ARITHMETICA VNIVERSAL

Del Colº de la Compª de Jhs de Granada

QVE CONPREHENDE

EL ARTE MENOR, Y MAIOR,

ALGEBRA VVLGAR, Y ESPECIOSA.

AVTHOR

EL M. R. P. IOSEPH ZARAGOZA DE la Compañia de Iesus Maestro en Philolosophia, Cathedratico de Theologia Escolastica en los Colegios de la Compañia de Iesus de Mallorca, Barcelona, y Valencia, Calificador del Santo Oficio de la Inquisicion.

CONSAGRADA

A LA CATHOLICA MAGESTAD DE D. CARLOS II. REY DE LAS ESPAÑAS NVESTRO SEÑOR.

CON LICENCIA EN Valencia, por Geronimo Vilagrasa, junto al Molino de Rovella, año 1669.

ARITHMETICA VNIVERSAL

QVE CONPREHENDE
EL ARTE MENOR, Y MAIOR,
ALGEBRA VVLGAR, Y ESPECIOSA.

AVTHOR

EL M. R. P. IOSEPH ZARAGOZA DE la Conpañia de Iesus Maestro en Philolosophia, Cathedratico de Theologia Escolastica en los Colegios de la Conpañia de Iesus de Mallorca, Barcelona, y Valencia, Calificador del Santo Oficio de la Inquisicion.

CONSAGRADA
A LA CATHOLICA MAGESTAD DE D. CARLOS II. REY DE LAS ESPAÑAS NVESTRO SEÑOR.

CON LICENCIA EN Valencia, por Geronimo Vilagrasa, junto al Molino de Rovella, año 1669.

SEÑOR.

LA nobleza del Algebra busca en los Reales pies de V. Magestad su centro: y como espiritu que transciende, y anima todo el cuerpo de las Mathematicas, unidas en si las rinde todas para su mayor gloria. Son estas divinas ciencias enpleo Real, porque su perfeccion pide el maior ingenio, que tiene su trono en el Rey, como superior Cabeça. Esmalte sobre oro fue el lustre, que los Altos Progenitores de V. Magestad les dieron. Carlos Quinto, en todo sumo, tenplò su ardiente espada con el sudor Mathematico, y se hizo arbitro de uno, y otro mundo. No pelea el azero sin el inpulso; ni los dos, tanto como el discurso, que les dirige: prevalece el arte a la fuerça; al Leon, aunque mas robusto, le señorea el honbre; pero este sin la industria quedara sujeto a la violencia de un bruto. El ingenio solo no erige trofeos, pues quando mas fecundo, si falta el beneficio, se viste de malezas, y corona de abrojos. Las Mathematicas fertilizan el ingenioso suelo, y fecundan

dan el canpo militar, que con su riego produze triunfos en vitoriosas palmas, y rinde coronas en eternos laureles. Dios en Numero, Peso, y Medida criò toda la gran maquina del orbe: Arithmetica, Estatica, y Geometria concurrieron a su creacion; y las mesmas en buena Philosophia han de conservar el Inperio de V. Magestad, pues sin hyperbole conprehende al mundo, nunca pierde al Sol de vista, ni tiene otros terminos, que los del universo. Goza la Arithmetica el primer lugar por superior, y transcendente a todas las Mathematicas; sube por sus grados hasta la suprema cunbre. Reduzida oy a breve, y conpendioso volumen, se consagra a V. Magestad por si mesma, como quien prenuncia, que por las ciencias, a que se estiende, ha de llegar V. Magestad a lo sumo de la militar gloria, y governando con su direccion las armas Españolas, serà conpēdio de los maiores Heroes, que restituya a España enteramente un Carlos Quinto; cuio espiritu, por ser tan grande, Dios le repartiò en tres inmortales Heroes sus herederos: pero unida la Grandeza con la Piedad, y esta con la Prudencia, y todas con el Valor, creciendo la actividad con la nueva union, aguarda el orbe en Carlos Segundo, duplicado el espiritu del Primero. Este discurso, no es conjetura mia, sino expectacion comun, y universal voz de los Pueblos; y si esta es voz de Dios, mas que pronostico, serà vaticinio, de cuia infalibilidad tenemos seguras prendas en el alto espiritu, que V. Magestad descubre, tan superior a los años, que causa admiracion aun a los emulos de su grandeza. Estas flores afiançan colmados frutos en la dilatada vida, que darà a V. Magestad la divina Providencia, y con ella glorias a España, terror a la heregia, a la Iglesia lustre, y veneracion a los siglos.

Ioseph Zaragoza.

LICEN-

LICENCIA DEL P. IACINTO PIQUER

Provincial de la Conpañia de Iesus en la Provincia de Aragon.

YO Iacinto Piquer Provincial de la Conpañia de IESVS en la Provincia de Aragon por particular comission, que tengo de N.M.R.P. General Iuan Paulo de Oliva, doy licencia, paraque se imprima un libro intitulado *Arithmetica universal, que comprehende el arte maior, y menor, Algebra vulgar, y Especiosa*, que ha conpuesto el P. Ioseph Zaragozà Religioso de dicha Conpañia: el qual ha sido visto, y examinado por personas graves, y doctas de nuestra Religion. En testimonio de lo qual, di esta firmada de mi nombre, y sellada con el sello de mi oficio en este Colegio de Barcelona a 6. de Otubre de 1667.

Iacinto Piquer.

CENSVRA

CENSVRA

DEL DOTOR IVAN BAVTISTA

Ballester Arcediano de Morviedro, Calificador, y Iuez ordinario del Tribunal de la Inquisicion, por sus Illustrissimas el Señor Arçobispo de Valencia, y el Señor Obispo de Albarracin, de comission del Señor D. Ioseph Barberà Obispo de Maronea, Canonigo de la S. Iglesia, Vicario General, y Governador del Arçobispado por el Illustrissimo Señor D. Anbrosio Espinola Arçobispo de Valencia.

ESTA ingeniosa Algebra en conpendiosas cifras epiloga dos bien distantes estremos, assi por la parte, que abate à lo vulgar, pero no vulgarmente el buelo, como por la que sublimemente se remonta à lo mas Especioso de la Arithmetica. Descubrir nuevas industrias, y no pisadas veredas en las mas triviales reglas del guarismo, parece que inposibilita à la maior animosidad los alientos. Este es el un estremo. El otro es, delinear nuevos runbos en los inmensos Oceanos del Arte Maior, casi no arados con el estilo del ingenio, ni medidos con la sonda del discurso: uno, y otro, en utiles experiencias de la pluma, logran todos los honbres de cuenta, y razon, que no es menester poca, para dar alcance à este reciente Colon de la Arithmetica, que se dexa muy atras las Herculeas Colunas.

En este bien limado desvelo, sin fatigar la cabeça (no sin

sin desprecio de los Romanos, que como notò Plinio lib. 33. c. 10. no sabian contar sino hasta cien mil unidades, que caben en seis letras: Non erat apud Romanos numerus ultra centum millia) se enseña à dar valor à diez mil letras seguidas; si es, que es arte, y no dicha saber dar en este siglo de hierro estimacion à las letras. Aqui se evita la multiplicidad confusa de preceptos, primor tan deleitable, que por el conocemos la ventajosa suavidad de la ley de gracia, quando la Escrita se dilatava en mas preceptos, que dias tiene en sus circulos el año. Aqui para quantas diferencias son imaginables experimentaràn conpendiosas facilidades en la operacion, los que no siendo en lo numeroso Horacios fuerẽ en la memoria Flacos. Ovidio.

Detinuit nostras numerosus Horatius aures.

Aqui en las cuentas Astronomicas se halla con expedicion en las particiones el Quociente. Aqui los Ingenieros en sus montèas, los Demarcadores de terminos en sus surcos, y los demas Calculadores en las quiebras hallaràn clarissimas advertẽcias, para descubrir, y corregir los yerros. Aqui las Progressiones, y Series casi interminables, las conbinaciones, las proporciones directas, y reciprocas, se reduzen à universales documentos, con exactissimas demostraciones en el examen, sin lo torcido de la regla Lesbia; porque esta es sin duda con propiedad la inflexible regla de oro. Que mucho que castigase Iosue (cap. 7.) con capital sentencia al delinquente Acàn, si hurtò este la regla de oro, como dize el Sagrado Texto. Regulamque auream concupiscens abstuli.

Con-

Con ocupar estos apices Mathematicos todo el ocio de los maiores talentos, vemos en el M. R. P. Ioseph Zaragoza, que son estos los desperdicios de las tareas de las Cathedras de Theologia Escolastica, que regentò en los Colegios de Mallorca, Barcelona, y Valencia, con las delgadezas Methaphisicas, que publican sus escritos, y aclaman los Teatros. En esto enplea lo residuo de las ocupaciones del pulpito, donde enlaça el ingenio, y elegancia con el fruto, y la viveza con el espiritu. A esto aplica lo remanente de las continuas fatigas de una Casa Professa, sin negarse al menor de los enpleos, del que tuviera mas fervienté aplicacion à su Iesuitico instituto.

Admiranse quantos, no sin vanidad de su dicha, le comunican, de ver despues de tanta universalidad de prẽdas, y en todas tan sobresaliente magisterio, ademas de las valentias del pinzel, primores del buril, sin otras mil operaciones curiosissimas, que archiva su religioso retrete, se adimiran digo de verle tan pasmoso Mathematico, que le pierden de vista los mas peritos, y le juzgan otro Euclides en la Geometria, y Archimedes en la Estatica, en lo Astronomico Ptolomeo, y Diophanto en la Arithmetica. Porque de verdad parece, que pisa, sino excede la raya de lo mortal tanta universalidad de eminencias, como dixo Hildiberto Obispo Lenomanense (epist. 2.) Adeoque maiorem mortalibus animum gerere putant, qui tam dissidentibus studiis integer præparatur. Pero à mi no me hazẽ novedad estos prodigios, desde que (cierto que no con menos gloria, que erubecencia lo digo) desde que le tuve en la Philosophia por dicipulo, pues ya entonces sobre las

¶¶ agu-

agudissimas poesias Latinas, y Castellanas, ya en las primeras estrenas de su juizio en las facultades, nos dava mucho, que aprender à sus Maestros, con general aplauso de esta Universidad de Valencia, quãdo antes de alistarse en la Compañia de las aguilas de IGNACIO, consiguiò el grado de Maestro en Philosophia, y los meritos de profundissimo Theologo.

Estiman pues los eruditos este lucido parto de tan gran ingenio, en materia de que hizieron tanto aprecio los Romanos en su mas dorado siglo, como cantò Horacio.

Romani pueri longis rationibus assem
Discunt in partes centum dividere. Dicat
Filius Albini, si de quincunce remota est
Vncia, quid superest? Poteras dixisse triens. O
Rem poteris servare tuam. Redit vncia: quid fit?
Semis.

Quien no venerarà con rendimiẽto estos estudios, si huviere leido en Ioachimo Ratico, y en la Perla de Frisio su inportancia, y mas ponderando lo que dixo en sus elogios Alberto Magno:

His numeris constat rerum pulcherrimus ordo
Qualem per numeros cernere nemo potest.
Si iuvat ergo vices naturæ noscere miras,
Prima sit hæc numeros discere cura tibi.

No hallo en este erudito estudio cosa, que disuene à la harmonia de las costumbres, ni que se oponga à nuestra Santa Fe. Assi lo siento. Valencia, y Março 13. de 1668.

Dotor Iuan Bautista Ballester.

Imprimatur.
Ios. Episc. Vic. Gen.

Imprimatur.
Gilart F. R. A.

IN-

INTRODVCCION A LA *Arithmetica.*

LA Arithmetica es la primera, y ultima de las Mathematicas. Primera en orden, por ser la llave de estas sublimes ciencias, ò puerta segun Platon de las otras facultades maiores. Vltima, porque su entera noticia pide el conocimiento de todas, pues las operaciones de la Cantidad discreta, se estienden a la continua, y no ay problema Geometrico, donde no tenga su devido lugar el numero.

Dividese la Arithmetica

En Menor, y Maior. La menor exercita sus operaciones con el algorithmo comũ, trata de la proporcion, alligacion, falsas posiciones, progressiones, y conbinaciones, y de todo quanto las reglas de sumar, restar, multiplicar, y partir pueden resolver sin otro artificio. La maior sube a las Potestades numericas, examina sus conposiciones, inquiere sus raizes, como principal fundamento del Algebra. Esta nobilissima ciencia es verdadera Analytica, que con superior artificio suponiendo un Caracter en lugar de la Cantidad continua, ò discreta incognita, llega a determinar el valor del Caracter supuesto, y a resolver con el la magnitud, de que se dudava.

La utilidad de la Arithmetica

Para el trato comun es tanta, y tan conocida, que a Platon le pareciò, era desterrar la Prudencia, quitar la Arithmetica a las Republicas, y aun privar de la hu-

¶¶ 2 manidad

manidad a los honbres. No ay facultad maior, que pueda gloriarse de independente, y que para su inteligencia adequada no admita los numeros. La Theologia, que es Reyna de las facultades por la nobleza del divino ojeto, acredita esta verdad. En la Moral he visto considerables tropieços, y en la Positiva Authores de primera classe han caido miserablemente, explicando las sagradas letras, por faltarles esta noticia, de que pudiera traher muchos, y varios exẽplos; que dexo, porque la Condicion de esta noble ciencia es como el Sol; luze sin enbidia, y no funda su luzimiento en el descredito ageno.

La sutileza del Algebra

Excede los terminos de la eloquencia, y aun no cabe en el dilatado oceano de la imaginacion. Muchos no dudaron llamarla divina. Es el Sol entre las Mathematicas, de quien todas han recibido luzidos aumentos. No ai enigma a que no dè luz, ni problema, que no resuelva, y esto con tan singular industria, que sola entre todas las facultades halla la verdad por un numero falso, y consigue la certeza por una suposiciõ incierta. Ha sido sienpre enpleo de los maiores ingenios; y siendo yo Theologo de professsion, no entiendo fue humillar la pluma, el aplicarla a una tan sutil, como sublime ciencia; antes fuera materia de vanidad mucha, si entendiera, que su buelo pudiera subir tan alto, que llegarà a igualar el assunto, ò aproporcionarse con la dificultad de la enpressa.

La

La aplicacion del Algebra à la Geometria.

Se ha dexado de industria, por no hazer la obra mas ardua, y no enredar a los que estan poco versados en lineas: pero si veo que el Letor se aficiona a esta ciencia, y desea su aplicacion a todas las otras partes de la Mathematica; facilmente me reduzire a disponer este punto, que con muchas otras curiosidades, serà bastante materia para nuevo libro.

Los Logarithmos

Son numeros artificiales, que reduzen la multiplicacion a las sumas, y la particion a las restas: como hijos del Algebra pudieran tener lugar en este volumen, si no lo inpediera la brevedad, que deseo, y no le tuvieran en otra parte mejor. Su admirable uso en las proporciones, y extraccion de raizes sinples, en la division harmonica del Diapason, fabrica del Tetrachordo, para tenplar todo genero de instrumentos Musicos, y entrastar la guitarra Española sin cuerdas, &c. queda para la Arithmetica Trigonometrica Logarithmica, que serà la primera parte de la Trigonometria aplicada a casi todas las Mathematicas, y con el favor divino saldrà a publica luz poco despues, si las tareas de la Religion me dieren lugar, para cobrar nuevo aliento.

La materia de este libro.

Es el Arte menor, y maior. Fue mi intento no explicar mas que el Algebra, pues aun para ella sola era corto el volumen, pero atendiendo, que el mendigar prin-

principios agenos era inperfeccion de la obra, resolvi ceñir una, y otra de suerte, que sin otros principios pudiesse llegar el Letor; sino a entera conprehension, por lo menos a una mas que mediana noticia de las dos Arithmeticas.

El estilo, y methodo

Por si mesmos se manifiestan. Escrivir en romance, fue inescusable para el intento, aunque con repugnancia de la pluma exercitada mas en el idioma Latino, que en el Castellano; porque mi deseo no es tanto dilatar la obra, como beneficiar a mi Patria. Los Authores, que en nuestra lengua han salido, son por la maior parte en la mesma prolixidad diminutos, y confusos en la enseñança. Para obviar a estos daños, he procurado ceñir el estilo de suerte, que la brevedad no fuesse a costa de la materia, ni de la claridad: Iuntar estas tres cosas, es bien dificil, pero no inposible. Lo que en esto he conseguido, queda a juizio del que sin pasion conferiere este breve libro con los muchos difusos, que hasta oy se han escrito de la materia.

Los Caracteres propios del Algebra

Son el conplemento de su perfeccion: la falta de ellos fue sienpre causa de confusion, y prolixidad. Gran motivo tuviera para quexarme de las inpressiones de España, sino viera, que en Italia le faltaron a Marino Ghetaldo, en Francia al P. Billi, y al P. Gaspar Scoto en la superior Alemania. No me pude reduzir a sacar sin este conplemento el libro, y viendo, que

que con dinero no se podia remediar el daño, por faltar los artifices; apliquè mi industria, y consegui, lo q̃ solo intentar, pareciò a muchos temeridad. Hize por mi mano los punzones, matrices, y llaves: fundi todos los Caracteres enteros, y quebrados, que juzguè necessarios, sin perdonar a trabajo, ni gasto, por conseguir toda perfeccion.

La explicacion de Caracteres, y terminos

Tiene el primer lugar para la inteligencia del arte. En todo el libro he procurado, no valerme de Caracter, ò termino propio de la facultad, sin explicarle primero; y por si el Letor se olvidare de algunas vozes, antes que el habito las fixe constantes en la memoria, hallarà en el ultimo Indice todas las vozes propias, y citado el lugar de su explicacion, y antes una Tabla de los Caracteres unico remedio contra el olvido.

El methodo de estudiar

Es el todo asi en la Arithmetica, como en todas las ciencias. El primer cuidado del principiante ha de ser la noticia de las quatro reglas; pues con solas ellas podrà por si mesmo llegar a lo sumo de la Arithmetica, si continua el estudio. Los Capitulos 7º, y 8º del Libro 1º son los mas necessarios de toda la obra. Para entrar en el segundo Libro, no hazen falta las Alligaciones, falsas posiciones, ni Conbinaciones. Para el Libro 3º bastan los cinco primeros Capitulos del segundo, como tanbien para la maior parte del

del Libro 4.º aunque su plena intelligēcia pide entera noticia de todos los tres Libros antecedētes. El primer exercicio ha de ser en los exēplos del Libro, luego formar otros a su imitaciō; y porq̄ no ha sido possible evitar todos los errores, devē corregirse primero cōforme la Tabla siguiente, q̄ cōtiene los principales.

ERRATAS.

PAG. 9. lin. 5. de 2 a 4. diga de 2 a 8. pag. 57. lin. 14. 6.º 4.º 2.º diga 6.º 1.º 5.º pag. 64. lin. 28. 20 *reales* diga 70 *reales*. pag. 77. lin. 10. en el 50. diga en el 5.º pag. 88. lin. 2. Cigio diga cogiò, pag. 105. lin. 21. resouesta, diga respuesta, pag. 108. lin. 3. numeros, diga maneras, pag. 156. lin. 24. Progres. 3. diga Progres. 2. pag. 158. lin. 28. 240. diga 2401. pag. 177. lin. 22. genal, diga general, pag. 198. lin. 9. como se. diga como se ve, pag. 205. lin. 14. ultimo, diga el ultimo, pag. 218. lin. 28. punto, diga junto, pag. 271. lin. 16. $10A^6$. diga $7A^6$. pag. 279. lin. 21. $-Z^1$. diga $-3Z^1$. pag. 280. lin. 1. $-Z^1$. diga $-3Z^1$. pag. 288. lin. 9. $9B^1$. diga $9B^2$. pag. 288. lin. 16. $11Z^2$. diga $11Z^3$. pag. 308. lin. 15. $+12$. diga $+22$. pag. 311. lin. 14. $\sqrt{}^3 20$. diga $\sqrt{}^3 5$ pag. 327. lin. 14. $9A^2$. diga $6A^2$. pag. 340. lin. 9. 6408. diga 6407. pag. 357. lin. 28. por ser el, diga por ser + el, pag. 358. lin. 25. el otro, diga el uno del otro, pag. 359. lin. 27. es $1\zeta^2$. diga es $1\zeta^1$. pag. 360. lin. 2. $-1\zeta^1$ diga $+1\zeta^1$. pag. 367. lin. 20. su $\sqrt{}^2 80$ es. diga su $\sqrt{}^2$ es 80. pag. 372. lin. 26. 8.º 5.º 7.º 3.º diga 8.º 5.º 6.º 3.º pag. 404. lin. 8. y al 20. diga y 4 al 20. pag. 413. lin. 20. dezav.º diga dozav.º pag. 433. lin. 26. 5ζ ⌢ 4. diga 1ζ ⌢ 4.

LIBRO I.

DE LA ARITHMETICA MENOR.

CAPITVLO. I.

de los primeros principios.

1 ARITHMETICA es ciencia de numeros, ò arte de bien contar, es parte de la Mathematica, y su ojeto es la quantidad discreta: dividese en Theorica, y Practica. La Theorica considera la propiedad, y passion de los numeros: La Practica enseña el uso de las contemplaciones especulativas, y desta hemos de tratar.

La unidad es principio de todo numero, y assi el numero solo es una multitud de unidades, agora sean de una especie, como quatro, ò seis reales, agora de diferente, como dos hombres, y dos Angeles hazen numero de quatro.

2 *Cuenta, ò numeracion* se dize la expression de un

un nnmero con sus propios caracteres, ò letras: estos caracteres solo son diez.

uno. dos. tres. quatro. cinco. seis. siete. ocho. nueve. zero.
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Este es el valor de las letras quando està cada vna sola, y aunque el zero por si solo, o antes de otro numero no tiene valor, pero puesto despues de vn numero le aumenta en decupla proporcion, que es diez vezes mas: 2. solo significa dos: y con vn zero 20. es ya veinte; y con dos zeros 200. ducientos: &c.

De donde tambien se sigue, que quando los caracteres estan aconpañados unos con otros, van aumentando el valor en proporcion decupla, y asi començando por la mano derecha el primer numero solo vale lo que representa, el segundo vale diez vezes mas de lo que representa, y el tercero cien vezes mas &c. como estos tres cincos 555. el primero de mano derecha solo vale cinco unidades; el segundo 5. dezenas, que es cinquenta, el tercero 5. centenas que es quinientos, y asi todo quiere dezir: 555. quinientos cinquenta, y cinco.

3 Para dar el devido valor a los caracteres se han de mirar dos cosas, el lugar, y la dignidad. Los lugares solo son tres, el primero de la mano derecha es unidad, el segundo dezena el tercero centena. Las dignidades pueden ser infinitas: unidad, Millar, Cuẽto, Biquento, Tricuẽto, Quadricuento, Quinticuẽto, Sexticuento, Septicuento, Octicuento, Nonicuento, Decicuento. &c. Con esto quien sepa dar valor a solas tres letras, le dara tambien a infinitas: como en el numero siguiente.

25.345.868.970.543.222.647.748.342.553.697.
5 0 4 0 3 0 2 0 1 0

Primero començando por la mano derecha, se dividiran con puntos las letras, de tres en tres, como se ve. Baxo del primer punto pongase zero, y al segundo. 1. al tercero. 0. al quarto. 2. y asi se prosigue alternativamente. Esto supuesto, sienpre que baxo de vn numero huviere. 0. se dirà mil: si ai. 1. se dirà Cuẽto, si. 2. Biquento, si. 3. Tricuento: si. 4. Quadricuẽto &c. y asi començando por la mano hizquierda, tomando aparte las letras de cada punto como si estuviessen solas, les daremos el valor de su lugar, con que tendremos el valor de toda la linea, que sera. 25. Quinticuentos. 345. mil. 868. Quadriquentos. 970. mil. 543. Tricuentos. 222. mil. 647. Bicuentos. 748. mil. 342. Cuentos. 553. mil. 697. unidades: Con este artificio se puede dar valor aũque sean diezmil letras sin cansar la cabeça.

534. 524. 798
1 0

Esto es 534. Cuentos. 524. mil. 798. unidades.
El mismo artificio se guarda en todas.

CAP. II.

DEL SVMAR.

4 SVMAR es juntar muchos numeros en uno para conocer el valor de todos juntos. La ſuma es el agregado, ò junta de los tales numeros. Primero los numeros ſe han de eſcrivir de ſuerte que la unidad correſponda a la unidad, y la dezena a la dezena, començando ſiempre iguales a la mano derecha como ſe ve.

	3.450.683 *lib.*
	25.745 *lib.*
	502 *lib.*
	7.084.322 *lib.*
ſuma.	10.561.252 *lib.*

Sumeſe primero las unidades diziendo 3 y 5 ſon 8, y 2 ſon 10, y 2 ſon 12: eſcriveſe debaxo 2. que es lo q̃ paſſa de diez, y guardo una dezena: digo otra vez. 1. que guarde y 8 ſon 9. y 4. es 13 y 2 es 15: eſcrivo 5. y llevo 1. y 6. y 7. y 5, y 3. ſon 22: eſcrivo 2 y llevo 2 dezenas que juntas con 5. y 4. hazen 11. eſcrivo. 1. y llevo 1. y 5 y 2. y 8 ſon 16: eſcrivo 6. y llevo. 1. y 4 ſon 5. y no llevo coſa porque no llega a 10: ſumaſe ultimamente 3 y 7. ſon 10: eſcrivo 10. y toda la ſuma ſera 10. cuentos 561 mil 252 libras. Siempre que ſumando una linea de arriba abaxo es la ſuma 10. 20. 30. 40. 50. &c. ſe eſcrivirà o. y ſe guardarà 1. 2. 3. 4. 5. &c: conforme las dezenas fueren.

Regla general.

5 SIempre que ſe han de ſumar coſas de diferentes eſpecies, y las primeras de mano derecha, en llegando a un cierto numero, paſſan a la eſpecie de las que ſe ſiguen hazia la mano hizquierda, ſe ſumarà como antes, y debaxo ſe eſcrivirà el exceſſo del tal numero, guardando para la otra linea 1. 2. 3. &c. conforme las vezes que dicho numero ſe incluira en la ſuma, como ſe ve en el exemplo.

34.220 *lib.*	15 *ſuel.*	10 *din.*
45.890 *lib.*	8 *ſuel.*	9 *din.*
3.430 *lib.*	16 *ſuel.*	11 *din.*
83.542 *lib.*	1 *ſuel.*	6 *din.*

Començando por mano derecha 10 y 9 y 11. ſon 30 dineros q̃ ſon 2. ſueldos, y 6. dineros, eſcrivaſe 6. y guardare dos ſueldos: que ſumandoles con los otros, dirè 2 que llevo y 15. y 8 y 16 ſon 41. ſueldo que es 2. lib. y 1 ſueldo, eſcrivirè 1. guardo 2. y porque en la primera linea de las libras todos ſon zeros, eſcrivirè los 2. q̃ guarde: luego 2. y 9. y 3 ſon 14. eſcrivo 4 y llevo 1: y continuaſe la ſuma como en el exemplo primero.

Para la ſuma ſiguiẽte baſta ſaber q̃ una carga tiene 3. quintales. 1 quintal 4 arrobas. 1 arroba 30 lib. 1 lib. 12 onzas. 1 onz 4 quartos 1 quarto 4 adarmes 1. adarme 36. granos.

30 *Carg.*	2 *Q.*	2 *arr.*	22 *lib.*	9 *onz.*	2 *quar.*	3. *ada.*	18 *grã.*
25 *Carg.*	2 *Q.*	3 *arr.*	25 *lib.*	8 *onz.*	3 *qu.*	2 *ada.*	25 *gr.*
56 *Carg.*	2 *Q.*	2 *arr.*	18 *lib.*	6 *onz.*	2 *qu.*	2 *ada.*	7 *gr.*

6 Para los que deſean ſaber las ſumas Aſtronomicas advierto, que 1 ſigno tiene 30 grados. 1 grado 60 minutos. 1. minuto 60 ſegundos 1. ſegundo 60. tercios, y aſsi ſe procede infinitamente.

6 *Signos*	25 *grados*	54 *minutos*	35 *ſegundos*	
2 *Sig.*	18 *gr.*	43 *min.*	52 *ſeg.*	
1 *Sig.*	22 *gr.*	37 *min.*	40 *ſeg.*	
11 *Sig.*	07 *gr.*	16 *min.*	07 *ſeg.*	*ſuma.*

Començando pues por los *ſegundos* 5 y 2. ſon 7: eſcrivo. 7. y porque no llega a 10 no llevo coſa. Luego 3 y 5. y 4. ſon 12. y porque 6 dezenas de *ſegundos* hazen 1. *minuto* las 12. dezenas ſeran 2 minutos, y aſsi guardarè 2. para la ſiguiente linea, dirè pues 2 que llevo, y 4 y 3. y 7 ſon 16. eſcrivo 6 y llevo 1 dezena, y 5 y 4 y 3 ſon 13. eſcrivo 1. que es lo que paſſa de 12. y llevo 2 grados, y 5 y 8 y 2. ſon 17: eſcrivo 7: y guardo 1. y 2 y 1. y 2 ſon 6. y porque 3 dezenas de grados, ò 30 grados hazen un ſigno, las 6 dezenas ſeran 2 ſignos, y aſsi ſumandoles con los ſignos que ſe ſiguen dirè 2 que llevo, y 6 y 2 y 1. ſon 11. eſcrivo baxo 11 ſignos, y eſtà concluida la ſuma: eſto ſolo quiere atencion, y ſe verà que en todos los exemplos ſe guarda el precepto de la regla general. Y para quãtas diferencias ſon imaginables, baſta ſaber quantos numeros de una eſpecie llegan a componer la otra que ſe ſigue.

CAP.

CAP. III.

DEL RESTAR.

7 RESTAR es quitar un numero de otro para hallar la diferencia entre los dos, y ſaber el exceſſo del maior al menor. Eſcrivaſe ſiempre el menor debaxo del maior, y ſe comiença por la mano derecha, ſi ſe quitan 3 de 4 queda 1. de 4 a 6 van 2. de 4 a 5 va 1. de 2 a 4 van 2. de nada a 3 van 3. la reſta pues ſera 32 mil 121 libras, y eſta es la diferencia de los dos numeros.

Deve	34.564	*lib.*
Paga	2.443	*lib.*
Reſta	32.121	*lib.*

Si la letra de baxo es maior que la de arriba, ſe obrarà aſsi de 8 a 10 van 2 añadidos al 7 ſon 9 que ſe eſcrive debaxo, y ſe añade 1. al 7 que ſe ſigue, y ſera 8. que por ſer maior que el 6. de arriba dire tambien de 8 a 10 van 2 y 6 ſon 8. eſcrivaſe 8: y llevo 1 que añadido al 4 ſera 5. digo otra vez de 5 a 10 van 5. y o de arriba ſera 5. eſcrivo 5. y añado 1. al 6 y ſera 7. de 7 a 10 van 3 y 3 de arriba es 6: eſcrivo 6. y añado 1. al 9 ſera 10. de 10 a 10 va. o. y 6 de arriba es 6. eſcrivo 6. y añado 1 al 1 y ſera 2. de 2 a 2 va. o. eſcrivo o. de 8 a 10 vã 2 y 5 es 7 y llevo 1. que añadido al o. es 1. de 1 haſta 6 vã 5. de o a 4 van 4 de 4 a 8. vã 4

D.	8.465.263.067	*lib.*
P.	4.008.196.478	*lib.*
R.	4.457.066.589	*lib.*

En

En este exemplo estàn todas las diferencias. Conviene que el principiante se exercite mucho en esto.

Regla general.

8 SI ay cosas de diferentes especies, y las unas en llegando a cierto numero componen a las otras, siempre se tendra atencion al tal numero, y en lo demas se obrarà como antes.

Dev.	340	*lib.*	15	*su.*	6.	*di.*
Pag.	25	*lib.*	18	*su.*	8	*di.*
Ref.	314	*lib.*	16	*su.*	10	*di.*

Porque 12 dineros hazen 1 sueldo, y el 8. es mayor que el 6 dire de 8 a 12 vã 4 y 6 de arriba son 10. escrivo 10. y llevo 1. que añadido a 18 es 19. y porque 20 sueldos hazen 1 libra, dirè de 19 a 20 va 1. y 15. son 16. escrivo 16. y llevo 1 que añadido al 5 es 6. de 6 a 10. van 4. y 0. son 4 y llevo 1 y 2. es 3 de 3 a 4 va 1, de nada a 3 van 3. escrivo 3:

Deve	25 *Car.*	2 *Qu.*	2 *Arr.*	25 *lib.*	7 *on.*	3 *Ada.* 18 *gr.*
Paga	20 *Car.*	1 *Q.*	3 *Arr.*	22 *lib.*	9 *on.*	3 *Ada.* 25 *gr.*
Resta	5 *Car.*	0 *Q.*	3 *Arr.*	2 *lib.*	9 *on.*	3 *Ada.* 29 *gr.*

Porque 36 granos hazen 1 adarme dirè de 25 a 36 van 11 y 18 de arriba son 29 y llevo 1 y 3 son 4 y, porque 4 adarmes hazen 1 onza dirè de 4 a 4 va 0. y 3 de arriba son 3. escrivo 3 y llevo 1. y 9 son 10 y, porque 12 Onzas hazen 1 lib. dirè de 10 a 12 van 2 y, 7 son 9. y llevo 1. y 22 son 23 hasta 25 van 2. de 3 a 4 va 1 y 2 son 3 y llevo 1 y 1 es 2 de 2 hasta 2 va 0. de 20 a 25 van 5.

Exem-

9 *Exemplo de Signos, y grados &c.*

8	*Sig.*	15	*gr.*	42	*Min.*	54	*seg.*	18	*Ter.*
5	*Sig.*	16	*gr.*	53	*Min.*	56	*seg.*	22	*Ter.*
2	*Sig.*	28	*gr.*	48	*Min.*	57	*seg.*	56	*Ter.*

De 2 a 4 van 6. agora porque 6 dezenas de tercios hazen un segundo, dirè de 2 a 6 van 4, y 1 de arriba son 5. escrivo 5. y llevo 1. que junto con el 6 es 7, hasta 10 van 3, y 4 de arriba son 7. escrivo 7 y llevo 1. y 5 son 6 hasta 6 va 0. y 5. son 5. escrivo 5. y llevo 1. y 3 son 4, hasta 10 van 6, y 2 son 8. y llevo 1 y 5 son 6, hasta 6 va 0. y 4 son 4: y llevo 1, y 6 son 7 hasta 10. van 3, y 5 son 8, y llevo 1, y 1 son 2, de 2 a 3 (porque 3 dezenas de grados hazen 1 signo) va 1. y 1 de arriba son 2. y llevo 1, y 5 son 6, hasta 8 van 2.

Lo mesmo se ha de guardar en quantas especies se pueden ofrecer, atendiendo al numero de que se componen.

Examen del sumar, y restar.

10 Si de la suma se quita la primera partida quedarà la segunda. Quando las partidas q̃ se suman son mas de 2. restese la una parte de toda la suma, y la resta sera igual a la suma de las otras partidas.

	345	*lib.*	16	*su.*
	258	*lib.*	15	*su.*
Suma.	604	*lib.*	11	*su.*
	345	*lib.*	16	*su.*
Prueva.	258	*lib.*	15	*su.*

Para el restar si la paga, y resta se sumã igualarãn a la deuda.

Deve	248	*lib.*	19	*su.*
Paga.	123	*lib.*	15	*suel.*
Resta.	125	*lib.*	4	*su.*
Prueva.	248	*lib.*	19	*su.*

CAP. IV.

DEL MVLTIPLICAR.

11 MVLTIPLICACION es una compendiosa suma, en que el numero, que se multiplica, se aumenta tantas vezes, como tiene unidades el multiplicador: y assi lo mesmo es multiplicar 4. por 3, que sumar tres quatros, y siempre saldra 12. y lo mesmo es multiplicar el maior por el menor, que el menor por el maior. Con todo, para mas facilidad se pone el maior arriba, y el menor abaxo.

Al numero que se multiplica llamarè *Cantidad*, y a aquel porquien se multiplica, *Multiplicador*; y al que sale de la multiplicacion *Producto*.

Lo primero se ha de saber, que numero sale de la multiplicacion de dos letras entre si, como està en la tabla siguiente.

	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Si quiero saber 7. multiplicado por 5. quanto haze, busco el 5. arriba, y el 7 al lado hizquierdo, y en la casilla, que corresponde a los dos, hallo 35. lo mesmo hallarè si tomo el 7. arriba, y 5. al lado. Los flacos de memoria pueden llevar copiada esta tabla en carton, ò marfil.

Regla.

12 Escrivase el multiplicador debaxo la Cantidad, y començado por la mano drecha, multipliquese toda la cantidad por la primera letra del multiplicador: luego por la segunda &c. y el producto siempre se ha de començar a escrivir debaxo la letra, por quien se multiplica.

Començando pues por el 8. dirè 5 vezes 8 son 40. escrivo 0. y llevo 4. luego 2 vezes 8 son 16. y 4 que guardè son 20. escrivo 0. y guardo 2: 4. vezes 8.

```
Cantidad.  30425        4
Multipl.    3068      5 + 8
                        4
          ------
          243400
         182550
       91275.
      --------
      93343900 Producto.
```

son 32. y 2 que guarde son 34. escrivo 4 y guardo 3. luego o, vezes 8 es o. y 3 que guardè son 3. escrivo 3. luego 3 vezes 8 son 24. por ser la vltima letra escrivo los 24: lo mesmo se ha de obrar por el, 6: 6 vezes 5 sō 30. escrivo o. y guardo 3: 6 vezes 2. son 12. y 3 son 15 escrivo 5. y guardo 1. &c. Por el o. no ai que multiplicar, y assi dexo la casilla del pūto, que le corresponde vazia, y passo a multiplicar por el 3. diziendo 3 vezes 5 son 15. escrivo 5 baxo, q̄ corresponda al 3, y llevo 1. luego 3 vezes 2 son 6. y 1. 7 escrivo 7: 3 vezes 4 son 12. escrivo 2, y llevo 1. escrivo 1 por ser o. el que se sigue, y concluio 3 vezes 3. son 9. Sumense las tres lineas, y la suma sera el Producto.

13 Quando la cantidad, y el multiplicador tienen zeros a la mano derecha, multipliquense primero las letras de valor, y añadanse luego tantos zeros como acompañan a la cantidad, y al multiplicador: como se ve en el exemplo.

400
300
120000

Quando se multiplica por. 1. no se aumenta el numero y assi basta copiar la cantidad. De donde se sigue, que para multiplicar por 10. basta añadir un o. como 34 por 10 sera 340: para multiplicar por 100. por 1000. &c. se añadiràn tantos zeros como acompañan a la unidad. Quando en el multiplicador està una mesma letra muchas vezes, basta multiplicar una vez por ella, y las otras vezes copiese el mesmo numero

mero guardando su devida correspondencia, como se ve en el exemplo, donde la multiplicacion del 3 està dos vezes en sus devidos lugares.

7 / 2 + 8 / 7	452
	323
	1356
	904
	1356
	145.996

14 El modo mas seguro de multiplicar en las cuētas largas, como sucede en las operaciones Astronomicas, es el que se haze sumando: escrivase primero la cantidad: luego doblese multiplicando por. 2. luego se suma la primera, y segunda linea, y sale la tercera: sumase la primera, y tercera, y sale la quarta: sumando la primera, y quarta sale la quinta &c. escrivanse 1. 2. 3. 4. &c.

3456802--1.
6913604--2.
10370406--3.
13827208--4.
17284010--5.
20740812--6.
24197614--7.
27654416--8.
31111218--9

Exemplo.

Cantidad.	3456802
Multipl.	67499
	31111218
8 / 2 + 8 / 8	31111218.
	13827208..
	24197614...
	20740812....
	233330678198

La primera letra del multiplicador es. 9. tomese pues la linea, que corresponde al. 9. y escrivase debaxo la raya dos vezes, porque ai dos nueves. La tercera ra es 4, escrivase en tercer lugar la linea, que corresponde al 4: para el 7. se escrive la linea del 7. y la del 6, para el 6: la suma de todo es el Producto. Con este artificio se haze la multiplicació sin cansar la cabeça, y en cuentas largas es de suma vtilidad.

15 Para multiplicar por vno, ò muchos. 9. añadanse al otro numero tantos zeros, como ai nueves; y de todo esto restese el mesmo numero. Como para multiplicar 34685. por 9999999. se añadiran 7 zeros, y restando el mesmo numero, q̄dará el Producto, como se ve en el exemplo.

	346850000000
	34685
Producto.	346849965315

La razon desto es, porque añadir 7 zeros, es multiplicar por. 10000000 y como a los siete 9. no les falta sino 1. para llegar a 10000000 por esso se resta el numero una vez, y asi queda el verdadero producto. De aqui mesmo nace, que para multiplicar por 5, basta añadir un 0. y tomar la mitad de todo, como se ve.

	54329.0
Producto.	271645

CAP. V.

DEL PARTIR.

16. PARTIR es sacar un numero de otro quantas vezes se contiene en el, y asi viene a ser un modo de restar abreviado. Al numero, que se parte, llamarè *Cantidad*; aquel por quien se parte

parte *Partidor*, y lo que sale de la particion *Quociente*, porque denota, quantas vezes se contiene el Partidor en la Cantidad, que es tantas vezes como unidades tiene el *Quociente*. Escrivase primero la Cantidad, y luego el Partidor començando de la mano hizquierda, pero si el Partidor fuere maior, que otras tantas letras de la cantidad, se ha de escrivir una casilla mas adelante. Como en los exemplos siguientes.

3454	4589	52643	687928
25	65	53	689

17 Partir por 2. es sacar la mitad del numero de arriba, y se haze asi. La mitad de 4. es 2. la de 6 es 3. la de 3 es 1. y sobra 1. que es dezena respeto del que se sigue: y asi dirè la mitad de 15 es 7, y sobra. 1. la de 17 es 8, y sobra 1. la mitad de 16 es 8. Partir por 3. es sacar el tercio. El tercio del 6 es 2. el de 7 es 2, y sobra 1. el de 17 es 5, y sobran 2. el de 24 es 8. el de 5 es 1, y sobran 2. el de 21. es 7. de la mesma suerte se sacarà el quarto, para partir por 4, y el quinto por 5, y el sexto por 6.

Cantidad.	463576
Mitad.	231788

Cantidad.	677451
Tercio.	225817

18 Quando se haze particion maior siempre el *Quociente* se escrive a mano drecha: Partase 5968. por. 9. digo 9. en 59 cabe 6 vezes, porq̄ 6 vezes 9 sõ 54, y sobrã 5. escrivo

		00
		052 (1
Cant.	5968	663 $\frac{5}{9}$
Part.	999	9

eſcrivo 5 ſobre el 9, y borro el primer 5: poniendole. 0. encima: eſcrivo el 9. otra caſilla mas adelante, y digo. 9. en 56 cabe 6. vezes, pongaſe otro 6 en el *Quociente*: y porque 6 vezes 9. ſolo ſon 54, ſobrā 2, y les pongo ſobre el 6, y borro el 5: eſcrivo otra vez el 9. enfrente del 8, y veo que 9 en 28 cabe 3 vezes, eſcrivanſe 3. en el *Quociente*, y digo 3 vezes 9. ſon 27, haſta 28. va 1. pongo. 1. ſobre el 8. y borro el 2. y eſte 1. que ſobra ſeñalole con un parenteſis. Y deſpues ſe haze quebrado de lo que ſobra, poniendolo ſobre una linea, y el partidor debaxo, conque el *Quociente* ſera $663\frac{1}{9}$

16 Quando el *Partidor* tiene muchas letras, el modo mas facil es formando la tablilla del *Partidor*, como ſe hizo en el § 14.

Haſe de partir 3108194. por 586. hecha la tabla de 586. primero doblando el numero luego ſumando 1, y 2. luego 1. y 3: luego 1. y 4. &c. Buſco en la tabla el numero proxime menor de 3108. y hallo 2930. y le correſponde. 5. eſcrivo 5 en el *Quociente*, y reſto 2930 de la *Cantidad*, y queda 1781.94: buſco ſu proxime menor, y hallo 1758 enfrente del 3. eſcrivo 3 en el *Quociente*, y la reſta ſera 239.4. Por ſer el 239. menor, que el *Partidor*, pongo. 0. en el *Quociente*.

Tabla

Tabla del Partidor.			
586 -- 1	*Cantidad.*	3108.194.	5304 $\frac{50}{586}$
1172 -- 2	*Partidor.*	586 . . .	
1758 -- 3		2930 -----	5
2344 -- 4	*Reſiduo. 1.*	1781.94	
2930 -- 5		1758 ----	3
3516 -- 6	*Reſiduo. 2.*	239.4 --	0
4102 -- 7		2344 --	4
4688 -- 8	*Reſiduo. 3.*	(50	
5274 -- 9			

Vltimamente el proxime menor de 2394. es 2344 enfrente del 4. eſcrivo 4 en el *Quociente*, y reſta 50 que le ſeñalo con un parenteſis, para hazer el quebrado: conque todo el *Quociente* ſera $5304\frac{50}{586}$.

Eſte es el verdadero modo de obrar, y es de gran conveniencia en las cuentas largas, y mas quando un meſmo numero es partidor muchas vezes. De aqui nace otro modo de obrar, como ſe ſigue.

20 Primero miro el 5, que es la primera letra del Partidor quantas vezes cabe en 31. y hallo que. 5. multiplico pues todo el Partidor por 5. y ſera el Producto 2930. reſtole de la *Cantidad*, y quedarà el primer Reſiduo

Cant.	3108194	5304 $\frac{50}{586}$
Parti.	586 ---	5
	2930 --	
Reſi. 1	178194	
	586 --	3
	1758 --	
Reſid. 2	2394	
8	586 --	0
1 + 3	586 -	4
8	2344	
Reſid. 3	(50	

ſiduo. Eſcrivo el Partidor un punto mas adelante: luego el 5. cabe en 17 tres vezes; eſcrivo 3. en el *Quociente*, y multiplico por el 3. todo el Partidor: ſerà el Producto 1758. reſtado del primer Reſiduo, quedarà el ſegundo Reſiduo. Eſcrivo el Partidor un punto mas adelante, y veo que 5. en 2. no cabe pongo. o. en el *Quocience*. Paſſo adelante el Partidor, y veo que el 5 cabe en 23 quatro vezes: multiplico por 4. y reſtãdo el Producto 2344. quedarà 50 para el quebrado.

21 De aqui nace el modo de partir abreviado, como ſe ſigue. Haſe de partir 3108194 por 586. El 5 en 31, veo que cabe 5 vezes: eſcrivo 5. en el *Quociente*, y luego voy multiplicando las letras del Partidor, y jũtamente reſtando de la cantidad, comẽçando por la mano drecha: 5 vezes 6. ſon 30. haſta 38, van 8. eſcrivo 8. arriba; y guardo 3: luego 5 vezes 8, ſon 40. y 3 que guarde, ſon 43. haſta 50 van 7, eſcrivo 7. ſobre el. o. y guardo 5. cuentaſe haſta 50, porque 43. no ſe pudiera reſtar de 40. luego 5 vezes 5. ſon 25, y 5 que guardè, ſon 30, haſta 31 va 1. eſcrivo 1. y borro el 3 poniendole. o. encima. Conque ſerà el primer reſiduo 178.194. eſcrivo otra vez el Partidor un punto mas adelante, y veo, que el 5 cabe

```
 0178
3108194(5
---------
 586.6.6.6
   5.8.8.8
     5.5
```

en

en 17 tres vezes: eſcrivo 3 en el *Quociente*, y buelvo a multiplicar: 3 vezes 6 ſon 18. haſta 21 van 3. eſcrivo 3. ſobre el 1. luego, 3 vezes 8 ſon 24, y 2 que guardè ſon 26: haſta 28 và 2, eſcrivo 2 ſobre el 8. luego 3 vezes 5 ſon 15, y dos que guarde, ſon 17: borro el 17 poniendo. o. ſobre el 7, y 1. ſera el Reſiduo 2394.

```
  002
 01783
3108194(53
---------
 5866
  58
```

```
    o
  0020
 01783(50
3108194     (5304 50/586
 586.6.6.6
  5888
   55
```

paſſo adelante el Partidor, y veo, que 5 no cabe en 2: pongo. o. al *Quociente*, y paſſo adelante el Partidor, y veo que 5 en 23 cabe 4 vezes, multiplico por 4: y digo 4 vezes 6. ſon 24. haſta 24, va. o. pongo. o. ſobre el 4. y guardo 2. luego 4 vezes 8, ſon 32, y 2 que guarde, ſon 34. haſta 39. van 5: eſcrivo 5. ſobre el 9. y guardo 3. luego 4 vezes 5. ſon 20, y 3 que guarde ſon 23. haſta 23. va. o. eſcrivo. o. ſobre el 2. y 3. y ſerà el tercer Reſiduo. 50: de que ſe formara el quebrado como antes. Si el Reſiduo fuere maior, que el Partidor, ſeñal que ſe tomò el *Quociente* menor de lo juſto: pero ſi el Producto de la multiplicacion fuere maior, que la cantidad de arriba, ſe tomò el *Quociente* maior de lo juſto, y ſe ha de corregir.

22 De eſtos tres modos de partir ſe ve, que eſte

 ter-

tercero es el mas breve, pero tiene dos inconvenientes grandes. El primero es, que como se haze la multiplicacion, y resta de memoria, ai peligro de errar, y cansa la cabeça. El segundo, que si se toma el *Quociente* maior, ò menor de lo justo, no se conoce hasta el fin de la multiplicacion, y tal vez es necessario repetir toda la operacion. El segundo modo es mas seguro, cansa menos la cabeça, y si ai error, presto se descubre, y se puede luego corregir, aunque tan poco se conoce; si se tomò el *Quociente* maior, ò menor, hasta que se acaba la multiplicacion. El primer modo es mas largo, pero evita todos estos inconvenientes, y nunca se puede errar el *Quociente*: los principiantes exercitense primero en el primer modo, despues en el segundo, y ultimamente en el tercero; y si acaso dudan enalgo, obren la mesma particion por el segundo modo, que la mesma operacion les dirà, lo que han de hazer en el modo tercero.

Algunas vezes se ha de tomar por *Quociente* menos de lo que parece, que cabe: como en el exemplo passado 5 en 31. cabe 6 vezes, y solo se tomò 5 por *Quociente*, porque se ha de atender a lo que se aumenta el numero en la multiplicacion; y ordinariamente, quando la segunda letra del Partidor es grande, se suele tomar menos, de lo que cabe la primera. El exercicio es el mejor maestro.

23 La unidad sola, ni multiplicando aumenta el numero, ni partiendo le disminuye. De donde se infiere, que si se ha de partir por 10. por 100. por 1000. &c. basta quitar de la Cantidad tantas letras de la mano drecha, como tiene zeros la unidad, haziendo quebrado de lo que se quita. Como si se ha de partir 3458 por 10. serà el *Quociẽte* $345\frac{8}{10}$. Si se parte por 100. serà el *Quociente* $34\frac{58}{100}$. De aqui nace la pratica de convertir los sueldos en libras apartando la ultima letra, y sacado la mitad de lo restante; porque el quitar la ultima letra, es partir por 10. sueldos, y reduzir la Cantidad a medias libras como 3458. *sueldos* si se quita el 8. seràn 345 medias libras, y assi partiendo 345 por 2. serà libras y si sobra alguna unidad, se junta con la letra, que se apartò. Como se ve.

	345.8
	172 *lib.* 18. *suel.*

Tambien nace de aqui, que para sacar el quinto de un numero, basta quitar la ultima letra, y hazer quebrado della, y doblar lo restante. Porque quitar la ultima letra es partir por 10; y como partiendo por 5. ha de salir doblado, que por 10, por esso se dobla el numero restante.

Cantidad.	5875 4.2
Quinto.	11750 8 $\frac{2}{5}$

CAP. VI.

DE LAS PRUEVAS DE MULTIPLICAR, y partir.

24 LA prueva real del multiplicar es partir; y la del partir, es multiplicar. Si el Producto de dos numeros se parte por el uno dellos

ha de ſalir el otro por *Quociente*: como ſi 600. ſe multiplica por 50. ſerà el Producto 30000: y ſi eſte Producto ſe parte por 50. ſerà el *Quociẽte* 600. y ſi 30000 ſe parte por 600. ſerà el *Quociente* 50: y ſino, eſtuviera la multiplicacion errada. Quando ſe parte una Cantidad, ſi deſpues ſe multiplica el *Quociente* por el Partidor, ſerà el Producto la meſma Cantidad, como ſi 30000 ſe parte por 600, ſale el *Quociente* 50. digo que ſi 50 ſe multiplica por 600. ha de ſalir el meſmo 30000. Eſta prueva es certiſsima, pero es algo canſada.

25 La prueva del 9, aunque puede ſer falſa, es digna de eſtimacion por ſu facilidad. Tiene el 9. eſta propriedad admirable, que ſi ſe ſuman las letras de qualquier numero, y ſe van ſacando los 9. vendrà a ſobrar lo meſmo, que ſi todo el numero ſe partieſſe por 9: como ſi 38 ſe parte por 9. ſerà el *Quociente* 4. y ſobraràn. 2: y ſi ſe ſuman el 3, y 8, que componen al 38, ſerà 11. y quitado 9. quedan 2 tambien, como antes. Deſta ſuerte ſe ſacan los 9. de qualquiera numero con facilidad: Para examinar pues, ſi ſe errò en la multiplicacion, ſaquenſe los 9. de la *Cantidad*, y lo que ſobrare, pongaſe a la mano hizquierda de una cruz. Haraſelo meſmo del multiplicador, y lo que ſobra, ſe pondrà a la parte drecha: multipliqueſe lo uno por lo otro, y del Producto ſaquenſe los 9. y lo que ſobra ſe eſcrive ſobre la cruz: Eſto meſmo ha de ſobrar ſi ſe ſacan los 9. del *Producto*, y ſe eſcrive debaxo.

Exem-

Exemplo del multiplicar.

5	*Cantidad.*	7546
4 + 8	*Multipli.*	584
5	*Producto.*	4406864

26 Digo pues 7, y 5 ſon 12: fuera 9. q̄dan 3. y 4 ſon 7, y 6 ſon 13. fuera 9. quedan 4. que ſe eſcriven al braço hizquierdo: luego 5, y 8. ſon 13. fuera 9. quedan 4, y 4 ſon 8. eſcrivenſe al braço drecho: multiplicaſe el 4 por 8 ſerà 32: fuera 9, quedan 5: porque el 3, y 2, que componen al 32 hazen, 5: luego ſaquenſe los 9. del Producto: 4, y 4. y 6 ſon 14 fuera 9. quedan 5, y 8 ſon 13, fuera 9, quedan 4. y 6 ſon 10, fuera 9, queda 1, y 4. ſon 5: que ſe eſcrive debaxo: Eſto meſmo ſe verà en los exemplos precedentes.

27 Para el partir ſacaranſe los 9. del Partidor, y la reſta ſe pone al braço hizquierdo: la reſta del *Quociente* ſe pone al braço drecho. Multipliqueſe el uno por el otro, y fuera 9; ſe añadira la reſta a lo que ſobrò de la particion, y fuera 9: ſe eſcrive ſobre la cruz: ultimamente ſaquenſe los 9. de la Cantidad, y la reſta ſe eſcrive debaxo, y ha de ſer la meſma, que la de arriba. Como ſe ve.

Cantidad.	29670	6
Partidor.	345	3 + 5
Quociente.	86	6

Fuera 9. del Partidor queda 3, y del *Quociente* 5: luego 3 vezes 5 ſon 15: fuera 9, quedan 6. fuera 9. de la Cãtidad q̄dan otros 6.

Exemplo. 2.

Cantidad.	25511	55
Partidor.	12	3 + 11
Quociente.	2125 $\frac{11}{21}$	55

En

En el ſegundo exemplo, del Partidor quedan 3. del *Quociente* dexando el quebrado, ſobra. 1. multiplico. 1. por 3 es el producto. 3: añadaſele agora el quebrado 3, y 1. ſon 4. y 1. ſon. 5. eſcriveſe 5. arriba. Saquẽſe los 9 de la Cantidad, y ſobran tambien 5. que ſe eſcrive debaxo, y eſtà bien. Lo meſmo ſe experimẽtara en los exemplos precedentes. Eſta prueva digo, que es falſa, porque ſi ſe alteran las letras, ſale la meſma prueva, y la operacion eſtà errada. Como en eſte exemplo el *Queciente* avia de ſer 86. y es 68, y por ſer las meſmas letras, ſale la meſma prueva: y lo meſmo ſucederà, ſiempre que por eſcrivir. 0. ſe puſiere 9. ò por 9 ſe puſiere. 0.

Cantidad.	29670	6
Partidor.	345	3 + 5
Quociente.	68	6

CAP. VII.

DE LOS QVEBRADOS.

28 EL quebrado es una, ò muchas partes de aquellas, en que ſe imagina dividida una unidad, y nace de la diviſion de un numero menor por otro maior; como ſi una unidad ſe ha de partir por 3, le vendra a cada vno un tercio, y eſte *Quociente* es el quebrado. Eſcriveſe cõ dos letras una encima de otra, con una linea en medio. El numero de encima es el *numerador* porque cuenta, y determina las partes, que ſe han de tomar de un entero, el de abaxo

abaxo es *denominador*, porque indica, y declara en quantas partes ſe imagina dividida la unidad, y aſsi $\frac{2}{3}$ quiere dezir dos tercios, y $\frac{3}{5}$ tres quintos &c.

Quebrado de quebrado es una, ò muchas partes de un quebrado ſimple $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ quiere dezir una mitad de tres quartos. $\frac{2}{3}\frac{4}{5}\frac{3}{7}$ es dos tercios, de quatro quintos, de tres ſeptimos: llamanſe Quebrados compueſtos.

Si dos Quebrados tienen un meſmo *Numerador*, el que tiene menor *Denominador*, es maior que el otro. Aſsi $\frac{3}{5}$ es mas, que $\frac{3}{6}$. *Si* el *Denominador* es el meſmo, el de maior *Numerador* ſera maior, aſsi. $\frac{4}{6}$ es mas q̃ $\frac{3}{6}$

29 Si el Numerador de un quebrado tiene la meſma proporcion cõ ſu Denominador, que el Numerador de otro quebrado con ſu Denominador, ſeràn los dos quebrados iguales, porq̃ ſon una meſma parte del todo. Como $\frac{2}{4}$, y $\frac{3}{6}$ ſon iguales, porque 2 a 4 tiene la meſma proporcion, que 3 a 6: y como 2 es la mitad de 4, es 3 la mitad de 6: y aſsi los quebrados ſon iguales. Y ſi los quebrados ſon iguales, la meſma proporcion tendrà el Numerador del uno cõ ſu Denominador, que el Numerador del otro con ſu Denominador: como $\frac{2}{4}$, y $\frac{3}{6}$ ſon iguales, y la proporcion de 2 a 4. es como de 3 a 6.

30 De donde ſe ſigue, que ſi en los quebrados iguales, ſe multiplicã en cruz, el Numerador del uno, por el Denominador del otro, ſeràn los Productos iguales. Como $\frac{2}{4} \times \frac{3}{6}$ 2. vezes 6. 12. y 3 vezes 4. es 12. y ſi multiplicando en cruz ſalen los Productos

 igua-

iguales, seràn los quebrados iguales: como se ve en los mesmos. La razon es, porque los quatro numeros son proporcionales. Por la *p.* 19. *l.* 7. de Euclides.

31 *Si* dos numeros se multiplican por otro, los Productos guardan entre si la mesma proporciõ, que los multiplicados (*p.* 17. *l.* 7.) como si 2. y 4. se multiplican por 3. seràn los Productos 6, y 12, que guardan la mesma proporcion, que 2, y 4: porque como 2. es la mitad de 4: assi 6 es la mitad de 12: Geometricamente se prueva por la *p.* 1. *l.* 6. De donde sigue, que si dos numeros, como 12, y 6. se parten por otro, como por 3. los *Quocientes* 4. y 2. guardan la mesma proporcion, que los numeros divididos: porque los *Quocientes*, multiplicados por el Partidor, produzen los mesmos numeros.

32 *Hallar la maior medida comun de dos numeros.* Medir un numero a otro, se dize, quando le parte igualmente, y assi la maior medida comũ de dos numeros, es el numero maior, que igualmente puede partirles. Partase el maior por el menor, y si sobra algo, partase el menor por lo que sobra; y si de la segunda particion sobra algo, partase el primer residuo por el segundo, y desta suerte se ha de cõtinuar, hasta que sobre zero, ò unidad. *Si* queda. 1. es señal que los tales numeros no tienen medida comun, y son numeros primos entresi. *Si* queda. o, el ultimo Partidor serà la maior medida comun. *Sean* los dos numeros

meros propuestos 15, y 9: partase 15 por 9, sobran 6: partase el 9 por 6, sobran 3: partase el 6 por 3. queda. o. digo, que 3 es el numero maior, que igualmente puede partir a 9, y 15. y esta es su maior medida comun.

33 *Hallar la maior medida comun de tres numeros.* *Sean* los numeros 42. 63. 77. primero busquese la comun medida de los dos 42, y 63: parto 63 por 42, sobra 21: parto 42 por 21. queda. o: 21 es la comun medida de 42, y 63: luego busquese la comun medida de 21. y del tercero 77: parto 77 por 21. sobran 14. parto 21 por 14, sobran 7: parto 14 por 7. y queda. o. este es la comun medida de 21. y 77: digo pues que el 7. serà tambien comũ medida de los tres 42. 63. 77. de la mesma suerte se hallarà la comun medida de 4, y de 5. numeros.

Reduzir un quebrado a los minimos terminos.

§. 34 Esto es reduzir un quebrado a los menores numeros, conque se puede significar su valor. Busquese primero la maior medida comun del numerador, y denominador, y por ella partanse los dos: digo que los *Quocientes* seràn el quebrado, que se busca. *Sea* el quebrado $\frac{9}{15}$ la maior medida del 9, y 15 es 3. (por el §. 33) partiendo 9 por 3. es el *Quociente* 3. y partiendo 15 por 3. serà el *Quociente* 5: y el quebrado $\frac{3}{5}$ es lo mesmo, que $\frac{9}{15}$ (por el §. 31), y esta reduzido a los menores terminos, porque quanto el divisor es maior, son los *Quocientes* menores: y assi como mo no puede aver divisor maior, que la maior medida comun, tampoco podrà aver menores *Quocientes*, ni escrivirse el quebrado con menores letras.

35 *Reduzir los quebrados a un comun denominador.*

Sean los quebrados $\frac{3}{4}$, y $\frac{2}{5}$ multiplicando los denominadores 4 por 5. son 20. es el comun denominador, y multiplicando en cruz 3 por 5. es 15 el numerador del primero. Luego 2 por 4. es 8 el numerador del segundo: conque seràn los quebrados reduzidos $\frac{15}{20}$, y $\frac{8}{20}$. Si los quebrados son muchos: multipliquese el denominador del primero por el segũdo, y el Producto por el tercero, y este Producto por el quarto &c. el vltimo Producto serà el denominador comũ. Multiplico 2. por 3. serà el Producto 6: luego 6 por 4. es 24 luego 24 por 5. es 120. que es el denominador comun.

Exemplo.

$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{5}$
$\frac{60}{120}$	$\frac{80}{120}$	$\frac{90}{120}$	$\frac{48}{120}$

Para hallar los numeradores particulares, multipliquese el comũ denominador, por el numerador de cada uno, y partase el Producto por su denominador, los *Quocientes* seràn los nuevos numeradores: como multiplicando 120. por 1. sale 120: partase por 2. sale 60. el numerador del primer quebrado: otra vez multiplico 120. por 2. sale 240. parto por 3. sale 80. numerador del segundo: Multiplico 120. por 3. sale 360. parto por 4. sale 90. numerador del tercero. Multiplico 120 por 2. serà 240. parto por 5. sale 48. numerador del quarto. &c.

36 Redu-

36 *Reduzir un quebrado à un denominador determinado.*

Multipliquese el numerador por el nuevo denominador, y el Producto partase por el denominador primero, el *Quociente* serà el nuevo numerador.

Quiero reduzir $\frac{3}{4}$, que el denominador sea 12. multiplico 12 por 3. serà 36. partase por 4. serà el *Quociente*. 9. el nuevo numerador, y assi $\frac{9}{12}$ es lo mesmo que $\frac{3}{4}$ (§.30.)

37 *Reduzir el quebrado compuesto à simple.*

Tengo $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{5}$ de $\frac{1}{2}$. Si se multiplican continuamente los numeradores, el Producto serà el numerador: y el Producto de los denominadores, es el denominador: digo pues 3 vezes 4 es 12: luego 12 vezes 1. es 12. este es el numerador. Luego 4 por 5. es 20: y 20 por 2 es 40. este es el denominador: Este quebrado simple $\frac{12}{40}$. es lo mesmo que $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{5}$ de $\frac{1}{2}$.

38 *Reduzir los enteros à quebrados.*

Multipliquense los enteros por el denominador del quebrado, el Producto serà el numerador. Como 6. enteros les quiero reduzir a quartos. Multiplico 6 por 4. el Producto 24. es el numerador, y 6 enteros estaràn reduzidos a $\frac{24}{4}$.

39 *Reduzir los quebrados à enteros.*

Si el numerador es maior, partase por el denominador, el *Quociente* son los enteros. Como $\frac{24}{4}$. partiendo 24. por 4. sale el *Quociente* 6 enteros: y si algo sobra se dexa por quebrado: como $\frac{27}{4}$ partiẽdo 27 por 4.

sa-es el *Quociente* 6, y ſobran 3: digo que $\frac{27}{4}$ es lo meſmo, que 6 $\frac{3}{4}$.

40 *Hallar el valor de un quebrado.*

Primero ſe ha de ſaber el valor de un entero: y multiplicandole por el numerador, partiendo el Producto por el denominador, el *Quociente* ſerà el valor del quebrado. Tengo $\frac{3}{4}$ de una libra: porque una libra vale 20 ſueldos, multiplico 20 por 3. ſerà el Producto 60: parto por el denominador 4: el *Quociente* 15. ſueldos es el valor de los $\frac{3}{4}$ de una libra. Si algo ſobra ſe haze quebrado, y ſe le da valor de la meſma ſuerte. $\frac{5}{6}$ de libra: 5 por 20 ſon 100. partido por 6. es 16 ſueldos, y $\frac{4}{6}$ de ſueldo: porque el ſueldo tiene 12 dineros, digo 12 por 4. es 48. partido por 6. es 8 dineros: conque $\frac{5}{6}$ de libra ſon 16. ſuel. y 8. din.

CAP. VIII.

LAS QVATRO REGLAS DE LOS quebrados.

41 *Regla 1. del ſumar.*

POR el §. 35 reduzganſe los quebrados a un comun denominador, y ſumenſe los numeradores. Como $\frac{2}{3}$, y $\frac{3}{4}$ reduzidos ſon $\frac{8}{12}$, y $\frac{9}{12}$ ſumando pues 8, y 9. ſerà $\frac{17}{12}$ la ſuma de $\frac{2}{3}$, y $\frac{3}{4}$ Los compueſtos ſe reduzen a ſimples, para ſumarles

Re-

42 *Regla 2. del reſtar.*

Reduzidos a un comun denominador, reſteſe el numerador menor del maior: como $\frac{2}{3}$, y $\frac{3}{4}$ reduzidos por el §. 35. ſon $\frac{8}{12}$, y $\frac{9}{12}$ reſtando 8. de 9 queda 1. y aſsi $\frac{1}{12}$ es la reſta, ò diferencia de $\frac{2}{3}$, y $\frac{3}{4}$. Deſta ſuerte ſe ſabe, que quebrado es maior, y quanto vale mas el uno, que el otro. Quando un Quebrado ſe ha de reſtar de muchos, reduzganſe todos a un comun denominador, y reſteſe el uno de la ſuma de los otros. Como ſi ſe ha de reſtar $\frac{1}{2}$ de la ſuma de $\frac{1}{5}$, y $\frac{3}{7}$: reduzidos a un comun denominador por el §. 35. ſeran $\frac{35}{70}$, y $\frac{14}{70}$, y $\frac{30}{70}$. ſumando los dos vltimos ſeran $\frac{44}{70}$. y reſtando $\frac{35}{70}$ de $\frac{44}{70}$ quedan $\frac{9}{70}$. Los quebrados compueſtos ſe reduzen a ſimples por §. 37. y luego a un comun denominador por el §. 35. y ſe reſta como antes.

43 Para reſtar enteros, y quebrados de un numero entero, no ai neceſsidad de reduzir: ſino reſtar el numerador del denominador, y poner la reſta por numerador del nueuo quebrado, y añadir 1. al entero. Como quien quita 15 de 34. queda 19: y llevo 1, que junto con el 3. es 4. reſtado de 5. queda 1: de 8 a 34 van 26: toda la reſta ſera 261 $\frac{19}{34}$.

Deve.	345
Paga.	83 $\frac{15}{34}$
Reſta.	261 $\frac{19}{34}$

Si ſe han de reſtar enteros, y quebrados, de enteros, y quebrados; reduzganſe los quebrados a un comun denominador: y ſe obrarà como antes.

Sean

*S*ean los quebrados $\frac{3}{4}$, y $\frac{5}{6}$ reduzidos son $\frac{18}{24}$, y $\frac{20}{24}$. Porque 20. es mas que 18: digo de 20. a 24. van 4, y 18. son 22. escrivo $\frac{22}{24}$. y llevo 1. y 2. son 3. de 3 a 5 van 2. de 3 a 4. va 1. de 1 a 3. van 2.

Deve.	$345\frac{3}{4}$ o $\frac{18}{24}$	
Paga.	$132\frac{5}{6}$ o $\frac{20}{24}$	
Resta.	212 -- $\frac{22}{24}$	
Deve.	$45\frac{19}{20}$	
Paga.	$32\frac{7}{20}$	
Resta.	$13\frac{12}{20}$	

Quando el quebrado de la deuda es maior, se guarda el modo ordinario. Como en el exemplo segundo. Tambien se podian reduzir los enteros a quebrados, y restar como en el §. 40: pero es mas cansado.

44 *Regla 3. del multiplicar.*

Multipliquese el un numerador por el otro: y el denominador por el otro denominador. *Multiplicando* $\frac{2}{3}$ por $\frac{4}{5}$. 2 por 4, y 3. por 5. son $\frac{8}{15}$.

*S*i se ha de multiplicar el quebrado por numero entero, multipliquese el numerador por el numero entero, y al Producto se le pondra el mesmo denominador: como si se han de multiplicar $\frac{2}{3}$ por 6: dirè 2 vezes 6, son 12. esto es $\frac{12}{3}$. que partido el 12 por 3. dara 4. enteros.

*S*i se ha de multiplicar un quebrado por su propio denominador, basta borrar el denominador, y dexar el numerador como entero. Como $\frac{3}{4}$ multiplicados por 4 son 3. enteros: la razon es, porque multiplicando $\frac{3}{4}$ por 4. sale $\frac{12}{4}$. partido el 12. por 4. sera el *Quociente* 3.

*S*i huviere entero, y quebrado; reduzganse los enteros

teros a quebrados por el §. 38. y obrase como antes. Hanse de multiplicar $4\frac{2}{5}$ por $3\frac{5}{7}$. reduzidos son $\frac{22}{5}$, y $\frac{26}{7}$. multiplicando sera el Producto $\frac{572}{35}$. que es $16\frac{12}{35}$.

45 *Regla 4. del partir.*

Pongase primero el quebrado, que se ha de partir; y luego el Partidor, y multipliquese en cruz, el numerador del primero por el denominador del segundo, y sale el nuevo numerador. Luego el denominador del primero, por el numerador del segundo, y sale el denominador: Como partiendo $\frac{3}{4}$ por $\frac{2}{3}$. se escriven $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{9}{8}$ dirè 3 por 3, es 9. y 4 por 2. es 8: esto es $\frac{9}{8}$.

*S*i huviere enteros, y quebrados, se reduziran los enteros a quebrado por el §. 38, y se obrarà como antes: como. $6\frac{3}{5}$ por $4\frac{2}{3}$: reduzidos son $\frac{33}{5}$, y $\frac{14}{3}$ multiplicados en cruz, serà el *Quociente* $\frac{99}{70}$.

Para partir entero por quebrado, se harà quebrado del entero, poniendole 1. debaxo, y se multiplicarà en cruz: como. 8. partido por $\frac{2}{3}$ se harà quebrado del 8. assi $\frac{8}{1} \times \frac{2}{3}$. sale el *Quociente* $\frac{24}{2}$: lo mesmo se haze, si se ha de partir el quebrado por entero, solo que el quebrado se escrive primero como $\frac{2}{3} \times \frac{8}{1}$ serà el *Quociente* $\frac{2}{24}$.

46 *Note el curioso con sumo cuidado las reglas del* §. 42, y 43. *Primo que para multiplicar un quebrado por numero entero, se multiplica solo el Numerador. Secundo para multiplicar el quebrado por su Denominador, se borra el denominador. Tertio para partir un quebrado por numero entero se multiplica solo el denominador, y el*

E *Pro-*

Producto es el denominador del Quociente. Quarto para partir un entero por quebrado ſe multiplica el denominador, y el Producto es Numerador del Quociente, y el que antes era Numerador ſe pone por denominador. Eſto hallarà executado ſiempre, que ſe ofrece, en el diſcurſo deſta obra, y es de ſuma importancia para el Arte Mayor.

47 En los numeros enteros nunca el *Quociente* ſale maior, que la cantidad, ò numero que ſe parte: pero en los quebrados algunas vezes ſale maior. La razon es, porque partir un numero por otro, ſolo es ver quantas vezes cabe el Partidor en la cantidad, que ſe parte; y como puede caber un quebrado en otro enteramente algunas vezes, de aqui nace, que el *Quociente* es algunas vezes numero entero, maior que el quebrado, que ſe partia: como ſi $\frac{1}{2}$ ſe parte por $\frac{1}{4}$. ſerà el *Quociente* $\frac{4}{2}$ que es 2. enteros, porque $\frac{1}{4}$ ſe contiene en $\frac{1}{2}$ dos vezes enteramente, y $\frac{1}{4}$ es la mitad de $\frac{1}{2}$. La prueva de eſto ſerà multiplicar el Partidor, que es $\frac{1}{4}$ por el *Quociente* 2. y ſerà el Producto $\frac{2}{4}$, que es $\frac{1}{2}$: luego bien hecha eſtà la particion: como ſe dixo: §. 24.

48 *Examen de las quatro reglas.*

El ſumar ſe examina por el reſtar. Reſteſe el un quebrado de la ſuma. La reſta ha de ſer igual al otro quebrado.

El reſtar ſe examinā por el ſumar: ſumeſe la reſta con el quebrado menor, la ſuma ha de ſer el quebrado maior: ò al contrario.

El multiplicar ſe examina por el partir. Partaſe el Producto de la multiplicacion por el un quebrado, el *Quociente* ha de ſer igual al otro.

El partir ſe examina por el multiplicar. Multipliqueſe el *Quociente* por el Partidor, y el Producto ha de ſer igual al otro quebrado.

49 La prueva del 9. ſe haze dos vezes, una para el numerador, y otra para el denominador: en el exemplo 1. del multiplicar, fuera 9. de 384. queda 6. y de 620: queda 8 luego 6 vezes 8. 48. fuera 9. queda 3. fuera 9. de 238080. tambien queda 3. lo meſmo ſe haze de los denominadores.

Exemplo. 1.

$$\begin{array}{ccc} & 3 & \\ 6 & + & 8 \\ & 3 & \end{array}$$

$$\frac{384}{562} — \frac{620}{740}. \textit{ Producto } \frac{238080}{415880}$$

$$\begin{array}{ccc} & 8 & \\ 4 & + & 2 \\ & 8 & \end{array}$$

Exemplo. 2.

$$\begin{array}{ccc} & 3 & \\ 6 & + & 2 \\ & 3 & \end{array}$$

$$\frac{384}{562} \times \frac{620}{740} \textit{ Quociente } \frac{284160}{348440}$$

$$\begin{array}{ccc} & 5 & \\ 4 & + & 8 \\ & 5 & \end{array}$$

En el exemplo 2. del partir. Fuera 9. de 384. queda 6. fuera. 9. de 740. queda 2: luego 2 vezes 6. ſon 12. fuera 9. quedan 3: y fuera. 9. de 284160. tambien quedan 3: lo meſmo ſe haze de 562. 620. 348440. como ſe ve. En el partir ſiempre ſe procede en cruz.

CAP. IX.

DE LAS PARTES DECIMAS.

50 PARTES decimas llamo al quebrado, que tiene por denominador 1. con algunos zeros como $\frac{3}{10}\frac{45}{100}\frac{125}{1000}$. esto es decimas, centesimas, millesimas &c. Puedense escrivir en vna linea, poniendo despues de un parentesis un numero *Exponente*, que declare quantos zeros acompañan a la unidad; esto es 1. para 10: y 2. para 100. y 3. para mil: como 28 (3. es lo mesmo que $\frac{28}{1000}$. y 456(5. serà $\frac{456}{100000}$, y 3428935 (2. sera $\frac{3428935}{100}$ y pues estas decimas proceden siempre en decupla proporcion, como 10. 100. 1000. &c. podemos las llamar decimas primeras, segundas, terceras, &c. conforme el numero *Exponente*: como 28(3. es 28. tercias, ò millesimas &c.

51 Para reduzir los enteros a decimas, añadanse tantos zeros, como ha de ser el *Exponente*: como 324. reduzido a terceras, sera 324000(3. y 4528. reduzido a Quintas sera 452800000(5.

Para reduzir las decimas a enteros, apartense de mano drecha con vna distincion tantas letras como dize el *Exponente*, y las de mano hizquierda seran enteros: 38,97254(5. son 38 enteros, y 97254(5. Tambien 2576,004(3. son 2576. enteros, y 4. terceras, ò millesimas.

Para

Para reduzir las decimas menores a las maiores, basta añadirles tantos zeros, como le faltan vnidades al *Exponente*. Como 3452(3. se han de reduzir a Quintas, porque al *Exponente* 3. le faltan 2. para 5. se añadiran dos zeros, y seran 345200(5, y al contrario para reduzir las maiores a las menores, se quitaran tantas letras, como se han de quitar unidades al *Exponente*: como 345200(5. reduzido a terceras sera 3452(3.

52 Para reduzir los quebrados comunes a decimas, añadanse al numerador tantos zeros, como ha de ser el *Exponente*: y partiendo por el denominador, el *Quociente* seran las decimas: como $\frac{3}{4}$ reduzidos a segundas. Añado 2 zeros al numerador, serà. 300. partido por 4: serà el *Quociente* 75(2. Tambien $\frac{254}{12}$ reduzidos a quintas: parto 25400000. por 12: serà el *Quociente* 21,16666(5. de lo que sobra en la particion, no se haze caso, aunque en la verdad sale el numero menor de lo justo; pero la diferēcia es poca. Para reduzir las decimas a otro quebrado comun, multipliquense por el nuevo denominador, y del Producto quitense tantas letras, como es el *Exponente*. Como 25(2. se han de reduzir a dozeavos. Multiplico 25. por 12. sale 300: quito los dos zeros, queda 3: y sera $\frac{3}{12}$.

53 Para sumar, y restar enteros, y decimas, reduzganse todos a la denominacion, y *Exponente* maior por el §. 51. luego se suman, y restan con el modo ordi-

ordinario. Si se han de sumar 54,0006(4. con 13. enteros, y 262,002(3. reduzidos todos a Quartas, por el §. 51. se suman vulgarmente, como se ve.

	54,0006(4
	13,0000(4
	562,0020(4
Suma.	629,0026(4

Para multiplicar, se guarda el estilo ordinario; y la suma de los *Exponentes*, es *Exponente* del Producto.

Cantidad.	5,8243(4
Multiplic.	34,05(2
Produc.	198,317415(6

En el partir, se guarda el estilo ordinario, y el *Exponente* del Partidor se resta del *Exponente* de la Cantidad.

Canti.	43,2536(4
Partidor.	3,22(2
Quociēte.	13,43(2

Si el *Exponente* del Partidor fuere maior, se añadiràn a la Cantidad algunos zeros, como 32,58(2. con 4 zeros serà 32,580000(6. Luego se partirà por 4256(3: como se ve.

Canti.	32,580000(6
Parti.	4,256(3
Quociente.	7,655(3

Lo mesmo se harà, quando el Partidor tuviere mas letras, ò fuere maior, que la Cantidad: y quanto mas se añade, es mejor.

54 *Si* se parte un entero por otro entero maior, se haze lo mesmo, y el *Exponente* serà segun los zeros que se añadieron: como 300. si se ha de partir por 800. añadidos 3 zeros, serà 300000(3. y el *Quociente* 375(3.

Generalmente, para evitar los quebrados comunes, conviertase la cantidad en decimas, añadidos quatro, ò seis zeros: y hecha la particion tendremos el *Quociente* proximo a la verdad, sin cuidar de quebrado.

Hase de partir 812. por 32. por el modo comun sale $25\frac{12}{32}$: y por las decimas sale 25,375(3.

Cantidad.	812,000(3
Partidor.	32(0
Quociente	25,375(3

Este modo de obrar es de mucha importancia en las operaciones largas, en que ay muchas reglas de tres, y crecen los quebrados mucho, haziendo la operacion molesta, y confusa. Vltimamente advierto, que si el numero no tiene *Exponente*, ò tiene. o. es numero entero, y assi lo mismo es 32(0 que 32 enteros.

CAP. X.

APLICACION DE LOS QVEBRADOS, Y decimas.

55 LO que se ha dicho en comun de los quebrados, y decimas, se aplicarà agora al vso comun con un exemplo, paraque vea el curioso, como ha de obrar en lances semejantes.

Prime-

Primero ſe multiplican las 30 varas por 2. lib. y es el Producto A. 60. lib: Luego por que ai 15. ſuel. por los 10. que es media libra, tomaſe la mitad de 30. que es B. 15. lib. y porque los 5. ſueldos ſon la mitad de los 10. tomaſe la mitad de B. q̄ es C. 7 lib. 10. ſuel. Luego porque ai 7 dineros por los 6. que es medio ſueldo, tomaſe la mitad de las varas que es D. 15. *ſueldos*, y porque 1. dinero es la ſexta parte de 6. tomarè el ſexto de D. que es E 2 ſuel. 6. dineros:

Canti.	30 *var.*	3 *pal.* $\frac{3}{4}$			
Multi.	2 *lib.*	15 *ſu.* 7.			
A ..	60 *lib.*	. . *ſu.*			
B ..	15 *lib.*	. . *ſu.*			
C ...	7 *lib.*	10 *ſu.*			
D	*lib.*	15 *ſu.*			
E	*lib.*	. 2 *ſu.*	6		
F ...	1 *lib.*	. 7 *ſu.*	9	$\frac{1}{2}$	$\frac{8}{16}$
G	*lib.*	13 *ſu.*	10	$\frac{3}{4}$	$\frac{12}{16}$
H	*lib.*	. 6 *ſu.*	11	$\frac{3}{8}$	$\frac{6}{16}$
M	*lib.*	. 3 *ſu.*	5	$\frac{11}{16}$	$\frac{11}{16}$
Prod.	85 *lib.*	19 *ſu.*	7		

Haſta aqui es la multiplicacion de las 30 varas por las 2. lib. 15 ſuel. 7.

56 Luego porque ai 3 palmos, por los 2 que es media vara ſe toma la mitad de todo el precio, y ſerà F. 1. lib. 7. ſuel. $9\frac{1}{2}$. y porque 1. palmo es la mitad de 2. tomaſe la mitad de F. que es G. 13. ſuel. $10\frac{3}{4}$. Luego porque los $\frac{3}{4}$ contienen $\frac{2}{4}$ que es medio palmo, tomaſe la mitad de G. que es H. 6 ſuel. $11\frac{3}{8}$: y porque $\frac{1}{4}$ que falta es la mitad de $\frac{2}{4}$. tomaſe la mitad de H. que es M. 3 ſuel. $5\frac{11}{16}$ La ſuma de todo es el valor

valor. Los Quebrados para ſumarſe, ſe reduzen al denominador maior, pero aunque ſe dexen, es de poca importancia, pues todos ſolo valen 2 dineros, y $\frac{5}{16}$. Eſto ſolo quiere atenciõ en reconocer los quebrados, que parte ſon de un entero, y en ver quantas vezes ſe incluie una parte en la otra, para ſaber, ſi ſe ha de tomar mitad, ò tercio, ò ſexto &c. lo meſmo, que ſe ha hecho con las varas, palmos &c. ſe ha de obſervar con arrobas, libras, onzas &c. y por eſſo no põgo otro exemplo, el exercicio aprovecharà mas que muchos preceptos.

57 De otra ſuerte ſe puede hazer, y es reduzir las varas a palmos, y ſeràn 120. añadidos los 3. ſeràn 123: reduzidos a quartos multiplicando por 4. ſeràn 492. añadidos los $\frac{3}{4}$ ſeràn 495. quartos, y pues cada vara tiene 16 quartos de palmo, ſerà toda la Cantidad $\frac{495}{16}$. las libras ſe reduziran a ſueldos, que ſon 40, y 15. ſon 55: multiplicados por 12. ſeràn 660 dineros, y con los 7. ſeràn 667. dineros: Multiplicando pues $\frac{495}{16}$ por 667. (§. 44) ſerà el Producto $\frac{330165}{16}$. y reduzidos a enteros partiendo por 16. (§. 39.) ſerà $20635\frac{5}{16}$. Hechos ſueldos partiendo por

Cantidad.	30 *v.* 3. *pal.* $\frac{3}{4}$
Multip.	2. *l.* 15. *ſue.* 7. *din.*
	Reduzidos ſon
Cantidad.	$\frac{495}{16}$. *por.* $\frac{667}{}$ *dineros*
Producto.	$\frac{330165}{16}$ *de dineros.*
Reduzi. ſon	$20635\frac{5}{16}$ *dineros.*
Sueldos.	1719 *ſuel.* $7\frac{5}{16}$
Libras.	85 *l.* 19 *ſu.* $7.\frac{5}{16}$.

por 12. seràn 1719 sueldos 7.$\frac{5}{16}$ dineros: que es 85 l. 19. suel. 7 $\frac{5}{16}$. cõque se ve, que ha salido lo mesmo, que antes: Este modo de obrar es general, reduziendo los terminos maiores al vltimo quebrado. Y sirve tambien para el partir, como se sigue.

58 Para saber el precio de cada vara, se reduzirà todo el precio al ultimo quebrado: y tambien las varas, y palmos a su ultimo quebrado, y pues los dos quebrados tienen un mesmo denominador, partase senzillamente 330165 por 495. y salen 667. dineros el precio de cada vara. Que partidos por 12. salen 55. suel. 7. din. esto es 2. lib. 15. suel. 7. dineros: Si los dos quebrados no tuvieran el mismo denominador, se multiplicaria en cruz (§.45.) y el nuevo quebrado se reduziria a enteros por el §.39. Esta es regla general para todo genero de mercaderias, y solo quiere cuidado en saber, que partes componen a otras, para hazer la reduccion, y en lo restante se guardan en todo las reglas de los quebrados.

Cantidad.	85 *lib.* 19 *suel.* 7 $\frac{5}{16}$.
Partidor.	30 *var.* 3 *pal.* $\frac{3}{4}$.
	Reduzidos son.
Cantidad.	$\frac{330165}{16}$ *por* $\frac{495}{16}$.
Quociente.	667 *dineros.*
Sueldos.	55. *suel.* 7. *din.*
Libras.	2. *l.* 15. *suel.* 7. *din.*

59 Para sacar estas mesmas cuentas por las decimas; porque los 3 palmos, y 3. quartos son $\frac{15}{16}$. de vara, les reduzire a decimas por el §. 52. añadiendo 4. zeros al 15. serà 150000. y partido por 16. seran

9375

9375(4. y juntandole las varas a mano hizquierda seran 30,9375.(4. las 2. lib. 15 suel. son 55. sueldos, y los 7. dineros son $\frac{7}{12}$ reduzidos a decimas por el §.52. añadiendo 4. zeros al 7. sera 70000, y partido por 12. seran 5834(4: y con los 55. sueldos seran 55,5834(4: Hecha la multiplicacion salen 1719. sueldos, y para reduzir las decimas a dineros, basta multiplicar las 4. primeras letras, que es 6114. por 12. sale 73368. que es 7. dineros $\frac{3368}{10000}$.

Canti.	30,9375(4
Multip.	55,5834(4
Produ.	1719,61143750(8
Redu.	1719. *suel.* 7. *din.* 33(2

60 Con el mesmo artificio se parte. Como si 30 varas 3. pal. $\frac{3}{4}$ costaron 85. lib. 19. suel. 7. din. $\frac{3368}{10000}$. reduzidas las varas a decimas como antes seran 30.9375(4. y reduzidas las 85. libras a sueldos son 1700 sueldos, y añadidos los 19. seran 1719. los 7. dineros reduzidos a decimas añadiendo al 7. los zeros que quisieren como. 700000, y partiendo por 12, seran 58333(5. y añadiendoles los 3368: seran 6170(5. y con 3. zeros seran 61701000(8. y añadiendole los 1719. sueldos a la mano hizquierda sera toda la cantidad 1719.61701000(8. conque hecha la particion, sera el *Quociente* 55. sueldos, y multiplicando las 5835. decimas por 12, sale 7,0020. que es 7. dineros: y este *Quociẽte* es el valor de cada vara.

Canti.	1719,61701000(8
Parti.	30,9375(4
Quocien.	55,5835(4
Reduzido.	55. *suel.* 7. *dineros.*

61 Este

61 Eſte modo de obrar tiene mucha latitud, porque aſsi como ſe han reduzido las libras, y ſueldos a decimas de ſueldo, ſe podian reduzir a decimas de libras, ò a decimas de dineros: y las varas, y palmos a decimas de palmos; el curioſo eſcogera, lo que mas le diere guſto; advirtiendo, que lo meſmo ſe haze en arrobas, libras, onzas, y en qualquiera otra eſpecie de multiplicacion, y particion. Solo ſe guarden los preceptos del Cap. 9. En las cuentas largas, y reparticiones, donde ai muchas reglas de tres, ſerà eſto de mucha vtilidad.

62 A los ingenieros, y medidores de campos aconſejo, que hagan una vara de 10. palmos, dividiendo cada palmo en 10. partes, y cada parte en otras 10. &c. Con eſto evitaràn todos los quebrados, y generalmẽte todos los inſtrumentos Mathematicos, que conſtan de lineas rectas, deven guardar eſte orden, para evitar los quebrados: como ſon Quadrado Geometrico, Triangulo, Pitipie &c. Para las conſonancias de la Muſica es de gran conveniencia, como en ſu lugar veremos.

CAP. XI.

DE LA RAZON, Y PROPORCION.

63 VN numero ſe dize parte de otro, quando igualmente le mide: como 2. es parte de 8, y 6 de 12. y 5 de 15. Partes ſe dize, quando el

numero menor no mide igualmente al maior: como 3 es Partes de 7. eſto es $\frac{3}{7}$. y 8 es Partes de 9. eſto es $\frac{8}{9}$.

Razon de un numero a otro es el reſpecto, ò relacion, que dize un numero a otro, como 4. comparado con 2. El primero ſe dize antecedente, el ſegundo conſequente, y ſi los dos numeros ſon iguales, ſe llama razon de igualdad, como 6 a 6. Si el antecedente es maior, ſe llama razon de maior deſigualdad, como 4. a 2. Si el antecedente es menor, ſerà razon de menor deſigualdad, como 2 a 4. de aqui nacen diez eſpecies de razon, ò relacion de deſigualdad, cinco de la maior, y otras cinco de la menor.

64 La primera, ſi el antecedente contiene al conſequente una vez, y alguna parte mas, ſe llama Razon *ſuperparticular*: y ſi la parte es $\frac{1}{2}$ mas, ſe dize *ſeſquialtera*: como 6 a 4. ſi $\frac{1}{3}$ es *ſeſquitercia* como 4 a 3. ſi $\frac{1}{4}$ ſera *ſeſquiquarta* como 5 a 4, y aſsi infinitamente.

La ſegunda, ſi el antecedente contiene una vez al conſequente, y algunas partes mas, ſe dize *ſuperparciente*. Si las partes ſon $\frac{2}{3}$, ſe dize *ſuperbiparciens tercias* como 5. a 3. Si contiene $\frac{3}{4}$ ſe dize *ſupertriparciens quartas* como 7 a 4. Para conocer eſtas dos eſpecies, partaſe el maior por el menor, ſi el *Quociente* es 1, y el denominador del quebrado ſe puede partir igualmente por ſu Numerador, ſerà la razon de la primera eſpecie, y el ſegundo *Quociente* le dara el nombre. Como para conocer la razon de 8 a 6. parto 8. por 6. ſale el *Quociente* $1\frac{2}{6}$. parto 6 por 2, es el *Quociente* 3.

digo que es *sequitercia*. Tambien 56 à 49: es el *Quociente* $1\frac{7}{49}$: parto 49. por 7, sale el *Quociente* 7: digo que 56 a 49. es razon *sequiseptima*: Pero si el denominador del quebrado no se puede partir igualmente por su numerador, serà la Razon de la segunda especie, y el mesmo quebrado le dara el nombre: como 10 a 7. sale el *Quociente* $1\frac{3}{7}$. y porque el 7 no se puede partir por 3, dirè que es la razon de la segunda especie, y serà *supertriparciens septimas &c.*

65 La tercera especie es, quando el antecedente contiene al consequente justamente algunas vezes, y se llama *multiplice*: Partase el maior por el menor; el *Quociente* dara el nombre: si es 2, se dize *dupla*; si 3, *tripla*: si 10. *decupla* como 20 a 2. &c.

La quarta es, quando el antecedente contiene al consequente muchas vezes, y alguna parte mas; componese de la primera, y tercera, y de las dos toma el nombre de *Multiplice superparticular*. Si le contiene 2 vezes, y $\frac{1}{2}$, sera *dupla sequialtera*, como 5 a 2: Si $4\frac{1}{3}$ serà *quadrupla sesquitercia*, como 13 a 3.

La quinta, es quando el antecedente contiene al consequēte muchas vezes, y algunas partes mas: componese de la segunda, y tercera, y de las dos toma el nombre de *Multiplice superparciente*: Si le contiene 3 vezes, y $\frac{2}{5}$. serà tripla *superbiparciens quintas*. Como 17. a 5: lo qual se sabra partiendo como en el §. 64.

66 Quando el antecedente es menor, que el consequente, ai otras 5. especies con los mesmos nombres, poniendo antes la particula *sub* como 3 a 2 es *sesquialtera*, y 2 a 3. serà *subsesquialtera*: 5 a 3. es *superbiparciens tercias*; y 3 a 5. serà *sub superbiparciens tercias*. 4 a 2 es *dupla*, y 2 a 4 *subdupla*: 5 a 2 es *dupla sequialtera*, y 2 a 5. serà *subdupla sesquialtera*. 17 a 5. es *tripla superbiparciens quintas*, y 5 a 17 serà *subtripla superbiparciens quintas*. De donde concluio, que las especies de Razon son 11. una de igualdad. 5 de maior desigualdad, y 5 de menor desigualdad.

67 *Proporcion* es el respeto, ò relacion de una Razon a otra, y se divide en tantas especies como la razon: porque si comparamos una razon con otra puede ser igual, maior, ò menor. La razon de 4 a 2, es igual con la razon de 6 a 3, y maior que la de 3 a 2, y menor que la de 5 a 2. La proporcion, y razon se diferencian en esto, que la razon es de un numero a otro, y assi le bastan dos numeros, que son dos terminos, y la Proporcion pide dos razones, y assi està entre quatro terminos. La Proporcionalidad es el respeto de una Proporcion a otra, y como pide dos proporciones, està entre 8. terminos. Aunque la Proporcion puede estar entre dos razones desiguales, Euclides solo definio la proporcion de igualdad, esto es, el respeto de dos razones iguales, ò semejantes; y assi dixo, que la Proporcion era una semejança de dos razones: como si comparamos la razon de 4 a 2, con la de 6 a 3. son las dos iguales, y semejantes, porque las dos son duplas: a esta llamò Euclides Pro-

Proporcion, y desta sola hablarè, dexando a parte la Proporcion de desigualdad por agora.

68 Numeros *proporcionales* son los terminos de dos razones semejantes: conque es fuerça sean quatro, y aunque algunas vezes parecen solo tres, es porque el segundo se toma dos vezes. Como 2 a 4; assi 4 a 8. Desta definicion se sigue, que los numeros proporcionales seràn, quando el primero serà igualmente multiplice, ò la mesma parte, ò partes del segundo, que el tercero del quarto, porque entonces serà la mesma razon del primero al segundo, que del tercero al quarto, y assi seràn terminos de dos razones semejantes, como 4 a 3 es sesquitercia, y 12 a 9. tambien, conque 4. 3: 12. 9. son quatro numeros proporcionales.

69 *Si* quatro numeros son proporcionales, el Producto de la multiplicacion de los estremos, es igual al Producto de los dos medios; y si el Producto de los estremos es igual al de los medios, seràn los quatro numeros proporcionales (*Eucl.p.*19.*l.*7.) como 4. 3: 12. 9. son proporcionales: el Producto de 4, y 9, que es 36: es igual al Producto de 3, y 12, que es 36: y al contrario porque los Productos son iguales, digo que 4. 3: 12. 9. son numeros proporcionales.

De donde se infiere, que si dos numeros se multiplican entresi, el Producto tendra la mesma proporcion con el uno, q̃ el otro con la unidad. Como si 3. se

se multiplica por 4. seràn 12: digo que seràn proporcionales 12. 4: 3. 1: y tambien 12. 3: 4. 1: Porque el Producto de los estremos siempre es igual al Producto de los medios.

Tambien se infiere, que si un numero se parte por otro, el Partido tendrà la mesma proporcion con el Partidor, que el *Quociente* con la unidad: como si 12. se parte por 4. serà el *Quociente* 3, y seràn proporcionales 12. 4: 3. 1; porque el Producto de los estremos es igual al Producto de los medios.

70 Si quatro numeros son proporcionales, como el primero al segundo, assi el tercero al quarto: tambien seràn proporcionales el primero al tercero, como el segundo al quarto: y al contrario, el Quarto al tercero, como el segundo al primero; y el Quarto al segundo, como el tercero al primero: como 4. a 3. assi 12. a 9. Tambien como 4. a 12. assi 3. a 9. Tambien como 9. a 12. assi 3. a 4. y como 9. a 3. assi 12. a 4. La razon es porque siempre sale el mesmo Producto 36. tanto de los estremos, como de los medios.

Vltimamente si dos razones son iguales a otra, tambien son iguales entresi: como 4 a 2 assi 6. a 3: y, como 6 a 3, assi 10 a 5: luego tambien como 4 a 2, assi 10. a 5: y assi son proporcionales 4. 2: 10. 5.

CAP. XII.

DE LA REGLA DE TRES.

71 REGLA de tres, y de proporcion se dize, porque dados tres numeros busca el quarto proporcional: y se llama regla de Oro por su nobleza. Fundase en la dotrina del §. 69. porque si de quatro proporcionales el Producto del 2º, y 3º es igual al Producto del 1º y 4º: siguese, que partiēdo el Producto del 2º, y 3º por el 1º el *Quociente* ha de ser el 4º numero que se busca: Esto declara el quebrado siguiēte $\frac{2^{o}\,3^{o}}{1^{o}}$ el numerador es el Producto del 2º, y 3º que se ha de partir: y el denominador es el Partidor: Los modos de obrar son tantos, quantas son las diferencias de escrivir el quebrado.

Modo. 1º *Multiplica el 2º por 3º: y parte el Producto por el 1º*

Modo. 2º *Parte el 2º por el 1º y multiplica al Quociente por el 3º*

Modo. 3º *Parte el 3º por el 1º y multiplica al Quociente por el 2º*

Modo. 4º *Parte el 1º por el 2º: y parte el 3º. por el Quociente.*

Modo. 5º *Parte el 1º por el 3º y parte el 2º por el Quociente.*

La prueva de los 5. modos es multiplicar el 1º. y 4º: y tambien 2º y 3º y seran los Productos iguales; sino, està errado.

Exem-

Exemplo 1º

72 Si 80. reales ganan 30. reales 200. libras que ganaràn? *Por el modo* 1º Multiplica 30. por 200. sale 6000. parte por 80. sale 75. libras. *Por el modo* 2. Parte 30. por 80. sale $\frac{3}{8}$. multiplica por 200. sale $\frac{600}{8}$. que son 75: *Por el modo* 3º Parte 200. por 80. sale $2\frac{1}{2}$. que son $\frac{5}{2}$. multiplica por 30. seràn $\frac{150}{2}$. que son 75. *Por el modo* 4º Parte 80. por 30. sale $2\frac{2}{3}$. parte 200. por $2\frac{2}{3}$ sale $\frac{600}{8}$. que son 75. *Por el modo* 5º Parte 80. por 200: sale $\frac{2}{5}$: parte 30. por $\frac{2}{5}$. sale $\frac{150}{2}$ que son 75. La *Prueva* de todos. Multiplica 80. por 75: sale 6000. multiplica 200. por 30. sale 6000: luego està bien. Lo mesmo es en las mercaderias, cambios, è interesses: el modo 1º es mas facil.

73 Adviertase, que algunas vezes no estan los numeros con el devido orden: como si 8. varas valen 32. reales, por 20. reales què varas se daran? El orden es si 32. dan 8: quedaran 20? y saldrà. 5. Assi mesmo si en 15. dias se ganan 120 reales, para ganar 500. reales que dias seran menester? El orden es si 120. reales salen de 15. dias: 500. reales saldran de 62:

Regla.

Siempre que el termino de la misma especie, que el que falta, està en primer lugar; està alterado el orden: como si 10. lib. ganan 15. suel. 36 sueld. de quantas libras saldran? El termino que falta son libras de caudal: pues porque las 10. libras de caudal estàn en primer lugar, digo que està mudado el orden: y assi

 dirè

dirè si 15. suel. salen de 10. lib. 36. sueldos saldràn de 24. lib.

Exemplo 2.°

74. Algunas vezes se dan dos terminos simples, y uno compuesto, y assi se ha de hazer composicion de los otros dos: como: Por cada libra ai un real de drechos: he gastado 500. reales entre todo, quanto montan los drechos? Digo, que pues los 500. reales se conponen de caudal, y drechos, he de componer tambien la 1. lib. con su drecho, que es 1. real, y seran 11. reales: Luego si en 11. reales ai 1. de drechos en 500. abrà $45\frac{5}{11}$. Tambien podia dezir si en 11. reales ai 10. de caudal, en 500. abrà $454\frac{6}{11}$.

Lo mesmo se guarda en los cambios, interesses, y reduccion de monedas. Como 500. lib. de plata se han de cõvertir en oro, ò se han de trasportar a Flandes pagando a 10. por 100: que subirà el interes?

Sumense los 100. con su interes, y sera 110. digo que si 110. contienen 10. de interes: las 500: tendran $45\frac{50}{110}$.

75. Para reduzir unas monedas a otras, basta saber una cantidad de una especie, quanto es de la otra: y disponer la regla de tres, si 8. reales de plata valen en Cataluña, ò Madrid 14. de vellon: que valdran 56? y hallo, que 98: y al contrario si 14. de vellon se reduzen a 8. de plata: 98. de vellon se reduziran a 56. de plata. Tambien si un real de 8. vale en Francia 3. Francs, ò libras Francesas. 556. lib. en reales de a 8. que

que valdran en Francia? reduzgo las 556. lib. en reales, seran 5560: y dispongo la regla de tres. Si 8. reales valen 3. lib. 5560. reales valdran 2085. libras Francesas: y al contrario, si 3. lib. Francesas valen 8. reales de plata doble 2085. lib. valdran 5560. reales. El mesmo estilo se guarda en todo genero de monedas, è interesses.

Proporcion reciproca, ò inversa.

76. Si creciendo el tercer numero, tambien el quarto ha de crecer; y menguando el tercero, el quarto ha de menguar la regla de tres, y la proporcion es directa: pero si creciendo el tercero, el quarto mēgua; y menguando el tercero, crece el quarto; la regla de tres, y proporcion es reciproca, inversa, ò indirecta; y entonces el tercero es el Partidor, ò se ha de hazer primero, y obrar como antes.

Exemplo. 1.° Si el caiz de trigo vale 6. lib. por 4. dineros dan 10. onzas de pan: si valiesse el caiz 5. lib. por los mesmos quatro dineros quantas onzas darian? Claro està, que si el precio mengua, ha de crecer el pan: y assi es la proporcion inversa: dexando pues los 4. din. como sino estuviessen: la proporcion es, como 5. lib. precio menor a 6. lib. precio maior: assi 10. onzas cantidad menor a 12. onzas cantidad maior luego multiplicando 6. por 10. seran 60. y partidos por 5. saldran 12. onzas.

Exemplo. 2.° Si 3. oficiales acabã vna obra en 12. dias: 4. oficiales en quantos la acabaran? Pues creciē-do do los oficiales menguan los dias, es la proporcion inverſa: multiplica 3. por 12. ſeran 36. parte por 4. y ſera el *Quociente* 9. dias: la proporcion es: como 4. a 3. aſsi 12. a 9.

Exemplo. 3° En vn caſtillo ai comida para 8500. Soldados para 8. meſes: ſi huvieſſe de durar 25. meſes para quantos Soldados abria? La proporcion es: como 25. a 8. aſsi 8500. a 2720. Soldados, multiplica 8500. por 8. ſale 68000. parte por 25. ſale 2720. Soldados.

77 Adviertaſe que algunas vezes parece la proporcion inverſa, y no lo es, ſino que eſtã los numeros fuera de ſu lugar.

Exemplo. 1° Si vna redoma ſe llena con 20. din. de vino de 5. reales: por quantos dineros ſe llenarà de vino de 8. reales? Porque la eſpecie que falta ſon dineros, no pueden los 20. din. eſtar en el primer lugar: y aſsi la verdadera proporcion es. Si 5. reales dan 20. din. 8. reales que daran? Salen 32. dineros.

CAP. XIII.

De la compoſicion de muchas proporciones.

78 AVNQVE eſta materia es tan obſcura, como dilatada, y poco explicada de los Autores, procurarè reduzirla à la claridad, y brevedad que deſeo. Todas las queſtiones de proporcion

tie

tienen dos partes: de la Primera ſe conocen todos los numeros, de la Segunda falta vno que ſe buſca: y de tantas proporciones ſe compone la queſtion, quãtos ſon los numeros conocidos de la Segunda parte: eſtas proporciones pueden ſer todas directas, ò vnas directas, y otras inverſas. Los numeros ſiempre ſe han de diſponer deſuerte, que el 1° de la vna parte ſea de la miſma eſpecie que el 1° de la otra &c. deſuerte que ſe correſpõdan el 1° con el 1° el 2° con el 2° &c. como en eſte.

Exemplo.

Primera parte.				*Segunda parte.*		
1°	2°	3°	⁜	4°	5°	6°
7. *Hõbres*	10. *dias.*	50. *lib.*	⁜	8. *Hõbres*	14. *dias.*	80. *lib.*

Si 7. Hõbres en 10. dias ganã 50. libras. ⁜ 8. Hõbres en 14. dias que ganaran? El lugar del numero que ſe buſca ſe dexarà vazio: eſto es ſi ſe buſcan las libras ſe dexarà vazio el 6° lugar. Si los dias el 5° y ſi los Hombres el 4° la Primera operacion es dexando los numeros intermedios, como ſino eſtuvieſſen, diziendo ſi 7. Hombres ganan 50. libras, que ganaran 8. Hombres? Por el §. 71. multiplica 50. por 8. ſale 400. parte por 7. haziẽdo quebrado ſale $\frac{400}{7}$. eſto ganarà los 8. Hombres en el meſmo tiempo que los 7: y por ſer diferente el tiempo, ſe harà otra operacion. Si en 10. dias ganan $\frac{400}{7}$, que ganarà en 14. dias? Multiplica $\frac{400}{7}$ por 14: multiplicando el numerador (§. 46.) ſale $\frac{5600}{7}$. parte por 10. multiplicando el denomina-

mina

minador 7. por 10. (§. 46.) ſera $\frac{5600}{70}$. El numerador de eſte quebrado es el Producto del 3° 4° y 5° y el denominador es el Producto del 1° y 2°: luego partiendo 5600. por 70. ſera 80. libras el 6° numero que ſe buſca; y al contrario multiplicando 70. por 80. ſera el Producto 5600. Luego el Producto del 3° 4° y 5° es igual al Producto del 1° 2° y 6° y eſto ſignifican los numeros ſiguientes partidos por medio cō una raya 6° 1° 2° | 3° 4° 5°

Si la queſtion fuere compueſta de mas proporciones, y tuviere 7. ò mas numeros ſe continuarà la operacion con el meſmo eſtilo. De donde ſe infiere, que

79 *Quando todas las proporciones ſon directas.*

Si ſe eſcrive primero el numero que falta, y luego por ſu orden los numeros dados, partiendo con vna linea tantos a una parte como a otra, ſeran los Productos de vna, y otra parte iguales: como ſe ve

Para queſtiones de 5. nume.	6° 1° 2°	3° 4° 5°
Para queſtiones de 7.	8° 1° 2° 3°	4° 5° 6° 7°
Para queſtiones de 9.	10° 1° 2° 3° 4	5° 6° 7° 8° 9°

Y aſsi ſe puede continuar infinitamente para las queſtiones de 11. 13. 15. y mas numeros: y ſiempre el Producto de la una parte ſera igual al Producto de la otra: eſto es, en las queſtiones de 5. numeros, el Producto del 6° 1° y 2° ſera igual al Producto del 3° 4° y 5° y en las de 7. numeros el Producto del 8° 1° 2° 3° ſera igual al Producto del 4° 5° 6° 7° &c.

Eſtos numeros ſe reduziran facilmente a quebra-

do, tomādo los de la mano drecha por Numerador, y los de la hizquierda por Denominador: como ſe ve, ò al contrario.

Para las queſt. de 5. num. ſera el Quebra. $\frac{3^{o}4^{o}5^{o}}{6^{o}1^{o}2^{o}}$ o $\frac{6^{o}1^{o}2^{o}}{3^{o}4^{o}5^{o}}$

Para las de 7. numeros. $\frac{4^{o}5^{o}6^{o}7^{o}}{8^{o}1^{o}2^{o}3^{o}}$ o $\frac{8^{o}1^{o}2^{o}3^{o}}{4^{o}5^{o}6^{o}7^{o}}$

Para las de 9. numeros. $\frac{5^{o}6^{o}7^{o}8^{o}9^{o}}{10^{o}1^{o}2^{o}3^{o}4^{o}}$ o $\frac{10^{o}1^{o}2^{o}3^{o}4^{o}}{5^{o}6^{o}7^{o}8^{o}9^{o}}$

80 *Quando huviere proporcion inverſa.*

El numero en que ſe hallare la inverſion, mudarà de lugar con ſu correſpondiente, paſſandole del Denominador al Numerador, y quedarà formado el nuevo quebrado indirecto, como ſe ſigue.

Para queſtionos de 5. numeros con proporcion reciproca.

Si la inverſiō eſtà en el 1° ſerà el Quebra. $\frac{3^{o}1^{o}5^{o}}{6^{o}4^{o}2^{o}}$ o $\frac{6^{o}4^{o}2^{o}}{3^{o}1^{o}5^{o}}$

Si la inverſiō eſtà en el 2° ſerà $\frac{3^{o}4^{o}2^{o}}{6^{o}1^{o}5^{o}}$ o $\frac{6^{o}4^{o}2^{o}}{3^{o}4^{o}2^{o}}$

Para queſtiones de 7. numeros con proporcion reciproca.

Si la inverſion eſtà en el 1° ſera $\frac{4^{o}1^{o}6^{o}7^{o}}{8^{o}5^{o}2^{o}3^{o}}$ o $\frac{8^{o}5^{o}2^{o}3^{o}}{4^{o}1^{o}6^{o}7^{o}}$

Si eſtà en el 2° ſera $\frac{4^{o}5^{o}2^{o}7^{o}}{8^{o}1^{o}6^{o}3^{o}}$ o $\frac{8^{o}1^{o}6^{o}3^{o}}{4^{o}5^{o}2^{o}7^{o}}$

Si eſtà en el 3° ſera $\frac{4^{o}5^{o}6^{o}3^{o}}{8^{o}1^{o}2^{o}7^{o}}$ o $\frac{8^{o}1^{o}2^{o}7^{o}}{4^{o}5^{o}6^{o}3^{o}}$

Si eſtà en el 1° y 2° ſera $\frac{4^{o}1^{o}2^{o}7^{o}}{8^{o}5^{o}6^{o}3^{o}}$ o $\frac{8^{o}5^{o}6^{o}3^{o}}{4^{o}1^{o}2^{o}7^{o}}$

Si en el 1° y 3° ſera $\frac{4^{o}1^{o}6^{o}3^{o}}{8^{o}5^{o}2^{o}7^{o}}$ o $\frac{8^{o}5^{o}2^{o}7^{o}}{4^{o}1^{o}6^{o}3^{o}}$

Si en el 2° y 3° ſera $\frac{4^{o}5^{o}2^{o}3^{o}}{8^{o}1^{o}6^{o}7^{o}}$ o $\frac{8^{o}1^{o}6^{o}7^{o}}{4^{o}5^{o}2^{o}3^{o}}$

81 El meſmo eſtilo ſe guarda en las queſtiones de 9. 11. y mas numeros. Deſuerte que para reſolver qualquier pregunta de proporcion, lo 1° ſe ha de ver, quantos ſon los numeros conocidos, que ſiempre ſeran 3. 5. 7. 9. &c. Lo 2° ſe ha de formar el quebrado directo conforme el §. 79. Lo 3° ſe ha de ver, ſi ay proporcion reciproca, ò inverſa conforme el §. 76.

Lo 4° ſi ay indireccion, ſe reduzirà el quebrado directo a indirecto por el §. 80. Lo 5° ſe ha de advertir, que para reſolver todas las queſtiones de proporcion, formado ya el quebrado, ſirven de Partidores los numeros conocidos, que eſtà en aquella parte del quebrado, donde eſta el numero, que ſe buſca: como ſi ſe propone el exemplo del §. 78. que es de 5. numeros eſcrivirè 6° 1° 2° | 3° 4° 5° y formarè el quebrado directo $\frac{3^{\circ}4^{\circ}5^{\circ}}{6^{\circ}1^{\circ}2^{\circ}}$, y porque no ay proporcion inverſa, eſte ſera el quebrado, que ha de ſervir: digo pues; que ſi ſe buſca el numero 6° ſeran los Partidores. 1° y 2° ſi ſe buſca el nume. 5° ſerà Partidores 3° y 4° ſi ſe buſca el 4° ſeran Partidores 3° y 5°, y aſsi de los otros &c.

En los breves preceptos de eſte Capitulo ſe comprenden todas las compoſiciones de proporcion, y todos los modos de reſolver la queſtion, que pedian millares de reglas: como ſe vera en la pratica de los ſiguientes Capitulos.

CAP. XIIII

Compoſicion de dos proporciones.

82 VNA proporcion pide tres numeros: y luego por cada proporcion ſe añaden dos numeros; y aſsi las queſtiones de 5. numeros ſe com-

componen de dos proporciones: las de 7. de tres. Las de 9. de quatro. Las de 11. de cinco &c.

Exemplo 1° Si 7. Hombres en 10. dias ganan 50. libras ⁜ 8. Hombres en 14. dias que ganaran? Diſponganſe los numeros por ſu orden, como ſe dixo §. 68. y ſe dexara vazio el 6° lugar, porque ſe buſca el numero 6° deſta ſuerte.

1°	2°	3°	⁜	4°	5°	6°
7. *Homb.*	10. *dias*	50. *lib.*	⁜	8. *Homb.*	14. *dias*	.. *lib.*

El Quebrado por el §. 81. es $\frac{3^{\circ}4^{\circ}5^{\circ}}{6^{\circ}1^{\circ}2^{\circ}}$

De donde nacen las ſiguientes. *Reglas generales.*

Regla. 1. Para hallar el 6° parte 3° 4° y 5° por 1° y 2°

Regla. 2. Para hallar el 5° parte 6° 1° y 2° por 3° y 4°

Regla. 3. Para hallar el 4° parte 6° 1° y 2° por 3° y 5°

Porque en el exemplo propueſto ſe buſca el 6° por la Regla. 1. multiplica el 3° 4° y 5° eſto es 50. por 8. ſera el Producto 400: y eſtos por 14. ſera 5600. Multiplica luego 1° y 2° eſto es 7. por 10: ſera 70: parte 5600. por 70. ſera el *Quociente* 80. lib. el numero 6° que ſe buſcava.

83 *Exemplo* 2° Si 7. Hombres en 10. dias ganan 50. lib. ⁜ 8. Hombres en que dias ganaran 80. lib? porque ſe buſca el 5° dexarè vazio el 5° lugar.

1°	2°	3°	⁜	4°	5°	6°
7. *Homb.*	10. *dias.*	50. *lib.*	⁜	8. *Homb.*	.. *dias*	80. *lib.*

Por la Regla 2. multiplica el 6° 1° y 2°: eſto es 80. por 7. y el Producto 560. por 10: ſera 5600. Multiplica 3° y 4° eſto es 50. por 8. ſale 400. parte 5600.

 por

por 400. y ſera el *Quociente* 14. dias, el numero que ſe buſcava.

84 *Exemplo* 3º 7. Hombres en 10. dias ganan 50. lib. ⁜ Quantos Hombres en 14. dias ganaran 80. libras?

7. *Homb.* 10. *dias* 50. *lib.* ⁜ ... *Homb.* 14. *dias.* 80. *lib.*

Por la Regla 3. multiplica el 6º 1º y 2º ſera 5600: multiplica 3º y 5º ſera 700. parte 5600. por 700: y ſalen 8. Hombres.

Quando la pregunta no guarda el devido orden, deve el Arithmetico ordenar los numeros conforme la Regla del §. 78. como ſi ſe pregunta 7. Hombres en 10. dias ganan 50. libras: para ganar 80. lib. en 14. dias quantos Hombres han de ſer? el orden es. Quãtos Hombres en 14. dias ganaran 80. lib? como en el Exemplo 3: y eſto quiere ſumo cuidado.

Compañias con tiempo.

85 El meſmo eſtilo ſe guarda en las Compañias de Mercaderes con tiempo: como: ſi dos hizieron Compañia el 1º puſo 7. doblones de caudal, y en 10. años ganò 500. lib. el 2º puſo 8. doblones, en 14. años que ganò? por la Regla 1. ſe hallarà la ganãcia. 800. libras: como en el Exemplo 1º Si ſe buſca el tiẽpo como en el Exemplo 2º, por la Regla 2. ſe hallaràn 14. años. Si ſe buſca el caudal, por la Regla 3. ſe hallaràn 8. doblones, como en el Exemplo 3º.

86 *Arte para hallar nuevos modos de reſolver.* Cada exemplo ſe puede reſolver de tantos modos, quantas diferencias ſe hallaràn de reduzir los numeros conocidos al quebrado, dexando el numero q̃ ſe buſca. Primero ſe haràn quatro rayas — — — — que denotan quatro operaciones neceſſarias para las queſtiones de dos proporciones; y ſeis para las de tres; y ocho para las de quatro &c. Luego ſe eſcrivirã los numeros como en el §. 79. eſto es 6º 1º 2º | 3º 4º 5º.

Para hallar, lo que ſe deve hazer en cada operacion, ſe guardaràn cõ ſumo cuidado las reglas ſiguientes.

87 *Regla.* 1. Los numeros que eſtan en la parte del numero, que ſe buſca, ſon *Partidores*, y ſe han de eſcrivir debaxo las rayas. Los otros ſon *Multiplicadores*, y ſe han de eſcrivir ſobre ellas: como ſi ſe buſca el 6º ſe han de eſcrivir debaxo las rayas el 1º y 2º, y ſobre ellas el 3º 4º, y 5º: ſi ſe buſca el 5º los *Partidores* 3º, y 4º ſe eſcriviràn debaxo, y los *Multiplicadores* 6º 1º y 2º encima &c. ⁜ *Regla.* 2. En ninguna raya ha de eſtar un meſmo numero dos vezes. ⁜ *Regla.* 3. La primera operacion pide dos numeros, y aſsi en la raya primera ſe eſcrivirã dos numeros, uno ſobre otro: como $\frac{4º}{2º}$ no quiero dezir, quatro partido por dos, ſino que el numero quarto de la queſtion ſe parta por el ſegundo. Item $\frac{5º}{1º}$ que el quinto ſe parta por el primero. &c. ⁜ *Regla.* 4. La ſegunda operacion ſe conpone de la primera, y de otro nuevo numero, y aſsi en la ſegunda raya ſe eſcrivẽ los meſmos numeros, q̃ en la primera, y ſe añade otro de nuevo; y ſi el añadido es de los *Multiplicadores*, ſe pone arriba, y

ba, y denota que ſe multiplique por el, lo que ſalio de la operacion antecedente: como $\frac{4^{\circ}}{2^{\circ}}$ $\frac{4^{\circ}5^{\circ}}{2^{\circ}}$ partaſe el 4º por el 2º: y deſpues multipliqueſe lo que ſalio, por el 5º. Pero ſi el numero, que ſe añade, es de los *Partidores* ſe eſcrivirà debaxo, y denota, q̄ ſe parta por el, lo que ſalio de la operacion antecedēte: como $\frac{3^{\circ}}{1^{\circ}}$ $\frac{3^{\circ}}{1^{\circ}2^{\circ}}$ partaſe el 3º por el 1º y deſpues partaſe el *Quociente* por el 2º. La tercera operacion ſe compone de la ſegunda, y de otro numero añadido, con la miſma advertencia &c. Deſuerte que cada raya tenga los numeros de la antecedente, y otro mas: y la vltima tenga todos los numeros, menos el que ſe buſca: pero el Arithmetico tiene arbitrio, para començar como le pareciere, y en eſto conſiſte la fecundidad.

88 Platiquemos eſto en el Exemplo del §. 82. ſi 7. Hombres &c.

1º 2º 3º ✱ 4º 5º 6
7. *Hom.* 10. *di.* 50. *lib.* ✱ 8. *Hom.* 14. *di.* ... *lib.*

Eſcrivo los numeros 6º 1º 2º | 3º 4º 5º y pues ſe buſca el 6º veo que ſon Partidores el 1º y 2º hechas las quatro rayas eſcrivo como quiero: guardando las 4. *Reglas* del §. 87. $\frac{4^{\circ}}{1^{\circ}}$ $\frac{4^{\circ}3^{\circ}}{1^{\circ}}$ $\frac{4^{\circ}3^{\circ}}{1^{\circ}2^{\circ}}$ $\frac{4^{\circ}3^{\circ}5^{\circ}}{1^{\circ}2^{\circ}}$ en la primera operaciō parto el 4º por el 1º eſto es 8. por 7. ſale $\frac{8}{7}$, y porque la ſegunda raya tiene el numero 3º añadido ſobre la raya: multiplico $\frac{8}{7}$ por el 3º que es 50: ſale $\frac{400}{7}$ (§. 46.) y porque la tercera raya tiene el numero 2º añadido debaxo la raya, partirè $\frac{400}{7}$ por el 2º, que es 10: multiplicando el denominador 7. por 10. (§. 46.)

(§. 46.) ſale $\frac{400}{70}$: y porque la quinta raya tiene el numero 5º añadido ſobre la raya: multiplico $\frac{400}{70}$. por el 5º que es 14: ſale $\frac{5600}{70}$: que por el § 39. es 80. *lib.*

Otra vez: hago 4: rayas, y eſcrivo como quiero $\frac{5^{\circ}}{2^{\circ}}$ $\frac{5^{\circ}}{2^{\circ}1^{\circ}}$ $\frac{5^{\circ}3^{\circ}}{2^{\circ}1^{\circ}}$ $\frac{5^{\circ}3^{\circ}4^{\circ}}{2^{\circ}1^{\circ}}$: partaſe el 5º por el 2º partaſe el *Quociente* por el 1º multipliqueſe el *Quociente* por el 3º: multipliqueſe el Producto por el 4º: otra vez $\frac{3^{\circ}}{1^{\circ}}$ $\frac{3^{\circ}5^{\circ}}{1^{\circ}}$ $\frac{3^{\circ}5^{\circ}4^{\circ}}{1^{\circ}}$ $\frac{3^{\circ}5^{\circ}4^{\circ}}{1^{\circ}2^{\circ}}$ Parte el 3º por el 1º: multiplica el Producto por el 5º: multiplica el Producto por el 4º Parte el Producto por el 2º: ſiēpre ſaldrā 80. *lib.* que es el 6º numero que ſe buſca.

89 El meſmo artificio ſe guarda para hallar el numero quinto: del Exemplo. 2. §. 83. ſi 7. hombres en 10. *dias* &c.

7. *Homb.* 10. *di.* 50. ✱ 8. *Hom.* ... *dias.* 80. *lib.*

Eſcrivo los numeros 6º 1º 2º | 3º 4º 5º: y pues ſe buſca el 5º ſerà los Partidores que ſe han de eſcrivir debaxo las rayas: el 3º y 4º: (§. 86.) eſcrivo pues los numeros en las quatro rayas, como quiero: $\frac{6^{\circ}}{3^{\circ}}$ $\frac{6^{\circ}2^{\circ}}{3^{\circ}}$ $\frac{6^{\circ}2^{\circ}}{3^{\circ}4^{\circ}}$ $\frac{6^{\circ}2^{\circ}1^{\circ}}{3^{\circ}4^{\circ}}$: &c. Parte el 6º por el 3º multiplico por el 2º parto por el 4º multiplico por el 1º &c. Para hallar el 4º ſeran Partidores 3º y 5º: eſcrivo pues $\frac{1^{\circ}}{5^{\circ}}$ $\frac{1^{\circ}}{5^{\circ}3^{\circ}}$ $\frac{1^{\circ}6^{\circ}}{5^{\circ}3^{\circ}}$ $\frac{1^{\circ}6^{\circ}2^{\circ}}{5^{\circ}3^{\circ}}$ Exerciteſe el Arithmetico, y continue en variar los numeros, guardando las Reglas del §. 87. y para cada Exemplo hallarà tantos modos, que le cauſaràn no menos admiraciō, que guſto.

90 *Compoſicion de proporcion inverſa, y directa.*

Para conocer ſi alguna de las proporciones es inver-

ſa, ò

ſa, ò reciproca ſe guardarà la Regla del §. 70. como ſi una pieça de paño cueſta 40. *lib.* por 50. *Reales* dan 15. *palmos.* ⁜ Si otra pieça igualmente larga cueſta 30. *lib.* por 70. *Rea.* que palmos daràn? Porque menguando el valor de la pieça, han de ſer mas los palmos, ſerà la proporcion *inverſa* (§. 76.) diſponganſe los numeros.

1º	2º	3º	⁜	4º	5º	6º
40. *lib.*	50. *Rea.*	15. *Pal.*	⁜	30. *lib.*	70. *Rea.*	28. *Pal.*

Por el §. 79. eſcrivo 6º 1º 2º | 3º 4º 5º: y formò el Quebrado $\frac{6.1.2}{3.4.5}$, o $\frac{3^{o}4^{o}5^{o}}{6^{o}1^{o}2^{o}}$. y porque la inverſion està en el valor de las pieças, eſto es en el Primero, y quarto numero, les paſſare del Numerador al denominador (§. 80): y ſeran los quebrados $\frac{6^{o}4^{o}2^{o}}{3^{o}1^{o}5^{o}}$ o $\frac{3^{o}1^{o}5^{o}}{6^{o}4^{o}2^{o}}$ de donde nacen las ſiguientes.

91 *Reglas generales.*

Regla. 1. Para hallar el 6º parte el 3º 1º 5º por el 4º 2º.
Regla. 2. Para hallar el 5º parte el 6º 4º 2º por el 3º 1º.
Regla. 3. Para hallar el 4º parte el 3º 1º 5º por el 6º 2º.

Pues ſe buſca el 6º que ſo los palmos: por la *Regla.* 1. multiplico el 3º que es 15. *pal.* por el 1º que es 40. *lib.* y el Producto 600. por el 5º que es 70. *Rea.* y ſale 42000. multiplico deſpues el 4º que es 30. *lib.* por el 2º: que es 50. *Rea:* ſale 1500: y parto 42000. por 1500: ſalen 28. *palmos.*

Exemplo. 2: Si la pieça cueſta 40. *lib.* &c. ⁜ Si coſtaſſe 30. *lib.* por quantos reales darian 28. *palm.* Por la *regla* 2. ſe hallaran 20. *reales.* *Exemplo* 3. Si cueſta

ta 40. &c. ⁜ que coſtaria ſi por 70. *rea.* dieſſen 28. *pal.* por la *Regla* 3. ſalen 30. *lib.*

92 El meſmo eſtilo ſe guarda en otras eſpecies: como ſi un Foſſo, Pozo, edificio &c. le acaban 40. hombres en 50. ſemanas trabajando 15. horas cada ſemana ⁜ para acabarle 30. hombres en 70. ſemanas, avian de trabajar 28. horas: Item ſi vn ſaco de Almẽdra, Arroz, Pimienta &c. cueſta 40. ducados por 50. ſueldos dan 15. *lib.* ſi coſtaſſe 30. ducados, por 70. ſueldos darian 28. *lib.* porque en todas ay una proporcion inverſa.

93 Para hallar nuevos modos, ſe obſervaràn las Reglas del §. 87: y pues el quebrado inverſo es $\frac{3^{o}1^{o}5^{o}}{6^{o}4^{o}2^{o}}$. (§. 90.) Para hallar el 6º ſeràn *Partidores*, que ſe han de eſcrivir debaxo las rayas, el 4º y 2º: conq̃ puedo eſcrivir. $\frac{3^{o}}{4^{o}}$ $\frac{3^{o}}{4^{o}2^{o}}$ $\frac{3^{o}1^{o}}{4^{o}2^{o}}$ $\frac{3^{o}1^{o}5^{o}}{4^{o}2^{o}}$. Item $\frac{5^{o}}{2^{o}}$ $\frac{5^{o}1^{o}}{2^{o}}$ $\frac{5^{o}1^{o}}{2^{o}4^{o}}$ $\frac{5^{o}1^{o}3^{o}}{2^{o}4^{o}}$ &c. Para hallar el 5º ſon *Partidores* el 3º y 1º: Eſcrivo pues $\frac{4^{o}}{1^{o}}$ $\frac{4^{o}6^{o}}{1^{o}}$ $\frac{4^{o}6^{o}}{1^{o}3^{o}}$ $\frac{4^{o}6^{o}2^{o}}{1^{o}3^{o}}$. Item $\frac{2^{o}}{3^{o}}$ $\frac{2^{o}6^{o}}{3^{o}}$ $\frac{2^{o}6^{o}}{3^{o}1^{o}}$ $\frac{2^{o}6^{o}4^{o}}{3^{o}1^{o}}$ &c. Para hallar el 4º ſon *Partidores* el 6º y 2º y aſsi eſcrivo $\frac{1^{o}}{2^{o}}$ $\frac{1^{o}}{2^{o}6^{o}}$ $\frac{1^{o}3^{o}}{2^{o}6^{o}}$ $\frac{1^{o}3^{o}5^{o}}{2^{o}6^{o}}$. Item $\frac{1^{o}}{6^{o}}$ $\frac{1^{o}5^{o}}{6^{o}}$ $\frac{1^{o}5^{o}3^{o}}{6^{o}}$ $\frac{1^{o}5^{o}3^{o}}{6^{o}2^{o}}$ &c. Eſto es facil, ſi ſe entendieron bien los §. §. 88. y 89.

CAP. XV.

COMPOSICION DE TRES, Y QUATRO proporciones.

94 QUando ſe dan 7. numeros, y ſe buſca otro, es la compoſicion de tres proporcio-

porciones , y son necessarias seis operaciones.

Composicion de tres proporciones directas.

Si 10. hombres con 20. doblones cada uno, en 15. semanas ganan 200. *libras* ⁜ 20. hombres con 12. doblones en 13. semanas, que ganaràn ? digo que 208. *libras*.

1º 2º 3º 4º ⁜ 5º 6º 7º 8º

10.*ho*.20.*dob*.15.*se*.200.*li*. ⁜ 20.*h*.12.*d*.13.*s*. 208.*l*.

Porque se dan 7. numeros escrivo (§. 79.) 8º 1º 2º 3º | 4º 5º 6º 7º de donde salen los *Quebrados* $\frac{4^{\circ}5^{\circ}6^{\circ}7^{\circ}}{8^{\circ}1^{\circ}2^{\circ}3^{\circ}}$ o $\frac{8^{\circ}1^{\circ}2^{\circ}3^{\circ}}{4^{\circ}5^{\circ}6^{\circ}7^{\circ}}$ y las siguientes

95 *Reglas generales.*

Regla.1. *Para el* 8º *Parte el* 4º 5º 6º 7º *por el* 1º 2º 3º.
Regla.2. *Para el* 7º *Parte el* 8º 1º 2º 3º *por el* 4º 5º 6º
Regla.3. *Para el* 6º *Parte el* 8º 1º 2º 3º *por el* 4º 5º 7º
Regla.4. *Para el* 5º *Parte el* 8º 1º 2º 3º *por el* 4º 6º 7º

Pues se buscan las *libras*, que es el 8º por la *Regla* 1. multiplica el 4º 5º 6º 7º esto es 200. *li*. por 20. *ho*: y el producto 4000. por 12. *do*. y el producto 48000. por 13. *se*: sale 624000. Luego multiplica el 1º 2º 3º: esto es 10. *ho*. por 20. *do*: y el producto 200. por 15. *se*: sale 3000: Parte 624000. por 3000: salen 208. *lib*. el numero 8º.

96 *Exemplo*. 2. Si 10. *hombres* &c. ⁜ 20. *hom*. con 12. *do*. en quantas *semanas* ganaràn 208. *lib*? por la *Regla*. 2. Multiplica el 8º 1º 2º 3º sale 624000. Multiplica el 4º 5º 6º sale 48000. parte 624000. por 48000: salen 13. *sem*. el numero 7º.

Exem-

Exemplo.3. Si 10. *hom*. &c. ⁜ 20. *hom*. con quantos *dob*. en 13. *sem*. ganaràn 208. *lib*? Por la *Regla*.3. se hallaràn 12. *dob*.

Exemplo.4. Si 10. *hom*. &c. ⁜ Quantos *hombres* con 12. *do*. en 13. *sem*. ganaràn 208. *lib*? Por la *Regla*.4. se hallaràn 20. *hombres*.

97 *Composicion de dos directas, y una inversa.*

Si el caiz de trigo vale 6. *lib*. y pesa 12. *arrobas*, por 4. *dineros* dan 10. *onzas* de pan. ⁜ Si valiesse el caiz 5. *lib*: y pesasse 13. *arrobas*, por 8. *din*. quantas *onzas* darian? digo que 26.

1º 2º 3º 4º ⁜ 5º 6º 7º 8º

6.*lib*. 12.*ar*. 4.*din*. 10.*on*. ⁜ 5.*li*. 13.*ar*. 8.*di*. 26.*on*.

Porque menguando el precio del trigo, ha de crecer el pan, serà la proporcion inversa (§. 76.) escrivo 8º 1º 2º 3º | 4º 5º 6º 7º los quebrados directos son $\frac{4^{\circ}5^{\circ}6^{\circ}7^{\circ}}{8^{\circ}1^{\circ}2^{\circ}3^{\circ}}$ o $\frac{8^{\circ}1^{\circ}2^{\circ}3^{\circ}}{4^{\circ}5^{\circ}6^{\circ}7^{\circ}}$ y pues la inversion està en el 1º y 5º mudaràn lugares , y serà el quebrado inverso $\frac{4^{\circ}1^{\circ}6^{\circ}7^{\circ}}{8^{\circ}5^{\circ}2^{\circ}3^{\circ}}$ o $\frac{8.5.2.3.}{4.1.6.7.}$ por el §. 80. de donde nacen las siguientes.

98 *Reglas Generales.*

Regla.1. *Para el* 8º *Parte el* 4º 1º 6º 7º *por el* 5º 2º 3º
Regla.2. *Para el* 7º *Parte el* 8º 5º 2º 3º *por el* 4º 1º 6º
Regla.3. *Para el* 6º *Parte el* 8º 5º 2º 3º *por el* 4º 1º 7º
Regla.4. *Para el* 5º *Parte el* 4º 1º 6º 7º *por el* 8º 2º 3º

Pues se buscan las *onzas*, que es el 8º multiplica el 4º 1º 6º 7º que es 10. por 6. sale 60. este por 13. sale 780. este por 8. *din*. sale 6240. Multiplica 5º 2º 3º

I 2 que

que es 5. *lib.* por 12. *arr.* ſale 60. eſte por 4. *din.* ſale 240. Parte 6240. por 240. ſalen 26. *onz.* Si ſe buſcan los *dineros*, por la *Regla*. 2. ſe hallaràn 8. Si las *arrobas*, por la *Regla*. 3. ſe hallaràn 13. Si las *libras*, por la *Regla*. 4. ſe hallaràn 5. *lib.* Lo meſmo es de otras eſpecias de Arros, Almendra, Vino, Azeyte, Paños, &c: como ſi la pieça cueſta 6. *li*: tiene 12. *var.* por 40. *ſuel.* dan 10. *pal.* ⁜ Si coſtaſſe 5. *lib.* y tuvieſſe 13. *var.* por. 80. *ſuel.* darian 26. *pal.* &c.

99 *Compoſicion de dos inverſas, y una directa.*

Si una pieça de paño cueſta 40. *lib.* y tiene 5. palmos de ancho, por 4. doblones dan 10. *varas* ⁜ Si otra coſtaſſe 30. *lib*: de 3. *pal.* de ancho, por 6. doblones quantas varas darian? Eſta pregunta tiene tres caſos. *Caſo*. 1. Si las pieças ſon igualmente largas, pero de diferēte calidad, ſe reduze la queſtion a 5. numeros, dexando la ancharia, como ſino eſtuviera: Si cueſta 40. *lib.* por 4. *dob.* dan 10. *var.* ⁜ Si coſtaſſe 30. *lib.* por 6. *dob.* ques *varas* darian? Por el §. 90. y 91. ſe hallan 20. *var.* &c.

100 *Caſo*. 2. Si las pieças ſon de una meſma calidad, (que un palmo quadrado de la una, tiene el meſmo valor, que un palmo quadrado de la otra) aunque de diferentes eſpecies, ſean iguales, ò deſiguales: ſe reduze la queſtion a 5. numeros, dexando el valor de las pieças, como ſino eſtuviera. Si de una pieça de 5. palmos de ancho, por 4. doblones dā 10. *varas* ⁜ De otra de 3. palmos, por 6. doblones que varas daràn? Por

Por el §. 90. y 91: ſe hallaràn 25. *varas*, &c. Para ſaber ſi las pieças ſon iguales, ò deſiguales, ſupueſto que ſean de una meſma calidad; ò para ſaber ſi ſon de una meſma calidad, ſupueſto que ſon iguales, ſe harà una regla de tres: ſi 5. palmos de ancho dan 40. *lib.* 3. *pal.* daràn 24. *lib.* eſto avia de coſtar la ſegunda, para ſer iguales (ſi la compra fue al reſpeto) y pues coſtò mas, digo que la ſegunda es de mejor calidad, ò maior: y ſi coſtara menos de 24. fuera al contrario.

101 *Caſo*. 3. Si las pieças ſon deſiguales, y de calidad diferente, pero de igual area, ò ſuperficie, ò reciprocamente proporcionales, lo ancho, y largo de la una, con lo ancho, y largo de la otra; eſto es, que tantos palmos quadrados tenga la vna, como la otra; porque multiplicando lo ancho, y largo de la primera, ſale el meſmo Producto, que multiplicando lo ancho, y largo de la ſegunda; entonces ſirven los 7. numeros, y es la queſtion compueſta de tres proporciones, dos inverſas, y una directa: La una inverſion eſtà en el valor, porque quanto eſte crece, han de menguar las *varas*: La otra en la ancharia, porque creciendo eſta, las *varas* menguan (§. 76.) diſponganſe pues los numeros con el devido orden. (§. 78.)

1º 2º 3º 4º ⁜ 5º 6º 7º 8º
40. *li* 5. *pal.* 4. *do.* 10. *va.* ⁜ 30. *li.* 3. *pal.* 6. *do.* 33 $\frac{1}{3}$ *var.*

Eſcrivo luego 8º 1º 2º 3º | 4º 5º 6º 7º El quebrado directo (§. 79.) es $\frac{4º5º6º7º}{8º1º2º3º}$ o $\frac{8º1º2º3º}{4º5º6º7º}$ y pues las inverſiones eſtan en el 1º y 2º mudaràn lugar con ſus correſponrespondientes (§. 80.) y serà el quebrado de dos inversiones $\frac{4º\,1º\,2º\,7º}{8º\,5º\,6º\,3º}$ o $\frac{8º\,5º\,6º\,3º}{4º\,1º\,2º\,7º}$. De donde nacen las.

102 *Reglas Generales.*

Regla. 1. Para el 8º parte el 4º 1º 2º 7º por 5º 6º 3º
Regla. 2. Para el 7º parte el 8º 5º 6º 3º por 4º 1º 2º
Regla. 3. Para el 6º parte el 4º 1º 2º 7º por 8º 5º 3º
Regla. 4. Para el 5º parte el 4º 1º 2º 7º por 8º 6º 3º

Multiplico pues el 4º 1º 2º 7º esto es 10. *var.* por 40. *libras.* y el Producto 400. por 5. *pal.* y el Producto 2000. por 6. *dob.* sale 12000. Multiplicò el 5º 6º 3º esto es 30. *lib.* por 3. *pal.* y el Producto 90. por 4. *dob.* sale 360. parto 12000. por 360. salen $33\frac{120}{360}$. que es $33\frac{1}{3}$ *palmos.*

Por la *Regla. 2.* se hallaràn 6. *dob.* por la tercera 3. *pal.* por la quarta 3. *lib.* El mesmo estilo se guarda en las compras, y ventas, y reparticiones de campos, y en otras semejantes, atendiendo a la calidad, igualdad, ò desigualdad, &c. Y si no se da alguna destas cosas, ò la proporcion, que entre si tienen, no se podrà resolver la question, por no darse bastantes terminos.

103 *Composicion de 4. proporciones directas.*

Si 3. hombres cada uno con 4. Molinos de 6. muelas en 5. dias ganan 800. *Reales* ⁜ 7. hombres con 3. Molinos de 8. muelas en 2. dias que ganarà? Digo que $746\frac{2}{3}$ *Reales.* Escrivo 10º 1º 2º 3º 4º | 5º 6º 7º 8º 9º por el §. 79. el quebrado es. $\frac{5º\,6º\,7º\,8º\,9º}{10º\,1º\,2º\,3º\,4º}$.

1º 2º 3º 4º 5º ⁜ 6º 7º 8º 9º 10º
3. ho. 4. mo. 6. mu. 5. di. 800. re. ⁜ *7. ho. 3. mo. 8. mu. 2. di.* $746\frac{2}{3}$ *re.*

Reglas Generales.

Reg. 1. Para el 10º parte el 5º 6º 7º 8º 9º por 1º 2º 3º 4º
Reg. 2. Para el 9º parte el 10º 1º 2º 3º 4º por 5º 6º 7º 8º
Reg. 3. Para el 8º parte el 10º 1º 2º 3º 4º por 5º 6º 7º 9º
Reg. 4. Para el 7º parte el 10º 1º 2º 3º 4º por 5º 6º 8º 9º
Reg. 5. Para el 6º parte el 10º 1º 2º 3º 4º por 5º 7º 8º 9º

Los $746\frac{2}{3}$ *reales* se hallaràn por la *regla. 1.* Los 2. dias por la *reg. 2.* Las 8. muelas, por la *reg. 3.* Los 3. Molinos, por la *reg. 4.* Los 7. hombres, por la *reg. 5.* Apliquese a otros exemplos con el mismo artificio.

104 *Composicion de tres directas, y una inversa.*

Si una carga de harina vale 6. *pesos*, y pesa 12. *arrobas* de 30. *libras* por 12. *dineros* dan 30. *onzas* de pan. ⁜ Si valiesse 5. *pesos* la carga, y pesasse 13. *arrobas* de 25. *lib.* por 24. *dineros*, quantas onzas de pan daràn? Digo que 65.

1º 2º 3º 4º 5º ⁜ 6º 7º 8º 9º 10º
6. P. 12. A. 30. L. 12. D. 30. O. ⁜ *5. P. 13. A. 25. L. 24. D. 65. O.*

La inversion està en el 1º y 6º (§. 76.) el quebrado inverso por el §. 80. es $\frac{10º\,6º\,2º\,3º\,4º}{5º\,1º\,7º\,8º\,9º}$. De donde nacen las.

Reglas Generales.

Reg. 1. Para el 10º parte el 5º 1º 7º 8º 9º por 6º 2º 3º 4º
Reg. 2. Para el 9º parte el 10º 6º 2º 3º 4º por 5º 1º 7º 8º
Reg. 3. Para el 8º parte el 10º 6º 2º 3º 4º por 5º 1º 7º 9º
Reg. 4. Para el 7º parte el 10º 6º 2º 3º 4º por 5º 1º 8º 9º
Reg. 5. Para el 6º parte el 5º 1º 7º 8º 9º por 10º 2º 3º 4º

105 *Composicion de dos directas, y dos inversas.*

Si las piezas de paño cuestan a 40. *lib.* y tienen de ancho 5. quartas, por 4. doblones de valor de 35. *reales* dan 70. palmos. ⁜ Si otras piezas de la mesma superficie (§. 101.) costassen a 30. *lib.* y tuviessen de ancho 3. quartas, por 6. doblones de valor de 30. *reales*, quantos palmos darian? Digo que 200.

1º 2º 3º 4º 5º ⁜ 6º 7º 8º 9º 10º

40. L. 5. Q. 4. D 35. R. 70. P. ⁜ ***30. L. 3. Q. 6. D. 30. R. 200. P.***

La primera inversiõ està en el 1º y 6º y la segunda en el 2º y 7º. El qnebrado directo (§. 79.) es $\frac{10^{o}1^{o}2^{o}3^{o}4^{o}}{5^{o}6^{o}7^{o}8^{o}9^{o}}$. Luego el inverso (§. 80.) serà $\frac{10^{o}6^{o}7^{o}3^{o}4^{o}}{5^{o}1^{o}2^{o}8^{o}9^{o}}$. De donde nacen las.

Reglas Generales.

Reg. 1. *Para el* 10º *parte el* 5º 1º 2º 8º 9º *por el* 6º 7º 3º 4º.
Reg. 2. *Para el* 9º *parte el* 10º 6º 7º 3º 4º *por el* 5º 1º 2º 8º.
Reg. 3. *Para el* 8º *parte el* 10º 6º 7º 3º 4º *por el* 5º 1º 2º 9º.
Reg. 4. *Para el* 7º *parte el* 5º 1º 2º 8º 9º *por el* 10º 6º 3º 4º.
Reg. 5. *Para el* 6º *parte el* 5º 1º 2º 8º 9º *por el* 10º 7º 3º 4º.

No pongo la pratica de estas reglas por ser tan facil, para el que huviere entendido los exemplos de este Capitulo, y del antecedente.

106 *Para hallar nuevos modos de resolver.*

Se obsservaràn las reglas del §. 86. y 87. haziendo seis rayas para las questiones de tres proporciones, y ocho para las de quatro: como para la question del §. 94. el quebrado es $\frac{8^{o}1^{o}2^{o}3^{o}}{4^{o}5^{o}6^{o}7^{o}}$. Luego para hallar el 8º son Partidores 1º 2º 3º. que se escrivirà debaxo las rayas:

escrivo pues $\frac{4^{o}}{1^{o}}$ $\frac{4^{o}5^{o}}{1^{o}}$ $\frac{4^{o}5^{o}6^{o}}{1^{o}}$ $\frac{4^{o}5^{o}6^{o}}{1^{o}2^{o}}$ $\frac{4^{o}5^{o}6^{o}}{1^{o}2^{o}3^{o}}$ $\frac{4^{o}5^{o}6^{o}7^{o}}{1^{o}2^{o}3^{o}}$ &c.

En la question del §. 105. el quebrado inverso es $\frac{10^{o}6^{o}7^{o}3^{o}4^{o}}{5^{o}1^{o}2^{o}8^{o}9^{o}}$. Luego para hallar el 9º son Partidores 5º 1º 2º 8º escrivo pues $\frac{6^{o}}{8^{o}}$ $\frac{6^{o}}{8^{o}5^{o}}$ $\frac{6^{o}7^{o}}{8^{o}5^{o}}$ $\frac{6^{o}7^{o}4^{o}}{8^{o}5^{o}}$ $\frac{6^{o}7^{o}4^{o}}{8^{o}5^{o}2^{o}}$ $\frac{6^{o}7^{o}4^{o}3^{o}}{8^{o}5^{o}2^{o}}$ $\frac{6^{o}7^{o}4^{o}3^{o}}{8^{o}5^{o}2^{o}1^{o}}$ $\frac{6^{o}7^{o}4^{o}3^{o}10^{o}}{8^{o}5^{o}2^{o}1^{o}}$. Innumerables modos hallarà el curioso, si continua en variar los numeros por el §. 86. y 87.

CAP. XVI.

NUEVO ARTIFICIO PARA RESOLVER *questiones de proporcion.*

107 AUNQUE el artificio del §. 87. es tan dilatado, como se ha visto, este serà sin comparacion mas extenso. Nace del §. 46. donde se advirtiò, que partir un numero entero por quebrado, es multiplicar el *Denominador* del quebrado, por el numero entero, haziendo conversion del *Numerador* en *Denominador*: como si se ha de partir 9. por $\frac{2}{3}$. multiplico 9. por 3: serà 27: el *Numerador* nuevo, y convirtiendo el *Numerador*. 2. en *Denominador*, serà el *Quociente* $\frac{27}{2}$. De aqui nace, que para formar los Quebrados, y resolver las questiones de proporcion, se pueden escrivir los *Partidores* sobre las rayas, y los *Multiplicadores* debaxo, menos uno, que ha de servir, para hazer la conversion, partiendole por la operacion antecedente; conque se reduze el quebrado a su

ſer: y eſta converſion de *Numerador* en *Denominador*, ſe podrà hazer en la ſegunda operacion, ò en otra de las ſiguientes, y para mas claridad el *Multiplicador* que ſe parte, ſe pone en el *Numerador* en primer lugar, y la converſion ſe declara con eſta $\times$.

108 Sirva de exemplo la queſtion del §.82. de 5. numeros, y dos proporciones directas.

1° 2° 3° ⁜ 4° 5° 6°

7.*Homb.* 10.*Dias.* 50.*Lib.* ⁜ 8.*Hōb.* 14.*Dias.* ..*Lib?*

Eſcritos los numeros 6° 1° 2° | 3° 4° 5° y divididos por medio, ſe forma el quebrado $\frac{3^o 4^o 5^o}{6^o 1^o 2^o}$ (§.81.) y pues ſe buſca el 6° ſerã *Partidores* el 1° y 2°. Hechas las 4. rayas como en el §. 86. eſcrivo $\frac{1^o}{3^o}$ $\frac{1^o 2^o}{3^o}$. $\frac{1^o 2^o}{3^o 4^o}$ $\times$ $\frac{5^o 3^o 4^o}{1^o 2^o}$. eſto es. Parto el 1° por el 3° que es 7. por 50: ſale $\frac{7}{50}$. Multiplico por el 2°: que es 10. ſale $\frac{70}{50}$. Parto por el 4° que es 8: ſale $\frac{70}{400}$: y para hazer la converſion que denota la $\times$. Parto el 5° que es 14: por la operacion antecedente, que fue $\frac{70}{400}$: multiplicando 400. por 14: ſale 5600. y poniendo el 70. por *Denominador* ſale el *Quociente* $\frac{5600}{70}$. que por el §.39. ſon 80. *lib.* el numero 6° que ſe buſca.

109 Otra vez. $\frac{1^o}{3^o}$ $\frac{1^o 2^o}{3^o}$ $\times$ $\frac{4^o 3^o}{1^o 2^o}$ $\frac{4^o 3^o 5^o}{1^o 2^o}$. Parto el 1° 7. por el 3° 50. ſale $\frac{7}{50}$. Multiplico por el 2° 10. ſale $\frac{70}{50}$: Para hazer la converſion en la tercera operacion ſignificada por la $\times$. Parto el 4° que es 8. por la operacion antecedente, que fue $\frac{70}{50}$: multiplicando 50. por 8: ſale 400: y haziendo al 70. *Denominador* (§.46.) ſerà el *Quociente* $\frac{400}{70}$: multiplico por el 5° 14. ſale

ſale $\frac{5600}{70}$. que es 80. *lib.* el numero 6° que ſe buſca. Continue el curioſo, y hallarà innumerables modos. El meſmo eſtilo ſe guarda en las indirectas, y en las queſtiones de 7. y 9. numeros, &c. de proporciones directas, ò indirectas, &c. y porque ſe vea la fecundidad de eſte nuevo artificio, pondrè los ſiguientes.

110 120. *Modos de reſolver la queſtion precedẽte.*

M. 1° $\frac{1^o}{3^o}$ $\frac{1^o 2^o}{3^o}$ $\frac{1^o 2^o}{3^o 4^o}$ $\times$ $\frac{5^o 3^o 4^o}{1^o 2^o}$ | *M.* 6° $\frac{1^o}{3^o}$ $\times$ $\frac{4^o 3^o}{1^o}$ $\frac{4^o 3^o 5^o}{1^o}$ $\frac{4^o 3^o 5^o}{1^o 2^o}$

M. 2° $\frac{1^o}{3^o}$ $\frac{1^o}{3^o 4^o}$ $\frac{1^o 2^o}{3^o 4^o}$ $\times$ $\frac{5^o 3^o 4^o}{1^o 2^o}$ | *M.* 7° $\frac{3^o}{1^o}$ $\times$ $\frac{2^o 1^o}{3^o}$ $\times$ $\frac{4^o 3^o}{2^o 1^o}$ $\frac{4^o 3^o 5^o}{1^o 2^o}$

M. 3° $\frac{1^o}{3^o}$ $\frac{1^o}{3^o 4^o}$ $\times$ $\frac{5^o 3^o 4^o}{1^o}$ $\frac{5^o 3^o 4^o}{1^o 2^o}$ | *M.* 8° $\frac{1^o}{5^o}$ $\times$ $\frac{2^o 1^o}{3^o}$ $\frac{2^o 1^o}{3^o 4^o}$ $\times$ $\frac{5^o 3^o 4^o}{2^o 1^o}$

M. 4° $\frac{1^o}{3^o}$ $\frac{1^o 2^o}{3^o}$ $\times$ $\frac{4^o 3^o}{1^o 2^o}$ $\frac{4^o 3^o 5^o}{1^o 2^o}$ | *M.* 9° $\frac{3^o}{1^o}$ $\frac{3^o 4^o}{1^o}$ $\times$ $\frac{2^o 1^o}{3^o 4^o}$ $\times$ $\frac{5^o 3^o 4^o}{2^o 1^o}$

M. 5° $\frac{1^o}{3^o}$ $\times$ $\frac{4^o 3^o}{1^o}$ $\frac{4^o 3^o}{1^o 2^o}$ $\frac{4^o 3^o 5^o}{1^o 2^o}$ | 10° $\frac{1^o}{3^o}$ $\times$ $\frac{4^o 3^o}{1^o}$ $\times$ $\frac{2^o 1^o}{4^o 3^o}$ $\times$ $\frac{5^o 4^o 3^o}{2^o 1^o}$

Muda en todos el 4° en 5° ſeràn 20. Modos.
Muda en los 20. el 3° en 4° ſeràn 40.
Muda en los meſmos 20. el 3° en 5° ſeràn 60.
Muda en los 60. el 1° en 2° ſeràn 120.

111 *Para las queſtiones de 7. numeros.*

Se guarda el meſmo artificio. Sirva de exemplo la queſtion del §.94. de 3. proporciones directas.

1° 2° 3° 4° ⁜ 5° 6° 7° 8°

10.*ho.* 20.*dob.* 15.*ſẽ.* 200.*lib.* ⁜ 20.*h.* 12.*d.* 13.*ſ.* ...*li?*

Eſcrivo los numeros 8° 1° 2° 3° | 4° 5° 6° 7° y divididos por medio ſe forma el quebrado $\frac{4^o 5^o 6^o 7^o}{8^o 1^o 2^o 3^o}$ (§.81.) y pues ſe buſca el 8° ſeràn *Partidores* el 1° 2° 3° que en el ultimo quebrado ſe han de hallar neceſſariamẽte debaxo la raya. Hechas 6. rayas para las 6. operaciones (§.86.) eſcriva el Arithmetico a ſu guſto,

$\frac{1^o}{4^o}$ $\frac{1^o 2^o}{4^o}$ $\frac{1^o 2^o}{4^o 5^o}$ $\frac{1^o 2^o 3^o}{4^o 5^o}$ $\frac{1^o 2^o 3^o}{4^o 5^o 6^o}$ $\times$ $\frac{7^o 4^o 5^o 6^o}{1^o 2^o 3^o}$.

Parto el 1° que es 10. por el 4° 200. ſale $\frac{10}{2000}$. Multiplico por el 2° que es 20. ſale $\frac{200}{2000}$. Parto por el 5° que es 20. ſale $\frac{200}{4000}$. Multiplico por el 3° 15. ſale $\frac{3000}{4000}$. Parto por el 6° 12. ſale $\frac{3000}{48000}$: Para hazer la cõverſion en la ultima operacion ſignificada por la ×. Parto el 7° q̃ es 13. por $\frac{3000}{48000}$. Multiplicãdo 48000. por 13. ſale 624000. y poniendo el 3000. por *Denominador*, ſerà el *Quociente* $\frac{624000}{3000}$, que por el §. 39. ſon 208. *lib.* el numero 8° no pongo otro exemplo por ſer facil.

112. Hallado un modo a guſto del Arithmetico, ſe pueden ſacar del meſmo otros 144. ſin canſar la cabeça, de eſta ſuerte.

Muda el 6° en 7° ſeràn 2.
Muda en los dos el 5° en 6° ſeràn 4.
Muda en los meſmos dos el 5° en 7° ſeràn 6.
Muda en los ſeis el 4° en 5° ſeràn 12.
Muda en los meſmos ſeis el 4° en 6° ſeràn 18.
Muda en los meſmos ſeis el 4° en 7° ſeràn 24.
Muda en los 24. el 2° en 3° ſerán 48.
Muda en los 48. el 1° en 2° ſeràn 96.
Muda en los meſmos 48. el 1° en 3° ſeràn 144.

Con eſte artificio ſe pueden hallar los ſiguientes 12384. modos de reſolver la queſtion precedente.

113 *Qua-*

113 *Quatro mil 320. modos con una inverſion.*

M° 1°	$\frac{1^o}{4^o}$	$\frac{1^o 2^o}{4^o}$	$\frac{1^o 2^o}{4^o 5^o}$	$\frac{1^o 2^o 3^o}{4^o 5^o}$	$\frac{1^o 2^o 3^o}{4^o 5^o 6^o}$	×	$\frac{7^o 4^o 5^o 6^o}{1^o 2^o 3^o}$
M° 2°	$\frac{1^o}{4^o}$	$\frac{1^o 2^o}{4^o}$	$\frac{1^o 2^o}{4^o 5^o}$	$\frac{1^o 2^o}{4^o 5^o 6^o}$	$\frac{1^o 2^o 3^o}{4^o 5^o 6^o}$	×	$\frac{7^o 4^o 5^o 6^o}{1^o 2^o 3^o}$
M° 3°	$\frac{1^o}{4^o}$	$\frac{1^o 2^o}{4^o}$	$\frac{1^o 2^o 3^o}{4^o}$	$\frac{1^o 2^o 3^o}{4^o 5^o}$	$\frac{1^o 2^o 3^o}{4^o 5^o 6^o}$	×	$\frac{7^o 4^o 5^o 6^o}{1^o 2^o 3^o}$
M° 4°	$\frac{1^o}{4^o}$	$\frac{1^o}{4^o 5^o}$	$\frac{1^o 2^o}{4^o 5^o}$	$\frac{1^o 2^o 3^o}{4^o 5^o}$	$\frac{1^o 2^o 3^o}{4^o 5^o 6^o}$	×	$\frac{7^o 4^o 5^o 6^o}{1^o 2^o 3^o}$
M° 5°	$\frac{1^o}{4^o}$	$\frac{1^o}{4^o 5^o}$	$\frac{1^o 2^o}{4^o 5^o}$	$\frac{1^o 2^o}{4^o 5^o 6^o}$	$\frac{1^o 2^o 3^o}{4^o 5^o 6^o}$	×	$\frac{7^o 4^o 5^o 2^o}{1^o 2^o 3^o}$
M° 6°	$\frac{1^o}{4^o}$	$\frac{1^o}{4^o 5^o}$	$\frac{1^o}{4^o 5^o 6^o}$	$\frac{1^o 2^o}{4^o 5^o 6^o}$	$\frac{1^o 2^o 3^o}{4^o 5^o 6^o}$	×	$\frac{7^o 4^o 5^o 6^o}{1^o 2^o 3^o}$

De cada uno de eſtos modos pueden ſalir 144: por el §. 112. que ſeràn 864: y todos tendràn la converſion en el 5o. eſpacio: y pues la converſion ſe puede hazer tambien en el 4° 3° 2° y 1° multiplicando 864. por 5. ſeràn 4320. modos.

114 *Otros 4320. modos con dos converſiones.*

M° 1°	$\frac{4^o}{1^o}$	$\frac{4^o 5^o}{1^o}$	$\frac{4^o 5^o 6^o}{1^o 2^o}$	$\frac{4^o 5^o 6^o}{1^o 2^o}$	×	$\frac{3^o 1^o 2^o}{4^o 5^o 6^o}$	×	$\frac{7^o 4^o 5^o 6^o}{3^o 1^o 2^o}$
M° 2°	$\frac{4^o}{1^o}$	$\frac{4^o 5^o}{1^o}$	$\frac{4^o 5^o}{1^o 2^o}$	$\frac{4^o 5^o 6^o}{1^o 2^o}$	×	$\frac{3^o 1^o 2^o}{4^o 5^o 6^o}$	×	$\frac{7^o 4^o 5^o 6^o}{3^o 1^o 2^o}$
M° 3°	$\frac{4^o}{1^o}$	$\frac{4^o}{1^o 2^o}$	$\frac{4^o 5^o}{1^o 2^o}$	$\frac{4^o 5^o 6^o}{1^o 2^o}$	×	$\frac{3^o 1^o 2^o}{4^o 5^o 6^o}$	×	$\frac{7^o 4^o 5^o 6^o}{3^o 1^o 2^o}$

De cada uno ſalen 144. por el §. 112: y ſeràn 432. y porque las dos converſiones ſe pueden hazer en el 4° y 5° eſpacio: en el 3° y 5° en el 2° y 5° en el 1° y 5° en el 3° y 4° en el 2° y 4° en el 1° y 4° en el 2° y 3°: en el 1°, y 3° en el 1° y 2°, que ſon diez diferencias, multiplicando 432. por 10. ſalen 4320. modos.

115 *Tres mil 744. modos con 3. 4. y 5. converſiones.*

M° 1°	$\frac{1^o}{4^o}$		$\frac{1^o 2^o}{4^o}$		$\frac{1^o 2^o}{4^o 5^o}$	×	$\frac{6^o 4^o 5^o}{1^o 2^o}$	×	$\frac{3^o 1^o 2^o}{6^o 4^o 5^o}$	×	$\frac{7^o 6^o 4^o 5^o}{3^o 1^o 2^o}$
M° 2°	$\frac{1^o}{4^o}$		$\frac{1^o}{4^o 5^o}$		$\frac{1^o 2^o}{4^o 5^o}$	×	$\frac{6^o 4^o 5^o}{1^o 2^o}$	×	$\frac{3^o 1^o 2^o}{6^o 4^o 5^o}$	×	$\frac{7^o 6^o 4^o 5^o}{3^o 1^o 2^o}$
M° 3°	$\frac{4^o}{1^o}$		$\frac{4^o 5^o}{1^o}$	×	$\frac{2^o 1^o}{4^o 5^o}$	×	$\frac{6^o 4^o 5^o}{2^o 1^o}$	×	$\frac{3^o 2^o 1^o}{6^o 4^o 5^o}$	×	$\frac{7^o 6^o 4^o 5^o}{3^o 2^o 1^o}$
M° 4°	$\frac{1^o}{4^o}$	×	$\frac{5^o 4^o}{1^o}$	×	$\frac{2^o 1^o}{5^o 4^o}$	×	$\frac{6^o 5^o 4^o}{2^o 1^o}$	×	$\frac{3^o 2^o 1^o}{6^o 5^o 4^o}$	×	$\frac{7^o 6^o 5^o 4^o}{3^o 1^o 2^o}$

De los dos modos primeros ſalen 20. porque las 3.

con-

conversiones se pueden hazer en 10. maneras, en el 3. 4. y 5. espacio: en el 2. 4. 5., en el 1. 4. 5., en el 2. 3. 5., en el 1. 3. 5., en el 1. 2. 5., en el 2. 3. 4., en el 1. 3. 4., en el 1. 2. 4., en el 1. 2. 3.: Del modo 3. salen 5. porque las 4. conversiones pueden ser de cinco maneras, en el 2. 3. 4. 5., en el 1. 3. 4. 5., en el 1. 2. 4. 5., en el 1. 2. 3. 5., en el 1. 2. 3. 4., que juntos con los 20. son 25, y añadiendo el 4. modo son 26: y pues de cada uno puedē despues salir 144. por el §.112: seràn 3744. que juntos con los 8640. de los §§. 113. y 114. seràn todos 12384.

116 Si en hallando un modo por las reglas del §. 87, y 107. se quisiere saber quātos pueden salir del; multipliquense las conbinaciones de los *Multiplicadores*, por las de los *Partidores*; el Producto serà el q̄ se busca: como en las questiones de 5. numeros, son los *Multiplidores* 3. y los *Partidores* 2: las conbinaciones de 3. y 2. por la Tabla primera del Cap. 23. son 6. y 2: multiplicando 6. por 2. sale 12. tantos modos pueden salir de cada uno en las questiones de 5. numeros. En las de 7. los *Multiplicadores* son 4. los *Partidores*. 3. las conbinaciones de 4. y 3. son 24. y 6: multiplicados hazen 144. en las questiones de 9. numeros los *Multiplicadores* 5. y los *Partidores* 4. sus conbinaciones 120. y 24. multiplicados hazen 2880: &c.

117 Advierto. 1. Que en escrivir los quebrados, se tenga sumo cuidado, en no cōfundir los *Multiplicadores* con los *Partidores*: porque si el quebrado se yerra, saldrà mal la cuenta. 2. Que los artificios del §. 87. y 107. solo se han puesto para los curiosos, que gustan de la variedad, y fecundidad de los numeros; los que se contentan con saber un modo de resolver la question, valganse de las reglas generales, que contienē el modo mas claro, y facil. 3. Todas las reglas generales, se contienen en el §. 81. y el que le entendiere bien, no necessita de mas preceptos. 4. Otras nuevas industrias, para hallar nuevos modos, dexo al ingenio del Letor, escusando la prolixidad.

CAP. XVII.

DE LAS DISPOSICIONES PARA LA *proporcion.*

118 LA proporcion no siempre està clara, y es necessario tal vez buscar los terminos, y disponerles sumando, restando, multiplicando, ò partiendo. Como en los exemplos siguientes.

Exemplos del sumar.

Pidese, que este numero 100. se divida en 3. partes, que guarden entresi la proporcion, que 20. 18. 12: la suma de los tres numeros 50. es el primer termino de la proporcion, y assi dirè si 50. dan 20. quedaràn 100? (§.71.) hallo 40: otra vez si 50. dan 18. que daràn 100? hallo 36: otra vez si 50. dan 12. que daràn 100?

100. hallo 24: digo que 40. 36. 24. hazen 100. y guardan entreſi la proporcion, que 20. 18. 12.

De aqui nace la regla de Compañias. Tres Mercaderes puſieron el 1.º 20. *ducados*, el 2.º 18. el 3.º 12. y ganarõ 100: que ganò cada vno? Obraſe como antes, y ganò el 1.º 40: el 2.º 36: el 3.º 24: Tambien ſe puede partir la ganancia comun 100. por la ſuma de las Compañias 50: y el *Quociente* 2. multiplicado por los caudales, darà al 1.º 40: al 2.º 36: al 3.º 24. Con el meſmo artificio, conocido el empleo, y ganancia, ſe hallarà al caudal de cada uno. Tres emplearon 100. *ducados*, y ganaron el 1.º 20. el 2.º 18. el 3.º 12. Pideſe el caudal de cada uno, y ſerà del 1.º 40. del 2.º 36. del 3.º 24.

119 En las reparticiones ſe guarda el miſmo eſtilo: Pedro devea tres, al 1.º 40 al 2.º 36: al 3.º 24: tiene 50. reales, que darà a cada uno guardando la proporcion? La ſuma de 40. 36. 24. es 100. el primer termino: luego ſi 100. dan 50. que 40? hallo 20. para el 1.º ſi 100. dan 50. que 36? hallo 18. para el 2.º la reſta 12. ſera del 3.º Pudo ſe partir la cantidad 50. por la ſuma de las deudas 100: el *Quociente* $\frac{500}{1000}$, que es $\frac{1}{2}$ multiplicado por las deudas 40. 36. 24: reſuelve la duda: y ſalen 20. 18. 12. Quando el *Quociente* ſale quebrado, ſera util obrar por las decimas: como $\frac{1}{2}$ reduzido a milleſsimas (§. 52.) ſera 500.(³: multiplicado por 40. 36. 24: ſalẽ 20000(³. 18000(³. 12000(³ como antes. Lo meſmo es en las Compañias.

120 Quan-

120 Quando ai ganancia de ganancia, ſe ſuma la ganancia con ſu caudal, y ſe continua la regla de 3. por todos los años, que corre el interes. Pedro diò 1000. *ducados* por 4. años a razon de 10. por 100: conque la ganancia gane tambien al reſpeto, que ganarà en los 4. años? Año 1.º Si 100. dan 10. luego 1000. daràn 100. Año 2.º Si 100. dã 10: luego 1100. daràn 110. Año 3.º Si 100. dan 10: luego 1210. daràn 121: Año 4.º Si 100. dã 10. luego 1331. darà 13310(². eſto es $133\frac{10}{100}$. ſumando 1331. con $133\frac{10}{100}$. tendrà Pedro el 4.º Año $1464\frac{10}{100}$ *ducados*; quitando el caudal 1000: ſerà la ganancia $464\frac{10}{100}$. de los 4. años. Dada la cantidad, y ganancia ſe pueden buſcar los años: y dados los años, y ganancia, buſcar la cantidad: por el libro. 2.º

Exemplos del reſtar.

121 Vendiendo 3. *varas* de paño por 5. *ducados*, ſe pierde a razon de 10. por 100. ⁜ Si ſe vendieſſen 7. *varas* por 14. *ducados*, que ſe ganarà, ò perderà por 100? Reſtando los 10. que ſe pierden de 100. quedan 90: y es el termino 3.º: dexando pues los 100. como ſino eſtuvieran: ſerà la regla de 5. numeros aſsi diſpueſtos.

1.º	2.º	3.º	⁜	4.º	5.º	6.º
3. *Var.*	5. *duc.*	90. *D.*	⁜	7. *Var.*	14. *duc.*	.... *D.*

El quebrado directo §. 79. es $\frac{3.º\,4.º\,5.º}{6.º\,1.º\,2.º}$: y porque es la ganancia menos, quãdo ſe dan mas *varas* con el meſmo precio, ſerà la proporcion inverſa en el termino

L 1.º Lue-

1°. Luego el quebrado inverſo ſerà $\frac{3^{o}\,1^{o}\,5^{o}}{6^{o}\,4^{o}\,2^{o}}$. (§. 80.) Multiplicado pues 3°. 1°. 5°: eſto es 90. por 3. ſale 270: eſtos por 14. ſale 3780: Multiplico 4° 2°: que es 7. por 5. ſale 35: Luego (por la regla 1. §. 91.) parto 3780. por 35. ſale 108: y porque es maior que 100. reſto 100. de 108. quedan 8. de ganancia por 100: y ſi el 6° numero hallado fuera menor que 100: la reſta ſeria, lo que ſe pierde por 100.

Exemplo del ſumar, y reſtar.

122 Vendiendo 3. *varas* por 5. *duc*: ſe pierden 10. por 100. ✱ 7. *varas* por quantos *ducados* ſe venderàn para ganar 8. por 100? Reſto la perdida de ſu caudal, quedan 90: ſumo la ganancia con el caudal es 108: Los terminos diſpueſtos ſon.

3. *Var.* 5. *duc.* 90. *D.* ✱ 7. *Var.* ∴ *ducados* 108. *D.*

Y pues ſirve el meſmo quebrado, y ſe buſca el 5° partirè el 6° 4° 2°. por el 3° 1°, y ſalen 14. *ducados* por la regla 2. §. 91. Si ſe buſcaſſen las *varas* dados los *ducados* por la regla 3. §. 91. ſe hallarian 7. *varas* partiendo 3°. 1°. 5° por 6°. 2°. De ſuerte que en eſta, y otras queſtiones ſemejantes, en todas eſpecies de mercaderias, ſe ſuma la ganancia con ſu caudal, y ſe reſta la perdida, tanto en la primera, como en la ſegunda parte de la queſtion.

123 *Exemplo de multiplicar, y Cõpañias con tiẽpo.*

Dos Mercaderes enplearon el 1°. 640. *duc.* por 10. meſes: el 2°. 600. *duc.* por 12. meſes: ganaron 680. *duc.* que ganò el 1°, y que el 2°? Multiplicaſe el caudal por

ſu tiempo: 640. por 10. ſon 6400. y 600. por 12. ſon 7200: ſumanſe los Productos 6400. y 7200. la ſuma es 13600 el termino 1°: Luego ſi 13600. dã 680: que daràn 6400? (§. 71.) ſalen 320. *duc.* ganancia del 1° reſtados de 680, quedan 360. ganancia del 2°. Si fueren tres, ò quatro de Compañia, ſe continuarà la regla como en el §. 118. Quando ſe haze Compañia para tiempo igual, no ai que cuidar del tiempo. Si alguno ſaca el dinero antes de cumplirſe el tiempo, ſe contarà ſolamente el tiempo, que eſtuvo. Si ſaca parte del dinero, ſe han de hazer por el dos reglas, la primera por todo el dinero con el tiempo, que eſtuvo; la otra, por la parte del dinero, que quedò lo reſtante del tiempo. Con eſto ſe pueden reſolver muchas dudas.

124 *Exemplos con reduccion de Quebrados.*

Quando los quebrados tienen un denominador, no neceſsitan de reduccion. Vn Mercader admitiò a ſu Factor a los $\frac{2}{5}$ de la ganancia por ſu trabajo, tomando por el empleo los $\frac{3}{5}$. Fue la ganancia 100. *ducados*: que le toca al Factor? Si 5. dan 2. luego 100 daràn 40. Si el Factor puſo parte del dinero por tiempo igual, ſe partirà la reſta 60. *duc.* a proporcion del empleo por el §. 118: ſi el tiempo es diferente por el §. 123. Pero quando los quebrados tienen diverſos *Denominadores*, han de reduzirſe: como Pedro diò $\frac{1}{3}$ y luego $\frac{1}{4}$ de ſu caudal, quedanle 100. reales, quanto tenia antes? Reduzganſe $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$ a un comun *Denominador*. §. 35. y ſeràn $\frac{4}{12}$ $\frac{3}{12}$. La ſuma por el §. 41. ſerà $\frac{7}{12}$. lo que ha dado. Luego le quedan $\frac{5}{12}$: que ſon 100. reales: Pues ſi 5. dan 100, que 12? Salen 240: es todo el caudal. Prueva: el $\frac{1}{3}$ de 240 es 80: el $\frac{1}{4}$ es 60: juntos ſon 140: reſtados de 240. quedan 100: De eſte genero ſe hallan muchas queſtiones en Epigrammas antiguos, que refiere Bacheto ſobre Diophanto *lib.* 5.

125 Entre quatro dieron el precio de una Imagen, Lampara, Edificio, &c. el 1º diò $\frac{2}{5}$ el 2º $\frac{4}{9}$ el 3º $\frac{1}{7}$ el 4º 300. reales. Que monta todo? reduzidos los quebrados §. 35. ſeràn $\frac{126}{315}$ $\frac{140}{315}$ $\frac{45}{315}$: La ſuma (§.41.) es $\frac{311}{315}$ lo que dieron los 3: Luego el 4º diò $\frac{4}{315}$. que ſon 300. reales: Pues ſi 4. dan 300, que 315? Salen 23625. reales, y es toda la cantidad. Prueva: los $\frac{2}{5}$ de 23625. ſon 9450. los $\frac{4}{9}$ ſon 10500. el $\frac{1}{7}$ es 3375. La ſuma de los 3. ſerà 23325. reſtados de 23625: quedan 300. reales, que diò el 4º.

126 Cupido entrò en un huerto, y cogio cierta cantidad de mançanas: ſalieron al encuentro las 9. Muſas, y le quitaron, Clio $\frac{1}{5}$. Euterpe $\frac{1}{12}$. Thalia $\frac{1}{8}$. Melpomene $\frac{1}{20}$. Erato $\frac{1}{7}$. Terpſicore $\frac{1}{4}$. Polyhimnia 30. Vrania 120. Calliope 300: Quedaronle a Cupido 50. q̃ entregò llorando a ſu madre Venus: Quantas mançanas cogiò? 1º Suma los numeros dados 30. 120. 300. 50. ſeràn 500. 2º Reduze los quebrados a un comun *Denominador*. (§.35.) q̃ ſerà 268800: ſus partes $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{20}$. Son 53760. 67200. 33600. 38400. 22400. 13440. La ſuma de todos 228800. reſtada de 268800. quedã 40000: Luego ſi 40000. dan 500. que 268800? hallo 3360. mançanas, que cigiò.

127 *Teſtamentos, y reparticiones.*

Guardan el meſmo eſtilo. Pedro dexò en ſu teſtamento 2052. *ducados*, que repartiò entre 4. hijos, al 1º $\frac{1}{3}$, al 2º $\frac{1}{4}$, al 3º $\frac{1}{5}$, al 4º $\frac{1}{6}$, què le toca a cada uno? Reduzidos los quebrados $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ (§. 35.) ſon $\frac{120}{360}$ $\frac{90}{360}$ $\frac{72}{360}$ $\frac{60}{360}$. La ſuma de los *Numeradores* 342: Luego ſi 342. dan 2052: que 120? Salen 720. al 1º Si 342. dan 2052, que 90? Salẽ 540. al 2º Si 342. dan 2052: que 72? Salen 432. al 3º Si 342. dan 2052: que 60? Salen 360. al 4º: Lo meſmo ſe obſerva aunq̃ las partes excedan al todo: 3080. *ducados* ſe han de repartir entre 4. al 1º $\frac{1}{2}$ al 2º $\frac{1}{3}$ al 3º $\frac{1}{4}$ al 4º $\frac{1}{5}$: Reduzidos los quebrados (§. 35.) ſeràn $\frac{60}{120}$ $\frac{40}{120}$ $\frac{30}{120}$ $\frac{24}{120}$. La ſuma de los *Numeradores* es 154. Si 154. dan 60. que 3080? Salen 1200. al 1º 800. al 2º 600. al 3º 480. al 4º Determinada la una parte, ſe determinaran las otras, y toda la cantidad: Cierta hazienda ſe repartiò entre 4. a razon de $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ el 1º tuvo 1200. *ducados*, quãta era la hazienda, y que tuvieron los otros? Reduzidos los quebrados, la ſuma es $\frac{154}{120}$. Luego ſi 60. dan 154, que daràn 120? Salen 3080. toda la hazienda: Si 60. dan 1200. que daràn 40? Salen 800. para el 2º Si 60. dan 1200. que 30? Salen 600. para el 3º la reſta 480. es del 4º.

128 *Exemplos del partir.*

No ſiempre ſe dan las partes, y es neceſſario tal vez buſcar

buſcar los quebrados por particion. Si una fuente tiene 2.caños,el 1.º llena un vaſo en 5.*dias*, el 2.º en 3, los dos juntos en que tiempo le llenaràn? Partaſe la unidad por los numeros dados 5, y 3: ſeràn $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{3}$ el 1.º en un dia llenarà $\frac{1}{5}$, y el 2.º $\frac{1}{3}$: Reduzidos los quebrados (§.35.) ſeràn $\frac{3}{15}$ $\frac{5}{15}$ la ſuma $\frac{8}{15}$. Tanto llenaràn los dos en un dia: Luego ſi 8.dan 1. dia, que ſon 24. horas, que daràn 15? Salen 45.horas: que es 1. dia, y 21.horas: Para ſaber que llena cada uno: Digo ſi en 24. horas llena el 1.º $\frac{1}{5}$ que llenarà en 45. horas? Salen $\frac{45}{120}$, ò $\frac{3}{8}$: y el 2.º llenara $\frac{5}{8}$.

129 Lo meſmo es en otras eſpecies. Si dos Correos, Segadores, Labradores, Molinos, &c. caminan, ſiegan, labran, muelen, &c. una cantidad, el 1.º en 5.dias, el 2.º en 3: los dos en que tiempo la acababaràn, ò quando ſe juntaràn los Correos? Obrando como antes, ſe hallaràn 45. horas: y el 1.º abrà concluido $\frac{3}{8}$, y el 2.º $\frac{5}{8}$. Si ſe determina el todo, ſe determinaràn las partes: ſea el todo 50.leguas, &c. digo ſi 8.dan 50. que daràn 3? Salen $18\frac{6}{8}$ leguas, para el 1.º las reſta haſta 50. que es $31\frac{2}{8}$ leguas, ſon del 2.º Si ſe determina una parte, ſe determinarà el todo, y las otras: como ſi el 1.º camino $\frac{3}{8}$, que ſon $18\frac{6}{8}$ leguas, que diſtan los lugares de donde ſalieron? Digo ſi 3. dan $18\frac{6}{8}$, que daràn 8? Salen 50. leguas: reſto $18\frac{6}{8}$ de 50, quedan $31\frac{2}{8}$ leguas, que caminò el 2.º.

130 Quando ſe determinan las partes, es mas facil. Valencia, y Madrid diſtan 50. leguas: ſalen 2.

Correos à un miſmo tiempo, el 1.º camina cada dia 10. leguas, el 2.º 15. quando ſe juntaràn? Sumando 10, y 15: ſeràn 25.leguas, que caminaràn los 2: partiendo 50.por 25. ſalen 2.dias, entonces ſe juntaràn. Si ſe pregunta, que ha corrido cada uno, quando ſe juntan? Lo 1.º ſe hallarà el tiempo en que concurren 2.dias: Luego ſi el 1.º en 1.dia corre 10.leguas, en 2. abrà corrido 20: y el 2.º 30. Vna Isla tiene 50.leguas de circunferencia, ſalen 2.Barcas a un miſmo tiempo de un Puerto por partes contrarias, quando ſe encõtrarà, ſi la una corre 10.leguas, y la otra 15. cada dia? Obrando como antes, ſe hallaràn 2.dias, y la una caminò 20: la otra 30.

131 Vn Correo, que camina 14. leguas, ſale de un lugar 6. dias deſpues, que otro, que camina 10, quando le alcançarà? Eſte en los 6.dias abrà caminado 60.leguas: Reſteſe 10. de 14, ſerà la diferencia 4: partaſe 60.por 4, ſalen 15.dias. Dos Correos ſalen a un miſmo tiempo de dos Ciudades, que diſtan 60. leguas, el 1.º camina 10, y el 2.º 14.leguas cada dia, quãdo alcançarà el 2.º al 1.º: obrando como antes, ſe hallaràn 15.dias. Dados los 15.dias, y las 4.leguas, que camina mas el uno, quel el otro, ſe hallarà la diſtancia de las Ciudades: multiplicando 15.por 4: ſalen 60.leguas. Dada la diſtancia 60.leguas, y los dias 15. ſe hallaràn las 4.leguas que camina el uno mas, que el otro partiendo 60. por 15.

132 *Para trocar unas mercaderias con otras.*

Se ha de atender al juſto valor: como Pedro, y Iuan quieren trocar pimienta, y açucar: Pedro la vende à 3. reales de contado, y trocando quiere a 4: Iuan vende el açucar de contado a 2. reales la libra: para no quedar defraudado ha de ſubir tambien el valor: Si 3. ſuben a 4: luego 2. ſubiran a $2\frac{2}{3}$, y al contrario ſi Iuan quiere vender trocando a $2\frac{2}{3}$, a como venderà de cõtado? Si 4. baxan a 3. luego $2\frac{2}{3}$ baxaràn a 2. ⁜ Pero ſi entrambos ſe concertaſſen ſubiendo Pedro 8. reales a 10; y Iuan 12. a 14. preguntaſe, quien haze mejor concierto, y a quanto gana por 100? Reduzganſe a quebrado los numeros, y multipliqueſe en cruz $\frac{8}{10} \times \frac{12}{14} = \frac{120}{112}$ 10. por 12. ſon 120: y 14 por 8. ſon 112: Luego ſi 120 dan. 112: 100. darân $93\frac{1}{3}$ reſtados de 100, quedan $6\frac{2}{3}$ eſto pierde Iuan por 100. Si 112. dan 120: 100. drân $107\frac{1}{7}$ Reſtados 100. de $107\frac{1}{7}$ quedan $7\frac{1}{7}$ eſto gana Pedro por 100: y al cõtrario ganara Iuan, ſi en la primera operacion ſaliera el numero maior que 100.

133 Tambien ſe puede reduzir a 5. numeros, como en el §. 121.

1.º	2.º	3.º	⁜	4.º	5.º	6.º
8. *Real.*	10. *Real.*	100.	⁜	12. *Re*	14. *Rea.*	$93\frac{1}{3}$

El quebrado indirecto es $\frac{3º\ 1º\ 5º}{6º\ 4º\ 2º}$: Para hallar el 6.º Parte 3.º 1.º 5.º por 4.º 2.º ſalen $93\frac{1}{3}$: ſi ſe pide, para que Iuã pierda $6\frac{2}{3}$ por 100, a quanto ha de ſubir los 12. reales? Reſta $6\frac{2}{3}$ de 100. quedan $93\frac{1}{3}$ el 6º numero: Parte

te 6º 4º 2º por 3º 1º ſalen 14. reales. Si ſe pide, perdiendo Iuan $6\frac{2}{3}$ por 100. de quanto ſubiò a 14? Parte 3º 1º 5º por 6º 2º ſalen 12. reales: Nuevos modos ſe hallaràn por el §. 87. y 107. Sabida la perdida del uno, ſe ſabe la ganancia del otro, y al contrario: como ſi Iuan pierde a $6\frac{2}{3}$ por 100: Reſtados quedã $93\frac{1}{3}$. Pues ſi $93\frac{1}{3}$ dan 100: luego 100. daràn $107\frac{1}{7}$, que es $7\frac{1}{7}$ por 100. Y al contrario, ſi Pedro gana $7\frac{1}{7}$ por 100. digo ſi $107\frac{1}{7}$ dan 100: luego 100. daràn $93\frac{1}{3}$, que reſtados de 100, quedan $6\frac{2}{3}$, la perdida de Iuan.

134 Pero ſi Iuan pide $\frac{1}{7}$ de contado, quien haze mejor concierto? Eſta pregunta es equivoca: ſi el $\frac{1}{7}$ es del primer precio 12. reales, ſiempre perderà $6\frac{2}{3}$ por 100. en el trueque, ſolo perderà menos, porque trueca menos mercaderia. Si el $\frac{1}{7}$ es del 2.º precio 14. reales, toma el $\frac{1}{7}$ de 14, q̃ es 2. reſtale de los precios 12, y 14. quedaràn 10, y 12: diſpueſtos los numeros ſeràn:

1º	2º	3º	⁜	4º	5º	6º
8. *Real.*	10. *Real.*	100	⁜	10. *Re.*	12. *Re.*	96.

Parte el 3.º 1.º 5.º por 4.º 2.º ſalen 96. y pierde 4. por 100: ſi ſaliera 100, fuera el concierto igual, y ſi mas de 100, el exceſſo fuera la ganancia de Iuan por 100. Si ſe pide: que ha de tomar Iuan de contado, para que ſea el concierto igual, ò al cõtrario ſiendo el concierto igual, que tomò de cõtado? Hagaſe de los precios quebrado, y multipliqueſe en cruz $\frac{8}{10} \times \frac{12}{14} = \frac{120}{112}$ reſta 8. de 10. quedan 2: reſta 112. de 120. quedan 8. Parte 8. por 2: el *Quociente* 4. es *Numerador*, y el precio

maior

maior 14 *Denominador*, tomando pues de contado $\frac{4}{14}$ ſerà el concierto igual, y ſi fue el concierto igual, tomò $\frac{4}{14}$ de contado:

135 Tomando Iuan $\frac{1}{7}$ de contado, pierde 4. por 100. de quantos ſubiò a 14? Reſteſe 4. de 100. ſerà 96. el 6º. el $\frac{1}{7}$ de 14. es 2. reſtado de 14. quedan 12. el 5º. numero.

1º 2º 3º ⁜ 4º 5º 6º
8. *re.* 10. *re.* 100. ⁜ ... 12. *re.* 96.

Parte el 3º. 1º. 5º. por 2º. 6º. ſalen 10. reales, añadiendoles el $\frac{1}{7}$ de 14. que es 2. ſeràn 12. de que ſubiò a 14. Vendiendo Iuan de contado a 12, y tomando de contado $\frac{1}{7}$ del 2º precio, pierde 4. por 100: pideſe el 2º. precio, a que ſubiò de 12? Reſta 4. de 100. ſerà 96. el 6º numero la diſpoſicion es.

8. *re.* 10. *re.* 100. ⁜ 12. *re.* ... 96.

Multiplica el 4º 2º 6º, y el Producto 11520. por el *Denominador* del quebrado dado $\frac{1}{7}$, que es 7. ſale 80640. reſta el *Numerador* 1. del *Denominador*. 7. ſerà la diferencia 6: Multiplica el 2º, y 6º ſalen 960. y eſto por el *Numerador*. 1. ſalẽ 960: Multiplica 1º, y 3º. y el Producto 800. por la diferencia 6. ſalen 4800. ſuma 4800. con 960: ſeràn 5760. parte 80640. por 5760, el *Quociente* 14. es el 2º precio.

136 Quando ſe determina el todo, y el dinero, que recibe, es mas facil. Iuan ſube ſu precio de contado a 14 en trueque, y conforme eſto vale ſu mercaderia 147. *duc*, pide 21 de contado, y aun pierde 4. por 100.

100. preguntaſe, de quantos ſubiò a 14? Reſtaſe 21. de 147. quedan 126. y ſerà el 5º numero: reſta 4. de 100: ſerà 96. el 6º diſpueſtos ſon.

1º 2º 3º ⁜ 4º 5º 6º
8. *re.* 10. *re.* 100. ⁜ ... 126. 96.

Parte el 3º. 1º 5º. por 2º. 6º. ſalẽ 105, y es el 4º añade los 21. a 105, y 126. ſalen 126, y 147: luego ſi 147. dan 126: que 14? Salen 12, de que ſubiò a 14.

137 Si la mercaderia de Iuan vale de contado 126, pide en dinero 21. y pierde 4. por 100. pideſe de 12. a quantos ſubiò trocando? Reſta 21. de 126. quedan 105. el numero 4º diſpueſtos los numeros ſon.

8. *re.* 10. *re.* 100. ⁜ 105. ... 96.

Parte el 2º 4º 6º por 3º. 1º. ſalen 126. añadidos 21. ſon 147: Luego ſi 126, que vale de contado la mercaderia, dan 147, que 12? Salen 14. a que ſubiò de 12. ⁜ Iuan pide 21. en dinero: ſube de 12. a 14. de contado valia ſu mercaderia 126. que pierde, ò gana por 100? Digo ſi 12. dan 14, que 126? Salen 147: el nuevo precio de todo. Reſta 21. de 126, y 147: quedan 105, y 126. que ſeràn el 4º, y 5º diſpueſtos los numeros ſon.

8. 10. 100. ⁜ 105. 126. ...

Parte el 3º. 1º. 5º. por 2º 4º ſalen 96: que reſtados de 100, quedan 4: eſto pierde por 100. Cada queſtion de eſtas ſe puede reſolver por innumerables modos guardando las reglas del §. 87, y 107.

CAP. XVIII.

REGLA DE TRES ASTRONOMICA.

138 EN el uſo de las Tablas Aſtronomicas ſe ofrece muchas vezes la parte proporcional. Para obrar con facilidad ſin la Tabla ſexagenaria.

1.º *Se reduzirán los grados à minutos.*

Multiplicando por 60: 2 *gr.* por 60, ſon $120^{m.}$

2.º *Los ſegundos ſe reduzirán à decimas de minutos.*

Añadiendoles dos zeros a mano derecha, y partiendo por 60: como $35^{m.}$ 28 *ſeg.* añadidos dos zeros a los 28, ſeràn 2800: partiendo por 60, ſalen 47, que juntos con los $35^{m.}$, ſeràn 35.47: eſto es $35^{min.}$ 47 *centeſſ.* Quando no ay ſegundos, ſe añadiràn a los minutos dos zeros, y quedaràn reduzidos: como $35^{min.}$, ſeràn 35.00.

3.º *Las decimas ſe reduzirán à ſegundos.*

Multiplicando por 6, y quitando del Producto la ultima letra: como 47. *centeſſ.* multiplicadas por 6 ſon 282, eſto es 28 *ſeg.* Las dos reducciones ſe haràn por la ſiguiente Tabla.

Tomando las dezenas de los ſegundos a la mano hizquierda, y las unidades arriba, en el angulo comun ſe hallan las centeſsimas.

Tabla

Tabla de ſegundos, y decimas.

Segúd.		1	2	3	4	5	6	7	8	9
	dèc.	2	3	5	7	8	10	12	13	15
10	17	18	20	22	23	25	27	28	30	32
20	33	35	37	38	40	42	43	45	47	48
30	50	52	53	55	57	58	60	62	63	65
40	67	68	70	72	73	75	77	78	80	82
50	83	85	87	88	90	92	93	95	97	98

Como 34 *ſeg.* ſon 57 *centeſ:* y 26 *ſeg.* ſon 43 *cẽteſſ.* y 58 *ſeg.* ſon 97 *centeſſ.* &c. Item 40 *centeſſ.* ſon 24 *ſeg.* &c.

139 *Regla unica, y univerſal.*

Reduzidos los terminos à decimas, ſe multiplica, y parte como en la regla de tres vulgar; y las decimas del Quociente ſe reduzen deſpues à ſegundos.

Exenplo 1.º Si un grado que es $60^{m.}$ da $35^{m.}$ 22 *ſeg.* que daràn $28^{m.}$ 44 *ſeg?* Reduzidos los terminos (§. 138.) digo ſi 60.00 dan 35.37, que daràn 28.73? multiplicando 35.37 por 28.73, ſale 10161801. partido por 60.00, ſalen 16.93: eſto es $16^{m.}$ 56 *ſeg.* Otra vez. Si un grado da $35^{m.}$ 28 *ſeg.* que daràn $18^{m.}$ 44 *ſ:* Reduzidos los terminos digo ſi 60.00 dà 35.47, que daràn 18.73? Multiplicando 35.47 por 18.73 ſale 6643531. partiendo por 60.00, ſalen 11.07. eſto es $11.^{m.}$ 4 *ſeg.*

140 *Exenplo* 2.º Si $56^{m.}$ dan un grado, que darà $35^{m.}$ 47 *ſeg?* Reduzidos dire ſi 56.00 dan 60.00, que daràn 35.78: Multiplica 60.00 por 35.78, ſale 21468000. parte por 56.00, ſale 38.33. eſto es $38^{m.}$ 20 *ſeg.*

20 *seg.* Otra vez si 30$^{m.}$ 16 *seg.* dan un grado; que daràn 12$^{m.}$ 20 *seg*? Reduzidos digo si 30.27 dan 60.00, que daràn 12.33? Salen 24.44. esto es 24$^{m.}$ 26 *seg.*

141 *Exenplo 3.°* Si el Sol en un dia, que es 24 horas, corre 59$^{m.}$ 50 *seg.* en 16 *hor.* 45$^{m.}$ que correrà? los minutos de *hor.* se reduziràn a decimas de *hor.* de la mesma suerte, y digo. Si 24.00. dan 59.83, que darã 16.75? multiplica 59.83 por 16.75, sale 10021525: parte por 24.00: salen 41.75, esto es 41$^{m.}$ 45 *seg.*

En la Luna, que corre muchos grados, se reduzirã los minutos a decimas de grados, y saldràn grados, y decimas, que se reduziràn despues a minutos. La Luna en 24 *hor.* corre 13 *gra.* 26$^{m.}$, en 18 *hor.* 16$^{m.}$ que correrà? Reduzidos digo, si 24.00. dan 13.43, que daràn 18.27? salen 10.22 esto es 10. *gr.* 13$^{m.}$

142 *Exenplo 4.°* La Luna corre 13 *gr.* 54$^{m.}$ en 24 *hor.* para caminar 11 *gr.* 20$^{m.}$ que tienpo ha menester? Reduzidos los terminos digo, si 13.90 dan 24.00, q daràn 11.33? salen 19.56, esto es 19$^{m.}$ 33. *seg.* ✢ Si un Cometa corre 2 *gr.* 15$^{m.}$ 18 *seg.* que son 135$^{m.}$ 18 *seg.* en 23 *hor.* 48$^{m.}$ para caminar 53$^{m.}$ 33 *seg.* que tienpo ha menester? Reduzidos digo, si 135.30 dan 23.80, que daràn 53.55? salen 9.42, esto es 9 *hor.* 25$^{m.}$

143 *Para hallar la hora de los aspectos.*

Multiplica la distancia de los Planetas por 24. *hor.* y parte el Producto (si los dos sõ *directos*, ò *retrogrados*) por la diferencia de los movimientos, ò (si el uno es *directo*, y el otro *retrogrado*) por la suma. La Luna dista 7 *gr.* del Sol, y corre en un dia 12 *gr.* y el Sol 1. *gr.* la diferencia es 11. *gr*: Reduzidos digo. Si 11.00. dan 24.00. que darã 7.00? salen 15.27, esto es 15 *gr.* 16$^{m.}$ Item Mercurio retrogrado en 24 *hor.* camina 39$^{m.}$ 18 *seg.* y Venus *directa* camina 75$^{m.}$ 36 *seg.* y distã 58$^{m.}$ 24 *seg.* quando se juntaràn? La suma de los movimiẽtos es 114$^{m.}$ 54 *seg.* Reduzidos los terminos, si 114.90 dan 24.00, que daràn 58.40? salen 12.19, esto es 12 *hor.* 11. *min.* &c.

CAP. XIX.

DE LA ALLIGACION.

144 ALLIGACION se dize la mescla de muchas especies, para que resulte otra especie Media: como si se mescla oro de 22. quilates con oro de 13, saldrà una especie Media, mas perfeta que de 13, y menos que de 22. Lo mesmo es en el vino, trigo, lanas, &c. En cada alligacion ai seis terminos, que son las tres especies *Maior, Menor, y Media,* que se declaran por sus precios, y las tres cantidades, de la especie *Maior, Menor, y Media.*

Regla unica general.

Si la diferencia de los estremos se haze Todo, las diferencias del Medio puestas en cruz, son las partes de la Mescla.

145 Vn Platero tiene oro de 22. quilates, y de 13: quiere reduzirle a 16. quilates, quanto tomarà de cada especie? Escrivanse las especies como se ve, la Maior arriba, la Menor debaxo, y la Media a un lado,

do,ſiempre cō eſte orden. La diferencia de 13. a 16. es 3. la diferencia de 16. à 22. es 6: eſcrivanſe en cruz, la diferencia de 13. a 22. es 9. eſcrivaſe debaxo: Digo pues, que en cada 9. *onzas* de meſcla ha de aver 3. *onz.* de 22.quilates,y 6. *onz.*de 13. quilates, y con eſto ſeràn las 9. *onz.*de 16. quilates. La prueva es que multiplicando 22.por 3:y 13. por 6. la ſuma de los Productos es igual al Producto de 16. por 9.

Eſpecies.		*Diferencias.*	*Cantidades.*
16.	22	3	12
	13	6	24
		9	36.

146 Si la cātidad de la meſcla huviere de ſer menor,ò maior, como de 36. *onz.* ſe forma una regla de tres:Si 9.dan 36.luego 6.daràn 24.digo que 24.*onz.* ha de aver de 13.quilates, conque reſtando 24. de 36. quedaràn 12. de 22.quilates: Tambien por regla de tres ſi 9.dan 36.luego 3.daràn 12.de 22.quilates,cō que las 24. ſeràn de 13. De aqui ſe ſigue que *Las diferencias ſon proporcionales con las cantidades.* Eſte es todo el fundamento para reſolver las ſiguientes dudas.

*Duda.*1. Si 36. *onz.* de oro de 16. quilates ſe componen de oro de 22,y de 13.quilates, quanto ai de cada eſpecie?

Eſpecies.		*Diferencias.*	*Cantidades.*
16.	22	3	...
	13	6	...
		9	36.

Pues ſe dan las tres eſpecies, diſponganſe los numeros cō el orden que antes, dexando en blanco los que ſe buſcan, y ſacando las diferēcias, digo ſi 9. dan 36. que

que daràn 6? y hallo 24. *onzas* de 13. quilates; luego las 12.ſeràn de 22:obraſe en todo como antes.

Corona de Archimedes.

147 El Rei Hieron diò a un Platero oro de 24. quilates, para una Corona,el Oficial puſo meſcla de plata;el Rei temiò el engaño,y mādò que Archimedes lo averiguaſe, ſin deshazer la Corona. Tomò Archimedes un pedaço de oro, y otro de plata de igual peſo que la Corona,y poniendo cada uno en un vaſo lleno de agua, viò que ſaliò mas agua de la plata que de la Corona, y deſta mas que del oro: y entendiò que avia meſcla:Supongo que la Corona peſava 100.*onz.* y que expelliò 63. de agua: el oro 60. y la plata 80: la diferencia de 60.a 63.es 3: la de 63 a 80. es 17. pueſtas en cruz eſcrivaſe debaxo la diferencia de 60. a 80. que es 20: y digo ſi 20. dan 100. luego 17. daràn 85. tantas *onzas* avia de oro: y las otras 15. eran de plata. Tambien podia dezir ſi 20. dan 100. Luego 3. daràn 15. *onz.* de plata: y las otras 85. ſeràn de oro.

Eſpecies.		*Difer.*	*Cantid.*
63	80	3	15 *Plata.*
	60	17	85 *Oro.*
		20	100 *Coro.*

148 *Duda.*2. Cierta cantidad de oro de 16.quilates tiene 24. *onz.* de 13.quilates, y lo reſtante es de 22. quilates: quantas *onzas* de oro ſeràn. Halladas las diferencias, y diſpueſtos los numeros con el orden que antes, dexando en vazio las caſillas de los

los que ſe buſcan : dire, ſi 6. dan 24: que daràn 9? hallo 36. que es toda la cantidad de la meſcla : luego reſtando 24. de 36. quedaràn 12. *onz.* de oro de 22. quilates. Si ſe pidiera la cantidad de la eſpecie maior : dixera, ſi 6. dan 24. quedaràn 3: hallo 12. *onzas* de oro de 22. quilates, ſumandolas con 24: ſerà todo 36. *onzas*.

	Eſpecies.	*Diferencias.*	*Cantidades.*
16.	22	× 3	...
	13	6	24.
		9	...

149 Si ſe diera la cantidad de la eſpecie maior, ſe obra de la meſma ſuerte, tomando por Partidor la diferencia contraria: como, cierta cantidad de oro de 16. quilates tiene 12. de 22. quilates, lo reſtante es de 13: quantas *onzas* es todo? ò quantas *onzas* ai de 13. quilates? Dirè, ſi 3. dan 12: que daràn 9? hallo 36. luego 24. ſerán de 13. quilates: ò ſi 3. dan 12. que darã 6? hallo 24. de 13. quilates, luego todo ſerà 36. *onzas*.

	Eſpecies.	*Diferencias.*	*Cantidades.*
16.	22	× 3	12.
	13	6	...
		9	...

150 *Duda*. 3. Si 12. *onz.* de oro de 22. quilates ſe meſclan con 24. *onz.* de 13. quilates, de quãtos quilates ſerà la meſcla? Eſcrivanſe como antes, y tomeſe la diferẽcia de la eſpecie menor, y maior que es 9. y digo ſi 36. dan 9. que daràn 24? hallo 6. que es la diferencia de la eſpecie

	Eſpecies.	*Diferencias.*	*Cantidades.*
	22	×	12
...	13		24
		9	36

cie maior, y media : reſtando pues 6. de 22. quedan 16. quilates que tiene la meſcla? Tambien ſi 36. dan 9. que daràn 12. cantidad de la eſpecie maior? hallo 3. que es la diferencia de la eſpecie menor, y media, añadiendo pues 3. a 13. ſeràn 16. los quilates de la meſcla. Si ſe dan las 24, y 36. reſtando ſe hallan las 12. ſi ſe dan las 12, y 36. reſtando ſe hallan las 24. Conque dadas las dos cantidades, ſe ſaben las tres.

151 *Duda*. 4. Si 12. *onz.* de 22. quilates ſe meſclã cõ 24. y la meſcla ſale de 16. quilates, de quantos quilates eran las 24. *onz*? O ſi 36. *onz.* de 16. quilates tienen 12. *onz.* de 22. quilates, las otras 24. *onz.* de quantos quilates ſeràn? Pueſtos en orden los numeros digo: Si 24. dan 6: que darã 36? hallo 9. que ſe avia de eſcrivir debaxo del 6: y ſerà la diferencia de la eſpecie maior, y menor: Luego reſtando 9. de 22. quedaràn 13. quilates, la eſpecie menor. Tambien ſi 24. dan 6. que daràn 12? hallo 3. que es diferencia de la eſpecie menor, y media: reſto 3. de 16: quedaràn 13. quilates, eſpecie menor. Luego las 24. *onz.* ſeràn de 13. quilates.

	Eſpecies.	*Difer.*	*Cantid.*
16.	22	×	12.
	..	6	24.
			36.

152 *Duda*. 5. Si 24. *onz.* de 13. quilates ſe meſclan con 12. de otra eſpecie, y la meſcla ſale de 16. quilates, de quantos quilates ſeran las 12? O ſi 36. *onz.* de 16. quilates tienẽ 24. de 13. quilates, las otras de que quilates ſeràn? Aqui ſe buſca la eſpecie maior: ordenen-

se los numeros, y serà 3. la diferencia de la especie menor, y media: Digo pues si 12. dan 3. que daràn 24? y hallo 6. que es diferencia de la especie maior, y media; añado pues 6. al 16, y sale 22. la especie maior.

Especies.	*Difer.*	*Cantid.*
16.	3	12
13		24
		36

Tambien si 12. dan 3. que daràn 36? hallo 9. que es diferencia de la esdecie menor, y maior; añado pues 9. al 13. salen 22. quilates, la especie maior.

153 *Duda*.6. Si 36. *onz*. de mescla tienen 12. de 22. quilates, las otras 24. de que quilates seràn, y de quãtos quilates serà la mescla? Esta tiene muchas respuestas, y puede el Arithmetico determinar a su gusto los quilates de las 24. *onz*. supongo que sean 13: Luego por la *duda*. 3. hallarè la mescla de 16. quilates. Tambien podia determinar los quilates de la mescla: supongo que sean 16: Luego por la *duda*. 4. hallarè 13. la especie menor, q̃ son los quilates de las 24. *onz*.

Si 36. *onz*. de mescla tienen 24. *onz*. de 13. quilates, las otras 12. de quantos quilates seràn? y de que quilates la mescla? Supongo que es la mescla de 16. quilates: Luego por la *duda*. 5. hallarè 22. la especie maior, que son los quilates de las 12. *onz*: Si hiziera otras suposiciones, hallarà otros numeros, y todos responderian a la question.

154 *Duda*.7. Si 36. *onz*. de oro de 16. quilates se componen de oro de dos especies, las 24. *onz*. de una especie, y las 12. de otra; de quantos quilates es cada

cada especie? Tiene muchas respuestas. Puedo determinar la una especie a mi gusto. Supongo que las 12. *onz*. sean de 22. quilates. Luego por la *duda*. 4. hallarè 13. quilates la especie menor. Supongo que las 24. fueran de 13. quilates: Luego por la *duda*. 5. hallaria 22. quilates, la especie maior. Si la especie que supongo, es maior que la de la mescla, se obrarà por la *duda*. 4: y si fuere menor, por la *duda*. 5. Si hiziera otras suposiciones, salieran diferentes numeros.

155 *Duda*.8. Si 12. *onz*. de 22. quilates se mesclan con 24. *onz*. de otra especie, y la diferẽcia de los quilates de la mescla, y de las. 24. *onz*. es 3. de quantos quilates serà la mescla, y de quantos las 24 *onz*? Supongo que los 22. quilates es la especie maior, y digo si 12. dan 3. que daràn 24? hallo 6. diferencia de la especie dada, y del medio: Luego restando 6.

Especies.	*Difer.*	*Cantid.*
22	3	12
	6	24
		36

de 22, quedaràn 16. los quilates de la mescla: y quitando 3. de 16. restaràn 13. los quilates de las 24. *onz*. Tambien: si 12. dan 3. que daran 36? Y hallo. 9. diferencia de las especies estremas, quito 9. de 22. restã 13. quilates la especie menor, y añadiendo 3. al 13. seràn 16. los quilates de la mescla.

156 *Duda*.9. Si 36. *onz*. tienen las 24. de 13. quilates, y las 12. de otra especie, y la diferẽcia de la mescla, y de las 12. es 6. de quantos quilates serà la mescla, y de quantos las 12. *onz*? Supongo que los 13. quilates

lates es la eſpecie menor: y ordenados los numeros, digo: Si 24. dan 6, que daràn 12? hallo 3. diferencia de la eſpecie dada, y del medio, y pues 13. ſe ſupone ſer la eſpecie menor, añado 3. a 13, y ſale 16. quilates la meſcla: y añadiendole 6, que es la diferencia dada, ſeran de 22. quilates las 12. *onz.* Tambien ſi 24. dan 6. que daràn 36? hallo 9. diferencia de la eſpecie maior, y menor; y pues 13. ſe ſupone ſer la eſpecie menor, añadole 9. ſale 22. quilates la eſpecie maior, y quitando 6. que es la diferẽcia dada, quedarà 16. quilates la eſpecie media. En eſta duda, y en la octava ſi la eſpecie, que ſe da, no ſe dize que es menor, ni maior, puede ſuponerle el Arithmetico a ſu guſto, y ſi ſupone que es maior, obrar como en el §. 156. y ſi ſupone que es menor, obrar como en el preſente, conque tendrà la queſtion dos reſpueſtas.

Eſpecies.	*Difer.*	*Cantid.*
		12
13 ×	6	24
		36

157 *Duda.* 10. Si 36. *onz.* ſon de 16. quilates, y ai 24. de una eſpecie, y 12. de otra, y la diferencia de los quilates de las 12, y 24. *onzas* es. 9. quilates; de quantos quilates ſeran las 24. *onz.* y las 12. *onz.*? Ordenados los numeros; digo: Si 36. dan 9: que daràn 24? hallo 6. diferencia de la eſpecie maior, y media: porque ſupongo que 24. es cantidad de la eſpecie menor; añado pues 6. a 16. y ſerà 22. la eſpecie maior, y quitando. 9. que es la diferencia dada, reſtaran 13. quilates, que es la eſpecie menor. Tambien ſupongo que 12. es la cantidad de la eſpecie maior, y digo, ſi 36. dan 9. que daràn 12? hallo 3. diferencia de la eſpecie menor, y media, reſto pues 3. de 16. quedan 13. quilates la eſpecie menor, y añadiendo 9. al 13. ſeràn 22. quilates la eſpecie maior; de tantos quilates ſon las 12. *onz.* Si la pregunta no determina las cantidades, ſi ſon de la eſpecie maior, ò menor, puede ſuponerlo el Arithmetico: y tendrà la pregunta dos reſpueſtas. En eſtos diez caſos ſe encierran todos los de eſta materia.

Eſpecies.	*Difer.*	*Cantid.*
		12
16 ×		24
	9	36

158 En todas eſtas operaciones puede ſer, que la una eſpecie no tenga valor, como quando ſe liga oro con cobre, vino con agua, &c. en tales caſos ſe pone. o. por la eſpecie menor, y ſe obra como antes: como ſi un Platero tiene oro de 22. quilates, quiere baxarle a 16. quilates en cantidad de 66. *onzas*, quantas *onzas* tomarà de cobre? Diſpongāſe las tres eſpecies: la diferencia de. o. y 16. es 16. la de 16, y 22. es 6. la de o. y 22. es 22. Digo pues ſi 22. dan 66. que daràn 6? hallo 18. *onzas* de cobre, luego las 48. ſeran de oro de 22. quilates. Tambien ſi 48. *onz.* de oro de 22. quilates ſe meſcla con 18. *onz.* de cobre, de quantos quilates ſaldra la meſcla? Obrando como en el §. 150. hallarè 16, quilates.

Eſpecies.	*Difer.*	*Cantid.*
22	16	
16 ×	6	
0	22	66

159 Para

159 Para subir el oro de punto, se obra de la mesma suerte. Tiene un Platero 66. *onz.* de oro de 16. quilates, quiere subirle a 22. quilates, quantas *onzas* de liga dexarâ consumir en el fuego? Dispuestos los numeros: digo si 22. dan 66. que daràn 16? hallo 48. *onz.* de 22. quilates, a tantas *onzas* se reduziran las 66. para subir a 22. quilates, y assi las 18. *onzas* consumirà el fuego. Tambien si 22. dan 66. que daràn 6? hallo 18. *onzas* de cobre, ò liga, que ha de consumir el fuego: Concluio, conque el zero no varia el modo de obrar precedente.

	Especies.	*Difer.*	*Cantid.*
16	22	16	48
	0	6	18
		22	66

Si de 66. *onz.* de oro de 16. quilates, puestas en el fuego se consumiera 18. *onz.* de liga, quantos quilates tendran las 48. *onz.* que quedan? Digo si 48. dan 16. que daràn 66? hallo 22. quilates, que es diferẽcia de los estremos, y pues el estremo menor es. 0. seran 22. los quilates de las 48. *onzas.*

	Especies.	*Difer.*	*Cantid.*
16		16	48
	0		18
			66

160 Quando las especies de que se compone la mescla son mas de 2, lo mas facil es hazer dos alligaciones, y entonces tiene la question infinitas respuestas: como. Si un Platero tiene oro de 22. de 20. de 15, y de 13. quilates, quiere hazer 56. *onz.* de mescla de 16. quilates, quanto tomara de cada especie? Primero, parto el 56. en dos partes iguales, ò desiguales

a mi

a mi gusto: supongo 36, y 20: y hago dos alligaciones, la primera de los 22, y 13. quilates con las 36. *onz.* y hallarè por el §. 146. 12. *onz.* de 22. quilates, y 24. *onz.* de 13. quilates. La segunda alligaciõ sera de los 20. quilates, y de los 15. con las 20. *onz.* y por el §. 146. hallarè 4. *onz.* de 20. quilates, y 16. *onz.* de 15. quilates: conque se ha satisfecho a la question, con una respuesta. Podia ligar los 22. quilates con los 15, y los 20. con los 13, y fuera segunda respuesta. Podia mudar las cantidades poniendo arriba 20. *onzas*, y debaxo 36, y tendria otras dos respuestas: que ya serian 4: otra vez podia dividir las 56. *onz.* en 30, y 26, y obrando como antes, hallaria otras quatro respuestas. Mas. Si se dividen las 56. *onz.* en 28, y 28. hallarè otras quatro respuestas: En fin por cada division, que harè de las 56. *onz.* puedo hallar quatro respuestas a la pregunta; conque se ve, que ai infinitas respuestas.

	Especies.	*difer.*	*Cantid.*
16	22	3	12
	13	6	24
		9	36

	Especies.	*Difer.*	*Cantid.*
16	20	1	4
	15	4	16
		5	20

161 Siempre se ha de ligar una especie maior cõ otra menor, tomando si fuere menester una mesma especie dos, ò tres vezes. Como, Tengo oro de 22, de 20, y 13. quilates, quiero 50. *onz.* de 16. quilates, quanto tomarè de cada especie? Parto las 50. *onz.* en dos partes, y sean 36, y 14: ligare primero los 13. qui-

lates con los 22, y deſpues los 13. con los 20. y hallarè 12. *onz.* de 22. quilates 6. *onz.* de 20. quilates: Luego 24, y 8. que ſon 32. *onz.* de 13. quilates, y haziendo otras diviſiones de las 50. *onz.* hallarè otras reſpueſtas infinitamente. Si fuere

Eſpecies.		*Difer.*	*Cantid.*
16	22	3	12
	13	6	24
		9	36

Eſpecies.		*Difer.*	*Cantid.*
16.	20	3	6.
	13	4	8.
		7	14.

neceſſario, ſe haràn tres alligaciones con un meſmo termino: como ſi oro de 13, de 15, de 18, y 22. quilates ſe huvieſe de meſclar, y hazer la meſcla de 20. quilates ſe harian tres alligaciones de 22. con 13: de 22. con 15. de 22. con 18: y eſto por ſer las tres eſpecies menores, que el medio: lo meſmo ſe haze, quando las tres ſon maiores.

162 Quando ſe dã muchas eſpecies, multipliqueſe cada eſpecie por ſu cantidad, y la ſuma de los Productos partaſe por la ſuma de las cantidades: el *Quociente* ſerà la nueva eſpecie, ò el valor de la meſcla. Como, ſi ai 12. *onz.* de oro de 22. quilates, 4. de 20, y 16. de 15, y 24. de 13. quilates, ſi ſe meſcla todo, de quantos quilates ſaldrá? Multiplicando los 22. quilates por ſus 12. *onz.* &c, la ſuma de los Productos es 896: partido

Eſpecies.	*Cantid.*	*Productos.*
22	12	264
20	4	80
15	16	240
13	24	312
16	56	896

do

do por 56. ſuma de las cantidades, ſale 16: la nueva eſpecie, ò valor de la meſcla. Lo meſmo que ſe ha dicho del oro, ſe ha de entender de otros metales, y del trigo, vino, azeite, lanas, &c. Solo advierto, que algunas vezes antes de hazer la alligacion, ſe ha de buſcar el precio medio con una particion. Como: ſi quiero por 72. ſueldos cõprar 12. cantaros de vino meſclado de 10, 8, 5, y 4. ſueldos, quantos tomarè de cada eſpecie? Parto los 72. ſueldos por 12. *Cant.* y ſale 6. ſueldos el precio medio: y pues quiero 12. cantaros de vino de 6. ſueldos, obrando por el §. 160. hallarè infinitas reſpueſtas.

163 Tengo 56. *onz.* de oro de 16. quilates, compueſto de 4. eſpecies 12. *onz.* de 22: 4. de 20: 16. de 15: pidenſe los quilates de la reſta? Diſponganſe los numeros dados como antes. Multipliqueſe cada eſpecie por ſu *Cantid.* La ſuma de las 3. *Cantidades* 12. 4. 16. es 32, eſcrivaſe debaxo el 56: la ſuma de los 3. Productos 264. 80. 240. es 584. eſcrivaſe debaxo del Producto maior 896: reſtando 32. de 56, y 584. de 896. quedan 24, y 312: partaſe 312. por 24. ſalen 13. digo que la reſta es 24. *onz.* de 13. quilates. Otras preguntas curioſas ſe reſolveran facilmente por el Arte mayor, ò Algebra.

Eſpecies.	*Cantid.*	*Product.*
22	12	264
20	4	80
15	16	240
16	56	896
	32	584
13	24	312

CAP. XX.

DE LAS FALSAS POSICIONES.

164 FALSA poſicion ſe dize, porque ſupone un numero falſo, para hallar otro verdadero. Es en dos numeros; *Simple*, ò *Compueſta*. La *Simple* ſolo ſupone un numero; la *Compueſta* ſupone dos.

+ maneras.

De la falſa Poſicion ſimple.

Quando la pregunta procede por partes de un numero incognito, reduzganſe los quebrados a un comun denominador por el §.35. y tomeſe el denominador nuevo por numero falſo, luego ſiguiendo el orden de la pregunta, hallaremos el numero verdadero, ò ſu ſemejante, y con una regla de tres ſe ſabrà la verdad.

165 Pideſe un numero, que ſumando ſu $\frac{1}{3}$, y $\frac{1}{4}$, y $\frac{1}{5}$ ſea todo 4700: reduzidos los quebrados a un comun denominador §.35. ſeràn $\frac{20}{60}$, y $\frac{15}{60}$, y $\frac{12}{60}$. Supongo pues, que es 60. el numero, que ſe buſca. Su $\frac{1}{3}$ es 20. ſu $\frac{1}{4}$ es 15. ſu $\frac{1}{5}$ es 12. ſumando 20, 15, y 12. ſale 47. avia de ſer 4700: Luego 60. no es el numero verdadero: digo pues. Si 47. avia de ſer 4700. luego 60. avia de ſer 6000: eſte es el numero que ſe buſca: porque ſu $\frac{1}{3}$ es 2000. ſu $\frac{1}{4}$ es 1500. ſu $\frac{1}{5}$ es 1200: ſumando los tres ſale 4700. que es lo que deſeava.

166 Pide

166 Pideſe un numero, que añadiendole ſu $\frac{1}{2}$, y $\frac{1}{5}$ mas 4. ſea todo 140: reſto 4. de 140, quedã 136: Buſcaſe pues un numero que añadiendole ſu $\frac{1}{2}$, y $\frac{1}{5}$ ſea todo 136: La $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{5}$ reduzidos a un comun denominador ſeran $\frac{5}{10}$, y $\frac{2}{10}$: ſumenſe 10. 5. 2. ſeran 17, y digo ſi 17. vienen de 10: de donde vendràn 136? y hallo 80: eſto es el numero que ſe pide ſu $\frac{1}{2}$ es 40. ſu $\frac{1}{5}$ es 16. ſumando 80. 40. 16. es todo 136, y añadiendole 4. ſerà 140.

Pideſe un numero, que añadiendole ſus $\frac{3}{4}$, y $\frac{2}{5}$ menos 12. ſea todo 246. Añado primero 12. a 246, y ſerà 258: los quebrados reduzidos ſon $\frac{15}{20}$ y $\frac{8}{20}$ ſumando 20. 15. 8. ſon 43: digo pues ſi 43. dan 20. que daràn 258? y hallo 120: eſte es el numero, que ſe buſca: ſus $\frac{3}{4}$ ſon 90. ſus $\frac{2}{5}$ ſon 48. ſumando 120. 90. 48. ſale 258. y quitando 12. quedan 246.

167 Pideſe que 200. *lib.* ſe repartan entre 3, de tal ſuerte que el 1.º tenga dos vezes mas, que el 2.º, y el 2.º tres vezes mas que el 3.º: en tales caſos es mejor començar por la parte menor, que ſea unidad: Supongo pues, que el 3.º tiene. 1. el 2.º tendrà 3, y el 1.º 6: ſumando 1. 3. 6. ſeràn 10. digo pues ſi 10. dan 1. que daràn 200? hallo 20: *lib.* que tendrà el 3.º: multiplicadas por 3. ſeràn 60. *lib*: para el 2.º, y dobladas ſerà 120. para el 1.º: ſumando 20. 60. 120: ſon las 200. *lib.*

Pedro diò $\frac{1}{3}$ de ſu dinero, y ſe jugo $\frac{1}{4}$. de lo que le quedava: halloſe deſpues con 10 *lib.* quanto tenia antes? En eſtos caſos multiplico ſolos los denominado-

res

res 3. por 4. es 12: ſupongo pues que tuvieſſe 12. *lib.* ſu $\frac{1}{4}$ es 4. *lib*: quitadas de 12, le quedavan 8. *lib*: ſu $\frac{1}{4}$ es 2. reſtando 2. de 8: quedan 6: *lib*. y pues avian de quedar 10. digo. Si 6. vienen de 12. de quantos vendran 10? y hallo 20. *lib*. por ſer eſto facil no multiplico exemplos.

De la falſa poſicion compueſta.

168 Componeſe de dos ſimples, y aſsi la llamã poſicion doblada, ò regla de dos falſas poſiciones. Aqui me valdre de dos ſignos: eſta + quiere dezir *Mas*, y eſta — quiere dezir *Menos*. Guardaſe eſte orden. Primero ſe ſupone un numero falſo, y guardando el orden de la pregunta, ſe nota el error, ſi es *Mas* con +, ſi es *Menos* con —: Luego ſe ſupone otro numero, y ſe nota el error cõ +, ò con — como ſe ſigue.

169 Pideſe, que eſte numero 62. ſe parta en tres numeros, que el 1.° ſea tanto como el 2.° y 3.° mas 6, y el 2.° ſea doblado que el 3.° mas 4: Supongo que el 3.° que es el menor, ſea 5: ſi le doblamos ſerà 10, y añadidos 4. ſeràn 14: eſte es el 2.° numero: ſumando 5, y 14. ſerá 19, y añadidos 6. ſerà 25. el numero 1.°: ſi ſe ſuman los tres 25. 14. 5. ſeràn 44: avia de ſer 62. luego ai error de 18. menos, eſcrivaſe aparte la ſupoſicion con ſu error 5. — 18. ſupongo otra vez que ſea el 3.° 11. ſiguiendo el meſmo orden ſerà el 2.° 26. y el 3.° 43. la ſuma de 11. 26. 43. es 80, que es 18, mas, que 62, eſcrivo el 11.

Supoſi.	*Errores.*
5	— 18
11	+ 18

con

cõ ſu error 11 + 18. el meſmo eſtilo ſe guarda en todas, ſiguiẽdo ſiẽpre el orden de la pregunta. Quando los errores ſon iguales, como agora, ſumenſe las dos ſupoſiciones, y la mitad de la ſuma dara la verdad. Como 5, y 11. ſon 16. ſu mitad es 8. digo que el 3.° es 8, conque ſerà el 2.° 20. y el 1.° 34, y ſumando 34. 20. 8. ſerà 62. como la pregunta dezia: eſta es la prueva de la verdad.

170 Quando los errores ſon deſiguales, ſe ſabrà la verdad por una de las ſiguientes reglas.

Regla 1.

Multipliquenſe las ſupoſiciones por los errores contrarios, en cruz, y ſi los ſignos ſon ſemejantes, partaſe la diferencia de los Productos, por la diferencia de los errores, y ſi los ſignos ſon diferentes, partaſe la ſuma de los Productos por la ſuma de los errores, el Quociente dara la verdad.

En la meſma pregunta: ſupongo que el 3.° numero es 5. ſu error es — 18: ſupongo otra vez 7. y ſiguiendo el orden ſerà el error — 6. y pues los errores ſon deſiguales, multiplico en cruz 7. por 18, ſale 126, y 5. por 6, ſale 30: y porque los ſignos ſon ſemejantes reſto 6. de 18, y 30. de 126, y partiẽdo 96. por 12. ſale 8, el numero verdadero.

Supoſ.	*Err.*	*Prod.*
5	— 18	126
	×	
7	— 6	30
reſt.	12	96
Quociente.		8

171 Otra

171 Otra vez ſupongo 13. y ſiguiendo el ordē hallo el error + 30: ſupongo luego 10, y hallo el error + 12: multiplicando 13. por 12, y 10. por 30, y reſtando 12. de 30, y 156. de 300. parto 144. por 18. y ſale 8. el nume. verdadero como antes.

Supoſ.	*Err.*	*Prod.*
13	+ 30	300
	×	
10	+ 12	156
reſt.	18	144
Quociente.		8

Otra vez ſupongo 5. ſu error 5 — 18: ſupongo luego 12: y ſiguiendo el orden de la pregunta hallo el error + 24: multiplico en cruz 5. por 24. ſale 120. y 12. por 18. ſale 216. agora porque los ſignos ſon diferentes ſe ſuman 18, y 24. ſon 42: y 216. con 120. ſon 336. partiendo 336. por 42. ſera el *Quociente* 8. como antes. Eſta regla es general, y ſolo quiere cuidado en reſtar, ſi los ſignos ſon ſemejantes, aunque el numero menor eſtè arriba, y ſumar ſi los ſignos ſon diferentes.

Supoſ.	*Err.*	*Prod.*
5	— 18	216
	×	
12	+ 24	120
Suma.	42	336
Quociente.		8

Regla. 2.

172 *La diferencia de las ſupoſiciones multipliqueſe por el primer error; el Producto partaſe por la diferencia de los errores ſi los ſignos ſon ſemejantes, ò por la ſuma ſi ſon diferentes: el Quociente añadido, ò quitado a la primera ſupoſicion dara la verdad.*

Quando los ſignos ſon diferentes es ſeñal que el numero verdadero eſtà en medio de las dos ſupoſiciones, y aſsi ſi la primera ſupoſicion es la maior ſe reſta-

resta-

reſtarà el *Quociente*, y ſi menor ſe añadirà: pero ſi los ſignos ſon ſemejantes, y la ſupoſiciō maior tiene maior error, ſe reſtarà, y ſi menor ſe añadirà.

173 Sea la meſma pregunta del §. 169. y en el exemplo 1.° ſupongo 12. y ſiguiendo el orden ſerà el error + 24: ſupongo 9. ſu error + 6. reſto 9. de 12: y eſto es en todos los exemplos, y quedan 3. multiplicoles por 24. ſala 72. partido por 18. que es diferēcia de los errores, ſerà el *Quociente* 4. reſtado de 12. quedan 8. el numero verdadero: en el exemplo 3.° y 6.° porque los ſignos ſon diferentes, la ſuma de los errores es Partidor. En los exemplos 1.° 3.° 4.° el *Quociente* ſe quita de la primera ſupoſiciō, y en los otros ſe añade como dize la regla, y ſiempre ſale 8. el numero verdadero como antes.

174 *Exemplo* 1.°

12 + 24		72
9 + 6		
3 *reſt.*	18 *reſta.*	
Quociente.		4

Exemplo 2.°

4 — 24		24
5 — 18		
1 *reſt.*	6 *reſt.*	
Quociente.		4

Exemplo 3.°

13 + 30		240
5 — 18		
8 *reſt.*	48 *ſuma*	
Quociente.		5

Exemplo. 4.°

9 + 6		18
12 + 24		
3 *reſt.*	18 *reſt.*	
Quociente.		1

Exemplo. 5.°

5 — 18		18
4 — 24		
1 *reſt.*	6 *reſt.*	
Quociente.		3.

Exemplo 6.°

5 — 18		144
13 + 30		
8 *reſ.*	48 *ſuma.*	
Quociente.		3

Regla. 3.

175 *Tomese la segunda suposicion 1. mas, ò menos que la primera, y partase el primer error por la diferencia de los errores, si los signos son semejantes, ò por la suma si son diferentes, el Quociente añadido, ò quitado a la primera suposicion darà la verdad.* Para el sumar, ò restar se guarda el precepto de la *Regla 2.*

Sea la mesma pregunta del §.169. y en el exemplo 1.° supongo 12. y siguiendo el orden de la pregũta, serà el error + 24. Supongo 13. su error es + 30: restando 24. de 30, quedan 6. partiendo 24. por 6. sale 4. que restado de la primera suposicion 12. quedã 8. que es el numero verdadero: En el exemplo 1.° y 2.° se resta el *Quociente*, porque son los signos semejantes, y el error de la suposicion maior, es maior. En el exemplo 3.°, y 4.° se añade, porque siendo los signos semejãtes, la suposiciõ maior tiene menor error.

Exemplo 1.°	*Exemplo 2.°*	*Exemplo 3.°*	*Exẽplo 4.°*
12 + 24	12 + 24	5 — 18	4 — 24
13 + 30	11 + 18	4 — 24	5 — 18
resta. 6	*resta.* 6	*resta.* 6	*resta.* 6
Quociente. 4	*Quociente.* 4	*Quociente.* 3	*Quocien.* 4

176 He resuelto esta pregunta por todos los modos de las tres reglas, para que se vea, que siempre sale lo mesmo, y mejor se entienda, como se ha de obrar en las semejantes: Esta tercera regla es mas facil, y aconsejo que se vse della, aunque tal vez los quebrados

dos hazẽ molesta la operacion. Algũnas preguntas parecen diferentes, y no lo son: como; Pedro empleo 62. *lib.* en tres vestidos el 1.° costò 6. *lib.* mas que los otros dos, el 2.° costò 4. *lib.* mas que el duplo del 3.°, que costò cada vno? Tambien entre tres ganaron 62. *lib.* el 1.° tanto como los dos mas 6. *lib.* el 2.° doblado que el 3.° mas 4. *lib.* que ganò cada uno? Esto es lo mesmo que partir el numero 62. en tres numeros, como en el §.169. La maior dificultad consiste en saber, conocer, y seguir el orden de la pregunta, y esto quiere exercicio. Las preguntas que solo proceden por sumas, y restas, ò por multiplicaciones, y particiones se pueden resolver por una falsa posicion, pero si juntamente con las multiplicaciones, ò particiones ai sumas, ò restas, son menester dos falsas posiciones. Sino es, que la suma, ò resta se pueda hazer antes de començar la operacion, como en el §.166.

177 Dize Pedro a Iuan si me das 23. *libras*, tendrè tres vezes mas que tu: responde Iuan si me das 23. tendrè 7. vezes mas que tu, quãto tenia cada vno? Supongo que Pedro tenia 30. si da 23. le quedaràn 7, y pues Iuan dize tendria 7. vezes mas, tendria 49, y quitados los 23. que le dieron tendria antes 26: Si Iuan da 23. de los 26, que tiene, le quedaràn 3. y Pedro tendrà 53. avia de tener solos 9, que es tres vezes mas q̃ Iuan, luego ai + 44. de error. Supongo otra vez que Pedro tiene 31. si da 23. le quedaràn 8. multiplica-

30	+ 44
31	+ 24
resta.	20
Quoci.	$2\frac{4}{20}$.

plicados por 7. son 56. estos tendrà Iuan, y quitados 23. le quedarán 33. tantos tenia antes: si da 23. le quedarán 10, y Pedro tendrà 54: avia de tener solos 30. que es tres vezes mas que los 10. de Iuan: luego ai + 24. de error. Resto pues 24. de 44. y quedan 20: partidos 44. por 20. sale $2\frac{4}{20}$. que se han de añadir a los 30, porque siendo los signos semejantes, el error de la suposicion maior es menor. Luego Pedro tenia 32. *lib.* 4. *suel.* y assi Iuan tendria 41. *lib.* 8. *suel.*

178 Supongo otra vez, que Iuan tuviesse 43: si da 23. le quedarán 20, y pues Pedro avia de tener 3. vezes mas, tẽdria 60: y quitando los 23, que le dierõ, tendria antes 37. si Pedro da 23. le quedaràn 14, y Iuan tendrà 66. avia de tener 98. que es 7. vezes mas que 14. luego ai — 32. de error: Supõgo pues que tenga Iuan 44: siguiendo el mesmo orden hallarè — 52. de error: y porque los signos son semejantes resto 32. de 52. quedan 20. partidos 32. por 20. sale $1\frac{12}{20}$. que se han de quitar de 43. porque siendo los signos semejantes el error de la suposicion maior, es maior, y quedaràn $41\frac{8}{20}$. Conque Iuan tiene 41. *lib.* 8. *suel.* y siguiendo el orden de la pregunta hallarè, que Pedro tendria 32. *lib.* 4. *suel.* como antes.

43	+	32
44	—	52
resta.		20
Quoci.		$1\frac{12}{20}$

179 Otra vez supongo que Iuan tiene 41. y siguiendo el orden que antes serà + 8. el error. Luego supongo 42. y el error serà — 12. y pues los sig-

41	+	8
42	—	12
suma.		20
Quoci.		$\frac{8}{20}$

nos

nos son diferentes, parto el 8. por 20. suma de los errores, y serà el *Quociẽte* $\frac{8}{20}$. añadidos al 41. serà $41\frac{8}{20}$. añadense porque siendo los signos diferentes, la primera suposicion es la menor. Si la primera suposiciõ fuera el 42. y la segunda 41. se partiera el 12. por 20. el *Quociente* $\frac{12}{20}$ se restaria de 42. y quedarian $41\frac{8}{20}$ como antes: restase porque siendo los signos diferentes, la primera suposicion es la maior. En todo se ha observado, lo que la *Regla* 2. dize. La prueva desto es, que si Iuan tiene 41. *lib.* 8. *suel.* y Pedro 32. *lib.* 4. *suel.* dando Iuan 23. le quedaràn 18. *lib.* 8. *suel.* y Pedro tendrà 55. *lib.* 4. *suel.* que es tres vezes mas: y si Pedro da 23. le quedaràn 9. *lib.* 4. *suel.* y tendrà Iuan 64. *lib.* 8. *suel.* que es siete vezes mas.

42	—	12
41	+	8
suma.		20
Quoci.		$\frac{12}{20}$

180 No me dilato mas en exemplos, de que estan los Autores llenos, basta aver declarado las dificultades, que se pueden ofrecer, quien desea questiones curiosas vea el Libro. 4. que muchas de aquellas preguntas se pueden resolver por dos falsas posiciones, y puede el curioso tomar de alli las propuestas, para exercitarse.

Advierto que la falsa Posicion simple, y compuesta, y Algebra guardan esta gradacion, que todas las questiones, que se puedẽ resolver por la Posicion simple, se pueden resolver por la compuesta; pero no al contrario: y todas las questiones de la Posiciõ compuesta, se pueden resolver por la Algebra, pero no al

con-

contrario: y para que el Arithmetico no ſe fatigue, en pretender impoſsibles, obſervarà eſta regla. Siempre que el numero incognito, que ſe buſca, ſe huviere de multiplicar por ſi meſmo, ò por alguna parte de ſi meſmo; ò una parte del meſmo numero por otra, no ſe podrà reſolver la duda por falſas Poſiciones, y es neceſſario valerſe de la Algebra para conſeguir la verdad.

CAP. XXI.

DE LAS PROGRESSIONES.

181 Progreſsion ſe dize, una ſerie continuada de numeros con algun exceſſo proporcional: ſi el exceſſo procede con proporcion de igualdad, ſe dize *Progreſsion Arithmetica*: como

1 2 3 4 5 6 7 8. el exceſſo ſiempre es 1.
1 3 5 7 9 11 13 15. el exceſſo ſiempre es 2.
1 4 7 10 13 16 19 22 el exceſſo ſiempre es 3.

Si el exceſſo procede con proporcion de deſigualdad, ſe dize *Progreſſion Geometrica*, aora creſcan, ò menguen los numeros.

1 2 4 8 16 32. *Proporcion Subdupla.*
32 16 8 4 2 1. *Proporcion Dupla.*
1 3 9 27 81 243. *Proporcion Subtripla.*
243 81 27 9 3 1 *Proporcion Tripla.*

182 En qualquiera progreſsion *Arithmetica*, ò *Geometrica* ſe han de conſiderar cinco coſas: el primer

mer termino, el ultimo, el numero de los terminos, la ſuma de todos, y el denominador: como en las ſiguientes.

A					B.	N.		S		D
2	4	6	8	10	12	6.	*nume.*	42	*ſu.*	2. *denom.*
4.	8.	16.	32.	64.	128	6.		252		2. *denom.*

A. es el primer termino. B. el ultimo. N. el numero de los terminos. S. la ſuma de todos. D. el denominador: En la Progreſsion *Arithmetica* ſi el denominador ſe añade al 1.º ſale el 2.º &c. En la Progreſsion *Geometrica* ſi el 1.º ſe multiplica por el denominador, ſale el 2.º; y multiplicando el 2.º por el meſmo denominador, ſale el 3.º, &c. de donde ſe ſigue, que ſi ſe dan el 1.º, y 2.º ſe ſabrà el denominador, porque en la Progreſsion *Arithmetica* reſtando el 1.º del 2.º, la reſta es el denominador; que es el meſmo exceſſo; y en la Progreſsion *Geometrica* partiendo el 2.º por el 1.º, el *Quociente* ſerà el denominador. Eſto ſupueſto; dadas tres coſas de las cinco ſe puedẽ hallar las otras dos, de que reſultan 20. queſtiones en cada progreſsion: porque cada coſa de las 5. ſe puede buſcar por 4. ſupoſiciones.

183 *Progreſsion Arithmetica.*

En la Progreſsion ſiguiente examinare todas las 20. queſtiones.

A					B	N	S	D
5	8	11	14	17	20	6.	75.	3.

Queſtion. 1. dados A, B, N, ſe buſca S: eſto es dado el el 1°. , y ultimo, y el numero de los terminos, ſe buſca la ſuma de toda la Progreſsion: La ſuma del 1°, y ultimo, que es 25. multipliqueſe por el numero de los terminos 6. el Producto 150: ſu mitad 75. es la ſuma de toda la Progreſsion. Con eſte artificio ſe reſolvera eſta duda, y ſus ſemejantes. Pedro devia cierta cantidad, que la pagò en 6. años en Progreſsion Arithmetica el primero 5. *lib.* y el vltimo 20. *lib*; quãta era la deuda? Obrando como antes hallaremos 75. *lib.*

184 Si la Progreſsion comiença del zero, y tiene 1. por exceſſo, ſe llamarà Progreſsion natural como. 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. &c. en tal caſo baſta multiplicar el ultimo 9. por el numero de los terminos 10. ſale 90. ſu mitad que es 45, es la ſuma de la Progreſsion natural. Lo meſmo es en todas las Progreſsiones que tienen el primer numero igual al exceſſo: como ſe ve. 0. 2. 4. 6. 8: multiplico 8. por 5: es 40. ſu mitad 20, es la ſuma. ÷ 0.3.6. 9. 12. 15. 18: multiplico 18. por 7: es 126. ſu mitad 63.

Eſta dotrina es neceſsaria para levantar los edificios, y abrir los fundamentos, pozos, &c. Como ſi un pozo que tiene 34. *palmos* ſe abre por 60. *lib.* ſi otro ha de tener 20. *palmos* que coſtarà? Imaginando dos Progreſsiones naturales haſta 34, y 20. hallaremos las ſumas 595. 210. digo pues ſi 595. dan 60. *lib.* que daràn 210? hallo $21\frac{105}{595}$. *lib.* eſto vale el ſegundo pozo: ſi ſe huviera hecho regla de tres con los 34.

palmos, y 20: huvieran ſalido 14. *lib.* mas de lo juſto.

185 *Queſtion.* 2. dados A. B. N. ſe buſca D: eſto es dado el 1°, y vltimo, y el numero de los terminos ſe buſca el denominador, ò exceſſo: reſto el 1°. del ultimo quedaràn 15: quiteſe 1. de 6. que es numero de los terminos reſtaràn 5. partido 15. por 5. ſale 3. el denominador, ò exceſſo. Pedro pagò en 6. años, con orden de progreſsion *Arithmetica*, el 1° 5. *lib.* el ultimo 20: que pagò cada año? &c. Eſto no es mas que buſcar el exceſſo de la Progreſsion: obrando como antes ſe hallarà que el exceſſo fue 3. añadiendo 3. al 1° que es 5. ſerà 8. *lib.* el 2° año, &c. y toda la Progreſsion 5. 8. 11. 14. 17. 20.

A					B	N	S	D.
5	8	11	14	17	20	6	75.	3.

186 *Queſtion.* 3. Pedro pagò con Progreſsion *Arithmetica* 75. *lib.* el 1° año 5. *lib.* el ultimo 20, en quantos años pagò toda la deuda? Eſto es dados A. B. S. ſe buſca N: dobleſe S. 75. y ſerà 150, y partaſe por la ſuma de A, y B. que es 25, y ſale 6. que es el numero de los terminos. Digo que en 6. años pagò toda la deuda: S.

Queſtion. 4. Pedro pagò 75. *lib.* el 1° año 5. y el ultimo 20. q̃ pagò cada año? Eſto es dados A. B. S. ſe buſca D. Primero ſe buſca N. por la *queſtion.* 3: y hallaremos 6. años: conocidos ya A. B. N. ſe ſabrà D. el exceſſo que es 3. por la *queſtion* 2: Luego el 2°. año pagò 8. el 3° 11. &c.

187 *Queſtion*.5. Pedro pagò el 1.º año 5. el ultimo 20: el exceſſo de un año a otro fue 3: quantos años ſon? Eſto es dados A. B. D. ſe buſca N. reſteſe A. de B. que daràn 15. partaſe por D. que es 3. ſerà el *Quociente* 5. y añadiendo. 1. ſerà 6: el numero de los años.

Queſtion.6. Pedro pagò el 1.º año 5. el ultimo 20: el exceſſo de un año a otro fue 3: quanta era la deuda? Eſto es dados A. B. D. ſe buſca S. la ſuma: primero ſe buſca N. por la *queſtion* 5. que ſon 6. años. Luego dados A. B, N. ſe ſabrà la ſuma 75. *lib*. por la *queſt*.1.

188 *Queſtion*.7. Pedro pagò 75. *lib*. en 6. años, y el 1.º pagò 5. *lib*. que pagò el ultimo? Eſto es dados A. N. S. ſe buſca B: dobleſe S. que es 75. y ſerà 150. partidos por N. que es 6. el numero de los terminos ſale 25. quitados 5. que es A. el 1.º termino, quedaràn 20. que es B. el ultimo termino: 20. *lib*. pagò el ultimo año.

Queſtion.8. Pedro pagò 75. *lib*. en 6. años el primero 5: que pagò cada año? Eſto es dados A. N. S. ſe buſca D. Primero ſe buſca B. por la *queſtion*. 7. que ſon 20. *lib*. Luego dados A. B. N. ſe ſabrà D. por la *queſtion*.2: y ſerà el exceſſo 3: Luego el 2.º año pagò 8. el 3.º 11. &c.

189 *Queſtion*. 9. Pedro pagò una deuda en 6. años el 1.º 5. *lib*. el exceſſo de un año a otro fue 3: que pagò el ultimo año? Eſto es dados A. N. D. ſe buſca B: Quiteſe 1. de 6. que es numero de los terminos, y quedaran 5: multipliquenſe por D. que es 3. el exceſſo dado, y ſeran 15. añadido A. que es 5. el 1.º termino, ſera B. 20. *lib*. eſto pagò el vltimo año.

Queſtion.10. Pedro en 6. años pagò una deuda, el 1.º año 5. *lib*. y el exceſſo de un año a otro fue 3: quanta era la deuda? Eſto es dados A. N. D. ſe buſca S. Primero ſe buſca B. que es lo que pagò el ultimo año 20. *lib*. por la *queſtion*.9: Luego dados A. B. N. ſe ſabrà S. 75. *lib*. por la *queſtion*.1. eſta es la ſuma de los terminos, y deuda entera.

190 *Queſtion*.11. Pedro pagò 75. *lib*. en 6. años, el ultimo pagò 20. que pagò el 1.º? Eſto es dados B. N. S. ſe buſca A: Dobleſe S. 75. ſerà 150. partido por N. que es el numero de los terminos, ò los 6. años, ſera el *Quociente* 25: reſtando B. 20. quedarà A. 5. *lib*: el 1.º termino, eſto pagò el 1.º año.

Queſtion.12. Pedro pagò 75. *lib*. en 6. años, el ultimo pagò 20. q̃ pagò cada año? Eſto es dados B. N. S. ſe buſca D: 1.º ſe hallarà A. 5. *lib*. por la *queſt*. 11. Luego ſabidos A. B. N. ſe ſabrà D. que es el exceſſo 3. por la *queſtion*. 2: añadiendo 3. a 5. ſerà 8. el 2.º año. 11. el 3.º &c.

191 *Queſtion*. 13. Pedro pagò una deuda en 6. años, el ultimo 20. *lib*. y el exceſſo de un año a otro fue 3. que pagò el 1.º año? Eſto es dados B. N. D. ſe buſca A: Quiteſe 1. del numero de los terminos que ſon los 6. años, y quedaràn 5. multiplicados por 3.

que es D. el exceſſo dado, ſerà 15. reſtados del ultimo termino B. 20. *lib.* quedan 5. *lib.* que es A. eſto pagò el 1.° año.

Queſtion. 14. Pedro pagò una deuda en 6. años, el ultimo 20. *lib.* y el exceſſo fue 3: quanta era la deuda? Eſto es dados B. N. D. ſe buſca S. la ſuma de la Progreſsion. 1.° ſe hallarà A. por la *queſt.* 13. que es 5. *lib.* la paga del 1.° año. Luego ſabidos A. B. N. ſe ſabrà S. que es 75. *lib.* la ſuma de todo por la *queſt.* 1.

192 *Queſtion.* 15. Pedro en 6. años pagò 75. *lib*: y el exceſſo de un año a otro, fue 3. quanto pagò el 1.° año? Eſto es dados N. S. D. ſe buſca A. Dobleſe S. 75. *lib.* ſerà 150. partido por N. 6. años, ſaldrà 25. quiteſe 1. de N. y quedaràn 5. multiplicados por el exceſſo D. 3. ſeran 15. reſtados 15. de 25. quedaràn 10. ſu mitad es 5: que es A: el primer termino, y paga del 1.° año: añadiendo 3, ſerà 8. del 2. año, &c.

Queſtion. 16. Pedro pagò 75. *lib.* en 6. años, el exceſſo de cada año fue 3: que pagò el vltimo año? Eſto es dados N. S. D. ſe buſca B. Hecha la multiplicacion, y particion como en la *queſtion.* 15. ſe ſumaràn el *Quociente* 25. y Producto 15: ſeran 40. ſu mitad es 20. que es B. el ultimo termino: quitando 3. ſerà 17. *lib.* el 5.° y 14. el 4.° &c.

193 *Queſtion.* 17. Pedro pagò 75. *lib.* el 1.° año 5. y el exceſſo de un año a otro fue 3. que pagò el ultimo año? Eſto es dados A. S. D. ſe buſca B: dobleſe S. que es 75, y ſera 150. multiplicado por D. que es 3. ſerà

450:

450: La mitad de D. es $1\frac{1}{2}$. reſtado de A. que es 5. quedan $3\frac{1}{2}$ (ſi A. fuera menor ſe reſtaria de la mitad de D.) ſu quadrado es $12\frac{1}{4}$. añadidos a los 450. ſerà $462\frac{1}{4}$. ſaqueſe la raiz quadrada deſte numero, y ſerà $21\frac{1}{2}$. reſtando la mitad de D. que es $1\frac{1}{2}$ quedaràn 20. eſto pagò el ultimo año.

Queſtion. 18. Pedro pagò 75. *lib.* el 1.° año 5. y el exceſſo fue 3. quantos fueron los años? Eſto es dados A. S. D. ſe buſca N. Primero ſe buſca B. por la *queſtion.* 17. que es lo que pagò el vltimo año 20. *lib.* Luego ſabidos A. B. S. por la *queſtion.* 3. ſe ſabrà N. que es 6. años.

194 *Queſtion.* 19. Pedro pagò 75. *lib.* el ultimo año 20. el exceſſo 3. que pagó el 1.° año? Eſto es dados B. D. S. ſe buſca A: la mitad de D. 3. es $1\frac{1}{2}$. junto con B. 20. ſera $21\frac{1}{2}$. ſu quadrado es $462\frac{1}{4}$. multiplicando S. 75. por D. 3. ſerà 225, y doblado ſerà 450. reſtados de $462\frac{1}{4}$. quedan $12\frac{1}{4}$. ſu raiz quadrada es $3\frac{1}{2}$. añadiendole la mitad de D. que es $1\frac{1}{2}$. ſerà 5. eſto pagó el 1.° año. Si la raiz quadrada fuere menor que la mitad de D. ſe reſtaria, y la reſta fuera A. la paga del 1.° año.

195 *Queſtion.* 20. Pedro pagó 75. *lib.* el ultimo año 20, el exceſſo. 3. quantos fueron los años? Eſto es dados B. S. D. ſe buſca N: Primero ſe ha de hallar A. lo que pagò el 1.° año, que es 5. *lib.* por la *queſtion.* 19. Luego ſabidos A. B. S. ſe ſabrà N. que fueron 6. años por la *queſtion.* 3. Eſtas quatro queſtiones perte-

pecen

necen al Arte maior, pero ha ſido fuerça ponerlas aqui, para la entera noticia de la Progreſsion Arithmetica: los que no eſtan exercitados en ſacar raizes dexen eſtas queſtiones para deſpues.

196 Otras queſtiones ai que parecen diferentes, y en la verdad no lo ſon: como ſi ſe deſea ſaber algun termino intermedio ſin buſcar ſus antecedentes: Pedro pagò el 1.º año 5. *lib.* el exceſſo de un año a otro fue 3, que pagò el 5.º año, y que avia pagado en todos los quatro? Hago cuenta que la Progreſsion es de ſolos 5. terminos, y que buſco el ultimo por la *queſtion*.1. y hallarè 17. que es el 5.º termino, ò la paga del 5.º año: Luego por la *queſtion*.1. hallarè la ſuma 55. *lib.* lo que pagò en los 5. años, y quitando 17. ſerà 38, lo que pagò en los quatro primeros.

197 Al contrario ſi ſe dixera Pedo començò por 5. con exceſſo de 3. que año pagò 17. *lib*? Por la *queſtion*.18. hallariamos 5. años. Luego el 5.º año pagò las 17. *lib*: ò ſi dixera, que año tuvo pagadas 55. *lib*? Por la *queſtion*.18. ſe hallaria el año 5.º: De ſuerte que para conocer qualquier termino dado ſu lugar, ò conocer el lugar dado el termino, neceſſariamẽte ſe han de conocer A, y D: que es el 1.º, y exceſſo, y ſino ſe dieren ſe deven buſcar, por las queſtiones precedentes.

De aqui nacen otras 14. queſtiones diferentes: ſea la meſma Progreſsion.

A					B	N	S	D
5.	8.	11.	14.	17.	20.	6.	75.	3.

Dado

Dado el termino 17. ſe puede buſcar ſu lugar 5.º, ò dado el lugar 5.º ſe puede buſcar el 17. cada uno por 7. partes: como ſe ſigue.

198 *Queſtion.* 21. y 22. Pedro pagò 75. lib en 6. años el ultimo 20: que año pagò 17. *lib*? ò el 5.º año que pagò? Pues ſe dan B. N. S. buſquenſe A. D. por las *queſtiones*. 11. y 12. Luego por el §. 197. ſabremos que pagò las 17. *lib.* en el 5.º año, ò que en el 5.º año pagó 17. *lib.* por el §. 196.

Queſt. 23. y 24. Pedro pagò 75. *lib.* en 6. años el 1.º 5. *lib.* que año pagò 17. *lib.* ò el 5.º año que pagò? Pues ſe dan A. N. S. buſqueſe D. §. 188. Luego ſe ſabrà, ò el 5.º, ò los 17. por el §. 197. y 196.

Queſt. 25. y 26: Si pagó 75. *lib.* en 6. años con exceſſo de 3. quando pagó 17. ò el 5.º año que pagó? Buſqueſe A. §. 192. Luego el 5.º, ò el 17. §. 197. y 196.

199 *Queſt.* 27. y 28: Si pagò vna deuda en 6. años el 1.º 5. y el ultimo 20: que año pagò 17? ò el 5.º año que pagò? Buſqueſe D. por el §. 185. Luego ſe ſabrà el 5.º, y los 17. por el §. 197. y 196.

Queſt. 29. y 30. Si pagò una deuda en 6. años con exceſſo de 3. y el ultimo pagò 20: que año pagò 17. ò el 5.º que pagò? Buſqueſe A. por el §. 191. y luego el 5.º ò los 17 por el §. 197. y 196.

Queſt. 31. y 32. Si pagò 75. *lib.* el primer año 5. y el ultimo 20. que año pagò 17. *lib*? ò el 5.º año que pagò? Por la *queſt.* 4. ſe buſca D. y luego ſe hallara el 5.º por el §. 197. y el 17. por el §. 196.

Queſt.

Queſt.33.y 34. Si pago 75.*lib*.con exceſſo de 3. y el ultimo año pagò 20. que año pagò 17. *lib*? ò el 5º. año que pagò? Por el §.194.ſe buſca A. y luego el 5º. ò los 17.por el §.197.y 196.

200 *Queſt*.35. Pedro pagò una deuda, el primer año 5.*lib*.con exceſſo de 3, y ſi pagara cada año $12\frac{1}{2}$. pagarà la meſma deuda en los meſmos años. Quanta era la deuda, y en quãtos años pagò? Porque las $12\frac{1}{2}$. *lib*.multiplicadas por los años que fueren, hazen toda la deuda: y la ſuma del 1º, y vltimo termino multiplicada por los meſmos años haze el Duplo de la deuda §.183.ſigueſe que las $12\frac{1}{2}$. *lib*. ſon la mitad de la ſuma del 1º, y vltimo termino. Doblenſe pues las $12\frac{1}{2}$. *lib*. ſeràn 25.la ſuma del 1º, y vltimo. Luego ſi ſe quitan 5. que pagò el primer año, quedarã 20, que pagò el ultimo año: y por la *queſtion*. 5. hallaremos 6.años. Multipliquenſe las $12\frac{1}{2}$. por 6.y ſerà 75. *lib*. toda la deuda. Tambien añadanſe 3.a 25.ſerà 28.reſteſe 10.q̃ es Duplo de 5. quedaràn 18.partido por.3. ſerã 6. años, &c. Lo meſmo es en los Correos, Molinos, Fuentes, &c. Muchas otras queſtiones curioſas ſe podian traher, que ſe reſolveràn mas facilmente por el Arte Maior, veaſe el lib. 4º.

Progreſsion Geometrica.

201 Siguiendo el meſmo Orden que en la Progreſsion Arithmetica, ſe pueden hazer otras tantas preguntas, pero dexãdo las que ſon propias del Arte maior, reſolverè las ſiguientes, que ſon propias deſte lugar,

A	B	N	S	D
6. 24. 96. 384. 1536.	6144.	6.	8190.	4.

Queſtion.1.Dados A. B. D. ſe buſca S. Pedro pagò una deuda con orden de Progreſsion Geometrica, el 1º año pagó 6. el ultimo 6144: y cada año pagava quadruplo que el antecedẽte, quanta era la deuda? Reſteſe A. de B: quedaràn 6138. quiteſe 1.de D. quedaràn 3. partidos 6138. por 3. ſerà el *Quociente* 2046: añadidos a B. ſeràn 8190. es la ſuma de toda la Progreſsion; y cantidad de la deuda.

De donde ſe ſigue, que ſi la Progreſsion es dupla, y comiença de la unidad, el duplo del ultimo termino menos. 1. ſerà la ſuma de toda la Progreſsion.

202 *Queſtion*.2. dados B.S.D. ſe buſca A. Pedro pagò 8190. *lib*. en Progreſsion Geometrica, el vltimo año 6144. y cada año quadruplo que el antecedente. Que pagò el 1º año? Quiteſe 1. de 4. que es el denominador de la Progreſsion, y quedaràn 3. reſteſe el ultimo termino 6144.de la ſuma 8190.quedaràn 2046. multiplicados por el 3.ſeràn 6138. reſtados del ultimo termino 6144. quedaràn 6: que es el primer termino, la paga del 1º año.

203 *Queſtion*.3. dados A. S. B. ſe buſca D. Pedro pagó 8190. *lib*. en Progreſsion Geometrica el 1º año 6.el ultimo 6144: buſcaſe la proporciõ de las pagas, ò que pagava cada año mas? Reſteſe A. 6. de B. 6144. quedarã 6138. reſteſe B. 6144. de S. 8190. quedaràn 2046: partaſe la una reſta por la otra, eſto

es 6138. por 2046. y al *Quociente* 3. añadido 1. serà 4. el denominador de la Progressión: y assi cada año pagò quadruplo que en los precedentes &c.

204 *Question*. 4. Dados A. D. S. se busca B. Pedro pagò 8190. *lib*. el 1º año 6: y el siguiente quadruplo, &c. que pagò el vltimo año? Quitese 1. de 4. que es el denominador, y quedaran 3. multiplicando 8190. por 3. serà 24570. y añadiendo el primer termino 6. serà 24576. partido por el denominador 4. saldrà B. 6144. el vltimo termino, ò paga del vltimo año.

205 *Question*. 5. Dados B. N. D. se busca A. Pedro pagò una deuda en 6. años Geometricamente vltimo año 6144: y cada año pagava quadruplo que en el precedente, que pagò el 1º.? Restese 1. de los 6. años quedaràn 5. escrivase pues el denominador 4. cinco vezes con este orden 4. 4. 4. 4. 4. y multiplicando 4. por 4. sale 16. y 16. por 4. es 64. y este por 4. es 256. y este por 4. es 1024. hecha esta multiplicacion continua, partase B. 6144. por 1024. sale A. que es 6. *lib*. este es el primer termino, y lo que pagó el primer año.

206 *Question*. 6. Dados B. N. D. se busca S. Pedro pagò una deuda en 6. años en quadrupla proporcion, el ultimo año 6144. *lib*: quanta era la deuda? 1º. se busca A. lo que pagò el 1º año por la *quest*. 5. Luego sabidos A. B. D. hallaremos S. toda la suma, ò deuda por la *quest*. 1.

207 *Quest*. 7. Dados A. N. D. se busca B. Pedro pagò una deuda en 6. años en proporcion quadrupla, y el primer año pagò 6. *lib*. Que pagò el ultimo año? Quitese 1. del numero de los años, quedaràn 5. escrivase el denominador 4. cinco vezes 4. 4. 4. 4. 4. y multiplicando continuamente sale 1024: multiplicado esto por A. 6. que es el primer termino, ò paga del primer año sale B. 6144. el ultimo termino, ò paga del vltimo año.

208 *Quest*. 8. Dados A. N. D. se busca S. Pedro pagò una deuda en 6. años en quadrupla proporciõ, el primer año 6. *lib*. quanta era la deuda? Primero se busca B. la paga del ultimo año por la *question*. 7. Luego sabidos A. B. D. se hallarà S. toda la suma, ò deuda por la *quest*. 1.

209 *Quest*. 9. Dados B. S. se busca A. D. Pedro pagò 8190. *lib*. en Progressión Geometrica, el ultimo año pagò 6144. que pagò el 1º. año, y que proporciõ tuvierõ las pagas? Restese 6144. de 8190. quedaràn 2046: partase 6144. por 2046: serà el *Quociente* 3. y sobran 6: digò que los 6. que sobran es la paga del primer año, ò termino primero, y añadiendo 1. al *Quociente* 3. serà 4. el denominador. Y assi pagò en quadrupla proporcion.

210 *Quest*. 10. Dados N. S. D. se busca A. Pedro pagò 8190. *lib*. en 6. años en quadrupla Progressión, que pagò el 1º? Porq̃ los años, ò terminos son 6. escrivase el denominador 4. seis vezes 4. 4. 4. 4. 4. 4.

y multiplicados continuamente ſale 4096. quitandole 1. ſera 4095, y pues la proporcion es quadrupla ſerà 4. el denominador, quitandole 1. ſerà 3. multiplicando 8190. por 3. ſale 24570. que partidos por 4095. ſerà el *Quociente* 6: el 1°, ò paga del año 1°.

211 *Queſt*. 11. Dados N. S. D. ſe buſca B. Pedro pagò 8190. *lib*. en 6. años en quadrupla Progreſſion, que pagò el ultimo año? 1° buſqueſe A. el 1° termino por la *queſt*. 10. que ſeran 6. *lib*. Luego por la *Queſt*. 4. ſabidos A. D. S. ſe hallarà B. 6144. *lib*. el ultimo termino, ò paga del ultimo año. Las otras queſtiones ſon mas dificiles, y no ſe pueden reſolver por el Arte menor.

CAP. XXII.

PROPIEDADES DE LAS DOS *Progreſsiones*.

212

EN qualquiera Progreſsion Arithmetica, la ſuma de los dos eſtremos es igual a la ſuma de qualeſquiera otros dos terminos igualmẽte diſtantes de los eſtremos, y doblado que el termino medio, quando el numero de terminos es impar. Como el 1° y 7° ſon iguales al 2°, y 6°, y al 3° y 5° doblado que el 4° la razon es

1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°
4.	6.	8.	10.	12.	14.	16.
5.	8.	11.	14.	17.	20.	23.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.

por-

porque como el exceſſo es igual, quanto el 1° es menor que el 2°, tanto el 6° es menor, que el 7°. Luego el 1°, y 7° ſon iguales al 2°, y 6°: y aſsi meſmo el 1°, y 7° ſeràn iguales al 3°, y 4°. De donde ſe infiere, que qualeſquiera dos terminos igualmente diſtantes de los eſtremos, ſon iguales a qualeſquiera otros dos equidiſtantes: como el 2°, y 6° ſon iguales al 3°, y 5°, porque ſon iguales al 1°, y 7°.

213 En qualquiera Progreſsion Geometrica, el Producto de los eſtremos, es igual al Producto de los dos terminos, que igualmente diſtan de los eſtremos, ò al Producto del termino medio por ſi meſmo: como el Producto del 1°, y 7° ſerà igual al Producto del 2°, y 6°, y al del 3°, y 5°. La razõ es, porque ſiẽdo proporcionales el 1° al 2°, como el 6° al 7°, el Producto de los medios, ſerà igual al Producto de los eſtremos por el §. 69: aſsi meſmo por ſer el 1° al 3°, como el 5° al 7°, ſerà el Producto del 1°, y 7° igual al de el 3°, y 5° por el §. 69. De donde ſe infiere, que el Producto de qualeſquiera dos terminos igualmẽte diſtantes de los eſtremos, es igual al Producto de otros dos igualmente diſtantes.

1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°
2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.
2.	6.	18.	54.	162.	486.	1458.
1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.

214 Tambien ſe infiere, que ſi debaxo una Progreſsion Geometrica en qualquier proporcion, ſe eſcrive otra Progreſsiõ Arithmetica con qualquier ex-
ceſſo;

ceſſo: Si el Producto de dos terminos Geometricos ſe parte por el primero, ſaldrà un nuevo termino que diſte tanto del maior de los multiplicados, quanto el menor diſta del primero: como ſi el Producto del 3°, y 5° ſe parte por el 1°, ſale el 7° que diſta del 5° tanto como el 3° del 1°, porq̃ los terminos ſon proporcionales §. 69. y ſi en la Progreſsion Arithmetica, de la ſuma de qualeſquiera dos terminos ſe quita el 1°, ſaldrà otro termino, que diſte tanto del maior de los dos que ſe ſumaron, quanto el menor diſta del 1°: como ſi el 3°, y 5° ſe ſuman, ſeràn 18. reſtado el 1° ſeràn 15. que es el 7°, y diſta tanto del 5° como el 3° del 1°. Tambien ſe infiere que la ſuma, y reſta en la Progreſsion Arithmetica equivale a la multiplicacion, y particion de la Progreſsion Geometrica.

1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
2	4	8	16	32	64	128.	*Geometrica.*
3	5	7	9	11	13	15.	*Arithmetica.*

215 De aqui nace la propriedad mas admirable, que ſi la Progreſsion Geometrica comiença de la unidad, y la Arithmetica del zero la multiplicacion de los terminos Geometricos tendrà el lugar, que la ſuma de los dos Arithmeticos que les correſponden, porque ni el 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. *Geometrica.*
zero reſtādo 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. *Arithmetica.*
diſminuie el numero, ni la unidad partiendo: como ſi 4. y 16. ſe multiplican, ſale 64, que ocupa el lugar; que 6. ſuma de 2, y 4: y ſi 64. ſe parte por 16. ſale 4. que

que ocupa el lugar que 2, que es reſta de 4, y 6. De ſuerte, que eſta Progreſsion Arithmetica natural es *Exponente* de la Geometrica, porq̃ ſus terminos exponen, y declaran el lugar, que tienen los terminos Geometricos en ſu Progreſsion. Eſte es el fundamēto del Arte maior, y de los Logarithmos, como en ſus lugares veremos.

Lo dicho ſe entiende tambien, aunque ſe tomen tres, y quatro terminos como 2. 4. y 8. multiplicados ſon 64. y ſumando 1. 2. 3. ſale 6. que declara el lugar del 64: de ſuerte que ſiempre la ſuma de los Arithmeticos equivale a la multiplicacion de los Geometricos.

216 En eſtos principios ſe funda otra propiedad ſingular, que qualquiera Progreſsion *Arithmetica*, ò *Geometrica*, que ſu numero de terminos ſea quadrado, ſe puede diſponer de ſuerte en un quadrado, que en la Progreſsiō Arithmetica la ſuma de los terminos, que vienen en linea recta, ſea ſiempre igual, y en la Geometrica ſea la multiplicacion de una linea, igual a la de la otra linea. Para eſto hagaſe un quadrado, y dividaſe cada lado en 3. partes, ò en 4. &c. y tomeſe una Progreſsion Arithmetica, començando de la unidad, que tenga tantos terminos, como ai quadraditos pequeños, y ſi el numero de terminos fuere impar, pōgaſe el termino medio en el quadradito de en medio, y los otros ſiempre ſe iran eſcriviendo encontrados el primero, y ultimo, el ſegundo, y penultimo

timo, &c. que de esta suerte es fuerça que siempre la suma sea igual por el §.212. y la multiplicacion en la Geometrica por el §.213.

15		
6	1	8
7	5	3
2	9	4

15		
4	9	2
3	5	7
8	1	6

15		
6	7	2
1	5	9
8	3	4

15		
4	3	8
9	5	1
2	7	6

Arith.	Arith.	Geom.
1	3	2
2	5	4
3	7	8
4	9	16
5	11	32
6	13	64
7	15	128
8	17	256
9	19	512
15.	32.	32768.

217 Lo mesmo se observa en qualquiera Progression, pero en las Geometricas, y Arithmeticas de maior excesso, lo mejor es escrivirlas al lado de la Arithmetica natural, y hecho el quadrado se escriven los terminos en las casillas que corresponden a la primera Progression, como se ve.

33		
13	3	17
15	11	7
5	19	9

32768.		
64	2	256
128	32	8
4	12	16

Geometrica.

En la Progression de 16. terminos se observa lo mesmo

Arith.	Arith.	Geom.
1	4	1
2	6	2
3	8	4
4	10	8
5	12	16
6	14	32
7	16	64
8	18	128
9	20	256
10	22	512
11	24	1024
12	26	2048
13	28	4096
14	30	8192
15	32	16384
16	34	32768

34.			
1	10	8	15
7	16	2	9
12	3	13	6
14	5	11	4

34.			
8	15	1	10
2	9	7	16
11	4	14	5
13	6	12	3

34.			
2	9	7	16
8	15	1	10
11	4	14	5
13	6	12	3

76.			
4	22	18	32
16	34	6	20
26	8	28	14
30	12	24	10

1073.741.824.			
1	512	128	16384
64	32768	2	256
2048	4	4096	32
8192	16	1024	8

218 El modo de obrar mas facil es; escrivir primero toda la Progression a la larga, primer termino, y vltimo: segundo, y penultimo, &c. conque seràn las sumas iguales §. 145: Luego se comiençan a escrvir en el quadrado, como se ve en la

primera figura: y como ſe van eſcriviendo los terminos, ſe van borrando de la Progreſsion, por no equivocarſe. Luego ſe continua como en la ſegunda figura: y ſi ſe ſuman las lineas, ſe hallarà, que la linea A. tiene 2. mas, que B. y la linea C. dos mas, que D. Toda la dificultad eſtà en acabar de cerrar el quadrado, igualādo las lineas, y ſe harà facilmente con eſte artificio.

Pues en la linea A. ſe avian de eſcrivir los dos terminos 7. 19: y en la linea B. 8. y 18. tomenſe los terminos en cruz 7. y 18. y eſcrivanſe en la linea A. que tiene 2. mas: y 8, y 19. en la linea B. conque las dos lineas A. y B. ſeràn iguales. Para igualar C, y D. en la linea C ſe eſcriva 9, y 16: y en la linea D. 10, y 17: y quedaràn iguales: la razon es porq̃ ſumando en cruz la vnidad que ſe quita a la vna linea, ſe añade a la otra; y aſsi la vna ſuma es 2. mas, q̃ la otra: conque ſe le añade a la linea B, lo q̃ le faltava para igualar a A. y aſsi sõ iguales en la figura tercera.

1	25
2	24
3	23
4	22
5	21
6	20
7 ×	19
8	18
9 ×	17
10	16
11	15
12	14
13	

14		1		24
	11			
23		13		3
			15	
2		25		12

	B		A		
14		1		24	
	11	22	5		D
23	6	13	20	3	
	21	4	15		C
2		25		12	

	B		A		
14	19	1	7	24	
17	11	22	5	10	D
23	6	13	20	3	
9	21	4	15	16	C
2	8	25	18	12	

219 Con eſte meſmo artificio ſe han diſpueſtos los quadrados ſiguieutes.

111.

2	22	17	19	16	35
28	30	7	6	31	9
12	23	34	3	14	25
26	13	1	36	24	11
10	8	32	29	5	27
33	15	20	18	21	4

175.

26	14	30	1	20	36	48
16	28	10	7	39	42	33
32	12	23	46	5	38	19
47	41	6	25	44	9	3
18	37	45	4	27	13	31
34	8	40	43	11	22	17
2	35	21	49	29	15	24

CAP. XXIII.

DE LAS CONBINACIONES.

220 ESTE es el fundamẽto de la Arte Conbinatoria, que es util para todas facultades, ſi ſe ſabe aplicar: de aqui nace la invencion de las partes aliquotas, y elecciones. De tres modos ſe puede conſiderar la Conbinacion de las coſas. El 1º. es, conſiderando un numero determinado de coſas con la diferente diſpoſicion, que pueden tener en orden al lugar, tomandolas ſiempre todas juntas. El 2º. es, juntandolas de dos en dos, de tres en tres, &c. ſin tener atencion al lugar, y eſtas ſon las elecciones. El 3º. es, juntandolas de dos en dos, y de tres en tres, &c. atendiendo juntamente a la diſpoſicion del lugar, y en todos tres caſos puedẽ ſer, ò todas diferẽtes, ò todas ſemejãtes, ò cõpueſtas de diferentes, y ſemejantes.

221 *Dado el numero de cosas diferẽtes, hallar las disposiciones, que todas juntas pueden tener en ordẽ al lugar.*

Formese la Tabla Cõbinatoria desta suerte. Primero se escrive una Progressiõ Arithmetica natural en la coluna primera. Eñ la segunda coluna se escrive 1. arriba, multiplicãdo 1. por el 2. de mano hizquierda sale 2. multiplicãdo el 2. de mano drecha por el 3. sale 6: multiplicãdo 6. por 4. sale 24: y 24. por 5. sale 120, y 120. por 6. sale 720, &c. desta suerte se puede continuar infinitamẽte, assi hallaremos, que 8. cosas se puedẽ variar 40320: y 6. cosas 720. &c. 4. letras se variã de 24. modos.

Tabla Primera Conbinatoria.

	1	1
	2	2
	3	6
	4	24
	5	120
	6	720
	7	5040
	8	40320
	9	362880
	10	3628800
	11	39916800
	12	479001600
	13	6227020800
	14	87178291200
ARTE TARE RATE ERTA	15	1307674368000
ARET TAER RAET ERAT	16	20922789888000
AERT TEAR RETA ETRA	17	355687428096000
AETR TERA REAT ETAR	18	6402373705728000
ATRE TRAE RTEA EATR	19	121645100408832000
ATER TREA RTAE EART	20	2432902008176640000.

222 Si

222 Si las cosas fueren todas semejantes, solo podran tener una disposicion: como AAAA. no se pueden variar, ni disponer de otra suerte. Quando ai diferentes especies, y la una se repite algunas vezes, partanse las conbinaciones de todo el numero por las conbinaciones de la repeticion, y el *Quociente* serà, el que se busca: como en esta diccion AMARA. ai cinco letras las conbinaciones de 5. son 120: y porque ai tres semejantes, tomarè las conbinaciones de 3. que son 6. partiendo 120. por 6. sale 20. de tantos modos se pueden disponer estas 5. letras AMARA: Tambiẽ estas 6. letras MAAAAA: se podran disponer de 6. modos, porque las conbinaciones de 6. son 720. partidas por 120. que son las conbinaciones de 5. porq̃ ai 5. semejãtes, sale 6. por *Quociẽte*: como se ve en la pratica: MAAAAA. AMAAAA. AAMAAA. AAAMAA. AAAAMA. AAAAAM.

223 Si huviere semejantes de dos especies, 1.º se partiran las conbinaciones de todo el numero, por las de una repeticion, y el *Quociente*. otra vez por las de la otra. Como esta diccion PARARA. tiene 6. letras, las cõbinaciones de 6. son 720: porque ai tres de una especie, partanse 720. por 6, que son las conbinaciones de 3. y serà el *Quociente* 120. y porque ai dos RR de otra especie parto 120. por 2. que son las cõbinaciones de 2. y serà el *Quociẽte* 60. digo q̃ de 60. modos se pueden disponer estas letras PARARA:

Tan-

Tanbien eſtas 8. letras PARA ARAR. Se diſpondran de 280. modos, porque las conbinaciones de 8. ſon 40320: partidas por 24. que ſon conbinaciones de 4. por aver 4. AAAA. ſemejantes, ſale 1680. partidas otra vez por 6. que ſon conbinaciones de 3. por aver 3. RRR. ſemejantes ſale 280: de tantos modos ſe pueden diſponer eſtas 8. letras PARA ARAR. Tanbiẽ ſe pudo partir el 40320. primero por 6: y ſale 6720: eſtos partidos por 24. ſale 280. como antes. Tanbien ſe pudo multiplicar el 24. por 6. y el Producto 144. fuera partidor: partiendo pues 40320. por 144. ſale 280. como antes. Si huviere ſemejantes de tres, ò quatro eſpecies, ſe haràn tres, ò quatro particiones con el meſmo orden. El ultimo *Quociente* darà el numero q̃ ſe buſca: Aſsi eſtas letras ASERRASE hallaremos que ſe podran diſponer de 2520. modos diferentes.

224 *Dado el numero de coſas, hallar las conbinaciones ſi ſe toman de dos en dos, de tres en tres, &c. ſin orden al lugar.*

Quando todas ſon diferentes, eſcrivaſe una Progreſsion Arithmetica començando del zero, que el ultimo termino ſea el numero dado: los terminos ſe eſcriviran encontrados 1º, y ultimo; 2º, y penultimo, &c. como: ſi 10. coſas ſe toman de 3. en 3. quantas conbinaciones ſeràn? Porque al 3. le correſponde el 7: tomenſe de la tabla conbinatoria las conbinaciones de 3. y de 7. y multiplicando 6. por 5040

5040. ſale 30240: Partanſe pues las conbinaciones del numero dado que es 10. y ſon 3628800. por 30240. y ſale 120: digo que 120. diſpoſiciones pueden tener las 10. coſas ſi ſe toman de 3. en 3: y las meſmas ſon, ſi ſe toman de 7. en 7: ſi ſe toman de 4. en 4. ſeràn 210: y lo meſmo ſi de 6. en 6: &c.

0	10	1
1	9	10
2	8	45
3	7	120
4	6	210
5	5	252

Sean otra vez las coſas 7: para ſaber las cõbinaciones de 5. en 5: Tomarè de la tabla conbinatoria las conbinaciones del 5. y del 2: que eſta a ſu lado, y ſeran 120. y 2: multiplicadas ſon 240: partiendo las combinaciones de 7. que ſon 5040. por 240. ſale 21. de tantos modos ſe pueden diſponer las 7. coſas ſi ſe toman de 5. en 5. y lo meſmo ſi ſe toman de 2. en 2: ſi de 6. en 6. y de 1. en 1. ſeràn 7. &c.

0	7	1
1	6	7
2	5	21
3	4	35

225 De otra ſuerte ſe puede obrar, eſcriviẽdo toda la Progreſsion al reves, y al drecho.

10. 9. 8. 7. 6. 5. 4. 3. 2. 1.
1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Si ſe piden las conbinaciones de 10. coſas tomadas de 3. en 3. multiplico primero los tres primeros terminos de arriba. 10. 9. 8: ſerà 720: multiplico los 3. de abaxo 1. 2. 3: ſerà 6. partiendo 720. por 6. ſale 120. como antes. Si ſe pidiera de 4. en 4. multiplicara primero 10. 9. 8. 7. que ſon 5040. y luego 1. 2. 3. 4: que ſon 24. partiendo 5040. por 24. ſale 210: El meſmo eſtilo ſe guarda ſiempre: y baſta ſacar las conbinaciones

nes de la mitad, porque de la otra mitad es lo mes-mo; como se viò arriba.

226 El numero de las elecciones es el mesmo; que de las conbinaciones, como si son 10. cosas, y le dan a escoger 2. hallaremos 45. elecciones si las cosas fueran 7: hallariamos 21. elecciones, porque son 21. conbinaciones, si se toman de 2. en 2: como se ve en las letras. A. B. C. D. E. F. G. dispuestas AB. AC. AD. AE. AF. AG. BC. BD. BE. BF. BG. CD. CE. CF. CG. DE. DF. DG. EF. EG. FG.

227 Lo mesmo se hallarà por la tabla triangular: desta suerte: si 10. cosas se toman de 2. en 2. que disposiciones tendrā? En la linea de abaxo se toma el 10. y en la escalera el 2: y en el angulo comun hallo 45. disposiciones: si se toman de 3. en 3. hallarè 120. si de 4. en 4. hallarè 210. &c. Item 8. cosas de 2. en 2. tendrā 28. disposiciones. De 3. en 3. 56: y de 4. en 4. 70. &c. Item 5. cosas de 2. en 2. tendran 10. disposiciones: y de 3. en 3. 10. y de 4. en 4. tendran 5. y de 5. en 5. sola 1. disposicion. Lo mesmo es en todas.

228 La tabla se forma assi: debaxo se escrive la Progression 1. 2. 3. 4. &c. y en las gradas 2. 3. 4. 5. &c. subiendo diametralmente desde el 1. se escrive 1. 2. 3. 4. &c: Los otros numeros se hallaràn sumādo el debaxo con el immediato de arriba, y sale su colateral: como en la tercera casilla de abaxo hallo 3. y sobre èl otros 3. la suma es 6: los 6. y 4. hazē 10. los

los 10. y 5. hazen 15. los 15. y 6. hazen 21. &c. Los mesmos numeros que se han hallado 10. 15. 21. 28. &c. Se escriven subiendo desde el 6. diametralmente. Sumando luego 10, y 10. son 20: los 20, y 15. son 35: los 35. y 21. son 56. &c. y subiendo del 20. diametralmente se escriven los mesmos, 35. 56. 84. 120. Cō este artificio se haze la tabla cō suma facilidad, y presteza; fuera a mano drecha se escrive otra Progressiō. 2. 3. 4. 5. &c.

Tabla segunda Combinatoria.

21	1	20	190	1140	4845	15504	38760	77520	125970	167960	184756	167960	125970	77520	38760	15504	4845	1140	190	20
20	1	19	171	969	3876	11628	27132	50388	75582	92378	92378	75582	50388	27132	11628	3876	969	171	19	
19	1	18	153	816	3060	8568	18564	31824	43758	48620	43758	31824	18564	8568	3060	816	153	18		
18	1	17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310	24310	19448	12376	6188	2380	680	136	17			
17	1	16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870	11440	8008	4368	1820	560	120	16				
16	1	15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	5005	3003	1365	455	105	15					
15	1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001	364	91	14						
14	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286	78	13							
13	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12								
12	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11									
11	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10										
10	1	9	36	84	126	126	84	36	9											
9	1	8	28	56	70	56	28	8												
8	1	7	21	35	35	21	7													
7	1	6	15	20	15	6														
6	1	5	10	10	5															
5	1	4	6	4																
4	1	3	3																	
3	1	2																		
2	1																			
	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	

229 Si se da el numero de las cosas 10. y las conbinaciones 252: Busquese debaxo el numero 10. y subiendo por arriba hallo en la quinta casilla 252. y bolviendo a mano hizquierda, hallo en la grada 5. digo que de 5. en 5. se tomaron las 10. cosas, para hazer las 252. conbinaciones. Si se diera el 5. y las 252. conbinaciones baxando hallaria 10. cosas. Si esto mesmo se quiere saber sin la tabla, se ha de obrar por Arte maior.

230 *El numero de todas las conjunciones*, se hallarà sumando la colunna, que corresponde al numero de las cosas: como si las cosas son 7. Tomando el 7. debaxo, y sumādo toda la coluna 7. 21. 35. 35. 21. seràn 119. conjunciones. Si le añadimos 1, porque se pueden tomar todas juntas, seràn 120: y con el nuro de las cosas 7. seràn 127. elecciones: Item si las cosas son 3. se hallaràn 4. conjunciones, y 7. elecciones: sean las cosas A. B. C. seràn las elecciones A. AB. AC. ABC. B. BC. C. que son 7.

Tanbien se hallaràn las elecciones, si se forma vna Progresion dupla, que comience de 1. y tenga tantos terminos, como el numero de las cosas; el duplo del vltimo termino menos 1. serà el numero de las elecciones: como si las cosas son 7. serà la Progresion 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. el duplo de 64. es 128. quitando 1. seràn 127. elecciones, como antes. Si de las elecciones se quita el numero de las cosas, la resta seràn

seràn las conjunciones: como si de 127. se quitan 7. quedaràn 120. conjunciones.

De aqui se infiere que los 7. Planetas podràn tener 120 cōjunciones. 120 sextiles. 120 quadrados. 120 trinos. 120 oposiciones: y todos los aspectos seràn 600. vean los Astrologos si tienen aphorismos para todos.

231 *Para saber en quantas conjunciones se hallarà cada cosa, quando se toman de dos en dos, de tres en tres, &c.* Partase el numero de las conjunciones por el numero de las cosas, y el *Quociente* multipliquese por dos, ò tres, &c. como 7. cosas tomadas de dos en dos tienen 21. conjunciones por los §. 224. 225. 226. en quantas conjunciones se hallarà cada cosa? Partase 21. por 7. sale 3. multipliquese por 2. porque se piden de dos en dos, y serà 6. digo que en 6. conjunciones se hallarà cada cosa.

Por la tabla triangular se hallarà cō mas facilidad: Tomese el numero de las cosas 7. en la escalera, y tomando el 2. a mano derecha, en el angulo comun hallo 6: como antes: si se pide de 3. en 3. enfrente del 3. hallo 15: y cada cosa se hallarà en 15. conjunciones, si se tomā de 3. en 3. Para saber el agregado de todas, sumese toda la coluna baxando del 7: que es 6. 15. 20. 15. 6: la suma 62. + 1. es 63. el agregado de todas las cōjunciones en q̄ se hallarà cada cosa. Tābien si del numero de cosas 7. se quita 1. quedaràn 6: las elecciones de 6. por el §. 230. son 63: en tantas con-

conjunciones se hallarâ cada vna de las 7. cosas.

Quando ai muchas cosas semejantes.

232 Si las cosas son todas de una especie, ò semejantes, las elecciones seràn tantas como el numero de las cosas, y las conjunciones una menos: como estas 7. letras AAAAAAA: las elecciones podràn ser. A. AA. AAA. AAAA. AAAAA. AAAAAA. AAAAAAA: y quitando la primera A que esta sola quedaràn 6. conjunciones: lo mesmo es en qualquier otro numero.

Si las especies son diferentes, y ai muchas de una especie, se dispondra una Progresion dupla de tantos terminos, como son las especies diferentes, y el primer termino sea 1. mas, que el numero de las semejantes; y el ultimo termino menos 1. serà el numero de las elecciones: como en estas letras AAAABCDEF. porque ai 4. A. semejantes, tomarè el primer termino 1. mas, que es 5: y porque ai seis especies, serà la Progresion de 6. terminos. 5. 10. 20. 40. 80. 160. y quitando 1. de 160. serà 159. el numero de las elecciones: Si de este numero se quita el numero de las especies, que es 6. quedaràn 153. conjunciones, ò conbinaciones.

233 Si las especies son diferentes, y ai muchas de cada especie, se multiplicaràn las precedentes mas 1. por el numero de las semejantes que se siguen. Como: en estas letras AAAA. BBB. CCC. DD. porque ai 4. A. serà el primer numero 4. y añadiendole

diendole 1. serà 5. multiplicado por 3. porque ai 3. B. serà 15. sumando el 15. con 4. serà 19. mas 1. serà 20. multiplicado por 3. porque ai 3. C. serà 60. sumando 4. 15. 60. mas 1. serà 80. multiplido por 2. porque ai 2. D. serà 160. La suma de todo serà 239. elecciones, quitando 4. porque son 4. especies quedarán 235. conjunciones, ò conbinaciones.

4
15
60
160
239

234 Si con estas se juntaren otras especies senzillas: se añadira 1. a la ultima suma, y se continuarâ en proporciõ dupla tantos terminos, quantas son las especies senzillas, el ultimo termino menos 1. serà la suma de todas las elecciones. Como. AAAA. BBB. CCC. DD. E. F. G. H. hallados como antes los 239. añadido 1. serà 240: añadiẽdo quatro terminos por las 4. letras serà 240. 480. 960. 1920. 3840. quitando 1. de 3840. seràn 3839. elecciones, y quitando 8. porq̃ todas son 8. especies quedaràn 3831. conjunciones, ò conbinaciones. El mesmo estilo se guardara en todas.

235 *Hallar la disposicion de las dos cosas en orden al lugar, tomandolas de dos en dos, de tres en tres, &c.*

Primero por el §. 224. busquese la conbinacion sin atender al lugar. Segundo busquese la conbinacion del lugar por el §. 221: multipliquese la una por la otra, el producto serà el numero que se busca: como 5. cosas A. B. C. D. E: si se toman de 2. en 2. por el §. 224. hazen 10. conbinaciones: y por el §. 221. dos

dos coſas ſe pueden variar dos vezes: multiplico pues 2. por 10. y es 20. tantas ſeràn las conbinaciones de las cinco letras ſi ſe toman de 2. en 2. y mudan lugar, como ſe ve.

AB. AC. AD. AE. BC. BD. BE. CD. CE. DE
BA. CA. DA. EA. CB. DB. EB. DC. EC. ED.

236 De eſta ſuerte 7. letras. A.B.C.D.E.F.G. ſi ſe toman de 4. en 4. por el §.224. ſe pueden juntar 35: y las conbinaciones de 4. en orden al lugar por el §.221. ſon 24. multiplicando 35. por 24. ſerà el producto 840: tantas vezes ſe pueden variar las 7. letras en orden al lugar ſi ſe toman de 4. en 4. Item ſi las meſmas 7. letras ſe toman de 5. en 5. por el §.224. hallaremos 21. conbinacion; y por el §.221. las conbinaciones de 5. ſon 120: multiplicãdo 120. por 21. es el producto 2520: de tantas maneras ſe pueden variar las 7. letras ſi ſe toman de 5. en 5.

237 *Hallar el agregado de todas las conbinaciones.* Dado el numero de las coſas, buſquenſe por el §.235. las conbinaciones de 2. en 2: Luego de tres en tres, &c. la ſuma de todas es el agregado de todas las conbinaciones.

Aſsi hallaremos, que eſtas cinco letras de 2. en 2. ſe pueden variar 20. vezes, de 3. en 3. ſon 60. de 4. en 4. ſon 120. y todas cinco pueden tener 120. conbinaciones, la ſuma de todas es 320: tãtas vezes ſe pueden variar las cinco letras. Item 7. letras A. B. C D. E. F. G: de 2. en 2. por el §. 235: puedẽ tener 42. conbi-

conbinaciones, y de 3. en 3. tienen 210. y de 4. en 4: ſon 840. y de 5. en 5. ſon 2520. y de 6. en 6: ſon 5040: y todas 7: otras 5040. La ſuma de todo es 13692: tantas cõbinaciones puedẽ tener las 7. letras.

238 Para facilitar eſta practica. Se obrarà por la tabla 1 conbinatoria deſta ſuerte: Eſcrivaſe la tabla conbinatoria haſta el numero dado: Luego buſqueſe las conbinaciones de 2. en 2. de 3. en 3. &c. por el §. 224. y 225. y eſcrivanſe en la tercera colunna: multiplicando luego la colunna ſegunda por la tercera, ſalen los productos de la quarta. La ſuma de toda la quarta colunna es el agregado de todas las conbinaciones: Como ſi quiero ver las conbinaciones de las 7. letras A. B. C. D. E. F. G. ſe diſpondrà como ſe ſigue.

239	*Tabla Conbinatoria.*	*Conbinaciones por el §.224.*	*Productos de la ſegunda, y tercera colunna.*
1	1	0	
2	2	21	42
3	6	35	210
4	24	35	840
5	120	21	2520
6	720	7	5040
7	5040	1	5040
			13692. *ſuma.*

De la meſma ſuerte 4. letras A. B. C. D; ſe variaran 60. vezes. Como ſe ve por la tabla.

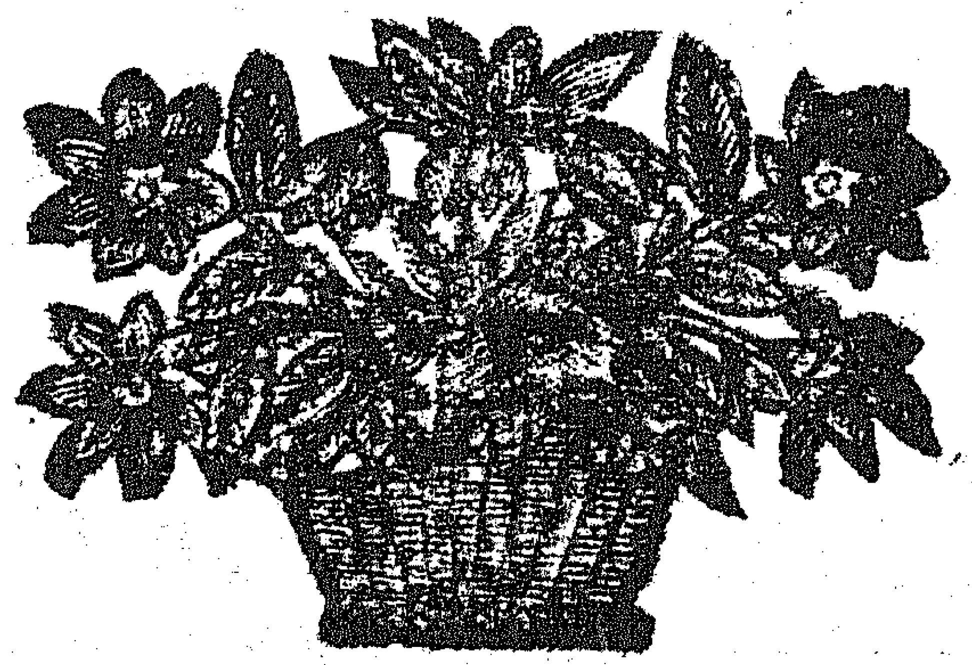
1	1		0
2	2	6	12
3	6	4	24
4	24	1	24
			60. *ſuma.*

240 Eſto ſe ve en las quatro letras A, B. C. D. aſsi diſpueſtas.

AB. AC. AD. BC. BD. CD. } ſon
BA. CA. DA. CB. DB. DC. } 12.
ABC. ACB. BAC. BCA. CAB. CBA.
ABD. ADB. BAD. BDA. DAB DBA. } ſon
ACD. ADC. CAD. CDA. DAC. DCA. } 24.
BCD. BDC. CDB. CBD: DCB. DBC:
ABCD. ABDC. ACBD. ACDB. ADBC. ADCB.
BACD. BADC. BCAD. BCDA BDAC. BDCA. } ſon 24. y todas
CABD. CADB. CBAD. CBDA. CDAB. CDBA. } juntas. 60.
DABC. DACB. DBAC. DBCA. DCAB. DCBA.

Si ai alguno que tenga paciencia diſponga las 7. letras, y hallara que tienen 13692. conbinaciones.

Fin del primer Libro.



LIBRO II. DE LAS RAIZES.

ESTE aſſunto es ſin duda el mas dificil de la Arithmetica, y el que me enpeñò à tomar la pluma con animo de experimentar ſi dexava reduzirſe à methodo claro, y breve un oceano inmenſo de dificultades. Para ſu inteligencia deve el Arithmetico eſtar bien exercitado en el Arte menor, y tener muy preſente la dotrina de los §§. 68. 69. 70. 181. 182. 212. haſta 215. ſino quiere perder el tienpo, y lo que es mas, el animo, y eſperança de ſalir con la enpreſſa.

CAP. I.

DE LA RAIZ, Y SUS POTESTADES.

1 *RAIZ numerica* es un numero, de quien otros proceden, continuando una *Progreſſion Geometrica* con la meſma proporcion, que tiene la unidad con la *Raiz*. Luego ſi una *Progreſsion Geometrica* comiença de la unidad, el 2.° termino ſerà

Raiz de los que se siguen, y todos los otros se llamã *Potestades*, a donde puede subir la *Raiz* multiplicada por si mesma continuamente. Estas *Potestades* tienen diferentes nombres conforme el grado, y lugar, que tuvieren en la *Progression*. Para dar nombre a estas *Potestades*, se dispone otra *Progression Arithmetica* natural, que comience del zero, y sus terminos se llaman *Exponentes* de la *Geometrica*, como se dixo *lib*. 1. §. 215. y se ve en el exemplo siguiente.

2 *Exemplo de la Raiz, y sus Potestades.*

1. Prog. Geom.	2. Prog. Geom.	3. Prog. Geom.	Exponentes.	Nonbres.	1. Caracteres.	2. Caracteres.
1	1.	1.	0			
2	4.	8.	1	Raiz.	R.	Z^1.
4	16.	64.	2	Quad.	Q.	Z^2.
8	64.	512.	3	Cubo.	C.	Z^3.
16	256.	4096.	4	Quad. Quad.	QQ.	Z^4.
32	1024.	32768.	5	Quad. Cubo.	QC.	Z^5.
64	4096.	262144.	6	CuboCubo.	CC.	Z^6.
128	16384.	2097152.	7	Q. Q. Cubo.	QQC.	Z^7.
&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.

3 La coluna 1. contiene una Progression dupla su Raiz 2. multiplicada continuamente, forma toda la Progressiõ: 2. vezes 2. es 4: 2. vezes 4. es 8: 2. vezes 8. es 16. &c. La coluna 2. contiene otra Progressiõ quadrupla, su Raiz es 4: 4. vezes 4. es 16: 4. vezes 16. es 64. &c. La coluna 3. tiene otra Progression octupla su Raiz 8: 8. vezes 8, es 64: 8. vezes 64. es 512. &c. La coluna 4. contiene los *Exponentes*: La Raiz tiene por *Exponente* 1. porque es el principio de dõde nace toda la Progression: La primera potestad, ò primer producto tiene por *Exponente* 2. porq̃ tiene el 2º lugar despues de la Raiz, &c.

4 La coluna 5. contiene los nombres de las *Potestades*: la primera Potestad despues de la *Raiz* es *Quadrado*, la segunda *Cubo*, las otras Potestades toman el nombre de las dos primeras, conforme sus *Exponentes* contienen a los *Exponentes* de las primeras: como la tercera Potestad se dize *Quadrado Quadrado*, porque su *Exponente* contiene dos vezes al 2. *Exponẽte* del Quadrado: La quarta Potestad es *Quadrado Cubo*, porque su *Exponente* 5. se conpone de 2, y 3. que son *Exponentes* del *Quadrado*, y *Cubo*, &c.

5 La coluna 6. contiene los *Caracteres* con que se significan las Potestades, a quien los Algebristas llaman *Caracteres Cossicos*, y los modernos *Magnitudes Escaleres*, ò *Graduales*. Para maior claridad, y facilidad se toman por Caracteres las primeras letras de sus nonbres: como R. es Raiz: Q. es Quadrado: C. es Cubo: QQ. Quadrado Quadrado: QC. es Quadrado Cubo: CC, es Cubo Cubo &c

6 La coluna 7. contiene otra forma de Caracteres mas senzillos, claros, y faciles: tomase por Raiz la letra Z. (y se pudo tomar qualquiera otra del abecedario,) y para las Potestades sirve la mesma letra con el *Exponente* de la Potestad: como: Z, es Raiz: Z^2, es Quadrado: Z^3, es Cubo: Z^4, es Quadrado Quadrado, &c. Esta forma de Caracteres es la mejor, por lo que facilita la multiplicacion, y division de los Caracteres, como se verà en el *libro* 3º.

7 Los Antiguos dieron diferente nombre a las Poteſtades: al Quadrado llamaron *Cenſo*: al que noſotros llamamos *Quadrado Cubo*, llamaron *Superſolido*, *Surdeſolido*, *Relato primero*: al *Cubo Cubo* llamaron *Quadrado Cubo*: porque no atendieron a la ſuma, ſino a la multiplicacion de los *Exponentes*. Advierto eſto; para que leyendo diferentes Autores, no ſe confunda el Letor con la diverſidad de los nombres. Tanbien vſaron los Antiguos de diferentes Caracteres que les dexo, porque ſolo ſirven de confundir aun a los mas deſeoſos de aprender eſta ciencia tan noble, como ſutil.

8 De lo dicho ſe infiere, que un meſmo numero es *Raiz* de diferentes *Poteſtades*: pero toma el nombre de la Poteſtad a quien ſe conpara, y aſsi reſpeto del Quadrado ſe llama *Raiz Quadrada*, reſpeto del Cubo *Raiz Cubica*, &c. y para maior claridad ſe declara con la R, ò con eſte ſigno $\surd$. y con el *Exponente* de la Poteſtad: como R^2, ò $\surd^2$. es *Raiz Quadrada*: R^3, ò $\surd^3$. es *Raiz Cubica*, R^6, ò $\surd^6$. es *Raiz Cubocubica*, &c. Tanbien un meſmo numero tiene diferentes *Raizes*, ſi ſe conſidera en diferentes Progreſsiones: como 64. en la *Progreſsion* 3, es Quadrado, ſu R^2. es 8. y 64. en la *Progreſsion* 4. es *Cubo* ſu R^3. es 4: y el meſmo 64. en la *Progreſsion* 1. es *Cubo Cubo*, ſu R^6, es 2.

9 En qualquiera Progreſsion Geometrica, que comiença de la unidad, el 2.° termino, que es la *Raiz*, es juntamente *Denominador* de la proporciō, porque de ſu continua multiplicacion proceden los otros (*lib.* 1.° §. 182.) Quando ſe pide la *Raiz* de un numero, ſe conoce el lugar, q̄ tiene el tal numero en la Progreſsion: como ſi ſe pide la R^6. *Raiz Cubocubica* de 262144. el *Exponente* 6. declara, que el numero dado tiene en la Progreſsion el 6.° lugar deſpues de la *Raiz*, ò el 7.° deſpues de la unidad, como en la Progreſsion 3.

10 Sacar pues la R^6. ò $\surd^6$. de 262144. no es otra coſa, que dado el primer termino 1. y el ultimo, que es el numero dado 262144. y el numero de los terminos 7. que es el *Exponente* 6 + 1: hallar el 2.° termino 8, que es el denominador de la proporcion: y lo meſmo es de todas las *Raizes* de qualquier otro numero. Para eſto deve tener el Arithmetico mui a mano las Poteſtades de los numeros digitos, que ſon los nueve ſinples, de quien todos los demas ſe conponen, y porque el Arithmetico no ſe canſe en ſacar de nuevo eſtas Poteſtades, las pongo haſta Z^{19}. y no me perſuado, que jamas ſe le ofrezca aver de ſacar *Raiz* de Poteſtad mas alta.

11 *Tabla de las Poteſtades de los numeros digitos haſta* Z^{19}.

Z2	
1	1
4	2
9	3
16	4
25	5
36	6
49	7
64	8
81	9

Z3	
1	1
8	2
27	3
64	4
125	5
216	6
343	7
512	8
729	9

Z4	
1	1
16	2
81	3
256	4
625	5
1296	6
240	7
4096	8
6561	9

Z5	
1	1
32	2
243	3
1024	4
3125	5
7776	6
16807	7
32768	8
59049	9

Z6	
1	1
64	2
729	3
4096	4
15625	5
46656	6
117649	7
262144	8
531441	9

Z7	
1	1
128	2
2187	3
16384	4
78125	5
279936	6
823543	7
2097152	8
4782969	9

Z8	
1	1
256	2
6561	3
65536	4
390625	5
1679616	6
5764801	9
16777216	8
43046721	9

Z9	
1	1
512	2
19683	3
262144	4
1953125	5
10077696	6
40353607	7
134217728	8
387420489	9

Z10	
1	1
1024	2
59049	3
1048576	4
9765625	5
60466176	6
282475249	7
1073741824	8
3486784401	9

Z11	
1	1
2048	2
177147	3
4194304	4
48828125	5
362797056	6
1977326743	7
8589934592	8
31381059609	9

Z12	
1	1
4096	2
531441	3
16777216	4
244140625	5
2176782336	6
13841287201	7
68719476736	8
282429536481	9

Z13	
1	1
8192	2
1594323	3
67108864	4
1220703125	5
13060694016	6
96889010407	7
549755813888	8
2541865828329	9

Z14	
1	1
16384	2
4782969	3
268435456	4
6103515625	5
78364164096	6
678223072849	7
4398046511104	8
22876792454961	9

Z15	
1	1
32768	2
14348907	3
1073741824	4
30517578125	5
470184984576	6
4747561509943	7
35184372088832	3
205891132094649	9

Z16	
1	1
65536	2
43046721	3
4294967296	4
152587890625	5
2821109907456	6
33232930569601	7
281474976710656	8
1853020188851841	9

Z17	
1	1
131072	2
129140163	3
17179869184	4
762939453125	5
16926659444736	6
232630513987207	7
2251799813685248	8
16677181699666569	9

Z18	
1	1
262144	2
387420489	3
68719476736	4
3814697265625	5
101559956668416	6
1628413597910449	7
18014398509481984	8
150094635296999121	9

Z19	
1	1
524288	2
1162261467	3
274877906944	4
19073486328125	5
609359740010496	6
11398895185373143	7
144115188075855872	8
1350851717672992089	9

CAP.

CAP. II.

PRINCIPIOS UNIVERSALES PARA todas Raizes.

12 EL numero de quiẽ se ha de sacar la *Raiz* se ha de dividir de tantas en tantas letras, començando por la mano derecha, como es el *Exponente* de la *Raiz*, que se ha de sacar: como si de este numero 548028100. se huviere de sacar la *Raiz Quadrada*, que es $\surd^2$. por el §. 8. se dividirà de dos en dos letras con puntos 5.48.02.81.00. Si del mesmo se huviere de sacar *Raiz Cubica*, que es $\surd^3$. se dividirà de tres en tres letras 548. 028. 100. Si del mesmo se huviere de sacar *Raiz Quadrado Cubica*, q̃ es $\surd^5$, se dividirà de cinco en cinco. 5480.28100. &c.

13 La primera operacion sienpre comiença del primer punto de mano hizquierda, buscãdo la *Raiz* de aquel numero en las Tablas antecedentes, y si el numero no se halla preciso, se tomarà el proxime menor: como si se ha de sacar $\surd^3$. 8
de este numero, porque la $\surd^3$. 548.028.100.
tiene 3. por *Exponente*, voy a 512.
la Tabla Z^3, y busco las letras 36028.100.
del primer punto 548, y porque no las hallo precisas tomo el proxime menor 512. y a su lado hallo 8, que es la *Raiz*, escrivo el 8. aparte sobre una raya

como

como se ve, y el 512. debaxo del primer punto, y restandole de 548. quedan 36028.100. como se ve. Si del mesmo numero se huviere de sacar la *Raiz* $\sqrt{}^5$ en la Tabla Z^5 busco las letras del primer punto 5480, y hallo el proxime menor 3125. y a su lado 5. por *Raiz*, escrivo el 5. aparte sobre una raya, y debaxo del primer pũto los 3125. restados de 5480. quedan 235528100: como se ve: el mesmo estilo se guarda en todas las *Raizes.*

$$\begin{array}{r} \underline{5} \\ 5480.28100 \\ 3125 \\ 235528100. \end{array}$$

14 A esta primera letra, que ha salido de *Raiz*, por regla general le añadiremos un zero: y la llamaremos A^1 sus potestades son A^2 A^3 A^4 A^5, &c. esto es A^2 es su Quadrado: A^3 es su Cubo: A^4 su Quadrado Quadrado, &c. como se dixo §.6: suponiendo pues, que la primera letra ha salido 8. como §.12. cõ un zero serà 80; pues es A^1 multiplicado 80. por si mesmo, sale 6400. que es A^2 multiplicado 6400. por 80. sale 512000, que es A^3, &c. A la segunda letra, que se hallarà por division, llamaremos B^1 sus potestades son B^2 B^3 B^4, &c. Como si la segunda letra saliesse 6, seria B^1 multiplicando 6. por si mesmo, sale 36, que es B^2: multiplicando 36. por 6, sale 216. que es B^3, &c.

15 La *Raiz*, que se busca, necessariamente ha de tener tantas letras, como puntos el numero de quien se saca; si la *Raiz* huviere de tener tres, ò mas letras, se añadirà un zero a las dos primeras, y se llamarà

A^1, y la tercera que se hallarà por division, se llamarà B^1 otra vez: sus Potestades se hallan de la mesma suerte, y assi se continua infinitamente, hasta sacar tantas letras, como el numero tiene puntos. Toda la dificultad està en hallar los *Divisores*, por quien se ha de partir, y los *Restadores*, que se han de restar: para esto sirve la Tabla triãgular del Libro 1. §.228, su fabrica se enseñò alli, y se puede continuar infinitamente: pongo aqui la Tabla otra vez para mas claridad. La primera coluna, que tiene debaxo $\sqrt{}^2$, sirve para la *Raiz* Quadrada $\sqrt{}^2$: la segunda que es $\sqrt{}^3$, para la Cubica $\sqrt{}^3$, &c.

Tabla Triangular para las Raizes.

$\sqrt{}^2$	$\sqrt{}^3$	$\sqrt{}^4$	$\sqrt{}^5$	$\sqrt{}^6$	$\sqrt{}^7$	$\sqrt{}^8$	$\sqrt{}^9$	$\sqrt{}^{10}$	$\sqrt{}^{11}$	$\sqrt{}^{12}$	$\sqrt{}^{13}$	$\sqrt{}^{14}$	$\sqrt{}^{15}$	$\sqrt{}^{16}$	$\sqrt{}^{17}$	$\sqrt{}^{18}$	$\sqrt{}^{19}$	$\sqrt{}^{20}$
																		20
																	19	190
																18	171	1140
															17	153	969	4845
														16	136	816	3876	15504
													15	120	680	3060	11628	38760
												14	105	560	2380	8568	27132	77520
											13	91	455	1820	6188	18564	50388	125970
										12	78	364	1365	4368	12376	31824	75582	167960
									11	66	286	1001	3003	8008	19448	43758	92378	184756
								10	55	220	715	2002	5005	11440	24310	48620	92378	167960
							9	45	165	495	1287	3003	6435	12870	24310	43758	75582	125970
						8	36	120	330	792	1716	3432	6435	11440	19448	31824	50388	77520
					7	28	84	210	462	924	1716	3003	5005	8008	12376	18564	27132	38760
				6	21	56	126	252	462	792	1287	2002	3003	4368	6188	8568	11628	15504
			5	15	35	70	126	210	330	495	715	1001	1365	1820	2380	3060	3876	4845
		4	10	20	35	56	84	120	165	220	286	364	455	560	680	816	969	1140
	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	91	105	120	136	153	171	190
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

16 De esta Tabla se forman las siguientes para las *Raizes* particulares. Tienen cinco ordenes, el 1º contiene los numeros de la Tabla triãgular, propios de aquella *Raiz*: el 2º contiene las Potestades de A, començando por la proxime menor del *Exponente* de la *Raiz*, que se saca: el 3º contiene los *Divisores*, que son los Productos, que salen, multiplicando los numeros del orden 1º por los del 2º: y porque no son numeros determinados hasta la operacion, se ha puesto zero: El 4º contiene a B^1 con sus Potestades por su orden: el 5º contiene los *Restadores*, que son los Productos, que salen multiplicando los numeros del 3º orden, por los del 4º: con el mesmo estilo se pueden continuar hasta la $\surd^{19}$ de la Tabla triangular, y si la Tabla triangular se continua infinitamente, se pueden continuar las Tablas de las *Raizes* sin termino.

Tabla de la $\surd^2$.

2	A^1	00	B^1	00
			B^2	00

Tabla de la $\surd^3$.

3	A^2	00	B^1	00
3	A^1	00	B^2	00
			B^3	00

Tabla de la $\surd^4$.

4	A^3	00	B^1	00
6	A^2	00	B^2	00
4	A^1	00	B^3	00
			B^4	00

Tabla de la $\surd^5$.

5	A^4	00	B^1	00
10	A^3	00	B^2	00
10	A^2	00	B^3	00
5	A^1	00	B^4	00
			B^5	00

Tabla de la $\surd^6$.

6	A^5	00	B^1	00
15	A^4	00	B^2	00
20	A^3	00	B^3	00
15	A^2	00	B^4	00
6	A^1	00	B^5	00
			B^6	00

Tabla de la $\surd^7$.

7	A^6	00	B^1	00
21	A^5	00	B^2	00
35	A^4	00	B^3	00
35	A^3	00	B^4	00
21	A^2	00	B^5	00
7	A^1	00	B^6	00
			B^7	00

Tabla de la $\surd^8$.

8	A^7	00	B^1	00
28	A^6	00	B^2	00
56	A^5	00	B^3	00
70	A^4	00	B^4	00
56	A^3	00	B^5	00
28	A^2	00	B^6	00
8	A^1	00	B^7	00
			B^8	00

Tabla de la $\surd^9$

9	A^8	00	B^1	00
36	A^7	00	B^2	00
84	A^6	00	B^3	00
126	A^5	00	B^4	00
126	A^4	00	B^5	00
84	A^3	00	B^6	00
36	A^2	00	B^7	00
9	A^1	00	B^8	00
			B^9	00

CAP. III.

DE LA RAIZ QUADRADA, O $\sqrt{}^2$.

17 LA dotrina de los §.14. 15. 16. parece dificil, por contener principios tan vniversales, pero con la pratica de este, y de los siguientes Capitulos se harà llanissima, y se vera su facilidad, y vniversalidad. Las Potestades de quien se ha de sacar la *Raiz* pueden ser *Sinples*, ò *Conpuestas*: las sinples no tienen conposicion, como un Quadrado, un Cubo, &c. Las conpuestas dizen conposicion, que puede ser en dos maneras. Conposicion de muchas Potestades de una especie, como 30 Quadrados, 50 Cubos, &c. ò conposicion de muchas Potestades de diferentes especies, como si un numero es conpuesto de muchos Quadrados, Cubos, Quadrado Cubos juntamente, &c. Las primeras son mas faciles, que las segundas, y las segundas, que las terceras. De las sinples la mas facil es la Quadrada, y assi començaremos por ella.

18 *Exenplo* 1° *de* $\sqrt{}^2$.

	2 $\sqrt{}^2$
Cantid.	5.48.02.81.
	4
Res. 1°	148.02.81.

Sea el numero de quien se ha de sacar la $\sqrt{}^2$ 5480281. dividido de dos en dos letras con puntos (§. 12.) El primer punto de mano hizquierda es 5: busco su proxime menor

menor en la Tabla Z^2 del §.11. porque la *Raiz* que se ha de sacar es $\sqrt{}^2$ y hallo, que el proxime menor es 4. y a su lado 2. de *Raiz*, hago una raya sobre el numero de quien se saca la *Raiz*, y sobre ella escrivo el 2. y el 4 debaxo el 5: resto el 4. del 5, y queda el *Residuo* 1° como se ve 148.02.81. *El primer punto de mano hizquierda ya no se escrive, porque no tiene mas operacion; el mesmo estilo se guarda en las otras operaciones, y en todas las Raizes, observese con cuidado.*

19 Para la segunda operacion añado un zero al 2. que saliò, serà 20: el valor de A^1 (§.14.) agora entra el uso de las Tablas del §.16. la Tabla de la $\sqrt{}^2$ es como se sigue, haziendo los 5. ordenes anchos, para que se puedan escrivir las letras con los numeros, que les corresponden.

			Divisor.			*Restadores.*
2	A^1	20	40	B^1	3	120
				B^2	9	9
						suma. 129

	2.3
Cant.	5.48.02.81.
	4
Resid. 1°	14.8.02.81.
	129
Resid. 2°	1902.81.

20 Escrivo en el 2° orden 20. valor de A^1, y multiplicando 20. por 2. del orden 1° sale 40, que se escrive en el orden 3°, y es el divisor: el primer punto del residuo es 148. veo quantas vezes cabe 40. en 148. (no es necessaria otra particion) y es 3. escrivole en el orden 4° enfrente de B^1 y tan-

y tanbien ſobre la raya con el 2, que ſalió primero: eſte 3. es la ſegunda letra de la *Raiz*, y el valor de B^1 multiplicole por ſi meſmo 3. vezes 3. es 9: que es ſu Quadrado, ò B^2, y eſcrivole en la Tabla enfrente de B^2. Multiplico agora el orden 3º por el 4º eſto es 40. por 3. ſale 120. que ſe eſcrive en el 5º, y porque el 9. no tiene multiplicador, le pongo debaxo del 120. y ſumando los dos, es 129. el reſtador: eſcrivo pues el 129. debaxo del 148. del *Reſiduo* 1º., y reſtando, queda el *Reſiduo* 2º 190281.

21 Repiteſe agora la meſma operacion de la meſma ſuerte: añado zero al 23, que ya tenemos de *Raiz*, ſerà 230. el valor de A^1, y formo la Tabla como antes.

			Diviſor.			*Reſtad.*	
2	A^1	230	460	B^1	4	1840	
				B^2	16	16	
						1856	*ſuma.*

Multiplico 230. por 2. ſale 460. el diviſor, y veo que cabe en los 1902. del *Reſiduo* 2º. 4. vezes: eſcrivole con los 23. ſobre la raya, y tanbien en la Tabla enfrente de B^1. ſu Quadrado, 4. vezes 4. es 16. ſe eſcrive enfrente de B^2. Multiplico 460. por 4. ſale 1840: que ſe eſcrive en el orden de los reſtadores, y debaxo el

	2·3·4
Cant.	5·48·02·81.
	4
Reſid. 1º	148·02·81.
	129
Reſid. 2º	1902·81.
	1856
Reſid. 3º	4681.
	16.

16: la ſuma es 1856, reſtada de los 1902. del *Reſiduo* 2º. queda el *Reſiduo* 3º. 4681.

22 La meſma operacion ſe repite para el ultimo punto. Añadido un zero a 234. ſerà A^1 2340.

			Diviſor.			*Reſtadores.*	
2	A^1	2340	4680.	B^1	1	4680	
				B^2	1	1	
						4681.	*ſuma*

Multiplicando 2340. por 2. ſale 4680. el diviſor, que cabe en el *Reſiduo* 3º. 1 vez: eſcrivo 1. con los 234. ſobre la raya, y enfrente de B^1. ſu Quadrado 1. vez 1. es 1. ſe eſcrive enfrente de B^2, multiplico 4680. por 1. ſale 4680. que ſe eſcrive en el orden de los Reſtadores, y debaxo el 1. la ſuma es 4681. reſtada del *Reſiduo* 3º 4681. queda el *Reſiduo*. 4º 0000. y la Raiz es juſta 2341.

	2·3·4·1 $\sqrt{}^2$
Cantid.	5·48·02·81.
	4
Reſid. 1º	148·02.81.
	129
Reſid. 2º	1902·81.
	1856
Reſid. 3º	4681.
	4681
Reſid. 4º	0000

23 *Exenplo 2º de la* $\sqrt{}^2$.

El proxime menor de 72. en la Tabla Z^2 §.11. es 64, y a ſu lado 8. de Raiz. Eſcrivo el 8. ſobre la raya, y el 64. debaxo del 72. el *Reſiduo* 1º es

	8500 $\sqrt{}^2$
Cantidad.	72.25.00.00.
	64
Reſid. 1º	825.00.00.
Reſid. 2º	

825.00.00. añadido zero al 8, ſerà A^1. 80: Formaſe la Tabla.

2	A^1 80	*Diviſor.* 160	B^1 5	*Reſtad.* 800		
			B^2 25	25		
				825	*ſuma.*	

2. vezes 80. es 160 el diviſor, cabe en 825. primer punto del reſiduo, 5 vezes: que es B^1. eſcrivo el 5. ſobre la raya junto al 8, y tanbien enfrente de B^1. multiplicado por ſi meſmo 5. vezes 5. ſerà 25. ſu Quadrado, ò B^2. multiplico 160. por 5. ſale 800: ſumando 800. con 25. ſerà 825. el *Reſtador*: Reſtado del *Reſiduo* 1º queda. 0. el *Reſiduo* 2º., y porque aun faltavan dos pũtos añadirè dos zeros a las letras halladas 85. (*Eſto ſe obſerva en todas las Raizes, quando el Reſiduo es. 0. ſe hande añadir à las letras halladas tantos zeros como faltavan puntos, que correr*) Serà la *Raiz* 8500.

24 *Exenplo 3º de la* $\sqrt{}^2$.

El primer punto de mano hizquierda es 1. en la Tabla Z^2. §.11. le hallo juſto, y a ſu mano derecha 1. de *Raiz*, eſcrivo 1. ſobre la raya, y 1. debaxo del 1. y queda el *Reſiduo* 1º [illegible]6.56.04. añadido

	1.4.0.2 $\sqrt{}^2$.
Cantidad.	1.96.56.04.
	1
Reſid. 1º.	96.56.04.
	96
Reſid. 2º., y 3º	56.04
	5604
Reſid. 4º.	0000

dido un zero al 1. de *Raiz* ſerà A^1. 10: Formeſe la Tabla de $\sqrt{}^2$.

2	A^1 10	*Diviſor.* 20	B^1 4	*Reſtador.* 80		
			B^2 16	16		
				96	*ſuma.*	

2. vezes 10. es 20. el *Diviſor*, en 96. cabe 4: que es B^1. 4. vezes 4. es 16 B^2. multiplico 20. por 4. ſale 80. ſumado con el 16. es 96. el *Reſtador*, quitado del *Reſiduo* 1º quedarà 56.04. *Reſiduo* 2º.

25 Otra vez añadido zero al 14. ſerà 140, A^1. y ſe forma la Tabla.

2	A^1 140	*Diviſor.* 280	B^1	*Reſtadores.*
			B^2	

140. por 2. es 280. el *Diviſor*, y porque no cabe en el 56. del *Reſiduo* 2º eſcrivirè zero ſobre la raya con el 1. y 4. que ya tenemos de *Raiz*; y paſſaremos a la otra operacion, qorque el zero no tiene Poteſtades, *lo meſmo ſe haze en todas las raizes ſienpre, que el Diviſor no cabe en el reſiduo.*

26 Al 1. 4. 0, que tenemos ya de *Raiz*, añado 0. para la ſiguiente operacion, y ſerà 1400. el valor de A^1. la Tabla es,

		Divisor.			
2	A 1400	2800	B^1 2	5600	
			B^2 4	4	
				5604	suma.

Multiplico 1400. por 2. sale 2800. el *Divisor*, en 5604. *Residuo* 3.° cabe 2. que es B. escrivole sobre la raya con las letras de la *Raiz* 1.4.0.2. y en la Tabla enfrente de B^1. su Quadrado 2. vezes 2. es 4. B^2. multiplico 2800. por 2, sale 5600. y cõ el 4. es 5604. el restador, restado del *Residuo* 3.° queda. 0: y esta acabada la operacion.

27 En estos tres exenplos se contienen todas las dificultades, que se pueden ofrecer en esta materia. Los que saben otros modos mas breves de sacar la *Raiz* quadrada, deven ajustarse a este, por ser general para todas las *Raizes*, como se verà en los Capitulos siguientes. Advierta el Arithmetico, que no sienpre ha de tomar por letra de la *Raiz* todo lo que el divisor cabe en el residuo, porque quando la letra es grande, suelen crecer los *Restadores* de suerte, que la suma sale maior, que el residuo; y en esse caso es señal, que la letra se tomò maior de lo justo, y se ha de repetir la operacion, aunque en nuestro metodo es facil la correccion.

CAP.

CAP. IV.

DE TODAS LAS RAIZES DE LAS *Potestades sinples.*

28 ENTendida bien la *Raiz* Quadrada del Capitulo antecedente, facil cosa serà con el mesmo estilo, resolver en este Capitulo todas las otras *Raizes* de las Potestades sinples, sin ser necessario multiplicar exenplos.

Raiz Cubica, ò $\sqrt{}^3$.

Porque el *Exponente* de $\sqrt{}^3$ es 3 dividese la *Cantidad* con puntos de tres en tres letras, començando de la mano derecha (§.12.) El primer punto de mano hizquierda es 241. en la Tabla Z^3. §.11. hallo su proxime menor 216, y a su lado 6. de *Raiz*, escrivo 6 sobre la raya enfrente de $\sqrt{}^3$, y los 216. debaxo del primer punto; y restando queda el *Residuo* 1.° como se ve.

	6.2.2.4 $\sqrt{}^3$
Cant.	241.106.407.424.
	216
Res. 1.°	25106.407.424.
	22328
Resid. 2.°	2778 407.424.
	2313 848
Resid. 3.°	464 559 424.
	464 559 424.
Resid. 4.°	000 000 000.

29 Añadido un zero al 6. serà 60. el valor de A^1. Formese la Tabla de la $\sqrt{}^3$. §.16.

			Diviſores.			Reſtado.
3	A^2	3600	10800	B^1	2	21600
3	A^1	60	180	B^2	4	720
				B^3.	8	8
			10980	ſuma.		22328

Multiplica 60 por 60 ſale 3600 ſu Quadrado, que es A^2. Eſcrivaſe 3600. enfrente de A^2, y el 60 enfrente de A^1. Multiplica 3600. por 3 ſale 10800; que ſe eſcrive en el orden 3º Multiplica 60. por 3. ſale 180. La ſuma de los diviſores 10980. es el diviſor. Veo quantas vezes cabe en el *Reſiduo* 1º 25106; y hallo 2, eſcrivole ſobre la raya con el 6, y en la Tabla enfrente de B^1. Sus Poteſtades 2 vezes 2 ſon 4; y 2 vezes 4 ſon 8: eſcrivolas por ſu orden, el 4 enfrente de B^2, y el 8. de B^3. Multiplico 10800. por 2: y 180. por 4: y los Productos 21600. 720 ſe eſcriven en el orden de los reſtadores, y tanbien el 8. porque no tiene cõ quiẽ multiplicarſe: la ſuma es 22328. ſe reſta del *Reſiduo* 1º queda el *Reſiduo* 2º como ſe ve.

30 Tenemos ya 62 de *Raiz*, añadido zero ſerà 620 el valor de A^1. Multiplicado por ſi meſmo 620 por 620 ſerà ſu Quadrado 384400, que es A^2 Formaſe otro vez la Tabla.

			Diviſores.			Reſtadores.
3	A^2	384400	1153200	B^1	2	2306400
3	A^1	620	1860	B^2	4	7440
				B^3	8	8
			1155060	ſuma.		2313848

Mul-

Multiplicando el orden 1º y 2º ſale el 3º. La ſuma es diviſor, veo pues que 1155060. cabe en el *Reſiduo* 2º 2 vezes: eſcrivo 2 con el 6, y 2. ſobre la raya tendremos ya 6. 2. 2: Luego 2 vezes 2 es 4: 2 vezes 4 es 8: eſcrivo 2. 4. 8 enfrente de B^1. B^2. B^3. Multiplico el orden 3º, y 4º ſale el 5º. La ſuma 2313848. es *Reſtador*: reſtaſe del *Reſiduo* 2º, queda el *Reſiduo* 3º, como ſe ve.

31 Otra vez a la *Raiz* 6. 2. 2. añado. o. ſerà 6220. el valor de A^1 ſu quadrado es 38688400. que es A^2.

			Diviſores.			Reſtadores.
3	A^2	38688400	116065200	B^1	4	464260800
3	A^1	6220	18660	B^2	16	298560
				B^3	64	64
			116083860	ſuma.		464559424

Multiplicando el orden 1º, y 2º ſale el 3º la ſuma es diviſor: veo que cabe en el *Reſid.* 3º 4 vezes: eſcrivo 4 ſobre la raya con el 6.2.2: Luego 4. vezes 4 es 16: 4 vezes 16, es 64: eſcrivo 4. 16. 64 con B^1. B^2. B^3. Multiplico el orden 3º, y 4º ſale el 5º la ſuma ſe reſta del *Reſiduo* 3º queda. o. y eſtà concluida la operaciõ.

32 *Raiz del Relato 1º, ò Quadrado Cubica, ò* $\sqrt{}^5$.

Porque el exponente de la $\sqrt{}^5$ es 5 ſe divide toda la cantidad de quien ſe ha de ſacar la $\sqrt{}^5$, de 5 en 5 letras por el §. 12, començando de la mano derecha. Luego el primer punto de mano hizquierda es 44632.

Su

Su proximè menor en la Tabla Z^5 del §.11. es 32768, y a ſu lado 8 de Raiz que ſe eſcrive ſobre la raya. Reſtando 32768 de 44632, queda el *Reſiduo* 1.º como ſe ve.

	8.5.1 $\sqrt{5}$
Cant.	44632.14922.29251
	32768
*Reſ.*1.º	11864 14922.29251
	11602 53125
*Reſ.*2.º	261 61797 29251
	261 61797 29251
*Reſid.*3.º	00

33 Añadido zero al 8, ſerà 80. es A^1: 80 por 80 es 6400, A^2 y 6400. por 80 es 512000, A^3. y 512000 por 80, es 40960000, A^4. Formaſe la Tabla de la $\sqrt{5}$ del §.16.

	Poteſtades de A.		*Diviſores.*	*Poteſt. B*		*Reſtadores.*
5	A4	40960000	204800000	B1	5	1024000000
10	A3	512000	5120000	B2	25	128000000
10	A2	6400	64000	B3	125	8000000
5	A1	80	400	B4	625	250000
				B5	3125	3125
			205984400	*ſuma.*		1160253125

Multiplicando el orden 1.º, y 2.º ſale el 3.º La ſuma de los diviſores cabe en el *Reſiduo* 1.º 5 vezes, eſcrivo 5, ſobre la raya, y es el valor de B^1. Sus Poteſtades: 5 por 5 es 25, B^2, y 25 por 5, es 125, B^3, y 125 por 5, es 625, B^4. y 625 por 5 es 3125. B^5 eſcrivenſe en el orden 4.º Multiplico el 3.º, y 4.º orden, ſalen los *Reſtadores* del 5.º La ſuma ſe reſta del *Reſiduo* 1.º, queda el *Reſiduo* 2.º, como ſe ve.

34 Otra vez al 8. 5 que ya tenemos de *Raiz*, añado zero ſerà 850. el valor de A^1. Sus Potaſtades ſe

ſe hallan con la multiplicacion continua como antes, y ſe forma la Tabla.

	Poteſtades de A.		*Diviſores.*			*Reſtadores.*
5	A4.	522006250000	2610031250000	B1	1	2610031250000
10	A3	614125000	6141250000	B2	1	6141250000
10	A2	722500	7225000.	B3	1	7225000
5	A1	850	4250	B4	1	4250
				B5	1	1
			2616179729250	*ſuma.*		2616179729251

Multiplicando la coluna primera, y ſegunda, ſale la tercera. La ſuma de los diviſores en el *Reſiduo* 2.º cabe 1 vez, eſcrivo 1 ſobre la raya con el 8. y 5. y añado 1. a la ſuma de los diviſores, y ſerà el reſtador 2616179729251. reſtaſe del *Reſiduo* 2.º queda zero. *Eſto es general para todas las Raizes, ſienpre que la letra ſale* 1: *conque no es neceſſario acabar la Tabla*, la razon es porque en eſte caſo las Poteſtades de B. ſienpre ſon 1. porq̃ la unidad nunca crece aunque ſe multiplique infinitamente por ſi meſma, como ſe ve en la Tabla que la he pueſto entera para que el Arithmetico vea, que en eſtos caſos los reſtadores ſolo exceden a los diviſores en la unidad. 1. y no ſe fatigue en traſladar los numeros.

35 *Raiz del Relato* 2.º, ò *Quadradoquadradocubica*, ò $\sqrt{7}$.

Divideſe de 7 en 7 por ſer el *Exponente* 7. (§.12.) El primer punto de la mano hizquierda.

	2.2.2. $\sqrt{7}$
Cant.	265.7484995.7103488.
	128
*Reſid.*1.º	137748 4995.7103488.
	121 4357888
*Reſid.*2.º	16312 7107 7103488.

*Resid.*2º. 1631271077103488.

quierda es 265 1631271077103488.

ſuproxime me- *Reſid.*3º. 00

nor en la Tabla Z^7 del §.11. es 128, y a ſu lado 2 de *Raiz*, que ſe eſcrive ſobre la raya. Reſtando 128. de 265. queda el *Reſiduo* 1º.

36 Añadido zero al 2 que ſaliò de *Raiz*, ſerà 20 el valor de A^1. ſus Poteſtades ſe hallan con ſu cõtinua multiplicacion, y ſe forma la Tabla de la $\sqrt{}^7$ del §.16. como ſe ve.

	Poteſtades de A.		*Diviſores.*	*Poteſt. B.*		*Reſtadores.*
7	A6	64000000	448000000	B1	2	896000000
21	A5	3200000	67200000	B2	4	268800000
35	A4	160000	5600000	B3	8	44800000
35	A3	8000	280000	B4	16	4480000
21	A2	400	8400	B5	32	268800
7	A1	20	140	B6	64	8960
				B7	128	128
			521088540	*ſuma.*		1214357888

37 Multiplica la coluna primera, y ſegunda, ſalen los diviſores de la tercera; veo quantas vezes cabe la ſuma de los diviſores en el primer punto del *Reſiduo* 1º, y hallo 2. eſcrivole ſobre la raya $\sqrt{}^7$, y en la coluna quarta con ſus Poteſtades: 2 vezes 2, es 4: 2 vezes 4, es 8. &c, y multiplicadas entre ſi las colunas tercera, y quarta, ſalen los diviſores de la quinta, la ſuma de los diviſores ſe reſta del *Reſiduo* 1º, y queda el *Reſiduo* 2º como ſe ve.

38 Otra vez al 22 que ya tenemos de *Raiz*, añado zero, y ſerà 220 el valor de A^1. Sus *Poteſtades* ſe hallaràn

hallaràn multiplicando 220 continuamẽte haſta A^6. Formaſe la Tabla.

	Poteſtades de A.		*Diviſores.*	*Poteſt. B.*		*Reſtadores.*
7	A6.	113379904000000	793659328000000	B1	2	1587318656000000
21	A5	515363200000	10822627200000	B2	4	43290508800000
35	A4	2342560000	81989600000	B3	8	6559168000000
35	A3	10648000	372680000	B4	16	596288000
21	A2	48400	1016400	B5	32	32524800
7	A1	220	1540	B6	64	98560
				B7	128	128
			804564318497940	*ſuma.*		1631271077103488

La ſuma de los diviſores cabe en el *Reſiduo* 2º. 2 vezes: eſcrivo 2 ſobre la raya; que es B^1. eſcriveſe en la coluna quarta con ſus *Poteſtades*, y multiplicando las colunas tercera, y quarta ſalẽ los *Reſtadores* de la quinta: La ſuma ſe reſta del *Reſiduo* 2º., queda zero el *Reſiduo* 3º, y la *Raiz* juſta es 222.

39 La *Raiz* QQ. ò $\sqrt{}^4$ ſe puede ſacar de dos modos, el 1º por ſu Tabla de $\sqrt{}^4$. §.16. El 2º ſacando la *Raiz* Quadrada del numero, y luego ſacãdo otra vez la *Raiz* Quadrada de la la *Raiz* que ſalio primero. La *Raiz* CC, ò $\sqrt{}^6$ tanbien ſe puede ſacar de dos modos; el 1º por ſu Tabla de $\sqrt{}^6$. §. 16, el 2º ſacando la $\sqrt{}^2$ del numero, y luego la $\sqrt{}^3$ de la *Raiz* que ſaliò primero, ò al contrario. Eſto conviene genalmente a todas las *Raizes*, cuyos *Exponentes* proceden de la multiplicacion de uno, ò dos exponentes *Inferiores*. No pongo exenplo de otras *Raizes*, porque el eſtilo es el meſmo, y todas por alto, que ſea el exponente ſe ſacan de la meſma ſuerte, aunque las operaciones ſon mas canſadas, por ſer muchas, y altas las Poteſtades.

CAP. V.

DE LA APROXIMACION GENERAL de todas las Raizes.

40 QVando en la extraccion de las *raizes*, despues de la ultima operaciõ no queda *Residuo* sino zero, el numero se llama *Racional*, porque tiene *raiz* justa, determinada, que se puede explicar por numero: pero si queda algun *Residuo*, el numero se llama *sordo*, *ò irracional*, porque no tiene *raiz* justa, y determinada, que se pueda explicar por numero, y la mesma *raiz* se llama *sorda*, *ò irracional*. En este caso no deve el Arithmetico dar la *raiz* verdadera, porque no ha de pretender inposibles, pero puede darla muy proxima a la verdad, y aun aproximarla infinitamẽte, de suerte que se pueda demostrar, que la diferencia de la *raiz* sacada, y de la verdadera es menor, que qualquiera quantidad determinada, por pequeña que sea.

41 *Regla general para todas raizes.*

Al ultimo residuo añadanse tantos zeros como es el *Exponente* de la *raiz* que se saca, como para $\sqrt[2]{}$.oo. para $\sqrt[3]{}$.ooo. &c. y continuese la operacion para sacar otra letra de *raiz*, como en los *cap.* 3. 4. Otra vez al ultimo residuo añadanse otros tantos zeros, y sacarasse otra letra, y assi se puede continuar infinitamen-

te. La primera letra serà decimas, las dos centesimas, las tres milesimas, &c.

42 *Exenplo de la $\sqrt[3]{}$ aproximada.*

	3.0.$\sqrt[3]{}$.
Cant.	28.457.
	27
Resid. 1º, 2º	1 457.

El primer punto de mano hizquierda es 28, su proxime menor en la Tabla Z^3. §.11. es 27. y a su lado 3 de *raiz*, escrivo el 3 sobre la raya, y el 27 debaxo del 28, y queda el *Residuo* 1º como se ve. Añadido zero al 3. que ya tenemos de *raiz*, serà 30. el valor de A^1, y se forma la Tabla de la $\sqrt[3]{}$. §.16: multiplicando 30 por 30 serà 900. A^2. Multiplico la coluna primera, y segunda, que es 3 por 900. sale 2700, y 3 por 30 sale 90: la suma 2790. es el divisor, y pues no cabe en el *Residuo* 1º serà zero la segunda letra de la *raiz*, y le escrivo sobre la raya con el 3. conque està acabada la segunda operaciõ (§.25.) y assi el mesmo *Residuo* 1º es tanbien *Residuo* 2º La *raiz* es 30. y el numero es irracional.

			Divisores.			*Restadores.*
3	A^2	900	2700	B^1	o	0000
3	A^1	30	90	B^2	o	00
				B^3	o	0
			2790			

43 Agora entra la regla de la aproximacion: añado al *Residuo* 2º tres zeros (§.41.) y continuo la operacion: al 30 q̃ tengo de *raiz* añado zero, serà 300

el valor de A^1, y formaſe la Tabla otra vez: multiplico 90000 por 3, y 300 por 3. ſalē los diviſores : la ſuma 270900. cabe en el *Reſiduo* 2°, 5 vezes.

	$3.0.5.3\ \sqrt{3}.$
Cantidad.	28.457.
	27
Reſ. 1.° y 2.°	1457000.
	1372625
Reſid. 3.°	84375000
	83804877
Reſid. 4.°	570123

		Diviſor.		*Reſtadores.*
3	A^2 90000	270000	B^1 5	1350000
3	A_1 300	900	B^2 25	22500
			B^3 125	125
			ſuma.	1372625

Sus poteſtades 5 vezes 5 es 25: 5 vezes 25 es 125: Luego multiplicando las colunas, tercera, y quarta, ſalen los *reſtadores* de la quinta la ſuma 1372625 reſtada del *Reſiduo* 2.° 1457000, queda el *Reſiduo* 3.° 84375: La *raiz* proxima es $30\frac{5}{10}$.

44 Si quiero maior aproximacion añado otros tres zeros al *Reſiduo* 3°: y ſe continua. Añadido zero a los 305 de *raiz*, ſerà 3050 el valor de A^1. Formaſe la Tabla.

		Diviſores.		*Reſtadores.*
3	A^2 9302500	27907500	B^1 3	83722500
3	A^1 3050	9150	B^2 9	82350
			B^3 27	27
		27916650	*ſuma.*	83804877

La ſuma de los diviſores cabe en el *Reſiduo* 3° 3 vezes,

zes, eſcrivo 3. ſobre la raya; ſus Poteſtades 3.9. 27. en la coluna quarta, y multiplicando las colunas, tercera, y quarta ſalen los *Reſtadores*, la ſuma ſe reſta del *Reſiduo* 3°, queda el *Reſiduo* 4°, y tenemos de *Raiz* $30\frac{53}{100}$. mas proxima, que antes. La *Raiz* verdadera eſtà entre $30\frac{53}{100}$, y $30\frac{54}{100}$: conque la diferencia es menor que $\frac{1}{100}$. De eſta ſuerte ſe puede continuar, aproximandola infinitamente, lo meſmo es en todas las *Raizes* §.41: ſin forma de quebrado ſe puede repreſentar eſta *Raiz* con el *Exponente* de las decimas 3053^2. como en el *lib.* 1.° §.51.

Advertencias generales.

45 Para ſacar la *Raiz* de un quebrado, ſe han de ſacar dos *Raizes*, una del numerador, otra del denominador, y el quebrado, que ſe forma de las dos *Raizes*, ſerà *Raiz* del quebrado dado : como ſi ſe pide la *Raiz* quadrada de $\frac{9}{36}$. la $\sqrt{2}$ de 9. es 3. la de 36 es 6, digo que $\frac{3}{6}$ es $\sqrt{2}$ de $\frac{9}{36}$. Si ſe pide la $\sqrt{3}$ de $\frac{8}{125}$ la $\sqrt{3}$ de 8 es 2, la $\sqrt{3}$ de 125 es 5, digo que $\frac{2}{5}$ es $\sqrt{3}$ de $\frac{8}{125}$. Si el numero fuere entero, y quebrado, ſe reduzira el entero a quebrado (*lib.* 1° §.38.) y ſe ſacaràn las dos *raizes* como antes. Pideſe la $\sqrt{2}$ de $930\frac{1}{4}$: multiplicando 930 por 4 ſale 3720, y añadido el numerador 1 ſerà 3721: y el quebrado nuevo $\frac{3721}{4}$: la $\sqrt{2}$ de 3721 es 61: la $\sqrt{2}$ de 4 es 2: digo que $\frac{61}{2}$, eſto es $30\frac{1}{2}$ es $\sqrt{2}$ de $930\frac{1}{4}$. Si los numeros del quebrado fueren irracionales, ſe ſacaràn las *raizes*, y ſe aproximaràn con la regla del §.41.

46 El

46 El zero que se añade al valor de A^1, ò a las letras que ya tenemos halladas despues de cada operacion, para hallar la siguiente, no se añade para aumentar el valor de la letra, sino porque puesto el zero a la letra, ò *raiz* ya hallada los *divisores*, y *restadores* comiēçan a escrivirse igualmēte, unidad debaxo unidad, dezena con dezena, &c. y sino se pusiera el zero, avian de correspōder la dezena del 2º a la unidad del 1º, la dezena del 3º a la unidad del 2º &c. y era muy facil la equivocacion. *Estos 5. Capitulos quieren mucho exercicio antes de passar adelante.*

CAP. VI.

QVESTIONES DE LAS RAIZES.

47 ESTE es el fruto del trabajo antecedente para entrar con nuevo aliento, en el golfo de las *raizes* conpuestas.

Para formar todo genero de esquadrones.

Se ha de atender a la proporcion de la *Frente, y Fondo* de la gente, ò terreno. Esta proporcion se ha de dar en los minimos terminos, ò se han de buscar por el *libro* 1º §. 34. Si la proporcion de la gente fuere de igualdad, el esquadron serà quadrado de gente, tantos soldados de frente, como de fondo. La $\sqrt{}^2$ del numero de los soldados resuelve la duda: como si fueren 2000. su $\sqrt{}^2$ por el *Cap.* 3º es 44: la frente, y fondo:

do: Multiplica 44 por 44 salen 1936. que forman el esquadron, los 64 sobran.

48 Si la proporcion fuere de maior, ò menor desigualdad: multipliquense los terminos de la proporcion entre si, y el numero de los soldados (añadiēdole dos zeros, para maior precision) partase por el Producto la $\sqrt{}^2$ del *Quociente* multiplicada por los terminos, quitando una letra de los Productos, dara la *Frente*, ò *Fondo*: De los mesmos 2000. saldados se pide un esquadron, que la gente de la frente, y fondo guarden la proporcion, que 4 a 3: Multiplico 4 por 3 salen 12: añadidos dos zeros a los 2000, parto 200000 por 12 salen 16666. su $\sqrt{}^2$ por el *Cap.* 3º es 129: multiplicada por 4, y 3. salen 516. y 387. quitādo la ultima letra de cada uno, serà 51. la *Frente*, y 38 el *Fondo*, y guardan la proporcion proxima, que 4 a 3. Multiplicando 51 por 38, salen 1938. el numero de los soldados, sobran 62.

49 Si la proporcion que se da, no fuere de la gente, sino del terreno, que ha de ocupar; se ha de presuponer, que a cada soldado se le dan 3. pies de frente, y 7. de fondo de hilera, a hilera. Si la proporcion pues fuere de igualdad, como 1 a 1. serà el esquadron quadrado de terreno. Hagase quebrado de los numeros dados $\frac{1}{1}$, y de los pies de frente, y fondo 3, y 7. serà $\frac{3}{7}$: multiplicando en cruz $\frac{1}{1}\times\frac{3}{7}$ salen 7, y 3. que es la proporcion de la gente: con estos nuevos terminos se obra, como en el §. 48. Multipliquese pues 7 por 3,

por 3, ſale 21: añadidos dos zeros al numero de los ſoldados 2000, partaſe 200000 por 21 ſalen 9523: Su $\sqrt{}^2$ por el *Cap.* 3.º es 97, y mas de medio: multiplicando $97\frac{1}{2}$ por 7, y 3 ſalen 682: 292, quitada la ultima letra de cada uno, quedaràn 68 la *Frente*, y 29 el *Fondo*, y el eſquadron ſerà quadrado de terreno. La prueva es multiplicar 68 por 3 pies, ſalẽ 204 pies de frente, y 29 por 7, ſalen 203 pies de fondo: falta una unidad, por no venir las particiones juſtas, y por coſa poca ſe deſprecia. Multiplicando 68 por 29, ſalen 1972 ſoldados, ſobran 28.

50 Si la proporcion del terreno, que ſe pide, fuere de maior, ò menor deſigualdad, como 5 a 4. &c. ſe obra de la meſma ſuerte. Hechos los quebrados $\frac{5}{4}\times\frac{3}{7}$ multiplicaſe en cruz: 5 por 7 es 35, y 3 por 4 es 12: conque la proporcion que ha de tener la gente de la frente, y fondo es, como 35 a 12. y con ella ſe obra como en el §. 48. Multiplicando 35 por 12 ſalen 420: añadidos 4 zeros al numero de los ſoldados 2000, parto 2000.0000. por 420 ſale el *Quociente* 47613: ſu $\sqrt{}^2$ por el *Cap.* 3.º ſerà 218, multiplicada por 35, y 12. ſalẽ 7630, y 2616. Quitadas las dos ultimas letras de cada numero (porque ſe añadieron 4 zeros, para maior preciſion) quedaràn 76 de frente, y 26 de fondo, y el terreno de la frente, y fondo ſerà, como 5 a 4. La prueva es multiplicar los 76 ſoldados de frente por 3 pies, ſalẽ 228 pies: y 26 de fondo por 7, ſalen 182 pies, y 228 a 182, tiene la propor-

cion

cion proxima, que 5. a 4. Vltimamẽte multiplica 76. por 26, ſalen 1976 ſoldados, que forman el eſquadron, y ſobran 24.

51 *De los medios Geometricos proporcionales.*

Para hallar un medio Geometrico proporcional entre dos numeros: como 6, y 96; multipliquenſe entreſi: La $\sqrt{}^2$ del Producto 576, ſe hallarà por el *Cap.* 3.º que es 24, y es el medio, que ſe buſca, y ſeràn *continue* proporcionales 6. 24. 96. Si la *raiz* no ſaliere juſta, no ſe podrà hallar Medio adequado, pero puede aproximarſe infinitamente a la verdad por el *Cap.* 5.º Eſto ſirve para reduzir a Quadrado las figuras rectangulas prolõgadas: aora ſean ventanas, puertas, paredes, canpos, &c. Tengo una heredad prolõgada, que tiene de largo 160 varas, y de ancho 90: quiero otra quadrada de igual capacidad. Multiplico 160 por 90, ſalen 14400: ſu $\sqrt{}^2$ es 120 varas, eſto ha de tener la ſegunda de ancho, y largo, para ſer igual.

52 Quando los medios ſon muchos, dos, tres, &c. al menor de los numeros dados llamaremos A^1 y al maior B^1. Eſcrivanſe los numeros bien diſtantes; y en el intermedio haganſe tantos puntos, quantos ſon los medios, que ſe buſcan: como ſi entre 6, y 6144 ſe buſcan 4 medios, ſe eſcriviran?

6	.	.	.	.	6144
A^1.	$A4$ $B1$	$A3$ $B2$	$A2$ $B3$	$A1$ $B4$	B^1.

Debaxo los puntos ſe eſcriven las letras $\frac{A}{B}$ con ſus *Ex-*

ponentes, a la primera A de mano derecha se escrive 1. a la segunda 2. &c. y al contrario a la primera B de mano hizquierda 1. a la segunda 2. &c. Para hallar qualquiera medio sin dependencia de los otros, se multiplicarà entresi las *Potestades* de A, y B conforme los *Exponentes*, que estan en el lugar del *Medio*, que se busca, y de el *Producto* se sacarà la *Raiz*, que tenga por exponente la suma de los exponentes de las dos letras, que en todos serà una mesma suma, y assi una mesma *Raiz*.

53 En el exenplo propuesto quiero hallar el 2º medio, veo que en su lugar està $^{A3}_{B2}$: multiplico pues el Cubo de A, que es 216 por el Quadrado de B, que es 37748736. el *Producto* serà 8153726976. la suma de los *Exponentes* de $^{A3}_{B2}$ es 5, la $\sqrt{}^5$ del *Producto* por el *Cap*. 4º se hallarà 96, y es el 2º medio proporcional, que se ha de escrivir sobre $^{A3}_{B2}$. Si se buscasse el 1º hallo en su lugar $^{A4}_{B1}$. Multiplico el QuadradoQuadrado de A, que es 1296 por B^1 que es 6144, el *Producto* es 7962624, su $\sqrt{}^5$ por el *Cap*. 4º, es 24, y es el medio 1º que se escrive sobre $^{A4}_{B1}$. El mas facil de hallar, es el medio 1º por ser el menor, y porque sus *Potestades* constan de menos letras. Esto no necessita de mas explicacion, sino de exercicio.

Ganancia de ganancia.

54 Pedro diò 2000 *ducados* a canbio con tal condicion, que la ganancia de qualquier año, ganasse en los años siguientes al respeto del principal: cunplidos

plidos 6 años le dieron entre caudal, y ganancia $3543\frac{122}{1000}$ *ducados*. Pidese, q̃ le avian de dar el año 3º? Porque los terminos han de proceder en continua proporcion; y se da el termino 1º 2000, y el ultimo $3543\frac{122}{1000}$, que es caudal, y ganancia del 6º año, solo faltan los terminos de los 5 años, y assi se han de buscar 5 medios proporcionales por el §. 53. Reduzgãse los enteros a quebrados (*lib*. 1º §. 38.) seràn $\frac{2000000}{1000}$, y y $\frac{3543122}{1000}$, y dexando los denominadores como sino estuvieran: se dispondran los terminos como en el §. 53.

2000000.						3543122
A	$^{A5}_{B1}$	$^{A4}_{B2}$	$^{A3}_{B3}$	$^{A2}_{B4}$	$^{A1}_{B5}$	B

Y pues se pide el año 3º que es el medio 3º hallo en su lugar $^{A3}_{B3}$: multiplico el cubo de A que es 8000000.000000.000000. por el cubo de B que es 44.479338.507937.851848, el Producto serà 355.834708.063502.814784.000000.000000.000000. Sacarasse la $\sqrt{}^6$ porq̃ la suma de los exponẽtes es 6: y por el *Cap*. 4º se hallarà 2662000: partida por 1000 denominador del quebrado serà 2662 *ducados*, el caudal, y ganancia del año 3º con el mesmo estilo se hallarà el caudal, y ganãcia del año 2º 4º &c.

55 Si en el mesmo caso, se preguntasse, que ganò Pedro por 100? se dispondràn los terminos con el mesmo orden, y se buscarà el medio 1º que es el mas facil. Hallo en su lugar $^{A5}_{B1}$. Multiplico el *Quadrado Cubo* de A, que es 32.000000.000000.000000.000000.000000. por

B. 3543122. ſale 113.379904.000000.000000.000000.000000.000000. ſu $\sqrt{}^6$ por el *Cap.* 4.° ſe hallará 2200000: partida por 1000, ſerà 2200 *ducados*, quitando el caudal 2000, queda la ganancia 200: digo pues ſi 2000 dan 200: luego 100. daràn 10, y aſsi gana a razon de 10 por 100. Conocido el 1.° medio, ſe hallaràn los otros facilmente; porque partiendo el medio 1.° por el caudal, ò primer extremo, el *Quociente* ſerà el *Denominador* de la proporcion, y con el ſe hallaràn todos los terminos, como ſe dixo *lib.* 1.° §. 182.

De las Progreſsiones Geometricas.

56 En la meſma Progreſsion Geometrica del *lib.* 1.° §. 201.

A.					B.	N	S	D
6.	24.	96.	384.	1536.	6144	6	8190	4

Dados A el primer termino, B el ultimo, N el numero de los terminos, ſe buſca D, el denominador de la proporcion. Pedro pagò una deuda en 6 años, el 1.° pagò 6 *lib.* el ultimo 6144: buſcaſe la proporcion de las pagas. Partaſe B. por A. eſto es 6144. por 6 *lib.* ſerà el *Quociente* 1024. quiteſe 1. del numero de los años 6. quedarà 5, y es el *Exponente* de la *raiz*. Sacada la $\sqrt{}^5$ de 1024: que por la Tabla Z^5. §. 11. ſe hallarà 4: es el *Denominador*, y aſsi cada año pagava quadruplo, que el antecedente. Tanbien entre A, y B. ſe pueden buſcar los quatro medios proporcionales por el §. 53: y hallado el 1.°, que es 24, partaſe por A que es 6: ſale 4 el denominador de la Proporcion.

Dados los meſmos terminos ſe puede buſcar S. la ſuma, que es toda la deuda. Buſqueſe 1.° el denominador D, como antes, ſerà 4. y conocidos A. B. D. ſe hallarà S. 8190. por el *lib.* 1.° §. 201. Eſtas dos queſtiones no ſe pudierõ reſolver por el Arte menor, por tener dependencia de las *raizes*: reconozca agora el Arithmetico las quatro queſtiones del *lib.* 1.° §. 193. 194. 195. otras ai mas dificultoſas, que neceſsitan de las *raizes* conpueſtas, de que trataremos agora.

CAP. VII.

RAIZES DE POTESTADES CONPUESTAS de una meſma eſpecie.

57 SI una *Poteſtad* ſe multiplica por qualquier numero, el Producto ſerà una *Cantidad* conpueſta de tantas Poteſtades de la meſma eſpecie, quantas unidades tiene el numero por quien ſe multiplicò: como ſi ſe toma 320 por *Raiz*, ſu *Cubo* ſerà 32768000: ſi ſe multiplica por 20, ſale 655360000 *Cantidad* conpueſta de 20 *Cubos*. La *Raiz Cubica*, ò $\sqrt{}^3$ de eſta *Cantidad* ſe puede ſacar de dos modos, el 1.°, es partir 655360000 por 20, y ſacar del *Quociente* 32768000 la $\sqrt{}^3$ por el *Cap.* 4.° El 2.° es ſacar de primera inſtancia la $\sqrt{}^3$ de toda la *Cantidad conpueſta*, y es el aſſunto de eſte Capitulo.

58 De

58 De las Tablas del §. 16. se forman las Tablas siguientes para las *Raizes Conpuestas.* Tienen 7. ordenes, el 1º 2º 3º son como §. 16: el 4º tiene esta letra N, que significa el numero de las *Potestades*, que conponen la *Cantidad*; ò el numero por quien se multiplicò la *Potestad sinple.* El 5º contiene los Productos del 3º, y 4º ponese zero, por no ser numeros determinados hasta la operacion: el 6º contiene las Potestades de B: el 7º contiene los Productos del 5º, y 6º, y por no ser numeros determinados hasta la operacion, se pone zero.

Tablas para las Raizes conpuestas.

Tabla de la $\sqrt{2}$.

2	A^1	00	N	00	B^1	00
			N		B^2	00

Tabla de la $\sqrt{3}$.

3	A^2	00	N	00	B^1	00
3	A^1	00	N	00	B^2	00
			N		B^3	00

Tabla de la $\sqrt{4}$.

4	A^3	00	N	00	B^1	00
6	A^2	00	N	00	B^2	00
4	A^1	00	N	00	B^3	00
			N		B^4	00

Tabla de la $\sqrt{5}$.

5	A^4	00	N	00	B^1	00
10	A^3	00	N	00	B^2	00
10	A^2	00	N	00	B^3	00
5	A^1	00	N	00	B^4	00
			N		B^5	00

Tabla de la $\sqrt{6}$.

6	A^5	00	N	00	B^1	00
15	A^4	00	N	00	B^2	00
20	A^3	00	N	00	B^3	00
15	A^2	00	N	00	B^4	00
6	A^1	00	N	00	B^5	00
			N		B^6	00

Tabla de la $\sqrt{7}$.

7	A^6	00	N	00	B^1	00
21	A^5	00	N	00	B^2	00
35	A^4	00	N	00	B^3	00
35	A^3	00	N	00	B^4	00
21	A^2	00	N	00	B^5	00
7	A^1	00	N	00	B^6	00
			N		B^7	00

Tabla de la $\sqrt{8}$.

8	A^7	00	N	00	B^1	00
28	A^6	00	N	00	B^2	00
56	A^5	00	N	00	B^3	00
70	A^4	00	N	00	B^4	00
56	A^3	00	N	00	B^5	00
28	A^2	00	N	00	B^6	00
8	A^1	00	N	00	B^7	00
			N		B^8	00

Tabla de la $\sqrt{9}$

9	A^8	00	N	00	B^1	00
36	A^7	00	N	00	B^2	00
84	A^6	00	N	00	B^3	00
126	A^5	00	N	00	B^4	00
126	A^4	00	N	00	B^5	00
84	A^3	00	N	00	B^6	00
36	A^2	00	N	00	B^7	00
9	A^1	00	N	00	B^8	00
			N		B^9	00

59 *Regla general.*

La *Cantidad* ſe divide en puntos como antes (§.12.) y el punto 1.º de mano hizquierda ſe parte por N. numero de las *Poteſtades*: y el *Quociente* ſe buſca en las Tablas del §.11. ò ſu proxime menor; eſte ſe multiplica por N. y el *Producto* es el que ſe eſcrive debaxo del punto 1.º, y ſe reſta, quedãdo el *Reſiduo* 1.º Pero quando N. numero de las *Poteſtades* es maior, que el punto 1.º, ſe toman el punto 1.º, y 2.º, y hecha la particion ſe obra como antes. Las otras letras ſe hallan como en las *Raizes ſinples*, formando las Tablas como ſe verà en los exenplos ſiguientes.

60 *Exenplo 1.º de la $\sqrt{}^3$, ò Cubica.*

Si 20 *Cubos*, ò 20 Z^3 ſon iguales a eſta *Cãtidad* 655360000. divideſe de tres en tres letras (§.12.) El punto 1.º de mano hizquierda es 655. partido por N. que es 20 el numero de los *Cubos*, ſale el *Quociente* 32 (*aunque ſobre algo, no ſe haze caſo*) en la Tabla Z^3. §. 11. hallo ſu proxime menor 27, y a ſu lado 3 de *raiz*, eſcrivo el 3 ſobre la raya, y multiplico el 27 por N, que es 20, y el *Producto* 540 le eſcrivo debaxo del punto 1.º 655; hecha la reſta queda el *Reſiduo* 1.º

	3.2.0. $\sqrt{}^3$ *de* 20Z^3.
Cantidad.	655.360.000.
	540
Reſid. 1.º	115 360.000.
	115 360
Reſid. 2.º	0 000.

61 Añadido zero al 3 de *raiz*, ſerà 30 el valor de A^1, y ſu Quadrado 900, es A^2. Formaſe la Tabla de la $\sqrt{}^3$. §.58.

	Poteſt de A.		*Prod.*	*Num.*		*Diviſo.*	*Poteſt. B.*		*Reſtadores.*
3	A^2	900	2700	N.	20	54000	B1	2	108000
3	A^1	30	90	N.	20	1800	B2	4	7200
				N.	20	20	B3	8	160
						55820	*ſuma.*		115360

Multiplicando el orden 1.º, y 2.º ſale el 3.º Multiplicando el 3.º, y 4.º ſale el 5.º de los *Diviſores*, poniendo en el ultimo lugar el ultimo 20, que no tiene por quien multiplicarſe: la ſuma de los *Diviſores* 55820 cabe en el *Reſiduo* 1.º 2 vezes, eſcrivo 2 ſobre la raya, ſus Poteſtades ſon, B^2 es 4: B^3 es 8. ſe eſcriven en el orden 6.º multiplicando el orden 5.º, y 6.º ſale el 7.º de los *Reſtadores* la ſuma 115360. ſe reſta del *Reſiduo* 1.º, y queda zero por *Reſiduo* 2.º, y porque aun faltava otro punto añadirè zero a las letras halladas 3. 2. (§.23.) ſerà la *raiz* 320.

62 *Exenplo 2.º de la $\sqrt{}^4$, ò Quadrado Quadrada.*

Si la *Cantidad* fuere igual a 500 QQ. ò 500 Z^4 dividiraſe de 4 en 4 letras, como ſe ve, y ſe ſacarà la $\sqrt{}^4$. El punto 1.º de mano hizquierda es 5. y porq̃ es menor que N. 500, numero de las *Poteſtades*, ſe tomaràn los dos primeros puntos (§. 59.) que ſon 5.2428. Partidos por 500, ſerà el *Quociente* 104. En la Tabla Z^4. §.11. hallo ſu proxime menor 81, y a ſu lado 3 de *raiz*: eſcrivo el 3 ſobre la raya, y multiplico el 81 por 500: y el *Producto* 40500 ſe eſcrive debaxo del 1.º, y 2.º punto

	3.2 $\sqrt{}^4$ *de* 500Z^4.
Cantidad.	5.2428.8000.
	40500
Reſid. 1.º	1 1928 8000.
	1 1928 8000
Reſid. 2.º	00.

to 5.2428. hecha la resta queda el *Resid.* 1°.

63 Añadido zerò al 3 de *raiz*, serà 30 valor de A^1, sus Potestades A^2 es 900. A^3 es 27000. la Tabla de $\sqrt{}^4$ §.58.

	Potest. de A.		*Produčt.*	N. de Z4.		*Divisores.*	*Pot. de B.*		*Restadores.*
4	A3	27000	108000	N.	500	54000000	B1	2	108000000
6	A2	900	5400	N.	500	2700000	B2	4	10800000
4	A1	30	120	N.	500	60000	B3	8	480000
				N.	500	500	B4	16	8000
						56760500	*suma.*		119288000

Multiplicando el orden 1°, y 2° salen los *Produčtos* del 3°. multiplicando el 3°, y 4°, salen los *Divisores* del 5°, la suma cabe en el *Residuo* 1° 2 vezes, escrivo 2 sobre la raya, y sus *Potestades* en el orden 6° multiplicando el 5°, y 6°, salen los *Restadores* del 7°. La suma se resta del *Residuo* 1° queda zero: y es la *raiz* justa 32. Si huviera mas puntos, que correr se añadierà zero a las letras halladas, y se continuaria con el mesmo estilo. Quando la *Raiz* no es justa, se aproxima como en el *Cap.* 5°.

CAP. VIII.

CONPOSICION DE MUCHAS ESPECIES con unidad, y affirmacion.

64 SUPONGO al Arithmetico bien exercitado en los Capitulos antecedentes, para la inteligēcia de los que se siguen. Los signos +, y — significan *Mas, y Menos, lib.* 1° §. 168. La conposicion de

de muchas especies puede ser de dos modos. El 1°. quando muchas especies con sola una *Potestad* de cada especie se suman; el 2°. quando muchas especies con muchas *Potestades* de cada especie se suman, para conponer una *Cantidad*; y se dize *conposicion con afirmacion*, porque todas las *Potestades* se suman, y llevan el signo +. De la primera conposicion tratamos en este Capitulo por ser mas facil.

65 Si tomamos por *Raiz* 40, y la llamamos Z^1. multiplicada continuamēte por si mesma formarà la Progressiō de las *Potestades* (§. 2.) y serà Z^1.40: Z^2 1600: Z^3 64000: Z^4 2560000: Z^5 102400000. Sumando toda la Progression serà la *Cantidad* 105025640, igual a $Z^5 + Z^4 + Z^3 + Z^2 + Z^1$. y es lo mesmo q̄ dezir, q̄ toda esta *Cātidad* 105025640 se conpone de Z^5 *mas* Z^4 *mas* Z^3 *mas* Z^2 *mas* Z^1, ò se cōpone de un *Quadrado Cubo*, mas un *Quadrado Quadrado*, mas un *Cubo*, mas un *Quadrado*, mas una *Raiz*. Preguntase agora como se hallarà la *Raiz*, de quien ha procedido la *Cantidad*, ò suma de toda la *Progression*, y por consiguiente, como se hallarà cada uno de los terminos de la *Progression*?

66 Para esto se escrivirà la *Cantidad* aparte, y despues de la ultima letra de mano derecha, se tirarà una linea, que baxe perpendicular, y fuera se escriviràn las *Potestades* con sus *signos*, y *Exponentes*, de suerte que la *Potestad* maior sea mas proxima a la *Cantidad*, y luego por su ordē, como se ve en el *Exenplo* 1°.

Enfrente de cada *Poteſtad* ſe ponen puntos, de tantas en tantas letras, como fuere el *Exponente*, advirtiendo, que las *Poteſtades* inferiores no han de tener mas puntos de los, que puede tener la *Poteſtad* maior: aunque ſi eſtuvierā ſolas pudieran tener mas, como Z^2 atiendo a ſu *Exponente*, pide la diviſion de 2 en 2 letras, y pudiera tener 4 puntos, porque la C*ãtidad*

4.0. √	
1 0 5 0 2 5 6 4 0	*Cantid.*
. .	$+Z^5$
.	$+Z^4$
.	$+Z^3$
.	$+Z^2$
. .	$+Z^1$

ſi ſe dividieſſe de 2 en 2 letras, admitiria quatro diviſiones, pero agora tiene ſolas dos, porque Z^5 Poteſtad maior no puede tener mas.

67 Hecho eſto ſe comiença la operaciō del punto 1.° de mano hizquierda de la *Poteſtad* maior Z^5, que es 1050. Buſco ſu proxime menor en la Tabla Z^5 §. 11. y hallo 1024, y a ſu lado 4 de *raiz*, eſcrivo 4 ſobre la raya, y 1024 en el punto 1.° de Z^5 otra vez voy a la Tabla Z^4. §. 11. y buſcando el 4 que ſalio de *raiz* a mano derecha, hallo a ſu lado 256, que le eſcrivo en el primer pũto de Z^4: en la Tabla Z^3 §. 11, junto al 4 de

C*ontinuacion del exenplo* 1.°

4.0 √ *de la Cant.*	
1 0 5 0 2 5 6 4 0	*Cantid.*
1 0 2 4. .	$+Z^5$.
2 5 6. .	$+Z^4$.
6 4. .	$+Z^3$.
1 6. .	$+Z^2$.
4. .	$+Z^1$.
1 0 5 0 2 5 6 4 0	*ſuma.*
0 0	*Reſid.* 1.°

de *raiz* hallo 64, le eſcrivo en el punto 1.° de Z^3. En la Tabla Z^2. junto al 4 de *raiz* hallo 16, y le eſcrivo en de punto 1.° de Z^2. Vltimamẽte el 4 que ſalio de *raiz* le eſcrivo en el punto 1.° de Z^1. como ſe ve en la *continuacion del exenplo* 1.° ſumando todas las P*oteſtades* ſe reſta la ſuma de la C*antidad*, y queda el R*eſiduo* 1.°

68 Porque acabada la primera operaciō, el R*eſiduo* 1.° es zero, y aun faltava otro punto, que correr, añadirè un zero a la R*aiz* hallada, y ſerà 40 la R*aiz* juſta, como ſe advirtiò al fin del §. 23. El meſmo eſtilo ſe guarda ſienpre en la primera operacion, aunque no ſe hallen en la conpoſicion todas las Poteſtades, y falten algunas intermedias. Quando el R*eſiduo* no es zero, ſe añade zero a la letra hallada, y es el valor de A^1. y para hallar la ſegunda letra B^1 ſe forman las Tablas de las Poteſtades, que entran en la conpoſicion para hallar los D*iviſores, y* R*eſtadores,* como ſe verà en el exenplo ſiguiente:

Exenplo 2.°

69 *Para exercitarſe el Arithmetico deve tomar los exenplos conocidos, en que ſepa la raiz que hà de ſalir.* Suponga el numero, que quiſiere, por Z^1 como 432 ſus P*oteſtades* ſe hallaran por ſu continua multiplicacion, y ſeràn Z^2. 186624: y Z^3. 80621568, y Z^4. 34828517376, &c. Eſcoja agora las que le pareciere, como Z^1. Z^3. Z^4. La ſuma de 432, y 80621568, y 34828517376 ſerà la C*ãtidad cõpueſta* 34909139376 igual

iguala $Z^4 + Z^3 + Z^1$. falta una Poteſtad interme-dia, que es Z^2. Buſque agora la *raiz* de toda eſſa *Cantidad conpueſta*, como ſe ſigue.

70 A mano derecha de la raya perpendicular ſe eſcriven las *Poteſtades* con ſus *ſignos*, *y exponentes*: y enfrente hazia la mano hizquierda ſe ponen los puntos de tantas en tantas letras, como ſon los *exponentes*: para Z^4 de 4 en 4: para Z^3 de 3 en 3: para Z^1 de 1 en 1 letra, como ſe. El punto 1.° de mano hizquierda de la *Poteſtad maior* es 349. en la Tabla Z^4 §. 11. hallo ſu proxime menor 256, y a ſu lado 4 de *Raiz*: Eſcrivo el 4 ſobre la raya, y el 256 en el pũto 1.° de Z^4 debaxo de 349. en la Tabla Z^3 junto al 4 de *raiz* hallo 64, eſcrivole en el punto 1.° de Z^3. y el 4 en el punto 1.° de Z^1. La *ſuma* de $Z^4 Z^3 Z^1$ es 256640004 en los lugares dõde no ai letra ſe eſcrive zero, porq̃ no queden vazios: Reſtaſe la *ſuma* de la *Cantidad* q̃ le correſpõde, y queda el *Reſiduo* 1.° como ſe ve.

Diſpoſicion, ò formula.

4.3.2.	√ *de la Cant.*
3490913937 6	*Cantid.*
256. .	. + 4^4
64. .	. + Z^3
4. .	. + Z^1
256640004	*ſuma.*
9245138976	*Reſid* 1.°
858801.	. + Z^4
15507.	. + Z^3
3.	. + Z^1
860351703	*ſuma.*
641621946	*Reſid* 2.°
640507376.	+ Z^4
1114568.	+ Z^3
2.	+ Z^1
641621946	*ſuma.*
00	*Reſid* 3.°

71 Para

71 Para la ſegunda operacion ſe añade zero al 4, que ſaliò de *Raiz* (§. 14.) y ſerà 40 el valor de A^1. Luego ſe forman las Tablas de Z^4, y Z^3 del §. 16. como en las Poteſtades ſinples *Cap.* 4.°. Las Poteſtades de A^1 40, ſon A^2 1600: A^3 64000. eſcrivenſe en las Tablas, y multiplicando el orden 1.°, y 2.° ſale el 3.° de los *Diviſores*. El *Reſiduo* 1.° ſe divide en puntos como la cantidad, dexando el 1.° de mano hizquierda, y *en cada operacion ſe dexa un punto de cada Poteſtad*, como ſe ve en la formula.

72 *Tabla de Z^4 del §. 16.*

	Poteſt. de A.		*Diviſores.*	*Poteſt. B.*		*Reſtadores.*
4	A^3	64000	256000	B^1	3	768000
6	A^2	1600	9600	B^2	9	86400
4	A^1	40	160	B^3	27	4320
				B^4	81	81
			265760	*ſuma.*		858801

Tabla de Z^3 del §. 16.

	Poteſt. de A.		*Diviſores.*	*Pot. de B.*		*Reſtadores.*
3	A^2	1600	4800	B^1	3	14400
3	A^1	40	120	B^2	9	1080
				B^3	27	27
				ſuma.		15507

73 La ſuma de los *Diviſores* de la *Poteſtad maior* (baſta eſta dexando la de las otras Poteſtades) es 265760, veo que en el punto 1.° del *Reſiduo* 1.° que es 924513 cabe 3 vezes, eſcrivo el 3 ſobre la raya, y

ſus

ſus Poteſtades en el orden 4º de las dos Tablas, y multiplicando el 3º, y 4º ſalen los *Reſtadores* del 5º en las dos Tablas: La ſuma de la Tabla Z^4 que es 858801 ſe eſcrive en ſu punto enfrente Z^4. y la ſuma de la Tabla Z^3 ſe eſcrive en ſu punto enfrente de Z^3, y el 3 que ſaliò de *Raiz* ſe eſcrive en ſu punto enfrente de Z^1. La ſuma de los tres ſerà 86035170 3, y ſe reſta de las letras que le correſponden del *Reſiduo* 1º, y queda el *Reſiduo* 2º como ſe ve en la formula.

74 Para reſolver el ultimo punto, ſe añade zero al 4, y 3 de *Raiz*, y ſerà 430 el valor de A^1. Formanſe las Tablas

Tabla de Z^4 §. 16.

	Poteſt. de A	*Diviſores.*	*Pot. de* B	*Reſtadores.*
4	A^3 79507000	318028000	B^1 2	636056000
5	A^2 184900	1109400	B^2 4	4437600
4	A^1 430	1720	B^3 8	13760
			B^4 16	16
		319139120	*ſuma.*	640507376

Tabla de Z^3 §. 16.

	Poteſt. de A.	*Diviſores.*	*Pot. de* B	*Reſtadores.*
3	A^2 184900	54700	B^1 2	1109400
3	A^1 430	1290	B^2 4	5160
			B^3 8	8
			ſuma.	1114568

75 La ſuma de los *Diviſores* de la *Poteſtad maior* cabe en el *Reſiduo* 2º. 2 vezes eſcrivo el 2 ſobre la raya, y ſe continuan las Tablas como antes: las ſumas

mas de los *Reſtadores* ſe eſcriven en los ultimos puntos cada una enfrente de ſu *Poteſtad*, y el 2 que ſaliò de *raiz* enfrente de Z^1. La ſuma de los tres ſe reſta del *Reſiduo* 2º, y queda zero por *Reſiduo* 3º, y porque no ay mas pũtos, la *raiz* juſta es 432. Si huviera mas puntos, ſe continuaria con el meſmo eſtilo. Finja el Arithmetico otros exenplos ſemejantes con mas, ò menos *Poteſtades*, dexando ya las *Raizes*, ya los *Quadrados*, ya los *Cubos*, &c. Y exercitеſe formando las Tablas de las *Poteſtades*, que conponen la *Cantidad*, antes de entrar en las conpueſtas con numero.

CAP. IX.

CONPOSICION DE MUCHAS ESPECIES con numero, y afirmacion.

76 QVANDO las *Poteſtades*, que entran en la conpoſicion, ſon muchas de cada eſpecie, para ſacar la *Raiz* ſiruen las Tablas del §. 58: y ſi entre ellas huviere alguna con unidad, para ella ſervira ſu Tabla del §. 16. en todo lo demas concuerda la operacion con la del Capitulo antecedente; de ſuerte que el artificio de eſte Capitulo es mixto del 8º, y 7º, y aſsi en todo ſe han de guardar ſus preceptos.

Exenplo 1º.

77 Eſta *Cantidad* 34024320 es igual a $1Z^5 + 11Z^3 + 100Z^2 + 220Z^1$, ò ſe conpone de un *Qua-*

dradocubo, mas 11 *Cubos*, mas 100 *Quadrados*, mas 220 *Raizes*: Pidese la *raiz* de la *Cantidad*. La formula, ò disposicion es como en el Capitulo 8°. solo que a cada *Potestad* se le añade el numero que la aconpaña, como se ve. La operacion se comiença del punto 1° de la *Potestad maior* Z^5, y en la *Cantidad* le corresponde 340: busco su proxime menor en la Tabla Z^5 §. 11. y hallo 243, y a su lado 3 de *raiz*, escrivo el 3 sobre la raya, y el 243 en su punto enfrēte Z^5. En la Tabla Z^3 junto al 3 q̄ salio de *raiz*, hallo 27. multiplicado por 11. Numero de Z^3 sale 297. escrivole en su pūto enfrente de Z^3. en la Tabla Z^2 jūto al 3 hallo 9. multiplicado por 100 Numero de Z^2 sale 900. escrivole en su pūto: y el 3 multiplicado por 220 Numero de Z^1 sale 660, q̄ se escrive en su punto. La suma de los quatro es 2469360. restase de las letras de la *Cantidad*, que le corresponden, y queda el *Residuo* 1°.

Disposicion, ò formula.

3.2. √ de la Cantidad.

340243 20.	
243. .	$+\ 1Z^5$
297. .	$+\ 11Z^3$
900. .	$+\ 100Z^2$
660. .	$+\ 220Z^1$
2469360	*suma.*
9330720	*Resid.* 1°.
9254432.	$+\ 1Z^5$
63448.	$+\ 11Z^3$
12400.	$+\ 100Z^2$
440.	$+\ 220Z$
9330720	*suma*
000	*Resid.* 2°.

78 Para la segunda operacion se añade zero al 3 de *raiz*, y serà 30 el valor de A^1. sus *Potestades* son: A^2 900: A^3 27000: A^4 810000: con que se forman las Tablas.

Tabla de Z^5 del §. 16.

	Potest. de A.	Divisores.	Potest. B.		Restadores.
5	A^4. 810000	4050000	B^1	2	8100000
10	A^3. 27000	270000	B^2	4	1080000
10	A^2. 900	9000	B^3	8	72000
5	A^1. 30	150	B^4	16	2400
			B^5	32	32
		4329150	*suma.*		9254432

Tabla de 11 Z^3 del Cap. 7° §. 58.

	Potest de A.	Productos	Numer.	Divisores.	Pot. B	Restadores.
3	A^2. 900	2700	N. 11	29700	B^1. 2	59400
3	A^1. 30	90	N. 11	990	B^2. 4	3960
			N. 11	11	B^3. 8	88
				30701	*suma.*	63448

Tabla de 100 Z^2 del Cap. 7° §. 58.

	Potest. de A.	Product.	Numer.	Divisores	Potest. B.	Restadores.
2	A^1. 30	60	N. 100	6000	B^1. 2	12000
			N. 100	100	B^2. 4	400
				6100	*suma.*	12400

79 Multiplicando en las tres Tablas el orden 1°, y 2°. sale el 3°, y en la de Z^3, y Z^2. multiplicando el 3°, y 4° sale el 5°. La suma de los *Divisores* de Z^5. 4329150 cabe en el *Residuo* 1°. 9330720 dos vezes escrivo 2 sobre la raya: y sus *Potestades* en las tres Tablas en el orden B: y multiplicadas por el orden antecedente, salen los *Restadores* del orden ultimo, las sumas se escriven en sus puntos enfrente de $Z^5 Z^3 Z^2$,

y el 2 que ſaliò de *raiz*, multiplicado por 220 Numero de Z^1 ſale 440, que ſe eſcrive en ſu punto enfrente de Z^1. La ſuma de los quatro es 9330720, reſtaſe del *Reſiduo* 1°, y queda zero: concluida la operació es la *raiz* juſta 32. Si faltaſſen uno, ò mas puntos ſe avian de continuar las Tablas con el meſmo eſtilo.

80 *Exenplo* 2°.

Sea la *Cantidad* igual a $1Z^4 + 21Z^3 + 1000Z^1$. eſto es a un QQ° + 21C° + 1000 *Raizes*: eſcrivenſe los puntos, como en el §.66 El pũto 1° de la *Poteſtad maior* Z^4 es 111, ſu proxime menor en la Tabla Z^4 del §.11. es 81,

Diſpoſicion, ò formula.

3.2.0. √ *de la Cant.*

1 1 1 7 4 2 0 8 0 0 0	*Cantid.*
8 1. . . .	+ $1Z^4$
5 6 7. . .	+ $21Z^3$
3 0 0 0. . .	+ $1000Z^1$
8 6 6 7 3 0 0 0	*ſuma.*
2 5 0 6 9 0 8 0 0 0	*Reſid* 1°.
2 3 8 5 7 6. .	+ $1Z^4$
1 2 1 1 2 8. .	+ $21Z^3$
2 0 0 0. .	+ $1000Z^1$
2 5 0 6 9 0 8 0 0	*ſuma.*
0 0 0 0	*Reſid* 3°.

y a ſu lado 3 de *raiz*: eſcriveſe el 3 ſobre la raya, y el 81 en ſu punto. En la Tabla Z^3.§.11. junto al 3 hallo 27 multiplicado por 21. Numero de Z^3 ſale 567 que ſe eſcrive en ſu punto, y el 3 multiplicado por 1000 numero de Z^1 ſale 3000 que ſe eſcrive en ſu pũto: la ſuma de los tres ſe reſta de la *Cantidad*, que le correſponde, y queda el *Reſiduo* 1°.

81 Aña-

81 Añadido zero al 3 de *raiz*, ſerà 30 valor de A y ſe forman las Tablas de las *Poteſtades*.

Tabla de $1Z^4$ *del* §.16.

	Poteſt.de A.		*Diviſores.*	*Pot.de* B.		*Reſtadores.*
4	A^3.	27000	108000	B^1	2	216000
6	A^2.	900	5400	B^2	4	21600
4	A^1.	30	120	B^3	8	960
				B^4	16	16
			113520	*ſuma.*		238576

Tabla de $21Z^3$ *del Cap.* 7° §.58.

	Poteſt.de A.		*Produćt*	*Numer.*	*Diviſores.*	*Pot.de* B.		*Reſtadores.*
3	A^2.	900	2700	N. 21	56700	B^1.	2	113400
3	A^1.	30	90	N. 21	1890	B^2.	4	7560
				N. 21	21	B^3.	8	168
					58611	*ſuma.*		121128

82 La multiplicacion de los ordenes es como antes. La ſuma de los *Diviſores* de Z^4 es 113520, y cabe en el *Reſiduo* 1° que correſponde al 2° punto 250690, dos vezes, eſcrivo el 2 ſobre la raya, y es B: y ſus *Poteſtades* en las Tablas, que multiplicadas por el ordẽ antecedẽte ſalẽ los *Reſtadores*. La ſuma de Z^4, 238576 ſe eſcrive en ſu pũto: la ſuma de Z^3 q̃ es 121128 ſe eſcrive en ſu punto: el 2 que ſalio en la particion, ſe multiplica por 1000 Numero de Z^1, el *Produćto* 2000 ſe eſcrive en ſu punto. La ſuma de los tres puntos es 250690800, reſtaſe del *Reſiduo* 1° que le correſponde, y queda el *Reſiduo* 2° 00: y eſtà concluida la operacion, pero falta aun un punto que correr, y aſsi

asi añadiremos zero (§.23.) a las letras de *raiz* 3. 2. y serà 320 la *raiz* justa.

Exenplo 3º.

Disposicion, ò formula.
6.2.0. √ *de la Cantid.*

5157160000	*Cantidad.*
4320.	+ $20Z^3$
36000.	+ $1000Z^2$
60000.	+ $10000Z^1$
46860000	*suma.*
471160000	*Residuo* 1º
446560.	+ $20Z^3$
244000.	+ $1000Z^2$
20000.	+ $10000Z^1$
471160000	*suma*
00	*Residuo* 2º

83 Quando el Numero de alguna *Potestad*, sea ò no la maior, es mas que su punto 1º. se partiràn el 1º., y 2º punto por el tal numero, como se dixo §.59, y se buscarà en las Tablas del §.11. la *raiz* de aquella *Potestad*. En este exenplo porque 20 Numero de Z^3, es mas que 5 su punto 1º se tomaràn el 1º, y 2º. 5157. partidos por 20 sale 257. su proxime menor en la Tabla Z^3 §.11. es 216, y a su lado 6 de *raiz*, escrivo el 6 sobre la raya, y multiplicando 216 por 20, sale 4320, que se escrive en el punto 2º de Z^3, y el 1º queda por inutil; luego en la Tabla Z^2 §.11. junto al 6 de *raiz*, hallo 36 multiplicado por 1000 Numero de Z^2 sale 36000, que se escrive, en su 2º punto: y el 6 de *raiz* multiplicado por 10000 Numero de Z^1, sale 60000 se escrive en su 2º punto. La suma de los tres se resta de la *Cantidad*, que le corresponde, y queda el *Residuo*. 1º.

84 Aña-

84 Añadido zero al 6. serà 60 valor de A^1 las Tablas son.

Tabla de $20Z^3$ *Cap.7º. §.58.*

	Potest.de A.	*Productos.*	*Numero*	*Divisores.*	*Potest.B.*	*Restadores.*
3	A^2.3600	10800	N.20	216000	B^1. 2	432000
3	A^1. 60	180	N.20	3600	B^2. 4	14400
			N.20	20	B^3. 8	160
				219620	*suma.*	446560

Tabla de $1000Z^2$ *Cap.7º. §.58.*

	Potest.de A.	*Produc.*	*Numero.*	*Divisores.*	*Potest.B.*	*Restadores.*
2	A^1. 60	120	N.1000	120000	B^1. 2	240000
			N.1000	1000	B^2. 4	4000
					suma.	244000

85 Con la multiplicacion del orden 1º, y 2º. sale el 3º. del 3º, y 4º sale el 5º. La suma de los *Divisores* de Z^3 *Potestad* maior es 219620, cabe en el *Residuo* 1º de su punto 471160 dos vezes, escrivo 2 sobre la raya, y sus *Potestades* en el orden 6º. multiplicando 5º, y 6º. sale el 7º las sumas se escriven en sus puntos de Z^3, y Z^2. y el 2 que salio multiplicado por 10000 Numero de Z^1 sale 20000, que se escrive en su punto, la suma de los tres se resta del *Residuo* 1º, y queda zero, y porque aun faltava otro punto, añadese zero al 6. 2. serà la *raiz* justa 620. si quedàra algun *residuo* se formarian otra vez las Tablas, continuando la operacion con el mesmo estilo.

Exen-

Exenplo 4º

86 Sea la *Cantidad* 338165760000. igual à 10Z^4 + 100000 Z^3. En eſte exenplo la *Cantidad* tiene quatro puntos de Z^4, y otros quatro de Z^3, pero el pũto 1º es inutil, aſsi porque 10. Numero de Z^4 es mas que ſu punto 1º que ſolo es 3: como porq̃ 100000 Numero de Z^3. es mas que ſu punto 1º 3381: pero ſiendo la proporcion de 100000 a 3381 maior, que de 10 a 3. tomaremos 100000 por partidor del 1º, y 2º punto de Z^3: (§. 83.) aunque no ſea Z^3 la *Poteſtad maior:* y deſpues la ſuma de ſus *Diviſores* ſerà el diviſor *Eſtilo que ſe guarda ſienpre en caſos ſemejantes.*

87 Partiendo pues el 1º y 2º punto de Z^3 que ſon 3381657 por 100000, ſale el *Quociente* 33. ſu proxime menor en la Tabla Z^3 §. 11. es 27. y a ſu lado 3 de *raiz*, eſcrivo el 3 ſobre la raya, y multiplicando el 27 por 100000 ſale 2700000 que ſe eſcrive en el 2º punto de Z^3. *Diſpoſicion, ò formula.*

3.2.0. √ *de la Cantidad.*

3 3 8 1 6 5 7 6 0 0 0 0 0 0	*Cantidad.*
. 8 1 0. . .	+ 10Z^4
2 7 0 0.0 0 0.	+ 100000Z^3
2 7 8 1 0 0 0	*ſuma.*
6 0 0 6 5 7 6 0 0 0 0 0	*Reſiduo* 1º
2 3 8 5 7 6 0.	+ 10Z^4
5 7 6 8 0 0 0 0 0	+ 100000Z^3
6 0 0 6 5 7 6 0 0	*ſuma.*
0 0 0 0	*Reſiduo* 2º

Lue-

Luego en la Tabla Z^4 §. 11. junto al 3 de *raiz* hallo 81: multiplicado por 10 Numero de Z^4, es 810, que ſe eſcrive en el 2º punto de Z^4. La ſuma de los dos ſerà 2781000, reſtada de la *Cantidad*, que le corresponde queda el *Reſiduo* 1º

88 Añadido zero al 3, ſerà 30 valor de A^1 las Tablas ſon.

Tabla de 10Z^4 *Cap.* 7º §. 58.

	Poteſt. de A.		*Prod.*	*Num.*		*Diviſo.*	*Poteſt. B.*		*Reſtadores.*
4	A3.	2700	108000	N.	10	1080000	B1.	2	2160000
6	A2.	900	5400	N.	10	54000	B2.	4	216000
4	A1.	30	120	N.	10	1200	B3.	8	9600
				N.	10	10	B4.	16	160
						1135210	*ſuma.*		2385760

Tabla de 100000Z^3 *Cap.* 7º §. 58.

	Poteſt. A.		*Product.*	*Numero.*		*Diviſores.*	*Poteſt. B.*		*Reſtadores.*
3	A2.	900	2700	N.	100000	270000000	B .	2	540000000
3	A1.	30	90	N.	100000	9000000	B2.	4	36000000
				N.	100000	100000	B3.	18	800000
						279100000	*ſuma.*		576800000

89 Multiplicando los ordenes (§. 58.) ſale el 5º de los *Diviſores*. La ſuma de Z^3 ſirve de *Diviſor* (§. 86.) y es 279100000: cabe en el *Reſiduo* 1º q̃ corresponde a ſu punto 600657600, dos vezes eſcrivo el 2 ſobre la raya, y ſus *Poteſtades* en el orden 6º de las Tablas. La ſuma de los *Reſtadores* de Z^4 es 2385760, y ſe eſcrive en ſu punto; la de Z^3 es 576800000, ſe eſcrive en ſu pũto, la ſuma de los dos ſe reſta del *Reſiduo* 1º y queda el *Reſid.* 2º 000: y por faltar un punto aun, ſe añadirà zero a las letras halladas 3.2. y ſerà 320 la *Raiz* juſta. Forme el Arithmetico otros exenplos con mas letras de *Raiz*, y verà

rà, como cõtinuando las Tablas hallarà là *Raiz* verdadera con la meſma facilidad, aunque las operaciones ſeràn mas moleſtas, por ſer las multiplicaciones maiores.

CAP. X.

CONPOSICION DE MUCHAS ESPECIES con negacion directa.

90 EL *ſigno* — es negacion, y las *Poteſtades* que le llevan ſon negadas, porque ſe niegan, y reſtan de las otras, que llevan el *ſigno* +. Quando la *Poteſtad* inferior ſe niega de la ſuperior, ſe dize negacion *directa*, pero ſi la ſuperior ſe niega de las inferiores, ſe dize negacion *inverſa*. Trataremos primero de la *directa* por ſer mas facil. Si ſe toma 10 por *Raiz*, ſerà ſu Quadrado 100, ſu *Cubo* 1000: quitando 100 de 1000, quedarà la *Cantidad* 900 igual a 1 *Cubo* — 1 Quadrado. Para hallar muchos exenplos, en q̃ exercitarſe, tomarà el Arithmetico la *Raiz*, *Poteſtades, y multiplicadores*, que le pareciere, y formarà una Tabla con el eſtilo ſiguiente, y pondrà a los *Productos* los *ſignos* que quiſiere de +, ò —.

91 Poteſ-

91 *Poteſtades de la* √. *Raiz.*		*Multiplica.*	*Productos.*	
140	Z^1	400	56000	—
19600	Z^2	100	1960000	+
2740000	Z^3	20	54880000	+
384160000	Z^4	10	3841600000	—
53782400000	Z^5	1	53782400000	+

La ſuma del ſigno + ſerà 53839240000

La ſuma del ſigno — ſerà 3841656000

La diferẽcia de + y — es la *Cãtidad*. 49997584000. igual a $1Z^5 + 20Z^3 + 100Z^2 - 10Z^4 - 400Z^1$.

Variando la *Raiz*, y los *multiplicadores*, tomando mas, ò menos *Poteſtades*, mudando los *ſignos*, y dexando los intermedios, que le pareciere, hallarà el Arithmetico infinitos exenplos, en que exercitarſe.

92 *Eſtilo que ſe ha de guardar.*

Eſcrita la *Cantidad*, y tirada la linea perpendicular, ſe ponen a mano derecha los *Caracteres Coſsicos* con ſus *ſignos*, y numeros començando por los negados del *ſigno* —. Dexando luego una linea para la *Cantidad corregida*, ſe ponen los *Caracteres* afirmados del *ſigno* +. Señalanſe luego los puntos conforme el *Exponente* de los *Caracteres* (§. 66) La primera operacion ſe comiença del punto 1º de mano hizquierda del *Caracter* maior, aunque no eſtè en el primer lugar: las *Poteſtades* de la *Raiz*, que ſaliere, ſe multiplican cada una por el numero de ſu *Caracter*, y los *Productos* ſe eſcriven en ſus puntos. Luego ſe ſuman los *Productos* del *ſigno* — con la *Cantidad*, y ſa-

 le

le la *Cantidad Corregida*; y la ſuma de los *Productos* del *ſigno* + ſe reſta de eſta *Cantidad Corregida*, y queda el *Reſiduo* 1º. Para la ſegunda operacion, la diferencia de los *Diviſores* es *Diviſor*, y los Reſtadores ſe eſcriven, ſuman, y reſtan, como en la primera operacion.

93 *Exenplo* 1º. *Diſpoſicion, ò formula.*

La Cãtidad del §.91. ſe hallò igual a $1Z^5 + 20Z^3 + 100Z^2 - 10Z^4 - 400 Z^1$. En la formula ſe ven obſervadas las reglas del §.92. Al pũto 1º de Z^5. *Poteſtad maior* le correſponde en la *Cantidad* a mano hizquierda 4: en la Tabla Z^5 §.11. hollo ſu proxime menor 1, y a ſu lado 1 de *raiz*, eſcrivo el 1. ſobre la raya, y porque todas las *Poteſtades* de 1, ſon 1. y porque el 1 multiplicado

1.4.0.	√ *de la Cantidad.*
49997584000	*Cantidad.*
10.	$-\ 10Z^4$
400.	$-\ 400Z^1$
50997624000	*Cant. Corr.*
1.	$+\ 1Z^5$
20.	$+\ 20Z^3$
100.	$+\ 100Z^2$
1002100	*ſuma.* +
40976624000	*Reſiduo* 1º
284160.	$-\ 10Z^4$
1600.	$-\ 400Z^1$
43818240000	*Reſ.* 1º *Corr.*
437824.	$+\ 1Z^5$
34880.	$+\ 20Z^3$
9600.	$+\ 100Z^2$.
438182400	*ſuma.* +
0000	*Reſiduo* 2º.

cado

cado por qualquier numero no le aumenta, eſcrivo el meſmo numero de los Caracteres en ſu punto, enfrẽte de Z^4, 10: enfrente de Z^1 400: enfrente de Z^5 1 &c. (*eſto ſe obſerva ſienpre que la primera letra es* 1) ſumãdo la *Cantidad* con los *Productos* del *ſigno* — ſale la *Cantidad Corregida*: ſumando los *Productos* del *ſigno* + la ſuma 1002100 ſe reſta de la *Cãtidad Corregida*, q̃ le correſpõde 5099762, y queda el *Reſiduo* 1º.

94 Para la ſegunda operacion ſe añade zero al 1 que ſalio de *raiz*, y ſerà el valor de A^1 10, ſus *Poteſtades* ſe hallaràn por ſu cõtinua multiplicaciõ (§.14.) A^2 100: A^3 1000: A^4 10000, luego ſe forman las Tablas del §.58. por ſu orden.

Tabla de + 1 Z^5 *del* §.58.

	Poteſt. de A.	*Productos*	*Numer.*	*Diviſores.*	*Poteſt. B.*	*Reſtadores.*
5	A^4.10000	50000	N. 1	50000	B^1. 4	200000
10	A^3. 1000	10000	N. 1	10000	B^2. 16	160000
10	A^2. 100	1000	N. 1	1000	B^3. 64	64000
5	A^1. 10	50	N. 1	50	B^4. 256	12800
			N. 1		B^5.1024	1024
				61050	*ſuma.*	437824

95 *Tabla de* — 10 Z^4 *del* §.58.

	Poteſt. de A.	*Produc.*	*Numero*	*Diviſores*	*Poteſt. B.*	*Reſtadores.*
4	A^3.1000	4000	N. 10	40000	B^1. 4	160000
6	A^2. 100	600	N. 10	6000	B^2. 16	96000
4	A^1. 10	40	N. 10	400	B^3. 64	25600
			N. 10	10	B^4. 256	2560
				46410	*ſuma.*	284160

Tabla

Tabla de + 20 Z^3 del §. 58.

	Poteſt de A.	Productos.	Numer.	Diviſores.	Poteſt. B.	Reſtadores
3	A^2.100	300	N.20	6000	B^1. 4	24000
3	A^1. 10	30	N.20	600	B^2.16	9600
			N.20	20	B^3.64	1280
				6620	ſuma.	34880

Tabla de + 100 Z^2 del §. 58.

	Poteſt.de A.	Product.	Numer.	Diviſores.	Poteſt.B.	Reſtadores.
2	A^1. 10	20	N.100	2000	B^1. 4	8000
			N.100	100	B^2.16	1600
				2100	ſuma.	9600

96 Para hallar el *Diviſor* verdadero, y no confundir la *formula*, ſe eſcrivirà aparte el *Reſiduo*, y dividido en los puntos, que faltan por examinar, ſe eſcriven a mano derecha de la linea perpendicular los *Caracteres* con ſus *ſignos*, y numeros, pero ſe han de poner primero los del *ſigno* +, y la ſuma de + luego los del *ſigno* —, y la ſuma de —: Reſtando la una ſuma de la otra ſerà la diferencia el *Diviſor* verdadero: como ſe ve en la ſiguiente pratica. La ſuma de los *Diviſores* de Z^5 es 61050, ſe eſcrive en ſu punto: la de Z^3 es 6620 ſe eſcrive en

Pratica de los Diviſores

40976624000	*Reſiduo* 1.º
61050.	+ $1Z^5$
6620.	+ $20Z^3$
2100.	+ $100Z^2$
61118300	*ſuma.* +
46410.	— $10Z^4$
400.	— $400Z^1$
46410400	*ſuma.* —
564772600	*Dif. Diviſor.*

ſu

ſu punto &c. la ſuma de los tres ſerà 61118300. La ſuma de Z^4 es 46410: *el diviſor de* Z^1 *ſienpre es el numero, que le aconpaña,* que es en eſte *Exenplo* 400. eſcrivenſe en ſus puntos, y ſe ſuman los dos, que tienen el ſigno — reſtando la ſuma — de la ſuma + ſale la diferencia, que es el *Diviſor* verdadero; eſte eſtilo ſe deve guardar ſienpre, que ai negacion.

97 Eſte *Diviſor* cabe en el *Reſiduo* 1.º que le corresponde 7 vezes, pero atendiendo a lo que ſe aumentan los Reſtadores con la multiplicacion (como ſe dixo §. 27.) no le podemos dar ſino 4, que es valor de B^1: eſcriveſe el 4 ſobre la raya de la *formula*, y ſus *Poteſtades* en las Tablas; multiplicando luego el 5.º, y 6.º orden ſale el 7.º de los *Reſtadores*, las ſumas ſe eſcriven en ſus puntos con el orden que en la primera operacion; multiplicando el 4, que ſaliò por 400 Numero de Z^1. ſale 1600 ſe eſcrive en ſu punto. Sumando el *Reſiduo* 1.º con los reſtadores del ſigno — ſale el *Reſiduo* 1.º *Corregido* en la formula, reſtando la ſuma + del *Reſiduo* 1.º *Corregido* queda zero por *Reſiduo* 2.º, y porque aun faltava otro punto, ſe añadirà zero al 1, y 4. de *raiz*, y ſerà la *raiz* juſta 140: Si quedarà algun *Reſiduo* ſe continuaria la tercera operacion con el meſmo eſtilo.

98 *Exenplo* 2.º

Quando el Caracter maior tiene numero, ſe partirà ſu punto 1.º por el, y ſe tomarà la *raiz* del *Quociẽte* por primera letra. Como ſi eſta *Cãtidad* 664960000

Disposicion, ò formula.

3.2.0. √ de la Cant.

664960000	Cantidad.
6000.	$-2000Z^1$
665560000	Cant. Corr.
540.	$+ 20Z^3$
900.	$+ 100Z^2$
54900	suma. +
116560000	Residuo 1º
4000.	$-2000Z^1$
116600000	Res. 1º Corr.
115360.	$+ 20Z^3$
12400.	$+ 100Z^2$
1166000	suma. +
000000000	Residuo 2º

es igual a $20Z^3+$ $100Z^2$ $-2000Z^1$ dispuestos los pũtos, como §.66 al punto 1º de Z^3 le corresponde en la *Cãtidad* 664, partidos por 20 Numero de Z^3, es el *Quociente* 33: en la Tabla Z^3 §.11. hallo su proxime menor 27, y 3 de *raiz*, escrivo el 3 sobre la raya, y multiplicando 27 por 20 sale 540, que se escrive en el punto 1º de Z^3. El Quadrado de 3 es 9, multiplicado por 100 es 900 se escrive en el punto 1º de Z^2: y multiplicando 3 por 2000 sale 6000, se escrive en el punto 1º de Z^1 sumando la *Cantidad* con — sale la *Cantidad Corregida*: restando la suma + de la *Cantidad Corregida* queda el *Residuo* 1º. Formense luego las Tablas.

99 *Tabla de $20Z^3$ del §. 58.*

	Potest. de A.	Produc.	Numer.	Divisores.	Pot. de B.	Restadores.
3	A^2.900	2700	N. 20	54000	B^1. 2	108000
3	A^1. 30	90	N. 20	1800	B^2. 4	7200
			N. 20	20	B^3. 8	160
				55820	suma.	115360

Tabla

Tabla de $100Z^2$ del §.58.

	Potest. de A.	Produc.	Numer.	Diviso.	Potest. B.	Restadores
2	A^1. 30	60	N. 100	6000	B^1 2	12000
			N. 100	100	B^2 4	400
				6100	suma.	12400

100 El *Divisor* con la pratica del §. 96. se hallarà 5639000, cabe en el *Residuo* 1º 11660000: 2 vezes, en este caso, que el grado negado es el inferior Z^1 se puede tomar por *Divisor* la suma de los *Divisores* del grado superior Z^3 que es 55820, y cabe tanbien en el residuo, que le corresponde 116600. 2 vezes escrivo el 2 sobre la raya, y sus *Potestades* en el orden 6º de las Tablas: multiplicando 5º, y 6º salen los *Divisores*: escritos en sus puntos como en la *formula*, queda el *Residuo* 2º 000: y añadido zero al 3, y 2 por faltar un punto serà la *raiz* 320.

101 *Exenplo 3º*

Si el *Numero* de algun *Caracter* afirmado fuere maior, que su punto 1º se partiran el 1º, y 2º punto por el tal numero, y se tomara la *Raiz* del *Quociente* por primera letra: como esta *Cantidad* 4799360000 igual a $1Z^4+$ $600000Z^3$

Formula.

2.0 √ de la Cantidad.

4799360000	Cantidad.
8000.0.	$-40000Z^1$
4800160000	Cant. Corr.
16.	$+ 1Z^4$
4800.000.	$+ 600000Z^3$
4800160.	suma.
000	Residuo 1º.
	-40000

Es

— 40000Z^1 tiene 3 puntos de Z^4 pero porq̄ 600000 numero de Z^3 es mas que su punto 1º de la *Cantidad* 4799, se tomaràn el 1º, y 2º 4799360, y partidos por 600000, sale el *Quociente* 8. en la Tabla Z^3 §.11. le hallo justo, y a su lado 2 de *raiz*, escrivese el 2 sobre la raya, y multiplicado por 40000 numero de Z^1 sale 80000 que se escrive en su punto: en la Tabla Z^4 §.11. junto al 2 de *raiz* hallo 16, multiplicado por 1: sale 16, que se escrive en su punto en la Tabla Z^3 §.11. junto al 2 hallo 8: multiplicado por 600000 sale 4800000: la suma + se resta de la *Cantidad Corregida*, y queda zero: y añadido zero al 2 por faltar otro punto, serà 20 la *raiz*.

102 *Exenplo 4º.* *Formula.*

Esto mesmo se observa aunque el *Caracter maior* tēga numero, como si la *Cātidad* fuere igual a 10Z^4 + 600000Z^3

2.0 √ *de la Cantidad.*	
48008000000	*Cantidad.*
80000.0.	— 40000Z^1
4801600000	*Cant. Corr.*
160.	+ 10Z^4
4800.000.	+ 600000Z^3
4801600	*suma.* +
000	*Residuo* 1º.

— 40000Z^1: porque 600000 es maior que su punto 1º 4800 de la *Cantidad*, se partirà el 1º, y 2º punto 4800800 por 600000 sale el *Quociente* 8: su $\sqrt{}^3$ es 2: multiplicando 8 por 600000 numero de Z^3 sale 4800000 que se escrive en su punto: en la Tabla Z^4 §.11. punto al 2 hallo 16, multiplicado por 10 nume-

ro

ro de Z^4 sale 160 se escrive en su punto: y el 2 por 40000, sale 80000, hechas las sumas, y resta, queda el *Residuo* zero, y serà la *raiz* 20.

103 *Exenplo 5º*

Quando los Numeros de los *Caracteres* negados sumados con la *Cantidad* igualan, ò exceden al numero del *Caracter* afirmado, no serà superfluo el punto 1º como si esta *Cantidad* 1500 es igual a 64 Z^3 — 625 Z^2 aunque 64, numero de Z^3 es mas que 1. punto 1º porque sumando 625 numero del *Caracter* negado Z^2 con la *Cantidad*, sale el punto 1º de la *Cantidad Corregida* 64, igual a 64 numero de Z^3, digo que el punto 1º no es superfluo. El 3º 4º, y 5º exenplo solo tienen especial dificultad en la primera letra, en la segunda operacion, quando queda algun *Residuo*, se obra como en el exenplo 1º, y 2º, y en la tercera operacion como en la segunda, &c.

Formula.

1.0. √ *de la Cantidad.*	
1500	*Cantidad.*
625.	— 625Z^2
64000	*Cant. Corr.*
64.	+ 64Z^3
00000	*Residuo.*

CAP. XI.

CONPOSICION CON NEGACION DIrecta, y diminucion.

104 PARA descanso del Letor, hago nuevo Capitulo de este asunto. Quando la

 Canti-

Cantidad no admite tantos puntos del *Caracter maior*, quantas son las letras, que se hã de sacar de *Raiz*, serà la *Cantidad diminuta*, y se ha de suplir añadiendo zeros a la mano hizquierda, hasta que pueda admitir los pũtos devidos. La diminucion sienpre procede de los *Caracteres negados*, que llevan el *signo* — por ser mucho lo que se ha restado de los *Caracteres* afirmados con el signo +. Toda la dificultad esta en conocer la diminucion, para lo qual se observarà la siguiente.

105 *Regla General.*

Partase el numero del caracter negado por el numero del caracter maior, y guardese el Quociente: la Cantidad *pues ha de tener tantos puntos del caracter maior, quantos admite el Quociente dividido de tantas en tantas letras, como es la diferencia de los Exponentes.* Sea esta *Cantidad* 440 igual a $1Z^3 - 219Z^2 - 218Z^1$. Partiendo 219 numero de Z^2 por 1. numero de Z^3, sale el *Quociente* 219, la diferencia de los *Exponentes* de Z^3, y Z^2 es 1. dividido 219 en pũtos de una en una letra 2.1.9. tiene tres puntos, digo que tres puntos de Z^3 ha de tener la *Cantidad*, y se suplira con zeros 0.000.440. Otra vez sea esta *Cantidad* 440 igual a $20Z^3 - 19Z^2 - 963818Z^1$ partiendo 963818 por 20 sale el *Quociente* 48190. La diferencia de los *Exponentes* de Z^3, y Z^1 es 2: dividido 48190 de dos en dos letras 4.81.90. (començando sienpre por la mano derecha) tiene tres puntos: tantos ha de tener la *Cantidad*, y se

y se suplira con zeros de esta suerte 0.000.440.

106 *Es digno de advertencia*, que quando la *Cantidad* es diminuta, y el *Quociente* sobredicho se divide de una en una letra: el primer punto de mano hizquierda es la primera letra de la *raiz*, que se busca: si se divide de 2 en 2, la $\sqrt{}^2$ del punto 1° es la letra primera; si de 3 en 3 la $\sqrt{}^3$ &c: como en el *Exenplo* 1° el *Quociente* 219 se dividiò 2.1.9. el punto 1° es 2, digo q̃ 2 es la letra primera de la *raiz*: en el *Exenplo* 2° el *Quociente* 48190 se dividiò 4.81.90. el punto 1° es 4, su $\sqrt{}^2$ es 2, digo que 2 es la primera letra de la *raiz* &c. en todo lo demas se obra como en el Capitulo antecedente.

107 *Exenplo* 1°

Esta *Cantidad* 440 es igual a $1Z^3 - 219Z^2 - 218Z^1$: pidese la *Raiz*: por el §.105. hallamos, que esta *Cantidad* es diminuta, porque solo puede tener un punto *Cubico* de Z^3, y devia tener tres, con que se suplira con zeros: la primera letra por el §. 106, es 2. escrivase el 2 sobre la raya, su *Quadrado* es 4, y su *Cubo* 8: multiplicado el 4 por 219: numero de Z^2 sale 876, que se escrive en el punto 1° de Z^2. El 8 multiplicado por 1. numero de Z^3, sale 8, se escrive en su punto, y el 2 multiplicado por 218 numero de Z^1 sale 436, que se escrive en el punto 1° de Z^1. Sumando la *Cantidad* con los grados negados del signo — sale la *Cantidad Corregida* 8804040: restando el ultimo

timo grado +; queda el *Residuo* 1º. Como se ve en la *Formula.*

108 Para la segunda operacion se añade zero al 2 de *raiz*, y serà 20 valor de A^1. Sus Potestades A^2 400: A^3 8000. Las Tablas son.

Disposicion, ò formula.
2.2.0. √ *de la Cant.*

0000440	*Cantidad.*
876.	$-219Z^2$
436.	$-218Z^1$
8804040	*Cant. Corr.*
8.	$+1Z^3$
804040	*Residuo* 1º.
18396.	$-219Z^2$
436.	$-218Z^1$
2648000	*Res.* 1º *Corr.*
2648.	$+1Z^3$
0000000	*Residuo* 2º.

Tabla de $+1Z^3$ *del* §. 16.

	Potest. A.		*Divisor.*	*Potest.* B.		*Restadores.*
3	A^2	400	1200	B^1	2	2400
3	A^1	20	60	B^2	4	240
				B^3	8	8
			1260	*suma.*		2648

Tabla de $-219Z^2$ *del* §. 58.

	Potest. de A.		*Product.*	*Numer.*	*Divisores.*	*Potest.* B.		*Restadores.*
2	A^1	20	40	N. 219	8760	B^1	2	17520
				N. 219	219	B^2	4	876
					8979	*suma.*		18396

109 El *Divisor* se hallarà con la pratica del §. 96. La suma de la Tabla Z^3 es 1260, se escrive en su punto debaxo del *Residuo* 1º. La suma de la Tabla

bla Z^2 es 8979. que se escrive en su punto. El *Divisor* de Z^1 es su numero 218: la suma del signo − es 90008 restada del signo + 126000 queda la diferẽcia 35992

Pratica de los Divisores.

804040	*Resid.* 1º
1260.	$+Z^3$
8979.	$-Z^2$
218.	$-Z^1$
90008	*suma.* −
35992	*Difer.*

que cabe en el *Resid.* 1º, que le corresponde 80404, dos vezes, escrivese el 2 sobre la raya, y en el ordẽ B. de las Tablas: hallados los *restadores* se escriven en la formula debaxo del *Residuo* 1º. multiplicando el 2 por 218 numero de Z^1 sale 436 es el *restador* de Z^1. Sumando el *Residuo* 1º. con los *restadores* de − sale el *Residuo* 1º *corregido.* Restando el *restador* de + queda el *Residuo* 2º 000. y por faltar un punto serà la *raiz* justa 220.

110 *Exemplo* 2º.

Sea esta *Cantidad* 786968 igual a $1Z^4 + 10Z^3 - 2Z^2 - 34420000 Z^1$. Pidese la √. la diferencia de los *Exponentes* de Z^4, y Z^1, es 3. dividase 34420000 de 3 en 3 letras 34.420.000. porque tiene tres puntos, ha de tener otros tres la *Cantidad* §. 105. el punto 1º es 34 su $\sqrt{}^3$ es 3 porque en la Tabla Z^3 §. 11. hallo su proxime menor 27, y a su lado 3 de *raiz*, esta es la letra primera de la *raiz*, que se busca §. 106. escrivese el 3 sobre la raya, y multiplicado por 34420000 se escrive en el punto 1º de Z^1 el Q. de 3 es 9: el C. 27: el QQ. 81. el 9, multiplicado por 2 es 18 se escrive en el punto

punto de Z^2. el 27 multiplicado por 10, es 270, se escrive en el punto de Z^3. el 81. multiplicado por 1. es 81, se escrive en el punto de Z^4. La suma de la *Cantidad*, y grados del signo — es la *Cantidad Corregida.*

111 *Disposicion, ò formula.*

3.2.2. √ *de la Cantidad.*

0007868968	*Cantidad.*
18.	$-\ 2Z^2$
103260000.	$-\ 34420000Z^1$
10326966968	*Cant. Corr.*
81.	$+\ 1Z^4$
270.	$+\ 10Z^3$
8370	*suma.* +
1956966968	*Residuo* 1.°
248.	$-\ 2Z^2$
68840000.	$-\ 34420000Z^1$
2645391768	*Residuo* 1.° *Corr.*
238576.	$+\ 1Z^4$
57680.	$+\ 10Z^3$
244340	*suma.* +
201951768	*Residuo* 2.°
2568.	$-\ 2Z^2$
68840000.	$-\ 34420000Z^1$
270794336	*Resid.* 2.° *Corr.*
26461156.	$+\ 1Z^4$
6182480.	$+\ 10Z^3$
270794336	*suma.* +
000	*Residuo* 3.°

112 La

112 La suma + se resta de la *Cantidad Corregida*, y queda el *Residuo* 1.° como se ve en la *Formula*; añadido zero al 3 serà A^1 30. las Tablas

Tabla de $+\ 1Z^4$ *del* §.16.

	Potest. de A.		*Divisores.*	*Pot. B.*		*Restadores.*
4	A^3	27000	108000	B^1	2	216000
6	A^2	900	5400	B^2	4	21600
4	A^1	30	120	B^3	8	960
				B^4	16	16
			113520	*suma.*		238576

Tabla de $+\ 10Z^3$ *del* §.58.

	Potest. de A.	*Producto*	*Numer.*	*Divisores.*	*Pot. de B.*	*Restadores.*
3	A^2.900	2700	N. 10	27000	B^1. 2	54000
3	A^1. 30	90	N. 10	900	B^2. 4	3600
			N. 10	10	B^3. 8	80
				27910	*suma.*	57680

Tabla de $-\ 2Z^2$ *del* §.58.

	Potest. de A.	*Producto*	*Numer.*	*Divisores.*	*Potest. B.*	*Restadores*
2	A^1. 30	60	N. 2	120	B^1. 2	240
			N. 2	2	B^2. 4	8
				122	*suma.*	248

113 El *Divisor* de Z^1 sienpre es su numero: la diferencia de las sumas +, y — es el *Divisor* verdadero, cabe en el *Residuo* 1.°, que le corresponde dos vezes: escrivese el 2 sobre la raya, y es B. concluyense las Tablas; multiplicando 2 por 34420000 es

Reſtador de Z^1 ſumando en la *Formula* los Reſtadores del — cõ el *Reſiduo* 1º ſale el *Reſiduo* 1º *Corr.* reſtãdo la ſuma + del *Reſiduo* 1º *Corregido*, queda el *Reſiduo* 2º

Pratica de los Diviſores.

1 9 5 6 9 6 6 9 6 8	*Reſid.* 1.
1 1 3 5 2 0.	$+ Z^4$
2 7 9 1 0.	$+ Z^3$
1 1 6 3 1 1 0	*ſuma* +
1 2 2	$- Z^2$
3 4 4 2 0 0 0 0.	$- Z^1$
3 4 4 2 1 2 2 0	*ſuma.* —
8 1 8 8 9 7 8 0	*Difer.*

114 Para la tercera operacion añadido zero al 3, y 2 de *raiz*, ſerà A^1 320. Las Tablas ſon.

Tabla de $+ 1Z^4$ *del* §. 16.

	Poteſtades de A.	*Diviſores.*	*Pot.B.*	*Reſtadores.*
4	A^3. 32768000	131072000	B^1. 2	262144000
6	A^2. 102400	614400	B^2. 4	2457600
4	A^1. 320	1280	B^3. 8	10240
			B^4. 16	16
		131687680	*ſuma.*	264611856

Tabla de $+ 10Z^3$ *del* §. 58.

	Poteſt.de A.	*Product*	*Numero.*	*Diviſores.*	*Poteſt. B.*	*Reſtadores.*
3	A^2. 102400	307200	N. 10	3072000	B^1. 2	6144000
3	A^1. 320	960	N. 10	9600	B^2. 4	38400
			N. 10	10	B^3. 8	80
				3081610	*ſuma.*	6182480

Tabla de $- 2Z^2$ *del* §. 58.

	Poteſt.A.	*Prod.*	*Num.*	*Diviſo.*	*Poteſt.B.*	*Reſtadores.*
2	A^1. 320	640	N. 2	1280	B^1. 2	2560
			N. 2	2	B^2. 4	8
				1282	*ſuma.*	2568

115 El

115 El *Diviſor* de Z^1 es ſu numero (§. 96.) la diferencia de las *ſumas* +, y — cabe en el *Reſiduo* 2º dos vezes: eſcriveſe el 2 ſobre la raya, y multiplicado por 34420000, ſe eſcrive el Producto en la *formula* en ſu punto Z^1. concluyenſe las Tablas, y los Reſtadores ſe eſcriven en ſus puntos de la *formula*. Sumãdo el *Reſiduo* 2º con los grados del *ſigno* — ſale el *Reſid.* 2º *Corr.* reſtando la *ſuma* + del *Reſid.* 2º *Corr.* queda zero, y es la *raiz* 322.

Pratica de los Diviſores.

2 0 1 9 5 1 7 6 8	*Reſid.* 2º
1 3 1 6 8 7 6 8 0.	$+ Z^4$
3 0 8 1 6 1 0.	$+ Z^3$
1 3 4 7 6 9 2 9 0	*ſuma.* +
1 2 8 2.	$- Z^2$
3 4 4 2 0 0 0 0.	$- Z^1$
3 4 4 2 1 2 8 2	*ſuma.* —
1 0 0 3 4 8 0 0 8	*Difer.*

116 *Exenplo.* 3º.

La *Cantidad* 440 es igual a $20Z^3 - 4399Z^2 - 218Z^1$. Partiendo 4399 por 20 ſale el *Quociente* 219: la diferẽcia de los *Exponentes* Z^3, y Z^2 es 1. dividido el *Quociente* 219 de 1 en 1. ſerà 2. 1. 9. tiene tres puntos, y tres ha de tener la *Cantidad* §. 105. el punto 1º de

Formula.

2. 2. 0.	√ *de la Cantidad.*
0 0 0 0 0 0 4 4 0	*Cantidad.*
1 7 5 9 6. . .	$- 4399Z^2$
4 3 6. . .	$- 218Z^1$
1 7 6 0 0 4 0 4 0	*Cantid. Corr.*
1 6 0. . .	$+ 20Z^3$
1 6 0 0 4 0 4 0	*Reſiduo* 1º
3 6 9 5 1 6. .	$- 4399Z^2$
4 3 6. .	$- 218Z^1$
5 2 9 6 0 0 0 0	*Reſid. Corr.*
5 2 9 6 0. .	$+ 20Z^3$
0 0 0 0 0 0 0 0	*Reſiduo.* 2º

de 2.1.9. es 2, y aſsi ſerà 2 la letra primera de la *raiz* (§.106.) eſcriveſe el 2 ſobre la raya, y multiplicado por 218, ſe eſcrive el Producto enfrente de Z^1: El Q. de 2 es 4: multiplicado por 4399, ſe eſcrive enfrente de Z^2 el C. es 8 multiplicado por 20. ſe eſcrive enfrente de Z^3. queda el *Reſiduo* 1°. Formanſe las Tablas para la ſegunda operacion, y ſale la *raiz* 220.

117 *Exenplo* 4°. *Formula.*

La meſma *Cantidad* 440. es igual a $20Z^3 - 19Z^2 - 963818 Z^1$. Tres puntos ha de tener la *Cãtidad* (§.105.) y la letra primera de la *raiz* es 2 (§.106.) ſu Q°. 4, ſu C°. 8 multiplicados por ſus

2.2.0.	√ *de la Cantidad.*
000000440	*Cantidad.*
76. . .	$- 19Z^2$
1927636. . .	$- 963818Z^1$
193524040	*Cant. Correg.*
160. .	$+ 20Z^3$
33524040	*Reſiduo* 1°.
1596. .	$- 19Z^2$
1927636. .	$- 963818Z^1$
52960000	*Reſid. Corr.*
52960. .	$+ 20Z^3$.
000000000	*Reſiduo* 2°

numeros ſe eſcriven los *Productos* en ſus puntos, y hecha la ſuma, y reſta, queda el *Reſiduo* 1°. Para la ſegunda operacion ſe forman las Tablas, ſale la ſegunda letra 2. el *Reſiduo* 2° zero, y toda la *raiz* 220. En eſtos exenplos ſe conprehenden todas las dificultades de la negacion directa, con diminucion.

CAP.

CAP. XII.

NEGACION INVERSA DEL QVAdrado, y Cubo.

118 LA extraccion de las *Raizes* con negacion *inverſa* es la mas dificil, porque quando el *Caracter maior* lleva el *ſigno* — tiene la *Cantidad* dos *Raizes*, una maior, y otra menor, conque es la queſtion anbigua, dudoſa, ò equivoca. Las dos *Raizes*, ò ſon *racionales*, ò *irracionales*, ò la una *Racional*, y la otra *Irracional*: la *Cantidad* ordinariamẽte es diminuta para la *raiz* maior, y entera para la menor, aunque algunas vezes admite los puntos conpetentes para una, y otra.

119 El artificio es el meſmo del Capitulo 10°. y 11°. ſolo, que algunas vezes la *ſuma* + ſale maior que la *Cantidad*, ò *Reſiduo* de quien ſe avia de reſtar, y al contrario en la Pratica de los *Partidores*, pero la regla general es, que ſiẽpre el menor ſe reſta del maior, aora tenga el *ſigno* +, ò —. La maior dificultad eſtà en hallar la primera letra de la *raiz* maior, ò menor: en los exenplos ſe iran dando las reglas particulares, que ſirven para ſemejantes caſos.

120 *Exenplo* 1°. *del Quadrado negado, ò* $- Z^2$.

Eſta *Cantidad* 2244. es igual a $100Z^1 - 1Z^2$ pideſe la *raiz* en eſtas igualaciones, el numero de Z^1 es igual

igual a la *ſuma* de la *raiz* maior, y menor: y la *Cantidad* es el *Producto* de las dos *Raizes*: conque ſabida la una, no ſe puede ignorar la otra, y las dos ſon, ò *racionales*, ò *irracionales*: la maior ha de ſer mas que la mitad del numero de Z^1, y la menor menos: las dos *raizes* pueden hallarſe por eſta *Regla general. Si el quadruplo de la Cantidad ſe reſta del Quadrado del Numero* Z^1, *la* $\surd^2$ *del Reſiduo ſerà la diferencia de las dos Raizes*: El Q. de 100 es 10000. El quadruplo de 2244 es 8976: reſtado de 10000, queda 1024: ſu $\surd^2$ por el Cap. 3.° es 32 diferencia de las dos *raizes*: Luego ſumado 32 con 100, ſerà la ſuma 132 el duplo de la *raiz* maior, ſu mitad es 66 la *raiz* maior, y 66 — 32 ſerà 34 la *raiz* menor, ò 100 — 66 es 34 *Raiz* menor.

121 Quando Z^2 tiene *Numero* antes; como ſi la *Cantidad* 1564 es igual a $250Z^1 - 6Z^2$: ſe multiplicarà la *Cantidad* por 6 numero de Z^2, y ſale eſta *nueva Cantidad* 9384 igual a $250Z^1 - 1Z^2$: Las dos *raizes* de eſta nueva *Cantidad* ſe hallaràn como §. 120: la maior 204, y la menor 46: partidas por el 6 porquien ſe multiplicò la *Cantidad* primera, ſale 34 la maior, y $7\frac{4}{6}$ la menor. La prueva es facil: multiplicando 34 por 250 ſale 8500: el Q. de 34 es 1156 multiplicado por 6, ſale 6936 reſtado de 8500, queda 1564. que es la *Cantidad*: de la meſma ſuerte ſe prueva la *Raiz* menor.

122 *Exenplo 2.° del Cubo negado* — Z^3.

El *Cubo* negado ſe puede conponer con el Q. ò con

con la *Raiz*, ò con los dos juntos: ſea pues eſta *Cantidad* 24300 igual a $57Z^2 - 1Z^3$: La *Raiz* maior es mas, y la menor menos que $\frac{2}{3}$ del Numero de Z^2 que en eſte caſo es 57, y ſus $\frac{2}{3}$ ſon 38: Pues ſabemos que la *raiz* maior es mas que 38, tomaremos por la primera letra 4: y ſe eſcrive ſobre la raya, ſu *Cubo* 64 enfrente de Z^3: ſu Q. 16 multiplicado por 57. ſale 912, ſe eſcrive enfrente de Z^2 ſumando la *Cantidad* con — Z^3 ſale la *Cantidad Corregida*, reſtando la *Cantidad Corregida* de la linea Z^2 que es 912 (como ſe advirtiò en el §. 119.) queda el *Reſiduo* 1.° 2900. Para la ſegunda operacion ſe añade zero al 4 de *raiz*, y ſerà 40 el valor de A^1, y ſe forman las Tablas.

Formula de la $\surd$. *Ma.*

4.5	$\surd$. *de la Cant.*
24300	*Cantidad.*
64. .	$- \quad 1Z^3$
88300.	*Cant. Corr.*
912. .	$+ \quad 57Z^2$
2900	*Reſidno* 1.°
27125.	$- \quad 1Z^3$
24225	$+ 57Z^2$
2900	*Difer.* + —
0000	*Reſiduo* 2.°

123 *Tabla de* — $1Z^3$ *del* §. 16.

	Poteſt. A.		*Diviſor.*	*Poteſt.* B.		*Reſtadores.*
3	A^2	1600	4800	B^1	5	24000
3	A^1	40	120	B^2	25	3000
				B^3	125	125
			4920	*ſuma.*		27125

Tabla

Tabla de + $27Z^2$ del §.58.

	Potest.de A.	Product.	Numer.	Divisores.	Potest.B.	Restadores.
2	A^1. 40	80	N. 57	4560	B^1 5	22800
			N. 57	57	B^2 25	1425
				4617	suma.	24225

124 La diferencia de los *Divisores* 4920, y 4617, es 303: y es el *Divisor*: podrà caber en el *Residuo* 1º 9 vezes, pero no le podemos dar mas de 5: escrivo el 5 sobre la raya, y sus *Potestades* en las Tablas, las sumas de los *Restadores* se escriven en sus puntos en la *formula*, y aunque el de − es maior se toma la diferencia que es 2900: quitada esta del *Residuo* 1º queda zero: y la R*aiz* justa es 45.

125 La R*aiz* menor se hallarà con el mesmo artificio. Pues 38 està entre medio de las dos R*aizes*, y la maior es 45. tomaremos 3 por letra primera, y se escrive sobre la raya, su Cubo 27 enfrente de Z^3: su Quadrado 9 multiplicado por 57 da 513, que se escrive enfrente de Z^2. Sumando la C*antidad* con 27, sale la C*antidad* C*orregida*, Restádo de ella los 513 de + queda el R*esiduo* 1º zero, y por faltar otro punto, serà 30 la *raiz* justa.

Formula de la √. Me[nor]
30. *√ de la Cant.*

24300	*Cantidad.*
27.	− $1Z^3$
51300	*Cant. Corr.*
513.	+ $57Z^2$
000	R*esiduo* 1º

126 Conocida una de las *raizes* se hallarà la otra con este artificio. La diferencia de 30 *raiz* menor, y 57 numero de Z^2 es 27: multiplicada por 30 sale 810 Canti-

Cãtidad igual à $1Z^2 - 27Z^1$ su R*aiz* por el *Cap.* 10. se hallarà 45. y es la maior que buscamos. Otra vez la diferencia de 45 R*aiz* maior, y 57 numero de Z^2 es 12 multiplica por 45 sale 540 *Cantidad* igual à $1Z^2 - 12Z^1$. Su R*aiz* por el *Cap.* 10. se hallarà 30, y es la menor.

127 *Exenplo 3º del Cubo negado* — Z^3.

La *Cãtidad* 774400, es igual a $444Z^2 - 1Z^3$: los $\frac{2}{3}$ de 444 son 296: y pues la R*aiz* M*aior* ha de ser mas que 296 (§.120.) tendrà por lo menos tres letras, conque viene a ser la *Cantidad diminuta*, y se suplirà con zeros.

Formula de la √. Maior.
4.4.0. *√ de la Cantidad.*

00774400	*Cantidad.*
64.	− $1Z^3$
64774400	*Cant. Corr.*
7104.	+ $444Z^2$
6265600	R*esiduo* 1º
21184.	− $1Z^3$
149184.	+ $444Z^2$
6265600	*Difer.* + −
000	R*esiduo* 2º

La diferencia de los *Exponentes* Z^3 Z^2 es 1. dividido 444 con puntos de letra en letra 4.4.4. tiene 3 pũtos, y tantas letras ha de tener la *raiz* que se busca (§.105.) y la primera letra serà 4 (§.106.) que se escrive sobre la raya: su *Cubo* 64 enfrente de Z^3 sumãdo con la C*antidad*, sale la C*antidad* C*orregida*: su Qº 16 multiplicado por 444 sale 7104 enfrente Z^2, y por ser maior, que la C*antidad* C*orregida* se restarà al contrario, y queda el R*esiduo* 1º

128 Añadido zero al 4 ſerà 40 el valor de A^1, ſu Qº 1600 es A^2. formanſe las Tablas.

Tabla de $- 1Z^3$ §.16.

	Poteſt.de A.		Diviſores.	Poteſt.B.		Reſtadores.
3	A^2.	1600	4800	B^1	4	19200
3	A^1.	40	120	B^2	16	1920
				B^3	64	64
			4920	ſuma.		21184

Tabla de $+ 444Z^2$ *del* §.58.

	Poteſt.de A.		Product.	Numer.	Diviſo.	Poteſt.B.		Reſtadores.
2	A^1.	40	80	N.444	35520	B^1	4	142080
				N.444	444	B^2	16	7104
					35964	ſuma.		149184

129 La diferencia de los *Diviſores* cabe en el *Reſiduo* 1º. 4 vezes, eſcriveſe ſobre la raya, y ſus Poteſtades en las Tablas las ſumas de los *Reſtadores* de +, y — ſe eſcriven en la *Formula* en ſus puntos, la diferencia es 62656. reſtaſe del *Reſiduo* 1º, queda el *Reſiduo* 2º 000: y por faltar otro punto ſe añade zero al 44 de *raiz*, y ſerà 440 la *raiz* maior.

Pratica de los Diviſores.

6265600	*Reſiduo* 1º.
4920.	— Z^3
35964.	+ Z^2
13236	*Diferencia.*

130 Quando la *Cantidad* fue diminuta para la √ maior, ſienpre la √ menor tiene una letra menos. Dividida pues con 2 puntos de Z^3, y 2 de Z^2 al punto 1º. de Z^2 le correſponde 7744 partido por 444 *Numero* de Z^2 ſale el *Quociente* 17, ſu $\surd^2$ es 4: pues en la Tabla Z^2 §.11. ſe halla el proxime menor 16, y 4 de √. eſcriveſe el 4 ſobre la raya, ſu Cubo 64 ſu Qº 16 multiplicado por 444 ſale 7104: eſcriveſe en la formula, reſtaſe de la *Cantidad Carregida*, y queda el *Reſiduo* 1º.

Formula de la Raiz menor.

4.4.	√ *de la Cantidad.*
774400	*Cantidad.*
64.	— $1Z^3$
838400	*Cant. Corr.*
7104.	+ $444Z^2$
128000	*Reſiduo* 1º.
21184.	— $1Z^3$
149184.	+ $444Z^2$
128000	*Diferencia.*
000	*Reſiduo* 2º.

131 Las Tablas ſon las meſmas, la diferencia de los *Diviſores*, eſcritos igualmente por ſer el ultimo punto, es 31044, cabe en el *Reſiduo* 2º. 4 vezes, eſcriveſe ſobre la raya; ſalen los meſmos *reſtadores*, eſcritos en el ultimo punto, ſe reſta 21184 de 149184. la diferencia es 128000, quitada del *Reſiduo* 1º queda zero, y es juſta la √ menor 44. Conocida la una *raiz*, ſe hallarà la otra (§.126.) la diferencia de 440 √ maior, y 444 numero de Z^2 es 4 multiplicada por 440, es 1760 *Cantidad* igual a $1Z^2 - 4Z^1$ ſu *raiz* por el *Cap*.10. ſe hallarà 44, y es la menor. Otra vez: la diferencia de 44, y 444 es 400 multiplicada por 44 es 17600 *Cantidad* igual a $1Z^2 - 400Z^1$. Su *Raiz* por el *Cap*.10. es 440, y es la maior.

 132 *Exem*

132 *Exenplo 3º. de* $+Z^1 - Z^3$.

La *Cantidad* 4199040, es igual a 117936Z^1 − 1Z^3 pideſe la *raiz maior*. La diferencia de los *Exponẽtes* de Z^3, y Z^1 es 2. dividido 117936 numero de Z^1. de dos en dos letras (§. 105.) tendrà tres puntos 11.79.36. tantas letras ha de tener la *raiz maior*: la $\sqrt{}^2$ del punto 1º. 11 es 3, y ſerà la letra primera (§.106) eſcriveſe ſobre la raya, ſu *Cubo* 27 en el punto 1º. de Z^3. multiplicado el 3 por 117936 ſale 353808, q̃ ſe eſcrive en ſu punto de Z^1. ſumando el 27 con la *Cantidad*, ſale la *Cantidad Corregida*, y por ſer menor ſe reſta del *Producto* 353808, y queda el *Reſiduo* 1º.

Formula de la √ *Maior.*

3.2.4.	√ *de la Cantidad.*
0 0 4 1 9 9 0 4 0	*Cantidad.*
2 7. . .	− 1Z^3
3 1 1 9 9 0 4 0	*Cant. Corregi.*
3 5 3 8 0 8. . .	+ 117936Z^1
4 1 8 1 7 6 0	*Reſiduo 1.*
5 7 6 8. .	− 1Z^3
2 3 5 8 7 2. .	+ 117936Z^1
3 4 0 9 2 8	*Diferencia.*
7 7 2 4 8 0	*Reſiduo 2º*
1 2 4 4 2 2 4.	− 1Z^3
4 7 1 7 4 4.	+ 117936Z^1
7 7 2 4 8 0	*Diferencia.*
0 0 0 0 0 0	*Reſidno 3º*

133 El valor de A^1. es 30. y A^2. 900.

Tabla de Z^3 §.16.

3	900	2700	2	5400
3	30	90	4	360
			8	8
		2790	*ſuma.*	5768

Pratica de los Diviſores.

4 1 8 1 7 6 0	*Reſid. 1º*
2 7 9 0. .	− Z^3
1 1 7 9 3 6. .	+ Z^1
1 6 1 0 6 4	*Diferen.*

El

El *Diviſor* de Z^1 es ſu numero (§. 96.) la diferencia de los *Diviſores* cabe en el *Reſiduo* 1º. que le correſponde, 2 vezes eſcriveſe ſobre la raya, y ſe concluye la Tabla: multiplicado el 2 por 117936 ſale 235872, que en la *formula* ſe eſcrive en ſu punto: el *Reſtador* de Z^3 5768 ſe eſcrive en ſu punto, la *diferencia* 340928, ſe quita del *Reſiduo* 1º, y queda el *Reſiduo* 2º.

134 Otra vez A^1. es 320, y A^2 102400.

Tabla de Z^3 §.16.

102400	307200	4	1228800
320	960	16	15360
		64	64
	308160	*ſuma.*	1244224

Pratica de los Diviſores.

7 7 2 4 8 0	*Reſiduo 2º*	
3 0 8 1 6 0	+	Z^3
1 1 7 9 3 6	−	Z^1
1 9 0 2 2 4	*Difer.*	

La *Diferencia* de los *Diviſores* cabe en el *Reſiduo* 2º. 4 vezes, eſcriveſe ſobre la raya: con ſus *Poteſtades* ſe eſcrive en la Tabla orden 4º: multiplicado por 117936 ſerà 471744 *Reſtador* de Z^1. La diferencia de los reſtadores en la *formula* es 772480, quitada del *Reſiduo* 2º, queda zero: y la *Raiz Maior* es 324.

135 La *Cantidad* ha de tener tantos puntos de Z^3, que el punto 1º de Z^1 ſea mas que ſu numero 117936: conque no puede admitir mas de 2 puntos: al punto 1º de Z^1 le correſponde 419904. partido por 117936 Z^1. ſale el *Quociente* 3, y es la letra primera de la *raiz menor*. Eſcriveſe el 3 ſobre la raya:

multi-

multiplicado por 117936 sale 353808 que se escrive en el punto 1° de Z^1. El *Cubo* de 3 es 27 se escrive en su punto 1° de Z^3: sumado con la *Cantidad* sale la *Cantidad Corregida*: restando 353808, queda el *Residuo* 1°.

Formula de la √ menor.
3.6. √ de la Cantidad.

4199040	*Cantidad.*
27.	$- 1Z^3$
4226040	*Cant. Corr.*
353808.	$+ 117936Z$
687960	*Residuo* 1°
19656	$- 1Z^3$
707616	$+ 117936Z^1$
687960	*Diferencia.*
000000	*Residuo* 2°

136 Añadido zero al 3. serà 30 A^1. y 900 A^2. el *Divisor* de Z^1 es su numero: la diferencia de los *Divisores* cabe en el *Residuo* 1° 6 vezes escrivese sobre la raya, y sus *Potestades* en el orden 4° de la Tabla.

Tabla de Z^3. §.16.

3	900	2700	6	16200
3	30	90	36	3240
			216	216
		2790	*suma*	19656

Pratica de los Divisores.

687960	*Res.* 1°
2790	$- Z^3$
117936	$+ Z^1$
115146	*Difer.*

Multiplicando 117936 por 6, sale 707616, escrivese en el punto ultimo de Z^1 en la *formula*: el *Restador* de Z^3 es 19656 la *diferencia* de −, y + es 687960, quitada del *Residuo* 1° queda zero, y la *Raiz menor* es 36. de esta suerte se obra con brevedad, y facilidad, quando el Arithmetico esta exercitado en las Tablas.

137 Conocida la una *raiz*, se hallarà la otra con este

este artificio. La √ maior 324 su Q° es 104976 restado de 117936 Numero de Z^1 queda 12960 *Cantidad* igual a $1Z^2 + 324 Z^1$. su *raiz* por el *Cap.* 10. se hallarà 36: y es la menor. Otra vez la √ menor 36, su Q° 1296 restado de 117936 queda 116640 *Cantidad* igual a $1Z^2 + 36Z^1$. su *raiz* por el *Cap.* 10. es 324, y es la maior. *Advertencia.* Si se toma el $\frac{1}{3}$ del numero de Z^1 117936 serà 39312: la $\sqrt{}^2$ del 1° es 343, y del 2° 198. la *Raiz Maior* de la *Cantidad* estarà entre las dos: y si la *raiz* del 2° 198 se quita de la *raiz maior* de la *Cantidad* 324, y la diferencia 126 se resta del mesmo 198, quedarà 72 maior que la *raiz menor* de la *Cantidad*.

138 *Exenplo* 5° $+ Z^2 - Z^3 - Z^1$.

Sea esta *Cantidad* 88000 igual a $500Z^2 - 1Z^3 - 26200Z^1$: Quando con la *Potestad* superior negada ai otro grado inferior negado, restense los *Exponentes*, y se guardarà la regla del §. 105. La diferencia de los *Exponentes* Z^3, y Z^1 es 2. dividido 26200 de dos en dos letras 2.62.00. admite 3 puntos, y assi tendrà la *raiz maior* tres letras, y como la *raiz* es fuerça que sea menor que el numero de Z^2, que es la *Potestad* afirmada de quien solo procede la *Cantidad*, serà la *raiz menor* que 500: y assi podemos tomar 4 por primera letra.

139 El *Cubo* de 4 es 64, escrivese en el punto 1° de Z^3. multiplicado el 4 por 26200 numero de Z^1 sale 104800. escrivese en el punto 1° de Z^1 la suma

ſuma de los tres es la *Cantidad Corregida*: el Q. de 4 es 16, multiplicado por 500 es 8000: eſcriveſe en el punto de Z^2: de eſte ſe reſta la *Cantidad Corregida* por ſer menor, y queda el *Reſiduo* 1°.

Formula de la √ Maior.

4.4.0 *√ de la Cantidad.*

00088000	*Cantidad.*
64. . .	$-$ $1Z^3$
104800. . .	$-$ $26200Z^1$
74568000	*Cantid. Corr.*
8000. . .	$+$ $500Z^2$
5432000	*Reſiduo* 1°.
21184. .	$-$ $1Z^3$
104800. .	$-$ $26200Z^1$
2223200	*ſuma.* $-$
168000. .	$+$ $500Z^2$
543200	*Diferencia.*
0000000	*Reſiduo* 2°.

140 *Tabla de Z^3 §.16.*

3	1600	4800	4	19200
3	40	120	16	1920
			64	64
		4920	*ſuma.*	21184

Tabla de Z^2. §.58.

2	40	80	500	40000	4	160000
			500	500	16	8000
				40500	*ſuma.*	168000

Pratica de los Diviſores.

543200	*Reſi.* 1°.
4920. .	$-$ Z^3
26200. .	$-$ Z^1
518200	*ſuma* $-$
40500. .	$+$ Z^2
113200	*Difer.*

El diviſor de Z^1 es ſu numero.

La diferencia de los *Diviſores* cabe en el *Reſiduo* 1°. 4 vezes, continuanſe las Tablas para hallar los *Reſtadores*: multiplicado el 4 por 26200 es *Reſtador* de Z^1, eſcritos todos en ſus pũtos la diferencia de $+$, y $-$

y $-$ reſtada del *Reſiduo* 1°. queda zero, y por faltar otro punto ſe añadirà zero al 44, y ſera la *raiz* 440.

141 *Exenplo* 6°. $+Z^2+Z^1-Z^3$.

Eſta *Gantidad* 436625 es igual a $380Z^2+400Z^1-1Z^3$. Pideſe la √ menor. La *Cantidad* ſolo admite dos puntos de Z^3: y por conſiguiente dos de Z^2. al punto 1° de Z^2 le correſponde en la *Cantidad* 4366 partidos por 380 numero de Z^2 ſale 11: ſu $\sqrt{}^2$ es 3, y ſerà la letra primera de la *raiz*, eſcriveſe ſobre la raya: y multiplicada por 400 es 1200 eſcriveſe enfrente de Z^1. El Q. de 3 es 9. multiplicado por 380 es 3420, enfrente de Z^2. el Cubo de 3 es 27 enfrente de Z^3.

Formula de la √. Menor.

3.5. *√ de la Cantidad.*

436625	*Cantidad.*
27. .	$-$ $1Z^3$
463625	*Cant. Corr.*
3420. .	$+$ $380Z^2$
1200. .	$+$ $400Z^1$
35400	*ſuma.* $+$
109625	*Reſiduo* 1°
15875.	$-$ $1Z^3$
123500.	$+$ $380Z^2$
2000.	$+$ $400Z^1$
125500	*ſuma.* $+$
109625	*Dif.* $+$ $-$
000	*Reſiduo* 2°

quitando la ſuma $+$ de la *Cantidad Corregida*, queda el *Reſiduo* 1°. con las Tablas, ſe hallarà la ſegunda letra 5. y toda la *raiz* 35.

142 *Exenplo* 7°. $+Z^1-Z^2-Z^3$.

Si fuere la *Cantidad* 260575 igual a $10000Z^1-1Z^3-38Z^2$. ſera la *raiz* menor que la $\sqrt{}^2$ del numero de $-Z^1$. que agora es 10000, ſu $\sqrt{}^2$ es 100: y ſi la *Cantidad* se divide por 10000 numero de Z^1, serà el *Quociente* 26, y la *raiz* de la *Cantidad* estara entre el *Quociente* 26, y 100 *raiz* de 10000: la primera letra pues se puede tomar 3: y cōtinuando la operacion, saldrà la segunda 5. y toda la *raiz* 35.

Formula.

3.5. √ *de la Cantidad.*

260575	*Cantidad.*
27. .	— $1Z^3$
342. .	— $38Z^2$
321775	*Cant. Corr.*
30000. .	+ $10000Z^1$
21775	*Residuo* 1º

CAP. XIII.

NEGACION INVERSA DE LAS *otras Potestades.*

143 *Exenplo.* 1. *de* + Z^3 — $1Z^4$.

LA *Cantidad* 120005064 es igual a $195Z^3$ — $1Z^4$. En estas igualaciones los $\frac{3}{4}$ del numero Z^3 son mas que la *raiz* menor, y menos que la maior: los $\frac{3}{4}$ de 195 son 146 este numero està en medio de las dos *raizes*: la diferencia de los *Exponentes* Z^4, y Z^3 es 1: dividido 195 de letra en letra 1. 9. 5. tiene tres puntos, y tres letras, ha de tener la *raiz* maior §.105: conque la primera sera 1. (§.106.) Tanbien porque la *Cantidad* procede del grado afirmado, es fuerça que la *raiz* maior sea menos, que su numero 195: y aviendo de ser mas que 146: necessariamente ha de ser la letra primera 1.

144 Divi-

144 Dividida la *Cantidad* en sus pūtos de Z^4. pues la letra primera es 1. escrivase sobre la raya: su QQ. es 1. escrivase en su punto de Z^4. su C. es 1: multiplicado por 195 es 195 escrivase enfrente de Z^3: restase de la *Cantidad Corregida*, y queda el *Residuo* 1º como se ve en la *Formula*. Añadido zero al 1. serà 10 valor de A^1. las Tablas son.

Formula de la √ Maior.

1.7.1. √ *de la Cantidad.*

120005064	*Cantidad.*
1. . .	— $1Z^4$
220005064	*Cant. Corr.*
195. . .	+ $195Z^3$
25005064	*Residuo* 1º
73521. .	— $1Z^4$
763035. .	+ $195Z^3$
27825	*Diferencia.*
2819936	*Residuo* 2º
19826081.	— $1Z^4$
17006145.	+ $195Z^3$
2819936	*Diferencia.*
000	*Residuo.* 3º

145 *Tabla de* — $1Z^4$ §.16.

	Potest. de A.		*Diviso.*	*Potest. de* B.		*Restadores.*
4	A^3.	1000	4000	B^1.	7	28000
6	A^2.	100	600	B^2.	49	29400
4	A^1.	10	40	B^3.	343	13720
				B^4.	2401	2401
			4640	*suma.*		73521

Tabla

Tabla de $+ 195Z^3$ §.58.

	Pot. de A.	Produc.	Nume.	Diviſores.	Pot. de B.	Reſtadores.
3	A^2.100	300	195	58500	B^1. 7	409500
3	A^1. 10	30	195	5850	B^2. 49	286650
			195	195	B^3.343	66885
				64545	ſuma.	763035

146 La diferencia de los *Diviſores* es 18145, como ſe ve en la *Pratica*: ſolo cabe en el *Reſiduo* 1° una vez, pero es fuerça que ſe aya de tomar otra letra maior: para determinar eſta letra, y vencer eſta dificultad, que ocurre muchas vezes; ſe atendrà a lo que ſe advirtiò §.143: porque ſi la √ *maior* eſta entre 146, y 195 ha de ſer la ſegunda letra mas que 4, y menos que 9: tomaraſe pues 7, y ſerà B. eſcrivaſe ſobre la raya, y cõcluidas las Tablas, el *Reſtador* de $-Z^4$ es 73521: el de $+Z^3$ es 763035 eſcritos en ſus pũtos en la *formula*, ſerà la diferencia 27825 quitando de ella al *Reſiduo* 1° queda el *Reſiduo* 2° Añadido zero al 17 de *raiz*, ſerà 170 valor de A^1.

Pratica de los Diviſores.

25005064	Reſid. 1°
4640.	$-Z^4$
64545.	$+Z^3$
18145	Difer.

147 Tabla de $-Z^4$ §. 16.

	Poteſt. de A.	Diviſores.	Poteſt. B.	Reſtadores.
4	A^3.4913000	19652000	B^1. 1	19652000
6	A^2. 28900	173400	B^2. 1	173400
4	A^1. 170	680	B^3. 1	680
			B^4. 1	1
		19826080	ſuma.	16826081

Tabla

Tabla de $+ 195Z^3$ del §.58.

	Poteſt. de A.	Producſt.	Numer.	Diviſores.	Pot. B.	Reſtadores.
3	A^2. 28900	86700	195	16906500	B1. 1	19606500
3	A^1. 170	510	195	99450	B2. 1	59450
			195	195	B3. 1	195
				17006145		17006145

148 La diferencia de los *Diviſores* cabe en el *Reſiduo* 2° una vez: eſcriveſe. 1. ſobre la raya, y cõcluidas las Tablas, la diferencia de los reſtadores de + y − es 2819936: reſtada del *Reſiduo* 2°, ò al contrario, queda zero, y la *raiz* maior es 171.

Pratica de los Diviſores.

2819936	Reſid. 2°
19826080.	$-Z^4$
17006145	$+Z^3$
2819935	Difer.

149 Pues la *Cantidad* ſienpre es entera para la *raiz* menor, no puede tener eſta menos letras, que puntos la *Cantidad*, conque en eſte caſo ha de tener tres letras. Siendo pues la letra primera de la √ *Maior* 1. cierto es que la primera letra de la √ *Menor* no puede ſer mas que 1: y aſsi la prime-

Formula de la √ Menor.

1.1 4. √ *de la Cantidad.*

12005064	Cantidad.
1.	$-1Z^4$
22005064	Cant. Corr.
195.	$+195Z^3$
25005064	Reſiduo 1°
4641.	$-1Z^4$
64545	$+195Z^3$
18135	Diferencia.
6870064	Reſiduo 2°
22486016.	$-1Z^4$
29356080.	$+195Z^3$
6870064	Diferencia.
000	Reſiduo 3°

primera operacion es la meſma del §.144: y queda el meſmo *Reſiduo* 1° como ſe ve.

150 *Tabla de* $-Z^4$ §.16.

	Pot.A.	*Diviſo.*
4	1000	4000
6	100	600
4	10	40
		4640

Tabla de $+195Z^3$ §.58.

	Pot.A.	*Prod.*	*Nume.*	*Diviſores.*
3	100	300	195	58500
3	10	30	195	5850
			195	195
				64545

La mitad de las Tablas es como §.145, y la diferencia de los *Diviſores*, como §.146, cabe en el *Reſiduo* 1° una vez, ſerà 1 la ſegunda letra de la *raiz*, eſcriveſe ſobre la raya; los meſmos *Diviſores* ſon *reſtadores* (§.34.) y no ſe acaban las Tablas: la diferencia de los *reſtadores* es 18135: quitaſe del *Reſiduo* 1°, y queda el *Reſiduo* 2°. Añadido zero al 11 de √ ſerà 110 A^1.

151 *Tabla de* $-1Z^4$ §.16.

	Poteſt. de A.	*Diviſores.*	*Poteſt. B.*	*Reſtadores.*
4	A^3. 1331000	5324000	B^1. 4	21296000
6	A^2. 12100	72600	B^2. 16	1161600
4	A^1. 110	440	B^3. 64	28160
			B^4. 256	256
		5397040	*ſuma.*	22486016

Tabla de $+195Z^3$ *del* §.58.

	Poteſt. de A.	*Productos.*	*Numero.*	*Diviſores.*	*Poteſt. B*	*Reſtadores.*
3	A2. 12100	36300	195	7078500	B1. 4	28314000
3	A1. 110	330	195	64350	B2. 16	1029600
			195	195	B3. 64	12480
				7143045	*ſuma.*	29356080

La

La diferencia de los *Diviſores*. 7143045, y 5397040 es 1746005, cabe en el *Reſiduo* 2°. 4 vezes: eſcriveſe el 4 ſobre la raya; concluidas las Tablas, la diferencia de los *reſtadores* es 6870064, quitada del *Reſiduo* 2°, queda zero, y la *raiz* menor es 114.

152 Conocida la una *raiz* ſe hallarà la otra con eſte artificio: la √ *menor* 114 reſteſe de 195 numero de Z^3 queda 81: ſu Q. es 6561 multiplicado por la √ 114 ſale 747954. *Cantidad* igual a $1Z^3 + 81Z^2 + 6561Z^1$. y por el *Cap.* 9°. ſe hallarà ſu √ 171, y es la maior: otra vez la √ *maior* es 171. reſtada de 195 quedan 24. ſu Q. es 576: multiplicado por la √ 171 ſale 98496 *Cantidad* igual a $1Z^3 + 24Z^2 + 576Z^1$. ſu √ por el *Cap.* 9° ſe hallarà 114, y es la menor.

153 *Exenplo* 2° *de* $+Z^2 - 1Z^4$.

La *Cantidad* 56250000 es igual a $15625Z^2 - 1Z^4$: pideſe la √: la diferencia de los *Exponentes* de Z^4, y Z^2 es 2. dividido el numero de Z^2 de 2 en 2 letras 1.56.25. admite 3 puntos, y 3 letras ha de tener la *raiz maior*. §.105. el punto 1°. de mano hizquierda es 1. ſu $\sqrt{}^2$ es 1: luego 1 ſerà la letra primera de la *raiz*: §.106. divideſe la *Cãtidad* en ſus pũtos, y el 1 ſe eſcrive ſobre la raya: ſu QQ. es 1 eſcriveſe enfrente de Z^4, y ſumado con la *Cã-* *tidad*.

Formula de la √ *Maior.*

1.0.0 √ *de la Cantidad.*

0 5 6 2 5 0 0 0 0	*Cantidad.*
1. . .	$-$ $1Z^4$
1 5 6 2 5 0 0 0 0	*Cant. Corr.*
1 5 6 2 5. . .	$+15625Z^2$
0 0 0 0 0	*Reſiduo* 1°.

tidad, ſerà la *Cantidad Corregida*: el Q. de 1 es 1, multiplicado por 15625 ſale 15625 eſcriveſe enfrente de Z^2 reſtado de la *Cantidad Corregida* queda zero, y por faltar 2 puntos ſerà la √ 100. §.23.

154 En eſtas igualaciones el Numero de Z^2 es la ſuma de los *Quadrados* de la √ *maior, y menor* con que ſabida la una, no ſe puede ignorar la otra. La √ *Maior* es 100: ſu Q. 10000 reſtado de 15625 numero de Z^2 queda 5625, ſu $\sqrt{}^2$ por el *Cap.3°* es 75: y es la √ *menor* de la *Cantidad*: otra vez la √ *menor* es 75: ſu Q. 5625 reſtado de 15625, queda 10000, ſu $\sqrt{}^2$ por el *Cap.3°.* es 100: que es la maior de la *Cantidad*.

155 Si ſe toma $\frac{1}{2}$ del numero Z^2, ſu $\sqrt{}^2$ eſtarà entre las dos *raizes*, y ſerà mas que la menor, y menos que la maior: la mitad de 15625 es 7812 ſu $\sqrt{}^2$ es 88; y eſtà entre 100, √ *Ma.* y 75 √ *me*: con que ſe determina, que la √ *menor* ſolo ha de tener dos letras, y la primera no puede ſer mas de 8. dividida la *Cantidad* en 2 puntos, al 1° de Z^2 le correſpōde 562500, partido por 15625 ſale 36 ſu $\sqrt{}^2$ es 6: la primera letra no puede ſer menos que 6, ni mas que 8.

Formula de la √ Menor.

7.5. √ menor de la Cant.

56250000	*Cantidad.*
2401. .	− 1Z^4
80260000	*Cant.Corr.*
765625. .	+ 15625Z^2
3697500	*Reſiduo* 1°
7630625.	− 1Z^4
11328125.	+ 15625Z^2
3697500	*Diferencia.*
	Reſiduo 2°

156 Tomando pues 7 por letra primera ſe eſcrive ſobre la raya: ſu QQ. en la Tabla Z^4 §.11. ſe hallarà 2401. ſumado con la *Cantidad*, ſale la *Cantidad Corregida*: ſu Q°. 49. multiplicado por 15625 ſale 765625 reſtado de la *Cantidad Corregida*, queda el *Reſiduo* 1° formanſe las Tablas, y ſale la √ *menor* 75.

157 *Exenplo 3° de* + $Z^1 - Z^4$.

La Cantidad 136215000 es igual a 3469375Z^1 − 1Z^4 pideſe la √: La diferencia de los *Exponentes* de Z^4, y Z^1 es 3. dividido de 3 en 3 letras el numero de Z^1 3.469.375. tiene 3 puntos, y 3 letras ha de tener la √ *maior* §. 105. el punto 1° de mano hizquierda de 3.469.375. es 3: ſu $\sqrt{}^3$ es 1: pues en la Tabla Z^3 § 11. el proxime menor de 3 es 1, y aſulado 1 de *raiz*: eſta ſerà la primera letra §.106: y ſe eſcrive ſobre la raya. Su QQ. es 1. eſcriveſe en ſu punto de Z^4. ſu Q es 1, multiplicado por 3469375, ſe eſcrive enfrente de

Formula de la √ Maior.

1.3.5. √ Maior de la Canti.

136215000	*Cantidad.*
1. .	− 1Z^4
236215000	*Cant. Correg.*
3469375. . .	+ 3469375Z^1
110722500	*Reſiduo* 1°
18561. .	− 1Z^4
1040812 5. .	+ 3469375Z^1
8152875	*Difer.* + −
29193750	*Reſiduo* 2°
46540625.	− 1Z^4
17346875.	+ 3469375Z^1
29193750	*Difer.* + −
000	*Reſiduo* 3°

Z^{1} reſtaſe de la *Cantidad Corregida*, y queda el *Reſiduo* 1º.

158 Añadido zero ſerà 10. valor de A^{1}.

Tabla 1. *de* $-Z^{4}$. §.16. *Tabla* 2. *de* $-Z^{4}$.

4	1000	4000	3	12000	4	2197000	8788000	5	43940000
6	100	600	9	5400	6	16900	101400	25	2535000
4	10	40	27	1080	4	130	520	125	65000
			81	81				625	625
		4640	*ſuma*	18561			8889920	*ſuma*	40540625

La ſegunda letra es 3: multiplicada por 3469375 numero de Z^{1} ſale 10408125: es *Reſtador* de $+Z^{1}$: el *Reſtador* de $-Z^{4}$ es 18561, eſcritos en la *formula* ſe halla la diferēcia 815875, reſtada del *Reſiduo* 1º queda el *Reſiduo* 2º: con la Tabla 2 ſe halla la letra tercera 5. y toda la *Raiz Maior* 135.

159 Para la √ *menor* ſi ſe toma $\frac{1}{4}$ de 3469375 numero de Z^{1} ſu $\sqrt{}^{3}$ eſtà en medio de las dos *raizes*, y aſsi es maior que la √ *menor*, y menor, que la √ *maior*: $\frac{1}{4}$ de 3469375 ſerà 867.343: ſu $\sqrt{}^{3}$ por el *Cap*. 4º es 95: que eſtà entre las dos *raizes*, y aſsi la √ *menor* ſerà menos que 95, y ſolo tendrà dos letras. Tanbien ſi la *Cantidad* 136215000 ſe parte por el numero de Z^{1} 3469375: el *Quociente* 39 es menos que la √ *menor*: con que eſtà entre 39, y 95: Mas ſi ſe reſta 95. de la √ *maior* 135 es la diferencia 40, reſtada de 95 quedan 55, mui proximo a la √ *menor*.

160 Tomãdo pues 4 por primera letra, ſu QQ. es 256: eſcriveſe en ſu punto, y ſe ſuma con la *Cantidad*, multiplicando 3469375 por 4, ſale 13877500: eſcriveſe en ſu punto, y reſtado de la *Cantidad Corregida* queda zero, y por faltar un punto ſerà 40 la √ *menor*. §. 23.

Formula de la √ Menor.

4.0.	√ *Menor de la Cantidad.*
136215000	*Cantidad.*
256. .	$-$ Z^{4}
138775000	*Cant. Correg.*
13877500. .	$+3469375Z^{1}$
0000	*Reſiduo* 1º

161 Conocida una *raiz* ſe hallarà la otra de eſta ſuerte. Partaſe la *Cantidad* 136215000, por 135 √ *maior*, el *Quociente* 1009000 es *Cantidad* igual a $1Z^{3}+135Z^{2}+18225Z^{1}$. ſu √ por el *Cap*. 9º ſe hallarà 40, y es la *Menor*. Otra vez partaſe 136215000 por 40 √ *menor*, el *Quociente* 3405375 es *Cantidad* igual a $1Z^{3}+40Z^{2}+1600Z^{1}$. ſu √ por el *Cap*. 9º ſe hallarà 135, y es la *maior*. El numero de Z^{2} es la *raiz* conocida, y ſu *Quadrado* es el numero de Z^{1}.

162 *Exenplo* 4º. *de* $+Z^{2}+Z^{1}-Z^{4}$.

La Cãtidad 592344. es igual a $10Z^{2}+40000000Z^{1}-1Z^{4}$. Pideſe la *raiz*. La diferencia de los *Exponentes* de Z^{4}, y Z^{1} es 3. dividido 40.000.000. de 3 en 3 letras, tiene 3 puntos, y 3 letras ha de tener la *raiz* §. 105: el punto 1º es 40, ſu proxime menor en la Tabla Z^{3} §.11. es 27, y a ſu lado 3 de √: que ſerà la primera letra §. 106: eſcriveſe ſobre la raya: ſu ſu QQ. es 81: pues en la Tabla Z^4 §.11. junto al 3 hallo 81. eſcriveſe en ſu punto de Z^4. ſu Q. es 9: multiplicado por 10. ſale 90: eſcriveſe en ſu punto de Z^2: el 3 multiplicado por el numero de Z^1 40000000 ſale 120000000 eſcriveſe en ſu pũto de Z^1: la *Cantidad Corregida* por ſer menor, ſe reſta de la *ſuma* +, y queda el *Reſiduo* 1º.

Formula de la √ Maior.

3.4.2. √ de la Cantidad.

0000592344	*Cantidad.*
81.	− $1Z^4$
8100592344	*Cant. Corr.*
90.	+ $10Z^2$
120000000.	+ Z^1
120009000	*ſuma.* +
3900307656	*Reſiduo* 1º.
526336.	− $1Z^4$
2560.	+ $10Z^2$
160000000.	+ Z^1
160025600	*ſuma.* +
366310400	*Diferen.*
237203656	*Reſiduo* 2º.
317217296.	− $1Z^4$
13640.	+ $10Z^2$
80000000.	+ Z^1
80013640	*ſuma.* +
237203657	*Diferen.*
000	*Reſiduo* 3º.

163 *Tabla de* + $10Z^2$ *del* §.58.

	Pot A.	*Prod.*	*Num*	Divi.	*Pot.B.*	Reſta.
2	30	60	10	600	4	2400
			10	10	16	160
				610	*ſuma.*	2560

Añadido zero al 3 de *raiz*, ſerà 30 el valor de A^1 formãſe las Tablas para la ſegunda letra.

Tabla de − $1Z^4$ §.16. *Pratica de los Diviſores.*

	Pot.de A.	*Diviſo.*	*Pot.B.*	*Reſtado.*
4	27000	108000	4	432000
6	900	5400	16	86400
4	30	120	64	7680
			256	256
		113520	*ſuma.*	526336

3900307656	*Reſ.* 1º
113520.	− Z4
610.	+ Z2
40000000.	+ Z1
40006100	*ſuma.* +
73513900	*Difer.*

La diferencia de los *Diviſores* cabe en el *Reſiduo* 1º 4 vezes, eſcriveſe el 4 ſobre la raya, concluyenſe las Tablas; y los reſtadores ſe eſcriven en la *formula* en ſus puntos, la diferencia de +, y − ſe reſta del *Reſiduo* 1º, queda el *Reſiduo* 2º.

164 *Tabla de* + $10Z^2$ §.58.

	Pot. A	*Prod.*	*Num.*	*Diviſ.*	*Po.B*	Reſta.
2	340	680	10	6800	2	13600
			10	10	4	40
				6810		13640

Añadido zero a los 34 de *raiz*, ſerà 340 el valor de A^1. formanſe otra vez las Tablas para hallar la tercera letra.

Tabla de − $1Z^4$ §.16. *Pratica de los Diviſores.*

	Pot.de A.	*Diviſo.*	*Pot.B.*	*Reſtado.*
4	39304000	157216000	2	314432000
6	115600	693600	4	2774400
4	340	1360	8	10880
			16	16
		157910960	*ſuma.*	317217296

237203656	*Reſ.* 2º
317217296	− Z4
13640	+ Z2
80000000	+ Z1
80013640	*ſuma.* +
237203656	*Difer.*

La diferencia de los *Diviſores* cabe en el *Reſiduo* 2º 2 vezes. La diferencia de los *Reſtadores*, quitada del *Reſiduo* 2º queda zero, y toda la *raiz* juſta ſerà 342. La *raiz menor* es menos que la unidad: y eſto es *ſiempre que el numero de algun Caracter afirmado es mas que la Cantidad.*

165 *Exenplo 5.º de* $+Z^3+Z^1-Z^5-Z^4$.

La *Cantidad* 113471872 es igual a $9000Z^3 + 300000Z^1 - 1Z^5 - 60Z^4$. Pidese la *raiz maior*. Estas igualaciones en que ai muchas partes afirmadas, y muchas negadas deven examinarse por todos los grados, para hallar quantas letras ha de tener la *raiz*, y determinar la primera letra: como la diferencia de los *Exponentes* de Z^5, y Z^3 es 2: dividido pues 90.00. (§.105.) veo que ha de tener la √ dos letras. La diferencia de Z^5, y Z^1 es 4: dividido 30.0000. (§.105.) tambien hallo que ha de tener la √ dos letras. Si en una division saliera mas puntos que en la otra, aquella se avia de observar. La Cãtidad admite tanbien dos puntos de Z^5 (§. 12.) 1134.71872. cō q no puede ser diminuta.

Formula de la √ Maior.

6.8. *√ Maior de la Cantidad.*

113471872	*Cantidad.*
7776.	$-1Z^5$
77760.	$-60Z^4$
166867 1872	*Cant.Correg.*
1944000.	$+9000Z^3$
1800000.	$+300000Z^1$
196200000	*suma.* +
293328128	*Residuo* 1.º
676333568.	$-1Z^5$
505282560.	$-60Z^4$
1181616128	*suma.* −
885888000.	$+9000Z^3$
2400000.	$+300000Z^1$
888288000	*suma.* +
293328128	*Difer.* + −
000	*Residuo* 2.º

166 El punto 1.º de la *Cantidad* es 1134: su $\sqrt{}^5$ es 4: la primera letra ha de ser mas que 4 por aver dos grados negados: el numero de Z^3 es 9000: dividido como antes 90.00. el primer punto es 90, su $\sqrt{}^2$ es 9. si la *Cantidad* fuera diminuta, esta seria la primera letra, pero agora ha de ser menor que 9: con que està la primera letra entre 4, y 9: tomemos pues 6: escrivese sobre la raya: su QC. es 7776: se escrive en el punto de Z^5: su QQ. es 1296: multiplicado por 60 es 77760, escrivese en el pũto de Z^4: su C.º 216 multiplicado por 900, serà 1944000 escrivese en el punto de Z^3, y el 6 multiplicado por 300000 es 1800000, escrivese en el punto de Z^1, sumando los grados — con la *Cantidad*, sale la *Cantidad Corregida*, esta por ser menor se resta de la *suma* +, y queda el *Residuo* 1.º

167 Añadido zero al 6 serà 60 valor de A^1.

Tabla de $-1Z^5$ *del* §. 16.

	Potestades de A.		*Divisores.*	*Potest. de B.*		*Restadores.*
5	A4	12960000	64800000	B1	8	518400000
10	A3	216000	2160000	B2	64	138240000
10	A2	3600	36000	B3	512	18432000
5	A1	60	300	B4	4096	1228800
				B5	32768	32768
			66996300	*suma.*		670335508

168 *Tabla de* $-60Z^4$ *del* §. 58.

	Potest. de A		Product.	Numero.		Divisores.	Potest. B.		Restadores
4	A3	216000	864000	N.	60	51840000	B1	8	414720000
6	A2	3600	21600	N.	60	1296000	B2	64	82944000
4	A1	60	240	N.	60	14400	B3	512	7372800
				N.	60	60	B4	4096	245760
						53150460	*suma.*		505282560

Tabla de + $900Z^3$ del §. 58.

	Poteſt. de A.		Productos.	Numero.	Diviſores.	Poteſt. B		Reſtadores.
3	A2	3600	10800	N. 9000	97200000	B1.	8	777600000
3	A1	60	180	N. 9000	1620000	B2.	64	103680000
				N. 9000	9000	B3.	512	4608000
					98829000	ſuma.		885888000

169 Las ſumas de los *Diviſores* de las Tablas ſe eſcriven en la *Pratica*, enfrente de ſus *Caracteres*: el *Diviſor* de Z^1 es ſu numero: la diferencia cabe en el *Reſidno* 1º 8 vezes (§. 27.) eſcriveſe el 8 ſobre la raya en la *Formula*, y multiplicado por 300000 es 2400000 *reſtador* de Z^1: eſcrivenſe los *reſtadores* en ſus puntos, la diferencia de +, y — reſtada del *Reſiduo* 1º queda zero, y es la √ *Maior* 68.

Pratica de los Diviſores.

293328128	*Reſid.* 1º
66996300.	— Z^5
53150460.	— Z^4
120146760	*ſuma* —
98829000.	+ Z^3
300000.	+ Z^2
99129000	*ſuma* +
21017760	*Diferen.*

170 La √ *menor* tiene tanbien dos letras, partiendo pues la *Cãtidad* 113471 que correſponde al punto 1º de Z^3 por 9000. numero de Z^3 ſale 12. ſu $\sqrt{}^3$ es 2 eſcriveſe ſobre

Formula de la √ Menor:

2.4. √ *Menor la Cantidad.*

1134711672	*Cantidad.*
32. .	— $1Z^5$
960. .	— $60Z^4$
1262718 72	*Cant. Corregi.*
72000. .	+ $9000Z^3$
600000. .	+ $300000Z^2$
7800000	*ſuma* +
48271872	*Reſiduo* 1º

ſobre la raya: cõcluida la primera operaciõ, queda el *Reſiduo* 1º Formãſe las Tablas, la ſegunda letra ſale 4: y los *Reſtadores* de la *Formula*, y queda el *Reſiduo* 2º:

Continuacion de la Formula.

48271872	*Reſiduo* 1º
4762624.	— $1Z^5$
10306560.	— $60Z^4$
15069184	*ſuma* —
52416000.	+ $900Z^3$
1200000.	+ $300000Z^2$
53616000	*ſuma* +
38546816	*Dife.* + —
9725056	*Reſiduo* 2º

con que la *raiz* no viene juſta, y aſsi digo que eſta entre 24, y 25. De ſu aproximacion trataremos luego.

171 *Quando el Caracter Maior tiene Numero.*

Se obſerva la regla del §. 105: Sea la *Cantidad* igual a $10000Z^3 — 200Z^4$ partidos 10000 por 200 ſale 50: la diferencia de los *Exponẽtes* es 1: luego porque 5.0. tiene dos pũtos, tendrà la *raiz* dos letras: partido

Formula.

1.2. √ *de la Cantidad.*

1313 2800	*Cantidad.*
200. .	— $200Z^4$
1513 2800	*Cant. Corr.*
10000. .	+ $10000Z^3$
5132800	*Reſiduo* 1º
2147200.	— $200Z^4$
7280000.	+ $10000Z^3$
5132800	*Diferencia.*
0000	*Reſiduo* 2º

el primer punto de la *Cantidad* 1313 por 200 ſale 6: ſu $\sqrt{}^3$ es 1. y es la primera letra de la √ *menor*, eſcriveſe ſobre la raya, y hecha la ſuma, y reſta, queda el *Reſiduo* 1º formando las Tablas de $200Z^4$, y

 $10000Z^3$

10000Z^3 del §.58. sale la segunda letra 2: y toda la *raiz* 12: Por no tener esto especial dificultad, no multiplico exenplos.

CAP. XIV.

CONCLVSION DE LAS RAIZES *Conpuestas.*

172 EN el discurso de este libro se ha visto, el metodo universal de sacar todas las raizes sinples, ò conpuestas con un mesmo estilo; aunque las operaciones se aumentan al passo, que las *Potestades* suben, y entran mas especies diferentes en la conposicion. En este artificio consiste unicamente la extension infinita de la *Algebra*, y el que le tuviere bien entendido, puede estar seguro, que no hallarà enigma tan confuso, que no pueda resolver facilmente si tuviere terminos bastantes para la solucion. Por ser este negocio de tanto peso pondrè una breve suma de lo que ha de observar el Arithmetico, para la facilidad, y acierto.

173 *Avisos generales para las raizes.* Lo primero tendrà una *falsa regla*, no solo con lineas rectas para escrivir, sino con lineas perpendiculares, con moderada distancia, paraque los numeros desahogados se correspondan en cada linea, el 1.º al 1.º, el 2.º al 2.º &c. como se ve en las formulas, particularmente

larmente en la del §.111. Si este orden no se guarda, todo serà confusion, y jamas los puntos, que son la guia, corresponderan bien a las letras, que deven de la *Cantidad*.

174 El primer cuidado pues ha de ser escrivir los puntos en sus devidos lugares §.66, y 92: porque si esto se yerra, es inpossible acertar en la operacion. Luego reconocerà si ay algun punto superfluo, y esto sucede, sienpre que en las conposiciones de sola afirmacion, el numero de algun Caracter escrito en su punto excediere a la *Cantidad*, que le corresponde (§.83.) pero si ay negacion atenderà a la regla del §.103: Con el mesmo cuidado ha de reconocer, si es, ò no la *Cantidad* diminuta, y le falta algun punto por el §.104: y para determinar la primera letra observarà la regla del §.105, y 106.

175 Determinada la primera letra, se escrive sobre la raya, y se buscan sus *Potestades*, y multiplicando cada una por el Numero de su *Caracter*, se escrive el *Producto* en su punto. Las *Potestades* se hallan por su continua multiplicacion; como si la letra fuere 6: seràn 6 vezes 6 es 36 su Q. y 6 vezes 36 es 216 su C.º Pero con mas facilidad se hallaràn en las Tablas del §.11: tomando el 6 a mano derecha, hallo en la Tabla Z^2 36 su Q. y en la Tabla Z^3: 216 su C.º, y en la Tabla Z^4 1296 su QQ. &c. Quando ai negacion se guarda el estilo del §.92.

176 Concluida la primera operacion se añade

zero a la primera letra, y se forman las Tablas del §16,ò 58: las sumas de los *Divisores* se escrive aparte con el *Residuo* 1.º sienpre que ay negacion, como en el §.96. 113. 115: Quando los *Caracteres* son todos afirmados basta ordinariamente tomar el *Divisor* del *Caracter* maior, pero tanbien se podia guardar el mesmo estilo; para maior exaccion; aunque esto no es necessario, sino quando el numero de algun *Caracter* es tan grande, que su *Divisor* casi iguala, ò excede al *Divisor* del *Caracter maior*: los *Restadores* se escriven, y restan como en las formulas: Para la tercera letra se guarda el mesmo estilo, y assi infinitamente.

177 *Para la Negacion inversa.*

Si se ha de sacar la *raiz* maior, se observa respeto de los *Caracteres* afirmados la regla, q̃ se diò en el §.105; y 106 de los *Caracteres* negados; pero con esta diferencia, que en la negacion directa la *raiz* del *Quociente* §.106 es menor que la *raiz* que se busca, y en la *negacion inversa* es maior, porque la parte afirmada sienpre ha de ser maior que la negada: de donde se infiere que si la *raiz* del *Quociente* §.106. fuere vnidad con zeros como 10.100.1000.&c: la *raiz* de la *Cantidad* que ha de ser menor en la negaciõ inversa, tendrà una letra menos, y siendo la *Cantidad* diminuta, la primera letra de la √ serà 9. esto es precisamente necessario; para determinar en tal caso los pũtos de la *Cãtidad*: y la primera letra de la *raiz*.

178 Quando en la negacion inversa ai muchos grados afirmados, y muchos negados; si los numeros de los Caracteres fueren grandes, deven examinarse todos; y si todos concuerdan en iguales puntos como en el §.165. no ai duda, que tantas letras abrà de tener la *raiz*, pero si en el numero de un *Caracter* se hallaren mas puntos que en otro, se tendrà atencion al que tuviere mas puntos.

179 Pero sacando la √ *menor*, adviertase que no puede tener mas letras, que puntos admite la *Cantidad*: y si los numeros de los grados negados escritos cada uno en su primer punto, y sumados con la *Cantidad* fueren menos, que la suma de los afirmados escritos en su punto 1.º, serà el punto 1.º superfluo: Estos avisos bastan para dar luz, pues conprehender todos los casos, en tanta infinidad de conbinaciones, es inpossible a nuestra cortedad: el exercicio aprovecharà mas, que la multitud de preceptos.

180 *La Aproximacion de las raizes conpuestas.*

Guarda el mesmo estilo de las sinples *Cap.* 5.º A las letras que se hallaron de *Raiz*, se añade zero, y seràn valor de A^1. y al *Residuo* de la *Cantidad* se añaden tantos zeros como es el *Exponente* maior: y a cada numero de los Caracteres, se añaden tantos zeros como es la diferencia de su *Exponente*, y del *Exponente* maior: Formanse las Tablas con estos nuevos numeros. Hallada la primera letra de la aproximacion, para la segunda, se añaden otra vez los mesmos zeros sobre los primeros; y para la tercera otra vez sobre los segundos, &c.

Exen-

181 *Exenplo de la aproximacion.*

En el §.170. se diò la *Cancidad* 113471872 igual à $9000Z^3 + 300000Z^1 - 1Z^5 - 60Z^4$. hallòse la √ *menor* 24, y quedò el *Residuo* 2.º 9725056: añadido zero al 24 serà 240 valor de A^1. y por ser el *Exponente* maior 5. se añadiràn al Residuo 2º 5 zeros: 972505600000. la diferencia de los *Exponentes* Z^5, y Z^4 es 1: a 60 numero de Z^4 se añadirà un zero, y seràn $600Z^4$: la diferencia de Z^5, y Z^3 es 2: a 9000 numero de Z^3 se añadirà 2 zeros, y seràn $900000Z^3$: la diferēcia de los *Exponētes* Z^5, y Z^1 es 4: a 300000 numero de Z^1 se añadirà 4 zeros, y serà $3000000000Z^1$: como se ve en la *formula*.

182 *Formula de la aproximacion primera.*

2.4:9: √ *Aproximada de la Cantidad.*

972505600000	*Resid.* 2º *con* 5 *zeros.*
160924476249	$-1Z^5$
315818400600	$-600Z^4$
476742876849	*suma* —
136282410000	$+900000Z^3$
27000000000	$+3000000000Z^1$
138982410000	*suma* +
91308122315 1	*Difer. de* +, *y* —
59424376849	*Residuo* 3.º

183 *Tabla de* $-1Z^5$ *del* §.16.

	Potestades de A.	*Divisores.*	*Potest. B.*	*Restadores.*
5	3317760000	16588800000	9	149299200000
10	13824000	138240000	81	11197440000
10	57600	576000	729	419904000
5	240	1200	6561	7873200
			59049	59049
		16727617200	*suma.*	160924476249

Tabla de $-600Z^4$ *del* §.58.

	Potest. de A	Product.	Num.	Divisores.	Por. B.	Restado. de Z4
4	13824000	55296000	600	33177600000	9	29859840000 0
6	57600	345600	600	207360000	81	16796160000
4	240	960	600	576000	729	419904000
			600	600	6561	3936600
				33385536600	*suma.*	315818400600

Tabla de $+900000Z^3$ *del* §.58.

	Pot. de A.	*Product.*	*Numero.*	*Diviso. de Z3*	*Pot. B.*	*Restado. de Z3*
3	57600	172800	900000	145520000000	9	1309680000000
3	240	720	900000	648000000	81	52488000000
			900000	900000	729	656100000
				146168900000	*suma.*	1362824100000

184 La diferencia de los *Divisores* cabe en el *Residuo* 2.º 9 vezes, escrivase el 9 sobre la raya despues de dos puntos: concluidas las Tablas,

Pratica de los Divisores.

972505600000	*Resid.* 2.º
16727617200	$-Z^5$
33385536600	$-Z^4$
50113153800	*suma* —
146168900000	$+Z^3$
3000000000	$+Z^1$
149168900000	*suma* +
99055746200	*Difer.*

y restada la *Diferencia de* +, y — del *Residuo* 2.º queda el Residuo 3.º, y la *raiz* es $24\frac{9}{10}$.

185 Si se huviere de sacar otra letra para tener la *raiz* mas proxima, se añadirà zero a los 24: 9 de √ y serà

y serà 2490 valor de A^1 añadidos 5 zeros al *Residuo* 3°. serà 5942437684900000: añadido 1 zero a 600 seràn 6000 Z^4 añadidos 2 zeros a 900000, seràn 90000000Z^3 añadidos 4 zeros a 3000000000 seràn 3000000000000Z^1. y se harà otra nueva *formula* con estos nuevos *numeros*: la letra es 5.

186 *Formula de la aproximacion segunda.*

2.4:9.5. √ *De la Cantid. segunda vez aproximada.*

5942437684900000	*Res.* 3°. *con otros* 5. *zeros*
964898320409375	— 1Z^5
1852589880000000	— 6000Z^4
2817488200409375	*suma* —
8386953750000000	+ 90000000Z^3
1500000000000000	+ 3000000000000000Z^3
8536953750000000	*suma* +
5719465549590625	*Diferencia de* +, *y* —
222972135309375	*Residuo* 4°.

187 Quando la negacion es *inversa*, si aviendo sacado una raiz saliere irracional, provarà el Arithmetico a sacar la otra, que tal vez le saldrà *racional*, como se ve en este exenplo, que la *raiz* maior se hallò racional 68 en el §.166, y la menor *irracional* en el §.170. Quando le inporta al Arithmetico hallar la muy proxima, no ha de perdonar al trabajo.

Fin del Libro segundo.

LIBRO III.

DE LA ALGEBRA.

LA parte mas sutil no solo de la Arithmetica, sino de las Mathematicas, es la Algebra; y la menos entendida de los Arithmeticos, no tanto por su dificultad, quanto por los muchos preceptos con que los Antiguos confundieron sus operaciones. Estas son el unico ojeto de este breve libro; su brevedad alentarà a los mas pusilanimes, pues nadie, creo, se persuadirà, que es inaccessible, ni aun dificultosa la Facultad, que puede ceñirse à tan breves, y claros preceptos, como dirà la experiencia, que espero ha de ser el maior desenpeño.

CAP. I.

DEFINICION; DIVISION; Y FUNDAmentos de la Algebra.

1 ALGEBRA es dotrina analytica: *anàlysis* diccion griega es lo mesmo, que en latin *resolutio*, y en castellano *resolucion*: Analytica es

resolutiva; con que *Algebra* es una facultad, ò arte resolutiva, que enseña a resolver las questiones por los mesmos terminos con que se conpusieron. Los Arabes la llamaron *Algebra*, que es tanto como restauracion, y *Almucabula*, que es oposicion, porque los *Caracteres* incognitos en la una parte, se oponen a una *Cantidad* conocida en la otra parte de la igualacion.

2 Los Italianos la llamaron Regla de la *Cosa*, *y censo*, que es Regla de la *Raiz*, *y Quadrado*, porque la maior parte de sus questiones se resolvian por *Quadrado*, *y raiz*: suponiendo por *raiz* una *cosa* incierta, en lugar de la magnitud cierta, que busca. *Arte Maior* se llama, porque entre todas las reglas de la *Arithmetica*, es la maior, mas sutil, noble, y universal. *Logistica* se dize tanbien, que es suputacion, ò calculo: su Logica es la mejor, y el methodo de argumentar es el mas cierto, como el mas senzillo, facil, y llano, fundado en menos, y mas universales principios.

3 Atribuyen algunos su invēcion a cierto Mahomet Arabe, hijo de Moises, pero sin fundamento, aunque no se puede negar, que los Arabes exercitarō esta ciencia nobilisima (con otras muchas que nos participaron) y le dieron nonbre. Comunmente se dize, que fue su Inventor Gebro Astronomo Arabe, de quien tomò el nombre de Algebra: pero lo mas cierto es, que el primer Autor fue Diophanto Alexandrino por ser el primero, que sabemos aver escrito de esta facultad, y en el prologo a Dionysio, dize que enprendia la explicacion de una ciencia no conocida hasta entonces. Del tienpo en que floreciò Diophanto, no consta; pero es muy provable, que fue en el primer siglo de Christo nuestro Redentor, inperando Neron.

4 Dividese la *Algebra* en *vulgar*, y *Especiosa*. La *vulgar* exercita su logica, y operaciones con los numeros conocidos; hasta hallar alguna igualacion entre los Caracteres incognitos, y alguna *Cantidad* conocida, y por su medio resolver la magnitud, ò numero de que se dudava. La *Especiosa* dexa los numeros, y en su lugar se vale de ciertas especies, formas, ò Caracteres, hasta hallar la igualacion, que busca: llamase *Vietæa* de su author Francisco Vieta, a quien devemos esta noble invencion. Las especies, formas, ò Caracteres son las mesmas letras del Abecedario, aora sean maiusculas, redondas, ò cursivas; que en esto no ai singular misterio: solo para mas claridad, se devē tomar las primeras letras del alphabeto *a.b.c.*&c. en lugar de los numeros conocidos, y las vltimas *z*, *y*, *x*, &c. en lugar de los numeros incognitos, que se buscan.

5 Todo su artificio consiste en las dos Progressiones *Arithmetica*, y *Geometrica* del *lib*. 2. *cap*. 1°. y se deve tener muy en la memoria todo, lo que alli se dixo de la *raiz*, *potestades*, *nonbres*, *exponentes*, y *caracte-*

racteres coſsicos; que repreſentan a las *Magnitudes Eſcalares*, ò *Graduales* de la Progreſsion Geometrica.

Progr. Geō. 1. 4. 16. 64. 256. 1024. 4096. 16384.

Caracteres. 0 Z^1. Z^2. Z^3. Z^4. Z^5. Z^6. Z^7.

Conſideraſe la Progreſsion Geometrica, como una eſcalera, la unidad en el ſuelo, y la *raiz* Z^1 que puede ſer qualquier numero, y en eſta *Progreſsion* es 4, en el llano de la primera grada: las otras gradas, que ſon las *Poteſtades* Z^2. Z^3 &c. nacen de la continua multiplicaciō de la *raiz*: 4 vezes 4. 16: 4 vezes 16. 64 &c: y por eſſo ſe llaman *Magnitudes Eſcalares*, ò *Graduales.*

6 Determinada qualquiera grada ſe determinā todas, porque ſi la grada, que ſe da, es la primera Z^1, y ſu valor 4 por ſu continua multiplicacion, ſe determinaran todas: pero ſi la grada fuere la quarta Z^4, y ſu valor 256, ſacādo la $\sqrt{}^4$ de eſta *Cātidad* 256 por el *lib.* 2. *cap.* 4. ſe hallarà 4 valor de Z^1, ò la primera grada: ſi ſe da la grada ſeptima Z^7, y ſu valor 16384 ſe hallarà la $\sqrt{}^7$ que es 4 valor de Z^1, ò la primera grada, y con ella ſe determinaràn todas:

7 Es digno de conſideracion, que en qualquiera *progreſsion geometrica*, que comience de la vnidad, todos los numeros de las gradas, cuyos *exponentes* ſe pueden partir juſtamente por 2, ſon *Quadrados racionales*, que tienen *raiz quadrada racional*: como en la quarta grada eſtà 236, el *exponente* de Z^4 ſe puede partir por 2: digo pues que 256 es *Quadrado*, y ſu $\sqrt{}^2$ es 16:

es 16:

es 16: En la ſexta grada eſtà 4096: el *exponente* de Z^6 ſe puede partir por 2; tanbien 4096 es *Quadrado*, y ſu $\sqrt{}^2$ es 64: &c. de la meſma ſuerte, todos los numeros cuios *exponentes* ſe puedē partir por 3: ſon *cubos*, que tienen *raiz cubica racional*. Si el numero de la primera grada es *Quadrado racional*, todos ſon *Quadrados*, como en la *progreſsion* del §. 4. Si el primero es *cubo*, todos ſon *cubos*, como en la *Progreſsion* 3. del *lib.* 2. §. 2.

8 La propriedad mas admirable de eſtas dos *progreſsiones*, es la que ſe advirtiò *lib.* 1. §. 215. que la ſuma de los *exponentes* equivale a la multiplicacion de los numeros, y la reſta a la particiō: como ſi ſe toman la ſegunda, y quinta grada Z^2 4: Z^5 1024: la ſuma de los *exponentes* Z^2 Z^5 es Z^7: multiplicādo 1024 por 4, ſale 16384, que eſtà en la ſeptima grada con Z^7. Si ſe toman Z^7 16384, y Z^2 4 reſtando los *exponentes* queda Z^5, y ſi ſe parte 16384 por 4 ſale 1024; que eſtà en la quinta grada con Z^5. &c. Si ſe huvierē de multiplicar los numeros de la ſegunda, quarta, y ſexta grada 16. 256. 4096, y partir al producto 16777216 por el numero de la ſeptima 16384, ſale el *Quociente* 1024: que correſponde a Z^5. de la meſma ſuerte ſumando los *exponentes* de Z^2 Z^4 Z^6 ſale Z^{12}, reſtando Z^7, queda Z^5 que correſponde a 1024: con que ſe ve la facilidad, y conpendio de las letras, en lugar de numeros.

CAP.

CAP. II.

ALGORITHMO DE LOS CARACTERES ſinples.

9 ALGORITHMO ſe llaman las quatro reglas de ſumar, reſtar, multiplicar, y partir. Los *Caracteres* ſon ſemejantes, quando la letra, y el *exponente* es el meſmo, aunque los numeros que les preceden ſean diferẽtes. Como $10Z^2$, y $20Z^2$. *Diferentes* ſon, quando la letra, ò el *Exponente* fueren diferentes, aunque en lo demas cõcuerden: como Z^2, y Z^5 ſon diferentes Caracteres por ſer diferentes los *exponentes*, aunque la letra es la meſma. Al contrario Z^2, y X^2 ſon diferentes Caracteres, aunque el *exponente* es el meſmo. Eſtos Caracteres ſe llaman ſinples quando no llevan el ſigno + *mas*, ni — *menos*: y quãdo llevan los ſignos +, ò — ſe llaman conpueſtos como $A^2 + 20$: &c. *Obſervеſe eſte §. con cuidado.*

REGLA I.

10 *Del ſumar Caracteres ſinples.*

Quando los *caracteres* ſon ſemejantes, ſe ſuman llanamente los numeros, que preceden a las letras; y deſpues ſe pone la meſma letra, y *exponente*; como ſe ve.

Exenplo 1º.	*Exenplo* 2º.	*Exenplo* 3º.	*Exenplo* 4º.
$6A^1$	$5A^2$	$15Z^5$	$11X^3$
$10A^1$	$3A^2$	$8Z^5$	$4X^3$
$1A^1$	$20A^2$	$30Z^5$	$3X^3$
ſuma $17A^1$	*ſuma* $28A^2$	*ſuma* $53Z^5$	*ſuma* $18X^3$

11 Quan-

11 Quando los *caracteres* ſon diferentes, por ſer diferente letra, ò diferente *exponente*, ſe ſuman con el *ſigno* +, como $60Z^2$ ſe ha de ſumar con $15Z^5$ ſerà $60Z^2 + 15Z^5$; Item $20A^1$ ſumando con $6B^3$ ſerà $20A^1 + 6B^3$. Item $5Z^2$ ſumado con $7X^2$ ſerà $5Z^2 + 7X^2$. Si huviere tres, ò mas Caracteres diferentes, ſe obra de la meſma ſuerte: como ſi ſe han de ſumar $6Z^2$, y $10Z^3$, y $15A^1$, y $20A^2$: ſerà la ſuma $6Z^2 + 10Z^3 + 15A^1 + 20A^2$. &c.

12 Pero ſi huviere algunos ſemejantes, y otros diferentes, ſe ſumaran los ſemejantes como en el §. 9: y los diferentes con el +. Como en los exenplos ſiguientes.

Exenplo 1º	*Exenplo* 2º	*Exenplo* 3º
$6A^2$	$5A^6$	$15Z^1$
$12A^2$	$10A^6$	$10Z^1$
$5A^3$	$10A^6$	$7Z^3$
$4A^3$	$20Z^2$	$11X^2$
ſuma $18A^2 + 9A^3$.	*ſuma* $22A^6 + 20Z^2$	*ſuma* $25Z^1 + 7Z^3 + 11X^2$

En el *Exenplo* 1º ſumando los numeros de A^2 6, y 12 ſon $18A^2$: Luego los de A^3 5, y 4 ſon $9A^3$, y toda la ſuma $18A^2 + 9A^3$. En el *Exenplo* 2º. ſumando 1º los numeros de A^6 5, 7, y 10 ſon 22 A^6 luego $+ 20Z^2$, ſerà la ſuma $22A^6 + 20Z^2$. En el *Exenplo* 3º. ſumãdo los numeros de Z^1 15, y 10 ſon $25Z^1$: y toda la ſuma $25Z^1 + 7Z^3 + 11X^2$.

Regla

REGLA II.

13 Del restar Caracteres sinples.

Si las letras, y *exponentes* son semejantes, se restan los numeros senzillamente; pero si el *restador* fuere maior que la *cantidad*, se quita el menor del maior, y se pone a la resta el signo —, como en los exenplos.

Exenplo 1.	*Exenplo* 2.	*Exenplo* 3.	*Exenplo* 4.
$15\ Z^1$	$20\ Z^3$	$12\ A^2$	$8\ X^1$
$8\ Z^1$	$7\ Z^3$	$20\ A^2$	$32\ X^1$
resta $7\ Z^1$	*resta* $13\ Z^3$	*resta* $-8\ A^2$	*resta* $-24\ X^1$

En el *Exenplo* 1. quitando 8 de 15 quedan $7Z^1$: en el *Exenplo* 2. quitando 7 de 20 quedan $13Z^3$: en el *Exenplo* 3. porque el *restador* 20 es maior que la *Cantidad* 12: se quitaràn 12 de 20, quedan 8, y con el *signo* — serà la resta $-8A^2$: en el *Exenplo* 3. por la mesma razon quitando 8 de 32, serà la resta $-24X^1$. Esto se ofrece muchas vezes en las igualaciones.

14 Quando las letras, ò *exponentes* son diferentes, se restan con el *signo* — aora sea maior, ò menor el numero del *restador*: como se ve.

Exenplo 1.	*Exenplo* 2.	*Exenplo* 3.	*Exenplo* 4.
$10\ A^1$	$5\ A^2$	$30\ Z^2$	$20\ X^5$
$8\ B^1$	$9\ B^1$	$50\ Z^1$	$90\ X^2$
res. $10A^1-8B^1$.	$5A^2-B^1$.	$30Z^2-50Z^1$.	$20X^5-90X^2$

En el sumar, y restar nunca se mudan los exponentes. Aunque esto es tan facil, deve el Arithmetico exercitarse, variando las letras, y los *exponentes*, porque inporta para la facilidad, no atarse a letra alguna determinada.

15 *Regla*

REGLA III.

15 Del Multiplicar Caracteres sinples.

Si las letras son semejantes, se multiplican los numeros, que preceden, y los *exponentes* se suman, como en los exenplos.

Exenplo 1.	*Exenplo* 2.	*Exenplo* 3.
$4\ A^3$	$10\ A^1$	$15\ z^2$
6	$7\ A^3$	$5\ z^4$
$24\ A^3$ *Prod.*	$70\ A^4$ *Prod.*	$75\ z^6$ *Prod.*

En el *exenplo* 1. multiplicando 4 por 6 sale 24: y con la mesma letra, y *exponẽte* serà el *Producto* $24\ A^3$: En el *exenplo* 2. 10 por 7 es 70: 1 y 3 son 4: es el *Producto* $70\ A^4$: En el 3. 15 por 5 es 75: 2, y 4 son 6: *Producto* $75\ Z^6$:

16 Quando las letras son diferentes se multiplican los numeros, y las letras se juntã con sus mesmos *exponentes*, sin interponer signo alguno: como se ve en los exenplos.

Exenplo 1.	*Exenplo* 2.	*Exenplo* 3.	*Exenplo* 4.
$1\ A^1$	$4\ z^2$	$7\ b^3$	$10\ p^2$
$6\ B^1$	$3\ y^3$	$5\ z^3$	$2\ q^3$
Prod. $6\ A^1B^1$.	$12\ z^2y^3$	$35\ b^3z^3$.	$20\ p^2q^3$.

En el *exenplo* 1. multiplicando $1\ A^1$. por $6\ B^1$ los numeros, que preceden son 1, y 6: multiplicando 1 por 6 sale 6: con que serà el *Producto* $6\ A^1B^1$. En el 2. multiplicando 4 por 3 sale 12. y añadidas las letras con sus *exponentes* serà el *Producto* $12\ z^2y^3$. &c.

 17 De

17 De la meſma ſuerte ſe multiplica el *Producto* de los Caracteres, por otro Caracter ſinple, y un *Producto* por otro: como en los exenplos ſiguientes.

	Exenplo 1°	*Exenplo* 2°	*Exenplo* 3°
	$6\,A^1B^1$	$12\,z^2y^3$	$6\,A^1B^1$
	$2\,Z^2$	$4\,x^3$	$12\,Z^2Y^3$
Prod.	$12A^1B^1Z^2$.	$48z^2y^3x^3$.	$72A^1B^1Z^2Y^3$.

En el *exenplo* 1°: multiplicado los numeros, que preceden 6 por 2 ſon 12 añadidas las letras con ſus *exponentes*, ſerà el *Producto* $12\,A^1B^1Z^2$: en el 3° 6 por 12 es $72\,A^1B^1Z^2Y^3$. &c.

18 Quando en las dos partes eſtà una meſma letra, no ſe deve repetir, ſolo ſe han de ſumar los *exponentes* de las letras ſemejantes como en el §.15.

	Exenplo 1°	*Exenplo* 2°	*Exenplo* 3°	*Exenplo* 4°
	$8\,b^2d^1$	$10\,z^3x^2$	$15\,a^1b^3$	$9\,a^3z^2$
	$3\,b^3$	$6\,x^1$	$4\,a^3d^2$	$10\,x^5z^4$
Prod.	$24\,b^5d^1$.	$60\,z^3x^3$.	$60\,a^4b^3d^2$.	$90\,a^3z^6x^5$.

En el *exenplo* 1° multiplicando 8 por 3 ſeràn 24. y, porque en las dos partes eſtà la letra *b*, ſe ſumaràn los *exponentes* 2, y 3: y ſerà b^5, y añadida la otra letra con ſu *exponente* d^1, ſerà el *Producto* $24\,b^5d^1$: en el 2° ſe ſuman los *exponentes* de x^2, y x^1: en el 3° los de a^1, y a^3: en el 4° los de z^2, y z^4, como ſe ve. *Advierto que el eſtar una letra primero que otra no tiene miſterio*, y aſſi lo meſmo es $10\,b^2d^3$, que $10\,d^3b^2$: como en los numeros, lo meſmo es multiplicar 4 por 6, que 6 por 4: pues ſienpre ſale el meſmo *Producto* 24.

Re-

REGLA IV.

Del partir Caracteres ſinples.

19 Si las letras ſon ſemejantes, y el *Partidor* tuviere menor numero, y *exponente*, ſe partiràn los numeros llanamente, y ſe reſtaràn los *exponentes*: y ſi los *exponentes* fueren iguales, ſe quitarà la letra, y quedarà por *Quociente* el numero.

	Exenplo 1°	*Ex.* 2°	*Ex.* 3°	*Ex.* 4°	*Ex.* 5°
	$12\,z^3$	$20\,b^5$	$15\,z^3$	$6\,d^1$	$1\,z^2$
	4	$10\,b^2$	$5\,z^3$	$6\,d^1$	$1\,z^2$
Quoc.	$3\,z^3$	$2\,b^3$.	3.	1	1.

En el *exenplo* 1° partiendo 12 por 4 ſale el *Quociente* 3, y con la meſma letra, y *exponente* ſerà el *Quociente* $3\,z^3$. En el 2° partiendo 20 por 10 ſalen $2\,b^3$. En el 3° partiendo 15 por 5, es el *Quociente* 3. y porque los *exponentes* ſon iguales no ſe pone letra, y queda por *Quociente* ſolo el numero 3. lo meſmo es en el 4° y 5°.

20 Pero ſi las letras fueren diferentes, ò ſiendo ſemejantes tuviere el *partidor* maior numero, ò *exponente*, ſe harà quebrado poniendo el *partidor* debaxo: como ſe ve.

	Exenplo 1°	*Exenplo* 2°	*Exenplo* 3°	*Exenplo* 4°
	$6\,Z^2$	$7\,A^3$	$5\,B^3$	$10\,X^2$
	$4\,X^1$	$9\,B^5$	$8\,B^2$	$5\,X^3$
Quocien.	$\frac{6\,Z2}{4\,X1}$	$\frac{7\,A3}{9\,B5}$	$\frac{5}{8}B^1$	$\frac{10\,X2}{5\,X3}$

En el *exenplo* 1° partiendo $6\,Z^2$ por $4\,X^1$ es el *Quociente* $\frac{6\,z2}{4\,x1}$: en el 3° por ſer las letras ſemejantes, y te-

ner

ner el *Partidor* menor *exponente*, se restan los *exponentes*, y se haze quebrado de los numeros, que preceden, y es el *Quociente* $\frac{5}{8}B^1$. &c.

21 De la mesma suerte se parte un *Producto* de *Caracteres* por otro *Caracter*, ò por otro *Producto*: y si en las dos partes huviere letras semejantes, se guarda la regla del §. 19.

Exenplo 1º	*Exenplo* 2º	*Exenplo* 3º	*Enenplo* 4º
$10 Z^2 X^3$	$6 X^1 B^3$	$12 A^3 B^2$	$20 Z^2 B^3$
$8 A^1 B^2$	$3 B^1$	$3 A^2 B^1$	$4 Z^2 B^3$
Quociẽ. $\frac{10 z2 x3}{8 A1 B2}$	$2 X^1 B^2$	$4 A^1 B^1$	5.

En el *exenplo* 1º partiendo $10 Z^2 X^3$ por $8 A^1 B^2$ es el *Quociente* $\frac{10z2x3}{8A1B2}$: en el 2º partiendo 6 por 3 serà el *Quociente* 3, y quitando el *exponente* de B^1 del *exponente* B^3 quedarà B^2, y serà el *Quociente* $2 X^1 B^2$: en el 3º partiendo 12 por 3 sale 4: y restando los *exponentes* serà el *Quociẽte* $4 A^1 B^1$: en el 4º partiendo 20 por 4 sale 5, y porque en las dos partes se hallan las mesmas letras, y *exponentes*, se quitaràn, y serà el *Quociẽte* 5 unidades: porque $20 Z^2 B^3$ contiene 5 vezes a $4 Z^2 B^3$. Estas quatro reglas han de estar bien sabidas, y exercitadas, antes de entrar en los Capitulos siguientes.

CAP.

CAP. III.

ALGORITHMO DE LOS CARACTERES conpuestos.

22 QVANDO los *Caracteres* son cõpuestos con los signos *mas* +, ò *menos* —, se ha de guardar en todas las operaciones del sumar, restar, multiplicar, y partir, las mesmas reglas del Capitulo antecedente; con que solo añadiremos agora los preceptos especiales, que pertenecen a los signos. Para esto se ha de considerar que siendo las letras, y *exponentes* semejantes, pueden ser los signos semejantes, ò diferentes. Y siendo las letras, ò *exponentes* diferentes, pueden ser los signos diferentes, ò semejantes.

REGLA 1.

23 *Del sumar Caracteres conpuestos.*

Quando las *letras*, *exponentes*, y *signos* son semejantes se suma como en el §. 10. interponiendo el mesmo *signo* +, ò — como se ve.

	Exenplo 1º	*Exenplo* 2º	*Exenplo* 3º
	$6z^4+10b^1$	$8y^2+10$	$8+5a^3+4b^2$
	$3z^4+5b^1$	$6y^2+4$	$5+9a^3$
suma.	$9z^4+15b^1$	$14y^2+14$	$13+14a^3+4b^2$

Exen-

	Exenplo 4.°	Exenplo 5.°	Exenplo 6.°
	$3a^5 - 10b^1$	$6b^2 - 10b^1$	$5z^3 - 6z^2 - 10$
	$8a^5 - 5b^1$	$3b^2 - 8b^1$	$2z^3 - 9z^2 - 15$
ſuma.	$11a^5 - 15b^1$	$9b^2 - 18b^1$	$7z^3 - 15z^2 - 25$

24 Las letras ſemejantes que tienen un meſmo *exponente*, ſe eſcriven la una debaxo de la otra, como ſe ve en todos los exenplos, y ſi alguna eſtuviere ſola, ſe pone en la ſuma de la meſma ſuerte, como $4b^2$ en el *exenplo* 3.° En el *exenplo* 1.° ſumando $6z^4$ con $3z^4$ ſeràn $9z^4$, y ſumando $10b^1$ con $5b^1$ ſeràn 15, y toda la ſuma $9z^4 + 15b^1$. &c. de donde ſe infiere, que la ſuma de los *caracteres* conpueſtos ſe conpone de dos, ò tres ſumas de los *caracteres* ſinples, interpueſto el meſmo ſigno, q̃ llevan los *caracteres*, ſea +, ò −.

25 Quando las letras, y *exponentes* ſon ſemejantes, pero los ſignos diferentes, en lugar de ſumar, ſe ha de reſtar el numero menor del maior, y a la reſta ſe pone el ſigno del numero maior, y eſſa es la ſuma.

	Exenplo 1.°	Exenplo 2.°	Exenplo 3.°
	$5z^3 - 6z^2$	$5b^5z^1 + 7b^2 - 10$	$7a^3 - 6a^2 - 4$
	$4z^3 + 4z^2$	$2b^5z^1 - 4b^2 + 15$	$6a^3 + 4a^2 + 2$
ſuma	$9z^3 - 2z^2$	$7b^5z^1 + 3b^2 + 5$	$13a^3 - 2a^2 - 2.$

Los primeros numeros, y *caracteres* no acoſtumbrã llevar *ſigno*, pero ſe entiende ſienpre el *ſigno* +, y aſsi ſe ſuman ſienpre: los que eſtan deſpues de los ſignos ſon los que ſe reſtan como en el *exenplo* 1.° ſumando 5 y 4 ſon $9z^3$, y reſtando 4 de 6, quedan $2z^2$, y ſe pone el *ſigno* − porque 6, que es numero maior tiene el *ſigno* −, y ſerà la ſuma $9z^3 - 2z^2$: En el *exenplo* 2.° reſtando 4 de 7, queda $3b^2$, y reſtando 10 de 15, quedan 5 con el *ſigno* + porque 7. y 15 que ſon los numeros maiores tienen el *ſigno* +: y al contrario en el *exenplo* 3.°.

26 Pero ſi las letras, ò *exponentes* fueren diferentes, ſe dexa cada parte con ſu ſigno, poniendo entre las dos el *ſigno* +.

	Exenplo 1.°	Exenplo 2.°
	$6z^3 + 4z^2$	$11z^3 - 4z^1$
	$7a^1 - 10$	$6z^2b^1 + 5b^2$
ſuma.	$6z^3 + 4z^2 + 7a^1 - 10.$	$11z^3 - 4z^1 + 6z^2b^1 + 5b^2.$

En los *exenplos* ſe ve, que las ſumas ſon las meſmas partes juntas con el ſigno +.

27 Si juntamente huviere letras, y *exponentes* ſemejãtes, ſe obſervarà la dotrina de los §§. 23, y 25.

	Exenplo 1.°	Exenplo 2.°	Exenplo 3.°
	$8z^2 + 5z^1$	$6b^3 - 4b^2$	$7z^3 + 5z^1$
	$7z^2 - 12$	$8z^2 + 5b^2$	$4z^2 - 8z^1$
ſuma.	$15z^2 + 5z^1 - 12.$	$6b^3 + 1b^2 + 8z^2$	$7z^3 + 4z^2 - z^1.$ −3z

En el *exenplo* 1.° 8, y 7 ſon $15z^2$, los otros terminos quedan cõ ſus ſignos, y es la ſuma $15z^2 + 5z^1 - 12$. En el *exenplo* 2.° reſtando 4 de 5, queda $+1b^2$, los otros con ſus *ſignos*, y es la ſuma $6b^3 + 1b^2 + 8z^2$, ò ſino $6b^3 + 8z^2 + 1b^2$, que todo es uno. En el *exenplo* 3.° reſtando 5 de 8, queda $-3z^1$, y los otros con ſus

ſus *ſignos*, y es la ſuma $7 z^3 + 4 z^2 - 3 z^1$: Eſto pide exercicio, y conſideracion.

REGLA II.

28 *Del reſtar Caracteres compueſtos.*

Quando las *letras, exponentes, y ſignos* ſon ſemejantes, y el *reſtador* es menor, ſe reſta llanamente como en el §. 13. dexando el meſmo *ſigno*.

	Exenplo 1.º	Exenplo 2.º	Exenplo 3.º
	$6 z^1 + 10$	$4 b^2 - 6 b^1$	$6 a^4 x^2 + 7 a^2$
	$4 z^1 + 6$	$3 b^2 - 4 b^1$	$3 a^4 x^2 + 3 a^2$
reſta.	$2 z^1 + 4$	$1 b^2 - 2 b^1$	$3 a^4 x^2 + 4 a^2$

Pero ſi el numero del *reſtador* fuere maior, ſe quita el menor del maior, y ſe pone el *ſigno* contrario.

	Exenplo 4.º	Exenplo 5.º	Exenplo 6.º
Cantid.	$8 d^2 + 10 d^1$	$4 b^3 - 6 a^2$	$8 z^2 - 4 x^3$
reſta.	$5 d^2 + 15 d^1$	$3 b^3 - 8 a^2$	$10 z^2 - 8 x^3$.
Reſta.	$3 d^2 - 5 d^1$	$1 b^3 + 2 a^2$	$- 2 z^2 + 4 x^3$.

En los *exenplos* 1.º 2.º 3.º ſe ve, que el reſtar es llano: en el 4.º reſtando 5 de 8 quedan $3 d^2$, y al contrario reſtando 10 de 15 quedan $5 d^1$ con el *ſigno* contrario, y es la reſta $3 d^2 - 5 d^1$: lo meſmo es en el 5.º; En el 6.º reſtando 8 de 10 quedã $- 2 z^2$ porque en los primeros terminos, ſino llevan *ſigno*, ſe entiende +, y reſtando 4 de 8, quedan $+ 4 x^3$, y es la reſta $- 2 z^2 + 4 x^3$: y es lo meſmo que $4 x^3 - 2 z^2$.

29 Quando las *letras, y exponentes* ſon ſemejantes, y los *ſignos* diferentes, los terminos que preceden a los

a los *ſignos* ſe reſtan como en el §. 27. y 28: y los que ſe ſiguen ſe ſuman, y ſienpre ſe interpone el *ſigno* de la parte ſuperior, que es la *Cantidad*.

	Exenplo 1.º	Exenplo 2.º	Exenplo 3.º
Cãti.	$7 b^3 + 7 b^2$	$3 y^2 - 6 y^1 + 10$	$4 a^2 x^3 + 10 a^5 - 9 x^2$
reſta.	$5 b^3 - 6 b^2$	$1 y^2 + 8 y^1 - 20$	$6 a^2 x^3 - 8 a^5 + 3 x^2$
reſta.	$2 b^3 + 13 b^2$	$2 y^2 - 14 y^1 + 30$	$- 2 a^2 x^3 + 18 a^5 - 12 x^2$

En el *exenplo* 1.º reſtando 7 de 5 quedan $2 b^3$, y ſumando 7, y 6 por ſer los *ſignos* contrarios ſeràn 13, y porque la parte ſuperior tiene + ſerà la reſta $2 b^3 + 13 b^2$. Lo meſmo es en el 2.º: pero en el 3.º porq̃ en los primeros terminos ſe entiende +, y 6 numero del reſtador es mas que 4 numero de la *Cantidad*, reſtaſe 4 de 6, y con el *ſigno* contrario (§. 28.) ſerà $- 2 a^2 x^3$: ſumando 10, y 8 ſeràn $+ 18 a^5$ ſumando 9, y 3 ſeràn $- 12 x^2$, y toda la reſta $- 2 a^2 x^3 + 18 a^5 - 12 x^2$, y es lo meſmo que $18 a^5 - 2 a^2 x^3 - 12 x^2$. &c.

30 Quando las *letras*, ò *exponentes* ſon diferentes, los terminos de la parte ſuperior, ſe ponen en la reſta con ſus propios *ſignos*, y los del *reſtador* con los *ſignos* contrarios: guardando con los *caracteres* ſemejantes las reglas del §. 27. 28, y 29.

	Exenplo 1.º	Exenplo 2.º	Exenplo 3.º
Cantid.	$7 z^3 + 8 z^2$	$9 b^2 - 8 b^1 + 10$	$9 a^3 + 5 a^2$
reſta.	$5 z^3$	$4 b^2 + 2 z^3$	$6 z^2 + 7 z^1 - 30$.
reſta.	$2 z^3 + 8 z^2$	$5 b^2 - 8 b^1 + 10 - 2 z^3$	$9 a^3 + 5 a^2 - 6 z^2 - 7 z^1 + 30$.

En el *exenplo* 1.º y 2.º por ſer ſemejantes los primeros terminos, ſe reſtan como en el §. 27: y en el 1.º $+ 8 z^2$ de de la *Cantidad* se pone en la resta con su *signo* +: en el 2º $-8b^1+10$ se ponen en la resta con sus *signos*, y $+2z^3$ del *restador*, se pone con el *signo* contrario, y es la resta $5b^2-8b^1+10-2z^3$: En el 3º porque no ai *caracter* semejante, se ponen $9a^3+5a^2$ con su *signo*, y porque $6z^2$ del *restador*, se entiende, que lleva el *signo* + se pone con el contrario −, y los que se siguen tanbien con sus contrarios, y es la resta $9a^3+5a^2-6z^2-7z^1+30$.

REGLA III.

31 *Del multiplicar Caracteres conpuestos.*

En la multiplicacion generalmẽte se ha de observar, que si los *signos* son semejantes +, y +, ò − y − sienpre el *Producto* es +; pero si los *signos* son diferentes +, y −, ò − y + sienpre el *producto* es −. En todo lo demas se observan la *regla* 3. de los sinples Cap. 2º como si las letras son semejantes, se suman los *exponentes*, y se multiplican los numeros que precedẽ de esta suerte; començando por el primer termino del multiplicador de la mano derecha, se multiplican todos los de la *Cantidad*: luego por el 2º termino se multiplica otra vez toda la *Cantidad* &c: como en la Arithmetica vulgar, la suma de todo es el *Producto* de la multiplicacion.

32 Exen-

32.	*Exenplo 1º*	*Exenplo 2º*
Canti.	$4z^3+2z^1$	$3b^4+2b^1-6$
Multip.	$6z^3+3z^1$	$4b^1-5$
	$+12z^4+0z^2$	$-15b^4-10b^1+30$
	$24z^6+12z^4$	$12b^5+8b^2-24b^1$
	$24z^6+24z^4+6z^2$	$12b^5-15b^4+8b^2-34b^1+30$.

En el *exenplo* 1º començando por $3z^1$, que es el primer termino a la mano derecha del mutiplicador, digo 3 vezes 2 son 6, y sumando los *exponentes* 1, y 1 son 2, con que serà $+6z^2$ por ser los *signos* +, y +. Luego multiplicando $3z^1$ por $4z^3$ sale $+12z^4$ por ser los *signos* semejantes, pues $4z^3$ se entiende con el *signo* +: Acabada la multiplicacion por el primero, se multiplica por el 2º $2z^1$ por $6z^3$ serà $12z^4$: que se escrive en otra linea mas abaxo, enfrẽte del multiplicador $6z^3$. Luego $4z^3$ por $6z^3$ serà $+24z^6$. Sumado las dos lineas, sale el *Producto* $24z^6+24z^4+6z^2$.

33 En el *exenplo* 2º començando por los primeros terminos de mano derecha, 5 vezes 6 son +30 por ser los *signos* semejantes −, y −: Luego 5 vezes $2b^1$, son $-10b^1$ por ser los *signos* diferentes +, y −: luego 5 vezes $3b^4$ son $-15b^4$: Multiplicase despues por el 2º termino $4b^1$. Multiplicando pues −6 por $4b^1$, sale $-24b^1$ por ser los *signos* diferentes: Luego $2b^1$ por $4b^1$ sale $+8b^2$: Luego $3b^4$ por $4b^1$ sale $+12b^5$, la suma de todo por el §. 26. serà el *Producto* de la multiplicacion $12b^5-15b^4+8b^2-34b^1+30$: y poniendo

niendo a lo ultimo los *ſignos* — ſerà $12\,b^5 + 8\,b^2 + 30 - 15\,b^4 - 34\,b^1$, que todo es uno.

34 **Exenplo 3.°**

	Cantidad.			$4a^3$	$+5a^2$	$-3a^1$	$+4$
	Multiplicador.				$2a^2$	$-2a^1$	-3
Exponentes.	6	5	4	3	2	1	0
Multiplicacion por 3.				$-12a^3$	$-15a^2$	$+9a^1$	-12
Multiplic. por $2a^1$.			$-8a^4$	$-10a^3$	$+6a^2$	$-8a^1$	
Mul. por $2a^2$.		$+8a^5$	$+10a^4$	$-6a^3$	$+8a^2$		
Producto.		$8a^5$	$+2a^4$	$-28a^3$	$-1a^2$	$+1a^1$	-12

Deſpues de la *Cantidad*, que ſe ha de multiplicar, y del *multiplicador*, ſe pueden poner los *exponentes*, 0. 1. 2. 3. 4. &c. baſtantemente diſtantes, que ſirvan de guia, para eſcrivir los *Productos* de la multiplicacion, y ſe correſpondan los *exponentes* ſemejantes, con que ſe evitarà la equivocacion, que facilmente podia ſuceder en la ſuma. Medite el Letor eſte *exenplo* con atencion, y exercitefeen otros ſemejantes.

35 Si huviere letras diferentes, ſe guarda el meſmo eſtilo, que en el multiplicar los *caracteres* ſinples, y en ordẽ a los *ſignos* ſe obſerva la meſma regla §.31. Multiplicaſe 1.° los numeros. 2.° ſe juntan las *Letras* diferentes con ſus propios *exponentes*: 3.° ſi ay tanbiẽ *letras* ſemejantes, ſe ſuman los *exponentes*. 4.° Los *ſignos* ſemejantes +, y +, ò —, y — hazen +: y los diferentes —, y +, ò +, y —, hazen —.

Exen-

Exenplo 1.°

$$\begin{array}{r} 2b^1 + 4z^2 \\ 3z^1 \\ \hline 6b^1z^1 + 12z^3 \end{array}$$ *Producto.*

Exenplo 2.°

$$\begin{array}{r} 4z^2y^1 - 2y^2 \\ 1z^1 - 3y^1 \\ \hline -12z^2y^2 + 6y^3 \\ +4z^3y^1 - 2z^1y^2 \\ \hline \end{array}$$

Producto. $4z^3y^1 - 12z^2y^2 - 2z^1y^2 + 6y^3$

36 En el *exenplo* 1.° multiplicando 4 por 3: ſeràn 12: y ſumando los *exponentes* 2 y 1. ſeran $+12\,z^3$ por ſer los *ſignos* ſemejantes + y +: luego multiplicando 2 por 3 ſale 6. y juntando las *letras* diferentes con ſus propios *exponentes* ſerà $6\,b^1z^1$, y todo el *Producto* $6\,b^1z^1 + 12\,z^3$. En el *exenplo* 2.° multiplicando $-2\,y^2$ por $-3\,y^1$, ſale $+6\,y^3$ por ſer los *ſignos* ſemejantes —, y —: multiplicando $+4\,z^2y^1$ por $-3y^1$, ſale $-12\,z^2y^2$ por ſer los *ſignos* diferentes +, y —. Luego multiplicãdo $-2\,y^2$ por $+1\,z^1$, ſale $-2z^1y^2$: multiplicando $+4\,z^2y^1$ por $+1\,z^1$, ſale $+4\,z^3y^1$: La ſuma de todo es el *Producto* de la multiplicacion: Lo meſmo es en 3 *letras*, &c.

37 **REGLA IV.**

Del Partir caracteres conpueſtos.

Quando las *letras* ſon ſemejantes, y el *Partidor* no tiene el *exponente* maior, ſe procede como en los ſinples. 1.° ſe parten los numeros de la *Cantidad*, por el numero del Partidor. 2.° ſe reſta el *exponẽte* del *Partidor* de los otros. 3.° quando los *exponentes* ſon iguales, ſe quita la letra, y queda por *Quociente* ſolo el numero: 4.° los *ſignos* +, y +, ò —, y — hazen +, pero +, y —, ò —, y + hazen —

38 *Exen-*

38

	Exenplo 1.°	*Exenplo 2.°*	*Exenplo 3.°*
Cantid.	$12b^3+4b^2$	$6x^3-9x^1$	$-8a^4+12a^2-20a^1$.
Partid.	$2b^1$	$3x^1$	$-4a^1$.
Quocien.	$6b^2+2b^1$	$2x^2-3$	$+2a^3-3a^1+5$

En el *exenplo* 1.° Partiendo 12 por 2 ſale 6, y reſtando los *exponentes*, ſerà $6\,b^2$: luego partiendo 4 por 2 ſale 2, y reſtando los *exponentes* ſerà $+\,2\,b^1$, y todo el *Quociente* $6\,b^2+2\,b^1$. En el *exenplo* 2.° partiẽdo $6x^3$ por $3\,x^1$, ſale $+\,2\,x^2$, y partiendo $-\,9\,x^1$ por $+3\,x^1$ ſale 3. y todo el *Quociente* $2\,x^2-3$. En el *exenplo* 3.° partiendo $-\,8\,a^4$ por $-\,4\,a^1$, ſale $+\,2\,a^3$: partiendo $+\,12\,a^2$ por $-\,4\,a^1$, ſale $-\,3\,a^1$: partiendo $-\,20\,a^1$ por $-\,4\,a^1$ ſale $+\,5$, y todo el *Quociente* $+\,2\,a^3-3\,a^1+5$.

39 Quando el *Partidor* tiene muchos terminos, ſe obſervan las meſmas reglas del §. 37: y el methodo mas facil es como en el *lib.* 1.° §. 20. Partiendo $8\,a^5$ por $2\,a^2$, ſale $4\,a^3$ eſcriveſe debaxo en la linea del *Quociente* 1.° multiplicaſe todo el *Partidor* por eſte *Quociente* 1.°, y ſale el *Producto* 1.°: reſtaſe el *Producto* 1.° de la *Cantidad*, y queda el *Reſiduo* 1.°. Eſcrito otra vez el *Partidor* debaxo, ſe parte el primer termino del *Reſiduo* 1.° que es $10\,a^4$ por $2\,a^2$, y ſale $5\,a^2$: eſcriveſe en la linea del *Quociente* 2.° multiplicaſe el *Partidor* por el *Quociente* 2.° ſale el *Producto* 2.°, reſtado del *Reſiduo* 1.°, queda el *Reſiduo* 2.° Luego partaſe el termino 1.° del *Reſiduo* 2.° que es $-6\,a^3$ por $+\,2\,a^2$ ſale $-3\,a^1$, y ſe eſcrive en la linea del *Quo-*

ciente 3.° multiplicando el *Partidor* por el *Quociente* 3.°, ſale el *Producto* 3.° reſtado del *Reſiduo* 2.°, queda el *Reſiduo* 3.°. Luego partiendo $8\,a^2$ por $2\,a^2$ ſale 4: eſcriveſe en el *Quociente* 4.° multiplicaſe el *Partidor* por el *Quociente* 4.°, ſale el *Producto* 4.° reſtado del *Reſiduo* 3.° queda el *Reſiduo* 4.° zero, y juntãdo los *Quocientes* con ſus *ſignos*, ſerà todo el *Quociente* $4\,a^3+5\,a^2-3\,a^1+4$. La prueva es, que multiplicando el *Quociente* por el *Partidor* $2\,a^2-2\,a^1-3$, ſale la *Cantidad*, como en el §. 34.

40 *Exenplo de Partidor conpueſto.*

Cantidad.	$+8a^5+2a^4-28a^3-1a^2+1a^1-12$
Partidor.	$+2a^2-2a^1-3$
Quociente 1.°	$+4a^3$
Producto 1.°	$+8a^5-8a^4-12a^3$
Reſiduo 1.°	$0+10a^4-16a^3-1a^2+1a^1-12$
Partidor.	$+2a^2-2a^1-3$
Quociente 2.°	$+5a^2$
Producto 2.°	$+10a^4-10a^3-15a^2$
Reſiduo 2.°	$0-6a^3+14a^2+1a^1-12$
Partidor.	$+2a^2-2a^1-3$
Quociente 3.°	$-3a^1$
Producto 3.°	$-6a^3+6a^2+9a^1$
Reſiduo 3.°	$0+8a^2-8a^1-12$
Partidor.	$+2a^2-2a^1-3$
Quociente 4.°	4
Producto 4.°	$8a^2-8a^1-12$
Reſiduo 4.°	0. 0. 0.

41 Quan-

41 Quando ai diferentes letras ; ò el *exponente* del *Partidor* es maior ſe harà quebrado : y lo meſmo ſe puede hazer quando el *Partidor* tiene muchos terminos, dexando la operacion prolixa del §. 39: pues facilmente deſpues ſe librarà de quebrados la igualacion.

	Exenplo 1°	*Exenplo* 2°	*Exenplo* 3°
Cantid.	$6A^2B^1 - 7B^2$	$4Z^3 + 15X^1$	$3X^1 + 6Z^2$.
Partid.	$5A^3 + 9B^2$	$7X^2 - 12$	$11Z^3 - 1X^1$.
Quocien.	$\frac{6A2B1-7B2}{5A3 + 9B2}$.	$\frac{4Z3+15X1}{7X2-12}$.	$\frac{3X1+6Z2}{11Z3-1X1}$.

Como en la Arithmetica vulgar partiendo el numero menor 8: por el maior 15, ſe forma el Quebrado $\frac{8}{15}$ con que ſe denota, que el 8 eſtà partido por 15: lo meſmo es en los *caracteres* ſinples, ò conpueſtos, y aſsi partiendo $3X^1 + 6Z^2$ por $11Z^3 - 1X^1$ el Quebrado $\frac{3X1+6Z2}{11Z3-1X1}$ ſerà el *Quociente* de la particion : Eſto es lo que mas vezes ſe ofrece en la pratica.

CAP. IV.

DE LAS POTESTADES , Y RAIZES de los Caracteres.

42 SI el *Caracter* es ſinple, ſe hallaràn las *Poteſtades* , por la continua multiplicacion del numero que precede , y por la ſuma, ò addicion continua del *exponente*: Como ſi ſe da $1z^1$. ſerà la Progreſsion de ſus *Poteſtades lib.* 2° §. 2°: $1z^1$. $1z^2$. $1z^3$.

$1z^3$. $1z^4$. $1z^5$ &c: eſto es $1z^2$ es el *Quadrado*: $1z^3$ es el *Cubo* de $1z^1$ &c. Lo meſmo es aunque ſean dos *letras* juntas como $1z^1x^1$, ſus *Poteſtades* ſon $1z^2x^2$. $1z^3x^3$. $1z^4x^4$ &c. La unidad, que precede no ſe muda, porque no ſe aumenta por ſu multiplicacion continua. Sienpre que una *letra* eſtà ſolitaria , ſe entiende que tiene unidad por numero , y *exponente* : y aſsi lo meſmo es z que $1z^1$, y x que $1x^1$. y lo meſmo es zx, que $1z^1x^1$. Eſto es muy uſado de los Authores.

43 *Exenplo* 2° $4z^1$. multiplicando continuamente el 4, y ſumando continuamente el 1: ſerà la Progreſsion de las *Poteſtades* $4z^1$. $16z^2$. $64z^3$. $256z^4$. $1024z^5$ &c. 4 vezes 4 ſon 16: 4 vezes 16 ſon 64 &c. ſumando 1 y 1 ſon 2: 2 y 1 ſon 3: 3 y 1 ſon 4. &c. *Exenplo* 3° $4b^2$: ſerà la Progreſsion $4b^2$. $16b^4$. $64b^6$. $256b^8$ &c. multiplicando el numero 4 vezes 4 es 16: 4 vezes 16 es 64, &c. y ſumando el *exponente* 2, y 2 ſon 4: 4 y 2 ſon 6: 6 y 2 ſon 8, &c. de ſuerte que el exceſſo de los *exponentes*, es el meſmo *exponente* de la *letra*. *Exenplo* 3° $8b^2d^2$. La progreſsion ſerà $8b^2d^2$. $64b^4d^4$. $512b^6d^6$ &c. El termino 1° es *Raiz*, el 2° es *Quadrado*, el 3° es *Cubo* &c.

44 *La Raiz de los Caracteres ſinples.*

Se hallarà ſacando la *raiz* del numero que precede a la *letra*, y partiẽdo el *exponente* de la *letra* por el *exponente* de la *raiz*, que ſe buſca. Pideſe la $\sqrt{^2}$ de $25z^4$ la $\sqrt{^2}$ de 25 es 5: partiendo el *exponente* de z^4 por el de $\sqrt{^2}$ ſale 2: y ſerà $5z^2$ la $\sqrt{^2}$ de $25z^4$. *Exenplo* 2°. pidese la $\sqrt[3]{\ }$ de 1 x^3: la $\sqrt[3]{\ }$ de 1. es 1. partiendo el *exponente* de x^3 por el de $\sqrt[3]{\ }$, esto es 3 por 3, serà el *Quociente* 1. Luego 1 x^1 es la $\sqrt[3]{\ }$ de 1 x^3. *Exenplo* 3°. Pidese la $\sqrt[5]{\ }$ de 32768 z^{10}. La $\sqrt[5]{\ }$ de 32768 es 8: partiendo 10 por 5, sale 2: luego 8 z^2 es la $\sqrt[5]{\ }$ de 32768 z^{10}. *Exenplo* 4°. Pidese la $\sqrt[2]{\ }$ de 1 b^2d^2: la $\sqrt[2]{\ }$ de 1. es 1: partiendo 2 *exponente* de las *letras* por 2 *exponente* de la $\sqrt[2]{\ }$, sale el *Quociente* 1: Luego $b\,d$, ò $1b^1d^1$ serà la $\sqrt[2]{\ }$ de $1b^2d^2$. &c.

45 *Las Potestades de los Caracteres conpuestos.* Se hallan por su continua multiplicacion, como se vè en el *exenplo* siguiente.

Raiz.	$1b^1 + 1d^1$
Raiz: Multiplicador.	$1b^1 + 1d^1$
Producto 1°.	$1b^1d^1 + 1d^2$
Producto 2°.	$1b^2 + 1b^1d^1$
Quadrado. Suma.	$1b^2 + 2b^1d^1 + 1d^2$
Raiz: Multiplicador.	$1b^1 + 1d^1$
Producto 1°.	$1b^2d^1 + 2b^1d^2 + 1d^3$
Producto 2°.	$1b^3 + 2b^2d^1 + 1b^1d^2$
Cubo: Suma.	$1b^3 + 3b^2d^1 + 3b^1d^2 + 1d^3$
Raiz: Multiplicador.	$1b^1 + 1d^1$
Producto 1°.	$1b^3d^1 + 3b^2d^2 + 3b^1d^3 + 1d^4$
Producto 2°.	$1b^4 + 3b^3d^1 + 3b^2d^2 + 1b^1d^3$
Quad°. Quad°. Su.	$1b^4 + 4b^3d^1 + 6b^2d^2 + 4b^1d^3 + 1d^4$.

La multiplicacion se haze por la *Regla* 3 del §. 31. aûque los numeros, y *exponentes* de las *letras* sean maiores, y assi se puede continuar infinitamente, para hallar el QC°. CC°. &c.

46 Con esta multiplicacion continuâ, se va formando aquella misteriosa Tabla triangular, que en el *lib.* 2°. §. 15. sirve, para sacar todas las *raizes*: pues si el Arithmetico reconoce las *Potestades*, que salê en esta multiplicacion: Q. C. QQ. &c. dexando el termino 1°, y ultimo hallarà, que los numeros de los terminos intermedios, son los mesmos que en la Tabla triangular sirvê para sacar la *raiz* de aquella *Potestad*: como en el *Quadrado*, el numero del termino intermedio es 2: y en la Tabla triangular sobre $\sqrt[2]{\ }$ se halla solo el 2. En el *Cubo* los numeros intermedios son 3, y 3: y en la Tabla triâgular sobre la $\sqrt[3]{\ }$ se hallâ 3, y 3. En el Q°. *Quadrado* los numeros intermedios son 4. 6. 4: y en la Tabla se hallan sobre $\sqrt[4]{\ }$, y assi infinitamente.

47 Esta es la razon porque aquellos numeros sirven para la extracciô de todas las *Raizes*, pues como el sacar la *raiz* de alguna *Potestad*, no es mas, que hallar el 2°. termino de la *Progression* (*lib.* 2° §. 10) que es el numero de la primera grada. §. 5: y es lo mesmo que resolver la *Potestod* por los mesmos terminos, y grados con que se formò subiendo a su grada; es preciso, que los mesmos numeros que salieron en la conposicion para formar la *Potestad*, sirvan en la resolucion para resolverla, y hallar la *raiz*.

48 De aqui nace un maravilloso conpendio, para hallar las *potestades* de los *caracteres* conpuestos por la Tabla triangular, sin la continua multiplicacion

cion del §.45. Sean los *caracteres* cōpuestos $1p^1 + 1q^1$, pidese la *Potestad* de la quinta grada, que es el QC: su *exponente* 5: busco en la Tabla triãgular *lib.* 2°§.15. La coluna v^5, y hallo quatro numeros 5. 10. 10. 5: Escrivo pues en una linea las dos letras dadas *p. q.* bien distantes, que pueda aver quatro intermedios, y en distancia conpetente escrivo los quatro numeros de la Tabla como se ve.

$p \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad q$

Luego despues de cada numero escrivo las dos letras, de suerte que aya lugar para los *exponentes*.

$p. \quad 5pq \quad 10pq \quad 10pq \quad 5pq \quad q.$

A la primera *p* de mano derecha se pone su *exponente* 1. y luego a las otras por su continua addicion: 1, y 1 son 2: 2 y 1 son 3: 3 y 1 son 4: 4 y 1 son 5: y seràn $p^1\ p^2\ p^3\ p^4\ p^5$: lo mesmo es de la segunda *letra* començando de la mano hizquierda: y puestos los signos + serà el QC° de $1p^1 + 1q^1$ como se ve.

$$1p^5 + 5p^4q^1 + 10p^3q^2 + 10p^2q^3 + 5p^1q^4 + 1q^5.$$

49 Con el mesmo artificio se hallaràn las *Potestades* de los *caracteres* conpuestos con negacion: mudando solamente los *signos* alternativamente el 1°. — el 2° + el 3°. — el 4° + &c. Como si se da $1g^1 - 1y^1$, y se pide la *Potestad* de la quinta grada QC° dispuestas las *letras*, y numeros como antes, serà

$$1g^5 - 5g^4y^1 + 10g^3y^2 - 10g^2y^3 + 5g^1y^4 - 1y^5$$

Si se pide la quarta grada, ò QQ. en la coluna v^4 de la Tabla triangular *lib.* 2° §.15. hallo tres numeros

4.6.

4. 6. 4. dispuestas las *letras* con tres intermedios, serà el QQ. de $1g^1 - 1y^1$.

$$1g^4 - 4g^3y^1 + 6g^2y^2 - 4g^1y^3 + 1y^4.$$

Este conpendio es admirable, y de mucho alivio.

50 Quando los *exponentes* son maiores, se guarda el mesmo estilo: como, pidese la quarta grada, ò QQ° de $1h^3 + 1l^2$ dispuestas las letras serà

$$1h^{12} + 4h^9l^2 + 6h^6l^4 + 4h^3l^6 + 1l^8.$$

a la primera *letra* *h* començando por la mano derecha, se pone su propio *exponente* 3: luego 3 y 3 son 6: 6, y 3 son 9: 9, y 3 son 12: a la primera *l* de mano hizquierda se pone su *exponente* 2: luego 2, y 2 son 4: 4, y 2 son 6: 6, y 2 son 8: y puestos los *signos* + es toda la linea el QQ° de $1h^3 + 1l^2$. &c.

51 Si el numero, que precede a las *letras* fuere mas que la unidad: como $6p^2 + 5n^3$, se guardarà este orden. Multipliquese los numeros continuamente, hasta la *Potestad* que se busca: como si se pide el QQ°. multiplicando el 6 continuamente, serà su progression 6. 36. 216. 1296: y la del 5 serà 5. 25. 125. 625: escrivanse en orden contrario, la del primer numero, començando de la mano derecha hazia la hizquierda, y la del 2°: un termino mas adelante de la derecha hazia la hizquierda, como se ve.

	1296.	216	36	6	
		5	25	125	625
Producto 1°		1080	900.	750.	
Tabla.		4	6	4	
Producto 2°.		4320.	5400.	3000.	

Multi-

Multiplicando los terminos, que ſe correſponden ſale el *Producto* 1.º debaxo ſe eſcriven los numeros de le Tabla triãgular: multiplicaſe otra vez, ſale el *Producto* 2.º con eſtos nuevos numeros ſe diſponen las *letras* como antes, y ſerà el QQ.º de $6p^2 - 5n^3$ el ſiguiente.

$1296p^8 - 4320p^6n^3 + 5400p^4n^6 - 3000p^2n^9 + 625n^{12}$.

52 Con el meſmo artificio ſe halla la *Poteſtad*, quando en la una parte de la conpoſicion ay numero ſin *letra*: como $6p^2 + 5$: ſerà el QQ.º

$1296p^8 + 4320p^6 + 5400p^4 + 3000p^2 + 625$.

y ſi ſe diera $6 + 5n^3$ fuera el QQ.º

$1296 + 4320n^3 + 5400n^6 + 3000n^9 + 625n^{12}$.

Y lo meſmo es de qualquiera otra *Poteſtad*: y ſi la cõpoſicion fuere con negacion ſe obſervarà el §.49: La prueva de todo eſto ſe puede hazer en ſolos numeros ſin *caracteres*: como 6 − 5 es lo meſmo que 1. ſu QQ.º es tanbien 1: y con el artificio precedente ſe hallarà el QQ.º de 6 − 5 que es el ſiguiente.

1296. − 4320 + 5400. − 3000 + 625.

lu ſuma − de 4310, y 3000 es − 7320: la ſuma + de 1296. 5400, 625 es + 7321: reſtando 7320 de 7321, queda 1. que es QQ.º de 6 − 5..

53 *La raiz de los caracteres conpueſtos.*

Se hallarà facilmente ſupueſto eſte artificio: lo 1.º ſe ha de ſacar la √ del termino 1.º como ſi eſtuviera ſolo por el §.44. Lo 2.º ſe ſacarà la √ del ultimo termino: las dos *raizes* juntas con el *ſigno* +, ò con − ſi eſtuviere

viere

viere el *ſigno* − en la conpoſicion, ſerà la *raiz*, que ſe buſca: ò no tendrà *raiz* juſta la conpoſicion: como ſi ſe pide la $\sqrt[5]{}$ de $1p^5 + 5p^4q^1 + 10p^3q^2 + 10p^2q^3 + 5p^1p^4 + 1q^5$. La $\sqrt[5]{}$ de $1p^5$ es $1p^1$, y la $\sqrt[5]{}$ de $1q^5$ es $1q^1$ por el §.44: juntas las dos con el *ſigno* + ſerà la $\sqrt[5]{}$ que ſe buſca $1p^1 + 1q^1$, ò $p + q$:

54 Para examinar eſto ſienpre que el numero del primero, y ultimo termino es unidad, reconoſcanſe los numeros de los terminos intermedios, y ſi ſon los meſmos, que en la Tabla triangular ſirven para la √ que ſe buſca: como en eſte caſo, concluiremos, que la √ del 1.º, y ultimo termino, es la √ que ſe buſca: pero ſi los numeros fueren diferentes, no tendrà *raiz* juſta, que ſe pueda expreſſar.

55 Pero ſi el 1.º, y ultimo termino tuvieren numero maior que la unidad; ſe ha de ſacar la √ como en el §.44: y luego por el §.51. ſe buſcarà la *Poteſtad* ſemejante a la *raiz*, que ſe buſca, y ſi los terminos intermedios ſalieren los meſmos de la conpoſicion, la √ hallada del 1.º, y ultimo, ſerà la *raiz* verdadera, y ſi los numeros fueren diferentes, no tendrà *raiz* que ſe pueda expreſſar, como ſi ſe pide la $\sqrt[4]{}$ de eſta conpoſicion.

$1296b^8 - 4320b^6n^3 + 5400b^4n^6 - 3000b^2n^9 + 625n^{12}$.

La $\sqrt[4]{}$ del termino 1.º por el §.44. es $6b^2$, y la del ultimo $5n^3$: las dos juntas con − ſeràn $6b^2 - 5n^3$: buſco ſu QQ.º por el §.51, y hallo los numeros intermedios 4320. 5400. 3000: y por ſer los meſmos de la

conpo-

conposicion, digo que la *raiz* verdadera es $6b^2 - 5n^3$

56 Quando el primero, y ultimo termino no tuvierē *raiz*, que se pueda sacar por el §.44: ò porque el numero que precede es irracional, ò porque los *exponentes* no se pueden partir sin quebrado por el *exponente* de la *raiz*, que se busca; seràn los *caracteres* irracionales, y bastarà poner delante el *signo radical* $\surd$ con su *exponente*, como si se pide la $\surd^2$ de $6a^2$: porque el numero 6 no tiene $\surd^2$ justa, se escrivirà $\surd^2\, 6a^2$: Pidese la $\surd^3$ de $8x^4$, aunque el numero 8 tiene $\surd^3$ que es 2: pero porque el *exponente* 4 no se puede partir por 3: serà el *caracter* irracional, y su $\surd$ se denotarà $\surd^3\, 8x^4$, que quiere dezir *raiz cubica* de $8x^4$. &c.

57 De la mesma suerte se expressaràn las *raizes* de los *caracteres* conpuestos, que no se pudieren hallar por la dotrina de los §§.53. y 55, cerrando toda la conposicion dentro un parentesis, anteponiendo el *signo* $\surd$ con su *exponente*: como $\surd^3(1y^3 + 4z^2 - 7z^1 + 300)$ Iten $\surd^4(16x^4 + 9x^3 - 10z^5 + 1z^4.)$ Iten $\surd^2(6y^2 + 12y^1x^2 + 5x^3.)$ No multiplico exēplos, porque los muchos preceptos mas son confusiō, que enseñança: Tanbien se puede aplicar la dotrina universal de las *raizes* sinples del *lib.* 2º *cap.* 4º a los *caracteres* guardando el mesmo estilo, y pudiera servir, para sacar *raizes* conpuestas de tres, y quatro terminos, pero en toda la vida no se ofrecerà una vez, y por ser mas el trabajo q̄ el provecho, dexo al Arithmetico ingenioso su aplicacion.

58 Aunque el numero irracional estè sin *caracter*, ò *letra* se observa lo mesmo: como para significar la $\surd$ *cubica* del numero 10; se escrive $\surd^3\, 10$. la $\surd$ *quadrada* de 14 serà $\surd^2\, 14$: pero si el numero estuviere conpuesto con *caracter*, se ha de cerrar toda la conposicion en un parentesis: como la $\surd$ *cubica* de $4b^2 + 12$ serà $\surd^3(4b^2 + 12)$ con que se denota, que la $\surd$ *cubica*, se ha de sacar de toda la conposicion: y a esta llaman los Autores *raiz* universal: Cierrase dentro del parentesis, para quitar la equivocacion: porque quitando el parentesis: $\surd^3\, 4b^2 + 12$. es lo mesmo que la suma de la $\surd^3\, 4b^2$, y del numero 12: assi mesmo $\surd^3\, 15 + \surd^2\, 8$, es la suma de las dos *raizes*, pero $\surd^3(\surd^3\, 15 + \surd^2\, 8)$ es la *raiz cubica*, de toda la conposicion, ò $\surd^3$ de la suma de las dos *raizes* &c.

CAP. V.

DE LOS IRRACIONALES SINPLES.

59 SIN *este Capitulo, y los tres siguientes, se pueden resolver innumerables questiones racionales de la Algebra, y assi el que fatigado de los 4 Capitulos antecedentes, quisiere lograr presto, el fruto de su trabajo, puede saltar a los Cap.* 9. 10. 11. 12: *y entrar luego en las questiones del libro* 4º, *hasta que, bien exercitado en las igualaciones de numeros racionales, buelva con nuevo aliento a este laberintho, que assi se puede lla-*

mar el Algorithmo de las raizes irracionales: aunque ſino falta el ingenio, y animo, es mejor no ronper la hebra, haſta ſalir con la inteligencia.

60 Numeros *irracionales* ſe llaman las *raizes* de qualquier numero, que no ſe pueden explicar por numero entero ni quebrado, como $\sqrt{}^{2}\,10$ la *raiz quadrada* de 10: Iten $\sqrt{}^{3}\,10$ la *raiz cubica* de 10. &c. Llamãſe tanbien *ſordos*, porque como no ſe pueden explicar, tanpoco ſe pueden oir. Pueden ſer, ò ſinples, ò conpueſtos: los ſinples ſon, quando no llevan el *ſigno* +, ni —: como $\sqrt{}^{2}\,10$: los conpueſtos, quando llevan alguno de los dos *ſignos* +, ò — como $\sqrt{}^{2}\,10+5$: &c. Para mas claridad trataremos primero de los ſinples, y en el Capitulo ſiguiente de los conpueſtos.

61 REGLA I.

Reduzir los irracionales à un denominador.

Quando los *exponentes* de la $\sqrt{}$ ſon diferentes, multipliquenſe entreſi, y el *producto* ſerà el *exponente* comun de la $\sqrt{}$: luego cada numero multipliqueſe continuamente por ſi meſmo, haſta la *Poteſtad* del *exponente* contrario: como ſi ſe dieren $\sqrt{}^{2}\,7$, y $\sqrt{}^{3}\,10$. Eſcrivanſe uno ſobre otro con vna cruz, y multiplicando $\sqrt{}^{2}$ por $\sqrt{}^{3}$ ſale $\sqrt{}^{6}$: denominador comun, que ſe eſcrive a la mano hizquierda: multiplicaſe el 7 haſta 3 terminos, porque el *exponente* contrario es 3: y ſale 343. multiplicaſe el 10 haſta 2 terminos, porque el *exponente* contrario es 2, y ſale 100: digo que $\sqrt{}^{6}\,343$, y $\sqrt{}^{6}\,100$,

$$\sqrt{}^{6}\;\begin{matrix}\sqrt{}^{2}\\ \sqrt{}^{3}\end{matrix}\times\begin{matrix}7\;.\;49.\;343.\\ 10.\;100.\end{matrix}$$

es

es lo meſmo que $\sqrt{}^{2}\,7$, y $\sqrt{}^{3}\,10$, y eſtan reduzidas a un denominador $\sqrt{}^{6}$.

62 Con el meſmo artificio ſe reduze el numero al denominador de la *raiz*: como 5, y $\sqrt{}^{4}\,20$ ſe eſcriven como antes, y multiplicando el 5 por ſi meſmo haſta 4 terminos por el *exponente* cõtrario 4: ſale 625, y ſerà $\sqrt{}^{4}\,625$, y $\sqrt{}^{4}\,20$, lo meſmo que 5, y $\sqrt{}^{4}\,20$.

$$\sqrt{}^{4}\times\begin{matrix}5\;.\;25.\;125.\;625.\\ 20.\end{matrix}$$

63 Quando ai *letras* ſin numeros, ſe multiplican los *exponentes* de las *letras*, por los *exponentes* de la $\sqrt{}$ contraria: como ſi ſe dan $\sqrt{}^{3}\,b^{2}$, y $\sqrt{}^{2}\,z^{1}$ multiplicando $\sqrt{}^{3}$ por $\sqrt{}^{2}$ ſale $\sqrt{}^{6}$: y multiplicando el *exponente* de b^{2} por el contrario de $\sqrt{}^{2}$ ſale b^{4}: y z^{1} por $\sqrt{}^{3}$ ſale z^{3}: y ſerà $\sqrt{}^{6}\,b^{4}$, y $\sqrt{}^{6}\,z^{3}$ lo meſmo que $\sqrt{}^{3}\,b^{2}$, y $\sqrt{}^{2}\,z^{1}$, y eſtan las *raizes* reduzidas a un denominador.

$$\sqrt{}^{6}.\;\begin{matrix}\sqrt{}^{3}\\ \sqrt{}^{2}\end{matrix}\times\begin{matrix}b^{2}. & b^{4}\\ z^{1}. & z^{3}\end{matrix}$$

64 Si las *letras* tuvieren numero precedente, ſe obſervarà con los numeros el §.61. y con las *letras* el §.63. como $\sqrt{}^{3}\,5\,a^{2}$, y $\sqrt{}^{4}\,7\,x^{3}$ ſe eſcriven de la meſma ſuerte: multiplicando $\sqrt{}^{3}$ por $\sqrt{}^{4}$ ſale $\sqrt{}^{12}$: multiplicando 5 haſta 4 terminos por el *exponente* contrario $\sqrt{}^{4}$ ſale 625: y multiplicando a^{2} por $\sqrt{}^{4}$ ſale a^{8}: Luego multiplicando 7 haſta 3 terminos ſale 343: y multiplicando el *exponente* de x^{3} por el de $\sqrt{}^{3}$ ſale x^{9}: y ſerà $\sqrt{}^{12}\,625\,a^{8}$, y $\sqrt{}^{12}\,343\,x^{9}$

$$\sqrt{}^{12}.\;\begin{matrix}\sqrt{}^{3}\\ \sqrt{}^{4}\end{matrix}\times\begin{matrix}5a^{2}.\;25.\;125.\;625\,a^{8}\\ 7x^{3}.\;49.\;343\,x^{2}\end{matrix}$$

lo

lo mesmo, que $\sqrt[3]{5a^{2}}$, y $\sqrt[4]{7x^{3}}$, y estan reduzidas à un denominador $\sqrt{}^{12}$, que es comun.

65 REGLA II.

Multiplicar, y Partir irracionales sinples.

Si los *exponentes* de la √ son semejantes, se multiplicaràn,ò partiràn los numeros llanamente, el *Producto*,ò *Quociente* con el mesmo *signo* √, y *exponente*, es el que se busca.

Exenplos de multiplicar.

$\sqrt[2]{7}$	*por* $\sqrt[2]{10}$	*Producto*	$\sqrt[2]{70}$
$\sqrt[3]{10}$	*por* $\sqrt[3]{24}$	*Producto*	$\sqrt[3]{240}$
$\sqrt[4]{9}$	*por* $\sqrt[4]{8}$	*Producto*	$\sqrt[4]{72}$

Exenplos de Partir.

$\sqrt[2]{70}$	*por* $\sqrt[2]{7}$	*Quociente*	$\sqrt[2]{10}$
$\sqrt[3]{240}$	*por* $\sqrt[3]{10}$	*Quociente*	$\sqrt[3]{24}$
$\sqrt[4]{72}$	*por* $\sqrt[4]{9}$	*Quociente*	$\sqrt[4]{8}$.

66 Quando ai *letras* solas, ò *letras*,y numeros, se guardan las reglas de la multiplicacion, y particion del Capitulo 2°.

Exenplos de Multiplicar.

$\sqrt[2]{4b^{2}}$	*por* $\sqrt[2]{6b^{2}}$	*Producto*	$\sqrt[2]{24b^{4}}$
$\sqrt[3]{10x^{3}}$	*por* $\sqrt[3]{5z^{2}}$	*Producto*	$\sqrt[3]{50x^{1}z^{2}}$
$\sqrt[4]{5z^{3}}$	*por* $\sqrt[4]{8z^{2}}$	*Producto*	$\sqrt[4]{40z^{5}}$.

Exenplos de Partir.

$\sqrt[2]{24b^{4}}$	*por* $\sqrt[2]{6b^{2}}$	*Quociente*	$\sqrt[2]{4b^{2}}$
$\sqrt[3]{50x^{1}z^{2}}$	*por* $\sqrt[3]{5z^{2}}$	*Quociente*	$\sqrt[3]{10x^{3}}$
$\sqrt[4]{40z^{5}}$	*por* $\sqrt[4]{8z^{2}}$	*Quociente*	$\sqrt[4]{5z^{3}}$

67 Si los *Exponentes* de la √ son diferentes, se reduziràn à un denominador por la *regla* 1. y despues se obrarà como antes: como si se han de multiplicar $\sqrt[2]{7}$ por $\sqrt[3]{10}$, reduzidas por el §. 61. seràn $\sqrt[6]{343}$, y $\sqrt[6]{100}$: multiplicando 343 por 100, sale $\sqrt[6]{34300}$: Item se ha de multiplicar $\sqrt[4]{20}$ por 5: reduzidas por el §.62. seràn $\sqrt[4]{20}$, y $\sqrt[4]{625}$: multiplicando 625 por 20 sale $\sqrt[4]{12500}$. Item si se ha de partir $\sqrt[2]{7}$ por $\sqrt[3]{10}$, reduzidas son $\sqrt[6]{343}$, y $\sqrt[6]{100}$: partiendo 343 por 100 sale $\sqrt[6]{3\frac{43}{100}}$. Item partiendo 5 por $\sqrt[4]{20}$: reduzidas son $\sqrt[4]{625}$, y $\sqrt[4]{20}$: partiendo 625 por 20, sale $\sqrt[4]{31\frac{1}{4}}$: en las *letras* se observa lo mesmo.

68 La verdad de estas operaciones, se conoce en los numeros racionales: multiplicando $\sqrt[2]{16}$ por $\sqrt[2]{9}$ sale $\sqrt[2]{144}$: La $\sqrt{}^{2}$ de 16 es 4, la de 9. es 3: multiplicando 4 por 3 sale 12, que es $\sqrt{}^{2}$ de 144: Item partiendo $\sqrt[2]{144}$ por $\sqrt[2]{16}$ sale $\sqrt[2]{9}$: y partiendo 12 que es $\sqrt{}^{2}$ de 144 por 4, que es $\sqrt{}^{2}$ de 16, sale 3 que es $\sqrt{}^{2}$ de 9: Luego el modo de obrar en los irracionales es bueno.

69 REGLA III.

Hallar las raizes conmensurables.

Todas las *raizes sordas* son inconmensurables con sus *Potestades*, pero dos *raizes sordas*, conparada una con otra, pueden ser entresi, ò conmensurables, ò inconmensurables. Conmensurables son las que tienen entresi razon de un numero a otro; llamanse comunicantes, porque se comunican con los numeros racionales;

nales; tienen una mesma razon comun; y pueden con ellos conponer una proporcion: tales son $\sqrt{^2}$ 12, y $\sqrt{^2}$3, que son proporcionales con 2, y 1: esto es como 2 a 1, assi $\sqrt{^2}$ 12 a $\sqrt{^2}$ 3: Inconmensurables son las que no tienen entresi razon de numero, a numero.

70 Lo 1.° Quando los *exponentes* son diferentes, reduzganse las *raizes* a un denominador por la *regla* 1: Lo 2.° quãdo tienen un mesmo *exponente*, partase la maior por la menor (§.65.) si el *Quociente* tiene *raiz* racional del mesmo *exponente*, seràn las *raizes* conmensurables, y sino incõmensurables. *Exenplo* 1.° $\sqrt{^2}$ 12, y $\sqrt{^2}$ 3: partiendo 12 por 3 sale $\sqrt{^2}$ 4: que es racional, porque la $\sqrt{^2}$ de 4: es 2: digo pues, que $\sqrt{^2}$ 12, y $\sqrt{^2}$ 3 son cõmensurables: *Exenplo* 2.° $\sqrt{^3}$ 320, y $\sqrt{^3}$ 135: partiendo una por otra sale $\sqrt{^3}.\frac{320}{135}$ reduzido el quebrado a sus minimos terminos (*lib*. 1.° §.34.) serà $\sqrt{^3}$ $\frac{64}{27}$ que es racional, porque su $\sqrt{^3}$ es $\frac{4}{3}$ por el *lib*. 2.° §.45: y ass son racionales $\sqrt{^3}$ 320, y $\sqrt{^3}$ 135.

71 De aqui nace otro modo: busquese la maior medida comun de los dos numeros (*lib*. 1.° §. 32.) partanse por ella los numeros, si los dos *Quocientes* tienen *raiz* racional, seran las *raizes* dadas conmensurables, y sino inconmensurables: *Exenplo* 1.° $\sqrt{^2}$ 12, y $\sqrt{^2}$ 3. La maior medida es 3: partiendo 12. y 3 por 3 salen 4. y 1: la $\sqrt{^2}$ de 4 es 2: y la $\sqrt{^2}$ de 1. es 1. digo pues que $\sqrt{^2}$ 12, y $\sqrt{^2}$ 3 son conmensurables, y su proporcion es como 2 a 1: *Exenplo* 2.° $\sqrt{^3}$ 320, y $\sqrt{^3}$ 135. La maior medida comun es 5: partiendo 320, y 135 por 5, salen 64, y 27: la $\sqrt{^3}$ de 64 es 4: la $\sqrt{^3}$ de 27 es 3. Digo que son conmensurables $\sqrt{^3}$ 320, y $\sqrt{^3}$ 135, y su razon es como 4 a 3.

72 Otro modo: multipliquese el numero maior por el menor si fueren $\sqrt{^2}$, y si $\sqrt{^3}$ por su Q. si $\sqrt{^4}$ por su C.° si $\sqrt{^5}$ por su QQ. &c. Si el *producto* tiene $\sqrt{}$ racional, seràn las *raizes* dadas conmensurables, y la proporcion de la maior a la menor serà, como la *raiz* hallada al numero menor. *Exenplo* 1.° $\sqrt{^2}$ 12, y $\sqrt{^2}$ 3: porque es $\sqrt{^2}$ multiplico 12 por 3, sale 36: su $\sqrt{^2}$ es 6: digo que $\sqrt{^2}$ 12, y $\sqrt{^2}$ 3 son comunicantes, y su proporcion es como 6 a 3: *Exenplo* 2.° $\sqrt{^3}$ 320, y $\sqrt{^3}$ 135: por ser $\sqrt{^3}$ multiplico 320 por 18225. que es Q. de 135: sale el *Producto* 5832000: su $\sqrt{^3}$ es 180: seràn pues comunicantes, ò conmensurables $\sqrt{^3}$ 320, y $\sqrt{^3}$ 135, y su proporcion como 180 a 135, que es como 4 a 3.

73 Lo mesmo se entiende en las *letras*, quando se ponen en lugar de numeros. *Exenplo* 1.° $\sqrt{^3}$ 1 a^2, y $\sqrt{^3}$ 1 a^5: partiendo $\sqrt{^3}$ 1 a^5 por $\sqrt{^3}$ 1 a^2, sale $\sqrt{^3}$ 1 a^3: su $\sqrt{^3}$ por el §. 44. es 1 a^1: Luego son comunicantes $\sqrt{^3}$ 1 a^5, y $\sqrt{^3}$ 1 a^2. Iten por el §.72. por ser $\sqrt{^3}$: el Q.° de 1 a^2 es 1 a^4, multiplicado por 1 a^5, sale 1 a^9. Su $\sqrt{^3}$ es 1 a^3: luego son conmensurables $\sqrt{^3}$ 1 a^5, y $\sqrt{^3}$ 1 a^2, y su proporcion es como 1 a^3 a 1 a^2. Quando por alguno de estos modos no sale *raiz* racional, seràn las *raizes* incomunicables. *Exenplo* 2.° $\sqrt{^3}$ 5, y $\sqrt{^3}$ 2: el Q.° de 2 es 4, multiplicado por 5 es 20: porque el 20 no tiene $\sqrt{^3}$ racional, digo que son inconmensurables $\sqrt{^3}$ 5, y $\sqrt{^3}$ 2. &c.

74 Regla

74 **REGLA IV.**

Sumar, y restar raizes irracionales sinples.

Lo 1º si fueren los *exponentes* diferentes, se reduzirán a un denominador por la *regla* 1. Lo 2º se examinarà si son comunicantes por la *regla* 3. Lo 3º si fueren *comunicantes, ò conmensurables*, partase la maior por la menor, ò una por otra si son iguales, y sacando la *raiz* del *Quociente*, se le añadirà, ò quitarà 1. y multiplicando la suma, ò residuo por la *raiz* menor, el *Producto* serà la suma, ò resta que se busca.

75 *Exenplos del sumar.*

Pidese la suma de $\sqrt[2]{32}$, y $\sqrt[2]{2}$: partase 32 por 2, sale 16, su $\sqrt[2]{}$ es 4: luego son conmensurables (§.70.) añadase pues 1. al 4 sale 5: multiplicado $\sqrt[2]{2}$ por 5 reduziendo el 5 al mesmo denominador $\sqrt[2]{}$, serà $\sqrt[2]{25}$ por el §. 62. multiplicando pues $\sqrt[2]{2}$ por $\sqrt[2]{25}$, sale $\sqrt[2]{50}$, y es la suma de $\sqrt[2]{32}$, y $\sqrt[2]{2}$: Item hanse de sumar $\sqrt[3]{8}$, y $\sqrt[3]{27}$: Partiendo 27 por 8 sale $\frac{27}{8}$: su $\sqrt[3]{}$ es $\frac{3}{2}$ por el *lib.* 2. §. 45. añadido 1 serà $1\frac{1}{2}$, ò $\frac{5}{2}$ reduzido a un denominador por el §. 62. con la $\sqrt[3]{8}$, serà $\sqrt[3]{\frac{125}{8}}$ multiplicandolo por $\sqrt[3]{8}$, borrando el denominador (*lib.* 1. §.46.) serà el *Producto* $\sqrt[3]{125}$, y es la suma de las dos *raizes*.

76 *Exenplos del restar.*

Hase de restar $\sqrt[2]{2}$ de $\sqrt[2]{50}$: partiendo 50 por 2 sale 25 su $\sqrt[2]{}$ es 5, con que son conmensurables, quitando 1 de 5, quedan 4: reduzido a un denominador con $\sqrt[2]{2}$ por el §. 62: serà $\sqrt[2]{16}$ multiplicando $\sqrt[2]{16}$ por $\sqrt[2]{2}$ sale

sale $\sqrt[2]{32}$: y es la resta, ò diferencia de las dos *raizes*. Pidese la diferencia de $\sqrt[3]{125}$, y $\sqrt[3]{8}$: Partiendo 125 por 8, sale $\frac{125}{8}$ su $\sqrt[3]{}$ es $\frac{5}{2}$. quitando 1, quedan $\frac{3}{2}$. reduzidos a un denominador con $\sqrt[3]{8}$ seràn $\sqrt[3]{\frac{27}{8}}$. Multiplicando $\sqrt[3]{8}$ por $\sqrt[3]{\frac{27}{8}}$ sale $\sqrt[3]{27}$. y es la resta, ò diferencia de las dos *raizes*.

77 Si con los numeros ai *letras* de una especie, y *exponente*, se obra con los numeros como si estuvieran solos, y queda la suma con la mesma *letra*, y *exponente*: como sumando $\sqrt[2]{32\,b^3}$, y $\sqrt[2]{2\,b^3}$ serà la suma $\sqrt[2]{50\,b^3}$ como en el §.75. La verdad de todas estas operaciones se ve en las *raizes* racionales: como $\sqrt[2]{36}$, y $\sqrt[2]{9}$: partiendo $\sqrt[2]{36}$ por $\sqrt[2]{9}$, sale $\sqrt[2]{4}$: que es 2. añadiendo 1 es 3: que es $\sqrt[2]{9}$. multiplicada por la menor $\sqrt[2]{9}$ sale $\sqrt[2]{81}$. que es 9. la suma de las dos: la $\sqrt[2]{}$ de 36 es 6. la $\sqrt[2]{}$ de 9. es 3: la suma de 6, y 3 es 9: luego es buena la operacion.

Finalmente, quando las *raizes* son inconmensurables, se suman con el *signo* +: y restan con el *signo* —: como la suma de $\sqrt[2]{24}$, y $\sqrt[2]{8}$. serà $\sqrt[2]{24} + \sqrt[2]{8}$: La suma de $\sqrt[3]{20}$, y $\sqrt[3]{9}$ serà $\sqrt[3]{20} + \sqrt[3]{9}$. La suma de $\sqrt[5]{30}$, y $\sqrt[3]{7}$, serà $\sqrt[5]{30} + \sqrt[3]{7}$: y restando la $\sqrt[2]{8}$. de $\sqrt[2]{24}$, serà la resta $\sqrt[2]{24} - \sqrt[2]{8}$, &c. Lo mesmo es en las *letras*: la suma de $\sqrt[2]{b^3}$, y $\sqrt[3]{b^1}$, es $\sqrt[2]{b^3} + \sqrt[3]{b^1}$: Y restando $\sqrt[4]{x^3}$ de $\sqrt[2]{z^3}$, serà la resta $\sqrt[2]{z^3} - \sqrt[4]{x^3}$, &c.

CAP. VI.

DE LOS IRRACIONALES conpuestos.

78 LOS irracionales conpuestos proceden de la suma, ò resta de dos numeros entresi inconmensurables; Estos pueden ser, ò dos *raizes* irracionales inconmensurables, ò *raiz* irracional, y numero, porque todo numero es inconmensurable con qualquiera *raiz* irracional. Pero aunque los terminos de cada conposicion sean entresi inconmensurables, se han de conparar los de una cõposicion, con los de la otra, y ver si son conmensurables, ò inconmensurables, para hazer la nueva suma, ò resta: si fueren inconmensurables se suman con +, y restan con — sin otro artificio, si fueren conmensurables, se guardara la siguiente.

79 REGLA I.

Sumar, y restar conmensurables conpuestos:

Si en la conposicion ay numeros, se suman, y restan entresi guardando las reglas de +, y — del *Cap.* 3º. y las *raizes*, se suman, y restan por la *regla* 4. del *Cap.* 5º. de suerte que esta *regla* es conpuesta de la *regla* 1. y 2. del *Cap.* 3º. , y de la 4. del *Cap.* 5º.

Exenplos de sumar.

$$\begin{array}{ll} 6+\sqrt[2]{18} & \sqrt[2]{162}-2 \\ 4+\sqrt[2]{8} & \sqrt[2]{200}-8 \\ \hline \textit{suma.}\ 10+\sqrt[2]{50} & \textit{suma.}\ \sqrt[2]{722}-10. \end{array}$$

6, y 4 son 10: La suma de $\sqrt[2]{18}$, y $\sqrt[2]{8}$ por el §. 75. serà $\sqrt[2]{50}$: Luego la suma de todo serà $10+\sqrt[2]{50}$: y la del 2º. *exenplo* $\sqrt[2]{722}-10$.

80 *Otros exenplos de sumar.*

$$\begin{array}{ll} \sqrt[3]{27}+\sqrt[2]{32} & \sqrt[4]{243}-\sqrt[3]{27} \\ \sqrt[3]{8}+\sqrt[2]{2}. & \sqrt[4]{48}-\sqrt[3]{8} \\ \hline \sqrt[3]{125}+\sqrt[2]{50} & \textit{suma.}\ \sqrt[4]{1875}-\sqrt[3]{125}. \end{array}$$

En estos *exenplos* se suma √ con √ por el §. 75.

$$\begin{array}{ll} \sqrt[2]{50}+3 & \sqrt[2]{50}-3 \\ \sqrt[2]{72}-5 & \sqrt[2]{72}+5 \\ \hline \sqrt[2]{162}-2 & \textit{suma.}\ \sqrt[2]{162}+2. \end{array}$$

En estos *exenplos* se resta 3 de 5, y se pone el *signo* del numero maior (§.25.) las *raizes* se suman por el §.75.

$$\begin{array}{ll} +\ 8-\sqrt[2]{50}. & +\sqrt[2]{50}-6 \\ +\sqrt[2]{242}-12. & +\ 24-\sqrt[2]{242}. \\ \hline +\sqrt[2]{72}-4 & \textit{suma.}\ +\ 18-\sqrt[2]{72} \end{array}$$

En estos *exenplos* se resta el numero menor del maior, aunque esten encontrados, y tanbien las *raizes*, por ser los signos contrarios (§.25.)

81 Quando ai unos conmensurables, y otros inconmensurables, se sumaràn los conmensurables como antes §.75, y los inconmensurables con el +: y si ai *letras* se observa lo mesmo.

$$\begin{array}{ll} \sqrt[3]{27} + \sqrt[2]{32} & \sqrt[2]{50x^3} + \sqrt[3]{16x^2} \\ \sqrt[3]{8} + 12 & \sqrt[2]{72x^3} - 15z^1 \\ \hline \sqrt[3]{125} + \sqrt[2]{32} + 12. & \sqrt[2]{162x^3} + \sqrt[3]{16x^2} - 15z^1 \end{array}$$

Bastan estos *exenplos* si se tiene atencion a observar las *reglas* 1, y 2. del sumar +, y —, del *Cap.* 3°, y la 4. de las *raizes Cap.* 5°.

82 *Exenplos de restar.*

$$\begin{array}{lll} \sqrt[2]{50} + \sqrt[2]{32} & & \sqrt[2]{50} + 2 \\ \sqrt[2]{32} + \sqrt[2]{2} & & \sqrt[2]{18} - 2 \\ \hline \sqrt[2]{2} + \sqrt[2]{18} & \textit{Resta.} & \sqrt[2]{8} + 0 \end{array}$$

Por el §.76. restando $\sqrt[2]{32}$ de $\sqrt[2]{50}$ quedad $\sqrt[2]{2}$, y restando $\sqrt[2]{2}$ de $\sqrt[2]{32}$, queda $\sqrt[2]{18}$: &c.

$$\begin{array}{lll} \sqrt[2]{50} + 2 & & + \sqrt[2]{50} - 2 \\ \sqrt[2]{2} + 4 & & + \sqrt[2]{72} - 24 \\ \hline \sqrt[2]{32} - 2 & \textit{Resta.} & - \sqrt[2]{12} + 12. \end{array}$$

En estos dos *exenplos* se quita el numero menor del maior, y por ser menor el de arriba, se pone el *signo* contrario §. 28. Las *raizes* se restan por el §. 76. y en el 2°*exenplo* se pone el *signo* cōtrario al termino 1°.

$$\begin{array}{llll} 83 & \sqrt[3]{125} + 4 & & \sqrt[2]{162} - 4 \\ & \sqrt[3]{27} - 6 & & \sqrt[2]{32} + 6 \\ \hline & \sqrt[3]{8} + 10 & \textit{Resta.} & \sqrt[2]{50} - 10 \end{array}$$

Por ser diferentes los *signos* se sumā los numeros, y se pone el *signo* de arriba (§.29.) las *raize*, se restā §.76.

$$\begin{array}{lll} + \sqrt[4]{32} + 100 & & + \sqrt[2]{50} - \sqrt[2]{2} \\ - \sqrt[4]{162} + 40 & & + \sqrt[2]{162} + \sqrt[2]{32} \\ + \sqrt[4]{1250} + 60 & \textit{Resta.} & - \sqrt[2]{32} - \sqrt[2]{50} \end{array}$$

En

En el *exenplo* 1.° se suman las *raizes*, y en las segundas del 2°, y se pone el *signo* de arriba: Las primeras *raizes* del 2.° se restan, y pone el *signo* cōtrario (*Regla* 2. *Cap.* 3.)

84 Las *letras* no varian el modo de obrar, si son semejantes, y de un mesmo *exponente*. Quando ai terminos conmensurables, y otros incōmensurables, se restan los conmensurables como antes, y los inconmensurables con el *signo*. —

$$\begin{array}{ll} \sqrt[2]{50b^1} + \sqrt[3]{x^2} & + \sqrt[2]{2a^2} - 2a^1 \\ \sqrt[2]{32b^1} - 12 & - \sqrt[2]{18a^2} + 3a^1 \\ \hline \sqrt[2]{2b^1} + \sqrt[3]{x^2} - 12. & + \sqrt[2]{32a^2} - 5a^1 \end{array}$$

En todos los *exenplos* del restar, se ven observadas la *Regla* 2. del *Cap.* 3° y la *Regla* 4. del *Cap.* 5°.

85 REGLA 11.

Multiplicar, y Partir irracionales conpuestos.

Las *raizes* se multiplicā, y partē como en la *Regla* 2. § 65: el numero, y *raiz* como en el §.67: el numero, y numero, llanamente: en orden a los *signos* +, y +: y, —, y — hazen +: pero +, y — hazen —, como en la *Regla* 3. del *Cap.* 3.° Si huviere *letras* semejantes con *exponentes* semejantes, se suman los *exponentes*: de suerte, que esta *regla* es conpuesta de las multiplicaciones, y particiones del *Cap.* 3.° y 5°, y en todo se han de guardar sus preceptos.

86 *Exen-*

86 *Exenplos de Multiplicar.*

Cantidad.		$\sqrt{}^{2}\ 20 + 9$
Multiplicador.		$\sqrt{}^{2}\ 45 + 2$
Producto 1º		$\sqrt{}^{2}\ 80 + 18$
Producto 2º	$\sqrt{}^{2}\,900 + \sqrt{}^{2}\,3645$	
Suma 1.	$\sqrt{}^{2}\,900 + \sqrt{}^{2}\,4805 + 18.$	
Suma 2. *reduzida.*		$\sqrt{}^{2}\,4805 + 48.$

Sacando la $\sqrt{}^{2}$ de 900 es 30, añadidos a los 18 ſerà + 48, ſumando $\sqrt{}^{2}\,3645$, y $\sqrt{}^{2}\,80$ por el §. 79: es $\sqrt{}^{2}\,4805$: con que ſerà el *Producto* $\sqrt{}^{2}\,4805 + 48$.

Cantidad.	$6 - \sqrt{}^{2}\ 20$
Multiplicador.	$8 - \sqrt{}^{2}\ 45$
Producto 1º	$- \sqrt{}^{2}\,1620 + \sqrt{}^{2}\,900$
Producto 2º	$48 - \sqrt{}^{2}\,1280$
Suma.	$48 - \sqrt{}^{2}\,5780 - \sqrt{}^{2}\,900$
Suma 2. *reduzida.*	$78 - \sqrt{}^{2}\,5780$

87 Eſta reduccion ſe puede hazer, ſienpre que las conpoſiciones ſon de numeros, y *raizes comunicantes*: porque multiplicando dos numeros por dos *raizes* conmenſurables, ſalen los *Productos* conmenſurables, que ſe pueden reduzir a uno, ſumãdoles por el §.79: y multiplicando entreſi dos $\sqrt{}\sqrt{}^{2}$ comunicantes, ſienpre ſale *Producto* racional que ſe puede reduzir a numero, ſacando ſu $\sqrt{}^{2}$. y aſsi ſi fueren todos los terminos *raizes* quadradas comunicantes todos, el *Producto* ſe reduzirà a numero.

88 Quando las *raizes* ſon inconmenſurables; no ſe pueden reduzir, y ſe haze la ſuma juntando los *pro-*

ductos

ductos, con ſus propios *ſignos*. Lo meſmo es aunque ſean las *raizes* conmenſurables, ſi tiene *letras* diferentes, ò ſemejantes con diferente *exponente*. Pero ſi las *letras*, y *exponentes* ſon ſemejantes, no varian el modo de obrar: como ſi a todos los terminos del *Exẽplo* 1º ſe añade z^2, ſerà el *Producto* $\sqrt{}^{2}\,900\,z^4 + \sqrt{}^{2}\,4805\,z^4 + 18\,z^2$. que es $\sqrt{}^{2}\,4805\,z^4 + 48\,z^2$. Por no tener eſto eſpecial dificultad, no multiplico *exenplos*.

89 *Exenplos de Partir.*

Cantidad.	$\sqrt{}^{3}\,28 + \sqrt{}^{3}\,20$	$\sqrt{}^{2}\,20 - \sqrt{}^{2}\,10$
Partidor.	$\sqrt{}^{3}\ 4$	2
Quociente.	$\sqrt{}^{3}\ 7 + \sqrt{}^{3}\ 5$	$\sqrt{}^{2}\ 5 - \sqrt{}^{2}\,2\tfrac{2}{4}$

En el *Exenplo* 1º partiendo 28 por 4 ſale $\sqrt{}^{3}\,7$. partiẽdo 20 por 4 ſale $\sqrt{}^{3}\,5$: el *Quociente* es $\sqrt{}^{3}\,7 + \sqrt{}^{3}\,5$. En el *Exenplo* 2º porque el *Partidor* es 2, ſe reduze a la eſpecie de $\sqrt{}^{2}$: §.62, y ſerà $\sqrt{}^{2}\,4$: partiendo $\sqrt{}^{2}\,20$ por $\sqrt{}^{2}\,4$, ſale $\sqrt{}^{2}\,5$. partiendo $- \sqrt{}^{2}\,10$ por $+ \sqrt{}^{2}\,4$ ſale $- \sqrt{}^{2}\,2\tfrac{2}{4}$. y ſerà el *Quociente* $\sqrt{}^{2}\,5 - \sqrt{}^{2}\,2\tfrac{2}{4}$.

90 Quando el *Partidor* es conpueſto de $\sqrt{}^{2}$, reduzidos los terminos a un denominador por el §.61, ſe mudarà el *ſigno* + en −, y − en +, y ſerà *multiplicador* de la *Cantidad*: el *Producto* ſe partirà por la diferencia de los numeros del *multiplicador*: como ſi ſe ha de partir $\sqrt{}^{2}\,50 + 6$ por $\sqrt{}^{2}\,8 + 2$: reduzidos los numeros al denominador $\sqrt{}^{2}$ por el §.62. ſeràn $\sqrt{}^{2}\,50 + \sqrt{}^{2}\,36$, y $\sqrt{}^{2}\,8 + \sqrt{}^{2}\,4$: mudando el *ſigno* ſerà el *multiplicador* $\sqrt{}^{2}\,8 - \sqrt{}^{2}\,4$: multiplicaſe $\sqrt{}^{2}\,50 + \sqrt{}^{2}\,36$ por $\sqrt{}^{2}\,8 - \sqrt{}^{2}\,4$ como en el §.86: Multiplicando pues

$\sqrt{}^{2}\,50$

$\surd^2 50 + \surd^2 36$, por $-\surd^2 4$ sale $-\surd^2 200 - \surd^2 144$: multiplicando otra vez $\surd^2 50 + \surd^2 36$ por $\surd^2 8$, sale $\surd^2 400 + \surd^2 288$. Sumando $-\surd^2 200$. y $+\surd^2 288$ (§.79.) sale $\surd^2 8$: la $\surd^2$ de 400, y 144 es 20, y 12: restando 12 de 20 quedan 8. con que toda la suma de los *Productos* reduzida es $\surd^2 8 + 8$: La diferencia de los numeros del *Partidor*, $\surd^2 8 - \surd^2 4$ es 4: Partiendo pues $\surd^2 8 + 8$ por 4, que es $\surd^2 16$, sale el *Quociente* $\surd^2 \frac{8}{16} + 2$.

	$\surd^2 50 + \surd^2 36$
Partidor.	$\surd^2 8 - \surd^2 4$
	$-\surd^2 200 - \surd^2 144$
	$\surd^2 400 + \surd^2 288$
Suma.	$\surd^2 8 + 8$
Diferencia.	4.
Quociente.	$\surd^2 \frac{1}{2} + 2$.

91 La verdad se conoce en los numeros racionales. Hase de partir 42, que es $\surd^2 1764$ por $\surd^2 25 - \surd^2 4$: mudado el *signo* serà el *multiplicador* $\surd^2 25 + \surd^2 4$: multiplicando pues $\surd^2 1764$ por $\surd^2 25 + \surd^2 4$ sale el *Producto* $\surd^2 44100 + \surd^2 7056$. La diferencia de los numeros del multiplicador 25, y 4 es 21. Partido el *Producto* por 21. que es $\surd^2 441$. (§.89.) sale el *Quociente* $\surd^2 100 + \surd^2 16$. que es $10 + 4$: esto es 14: y partiendo 42 por $\surd^2 25 - \surd^2 4$: esto es por $5 - 2$, que es 3: sale tanbien el *Quociente* 14:

Exenplo 2°.

Cantidad.	$\surd^2 1764$
	$\surd^2 25 + \surd^2 4$
	$\surd^2 44100 + \surd^2 7056$
Diferencia.	21
Quociente	$\surd^2 100 + \surd^2 16$

92 Las *letras* semejātes de un mesmo *exponente* no mudan la operacion: como si se ha de partir $\surd^2 1764\, y^2$ por $\surd^2 25\, y^2 + \surd^2 4 y^2$: mudado el *signo* serà el *multiplicador* $\surd^2 25\, y^2 - \surd^2 4\, y^2$. El *Producto* serà $\surd^2 44100\, y^4$. $-\surd^2 7056\, y^4$. la *diferēcia* de los numeros del multiplicador es $21\, y^2$. que es $\surd^2 441\, y^4$. el *Quociente* serà $\surd^2 100\, y^2 - \surd^2 16\, y^2$ esto es $10 y^1 - 4 y^1$, que es $6 y^1$. y lo mesmo se hallarà, si se parte $42\, y^2$. por $5 y^1 + 2 y^1$, ò por $7 y^1$. pues partiendo $42\, y^2$. por $7 y^1$. sale $6 y^1$.

Exenplo 3°.

Cantidad.	$\surd^2 1764\, y^2$
	$\surd^2 25\, y^2 - \surd^2 4\, y^2$
	$\surd^2 44100\, y^4 - \surd^2 7056\, y^4$
Diferencia	$21\, y^2$
Quocien.	$\surd^2 100\, y^2 - \surd^2 16\, y^2$

93 Quando el *exponente* de la $\surd$ es 3. 4. 5. &c. Lo mejor, y mas facil es formar quebrado, poniendo al *Partidor* por denominador: como si se ha de partir $\surd^3 22 + \surd^2 8$ por $\surd^2 34 - 3$: serà el *Quociente* $\frac{\surd 3.\ 22 + \surd 2.\ 8}{\surd 2.\ 34 - 3}$. Si se ha de partir $\surd^5 41 - \surd^3 10$: por $\surd^3 26 + \surd^2 15$. Serà el *Quociente* $\frac{\surd 5.\ 41 - \surd 3.\ 10}{\surd 3.\ 26 + \surd 2.\ 15}$. Lo mesmo se haze quando ai diferentes *letras*, ò si las semejantes tienen diferente *exponente*: como si se ha de partir $\surd^2 15\, B^2 + \surd^2 7\, X^3$ por $\surd^2 7\, B^1 + 8$, serà el *Quociente* $\frac{\surd 2.\ 15B2. + \surd 2.\ 7X3.}{\surd 2.\ 7B1 + 8.}$. Partiendo $\surd^2 7\, A^2 + \surd^2 11\, A^1$ por $\surd^2 3\, A^3 - 2\, A^2$: serà el *Quociente* $\frac{\surd 2.\ 7A2 + \surd 2.\ 11A1.}{\surd 2.\ 3A3 - 2A2.}$

Muchas reglas particulares dexo con advertencia, por ser mas la confusion, que el provecho.

CAP. VII.

DE LAS RAIZES UNIVERSALES.

94 LAS *raizes* universales, son *raizes* de los irracionales conpuestos: como si se ha de sacar la $\sqrt{}^2$ de este conpuesto $7 + \sqrt{}^2\, 13$. cierrase el conpuesto en un parenthesis, y antes se pone el *signo* $\sqrt{}$ con su *exponente* asi $\sqrt{}^2 (7 + \sqrt{}^2\, 13.)$ que quiere dezir *Raiz Quadrada* de todo el conpuesto $7 + \sqrt{}^2\, 13$. de suerte que los irracionales conpuestos se diferencian de las *raizes* universales, como las *Potestades* de sus *raizes*: pues como 13 es el *Quadrado* de $\sqrt{}^2\, 13$, y 10 es el *Cubo* de $\sqrt{}^3\, 10$. asi $7 + \sqrt{}^2\, 13$. es el *Quadrado* de $\sqrt{}^2 (7 + \sqrt{}^2\, 13.)$ y $\sqrt{}^2\, 8 - 2$ es el *Cubo* de $\sqrt{}^3 (\sqrt{}^2\, 8 - 2)$ &c.

95 **REGLA 1.**

Sumar, y restar $\sqrt{}\sqrt{}$ universales.

Sumanse las *raizes* universales con el *signo* $+$, y se restan con el *signo* $-$ sin otro artificio: como si se ha de sumar $\sqrt{}^2 (7 + \sqrt{}^2\, 13.)$ y $\sqrt{}^2 (10 - \sqrt{}^2\, 5)$ juntas las dos con el *signo* $+$ serà la suma $\sqrt{}^2 (7 + \sqrt{}^2\, 13) + \sqrt{}^2 (10 - \sqrt{}^2\, 5)$ pero restando la menor de la maior, serà la diferencia $\sqrt{}^2 (7 + \sqrt{}^2\, 13.) - \sqrt{}^2 (10 - \sqrt{}^2\, 5.)$ De la mesma suerte se sumaràn los irracionales conpuestos, con las *raizes* universales: como sumando $\sqrt{}^2 (8 + \sqrt{}^2\, 32)$ y $12 + \sqrt{}^2\, 10$, serà la suma $\sqrt{}^2 (8 + \sqrt{}^2\, 32)$ $+ 12 + \sqrt{}^2\, 10$: y quitando el menor del maior, serà la diferencia $12 + \sqrt{}^2\, 10 - \sqrt{}^2 (8 + \sqrt{}^2\, 32.)$

96 Si se duda que *raiz* es maior, se ha de ver, que conpuesto irracional es maior, ò menor. La regla mas clara es, sacar la *raiz* proxima de los irracionales, por el *Lib. 2. Cap. 5.* como dudase, que *raiz* es maior de estas dos $\sqrt{}^2 (7 + \sqrt{}^2\, 13,)$ y $\sqrt{}^2 (13 - \sqrt{}^2\, 7)$ sacando la $\sqrt{}^2$ de 13 se hallarà proxima $3\frac{60}{100}$: sumada con el 7: serà $10\frac{60}{100}$ casi lo mismo que $7 + \sqrt{}^2\, 13$. Sacando luego la $\sqrt{}^2$ de 7. se hallarà proxima $2\frac{64}{100}$. quitada de 13 quedan $10\frac{36}{100}$. casi igual a $13 - \sqrt{}^2\, 7$: luego siẽdo $10\frac{60}{100}$ maior que $10\frac{36}{100}$. serà el conpuesto $7 + \sqrt{}^2\, 13$ maior, que $13 - \sqrt{}^2\, 7$, y asi la $\sqrt{}^2 (7 + \sqrt{}^2\, 13)$ serà maior que la $\sqrt{}^2 (13 - \sqrt{}^2\, 7.)$

97 Algunas vezes se ofrece sumar dos $\sqrt{}\sqrt{}$ universales, que teniendo los mesmos terminos tienẽ los *signos* cõtrarios, como $\sqrt{}^2 (12 + \sqrt{}^2\, 6)$ y $\sqrt{}^2 (12 - \sqrt{}^2\, 6)$: reduzganse los numeros a Quadrado, y seràn $\sqrt{}^2 (\sqrt{}^2\, 144 + \sqrt{}^2\, 6)$ y $\sqrt{}^2 (\sqrt{}^2\, 144 - \sqrt{}^2\, 6)$ quitese el Quadrado menor del maior, que es 6 de 144: queda 138: y serà el 2.° termino, y junto con el maior, para sumar con $+$, para restar con $-$, serà $(\sqrt{}^2\, 144 + \sqrt{}^2\, 138)$, y $(\sqrt{}^2\, 144 - \sqrt{}^2\, 138)$: multiplicãdo los cõpuestos por 2, esto es por $\sqrt{}^2\, 4$. serà la suma $\sqrt{}^2 (\sqrt{}^2\, 576 + \sqrt{}^2\, 552)$ y la resta $\sqrt{}^2 (\sqrt{}^2\, 576 - 552)$, y sacando la $\sqrt{}^2$ de los terminos racionales, serà la suma $\sqrt{}^2 (24 + \sqrt{}^2\, 552)$ y la resta, ò diferencia $\sqrt{}^2 (24 - \sqrt{}^2\, 552.)$

98 REGLA II.

Multiplicar, y partir $\sqrt{}\sqrt{}$ universales.

Las *raizes* han de ser de una denominacion, ò *exponente*, y sino lo fueren se han de reduzir por el §. 61. La cantidad que se multiplica, ò parte, y el multiplicador, ò partidor, se han de reduzir a Quadrado, ò Cubo, &c. conforme el *exponente* de la *raiz* universal: luego se harà la multiplicacion, ò particiō por la *Regla.2. Cap.6.* §. 86. Para reduzir la *raiz* universal a Quadrado, Cubo, &c. basta quitar el *signo* radical, q̄ precede al parenthesis: como $\sqrt{}^{2}(7+\sqrt{}^{3}5)$ reduzido a Quadrado serà $7+\sqrt{}^{3}5$: porque este es el Quadrado de aquella *raiz*, como se dixo §. 94: El numero quando es multiplicador, ò *Partidor*, se reduze por su continua multiplicacion.

99 *Exenplos de multiplicar.*

Hase de multiplicar $\sqrt{}^{2}(7+\sqrt{}^{2}3)$ por el numero 2. reduzidos a sus Quadrados seràn $7+\sqrt{}^{2}3$. y 4: multiplicase agora como en el §. 86. de esta suerte: $\sqrt{}^{2}3$ por 4: que es $\sqrt{}^{2}16$ esto es 3 por 16, y sale el *Producto* $\sqrt{}^{2}48$: luego 7 por 4 sale 28: y todo el *Producto* es $\sqrt{}^{2}(28+\sqrt{}^{2}48)$

$$\begin{array}{r} 7+\sqrt{}^{2}\,3 \\ 4 \\ 28+\sqrt{}^{2}\,48 \end{array}$$

Multiplicando $\sqrt{}^{3}(\sqrt{}^{3}64+\sqrt{}^{2}36+3)$ por el numero 5. reduzidos a sus Cubos por ser el *exponente* de la $\sqrt{}$ universal 3. seràn $\sqrt{}^{3}64+\sqrt{}^{2}36+3$. y 125, que es Cubo de 5. Multiplicase 3 por 125, y sale 375: multiplicase $\sqrt{}^{2}36$ por 125, que es $\sqrt{}^{2}15625$, y sale $\sqrt{}^{2}562500$: mul-

tipli-

tiplicase $\sqrt{}^{3}64$ por 125, que es $\sqrt{}^{3}1953125$, y sale $\sqrt{}^{3}125000000$. y todo el *Producto* serà $\sqrt{}^{3}(\sqrt{}^{3}125000000+\sqrt{}^{2}562500+375.)$

$$\begin{array}{r} \sqrt{}^{3}64+\sqrt{}^{2}\,36+\;3 \\ 125 \\ \sqrt{}^{3}125000000+\sqrt{}^{2}562500+375 \end{array}$$

100 Quando el multiplicador es conpuesto, se multiplica toda la *Cantidad*, primero por el 2.º termino, y luego por el 1.º como en el siguiente exenplo.

Cantidad.	$13+\sqrt{}^{2}\;18$
Multiplicador.	$5+\sqrt{}^{2}\;8$
Producto 1.º	$\sqrt{}^{2}1452+\sqrt{}^{2}\;144$
Producto 2.º	$65+\sqrt{}^{2}\;450.$
Suma, y Producto.	$77+\sqrt{}^{2}\;450+\sqrt{}^{2}\;1452.$

Para multiplicar $\sqrt{}^{2}(13+\sqrt{}^{2}18)$ por $\sqrt{}^{2}(5+\sqrt{}^{2}8)$ reduzidos a sus Quadrados, serà $13+\sqrt{}^{2}18$, y $5+\sqrt{}^{2}8$: multiplicando $\sqrt{}^{2}18$ por $\sqrt{}^{2}8$, sale $\sqrt{}^{2}144$: multiplicādo 13, q̄ es $\sqrt{}^{2}169$ por $\sqrt{}^{2}8$: sale $\sqrt{}^{2}1452$. Otra vez multiplicando $\sqrt{}^{2}18$ por 5, que es $\sqrt{}^{2}25$, sale $\sqrt{}^{2}450$: multiplicando 13 por 5, sale 65: sacādo la $\sqrt{}^{2}$ de 144 serà 12, añadidos a los 65, seràn 77: y todo el *Producto* serà $\sqrt{}^{2}(77+\sqrt{}^{2}450+\sqrt{}^{2}1452.)$

101 *Exenplos de Partir.*

Hase de partir $\sqrt{}^{2}(18+\sqrt{}^{2}27)$ por $\sqrt{}^{2}3$. Reduzidos a sus *Quadrados* seràn $18+\sqrt{}^{2}27$, y 3: Partiendo pues 18 por 3. sale 6: y partiendo $\sqrt{}^{2}27$ por 3: que es $\sqrt{}^{2}9$ sale $\sqrt{}^{2}3$: y todo el *Quociente* serà $\sqrt{}^{2}(6+\sqrt{}^{2}3.)$

Cantidad.	$18+\sqrt{}^{2}\,27.$
Partidor.	$3.$
Quociente.	$6+\sqrt{}^{2}\;3.$

Partase

Partase $\surd^2(432+\surd^2 7776)$ por 6: reduzidos a sus *Quadrados* seràn 432 +	*Cantidad.* $432+\surd^2 7776$
	Partidor. 36
	Quociente. $12+\surd^2 6$.

$\surd^2 7776$, y 36. Partiendo 432 por 36 sale 12: y partiendo $\surd^2 7776$ por 36, que es $\surd^2 1296$, sale $\surd^2 6$: y todo el *Quociente* serà $\surd^2 (12+\surd^2 6.)$

102 Partase $\surd^2 (588+\surd^2 34848)$ por $\surd^2 (12+\surd^2 8)$ reduzidos a sus *Quadrados* seràn $588+\surd^2 34848$. y $12+\surd^2 8$: Por ser el divisor conpuesto se observa el §. 90. mudado el *signo*, serà el multiplicador $12-\surd^2 8$. Multiplicãdo $\surd^2 34848$ por $\surd^2 8$. sale $\surd^2 278784$. y multiplicando 588, que es $\surd^2 345744$ por $\surd^2 8$. sale $\surd^2 2765952$: luego multiplicando $\surd^2 34848$ por 12, q̃ es $\surd^2 144$. sale $\surd^2 5018112$: multiplicãdo 588 por 12. sale 7065: la $\surd^2$ de 278784 es 528, quitada de 7065, quedan 6528. y quitando $\surd^2 2765952$ de $\surd^2 5018112$ queda $\surd^2 332928$. y todo el *Producto* reduzido es $6528+\surd^2 332928$. El divisor era $12+\surd^2 8$: que es $\surd^2 144+\surd^2 8$: la diferencia de los numeros es 136: que servirà de divisor. Partiendo pues $6528+\surd^2 332928$ por 136, como en el §. 101. sale el *Quociente* $48+\surd^2 18$: cerrado en un parenthesis con el *signo* radical serà $\surd^2(48+\surd^2 18.)$

Cantidad.	$588+\surd^2 34848$
Multiplic.	$12-\surd^2 8$
	$-\surd^2 2765952-\surd^2 278784$.
	$7065+\surd^2 5018112$
Producto.	$6528+\surd^2 332928$
Diferencia.	136.
Quociente.	$48+\surd^2 18$.

103 Estas

103 Estas particiones se haràn mas facilmente en forma de *Quebrado*: como partiendo $\surd^2 (588+\surd^2 34848)$ por $\surd^2 (12+\surd^2 8)$ serà el *Quociente* $\frac{\surd 2.\ (588+\surd 2.\ 34848)}{\surd 2.\ (12+\surd 2.\ 8)}$, y aunque el divisor no sea conpuesto, se puede observar esto: como partiendo $\surd^2 (432+\surd^2 7776)$ por 6, serà el *Quociente* $\frac{\surd 2.\ (432+\surd 2.\ 7776)}{6}$. Quando ai *letras* diferẽtes es preciso guardar esta regla: como partiendo $\surd^3 (12x^4+\surd^2 8z^2)$ por $\surd^2 (5z^3-\surd^3 25)$ serà el *Quociente* $\frac{\surd 3.\ (12x4.+\surd 2.\ 8z2)}{\surd 2.\ (5z3.-\surd 3.\ 25)}$ lo mesmo se observa en otros semejantes.

CAP. VIII.

DE LOS BINOMIOS, Y RESIDUOS.

104 VULGARMENTE los Algebristas llaman *Binomios* a los irracionales cõpuestos de dos terminos, con el *signo* + por ser conpuestos de dos nombres: como $\surd^2 18+\surd^2 8$: y a los conpuestos con el *signo* — llaman *Apotomes*, ò *Residuos*: como $\surd^2 18-\surd^2 8$: Quando es cõpuesto de tres terminos, le llamã *Trinomio*: como $\surd^2 18+\surd^2 8+5$: y si de quatro *Quadrinomio*, &c. y generalmente a todos estos conpuestos, llaman *Polynomios*, que es conpuestos de muchos nombres.

105 Pero Euclides en el *Lib.* 10. *prop.* 37. y 74. solo llama *Binomios* a los conpuestos con el *signo* +, que

que siendo inconmensurables en *longitud*, son en *potencia* conmensurables: esto es que las *raizes* sean inconmensurables, y los *Quadrados* conmensurables: como $6 + \surd^2 20$: Item $\surd^2 18 + 4$. Item $\surd^2 24 + \surd^2 18$: y a los mesmos conpuestos con el *signo* $-$ llama *Apotomes*, ò *Residuos*: como $6 - \surd^2 20$. Item $\surd^2 18 - 4$. Itē $\surd^2 24 - \surd^2 18$. de donde se infiere, que no son *Binomios*, ni *Apotomes* los conpuestos de dos *raizes* conmensurables, aora sean racionales, ò irracionales: como $6 + \surd^2 9$: Item $6 - \surd^2 9$: porque la $\surd^2$ de 9 es 3 conmensurable con 6: Item $\surd^2 18 + \surd^2 8$: Item $\surd^2 18 - \surd^2 8$, por ser estas *raizes* conmensurables (§. 69.) Item $\surd^4 10 + \surd^4 8$: Item $\surd^4 10 - \surd^4 8$: porque sus Quadrados $\surd^2 10 + \surd^2 8$, y $\surd^2 10 - \surd^2 8$. Son inconmensurables.

106 Seis especies de *Binomios* distingue Euclides, y otras seis de *Residuos*. Las partes de los *Binomios* se llaman *Nonbres*: la parte maior, *nonbre maior*: la parte menor, *nonbre menor*: si los dos nonbres son *raizes*, la que tendrà maior numero, serà *nonbre maior*: como $\surd^2 24 + \surd^2 18$: el *nonbre maior* es $\surd^2 24$: si el un nonbre es numero, y el otro $\surd^2$ se reduzirà el numero a $\surd^2$ multiplicandole por si mesmo, y se conocera el maior: como $6 + \surd^2 20$: es $\surd^2 36 + \surd^2 20$: conque el *nonbre maior* es 6.

107 Quando la diferencia de los *Quadrados* del nonbre maior, y menor tiene $\surd^2$ conmensurable con el *Nonbre maior*.

Si

Si el *Nonbre maior* es conmensurable con qualquiera numero racional propuesto, serà *Binomio* 1°.

Si el *Nonbre menor* es conmensurable con qualquiera numero racional propuesto, serà *Binomio* 2°.

Si ningun nonbre es conmensurable con qualquiera numero racional propuesto, serà *Binomio* 3°.

108 Quando la diferencia de los *Quadrados* del nonbre maior, y menor, no tiene $\surd^2$ conmensurable con el *Nonbre maior*.

Si el *Nonbre maior* es conmensurable con qualquiera numero racional propuesto, serà *Binomio* 4°.

Si el *Nonbre menor* es conmensurable con qualquiera numero racional propuesto, serà *Binomio* 5°.

Si ningun *Nonbre* es conmensurable con qualquiera numero racional propuesto, serà *Binomio* 6°.

Los dos *Nonbres* no pueden ser conmensurables con qualquiera numero racional propuesto, porque fueran tanbien entresi conmensurables, y no hizieran *Binomio* (§.105.)

Los seis *Residuos*, ò *Apotomes* se explican por el mismo orden, pues solo se diferencian de los *Binomios* en el *signo* $-$ que llevan.

109 *Binomio* 1° es $6 + \surd^2 27$: la diferencia de los Quadrados 36, y 27 es 9: su $\surd^2$ es 3: conmensurable con el *nonbre maior* 6, y el nonbre maior 6 es conmensurable con qualquier numero racional propuesto: *Binomio* 2° es $\surd^2 48 + 6$. la diferencia de 48, y 36 es 12. su $\surd^2$ es $\surd^2 12$: conmensurable con $\surd^2 48$: (§.69.)

(§. 69.) y el nombre menor 6 es conmensurable cō qualquiera numero racional propuesto. *Binomio 3°.* es $\sqrt[2]{24} + \sqrt[2]{18}$: la diferencia de los Quadrados es 6, su $\sqrt[2]{}$ es $\sqrt[2]{6}$ conmensurable con $\sqrt[2]{24}$: y ninguno de los dos nonbres $\sqrt[2]{24}$. ni $\sqrt[2]{18}$ es conmensurable con qualquiera numero racional propuesto. *Binomio 4°* es $4 + \sqrt[2]{10}$: y *Binomio 5°.* es $\sqrt[2]{5} + 2$; y *Binomio 6°.* es $\sqrt[2]{80} + \sqrt[2]{50}$. Con el mesmo orden *Residuo 1°* es $6 - \sqrt[2]{27}$, y *Residuo 2°* es $\sqrt[2]{48} - 6$, y *Residuo 3°* $\sqrt[2]{24} - \sqrt[2]{18}$ &c.

110 REGLA 1ª.

Para la $\sqrt[2]{}$ de los Binomios, ò Residuos.

La $\sqrt[2]{}$ de la diferencia de los *Quadrados* añadase, y quitese al *nonbre maior*, partiendo la suma, y resta por 2, salen los terminos, cuias *raizes* juntas con +, son $\sqrt[2]{}$ del *Binomio*, y con −, son $\sqrt[2]{}$ del *Apotome*, ò *Residuo*.

Exenplo 1° del Binomio 1°, y Apotome 1°

Pidese la $\sqrt[2]{}$ de $23 + \sqrt[2]{448}$, u del *Apotome* $23 - \sqrt[2]{448}$. el Q° de 23, es 529: la diferencia de los Quadrados 529, y 448 es 81, su $\sqrt[2]{}$ es 9: añadida, y quitada al *nombre maior* 23, serà la suma 32, y la resta 14, su mitad es 16, y 7. Sus *raizes* son $\sqrt[2]{16}$, y $\sqrt[2]{7}$: esto es 4, y $\sqrt[2]{7}$: juntas con el *signo* +, la $\sqrt[2]{}$ del *Binomio* serà $4 + \sqrt[2]{7}$: y con el *signo* − la $\sqrt[2]{}$ del *Apotome* serâ $4 - \sqrt[2]{7}$.

111 *Exenplo 2°. del Binomio 2°., y Residuo 2°.*

Pidese la $\sqrt[2]{}$ del *Binomio 2°.* $\sqrt[2]{448} + 14$, u del *Apotome 2°.*

tome 2°. $\sqrt[2]{448} - 14$: el *Quadrado* de 14, es 196: la diferencia de los *Quadrados* 448, y 196 es 252: su $\sqrt[2]{}$ es $\sqrt[2]{252}$. añadida, y quitada al nōbre maior $\sqrt[2]{448}$ por el §.70, y 74, serà la suma $\sqrt[2]{1372}$, y la resta $\sqrt[2]{28}$: partidas por 2, que es $\sqrt[2]{4}$ por el §. 65: salen $\sqrt[2]{343}$, y $\sqrt[2]{7}$ sus *raizes* son $\sqrt[4]{343}$, y $\sqrt[4]{7}$: juntas con el *signo* +, la $\sqrt[2]{}$ del *Binomio 2°.* $\sqrt[2]{448} + 14$, serà $\sqrt[4]{343} + \sqrt[4]{7}$: y la $\sqrt[2]{}$ del *Apotome* serà $\sqrt[4]{343} - \sqrt[4]{7}$.

112 *Exenplo 3°. del Binomio 3°., y Residuo 3°.*

Pidese la $\sqrt[2]{}$ del *Binomio 3°.* $\sqrt[2]{448} + \sqrt[2]{336}$, u del *Apotome 3°.* $\sqrt[2]{448} - \sqrt[2]{336}$: la diferencia de los Quadrados 448, y 336 es 112, su $\sqrt[2]{}$ es $\sqrt[2]{112}$: añadida, y quitada al *nonbre maior* $\sqrt[2]{448}$ por el §.74, serà la suma $\sqrt[2]{1008}$, y la resta $\sqrt[2]{112}$: partidas por 2, que es $\sqrt[2]{4}$ por el §.65, salen $\sqrt[2]{252}$, y $\sqrt[2]{28}$: sus *raizes* son $\sqrt[4]{252}$, y $\sqrt[4]{28}$; juntas con el *signo* +, la $\sqrt[2]{}$ del *Binomio 3°.* $\sqrt[2]{448} + \sqrt[2]{336}$, serà $\sqrt[4]{252} + \sqrt[4]{28}$: y la $\sqrt[2]{}$ del *Apotome 3°.* serà $\sqrt[4]{252} - \sqrt[4]{28}$.

113 La prueva de estas operaciones es multiplicar la *raiz* por si mesma, y saldrà el *Binomio*, ò *Residuo*: como en el *Exenplo 1°.* el *Binomio* fue $23 + \sqrt[2]{448}$. su $\sqrt[2]{}$ saliò $4 + \sqrt[2]{7}$, y la del *Apotome* $4 - \sqrt[2]{7}$. Multiplicadas por si mesmas, por la *Regla* 2. del *Cap.* 6. §. 85.

$4 + \sqrt[2]{7}$		$4 - \sqrt[2]{7}$
$4 + \sqrt[2]{7}$		$4 - \sqrt[2]{7}$
$\sqrt[2]{112} + \sqrt[2]{49}$		$- \sqrt[2]{112} + \sqrt[2]{49}$
$16 + \sqrt[2]{112}$		$16 - \sqrt[2]{112}$
$23 + \sqrt[2]{448}$	*suma.*	$23 - \sqrt[2]{448}$.

La $\surd^2$ de 49 es 7: añadida a 16, ſale 23: la ſuma de $\surd^2 112$, y $\surd^2 112$ por el §. 74. es 448: con que ſale el meſmo *Binomio*, y *Reſiduo*.

114 Con el meſmo artificio ſe pueden ſacar las *raizes* de los *Binomios*, y *Apotomes* 4º 5º y 6º pero ſale una *raiz* conpueſta de dos *raizes* univerſales, que es mas confuſa, que el meſmo *Binomio*, y aſsi baſtarà cerrar el *Binomio* en un parentheſis, anteponiendo el *ſigno* $\surd$: como, la $\surd^2$ del *Binomio* 4º $24 + \surd^2 448$, ſerà $\surd^2 (24 + \surd^2 448)$ lo meſmo es de los *Apotomes*, y de las conpoſiciones, que no forman *Binomio*: como la $\surd^2$ de $\surd^4 10 + \surd^4 8$, ſerà $\surd^2 (\surd^4 10 + \surd^4 8)$ como ſe dixo §. 57, y 58. Conprehender en breve toda eſta materia es inpoſsible, baſtan eſtas noticias para el uſo del Algebra.

CAP. IX.

DE LOS QVEBRADOS DEL ALGEBRA.

115 LA noticia de los Quebrados es de ſuma inportancia, porque apenas ai operacion, que ſe libre dellos. Deve el Arithmetico tener muy en la memoria la dotrina del *Lib.* 1º deſde el §. 28. haſta 46: porq̃ todas aquellas Reglas ſon aqui neceſſarias. A dos eſpecies podemos reduzir los Quebrados que en eſta materia ſe ofrecen: la primera es, quando ſolo el numero, que acompaña a los *Caracteres*, y *Raizes* forma el Quebrado: como $\frac{2}{3} z^1$, y $\frac{4}{5} y^2$, y $\surd^2 \frac{8}{13}$ y $\surd^3 \frac{5}{7}$ &c. La ſegunda, quando el Quebrado ſe forma de los *Caracteres*, y *raizes*: como $\frac{15z^2}{4z^1}$ y $\frac{3x^2+6}{5z^1+4}$ y $\frac{\surd^2 20}{\surd^3 8}$ y $\frac{\surd^2 (6+\surd^2 3)}{\surd^2 5}$ &c. *Todos obſervan las reglas del Libro* 1º *y las de los Capitulos antecedentes, cada uno ſegun ſu eſpecie*. Aunque eſta regla lo conprehende todo, para mas claridad ſe explicarà con las ſiguientes reglas.

116 REGLA 1ª

Reduzir los Quebrados à un denominador.

Multiplicaſe en cruz para los *numeradores*: multipliquenſe los denominadores para el denominador comun (*Lib.* 1º §. 35.)

Exenplo 1º $\frac{3a^1+6}{2b^1} \times \frac{4b^1-2}{1a^2}$, es $\frac{3a^3+6a^2}{2b^1a^2}$ $\frac{8b^2-4b^1}{2b^1a^2}$ multiplicando $2b^1$ por $1a^2$ ſale $2b^1a^2$ (§. 16.) y es el denominador comun: multiplicando $3a^1+6$ por $1a^2$ ſale $3a^3+6a^2$ (§. 31.) y es el Numerador 1º multiplicando $4b^1-2$ por $2b^1$, ſale $8b^2-4b^1$ (§. 31.) y eſtã los Quebrados reduzidos a un denominador, como ſe ve. *Exenplo* 2º $\frac{\surd^2 7a^2}{\surd^2 10} \times \frac{\surd^2 5x^3}{\surd^2 3a^2}$. reduzidos ſeràn $\frac{\surd^2 21a^4}{\surd^2 30a^2}$ $\frac{\surd^2 50x^3}{\surd^2 30a^2}$: Multiplicando $\surd^2 10$ por $\surd^2 3a^2$ ſale el denominador comun $\surd^2 30a^2$ (§. 66.) Multiplicando en cruz $\surd^2 7a^2$ por $\surd^2 3a^2$, ſale $\surd^2 21a^4$, y multiplicando $\surd^2 5x^3$ por $\surd^2 10$, ſale $\surd^2 50x^3$: &c. Si las $\surd\surd$. tienen diferente *exponente* ſe reduziràn 1º por el §. 61, y luego ſe obrarà como antes.

117 R E G L A II.

Sumar, y reſtar los Quebrados.

Reduzganſe a un denominador (§.116.) y ſumenſe, ò reſtēſe los numeradores. *Exenplo* 1.° $\frac{3A1+6}{2B1} \times \frac{4B1-5}{3B2}$. reduzidos ſon $\frac{9A1B2+18B2}{6B3}$ y $\frac{8B2-10B1}{6B3}$. ſumādo, ò reſtādo los Numeradores, ſerà la ſuma (§.23) $\frac{9A1B2+26B2-10B1}{6B3}$. ò la reſta (§.28.) $\frac{9A1B2+10B2-10B1}{6B3}$. *Exē.* 2.° $\frac{\sqrt[3]{24}}{\sqrt[2]{10}} \times \frac{\sqrt[2]{7}}{\sqrt[3]{10}}$ por tener los denominadores diferente *exponente*, ſe reduziràn 1.° por el §.61. y ſeràn $\sqrt[6]{100}$, y $\sqrt[6]{1000}$: multiplicādo entreſi (§.65) ſale $\sqrt[6]{100000}$, y es el denominador: multiplicando agora en cruz $\sqrt[3]{24}$ por $\sqrt[3]{10}$ ſale $\sqrt[3]{240}$: y $\sqrt[2]{7}$ por $\sqrt[2]{10}$, ſale $\sqrt[2]{70}$: con que los Quebrados reduzidos ſon $\frac{\sqrt[3]{240}}{\sqrt[6]{100000}}$ y $\frac{\sqrt[2]{70}}{\sqrt[6]{100000}}$ ſumando, ò reſtando los Numeradores, ſerà la ſuma $\frac{\sqrt[3]{240}+\sqrt[2]{70}}{\sqrt[6]{100000}}$, ò la reſta $\frac{\sqrt[3]{240}-\sqrt[2]{70}}{\sqrt[6]{100000}}$. §.74.

R E G L A III.

118 *Multiplicar los Quebrados.*

Multiplicanſe los Numeradores entreſi, y los denominadores entreſi (*Lib.* 1. §.44.) *Exē.* 1.° $\frac{9x4-10x2}{5x3}$. por $\frac{6x1-4}{7}$ multiplicando $9x^4 - 10x^2$ por $6x^1 - 4$ (§.31.) ſale el Numerador $54x^5 - 36x^4 - 60x^3 + 40x^2$. y multiplicando los denominadores $5x^3$ y 7, ſale $35x^3$ (§.15.) y es el *Producto* $\frac{54x5-36x4-60x3+40x2}{35x3}$. *Exēplo* 2.° $\frac{6-\sqrt[2]{20}}{\sqrt[3]{24}}$ por $\frac{8-\sqrt[2]{45}}{\sqrt[3]{10}}$. Multiplicādo $6-\sqrt[2]{20}$ por $8-\sqrt[2]{45}$. ſale $78-\sqrt[2]{5780}$ (§.85.) y multiplicando los denominadores $\sqrt[3]{24}$, y $\sqrt[3]{10}$ ſale $\sqrt[3]{240}$ (§.65.) con que todo el *Producto* ſerà $\frac{78-\sqrt[2]{5780}}{\sqrt[3]{240}}$.

119 R E G L A IV.

Partir los Quebrados.

Eſcriveſe 1.° el que ſe ha de partir, luego el *Partidor*: multiplicaſe en cruz (*Lib.* 1.° §.45.) *Exenplo* 1.° $\frac{10A3-5A1}{7A2} \times \frac{7A1+5}{9} \times \frac{90A3-45A1}{49A3+35A2}$. $10a^3 - 5a^1$ por 9. ſale $90a^3 - 45a^1$, y $7a^2$ por $7a^1 + 5$, ſale $49a^3 + 35a^2$ (§.31.) *Exenplo* 2.° $\frac{\sqrt[2]{20}-2}{\sqrt[2]{15}+3} \times \frac{\sqrt[2]{10}}{\sqrt[2]{7}} \times \frac{\sqrt[2]{140}-\sqrt[2]{28}}{\sqrt[2]{150}+\sqrt[2]{90}}$. Multiplicando $\sqrt[2]{20} - 2$ por $\sqrt[2]{7}$: ſale $\sqrt[2]{140} - \sqrt[2]{28}$: y multiplicando $\sqrt[2]{15} + 3$ por $\sqrt[2]{10}$: ſale $\sqrt[2]{150} + \sqrt[2]{90}$: (§.85.) y el *Quociente* ſerà $\frac{\sqrt[2]{140}-\sqrt[2]{28}}{\sqrt[2]{150}+\sqrt[2]{90}}$. &c.

120 R E G L A V.

Hallar las partes de un Quebrado.

Multipliqueſe el Quebrado dado por el Quebrado de las partes q̃ ſe buſcan: como pidenſe $\frac{2}{3}$ de $\frac{5Z2+4A3-5}{6A2}$. multiplicado por $\frac{2}{3}$. ſale $\frac{10Z2+8A3-10}{18A2}$ que es $\frac{2}{3}$ del Quebrado dado: Lo meſmo es en los irracionales. Para ſumar, reſtar, multiplicar, ò partir unas partes de un Quebrado con otras; por el *Lib.* 1.° *Cap.* 8.° ſe ſumaràn, reſtaràn, multiplicaran, ò partiràn entreſi los Quebrados de las partes, y por el Quebrado que ſale, ſe multiplicarà el Quebrado dado: como pideſe la ſuma de $\frac{2}{3}$, y $\frac{3}{5}$ de $\frac{10A2+4}{7}$: la ſuma de $\frac{2}{3}$, y $\frac{3}{5}$ es $\frac{9}{15}$ (*Lib.* 1.° §.41.) multiplicando $\frac{10A2+4}{7}$ por $\frac{9}{15}$ ſale $\frac{90A2+36}{105}$ la ſuma que ſe pide &c.

121 De la meſma ſuerte, para ſumar, reſtar, multiplicar, ò partir un Quebrado con ſus partes; ſe ſumarà, reſtarà, multiplicarà, ò partirà el Quebrado de las partes cō la unidad (*Lib.* 1. *Cap.* 8.°) y por el Que-

brado, que sale, se multiplicarà el Quebrado dado: como pidese que se quiten $\frac{2}{3}$ de $\frac{7A3+8A1}{6X2}$ quitando $\frac{2}{3}$ de la unidad, queda $\frac{1}{3}$. Multiplicando el Quebrado $\frac{7A3+8A1}{6X2}$ por $\frac{1}{3}$ sale $\frac{7A3+8A1}{18X2}$. Item pidese que se parta este Quebrado $\frac{5B2+7}{3B1}$ por sus $\frac{3}{4}$. partase la unidad por $\frac{3}{4}$ esto es $\frac{1}{1}$ por $\frac{3}{4}$ sale $\frac{4}{3}$ multipliquese $\frac{5B2+7}{3B1}$ por $\frac{4}{3}$ sale $\frac{20B2+28}{9B1}$. Lo mesmo es en los irracionales &c.

122 De lo dicho se infiere, que las operaciones de los Quebrados Algebraticos se conponen del *Lib.* 1.º y de los Capitulos antecedentes, de esta suerte, que el *Cap.* 8.º del *Lib.* 1.º enseña lo que se deve hazer, sumar, restar, ò multiplicar, y los Capitulos antecedentes de este Libro, enseñan el modo de sumar, restar, multiplicar, ò partir; segun el Quebrado fuere de Caracteres sinples, ò conpuestos, de irracionales sinples ò conpuestos, ò √√ universales: Principalmente deve estar muy en la memoria el §. 46. del *Lib.* 1.º porque es de sumo alivio: y lo que se dixo de los *signos* +, y — en el §. 31: porque es facil la equivocacion.

123 *Porque —, y — hazen +.*

La razō nace del *Libro* 2.º de Euclides *prop.* 3, y 4. y para los que no son Geometras la explicare con numeros. Sea el numero 5 — 2, que es lo mesmo que 3: multiplicando 3 por 3, sale 9: y lo mismo ha de salir, multiplicando 5 — 2 por 5 — 2. Multipliquese pues 1.º 5 — 2 por 5, sale 25 — 10. luego multipliquese 5 por — 2 sale — 10: y dexese la multiplicacion de — 2 por — 2: la suma es 25 — 20, quitādo 20 de 25, serà el *Producto* 5: avia de ser 9: luego de 25 se han quitado 4 mas de lo justo: estos pues se restituyen multiplicando — 2 por — 2, y asi ha de salir + 4, y serà todo el *Producto* 25 — 20 + 4, que es 29 — 20, esto es 9: con que es preciso que —, y — hagan + en la multiplicacion, y lo mesmo es en la particion.

$$\begin{array}{r} 5 - 2 \\ 5 - 2 \\ \hline 25 - 10 \\ - 10 \\ \hline \textit{Producto.}\quad 25 - 20 \end{array}$$

124 *De los numeros falsos.*

Numeros falsos, ò fingidos son los que llevan el *signo* —, y procedē quando se resta el numero maior del menor: como 2 — 5 es lo mesmo que — 3: esto es 3 menos que zero, ò nada: Estos numeros son de mucho uso: como si Pedro tiene 2, y jugando pierde 5: tiene 2 — 5 esto es — 3, porque queda deviendo 3, de suerte que si despues adquiere 10, tendrà 10 — 3 esto es 7: pues pagando 3, que devia, le quedaràn 7: En la multiplicacion es admirable su propiedad, pues el mesmo Quadrado nace del numero verdadero 5 — 2, que del falso 2 — 5: multiplicando 5 — 2 por 5 — 2 sale 29 — 20, q̄ es 9 (§. 123.) y multiplicando 2 — 5 por 2 — 5, sale 29 — 20 que es 9: como se ve, y asi se hallan algunas vezes dos *raizes* una verdadera, y otra falsa: que es numero falso, y sirve para determinar la *raiz* verdadera.

$$\begin{array}{r} 2 - 5 \\ 2 - 5 \\ - 10 + 25 \\ 4 - 10 \quad \\ \textit{suma.}\ \ 4 - 20 + 25. \end{array}$$

CAP. X.

REGLA VNICA DEL ALGEBRA.

125 *EN lugar del numero incognito, que se busca, supongase una letra del abecedario A. B. C. &c. Sea pues la letra* $1\,z^1$*: y con ella se haràn todas las operaciones sumando, restando, multiplicando, ò partiendo, conforme el tenor de la question propuesta, hasta hallar alguna igualacion. 2°. esta igualacion se reduzirà si fuere necessario: 3°. se buscarà el valor de la letra, y esse es el numero incognito, que se busca.*

En esta breve regla se cifra toda la inmensidad del Algebra: contiene tres partes, que son *igualacion, reduccion, y valor de la letra*: de la primera trataremos en este Capitulo, y de las otras en los dos siguientes.

125 *DE LA IGVALACION.*

Igualacion es la conparacion de una Cantidad con otra igual de diferente nonbre, ó la igualdad de dos Cantidades en el nõbre diferentes: como $1\,z^2 + 6\,z^1$ es igual a 16. Denotase la igualdad con este caracter $\propto$, de esta suerte $1\,z^2 + 6\,z^1 \propto 16$, ò con este otro ♎, assi: $1\,z^2 + 6\,z^1$ ♎ 16, esto es $1\,z^2 + 6\,z^1$ son iguales a 16. En adelante con este caracter ♎ significarè la igualdad por ser en la pratica mas facil.

Hallase la igualacion siguiẽdo el tenor de la question propuesta, sumando, restando, multiplicando, ò par-

partiẽdo el caracter supuesto $1\,z^1$, hasta hallar la igualacion deseada: como en los exenplos siguientes.

127 *Exenplo* 1°. Pidese, que este numero 100. se parta en tales dos partes, que multiplicando la una por la otra, sea el *Producto* 2400: Supongase que la primera parte es $1\,z^1$ quitada de 100, serà la segunda parte $100 - 1\,z^1$ (§.14.) pues la question dize que se multiplique la una parte por la otra, se multiplicarà $100 - 1\,z^1$ por $1\,z^1$, y serà el *Producto* $100\,z^1 - 1\,z^2$ (§.31.) y pues la question dize que el *Producto* sea igual a 2400: tenemos ya la *igualacion* $100\,z^1 - 1\,z^2$ ♎ 2400.

128 *Exenplo* 2°. Pidese un numero, que añadiẽdole, y quitandole 5: multiplicando entresi la suma, y resta, sea el *Producto* 875: Supongo que es el numero $1\,z^1$ añadiendole 5, serà la suma $1\,z^1 + 5$, y quitandole 5, serà la resta $1\,z^1 - 5$: Multiplicando, como dize la question, $1\,z^1 + 5$ por $1\,z^1 - 5$ sale el *Producto* $1\,z^2 - 25$ (§.32.) que es igual a 875, y tenemos la igualacion $1\,z^2 - 25$ ♎ 875. Estos son exenplos llanos, pero otras vezes es necessario valerse de algunos principios, que sirven tanbien para la *reduccion*, y aunque muchos estã explicados en el *Libro* 1°. §.69.70. y 213. pondre aqui una breve suma.

129 *Principios generales para la igualacion.*

1° *El Todo es igual à todas sus partes juntas.*

2° *Las Cantidades iguales à otra, son etre si iguales.*

3° *Si à iguales se añaden, ò quitã iguales, quedan iguales.*

4° Y ſi iguales ſe multiplican, ò parten por iguales.

5° El Multiplicador, ò Partidor comun no altera la proporcion.

6° La Proporcion directa, es tanbien alterna, y converſa.

7° Si à proporcionales ſe añaden, ò quitan proporcionales ſemejantes, reſultan proporcionales.

8° Si ai quatro proporcionales, el Producto de los eſtremos es igual al Producto de los medios.

9° Si ai tres proporcionales, el Producto de los eſtremos es igual al Quadrado del medio.

130 Sin eſtos Principios es muchas vezes preciſo valerſe de algunas propoſiciones Geometricas, para reſolver las Queſtiones, que pertenecē a la Geometria, aunque ſe proponen con eſtilo Arithmetico: como: 1° Si un Triangulo es rectangulo, el Quadrado del lado maior es igual a los dos Quadrados de los dos lados. 2° Si dos rectangulos ſon iguales, los lados ſon reciprocamēte proporcionales. 3° Los rectangulos ſemejantes tienen entreſi la proporcion duplicada de los lados. En fin generalmente no ai propoſicion en la Geometria, de que no pueda valerſe el Algebriſta, para reſolver otras.

131 *De la queſtion inpoſsible, y ridicula.*

La Queſtion propueſta es tal vez inpoſsible, ò ridicula, incapaz de reſoluciō: eſto conocera el Arithmetico en llegando a la igualacion: Si vna Cantidad ſe halla igual a otra maior, ò menor, ſerà la Queſtion inpoſsible: como ſi $20 z^2 - 15$ ſe hallaſe igual a $25 z^2$

$+ 30$:

$+ 30$: Item $6 z^3 + 4 z^2 - 5 \frown 4 z^2 - 20$: en eſtas, y ſemejantes igualaciones con evidencia ſe percibe la inpoſsibilidad, y deſigualdad.

132 Si vna Cantidad ſe halla igual a ſi meſma, es la Queſtion ridicula: como $6 z^2 + 4 z^1 \frown 6 z^2 + 4 z^1$: Itē $8 z^3 - 4 z^2 \frown 8 z^3 - 4 z^2$, &c: Eſta igualacion es inutil, por no ſer las partes de diferente nōbre (§. 126.) Puede proceder eſto de tres partes. 1° porque no ſe dan los terminos ſuficientes en la pregunta, para llegar a la igualacion conveniente: y es lo mas ordinario. 2° porque qualquier numero puede reſolver la queſtion: y en eſte caſo no es la igualacion inutil, pues ya determina la verdad, y en las queſtiones Geometricas ſirve mucho. 3° porque no ſe examinaron bien todas las circunſtancias de la Queſtiō: y aſsi conviene examinarla por otra parte, ò haziendo diferente ſupoſicion, ò ſiguiendo la igualacion por diferentes principios.

133 *De las ſupoſiciones diferentes.*

No es preciſo ſuponer ſienpre $1 z^1$, porque tal vez ſerà mas facil ſuponer la meſma letra con diferentes numeros: como pidenſe dos numeros con proporcion de 2 a 3, que multiplicados, &c: Supongo que el 1° ſea $2 z^1$, y el 2° $3 z^1$ &c: otras vezes conviene ſuponer diferentes letras, que llaman ſegundas *raizes*: como ſupongo que el 1° ſea $1 z^1$, y el 2° $1 x^1$ &c: con eſto ſe ſigue la pregunta haſta llegar a la igualacion. Tanbien ſe puede ſuponer alguna *Poteſtad* de la letra,

Qua-

Quadrado, ò Cubo, &c: como $1\, z^2$, ò $1\, z^3$, &c. y ſi en eſto ſe tiene cuidado, ſirve para evitar los irracionales, y la moleſtia de ſus operaciones. De todo pondremos exenplos en las Queſtiones del *Libro* 4.°

CAP. XI.

REDUCCION DE LA IGUALACION.

134 NO ſienpre la igualaciō ſe halla en terminos habiles, para ſacar el valor de la letra, y es neceſſario reduzirla de ſuerte, que en la una parte de la igualaciō ſe halle el numero ſolitario ſin Caracter alguno, por ſer la *Cantidad* conocida, de quien ſe ha de ſacar el valor de la letra, ò por diviſiō, ò por extraccion de *raiz*: y el Caracter maior en la otra parte de la igualacion, ſe ha de reduzir a unidad. 1.° ſe librarà la igualacion de Quebrados. 2.° ſe harà depreſsion de Caracteres, ſi ai neceſsidad. 3.° ſe reduzirà el numero ſolo a la una parte de la igualacion. 4.° ſe reduzirà el Caracter maior a unidad.

135 *Reduccion de los Quebrados à enteros.* Multipliquenſe todos los terminos por el denominador del Quebrado: y ſi huviere muchos Quebrados de diferētes denominadores, multiplicaraſe primero por el uno, y deſpues por el otro &c: como $\frac{6 z^1}{5 z^2} + 10 z^3 - 20 \backsim \frac{5}{7} z^1 + 600$. Multiplicaraſe primero por $5 z^2$, y ſale $6 z^1 + 50 z^5 - 100 z^2 \backsim \frac{25}{7} z^3 + 3000$

$+ 3000 z^2$: luego porque aū queda el Quebrado $\frac{25}{7} z^3$, ſe multiplicaràn todos los terminos que ſalieron en la multiplicaciō precedēte, por 7, y ſale $42 z^1 + 350 z^5 - 700 z^2 \backsim 25 z^3 + 2100 z^2$. Si huviera otro Quebrado ſe multiplicaria otra vez eſta igualacion. Para eſtas reducciones es de gran conveniencia el §.46. del *Libro* 1.°

136 *Reduccion por depreſsion de Caracteres.* Quando todos los terminos de la igualacion ſon *Caracteres*, y en ninguna parte ai numero ſin letra, ſe harà la *depreſsion* de los *caracteres*, quitando el exponēte menor de todos los exponentes; y es lo meſmo que partir todos los terminos por el Caracter menor, con que es fuerça quede en la una, ò en las dos partes numero ſin Caracter: como ſi $2 z^3 \backsim 16 z^1$ partiendo los terminos por $1 z^1$, quedarà $2 z^2 \backsim 16$ por el §.19. Item $6 z^3 + 15 z^2 \backsim 100 z^2$, quitando el exponente menor, ò partiēdo por $1 z^2$ quedarā $6 z^1 + 15 \backsim 100$. Item $7 z^5 - 20 z^3 + 10 z^2 \backsim 25 z^4 + 7010 z^2$: partiendo por $1 z^2$, que es el caracter menor, quedaràn $7 z^3 - 20 z^1 + 10 \backsim 25 z^2 + 7010$: de ſuerte, que ſe quita el Caracter menor, y el exponēte menor ſe reſta de los maiores: eſta *depreſsion*, ò *diminucion* ſe llama *Hypobibaſmo*.

137 *Reduccion del numero à la una parte.* Se haze añadiendo, ò quitando, pues añadir, ò quitar partes iguales, no inpide la igualacion (*principio* 3.° §.129.) 1.° ſi el numero tiene *ſigno* — ſe paſſarà a la otra parte

parte con el *ſigno* +; y ſi en las dos partes huviere numero con un meſmo *ſigno*, ſe quitarà el menor del maior, y quedarà la diferencia con + en la parte del maior ſi el ſigno es +, ò en la parte del menor ſi es el *ſigno* —. 2°. ſi en la parte del numero ai Caracter con +, ò — ſe paſſarà a la otra parte con el *ſigno* contrario, y quedarà el numero ſolo en la una parte, y los Caracteres en la otra: 3°. Si en eſta huviere letras ſemejantes de un meſmo *exponente* ſe ſumaràn, obſervando la diferencia de los *ſignos* (§.25.) como en los exenplos.

138 *Exenplo* 1°. $6z^2 - 5z^1 \propto 30z^1 - 500$: porque el numero 500 tiene el *ſigno* — paſſarà a la parte contraria con +, y ſerà $6z^2 - 5z^1 + 500 \propto 30z^1$: y paſſando $6z^2 - 5z^1$ a la otra parte con los *ſignos* contrarios ſerà $500 \propto 30z^1 - 6z^2 + 5z^1$: y ſumando $30z^1$ con $5z^1$, ſerà la igualacion $35z^1 - 6z^2 \propto 500$. *Exenplo* 2°. $7z^3 + 4z^2 + 10 \propto 400z^1 - 200$; paſſando el numero 200 a la otra parte, y ſumandole con + 10, ſerà $7z^3 + 4z^2 + 210 \propto 400z^1$, y paſſando $7z^3 + 4z^2$ a la otra parte con el *ſigno* contrario, quedarà $210 \propto 400z^1 - 7z^3 - 4z^2$.

139 *Exenplo* 3°. $20z^4 + 30 \propto 100z^2 + 4000$: quitando 30 de 4000, quedarà $20z^4 \propto 100z^2 + 3970$: y paſſando $100z^2$ a la otra parte con — ſerà $20z^4 - 100z^2 \propto 3970$. *Exenplo* 4°. $20z^4 + 50z^3 - 30 \propto 100z^2 + 30z^1 - 4000$. quitando 30 de 4000, quedan 3970 con el *ſigno* + en la parte de 30,

y ſerà $20z^4 + 50z^3 + 3970 \propto 100z^2 + 30z^1$, y, paſſando $20z^4 + 50z^3$ a la otra parte con el *ſigno* contrario, quedarà $3970 \propto 100z^2 + 30z^1 - 20z^4 - 50z^3$ en eſtos exenplos ſe conprehenden todos los caſos. Que el numero eſtè en la primera, ò ſegunda parte, no inporta, aunque es mejor ponerle en la ſegunda aſsi $100z^2 + 30z^1 - 20z^4 - 50z^3 \propto 3970$.

140 *Reduccion del Caracter maior à unidad.*

Partanſe todos los terminos por el numero del Caracter maior, y quedarà reduzido: como ſi $10z^3 + 30z^2 - 40z^1 \propto 5000$. el Caracter maior es z^3 ſu numero 10, partiendo todos los numeros por 10, ſerà $1z^3 + 3z^2 - 4z^1 \propto 500$. *Exenplo* 2°. $4z^4 + 28z^2 - 80z^1 \propto 8800$. partiendo por 4, quedarà $1z^4 + 7z^2 - 20z^1 \propto 2200$.

141 Quando la particion no puede venir juſta, ſe formarà una progreſsion Geometrica, que el termino 1°. ſea la unidad; el 2°. ſea el numero del Caracter maior, el 3°. ſu *Quadrado*, el 4°. ſu *Cubo* &c: Los terminos han de ſer tantos como el *exponente* maior de la igualacion: y començando por el ultimo ſe eſcriviràn los *exponentes*. 0. 1. 2. 3. &c. Los terminos pues de la igualacion, ſe multiplicaràn por los terminos de la progreſsion, que correſponde a ſu *exponente*: y dexando el Caracter maior con la unidad, quedarà reduzida la igualacion: pero la *raiz* de eſta nueva igualacion ſe ha de partir por el numero de Ca-

racter maior, y el *Quociēte* serà la *raiz* verdadera de la primera igualacion.

142 *Exenplo* 1º sean $10z^6 + 5z^4 - 2z^3 - 100z^2 + 200z^1 \frown 1004000$: El *Exponente* maior es ^{6} el numero de z^6 es 10. dispongase pues la progression hasta 6 terminos, y serà.

Progression 1. 10. 100. 1000. 10000. 100000.
Exponentes. 5 4 3 2 1 0

Luego $5z^4$ se multiplicarà por 10, que corresponde al *exponente* ^{4} y $2z^3$ se multiplicarà por 100, que corresponde al *exponente* ^{3} y $100z^2$ se multiplicarà por 1000, que corresponde al *exponente* ^{2} y $200z^1$ se multiplicarà por 10000, que corresponde al *exponente* 1: El numero se multiplicarà sienpre por el ultimo termino; que agora es 100000, y serà la nueva igualacion reduzida. $1z^6 + 50z^4 - 200z^3 - 100000z^2 + 2000000z^1 \frown 100400000000$. Su *raiz* por el *Cap.* 10. del *Lib.* 2º se hallarà 100: partida por 10. numero del *Caracter* maior, es el *Quociente* 10; y *raiz* de la primera igualacion.

143 *Exenplo* 2º $2z^4 + 1z^1 \frown 320020$, el *Exponente* maior ^{4} el numero es 2.

Progression. 1. 2. 4. 8. Multiplicando el numero
Exponentes. 3 2 1 0 320020 por 8 sale 2560160.

Multiplicando $1z^1$ por 4, que corresponde al *Exponente* ^{1} sale $4z^1$ y la igualacion es $1z^4 + 4z^1 \frown 2560160$. *Exenplo* 3º $3z^3 + 4z^2 + 120z^1 \frown 7200$, el *Exponente* maior ^{3} el numero es tanbien 3.

Progression. 1. 3. 9 Multiplicando el numero.
Exponentes. 2 1 0 7200 por 9 sale 64800.

Multiplicando $120z^1$ por 3. sale $360z^1$: multiplicando $4z^2$ por 1 sale $4z^2$, y la igualacion $1z^3 + 4z^2 + 360z^1 \frown 64800$.

144 Esta reduccion del Caracter maior a unidad no es sienpre necessaria, pues sin ella se puede sacar la *Raiz* de la Cantidad, como se viò en el *Lib.* 2º Solo es conveniente quando la negacion es inversa, y necessario, quando ai en la igualacion dos Caracteres, y el *exponente* maior es duplo del menor, porque en este caso, se puede la *raiz* hallar con maior facilidad por la regla particular del Capitulo siguiente.

CAP. XII.

VALOR DE LA LETRA.

145 ESTE es el fin de todo el trabajo antecedente, pues como la *letra* se supone en lugar del numero incognito, que se pide, sabido el valor de la *letra*, se sabe el numero, y queda la questiō resuelta, y descifrado el enigma. Reduzida pues la igualacion por el *Cap.* 11. se observarà la siguiente.

146 *REGLA GENERAL.*

Si el caracter es solo, y su exponente ^{1} *se partirà la Cantidad por el numero del caracter; si el exponente es* ^{2} ^{3} ^{4} *&c. se sacarà la* $\sqrt{}^2$ $\sqrt{}^3$ $\sqrt{}^4$ *&c. y si ai muchos caracte-*

caracteres conpuestos con afirmacion, ò negacion se sacarà la raiz conforme el exponente maior por el Libro 2.° El Quociente, ò raiz hallada serà el valor de la letra.

147 *Exenplo* 1.° Hallase $10z^1 \frown 300$: partiendo la *Cantidad* 300 por el numero de z^1 que es 10, sale el *Quociente* 30, y es el valor de z^1. *Exenplo* 2.° hallòse $1z^2 \frown 72250000$, la $\sqrt{^2}$ de 72250000 es el valor de la letra $1z^1$, que es 8500 (*Lib.* 2.° §. 23.) *Exenplo* 3.° hallòse $1z^3 \frown 241106408424$: su $\sqrt{^3}$ es 6224 (*Lib.* 2.° §. 28.) y es el valor de $1z^1$. *Exenplo* 4.° $1z^4 + 21z^3 + 1000z^1 \frown 11174208000$: la $\sqrt{^4}$ de esta conposicion es 320, valor de $1z^1$ (*Lib.* 2.° §. 80.) *Exenplo* 5.° $1z^3 - 219z^2 - 218z^1 \frown 440$: la $\sqrt{^3}$ de esta conposicion es 220 (*Lib.* 2. §. 107.) y es el valor de la letra $1z^1$ &c.

148 REGLA PARTICULAR.

Quando en la igualacion ai dos caracteres, y el exponente maior es duplo del menor; 1.° al Quadrado del numero del caracter menor Añadase, ò quitese el Quadruplo de la Cantidad, segun el signo del caracter maior. 2.° sacada la $\sqrt{^2}$ de la suma, ò resta, si el caracter menor tiene el signo +, se tomarà la diferencia de su numero, y de esta raiz; y si —, se tamara la suma. 3.° la mitad de esta diferencia, ò suma es el valor del caracter menor.

Si el Caracter maior tiene el *signo* —, tendrà el Caracter menor dos valores, y la suma de los dos, es igual a su numero, con que la diferencia de su numero, y del valor 1.°, serà el valor 2.° algunas vezes los dos

satisfazen a la question, otras vezes solo el uno; y esto se deve examinar.

149 *Exenplo* 1.° sea $1z^2 + 9z^1 \frown 90$: Porque el *Exponente* maior ^{2} es duplo del menor ^{1} tiene lugar la regla: el Quadrado de 9. numero del *caracter menor* es 81. el Quadruplo de la *Cantidad* 90 es 360 añadido a 81, porque el *caracter maior* tiene el *signo* +, serà la suma 441. su $\sqrt{^2}$ es 21: y porque el *caracter menor* tiene el *signo* + $9z^1$, se tomarà la diferencia de 9, y de la *raiz* 21, que es 12, su mitad 6 es el valor de $1z^1$.

150 *Exenplo* 2.° sea $1z^4 + 7z^2 \frown 44$. el *Exponente* ^{4} es duplo de ^{2}. El Quadrado pues de 7 es 49: el Quadruplo de la *Cantidad* 44 es 176, añadido a 49 porque $1z^4$ se entiende que tiene el *signo* +, serà 225, su $\sqrt{^2}$ es 15, y porque el *caracter menor* tiene el *signo* + $7z^2$ la diferencia de 7, y 15 es 8, su mitad 4 es valor de $1z^2$ sacando pues la $\sqrt{^2}$ de 4. serà 2 el valor de $1z^1$.

151 *Exenplo* 3.° sea $1z^6 + 5z^3 \frown 104$: El Quadrado de 5 es 25: el Quadruplo de 104 es 416, añadido a 25, serà 441, su $\sqrt{^2}$ es 21, la diferencia de 5 y 21 es 16; su mitad es 8 valor de $1z^3$: sacando la $\sqrt{^3}$ de 8, serà 2 el valor de $1z^1$.

152 *Exenplo* 4.° sea $1z^2 - 3z^1 \frown 40$. el Quadrado de 3 es 9: el Quadruplo de 40 es 160 añadido a 9, serà 169 su $\sqrt{^2}$ es 13: y porque el *caracter menor* $3z^1$ tiene el signo — se sumaràn 3, y 13 son 16, su mitad 8. valor de $1z^1$.

153 Exen-

153 *Exenplo* 5º sea $1\mathfrak{z}^4 - 7\mathfrak{z}^2 \backsim 450$. el Quadrado de 7 es 49: el Quadruplo de 450 es 1800: añadido a 49, serà 1849. su $\sqrt{}^2$ es 43: sumada con 7 porque $7\mathfrak{z}^2$ tiene el *signo* — serà 50: su mitad 25 valor de $1\mathfrak{z}^2$ y sacãdo la $\sqrt{}^2$ de 25, serà 5 el valor de $1\mathfrak{z}^1$. De la mesma suerte si es $1\mathfrak{z}^6 - 11\mathfrak{z}^1 \backsim 432$. el Qº de 11 es 121. el Quadruplo de 432 es 1728: añadido a 121 porque el *caracter maior* es +, serà 1849, su $\sqrt{}^2$ es 43: sumada cõ 11 porque el *caracter menor* es —, serà 54, su mitad es 27 valor de $1\mathfrak{z}^3$ sacada la $\sqrt{}^3$ de 27 es 3 el valor de $1\mathfrak{z}^1$.

154 *Exenplo* 6º sean $13\mathfrak{z}^1 - 1\mathfrak{z}^2 \backsim 30$. el Qº de 13 numero del *caracter menor* es 169: el Quadruplu de la *Cantidad* 30 es 120: restado de 169, porque el *caracter maior* tiene el *signo* — quedan 49: su $\sqrt{}^2$ es 7: y porque el *caracter menor* tiene el *signo* +. la diferencia de 13, y 7 es 6, su mitad es 3. valor de $1\mathfrak{z}^1$ y por ser el *caracter maior* negado, tendrà el *caracter menor* dos valores, restãdo pues de su numero 13 el valor 1º. 3, quedan 10, y es el valor 2º de $1\mathfrak{z}^1$.

155 *Exenplo* 7º sean $230\mathfrak{z}^2 - 1\mathfrak{z}^4 \backsim 13000$. el Qº de 230 es 52900. el quadruplo de la *Cantidad* 13000 es 52000, restado de 52900, quedan 900 su $\sqrt{}^2$ es 30: y porque el *caracter menor* es +, la diferencia de 30, y de $230\mathfrak{z}^2$ es 200, su mitad 100. valor 1º de $1\mathfrak{z}^2$ y restando 100 de 230 quedan 130 valor 2º de $1\mathfrak{z}^2$: sacando la $\sqrt{}^2$ de los dos valores 100. y 130, seràn 10, y $\sqrt{}^2 130$ los valores de $1\mathfrak{z}^1$. En el *Lib.* 2º §. 153. se hallarà otro exenplo en que las dos *raizes* son racionales.

156 *Exenplo* 8º sean $800\mathfrak{z}^3 - 1\mathfrak{z}^6 \backsim 156751$. el Qº de 800 es 640000. el Quadruplo de 156751 es 627004, restado de 640000, quedan 12996: su $\sqrt{}^2$ es 114: la diferencia de 114, y 800 es 686 su mitad es 343 valor 1º de $1\mathfrak{z}^3$ restando 343 de 800, queda el valor 2º 457: la $\sqrt{}^3$ de 343, y 457 es 7, y $\sqrt{}^3 457$ valor 1º, y 2º de $1\mathfrak{z}^1$.

157 Aunque las dos *raizes* salgan irracionales se guarda el mesmo estilo: como si $8\mathfrak{z}^1 - 1\mathfrak{z}^2 \backsim 5$. el Qº de 8 es 64: el Quadruplo de 5 es 20, quitado de 64, quedan 44; su $\sqrt{}^2$ es $\sqrt{}^2 44$, la diferencia de 8, y $\sqrt{}^2 44$ es $8 - \sqrt{}^2 44$, su mitad partiendo por 2 (§. 89.) es $4 - \sqrt{}^2 11$. el valor 1º, si se resta de 8, quedarà $4 + \sqrt{}^2 11$ el valor 2º: de $1\mathfrak{z}^1$.

158 Esta regla aunq̃ no es general para todas las igualaciones es de suma inportancia por su facilidad, y deve el Arithmetico tenerla bien entendida, por ser la que con mas frequencia ocurre, como se verà en las questiones del siguiente Libro: pero quando ai mas de dos Caracteres, como tres, quatro &c. ò quando aunque sean dos, los *exponentes* no estan en proporciõ dupla, esto es que el maior no es duplo del menor: como $\mathfrak{z}^1 + \mathfrak{z}^3$. Item $\mathfrak{z}^4 - \mathfrak{z}^1$. Item $\mathfrak{z}^5 + \mathfrak{z}^2$ &c. Se ha de sacar la *raiz* de la igualacion por el *Libro* 2º advirtiendo con mucho cuidado las calidades de la igualacion, si es la Cantidad diminuta, ò entera, si es

la

la negacion directa, ò inverſa, como ſe notò en ſu lugar.

159 *CONCLVSION.*

Para entrar en el ſiguiente Libro ha de eſtar el Arithmetico bien exercitado en los quatro primeros Capitulos de eſte Libro, principalmente en los primeros exenplos de las letras ſemejantes, y en las circunſtancias del +, y —. Y muy en particular ha de tener entera noticia de eſtos tres ultimos Capitulos, porque en todas las queſtiones, ſe ha de llegar à la igualacion, y al valor de la letra; y eſtè cierto, que quanto ſe detuviere en la plena inteligencia de eſto, tanto ganarà de facilidad en reſolver los enigmas.

Fin del Libro Tercero.

LIBRO IV.

DE LOS ENIGMAS.

ENIGMA *es una queſtion obſcura, y dificil, que pide mucho ingenio ſu reſolucion. Propriedad, que ſe halla en las queſtiones del Algebra, y les mereciò el nonbre de Enigmas, pues ſon tan confuſas, y ocultas, que menos la ſutileza de eſta divina ciẽcia, nadie puede llegar à deſcifrar la verdad, que en la pregunta ſe eſconde. La facilidad de reſolver, ſe proporciona con la inteligencia del Algorithmo antecedẽte. En la diſpoſicion de las queſtiones ai tanta diverſidad, como en los ingenios de los Autores que de la materia eſcrivieron. Eſto me diò licencia para intentar nuevo methodo, con que el Arithmetico aprenda à reſolver juntamente, y proponer los Enigmas. Guardando pues el eſtilo del Libro primero, y Arte menor trataremos enigmaticamente de la Proporcion ſinple, y conpueſta, Alligaciones, Progreſsiones, y Conbinaciones, y para mas claridad en todos los Capitulos ſeràn las primeras queſtiones de igualacion ſinple, en que ſolo un Caracter, es igual à la Cantidad, y las otras ſeràn de igualacion conpueſta en que la Cantidad es igual à muchos Caracteres conpueſtos con afirmacion, ò negacion: precediendo los Racionales à los Irracionales. Hize eleccion de eſte methodo, por juzgarle mas proporcionado à la claridad, facilidad, y enſeñança, como lo dirà el efeto.*

CAP. I.

ENIGMAS DE PROPORCION sinple.

1 LA Proporcion ſinple pide quatro terminos (*Lib.* 1.° §.68.) Eſtos ſe pueden entre ſi ſumar, reſtar, multiplicar, ò partir, y añadir, ò quitar algun numero menor, y lo meſmo ſe puede hazer de ſus Poteſtades, *Quadrados*, *Cubos*, &c: con eſtas ſumas, reſtas, Productos, ò Quocientes ſe forma la queſtion enigmatica de ſuerte, que nunca ſe lleguen a dar en la propueſta los tres terminos claros, porque el *Arte menor* por la regla de tres no pueda reſolver la duda, como ſe verà en las queſtiones ſiguientes.

QVESTIONES DE IGVALACION SINPLE.

2 *Queſtion* 1. *de* 4. *proporcionales.*

Dados el 1.° *y* 2.° *hallar el* 3.° *y* 4.° *dada la ſuma.*

Sean el 1.°, y 2.° numero 2 y 3: y la ſuma del 3.°, y 4.° 25: Supongo que el 3.° es 1ζ, quitado de la ſuma 25, quedarà 25 — 1ζ, y ſerà el 4.°: con que los 4 proporcionales ſon, 2. 3: 1ζ. 25 — 1ζ. y pues el *Producto* de los eſtremos, es igual al de los Medios (*Lib.* 1.° §.69.) multiplicando 25 — 1ζ por 2 ſale 50 — 2ζ: y multiplicando 1ζ por 3. ſale 3ζ: y ſiendo 3ζ ♎ 50 — 2ζ. añadiendo a cada parte 2ζ. ſeràn 5ζ ♎ 50. Partiẽdo los terminos por 5, ſerà 1ζ ♎ 10: luego el numero

mero 3.° es 10, y quitado de 25, quedan 15 que es el 4.° y los quatro proporcionales ſon 2. 3: 10. 15.

3 Eſta Queſtion ſe pudo proponer de eſta ſuerte. *Dividir un numero dado en dos partes, que guarden entre ſi una razon dada, ò ſean las partes proporcionales con dos numeros dados.* Porque los numeros dados, ò los terminos de la razon, ſon el 1.°, y 2.° termino de la proporcion, y el numero que ſe ha de dividir es la ſuma del 3.°, y 4.°, y aſsi es lo miſmo. Aplicando la queſtion a la pratica dirà. *Pedro con 2 reales ganò 3. y Iuan al meſmo reſpeto hallò, que la ſuma de ſu enpleo, y ganancia era 25: pideſe la ganancia, y enpleo.* Obrando como antes, ſerà el enpleo 10, y la ganancia 15. De la meſma ſuerte ſe puede aplicar a todo genero de Mercaderias.

4 *Queſtion* 2. *de* 4. *proporcionales.*

Dados el 1.°, *y* 2.°, *determinar el* 3.°, *y* 4.° *dada ſu diferẽcia.*

Sea el 1.° 2. y el 2.° 3. y la diferencia del 3.°, y 4.° ſea 5. Supongo que el 3.° es 1ζ: y añadiendole 5, el 4.° ſerà 1ζ + 5, y los quatro proporcionales ſeràn 2. 3: 1ζ. 1ζ + 5: multiplicando los eſtremos 1ζ + 5 por 2: y los medios 1ζ por 3: ſalen 3ζ ♎ 2ζ + 10: quitando 2ζ de cada parte, quedarà 1ζ ♎ 10: luego el numero 3.° es 10. y añadiendole 5, ſerà 15 el 4.°, y los 4 proporcionales ſeràn 2. 3: 10. 15. Pudoſe proponer de eſta ſuerte. *Hallar dos numeros que tengan proporcion, y diferencia dada.* Item: *Pedro con 2 reales ganò 3: y Iuan al meſmo reſpeto hallò, que la diferencia de* ſ…

su enpleo, y ganancia era 5. pidese la ganancia, y enpleo de Iuan. El enpleo 10: la ganancia 15.

5 *Question 3. de 4. proporcionales.*

Dados el 1°, y 2° determinar el 3°, y 4°. dado su Producto.

El 1°, y 2° sean 2, y 3: el *Producto* del 3°, y 4° sea 150: supongo que es el 3° $1\zeta^{1}$, y pues 150 es el *Producto* del 3°, y 4°. partiendo 150 por $1\zeta^{1}$ el *Quociente* $\frac{150}{1\zeta^{1}}$ será el 4°, y los 4 proporcionales 2. 3: $1\zeta^{1}$ $\frac{150}{1\zeta^{1}}$: Multiplicando los medios entresi, y los estremos será $3\zeta^{1} \propto \frac{300}{1\zeta^{1}}$: Multiplicando las dos partes de la igualacion por el denominador $1\zeta^{1}$ será $3\zeta^{2} \propto 300$. (*Lib.* 3. §. 135.) Partiendo por 3, que es el numero del *Caracter*, será $1\zeta^{2} \propto 100$: y porque el *Exponente* de la letra es 2 sacando la $\sqrt{}^{2}$ de 100 será 10 el valor de $1\zeta^{1}$, qu es el numero 3°, y partiendo el *Producto* dado 150 por 10, sale 15 el numero 4°, y los 4 proporcionales 2. 3: 10. 15.

Hallar dos numeros en proporciõ de 2 à 3, que el Producto de los dos sea 150. Item: *Pedro con dos reales ganò 3. y Iuan al mesmo respeto hallò, que el Producto de su enpleo, y ganancia era 150. pidese la ganancia, y enpleo.* Es lo mesmo q̃ antes: el enpleo 10. y la ganancia 15.

6 *Question 4. de 4 proporcionales.*

Dados el 1°, y 2°, y el Producto del 4°, por el Quadrado del 3° determinar el 3°, y 4°.

Sean el 1°, y 2° 2, y 3: y el *Producto* del 4°, y quadrado del 3°. sea 1500. Supongo que es el 3° $1\zeta^{1}$ su Quadrado es $1\zeta^{2}$ (*Lib.* 3. §. 42.) partiendo 1500 por

$1\zeta^{2}$

$1\zeta^{2}$ el *Quociente* $\frac{1500}{1\zeta^{2}}$ será el 4°, y los quatro proporcionales serán 2. 3: $1\zeta^{1}$. $\frac{1500}{1\zeta^{2}}$: Luego el *Producto* de los estremos $\frac{3000}{1\zeta^{2}}$ será igual al *Producto* de los medios $3\zeta^{1}$ (*Lib.* 1. §. 69.) multiplicando pues la igualacion por el denominador $1\zeta^{2}$ será $3000 \propto 3\zeta^{3}$ partiendo por 3, será $1\zeta^{3} \propto 1000$: la $\sqrt{}^{3}$ de 1000 es 10. valor de $1\zeta^{1}$, y es el 3°, y por la regla de tres se hallará el 4°. Si 2 dan 3: luego 10 daran 15, y es el 4°, y los 4 son 2. 3: 10. 15.

Hallar dos numeros en proporcion de 2 à 3, que el Producto del 2°, y Quadrado del 1° sea 1500. Item. *Pedro con dos reales ganò 3. y Iuan al respeto hallò q̃ el Producto de su ganancia, por el Quadrado del enpleo era 1500. Pidese el enpleo, y ganancia.* Es lo mesmo que antes, el enpleo 10: la ganancia 15.

7 *Question 5. de 4 proporcionales.*

Dados el 1°, y 2°, determinar el 3°, y 4° dada la suma de sus Quadrados.

El 1°, y 2° sean 2 y 3. la suma de los Quadrados del 3°, y 4° sea 325. Para evitar los Quebrados supongo que el 3° es $2\zeta^{1}$, y el 4° $3\zeta^{1}$ pues son proporcionales como 2 a 3, assi $2\zeta^{1}$ a $3\zeta^{1}$. El Quadrado del 3° $2\zeta^{1}$ es $4\zeta^{2}$, y el de $3\zeta^{1}$ es $9\zeta^{2}$ (*Lib.* 3. §. 42.) la suma de los dos Quadrados $4\zeta^{2}$, y $9\zeta^{2}$ es $13\zeta^{2} \propto 325$ como la propuesta dize: partiẽdo pues por 13: será $1\zeta^{2} \propto 25$. La $\sqrt{}^{2}$ de 25 es 5 valor de $1\zeta^{1}$, y porq̃ el 3° es $2\zeta^{1}$, y el 4° $3\zeta^{1}$ multiplicando el 5 por 2, y 3. sale el 3° 10. y el 4° 15. y los quatro proporcionales son 2, 3: 10 15.

Hallar

Hallar dos numeros en proporcion dada (como 2 à 3) y q̃ la suma de sus Quadrados sea igual à un numero dado, 325. Item. *Determinar el empleo y ganancia dada su proporcion, y la suma de sus Quadrados.* Es lo mesmo.

8 *Question 6. de 4 proporcionales.*

Dados el 1°, y 2° hallar el 3°, y 4° que quitando del menor un numero dado, y partiendo el maior por el mesmo numero, sean la resta, y Quociente iguales.

Sean el 1°, y 2° 3, y 1: y el numero dado 20: Supongo que es el 3° $3\zeta^1$, y el 4° $1\zeta^1$. Partiendo $3\zeta^1$ por 20, serà el *Quociente* $\frac{3\zeta^1}{20}$, y quitando 20 de $1\zeta^1$, serà la resta $1\zeta^1 - 20$: y pues son iguales $\frac{3\zeta^1}{20} \frown 1\zeta^1 - 20$: multiplicando la igualaciō por el denominador 20, seràn $3\zeta^1 \frown 20\zeta^1 - 400$. y añadiēdo 400 a cada parte seràn $3\zeta^1 + 400 \frown 20\zeta^1$ quitādo $3\zeta^1$ de cada parte quedarà la igualacion reduzida $400 \frown 17\zeta^1$. Partiendo 400 por 17: serà el *Quociente* $23\frac{9}{17}$ valor de $1\zeta^1$, que es el 4°, y multiplicando por 3 serà el 3° $70\frac{10}{17}$. y los 4 proporcionales son 3. 1: $70\frac{10}{17}$. $23\frac{9}{17}$: y partiendo $70\frac{10}{17}$ por 20 es el *Quociente* $3\frac{9}{17}$, y restando 20 de $23\frac{9}{17}$ es la resta $3\frac{9}{17}$ igual al *Quociente.*

9 *Hallar dos numeros en proporcion tripla, que partiendo el maior por 20, y restando 20 del menor sean el Quociente, y resta iguales.* Item. *El Caudal de Pedro es triplo de su ganancia, y partiendo el Caudal por 20, y restando 20 de la ganancia son el Quociente, y resta iguales, pidese el Caudal, y ganancia.* Es lo mesmo que antes el Caudal $70\frac{10}{17}$, y la ganancia $23\frac{9}{17}$. Item. *Dado un*

un numero (20.) *hallar otro, que el Producto, y suma del dado, y hallado tengan qualquier proporcion* (*como* 3 à 1). Si la propuesta no da el un numero, y pide los dos, puede el Arithmetico suponer el uno a su gusto, con que no sea menor, que el denominador de la proporcion.

10 *Question 7. de 4 proporcionales.*

Dados el 1°, y 2°, hallar el 3°, y 4° que la suma, y Producto de los dos sean iguales.

Sean el 1°, y 2° 8, y 3: Supongo que el 3° es $8\zeta^1$, y el 4° $3\zeta^1$: la suma serà $11\zeta^1$: el Producto de $8\zeta^1$, y $3\zeta^1$ es $24\zeta^2$, luego son iguales $24\zeta^2 \frown 11\zeta^1$: hecha depresiō de Caracteres, serà $24\zeta^1 \frown 11$ (*Lib.* 3. §. 156.) partiendo 11 por 24, serà $\frac{11}{24}$ valor de $1\zeta^1$. multiplicado por 8, y 3 seràn $\frac{88}{24}$, y $\frac{33}{24}$ el 3°, y 4°, y los 4 proporcionales, 8. 3: $\frac{88}{24}$. $\frac{33}{24}$. la suma del 3°, y 4° es $\frac{121}{24}$. el *Producto* es $\frac{2904}{576}$ igual a $\frac{121}{24}$.

Hallar dos numeros en proporcion dada, que el Producto, y suma sean iguales. Item. *Determinar el Caudal, y ganancia, dada su proporcion, y que el Producto sea igual à la suma.* Todo es lo mesmo.

11 *Question 8. de 4 proporcionales.*

Dados el 1°, y 2° hallar el 3°, y 4° que partiendo el maior por el menor, y restando el menor del maior sean el Quociente, y resta iguales.

Sean el 1°, y 2° 8, y 3. Supongo que el 3° es $8\zeta^1$, y el 4° $3\zeta^1$ Partiendo $8\zeta^1$ por $3\zeta^1$, serà el *Quociente* $\frac{8\zeta^1}{3\zeta^1}$ y restando $3\zeta^1$ de $8\zeta^1$ es la resta $5\zeta^1$: luego son igua-
les

les $5\zeta^1 \backsim \frac{8}{3}$ partiendo $\frac{8}{3}$ por 5, serà $\frac{8}{15}$ valor de $1\zeta^1$: multiplicado por 8, y 3: seràn el 3°, y 4.° $\frac{64}{15}$, y $\frac{24}{15}$: que satisfazen a la question pues restando $\frac{24}{15}$ de $\frac{64}{15}$ quedan $\frac{40}{15}$ que es $2\frac{2}{3}$, y partiendo $\frac{64}{15}$ por $\frac{24}{15}$ es el *Quociente* $2\frac{16}{24}$ que es $2\frac{2}{3}$.

Hallar dos numeros en proporcion dada, que partiendo el maior por el menor sea el Quociente igual à la diferencia de los dos. Item. *Determinar el Caudal, y ganancia dada su proporcion, y que su diferencia sea igual al Quociente del maior por el menor.* Es lo mesmo.

12 *Question 9. de 4 proporcionales.*

Dados el 1.°, y 2.° hallar el 3.°, y 4.° que la suma de sus Quadrados tenga qualquier proporcion con la suma de los dos.

Sean el 1°, y 2.° 1, y 5: y la proporcion dada de 10 a 1: Supõgo que es el 3.° $1\zeta^1$, y el 4° $5\zeta^1$: sus Quadrados son $1\zeta^2$, y $25\zeta^2$: la suma de los Quadrados es $26\zeta^2$: la suma de los dos numeros $1\zeta^1$, y $5\zeta^1$ es $6\zeta^1$: Luego como la propuesta dize serà $26\zeta^2$ decupla de $6\zeta^1$, multiplicãdo pues $6\zeta^1$ por 10 serà $60\zeta^1 \backsim 26\zeta^2$: y hecha depressìon quitando el *exponente* menor del maior serà $60 \backsim 26\zeta^1$ partiendo 60 por 26, serà $\frac{60}{26}$ el valor de $1\zeta^1$ que es el 3°, y multiplicado por 5, serà $\frac{300}{26}$ el 4°: la suma de los dos es $\frac{360}{26}$. el Quadrado del 3.° es $\frac{3600}{676}$ el Quadrado del 4° $\frac{90000}{676}$ la suma es $\frac{93600}{676}$ decupla de $\frac{360}{26}$ o $\frac{9360}{676}$ que es lo mesmo.

Hallar dos numeros en proporcion dada, que la suma dellos tenga qualquier proporcion con la suma de sus Quadrados.

Item. Determinar el Caudal, y ganancia dada su proporcion, y la proporcion de su suma con la suma de sus Quadrados. Es lo mesmo que antes.

13 *Question 10. de 4 proporcionales.*

Dados el 1°, y 2.° hallar el 3.°, y 4.° que su diferencia tenga qualquier proporcion con la diferencia de sus Quadrados.

Sean el 1.°, y 2.° 1, y 4: y la proporcion dada de 6 a 1. Supongo que el 3.° es $1\zeta^1$, y el 4.° $4\zeta^1$: su diferencia es $3\zeta^1$ sus Quadrados son $1\zeta^2$, y $16\zeta^2$ la diferencia $15\zeta^2$: Luego $3\zeta^1$ es sextuplo de $15\zeta^2$: multiplicado pues por 6, serà $90\zeta^2 \backsim 3\zeta^1$, y hecha depressìon (*Lib.* 3.° §.136.) serà $90\zeta^1 \backsim 3$. partiendo 3 por 90, serà $\frac{3}{90}$, ò $\frac{1}{30}$ valor de $1\zeta^1$ que es el 3.°, y multiplicado por 4, serà $\frac{4}{30}$ el 4.° la diferencia es $\frac{3}{30}$. el Quadrado de $\frac{1}{30}$ es $\frac{1}{900}$ el de $\frac{4}{30}$ es $\frac{16}{900}$ la diferencia es $\frac{15}{900}$: y $\frac{3}{30}$ es sextuplo de $\frac{15}{900}$.

14 *Hallar dos numeros en proporcion dada, que su diferencia tenga qualquier proporcion con la diferencia de sus Quadrados.* Item. *Determinar el Caudal, y ganancia dada su proporcion, y la proporcion de su diferencia con la diferencia de sus Quadrados.*

Si se van conbinando las sumas, diferencias, *Productos*, y *Quocientes* de las Potestades Quadrados, Cubos, &c. Conbinando con ellas diferẽtes proporciones, hallarà el Arithmetico infinitas questiones, que puede aplicar à los numeros abstractos, ò con-

Yy traherlas

traherlas a todo genero de mercaderias, en que pueda entrar la regla de tres vulgar.

QUESTIONES DE IGUALACION CONPUESTA.

15 *Question* 11. *de* 4 *proporcionales.*

Dados el 1., *y* 4. *hallar el* 2., *y* 3. *dada la suma.*

Sean el 1., y 4. 6, y 15. y la suma del 2., y 3. 19: Supongo que es el 2. $1\zeta^{1}$, quitado de la suma 19, serà $19 - 1\zeta^{1}$ el 3., y los 4 seràn 6. $1\zeta^{1}$. $19 - 1\zeta^{1}$. 15. pues el *Producto* de los medios es igual al de los estremos, multiplicando $19 - 1\zeta^{1}$ por $1\zeta^{1}$, y 15 por 6 seràn $19\zeta^{1} - 1\zeta^{2} \backsim 90$: la $\sqrt{}^{2}$ de esta igualacion se hallarà por el *Lib*. 3. §. 148. El Quadrado de 19 numero del Caracter menor es 361. el Quadruplo de la Cantidad 90 es 360, quitado de 361, porque el Caracter maior tiene el *signo* — queda 1. su $\sqrt{}^{2}$ es 1: la diferencia de esta *raiz*, y de 19 numero del Caracter menor (porque tiene el signo +) es 18, su mitad 9. valor de $1\zeta^{1}$, y es el 2.: partiendo 90 por 9 sale 10 que es el 3., y los 4 son 6. 9: 10. 15.

Partir un numero dado (19.) *en dos partes, que su Producto sea igual à otro numero dado* (90). Item. *Pedro empleò 6 ducados, y ganò cierta Cantidad: despues empleò ciertos ducados, y al respeto ganò* 15: *y la suma de la ganancia primera, y empleo* 2. *fue* 19. *pidese la ganancia, y enplo.* Es lo mesmo, que antes.

16 *Question* 12. *de* 4 *proporcionales.*

Dados el 1., *y* 4. *hallar el* 2., *y* 3. *dada su diferencia.*

Sean el 1., y 4. 6, y 15, la diferecia del 2., y 3. 1. Su-

Supongo que es el 2. $1\zeta^{1}$. el 3. serà $1\zeta^{1} + 1$: y los 4 seràn 6. $1\zeta^{1}$: $1\zeta^{1} + 1$. 15: pues el *Producto* de los estremos es igual al de los medios, serà $1\zeta^{2} + 1\zeta^{1} \backsim 90$: el Quadrado de 1 numero del Caracter menor, es 1. el quadruplo de la Cantidad 90 es 360. añadido a 1 serà 361. su $\sqrt{}^{2}$ es 19, la diferencia de 1 numero del Caracter menor (porq̃ tiene el *signo* +,) y de 19 es 18. su mitad 9 valor de $1\zeta^{1}$, y es el 2. partiendo 90 por 9 sale 10, ques es el 3., y los 4 son 6. 9: 10. 15.

Hallar dos numeros, que la diferencia sea 1, *y el producto* 90. Item. *Pedro con 6 ducados ganò cierta Cantidad, y despues al respeto con ciertos ducados ganò* 15, *y la diferencia de la primera ganancia, y* 2. *enpleo es* 1. *pidese la ganancia primera, y el* 2. *enpleo.* Es lo mesmo que antes la primera ganancia 9. y el 2. enpleo 10.

17 *Question* 13. *de* 4 *proporcionales.*

Dado el 4., *y la diferencia del* 1., *y* 2. *y la suma del* 2. 3. *hallar el* 1. 2., *y* 3.

Sea el 4. 15. la diferencia del 1., y 2. 3. la suma del 3., y 4. 19. Supongo que el 1. es $1\zeta^{1}$, el 2. serà $1\zeta^{1} + 3$: restado este de la suma 19. serà el 3. $16 - 1\zeta^{1}$, y los 4 seràn $1\zeta^{1}$. $1\zeta^{1} + 3$: $16 - 1\zeta^{1}$. 15. multiplicando 1., y 4. Item 2., y 3. seràn los productos iguales. $15\zeta^{1} \backsim 48 + 13\zeta^{1} - 1\zeta^{2}$ añadiendo $1\zeta^{2}$ a cada parte, serà $1\zeta^{2} + 15\zeta^{1} \backsim 48 + 13\zeta^{1}$. Quitando $13\zeta^{1}$ de cada parte, serà $1\zeta^{2} + 2\zeta^{1} \backsim 48$: La *raiz* de esta *Cantidad* se hallarà (*Lib*. 3. §. 148.) El Quadrado

 de

de 2. numero del Caracter menor es 4. el quadruplo de la Cantidad 48 es 192 añadida al 4. porque el Caracter maior tiene el *ſigno* + ſerà 196. ſu $\sqrt{}^{2}$ es 14: la diferencia de eſta *raiz*, y de 2 numero del Caracter menor, porque tiene el *ſigno* + es 12, ſu mitad 6. valor de $1\zeta^{1}$, y es el 1.° añadidos 3. ſerà 9 el 2.° reſtado de 19, ſerà 10 el 3.°, y los 4 ſon 6. 9: 10. 15.

18 *Hallar 3 numeros que el 1.° al 2.° ſea como el 3.° à otro dado, y la diferencia del 1.° al 2.°, y ſuma del 2.°, y 3.° ſea dada.* Item. *Pedro en dos vezes ganò à un meſmo reſpeto, la ſegunda vez 15: la diferencia del primer empleo, y ganancia 3. La ſuma de la ganancia primera, y empleo 2.° 19. pidenſe los empleos, y la ganancia primera.* Es lo meſmo.

De la miſma ſuerte ſe pudo dar la diferēcia del 1.°, y 3.°, y la ſuma del 2.°, y 3.°. Item la diferencia del 2.°, y 3.°, y la ſuma del 1.°, y 2.° con que ſeràn 3 queſtiones: y tomando por conocido en lugar del 4.° el 1.°, ò 2.°, ò 3.° ſaldran otras tres de cada uno, que ſeràn 12.

19 *Queſtion 14 de 4 proporcionales.*

Dados el 1.°, y 4.° hallar el 2.°, y 3.° dada la ſuma de ſus Quadrados.

Sean el 1.°, y 4.° 6, y 15. la ſuma de los Quadrados del 2.°, y 3.° 181. Supongo que el 2.° es $1\zeta^{1}$ ſu Quadrado ſerà $1\zeta^{2}$ reſtado de la ſuma 181, quedarà $181 - 1\zeta^{2}$ el Quadrado del 3.°, y tomādo los Quadrados del 1.°, y 4.° 6, y 15: ſeràn 36, y 225, y los 4 Quadrados ſerā proporcionales 36. $1\zeta^{2}$: $181 - 1\zeta^{2}$. 225: luego el Producto

ducto de los medios ſerà igual al de los eſtremos. $181\zeta^{2} - 1\zeta^{4} \frown 8100$: El Quadrado de 181 numero del Caracter menor es 32761: el Quadruplo de la Cantidad 8100 es 32400, reſtado de 32761, porque el Caracter maior es — quedan 361; ſu $\sqrt{}^{2}$ es 19: reſtada de 181, porque el Caracter menor tiene + quedan 162, ſu mitad es 81. valor de $1\zeta^{2}$ y ſacando la $\sqrt{}^{2}$ de 81. ſerà 9 valor de $1\zeta^{1}$ que es el 2.° quitando 81 de la ſuma dada, quedan 100, quadrado del 3.° ſu $\sqrt{}^{2}$ es 10. que es el 3.°, y los 4 ſon 6. 9: 10. 15.

Hallar dos numeros, dada la ſuma (181.) y Producto (8100.) de ſus Quadrados. Item. *Pedro con 6 ducados ganò cierta cantidad, deſpues al reſpeto con ciertos ducados ganò 15. la ſuma de los Quadrados de la primera ganancia, y empleo 2.° es 181, pideſe la ganancia primera, y 2.° empleo.* Es lo meſmo que antes la ganancia 9. y el enpleo 10.

20 *Queſtion 15. de 4 proporcionales.*

Dados el 1.°, y 4.° hallar el 2.°, y 3.° dada la diferencia de ſus Quadrados.

Sean el 1.°, y 4.° 6, y 15. la diferencia de los Quadrados del 2.°, y 3.° 19. Supongo que el 2.° es $1\zeta^{1}$ ſu Quadrado es $1\zeta^{2}$ añadidos 19 ſerà $1\zeta^{2} + 19$ Quadrado del 3.°, y los quatro Quadrados proporcionales 36. $1\zeta^{2}$: $1\zeta^{2} + 19$. 225. el Producto de los medios igual al de los eſtremos $1\zeta^{4} + 19\zeta^{2} \frown 8100$. el Quadrado de 19 es 361, el quadruplo de la Cantidad 32400. añadido a 361, por ſer el Caracter maior + ſerà

serà 32761, su $\sqrt{}^2$ es 361: la diferencia de 361, y 19 porque el Caracter menor tiene + es 162 su mitad 81. valor de $1\zeta^2$ Quadrado del 2.º: añadidos 19, serà 100 el Quadrado del 3.º la $\sqrt{}^2$ de 81. y 100. es 9. y 10: el 2.º, y 3.º, y los 4 proporcionales son 6. 9: 10. 15.

21 *Hallar dos numeros, dada la diferencia* (19.) *y el Producto* (8100.) *de sus Quadrados.* Item. *Pedro con 6. ducados ganò cierta Cantidad, y despues con ciertos ducados ganò al respeto 15: la diferencia de los Quadrados de la ganancia primera, y enpleo 2.º es 19: pidese la ganancia primera, y 2.º enpleo.* Sale 9 la ganancia, y 10 el enpleo. De la mesma suerte se obrarà, si se dan la suma, ò diferencia de las otras potestades maiores, Cubo, QQ.º QC.º &c. tomando las potestades semejantes de los numeros dados: por ser facil no multiplico exenplos.

22 *Questiõn 16. de 4 proporcionales.*

Dados el 1.º, y 4.º hallar el 2.º, y 3.º que su suma sea igual à la diferencia de sus Quadrados.

Sean el 1.º, y 4.º 6, y 15. Supongo que el 2.º es $1\zeta^1$ y pues el Producto de los medios es igual al de los estremos: multiplicando 15 por 6 sale 90. partiendo por $1\zeta^1$ sale $\frac{90}{1\zeta^1}$ el 3.º, y los 4 proporcionales son 6. $1\zeta^1$: $\frac{90}{1\zeta^1}$. 15. La suma de los medios es $1\zeta^1 + \frac{90}{1\zeta^1}$: sus Quadrados son $1\zeta^2$, y $\frac{8100}{1\zeta^2}$. y quitando el otro, serà la
el uno del otro
diferencia $1\zeta^2 - \frac{8100}{1\zeta^2}$ igual a $1\zeta^1 + \frac{90}{1\zeta^1}$ como la propuesta dize: para librar esta igualacion de Quebrados (*Lib.* 3. §. 135.) multiplico todos los terminos por $1\zeta^1$, sa-

$1\zeta^1$, sale $1\zeta^3 - \frac{8100\zeta^1}{1\zeta^2} = 1\zeta^2 + 90$. otra vez multiplico por $1\zeta^2$ sale $1\zeta^5 - 8100\zeta^1 = 1\zeta^4 + 90\zeta^2$ añadiendo a cada parte $8100\zeta^1$, serà $1\zeta^5 = 1\zeta^4 + 90\zeta^2 + 8100\zeta^1$ hecha depressiõ de Caracteres (*Lib.* 3. §. 136.) serà $1\zeta^4 = 1\zeta^3 + 90\zeta^1 + 8100$: y passando $1\zeta^3 + 90\zeta^1$ a la otra parte con el *signo* contrario: serà $1\zeta^4 - 1\zeta^3 - 90\zeta^1 = 8100$. La $\sqrt{}^4$ de esta igualacion (*Lib.* 2. *Cap.* 10.) es 10. valor de $1\zeta^1$: que es el 2.º, y pues el 3.º es $\frac{90}{1\zeta^1}$ esto es $\frac{90}{10}$ serà 9: y los 4 proporcionales son 6. 10: 9. 15: La suma del 2.º, y 3.º 19. sus Quadrados 100, y 81 la diferencia 19, igual a la suma.

23 *Hallar dos numeros que su Producto sea igual à un numero dado* (90.) *y su suma igual à la diferencia de sus Quadrados.* Item. *Pedro con 6 ducados ganò cierta cantidad, y despues al respeto con ciertos ducados ganò 15: la suma de la ganancia primera, y enpleo 2.º igual à la diferencia de sus Quadrados, pidese la ganancia, y enpleo.* Es lo mesmo que antes, la ganancia 10, y el enpleo 9.

24 *Questiõn 17. de 4 proporcionales.*

Dados el 1.º, y 4.º hallar el 2.º, y 3.º que quitando el 2.º de su Quadrado, y añadiendole al Quadrado del 3.º, sea el Producto de la suma, y residuo igual à un numero dado.

Sean el 1.º, y 4.º 6, y 15. y el numero dado 7848. Supongo que es el 2.º $1\zeta^1$, y pues el Producto de los medios es igual al de los estremos multiplicando 6 por 15, sale 90: partido por el 2.º $1\zeta^1$, serà el 3.º $\frac{90}{1\zeta^1}$. sus Quadrados son $1\zeta^2$, y $\frac{8100}{1\zeta^2}$. y pues el 2.º es $1\zeta^1$ quitado de su Quadrado $1\zeta^2$, serà la resta $1\zeta^2 - 1\zeta^1$, y añadido

dido $1\zeta^2$ a $\frac{8100}{1\zeta^2}$, serà la suma $\frac{8100}{\zeta^2}+1\zeta^1$. multiplicando $1\zeta^2-1\zeta^1$ por $\frac{8100}{1\zeta^2}-1\zeta^1$ serà el Producto $8100+1\zeta^3-\frac{8100}{1\zeta^1}-1\zeta^2 \frown 7848$ como la propuesta dize: multiplicado todo por el denominador $1\zeta^1$, serà $8100\zeta^1+1\zeta^4-8100-1\zeta^3 \frown 7848\zeta^1$ añadiendo a cada parte 8100, serà $8100\zeta^1+1\zeta^4-1\zeta^3 \frown 8100+7848\zeta^1$: quitando de cada parte $7848\zeta^1$, quedarà la igualacion reduzida $1\zeta^4-\zeta^3+225\zeta^1 \frown 8100$: su $\sqrt{}^4$ se hallarà (*Lib.2.Cap.10.*) que es 9. valor de $1\zeta^1$, y es el 2º partiendo 90 por 9: sale 10, y es el 3º, y los 4 proporcionales son 6. 9: 10. 15. el Quadrado del 2º. es 91. el del 3º 100: quitado, y añadido 9. seràn 72, y 109, su Producto es 7848, como la propuesta dize.

25 *Hallar dos numeros, que su Producto sea igual à un numero dado (90.) y quitando el menor de su Quadrado, y añadiendole al Quadrado del maior, sea el Producto de la suma, y resta igual à un numero dado (7848.)* Item. *Pedro con 6 ducados ganò cierta Cantidad, y despues al respeto con ciertos ducados ganò 15: quitada la primera ganancia de su Quadrado, y añadida al Quadrado del 2º. empleo, el Producto de la resta, y suma es 7848, pidese la ganancia primera, y 2º. empleo.* Es lo mesmo que antes.

26 *Question 18. de 4 proporcionales.*

Dados el 1º. la diferencia de los Quadrados del 2º, y 3º (19.) y el Producto de los Quadrados del 3º, y 4º (22500.) hallar el 2º 3º, y 4º.

Sea el 2º $1\zeta^1$ su Quadrado es $1\zeta^2$ añadida la diferencia 19 serà $1\zeta^2+19$ el Qº del 3º, y partiendo 22500 por $1\zeta^2+19$, serà $\frac{22500}{1\zeta^2+19}$ el Qº del 4º, y los 4 Quadrados proporcionales seràn 36. $1\zeta^2$: $1\zeta^2+19$. $\frac{22500}{1\zeta^2+19}$, y por ser el Producto de los estremos igual al de los medios, serà $1\zeta^4+19\zeta^2 \frown \frac{810000}{1\zeta^2+19}$. Multiplicado por $1\zeta^2+19$, serà $1\zeta^6+38\zeta^4+361\zeta^2 \frown 810000$. La $\sqrt{}^6$ de esta igualacion (*Lib.2.Cap.9.*) es 9 valor de $1\zeta^1$, y es el 2º. su Qº es 81. y +19, serà 100 el Qº. del 3º. su $\sqrt{}^2$ es 10 el numero 3º. Luego si 6 dan 9: 10 daràn 15. que es el 4º.: y los 4 son 6. 9: 10. 15. y satisfazen a la question.

27 *Pedro con 6 ducados ganò cierta Cantidad, y despues con ciertos ducados ganò al respeto: la diferencia de los Quadrados de la ganancia primera, y enpleo 2º. fue 19: y el Producto de los Quadrados del 2º. empleo, y ganãcia segunda 22500, pidese el 2º empleo, y las dos ganancias.* Es lo mesmo. &c. En lugar del Producto se pudo tomar el Quociente, ò la suma, ò diferencia &c. Observe el Arithmetico estos exenplos con diligencia, valiendose de las sumas, diferencias, Productos, y Quocientes assi de los numeros como de sus Potestades Quadrados, Cubos &c. Valiẽdose otras vezes de la proporcion de las potestades entresi, ò con los numeros, ò con las sumas, diferencias &c. y hallarà innumerables exenplos en los mesmos 4 numeros proporcionales.

CAP. II.

ENIGMAS DE DOS PROPORCIONES.

PARA maior Claridad tomare los mesmos exenplos del Libro 1.º Cap. 14. §. 82.

QVESTIONES DE IGVALACION SINPLE.

28 *Question 19. de dos proporciones.*

Si 7 honbres en 10 dias ganan 50. libras: 8 honbres en quantos dias ganaràn tanto, que la suma de los dias, y ganancia sea 94?

Sean los dias $1\zeta^{1}$, y la ganancia $94 - 1\zeta^{1}$ dispongan se los terminos como en el *Lib.* 1.º §. 82:

1.º 2.º 3.º ⁜ 4.º 5.º 6.º

7.*ho.* 10.*di.* 50.*lib.* ⁜ 8.*ho.* $1\zeta^{1}$ *di.* $94-1\zeta^{1}$

Y pues el Quebrado es $\frac{3^{\circ}4^{\circ}5^{\circ}}{6^{\circ}1^{\circ}2^{\circ}}$ multiplicando 3.º, y 4.º 50 por 80 sale 400: y estos por el 5.º $1\zeta^{1}$, serà $400\zeta^{1}$ Multiplicando el 6.º, y 1.º $94 - 1\zeta^{1}$ por 7. sale $658 - 7\zeta^{1}$, y estos por el 2.º 10: sale $6580 - 70\zeta^{1} \backsim 400\zeta^{1}$. Añadiendo $70\zeta^{1}$ a cada parte serà $470\zeta^{1} \backsim 6580$: partiendo 6580 por 470 salen 14 *dias* valor de $1\zeta^{1}$ restados de la suma 94, quedã 80. *libras* la ganancia.

29 *Question 20. de dos proporciones.*

Pedro, y Iuan hizieron conpañia: Pedro con 7 doblones en 10 años ganò 50 lib. Iuan con 8 doblones en quantos años ganarà tanto, que la diferencia del tienpo, y ganancia sea 66.

Sean

Sean los años $1\zeta^{1}$, y la ganancia $1\zeta^{1} + 66$.

1.º 2.º 3.º ⁜ 4.º 5.º 6.º

7.*dob.* 10.*Añ.* 50.*lib.* ⁜ 8.*do.* $1\zeta^{1}$ *Añ.* $1\zeta^{1}+66$.

Sirve el mesmo quebrado $\frac{3^{\circ}4^{\circ}5^{\circ}}{6^{\circ}1^{\circ}2^{\circ}}$. Luego el Producto del 3.º 4.º 5.º que es $400\zeta^{1}$ es igual al Producto del 6.º 1.º 2.º que es $70\zeta^{1} + 4620$: quitando $70\zeta^{1}$ de cada parte, quedarà $330\zeta^{1} \backsim 4620$. partiendo 4620 por 330 salen 14 años valor de $1\zeta^{1}$ y añadidos 66, serà la ganancia 80.

30 *Question 21. de dos proporciones.*

Pedro con ciertos doblones en 10 años ganò 50. lib. y Iuan al respeto con 8. doblones en ciertos años ganò 80. lib. y la suma del Caudal de Pedro, y tiempo de Iuan es 21. pidese el Caudal de Pedro, y tiempo de Iuan.

Sea el Caudal de Pedro $1\zeta^{1}$, y el tienpo de Iuan $21 - 1\zeta^{1}$ dispuestos los terminos, seràn.

1.º 2.º 3.º ⁜ 4.º 5.º 6.º

$1\zeta^{1}$ 10.*Añ.* 50.*lib.* ⁜ 8.*dob.* $21-1\zeta^{1}$ 80.*lib.*

Sirve el mesmo quebrado $\frac{3^{\circ}4^{\circ}5^{\circ}}{6^{\circ}1^{\circ}2^{\circ}}$: Luego el Producto del 3.º 4.º 5.º que es $8400 - 400\zeta^{1}$ es igual a $800\zeta^{1}$ producto del 6.º 1.º 2.º añadiendo a cada parte $400\zeta^{1}$, serà $1200\zeta^{1} \backsim 8400$. partiendo 8400 por 1200, salen 7 *doblones* valor de $1\zeta^{1}$, Caudal de Pedro: restados de 21: quedan 14 *años*, el tienpo de Iuan.

31 *Question 22. de dos proporciones.*

Pedro con 7 doblones en 10 años ganò 50. libras: y Iuan en su conpañia puso el Caudal, y tienpo en proporcion de 4 à 7, y ganò 80. libras: pidese su caudal, y tienpo.

Sea

Sea el Caudal de Iuan $4\zeta^1$, y ſu tienpo $7\zeta^1$.

1º	2º	3º	⁜ 4º	5º	6º
7.*do.*	10.*Añ.*	50.*lib.*	⁜ $4\zeta^1$	$7\zeta^1$	80.*lib.*

Queb.º $\frac{3º\,4º\,5º}{6º\,1º\,2º}$. El producto del 3º 4º 5º q̃ es $1400\zeta^2$ es igual a 5600, producto del 1º 2º 6º partiendo 5600 por 1400. ſale $4 \backsim 1\zeta^2$ la $\sqrt{}^2$ de 4 es 2 valor de $1\zeta^1$ multiplicado por 4, y 7: ſerà el Caudal 8 doblones, y los años 14.

32 *Queſtion 23. de dos proporciones.*

De una pieça de paño que coſtò cierta Cantidad dieron por 50 reales 15 palmos, y de otra pieça igualmente larga, que coſtò 30. lib. por ciertos reales dieron 28 palmos: la proporcion del valor de la primera pieça, y precio de los 28 palmos es como 4 à 7. pideſe el valor, y precio.

Sea el valor $4\zeta^1$, y el precio $7\zeta^1$: la diſpoſicion.

1º	2º	3º	⁜ 4º	5º	6º
$4\zeta^1$	50.*lib.*	15.*pal.*	⁜ 30.*lib.*	$7\zeta^1$	28.*pal.*

Porque ai una proporcion inverſa, ſirve el Quebrado $\frac{3º\,1º\,5º}{6º\,4º\,2º}$ *Lib.* 1. §. 90. Luego el Producto del 3º 1º 5º que es $420\zeta^2$ es igual a 42000 Producto del 6º 4º 2º partiendo 42000 por 420. ſale $1\zeta^2 \backsim 100$: ſu $\sqrt{}^2$ es 10 valor de $1\zeta^1$: multiplicado por 4, y 7. ſerà 40 *lib.* el valor de la pieça, y 70 *reales* el precio de los 28 palmos.

33 *Queſtion 24. de dos proporciones.*

De una pieça que coſtò 40. lib. por 50 reales dieron ciertos palmos; y de otra que coſtò 30. lib. por 70 reales dieron ciertos palmos, el Producto de los palmos primeros, y ſegundos

gundos es 420. pidenſe los palmos que ſe tomaron de cada pieça.

Sean los palmos de la primera pieça $1\zeta^1$, y los de la ſegunda $\frac{420}{1\zeta^1}$. La diſpoſicion es.

1º	2º	3º	⁜ 4º	5º	6º
40.*lib.*	50.*re.*	$1\zeta^1$	⁜ 30.*lib.*	70.*rea.*	$\frac{240}{1\zeta^1}$.

El Quebrado es $\frac{3º\,1º\,5º}{6º\,4º\,2º}$. (*Lib.* 1º §. 90.) Luego el Producto del 3º 1º 5º q̃ es $2800\zeta^1$ es igual a $\frac{630000}{1\zeta^1}$ Producto del 6º 4º 2º Multiplicando por $1\zeta^1$, ſerà $2800\zeta^2 \backsim 630000$: partiendo por 2800, ſera $1\zeta^2 \backsim 225$ ſu $\sqrt{}^2$ es 15 valor de $1\zeta^1$ los palmos de la primera pieça: partiendo 240 por 15: ſalen 28 los palmos de la ſegunda.

34 *Queſtion 25. de dos proporciones.*

De una pieça que coſtò 40. lib. por 50. reales dan ciertos palmos; de otra que coſtò 30. lib. por ciertos reales dan 28 palmos, y partiendo el Quadrado de los reales por los palmos es el Quociente $\frac{980}{3}$: pidenſe los palmos, y reales.

Sean los reales, que faltan $1\zeta^1$ ſu Quadrado es $1\zeta^2$. y pues partido por los palmos es el Quociente $\frac{980}{3}$ luego al contrario partiendo $1\zeta^2$ por $\frac{980}{3}$. ſeràn los palmos $\frac{3\zeta^2}{980}$. diſponganſe los terminos.

1º	2º	3º	⁜ 4º	5º	6º
40.*lib.*	50.*re.*	$\frac{3\zeta^2}{980}$	⁜ 30.*lib.*	$1\zeta^1$	28.*pal.*

El Quebrado es $\frac{3º\,1º\,5º}{6º\,4º\,2º}$ Luego el Producto del 3º 1º 5º que es $\frac{120\zeta^3}{980}$ es igual a 42000 Producto del 6º 4º 2º Multiplicando por 980, ſerà $120\zeta^3 \backsim 41160000$. Partiendo por 120, ſerà $1\zeta^3 \backsim 343000$, la $\sqrt{}^3$ de eſta

Canti-

Cantidad es 70 valor de $1\mathfrak{z}^1$ y es el precio de los 28 palmos. Su Q° es 4900. partido por $\frac{980}{3}$, sale $\frac{14700}{980}$ que es 15 *palmos*.

QVESTIONES DE IGVALACION CONPVESTA.

35 *Question* 26. *de dos proporciones.*

Ciertos honbres en 10 *dias ganan* 50 *libras, y al respeto* 8 *honbres en* 14 *dias ganan cierta Cantidad, que la suma de ella, y de los primeros honbres es* 87: *pidense los honbres primeros, y la ganancia de los segundos.*

Sean los honbres $1\mathfrak{z}^1$, y la ganancia $87 - 1\mathfrak{z}^1$.

1°	2°	3°		4°	5°	6°
$1\mathfrak{z}^1$	10.*di.*	50.*lib.*	⁜	8.*honb.*	14.*di.*	$87 - 1\mathfrak{z}^1$

Por ser las dos proporciones directas, serà el Quebrado $\frac{3°4°5°}{6°1°2°}$ (*Lib.* 1° §. 82.) Luego el Producto del 6° 1° 2° que es $870\mathfrak{z}^1 - 10\mathfrak{z}^2$ es igual a 5600, Producto del 3° 4° 5° partiẽdo pues por 10, numero del Caracter maior, serà $87\mathfrak{z}^1 - 1\mathfrak{z}^2$ ⌒ 560: porque ai dos Caracteres, y el exponente maior es duplo del menor, entra la *regla particular* (*Lib.* 3. §. 148.) El Q° de 87 es 7569, el quadruplo de la *Cantidad* 560 es 2240. quitada del Q° 7569, por ser el *Caracter* maior —, quedan 5329. su $\sqrt{}^2$ es 73: la diferencia de esta *raiz*, y de 87, porque el *Caracter* menor tiene + es 14 su mitad 7. valor de $1\mathfrak{z}^1$, y es el numero de los honbres: restado de 87; quedan 80 la ganancia de los segundos, ò al contrario:

36 *Question* 27. *de dos proporciones.*

Pedro con ciertos doblones en 10 *meses ganò* 50, *y Iuan en*

en su Conpañia con 8 *doblones en* 14 *meses ganò cierta Cantidad, y la diferencia de los Quadrados del* 1°, *y* 6° *es* 6351, *pidense el* 1°, *y* 6°.

Sea el 1° $1\mathfrak{z}^1$ su Quadrado es $1\mathfrak{z}^2$, añadidos 6351, serà $1\mathfrak{z}^2 + 6351$ el Q° del 6° en lugar de los numeros dados ponganse sus Quadrados con el mesmo ordẽ.

1°	2°	3°		4°	5°	6°
$1\mathfrak{z}^2$*d.*	100.*m.*	2500.*l.*	⁜	64.*d.*	196.*m.*	$6351 + \mathfrak{z}^2$*l.*

Sirve el mesmo Quebrado $\frac{3°4°5°}{6°1°2°}$ (*Lib.* 1° §. 82.) Luego el Producto del 6° 1° 2°, q̃ es $635100\mathfrak{z}^2 + 100\mathfrak{z}^4$ serà igual a 31360000. Partiendo la igualacion por 100 quedarà $6351\mathfrak{z}^2 + 1\mathfrak{z}^4$ ⌒ 313600. por ser el *exponente* maior duplo del menor, se hallarà la *raiz* (*Lib.* 3° §. 148.) El Q° de 6351. es 40335201, el Quadruplo de la *Cantidad* 313600 es 1254400: añadido al Q° 40335201, es 41589601 su $\sqrt{}^2$ es 6449: la diferencia de esta, y de 6351, porque es + el Caracter menor, es 98: su mitad 49 valor de $1\mathfrak{z}^2$ su $\sqrt{}^2$ es 7 valor de $1\mathfrak{z}^1$ Caudal de Pedro: sumando 49, y 6351, es 6400: su $\sqrt{}^2$ 80 es la ganancia de Iuan.

37 *Question* 28. *de dos proporciones.*

Vna pieça de paño costò 40 *lib. por* 50 *reales dieron* 15 *palmos: de otra pieça que costò cierta Cantidad, por ciertos reales que la suma dellos, y de la Cantidad es* 100, *dieron* — 42 *palmos que los reales, pidense la Cantidad, palmos, y reales.*

Sea la Cantidad, ò valor de la segunda pieça $1\mathfrak{z}^1$, los reales seràn $100 - 1\mathfrak{z}^1$: quitãdo 42, seràn $58 - 1\mathfrak{z}^1$

los

los palmos. Diſpueſtos los terminos (*Lib.* 1. §. 90.) ſon.

1°	2°	3°	⁜ 4°	5°	6°
40.*l.*	50.*r.*	15.*p.*	⁜ $1\zeta^1$ *l.*	$100 - \zeta^1$ *r.*	$58 - 1\zeta^1$ *p.*

El Quebrado inverſo es $\frac{3°\,1°\,5°}{6°\,4°\,2°}$: Luego el Producto del 3°. 1°. 5°. que es $60000 - 600\zeta^1$ es igual a $2900\zeta^1 - 50\zeta^2$ Producto del 6°. 4°. 2°. añadiẽdo $600\zeta^1$ a cada parte, ſerà $60000 \backsim 3500\zeta^1 - 50\zeta^2$ Partiẽdo por 50: ſerà $1200 \backsim 70\zeta^1 - 1\zeta^2$ Porque ai dos Caracteres, y el *exponente* maior es duplo del menor, entra la regla del *Lib.* 3° §. 148. El Q°. de 70 es 4900: el quadruplo de 1200 es 4800, quitado de 4900 quedan 100. ſu $\surd^2$ es 10. la diferencia de 10, y 70 es 60: ſu mitad 30: valor de $1\zeta^1$, y de la pieça ſegunda: quitado de 100, quedan 70 reales, quitando 42 de los 70, quedã 28 palmos. Con q̃ el 4° 5°., y 6°. ſon 30. 70. 20.

38 Porque el Caracter maior tiene el ſigno —, tendrà la igualacion dos *raizes* (*Lib.* 3°. §. 148.) la menor es la hallada 30: y pues el numero del Caracter menor 70, es igual a la ſuma de las dos *raizes*, quitando 30 de 70, quedan 40: que es la *raiz* maior, y valor de $1\zeta^1$, y de la pieça ſegunda, quitado de 100, quedan 60 *reales*, de 60 quitando 42 quedan 18 palmos, y aſsi pueden ſer tanbien los numeros 4° 5° 6°: 40. 60. 18. que igualmente ſatisfazen a la queſtion.

39 *Queſtion 29. de dos proporciones.*

De una pieça, que coſtò 40.*lib. por* 50 *reales dan* 15 *palmos: de otra que coſtò ciertas libras, por ciertos reales, que la*

la ſuma de eſtos, y de las libras es 100, *dan tantos palmos, q̃ ſu Quadrado ſea* —4116 *que el Q°. de los reales, pidenſe las libras, reales, y palmos.*

Sean las libras $1\zeta^1$ los palmos $100 - 1\zeta^1$ ſu Q°. es $10000 - 200\zeta^1 + 1\zeta^2$ quitando 4116 ſerà $5884 - 200\zeta^1 + 1\zeta^2$ el Q° de los palmos; diſpueſtos los 5 terminos ſon.

1°	2°	3°	⁜ 4°	5°	6°
40.*l.*	50.*r.*	15.*p.*	⁜ $1\zeta^1$ *l.*	$100 - 1\zeta^1$ *r.*	....

El Quebrado inverſo es $\frac{3°\,1°\,5°}{6°\,4°\,2°}$. Partiendo el Producto del 3° 1° 5° que es $60000 - 600\zeta^1$ por el 4°. 2°. que es $50\zeta^1$ ſale el 6° $\frac{60000 - 600\zeta^1}{50\zeta^1}$ (*Lib.* 1° §. 91.) ſu Q° es $\frac{3600000000 - 72000000\zeta^1 + 360000\zeta^2}{2500\zeta^2}$ igual a $5884 - 200\zeta^1 + 1\zeta^2$ multiplicãdo la igualacion por $2500\zeta^2$ ſerà $14710000\zeta^2 - 500000\zeta^3 + 2500\zeta^4 \backsim 3600000000 - 72000000\zeta^1 + 360000\zeta^2$: dexando el numero ſolitario ſeràn $2500\zeta^4 - 500000\zeta^3 + 14350000\zeta^2 + 72000000\zeta^1 \backsim 3600000000$. partiẽdo por 2500, quedarà $1\zeta^4 - 200\zeta^3 + 5740\zeta^2 + 28800\zeta^1 \backsim 1440000$. La $\surd^4$ de eſta igualaciõ por el *Lib.* 2° *Cap.* 10. ſe hallarà, que es 30. *lib.* valor de $1\zeta^1$ reſtando 30 de la ſuma dada 100, quedan 70. *reales*: ſu Q° es 4900, quitandole 4116, queda 784 el Q° de los palmos ſu $\surd^2$ es 28. *palmos.*

40 *Queſtion 30. de dos proporciones.*

Vna pieça coſtò 40.*lib. por* 50 *reales dan ciertos palmos; que la ſuma dellos, y del valor de otra pieça es* 45: *de la otra por* 70 *reales dan tantos palmos, que el Producto de ellos*

ellos, por el Quadrado del valor de la pieça es 25200: pidenſe el 3º 4º, y 6º numero.

Sea el 3º $1\zeta^1$, y el 4º $45 - 1\zeta^1$. Diſpueſtos ſon.

1º 2º 3º ⁜ 4º 5º 6º

40.*l.* 50.*r.* $1\zeta^1$.*p.* ⁜ $45 - 1\zeta^1$.*l.* 70.*r.* . . . *p.*

El Quebrado inverſo es $\frac{3^{\circ}\,1^{\circ}\,5^{\circ}}{6^{\circ}\,4^{\circ}\,2^{\circ}}$. El Producto del 3º 1º 5º que es $2800\zeta^1$, partido por el Producto del 2º, y 4º que es $2250 - 50\zeta^1$ ſale $\frac{2800\zeta^1}{2250 - 50\zeta^1}$. que es el 6º (*Lib.* 1º §. 91.) El Qº del 4º $45 - 1\zeta^1$ es $2025 - 90\zeta^1 + 1\zeta^2$: multiplicado por el 6º $\frac{2800\zeta^1}{2250 - 50\zeta^1}$ ſale el Producto $\frac{5670000\zeta^1 - 252000\zeta^2 + 2800\zeta^3}{2250 - 50\zeta^1} \propto 25200$ como la propueſta dize: reduzida la igualacion a enteros (*Lib.* 3. §. 135.) ſerà $5670000\zeta^1 - 252000\zeta^2 + 2800\zeta^3 \propto 56700000 - 1260000\zeta^1$ añadiendo a cada parte $1260000\zeta^1$, ſerà $5796000\zeta^1 - 252000\zeta^2 + 2800\zeta^3 \propto 56700000$. La $\sqrt{}^3$ de eſta igualaciõ (*Lib.* 2. *Cap.* 10.) es 15. *pal.* valor de $1\zeta^1$ que es el 3º reſtado de 45, quedan 30. *lib.* el 4º ſu Qº 900. partiendo el numero dado 25200 por 900 ſalẽ 28. *pal.* que es el 6º.

41 Proſiga el Arithmetico en conbinar los 6 terminos por ſumas, diferencias, Productos, Poteſtades, &c. Pues por la Tabla triangular del *Lib.* 1º §. 228. hallarà que 6 terminos de 2 en 2 tienen 15 conbinaciones, con que por ſolas ſumas de los numeros hallarà 15 queſtiones, otras 15 por las diferencias, 15 por los Productos. 15 por los Quocientes que ſon 60. otras 60 por los Quadrados: 60 por los cubos: ſon 180: otras 180 por la proporcion, y ſubiẽdo a las Poteſ-

tades maiores hallarà innumerables, y mas añadiendo, y quitando de todos diferentes numeros.

CAP. III.

ENIGMAS DE TRES PROPORCIONES.

EN eſtas queſtiones ſe ha de atender, ſi ai una, ò muchas proporciones inverſas. Los exenplos ſeràn del *Lib.* 1º *Cap.* 15.

QUESTIONES DE IGUALACION SINPLE.

43 *Queſtion 31. de dos proporciones.*

Si 10 honbres con 20 doblones en 15 ſemanas ganan ciertas libras; y 20 honbres con 12 doblones en 13 ſemanas ganan ciertas libras, pidenſe las dos ganancias, que la ſuma ſea 408.

Sea la primera $1\zeta^1$, la ſegunda ſerà $408 - 1\zeta^1$. Los terminos diſpueſtos ſon.

1º 2º 3º 4º ⁜ 5º 6º 7º 8º

10.*h.* 20.*d.* 15.*ſ.* $1\zeta^1$.*l.* ⁜ 20.*h.* 12.*d.* 15.*ſ.* . . .

El Quebrado directo es $\frac{4^{\circ}\,5^{\circ}\,6^{\circ}\,7^{\circ}}{8^{\circ}\,1^{\circ}\,2^{\circ}\,3^{\circ}}$ (*Lib.* 1. §. 94) Partiẽdo pues el Producto del 4º 5º 6º 7º por el Producto del 1º 2º 3º ſale el 8º $\frac{3120\zeta^1}{3000}$ igual a $408 - 1\zeta^1$: multiplicando por 3000: ſeran $3120\zeta^1 \propto 1224000 - 3000\zeta^1$, añadiẽdo a cada parte $3000\zeta^1$, ſeràn $6120\zeta^1 \propto 1224000$: partiendo 1224000 por 6120; ſalen 200, que es el 4º ò primera ganancia; reſtando 200 de 408, quedan 208, el 8º, ò ganancia ſegunda.

 44 *Queſ-*

44 *Question 32. de tres proporciones.*

Si el Caiz de trigo vale 6. lib. y pesa 12 arr. por 4 din. dan 10. onz. de pan. Si valiesse el Caiz 5. lib. y pesasse 13. arr. por quantos dineros darian tantas onzas, que la diferencia de los dos sea 18?

Sean los dineros $1\zeta^1$, las onzas seràn $18 + 1\zeta^1$.

1° 2° 3° 4° ⁜ 5° 6° 7° 8°

6.*l.* 12.*a.* 4.*d.* 10.*onz.* ⁜ 5.*l.* 13.*arr.* $1\zeta^1$ ....

Porque ai una proporcion inversa, serà el Quebrado $\frac{4°1°6°7°}{8°5°2°3°}$ (*Lib.* 1. §. 97.) Partiendo pues el Producto del 4° 1° 6° 7° por el Producto del 5° 2° 3° sale el 8° $\frac{780\zeta^1}{240}$ igual a $18 + 1\zeta^1$: multiplicando por 240, sale $780\zeta^1 \backsim 4320 + 240\zeta^1$. Quitando $240\zeta^1$ de cada parte, quedã $540\zeta^1 \backsim 4320$. Partiẽdo 4320 por 540, salẽ 8. *din.* valor de $1\zeta^1$ añadidos 18, serã las *onzas* 26.

45 *Question 20. de tres proporciones.*

Si una pieça de paño cuesta 40. lib. tiene 5 palmos de ancho, por 4. doblones dan 10. varas: si otra de igual superficie costasse 30. lib. y el Producto de los palmos, y doblones fuesse 18, darian $33\frac{1}{3}$ varas: pidense los palmos, y doblones.

Sean los palmos $1\zeta^1$, y los doblones $\frac{18}{1\zeta^1}$.

1° 2° 3° 4° ⁜ 5° 6° 7° 8°

40.*l.* 5.*p.* 4.*d.* 10.*v.* ⁜ 30.*l.* $1\zeta^1$ $\frac{18}{1\zeta^1}$ $33\frac{1}{3}$*v.*

Porque ai dos proporciones inversas, es el Quebrado $\frac{4°1°2°7°}{8°5°6°3°}$ (*Lib.* 1. §. 101.) Luego el Producto del 4° 1° 2° 7° es igual al Producto del 8° 5° 6° 3° esto $\frac{36000}{1\zeta^1} \backsim 4000\zeta^1$: multiplicando por el denomina-dor

dor $1\zeta^1$, seràn $36000 \backsim 4000\zeta^2$, partiendo 36000 por 4000, serà $9 \backsim 1\zeta^2$: la $\sqrt{}^2$ de 9 es 3, valor de $1\zeta^1$ que es el 6°, y lo ancho de la pieça: partiendo 18 por 3, salen 6 doblones el precio de las $33\frac{1}{3}$ *varas.*

QVESTIONES DE IGVALACION CONPVESTA.

46 *Question 34. de tres proporciones.*

Si 10 honbres con 20 doblones en 15 semanas ganan 200 libras: 20 honbres para ganar 208 libras, que doblones, y tienpo han menester, que la suma sea 25.

Sean los doblones $1\zeta^1$, y el tienpo $25 - 1\zeta^1$.

1° 2° 3° 4° ⁜ 5° 6° 7° 8°

10.*h.* 20.*d.* 15.*s.* 200.*l.* ⁜ 20.*h.* $1\zeta^1$ $25 - 1\zeta^1$ 208.*l.*

Por ser las tres proporciones directas sirve el Quebrado $\frac{4°5°6°7°}{8°1°2°3°}$ (*Lib.* 1°. §. 94.) Luego el Producto del 4° 5° 6° 7° que es $100000\zeta^1 - 4000\zeta^2$ es igual al Producto del 8° 1° 2° 3° que es 624000: Partiendo la igualacion por 4000, sale $25\zeta^1 - 1\zeta^2 \backsim 156$: por el *Lib.* 3° §. 148. El Q° de 25 es 625: el quadruplo de la Cantidad 156 es 624. restado de 625 porq̃ el Caracter maior es −, queda 1. su $\sqrt{}^2$ es 1: la diferẽcia de 1, y 25 (porque el *Caracter* menor es +) es 24, su mitad 12 *doblones* valor 1° de $1\zeta^1$ restados de 25, quedan 13 semanas: ò 13 *doblones*, y 12 semanas.

47 *Question 35. de tres proporciones.*

Si el Caiz de trigo vale 6 libras, y pesa 12 arrobas por ciertos dineros dan 6 onzas mas que los dineros: si valiesse 5 libras, y pesasse 3 arrobas mas que las onzas antecedẽtes por doblados dineros darian 26 onzas, pidense los dineros?

neros, y las onzas primeras, y arrobas segundas.
Sean los primeros dineros $1\zeta^1$ las onzas $1\zeta^1+6$: las segundas arrobas seràn $1\zeta^1+9$, y los dineros $2\zeta^1$.

1°	2°	3°	4°	✱5°	6°	7°	8°
6.*l.*	12.*a.*	$1\zeta^1$	$1\zeta^1+6$	✱5.*l.*	$1\zeta^1+9$.	$2\zeta^1$	26.*on.*

Porque ai una proporcion inversa, sirve el Quebrado $\frac{4°1°6°7°}{8°5°2°3°}$ (*Lib.*1° §.97.): Luego el Producto del 4° 1° 6° 7° que es $12\zeta^3+180\zeta^2+648\zeta^1 \backsim 1560\zeta^1$. Hecha depression (*Lib.*3.§.136.) seràn $12\zeta^2+180\zeta^1+648 \backsim 1560$. quitando 648 de cada parte, seràn $12\zeta^2+180\zeta^1 \backsim 912$: partiendo por 12, serà $1\zeta^2+13\zeta^1 \backsim 76$. Por el *Lib.* 3° §.148, se hallarà la *raiz*, que es 4 *din.* valor de $1\zeta^1$ añadidos 6 serà 10 *onz.* el 4° y añadidos 3, serà 13 *arr.* el 6° doblando los 4 dineros, serà 8 *din.* el 7°.

48 *Question 36. de tres proporciones.*

De una pieça, que costò 40. *lib. y tiene de ancho ciertos palmos, por* 4 *doblones dan dobladas varas que los palmos de ancho: de otra de igual superficie, que costò* 30 *libras, y su ancharia sumada con la precedente es* 8 *por ciertos doblones, que la proporcion dellos, y de las varas precedentes es, como* 3 *à* 5, *dan* $33\frac{1}{3}$ *varas. Pidense el* 2° 4° 6°, *y* 7°, *que faltan.*

El 2° que es la ancharia de la primera pieça sea $1\zeta^1$, el 4° serà $2\zeta^1$, y el 6° serà $8-1\zeta^1$: y el 7° serà $\frac{6\zeta^1}{5}$ porque como 5 a 3 assi $2\zeta^1$ a $\frac{6\zeta^1}{5}$.

1°	2°	3°	4°	✱5°	6°	7°	8°
40.*l.*	$1\zeta^1$.*p.*	4.*d.*	$2\zeta^1$.*v.*	✱30.*l.*	$8-1\zeta^1$.*p.*	$\frac{6\zeta^1}{5}$.*d.*	$33\frac{1}{3}$ *v.*

Por-

Porque ai dos inversiones serà el Quebrado $\frac{8°5°6°3°}{4°1°2°7°}$ (*Lib.*1° §.101.) Luego el Producto del 8° 5° 6° 3° que es $32000-4000\zeta^1$ serà igual al Producto del 4° 1° 2° 7° que es $\frac{480\zeta^3}{5}$: multiplicando la igualacion por el denominador 5: sale $480\zeta^3 \backsim 160000-20000\zeta^1$ Añadiendo a cada parte $20000\zeta^1$ seràn $480\zeta^3+20000\zeta^1 \backsim 160000$: La $\sqrt[3]{}$ de esta igualacion por el *Lib.* 2° §. 83. se hallarà sin reduzir el Caracter maior a unidad, que es 5. *palmos* el numero 2° valor de $1\zeta^1$ doblados seràn 10 *varas* el 4° quitando 5 de 8, seran 3 palmos el 6° luego como 5 a 3 assi 10 a 6, serà 6 doblones el 7°.

49 Si el Caracter maior de esta igualacion se quiere reduzir a unidad, serà la operacion molestissima. Lo 1° por el *Lib.*3° §.141. se reduzirà a unidad.

Progression Geometrica.	1.	480.	230400
Exponentes.	2	1	0

Multiplicando la Cantidad 160000 por 230400, sale 36864000000. Multiplicando $20000\zeta^1$ por 480, sale $9600000\zeta^1$, y la nueva igualacion es $1\zeta^3+9600000\zeta^1 \backsim 36864000000$. Lo 2° se hallarà la $\sqrt[3]{}$ de esta igualacion por el *Lib.* 2° *Cap.* 9: y es 2400. Lo 3° se partirà esta *raiz* por el numero del Caracter maior 480, sale el Quociente 5. y es el valor de $1\zeta^1$ como antes.

50 En las Questiones de 4 proporciones directas, ò inversas, se guarda el mesmo estilo, tome el Arithmetico los exenplos del *Lib.* 1° §.103. 104. 105: y con-

y conbinandoles de 2 en 2. hallarà 45 queſtiones por las ſumas, otras 45 por las diferencias,&c. y de 3 en 3. hallarà 120 conbinaciones (*Lib.* 1° §.228.) y valiendoſe de las ſumas, diferencias, Productos, Poteſtades &c. hallarà innumerables enigmas: y ſi para llegar a la igualaciõ, quiere diferentes modos de obrar, puede valerſe del artificio, que ſe explicò en el *Lib.* 1° §. 87, y 107.

CAP. IV.

ENIGMAS VARIOS DE PROPORCION.

51 ESTE Capitulo correſponde al Capitulo 17. del *Libro* 1°. donde ſe propoſieron varias queſtiones, que neceſsitavã de diſponer primero los terminos de la proporcion, y con el eſtilo antecedente ſe reduziràn a enigmas.

QUESTIONES DE IGUALACION SINPLE.

52 *Queſtion 37. de Conpañias. Lib.* 1. §.118.

Tres Mercaderes de Conpañia ganaron 100 *ducados: el Caudal del* 1°, *y* 2°. *fue* 38: *y del* 1°, *y* 3° 32: *la ganancia del* 3°. 24 *pideſe la ganancia de los otros, y el Caudal de cada uno.*

Sea el Caudal del 1° $1\zeta^{1}$, ſerà del 2°. $38 - 1\zeta^{1}$, y del 3°. $32 - 1\zeta^{1}$ la ſuma de los tres ſerà $70 - 1\zeta^{1}$. Luego como $70 - 1\zeta^{1}$ ſuma de los Caudales, a 100 ſuma de las ganancias; aſsi $32 - 1\zeta^{1}$ Caudal del 3°. a 24 ganan-

ganancia dada del 3° multiplicado $70 - 1\zeta^{1}$ por 24; y $32 - 1\zeta^{1}$ por 100, ſeràn los Productos iguales, eſto es. $1680 - 24\zeta^{1} \propto 3200 - 100\zeta^{1}$. añadiendo a cada parte $100\zeta^{1}$, ſerà $1680 + 76\zeta^{1} \propto 3200$. Quitando 1680, quedarà $76\zeta^{1} \propto 1520$. partiendo 1520 por 76 ſale $1\zeta^{1} \propto 20$: Luego 20 es el valor de $1\zeta^{1}$, y Caudal del 1° quitando de 38, y 32. quedan 18, y 12 Caudales del 2°, y 3°: Finalmente ſi el 3° con 12 gana 24, el 1°. con 20 ganarà 40, y el 3° con 18 ganarà 36.

53 *Queſtion 38. del Lib.* 1° §. 122.

Vendiendo 3 *varas de paño por ciertos ducados, ſe pierde à razon de* 10 *por* 100: *y vendiendo* 7 *varas por* 9 *ducados mas que los antecedentes, ſe gana à* 8 *por* 100: *pidenſe los precios de las* 3, *y* 7 *varas.*

Sea el precio de las 3 varas $1\zeta^{1}$, el de las 7 ſerà $1\zeta^{1} + 9$: reſtando la perdida 10 de 100, quedan 90: ſumando la ganancia 8 con 100, ſeràn 108: los numeros diſpueſtos ſon.

1°	2°.	3°.	⁜	4°.	5°	6°.
3.	$1\zeta^{1}$	90	⁜	7.	$1\zeta^{1} + 9$	108.

Porque ai una proporcion inverſa, ſirve el Quebrado $\frac{3°\ 1°\ 5°}{6°\ 4°\ 2°}$ (*Lib.* 1°. §.121.) Luego el Producto del 3°. 1°. 5°, es igual al Producto del 6°. 4° 2°. eſto es: $2430 + 270\zeta^{1} \propto 756\zeta^{1}$, quitando $270\zeta^{1}$ de cada parte, quedaràn $2430 \propto 486\zeta^{1}$ partiendo 2430 por 486, ſale 5, valor de $1\zeta^{1}$, y es el precio de las 3 varas, añadidos 9, ſerà 14 el precio de las 7 varas.

54 *Question 39. de Conpañias con tiempo.*

Dos Mercaderes de Conpañia enplearon el 1º ciertos ducados por cierto tiempo en proporcion de 64 à 1: el 2º 600 ducados por 12 meses el 1º ganò 320, y el 2º 360. pidese el Caudal, y tiempo del 1º

Multiplicando el Caudal, y tienpo del 2º que es 600 por 12 sale 7200: Luego por el *Lib.* 1º §.123: Si 360 ganancia del 2º, da 7200 Producto de Caudal, y tiẽpo: que darà 320 ganancia del 1º, sale 6400 Producto de su Caudal, y tienpo: y pues su proporcion es como 64 a 1, sea el Caudal $64\zeta^1$, y el tienpo $1\zeta^1$ multiplicados entresi, serà el Producto $64\zeta^2$ igual à 6400, partiendo 6400 por 64, sale $1\zeta^2 \backsim 100$: La $\sqrt{}^2$ de 100 es 10 valor de $1\zeta^1$, y es el tienpo del 1º 10 meses: multiplicãdo por 64, salẽ 640 *ducados* su Caudal.

55 *Question 40. de los Factores.*

Vn Mercader admitiò à su Factor à los $\frac{2}{5}$ de la ganancia por su trabajo, el Producto de la ganancia comun por la del Factor es 400: pidese la ganancia de los dos.

Sea la ganancia comun $1\zeta^1$: Luego por el *Lib.* 1º §.124: Si 5 dan 2, que darà $1\zeta^1$: sale $\frac{2\zeta^1}{5}$ la ganancia del Factor: multiplicando la ganancia comun $1\zeta^1$ por $\frac{2\zeta^1}{5}$ sale $\frac{2\zeta^2}{5}$ igual a 4000, como la propuesta dize: multiplicando por 5, serà $2\zeta^2 \backsim 20000$. partiendo por 2, serà $1\zeta^2 \backsim 10000$. la $\sqrt{}^2$ de 10000 es 100 valor de $1\zeta^1$ que es la ganancia comun: partiendo 4000 por 100 sale 40 la ganancia del Factor, restando 40 de 100, quedan 60, y es la ganancia del Mercader.

56 *Quef-*

56 *Question 41. de Quebrados.*

Entre 4 dieron el precio de una Imagen el 1º diò $\frac{2}{5}$, el 2º $\frac{4}{9}$, el 3º $\frac{1}{7}$, el 4º diò cierta Cantidad, que multiplicada con todo el valor es 7087500: pidese el valor de la Imagen, y lo que diò cada uno.

Reduzidos los quebrados por el *Lib.* 1º §.125. seràn $\frac{126}{315}$ $\frac{140}{315}$ $\frac{45}{315}$ la suma es $\frac{311}{315}$ que dieron el 1º 2º, y 3º, restando 311 de 315, quedan $\frac{4}{315}$ que diò el 4º $4\zeta^1$, y serà el valor de la Imagen $315\zeta^1$: multiplicando $315\zeta^1$ por $4\zeta^1$, sale $1260\zeta^2$ igual a 7087500: partiẽdo 7087500 por 1260, serà $1\zeta^2 \backsim 5625$. la $\sqrt{}^2$ de 5625 es 75 valor de $1\zeta^1$, multiplicado por 4, sale 300, que diò el 4º: multiplicando los 75 por 315, sale 23625 el valor de toda la Imagen: Multiplicando los 75 por los numeradores 126. 140. 45. salen 9450. 10500. 3375, que dieron el 1º 2º, y 3º.

QVESTIONES DE IGVALACION CONPVESTA.

57 *Question 42. de Testamentos.*

Pedro repartiò su haziẽda entre 4 hijos, al 1º $\frac{1}{3}$ al 2º $\frac{1}{4}$ al 3º $\frac{1}{5}$, y al 4º $\frac{1}{6}$, quitando 52 de toda la hazienda, y 20 de lo que pertenece al 1º, el Producto de los residuos es 1400000. pidese lo que toca à cada uno, y la Cantidad de toda la hazienda.

Reduzidos los quebrados (*Lib.* 1º §.127.) son $\frac{120}{360}$ $\frac{90}{360}$ $\frac{72}{360}$ $\frac{60}{360}$: La suma de los numeradores es 342: Supongo que es toda la hazienda $1\zeta^1$: Luego por regla de 3: como la suma 342 al numerador del 1º 120; assi toda la hazienda $1\zeta^1$ a la parte del 1º $\frac{120\zeta^1}{342}$. quitando

 de

de toda la hazienda 52, quedarà $1\zeta^1 - 52$, y quitando 20 de la parte del 1° quedarà $\frac{120\zeta^1}{342} - 20$: multiplicadas las restas entresi, serà el Producto $\frac{120\zeta^2 - 6240\zeta^1}{342} - 20\zeta^1 + 1040$ igual a 1400000, como la propuesta dize, quitando 1040 de cada parte, quedarà $\frac{120\zeta^2 - 6240\zeta^1}{342} - 20\zeta^1 \backsim 1398960$: multiplicando por 342 serà $120\zeta^2 - 6240\zeta^1 - 6840\zeta^1 \backsim 478444320$. Sumãdo $6240\zeta^1$ con $6840\zeta^1$ serà $120\zeta^2 - 13080\zeta^1 \backsim 478444320$: partiendo la igualacion por 120, serà $1\zeta^2 - 109\zeta^1 \backsim 3987036$.

58 La $\surd^2$ de esta igualacion se hallarà por el *Lib.*3° §.148: El Quadrado de 109 es 11881: el Quadruplo de la Cantidad 3987036 es 15948144, añadido a 11881 porque el Caracter maior es + serà 15960025, su $\surd^2$ es 3995 sumada con 109 porque el Caracter menor tiene el signo — serà 4104, su mitad es 2052 valor de $1\zeta^1$, que es toda la hazienda: y por el *Lib.*1° §.127. se hallarà que al 1° le vienen 720, y al 2° 540, y al 3° 432, y al 4° 360: Quitando 52 de 2052, quedan 2000; quitando 20 de 720, quedan 700: multiplicando 2000 por 700 sale 1400000, y satisfaze a la question.

59 *Question 43. del Lib.1° §.128.*

Vna Fuente tiene 2 caños, que llenan un vaso en 45 horas; cada uno solo le llena en ciertos dias, que la suma es 8: pidense los dias en que le llenarà cada uno solo.

Sean los dias del 1° $1\zeta^1$, y los del 2° $8 - 1\zeta^1$: Luego el 1° en un dia llenarà $\frac{1}{1\zeta^1}$ del vaso, y el 2° $\frac{1}{8 - 1\zeta^1}$: reduzidos

los Quebrados a un denominador (*Lib.* 3° §.116.) seràn $\frac{8 - 1\zeta^1}{8\zeta^1 - 1\zeta^2}$, y $\frac{1\zeta^1}{8\zeta^1 - 1\zeta^2}$: la suma de los dos sumando los numeradores serà $\frac{8}{8\zeta^1 - 1\zeta^2}$, esto llenarã los dos en un dia: Luego si el Numerador 8 da 24 horas que es un dia; el denominador $8\zeta^1 - 1\zeta^2$ que darà? Multiplicando $8\zeta^1 - 1\zeta^2$ por 24, sale $192\zeta^1 - 24\zeta^2$ partiendo por 8 sale $\frac{192\zeta^1 - 24\zeta^2}{8}$, en tantas horas le llenaràn los dos juntos, y pues le llenan en 45 horas, como la propuesta dize, serà $\frac{192\zeta^1 - 24\zeta^2}{8} \backsim 45$: y multiplicando por 8, seràn $192\zeta^1 - 24\zeta^2 \backsim 360$. Partiendo por 24, seràn $8\zeta^1 - 1\zeta^2 \backsim 15$. El Quadrado de 8 es 64, el quadruplo de 15 es 60: restado de 64 por tener el Caracter maior el *signo* —, quedan 4 su $\surd^2$ es 2: restada de 8 quedan 6, su mitad es 3 valor $1\zeta^1$. Con que el primer caño llenarà el vaso en 3 dias; y quitando 3 de 8, quedan 5 dias para el 2°, ò al contrario.

60 *Question 44. de los trueques.*

Pedro, y Iuan quieren trocar sus mercaderias: Pedro sube ciertos reales de contado à 10: y Iuan sube 12 de contado à 6 mas que los reales de Pedro: y pierde Iuã $6\frac{2}{3}$ por 100: pidense los reales de que subiò Pedro, y los reales à que subiò Iuan.

Sean los reales de que subiò Pedro $1\zeta^1$, seràn los reales a que subiò Iuan $1\zeta^1 + 6$: y restando $6\frac{2}{3}$ que pierde Iuan de 100, quedan $93\frac{1}{3}$. Dispuestos los numeros, como en el *Lib.*1° §.133. seràn

1º	2º	3º	⁜	4º	5º	6º
$1\zeta^1$	10.	100.	⁜	12.	$1\zeta^1 + 6$.	$93\frac{1}{3}$

El Quebrado inverſo es $\frac{3º\ 1º\ 5º}{6º\ 4º\ 2º}$ (*Lib*.1. §.133.) el Producto del 1º 3º 5º que es $100\zeta^2 + 600\zeta^1$, es igual al Producto del 6º 4º 2º q̃ es 11200: partiendo la igualaciõ por 100, ſerà $1\zeta^2 + 6\zeta^1$ ⌓ 112: luego por el *Libro* 3º §.148: ſerà 8 el valor de $1\zeta^1$, y añadidos 6 ſeràn 14: digo que Pedro ſubiò de 8 a 10. y Iuan de 12 a 14.

61 *Queſtion 45. de los Trueques.*

Pedro ſube ciertos reales de contado à 10 trocando; y Iuan ſube 12 reales de contado à 6 mas trocando, que los reales primeros de Pedro: y pidiendo Iuan de contado $\frac{1}{7}$ de ſu 2º precio, aun pierde tanto por 100, que multiplicado por los primeros reales de Pedro, es el Producto 32. pideſe lo meſmo, que antes, y lo que pierde Iuan.

Pues el 2º precio de Iuan es $1\zeta^1 + 6$ tomeſe ſu $\frac{1}{7}$ que es $\frac{1\zeta^1+6}{7}$ reſtado del precio 1º 12, que es $\frac{84}{7}$, quedan $\frac{78-1\zeta^1}{7}$ que es el 4º numero quitando $\frac{1}{7}$ del 2º precio $1\zeta^1 + 6$, quedaràn $\frac{6\zeta^1+36}{7}$ (*Lib*.3. §.121.) y es el 5º numero: diſpueſtos los terminos como en el *Lib*.1º §.134. ſon.

1º	2º	3º	⁜	4º	5º	6º
$1\zeta^1$	10.	1000.	⁜	$\frac{78-1\zeta^1}{7}$	$\frac{6\zeta^1+36}{7}$	. . .

62 Multiplicando el 3º, y 1º 100 por $1\zeta^1$, ſale $100\zeta^1$, y eſto por el 5º $\frac{6\zeta^1+36}{7}$ ſale $\frac{600\zeta^2+3600\zeta^1}{7}$: el Producto del 4º, y 2º, es $\frac{780-10\zeta^1}{7}$: y pues los quebrados tienẽ un denominador, partaſe $600\zeta^2 + 3600\zeta^1$ por

por $780 - 10\zeta^1$, ſerà el quociente $\frac{600\zeta^2+3600\zeta^1}{780-10\zeta^1}$, y es el numero 6º (*Lib*. 1. §. 134.) reſtado de 100 ſerà $100 - \frac{600\zeta^2+3600\zeta^1}{780-10\zeta^1}$ lo que pierde Iuã por 100: multiplicado pues por el precio 1º de Pedro $1\zeta^1$, como dize la propueſta, ſerà el Producto $100\zeta^1 - \frac{600\zeta^3+3600\zeta^2}{780-10\zeta^1}$ y reduziẽdo $100\zeta^1$ al meſmo denominador por multiplicacion de $780 - 10\zeta^1$, ſerà $\frac{78000\zeta^1-1000\zeta^2}{7800-10\zeta^1} - \frac{600\zeta^3+3600\zeta^2}{7800-10\zeta^1}$. y pues el denominador es el meſmo, quitādo $600\zeta^3 + 3600\zeta^2$ de $78000\zeta^1 - 1000\zeta^2$ quedarà el Producto $\frac{78000\zeta^1-4600\zeta^2-600\zeta^3}{7800-10\zeta^1}$ igual a 32, como la queſtion dize: y multiplicando por el denominador $7800 - 10\zeta^1$, ſerà $78000\zeta^1 - 4600\zeta^2 - 600\zeta^3$ ⌓ $24960 - 320\zeta^1$ añadiendo a cada parte $320\zeta^1$, ſerà $78320\zeta^1 - 4600\zeta^2 - 600\zeta^3$ ⌓ 24960: La $\sqrt{}^3$ de eſta igualacion ſe hallarà por el *Lib*.2º §.98. que es 8. valor de $1\zeta^1$, y precio 1º de Pedro, añadidos 6, ſerà 14 el precio 2º de Iuan, y por el *Lib*. 1º §.134. ſe hallarà que pierde Iuan 4 por 100.

63 Todos los exenplos de eſte Capitulo admiten caſi infinita variedad, obſervando el §.1. Mi intento ſolo ha ſido reduzir a Enigmas las queſtiones del Cap. 17. del Libro 1º tomando de cada una ſolo un exenplo, abriendo la puerta al eſtudioſo, para formar innumerables de cada uno: pues los primeros Enigmas de igualacion ſinple, paſſaràn facilmente a la igualacion conpueſta, ſi en los terminos dados entran el +, y —, y algunas Poteſtades mayores, que ha-

hazen la question mas obscura, y el Enigma insoluble sin el artificio del Libro 2.º

CAP. V.

ENIGMAS DE ALLIGACION.

64 EN las questiones de Alligacion, agora sean del Arte menor, ò maior, se ha de tener atencion a tres cosas: estas son las *Especies, Diferencias, y Cantidades*. Todo el artificio consiste unicamente en la regla del *Lib.* 1.º §. 146. que las *Diferencias son proporcionales con las Cantidades.* De donde se infiere, que todos los Enigmas del Capitulo 1.º tienen lugar en la Alligacion; y con solo esto tiene canpo abierto el Arithmetico, para infinitas questiones.

ENIGMAS DE IGUALACION SINPLE.

65 *Question 46. de Alligacion.*

Si 36 onz. de oro de 16 quilates se conponen de dos especies, que la suma es 35, y la diferencia de la maior, y media, es dupla de la diferencia de la menor, y media: pidense las especies, y las Cantidades.

Sea la especie menor $1\zeta^{1}$, y la maior $35-1\zeta^{1}$ dispuestos los terminos como en el *Libro* 1.º §. 146. restando $1\zeta^{1}$ de 16 serà la diferēcia de la menor, y media $16-1\zeta^{1}$:

	Especies	*Diferencies.*	*Cantidades.*
	$35-1\zeta^{1}$	$16-1\zeta^{1}$	...
16	$1\zeta^{1}$	$19-1\zeta^{1}$	...
		...	36.

y restando 16 de $35-1\zeta^{1}$, serà la diferēcia de la maior, y media $19-1\zeta^{1}$ escritas en cruz: doblese la menor $16-1\zeta^{1}$, serà $32-2\zeta^{1} \backsim 19-1\zeta^{1}$ añadiendo a cada parte $2\zeta^{1}$, serà $32 \backsim 19+1\zeta^{1}$, quitando 19, quedarà $13 \backsim 1\zeta^{1}$: Luego 13 es la especie menor; y restada de 35, quedarà 22 la especie maior.

66 Sabidas las especies se hallaràn las Cantidades *Lib.* 1.º §. 146. que son 12 *onz.* de 22 quilates, y 24 de 13: Mas facilmente se hallarà por el Algebra: pues las diferencias son proporcionales a las Cantidades, serà tanbien dupla su proporcion. Supongo pues, que la *Cantidad* menor es $1\zeta^{1}$, y la maior $2\zeta^{1}$, la suma es $3\zeta^{1} \backsim 36$ que es la mescla, partiendo 36 por 3, serà 12 la Cantidad menor: y restada de 36, serà 24 la maior.

67 De otra suerte. Dispónganse las especies, y sus diferencias (*Lib.* 1.º §. 146.) Sea la Cantidad menor $3\zeta^{1}$, y la maior $6\zeta^{1}$: la suma es $9\zeta^{1} \backsim 36$ Partase 36 por 9, sale 4 valor

	Espe.	*Diferen.*	*Cantid.*
	22	3	$3\zeta^{1}$
16	13	6	$6\zeta^{1}$
		9	36

de $1\zeta^{1}$, que multiplicado por 3, y 6, darà 12, y 24 las dos Cantidades. De donde se infiere otro modo de obrar por Arte menor. Si la mescla se parte por la diferencia de los estremos (9) y el quociente se multiplica por las diferencias del medio puestas en cruz (3, y 6) los Productos (12, y 24) seràn las partes de la mescla, ò alligacion.

68 *Ques-*

68 *Queſtion 47. Corona de Archimedes.*

Vna Corona de oro,y plata peſa 100 onz. y expelle 63 de agua:la diferencia del agua que expelle 100 onz. de oro, y 100 de plata es 20. la diferencia de las diferencias del medio es 14: pidenſe las onzas de oro, y plata; y el agua de las 100 onz. de oro,y plata.

Sea el agua de la plata $1\zeta^{1}$, y del oro $1\zeta^{1} + 20$: eſcritos los terminos como antes: reſtãdo $1\zeta^{1}$ de 63, ſerà la diferencia menor $63 - 1\zeta^{1}$, añadidos 14, ſerà la diferẽcia maior $77 - 1\zeta^{1}$ la ſuma de las dos es $140 - 2\zeta^{1}$ igual a 20, que es la diferencia dada de los eſtremos: añadiendo $2\zeta^{1}$ a cada parte, ſerà $140 \frown 2\zeta^{1} + 20$: quitando 20, ſerà $120 \frown 2\zeta^{1}$ partiendo 120 por 2, ſerà $60 \frown 1\zeta^{1}$: las *onzas* de agua de la plata, y + 20 ſerán 80 las del oro: Las Cantidades de oro, y plata ſe hallaràn como en el *Lib.* 1.° §.147. ò como antes §.67.

	Eſpe.		*Diferen.*	*Cantid.*
63	$1\zeta^{1}$	×	$63 - 1\zeta^{1}$	...
	$1\zeta^{1}$		$77 - 1\zeta^{1}$	...
			20	100

69 *Queſtion 48. de Alligacion.*

Ciertas onzas de oro de 16 quilates ſe conponen de oro de 22, y de otra eſpecie menor ay 24 onzas: la ſuma de la meſcla, y diferencia de los eſtremos es 45. pidenſe las otras partes.

Sea la diferencia de la eſpecie maior, y menor $1\zeta^{1}$, y la meſcla $45 - 1\zeta^{1}$ diſponganſe los terminos. Pues ſon proporcionales 6 a 24, como $1\zeta^{1}$ a $45 - 1\zeta^{1}$ por el §. 2. ſe hallarà el valor de $1\zeta^{1}$ que es 9. diferencia de

de los eſtremos, quitada de 45 ſerà el conpueſto 36: quitando 9. de 22, ſerà la eſpecie menor 13: y quitando 24. de 36. ſrà 12 la Cantidad menor.

	Eſpe.		*Diferen.*	*Cantid.*
16	22	×	.	..
	..		6	24
			$1\zeta^{1}$	$45 - 1\zeta^{1}$

70 *Queſtion 49. de Alligacion.*

Si 36 onz. de oro de 16 quilates tienen 24 onz. de la eſpecie menor, y 12 de la maior: tomando las difereucias de la eſpecie menor, y media; y de la maior, y menor la ſuma de ſus Quadrados es 90. pidenſe las eſpecies.

Sea la diferencia de la menor, y media $1\zeta^{1}$, ſu Q.° es $1\zeta^{2}$ diſponganſe los terminos, ſeñalando con puntos los que faltan: y pues ſon proporcionales la Cantidad menor 12 a todo el conpueſto 36, aſsi $1\zeta^{1}$ a la diferencia de los eſtremos: multiplico 36 por $1\zeta^{1}$, y el Producto $36\zeta^{1}$ partido por 12 ſale $3\zeta^{1}$ que es diferencia de los eſtremos: ſu Q.° es $9\zeta^{2}$, ſumado con $1\zeta^{2}$, ſerà la ſuma de los quadrados $10\zeta^{2} \frown 90$: partiendo 90 por 10, ſerà $1\zeta^{2} \frown 9$. la $\sqrt{2}$ de 9 es 3: diferencia del menor, y medio: quitada de 16, queda la eſpecie menor 13 quilates: reſtando 9 de 90, quedan 81. ſu $\sqrt{2}$ es 9 diferencia de los eſtremos: añadida a 13 ſeràn 22 quilates la eſpecie maior.

	Eſpe.		*Diferen.*	*Cantid.*
16	..	×	$1\zeta^{1}$	12
	..		..	24
			..	36

QVESTIONES DE IGVALACION CONPVESTA.

71 *Question 50. de Alligacion.*

Ciertas onzas de oro de 16 quilates tienen 24 onz. de 13 quilates: y la diferencia de la especie maior, y media, sumada con la Cantidad que falta haze 18. pidese la especie maior, y su Cantidad.

Especies	*Diferencies.*	*Cantidades.*
16	3	$18 - 1\zeta^{1}$
13	$1\zeta^{1}$	24

Sea la diferencia de la maior, y media $1\zeta^{1}$: y la Cãtidad que falta $18 - 1\zeta^{1}$: pues son proporcionales 3 a $18 - 1\zeta^{1}$ como $1\zeta^{1}$ a 24, multiplicando en cruz, serán los Productos iguales: 24 por 3 son 72: y $18 - 1\zeta^{1}$ por $1\zeta^{1}$ son $18\zeta^{1} - 1\zeta^{2} \backsim 72$: su $\sqrt{}^{2}$ por el *Lib*.3. §.152. es 6, valor de $1\zeta^{1}$, y diferencia de la especie maior, y media: añadida a 16, será 22 la especie maior; restando 6 de 18 quedan 12 *onz.* de 22 quilates, sumando 12, y 24, será todo el conpuesto 36 *onz.* de 16 quilates.

72 *Question 51 de Alligacion.*

Si 36 onz. de oro constan de dos especies; la menor es 13: la diferencia de la maior, y media es 6: y restando la diferencia de los estremos de la Cantidad de la especie menor quedan 15. pidense la especie maior, y media, y las Cantidades.

Espe.	*Diferen.*	*Cantid.*
13	6	$1\zeta^{1} + 15$
	$1\zeta^{1}$	36

Sea la diferencia de los estremos $1\zeta^{1}$ y la Cãtidad de la especie menor $1\zeta^{1} + 15$: pues son proporcionales 6 a $1\zeta^{1} + 15$ como $1\zeta^{1}$ a 36 multiplicando en cruz, serán los Productos iguales: 36 por 6, son 216: y $1\zeta^{1} + 15$ por $1\zeta^{1}$, será $1\zeta^{2} + 15\zeta^{1} \backsim 216$: la $\sqrt{}^{2}$ de esta igualacion (*Lib.* 3. §.149.) es 9 valor de $1\zeta^{1}$, y diferẽcia de los estremos, añadidos 15. será 24 la Cantidad de la especie menor: restando 24 de 36, quedan 12 Cantidad de la especie maior: añadiẽdo 9 a 13. será 22 la especie maior: quitando 6 de 22, serán 16 quilates la especie media.

73 *Question 52. de Alligacion.*

Vn Platero tiene oro de 22 quilates, quiere baxarle à cierta especie, que la diferencia de los quilates sea − 12 que las onzas de liga, y quitando 4 de la mesma diferencia, si el Qº del residuo se multiplica por toda la mescla, sea el Producto 264. Pidense la Cantidad del oro, liga, y mescla, y sus quilates.

Espe.	*Diferen.*	*Cantid.*
22		
0	$1\zeta^{1}$	$1\zeta^{1} + 12$
	22	$\frac{264 + 22\zeta^{1}}{1\zeta^{1}}$

Dispónganse los terminos, como en el *Lib*.1º §.158. El un estremo es 22, y el otro zero, porque la liga no tiene valor, la diferencia de los estremos es 22.

74 Sea pues la diferencia de la especie maior, y media $1\zeta^{1}$: Luego la Cantidad de la liga será $1\zeta^{1} + 12$. y pues son proporcionales $1\zeta^{1}$ a $1\zeta^{1} + 12$, como 22 a toda la mescla: multiplicando $1\zeta^{1} + 12$ por 22, y partiendo por $1\zeta^{1}$ será la mescla $\frac{264 + 22\zeta^{1}}{1\zeta^{1}}$. quitando 4 de la diferencia $1\zeta^{1}$, quedarà $1\zeta^{1} - 4$: su Qº es $1\zeta^{2} -$

$1\zeta^2 - 8\zeta^1 + 16$: multiplicado por $\frac{264+22\zeta^1}{1\zeta^1}$ sale $\frac{22\zeta^3+88\zeta^2-1760\zeta^1+4224}{1\zeta^1}$, que es igual a 264 como la propuesta dize: multiplicando por $1\zeta^1$, serà $22\zeta^3 + 88\zeta^2 - 1760\zeta^1 + 4224 \propto 264\zeta^2$. dexando el numero solitario, passando los otros terminos a la otra parte con el signo contrario, serà $4224 \propto 176\zeta^2 + 1760\zeta^1 - 22\zeta^3$. Partiendo por 22. serà $192 \propto 8\zeta^2 + 80\zeta^1 - 1\zeta^3$: la $\sqrt{}^3$ de esta igualacion por el *Lib.* 2°. §.141. se hallarà 6, valor de $1\zeta^1$. quitado de 22, quedan 16 quilates de la mescla, añadiendo 12 al 6, seràn 18 *onz.* de liga: quitando 4 del 6 quedan 2. su Q° es 4. partiendo 264 por 4: salen 66. *onz.* toda la mescla, quitando 18 de 66, quedan 48 *onz.* de oro de 22 quilates, que tenia el Platero: como en el *Lib.* 1°. §.158.

75 *Question 53. de Alligacion.*

Tiene un Platero 4 generos de oro. 1° ciertas onzas de tantos quilates como es la suma de las onzas con su Quad° 2° 3 vezes mas onzas q̃ las precedẽtes, y los quilates + 2. 3° + 4 onzas que las precedentes, y los quilates − 7. 4° + 8 onzas q̃ las precedẽtes, y los quilates − 2. La mescla sale de 16 quilates: pidense todas las especies, y Cãtidades.

Dispónganse los terminos en la forma siguiente.

	Cantidades.	*Especies.*	*Productos.*
1°	$1\zeta^1$	$1\zeta^2+1\zeta^1$	$1\zeta^3+1\zeta^2$
2°	$3\zeta^1$	$1\zeta^2+1\zeta^1+2.$	$3\zeta^3+3\zeta^2+6\zeta^1$
3°	$3\zeta^1+4$	$1\zeta^2+1\zeta^1-5$	$3\zeta^3+7\zeta^2-11\zeta^1-20$
4°	$3\zeta^1+12$	$1\zeta^2+1\zeta^1-7$	$3\zeta^3+15\zeta^2-9\zeta^1-84$
	$10\zeta^1+16.$	16	$10\zeta^3+26\zeta^2-14\zeta^1-104$

76 Sea

76 Sea la Cantidad de la primera especie $1\zeta^1$, su Q° es $1\zeta^2$ sumado con $1\zeta^1$ serà $1\zeta^2+1\zeta^1$, que se escrive debaxo el titulo *Especies*: pues la segunda Cantidad es tripla, serà $3\zeta^1$. y añadiendo 2 a la especie precedente, serà $1\zeta^2+1\zeta^1+2$: Luego porque la Cantidad tercera es + 4 serà $3\zeta^1+4$. y quitando 7 de la especie antecedente, serà $1\zeta^2+1\zeta^1-5$: Vltimamente porque la Cantidad quarta es + 8, añadidos 8 a $3\zeta^1+4$, serà $3\zeta^1+12$: y quitando 2 de la especie antecedente, serà $1\zeta^2+1\zeta^1-7$: Multiplicando cada Cantidad por su especie, salen los *Productos* de la mano derecha: las sumas de las *Cantidades*, y *Productos* se escriven debaxo la raya: partiendo la suma de los *Productos* por la suma de las *Cantidades*, sale el valor de la Mescla (*Lib.* 1. §. 162.) Luego siendo el valor dado 16 serà $\frac{10\zeta^3+26\zeta^2-14\zeta^1-104}{10\zeta^1+16} \propto 16$.

77 Reduzgase a enteros esta igualacion multiplicando por $10\zeta^1+16$, y serà $10\zeta^3+26\zeta^2-14\zeta^1-104 \propto 160\zeta^1+256$ añadiendo a cada parte 104, y quitando $160\zeta^1$, serà $10\zeta^3+26\zeta^2-174\zeta^1 \propto 360$. La $\sqrt{}^3$ de esta igualacion por el *Libro* 2°. *Cap.*10. se hallarà, que es 4. valor de $1\zeta^1$ la Cantidad de la primera especie: su Q°. 16, y + 4, seràn 20 quilates la especie primera: 3 vezes 4, son 12 *onzas* la Cantidad segunda: añadiendo 2 al 20, seràn 22 quilates la especie segunda: añadiendo 4 al 12, seran 16 *onzas* la Cantidad tercera; quitando 7 de 22 seràn 15 quilates la especie tercera: Añadiendo 8 al 16, seràn 24 *onz.* la Cantidad

quarta,

quarta, y quitando 2 de 15 seràn 13 *quilates* la especie quarta: la suma de las Cātidades es 56 *onz.* que es toda la mescla, su valor 16: que es la especie media: que en todo satisfaze a la question.

CAP. VI.

ENIGMAS DE PROGRESSION *Arithmetica*.

78 EN las Progressiones sirven para la resolucion el numero de terminos, el 1°, y ultimo, la suma de todos, y el denominador de la proporcion. Dados tres de estos terminos, se resuelven los otros por el Arte menor; pero de cada question del *Lib.* 1° *Cap.* 21. puede formar el Algebra infinitos Enigmas, valiendose como antes de las sumas, Diferencias, Productos, Quocientes, Potestades; y de la proporcion de todos estos, añadiendo, y quitando varios numeros: y pueden entrar todas las 5 cosas en la propuesta, con tal que no esten las tres claras, porque no tenga lugar el Arte menor.

79 Todas las questiones de la Progression Arithmetica se pueden reduzir a dos principios: *PRINCIPIO 1°. Son proporcionales, como 1 à la suma del 1°, y vltimo termino; assi el numero de los terminos al duplo de toda la suma de la Progression.*

PRINCIPIO 2° Sō proporcionales, como 1. al denominador de la Progression; assi el Numero de los terminos — 1 à la diferēcia del 1°, y ultimo. O tanbien, *como 1 al denominador, assi el Numero de los terminos à la suma del denominador, y diferēcia del 1°, y vltimo.* Con q todas las questiones del Capitulo 1° tienen lugar en la Progression Arithmetica.

QVESTIONES DE IGVALACION SINPLE.

80 *Question 54. de Progres. Arithmetica.*

Cierta deuda se pagò en Progress. Arithmetica, el año 1° 5, el ultimo 20: la suma de toda la deuda, y de los años es 81. pidese la deuda, los años, y el excesso de las pagas.

Sumando el 1°, y el ultimo que es 5, y 20 es 25. Sea el numero de los años 1ζ¹. luego la deuda serà 81 — 1ζ¹: doblado esto serà 162 — 2ζ¹. y serā 4 proporcionales. 1. 25: 1ζ¹ 162 — 2ζ¹: el Producto de los medios es 25ζ¹ igual al Producto de los estremos 162 — 2ζ¹: añadiendo a cada parte 2ζ¹, seràn 27ζ¹ ∽ 162. partiendo por 27, salen 6 años valor de 1ζ¹, quitados de 81. quedan 75 *ducados* la deuda: el excesso, ò denominador es 3. por el *Lib.* 1° §. 185.

81 *Question 55. de Progres. Arithmetica.*

Cierta deuda en Progression Arithmetica se pagò en 6 años: el 1° 5 ducados, la suma del ultimo, y de toda la deuda es 95: pidese la deuda, y lo que pagò cada año.

Sea la paga del ultimo año 1ζ¹: la suma del 1°, y ultimo serà 5 + 1ζ¹, y toda la deuda 95 — 1ζ¹: doblado serà 190 — 2ζ¹ con que los 4 proporcionales son 1. 6: 5 + $1\zeta^{1}$. 190 — $2\zeta^{1}$: el Producto de los medios 30 + $6\zeta^{1}$ es igual al de los estremos 190 — $2\zeta^{1}$. añadidos a cada parte $2\zeta^{1}$, y quitados 30: quedarà $8\zeta^{1} \backsim 160$: partiendo por 8: salen 20 *ducados* la paga del ultimo año, valor de $1\zeta^{1}$. quitados de 95 quedan 75, y es toda la deuda: y el excesso 3. por el *Libro* 1º. §. 185: y assi pagò el año 2º. 8: el 3º. 11. el 4º 14; el 5º. 17: el 6º. 20.

82 *Question 56. de Progres. Arithmetica.*

Pedro pagò 75 duc. en Prog. Arith. el excesso de un año à otro fue 3: la diferencia del 1º, y ultimo año 15. pidense los años, y las pagas de cada año.

Sea el numero de los años $1\zeta^{1}$: y sumando el excesso 3 cō la diferēcia dada 15, serà 18: luego por el Principio 2º §. 79. son proporcionales 1. 3: $1\zeta^{1}$. 18: el Producto de los medios $3\zeta^{1}$ es igual al de los estremos 18: partiendo 18 por 3, salen 6 años valor de $1\zeta^{1}$. Otra vez supongo, que el año 1º pagò. $1y^{1}$: y el año ultimo $1y^{1}+15$: sumādo los dos, serà la suma $2y^{1}+15$: doblādo la deuda 75, es 150: y son 4 proporcionales (principio 1º. §. 79.) 1. 6: $2y^{1}+15$. 150: el Prodº. de los medios $12y^{1}+90$ es igual al de los estremos 150. quitando 90 de cada parte; quedan $12y^{1} \backsim 60$. partiendo por 12, salen 5 ducados valor de $1y^{1}$, paga del primer año, y añadidos 5, seràn 20 ducados la paga del ultimo.

83 *Question 57. de Progres. Arithmetica.*

Cierta deuda se pagò en 6 años, el ultimo 20 ducados: la suma del 1º, y de toda la deuda es 80: pidense la deuda, y pagas de todos los años.

Sea el excesso de un año a otro $1\zeta^{1}$: quitando 1 del numero de los años 6, quedaràn 5, y por el principio 2º §. 79. seràn proporcionales, como 1 a 5, assi $1\zeta^{1}$ a la diferencia del 1º, y ultimo: luego multiplicādo $1\zeta^{1}$ por 5, y partiendo por 1. serà $\frac{5\zeta^{1}}{1}$ esto es $5\zeta^{1}$ la diferencia del 1º, y ultimo: quitando pues $5\zeta^{1}$ del ultimo que es 20, serà 20 — $5\zeta^{1}$ el termino 1º, ò paga del año 1º. sumando 20 con 20 — $5\zeta^{1}$, serà 40 — $5\zeta^{1}$ la suma del 1º, y ultimo año: luego por el principio 1º. §. 79: serā proporcionales como 1º. a 6 numero de los años; assi 40 — $5\zeta^{1}$ al duplo de toda la deuda: multiplicando pues 40 — $5\zeta^{1}$ por 6, y partiendo por 1. sale 240 — $30\zeta^{1}$ el duplo de toda la deuda, su mitad es 120 — $15\zeta^{1}$ toda la deuda: añadida la paga del año 1º. 20 — $5\zeta^{1}$, serà 140 — $20\zeta^{1}$ la suma de toda la deuda, y paga del año 1º igual a 80 como la propuesta dize: añadiēdo a cada parte $20\zeta^{1}$, y quitando 80, quedarà $60 \backsim 20\zeta^{1}$: partiendo por 20 serà 3. el valor de $1\zeta^{1}$; que es el excesso; quitado de 20 q̄ era paga del ultimo año, quedarà 17. la paga del 5º, y 14 del 4º. 11 del 3º. 8 del 2º. 5 del 1º. quitando 5 de 80, quedan 75 que es toda la deuda.

QVESTIONES DE IGVALACION CONPVESTA.

84 *Question 58. de Progres. Arithmetica.*

Pedro pagò 75 ducados en Progression Arithmetica el excesso de un año à otro es 3, la suma del numero de los años,

años, y de la paga del 1º, y ultimo es 31. Pidense los años, y la paga de cada uno.

Sea el numero de los años $1\zeta^1$: quitado de 31, quedarà $31 - 1\zeta^1$ suma de las pagas del 1º, y ultimo año: el duplo de la deuda 75 es 150: luego son proporcionales (§.79.) 1. a $1\zeta^1$, como $31 - 1\zeta^1$ a 150: y el Producto de los medios $31\zeta^1 - 1\zeta^2$ es igual al de los estremos 150: la $\sqrt{}^2$ por el *Lib.* 3º §.148, es 6 *años* valor de $1\zeta^1$, restados de 31, quedan 25, que es la suma del 1º y ultimo: quitando 1 de los 6 *años*, quedan 5, y son proporcionales §.79, como 1 a 3 denominador de la Progresion assi 5 a 15 diferencia del 1º, y ultimo; quitados 15 de la suma 25, quedan 10, su mitad 5 es el termino 1º, y paga del año 1º quitada de 25, serà 20 la paga del año ultimo.

85 *Question 59 de Progres. Arithmetica.*

Cierte deuda se pagò en proporcion Arithmetica, la diferencia del 1º, y ultimo año es 15: la suma del 1º, y toda la deuda 80, el excesso, − 3 que el numero de los años: Pidense la deuda, años, y paga de cada uno.

Sea el excesso $1\zeta^1$, y el numero de los años $1\zeta^1 + 3$: con que son proporcionales 1. a $1\zeta^1$ como $1\zeta^1 + 3$. a $15 + 1\zeta^1$ que es la suma de la diferẽcia dada, y del excesso (§.79.) luego el Producto de los medios $1\zeta^2 + 3\zeta^1$ es igual al Producto de los estremos $15 + 1\zeta^1$, quitando $1\zeta^1$ de cada parte, quedarà $1\zeta^2 + 2\zeta^1 \backsim 15$: El Qº de 2 es 4: el quadruplo de 15 es 60: la suma de 4, y 60 es 64, su $\sqrt{}^2$ es 8: la diferencia de 8, y de 2 numero

mero del Caracter menor es 6, su mitad 3 valor de $1\zeta^1$ que es el excesso de las pagas, y añadidos 3, seràn 6 los años.

86 Supongo otra vez que la paga del año 1º es $1y^1$, y la del ultimo $1y^1 + 15$ la suma de los dos es $2y^1 + 15$, la deuda serà $80 - 1y^1$, el duplo de la deuda $160 - 2y^1$. y son proporcionales (§.79.) como 1 a 6 numero de los años, assi la suma $2y^1 + 15$ al duplo de la deuda $160 - 2y^1$: luego el Producto de los medios $12y^1 + 90$ es igual a $160 - 2y^1$: añadidos $2y^1$ a cada parte, serà $14y^1 + 90 \backsim 160$: quitando 90, quedarà $14y^1 \backsim 70$: partiendo 70 por 14, salen 5 *ducados* la paga del año 1º añadidos 15, son 20 la del ultimo, quitando 5 de 80, quedan 75 toda la deuda.

87 *Question 60. de Progres. Arithmetica.*

Cierta deuda se pagò en Progression Arithmetica, el ultimo año quadruplo que el 1º toda la deuda sumada con el Qº de la primera paga es 100: el excesso de las pagas multiplicado por el numero de los años es 18. Pidese todo.

Sea la paga del año 1º $1\zeta^1$ serà la del ultimo $4\zeta^1$, la suma es $5\zeta^1$, y la diferencia $3\zeta^1$: el Qº de $1\zeta^1$ es $1\zeta^2$: luego $100 - 1\zeta^2$ es toda la deuda: su duplo es $200 - 2\zeta^2$, y pues son proporcionales §. 79: como 1 a $5\zeta^1$, assi el numero de los años a $200 - 2\zeta^2$: luego tanbien al contrario, si $5\zeta^1$ dan 1: que daràn $200 - 2\zeta^2$? sale $\frac{200 - 2\zeta^2}{5\zeta^1}$, que es el numero de los años: y quitando 1, serà $\frac{200 - 2\zeta^2 - 5\zeta^1}{5\zeta^1}$ porque $5\zeta^1$ partido por $5\zeta^1$ es el Quociente, 1. y assi lo mesmo es quitar $\frac{5\zeta^1}{5\zeta^1}$ que 1: lue-

luego $\frac{200-2\zeta^2-5\zeta^1}{5\zeta^1}$ es el numero de los años -1.

88 Otra vez porque son proporcionales (§.79.) como 1. al excesso; assi $\frac{200-2\zeta^2-5\zeta^1}{5\zeta^1}$ a $3\zeta^1$: luego si $\frac{200-2\zeta^2-5\zeta^1}{5\zeta^1}$ dà $3\zeta^1$ que darà 1? multiplicando el segundo, y tercero sale $3\zeta^1$ partiendo por el primero (*Lib.*1° §.46.) sale $\frac{15\zeta^2}{200-2\zeta^2-5\zeta^1}$, que es el excesso de las pagas; el numero de los años se hallò $\frac{200-2\zeta^2}{5\zeta^1}$: Multiplicando los dos entresi, sale $\frac{3000\zeta^2-30\zeta^4}{1000\zeta^1-10\zeta^3-25\zeta^2}$ igual a 18 como la propuesta dize. Multiplicando 18 por el denominador, sale $18000\zeta^1-180\zeta^3-450\zeta^2 \propto 3000\zeta^2-30\zeta^4$: Hecha depression (*Lib.*3° §.136.) quedaràn $3000\zeta^1-30\zeta^3 \propto 18000-180\zeta^2-450\zeta^1$: añadiendo a cada parte $180\zeta^2$, y $450\zeta^1$, seràn $3450\zeta^1+30\zeta^3 \propto 18000$.

89 La $\sqrt{}^3$ de esta igualacion por el *Lib.*2° §.141. se hallarà, que es 5 valor de $1\zeta^1$, y paga del año 1° multiplicada por 4. es 20 la paga del año ultimo: el Q° de 5 es 25, restado de 100, serà 75 la deuda: su duplo 150, partido por 25 suma del año 1°, y ultimo, salen 6 años: partiendo 18 por 6, serà el excesso de las pagas 3: y pagò el año 1° 5: el 2° 8: el 3° 11: el 4° 14: el 5° 17: el 6° 20. No multiplico exenplos, por entender, que los propuestos bastan para la enseñança, y fio del ingenioso Letor, que con este artificio hallarà quantos quisiere de nuevo.

CAP.

CAP. VII.

ENIGMAS DE PROGRESSION Geometrica.

90 LA Progression Geometrica es mas fecũda que la Arithmetica, por tener mas principios generales, para formar, y resolver los Enigmas.

1° *Como 1 al denominador; assi un termino à su immediato.*

2° *Las diferencias tienen la mesma proporcion, que los terminos: y assi son tanbien continue proporcionales.*

3° *Los terminos alternos tienen la proporcion, que 1 al Q° del denominador, ò que los quadrados immediatos.*

4° *Como 1 al denominador-1; assi la diferẽcia del ultimo, y de toda la suma à la diferencia del 1°, y ultimo termino.*

5° *Como el 1° al ultimo; assi 1 à la Potestad del denominador, que tiene por exponente -1 que el Numero de los terminos.*

QUESTIONES DE IGUALACION SINPLE.

91 *Question 61. de 3 propor. continuos.*

Dada la diferencia del 1°, y 2°, y la del 1°, y 3° hallar los 3.

Sea la diferencia del 1°, y 2° 18: la del 1°, y 3° 90: Supongo que el 1° es $1\zeta^1$, el 2° $1\zeta^1+18$, el 3° $1\zeta^1+90$:

El

El Producto del 1°, y 3° $1\zeta^{2} + 90\zeta^{1}$ es igual al Q.° del 2° $1\zeta^{2} + 36\zeta^{1} + 324$. (*Lib.* 1. §. 213.) quitãdo de cada parte $1\zeta^{2} + 36\zeta^{1}$, quedarà $54\zeta^{1} \simeq 324$. partiendo por 54, sale 6. valor de $1\zeta^{1}$, que es el 1° : 6 y, 18 son 24 el 2.° : 6, y 90 son 96 el 3.°

92 *Question 62. de 3 contin. proporcionales.*

Dada la suma de los Quadrados del 1°, y 2° (612.) y la diferẽcia de los Quadrados del 1°, y 3.° (9180.) hallar los tres proporcionales.

Sea el 1.° $1\zeta^{1}$ su Q.° $1\zeta^{2}$ el Q.° del 2° $612 - 1\zeta^{2}$: el Q.° del 3.° $1\zeta^{2} + 9180$: y pues tanbien son los Quadrados proporcionales: multiplicando $1\zeta^{2} + 9180$ por $1\zeta^{2}$: y $612 - 1\zeta^{2}$ por si mesmo, seràn los Productos iguales; esto es $1\zeta^{4} + 9180\zeta^{2} \simeq 374544 - 1224\zeta^{2} + 1\zeta^{4}$: quitando de cada parte $1\zeta^{4}$, y añadiẽdo $1224\zeta^{2}$, seràn $10404\zeta^{2} \simeq 374544$: partiendo por 10404; serà $1\zeta^{2} \simeq 36$: la $\sqrt{}^{2}$ de 36 es 6 valor de $1\zeta^{1}$ que es el 1.° quitando 36 de 612, quedan 576 su $\sqrt{}^{2}$ es 24 que es el 2°: añadiendo 36 a 9180 salen 9216 su $\sqrt{}^{2}$ es 96: y los tres cõtinue proporcionales son 6. 24. 96.

93 *Question 63. de 4 contin. proporc.*

Dados el Producto del 2°, y 3.° con la proporcion del 1°, y 4.° hallar los 4 continue proporcionales.

Sea el Producto del 2°, y 3.° 2304: y la proporcion del 1°, y 4.° como 1 a 64. Supongo que es el 1.° $1\zeta^{1}$, y el 4.° $64\zeta^{1}$: multiplicando $64\zeta^{1}$ por $1\zeta^{1}$, sale $64\zeta^{2} \simeq 2304$. partiendo por 64 sale $1\zeta^{2} \simeq 36$: su $\sqrt{}^{2}$ es 6 valor de $1\zeta^{1}$, que es el 1.° multiplicado por 64, sale 384 el 4.°

el 4.° Supongo otra vez que el 2° es $1\zeta^{1}$, y el 3° $\frac{2304}{1\zeta}$ y seràn 3 *continue proporcionales* 6: $1\zeta^{1}$: $\frac{2304}{1\zeta^{1}}$: el Producto de los estremos $\frac{13824}{1\zeta^{1}}$ es igual al Q.° del medio $1\zeta^{2}$: multiplicando por el denominador $1\zeta^{1}$, serà $1\zeta^{3} \simeq 13824$: su $\sqrt{}^{3}$ es 24 valor de $1\zeta^{1}$, que es el 2° partiendo 2304 por 24, sale 96 el 3°, y los 4 proporcionales son 6. 24. 96. 384.

94 *Question 64. de 4 contin. proporcionales.*

Dado el denominador, y la diferencia del 1°, y 3.° hallar los quatro, y lo mesmo de qualquiera progression maior.

Sea el denominador 3: la diferencia 48: Supongo que es el 1.° $1\zeta^{1}$, y el 3.° $1\zeta^{1} + 48$: el Q.° del denominador es 9: luego como 1. a 9: assi $1\zeta^{1}$ a $1\zeta^{1} + 48$: (§. 90. *prin.* 3.°) con que el Producto de los medios $9\zeta^{1}$ es igual al de los estremos $1\zeta^{1} + 48$: quitãdo $1\zeta^{1}$ de cada parte, seràn $8\zeta^{1} \simeq 48$. Partiendo 48 por $8\zeta^{1}$, sale 6 el termino 1° añadidos 48: serà el 3.° 54: multiplicando 6, y 54 por el denominador 3, salen el 2°, y 4.° 18, y 162: y los 4 son 6: 18: 54: 162.

95 *Question 65. de 5 contin. proporcionales.*

Dadas las diferencias del 1°, y 2.° 18: del 4°, y 5.° 1152: el Producto del 5° por el Q.° del 2.° 884736, hallar los 5.

Sea el 2° $1\zeta^{1}$, y pues las diferencias son proporcionales a los terminos (§. 90. *pri.* 2.°) seràn como 18 a 1152, assi $1\zeta^{1}$ al 5.° multiplicando 1152 por $1\zeta^{1}$, y partiendo por 18, sale $\frac{1152\zeta^{1}}{18}$: que es el 5.° El Q.° del 2.° es $1\zeta^{2}$: multiplicãdo por el 5.° sale $\frac{1152\zeta^{3}}{18}$ igual a 884736 numero dado: multiplicando por 18 sale $1152\zeta^{3} \simeq$

15925248:

15925248: partiendo por 1152, serà $1\mathfrak{z}^{3} \frown 13824$: su $\sqrt{}^{3}$ es 24 valor de $1\mathfrak{z}^{1}$ que es el 2° quitando 18, serà 6 el 1°. el Q°. de 24 es 576, partido por 6, sale 96 el 3°. Partiendo 884736 por 576, sale 1536 el 5°. quitando 1152, queda el 4°. 384: y los 5 son: 6. 24. 96. 384. 1536.

96 *Question 66. de 5 contin. proporcionales.*
Dada la suma del 1°, y 5°. (1542.) y el denominador de la proporcion (4.) hallar los cinco proporcionales.

Por el principio 5° §.90, quitese 1 al numero de los terminos 5, y quedarà por exponente 4. tomese pues la Potestad de la quarta grada del denominador 4. y serà 256 (*Lib.*3°. §.6.) Supongase, que el 1°. es $1\mathfrak{z}^{1}$: luego como 1. a 256; assi $1\mathfrak{z}^{1}$ al 5°. que serà $256\mathfrak{z}^{1}$: la suma del 1° $1\mathfrak{z}^{1}$, y del 5°. $256\mathfrak{z}^{1}$ es $257\mathfrak{z}^{1}$ igual a 1542 como la propuesta dize: partiendo 1542 por 257, sale 6 valor de $1\mathfrak{z}^{1}$, que es el 1°. restado de 1542 serà el 5°. 1536: multiplicando 6 por 4, sale 24 el 2°: multiplicando 24 por 4 sale el 3°. 96: y este por 4, da 384 el 4°.

97 *Question 67 de 6 contin. proporcionales.*
Dado el denominador, y la suma de todos hallar los 6.

La suma dada es 8190. Sea el 1°. $1\mathfrak{z}^{1}$ multiplicado por 4 continuamente hasta 6 terminos, serà toda la progression. $1\mathfrak{z}^{1}$: $4\mathfrak{z}^{1}$: $16\mathfrak{z}^{1}$: $64\mathfrak{z}^{1}$ $256\mathfrak{z}^{1}$: $1024\mathfrak{z}^{1}$: la suma de todos es $1365\mathfrak{z}^{1} \frown 8190$ partiendo 8190 por 1365, sale 6 valor de $1\mathfrak{z}^{1}$, que es el 1° multiplicado cõtinuamente por el denominador 4, serà toda la pro-

gresion

gression de 6 terminos. 6. 24. 96. 384. 1536. 6144: y la suma de todos 8190.

QVESTIONES DE IGVALACION CONPVESTA.

98 *Question 68. de 3 contin. proporcionales.*
Dada la diferencia del 1°, y 2° (18.) y la suma del 2°, y 3° 120, hallar los 3 continue proporcionales.

Sea el 1° $1\mathfrak{z}^{1}$, y el 2° $1\mathfrak{z}^{1} + 18$: quitado de 120, quedarà el 3°. $102 - 1\mathfrak{z}^{1}$: el Producto de los estremos 1°, y 3°. $102\mathfrak{z}^{1} - 1\mathfrak{z}^{2}$ es igual al Q°. del medio. $1\mathfrak{z}^{2} + 36\mathfrak{z}^{1} + 324$: quitãdo de cada parte $1\mathfrak{z}^{2} + 36\mathfrak{z}^{1}$ quedarán $66\mathfrak{z}^{1} - 2\mathfrak{z}^{2} \frown 324$: partiendo por 2, seràn $33\mathfrak{z}^{1} - 1\mathfrak{z}^{2} \frown 162$: Por el *Lib.*3° §. 148. El Q°. de 33. es 1089, el quadruplo de 162 es 648, quitado de 1089, quedan 441. su $\sqrt{}^{2}$ es 21, quitada de 33, quedan 12, su mitad 6. valor de $1\mathfrak{z}^{1}$: que es el 1° añadidos 18, serà 24 el 2°. quitado de 120 queda el 3° 96: Porque en esta igualaciõ el Caracter maior es negado, tiene dos *raizes*: restando pues 6 de 33, quedan 27. valor de $1\mathfrak{z}^{1}$. y serà el 1° añadidos 18, serà el 2° 45, quitado de 120, quedarà el 3° 75.

99 *Question 69. de 3 contin. proporcionales.*
Si del 1°. se quitan 2, y del 2°. 4, los residuos estan en proporcion de 1 à 5: y su producto añadido al 3°. haze suma de 176. Pidense los tres proporcionales continuos.

Sea el 1° $1\mathfrak{z}^{1} + 2$, y el 2° $5\mathfrak{z}^{1} + 4$: quitando del 1° 2, y del 2°. 4 quedan $1\mathfrak{z}^{1}$, y $5\mathfrak{z}^{1}$ en proporcion de 1 a 5. su Producto es $5\mathfrak{z}^{2}$, quitado de 176, serà el 3° $176 - 5\mathfrak{z}^{2}$: los 3 proporcionales son $1\mathfrak{z}^{1} + 2$: $5\mathfrak{z}^{1} + 4$: $176 - 5\mathfrak{z}^{2}$:

$-5\zeta^2$: El Q° del 2° $25\zeta^2+40\zeta^1+16$. es igual al Producto de los estremos $352-10\zeta^2+176\zeta^1-5\zeta^3$: añadiendo a cada parte $5\zeta^3+10\zeta^2$ serà $5\zeta^3+35\zeta^2+40\zeta^1+16 \backsim 352+176\zeta^1$: Quitando $16+176\zeta^1$, quedaràn $5\zeta^3+35\zeta^2-136\zeta^1 \backsim 336$: La $\sqrt{}^3$ de esta igualacion sin reduzir el Caracter maior a unidad, se hallarà por el *Lib.* 2° *Cap.* 10. y es 4. multiplicada por 1, y 5, salen 4, y 20. añadiendo 2 al 4, y al 20, serà el termino 1° 6, y el 2° 24: multiplicando 4 por 20, sale 80: quitado de 176, queda el termino 3° 96. y los tres proporcionales son 6.24.96.

100 *Question* 70. *de* 4 *contin. proporcionales.*

El 1° *al* 2° + 12 *es como* 1 *à* 6: *y su Producto* + 168 *es el* 4°, *y el* *Q°del* 1° + 60 *es el* 3° *Pidense los quatro.*

Sea el 1° $1\zeta^1$: y el 2° $6\zeta^1-12$ pues añadiendo 12 al 2° serà la suma $6\zeta^1$ sextupla del 1° multiplicado $6\zeta^1$ por el 1° $1\zeta^1$, sale $6\zeta^2$ añadidos 168, serà el 4° $6\zeta^2+168$: El Q° del 1° es $1\zeta^2$ añadidos 60, serà el 3° $1\zeta^2+60$: y los 4 son $1\zeta^1 : 6\zeta^1-12 : 1\zeta^2+60 : 6\zeta^2+168$: el Producto del 2° $6\zeta^1-12$, y 3° $1\zeta^2+60$. es $6\zeta^3-12\zeta^2+360\zeta^1-720$: igual al Producto del 1°, y 4° $6\zeta^3+168\zeta^1$: Añadiendo a cada parte 720, y quitando $6\zeta^3$, quedarà $360\zeta^1-12\zeta^2 \backsim 720+168\zeta^1$: quitando $168\zeta^1$, seràn $192\zeta^1-12\zeta^2 \backsim 720$: partiendo por 12, serà $16\zeta^1-1\zeta^2 \backsim 60$.

101 La $\sqrt{}^2$ de esta igualacion se hallarà por el *Lib.* 3° §:148, que es 6. valor de $1\zeta^1$: multiplicado por 6 sale 36, quitando 12, quedan 24, que es el 2° multi-

plicando

plicando 36 por 6, salen 216, añadidos 168, serà el 4° 384: El Q° del 1° 6 es 36 añadidos 60, serà el 3° 96: y los 4 *continue proporcionales* seràn 6. 24. 96. 384: que satisfazen a la question. Por ser el Caracter maior de la igualacion negado, tiene el $1\zeta^1$ dos valores: restando pues 6, que es el valor 1° de 16 numero de ζ^1, queda 10, y es el valor 2° multiplicado por 6, serà 60, quitados 12, quedaràn 48, que serà el 2° proporcional. Multiplicando 60 por 10 sale 600, añadidos 168, serà el 4° 768: el Q° del 1° 10 es 100. añadidos 60, serà el 3° 160: los 4 son 10. 48: 160. 768: que no satisfazen a la question, porque aunque son proporcionales no son continuos.

102 *Question* 71. *de* 4 *contin. proporcionales.*

El denominador + 2 *es el* 1° *la diferencia del* 1°, *y* 4° *es* 378. *Pidese el denominador, y los* 4 *proporcionales.*

Sea el denominador $1\zeta^1$, serà el 1° $1\zeta^1+2$: multiplicado continuamente por el denominador $1\zeta^1$, seràn los 4 proporcionales. $1\zeta^1+2 : 1\zeta^2+2\zeta^1 : 1\zeta^3+2\zeta^2 : 1\zeta^4+2\zeta^3$. Del 4° $1\zeta^4+2\zeta^3$ quitese el 1° $1\zeta^1+2$: quedarà $1\zeta^4+2\zeta^3-1\zeta^1-2$ igual a 378, como la propuesta dize: añadiendo a cada parte 2, serà $1\zeta^4+2\zeta^3-1\zeta^1 \backsim 380$. La $\sqrt{}^4$, se hallarà por el *Lib.* 2° *Cap.* 10. que es 4 el denominador: añadidos 2 serà 6 el 1° multiplicado continuamente por 4, seràn 6: 24. 96. 384: y quitando 6 de 384, quedan 378. &c.

103 *Question* 72. *de* 5 *contin. proporcionales.*

Dada la diferencia del ultimo, y de toda la suma (510.)

y el

y el Producto del denominador por la diferencia del 1°, y ultimo (6120.) hallar el denominador, y toda la Progreſsion.

Sea el denominador $1\zeta^1$, quitandole 1, ſerà $1\zeta^1 - 1$: y ſon proporcionales 1, a $1\zeta^1 - 1$, como 510 a la diferencia del 1°, y ultimo (§. 90. *prin.* 4°.) multiplicando pues $1\zeta^1 - 1$ por 510, y partiẽdo por 1, ſale $510\zeta^1 - 510$: la diferencia del 1°, y ultimo. Multiplicada por el denominador $1\zeta^1$, ſerà $510\zeta^2 - 510\zeta^1 \backsim 6120$, como la queſtion dize: partiendo por 510: ſale $1\zeta^2 - 1\zeta^1 \backsim 12$ por el *Lib.* 3° §. 148. El Q° de 1. es 1: el quadruplo de 12 es 48, añadido a 1, ſerà 49: ſu $\surd^2$ es 7, añadido a 1 numero del Caracter menor porque es —, ſerà 8 ſu mitad 4. valor de $1\zeta^1$, y es el denominador de la Progreſsion.

104 Conocido el denominador, ſe conoceran todos de eſta ſuerte: Partaſe el Producto dado 6120 por el denominador 4, ſale 1530 la diferencia del 1°, y ultimo. Supongo pues que el 1° es $1y^1$, ſerà el ultimo $1y^1 + 1530$: multiplicando el 1° continuamente por el denominador 4 haſta 5 terminos, ſeràn los 5 proporcionales $1y^1$: $4y^1$, $16y^1$, $64y^1$, $256y^1$: luego el 5° $256y^1$ es igual a $1y^1 + 1530$: quitando $1y^1$, quedaràn $255y^1 \backsim 1530$: partiendo por 255, ſale $1y^1 \backsim 6$, que es el 1° multiplicado por 4. 16. 64. 256, ſeràn los cinco: 6. 24. 96. 384. 1536: añadiendo al ultimo 510, ſerà la ſuma de los 5, que es toda la Progreſsion 2046.

105 *Queſt.*

105 *Queſtion. 73. de qualquiera Progreſsion.*

Dada la proporcion del 1° al denominador, y el Quociente de la ſuma, ò diferencia de qualquiera terminos por la ſuma, ò diferencia de qualquiera otros, hallar el denominador, y toda la Progreſsion.

Sea la proporcion dada de 3 a 2: y el Quociente de la ſuma del 5°, y 6° + 72 por la ſuma del 2°, y 3° — el 1° ſea 68. Supongaſe que el 1° es $3\zeta^1$, y el denominador $2\zeta^1$: multiplicando el 1° $3\zeta^1$ por el denominador $2\zeta^1$ haſta 6 terminos, ſerà la progreſsion: $3\zeta^1$. $6\zeta^2$. $12\zeta^3$. $24\zeta^4$ $48\zeta^5$. $96\zeta^6$: la ſuma del 6°, y 5° + 72 es $96\zeta^6 + 48\zeta^5 + 72$: la ſuma del 2°, y 3° — el 1° es $12\zeta^3 + 6\zeta^2 - 3\zeta^1$: partiendo aquella por eſta, ſerà $\frac{96\zeta 6 + 48\zeta 5 + 72}{12\zeta 3 + 6\zeta 2 - 3\zeta 1} \backsim 68$ como la propueſta dize: multiplicando por el denominador, ſale $96\zeta^6 + 48\zeta^5 - 72 \backsim 816\zeta^3 + 408\zeta^2 - 204\zeta^1$.

106 Hallada la igualacion, ſe reduzirà paſando los Caracteres a la otra parte, y quedarà el numero ſolitario $72 \backsim 816\zeta^3 + 408\zeta^2 - 96\zeta^6 - 48\zeta^5 - 204\zeta^1$. La $\surd^6$ de eſta igualaciõ ſe hallarà por el *Lib.* 2° *Cap.* 13: y es 2 valor de $1\zeta^1$: multiplicada por 2 ſerà el denominador 4: y multiplicada por 3, ſerá 6 el valor de $3\zeta^1$, que es el 1° multiplicado el 6 continuamẽte por el denominador 4, ſale toda la progreſsion. 6. 24. 96. 384. 1536. 6144: &c. la ſuma del 5°, y 6° + 72 es 7752: la ſuma del 3°, y 2° — el 1° es 114: partiendo 7752 por 114, ſale 68 como la queſtion dize: de la meſma ſuerte ſe pudo dar la ſuma ſola de algu-

algunos terminos; ò el Producto de una, por otra; el Producto de unos terminos por otros, ò por las Potestades &c. Esta materia es infinita, y si atiende el Arithmetico, a la conbinacion de los terminos, diferencias, sumas, Potestades, &c. hallarà facilmente infinitos Enigmas.

CAP. VIII.

ENIGMAS DE CONBINACIONES.

107 LAS questiones de conbinacion se reduziràn a Enigmas, atendiendo a las operaciones del *Libro* 1.° *Cap.* 23. y para las conbinaciones del lugar podrà servir estos dos principios. 1.° *Si fueren dos numeros inmediatos como* 1. *al numero* 2.°; *assi las conbinaciones del numero* 1.°, *à las conbinaciones del numero* 2.° si fuerē 3. 4. y mas numeros, *como* 1. *al Producto de todos menos el* 1.°; *assi las conbinaciones del numero* 1.° *à las conbinaciones del numero ultimo.* Con estos principios valiendose de las sumas, diferencias, &c. se pueden formar varios Enigmas sobre el *Lib.* 1.° §.221.

QVESTIONES DE IGVALACION SINPLE.

108 *Question 74 de Conbinaciones.*

Dadas las conbinaciones de un numero, y la suma del, y de las conbinaciones del numero inmediato, hallar los dos numeros, y las conbinaciones del 2.°

Sean las conbinaciones del 1.° 24: la suma del 1.°, y conbinaciones del 2.° 124. Por la Tabla primera conbinatoria del *Lib.* 1.° §.221: se hallarà que a 24 le corresponde 4. que es el 1.° el 2.°, serà 5: y sus conbinaciones 120: sumadas con 4, seràn 124: Pero sin la Tabla por Algebra se hallaràn de esta suerte. Supongo, que el 1.° es $1\zeta^1$; sus cōbinaciones 24: el 2.° es $1\zeta^1 + 1$; luego si 1. da $1\zeta^1 + 1$, que darà 24: sale $24\zeta^1 + 24$. que son las conbinaciones del 2.° sumadas con el 1.° $1\zeta^1$, seràn $25\zeta^1 + 24$ iguales a 124, como la question dize: quitando 24, quedaràn $25\zeta^1 \propto 100$, partiendo por 25 sale 4 el numero 1.° el 2.° serà 5: quitando 4 de 124, quedan 120 las conbinaciones de 5.

109 *Question 75. de Conbinaciones.*

En 5 letras ai algunas semejantes, las conbinaciones de las 5 con las de las semejantes estan en proporcion de 10 *à* 3: *pidense las conbinaciones de las 5 letras, y quantas letras ai semejantes.*

Las conbinaciones de 5 letras diferentes son 120 (*Lib.* 1.° §.221.) y porque ai algunas letras semejātes, han de ser menos. Sean pues las conbinaciones de las semejantes $1\zeta^1$: partiendo 120 por $1\zeta^1$, seràn $\frac{120}{1\zeta^1}$ las conbinaciones de las 5 letras (*Lib.* 1.° §.222.) luego como 10 a 3: assi $\frac{120}{1\zeta^1}$ a $1\zeta^1$: luego el Producto de los medios es igual al de los estremos, esto es $10\zeta^1 \propto \frac{360}{1\zeta^1}$ multiplicando por $1\zeta^1$, sale $10\zeta^2 \propto 360$: partiēdo por 10, serà $1\zeta^2 \propto 36$: la $\sqrt{}^2$ de 36 es 6 valor de $1\zeta^1$: y por el *Lib.* 1.° §.221, se ve que son conbinaciones de 3: digo pues que ai 3 letras semejantes, y partiendo 120 por 6, salen 20 conbinaciones de las 5 letras, en que ai 3 semejantes, como en el *Lib.* 1º §.222.

QVESTIONES DE IGVALACION CONPVESTA.

110 *Question 76. de Conbinaciones.*

En ciertas letras (que tienen 60 conbinaciones) ai semejantes de dos especies, las conbinaciones de todas, si fueran diferentes, sumadas con las conbinaciones de las semejantes fueran 728: la diferencia de las conbinaciones de las semejantes es 4: Pidense las letras, y quantas ai semejantes de cada especie.

Sean las cōbinaciones de la una especie $1\zeta^1$: las de la otra $1\zeta^1+4$, la suma de las dos serà $2\zeta^1+4$: quitada de 728, quedaràn $724-2\zeta^1$; y son las conbinaciones de todas las letras, si fueran todas diferētes. Partiendo $724-2\zeta^1$ por $1\zeta^1+4$: sale $\frac{724-2\zeta^1}{1\zeta^1+4}$ partiendo otra vez por $1\zeta^1$ sale $\frac{724-2\zeta^1}{1\zeta^2+4\zeta^1}$, que son las conbinaciones de las letras diferentes, y semejantes (*Lib.* 1º §.223) y pues la question dize que son 60; seràn iguales $60 \Omega \frac{724-2\zeta^1}{1\zeta^2+4\zeta^1}$: multiplicando por $1\zeta^2+4\zeta^1$, sale $60\zeta^2+240\zeta^1 \Omega 724-2\zeta^1$: añadiendo $2\zeta^1$, serà $60\zeta^2+242\zeta^1 \Omega 724$.

111 Reduzido a unidad el Caracter maior por el *Lib.* 3º §.141. serà $1\zeta^2+242\zeta^1 \Omega 43440$. La $\sqrt{}^2$ de esta igualacion (*Lib.* 3º §.148.) es 120. partida por 60 (*Lib.* 3º §.141.) es 2 el valor de $1\zeta^1$: y son las conbinaciones de la una especie; añadidos 4, seràn 6 las conbinaciones de la otra: sumando 2, y 6 sale 8: quitado de 728, quedan 720: las conbinaciones de todas las letras. En la Tabla del *Lib.* 1º §.221. hallo estas cōbinaciones 2. 6. 720, y a su lado hizquierdo 2, 3. 6: digo que las letras son 6. y ai dos de una especie, y 3 de otra: y todas tienen 60 conbinaciones: como se viò en el *Lib.* 1º §.223.

112 *Question 77. de Conbinaciones.*

Cierto numero de cosas tomadas de 3 en 3. tienen 120 elecciones: pidese el numero de las cosas.

Por la Tabla triangular se halla facilmente *Lib.* 1º §.229. sin la Tabla es dificil. Sea el numero de las cosas $1\zeta^1$: formense las dos progressiones como en el *Lib.* 1º §. 225.

$$\begin{array}{ccc} 1\zeta^1 & 1\zeta^1-1 & 1\zeta^1-2 \\ 1 & 2 & 3 \end{array}$$

Multiplicando $1\zeta^1$ por $1\zeta^1-1$, sale $1\zeta^2-1\zeta^1$: multiplicado por $1\zeta^1-2$ sale $1\zeta^3-1\zeta^2-2\zeta^2+2\zeta^1$ esto es $1\zeta^3-3\zeta^2+2\zeta^1$: multiplicando 1 por 2, sale 2: multiplicando 2 por 3 sale 6: Partiendo $1\zeta^3-3\zeta^2+2\zeta^1$ por 6, serà $\frac{1\zeta^3-3\zeta^2+2\zeta^1}{6}$, y son las elecciones del tal numero de cosas tomadas de 3 en 3 (*Lib.* 1º §.225.) y pues son 120, como la question dize, serà $\frac{1\zeta^3-3\zeta^2+2\zeta^1}{6} \Omega 120$: multiplicando por 6. sale $1\zeta^3-3\zeta^2+2\zeta^1 \Omega 720$. La $\sqrt{}^3$ de esta igualacion (*Lib.* 2. *Cap.* 10.) es 10. valor de $1\zeta^1$, que es el numero de las cosas.

113 De la mesma suerte se podia preguntar *Cierto numero de cosas tomadas de 3 en 3 tienen tantas elecciones, y tomadas de 4 en 4 tantas; que la suma, diferencia, Producto, assi dellas como de sus Potestades, &c.*

haze

haze tal numero. Añadiendo, ò quitando a las elecciones algun numero antes de tomar las sumas, ò diferencias, &c. salen nuevos Enigmas, que por subir la igualacion a Potestades muy altas, haze la operacion molesta, y la resolucion dificil. Por ser esta materia mas curiosa, que necessaria la dexo al ingenio, y aficion del Letor.

CAP. IX.

ENIGMAS DE GEOMETRIA.

114 LOS Enigmas Geometricos no tienen mas dificultad, que los precedentes, para quien sabe los principios, de que ha de valerse: pero como son los Geometras pocos, y se deve la enseñança a todos, y mas a los que menos entienden, es preciso poner aqui una breve suma, de los mas principales Theoremas de la Geometria, que sobre ser el fundamento para formar, y resolver los Enigmas, seràn de mucho uso, para los Arquitectos, y otros curiosos, que desean la pratica de medir las figuras, reduzir unas a otras; aumentarlas, y disminuirlas en qualquier proporcion.

115 *DEL CIRCULO.*

1.° *Como* 10000 *à* 62832, *assi el radio, ò semi diametro del circulo à su circunferencia.*

2.° *Como* 10000 *à* 1592, *assi la circunferencia al radio.*

Dado

Dado el radio se hallarà la circunferencia por la regla primera. Vn circulo tiene 6 palmos de Radio, pidese la circunferencia. Digo si 10000 dan 62832, que daràn 6? salen $37\frac{6992}{10000}$. Dada la circunferencia se hallarà el radio por la segunda regla: vn circulo tiene 40 palmos de circunferencia pidese el radio? Si 10000 dan 1592, que daràn 40? salen $6\frac{3680}{10000}$ palmos.

116 *FIGVRAS DENTRO, Y FVERA DEL CIRCVLO.*

	I. *Dado el Circulo hallar las Figuras.*		II. *Dada la Figura hallar el Circulo.*	
	Inscriptas.	Circunscriptas.	Inscripto.	Circunscripto.
Triãgulo	17320.	34640	2887.	5773
Quadrado	14142.	20000	5000.	7071
Pẽtagono	11756.	14530	6882.	8507
Hexagono	10000.	11547	8660.	10000
Sietav.°	8678.	9630	10384.	11524
Ochav.°	7654.	8284	12071.	13066
Nonav.°	6840.	7297	13704.	14619
Diezav.°	6180.	6498	15388.	16180
Dezav.°	5176.	5358	18660.	19319

117 *Dado el Circulo hallar las Figuras.*

Como 10000 *al numero de la Tabla primera, assi el radio dado del Circulo al lado de la Figura.* Vn Circulo tiene 4 palmos de Radio, ò Semidiametro, pidese el lado del Pentagono inscripto. Digo si 10000 dan 11756, que, daran 4? salen $4\frac{7024}{10000}$. *palmos.* Pidese el Pentagono circunscripto. Si 10000 dan 14530, que daràn 4? salen $5\frac{8120}{10000}$ *palm.* Pidese el Nonav.° inscrip-

to

to, si 10000 dan 6840 que darã 4? salen $2\frac{7360}{10000}$ *palm.* Pidese el *Dozavo* *Circunscr.* Si 10000 dan 5358, que daràn 4? salen $2\frac{1432}{10000}$ *palm.* y assi de los otros, &c.

118 *Dada la Figura, hallar los Circulos.*

Como 10000. *al numero de la Tabla, assi el lado de la Figura al radio, ò semidiametro del Circulo.*

Vn Triangulo equilatero tiene 6 palmos de lado pidese el Circulo inscripto dentro del Triangulo. Digo si 10000 dan 2887, que daràn 6? salen $2\frac{7322}{10000}$. palmos.

Vn Quadrado tiene de lado 5 palmos pidese el Circulo Circunscripto, que toca los quatro angulos. Digo, si 10000 dan 7071, que daràn 5? salen $3\frac{5355}{10000}$ *palm.* el radio. &c.

119 *SVPERFICIES DE LAS FIGVRAS.*

	Dado el lado hallar la Superficie.	Dada la Circũf. hallar la Superficie.	Dada la superfi. hallar el Lado.	Dada la superficie hallar la Circunferen.
Triãgulo	4330	481.	15186	207845
Quad.	10000	625.	10000	160000
Pentag.	17205	688.	5812	145308
Hexag.	25981	722.	3849	138568
Sietav.	36339	742.	2752	134844
Ochav.	48284	754.	2071	132549
Nonav.	61818	763.	1618	131028
Diezav.	76942	769.	1300	129969
Dozav.	111961	778.	893	128619
Circulo.	31416	796.	3183	125689

120 *Dado*

120 *Dado el Lado, hallar la Superficie.*

Como 10000 *al numero del orden* 1.º; *assi el Q.º del Lado, à la Superficie de la Figura.* Tiene un Triangulo equilatero 6 palmos de lado, pidese la superficie: digo si 10000 dan 4330, que daràn 36 Q.º del 6? salen $15\frac{5880}{10000}$.

Dada la circunferencia hallar la superficie.

Como 10000 *al numero del orden* 2.º; *assi el Q.º de la circunferencia à la superficie de la Figura.* Tiene la circunferencia 24 palmos, pidese la superficie del Circulo; el Q.º de 24 es 576: luego si 10000 dan 796, que daràn 576? salen $45\frac{8496}{10000}$.

121 *Dada la Superficie se busca el Lado.*

Como 10000 *al numero del orden* 3.º; *assi la superficie dada al Q.º del lado, que se busca.* La superficie de un *Diezavo* tiene 50 palmos: pidese su lado. Digo si 10000 dan 1300, que daràn 50? salen $6\frac{5000}{10000}$. Q.º del lado: luego el lado serà $\sqrt{^2}\,6\frac{5000}{10000}$ que es $2\frac{5495}{10000}$.

Dada la Superficie se busca la Circunferencia.

Como 10000 *al numero del orden* 4.º; *assi la superficie dada al Q.º de la Circunferencia.* La superficie de un circulo es 30. *pal.* pidese su Circunferencia si 10000 dan 125689, que daràn 30? salen $377\frac{0670}{10000}$: Q.º de la Circunferencia: luego la Circunferencia sera $\sqrt{^2}$ $377\frac{0670}{10000}$, que es proxima $19\frac{39}{100}$. &c.

122 *REDVZIR VNA FIGVRA A OTRA.*

Es hallar otra de diferente especie, que tenga igual Circunferencia, ò superficie: 1.º Si se pide otra de igual circun-

circunferencia, multipliqueſe el lado dado de la Figura por el numero de ſus lados, y el Producto partaſe por el numero de los lados de la otra: como ſi un Pentagono, ò Cincavº tiene de lado 9 palmos, quiero un Triangulo equilatero de igual Circunferencia, porque el Pentagono tiene 5 lados, multiplico 9 por 5, ſale 45, parto por 3 lados del Triangulo ſalen 15 palmos, y ſerà lado del Triangulo. Pero ſi ſe pide un Circulo de igual Circunferencia, tomando el Producto 45 por Circunferencia, hallarè el lado por el §.115: Si ſe da el radio del Circulo; 6 palmos, ſe buſcarà ſu Circunferencia $37\frac{6992}{10000}$ por el §.115: y ſi ſe buſca un Quadrado, ſe partirà por 4, y ſale el lado $9\frac{4248}{10000}$. &c.

123 *Si ha de ſer la ſuperficie igual.*

Dado el lado, ò Circunferencia de la Figura, 1º ſe hallarà la ſuperficie. §.120. Con eſta ſuperficie, ſe hallarà el lado de la nueva Figura §.121. como: Vn Quadrado tiene 6 palmos de lado, pideſe un Circulo de igual ſuperficie. Por el §.120. ſerà la ſuperficie del Qº 36: luego por el §.121. Si 10000 dan 3183, que daràn 36? ſalen $11\frac{4588}{10000}$, ſu $\surd^2$ es $3\frac{3850}{10000}$. radio del Circulo.

124 *Aumentar, ò diſminuir las Figuras.*

Los terminos de la proporcion dada ſon proporcionales con los Quadrados de los lados de las Figuras ſemejantes. Vna Figura (ſea Triangº Qº Circulo, &c.) tiene de lado 6 palmos, quiere aumētarſe, que la ſuperficie de la primera a la ſegunda ſea, como 9 a 16. El Qº de 6 es 36, digo ſi 9 dan 16, que daràn 36? Sale 64, y es el Qº del nuevo lado: la $\surd^2$ de 64 es 8, lado de la ſegũda Figura. 2º Vn Circulo tiene 8 palmos de radio, quiereſe diſminuir, que el 1º al 2º ſea como 16 a 9: El Qº de 8 es 64. Digo ſi 16 dan 9, que daràn 64? ſalen 36. ſu $\surd^2$ es 6 radio del 2º Circulo.

125 Si la Figura no fuere de lados iguales 1º ſe hallarà el un lado, como antes; 2º ſe hallaràn los otros lados por la regla de 3: como un Triangulo tiene el un lado de 6 palmos, el otro de 4. y el otro de 5: quieraſe aumentar en proporcion de 9 a 16: tomo el un lado 6, ſu Qº es 36: ſi 9 dan 16, que 36? ſale 64: ſu $\surd^2$ es 8: y ſerà el un lado del nuevo Triangulo: luego ſi 6 dan 4. que daràn 8? ſale $5\frac{1}{3}$ el lado 2º ſi 6 dan 5, que daràn 8? ſale $6\frac{2}{3}$ el lado 3º Lo meſmo es en todas las Figuras irregulares.

126 *CVERPOS DENTRO, Y FVERA DE LA ESPHERA.*

	I. *Dada la eſphera hallar el Cuerpo.*		II. *Dado el Cuerpo hallar la Eſphera.*	
	Inſcripto.	Circunſcripto.	Inſcripta.	Circũſcripta.
Tetraedro.	16330	48990	2041	6124
Cubo.	11547	20000	5000	8660
Octaedro.	14142	24495	4082	7071
Dodecaedº	7136	8981	11135	14012
Icoſaedro.	10515	13232	7558	9511

127 *Dada la eſphera hallar los Cuerpos.*

Como 10000 al numero de la Tabla 1; aſsi el radio de la eſphera al lado del Cuerpo inſcripto, ò Circunſcripto.

Vna Esphera tiene 8 palmos de radio, pidese el *Tetraedro* inscripto dẽtro de la Esphera. Digo si 10000 dan 16330, que daràn 8? salen $13\frac{0640}{10000}$. *palmos*. Pidese el *Cubo* Circunscripto: Si 10000 dan 20000, que daràn 8? salen 16 *palmos*. Pidese el *Dodecaedro* Circunscripto. Si 10000 dan 8981, que daràn 8? salen $7\frac{1848}{10000}$ *palmos*. &c.

128 *Dados los Cuerpos hallar las Espheras.*

Como 10000 al numero de la Tabla 11; asi el lado del Cuerpo al radio de la Esphera inscripta, ò circunscripta.

Vn *Octaedro* tiene 5 *palmos* de lado, pidese la *Esphera* inscripta. Si 10000 dan 4082 que daràn 5? salen $2\frac{0410}{10000}$. Pidese la *Esphera* Circunscripta. Si 10000 dà 7071, que daràn 5? salen $3\frac{5355}{10000}$. &c.

129 *SVPERFICIE, Y SOLIDEZ DE LOS CVERPOS.*

	Dado el lado hallar la Superficie.	Dada la superfi. hallar el Lado.	Dado el lado hallar la Solidez.	Dada la Solidez hallar el Lado.
Tetraedro.	17320	5774	1178	84851
Cubo.	60000	1667	10000	10000
Octaedro.	34640	2887	4714	21213
Dodecaed.º	206457	484	76631	1305
Icosaedro.	86600	1154	21817	4583
Esphera.	125664	796	41888	2387

130 *Dado el lado hallar la superficie.*

Como 10000 al numero del orden 1º, asi el Qº del lado dado à la superficie del Cuerpo.

Vna

Vna Esphera tiene 4 palmos de Radio pidese la superficie. El Qº de 4 es 16. digo, si 10000 dà 125664, que daràn 16? salen $191\frac{0624}{10000}$: y es la superficie del globo.

131 *Dada la Superficie hallar el lado.*

Como 10000 al numero del orden 2º, asi la superficie dada al Qº del lado, que se busca del Cuerpo.

Vn *Dodecaedro* tiene de superficie 60. *pal.* pidese el lado. Si 10000 dan 484, que daràn 60? salen $2\frac{9040}{10000}$ su $\sqrt{}^{2}$ es $1\frac{70}{100}$ lado del *Dodecaedro*.

132 *Dado el lado hallar la Solidez del Cuerpo.*

Como 10000 al numero del orden 3º, asi el Cubo del lado dado à la Solidez que se busca del Cuerpo.

Vn *Tetraedro* tiene 10 *palmos* de lado: su Cubo es 1000. Si 10000 dan 1178, que daràn 1000? salen $117\frac{8000}{10000}$ *palmos* de Solidez.

133 *Dada la Solidez hallar el lado.*

Como 10000 al numero del orden 4º, asi la Solidez dada al Cubo del lado que se busca del Cuerpo.

Tiene una *Esphera* 110 *palmos* de Solidez, pidese el radio. Si 10000 dan 2387, que daràn 110? salen $26\frac{2570}{10000}$. es Cubo del lado, su $\sqrt{}^{3}$ es $2\frac{97}{100}$. radio de la *Esphera*.

134 *Reduzir un Cuerpo à otro de igual superficie.*

1º. Se hallarà la Superficie del Cuerpo dado §. 130.

2º. Con aquella superficie se hallarà el lado del nuevo Cuerpo. §. 131. Vn Cubo tiene 4 palmos de lado, pidese una Esphera de igual superficie: la Superficie del

Cubo

Cubo §.130. es 96: luego por el §.131. Si 10000 dan 796, que daràn 96? salen $7\frac{6416}{10000}$. su $\sqrt{2}$ es $2\frac{76}{100}$ el radio de la Esphera de igual superficie.

135 *Reduzir un Cuerpo à otro de igual Solidez.*

1º. Se hallarà la Solidez del Cuerpo dado §. 132.

2º. Con esta Solidez se hallarà el lado del nuevo Cuerpo §.133.

136 *Aumẽtar, ò disminuir la Solidez de los Cuerpos.* *Los terminos dados son proporcionales à los Cubos de los lados de los Cuerpos.* Vn Cuerpo tiene 10 *palmos* de lado quiero aumentarle, que la Solidez del 1º a la del 2º sea como 2. a 3. El Cubo de 10. es 1000. Digo si 2 dan 3, que daràn 1000? salen 1500: su $\sqrt{3}$ es $11\frac{44}{100}$, lado del nuevo Cuerpo sea *Tetraedro*, ò Cubo, &c. Si la proporcion dada fuere de las Superficies, se obrarà como en el §.124. Si el Cuerpo fuere irregular se hallaràn los otros lados por regla de tres, como en el §. 125.

137 REGLA PARA LOS ARTIFICES.

Los Artifices deven atẽder a la materia, y al trabajo. *Los precios del trabajo guardan la proporcion, que los Quadrados de los lados.* Pero *Los precios de la materia guardan la proporcion de los Cubos de los lados.* Vna lanpara de plata, que tiene 3 palmos de diametro, vale de manos 50 *pesos*: otra de 4 palmos de diametro, que guarde en todo la mesma proporcion, que costarà de manos? tomo los Quadrados de 3. y 4, que son 9, y 16: digo si 9 dan 16, que daràn 50? salen $88\frac{8}{9}$ *pesos*. Si la

primera tiene 200 *onz.* de plata, que tendrà la segũda? Los Cubos de 3, y 4 son 27, y 64: digo si 27 dã 64, que daràn 200 *onz*? salen $474\frac{2}{27}$. *onz.* Lo mesmo es en los Escultores, Arquitectos, &c. que ponen el material, y labran la Superficie.

138 Los Pintores, y Doradores, que solo ponen el material en la Superficie, atenderàn solamente al valor de las manos, porque la materia guarda la mesma proporcion. Vn retablo, que tiene 20 *palmos* de ancho, se dora por 300 *lib.* otro de la mesma forma, si tiene 30 *palmos* de ancho, por quanto se dorarà? Los Quadrados de 20, y 30 son 400, y 900. Digo si 400 dan 900, que daràn 300 *lib*? salen 675 *lib.* Si en el 1º entran 8000 panezillos de oro, quantos entraràn en el 2º.? Digo si 400 dan 900, que daràn 8000? salen 18000. panezillos. Quando la forma es diferente, serà el precio maior, ò menor, de lo que sale por esta regla, conforme fuere mas, ò menos la talla, y relieve. Sin esto crece, ò mengua el valor por la perfeccion, ò inperfeccion de la obra, segun la habilidad del Artifice, para lo qual no se puede dar regla cierta.

139 REGLAS GENERALES.

1º. *Todas las Superficies semejantes, tienen entre si la proporcion, que los Quadrados de los lados semejantes.*

2º. *Todos los Cuerpos solidos semejantes tienen entre si la proporcion, que los Cubos de sus lados semejantes.*

3º. *La circunferencia de una Coluna igualmente gruessa* (qua-

(quadrada, ò redonda, &c.) multiplicada por ſu altura, da la Superficie.

4.º *La Superficie de la baſe de una coluna quadrada, ò redonda, &c. multiplicada por ſu altura, da la ſolidez de la Coluna.*

5.º *La Superficie de la baſe de una piramide quadrada, ò redonda, &c. multiplicada por $\frac{1}{3}$ de ſu altura, da la ſolidez de la piramide.*

Veanſe los principios del *Libro* 3.º §. 130.

QUESTIONES DE IGUALACION SINPLE.

140 *Queſtion 78 de Geometria.*

Dentro de un Circulo ai un Triangulo equilatero, la ſuma de ſu lado, y del ſemidiametro es 10: pideſe el lado, y ſemidiametro.

Sea el ſemidiametro 1ζ¹, el lado del Triangulo ſerà 10 — 1ζ¹, y pues ſon proporcionales §. 117: como 10000 a 17320, aſsi el radio 1ζ¹ al lado 10 — 1ζ¹: ſerà igual el Producto de los medios al de los eſtremos. 17320ζ¹ ♎ 100000 — 10000ζ¹: añadidos a cada parte 10000ζ¹, ſeràn 27320ζ¹ ♎ 100000: partiendo por 27320, ſerà 1ζ¹ ♎ $3\frac{6603}{10000}$, y es radio del circulo, reſtado de 10, quedarà $6\frac{3397}{10000}$ lado del Triãgulo inſcripto.

141 *Queſtion 79 de Geometria.*

Dentro un Quadrado ai un Circulo inſcripto; la diferencia del lado, y ſemidiametro es 4. Pideſe el lado, y ſemidiametro.

Sea el lado del Quadrado 1ζ¹, y porque el radio del Circulo inſcripto ha de ſer menor, que el lado del Quadrado, quitando la diferencia dada 4, ſerà el radio 1ζ¹ — 4: luego por el §. 118. ſon proporcionales, como 10000 a 5000: aſsi el lado 1ζ¹ al radio 1ζ¹ — 4: luego el Producto de los medios, ſerà igual al de los eſtremos 5000ζ¹ ♎ 10000ζ¹ — 40000: añadiendo 40000 a cada parte, ſerà 40000 + 5000ζ¹ ♎ 10000ζ¹; quitando de cada parte 5000ζ¹, quedarà 40000 ♎ 5000ζ¹: partiendo por 5000 ſale 8 ♎ 1ζ¹, lado del Quadrado, quitando 4, quedan 4, y es el ſemidiametro del Circulo inſcripto.

142 *Queſtion 80. de Geometria.*

Pideſe una Eſphera, y Cubo circunſcripto, que la ſuma de los Quadrados del lado, y radio, ſea igual à una ſuperficie dada. 45.

Porque el radio de la Eſphera al lado del Cubo circunſcripto es, como 10000 a 20000: Supongo, que el radio es 10000ζ¹, y el lado 20000ζ¹, ſus Quadrados ſeràn 100000000ζ², y 400000000ζ²: la ſuma es 500000000ζ² ♎ 45: Reduzir a unidad el Caracter maior (*Lib.* 3.º §. 141.) ſerà 1ζ² ♎ 22500000000: ſu $\sqrt{}^2$ es 150000. Partida por 500000000 (*Lib.* 3.º §. 141.) ſerá $\frac{150000}{500000000}$ valor de 1ζ¹: multiplicado por 10000, y 20000 por ſer el radio ſupueſto 10000ζ¹, y el lado 20000ζ¹ ſale el radio $\frac{1500000000}{500000000}$; y el lado $\frac{3000000000}{500000000}$ eſto es 3. el radio, y 6. el lado, ſus Quadrados 9, y 36: la ſuma 45, como la queſtion dize.

QUES-

QVESTIONES DE IGVALACION CONPVESTA.

143 *Question 81 de Geometria.*

Dos Espheras, ò globos tienen las superficies como 9 à 16; y la diferencia de los radios es 2. Pidense los radios.

Sea el radio del globo menor $1\zeta^1$, y del maior $1\zeta^1 + 2$: sus Quadrados seràn $1\zeta^2$ y $1\zeta^2 + 4\zeta^1 + 4$: y pues las superficies son proporcionales a los Quadrados (§.139.) siendo las superficies como 9 a 16; seràn tanbien los Quadrados como 9 a 16: asi $1\zeta^2$ a $1\zeta^2 + 4\zeta^1 + 4$: y el Producto de los medios $16\zeta^2$ igual al de los estremos $9\zeta^2 + 36\zeta^1 + 36$: quitando de cada parte $9\zeta^2 + 36\zeta^1$, quedaràn $7\zeta^2 - 36\zeta^1 \backsim 36$: reduzida la igualacion (*Lib.*3.§.141.) serà $1\zeta^2 - 36\zeta^1 \backsim 252$: la $\sqrt{}^2$ de esta igualacion (*Lib.*3.§.152.) es 42: partida por 7: (*Lib.*3.§.141.) sale 6 valor de $1\zeta^1$, que es el radio del globo menor, + 2 serà 8 el otro radio.

144 *Question 82. de Geometria.*

La solidez de una piramide es 200: la base quadrada, y su lado — 19 que su altura: pidese el lado de la base, y altura.

Sea el lado de la base $1\zeta^1$: su Q.º es $1\zeta^2$, luego por el §.120. como 10000 a 10000, asi $1\zeta^2$ a la superficie de la base $\frac{10000}{10000}\zeta^2$: la altura de la base es $1\zeta^1 + 19$, su $\frac{1}{3}$ serà $\frac{1\zeta^1 + 19}{3}$: multiplicando $\frac{10000}{10000}\zeta^2$ por $\frac{1\zeta^1 + 19}{3}$ sale $\frac{10000\zeta^3 + 190000\zeta^2}{30000} \backsim 200$, que es la solidez dada (§.139) multiplicado por 30000, sale $10000\zeta^3 + 190000\zeta^2 \backsim 6000000$, partiendo por 10000, quedà $1\zeta^3 + 19\zeta^2 \backsim 600$: la $\sqrt{}^3$ de esta igualacion (*Lib*. 2. *Cap*. 9.) es 5,

valor de $1\zeta^1$, y lado de la base, añadidos 19 serà 24 la altura: la superficie de la base quadrada es 25, el $\frac{1}{3}$ de 24 es 8: multiplicando 25 por 8 sale 200 la solidez de la piramide, como la question pide.

145 *Question 83. de Geometria.*

La diferencia de los lados que conprehenden el angulo recto de un triangulo, es 10: *la suma del lado menor, y maior es* 80. *pidense los tres lados.*

Sea el lado menor $1\zeta^1$: el 2.º $1\zeta^1 + 10$: el 3.º, y maior $80 - 1\zeta^1$: y pues el Q.º del lado maior es igual a los dos Quadrados de los otros lados (*Lib*.3.§.130.) El Q.º de $1\zeta^1$ es $1\zeta^2$, el Q.º de $1\zeta^1 + 10$ es $1\zeta^2 + 20\zeta^1 + 100$: la suma de los dos serà $2\zeta^2 + 20\zeta^1 + 100$, igual al Q.º del 3.º que es $6400 - 160\zeta^1 + 1\zeta^2$: Añadiendo a cada parte $160\zeta^1$, y quitando $1\zeta^2$, serà $1\zeta^2 + 180\zeta^1 + 100 \backsim 6400$: quitando 100, quedarà $1\zeta^2 + 180\zeta^1 \backsim 6300$: por el *Lib*. 3.º §.148. se hallarà el valor de $1\zeta^1$, que es 30 el lado menor, añadidos 10 serà 40 el lado 2.º: quitando 30 de 80, quedaràn 50, que es el lado 3.º

Todas las questiones del Capitulo 1.º tienen lugar en este, pues en los principios antecedentes, ai dos terminos de la proporcion conocidos.

CAP. X.

ENIGMAS MISCELLANEOS.

146 TODOS los Enigmas, que no tienen lugar en los Capitulos antecedentes, se

pueden reduzir al Algorithmo comun, del sumar, restar, multiplicar, y partir: porque todos se forman con las sumas, diferencias, Productos, ò Quocientes assi de los numeros, como de sus Potestades, y tanbien de sus partes. El Arithmetico que mas se exercitare en conbinar estos terminos, tendrà mas facilidad en formar, y resolver los Enigmas, y menos necessidad de la multitud de exenplos, que los Authores trahen sin explicar los principios de donde salieron.

QVESTIONES DE IGVALACION SINPLE.

147 *Question 84. de sumas.*

Hallar 3 numeros, que la suma del 1°, y 2° sea 15: la del 2°, y 3° 28: la del 3°, y 1° 33. Es lo mesmo que *Tres honbres se han de partir cierta Cantidad: la suma del 1°, y 2° es 15: &c. Pidese la Cantidad, y lo que toca à cada uno.*

Sea la suma de todos 1ζ, quitando 15 suma del 1°, y 2° quedarà el 3° 1ζ — 15: quitando 28 suma del 2°, y 3° quedarà el 1° 1ζ — 28: quitando 33 suma del 3°, y 1° quedarà el 2° 1ζ — 33: la suma de los tres serà 3ζ — 76 igual a 1ζ: añadiendo 76 a cada parte serà 3ζ ∽ 76 + 1ζ. quitando 1ζ, quedan 2ζ ∽ 76: partiendo 76 por 2: sale 38 valor de 1ζ, que es la suma de los 3: quitando 15. serà el 3° 23. quitando 28, serà el 1° 10. quitando 33. serà el 2° 5. Lo mesmo es si los numeros fueren 4, y se dan las sumas de los 3: ò si fueren 5, y se dan las sumas de los 4. &c.

148 *Ques-*

148 *Question 85. de sumas.*

Hallar tres numeros que la suma de los dos exceda sienpre al otro en un numero dado.

La suma del 1°, y 2° exceda al 3° en 20: la del 2°, y 3° al 1° en 30. la del 3°, y 1° al 2° en 40: En estas questiones la suma de los numeros dados, es igual a la suma, de los que se buscan: sumando 20. 30. 40, sale 90 la suma de los tres: sea el 3° 1ζ: luego el 1°, y 2° seràn 90 — 1ζ ∽ 1ζ + 20. añadiendo 1ζ, y quitando 20, serà 70 ∽ 2ζ: partiendo 70 por 2: serà el 3° 35: de la misma suerte si de 90 se quitan 30, quedarà 60 partidos por 2, sale el 1° 30. quitando 40 de 90, quedan 50: partido por 2 sale el 2° 25. Tanbien se puede resolver por las segũdas *raizes*. Lo mesmo es si los numeros fueren 4. y se da la suma de los tres con el excesso, &c. La suma de los dados es dupla, si 5. es tripla, &c.

149 *Question 86. de sumas.*

Hallar un numero, que sumandole con otro numero dado, y multiplicandole por el mesmo, sean la suma, y producto iguales.

Sea el numero dado 21. y el que se busca 1ζ. la suma serà 21 + 1ζ. el Producto 21ζ: quitando 1ζ de cada parte, quedaràn 21 ∽ 20ζ: partiendo 21 por 20, sale $1\frac{1}{20}$: que sumado con 21, y multiplicado por 21. sale $22\frac{1}{20}$.

150 *Question 87. de sumas.*

Dada la suma de 5 numeros (100.) que el 2° sea duplo

Hhh 2 *del*

del 1.° + 2: el 3.° triplo del 2.° + 3: el 4.° duplo del 3.° — 4: el 5.° duplo del 5.° — 13: hallar los cinco numeros.

Es lo mesmo que. *Partir el numero 100 en 5 partes &c.*
Lo mesmo es. *Si 5 prendas valen 100 reales &c.*

Sea el 1.° 1ζ. el 2.° serà 2ζ + 2: el 3.° 6ζ + 9: el 4.° 12ζ + 14: el 5.° 24ζ + 15: la suma de los 5. es 45ζ + 40 ∽ 100: quitando 40; quedan 45ζ ∽ 60: partiendo por 45, serà 1ζ ∽ $1\frac{1}{3}$. que es el 1.° el 2.° serà $4\frac{2}{3}$, el 3.° 17, el 4.° 30, el 5.° 47.

151 *Question 88. de sumas.*

Hallar dos numeros, dada la suma de los dos, y la suma del 2.° con una parte dada del 1.°

Es lo mesmo que *Partir un numero dado en dos; que el 2.° con una parte del 1.° haga otro numero dado.*

Sea la suma dada 60. y el 2.° con $\frac{1}{5}$ del 1.° ha de ser 28: supongo es el 1.° 5ζ: el 2.° serà 60 — 5ζ, el $\frac{1}{5}$ de 5ζ es 1ζ: añadido a 60 — 5ζ, serà la suma 60 — 4ζ ∽ 28. añadiendo 4ζ, y quitando 28, quedarà 32 ∽ 4ζ: partiendo por 4, serà 8 ∽ 1ζ: multiplicando 8 por 5, serà 40 ∽ 5ζ, que es el 1.° restado de 60, queda el 2.° 20: el $\frac{1}{5}$ de 40 es 8, añadido a 20, serà 28 &c:

152 *Question 89. de Diferencias, y Quociente.*

Hallar tres numeros, que el 2.° exceda al 1.° en 6: el 3.° al 2.° en 8, y partida la suma de los tres por el 1.° sea el Quociente 5.

Sea el 1.° 1ζ, el 2.° 1ζ + 6: el 3.° 1ζ + 14; la suma de los tres serà 3ζ + 20, partida por el 1.° 1ζ, serà el Quociente $\frac{3ζ + 20}{1ζ}$ igual a 5: luego multiplicando por 1ζ, serà

1ζ, serà 3ζ + 20 ∽ 5ζ, y quitando de cada parte 3ζ, quedarà 20 ∽ 2ζ: partiendo por 2, serà 1ζ ∽ 10, que es el 1.° y + 6, serà 16 el 2.° y + 8 serà 24 el 3.° la suma de 10. 16. 24, es 50: partida por el 1.° 10 sale el Quociente 5. Pudose dar la suma de los tres, el Producto, la suma, ò Producto de qualesquiera dos, y el Quociente de essa suma, ò producto, por el otro, &c.

153 *Question 90. de juegos.*

Tres juegan, el 1.° toma los naipes, y pierde todo lo que los otros tienen: al 2.° le sucede lo mesmo, y despues al 3.° Hallase el 1.° con 520. reales, el 2.° cō 280, el 3.° con 160. Pidese el Caudal de cada uno.

Sumando 520. 280. 160, serà 960 la suma de los tres Caudales. Tenga el 1.° 1ζ. el 2.°, y 3.° tendràn 960 — 1ζ: restando 960 — 1ζ de 1ζ, porque el 1.° pierde lo que tienen los dos, le quedaràn al 1.° 2ζ — 960: doblando esto, porque en la segunda mano gana el 1.° tanto como tiene, tendrà 4ζ — 1920; doblando esto, porque gana otra vez en la mano tercera, serà 8ζ — 3840 igual a 520, como la propuesta dize: añadidos 3840. seràn 8ζ ∽ 4360: y 1ζ ∽ 545: y es la Cantidad del 1.° restada de 960, quedan 415, que es suma del 2.°, y 3.° Supongo otra vez, que el 3.° tiene 1ζ: doblado, porque gana en la primera mano, serà 2ζ: doblado, porque gana otra vez serâ 4ζ: luego quitando 4ζ de 960 suma de los tres Caudales, tendrâ entonces los dos 960 — 4ζ: quitando esto de 4ζ, porque el 3.° pierde en la ultima mano, le quedaràn 8ζ — 960 ∽

960 ∽ 160, como la queſtion dize. Añadiendo 960; ſeràn 8ζ ∽ 1120: luego 1ζ ∽ 140 Caudal del 3° reſtado de 415 ſuma del 2°, y 3° quedarà el Caudal del 2° 275 reales: Los tres Caudales ſon, el 1° 545, el 2° 275, el 3° 140. y ſatisfazen a la queſtion.

154 *Queſtion 91. de juegos.*

Tres juegan como antes, pero dan los naipes dos bueltas, y ultimamente, ſe halla cada uno con 320 reales.

La ſuma de los tres Caudales, ſerà 960: obrando como antes, ſe hallarà, que antes de començar la ſegũda buelta tenia el 1° 520, el 2° 280, el 3° 160: Otra vez ſe obrarà con eſtos numeros (§.153.) y ſe hallarà el Caudal del 1° 545, del 2° 275, del 3° 140: la prueva deſcubrirà la verdad. Si los naipes dieren tres bueltas ſe haràn 3. operaciones, y 4 ſi 4, &c.

155 *Queſtion 92. de juegos.*

Tres juegã como en el §.153: el dinero de los tres fue 960 reales, el 1° queda con 240 + que el 2°, y el 2° con 120 + que el 3° pideſe el Caudal, y ganãcia de cada uno.

Eſto es hallar 3 numeros, dada la diferencia del 1°, y 2° 240: y del 2°, y 3° 120: y la ſuma de los tres 960. Sea el 3° 1ζ. el 2° 1ζ + 120, el 1° 1ζ + 360: La ſuma ſerà 3ζ + 480 ∽ 960: quitando 480; quedan 3ζ ∽ 480. luego 1ζ ∽ 160: lo que tiene el 3° quando acaba el juego: añadidos 120, tendrà el 2° 280: añadidos 240, tendrà el 3° 520: con eſtos numeros ſe hallaràn los Caudales como en el §.153: el 1° 545, el 2° 275, el 3° 140: y pierde el 1° 25. el 2° gana 5: y el 3° 20. Si los

los naipes dieràn dos, tres, ò mas bueltas ſe obraria, como en el §.154.

156 *Queſtion 93. de Producto, y Quociente.*

Hallar dos numeros, que el Producto de los dos partido por la diferencia de los meſmos, ſea el Quociente 30. &c.

Eſtas queſtiones tienen infinitas reſpueſtas, porque el numero 1° puede ſer qualquiera menor, que el Quociente dado. Supongo pues que el menor es 20: y el maior 1ζ: el Producto de los dos ſerà 20ζ: la diferencia 1ζ − 20: partiẽdo 20ζ por 1ζ − 20, ſerà el Quociente $\frac{20ζ}{1ζ-20}$ ∽ 30: multiplicando por 1ζ − 20, ſeràn 20ζ ∽ 30ζ − 600: añadiendo 600, ſeràn 20ζ + 600 ∽ 30ζ: quitando 20ζ, quedaràn 600 ∽ 10ζ: luego 1ζ ∽ 60: que es el maior, y el menor 20. Pruevaſe, &c.

157 *Queſtion 94. de ſuma, y Quociente.*

Dada la ſuma (40.) hallar dos numeros, que partiendo el maior por el menor, ſea el Quociẽte igual à la ſuma (40.)

Sea el menor 1ζ: el maior 40 − 1ζ: el Quociente $\frac{40-1ζ}{1ζ}$ ∽ 40: multiplicando por 1ζ, ſeràn 40 − 1ζ ∽ 40ζ: añadiendo 1ζ, ſeràn 40 ∽ 41ζ: partiendo por 41. ſerà 1ζ ∽ $\frac{40}{41}$, que es el menor reſtado de 40: ſerà el maior $39\frac{1}{41}$: partiendo $39\frac{1}{41}$ por $\frac{40}{41}$ (*Lib. 1. §. 45.*) ſale el Quociente 40.

158 *Queſtion 95. de Partes, y ſumas.*

Dada la ſuma (100.) hallar dos numeros, que $\frac{1}{3}$ del 1° con $\frac{1}{5}$ del 2° ſea 30 la ſuma de las partes.

Es lo meſmo, que partir el numero 100 en dos, que $\frac{1}{3}$ del 1° con $\frac{1}{5}$ del 2° ſea 30. Sea el 1° 1ζ, el 2° 100 − 1ζ: el

1ζ: el $\frac{1}{3}$ del 1.° es $\frac{1ζ}{3}$, el $\frac{1}{5}$ del 2.° es $\frac{100-1ζ}{5}$: reduzidas las partes a un denominador (*Lib.* 3. §. 116.) seràn $\frac{5ζ}{15}$, y $\frac{300-3ζ}{15}$ la suma es $\frac{300+2ζ}{15}$ ♎ 30: multiplicando por 15, seràn 300 + 2ζ ♎ 450: quitados 300, quedaràn 2ζ ♎ 150: luego 1ζ ♎ 75: y es el 1.° restado de 100, serà el 2.° 25: el $\frac{1}{3}$ de 75 es 25. el $\frac{1}{5}$ de 25 es 5: la suma de 25, y 5 es 30, y satisfaze a la question.

159 *Question 96. de Partes, Sumas, y Productos.*

Dado un numero (60.) hallar otro, que su $\frac{1}{3}$ multiplicado por el numero dado sea tanto como la suma del dado, y hallado.

Sea el numero, q̃ se busca, 1ζ, su $\frac{1}{3}$ serà $\frac{1}{3}$ζ: multiplicado por 60, serà $\frac{60ζ}{3}$ ♎ 60 + 1ζ: luego 60ζ ♎ 180 + 3ζ, quitando 3ζ, seràn 57ζ ♎ 180: partiendo por 57, serà 1ζ ♎ $\frac{180}{57}$, y es el numero, que se busca: sumado con 60, q̃ es $\frac{3420}{57}$, serà la suma $\frac{3600}{57}$: y el $\frac{1}{3}$ de $\frac{180}{57}$ es $\frac{60}{57}$: multiplicado por 60, sale $\frac{3600}{57}$ igual a la suma, como la question pide.

160 *Question 97. de Partes Sumas, y Diferencias.*

Dada la suma (100.) hallar dos numeros, que $\frac{1}{5}$ del 1.° exceda al $\frac{1}{4}$ del 2.° en un numero dado (11.)

Sea el 1.° 1ζ, el 2.° 100 − 1ζ: el $\frac{1}{5}$ del 1.° es $\frac{1ζ}{5}$ el $\frac{1}{4}$ del 2.° serà $\frac{100-1ζ}{4}$. Reduzidas las partes a un denominador (*Lib.* 3. §. 116.) seràn $\frac{4ζ}{20}$, y $\frac{500-5ζ}{20}$ quitando $\frac{500-5ζ}{20}$ de $\frac{4ζ}{20}$ quedan $\frac{9ζ-500}{20}$ ♎ 11: multiplicando por 20, serà 9ζ − 500 ♎ 220: añadidos 500, quedarã 9ζ ♎ 720: partiendo por 9: serà 1ζ ♎ 80: el numero 1.° quitado de

de 100, serà 20 el 2.° el $\frac{1}{5}$ de 80 es 16: el $\frac{1}{4}$ de 20 es 5: la diferencia de 16, y 5 es 11.

161 *Question 98. de Partes, y Diferencias.*

Hallar tres numeros, que el 1.° exceda al 2.° en $\frac{1}{2}$ del 3.° el 2.° exceda al 3.° en $\frac{1}{4}$ del 1.°, y el 3.° exceda al $\frac{1}{3}$ del 2.° en 8.

Supongo que el 3.° es 2ζ, porque se eviten quebrados: quitandole 8 serà 2ζ − 8, el $\frac{1}{3}$ del 2.° porque excede el 3.° al $\frac{1}{3}$ del 2.° en 8: luego multiplicãdo 2ζ − 8 por 3, serà el 2.° 6ζ − 24: el excesso del 2.° 6ζ − 24 al 3.° 2ζ. es 4ζ − 24: y serà $\frac{1}{4}$ del 1.° luego multiplicado por 4: serà el 1.° 16ζ − 96: restando el 2.° 6ζ − 24, queda el excesso 10ζ − 72 (que es la $\frac{1}{2}$ del 3.°) igual a 1ζ, porque se ha supuesto el 3.° 2ζ: añadiendo pues 72, serà 10ζ ♎ 1ζ + 72, quitando 1ζ, seràn 9ζ ♎ 72: partiendo por 9, serà 1ζ ♎ 8: luego 2ζ son 16, que es el 3.° y 6ζ − 24 serà 24 el 2.°, y 16ζ − 96, serà 32 el 1.°

162 *Question 99. de Partes, Suma, y Quociente.*

Dada la suma (80.) hallar dos numeros, que partiendo la $\frac{1}{2}$ del 2.° por $\frac{1}{5}$ del 1.° − 2 sea el Quociente 15.

Sea el numera 1.° 5ζ. el 2.° 80 − 5ζ: el $\frac{1}{5}$ del 1.° serà 1ζ, y quitando 2, serà 1ζ − 2: la $\frac{1}{2}$ del 2.° es $\frac{80-5ζ}{2}$: partida por 1ζ − 2, serà el Quociẽte $\frac{80-5ζ}{2ζ-4}$ igual a 15, como la question dize. Multiplicando por 2ζ − 4 seràn 80 − 5ζ ♎ 30ζ − 60: añadidos 60: seràn 140 − 5ζ ♎ 30ζ añadiendo 5ζ, seràn 140 ♎ 35ζ. Partiẽdo por 35, quedarà 5ζ ♎ 4: y pues el 1.° fue 5ζ: multiplicando 4 por 5, sera el 1.° 20: restado de 80, serà el 2.° 60: su mitad 30 el quinto de 20 es 4: quitados 2, quedan 2: partiendo 30 por 2, serà el Qociente 15: como la question dize. Bastan las precedentes questiones, paraque el Arithmetico pueda formar otras muchas a su imitacion.

163 *Question* 100. *de Partes, y Potestades.*

Hallar un numero, que los Quadrados de su $\frac{1}{2}$, y $\frac{1}{6}$ hagan el mesmo numero, ò qualquier otro dado.

Para evitar los Quebrados tomese un numero, que tenga las partes dadas, mitad, y sexto: Sea pues el numero $6\mathfrak{z}$, su $\frac{1}{2}$ es $3\mathfrak{z}$, y su $\frac{1}{6}$ es $1\mathfrak{z}$: los Quadrados son $9\mathfrak{z}^2$, y $1\mathfrak{z}^2$ esto es $10\mathfrak{z}^2 \propto 6\mathfrak{z}$. que es el numero supuesto, hecha depression de Caracteres seràn $10\mathfrak{z} \propto 6$: luego $1\mathfrak{z} \propto \frac{6}{10}$, y $6\mathfrak{z} \propto \frac{36}{10}$. y es el numero que se busca: su $\frac{1}{2}$ es $\frac{18}{10}$, y su $\frac{1}{6}$ es $\frac{6}{10}$, los Quadrados son $\frac{324}{100}$, y $\frac{36}{100}$: la suma $\frac{360}{100}$ igual al numero hallado $\frac{36}{10}$.

164 *Question* 101. *de los Quadrados.*

Partir un numero Quadrado (16.) *en dos, ò tres Quadrados &c.*

Sea la *raiz* del Q° 1° $1\mathfrak{z}$. la del 2° sea qualquier numero de $\mathfrak{z} - 4$ *raiz* del Q° dado: sea pues $5\mathfrak{z} - 4$: el Q° de $1\mathfrak{z}$ es $1\mathfrak{z}^2$, el de $5\mathfrak{z} - 4$ es $25\mathfrak{z}^2 - 40\mathfrak{z} + 16$: la suma de los dos serà $26\mathfrak{z}^2 - 40\mathfrak{z} + 16$ igual al Q° dado 16: añadidos $40\mathfrak{z}$, serà $26\mathfrak{z}^2 + 16 \propto 40\mathfrak{z} + 16$: Quitando 16, quedaràn $26\mathfrak{z}^2 \propto 40\mathfrak{z}$: hecha depression seràn $26\mathfrak{z} \propto 40$: luego $1\mathfrak{z} \propto \frac{40}{26}$, y $5\mathfrak{z} \propto \frac{200}{26}$: quitando 4, que es $\frac{104}{26}$ quedan $\frac{96}{26}$: con que las dos *raizes* son $\frac{40}{26}$, y $\frac{96}{26}$, sus Quadrados son $\frac{1600}{676}$, y $\frac{9216}{676}$ la suma es $\frac{10816}{676}$ que es 16.

165 Si

165 Si por *raiz* del 2° Q° se tomàra $2\mathfrak{z} - 4$, salieran otros dos numeros; y variando la suposicion, se hallaràn infinitas soluciones a la question. Si se piden 3 Quadrados, se dividirà uno de los hallados en otros dos con el mesmo artificio, y si 4, se dividirà el otro, y assi se puede continuar infinitamente. Si se piden dos, tres &c. numeros Quadrados, que la suma sea numero Q° se tomarà qualquier numero Q° por suma, y se partirá en dos tres &c Quadrados, como antes.

166 *Question* 102. *de los Quadrados.*

Hallar dos numeros Quadrados, que la suma sea igual à otros dos numeros Quadrados dados. (9, y 25.)

Tiene infinitas respuestas: tomense las *raizes* de los Quadrados dados, que son 3. y 5: La *raiz* del Q° 1° que se busca sea $1\mathfrak{z} + 3$. y la del Q° 2° sea qualquier numero de $\mathfrak{z}$ − la otra *raiz* dada, sea pues $2\mathfrak{z} - 5$: el Q° de $1\mathfrak{z} + 3$ serà $1\mathfrak{z}^2 + 6\mathfrak{z} + 9$. El Q° de $2\mathfrak{z} - 5$, será $4\mathfrak{z}^2 - 20\mathfrak{z} + 25$: La suma de los dos es $5\mathfrak{z}^2 - 14\mathfrak{z} + 34$ igual a la suma de 9, y 25: que es 34. Quitando 34 de cada parte, queda $5\mathfrak{z}^2 - 14 \propto 0$: con que viene a ser $5\mathfrak{z}^2 \propto 14\mathfrak{z}$: hecha depression queda $5\mathfrak{z} \propto 14$: Luego $1\mathfrak{z} \propto \frac{14}{5}$ añadidos 3. que son $\frac{15}{5}$ serà $\frac{29}{5}$; y $2\mathfrak{z}$ serà $\frac{28}{5}$, quitados 5 que son $\frac{25}{5}$ quedan $\frac{3}{5}$: luego las *raizes* de los dos Quadrados son $\frac{29}{5}$, y $\frac{3}{5}$ sus Quadrados son $\frac{841}{25}$, y $\frac{9}{25}$, la suma $\frac{850}{25}$ que es 34: como se pide. Si por *raiz* del 2° Q° se supone $3\mathfrak{z} - 5$. saldràn otros numeros: y si $4\mathfrak{z} - 5$ otros, &c.

Iii 2   167 *Ques-*

167 *Question 103. de los Quadrados.*

Hallar dos numeros Quadrados, su diferencia (70.)

La *raiz* del 1º sea 1ζ, y la del 2º $1\zeta +$ qualquier numero, que su Qº sea menor que la diferencia dada 70. sea pues $1\zeta + 8$. el Qº 1º será $1\zeta^2$ el 2º $1\zeta^2 + 16\zeta + 64$: la diferencia es $16\zeta + 64 \backsim 70$, quitando 64, quedan $16\zeta \backsim 6$: luego $1\zeta \backsim \frac{6}{16}$, ò $\frac{3}{8}$, que es *raiz* del 1º la *raiz* del 2º será $\frac{3}{8} + 8$ esto es $\frac{67}{8}$: los Quadrados de $\frac{3}{8}$, y $\frac{67}{8}$ son $\frac{9}{64}$, y $\frac{4489}{64}$: la diferencia es $\frac{4480}{64}$ que es 70. como la Question pide. Si se piden dos numeros Quadrados, que la diferencia sea numero Qº Tome el Arithmetico qualquier numero Qº como 16, 25 &c. y con esta diferencia halle los Quadrados como antes.

168 Esto mesmo se puede resolver por la siguiente regla general. *Parte la diferencia dada por qualquier numero, toma la suma, y diferencia del Partidor, y Quociente; la mitad de la suma, y diferencia serán las raizes de los Quadrados que se buscan.* Partiendo 70 por 10, será el Quociente 7. la suma es 17. la diferencia 3. su mitad $\frac{17}{2}$, y $\frac{3}{2}$: sus Quadrados $\frac{289}{4}$, y $\frac{9}{4}$, su diferencia $\frac{280}{4}$, que es 70. Para muchas otras questiones admirables de Quadrados, y Cubos vease a Diophanto Libro 2º, y 3º &c. con las notas de Gaspar Bacheto: donde hallará el curioso sutilissimas questiones de igualacion sinple.

QVESTIONES DE IGVALACION CONPVESTA.

169 Todas las questiones precedentes, en que entra

entra

entra la multiplicacion se pueden reduzir à igualaciō conpuesta, si se tiene cuidado en que los terminos, que se multiplican sean Caracteres cōpuestos con $+$, ò $-$: esto se consigue facilmente añadiendo, ò quitando algun numero, ò Caracter a los terminos dados de la question. Con esta advertencia escusaremos la prolixidad. Sirva de exenplo la question 89. del §. 152.

170 *Question 104. de diferencias, y Quociente.*

Hallar tres numeros, que el 2º exceda al 1º en 6, el 3º al 2º en 8: y partida la suma de los tres por el 1º sea el Quociente − 11 que el 2º numero.

Sea el 1º 1ζ. el 2º $1\zeta + 6$, el 3º $1\zeta + 14$. La suma de los tres $3\zeta + 20$, partida por el 1º 1ζ será el Quociente $\frac{3\zeta + 20}{1\zeta}$, quitando 11 del 2º $1\zeta + 6$, quedará $1\zeta - 5$: luego son $\frac{3\zeta + 20}{1\zeta} \backsim 1\zeta - 5$. multiplĩcado por 1ζ, serán $3\zeta + 20 \backsim 1\zeta^2 - 5\zeta^1$, quitando 3ζ, quedarán $20 \backsim 1\zeta^2 - 8\zeta^1$: El Qº de 8 es 64: el quadruplo de 20 es 80, añadido a 64, será 144, su $\surd^2$ es 12, añadidos 8, porque el Caracter menor es $-$, será 20, su mitad 10 valor de 1ζ. y es el 1º $+ 6$ será el 2º 16, y $+ 8$ será el 3º 24. *Exenplo 2º* del §. 157.

171 *Question 105. de Suma, y Quociente.*

Dada la suma (40.) hallar dos numeros, que partiendo el maior por el menor, sea el Quociente + 2, que el menor.

Sea el menor 1ζ: el maior $40 - 1\zeta$, el Quociente $\frac{40 - 1\zeta}{1\zeta}$ igual a $1\zeta + 2$. multiplicando por 1ζ será $40 - 1\zeta \backsim 1\zeta^2 + 2\zeta^1$: añadiendo 1ζ, serán $40 \backsim 1\zeta^2 + 3\zeta^1$. El Qº de 3 es 9: el quadruplo de 40 es 160, añadido

dido

dido a 9; serà 169, su $\sqrt{}^2$ es 13, quitados 3, porque el Caracter menor es + quedan 10, su mitad 5 es el valor de $1\mathfrak{z}$. que es el 1º quitado de 40 serà el 2º 35. el Quociente 7, que es + 2, que 5. *Exenplo* 3º del §.159.

172 *Question* 106. *de Partes, y Productos.*

Dado un numero (60.) *hallar otro, que su* $\frac{1}{2}$ *multiplicada por la suma del dado, y hallado, sea* $\frac{1}{7}$ *del Producto igual à la diferencia de los mesmos dos numeros.*

Sea el numero que se busca $2\mathfrak{z}$, su $\frac{1}{2}$ es $1\mathfrak{z}$: la suma es $60 + 2\mathfrak{z}$, la diferencia $60 - 2\mathfrak{z}$: multiplicando $60 + 2\mathfrak{z}$ por $1\mathfrak{z}$, serà el Producto $60\mathfrak{z}^1 + 2\mathfrak{z}^2$, su $\frac{1}{7}$ es $\frac{60\mathfrak{z}^1 + 2\mathfrak{z}^2}{7}$ igual a $60 - 2\mathfrak{z}$. Multiplicando por 7, sale $60\mathfrak{z}^1 + 2\mathfrak{z}^2 \backsim 420 - 14\mathfrak{z}^1$: añadidos $14\mathfrak{z}^1$, serà $74\mathfrak{z}^1 + 2\mathfrak{z}^2 \backsim 420$. Partiendo por 2 numero del Caracter maior, quedaràn $37\mathfrak{z}^1 + 1\mathfrak{z}^2 \backsim 210$. La $\sqrt{}^2$ de esta igualacion (*Lib*. 3. §. 148.) es 5 valor de $1\mathfrak{z}^1$: luego $2\mathfrak{z}^1$ serà 10 el numero que se busca: sumado con 60 es 70: la diferencia 50: la $\frac{1}{2}$ de 10 es 5 multiplicada por 70 es 350. su $\frac{1}{7}$ es 50 igual a la diferencia. *Exenplo* 3º del §. 162.

173 *Question* 107. *de Partes, &c.*

Dada la suma (80.) *hallar dos numeros, que partiendo la* $\frac{1}{2}$ *del* 2º *por* $\frac{1}{5}$ *del* 1º $- 2$ *sea el Quociente* $\frac{3}{4}$ *del* 1º.

Sea el 1º $5\mathfrak{z}$. el 2º $80 - 5\mathfrak{z}$, el $\frac{1}{5}$ del 1º es $1\mathfrak{z}$, quitado 2, serà $1\mathfrak{z} - 2$: la mitad del 2º es $\frac{80 - 5\mathfrak{z}}{2}$, partida por $1\mathfrak{z} - 2$, serà el Quociente $\frac{80 - 5\mathfrak{z}}{2\mathfrak{z} - 4}$ igual a $\frac{3}{4}$ del 1º, y pues el 1º fue $5\mathfrak{z}$, sus $\frac{3}{4}$ son $\frac{15\mathfrak{z}}{4}$ (*Lib*.3.§.120.) luego son iguales $\frac{80 - 5\mathfrak{z}}{2\mathfrak{z} - 4}$, y $\frac{15\mathfrak{z}}{4}$, multiplicando en cruz, seràn los

los Productos iguales $320 - 20\mathfrak{z}^1 \backsim 30\mathfrak{z}^2 - 60\mathfrak{z}^1$: añadiendo $20\mathfrak{z}^1$ a cada parte, quedaràn $320 \backsim 30\mathfrak{z}^2 - 40\mathfrak{z}^1$. Multiplicando la Cantidad 320 por 30 numero del Caracter maior, quedarà este reduzido a vnidad, y serà $9600 \backsim 1\mathfrak{z}^2 - 40\mathfrak{z}^1$. El Q. de 40 es 1600, el quadruplo de 9600 es 38400, la suma es 40000, su $\sqrt{}^2$ es 200 añadidos 40, porque el Caracter menor es − serà 240, su mitad 120: partida por 30, sale 4 valor de $1\mathfrak{z}$: luego $5\mathfrak{z}$ serà 20 el 1º restado de 80, serà el 2º 60. La prueva es facil. Si en la Question entran las Potestades, saldrà la igualacion mas alta; no multiplico exenplos, assi por escusar la prolixidad, como porque no desconfio de mis Letores.

CAP. XI.

ENIGMAS DE SEGUNDAS RAIZES.

174 SEGUNDAS *Raizes* se llaman, la segũda, tercera, y quarta letra &c. que tal vez se suponen, para resolver la questiõ: porque si los numeros, que se han de hallar, son muchos, es necessario suponer por el 1º $1\mathfrak{z}$, por el 2º $1y$, por el 3º $1x$ &c, ò qualesquiera otras letras del Abecedario; pues sin ellas, ò no se puede resolver la question, ò ha de ser con mucha confusion, y trabajo. El Algorithmo de estas letras, aunque no con nonbre de segundas *raizes*, queda explicado en el *Lib*. 3º *Cap*. 2º, y 3º. Tienen lugar las

las segundas *raizes* en todas las questiones precedentes en que se piden muchos numeros, en especial quando la propuesta no da terminos bastantes, para que con vna letra se pueda seguir la question.

175 El artificio todo consiste en reduzir las segundas *raizes* a la primera, para que despues con ella sola se pueda llegar a la solucion. Esta reduccion se haze hallando alguna igualacion de cada una de las segundas *raizes* con otros terminos; y tomando despues estos terminos en lugar de las segundas *raizes*, se halla la ultima igualacion, y con ella todos los numeros, que se piden, como se verà en los exenplos, que en esta materia son la maior enseñança.

QVESTIONES DE IGVALACION SINPLE.

176 *Question* 108. *de segundas Raizes.*

Pidense dos numeros, que el 1º *con* $\frac{1}{4}$ *del* 2º *sea* 110. *y el* 2º *con* $\frac{1}{3}$ *del* 1º *sea tanbien* 110.

Supongo que el 1º tiene 3z, y el 2º 4y porque el 1º pueda dar $\frac{1}{3}$, y el 2º $\frac{1}{4}$ sin quebrado: $\frac{1}{4}$ del 2º es 1y, añadido a 3z, serà 3z + 1y ∽ 110: luego quitando 3z, quedarà 1y ∽ 110 — 3z: con que la segunda *raiz* queda reduzida a la primera: y pues el 2º tiene 4y: multiplicando 110 — 3z por 4, serà 440 — 12z lo que tiene el 2º añadido 1z, que es $\frac{1}{3}$ del 1º serà 440 — 11z ∽ 110. Añadiendo 11z, seràn 440 ∽ 11z + 110. Quitando 110, quedaràn 330 ∽ 11z. Partiendo por 11, seràn 30 ∽ 1z: multiplicando 30 por 3 (porque el 1º tenia 3z) sale 90 el 1º restados de 110, quedan 20, que

20, que es $\frac{1}{4}$ del 2º luego multiplicado por 4, serà 80 el 2º numero. Semejantes preguntas se pueden proponer de esta suerte. *Dos tienen dinero, el* 1º *dize al* 2º *si me das* $\frac{1}{4}$ *de tu dinero, tẽdre* 110: *el* 2º *dize si tu me das* $\frac{1}{3}$ *de tu dinero tendre* 110. *Que tiene el* 1º, *y* 2º?

177 *Question* 109. *de segundas Raizes.*

Pidense tres numeros, que el 1º *con* $\frac{1}{2}$ *del* 2º, *y el* 2º *con* $\frac{1}{3}$ *del* 3º, *y el* 3º *con* $\frac{1}{4}$ *del* 1º *sienpre sea* 100.

Supongo, que el 1º tiene 4z, el 2º 2y, el 3º 3x: la $\frac{1}{2}$ de 2y es 1y: luego 4z + 1y es 100: quitando 4z, serà 1y ∽ 100 — 4z: y pues el 2º tiene 2y, multiplicando 100 — 4z, serà 200 — 8z el 2º, añadido 1x, que es $\frac{1}{3}$ del 3º serà 200 — 8z + 1x ∽ 100. Quitando 200 — 8z, quedarà 1x ∽ 8z — 100: y pues el 3º es 3x, multiplicando 8z — 100 por 3, serà 24z — 300 el 3º añadido 1z, que es $\frac{1}{4}$ del 1º seràn 25z — 300 ∽ 100: añadidos 300, seràn 25z ∽ 400. Partiendo 400 por 25, serà 1z ∽ 16: luego 4z, serà 64 el numero 1º restado de 100, quedã 36, que es $\frac{1}{2}$ del 2º luego el 2º es 72: restado de 100, quedan 28, que es $\frac{1}{3}$ del 3º multiplicado 28 por 3, serà 84 el 3º La prueva es facil. En estas preguntas, sino se determina la suma, puede el Arithmetico suponer la que le pareciere, y tendrà la question infinitas respuestas.

178 *Question* 110. *de segundas Raizes.*

Pidense tres numeros, que los dos — el 1º *sean* 110, *y — el* 2º *sean* 100, *y — el* 3º *sean* 90.

Supongo que el 1º es 1z. el 2º 1y, el 3º 1x: y seràn

Kkk igua-

iguales ſumas $110 + 1z \backsim 110 + 1y$: Quitando 100, quedā $10 + 1z \backsim 1y$. Itē por ſer $110 + 1z \backsim 90 + 1x$; ſerà $20 + 1z \backsim 1x$: luego los tres numeros ſon, el 1º $1z$, el 2º $10 + 1z$, el 3º $20 + 1z$: La ſuma es $30 + 3z$. igual à toda la deuda $110 + 1z$: quitādo $1z$, quedarā $30 + 2z \backsim 110$: quitando 30, quedan $2z \backsim 80$: luego $1z$ es 40 el 1º, y $1z + 10$, ſerà 50 el 2º, y $1z + 20$ ſerâ 60 el 3º. El meſmo eſtilo ſe guarda aunque los numeros ſean 4. 5. 6. &c.

179 *Queſtion* 111. *de ſegundas Raizes.*

Pidenſe 3 numeros que el 1º ſea igual à los dos — 2200: *y el 2º duplo de los dos* — 2200, *y el 3º triplo de los dos* — 2200.

Sea el 1º $1z$: el 2º $1y$, el 3º $1x$: el 2º, y 3º ſon $1y + 1x$, quitados 2200, ſeràn $1y + 1x - 2200 \backsim 1z$: añadiendo 2200, y quitando $1x$, ſerà $1y \backsim 1z + 2200 - 1x$ el 2º, que es duplo de $1z + 1x - 2200$: luego $2z + 2x - 4400 \backsim 1z + 2200 - 1x$: añadiēdo 4400 $+ 1x$, ſeràn $2z + 3x \backsim 1z + 6600$: quitādo $2z$, quedaràn $3x \backsim 6600 - 1z$: partiendo por 3, ſerà $1x \backsim 2200 - \frac{1}{3}z$, que es el 3º, y pues fue el 2º $1z + 2200 - 1x$, ſubſtituyendo $2200 - \frac{1}{3}z$ en lugar de $1x$, ſerà el 2º $\frac{4}{3}z$: luego la ſuma del 1º, y 2º ſerà $1z + \frac{4}{3}z$, eſto es $\frac{7}{3}z$, y quitados 2200, quedaràn $\frac{7}{3}z - 2200$, que multiplicados por 3, ſerán $7z - 6600 \backsim 2200 - \frac{1}{3}z$ que es el 3º añadidos $6600 + \frac{1}{3}z$, ſerā $7\frac{1}{3}z \backsim 8800$. Partiendo 8800 por $7\frac{1}{3}$ ſale 1200 el nº 1º, y pues el 2º es

2º es $\frac{4}{3}z$, ſerà 1600, y el 3º $7z - 300$. ſerà 1800. La prueva es facil.

QVESTIONES DE IGVALACION CONPVESTA.

180 *Queſtion* 112. *de ſegundas Raizes.*

Pidenſe tres numeros en progreſsion Arithmetica, que multiplicado el 1º *por* 2, *el* 2º *por* 3, *el* 3º *por* 4, *la ſuma de los Productos ſea* 58, *y el Producto del* 2º *por el* 3º *ſumado con el Qº del* 1º *ſea igual al Quadrado del* 3º.

Sea el 1º $2z$, y el 3º $2y$: pues la ſuma de dos eſtremos es dupla del medio (*Lib.* 1º §. 212.) ſerà el 2º $1z + 1y$: Multiplicando el 1º por 2 ſerà $4z$: y el 2º por 3, ſerà $3z + 3y$, el 3º por 4, ſerà $8y$: la ſuma de los tres Productos es $7z + 11y \backsim 58$: luego $11y \backsim 58 - 7z$, y $1y \backsim \frac{58 - 7z}{11}$: Pues el 2º fue $1z + 1y$, ſubſtituyendo $\frac{58 - 7z}{11}$ en lugar de $1y$, ſerà el 2º $1z + \frac{58 - 7z}{11}$, eſto es $\frac{11z + 58 - 7z}{11}$, que es $\frac{58 + 4z}{11}$, y porque el 3º es $2y$, doblando $\frac{58 - 7z}{11}$, ſerà el 3º $\frac{116 - 14z}{11}$, con que eſten todos reduzidos a la primera *raiz*.

181 El 1º es $2z^1$, ſu Qº $4z^2$: multiplicando el 2º $\frac{58 + 4z}{11}$ por el 3º $\frac{116 - 14z}{11}$, ſale $\frac{6728 - 348z + 56z^2}{121}$ añadido el Qº del 1º $4z^2$ que reduzido al meſmo denominador es $\frac{484z^2}{121}$, ſerà la ſuma $\frac{6728 - 348z + 428z^2}{121}$, igual al Qº del 3º $\frac{116 - 14z}{11}$, que es el Qº $\frac{13456 - 3248z + 196z^2}{121}$: y por tener un meſmo denominador, ſeràn $6728 - 348z + 428z^2 \backsim 13456 - 3248z + 196z^2$. Añadiendo $3248z$ quedaràn $6728 + 2900z + 428z^2 \backsim 13456 + 196z^2$: quitando $6728 + 196z^2$; quedarā $2900z + 232z^2 \backsim 6728$; Multiplicando la Cantidad por

232 quedarà $2900\zeta + 1\zeta^2 \backsim 1560896$. (*Lib.* 3° §. 141.) la $\sqrt{}^2$ de esta igualacion por el *Lib.* 3° §. 148, es 464, partida por 232, sale 2 valor de 1ζ: y pues el numero 1° fue 2ζ, serà 4: y pues el 2° fue $\frac{58+4\zeta}{11}$ serà $\frac{58+8}{11}$, ò $\frac{66}{11}$, que es 6: el 3° fue $\frac{116-14\zeta}{11}$, serà $\frac{116-28}{11}$, ò $\frac{88}{11}$ que es 8: Luego son 4. 6. 8. Pruevese, &c.

182 *Question 113. de segundas Raizes.*

Hallar 3 numeros, que el Producto del 1°, y 2° + el Q° del 1° sea 48, y el Producto del 1°, y 3° − el Q° del 1° sea 32: y los Quadrados del 1°, y 3° al Q° del 2° tengan la proporcion que 5 à 2.

Sea el 1° 1ζ, el 2° $1y$, el 3° $1x$: el Producto del 1°, y 2° es $1\zeta y$, el Q° del 1° $1\zeta^2$, la suma $1\zeta y + 1\zeta^2 \backsim 48$: luego $1\zeta y \backsim 48 - 1\zeta^2$, y partiendo por 1ζ, serà $1y \backsim \frac{48-1\zeta^2}{1\zeta}$ que es el 2°. El Producto del 1°, y 3° es $1\zeta x$, quitado el Q° del 1° serà $1\zeta x - 1\zeta^2 \backsim 32$: luego $1\zeta x \backsim 32 + 1\zeta^2$, y partiẽdo por 1ζ, quedarà $1x \backsim \frac{32+1\zeta^2}{1\zeta}$ que es el 3°. Luego los tres reduzidos a la primera *raiz*, son el 1° 1ζ: el 2° $\frac{48-1\zeta^2}{1\zeta}$: el 3° $\frac{32+1\zeta^2}{1\zeta}$.

183 El Q° del 1° es $1\zeta^2$: el Q° del 2° $\frac{2304-96\zeta^2+1\zeta^4}{1\zeta^2}$: el Q° del 3° es $\frac{1024+64\zeta^2+1\zeta^4}{1\zeta^2}$ añadido al 3°. el Q° 1° $1\zeta^2$, ò $\frac{1\zeta^4}{1\zeta^2}$, serà la suma $\frac{1024+64\zeta^2+2\zeta^4}{1\zeta^2}$: Pues son como 5 a 2, assi la suma $\frac{1024+64\zeta^2+2\zeta^4}{1\zeta^2}$ al Q° 2° $\frac{2304-96\zeta^2+1\zeta^4}{1\zeta^2}$: luego el Producto de los estremos $\frac{11520-480\zeta^2+5\zeta^4}{1\zeta^2}$ es igual al de los medios (*Lib.* 1° §. 69) $\frac{2048+128\zeta^2+4\zeta^4}{1\zeta^2}$: y por tener un mesmo denominador, seràn $11520 - 480\zeta^2 + 5\zeta^4 \backsim 2048 + 128\zeta^2 + 4\zeta^4$: añadidos $480\zeta^2$, y quitados $5\zeta^4$, y 2048: quedaràn $9472 \backsim$ $608\zeta^2$

$608\zeta^2 - 1\zeta^4$: El valor de 1ζ se hallarà por el *Lib.* 3. §. 155: que es 4 el n° 1°, y pues el 2° fue $\frac{48-1\zeta^2}{1\zeta}$; serà $\frac{48-16}{4}$, ò $\frac{32}{4}$ que es 8: El 3° fue $\frac{32+1\zeta^2}{1\zeta}$ luego es $\frac{32+16}{4}$, ò $\frac{48}{4}$ que es 12: y los 3 son 4. 8. 12. que satisfazen a la duda.

CAP. XII.

ENIGMAS DE NUMEROS Irracionales.

184 Todos los Enigmas racionales, pueden passar a irracionales, si en la question en lugar de un numero racional dado se substituye otro irracional. El modo de proceder en la resolucion es el mesmo; solo se diferencian en el Algorithmo, explicado ya en el *Libro* 3° *Cap.* 5. 6, y 7: de donde se infiere, que el Arithmetico bien exercitado en sumar, restar multiplicar, y partir irracionales, poca, ò ninguna necessidad tendrà de nuevos exenplos.

QUESTIONES DE IGUALACION SINPLE.

185 *Question 114 de irracionales.* (§. 5.)

Pidense dos numeros como 2 à 3, que el Producto sea 153.

Esta question es la mesma del §. 5. Sea el 1° 1ζ: el 2° $\frac{153}{1\zeta}$: y pues son proporcionales como 2 a 3: assi 1ζ a $\frac{153}{1\zeta}$: el Producto de los medios serà igual al de los extremos $3\zeta \backsim \frac{306}{1\zeta}$: luego $3\zeta^2 \backsim 306$, y $1\zeta^2 \backsim 102$: sacando la $\sqrt{}^2$ de 102: serà $\sqrt{}^2\,102$ el valor de 1ζ, y es el 1° partiendo 153, que es $\sqrt{}^2\,23409$ por $\sqrt{}^2\,102$, serà el

3°

$3.^{\circ}\ \frac{\surd^2.\ 23409}{\surd^2.\ \ 102}$, si se multiplica por $\surd^2.\ 102$ sale el Producto $\surd^2.\ 23409$, que es 153.

186 *Question* 115. *de Irraciocionales* (§.7.)

Hallar dos numeros como 2 a 3, que la suma de sus Quadrados sea 100.

Sea el $1.^{\circ}\ 2\zeta$: el $2.^{\circ}\ 3\zeta$, sus Quadrados $4\zeta^2$, y $9\zeta^2$: la suma $13\zeta^2 \simeq 100$: luego $1\zeta^2 \simeq \frac{100}{13}$: la $\surd^2$ de $\frac{100}{13}$ es $\surd^2;\ \frac{100}{13}$ valor de 1ζ que es el $1.^{\circ}$ su $Q.^{\circ}\ \frac{100}{13}$ restado de 100, que es $\frac{1300}{13}$ quedan $\frac{1200}{13}$ que es $Q.^{\circ}$ del $2.^{\circ}$ luego el $2.^{\circ}$ serà $\surd^2.\ \frac{1200}{13}$: la prueva es que sumando los Quadrados $\frac{100}{13}$, y $\frac{1200}{13}$ es la suma $\frac{1300}{13}$ esto es 100.

187 *Question* 116. *de Irracionales.*

Hallar un numero, que el Producto de su $\frac{1}{2}$ *por* $\frac{1}{3}$ *sea* $36 + \surd^2.\ 1152$.

Sea el numero 1ζ, su $\frac{1}{2}$ es $\frac{1}{2}\zeta$, su $\frac{1}{3}$ es $\frac{1}{3}\zeta$: multiplicando $\frac{1}{2}\zeta$ por $\frac{1}{3}\zeta$, sale $\frac{1}{6}\zeta^2 \simeq 36 + \surd^2\ 1152$: multicando por 6 (*Lib.* $3.^{\circ}$ §.85.) sale $1\zeta^2 \simeq 216 + \surd^2.\ 41472$: la $\surd^2$ de este binomio es el valor de 1ζ: esto es $\surd^2\ (216 + \surd^2\ 41472.)$ ò por el *Lib.* $3.^{\circ}$ §. 110. se hallarà que es $12 + \surd^2.\ 72$, y es el numero, que se busca partido por 2, su $\frac{1}{2}$ serà $6 + \surd^2\ 18$: y partido por 3, su $\frac{1}{3}$ serà $4 + \surd^2.\ 8$: multiplicando $6 + \surd^2\ 18$ por $4 + \surd^2\ 8$ (*Lib.* $3.^{\circ}$ §.86.) sale $36 + \surd^2\ 1152$. Exercitese el Arithmetico en otros exenplos.

QVESTIONES DE IGVALACION CONPVESTA.

188 *Question* 117. *de Irracionales.*

Hallar 2 numeros que la suma sea 10, y el Producto 18.

Sea el $1.^{\circ}\ 1\zeta$, el $2.^{\circ}\ 10 - 1\zeta$: el Producto es $10\zeta - 1\zeta^2 \simeq 18$.

$\simeq 18$. la $\surd^2$ se hallarà por el *Lib.* $3.^{\circ}$ §.148. El $Q.^{\circ}$ de 10 es 100, el quadruplo de 18 es 72: y por ser el Caracter maior $-$, se tomarà la diferencia de 72, y 100, que es 28; su $\surd^2$ es $\surd^2\ 28$: restada de 10, por ser el Caracter menor $-$, serà $10 - \surd^2\ 28$: partida por 2, que es $\surd^2\ 4$, serà $5 - \surd^2\ 7$ el valor de 1ζ, y es el numero $1.^{\circ}$ restado de 10, queda $5 + \surd^2\ 7$ el numero $2.^{\circ}$ La prueva es, que multiplicando $5 - \surd^2\ 7$ por $5 + \surd^2\ 7$, sale $25 - \surd^2\ 49$, que es $25 - 7$, esto es 18.

189 *Question* 118. *de Irracionales.*

Dividir un numero dado (10.) *en media, y extrema razon; esto es que la parte menor à la maior tenga la mesma proporcion, que la parte maior à todo el numero.*

Sea la parte maior 1ζ, y la menor $10 - 1\zeta$. y pues son proporcionales $10 - 1\zeta$ a 1ζ, como 1ζ a 10: serà el Producto de los extremos $100 - 10\zeta \simeq 1\zeta^2$ $Q.^{\circ}$ del medio: y añadiendo 10ζ, quedaràn $100 \simeq 1\zeta^2 + 10\zeta$: la $\surd^2$ se hallarà por el *Lib.* $3.^{\circ}$ §.148. El $Q.^{\circ}$ de 10 es 100: el quadruplo de la Cantidad es 400: la suma es 500: su $\surd^2$ es $\surd^2\ 500$: quitados 10, serà $\surd^2\ 500 - 10$ su mitad $\surd^2\ 125 - 5$: es valor de 1ζ, que es la parte maior, quitando $\surd^2\ 125 - 5$ de 10. quedan $15 - \surd^2\ 125$ la parte menor. La prueva es, que el $Q.^{\circ}$ de la parte maior $\surd^2\ 125 - 5$ es $150 - \surd^2\ 12500$: y el Producto de la menor $15 - \surd^2\ 125$. por todo el numero 10. es tanbien $150 - \surd^2\ 12500$.

190 *Question* 119. *de Irracionales.*

Hallar el lado, y diametro de un $Q.^{\circ}$ *dada la suma* 10.

Sea

Sea el lado 1ʓ, y el diametro $10 - 1\text{ʓ}$: el Qº del lado 1ʓ es 1ʓ^2 el Qº del diametro $10 - 1\text{ʓ}$ es $100 - 20\text{ʓ} + 1\text{ʓ}^2$. y pues el Qº del diametro es duplo del Qº del lado (*Lib*.3.§.130.) serà $100 - 20\text{ʓ} + 1\text{ʓ}^2 \backsim 2\text{ʓ}^2$: quitando 1ʓ^2, y añadiendo 20ʓ, seràn $100 \backsim 1\text{ʓ}^2 + 20\text{ʓ}$: La $\surd^2$ se hallarà como en el §. 189. El Qº de 20 es 400, el quadruplo de 100 es 400: la suma 800, su $\surd^2$ es $\surd^2\,800$, quitandole 20, serà $\surd^2\,800 - 20$: su mitad es $\surd^2\,200 - 10$: que es 1ʓ, y lado del Qº que se busca: restando $\surd^2\,200 - 10$ de 10: quedan $20 - \surd^2\,200$, que es el diametro: La prueva es, que el Qº del diametro es $600 - \surd^2\,320000$. duplo del Qº del lado, que es $300 - \surd^2\,80000$.

191 *Question* 120. *de Irracionales.*

Hallar un numero, que su duplo con su Qº sea 100.

Sea el numero 1ʓ. su Qº 1ʓ^2. el duplo de 1ʓ es 2ʓ: la suma serà $1\text{ʓ}^2 + 2\text{ʓ} \backsim 100$: La $\surd^2$ se hallarà como antes. El Qº de 2 es 4. El Quadruplo de 100 es 400: la suma es 404. su $\surd^2$ es $\surd^2\,404$, quitandole 2, serà $\surd^2\,404 - 2$: su mitad es $\surd^2\,101 - 1$ valor de 1ʓ, y es el numero que se pide. La prueva es. Porque el duplo de $\surd^2\,101 - 1$, es $\surd^2\,404 - 2$. El Qº de $\surd^2\,101 - 1$ es $102 - \surd^2\,404$: la suma 100. El exercicio es Maestro, que enseña, y facilita las operaciones. Para metodo bastan estos exenplos.

Fin del Libro Quarto.

TABLA DE LOS CAPITVLOS.

LIBRO PRIMERO.

LIBRO SEGVNDO.

LIBRO TERCERO.

Cap.

LIBRO QVARTO.

Fin de la Tabla.

EXPLICACION DE LOS CARACTERES.

1^{o} *Primero.* 2^{o} *Segundo.* 3^{o} *Tercero, &c.*

$\times$ *Multiplicar en cruz.*

$+$ *Mas. Lib.* 1^{o} §. 168.

$-$ *Menos. Lib.* 1^{o} §. 168.

$1\zeta^{1}$ *Vna Cantidad conocida, ò incognita.*

$1\zeta^{2}$ El *Quadrado de essa Cantidad. L.* 2. §. 6.

$1\zeta^{3}$ El *Cubo de la mesma.*

$1\zeta^{4}$ El *Quadrado Quadrado.*

$1\zeta^{5}$ El *Quadrado Cubo, &c. y lo mesmo es de qualesquiera otras letras.*

$\frac{4\zeta 2+35}{6-5\zeta}$. 4 *Quadrados mas* 35 *numeros partidos por* 6 *numeros menos* 5 *Cantidades: lo mesmo es de otros quebrados.*

$\surd$. o R. *Raiz de algun numero.* $\surd\surd$ *Raizes.*

$\surd^{2}$ o R^{2}. *Raiz Quadrada L.* 2. §. 2.

$\surd^{3}$ o R^{3} *Raiz Cubica, &c.*

♎ *Igual: como* 6ζ ♎ 24: *es* 6ζ *iguales à* 24. *&c. Libro.* 3^{o}. §. 126:

INDI-

INDICE DEL LIBRO.

Gra-

Fin del Indice.