

CARACTERIZACIÓN ESTABILOMÉTRICA DEL SISTEMA DE CONTROL POSTURAL HUMANO

María Teresa Blázquez Tejada

Tesis de Doctorado

Departamento de Física Atómica, molecular y nuclear



Universidad de Granada

Abril 2011

Editor: Editorial de la Universidad de Granada
Autor: María Teresa Blázquez Tejada
D.L.: GR 3148-2011
ISBN: 978-84-694-4466-5

DEPARTAMENTO DE FÍSICA ATÓMICA, MOLECULAR Y NUCLEAR

FACULTAD DE CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA
E-18071 GRANADA
SPAIN

ANTONIO M. LALLENA ROJO, Catedrático de Física Atómica, Molecular y Nuclear de la Universidad de Granada y FERNANDO ARIAS DE SAAVEDRA ALÍAS, Profesor Titular de Física Atómica, Molecular y Nuclear de la Universidad de Granada

CERTIFICAN:

Que el trabajo de investigación recogido en la presente memoria, titulada “**CARACTERIZACIÓN ESTABILOMÉTRICA DEL SISTEMA DE CONTROL POSTURAL HUMANO**” y presentada por D^a. **María Teresa Blázquez Tejada** para optar al grado de Doctor por la Universidad de Granada, ha sido realizado en su totalidad bajo nuestra dirección en el Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear de la Universidad de Granada.

Granada, 5 de abril de 2011

Antonio M. Lallena Rojo

Fernando Arias de Saavedra Alías

Índice general

Agradecimientos	5
INTRODUCCIÓN	7
1. BASES NEUROFISIOLÓGICAS DEL SISTEMA DE CONTROL POSTURAL	13
1.1. Organización global del sistema de control postural	14
1.2. La instrumentación de campo	15
1.2.1. Sistema vestibular	15
1.2.2. Sistema visual	16
1.2.3. Sistema propioceptivo	17
1.3. Salas de Control	18
1.3.1. Salas de control local	18
1.3.2. Sala de control central	20
1.3.3. Las vías de comunicación	22
2. MEDIDAS EXPERIMENTALES	25
2.1. La plataforma de estabilometría	25
2.2. Protocolo seguido para realizar las medidas	26
2.3. Sujetos	27
2.4. Trayectoria del centro de presión	28
2.5. Determinación del error de los sensores	30

3. MÉTODOS	31
3.1. Análisis de rango reescalado	32
3.2. Análisis de la varianza de los incrementos	32
3.3. Análisis de fluctuaciones eliminando tendencias	34
3.4. Análisis del espectro de potencia	37
3.5. Análisis basado en la transformada <i>wavelet</i>	38
3.6. Relación entre los exponentes de correlación	41
3.7. Estudios sobre la trayectoria del CdP con AVI, DFA y WAV	46
4. RESULTADOS	51
4.1. Análisis preliminares	53
4.2. Medidas realizadas en condiciones estáticas	56
4.2.1. Escalas pequeñas	57
4.2.2. Escalas grandes	65
4.2.3. Escalas intermedias	72
4.3. Medidas realizadas en condiciones dinámicas	75
4.3.1. Escalas pequeñas	75
4.3.2. Escalas grandes	78
4.4. Medidas estáticas frente a medidas dinámicas	81
CONCLUSIONES	85
A. Análisis de rango reescalado	89
B. Estudio de la fiabilidad de la aproximación de Collins y De Luca	93
C. Ruido gaussiano fraccionario y movimiento browniano fraccionario	95
D. Análisis del espectro de potencia	99
E. Determinación de los rangos de aplicación de los análisis DFA,WAV y AVI	103
BIBLIOGRAFÍA	107

Agradecimientos

Al profesor C. K. Peng de Boston, a quien no tengo el gusto de conocer, quiero darle las gracias por haber contestado a mi e-mail e indirectamente ponerme en contacto con un investigador español conocedor del tema de esta tesis. Quiero agradecer a este investigador, el profesor Pedro Carpena, su colaboración y sus respuestas a tantas preguntas. Y finalmente, un agradecimiento muy especial a mis directores de tesis: al profesor Fernando Arias de Saavedra quiero agradecerle sus indicaciones a lo largo de todos estos años, al profesor Antonio Lallena quiero darle las gracias por haberme escuchado cuando le presenté este proyecto de tesis, que suponía, en cierta medida, el reto de empezar de cero, y por supuesto darle las gracias por haber participado con tanta dedicación en él.

INTRODUCCIÓN

Un sistema mecánico sometido al efecto de la gravedad necesita, para su estabilidad, que su centro de masas se proyecte en el interior de su polígono de sustentación. La superficie del polígono de sustentación de un ser humano es del orden de 0.1 m^2 [Lata02]. Mantener el equilibrio sobre dos puntos de apoyo con un polígono de sustentación tan reducido y recibiendo el efecto de multitud de fuerzas perturbadoras, no es sencillo. Aún así nuestro cuerpo es estable cuando permanece en pie, estático, y también consigue un resultado exitoso cuando se pone en movimiento. Para mantener este equilibrio nuestro cuerpo dispone de un complejo Sistema de Control Postural (SCP) compuesto por diversos sistemas fisiológicos que recogen información sensorial (visual, vestibular, táctil o propioceptiva) y por determinados componentes del Sistema Nervioso Central (SNC) que procesan esta información y elaboran órdenes de ejecución dirigidas principalmente hacia los músculos.

El objeto de esta investigación es estudiar el SCP por medio de series temporales que contienen información sobre su dinámica interna. Para obtener series temporales con esta información, es preciso registrar movimientos globales del cuerpo humano. Este registro puede ser realizado de varias formas: mediante marcadores tipo LED colocados en el cuerpo y que son registrados con video-cámaras [Prip02, Barb03, Harr05], mediante sensores de movimiento (goniómetros) fijados al sujeto [Hu04], mediante electromiogramas [Lora01], o bien mediante una plataforma de estabilometría que registra la trayectoria del Centro de Presión (CdP) de un sujeto situado sobre ella [Coll94, Thur00]. La plataforma de estabilometría es el instrumento de registro elegido para esta investigación.

El cuerpo en posición ortostática (postura estática erguida con apoyo bipodal y brazos a lo largo del cuerpo) busca permanentemente un estado de equilibrio y lo consigue de manera dinámica, oscilando alrededor de puntos de equilibrio instantáneos que dependen de la postura global del mismo. Estas oscilaciones pueden ser registradas mediante una plataforma de estabilometría gracias a los sensores de presión que contiene. A partir de los datos ofrecidos por cada sensor, es posible calcular la posición instantánea del CdP del sujeto.

El CdP es el punto de aplicación de la resultante vertical de las fuerzas que actúan sobre la superficie de apoyo. La trayectoria del CdP representa la salida colectiva de todas las actuaciones del SCP y de la fuerza de la gravedad. La posición del CdP es diferente de la posición del Centro de Gravedad (CdG): mientras que esta última indica la posición global del cuerpo, el CdP incluye la componente dinámica de sus movimientos. El gráfico

de la trayectoria seguida por el CdP en función del tiempo es conocido por el nombre de estabilograma.

Las primeras referencias de trabajos con este tipo de plataforma de estabilometría se remontan a principios de los años 60 [Baro63] y, desde entonces, el número de artículos publicados es difícil de cuantificar debido a su gran extensión. Cualitativamente pueden ser divididos en tres grupos:

1. Estudios basados en el cálculo de variables clásicas, tales como la longitud recorrida, el punto medio del CdP durante la medida y la superficie por la que se desplazó la proyección del CdP.
2. Estudios basados en la geometría fractal, teoría del caos y leyes potenciales. Las posibilidades de cálculo y análisis en este sentido son extensas e incluyen una poderosa herramienta: la transformada *wavelet*. Nuestra investigación se engloba en este marco.
3. Estudios orientados hacia la creación de un modelo que reproduzca las características del desplazamiento del CdP.

Un gran número de investigadores del campo de la biomecánica ha realizado estudios limitados a un análisis de los resultados basados en estudios estadísticos de parámetros lineales (o clásicos) [Hugo98, Monz98, Webe99a, Call01, Blin01, Webe01]. Los protocolos de investigación seguidos son muy variados; incluyen principalmente el estudio de estimulaciones del sistema propioceptivo [Ushi80, Nouh96, Kavo98, Reng00], vestibular [Oku79, Seve98] y visual [Okub79, Roll87, Lisb98, Webe99b]. Otros estudios se centran en la influencia de parámetros biológicos, como por ejemplo la edad, en el funcionamiento del SCP [Prie93, Cost99, Fern99]. También encontramos estudios relacionados con la habilidad de aprendizaje del SCP [Patt00]; en otros casos se ha utilizado para evaluar el efecto de la fatiga en el equilibrio [Caro96, Nard98]. Finalmente citaremos los estudios de la trayectoria del CdP orientados a intentar identificar la presencia de diferentes patologías [Vala81, Gage96].

La mayoría de las investigaciones clínicas sobre el control postural pertenecientes a este grupo han dirigido su atención a analizar la respuesta del cuerpo humano ante diversas perturbaciones externas e internas. Aunque este reflexivo acercamiento podría permitir la identificación de respuestas ante determinados estímulos, la carencia detectada de funciones de distribución de las variables clásicas registradas en ausencia de estimulaciones o patologías debilita el análisis de las respuestas a nivel estadístico.

Este acercamiento tradicional presenta una característica limitadora que está en la propia naturaleza de las variables clásicas y su forma estadística de estudio: las variables clásicas ignoran la dinámica de la señal y por lo tanto la dinámica del SCP; no consideran, por ejemplo, el ordenamiento temporal de las series o la magnitud y la dirección de los desplazamientos entre pares de puntos. Por tanto, la estabilometría clásica no considera las características dinámicas de la trayectoria del CdP.

Los estudios basados en la geometría fractal, la teoría del caos y las leyes potenciales descubren el comportamiento dinámico de la señal. Este tipo de análisis comienza a aplicarse a la trayectoria del CdP a partir de los años noventa, reproduciendo protocolos similares a los que estaban siendo aplicados a otras señales fisiológicas como el electrocardiograma [Peng93a, Beze94, Aghi95, Peng95], y las secuencias de nucleótidos en el ADN [Voss92, Peng93b, Peng94, Alleg98].

Referente al estudio de la trayectoria del CdP, los trabajos siguiendo esta línea de investigación más conocidos y citados pertenecen a Collins y colaboradores [Coll93, Coll94, Coll95a, Coll95b, Coll95c, Coll95d]. Inspirados en el movimiento fraccional browniano de Mandelbrot [Mand97], analizan la varianza de los incrementos en la posición del CdP en función de diversas escalas de tiempo. Los resultados obtenidos mediante este análisis, al que en este trabajo vamos a referirnos como AVI (Análisis de la Varianza de los Incrementos), muestran dos tipos diferentes de comportamiento: correlaciones positivas en las altas frecuencias (por encima de 1 Hz) y correlaciones negativas de largo alcance en las bajas frecuencias (por debajo de 1 Hz). Estos resultados aportan un significado fisiológico que Collins y colaboradores resumen en dos conclusiones principales. La primera es que, durante cortos intervalos de tiempo, el cuerpo humano en posición ortostática se precipita fuera del equilibrio: el SCP funcionaría en las altas frecuencias siguiendo el concepto de control denominado “lazo abierto”, según el cual el SCP recoge informaciones pero no las utiliza para dar ningún tipo de orden de ejecución. La segunda conclusión indica que, durante intervalos de tiempo superiores a 1 s, el SCP realiza correcciones posturales equilibrantes, indicando la existencia de “lazos de control cerrados” ejecutados por el SCP en las bajas frecuencias, los cuales utilizan las informaciones recogidas por los sistemas visual, vestibular y propioceptivo para regular la posición global del cuerpo, logrando así que el CdP recupere el punto de equilibrio.

Un método perteneciente a este grupo de técnicas muy ampliamente utilizado es el llamado *Detrended Fluctuation Analysis* (DFA). Este método es un análisis de invariancia bajo cambio de escala capaz de eliminar tendencias de diversos órdenes y fue introducido en 1995 por Peng y colaboradores [Peng95] como parte de sus investigaciones sobre el electrocardiograma. El análisis DFA ha sido utilizado en muy diversas áreas de investigación como por ejemplo el ADN [Peng94, Visw97], los seismos [Varo03, Tele04], la economía [Ivan04], la música [Jenn04], los electroencefalogramas [Link01, Robi02], los electrocardiogramas [Ivan99b, Ashk00, Bund00, Ashk01a, Kant01, Kara02], el control oculomotor [Merg07] y el control motor [Haus01, Sapi03, Hu04]. La utilización de método DFA en el estudio del movimiento del CdP ha corroborado los resultados del método AVI [Duar01], pero otros han puesto en duda los resultados de Collins y De Luca [Coll93] considerándolos artefactos estadísticos [Deli03].

El denominado *Rescaled Range Analysis* (RS) está en la base de los métodos antes mencionados. Fue creado por Hurst [Fede89] como herramienta de observación de la naturaleza, sin ser consciente de que estaba creando uno de los primeros análisis de invarianza bajo cambio de escala. El método RS fue aplicado por primera vez a la trayectoria del CdP en el año 2000 por Duarte y Zatsiorsky [Duar00], que estudiaron únicamente el rango de bajas frecuencias (intervalos de tiempo entre 10 y 600 s). Sus resultados ampliaron el rango de escalas en el que la trayectoria del CdP presenta correlaciones negativas de

largo alcance. De estos mismos autores, es reseñable la nueva visión que aportan de la trayectoria del CdP al dividirla en dos componentes denominadas *rambling* y *trembling* [Zats99]. La componente *rambling* es el movimiento del punto de referencia con respecto al cual se consigue el equilibrio instantáneo del cuerpo y la componente *trembling* es la oscilación alrededor de la trayectoria de los puntos de equilibrio. Introducen además el nuevo concepto de punto de equilibrio instantáneo, en el cual la componente horizontal de las fuerzas es cero. Demuestran que la trayectoria de dicho punto se corresponde con la componente *rambling*. La componente *trembling* se obtiene restando de la trayectoria del CdP la componente *rambling*. El gran interés radica en que la componente *trembling* actúa en las altas frecuencias y la componente *rambling* en las bajas frecuencias, coincidiendo con los rangos de correlación positiva en las altas frecuencias y correlación negativa en las bajas frecuencias encontrados por Collins y De Luca.

Dentro de este grupo de estudios se encuentra también el análisis del espectro de potencias (PSA). Basado en la transformada de Fourier, permite investigar la invarianza bajo cambio de escala, donde la escala sería en este caso la frecuencia. Este método ha sido frecuentemente utilizado en diversas áreas de investigación como, por ejemplo, la Física Nuclear [Rela02, Gome02, Gome04], y también lo encontramos aplicado a la trayectoria del CdP [Carr93, Bonn96, Gage96, Golo98, Corb03]. Como la transformada de Fourier pierde la información temporal de la señal, este método únicamente puede ser aplicado a señales estacionarias; así que este método topa con un inconveniente: la falta de periodicidad en todos los sistemas biológicos en general [Schr96, Witt98] y en la trayectoria del CdP en particular [Carr93]. Para salvar este obstáculo algunos autores aplican técnicas de análisis espectral para señales no estacionarias a la trayectoria del CdP [Schu95, Ferd99], investigaciones que muestran diferencias en el espectro de energía entre sujetos con patologías vestibulares y sujetos sanos. Otros investigadores utilizan el método PSA para estudiar la trayectoria del CdP sin atender a la falta de periodicidad de la dicha señal [Gage96, Duar01, Thur02].

Los resultados de los trabajos pertenecientes a este segundo grupo conducen a la conclusión de que el funcionamiento del SCP tiene un carácter fractal, es decir, su comportamiento es idéntico en diferentes escalas de tiempo, lo cual implica un alto grado de desarrollo y complejidad.

Algunos autores sugieren que el cálculo de la dimensión fractal puede ser útil para discriminar entre sujetos sanos y con patologías [Doyl04]; este cálculo también ha sido aplicado a otros sistemas fisiológicos como el respiratorio [Shle91] y el cardiaco [Beze94]. Existen algoritmos para calcular la dimensión fractal [Higu88] y también puede ser calculada a partir de los exponentes de correlación obtenidos mediante las técnicas previamente descritas.

Los métodos pertenecientes a la teoría del caos también se encuentran en este grupo. Algunos autores han investigado si el movimiento del CdP es caótico. Los resultados al respecto son dispares. Collins y De Luca [Coll94], utilizando el cálculo de los exponentes de Lyapunov [Rose93], concluyen que el movimiento del CdP en condiciones ortostáticas no es caótico. Yamada [Yama95b] y Murata e Iwase [Mura98], utilizando el algoritmo de Grassberger [Gras83], encuentran que el primer exponente de Lyapunov es positivo y

concluyen que el movimiento del CdP sí es caótico en condiciones ortostáticas. También encuentran que el exponente de Lyapunov es aún mayor si el sujeto balancea los brazos [Yama95b], o si permanece sobre un solo pie [Mura98].

El último avance en el estudio de la trayectoria del CdP se ha producido gracias a la Transformada *Wavelet* (TW), una herramienta similar a un microscopio que permitiera ver la señal en diferentes escalas temporales. La TW no pierde la información temporal y puede aplicarse a señales no-estacionarias. La TW compara la señal en cada punto con una función oscilante acotada que recibe el nombre de función *wavelet* (paquete de ondas), y ofrece por tanto un coeficiente que evalúa esta comparación en cada punto. Al mismo tiempo la función *wavelet* va tomando diferentes tamaños o escalas, por lo que cada punto de la señal es caracterizado por un coeficiente en función de la escala. Las áreas de aplicación de la TW son muy numerosas y variadas; tan sólo citaremos aplicaciones referentes a la fisiología humana: detección del cáncer [Bisw04], dinámica del movimiento humano [West03a], estudio del ADN [Arne95], estudio de electrocardiogramas [Ivan96, Amar98, Ivan99a, Ashk01b] y procesamiento de imágenes biomédicas [Unse96]. Los métodos para estudiar la invariancia escalar, basados en TW, parten del cálculo de la varianza de los coeficientes de una misma escala (WAV) [Thur98a, Thur98b, Tura08], o de la suma normalizada de sus valores máximos [Muzy91, Muzy94, Mani04]. Este último método fue aplicado por primera vez a la trayectoria del CdP en el año 2002 [Shim02] y el método WAV en el 2000 [Thur00].

El tercer grupo de investigaciones sobre el SCP lo constituyen los estudios orientados hacia la creación de un modelo que reproduzca las características de la trayectoria del CdP. La mayoría de los modelos propuestos se pueden englobar dentro del concepto de “modelo del péndulo invertido”.

Los trabajos realizados siguen una misma línea: crean un modelo de la dinámica del SCP que coincide con la dinámica de un muelle elástico *pinned polymer*, bajo la influencia de un ruido, aplicando la ecuación de Langevin. A partir de sus resultados, Chow y Collins [Chow95] concluyen que, en condiciones estáticas, los mecanismos posturales retro-alimentados no están necesariamente en funcionamiento durante periodos de tiempo inferiores a 1 s, resultados que coinciden con los obtenidos por Collins y De Luca [Coll94]. Lauk y colaboradores [Lauk98] amplían este modelo adaptándolo a condiciones no estáticas. Finalmente, Bosek y colaboradores [Bose04] proponen una función de correlación basada en incrementos gaussianos e introducen estos incrementos en la ecuación de Langevin. Modificando los parámetros de la ecuación, encuentran que el modelo describe satisfactoriamente los resultados experimentales.

Otros grupos de investigadores han desarrollado una teoría para el SCP en términos del proceso Ornstein-Uhlenbeck [Joha88, Newe97, Fran00] o de una bifurcación de Hopf [Yao01]. Newell y colaboradores [Newe97] muestran gráficos del estabilograma que pueden ser bien aproximados mediante una simple ecuación lineal de Ornstein-Uhlenbeck y que sugieren que la trayectoria del CdP, en lugar de un paseo aleatorio con dos tipos de correlación en función del tamaño del intervalo [Coll94, Duar01], sea un único proceso continuo.

Los modelos más complejos que comparan el cuerpo con un péndulo invertido incluyen conceptos de ingeniería de control. Estos modelos utilizan controladores e introducen perturbaciones aleatorias [Pete00, Crea05]. Este tipo de modelo ha sido ampliado introduciendo más controladores, situados en varios niveles: tobillos, sensores vestibulares y propiocepción de la planta de pie. Ayudado de la creación de un auténtico diagrama de control, este modelo consigue reproducir los resultados experimentales de la dinámica del SCP [Maur06].

El objetivo eminentemente práctico que se encuentra detrás de la mayoría de los trabajos que hemos descrito es el de convertir la plataforma de estabilometría en un instrumento de diagnóstico. Este objetivo ya era planteado en el documento más antiguo referente a plataformas de estabilometría al que hemos tenido acceso, escrito por Baron, pionero de la investigación sobre el control postural [Baro63]. A la pregunta *¿Es fácil diferenciar los desplazamientos del CdP de un sujeto sano de los de un sujeto con problemas de equilibrio?* Baron respondió que *“Los resultados estadísticos que hemos obtenido a partir de un grupo de sujetos sanos y de otro grupo de sujetos con traumatismos craneales muestran diferencias significativas entre ambos grupos. Nos parece que la “explotación” será fácil”*. Contrariamente a esta predicción, han pasado más de cuarenta años y la plataforma de estabilometría aún no está considerada como un instrumento de diagnóstico.

Mediante la estabilometría clásica no se ha conseguido establecer la utilidad de la posturografía, ni a nivel clínico, ni a nivel de laboratorio, debido a la falta de consistencia y repetibilidad, así como a la falta de significado fisiológico de las variables calculadas a partir de los estabilogramas. Pero mediante la estabilometría fractal tampoco ha sido alcanzado este objetivo. Creemos que una de las causas puede ser el reducido número de medidas estudiadas, tanto de sujetos sanos no expuestos a ningún tipo de estimulación, como de sujetos con patologías diagnosticadas.

Convertir la plataforma en un instrumento de diagnóstico supone realizar medidas de estabilometría de un elevado número de sujetos con diferentes patologías; pero también supone establecer una referencia sobre el comportamiento de un elevado número de sujetos que no presenten disfunciones ni patologías del SCP. Este segundo aspecto constituye el objetivo de esta tesis: sentar bases sobre el comportamiento de sujetos sanos utilizando el cálculo de parámetros de carácter fractal con interpretación fisiológica. Con este objetivo hemos realizado un total de 2916 medidas, que suponen un registro de 4.907.008 puntos de la trayectoria del CdP, pertenecientes a un total de 68 sujetos sanos. Los datos obtenidos han sido analizados con los métodos DFA, WAV y AVI. Consideramos que los resultados de este grupo de referencia pueden ser de gran ayuda para realizar en un futuro cálculos estadísticos consistentes sobre el efecto de los trastornos del equilibrio en las medidas de estabilometría.

En el capítulo 1, se hace una breve descripción de las bases neurofisiológicas del SCP desde un punto de vista funcional. En el capítulo 2 se describen el procedimiento experimental y el protocolo seguido en los registros de estabilometría. En el capítulo 3 se describen los detalles de los diferentes métodos matemáticos utilizados para el estudio de la dinámica del CdP. En el capítulo 4 se presentan y discuten los resultados de los métodos elegidos para este trabajo. Finalmente, se presentan nuestras conclusiones y las líneas principales de nuestro trabajo futuro.

Capítulo 1

BASES NEUROFISIOLÓGICAS DEL SISTEMA DE CONTROL POSTURAL

La postura ortostática es un fenómeno estable de coordinación de todo el cuerpo en relación a su entorno o espacio interior. Mantener una postura es un fenómeno activo y requiere una actividad motriz llamada “postural”, que está bajo el control del sistema nervioso. El control de la postura constituye un ejemplo de coordinación de actividades reflejas múltiples, que actúan a nivel periférico, y de actividades motoras voluntarias, cuya programación tiene un carácter central. La actividad motriz postural se encarga de tres funciones esenciales:

- luchar contra los efectos de la gravedad;
- asegurar el equilibrio del cuerpo inmóvil, incluso ante la presencia de fuerzas externas, y
- coordinar el mantenimiento del equilibrio del cuerpo durante la ejecución de algún movimiento o desplazamiento.

La actividad muscular que mantiene la postura es casi permanente. Se habla de tono muscular. La actividad tónica de cada uno de los músculos relacionados con el esqueleto está sometida constantemente a ajustes en función de las condiciones internas y externas. Los centros nerviosos que controlan el tono muscular y los ajustes posturales están localizados en la médula espinal, en el tronco y en la corteza cerebrales, en el cerebelo y en el núcleo gris del cerebro. Desde el punto de vista neurofisiológico se han descrito todas las estructuras de las conexiones dentro del sistema nervioso relacionadas con la actividad tónica postural y al conjunto de sistemas fisiológicos que participan en ella se le denomina Sistema de Control Postural (SCP).

En este capítulo, presentamos una descripción conceptual, más que denominativa, del SCP. La información ha sido extraída de diversos libros de neurofisiología [Rich94, Fix96, Lata02, Mora04].

1.1. Organización global del sistema de control postural

Las diferentes partes y el esquema de funcionamiento del SCP pueden ser comparados con los diseños creados por los ingenieros de instrumentación y control, según el siguiente esquema:

- La instrumentación de campo se encuentra repartida por todo el cuerpo humano. Se corresponde con los tres sistemas de captos sensorimotors que dan la posición y la orientación del cuerpo en el espacio: sistema vestibular, visual y propioceptivo.
- La sala de control principal se encuentra en el interior del cráneo y las salas de control local en el interior de la columna vertebral. Estos centros se corresponden con determinados aspectos del sistema nervioso central y periférico.
- Las redes de comunicación recorren el interior de todo el cuerpo. Unen, por un lado, la instrumentación de campo con los centros de control nervioso y, por otro, los diferentes centros de control entre sí. Las redes de comunicación se corresponden con las vías nerviosas ascendentes y descendentes que están compuestas por los axones de millones de neuronas.

El esquema de funcionamiento del SCP puede ser comparado con un lazo de control:

1. Instrumentación de campo, recogida de información: captos sensoriales.
2. Red de transmisión: vía ascendente (aférente sensitiva).
3. Sala de control, creación de los programas de actuación: centro nervioso.
4. Red de transmisión de la respuesta: vía descendente (eférente motora).
5. Instrumentación de campo, actuadores: músculos.

En función del centro de control se pueden distinguir dos tipos de lazo de control:

- Lazos de control periféricos: su centro nervioso se encuentra en la médula espinal.
- Lazos de control centrales: tienen su centro en el tronco y la corteza cerebrales, en el cerebelo y en el núcleo gris del cerebro.

A continuación presentaremos las diferentes partes del SCP centrándonos en la función que realizan. Pretendemos ofrecer una visión global del sistema objeto de este estudio tratando de evitar en la medida de lo posible los términos neurofisiológicos y las descripciones anatómicas.

1.2. La instrumentación de campo

Está compuesta por los receptores de los sistemas vestibular, visual y propioceptivo.

1.2.1. Sistema vestibular

El sistema vestibular informa al sistema nervioso central acerca de la posición relativa de la cabeza con respecto a la línea de gravedad. Sus órganos periféricos se sitúan en el oído interno y pueden verse en la figura 1.1.

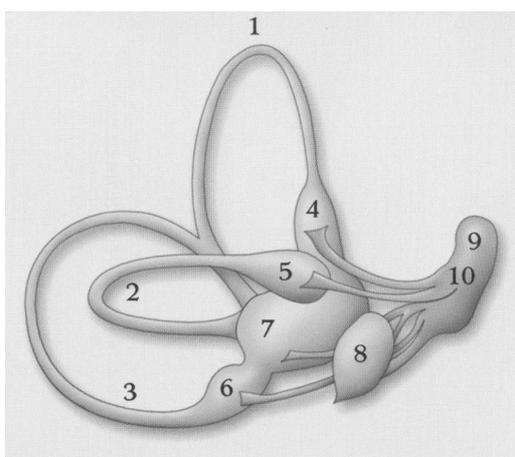


Figura 1.1: Sistema vestibular. 1-2-3: canales semicirculares. 4-5-6: crestas ampulares. 7: utrículo. 8: sáculo. 9: nervio vestibular. 10: ganglio vestibular [Rich94].

El sistema vestibular es capaz de detectar aceleraciones angulares y lineales de la cabeza. Las aceleraciones angulares son detectadas mediante la ayuda de los tres canales semicirculares, situados cada uno de ellos en diferentes planos. En su interior se encuentra un líquido cuyas características le hacen manifestar movimientos de inercia ante movimientos de cabeza. Dichos movimientos son detectados en uno de los extremos de cada canal semicircular, al inducir una modificación del nivel de actividad nerviosa que inervan los receptores. Las aceleraciones lineales son detectadas en el utrículo, que es el cuerpo en el que se apoyan los canales semicirculares. El suelo del utrículo está cubierto de una masa gelatinosa que contiene cristales de carbonato de calcio, los otolitos. Si inclinamos la cabeza o la sometemos a una aceleración lineal, los otolitos deforman la masa gelatinosa. Esto resulta en una inclinación de los cilios de las células, lo cual origina potenciales de acción. Por tanto, las células ciliadas de los canales semicirculares responden a las aceleraciones angulares según direcciones específicas, mientras que las del utrículo registran las aceleraciones lineales en todas las direcciones.

La información del sistema vestibular es también procesada para enviar órdenes a los músculos oculomotores con el fin de mantener la horizontalidad de la mirada. Se consigue así el evitar el efecto “cámara de video”: cuando nos desplazamos, el mundo es

para nosotros estable, mientras que la grabación de una cámara de video transportada en nuestra mano muestra todo tipo de movimientos del espacio. Esta sensación de estabilidad del mundo que nos rodea se consigue gracias a la información aportada a los músculos oculomotores por el sistema vestibular. Así, si la cabeza se inclina se ordena un cambio en los músculos oculomotores para compensar esta inclinación.

1.2.2. Sistema visual

La visión ofrece una detallada información del espacio que nos rodea y de la posición relativa a él de nuestro cuerpo. Sus órganos periféricos son efectivamente los ojos, los cuales son dirigidos por los músculos oculomotores, que a su vez están interconectados con otros tipos de información proveniente del SCP. La figura 1.2 muestra la conexión de los ojos con los núcleos oculomotores y vestibulares.

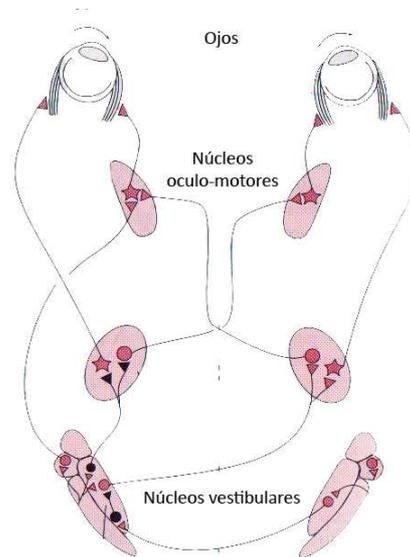


Figura 1.2: Sistema visual. Vías de relación entre los núcleos oculomotores y vestibulares [Rich94].

La visión es una de las fuentes de información más fiables para el cerebro humano. Si una información visual entra en contradicción con otra de diferente naturaleza, otorgamos una mayor credibilidad a la información recibida por nuestros ojos. De esta forma es posible crear movimientos ilusorios en el cuerpo humano por medio de imágenes: un observador que permanece de pie delante de una pantalla en la que se proyecta imágenes de un movimiento acelerado en dirección a él, cree que se mueve hacia delante y, como respuesta, el SCP del sujeto pone en marcha acciones musculares para compensar este movimiento ilusorio del cuerpo. De esta forma el resultado final es que el sujeto se balancea realmente hacia atrás. Existen investigaciones que muestran como niños pequeños, de alrededor de dos años, pueden perder totalmente el equilibrio cuando se encuentran ante

imágenes en movimiento [Wann98]. Todo esto nos dice que el cerebro humano selecciona las informaciones que va a tener en cuenta. Una información facilitada por un canal sensorial puede por tanto ser atenuada o eliminada en favor de otras informaciones.

Se han realizado investigaciones sobre la influencia de la información visual en el equilibrio en función de la edad, y se ha observado cómo los niños de alrededor de tres años presentan mayores dificultades a la hora de guardar el equilibrio que los jóvenes de alrededor de veinte años [Newe97] siendo la diferencia mayor cuando son expuestos a imágenes en movimiento que crean ilusiones cinéticas. Esto indica la importancia de la experiencia y el aprendizaje en el desarrollo del funcionamiento del SCP.

1.2.3. Sistema propioceptivo

Gracias a los múltiples captosres situados por todo nuestro cuerpo, podemos tener información de la posición relativa de las diferentes partes del mismo. La información recibida por los captosres son enviadas al SCP a través de la médula espinal; en la figura 1.3 puede verse un detalle de las conexiones nerviosas del sistema propioceptivo. Los captosres se pueden clasificar en función del tipo de información que transmiten: temperatura, dolor, etc. Aquí nos centraremos en los captosres que detectan movimiento, y que son, principalmente, los husos neuromusculares y los receptores de Golgi.

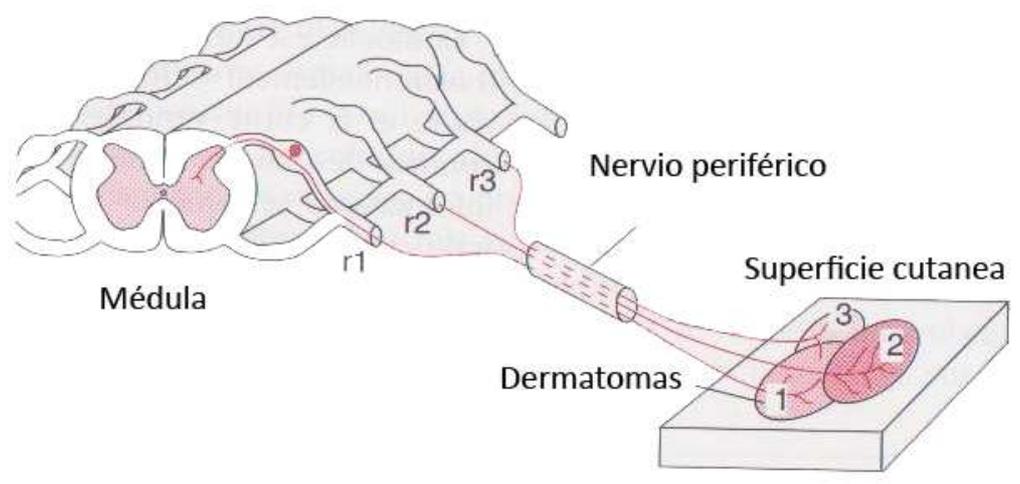


Figura 1.3: Sistema propioceptivo. Conexión entre los captosres situados en zonas de la piel, denominadas dermatomas, y la médula espinal [Rich94].

Los husos neuromusculares están en paralelo con las fibras musculares, por tanto se estiran y se contraen igual que los músculos. Para transmitir la información, los husos neuromusculares emiten descargas proporcionales a la longitud y velocidad del estiramiento del músculo, lo que significa que poseen un carácter anticipatorio: pueden calcular un alargamiento antes de que se produzca. Las descargas se transmiten hacia la médula y

hacia el tronco cerebral y como respuesta se activan motoneuronas que provocarán la actividad de ciertos músculos. La respuesta proveniente de la médula tendrá un carácter local y la respuesta proveniente de la sala de control central tendrá un carácter global debido a que recibe información de todo el cuerpo. Las descargas del huso serán máximas antes de que el músculo alcance su máxima longitud compensando así el retraso que produce el lazo de control (suma del tiempo para transmisión de la señal al centro nervioso con el tiempo para que las motoneuronas descarguen y el tiempo para que el músculo cambie de longitud). Por tanto, estos captosres son capaces de enviar informaciones muy precisas sobre el estado de todos los músculos, tanto en condiciones estáticas como dinámicas.

Los receptores de Golgi están situados en serie con las fibras musculares y, por lo tanto, detectan cambios de presión en el interior de los músculos. Estos captosres son activados bien por el estiramiento pasivo de las fibras musculares o bien por la contracción de las mismas, pudiendo estimar en cada instante la fuerza de contracción del músculo.

La codificación de los mensajes del sistema propioceptivo precisa de la experiencia. Las personas que trabajan la postura, por ejemplo bailarines y deportistas, conocen con precisión la posición de cada parte de su cuerpo, mientras que para una persona que carece de esta experiencia la percepción interna (propioceptiva) de sí misma puede no coincidir con la visual (la que le ofrece un espejo o una filmación). Esta diferente sensibilidad de los sistemas visual y propioceptivo, hace que en caso de contradicción otorguemos mayor credibilidad a la visión.

Se han llevado a cabo diversas investigaciones que estudian los movimientos ilusorios creados por el sistema propioceptivo, como por ejemplo los provocados mediante estimulaciones vibratorias [Joha88], que hacen creer al SCP que el músculo se alarga. Otros autores han observado que el contacto con objetos fijos del exterior ofrece una información al SCP que mejora el equilibrio. Riley y colaboradores [Rile97] y Jeka y Lackner [Jeka95] han observado que las oscilaciones de los sujetos disminuyen cuando tocan con su dedo un objeto inmóvil frente a ellos y sugieren que la expropiocepción háptica (contacto con otros objetos) juega un papel en la activación anticipatorio de las sinergias posturales.

1.3. Salas de Control

1.3.1. Salas de control local

La médula espinal es la parte del sistema nervioso contenida en el conducto raquídeo. Es un centro nervioso que se encarga de múltiples funciones entre ellas la de ser el primer nivel de control postural.

Las informaciones que llegan a la médula tienen un carácter local: son enviadas por los receptores próximos a cada sección de la médula. Del mismo modo, la respuesta de este centro nervioso afecta únicamente a los actuadores cercanos. En un segmento de la médula se recibe información, a través las fibras aferentes, sobre el estado de los músculos que participan en la excitación o inhibición de las motoneuronas alfa y gamma que se

encuentran localizadas en el interior de la médula. La respuesta de las motoneuronas alfa es transmitida por las vías eferentes y actúa directamente sobre la contracción (o inhibición) de un músculo. Las motoneuronas gamma forman parte de otro tipo de lazos de control cuyo trabajo consiste en fijar el punto de consigna, es decir, la longitud óptima de un músculo en cada instante. Los movimientos que se ejecutan siguiendo este patrón producen respuestas rápidas, estereotipadas, involuntarias, y reciben el nombre de reflejos.

Existen diferentes tipos de movimientos reflejos, pero aquí únicamente describiremos el que tiene una relación directa con nuestro trabajo: el reflejo miotático. Este reflejo juega un papel preponderante en la regulación del tono postural; la figura 1.4 muestra el esquema de su funcionamiento.

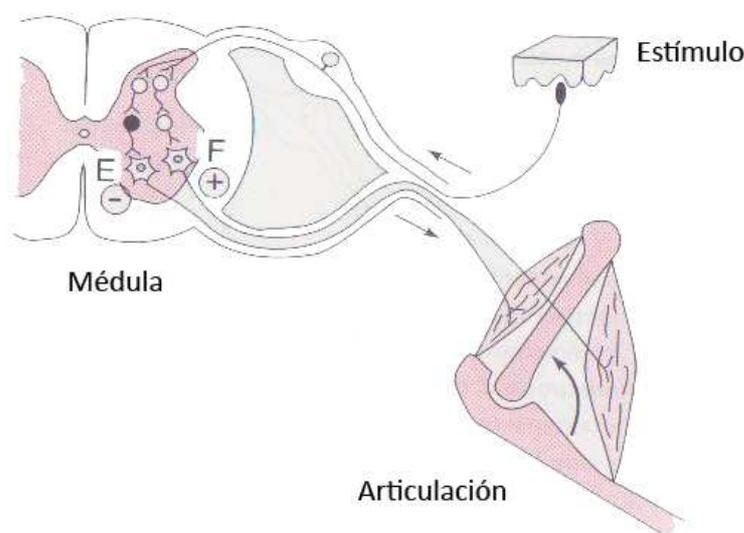


Figura 1.4: Reflejo miotático. El estímulo llega a la médula espinal, donde se elabora una respuesta motora. En este caso esta respuesta produce una contracción de los músculos flexores apoyada por la relajación de los músculos extensores, que tiene como consecuencia una flexión de la articulación [Rich94].

El reflejo miotático se traduce en un aumento del nivel de contracción de un músculo en respuesta a su propio estiramiento. La contracción suplementaria tiene como objetivo que el músculo recupere su longitud inicial. Para ello, el reflejo miotático actúa también sobre el músculo antagonista. El tren de potenciales de acción que se dirige hacia la médula espinal tiene dos efectos complementarios. Por una parte, las motoneuronas alfa que inervan el músculo son excitadas para producir la contracción refleja del músculo. Simultáneamente, las motoneuronas alfa de los músculos antagonistas son inhibidas, y se produce el relajamiento del músculo antagonista. La unión de estas dos actuaciones permite que la articulación se desplace en el sentido que favorece el acortamiento del músculo estirado.

El esquema de lazo de control del reflejo miotático es el siguiente:

1. Órgano receptor: huso neuromuscular.
2. Vía sensitiva aferente: fibras que transmiten la información y que son denominadas tipo Ia.
3. Centro nervioso: médula espinal.
4. Vía eferente motriz: motoneuronas alfa y sus axones que conducen la información por las fibras musculares (fibras extrafusales).
5. Actuador: músculo estriado

La información se transmite en 5 ms. El actuador tarda 80 ms en conseguir que el músculo se contraiga al máximo [Bert97]. El reflejo miotático asegura micro-ajustes a altas frecuencias (10-20 Hz) de la longitud de un músculo y la de sus antagonistas, con el fin de que la articulación mantenga un ángulo constante. Por tanto el reflejo miotático colabora en el mantenimiento instantáneo de la postura.

1.3.2. Sala de control central

El sistema nervioso central (SNC) se divide en diferentes zonas que se distinguen por su morfología y su función. Aquí describiremos las principales, puede encontrar su esquema en la figura 1.5. Dejaremos a un lado, por ejemplo, los ganglios basales, pues, aunque existen observaciones clínicas [Rich94] que han mostrado su relación con el control de la motricidad voluntaria, constituyen una de las zonas menos comprendidas del SNC.

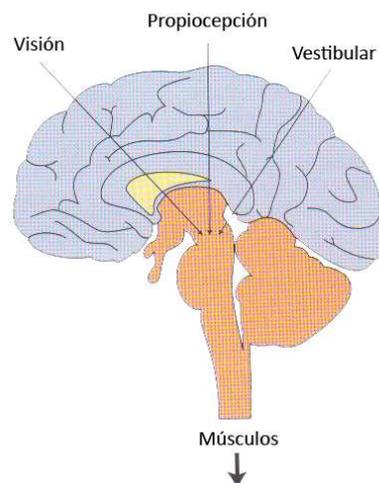


Figura 1.5: En el tronco cerebral se integran y analizan las informaciones provenientes de los sistemas visual, propioceptivo y vestibular, con el fin de elaborar órdenes de movimientos que serán realizadas por diversos actuadores [Rich94].

El tronco cerebral o tronco encefálico es una porción del sistema nervioso situada inmediatamente por encima de la médula y que comprende el bulbo, el puente y el mesencéfalo. Dentro de esta porción se encuentran un área excitadora y otra inhibidora. Los axones procedentes del área excitadora descienden hasta la médula espinal evocando potenciales excitadores sobre las motoneuronas. El área inhibidora realiza la acción contraria. Este área recibe informaciones de numerosas estructuras nerviosas: corteza cerebral, hipotálamo, núcleos vestibulares, vías propioceptivas, etc., lo que le convierte en un importante centro de integración nerviosa.

La corteza cerebral o neocorteza es la parte más reciente en el desarrollo evolutivo del SNC y refiere a la superficie externa de los hemisferios cerebrales. Ciertas áreas de la neocorteza están asociadas con procesos complejos de integración sensorimotora.

Las órdenes para el movimiento voluntario se realizan desde diferentes territorios corticales. Es decir las órdenes para cada zona del cuerpo parten de una zona concreta de la corteza cerebral. También se han identificado las áreas donde se realizan diferentes tipos de programación de movimiento: rudimentarios, coordinados, complejos. Aunque es una cuestión muy interesante, las características de nuestro trabajo no permitirán realizar avances en este tema por lo que no entraremos en detalles.

El cerebelo es una porción del cerebro situada en la parte posterior del bulbo raquídeo y de la protuberancia. Ocupa una posición dorsal con respecto al tronco cerebral. Las neuronas del cerebelo reciben información sensorial (posición de un miembro, fuerza o longitud de un músculo, informaciones vestibulares, visuales...) e información del estado de las neuronas modulares, y de las motoneuronas en particular. El cerebelo también recibe las copias de las órdenes nerviosas motrices de origen neocortical. El cerebelo modula y organiza las órdenes motoras y coordina las diversas informaciones para aumentar la eficacia de los movimientos. Podemos decir que cumple una función controladora, reguladora y comparadora similar al funcionamiento de complejos lazos de control.

El cerebelo parece jugar el papel de sala de control principal: controla el trabajo de los lazos de control básicos locales, y los lazos de control complejos globales. Por medio de los núcleos profundos y vestibulares, la corteza cerebelar se conecta en paralelo con las vías motrices, por una parte, y con el cortex frontal y parietal, por otra. Las conexiones nerviosas al cerebelo están en paralelo con otras vías: son como un camino extra en paralelo, de manera que si las conexiones al cerebelo fallan, el movimiento del cuerpo puede seguir funcionando, pero sin los beneficios de esta sala de control.

Dentro del cerebelo existen tres regiones: espinal, cerebral y vestibular. Cada una de ellas ha sido estudiada y descrita, pero aquí tampoco entraremos en detalles porque salen fuera de nuestro interés.

Los lazos de control cuyo centro nervioso es el SNC tienen un esquema mucho más complejo, global e integrador que los lazos de control con centro en la médula espinal. La señal objeto de nuestra investigación mostrará algunas de sus características.

1.3.3. Las vías de comunicación

Las vías nerviosas son las redes de intercambio e integración entre los diferentes núcleos del sistema nervioso. Se dividen en vías ascendentes (del receptor al centro de control) y descendentes (del centro de control al actuador). La figura 1.6 muestra un ejemplo de las vías nerviosas motoras.

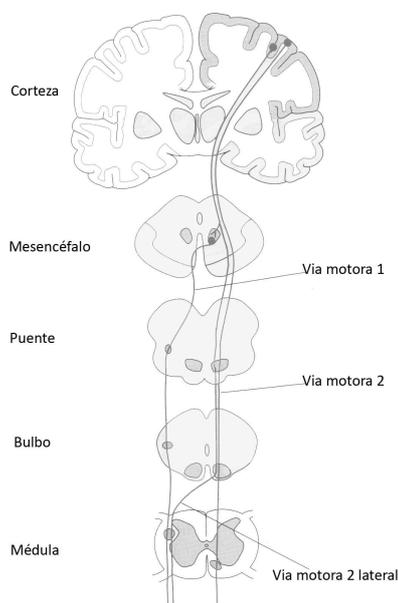


Figura 1.6: Vías de comunicación entre la corteza, el mesencéfalo, el puente, el bulbo y la médula espinal [Rich94].

Las vías ascendentes transmiten la información aferente sensitiva penetrando en la médula espinal por las raíces dorsales y propagándose hacia las estructuras cerebrales vía la columna dorsal, la vía espinotalámica, la vía espinocerebelar y la vía espinoreticular. El tálamo envía las informaciones sensoriales hacia otras estructuras cerebrales.

Las vías descendentes transportan las señales motoras por los sistemas piramidal y extrapiramidal. La vía piramidal está formada por las fibras corticoespinales y corticobulbares. La mayoría de sus fibras cruzan el plano sagital encefálico a nivel del tronco cerebral. Las fibras que no cruzan dicho plano inervan esencialmente los músculos implicados en la rotación del tronco. Las otras vías descendentes importantes son la vía vestibuloespinal y reticuloespinal. La vía vestibuloespinal parece jugar un importante papel en el control de los músculos de la nuca. Las vías propioespinales participan en el intercambio de información entre los diferentes segmentos espinales.

No existe una relación biunívoca entre vía de comunicación y función. Cada sistema funcional, sensorial o motor, tiene acceso a las informaciones que circulan por un cierto número de vías anatómicamente distintas y las utiliza en función de la actividad a realizar. Esta característica de los sistemas funcionales está estrechamente ligada al hecho de que cada sistema contiene un espacio sináptico que, no sólo transmite la información, sino que

también la trata. En un espacio sináptico se pueden recibir numerosas aferencias, y se tratan e integran las informaciones provenientes de diferentes vías.

Las vías sensoriales tienen una particularidad: la organización topográfica, que se conserva en todo el conjunto del sistema nervioso central. Esta característica implica que los receptores sensoriales vecinos se proyectan hacia los espacios sinápticos de las células vecinas, que a su vez se proyectan sobre células próximas de otro núcleo, así hasta proyectarse en células vecinas dentro del área correspondiente de la corteza cerebral. De la misma manera, las vías descendentes (motoras) que parten de células vecinas dentro de la corteza motora (o de alguna otra estructura cerebral) se proyectan sobre motoneuronas que inducen contracciones en músculos que controlan movimientos de segmentos corporales vecinos. Debido a esto, existen numerosos mapas motores y sensoriales dentro del sistema nervioso.

Como hemos visto, el sistema de control postural involucra numerosos sistemas fisiológicos así como mapas motores y sensoriales dentro del cuerpo humano. También hemos mostrado parte del gran conocimiento a nivel anatómico que la ciencia médica posee actualmente sobre estos sistemas fisiológicos. Sin embargo, a nivel de la actuación del sistema de control postural en tiempo real, estamos hablando, por ejemplo, de sus posibilidades de adaptación o de sus tiempos de actuación, queda mucho por descubrir. El presente trabajo está orientado a investigar las características de los métodos de control postural, desarrollados por el cuerpo humano, mediante el estudio de la trayectoria del CdP. Esta trayectoria refleja las actuaciones del sistema de control postural y puede ser tratada como una señal. El registro de esta trayectoria recibe el nombre de estabilograma, y al igual que el electrocardiograma y el encefalograma, permite la aplicación de métodos relacionados con la geometría fractal que caracterizan la dinámica interna del sistema.

Capítulo 2

MEDIDAS EXPERIMENTALES

En este capítulo presentamos el material y el protocolo involucrados en el registro de la trayectoria del CdP. En primer lugar describimos la plataforma de estabilometría, que hemos usado en nuestras medidas. A continuación expondremos el protocolo seguido para realizarlas. Finalmente, presentamos los resultados del cálculo de errores asociados con la plataforma.

2.1. La plataforma de estabilometría

En este trabajo hemos utilizado una plataforma de estabilometría fabricada por SATEL (ver figura 2.1).

La plataforma está constituida por una plancha de metal indeformable, de $480\text{ mm} \times 480\text{ mm}$, bajo la cual reposan tres sensores de presión, que se encuentran en los vértices de un triángulo equilátero de 200 mm de lado. La plataforma tiene una altura de 65 mm , un peso de 12 kg y su capacidad de carga es de 100 kg .

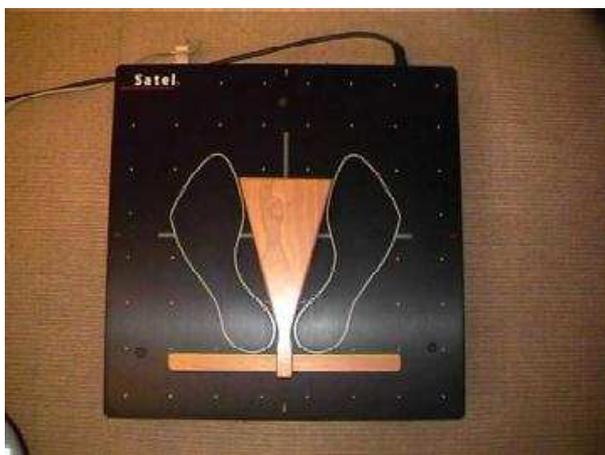


Figura 2.1: Plataforma de estabilometría SATEL.

La plataforma permite analizar el movimiento del CdP del individuo situado sobre ella en condiciones estáticas y dinámicas. Para provocar esta última, se dispone de un balancín de $480 \text{ mm} \times 480 \text{ mm} \times 60 \text{ mm}$ que se coloca sobre la plataforma para crear un grado de libertad en el movimiento del sujeto.

La plataforma se conecta al puerto serie de un ordenador, a través del cual envía la información recogida por los sensores. La frecuencia de muestreo de cada sensor es, por defecto, de 40 Hz, pero puede ser modificada. La unidad de medida es el voltio. En las especificaciones de la plataforma figura un error del 0.017 % en las determinaciones de los sensores.

Entre las utilidades no reconocidas de la plataforma figura su utilización como herramienta de diagnóstico y seguimiento de patologías. Este trabajo de investigación pretende sentar las bases para futuros trabajos orientados a relacionar resultados de mediciones de estabilometría con patologías y/o disfunciones.

A partir de los datos recibidos, hemos creado para este trabajo un programa que calcula la posición o trayectoria del CdP en el tiempo, creando así una serie temporal que posteriormente es descompuesta en su proyección sobre la coordenada x , que refleja el movimiento medio-lateral del CdP, y su proyección sobre la coordenada y , que refleja el movimiento antero-posterior del CdP. Posteriormente, se aplican a ambas series temporales, o señales, los algoritmos de los métodos de análisis que se introducirán en el próximo capítulo.

2.2. Protocolo seguido para realizar las medidas

Se sitúa la plataforma a un metro de una pared blanca sobre la cual pende, a modo de referencia para el sujeto, un cordón rojo; dicho cordón mantiene la verticalidad gracias a una plomada y está centrado respecto a la parte frontal de la plataforma.

En primer lugar, se ofrece al sujeto una explicación global del experimento y se le solicita su consentimiento. Por las características del protocolo y del material utilizado, este tipo de medida no supone ningún riesgo para la salud de los sujetos voluntarios; por esto, se puede afirmar que cumple con las directrices marcadas en el protocolo de la declaración de Helsinki [Hels00].

A continuación se introducen en el programa de control los datos del sujeto y las características de la medida concreta a realizar.

Se han llevado a cabo medidas en condiciones estáticas y dinámicas. En el primer caso, se colocan sobre la plataforma unas referencias que marcan la posición adecuada de los pies. A continuación se pide al sujeto que suba sobre la plataforma siguiendo dichas referencias, y se retiran las mismas. Pedimos al sujeto que permanezca en posición ortostática. Con el fin de unificar el tipo de atención en todos los individuos, se sugiere al sujeto que durante el tiempo que dure cada medida cuente en voz baja.

En estas condiciones se realizan dos tipos de medida. Las medidas denominadas código 10 se llevan a cabo con ojos abiertos. Se pide al sujeto que durante la medida permanezca mirando un cordón rojo, que está posicionado verticalmente frente a él, a la altura de sus ojos. Las medidas denominadas código 11 se llevan a cabo con los ojos cerrados. Antes de comenzar la medida se pide al sujeto que fije la mirada en el cordón rojo y que en esa posición cubra sus ojos con un antifaz.

Como dijimos antes, la condición dinámica sobre la plataforma se consigue colocando sobre ella un balancín que permite el movimiento en una única dirección y ambos sentidos.

Se coloca sobre la plataforma el balancín haciendo coincidir sus bordes, en sentido vertical, con los de la plataforma. A continuación se colocan bajo el balancín unos topes que anulan su grado de libertad, para así facilitar la subida del sujeto. El siguiente paso es pedir al sujeto que suba sobre el balancín colocando los pies siguiendo las referencias que le marcamos. Cuando el sujeto está colocado, le advertimos que a continuación quitaremos las calzas que inmovilizaban el balancín.

En estas condiciones se realizaron cuatro tipos distintos de medida. Las denominadas código 20 corresponden a medidas dinámicas medio-laterales con ojos abiertos. El grado de libertad del balancín permite el movimiento en la dirección de la coordenada x lo que supone un movimiento de perturbación del equilibrio de carácter lateral para el sujeto. Las medidas código 21 son similares a las anteriores pero con los ojos cerrados. Con el balancín posicionado de forma que permita el movimiento en la dirección y se obtienen las medidas código 30. El grado de libertad del balancín supone en este caso un movimiento de perturbación del equilibrio de carácter antero-posterior para el sujeto. Las medidas código 31 son similares a las anteriores pero con los ojos cerrados.

	Grupo			
	G1	G2	G3	G4
Nº de sujetos	20	16	2	30
Hombres/Mujeres	7/13	12/4	1/1	9/21
Edad [años]	33.7±8.2	32.1±8.8	37.5±0.1	41.0±11.0
Peso [kg]	65.3±14.8	77.3±15.5	66.0±18.0	66.8±14.0
Altura [cm]	165±11	173±10	170±11	167±11
Códigos de medida	Todos	Todos	Todos	10-11
Nº de medidas	10	6	90	1

Tabla 2.1: Características de los diferentes grupos de sujetos y de las medidas realizadas para cada uno de ellos. El número de medidas indicado corresponde a cada sujeto y código de medida. Se dan las desviaciones típicas para la edad, el peso y la altura.

2.3. Sujetos

Se realizaron medidas a un total de 68 sujetos que no presentaban antecedentes de lesiones o enfermedades relacionadas con pérdidas de control postural. Se establecieron

diferentes grupos en función del número de medidas realizadas y del tiempo de duración de las mismas. Las características de cada grupo se describen en la tabla 2.1. En todos los casos la frecuencia de muestreo fue de 40 Hz.

Los sujetos de los grupos 1, 2 y 3 realizaron medidas de todos los códigos; las medidas de los grupos 1 y 2 se recogieron en cinco sesiones y los del grupo 3 en 45, con un intervalo de tiempo entre sesiones que osciló entre una semana y un mes. En cada sesión se registraron dos medidas de cada código. Las medidas en condiciones estáticas (códigos 10 y 11) tuvieron una duración de 51.2 s. Dada la frecuencia de muestreo, estas medidas dieron lugar a señales con 2^{11} puntos. Las medidas en condiciones dinámicas (códigos 20, 21, 30 y 31) duraron 25.6 s (señales con 2^{10} puntos). Los sujetos del grupo 4 realizaron una única medida de cada uno de los códigos correspondientes a condiciones estáticas, de 409.6 s de duración (señales con 2^{14} puntos).

2.4. Trayectoria del centro de presión

Como ya se ha dicho, la plataforma dispone de tres sensores de presión situados en los vértices de un triángulo equilátero de lado $l = 20$ cm. Situando el sistema de referencia en el baricentro del triángulo las coordenadas (x,y) de los vértices son:

$$\begin{aligned} S_1 &= \left(-\frac{l}{2}, -\frac{l}{2\sqrt{3}} \right), \\ S_2 &= \left(\frac{l}{2}, -\frac{l}{2\sqrt{3}} \right), \\ S_3 &= \left(0, \frac{l}{\sqrt{3}} \right). \end{aligned}$$

El primer paso es determinar las coordenadas del centro de masas del sujeto a partir de las presiones registradas por los tres sensores. Si consideramos que en cada uno de los puntos en los que se sitúan dichos sensores existe una cierta masa $m_i, i = 1, 2, 3$, el centro de masas del triángulo viene dado por:

$$\left(\frac{1}{M} \sum_{i=1}^3 m_i x_i, \frac{1}{M} \sum_{i=1}^3 m_i y_i \right),$$

donde

$$M = \sum_{i=1}^3 m_i.$$

Si el numerador y el denominador de ambas expresiones lo multiplicamos por g/S donde g es la aceleración de la gravedad y S la superficie, las ecuaciones anteriores pueden expresarse en términos de las presiones p_i ejercidas por los pesos correspondientes a las masas m_i

$$\left(\frac{1}{P} \sum_{i=1}^3 p_i x_i, \frac{1}{P} \sum_{i=1}^3 p_i y_i \right),$$

con

$$P = \sum_{i=1}^3 p_i.$$

Las presiones p_i son las medidas proporcionadas por los tres sensores.

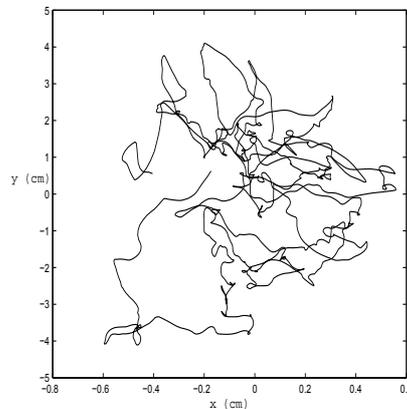


Figura 2.2: Ejemplo de trayectoria del CdP de un sujeto

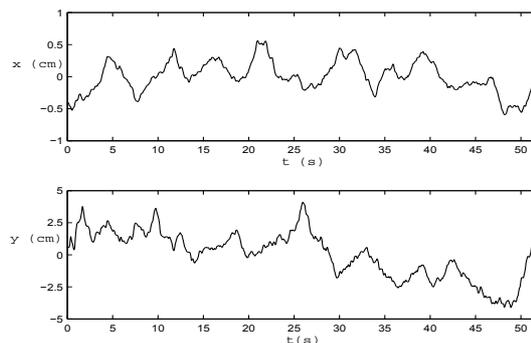


Figura 2.3: Ejemplo de descomposición de la trayectoria del CdP de un sujeto en su componente lateral (eje x) y antero-posterior (eje y)

La figura 2.2 muestra un ejemplo de un estabilograma, es decir, de una trayectoria del CdP calculada a partir de los valores aportados por cada sensor. La figura 2.3 muestra la descomposición del estabilograma precedente en sus componentes medio-lateral y antero-posterior.

2.5. Determinación del error de los sensores

Un punto importante previo al análisis de los datos obtenidos lo constituye la determinación de los errores en las medidas que proporcionan los sensores. Para ello hemos procedido colocando sobre la plataforma diferentes objetos inanimados de peso conocido. Bajo estas circunstancias los sensores no deberían aportar datos que presentaran variaciones o fluctuaciones, por lo que las fluctuaciones detectadas sirven de base para calcular el error relativo asociado a las medidas que aportan los sensores.

Se situaron sobre la plataforma pesos de 13, 38, 50 y 75 kg, realizándose, para cada una de ellas, una o varias medidas de 30 s de duración. En cada una de estas medidas, y para cada sensor, se calculó un error relativo como el cociente entre la desviación estandar de los diferentes valores proporcionados por el sensor y el valor medio de dichos valores. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 2.2. Como vemos, en algunos casos no se obtuvieron fluctuaciones. En los casos en los que sí las hubo, los errores relativos son menores para el peso mayor, que es del orden del peso medio de los sujetos participantes en el experimento.

Las especificaciones de la plataforma indican un error de los sensores del 0.017%. Nosotros hemos encontrado un error relativo medio del 0.15%, que disminuye a 0.076% si eliminamos los resultados encontrados para el objeto de 13 kg, para el que es comprensible que los sensores no estén calibrados. Este error relativo equivale a una elongación máxima de la posición del CdP de 0.3 mm tanto en la coordenada x como en la y . Hemos comprobado que estos errores producen incertidumbres en los resultados finales que están muy por debajo de las variaciones estadísticas observadas entre los resultados de las medidas de un mismo individuo o de un grupo de individuos. Por lo tanto, en este trabajo no tendremos en cuenta el error asociado a los sensores al ser mucho menor que las variaciones estadísticas producidas por los individuos.

Peso [kg]	Error relativo		
	Sensor 1	Sensor 2	Sensor 3
13	0.2306	0.3033	0.5670
38	0.2872	0.0000	0.0000
38	0.2525	0.0000	0.0191
38	0.2692	0.0000	0.0299
38	0.2744	0.0000	0.0308
50	0.2764	0.0540	0.0000
50	0.2736	0.0526	0.0000
76	0.0000	0.0197	0.0750
76	0.0000	0.0000	0.0476

Tabla 2.2: Determinación del error relativo de los sensores.

Capítulo 3

MÉTODOS

Los métodos utilizados en este trabajo se engloban dentro de lo que podríamos denominar estabilometría fractal, es decir, estabilometría basada en la geometría fractal. Como indicamos en la Introducción, la estabilometría clásica está basada en la geometría euclídea y presenta limitaciones a la hora de describir la naturaleza de la trayectoria del CdP. Un ejemplo de esta limitación se ha encontrado al medir la longitud de dicha trayectoria, ya que depende de la escala utilizada para medirla. Mandelbrot [Mand97] cita algunos ejemplos, presentes en la naturaleza, que poseen esta misma característica, tales como el perímetro de las nubes o de las costas escarpadas, cuyo valor aumenta al disminuir el tamaño de la escala métrica utilizada. Gagey et al. [Gage99] calcularon la longitud de la trayectoria del CdP utilizando diferentes frecuencias de muestreo, es decir, diferentes escalas de medida¹, y encontraron que dicha longitud aumentaba con la frecuencia de muestreo; pero este aumento no resultaba ser proporcional a dicha frecuencia: la trayectoria crecía un 16, 20, 30 y 40 % al pasar la frecuencia de 5 a 10, de 10 a 20, de 20 a 40 y de 40 a 80 Hz, respectivamente. Estas características son propias de los objetos con naturaleza fractal. Por tanto, hemos considerado centrar nuestro trabajo en métodos basados en la geometría fractal, los cuales aportan herramientas que pueden ayudar a definir con mayor precisión la naturaleza del desplazamiento del CdP.

Los métodos basados en la geometría fractal permiten detectar y cuantificar las correlaciones de largo alcance presentes en las series temporales de un proceso. Los procesos con correlaciones de largo alcance presentan fluctuaciones en grandes intervalos de tiempo que resultan ser mayores que las que se encontrarían en una serie de datos independientes. Este fenómeno está presente en muy diversos aspectos de la naturaleza. Específicamente, en el campo de investigación de la fisiología humana, este fenómeno ha sido encontrado en la serie compuesta por el tamaño de cada zancada durante la marcha [Haus01], en los intervalos de un movimiento de golpeteo rítmico [Chen97], en las variaciones en los latidos del corazón [Peng93a, Peng95], en la actividad neuronal [Robi02], en ciertas secuencias de ADN [Voss92, Peng94, Alleg98] y en la señal del desplazamiento del CdP [Coll94, Duar01].

¹Tal y como indicamos en el Capítulo 2, la posición del CdP se calcula a partir de la información de los sensores de presión, que es registrada con una cierta frecuencia; en su desplazamiento entre dos puntos consecutivamente registrados, se considera que el CdP sigue la línea recta que une ambos puntos. Por tanto, un aumento de la frecuencia de muestreo supone una disminución de la escala métrica utilizada.

En este capítulo presentaremos los principales métodos de análisis utilizados en el estudio de las correlaciones de largo alcance de la serie temporal que describe la trayectoria del CdP. Dentro de este conjunto de métodos de análisis, los utilizados en este trabajo de investigación serán ampliamente descritos en este capítulo, mientras que la información más detallada acerca de los métodos de análisis no considerados se ha ubicado en distintos apéndices.

3.1. Análisis de rango reescalado

El análisis de rango reescalado, también conocido como análisis RS, fue el primer tipo de análisis del comportamiento de una variable en diferentes escalas utilizado. En este análisis estadístico se calcula, para diferentes valores del intervalo de tiempo, la razón entre la diferencia de los dos valores extremos del parámetro bajo estudio en diferentes intervalos de tiempo de igual duración, R , y la desviación estándar de los valores del parámetro en esos intervalos temporales, S . La razón R/S , que no tiene dimensiones, ha resultado útil para estudiar fenómenos de la naturaleza de diversos tipos. Surgió con la idea de Hurst (primera mitad del s. XX) de estudiar una posible periodicidad de las descargas fluviales del río Nilo [Mand97]. Hurst encontró que para los registros temporales del caudal del río Nilo, la razón R/S cumplía la siguiente relación empírica:

$$\frac{R}{S} \propto \tau^H, \quad (3.1)$$

donde H recibe el nombre de exponente de Hurst y τ representa el intervalo temporal.

Los resultados empíricos de Hurst arrojaban siempre un valor $H = 0.9$, mientras que en esa época los únicos modelos existentes estaban caracterizados por $H = 0.5$. Los resultados obtenidos obligaron a crear un nuevo concepto matemático: el movimiento browniano fraccionario (FBM).

Este análisis carece, sin embargo, de la robustez y fiabilidad necesarios para proporcionar resultados aceptables. Coronado y Carpena [Coro05] han mostrado su sensibilidad frente al tamaño de la señal, encontrando que es el menos fiable de todos los estudiados. En los cálculos realizados sobre algunas de las señales experimentales de este trabajo hemos encontrado una situación similar, por lo que este análisis no ha sido incluido en este trabajo. En el Apéndice A se puede encontrar un desarrollo más completo de lo aquí expuesto.

3.2. Análisis de la varianza de los incrementos

La aparición del análisis de la varianza de los incrementos (AVI) está unida a la aparición del concepto del FBM. El concepto de FBM fue introducido por Mandelbrot y Van Ness [Mand68] y ofrece una explicación de los comportamientos carentes de periodicidad,

tales como los observados en el río Nilo. El FBM también es un concepto clave en los ensayos que sobre la geometría fractal de la naturaleza realizó Mandelbrot [Mand97].

AVI y FBM suponen una ampliación de la ecuación del movimiento browniano propuesta por Einstein en 1905. Einstein muestra que, en un movimiento browniano, la varianza de los desplazamientos Δx es proporcional al tiempo τ en el que se producen dichos desplazamientos,

$$F(\Delta x) = \text{Var}(\Delta x) = 2 D \tau, \quad (3.2)$$

donde el parámetro D es el coeficiente de difusión. Mandelbrot y Van Ness ampliaron las características de los procesos aleatorios introduciendo en la ecuación (3.2) el exponente de Hurst:

$$\text{Var}(\Delta x) \propto \tau^{2H}. \quad (3.3)$$

Proponen que, para que un fenómeno presente la relación (3.1) con exponente H arbitrario, basta con que sus incrementos sigan una distribución gaussiana centrada en el origen y cumplan la ecuación (3.3). Demostró que estas condiciones determinan un único proceso estocástico gaussiano y, como el exponente H podía ser fraccionario, propuso dar a este proceso el nombre de función browniana fraccionaria real de variable real o FBM.

Como una de las condiciones es que el valor medio de los incrementos sea cero, la ecuación (3.3) también puede escribirse como:

$$\langle (\Delta x)^2 \rangle \propto \tau^{2H}. \quad (3.4)$$

Las ecuaciones (3.3) y (3.4) describen los cálculos asociados al análisis AVI. El procedimiento del método AVI comienza calculando los incrementos entre pares de puntos alejados un tiempo τ :

$$\Delta x_i(\tau) = x(i + \tau) - x(i) \quad (3.5)$$

y termina determinando H a partir de una de las dos ecuaciones citadas. En el Apéndice B mostramos que los resultados del análisis AVI aplicado a la trayectoria del CdP, son similares tanto si se utiliza la ecuación (3.3), como la (3.4). La figura 3.1 muestra un resultado de este análisis aplicado a la trayectoria del CdP.

En este análisis se estudia la evolución de la varianza de los incrementos, en función del intervalo de tiempo estudiado. Por tanto, un FBM no puede ser caracterizado por sus momentos, en este caso la varianza, sino por la forma en que dependen del tiempo.

Observamos que cuando introducimos el valor $H = 0.5$, en la relación (3.4), recuperamos la expresión (3.2) propuesta por Einstein para el movimiento browniano.

En 1975 Mandelbrot [Mand97] demostró la existencia de ruidos o fluctuaciones que cumplen la relación (3.1) con la condición

$$0 \leq H \leq 1, \quad (3.6)$$

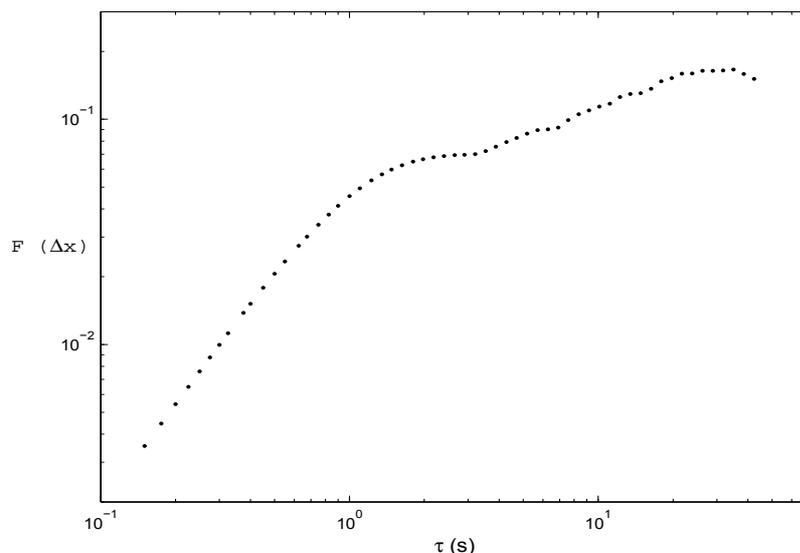


Figura 3.1: AVI aplicado a la señal posición del CdP. El caso representado corresponde a la medida del sujeto 6 del G4 para el código 10 en la coordenada x .

y propuso la conjetura de que el fenómeno de Hurst es un síntoma de invariancia por cambio de escala [Mand98].

Los procesos que cumplen (3.6) también reciben el nombre de “camino aleatorio” y en función del valor del exponente de Hurst se distinguen dos tipos: los caminos aleatorios con correlación positiva y comportamiento persistente, si $0.5 < H \leq 1$, y los caminos aleatorios con correlación negativa o anticorrelación y comportamiento antipersistente, si $0 < H \leq 0.5$. La persistencia implica una tendencia a perseverar en la misma dirección: si un incremento aumenta con respecto al anterior, el próximo también lo hará, y viceversa. Un ejemplo de este comportamiento es el del río Nilo previamente citado: $H = 0.9$ implica alta persistencia. Así, si el río crece, persevera en su crecida; esta es la razón por la que se requieren altas barreras, como la presa de Aswan, para evitar inundaciones [Schr96] y también para retener el agua en los periodos en los que el río persevera en decrecer. La antipersistencia implica una tendencia a regresar constantemente al lugar de procedencia y, por tanto, a difundirse más lentamente que sus homólogos brownianos [Mand97]. Así si un incremento aumenta con respecto al anterior, es altamente probable que el siguiente decrezca. Un ejemplo son los sistemas fisiológicos, tales como el sistema cardíaco, cuyas variables, en este caso la frecuencia de los latidos, precisan no alejarse de los valores aptos para el funcionamiento del sistema.

3.3. Análisis de fluctuaciones eliminando tendencias

El análisis de fluctuaciones eliminando tendencias (DFA, del inglés *Detrended Fluctuation Analysis*) es un método de análisis escalar que aporta un parámetro cuantitativo, el

exponente escalar α , que representa las propiedades de correlación de la señal. El método DFA fue introducido en 1994 por Peng y colaboradores [Peng94] siguiendo la línea del método AVI. El algoritmo permite introducir variantes con el fin de eliminar tendencias de diferente orden. Así DFA- q elimina tendencias de orden, a lo sumo, $q - 1$. En el caso de series temporales con correlaciones de corto alcance, la eliminación de tendencias carece de efectos importantes, ya que esas tendencias se ponen de manifiesto en el largo alcance. En el caso de procesos tipo FBM existen correlaciones de largo alcance, por lo que eliminar las tendencias ajenas a la dinámica interna de la señal es de gran importancia. La influencia de una tendencia aumenta con $|H - 0.5|$, es decir cuanto más difiera del comportamiento browniano, y puede ser muy significativa [Mand97].

La estructura heterogénea de una señal puede ser causada por factores externos al sistema estudiado, por condiciones ambientales o bien por ser el reflejo de una compleja dinámica no lineal del sistema. Las condiciones ambientales o externas pueden crear tendencias, mientras que un comportamiento tipo correlaciones de largo alcance sólo puede ser creado por los sistemas no lineales. Por tanto, el análisis DFA elimina las tendencias polinómicas y deja intactos los comportamientos tipo ley de potencias característicos de las señales fractales.

El procedimiento del método de análisis de escala DFA comienza con una serie temporal de N puntos, $\{z_u, u = 1, \dots, N\}$. Primeramente calculamos la serie acumulada

$$Z(t) = \sum_{u=1}^t (z_u - \langle z \rangle),$$

donde

$$\langle z \rangle = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N z_u$$

es la media global. En segundo lugar se extraen de la serie Z un cierto número N_b de cajas de igual longitud τ . Estas cajas contienen N_τ puntos que pueden o no solaparse entre sí. Los solapamientos tienen como objetivo aumentar el número de cajas que forman parte de la estadística. En cada caja se elimina la tendencia local que se obtiene ajustando un polinomio de grado q , Z_q^k , a $Z(t)$ en la caja k -ésima. La aproximación obtenida de esta manera se denota como DFA- q . La función de la fluctuación sin tendencias se obtiene en cada caja de la siguiente forma

$$\psi^k(t) = Z(t) - Z_q^k(t).$$

Para cada τ , se calcula la función

$$F(\tau) = \left(\frac{1}{N_b} \sum_{k=1}^{N_b} \frac{1}{N_\tau} \sum_{t=1}^{N_\tau} [\psi^k(t)]^2 \right)^{1/2}. \quad (3.7)$$

Esta función mide la fluctuación de la raíz cuadrática media. Si hay presente un comportamiento escalar, entonces

$$F(\tau) \sim \tau^\alpha, \quad (3.8)$$

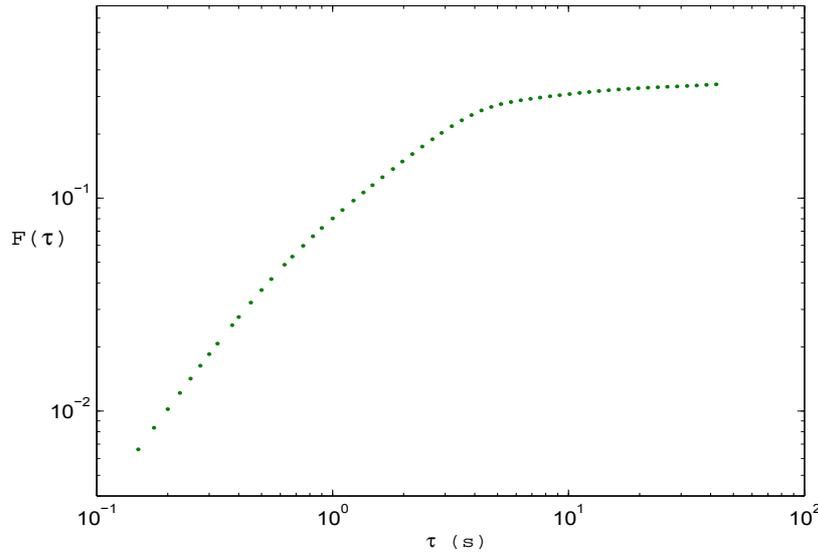


Figura 3.2: DFA-1 aplicado a la señal posición del CdP. El caso representado corresponde a la medida del sujeto 6 del G4 para el código 10 en la coordenada x .

donde el exponente escalar o de correlación α aporta información sobre las propiedades de correlación de la señal.

La figura 3.2 muestra un ejemplo de la aplicación del análisis DFA a serie compuesta por la velocidad del CdP en el tiempo.

Aquí es importante señalar que el significado del valor obtenido para el exponente α depende del tipo de señal estudiada. Mientras que en el método AVI la señal estudiada es siempre un FBM, en el método DFA la señal estudiada puede ser un FBM, pero también puede ser un ruido fraccional gaussiano (FGN), que es la derivada de un FBM. Es frecuente encontrar trabajos de investigación en los que no se especifica si el exponente α calculado corresponde a un FBM o a un FGN [Duar01, Peng95]. En el Apéndice C se estudian las características del movimiento del CdP y se concluye que los incrementos en la posición del CdP en el tiempo constituyen un FGN y, por lo tanto, la posición del CdP en el tiempo es un FBM. Como el valor numérico de α posee diferente significado dependiendo del tipo de señal estudiada (FGN o FBM) siempre acompañaremos dicho exponente de un sufijo indicativo: α_{FGN} y α_{FBM} . La relación entre ambos exponentes es [Hu01]:

$$\alpha_{\text{FBM}} = \alpha_{\text{FGN}} + 1 \quad (3.9)$$

Otra cuestión relevante es que el valor máximo que puede obtenerse para el exponente α es $q + 1$, siendo q el orden del análisis DFA- q utilizado [Xu05].

Al aplicar el método DFA- q a una señal FGN, el valor $\alpha_{\text{FGN}} = 0.5$ es característico de una serie temporal aleatoria no correlacionada (ruido blanco) y marca la frontera entre dos

tipos de comportamiento: el persistente, con correlación positiva, para $0.5 < \alpha_{\text{FGN}} \leq q + 1$ y el antipersistente, con correlación negativa, para $0 < \alpha_{\text{FGN}} \leq 0.5$.

Al aplicar el método DFA- q a una señal FBM, el valor $\alpha_{\text{FBM}} = 0.5$ sigue marcando el límite entre correlación positiva y negativa, pero ahora, de acuerdo con la ecuación (3.9), la persistencia corresponde a $1.5 < \alpha_{\text{FBM}} < q + 1$ y la antipersistencia a $0 < \alpha_{\text{FBM}} < 1.5$.

Como DFA comienza acumulando la señal, si la señal de partida es un FGN, en el primer paso se convierte en un FBM y, por tanto, el estudio en las diferentes escalas se hace sobre un FBM, igual que en el método AVI. Así, los exponentes H y α_{FGN} son equivalentes, excepto en su punto de saturación (1 para H y $q + 1$ para α_{FGN}).

Al igual que los métodos RS y AVI, DFA estudia el comportamiento de un parámetro dentro de un intervalo o escala temporal a medida que se recorren diferentes escalas de tiempo. Este parámetro es una variación máxima de los valores de la señal en el método RS, una diferencia del valor de la señal entre el punto final y el inicial en el caso del método AVI, y un recorrido de los valores de la señal en el método DFA.

3.4. Análisis del espectro de potencia

El análisis del espectro de potencia (PSA, del inglés *Power Spectrum Analysis*) es otro tipo de test de invariancia por cambio de escala muy utilizado. Está basado en los espectros de potencia obtenidos a partir de la transformada de Fourier de la señal. Una señal tiene propiedades fractales o invariancia bajo cambio de escala si su espectro $S(f)$ es de la forma [Schr96]:

$$S(f) \propto \frac{1}{f^\beta} \quad (3.10)$$

Como la transformada de Fourier pierde la información temporal de la señal y las señales fractales poseen propiedades estadísticas que dependen del tiempo, nunca encontraremos un intervalo temporal en una señal fractal, por muy grande que éste sea, que se repita de manera periódica. Por tanto una señal fractal no es estacionaria y no es matemáticamente correcto aplicar sobre ella la transformada de Fourier.

Curiosamente, aunque en la naturaleza nada es exactamente periódico, se habla de la ubicuidad de los ruidos tipo $1/f$ en los sistemas biológicos [Haus96]. Es decir, aunque la aplicación del análisis PSA a señales fractales no es estrictamente correcta, cuando se hace, se obtienen relaciones de la forma (3.10). Así, guiándonos por la extensa aplicación del análisis PSA en diversas áreas de la fisiología humana, [Peng93a, Aghi95, Chen97, Duar01] y a pesar de lo expuesto en el párrafo anterior, en este trabajo de investigación se realizaron numerosos análisis PSA basándonos en una posible estacionariedad débil de la señal estudiada. Sin embargo, los cálculos mostraron que el ajuste del logaritmo del espectro de potencias a una recta en busca del exponente β arrojaba deficientes valores de la bondad del mismo. Por tanto el análisis PSA no es uno de los métodos seleccionados para este trabajo de investigación. Un desarrollo más exhaustivo de las características de este tipo de análisis puede encontrarse en el apéndice D.

3.5. Análisis basado en la transformada *wavelet*

La transformada *wavelet* (TW) es una transformada para calcular espectros y eliminar las tendencias de la señal sin que ésta tenga que ser estacionaria. La TW fue introducida en el año 1983 por el geofísico Morlet [Muzy94]. Morlet observó las limitaciones de los diferentes tipos de transformada de Fourier mientras estudiaba las señales sísmicas de las reservas de petróleo. Para superar estas limitaciones construyó una nueva transformada que ofrecía una representación escala-espacio de la señal.

La TW consiste básicamente en descomponer la señal que se pretende estudiar, $s(x)$, en términos de una función elemental, $\psi_{a,b}$, obtenida mediante dilataciones y translaciones de una función “madre” oscilante,

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi \left(\frac{x-b}{a} \right), \quad (3.11)$$

de ahí el término *wavelet*. Aquí $a > 0$ es el parámetro de escala y b un parámetro de traslación.

Posteriormente, numerosos investigadores participaron en la creación de bases de *wavelets* compactas y ortogonales que permitieron la creación de algoritmos rápidos para la obtención de la TW.

La TW está basada en la fórmula de transformación [Anto04]:

$$C_\psi(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} s(x) \psi_{a,b}(x) dx . \quad (3.12)$$

Por tanto se puede analizar la señal para diferentes escalas a o tamaños de la *wavelet*, y en diferentes posiciones, centrando la *wavelet*, gracias al parámetro b , en cualquier punto de dicha señal.

La aplicación de la TW a señales registradas requiere su discretización. Los algoritmos creados para implementar esta aplicación se distinguen en continuos, cuando abarcan todos los posibles valores de la escala a y la posición b , y discretos, cuando únicamente operan con escalas y posiciones diádicas [Chui97, Anto04, Matl09].

La *wavelet* utilizada en este tipo de transformada generalmente se elige de forma que esté bien localizada tanto en el espacio como en la frecuencia. Generalmente es suficiente con la condición de que el valor medio de la *wavelet* sea cero, pero como suele ser interesante que la TW elimine tendencias, se suele añadir el requisito de que tenga un cierto número de momentos nulos, es decir:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^n \psi(x) dx = 0, \quad n = 0, 1, \dots, q-1. \quad (3.13)$$

Existe un gran número de *wavelets* de análisis. Uno extensamente utilizado, está basado en la función gaussiana, y más concretamente, en sus sucesivas derivadas, que aumentan el número de momentos nulos:

$$\psi^{(q)}(x) = \frac{d^q}{dx^q} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right). \quad (3.14)$$

La ortogonalidad de ψ a polinomios de grado $q - 1$ hace que sea ciega a las tendencias polinómicas de hasta orden q en la señal, es decir, hace que la eliminación de tendencias de ese orden sea perfecta. Esto supone, al menos en principio, un avance frente al método DFA- q , donde la eliminación de las tendencias depende de la bondad de ajuste de la señal con un polinomio de grado q en los diferentes intervalos estudiados.

Otro punto importante de este análisis es que conserva la información temporal de la señal. Este punto hace que la TW sea particularmente útil para revelar la distribución temporal de los exponentes de correlación en el caso de señales multifractales. Una señal monofractal está definida por un único exponente de Hurst, es decir tiene el mismo valor para todos los intervalos τ , mientras que el término multifractal denota una categoría general de series con valores no idénticos del exponente, es decir, las señales multifractales pueden ser descompuestas en muchos subconjuntos, caracterizados por diferentes exponentes de Hurst locales, los cuales cuantifican el comportamiento local de la señal en diferentes rangos temporales [Mand98].

En definitiva, las propiedades de la TW la hacen especialmente atractiva para el análisis de complejas series temporales no-estacionarias como es el caso de las que presentan los sistemas fisiológicos [Ivan99b].

Para el estudio de la serie temporal del desplazamiento del CdP, en este trabajo utilizamos como función *wavelet* la segunda derivada de la función gaussiana. Esta función es conocida con el nombre de “sombrero mejicano” y su expresión es [Daub92]:

$$\psi_{\text{mexh}}(x) = \frac{2}{\sqrt{3}} \pi^{-\frac{1}{4}} (1 - x^2) \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right). \quad (3.15)$$

Para el estudio de series temporales generadas analíticamente, además de esta *wavelet*, utilizamos las *wavelets* de Daubechies con un momento nulo (db1) y con dos momentos nulos (db2), y la *wavelet* de Meyer. La *wavelet* db1 también recibe el nombre de *wavelet* de Haar, y es la más antigua y sencilla; su expresión es [Daub92]:

$$\psi_{\text{db1}}(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } 0 \leq x < \frac{1}{2}, \\ -1, & \text{si } \frac{1}{2} \leq x < 1, \\ 0, & \text{en el resto de los casos.} \end{cases}$$

Las otras dos *wavelets* que hemos utilizado no tienen expresiones analíticas [Daub92].

De acuerdo con la TW dada por la ecuación (3.12), tendremos un valor del coeficiente $C_\psi(a, b)$ para cada escala y para cada punto de la señal analizados. La representación

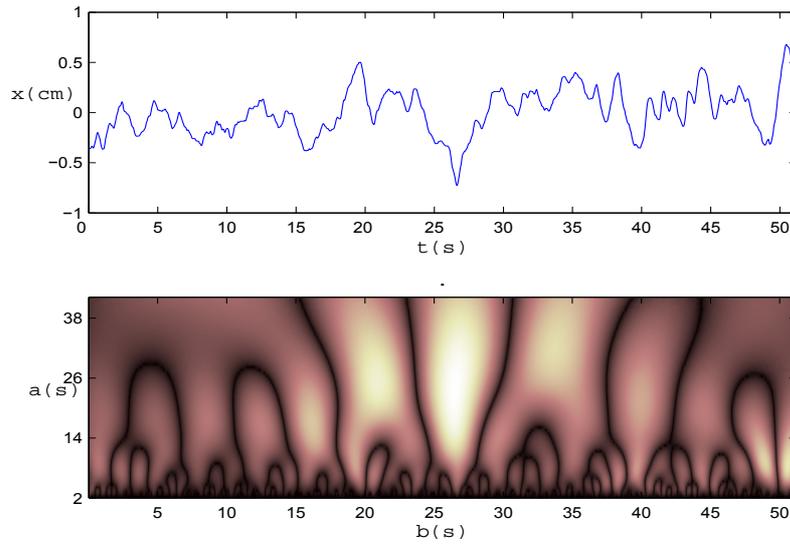


Figura 3.3: Ejemplo de aplicación de la TW. En la gráfica superior se representa la señal, correspondiente a un desplazamiento del CdP del sujeto 2 del G1 para el código 10 en la coordenada x . En la gráfica inferior aparecen representados los valores de los coeficientes $C_\psi(a, b)$ para cada par de valores (a, b) , utilizando una escala de colores. El punto de la señal donde se centra la *wavelet*, b , está representado en el eje de abscisas, y su escala, a , en el eje de ordenadas. El patrón encontrado en esta gráfica muestra un comportamiento fractal del desplazamiento del CdP en condiciones estáticas.

gráfica de los coeficientes de la TW se realiza asociando al eje de abscisas la posición del punto analizado, al eje de ordenadas la escala y, finalmente, el valor del coeficiente *wavelet* se indica realizando una correlación positiva con la intensidad de una gama de color. Se obtienen así figuras cuya forma ofrece indicios sobre el posible carácter fractal de la señal. Al realizar este tipo de gráficos con los resultados de la TW aplicada a la trayectoria del CdP se han obtenido patrones que corresponden claramente a un comportamiento fractal de la señal [Muzy94]. La figura 3.3 muestra un ejemplo del patrón típico obtenido.

Uno de los principales métodos de análisis de escala basados en TW, que nosotros denotamos como WAV, reduce todos los coeficientes de una misma escala a un solo valor [Thur98a, Tura08]. Este método estudia la varianza de los coeficientes *wavelet* en las diferentes posiciones b , para cada escala a :

$$F(a) = \text{Var}(C_\psi(a, b)) \propto a^{2W}, \quad (3.16)$$

donde W es el exponente de correlación y donde la proporcionalidad se da cuando la señal analizada presenta propiedades de invarianza escalar.

El análisis WAV, así como el del resto de los análisis de este trabajo, se ha programado utilizando el software Matlab 7.04. Por tanto, hemos comenzado el análisis de las señales

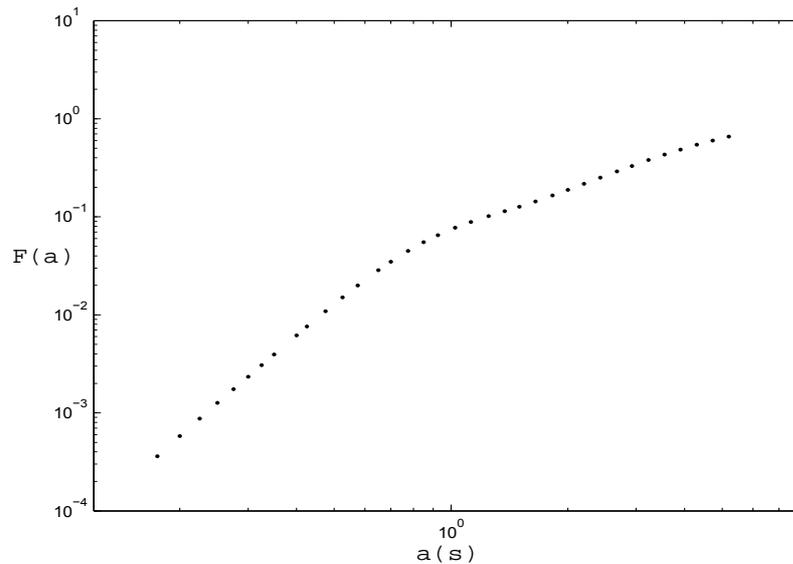


Figura 3.4: Análisis WAV aplicado a la señal posición del CdP. El caso representado corresponde a una medida del sujeto 2 del G1 para el código 10 en la coordenada x .

utilizando los algoritmos para el cálculo de la TW que contiene dicho paquete informático, y a continuación se ha programado el cálculo de la varianza de los coeficientes *wavelets* obtenidos. La figura 3.4 muestra un resultado del análisis WAV aplicado al desplazamiento del CdP.

Recapitulando diremos que mientras en el método AVI se estudia la varianza de la distancia entre pares de puntos distantes un intervalo temporal τ , en el método WAV se estudia la varianza en el grado de parecido de la serie temporal con una *wavelet* de tamaño a ubicada en diferentes posiciones b de la propia serie.

Hasta la fecha, una parte importante de los estudios realizados mediante el análisis WAV se han limitado a establecer comparaciones entre diferentes grupos de señales, por ejemplo, de electrocardiogramas [Amar98, Thur98a, Ashk01b] o de presión sanguínea [Marr99], correspondientes por un lado a sujetos sanos y por otro a enfermos, o grupos de señales del movimiento del CdP correspondientes a sujetos jóvenes y ancianos [Thur02].

3.6. Relación entre los exponentes de correlación

En la bibliografía es posible encontrar numerosas referencias a las relaciones existentes entre los exponentes de correlación característicos de cada uno de los métodos de análisis descritos en las secciones anteriores. Para H , β y α se tiene [Coro05, Hene00]:

$$H = \begin{cases} \alpha_{\text{FGN}}, & \text{si } \alpha_{\text{FGN}} < 1, \\ 1, & \text{si } \alpha_{\text{FGN}} \geq 1. \end{cases} \quad (3.17)$$

$$H = \begin{cases} \alpha_{\text{FBM}} - 1, & \text{si } \alpha_{\text{FBM}} < 2, \\ 1, & \text{si } \alpha_{\text{FBM}} \geq 2. \end{cases} \quad (3.18)$$

$$H = \begin{cases} \frac{\beta_{\text{FGN}} + 1}{2}, & \text{si } \beta_{\text{FGN}} < 1, \\ 1, & \text{si } \beta_{\text{FGN}} \geq 1. \end{cases} \quad (3.19)$$

$$H = \begin{cases} \frac{\beta_{\text{FBM}} - 1}{2}, & \text{si } \beta_{\text{FBM}} < 3, \\ 1, & \text{si } \beta_{\text{FBM}} \geq 3. \end{cases} \quad (3.20)$$

$$\alpha_{\text{FGN}} = \frac{\beta_{\text{FGN}} + 1}{2}. \quad (3.21)$$

$$\alpha_{\text{FGN}} = \frac{\beta_{\text{FBM}} - 1}{2}. \quad (3.22)$$

Estas relaciones entre exponentes hacen que los análisis AVI y DFA sean considerados como equivalentes.

Respecto a las relaciones teóricas del exponente W con el resto de los exponentes, Cohen [Coh90], en su tesis doctoral, indica que los procesos cuyo espectro de potencias es del tipo

$$S(f) \propto \frac{1}{f^{2H+1}},$$

presentan una varianza de los coeficientes *wavelet* que cumple la relación

$$\sigma_{\psi}^2(a) \propto a^{2H+1}, \quad (3.23)$$

cuando se usa una *wavelet* con R momentos nulos ($R > H - 1$) para analizar las correspondientes señales temporales. Comparando estas ecuaciones con (3.16) y (3.10), encontramos la relación teórica:

$$\beta = 2W. \quad (3.24)$$

Faldrin [Fald92] realiza un desarrollo matemático de los coeficientes *wavelet* obtenidos mediante funciones *wavelet* tipo Haar (3.16) aplicadas a series tipo FBM, y concluye que, para escalas diádicas ($a = 2^j$), la varianza de los coeficientes *wavelet* cumple la relación (3.23), por lo que se confirma la relación teórica

$$2H + 1 = 2W \quad (3.25)$$

para series tipo FBM. Algunos autores [Bill09] han aplicado esta relación teórica entre los exponentes H y W a series temporales experimentales.

Siguiendo con los trabajos de investigación encaminados a establecer relaciones teóricas entre diferentes exponentes de correlación, Simonsen et al. [Simo98] desarrollan un método para el cálculo del exponente de Hurst basado en la TW. Estos autores calculan la media aritmética de los coeficientes *wavelet* para una escala dada, $\mu_{\psi}(a)$, en lugar de la varianza, y llegan a la relación:

$$\mu_{\psi}(a) \propto a^{H+\frac{1}{2}}. \quad (3.26)$$

Otros autores han intentado establecer una relación empírica entre los exponentes β y W . Para ello, han modificado series temporales generadas aleatoriamente, para transformarlas en series temporales con un exponente de correlación β definido; la aplicación sobre estas series del análisis WAV permite estudiar la relación entre dichos exponentes. McSharry y Malamud [McSh05] encontraron que, para un grupo de 25 series temporales de 2^{12} puntos, al que aplicaron el análisis WAV utilizando la *wavelet* ψ_{mexh} (3.15), la relación entre exponentes encontrada coincidía con la (3.24). Thurner et al. [Thur00] generaron 50 series temporales de 1000 puntos para 5 valores diferentes del exponente de correlación β y utilizando la *wavelet* de Daubechies db10 encontraron una relación del tipo $\beta = 3W$.

Hasta donde sabemos, no existen trabajos que estudien directamente la relación empírica entre los exponentes de los análisis WAV y DFA. Únicamente hemos encontrado una referencia en la leyenda de una de las gráficas del trabajo de Askenazy et al. [Ashk01b] en la que menciona la posible relación

$$W \approx \alpha + 1/2, \quad (3.27)$$

aunque, observando dicha gráfica, la relación que se deduce entre ambos exponentes es en realidad

$$W \approx \alpha - 1/2. \quad (3.28)$$

Observemos que esta última relación es compatible con (3.19) y (3.25) siempre que $\alpha_{\text{FBM}} \geq 2$.

Hay que mencionar también el trabajo de Bardet et al. [Bard08] en el que se estudia un conjunto de señales FGN generadas con valores de H entre 0.5 y 0.9 y que son analizadas con DFA y con WAV. Los valores de H obtenidos a partir de los correspondientes valores de α_{FGN} y W_{FGN} , aplicando las ecuaciones (3.18) y (3.25), respectivamente, muestran que, en general, DFA reproduce ligeramente peor el coeficiente H original que WAV, si bien este último presenta una mayor incertidumbre.

Consideramos que la mayor fiabilidad de los resultados del análisis DFA frente a PSA aconsejan realizar un estudio de la relación empírica entre los exponentes α y W que a su vez permitirá comprobar la validez de las relaciones teóricas encontradas por los autores previamente citados, y dilucidar cuál de ellas es la correcta.

Hemos utilizado el algoritmo de Makse et al. [Maks95] para generar series temporales con correlaciones de largo alcance. Este algoritmo permite producir una serie temporal FGN, con un espectro de potencias del tipo $S(f) = 1/f^\beta$, para diversos valores del exponente β . Con el fin de obtener una relación empírica para los los exponentes α y W , no sólo para series tipo FGN, sino también para series tipo FBM, hemos calculado la suma acumulada de los FGN, para así obtener la correspondiente serie temporal FBM. Se generaron un total de 5000 series de 2^{14} puntos con este procedimiento, con valores del exponente de correlación teórico β comprendidos en el intervalo $-1 \leq \beta \leq 1$.

El análisis DFA fue aplicado a todas las series temporales generadas, utilizando ventanas máxima $\tau_{max} = 790$ puntos y mínima $\tau_{min} = 17$. Este rango de valores de τ está dentro de los límites (ver Apéndice E) que marcan la correcta aplicación del análisis DFA. $F(\tau)$ ha sido evaluado para un total de 61 valores de τ logarítmicamente equidistantes y para cada valor de τ se han realizado solapes entre intervalos cada $\sqrt{\tau}$ puntos.

El análisis WAV se realizó utilizando las *wavelets* ψ_{mexh} , ψ_{db1} , ψ_{db2} y ψ_{Meyer} . Los valores de las escalas a utilizadas son equivalentes a los valores de τ previamente descritos y han sido calculados mediante la relación entre el valor de la escala a y el valor de la frecuencia central F_c de una *wavelet* [Abry97]:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{F_c}{aT}, \quad (3.29)$$

donde T es el periodo de muestreo de la señal. Los valores de la F_c utilizados han sido 0.25, 0.99, 0.67 y 0.69 para las *wavelets* “sombbrero mejicano”, db1, db2 y Meyer, respectivamente [Matl09].

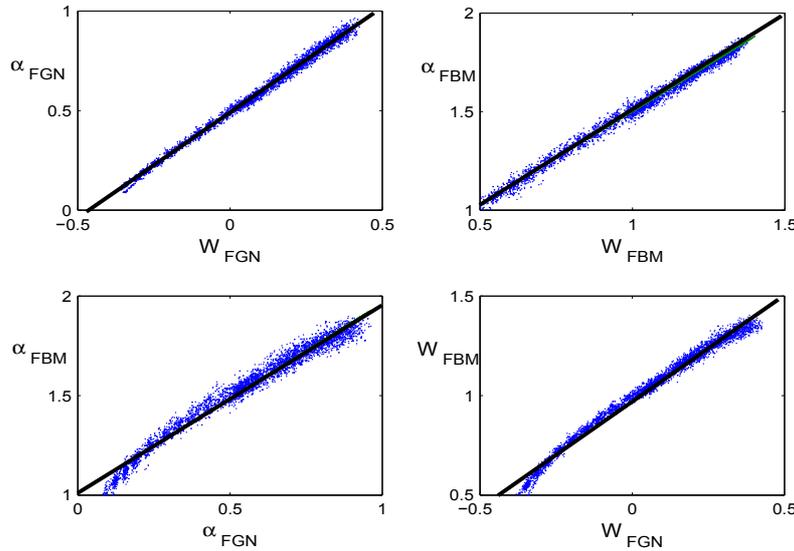


Figura 3.5: Relación entre los coeficientes W , obtenidos con la *wavelet* db1, y los coeficientes α para señales generadas artificialmente. Cada punto dibujado corresponde al resultado obtenido para una de las 5000 series temporales generadas. La recta de ajuste también está representada en cada figura (ver tabla 3.1).

Tras analizar todas las series temporales generadas mediante DFA y WAV, se representaron por pares los valores de α y W encontrados para cada señal. La figura 3.5 muestra los resultados encontrados para la *wavelet* db1. Cada punto representado corresponde a una de las 5000 secuencias simuladas. La relación entre ambos exponentes de correlación se estableció mediante el ajuste de los puntos a una recta. En la tabla 3.1 resumimos los resultados de los ajustes lineales que se indican en la primera columna. La recta de ajuste

	mexh		db1		db2		Meyer	
	a	b	a	b	a	b	a	b
$\alpha_{\text{FGN}} = aW_{\text{FGN}} + b$	0.78	0.52	1.06	0.49	0.98	0.51	0.95	0.48
$\alpha_{\text{FBM}} = aW_{\text{FBM}} + b$	0.91	0.57	0.95	0.55	0.91	0.60	0.91	0.60
$\alpha_{\text{FBM}} = a\alpha_{\text{FGN}} + b$	0.95	1.01	0.95	1.01	0.95	1.01	0.95	1.01
$W_{\text{FBM}} = aW_{\text{FGN}} + b$	0.81	1.03	1.07	0.97	1.04	1.00	0.99	0.96

Tabla 3.1: Coeficientes de las regresiones lineales llevadas a cabo para los diferentes pares de exponentes de correlación, tal y como se indican en la primera columna. Se muestran los resultados para los cuatro tipos de *wavelet*.

calculada también está dibujada en cada figura. La figura 3.6 muestra los resultados de las simulaciones, esta vez utilizando la *wavelet* db2.

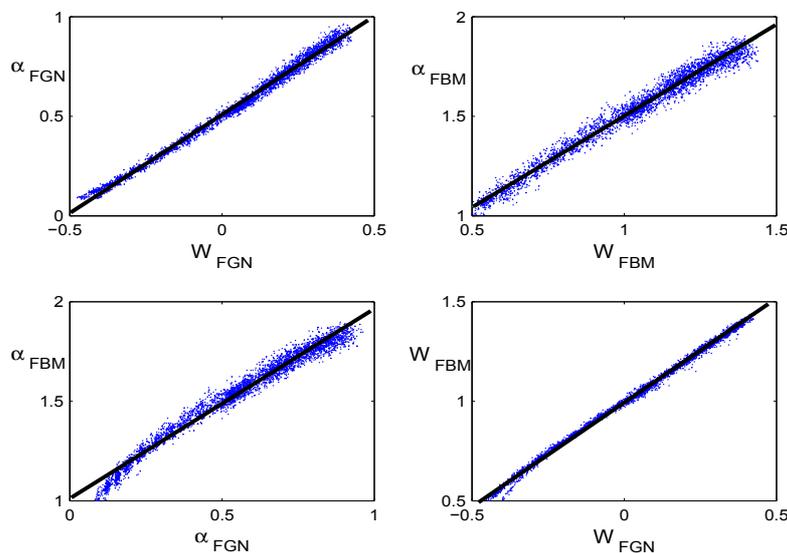


Figura 3.6: Lo mismo que la figura 3.5, pero para la *wavelet* db2.

Los resultados de estos cálculos, realizados sobre las señales generadas, muestran que los exponentes de los análisis WAV y DFA, aplicados ambos a una señal tipo FGN o FBM, satisfacen la relación:

$$\alpha \approx W + 1/2. \quad (3.30)$$

Por otro lado se ha verificado la relación

$$\alpha_{\text{FBM}} = \alpha_{\text{FGN}} + 1, \quad (3.31)$$

y se ha encontrado una relación análoga para los exponentes W ,

$$W_{\text{FBM}} = W_{\text{FGN}} + 1. \quad (3.32)$$

Como el punto de transición entre correlación positiva y negativa, y entre comportamiento persistente y antipersistente, se encuentra en $\alpha_{\text{FGN}}=0.5$, según la ecuación (3.30) encontramos que, para el análisis WAV, este punto de transición se encuentra en $W_{\text{FGN}}=0$ y, de acuerdo con la ecuación (3.32), el punto de transición entre comportamiento persistente y antipersistente de una señal tipo FBM se encuentra en $W_{\text{FBM}}=1$. Este punto también marca la transición entre correlación positiva y negativa de los incrementos de una señal tipo FBM. Estos resultados coinciden con los de Ashkenazy et al. [Ashk01b]. Además, de estos resultados se pueden inferir que la relación entre los análisis PSA y WAV es:

$$\beta = 2W, \quad (3.33)$$

que es consistente con los cálculos de McSharry y Malamud [McSh05] y con la relación teórica enunciada por Cohen [Cohe90], pero no con los de Thurner et al. [Thur00].

3.7. Estudios sobre la trayectoria del CdP con AVI, DFA y WAV

Existen numerosas referencias de trabajos que han aplicado el método AVI a la trayectoria del CdP [Roug96, Newe97, Rile97, Pete00]. Los primeros en utilizar esta técnica fueron Collins y De Luca [Coll93]. En este primer trabajo calcularon el exponente de Hurst de un total de 525 medidas pertenecientes a un conjunto de 25 sujetos sanos en postura ortostática y ojos abiertos, registradas con una frecuencia de muestreo de 100 Hz durante 30 s. El método AVI fue aplicado a los desplazamientos lateral y anteroposterior del CdP. Los resultados mostraron dos regiones con diferente comportamiento: persistente en las altas frecuencias o intervalos temporales inferiores a 1 s, con $H_x = 0.73 \pm 0.07$ y $H_y = 0.77 \pm 0.05$, y antipersistente en las bajas frecuencias o intervalos superiores a 1 s con $H_x = 0.21 \pm 0.10$ y $H_y = 0.31 \pm 0.12$.

Un año más tarde, estos mismos autores repitieron los cálculos del exponente de Hurst [Coll94] mediante el método AVI sobre un total de 50 medidas pertenecientes a un grupo de 10 sujetos sanos en postura ortostática y ojos abiertos, registradas con una frecuencia de muestreo de 100 Hz durante 90 s. Esta vez el cálculo sólo se realizó para el movimiento antero-posterior. Los resultados confirmaron la existencia de un rango con comportamiento persistente en los pequeños intervalos temporales o frecuencias superiores a 1 Hz, con $H_y = 0.83 \pm 0.04$, y otro rango con comportamiento antipersistente en los grandes intervalos temporales o frecuencias inferiores a 1 Hz, con $H_y = 0.19 \pm 0.36$.

Estos mismos autores realizaron un estudio del exponente de Hurst [Coll95b] que incluyó también la condición ortostática con ojos cerrados. El estudio abarcó a un total de 25 sujetos sanos, que sumaron un total de 500 medidas, la mitad realizadas en condiciones estáticas con ojos abiertos y la otra mitad con ojos cerrados, registradas con una frecuencia de muestreo de 100 Hz durante 30 s. Los autores realizan dos subgrupos de sujetos en función de los resultados obtenidos, de manera que un grupo de 12 sujetos muestra que existen diferencias entre ojos abiertos y cerrados y otro grupo de 13 sujetos no muestra

diferencias. Asimismo observan que el desplazamiento medio del CdP en el intervalo temporal τ donde se producía la transición entre los dos tipos de comportamiento era mayor en ausencia de información visual.

Cabe resaltar algunas características de las investigaciones realizadas por Collins y De Luca. En primer lugar, no aplican estrictamente la ecuación de Mandelbrot (3.3), sino que consideran que el valor medio del desplazamiento en cada intervalo es cero, y aplican la ecuación simplificada (3.4). Esta consideración es cierta para la serie temporal total cuyo desplazamiento medio es cero (el origen se sitúa en el punto medio de la posición del CdP durante la medida), pero no es estrictamente cierta para todos los tamaños de intervalos temporales. En el Apéndice B se estudia la validez de esta aproximación.

Otra característica a resaltar de los estudios de Collins y De Luca es que el método AVI está aplicado al conjunto de medidas de cada sujeto en lugar de ser aplicado individualmente a cada medida. El objetivo que se alcanza de este modo es aumentar la robustez estadística del método al aumentar el número de puntos analizados. Consideramos que el significado de este promedio es dudoso y, por tanto, en este trabajo, hemos aplicado el método AVI individualmente a cada medida.

Los resultados del método AVI aplicado al estudio del desplazamiento del CdP tienen una sencilla interpretación física: el cálculo corresponde a la distancia media entre pares de puntos separados un intervalo de tiempo, τ , es decir, distancias entre dos posiciones de CdP separadas un tiempo, τ , para diferentes valores de τ . Si la trayectoria del CdP se correspondiera con un movimiento aleatorio independiente, es decir browniano, el valor del exponente de Hurst sería $H = 0.5$. Si las distancias entre dos posiciones del CdP aumentarían con el tiempo más rápidamente que en el caso del movimiento browniano, el valor del exponente H calculado sería mayor que 0.5 y sería menor que 0.5 en el caso contrario: aumento más lento de las distancias entre dos posiciones. El primer caso se ha encontrado para distancias entre pares de puntos separados por valores de τ inferiores a 1 s; en estos cortos intervalos de tiempo, el CdP se aleja de su posición de equilibrio más rápidamente de lo que lo haría un movimiento aleatorio browniano. El factor causante de esta persistencia puede ser la propia inestabilidad de la posición ortostática del ser humano: si los mecanismos de control no actúan en las altas frecuencias, nuestro cuerpo se aleja de la posición de equilibrio más rápidamente que un movimiento browniano. En los intervalos superiores a 1 s, el comportamiento es antipersistente; ésto puede indicar la presencia de mecanismos de control, que actúan en las bajas frecuencias, y que permiten al CdP acercarse a su posición de equilibrio. Collins y De Luca interpretan que, en las bajas frecuencias, el SCP utiliza lazos de control cerrados, mientras que en las altas frecuencias los mecanismos utilizados son de tipo lazo de control abierto, es decir, que aunque el SCP esté recibiendo información no realiza ninguna regulación en intervalos de tiempo inferiores a 1 s.

Delignières y colaboradores [Deli03] ponen en tela de juicio los resultados obtenidos por Collins y De Luca. Calculan el exponente de Hurst para un reducido grupo de 5 medidas de 30 s de duración, registradas con una frecuencia de 100 Hz, y argumentan que los resultados De Collins y De Luca obedecen a un artefacto estadístico.

Los objetivos de esta tesis relacionados con el método AVI son:

1. Collins y De Luca aplican el método AVI a la trayectoria del CdP sin especificar si dicha señal es un FBM o un FGN. Grzegorzewski y colaboradores [Grze01] han investigado las propiedades estadísticas de la trayectoria del CdP y en algunos casos han encontrado distribuciones gaussianas en los incrementos de posición del CdP para ciertos sujetos, mientras que, para otros sujetos, la estadística no era gaussiana. Por tanto, nuestro primer objetivo es comprobar si los incrementos entre dos posiciones del CdP alejadas un intervalo de tiempo τ siguen una distribución gaussiana, en cuyo caso se cumpliría la primera condición para que la serie temporal de la posición del CdP fuera un movimiento tipo FBM. Los resultados de este estudio pueden encontrarse en el Apéndice C, donde se muestra que el movimiento del CdP es FBM.
2. El mayor número de medidas que serán analizadas en este trabajo permitirá dilucidar la controversia entre los trabajos de Collins y De Luca, por un lado, y de Delignières et al., por otro.
3. Collins y De Luca únicamente hacen una estimación sobre el valor del punto de transición entre comportamiento persistente y antipersistente según la cual el intervalo de transición es $\tau_t \approx 1$ s. Por tanto otro objetivo de este trabajo es, a partir de todas las medidas realizadas, calcular el valor del punto de transición τ_t , si existiera, entre los comportamientos persistente y antipersistente así como su incertidumbre.

Respecto al método DFA, hasta donde hemos podido averiguar, sólo ha sido aplicado a la trayectoria del CdP por otros autores en dos ocasiones [Duar01, Deli03].

Duarte y Zatsiorsky [Duar01] aplicaron el método DFA a un total de 10 medidas correspondientes a 10 sujetos sanos en postura ortostática con ojos abiertos, registradas con una frecuencia no especificada durante 1800 s. Estudian los rangos correspondientes a muy bajas frecuencias, es decir, a grandes escalas de tiempo ($10 \text{ s} < \tau < 600 \text{ s}$), y encuentran unos valores del exponente α de 0.98 ± 0.17 y 1.01 ± 0.26 en las coordenadas x e y , respectivamente. En este trabajo no se indica si el valor del exponente α corresponde al análisis de la posición o de los incrementos en la posición del CdP. Los autores deducen que en las altas frecuencia ($\tau < 1$ s) el comportamiento es persistente, por lo que corroboran los resultados de Collins y De Luca, y amplían el rango de comportamiento antipersistente, en las bajas frecuencias, del CdP hasta $\tau = 600$ s.

Delignières et al. [Deli03] estudiaron el rango $0.1 \text{ s} < \tau < 10 \text{ s}$, encontrando un único valor del exponente α . Concretamente este es 1.05 ± 0.10 y 1.10 ± 0.06 en las coordenadas x e y , respectivamente. Los resultados mostrados en su trabajo hacen difícil concluir si la curva característica posee un realmente un único valor de α . Tampoco en este caso se especifica si el resultado de α corresponde al estudio de la posición o de los incrementos en la posición del CdP.

Otros grupos de investigación [Hu01, Kant01] han estudiado la eficacia del método DFA- q para eliminar tendencias. Para ello han generado señales con exponentes de correlación conocidos a las cuales han añadido tendencias de diversos órdenes sobre las cuales han aplicado DFA- q , con diversos valores de q . Sus resultados muestran que los cálculos

analíticos concuerdan con los valores obtenidos a partir de las simulaciones. Los autores concluyen que el método DFA es una herramienta fiable para cuantificar con precisión las correlaciones de largo alcance existentes en series temporales que contengan ruidos que generen en ellas tendencias polinómicas. Hasta donde podemos saber, no hay trabajos que versen sobre la aplicación de DFA- q (con $q > 1$) a la trayectoria del CdP.

Otros grupos de investigadores han estudiado la influencia del tamaño de las series temporales en la fiabilidad de los resultados del método DFA. Eke et al. [Eke02] estudiaron series generadas, concluyendo que el tamaño mínimo de la señal para la cual el método DFA ofrece resultados fiables depende del valor del exponente de correlación y oscila entre 2^{10} y 2^{12} puntos. Otros autores [Coro05, Deli06], estudiando asimismo señales generadas con exponentes de correlación determinados, han concluido que dicho tamaño mínimo es de 2^{10} puntos. Respecto a señales fisiológicas, no hemos encontrado ningún estudio referido a la señal del CdP acerca del tamaño idóneo para la aplicación del análisis DFA.

Los objetivos de esta tesis relacionados con el método DFA son:

1. Estudio del rango de valores de τ en función de número de puntos de la señal para el cual el método DFA arroja resultados fiables. Los artículos relacionados con el estudio del CdP citados [Duar01, Deli03] no tienen en cuenta esta consideración. Hu et al. [Hu01] estudiaron este tema mediante simulación de señales y concluyen que el intervalo máximo estudiado puede contener una décima parte del número de puntos de la señal, independientemente del valor de α , mientras que el número de puntos del intervalo mínimo n_{\min} depende del valor de α . Para conocer el n_{\min} de las señales estudiadas en este trabajo, hemos generado señales con valores de α correspondientes a los encontrados en la zona de cortos intervalos de tiempo de la trayectoria del CdP. La explicación más detallada y los resultados de los cálculos se encuentran en el Apéndice E.
2. DFA permite el estudio de una señal y el de sus sucesivas integrales; por ejemplo, puede ser aplicado a señales tipo FGN y FBM. No hemos encontrado trabajos que apliquen DFA al estudio de la señal compuesta por los incrementos de la posición del CdP en el tiempo y al mismo tiempo lo apliquen sobre la integral de dicha señal. En este trabajo realizaremos ambos cálculos lo que nos permitirá comparar ambos resultados.
3. Tampoco hemos encontrado estudios sobre el CdP aplicando el método DFA- q , con $q > 1$. En este trabajo aplicaremos DFA-1 y DFA-2 a los dos tipos de series temporales descritas en el párrafo anterior. El objetivo es intentar dilucidar la existencia de tendencias en la propia señal.
4. En [Duar01], que reporta la existencia de un rango de persistencia y otro de antipersistencia en la trayectoria del CdP, no hemos encontrado un cálculo del intervalo de transición τ_t . Por tanto, otro objetivo será calcular el punto de transición entre persistencia y antipersistencia (si se demuestra que existe esta transición) en las diferentes variantes del método DFA utilizadas.

5. A partir de las señales experimentales de larga duración (2^{14} puntos), se estudiará la influencia del tamaño de la señal en los resultados del método DFA.
6. Finalmente, el mayor número de medidas que serán analizadas en este trabajo (un total de 2916) permitirá dilucidar las controversias antes señaladas, referentes tanto al método DFA, como al método AVI.

El método WAV ha sido aplicado al estudio de la trayectoria del CdP por Thurner et al. [Thur00, Thur02]. En ambos trabajos se analizan medidas correspondientes a cuatro condiciones diferentes: estática con ojos abiertos o cerrados y en dinámica antero-posterior con ojos abiertos o cerrados (que corresponden a nuestros códigos 10, 11, 30 y 31), registradas con una frecuencia de 50 Hz durante 20 s. La función *wavelet* elegida es la Daubechies db10 y la TW es calculada utilizando el *software* de Matlab.

En el primer trabajo estudiaron las 108 medidas de un total de 27 sujetos sanos (a razón de una medida de cada una de las cuatro condiciones por sujeto), sobre las que realizaron el cálculo de la TW para cinco escalas correspondientes a frecuencias entre 1.06 y 17.10 Hz. Aunque Thurner et al. concluyeron que el proceso es multifractal, el escaso número de escalas calculadas hace que sus conclusiones sean poco robustas.

En el segundo trabajo se buscaron diferencias en el comportamiento fractal de las trayectoria del CdP en función de la edad del sujeto; para ello analizaron medidas de dos grupos, uno compuesto por 57 sujetos sanos menores de 45 años y otro compuesto por 19 sujetos sanos mayores de 45 años. A cada uno de ellos se le tomaron tres medidas en cada una de las cuatro condiciones previamente descritas. Las escalas estudiadas no están especificadas en este caso. Los resultados muestran un valor medio del exponente de correlación obtenido mediante el método WAV que es superior en el grupo de los sujetos de más de 45 años, pero la diferencia entre los valores medios de ambos grupos se encuentra dentro de los márgenes de incertidumbre, es decir, aunque los autores manifiestan encontrar diferencias en función de la edad, en realidad los resultados son estadísticamente iguales.

Los objetivos de este trabajo respecto al método WAV son:

1. Aplicar, por primera vez, el método WAV sobre un número de medidas importante, en las cuales están incluidas medidas de mayor duración que las realizadas en los trabajos de Thurner et al., y aumentar, además, el número de escalas.
2. Estudiar el posible comportamiento multifractal de la trayectoria del CdP y el posible punto de transición entre movimiento persistente y antipersistente

El objetivo final de esta tesis será, por un lado, comparar los exponentes y los puntos de transición obtenidos a partir de los diferentes métodos y comprobar si se cumplen las relaciones teóricas entre los diferentes exponentes de correlación y, por otro, estudiar si existen en estos resultados pautas comunes a todos los sujetos sanos.

Capítulo 4

RESULTADOS

En este trabajo de investigación se han aplicado los métodos de invariancia bajo cambio de escala DFA, AVI y WAV, discutidos en el capítulo 3, a las medidas experimentales del desplazamiento del CdP, cuyo protocolo ha sido descrito en el capítulo 2. Parte de los resultados aquí mostrados se han publicado en [Blaz09a, Blaz09b, Blaz10].

Como hemos visto, el algoritmo DFA permite introducir variantes con el fin de eliminar tendencias de diferentes órdenes. En este capítulo mostramos los resultados del análisis DFA-1 y DFA-2 aplicado a las series temporales de la velocidad y la posición del CdP. La combinación de tipo de análisis y tipo de serie temporal da lugar a un total de cuatro variantes del exponente de correlación α ; distinguiremos el tipo de análisis mediante los superíndices: D1 (DFA-1) y D2 (DFA-2), mientras que el tipo de señal vendrá indicado en el subíndice: v (velocidad) y p (posición). En el apéndice C demostramos que la serie temporal compuesta por la velocidad del CdP es un FGN ($\alpha_v = \alpha_{\text{FGN}}$) y la de la posición un FBM ($\alpha_p = \alpha_{\text{FBM}}$).

El algoritmo AVI sólo es aplicable a señales tipo FBM, y no presenta variantes, por lo que su exponente de correlación, H , no necesita subíndices.

Por último, el algoritmo WAV es aplicable, al igual que DFA, tanto a la señal de velocidad, como a la señal de posición del CdP; seguiremos el mismo criterio para denominar los exponentes de correlación W resultantes del análisis WAV: W_v hará referencia a la señal velocidad y W_p a la señal posición del CdP. En este trabajo mostramos los resultados obtenidos con la aplicación de una única *wavelet* de análisis: la denominada “sombbrero mejicano” (3.15), elegida por ser la *wavelet* que guarda una mayor similitud con las respuestas musculares del cuerpo humano [Merl04], por lo que no es necesario añadir superíndices al exponente de correlación W .

Como ya se vió en el capítulo anterior (ver figuras 3.1, 3.2 y 3.4), los exponentes de correlación de cada método, que vienen dados por la pendiente de cada curva, dependen de la escala, lo que da muestra del carácter multifractal de la señal. Como consecuencia de ello, el estudio de las características del desplazamiento del CdP se realizará aisladamente en las escalas pequeñas, grandes e intermedias.

La elección del límite inferior de las escalas pequeñas, y del límite superior de las grandes, viene condicionada por las características estadísticas de los algoritmos utilizados, los cuales precisan de unos mínimos de robustez, en términos de número de puntos analizados, para aportar resultados fiables. En el apéndice E determinamos los valores adecuados de las escalas mínima y máxima utilizados. Las zonas para las cuales presentamos los resultados, tanto en las pequeñas como en las grandes escalas, quedan dentro de los límites calculados y su definición puede encontrarse en la tabla 4.1. El rango de aplicación mínimo de los análisis es, para todos los grupos, ZB. El límite superior de las escalas grandes es ZA1 para las medidas dinámicas de los grupos G1, G2 y G3 (señales con 2^{10} puntos), ZA2 para las medidas estáticas de estos mismos grupos (señales con 2^{11} puntos) y ZA5 para el grupo G4 (señales con 2^{14} puntos). Finalmente, en el caso de las medidas realizadas a los sujetos del G4, se analizaron también submedidas, extraídas de las mismas y con 2^{12} y 2^{13} puntos. Para estas submedidas, los límites superiores de las escalas grandes consideradas son las indicadas como ZA3 y ZA4, respectivamente. Para determinar las correspondientes pendientes en cada una de estas zonas, se tomaron tres puntos equidistantes en representación logarítmica y el valor del exponente en cada una de ellas se obtuvo ajustando una recta a esos tres puntos y calculando la pendiente de la misma.

Zona	Rango de τ	
	puntos	[s]
ZB	7-9	0.17 - 0.22
ZA1	73 - 83	1.82 - 2.20
ZA2	172 - 208	4.30 - 5.20
ZA3	304 - 368	7.60 - 9.20
ZA4	718 - 869	17.95 - 21.72
ZA5	1272 - 1539	31.80 - 38.47

Tabla 4.1: Definición de los rangos o zonas estudiados en las escalas pequeñas y grandes. El rango de aplicación mínimo de los análisis, o límite inferior de las escalas pequeñas, es, para todos los grupos, ZB. El límite superior de las escalas grandes es ZA1 para las medidas dinámicas de los grupos G1, G2 y G3, ZA2 para las medidas estáticas de estos mismos grupos, ZA5 para el grupo G4 y, finalmente, ZA3 y ZA4 son las zonas extremas de las submedidas de 2^{12} y 2^{13} puntos del G4.

Por otro lado, también se realizaron estudios en la zona media (ZM) correspondiente a las escalas intermedias de las medidas realizadas en condiciones estáticas. Los rangos estudiados en ZM se encuentran entre las zonas ZB y ZA2, correspondientes a las zonas límites de las medidas en condiciones estáticas de los grupos G1, G2 y G3. El rango de zonas intermedias en el caso del grupo G4 podría ser mas amplio pero se ha mantenido en los mismos límites del resto de los grupos para tener unas ZM comunes a todas las medidas realizadas en condiciones estáticas. Los rangos estudiados en ZM están descritos en la tabla 4.2. En este caso, cada una de estas ZM está compuesta por diez puntos equidistantes linealmente, lo que nos permite estudiar un mayor número de puntos e intervalos. El valor del exponente en cada zona se obtuvo calculando la pendiente de la

recta ajustada a esos diez puntos. Para obtener el punto de transición con mayor precisión se realizó una nueva subdivisión: cada ZM descrita se dividió en dos intervalos contiguos de cinco puntos cada uno y el valor del exponente en cada intervalo se obtuvo ajustando una recta a esos cinco puntos y calculando la pendiente de la misma.

Zona	Rango de τ	
	puntos	[s]
ZM1	11 - 20	0.27 - 0.50
ZM2	21 - 30	0.52 - 0.75
ZM3	31 - 40	0.77 - 1.00
ZM4	41 - 50	1.02 - 1.25
ZM5	51 - 60	1.27 - 1.50
ZM6	61 - 70	1.52 - 1.75
ZM7	71 - 80	1.77 - 2.00
ZM8	81 - 90	2.02 - 2.25
ZM9	91 - 100	2.27 - 2.50
ZM10	101 - 110	2.52 - 2.75

Tabla 4.2: Definición de los rangos o zonas estudiadas en las escalas intermedias (ZM).

4.1. Análisis preliminares

Como se ha indicado en el capítulo anterior, y a diferencia de otros autores, los exponentes de correlación han sido calculados para cada una de las medidas experimentales, en las zonas previamente descritas. Los resultados obtenidos han sido agrupados en función del grupo de pertenencia de cada sujeto. Pero antes de calcular los valores medios de los diferentes exponentes de correlación en cada uno de estos grupos, hemos comprobado si existe una similitud razonable entre las diferentes medidas, que otorgue a dicho cálculo una fiabilidad estadística. Para ello hemos estudiado los resultados de cada sujeto calculando la media y dispersión de los exponentes obtenidos con cada una de sus medidas.

La figura 4.1 muestra los resultados en ZA2 de cada sujeto del grupo G2, códigos 10 y 11 y en ambos ejes, la banda gris corresponde al margen de incertidumbre (a nivel de 1σ) del conjunto total de las medidas del G2. En esta figura se observa una similitud en el valor medio y la desviación estándar de cada uno de los diferentes exponentes de correlación calculados para el grupo de 6 medidas correspondientes a cada sujeto. Esta similitud se traduce en la existencia de solapamiento entre los resultados de parejas de sujetos en un 96 % de estos casos. Similares resultados se encontraron en el resto de los grupos. Por tanto, cabe concluir que existe uniformidad en los resultados de los distintos sujetos que componen los diversos grupos, y es adecuado calcular los valores medios finales de los diferentes exponentes de correlación de todos los sujetos pertenecientes a un mismo grupo.

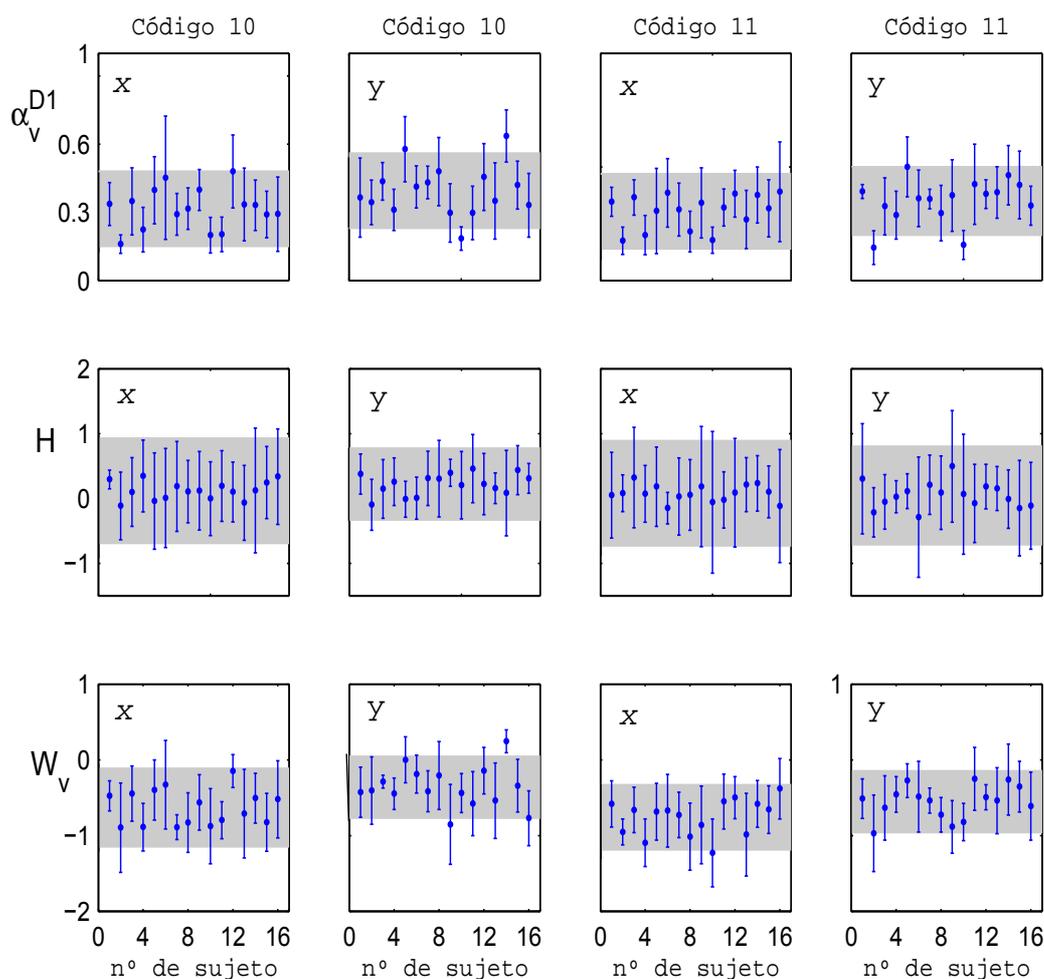


Figura 4.1: Valores medios e incertidumbres estadísticas (a nivel de 1σ) de los exponentes de correlación obtenidos para las señales de velocidad de cada uno de los sujetos del G2. Se muestran los resultados encontrados con tres tipos de análisis (DFA-1, AVI y WAV) para los códigos 10 y 11 y las direcciones x e y , en la zona ZA2. La banda gris corresponde al valor de la incertidumbre (también a nivel de 1σ) del conjunto total de medidas.

También se estudió la relación entre el valor del margen de incertidumbre de cada sujeto y el correspondiente al resultado final de cada grupo de sujetos, especialmente en el caso del análisis WAV que presenta una elevada incertidumbre en los diferentes grupos estudiados. La figura 4.2 muestra que el valor de la incertidumbre de las medidas del conjunto total de sujetos (banda gris) es similar al del conjunto de medidas de cada sujeto. Similares resultados fueron encontrados en los diferentes códigos estudiados.

Finalmente se ha realizado un análisis a nivel de la señal individual del ajuste de la medidas experimentales a la relación (3.30) obtenida mediante generación de señales. La figura 4.3 muestra que el análisis de la señal posición aplicando los métodos DFA y WAV

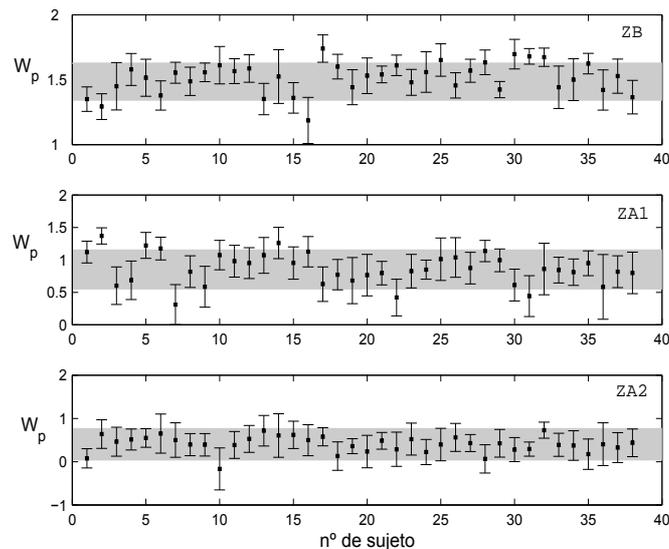


Figura 4.2: Valores medios e incertidumbres estadísticas (a nivel de 1σ) de los exponentes de correlación del análisis WAV obtenidos para las señales de posición de todos los sujetos participantes. Se muestran los resultados encontrados para el código 10, en la dirección x , en las zonas ZB, ZA1 y ZA2. La banda gris corresponde al margen de incertidumbre (también a nivel de 1σ) del conjunto total de medidas.

presenta un mejor ajuste a la citada relación que el correspondiente a la señal velocidad. Los elevados valores de los márgenes de incertidumbre encontrados en los resultados del método WAV frente a DFA, especialmente cuando es aplicado a la señal velocidad, podrían justificar el alejamiento encontrado en algunas medidas experimentales respecto a la relación (3.30) entre exponentes. Los estudios realizados en este capítulo mostrarán si verdaderamente los resultados ofrecidos por ambos métodos correspondientes al estudio del desplazamiento del CdP coinciden.

Con el objetivo de facilitar la comparación entre los resultados de los diferentes tipos de análisis y señales, se han utilizado las relaciones entre exponentes (3.18), (3.19), (3.30) y (3.32) para expresar los resultados de todos los exponentes de correlación en función de H . En principio, el exponente H está limitado a un valor máximo de 1, pero aquí hemos extendido su rango con el fin de poder utilizar las siguientes equivalencias:

$$\begin{aligned}
 H(\alpha_v^{D1}) &= \alpha_v^{D1} \\
 H(\alpha_p^{D1}) &= \alpha_p^{D1} - 1 \\
 H(\alpha_v^{D2}) &= \alpha_v^{D2} \\
 H(\alpha_p^{D2}) &= \alpha_p^{D2} - 1 \\
 H(W_v) &= W_v + \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$$H(W_p) = W_p - \frac{1}{2}$$

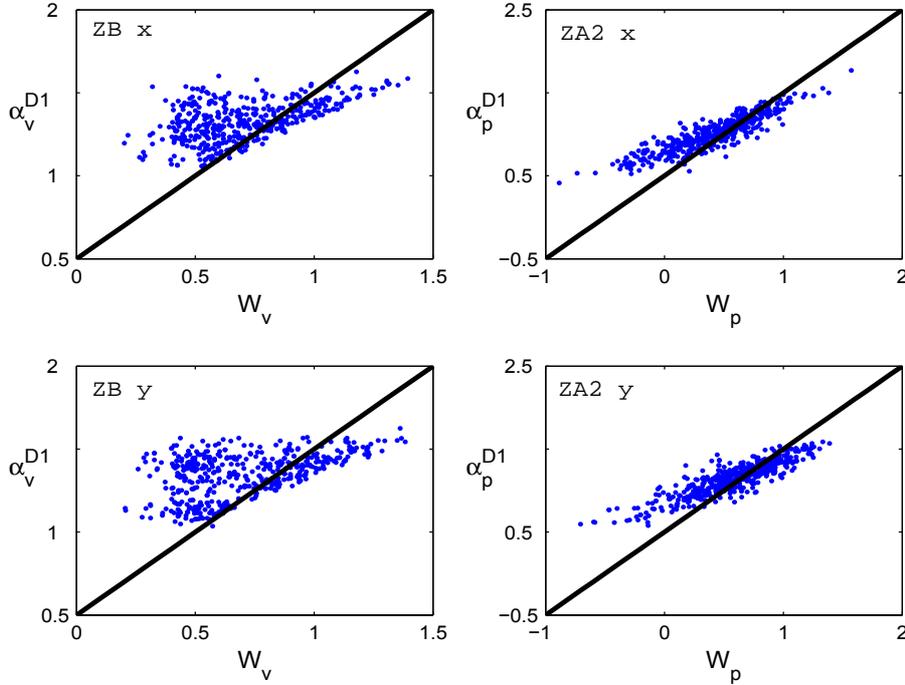


Figura 4.3: Relación entre los coeficientes α y W para las señales experimentales correspondientes al código 10 y dirección x . Cada punto dibujado corresponde al resultado obtenido para una de las medidas de los sujetos G1, G2 y G3. La recta representada corresponde a la relación teórica entre exponentes (3.30).

El análisis de los resultados obtenidos se ha llevado a cabo de la siguiente manera. En primer lugar hemos estudiado el comportamiento del desplazamiento del CdP en condiciones estáticas, primero en las escalas pequeñas, después en las grandes, y, por último, en las intermedias. Seguidamente se ha analizado el comportamiento del desplazamiento del CdP en condiciones dinámicas, en las pequeñas y las grandes escalas.

4.2. Medidas realizadas en condiciones estáticas

Las medidas realizadas en condiciones estáticas se corresponden con los códigos 10 (ojos abiertos) y 11 (ojos cerrados), descritos en la sección 2.2. Recordemos que estas medidas tienen un tamaño de 2^{11} puntos para los grupos G1, G2 y G3 y de 2^{14} puntos para el grupo G4.

4.2.1. Escalas pequeñas

En este apartado estudiaremos las escalas pequeñas correspondientes a la zona ZB, descrita en la introducción de este capítulo.

Grupos: G1, G2 y G3. Códigos 10 y 11

La figura 4.4 muestra los valores medios de H obtenidos a partir de los resultados de todos los exponentes de correlación para todos los grupos estudiados. En el caso de la señal con ojos abiertos los resultados para la señal velocidad se muestran con cuadrados, los de la de posición con círculos, los símbolos blancos corresponden a la dirección x y los negros a la y . Las regiones en gris representan los rangos de variación correspondientes a los exponentes obtenidos para las señales código 11.

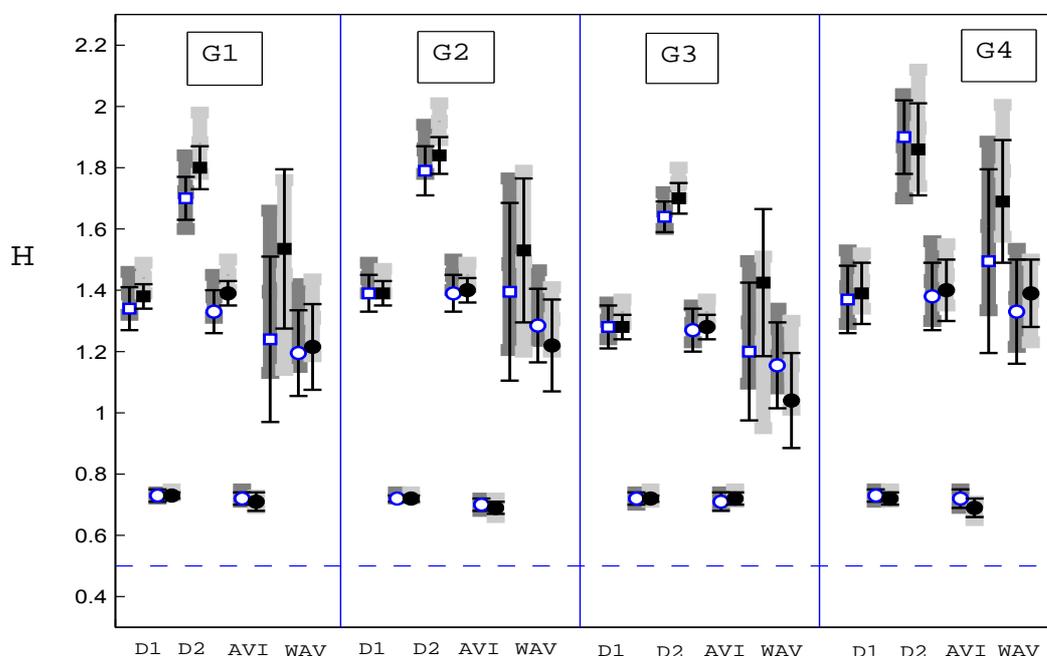


Figura 4.4: Resultados de los exponentes de correlación en ZB para los códigos 10 y 11. Se muestran los resultados de la señal velocidad (cuadrados) y de la señal posición (círculos). Los símbolos blancos muestran los resultados para el eje x y los negros los obtenidos para el eje y . Los resultados del código 11 se muestran con un área gris. Para cada grupo, y de izquierda a derecha se han dibujado los valores obtenidos con DFA-1, DFA-2, AVI y WAV. La línea discontinua marca la transición entre comportamiento persistente y antipersistente.

La primera cuestión a señalar es que no hay diferencias significativas entre los exponentes $H(\alpha)$, H y $H(W)$ obtenidos para cada grupo en las coordenadas x e y . Podemos

concluir, por tanto, que el desplazamiento del CdP en la dirección lateral es similar, en cuanto a las características fractales se refiere, al de la dirección antero-posterior en las escalas pequeñas.

Cuando comparamos los resultados que ofrecen los diferentes grupos de sujetos para cada uno de los diferentes tipos de análisis y direcciones de movimiento, encontramos similitud entre ellos. En las medidas del código 10 esta similitud se traduce en una compatibilidad a nivel de 1σ en treinta y siete de las cuarenta y dos pares de comparaciones posibles entre grupos¹, y a nivel de 2σ en las cinco restantes. En las medidas del código 11, el número de comparaciones entre resultados de parejas de grupos que alcanzan la compatibilidad a nivel de 2σ ha pasado de cinco a ocho y las restantes son compatibles a nivel de 1σ . Por tanto, podemos concluir que en ZB existe un determinado comportamiento de invarianza bajo cambio de escala, determinado por los diferentes tipos de análisis, que es común a todos los grupos de sujetos sanos analizados.

Respecto al tipo de comportamiento de la señal observamos que todos los resultados de los exponentes de correlación muestran valores por encima del punto de transición entre comportamiento antipersistente y persistente ($H = 0.5$). Por tanto, todos los análisis concuerdan en señalar que el comportamiento en ZB del desplazamiento del CdP es persistente.

En general, los resultados obtenidos con y sin información visual son todos ellos compatibles estadísticamente. Por tanto, en las pequeñas escalas no existen diferencias en las características fractales de la trayectoria de CdP de un sujeto en condiciones estáticas con y sin información visual.

Con el fin de corroborar los resultados aquí expuestos, hemos realizado un estudio de la correlación de los exponentes α_v^{D1} obtenidos en las diferentes coordenadas y códigos, en condiciones estáticas. En la figura 4.5, los paneles de la izquierda muestran la representación de los valores de α_v^{D1} en el eje x (α_{vx}^{D1}) frente a los del eje y (α_{vy}^{D1}) correspondientes a las medidas de los grupos G1, G2 y G3, para los códigos 10 y 11. El coeficiente de correlación lineal de Pearson, calculado para los datos citados, arroja un valor de 0.680 para las medidas realizadas con ojos abiertos y de 0.781 en el caso de ojos cerrados. Estos resultados indican que, a nivel de medidas individuales, no existe una estricta similitud entre los valores de α_v^{D1} correspondientes al eje x y al y , pero muestran un cierto grado de correlación entre los resultados obtenidos en ambos ejes. En los paneles de la derecha de esta misma figura se muestran los histogramas correspondientes a los valores de $\alpha_{vx}^{D1}/\alpha_{vy}^{D1}$ para los códigos 10 y 11. Estos valores se distribuyen alrededor del valor 1 con una dispersión similar en el caso de ojos abiertos y ojos cerrados.

Comparación de los métodos DFA, AVI y WAV Para facilitar la comparación entre los exponentes de correlación de los distintos métodos se utilizaron los resultados obtenidos en el apartado anterior. Por un lado, al existir similitud entre los resultados de los tres grupos hemos unido todas sus medidas en un nuevo grupo denominado

¹Para cada código se han realizado comparaciones entre dos grupos de los resultados de un mismo exponente de correlación y eje; esto supone cuarenta y dos casos: tres parejas de grupos, siete exponentes y dos ejes)

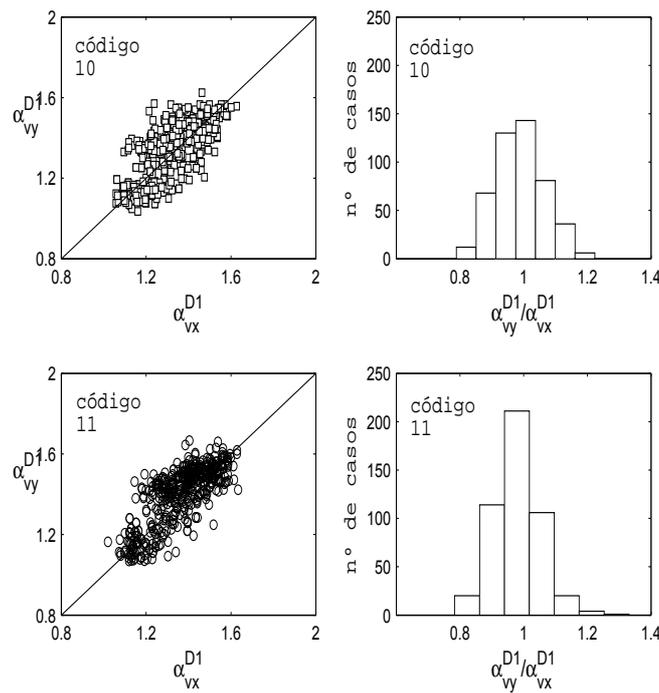


Figura 4.5: Los paneles de la izquierda muestran los gráficos de dispersión de α_{vy}^{D1} frente a α_{vx}^{D1} y los de la derecha los histogramas de los valores de $\alpha_{vy}^{D1}/\alpha_{vx}^{D1}$. Los paneles superiores corresponden al código 10 y los inferiores al 11. Los datos representados corresponden a todas las medidas de los grupos G1, G2 y G3 realizadas en condiciones estáticas.

G1+G2+G3. Por otro lado, al existir también similitud entre los códigos 10 y 11 y los ejes x e y la comparación entre exponentes de correlación se ha realizado únicamente en el código 10 y el eje x . La tabla 4.3 recoge los valores medios y la incertidumbre del exponente de correlación H del grupo G1+G2+G3 para cada uno de los métodos de análisis considerados.

Si comparamos los resultados obtenidos con DFA, vemos que existen diferencias entre los resultados aportados por los cuatro exponentes analizados. En primer lugar cabe señalar que la incertidumbre encontrada para $H(\alpha_p^{D1})$ es mucho menor que la correspondiente a los otros tres exponentes y, además, el valor obtenido para el propio exponente, $H(\alpha_p^{D1}) \approx 0.7$, es mucho más pequeño que los restantes. Hay que tener en cuenta que, como se indicó en el capítulo 3, el método DFA-1 llega a saturación cuando el exponente alcanza el valor 2. En este caso $\alpha_p^{D1} \approx 1.7$ y podemos afirmar que los resultados obtenidos en este caso apuntan hacia la saturación mencionada.

Para poner de manifiesto este comportamiento se aplicó DFA-1 a señales de 2^{11} y 2^{14} puntos generadas artificialmente para valores de α en el rango $0 \leq \alpha \leq 2.5$. Para cada valor de α se generaron 10^4 señales. En el panel izquierdo de la figura 4.6 se muestra la comparación entre los valores obtenidos aplicando DFA-1, α^{D1} , y los valores verdaderos de

	G1+G2+G3		G4	
	velocidad	posición	velocidad	posición
DFA-1	1.34 ± 0.07	0.72 ± 0.02	1.37 ± 0.11	0.73 ± 0.02
DFA-2	1.71 ± 0.07	1.33 ± 0.07	1.90 ± 0.12	1.38 ± 0.11
AVI		0.71 ± 0.02		0.72 ± 0.03
WAV	1.25 ± 0.26	1.21 ± 0.14	1.49 ± 0.30	1.33 ± 0.17

Tabla 4.3: Valores medios e incertidumbre de H de cada uno de los análisis considerados, correspondientes a los grupos G1+G2+G3 y G4 en las pequeñas escalas ZB, para el código 10 y el eje x .

estas señales, $\alpha_{\text{verdadero}}$, y podemos observar la saturación que presenta el método DFA-1 para $\alpha_{\text{verdadero}} > 1.5$.

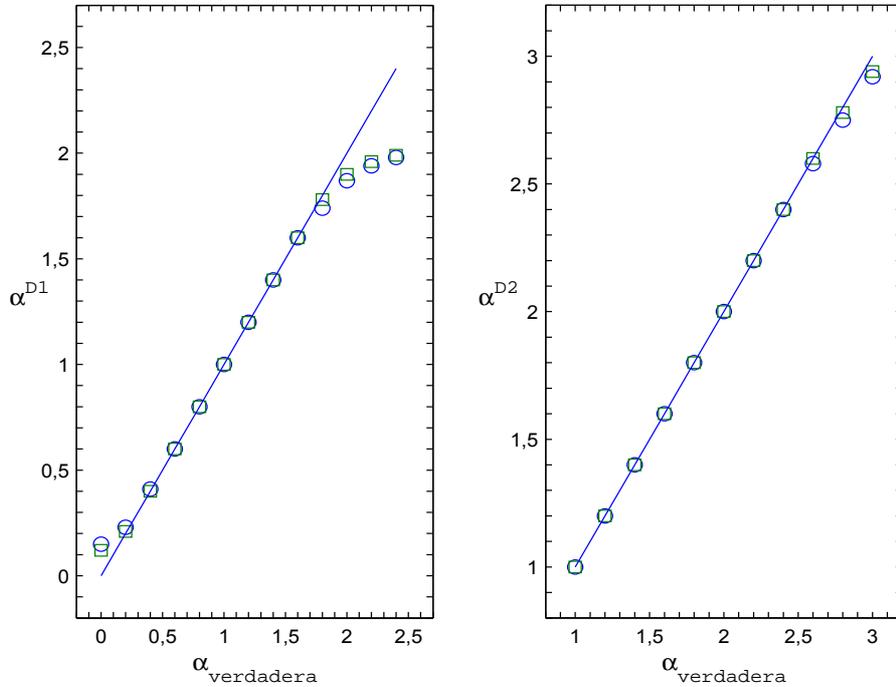


Figura 4.6: Comparación entre los valores reales del exponente de correlación, $\alpha_{\text{verdadero}}$, y los obtenidos mediante los análisis DFA-1, α^{D1} (panel izquierdo) y DFA-2, α^{D2} (panel derecho), para señales de 2^{11} puntos, representadas por círculos, y de 2^{14} puntos, representadas por cuadrados.

Por otro lado, vemos que existe concordancia casi perfecta entre los resultados obtenidos para $H(\alpha_v^{D1})$ y $H(\alpha_p^{D2})$, tanto en los valores medios como en las incertidumbres, mientras que los valores de $H(\alpha_v^{D2})$ son superiores. Este hecho podría indicar que DFA-2 aplicado a la señal velocidad no ofrece resultados fiables.

Para comprobar que estas discordancias entre los resultados de DFA-1 y DFA-2 son debidas a las características de las señales experimentales, hemos aplicado DFA-2 a señales de 2^{11} y 2^{14} puntos generadas artificialmente para valores de α en el rango $1 \leq \alpha \leq 3$. En total se generaron 10^4 señales. En el panel derecho de la figura 4.6 se muestra la relación entre los valores obtenidos aplicando DFA-2, α^{D2} , y los valores verdaderos de estas señales, $\alpha_{\text{verdadero}}$. Comparando los dos paneles de dicha figura podemos deducir que tanto DFA-1 como DFA-2 ofrecen resultados fiables fuera del rango de saturación previamente citado y por tanto, las diferencias encontradas entre los exponentes de correlación de DFA-1 y DFA-2 son debidas a las características multifractales de las señales experimentales analizadas.

En el análisis AVI observamos que los valores de H , así como los de la incertidumbre, coinciden con los obtenidos para el exponente $H(\alpha_p^{D1})$. En este caso el punto de saturación se encuentra en $H=1$; por tanto la distancia al punto de saturación es similar en ambos casos. Como los valores de σ son, de nuevo, pequeños, cabe pensar que el valor de H en ZB está saturado.

En el análisis WAV, observamos que los resultados obtenidos para la señal velocidad y la señal posición son estadísticamente compatibles y que el valor de σ asociado a $H(W_v)$ es el doble del valor del σ asociado $H(W_p)$ (ver tabla 4.3). Esta última observación estaría indicando una mayor precisión en los resultados de la aplicación del método WAV a la señal posición frente a la señal velocidad.

Al comparar los análisis DFA- q y WAV encontramos que los resultados de $H(W_p)$, $H(W_v)$, $H(\alpha_v^{D1})$ y $H(\alpha_p^{D2})$ son compatibles y que los valores de σ asociados a W_p son aproximadamente el doble de los encontrados para $H(\alpha)$. La elevada incertidumbre que presenta el análisis WAV para la señal velocidad produce un pequeño solapamiento con los resultados de $H(\alpha_v^{D2})$ que, como hemos visto antes, son superiores a $H(\alpha_v^{D1})$ y $H(\alpha_p^{D2})$. Al realizar esta comparación también encontramos que los valores medios correspondientes al análisis de la señal velocidad y de la señal posición difieren en un 46 % en el caso de DFA-1, en un 22 % en DFA-2 y en un 11 % en WAV. La elevada diferencia en estos resultados de DFA-1 es debida a la saturación encontrada en el exponente $H(\alpha_p^{D1})$.

Grupo: G4. Códigos 10 y 11

La mayor duración de las medidas del G4 (409.6 s), frente a los grupos G1, G2 y G3 (51.2 s), nos permite estudiar la influencia del tamaño de la señal. Los programas asociados a algunas de las plataformas de estabilometría que se comercializan en España [Ibv06] y en Francia [Sate02], utilizan tiempos de medida estándar que se encuentran entre 25 y 60 s, es decir, similares a las realizadas en los grupos G1, G2 y G3. Los resultados de las medidas del grupo G4, por tanto, pueden ser útiles para valorar si son acertados dichos tiempos estándar.

En la figura 4.4 encontramos en el último panel los resultados obtenidos para H a partir de todos los exponentes de correlación para este grupo. Al igual que ocurría en los grupos de medidas cortas, los valores de los exponentes de correlación son estadísticamente compatibles en ambos ejes.

Al aumentar el tamaño de la señal tampoco se han encontrado diferencias entre los resultados de las medidas con y sin información visual y todos los exponentes de correlación siguen indicando un comportamiento persistente del movimiento del CdP en ZB. Por tanto, a este nivel, no se han encontrado diferencias estadísticas entre los resultados de las medidas cortas y largas.

Comparación de los métodos DFA, AVI y WAV En general, todas las observaciones realizadas en las medidas cortas son también aplicables a las largas. Únicamente encontramos una excepción referida al método WAV: en la coordenada y y para el código 11 (ojos cerrados), los resultados de $H(W_v)$ (1.79 ± 0.21) y $H(W_p)$ (1.36 ± 0.13) no son estadísticamente compatibles a nivel de 1σ .

Los valores de H para los distintos exponentes de correlación del G4 también se han presentado en la tabla 4.3 para facilitar la comparación con los resultados encontrados al unir los grupos de medidas cortas. En dicha tabla puede observarse que los márgenes de incertidumbre de todos los exponentes de correlación son más elevados en G4, especialmente los obtenidos mediante el análisis DFA- q , pero aún así siguen siendo menores que las incertidumbres de WAV. También puede observarse que los resultados de las comparaciones entre exponentes encontrados en las medidas cortas se mantienen en las largas.

Subdivisiones de las señales del G4. Códigos 10 y 11

Con el objeto de seguir avanzando en la elección de un protocolo estándar para realizar medidas de estabilometría, la siguiente cuestión es saber si la información aportada por una medida de N puntos es similar a la que aportarían varias medidas de n puntos con $n < N$. Es decir, pretendemos saber si es equivalente realizar a un sujeto varias medidas cortas en lugar de una larga.

Partiendo del conjunto total de medidas largas del G4, hemos extraído de ellas diferentes tipos de subdivisiones, o conjuntos de submedidas, de diferentes tamaños, cuya descripción se encuentra detallada en la tabla 4.4. Las señales de tipo 1S se han extraído de la parte inicial de la señal original y las de tipo 2S de la parte final. Las señales 3S no se solapan entre sí y unidas reconstruyen la señal original. Por último, las diez señales de tipo 4S se han elegido de manera que se solapan entre sí y abarcan toda la medida². La comparación entre los resultados de las medidas largas y de los conjuntos de submedidas, permitirá establecer conclusiones respecto a la influencia del tamaño de la señal en la caracterización fractal de la misma.

Las medidas del G4, de las cuales proceden los conjuntos de submedidas aquí analizados, han mostrado un comportamiento similar en ambas coordenadas, por lo que en el estudio que a continuación se muestra sólo aparecen los resultados correspondientes a la coordenada x . Por otro lado, como el objetivo es comparar las medidas de distinto

²La primera de estas señales comienza en el primer punto de la señal original y la décima finaliza en el último punto de dicha señal, por otro lado, el tamaño del salto entre una señal y la siguiente es siempre el mismo

n° de puntos	Denominación	N° de señales	Puntos que abarcan
2^{13}	1S13	1	1 - 8192
	2S13	1	8193 - 16384
	3S13	2	1 - 16384
	4S13	10	1 - 16384
2^{12}	1S12	1	1 - 4096
	2S12	1	12289 - 16384
	3S12	4	1 - 16384
	4S12	10	1 - 16384
2^{11}	1S11	1	1 - 2048
	2S11	1	14337 - 16384
	3S11	8	1 - 16384
	4S11	10	1 - 16384

Tabla 4.4: Definición de las subdivisiones realizadas a las medidas largas del G4.

tamaño, y por tanto, no se trata de comparar los resultados de los diferentes métodos, calcularemos un único tipo de exponente dentro de cada análisis. Así en DFA aplicaremos únicamente DFA-1 a la señal velocidad y el análisis WAV será únicamente aplicado a la señal posición por mostrar resultados consistentes con incertidumbres mínimas en ambos métodos.

La figura 4.7 muestra los resultados obtenidos para H a partir de todos los exponentes de correlación. Los valores representados corresponden al valor medio y a la desviación estándar del conjunto de subdivisiones de cada tipo, para todos los sujetos del G4. En esta figura observamos que los resultados de los diferentes exponentes de correlación de cada conjunto de subdivisiones son, en general, estadísticamente compatibles con los de las medidas largas originales, tanto en el código 10 como en el 11, salvo en el caso de AVI para el que, como vimos antes, el coeficiente presenta saturación y no aporta información alguna.

Únicamente podemos señalar que, para DFA-1, los resultados obtenidos para las señales 1S11 y 2S11, con código 10, no son compatibles a nivel de 1σ . Lo mismo ocurre con las señales 1S12 y 2S12. Por otro lado, la incertidumbre de los resultados obtenidos para 1S11 y 1S12 son mayores que la de las señales 2S11 y 2S12, respectivamente. Para profundizar en estos resultados hemos estudiado las 8 subdivisiones de 2^{11} puntos que unidas forman el total de cada señal del G4. Los resultados pueden verse en la figura 4.8. Los exponentes muestran un resultado similar en las 6 primeras subdivisiones de 2^{11} puntos de señal, es decir en los primeros 307.2 s de la medida, mientras que en la parte final de la señal (cuya unión corresponde a 2S12) existe un aumento del valor del exponente de correlación de DFA-1. Los valores de incertidumbre, más pequeños en la parte final de la señal, muestran que es un resultado común en los 30 sujetos analizados.

Este aumento de los valores del exponente de correlación en la parte final de los registros de larga duración podría indicar un cambio de estrategia de regulación postural

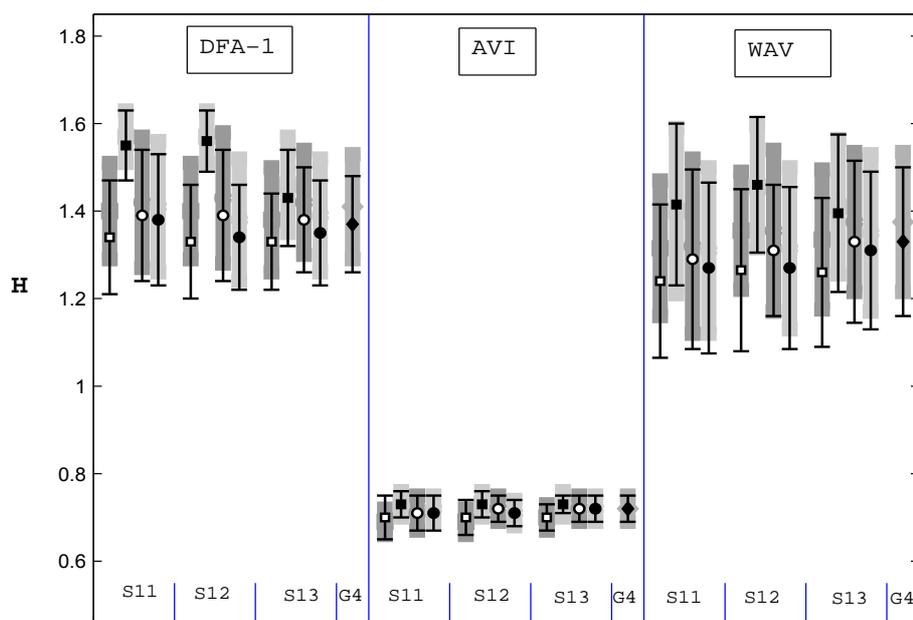


Figura 4.7: Valores medios e incertidumbres de los exponentes de correlación en ZB para la subdivisiones del G4. El cuadrado blanco corresponde a las divisiones tipo 1S, el cuadrado negro a las tipo 2S, el círculo blanco a 3S y el círculo negro a 4S. Se ha incluido también, en cada caso, el valor correspondiente a la señal completa (G4) con un rombo negro. Los símbolos corresponden al código 10 y las zonas grises al 11. Los resultados mostrados corresponden al eje x . Los valores de DFA-1 corresponden a la señal velocidad y los de WAV a la señal posición.

lateral en las estancias ortostáticas prolongadas. Por otro lado, debemos recordar que los 30 sujetos del G4 realizaron un única medida correspondiente al código 10 por lo que el citado resultado puede ser producto del azar. Para dilucidar sobre esta cuestión se realizaron cálculos similares referidos al eje y . La figura 4.8 también muestra estos resultados y en ella puede observarse que todos los resultados de las diferentes subdivisiones se solapan entre sí. Esto indicaría que en el movimiento antero posterior no se producen signos de cambio de estrategia por el paso del tiempo e induce a pensar que los resultados encontrados en el eje x son un producto del azar.

El método WAV muestra una clara separación entre los valores medios de los casos citados, pero sus amplios márgenes de incertidumbre los convierten en estadísticamente compatibles; tampoco se observa una diferencia notable entre los valores de incertidumbre del primer y del último tramo de la señal. Por tanto, en general podemos concluir que en las escalas pequeñas no se han hallado evidencias que pongan de manifiesto la influencia del tamaño de la señal en los resultados obtenidos.

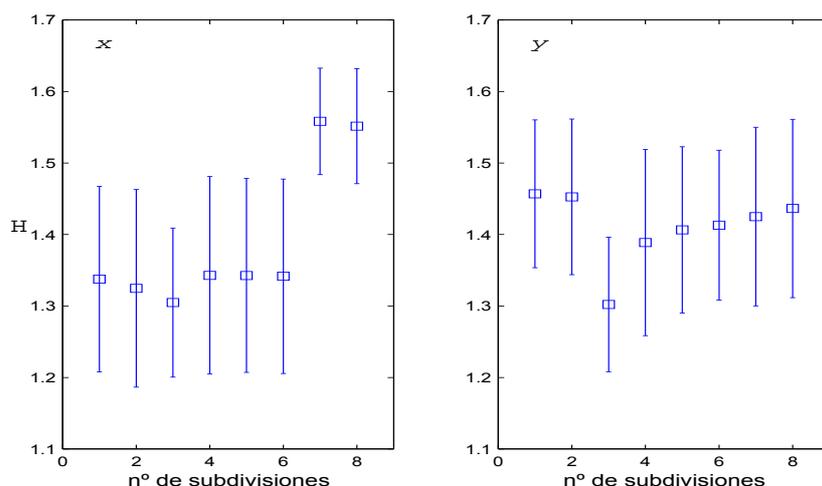


Figura 4.8: Valores medios e incertidumbres de los exponentes de correlación de DFA-1 en ZB para la subdivisiones de 2^{11} puntos que unidas forman cada medida total del G4. Estas subdivisiones están numeradas según la posición temporal que ocupan. Los valores corresponden a la señal velocidad en el código 10 y a los ejes x e y .

4.2.2. Escalas grandes

En este apartado estudiaremos las escalas grandes (ZA) que corresponden a las bajas frecuencias.

Grupos: G1, G2 Y G3. Códigos 10 y 11

La zona de escalas grandes que analizamos en estos grupos es ZA2. La figura 4.9 muestra los resultados para H a partir de todos los exponentes de correlación para todos los grupos estudiados.

En ZA2, al igual que en ZB, observamos que para todos los tipos de análisis estudiados existe un solapamiento entre los resultados en el eje x y en el eje y .

Los resultados que ofrecen los diferentes grupos de sujetos para cada uno de los tipos de análisis son compatibles entre sí. Esta similitud se traduce en una compatibilidad a nivel de 1σ en todas las comparaciones de exponentes de correlación entre diferentes grupos. El aumento de los valores de σ en ZA2 frente a los valores observados en ZB, es el factor que contribuye a esta mayor compatibilidad entre resultados de diferentes grupos. Por tanto, podemos concluir que también en ZA2 existe un determinado comportamiento de invarianza bajo cambio de escala que es común a todos los grupos de sujetos sanos analizados.

Respecto al comportamiento persistente o antipersistente de la trayectoria del CdP en las grandes escalas, el resultado depende del tipo de señal analizado y del método utilizado.

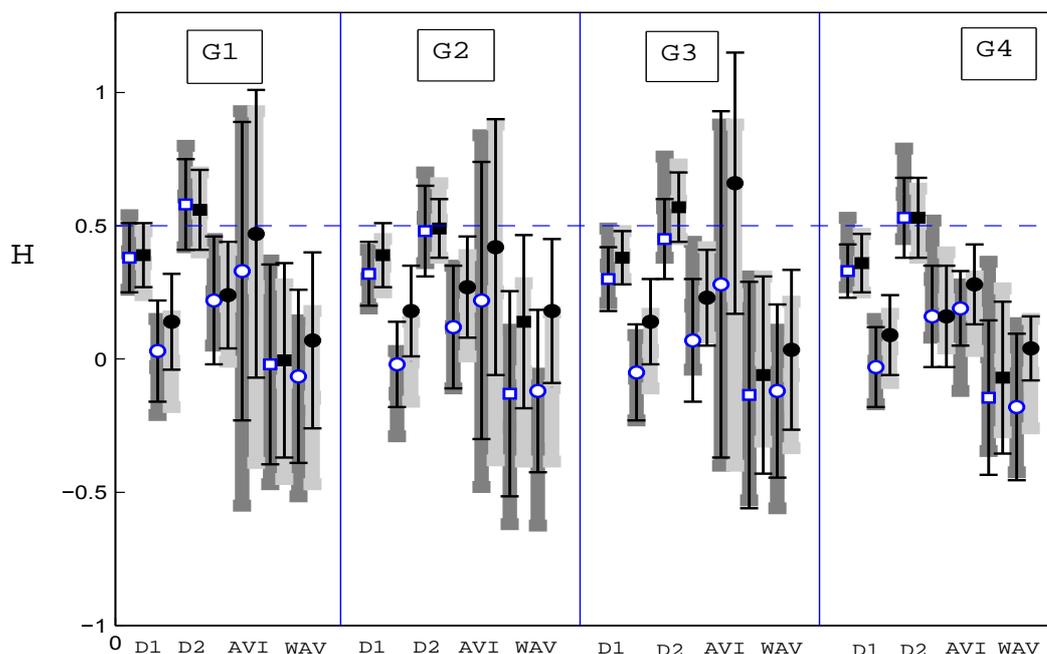


Figura 4.9: Resultados de los exponentes de correlación en ZA2 para los códigos 10 y 11. Se muestran los resultados de la señal velocidad (cuadrados) y de la señal posición (círculos). Los símbolos blancos muestran los resultados para el eje x y los negros los obtenidos para el eje y . Los resultados del código 11 se muestran con un área gris. Para cada grupo, y de izquierda a derecha, se han representado los valores obtenidos con DFA-1, DFA-2, AVI y WAV. La línea discontinua marca la transición entre comportamiento persistente y antipersistente.

Por un lado, el análisis de la señal posición mediante los métodos DFA y WAV muestra en todos los casos un comportamiento antipersistente de la misma. Por otro lado, el análisis de la señal velocidad mediante el método WAV indica un comportamiento antipersistente, mientras que DFA aplicado a la señal velocidad y AVI ofrecen resultados que abarcan tanto el comportamiento antipersistente como persistente: el exponente $H(\alpha_v^{D1})$ muestra un comportamiento siempre antipersistente del desplazamiento del CdP, en el eje x , para las medidas del G2 en ambos códigos, y en ambos ejes y código 10 para las del G3, mientras que en el resto de los casos, al igual que $H(\alpha_v^{D2})$ y H , los valores indican ambos tipos de comportamiento.

En resumen, cuatro exponentes de correlación indican siempre un comportamiento antipersistente del desplazamiento del CdP en esta zona, ningún exponente indica siempre un comportamiento persistente, y los tres exponentes restantes indican en unos casos comportamiento antipersistente, y en otros los márgenes de incertidumbre abarcan ambos tipos de comportamiento. Por tanto, el mayor número de resultados apunta hacia un comportamiento antipersistente del desplazamiento del CdP en ZA2.

En las escalas grandes, al igual que en las pequeñas, no se encuentran diferencias estadísticas entre las señales registradas con y sin información visual.

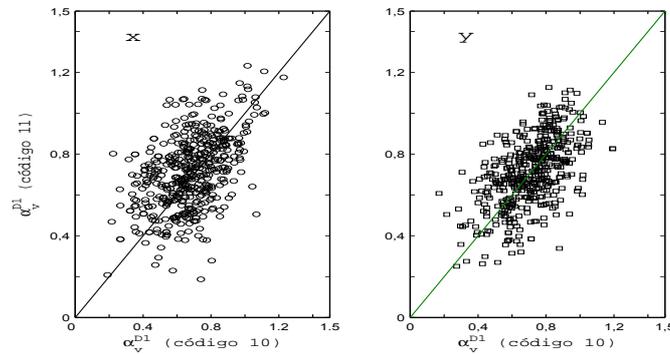


Figura 4.10: El panel de la izquierda muestra el gráfico de dispersión de α_v^{D1} para el código 11 frente al código 10 para el movimiento lateral y el panel de la derecha para el movimiento antero-posterior. Los datos representados corresponden a todas las medidas de los grupos G1, G2 y G3 realizadas en condiciones estáticas.

Al igual que en las escalas pequeñas, hemos realizado un estudio de la correlación de los exponentes α_v^{D1} obtenidos en las diferentes coordenadas y códigos 10 y 11, con el fin de corroborar los resultados aquí expuestos. En la figura 4.10, el panel de la izquierda muestra la representación de los valores de α_v^{D1} para el código 11 frente a los del código 10 correspondientes al movimiento lateral y el panel de la derecha los correspondientes al movimiento antero-posterior, para todas las medidas de los grupos G1, G2 y G3. El coeficiente de correlación lineal de Pearson, calculado para los datos citados, arroja un valor de 0.481 para los exponentes correspondientes al movimiento lateral y de 0.551 en el caso del movimiento antero-posterior. Estos resultados indican que, a nivel de medidas individuales, no existe una estricta similitud entre los valores de α_v^{D1} correspondientes a los códigos 10 y 11, pero muestran un cierto grado de correlación entre los resultados obtenidos con y sin información visual en las escalas grandes, que por otro lado es menor que el encontrado entre ambos ejes en las escalas pequeñas.

Comparación de los métodos DFA, AVI y WAV La tabla 4.5 muestra los valores medios e incertidumbres correspondientes a los distintos exponentes de correlación obtenidos para el grupo G1+G2+G3 con código 10 y en el eje x .

Cabe resaltar que los valores del margen de incertidumbre encontrados mediante el método AVI triplican a los encontrados en esta misma zona mediante el análisis DFA y exceden bastante a los de WAV. En la figura 4.1 correspondiente a los resultados en las escalas grandes puede observarse que la elevada incertidumbre no es debida a la disparidad de los valores medios de cada sujeto. Esta amplia variación en los resultados del método AVI puede ser debida a las oscilaciones que aparecen en la representación logarítmica de la ecuación (3.3) y que pueden ser observadas en la figura 4.11. Estas oscilaciones pueden

	G1+G2+G3		G4	
	velocidad	posición	velocidad	posición
DFA-1	0.33 ± 0.12	-0.02 ± 0.18	0.33 ± 0.10	-0.03 ± 0.15
DFA-2	0.50 ± 0.16	0.14 ± 0.23	0.53 ± 0.15	0.16 ± 0.19
AVI		0.24 ± 0.50		0.19 ± 0.14
WAV	-0.09 ± 0.40	-0.10 ± 0.32	-0.14 ± 0.29	-0.18 ± 0.27

Tabla 4.5: Valores medios e incertidumbres del exponente H obtenidos con los distintos métodos de análisis para los grupos G1+G2+G3 y G4 en las escalas grandes ZA2, para el código 10 y el eje x .

considerarse como fluctuaciones estadísticas causadas por la de falta de robustez asociada a un insuficiente número de puntos analizados. Aunque en el apéndice E se demuestra que $N/10$ es un intervalo máximo adecuado para señales fractales de 2^{11} puntos, en el caso de señales multifractales, como las aquí estudiadas, el análisis AVI carece de precisión en dichos intervalos y tamaño de señal.

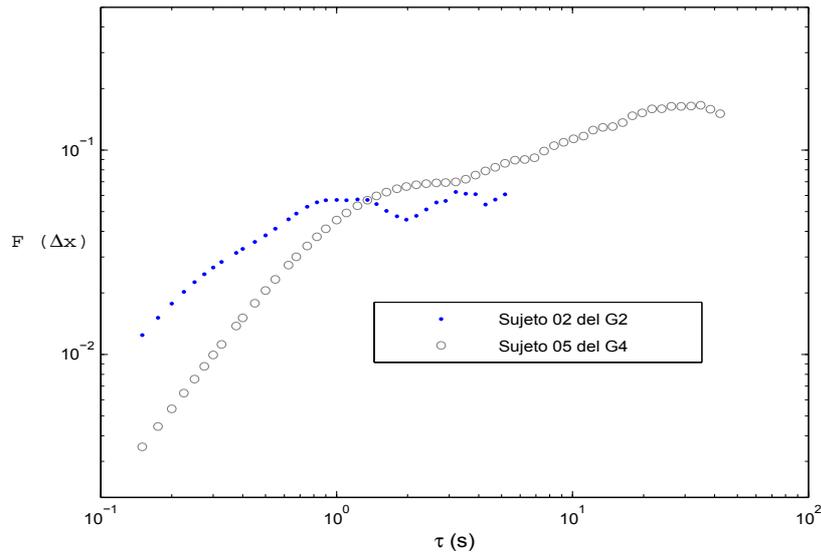


Figura 4.11: Ejemplos de aplicación del método AVI a dos señales de diferente tamaño. Ambas medidas corresponden al código 10 y al eje x .

Al comparar los resultados obtenidos con DFA, observamos un aumento, con respecto a las escalas pequeñas, en la compatibilidad entre los diferentes exponentes de correlación tipo $H(\alpha)$, debido en parte al aumento de las incertidumbres. Por un lado, $H(\alpha_p^{D1})$ deja de presentar saturación al aumentar el tamaño de las escalas estudiadas y sus valores son estadísticamente compatibles a nivel de 1σ con los de $H(\alpha_p^{D2})$ y con los de $H(\alpha_v^{D1})$ para el eje y . Por otro, el exponente $H(\alpha_v^{D2})$, que era sistemáticamente superior al resto en ZB, resulta ahora estadísticamente compatible con $H(\alpha_v^{D1})$ y $H(\alpha_p^{D2})$. Por su parte, los

exponentes $H(\alpha_v^{D1})$ y $H(\alpha_p^{D2})$ siguen presentando resultados estadísticamente compatibles en las escalas grandes.

Los resultados obtenidos al aplicar DFA- q a la señal velocidad alcanzan valores superiores a los obtenidos para la señal posición, si bien en algunos casos los márgenes de incertidumbre de ambos tipos de señales son similares a nivel de 1σ . Este hecho conduce a una diferente catalogación del comportamiento persistente o antipersistente de la trayectoria del CdP en función de la señal estudiada: mientras que los resultados del análisis de la señal posición indican siempre un comportamiento antipersistente en esta zona, los de la señal velocidad abarcan ambos tipos de comportamiento.

Respecto a la comparación de la aplicación del análisis WAV a la señal velocidad y a la señal posición, observamos que en ZA2, al igual que ocurría en ZB, los resultados de ambas aplicaciones son compatibles. Los valores de las incertidumbres son elevados y los valores medios están próximos entre sí. Observamos una disminución en la diferencia entre los valores de σ de ambos exponentes respecto a las escalas pequeñas: mientras que en ZB el valor de σ de $H(W_v)$ duplicaba al de $H(W_p)$, ahora ambos son del mismo orden.

Al comparar los valores de la incertidumbre de los métodos DFA y WAV, observamos que se mantienen las mismas relaciones que en las escalas pequeñas.

Grupo: G4. Códigos: 10 y 11

El último panel de la figura 4.9 muestra los resultados de los valores de H obtenidos a partir de todos los exponentes de correlación para el grupo G4 en ZA2.

Como vemos, en ZA2 y para las señales largas, no hay diferencias estadísticamente significativas entre los resultados obtenidos para las dos direcciones de medida.

Por otro lado, los resultados de los diferentes exponentes de correlación obtenidos para el grupo G4 se solapan con los correspondientes a los grupos G1, G2 y G3. En general, esto confirma la homogeneidad del comportamiento del desplazamiento del CdP en sujetos sanos, independientemente del tamaño de la señal y del número de medidas realizadas.

En cuanto al comportamiento persistente o antipersistente de la trayectoria del CdP en las grandes escalas, observamos que cuando el tamaño de la señal aumenta, un mayor número de exponentes señalan que la trayectoria del CdP en las escalas grandes correspondientes a ZA2 es antipersistente. Según el análisis DFA, los exponentes $H(\alpha_v^{D1})$, $H(\alpha_p^{D1})$ y $H(\alpha_p^{D2})$, indican, en ambas coordenadas, un comportamiento siempre antipersistente para el código 10, mientras que en el código 11 $H(\alpha_v^{D1})$ y $H(\alpha_p^{D2})$ hacen una pequeña incursión en el comportamiento persistente en el eje x . El exponente $H(\alpha_v^{D2})$ aporta, en ambas coordenadas, al igual que en los grupos G1, G2 y G3, unos rangos de valores que abarcan tanto al comportamiento persistente como el antipersistente.

Según el método AVI, las medidas largas presentan siempre un comportamiento antipersistente en ZA2; observamos que los valores medios y las σ de H son menores que en las medidas cortas, para las que H indicaba tanto comportamiento persistente como antipersistente.

El análisis WAV sigue señalando, en todos los casos, un comportamiento antipersistente de la señal del desplazamiento del CdP en ZA2. Por tanto, seis exponentes de correlación indican un comportamiento siempre antipersistente en el código 10 y cuatro en el código 11, ninguno indica un comportamiento siempre persistente y sólo el exponente $H(\alpha_v^{D2})$ presenta un margen de incertidumbre que abarca ambos tipos de comportamiento en ambos códigos.

Comparación de los métodos DFA, AVI y WAV En este caso también cabe resaltar los resultados obtenidos utilizando el método AVI. En la tabla 4.5 puede observarse la drástica disminución del valor de σ asociado a H al aumentar el tamaño de la señal; el valor de σ del grupo G1+G2+G3 cuadruplica al de G4. Esta disminución en los valores de σ puede ser asociada a la disminución de las oscilaciones en la representación logarítmica de la ecuación (3.3) cuando el tamaño de la señal aumenta, la cual puede observarse en la figura 4.11. El mayor tamaño de las medidas del G4 hace que el número de intervalos estudiados sea superior al del grupo G1+G2+G3, aumentando así la robustez estadística. Además, en el G4 existe una mayor diferencia entre el tamaño de los intervalos estudiados y el de la señal: mientras que en el grupo G1+G2+G3, el tramo de dichos intervalos equivale a una décima parte de la señal, en el G4 equivale a $N/80$. Estos resultados confirman la dependencia del método AVI con el tamaño de la señal.

En la comparación entre los análisis DFA-1, DFA-2 y WAV aplicados a las señales posición y velocidad, en ZA2 no se ha encontrado ningún cambio respecto a las medidas cortas.

Zonas ZA3, ZA4 y ZA5 Las zonas extremas ZA3, ZA4 y ZA5, únicamente pueden ser estudiadas en las medidas largas. Analizaremos conjuntamente estas zonas, señalando las principales aportaciones de cada una de ellas. La figura 4.12 muestra los resultados obtenidos.

La comparación entre los resultados del movimiento lateral y el antero-posterior confirma que al aumentar el tamaño de la escalas de tiempo estudiadas, el comportamiento de todos los exponentes de correlación sigue siendo similar en ambos ejes.

En general todos los tipos de análisis coinciden en señalar un comportamiento antipersistente del desplazamiento de CdP en las grandes escalas. En ZA5 encontramos una excepción en el exponente $H(W_v)$, en ambos códigos y ejes, y otra en el exponente $H(\alpha_v^{D2})$, en el código 11 y eje y .

Respecto a la comparación de los resultados de los exponentes de correlación de los diferentes métodos cabe resaltar que a medida que el tamaño de escala estudiada aumenta, las diferencias entre los exponentes de correlación $H(\alpha)$ van disminuyendo. En ZA5 observamos que dentro de un mismo código los valores de todos los exponentes obtenidos mediante el método DFA son compatibles estadísticamente.

El análisis AVI en ZA5 sigue presentando pequeños valores de la incertidumbre comparados con los obtenidos en ZA2 para los grupos de medidas cortas. Por un lado, en

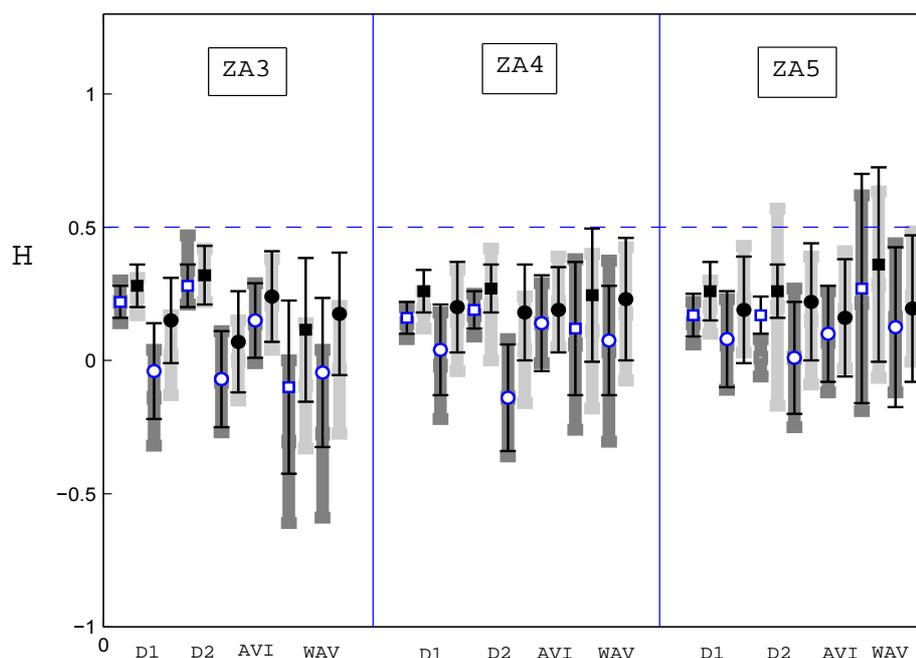


Figura 4.12: Resultados de los exponentes de correlación en ZA3, ZA4 y ZA5, para los códigos 10 y 11, para el grupo G4. Se muestran los resultados de la señal velocidad (cuadrados) y de la señal posición (círculos). Los símbolos blancos muestran los resultados para el eje x y los negros los obtenidos para el eje y . Los resultados del código 11 se muestran en un área gris. La línea discontinua marca la posición del punto de transición entre comportamiento persistente y antipersistente.

ambos casos los intervalos estudiados contienen una décima parte de los puntos de la señal, por otro, el número de intervalos analizados es mayor en las medidas largas. Mientras que en el caso de las señales fractales analizadas en el apéndice E este intervalo máximo es ya válido para señales de 2^{11} puntos, en el caso de señales multifractales este intervalo máximo sólo es válido para señales de mayor tamaño. En nuestro caso hemos mostrado que $N/10$ es un intervalo máximo de estudio adecuado en el caso de señales multifractales de 2^{14} puntos.

Subdivisiones del G4. Códigos: 10 y 11

La figura 4.13 muestra los resultados obtenidos para H a partir de los diferentes métodos para todos los tipos de subdivisiones estudiados en la zona ZA2 respectivamente.

El método AVI, que en las escalas pequeñas se saturaba, aplicado a las grandes escalas muestra que los márgenes de variación de cada exponente H , en una misma zona y código,

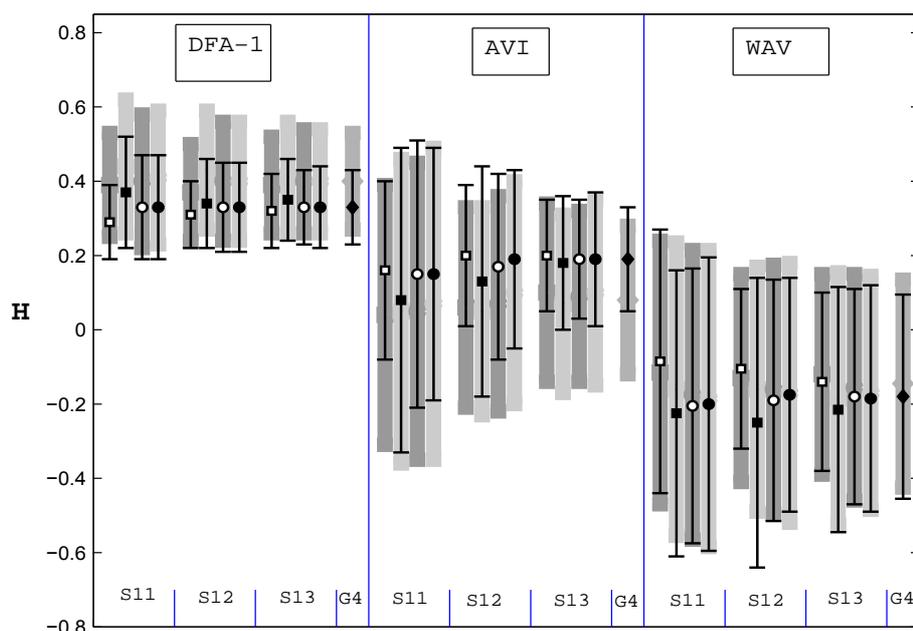


Figura 4.13: Valores medios e incertidumbres de los exponentes de correlación en ZA2 para la subdivisiones del G4. El cuadrado blanco corresponde a las divisiones tipo 1S, el cuadrado negro a las tipo 2S, el círculo blanco a 3S y el círculo negro a 4S. Se ha incluido también, en cada caso, el valor correspondiente a la señal completa (G4) con un rombo negro. Los símbolos corresponden al código 10 y las zonas grises al 11. Los resultados mostrados corresponden al eje x . Los valores de DFA-1 corresponden a la señal velocidad y los de WAV a la señal posición.

se solapan entre todos los tipos de subdivisiones y también con las medidas largas originales del G4. Por otro lado, observamos que en el caso del método AVI los valores de las incertidumbres disminuyen, aproximándose a los del G4, a medida que el tamaño de las señales estudiadas aumenta, mientras que en el resto de los métodos esta disminución es casi inapreciable. Estos resultados indican una mayor dependencia del análisis AVI frente al tamaño de la señal.

En esas escalas se observa un importante solapamiento entre los resultados de todos los tipos de subdivisiones y las medidas largas originales que pone de manifiesto la independencia del tamaño de la señal con los resultados obtenidos.

4.2.3. Escalas intermedias

En este apartado hemos estudiado las escalas intermedias para analizar la transición entre el comportamiento persistente, descubierto en las escalas pequeñas, y el comportamiento antipersistente de las escalas grandes.

El estudio de la señal del desplazamiento del CdP en las zonas extremas (escalas pequeñas y grandes) ha mostrado que no existen diferencias significativas entre presencia y ausencia de información visual, ni entre el desplazamiento lateral y antero-posterior del CdP. En las tablas 4.3 y 4.5 puede observarse que el método DFA-2 presenta valores de σ superiores a los de DFA-1. Por tanto, los métodos utilizados son AVI, DFA-1 y WAV, y se han aplicado únicamente a las medidas del código 10 en el eje x . Finalmente, al no haberse encontrado diferencias entre los tres grupos de medidas cortas, éstas han sido agrupadas, como antes, dentro de un mismo grupo denominado G1+G2+G3.

Estudio del punto de transición

En la tabla 4.6 se presentan los valores del punto de transición obtenidos, según el protocolo descrito en la introducción de este capítulo, para los grupos y tipos de análisis previamente mencionados.

	DFA-1		AVI	WAV	
	α_v	α_p	H	W_v	W_p
G1+G2+G3	2.35 ± 0.43	1.12 ± 0.59	0.80 ± 0.56	2.18 ± 0.58	1.65 ± 0.64
G4	2.49 ± 0.30	1.02 ± 0.40	0.97 ± 0.24	2.27 ± 0.52	1.72 ± 0.60

Tabla 4.6: Valor medio en segundos del punto de transición de los grupos G1+G2+G3 y G4, según los resultados de los exponentes α_v , α_p , H , W_v y W_p . Se muestran los resultados para el código 10 y eje x .

El método AVI, tanto en las medidas cortas como en las largas, es el que detecta el cambio de comportamiento en escalas temporales más pequeñas. Por otro lado, los resultados del método AVI se solapan con los de los métodos DFA-1 y WAV aplicados a la señal posición, debido principalmente al gran tamaño de sus incertidumbres.

En el análisis DFA-1 los valores del punto de transición para las señales velocidad y posición no se solapan, mientras que en el análisis WAV sí lo hacen. Esto está relacionado con el comportamiento de las distintas técnicas en ZB. Por tanto, el análisis WAV presenta resultados similares al ser aplicado a la señal posición y a la señal velocidad del CdP, mientras que el análisis DFA es probable que, o bien sobrevalore los resultados cuando es aplicado a la señal velocidad, o bien infravalore los resultados cuando es aplicado a la señal posición.

Como consecuencia de este análisis podemos afirmar que el tiempo de transición, τ_t , es del orden de 2 s [Blaz09a].

Comparación entre los resultados de los diferentes exponentes de correlación

La tabla 4.7 muestra los resultados de los exponentes del grupo G1+G2+G3 en las diferentes zonas estudiadas y la tabla 4.8 los del grupo G4.

El valor de H obtenido mediante el análisis AVI es compatible con $H(\alpha_p^{D1})$, mientras que la saturación de dicho exponente en las escalas pequeñas hace que no sea compatible con el resto de los exponentes que proporcionan resultados compatibles y apuntan a un tiempo de transición del orden de 2 s. Estas incompatibilidades desaparecen a medida que nos acercamos a las escalas más grandes.

En los análisis DFA-1 y WAV los valores de los exponentes de correlación obtenidos a partir de la señal velocidad del CdP son siempre mayores que los obtenidos estudiando la señal posición. Esta diferencia es más pronunciada en los resultados del análisis DFA-1, donde los márgenes de variación de los exponentes $H(\alpha_v^{D1})$ y $H(\alpha_p^{D1})$ no se solapan, mientras que los exponentes $H(W_v)$ y $H(W_p)$ sí lo hacen. Esto es debido, por un lado, a que los valores medios de $H(\alpha_v^{D1})$ y $H(\alpha_p^{D1})$ difieren entre sí más que los de $H(W_v)$ y $H(W_p)$ y, por otro lado, a que los márgenes de variación son menores en los resultados del análisis DFA-1 que en los del análisis WAV.

	DFA-1		AVI	WAV	
	velocidad	posición	posición	velocidad	posición
ZB	1.34±0.07	0.72±0.02	0.71±0.02	1.25±0.26	1.21±0.14
ZM1	1.22±0.14	0.70±0.05	0.61±0.08	1.30±0.26	1.12±0.15
ZM2	1.10±0.12	0.62±0.08	0.47±0.14	1.15±0.22	0.91±0.14
ZM3	0.97±0.12	0.54±0.04	0.37±0.18	0.94±0.23	0.75±0.18
ZM4	0.87±0.13	0.47±0.13	0.30±0.21	0.78±0.26	0.63±0.23
ZM5	0.80±0.14	0.41±0.14	0.23±0.21	0.69±0.30	0.54±0.27
ZM6	0.74±0.15	0.36±0.15	0.17±0.22	0.63±0.33	0.47±0.30
ZM7	0.70±0.17	0.31±0.17	0.13±0.23	0.57±0.37	0.40±0.33
ZM8	0.65±0.18	0.26±0.19	0.09±0.25	0.52±0.39	0.33±0.34
ZM9	0.61±0.19	0.22±0.22	0.08±0.25	0.46±0.42	0.25±0.35
ZM10	0.58±0.19	0.18±0.20	0.09±0.27	0.38±0.43	0.18±0.35
ZA1	0.66±0.12	0.27±0.14	0.10±0.20	0.53±0.31	0.36±0.27
ZA2	0.33±0.12	-0.02±0.18	0.24±0.50	-0.09±0.40	-0.10±0.32

Tabla 4.7: Valores medios e incertidumbres del exponente H , obtenidos a partir de los análisis DFA-1, AVI y WAV, correspondientes al grupo G1+G2+G3, en las zonas: baja, medias y altas. Se muestran los resultados para el código 10 y el eje x .

Al comparar los resultados de los exponentes de correlación obtenidos por los métodos DFA-1 y WAV, observamos que en las escalas pequeñas el mayor solapamiento se produce entre $H(W_p)$, $H(W_v)$ y $H(\alpha_v)$, mientras que en las escalas grandes es el exponente $H(\alpha_p)$ el que más se aproxima a los resultados del método WAV.

En el grupo de medidas largas (ver tabla 4.8) encontramos que en las escalas pequeñas $H(W_p)$, $H(W_v)$ son compatibles estadísticamente con $H(\alpha_v^{D1})$, pero no lo son con $H(\alpha_p^{D1})$, mientras que en las escalas grandes $H(W_p)$ es compatible estadísticamente únicamente con $H(\alpha_p^{D1})$, mientras que $H(W_v)$ lo es con $H(\alpha_p^{D1})$ y $H(\alpha_v^{D1})$. Estos resultados podrían indicar que en las escalas pequeñas es más apropiado aplicar el método DFA-1 a la señal velocidad y en las escalas grandes a la señal posición.

	DFA-1		AVI	WAV	
	velocidad	posición	posición	velocidad	posición
ZB	1.37±0.11	0.73±0.02	0.72±0.03	1.49±0.30	1.33±0.17
ZM1	1.26±0.12	0.70±0.02	0.61±0.06	1.40±0.24	1.17±0.11
ZM2	1.12±0.08	0.63±0.05	0.47±0.10	1.19±0.14	0.93±0.11
ZM3	0.98±0.08	0.54±0.09	0.40±0.11	0.94±0.16	0.75±0.16
ZM4	0.87±0.10	0.48±0.09	0.33±0.13	0.77±0.21	0.64±0.19
ZM5	0.80±0.12	0.42±0.10	0.25±0.13	0.68±0.25	0.58±0.20
ZM6	0.75±0.13	0.38±0.11	0.15±0.13	0.65±0.26	0.53±0.20
ZM7	0.71±0.13	0.33±0.12	0.08±0.13	0.63±0.25	0.47±0.21
ZM8	0.68±0.13	0.28±0.14	0.05±0.14	0.61±0.25	0.39±0.22
ZM9	0.64±0.13	0.24±0.10	0.04±0.17	0.55±0.27	0.31±0.23
ZM10	0.60±0.13	0.20±0.12	0.04±0.20	0.47±0.28	0.22±0.23
ZA1	0.70±0.13	0.31±0.11	0.06±0.13	0.61±0.25	0.43±0.21
ZA2	0.33±0.10	-0.03±0.15	0.19±0.14	-0.14±0.29	-0.18±0.27
ZA3	0.22±0.06	-0.04±0.18	0.15±0.14	-0.10±0.32	-0.04±0.28
ZA4	0.16±0.06	0.04±0.17	0.14±0.18	0.12±0.25	0.08±0.20
ZA5	0.17±0.08	0.08±0.18	0.10±0.18	0.73±0.43	0.13±0.30

Tabla 4.8: Valores medios e incertidumbres del exponente H , obtenidos a partir de los análisis DFA-1, AVI y WAV, correspondientes al grupo G4, en las zonas: baja, medias y altas. Se muestran los resultados para el código 10 y el eje x .

4.3. Medidas realizadas en condiciones dinámicas

Recordemos que las condiciones dinámicas fueron creadas gracias a la presencia de un balancín entre la plataforma y el sujeto. Estas medidas son de menor duración y por tanto su zona extrema superior (ZA1) se corresponde con escalas de tamaño inferior a las asociadas a las medidas en estático (ZA2).

4.3.1. Escalas pequeñas

La figura 4.14 muestra los resultados obtenidos para H a partir de los exponentes de correlación en los códigos 20 y 21, correspondientes al movimiento lateral del balancín, para todos los grupos estudiados. La figura 4.15 muestra estos mismos resultados para los códigos 30 y 31 (movimiento antero-posterior del balancín).

Al observar los resultados de los exponentes de correlación en condiciones dinámicas encontramos una primera diferencia con respecto a las medidas realizadas en estático: en ZB los resultados para las proyecciones del movimiento en los ejes x e y no coinciden en la mayoría de los casos. El análisis DFA detecta diferencias entre los resultados de los ejes x e y , en cuarenta y cinco de los cuarenta y ocho casos estudiados³. Incluso el exponente

³4 exponentes, 3 grupos y 4 códigos

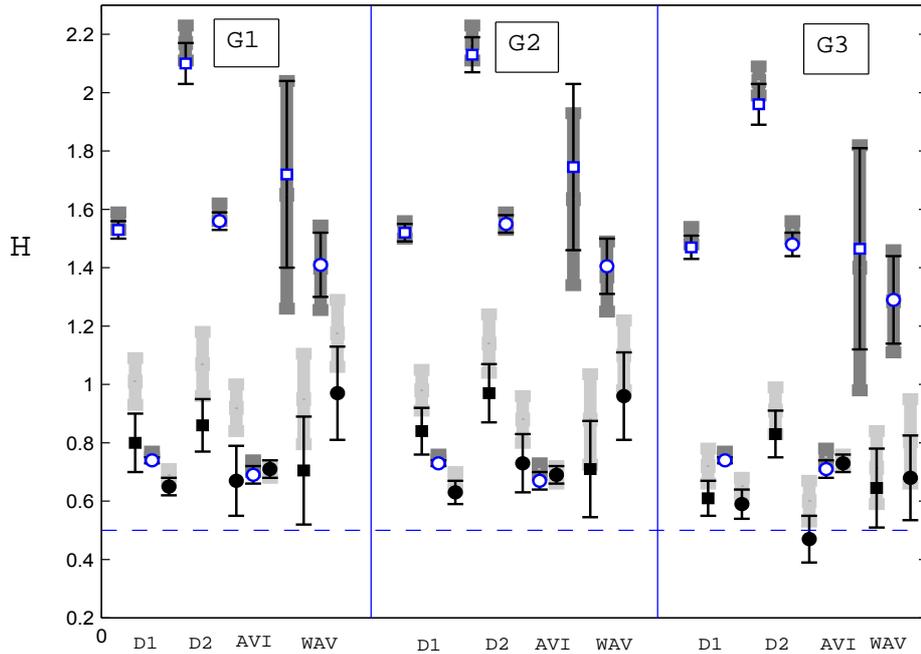


Figura 4.14: Resultados de los exponentes de correlación en ZB para los códigos 20 y 21. Se muestran los resultados de la señal velocidad (cuadrados) y de la señal posición (círculos) para el código 20. Los símbolos blancos muestran los resultados para el eje x y los negros los obtenidos para el eje y . Los resultados del código 21 se muestran en un área gris. La línea discontinua marca la posición del punto de transición entre comportamiento persistente y antipersistente.

$H(\alpha_p^{D1})$, que se satura en ZB, presenta diferencias entre los resultados en ambos ejes, concretamente en nueve de las doce comparaciones relacionadas con él. El análisis WAV encuentra valores diferentes en veinte de los veinticuatro casos comparados. Por último, el análisis AVI, cuyo exponente H se satura en ZB, no detecta diferencias entre ambas coordenadas. Por tanto, una amplia mayoría de exponentes de correlación señalan un comportamiento diferente del CdP en su movimiento lateral y antero-posterior en condiciones dinámicas. Estas diferencias podrían ser atribuidas al movimiento unidireccional del balancín.

En condiciones dinámicas, al igual que ocurría en estáticas, los resultados que ofrecen los distintos grupos son similares. Los exponentes H en los códigos 20 y 21 presentan diferencias en función del grupo en doce de las ochenta y cuatro comparaciones entre grupos realizadas⁴; estas diferencias desaparecen a nivel de 2σ . Los resultados del resto de los códigos no presentan diferencias en función del grupo analizado. En conjunto, las diferencias entre grupos son similares a las encontradas en condiciones estáticas y por

⁴3 pares de grupos, 7 exponentes, 2 ejes y 2 códigos

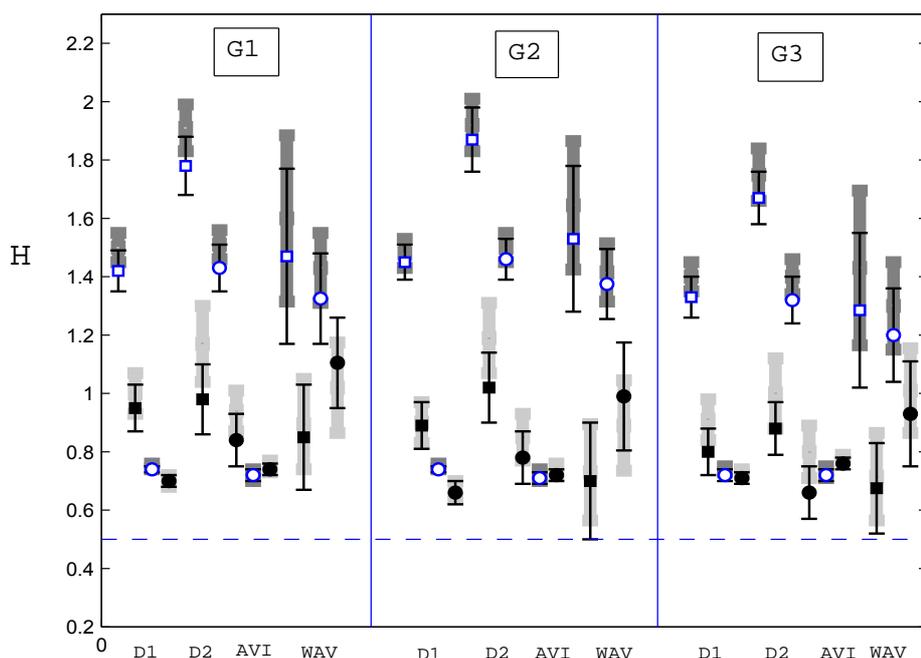


Figura 4.15: Resultados de los exponentes de correlación en ZB para los códigos 30 y 31. Se muestran los resultados de la señal velocidad (cuadrados) y de la señal posición (círculos) para el código 30. Los símbolos blancos muestran los resultados para el eje x y los negros los obtenidos para el eje y . Los resultados del código 31 se muestran en un área gris. La línea discontinua marca la posición del punto de transición entre comportamiento persistente y antipersistente.

tanto, se confirma la existencia de un comportamiento común de la trayectoria del CdP de los sujetos sanos.

El comportamiento fractal en las escalas pequeñas tampoco sufre alteraciones por la presencia del balancín. En condiciones dinámicas también encontramos un comportamiento persistente en esta zona, excepto en el resultado $H(\alpha_p^{D2})$ para el grupo G3 en el código 20 y para el eje y .

Existen diferencias no generalizadas entre los resultados obtenidos con y sin información visual cuando existe una perturbación, en este caso provocada por el movimiento del balancín. En el grupo G1 encontramos que todos los exponentes correspondientes a DFA para el eje y , salvo los que se saturan, presentan resultados estadísticamente diferentes entre las medidas realizadas con y sin información visual cuando el movimiento del balancín es en la dirección del eje x (figura 4.14). Esto no ocurre en el caso de los grupos G2 y G3. También es reseñable que cuando el balancín actúa en la dirección del eje y no aparecen esas diferencias tan marcadas entre las medidas con y sin información visual.

Comparación de los métodos DFA, AVI y WAV Para facilitar la comparación entre los exponentes de correlación de los distintos métodos se utilizó el mismo criterio que en condiciones estáticas. La tabla 4.9 recoge los valores medios y las incertidumbres de los exponentes de correlación H para el grupo G1+G2+G3, correspondientes a los códigos 20 y 30 y al eje x .

Observamos que los exponentes H y $H(\alpha_p^{D1})$ también se saturan en las pequeñas escalas en condiciones dinámicas. Los exponentes $H(\alpha_v^{D1})$ y $H(\alpha_p^{D2})$ siguen presentando una concordancia casi perfecta, mientras que $H(\alpha_v^{D2})$ sigue presentando valores superiores al resto. Por su parte, los dos exponentes de correlación obtenidos mediante WAV siguen siendo estadísticamente compatibles entre sí. Respecto a los márgenes de incertidumbre, los resultados también son similares a los encontrados para las medidas estáticas.

	Código 20		Código 30	
	velocidad	posición	velocidad	posición
DFA-1	1.50 ± 0.03	0.74 ± 0.01	1.40 ± 0.07	0.73 ± 0.01
DFA-2	2.06 ± 0.07	1.53 ± 0.03	1.77 ± 0.10	1.40 ± 0.08
AVI		0.69 ± 0.03		0.72 ± 0.02
WAV	1.64 ± 0.32	1.37 ± 0.12	1.43 ± 0.27	1.30 ± 0.14

Tabla 4.9: Valores medios e incertidumbres de los exponentes de correlación H para el grupo G1+G2+G3 en las escalas pequeñas ZB, para los códigos 20 y 30, en el eje x .

4.3.2. Escalas grandes

La menor duración de las medidas realizadas en dinámico sitúa la zona límite de estudio de las escalas grandes en la zona ZA1, descrita en la introducción de este capítulo.

La figura 4.16 muestra los resultados para los códigos 20 y 21, correspondientes al movimiento lateral del balancín, para todos los grupos estudiados. La figura 4.17 muestra estos mismos resultados para los códigos 30 y 31, movimiento antero-posterior de balancín.

Las discrepancias entre los valores de los exponentes en ambas coordenadas observadas en ZB disminuyen drásticamente en las grandes escalas. Únicamente encontramos diferencias de este tipo en los resultados de las medidas del grupo G2, concretamente en el código 21, donde los exponentes $H(\alpha_v^{D1})$ y $H(\alpha_p^{D2})$ muestran un alejamiento en sus valores para cada eje. Aunque, al igual que ocurría en condiciones estáticas, la incertidumbre aumenta en las escalas grandes, la compatibilidad estadística encontrada en los resultados para cada eje puede hacernos pensar que el efecto del balancín está enmascarado en esta zona.

Los resultados obtenidos para cada uno de los grupos son compatibles entre sí, con la excepción de cinco de las ciento sesenta y ocho posibles comparaciones⁵ entre resultados de parejas de grupos. Estas excepciones corresponden a los grupos G2 y G3 para los

⁵3 pares de grupos, por 7 exponentes, 2 ejes y 4 códigos

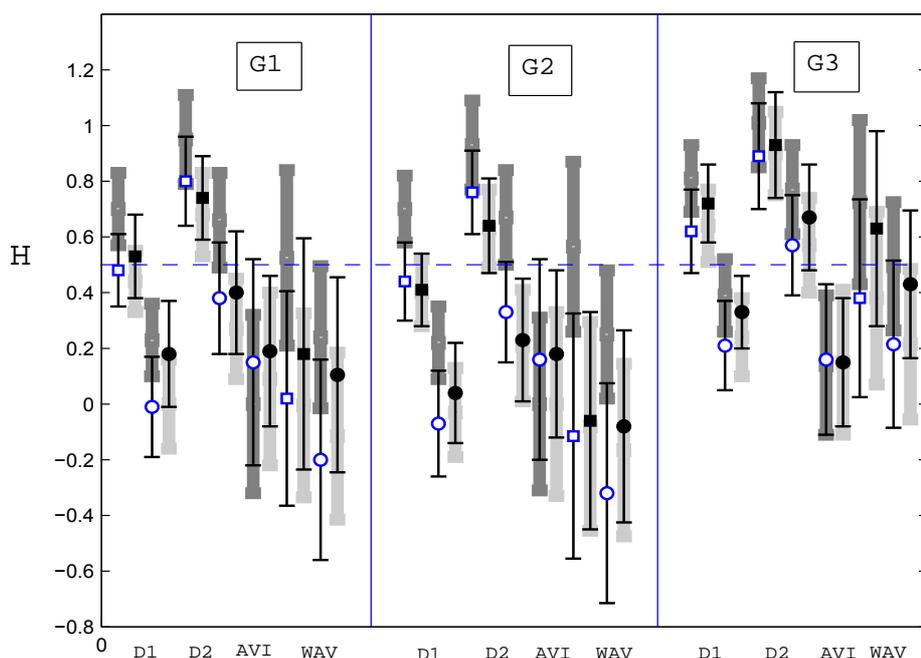


Figura 4.16: Resultados de los exponentes de correlación en ZA1 para los códigos 20 y 21. Los símbolos blancos corresponden a los resultados en el eje x y los negros a los del eje y . Los cuadrados corresponden a los resultados de la señal velocidad y los círculos a los de la señal posición. Las zonas grises representan los márgenes de incertidumbre para los resultados correspondientes al código 21. El orden de representación de los exponentes es el mismo en cada grupo. La línea discontinua marca la posición del punto de transición entre comportamiento persistente y antipersistente.

exponentes $H(\alpha)$ en la coordenada y . Por tanto, al igual que en todos los casos previamente estudiados, existe un determinado comportamiento de invarianza bajo cambio de que escala que es común a todos los grupos de sujetos estudiados.

Los diferentes exponentes de correlación presentan, al igual que en condiciones estáticas, diferentes resultados relativos al comportamiento persistente o antipersistente de la trayectoria del CdP, sin que exista en este caso una tendencia clara hacia uno de los dos posibles comportamientos.

El exponente $H(\alpha_v^{D2})$ indica un comportamiento persistente en ZA1, excepto en el caso del G2 códigos 20, 21 y 30, y siempre en la coordenada y ; en este caso los márgenes de incertidumbre de dicho exponente hacen una pequeña incursión en el comportamiento antipersistente. Por el contrario, el exponente $H(\alpha_p^{D1})$ indica, excepto para el grupo G3, código 21 y coordenada x , un comportamiento antipersistente en ZA1. Finalmente, los exponentes $H(\alpha_v^{D1})$ y $H(\alpha_p^{D2})$ presentan márgenes de variación que abarcan tanto el comportamiento persistente como el antipersistente.

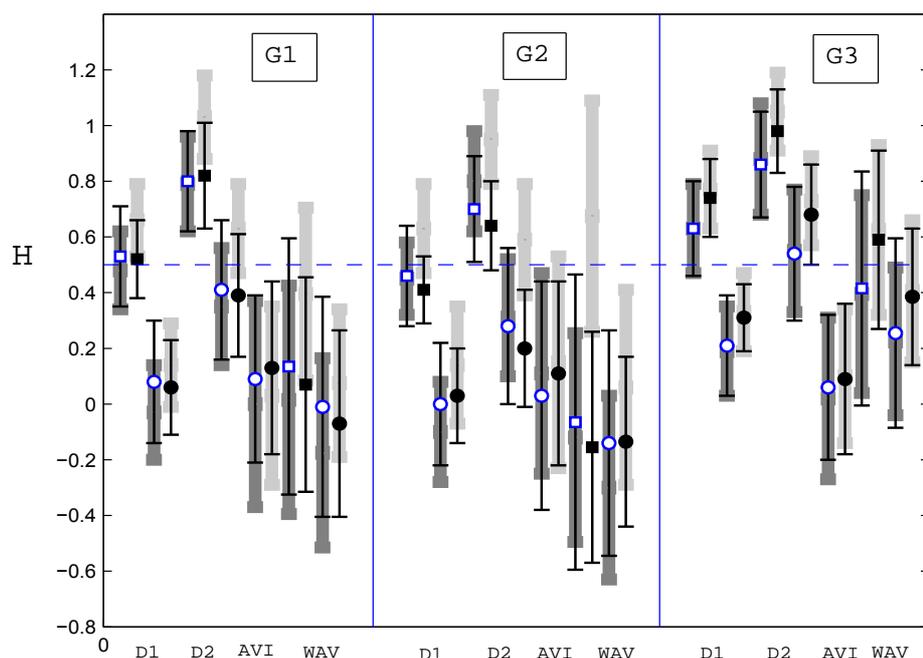


Figura 4.17: Resultados de los exponentes de correlación en ZA1 para los códigos 30 y 31. Se muestran los resultados de la señal velocidad (cuadrados) y de la señal posición (círculos). Los símbolos blancos muestran los resultados para el eje x y los negros los obtenidos para el eje y . Los resultados del código 31 se muestran en un área gris. La línea discontinua marca la posición del punto de transición entre comportamiento persistente y antipersistente.

El exponente H indica un comportamiento antipersistente salvo en tres casos: grupos G1 y G2, coordenada x y código 20, y grupo G2, coordenada y y código 31; en estos casos observamos que los márgenes de variación de dicho exponente traspasan ligeramente el punto de transición.

Finalmente, los valores de los exponentes $H(W)$ se extienden tanto en la zona persistente como en la antipersistente: de los cuarenta y ocho casos estudiados en condiciones dinámicas, veinte siguen indicando ambos tipos de comportamiento, mientras que en los veintiocho restantes, el exponente de correlación $H(W)$ indica un comportamiento siempre antipersistente.

En las grandes escalas las medidas con y sin información visual se solapan en todos los casos. En algunos casos, que se corresponden con la misma dirección del movimiento del balancín, observamos que este solapamiento es poco importante, concretamente este solapamiento es menor del 10 % en el grupo G1, para los exponentes correspondientes al método WAV, entre los código 20 y 21, y en el grupo G2, coordenada y , para los exponentes correspondientes a los métodos DFA y WAV aplicados a la señal velocidad, entre los códigos 30 y 31.

Comparación de los métodos DFA, AVI y WAV En la tabla 4.10 aparecen los exponentes H del grupo G1+G2+G3, correspondientes a los códigos 20 y 30 y al eje x en las escalas grandes.

Los resultados de $H(\alpha_v^{D1})$ y $H(\alpha_p^{D2})$ siguen concordando, aunque la diferencia entre sus valores medios aumenta respecto a ZB. Los análisis DFA-1 y DFA-2 aplicados a la señal velocidad igualan sus resultados en las escalas grandes. Observamos que los valores de $H(\alpha_v^{D2})$ siguen siendo los más elevados pero son compatibles estadísticamente con los de $H(\alpha_v^{D1})$ y $H(\alpha_p^{D2})$. Por otro lado, la equivalencia entre los resultados de los exponentes $H(W_v)$ y $H(W_p)$ también se cumple en ZA1 para todos los códigos de medida. Los márgenes de incertidumbre de los métodos AVI y WAV son aproximadamente el doble de los de DFA.

	Código 20		Código 30	
	velocidad	posición	velocidad	posición
DFA-1	0.53±0.31	0.04±0.18	0.54±0.18	0.10±0.21
DFA-2	0.82±0.17	0.43±0.19	0.79±0.19	0.41±0.26
AVI		0.16±0.33		0.06±0.32
WAV	0.09±0.39	-0.10±0.35	0.16±0.47	0.03±0.38

Tabla 4.10: Valores medios e incertidumbres de H para el grupo G1+G2+G3 en las escalas grandes ZA1, para los códigos 20 y 30, en el eje x .

4.4. Medidas estáticas frente a medidas dinámicas

La comparación entre las medidas estáticas y dinámicas ha sido realizada sobre el grupo formado por la unión de todas las medidas cortas, es decir, G1+G2+G3. La unión de estos grupos es posible por la similitud de sus resultados. La figura 4.18 muestra los resultados obtenidos para H a partir de todos los exponentes de correlación en ZB y la 4.19 muestra estos mismos resultados en ZA1.

En condiciones estáticas no existen diferencias entre el movimiento lateral y anteroposterior del CdP, mientras que en condiciones dinámicas encontramos que en las pequeñas escalas los valores de los exponentes de correlación son siempre menores para el eje y .

Tanto en las medidas estáticas como en las dinámicas no se aprecian diferencias estadísticamente significativas en función de la presencia o ausencia de información visual. En las medidas dinámicas observamos que en las pequeñas escalas aparece una tendencia hacia el aumento del valor del exponente de correlación en ausencia de información visual, principalmente en los resultados del movimiento anteroposterior.

Al comparar los resultados que ofrecen los diferentes métodos en las figuras 4.18 y 4.19, observamos que en todos los códigos de medida los resultados del método DFA-2 alcanzan valores superiores a los obtenidos mediante DFA-1, pero los resultados de ambos

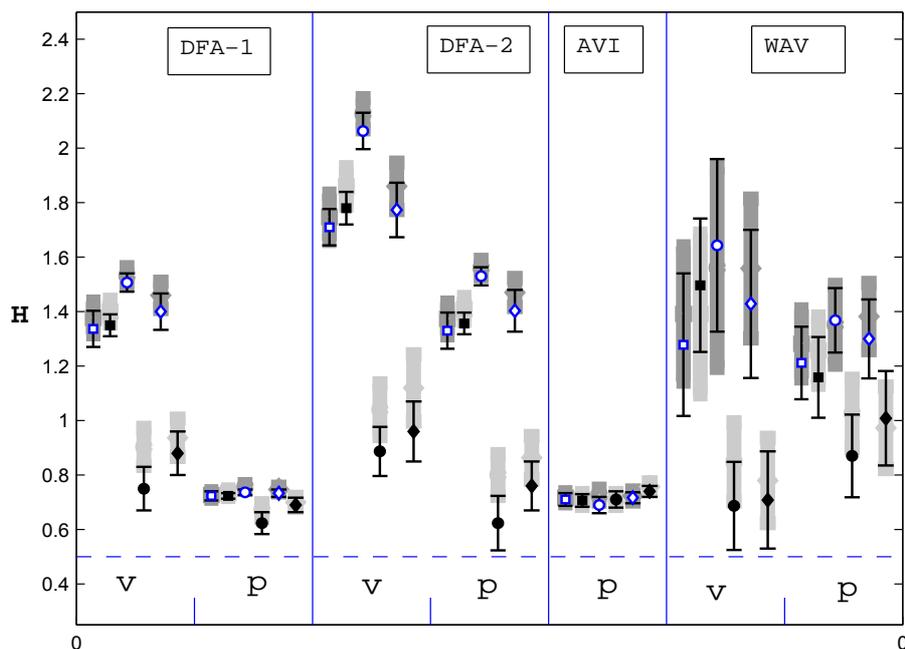


Figura 4.18: Resultados de los exponentes de correlación para el grupo G1+G2+G3 para todos los códigos de medida, en la zona ZB. Los símbolos blancos corresponden a los resultados en el eje x y los negros a los del eje y . Los cuadrados corresponden al código 10, los círculos al código 20 y los rombos al código 30. Las zonas grises representan los márgenes de incertidumbre para los resultados correspondientes a los códigos 11, 21 y 31, respectivamente. La línea discontinua marca la posición del punto de transición entre comportamiento persistente y antipersistente.

métodos son estadísticamente compatibles. La aplicación de DFA a la señal velocidad también alcanza valores superiores a los de DFA aplicado a la señal posición, aunque de nuevo los resultados de ambos tipos de señales son estadísticamente compatibles. Estas dos tendencias unidas, pueden ser la causa de la observada similitud entre los resultados de DFA-1 aplicados a la señal velocidad y los de DFA-2 aplicados a la señal posición.

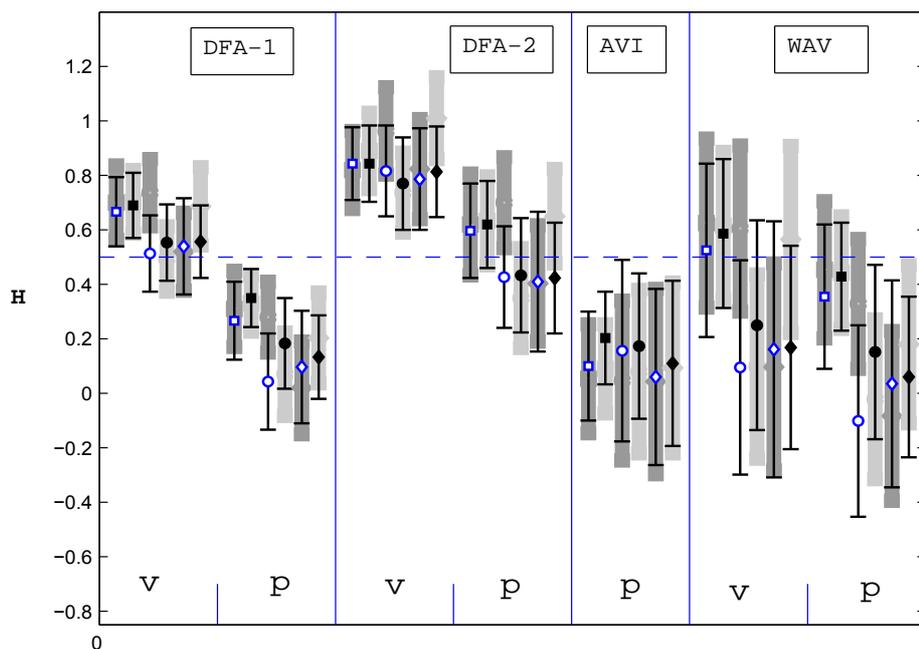


Figura 4.19: Resultados de los exponentes de correlación para el grupo G1+G2+G3 para todos los códigos de medida, en la zona ZA1. Los símbolos blancos corresponden a los resultados en el eje x y los negros a los del eje y . Los cuadrados corresponden al código 10, los círculos la código 20 y los rombos al código 30. Las zonas grises representan los márgenes de incertidumbre para los resultados correspondientes a los código 11, 21 y 31 respectivamente. La línea discontinua marca la posición del punto de transición entre comportamiento persistente y antipersistente.

CONCLUSIONES

El estudio realizado mediante estabilometría fractal de la trayectoria del CdP ha puesto de manifiesto la complejidad de los mecanismos fisiológicos responsables del mantenimiento del equilibrio del cuerpo humano, capaces de crear respuestas de control postural invariantes bajo cambio de escala. El extenso número de registros realizados sobre sujetos sanos ha permitido sentar bases sobre las características fractales de la trayectoria del CdP.

El estudio de dichos registros mediante los análisis de invariancia bajo cambio de escala DFA, AVI y WAV, ha confirmado que la trayectoria del CdP tiene carácter multifractal. Estos resultados coinciden con los encontrados por Collins y De Luca por un lado, y Duarte y Zatsiorsky, por otro, y confirman la escasa robustez y fiabilidad de los resultados obtenidos por Delignières y colaboradores que afirman que la trayectoria del CdP es únicamente fractal.

El estudio detallado de la trayectoria del CdP muestra un comportamiento persistente en las escalas pequeñas ($\tau < 1$ s) y antipersistente en las grandes ($\tau > 2$ s), con un valor del punto de transición entre ambos tipos de comportamiento que depende del análisis utilizado. Estos resultados coinciden con la estimación de Collins y De Luca, quienes sin hacer un cálculo preciso, y utilizando únicamente el método AVI, indican que el punto de transición está alrededor de 1 s.

En condiciones estáticas, el carácter multifractal de la trayectoria del CdP, definido por los exponentes de correlación de cada tipo de análisis utilizado, no se ve significativamente afectado por la presencia o ausencia de información visual. El gran número de registros de nuestro estudio, así como del mayor número de métodos de análisis utilizados, conceden una mayor robustez a nuestro resultado que al encontrado por Collins y De Luca, quienes artificialmente crean un subgrupo dentro de los sujetos analizados que sí muestra diferencias entre ojos abiertos y cerrados.

En condiciones dinámicas, el estudio estadístico conjunto de todos los sujetos no ha mostrado diferencias significativas entre las medidas realizadas con y sin información visual. Cabe señalar que el estudio de grupos aislados ha mostrado diferencias en un caso perteneciente a las escalas pequeñas, lo que pone de manifiesto una cierta influencia de la información visual en el control postural ante perturbaciones externas. Thurner et al. muestran que los exponentes de correlación del método WAV encontrados en las medidas con y sin información visual son estadísticamente compatibles, tanto en condiciones estáticas como dinámicas, mientras que el estudio de la proporción entre exponentes de

correlación pertenecientes a las pequeñas y las grandes escalas sí muestra diferencias entre las medidas realizadas con y sin información visual. Tanto nuestros resultados como los de Thurner et al. ponen de manifiesto la necesidad de estudiar más en profundidad el papel de la información visual en el equilibrio cuando el cuerpo humano se enfrenta a perturbaciones externas.

El estudio de la proyección de la trayectoria del CdP en la dirección lateral y anteroposterior del cuerpo humano ha mostrado que, en condiciones estáticas, no existen diferencias entre ambas direcciones. En condiciones dinámicas la trayectoria del CdP ha mostrado un comportamiento distinto en ambas direcciones en las escalas pequeñas, mientras que en las escalas grandes estas diferencias desaparecían. Hasta donde hemos podido saber, no existe una discusión sobre este punto en ningún trabajo publicado por otros autores.

La división de los sujetos sanos participantes en diferentes grupos en función de su número total de medidas y de la duración de las mismas, ha permitido comprobar la similitud de los exponentes de correlación entre dichos grupos. Esta similitud permite concluir por primera vez que existe un patrón de comportamiento fractal similar en la trayectoria del CdP de los sujetos sanos, con incertidumbres notablemente altas en algunos casos.

El número total de exponentes de correlación que forman el patrón de comportamiento fractal es de siete, correspondientes a cada una de las variantes calculadas de los análisis arriba citados. Por un lado, un patrón tan extenso permite realizar futuros estudios utilizando cualquiera de las variantes aquí utilizadas, y por otro, ofrece la oportunidad de establecer conclusiones sobre los diferentes análisis utilizados basadas en la comparación de los resultados de los exponentes de correlación que ofrecen.

El estudio de diversos órdenes del método DFA- q ha sido realizado por primera vez, y ha mostrado que los resultados de DFA-1 y DFA-2 son estadísticamente equivalentes, aunque siempre está presente una tendencia hacia valores superiores en los exponentes correspondientes a DFA-2 que a DFA-1. Estos resultados pueden indicar que no existen tendencias de orden superior en la señal del CdP y que por tanto en el estudio de la trayectoria del CdP puede ser realizado únicamente con DFA-1. El hecho de que DFA-1 presente valores de incertidumbre más pequeños que DFA-2 corrobora la anterior afirmación.

Los resultados generales obtenidos permiten concluir que DFA-1 es el análisis que presenta los márgenes de incertidumbre más pequeños, mientras que el análisis AVI demuestra ser el más sensible al tamaño de la señal.

En general se ha encontrado una falta de compatibilidad estadística entre los exponentes de correlación de las señales velocidad y posición obtenidos mediante DFA- q , para un mismo orden de q . En las pequeñas escalas, donde existe un comportamiento persistente, DFA-1 aplicado a la señal posición presenta saturación, mientras que los valores de DFA- q aplicado a la señal velocidad coinciden con los obtenidos con ambos tipos de análisis WAV, hecho este último que se extiende a todas las escalas que presentan comportamiento persistente. En las escalas que presentan un comportamiento antipersistente los exponentes de correlación obtenidos mediante DFA- q aplicado a la señal velocidad son superiores a los obtenidos a la señal posición, siendo estos últimos los que muestran una

mayor compatibilidad estadística con el resto de los exponentes calculados. Esta observación coincide con los trabajos de Hu et al., quienes encuentran un mejor comportamiento de DFA- q aplicado a la señal acumulada, en nuestro caso la señal posición, en señales antipersistentes. Por tanto, cabe pensar que DFA- q aplicado a la señal velocidad ofrece resultados más fiables cuando el comportamiento de la señal es persistente mientras que DFA- q aplicado a la señal posición lo hace cuando el comportamiento es antipersistente.

El estudio de las subdivisiones de medidas largas no ha mostrado diferencias significativas en el estudio de señales de diferente tamaño, por lo que no podemos pronunciarnos sobre un tiempo ideal de medida.

Interpretación fisiológica de los resultados El carácter multifractal de la trayectoria del CdP tiene su base en los mecanismos de los sistemas fisiológicos encargados del control postural del cuerpo humano. El comportamiento persistente en las escalas pequeñas de tiempo ($\tau < 1$ s) podría estar relacionado con la actuación exclusiva de lazos de control cerrado locales con base en la médula espinal, tales como el reflejo miotático, encargados de mantener dentro de unos límites el movimiento de los músculos que posicionan las diferentes articulaciones. Collins y De Luca han relacionado este comportamiento persistente en las escalas pequeñas con lazos de control abierto, según estos autores en estos cortos espacios de tiempo el SCP recibiría información pero no actuaría. Consideramos que el planteamiento de estos autores es erróneo ya que una ausencia total de control postural produciría el desplome total del cuerpo humano. Según nuestra hipótesis, el hecho de que en cortos intervalos de tiempo nuestro cuerpo se precipite hacia el desequilibrio, tal y como lo demuestra su comportamiento persistente, no implica un lazo de control abierto, sino la existencia de lazos de control cerrado locales, carentes de la totalidad de la información que recibe el SCP, pero capaces de mantener la postura del cuerpo humano bajo ciertos límites que impiden su desplome inmediato.

El comportamiento antipersistente en las escalas grandes de tiempo ($\tau > 2$ s) estaría creado por la actuación de lazos de control cerrado centrales con base en la parte superior del sistema nervioso central. Collins y De Luca han definido también el carácter cerrado de estos lazos pero no los han relacionado con un control central. Estos lazos de control cerrado centrales actuarían únicamente en las bajas frecuencias, en periodos de tiempo a partir de los cuales la actuación exclusiva de los lazos de control cerrado locales podrían conducir a un alejamiento excesivo del CdP de la posición de equilibrio. Según nuestra hipótesis, estos lazos de control cerrado tendrían un carácter de control central ya que serían creados a partir toda la información recibida por el SCP y actuarían sobre la postura global del cuerpo humano.

Esta hipótesis planteada es consistente con los resultados de los trabajos de Zatsiorsky y Duarte. Los puntos instantáneos de equilibrio encontrados por estos autores serían el resultado de las posturas globales de equilibrio creadas por los lazos de control centrales, mientras que las oscilaciones que encuentran alrededor de estos puntos de equilibrio, que denominan componente *trembling*, serían el reflejo de la actuación de los lazos de control locales, encargados de mantener esa postura global dentro de unos límites que aseguren el equilibrio del cuerpo humano.

El hecho de que, tanto en el movimiento lateral como en el movimiento antero-posterior del balancín, los valores de los exponentes de correlación en las escalas pequeñas sean siempre menores a lo largo del eje y puede tener una explicación basada en la biomecánica asociada a lazos de control locales. Los lazos de control locales, cuya actuación según nuestra hipótesis es protagonista en las escalas pequeñas, controlan, entre otras, la articulación de la rodilla. Esta articulación es capaz de realizar una flexión en el plano frontal (eje y) pero no en el sagital (eje x). Debido a esta característica biomecánica, el lazo de control cerrado local asociado a la rodilla realizaría un mejor control de los movimientos antero-posteriores que de los laterales que podría traducirse en un menor valor del exponente de correlación en el eje y , tal y como ha sido observado. El hecho de que en las grandes escalas las diferencias entre los resultados en ambos ejes disminuyan drásticamente puede ser explicado por la actuación de los lazos de control cerrado centrales, capaces de crear posturas globales que neutralicen el efecto del balancín.

Perspectivas de futuro La principal perspectiva de futuro de esta línea de investigación la constituye el estudio de las trayectorias del CdP de sujetos con patologías relacionadas con el SCP. Los resultados sobre el comportamiento fractal de la trayectoria del CdP de sujetos sanos presentados en este trabajo pueden servir de base para establecer posibles diferencias entre sujetos sanos y con patologías. Esta investigación está en curso y permitirá determinar la viabilidad de la plataforma de estabilometría como instrumento de diagnóstico.

Una segunda perspectiva de futuro estaría relacionada con la aplicación de otros métodos basados en la transformada *wavelet* y con la utilización de diversas familias de funciones *wavelet* que permita dilucidar cuál es el protocolo de estudio de la trayectoria del CdP más adecuado en función de los valores de los márgenes de incertidumbre obtenidos.

Apéndice A

Análisis de rango reescalado

Muchas de las observaciones de la naturaleza consisten en registros temporales de ciertas variables. Estos registros suelen presentar variaciones cuyo estudio estadístico puede presentar un gran interés. El análisis de rango escalado, o análisis RS, es un estudio estadístico que surgió de un intento por parte de Hurst (1880-1978) de descubrir una posible periodicidad en las descargas anuales del río Nilo. Su objetivo era calcular la capacidad de un embalse que aprovechara al máximo las crecidas del río, sin vaciarse ni desbordarse [Fede89].

Este análisis puede aplicarse a una serie temporal de la cual deseemos estudiar su comportamiento en diferentes intervalos de tiempo τ . Dada una serie temporal de N puntos, $\{z_t, t = 1, \dots, N\}$, primeramente se calcula la serie acumulada en diferentes intervalos de tiempo

$$Z(t, \tau) = \sum_{u=1}^t (z_u - \langle z \rangle_\tau),$$

donde

$$\langle z \rangle_\tau = \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} z_t$$

es la media en el intervalo de tiempo τ que se desee estudiar. $Z(t, \tau)$ muestra las desviaciones de la señal de la media en cada tiempo t , dentro del intervalo estudiado τ . El siguiente paso es calcular la diferencia entre las dos desviaciones extremas

$$R(\tau) = \max_{1 \leq t \leq \tau} Z(t, \tau) - \min_{1 \leq t \leq \tau} Z(t, \tau).$$

En el caso estudiado por Hurst, $R(\tau)$ correspondería a la capacidad óptima del embalse en función del intervalo τ .

El siguiente paso es calcular la desviación estándar

$$S(\tau) = \left(\frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} [z_t - \langle z \rangle_\tau]^2 \right)^{1/2}.$$

La proporción R/S , sin dimensiones, fue la propuesta por Hurst para estudiar fenómenos de diversos tipos. En particular encontró, a partir de sus registros del caudal del río Nilo, que esa proporción cumplía la siguiente relación empírica:

$$\frac{R}{S} \propto \tau^H, \quad (\text{A.1})$$

donde H recibe el nombre de exponente de Hurst. Esta ley es considerada como una importante ley empírica relativa a la dependencia a largo plazo en geofísica [Mand97].

Los resultados del análisis RS aplicado a los registros del caudal del río Nilo arrojaban siempre un valor $H = 0.9$. Paralelamente los matemáticos estudiaron la dependencia del cociente R/S con τ asociando el comportamiento de las descargas anuales con diversas funciones conocidas, como por ejemplo la distribución gaussiana, y llegaron a la conclusión de que la razón R/S debería ser proporcional a $\tau^{0.5}$. Por tanto, los resultados empíricos recogidos durante años por Hurst sobre las crecidas anuales sucesivas del Nilo, se resistían a concordar con una teoría matemática [Mand97].

En 1968, Mandelbrot y Van Ness [Mand68] dieron una respuesta directa al fenómeno de Hurst, proponiendo funciones que ofrecían valores del exponente entre 0 y 1. Este fenómeno les sirvió de inspiración para crear el concepto de movimiento browniano fraccionario generalizado (FBM).

El análisis RS ha sido aplicado en diversas áreas de investigación como la coordinación motora del cuerpo humano y las precipitaciones de lluvia. Yamada [Yama95a] muestra que la variación en el movimiento rítmico de los dedos de la mano es una serie temporal que se corresponde con un FBM. Peters [Pete02] observa que las columnas de agua acumulada presentan características de invariancia bajo cambio de escala, y que las lluvias son eventos análogos a una variedad de procesos fuera de equilibrio en la naturaleza, tales como los terremotos y las avalanchas.

Duarte y Zatsiorsky han aplicado el método RS a la trayectoria del CdP [Duar00], analizando un total de 10 medidas de 1800 s de duración, si bien no especifican la correspondiente frecuencia. Su conclusión es que para intervalos entre “unos pocos segundos” y 10 minutos existe un único valor de exponente de Hurst $H = 0.35 \pm 0.06$. Delignières y colaboradores [Deli03] han realizado el análisis sobre un total de 5 medidas de 30 s de duración, registradas con una frecuencia de 100 Hz, encontrando que existe un único exponente de Hurst, $H = 0.85 \pm 0.06$, pero no especifican el rango de intervalos temporales estudiados. Observando las figuras de estas publicaciones, parece que dichos intervalos están entre 1 s y 3 o 5 s. Por tanto existe una imprecisión en los rangos de frecuencias o intervalos temporales estudiados que nos impide afirmar con certeza si el método RS ofrece resultados dispares en estos dos estudios.

El estudio teórico de Coronado y Carpena [Coro05] sobre la influencia del tamaño de la señal en los métodos de análisis de invariancia bajo cambio de escala muestra que el método RS es más sensible al tamaño de la señal que el método DFA. Entre los tamaños de señales estudiados en dicho trabajo se encuentran los correspondientes a las medidas experimentales de esta tesis (2^{10} , 2^{11} y 2^{14} puntos). Para estos tamaños muestran que

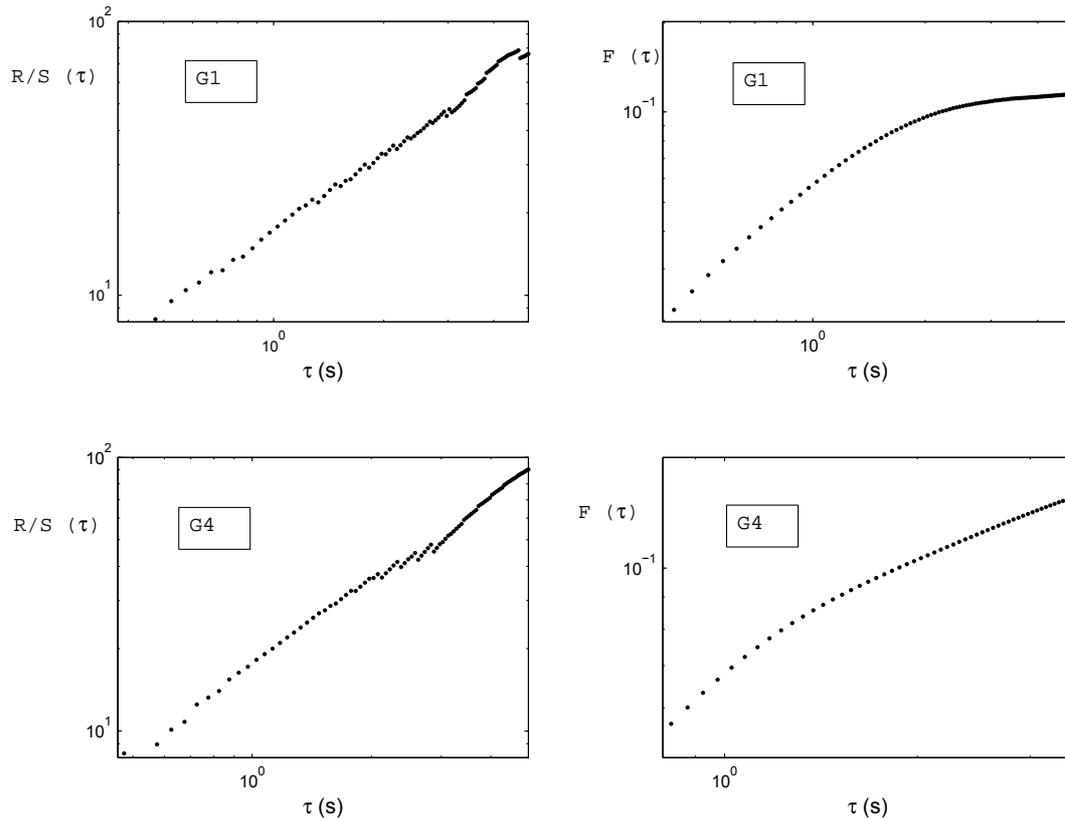


Figura A.1: Análisis RS (paneles a la izquierda) y DFA (paneles a la derecha) aplicados a una medida del G1 (paneles superiores) y a otra del G4 (paneles inferiores).

el método RS sobrestima el valor de H para $H < 0.5$ y lo subestima para $H > 0.5$ mientras que el método DFA ofrece resultados acertados. En los cálculos previos de este trabajo hemos aplicado los métodos RS y DFA a diferentes registros de la trayectoria del CdP encontrando resultados dispares entre los dos métodos. Por un lado, los valores de los exponentes de correlación H y α no eran equivalentes y, por otro, el exponente H no detectaba los cambios en el comportamiento persistente o antipersistente de la trayectoria del CdP señalados por el exponente α . En la figura A.1 puede apreciarse cómo el análisis DFA presenta una progresión en el cambio de la pendiente de curva, mientras que el análisis RS no lo hace. Por todas estas razones hemos decidido no incluir el método RS dentro de los métodos utilizados en esta tesis.

Apéndice B

Estudio de la fiabilidad de la aproximación de Collins y De Luca

Como vimos en la sección 3.2, el análisis de invariancia bajo cambio de escala, AVI, viene dado por la ecuación

$$\text{Var}(\Delta x) \propto \tau^{2H} . \quad (\text{B.1})$$

También vimos que cuando la media de los incrementos de la señal analizada presenta valor cero en cualquier intervalo ($\langle \Delta x \rangle = 0$), la ecuación anterior puede escribirse como

$$\langle (\Delta x)^2 \rangle \propto \tau^{2H} . \quad (\text{B.2})$$

En nuestro caso, la media de los incrementos de la serie temporal compuesta por los incrementos en la posición del CdP no es estrictamente nula en todos los intervalos que pueden ser analizados. Con el objetivo de estudiar el error que conllevaría la ecuación (B.2), hemos comparado los valores del exponente H_{aprox} , obtenidos con esta ecuación aproximada, con los valores de H que se obtienen utilizando la ecuación (B.1). En la figura B.1 se muestran uno frente al otro y, como puede verse, en la mayoría de los casos representados los puntos están alineados según una recta de pendiente 1.

Existen, sin embargo, algunos puntos donde esto no sucede. En todos ellos se da la circunstancia de que $H_{\text{aprox}} > H$. Con el fin de saber si estos casos podrían influir en los resultados de nuestro trabajo, hemos calculado los valores promedio correspondientes utilizando la ecuación (B.2) y los hemos comparado con los obtenidos con la ecuación (B.1). En la tabla B.1 se muestra dicha comparación. Como vemos los resultados medios se mantienen prácticamente iguales en todos los casos analizados, independientemente del código y la dirección considerados. Tan sólo cabría señalar el hecho de que en ZA2, los resultados obtenidos para H_{aprox} muestran una incertidumbre muy superior a la encontrada para H . Esto indica que la obtención del exponente característico en este caso usando una ecuación aproximada (B.2), tal y como hacen otros autores, como Collins y De Luca [Coll94], puede dar lugar a resultados erróneos en algunos casos. Para evitar estos problemas, todos los resultados obtenidos analizando las señales con AVI y que se muestran en el Capítulo 4, se han calculado utilizando la ecuación (B.1).

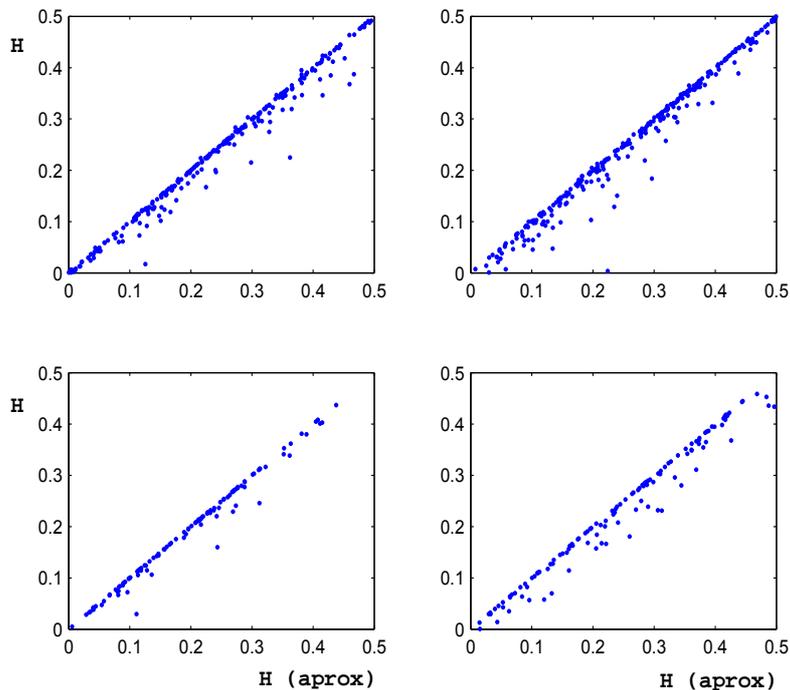


Figura B.1: Representación del exponente H , calculado mediante la ecuación (B.1), frente al exponente (H_{aprox}), obtenido con la ecuación (B.2). Los paneles superiores corresponden al grupo G1 y los inferiores al G4. Los paneles de la izquierda (derecha) muestran los resultados obtenidos para la coordenada x (y). Todos los resultados representados corresponden a las grandes escalas y código 10.

		x		y	
		ZB	ZA2	ZB	ZA2
H	código 10	0.72 ± 0.02	0.18 ± 0.30	0.71 ± 0.03	0.25 ± 0.26
H_{aprox}	código 10	0.72 ± 0.02	0.33 ± 0.56	0.71 ± 0.03	0.47 ± 0.54
H	código 11	0.73 ± 0.02	0.11 ± 0.36	0.71 ± 0.02	0.15 ± 0.33
H_{aprox}	código 11	0.73 ± 0.02	0.19 ± 0.74	0.71 ± 0.02	0.27 ± 0.66

Tabla B.1: Valores medios de los exponentes de correlación H y H_{aprox} para las medidas del G1. Se muestran los resultados de los códigos 10 y 11, para las direcciones x e y en las escalas pequeñas (ZB) y en las grandes (ZA2).

Apéndice C

Ruido gaussiano fraccionario y movimiento browniano fraccionario

Como vimos en la Sección 3.2, los conceptos de ruido fraccional Gaussiano (FGN) y movimiento fraccional browniano (FBM) fueron introducidos por primera vez por Mandelbrot y Van Ness para ampliar los conceptos de ruido gaussiano (GN) y movimiento browniano (BM), que no eran capaces de explicar fenómenos encontrados en la naturaleza. La derivada de un FBM es un FGN y la de un BM un GN; por tanto, es equivalente referirse a los incrementos de un FBM que a los valores de un FGN y, del mismo modo, los incrementos de un BM forman un GN.

Las series temporales citadas están catalogadas como procesos estocásticos, pero cada una de ellas presenta diferentes características en su evolución temporal dentro de su aparente aleatoriedad. Tanto un BM como un FBM forman una serie temporal cuyos incrementos siguen una distribución gaussiana de probabilidad y la característica que permite diferenciar ambas series temporales es la ordenación temporal de sus incrementos. Esta ordenación puede ser detectada mediante un análisis de invariancia bajo cambio de escala como, por ejemplo, AVI. Según este análisis (ver Sección 3.2), el exponente de correlación de un GN, o de los incrementos de un BM, es $H = 0.5$, mientras que este exponente, en el caso de un FGN, puede adoptar valores fraccionarios entre 0 y 1, de ahí su nombre. Esta variedad en los resultados del exponente H indica que la ordenación de las series temporales tipo FGN y FBM no es totalmente aleatoria: los valores de los incrementos de un FBM, es decir los valores de un FGN, pueden persistir hacia una disminución o hacia un aumento de los mismos (FGN persistente, con $0.5 < H \leq 1$), como es el caso del caudal del río Nilo, o puede alternar los descensos y los aumentos de dichos valores obteniendo un efecto de antipersistencia (FGN antipersistente $0 \leq H < 0.5$), como en el caso de los intervalos de tiempo entre un latido del corazón y el siguiente.

Un importante paso previo al estudio de una serie temporal candidata a tener propiedades fractales o de invariancia bajo cambio de escala, es el estudio de sus características estadísticas y de su evolución temporal con el fin de definir su posible catalogación como FGN o FBM [Eke00, Grze01, Eke02, Deli06]. En este apéndice presentamos los resultados obtenidos en este sentido para la serie temporal de la trayectoria del CdP.

El primer paso en la investigación de las propiedades estocásticas de la serie de los desplazamiento del CdP es comprobar si la distribución de probabilidad de los incrementos en la posición del CdP se ajusta a una distribución gaussiana.

El grupo elegido para realizar estos cálculos es el G4, formado por los sujetos que realizaron medidas de larga duración. El código de las medidas elegidas es el 10; se dió preferencia a las medidas realizadas en estático para evitar el ruido producido por el movimiento de balancín de las medidas dinámicas, que tenía un efecto sobre los valores de los incrementos de la posición. Y por último, dada la similitud en el movimiento en ambas direcciones, los cálculos que se muestran aquí están referidos únicamente al eje x .

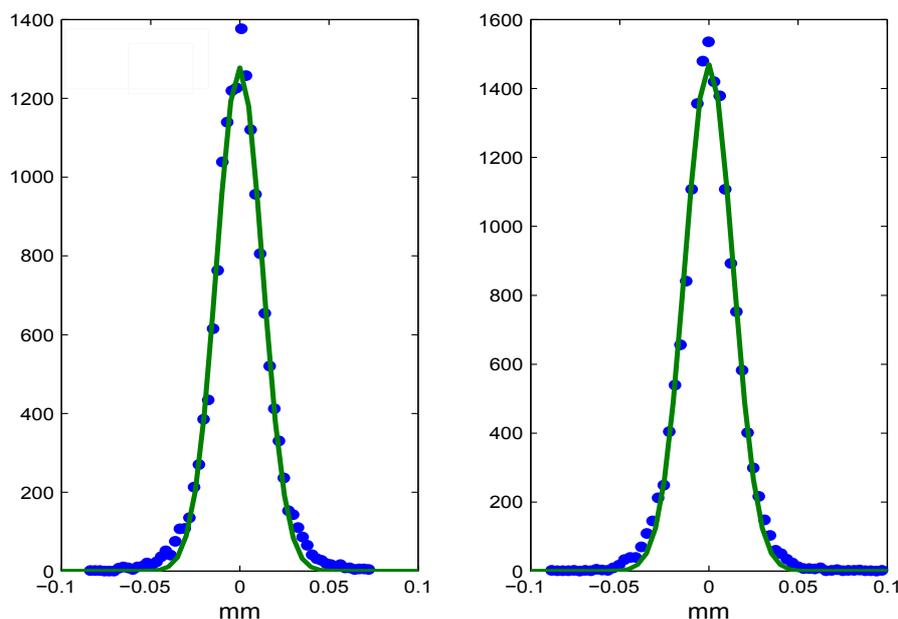


Figura C.1: Distribución de los incrementos de la posición del CdP para las medidas correspondientes a los sujetos 3 (izquierda) y 9 (derecha). La línea continua representa la distribución gaussiana ajustada a la distribución experimental (ver tabla C.1).

La figura C.1 muestra las distribuciones de los incrementos en la posición del CdP correspondientes a la medida de dos sujetos diferentes, concretamente el 3 y el 9. Asimismo se muestra la gaussiana obtenida en el ajuste de ambas distribuciones. Los valores obtenidos para los parámetros de dichos ajustes se muestran en la tabla C.1. Como puede verse la bondad de ajuste, medida en término de coeficiente R -square, es buena. Para el resto de los sujetos del grupo G4 se encontraron resultados similares.

El segundo paso es confirmar la existencia de una ordenación temporal particular en los incrementos en la posición del CdP; para ello hemos utilizado el método de los *surrogate data* [Thei92]. Este método consiste en aplicar el mismo análisis de invarianza bajo cambio de escala a la serie temporal temporal estudiada y a la serie formada por sus valores desordenados aleatoriamente. Si el exponente de correlación de la serie desordenada es

	SUJETO 03	SUJETO 09
a	1278 (1249, 1307)	1470 (1440, 1499)
b	$-1.8 \cdot 10^{-4}$ ($-5.2 \cdot 10^{-4}$, $1.5 \cdot 10^{-4}$)	$9.3 \cdot 10^{-6}$ ($-3 \cdot 10^{-4}$, $3.2 \cdot 10^{-4}$)
c	$1.8 \cdot 10^{-2}$ ($1.7 \cdot 10^{-2}$, $1.8 \cdot 10^{-2}$)	$1.9 \cdot 10^{-2}$ ($1.8 \cdot 10^{-2}$, $1.9 \cdot 10^{-2}$)
R -square	0.99	0.99

Tabla C.1: Resultados del ajuste de una función gaussiana, $F(x) = ae^{-(\frac{x-b}{c})^2}$, a la distribución de incrementos de la posición del CdP de las medidas correspondientes de los sujetos 3 y 9 del G4. Los resultados corresponden al código 10 y al eje x . Los márgenes de error de los parámetros de ajuste están calculados para un margen de confianza del 95 %.

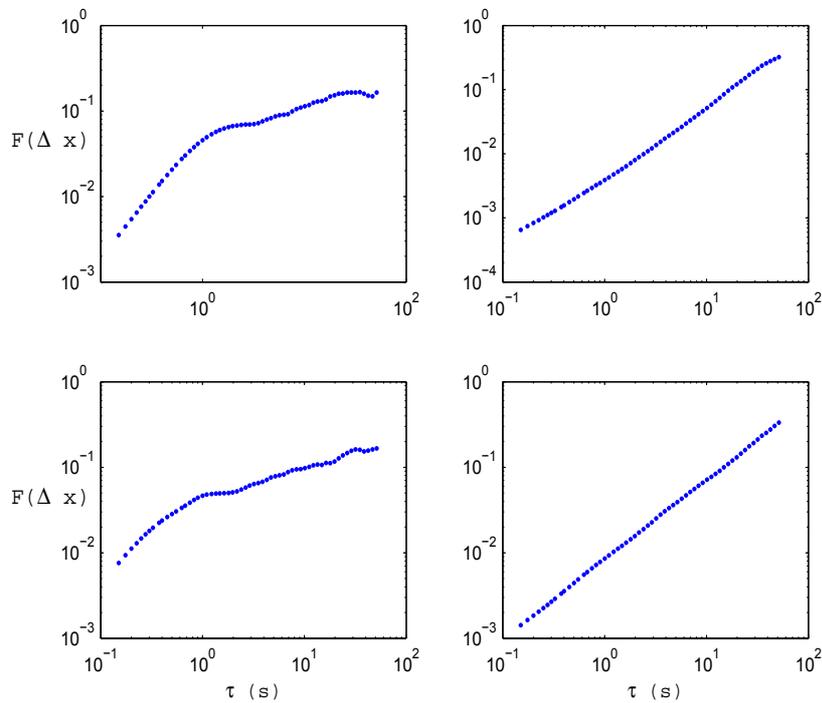


Figura C.2: La primera columna corresponde a la aplicación del método AVI a la señal posición y la segunda a la señal obtenida tras desordenar aleatoriamente los valores originales. Los paneles superiores corresponden al sujeto 3 y los inferiores al 9, ambos del G4.

diferente al exponente de la serie temporal original, se concluye que existe una ordenación temporal particular en la señal estudiada.

Tras desordenar las series temporales de la posición del CdP y analizarlas con el método AVI hemos encontrado el resultado final $H = 0.50 \pm 0.02$. Las series originales ofrecen un rango amplio de valores del exponente de correlación ($0 < H < 0.7$) y además estos valores dependen de la escala temporal estudiada. El efecto de la desordenación de

los incrementos en la posición de la trayectoria del CdP puede observarse en la figura C.2.

Estos resultados permiten concluir que los incrementos en la posición de la trayectoria del CdP siguen una distribución gaussiana y que los valores del exponente de correlación H de la señal posición del CdP corresponden a un FBM. Como la derivada de un FBM es un FGN, también podemos concluir que la señal velocidad del CdP, o señal compuesta por los incrementos en la posición del CdP, es un FGN.

Apéndice D

Análisis del espectro de potencia

El análisis del espectro de potencia (*Power Spectrum Analysis*, PSA) es un tipo de test de invariancia por cambio de escala basado en el cálculo de los espectros obtenidos a partir de la transformada de Fourier. La transformada discreta de Fourier para una serie temporal de N puntos $\{z_t, t = 1, \dots, N\}$, está dada por:

$$\hat{z}_f = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} z_t \exp(2\pi i f t), \quad (\text{D.1})$$

donde f es la frecuencia. El espectro de potencia, $S(f)$, se obtiene como

$$S(f) = |\hat{z}_f|^2, \quad (\text{D.2})$$

El espectro de las series temporales, a menudo denominadas ruidos, sigue en muchos casos una ley de potencias de la forma:

$$S(f) = \frac{1}{f^\beta}.$$

Se dice entonces que estos ruidos exhiben invariancia bajo cambio de escala. Una denominación muy extendida para este tipo de series temporales es la de ruidos tipo $1/f^\beta$, y son definidos por diferentes “colores” en función del valor del exponente β . Así $\beta = 0$ corresponde a un ruido blanco, $\beta = 1$ a un ruido rosa, $\beta = 2$ un ruido marrón y $\beta > 2$ a los ruidos negros.

Los ruidos rosas aparecen en multitud de situaciones físicas y tienen sorprendentes implicaciones estéticas en la música y otras artes. Un ejemplo lo encontramos en la serie temporal de los intervalos entre los latidos del corazón o de los intervalos entre notas sucesivas de la música de Bach, Beethoven y Los Beatles [Mand97]. De hecho, el espectro de potencia también es una manera de clasificar los géneros musicales [Jenn04]. Los ruidos invariantes bajo cambio de escala se pueden escuchar y su peculiaridad es que su sonido no cambia aunque se varíe la velocidad de reproducción. Un aspecto de la música que presenta

la propiedad de invarianza bajo cambio de escala es la variación temporal de distintas medidas de la señal acústica, como por ejemplo su potencia (medida por el cuadrado de su intensidad), o su frecuencia instantánea (medida por la tasa de pasos por ceros de la señal audio). La ubicuidad de los ruidos tipo $1/f^\beta$ en los sistemas biológicos también ha despertado un gran interés [Bak87, Stan94, Haus96]. Por otro lado, los fenómenos asociados a ruidos negros gobiernan las catástrofes naturales o no naturales, tales como las inundaciones, las sequías o las quiebras de mercados [Schr96].

Al igual que el método DFA, el método PSA puede aplicarse a señales tipo FGN y tipo FBM. Denotaremos a los exponentes resultantes β_{FGN} y β_{FBM} , respectivamente. El movimiento browniano se corresponde con $\beta_{\text{FGN}} = 0$ y $\beta_{\text{FBM}} = 2$. Los FBM son siempre persistentes y positivamente correlacionados, pero se dice que sus incrementos son persistentes si $\beta_{\text{FGN}} > 0$ y $\beta_{\text{FBM}} > 2$ y anti-persistentes si $\beta_{\text{FGN}} < 0$ y $\beta_{\text{FBM}} < 2$. Por otro lado, el ruido blanco se corresponde con los incrementos de un movimiento browniano, y el ruido marrón es equivalente al movimiento browniano.

El punto débil del método PSA radica en la pérdida de información temporal de la transformada de Fourier, lo que condiciona el tipo de señal al que puede ser aplicado, es decir, el método PSA, desde un punto de vista matemático, únicamente puede ser aplicado a señales estacionarias. Una serie temporal es estacionaria si sus propiedades estadísticas no dependen del tiempo. En matemática estadística se distinguen dos tipos de estacionariedad: la fuerte (o completa) y la débil. Una estacionariedad fuerte nunca puede ser establecida a partir de datos experimentales [Witt98]: nada en la naturaleza es exactamente periódico, todo movimiento tiene un principio y un fin. Por tanto, en el sentido matemático, la periodicidad estricta no existe en el mundo real [Schr96]. En la estacionariedad débil, el requisito necesario es que el primer y el segundo momento existan y sean independientes del tiempo; en este caso es posible calcular el espectro de potencia mediante la transformada de Fourier. Mandelbrot [Mand98] también introduce el concepto de estacionariedad condicional, según el cual una señal es estacionaria si sus propiedades estadísticas, tales como la media, la varianza y otros momentos superiores, se mantienen invariantes ante translaciones temporales.

Un FGN, un FBM o, más en general, una señal fractal, poseen una varianza que depende del tiempo y por tanto no son señales estacionarias. Por otro lado, la característica de auto-semejanza, propia de las señales fractales, va acompañada de un comportamiento tipo ley de potencias. Es decir, las señales fractales no son estacionarias por lo que no es correcto calcular su espectro de potencia, pero sin embargo es frecuente encontrar en la bibliografía referencias al comportamiento tipo $1/f^\beta$ de dichas señales.

Los efectos de la aplicación del método PSA a señales no estacionarias tienen su reflejo en las oscilaciones que aparecen en la representación en escala logarítmica del espectro de potencia. Esto se traduce en bajos niveles de bondad de ajuste del espectro a una recta, o lo que es lo mismo, en importantes márgenes de error en el resultado del exponente β . Mandelbrot sugiere que los componentes del espectro nunca deben ser representados tal cual, sino que hay que realizar previamente ciertos promedios. El procedimiento propuesto es dividir la región de las altas frecuencias en intervalos de igual tamaño y realizar la media de los componentes de Fourier al cuadrado para cada intervalo. La representación de estos

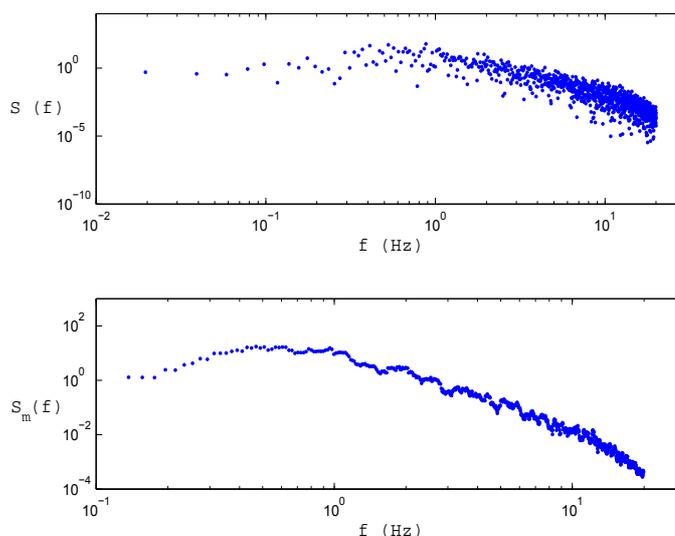


Figura D.1: Ejemplo de espectro de potencia correspondiente a una medida del sujeto 12 del G1 para el código 10 y coordenada x . El panel superior corresponde al espectro de potencia de dicha señal y el inferior al espectro obtenido promediando intervalos de 10 puntos.

puntos promediados reduce las oscilaciones y la evaluación de la pendiente se vuelve más fácil [Mand98]. La figura D.1 muestra un ejemplo del cálculo del espectro de potencia para una señal del desplazamiento del CdP y del espectro de potencia promediado de esa misma señal.

Algunos investigadores han realizado modificaciones en el cálculo del espectro de potencia para adaptarlo a las señales no estacionarias. Las técnicas creadas son conocidas como “métodos de estimación tiempo-frecuencia” y son de tres tipos: la transformada de Fourier de corto alcance [Allen77], los métodos basados en distribuciones bilineales [Cohe89] y la estimación basada en la teoría del espectro evolucionario [Prie88].

El estudio del espectro de potencia ha sido aplicado a temas muy diversos. En Física Nuclear algunos autores aplican el método PSA al estudio de las fluctuaciones de sistemas cuánticos [Rela02, Gome04]. También encontramos el PSA aplicado al estudio del ADN. Por ejemplo, Voss [Voss92] encuentra que el exponente β de las cadenas de ADN de diferentes seres vivos depende de su grado de evolución, concretamente que el valor absoluto de β disminuye cuando el ADN pertenece a seres vivos más evolucionados. Peng y colaboradores [Peng93a] estudian el espectro de la serie temporal de los intervalos entre latidos del corazón de sujetos sanos y encuentran un exponente β próximo a 1. En un estudio de bebés con patologías cardíacas [Aghi95] se pone de manifiesto que las amplitudes disminuyen cuando el bebé se recupera, sobre todo en las frecuencias inferiores a 0.005 Hz. Los espectros de los bebés enfermos presentan picos que afectan al exponente β haciendo que se desplace hasta casi alcanzar la zona persistente. La patología cardíaca

se vería reflejada en estos picos del espectro que suponen una cierta rotura del comportamiento tipo $1/f^\beta$. Los resultados de Hausdorff y colaboradores [Haus01] muestran que, en la marcha, los intervalos entre un paso y el siguiente no son aleatorios, como un ruido blanco, sino que presentan relaciones de largo alcance. Encuentran diferentes valores de β en función de la velocidad de la marcha y en los espectros de potencia que presentan podemos observar oscilaciones que se traducen en un importante margen de error en el cálculo del exponente β . Chen y colaboradores [Chen97] estudian mediante el método PSA el carácter anticipatorio del sistema nervioso central.

La trayectoria del CdP también ha sido estudiada mediante el método PSA [Oppe99, Corb03]. Duarte y Zatsiorsky [Duar01] aplican los métodos PSA y DFA a un grupo de 10 medidas pertenecientes a 10 sujetos sanos, de 1800 s de duración, realizadas en condiciones estáticas y ojos abiertos y encuentran una desviación estándar media 2.5 veces mayor en el exponente β que en el α .

Como vemos, el método PSA ha sido ampliamente aplicado a señales biológicas no estacionarias sin valorar previamente el efecto de la pérdida de información temporal asociada a este método. En los cálculos de la fase previa de este trabajo [Blaz04] hemos aplicamos el método PSA a todas nuestras medidas experimentales encontrando, al igual que Duarte y Zatsiorsky, elevados valores de la desviación estándar del exponente β calculado para diversos rangos de frecuencias. También encontramos una baja bondad de ajuste para el cálculo de la pendiente del espectro cuando realizábamos el promedio de puntos de un cierto rango de frecuencias. Por tanto el resultado del exponente β calculado a partir de estos datos oscilantes no es preciso y podemos concluir que el método PSA no es adecuado para el estudio de la señal del desplazamiento del CdP. Además existe otro factor que apoya la desestimación de aplicación del método PSA a señales no estacionarias: la existencia de la transformada *wavelet*, conceptualmente similar a la transformada de Fourier, pero que supera los métodos de estimación tiempo-frecuencia y que, además de eliminar las tendencias de la señal, no precisa que ésta sea estacionaria. Por estas razones hemos excluido de este trabajo el método PSA.

Apéndice E

Determinación de los rangos de aplicación de los análisis DFA, WAV y AVI

Los análisis DFA, WAV y AVI contienen un componente estadístico que exige valorar el tamaño del intervalo o escala estudiados, el número de puntos de cada intervalo y el número de puntos de la señal. Es de gran importancia conocer los rangos de valores de dichos parámetros dentro de los cuales los análisis citados ofrecen resultados estadísticamente robustos, ya que, de otra manera, si la región seleccionada es inapropiada, se obtendrían valores imprecisos o incorrectos de los exponentes de correlación.

Con el fin de obtener la región adecuada para señales con las características de las registradas en esta investigación, se han simulado señales con diferentes valores del exponente de correlación mediante el algoritmo de Makse et al. [Maks95].

Hu et al. [Hu01] estudiaron el número de puntos del intervalo mínimo τ_{\min} para el cual el análisis DFA-1 ofrece resultados precisos. Encontraron que τ_{\min} no depende del número de puntos N de la señal, pero sí del exponente de correlación α de la misma. Por tanto, para cada caso específico es preciso calcular τ_{\min} para los valores de α correspondientes a la zona de altas frecuencias o pequeñas escalas temporales de la serie temporal del desplazamiento del CdP que, recordemos, tiene un comportamiento multifractal.

Con el fin de comprobar este resultado, hemos generado un grupo de 2^{10} señales con $N = 2^{11}$ puntos y para valores de β en el rango $1 \leq \beta \leq 2$ (que corresponde al rango $1 \leq \alpha \leq 1.5$, dentro del cual se encuentra el valor de α para la señal del desplazamiento del CdP en la región de altas frecuencias). La figura E.1 muestra los valores de α obtenidos aplicando DFA-1 en función del número de puntos del intervalo mínimo N_{\min} analizado en la señal. Encontramos que, efectivamente el intervalo mínimo depende el valor de α . En cualquier caso observamos que un valor $N_{\min} = 7$ permite obtener los resultados adecuados para todos los casos.

Partiendo del límite inferior encontrado para el análisis DFA-1, el siguiente paso es comprobar si también es adecuado para el análisis WAV. El rango de valores de β analizado

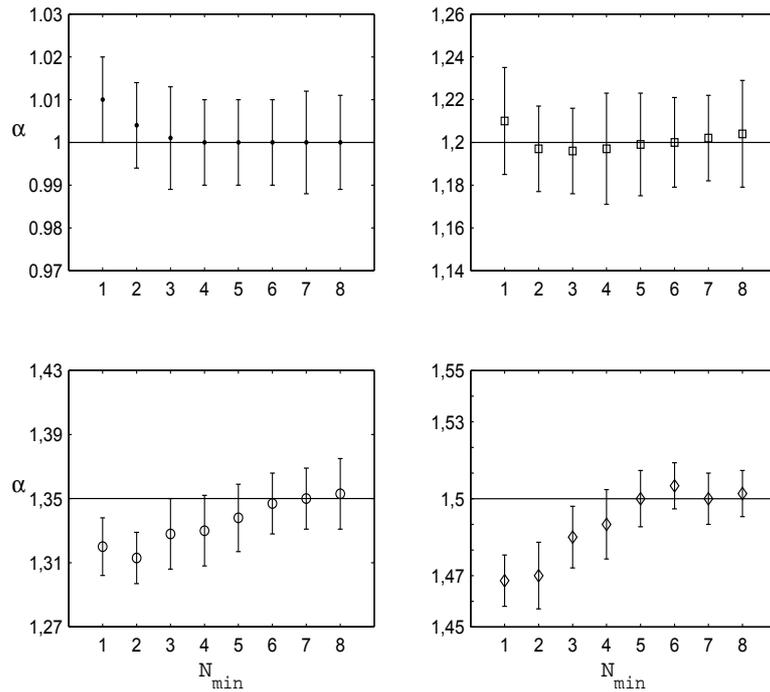


Figura E.1: Valores del parámetro característico α obtenidos para las señales generadas con cuatro valores teóricos del parámetro en el rango $1 \leq \alpha \leq 1.5$, en función del número de puntos del intervalo mínimo analizado, N_{\min} . El valor del α teórico en cada caso está marcado por la línea horizontal.

es el mismo y corresponde al $0.5 \leq W \leq 1$. La *wavelet* utilizada es “sombbrero mejicano”. La figura E.2 muestra que el exponente W también ofrece resultados fiables para intervalos a partir de 7 puntos.

Mientras que DFA-1 precisa de un cierto número mínimo de puntos en cada intervalo estudiado debido a que se realiza un ajuste de dichos puntos a una recta, es decir es sensible al número de puntos de los intervalos estudiados, y lo mismo podría decirse del análisis WAV, que realiza una convolución sobre dichos puntos, el análisis AVI no tiene en cuenta los puntos dentro del intervalo, ya que únicamente calcula la distancia entre los puntos extremos del mismo; por tanto puede trabajar a partir de intervalos de 2 puntos, lo que equivale a decir que no tiene ninguna restricción sobre el tamaño mínimo. Con el fin de unificar regiones de estudio, también fijamos para el análisis AVI una cota inferior del tamaño de los intervalos estudiados de 7 puntos.

Hu et al. [Hu01] estudiaron también la elección del límite superior de la región en la que el análisis DFA-1 ofrece resultados robustos, concluyendo que este límite depende del tamaño de la señal y no del valor de α . En concreto, estos autores encontraron que el número de puntos del intervalo máximo, N_{\max} , debe ser del orden de $N/10$.

No hemos encontrado ningún estudio específico del valor de N_{\max} referido a AVI y

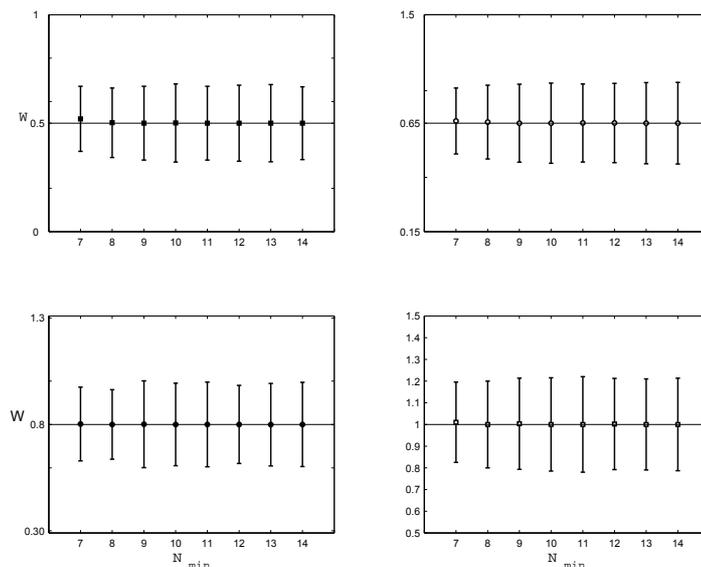


Figura E.2: Valores del parámetro característico W obtenidos para las señales generadas con valores teóricos del parámetro en el rango $0.5 \leq W \leq 1$, en función del número de puntos del intervalo mínimo analizado, N_{\min} . El valor del W teórico en cada caso está marcado por la línea horizontal.

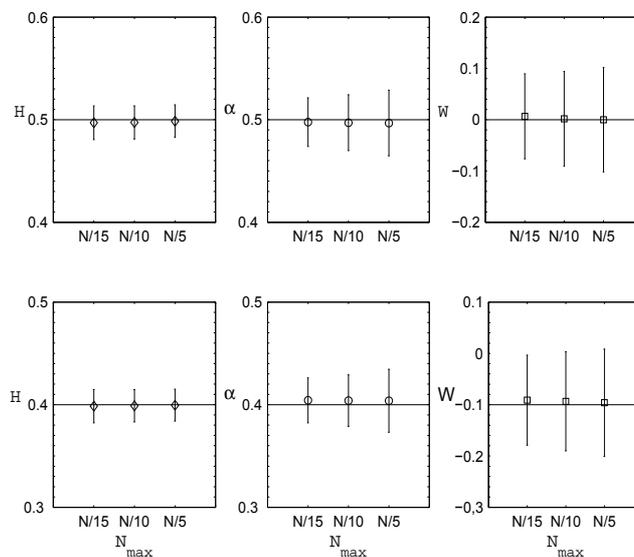


Figura E.3: Valores de H , α y W obtenidos para las señales generadas con valores teóricos $\alpha = 0.5$ y $\alpha = 0.4$, en función del número de puntos del intervalo máximo analizado, N_{\max} . El valor del exponente de correlación teórico en cada caso está marcado por la línea horizontal.

WAV, aunque es práctica común utilizar $N/10$ como límite superior también en estos análisis [Coll94]. Con el fin de comprobar este punto, hemos generado un grupo de 2^{10} señales con $N = 2^{11}$ puntos con valores de α correspondientes a los encontrados en la región de bajas frecuencia ($\alpha = 0.5$ y $\alpha = 0.4$). La figura E.3 muestra los valores de los exponentes de correlación obtenidos aplicando los análisis AVI, DFA-1 y WAV en función del número de puntos del intervalo máximo N_{\max} analizado en la señal. Encontramos que la elección del N_{\max} en intervalos de $N/15$, $N/10$ y $N/5$ ofrece resultados similares y, por tanto, optamos por elegir un N_{\max} del orden de $N/10$ tal y como hacen otros autores.

Bibliografía

- [Abry97] P. Abry. Ondelettes et turbulence. Multirésolutions, algorithmes de décomposition, invariance d'échelles. Diderot, París 1997.
- [Aghi95] A.A. Aghili, Rizwan-uddin, M.P. Griffin, J.R. Moorman. Scaling and ordering of neonatal heart rate variability. *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1254-1257 (1995)
- [Alleg98] P. Allegrini, M. Buiatti, P. Grigolini, B.J. West. Fractional Brownian motion as a nonstationary process: an alternative paradigm for DNA sequences. *Phys. Rev. E* **57**, 4558-4567 (1998)
- [Allen77] J.B. Allen, L.R. Rabiner A unified approach to short-time analysis and synthesis. *Proc. IEEE* **65**, 1558-1564 (1977)
- [Amar98] L.A.N. Amaral, A.L. Goldberger, P.C. Ivanov, H.E. Stanley. Scale-independent measures and pathologic cardiac dynamics. *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2388-2391 (1998)
- [Anto04] J.P Antoine, Wavelet analysis: a new tool in physics, en *Wavelets in Physics*, editado por J.C. Van der Berg, Cambridge University Press, Cambridge 2004.
- [Arne95] A. Arneodo, E. Bacry, P.V. Graves, J.F. Muzy. Characterizing long-range correlations in DNA sequences from wavelet analysis. *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3293-3296 (1995)
- [Ashk00] Y. Ashkenazy, P. C. Ivanov, S. Havlin, C.K. Peng, Y. Yamamoto, A.L. Goldberger, H.E. Stanley. Decomposition of heartbeat time series: scaling analysis of the sign sequence. *IEEE Comp. Card.* **27**, 139-142 (2000)
- [Ashk01a] Y. Ashkenazy, P.C. Ivanov, S. Havlin, C.K. Peng, A.L. Goldberger, H.E. Stanley. Magnitude and sign correlations in heartbeat fluctuations. *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1900-1903 (2001)
- [Ashk01b] Y. Ashkenazy, M. Lewkowicz, J. Levitan, S. Havlin, K. Saermark, H. Moelgaard, P.E. Bloch Thomsen, M. Moller, U. Hintze, H.V. Huikuri. Scale-specific and scale-independent measures of heart rate variability as risk indicators. *Europhys. Lett.* **53**, 709-715 (2001)

- [Bak87] P. Bak, C. Tang, K. Wiesenfeld. Self-organized critically: an explanation of $1/f$ noise. *Phys. Rev. Lett.* **59**, 381-384 (1987)
- [Barb03] F. Barbier, P. Allard, K. Guelton, B. Colobert, A.P. Godillon-Maquinghen. Estimation of the 3-D center of mass excursion from force-plate data during standing. *IEEE Trans. Neural. Systems Rehabili. Eng.* **11**, 31-37 (2003)
- [Bard08] J.M.Bardet, V. Billat, I. Kammoun. A new stochastic process to model heart rate series during exhaustive run and an estimation of its fractality parameter. arXiv:0803.3675v
- [Baro63] J.B. Baron. Présentation d'un appareil pour mettre en évidence les déplacements du centre de gravité du corps dans le polygone de sustentation. *Extrait Arch. Mal. Prof.* **25**, 41-49 (1963)
- [Bert97] A. Berthoz. *Le sens du mouvement*. Odile Jacob Sciences, Paris 1997.
- [Beze94] A. Bezerianos, T. Bountis, G. Papaloannou, P. Polydoropoulos. Nonlinear time series analysis of electrocardiograms. *Chaos* **5**, 95-101 (1995)
- [Bill09] V. Billart, L. Mille-Hamard, Y. Meyer, E. Westfreid. Detection of changes in the fractal scaling of heart rate and speed in a marathon race. *Physica A* **388**, 3798-3808 (2009)
- [Bisw04] N.C. Biswal, S. Gupta, A. Pradhan, P.K. Panigrahi. Diagnosis of human breast cancer through wavelet transform of polarized fluorescence. arXiv:physics/0404033
- [Blin01] E. Blin, B. Weber. *Stabilité, peur de chuter et mesures stabilométriques du déplacement volontaire maximal*, en *Posture et équilibre*, Solal, Marsella 2001.
- [Blaz04] M.T. Blázquez. *Cálculo de variables asociadas a frecuencias utilizadas por el sistema de control postural humano*. Trabajo de investigación tutelada, Programa de Doctorado "Bioingeniería y Física Médica", Universidad de Granada 2004.
- [Blaz09a] M.T. Blázquez, M. Anguiano, F. Arias de Saavedra, A.M. Lallena, P. Carpena. Study of the human postural control system during quiet standing using detrended fluctuation analysis. *Physica A* **388**, 1857-1866 (2009)
- [Blaz09b] M.T. Blázquez, M. Anguiano, F. Arias de Saavedra, A.M. Lallena, P. Carpena. Aplicación del método Detrended Fluctuation Analysis a la trayectoria del centro de presión del cuerpo humano. *Rev. Física Médica* **10**, 27-34 (2009)
- [Blaz10] M.T. Blázquez, M. Anguiano, F. Arias de Saavedra, A.M. Lallena, P. Carpena. Characterizing the human postural control system using detrended fluctuation analysis. *J. Comp. Appl. Math.* **33**, 1478-1482 (2010)

- [Bonn96] L. Bonnier. La modification de l'occlusion a-t-elle une répercussion immédiate sur le système postural fine?, en *Posture et équilibre*, Sauramps médical, Montpellier 1996.
- [Bose04] M. Bosek, B. Grzegorzewski, A. Kowalczyk. Two-dimensional Langevin approach to the human stabilogram. *Hum. Mov. Sci.* **22**, 649-660 (2004)
- [Bott05] A. Bottaro, M. Casadio, P.G. Morasso, V. Sanguineti. Body sway during quiet standing: is it the residual chattering of an intermittent stabilization process? *Hum. Mov. Sci.* **24**, 588-615 (2005)
- [Bund00] A. Bunde, S. Havlin, J.W. Kantelhardt, T. Penzel, J.H. Peter, K. Voigt. Correlated and uncorrelated regions in heart-rate fluctuations during sleep. *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3736-3739 (2000)
- [Call01] J. Callier, S. Oysel, I. Hausmann, N. Tordi. Equilibre statique bipodal sous deux conditions visuelles en fonction du sexe chez des gymnastes de 9-10 ans, en *Posture et équilibre*, Solal, Marsella 2001.
- [Caro96] O. Caron, P. Rougier. Influence d'une fatigue localisée des extenseurs de la cheville sur le contrôle postural, en *Posture et équilibre*, Sauramps Médical, Montpellier 1996.
- [Carr93] J.P. Carroll, W. Freedman. Nonstationary properties of postural sway. *J. Biomechanics* **26**, 409-416 (1993)
- [Chen97] Y. Chen, M. Ding, J.A.S. Kelso. Long memory process in human coordination. *Phys. Rev. Lett.* **79**, 4501-4504 (1997)
- [Chen02] Z. Chen, P.C. Ivanov, K. Hu, H.E. Stanley. Effect of nonstationarities on detrended fluctuation analysis. *Phys. Rev. E* **65**, 041107 (2002)
- [Chow95] C.C. Chow, J.J. Collins. Pinned polymer model of posture control. *Phys. Rev. E* **1**, 907-912 (1995)
- [Chui97] C.K. Chui. *Wavelets: a mathematical tool for signal processing*. SIAM, Filadelfia 1997.
- [Cohe90] A. Cohen. *Ondelettes, analyses multirésolutions et traitement numérique du signal*. Thèse de Doctorat, Univ. Paris IX, Dauphine, 1990.
- [Cohe89] L. Cohen Time-frequency distributions: a review. *Proc. IEEE* **77**, 941-981 (1989)
- [Coll93] J.J. Collins, C.J. De Luca. Open-loop and closed-loop control of posture: a random-walk analysis of center-of-pressure trajectories. *Exp. Brain Res* **95**, 308-318 (1993)
- [Coll94] J.J. Collins, C.J. De Luca. Random walking during quiet standing. *Phys. Rev. Lett.* **73**, 764-767 (1994)

- [Coll95a] J.J. Collins, C.J. De Luca. Upright, correlated random walks: a statistical-biomechanics approach to the human postural control system. *Chaos* **1**, 57-63 (1995)
- [Coll95b] J.J. Collins, C.J. De Luca. The effects of visual input on open-loop and closed-loop postural control mechanisms. *Exp. Brain Res.* **103**, 151-163 (1995)
- [Coll95c] J.J. Collins, C.J. De Luca, A. Burrows, L.A. Lipsitz. Age-related changes in open-loop and closed-loop postural control mechanisms. *Exp. Brain Res.* **104**, 480-495 (1995)
- [Coll95d] J.J. Collins, C.J. De Luca, A.E. Pavlik, S.H. Roy, M.S. Emley. The effects of spaceflight on open-loop and closed-loop postural control mechanisms. *Exp. Brain Res.* **107**, 145-150 (1995)
- [Corb03] P. Corbeil, J.S. Blouin, F. Bégin, V. Nougier, N. Teasdale. Perturbation of the postural control system induced by muscular fatigue. *Gait Posture* **18**, 92-100 (2003)
- [Coro05] A.V. Coronado, P. Carpena. Size effects on correlation measures. *J. Biol. Phys.* **31**, 121-133 (2005)
- [Cost99] M.C. Costes, Ch. Lafont, Y. Rolland, V. Glorieux, P. Dupui, J.L. Albaredo. Modifications des stratégies d'équilibration dynamique chez le sujet âgé, en *Posture et équilibre*, Sauramps Médical, Montpellier 1999.
- [Crea05] R. Creath, T. Kiemel, F. Horak, R. Peterka, J. Jeka. A unified view of quiet and perturbed stance: simultaneous co-existing excitable modes. *Neurosci. Lett.* **377**, 75-80 (2005)
- [Daub92] I. Daubechies. Ten lectures on wavelets. SIAM, Philadelphia 1992.
- [Deli03] D. Delignières, T. Deschamps, A. Legros, N. Caillou. A methodological note on non-linear time series analysis: Is Collins and De Luca (1993)'s open- and closed-loop model a statistical artifact? *J. Motor Behavior* **35**, 86-96 (2003)
- [Deli06] D. Delignières, S. Ramdani, L. Lemoine, K. Torre, M. Fortes, G. Ninot. Fractal analysis for short time series: a re-assessment of classical methods. *J. Math. Psychol.* **50**, 525-544 (2006)
- [Doysl04] T.L.A. Doyle, E.L. Dugan, B. Humphries, R.U. Newton. Discriminating between elderly and young using a fractal dimension analysis of centre of pressure. *Int. J. Med. Sci.* **1**, 11-20 (2004)
- [Duar00] M. Duarte, V.M. Zatsiorsky. On the fractal properties of natural human standing. *Neurosci. Lett.* **283**, 173-176 (2000)
- [Duar01] M. Duarte, V.M. Zatsiorsky. Long-range correlations in human standing. *Phys. Lett. A* **283**, 124-128 (2001)

- [Eke00] A. Eke, P. Herman, J.B. Bassingthwaight, G.M. Raymond, D.B. Percival, M. Cannon, I. Balla, C. Ikrényi. Physiological time series: distinguishing fractal noises from motions. *Eur. J. Physiol.* **439**, 403-415 (2000)
- [Eke02] A. Eke, P. Herman, L. Koesis, L.R. Kozak. Fractal characterization of complexity in temporal physiological signals. *Physiol. Meas.* **23**, 1-38 (2002)
- [Fald92] P. Faldrin. Wavelet analysis and synthesis of fractional brownian motion. *IEEE Trans. Inf. Theor.* **38**, 910-917 (1992)
- [Fede89] J. Feder. *Fractals*. Plenum Press, New York 1989.
- [Ferd99] M. Ferdjallah, G.F. Harris, J.J. Wertsch. Instantaneous postural stability characterization using time-frequency analysis. *Gait Posture* **10**, 129-134 (1999)
- [Fern99] J.Fernandes, M. Videira, S. Loureiro. Influence de la pratique de l'activité physique sur le comportement postural orthostatique de la personne âgée, en *Posture et équilibre*, Sauramps Médical, Montpellier 1999.
- [Fix96] J.D. Fix. *Neuroanatomie*. De Boeck Université, Paris 1996.
- [Fran00] T.D. Frank, A. Daffertshofer, P.J. Beek. Multivariate Ornstein-Uhlenbeck processes with mean-field dependent coefficients: application to postural sway. *Phys. Rev. E* **63**, 011905 (2000)
- [Gage96] P.M. Gagey, M. Toupet. Le rythme ventilatoire apparaît sur les stabilogrammes en cas de pathologie du système vestibulaire ou proprioceptif, en *Posture et équilibre* 1996, Sauramps Médical, Montpellier 1996.
- [Gage99] P.M. Gagey, B. Baudin, G. Bizzo, A. Scheibel, B. Weber. Augmenter la cadence d'échantillonnage en stabilométrie?, en *Posture et équilibre*, Sauramps Médical, Montpellier 1999.
- [Golo98] E. Golomer, J. Crémieux, P. Dupui, B. Isableu, T. Ohlmann. Contrôle postural de l'équilibre dynamique et entrée visuelle chez les danseurs masculins de l'opéra de Paris, en *Posture et équilibre*, Sauramps Médical, Montpellier 1998.
- [Gome02] J.M.G. Gómez, R.A. Molina, A. Relaño, J. Retamosa. Misleading signatures of quantum chaos. *Phys. Rev. E* **66**, 036209 (2002)
- [Gome04] J.M.G. Gómez, L. Muñoz, A. Relaño, J. Retamosa, E. Faleiro, R.A. Molina. Chaos and 1/f noise in nuclear spectra, en *Nuclear Theory'23*, editado por S. Dimitrova, Heron Press, Sofia 2004.
- [Gras83] P. Grassberger, I. Procaccia. Characterization of strange attractors. *Phys. Rev. Lett.* **50**, 346-349 (1983)
- [Grze01] B. Grzegorzewski, A. Kowalczyk. First-order statistics of human stabilogram. *Hum. Mov. Sci.* **20**, 853-866 (2001)

- [Harr05] J. Harry, J.Niemi, A. Priplata, J.J. Collins. Balancing act. *IEEE Spectrum* **42**, 36-41 (2005)
- [Haus96] J.M. Hausdorff, C.K. Peng. Multiscaled randomness: a possible source of 1/f noise in biology. *Phys. Rev. E* **54**, 2154-2157 (1996)
- [Haus01] H.M. Hausdorff, Y. Ashkenazy, C.K. Peng, P.C. Ivanov, H.E. Stanley, A.L. Goldberger. When human walking becomes random walking: fractal analysis and modeling of gait rhythm fluctuations. *Physica A* **302**, 138-147 (2001)
- [Hav188] S.Havlin, R. Selinger, M. Schwartz, H.E. Stanley, A. Bunde. Random multiplicative processes and transport in structures with correlated spatial disorder. *Phys. Rev. Lett.* **61**, 1438-1441 (1988)
- [Hels00] Helsinki Declaration of 1964 as revised in 2000. www.wma.net/e/policy/b3.htm
- [Hene00] C. Heneghan, G. McDarby Establishing the relation between detrended fluctuation analysis and power spectral density analysis for stochastic processes. *Phys. Rev. E* **62**, 6103-6110 (2000)
- [Higu88] T. Higuchi. Approach to an irregular time series on the basis of the fractal theory. *Physica D* **31**, 277-283 (1988)
- [Hu01] K. Hu, P.C. Ivanov, Z. Chen, P. Carpena, H.E. Stanley. Effect of trends on detrended fluctuation analysis. *Phys. Rev. E* **64**, 011114 (2001)
- [Hu04] K. Hu, P.C. Ivanov, X. Chen, M.F. Hilton, H.E. Stanley, S.A. Shea. Non-random fluctuations and multi-scale dynamics regulation of human activity. *Physica A* **337**, 307-318 (2004)
- [Hugo98] M. Hugon. Du centre de pression au centre de gravite en estabilographie statique, en Posture et équilibre, Sauramps Médical, Montpellier 1998.
- [Ibv06] IBV. Manual y especificaciones de la plataforma de estabilometría Dinascan/IBV. Instituto de Biomecánica de Valencia, Valencia 2006.
- [Ivan96] P.C. Ivanov, S. Havlin, M.G. Rosenblum, C.K. Peng, J. Mietus, S. Havlin, H.E. Stanley, A.L. Golberger. Scaling behaviour of heartbeat intervals obtained by wavelet-based time-series analysis. *Nature* **383**, 323-327 (1996)
- [Ivan99a] P.C. Ivanov, L.A. Amaral, A.L. Goldberger, S. Havlin, M.G. Rosenblum, Z.R. Struzik, H.E. Stanley. Multifractality in human heartbeat dynamics. *Nature* **399**, 461-465 (1999)
- [Ivan99b] P.C. Ivanov, A. Bunde, L.A.N. Amaral, S. Havlin, J. Fritsch-Yelle, R.M. Baevsky, H.E. Stanley, A.L. Goldberger. Sleep-wake differences in scaling behavior of the human heartbeat: analysis of terrestrial and long-term space flight data. *Europhys. Lett.* **48**, 595-600 (1999)

- [Ivan04] P.C. Ivanov, A. Yuen, B. Podobnik, Y. Lee. Common scaling patterns in inter-trade times of U.S. stocks. *Phys. Rev. E* **69**, 056107 (2004)
- [Jeka95] J.J. Jeka, J.R. Lackner. The role of haptic cues from rough and slippery surfaces in human posture control. *Exp. Brain Res.* **103**, 267-276 (1995)
- [Jenn04] H.D. Jennings, P.C. Ivanov, A. M. Martins, P.C. Silva, G.M. Viswanathan. Variance fluctuations in nonstationary time series: a comparative study of music genres. *Physica A* **336**, 585-594 (2004)
- [Joha88] R. Johansson, M. Magnusson, M. Akesson. Identification of human postural dynamic. *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **10**, 858-868 (1988)
- [Kant01] J.W. Kantelhardt, E. Koscielny-Bunde, H.A. Rego, S. Havlin, A. Bunde. Detecting long-range correlations with detrended fluctuation analysis. *Physica A* **295**, 441-454 (2001)
- [Kara02] R. Karasik, N. Sapir, Y. Ashkenazy, P.C. Ivanov, I. Dvir, P. Lavic, S. Havlin. Correlation differences in heartbeat fluctuations during rest and exercise. *Phys. Rev. E* **66**, 062902 (2002)
- [Kavo98] A. Kavounoudias, R. Roll, J.P. Roll, J.C. Gilhodes. Sensibilité tactile plantaire et contrôle postural, en *Posture et équilibre*, Sauramps Médical, Montpellier 1998.
- [Lata02] M.L. Latash. Bases neurophysiologiques du mouvement. De Boeck Université, Paris 2002.
- [Lauk98] M. Lauk, C.C. Chow, A.E. Pavlik, J.J. Collins. Human balance out of equilibrium: nonequilibrium statistical mechanics in posture control. *Phys. Rev. Lett.* **80**, 413-416 (1998)
- [Link01] K. Linkenkaer-Hansen, V.V. Nikouline, J.M. Palva, R.J. Ilmoniemi. Long-range temporal correlations and scaling behaviour in human brain oscillations. *J. Neurosci.* **4**, 1370-1377 (2001)
- [Lisb98] J.M. Lisbonis, A. Zeitoun, P. Robin. Comment tester les différentes entrées sensorielles responsables de la fonction d'équilibration d'un sujet sur multitest-équilibre, en *Posture et équilibre*, Sauramps Médical, Montpellier 1998.
- [Lora01] I.D. Loram, S.M. Kelly, M. Lakie. Human balancing of an inverted pendulum: is sway size controlled by ankle impedance? *J. Physiol.* **532**, 879-891 (2001)
- [Mand68] B.B. Mandelbrot, J.W. Van Ness. Fractional brownian motions, fractional noises and applications. *SIAM Rev.* **10**, 422-437 (1968)
- [Mand97] B.B. Mandelbrot. *La géométrie fractale de la Nature*. Tusquets, Barcelona 1997.
- [Mand98] B.B. Mandelbrot. *Multifractals and 1/f noise*. Springer, New York 1998.

- [Maks95] H.A. Makse, S. Havlin, M. Schwartz, H.E. Stanley. Method for generating long-range correlations for large systems. *Phys. Rev. E* **5**, 5445-5449 (1995)
- [Mani04] P. Manimaran. Wavelet analysis and scaling properties of time series. *Phys. Rev. E* **72**, 046120 (2005)
- [Marr99] A. Marrone, A.D. Polosa, G. Scioscia, S. Stramaglia, A. Zenzola. Multiscale analysis of blood pressure signals. *Phys. Rev. E* **60**, 1088-1091 (1999)
- [Matl09] What's continuous about the continuous wavelet transform? www.mathworks.com/access/helpdesk/help/toolbox/wavelet
- [Maur06] C. Maurer, T. Mergner, R.J. Peterka. Multisensory control of human upright stance. *Exp. Brain Res.* **171**, 231-250 (2006)
- [McSh05] P.E. McSharry, B.D. Malamud. Quantifying self-similarity in cardiac inter-beat interval time series. *Comp. Cardiol.* **32**, 459-462 (2005)
- [Merl04] R. Merletti, P.A. Parker. *Electromyography, physiology, engineering and non-invasive applications*. John Wiley and sons. New Jersey 2004.
- [Merg07] K. Mergenthaler, R. Engbert. Modeling the control of fixational eye movements with neurophysiological delays. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 138104 (2007)
- [Monz98] D. Monzani, G. Bergamini, M.P. Luppi, G. Guidetti. *La recherche stabilométrique dans les rapports entre dysphonie et posture, en Posture et équilibre*, Sauramps Médical, Montpellier 1998.
- [Mora04] F. Mora, A. Sanguinetti. *Diccionario de neurociencia*. Alianza Editorial, Madrid 2004.
- [Mura98] A. Murata, H. Iwase. Chaotic analysis of body sway. *Proc. 20th Ann. Int. Conf. IEEE Engin. Med. Biol. Soc.* **20**, 1557-1560 (1998)
- [Muzy91] J.F. Muzy, E. Bacry, A. Arneodo. Wavelets and multifractal formalism for singular signals: application to turbulence data. *Phys. Rev. Lett.* **25**, 3515-3518 (1991)
- [Muzy94] J.F. Muzy, E. Bacry, A. Arneodo. The multifractal formalism revisited with wavelets. *Tutorials and review. Chaos* **2**, 245-302 (1995)
- [Nard98] A. Nardone, J. Tarantola, M. Galante, M. Schieppati. Time course of stabilometric changes after a strenuous treadmill exercise. *Arch. Phys. Med. Rehabil.* **4**, 79-92 (1998)
- [Newe97] K.M. Newell, S.M. Slobounov, E.S. Slobounova. Stochastic processes in postural center-of-pressure profiles. *Exp. Brain Res.* **113**, 158-164 (1997)
- [Nouh96] B. Nouhet, P. Villeneuve. *La comparaison des enregistrements stabilométriques en station sur appui dur et mousse est-elle utilisable en pratique clinique?*, en *Posture et équilibre*, Sauramps Médical, Montpellier 1996.

- [Oku79] T. Oku, J. Okubo, I. Watanabe, J.B. Baron. Observation by gravimetric test. *Agressologie* **20**, 171-172 (1979)
- [Okub79] J. Okubo, I. Watanabe, T. Takeya, J.B. Baron. Influence of foot position and visual field condition in the examination for equilibrium function and sway of the center of gravity in normal persons. *Agressologie* **20**, 127-132 (1979)
- [Oppe99] U. Oppenheim, A. Kohen-Raz, R. Kohen-Raz, M. Azarya, D. Alex. Postural characteristics of diabetic neuropathy. *Diabetes Care* **22**, 328-332 (1999)
- [Patt00] J.L. Patton, W.A. Lee, Y.C. Pai. Relative stability improves with experience in dynamic standing task. *Exp. Brain Res.* **135**, 117-126 (2000)
- [Peng93a] C.K. Peng, J. Mietus, J.M. Hausdorff, S. Havlin, H.E. Stanley, A.L. Goldberger. Long-range anticorrelations and non-Gaussian behaviour of the heart. *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1343-1346 (1993)
- [Peng93b] C.K. Peng, S.V. Buldyrev. Finite-size effects on long-range correlations: implications for analyzing DNA sequences. *Phys. Rev. E* **47**, 3730-3733 (1993)
- [Peng94] C.K. Peng, S.V. Buldyrev, S. Havlin, M. Simons, H.E. Stanley, A.L. Goldberger. Mosaic organization of DNA nucleotides. *Phys. Rev. E* **49**, 1685-1689 (1994)
- [Peng95] C.K. Peng, S. Havlin, H.E. Stanley, A.L. Golberger. Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series. *Chaos* **5**, 82-87 (1995)
- [Pete00] R.J. Peterka. Postural control model interpretation of stabilogram diffusion analysis. *Biol. Cybern.* **82**, 335-343 (2000)
- [Pete02] O. Peters, C. Hertlein, K. Christensen. A Complexity View of Rainfall. *Phys. Rev. Lett.* **88**, 018701 (2002)
- [Prie88] M. Priestley. *Non-Linear and Non-Stationary Time Series Análisis*, 139-153, Academic Press, London (1988).
- [Prie93] T.E. Prieto, J.B. Myklebust, B.M. Myklebust. Characterization and modeling of postural steadiness in the elderly: a review. *IEEE Trans. Rehabilitation Eng.* **1**, 26-34 (1993)
- [Prip02] A. Priplata, J. Niemi, M. Salen, J. Harry, L.A. Lipsitz, J.J. Collins. Noise-enhanced human balance control. *Phys. Rev. Lett.* **89**, 238101 (2002)
- [Rela02] A. Relaño, J.M.G. Gómez, R.A. Molina, J. Retamosa. Quantum chaos and 1/f noise. *Phys. Rev. Lett.* **89**, 244102 (2002)
- [Reng00] S. Renger, C. Bolender, G. Edelin. Posture du corps et morphologie cranio-faciale. *Orthod. Fr.* **71**, 277-285 (2000)

- [Rich94] D. Richard, D. Orsal. Neurophysiologie. Organisation et fonctionnement du système nerveux. Dunod, Paris 1994.
- [Rile97] M.A. Riley, S. Wong, S. Mitra, M.T. Turvey. Common effects of touch and vision on postural parameters. *Exp. Brain Res.* **117**, 165-170 (1997)
- [Robi02] H.P. Robinson, A. Harsch. Stages of spike time variability during neuronal responses to transient inputs. *Phys. Rev. E* **66**, 061902 (2002)
- [Roll87] R.P. Roll, R. Roll La proprioception extra-oculaire comme élément de référence posturale et de lecture spatiale des données rétinienne. *Agressologie* **28**, 905-912 (1987)
- [Rose93] M.T. Rosenstein, J.J. Collins, C.J. De Luca. A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets. *Physica D* **65**, 117-134 (1993)
- [Roug96] P. Rougier, O. Caron. Effet des informations visuelles et plantaires sur le contrôle postural orthostatique, en *Posture et équilibre*, Sauramps Médical, Montpellier 1996.
- [Sapi03] N. Sapir, R. Karasik, S. Havlin, E. Simon, J.M. Hausdorff. Detecting scaling in the period dynamics of multimodal signals: application to Parkinsonian tremor. *Phys. Rev. E* **67**, 031903 (2003)
- [Sate02] Satel. Manuel d'utilisation des logiciels d'évaluation des activités posturo-cinétiques. SATEL, Blagnac 2002.
- [Schr96] M. Schroeder. Fractals, chaos, power laws: minutes from an infinite paradise. Freeman, New York 1996.
- [Schu95] T. Schumann, M.S. Redfern, J.M. Furman, A. El-Jaroudi, L.F. Chaparro. Time-frequency analysis of postural sway. *J. Biomech.* **28**, 603-607 (1995)
- [Seve98] A. Severac Cauguil. M.F. Tardy-Gervet. Effets posturaux et oculomoteurs de la stimulation galvanique du vestibule, en *Posture et équilibre*, Sauramps Médical, Montpellier 1998.
- [Shim02] Y. Shimizu, S. Thurner, K. Ehrenberger. Multifractal spectra as a measure of complexity in human posture. *Fractals* **10**, 103-116 (2002)
- [Shle91] M.F. Shlesinger, B.J. West. Complex fractal dimension of the bronchial tree. *Phys. Rev. Lett.* **67**, 2106-2108 (1991)
- [Simo98] I. Simonsen, A. Hansen, O.M. Nes. Determination of the Hurst exponent by use of wavelet transforms. *Phys. Rev. E* **58**, 2779-2787 (1998)
- [Stan94] H.E. Stanley, S.V. Buldyrev, A.L. Goldberger, Z.D. Goldberger, S. Havlin, R.N. Mantegna, S.M. Ossadnik, C.K. Peng and M. Simons. Statistical mechanics in biology: How ubiquitous are long-range correlations? *Physica A* **205**, 214-253 (1994)

- [Tele04] L. Telesca, G. Colangelo, V. Lapenna, M. Macchiato. Fluctuation dynamics in geoelectrical data: an investigation by using multifractal detrended fluctuation analysis. *Phys. Lett. A* **332**, 398-404 (2004)
- [Thei92] J. Theiler, S. Eubank, A. Longtin, B. Galdrikian, J. D. Farmer. Testing for nonlinearity in time series: the method of surrogate data. *Physica D* **58**, 77-94 (1992)
- [Thur98a] S. Thurner, M.C. Feurstein, M.C. Teich. Multiresolution wavelet analysis of heartbeat intervals discriminates healthy patients from those with cardiac pathology. *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1544-1547 (1998)
- [Thur98b] S. Thurner, M.C. Feurstein, S.B. Lowen, M.C. Teich. Receiver-operating-characteristic analysis reveals superiority of scale-dependent wavelet and spectral measures for assessing cardiac dysfunction. *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5688-5691 (1998)
- [Thur00] S. Thurner, C. Mittermaier, R. Hanel, K. Ehrenberger. Scaling-violation phenomena and fractability in the human posture control system. *Phys. Rev. E* **62**, 4018-4024 (2000)
- [Thur02] S. Thurner, C. Mittermaier, K. Ehrenberger. Change of complexity patterns in human posture during aging. *Adiol. Neurotol.* **7**, 240-248 (2002)
- [Tura08] M. Turalaska, M. Latka, M. Czosnyka, K. Pierzchal, B.J. West. Generation of very low frequency cerebral blood flow fluctuation in humans. *Acta Neurochir. Suppl.* **102** 43-47 (2008)
- [Unse96] M. Unser, A. Aldroubi. A review of wavelets in biomedical applications. *Proceedings of the IEEE* **84**, 626-638 (1996)
- [Ushi80] V. Ushio. Rôle des propriocepteurs des muscles oculaires dans le maintien de l'équilibre du corps avec référence notamment au réflexe cervical. *Agressologie* **21**, 143-152 (1980)
- [Vala81] D. Valade. Enregistrement statokinésimétrique dans les chorées de Huntington. *Agressologie* **22**, 63-65 (1981)
- [Varo03] P.A. Varotsos, N.V. Sarlis, E.S. Skordas. Long-range correlations in the electric signals that precede rupture: Further investigations. *Phys. Rev. E* **67**, 021109 (2003)
- [Visw97] G.M. Viswanathan, S.V. Buldyrev, S. Havlin, H.E. Stanley. Quantification of DNA patchiness using long-range correlation measures. *Biophys. J.* **72**, 866-876 (1997)
- [Voss92] R.F. Voss. Evolution of long-range fractal correlations and 1/f noise in DNA base sequences. *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3805-3808 (1992)

- [Wann98] J.P. Wann, M. Mon-Williams, K. Rushton. Postural control and co-ordination disorders: The swinging room revisited. *Hum. Mov. Sci.* **17**, 491-513 (1998)
- [Webe99a] B. Weber, P.M. Gagey, A. Scheibel. Les critères stabilométriques sont-ils sensibles à la position initiale en y du centre de pression? en *Posture et équilibre*, Sauramps Médical, Montpellier 1999.
- [Webe99b] B. Weber, E. Blin, B. Baudin, J. Dimidjian, S. Villeneuve-Parpay, P. Villeneuve. Surfaces du stabilogramme en orthostatisme et en recherche de la surface volontaire maximale d'équilibre en fonction d'une rétroaction visuelle, en *Posture et équilibre*, Sauramps Médical, Montpellier 1999.
- [Webe01] B. Weber, S. Villeneuve-Parpay, B. Nouhet, P. Villeneuve. Différences de réponses stabilométriques à l'interposition de deux mousses, en *Posture et équilibre*, Solal, Marsella 2001.
- [West03a] B.J. West, N. Scafetta. Nonlinear dynamical model of human gait. *Phys. Rev. E* **67**, 051917 (2003)
- [West03b] B.J. West, M. Bologna, P. Grigolini. *Physics of fractal operators*. Springer-Verlag, New York 2003.
- [Witt98] A.Witt, J. Kurths, A. Pikovsky. Testing stationarity in time series. *Phys. Rev. E* **58**, 1800-1810 (1998)
- [Xu05] L. Xu, P.C. Ivanov, K. Hu, Z. Chen, A. Carbone, H.E. Stanley. Quantifying signals with power-law correlations: a comparative study of detrended fluctuation analysis and detrended moving average techniques. *Phys. Rev. E* **71**, 051101 (2005)
- [Yama95a] N. Yamada. Nature of variability in rhythmical movement. *Hum. Mov. Sci.* **14**, 371-384 (1995)
- [Yama95b] N. Yamada. Chaotic swaying of the upright posture. *Hum. Mov. Sci.* **14**, 711-726 (1995)
- [Yao01] W. Yao, P. Yu, C. Essex. Delayed stochastic differential model for quiet standing. *Phys. Rev. E* **63**, 021902 (2001)
- [Zats99] V.M. Zatsiorsky, M. Duarte. Instant equilibrium point and its migration in standing tasks: rambling and trembling components of the stabilogram. *Motor Control* **3**, 28-38 (1999)