



GRADO EN ÓPTICA Y OPTOMETRÍA

FACULTAD DE CIENCIAS

UNIVERSIDAD DE GRANADA

**GUIONES DE PRÁCTICAS
DE LABORATORIO DE
ÓPTICA GEOMÉTRICA I y II**

**Manuel Melgosa Latorre
Ana Yebra Rodríguez
María José Rivas Bravo
Antonio García Beltrán
Miguel Ángel Martínez Domingo
Ana Isabel Serrano Matías
María de la Natividad Tejada Casado**

**Rafael Huertas Roa
Enrique Hita Villaverde
Luis M. Jiménez del Barco Jaldo
José Antonio García García
Javier Ruiz López
Aitor Marzo Rosa**

A quienes se forman en estos laboratorios, principales destinatarios del trabajo del profesorado. Al profesorado que pone empeño en la mejora de la docencia de prácticas de laboratorio.

- Guiones de Prácticas de Laboratorio de Óptica Geométrica I y II

© Manuel Melgosa Latorre
Rafael Huertas Roa
Ana Yebra Rodríguez
Enrique Hita Villaverde
M^a José Rivas Bravo
Luis M. Jiménez del Barco-Jaldo
Antonio García Beltrán
José Antonio García García
Miguel Ángel Martínez Domingo
Javier Ruiz López
Ana Isabel Serrano Matías
Aitor Marzo Rosa
María de la Natividad Tejada Casado

Deposito Legal: GR 1472-2023

I.S.B.N: 978-84-19214-73-7

Edita e Imprime: Godel Impresiones Digitales S.L.

PRESENTACIÓN

Esta 6ª edición de los “Guiones de prácticas de laboratorio de Óptica Geométrica” se basa en la edición previa, publicada en el año 2019, y es el resultado de la experiencia docente, diálogo e iniciativa de los autores de la misma, así como de las sugerencias recibidas del alumnado. Nuestro agradecimiento a los profesores A. Manuel Rubiño López, Rosa María García Monlleó, Miguel Ángel López Muñoz, José María Roa Venegas y Juan Antonio Martínez Ferrer que participaron en las ediciones precedentes.

Entre las principales novedades de esta 6ª edición cabe destacar:

1) Modificación de la práctica 5 incluyendo medidas de radios de curvatura de las caras de algunas lentes y un método de medida del radio de curvatura del espejo cóncavo más simple que el propuesto en la edición previa.

2) Descripción más detallada del método experimental de la práctica 9 que permita una mejor comparación entre los campos de iluminación calculados teóricamente y medidos en el laboratorio.

3) Descripción específica de los puntos concretos y pasos a seguir para la realización de la práctica 10, y la posterior elaboración del guion correspondiente.

4) Nueva redacción de la práctica 11 con una descripción mucho más detallada del software Eyesim 3.0 y una mejor planificación de las tareas que deben realizarse en el laboratorio usando dicho software.

5) Revisión y actualización del formato de todas las prácticas, con distintas correcciones y actualizaciones.

Deseamos que con la ayuda de estos Guiones el alumnado pueda acudir a cada clase de prácticas de las asignaturas “Óptica Geométrica I” y “Óptica Geométrica II” con un mejor conocimiento del trabajo que debe hacer en el laboratorio y sus fundamentos teóricos. De esta forma esperamos que mejore la asimilación de los conceptos de la asignatura, se comprenda el método de trabajo experimental seguido en los laboratorios, aumente la motivación hacia el conocimiento científico y técnico y, en definitiva, se consiga una mejora sustancial del aprendizaje

Somos conscientes de que el material de estos Guiones no es algo definitivo, sino que debe mejorarse de forma continuada curso a curso, usando las sugerencias y experiencia que vayamos adquiriendo, nuevas tecnologías, modificaciones de planes de estudio, etc. Confiamos en que la edición que presentamos contribuya a mejorar la formación de todos nuestros/as alumnos/as.

ÍNDICE

Óptica Geométrica I

Práctica 1. Marcha de rayos.....	9
Práctica 2. Medida del índice de refracción mediante el efecto Pfund....	17
Práctica 3. Medida de distancias focales.....	25
Práctica 4. Medida de la focal de una lente convergente. Comprobación de relaciones paraxiales.....	37
Práctica 5. Medida de radios de curvatura de superficies ópticas.....	45
Práctica 6. Elementos cardinales de un sistema óptico compuesto.....	53

Óptica Geométrica II

Práctica 7. Estudio del prisma. Medida de índices de refracción.....	61
Práctica 8. Estudio del microscopio compuesto.....	71
Práctica 9. Limitación de rayos: abertura y campo.....	81
Práctica 10. Estudio cualitativo de las aberraciones ópticas.....	89
Práctica 11. El ojo como sistema óptico.....	99

Apéndices

Apéndice 1. Material básico de laboratorio de Óptica Geométrica.....	111
Apéndice 2. Puesta a punto de un anteojo astronómico y construcción de un colimador.....	121
Apéndice 3. Incertidumbre en las medidas y tratamiento de los datos experimentales.....	131
Apéndice 4. Sugerencias sobre la redacción de informes de prácticas.....	141
Apéndice 5. Tabla de rotaciones.....	145

Bibliografía.....	147
--------------------------	------------

ÓPTICA GEOMÉTRICA I

PRÁCTICA 1

MARCHA DE RAYOS

○ **INTRODUCCIÓN**

El principal objetivo es visualizar la marcha de rayos en algunos sistemas ópticos elementales: lentes, espejos, láminas planoparalelas y prismas. Pueden también diseñarse sistemas ópticos más complejos (por ejemplo, un anteojo astronómico, un microscopio compuesto, etc.), y visualizar las correspondientes marchas de rayos.

En esta práctica los diversos fenómenos ópticos que se observan podrán valorarse generalmente sólo de forma cualitativa. Es posible medir algunos parámetros ópticos (potencia de las distintas lentes, índices de refracción, etc.), pero con poca precisión. Por esta razón, y de forma excepcional, no tendrá que realizar 3 medidas y calcular el porcentaje de dispersión. Tomará una única medida y la sensibilidad como su error asociado. Posteriormente realice la propagación de errores habitual.

Se dispone del siguiente material (ver figura 1.1):

- Fuente luminosa (12 V, 24 W) con soporte y carcasa.
- Fuente de alimentación DC (entrada de 220 V; salida de 12 V).
- Diafragmas para seleccionar uno, tres o más rayos.
- Diafragmas para evitar luces no deseadas (luces parásitas).
- Soportes triangulares para sostener los diafragmas.
- Lentes planoconvexas de distintas potencias (3 lentes)
- Lente planocóncava (1 lente).
- Espejo esférico metálico (utilizable como cóncavo o convexo).
- Espejo plano.
- Lámina planoparalela.
- Prisma de ángulo recto y prisma equilátero.
- Papel milimetrado.

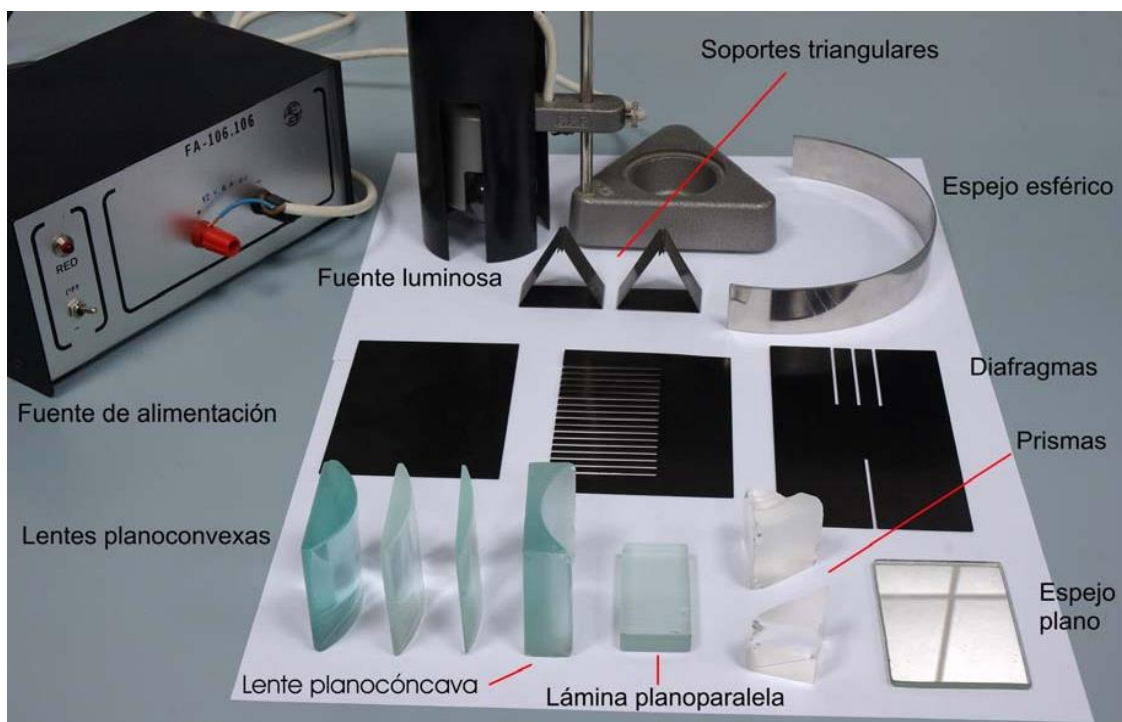


Figura 1.1: Material disponible.

○ **MONTAJE Y REALIZACIÓN**

En los siguientes apartados se dan indicaciones para el estudio de: lentes, espejos, láminas y prismas. A modo de ejemplo, en las figuras 1.2 y 1.3 se muestran dos de los montajes que realizará a lo largo de esta práctica: un haz colimado incidente sobre un espejo cóncavo y la reflexión total de un rayo en un prisma de ángulo recto. Como puede observarse, sobre la superficie de la mesa que sostiene todos los componentes puede visualizar las trayectorias luminosas de los distintos rayos (si es preciso adapte la altura de la lámpara para mejorar la observación). Mediante un papel milimetrado puede medir las distancias que necesite.

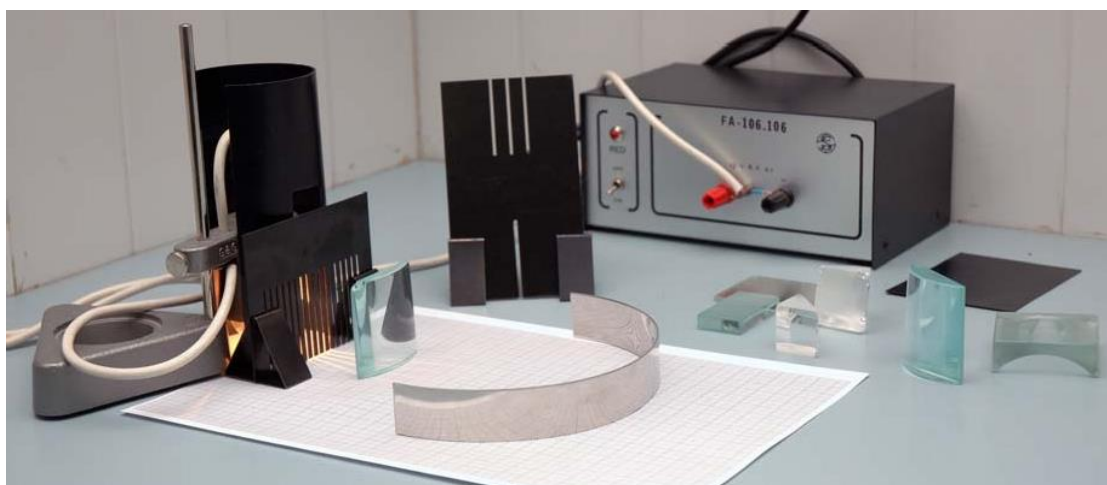


Figura 1.2: Ejemplo de un montaje a realizar en esta práctica.

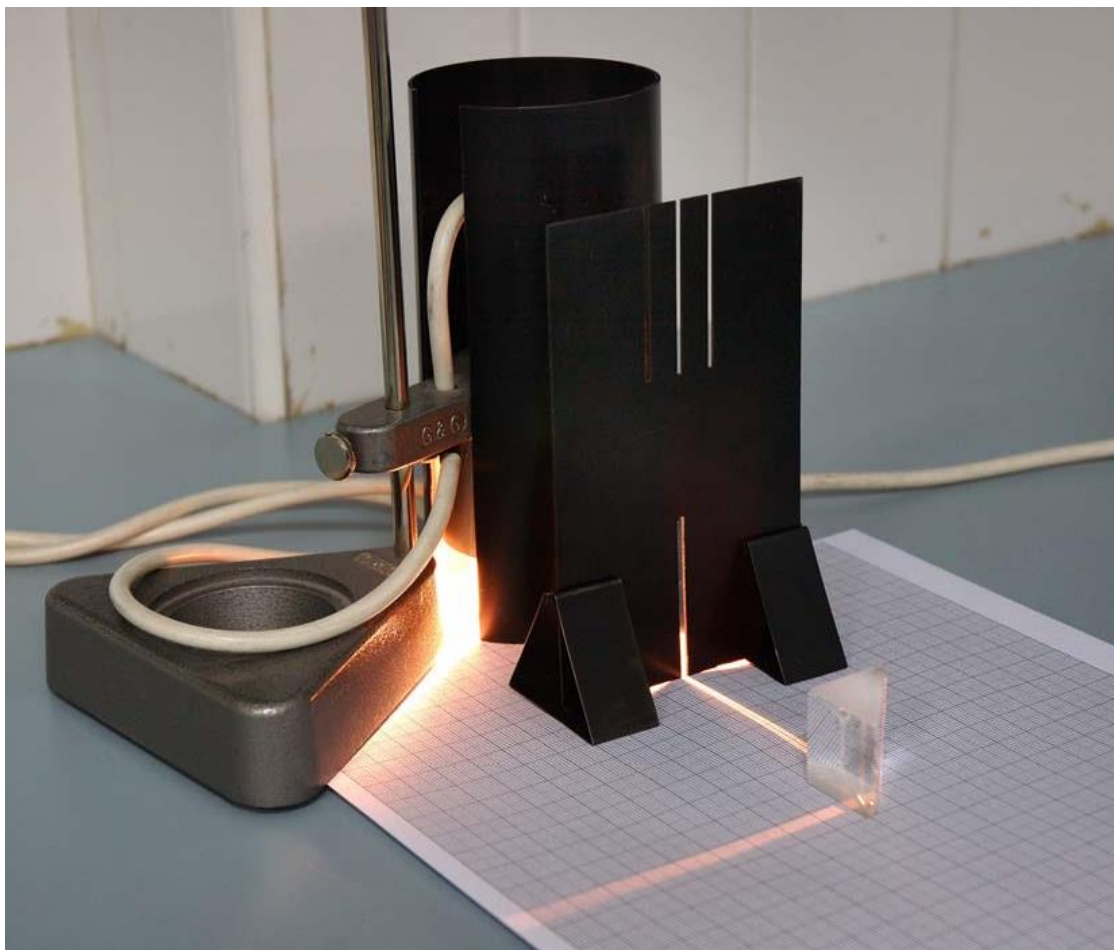


Figura 1.3: Ejemplo de un montaje a realizar en esta práctica.

○ **LENTES**

Puede comenzar construyendo un colimador, que es un sistema muy utilizado en el laboratorio pues permite trabajar en un espacio reducido con un objeto situado en el infinito. Este objeto en el infinito es la imagen obtenida por una lente convergente de un objeto (normalmente una fuente luminosa) colocado en su foco objeto. Para construir el colimador puede utilizar por ejemplo la lente convergente de mayor grosor, que en este caso es también la de mayor potencia. Sitúe la lente tras la fuente luminosa y varíe la distancia entre ambos elementos hasta observar que el haz emergente de la lente es paralelo o colimado: en ese momento el filamento de la lámpara está situado en el plano focal objeto de la lente y se dice que se ha construido un colimador. Puede usar un diafragma para visualizar los distintos rayos. En la figura 1.2, además del espejo cóncavo, aparece un colimador.

Cuando un haz colimado (es decir, con rayos paralelos) incide sobre la cara plana de las diferentes lentes, los haces emergentes serán convergentes o divergentes, según sea la lente empleada. Estos rayos emergentes (o sus prolongaciones) se cortarán en la posición del foco imagen F' . Con la ayuda del papel milimetrado mida aproximadamente la focal imagen f' de las distintas lentes. Para ello ha de saber que el plano principal H' de las lentes usadas

(consideradas como lentes gruesas) se encuentra en el vértice de la cara curva. Para medir la focal imagen de la lente utilizada como colimador, construya el colimador con otra de las lentes convergentes dadas. La medida de la focal imagen f' de la lente divergente puede hacerse prolongando los rayos emergentes sobre el papel milimetrado hasta donde corten el eje óptico.

❖ ¿Por qué el punto principal imagen de una lente planoconvexa coincide con el vértice de la cara curva?

Puede observar una diferencia entre las lentes convergentes y divergentes viendo qué ocurre al mover la lente perpendicularmente a un rayo incidente. Por tanto, tras el colimador construido ponga un diafragma de un rayo (ver figura 1.3) y seleccione un solo rayo. Haga incidir este rayo perpendicularmente a la cara plana de cada una de las lentes, como si se tratara del eje óptico de la misma. Si desplaza la lente perpendicularmente al rayo puede observar que el sentido del desplazamiento del rayo emergente es diferente, dependiendo de que la lente sea convergente o divergente. Observe también que un rayo que pasa por el centro óptico de la lente no se desvía.

❖ ¿Por qué al desplazar la lente perpendicularmente al eje óptico el rayo emergente se desplaza en sentido distinto, según sea la lente convergente o divergente?

❖ Razone por qué no se desvía un rayo que pase por el centro óptico de las lentes.

También puede observar aberraciones cromáticas. Son más evidentes en la lente convergente de máxima potencia. Observe que el foco imagen correspondiente a la luz azul (F'_F) está más próximo a la lente que el correspondiente a la luz roja (F'_C). Midiendo la distancia entre ambos focos mediante el papel milimetrado puede determinar la aberración cromática longitudinal de las lentes disponibles. En realidad, debido a la escasa precisión del dispositivo, sólo podrá saber el orden de magnitud (es decir, mm, cm, dm, m, etc.) de la aberración cromática longitudinal de las lentes.

❖ ¿Por qué razón la potencia de las lentes convergentes es mayor para el azul que para el rojo?

○ **ESPEJOS**

Construya el colimador y seleccione un único rayo incidente en el espejo plano para verificar el cumplimiento de la ley de la reflexión con ayuda del papel milimetrado. Puede comprobar que si el espejo gira un ángulo α el rayo reflejado efectúa un giro de valor 2α en el mismo sentido en que gira el espejo. Partiendo de incidencia normal, en el caso particular de que el ángulo de giro del espejo sea $\alpha=45^\circ$ se tiene que el rayo reflejado es perpendicular al incidente ($2\alpha=90^\circ$). Compruébelo realizando un montaje similar a la figura 1.3

utilizando el espejo en lugar de un prisma. Tenga en cuenta que en la figura 1.3 el colimador está detrás del diafragma para seleccionar un único rayo.

Haciendo incidir un haz de rayos paralelos en el espejo cóncavo puede observar que el foco imagen se sitúa aproximadamente a una distancia del vértice igual a la mitad del radio (negativo en este caso). Si el haz tiene una anchura suficientemente grande puede observar también la cáustica. Haciendo incidir sobre el espejo cóncavo distintos rayos paralelos al eje óptico a diferente altura, observe en qué punto cortan los rayos reflejados al eje óptico del sistema.

❖ Si en realidad todos los rayos paralelos al eje óptico incidentes en un espejo cóncavo no se cortan en un único punto tras reflejarse ¿por qué puede hablarse del foco imagen F' de un espejo?

Se propone también que compruebe que un espejo cóncavo puede dar una imagen real o virtual de un objeto real. Como objeto real puede usar la imagen del haz colimado inicial producida por una lente convergente. Cambiando la distancia de este objeto al vértice del espejo observe todas las posibles situaciones. Si el objeto está dentro de la distancia focal (entre el foco objeto y el vértice) observará que el haz reflejado es divergente, lo que significa que la imagen que produce el espejo es virtual. En los demás casos el haz emergente será convergente (imagen real) o bien colimado (si el objeto está precisamente en el foco objeto F del espejo).

Utilizando el mismo espejo curvo anterior por el otro lado tiene un espejo convexo. Analice en el espejo convexo los fenómenos estudiados en el espejo cóncavo, y observe como dicho espejo siempre produce de un objeto real una imagen virtual.

○ LÁMINA PLANOPARALELA

Seleccione un único rayo y hágalo incidir con un cierto ángulo sobre una de las caras de la lámina planoparalela, siguiendo el montaje de la figura 1.4. Tenga en cuenta que ha de partir de un haz de rayos colimados. Observe las refracciones que se producen en las dos caras de la lámina, y cómo el rayo que finalmente emerge es paralelo al incidente. El efecto principal de la lámina planoparalela es una traslación t del rayo incidente. Observe que dicha traslación es nula cuando el rayo incide normalmente y aumenta con el ángulo de incidencia del rayo en la primera cara de la lámina.

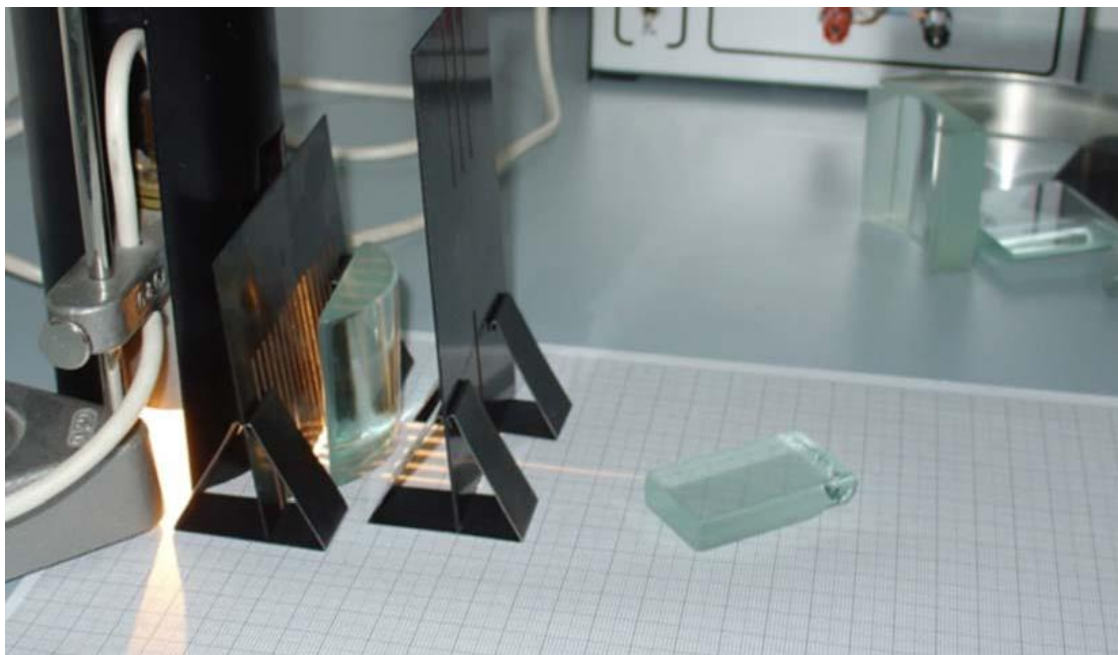


Figura 1.4. Montaje para observar la marcha de rayos en una lámina planoparalela.

- ❖ Puede observarse que en cada una de las caras de la lámina planoparalela (dioptrios planos), además de refracción, también hay una cierta cantidad de luz que se refleja. Este tipo de luces reflejadas suelen perjudicar en los instrumentos y se llaman luces parásitas.

○ **PRISMAS**

Del haz de rayos colimados seleccione un único rayo y hágalo incidir sobre el prisma equilátero (el que tiene sus tres ángulos iguales, de 60° cada uno). Analice la desviación δ y la dispersión de la luz que emerge del prisma. Si el prisma del que dispone presenta una de las caras esmerilada (sin pulir) tenga cuidado de no utilizarla para la incidencia o emergencia del rayo. Como sucedía en la lámina planoparalela, observará que hay una pequeña cantidad de luz reflejada en la primera y segunda cara del prisma, a la que no debe prestar especial atención.

Modificando el ángulo de incidencia analice qué efectos se observan en el rayo desviado. Compruebe que existe un ángulo de incidencia para el que el ángulo de desviación es mínimo, δ_m . Con la ayuda del papel milimetrado estime el valor de δ_m , por ejemplo, trazando un triángulo rectángulo y midiendo dos de sus lados. A partir del ángulo de desviación mínima puede obtener el índice de refracción del vidrio del que está construido el prisma, mediante la expresión:

$$n = \frac{\text{sen}\left(\frac{\delta_m + \alpha}{2}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (1)$$

donde α es el ángulo de refringencia del prisma (en este caso $\alpha=60^\circ$).

Observe también que para determinados ángulos de incidencia (por ejemplo, incidencia normal en la primera cara del prisma equilátero) se produce reflexión total en la segunda cara de dicho prisma (es decir no hay emergencia). En estos casos el rayo incide en la segunda cara con un ángulo de incidencia superior al ángulo límite.

❖ ¿Podríamos hallar experimentalmente el ángulo límite para el vidrio de nuestro prisma equilátero inmerso en aire?

También puede observar la dispersión de la luz que produce el prisma: el ángulo de desviación (δ) es diferente para distintas longitudes de onda. En concreto observe que la desviación para las longitudes de onda cortas (azul) es mayor que para las longitudes de onda largas (rojo). Observe también que la dispersión angular, $\Delta\delta$ (diferencia entre el ángulo de desviación para longitudes de onda largas y cortas) depende del ángulo de incidencia. Compruebe que la dispersión angular es máxima cuando el rayo emerge rasante a la segunda cara del prisma.

Dispone de otro prisma, con ángulos de 45° y 90° . Este tipo de prisma se denomina de **ángulo recto** o de **reflexión total**. Observe que si la luz incide perpendicularmente a uno de los catetos de este prisma se produce una reflexión total en la hipotenusa y el haz emergente se desvía 90° respecto al incidente, como se observa en la figura 1.3. Por otro lado, si un rayo incide perpendicularmente a la hipotenusa se producen dos reflexiones totales consecutivas (una en cada uno de los catetos) y el rayo emerge paralelo al incidente, pero en sentido contrario (es decir sufre una desviación de 180°).

○ OTROS SISTEMAS ÓPTICOS

Los elementos disponibles en esta práctica permiten construir diferentes sistemas ópticos y observar la marcha de rayos que se produce en los mismos. En concreto es posible construir diferentes instrumentos ópticos: anteojo astronómico, anteojo de Galileo, microscopio compuesto, lupa, etc. Como ejemplo en la figura 1.5 se muestra la marcha de rayos en un anteojo astronómico.

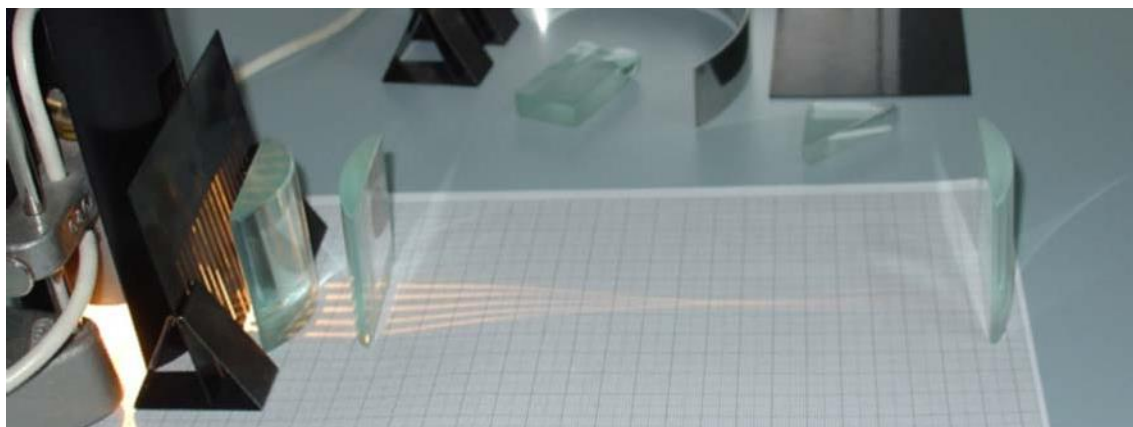


Figura 1.5. Montaje de un anteojo astronómico, con objeto en el infinito.

○ **RECUERDE:**

Los resultados mínimos que debe entregar en esta práctica son los siguientes:

- Las potencias en dioptrías de cada una de las lentes empleadas.
- El índice de refracción del prisma equilátero usado.
- La potencia en dioptrías del espejo esférico.

○ **CUESTIONES**

- 1.- También puede medir la focal de la lente divergente construyendo un anteojo de Galileo. Un anteojo de Galileo es un sistema afocal en el que el foco imagen de la lente convergente, que actúa como objetivo, coincide con el foco objeto de la lente divergente, que actúa como ocular. Para más información vea la práctica 3 “Medida de distancias focales”.
- 2.- La potencia de la lente divergente ¿es también mayor para el azul que para el rojo? ¿por qué?
- 3.- Compruebe si las marchas de rayos que ha observado en el laboratorio para espejos cóncavos y convexos se corresponden con las que ha estudiado en teoría.
- 4.- ¿Cómo podría determinar, con el material del que dispone en esta práctica, el índice de refracción del vidrio de la lámina planoparalela?
- 5.- ¿Cambiaría el ángulo límite de un prisma al pasar de estar inmerso en aire a estar inmerso en agua?
- 6.- ¿Usualmente el objetivo de un anteojo astronómico es una lente de potencia alta o baja? ¿Y el objetivo de un microscopio?
- 7.- Actualmente existen en el mercado diversos programas informáticos para realizar trazados de rayos por ordenador en sistemas ópticos más o menos complejos, y otras tareas relacionadas (por ejemplo, el cálculo de aberraciones). Busque en Internet algunos de estos “trazadores de rayos” y trate de reproducir mediante simulación lo observado en el laboratorio.

PRÁCTICA 2

MEDIDA DEL ÍNDICE DE REFRACCIÓN MEDIANTE EL EFECTO PFUND

○ INTRODUCCIÓN

El índice de refracción es el principal parámetro para caracterizar un medio óptico. La medida del índice de refracción, llamada **refractometría**, puede realizarse por medio de técnicas muy diversas. La medida del índice de refracción a partir del efecto Pfund se basa en la determinación del ángulo límite para láminas de caras planas y paralelas.



August Hermann Pfund (1879-1949). Físico y espectroscopista norteamericano. Se doctoró en la Universidad Johns Hopkins (Baltimore) en 1906, fue profesor de Física en esta universidad y catedrático en 1927. Concentró su investigación en el estudio de la luz y la radiación térmica. Predijo las líneas espectrales del átomo de hidrógeno relacionadas con transiciones electrónicas del nivel cuántico $n=5$ en el infrarrojo lejano (serie de Pfund). Fue un pionero en la medida de la radiación térmica de estrellas lejanas. Inventó un instrumento capaz de registrar desde 18 millas (28,96 Km) el calor de una vela. Muy activo en la Sociedad Americana de Óptica (OSA), de la cual fue presidente. Recibió en 1939 el más alto honor de la OSA, la medalla Frederick Ives, por sus trabajos en el infrarrojo. Se retiró en 1947.

Mediante la técnica descrita en esta práctica puede determinar el índice de refracción de cualquier lámina de caras planas y paralelas: por ejemplo, un vidrio cuyas caras sean paralelas entre sí y estén limpias y bien pulidas, o un líquido contenido en una cubeta apropiada. La medida del índice de refracción mediante el efecto Pfund es bastante sencilla y rápida, pero no muy precisa, debido a las dificultades para medir con suficiente precisión tanto el espesor de la lámina planoparalela como el radio del círculo observado. Además, con este método se mide el índice de refracción para una sola longitud de onda, en este caso la correspondiente al haz láser de He-Ne empleado (632,8 nm).

El material necesario para la realización de esta práctica es el mostrado en la figura 2.1:

- Láser de He-Ne (0,5 mW).
- Soporte apropiado para el láser.
- Calibre.
- Dos láminas planoparalelas de distintos vidrios.
- Papel milimetrado.

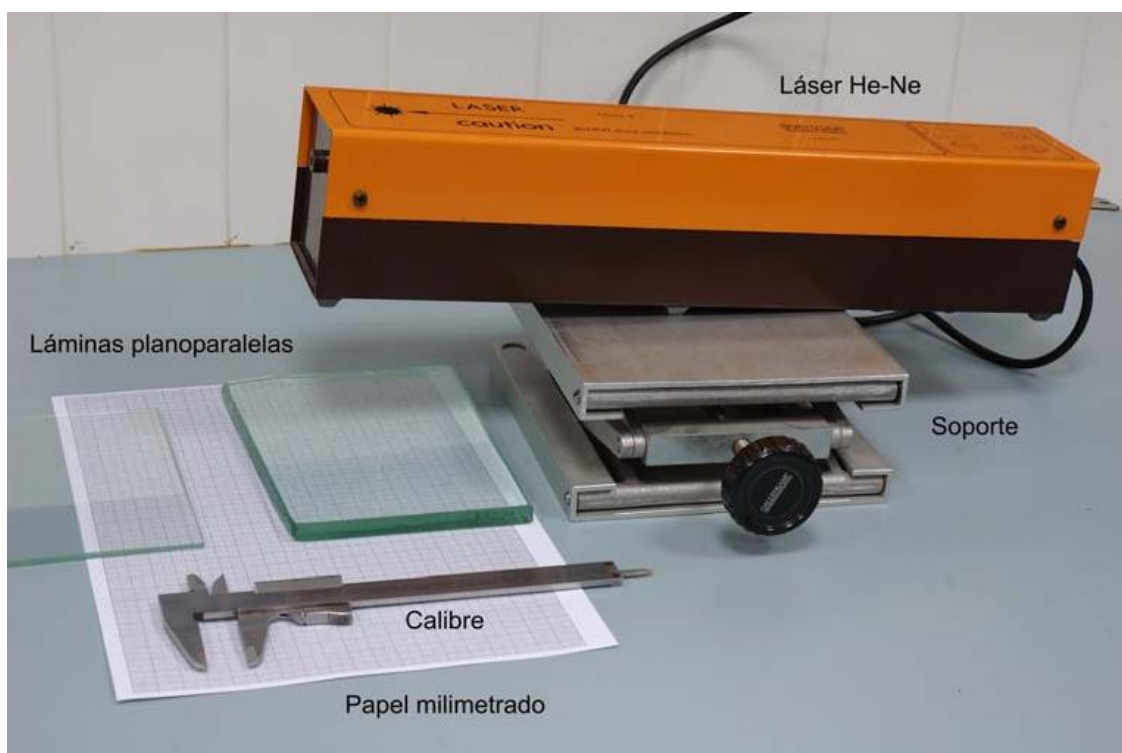


Figura 2.1. Fotografía del material disponible.

○ **FUNDAMENTO TEÓRICO**

Considere la sección (plano de incidencia) de una lámina planoparalela cuya superficie inferior es un blanco difusor, según el esquema de la figura 2.2. La luz incidente en un punto P se difundirá en todas las direcciones. Parte de la luz alcanzará la superficie superior de la lámina y será transmitida (rayos 1 y 2), pero otra parte será reflejada por incidir con ángulo superior al ángulo límite (rayos 3 y 4). Los rayos reflejados en la superficie superior (rayos 3 y 4) volverán a incidir nuevamente sobre el difusor (puntos P' y P''), iluminándolo débilmente. Estos puntos P' y P'' serían nuevas fuentes difusoras secundarias, de intensidad muy inferior a la del punto P.

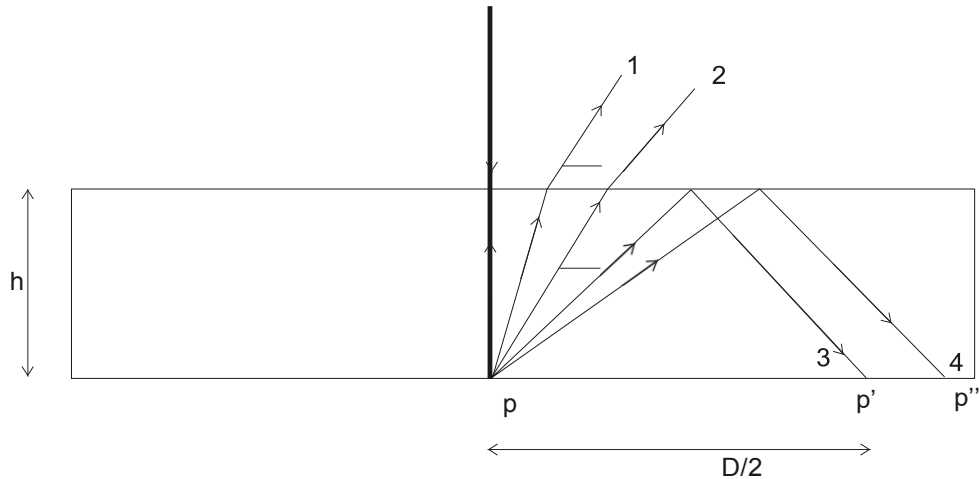


Figura 2.2. Esquema ilustrativo del efecto Pfund: vista lateral (plano de incidencia).

Como existe simetría de revolución respecto a la normal a la superficie (dirección del rayo incidente), desde arriba se observará un punto P muy luminoso rodeado de un círculo oscuro, de diámetro D , y una zona periférica iluminada débilmente (la correspondiente a puntos como P' y P''), según el esquema de la figura 2.3.

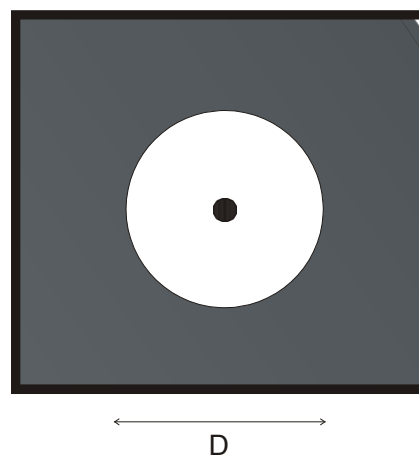


Figura 2.3. Esquema ilustrativo del efecto Pfund: vista superior.

A partir de la medida del espesor h de la lámina y del diámetro D del círculo oscuro, puede determinar el índice de refracción de la lámina planoparalela, mediante la expresión:

$$n = \frac{\sqrt{D^2 + 16h^2}}{D} \quad (1)$$

El diámetro del círculo oscuro dependerá del índice de refracción n del vidrio (o líquido) y del espesor h de la lámina planoparalela (o en su caso de la profundidad del líquido contenido en la cubeta). Es decir, las variables D y h no son independientes.

○ **REALIZACIÓN DE LA PRÁCTICA**

Para observar claramente el efecto Pfund conviene usar una fuente luminosa de alta intensidad y lo más próxima posible al concepto geométrico de rayo luminoso, como es el caso de los láseres. Procure que las superficies de las láminas de vidrio estén limpias. Coloque la lámina de vidrio sobre un papel milimetrado, procurando que el contacto papel-lámina sea bueno. Para ello humedezca con agua el papel milimetrado antes de colocar la lámina encima. Coloque el láser, con la ayuda del soporte, de forma que la incidencia sea lo más próxima posible a incidencia normal, como se muestra en la figura 2.4.

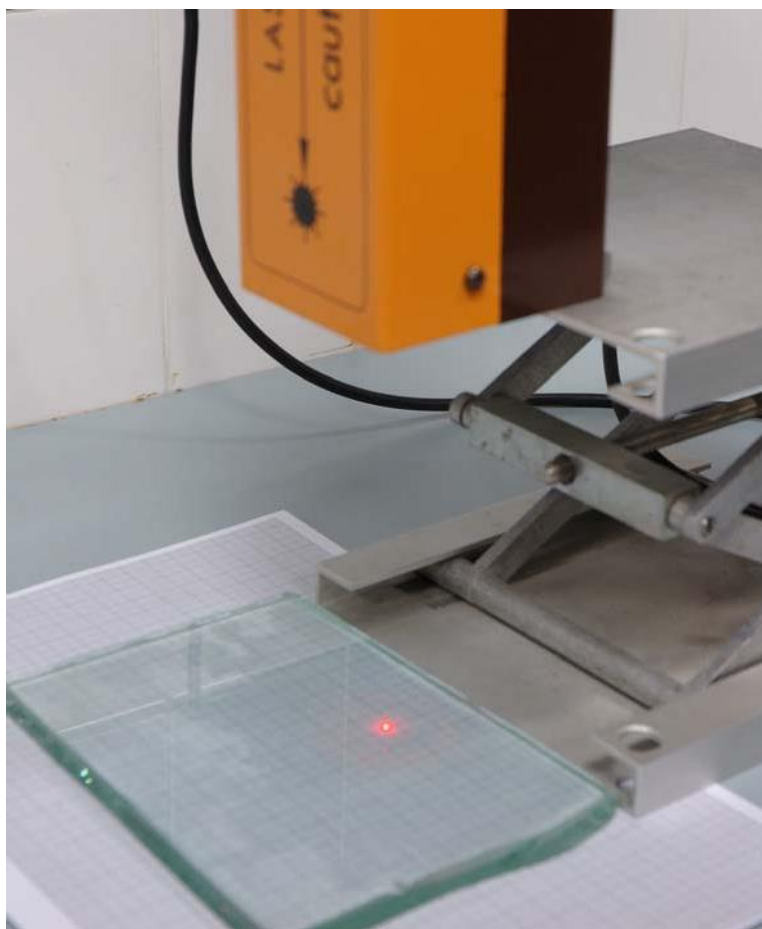


Figura 2.4. Montaje para la realización de la práctica.

Cuanto mejor sea el contacto entre la cara inferior de la lámina de vidrio y el papel, que actúa como difusor, mejor observará el efecto ilustrado en la figura 2.5. Es importante que haga incidir el haz láser con incidencia normal, o lo más próxima posible, para lo cual puede ayudarse del soporte disponible.

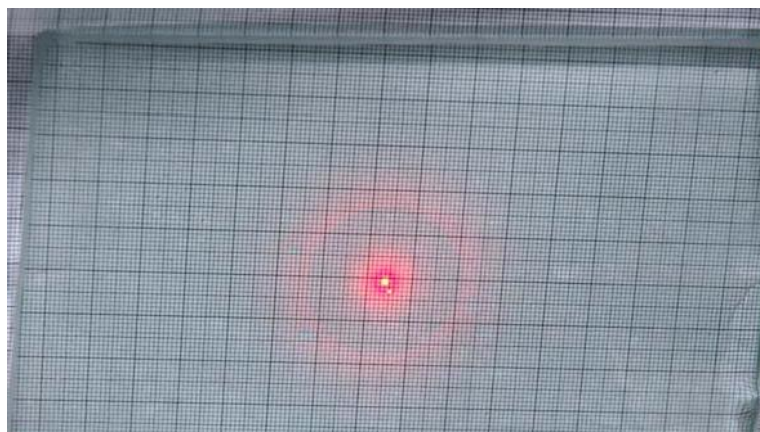


Figura 2.5. Fotografía del círculo producido por efecto Pfund.



Aunque el láser que va a manejar es de baja potencia (0,5 mW) es **MUY IMPORTANTE** evitar que la luz que emite el láser llegue al ojo, o la directamente reflejada en las superficies de las muestras usadas. Un láser puede producir **LESIONES IRREPARABLES** en la retina. Igualmente debe evitar reflexiones del láser que afecten a otros puestos de trabajo diferentes al suyo. Como medida de seguridad, los láseres suelen tener un doble interruptor (como observa en la figura 2.6). Evite también tocar la carcasa del láser con las manos humedecidas, pues podrían producirse descargas eléctricas.



Figura 2.6. Doble interruptor del láser de He-Ne.

Puede medir el diámetro D del círculo oscuro mediante el papel milimetrado, y el espesor h de la lámina de vidrio mediante el calibre, que se muestra en la fotografía de la figura 2.7. Utilice la escala del calibre graduada en milímetros y tenga en cuenta que, con la ayuda de la escala secundaria (nonius), puede apreciar hasta $1/20$ mm (en el modelo de la figura 2.7). Con las medidas de D y h calcule mediante la expresión (1) el índice de refracción de la lámina de vidrio y su correspondiente incertidumbre.

Mida el índice de refracción de las dos láminas de vidrio de las que dispone.

- ❖ Una situación que a veces se observa en la práctica, es el caso de que la lámina planoparalela de vidrio esté en realidad situada sobre una capa de aire o líquido. En estos casos puede observarse un anillo luminoso en torno al círculo oscuro.



Figura 2.7. Calibre, utilizado en la práctica para medir el espesor de las láminas planoparalelas.

○ **RECUERDE:**

Como resultado de la realización de esta práctica, como mínimo debe calcular el índice de refracción de dos láminas de vidrio de diferente espesor, con su correspondiente incertidumbre.

○ **CUESTIONES**

- 1.- Obtenga la expresión (1) a partir del concepto de ángulo límite y del esquema presentado en la figura 2.2.
- 2.- ¿Considera que las incertidumbres en los índices de refracción calculados son elevadas? ¿Cuál es la causa? ¿Cómo podría reducir estas incertidumbres?
- 3.- Considerando la expresión (1) estudie qué afecta más a la incertidumbre del índice de refracción: la incertidumbre en la medida de D o en la de h .
- 4.- Razone sobre la necesidad de humedecer el papel milimetrado para que esté perfectamente en contacto con la superficie de la lámina de vidrio. ¿Qué se observaría si usáramos un papel perfectamente seco en lugar de uno humedecido?

- 5.- Razone qué ventajas o inconvenientes tendría observar el efecto Pfund con un pincel de luz blanca en lugar de con un haz láser.
- 6.- ¿Dejaría de observarse el efecto Pfund si la incidencia del láser sobre la lámina de vidrio no es completamente normal, sino que se realiza con una cierta inclinación? ¿Qué ocurriría si se incide con cierta inclinación?

PRÁCTICA 3

MEDIDA DE DISTANCIAS FOCALES

○ INTRODUCCIÓN

El objetivo es medir la distancia focal de una lente, tarea que a veces se designa con el nombre de **focometría**. Existen muchos métodos de medidas de focales. En la práctica 4 también se explican tres métodos de medida de la distancia focal de lentes convergentes. Los métodos allí descritos son sólo aplicables a lentes convergentes y suponiendo que pueden considerarse delgadas.

En esta práctica utilizará dos métodos para medir la distancia focal de una lente convergente, y otros dos para medir la distancia focal de una lente divergente. Para una misma lente, los resultados obtenidos por distintos métodos deben ser coherentes entre sí.

Se dispone del siguiente material (figura 3.1):

- Banco óptico y jinetillos.
- Fuente luminosa con soporte y carcasa.
- Rendija de tamaño variable.
- 2 lentes convergentes.
- 1 lente divergente.
- Telescopio de banco.
- Microscopio de banco.
- Pantalla.

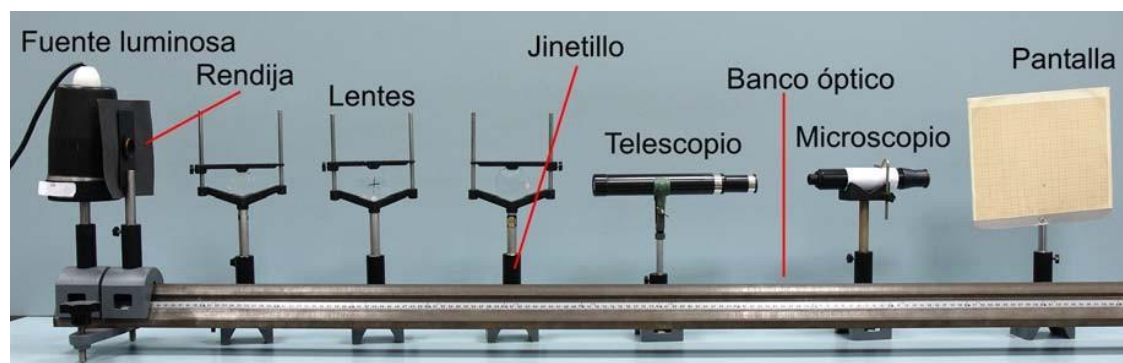


Figura 3.1. Material disponible.

En cada parte de esta práctica empleará sólo una parte del material disponible, que se indica en la figura 3.1. Por tanto, en cada parte seleccione el material que debe emplear, situando el resto de forma apropiada, evitando que pueda caerse al suelo.

Como es habitual, deberá siempre realizar al menos 3 medidas directas, calcular el correspondiente tanto por ciento de dispersión, y determinar la incertidumbre correspondiente a cada una de las focales medidas mediante la teoría de propagación de errores (apéndice 3).

○ **LENTES CONVERGENTES: MÉTODO GRÁFICO**

De las dos lentes convergentes disponibles, la lente problema a la que medirá la focal es la que tiene unas líneas trazadas en cada cara. Puede estimar gráficamente la distancia focal imagen f' de dicha lente convergente, a partir de las distancias desde la lente hasta el objeto e imagen (designadas como a y a' respectivamente), para dos posiciones distintas del objeto.

Coloque sobre el banco óptico la rendija bien iluminada (será el objeto O) y a continuación sitúe la lente convergente problema L, a una distancia del objeto relativamente grande (mayor que su focal, por ahora no conocida). En estas condiciones, tratándose de una lente convergente, la imagen obtenida es real e invertida, pudiendo recogerse sobre una pantalla.

Suponiendo la lente L delgada es posible medir sobre el banco óptico las distancias lente-objeto (a) y lente-imagen (a'). Mida dichas distancias para dos posiciones del objeto y la imagen, anotando los valores: a_1 , a'_1 , a_2 y a'_2 . A continuación, use un papel milimetrado representando en abscisas los valores de a y en ordenadas los valores de a' . Una mediante líneas rectas los valores correspondientes a puntos conjugados a y a' . Observe que las rectas se cortan en un punto P (figura 3.2), cuya ordenada y abscisa deben ser iguales entre sí, siendo precisamente el valor de la focal f' buscada.

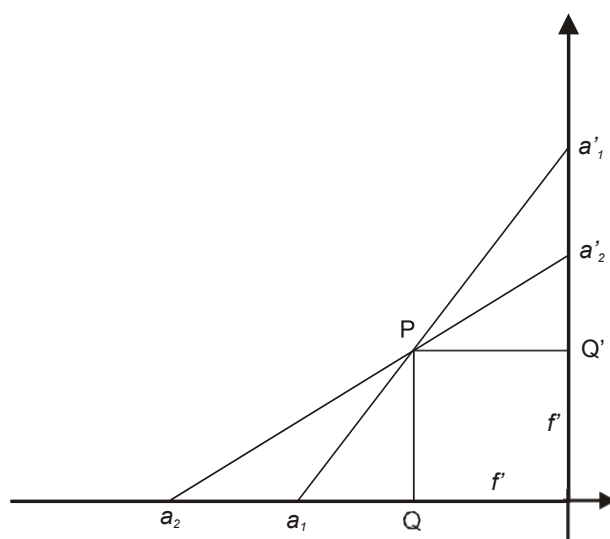


Figura 3.2. Método gráfico para la medida de f' .

En efecto, según la figura 3.2 los triángulos (PQa_1) y $(PQ'a'_1)$ son semejantes, por lo que (teniendo en cuenta que la distancia a es negativa, puesto que el objeto es real) se obtiene que:

$$\frac{f'}{(-a' - f')} = \frac{a' - f'}{f'} \quad (1)$$

Teniendo en cuenta que:

$$(a' - f') = z'; \quad (-a - f') = -z \quad (2)$$

la expresión (1) no es más que la ecuación de correspondencia de Newton para el caso de índices extremos iguales $z \cdot z' = -f'^2$, lo que justifica la validez del método gráfico expuesto para determinar f' . Puesto que este método de determinación de la distancia focal es un método de tipo gráfico, no es preciso que estime el error de la medida realizada.

❖ No debe entenderse en absoluto la figura 3.2 como una representación gráfica de la distancia a' en función de a , puesto que ambas variables no están relacionadas linealmente, como se desprende de la ecuación de correspondencia de Gauss.

○ LENTES CONVERGENTES: MÉTODO DE CORNU



Marie Alfred Cornu (1841-1902). Físico francés. Estudió y fue profesor en la Escuela Politécnica de París. También fue miembro de la Comisión Internacional de Pesas y Medidas. Principalmente trabajó en Óptica Geométrica y Espectroscopia. Destacan sus trabajos en la determinación de la velocidad de la luz por el método de Fizeau, introduciendo numerosas mejoras en el instrumento. Por este trabajo recibió varios premios internacionales. Construyó un biprisma (prisma de Cornu) para corregir el defecto de la doble refracción. Es muy importante también su contribución al cálculo de la intensidad de la luz en la difracción de Fresnel, mediante una curva llamada espiral de Cornu.

Este método también está basado en el uso de la ecuación de correspondencia de Newton con índices extremos iguales:

$$z \cdot z' = -f'^2 \quad (3)$$

Para el cálculo de la distancia focal f' los datos necesarios son la medida de z (distancia del foco objeto al objeto) y z' (distancia del foco imagen a la imagen). Para realizar estas medidas necesita construir un colimador, y así trabajar con un objeto en el infinito. Un colimador está formado por una lente convergente de tal forma que el objeto (rendija iluminada en este caso) esté situado en su foco objeto. Entonces la imagen, que es el objeto para el sistema colocado a continuación, se forma en el infinito. Para construir el colimador

dispone de un anteojo o telescopio de banco que ha de poner previamente a punto.

Construido el colimador (ver apéndice 2) retire el anteojo, y haga incidir el haz colimado sobre la lente convergente problema. La lente problema tiene pintados dos trazos perpendiculares entre sí (uno vertical y otro horizontal), uno por cada cara. Si no los tuviera hágalos usted mismo con un rotulador. La lente problema debe quedar en una posición fija a partir de ahora. Obviamente, la distancia entre la lente colimadora y la lente problema puede ser cualquiera, pero conviene que no sea excesiva, para poder disponer de suficiente longitud en el banco óptico. A continuación de la lente problema sitúe el microscopio de banco, que utilizará para realizar una serie de observaciones, como se describe a continuación. Todos los elementos situados sobre el banco óptico deben estar bien alineados. El montaje queda como muestra la figura 3.3.

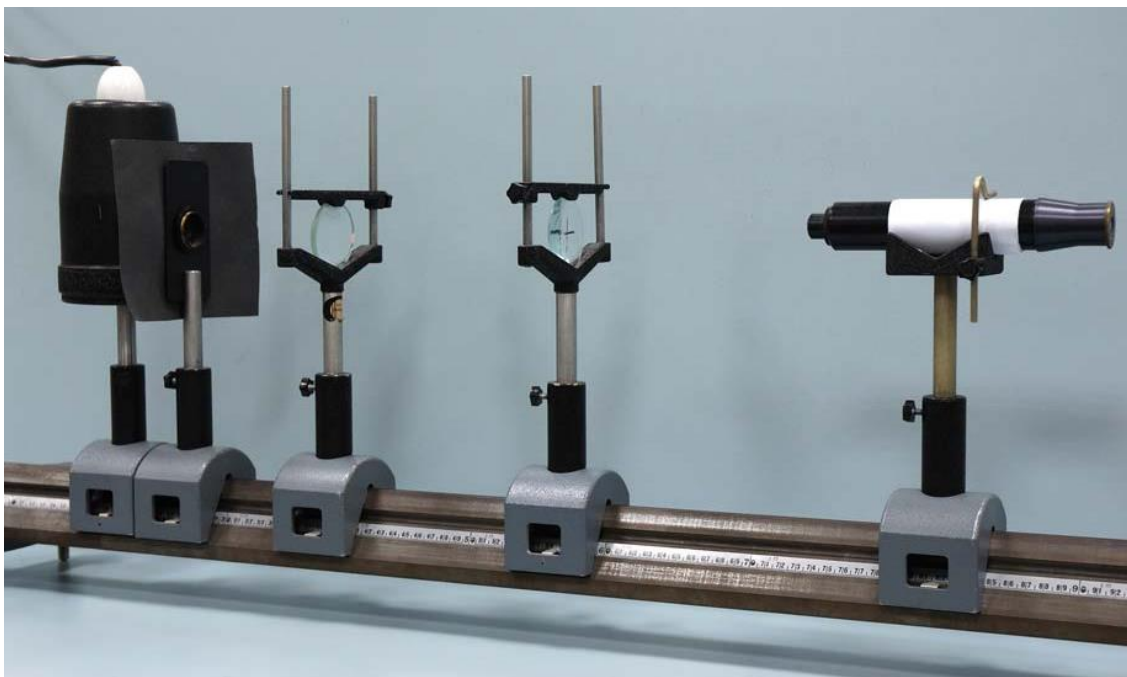


Figura 3.3. Montaje correspondiente al método de Cornu.

A continuación medirá las distancias z y z' que utilizará para calcular f' mediante la expresión (3). Para ello, tenga en cuenta que a partir de ahora el objeto con el que trabaja serán los trazos realizados en la lente problema y no la rendija. Proceda de la siguiente forma:

- 1) Mueva el microscopio, acercándolo o alejándolo de la lente, hasta observar nítidamente la imagen de la rendija producida por la lente problema. Anote la posición del microscopio sobre el banco óptico: P_1 . En este momento, el microscopio está enfocando el foco imagen F' de la lente problema, pues incide un haz colimado.
- 2) Acerque ahora el microscopio hacia la lente problema (que debe estar fija, como se dijo), hasta enfocar el trazo en la cara de la lente más próxima a la lente colimadora. Anote la posición del microscopio: P_2 .

3) Aleje ahora el microscopio de la lente hasta enfocar el trazo de la otra cara de la lente (la cara más cercana al microscopio), y anote la posición del microscopio: P_3 . Si el espesor de la lente es pequeño las posiciones P_2 y P_3 serán muy parecidas. No sucedería así si emplease una lente muy gruesa.

4) A continuación, dé la vuelta a la lente problema, de forma que la primera cara sea ahora la que antes era segunda cara, y repita los pasos 1, 2 y 3. Anote las posiciones con la misma nomenclatura pero con prima. Obtendrá las posiciones P'_1 (posición del microscopio en que ve nítida la rendija), P'_2 (posición del microscopio enfocado a la cara de la lente más próxima a la lente colimadora) y P'_3 (posición de enfoque de la otra cara de la lente). No olvide que la posición de la lente problema sobre el banco óptico debe ser siempre la misma. El motivo por el que se da la vuelta a la lente es para corregir la posible falta de simetría del sistema.

Tenga en cuenta que las posiciones P_1 , P_2 , P_3 , etc. no son distancias, sino sólo posiciones absolutas del microscopio sobre el banco. Recuerde que dichas posiciones debe medirlas con su correspondiente incertidumbre. Con estas posiciones podrá calcular las distancias z y z' (considerándolas en valor absoluto), mediante las expresiones siguientes:

$$|z_1| = |P'_3 - P'_1| \quad (4)$$

$$|z'_1| = |P_2 - P_1| \quad (5)$$

$$|z_2| = |P_3 - P_1| \quad (6)$$

$$|z'_2| = |P'_2 - P'_1| \quad (7)$$

❖ Es importante entender que esas distancias, designadas precisamente con las letras z y z' , son realmente distancias del objeto/imagen al correspondiente foco. Por lo tanto, son cada uno de los trazos sobre la lente los objetos reales a los que se aplica la ecuación de correspondencia de Newton. La imagen de la rendija sólo sirve para determinar la posición del foco imagen de la lente.

Teniendo en cuenta que z_1 y z_2 tienen realmente signo negativo, aplique la ecuación (3) para obtener los valores de f' . En realidad, obtendrá dos valores de la focal imagen f'_1 y f'_2 (a partir de z_1 y z'_1 , y z_2 y z'_2 respectivamente), que deben de ser muy parecidos en el caso de que el grosor de la lente problema sea pequeño. La focal de la lente problema la calculará como la media aritmética de ambos valores:

$$f' = \frac{f'_1 + f'_2}{2} \quad (8)$$

❖ Recuerde que las distancias z y z' se obtienen como diferencia de dos posiciones en el banco óptico, que está graduado en milímetros. Por tanto, la incertidumbre asociada a dichas variables será de 2 mm como mínimo.

El valor de la focal obtenido debe ser coherente con el que calculó mediante el método gráfico, pues se trata de la misma lente convergente.

○ **LENTES DIVERGENTES: MÉTODO DE GALILEO**



Galileo Galilei. Astrónomo y físico (Pisa, 1564 – Arcetri, cerca de Florencia, 1642). Desempeñó un papel fundamental en la introducción de las matemáticas para la explicación de las leyes físicas. Puede considerarse ante todo como uno de los fundadores de la Mecánica Clásica. En 1609 construyó un anteojo con un ocular divergente que lleva su nombre, e inició el estudio de los astros. Sus observaciones se efectuaron primero sobre la Luna, de la que midió la altura de las montañas y estudió las libraciones. Después descubrió, o redescubrió, los satélites de Júpiter, los anillos de Saturno, las manchas y la rotación del Sol sobre su eje, las fases de Venus, etc., novedades todas que corroboraban la presunción en favor del sistema de Copérnico.

Puede calcular la focal de una lente divergente mediante la realización de un anteojo de Galileo. Esencialmente consiste en formar un sistema afocal mediante una lente convergente de focal conocida (que actuará como objetivo del anteojo) y la lente divergente problema (que actuará como ocular del anteojo).

Construya un colimador (vea el apéndice 2) y haga incidir el haz colimado sobre la lente convergente de focal conocida f_1 (medida anteriormente por el método de Cornu). A continuación de la lente convergente sitúe la lente divergente problema, cuya focal f_2 quiere calcular. Finalmente coloque el telescopio de banco previamente puesto a punto (vea el apéndice 2), que utilizará para comprobar que el sistema formado por las dos lentes es afocal. El montaje completo se muestra en la figura 3.4.

Modifique la separación entre las lentes convergente y divergente del anteojo hasta que observe nítidamente la rendija iluminada a través del telescopio. Justo en ese momento el haz que emerge de la lente divergente es un haz colimado y el sistema total será afocal (de un objeto en el infinito produce una imagen en el infinito). Verá nítida la imagen con el telescopio cuando la imagen de la lente divergente esté en el infinito, puesto que el anteojo está enfocado al infinito.



Figura 3.4. Montaje experimental para la medida de la focal de una lente divergente mediante el método de Galileo.

La focal del sistema compuesto formado por las lentes convergente y divergente, viene dada por la expresión:

$$f' = \frac{f'_1 \cdot f'_2}{(f'_1 + f'_2 - e)} \quad (9)$$

donde e es la separación entre las dos lentes, suponiéndolas delgadas.

En este caso, como el sistema compuesto es afocal, se verifica que $f' = \infty$, es decir, el denominador de la expresión (9) se anula, con lo que operando queda:

$$f'_2 = e - f'_1 \quad (10)$$

La expresión (10) permite calcular f'_2 , puesto que f'_1 es ya conocida y e la puede medir sobre el banco óptico al construir el sistema afocal. Obviamente la focal imagen f'_2 será negativa, como corresponde a una lente divergente.

- ❖ Probablemente le resultará difícil ver una imagen nítida de la rendija debido a las numerosas lentes que hay en el sistema, con sus correspondientes aberraciones, sobre todo cromáticas. Por lo tanto, es probable que las tres medidas que debe realizar de la distancia e tengan una dispersión elevada, y que el error asociado a la medida de e sea mayor al mínimo posible (2 mm, al tratarse de una distancia o diferencia de posiciones en un banco óptico con una sensibilidad de 1 mm).

○ LENTES DIVERGENTES: MÉTODO DE GAUSS



Carl Friedrich Gauss (1777-1855). Matemático, astrónomo y físico alemán. En 1796 consiguió construir con una regla y un compás el polígono regular de 17 lados. En esa fecha inició la redacción de su diario matemático, elaborado con riguroso y un constante afán de perfección. Este rigor lo llevó a publicar sólo trabajos largamente madurados y resueltos satisfactoriamente. En 1799 presentó su Tesis Doctoral, que proporcionaba una primera demostración válida del teorema fundamental del álgebra. A partir de 1801 se interesó cada vez más por la astronomía, y en 1807 fue nombrado director del observatorio de Göttingen, al que seguiría vinculado toda su vida. Desde 1829 desarrolló estudios de Física, y los últimos 20 años de su vida estuvieron consagrados al estudio del magnetismo terrestre. En Óptica, elaboró la teoría general de los sistemas centrados para rayos próximos al eje, la llamada aproximación paraxial o gaussiana.

A partir de la ecuación de correspondencia de Gauss puede calcular la focal de una lente, convergente o divergente:

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f'} \quad (11)$$

Considerando la lente delgada es posible medir fácilmente a y a' mediante la escala del banco óptico, con lo que podrá calcular la focal imagen f' mediante la ecuación (11).

Como debe saber, si delante de una lente divergente situamos un objeto real (la rendija iluminada en este caso), la imagen formada es virtual y no podrá recogerla sobre una pantalla, y por tanto no podrá medir a' . A fin de resolver este problema y conseguir una imagen real, la lente divergente debe trabajar con un objeto virtual, lo que puede conseguir utilizando una lente convergente auxiliar situada adecuadamente entre el objeto y la lente divergente, como se muestra en la fotografía de la figura 3.5 o el esquema de la figura 3.6.

Sitúe en un extremo del banco el objeto O (la rendija iluminada) y a continuación una lente convergente L1 (cuya focal no necesita conocer), de modo que se forme una imagen real (O'), que localizará con la ayuda de la pantalla. Seguidamente introduzca entre L1 y la pantalla la lente divergente L2. A continuación, desplace la pantalla hasta recoger la imagen real O'' del objeto O' a través de la lente L2.



Figura 3.5. Montaje experimental para la medida de la focal de una lente divergente mediante el método de Gauss.

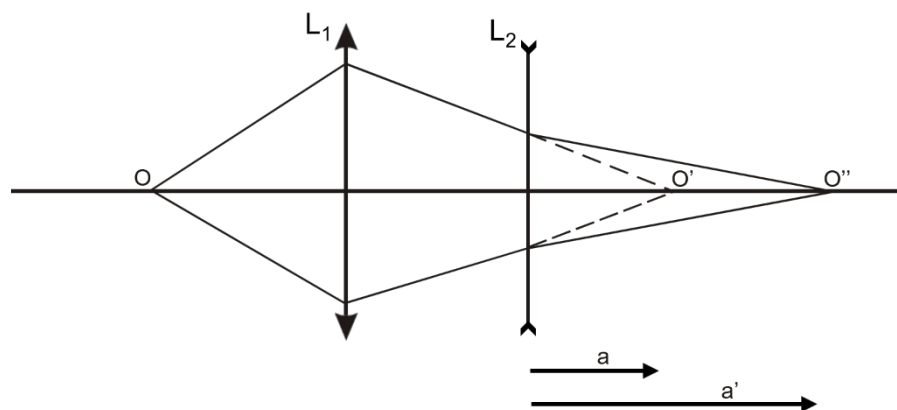


Figura 3.6. Esquema del método de Gauss para una lente divergente.

- ❖ Puede ser más cómodo proceder al contrario, o sea, medir primero a' y después a . Para ello coloque el objeto, a continuación, la lente convergente y después la divergente y la pantalla. Mueva la pantalla y las lentes hasta obtener una imagen nítida, O'' . Mida la distancia desde la lente divergente a esta imagen, a' . A continuación, quite la lente divergente y mueva la pantalla hasta enfocar la imagen que produce la lente convergente, O' . La distancia desde donde estaba la lente divergente hasta O' es a .

Es conveniente realizar un montaje tal que las distancias a y a' (ver el esquema de la figura 3.6) sean claramente diferentes, para que no sea próximo a cero el denominador de la siguiente ecuación, derivada de la ecuación de Gauss:

$$f' = \frac{a \cdot a'}{(a - a')} \quad (12)$$

Para una lente divergente como L_2 , tanto la distancia a' como la distancia a son positivas (figura 3.6). Puesto que $a' > a$ la focal resultante de la ecuación (12) será negativa, como corresponde a una lente divergente.

El valor de la focal f'_2 obtenido por este método debe de ser coherente con el que obtuvo mediante el método de Galileo, teniendo en cuenta las incertidumbres asociadas a ambas medidas experimentales, ya que se trata de la misma lente divergente.

❖ Al calcular la incertidumbre de la focal imagen dada por la ecuación (12) recuerde que, como mínimo, las distancias a y a' tendrán una incertidumbre asociada de 2 mm, al estar el banco óptico utilizado graduado en 1 mm.

○ **RECUERDE:**

Como resultado de esta práctica deberá entregar, como mínimo:

- Los valores de la focal obtenidos para la lente convergente y divergente, según los distintos métodos de medida, con sus correspondientes cálculos de incertidumbre (excepto en el método gráfico).
- Una breve discusión sobre la coherencia de los valores de la focal de una misma lente, medida por dos procedimientos diferentes.

○ **CUESTIONES**

- 1.- Precisión y exactitud son conceptos diferentes (ver apéndice 3). Sabiendo que los fabricantes suelen fabricar lentes con focales de 5 en 5 cm, razone cuál de los anteriores métodos de medida de focales es más exacto y cuál más preciso.
- 2.- En el método gráfico es posible que el punto en el que se cortan las dos rectas (figura 3.2) no determine exactamente un cuadrado sino un rectángulo. ¿A qué atribuiría este hecho? ¿Cómo subsanaría este problema?
- 3.- En la aplicación del método de Cornu ¿cree que bastaría con realizar una marca en sólo una de las dos caras de la lente?
- 4.- Por simetría, en el método de Cornu, se da la vuelta a la lente y se repiten las medidas. Razone este procedimiento.
- 5.- En el caso de que la lente no sea delgada ¿cuáles de los métodos expuestos anteriormente no serían utilizables?
- 6.- ¿Podría aplicarse el método de Galileo situando en primer lugar la lente divergente y luego la convergente?

- 7.- En el método de Galileo ¿es posible calcular el aumento del anteojo construido con los resultados obtenidos en esta práctica?
- 8.- En el método de Gauss ¿cuál de las dos lentes convergentes disponibles hay que emplear como lente auxiliar?
- 9.- Busque en la bibliografía otros métodos de medida de focales de lentes convergentes o divergentes.

PRÁCTICA 4

MEDIDA DE LA FOCAL DE UNALENTE CONVERGENTE. COMPROBACIÓN DE RELACIONES PARAXIALES

○ **INTRODUCCIÓN**

En primer lugar medirá experimentalmente la distancia focal de una lente convergente por tres métodos diferentes: Bessel, Abbe y Silbermann. A continuación, realizará una comprobación experimental de algunas de las ecuaciones de correspondencia paraxiales. Concretamente estudiará las ecuaciones de correspondencia paraxiales con origen en los puntos principales, que permiten obtener la posición y tamaño de la imagen correspondiente a un objeto de posición y tamaño conocidos.

❖ Las ecuaciones de correspondencia paraxiales puede encontrarlas en el capítulo 2 “Representación óptica” del libro “Óptica” de J. Casas.

Tanto los métodos para la medida de la focal como la comprobación de las ecuaciones paraxiales se aplican al caso de una lente delgada convergente operando en aire.

❖ Como es habitual, para determinar la focal por cada uno de los métodos deberá siempre realizar al menos 3 medidas, calcular la correspondiente dispersión, y aplicar la teoría de propagación de errores (apéndice 3).

Dispone del siguiente material (ver figuras 4.1 y 4.2):

- Banco óptico con una escala para medir distancias.
- Fuente luminosa con soporte y carcasa.
- Objeto transparente de tamaño conocido.
- Lente convergente (de focal desconocida).
- Pantalla con papel milimetrado para medir el tamaño de la imagen.
- Jinetillos para colocar sobre el banco óptico los elementos anteriores.

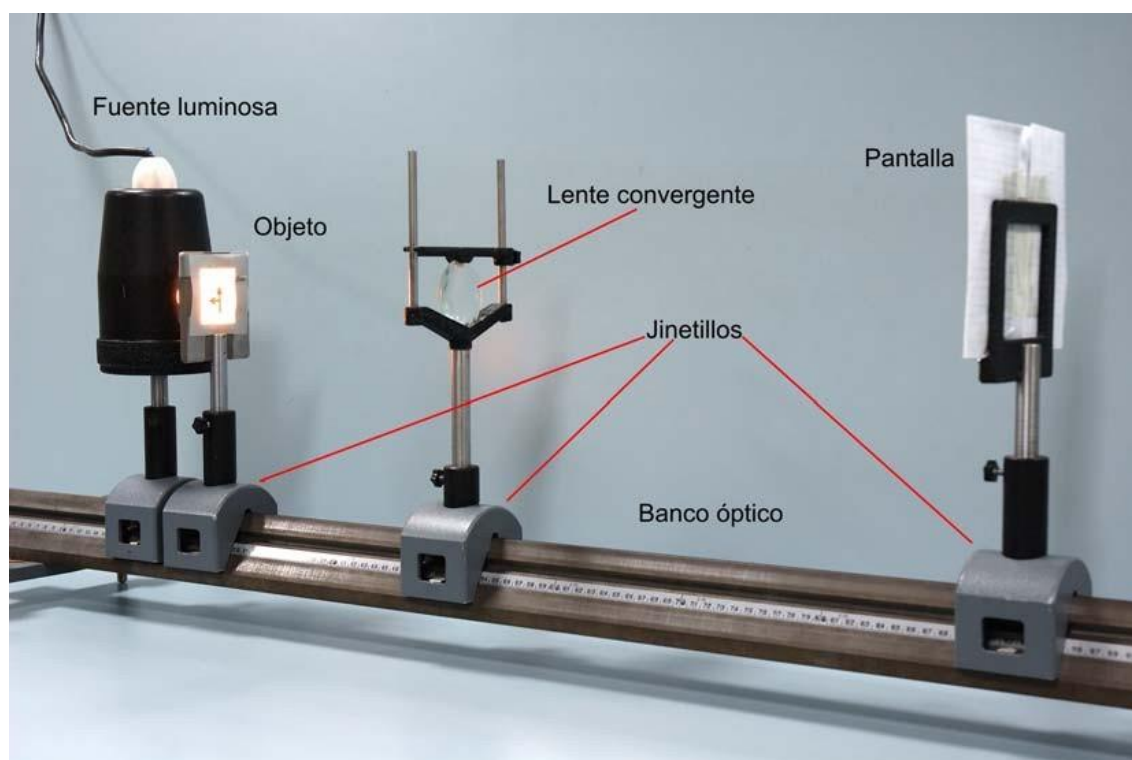


Figura 4.1. Dispositivo experimental.

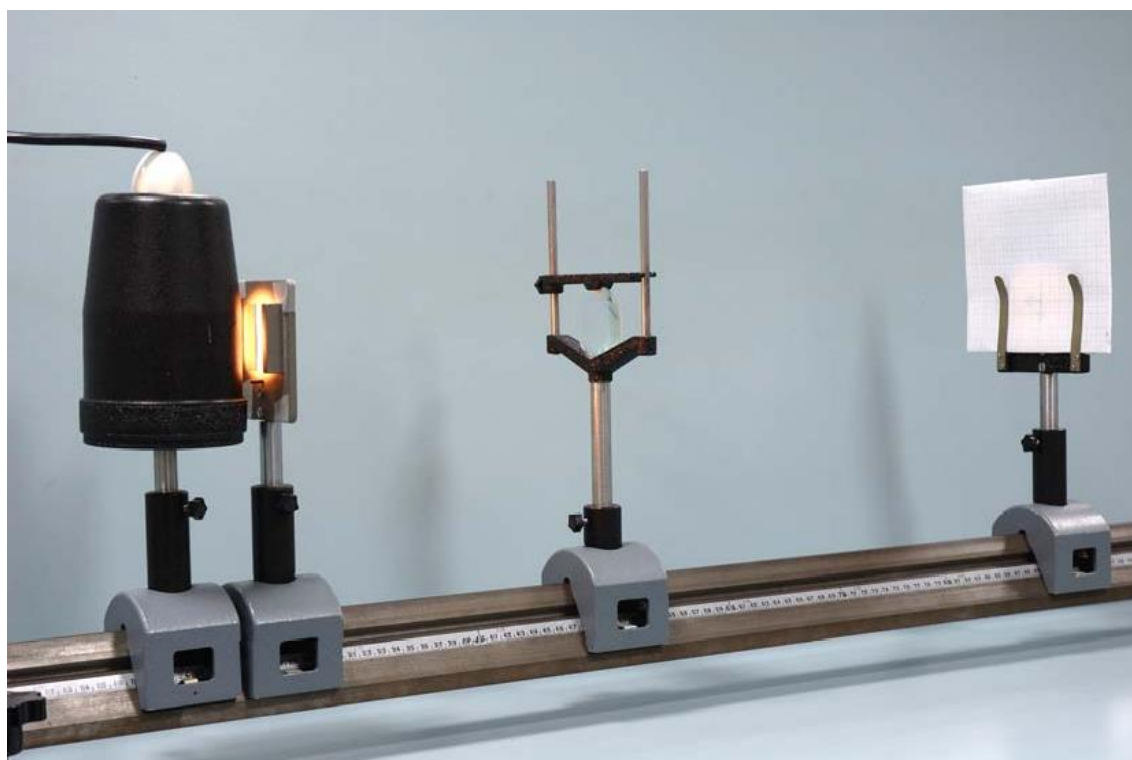


Figura 4.2. Dispositivo experimental desde otra vista.

○ **FOCAL DE UNA LENTE CONVERGENTE:** **MÉTODO DE BESSEL**



Friedrich Wilhelm Bessel (1784-1846). Astrónomo y matemático alemán. Estudió por sí mismo Geografía, Español, Inglés, Navegación, Astronomía y Matemáticas. Conocido por determinar el método estelar Parallax Cygni 61 para medir distancias estelares. Trabajó en el Observatorio Lilienthal y a la edad de 26 años fue nombrado director del Observatorio Prusiano Guillermo Federico III. Se doctoró por la Universidad de Göttingen y más tarde se estableció en Königsberg el resto de su vida. Bessel también resolvió un problema de análisis matemático que envuelve lo que hoy se conoce como la función de Bessel, una herramienta de gran utilidad en Física e Ingeniería.

Ilumine el objeto mediante la fuente luminosa, situándola justamente detrás de él, todo sobre el banco óptico, como en el montaje de las figuras 4.1 y 4.2. Coloque la pantalla sobre el banco óptico bastante separada del objeto, de tal forma que desplazando la lente entre el objeto y la pantalla encuentre dos posiciones diferentes de la lente (posiciones de Bessel) para las que se obtiene una imagen real, nítidamente recogida sobre la pantalla. Puede comprobar que las dos posiciones de Bessel son simétricas respecto al punto medio del segmento objeto-imagen y que las imágenes, ambas invertidas, son en una de las posiciones aumentada y en la otra disminuida.

❖ Puede demostrarse teóricamente que es posible obtener las dos posiciones de Bessel siempre que la distancia del objeto a la pantalla sea superior al cuádruplo de la focal de la lente convergente utilizada (por ahora desconocida). La existencia de 2 posiciones de Bessel puede también comprenderse considerando la reversibilidad de las trayectorias luminosas. La segunda posición de Bessel no es más que la primera considerando la imagen como objeto, y viceversa. Precisamente por este razonamiento es fácil demostrar que el producto de los aumentos laterales en las dos posiciones de Bessel vale la unidad. Ahora bien, como ya se ha dicho, no siempre existen dos posiciones de Bessel: en última instancia esto sucede porque las posiciones de Bessel son el resultado de resolver una ecuación de segundo grado que puede tener dos, una, o ninguna solución real.

Llamando D a la distancia en valor absoluto entre el objeto y la imagen (pantalla) y d a la distancia entre las dos posiciones de Bessel de la lente, puede obtener, después de algunos cálculos, la siguiente relación:

$$f'_{\text{BESSEL}} = \frac{(D^2 - d^2)}{4D} \quad (1)$$

que permite calcular la focal imagen de la lente f' a partir de los valores de D y d medidos con la escala del banco óptico.

❖ Al calcular la incertidumbre de f' recuerde que, al ser D y d distancias medidas sobre un banco óptico graduado en mm, la incertidumbre mínima asociada a cualquiera de esas dos distancias será 2 mm. En el caso de la medida de la distancia d la incertidumbre puede ser mayor de 2 mm, debido a las dificultades para precisar cuándo la imagen en la pantalla es perfectamente nítida.

Puede observar que una lente convergente no siempre produce una imagen real (que se pueda recoger en la pantalla) de un objeto real. Si el objeto real está próximo a la lente convergente (concretamente dentro de su distancia focal), ésta produce una imagen virtual, derecha y mayor, y se dice que la lente actúa como una lupa.

○ FOCAL DE UNALENTE CONVERGENTE:

MÉTODO DE ABBE



Ernst Abbe. Físico e industrial alemán (1840-1905). Profesor de Física Teórica en la Universidad de Jena (1870) y director de su observatorio. En 1875 se asoció con Karl Zeiss, fundador de una célebre empresa de instrumentos ópticos, en cuya dirección le sucedió. Dedicó gran parte de su vida al perfeccionamiento de vidrios e instrumentos ópticos. Se le debe la teoría clásica del microscopio, del que calculó en 1870 el poder resolutivo aplicando las leyes de la difracción. En 1889 consiguió el primer objetivo apocromático mediante los nuevos vidrios fabricados por Schott. Fabricó también un refractómetro que lleva su nombre y estableció la condición de aplanatismo de los sistemas ópticos.

Mediante este método determinará la focal imagen de una lente convergente a partir de la medida del aumento lateral producido por la lente para dos posiciones diferentes del objeto.

Sitúe el objeto (de tamaño y_1 conocido) debidamente iluminado frente a la lente convergente. Enfoque la imagen del objeto sobre la pantalla y, con la ayuda del papel milimetrado, mida el tamaño de dicha imagen y'_1 . El aumento lateral es, por definición, $\beta'_1 = \frac{y'_1}{y_1}$ (obviamente negativo). A continuación, desplace el objeto, acercándolo a la lente una distancia k , con lo cual deberá volver a enfocar la imagen alejando la pantalla de la lente. En esta nueva situación obtendrá un aumento lateral diferente β'_2 (también negativo) que puede calcular a partir de la medida del tamaño de la imagen y'_2 . Procure que β'_1 y β'_2 tengan valores lo más diferentes posible, haciendo que k sea lo

suficientemente grande. Puede demostrarse que la focal de la lente convergente se relaciona con los dos aumentos laterales medidos mediante la expresión:

$$f'_{ABBE} = \frac{k}{\left(\frac{1}{\beta'_2}\right) - \left(\frac{1}{\beta'_1}\right)} \quad (2)$$

que permite calcular f' en función de las medidas realizadas.

Al aplicar esta expresión conviene notar que la distancia k será positiva si en la posición 2 el objeto está más próximo a la lente que en la posición 1, ya que $k=(a_2 - a_1)$ designando con la letra a las distancias plano principal objeto-objeto, negativas en ambos casos. Asimismo β' es negativo en las dos posiciones, pues ambas imágenes son invertidas. Se verifica para los valores absolutos que $|\beta'_1| < |\beta'_2|$, por lo que, como es lógico, el valor de f' hallado por la expresión (2) tendrá signo positivo.

○ **FOCAL DE UNA LENTE CONVERGENTE:**

MÉTODO DE SILBERMANN



Johann Theobald Silbermann. Físico francés (Pont-d'Aspach 1806- París 1865). Realizó, junto con Favre, las primeras medidas de los calores de combustión de los cuerpos orgánicos. También se le debe un focómetro (instrumento para la medida de las distancias focales de las lentes), un pirómetro, un helióstato, etc. Constató la posibilidad de aplicar la galvanoplastia en la reproducción de medallas.

Este método permite calcular la focal de una lente convergente, f' , a partir de la distancia entre los planos antiprincipales de dicha lente. Estos planos se caracterizan por tener un aumento lateral de valor -1 y están situados simétricamente respecto a la lente (que se supone delgada y operando en aire).

Sitúe el objeto en una posición fija, y mueva la lente y la pantalla hasta que obtenga una imagen invertida y de igual tamaño que el objeto. En ese momento puede afirmarse que el objeto y la imagen están precisamente en los planos antiprincipales objeto e imagen, respectivamente, de la lente. Para realizar esta operación conviene empezar situando el objeto y la pantalla en los extremos del banco óptico y mover únicamente la lente convergente en busca de los planos antiprincipales. Si no es posible encontrarlos, reduzca ligeramente la distancia entre el objeto y la pantalla, desplazando de nuevo la lente entre ellos, y así sucesivamente hasta lograr la posición indicada. En definitiva, lo que ocurre es que, al estar el objeto y la imagen en los extremos del banco óptico, al desplazar la lente entre ellos observamos las dos posiciones de Bessel anteriormente estudiadas. Sin embargo, llega un momento en que las dos posiciones de Bessel coinciden en un único punto, cuando el objeto y la imagen se sitúan exactamente sobre los planos antiprincipales de la lente.

Puede demostrarse que la separación D entre los planos antiprincipales de una lente delgada en aire está relacionada con su distancia focal f' por la sencilla expresión:

$$f'_{\text{SILBERMANN}} = \frac{D}{4} \quad (3)$$

donde la separación D (tomada en valor absoluto) la puede medir mediante la escala del banco óptico.

Como se ha dicho, al situar el objeto y la imagen en los planos antiprincipales de la lente se tendrá la situación en la que coinciden las dos posiciones de Bessel anteriormente mencionadas (o sea $d=0$), siendo la ecuación (3) un caso particular de la ecuación (1).

○ **COMPROBACIÓN DE RELACIONES PARAXIALES**

Puesto que se trata de una misma lente, los valores de la focal f' medidos por los procedimientos de Bessel, Abbe y Silbermann deben ser similares, o, al menos coherentes entre sí, teniendo en cuenta la incertidumbre asociada a la medida de f' en cada uno de los procedimientos. Por tanto, a partir de ahora se considera conocida la focal f' de la lente convergente. Se tomará el valor medio de los tres valores medidos, calculando su correspondiente incertidumbre:

$$f' = \frac{f'_{\text{BESSEL}} + f'_{\text{ABBE}} + f'_{\text{SILBERMANN}}}{3} \quad (4)$$

❖ Usualmente los fabricantes suministran lentes con focales de 5 en 5 cm. Teniendo en cuenta esto, considere cuál de los 3 métodos de medida de focales (Bessel, Abbe o Silbermann) da un resultado más exacto, y cuál da un resultado más preciso.

En aproximación paraxial, siendo los índices extremos iguales, se verifica la ecuación de correspondencia de Gauss, o ecuación de correspondencia con origen en los puntos principales:

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f'} \quad (5)$$

Por otra parte, también en aproximación paraxial y con índices extremos iguales, se verifica la siguiente expresión para el aumento lateral:

$$\beta' = \frac{y'}{y} = \frac{a'}{a} \quad (6)$$

Ha de comprobar experimentalmente el grado de validez de estas relaciones paraxiales, ecuaciones (5) y (6). Para ello ha de realizar medidas de a , a' e y' siendo conocidos la focal f' de la lente y el tamaño del objeto y . Conviene que realice un número elevado de medidas de estos 3 parámetros, es decir, considere distintas posiciones del objeto respecto a la lente (por ejemplo, entre 5 y 10 posiciones). Puede ordenar los datos experimentales recogidos en una tabla apropiada.

Con los datos medidos realice representaciones gráficas que permitan analizar la validez de las relaciones paraxiales antes indicadas mediante ajustes por mínimos cuadrados (ver apéndice 3). Por ejemplo, si representa en el eje de abscisas ($1/a$) y en el de ordenadas ($1/a'$), según la ecuación (5) los puntos experimentales deberán ajustarse a una recta de pendiente unidad y ordenada en el origen ($1/f$). Análogamente, teniendo en cuenta la ecuación (6), si representa en el eje de abscisas (a'/a) y en ordenadas y' los datos experimentales deberán ajustarse a una recta que pasa por el origen de coordenadas y cuya pendiente es el tamaño del objeto y . Realice ajustes por mínimos cuadrados de los puntos obtenidos en las gráficas anteriores. La comparación tanto de la focal obtenida como del tamaño del objeto, mediante el ajuste y experimentalmente, le permitirá obtener conclusiones sobre la validez de ambas ecuaciones paraxiales. Por otro lado, el coeficiente de correlación de ambos ajustes da una medida cuantitativa del grado de cumplimiento de las ecuaciones estudiadas, en las condiciones experimentales que ha utilizado. Cuanto más próximo a la unidad sea dicho coeficiente mejor se ajustan las medidas experimentales a las ecuaciones teóricas. Recuerde que estrictamente hablando las ecuaciones analizadas sólo son totalmente correctas dentro del ámbito de la óptica paraxial.

○ **RECUERDE:**

Como resultado de esta práctica deberá entregar como mínimo:

- Los valores de las focales obtenidas por los métodos de Bessel, Abbe y Silbermann, con el correspondiente cálculo de sus incertidumbres.
- Una tabla con las medidas realizadas para la comprobación de las relaciones paraxiales, las representaciones gráficas y ajustes por mínimos cuadrados de los puntos experimentales, con obtención de los correspondientes coeficientes de correlación lineales.

○ **CUESTIONES**

- 1.- Teniendo en cuenta que el banco óptico está graduado en milímetros, ¿sería razonable que la incertidumbre asociada a f' por alguno de los procedimientos empleados fuera inferior a 1 mm?
- 2.- Demuestre que para obtener las dos posiciones de Bessel la distancia entre el objeto y la pantalla ha de ser superior al cuádruplo de la focal de la lente convergente usada.
- 3.- ¿Por qué en las dos posiciones de Bessel una de las imágenes es aumentada y la otra disminuida? Demuestre que el producto de los aumentos laterales en las dos posiciones de Bessel es +1.
- 4.- Demuestre las expresiones (1), (2) y (3) indicadas en el guion.

- 5.- Razone si sería posible medir la focal de un espejo esférico modificando alguno de los métodos indicados anteriormente. En caso afirmativo, indique las posibles dificultades de carácter experimental que podría encontrar para aplicar esos métodos usando un espejo.
- 6.- En el caso de utilizar lentes gruesas ¿sería posible el empleo de alguno de los tres métodos de medida de focales usados en esta práctica? ¿Por qué?
- 7.- Además de las relaciones paraxiales mencionadas, ¿tendría interés estudiar alguna otra relación paraxial más? En caso afirmativo, ¿cómo podría implementarse su estudio en el laboratorio?

PRÁCTICA 5

MEDIDA DE RADIOS DE CURVATURA DE SUPERFICIES ÓPTICAS

○ **INTRODUCCIÓN**

La medida del radio de curvatura de una superficie óptica refractante o reflectante (dioptrio o espejo, respectivamente) presenta un gran interés, pues afecta a su potencia óptica y, por tanto, a las características de las imágenes que produce. Existen numerosos métodos para medir radios de curvatura de superficies ópticas esféricas: la utilización de uno u otro depende, por ejemplo, del tipo de superficie, orden de magnitud del radio de curvatura, necesidades de precisión de la medida, etc. En asignaturas de Física es clásico el uso del esferómetro (figura 5.1) para medir el radio de curvatura de una superficie esférica, a partir de la sagita de un casquete esférico y de la distancia entre los pies fijos del instrumento. Usando técnicas interferométricas es también posible determinar radios de curvatura con una gran precisión.

❖ En Óptica Física se estudian los fenómenos interferenciales. Entre otros fenómenos, los anillos de Newton, permiten la medida del radio de curvatura.

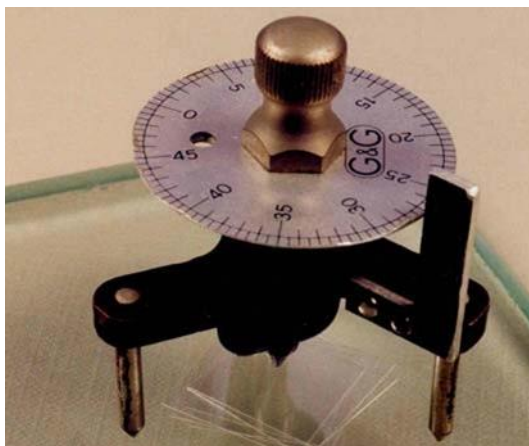


Figura 5.1. Esferómetro.



Figura 5.2. Esferómetro óptico.

En esta práctica determinará el radio de curvatura de las dos caras de algunas lentes, el radio de curvatura de un espejo cóncavo y el radio de curvatura de un espejo convexo, utilizando diferentes técnicas. En el caso de los espejos, los pies fijos de un esferómetro pueden dañar su superficie, por lo que para medir radios de curvatura de espejos no se deben emplear esferómetros.

Dispone del siguiente material (vea el apéndice1):

- Bancos ópticos graduados y jinetillos.
- Espejo cóncavo y espejo convexo.
- Lámparas en soportes.
- Objeto impreso en pantalla translúcida.
- Lente convergente auxiliar para medir el radio del espejo convexo.
- Pantalla con papel milimetrado.
- Dos lentes oftálmicas (una de ellas progresiva, la que tiene marcas).

○ **MEDIDA DEL RADIO DE CURVATURA DE LENTES MEDIANTE UN ESFERÓMETRO ÓPTICO**

Los esferómetros ópticos tienen tres pies (los de los extremos fijos y el central móvil), una escala graduada en dioptrías y un mecanismo transformador del movimiento del pie central en desplazamiento de una aguja sobre la escala graduada en dioptrías. Pueden ser usados tanto con superficies cóncavas como convexas y miden el poder refractor F' para un índice de refracción medio, que usualmente es 1,523. El poder refractor de un dioptrio esférico viene dado por la ecuación:

$$F' = \frac{n' - n}{R} = \frac{1,523 - 1}{R} \quad (1)$$

donde R está en metros al estar F' en dioptrías. Para una superficie convexa el valor de F' que da el esferómetro óptico es positivo, por lo que su radio de curvatura R es positivo, conforme a nuestro criterio de signos. Análogamente, para una superficie cóncava el valor de F' que da el esferómetro óptico es negativo, por lo que su radio de curvatura R es negativo, conforme también con nuestro criterio de signos.

Sujete con una mano la lente y con la otra coja el esferómetro y póngalo de modo que los tres pies estén en contacto con la superficie de la lente y el pie central esté en el centro de la cara de la lente para medir su poder refractor F' y calcular su radio de curvatura R , usando la ecuación anterior. Como siempre, debe realizar al menos 3 medidas de F' y calcular la incertidumbre del valor del radio R (ver Apéndice 3). Tenga mucho cuidado y sujete muy bien tanto la lente como el esferómetro, evitando que resbalen y pueda caerse al suelo la lente o el esferómetro. Realice la operación anterior para las dos caras de la lente esférica dada. En el caso de la lente progresiva (que se distingue de la otra porque tiene unas marcas) compruebe que la cara convexa tiene un valor fijo

de R (es decir, es una superficie esférica), pero hay una parte de la cara cóncava en la que el valor del radio R varía de unos puntos a otros (es decir, es una superficie no esférica o progresiva).

○ **MEDIDA DEL RADIO DE CURVATURA DE UN ESPEJO CÓNCAVO**

El fundamento teórico del método de medida que va a utilizar es la propiedad de un espejo esférico de producir de un objeto situado en su centro de curvatura una imagen que está situada también en el centro de curvatura. Efectivamente, si calculamos la posición de la imagen correspondiente a un objeto situado en el centro de curvatura de un espejo esférico a partir del invariante de Abbe aplicado a espejos

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \quad (2)$$

tomando $s = R$, obtenemos que $s' = R$, y además la imagen es del mismo tamaño que el objeto pero invertida ($\beta' = \frac{-s'}{s} = -1$).

❖ Este resultado es válido tanto para espejos esféricos cóncavos como convexos, ya que en el cálculo no se ha hecho ninguna suposición sobre ello. Se puede además comprobar con unas sencillas marchas de rayos.

La figura 5.3 muestra una fotografía del dispositivo experimental que usará, y que consta, además de banco óptico, jinetillos y fuente luminosa, de un espejo cóncavo y un objeto impreso en una pantalla translúcida. La figura 5.4 muestra una marcha de rayos del montaje.



Fig. 5.3. Dispositivo experimental para la medida del radio de curvatura de un espejo cóncavo

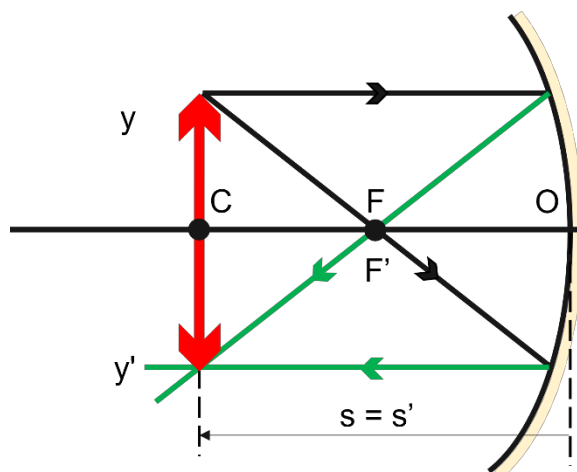


Fig. 5.4. Marcha de rayos del dispositivo experimental de la figura 5.3.

Cuando el objeto impreso en la lámina traslúcida se encuentre en el centro de curvatura del espejo cóncavo, la imagen de este objeto se formará también en el centro de curvatura, sobre la lámina traslúcida que será la pantalla.

Por tanto, iremos moviendo la pantalla por el banco óptico hasta que sobre ella veamos simultáneamente el objeto impreso y la imagen que el espejo forma del objeto impreso. En ese lugar se encontrará el centro de curvatura C del espejo, y el radio será simplemente la distancia del espejo a este punto C (sin olvidar el signo correspondiente según el criterio de signos que usamos). La imagen que produce el espejo se ve mejor mirando desde la posición de la fuente de luz, porque así hay menos deslumbramiento.

- ❖ El objeto que utilizamos es un objeto extenso y simétrico, por lo que si el sistema estuviera perfectamente alineado la imagen coincidiría exactamente con el objeto y no se podrían distinguir uno de otro. “Afortunadamente” esta alineación es difícil de conseguir, así que habitualmente se observará la imagen al lado del objeto y un poco más arriba o abajo que él, pero más cerca cuanto mejor alineado esté el sistema.

○ **MEDIDA DEL RADIO DE CURVATURA DE UN ESPEJO CONVEXO**

Conocidas las distancias desde el vértice del espejo hasta el objeto (s) y hasta su imagen (s') puede calcular el radio R , utilizando la ecuación de los espejos:

$$R = \frac{2 \cdot s \cdot s'}{s + s'} \quad (3)$$

Según el montaje indicado en la fotografía de la figura 5.5, que corresponde al esquema de la figura 5.6, el objeto es el filamento de la bombilla (y), del que el espejo produce una imagen (y'). Es posible medir la distancia s , desde el vértice del espejo hasta el objeto, en la escala del banco óptico. Sin embargo, no puede medir directamente la distancia s' puesto que la imagen que produce el espejo es virtual, y por tanto no puede recogerse en una pantalla. Es posible determinar la posición de la imagen utilizando una lente convergente auxiliar de focal conocida.

En primer lugar, mida la distancia focal f' de la lente convergente. Para ello recoja en la pantalla la imagen que produce la lente del filamento de la lámpara, sin utilizar el espejo. Mida en el banco óptico las distancias objeto (a) e imagen (a'), y calcule la focal imagen f' mediante la ecuación de correspondencia de Gauss:

$$\frac{-1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f'} \quad (4)$$

❖ Tenga en cuenta el criterio de signos en sus cálculos.

Conocida la focal de la lente convergente realice el montaje indicado en la fotografía de la figura 5.5, y en el esquema de la figura 5.6. Puesto que la luz se refleja en el espejo, la imagen y' que produce el espejo actúa a su vez como objeto para la lente L , que finalmente produce una imagen real final (y''), que recogerá en la pantalla.

❖ Conviene comprobar que la imagen y'' recogida sobre la pantalla es la que corresponde a la dada por el espejo y no la formada por la lente sin intervención del espejo. Para ello, si introduce un objeto opaco entre el filamento de la bombilla y el espejo, anulará la imagen y' que el espejo da del filamento, y por tanto la correspondiente imagen en la pantalla (y'') debe desaparecer.



Figura 5.5. Dispositivo experimental para la medida del radio de un espejo convexo.

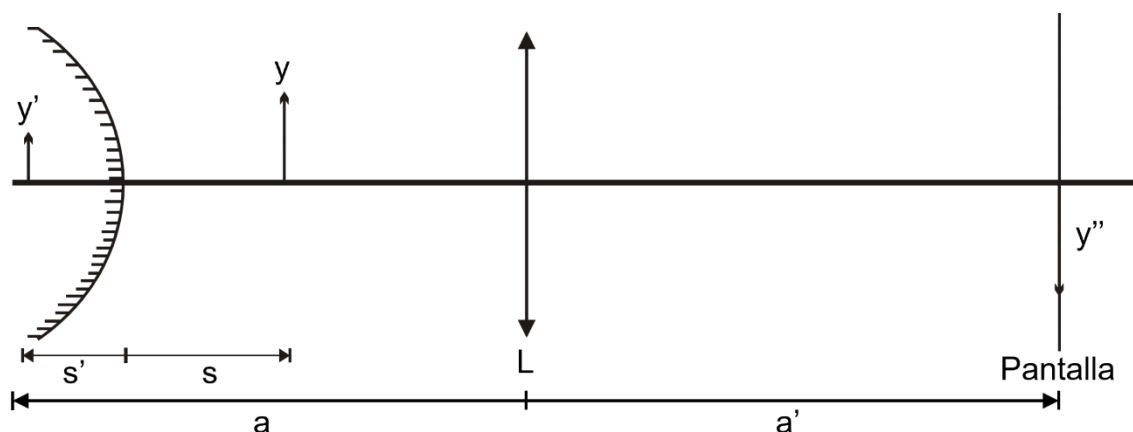


Figura 5.6. Esquema del dispositivo para la medida del radio de un espejo convexo.

Con las medidas realizadas puede calcular la posición del objeto para la lente, y' . Mida la distancia desde la lente (considerada delgada) hasta la imagen (a'). Mediante la ecuación de Gauss (4), calcule la distancia desde la lente hasta su objeto (a), que es precisamente la imagen producida por el espejo. Una vez conocida la distancia objeto a , es inmediato hallar la distancia s' : basta restar la distancia de la lente al espejo, según el esquema de la figura 5.6. Una vez halladas las distancias s y s' podrá calcular el radio R del espejo mediante la ecuación (3).

- ❖ Es esencial que al usar las expresiones (3) y (4) aplique siempre correctamente el criterio de signos. Tenga en cuenta que en el montaje realizado la luz a veces va de izquierda a derecha y a veces de derecha a izquierda. Como es lógico el radio R del espejo será positivo, como corresponde a un espejo convexo, al igual que la focal f' de la lente convergente.

Como es habitual, no olvide realizar las medidas necesarias para poder calcular, además del radio de curvatura del espejo, su correspondiente incertidumbre.

- ❖ ¿Es posible hablar de la potencia de un espejo esférico cualquiera? ¿Tiene signo? ¿Tiene unidades?

○ **RECUERDE:**

Como mínimo en esta práctica deberá hallar los radios de curvatura de los espejos y lentes suministrados, con su correspondiente incertidumbre.

○ **CUESTIONES**

- 1.- Además del radio de curvatura ¿qué otras variables afectan a la potencia de una superficie óptica cualquiera (dioptrio o espejo)?
- 2.- Si un espejo en lugar de operar con un objeto inmerso en aire opera con ese mismo objeto pero inmerso en agua, ¿variará la posición o el tamaño de la correspondiente imagen?
- 3.- ¿Qué piensa que ocurriría en esta práctica si el espejo cóncavo usado tuviera una superficie esférica? ¿Cuál sería el resultado?
- 4.- ¿Podría realizar esta práctica usando en lugar de espejos de primera superficie espejos con recubrimiento (o sea espejos domésticos)?
- 5.- Si al medir con el esferómetro óptico se obtuviera el mismo poder refractor (en valor absoluto) para las dos caras, ¿qué potencia tendría esa lente (supuesta delgada e inmersa en aire)?
- 6.- ¿Podría aplicarse (con algunas modificaciones) el método descrito para el espejo cóncavo para el caso de un espejo convexo, y viceversa?
- 7.- ¿En algún momento de esta práctica ha podido apreciar que una parte de la luz incidente en un espejo es absorbida por el mismo?

PRÁCTICA 6

ELEMENTOS CARDINALES DE UN SISTEMA ÓPTICO COMPUESTO

○ **INTRODUCCIÓN**

Estudiará un sistema óptico compuesto formado por dos lentes convergentes. El objetivo es determinar experimentalmente todos los elementos cardinales del sistema óptico, y comprobar que dicha determinación experimental está de acuerdo con los resultados teóricos. Para los cálculos teóricos aplicará las ecuaciones paraxiales de los sistemas ópticos compuestos. Las lentes convergentes las considerará delgadas, y separadas entre sí una cierta distancia que elegirá adecuadamente.

Dispone del siguiente material (véase el apéndice 1):

- Banco óptico graduado y jinetillos.
- Fuente luminosa con carcasa.
- 2 lentes convergentes.
- Objeto de tamaño conocido.
- Pantalla con papel milimetrado.
- Anteojo de banco.

○ **FUNDAMENTO TEÓRICO**

Los elementos cardinales de un sistema óptico son entes paraxiales que representan dicho sistema, permitiendo realizar marchas de rayos y aplicar las ecuaciones de correspondencia paraxiales.

❖ Puede encontrar más información sobre elementos cardinales de un sistema óptico en el capítulo 2 “Representación óptica” del libro “Óptica” de J. Casas.

Mediante los elementos cardinales de un sistema óptico es posible calcular la posición y el tamaño de la imagen correspondiente a cualquier objeto dado, en aproximación paraxial. En general, los elementos cardinales de un sistema óptico no tienen necesariamente que coincidir con componentes físicos (por ejemplo, superficies) del sistema.

Los elementos cardinales más importantes de un sistema óptico son: los puntos/planos principales (H, H'), los focos (F, F') y los puntos/planos nodales (N, N'). También pueden considerarse los puntos/planos antiprincipales (H_{-1}, H'_{-1}) y los puntos/planos antinodales (N_{-1}, N'_{-1}), que son los puntos/planos conjugados para los que respectivamente el aumento lateral β' y el angular γ' valen -1.

En aproximación de lentes delgadas los planos principales objeto e imagen coinciden con la posición de la lente. En este caso midiendo la distancia focal puede conocer la posición de sus focos. Sin embargo, cuando se trata de lentes gruesas o de un sistema de lentes, conociendo solamente la distancia focal $f' = H'F'$ no puede conocer la posición del foco imagen F' mientras no conozca la posición del plano principal imagen H' . El mismo problema existe con la determinación de la posición del foco objeto F . En esta práctica estudiará algunos métodos que le permitirán situar experimentalmente todos los elementos cardinales del sistema compuesto por dos lentes convergentes.

Por otro lado, mediante las ecuaciones de correspondencia paraxiales, dadas a continuación, puede calcular la posición de los planos principales y la distancia focal de un sistema óptico compuesto. Ha de conocer los elementos cardinales de los dos sistemas que integran el sistema compuesto (es decir, sus focales $f'_1 = H'_1F'_1$ y $f'_2 = H'_2F'_2$) y la distancia de acoplamiento entre los planos principales de dichos sistemas ($e = H'_1H_2$):

$$f' = -(f'_1 \cdot f'_2) / (e - f'_1 + f'_2) \quad (1)$$

$$H_1H = (e \cdot f'_1) / (e - f'_1 + f'_2) \quad (2)$$

$$H'_2H' = (e \cdot f'_2) / (e - f'_1 + f'_2) \quad (3)$$

Las lentes utilizadas para construir el sistema óptico compuesto puede considerarlas delgadas, con lo cual la distancia e es la separación entre las dos lentes. Podrá calcular también la posición del foco objeto F del sistema compuesto, pues en el caso de trabajar con índices extremos iguales (en este caso aire) se cumple que $f' = -f$.

○ **MÉTODO EXPERIMENTAL**

Comience midiendo las distancias focales de cada una de las lentes convergentes que van a formar el sistema compuesto: f'_1 y f'_2 . Para ello, utilice un objeto bien iluminado, la lente y un anteojo de banco puesto a punto (vea el apéndice 2). Puede medir la distancia focal objeto de cada lente formando con cada una de ellas un colimador (vea el apéndice 2). La distancia lente-objeto corresponde a la focal objeto de la lente.

❖ Tenga en cuenta que los fabricantes suelen suministrar lentes cuyas focales van de 5 en 5 cm.



Figura 6.1. Montaje para hallar los planos antiprincipales del sistema compuesto.

Conocidas las focales de las lentes L_1 y L_2 , sitúelas alineadas con el objeto iluminado O , que debe colocar en uno de los extremos del banco óptico. Elija una cierta distancia e de separación entre las dos lentes, que deberá mantener constante durante toda la práctica.

- ❖ Recomendamos utilizar como separación entre las lentes la distancia mínima que permiten los jinetillos, esto es, ponga juntos los jinetillos que sustentan las lentes. De esta forma es más fácil mantener la distancia e al mover las lentes.

Desplace ambas lentes sobre el banco óptico (manteniendo fija la distancia entre ellas) y también la pantalla de papel milimetrado hasta obtener una imagen real, de igual tamaño que el objeto, pero invertida (figura 6.1). En ese momento, por definición, el objeto y la pantalla están situados en los planos antiprincipales objeto e imagen del sistema compuesto, respectivamente.

- ❖ Si realiza una mala elección de la distancia e es posible que se originen problemas. Por ejemplo, si L_2 actúa como lupa respecto a la imagen dada por L_1 no podrá recoger la imagen final sobre la pantalla. También si la distancia e es excesivamente grande cabe la posibilidad de que la longitud del banco óptico sea insuficiente para que se sitúen en él todos los elementos cardinales. Conocidas las focales de las lentes L_1 y L_2 podría realizar un estudio teórico de cuál es la mejor elección para la distancia e .

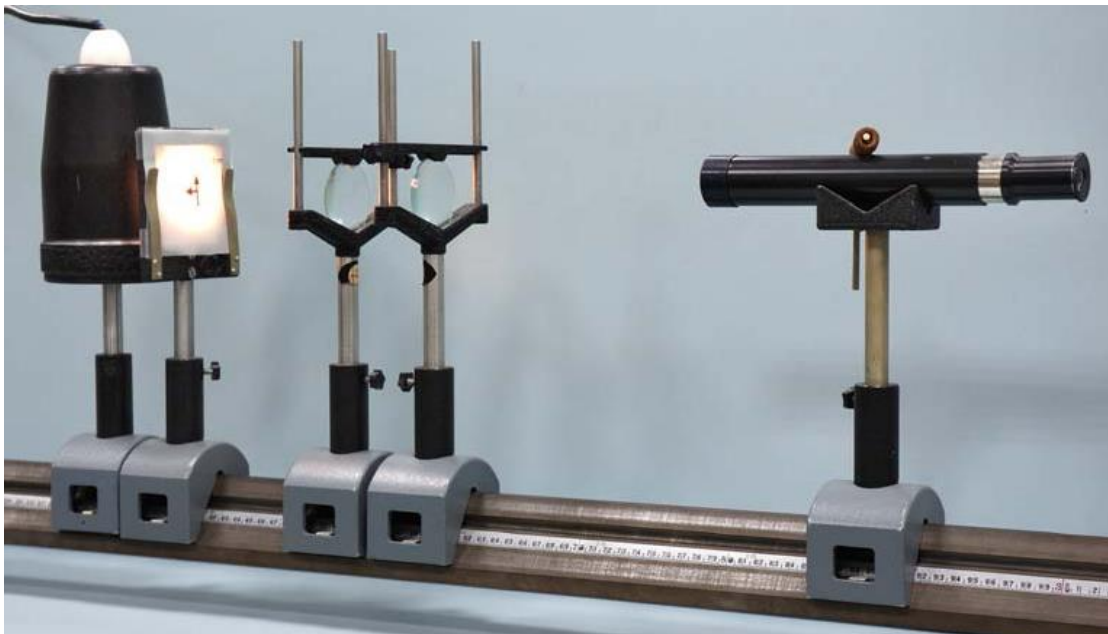


Figura 6.2. Montaje para la obtención del foco objeto F del sistema compuesto.

Una vez conocida la posición de los planos antiprincipales del sistema, determinará la posición del foco objeto del sistema compuesto. Utilice el anteojo de banco puesto a punto para conocer cuándo el objeto se sitúa en el foco objeto del sistema. Para ello retire la pantalla y coloque el anteojo según la fotografía de la figura 6.2. Sin cambiar la posición de las lentes acerque el objeto al sistema compuesto (moviendo también solidariamente con él la lámpara) hasta que la imagen que produce el sistema sea observada nítidamente con el anteojo. Cuando esto ocurre es porque el objeto está situado en el plano focal objeto del sistema compuesto, por lo que el haz emergente es colimado, y adecuado para observarlo nítidamente por el anteojo puesto a punto. La distancia que ha aproximado el objeto al sistema compuesto (la distancia entre el plano antiprincipal objeto del sistema y el foco objeto del sistema), es justamente la focal imagen del sistema compuesto, f' .

❖ La distancia entre la lente L_2 y el anteojo es irrelevante, pues el haz emergente que se obtiene es colimado.

Hasta el momento conoce las posiciones de los planos antiprincipales objeto e imagen H_{-1} , H'_{-1} y la posición del foco objeto F del sistema compuesto. Además, la distancia entre las posiciones del plano antiprincipal objeto (determinado mediante el montaje de la figura 6.1) y del foco objeto (determinado mediante el montaje de la figura 6.2) del sistema compuesto es la distancia focal imagen del sistema compuesto. Con estos datos puede calcular las posiciones del foco imagen y de los planos principales H y H' del sistema compuesto. Para cualquier sistema óptico con los índices extremos iguales la focal imagen es igual y de signo contrario a la focal objeto. Por otro lado, cualquier sistema óptico inmerso en aire verifica que el plano antiprincipal objeto H_{-1} dista del plano principal objeto H una distancia $-2f'$, y el plano antiprincipal imagen H'_{-1} dista del plano principal imagen H' una distancia $+2f'$ como se indica en el esquema de la figura 6.3.

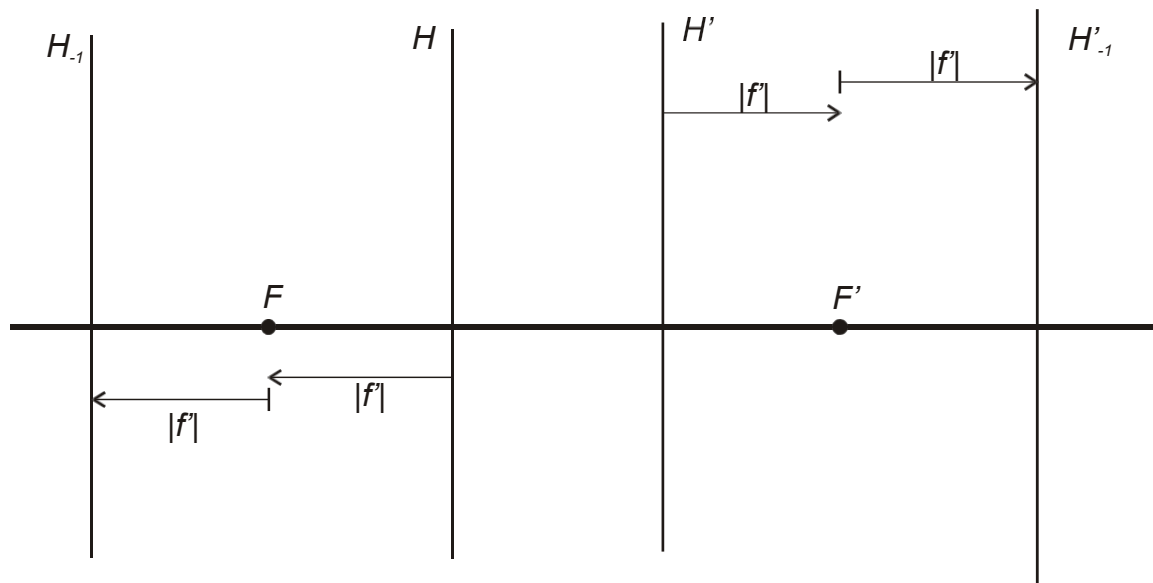


Figura 6.3. Esquema de las posiciones de los elementos cardinales de un sistema óptico compuesto, y distancias relativas entre los mismos.
(En este esquema no se incluyen las dos lentes convergentes usadas)

- ❖ Para un sistema óptico con índices extremos iguales (por ejemplo, inmerso en aire) los puntos nodales coinciden con los puntos principales (y también los puntos antinodales coinciden con los antiprincipales).

Mediante las ecuaciones (1), (2) y (3) calcule teóricamente las posiciones de H , H' , F y F' . No olvide hallar la incertidumbre asociada a dichas posiciones, que obtendrá mediante la teoría de propagación de errores a partir de las incertidumbres de las medidas de las distancias focales f'_1 , f'_2 y la distancia de acoplamiento e (vea el apéndice 3). Compare los resultados teóricos con los experimentales. Si existen discrepancias importantes entre resultados experimentales y predicciones teóricas revise las medidas y/o los cálculos realizados.

○ **RECUERDE:**

Como resultado de esta práctica al menos deberá realizar un esquema a escala (similar al esquema de la figura 6.3) a partir de las medidas experimentales, donde aparezcan localizados los elementos cardinales del sistema compuesto. Además, compare las posiciones determinadas experimental y teóricamente, teniendo en cuenta sus correspondientes incertidumbres. Comente las diferencias entre resultados experimentales y teóricos.

○ **CUESTIONES**

- 1.- Las posiciones de los puntos/planos nodales y antinodales no han sido tratadas expresamente en el guion. ¿Cómo pueden conocerse o medirse las posiciones de esos elementos cardinales?
- 2.- Demuestre que las distancias desde los planos principales a los antiprincipales objeto e imagen son $-2f$ y $+2f'$ respectivamente, cuando los índices extremos del sistema óptico son idénticos.
- 3.- ¿Considera que la suposición de lentes delgadas es una causa de error importante en los resultados experimentales obtenidos? ¿Y el error en el enfoque sobre la pantalla? ¿Qué otros factores considera fuentes de discrepancia entre resultados experimentales y teóricos?
- 4.- ¿Podría aplicarse el método experimental descrito en esta práctica en el caso de que el sistema óptico compuesto sea divergente?

ÓPTICA GEOMÉTRICA II

PRÁCTICA 7

ESTUDIO DEL PRISMA. MEDIDA DE ÍNDICES DE REFRACCIÓN

○ **INTRODUCCIÓN**

Los prismas son utilizados frecuentemente en la instrumentación convencional. Por otro lado, los prismas permiten analizar diferentes fenómenos ópticos. En concreto, en esta práctica estudiará cómo los prismas desvían y dispersan la luz que los atraviesa. A partir de la medida del ángulo de desviación mínima calculará de forma precisa los índices de refracción para diferentes longitudes de onda del material del que está construido el prisma. Con estos datos determinará el número de Abbe y poder dispersivo de ese material.

❖ En cualquier medio óptico, excepto el vacío, el índice de refracción depende de la longitud de onda.

El material necesario para esta práctica es el mostrado en la figura 7.1:

- Espectrogoniómetro.
- Lupa de lectura para el espectrogoniómetro.
- Lámparas espectrales de sodio y de helio.
- Prisma de vidrio y prisma hueco con un líquido problema.



Figura 7.1. Material disponible.

○ FUNDAMENTO TEÓRICO

Un prisma óptico es simplemente un medio transparente limitado por dos superficies planas que forman entre sí un cierto ángulo diedro no nulo, denominado **ángulo de refringencia**. Sea un prisma con un cierto ángulo de refringencia α , y sea r un rayo de una determinada longitud de onda, que incide sobre una de sus caras con un cierto ángulo ε_1 . Puede suceder que, tras sufridos refracciones consecutivas, el rayo r' emerja del prisma, como indica la figura 7.2.

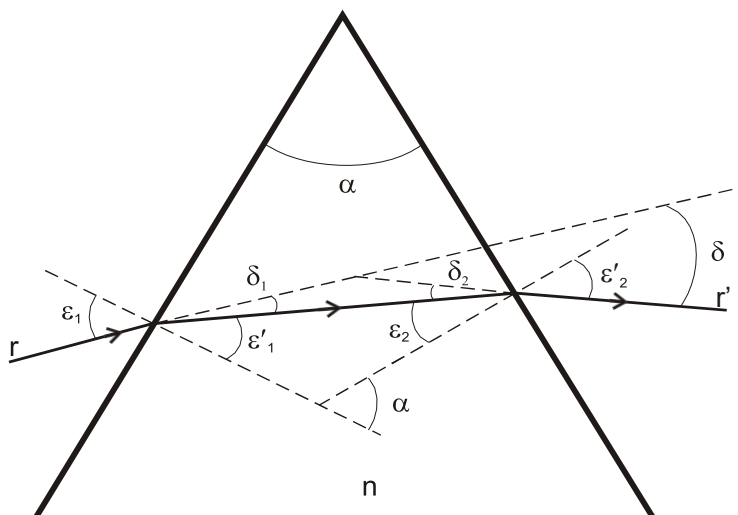


Figura 7.2. Esquema de la desviación producida en un prisma.

El ángulo δ que forma el rayo incidente r y el emergente r' se denomina **ángulo de desviación** (o también desviación angular, o simplemente desviación). Se demuestra que la desviación depende del ángulo de refringencia del prisma α , del ángulo de incidencia ε_1 y del ángulo de emergencia ε'_2 conforme a la expresión:

$$\delta = \varepsilon_1 - \varepsilon'_2 - \alpha \quad (1)$$

Como indica la expresión (1) la desviación δ depende de ε_1 , de forma que existe un cierto valor de ε_1 para el que la desviación es mínima (δ_m). En esta situación de **desviación mínima** se cumple que $|\varepsilon_1| = |\varepsilon'_2|$ y también que $|\varepsilon'_1| = |\varepsilon_2|$. Es decir, en condiciones de desviación mínima el rayo en el interior del prisma es normal al plano bisector del ángulo de refringencia, y la trayectoria de la luz es simétrica respecto a dicho plano. Además, en condiciones de mínima desviación se cumple que:

$$n = \frac{\text{sen} \left[\left(\frac{\delta_m + \alpha}{2} \right) \right]}{\text{sen} \left(\frac{\alpha}{2} \right)} \quad (2)$$

El ángulo δ_m es diferente para cada longitud de onda de la luz incidente, por lo que el índice de refracción va a depender de la longitud de onda. A partir de la medida de δ_m y α puede calcular el índice de refracción para diferentes longitudes de onda, usando la ecuación (2).

- ❖ El ángulo de desviación en general, no sólo en desviación mínima, depende del índice de refracción, y por tanto de la longitud de onda. Los prismas **dispersan** la luz.

Para caracterizar el índice de refracción medio de un material se toma usualmente la longitud de onda correspondiente a la línea amarilla del espectro del sodio (línea D). Esta longitud de onda está situada en la zona intermedia del espectro visible. Este índice de refracción se designa como n_D . La dispersión de un material es una medida de la diferencia entre los índices de refracción para diferentes longitudes de onda. Para la medida de la dispersión se consideran los índices de refracción para dos longitudes de onda extremas del visible, correspondientes a las líneas azul y roja del espectro del hidrógeno (líneas F y C). Los índices de refracción correspondientes se designan n_F y n_C respectivamente.

- ❖ Las longitudes de onda de las líneas F, D y C en el vacío, son de 486,1 nm, 589,3 nm y 656,3 nm respectivamente.
- ❖ Si no se requiere excesiva precisión pueden usarse las líneas F y C de la lámpara de helio, como hará en esta práctica, ya que son muy próximas a las de la lámpara de hidrógeno.

La diferencia ($n_F - n_C$) se denomina **dispersión absoluta**. El **número de Abbe** v_D se define por la expresión:

$$v_D = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C} \quad (3)$$

Se llama **poder dispersivo** al inverso del número de Abbe.

- ❖ Para los vidrios ópticos convencionales v_D está comprendido aproximadamente entre 25 y 75, siendo más dispersivos los llamados vidrios **flint** ($v_D < 50$) que los vidrios **crown** ($v_D > 50$).

○ PUESTA A PUNTO DEL ESPECTROGONIÓMETRO

Para realizar una medida precisa de cualquier ángulo definido por un haz de luz, como es el caso del ángulo de desviación mínima de un determinado prisma, se emplea un aparato denominado **espectrogoniómetro**. Un espectrogoniómetro permite medir ángulos por métodos óptico-geométricos. Como para cualquier otro instrumento, antes de realizar las medidas experimentales es necesario conocer sus características y ponerlo a punto o calibrarlo.

Básicamente el espectrogoniómetro (figura 7.3) consta de un anteojo móvil, una plataforma giratoria donde situará el prisma, y un colimador fijo. El anteojo del espectrogoniómetro es un anteojo astronómico ordinario pero unido al aparato, que posee una escala graduada para realizar las medidas. Debe empezar por poner a punto el anteojo (ver apéndice 2). Para ello, primero debe sacar o meter el ocular en el tubo del anteojo hasta ver nítidamente el retículo, con lo que el ocular ya está a punto. Seguidamente, mediante un tornillo, modifique la separación objetivo-ocular hasta ver nítidamente un objeto lejano del laboratorio. En ese momento el anteojo está puesto a punto.



Figura 7.3. Componentes principales de un espectrogoniómetro.

La plataforma circular sirve para colocar el prisma. Puede regularse en altura y nivelarse horizontalmente, mediante tres tornillos situados a 120° , como se observa en las figuras 7.3 y 7.5.

El colimador está formado por una lente convergente y una rendija. La posición y tamaño de la rendija son variables. La rendija será el objeto del sistema óptico y estará iluminada con la lámpara espectral adecuada a la longitud de onda para la cual vaya a calcular el índice de refracción. Para construir el colimador deberá, mediante el tornillo correspondiente, acercar o alejar la rendija hasta verla nítida con el anteojo del espectrogoniómetro, previamente puesto a punto (ver apéndice 2).

- ❖ Cuando el espectrogoniómetro está puesto a punto, emerge del colimador un haz de rayos paralelos, que incidirá sobre el prisma y volverá a emerger paralelo. La imagen de la rendija a través del objetivo del anteojo se formará en la posición del retículo del anteojo (en el plano focal objeto del ocular), por lo que rendija y retículo son nítidamente observados simultáneamente al mirar por el ocular del anteojo.

Una vez que el espectrogoniómetro está puesto a punto, para realizarlas medidas de posiciones angulares convendrá que la rendija sea estrecha.

- ❖ Si con la rendija estrecha es difícil ver el retículo, puede ayudarse de una linterna, iluminando el objetivo del anteojo para hacer cómodamente las observaciones.

También es importante que la rendija esté orientada de forma que su imagen a través del anteojo pueda coincidir con la línea vertical del retículo. Para conseguir esto puede rotar el plano de la rendija o el del retículo del anteojo.

- ❖ El espectrogoniómetro utilizado permite medir posiciones angulares con una incertidumbre de ± 1 minuto de arco. Como se observa en la figura 7.4, la escala principal del espectrogoniómetro tiene una sensibilidad de 0,5 grados (30 minutos de arco). Pero con ayuda del nonius de 30 divisiones podrá apreciar hasta 1 minuto de arco. Como los ángulos de desviación mínima δ_m se obtienen por diferencia de dos posiciones angulares del anteojo, la mínima incertidumbre asociada a δ_m será por tanto de 2 minutos de arco. Tenga en cuenta que debe expresar en radianes la incertidumbre de δ_m cuando calcule la incertidumbre asociada al índice de refracción. Así dicha incertidumbre será adimensional, como corresponde al índice de refracción.



Figura 7.4. Detalle del nonius del espectrogoniómetro.

○ MÉTODO EXPERIMENTAL

Una vez puesto a punto el espectrogoniómetro, sitúe el prisma que va a estudiar en la plataforma circular del espectrogoniómetro, de forma que se produzca la situación mostrada en la figura 7.2. De esta forma habrá emergencia de la luz incidente. Debe medir los ángulos de mínima desviación para un prisma de vidrio y para un prisma hueco con un líquido en su interior. Deberá por tanto realizar todo el proceso con un prisma y a continuación con el otro.

- ❖ Actúe con cuidado porque algunos prismas de vidrio tienen sin pulir o esmerilada (no transparente) una de sus caras, como se aprecia en la figura 7.5. Si es éste el caso, coloque el prisma de forma que ni la luz incidente ni la emergente pasen por la cara esmerilada. O sea, haga que la cara esmerilada actúe como base del prisma, o cara opuesta al ángulo de refringencia.

En algunas ocasiones se sitúa el prisma de forma que en la segunda cara se produce una reflexión total de la luz, por lo que no podrá observar la imagen a través del anteojo. Para lograr la situación de emergencia, lo más sencillo es hacer incidir la luz saliente del colimador sobre la primera cara del prisma con un ángulo de unos 45° y girar el prisma a la vez que observamos a ojo desnudo cerca de la segunda cara del prisma, hasta que veamos las líneas espectrales. Observará una imagen diferente de la rendija para cada una de las longitudes de onda de la lámpara que esté utilizando. A continuación, sitúe el anteojo en la misma posición que ocupaba su ojo y lleve a cabo las medidas, como se explica más adelante.

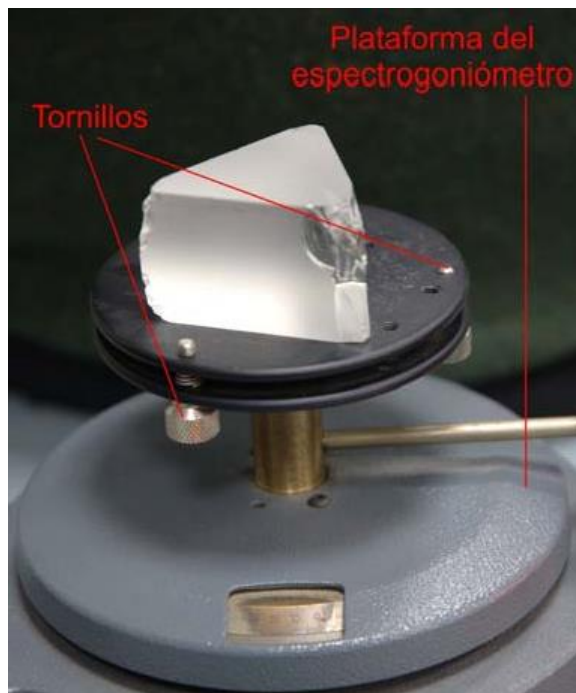


Figura 7.5. Prisma de vidrio sobre la plataforma del espectrogoniómetro (se puede observar que la base del prisma es esmerilada).

- ❖ Debe observar las líneas espectrales con intensidad suficiente para poder medir bien. Para ello la fuente luminosa debe iluminar intensamente la rendija del colimador. También debe procurar trabajar sobre un fondo oscuro, evitando que haya en el campo de observación otras luces diferentes de la que procede del colimador como, por ejemplo, las luces parásitas procedentes de otros puestos de trabajo del laboratorio.

Una vez localizadas las líneas espectrales con el anteojo, tiene que buscar la posición de mínima desviación para cada una de las longitudes de onda que le interesan, que son: las líneas D (amarilla), F (azul) y C (roja). Como el ángulo de desviación depende del ángulo de incidencia, modifique el ángulo de incidencia a la vez que observa por el anteojo la influencia sobre la imagen de la rendija. Como la dirección del haz incidente permanece fija, puede modificar el ángulo de incidencia ε_1 girando levemente la plataforma del espectrogoniómetro que sustenta el prisma (ver figura 7.5). Deber modificar el ángulo de incidencia de forma que observe por el anteojo que la imagen de la rendija se desplaza en el sentido de disminución de la desviación, δ . La desviación δ disminuye si la imagen se mueve hacia la dirección del haz incidente, determinada por el colimador. Si es así, siga girando el prisma (modificando el ángulo de incidencia ε_1) de forma que se vaya reduciendo cada vez más el ángulo de desviación δ . Llegará un momento en que observará que el ángulo de desviación no puede hacerse más pequeño. Es decir, la imagen de la rendija no se acerca más a la dirección de incidencia, sino que se aleja, tanto si gira el prisma en un sentido como en el contrario. Cuando esto ocurre es porque se ha alcanzado la posición de mínima desviación.

- ❖ Para determinar con exactitud la posición de mínima desviación utilice como referencia la línea vertical del retículo del anteojo.

Teniendo en cuenta el nonius, mida en la escala del espectrogoniómetro la posición que ocupa la imagen de la rendija en mínima desviación. Designe dicha posición con el nombre L . Tenga en cuenta que esta posición no es el ángulo de desviación mínima, sino sólo la posición del anteojo cuando observa la rendija en desviación mínima. Para obtener el ángulo de desviación mínima necesita medir la dirección del rayo incidente. Para ello quite el prisma y mueva el anteojo hasta observar la rendija iluminada. Mida la posición del anteojo en esta situación (sin prisma), que puede denominar L_0 . El ángulo de desviación mínima es la diferencia entre las posiciones L y L_0 en valor absoluto.

- ❖ Recuerde que para calcular incertidumbres debe realizar al menos tres medidas independientes de L y L_0 , lo que significa quitar el prisma y comenzar de nuevo cada vez.

La posición de mínima desviación debe determinarse individualmente para las líneas D, F y C, con lo cual tendrá que realizar el proceso indicado en

el párrafo anterior para cada una de esas líneas, correspondientes a las longitudes de onda λ_D , λ_F y λ_C , respectivamente. En el caso de la longitud de onda λ_D debe utilizar la lámpara de sodio. Con la lámpara de sodio observará muy bien la línea amarilla del sodio y quizá alguna otra línea de escasa intensidad, que no tiene que medir. Para las longitudes de onda λ_F y λ_C debe usar la lámpara de helio. Con la lámpara de helio observará numerosas líneas espectrales, pero sólo ha de medir las líneas F y C. La línea F la identificará fácilmente por ser azul-violeta y muy intensa. La línea C también es fácil de identificar por ser roja y muy intensa.

- ❖ Puesto que sólo se dispone de una lámpara de sodio y otra de helio, en lugar de cambiar la lámpara espectral de su puesto de trabajo, es más cómodo que cambie con la pareja del otro puesto el espectrogoniómetro, manteniendo las lámparas en sus posiciones. Recuerde que la puesta a punto del anteojo es sólo válida para la persona que la ha realizado, salvo que coincidan las ametropías de los observadores. Antes de realizar el cambio es conveniente haber acabado las medidas del ángulo de desviación mínima correspondientes a las longitudes de onda de la lámpara que esté usando para los dos prismas: de vidrio y hueco.

Obtendrá por tanto 3 posiciones de mínima desviación (L_D , L_C y L_F) y sus correspondientes posiciones de cero o de la luz incidente (L_{0D} , L_{0C} y L_{0F}).

- ❖ Debe medir cada pareja de posiciones angulares, L y L_0 , antes de mover el prisma para realizar otra medida independiente o cambiar de lámpara, puesto que toda la escala del espectrogoniómetro gira cuando mueve la plataforma donde se apoya el prisma.

Los correspondientes ángulos de mínima desviación los calculará con las expresiones siguientes:

$$\begin{aligned}(\delta_m)_D &= |L_D - L_{0D}| \\(\delta_m)_C &= |L_C - L_{0C}| \\(\delta_m)_F &= |L_F - L_{0F}|\end{aligned}\tag{4}$$

- ❖ Tenga cuidado si al medir una posición y su correspondiente ángulo sin desviar atraviesa la posición de $360^\circ/0^\circ$ de la escala del espectrogoniómetro. En ese caso no puede aplicar las ecuaciones (4). Ha de restar a 360 el valor mayor y sumarlo al valor menor.

Todas las operaciones anteriores, tienen que realizarlas con el prisma de vidrio y con el hueco que contiene un líquido.

Si ha operado correctamente para ambos prismas deberá obtener que las desviaciones mínimas cumplen $(\delta_m)_F > (\delta_m)_D > (\delta_m)_C$ tal y como se observa con el anteojo, lo que conduce a que $n_F > n_D > n_C$, como era de esperar según la teoría, pues se trata de una dispersión no anómala. Observe que para el prisma

huevo la desviación mínima, para cualquiera de las 3 longitudes de onda estudiadas, es menor que para el vidrio. Por tanto, también los correspondientes índices de refracción son menores para el líquido que para el vidrio, conforme a la ecuación (2). También puede observar que, como es usual, la dispersión absoluta $|\delta_F - \delta_C|$ es menor para el prisma con líquido que para el vidrio.

Los dos prismas utilizados están contruidos con un ángulo de refringencia de 60° . Ya que no conoce la exactitud del fabricante, tome este valor sin incertidumbre. Para calcular los índices de refracción para las longitudes de onda F, D y C utilice la ecuación (2) con los valores de δ_m oportunos, cuya incertidumbre mínima será de 2 minutos de arco.

❖ Recuerde que para calcular la incertidumbre asociada al índice de refracción la incertidumbre asociada a δ_m debe expresarse en radianes (no en minutos o en grados).

Mediante la ecuación (3) calcule el número de Abbe con su correspondiente incertidumbre para los dos materiales estudiados: vidrio (prisma macizo) y líquido (prisma huevo).

❖ Como siempre, debe tomar el número de medidas necesarias para aplicar correctamente la teoría de errores.

❖ Note que no es correcto calcular los tantos por ciento de dispersión sobre las posiciones absolutas del anteojo (L_D , L_C , L_F ó L_{0D} , L_{0C} , L_{0F}) sino sobre los valores de los ángulos de desviación mínima (diferencia de dos posiciones absolutas): $(\delta_m)_D$, $(\delta_m)_C$ y $(\delta_m)_F$.

○ **RECUERDE:**

Como resultado de esta práctica se espera que, como mínimo, determine correctamente los índices de refracción n_F , n_D , n_C de los materiales de los dos prismas, y su correspondiente número de Abbe, todo ello con sus convenientes incertidumbres.

○ **CUESTIONES**

- 1.- ¿Por qué han de utilizarse haces colimados en esta práctica?
- 2.- ¿Produce el prisma una imagen estigmática? Al mirar por el anteojo, ¿se observa siempre la rendija nítidamente?
- 3.- En los prismas se suele tratar mucho con la posición de desviación mínima. ¿Por qué no se habla de la posición de desviación máxima?
- 4.- ¿Por qué cambia el sentido de desplazamiento de las rayas espectrales en las posiciones de desviación mínima?

- 5.- Busque en la bibliografía algunos métodos más de medida de índices de refracción. ¿Existen métodos de refractometría con los que usualmentese logre una incertidumbre menor que la obtenida en esta práctica?
- 6.- Justifique por qué las líneas espectrales están más próximas entre sí en el caso del prisma hueco.
- 7.- ¿Se podría medir el ángulo de refringencia del prisma por algún procedimiento de tipo óptico? Consulte en la bibliografía.
- 8.- ¿Se comete un grave error al considerar que el ángulo de refringencia del prisma tiene una incertidumbre nula?
- 9.- Al emplear el prisma hueco ¿no influye el grosor y material de las paredes del prisma en la medida del índice de refracción del líquido en cuestión?
- 10.- Razone la expresión alternativa a la (4), que debe emplear cuando al medir una posición y su correspondiente cero atraviesa la posición de $360^{\circ}/0^{\circ}$ de la escala del espectrogoniómetro.
- 10.- Investigue si las longitudes de onda correspondientes a las líneas F y C de la lámpara de H son muy distintas a las correspondientes líneas utilizadas de la lámpara de He.

PRÁCTICA 8

ESTUDIO DEL MICROSCOPIO COMPUESTO

○ **INTRODUCCIÓN**

El objetivo es conocer el funcionamiento y manejo de un microscopio compuesto. Medirá uno de los parámetros que caracterizan a un microscopio: el aumento lateral de dos de sus objetivos. Por otro lado, como una aplicación del microscopio compuesto, lo utilizará para medir el índice de refracción medio (luz blanca) de una lámina planoparalela.

El material del que dispone es el siguiente (figura 8.1):

- Microscopio compuesto binocular.
- Revólver con dos objetivos (4x y 10x).
- Ocular micrométrico (con una precisión de 0,01 mm).
- Micrómetro (con una escala de 100 divisiones en 1 cm).
- Láminas planoparalelas.

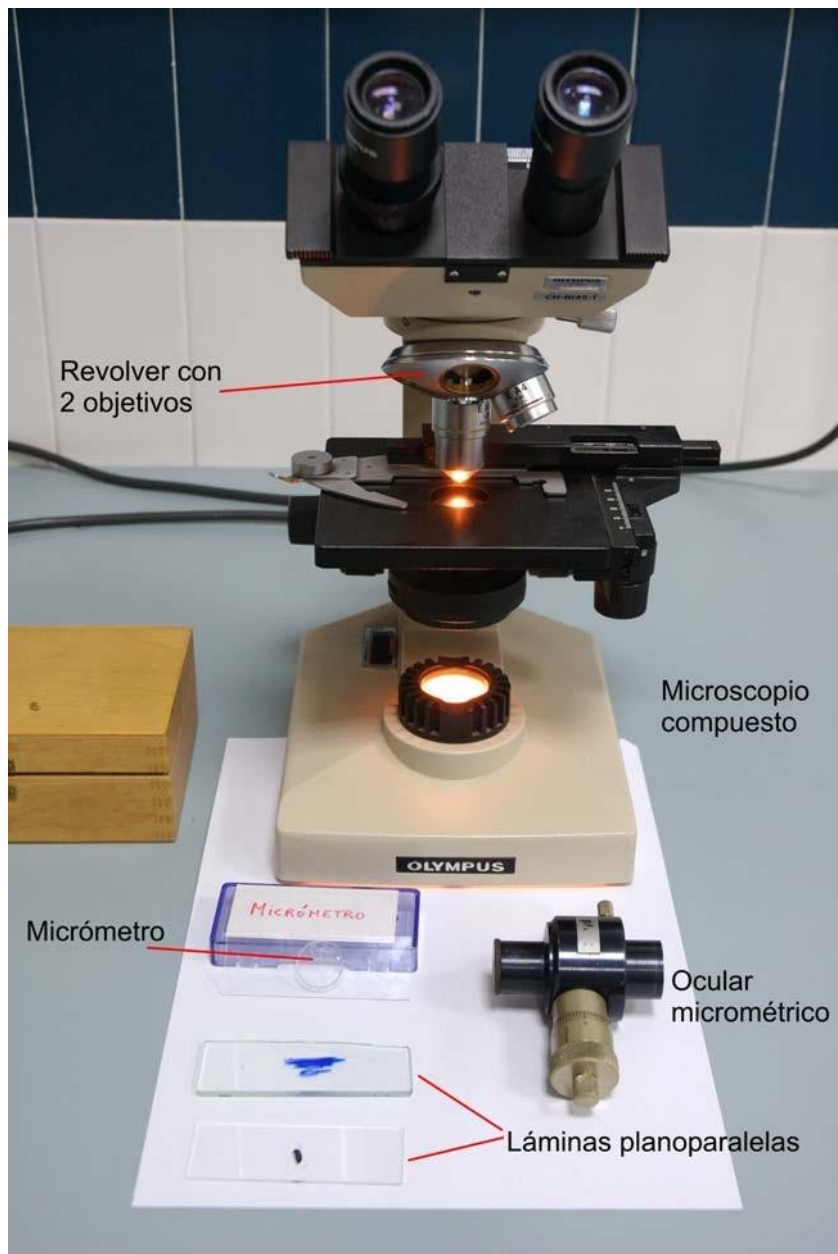


Figura 8.1. Material disponible

○ **FUNDAMENTO TEÓRICO**

En esta sección se describen algunas de las características del microscopio compuesto. También la propiedad de las láminas planoparalelas de desplazar la imagen respecto al objeto.

El microscopio compuesto es un instrumento óptico formado por tres partes esenciales: sistema de iluminación, objetivo y ocular. En la figura 8.1 pueden observarse estos componentes. La marcha de rayos en un microscopio compuesto convencional, sin tener en cuenta el sistema de iluminación, se muestra en la figura 8.2.

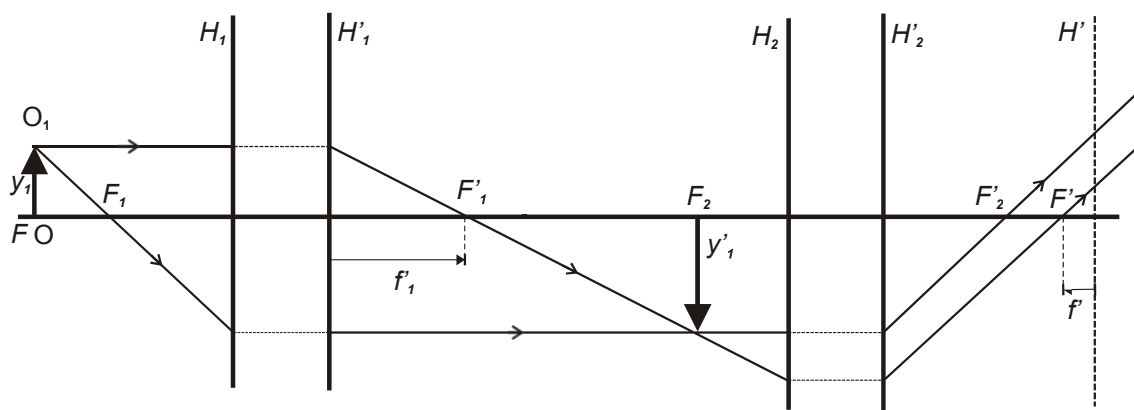


Figura 8.2. Marcha de rayos en un microscopio compuesto sin tener en cuenta el sistema de iluminación del instrumento.

El sistema de iluminación varía de unos microscopios a otros. En general hay dos sistemas de iluminación frecuentemente empleados, denominados de **iluminación crítica** e **iluminación Köhler**. En microscopios es habitual que la iluminación sea de tipo iluminación crítica. En el microscopio utilizado en la práctica el sistema de iluminación, de tipo crítica, está formado por una lámpara de intensidad variable, un diafragma y un condensador. El condensador es un conjunto de lentes que tienen como misión dirigir la luz de la fuente para iluminar intensamente el objeto. La imagen que el condensador da del diafragma queda sobre la platina (o pletina) en la que se coloca el objeto.

El objetivo es una pieza fundamental del microscopio. Necesita una esmerada corrección de aberraciones. El microscopio que utilizará dispone de un revolver con capacidad para cuatro objetivos intercambiables, de los que están montados dos, de 4 y 10 aumentos (4x y 10x). El aumento del objetivo de un microscopio es el aumento lateral del mismo, y viene dado por la ecuación:

$$\beta' = \frac{y_1'}{y_1} \quad (1)$$

donde y_1 es el tamaño del objeto, e y_1' es el tamaño de la imagen intermedia. La imagen intermedia es la imagen que produce el objetivo, y actúa como objeto para el ocular. Aunque este aumento lateral es negativo, pues la imagen generada por el objetivo es invertida como indica la figura 8.2, el signo no se indica en el aumento que está grabado en los objetivos.

❖ El aumento marcado en los objetivos corresponde a un intervalo óptico de 160 mm, que es el usualmente utilizado en los microscopios.

El ocular, al igual que el objetivo, es un sistema convergente. Dependiendo de la utilización que se vaya a hacer del microscopio pueden usarse diferentes oculares, pues son intercambiables. El más común es el llamado ocular de Huygens. El aumento del ocular de un microscopio compuesto es el aumento visual normal o comercial del ocular, dado por la ecuación:

$$\Gamma'_{oc} = \frac{250(mm)}{f'_{oc}(mm)} \quad (2)$$

A fin de corregir aberraciones, en el microscopio compuesto el objetivo y el ocular no son realmente lentes únicas, sino que cada uno de ellos son sistemas compuestos por varias lentes. El objetivo y el ocular están dispuestos de forma que la imagen del objeto a través del objetivo (imagen intermedia) se sitúe sobre el foco objeto del ocular. Por tanto, la imagen final se sitúa en el infinito, o lo que es lo mismo, los haces de rayos emergen paralelos del ocular. De esta forma los rayos inciden en el ojo como si procedieran del infinito, teniéndose así una visión descansada, con el ojo relajado o enfocado al infinito (sin acomodación). El aumento total del microscopio es el producto del aumento del objetivo (ecuación (1)) por el del ocular (ecuación (2)). Como la imagen final es invertida respecto del objeto, el aumento total es negativo. La inversión de la imagen no suele ser ningún problema para los usos habituales del microscopio compuesto.

❖ En el lenguaje usual se omite el signo y se habla de un microscopio de, por ejemplo, 25 ó 50 aumentos. Se supone que el usuario sabe que dichas cifras son en realidad negativas.

Por otra parte, una lámina planoparalela es un sistema óptico con dos superficies planas y paralelas (es decir, dos dioptrios planos paralelos entre sí), siendo iguales los índices de refracción extremos (usualmente el aire). Para un objeto cualquiera, una lámina planoparalela produce una traslación de los rayos que proceden de él, lo que genera una imagen del mismo tamaño que el objeto, desplazada respecto a éste una distancia $\Delta s'$, que en aproximación paraxial viene dada por:

$$\Delta s' = d \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right) \quad (3)$$

donde d es el espesor de la lámina y n su índice de refracción.

○ **MEDIDA DEL AUMENTO DEL OBJETIVO**

Ha de medir el aumento de los dos objetivos del microscopio. Note que no va a medir el aumento total del microscopio. Según la expresión (1), utilizando un objeto de tamaño conocido y midiendo el tamaño de la imagen intermedia, podrá calcular el aumento de cualquier objetivo.

Utilice como objeto el micrómetro, situándolo en la platina sobre un portaobjetos, como muestra la figura 8.3. Utilizando un ocular especial, llamado micrométrico, puede medir el tamaño de la imagen intermedia. Ha de reemplazar el ocular del fabricante por el ocular micrométrico, como observa en la figura 8.4.

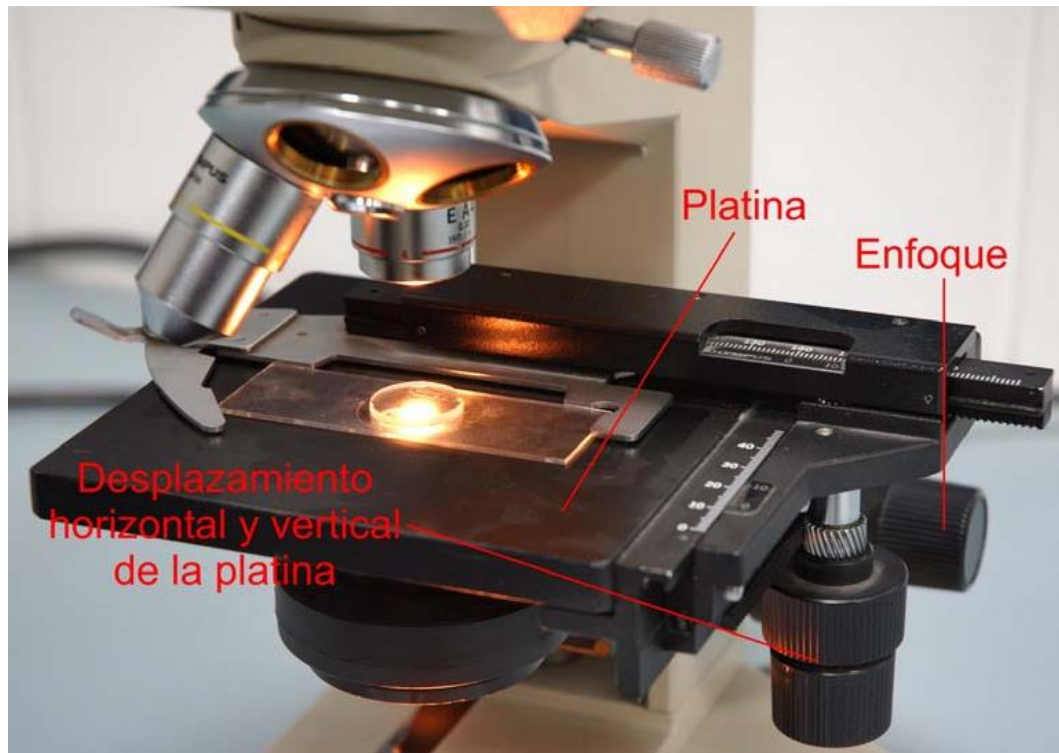


Figura 8.3. Detalle del micrómetro sobre la platina y del revólver de objetivos.

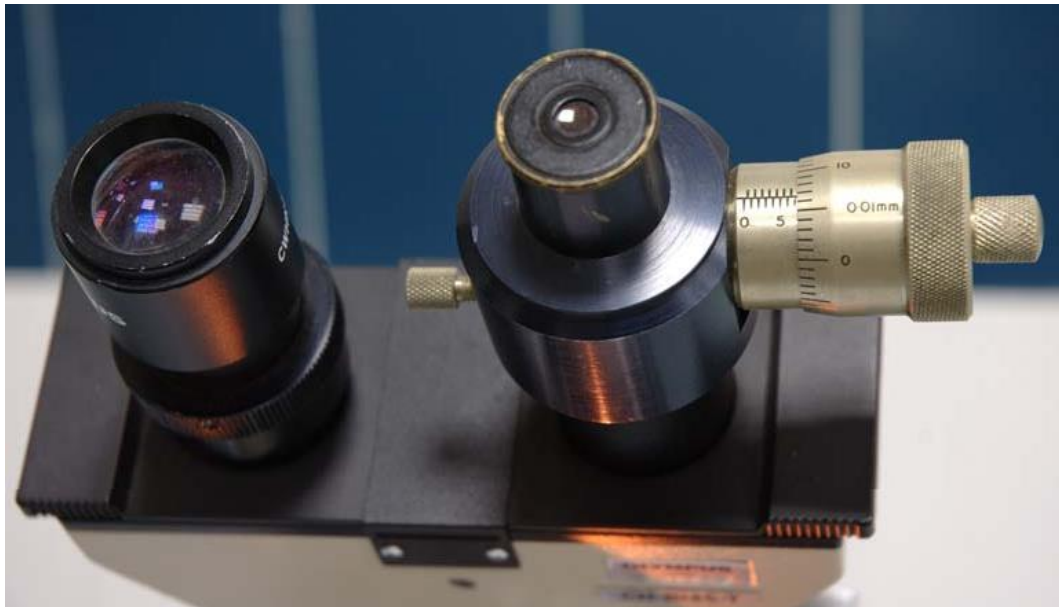


Figura 8.4. Ocular micrométrico reemplazando el ocular derecho del microscopio.

Observando sólo por el ocular micrométrico (observación monocular) y haciendo uso del mecanismo de enfoque del microscopio debe observar nítidamente el micrómetro. Por la limitación del campo en realidad observará sólo una parte de este. El micrómetro es una escala de precisión tal que, según el fabricante, la distancia entre dos líneas consecutivas es 0,01 cm. No está disponible la precisión de este dato, por lo que puede considerar dicha distancia sin incertidumbre. Elija como objeto un determinado número de divisiones de la escala del micrómetro.

- ❖ Razone, desde el punto de vista de la incertidumbre de la medida, si fuera preferible un tamaño de objeto grande o pequeño.

Para medir el tamaño de la imagen intermedia utilice el ocular micrométrico. Es un ocular con un retículo móvil situado en su plano focal objeto. El retículo se desplaza mediante un tornillo micrométrico de precisión. El ocular micrométrico del que dispone (figura 8.4) tiene un tornillo micrométrico con 50 divisiones y una vuelta completa del tornillo produce un desplazamiento del retículo de 0,5 mm. Por tanto, cada una de las divisiones del tornillo micrométrico produce un desplazamiento del retículo de 0,01 mm (sensibilidad del instrumento).

- ❖ Para medir correctamente haga que las líneas del micrómetro sean paralelas al trazo del retículo que se desplaza con el tornillo, como se observa en la figura 8.5. Lo puede conseguir girando el ocular micrométrico (o el micrómetro). A continuación, fije el ocular micrométrico al tubo del microscopio, mediante el tornillo adecuado.

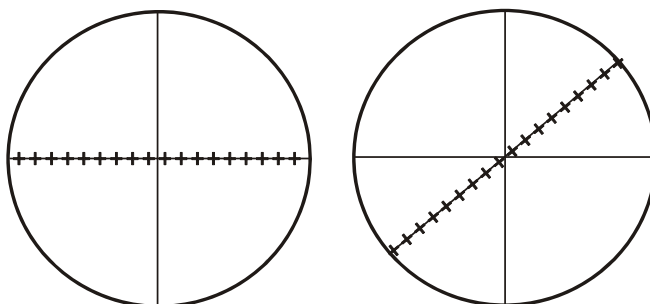


Figura 8.5. Alineamiento correcto (izquierda) e incorrecto (derecha) del micrómetro con el retículo del ocular micrométrico.

Sitúe el brazo móvil del retículo sobre una de las líneas del micrómetro y anote la medida relativa de la escala del tornillo micrométrico. Esta medida no corresponde con la medida de una distancia, sino de una posición. Mueva el retículo hasta otra línea del micrómetro, que puede ser la línea contigua, o un número determinado de líneas. Vuelva a medir la posición relativa del tornillo micrométrico. La diferencia entre las dos medidas es el tamaño de la imagen intermedia y_1' . Debido a que las líneas del micrómetro tienen un cierto grosor las medidas de y_1' pueden tener una dispersión elevada. Como siempre, deberá hallar dicha dispersión para determinar el número de medidas necesarias, la incertidumbre de y_1' , etc. Tenga en cuenta que como mínimo la incertidumbre asociada a y_1' será de 0,02 mm, ya que al medir cada uno de los extremos del segmento de la imagen hay una incertidumbre de al menos 0,01 mm. El tamaño del objeto correspondiente a la imagen medida será el número de divisiones consideradas multiplicado por 0,01 cm, que es la distancia entre cada dos líneas.

❖ Recuerde que los porcentajes de dispersión deben hallarse sobre las medidas de y_1' , no sobre las medidas de las posiciones correspondientes a cada uno de los extremos de y_1' .

Mediante la expresión (1) calcule el aumento del objetivo. Realice todo el proceso para cada uno de los dos objetivos disponibles. Compare los aumentos medidos con los valores proporcionados por el fabricante de los objetivos, escritos en los mismos.

○ MEDIDA DEL ÍNDICE DE REFRACCIÓN DE UNA LÁMINA PLANOPARALELA

Según la expresión (3), puede calcularse el índice de refracción de una lámina planoparalela midiendo el espesor d de la lámina y el desplazamiento que produce en la imagen $\Delta s'$. El espesor y el desplazamiento se designan como OA y OO' respectivamente en el esquema de la figura 8.6. La medida de estas dos distancias se puede realizar con gran precisión mediante el mecanismo de enfoque de un microscopio.

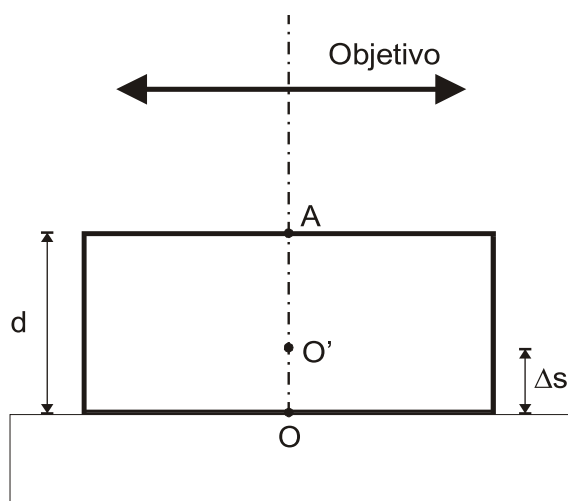


Figura 8.6. Esquema del desplazamiento de la imagen respecto al objeto producido por una lámina planoparalela.

En el microscopio que utiliza es posible medir desplazamientos en el enfoque solamente cuando mueve la rueda de enfoque “fino”. Tenga en cuenta que si mueve la rueda del enfoque “grueso” no podrá medir el desplazamiento realizado. La rueda de enfoque fino tiene una escala asociada, como puede observar en la figura 8.7. Una vuelta completa de esta rueda produce un desplazamiento del plano de enfoque de $200\ \mu\text{m}$. La escala asociada tiene 80 divisiones por vuelta, cada una de $2,5\ \mu\text{m}$ ($200\ \mu\text{m}/80$). Por tanto, 1 división produce un desplazamiento del plano de enfoque de $2,5\ \mu\text{m}$ ($1\ \mu\text{m}=10^{-6}\ \text{m}$).

Para realizar las medidas de distancias que se describen a continuación deberá contar las vueltas completas y el número de divisiones que ha realizado con el ajuste fino. Para contar utilice uno de los triángulos pequeños de referencia que se encuentran en el borde de la rueda de enfoque grueso (ver figura 8.7).

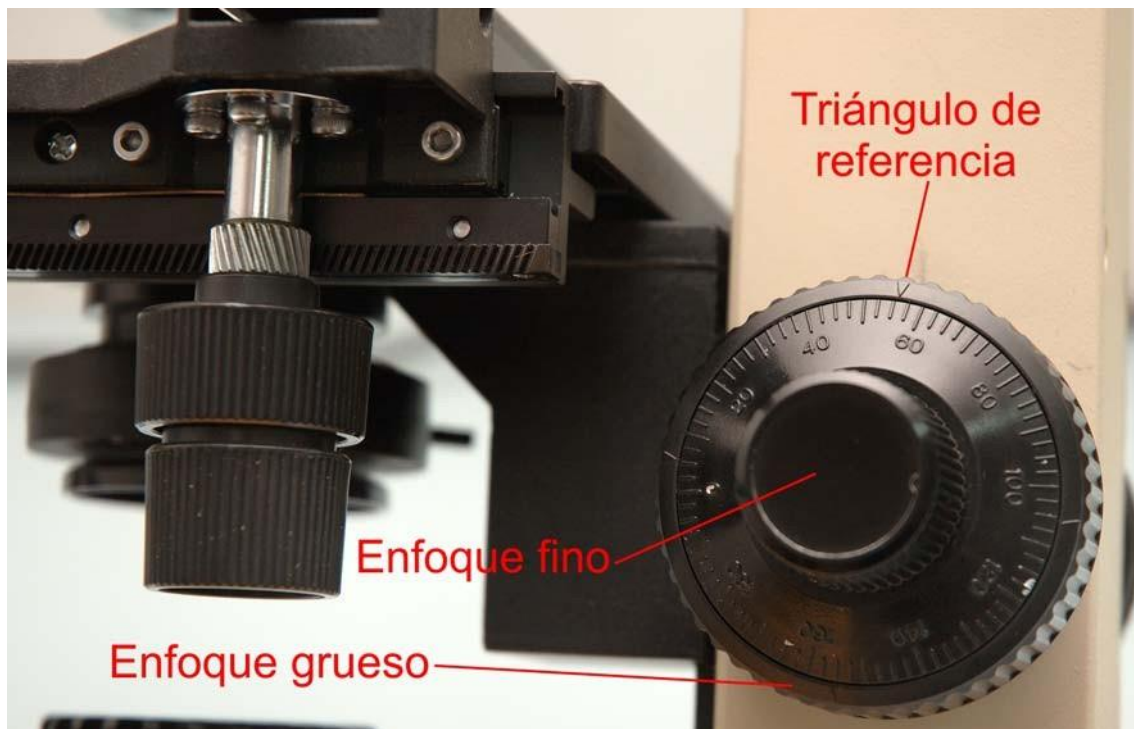


Figura 8.7. Mecanismo de enfoque del microscopio compuesto.

Reemplace el ocular micrométrico utilizado en la parte anterior de la práctica por el ocular del microscopio que suministra el fabricante. Es conveniente que realice las siguientes observaciones de forma binocular. Elija un portaobjetos y realice un trazo O en su cara superior con un bolígrafo o rotulador, como se muestra en la figura 8.6. El trazo O será el objeto y es importante que considere que el portaobjetos en que se ha realizado el trazo O no es la lámina cuyo índice de refracción quiere calcular. Sitúe dicho portaobjetos en la platina y enfoque el trazo O utilizando el enfoque grueso al principio y el fino para mejorarlo.

Seguidamente coloque la lámina planoparalela a la que le va a medir el índice de refracción sobre el portaobjetos anterior. Observará que la imagen del objeto ya no está correctamente enfocada, debido al desplazamiento en la imagen que produce la lámina planoparalela. Para medir este desplazamiento tome nota de la posición en que está la rueda de enfoque fino. A continuación, mueva solamente la rueda del enfoque fino hasta ver nítidamente O', que es la imagen producida por la lámina planoparalela del objeto O. Cuente el número de vueltas y de divisiones hasta ver O' nítidamente enfocado. Esta medida corresponde a la distancia OO', que es el desplazamiento $\Delta s'$ de la ecuación (3).

Para calcular el índice de refracción necesita también medir el espesor d de la lámina problema, que es la distancia OA en la figura 8.6. Es posible

utilizar también el microscopio para medir esta distancia, pues será mucho más exacto que si utiliza, por ejemplo, un calibre. Para medir el espesor OA proceda de forma análoga a como ha hecho en la medida de OO'. Primero enfoque de nuevo el objeto O, que es el trazo realizado en la cara de arriba de una lámina planoparalela auxiliar. Para este enfoque utilice el enfoque grueso al principio y el enfoque fino para mejorarlo. Haga un trazo A en la cara de arriba de la lámina planoparalela a la que le está midiendo el índice de refracción, como se observa en la figura 8.6. Coloque dicha lámina encima de la lámina auxiliar. Tome nota de la posición en que está la rueda de enfoque fino y moviendo solamente la rueda del enfoque fino enfoque A. Con la escala del mecanismo de enfoque fino, contando el número de vueltas y de divisiones mida la distancia OA, que es el espesor d de la lámina.

- ❖ Si lo prefiere, puede medir más rápidamente la distancia OA como suma de las distancias OO' (anteriormente medida) y O'A.

De acuerdo con la expresión (3) y la figura 8.6, puede calcular el índice de refracción de la lámina planoparalela mediante la fórmula:

$$n = \frac{d}{d - \Delta s'} = \frac{OA}{OA - OO'} \quad (4)$$

- ❖ La medida del índice de refracción es independiente del aumento del objetivo que emplee, aunque no la precisión de las medidas, que es mayor con el objetivo 10x.

Para el cálculo de incertidumbres tenga en cuenta que la incertidumbre mínima asociada a cualquier distancia medida con el mecanismo de enfoque fino será de 5 μm , ya que cualquier distancia es el resultado de 2 enfoques, cada uno de los cuales tiene una incertidumbre de al menos 2,5 μm .

Si ha realizado las medidas correctamente, el índice de refracción que obtenga deberá estar en el rango correspondiente a los vidrios ópticos ordinarios (entre 1,4 y 2,0, aproximadamente). También puede serle útil pensar que, si ha usado como lámina problema un portaobjetos convencional, el espesor OA debe ser del orden de 1 mm (1000 μm), equivalente a 5 vueltas completas del mecanismo de enfoque fino del microscopio.

○ **RECUERDE:**

Como resultado de esta práctica se espera que, como mínimo:

- Mida los aumentos de los dos objetivos del microscopio compuesto
- Mida el índice de refracción medio de una lámina planoparalela.
- Presente todas las medidas y resultados con el correspondiente tratamiento de datos y cálculo de incertidumbres.

○ **CUESTIONES**

- 1.- Probablemente el valor medido para el aumento de cualquiera de los objetivos no coincide con el marcado por el fabricante en el propio objetivo, ¿es esta discordancia atribuible simplemente a los errores experimentales asociados a cualquier medida física?
- 2.- ¿Por qué el objetivo del microscopio requiere una esmerada corrección de aberraciones? ¿Es importante para el ocular?
- 3.- Al cambiar el ocular del fabricante por el ocular micrométrico para realizar la medida del aumento de un objetivo ¿podría saber si el intervalo óptico del microscopio ha aumentado o disminuido?
- 4.- ¿Por qué cuando se ve nítida la imagen del micrómetro por el ocular micrométrico no se ve nítida por el ocular del microscopio?
- 5.- ¿Podría calcular los aumentos angular y axial de cualquiera de los objetivos del microscopio? ¿Y el aumento total del microscopio?
- 6.- En la medida del aumento de un objetivo de microscopio, ¿el resultado es independiente del tamaño del objeto que considere?
- 7.- Reflexione sobre la influencia que puede tener el aumento del objetivo en la medida del índice de refracción de la lámina planoparalela.
- 8.- ¿Es posible medir el espesor de la lámina planoparalela midiendo simplemente la distancia entre el enfoque de una marca hecha en su cara inferior y otra en su cara superior?
- 9.- Si el trazo O realizado en la lámina auxiliar se hace no en la cara superior de dicha lámina sino en la inferior ¿obtendrá resultados incorrectos?
- 10.- Puede pensarse que entre la lámina auxiliar y la lámina problema hay un cierto espesor de aire. ¿Conduciría esto a un error en las medidas de OO' y OA? ¿Y en la medida de n ?
- 11.- ¿Le parece correcto hallar el índice de refracción de la lámina planoparalela mediante la expresión (3), que sólo es válida en aproximación paraxial?

PRÁCTICA 9

LIMITACIÓN DE RAYOS: ABERTURA Y CAMPO

○ **INTRODUCCIÓN**

El tamaño finito de los elementos que forman los sistemas ópticos (lentes, espejos, diafragmas, pantallas, etc.) determina algunas características importantes de los mismos. Concretamente, la cantidad de luz en la imagen y el tamaño del campo observable vienen condicionados por el tamaño de los componentes del sistema óptico. En esta práctica analizará qué elemento limita la luminosidad de la imagen (diafragma de apertura) y cuál limita el tamaño del plano objeto del que el sistema óptico forma la imagen (diafragma de campo).

❖ Puede encontrar los conceptos teóricos de limitación de rayos en el capítulo 4 “Sistemas ópticos reales” del libro Óptica de J. Casas.

El material que utilizará, mostrado en la figura 9.1, es el siguiente:

- Banco óptico y jinetillos.
- Fuente de iluminación y objeto.
- Una lente convergente.
- 2 diafragmas de apertura variable (iris).
- Un calibre.
- Una pantalla.

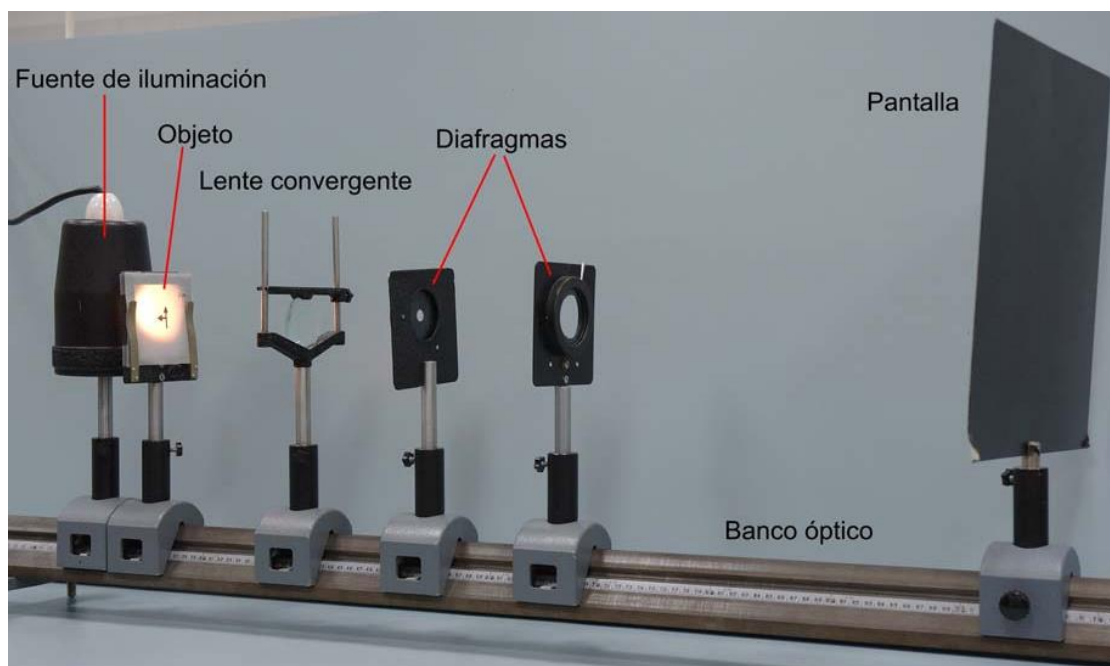


Figura 9.1. Material disponible para el estudio de la limitación de rayos.

○ FUNDAMENTO TEÓRICO

La determinación, teórica o experimental, de la posición y el tamaño de la imagen que produce un sistema óptico de un objeto dado, es a menudo la primera operación que se realiza. Sin embargo, se ha de considerar también que los elementos que constituyen un sistema óptico (lentes, diafragmas, etc.) tienen un tamaño finito. El tamaño de los elementos del sistema no influye sobre la posición o el tamaño de la imagen, pero limita los haces de rayos que provenientes del objeto llegan al plano imagen. Como consecuencia tanto la iluminación de la imagen como el campo visible del objeto están limitados. No toda la luz que parte del objeto es recogida por el sistema óptico y llevada a la imagen. Además, la distribución de la luz en el plano imagen puede no ser homogénea.

En todo sistema óptico el carácter finito de sus componentes limita de forma natural los rayos. Con frecuencia se introducen además otras limitaciones adicionales llamadas diafragmas, por ejemplo, para corregir determinadas aberraciones. Los diafragmas pueden tener un tamaño fijo o variable. Usualmente el tamaño de los componentes de un sistema óptico viene dado por su diámetro, pues operamos con sistemas ópticos centrados.

❖ Los diafragmas de tamaño variable se denominan diafragmas iris, o simplemente iris. Por ejemplo, este tipo de diafragmas se emplean en los objetivos de algunas cámaras fotográficas.

El elemento de un sistema óptico que determina la extensión máxima del haz de luz que proviene de un punto objeto situado en el eje óptico del sistema se denomina **diafragma de apertura** (D.A.). Las imágenes del D.A. en el

se denomina **diafragma de apertura** (D.A.). Las imágenes del D.A. en el espacio objeto e imagen se denominan **pupila de entrada** (P.E.) y **pupila de salida** (P.S.), respectivamente.

El elemento de un sistema óptico que limita la zona o parte del objeto que puede verse a través del sistema (o el campo visual observable) se denomina **diafragma de campo** (D.C.). Las imágenes del D.C. en el espacio objeto e imagen se denominan **lucarna de entrada** (L.E.) y **lucarna de salida** (L.S.), respectivamente.

Tanto el D.A. como el D.C. son siempre elementos físicos tangibles (no así necesariamente las pupilas y las lucarnas). La P.S. es la conjugada de la P.E: o sea, la luz entra por la P.E. y sale por la P.S. del sistema. Igualmente la L.S. es la conjugada de la L.E.

A la hora de calcular los diafragmas de un sistema óptico se ha de decidir el espacio en el que trabajar: espacio objeto (lo más usual), espacio imagen o posibles espacios intermedios. Primero se calculan las pupilas y diafragma de apertura, y a continuación se hallan las lucarnas y diafragma de campo.

❖ La existencia de espacios intermedios, así como el número de espacios intermedios, depende del número de elementos formadores de imágenes del sistema.

Si en un sistema sólo hay dos componentes, obviamente uno será D.A. y el otro D.C. El diafragma de apertura y el de campo determinan los tamaños de los diferentes campos sobre la imagen correspondientes a diferentes iluminaciones. Se denominan campos de iluminación plena, media y límite. Cuando el tamaño de estos tres campos lineales sobre el plano de la imagen es el mismo se dice que no existen **viñeteos** y el campo está limitado correctamente en el sistema óptico. Para que esto ocurra la L.E. debe estar situada sobre el objeto, o, lo que es lo mismo, la L.S. sobre la imagen.

○ **MÉTODO EXPERIMENTAL**

1. Coloque bien alineados sobre el banco óptico el objeto convenientemente iluminado, la lente y la pantalla. Obtenga una imagen nítida del objeto en la pantalla y calcule la focal de la lente convergente y su incertidumbre. Para ello puede usar la ecuación de correspondencia de Gauss (ecuación (1)), teniendo en cuenta las posiciones del objeto, la lente y la imagen, sabiendo que en esta ecuación a es la distancia de la lente al objeto (negativa según nuestro criterio de signos) y a' es la distancia de la lente a la imagen:

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f'} \quad (1)$$

El aumento lateral β' permite calcular el tamaño de la imagen (y') a partir del tamaño del objeto (y), pudiendo ser calculado mediante la ecuación (2):

$$\beta' = \frac{a'}{a} = \frac{y'}{y} \quad (2)$$

2. A continuación, sitúe un diafragma iris D entre el objeto y la lente, y cambie su tamaño, observando qué ocurre en la imagen. Si al cambiar el tamaño del diafragma iris D cambia la cantidad de luz que llega a la imagen, pero no el tamaño del campo, el diafragma iris será el diafragma de apertura (D.A.) y la lente será el diafragma de campo (D.C.). En cambio, si al cambiar el tamaño del diafragma iris D varía el campo observable en la pantalla, el diafragma iris D actúa como diafragma de campo (D.C.) y la lente como diafragma de apertura (D.A.). Observe que estas dos situaciones se producen según que el diafragma iris esté situado cerca de la lente o del objeto, respectivamente. Mediante marchas de rayos, explique los resultados de limitación de rayos que ha observado.

3. Coloque el diafragma iris D entre la lente y la pantalla y vea qué ocurre en el plano imagen al modificar el diámetro del iris D. Pruebe diferentes posiciones del diafragma iris D, más o menos cercano a la imagen o a la lente, y vea qué componentes actúan ahora como diafragma de apertura (D.A) y diafragma de campo (D.C.). Piense que esta situación es análoga a la del epígrafe anterior, y puede entenderse bien operando en el espacio imagen.

❖ Razone dónde están situadas las pupilas y lucarnas en las situaciones descritas en los epígrafes 2 y 3.

4. Realice ahora el montaje indicado en la figura 9.2, situando dos diafragmas iris entre la lente y la pantalla: uno muy pegado a la lente (D_1), y el otro muy pegado a la pantalla (D_2). Estudie qué elemento del sistema actúa como D.A. y cuál como D.C. Para ello cierre y abra cada uno de los diafragmas y observe el efecto que se produce en la imagen.

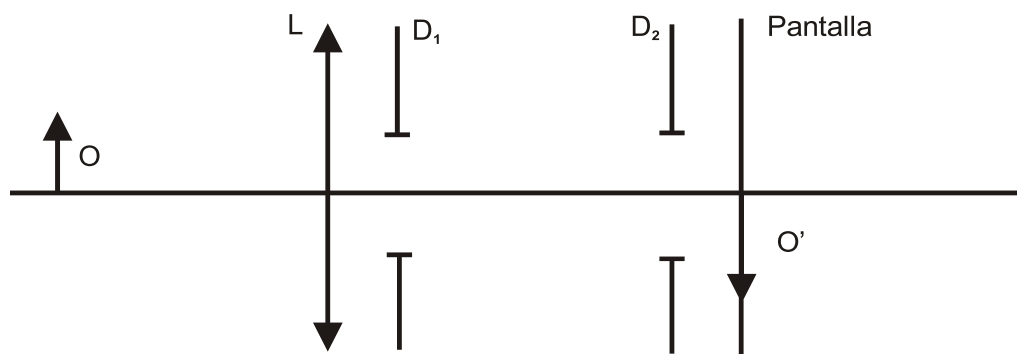


Figura 9.2. Montaje de un sistema óptico con limitación correcta del campo.

Si D_2 estuviera justamente sobre la pantalla observaría que el campo imagen es uniforme y tiene un borde perfectamente nítido, pasando de luz a oscuridad repentinamente. En ese caso coinciden los tamaños de los campos de iluminación plena, media y límite sobre la imagen, y se dice que el campo está limitado correctamente. Es lo que se observa en la foto de la izquierda de la figura 9.3: D_2 es el D.C. y también la L.S., coincidente con la imagen, por lo que la L.E. estará sobre el objeto, puesto que L.E. y L.S. son conjugadas.

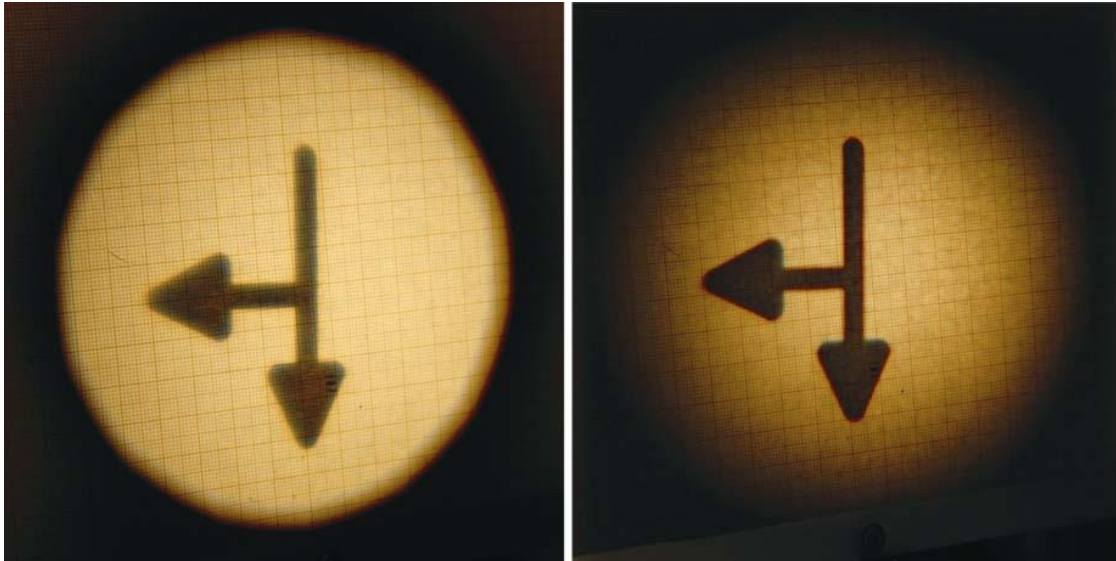


Figura 9.3. Foto del plano imagen en caso de limitación correcta (izquierda) y limitación incorrecta (derecha) del campo.

Sin embargo, observe que si aleja D_2 de la pantalla, el campo ya no está correctamente limitado observándose que el borde del campo pierde nitidez, la transición de luz a oscuridad es gradual, no repentina. Ahora la iluminación en la pantalla no es uniforme, existiendo una zona central de mayor iluminación (campo imagen de iluminación plena), seguida de un gradiente hacia menor iluminación (campos imágenes de iluminación media y límite). En esta situación, ilustrada en la foto de la derecha de la figura 9.3, el campo no está limitado correctamente, y se dice que hay viñeteos o que los haces están viñeteados.

- ❖ ¿Dónde está situada la P.E. del sistema óptico de la figura 9.2?
¿Por dónde sale la luz que “llena” la P.E. de este sistema óptico?
- ❖ En el sistema de la figura 9.2, si los diafragmas tienen un tamaño diferente al mostrado, ¿podría darse el caso de que la lente fuese el D.A. en lugar de D_1 ? ¿Podría ser la lente D.C.?

5. Finalmente, vuelva a la situación del epígrafe 2 colocando un único diafragma iris D entre el objeto y la lente, en cualquier posición intermedia. Anote las posiciones del objeto, del diafragma, de la lente y de la imagen. Con un calibre mida los diámetros del diafragma y de la lente. En la pantalla de papel milimetrado puede medir el diámetro del campo de iluminación límite (es el campo más grande). Con los datos obtenidos realice el cálculo teórico de qué elementos actúan como D.C. y D.A.

Por ejemplo, la figura 9.4 es un esquema de una situación experimental del tipo indicado en el párrafo anterior en la que, operando desde el pie del objeto O , se observa claramente que la lente es el D.A. (también P.E. y P.S.) y el diafragma iris D es el D.C. (también L.E.). Las distancias OO_1 , OO_2 y OO_3 multiplicadas por 2 (por la simetría respecto al eje óptico) son los campos de iluminación plena, media y límite sobre el objeto, respectivamente. Mediante

trigonometría se pueden calcular los valores de los segmentos OO_1 , OO_2 y OO_3 , ya que podemos medir los tamaños de la lente y el diafragma D, así como las posiciones de la lente, el diafragma D y el objeto y . Los campos de iluminación plena, media y límite sobre la imagen (OO'_1 , OO'_2 y OO'_3) no están indicados en la figura 9.4 pero se calculan teóricamente de forma inmediata a partir de los campos sobre el objeto, ya que el tamaño de la imagen y el objeto se relacionan por el aumento lateral β' (ecuación (2)). Calcule en una situación como la de la figura 9.4 el tamaño del campo de iluminación límite sobre la imagen (o sea el doble de OO'_3) y compruebe que dicho valor concuerda con el medido experimentalmente sobre la pantalla.

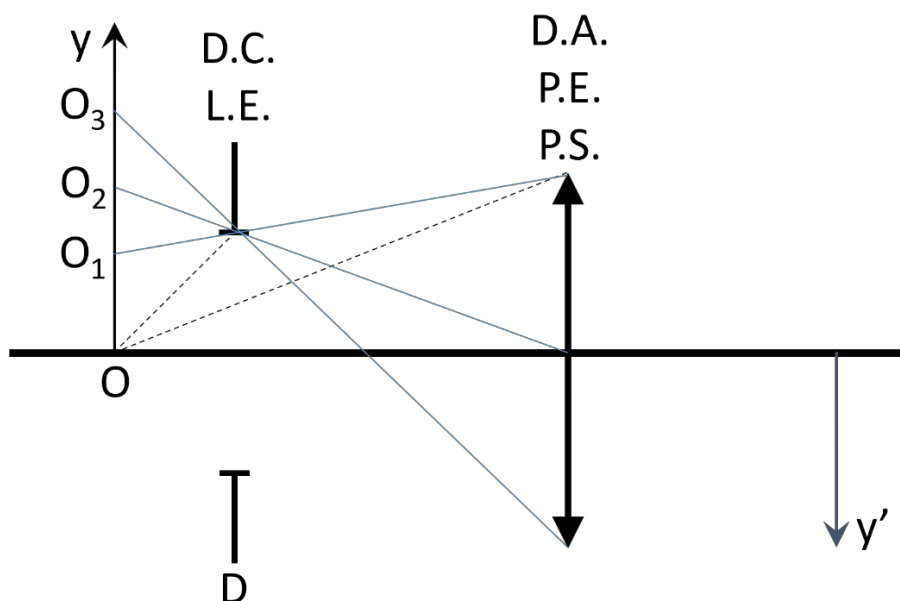


Figura 9.4. Esquema de la situación indicada en el párrafo final del epígrafe 5

○ **RECUERDE:**

Como resultado de esta práctica, se espera que, como mínimo, realice las observaciones descritas, comentando qué elementos actúan como D.A. y D.C. en cada uno de los montajes y las correspondientes pupilas y lucarnas. Además, en la medida del campo de iluminación límite compare los resultados experimentales con los teóricos y razone el origen de las posibles discrepancias.

○ **CUESTIONES**

- 1.- ¿Se limita correctamente el campo en el caso de los dos sistemas ópticos descritos en el primer párrafo del Método Experimental?
- 2.- En las clases de teoría y problemas ha aprendido a calcular los diafragmas de apertura y campo por un procedimiento en el que se pasan todos los componentes al espacio objeto (o al espacio imagen, o a un espacio intermedio). ¿Por qué se realiza esta operación? ¿No bastaría con considerar sin más los tamaños de los distintos componentes del sistema?
- 3.- ¿Considera interesante estudiar en esta práctica algún otro sistema óptico para ilustrar en él cuestiones relativas a la limitación de rayos? En su caso, indique qué sistema y qué cuestiones piensa que podrían ser estudiadas.

PRÁCTICA 10

ESTUDIO CUALITATIVO DE LAS ABERRACIONES ÓPTICAS

○ INTRODUCCIÓN

En cualquier sistema óptico real, en mayor o menor grado no se cumplen las condiciones de la aproximación paraxial. Como consecuencia las imágenes de los objetos dejan de ser perfectas: la imagen de un punto ya no es un punto (o sea, desaparece la nitidez en las imágenes), ni tampoco la imagen de un plano es otro plano, etc. Se dice que el sistema óptico presenta aberraciones, que pueden ser de diversos tipos.

- ❖ Puede consultar un estudio de las aberraciones en el capítulo 4 “Sistemas ópticos reales” del libro “Óptica”, de J. Casas, o en el capítulo 9 “Lens aberrations” del libro “Fundamentals of Optics” de F. A. Jenkins y H. E. White.

En la práctica operar con aberturas infinitamente pequeñas, como exige la óptica paraxial, equivale a que no llegue luz a la imagen, lo que es completamente inaceptable. Puesto que todos los sistemas ópticos reales presentan aberraciones, su estudio es muy importante en campos de aplicación tan distintos como Astronomía, Oftalmología, Microscopia, Fotografía, etc. En todo caso, afortunadamente, la existencia de algunas aberraciones en los sistemas ópticos no sólo puede ser algo tolerable, sino incluso beneficioso. Por ejemplo, para ser percibida por el ojo humano, una imagen con ciertas aberraciones puede ser preferible.

- ❖ Se investiga si el mecanismo de acomodación se apoya en ciertas aberraciones cromáticas y geométricas de la imagen retiniana.

Las aberraciones de los sistemas ópticos se suelen clasificar en dos grandes grupos: geométricas y cromáticas. Las **aberraciones cromáticas** se producen como consecuencia de operar con luz blanca, debido a la dependencia del índice de refracción de los materiales con la longitud de onda, lo que se conoce como dispersión cromática.

Las **aberraciones geométricas** se producen operando incluso con luz monocromática, y se deben a la deformación de los frentes de onda al transmitirse o reflejarse en un sistema óptico. Existen diferentes clasificaciones

de las aberraciones geométricas. Las más importantes son las clasificaciones de Seidel y Zernike, que hacen alusión a la base de polinomios utilizada para descomponer el frente de onda. La descomposición en serie de los polinomios de Seidel tiene mayor correlación con las aberraciones geométricas que se observan. Estas son: esférica, coma, astigmatismo, curvatura de imagen y distorsión.

En la práctica los sistemas pueden y suelen tener simultáneamente varias aberraciones geométricas y cromáticas.

El estudio cuantitativo de las aberraciones es parte importante del llamado “cálculo de sistemas ópticos” y excede el nivel de la asignatura Óptica Geométrica II. Por tanto, en esta práctica se limitará a la observación y estudio cualitativo de las distintas aberraciones de los sistemas ópticos. En cada una de las siguientes secciones se darán algunos fundamentos teóricos de cada una de las aberraciones, seguidos de los correspondientes montajes experimentales para su observación. Tenga en cuenta que ha de observar y analizar los tipos de aberraciones de cada una de las lentes.

❖ Tenga en cuenta que las aberraciones están relacionadas con un montaje determinado. Por tanto, si modifica un sistema óptico (cambiando lentes, diafragmas, posición del objeto, etc.) se tendrán aberraciones diferentes.

Dispone del siguiente material (ver apéndice 1):

- Banco óptico.
- Fuente luminosa.
- Varios jinetillos.
- Juego de lentes.
- Diafragmas iris.
- Pantalla.
- Calibre

○ **ABERRACIÓN ESFÉRICA**

Suponga un objeto puntual O, situado en el eje de un sistema óptico centrado. En aproximación paraxial todos los rayos que parten de O se cortarán en un único punto O' denominado imagen paraxial de O. Fuera de esta aproximación, la imagen deja de ser un único punto. Los rayos procedentes de O emergen del sistema óptico cortándose entre sí de forma compleja, y dando lugar a lo que se llama **cáustica**. Por ejemplo, los rayos que entran al sistema óptico a mayor altura respecto al eje pueden converger más cerca que los más próximos al eje, como se observa en el esquema de la figura 10.1. Como resultado de la cáustica se obtienen diferentes imágenes según la posición en los planos situados en las posiciones 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7 de la figura 10.1. Estas imágenes muestran distintos cortes de la cáustica (salvo las posiciones 6 y 7).

La posición 4 corresponde al llamado **círculo de mínima confusión** o **plano de mejor imagen**.

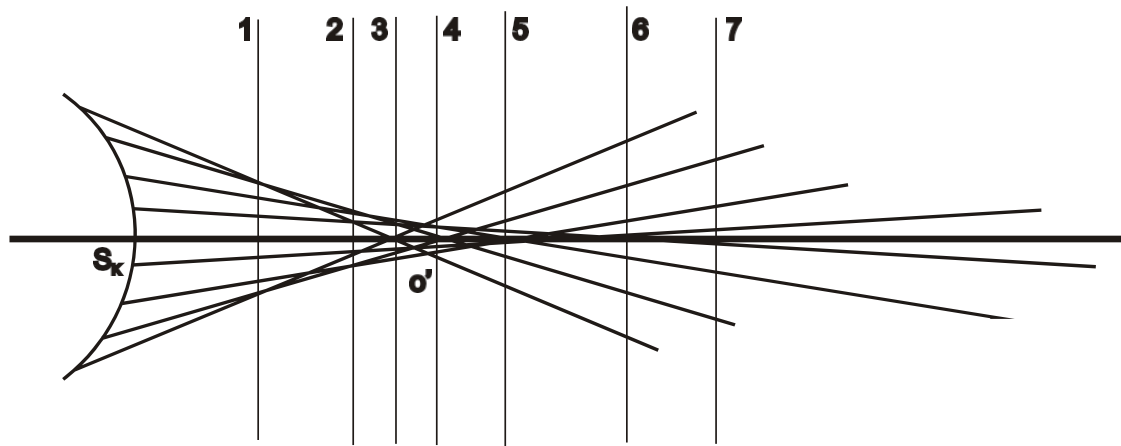


Figura 10.1. Rayos emergentes de un sistema óptico con aberración esférica.

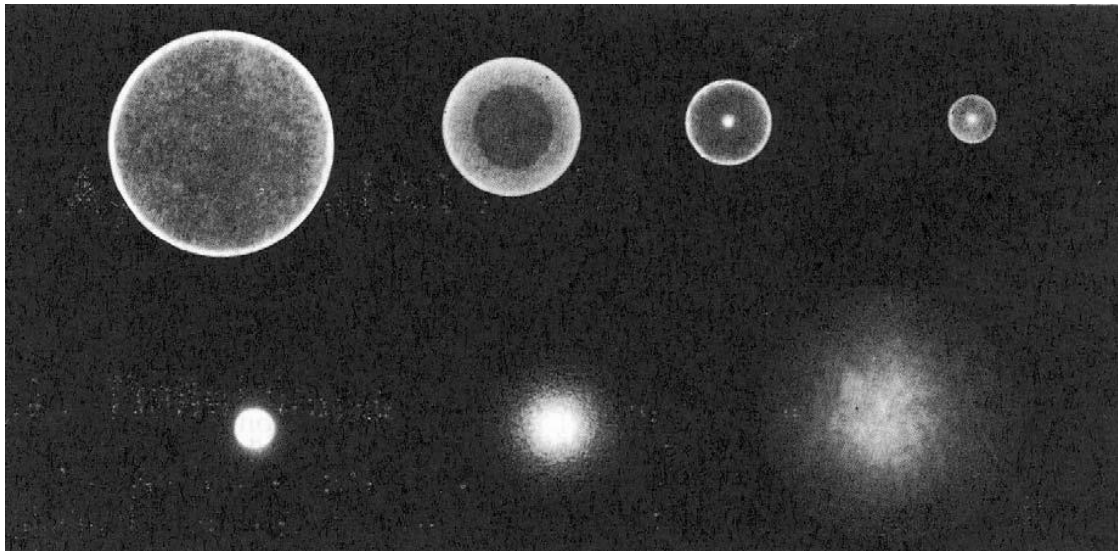


Figura 10.2. Imágenes en blanco y negro correspondientes a los distintos planos de la figura 10.1. (J. Casas)

Experimentalmente, para observar la aberración esférica utilice la fuente luminosa con el objeto puntual, que es el pequeño orificio realizado en una cartulina que tapa la fuente luminosa. A continuación, coloque una de las lentes disponibles a una distancia relativamente grande del objeto (fuera de su distancia focal), y finalmente la pantalla.

❖ Es recomendable empezar por la lente de mayor potencia. Posteriormente tendrá que hacerlo con las demás.

Procure que los componentes estén muy bien alineados, de forma que el objeto esté en el eje óptico de la lente, pues en caso contrario no se observa la aberración esférica, sino otras aberraciones. Moviendo la pantalla debe observar en ella imágenes como las mostradas en la figura 10.2. Dependiendo de la lente estas imágenes serán más o menos parecidas a las de la figura 10.2.

A continuación, sitúe el diafragma iris cerca de la lente y bien alineado. Alir cerrando el diafragma se aproximará al ámbito paraxial, y observará que la cáustica va desapareciendo. Para aberturas muy pequeñas la imagen del objeto puntual vuelve a ser un punto.

○ **ABERRACIÓN DE COMA**

La aberración de coma es propia de objetos puntuales situados fuera del eje óptico (extraaxiales), para sistemas ópticos con aberturas grandes. La aberración de coma está relacionada con la pérdida de simetría de revolución en la imagen. Según el esquema de la figura 10.3 a un punto objeto O_1 le corresponde una imagen paraxial O_1' . La aberración de coma se debe a que no todos los rayos procedentes de O_1 pasan por O_1' , de forma que la imagen sólo tiene un plano de simetría. En este caso se dice que la imagen está afectada de coma. La figura 10.4 muestra fotografías de diferentes imágenes afectadas de coma.

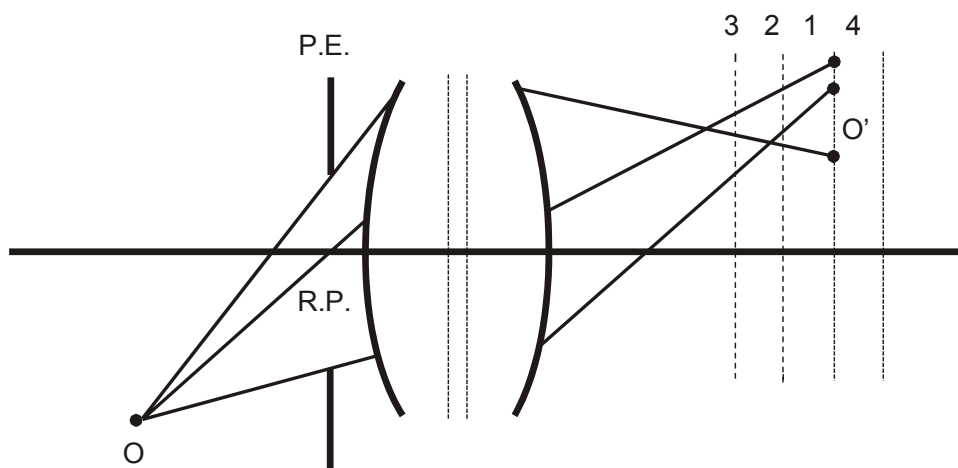


Figura 10.3. Esquema de un sistema óptico con aberración de coma.

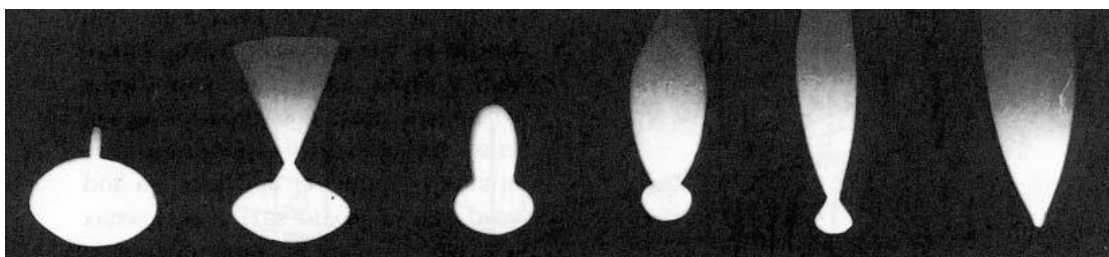


Figura 10.4. Fotografías en blanco y negro de las secciones de un haz comático (J. Casas).

Para observar la aberración de coma comience con el mismo montaje utilizado para la aberración esférica. Sitúe la pantalla en el plano de mejor imagen. Como se ha dicho, para observar la aberración de coma es indispensable que el punto objeto sea extraaxial. Para conseguirlo gire la lente, con lo cual el objeto quedará fuera del eje, como en la figura 10.5. En la pantalla

observará imágenes afectadas de aberración de coma, similares a las de la figura 10.4. Si sitúa un diafragma iris delante de la lente y lo va cerrando, observará que la aberración de coma va desapareciendo conforme se acerca al dominio paraxial.

Observe el coma producido por las distintas lentes disponibles. ¿Cree que debería de ser igual para todas las lentes según la teoría?

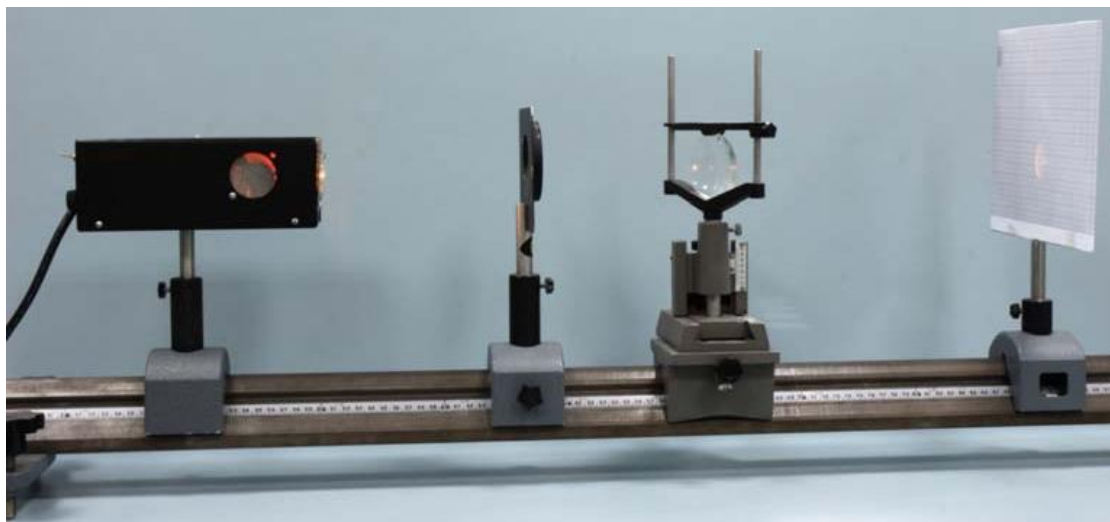


Figura 10.5. Montaje experimental para la observación de la aberración de coma.

○ **ASTIGMATISMO**

La aberración de astigmatismo se presenta cuando la superficie de onda emergente de un sistema óptico pierde la simetría de revolución. Esto sucede para sistemas ópticos centrados si el punto objeto es extraaxial, aún cuando la abertura del sistema sea pequeña. La superficie de onda emergente, según la figura 10.6, tiene en cada punto dos radios de curvatura principales, y por tanto dos centros de curvatura (C_1 y C_2), que serán las imágenes astigmáticas del objeto puntual. Los segmentos C_1 y C_2 se denominan **focales de Sturm**. Las focales de Sturm son segmentos perpendiculares entre sí, y sólo uno de ellos está en el plano meridiano (C_1). La distancia entre las focales de Sturm se llama **astigmatismo**. Mida el astigmatismo en una posición determinada del objeto y para las distintas lentes. En los resultados indique las posiciones del objeto y la imagen. Tenga en cuenta que el astigmatismo puede ser nulo cuando la lente no presente esta aberración para un montaje determinado.

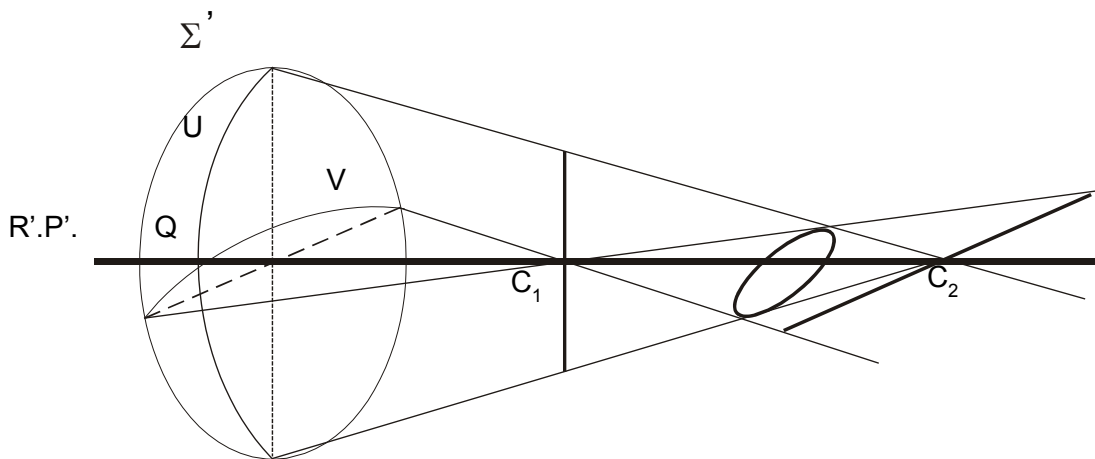


Figura 10.6. Superficie de onda emergente en un sistema con astigmatismo.

Si intercepta los haces emergentes por diferentes planos perpendiculares al eje óptico, fuera de las focales de Sturm observará secciones luminosas elípticas. Si intercepta los haces emergentes entre las dos focales de Sturm observará una sección aproximadamente circular, que es el plano de mejor imagen (recuerde que el objeto es un punto). Así pues, debido a la aberración de astigmatismo, según donde recoja la imagen del objeto puntual obtendrá imágenes como las mostradas en la figura 10.7. Estas imágenes serán un segmento de recta (si enfoca alguna de las focales de Sturm), una mancha circular (si enfoca aproximadamente en el punto medio entre ambas focales) o una elipse (en cualquier otra posición).



Figura 10.7. Imágenes astigmáticas en blanco y negro de un objeto puntual (J. Casas).

Para observar la aberración de astigmatismo utilice el mismo montaje descrito para la aberración de coma, mostrado en la figura 10.5., donde el objeto es extraaxial. Ha de analizar la aberración de astigmatismo de todas las lentes. Es recomendable que comience empleando una lente de escasa potencia, pues el astigmatismo será mayor. Cambiando la posición de la pantalla debe observar imágenes similares a las de la figura 10.7. Puede medir el astigmatismo, que es la distancia entre las focales de Sturm, para distintas posiciones del objeto.

Para obtener un pincel luminoso puede interponer un diafragma de pequeña abertura entre el objeto y la lente, o bien utilizar una lente muy alejada del punto emisor. Observará que aún cuando opere con pinceles la aberración de astigmatismo puede seguir existiendo.

- ❖ En la bibliografía puede encontrar de qué factores depende el astigmatismo (distancia entre las focales de Sturm) de una lente.

○ **DISTORSIÓN**

Esta aberración se produce para objetos extensos (no puntuales). Un sistema óptico está afectado de distorsión si la imagen no conserva una relación de semejanza constante con el objeto. Es decir, hay una falta de constancia del aumento lateral del sistema. La distorsión puede ser en **corsé** o en **barril**, según que el aumento lateral crezca o decrezca al aumentar el tamaño del objeto, respectivamente. La figura 10.8 muestra esquemáticamente la imagen de un objeto (una cuadrícula) cuando el sistema no tiene distorsión (a), y cuando está afectado de distorsión en corsé (b) o en barril (c). En la figura 10.9 se observan las distorsiones en barril y en corsé de dos lentes.

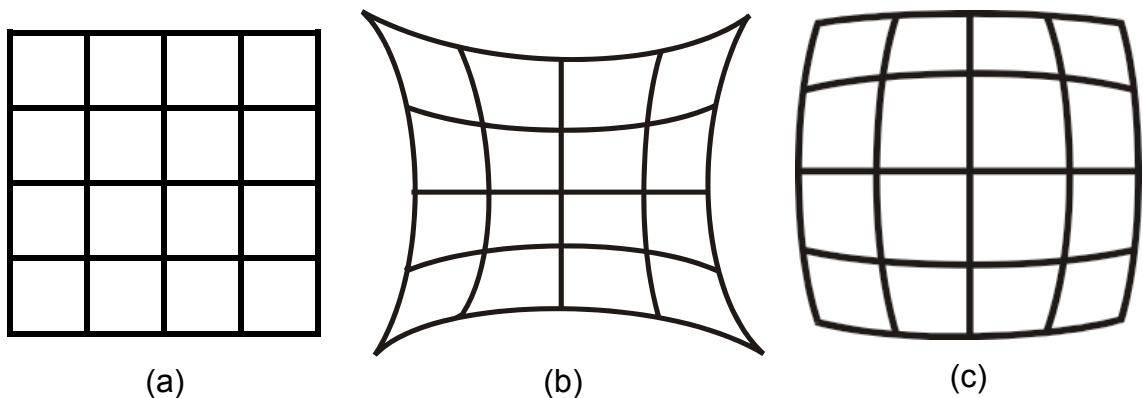


Figura 10.8. Esquemas de imágenes sin (a) y con aberración de distorsión (b y c).

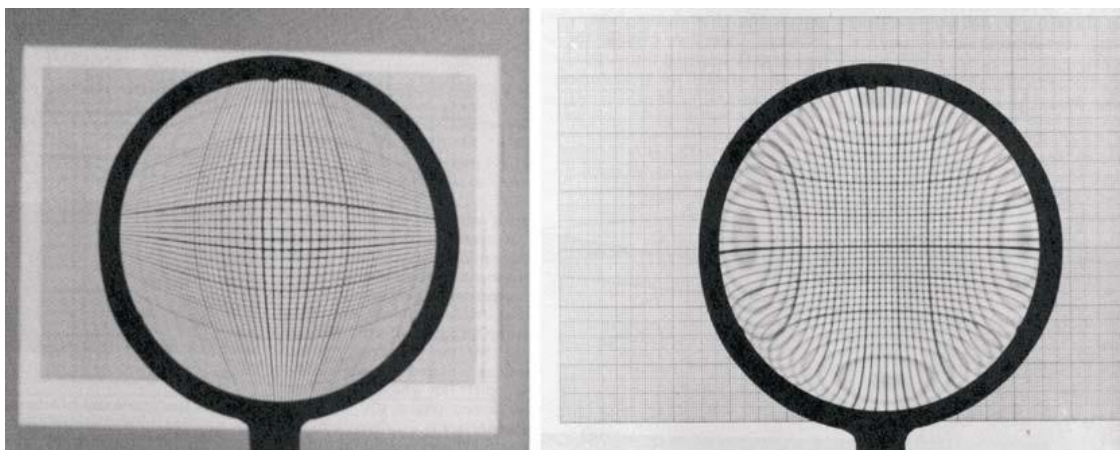


Figura 10.9. Ejemplos de aberración de distorsión en corsé (izquierda) y en barril (derecha) para dos lentes.

Puede apreciar la aberración de distorsión simplemente mirando una cuadrícula o un papel milimetrado a través de algunas de las lentes dadas.

○ **ABERRACIONES CROMÁTICAS**

Las aberraciones cromáticas se producen debido a que los materiales ópticos presentan distinto índice de refracción n para diferentes longitudes de onda λ de la luz blanca. En general, la posición del foco imagen de un sistema óptico variará con la longitud de onda, como muestra la figura 10.10. La distancia entre las posiciones de las imágenes de un objeto dado para las longitudes de onda F y C (azul y rojo, respectivamente), se denomina **aberración cromática longitudinal** o de posición.

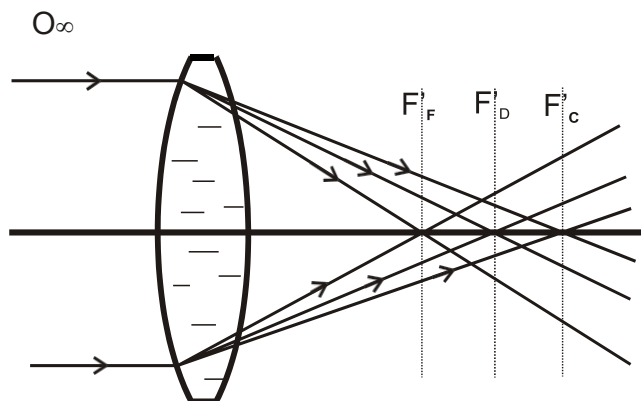


Figura 10.10. Aberración cromática longitudinal para un objeto en el infinito.

Debido a la variación de n con λ , el aumento lateral de un sistema será también dependiente de la longitud de onda. Se denomina **aberración cromática transversal** o de aumento, a la diferencia de tamaño entre las imágenes correspondientes a las longitudes de onda F y C. La aberración cromática transversal se ilustra en la figura 10.11.

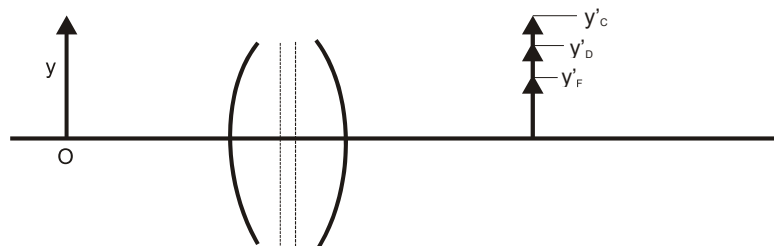


Figura 10.11. Aberración cromática transversal para un objeto próximo.

En todos los montajes que ha realizado, salvo que haya empleado el láser o un filtro de color tras el objeto iluminado, habrá estado observando aberraciones cromáticas. En otras prácticas también habrá observado aberraciones cromáticas. Las aberraciones cromáticas se producen junto con las aberraciones geométricas ya estudiadas. Por ejemplo, si utiliza el mismo montaje que para la aberración esférica, puede observar que la imagen de un punto está también afectada de aberraciones cromáticas. Un ejemplo se muestra en las fotografías de la figura 10.12, para distintos planos de la imagen (F'_F y F'_C). Desplace la pantalla sobre el banco óptico hasta observar la imagen del orificio con sus bordes azulados o rojizos, según la pantalla se sitúe más alejada o próxima a la lente, respectivamente (ver figuras 10.10 y 10.12).

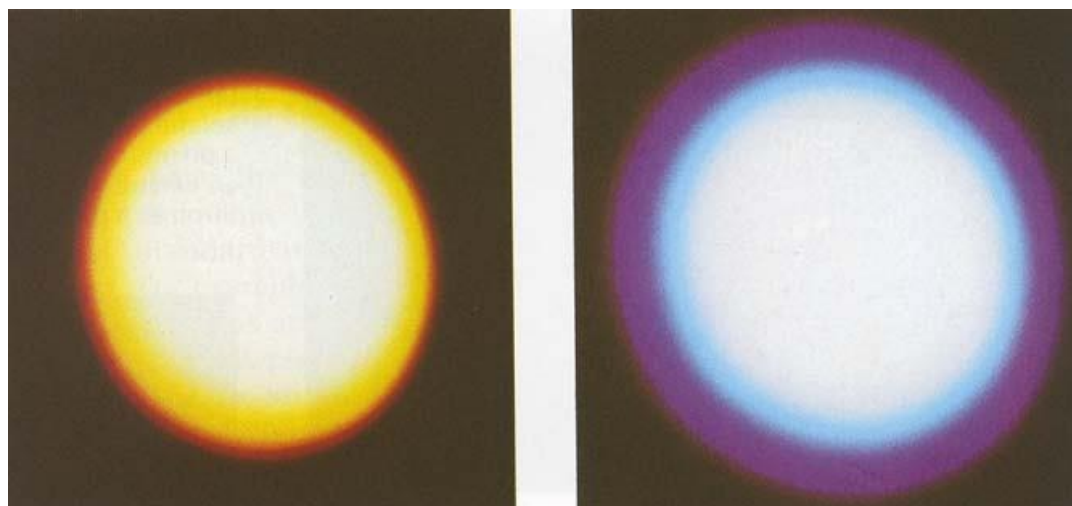


Figura 10.12. Fotografías de aberración cromática para un objeto puntual en distintos planos de la imagen.

❖ La figura 10.12 muestra en realidad un caso de aberración cromática y esférica. Se conoce como **aberración esferocromática**.

Usualmente las distancias entre las posiciones de las imágenes para las longitudes de onda F y C son muy pequeñas, por lo que necesitaría un microscopio de banco para hacer medidas. Aun así, en muchos sistemas ópticos reales las aberraciones cromáticas son fácilmente detectables. Dependiendo de la aplicación las aberraciones cromáticas pueden llegar a ser muy perjudiciales.

A partir de las observaciones realizadas puede deducir algunos factores de los que depende la aberración cromática de una lente delgada.

❖ ¿Cree que puedan existir lentes acromáticas, es decir sin aberración cromática?

○ **REALIZACIÓN DE LA PRÁCTICA:**

1. Calcule de manera experimental la focal (f'), mediante la ecuación de Gauss (*Práctica 3. Medida de distancias focales*), de todas las lentes pertenecientes al juego de la práctica, halle su potencia ($\varphi' = 1/f'$) y, establezca una clasificación de las lentes según su φ' .

2. Realice observaciones de todas las aberraciones descritas para cada una de las lentes previamente caracterizadas. Será necesario establecer diferentes situaciones, en las que se modifiquen: A. la distancia lente-objeto; B. la distancia objeto-pantalla; C. el ángulo de la lente respecto al eje óptico (provocar que el objeto se encuentre en un punto extraaxial). Esto servirá para analizar, de manera cualitativa, la influencia de estas distancias sobre la aberración estudiada.

3. Tome fotografías con un dispositivo móvil (sin flash), para todas las situaciones generadas en cada una de las observaciones realizadas. (Se recomienda que adjunte dichas fotografías en el guion de prácticas).

4. Establezca conclusiones generales, sobre la influencia de A. la distancia lente-objeto; B. la distancia objeto-pantalla; C. el ángulo de la lente respecto al eje óptico (puntos extraaxiales). D. potencia de la lente.

○ **RECUERDE:**

Como resultado de esta práctica, se espera que, como mínimo, realice las observaciones descritas para todas las lentes disponibles. Para cada lente haga una descripción de las aberraciones observadas. Cuando sea posible, realice las medidas de astigmatismo y aberración cromática longitudinal.

○ **CUESTIONES**

- 1.- ¿Tiene aberraciones geométricas un sistema óptico que opera con un objeto para el que es estigmático? ¿Y si opera con un objeto para el que se verifica la condición del seno de Abbe o la condición de Herschel?
- 2.- Se ha dicho que las aberraciones geométricas se producen también con luz monocromática. En realidad ¿es posible operar con luces monocromáticas?
- 3.- Busque en la bibliografía qué es la aberración esférica longitudinal y transversal. ¿Se podrían medir esas aberraciones en esta práctica y obtener la llamada “curva de aberración esférica”?
- 4.- ¿Cómo se suele corregir la aberración esférica de una lente de potencia dada?
- 5.- ¿Por qué piensa que no se ha mencionado la aberración de “curvatura de imagen” en este guion? ¿Se le ocurre algún montaje experimental para observar cómodamente dicha aberración?
- 6.- ¿Por qué todas las lentes disponibles en esta práctica son convergentes?
- 7.- Piense en ejemplos de situaciones de la vida corriente en los que se observan aberraciones de sistemas ópticos.
- 8.- La difracción en los sistemas ópticos hace que la calidad de la imagen disminuya. ¿Es la difracción un tipo más de aberración?
- 9.- ¿Es el ojo humano un sistema óptico sin aberraciones? ¿Qué aberraciones son más perjudiciales para la visión?
- 10.- ¿Cómo puede medirse la aberración de un sistema óptico cualquiera? ¿Y en el caso del ojo humano?

PRÁCTICA 11

EL OJO COMO SISTEMA ÓPTICO

○ INTRODUCCIÓN

En primera aproximación el ojo humano puede considerarse un sistema óptico centrado (o sea, todas sus superficies son esféricas y sus centros de curvatura están alineados) y paraxial, por lo que podemos estudiarlo usando los conocimientos adquiridos en Óptica Geométrica I.

Concretamente, el ojo humano es un sistema compuesto (ver figura 11.1), constituido por la córnea y el cristalino, que son dos lentes separadas entre sí por un medio óptico llamado “humor acuoso”. A su vez, entre el cristalino y la retina hay otro medio óptico llamado “humor vítreo”. La córnea es una lente gruesa que tiene una potencia fija. El cristalino es también una lente gruesa, pero su potencia cambia variando los radios de curvatura de sus dos caras, espesor e índice de refracción. El proceso de cambio de la potencia del cristalino se denomina “acomodación”, e implica un cambio en la potencia total del ojo, que hace posible que podamos ver tanto objetos lejanos como próximos. La retina es el lugar donde se debe formar la imagen para poder ver nítidamente, pues en ella se encuentran los fotorreceptores. La retina es similar a la pantalla usada en otras prácticas.

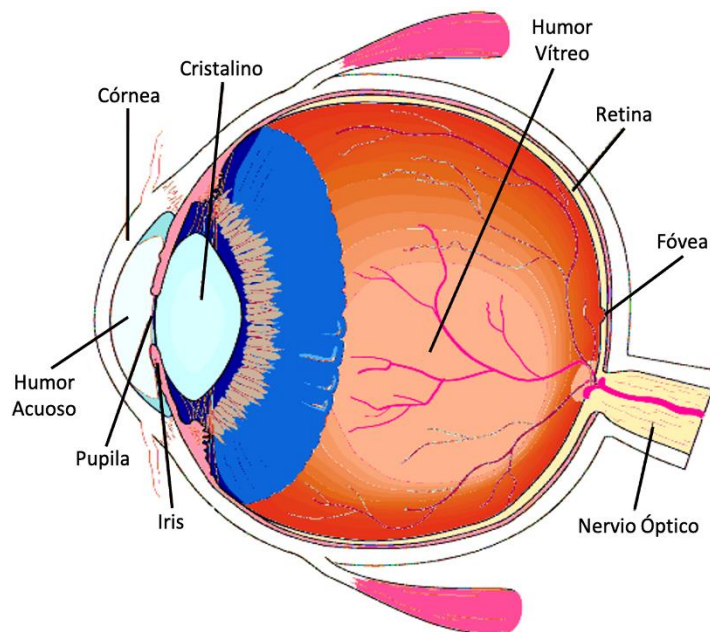


Figura 11.1. Esquema con los principales componentes del ojo humano.

El punto más lejano que se ve nítidamente se denomina “punto remoto”. Cuando el ojo está en estado de máxima acomodación el punto que se ve nítidamente se denomina “punto próximo”. Un “**ojo emétrope**” es un ojo cuyo punto remoto está situado en el infinito y, por tanto, su foco imagen está situado en la retina.

Una característica importante del ojo humano es su **longitud axial**, definida como la distancia del vértice anterior de la córnea a la retina. En un ojo emétrope la visión nítida es el resultado de la combinación adecuada de los valores de los parámetros del sistema óptico ocular (córnea, cristalino, etc.) y la longitud axial. Si la longitud axial de un ojo es excesivamente grande o el sistema óptico ocular tiene una potencia excesiva, la imagen de un objeto en el infinito se formará delante de la retina, y tenemos un **ojo miope**, que para ver nítidamente debe ser compensado con una lente en gafa o una lente de contacto divergente. Análogamente, si la longitud axial de un ojo es excesivamente pequeña o el sistema óptico ocular tiene una potencia escasa, la imagen de un objeto situado en el infinito se formará detrás de la retina, y tenemos un **ojo hipermétrope**, que para ver nítidamente debe ser compensado con una lente en gafa o una lente de contacto convergente. La miopía y la hipermetropía se denominan **ametropías**.

En esta práctica utilizaremos un software (Eyesim 3.0) que permite ver el resultado de modificar los valores de distintos parámetros del ojo humano. Este software sólo da resultados paraxiales, para un ojo con los valores de los parámetros elegidos por el usuario. El primer objetivo de la práctica es ver cómo se modifican los poderes refractores, distancias focales y planos principales de la córnea, cristalino y ojo completo, cuando cambiamos los valores de radios de curvatura, índices de refracción y espesores de los componentes del sistema. Esto permitirá estudiar qué componentes del ojo pueden generar miopía o hipermetropía y en qué magnitud. En segundo lugar, para ojos con distintos parámetros y longitudes axiales, estudiaremos cuál es el punto conjugado de la retina. Para el óptico-optometrista este punto es de gran importancia porque para ver nítidamente un objeto es necesario que el elemento compensador usado (gafa o lente contacto) produzca una imagen situada en el conjugado de la retina. En resumen, en esta práctica pretendemos familiarizarnos con el uso de un software que permite entender el comportamiento del ojo humano como sistema óptico.

○ **FUNDAMENTOS TEÓRICOS**

Repaso de la teoría de sistemas compuestos paraxiales

Un dioptrio esférico de radio R (con su signo correspondiente) que tiene a su izquierda un medio de índice de refracción n y a su derecha un medio de índice de refracción n' tendrá una distancia focal imagen f' , una potencia φ' y un poder refractor F' dados por las siguientes ecuaciones:

$$f' = \frac{n'R}{n' - n} \qquad \varphi' = \frac{n' - n}{n'R} \qquad F' = \frac{n' - n}{R} \qquad (1)$$

Si el radio del dioptrio está en metros, tanto la potencia como el poder refractor están en dioptrías (m^{-1}) pero sus valores son distintos, salvo si $n' = 1$ (que no es el caso de la córnea, ni del cristalino, ni del ojo completo).

Un ejemplo de sistema óptico compuesto es dos dioptrios consecutivos, como es el caso de la córnea o el del cristalino. También el ojo completo es un sistema compuesto, siendo el componente 1 la córnea y el componente 2 el cristalino. Designando con los subíndices 1 y 2 al primer y segundo componente de un sistema compuesto, la potencia φ' y el poder refractor F' del sistema óptico compuesto vienen dados por las ecuaciones:

$$\varphi' = \frac{n_2}{n_1'} \varphi_1' + \varphi_2' - e \varphi_1' \varphi_2' \quad (2)$$

$$F' = F_1' + F_2' - \frac{e}{n_2} F_1' F_2' \quad (3)$$

donde $e = H_1' H_2$ es la distancia de acoplamiento entre planos principales, $n_2 = n_1'$ es el índice de refracción del medio a la izquierda del segundo componente (o a la derecha del primer componente), y n_2' el índice de refracción del medio a la derecha del segundo componente. En cualquier sistema óptico el poder refractor y la potencia se relacionan por la ecuación:

$$F' = n' \varphi' \quad (4)$$

Además, en cualquier sistema óptico la distancia focal objeto (f) y la distancia focal imagen (f') están relacionadas por la ecuación:

$$\frac{f}{f'} = \frac{-n}{n'} \quad (5)$$

Designando con los subíndices 1 y 2 a los dos componentes de un sistema compuesto, las posiciones del plano principal objeto (H) y del plano principal imagen (H') de dicho sistema compuesto vienen dadas por:

$$H_1 H = \frac{e f_1}{e - f_1' + f_2} \quad H_2' H' = \frac{e f_2'}{e - f_1' + f_2} \quad (6)$$

❖ No confunda los focos con las distancias focales. Los focos son puntos designados como F y F' . Las distancias focales objeto e imagen se definen como $f = HF$, $f' = H'F'$, respectivamente., respectivamente.

Modelos de ojos esquemáticos de Le Grand

La tabla 11.1 muestra los valores de los parámetros de los dos modelos de ojos esquemáticos propuestos por Le Grand: Ojo desacomodado o enfocado a un objeto situado en el infinito (columna izquierda), y ojo con máxima acomodación o enfocado a un objeto situado en el punto próximo (columna derecha). Los valores de la tabla 11.1 son promedios propuestos por Le Grand a partir de medidas experimentales de muchos ojos emétopes.



Yves Le Grand (1908-1986) fue un especialista en Óptica Fisiológica y Colorimetría que trabajó en el Museo Nacional de Historia Natural (París) y fue vicepresidente de la Comisión Internacional de Iluminación (1967-1971). El oftalmólogo sueco A. Gullstrand (1862-1930) también propuso otros modelos de ojos esquemáticos, obteniendo por su trabajo el premio Nobel de Medicina en 1911.

Tabla 11.1. Índices de refracción, posiciones y radios de curvatura de los modelos de ojo de Le Grand desacomodado y con máxima acomodación. Todas las posiciones están referidas al vértice anterior de la córnea. Todas las distancias y radios están en milímetros. Los radios de curvatura siguen el criterio de signos de la asignatura.

	Desacomodado	Máxima acomodación
Índices de refracción		
Córnea	1,3771	1,3771
Humor acuoso	1,3374	1,3374
Cristalino	1,420	1,427
Humor vítreo	1,336	1,336
Posiciones de dioptrios (mm)		
Cara posterior córnea	0,55	0,55
Cara anterior cristalino	3,6	3,2
Cara posterior cristalino	7,6	7,7
Radios de curvatura dioptrios (mm)		
Cara anterior córnea	7,8	7,8
Cara posterior córnea	6,5	6,5
Cara anterior cristalino	10,2	6,0
Cara posterior cristalino	-6,0	-5,5

Con los datos de la tabla 11.1 y las ecuaciones del epígrafe anterior se pueden calcular los poderes refractores, potencias, distancias focales y planos principales, de la córnea (tabla 11.2), del cristalino (tabla 11.3) y de los ojos completos (tabla 11.4) de Le Grand. Como ya se ha dicho, en la acomodación los parámetros de la córnea no cambian (ver tabla 11.1), motivo por el cual la tabla 11.2 sólo tiene una columna de valores, mientras que en las tablas 11.3 y 11.4 hay dos columnas de valores, correspondientes a los ojos de Le Grand desacomodado y con máxima acomodación, respectivamente. Los valores de las tablas 11.2-4 nos serán útiles para comparar con los resultados obtenidos mediante el software Eyesim 3.0.

Los datos de las tablas 11.1-4 tienen hasta 4 cifras decimales, ya que proceden del libro G. Wyszecki, W. S. Stiles, Color Science (2nd Edition), tabla 1(2.4.1), página 99, John Wiley & Sons (2002). Por el contrario, los resultados de Eyesim 3.0 tienen sólo 2 cifras decimales. Las máximas discrepancias entre los resultados de Eyesim 3.0 y los valores de las tablas 11.2-4 son de 4 unidades en la segunda cifra decimal, lo que es debido a pequeñas diferencias en los valores de los datos iniciales y a redondeos realizados por Eyesim 3.0.

Tabla 11.2. Características de la córnea del modelo de ojo de Le Grand.
Las posiciones de H y H' se refieren al vértice anterior de la córnea (en mm).

Poder refractor cara anterior (D)	48,3462
Poder refractor cara posterior (D)	-6,1077
Poder refractor total (D)	42,3564
Distancia focal objeto (mm)	-23,6092
Distancia focal imagen (mm)	31,5749
Posición punto principal objeto H	-0,0576
Posición punto principal imagen H'	-0,0597

Tabla 11.3. Características del cristalino de los modelos de ojo de Le Grand desacomodado y con máxima acomodación. Las posiciones de H y H' se refieren al vértice anterior de la córnea (en mm).

	Desacomodado	Máxima acomodación
Poder refractor cara anterior (D)	8,0980	14,9333
Poder refractor cara posterior (D)	14,0000	16,5455
Poder refractor total (D)	21,7787	30,6996
Distancia focal objeto (mm)	-61,4087	-43,5641
Distancia focal imagen (mm)	61,3444	43,5185
Posición punto principal objeto H	6,0218	5,4730
Posición punto principal imagen H'	6,2007	5,6506

Tabla 11.4. Características de los modelos completos de ojo de Le Grand desacomodado y con máxima acomodación. Las posiciones de H , H' , F y F' se refieren al vértice anterior de la córnea (en mm).

	Desacomodado	Máxima acomodación
Poder refractor total (D)	59,9404	67,6767
Distancia focal objeto (mm)	-16,6832	-14,7761
Distancia focal imagen (mm)	22,2888	19,7409
Posición punto principal objeto H	1,5946	1,8190
Posición punto principal imagen H'	1,9078	2,1915
Posición foco objeto F	-15,0887	-12,9571
Posición foco imagen F'	24,1965	21,9325

Cálculo teórico del conjugado de la retina

Supongamos un ojo con los parámetros del ojo desacomodado de Le Grand (tabla 11.4), que son los que por defecto aparecen al iniciar el software Eyesim 3.0, pero con una longitud axial de 25 mm. Como la longitud axial del ojo desacomodado de Le Grand es 24,1965 mm (tabla 11.4), que en Eyesim 3.0 se redondea a 24,20 mm, para un objeto situado en el infinito este ojo de 25 mm generará una imagen situada en F' , delante de la retina, por lo que es un ojo miope. El conjugado de la retina de este ojo se puede calcular mediante la ecuación de correspondencia de Gauss (7), que da el siguiente resultado, teniendo en cuenta que en este caso (tabla 11.4) $n = 1,0$ (aire), $n' = 1,336$ (humor vítreo), $f' = 22,2888 \text{ mm}$, la longitud axial es $VO' = 25 \text{ mm}$, $a' = H'O' = VO' - VH' = 25 \text{ mm} - 1,9078 \text{ mm}$:

$$\frac{-n}{a} + \frac{n'}{a'} = \frac{n'}{f'} \quad (7)$$

$$\frac{-1,0}{a} + \frac{1,336}{(25 - 1,9078)} = \frac{1,336}{22,2888} \rightarrow a = -479,5 \text{ mm}$$

Teniendo en cuenta que $a = HO$ y que $VO = VH + HO$, tendremos (tabla 11.4) que $VO = 1,5946 + (-479,5) = -477,9 \text{ mm}$, lo que quiere decir que el conjugado de la retina de este ojo está situado a 477,9 mm a la izquierda del vértice anterior de la córnea (V). Por tanto, este ojo verá nítidamente a 477,9 mm de la córnea, pero no a distancias mayores. En efecto, se trata de un ojo miope que necesita una compensación (lente divergente) para ver objetos a mayor distancia que ésta.

Análogamente, un ojo con los parámetros del ojo desacomodado de Le Grand (tabla 11.4) y una longitud axial de 23 mm, es un ojo hipermetrope en el que la imagen del infinito se formará en F' , detrás de la retina. Usando de nuevo la ecuación 7 puede calcular que para este ojo de longitud axial 23 mm el conjugado de la retina está a 29,57 cm a la derecha del vértice anterior de la córnea. Para ver nítidamente un objeto situado en el infinito la compensación necesaria será ahora una lente convergente.

○ DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA INFORMÁTICO

La figura 11.2 muestra la pantalla de inicio del software Eyesim 3.0, que corresponde al ojo desacomodado de Le Grand. Pulsando F1 puede obtener ayuda sobre este software. En la figura 11.2 podemos distinguir las cuatro ventanas principales que vamos a describir a continuación:

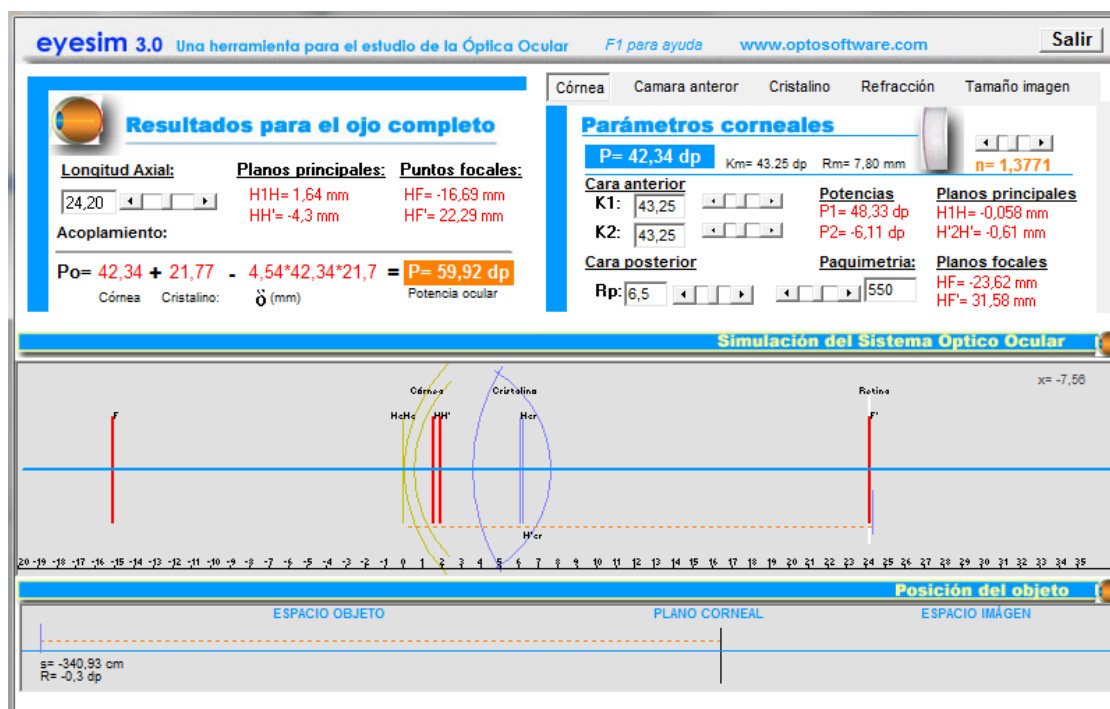


Figura 11.2. Pantalla inicial de Eyesim 3.0, donde se distinguen 4 ventanas.

1. En la parte superior izquierda, está la ventana “Resultados para el ojo completo”, donde puede seleccionar la longitud axial del ojo (por defecto 24,20 mm) y ver sobre un fondo naranja el poder refractor del ojo completo (por defecto 59,92 D), en una ecuación que sigue el formato que la ecuación 3 y que usa los parámetros de la córnea, cámara anterior y cristalino elegidos en las ventanas de la parte superior derecha. Tenga en cuenta que en todas las ventanas Eyesim 3.0 llama erróneamente “potencia/s” a lo que en realidad son “poder/es refractor/es”. Recuerde que tanto la potencia como el poder refractor se miden en dioptrías, pero sus valores pueden ser diferentes, como indica la ecuación 4. Por ejemplo, la potencia del ojo desacomodado de Le Grand es 44,87 D, no 59,92 D como indica Eyesim 3.0. Por último, en esta ventana vemos en color rojo: 1) Los valores de las distancias H_1H y H'_2H' (que Eyesim 3.0 llama erróneamente HH'). Estas distancias permiten calcular las posiciones de los “planos principales” H y H' del ojo completo, a partir de las posiciones del plano principal objeto de la córnea (H_1) y del plano principal imagen del cristalino (H'_2); 2) La distancia focal objeto ($HF = f$) y distancia focal imagen ($H'F' = f'$), que permitirían conocer las posiciones de los “puntos focales” (F y F'), sabiendo las posiciones de los planos principales (H y H') del ojo completo considerado.

2. En la parte superior derecha hay una ventana con 5 pestañas distintas denominadas: Córnea, Cámara anterior, Cristalino, Refracción, y Tamaño imagen. Nosotros sólo utilizaremos 4 de estas 5 pestañas, que aparecen detalladas en la figura 11.3 y vamos a describir a continuación:

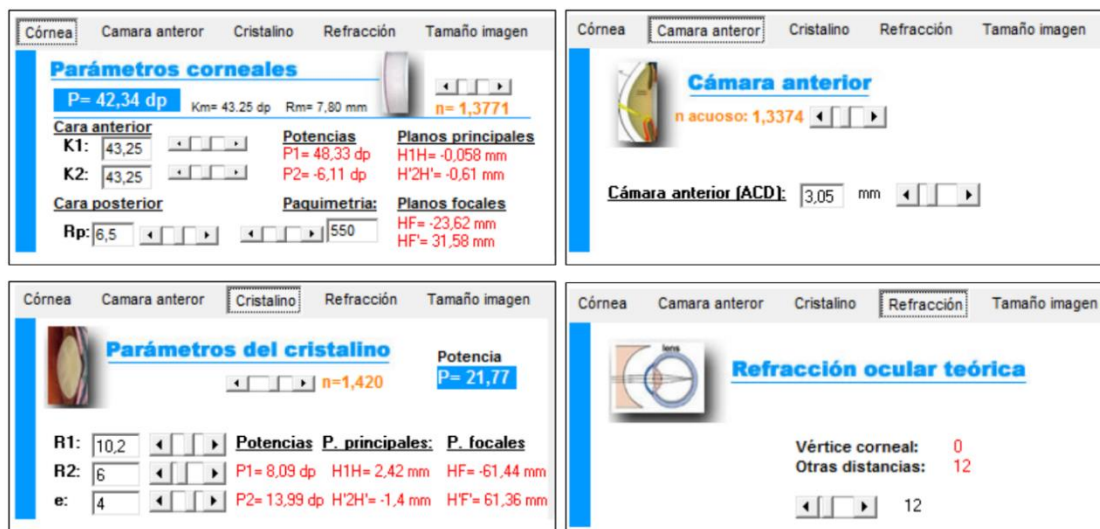


Figura 11.3. Detalle de 4 de las pestañas de la ventana superior derecha.

2.1. “Córnea” permite modificar los valores de los cuatro “Parámetros corneales” siguientes: 1) El índice de refracción de la córnea (por defecto 1,3771); 2) Los valores de $K1$ y $K2$, llamados “potencias corneales queratométricas”, que están relacionados con los radios de curvatura de los dos meridianos principales de la cara anterior de la córnea; 3) El radio de la cara posterior de la córnea R_p (por defecto 6,5 mm); 4) El espesor central de la córnea, que se mide mediante la técnica denominada “paquimetría”, y tiene por defecto un valor de $550 \text{ nm} = 0,55 \text{ mm}$.

En realidad, los valores de $K1$ y $K2$ son poderes refractores (no potencias), en dioptrías. Nosotros supondremos $K1 = K2 = K_m$ (es decir, córneas cuya primera cara es esférica o sin astigmatismo), de modo que el radio anterior de la córnea se puede hallar a partir del valor de K_m mediante la última ecuación 1, suponiendo $n = 1,0$; $n' = 1,3374$. Eyesim 3.0 muestra el valor del radio medio de la cara anterior de la córnea R_m que por defecto es 7,80 mm para $K1 = K2 = 43,25$ D (al cambiar este valor por defecto, se observa que R_m se da en dioptrías, lo cual, obviamente, es un error de este software).

A partir de los valores de los parámetros de la córnea que elija, esta ventana muestra sobre fondo azul el poder refractor total de la córnea (por defecto 42,34 D). Además, en letras rojas, podemos ver: I) Los poderes refractores de la primera y segunda cara de la córnea ($P1$ y $P2$, respectivamente); II) las distancias H_1H y H'_2H' , que permiten conocer las posiciones de los planos principales (H y H') de la córnea (recuerde que H_1 y H'_2 están en los vértices de la primera y la segunda cara de la córnea, respectivamente); III) las distancias focales objeto ($HF = f$) e imagen $H'F' = f'$ de la córnea.

2.2. “Cámara anterior” permite modificar los valores del índice de refracción del humor acuoso (por defecto 1,3374), y del espesor de la cámara anterior, que es la distancia desde la cara posterior de la córnea a la cara anterior del cristalino (por defecto 3,05 mm).

2.3. “Cristalino” permite modificar los valores de cuatro parámetros: El índice de refracción del cristalino (por defecto 1,420), el radio de curvatura de la primera cara del cristalino $R1$ (por defecto 10,2 mm), el radio de curvatura de la segunda cara del cristalino $R2$ (por defecto 6 mm, en valor absoluto), y el espesor en el centro del cristalino (por defecto 4 mm). A partir de los valores de estos cuatro parámetros en esta ventana vemos sobre un fondo azul el poder refractor total del cristalino y, en letras rojas, vemos: I) Los poderes refractores de la primera y segunda cara del cristalino ($P1$ y $P2$, respectivamente); II) las distancias H_1H y H'_2H' , que permiten conocer las posiciones de los planos principales (H y H') del cristalino (recuerde que H_1 y H'_2 están en los vértices de la primera y la segunda cara del cristalino, respectivamente); III) las distancias focales objeto ($HF = f$) e imagen $H'F' = f'$ del cristalino.

2.4. “Refracción”. A partir de los parámetros elegidos para el ojo, esta ventana da la “Refracción ocular teórica” (R , en dioptrías) para una lente delgada situada a una cierta distancia de la primera cara de la córnea (por defecto 12 mm). Este valor de refracción se corresponde con la posición de la imagen indicada por el segmento vertical azul de la ventana intermedia, o la posición del objeto en la ventana inferior.

3. La ventana central de la figura 11.2 (pantalla de inicio de Eyesim 3.0) denominada “Simulación del Sistema Óptico Ocular”, es un esquema con las posiciones de los componentes del ojo seleccionado y sus elementos cardinales. Concretamente, en color verde amarillento se indican las posiciones de las dos caras de la córnea y sus planos principales, en color azul las posiciones de las

dos caras del cristalino y sus planos principales, y en color rojo las posiciones de los planos principales (H y H') y de los planos focales (F y F') del ojo completo. Además, el segmento vertical en blanco indica el plano de la retina, donde debe estar situada la imagen de cualquier objeto para ser visto nítidamente.

En la parte inferior de esta ventana hay un eje de abscisas con color negro y origen en el vértice anterior de la córnea. Al situar el cursor en una posición cualquiera de esta ventana el valor de esa posición del cursor se indica como “x” en la parte superior izquierda de la ventana. O sea, “x” es la distancia horizontal en mm desde el vértice anterior de la córnea hasta el punto en el que situemos el cursor. Por último, por debajo del eje óptico hay un segmento vertical azul (unido al vértice anterior de la córnea por una línea horizontal discontinua de color naranja), cuya posición se corresponde con la posición del objeto que se elija en la ventana inferior de la pantalla, que describimos a continuación.

4. La ventana inferior de la figura 11.2 (pantalla inicial de Eyesim 3.0), denominada “Posición del objeto”, muestra el eje óptico del ojo con una línea vertical negra denominada “Plano corneal”, situada en el vértice anterior de la córnea, que es la referencia principal. Podemos mover el cursor por la zona a la izquierda (espacio objeto) o a la derecha (espacio imagen) del plano corneal, lo que hace que se mueva un segmento vertical azul (unido al plano corneal por una línea horizontal discontinua de color naranja). Este segmento azul, cuya posición “s” viene dada en cm, representa un objeto (real o virtual) cuyo conjugado a través del sistema óptico ocular es el segmento vertical azul de la ventana intermedia. Por ejemplo, moviendo el cursor sobre la ventana inferior podemos hacer que el segmento azul de la ventana intermedia se sitúe justamente sobre la retina (plano blanco de la ventana intermedia), pudiendo así obtenerse la posición “s” correspondiente al conjugado de la retina del ojo considerado.

○ **REALIZACIÓN DE LA PRÁCTICA**

1. Inicie el software Eyesim 3.0 y vea que los valores iniciales o por defecto están de acuerdo con los valores del ojo desacomodado de Le Grand indicado en las tablas 11.1 a 11.4. Tenga en cuenta que en las tablas 11.1 a 11.4 las posiciones de los planos principales se miden respecto al vértice anterior de la córnea, pero en Eyesim 3.0 hay diferentes orígenes de distancias horizontales (e.g. puntos H_1 y H_2') según que se esté considerando la córnea, el cristalino o el ojo completo.

2. A continuación usaremos Eyesim 3.0 para modificar individualmente algunos de los parámetros del ojo desacomodado de Le Grand y ver el efecto de dicha modificación sobre el poder refractor del ojo total (ventana superior izquierda) y si se genera miopía o hipermetropía. Esto puede saberlo viendo en la ventana intermedia si el plano F' (en color rojo) está a la izquierda o a la derecha de la retina (en color blanco), respectivamente.

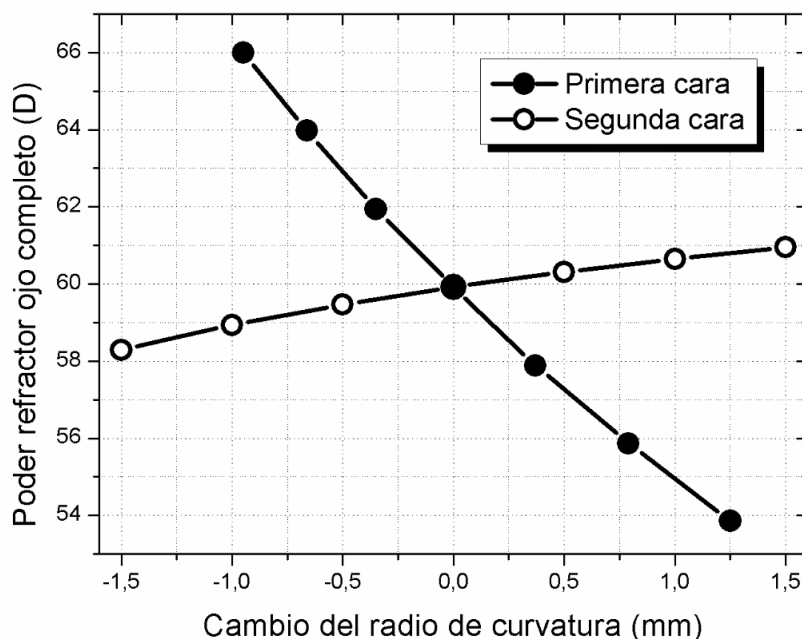


Figura 11.4. Resultados de Eyesim 3.0 para el poder refractor del ojo completo en función de los valores del radio de curvatura de la primera o la segunda cara de la córnea. El valor nulo del eje de abscisas es el valor inicial de estos radios: 7,8 mm; $R_p = 6,5$ mm.

Concretamente, la figura 11.4 muestra los cambios del poder refractor del ojo completo al aumentar o disminuir el radio de la primera cara o de la segunda cara de la córnea. El valor “0” en el eje de abscisas de la figura 11.4 corresponda al valor inicial o por defecto de Eyesim 3.0, que es de 7,8 mm para la primera cara de la córnea y de 6,5 mm para la segunda cara de la córnea. La figura 11.4 indica que al aumentar el radio de curvatura de la primera cara de la córnea (o sea, al hacerse más plana) el poder refractor del ojo disminuye fuertemente (el ojo se hace hipermetrope), mientras que al aumentar el radio de curvatura de la segunda cara de la córnea el poder refractor del ojo aumenta ligeramente (el ojo se hace miope). Utilice Eyesim 3.0 para comprobar algunos de los valores indicados en la figura 4 (tenga cuidado porque al cambiar $K1 = K2$ para modificar el radio de la cara anterior de la córnea se cambia automáticamente el valor del radio de la cara posterior de la córnea R_p). El resultado mostrado en la figura 11.4 nos hace intuir las posibilidades de la cirugía refractiva, en la que principalmente se modifica la cara anterior de la córnea.

3. Reinicie Eyesim 3.0 y obtenga ahora resultados sobre el cambio del poder refractor y foco imagen del ojo completo con variaciones de los radios de curvatura de la primera y de la segunda cara del cristalino. Use estos resultados para hacer una gráfica análoga a la de la figura 11.4.

Con Eyesim 3.0 podemos cambiar los valores de hasta 10 parámetros del ojo: radios de curvatura de las caras anterior y posterior de la córnea o del cristalino; espesores de la córnea, cámara anterior y cristalino; índices de refracción de la córnea, cámara anterior y cristalino. Podemos cambiar un único parámetro del ojo o varios parámetros simultáneamente, siendo así muchas las opciones que hay para lograr que un ojo con una cierta longitud axial sea emетроpe (es decir, lograr que imagen del infinito esté situada en la retina).

4. Reinicie Eyesim 3.0, adopte una longitud axial de 25,5 mm y observe dónde se sitúa el foco imagen de este ojo, ¿se trata de un ojo miope o hipermetrope? Calcule el conjugado de su retina mediante Eyesim 3.0 y también de forma teórica (ver la sección final de “Fundamentos teóricos”). Busque dos opciones distintas de parámetros oculares que hagan dicho ojo emétrope (ver párrafo anterior).

5. Finalmente, haga todo lo que se indica en el párrafo anterior pero ahora para un ojo de longitud axial 22,5 mm.

○ **RECUERDE:**

Como resultado de esta práctica se espera que sea capaz de hacer una gráfica que muestre la influencia del cambio de curvatura de cada una de las caras del cristalino sobre el poder refractor del ojo completo. Además, debe hallar el conjugado de las retinas de ojos amétropes con distintas longitudes axiales, tanto de forma teórica como mediante el software Eyesim 3.0, buscando distintas opciones de ‘emetropización’ para dichos ojos. Si el proceso de aprendizaje ha sido correcto podrá contestar también a las preguntas que le planteamos a continuación.

○ **CUESTIONES**

- 1.- Partiendo del ojo desacomodado de Le Grand (o sea, los valores por defecto de Eyesim 3.0), considere aumentos independientes de valor 0,01 en los índices de refracción de córnea, cámara anterior y cristalino. ¿En los tres casos aumenta lo mismo el poder refractor del ojo completo?
- 2.- Partiendo del ojo desacomodado de Le Grand, si la cámara anterior del ojo pasase de medir 3,05 mm a medir 4 mm ¿disminuye el poder refractor del ojo? ¿Se convierte el ojo en hipermetrope?
- 3.- Al variar los valores de los parámetros del ojo varía su poder refractor. ¿El cambio del poder refractor del ojo es rigurosamente proporcional al cambio de la potencia del ojo? ¿El cambio del poder refractor del ojo es rigurosamente proporcional al cambio en la posición del foco imagen (F')?
- 4.- ¿Sería posible usar Eyesim 3.0 para estudiar el ojo de Le Grand con máxima acomodación (tabla 11.1, última columna) y longitud axial 24,20 mm? ¿Se obtienen resultados acordes con los de las tablas 11.3 y 11.4? ¿Dónde estaría el conjugado de la retina de este ojo?
- 5.- ¿Es cierto que el conjugado de la retina de un ojo miope está a la izquierda del vértice corneal y el de un ojo hipermetrope a la derecha del vértice corneal?

APÉNDICE 1

MATERIAL BÁSICO DE LABORATORIO DE ÓPTICA GEOMÉTRICA

El objetivo de este apéndice es mostrar parte del material específico que usará en el laboratorio de Óptica Geométrica, con la finalidad de que pueda reconocerlo fácilmente a simple vista desde el primer momento. También se pretende que conozca la denominación correcta de diversos componentes ópticos y su uso más frecuente. Encontrará una descripción más detallada de los instrumentos ópticos más complejos en aquellas prácticas en que deben ser usados. Obviamente este apéndice no pretende ser exhaustivo, pues supone que el alumnado ya está familiarizado por las clases de teoría con muchos componentes ópticos: lentes, espejos, etc.

○ **BANCO ÓPTICO**

Elemento sobre el que se sitúan los componentes ópticos de un sistema, sustentados mediante jinetillos. Con el banco óptico se asegura que el sistema óptico esté centrado y que los componentes estén en posiciones totalmente fijas. Tiene una escala en milímetros que permite medir las posiciones de los diferentes componentes ópticos. A partir de las medidas de las posiciones pueden calcularse distancias fácilmente, como la diferencia entre dos medidas de posiciones. Es importante que al usar un banco óptico distinga entre medida de posiciones y medida de distancias.



Figura A1.1. Banco óptico.

○ **JINETILLOS**

Permiten acoplar al banco óptico los elementos de sujeción de los distintos componentes ópticos: lentes, espejos, etc. Existen muy diversos modelos: simples (figura A1.2 izquierda) o más complejos (figura A1.2 derecha). Algunos modelos disponen de una ventana para leer la posición del componente en la escala milimetrada del banco óptico. Los modelos más complejos tienen mecanismos que permiten controlar los desplazamientos verticales y horizontales del componente óptico sustentado.

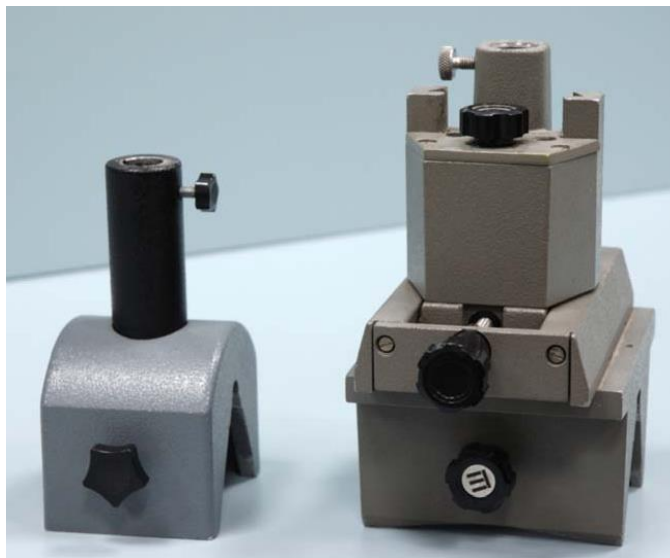


Figura A1.2. Jinetillos.

○ **PORTADOR DE LENTES O PORTALENTES**

Permite sujetar una lente o un espejo y acoplarla al correspondiente jinete. Se muestran en las fotos siguientes dos de los muchos modelos existentes.

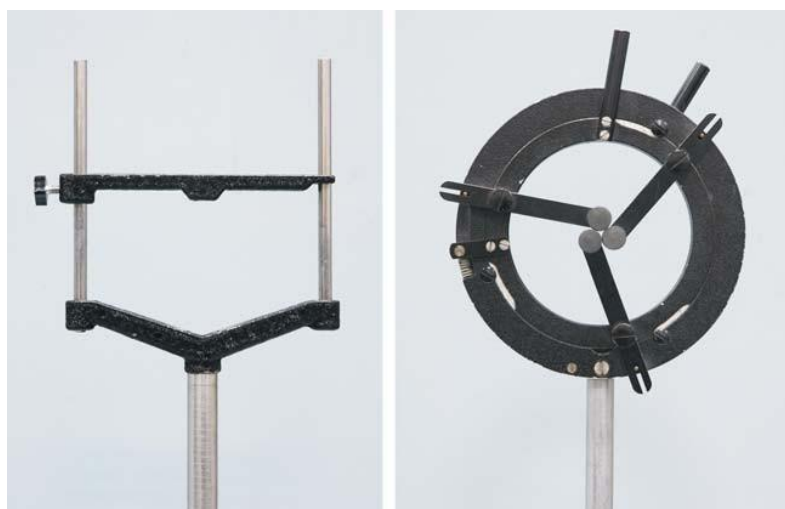


Figura A1.3. Portalentes.

○ **PORTAOBJETOS**

Permite sujetar un objeto y acoplarlo a un jineterillo. En estas fotos semuestran dos de los muchos posibles modelos.

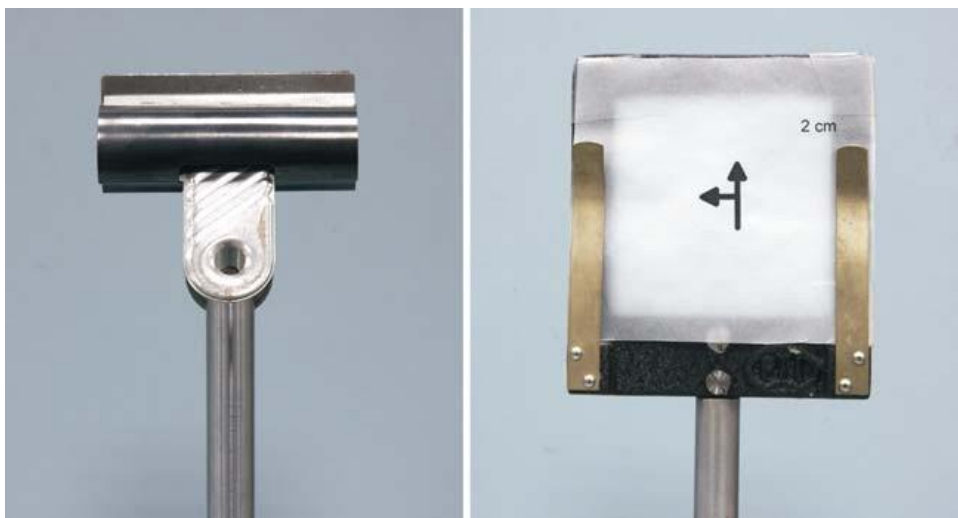


Figura A1.4. Portaobjetos.

○ **DIAFRAGMA IRIS**

Diafragma circular de apertura variable.



Figura A1.5. Diafragma iris.

○ **PANTALLA DE OBSERVACIÓN**

Permite recoger la imagen de un objeto, cuando es una imagen real. Si tiene un papel milimetrado, como en la foto, permite medir el tamaño de dicha imagen.



Figura A1.6. Pantalla de observación.

○ **LÁMPARA CONVENCIONAL, HALÓGENA Y ESPECTRAL**

Son algunos de los tipos de fuentes luminosas utilizadas en el laboratorio.



Figura A1.7. Tipos de lámparas.

○ **CARCASA CON LÁMPARA DE LUZ BLANCA**

Se utiliza para situar la fuente de luz en un jinetillo, y evitar luces parásitas que pueden molestar en otros puestos de trabajo.



Figura A1.8. Carcasa con fuente de iluminación de luz blanca.

○ **LÁMPARA ESPECTRAL Y FUENTE DE ALIMENTACIÓN**

Es una lámpara de descarga con un determinado gas a baja presión. Requiere una fuente de corriente eléctrica apropiada para su funcionamiento. La lámpara está protegida por una carcasa con abertura, y sujeta mediante pinzas a un vástago vertical.



Figura A1.9. Lámpara espectral con fuente de alimentación y soporte.

○ **RENDIJA DE TAMAÑO VARIABLE**

Abertura rectangular cuya anchura se puede controlar mediante un tornillo, de modo que la cantidad de luz que entra en el sistema permita una observación cómoda y precisa.

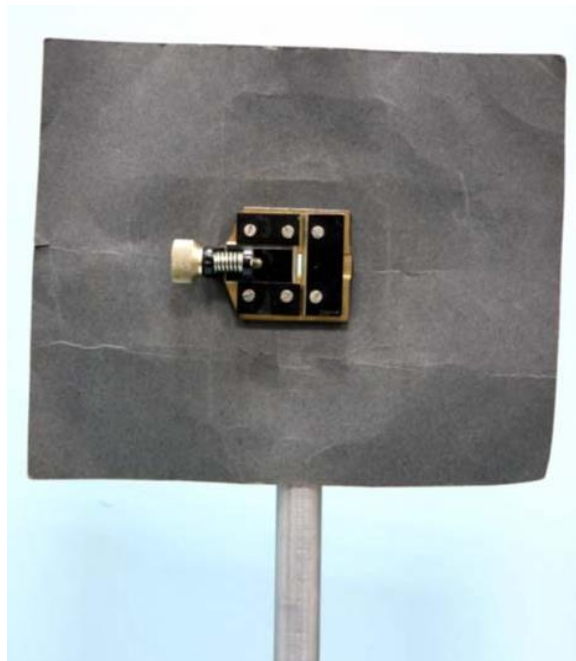


Figura A1.10. Rendiya de tamaño variable.

○ **LÁSER DE HE-NE DE 0,5 MW**

Fuente emisora de un haz de luz láser. Este tipo de luz tiene unas características especiales, entre las que destaca su alta coherencia (espacial y temporal), intensidad y monocromaticidad. Debe evitarse a toda costa que la luz del láser incida de forma directa sobre el ojo. Por razones de seguridad las fuentes láser suelen tener un doble interruptor.



Figura A1.11. Láser de He-Ne.

○ CALIBRE (PIE DE REY)

Es un instrumento de precisión para medir longitudes, anchuras y profundidades. Suele disponer de un nonius para aumentar la sensibilidad. En muchos modelos se puede apreciar hasta $1/20$ mm.



Figura A.12. Calibre.

○ TELESCOPIO DE BANCO

Es un anteojo astronómico. Permite observar objetos lejanos, de forma que su tamaño aparente aumenta. Consta de dos sistemas convergentes: ocular y objetivo. El **objetivo** es el componente que focaliza los rayos provenientes del objeto (a la izquierda en la foto). El **ocular** es el componente por el que se realiza la observación (a la derecha en la foto). Muchos modelos disponen de un **retículo** (cruceta impresa en una lámina planoparalela) situado entre el objetivo y ocular. Para utilizarlo en el banco óptico se sitúa sobre un jineterillo.



Figura A1.13. Telescopio o anteojo de banco

○ **MICROSCOPIO DE BANCO**

Es un microscopio compuesto. Permite observar objetos próximos, de forma que su tamaño aparente aumenta. Consta de dos sistemas convergentes: ocular y objetivo. El **objetivo** es el componente que está más próximo al objeto y forma la imagen intermedia (a la izquierda en la foto). El **ocular** es el componente por el que se realiza la observación (a la derecha en la foto). Muchos modelos disponen de un **retículo** (cruceta impresa en una lámina planoparalela). Para utilizarlo en el banco óptico se sitúa sobre un jinetillo.



Figura A1.14. Microscopio de banco.

○ **MICROSCOPIO COMPUESTO BIOLÓGICO**

Permite la observación binocular de objetos próximos, situados en el portaobjetos, aumentando su tamaño aparente. Dispone de un sistema de iluminación, sistema de sujeción y desplazamiento de la muestra a observar y un mecanismo de enfoque. Tiene un revólver de objetivos con huecos para cuatro objetivos. Dispone de dos oculares con separación variable.



Figura A1.15. Microscopio compuesto biológico.

○ **OCULAR MICROMÉTRICO**

Es un ocular con un tornillo micrométrico que permite desplazar el retículo. Mediante el desplazamiento del retículo se puede medir el tamaño de la imagen intermedia, producida por el objetivo. En el modelo utilizado el tornillo micrométrico tiene 50 divisiones y una sensibilidad de 0,01 mm.



Figura A1.16. Ocular micrométrico.

○ **MICRÓMETRO**

Se utiliza como un objeto de tamaño conocido muy preciso y microscópico.



Figura A1.17. Micrómetro.

○ **OCULAR DE RELOJERO**

Se utiliza para facilitar la lectura de escalas pequeñas, como el nonius del espectrogoniómetro o el nonius del calibre.



Figura A1.18. Ocular de relojero.

○ **ESPECTROGONIÓMETRO**

Dispositivo que permite la medida de posiciones angulares de haces luminosos. Principalmente consta de un colimador, una plataforma para situar un prisma u otros componentes, y un anteojo astronómico. Entre otros usos, permite la observación y medida de ángulos de desviación, de magnitudes de espectros, etc.



Figura A1.19. Espectrogoniómetro.

○ **PRISMA DE VIDRIO Y PRISMA HUECO**

Los prismas son sistemas ópticos formados por dos dioptrios planos que forman un cierto ángulo, llamado ángulo de refringencia. En el prisma de vidrio (izquierda) se puede apreciar que una de sus caras (base del prisma) está esmerilada (no pulida). El prisma hueco (derecha) permite llenarlo con un líquido.



Figura A1.20. Prisma de vidrio y prisma hueco.

APÉNDICE 2

PUESTA A PUNTO DE UN ANTEOJO ASTRONÓMICO Y CONSTRUCCIÓN DE UN COLIMADOR

En este apéndice se describe un procedimiento de puesta a punto de un anteojo astronómico. También se expone cómo construir un colimador, para lo cual se emplea un anteojo previamente puesto a punto. Ambas tareas deben realizarse en muchas de las prácticas de laboratorio. Concretamente, este apéndice es citado en las prácticas de “Medida de distancias focales” (métodos de Cornu y Galileo), “Elementos cardinales de un sistema óptico compuesto”, y “Estudio del prisma. Medida de índices de refracción”.

○ **PUESTA A PUNTO DE UN ANTEOJO**



Figura A2.1. Anteojo astronómico sobre soporte.

La figura A2.1 muestra una fotografía de un anteojo de banco. Poner a punto, o en estación, un anteojo astronómico no es más que hacer que el sistema sea afocal. Equivalentemente, un anteojo está puesto a punto cuando está enfocado a un objeto lo más alejado posible, en teoría en el infinito.

En primer lugar se pone a punto el ocular del instrumento. Para ello observe por el ocular y separe o acerque al objetivo la última parte del ocular hasta conseguir ver con nitidez el retículo.

❖ El retículo es una cruz o cruceta grabada en una lámina planoparalela muy delgada, que está situada en una posición fija del tubo del instrumento.

Cuando observe el retículo nítido el ocular ya está puesto a punto.

A continuación, se pone a punto el anteojo completo. Tenga cuidado de no alterar la distancia ocular-retículo. Separe el sistema ocular-retículo del objetivo lo máximo posible sacando el sistema ocular-retículo hacia fuera del tubo. A continuación, apuntando hacia un objeto muy alejado, acerque el sistema ocular-retículo al objetivo hasta que consiga ver el objeto nítidamente. En ese momento, el foco imagen del objetivo coincide con el foco objeto del ocular. Entonces los rayos procedentes del infinito focalizarán en el foco imagen del objetivo, y saldrán paralelos del ocular al coincidir con el foco objeto del ocular. Se tiene un sistema óptico afocal y se dice que el anteojo está puesto a punto.

○ **CONSTRUCCIÓN DE UN COLIMADOR**

Un colimador es un dispositivo que genera un haz de rayos paralelos. En el método que se explica a continuación se utiliza como herramienta un anteojo previamente puesto a punto.

Coloque el anteojo alineado con una rendija iluminada, que actúa como objeto. En este momento no observará la rendija nítida a través del anteojo, pues la rendija no está en el infinito. Interponga entre la rendija y el anteojo una lente convergente, siguiendo el montaje de la figura A2.2. Procure que todos los elementos estén bien alineados, de forma que sea un sistema óptico centrado y, de ese modo, se eviten algunas aberraciones.

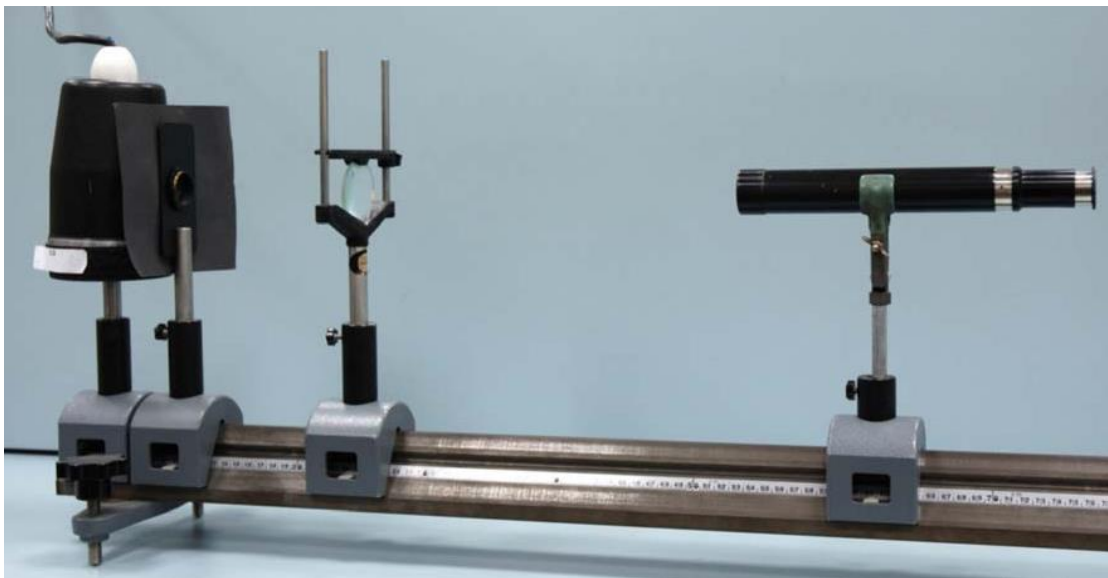


Figura A2.2. Puesta a punto de un colimador de banco.

Con los elementos así dispuestos, mientras observa a través del anteojo vaya acercando la lente convergente a la rendija hasta que vea nítidamente la imagen de la rendija. Cuando esto ocurre es porque la rendija está justamente en el plano focal objeto de la lente convergente. Entonces la imagen de la rendija a través de la lente está en el infinito, y se observará nítida por el anteojo, ya que la imagen de la lente es el objeto para el anteojo. Equivalentemente, al

estar la rendija en el foco objeto de la lente convergente, los rayos salen paralelos de la lente y llegan paralelos al objetivo del anteojo. En ese momento está construido el colimador.

En el caso de la práctica “Estudio del prisma. Medida de índices de refracción” la rendija, que es el objeto, y la lente colimadora están montadas en un tubo, como se observa en la figura A2.3.



Figura A2.3. Detalle de la rendija y tornillo del colimador de un espectrogoniómetro.

El instrumento dispone de dos tornillos, con uno se puede cambiar la anchura de la rendija y con el otro se puede variar la separación entre la rendija y la lente convergente. A la vez que varía dicha separación observe por el anteojo del espectrogoniómetro, previamente puesto a punto, hasta ver nítidamente la rendija. En ese momento tendrá construido el colimador del espectrogoniómetro.

○ **CUESTIONES**

- 1.- Una vez puesto a punto el ocular del anteojo astronómico, para enfocar un objeto muy alejado ¿es lo mismo acercar que alejar el bloque ocular- retículo al objetivo?
- 2.- La puesta a punto de un anteojo astronómico ¿puede variar según que la realice una persona u otra? Si es el caso, ¿cómo solucionaría ese problema?
- 3.- Consulte en la bibliografía en qué consiste la puesta a punto de un anteojo astronómico por el llamado “método de autocolimación”.
- 4.- En la figura A2.2 ¿da igual la posición del anteojo sobre el banco al construir el colimador?

APÉNDICE 3

INCERTIDUMBRE EN LAS MEDIDAS Y TRATAMIENTO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES

En cualquier rama de la Física el objetivo de la experimentación es la observación controlada de los fenómenos de la Naturaleza. Mediante la observación cualitativa y el estudio cuantitativo de los fenómenos se obtienen leyes matemáticas que los rigen. Este trabajo se lleva a cabo midiendo en el laboratorio las magnitudes físicas que intervienen en los fenómenos. Posteriormente hay que tratar y analizar los datos experimentales obtenidos.

Cualquier medida experimental viene siempre afectada por una cierta imprecisión, que es inevitable por muchas razones: imperfecciones de los aparatos de medida, limitaciones de nuestros sentidos, e incluso leyes fundamentales de la Física, como el principio de incertidumbre de Heisenberg, etc. Puede decirse que conocer la incertidumbre asociada a una medida es tan importante como conocer el propio valor de dicha medida. Equivalentemente se puede decir que no tiene sentido expresar una medida sin su incertidumbre.

En metrología se prefiere actualmente el término **incertidumbre** al término **error**. La palabra error sugiere un “fallo”, algo “mal hecho” o realizado de forma “incorrecta”, no siendo éste el caso en el proceso de medida convencional. De todas formas, es muy frecuente oír hablar de “errores en las medidas”, “teoría de errores”, “propagación de errores”, etc. Por ello, consideraremos “incertidumbre” y “error” como sinónimos, aunque es preferible el uso del término incertidumbre.

El principal objetivo de la llamada “teoría de errores” es acotar el valor de la imprecisión inherente a una medida, es decir, estimar su error asociado. En este apéndice se recopilan algunos conceptos importantes con relación al proceso de medida y al cálculo de la incertidumbre asociada a la medida. En modo alguno se pretende hacer una descripción exhaustiva de este importante y amplio tema. Pueden ampliarse los conceptos en las referencias indicadas al final de este apéndice. Se pretende, por tanto, dar la información necesaria para el laboratorio de Óptica Geométrica, y que quizás ya se conoce por estudios previos.

○ **CONCEPTOS DE EXACTITUD, PRECISIÓN Y SENSIBILIDAD**

Exactitud: Es el grado de concordancia entre el **valor verdadero** de una magnitud y el valor experimental medido. Un aparato será más exacto cuanto más próximos sean los resultados de sus medidas al valor verdadero de la magnitud que se está midiendo. En general no se conoce el valor verdadero de una magnitud, aunque a veces suele adoptarse como tal el dado por un laboratorio de referencia o un fabricante. También suele tomarse a veces como valor verdadero de una magnitud el obtenido como promedio de un número de medidas apropiado, realizadas con instrumentos y métodos adecuados.

Precisión: Es la concordancia entre sucesivas medidas de una misma magnitud, realizadas bajo las mismas condiciones experimentales. El concepto de precisión está ligado a la idea de **repetibilidad** o **reproducibilidad** en las medidas. Un dispositivo será tanto más preciso cuanto menor sea la diferencia entre las distintas medidas de una misma magnitud realizadas con él.

Sensibilidad: La sensibilidad de un aparato está relacionada con el valor mínimo de la magnitud que es capaz de medir. Se suele admitir que la sensibilidad de un aparato viene dada por el valor de la división más pequeña de su escala de medida, aunque no siempre es así.

Los conceptos de exactitud y precisión son independientes entre sí, pudiendo darse las 4 situaciones siguientes: medidas muy exactas y muy precisas, poco exactas y muy precisas, muy precisas y poco exactas, y poco exactas y poco precisas.

❖ Piense en ejemplos de cada una de las 4 situaciones indicadas.

○ **ERRORES SISTEMÁTICOS Y ACCIDENTALES**

Atendiendo a las causas de los errores suelen clasificarse en dos categorías que, en general, no son mutuamente excluyentes en una medida:

Errores sistemáticos: Son aquéllos que son constantes a lo largo de todo el proceso de medida. Por tanto, afectan a todas las medidas de un mismo modo, o en un mismo sentido. Los errores sistemáticos se producen por mala utilización de los aparatos de medida (mala calibración, etc.), por defectos de los instrumentos de medida (error de cero, etc.), inadecuada selección del método de medida, por una observación deficiente (error de paralaje, etc.), y otras causas diversas. Estos errores pueden evitarse en gran parte cambiando el aparato de medida, el observador o el método de medida.

Errores accidentales o aleatorios: Son errores atribuibles a causas aleatorias e impredecibles. Estos errores hacen fluctuar la medida de forma no sistemática, es decir, en sentidos diversos. Están vinculados con factores o variables que no pueden controlarse en el experimento. Estos factores sufren variaciones aleatorias, en la mayoría de los casos de magnitud pequeña, afectando a la magnitud medida. La forma de abordar este tipo de errores es puramente estadística. Se puede demostrar que los errores accidentales varían en proporción inversa a la raíz cuadrada del número de medidas, por lo que la forma de minimizarlos es aumentar el número de medidas.

○ **ERROR ABSOLUTO Y RELATIVO**

Si se mide una magnitud física, cuyo valor verdadero es y_0 , obteniéndose un valor y , se denomina **error absoluto** Δy de la medida al valor:

$$\Delta y = |y - y_0| \quad (1)$$

El error absoluto expresa la desviación en términos absolutos, respecto al valor verdadero. Se define el **error relativo** ε como el cociente entre el error absoluto Δy , y el valor verdadero y_0 :

$$\varepsilon = \frac{\Delta y}{y_0} \quad (2)$$

El error relativo usualmente se expresa en forma porcentual: $\varepsilon \times 100 \%$. El error relativo da una idea de la importancia de la desviación que se produce en una medida respecto al valor verdadero. Por ejemplo, un error absoluto de 1 metro puede ser muy elevado (e inaceptable) si se mide la anchura de una habitación, pero muy pequeño (y totalmente aceptable) si se mide el radio de la tierra. Si en lugar de utilizar el error absoluto se emplea el relativo, probablemente se obtendrá una idea más clara de la calidad de una medida.

○ **EXPRESIÓN DE UNA MEDIDA**

Cuando se expresa el valor de una magnitud, es decir el resultado de una medida, se ha de dar siempre también la incertidumbre (o error) asociada a la misma. Por tanto, se ha de expresar la medida acompañada por su correspondiente cota de error, de la siguiente forma:

$$x \pm \Delta x \quad (3)$$

De esta forma se expresa que el valor verdadero de la magnitud está comprendido en el intervalo $[x - \Delta x, x + \Delta x]$. La incertidumbre Δx es el semiancho del intervalo, y es igual al máximo valor del error absoluto de una medida.

La cota de error Δx no debe tener más de una **cifra significativa**. Se denomina cifra significativa el primer valor distinto de cero. Por convenio se admiten dos cifras significativas si la primera de ellas es un 1, o si siendo la primera un 2 la segunda es menor que 5. En todos los demás casos debe darse la cota de error con una sola cifra significativa. Esta cifra significativa ha de estar correctamente redondeada. Para hacer el **redondeo** se aumenta en una unidad si la cifra siguiente es 5 o mayor que 5.

Por otra parte, el valor de la magnitud ha de expresarse de manera que tenga las cifras de forma que su última cifra significativa sea del mismo orden decimal que la última cifra de la cota de error. Para ello, habrá que redondear correctamente el valor de la medida.

Expresiones incorrectas	Expresiones correctas
$4,829 \pm 0,627 \text{ cm}$	$4,8 \pm 0,6 \text{ cm}$
$462888 \pm 1551 \text{ g}$	$462900 \pm 1600 \text{ g}$
$6,3 \pm 0,09$	$6,30 \pm 0,09$
$12,62 \pm 2,87 \text{ D}$	$13 \pm 3 \text{ D}$
$6,2252 \cdot 10^{-2} \pm 1,2345 \cdot 10^{-4} \text{ s}$	$(6,225 \pm 0,012) \cdot 10^{-2} \text{ s}$

Tabla A3.1. Ejemplos de redondeo.

En el caso de una constante obtenida de una tabla, o un valor dado por el fabricante, sin indicación de incertidumbre, se puede suponer que la incertidumbre es una unidad del orden de la última cifra con la que se expresa.

Es muy importante dar siempre las **unidades** correspondientes a las medidas realizadas, preferiblemente en el Sistema Internacional.

○ **DETERMINACIÓN DE ERRORES EN MEDIDAS DIRECTAS**

Habitualmente no se conoce el valor verdadero de la magnitud que se está midiendo, suponiendo por ahora que es una medida directa. En este caso se siguen ciertos procedimientos para hacer una estimación del valor verdadero, y de su correspondiente incertidumbre.

Para obtener fiabilidad estadística en los resultados de las medidas directas se realizan varias medidas (en principio 3) de la misma magnitud. En función de la dispersión entre las primeras medidas se debe aumentar o no el número de medidas que se han de realizar para la obtención del valor final de la magnitud. Para decidir el número de medidas a realizar, siga los criterios siguientes:

Se empieza realizando siempre tres medidas de la magnitud. Se calcula el valor medio de esas tres medidas $\bar{x}$ y la dispersión D de las mismas. La dispersión D es la diferencia entre los valores extremos de las tres medidas realizadas.

Si el valor de la dispersión D es inferior al valor de la sensibilidad del instrumento de medida S , se toma como valor verdadero de la magnitud el valor medio de las tres medidas $\bar{x}$, y como incertidumbre el valor de la sensibilidad S . Por tanto:

$$\bar{x} \pm S \quad (4)$$

❖ En el caso de que claramente la dispersión de las medidas sea inferior a la sensibilidad del aparato bastará con una única medida, siendo la sensibilidad su incertidumbre. Es el caso, por ejemplo, de medidas de posiciones realizadas en un banco óptico.

Si el valor de la dispersión D es mayor que la sensibilidad del aparato, debe calcular el tanto por ciento de dispersión T de las medidas, mediante:

$$T = \left(\frac{D}{\bar{x}} \right) \cdot 100\% \quad (5)$$

Dependiendo del valor del tanto por ciento de dispersión, tendrá suficiente con esas tres medidas, o por el contrario deberá realizar más medidas. En la tabla A3.1 se indican las medidas a realizar en cada caso:

T de 3 medidas iniciales	Número de medidas a realizar	Incertidumbre
$T \leq 2\%$	Bastan las 3 medidas realizadas	$\Delta x = S$
$2\% < T \leq 8\%$	Realizar 6 medidas	$\Delta x = \text{máximo } (D/4, S)$
$8\% < T \leq 15\%$	Realizar 15 medidas	$\Delta x = \left[\frac{\sum_{i=1}^{15} (x_i - \bar{x})^2}{15} \right]^{\frac{1}{2}}$
$15\% < T$	Realizar un mínimo de $N = 50$ medidas	$\Delta x = \left[\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N} \right]^{\frac{1}{2}}$

Tabla A3.1. Número de medidas y cota de error según el tanto por ciento de dispersión.

Una vez realizadas las medidas necesarias, se toma como valor de la magnitud el valor medio de todas las medidas. La incertidumbre será la que corresponda según la última columna de la tabla A3.1.

○ **DETERMINACIÓN DEL ERROR EN MEDIDAS INDIRECTAS**

Medidas indirectas son aquéllas que se obtienen mediante la aplicación de una fórmula, en la que aparecen constantes y/o magnitudes medidas de forma directa. Sería el caso de una magnitud F que es función de otras magnitudes $x, y, z, \dots$:

$$F = F(x, y, z, \dots) \quad (6)$$

Para estimar la incertidumbre o cota de error ΔF de la magnitud F se procede de la forma siguiente:

En primer lugar, se realizan las medidas de las magnitudes directas $x, y, z, \dots$ y se determina el valor medio y la cota de error de cada una de ellas, siguiendo el procedimiento descrito anteriormente.

A continuación, se realiza la propagación de los errores, desde las medidas directas, hasta la magnitud F . Se suele usar **propagación lineal de errores** a partir de magnitudes independientes, dada por la ecuación:

$$dF = \left| \frac{\partial F}{\partial x} \right| dx + \left| \frac{\partial F}{\partial y} \right| dy + \left| \frac{\partial F}{\partial z} \right| dz + \dots \quad (7)$$

En esta expresión, se asigna a los diferentes diferenciales el valor de las correspondientes cotas de error. Se considera que en el cálculo de la incertidumbre de F , cada una de las incertidumbres en las medidas directas contribuye positivamente, no pudiendo compensarse unas con otras. Esa es la razón por la que se toman los valores absolutos de las derivadas parciales, con el fin de tener una suma de términos positivos.

Respecto al valor de la magnitud F , se toma el que se obtiene aplicando la fórmula matemática que la defina (6), a partir de los valores medios de las medidas directas.

❖ Como caso particular es fácil demostrar que la cota de error de una magnitud que sea suma (o diferencia) de otras dos, es la suma de las cotas de error de cada una de esas dos magnitudes. También es fácil comprobar que el error relativo en el caso de una magnitud que se defina como el producto de dos magnitudes es la suma de los errores relativos de cada una de esas dos magnitudes.

Si en una fórmula aparecen constantes irracionales (π , e , etc.), debe elegir el número de cifras significativas con que deben tomarse a la hora de realizar los cálculos correspondientes, de modo que los errores cometidos al aproximar estos números no afecten al valor de la cota de error de la magnitud que quiere determinar.

○ **EJEMPLO DE CÁLCULO DE INCERTIDUMBRES**

A continuación, se muestra un ejemplo de lo explicado: la determinación del índice de refracción n para una lámina planoparalela, a partir de la medida del espesor h de dicha lámina, y del diámetro D del círculo oscuro observado en el llamado efecto Pfund (práctica 2). El índice de refracción, en el fenómeno conocido como efecto Pfund, viene dado por:

$$n = \frac{(D^2 + 16h^2)^{1/2}}{D} \quad (8)$$

Las medidas de D y h se realizan de forma directa. Del tratamiento de las medidas directas se obtiene el valor de las variables y su correspondiente incertidumbre: $D = x \pm \Delta x$; $h = y \pm \Delta y$. El valor de la medida indirecta n se calculará sustituyendo x e y en la expresión (8):

$$n = \frac{(x^2 + 16y^2)^{1/2}}{x} \quad (9)$$

El error asociado a esa medida indirecta viene dado por:

$$\Delta n = \left| \frac{\partial n}{\partial D} \right| \Delta D + \left| \frac{\partial n}{\partial h} \right| \Delta h \quad (10)$$

Calculando las correspondientes derivadas parciales se tiene:

$$\Delta n = \left| \frac{1}{\sqrt{x^2 + 16y^2}} - \frac{\sqrt{x^2 + 16y^2}}{x^2} \right| \Delta x + \left| \frac{16y}{x\sqrt{x^2 + 16y^2}} \right| \Delta y \quad (11)$$

Sustituyendo los valores de D , h y sus incertidumbres en la expresión (11) se calcula la incertidumbre de n .

El valor final de la magnitud indirecta será:

$$n = n \pm \Delta n \quad (12)$$

En la expresión (12) no se dan unidades, puesto que el índice de refracción es una magnitud adimensional.

❖ Recuerde que en sus informes de prácticas debe dar expresamente el resultado de las derivadas parciales, como en la expresión (11), y también los resultados numéricos de los distintos sumandos.

○ **AJUSTE DE UNA RECTA DE REGRESIÓN POR EL MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS**

A partir de medidas experimentales de dos variables se plantea el problema de encontrar la expresión matemática que relaciona ambas variables. Frecuentemente en Física la relación entre dos variables es de tipo lineal. La expresión matemática que relaciona las dos variables será la ley física que rige el comportamiento de un determinado fenómeno. Es el caso, por ejemplo, de la “Comprobación de relaciones paraxiales” que se propone en la práctica 4.

Cuando la relación entre dos variables es lineal, la representación gráfica de los datos experimentales proporciona una distribución de puntos aproximadamente lineal. Sólo en ese caso es razonable realizar el ajuste de los datos experimentales a una recta por el procedimiento de **mínimos cuadrados**. Dicha recta ha de cumplir la condición de que los datos experimentales queden distribuidos de la forma más próxima posible a la recta. Concretamente se verifica que la recta de ecuación $y=ax+b$ hace mínimo el parámetro c :

$$c = \sum (y_i - ax_i - b)^2 \quad (13)$$

Derivando c respecto a los parámetros a y b , e igualando a cero, se obtiene la **pendiente y ordenada en el origen** de la recta que ajusta los puntos experimentales:

$$a = \frac{N \cdot \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{N \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (14)$$

$$b = \frac{N \cdot \sum x_i^2 y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{N \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (15)$$

La incertidumbre de la pendiente y la ordenada en el origen de la recta ajustada viene dada por las expresiones siguientes:

$$\Delta a = \left[\frac{\sum (y_i - ax_i - b)^2}{N - 2 \cdot \sum (x_i - \bar{x})^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

$$\Delta b = \left[\left(\frac{1}{N} + \frac{\bar{x}^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right) \cdot \left(\frac{\sum (y_i - ax_i - b)^2}{N - 2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

donde N es el número de medidas realizadas y (x_i, y_i) las coordenadas de los puntos experimentales que se están ajustando.

Además de los valores de pendiente y ordenada en el origen, con sus correspondientes incertidumbres, es importante obtener el **coeficiente de correlación lineal**, r . Este valor da una medida del grado de relación entre los valores de las variables x e y . El coeficiente de correlación lineal varía entre 0 (no existe relación alguna entre las variables) y ± 1 (perfecta relación lineal entre las variables). El signo de r indica si las magnitudes x e y se relacionan entre sí de forma directa (o sea y es una función creciente de x) o inversa. Por tanto, el coeficiente r indica hasta qué punto es bueno o no el ajuste realizado. El coeficiente r se suele dar con todas sus cifras decimales, hasta la primera que sea distinta a 9 (en su caso, redondeada según las cifras siguientes). Si el valor absoluto de r es inferior a 0,85 debe pensarse que la relación entre las variables x e y no es lineal, debiendo buscarse otro tipo de dependencia funcional apropiada.

El coeficiente r viene dado por la expresión:

$$r = \frac{N \cdot \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{[(N \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2) \cdot (N \cdot \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2)]} \quad (18)$$

El cálculo de los parámetros dados por las expresiones (13) a (18) no es complicado, y puede realizarse de forma rápida mediante numerosos programas informáticos que existen en el mercado. Por ejemplo, en el Proyecto de Innovación Docente “Adaptación de las Prácticas de Física a la Diplomatura de Óptica y Optometría” (Departamento de Óptica de la Universidad de Granada), se elaboró un programa para calcular ajustes por mínimos cuadrados, que está disponible a través de los profesores de prácticas.

○ **RECUERDE:**

- Toda medida en el laboratorio es incompleta, y por tanto errónea, si no viene acompañada por su correspondiente incertidumbre, calculada según los procedimientos descritos en este apéndice.
- En el caso de medidas directas siempre debe empezar haciendo 3 medidas. Posteriormente un análisis de la dispersión de estas medidas le permitirá conocer el número de medidas a realizar y cómo calcular la incertidumbre de la medida final.
- Para las medidas indirectas calcule la incertidumbre mediante propagación de errores de las medidas directas a las indirectas.

○ **CUESTIONES**

1.- Para obtener información adicional sobre cálculo de las incertidumbres asociadas a las medidas experimentales, puede consultar las referencias:

- “Guidelines for evaluating and expressing the uncertainty of NIST measurement results”. *B. N. Taylor, C. E. Kuyatt*. NIST TechnicalNote 1297. 1994 Edition. United States Department of Commerce Technology Administration, National Institute of Standards and Technology (NIST).
- “Guide to the expresssion of uncertainty in measurement”. International Organization for Standarization (ISO), 1993. Also available as the US Guide ANSI/NCSL Z540-2-1997.
- “Prácticas de laboratorio de Física”. *J. Hernández, J. A. García, J. L. Nieves, M. A. López, C. Plata, J. A. Martínez, E. Hita*. Departamento de Óptica. Facultad de Ciencias. Universidad de Granada. ISBN: 84- 931445-6-8. 2ª Edición, 2005.

APÉNDICE 4

SUGERENCIAS SOBRE LA REDACCIÓN DE INFORMES DE PRÁCTICAS

En este apéndice se dan algunas recomendaciones sobre la elaboración de los informes de prácticas que debe entregar tras la realización de estas. Los informes que realice constituyen una parte importante de la nota de Prácticas de Óptica Geométrica I y II. Quisiéramos hacer notar que estas recomendaciones son sólo orientativas, y es el alumnado quien tiene que decidir cómo realizar cada uno de los informes del modo más adecuado.

Conviene comenzar los informes indicando el título de la práctica, nombre/s del autor/es y grupo de prácticas al que pertenece/n (día y hora).

Si lo desea, puede resumir los objetivos de la práctica y los procedimientos seguidos para alcanzar dichos objetivos. Piense que uno o dos párrafos son suficientes. Algunas personas copian en sus informes una buena parte de la información de los Guiones de Prácticas, lo que es totalmente innecesario y carece de valor a la hora de evaluarlas. Se valora positivamente en los informes la brevedad, que es perfectamente compatible con la claridad y completud.

- ❖ Es importante tener en cuenta la persona que va a leer el informe. En este sentido entienda que ha de ser diferente el informe de prácticas que entrega al profesor (que ya conoce el fundamento teórico) de un informe sobre un trabajo experimental entregado a, por ejemplo, un departamento de una empresa o un particular lego en el tema.

El núcleo de los informes de prácticas debe ser la presentación de los datos obtenidos en el laboratorio, la descripción del tratamiento realizado a partir de dichos datos, y los comentarios sobre los resultados obtenidos. También son muy interesantes los comentarios sobre aspectos relacionados con el trabajo realizado en el laboratorio. Damos a continuación algunas sugerencias sobre cada una de estas partes.

Las medidas experimentales realizadas en el laboratorio (todas las medidas directas realizadas) deben presentarse de forma clara y completa. A continuación, debe indicar los correspondientes tantos por ciento de dispersión, justificativos del número de medidas realizadas. El uso de tablas, puede ser una excelente forma de presentación de las medidas experimentales. A título de ejemplo (los números dados no corresponden a medidas hechas en nuestro laboratorio), la tabla A4.1 muestra una posible tabla de resultados de la práctica “Estudio del prisma. Medida de índices de refracción”.

Prisma de Vidrio												
Medida	$L_F \pm 1'$	$L_{oF} \pm 1'$	$\delta_{mF} \pm 2'$	%D	$L_D \pm 1'$	$L_{oD} \pm 1'$	$\delta_{mD} \pm 2'$	%D	$L_C \pm 1'$	$L_{oC} \pm 1'$	$\delta_{mC} \pm 2'$	%D
1ª	46°50'	0°0'	46°50'	1,7	47°20'	0°4'	47°16'	1,8	55°20'	9°6'	46°14'	1,4
2ª	48°2'	0°24'	47°38'		48°2'	0°10'	47°52'		55°2'	8°8'	46°54'	
3ª	47°38'	0°37'	47°1'		48°10'	0°2'	48°8'		56°12'	9°20'	46°52'	

Tabla A4.1 Hipotético ejemplo de presentación de resultados de medidas directas, correspondiente a la práctica “Estudio del prisma. Medida de índices de refracción”.

Debe indicarse explícitamente cómo se ha realizado la propagación de errores (apéndice 2) desde las medidas directas a las indirectas. Debe incluir los resultados de las derivadas parciales antes de sustituir las variables. Conviene que los resultados numéricos finales queden expresados de forma clara y completa. No olvide presentar los resultados de forma correcta, con sus correspondientes incertidumbres, con el redondeo adecuado y sus correspondientes unidades. De nuevo el uso de una tabla/s o figura/s puede ser un procedimiento muy apropiado para presentar resultados. La tabla A4.2 muestra unos hipotéticos resultados finales correspondientes a la práctica “Estudio del prisma. Medida de índices de refracción”.

	Prisma de Vidrio	Prisma Hueco
n_F	1,6370±0,0003	1,4744±0,0004
n_D	1,6194±0,0004	1,4738±0,0003
n_C	1,6144±0,0004	1,4651±0,0004
VD	27±1	51±4

Tabla A4.2 Otro hipotético ejemplo (no relacionado con tabla A4.1) de presentación de resultados finales de la práctica “Estudio del prisma. Medida de índices de refracción”.

Los resultados obtenidos siempre deben de ser comentados. Si se ha obtenido algún resultado anómalo (e.g., una cota de error superior al valor de la medida), algo que no concuerda con los conocimientos de teoría de la asignatura (e.g., una lente divergente con potencia positiva), o un resultado absurdo (e.g. un índice de refracción absoluto menor que la unidad), en primer lugar, debe intentar localizar y subsanar el fallo. Si no es posible, realizar comentarios a estos resultados es totalmente imprescindible. Debe esforzarse por obtener resultados experimentales correctos, pero no es ese el objetivo principal de las prácticas de Óptica Geométrica. Piense que un resultado incorrecto, convenientemente analizado y comentado puede ser totalmente aceptable.

Además de los comentarios de los resultados numéricos obtenidos, son convenientes los comentarios a la práctica realizada. Por ejemplo, dificultades encontradas en la realización de la práctica, que valga la pena resaltar, y el modo en que las ha resuelto. También observaciones realizadas que no se mencionan en los Guiones de Prácticas, sugerencias concretas para completar o ampliar la práctica objeto del informe, mejoras en la redacción de los Guiones de Prácticas; etc. En definitiva, le interesa al profesor todo aquello que muestre que se han realizado las prácticas de laboratorio con **rigor**, conocimiento de los **fundamentos teóricos**, **iniciativa** y **capacidad crítica**.

APÉNDICE 5

TABLA DE ROTACIONES ÓPTICA GEOMÉTRICA I

Nº Pareja	Sesiones de Prácticas O.G. I				
	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
1	1-2	3	4	5	6
2	1-2	3	4	5	6
3	6	1-2	3	4	5
4	6	1-2	3	4	5
5	5	6	1-2	3	4
6	5	6	1-2	3	4
7	4	5	6	1-2	3
8	4	5	6	1-2	3
9	3	4	5	6	1-2
10	3	4	5	6	1-2

TABLA DE ROTACIONES ÓPTICA GEOMÉTRICA II

Nº Pareja	Sesiones de Prácticas O.G. II				
	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
1	7	8	9	10	11
2	7	8	9	10	11
3	11	7	8	9	10
4	11	7	8	9	10
5	10	11	7	8	9
6	10	11	7	8	9
7	9	10	11	7	8
8	9	10	11	7	8
9	8	9	10	11	7
10	8	9	10	11	7

1. Marcha de rayos.
2. Medida del índice de refracción mediante el efecto Pfund.
3. Medida de distancias focales.
4. Medida de la focal de una lente convergente.
Comprobación de relaciones paraxiales.
5. Medida de radios de curvatura de superficies ópticas.
6. Elementos cardinales de un sistema óptico compuesto.
7. Estudio del prisma. Medida de índices de refracción.
8. Estudio del microscopio compuesto.
9. Limitación de rayos: abertura y campo.
10. Estudio cualitativo de las aberraciones ópticas.
11. El ojo como sistema óptico.

BIBLIOGRAFÍA

- "Optical Instrumentation". *B. N. Begunov, N. P. Zakaznov, S. I. Kiryushin, V. I. Kuzichev*. MIR Publishers. Moscow, 1988.
- "Physique Pratique. Tome 3: Optique". *J. Berty, A. Escaut, P. Marchand, L. Martin, A. Oustry*. Librairie Vuibert, Paris, 1974.
- "Principles of optics". *M. Born, E. Wolf*. 7th Edition. Cambridge University Press, 1999.
- "Óptica". *J. Casas*. 7ª Edición. Librería Pons. Zaragoza, 1994.
- "Principios de óptica geométrica". *J. Escofet, M. S. Millán, E. Pérez, N. Vila*. Cardellach Còpies. Terrassa, 1997.
- "Manual de óptica geométrica". *A. Felipe, C. Albarrán*. Universitat de València, 1998.
- "Éléments d'optique. Optique géométrique". *A. Hadni*. Dunod Université. Paris, 1971.
- "Optics. Experiments and Demonstrations". *C. Harvey*. The Johns Hopkins University Press. Baltimore, Maryland, 1962.
- "Óptica". *E. Hecht*. 3ª Edición. Addison Wesley, 2000.
- "Óptica. Teoría y problemas resueltos". *E. Hecht*. Serie Schaum. McGraw-Hill, 1987.
- "Óptica Geométrica: Teoría y Cuestiones". *C. Hernández, B. Domenech, C. Vázquez, C. Illueca*. Publicaciones de la Universidad de Alicante, 1999.
- "Fundamentals of Optics". *F. A. Jenkins, H. E. White*. 4th Edition. McGraw-Hill, 1976.
- "Curso de introducción a la óptica geométrica". *F. Mateos, L. Carretero, A. Fimia, R. M. Fuentes, I. Pascual*. Universidad de Alicante, 1996.
- "Óptica Geométrica". *P. Mejías, R. Martínez*. Editorial Síntesis S.A. Madrid, 1999.
- "Introduction to classical and modern optics". *J. R. Meyer-Arendt*. 3rd Edition. Prentice-Hall, 1989.
- "Óptica Geométrica". *M. S. Millán, J. Escofet, E. Pérez*. Ariel, S.A., Barcelona, 2004.
- "Prácticas de Óptica Geométrica y Radiometría". *I. Pascual, C. Hernández, A. Fimia, F. Mateos*. Universidad de Alicante, 1988.