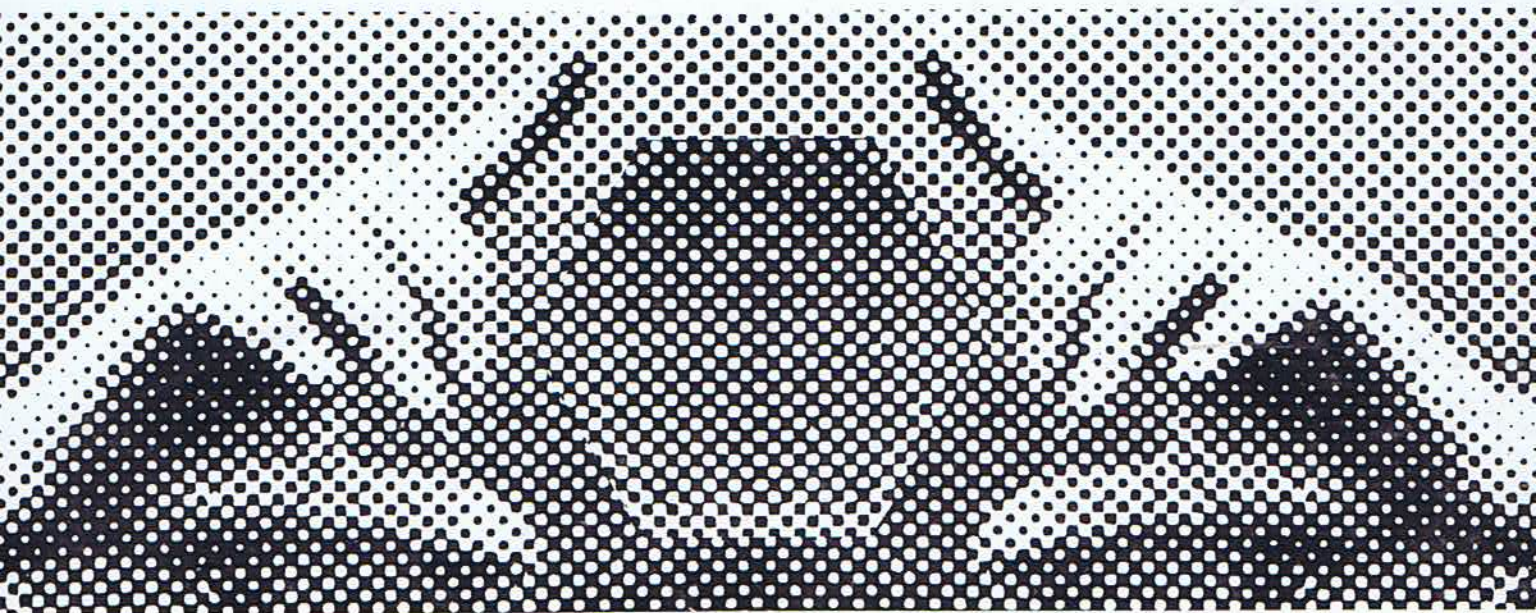


# epsilon 8

---



## artículos

- Hexágonos. David S. Fielker, Abbey Wood Mathematics Center, Londres ..... 5
- Introducción alébrica a los calendarios juliano y gregoriano. Dolores Martín Barquero y Cándido Martín González ..... 11
- Descomposición de una transformación ortogonal en producto de isometrías. Lucía Contreras Caballero, Div. de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma de Madrid ..... 23

## práctica

- Aquilino Pérez de Madrid, I.B. "Ángel Ganivet", Granada. Carmen García Arribas, I.B. "P. Suárez", Granada. Información sobre problemas propuestos ..... 27
- Problemas resueltos XXXIII Olimpiada Matemática Española (1986-87) ..... 31
- Métodos para resolver problemas Aplicación del cálculo integral a la determinación de límites ..... 36
- Entretenimientos y curiosidades Evolución histórica de la definición de continuidad ..... 43
- Recortes de Prensa ..... 43

## informática

- Artículo de efemérides planetarias. José Cabrerizo Vilchez, Alumno de 5º Curso, Sección de Matemáticas, Universidad de Granada ..... 45
- La fracción generatriz A. Martín, F. López, L.G. Ortiz, A. Pelayo, J. Bullejos y M. Coriat, Grupo de Informática Educativa de la A.P.M.A. .... 55

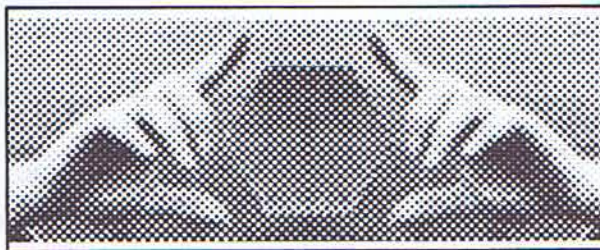
## experiencias educativas

- La formación matemática de los ciegos y los números en color. F. Soto Iborra, Catedrático de Didáctica de las Matemáticas de E.U. del P. de E.G.B. y B. Gómez Alfonso, P.T. de E.U. del P. de E.G.B., Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Universitat de València ..... 63
- La recta provectiva y provectividades entre rectas: un cuestionario para alumnos de la segunda etapa de la E.G.B. I. Miranda y C. Valero, E.U. del Profesorado de E.G.B., Santander, 75

## educación y cultura

- Problemas Enrique Castro Martínez e Isidoro Sekovia Alex, del Gº de E.G.B. de la A.P.M.A. .... 87
- Nuevos lóxicos y paradójicos desde una perspectiva literaria. Miguel Ángel Tolédano, Profesor de Literatura, I.B. Mixto de Rute, Córdoba ..... 93

# Epsilon 8



Un ensayo de composición monocromática vagamente inspirado en los temas de este número 8.

**director :**

Rafael Pérez Gómez

**redactor jefe :**

Manuel Vela Torres

**jefatura de medios informáticos :**

Moisés Coriat Benarroch

**consejo de redacción :**

Carmen García Arribas, Jose L. Hernández Rojo, Aquilino Pérez de Madrid, Victoriano Ramírez González, Enrique Castro.

**colaboradores :**

Enrique Aznar García, Antonio Fernández Cano, Miguel de la Fuente Martos, María J. García Hernández, Felipe López Fernández, Antonio Marín del Moral, Sebastian Montiel, Javier Pérez González, Antonio Rodríguez Garzón, Alfonso Romero Sarabia

**composición :**

Fernando Hernández Rojo,  
Luis Orihuela Hervás

**edita:**

Asociación de Profesores de Matemáticas de Andalucía.

**dirección:**

Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada.

Avenida Fuente Nueva s/n.  
18071- Granada

La revista "Epsilon" se publica tres veces al año. Suscripción mas gastos de envío 2000 pts. Extranjero 30\$.

Imprime: GRAFSUR, S.A. / Armilla (Granada)

Edita : ASOCIACION DE PROFESORES DE MATEMATICAS DE ANDALUCIA.

PRESIDENTE: Ramón Gutiérrez Jáimez

Deposito Legal: GR-147/84

ejemplo particular que constituye el tema de este artículo.

En primer lugar, la geometría está muy olvidada en nuestra enseñanza primaria y secundaria. Lo cual es una pena porque, si se la trata debidamente, es probablemente una de las partes de las matemáticas que más accesible es para todos los estudiantes.

En segundo lugar, cuando la geometría se enseña (o ha sido enseñada) se hace o bien en forma de teoremas y demostraciones basados en axiomas, al modo euclídeo, una idea sofisticada que es difícil o imposible de apreciar por la mayoría de los alumnos; y que además ahoga toda creatividad e imaginación; o bien en forma algebraica con matrices o vectores o geometría de coordenadas, lo cual puede producir una bonita álgebra, pero restringe severamente la geometría como actividad espacial.

En tercer lugar, sea cual sea el tipo de geometría que se enseña, está por lo común limitada a triángulos, cuadriláteros y círculos.

Y por último y más general, creo que aprender matemáticas incluye aprender a hacer matemáticas, y eso, en mi opinión, incluye no sólo resolver problemas sino crear problemas e inventar nuestras propias matemáticas así como aprender las matemáticas de otras personas. Esto implica, desde luego, que los programas de geometría no sean tan rígidos como los que tenemos; que los procesos que se desarrollan al hacer matemáticas sean tan importantes como los contenidos; y que algunos de los problemas que se tratan tarden un largo tiempo en ser resueltos, o que sólo sean resueltos parcialmente, o que necesiten ser cambiados antes de ser resueltos, o que a veces no puedan ser resueltos. Después de todo, así es como los matemáticos reales tratan los problemas.

Así pues, hagamos un poco de geometría: soslayemos los trillados senderos euclídeos, soslayemos el álgebra y alejémonos de los triángulos y los cuadriláteros.

Podríamos, por supuesto, discutir

los pentágonos, ¡pero eso es materia para otro artículo!

¿Qué podemos hacer con hexágonos?

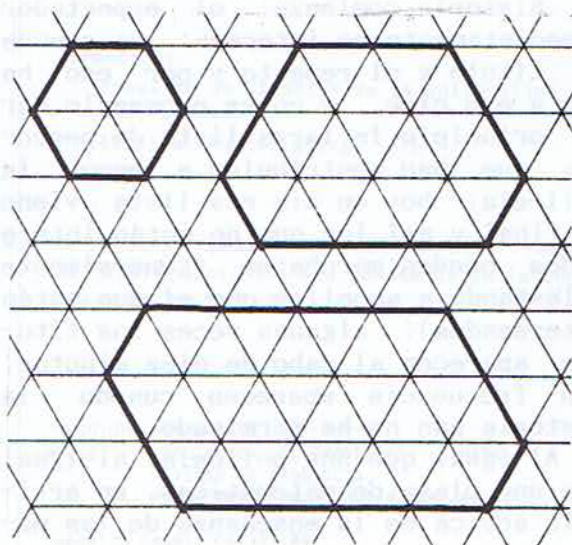
### Una primera clasificación

Todo lo podemos clasificar. Clasificar es un proceso importante, útil y provechoso en matemáticas. La dificultad en lo que a la clasificación de triángulos o cuadriláteros se refiere es doble: ya conocemos clasificaciones de ellos y (aun si no las conocemos) tenemos nombres para algunos de ellos y eso nos quita imparcialidad y hace que demos a ciertos tipos de clasificaciones una importancia indebida.

Pero si nosotros, o nuestros estudiantes, intentamos clasificar los hexágonos entonces empezamos con muy pocas ideas preconcebidas. Quizás tan sólo hexágonos 'regulares' e 'irregulares'. Pero esto tiene poco de clasificación y lleva a muy pocas matemáticas.

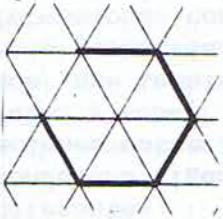
¿Qué significa 'regular'? Significa que todos los ángulos son iguales y que todos los lados son iguales: 'equiangulares' y 'equiláteros'. Pues bien, ¿qué pasa si los hexágonos son solamente equiangulares, cuáles son las posibilidades?

Fácilmente calculamos que cada ángulo debe tener  $120^\circ$ , de modo que sería más fácil trabajar en una trama triangular. Y podemos experimentar con diferentes posibilidades

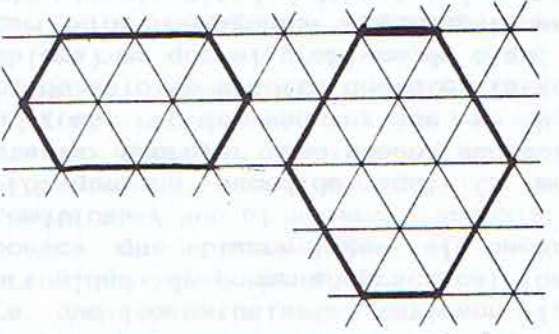


Los alumnos generalmente prefieren trabajar al azar antes de empezar a clasificar un sistema. Como profesor, podemos elegir que lo hagan así o podemos pedirles que primeramente piensen el problema. En cualquier caso, los alumnos pueden llegar a un estudio de las relaciones que hay entre las longitudes de los lados, ya que la longitud es la única variable que queda una vez que los ángulos son fijos.

Si todos los lados son iguales tenemos el hexágono regular. Supongamos que los lados tienen dos longitudes diferentes. Es evidente que no podemos tener **exactamente un lado** que sea distinto de los otros.

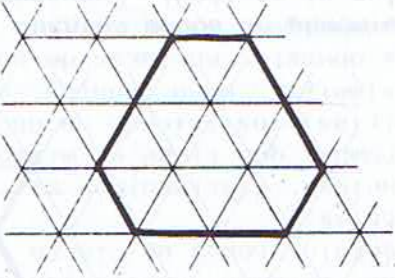


¿Qué ocurre si dos de los lados son diferentes? Podemos comprobar que entonces estos dos lados deben ser opuestos (¿Por qué?) Podemos luego examinar las dos posibilidades, que los dos lados sean más largos que, o más cortos que, los otros cuatro.



Puede que a nosotros, como profesores, como matemáticos, estos dos casos nos parezcan 'el mismo'. Puede que pensemos que en una clasificación de acuerdo a la longitud de los lados lo importante es si las longitudes son iguales o distintas, y no si son más cortas o más largas. (¡Tal vez!) Pero los alumnos no siempre son tan sofisticados y puede que decidan otra cosa; esto es, puede que prefieran considerar

Y si cuatro lados son diferentes estamos en la misma situación que si dos lados son diferentes... salvo que estamos distinguiendo entre lados más cortos y más largos y... ¡pero de lo que el lector continúe! y tome las decisiones. De modo que estamos considerando tres longitudes diferentes y, si el lector no ha comenzado todavía a explorar este caso, sugiero que es hora de hacerlo. Esta situación es bastante compleja. Tal vez encontremos los tres casos siguientes:



Pero ¿cómo sabemos que no hay otros? Gradualmente se hace evidente, qui-

EN mi último artículo sobre «las maravillas del mundo» aludí a la

magia del número «siete». Existe. Los hombres occidentales y modernos, aunque desde hace mucho, han dejado perderse, por tontería y petulancia, gran parte de los saberes de la Antigüedad, en especial cuando no les parecía que se ajustaban a pautas «racionales» o no eran capaces de encajarlos en ellas. Uno de esos saberes es el misterio de los números, que desde la teología —pasando por muchos escalones, entre ellos la astrología y la cábala— va hasta la superstición. Pero no nos engañemos. Tal misterio, en mayor o menor escala, nos afecta a todos. Como en el refrán, es una ligerísima liebre que salta donde menos se piensa.

Pondré un ejemplo. En la última sesión plenaria de la Real Academia de Marruecos (el pasado abril) el tema que debatimos, propuesto por el Monarca, nuestro Protector, era político: «Sobre cómo conciliar la duración del mandato presidencial y la continuidad de la política interior e internacional en los regímenes democráticos». De los dos miembros de la Academia Francesa que también lo son de ésta, Edgar Faure fue derecho al toro; pero Maurice Druon se escapó por la tangente del misterio numérico. Júpiter —dijo— es el planeta del «poder» y su número clave es el «doce» (doce satélites, doce años de recorrido de órbita). De aquí que este ritmo jupiterino influya en reyes y gobernantes (con la curiosa restricción de que sólo en los «buenos»), los cuales reinan o gobiernan 12 años, o sus múltiplos, o su infra-docena (6), naturalmente con un poco de latitud.

Así lo aplica a una larga lista de reyes y presidentes franceses, desde Clovis, el primer merovingio (30 años =  $12 + 12 + 6$ ), hasta Pompidou (primer ministro en 1962 y muerto en 1974), pasando por Luis XIV (72 años = 6 ciclos de 12) y por Napoleón I (12 años desde el Consulado vitalicio en 1802 a la abdicación de Fontainebleau, y 12 años en ciclo imperial desde la coronación de 1804 hasta Waterloo). La aplicación a países extranjeros es esporádica: Carlos V es Rey de España, hasta su abdicación, treinta años ( $12 + 12 + 6$ ), y Felipe II, cuarenta y dos años ( $3 \times 12 + 6$ ). Más claro lo ve en los grandes dictadores modernos: Mussolini (ejecutado en su 24.º año de poder), Stalin (rebasa apenas los 30 años), Hitler (se suicida el año 12 desde su accesión a la Cancillería del Reich).

Mentiría declarándome convencido del todo por estos cálculos. Yo he aplicado sólo la teoría sociológica de Ben Jaldún de que en las dinastías hay un ritmo ternario: el constructor, el conservador y el destructor. En los ciclos jupiterinos e incluso en la mucho más clara teoría de las generaciones, sistematizada por Marías, creo —según la fórmula eclesiástica— *yuxta modum* (= hasta cierto punto). Si cito la tesis de Druon es porque prueba cómo la magia de los números aparece por el más inesperado escotillón.

Casi todos los números tienen su «ma-

# LA MAGIA DE LOS NUMEROS

ABC

27 DE JUNIO DE 1985

gia», especialmente los dígitos y el «diez». Escribiré lo que me viene ahora al magín, sin el menor propósito agotador y, sin duda, olvidándome de infinitas cosas mejores. El número «uno» es la base de todo y el símbolo de la Unidad divina (*credo in unum Deum*). El «dos» es la pareja, la conjunción de los sexos y la continuidad de las especies: Adán y Eva, el sol y la luna, el día y la noche. El «tres» es particularmente sagrado: Trinidades, trimurtis, triadas emanatistas, triunviratos y, con más trivialidad, las Tres Gracias. El «cuatro» es, en el macrocosmos, los cuatro elementos, y, en el microcosmos humano, los cuatro humores. El «cinco» es el lustro y la suma de los mandamientos de la Iglesia; entre musulmanes, el número profiláctico por excelencia (las cinco obligaciones fundamentales del Islam, la mano de Fátima); en los toros «no hay quinto malo».

El número «seis» es el fundamento del sistema sexagesimal, en gran parte vigente; la infra-docena jupiterina; el exágono, polígono fecundo del arabesco, el de la cristalografía y el del panel de las abejas. El «siete» es el más sagrado y fecundo: va desde los días de la Creación y la semana a los siete pecados capitales; de los siete sabios de Grecia a las siete maravillas del mundo; del candelabro de los siete brazos a las siete obras de misericordia; de las Siete Partidas a los Siete Niños de Egipto. El «ocho» es la «ogdoada» de los griegos, la octava y la infraoctava de las fiestas de la Iglesia que se extienden profanamente entre nosotros a onomásticas y cumpleaños. El «nueve» son las *Enéadas*, múltiplo de las triadas emanatistas, y el censo de las Musas. El «diez» es, por supuesto, el Decálogo del Sinaí, con todas sus imitaciones, la década y el fundamento del sistema métrico decimal.

Podríamos seguir adelante. El número «once» es el de los componentes de un equipo de fútbol. El «doce» es el de los doce Apóstoles; el de los doce Imames de la secta shíi de los «duodecimanos», el último de los cuales representa hoy Jomeini; el del ciclo jupiterino; el de los trabajos de Hércules; el de la «docena del fraile». El «trece»... Aquí encallamos y hora es de pa-

rar, porque esta cifra para unos es el colmo de lo fatídico y para otros no (sobre el origen de la superstición habría mucho que hablar). En todo caso nos obliga a cambiar de rumbo, para decir que no es fatídico sólo el 13, porque el 7 y el 9, por ejemplo, son ambivalentes y también fueron considerados desfavorables. Cuando la media de la vida humana era mucho más baja, una edad crítica era la de sesenta y tres años, rara vez superada. En un estudio del catedrático salmantino Manuel F. Álvarez encuentro un dato curioso. El confesor del gobernador español de Milán en 1625 escribía al rector del Colegio de Bolonia sobre la muerte del duque de Saboya: «Tenía sesenta y tres años, y es el más peligroso tiempo de la vida, porque se juntan el número 7 y el 9, que son los de peligro» ( $7 \times 9 = 63$ ).

Los números redondos —«cien», «mil» y «un millón»— son, por supuesto, muy especiales y símbolos de «abundancia»: «ciento y la madre», «te lo he dicho cien veces», «le he aguantado mil impertinencias», «te envío un millón de besos». Al «mil» le añadieron los orientales con elegancia un gracioso apéndice: «las mil y una noches».

Del especial e intrigante significado de algunos números, o no se sabe el porqué, o al menos yo lo ignoro. Uno es el «cuarenta», sobre el cual por capricho reuní papeletas y voy a entresacar algunas. Antes diré que tal número tiene importancia en el catolicismo (la Cuaresma, las Cuarenta horas) y en el Islam (los Cuarenta —*Arbaun*— hadices, o tradiciones del profeta). Siempre me ha chocado, además, que el modesto tute arrastrado, sin otro trasfondo, haya dado a la lengua común con tanta extensión su tecnicismo de «cantar (a uno) las cuarenta». Pero aquí respigo tres céculas.

En Brunot, *Les joyeuses histoires du Maroc* (Rabat, 1931), leemos que Sellám, almuédano de Fez, era tiñoso y tenía a la tiña por señal de predestinación al paraíso. En una terrible sequía comprobó su santidad al hacer llover con sus rogativas, para las cuales había convocado «a cuarenta tiñosos». ¿Por qué «cuarenta»?

El lunes siguiente a la Navidad de 1922, André Gide (*Journal*, La Pléiade, página 748) está en Cuberville, y al salir al campo ve, rodeando un árbol muy bonito, a «cuarenta niños muy feos», tiesos y tristes. ¿Por qué «cuarenta»?

Pero la perla de mis hallazgos está en un cuento persa (K. Kermání, *Tcheháráds afsáné...*, Teherán, 1936): «Al ver a cuarenta derviches sentados en la ceniza, el mancebo se encaminó a ellos y les preguntó: ¿Qué habéis hecho para tener que sentaros en la ceniza? Le respondieron: Somos cuarenta derviches, hijos de cuarenta magnates, y nos hemos enamorado de la muchacha mogola, con sólo haberla visto el raballo del ojo». ¿Por qué tantas veces «cuarenta»?

Emilio GARCIA GOMEZ  
de la Real Academia Española

# 8 nolisq3

---

