

REVISTA SOBRE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Núm. 1 - Año I

Vol. I - Octubre 1988

PANEL DE COLABORADORES

Aizpún López, A., SCPM «Puig Adam», Madrid.
Arias Vilchez, J., IB «Auringis», SAEM «Thales», Jaén.
Arrieta Gallastegui, J., Centro de Profesores, Gijón.
Azcárate Goded, P., EUPEGB, Cádiz.
Benítez Trujillo, F., EU de Estudios Empresariales, SAEM «Thales», Cádiz.
Burgués Flamarich, C., EUPEGB Univers. de Barcelona, Barcelona.
Cancio León, M.ª P., SCPM «Isaac Newton», Telde (Las Palmas).
Cardenoso Domingo, J. M.ª, EUPEGB, Melilla.
Colectivo «MANUEL SACRISTÁN», Centro de Profesores, Algorta (Vizcaya).
Colera, J., IB «Colmenar Viejo», Colmenar Viejo, Madrid.
Coriat Benarroch, M., IB «Padre Poveda», SAEM «Thales», Granada.
Díaz Godino, J., EUPEGB Univers. de Granada, SAEM «Thales», Granada.
Dorta Díaz, J. A., SCPM «Isaac Newton», La Laguna (Tenerife).
Fernández Sucasas, J., EUPEGB, León.
Fortuny Aymemí, J. M.ª, EUPEGB Univers. Autónoma, Barcelona.
Fuente Martos, M., EUPEGB Univers. de Córdoba, SAEM «Thales», Córdoba.
García Arribas, C., IB «Padre Suárez», SAEM «Thales», Granada.
García Cruz, J. A., SCPM «Isaac Newton», La Laguna (Tenerife).
García Fernández, E., SCPM «Isaac Newton», Las Palmas.
García Ruesta, S., Centro de Profesores, Albacete.
Garondo García, M., CP de Palomares del Río, SAEM «Thales», Sevilla.
Gil Cuadra, F., EUPEGB Univers. Granada, SAEM «Thales», Almería.
Giménez García, J., EUPEGB Univers. Barcelona, Tarragona.
Gómez Fernández, J. R., SCPM «Isaac Newton», Santa Cruz de Tenerife.
Grupo AZARQUIEL, ICE Univers. Autónoma, Madrid.
Grupo BETA, EUPEGB Univers. de Extremadura, Badajoz.
Grupo CERO, Centro de Provesores, Valencia.
Grupo GAUSS, ICE Univers. de Salamanca, Salamanca.
Grupo ZERO, EUPEGB Univers. Autónoma, Barcelona.
Guzmán Ozámiz, M. de, Facultad de Matemáticas, Univers. Madrid.
Hernández Hernández, F., SCPM «Isaac Newton», Santa Cruz de Tenerife.
López Gómez, J., IB «Luis Cernuda», SAEM «Thales», Sevilla.
Luelmo Verdú, M.ª J., Servicio de Innovación, MEC, Madrid.
Llinares Ciscar, S., EUPEGB Univ. de Sevilla, SAEM «Thales», Sevilla.
Martínez Recio, A., EUPEGB Univ. de Córdoba, SAEM «Thales», Córdoba.
Mayor Forteza, G., Dep. Matemáticas, Univ. Islas Baleares, Palma de Mallorca.
Mora Sánchez, J. A., Centro de Profesores, Alicante.
Moreno Gómez, P., Instituto Español de Andorra, Andorra.
Nicolau Voguer, J., Centro de Profesores, Palma de Mallorca.
Nortes Checa, A., EUPEGB Univ. de Murcia, Murcia.
Padilla Díaz, F. J., SCPM «Isaac Newton», Santa Cruz de Tenerife.
Pareja Pérez, J. L., EUPEGB Univ. de Granada, SAEM «Thales», Ceuta.
Pascual Bonís, J. R., EUPEGB Univ. de Zaragoza, SAPM «P. S. Ciruelo», Pamplona.
Pérez Bernal, L., IB «Emilio Prados», SAEM «Thales», Málaga.
Pérez Fernández, J., IFP «Las Salinas», SAEM «Thales», San Fernando (Cádiz).
Pérez García, R., IB «Miguel Servet», SAPM «P. S. Ciruelo», Zaragoza.
Pérez Jiménez, A., IB «Nervión», SAEM «Thales», Sevilla.
Petri Echevechia, A., CP «María Ana Sanz», SAPM «P. S. Ciruelo», Pamplona.
Puig Espinosa, L., EUPEGB Univ. de Valencia, Valencia.
Ramírez González, V., Facultad de Ciencias, SAEM «Thales», Granada.
Rico Romero, L., EUPEGB Univ. de Granada, SAEM «Thales», Granada.
Romero Sánchez, J., CP «F. García Lorca», SAEM «Thales», Huelva.
Romero Sánchez, S., EU Politécnica «La Rábida», SAEM «Thales», Huelva.
Ruiz Garrido, C., Facultad de Ciencias, SAEM «Thales», Granada.
Ruiz Higuera, L., EUPEGB Univ. de Granada, SAEM «Thales», Jaén.
Salvador Alcaide, A., IB «San Mateo», Madrid.
Sánchez Cobos, F. T., CP «Virgen del Rosario», SAEM «Thales», Jaén.
Santos Hernández, A., SCPM «Isaac Newton», La Laguna (Tenerife).
Seminario ACCIÓN EDUCATIVA (M. Aguilera, I. Callejo, C. Calvo, L. Ferrero), Madrid.
Socas Robayna, M. M., SCPM «Isaac Newton», La Laguna (Tenerife).
Soto Iborra, F., EUPEGB Univ. de Valencia, Valencia.
Suárez Vázquez, J. A., CE «Blanco White», SAEM «Thales», Sevilla.
Varo Gómez de la Torre, A., IB «Trafalgar», SAEM «Thales», Barbate (Cádiz).
Vázquez Manuel, F., SCPM «Isaac Newton», Santa Cruz de Tenerife.
Vela Torres, M., IB «Alonso Cano», SAEM «Thales», Granada.
Vicente Córdoba, J. L., Facultad de Matemáticas, SAEM «Thales», Sevilla.
Vidal Costa, E., EUPEGB Univ. Autónoma de Madrid, Madrid.

SUMARIO

Artículos

- 7 Lo que he aprendido.
Francisco Hernán.
Grupo Cero. Valencia.
- 13 Funciones, simetría y frisos.
Claudi Alsina y Jaume Ll. García Roig.
ETSAB. Universidad Politécnica. Cataluña.
- 17 Algunos reflejos de las Matemáticas en la obra de J. L. Borges. (Notas profanas).
Andrés Soria Ortega.
Facultad de Filosofía y Letras. Granada.
- 25 Poliedros flexibles.
Ceferino Ruiz Garrido.
Facultad de Ciencias. Granada.

Ideas para la clase

- 31 Una clase sobre probabilidad en COU.
Salvador Guerrero Hidalgo.
Grupo Penurria. Málaga.
- 35 «Donald en el País de las Matemáticas» o el aprovechamiento didáctico de una película.
José del Río Sánchez.
Grupo Gauss. Salamanca.
- 41 Posibilidades didácticas... del cubo de las caras negras.
Mañuel Fernández Reyes.
SCPM «Isaac Newton». Tenerife.

Recursos para el aula

- 49 El Tangram.
Grupo Azarquiel. Madrid.
- 53 La importancia de los recursos en la clase de Matemáticas.
Luis Rico Romero.
EUPEGB Universidad de Granada. Granada.

Información

- 57 ICME-6
Claudi Alsina Català.
- 61 Horizontes Matemáticos.
Florencio Villarroya Bullido.
- 65 The ideas of Algebra, K-12, 1988. *Yearbook National Council of Teacher of Mathematics.*
Grupo Azarquiel.
- 66 Intuition in Science and Mathematics. An Educational Approach. *Efrain Fischbein.*
Luis Rico Romero.



Fernando Hernández Rojo

Director (en funciones)

Rafael Pérez Gómez. SAEM «Thales»

Consejo Editorial (en funciones)

Claudi Alsina Català, Revista *L'Escaire*.
 Mercedes Casals Colldecarrera, SCPM «Puig Adam».
 Mauricio Contreras del Rincón, Grupo «Cero».
 Carmen de Veiga Fernández, Grupo «Azarquiel».
 Manuel Fernández Reyes, SCPM «Isaac Newton».
 Vicens Font Moll, Grup «Zero».
 Salvador Guerrero Hidalgo, SAEM «Thales».
 Florencio Villarroya Bullido, SAPM «P. S. Ciruelo».

Dirección administrativa (en funciones)

Felipe López Fernández, SAEM «Thales», Granada.

Diseño Gráfico

Fernando Hernández Rojo

Edita

Federación de Sociedades de Profesores de Matemáticas:

Sociedad Andaluza de Educación Matemática «Thales»

Presidente: Gonzalo Sánchez Vázquez

Apartado de Correos 1160. 41080-SEVILLA

Sociedad Aragonesa de Prof. Matemát. «P. Sánchez Ciruelo»

Presidente: Rosa Pérez García

ICE Ciudad Universitaria. 50006-ZARAGOZA

Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas «Isaac Newton»

Presidente: Manuel García Tellado

Apartado de Correos 329. LA LAGUNA (TENERIFE)

Sociedad Castellana de Profesores de Matemáticas «Puig Adam»

Presidente: Francisco Lorenzo Miranda

Ronda de Atocha, 2. 28012-MADRID

Depósito legal

Gr. 752-1988

Fotocomposición

A. Jiménez

Impresión

GRAFSUR. Armilla (Granada)

Suscripciones

Revista SUMA

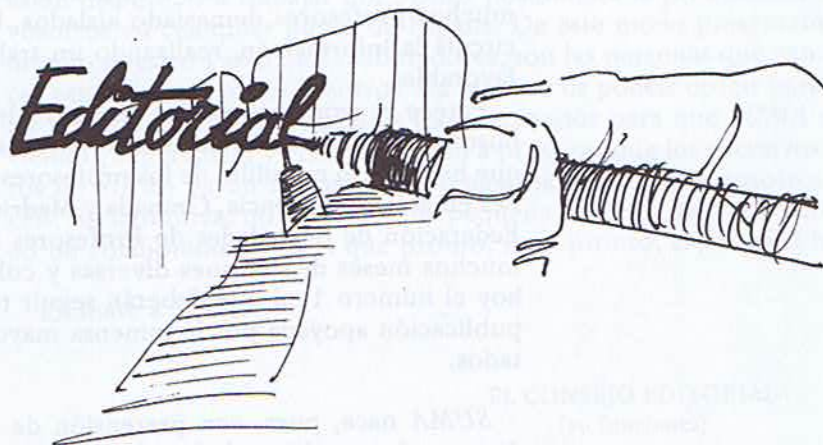
Apdo. 1017. 18080-Granada

Condiciones de suscripción

Particulares: 2.500 pts (tres números).

Centros: 3.000 pts. (tres números).

Números sueltos: 1.200 pts cada uno.



Lo que en ocasiones pudo ser una utopía ahora puede tornarse en realidad. Pero nada se improvisa. Desde la aparición de los «soñadores» que a modo de poetas comprometidos inician la difusión de una idea hasta su implantación en una sociedad pasa tiempo. A veces, demasiado. En estos casos ha sido necesario que sus esfuerzos, tan aislados como atractivos, tan altruistas como desconcertantes, tan bellos como necesarios, calasen en el complejo tejido social desencadenando un cambio.

Algo de esto es lo que está ocurriendo en el campo de la Educación Matemática. Baste recordar a los profesores Puig Adam y Santaló, cuyos trabajos fueron poco valorados por una sociedad que no supo, o no quiso, entenderlos. Parecida suerte siguieron todos aquellos que desde la década de los sesenta comenzaron a organizar Escuelas de Verano y a organizarse en grupos y sociedades en un intento de transformar las estructuras educativas. La situación en aquellos años hizo que el esfuerzo fuese enorme, pero no baldío. Los pioneros —grupos *Ceros*, Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas *Isaac Newton*, el colectivo *Rosa Sensat*—, son sólo ejemplos diferentes, y no un muestrario de nombres que siempre caería en el riesgo de olvidar a otros tan importantes como los citados. Todos merecen algo más que este modesto reconocimiento después de tantos años de lucha. Al canto de estos «poetas» infatigables se han ido uniendo, poco a poco, muchísimos más en una sociedad libre que exige adaptar su sistema educativo a los aires frescos que corren. Así aparecieron otros grupos (*Azarquiel*, *Beta*...), otras agrupaciones de profesores («*P. Sánchez Ciruelo*», «*Puig Adam*», «*Thales*»...) que con sus publicaciones quisieron extender su mensaje. *Números*, *L'Escaire*, *Epsilon*, *Thales*, *Boletín Puig Adam*, etc., son ejemplos de ellas.

Hechos recientes demandan nuevas actuaciones. Desde finales de 1985 surgen en las universidades españolas los Departamentos de Didáctica de las Matemáticas, a veces unidos en la misma área de conocimiento con la Didáctica de las Ciencias Experimentales. Todo un reto en el desarrollo de la docencia y la investigación en todos los ciclos. Hay abierto un proceso de Reforma de las Enseñanzas (Básica y Media) que exige un nuevo perfil del profesorado. Se han abierto canales de colaboración en el desarrollo de la Educación Matemática con otros países. A pesar de todo, hay muchos profesores demasiado aislados, lejos de los canales por donde circula la información, realizando un trabajo en unas condiciones poco favorables.

Parece el momento de dar un paso adelante, de aglutinar esfuerzos y buscar una publicación de ámbito nacional que canalice este entusiasmo que hoy vive el mundillo de los profesores de Matemáticas. Hubo reuniones en Málaga, Valencia, Granada y Madrid y se formó una gestora y una Federación de Sociedades de Profesores de Matemática... y después de muchos meses de acciones diversas y colaboraciones positivas aparece hoy el número 1, al que deberán seguir todos los otros naturales, de la publicación apoyada por la inmensa mayoría de todos los hasta aquí citados.

SUMA nace, pues, con pretensión de ser una revista sobre la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, órgano de expresión de la Federación de Sociedades que la edita y de los grupos que la apoyan; útil para la clase, plural y participativa, dedicada a todos los niveles educativos y que recogerá ideas, sugerencias, informaciones, innovaciones..., agrupadas en las distintas secciones.

— En la sección de *Artículos* se incluirán trabajos que contribuyan a mejorar nuestro bagaje sobre la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas.

— La sección anterior se complementa con la de *Ideas para la clase* en la que se incluirán artículos con sugerencias que, de modo fácil y cómodo, puedas incorporar a tus clases. En este número verás algunos trabajos muy cortos y llenos de interés, son *ideas* como las que todos tenéis que han funcionado bien ante unos alumnos. Tenemos mucha ilusión en que esta sección sea de las más leídas por su utilidad casi inmediata y por la gran cantidad de trabajos que esperamos recibir de vosotros.

— La importancia, actualmente reconocida, del uso de materiales didácticos en la clase nos ha llevado a dedicar una sección que llamaremos *Recursos para el aula* en la que se describirán distintos materiales indicando sus posibles usos didácticos.

— Antes nos referíamos a la necesidad de difundir informaciones sobre múltiples aspectos que pueden interesarnos. Congresos, exposiciones, libros, etc., serán anunciados en la medida en que se nos hagan llegar o sepamos de su existencia. Todo ello definirá la sección titulada *Información*.

— Aunque en esta primera aparición pública de *SUMA* sólo figuran estas cuatro secciones, es nuestra intención que en sucesivos números nazca una nueva, que llamaríamos *Buzón de SUMA*, en la que incluiríamos vuestras cartas con sugerencias, opiniones, problemas que deseéis proponer, etc. Esta última pretende un acercamiento de la revista a nuestros lectores.

La existencia de un *Panel de Colaboradores* formado por las personas que están dispuestas a trabajar por *SUMA* posibilitará la proximidad a todos vosotros en cualquier punto de España. De este modo presentamos con orgullo nuestro Panel de Colaboradores, son las personas que van a acercar esta revista a todos vosotros —a quienes os podéis dirigir para hacerles entrega de vuestros trabajos (tan necesarios para que *SUMA* siga viviendo), sugerencias y críticas— y van a procurar que los sucesivos números de *SUMA* vayan mejorando y tengan la calidad que vosotros merecéis. En definitiva, no son sino una pequeña muestra del verdadero equipo de colaboradores en el que pronto, muy pronto, esperamos tenerte.

¡Súmate a *SUMA*!

Lo que he aprendido

EL CONSEJO EDITORIAL
(en funciones)

Francisco Martínez

... habia escrito parte de una obra cuando, viene a verte una antigua alumna que viene de licenciarse en Biología y pide con humildad y que pide... se dedica a estudiar sobre la reproducción de la granada leonesa. Y se dice: «Como es que lo he hecho... sobre el aprendizaje, he pensado que podría... daros algunos libros.»

... habia escrito parte de una obra que se había de... sobre el aprendizaje en general, sino sobre el... de las matemáticas... y que a ella se le... en matemáticas... ya he escrito que el... aprendizaje en general... Pues no sé cómo... me he escrito algunos... «Pero...» según... que has leído cosas... Piaget... Vigotski... y cosas que... a... libros.

... habia escrito parte de una obra que se había de... sobre el aprendizaje en general, sino sobre el... de las matemáticas... y que a ella se le... en matemáticas... ya he escrito que el... aprendizaje en general... Pues no sé cómo... me he escrito algunos... «Pero...» según... que has leído cosas... Piaget... Vigotski... y cosas que... a... libros.

... habia escrito parte de una obra que se había de... sobre el aprendizaje en general, sino sobre el... de las matemáticas... y que a ella se le... en matemáticas... ya he escrito que el... aprendizaje en general... Pues no sé cómo... me he escrito algunos... «Pero...» según... que has leído cosas... Piaget... Vigotski... y cosas que... a... libros.

... habia escrito parte de una obra que se había de... sobre el aprendizaje en general, sino sobre el... de las matemáticas... y que a ella se le... en matemáticas... ya he escrito que el... aprendizaje en general... Pues no sé cómo... me he escrito algunos... «Pero...» según... que has leído cosas... Piaget... Vigotski... y cosas que... a... libros.

... habia escrito parte de una obra que se había de... sobre el aprendizaje en general, sino sobre el... de las matemáticas... y que a ella se le... en matemáticas... ya he escrito que el... aprendizaje en general... Pues no sé cómo... me he escrito algunos... «Pero...» según... que has leído cosas... Piaget... Vigotski... y cosas que... a... libros.

... habia escrito parte de una obra que se había de... sobre el aprendizaje en general, sino sobre el... de las matemáticas... y que a ella se le... en matemáticas... ya he escrito que el... aprendizaje en general... Pues no sé cómo... me he escrito algunos... «Pero...» según... que has leído cosas... Piaget... Vigotski... y cosas que... a... libros.

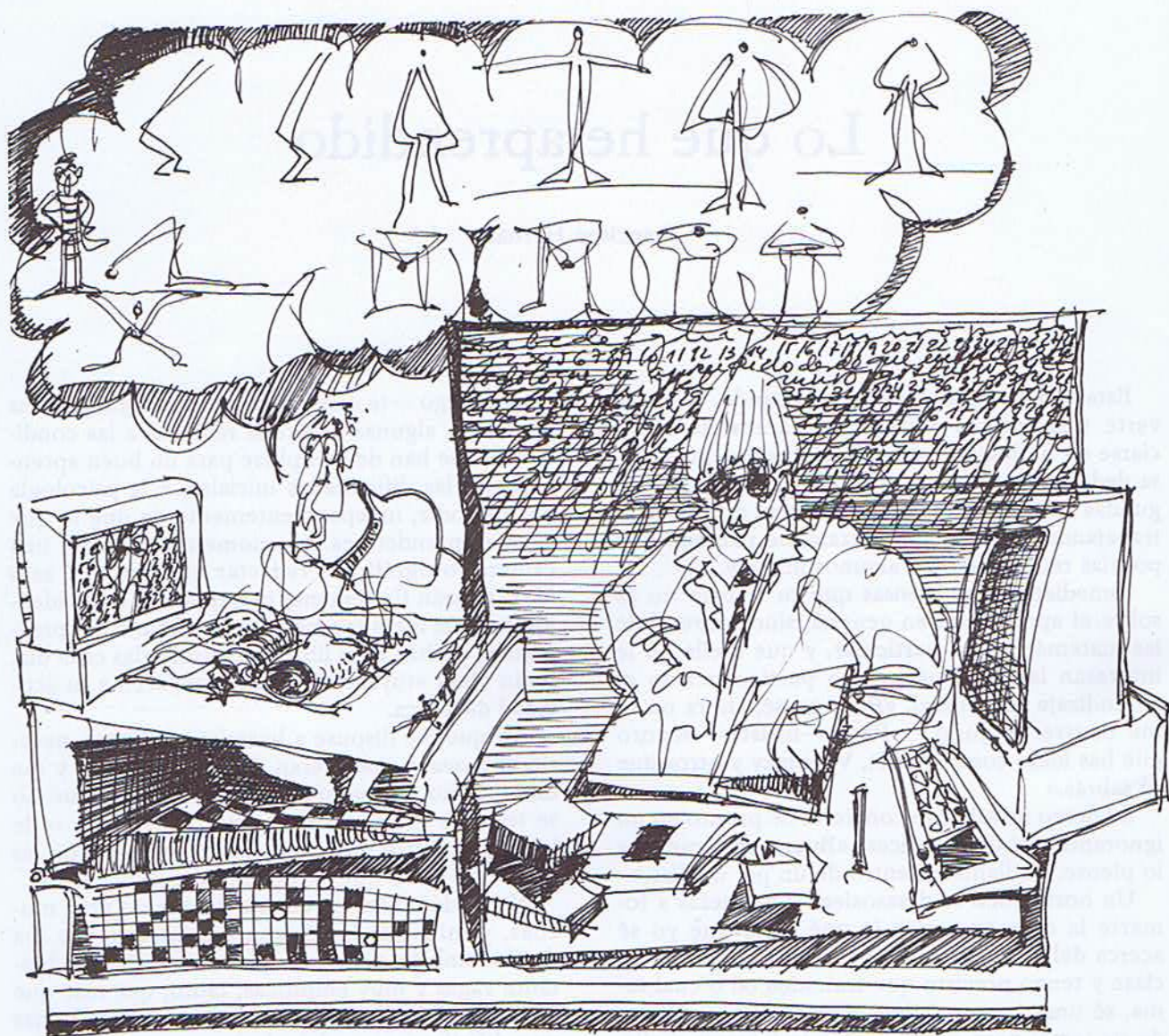
un árbol frondoso a cuya sombra pudiera uno convocar a una tribu numerosa.

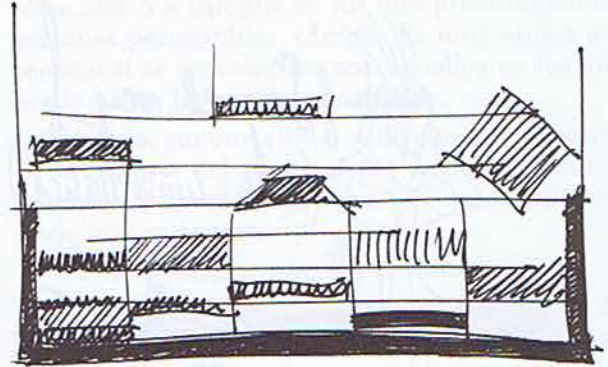
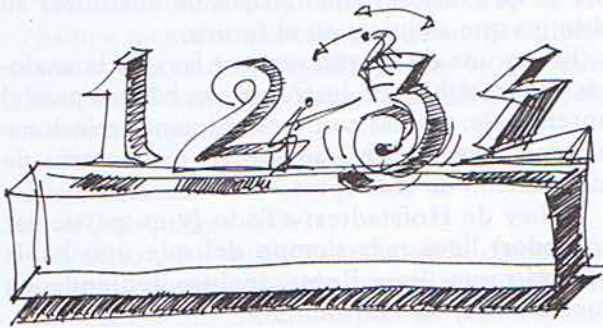
Y otro inconveniente: ¿qué hago, empleo el impersonal «Uno aprende...», «Se aprende...», o es mejor la primera persona de plural «Aprendemos...»? Algunas de las cosas que «sé» acerca del aprendizaje las sé por auto-observación o auto-análisis; de manera que sería más justo emplear «yo aprendo...». Opté por prescindir de la unicidad del sujeto y dejar que las frases se construyeran sin restricciones.

Esto es lo que logró salir flotando a la superficie:

— No todas las actividades humanas se realizan con el propósito de aprender. Ir a un concierto, oír un chiste, salir a pasear bajo la lluvia, comerse un melón, limpiar la cocina.

— Aprender no es siempre un acto de voluntad. La mayor parte de las cosas que aprendemos hasta los seis años, es decir, posiblemente las más importantes, no son consecuencia de un acto *previo* de decisión consciente.





— Aprender sin darnos cuenta es algo mucho más frecuente de lo que en ocasiones creemos.

— Aprender es una actividad marcadamente heterogénea. Aprendemos cosas de ningún significado y mucho uso, por ejemplo, el nombre y la grafía de las consonantes. Aprendemos cosas con poco significado (Minnesota es uno de los Estados Unidos de Norteamérica) y más tarde las dotamos de un significado riquísimo (cuando estudio el mapa porque voy a pasar dos meses trabajando en la capital de Minnesota). Aprendemos otras en las que el significado nos importa poco o nada; nos importa el uso que vamos a hacer de ellas, como cuando aprendemos a conducir un coche.

— Cuando queremos aprender algo voluntariamente, parece que lo hacemos porque nos interesa, o porque creemos que es necesario socialmente, o porque pensamos que será personalmente placentero, o porque «los otros» lo saben.

— Uno quiere participar de las pequeñas y grandes maravillas del mundo y del pensamiento («Sólo lo maravilloso es hermoso», dice André Breton).

— Todos tenemos cuando niños una pasión por saber, por preguntar, por aprender. Algunos tienen suerte y la mantienen durante toda su vida. Otros muchos ven obstaculizada esa pasión. Pero, en cualquier caso, pervive siempre, siempre está a la espera de ser despertada.

— Información y aprendizaje no son, ni muchísimo menos, sinónimos. La información viene de fuera («Las rocas sedimentarias son...»), «Eso es la vía láctea»; el aprendizaje, tanto si es consciente como si no, ocurre *en uno mismo*; y cuando es consciente va a acompañado de una tensión, sea en for-

ma de ensimismamiento, sea en forma de olvido de sí mismo. La soledad del aprendiz.

— Las personas necesitamos que confíen en nosotras mientras aprendemos. Cuando estoy intentando aprender algo no me gusta que me digan «Estás cometiendo un error, lo estás haciendo mal». Me gusta que me digan «Cuando necesites ayuda te puedo echar una mano, si quieres» o «¿Te parece que lo intentemos juntos?».

Mientras que se dice «sufrir un accidente», es curioso que se diga «cometer un error», en un alarmante paralelismo semántico con «cometer un delito».

No creo que se cometan errores durante el proceso de aprendizaje. Cuando un niño que está aprendiendo a andar pierde el equilibrio y se cae, nadie dice que se haya equivocado. O bien se le anima a levantarse por sí solo, o bien se le ofrece un punto de apoyo.

Cuando tantos estudiantes responden que siete al cuadrado es catorce, lo importante no es que hayan «cometido un error», sino que su respuesta es síntoma de un conocimiento que sí que tienen. Incompleto, de acuerdo; pero no una ausencia de conocimiento. Cuando uno *está* aprendiendo, afirma poco y titubea mucho; pregunta, se pregunta, ensaya, vuelve atrás, revisa.

— La mayoría de las personas que he conocido —y entre ellas yo mismo— necesitamos una recompensa tras al aprendizaje. Pero esa recompensa no es un terrón de azúcar. En realidad son dos recompensas; una, interior: la alegría de haber aprendido algo (necesito saber que he aprendido y qué he aprendido); otra, exterior: la pulsión de comunicárselo a otros; no *para que* sepan lo que



he aprendido, sino por la comunicación misma. Uno aprende para estar en el mundo, para ser camarada de otros seres humanos, para entender juntos. Y quiere comunicarles a los demás que el mundo es manejable, es inteligible, al menos en parte.

— Se aprende mejor cuando lo que pasa *durante* el aprendizaje tiene más importancia que las consecuencias de ese aprendizaje; cuando la acción es más importante que las consecuencias de la acción. El temor al fracaso *es* el fracaso.

— Me gusta aprender cuando lo que voy a aprender está en un contexto lleno de significados, cuando la relación entre los componentes y el total es flexible, como si ambos estuviesen empujándose con los codos para encontrar el sitio en el que estar todos cómodos. Aprender no es como añadir pasas a un pastel, sino hacer el pastel desde el comienzo, pasarse de harina, quedarse corto en levadura, ver que se quema si el horno está demasiado fuerte... hacerlo mejor al día siguiente. Es verdad que hay cosas que se aprenden paso a paso, pero la mayoría se aprenden *por inmersión*.

— Para que algo merezca el esfuerzo del aprendizaje ha de estar en la frontera de mis posibilidades: accesible, pero no en un territorio demasiado familiar.

— Integro mis nuevos conocimientos entre los que ya tenía, y los que ya tengo son la trama so-

bre la que necesariamente han de encontrar su sitio los que adquiera en el futuro.

Esa es una de las razones por las que la analogía y la metáfora son instrumentos básicos para el aprendizaje. Ambas son esencialmente relacionales; son apoyos, son traductoras, son centros de intersección de conceptos.

— Ley de Hofstadter: «Todo (y en particular aprender) lleva más tiempo del que uno había pensado que iba a llevar, incluso teniendo en cuenta la Ley de Hofstadter.»

— La belleza en el aprendizaje es aprender algo sin darse cuenta del esfuerzo (enorme, a veces) que uno ha estado haciendo mientras lo aprendía.

— Pensar da resultado.

Y tan chocante es que personas distintas lleguen al mismo resultado como que personas distintas lleguen a resultados distintos. Ambas cosas ocurren con similar frecuencia.

«Este puñado de deshilvanadas ideas ¿es todo lo que sabes acerca del aprendizaje?».

Pues me parece que sí.

«No es mucho, ¿no te parece?».

Tal vez. Pero se extiende considerablemente si luego lo concretas en un aprendizaje específico, sea el de las matemáticas o el de las segundas lenguas.



que cada baldosa era un cuadrado de 30 cm. de lado y que calcularan su área en m². Finalmente, que determinaran el área del piso.

(Como era de esperar hubo algunos errores de cálculo; la mayoría, de paso de una unidad a otra. La clase del día siguiente se dedicó íntegramente a la medida.)

Esperé entonces que alguien me dijera... ¡pero hay una forma más fácil! Y, en efecto, alguien me lo dijo.

Claro, midiendo el largo y el ancho del piso, y empleando luego la fórmula del área del rectángulo, dije. Y añadí: Sabemos ya cómo dar los cortes para que resulten cubos: haciendo el mismo número d de cortes de los tres tipos. Nos falta sólo averiguar cuántos cortes hay que dar para obtener un número determinado de cubos. Vamos a intentar descubrir la fórmula que nos permita calcular rápidamente ese número.

Les entregué entonces cubos de cartulina con las caras cuadrículadas en 4, 9 y 16, es decir, cubos divididos en 8, 27, y 64 cubitos, respectivamente.

Acordamos luego emplear la siguiente simbología:

C = Número de cubitos resultantes.

p = Número de planchas.

d = Número de divisiones de cualquier tipo que es necesario para obtener los C cubitos.

c = Número de cubitos resultantes en cada una de las planchas.

Pasaron luego a completar la tabla que sigue:

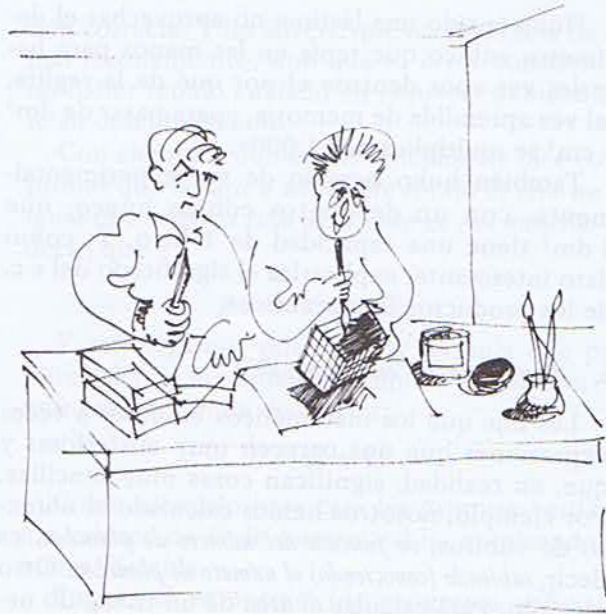
d	p	c	C
1	2	4	$8 = 2^3$
2			
3			

Después de verificar la corrección de la tabla de cada uno, les pedí que hicieran en casa este trabajo:

— Estudiar bien el funcionamiento de la tabla y continuarla hasta $d = 10$.

— Razonar por qué el número mínimo de cubitos posible es 8. Escribir el razonamiento hecho, cuidando de que lo que escribieran respondiera exactamente a lo que pensaban. (Al día siguiente analizaríamos una por una las frases.)

— *Ídem* respecto a la pregunta ¿por qué no se puede obtener un número cualquiera de cubitos: por ejemplo, 20?



A la siguiente sesión, la mayoría presentó la tabla hasta $d = 10$ correctamente hecha.

Sin tener que insistir demasiado, conseguí que vieran claramente que de la tabla podía deducirse que, siempre, *el número de cubitos resultante es igual al cubo del número de planchas*. O, lo que es lo mismo, *el cubo del número de planchas es igual al número de cubitos*.

Y, pasando al lenguaje de los matemáticos y alevines de matemáticos, *la fórmula buscada*:

$$C = p^3, \text{ y dándole la vuelta, } p^3 = C$$

Para reforzar visualmente lo estudiado en los apartados 3 y 5, dedicamos una media hora a jugar con el «decímetro cúbico desmontable».

Uno de los juegos que más les interesó fue éste:

Les mostré el cubo completo y uno de los cubitos y les pregunté si creían que del grande podían cortarse 1.000 pequeños. La mayoría dijo que no. En cuanto a los que dijeron que sí, sospecho que acertaron porque alguien había usado el cubo desmontable para explicarles el SMD.

Procedimos entonces a comparar «cubito» con «barra», «barra» con «plancha» y «plancha» con «cubo», es decir, a determinar los factores de conversión. Y, al paso, a multiplicar. Resultado: 1.000.

Vamos a comprobar ahora si nuestra fórmula mágica funciona. Recuerden que sólo hay que contar el número de planchas... y elevarlo al cubo.

Hay 10 planchas y 10^3 es 1.000 ¡Perfecto! ¡La fórmula antirollo es buena!

Hubiera sido una lástima no aprovechar el decímetro cúbico que tenía en las manos para hacerles ver «por dentro» el por qué de la reglita, tal vez aprendida de memoria, «para pasar de dm^3 a cm^3 se multiplica por 1.000».

También hubo ocasión de ver experimentalmente, con un decímetro cúbico hueco, que 1 dm^3 tiene una capacidad de 1 litro. Y, como dato interesante, explicarles el significado del c.c. de los productos farmacéuticos.

6. ¿Qué es eso de «en función de»?

Les dije que los matemáticos emplean a veces expresiones que nos parecen muy misteriosas y que, en realidad, significan cosas muy sencillas. Por ejemplo, nosotros hemos calculado el número de cubitos, *en función del número de planchas*, es decir, *sabiendo (conociendo) el número de planchas*. Otro ejemplo: Para calcular el área de un triángulo necesitamos conocer lo que mide un *lado cualquiera y la altura de dicho lado*. Pues bien, si queremos ser un poco más «finos» decimos: *El área de un triángulo se puede calcular en función de un lado cualquiera y su altura*.

¿Por qué digo en este último ejemplo «se puede calcular»? Porque también se puede calcular conociendo los tres lados, esto es, *en función de los tres lados*.

Nota histórica.—Herón de Alejandría fue un matemático griego que vivió hace un montón de siglos. No está muy claro si fue el descubridor de la fórmula que lleva su nombre o el primero que la demostró. Sea como fuere la seguimos llamando «fórmula de Herón». Es ésta:

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

En la fórmula de Herón, p representa el semiperímetro, y a , b , c las medidas de los lados. Un día de éstos la usaremos.

7. ¿Se puede calcular el número de cubitos en función del número de divisiones que se le hagan al cubo?

Podía haberles demostrado —más propiamente, ayudado a demostrar— que sí, siguiendo paso a paso este proceso:

1.º En la igualdad $20 = 2 \cdot 10$ podemos sustituir el 10 por $8 + 2$ y escribir $20 = 2(8 + 2)$.

2.º No pasa nada si en la igualdad $3^2 = 9$ cambio 3 por $7 - 4$. Tendría entonces que escribir la igualdad así: $(7 - 4)^2 = 9$.

3.º Recordemos que el número de planchas (p) es igual al número de divisiones de cualquier clase (d) aumentado en 1. Es decir, $p = d + 1$.

4.º ¿Cómo quedará nuestra fórmula $C = p^3$ si sustituimos p por $d + 1$, que es lo mismo que p ? Quizá así hubieran acertado a escribir

$$C = (d + 1)^3.$$

No lo sé.

Pero, preferí no ser tan explícito, a ver si ocurría lo que presentía: que concluyeran escribiendo $C = d + 1^3$.

Y así fue. Todos —todos los que llegaron a una conclusión, porque algunos, afortunadamente muy pocos, no concluyeron «ná»— cayeron en la trampa que les tendí.

Dije entonces: Me van a ayudar a demostrar que esa fórmula no es correcta. Y lo vamos a hacer de dos maneras.

1.ª Empleando la fórmula de las planchas (número de cubitos en función del número de planchas, insistí), que ya hemos sometido a pruebas y comprobado que es buena, vamos a calcular, por ejemplo, el número de cubitos que resulta al partir un cubo en 5 planchas. Será:

$$C = p^3 \Rightarrow C = 5^3 = 125$$

Vamos a ver qué ocurre ahora con la fórmula que yo sostengo que es falsa. Hay que tener en cuenta que si el número de planchas es 5, el de divisiones de cada clase es 4. Entonces:

$$C = d + 1^3 \Rightarrow C = 4 + 1^3 = 4 + 1 = 5$$

Y, como 125 es el resultado correcto, el 5 no lo es. Por tanto, tampoco sirve vuestra fórmula. *I'm sorry*, coleguillas.

