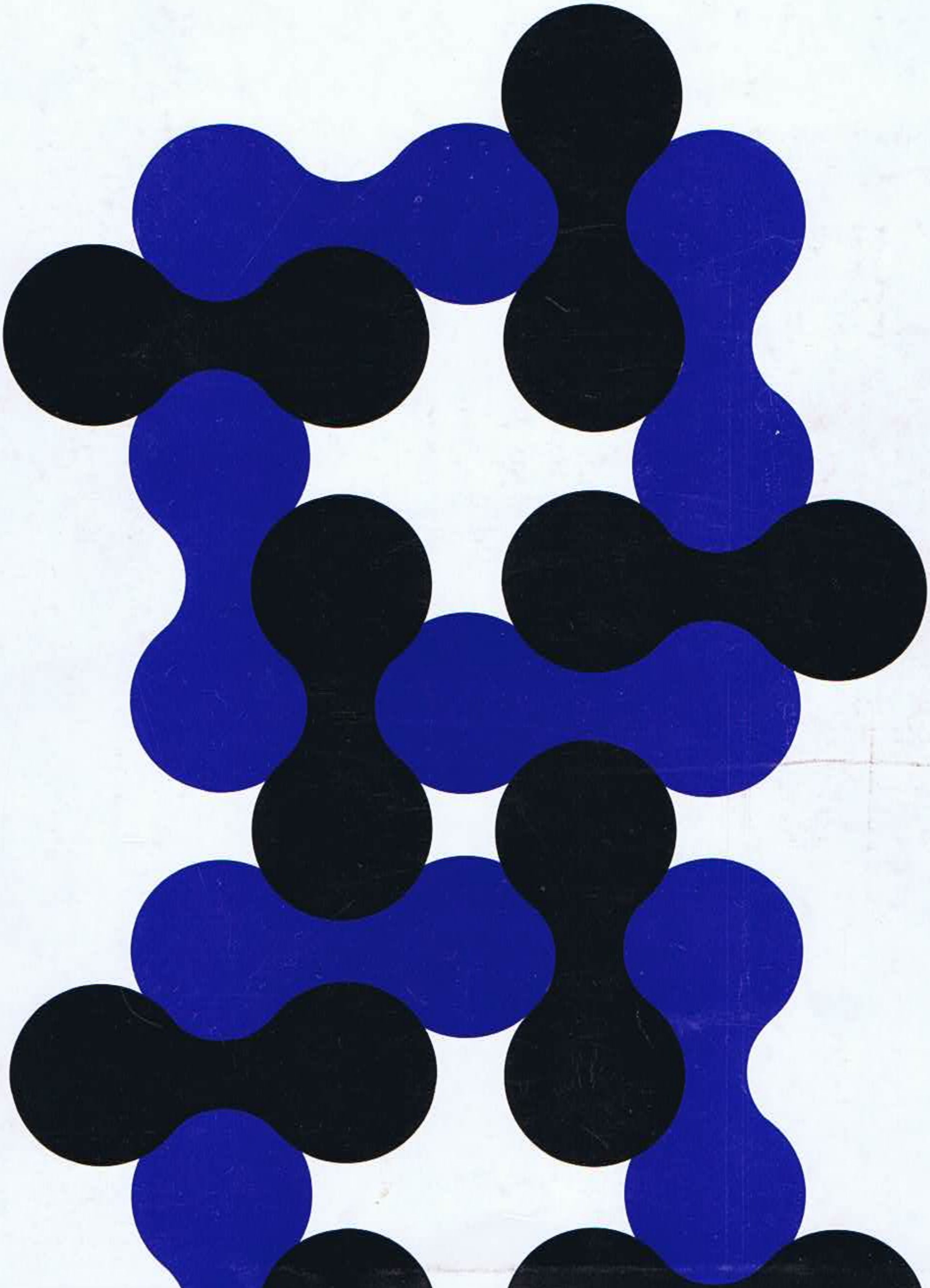
epsilon 5



epsilon 5

edita:
Asociación de Profesores de Matemáticas de Andalucía.

dirección:
Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada.
Avenida Fuente Nueva s/n. 18071- Granada

La revista "**Epsilon**" se publica tres veces al año.
Suscripción mas gastos de envio 2000 pts. Extranjero 30$.

epsilon, septiembre. 1985, nº 5.

artículos

Clasificación de matrices: Teorema Jordan
Roberto Moriyon: División de Matemáticas. Universidad Autónoma de Madrid. 3

Aritmética elemental para resolución de problemas en el tercer ciclo de E.G.B. Grupo E.G.B. de la A.P.M.A. 11

Espacios vectoriales métricos y teoría especial de la relatividad: Cinemática
A. Lallena. Departamento de Física Atómica y Nuclear de la Universidad de Granada.
A. Romero. Departamento de Geometría y Topología de la Universidad de Granada. 33

práctica

Mª José Pascual Burgos I.B. "Mariana Pineda". Granada
Julio Mancera Canalejo I.B. "La Chana". Granada 47

Curiosidades: El juego de pares y nones.
Rafael Rodríguez Vidal
Departamento de Ecuaciones Funcionales de la Universidad de Zaragoza. 55

informática

Triangulización en el plano con nodos arbitrarios.
Victoriano Ramírez González y MªLuisa Márquez García. Departamento de Matemática Aplicada Universidad de Granada. 57

Silabeo automático de palabras.
José Cabrerizo Vílchez. Alumno de 3º curso de Matemáticas. Universidad de Granada. 65

experiencias educativas

Aproximación a un estudio de los problemas a resolver en los ciclos inicial y medio.
Jorge López Vázquez E.U. del Profesorado de E.G.B. "Sagrada Familia". Ubeda (Jaén) 71

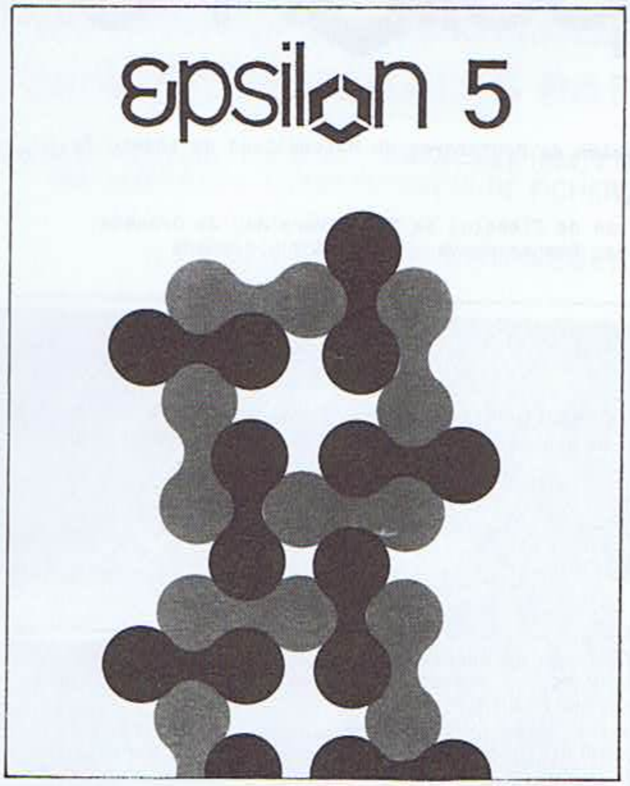
educación y cultura

PLAN ALHAMBRA para la introducción de la informática en los niveles de Enseñanza no universitaria. 79

Evaristo Galois: Un Joven matemático.
Blas Torrecillas, Departamento de Algebra y Fundamentos Universidad de Granada. 88

Homenaje a Ernesto Sábato
Evaristo Pérez Morales I.B. "Alonso Cano". Durcal (Granada). 105

reseñas de libros y revistas 111



Los trabajos para publicar en la Revista "EPSILON" deben enviarse a la Asociación de Profesores de Matemáticas de Andalucía, Sección de Matemáticas, Facultad de Ciencias, GRANADA, y deben atenerse en lo posible a las siguientes normas:

-Ser inéditos.

-Tener una extensión aproximada de 15 folios a una cara y doble espacio.

-Ir encabezado del título, seguido de un pequeño resumen en el que se reflejen con claridad el contenido del trabajo y la aportación del (de los) autor(es).

-En caso de existir gráficas, éstas irán en hoja aparte, indicando su ubicación en el trabajo.

-Llevar al final la bibliografía exhaustiva usada, detallando autor, título, editorial, página, año...

-En un folio aparte: título del trabajo, autor(es), dirección y teléfono si es posible.

COLABORADORES:
Enrique Aznar García, Antonio Fernández Cano, Miguel de la Fuente Martos, José María García Abríl, María Josefa García Hernández, Felipe López Fernández, Antonio Marín del Moral, Sebastián Montiel, Javier Pérez González, José Juan Quesada Molina, Antonio Rodríguez Garzón.

ADMINISTRACION:

Suscripciones: Josefina Olmos de Cara.
Distribución: Fernando López Expósito.

ASESORIA JURIDICA:
Juan Francisco Salamanca Ballesteros.

Diputación Provincial de Granada
Imprime: Imprenta Provincial
Edita : ASOCIACION DE PROFESORES DE MATEMATICAS DE ANDALUCIA.
PRESIDENTE: Ramón Gutiérrez Jáimez

Deposito Legal: GR-147/84

El Consejo de Redaccion de Epsilon quiere manifestar su pesar ante la muerte del padre de D. Aquilino Perez de Madrid Asi mismo, expresar nuestro agradecimiento a Dña Mª Jose Pascual Burgos y a D. Julio Mancera Canalejo por la ayuda recibida al no poder contar con nuestros colaboradores habituales para esta seccion.

artículos

clasificación de matrices: teorema de Jordan

Roberto Moriyón:
División de Matemáticas. Universidad Autónoma de Madrid.

epsilon 5

0. INTRODUCCION

La enseñanza de las asignaturas de los primeros años de la Licenciatura en Ciencias Matemáticas es desde mi punto de vista una actividad en la que se conjugan en su máxima expresión los aspectos más contradictorios de nuestra profesión. Por un lado, los cursos bajos conllevan la masificación, el elevado porcentaje de alumnos sin interés por la materia ni por el saber que otra actividad les podría interesar más, los grandes paquetes de exámenes, la imposibilidad de mantener una comunicación adecuada con el alumno. Por otra parte, las joyas más preciosas dentro del saber matemático, las ideas básicas en que se ha fundamentado todo el desarrollo posterior, son parte de los programas de esos cursos y un porcentaje minoritario, pero no despreciable, de estudiantes se enfrentan a ellas con unas ganas de trabajar y aprender que desgraciadamente se van reduciendo y polucionando a medida que avanzan en la carrera.

En España concurren ademas otras circunstancias que hacen que la situación sea muy peculiar. Por un lado, la

estructuración de los estudios universitarios permite que una persona reciba desde que entra en la Universidad una enseñanza absolutamente especializada, de modo que con una gran probabilidad un estudiante de Matemáticas conocerá al finalizar la carrera muchas e interesantes propiedades de los espacios l^p, $0 < p < \infty$, pero no sabrá si el cálculo de variaciones tiene interés extramatemático y por qué. Por otra parte, los profesores actuales de Matemáticas nos hemos formado, en mayor o menor medida, en un ambiente que hace que, pese a nuestros esfuerzos, en el mejor de los casos tengamos amplias lagunas de conocimientos en parcelas básicas de importancia primordial. Estoy convencido de que un test con preguntas relativas a los veinte teoremas más importantes de la Licenciatura en Matemáticas, distribuido entre los matemáticos del país, permitiría la reconstrucción inmediata de la provinencia de cada cual atendiendo simplemente a las cuestiones no contestadas.

estudio riguroso. Este objetivo, que a veces no es fácil de conseguir por la propia naturaleza del tema, esta al alcance de la mano en el caso de la forma de Jordan.

Volviendo a los comentarios que nos sirvieron de introducción, y al margen del problema de la superespecialización, de mucha más enjundia, existe un planteamiento del problema que es digno de consideracion: quizá sea interesante desde el punto de vista formativo disminuir aun más los contenidos de los estudios de licenciatura, sacrificando materias especializadas como la Geometría Algebraica o Riemanniana, la variable compleja a nivel superior, el desarrollo sistematico del Análisis Funcional, procesos estocásticos, etc. de modo que en los temas realmente fundamentales como el Cálculo Diferencial, el Algebra básica y la teoría de Galois, la Geometría de curvas y superficies, los fundamentos de las teorías de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias y en Derivadas Parciales, etc. se pudieran llevar a cabo dos etapas de profundización con todas sus consecuencias: una primera etapa en que se resolvieran problemas de manera a veces no del todo rigurosa y se introdujeran los resultados fundamentales y una segunda etapa en la que se profundizará en sus demostraciones. Los cursos superiores que damos hoy día con sus teoremas de preparación, de existencia de conexiones, de Runge, de la gráfica cerrada, de convergencia de martingalas, etc, quedarían para los estudiantes aventajados a los que el cuerpo les pidiera más marcha.

Puede que esta afirmación, tal cual, sea excesiva. Sin embargo, no tengo duda de que tiene aspectos positivos, y de que descifrando la parte aprovechable de ella en nuestras circunstancias haremos un buen servicio a nuestras Matemáticas.

BIBLIOGRAFIA

[B] Bourbaki, N.: Elements de Matematique. II. Algebra. Capitulo 7. Hermann

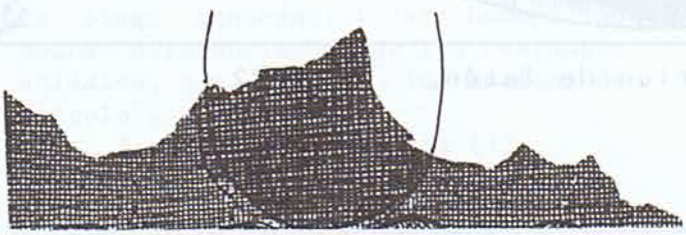
[CGM] Carrillo, M.T., Guzman, M. y Moriyon, R.: Simple Constructive proofs for the Jordan canonical form. Prepint.

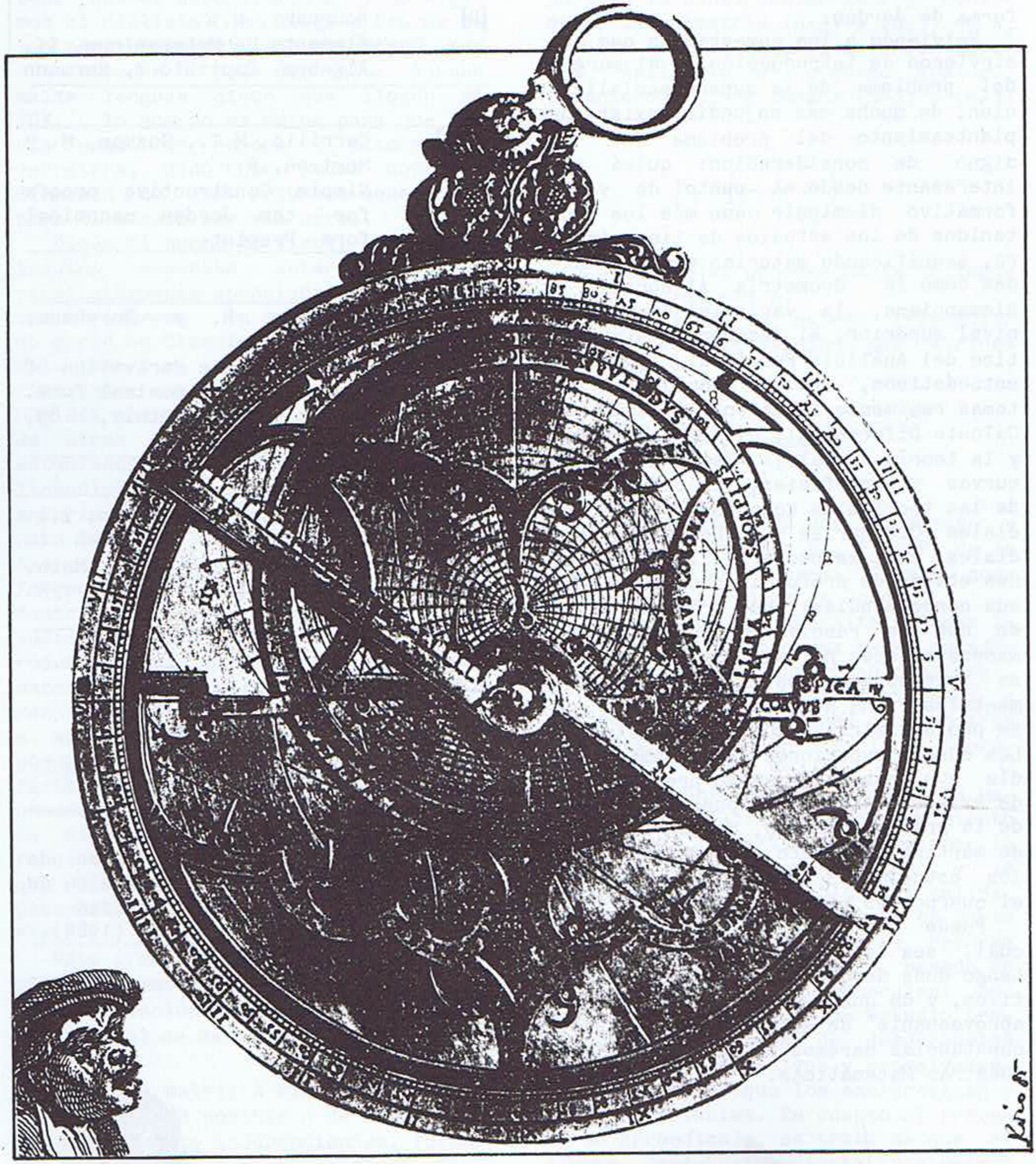
[FS] Flechter, R. y Sorensen, D.C.: An algorithmic derivation of the Jordan canonical form. Amer. Math. Monthly, 89, 1(1983), 12-16.

[CW] Galperin, A. y Waksman, Z.: An elementary approach to Jordan theory. Amer. Math. Monthly, 87,9 (1981), 728-732.

[L] Lang, S.: Algebra. Addison-Wesley (1965).

[M] Moriyon, R.: Clasificación de Jordan de matrices. Notas. División de Matemáticas. Universidad Autónoma de Madrid. (1984).





Astrolabio planiesférico de latón. 1532

aritmética elemental para la resolución de problemas en el 3.er ciclo de la E.G.B. (primera parte)

Epsilon 5

Trabajo realizado por:

Castro Martínez, Enrique
Cobo Vargas, Francisco
Fernández Guerrero, Eduardo
González González, Evaristo
Gutiérrez Pérez, Jose
Rico Romero, Luis
Segovia Ales, Isidoro
Serrano García, Miguel
Sevilla Sánchez, Francisco
Tortosa López, Antonio
Valenzuela Herrerías, Julián
Almendros Morales, Antonio

"La Aritmética es la ciencia de los números. Al número los griegos le llaman *άριθμόν* (arithmos). Algunos escritores ue temas profanos han defendido que, de las disciplinas matemáticas, la aritmética ocupa la primacía porque no tiene necesidad de ninguna otra. Número es una pluralidad constituida a partir de unidades; pues el uno no es un número, sino el origen del número. No debe menospreciarse en absoluto la ciencia de los números. En cierto sentido es evidente que nosotros vivimos bajo la disciplina de los números, ya que, gracias a ella, sabemos las horas, llevamos el cómputo del paso de los meses y conocemos cuando retorna cada época del año. Merced al número aprendemos a no ser engañados. Suprime de todas las cosas el número, y todo se extingue. Quítale al tiempo su cómputo, y todo quedará envuelto en la ciega ignorancia: el hombre no podra diferenciarse de los restantes animales, que ignoran la noción de cálculo".

S. Isidoro de Sevilla (1)

"Mas para aprender mejor la cuantía de las cosas et mesurarlas mas complidamientre habemos a saber que la cuantía se parte primeramientre en dos partes. Et cuantía quiere dezir cuamaña es la cosa: la una es cuantía por menudezas, la otra es unada et entera".

"La cuantía departida pártese otrosí de cabo en otras dos partes: la una es cuantía partida et asmada por sí, sin todo movimiento, fascas quę se non ayunta a ninguna materia. Et desta cuantía es la primera de las cuatro artes del cuatrivio, et es aquella a que llaman arismética, que es art et carrera que muestra cumplidamientre la cuantía de la cuenta. Et esta arte a que decimos arismética enseña eñader, et menguar, et toller, et acrescer, et doblar, et las otras maneras que hay desta cuenta que son siete entre todas".

Alfonso X El Sabio (2)

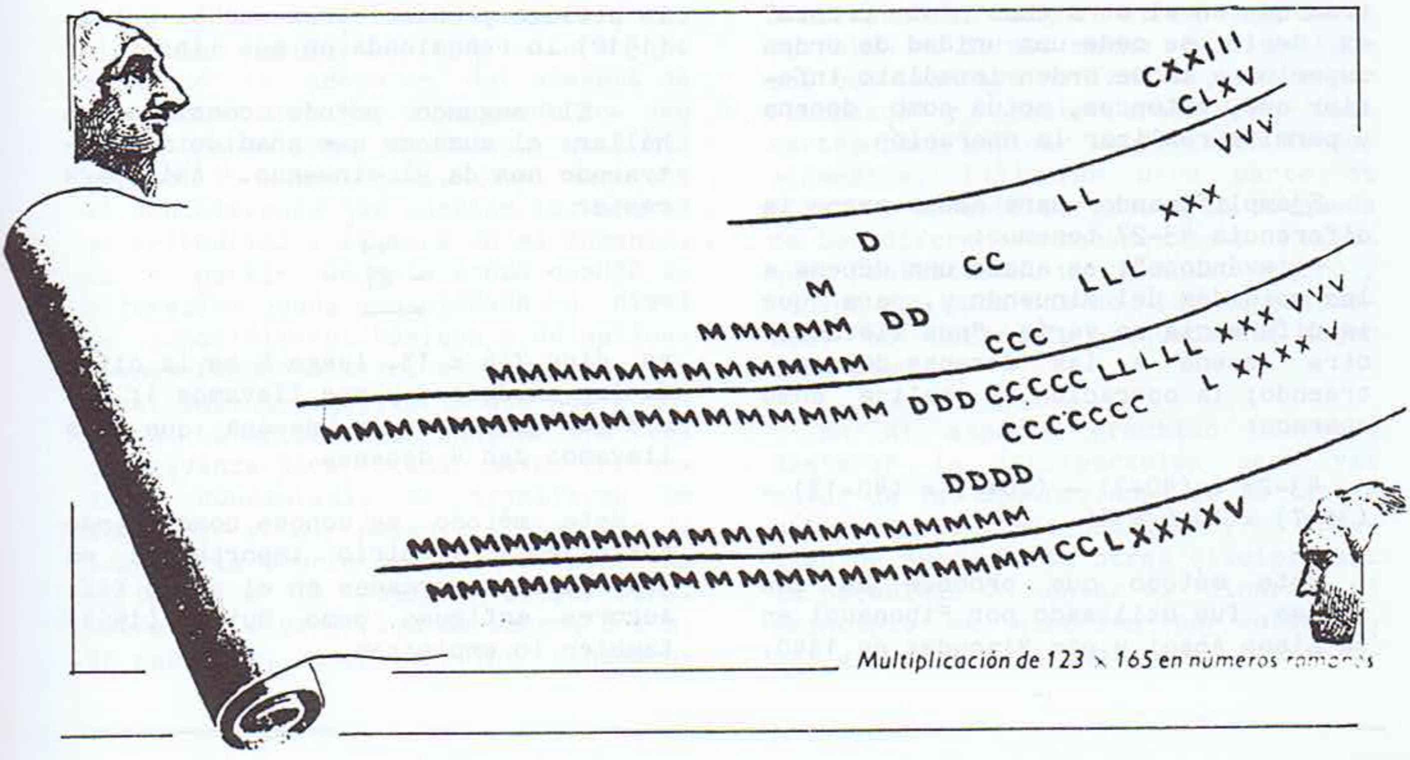
Estas propiedades son estrictamente aritméticas, pero no dependen del sistema de numeración elegido, sino que se reconocen más facilmente con las representaciones puntuales. Las deficiencias de notación de los griegos y su interés destacado por la geometría les llevó a interesarse y estudiar con prioridad estas propiedades. Las configuraciones puntuales, como expresión de las cantidades discretas, y las figuras geométricas, como expresión de las cantidades continuas, fueron los dos apoyos que permitieron a los griegos avanzar en los conceptos relativos a los números -enteros y fraccionarios- y a sus propiedades.

Aunque los griegos carecieron de una aritmética básica, aplicable al comercio y a la contabilidad tal y como nosotros la conocemos, sin embargo, fueron capaces de avanzar en la teoría de números, en especial las propiedades relativas a la divisibilidad y al inicio del álgebra, con Diofanto. Este utilizó letras para indicar cantidades desconocidas en Aritmética y usaba yuxtaposición de símbolos para representar la suma; para la resta empleaba el signo ↑, poniendo a la izquierda todos los términos positivos y a la derecha los negativos, y una frase especial para designar la división de una expresión por otra (7).

Tampoco el sistema de numeración empleado por los romanos facilitaba el aprendizaje de la aritmética ya que era un instrumento pobre. Nuestro sentido aritmético comienza con la suma, pero solo a partir de la multiplicación y sus elaboraciones comienza propiamente la ciencia de la aritmética. Por ello al simultanear los principios aditivos y sustractivos en su sistema de numeración se dificulta la introducción del principio multiplicativo , y se impide el trabajo con los números. Mientras que se trate de una suma o una resta se puede hacer mediante una mera acumulación o supresión de signo y algunas reglas de cambio, similar a la indicada en el sistema egipcio. Así tenemos con las operaciones:

2.753 + 1.231	o	2753 - 1231
MM D CC L III		MM D CC L III
M CC XXX I		M CCXXX I
MMMDCCCCLXXXIIII		M D X X I I

Pero cuando hay que realizar una multiplicación con estos signos la complejidad resulta excesiva:



Multiplicación de 123 × 165 en números romanos

Este es el papel de los problemas: localizar la mayor variedad posible de casos en los que una determinada operación permite encontrar un dato o una información desconocida en función de otros datos conocidos, y a veces perdidos en una auténtica maraña informativa.

Un problema es una situación standard en donde hay que calcular un dato desconocido mediante operaciones aritméticas ya estudiadas, realizadas a partir de los datos de una información. Pero el problema responde difícilmente a una situación real, tal y como esta aparece, y ademas su desarrollo en paralelo y simultáneo con el aprendizaje de las operaciones aritméticas, hace que se estudien situaciones puramente convencionales y muy distintas de las que se dan en la vida real.

Si la Escuela desarrollase sólo este primer nivel de problemas la formación obtenida resultaría insuficiente, por ello es conveniente que en un nivel superior, como ocurre en nuestro caso con el Tercer Ciclo, el alumno realice una nueva reflexión sobre la Aritmética, sin la preocupacion del aprendizaje inmediato del cálculo, empleando incluso instrumentos auxiliares como la calculadora, e insistiendo principalmente en que se trata de un aprendizaje necesario y con auténtico interés e importancia cultural y social. En el Tercer Ciclo los escolares tienen que conectar al máximo la realidad con el cálculo y estudiar la mayor cantidad de situaciones reales posibles en las que éste se aplique.

BIBLIOGRAFIA

(1) **Isidoro de Sevilla,** "Etimologías" Libro III, Edicion de la BAC, Madrid, 1984.

(2) **Alfonso X,** Rey de Castilla, "General Estoria", Jimenez Fraud Editor, Madrid, 1922.

(3) **Bernal, J.D.**"Historia Social de la Ciencia" Península, Barcelona, 1977.

(4) **Aaobe, A.** "Matemáticas. Episodios históricos", Edit. Norma, Colombia, 1964.

(5) **Kline, M.** "Mathematical Thougth from Ancient to Modern Time", Oxford University Press, 1972.

(6) **Cajorim, F.** "History of Mathematics", Chelsea Publishing Company, New York, 1980.

(7) **Vera, F(recopilador),** "Científicos Griegos", Aguilár, Madrid, 1970.

(8) **Hogben, L.** "25.000 años de matemáticas", Ediciones Daimon, Barcelona, 1955.

(9) **Murray, F.** "Razón y Sociedad en la Edad Media", Taurus, Madrid, 1984.

(10)**Vera, F.** "Historia de la matemática en España", Biblioteca española de divulgación científica, Madrid, 1931.

(11)**Rey Pastor, J.** "Historia de la Matemática", Gedisa, Madrid, 1984.

(12)**Crombie, A.J.** "Historia de la Ciencia: de S. Agustín a Galileo", Alianza, Madrid, 1980.

(13)**Gomez, B.** "El cálculo aritmético, los algoritmos", Albatros, Valencia, 1982.

(14)**Smich, D.E.** "History of Mathematics", vol II, Dover Publications, New York, 1958.

(15)**Willerding, M.F.,** "Conceptos matemáticos, un enfoque histórico" Cecsa, Mexico, 1979.

(16)**J.Newman** "Enciclopedia Sigma", vol. IV, Grijalbo, Barcelona, 1980.

(17)**Real Academia,** "Diccionario de la Lengua" Madrid, 1984.

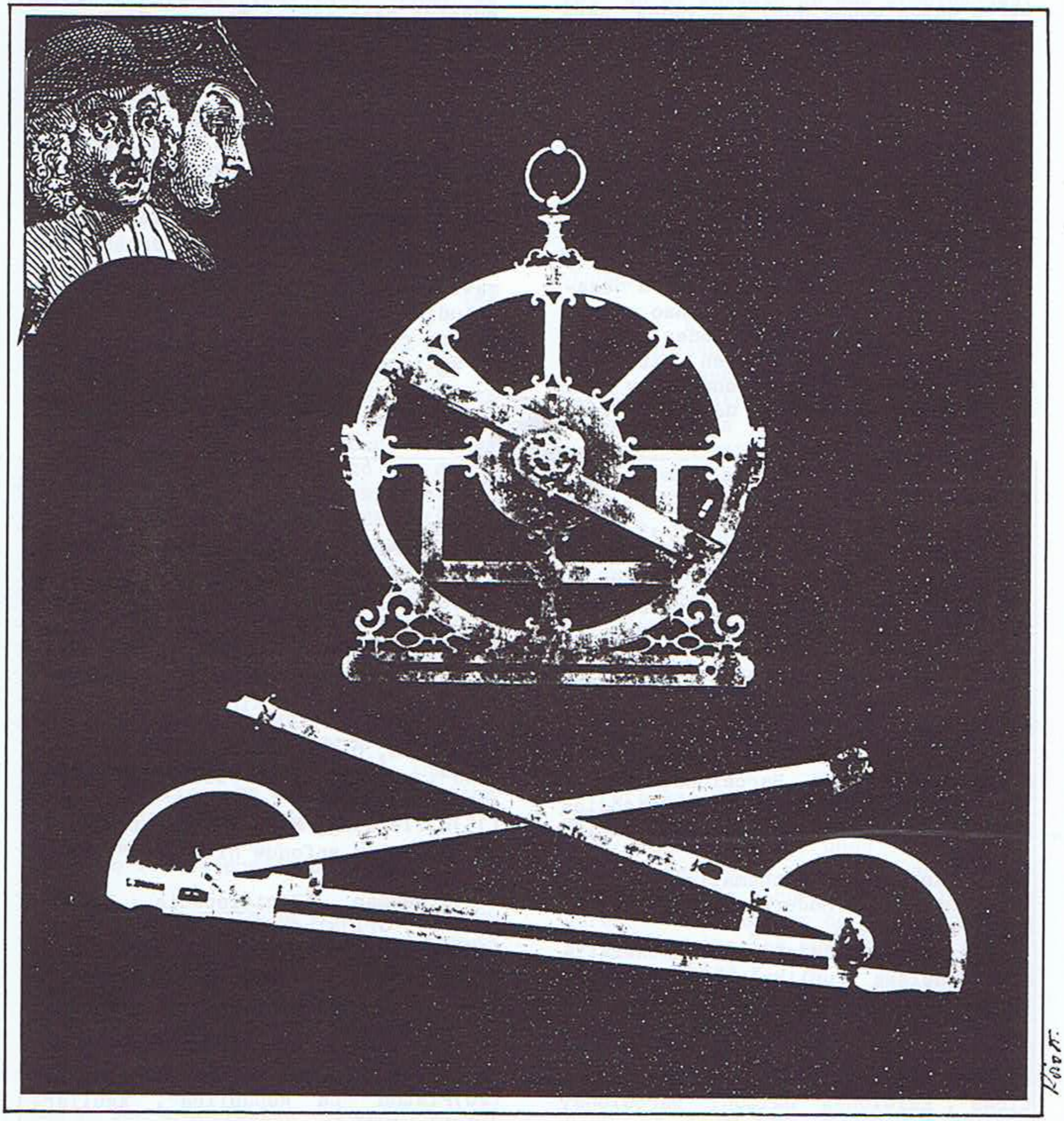
(18)**Espasa Calpe,** "Enciclopedia" Tomo I, Madrid.

(19)**Larousse,** "Enciclopedia", Tomo I, Barcelona.

(20)**Platón** "La República", Aguilar, Madrid, 1981.

(21)**Hall, R.A.** "La revolución científica 1500-1750", Grijalbo, Barcelona, 1985.

(22)**Gallego Chaves, A.** "Aritmética para niños", Calleja, Madrid, 1876.



Dos transportadores de bronce y latón, 1507 . 1610.

espacios vectoriales métricos y teoría especial de la relatividad: cinemática.

por Antonio M. Lallena:
Dep. Física Atómica y Nuclear. Facultad de Ciencias.

y Alfonso Romero:
Dep. Geometría y Topología. Facultad de Ciencias.

epsilon 5

En 1687, Newton estableció en sus "Principia" la imposibilidad de distinguir el reposo absoluto del movimiento uniforme mediante experimentos mecánicos. Asimismo, había expuesto una teoría corpuscular de la luz y del color que explicaba muchos fenómenos entonces conocidos. Sin embargo, cuando, a principios del Siglo XIX, los trabajos de Young y Fresnel pusieron de manifiesto la naturaleza ondulatoria de la luz y la mentalidad mecanicista de la época exigió la existencia del "éter" como medio de propagación de la luz, se pensó que los experimentos ópticos podrían poner de manifiesto el movimiento uniforme de un vehículo a través del éter con la ventaja de que, supuesto esté en reposo absoluto, el movimiento detectado también sería absoluto.

A partir de este momento, las experiencias que se realizaron tenían por objetivo encontrar alguna evidencia del "viento del éter" debido al movimiento de la Tierra. En esencia, se trataba de medir la velocidad de un rayo de luz, cuando éste se enviaba en la misma dirección y sentido en que se movía la Tierra y cuando se hacía en sentido contrario. El resultado de estos experimentos fue siempre negativo, ya que se encontró que la luz tenía siempre velocidad $c = 3.10^8$ m s^{-1} independientemente del sentido en que se envía el rayo. Fue Michelson, en 1881, y, en colaboración con Morley, en 1887, el que, usando el "interferómetro óptico", llevó a cabo un experimento más preciso (puede verse una descripción detallada en [5]) que había sido propuesto por Maxwell unos años antes. Se obtuvieron, esencialmente, los mismos resultados que en anteriores experiencias.

La forma "lógica" de interpretar estos "fracasos" era suponer que la velocidad de la luz coincide para todos los sistemas inerciales y para todas las direcciones. Sin embargo, esta consideración estaba en contra de las transformaciones de Galileo. Fue por ello que se propusieron diferentes hipótesis, todas ellas preservando el concepto de un sistema de éter preferido y de las que cabe destacar las de la contracción de Lorentz-Fitzgerald ([4], p.104), del arrastre del éter ([1], p.27 o [5], p.25) y las de emisión ([5], p.30) (estas últimas trataban de modificar las leyes del electromagnetismo).

Estas diferentes hipótesis fueron criticadas por Poincaré que, a partir de 1899, empezó a hablar de un "principio de relatividad" y que entrevió vador O para ambos sucesos serán

$$t_1 = \frac{t_1' + (v/c^2)x'}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} \quad \text{y}$$

$$t_2 = \frac{t_2' + (v/c^2)x'}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}$$

y por lo tanto la diferencia de tiempo entre los dos sucesos para el observador vendrá dada por

$$t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}$$

lo que nos indica que cuando un reloj se mueve respecto de un observador, éste observará que ese reloj retrasa con respecto al suyo, o lo que es lo mismo, segun O, el tiempo para O´ pasa más despacio que para él mismo.

Un desarrollo análogo al que acabamos de llevar a cabo y que se recomienda al lector como saludable ejercicio para familiarizarse con las expresiones aquí obtenidas permitiría encontrar los mismos resultados para el observador O´; ésto es, el observador O´ dirá que: (i) para una barra de longitud l solidaria con O, la longitud por él medida es inferior a l, y (ii) un reloj solidario con el sistema de referencia O retrasa con respecto al suyo propio. Es imposible por tanto decir cual de los dos sistemas está fijo y cual en movimiento. El movimiento es por tanto relativo y todos los sistemas de referencia animados de un movimiento uniforme son equivalentes.

Para finalizar queremos hacer referencia a la que se denomina "ley de adición de velocidades de Einstein". Para ello vamos a considerar un tercer observador O" que se mueva con velocidad v´ con respecto a O´. Pretendemos encontrar la velocidad v" de O" respecto a O.

Si (x",ct") son las coordenadas de un suceso respecto al observador O", las ecuaciones que nos dan la transformación de estas coordenadas a las que representan ese mismo suceso en el sistema O se obtienen sin más que aplicar dos veces consecutivas las ecuaciones (9), la primera con b = v/c y la segunda con b´ = v´/c; en forma matricial podemos escribir

$$\begin{pmatrix} x'' \\ ct'' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1-b'^2}} \begin{pmatrix} 1 & -b' \\ -b' & -1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-b^2}} \begin{pmatrix} 1 & -b \\ -b & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ ct \end{pmatrix}$$

y las ecuaciones que buscamos vendrán dadas por

$$x'' = \frac{(1+bb')x - c(b+b')t}{(1-b'^2)(1-b^2)}$$
$$t'' = \frac{(1+bb')t - (b+b')x/c}{(1-b'^2)(1-b^2)} \qquad (15)$$

A partir de la primera de estas dos ecuaciones y mediante un sencillo cálculo se obtiene para la velocidad v" el valor

$$v'' = v+v'/(1+(vv'/c^2)) \qquad (16)$$

Para velocidades v y v´ pequeñas con respecto a c esta expresión se reduce a la conocida formula de adición de velocidades de Newton v"=v+v´. Esta ley de adición (16) "previene" la posibilidad de que mediante una sucesión de transformaciones de Lorentz pueda superarse la velocidad de la luz; el valor c aparece así como una velocidad límite.

BIBLIOGRAFIA

[1] P.G. BERGMANN, "Introduction to the Theory of Relativity", Prentice - Hall, 1942

[2] A. EINSTEIN, "Zur Elektrodynamik Bewegter Korper". Annalen der Physik, 17 (1905), 891. Una traduccion al ingles puede verse en H.A. Lorentz, A. Einstein y otros, The Principle of Relativity, Dover, 1952.

[3] A. EINSTEIN, "El significado de la Relatividad", Espasa Calpe, Madrid 4ª edicion, 1980.

[4] R. L. FABER,"Differential Geometry and Relativity Theory, An Introduction" Marcel Dekker, 1983.

[5] R. RESNIK, "Introdución a la Teoría Especial de la Relatividad", Limusa, 1977.

[6] E.SNAPPER, R.J. TROYER, "Metric Affine Geometry", Academic Press, 1971.

prácticas

Problemas

Equipo de redacción de EPSILON

EJERCICIOS PROPUESTOS

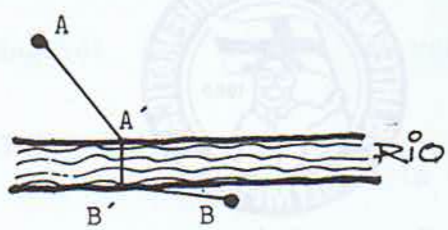
●-61 Encontrar todas las matrices cuadradas A de orden n sobre $\mathbb{R}$ que verifican $A^2 = I_n$ (I_n la matriz identidad de orden n).

●-62 Demostrar que cada matriz regular real A se puede escribir de la forma $A = P.R$, donde P es simétrica con todos sus valores propios positivos y R es ortogonal. ¿Quienes son P y R cuando

$$A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$$

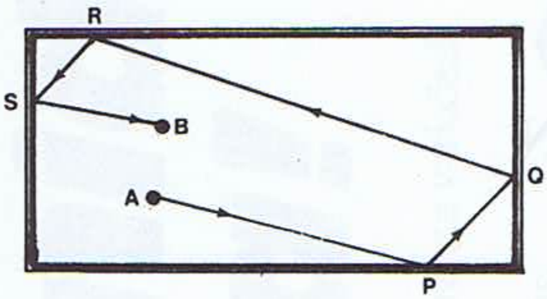
con $a,b \in \mathbb{R}$, $a^2+b^2 \neq 0$?

●-63 Dos pueblos A y B estan situados a distintos lados de un rio como en el dibujo. Se quiere construir un puente que atraviese el rio perpendicularmente. Calcular los puntos A´ y B´ en donde se apoyara el puente con la condicion de que la distancia de A a A´ coincida con la distancia de B a B´.



●-64 Un pastor debe conducir su rebaño desde un punto A a otro B como en el dibujo. Como el camino es muy largo debe llevar su rebaño hasta el rio para abrevar una vez en el viaje. ¿Cual es el punto del rio que hace el camino más corto?

●-65 En una mesa de billar se tienen dos bolas A y B como en el dibujo:



Calcular los punto P,Q,R y S en los que debe ir chocando la bola A para finalmente encontrarse con la bola B.

●-66 Para cada número natural m, resolver la ecuación
$\cos^m x - \operatorname{sen}^m x = 1.$

●-67 Obtener todos los pares de números naturales (n,m), n<m, tales que $n^m = m^n$.

●-68 Admitiendo que la temperatura varía continuamente a lo largo del ecuador, pruebese que a cualquier distancia sobre el ecuador siempre hay dos puntos con igual temperatura.

●-69 Critíquese la siguiente "demostración" de que el conjunto de los números reales entre 0 y 1 es numerable: En primer lugar enumeremos los decimales que tienen solamente un dígito no nulo; a continuación enumeremos los decimales que tienen dos dígitos no nulos y así sucesivamente; en consecuencia hemos descompuesto el intervalo $]0,1[$ en una unión numerable de conjuntos numerables.

INFORMACION SOBRE PROBLEMAS PROPUESTOS

PRIMER DIA

JOUTSA, 4 de julio 1985

●1.- Un cuadrilátero convexo ABCD tiene todos sus vértices sobre una circunferencia. Otra circunferencia tiene su centro sobre el lado AB y es tangente a los otros tres lados del cuadrilátero. Probar que se verifica:

$$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB}$$

CIENCIAS DE LA NATURALEZA

1.- Elabore un esquema conceptual sobre la fotosíntesis.

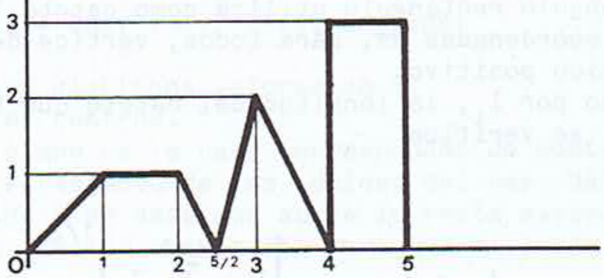
2.- Conteste a las siguientes cuestiones.

a) Breve historia del descubrimiento de la fotosíntesis.
b) Describa las fases de la fotosíntesis.
c) Establezca la conexión entre los siguientes elementos:
Luz, clorofila, agua y dióxido de carbono.
d) Diseñe un experimento para un grupo de alumnos de 7º curso de E.G.B. que ponga de manifiesto la presencia de la clorofila en las plantas verdes.

OPOSICIONES A AGREGADOS DE BACHILLERATO

GRANADA - 85.

1.- La función $S(y)$ $(0\leq y<\infty)$ representa el área de la parte de la figura que está comprendida entre las rectas paralelas $Y=0$ e $Y=y$, y la función $B(y)$ $(0\leq y<\infty)$ la suma de las longitudes de los segmentos que intercepta la recta $Y=y$ en la figura. Hallar las expresiones analíticas de las funciones S y B y analizar la continuidad y derivabilidad de cada una de ellas.



2.- Encontrar el valor mínimo de $a^2 + b^2$, donde a y b son los números reales para los que la ecuación

$$x^4+ax^3+bx^2+ax+1=0$$

admite, al menos, una raiz real.

3.- Una persona efectúa dos extracciones con reemplazamiento de una urna que contiene una bola blanca y una bola negra. Si saca dos veces la bola blanca gana una cantidad S y si no saca las dos veces la bola blanca se le permite hacer otras dos nuevas extracciones con reemplazamiento de la urna en la que previamente se ha introducido una bola negra, y asi se continúa aumentando en cada renovación de la operación el número de bolas negras en una unidad. ¿Cual es la probabilidad de que esa persona gane la cantidad S?

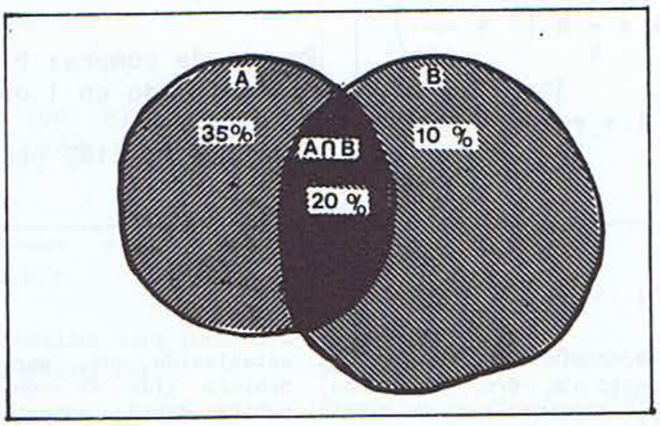
$$n\left(\log \frac{1'0279}{1'02075}\right) = \log 11489 - 4$$

$$0'00303147\ n = 0'0602822$$

$$n = \frac{0'0602822}{0'00303147} = 19'885429$$

El número de años transcurridos es 20.
La fecha pedida es 1870.

40. En una ciudad, el 55% de la población consume aceite del tipo A, el 30%, del tipo B y el 20%, de ambos tipos de aceites. Se escoge una parsona al azar. 1º Si ésta consume aceite del tipo A, ¿cuál es la probabilidad de que consuma tambien del tipo B? 2º Si consume del tipo B, ¿cuál es la probabilidad de que no consuma del tipo A? 3º ¿Cuál es la probabilidad de que no consuma del tipo A ni del tipo B? .



$$P(A\cap B) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} \qquad P(B) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

$$P(A) = \frac{55}{100} = \frac{11}{20}$$

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$$

$$= \frac{55}{100} + \frac{30}{100} - \frac{20}{100} = \frac{65}{100} = \frac{13}{20}$$

$$1)\ P(A\cap B/A) = \frac{20/100}{55/100} = \frac{4}{11}$$

$$2)\ P(B/\overline{A}) = P(B) - P(A\cap B) = \frac{30}{100} - \frac{20}{100} =$$

$$= \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

$$3)\ P(\overline{A\cup B}) = 1 - P(A\cup B) = 1 - \frac{13}{20} = \frac{7}{20}$$

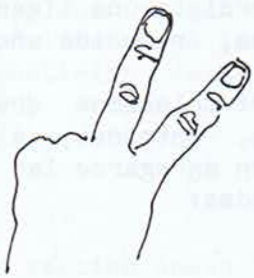
NOTA $\overline{A}$ representa el suceso contrario a A.

$\overline{A\cup B}$ representa el suceso contrario a $A\cup B$.

entretenimientos y curiosidades

EL JUEGO A PARES O NONES
R. Rodriguez Vidal.

Comentarios Breves.



En innumerables ocasiones acuden los muchachos a una apuesta de **pares o nones,** para que el azar decida cual de los dos gana la preferencia en su cuestión. Ambos apostantes cierran una mano, y luego la tienden simultaneamente mostrando un cierto número de dedos libres. Se cuenta si el número total de los dedos extendidos es par o impar, y gana el que hubiese apostado por la paridad resultante.

Ahora bien **¿es igualmente probable que el número de dedos extendidos sea par o no?**

Si al jugar se prohibe permanecer con el puño cerrado del todo (es decir, si se prohibe marcar el 0), los resultados entonces posible son,

pares: 2, 4, 6, 8, 10

impares: 3, 5, 7, 9.

Por consiguiente, si **aceptamos** que todos los resultados posibles son equiprobables, aparecerá una cierta **ventaja de los pares,** como de 5 frente a 4.

Si al jugar se puede permanecer con el puño cerrado, caben dos nuevos resultados: el 0 (par) y el 1. La ventaja de los pares sera ahora (con la misma hipótesis) un poco menor: de 6 frente a 5.

Pero es discutible que todos los resultados posibles sean de igual probabilidad. Si prohibimos permanecer con la mano en puño, veamos de cuantas maneras puede obtenerse cada resultado. En lo que sigue el primer número indica los dedos que suelta un jugador, y el segundo los que muestra su oponente:

Result.	Posibilidades				
2	1-1				
3	2-1	1-2			
4	3-1	2-2	1-3		
5	4-1	3-2	2-3	1-4	
6	5-1	4-2	3-3	2-4	1-5
7	5-2	4-3	3-4	2-5	
8	5-3	4-4	3-5		
9	5-4	4-5			
10	5-5				

En consecuencia, si **admitimos** que entre 1 y 5 es igualmente probable el número de dedos mostrados por una mano, nos encontramos

Resultados par: 13 posibilidades
Resultados impar: 12 posibilidades,

y persiste una ligera **ventaja de los pares**, reducida ahora a la de 13 contra 12.

Si toleramos que el puño no se abra, entonces, al cuadro anterior deben agregarse las siguientes posibilidades:

Result.	Posibilidades	
0	0-0	
1	0-1	1-0
2	2-0	0-2
3	3-0	0-3
4	4-0	0-4
5	5-0	0-5

entonces, la cuenta es

Resultado par: 18 posibilidades
Resultado impar: 18 posibilidades

y el juego resulta por fin **equitativo.**

Sin embargo, la experiencia dice que no es la misma la frecuencia con que los jugadores hacen aparecer sus dedos en número de 0 a 5.

Pero la **probabilidad empírica** es cosa distinta de la combinatoria.

El objeto de este comentario **no** es enseñar al lector a que gane en el juego de "pares o nones". Se trata únicamente de recordarle que, cuando se quiere evaluar la probabilidad de cierto suceso, hay que establecer cómo se va a hacer la prueba y cuáles son los sucesos o circunstancias que se consideran equiprobables. Sin precisar esto, no tiene sentido preguntar por la probabilidad del suceso.

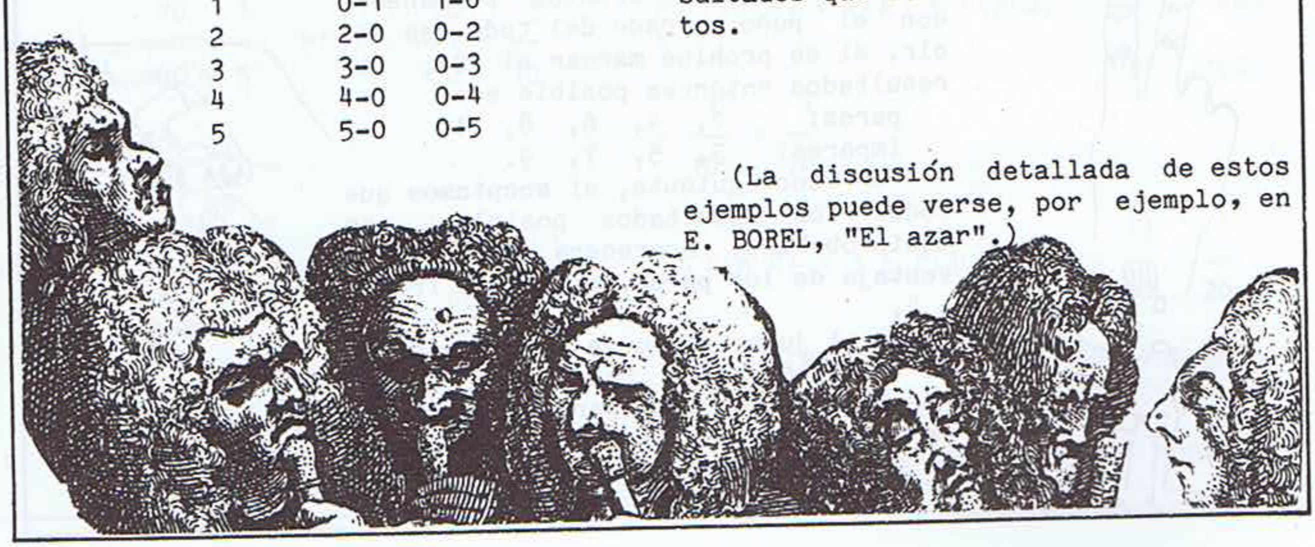
Dos ejemplos de Joseph Bertrand para insistir en esta idea.

1. La probabilidad de elegir un entero entre 1 y 5, si la probabilidad de cada entero es la misma, vale 1/5. Pero si este entero se elige como parte entera de la raiz cuadrada de un número entero entre 1 y 25 (todos equiprobables), la probabilidad de un resultado de 1 a 5 se distribuye desigualmente.

2. En un círculo dado se traza una cuerda al azar. ¿Cual es la probabilidad de que resulte menor que el lado del triángulo equilátero inscrito?

La pregunta es imprecisa. Según el modo de determinar la cuerda los resultados que se obtienen son distintos.

(La discusión detallada de estos ejemplos puede verse, por ejemplo, en E. BOREL, "El azar".)



Después de este trabajo de aproximación, quisieramos insistir sobre:

- la toma de conciencia de las distintas jerarquias de problemas que se pueden plantear y su graduación correcta.
- la posibilidad real de que un alumno solucione un determinado problema dado el estado particular de evolución en que se encuentra: ¿A qué abismo sometemos a un niño que no resolviendo con seguridad P.E. lo enfrentamos con problemas de razonamiento general?.

De igual forma, y a través de los datos obtenido en las editoriales estudiadas, creemos que éstas no deben constituir "el material fundamental de trabajo para los problemas" y potenciar:

- que cada centro cree sus propios "bancos de problemas" jerarquizados a fin de respetar al máximo la evolución individual de cada niño y facilitar las posibles reeducaciones.
- que se trabaje con centros de interés y desde los primeros momentos.
- que se controle la aparición de los distintos tipos de problemas a fin de no crear "muros infranqueables".
- que se hagan suficientes problemas de creación.

Notas

(1).- "LAS MATEMATICAS. COMO SE ENSEÑAN. COMO SE APRENDEN". G. Mialaret. pag 61/69.

(2).- "NIÑOS CON DIFICULTADES PARA EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS". Mª Fda. Fdez. Baroja y otros. CEPE. 1979

Bibliografia

"COMO PLANTEAR Y RESOLVER PROBLEMAS". G. Polya. Ed. Trillas. Mexico 1982.

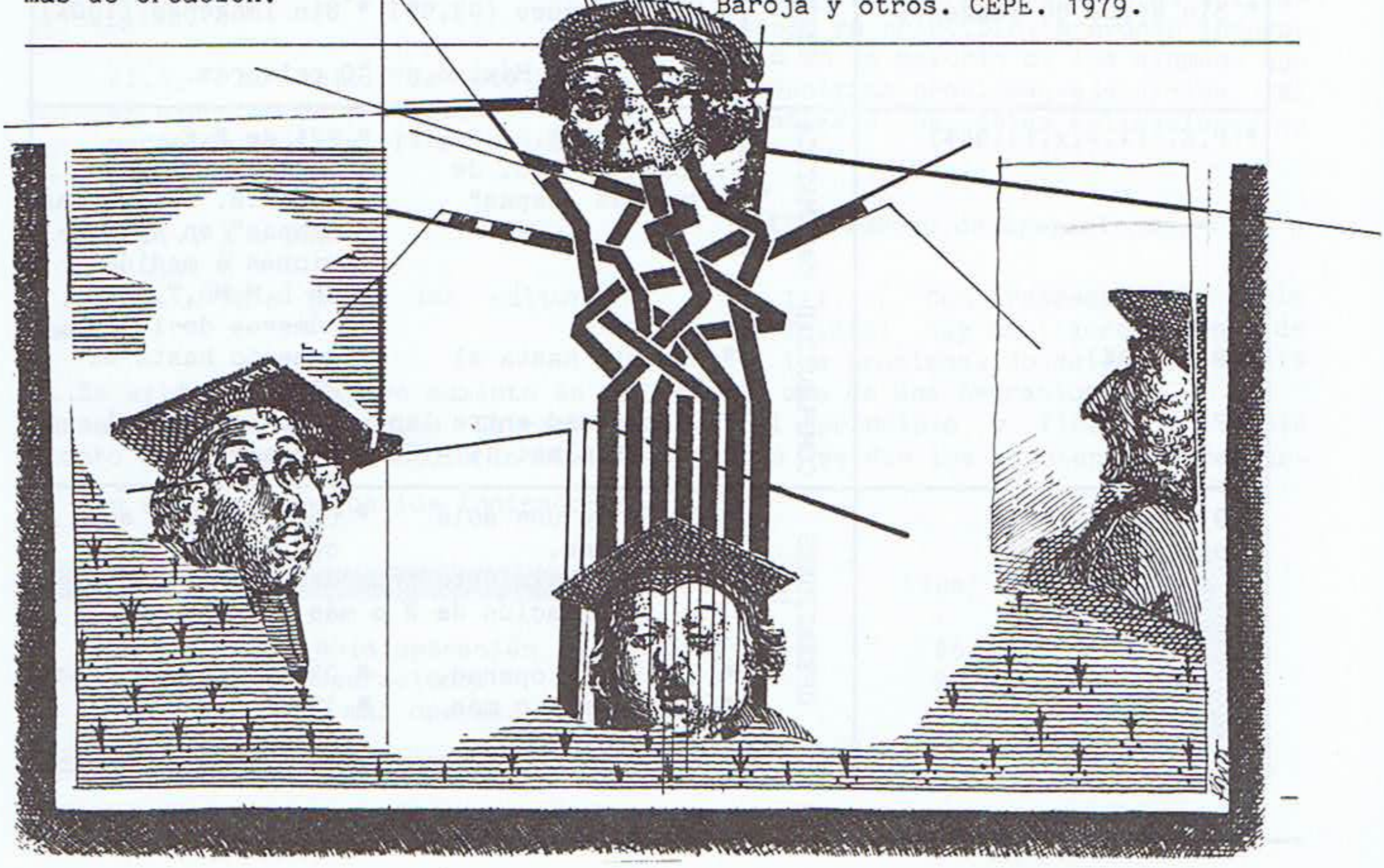
"LA ENSEÑANZA DEL CALCULO". C. Freinet-M. Beaugraud. Ed. Laia. 1976.

"LAS MATEMATICAS. COMO SE ENSEÑAN. COMO SE APRENDEN". G. Mialaret. Ed. Pablo del Rio. 1977.

"TENDENCIAS ACTUALES DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS". M.P. Bujanda Jauregui. Ed.S.M. 1981.

"LAS CUATRO OPERACIONES BASICAS DE LAS MATEMATICAS". Francine Jaulin-Mannoni.Ed. Pablo del Rio. 1980.

"NIÑOS CON DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS". Mª Fda. Fdez. Baroja y otros. CEPE. 1979.



Plan Alhambra para la introducción de la informática en los niveles de la enseñanza no universitarios.

Consejería de Educación
Junta de Andalucía

I. INTRODUCCION.

1.- COMISION PARA LA ELABORACION DEL DISEÑO Y GENESIS DEL MISMO.

La Dirección General de Ordenación Académica consciente del interés por la Informática en los Centros de Enseñanza y de la necesidad de actuación en este campo, constituyó una Comisión integrada por profesores de probada experiencia en la enseñanza de la Informática en los distintos niveles educativos. En esta Comisión estaban también representados el Servicio de Organización y Automación de la Secretaría General Técnica y la Dirección General de Universidades de esta Consejeria.

La Comisión inició sus trabajos el 20 de Junio del pasado año con una reunión plenaria en la que se estableció el esquema inicial de trabajo a partir de las consideraciones y planteamientos que se contienen en los apartados 2 y 3 de esta introducción y que fueron presentados por la Dirección General de Ordenación Académica. De dichos planteamientos la Comisión consideró como prioritaria y urgentes la formación del profesorado y la enseñanza de la Informática en los Centros docentes.

Para estudiar ambos aspectos, la Comisión se diversificó en dos Subcomisiones que elaborarían los correspondientes anteproyectos de actuación en cada uno de ellos. Aprobados dichos anteproyectos esta Dirección General elaboró el documnto definitivo y procedió a efectuar consultas sobre el mismo a los diversos movimientos de renovación pedagógica y sociedades de profesores constituidas en nuestra Comunidad asi como a los Sindicatos de Enseñanza representados en la Mesa permanente de trabajo constituida en esta Consejeria. En està fase de consulta se aclararon cuantas dudas se presentaron y se recogieron las críticas y sugerencias que los citados colectivos aportaron.

Igualmente, en el mes de Marzo se celebraron reuniones con representantes de las Direcciones Generales de Ordenación Académica, Renovación Pedagógica y Promoción Educativa, Construcciones y Equipamiento Escolar y Secretaría General Técnica, en las que se recogieron las distintas aportaciones realizadas por cada una de ellas. Finalmente fue tratado en el

ANEXO III

Material informático para los Centros de Enseñanzas Medias.

7 UNIDADES CENTRALES, de las siguientes características:
- Memoria: mínimo 64 Kb.
- Capacidad gráfica: mínimo 256 x 192 puntos.
- Columnas: mínimo 40 en modo texto.
- Teclado: profesional tipo QWERTY, con caracteres castellanos, acentos y autorrepeción.

PERIFERICOS y características:
7 unidades simples de floppy: capacidad mínima 180 Kb libres para usuario.
2 monitores color: mínimo 12 pulgadas con resolución horizontal mínima de 256 puntos.
5 monitores monocromos: mínimo 12 pulgadas con resolución horizontal mínima de 256 puntos.
2 impresoras, con sus correspondientes adaptadores: serie (RS-232-C) o paralelo (Centronics), mínimo 80 columnas con velocidad no inferior a 60 c.p.s. y capacidad gráfica.

Nota 1.- El Equipo diseñado deberá ser compatible con el especificado para los CEP, entendida la compatibilidad en el sentido de que los programas confeccionados en los Departamentos de Informática puedan correr en los equipos de estos Centros desde el soporte magnético proporcionado al efecto.

Nota 2.- Se mantienen en estos equipos las caracteristicas deseables especificadas para los CEP.

Nota 3.- Aunque se promedien 7 equipos por Centro, la distribución de los 210 equipos previstos se realizaría tras un estudio previo de las necesidades de cada Centro en función del material informático existente en el mismo.

E. Galois, un joven matemático.

Blas Torrecillas:
Dep. Algebra y Fundamentos.

Este año 1985 es el año de la juventud y podemos aprovechar este hecho para recordar a un matemático, Evariste Galois, que antes de cumplir 21 años había descubierto, sin enseñanza superior, unos resultados que le harían célebre. La Teoría de Galois es una de las ramas mas bonitas del Algebra Moderna.

Desde un punto de vista matemático la trágica y desgraciada vida de Galois, de la que los matemáticos tienen mas o menos conocimientos, no es relevante, pero llama la atención, puesto que para la mayoría de los matemáticos el drama de su vida es la matemática misma y por poco mas son conocidos. Quizás por eso en torno al duelo que le llevó a la muerte y a la última noche anterior se creó una leyenda que Rothman en su artículo [13] trata de desmitificar.

Nosotros no vamos a entrar en excesivos detalles bibliográficos porque la lectura de los artículos [7] y [13] puede satisfacer a los mas interesados; sobre todo recomendamos la lectura del trabajo de Rothman citado.

Es importante hacer notar que a Galois se le considera el iniciador, o uno de ellos, del Algebra Moderna, también llamada Algebra Abstracta. Asoció a cada ecuación algebraica un sistema de permutaciones de sus raíces que llamó grupo. Arthur Cayley en 1854 cambió el nombre de "teoría de sustituciones" por el de grupo abstracto: así se hace abstracción de una realidad matemática que a su vez es una abstracción de una realidad física. De hecho cada generación matemática ha leído los trabajos de las anteriores, de las cuales hace abstracción, introduce nuevos métodos para su mejor comprensión, y en este nuevo "lenguaje" los interpreta y aplicándolo es capaz de resolver problemas que quedaron pendientes por las anteriores aproximaciones al tema.

Para apreciar el genio de Galois y su tremenda originalidad al afrontar el problema de resolubilidad de ecuaciones, es conveniente hacer historia de las ideas que aparecieron en este tema. El Algebra clásica es la teoría de resolver ecuaciones y el Algebra Moderna se ha desarrollado a partir de estas investigaciones.

Recientemente, en este siglo, se ha comprobado que alrededor de 1700 a. C. los pueblos mesopotámicos tenían una cultura matemática avanzada, incluyendo un excelente sistema sexagesimal, un teorema de Pitágoras (un milenio antes que Pitágoras) y un método de resolución de ecuaciones de segundo grado. Desgraciadamente no queda constancia de cómo llegaron a descubrir este método, que nos hace pensar que fue totalmente empírico.

Pocos progresos se hacen en Algebra entre los 3.000 años que van desde los Babilónicos y el Renacimiento. Diophantus (alrededor de 250 a. C.) introdujo algunas abreviaciones de notación algebraica.

Los hindues usaron números negativos en ocasiones y los árabes construyeron las soluciones de ecuaciones cúbicas como puntos de intersección de secciones cónicas. Incluso los romanos fueron bárbaros en matemáticas. En la Edad Media, Europa aprendió algebra de los árabes.

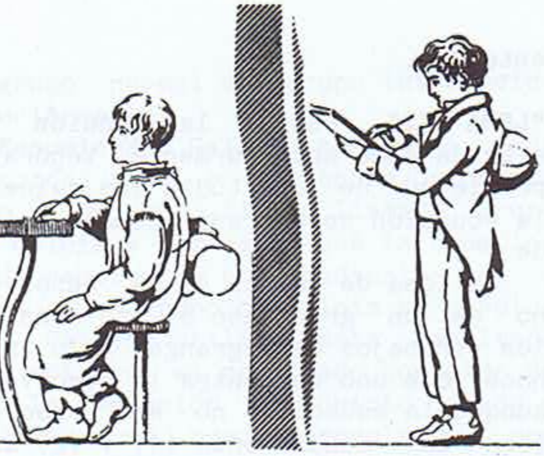
Matemáticos renacentistas de Bolonia descubrieron que la solución de una cúbica podía reducirse a tres tipo básicos

$x^3+px = q$ $\quad$ $x^3 = px+q$ $\quad$ $x^3+q = px$

Los tres casos son necesarios pues no admitían los números negativos. La solución de estas ecuaciones apareció en el libro "Artis Magnae sine de Regulis Algebricis" de Hieronymo Cardano (1501 - 1576). El "Ars Magna", comc se conoce al libro de Cardano, no nos asegura que los resultados fueran de Cardano.

Tartaglia (1500? - 1557) ("el tartamudo") de nombre Niccolo Fontana) disputó a Cardano la paternidad de las fórmulas, que se basan en parte en los trabajos de Scipione del Ferro (1465? - 1526)



Evariste Galois nació en Bourg-la-Reina, cerca de París, el 25 de Octubre de 1811, en el seno de una familia educada y liberal de la que Galois heredaría sus ideas. En 1823 entró en el Lycee de Louis-le-Grand y fue en 1827 cuando tomó su primer curso de Matemáticas. En la escuela fue poco entendido. Para él era una persecución, que se colmó un año despues cuando suspendió (porque aparentemente desconocía hechos básicos) la entrada a L'Ecole Polythechnique. En 1829 publicó su primer pequeño trabajo "Demostración de un Teorema sobre fracciones continuas periódicas" en la revista Annales Gergonne. Parece ser que ya trabajaba a sus 17 años, en plena juventud, en la resolución de ecuaciones, influenciado por los trabajos de Lagrange y mandó a la Academia sus primeras investigaciones. Este mismo año suspendió por segunda y definitiva vez el examen de entrada a L'Ecole Polytechnique. Así que en 1830 Galois se convirtió en estudiante, de la menos pretigiosa, Ecole Normale. El trabajo de Galois fue enviado a Cauchy que no llegó a presentarlo a la Academia, parece ser que por enfermedad. Pero ese mismo año, 1830, aparecieron los trabajos de Galois "Un análisis de una Memoria sobre la Resolución Algebraica de Ecuaciones" en el Bulletin de Ferussac, "Notas sobre la Resolución de Ecuaciones Numéricas" y el artículo importante "Sobre la Teoría de los Números". La memoria de Galois mandada a la Academia fue rechazada esta vez por Poisson. "Hemos hecho un esfuerzo para entender la demostración de Galois. Su razonamiento no es suficientemente claro, suficientemente desarrollado para nosotros, para juzgar su corrección, y no podemos dar idea de ello en este informe ... Ahora en el estado que está la parte que ha sometido a la Academia, nosotros no podemos proponerlo para dar su aprobación".

Podríamos comparar estas palabras con las de Liouville cuando en 1846, en su "Avestissment" precediendo su publicación del artículo de Galois, escribió del placer que experimentó cuando comprobó que los métodos de Galois eran correctos. Así el lema que ofrecía dudas a Poisson y el teorema que el propio Galois afirma que necesita tiempo para completar la demostración eran perfectamente válidos.

Despues de pasar Galois dos veces por la cárcel por sus inclinaciones republicanas, se enfrentó en duelo a pistolas a Percheux d'Herbudille siendo herido en el estómago. Lo encontró un transeunte, lo llevó al Hospital Cochin donde murió en los brazos de su hermano y rechazando los auxilios del sacerdote. Vease [13] para detalles sobre las posibles causas del duelo.

Ya hemos apuntado que el propio Lagrange consideró la probabilidad de imposibilidad de la resolubilidad de ecuaciones de quinto grado por radicales. Poco tiempo despues Paolo Ruffini (1765-1822) publicó una demostración

de la no resolubilidad de las ecuaciones de quinto grado por radicales. Su razonamiento, expuesto en la "Teoría generale delle equazioni", 1799, era en lo fundamental correcto, pero no se puede considerar una demostración en el sentido actual. Niels Heusik Abel (1802-1829) dió una demostración completa y correcta en un pequeño libro publicado por el mismo en 1826 (contaba pues 24 años de edad). Tras 300 años el problema quedaba resuelto parcialmente, pues quedaba dar el paso difinitivo ¿Qué ecuaciones son resolubles por radicales y cuáles no? Ya hemos dicho que Lagrange introdujo la "resolvente" de una ecuación con tres propiedades cruciales:

1) Es racionalmente expresable en términos de las raíces de la ecuación y cantidades conocidas (incluyendo numeros racionales, los coeficientes de la ecuación dada, y raíces de la unidad)

2) Cada raiz de la ecuación puede expresarse racionalmente en términos de la resolvente y cantidades conocidas.

3) Es la solución de una ecuación resoluble.

Galois probó que la resolvente con las propiedades (1) y (2) existía en todos los casos pero que no existe con las tres propiedades.

Llamemos K el cuerpo de las cantidades conocidas, coeficientes racionales de la ecuación y raíces de la unidad. Galois realmente no prueba la existencia de la resolvente, que llamaremos de Galois; él solamente lo asegura:

"**LEMA** II. Dada cualquier ecuación con raíces distintas a,b,c ..., uno puede siempre formar una función V de raíces tal que ninguno de los valores obtenidos permutando las raíces son iguales:

Por ejemplo, uno puede tomar

$$V = Aa + Bb + Cc$$

A,B,C ..., numeros convenientemente elegidos"

Una demostración de este lema puede encontrarse en la pag 36 del libro [5]. Con el uso de la resolvente V Galois prueba el lema que Poisson no entendía.

"**LEMA** III. Cuando la función V es elegida como anteriormente, tendrá la propiedad de que todas las raíces de la ecuación se expresan como funciones de V".

La idea de Galois de la resolvente no es un gran paso si uno considera los trabajos de Lagrange; solo reconoce que uno encuentra la resolvente, aunque la ecuación no sea resoluble (con las condiciones (1) y (2) anteriores). La gran aportación de Galois es estudiar la estructura del cuerpo K(t) = K(a,b,c,...) y encontrar que ello es posible analizando la estructura del tan conocido "GRUPO DE GALOIS" del cuerpo K(t) sobre K.

"**TEOREMA.** Sea una ecuación dada cuyas raíces son a,b,c,... Existe siempre un grupo de permutaciones de las letras a,b,c que tienen la siguiente propiedad:

I. Que cada función invariante bajo las sustituciones de este grupo será racionalmente conocida.

II. Recíprocamente, que cada función de las raíces que pueda determinarse racionalmente queda invariante bajo estas sustituciones".

Prueba Galois rápidamente que si K(t) contiene el cuerpo de raíces L de otro polinomio, el grupo asociado a K(t) sobre este nuevo cuerpo L es un subgrupo normal del grupo introducido anteriormente.

Resumiendo, Galois asocia a cada ecuación $f(x) = 0$, sobre un cuerpo dado K, un grupo finito llamado grupo de Galois y demuestra que la ecuación puede resolverse por radicales si y solo si el grupo de Galois es resoluble. Galois utiliza este resultado para obtener, el resultado conocido de que la ecuación de quinto grado y superiores no pueden resolverse por radicales. Podemos apuntar, como afirma Rey Pastor, que "las creaciones de Galois se enmarcan, con las de Gauss, Abel y Cauchy, en la orientación "desinteresada" del siglo XIX. Esta desborda el marco de la Aritmética y del Algebra clásica, al crear el concepto

de cuerpos finitos, operando con entes que no son números. Tal es la orientación abstracta iniciada por Gauss en sus -Disquisitiones- (1801), que repunta antes de mediado el siglo, sin influjo ninguno de Galois, que no fue entendido hasta 1870. Ante todos, están Grassmann, creador en 1844, de aritméticas hipercomplejas y Boole que hacia 1850 crea la lógica simbólica, es decir, un algebra abstracta; los cuaternios de Hamilton (1853), los grupos abstractos y matrices ideados por Cayley (1854), etc".

Quizás pueda dar una idea de la importancia del desarrollo de Galois las numerosas aplicaciones en otros apartados del álgebra. Modernamente las exposiciones de la teoría de Galois usan la forma lineal debida a E. Artin, [1], basada en otra anterior de Dedekind. Puede consultarse el artículo [8] donde se analiza la historia de la teoría de Galois hasta Artin.

Para conjuntos ordenados, O. Ore [12] introdujo en forma mas abstracta las conexiones de Galois, dos correspondencias entre conjuntos ordenados P,Q, satisfaciendo $P \underset{\beta}{\overset{\alpha}{\rightleftarrows}} Q$

$$(1)\ p_1 \subseteq p_2,\ p_1, p_2 \in P \Rightarrow \alpha(p_1) \subseteq \alpha(p_2)$$

$$(2)\ q_1 \subseteq q_2,\ q_1, q_2 \in Q \Rightarrow \beta(q_1) \supseteq \beta(q_2)$$

$$p \in P,\ q \in Q \quad \beta\alpha(p) \supseteq p$$

$$\alpha\beta(q) \supseteq q$$

por supuesto el teorema de Galois establece una conexión de Galois entre los subgrupos del grupo de Galois y los cuerpos intermedios entre K y K(t).

En el caso estudiado por Galois, el cuerpo extensión del cuerpo K es un espacio de dimensión finita sobre K;

Krull en [9] estudió el caso de extensiones infinitas. Ahora la conexión no se tiene entre todos los subgrupos de G, solo parte de ellos que se pueden caracterizar topológicamente.

La teoría de Galois tambien se ha mostrado útil para el estudio de los anillos conmutativos, donde se trata de obtener resultados similares a los de la teoría de Galois para cuerpos. Veánse [4] y [2].

Ultimamente se ha pensado en la generalización de estos métodos a los anillos no commtativos. Sea G un grupo de automorfismos de R. Entonces se estudian las relaciones de R y el anillo fijo R^G (elementos que quedan fijos al aplicar los elementos $r \in G$), asimismo relacines entre subgrupos de G y los anillos intermedios $S \supseteq R^G$. No hay que decir, que algunas hipótesis razonables sobre R y condiciones sobre G son necesarias para obtener resultados decentes.

Noether, en 1933, en su artículo [11] comenzó la teoría estudiando automorfismos de un álgebra central simple. En los años 40 y 50 se centró el estudio en casos particulares de anillos. Sobre todo Jacobson, Cartan y Hochschild estudiaron la teoría de Galois de anillos de división. Pueden consultarse a la recopilación reciente de [10] para mayor información sobre este tema.

Hay tambien aplicaciones de la teoría de Galois al álgebra diferencia (vease Kaplansky [6]).

Omitimos otras aplicaciones que tambien son interesantes pues hemos notado solo las mas significativas.

BIBLIOGRAFIA

[1] **Artin, E.**, Galois Theory. Notre Dame Math. Lect. nº2, 1942.

[2] **Chase, S.U., Harrison, D.K, and Rosenberg:** Galois Theory and cohomology of commutative rings. Man. Amer. Math. Soc. 52(1965).

[3] **Cohn, P.M**, Algebra, II. Wiley, London, 1977

[4] **DeMeyer, F., Ingraham, E.** Separable Algebra over Comnutative Rings. L.N.M. 181, (1971)

[5] **EDWARDS, H.W.** Galois Theory. G.T.M. 101, 1984

[6] **Kaplausky.** An introduction to differential algebra. Kermann, 2ªEd. 1976.

[7] **Kiernan, M.** The Development of Galois Theory from Lagrange to Artin.Arch. Hist. Exact Sci., 8 (1971), 40-154.

[8] **Kline, M.** Mathematical Thought from Ancient to Modern Times. Oxford Univ. Press, New York, 1972

[9] **Krull.** Galoissche Theorie der unecdlichen algebraischen Erweitermingen. Math. Ann. (1928) 687

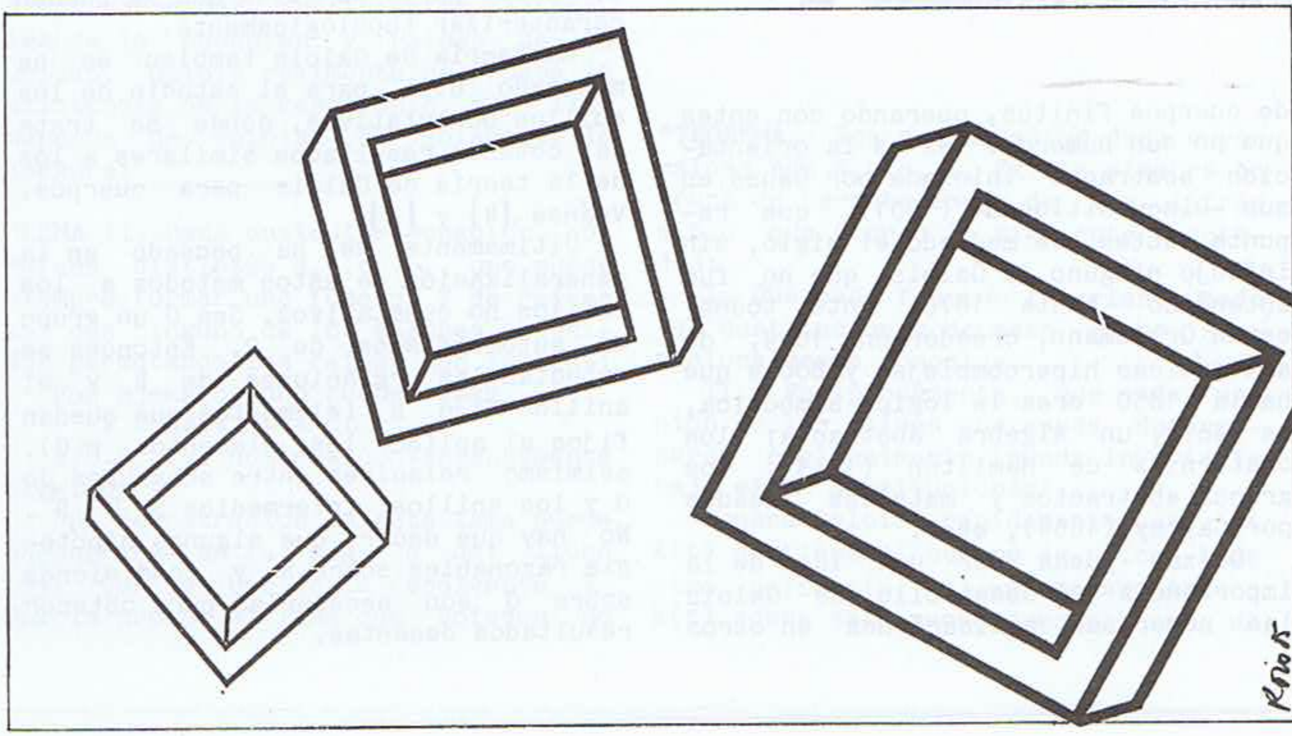
[10] **Montgomery, Passman, D.** Galois Theory of Prime Rings. J. Pure and Applied Math., 31(1984) 139-184 "E.Noether Days 1982".

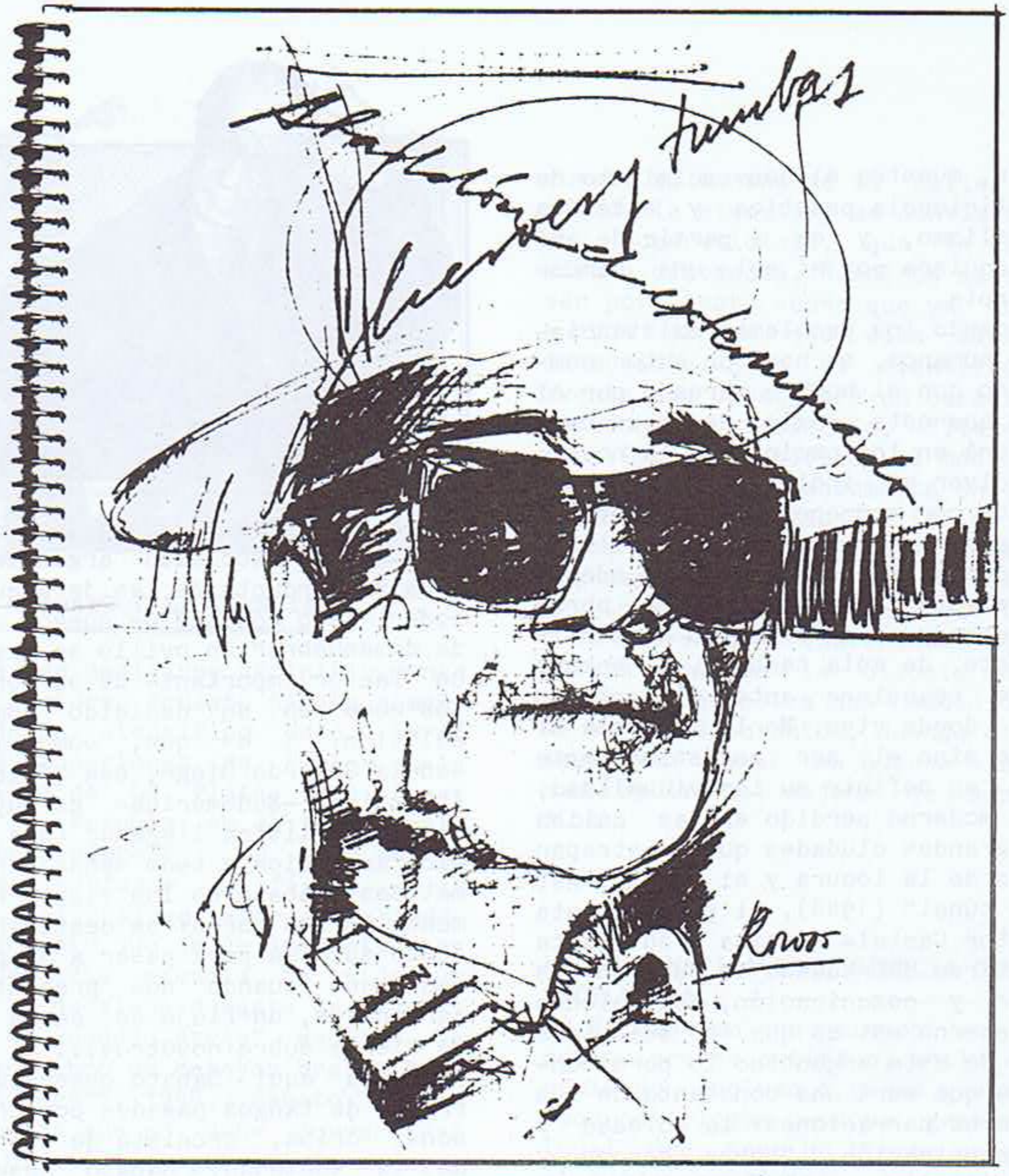
[11] **Noether,E** Nichtkommutative Algebra. Math. Zeit., 37 (1933) 514-41

[12] **Ore, O.** Galois conexions. Trans. Amer. Math. Soc. 55(1944) 493-513.

[13] **Rothman, T.** Genius and biographers - the fictionalization of Evariste Galois. Math. Monthly, 89 (1982) 84-106

[14] **Stenart, I.** Galois Theory. Chapman and Hall, 1973.





Ernesto Sábato

Homenaje a Ernesto Sábato.
Evaristo Perez Morales. I.B. "Alonso Cano". Dúrcal (Granada).

Ernesto Sábato es escritor de nuestro siglo. Aparte la socorrida cronología, que nos facilita esta clasificación, su obra es partícipe de una serie de maduraciones que, en el campo de la literatura hispanoamericana, se han venido dando en los últimos años. A partir de los cuarenta comienza a observarse en aquellos autores el interés por trascender de la novela realista, mediante innovaciones técnicas que harían entrar un aire nuevo en las letras hispánicas. Sábato, junto con los Borges, Rulfo, Carpentier o

Cortázar, muestra el convencimiento de la insuficiencia práctica y estética del realismo, y es a partir de ahí donde adquiere por sí solo una dimensión propia.

Abordando los problemas existenciales y humanos, se hará un autor comprometido con el hombre marcado por el milenio que esta próximo de cerrarse, y pugnará en los caminos de la novela por devolver al individuo su unidad devastada por concepciones filosóficas equivocadas a partir de la civilización moderna. Porque Sábato es además un novelista intelectual. Sus obras están trabajadas en el ánimo de servir de acicate, de guía también, al hombre para que reaccione ante el entorno opresor donde vive. No le interesa el ambiente sino el ser angustiosamente afanado en definir su individualidad, ese ser moderno perdido en las calles de las grandes ciudades que le atrapan en redes de la locura y el crimen. Así en "El túnel" (1948), el protagonista -el pintor Castel- asesina a su amante por sentirse defraudado en sus ansias de amor y comunicación, apareciendo así el eterno -si es que las sólo tres novelas de este argentino lo permiten- problema que será una constante de sus posteriores narraciones: la soledad y la incomunicación. "Sobre héroes y tumbas" (1961), novela compleja que aparece llena de interpolaciones y símbolos, es su siguiente creación novelística donde el mundo de la noche y la desesperanza ahogan a los protagonistas -degradados por otro lado- de la obra. Los prejuicios que estos toman entre sí -héroes- y la descomposición de su medio -tumbas- hacen imposible la interrelación cordial y humana. Por último, en "Abbadon"(1974), las reflexiones iniciadas en la obra precedente adquieren mayor complejidad, y ahora sí, la incomunicación se presenta como un gran fantasma que pasea por las ciudades.

Si hemos hablado de compromiso y de intelectualismo en Sábato, no podemos dejar de destacar su condición de argentino -de padres emigrados italianos-. Su argentinismo, le hace incluír en sus obras los problemas de la inadaptación de diversos grupos marginados de la sociedad argentina y la abusiva conducta de las jerarquías del poder. Esto conduce de nuevo, como si de desenhebrar un ovillo se tratase, a un factor importante de su pensamientos como es su decidido compromiso político. Y es que, como muy bien señala Gerardo Diego, esa franja del Atlántico -Sudamérica- es muy dada a la cosa política llegando toda producción artística y todo mensaje con esos matices. Sábato no los vierte expresamente en sus obras: se destilan solos desde su alma para pasar a su pluma de modo que cuando nos presenta a sus personajes, un flujo de carga social se vierte sobre nosotros...

Hasta aquí Sábato observador, narrador de tangos pasados por una personal criba, cronista de las locuras de la sociedad. Sábato deseante y restablecedor de la cordura, aparece en sus ensayos. En éllos -ya no es posible una historia relatada, pues el mensaje pide ante todo salir- este ilustre bonaerense muestra la solución a los problemas planteados en sus novelas, pues si hemos llegado al punto de que, Sábato novelista es, con todo lo que hay que cambiar, la sociedad, ahora pretende ser el hombre, y pedir al resto de la sociedad que igualmente cumpla con su condición de humano. La historia cuenta entre sus posibilidades la de ser moldeable, si para ello devolvemos antes la esperanza al hombre. Una vez hecho ésto, el individuo se puede levantar contra los dogmas y caminar hacia su felicidad. Ver que todo lo que le oprimía era su entorno y que éste debe ser cambiado a su medida.

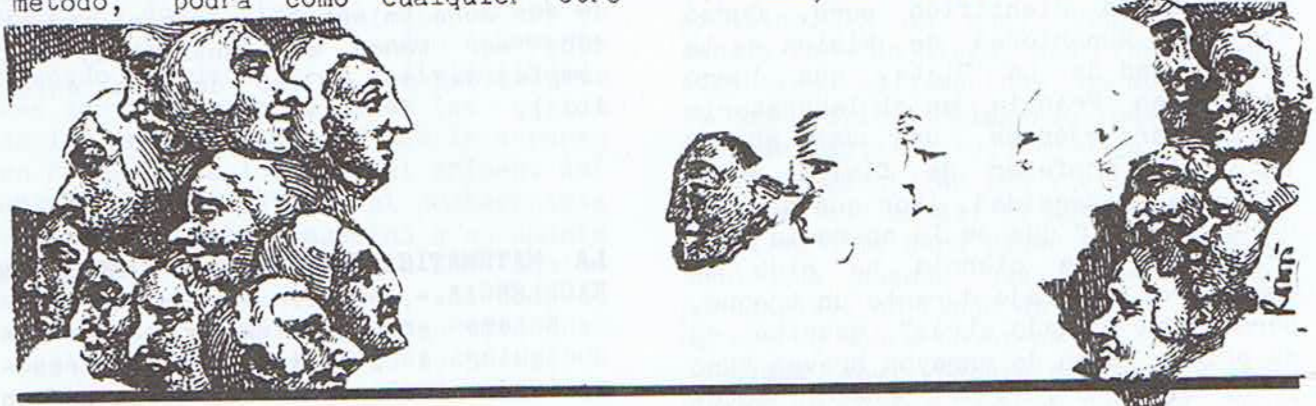
SABATO Y LA CIENCIA.-

Antes de dedicarse definitivamente a la literatura, Ernesto Sábato comenzó siendo un científico puro. Cursó estudios superiores de Física en la Universidad de La Plata, que luego amplió en Francia en el laboratorio Curie, para ejercer, una vez en su país, de profesor de física en la referida Universidad. ¿Por qué abandona un porvenir que se le aparecía tan brillante? ("La ciencia ha sido un compañero de viaje durante un trecho, pero ya ha quedado atrás" escribe en su primer libro de ensayos breves "Uno y el universo", 1945.) Sábato, cauteloso, piensa que no debe convertirse en un científico por ser la moda, y viene en ayuda del sorprendido ciudadano que ve cómo evoluciona una ciencia que no entiende. "Se ha hecho crecientemente poderosa y abstracta, es decir, misteriosa: para el hombre de a pie se ha convertido en una especie de magia, que respeta tanto más cuanto menos la comprende". Hace una excursión definitiva desde los terrenos científicos que ocupaba, para explicarnos que la ciencia en tanto que dogmática -algunos se aventuran a ello- dejará de ser tal, pues la experiencia y la historia nos viene demostrando que si hay algo seguro en nuestros conocimientos actuales, es que precisamente no son seguros, y son o deben ser superados como la teoría de Tolomeo fue superada por la de Copérnico y ésta a su vez por la de Einstein. Y hemos dicho anteriormente que Sábato viene en nuestra ayuda, por cuanto el hombre de la calle no entiende la ciencia y se convierte en un ser supersticioso, que la respeta y mira a distancia. Nosotros acabamos de ver por Sábato -cosa que ya sospechan muchos otros- que ella misma no es inamovible. Sólo el científico poco aventajado postulará un carácter dogmático para la ciencia. "Tiene mayor fanatismo científico el médico, cuya ciencia esta porbablemente en el estado en que se hallaba la física en la época de Aristóteles, que el matemático, cuya ciencia por ser la más simple de todas es la más avanzada" (de "Uno y el universo"). (Advirtamos aquí que Sábato critica la ciencia médica en tanto que practica una reducción local de sus conocimientos, cuando el ideal debe ser tener en cuenta siempre la complejidad del objeto de sus estudios).

LA MATEMATICA COMO CIENCIA SIMPLE POR EXCELENCIA.-

Estamos en un tiempo en el que cualquiera es político, artista, reconociendo incluso a veces que somos un poco psicólogos -verbi gratiae-, al igual que hubo un tiempo en que todo el mundo era físico, en que Shakespeare interrumpía una obra de teatro para discutir la teoría heliocéntrica del universo. Hoy la ciencia, y con ésta, la Matemática, ha mostrado que no todo el que se lo proponga puede discutir sobre ella, no por la complejidad que haya adquirido, al contrario, puesto que dada la sencillez que presenta, cualquier razonamiento matemático erróneo queda inmediatamente a la vista y por tanto desvelado. Sábato, así lo expresa y viene a concluir que para dedicarse a las matemáticas ha de poseerse una mentalidad de matemático. Esto es, saber manejar un lenguaje donde todos los factores que intervienen sean aparentes y cuando menos conocidos -no ocurre así a la hora de comentar cualquier producción artística-, para que las construcciones que realicemos sean exactas, en el sentido de que no hemos quebrantado el método (no en el sentido de inmutabilidad que ya sabemos aclarado) por cuanto el desarrollo del pensamiento avanza a través de las negaciones dialécticas del mismo. Son muy significativas las siguientes notas de Ernesto Sábato: "Cualquier tonto se cree en condiciones de discutir sobre política y arte -y en verdad lo hace- mientras que mira la matemática dsde una respetuosa distancia". (El tonto es aquí, por supuesto, el que usurpa los terrenos del político o artista). ¿Son por ello las matemáticas accesibles a unos pocos nada más? No. Cualquiera que tome la "investidura" del método, podrá como cualquier otro matemático funcionar perfectamente y adentrarse en el fascinante mundo de la abstracción, si para ello también ha comprendido, como apuntábamos en el anterior epígrafe, que aún es mucho el camino que se puede construír y no existe por ello ningún dogma que absolutice su trabajo.

Espero que estos rápidos apuntes aquí vertidos, sirvan para comprender la dimensión intelectual de Sábato que ahora, en medio de su galardón como último Cervantes, ha pasado a ser discutida y lleno de susceptibilidades por causas que conocemos, y que por contra de lo que se piensa, le honran en cualquier caso. Sábato, por si no bastase, es además moralista.



acertadamente los enfoques estructurados que pueden ser de utilidad con otros lenguajes de alto nivel. Con ello el lector puede aprender, desde el principio, que redactar un programa Basic significa codificar l- solución de un problema y no teclear una maraña de líneas numeradas.

2.2. Otra cualidad que cabe destacar en este libro atañe al estudio, suficiente, de las principales estructuras de datos. En mi opinión se trata de un tema clave porque solo después de asimilarlo podra el lector nadar más libremente en las aguas de la programacion.

2.3. Una última valoración positiva que debe resaltarse se refiere a la cuidada traduccion y presentacion. Estamos acostumbrados a soportar traducciones plagadas de neologismos y anglicismos, por lo que resulta reparador tener a mano un buen libro escrito en buen castellano.

2.4. Si, insistimos la calidad de la exposición se mantiene a lo largo del texto, hay dos capítulos que no llegan a la profundidad de los demás: el 10: Manipulación de Ficheros y el 24: Gráficos. El propio autor da las razones, fundamentalmente ligadas a la imposibilidad de proponer redacciones de programas **fácilmente** adaptables a distintas marcas.

2.5. Anotare unas criticas puntuales más:

2.5.1. El autor no presta suficiente atención a los formatos de presentación en pantalla. Ciertamente, el tema se presta mucho a enfoques subjetivos y quizá, por ello, P. Bishop pretende contagiar implícitamente al lector su sobriedad expositiva.

2.5.2. Algunos listados contienen pequeñas erratas.

3. CONCLUSIONES

3.1. Para un no iniciado, puede resultar algo duro de leer (pero el esfuerzo valdrá la pena).

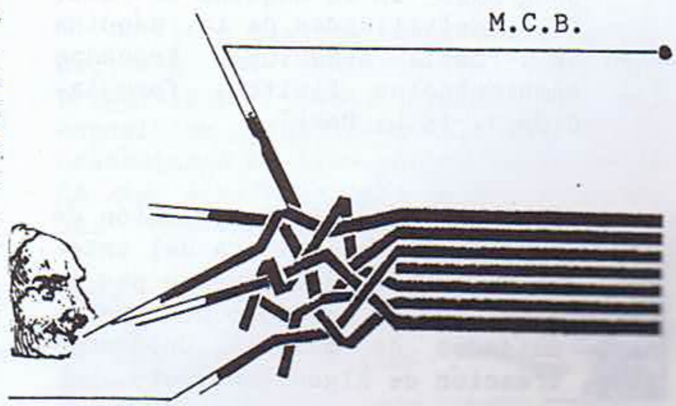
3.2. Para un "autodidacta", puede resultar un libro fundamental que le permita encauzar y estructurar cientos de ideas sueltas (pero exigirá, en contrapartida, un gran esfuerzo de disciplina).

3.3. Para los que esten bien preparados en Basic y en Informática, puede resultar un buen libro de consulta.

3.4. El lector no debe esperar encontrar, por la propia concepción del libro, el desarrollo exhaustivo de ningún problema especializado, ni tampoco algoritmos excesivamente originales.

3.5. En resumen un libro claro, formativo, bien presentado, completo (salvo en lo relativo a ficheros y gráficos) y sugerente que puede ocupar dignamente un sitio en la biblioteca de cualquier usuario de microordenadores.

M.C.B.



BROT, B.A., "Los algoritmos y la resolución automática de problemas", lecciones populares de matemáticas. Mir, Moscú, 1977.)

En cuanto a la primera parte, el autor pone de manifiesto como el interés de las obras de Post y Turing radica en que en ellas, antes de la aparición de las grandes computadoras (la primera electrónica entre 1943 y 1946, el ENIAC), están anticipados de una forma abstracta los rasgos fundamentales de dichas máquinas. El problema fundamental que se plantea a la hora de trabajar en las computadoras resulta ser el mismo para las máquinas reales que para las abstractas: elaborar para la máquina el programa que conduzca al objetivo prefijado. Se evidencian tambien otros rasgos comunes a la programación en la máquina de Post y la programación en las máquinas reales.

Lo dicho anteriormente es lo que ha llamado nuestra atención hacia la máquina de Post: constituye, en cierto sentido un antecedente histórico de las actuales computadoras y, dada su simplicidad y lo elemental de sus operaciones, es posible "trabajar" con ella desde dentro, viendo las células y actuando sobre ellas mediante el programa que previamente hemos elaborado en base a unas sencillas instrucciones. La cosa ofrece, sin duda, posibilidades didácticas.

De mayor interés matemático es la segunda parte. Respecto a ella, creemos que no vendrán de más unas notas sobre la evolución del concepto de algoritmo:

Hasta no hace mucho, el concepto de algoritmo se presentaba en matemáticas solo en relación con la creación de algoritmos concretos, cuando la afirmación de la existencia del algoritmo para los problemas de un tipo iba acompañada de su descripción real. No surgia, por tanto, la cuestión de definir el concepto "algoritmo" de forma estricta.

A partir de los años treinta de nuestro siglo, se inician una serie de investigaciones tendentes a revelar todos aquellos medios que realmente se utilizan para crear algoritmos. La tarea consistía en dar una definición de algoritmo que fuese perfecta no solo desde el punto de vista formal, sino tambien desde la óptica de su correspondencia real con el concepto definido. Partiendo de distintas consideraciones técnicas y lógicas fueron elaboradas varias definiciones de algoritmo. Después se aclaró que todas estas definiciones son equivalentes entre sí y, por consiguiente, determinan el mismo concepto; este es el concepto exacto actual de algoritmo.

Tienen especial interés las definiciones en que la esencia del concepto algoritmo se descubre en base al examen de los procesos que se realizan en la computadora. Para tal definición matemática rigurosa hay que representar el mecanismo de funcionamiento de la máquina en forma de cierto esquema estandar, simple al máximo en cuanto a su estructura lógica y, a la vez tan exacto que pueda servir de objeto para la investigacion matemática.

En tal contexto se inscriben los trabajos de Post y Turing. Ambos presentan sus construcciones en forma de "máquinas abstractas" (explicitamente en Turing, e implicitamente en Post, que no emplea el término máquina). Las construcciones de Post son mucho mas simples que las de Turing, y constituyen igualmente una introduccion a la teoría de algoritmos.

El libro que nos ocupa esta, pues, dedicado al concepto de algoritmo propuesto por Post, aunque con una exposicion modificada al objeto de presentarlo en términos de descripción de cierta máquina calculadora abstracta.

Rafael Sánchez