	-0.97	83.18	0.04	82.84	0.14	82.78
				2	-0.36	79.87	0.38	79.21	0.38	79.21	0.38	79.21	0.38	79.19
		5	1	0.5	3.62	92.41	2.75	92.87	2.64	93.13	2.64	93.13	2.65	93.04
				1	1.27	85.09	0.33	85.26	0.88	85.41	1.02	85.22	1.02	85.12
				2	-0.19	80.80	-0.19	80.80	0.11	80.79	0.11	80.79	0.11	80.79
				3	-0.20	80.40	0.26	79.99	0.26	79.99	0.26	79.99	0.26	79.99
Media Global					0.90	81.48	0.58	81.67	0.21	81.84	0.28	81.81	0.38	81.70

n_1	n_2	β_1	β_2	λ	ZPb0		ZPb1		ZPb2		ZPb3		ZPb4	
40	40	3	1	0.5	3.14	85.60	2.32	86.97	1.52	87.57	1.52	87.57	1.56	87.51
				1	-0.11	74.24	-1.52	74.60	-0.58	74.90	-0.20	74.12	-0.20	73.83
				2	-0.08	68.29	-0.08	68.29	1.01	66.63	1.01	66.63	1.01	66.63
		5	1	0.5	4.41	85.84	3.45	86.85	3.45	87.80	3.45	87.80	3.45	87.80
				1	2.27	76.38	2.48	76.98	1.98	77.10	1.94	77.22	1.96	76.74
				2	0.15	70.20	-0.47	70.26	-0.47	69.30	-0.47	69.30	-0.47	69.19
				3	-0.03	69.24	-0.03	69.24	0.66	68.29	0.66	68.29	0.66	68.29
	60	3	1	0.5	3.70	85.01	2.32	86.01	2.39	86.81	2.32	86.77	2.39	86.73
				1	0.59	73.77	0.44	73.73	-0.20	73.93	-0.20	73.89	-0.20	73.65
				2	-0.10	68.85	0.32	68.21	0.66	67.81	0.52	67.97	0.52	67.89
		5	1	0.5	4.49	84.89	4.43	85.97	3.45	87.09	3.45	86.97	3.45	86.93
				1	2.27	75.69	2.91	76.25	2.67	76.77	2.62	76.77	2.65	76.37
				2	0.05	70.21	0.13	69.77	-0.47	69.45	-0.47	69.49	-0.47	69.41
				3	0.09	69.25	0.30	69.01	0.57	68.61	0.57	68.61	0.57	68.61
		1	3	0.5	2.26	89.24	0.98	89.76	0.86	90.24	0.86	90.24	0.93	90.08
				1	0.22	78.17	-0.67	78.45	-0.34	78.17	0.26	78.21	0.26	78.05
				2	0.18	72.93	0.18	72.93	0.18	72.93	0.18	72.93	0.18	72.85
		1	5	0.5	4.21	89.24	3.54	89.96	3.02	90.64	3.02	90.60	3.02	90.60
				1	1.58	80.85	1.71	81.01	0.34	81.21	0.34	81.17	0.63	80.93
				2	-0.06	75.57	0.04	75.37	0.11	75.17	0.11	75.13	0.11	75.13
				3	0.07	74.29	0.07	74.21	0.41	73.97	0.41	73.97	0.41	73.97
	100	3	1	0.5	3.87	84.38	3.74	85.34	2.39	86.28	2.39	86.19	2.39	86.19
				1	0.75	73.12	0.98	73.32	0.67	73.53	0.67	73.48	0.67	73.24
				2	0.13	68.97	0.37	68.68	0.55	68.29	0.54	68.34	0.54	68.34
		5	1	0.5	4.49	84.30	4.49	85.37	4.22	86.38	4.22	86.31	4.22	86.28
				1	3.32	75.25	2.91	75.75	2.87	76.31	2.91	76.26	2.93	75.90
				2	0.03	70.03	0.10	69.55	0.03	69.23	-0.03	69.31	-0.03	69.23
				3	0.05	69.45	0.21	69.11	0.46	68.73	0.45	68.78	0.45	68.78
		1	3	0.5	0.20	92.44	-0.24	92.68	**-2.07**	92.90	-1.81	92.88	-1.60	92.80
				1	0.00	82.32	0.05	82.27	-0.24	82.23	-0.24	82.25	-0.24	82.15
				2	0.02	78.05	0.24	78.00	0.25	77.90	0.25	77.95	0.25	77.86
		1	5	0.5	2.16	93.00	2.49	93.19	0.98	93.43	0.98	93.41	1.01	93.29
				1	1.24	85.20	0.33	85.46	0.46	85.56	0.46	85.56	0.55	85.41
				2	-0.19	80.71	0.02	80.61	-0.06	80.58	-0.06	80.58	-0.06	80.54
				3	-0.04	79.69	-0.04	79.69	-0.04	79.45	-0.04	79.45	-0.04	79.40
60	60	3	1	0.5	2.72	88.82	2.70	89.06	1.47	89.36	1.47	89.44	1.59	89.28
				1	0.10	78.37	-0.67	78.58	-0.67	78.77	-0.67	78.77	-0.28	78.58
				2	0.49	73.21	0.49	73.21	0.49	73.21	0.49	73.21	0.49	73.21
		5	1	0.5	4.43	88.52	4.12	89.17	3.54	89.84	3.54	89.84	3.54	89.81
				1	1.58	80.22	2.40	80.11	2.26	80.49	2.26	80.49	2.30	80.27
				2	0.17	75.41	0.11	75.41	-0.03	75.41	-0.03	75.41	0.11	75.38
				3	-0.10	74.76	0.29	74.12	0.29	74.12	0.29	74.12	0.48	74.07
	100	3	1	0.5	3.72	87.78	3.21	88.39	3.07	88.83	3.05	88.83	3.07	88.69
				1	0.41	77.99	0.41	77.89	0.26	77.97	-0.67	77.99	0.26	77.83
				2	0.20	74.11	0.20	74.11	0.20	73.85	0.20	73.85	0.20	73.82
		5	1	0.5	4.62	87.66	4.43	88.36	4.18	89.09	4.32	89.03	4.32	89.03
				1	3.17	79.34	2.40	79.66	2.69	79.92	2.69	79.91	2.69	79.71
				2	0.18	75.41	0.29	75.20	0.29	74.97	0.29	75.00	0.44	74.99
				3	0.03	74.76	0.19	74.60	0.28	74.44	0.28	74.44	0.28	74.44
		1	3	0.5	0.67	92.24	0.26	92.39	0.41	92.55	0.40	92.55	0.41	92.48
				1	0.08	82.63	-0.03	82.70	-0.97	82.70	-0.97	82.73	-0.24	82.65
				2	0.14	78.75	0.14	78.79	0.31	78.69	0.31	78.69	0.31	78.66
		1	5	0.5	3.80	92.21	3.70	92.40	2.91	92.68	2.91	92.63	2.94	92.55
				1	1.75	84.79	1.80	84.91	1.02	84.91	1.02	84.89	1.35	84.79
				2	-0.31	81.19	-0.19	80.86	-0.04	80.68	-0.04	80.72	-0.04	80.70
				3	0.12	79.86	0.12	79.86	0.12	79.82	0.12	79.86	0.12	79.86
100	100	3	1	0.5	2.79	91.33	2.45	91.42	2.10	91.83	2.10	91.83	2.20	91.78
				1	-0.56	82.99	-0.22	83.08	-0.97	83.18	0.04	82.84	0.14	82.78
				2	-0.36	79.87	0.38	79.21	0.38	79.21	0.38	79.21	0.38	79.19
		5	1	0.5	4.51	91.17	4.34	91.48	4.00	92.00	4.00	91.82	4.00	91.79
				1	1.74	84.15	2.43	84.01	2.39	84.19	2.39	84.19	2.43	84.10
				2	-0.19	80.80	-0.19	80.80	0.11	80.79	0.11	80.79	0.11	80.79
				3	-0.20	80.40	0.26	79.99	0.26	79.99	0.26	79.99	0.26	79.99
Media Global					1.49	80.85	1.34	81.06	1.08	81.22	1.11	81.19	1.18	81.09

Tabla AIV.2

Número de fallos (*F*), incremento medio del error ($\overline{\Delta\alpha}$) y potencia media ($\bar{\theta}$) para todos los métodos. (*α*=5%)

Método	*F*	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$
ZW4	0	-0.03	83.73
ZPZA1	0	0.58	81.67
ZPZA0	0	0.90	81.48
ZPb3	0	1.11	81.19
ZPb4	0	1.18	81.09
ZPb0	0	1.34	81.06
ZPb1	0	1.49	80.85
ZPZA4	2	0.38	81.70
ZPb2	2	1.08	81.22
ZW2	4	-0.45	83.96
ZW3	4	-0.45	83.96
ZPZA3	6	0.28	81.81
ZPZA2	8	0.21	81.84
ZN0	10	-0.57	84.29
ZAb0	12	-0.90	84.24
ZW1	18	-1.41	83.99
ZE0	20	-0.84	84.26
ZAb1	22	-1.51	84.23
ZE1	26	-1.33	84.27
ZN1	30	-1.63	84.33
ZAb3	36	-3.85	84.24
ZAb4	36	-4.23	84.24
ZAb4	42	-8.94	84.06
ZE4	48	-13.64	84.16
ZE3	50	-3.10	84.31
ZE2	52	-3.33	84.32
ZN3	54	-4.37	84.37
ZN2	54	-4.54	84.37
ZN4	54	-15.48	84.23
ZW0	78	-8.94	84.10

Tabla AIV.3: Incremento del error $\Delta\alpha$ (1ª entrada) y "potencia" θ (2ª entrada) para los tres métodos sin cpc seleccionados y los tres errores analizados. Los valores en negrita indican que el método "falla". α=1%

n_1	n_2	β_1	β_2	λ	ZW2		ZW3		ZW4	
40	40	3	1	0.5	-0.22	85.90	0.17	86.44	0.17	86.20
				1	-0.25	70.02	-0.21	69.78	-0.21	69.07
				2	-0.58	61.27	-0.26	60.68	-0.20	60.56
		5	1	0.5	-0.66	87.57	0.49	88.58	0.49	88.58
				1	-0.40	74.90	0.06	75.19	0.08	74.18
				2	-0.71	64.54	-0.44	64.01	-0.17	63.83
				3	-0.52	61.87	-0.32	61.15	-0.32	61.15
	60	3	1	0.5	-0.17	88.52	0.11	88.80	0.17	88.44
				1	-0.36	74.65	-0.10	74.49	-0.09	74.05
				2	-0.32	67.09	-0.24	66.77	-0.14	66.61
		5	1	0.5	-0.58	90.36	0.25	90.92	0.43	90.80
				1	-0.69	79.41	0.11	79.49	0.12	78.85
				2	-0.46	70.37	-0.41	69.89	-0.29	69.81
				3	-0.41	68.05	-0.41	67.49	-0.23	67.41
		1	3	0.5	-0.28	86.33	0.00	86.97	0.33	86.65
				1	-0.53	70.57	-0.21	70.37	-0.21	69.65
				2	-0.50	61.74	-0.23	61.10	-0.23	61.02
		1	5	0.5	-0.84	87.80	0.49	88.76	0.49	88.76
				1	-0.57	75.29	-0.09	75.37	0.19	74.33
				2	-0.57	64.77	-0.44	64.09	-0.23	63.97
				3	-0.49	61.98	-0.25	61.18	-0.25	61.18
	100	3	1	0.5	-0.05	90.58	-0.96	90.85	-0.92	90.70
				1	-0.12	79.18	-0.24	79.09	-0.05	78.80
				2	-0.30	73.41	-0.14	72.98	-0.06	72.88
		5	1	0.5	0.02	92.76	0.17	93.00	0.17	92.80
				1	-0.09	83.65	0.05	83.63	0.11	83.31
				2	-0.41	76.21	-0.41	76.21	-0.33	76.14
				3	-0.21	74.52	-0.16	74.09	-0.10	74.04
		1	3	0.5	-0.47	86.79	0.00	87.30	0.38	86.94
				1	-0.56	71.09	-0.18	70.92	-0.15	70.18
				2	-0.45	62.26	-0.22	61.53	-0.22	61.53
		1	5	0.5	**-1.00**	88.02	0.66	88.94	0.66	88.94
				1	-0.65	75.37	-0.09	75.59	0.15	74.57
				2	-0.69	64.94	-0.44	64.36	-0.44	64.26
				3	-0.55	62.11	-0.31	61.34	-0.31	61.34
60	60	3	1	0.5	-0.15	89.01	-0.37	89.30	-0.37	88.95
				1	-0.33	75.30	-0.15	75.19	-0.12	74.74
				2	-0.24	67.62	-0.16	67.29	-0.14	67.24
		5	1	0.5	-0.60	90.73	0.41	91.16	0.67	91.02
				1	-0.69	79.71	0.03	79.76	0.03	79.12
				2	-0.41	70.55	-0.41	70.22	-0.41	70.20
				3	-0.41	68.15	-0.19	67.78	-0.19	67.78
	100	3	1	0.5	-0.42	91.19	-0.37	91.41	-0.37	91.28
				1	-0.18	80.10	-0.04	79.92	-0.04	79.71
				2	-0.22	73.88	-0.22	73.75	-0.09	73.69
		5	1	0.5	-0.09	93.02	-0.37	93.35	-0.37	93.15
				1	-0.10	84.08	-0.18	84.08	0.05	83.80
				2	-0.57	76.63	-0.19	76.40	-0.11	76.37
				3	-0.16	74.63	-0.16	74.40	-0.07	74.37
		1	3	0.5	-0.21	89.42	0.05	89.74	0.19	89.38
				1	-0.33	75.93	-0.13	75.80	-0.13	75.43
				2	-0.29	68.24	-0.17	67.78	-0.17	67.78
		1	5	0.5	-0.70	90.89	0.38	91.33	0.70	91.19
				1	-0.71	79.95	-0.05	79.97	-0.05	79.37
				2	-0.43	70.75	-0.19	70.38	-0.19	70.38
				3	-0.76	68.37	-0.19	67.94	-0.19	67.94
100	100	3	1	0.5	-0.26	91.79	-0.05	91.92	-0.05	91.79
				1	-0.13	80.84	-0.09	80.77	-0.04	80.59
				2	-0.22	74.52	-0.22	74.37	-0.14	74.35
		5	1	0.5	-0.31	93.31	0.26	93.52	0.27	93.30
				1	-0.19	84.41	-0.18	84.40	0.04	84.14
				2	-0.57	76.85	-0.09	76.64	-0.09	76.62
				3	-0.42	74.86	-0.16	74.72	-0.16	74.72
Media Global					-0.41	78.82	-0.10	78.82	-0.02	78.56

α=5%

n_1	n_2	β_1	β_2	λ	ZW2		ZW3		ZW4	
40	40	3	1	0.5	-0.35	90.07	-0.39	90.07	0.43	89.59
				1	-0.22	77.04	-0.22	77.10	-0.22	76.56
				2	-1.97	69.72	-1.97	69.72	-0.78	69.60
		5	1	0.5	0.85	91.73	0.85	91.73	3.08	91.43
				1	-0.41	81.32	-0.41	81.38	-0.41	80.55
				2	**-2.44**	72.40	**-2.44**	72.40	-0.47	72.28
				3	-0.71	70.20	-0.71	70.20	-0.71	70.20
	60	3	1	0.5	-0.35	90.32	-0.40	90.36	-0.40	89.96
				1	-0.68	77.57	-0.68	77.61	-0.68	77.09
				2	-0.52	70.05	-1.97	70.13	-0.93	70.05
		5	1	0.5	0.66	91.88	0.66	91.84	3.24	91.52
				1	-0.81	81.45	-0.30	81.41	-0.30	80.61
				2	**-2.44**	72.53	**-2.44**	72.57	-0.71	72.53
				3	-0.56	70.21	-0.56	70.21	-0.56	70.21
		1	3	0.5	-0.40	91.64	-0.40	91.64	0.14	91.40
				1	-0.67	80.53	-0.67	80.61	-0.01	80.25
				2	-0.60	74.45	-0.60	74.45	-0.22	74.37
		1	5	0.5	0.71	93.44	0.90	93.36	0.97	93.00
				1	-0.32	84.45	-0.32	84.53	0.11	84.05
				2	-0.52	77.09	-0.52	77.13	-0.45	77.09
				3	-1.63	75.17	-1.63	75.17	-0.46	75.09
	100	3	1	0.5	-0.35	90.65	-0.43	90.65	-0.43	90.22
				1	-0.77	77.88	-0.77	77.90	-0.77	77.42
				2	-1.18	70.42	-1.18	70.42	-1.18	70.42
		5	1	0.5	0.32	92.06	0.24	91.98	3.25	91.62
				1	-0.87	81.60	-0.83	81.57	-0.83	80.78
				2	-1.17	72.69	-1.17	72.69	-0.62	72.66
				3	-0.47	70.37	-0.47	70.37	-0.47	70.37
		1	3	0.5	-0.92	93.05	-0.92	93.07	0.07	92.95
				1	-0.09	84.09	-0.09	84.13	-0.08	83.94
				2	-1.27	79.40	-1.27	79.40	-0.17	79.30
		1	5	0.5	0.33	94.81	0.55	94.81	0.66	94.66
				1	-0.95	87.73	-0.95	87.71	-0.22	87.49
				2	-1.69	81.79	-1.69	81.77	-0.82	81.72
				3	-0.66	80.27	-0.66	80.27	-0.23	80.22
60	60	3	1	0.5	-0.40	92.05	-0.40	92.05	-0.40	91.86
				1	-0.17	81.13	-0.17	81.13	-0.17	80.89
				2	-0.60	74.98	-0.60	75.09	-0.48	75.03
		5	1	0.5	0.50	93.60	0.56	93.55	0.97	93.17
				1	-0.33	84.71	-0.33	84.71	0.09	84.31
				2	-0.56	77.16	-0.56	77.18	-0.56	77.16
				3	-0.55	75.30	-0.55	75.30	-0.46	75.25
	100	3	1	0.5	-0.13	92.39	-0.13	92.37	-0.13	92.16
				1	-0.34	81.71	-0.63	81.69	-0.34	81.43
				2	-0.60	75.34	-0.60	75.38	-0.60	75.38
		5	1	0.5	0.35	93.75	0.38	93.72	0.89	93.36
				1	-0.38	85.02	-0.38	85.00	-0.38	84.60
				2	-0.58	77.36	-0.58	77.36	-0.58	77.36
				3	-0.90	75.38	-1.10	75.44	-1.10	75.44
		1	3	0.5	-0.30	93.54	-0.30	93.52	0.26	93.43
				1	-0.25	84.84	-0.36	84.89	-0.36	84.76
				2	-0.26	79.86	-0.26	79.86	-0.25	79.82
		1	5	0.5	-0.04	95.08	0.32	95.05	0.38	94.92
				1	-0.06	88.01	-0.04	87.99	0.02	87.81
				2	-0.30	82.05	-0.31	82.06	-0.31	82.03
				3	-0.18	80.41	-0.18	80.41	-0.18	80.41
100	100	3	1	0.5	-0.19	93.93	-0.19	93.94	-0.19	93.86
				1	-0.56	85.44	-0.56	85.46	-0.19	85.35
				2	-0.33	80.42	-0.36	80.46	-0.36	80.46
		5	1	0.5	0.21	95.27	0.21	95.26	0.21	95.13
				1	-0.32	88.28	-0.32	88.31	-0.32	88.15
				2	-0.27	82.21	-0.26	82.21	-0.26	82.20
				3	-0.27	80.66	-0.41	80.68	-0.27	80.66
Media Global					-0.45	83.96	-0.45	83.96	-0.03	83.73

α=10%

n_1	n_2	β_1	β_2	λ	ZW2		ZW3		ZW4	
40	40	3	1	0.5	0.69	91.97	0.31	91.61	0.35	91.31
				1	0.26	80.61	-0.75	80.79	-0.75	80.37
				2	-0.33	74.24	-1.31	74.48	-0.59	74.36
		5	1	0.5	2.31	93.46	-2.24	93.16	5.81	92.56
				1	0.18	84.41	-1.92	84.35	0.00	83.70
				2	-1.92	76.62	-1.92	76.74	-1.92	76.74
				3	-1.01	74.72	-1.01	74.84	-1.01	74.84
	60	3	1	0.5	-0.49	93.20	-1.60	93.00	-0.10	92.84
				1	-0.27	83.73	-0.22	83.81	-0.22	83.61
				2	-0.66	78.61	-0.66	78.61	-0.66	78.53
		5	1	0.5	-2.61	94.72	0.01	94.56	0.01	94.32
				1	0.03	87.09	-0.97	87.17	0.05	86.81
				2	-1.59	80.65	-0.97	80.65	-0.58	80.61
				3	-1.64	78.93	-1.64	79.09	-1.64	79.09
		1	3	0.5	0.38	92.12	-3.95	92.00	0.61	91.64
				1	-0.74	81.09	-0.46	81.17	-0.46	80.81
				2	-0.55	74.61	-0.75	74.85	-0.75	74.85
		1	5	0.5	1.99	93.56	-2.24	93.44	-0.76	92.88
				1	0.23	84.53	-1.92	84.61	-0.47	83.97
				2	-1.92	76.77	-1.92	76.93	-1.92	76.89
				3	-1.01	74.85	-1.01	74.93	-1.01	74.93
	100	3	1	0.5	-0.37	94.33	-0.61	94.18	0.05	94.11
				1	-0.75	86.69	-1.17	86.65	-0.12	86.50
				2	-0.26	82.54	-1.48	82.69	-0.20	82.59
		5	1	0.5	0.37	95.75	0.25	95.68	0.37	95.58
				1	-0.42	89.71	-0.28	89.74	-0.01	89.59
				2	-0.65	84.62	-1.46	84.64	-0.41	84.62
				3	-0.38	83.31	-0.38	83.31	-0.17	83.26
		1	3	0.5	0.34	92.39	-3.95	92.27	-0.24	91.91
				1	-1.00	81.50	-0.77	81.57	-0.77	81.21
				2	-0.23	74.76	-0.83	75.10	-0.83	75.10
		1	5	0.5	1.08	93.75	-2.32	93.50	-0.77	92.92
				1	0.18	84.64	-1.92	84.71	-1.92	84.09
				2	-1.92	76.82	-1.92	76.99	-1.92	76.96
				3	-1.01	74.86	-1.01	75.01	-1.01	75.01
60	60	3	1	0.5	-1.60	93.50	-1.60	93.39	-1.60	93.25
				1	-0.22	84.22	-3.10	84.28	-0.51	84.06
				2	-0.31	78.69	-0.42	78.85	-0.42	78.85
		5	1	0.5	-2.61	94.81	-0.50	94.76	-0.50	94.52
				1	0.14	87.29	-0.97	87.29	0.09	86.99
				2	-0.97	80.76	-0.97	80.81	-0.97	80.81
				3	-1.64	79.12	-1.64	79.17	-1.64	79.17
	100	3	1	0.5	-0.74	94.66	-0.57	94.64	-0.50	94.58
				1	-1.17	87.31	-1.17	87.32	-0.25	87.21
				2	-1.48	83.01	-1.48	83.07	-0.25	83.04
		5	1	0.5	0.37	95.96	-0.85	95.91	0.31	95.81
				1	-0.27	90.00	-0.27	90.02	-0.27	89.89
				2	-0.38	84.89	-0.50	84.84	-0.50	84.84
				3	-0.38	83.49	-0.38	83.56	-0.38	83.56
		1	3	0.5	-1.60	93.72	-0.80	93.65	-0.80	93.51
				1	-0.22	84.58	-0.36	84.71	-0.35	84.53
				2	-0.43	79.18	-0.63	79.27	-0.63	79.27
		1	5	0.5	-0.79	95.00	-0.68	94.87	-0.68	94.61
				1	-0.21	87.47	-0.97	87.50	-0.97	87.21
				2	-0.97	80.88	-0.97	80.98	-0.97	80.98
				3	-0.99	79.18	-1.64	79.31	-1.64	79.31
100	100	3	1	0.5	-0.57	95.01	-0.19	94.92	-0.19	94.87
				1	-1.17	87.80	-0.18	87.79	-0.18	87.71
				2	-0.30	83.46	-1.48	83.58	-1.48	83.58
		5	1	0.5	0.25	96.12	-0.52	96.07	-0.52	95.97
				1	-0.27	90.25	-0.27	90.25	-0.27	90.14
				2	-0.36	84.97	-0.38	85.02	-0.38	85.02
				3	-0.38	83.64	-0.46	83.78	-0.46	83.78
Media Global					-0.49	86.57	-1.11	86.57	-0.43	86.38

Tabla AIV.4

Número de fallos (*F*), incremento medio del error ($\overline{\Delta\alpha}$) y potencia media ($\bar{\theta}$) para los tres métodos sin cpc seleccionados en los tres errores analizados.

α=1%				α=5%				α=10%			
Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$
ZW4	0	-0.02	78.56	ZW4	0	-0.03	83.73	ZW4	0	-0.43	86.38
ZW3	0	-0.10	78.82	ZW2	4	-0.45	83.96	ZW2	0	-0.49	86.57
ZW2	2	-0.41	78.82	ZW3	4	-0.45	83.96	ZW3	0	-1.11	86.57

Tabla AIV.5

Número de fallos (*F*), incremento medio del error ($\overline{\Delta\alpha}$) y potencia media ($\bar{\theta}$) para los tres métodos seleccionados, en los errores α y en los valores de n_1 y n_2 que se indican.

		α=1%				α=5%				α=10%			
n_1	n_2	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\bar{\theta}$
40	40	ZW4	0	0.02	73.79	ZW4	0	0.28	80.05	ZW2	0	0.14	83.59
		ZW3	0	-0.04	74.15	ZW2	2	-0.65	80.42	ZW4	0	0.45	83.21
		ZW2	0	-0.47	74.08	ZW3	2	-0.66	80.44	ZW3	0	-1.28	83.55
40	60	ZW4	0	0.04	76.12	ZW4	0	0.07	81.86	ZW4	0	-0.49	84.84
		ZW3	0	-0.07	76.45	ZW2	2	-0.54	82.15	ZW2	0	-0.58	85.08
		ZW2	0	-0.49	76.46	ZW3	2	-0.55	82.17	ZW3	0	-1.36	85.09
40	100	ZW4	0	-0.06	78.46	ZW4	0	-0.07	83.63	ZW2	0	-0.34	86.49
		ZW3	0	-0.15	78.74	ZW3	0	-0.65	83.88	ZW4	0	-0.57	86.29
		ZW2	2	-0.40	78.73	ZW2	0	-0.66	83.88	ZW3	0	-1.33	86.50
60	60	ZW4	0	-0.06	78.59	ZW4	0	-0.09	83.76	ZW4	0	-0.75	86.44
		ZW3	0	-0.11	78.86	ZW3	0	-0.25	83.97	ZW2	0	-1.04	86.58
		ZW2	0	-0.42	78.86	ZW2	0	-0.26	83.97	ZW3	0	-1.36	86.59
60	100	ZW4	0	-0.05	81.00	ZW4	0	-0.13	85.62	ZW4	0	-0.54	87.98
		ZW3	0	-0.12	81.19	ZW2	0	-0.25	85.77	ZW2	0	-0.64	88.08
		ZW2	0	-0.37	81.21	ZW3	0	-0.26	85.77	ZW3	0	-0.77	88.09
100	100	ZW4	0	0.00	83.50	ZW4	0	-0.18	87.54	ZW2	0	-0.41	89.62
		ZW3	0	-0.06	83.63	ZW2	0	-0.24	87.61	ZW3	0	-0.42	89.62
		ZW2	0	-0.30	83.65	ZW3	0	-0.25	87.63	ZW4	0	-0.42	89.57

Tabla AIV.6: Incremento del error $\Delta\alpha$ (primera entrada) y "potencia" θ (segunda entrada) para el método seleccionado con y sin cpc. (α=5%)

n_1	n_2	β_1	β_2	λ	ZW4		ZW4c	
40	40	3	1	0.5	0.43	89.59	0.97	89.47
				1	-0.22	76.56	-0.22	76.56
				2	-0.78	69.60	-0.78	69.60
		5	1	0.5	3.08	91.43	3.08	91.37
				1	-0.41	80.55	-0.41	80.43
				2	-0.47	72.28	-0.47	72.28
				3	-0.71	70.20	-0.52	70.08
	60	3	1	0.5	-0.40	89.96	0.63	91.32
				1	-0.68	77.09	-0.01	80.17
				2	-0.93	70.05	-0.08	74.29
		5	1	0.5	3.24	91.52	0.97	93.00
				1	-0.30	80.61	0.41	83.97
				2	-0.71	72.53	-0.45	77.01
				3	-0.56	70.21	-0.46	75.09
		1	3	0.5	0.14	91.40	-0.40	89.96
				1	-0.01	80.25	-0.68	77.09
				2	-0.22	74.37	-0.40	69.97
		1	5	0.5	0.97	93.00	3.24	91.52
				1	0.11	84.05	-0.30	80.53
				2	-0.45	77.09	-0.45	72.45
				3	-0.46	75.09	-0.56	70.21
	100	3	1	0.5	-0.43	90.22	0.50	92.90
				1	-0.77	77.42	-0.08	83.94
				2	-1.18	70.42	-0.17	79.30
		5	1	0.5	3.25	91.62	0.67	94.64
				1	-0.83	80.78	-0.22	87.49
				2	-0.62	72.66	-0.82	81.72
				3	-0.47	70.37	-0.23	80.22
		1	3	0.5	0.07	92.95	-0.43	90.22
				1	-0.08	83.94	-0.77	77.40
				2	-0.17	79.30	-1.18	70.42
		1	5	0.5	0.66	94.66	3.25	91.62
				1	-0.22	87.49	-0.83	80.78
				2	-0.82	81.72	-0.62	72.59
				3	-0.23	80.22	-0.47	70.37
60	60	3	1	0.5	-0.40	91.86	-0.40	91.83
				1	-0.17	80.89	-0.17	80.87
				2	-0.48	75.03	-0.44	74.93
		5	1	0.5	0.97	93.17	1.23	93.15
				1	0.09	84.31	0.17	84.28
				2	-0.56	77.16	-0.54	77.10
				3	-0.46	75.25	-0.46	75.25
	100	3	1	0.5	-0.13	92.16	0.37	93.39
				1	-0.34	81.43	-0.17	84.69
				2	-0.60	75.38	-0.25	79.82
		5	1	0.5	0.89	93.36	0.38	94.89
				1	-0.38	84.60	0.02	87.79
				2	-0.58	77.36	-0.31	81.97
				3	-1.10	75.44	-0.18	80.41
		1	3	0.5	0.26	93.43	-0.13	92.16
				1	-0.36	84.76	-0.34	81.42
				2	-0.25	79.82	-0.60	75.31
		1	5	0.5	0.38	94.92	0.89	93.36
				1	0.02	87.81	-0.38	84.56
				2	-0.31	82.03	-0.58	77.36
				3	-0.18	80.41	-0.90	75.38
100	100	3	1	0.5	-0.19	93.86	-0.19	93.85
				1	-0.19	85.35	-0.19	85.35
				2	-0.36	80.46	-0.33	80.38
		5	1	0.5	0.21	95.13	0.21	95.11
				1	-0.32	88.15	-0.32	88.14
				2	-0.26	82.20	-0.26	82.18
				3	-0.27	80.66	-0.23	80.62
Media Global					-0.03	83.73	0.03	83.70

Tabla AV.1

Incremento del error $\Delta\alpha$ (primera entrada) y "potencia" θ (segunda entrada) para todos los métodos sin cpc comparados. Los valores en negrita indican que el método "falla". (α=5%)

n	π	ZW0		ZW1		ZW2		ZW3		ZW4		ZW5	
20	0.05	**-31.11**	80.95	4.74	76.19	3.41	80.95	3.41	80.95	3.41	80.95	4.74	76.19
	0.1	**-7.40**	71.43	**-8.28**	76.19	0.68	76.19	0.68	76.19	0.68	76.19	4.76	66.67
	0.2	**-2.92**	66.67	**-2.92**	66.67	0.63	66.67	0.63	66.67	1.79	61.90	2.85	61.90
	0.3	-0.26	61.90	-0.26	61.90	2.52	57.14	2.52	57.14	2.52	57.14	-0.26	61.90
	0.4	**-2.20**	61.90	**-2.20**	61.90	1.30	57.14	1.30	57.14	1.30	57.14	1.30	57.14
	0.5	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14
40	0.05	**-8.19**	85.37	**-8.19**	85.37	0.20	87.80	3.61	85.37	3.61	85.37	4.66	82.93
	0.1	**-3.55**	80.49	**-4.60**	82.93	0.81	80.49	0.81	80.49	0.81	80.49	3.02	78.05
	0.2	**-4.53**	78.05	0.21	75.61	-0.12	75.61	-0.12	75.61	-0.12	75.61	1.36	73.17
	0.3	**-2.01**	73.17	1.15	70.73	-0.57	73.17	-0.57	73.17	-0.57	73.17	1.15	70.73
	0.4	-0.41	70.73	-0.41	70.73	1.55	68.29	1.55	68.29	1.55	68.29	1.55	68.29
	0.5	**-3.07**	73.17	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29
60	0.05	**-14.44**	88.52	-0.59	88.52	2.03	88.52	2.03	88.52	2.03	88.52	0.11	86.89
	0.1	-0.87	83.61	-1.76	85.25	0.20	85.25	0.20	85.25	0.38	83.61	3.05	81.97
	0.2	**-2.76**	80.33	-0.29	80.33	1.58	78.69	1.58	78.69	1.58	78.69	0.85	78.69
	0.3	0.10	77.05	0.10	77.05	-0.01	77.05	-0.01	77.05	-0.01	77.05	0.10	77.05
	0.4	-1.63	77.05	0.29	75.41	0.29	75.41	0.29	75.41	0.29	75.41	1.46	73.77
	0.5	-0.19	75.41	-0.19	75.41	-0.19	75.41	-0.19	75.41	-0.19	75.41	-0.19	75.41
80	0.05	**-4.26**	90.12	**-4.26**	90.12	3.16	88.89	3.16	88.89	3.16	88.89	2.70	88.89
	0.1	**-5.03**	87.65	0.23	86.42	1.26	86.42	1.26	86.42	1.26	86.42	0.23	86.42
	0.2	-1.79	82.72	-0.04	82.72	1.52	81.48	1.52	81.48	1.52	81.48	0.98	81.48
	0.3	-0.14	80.25	-0.14	80.25	1.28	79.01	1.28	79.01	1.28	79.01	0.79	79.01
	0.4	-0.16	79.01	-0.16	79.01	-0.16	79.01	-0.16	79.01	-0.16	79.01	0.97	77.78
	0.5	-0.67	79.01	-0.67	79.01	-0.67	79.01	-0.67	79.01	-0.67	79.01	1.70	76.54
100	0.05	**-7.25**	91.09	0.14	91.09	1.59	91.09	1.59	91.09	2.18	90.10	0.86	90.10
	0.1	-1.76	88.12	-1.76	88.12	0.23	88.12	2.16	87.13	2.16	87.13	1.63	87.13
	0.2	-1.69	85.15	0.47	84.16	0.33	84.16	-0.95	85.15	-0.95	85.15	1.34	83.17
	0.3	0.02	82.18	0.02	82.18	-0.04	82.18	-0.04	82.18	-0.04	82.18	0.02	82.18
	0.4	-0.19	81.19	-0.19	81.19	-0.19	81.19	-0.19	81.19	-0.19	81.19	0.85	80.20
	0.5	-0.69	81.19	-0.69	81.19	-0.69	81.19	-0.69	81.19	-0.69	81.19	1.48	79.21
200	0.05	**-2.44**	94.03	**-2.44**	94.03	1.72	93.53	1.72	93.53	1.72	93.53	1.77	93.03
	0.1	**-2.29**	92.04	0.16	91.54	0.61	91.54	0.61	91.54	0.61	91.54	0.84	91.04
	0.2	-0.88	89.05	-0.18	89.05	0.85	88.56	0.85	88.56	0.85	88.56	0.60	88.56
	0.3	-0.60	87.56	0.50	87.06	-0.34	87.56	-0.34	87.56	-0.34	87.56	0.50	87.06
	0.4	-0.11	86.57	-0.11	86.57	-0.11	86.57	-0.11	86.57	-0.11	86.57	0.65	86.07
	0.5	-0.60	86.57	-0.60	86.57	-0.60	86.57	-0.60	86.57	-0.60	86.57	1.00	85.57
Media Global		**-3.42**	80.61	-0.93	80.37	0.79	80.05	0.92	79.97	0.97	79.75	1.47	78.74

n	*π*	ZE0		ZE1		ZE2		ZE3		ZE4		ZE5	
20	0.05	**-2.55**	85.71	**-2.55**	85.71	**-21.42**	90.48	**-21.42**	90.48	**-57.26**	95.24	3.41	80.95
	0.1	0.68	76.19	0.68	76.19	**-8.30**	80.95	**-8.30**	80.95	**-8.30**	80.95	0.68	76.19
	0.2	0.63	66.67	0.63	66.67	**-3.67**	66.67	**-3.67**	66.67	**-3.67**	66.67	1.79	61.90
	0.3	2.52	57.14	-0.56	61.90	0.12	57.14	0.12	57.14	0.20	52.38	2.52	57.14
	0.4	1.30	57.14	1.30	57.14	2.54	52.38	2.54	52.38	2.54	52.38	2.54	52.38
	0.5	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14	3.82	47.62
40	0.05	0.20	87.80	0.20	87.80	**-8.81**	90.24	**-8.81**	90.24	**-8.81**	90.24	0.20	87.80
	0.1	-0.67	82.93	0.81	80.49	**-4.95**	82.93	**-4.95**	82.93	**-4.95**	82.93	0.81	80.49
	0.2	**-2.17**	78.05	-0.12	75.61	0.53	73.17	0.53	73.17	0.53	73.17	2.27	73.17
	0.3	-0.57	73.17	-0.57	73.17	0.94	70.73	0.94	70.73	0.94	70.73	2.66	68.29
	0.4	1.55	68.29	1.55	68.29	-0.47	70.73	-0.47	70.73	-0.47	70.73	1.55	68.29
	0.5	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29
60	0.05	2.03	88.52	**-2.87**	90.16	**-13.03**	91.80	**-13.03**	91.80	**-13.03**	91.80	2.03	88.52
	0.1	0.20	85.25	0.20	85.25	**-2.31**	83.61	**-2.31**	83.61	**-2.31**	83.61	1.40	83.61
	0.2	1.58	78.69	-0.48	80.33	0.34	78.69	0.34	78.69	0.34	78.69	1.58	78.69
	0.3	-1.57	78.69	-0.01	77.05	-0.01	77.05	-0.01	77.05	-0.01	77.05	1.65	75.41
	0.4	0.29	75.41	0.29	75.41	1.40	73.77	1.40	73.77	1.40	73.77	1.40	73.77
	0.5	-0.19	75.41	-0.19	75.41	-0.19	75.41	-0.19	75.41	-0.19	75.41	2.27	72.13
80	0.05	-1.31	91.36	0.34	90.12	**-5.53**	91.36	**-5.53**	91.36	**-5.53**	91.36	0.34	90.12
	0.1	1.26	86.42	-1.45	87.65	**-5.26**	87.65	**-5.26**	87.65	**-5.24**	86.42	2.11	85.19
	0.2	1.52	81.48	-0.19	82.72	**-2.13**	82.72	0.59	81.48	0.59	81.48	1.52	81.48
	0.3	1.28	79.01	-0.21	80.25	0.60	79.01	-0.21	80.25	-0.21	80.25	1.28	79.01
	0.4	-0.16	79.01	-0.16	79.01	0.92	77.78	0.92	77.78	0.92	77.78	2.05	76.54
	0.5	-0.67	79.01	-0.67	79.01	-0.67	79.01	-0.67	79.01	-0.67	79.01	1.70	76.54
100	0.05	1.59	91.09	-1.90	92.08	**-7.80**	92.08	**-7.80**	92.08	**-7.80**	92.08	2.18	90.10
	0.1	-1.36	89.11	0.23	88.12	**-2.45**	88.12	**-2.45**	88.12	**-2.45**	88.12	2.16	87.13
	0.2	-0.95	85.15	0.33	84.16	-1.15	84.16	-1.15	84.16	-1.15	84.16	1.74	83.17
	0.3	-1.28	83.17	-0.04	82.18	-0.04	82.18	-0.04	82.18	-0.04	82.18	1.25	81.19
	0.4	-0.19	81.19	-0.19	81.19	0.81	80.20	0.81	80.20	0.81	80.20	1.85	79.21
	0.5	-0.69	81.19	-0.69	81.19	-0.69	81.19	-0.69	81.19	-0.69	81.19	1.48	79.21
200	0.05	1.72	93.53	-0.34	94.03	**-3.05**	94.03	**-3.05**	94.03	**-3.05**	94.03	2.39	93.03
	0.1	0.61	91.54	-1.02	92.04	**-2.53**	92.04	**-2.53**	92.04	**-2.53**	92.04	1.48	91.04
	0.2	0.85	88.56	-0.24	89.05	-1.03	89.05	0.46	88.56	0.46	88.56	0.85	88.56
	0.3	-0.34	87.56	-0.34	87.56	0.47	87.06	0.47	87.06	0.47	87.06	1.31	86.57
	0.4	-0.11	86.57	-0.11	86.57	0.64	86.07	0.64	86.07	0.64	86.07	1.39	85.57
	0.5	-0.60	86.57	-0.60	86.57	-0.60	86.57	-0.60	86.57	-0.60	86.57	1.00	85.57
Media Global		0.20	80.55	-0.21	80.66	**-2.57**	80.54	**-2.46**	80.52	**-3.55**	80.48	1.70	78.76

n	π	GW0		GW1		GW2		GW3		GW4		GW5	
20	0.05	3.41	76.19	**-2.55**	85.71	**-21.42**	90.48	**-21.42**	90.48	**-57.26**	95.24	3.41	80.95
	0.1	0.68	71.43	0.68	76.19	**-8.30**	80.95	**-8.30**	80.95	**-8.30**	80.95	0.68	76.19
	0.2	1.79	57.14	1.79	61.90	**-3.67**	66.67	**-3.67**	66.67	**-3.67**	66.67	4.00	57.14
	0.3	2.60	47.62	2.52	57.14	0.12	57.14	0.12	57.14	0.20	52.38	3.21	52.38
	0.4	1.30	47.62	1.30	57.14	2.54	52.38	2.54	52.38	2.54	52.38	3.99	47.62
	0.5	0.86	47.62	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14	3.82	47.62
40	0.05	0.20	85.37	0.20	87.80	**-8.81**	90.24	**-8.81**	90.24	**-8.81**	90.24	0.20	87.80
	0.1	0.81	78.05	0.81	80.49	**-4.95**	82.93	**-4.95**	82.93	**-4.95**	82.93	3.45	78.05
	0.2	2.28	68.29	-0.12	75.61	0.53	73.17	0.53	73.17	0.53	73.17	2.91	70.73
	0.3	-0.57	68.29	0.94	70.73	0.94	70.73	0.94	70.73	0.94	70.73	2.66	68.29
	0.4	1.55	63.41	1.55	68.29	1.55	68.29	1.55	68.29	1.55	68.29	1.55	68.29
	0.5	1.15	63.41	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29
60	0.05	2.03	86.89	**-2.87**	90.16	**-13.03**	91.80	**-13.03**	91.80	**-13.03**	91.80	2.03	88.52
	0.1	1.58	80.33	1.58	81.97	**-2.31**	83.61	**-2.31**	83.61	**-2.31**	83.61	1.58	81.97
	0.2	1.58	75.41	-0.48	80.33	0.34	78.69	0.34	78.69	0.34	78.69	2.40	77.05
	0.3	1.65	72.13	-0.01	77.05	0.79	75.41	0.79	75.41	0.79	75.41	1.65	75.41
	0.4	0.29	72.13	0.29	75.41	1.40	73.77	1.40	73.77	1.40	73.77	2.58	72.13
	0.5	-0.19	72.13	-0.19	75.41	-0.19	75.41	-0.19	75.41	-0.19	75.41	2.27	72.13
80	0.05	0.34	88.89	0.34	90.12	**-5.53**	91.36	**-5.53**	91.36	**-5.53**	91.36	3.16	88.89
	0.1	1.28	83.95	-0.60	86.42	**-5.07**	86.42	**-5.07**	86.42	**-5.04**	85.19	2.11	85.19
	0.2	1.52	79.01	-0.19	82.72	0.59	81.48	0.59	81.48	0.59	81.48	2.31	80.25
	0.3	1.28	76.54	-0.21	80.25	0.60	79.01	0.60	79.01	0.60	79.01	1.28	79.01
	0.4	-0.16	76.54	-0.16	79.01	0.92	77.78	0.92	77.78	0.92	77.78	2.05	76.54
	0.5	-0.67	76.54	-0.67	79.01	1.70	76.54	1.70	76.54	1.70	76.54	1.70	76.54
100	0.05	2.18	89.11	-1.31	91.09	**-7.80**	92.08	**-7.80**	92.08	**-7.80**	92.08	2.18	90.10
	0.1	0.23	86.14	0.23	88.12	**-2.45**	88.12	**-2.45**	88.12	**-2.45**	88.12	2.75	86.14
	0.2	-0.95	83.17	0.33	84.16	-1.15	84.16	-1.15	84.16	-1.15	84.16	1.74	83.17
	0.3	1.25	79.21	-0.04	82.18	0.71	81.19	0.71	81.19	0.71	81.19	1.25	81.19
	0.4	-0.19	79.21	-0.19	81.19	0.81	80.20	0.81	80.20	0.81	80.20	1.85	79.21
	0.5	-0.69	79.21	-0.69	81.19	1.48	79.21	1.48	79.21	1.48	79.21	1.48	79.21
200	0.05	1.72	92.54	-0.34	94.03	**-2.85**	93.53	**-2.85**	93.53	**-2.85**	93.53	2.39	93.03
	0.1	0.61	90.55	-1.02	92.04	**-2.08**	91.54	**-2.08**	91.54	**-2.08**	91.54	1.48	91.04
	0.2	0.85	87.56	-0.24	89.05	0.46	88.56	0.46	88.56	0.46	88.56	1.55	88.06
	0.3	-0.34	86.57	-0.34	87.56	0.47	87.06	0.47	87.06	0.47	87.06	1.31	86.57
	0.4	-0.11	85.57	-0.11	86.57	0.64	86.07	0.64	86.07	0.64	86.07	1.39	85.57
	0.5	-0.60	85.57	-0.60	86.57	1.00	85.57	1.00	85.57	1.00	85.57	1.00	85.57
Media Global		0.93	76.58	0.05	80.13	**-2.21**	80.18	**-2.21**	80.18	**-3.30**	80.14	2.15	77.91

n	π	GE0		GE1		GE2		GE3		GE4		GE5	
20	0.05	**-30.88**	76.19	4.97	71.43	3.41	80.95	4.74	76.19	4.74	76.19	4.97	71.43
	0.1	**-7.40**	71.43	**-7.40**	71.43	3.87	71.43	3.87	71.43	3.87	71.43	4.76	66.67
	0.2	**-2.92**	66.67	**-2.92**	66.67	0.63	66.67	0.63	66.67	1.79	61.90	2.85	61.90
	0.3	-0.26	61.90	-0.26	61.90	2.52	57.14	2.52	57.14	2.52	57.14	3.72	52.38
	0.4	**-2.20**	61.90	**-2.20**	61.90	1.30	57.14	1.30	57.14	1.30	57.14	2.76	52.38
	0.5	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14
40	0.05	**-7.92**	82.93	**-8.19**	85.37	3.61	85.37	3.61	85.37	3.61	85.37	4.93	80.49
	0.1	**-3.55**	80.49	**-3.55**	80.49	3.45	78.05	3.45	78.05	3.45	78.05	3.02	78.05
	0.2	**-3.38**	75.61	0.21	75.61	2.27	73.17	2.27	73.17	2.27	73.17	1.36	73.17
	0.3	**-2.01**	73.17	1.15	70.73	-0.57	73.17	-0.57	73.17	-0.57	73.17	1.15	70.73
	0.4	-0.41	70.73	-0.41	70.73	1.55	68.29	1.55	68.29	1.55	68.29	1.55	68.29
	0.5	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29
60	0.05	0.11	86.89	0.11	86.89	2.03	88.52	2.03	88.52	2.03	88.52	4.72	85.25
	0.1	-0.87	83.61	-1.76	85.25	1.40	83.61	0.20	85.25	0.38	83.61	3.05	81.97
	0.2	**-2.76**	80.33	-0.29	80.33	1.58	78.69	1.58	78.69	1.58	78.69	0.85	78.69
	0.3	0.10	77.05	0.10	77.05	1.65	75.41	1.65	75.41	1.65	75.41	1.06	75.41
	0.4	-1.63	77.05	0.29	75.41	0.29	75.41	0.29	75.41	0.29	75.41	1.46	73.77
	0.5	-0.19	75.41	-0.19	75.41	-0.19	75.41	-0.19	75.41	-0.19	75.41	2.27	72.13
80	0.05	**-3.82**	88.89	**-4.26**	90.12	3.16	88.89	3.16	88.89	3.16	88.89	3.14	87.65
	0.1	**-5.03**	87.65	0.23	86.42	1.26	86.42	1.26	86.42	1.26	86.42	0.94	85.19
	0.2	-1.79	82.72	-0.04	82.72	1.52	81.48	1.52	81.48	1.52	81.48	0.98	81.48
	0.3	-0.14	80.25	-0.14	80.25	1.28	79.01	1.28	79.01	1.28	79.01	0.79	79.01
	0.4	-0.16	79.01	-0.16	79.01	-0.16	79.01	-0.16	79.01	-0.16	79.01	0.97	77.78
	0.5	-0.67	79.01	-0.67	79.01	-0.67	79.01	-0.67	79.01	-0.67	79.01	1.70	76.54
100	0.05	**-7.25**	91.09	0.86	90.10	1.59	91.09	1.59	91.09	2.18	90.10	0.86	90.10
	0.1	-1.76	88.12	-1.76	88.12	2.16	87.13	2.16	87.13	2.16	87.13	1.63	87.13
	0.2	-1.69	85.15	0.47	84.16	0.33	84.16	0.33	84.16	0.33	84.16	1.34	83.17
	0.3	0.02	82.18	0.02	82.18	1.25	81.19	1.25	81.19	1.25	81.19	0.87	81.19
	0.4	-0.19	81.19	-0.19	81.19	-0.19	81.19	-0.19	81.19	-0.19	81.19	0.85	80.20
	0.5	-0.69	81.19	-0.69	81.19	-0.69	81.19	-0.69	81.19	-0.69	81.19	1.48	79.21
200	0.05	-1.82	93.53	1.15	93.53	1.72	93.53	1.72	93.53	1.72	93.53	1.77	93.03
	0.1	**-2.29**	92.04	0.16	91.54	0.61	91.54	0.61	91.54	0.61	91.54	0.84	91.04
	0.2	-0.88	89.05	-0.18	89.05	0.85	88.56	0.85	88.56	0.85	88.56	0.60	88.56
	0.3	-0.60	87.56	0.50	87.06	-0.34	87.56	-0.34	87.56	-0.34	87.56	0.50	87.06
	0.4	-0.11	86.57	-0.11	86.57	-0.11	86.57	-0.11	86.57	-0.11	86.57	0.65	86.07
	0.5	-0.60	86.57	-0.60	86.57	-0.60	86.57	-0.60	86.57	-0.60	86.57	1.00	85.57
Media Global		**-2.84**	80.14	-0.72	79.91	1.33	79.52	1.33	79.43	1.39	79.20	1.91	77.84

n	π	A0		A1		A2		A3		A4		A5	
20	0.05	**-32.44**	85.71	3.41	80.95	**-2.55**	85.71	**-2.55**	85.71	**-2.55**	85.71	3.41	80.95
	0.1	**-8.28**	76.19	0.68	76.19	**-8.30**	80.95	0.68	76.19	0.68	76.19	3.87	71.43
	0.2	**-5.13**	71.43	0.63	66.67	1.79	61.90	1.79	61.90	1.79	61.90	2.85	61.90
	0.3	-0.26	61.90	-0.26	61.90	-0.56	61.90	-0.56	61.90	-0.56	61.90	2.52	57.14
	0.4	**-2.20**	61.90	1.30	57.14	1.30	57.14	1.30	57.14	1.30	57.14	1.30	57.14
	0.5	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14
40	0.05	**-9.24**	87.80	3.61	85.37	**-8.81**	90.24	**-8.81**	90.24	**-8.81**	90.24	3.61	85.37
	0.1	**-4.60**	82.93	1.97	80.49	0.81	80.49	0.81	80.49	0.81	80.49	1.97	80.49
	0.2	0.21	75.61	0.21	75.61	-0.12	75.61	-0.12	75.61	-0.12	75.61	2.27	73.17
	0.3	-0.57	73.17	-0.57	73.17	0.94	70.73	0.94	70.73	0.94	70.73	2.66	68.29
	0.4	-0.41	70.73	-0.41	70.73	1.55	68.29	1.55	68.29	1.55	68.29	1.55	68.29
	0.5	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29
60	0.05	-0.59	88.52	**-2.58**	90.16	**-2.87**	90.16	**-2.87**	90.16	**-2.87**	90.16	4.02	86.89
	0.1	-1.76	85.25	0.20	85.25	**-2.49**	85.25	**-2.49**	85.25	**-2.31**	83.61	2.16	83.61
	0.2	-0.29	80.33	-0.29	80.33	-0.48	80.33	-0.48	80.33	-0.48	80.33	1.58	78.69
	0.3	0.10	77.05	0.10	77.05	-0.01	77.05	-0.01	77.05	-0.01	77.05	1.65	75.41
	0.4	0.29	75.41	0.29	75.41	0.29	75.41	0.29	75.41	0.29	75.41	1.46	73.77
	0.5	-0.19	75.41	-0.19	75.41	-0.19	75.41	-0.19	75.41	-0.19	75.41	2.27	72.13
80	0.05	**-5.45**	91.36	1.51	90.12	**-5.53**	91.36	0.34	90.12	0.34	90.12	1.51	90.12
	0.1	-1.21	87.65	-1.21	87.65	-0.60	86.42	-0.60	86.42	-0.60	86.42	2.70	85.19
	0.2	-0.04	82.72	-0.04	82.72	-0.19	82.72	-0.19	82.72	-0.19	82.72	1.52	81.48
	0.3	-0.14	80.25	-0.14	80.25	-0.21	80.25	-0.21	80.25	-0.21	80.25	1.28	79.01
	0.4	-0.16	79.01	-0.16	79.01	-0.16	79.01	-0.16	79.01	-0.16	79.01	2.05	76.54
	0.5	-0.67	79.01	-0.67	79.01	-0.67	79.01	-0.67	79.01	-0.67	79.01	1.70	76.54
100	0.05	0.14	91.09	-1.53	92.08	-1.31	91.09	-1.31	91.09	-1.31	91.09	3.26	90.10
	0.1	0.57	88.12	0.57	88.12	0.23	88.12	0.23	88.12	0.23	88.12	2.16	87.13
	0.2	0.47	84.16	0.47	84.16	0.33	84.16	0.33	84.16	0.33	84.16	1.74	83.17
	0.3	0.02	82.18	0.02	82.18	-0.04	82.18	-0.04	82.18	-0.04	82.18	1.25	81.19
	0.4	-0.19	81.19	-0.19	81.19	-0.19	81.19	-0.19	81.19	-0.19	81.19	1.85	79.21
	0.5	-0.69	81.19	-0.69	81.19	-0.69	81.19	-0.69	81.19	-0.69	81.19	1.48	79.21
200	0.05	-0.02	94.03	-0.02	94.03	0.33	93.53	-0.34	94.03	-0.34	94.03	1.72	93.53
	0.1	0.16	91.54	-0.91	92.04	-0.15	91.54	-0.15	91.54	-0.15	91.54	1.69	91.04
	0.2	-0.18	89.05	-0.18	89.05	-0.24	89.05	-0.24	89.05	-0.24	89.05	0.85	88.56
	0.3	0.50	87.06	-0.34	87.56	0.47	87.06	0.47	87.06	0.47	87.06	1.31	86.57
	0.4	-0.11	86.57	-0.11	86.57	-0.11	86.57	-0.11	86.57	-0.11	86.57	1.39	85.57
	0.5	-0.60	86.57	-0.60	86.57	-0.60	86.57	-0.60	86.57	-0.60	86.57	1.00	85.57
Media Global		**-2.15**	81.02	0.18	80.51	-0.82	80.58	-0.39	80.42	-0.38	80.37	2.04	78.80

Tabla AV.2

Número de fallos (*F*), incremento medio del error ($\overline{\Delta\alpha}$) y potencia media ($\bar{\theta}$) para los métodos basados en los estadísticos Z, G y A (α=5%).

$n \leq 60$				$n \geq 80$			
Método	F	$\Delta\alpha$	θ	Método	F	$\Delta\alpha$	θ
ZW2	0	0.93	74.47	ZE0	0	0.13	85.95
ZW3	0	1.14	74.32	ZE1	0	-0.38	86.07
ZW4	0	1.22	73.94	ZW2	0	0.65	85.62
ZE5	0	1.82	72.76	ZW3	0	0.69	85.62
ZW5	0	1.92	72.47	ZW4	0	0.73	85.56
ZE1	4	-0.04	75.25	ZW5	0	1.02	85.02
ZE0	4	0.26	75.16	ZE5	0	1.58	84.76
ZW1	10	-1.34	74.86	ZW1	4	-0.53	85.87
ZE2	14	-3.41	75.20	ZW0	10	-1.79	86.07
ZE3	14	-3.41	75.20	ZE3	12	-1.52	85.84
ZE4	14	-5.57	75.20	ZE4	12	-1.52	85.77
ZW0	21	-5.05	75.16	ZE2	14	-1.73	85.87

$n \leq 60$				$n \geq 80$			
Método	F	$\Delta\alpha$	θ	Método	F	$\Delta\alpha$	θ
GW0	0	1.34	69.20	GW1	0	-0.29	85.93
GE2	0	1.81	73.54	GW0	0	0.52	83.95
GE3	0	1.82	73.35	GE2	0	0.85	85.50
GE4	0	1.90	72.96	GE3	0	0.85	85.50
GW5	0	2.42	71.31	GE4	0	0.88	85.44
GE5	0	2.69	70.87	GE5	0	1.14	84.81
GW1	4	0.40	74.32	GW5	0	1.87	84.52
GE1	10	-1.17	74.04	GE1	2	-0.27	85.78
GW2	14	-3.23	74.95	GW2	8	-1.73	85.96
GW3	14	-3.23	74.95	GW3	12	-1.19	85.41
GE0	14	-5.40	74.95	GE0	12	-1.19	85.41
GW4	18	-3.94	74.33	GW4	12	-1.19	85.41

$n \leq 60$				$n \geq 80$			
Método	F	$\Delta\alpha$	θ	Método	F	$\Delta\alpha$	θ
A5	0	2.36	72.81	A3	0	-0.19	85.87
A1	2	0.56	74.96	A4	0	-0.19	85.87
A4	8	-0.57	74.86	A1	0	-0.20	86.07
A3	8	-0.58	74.96	A5	0	1.72	84.79
A2	10	-1.13	75.25	A0	2	-0.40	86.02
A0	12	-3.89	76.02	A2	2	-0.51	85.92

Tabla AV.3
Incremento del error (primera entrada) y "potencia" (segunda entrada) para los cuatro métodos sin cpc seleccionados. Los valores de negrita indican que el método "falla".

α=1%

n	π	ZE0		ZW2		ZW3		A1	
20	0.05	-0.59	80.95	0.74	76.19	-0.59	80.95	0.74	76.19
	0.1	-0.13	71.43	0.76	66.67	-0.13	71.43	0.76	66.67
	0.2	0.00	57.14	0.74	52.38	0.00	57.14	-0.41	57.14
	0.3	0.41	47.62	-0.28	52.38	0.41	47.62	-0.28	52.38
	0.4	-0.01	47.62	-0.01	47.62	-0.01	47.62	-0.01	47.62
	0.5	-0.18	47.62	-0.18	47.62	-0.18	47.62	-0.18	47.62
40	0.05	-0.39	85.37	0.93	80.49	0.66	82.93	0.66	82.93
	0.1	-0.55	78.05	0.85	73.17	0.49	75.61	-0.98	78.05
	0.2	0.06	68.29	0.56	65.85	0.20	65.85	-0.09	68.29
	0.3	0.12	63.41	0.12	63.41	0.12	63.41	-0.49	65.85
	0.4	-0.44	63.41	0.06	60.98	0.46	58.54	0.06	60.98
	0.5	0.36	58.54	-0.66	63.41	0.36	58.54	0.36	58.54
60	0.05	0.02	86.89	0.72	85.25	0.02	86.89	0.72	85.25
	0.1	-0.64	81.97	0.62	78.69	0.43	78.69	0.25	80.33
	0.2	-0.46	75.41	0.12	73.77	0.42	72.13	0.12	73.77
	0.3	0.30	68.85	-0.06	70.49	0.30	68.85	-0.06	70.49
	0.4	-0.16	68.85	-0.16	68.85	-0.16	68.85	-0.16	68.85
	0.5	-0.35	68.85	-0.35	68.85	0.38	65.57	-0.35	68.85
80	0.05	0.35	87.65	0.79	86.42	0.35	87.65	-0.86	87.65
	0.1	-0.45	83.95	0.57	81.48	0.45	81.48	-0.60	83.95
	0.2	0.24	76.54	-0.11	77.78	0.24	76.54	-0.11	77.78
	0.3	0.00	74.07	0.00	74.07	0.00	74.07	0.00	74.07
	0.4	0.17	71.60	-0.19	72.84	0.17	71.60	-0.19	72.84
	0.5	0.03	71.60	0.03	71.60	0.03	71.60	0.03	71.60
100	0.05	-0.15	89.11	0.85	87.13	0.57	88.12	-0.02	89.11
	0.1	-0.20	85.15	0.35	84.16	-0.03	84.16	-0.24	85.15
	0.2	0.16	79.21	0.12	79.21	0.16	79.21	-0.18	80.20
	0.3	-0.17	77.23	0.15	76.24	-0.17	77.23	0.15	76.24
	0.4	-0.04	75.25	-0.04	75.25	-0.04	75.25	-0.04	75.25
	0.5	-0.20	75.25	-0.20	75.25	-0.20	75.25	-0.20	75.25
200	0.05	-0.44	92.54	0.50	91.54	0.38	91.54	-0.49	92.54
	0.1	-0.30	89.55	0.36	88.56	0.33	88.56	-0.34	89.55
	0.2	-0.02	85.57	-0.05	85.57	-0.02	85.57	-0.05	85.57
	0.3	-0.07	83.58	0.15	83.08	-0.07	83.58	0.15	83.08
	0.4	-0.14	82.59	-0.14	82.59	-0.14	82.59	0.07	82.09
	0.5	0.13	81.59	0.13	81.59	0.13	81.59	0.13	81.59
Media Global		-0.11	75.17	0.25	74.13	0.15	74.36	-0.06	74.90

α=5%

n	π	ZE0		ZW2		ZW3		A1	
20	0.05	**-2.55**	85.71	3.41	80.95	3.41	80.95	3.41	80.95
	0.1	0.68	76.19	0.68	76.19	0.68	76.19	0.68	76.19
	0.2	0.63	66.67	0.63	66.67	0.63	66.67	0.63	66.67
	0.3	2.52	57.14	2.52	57.14	2.52	57.14	-0.26	61.90
	0.4	1.30	57.14	1.30	57.14	1.30	57.14	1.30	57.14
	0.5	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14
40	0.05	0.20	87.80	0.20	87.80	3.61	85.37	3.61	85.37
	0.1	-0.67	82.93	0.81	80.49	0.81	80.49	1.97	80.49
	0.2	**-2.17**	78.05	-0.12	75.61	-0.12	75.61	0.21	75.61
	0.3	-0.57	73.17	-0.57	73.17	-0.57	73.17	-0.57	73.17
	0.4	1.55	68.29	1.55	68.29	1.55	68.29	-0.41	70.73
	0.5	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29
60	0.05	2.03	88.52	2.03	88.52	2.03	88.52	**-2.58**	90.16
	0.1	0.20	85.25	0.20	85.25	0.20	85.25	0.20	85.25
	0.2	1.58	78.69	1.58	78.69	1.58	78.69	-0.29	80.33
	0.3	-1.57	78.69	-0.01	77.05	-0.01	77.05	0.10	77.05
	0.4	0.29	75.41	0.29	75.41	0.29	75.41	0.29	75.41
	0.5	-0.19	75.41	-0.19	75.41	-0.19	75.41	-0.19	75.41
80	0.05	-1.31	91.36	3.16	88.89	3.16	88.89	1.51	90.12
	0.1	1.26	86.42	1.26	86.42	1.26	86.42	-1.21	87.65
	0.2	1.52	81.48	1.52	81.48	1.52	81.48	-0.04	82.72
	0.3	1.28	79.01	1.28	79.01	1.28	79.01	-0.14	80.25
	0.4	-0.16	79.01	-0.16	79.01	-0.16	79.01	-0.16	79.01
	0.5	-0.67	79.01	-0.67	79.01	-0.67	79.01	-0.67	79.01
100	0.05	1.59	91.09	1.59	91.09	1.59	91.09	-1.53	92.08
	0.1	-1.36	89.11	0.23	88.12	2.16	87.13	0.57	88.12
	0.2	-0.95	85.15	0.33	84.16	-0.95	85.15	0.47	84.16
	0.3	-1.28	83.17	-0.04	82.18	-0.04	82.18	0.02	82.18
	0.4	-0.19	81.19	-0.19	81.19	-0.19	81.19	-0.19	81.19
	0.5	-0.69	81.19	-0.69	81.19	-0.69	81.19	-0.69	81.19
200	0.05	1.72	93.53	1.72	93.53	1.72	93.53	-0.02	94.03
	0.1	0.61	91.54	0.61	91.54	0.61	91.54	-0.91	92.04
	0.2	0.85	88.56	0.85	88.56	0.85	88.56	-0.18	89.05
	0.3	-0.34	87.56	-0.34	87.56	-0.34	87.56	-0.34	87.56
	0.4	-0.11	86.57	-0.11	86.57	-0.11	86.57	-0.11	86.57
	0.5	-0.60	86.57	-0.60	86.57	-0.60	86.57	-0.60	86.57
Media Global		0.20	80.55	0.79	80.05	0.92	79.97	0.18	80.51

α=10%

n	π	ZE0		ZW2		ZW3		A1	
20	0.05	2.45	85.71	2.45	85.71	2.45	85.71	2.45	85.71
	0.1	5.68	76.19	-3.30	80.95	5.68	76.19	5.68	76.19
	0.2	**-5.59**	76.19	0.18	71.43	0.18	71.43	-0.13	71.43
	0.3	1.66	66.67	1.66	66.67	1.66	66.67	1.66	66.67
	0.4	-0.75	66.67	-0.75	66.67	-0.75	66.67	-0.75	66.67
	0.5	-1.53	66.67	-1.53	66.67	-1.53	66.67	-1.53	66.67
40	0.05	5.20	87.80	-3.81	90.24	5.20	87.80	5.20	87.80
	0.1	4.33	82.93	-1.43	85.37	4.33	82.93	-2.24	85.37
	0.2	2.83	78.05	-1.60	80.49	2.83	78.05	2.83	78.05
	0.3	-1.86	78.05	1.29	75.61	-1.86	78.05	-1.86	78.05
	0.4	2.56	73.17	2.56	73.17	2.56	73.17	2.56	73.17
	0.5	1.93	73.17	1.93	73.17	1.93	73.17	1.93	73.17
60	0.05	-2.48	91.80	2.13	90.16	2.13	90.16	-2.48	91.80
	0.1	-2.61	88.52	1.32	86.89	1.32	86.89	-2.61	88.52
	0.2	2.65	81.97	-0.81	83.61	2.65	81.97	-0.97	83.61
	0.3	-2.00	81.97	0.73	80.33	-2.00	81.97	-2.00	81.97
	0.4	1.42	78.69	1.42	78.69	1.42	78.69	1.42	78.69
	0.5	0.75	78.69	0.75	78.69	0.75	78.69	0.75	78.69
80	0.05	3.69	91.36	-0.53	91.36	3.69	91.36	3.69	91.36
	0.1	1.09	88.89	3.55	87.65	1.09	88.89	1.09	88.89
	0.2	-2.25	86.42	0.53	85.19	-2.25	86.42	-2.25	86.42
	0.3	-1.18	83.95	1.10	82.72	-1.18	83.95	-1.18	83.95
	0.4	1.38	81.48	1.38	81.48	1.38	81.48	1.38	81.48
	0.5	0.71	81.48	0.71	81.48	0.71	81.48	0.71	81.48
100	0.05	-0.02	93.07	3.10	92.08	-0.02	93.07	-0.02	93.07
	0.1	-3.01	91.09	0.37	90.10	3.64	89.11	0.25	90.10
	0.2	-0.27	87.13	1.88	86.14	-0.27	87.13	-0.27	87.13
	0.3	-0.09	85.15	-0.09	85.15	-0.09	85.15	-0.09	85.15
	0.4	1.79	83.17	-0.36	84.16	1.79	83.17	1.79	83.17
	0.5	1.14	83.17	1.14	83.17	1.14	83.17	1.14	83.17
200	0.05	2.92	94.53	-0.46	95.02	2.92	94.53	-0.67	95.02
	0.1	-2.38	93.53	0.07	93.03	2.45	92.54	0.00	93.03
	0.2	0.76	90.55	-1.21	91.04	0.76	90.55	0.76	90.55
	0.3	-0.48	89.55	-0.48	89.55	-0.48	89.55	-0.48	89.55
	0.4	0.33	88.56	0.33	88.56	0.33	88.56	0.33	88.56
	0.5	-0.36	88.56	-0.36	88.56	-0.36	88.56	-0.36	88.56
Media Global		0.52	83.60	0.38	83.49	1.30	83.26	0.44	83.55

Tabla AV.4

Número de fallos (*F*), incremento medio del error ($\overline{\Delta\alpha}$) y potencia media ($\bar{\theta}$) para los cuatro métodos sin cpc seleccionados.

α=1%

$n \leq 60$				$n \geq 80$			
Método	F	$\Delta\alpha$	θ	Método	F	$\Delta\alpha$	θ
A1	0	0.05	68.02	ZE0	0	-0.07	81.69
ZE0	0	-0.15	68.65	ZW3	0	0.13	81.30
ZW3	0	0.18	67.42	A1	0	-0.17	81.78
ZW2	0	0.31	67.04	ZW2	0	0.20	81.22

α=5%

$n \leq 60$				$n \geq 80$			
Método	F	$\Delta\alpha$	θ	Método	F	$\Delta\alpha$	θ
ZW2	0	0.93	74.47	R1	0	-0.08	86.07
ZW3	0	1.14	74.32	ZE0	0	0.13	85.95
A1	2	0.56	74.96	ZW2	0	0.65	85.62
ZE0	4	0.26	75.16	ZW3	0	0.69	85.62

α=10%

$n \leq 60$				$n \geq 80$			
Método	F	$\Delta\alpha$	θ	Método	F	$\Delta\alpha$	θ
ZW2	0	0.16	79.11	ZE0	0	0.18	88.18
A1	0	0.57	78.97	A1	0	0.31	88.12
ZW3	0	1.72	78.52	R1	0	0.33	88.15
ZE0	2	0.85	79.01	ZW2	0	0.60	87.87

Tabla AV.5

Incremento del error $\Delta\alpha$ (primera entrada) y "potencia" θ (segunda entrada) en la evaluación más detallada, para los métodos sin cpc seleccionados. Los valores en negrita indican que el método "falla".

α=1%

n	π	ZW2		ZW3		ZE0		A1				ZW2		ZW3		ZE0		A1	
10	0.05	0.90	63.64	-0.15	72.73	-0.15	72.73	0.90	63.64	70	0.05	0.75	85.92	0.20	87.32	0.20	87.32	0.75	85.92
	0.1	0.84	54.55	-0.28	63.64	-0.28	63.64	0.84	54.55		0.1	0.10	81.69	0.12	80.28	0.06	81.69	0.10	81.69
	0.2	0.36	45.45	0.36	45.45	0.36	45.45	0.36	45.45		0.2	0.36	74.65	0.14	74.65	-0.06	76.06	-0.16	76.06
	0.3	-0.06	36.36	-0.06	36.36	-0.06	36.36	-0.06	36.36		0.3	0.14	71.83	0.02	71.83	-0.26	73.24	0.14	71.83
	0.4	-0.83	36.36	0.83	18.18	-0.83	36.36	-0.83	36.36		0.4	0.01	70.42	0.01	70.42	0.01	70.42	0.01	70.42
	0.5	**-1.15**	36.36	0.80	18.18	0.80	18.18	**-1.15**	36.36		0.5	-0.15	70.42	-0.15	70.42	-0.15	70.42	-0.15	70.42
20	0.05	0.74	76.19	-0.59	80.95	-0.59	80.95	0.74	76.19	80	0.05	0.79	86.42	0.35	87.65	0.35	87.65	-0.86	87.65
	0.1	0.76	66.67	-0.13	71.43	-0.13	71.43	0.76	66.67		0.1	0.57	81.48	0.45	81.48	-0.45	83.95	-0.60	83.95
	0.2	0.74	52.38	0.00	57.14	0.00	57.14	-0.41	57.14		0.2	-0.11	77.78	0.24	76.54	0.24	76.54	-0.11	77.78
	0.3	-0.28	52.38	0.41	47.62	0.41	47.62	-0.28	52.38		0.3	0.00	74.07	0.00	74.07	0.00	74.07	0.00	74.07
	0.4	-0.01	47.62	-0.01	47.62	-0.01	47.62	-0.01	47.62		0.4	-0.19	72.84	0.17	71.60	0.17	71.60	-0.19	72.84
	0.5	-0.18	47.62	-0.18	47.62	-0.18	47.62	-0.18	47.62		0.5	0.03	71.60	0.03	71.60	0.03	71.60	0.03	71.60
30	0.05	0.94	77.42	0.67	80.65	-0.56	83.87	0.67	80.65	90	0.05	0.82	86.81	0.47	87.91	-0.45	89.01	-0.52	89.01
	0.1	0.80	70.97	0.22	74.19	0.22	74.19	0.80	70.97		0.1	0.22	83.52	0.17	83.52	0.17	83.52	0.22	83.52
	0.2	0.57	61.29	0.05	61.29	-0.07	64.52	-0.36	64.52		0.2	0.22	78.02	0.04	78.02	-0.18	79.12	0.22	78.02
	0.3	0.15	58.06	0.15	58.06	0.15	58.06	-0.57	61.29		0.3	-0.10	75.82	0.22	74.73	0.22	74.73	-0.10	75.82
	0.4	-0.40	58.06	0.02	54.84	-0.40	58.06	0.15	54.84		0.4	0.03	73.63	-0.01	73.63	-0.29	74.73	0.03	73.63
	0.5	-0.61	58.06	0.48	51.61	0.48	51.61	-0.61	58.06		0.5	0.20	72.53	0.20	72.53	0.20	72.53	0.20	72.53
40	0.05	0.93	80.49	0.66	82.93	-0.39	85.37	0.66	82.93	100	0.05	0.85	87.13	0.57	88.12	-0.15	89.11	-0.02	89.11
	0.1	0.85	73.17	0.49	75.61	-0.55	78.05	-0.98	78.05		0.1	0.35	84.16	-0.03	84.16	-0.20	85.15	-0.24	85.15
	0.2	0.56	65.85	0.20	65.85	0.06	68.29	-0.09	68.29		0.2	0.12	79.21	0.16	79.21	0.16	79.21	-0.18	80.20
	0.3	0.12	63.41	0.12	63.41	0.12	63.41	-0.49	65.85		0.3	0.15	76.24	-0.17	77.23	-0.17	77.23	0.15	76.24
	0.4	0.06	60.98	0.46	58.54	-0.44	63.41	0.06	60.98		0.4	-0.04	75.25	-0.04	75.25	-0.04	75.25	-0.04	75.25
	0.5	-0.66	63.41	0.36	58.54	0.36	58.54	0.36	58.54		0.5	-0.20	75.25	-0.20	75.25	-0.20	75.25	-0.20	75.25
50	0.05	0.92	82.35	-0.18	86.27	-0.18	86.27	0.68	84.31	150	0.05	0.23	90.73	0.15	90.07	0.11	90.73	0.23	90.73
	0.1	0.68	76.47	0.06	78.43	0.06	78.43	0.16	78.43		0.1	0.05	87.42	0.04	87.42	0.04	87.42	0.05	87.42
	0.2	-0.19	72.55	0.25	70.59	0.25	70.59	-0.19	72.55		0.2	-0.10	83.44	-0.05	83.44	-0.05	83.44	-0.10	83.44
	0.3	-0.29	68.63	0.19	66.67	0.19	66.67	-0.29	68.63		0.3	-0.24	81.46	0.04	80.79	0.04	80.79	-0.24	81.46
	0.4	-0.33	66.67	0.02	64.71	-0.33	66.67	0.10	64.71		0.4	0.04	79.47	0.04	79.47	0.04	79.47	0.04	79.47
	0.5	-0.53	66.67	0.34	62.75	0.34	62.75	-0.53	66.67		0.5	-0.11	79.47	-0.11	79.47	-0.11	79.47	-0.11	79.47
60	0.05	0.72	85.25	0.02	86.89	0.02	86.89	0.72	85.25	200	0.05	0.50	91.54	0.38	91.54	-0.44	92.54	-0.49	92.54
	0.1	0.62	78.69	0.43	78.69	-0.64	81.97	0.25	80.33		0.1	0.36	88.56	0.33	88.56	-0.30	89.55	-0.34	89.55
	0.2	0.12	73.77	0.42	72.13	-0.46	75.41	0.12	73.77		0.2	-0.05	85.57	-0.02	85.57	-0.02	85.57	-0.05	85.57
	0.3	-0.06	70.49	0.30	68.85	0.30	68.85	-0.06	70.49		0.3	0.15	83.08	-0.07	83.58	-0.07	83.58	0.15	83.08
	0.4	-0.16	68.85	-0.16	68.85	-0.16	68.85	-0.16	68.85		0.4	-0.14	82.59	-0.14	82.59	-0.14	82.59	0.07	82.09
	0.5	-0.35	68.85	0.38	65.57	-0.35	68.85	-0.35	68.85		0.5	0.13	81.59	0.13	81.59	0.13	81.59	0.13	81.59
										Media Global		0.21	72.30	0.15	72.22	-0.07	73.21	0.00	72.86

α=5%

n	*π*	ZW2		ZW3		ZE0		A1	
10	0.05	3.85	72.73	3.85	72.73	**-3.61**	81.82	3.85	72.73
	0.1	**-2.02**	72.73	**-2.02**	72.73	**-2.02**	72.73	3.72	63.64
	0.2	1.72	54.55	1.72	54.55	1.72	54.55	1.72	54.55
	0.3	0.27	45.45	0.27	45.45	**-2.56**	54.55	**-2.56**	54.55
	0.4	3.17	36.36	3.17	36.36	3.17	36.36	-0.87	45.45
	0.5	2.85	36.36	2.85	36.36	2.85	36.36	2.85	36.36
20	0.05	3.41	80.95	3.41	80.95	**-2.55**	85.71	3.41	80.95
	0.1	0.68	76.19	0.68	76.19	0.68	76.19	0.68	76.19
	0.2	0.63	66.67	0.63	66.67	0.63	66.67	0.63	66.67
	0.3	2.52	57.14	2.52	57.14	2.52	57.14	-0.26	61.90
	0.4	1.30	57.14	1.30	57.14	1.30	57.14	1.30	57.14
	0.5	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14
30	0.05	3.44	83.87	3.44	83.87	-1.08	87.10	3.44	83.87
	0.1	2.42	77.42	2.42	77.42	2.42	77.42	-1.82	80.65
	0.2	1.39	70.97	1.39	70.97	1.39	70.97	1.39	70.97
	0.3	0.06	67.74	0.06	67.74	**-2.02**	70.97	0.29	67.74
	0.4	1.16	64.52	1.16	64.52	1.16	64.52	1.16	64.52
	0.5	0.72	64.52	0.72	64.52	0.72	64.52	0.72	64.52
40	0.05	0.20	87.80	3.61	85.37	0.20	87.80	3.61	85.37
	0.1	0.81	80.49	0.81	80.49	-0.67	82.93	1.97	80.49
	0.2	-0.12	75.61	-0.12	75.61	**-2.17**	78.05	0.21	75.61
	0.3	-0.57	73.17	-0.57	73.17	-0.57	73.17	-0.57	73.17
	0.4	1.55	68.29	1.55	68.29	1.55	68.29	-0.41	70.73
	0.5	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29
50	0.05	1.22	88.24	1.22	88.24	1.22	88.24	1.22	88.24
	0.1	2.03	82.35	2.03	82.35	2.03	82.35	-0.83	84.31
	0.2	0.07	78.43	0.07	78.43	0.07	78.43	0.07	78.43
	0.3	0.67	74.51	0.67	74.51	0.67	74.51	0.67	74.51
	0.4	-0.94	74.51	-0.94	74.51	-0.94	74.51	-0.94	74.51
	0.5	-1.49	74.51	-1.49	74.51	-1.49	74.51	-1.49	74.51
60	0.05	2.03	88.52	2.03	88.52	2.03	88.52	**-2.58**	90.16
	0.1	0.20	85.25	0.20	85.25	0.20	85.25	0.20	85.25
	0.2	1.58	78.69	1.58	78.69	1.58	78.69	-0.29	80.33
	0.3	-0.01	77.05	-0.01	77.05	-1.57	78.69	0.10	77.05
	0.4	0.29	75.41	0.29	75.41	0.29	75.41	0.29	75.41
	0.5	-0.19	75.41	-0.19	75.41	-0.19	75.41	-0.19	75.41

		ZW2		ZW3		ZE0		A1	
70	0.05	2.66	88.73	2.66	88.73	2.66	88.73	-0.09	90.14
	0.1	2.40	84.51	2.40	84.51	-1.82	87.32	0.54	85.92
	0.2	-0.03	81.69	-0.03	81.69	-0.03	81.69	-0.03	81.69
	0.3	0.07	78.87	0.07	78.87	0.07	78.87	0.07	78.87
	0.4	1.27	76.06	1.27	76.06	1.27	76.06	-0.17	77.46
	0.5	0.86	76.06	0.86	76.06	0.86	76.06	0.86	76.06
80	0.05	3.16	88.89	3.16	88.89	-1.31	91.36	1.51	90.12
	0.1	1.26	86.42	1.26	86.42	1.26	86.42	-1.21	87.65
	0.2	1.52	81.48	1.52	81.48	1.52	81.48	-0.04	82.72
	0.3	1.28	79.01	1.28	79.01	1.28	79.01	-0.14	80.25
	0.4	-0.16	79.01	-0.16	79.01	-0.16	79.01	-0.16	79.01
	0.5	-0.67	79.01	-0.67	79.01	-0.67	79.01	-0.67	79.01
90	0.05	1.38	90.11	0.40	91.21	0.40	91.21	0.40	91.21
	0.1	-0.01	87.91	-0.01	87.91	-0.01	87.91	-0.01	87.91
	0.2	0.32	83.52	0.32	83.52	0.32	83.52	0.32	83.52
	0.3	0.03	81.32	0.03	81.32	0.03	81.32	0.03	81.32
	0.4	0.97	79.12	0.97	79.12	0.97	79.12	0.97	79.12
	0.5	0.54	79.12	0.54	79.12	0.54	79.12	0.54	79.12
100	0.05	1.59	91.09	1.59	91.09	1.59	91.09	-1.53	92.08
	0.1	0.23	88.12	2.16	87.13	-1.36	89.11	0.57	88.12
	0.2	0.33	84.16	-0.95	85.15	-0.95	85.15	0.47	84.16
	0.3	-0.04	82.18	-0.04	82.18	-1.28	83.17	0.02	82.18
	0.4	-0.19	81.19	-0.19	81.19	-0.19	81.19	-0.19	81.19
	0.5	-0.69	81.19	-0.69	81.19	-0.69	81.19	-0.69	81.19
150	0.05	0.74	92.72	0.74	92.72	-0.67	93.38	1.32	92.72
	0.1	1.03	90.07	1.03	90.07	1.03	90.07	-0.64	90.73
	0.2	-0.17	87.42	-0.17	87.42	-0.17	87.42	-0.17	87.42
	0.3	-0.06	85.43	1.00	84.77	1.00	84.77	-0.02	85.43
	0.4	-0.49	84.77	-0.49	84.77	-0.49	84.77	-0.49	84.77
	0.5	0.91	83.44	0.91	83.44	0.91	83.44	-1.00	84.77
200	0.05	1.72	93.53	1.72	93.53	1.72	93.53	-0.02	94.03
	0.1	0.61	91.54	0.61	91.54	0.61	91.54	-0.91	92.04
	0.2	0.85	88.56	0.85	88.56	0.85	88.56	-0.18	89.05
	0.3	-0.34	87.56	-0.34	87.56	-0.34	87.56	-0.34	87.56
	0.4	-0.11	86.57	-0.11	86.57	-0.11	86.57	-0.11	86.57
	0.5	-0.60	86.57	-0.60	86.57	-0.60	86.57	-0.60	86.57
Media Global		0.86	78.26	0.93	78.23	0.23	78.95	0.30	78.81

α=10%

n	*π*	ZW2		ZW3		ZE0		A1				ZW2		ZW3		ZE0		A1	
10	0.05	1.39	81.82	1.39	81.82	1.39	81.82	1.39	81.82	70	0.05	3.96	90.14	1.21	91.55	1.21	91.55	1.21	91.55
	0.1	2.98	72.73	2.98	72.73	2.98	72.73	2.98	72.73		0.1	-1.15	88.73	3.18	87.32	3.18	87.32	-1.53	88.73
	0.2	-2.09	63.64	6.72	54.55	6.72	54.55	**-4.02**	63.64		0.2	2.55	83.10	0.18	84.51	0.18	84.51	0.18	84.51
	0.3	2.44	54.55	2.44	54.55	2.44	54.55	2.44	54.55		0.3	1.12	81.69	1.12	81.69	1.12	81.69	1.12	81.69
	0.4	-0.11	54.55	-0.11	54.55	-0.11	54.55	-0.11	54.55		0.4	-1.20	81.69	-1.20	81.69	-1.20	81.69	-1.20	81.69
	0.5	-0.94	54.55	-0.94	54.55	-0.94	54.55	-0.94	54.55		0.5	-1.96	81.69	-1.96	81.69	-1.96	81.69	-1.96	81.69
20	0.05	2.45	85.71	2.45	85.71	2.45	85.71	2.45	85.71	80	0.05	-0.53	91.36	3.69	91.36	3.69	91.36	3.69	91.36
	0.1	-3.30	80.95	5.68	76.19	5.68	76.19	5.68	76.19		0.1	3.55	87.65	1.09	88.89	1.09	88.89	1.09	88.89
	0.2	0.18	71.43	0.18	71.43	-5.59	76.19	-0.13	71.43		0.2	0.53	85.19	-2.25	86.42	-2.25	86.42	-2.25	86.42
	0.3	1.66	66.67	1.66	66.67	1.66	66.67	1.66	66.67		0.3	1.10	82.72	-1.18	83.95	-1.18	83.95	-1.18	83.95
	0.4	-0.75	66.67	-0.75	66.67	-0.75	66.67	-0.75	66.67		0.4	1.38	81.48	1.38	81.48	1.38	81.48	1.38	81.48
	0.5	-1.53	66.67	-1.53	66.67	-1.53	66.67	-1.53	66.67		0.5	0.71	81.48	0.71	81.48	0.71	81.48	0.71	81.48
30	0.05	3.92	87.10	3.92	87.10	3.92	87.10	3.92	87.10	90	0.05	0.88	92.31	5.40	91.21	-3.80	93.41	0.71	92.31
	0.1	2.68	80.65	-1.56	83.87	-1.56	83.87	-1.56	83.87		0.1	1.98	89.01	-0.99	90.11	-0.99	90.11	-0.99	90.11
	0.2	2.84	74.19	-0.53	77.42	-0.53	77.42	-0.53	77.42		0.2	-1.48	86.81	1.48	85.71	1.48	85.71	1.48	85.71
	0.3	-1.46	74.19	2.98	70.97	2.98	70.97	2.98	70.97		0.3	-0.86	84.62	1.64	83.52	1.64	83.52	1.64	83.52
	0.4	0.84	70.97	0.84	70.97	0.84	70.97	0.84	70.97		0.4	-0.60	83.52	-0.60	83.52	-0.60	83.52	-0.60	83.52
	0.5	0.13	70.97	0.13	70.97	0.13	70.97	0.13	70.97		0.5	-1.33	83.52	-1.33	83.52	-1.33	83.52	-1.33	83.52
40	0.05	-3.81	90.24	5.20	87.80	5.20	87.80	5.20	87.80	100	0.05	3.10	92.08	-0.02	93.07	-0.02	93.07	-0.02	93.07
	0.1	-1.43	85.37	4.33	82.93	4.33	82.93	-2.24	85.37		0.1	0.37	90.10	3.64	89.11	-3.01	91.09	0.25	90.10
	0.2	-1.60	80.49	2.83	78.05	2.83	78.05	2.83	78.05		0.2	1.88	86.14	-0.27	87.13	-0.27	87.13	-0.27	87.13
	0.3	1.29	75.61	-1.86	78.05	-1.86	78.05	-1.86	78.05		0.3	-0.09	85.15	-0.09	85.15	-0.09	85.15	-0.09	85.15
	0.4	2.56	73.17	2.56	73.17	2.56	73.17	2.56	73.17		0.4	-0.36	84.16	1.79	83.17	1.79	83.17	1.79	83.17
	0.5	1.93	73.17	1.93	73.17	1.93	73.17	1.93	73.17		0.5	1.14	83.17	1.14	83.17	1.14	83.17	1.14	83.17
50	0.05	-0.36	90.20	6.22	88.24	6.22	88.24	-1.47	90.20	150	0.05	0.78	94.04	4.33	93.38	-2.88	94.70	0.67	94.04
	0.1	3.70	84.31	0.83	86.27	0.83	86.27	0.83	86.27		0.1	-0.28	92.05	2.53	91.39	2.53	91.39	-0.40	92.05
	0.2	2.08	80.39	-0.87	82.35	-0.87	82.35	-0.87	82.35		0.2	-0.31	89.40	1.82	88.74	1.82	88.74	-0.36	89.40
	0.3	1.20	78.43	1.20	78.43	1.20	78.43	1.20	78.43		0.3	1.00	87.42	1.00	87.42	1.00	87.42	1.00	87.42
	0.4	-1.13	78.43	-1.13	78.43	-1.13	78.43	-1.13	78.43		0.4	0.37	86.75	-1.30	87.42	-1.30	87.42	-1.30	87.42
	0.5	-1.89	78.43	-1.89	78.43	-1.89	78.43	-1.89	78.43		0.5	1.39	86.09	1.39	86.09	1.39	86.09	1.39	86.09
60	0.05	2.13	90.16	2.13	90.16	-2.48	91.80	-2.48	91.80	200	0.05	-0.46	95.02	2.92	94.53	2.92	94.53	-0.67	95.02
	0.1	1.32	86.89	1.32	86.89	-2.61	88.52	-2.61	88.52		0.1	0.07	93.03	2.45	92.54	-2.38	93.53	0.00	93.03
	0.2	-0.81	83.61	2.65	81.97	2.65	81.97	-0.97	83.61		0.2	-1.21	91.04	0.76	90.55	0.76	90.55	0.76	90.55
	0.3	0.73	80.33	-2.00	81.97	-2.00	81.97	-2.00	81.97		0.3	-0.48	89.55	-0.48	89.55	-0.48	89.55	-0.48	89.55
	0.4	1.42	78.69	1.42	78.69	1.42	78.69	1.42	78.69		0.4	0.33	88.56	0.33	88.56	0.33	88.56	0.33	88.56
	0.5	0.75	78.69	0.75	78.69	0.75	78.69	0.75	78.69		0.5	-0.36	88.56	-0.36	88.56	-0.36	88.56	-0.36	88.56
										Media Global		0.54	82.12	1.30	81.92	0.66	82.14	0.31	82.30

Tabla AV.6

Número de fallos (F), incremento medio del error ($\overline{\Delta\alpha}$) y potencia media ($\overline{\theta}$) en la evaluación más detallada, para los métodos sin cpc seleccionados.

	α=1%				α=5%				α=10%			
	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$
n=10	E0	0	-0.10	47.93	A1	2	1.32	56.20	A1	0	0.40	64.47
	ZW3	0	0.20	44.63	ZW2	2	1.53	54.55	ZW2	0	0.75	64.47
	A1	1	0.12	46.28	ZW3	2	1.53	54.55	ZW3	0	2.35	62.81
	ZW2	2	0.12	46.28	ZE0	6	-0.34	57.85	ZE0	0	2.35	62.81
n=20	ZW3	0	-0.07	59.74	A1	0	1.13	67.53	ZW2	0	-0.10	73.59
	ZE0	0	-0.07	59.74	ZW2	0	1.63	66.67	A1	0	1.48	72.73
	A1	0	0.13	58.87	ZW3	0	1.63	66.67	ZW3	0	1.54	72.73
	ZW2	0	0.34	58.01	ZE0	2	0.55	67.53	ZE0	2	0.49	73.59
n=30	A1	0	0.07	65.69	A1	0	0.88	72.73	ZE0	0	1.04	77.42
	ZE0	0	-0.08	66.27	ZW2	0	1.61	72.14	ZW3	0	1.04	77.42
	ZW3	0	0.25	64.52	ZW3	0	1.61	72.14	A1	0	1.04	77.42
	ZW2	0	0.32	64.51	ZE0	2	0.41	73.32	ZW2	0	1.62	76.83
n=40	A1	0	-0.12	70.07	ZW2	0	0.44	76.27	ZW2	0	-0.37	80.27
	ZE0	0	-0.19	70.51	A1	0	0.98	76.28	A1	0	1.36	79.82
	ZW3	0	0.38	68.29	ZW3	0	1.06	75.83	ZW3	0	2.55	79.38
	ZW2	0	0.40	68.29	ZE0	2	-0.20	77.16	ZE0	0	2.55	79.38
n=50	ZE0	0	0.03	72.53	A1	0	-0.10	79.50	A1	0	-0.43	82.71
	A1	0	0.04	73.08	ZW2	0	0.42	79.14	ZW2	0	0.83	82.00
	ZW3	0	0.09	72.37	ZW3	0	0.42	79.14	ZW3	0	0.96	82.35
	ZW2	0	0.10	72.73	ZE0	0	0.42	79.14	ZE0	0	0.96	82.35
n=60	A1	0	0.13	75.11	ZE0	0	0.44	80.78	ZE0	0	-0.48	84.05
	ZW2	0	0.19	74.81	ZW2	0	0.73	80.48	ZW2	0	0.94	83.46
	ZE0	0	-0.20	75.71	ZW3	0	0.73	80.48	ZW3	0	1.07	83.46
	ZW3	0	0.22	74.22	A1	2	-0.43	81.07	A1	0	-1.14	84.35
n=70	ZE0	0	-0.02	77.08	A1	0	0.14	82.20	A1	0	-0.22	85.28
	ZW3	0	0.08	76.31	ZE0	0	0.47	81.95	ZW3	0	0.64	85.02
	A1	0	0.14	76.57	ZW2	0	1.24	81.43	ZE0	0	0.64	85.02
	ZW2	0	0.23	76.31	ZW3	0	1.24	81.43	ZW2	0	0.78	84.76
n=80	ZE0	0	0.06	78.11	A1	0	-0.07	83.50	ZW3	0	0.56	85.97
	ZW2	0	0.20	77.89	ZE0	0	0.41	83.05	ZE0	0	0.56	85.97
	ZW3	0	0.22	77.66	ZW2	0	1.22	82.60	A1	0	0.56	85.97
	A1	0	-0.32	78.56	ZW3	0	1.22	82.60	ZW2	0	1.16	85.30
n=90	A1	0	-0.01	79.32	ZW3	0	0.36	84.12	ZW2	0	-0.14	86.91
	ZE0	0	-0.08	79.52	ZE0	0	0.36	84.12	A1	0	0.29	86.71
	ZW3	0	0.18	78.92	A1	0	0.36	84.12	ZE0	0	-0.53	86.91
	ZW2	0	0.23	78.92	ZW2	0	0.54	83.92	ZW3	0	1.14	86.51
n=100	ZW3	0	0.07	80.29	A1	0	-0.18	85.15	ZE0	0	-0.19	87.49
	A1	0	-0.08	80.65	ZW2	0	0.29	84.97	A1	0	0.41	87.31
	ZE0	0	-0.09	80.65	ZW3	0	0.40	84.97	ZW2	0	0.99	87.13
	ZW2	0	0.24	79.93	ZE0	0	-0.46	85.51	ZW3	0	1.02	87.13
n=150	ZW2	0	-0.01	84.05	A1	0	-0.09	87.90	A1	0	0.06	89.70
	A1	0	-0.01	84.05	ZE0	0	0.21	87.66	ZE0	0	0.34	89.58
	ZE0	0	0.02	83.92	ZW2	0	0.27	87.66	ZW2	0	0.41	89.58
	ZW3	0	0.03	83.80	ZW3	0	0.47	87.54	ZW3	0	1.65	89.34
n=200	ZW3	0	0.10	85.93	A1	0	-0.34	89.55	A1	0	-0.04	91.09
	A1	0	-0.11	86.11	ZW2	0	0.44	89.28	ZE0	0	0.18	91.09
	ZE0	0	-0.16	86.30	ZW3	0	0.44	89.28	ZW2	0	-0.35	91.18
	ZW2	0	0.16	85.84	ZE0	0	0.44	89.28	ZW3	0	1.05	90.91

Tabla AV.7

Incremento del error $\Delta\alpha$ (primera entrada) y "potencia" θ (segunda entrada) para los métodos seleccionados SIN/CON cpc. Los valores en negrita indican que el método "falla". (α=5%)

n	π	ZW2		ZW2c		ZW3		ZW3c	
20	0.05	3.41	80.95	3.41	80.95	3.41	80.95	4.74	76.19
	0.1	0.68	76.19	3.87	71.43	0.68	76.19	3.87	71.43
	0.2	0.63	66.67	4.00	57.14	0.63	66.67	4.00	57.14
	0.3	2.52	57.14	2.52	57.14	2.52	57.14	2.52	57.14
	0.4	1.30	57.14	1.30	57.14	1.30	57.14	1.30	57.14
	0.5	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14
40	0.05	0.20	87.80	3.61	85.37	3.61	85.37	3.61	85.37
	0.1	0.81	80.49	3.45	78.05	0.81	80.49	3.45	78.05
	0.2	-0.12	75.61	2.27	73.17	-0.12	75.61	2.27	73.17
	0.3	-0.57	73.17	2.66	68.29	-0.57	73.17	2.66	68.29
	0.4	1.55	68.29	1.55	68.29	1.55	68.29	1.55	68.29
	0.5	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29
60	0.05	2.03	88.52	4.02	86.89	2.03	88.52	4.02	86.89
	0.1	0.20	85.25	3.36	81.97	0.20	85.25	3.36	81.97
	0.2	1.58	78.69	1.58	78.69	1.58	78.69	1.58	78.69
	0.3	-0.01	77.05	1.65	75.41	-0.01	77.05	1.65	75.41
	0.4	0.29	75.41	0.29	75.41	0.29	75.41	0.29	75.41
	0.5	-0.19	75.41	2.27	72.13	-0.19	75.41	2.27	72.13
80	0.05	3.16	88.89	3.16	88.89	3.16	88.89	3.16	88.89
	0.1	1.26	86.42	1.26	86.42	1.26	86.42	2.70	85.19
	0.2	1.52	81.48	1.52	81.48	1.52	81.48	1.52	81.48
	0.3	1.28	79.01	1.28	79.01	1.28	79.01	1.28	79.01
	0.4	-0.16	79.01	2.05	76.54	-0.16	79.01	2.05	76.54
	0.5	-0.67	79.01	1.70	76.54	-0.67	79.01	1.70	76.54
100	0.05	1.59	91.09	3.85	89.11	1.59	91.09	3.26	90.10
	0.1	0.23	88.12	2.16	87.13	2.16	87.13	2.16	87.13
	0.2	0.33	84.16	1.74	83.17	-0.95	85.15	1.74	83.17
	0.3	-0.04	82.18	1.25	81.19	-0.04	82.18	1.25	81.19
	0.4	-0.19	81.19	1.85	79.21	-0.19	81.19	1.85	79.21
	0.5	-0.69	81.19	1.48	79.21	-0.69	81.19	1.48	79.21
200	0.05	1.72	93.53	1.72	93.53	1.72	93.53	1.72	93.53
	0.1	0.61	91.54	0.61	91.54	0.61	91.54	1.69	91.04
	0.2	0.85	88.56	0.85	88.56	0.85	88.56	0.85	88.56
	0.3	-0.34	87.56	1.31	86.57	-0.34	87.56	1.31	86.57
	0.4	-0.11	86.57	1.39	85.57	-0.11	86.57	1.39	85.57
	0.5	-0.60	86.57	1.00	85.57	-0.60	86.57	1.00	85.57
Media		0.79	80.05	2.11	78.57	0.92	79.97	2.21	78.40

n	π	ZE0		ZE0c		A1		A1c	
20	0.05	**-2.55**	85.71	3.41	80.95	3.41	80.95	3.41	80.95
	0.1	0.68	76.19	3.87	71.43	0.68	76.19	3.87	71.43
	0.2	0.63	66.67	4.00	57.14	0.63	66.67	2.85	61.90
	0.3	2.52	57.14	2.52	57.14	-0.26	61.90	2.52	57.14
	0.4	1.30	57.14	1.30	57.14	1.30	57.14	2.76	52.38
	0.5	0.86	57.14	0.86	57.14	0.86	57.14	3.82	47.62
40	0.05	0.20	87.80	3.61	85.37	3.61	85.37	3.61	85.37
	0.1	-0.67	82.93	3.45	78.05	1.97	80.49	1.97	80.49
	0.2	**-2.17**	78.05	2.27	73.17	0.21	75.61	2.27	73.17
	0.3	-0.57	73.17	2.66	68.29	-0.57	73.17	2.66	68.29
	0.4	1.55	68.29	1.55	68.29	-0.41	70.73	1.55	68.29
	0.5	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29	1.15	68.29
60	0.05	2.03	88.52	2.03	88.52	**-2.58**	90.16	4.02	86.89
	0.1	0.20	85.25	3.36	81.97	0.20	85.25	2.16	83.61
	0.2	1.58	78.69	1.58	78.69	-0.29	80.33	2.72	77.05
	0.3	-1.57	78.69	1.65	75.41	0.10	77.05	1.65	75.41
	0.4	0.29	75.41	0.29	75.41	0.29	75.41	2.58	72.13
	0.5	-0.19	75.41	2.27	72.13	-0.19	75.41	2.27	72.13
80	0.05	-1.31	91.36	3.16	88.89	1.51	90.12	1.51	90.12
	0.1	1.26	86.42	1.26	86.42	-1.21	87.65	2.70	85.19
	0.2	1.52	81.48	1.52	81.48	-0.04	82.72	2.54	80.25
	0.3	1.28	79.01	1.28	79.01	-0.14	80.25	1.28	79.01
	0.4	-0.16	79.01	2.05	76.54	-0.16	79.01	2.05	76.54
	0.5	-0.67	79.01	1.70	76.54	-0.67	79.01	1.70	76.54
100	0.05	1.59	91.09	1.59	91.09	-1.53	92.08	3.26	90.10
	0.1	-1.36	89.11	2.16	87.13	0.57	88.12	0.57	88.12
	0.2	-0.95	85.15	1.74	83.17	0.47	84.16	1.74	83.17
	0.3	-1.28	83.17	1.25	81.19	0.02	82.18	1.25	81.19
	0.4	-0.19	81.19	1.85	79.21	-0.19	81.19	1.85	79.21
	0.5	-0.69	81.19	1.48	79.21	-0.69	81.19	1.48	79.21
200	0.05	1.72	93.53	1.72	93.53	-0.02	94.03	-0.02	94.03
	0.1	0.61	91.54	0.61	91.54	-0.91	92.04	1.69	91.04
	0.2	0.85	88.56	0.85	88.56	-0.18	89.05	1.63	88.06
	0.3	-0.34	87.56	1.31	86.57	-0.34	87.56	1.31	86.57
	0.4	-0.11	86.57	1.39	85.57	-0.11	86.57	1.39	85.57
	0.5	-0.60	86.57	1.00	85.57	-0.60	86.57	1.00	85.57
Media		0.20	80.55	1.99	78.68	0.18	80.51	2.15	78.40

Tabla AV.8

Número de fallos (*F*), incremento medio del error ($\overline{\Delta\alpha}$) y potencia media ($\overline{\theta}$) para los cuatro métodos seleccionados, aplicados con y sin cpc. (*α*=5%)

$n \leq 60$				$n \geq 80$			
Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$
ZW2	0	0.93	74.47	ZE0	0	0.13	85.95
ZW3	0	1.14	74.32	A1	0	-0.20	86.07
ZE0c	0	2.41	72.47	ZW2	0	0.65	85.62
ZW2c	0	2.53	72.37	ZW3	0	0.69	85.62
ZW3c	0	2.61	72.08	ZE0c	0	1.57	84.88
A1c	0	2.68	72.03	A1c	0	1.63	84.78
A1	2	0.56	74.96	ZW2c	0	1.70	84.76
ZE0	4	0.26	75.16	ZW3c	0	1.82	84.72

Tabla AV.9

Número de fallos (*F*), incremento medio del error ($\overline{\Delta\alpha}$) y potencia media ($\overline{\theta}$) para los métodos clásicos de la literatura. (*α*=5%)

$n \leq 60$				$n \geq 80$			
Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$	Método	F	$\overline{\Delta\alpha}$	$\overline{\theta}$
ZW2	0	0.93	74.47	ZE0	0	0.13	85.95
ZW3	0	1.14	74.32	ZW2	0	0.65	85.62
ZW5	0	1.92	72.47	ZW3	0	0.69	85.62
ZE0c	0	2.41	72.47	ZW5	0	1.02	85.02
ZE0	4	0.26	75.16	ZE0c	0	1.57	84.88
ZW0c	10	-2.79	73.34	ZW0c	2	0.33	84.91
A0	12	-3.89	76.02	A0	2	-0.40	86.02
ZW0	21	-5.05	75.10	ZW0	10	-1.79	86.07