

Programa de Doctorado

**Seguridad, Calidad y Optimización de Infraestructuras y su
Relación Medioambiental**

Departamento de Ingeniería Civil



TESIS DOCTORAL

**"SIMULACIÓN BASADA EN LA TEORÍA DE
VALOR EXTREMO Y COPULA PARA
ESTIMACIÓN DE CAUDALES EN SISTEMA DE
SANITARIA"**

Presentada por:

OMAR S. H. MUHAISEN

Dirigida por:

DR. FRANCISCO OSORIO ROBLES

DR. PEDRO A. GARCÍA LÓPEZ

Granada, 2006

PRESENTACIÓN Y AGRADECIMIENTOS

Esta investigación fue desarrollada en el *Departamento de* Ingeniería Civil de la Universidad de Granada, a la que agradezco el que me posibilitara culminar mis estudios de doctorado.

Todo el estudio fue realizado bajo la dirección de **Dr. Francisco Osorio Robles** y **Dr. Pedro A. García López**, a los que agradezco su siempre cercana dirección, su supervisión continúa a lo largo de todo el trabajo, su inestimable ayuda para facilitar el contacto con personas e instituciones y su trato brindado.

Asimismo, deseo mostrar mis profundos agradecimientos y reconocimientos a mi amigo el ingeniero Héctor Pompeyo Pastory por su ayuda inestimable en la traducción de la presente Tesis Doctoral del Inglés al Castellano.

Por último, quiero manifestar mi más calido y sincero agradecimiento a Granada y a España, por acogerme y hacerme sentir como en casa, lo cual me ha permitido aprender de su cultura, valorando la diversidad como fuente de riqueza para el ser humano, y así desarrollar de manera plena mi carrera profesional. Finalmente, agradezco a la Agencia Española de Cooperación Internacional (AECI) por colaborar en la financiación en esta investigación y al personal de la secretaría por su trato agradable.

A todos ellos, mi más profundo agradecimiento.

EXTRACTO

Esta tesis presenta una nueva aplicación de la simulación Monte Carlo para un modelo de precipitación basado en la teoría de Valores extremos (EVT) y en la función Cópula para generar secuencias sintéticas de tormentas de precipitación que probablemente ocurrirán en el futuro similares al registro observado. Las secuencias de precipitación generadas, son entonces introducidas en el paquete de software SWMM para la predicción del funcionamiento de un sistema combinado de drenaje (Combined Sewer System, CSS), conforme a determinados criterios específicos de funcionamiento durante su vida útil para luego proponer las medidas de mitigación de inundaciones que resulten necesarias. Este modelo propuesto es una aproximación al Método de Probabilidad Conjunto para los casos en que es difícil o imposible encontrar una solución analítica al problema. El modelo de EVT-cópula presentado en este estudio es tratado como un caso particular de modelación estocástica, que intenta resolver el Método de Probabilidad Conjunto. Las distintas secuencias sintéticas de precipitación que son generadas nos proporcionan múltiples datos de entrada para el modelo de CSS. Estas secuencias de múltiples datos de entrada producen una gran variedad de datos de salidas modelados. El análisis a base de riesgo de estos datos de salida modelados ayudan a cuantificar la variabilidad de la respuesta del CSS. Por lo tanto, en este contexto de tormentas de precipitación, el modelo propuesto nos permite diferentes opciones de intervención para que sean comparadas entre sí en función de la severidad de la inundación del CSS. Por consiguiente, es posible elegir entre diferentes opciones por la comparación directa de los resultados esperados y los gastos ocasionados por las diferentes opciones. Con este enfoque el núcleo principal, es decir el intervalo de precipitación más intenso, es tomado de la duración total de la tormenta para representar el período de intensidad. Fueron analizadas entonces las características principales de las tormentas seleccionadas a fin de identificar las distribuciones de probabilidad de la duración y de la intensidad de precipitación y el patrón temporal usando la teoría de valor extremo. La dependencia entre estas variables es descrita por medio de una conveniente cópula. Por consiguiente, es reducida la incertidumbre generadas en las tormentas de precipitación comparándolo con otros métodos.

TABA DE CONTENIDOS

Presentación y agradecimientos	i
Extracto.....	ii
Taba de Contenidos.....	iii
Índice de Figuras.....	vii
Índice de Tablas.....	ix
1.0 Resumen	1
1.1 Introducción	1
1.2 Objetivos de la tesis	2
1.3 Importancia de la tesis	2
1.4 Descripción de modelos de precipitación existentes	3
1.5 Desventajas de los modelos existentes	4
1.6 Ventajas del modelo propuesto	5
1.7 Objeto de la tesis	6
2.0 Introducción	7
2.1 Sistemas de alcantarillado unitario (CSS)	7
2.2 Objetivos del diseño de sistemas de alcantarillado unitario	7
2.2.1 Cálculos para el diseño de alcantarillados unitarios	7
2.2.2 Cálculo de impacto	8
2.3 Creación de capacidad de retención aguas arriba en el CSS.....	9
2.3.1 Almacenamiento autónomo en estructuras de detención	11
2.3.2 Control en tiempo real	12
2.4 Modelización de sistemas CSS y componentes de los modelos.....	13
2.4.1 Objetivos de la modelización de CSS	13
2.4.2 Enfoques del modelización	13
2.4.3 Componentes del modelización de CSS	15
2.4.4 Modelización de precipitación	16
2.4.4.1 Limitaciones del modelización basado en eventos	16
2.4.5 Modelo de probabilidad de conjunto	18
2.4.5.1 La Teoría de Valores Extremos	19
2.4.5.2 Función de Cópula	20
2.4.5.3 Simulación de Monte Carlo	21
2.4.6 Modelización de escorrentías de precipitación	21
2.4.7 Modelización hidráulico del CSS	22
2.4.7.1 Selección de modelos hidráulicos	22
2.4.8 Los sedimentos y la entrada y lavado de contaminantes	23
2.5 Modelo de Gestión de Aguas Pluviales de la USEPA (SWMM).....	25
3.0 Modelos de precipitación - escorrentía	28
3.1 Introducción	28
3.2 Generación de escorrentía	28
3.3 Pérdidas de precipitación	30
3.3.1 Almacenamiento en depresiones superficiales	30
3.3.2 Infiltración en el suelo	33

3.3.2.1	El modelo de infiltración de Horton	35
3.3.2.2	Modelo de infiltración de Green y Ampt	37
3.3.2.3	Interpretación del modelo de Green y Ampt	39
3.3.2.4	El Método SCS	39
3.3.3	Evaporación	41
3.4	Escorrentía superficial	42
3.4.1	Modelización hidráulica	43
3.4.1.1	Modelo de Saint-Venant (Modelo de onda Dinámico).....	43
3.4.1.2	Modelo de onda cinemático	44
3.4.1.3	Modelo de onda de difusión	45
3.4.2	Modelos Hidrológicos	46
3.4.2.1	Método del Hidrograma unitario	47
3.4.1.1.1	Componentes del hidrograma	48
3.4.1.2	Modelización conceptual de almacenamiento	50
3.4.1.3	Almacenamiento no lineal	52
3.5	Conclusiones	52
4.0	Estructuras de detención	54
4.1	Introducción	54
4.2	Criterios de diseño generales	56
4.2.1	Criterios de selección	56
4.2.2	Consideraciones de diseño para estructuras de detención	56
4.2.3	Disposición y situación de estanques de detención	56
4.2.4	Pendientes de taludes laterales en estanques de detención	58
4.2.5	Estructuras de salida	59
4.2.6	Vertedero de Emergencia	60
4.3	Modelización de estructuras de detención usando SWMM	61
4.3.1	Cálculos de estructuras de detención en SWMM: Transport Block..	63
4.3.2	Cálculos mediante el bloque Storage/Treatment.....	64
4.3.3	Utilización del Bloque de EXTRAN para cálculos de la estructura de detención	65
4.4	Costes de construcción.....	67
4.5	Conclusion	68
5.0	Teoría de valores extremos (EVT) en la modelación de precipitaciones...	70
5.1	Introducción	70
5.2	Métodos univariantes para el análisis de valores extremos	70
5.2.1	Enfoque de máximos por bloque	71
5.2.2	Las distribuciones de valores extremos	71
5.2.1.1	La distribución de valores extremos generalizada (GEV)	73
5.3	Métodos estadísticos en aplicación de EVT	74
5.3.1	Valoración de parámetro	74
5.3.1.1	Valoración de probabilidad máxima	75
5.3.1.2	Estimación de Máxima Verosimilitud en la distribución GEV.....	76
5.3.1.3	Método de los Momentos Ponderados	77
5.3.2	Interfaz para niveles de retorno	78
5.3.3	Gráficos de Probabilidad y Quantiles (QQ-plot).....	79

5.3.4 Gráfico de Quantiles (QQ-plot).....	81
5.4 Estudio de un caso: Modelización de los datos de precipitación anuales máximos	81
5.4.1 Ajuste de datos a un modelo GEV	82
5.4.2 Ajuste de los datos al modelo de Gumbel	83
5.5 Enfoque de Picos sobre un Umbral (Peak Over Threshold –POT-).....	84
5.6 Enfoque de proceso de punto	87
5.7 Selección del umbral	89
5.9 Período de retorno	90
5.10 Ejemplo: Modelado de los datos de precipitación anuales máximos	90
5.10.1 Ajuste de los datos usando el modelo POT	92
5.11 Conclusiones	92
6.0 Calibración y simulación de funciones de cópula	94
6.1 Introducción	94
6.2 Definición de función de cópula	94
6.3 Familias de Cópula	95
6.3.1 Cópula normal	95
6.3.2 Cópula t-student	96
6.3.3 Cópulas Arquimedianas	96
6.3.3.1 Extensión al caso multivariable	97
6.4 Medidas de asociación	98
6.5 Selección de la cópula Arquimediana correcta	100
6.6 Selección de la cópula correcta utilizando la cópula empírica.....	101
6.7 Estimación de parámetros de una cópula dada	101
6.7.1 Método de Máxima Verosimilitud (ML).....	102
6.7.2 El método de la Inferencia de Funciones para Marginales (IFM)....	102
6.7.3 Método de la Máxima Verosimilitud Canónica (CML).....	103
6.7.4 Estimación No-paramétrica	103
6.8 Simulación de Monte Carlo	104
6.9 Simulación Monte Carlo “modificado” de Cópulas	105
6.9.1 Simulación de la cópula Gaussiana	105
6.9.2 Simulación de la cópula.....	106
6.9.3 Algoritmo general para cópulas Arquimedianas	107
6.9.4 Simulación de la cópula empírica	109
6.10 Conclusiones	110
7.0 Aplicación del modelo propuesto	112
7.1 Presentación del caso de estudio. La cuenca	113
7.1.1 Exigencias de datos para SWMM	113
7.2 La cópula -EVT para la simulación de modelado pluvial.....	115
7.2.1 Definición de tormenta	115
7.3.1 Identificación de los componentes de las distribuciones	117
7.3.1.1 Distribución marginal de las intensidades máximas del núcleo de tormenta.....	119
7.3.1.2 Distribución marginal de la duración del núcleo de tormenta.....	119
7.3.1.3 Distribución marginal del patrón de intensidad del núcleo	

de tormenta	120
7.3.2 Dependencia estadística	121
7.4 Ajuste de una Cópula a los datos	121
7.4.1 Identificación de una Cópula para las variables (S_i, S_d) y (S_i, S_p)	122
7.4.3 Ajuste de una Cópula utilizando máxima verosimilitud	122
7.4.4 Ajuste de una Cópula utilizando el coeficiente tau de Kendall	125
7.5 Generación de tormentas utilizando el modelo de Cópula-EVT.....	125
7.6 Modelado de un sistema de alcantarillado unitario con SWMM	127
7.6.1 Estimación de volúmenes de escorrentía actuales utilizando curvas IDF versus el modelo propuesto.....	128
7.6.2 Impactos en volúmenes de escorrentía relativos con respecto al período de retorno utilizando el nuevo modelo.....	130
7.6.3 Impactos en los volúmenes de detención en tanques con respecto al período de retorno	130
7.7 Diseño basado en el riesgo del CSS utilizando el nuevo modelo.....	132
7.7.1 El volumen óptimo del tanque de detención	133
8.0 Conclusiones	134
9.0 Bibliografías.....	135

ÍNDICE DE FIGURAS

2.1. Ejemplo de un sistema de alcantarillado unitario	7
2.2. Suceso en un tanque de detención emplazado en una cuenca de 2,4 ectáreas.	11
2.3. Descripción de los componentes implicados en el modelización de un sistema de alcantarillado	15
2.4. Comparación de modelos sintéticos versus lluvias reales	17
2.4. Descripción de los diferentes aspectos implicados en la escorrentía de una precipitación	21
2.6. Descripción de los diferentes aspectos del lavado de la superficie	24
2.9. Estructura del programa de SWMM (Huber y Dickinson	26
3.1. Representación esquemática de varios mecanismos que intervienen en la escorrentía para dos tipos de vegetación diferentes	29
3.2. Esquema de pérdidas de almacenamiento de una depresión simple	31
3.3. Curva de distribución de profundidad de agua de almacenamiento por depresión.....	33
3.4. Pérdida de almacenamiento por depresión versus pendiente de cuatro áreas de drenaje impermeables	33
3.5. Perfil del contenido de agua	34
3.6. Representación de la curva móvil - Ecuación de Horton	36
3.7. Esbozo de un modelo de Green y Ampt	36
3.8. Resultado del modelo de Green y Ampt	38
3.9. Valores típicos para el Número de Curva de SCS CN como una función del tipo de suelo, uso del terreno y grado de la saturación	41
3.10. El hidrograma unitario	48
3.11. Concepto de una serie de embalses en cascada	51
4.1. Porcentaje de DBO ₅ y eliminación de sólidos suspendidos para varios caudales de descarga en función del tiempo de detención.....	55
4.2. Elementos básicos de estanques o depósitos de almacenamiento	57
4.3. Estructura de salida típica	59
4.4. Estructura de salida – Alternativa A	60
4.5. Estructura de salida – Alternativa B	60
4.6. Detalle típico – desagüe de Ataguías	61
4.7. Ilustración del impacto de la detención	62
4.8. Tanque de detención según Transport Block	64
4.9. Procesos de tratamiento simulados por el Treatment/Storage Block de SWMM.....	66
4.10. Secciones de tubo estándar provistas en el EXTRAN Block.....	66
4.10.Ejemplo de como la detención puede ser descrita usando conducciones, nodos y reguladores de flujo en el EXTRAN Block.....	67
4.11.Coste de construcción de tanques de detención en función del volumen de almacenamiento	68
5.1. Máximos por bloque	71
5.2. Ejemplo de distribuciones de valores extremos	73
5.3. La precipitación máxima anual valora registros	82
5.4. Calidad de los ajustes de gráficos en el modelo GEV	83
5.5. Calidad de gráficos ajustados por el modelo de Gumbel	84
5.6. Excesos sobre un umbral dado u	84

5.7. Distribución de Pareto	85
5.8. Ilustración del enfoque del proceso de punto	87
5.9. Registros de valor de precipitación diarios	89
5.10. Gráfico de vida residual media de datos de precipitación diarios	91
5.11. Calidad de Gráficos ajustados para el modelo de GPD	92
6.1. 1000 simulaciones de Monte Carlo de la variables bidimensional (X1, X2) utilizando la cópula Gaussiana	105
6.2. 1000 simulación de Monte Carlo de la variable bidimensional (x1, x2) Utilizando cópula	106
6.3. 1000 simulación de Monte Carlo de la variable bidimensional (x1, x2) utilizando la cópula de Clayton	108
6.4. 1000 simulación de Monte Carlo de la variable bidimensional (x1, x2) utilizando la cópula de Gumbel	108
6.5. 1000 simulación de Monte Carlo de la variable bidimensional (x1, x2) utilizando cópula Frank	109
7.1. Mapa del sistema de alcantarillado del área estudiada	113
7.2. Tormenta completa y núcleo de la tormenta	116
7.3. Substitución del núcleo de la tormenta por un triángulo equivalente	117
7.4. Gráfico de dispersión de la duración de núcleos y la intensidad máxima de núcleos de tormenta.....	118
7.5. Gráfico de dispersión de la duración del núcleo y el patrón de intensidad del núcleo de tormenta	118
7.6. Calidad de Gráficos ajustados para el modelo GPD para tres umbrales	119
7.7. Calidad de gráficos ajustados para el modelo GPD en tres umbrales.....	120
7.8. Calidad del ajuste de los gráficos del modelo Gumbel en tres umbrales.....	120
7.9. Gráficos Q-Q de la variable (S_i, S_d)	122
7.10. Gráficos Q-Q de la variable (S_i, S_p)	122
7.11. 10000 simulaciones Monte Carlo “modificado” de (S_i, S_d)	126
7.12. 10000 simulaciones Monte Carlo “modificado”de (S_i, S_p)	126
7.13. Tormenta generada	127
7.14. Esquemmatización del área estudiada	128
7.15. Las relaciones entre el período de retorno y el ratio de predicciones de volúmenes de escorrentía reales.....	129
7.16. Aumento relativo del volumen de escorrentía como función del período de retorno	130
7.17. Volumen total requerido de tanques de detención para el cambio climático en diferentes escenarios	131
7.18. Coste del volumen requerido de futuros tanques de detención con cambio climático en diferentes escenarios	131
7.19. Relación entre el período de retorno y el coste total del tanque de detención para el primer escenario de clima	133

ÍNDICE DE TABLAS

3.1. Valores típicos de almacenamiento superficial (encharcamientos)	32
5.1. Transformaciones para las distribuciones extremas	80
7.1. Características del CSS	114
7.2. Condiciones de impermeabilidad de la cuenca	115
7.3. Valores estimados de los parámetros GPD y errores estándares para como una función del umbral u	119
7.4. Valores estimados de los parámetros GPD y error estándar para datos correspondientes a como una función del umbral u	120
7.4. Valores estimados de los parámetros Gumbel y errores estándares de como una función del umbral u	120
7.6. Valores estimados del tau de Kendall como una función del umbral	121
7.6. Estimaciones de parámetro utilizando cópula de Clayton para la variable (S_i, S_d)	124
7.7. Estimaciones de parámetro utilizando cópula de Clayton para la variable (S_i, S_p)	124
7.9. Estimación del Clayton como una función del tau de Kendall para las variables (S_i, S_d) and (S_i, S_p)	125

1. Resumen

1.1 Introducción

Los Sistemas de Alcantillado Unitario (CSS) son utilizados para el saneamiento de aguas negras de origen doméstico, industrial y el exceso de aguas pluviales captadas en edificios, caminos y campos, para luego ser conducidas a un tanque o depósito de detención o a una planta de tratamiento de aguas residuales. En el pasado, por lo general, estos sistemas CSS se han diseñado con las hipótesis de que no habrá cambios climáticos y en función de los datos climáticos históricos disponibles y que podrán ser utilizados bajo futuras exigencias de diseño. Sin embargo, recientes estudios climáticos demuestran que las intensidades de precipitación de tormentas y sus duraciones han aumentado. Como consecuencia de esto, los CSS existentes corren un serio riesgo de ser afectados negativamente. Estos cambios climáticos junto con el incremento de áreas impermeables en regiones urbanas, aumentan el potencial de fallo de los CSS, lo que puede causar enormes daños debido a las inundaciones de las zonas expuestas a estos cambios. Por lo tanto los CSS existentes no proporcionan el nivel de servicio requerido durante su vida útil y la protección necesaria para prevenir inundaciones. El problema de la inundación de los CSS es sobre todo resultado del pico máximo de escorrentía, no necesariamente por el volumen total de escorrentía. Si los caudales máximos de escorrentía pudieran ser atenuados, la inundación sería razonable o no ocurriría. Para atenuar los caudales máximos de escorrentía, entre otros, uno de los métodos preferibles actualmente son los tanques de detención por tratarse de una de las opciones más económicas para lograr el objetivo de un determinado control de la inundación. Consisten en estructuras donde temporalmente se detiene cierta cantidad de escorrentía, lo cual ayuda bastante a reducir los caudales aguas abajo, sobre todo cuando el hidrograma de inundación presenta una subida y caída rápida.

El cálculo del volumen de almacenamiento del tanque y el diseño de las estructuras de salida es adaptado de modo que el ritmo de caudal entrante excede el ritmo del caudal saliente de diseño; el almacenamiento de la diferencia se realiza en el tanque. Por consiguiente, la escorrentía es liberada posteriormente de forma paulatina al sistema. Con esto se logra reducir los picos de escorrentía máximos y proporcionar el tiempo necesario para que los sedimentos se depositen.

Hay disponibles varios métodos para evaluar los volúmenes de almacenamiento necesarios de los tanques de detención, siendo los más comunes los Modelos de Precipitación-Escorrentía. Los modelos son el método preferible para evaluar los volúmenes de almacenamiento debido a su capacidad de simular escorrentías bajo una variedad de condiciones. El modelo más comúnmente usado es el Modelo de Gestión de Aguas Pluviales, elaborado por la EPA (Agencia de Protección Medioambiental de Estados Unidos), el Storm Water Management Model (SWMM).

El modelo SWMM es un modelo de simulación dinámico de la precipitación - escorrentía, usado tanto para un solo acontecimiento como para simulaciones continuas de cantidades y calidades de escorrentía en las cuencas que tienen CSS y drenajes naturales. El SWMM simula la escorrentía producida por la precipitación generada sobre el área de la cuenca total y luego recoge esta escorrentía por medio de un sistema de tuberías, canales, tanques de detención, bombas y válvulas. Los datos de

precipitación y las características físicas del CSS son usados como entradas del SWMM y los datos de salida serán hidrogrmas y resúmenes de parámetros de simulación.

1.2 Objetivos de la tesis

Los objetivos principales de la tesis son:

- Conocer mejor el comportamiento del proceso de *precipitación / escorrentía* que proporciona las bases para estimar los caudales en los CSS.
- Conocer mejor el comportamiento de los tanques de detención como una medida de mitigación de inundación.
- Proponer un nuevo enfoque fiable de la técnica de simulación de Monte Carlo, basado en EVT y la función Cópula, que pueden ser utilizada junto con el paquete de SWMM para el análisis y el diseño del CSS. Los resultados obtenidos serán una guía para poder crear en un futuro un programa de software.

1.3 Importancia de la tesis

Los métodos actuales de diseño y comportamiento de CSS se enfocan en las cargas que deben ser drenadas y tratadas con regularidad y no en los extremos que ocurren en tormentas pluviales severas u otra condición adversa del clima.

La mayor parte de los textos de Ingeniería Sanitaria, así como también los códigos o normas son desarrollados y probados en caudales promedio y luego extrapolados para alcanzar los picos máximos de caudal, caudales máximos y otras condiciones. Esta investigación presenta un nuevo enfoque de extrapolación, más allá de los métodos de ingeniería sanitaria tradicionales para examinar el comportamiento de CSS en condiciones meteorológicas adversas.

Los modelos hidrológicos existentes normalmente calculan los caudales máximos y/o los hidrogramas de inundación, que son necesarios para diseñar los componentes del sistema CSS, a fin de reducir al mínimo el daño de la inundación. Un pequeño error en la valoración de los caudales máximos y/o los hidrogramas de la inundación puede causar impactos adversos significativos en el CSS o en las medidas de mitigación asociadas (por ejemplo, tanques de detención). Usualmente, en la práctica de ingeniería, el acontecimiento de precipitación puede ser representado por un evento pluvial real o por una tormenta sintética. Un evento real que ya ha ocurrido es utilizado para calcular el siguiente. Sin embargo, es práctica habitual en el diseño de drenajes de aguas pluviales urbanas utilizar tormentas de diseño sintéticas.

El enfoque presentado en esta tesis debe desarrollar un modelo de precipitación estocástico basado en la Teoría del Valor Extremo (EVT) y la función Cópula para generar secuencias sintéticas de tormentas de precipitación que trata los tres componentes de una tormenta (duración, intensidad y el patrón temporal) como variables aleatorias.

Los modelos de simulación matemáticos son considerados el camino más eficaz para analizar los procesos hidrológicos e hidráulicos complejos.

Ya que los datos de precipitación de entrada en tales modelos son un dato fundamental de partida, la interpretación y comprensión de los procesos de precipitación es un requisito previo y necesario para estudiar el análisis del comportamiento y el diseño satisfactorio de los CSS

1.4 Descripción de modelos de precipitación existentes

Muchos modelos de precipitación estocásticos de diversa complejidad han sido desarrollados y aplicados a una amplia variedad de investigaciones hidrológicas y climáticas. Waymire y Gupta (1981) proporcionaron un estudio relevante en el año 1981, mientras una revisión de su trabajo más reciente puede ser encontrada en Chia (1991). Cuantificar la incertidumbre en predicciones hidrológicas y la estimación de la probabilidad de acontecimientos extremos, con datos limitados, eran las materias y los propósitos de los primeros trabajos (p.ej, Pattison 1965; Eagleson 1978; Eagleson y 1987 Qinliang). Posteriormente otros modelos se concentraron en la generación de fuerzas atmosféricas más realistas, orientados en la investigación del comportamiento a largo plazo y de los modelos hidrológicos e hidroecológicos de la superficie de la tierra (p.ej, Larsen y Pense 1982; Desanker y Reed 1991).

Recientemente se han enfocado dos áreas: 1) modelos de desagregación/agregación (espacial y/o temporal) mediante la utilización de satélites, generados por modelización o asimilación de campos de precipitación, (p.ej., Wilks 1989; Gong et al. 1994; Bo et al. 1994; Katz y Parlange 1998); 2) el descubrimiento de cambios climáticos en el registro de precipitación. En este último, el registro de complejas intensidades de precipitaciones de alta frecuencia es representado como un proceso de tormenta simple (p.ej, una precipitación diaria o un modelo de evento de tormenta) tal que las propiedades estadísticas asociadas de las variables modeladas pueden ser analizadas por sus tendencias (p.ej, Karl y Knight 1998).

El objeto de esta tesis es lograr uno de los modelos estocásticos que emplean el proceso de Bernoulli para describir la llegada de una tormenta en un punto en el espacio (p.ej, una rango de lluvias), clasificado como la más simple categoría de modelos de precipitación estocásticos. Para calcular este modelo, un período de tiempo es subdividido en varios intervalos de tiempo distintos (p. ej, años) asociando una sola probabilidad de llegada de la tormenta a cada intervalo. El proceso de enumerar las tormentas (el número de tormentas por período) sigue una probabilidad de distribución binomial. En el límite de una subdivisión infinita, la enumeración tiende asintóticamente a la distribución Poisson. Eagleson (1978) ha demostrado que cuando en llegadas de tormentas la distribución de intensidad es exponencial-distribuida Poisson (más adelante referido como el modelo de PG), la distribución de la precipitación agregada (p.ej, totales anuales) puede ser calculada analíticamente. Además, demostró que el enfoque de distribución logrado permite totales de precipitación anuales correspondientes a bajos períodos de retorno (p.ej, 100 años) pueden ser estimados bien de sólo un registro de tormentas de 5 años. Eagleson presumió como independientes, en su modelo, tanto la intensidad media como la duración de la tormenta. Tal presunción fue utilizada más tarde por otros investigadores que trataron de mejorar tanto los rasgos teóricos como operacionales del modelo. Sin embargo, Bacchi et al. (1987) mostró que el modelo de PG con marginales exponenciales independientes puede proporcionar una representación débil del proceso de precipitación. Tal debilidad podría ser una consecuencia de las hipótesis adoptadas;

aunque estas no siempre puedan ser rechazadas estadísticamente del análisis de datos (Gracia y Eagleson (1966)), su cuestionable fiabilidad todavía representa un problema.

En efecto, tales hipótesis no son realistas en bastantes casos. Los primeros resultados del estudio de la correlación positiva entre intensidad de precipitación y la duración de la escorrentía superficial de una tormenta fueron establecidos por Cordova y Rodríguez-Iturbe (1985) y concluyeron que tal correlación puede tener un impacto significativo en la escorrentía en sí misma. Bacchi et al. (1994) consideró una distribución exponencial bi-variable para modelar la duración y la intensidad promedio de la tormenta.

A fin de representar la positiva correlación entre las variables Singh y Singh (1991) sacaron varias distribuciones bi-variable con marginales exponenciales. Mientras que más recientemente Kurothe et al (1997) para modelar la correlación negativa, utilizó una distribución bi-variable con marginales exponenciales.

Además, la dependencia entre intensidad de precipitación y duración de la tormenta fue modelada por Robinson y Sivapalan (1997), asumiendo una distribución exponencial desplazada para la duración de la tormenta y una distribución Gamma para la distribución condicional de la intensidad de precipitación promedio conocida la duración de la tormenta; entonces, ellos calcularon los momentos incondicionales de la intensidad de precipitación y la correlación entre intensidad y duración.

1.5 Desventajas de los modelos existentes

Los modelos de precipitación tradicionales describen la evolución temporal de la precipitación como una secuencia de pulsos rectangulares, donde la base y la altura representan la duración de la tormenta y la intensidad tormenta media respectivamente. Esta presunción a menudo es violada dada que las condiciones variables de humedad del suelo y su distribución en el tiempo no son considerados en la transformación de los eventos de precipitación en escorrentía siendo generalmente el resultado de calcular la escorrentía con este método mucho más alto que la escorrentía real.

Algunos modelos de precipitación se basan en los métodos tradicionales, que trabajan bien en las zonas de la distribución empírica donde hay muchas observaciones, pero rinden pobremente en las colas extremas de la distribución. Esto es claramente una desventaja porque la utilización del riesgo extremo pide la estimación de cuantiles y de probabilidades de cola que no son directamente observables de los datos. La teoría de valores extremos (EVT) se enfoca en el modelización del comportamiento de cola de una distribución de datos usando solamente el valor extremo en lugar del conjunto completo de datos.

Además en muchos de los modelos actuales de precipitación varios métodos de análisis bi-variable han sido desarrollados. Sin embargo, estos modelos tienen las carencias siguientes:

- Cada modelo bi-variable debería tener el mismo marginal de las distribuciones: Esta exigencia es demasiado restrictiva, donde en la práctica, las variables en la ingeniería de problemas no tienen los mismos tipos de distribución.

- La medida de asociación o la correlación es sensible a las marginales de las distribuciones para la estructura de la correlación de estas distribuciones bi-variable.
- Excepto la distribución bi-variable normal, otras distribuciones de multivariantes aleatorias pueden ser apenas ampliadas a más de dos dimensiones cuando su estructura de correlación entre variables no es conocida.

1.6 Ventajas del modelo propuesto

En esta tesis, se propone un modelo de precipitación original, considerando las tres componentes aleatorias de tormentas de precipitación (es decir: duración, intensidad y su variación en el tiempo), que supera los defectos de los modelos tradicionales. Este modelo describe la dependencia entre estas variables por medio de la función Cópula y del Valor Extremo Marginales. Este modelo enfatiza la unión entre cópula y estadística, la teoría de datos. La cópula es introducida y se utiliza para estimar las distribuciones de multivariantes aleatorias de las variables aleatorias de las tormentas de precipitación. La aplicación del modelo es muy ventajosa en zonas con datos de precipitaciones escasos o limitados. Este modelo demuestra las ventajas de usar la cópula en el modelización de precipitación que incluso:

- Representan un camino para extraer la estructura de dependencia de la función de distribución conjunta y separar la dependencia y el comportamiento marginal.
- Proporcionan un poderoso instrumento para construir un gran número de modelos de multivariable aleatoria y que son muy útiles en las simulaciones de Monte Carlo.
- Proporcionan un modo de estudiar medidas sin escala de la dependencia.
- Expresan la dependencia por una escala de cuantiles, que es útil para describir la dependencia de resultados extremos.

La simplicidad de este modelo y su demostrada capacidad de representar la distribución de las características críticas de la precipitación con relativamente pocos parámetros lo hace una opción apropiada para muchas aplicaciones.

Por consiguiente proporciona a los ingenieros/científicos, planificadores urbanos, otros profesionales de planificación y gerentes de un poderoso instrumento para su planificación urbana, diseño civil/ambiental, riesgo de inundación y exigencias de seguros.

1.7 Objeto de la tesis

Los objetivos principales de la tesis comprenden diversos aspectos que son tratados en seis capítulos:

Capítulo 2: En él se describen los conceptos básicos necesarios para el modelización de CSS. El objetivo es dar la base para establecer modelos de CSS y los componentes de los mismos.

Capítulo 3: Contiene los modelos de precipitación/escorrentía más importantes, donde un usuario que modela puede adquirir el conocimiento en las diferentes técnicas de modelización (p.ej, embalses no lineales, ondas cinemáticas,. Ecuaciones de Saint Venant,).

Capítulo 4: Resume los componentes del modelización de estructuras de detención usando el paquete SWMM. El almacenamiento en estructuras de detención desempeña un papel importante en el control o eliminación de los efectos adversos causados por la escorrentía.

Capítulo 5: Recoge una descripción detallada de la Teoría del Valor Extremo, que será usada en el modelo de precipitación.

Capítulo 6: Resume la función de distribución conjunta Cópula, que será usada para generar componentes aleatorios de las tormentas de precipitación, que a su vez constituyen los datos de entrada para el modelo hidrológico.

Capítulo 7: Contiene un ejemplo de aplicación del modelo propuesto.

Finalmente, las conclusiones son presentadas en el Capítulo 8.

2.0 Introducción

2.1 Sistemas de alcantarillado unitario (CSS)

Los sistemas de alcantarillado unitario son comunes en las áreas urbanas más antiguas; son alcantarillados diseñados para recoger las aguas residuales domésticas y el agua pluvial en el mismo sistema de colectores. La mayor parte del tiempo, los sistemas de alcantarillado unitario transportan todas las aguas residuales a una planta de tratamiento de aguas, donde luego es tratada y descargada a un cuerpo de agua receptor. Debe conseguirse un compromiso entre la eficacia de interceptación y los costes de construcción. En la práctica de la ingeniería moderna se dictan los parámetros de diseño para que el alcantarillado unitario sea económicamente factible y capaz de transportar caudales unitarios conjuntamente con los de una tormenta de diseño aceptable. La Figura 2-1 muestra un ejemplo de un sistema de alcantarillado unitario.

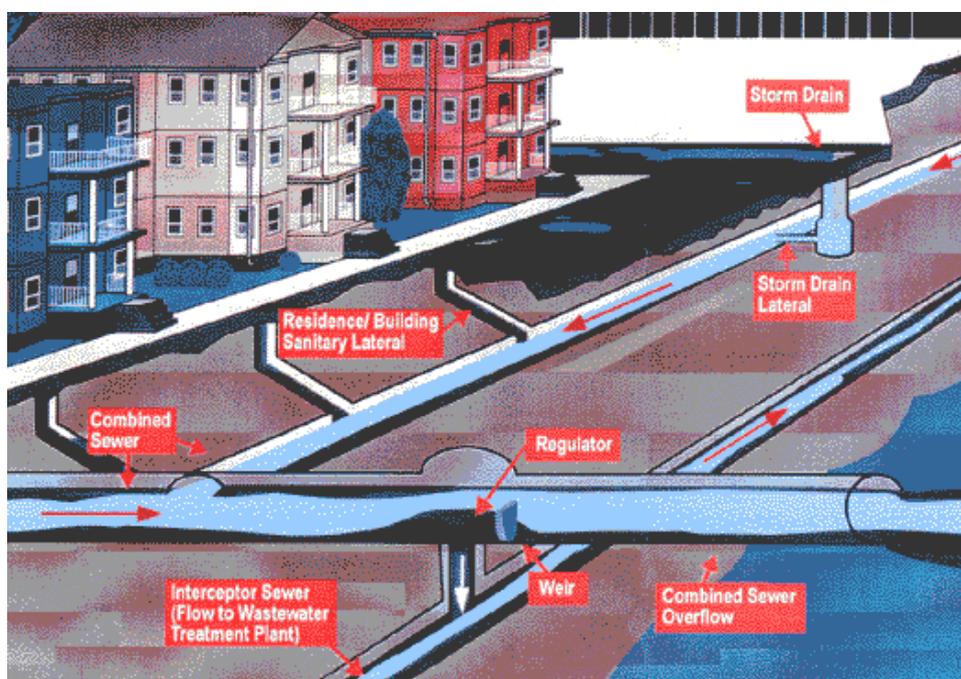


Figura 2-1: Ejemplo de un sistema de alcantarillado unitario

2.2 Objetivos del diseño de sistemas de alcantarillado unitario

2.2.1 Cálculos para el diseño de alcantarillados unitarios

El objetivo del diseño de un sistema de alcantarillado es predecir la frecuencia (o período de retorno) de un suceso hidráulico en el sistema a fin de limitar esta frecuencia a un estándar dado. En primer lugar, los cálculos se realizan para diseñar el sistema de alcantarillado unitario, de modo que puedan transportar la mezcla de agua de lluvia y aguas residuales a la planta de tratamiento y sin desbordamientos en el alcantarillado, sin problemas de inundaciones durante un período de retorno aceptable. Los cálculos de diseño son realizados para períodos de retorno mínimos entre 1 y 5 años.

El diseño de un sistema de alcantarillado unitario consta de dos etapas. La primera etapa estima los diámetros de los conductos, por lo general basándose en un método simple (p.ej el método racional), asumiendo un caudal uniforme y usando la entrada de precipitación de un cierto período de retorno (p.ej 5 años). Una simulación hidráulica funciona como una segunda etapa a fin de comprobar si ninguna inundación ocurre dentro de un cierto período de retorno (p.ej 10 años). En el caso de una extensión en un sistema existente o si se considera el posible aumento de la cobertura de área impermeable de la cuenca, las dos etapas se combinan en la simulación hidrodinámica. En la primera etapa, se comprueba si la capacidad de los conductos es suficiente para transportar el caudal de un cierto período de retorno. La segunda etapa es la de control de inundaciones. En otras palabras, la consideración de diferentes periodos de retorno en la primera y segunda etapa puede explicarse como la aceptación de un cierto nivel de inundación en el sistema, y los modelos nos ayudan a predecir la intensidad de la misma.

El proceso de simulación hidrodinámico es una realización de dos ecuaciones diferenciales parciales, conocidas como las ecuaciones de Saint Venant, acompañadas de condiciones de borde. La solución numérica de estas ecuaciones no es fácil, encontrándose disponibles diferentes paquetes de software para solucionar estas ecuaciones diferenciales con éxito.

2.2.2 Cálculo de impacto

La evaluación de los efectos de un suceso de descargas por desbordamientos de alcantarillados unitarios debido a la recepción de aguas superficiales constituye la segunda etapa de cálculo de un sistema de alcantarillado. Esto es generalmente conocido como “cálculos de impacto”. La frecuencia de ocurrencia de estos eventos de desbordamiento suele ser más alta que aquella para la que los sistemas de alcantarillado unitarios han sido diseñados. La frecuencia de desbordamiento por lo general varía entre 1 y 20 por año y si la frecuencia de desbordamiento media es más alta que 10 por año deben ser tomadas medidas a fin de limitar las frecuencias. Este es un criterio comúnmente aceptado en diferentes reglamentaciones de orden regional vigentes en Estados Unidos. Las diferentes acciones que pueden acometerse pueden ser estimarse como una función de la severidad del impacto de la inundación.

Varias metodologías se encuentran disponibles para el cálculo del impacto. En los primeros tiempos, se trató de predecir la frecuencia de desbordamiento “con el gráfico de punto” de Kuipers. Más adelante fue posible predecir los volúmenes de desbordamiento y descargas usando gráficos basados en los métodos de Kuipers. Después fueron desarrollados los primeros modelos hidrológicos simples. Los sistemas de alcantarillado eran simplificados en un simple embalse para el cual se efectuaban diversas posibles simulaciones. Esto hizo posible obtener distribuciones de los parámetros obtenidos (volúmenes de desbordamiento, descargas, duraciones, ...etc) realizando el análisis estadístico de los resultados después de la simulación en vez de enfocar el asunto a la precipitación de entrada. Aquafin estudió simulaciones de impacto para tormentas de diseño de alta frecuencia. Se presumió en la simulación que la frecuencia del evento de desbordamiento igualaba la frecuencia de la tormenta que nos lleva al evento de desbordamiento (Vaes, G., 1999).

La frecuencia de desbordamiento puede proporcionar mucha información, pero otros parámetros tienen la misma importancia a fin de evaluar el fenómeno. Pueden ocurrir una gran variedad de descargas y volúmenes de desbordamiento, cada uno de ellos tiene una frecuencia específica o período de retorno. Las descargas y los volúmenes de desbordamiento deben ser evaluados de un modo estadístico y deben ser representados por una distribución.

El objetivo de los cálculos de impacto no es únicamente la predicción de cantidades de desbordamiento, sino también la evaluación del impacto de las emisiones o contaminación en el agua. En efecto, las descargas no sólo debe ser evaluada en términos de cantidades de agua, sino también en términos de cargas de contaminantes aportados (es decir, en términos de calidad de agua). Análogo al enfoque de cantidades descargadas en desbordamientos, los criterios de calidad de agua en desbordamientos deberían incorporar su estudio estadístico (Vaes, G., 1999).

2.3 Creación de capacidad de retención aguas arriba en el CSS

El aumento de las intensidades de precipitación a consecuencia del cambio climático que por lo general es paralelo actualmente al aumento de cobertura con áreas impermeables, intensifica el problema de la inundación de pluviales, aumentando los volúmenes de escorrentía, así como los picos de escorrentía máximos. Por consiguiente, durante eventos de lluvias, el volumen de agua recogida en un sistema de alcantarillado unitario puede exceder la capacidad del sistema y podría derivar en desbordamientos y/o inundación. Los sistemas de alcantarillado unitarios se diseñan habitualmente para desbordarse de vez en cuando, desviando el exceso de descarga de agua residual en lo posible a cauces cercanos, ríos, u otros cuerpos de agua. Estos eventos constituyen vertidos o reboses de alcantarillado unitario (CSO). Estos vertidos contienen no sólo el agua de la tormenta sino también desechos humanos e industriales no tratados, materiales tóxicos, y escombros. Estos reboses son causa de contaminación del agua que puede provocar riesgos a la salud pública e incrementos de los costos de tratamiento del agua. Por ello constituyen una de las principales preocupaciones de muchas municipalidades en el mundo que tienen sistemas unitarios de alcantarillado.

Las municipalidades con alcantarillado unitario afrontan el desafío de como mitigar los desbordamientos y/o inundación, el control de la contaminación del agua, los riesgos a la salud, y los costos de las soluciones. El desafío es reconocer que el problema de alcantarillado unitario debe ser solucionado para cumplir con las regulaciones medioambientales, reconocer la responsabilidad de la Administración en el asunto y conseguir la aceptación pública. Las soluciones y su costo dependen del porcentaje de alcantarillado de una ciudad que es unitario. En algunos casos, sólo una parte del sistema de alcantarillado es unitario, mientras que cada vez más en muchas ciudades se incrementa cada día la longitud de red separativa. Las soluciones que una municipalidad puede elegir con el fin de cumplir con las exigencias, dependen de una variedad de factores específicos en cada situación y la toma de decisiones en la rehabilitación/mejora del sistema del alcantarillado requiere que el uso de modelos prediga criterios de interpretación, en conformidad con el sistema, es decir prediga los volúmenes de desbordamiento de alcantarillado unitarios y las inundaciones. Las decisiones están por lo general basadas en un simple cálculo de volúmenes CSO utilizando una serie de precipitaciones de una cierta duración. Añadiendo

concentraciones de contaminantes a los volúmenes calculados de CSO es posible la evaluación de los impactos medioambientales.

Maximizar la eficacia del sistema de saneamiento existente es la manera usual y principal de controlar los CSO. Esto puede que implique una agresiva política de limpieza del alcantarillado para maximizar el transporte, así como una mejora de las propiedades de almacenamiento del sistema, la reducción de la afluencia de pluviales, o modificaciones en la gestión de las operaciones en las plantas de tratamiento de agua residual para acomodar mejor los caudales de precipitaciones de corto plazo (Grueso et al. 1994). Estas medidas fueron establecidas como exigencias para otorgar permisos de descarga de CSO en 1994 por la EPA. Las nueve exigencias mínimas de control “Nine Minimum Control Requirements(NMC)” son (USEPA 1995b):

1. Una operación adecuada con programas de mantenimiento sistemáticos en el alcantarillado y puntos de alivio.
2. Máxima utilización del sistema de saneamiento para almacenamiento de aguas.
3. La revisión y la adecuación de programas de pretratamiento para asegurar que los impactos de CSO sean minimizados.
4. Maximización del caudal enviado a la planta depuradora.
5. Prohibición de descargas de sólidos en los caudales de alivio.
6. Control de sólidos y materias flotantes.
7. Que los programas de prevención de contaminación se concentren en actividades de reducción de contaminantes.
8. Información pública para asegurar que el usuario recibe la notificación adecuada de los eventos CSO, sus impactos y sus consecuencias.
9. El control para identificar con eficacia los impactos y los resultados de los controles de CSO.

Con bastante frecuencia estas medidas no son suficientes y las llevadas a la práctica en muchas ciudades han sido poco intensas. Los métodos estructurales probados para resolver el CSO y su contaminación son: separación, almacenamiento, y drenajes profundos. Todas las soluciones están orientadas a resolver el problema de la contaminación, aunque la separación y los almacenamientos también ayudan a mitigar los problemas de desbordes e inundaciones. El almacenamiento se puede clasificar en dos categorías; en línea o autónomo. El almacenamiento en línea es uno de los enfoques más rentables, desde el punto de vista económico, para alcanzar reducciones de volumen de CSO, pues utiliza la capacidad de transporte de los alcantarillados unitarios atenuando los caudales. Como los alcantarillados unitarios son dimensionados típicamente para llevar el caudal máximo del evento de tormenta de diseño, durante la mayor parte de las tormentas hay una capacidad disponible considerable en el sistema. Controlando el transporte de caudal se logra que se puedan reducir los niveles de agua en los alcantarillados existentes, de esta manera se utiliza la capacidad disponible. También puede ser diseñado el almacenamiento en línea en nuevos sistemas de tuberías. Entre las desventajas de usar el almacenamiento en línea en sistemas de alcantarillado existentes se pueden citar: el aumento del riesgo de inundación de sótanos o de las calles; aumento en la deposición de sedimentos y un costo de mantenimiento más alto al incrementarse los dispositivos de control de caudal (es decir, presas, orificios, compuertas, válvulas de vórtice).

2.3.1 Almacenamiento autónomo en estructuras de detención

El almacenamiento autónomo consiste en depósitos contruídos para almacenar caudales originados en el sistema de alcantarillado unitario. Las instalaciones de almacenamiento son beneficiosas para la reducción del volumen de descarga anual de CSO y pueden ser apropiadas en el control de contaminantes específicos. Las aplicaciones de almacenamiento recientes incorporan limpiadores basculantes y otros mecanismos de limpieza con agua para el retiro de sólidos del fondo de tanque durante el vaciado. Debe estudiarse con cuidado la ubicación de las instalaciones de almacenamiento y colocarlas sólo donde los alcantarillados troncales o interceptores aguas abajo no estén sujetos a sedimentación. También será necesaria la limpieza manual en forma periódica de los depósitos de almacenamiento con el objeto de minimizar los olores.

Los problemas de lluvias en CSS son causados por el pico máximo de escorrentía pluvial, no necesariamente por el volumen de escorrentía. Los problemas de contaminación e inundación de lluvias a menudo no ocurrirían, o serían mucho menos severos, si los caudales máximos de aguas pluviales pudieran ser disminuidos. Los tanques de detención son uno de los principales métodos para la atenuación del pico máximo de escorrentía pluvial, (Traver y Chadderton, 1983). Esta es la alternativa de menor coste para grandes volúmenes de escorrentía. El volumen del tanque y la configuración de la estructura de salida son diseñados en función del volumen resultante del exceso, esto es, cuando el pico de afluencia en alcantarillados unitarios excede el pico de descarga de diseño. El exceso de caudal se almacena en el tanque y luego una o varias estructuras de descarga liberan la escorrentía de agua de tormenta de manera lenta y controlada a los alcantarillados unitarios a fin de reducir picos de descarga máximos y proporcionar el tiempo necesario para la sedimentación de partículas. Hay dos enfoques para el dimensionamiento del volumen del tanque: considerar el volumen de una tormenta de diseño específica o considerar simulaciones a largo plazo y analizar los impactos de eventos pluviales continuados, es decir una tormenta seguida de otra. Una desventaja del almacenamiento autónomo de un volumen pluvial de diseño es la potencial incapacidad de la instalación para retener una tormenta que ocurra a continuación de otra. Una tormenta de continuación puede ocurrir antes de que la instalación de almacenamiento y/o retención se vacíe por completo tras un evento pluvial precedente, ocasionando un desbordamiento potencial de la instalación. El uso del modelización hidrodinámico para calcular el volumen de almacenamiento necesario en el sistema de alcantarillado unitario se realiza con el objeto de mantener el número de desbordamientos dentro de límites aceptables. Una vez que la capacidad de almacenamiento es alcanzada, el caudal adicional es descargado o devuelto aguas arriba de la instalación de almacenamiento. Para grandes eventos pluviales, poco o ningún tratamiento será proporcionado una vez que la instalación de almacenamiento esté llena. En algunos casos debido al gran volumen de CSO que debe ser almacenado, las instalaciones de almacenamiento pueden tener que ser de extraordinaria capacidad. La ubicación de estas instalaciones en áreas urbanas puede ser difícil debido a la carencia de terrenos para construirlas.

La Figura 2-2 muestra la consecuencia del diseño de un tanque de detención existente para una zona de 2,60 hectáreas, una duración de lluvia de seis horas y un período de retorno de la tormenta de 2 años. En la gráfica se aprecia claramente la atenuación que

tiene lugar en el caudal máximo circulante gracias al concurso de un tanque de detención.

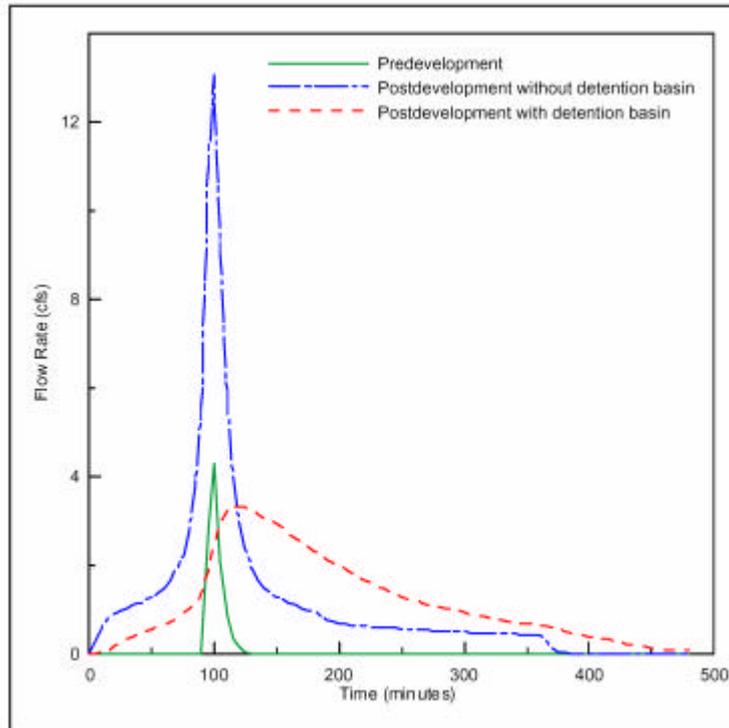


Figura 2-2: Suceso en un tanque de detención emplazado en una cuenca de 2,4 hectáreas (Emerson C. H., 2003)

Un tanque de detención está concebido para permanecer en seco entre eventos de lluvia, pero a veces puede que no disponga de tiempo necesario para drenar completamente entre estos eventos de lluvia si ocurren muy cercanos. Es muy importante en los primeros volúmenes la captura de contaminantes a fin de asegurar la calidad de agua.

2.3.2 Control en tiempo real

La función de control en tiempo real (RTC) en la gestión de alcantarillado unitario debe asegurar una operación eficiente del sistema, maximizar la capacidad de tratamiento y almacenamiento de las instalaciones de alcantarillado existentes y reducir considerablemente el volumen de CSO. En la gestión de CSS muy complejos, el uso de avanzados RTC puede llevar a una solución seria y rentable para cumplir con un programa de control de caudales de CSO. Esto es cierto, en particular, si hay una capacidad adecuada en la línea, donde el caudal puede ser conducido y almacenado durante los eventos de precipitaciones. Es también cierto si hay un volumen de almacenamiento suplementario, como un conducto, canal o tanque existente. Un enfoque avanzado de RTC utiliza la modelización matemática dinámica y simulaciones para desarrollar un programa de un sistema de alcantarillado específico y cuando un evento de lluvia se acerca y ocurre, dirige la operación con reguladores automáticos. Según su capacidad, los sistemas de RTC también usan instrumentos de radar para el pronóstico y la evaluación de precipitaciones.

Como mencionamos antes, la gestión de alcantarillados unitarios basada en RTC debe asegurar la operación eficiente del sistema y maximizar la capacidad de almacenamiento de las instalaciones de alcantarillado existentes, de manera que contenga totalmente o reduzca considerablemente el volumen del CSO. Eliminando la necesidad de nuevas instalaciones de almacenamiento o bien reduciendo el volumen adicional de almacenamiento, la gestión de RTC permite una sustancial economía de costes.

2.4 Modelización de sistemas CSS y componentes de los modelos

2.4.1 Objetivos de la modelización de CSS

El objetivo primario de la modelización de CSS es comprender la respuesta hidráulica del CSS a un conjunto de variedades de precipitación y aportes en las áreas de drenaje. El modelización de CSS también puede ser usado para predecir las cargas de contaminantes de las aguas. Una vez que el modelo es calibrado y verificado, puede ser usado en numerosas aplicaciones que apoyan la planificación de CSO, incluyendo las siguientes: (USEPA/832-B, 1999):

- Predecir los eventos de desbordamiento, los volúmenes y la calidad de las aguas tratadas de eventos futuros de un evento pluvial de gran magnitud o de numerosos eventos pluviales durante un período amplio de tiempo.
- Optimizar la interpretación del CSS. En particular, el modelización puede asistir en la localización de los depósitos de agua, los cuellos de botella hidráulicos y demostrar que el almacenamiento de agua y los caudales entregados a la planta de tratamiento sean maximizados.
- Predecir el funcionamiento de subsistemas de los CSS que no han sido debidamente estudiados.
- Desarrollar estadísticas del CSO, como son el número anual de desbordamientos o el porcentaje de aguas residuales combinadas capturadas en función de las premisas de control en concordancia con las políticas de control de los CSO.
- Evaluar y optimizar controles alternativos, desde simples controles a la propuesta de controles más complejos. Un ejemplo de un control sencillo puede ser el incremento en la altura de aliviaderos y así aumentar el almacenamiento en línea. El modelo puede ser usado para evaluar las reducciones del volumen de CSO y frecuencias que resultan de la descarga del sistema.

2.4.2 Enfoques del modelización

Los modelos de ordenador han sido usados para simular el comportamiento de estos sistemas desde mediados de los años 1960. Los modelos más tempranos, capaces de simular CSS aparecieron en los años 1970 y fueron desarrollados principalmente por agencias del gobierno estadounidenses, como la Agencia de Protección del Ambiente estadounidense. Desde entonces, varios modelos han sido desarrollados. Estos modelos incluyen desde modelos conceptuales muy simples a modelos hidráulicos complejos. En

estos modelos, las relaciones matemáticas que representan el comportamiento de un sistema son resueltas usando un ordenador (Zoppon, C., 1999). Con el desarrollo de los ordenadores, se hizo posible emprender análisis más complejos que tienen una mejor representación de los procesos de escorrentía de precipitaciones del ciclo hidrológico considerado. Típicamente con estos métodos (llamados a menudo modelos de simulación), primero se origina un hietograma de precipitación, después se evalúan las pérdidas por interceptación, así como por infiltración y detención superficial, para producir un hidrograma de descarga, que puede ser usado para dimensionado del alcantarillado y diseñar las estructuras de drenaje más complejas como son los tanques de detención. Aunque los modelos no sean un sustituto de los datos recogidos en campo, pueden ser usados cuando las medidas directas son imposibles o poco prácticas (p.ej el análisis de futuras condiciones de caudal). Además, el uso de modelos puede ayudar a contestar las preguntas 'y si' (what if) y también asisten en la evaluación de varias alternativas de diseño.

Los tipos diferentes de modelos pueden clasificarse. Hemain (1986) define dos grupos de modelos:

- Modelos deterministas, son los que incluyen relaciones ocasionales entre varias variables controlando los procesos modelizaci6ns.
- Modelos estocásticos, que comprenden relaciones entre distintos valores de probabilidad de ocurrencia de las variables incluídas en los procesos.

Cada vez que el modelo determinista se alimenta con las mismas entradas, obtendremos el mismo resultado. También podría ser el caso de que para un modelo estocástico, la relación entre niveles de probabilidad para la entrada y la salida sea establecida por el modelización repetido, con lo que es básicamente un modelo determinista. Los valores de las variables de entrada pueden estar en este caso generados por las simulaciones de Monte Carlo. Si la incertidumbre es modelada estocásticamente junto con el modelo ya no dará el mismo resultado. La ventaja de los modelos estocásticos es la posibilidad de rastrear la propagaci6n de la incertidumbre de los datos de entrada con la consiguiente incertidumbre en los resultados de salida. A fin de usar un modelo estocástico es, sin embargo, necesario haber obtenido datos que muestren la funci6n de distribuci6n de probabilidad de densidad de las variables de entrada y de los parámetros modelizaci6ns.

Los modelos deterministas son subdivididos de la siguiente manera (Schlutter, F., 1999):

- Modelos físicos(PM). Este modelo puede obtenerse de enfoques teóricos.
- Modelos estadísticos(SM). Este modelo es desarrollado desde el análisis estadístico de los fenómenos estudiados o datos de campaña. Los modelos de regresión y los modelos de red neutros son de esta clase.
- Modelos conceptuales (CM). Este modelo toma características tanto de los modelos PM como de modelos de SM.

Si varios modelos conceptuales son combinados formando un modelo complejo, puede ser llamado un modelo conceptual global (LCM) (Gaume et al., 1998). LCM por lo general consiste en relaciones empíricas con varios procesos del modelo. La ventaja de un enfoque estadístico para el modelización consiste en que los parámetros introducidos contribuyen considerablemente para explicar la salida. En los modelos PM algunos

parámetros no pueden ser excluidos en base a consideraciones teóricas aunque los datos medidos no justifiquen la importancia del parámetro.

2.4.3 Componentes del modelización de CSS

El modelización de CSS incluye la precipitación, la hidrología, la hidráulica y la calidad de agua:

- La precipitación es el factor principal que afecta a la interpretación del CSS durante el tiempo de funcionamiento del sistema. Los modelos de precipitación proporcionan los datos de entrada para el modelo hidrológico.
- La hidrología es el factor clave en la determinación de la escorrentía en tanques de detención CSS. El modelización hidrológico es generalmente hecho usando modelos escorrentía para estimar caudales de aporte al sistema de alcantarillado. Estos modelos proporcionan datos de entrada para el modelización hidráulico del CSS.

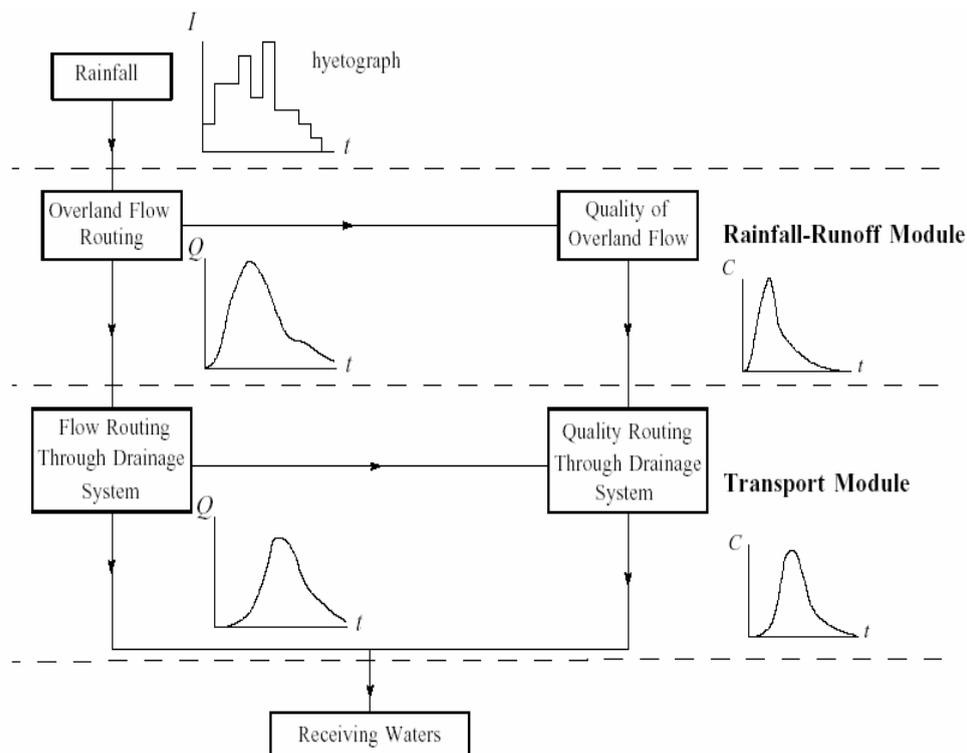


Figura 2-3: Descripción de los componentes implicados en el modelización de un sistema de alcantarillado (Zoppon, C., 1999)

- El modelización hidráulico de CSS predice las características del caudal en los conductos del CSS. Estas incluyen los diferentes componentes del caudal de los caudales (sanitario, la infiltración, y la escorrentía), la velocidad del caudal y la profundidad de lámina de agua en los interceptores, así como el caudal en las CSO y su duración.

- El modelización de calidad de agua de CSS consiste en predecir las características de contaminantes de las aguas residuales combinadas en el sistema, en particular en desagües CSO y en la planta de tratamiento. La calidad de agua de CSS es medida en términos de concentraciones de los contaminantes importantes como sólidos suspendidos, nutrientes, bacterias o contaminantes tóxicos.

La relación de los pasos entre estos procesos se muestran en la figura 2-3, en general, la distribución de precipitación y el caudal seco de las aguas residuales son los únicos componentes suministrados al modelo de CSS.

2.4.4 Modelización de precipitación

Sin duda, los datos de precipitación son los datos más importantes de los datos hidrológicos requeridos para el modelización de CSS, donde la fuente principal que aporta mayor cantidad de agua en el CSS es con diferencia el agua pluvial. Durante un evento de lluvias, las aguas se distribuyen en la superficie y una parte entra en el sistema de alcantarillado. Por lo tanto el modelización del CSS requiere la entrada modelada de los datos de precipitación. Aunque estos a menudo están dados como un evento posterior, sin la apropiada consideración de las implicaciones de su elección. La simulación de modelos CSS se divide en dos tipos básicos: los modelos basados en el evento, que son usados de forma extendida para el diseño de CSS y planificación de sistemas, y modelos continuos, que son usados más comunmente para el pronóstico de caudales, estudiar los cambios de clima, cambios de uso de suelo, etc.

En la modelización de un solo evento se utiliza por lo general una sola tormenta, mientras que para el modelización continuo son requeridos los datos cada 15 minutos u otro conjunto de datos continuos. Con frecuencia una secuencia de precipitación sintética horaria por lo general no está disponible. Por este motivo habitualmente se usa una secuencia de precipitación histórica. Para la simulación de un solo evento, las secuencias de tormenta de diseño sintéticas son una opción alternativa a la utilización archivos históricos. Sin embargo, varios escollos existen en el uso de hietogramas sintéticos que en principio pueden no ser obvios. (Huber, W. C. y Dickinson R. E., 1992).

2.4.4.1 Limitaciones del modelización basado en eventos

Hay dos enfoques para el diseño en base a eventos: 1) uso de una secuencia histórica y, 2) generación de una secuencia sintética. Las secuencias sintéticas son por lo general obtenidas en los siguientes pasos (Arnell, 1982).

1. Se elige una duración de tormenta, según un criterio arbitrario o para que coincida con el supuesto tiempo de concentración, t_c . El método en sí mismo tiene dificultades debido a su dependencia de t_c , en la intensidad de precipitación y en otros parámetros (Eagleson, 1970).
2. Un período de retorno es elegido en los gráficos de curvas de: intensidad-duración-frecuencia (IDF) con el fin de elegir la profundidad total de la tormenta para la duración especificada.
3. Un histórico de tiempo para la tormenta es asumido, por lo general sobre la base de curvas porcentuales de masa históricas. Si los picos de intensidad máximos

ocurren a principios de la tormenta, el hietograma toma el aspecto de una curva exponencial decreciente. Si las intensidades máximas ocurren cerca del medio, la forma del hietograma será como de “*tienda de circo*” (Figura 1-5). El hietograma toma la forma tal que las profundidades (o intensidades medias) para cualquier duración cercanas al pico máximo igualan aquellos de la curva IDF. Varias formas son comúnmente usadas (Arnell, 1982).

4. El hietograma continuo de la Figura 2-4 debe ser entonces discretizado, como dato de entrada en la mayor parte de modelos.

Han sido enumerados muchos problemas asociados con este procedimiento usado para la construcción de hietogramas sintéticos (McPherson, 1978; Patry y McPherson, 1979; Arnell, 1982; Harremoes, 1983; el Adams y Howard, 1985), con el método racional implícito en él y con las curvas IDF en que está basado (McPherson, 1969). Por ejemplo (Huber, W. C. y Dickinson R. E., 1992):

1. Las curvas de IDF en sí mismas pueden consistir en componentes de varias tormentas diferentes, que de ninguna manera representan la historia temporal de una verdadera tormenta.
2. Cuando las frecuencias son asignadas a la profundidad total de una tormenta (independientemente de la duración) generalmente no coinciden con las frecuencias de la profundidad de una duración dada obtenida de las curvas IDF. Por ejemplo, las dos tormentas históricas mostradas en la Figura 2-4 en comparación con la tormenta sintética, que da como resultado una lluvia de 58 mm. (2.28 pulg) tienen períodos de retorno (basados en la profundidad total) de 4.6 y 5.8 años, pero profundidades totales de sólo 41 y 47 mm (1.61 y 1.85 pulg), respectivamente. Así, las curvas IDF no pueden ser usadas para adjudicar frecuencias a los volúmenes de tormentas. Si hietogramas sintéticos son usados para estudios de almacenamiento en tanques o de cargas contaminantes, donde son clave las consideraciones volumétricas, ninguna frecuencia debería ser asociada a los resultados.

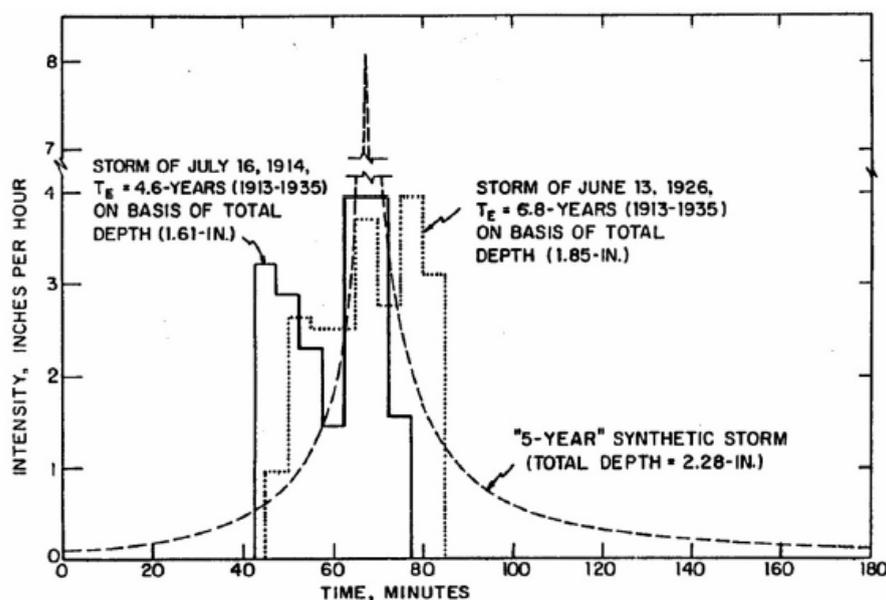


Figura 2-4: Comparación de modelos sintéticos versus lluvias reales, Chicago (McPherson, 1978).

3. Las condiciones precedentes deben ser elegidas arbitrariamente cuando se usa un evento de diseño (una tormenta sintética o histórica). Sin embargo, las tormentas históricas también proporcionan sus condiciones precedentes. Es decir una tormenta histórica puede ser utilizada como un evento simple usando varios días de la precipitación precedente para generar las condiciones de humedad precedente reales en la cuenca. Este no es posible con tormentas sintéticas.
4. Un evento de diseño sintético es el que “nunca realmente pasó.” McPherson (1978) enfatiza en la necesidad de diseñar con un verdadero evento (histórico) para asegurar la credibilidad del público.
5. Hay pruebas de que los eventos de diseño sintéticos pueden producir un sobredimensionamiento si el objetivo es el diseño durante un período de retorno dado. Marsalek (1979a, b) ha comparado los resultados de simulación de picos de caudales y volúmenes de inundaciones continuas resultantes versus el período de retorno obtenido de simulaciones de un solo evento usando el mismo modelo con datos de entrada de eventos sintéticos, de igual tipo a los descritos antes, del año n . Los picos de inundación son siempre más altos para los eventos sintéticos. Los caudales de inundación son más altos para la mayoría de los eventos sintéticos, dependiendo del método de generación del evento, porque los períodos de retorno adjudicados a los volúmenes sintéticos son incorrectos. El discusión no está concluida, sin embargo. Huber et al. (1986) compararon tormentas sintéticas versus históricas en la simulación de picos de caudales en una captación de 1600 m² (2000-acres) en Tallahassee, Florida. Encontraron que el pico generado por una tormenta histórica de 22 años fue más grande que el pico generado por una tormenta sintética SCS Tipo-II de 25 años. En otras palabras, las tormentas sintéticas no están siempre del lado conservador.

2.4.5 Modelo de probabilidad de conjunto

El modelización estocástico de precipitaciones es un procedimiento estadístico que permite al ingeniero estimar secuencias sintéticas de precipitaciones que probablemente ocurrirán utilizando datos históricos. En esta tesis, la modelización estocástica de precipitación utiliza la distribución de probabilidad conjunta (cópula) y la teoría de valores extremos para generar de manera aleatoria tormentas individuales. Entonces, la tormenta es dividida en valores de precipitación distintos para intervalos de tiempo propuestos (15 minutos) a fin de ser introducidos en el modelo de SWMM. La precipitación de diseño es el dato de entrada en los modelos de CSS.

Dado que los enfoques actuales para la valoración de la precipitación de diseño están generalmente basados en el análisis de frecuencia de datos de precipitación históricos, y como consecuencia de las limitaciones de este enfoque (mencionadas en la sección 1.4.4.1) el método basado en la probabilidad conjunta / simulación de Monte Carlo, objeto de esta tesis, se puede considerar un enfoque alternativo adecuado. La aplicación del Enfoque de Probabilidad Conjunta requiere que largos períodos de datos de precipitación continua originen distribuciones marginales de las varias características probables de las tormentas de precipitación. El suceso arbitrario de precipitación se caracteriza por (1) ocurrencia de eventos pluviales, (2) distribución de probabilidad conjunta de la duración de la tormenta e intensidad máxima (3) patrones temporales. En este estudio la teoría de valores extremos se usa para estimar las distribuciones

marginales de las variables. La ocurrencia de eventos pluviales se modeliza como un proceso de Poisson. Asimismo se adoptan cópulas bivariantes para la distribución conjunta de la duración de la tormenta y de la intensidad máxima, así como para la distribución conjunta de la intensidad máxima de la tormenta y patrones temporales de la tormenta. En este modelo se requiere una nueva definición del evento tormenta, a saber: los eventos de precipitación que originan duraciones, intensidades y patrones temporales aleatorios.

Pueden ser usadas dos definiciones diferentes de un evento de tormentas: la tormenta completa y una tormenta central dentro de cada tormenta completa (que será la parte más intensa de la tormenta). Una tormenta completa es definida como un período de la lluvia significativa precedida y seguida de un período arbitrariamente definido de horas secas (p.ej 6 horas). La tormenta central correspondiente es definida, en esta tesis, como el período dentro de una tormenta completa que tiene la precipitación más alta.

2.4.5. 1 La Teoría de Valores Extremos

Las distribuciones de valores extremos son a menudo usadas para analizar estadísticamente muchos eventos que ocurren naturalmente, como son las tormentas, el viento, las olas del mar y los terremotos. La teoría de valores extremos fue desarrollada por Frechet (1927), Fisher y Tippett (1928) y Gumbel (1958). Estos trabajos iniciales han formado la base de la cual han sido elaboradas muchas distribuciones de valores extremos (Kottegoda y Rosso 1997).

Los valores extremos ocurren cuando existen bajas probabilidades y por lo tanto son la cola de cualquier función de distribución de probabilidad. En el estudio de estos valores extremos es necesario separar estos valores extremos de la distribución de referencia. Hay varias técnicas para la separación de valores extremos de la serie matriz. Las dos series más comúnmente usadas para el análisis de inundación son: excedencia sobre umbral (Peak Over Threshold –POT-) y máximo anual (Chow et al., 1988). Las series de excedencia anual consideran los datos por encima de un umbral predeterminado como extremos. Las series de excedencia tienen la ventaja de elegir cada tormenta de precipitación significativa dentro del registro histórico. La serie de máximos anual, que es la técnica más comúnmente usada, selecciona el valor máximo para cada año de los datos históricos. El riesgo de la utilización de la serie máxima anual consiste en que la tormenta de precipitación significativa puede ser omitida a menudo con respecto al registro entero, debido al suceso de otra tormenta grande en el mismo año.

Las distribuciones de valores extremos son generalmente expresadas como funciones de densidad de probabilidad. Estas funciones son específicamente utilizadas para estimar sucesos de baja probabilidad (tradicionalmente expresado como un período de retorno). Las funciones son asimiladas a los datos usando varios métodos de prueba. Los dos métodos más comúnmente aplicados son: la máxima verosimilitud (ML) y probabilidad de momentos ponderados (PMW). Hay una variedad de diferentes distribuciones que pueden ser usadas, siendo algunas de las más aplicadas: la del Valor Extremo Generalizado (GEV), la de Weibull, la de Pareto Generalizada (GP), y la de Gumbel. La elección de la distribución depende de la frecuencia del muestreo de los datos y en cierta medida según la preferencia del usuario. Las distribuciones GEV y de Gumbel son generalmente asimiladas al cálculo de datos anuales máximos, mientras el Weibull

y la GP son generalmente asimiladas a picos sobre el umbral de datos (Peak Over Threshold -POT-)

2.4.5. 2 Función de Cópula

Los desbordamientos en CSS son causados en función de la intensidad de precipitación extrema y la duración, por lo tanto es necesario considerar su probabilidad conjunta. Hay niveles de complejidad diferentes entre los métodos de probabilidad conjuntos, pero todos requieren alguna evaluación de la interdependencia entre las variables. El modo más común de medir esta interdependencia es usar la correlación lineal. La correlación lineal podría ser una medida razonable de la interdependencia cuando las variables aleatorias tienen distribución normal multivariable. En este caso, la correlación proporciona toda la información sobre la dependencia de las variables. Sin embargo, en este sentido, la correlación no es una buena medida de la dependencia para las distribuciones no-normales. Además la correlación no puede ser definida hasta que las variaciones sean finitas y aún cuando las correlaciones estén definidas, las distribuciones marginales y las correlaciones no son suficientes para determinar la distribución conjunta de variables aleatorias multidimensionales, por lo que la correlación ya no aporta toda la información sobre la dependencia de las variables, y en particular en las colas de éstas.

La cópula es una medida de dependencia alternativa. Con las cópulas es posible extraer la estructura de la dependencia de la función de distribución conjunta, para posteriormente “separar afuera” la estructura de la dependencia de las funciones de distribución marginales. Esto es muy provechoso, ya que es una manera natural de tener en cuenta la dependencia sin los inconvenientes de la correlación. Las cópulas también tienen la gran propiedad (que la correlación lineal no tiene) de ser invariantes frente a transformaciones razonables de las variables aleatorias y/o de sus funciones de distribución. Esto significa, por ejemplo, que si las unidades de medición han cambiado, entonces la cópula no será afectada. Solamente esta propiedad hace a la cópula superior a las correlaciones, hasta en el caso de variables multidimensionales en las cuales la correlación es más satisfactoria (Dowd, K., 2005).

El resultado clave es el teorema de Sklar (1959). Si F es una función de distribución de conjunta ó multivariante con marginales continuas F_1 y F_n , entonces puede ser escrita en términos de una función única C :

$$F(x_1, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n))$$

Donde C es la función cópula que describe como la función multivariante se asocia con la función de distribución marginal. Este resultado es importante porque nos permite construir funciones de distribución conjuntas a partir de distribuciones marginales, en una forma en la que se tiene en cuenta la estructura de dependencia.

Según Dowd (2005), hay muchas cópulas diferentes entre las que elegir. Algunas de las más simples son la cópula independiente, la cópula de mínimos y la cópula de máximos. El primer tipo se aplica cuando las variables x e y son independientes, el segundo tipo cuando son positivamente dependientes (ó comonotónicas), es decir, crecen o decrecen conjuntamente y el tercer tipo cuando son negativamente dependientes esto es, una crece mientras la otra decrece. Las cópulas tienen distintas familias, incluso una familia

de cópulas de valor extremo (EV) que son muy aplicables en problemas que implican extremos.

2.4.5. 3 Simulación de Monte Carlo

El análisis de Monte Carlo es un instrumento para combinar datos de entrada provenientes de funciones de densidad con una función de respuesta o modelo, con objeto de obtener datos de salida en términos de una distribución de probabilidad. Este instrumento es muy útil para analizar incertidumbres, si la incertidumbre en variables de entrada puede ser descrita por una función de densidad. Esta técnica implica elegir al azar un valor de cada una de las distribuciones de probabilidad de entrada a través de la función de respuesta y obtener una realización de la variable respuesta. Esta secuencia de eventos se repite muchas veces (en el orden de 10.000) y se origina una distribución de probabilidad de respuesta. Cuando se usa esta técnica, es importante evaluar cualquier dependencia entre las variables de entrada e incluir éstas en el proceso de modelización. Si se considera independencia entre variables (que estén parcialmente correlacionadas) se puede simplificar la salida en el método.

2.4.6 Modelización de escorrentías de precipitación

Cuando se calcula el caudal de escorrentía, los dos fenómenos más importantes que deben ser considerados son las pérdidas durante la generación de escorrentía y la transformación de la precipitación eficaz en series de tiempo de los caudales en la superficie (hidrograma de caudal superficial). La Figura 1-5 ilustra los distintos aspectos implicados en la escorrentía de una precipitación.

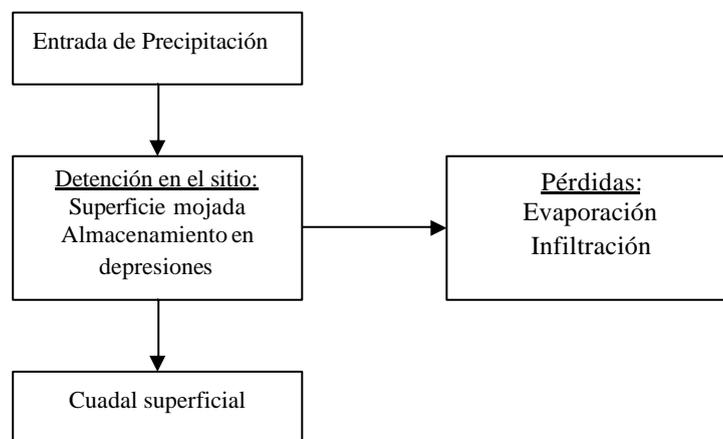


Figura 2.5: Descripción de los diferentes aspectos implicados en la escorrentía de una precipitación (Vaes, G., 1999).

Las pérdidas durante la generación de una escorrentía son causadas al humedecerse el terreno (pérdidas por saturación) y llenarse las depresiones en la superficie (pérdidas por depresiones). Los modelos que calculan la escorrentía consideran varios fenómenos básicos como son la infiltración, la evaporación y el almacenamiento en depresiones. La escorrentía es también modificada por la permeabilidad de la superficie. Diferentes tipos de modelos pueden ser usados para describir el proceso de escorrentía, pudiendo encontrar desde algunos muy detallados (descripción de onda cinemática) a otros más

simples (modelos de embalses, relaciones entre área-tiempo o hidrogramas unitarios) (Butler y Davies, 2000; Chow et al. 1988).

2.4.7 Modelización hidráulico del CSS

El modelización determinista del movimiento hidráulico de aguas residuales en sistemas de alcantarillado está basado en las ecuaciones de Saint Venant. Estas ecuaciones fueron desarrolladas para describir gradualmente el caudal inestable en canales abiertos de una dimensión. Estas ecuaciones también pueden ser usadas para describir el caudal en conductos parcialmente llenos y han sido aplicadas con éxito para describir caudales inestables en redes de alcantarillado.

2.4.7.1 Selección de modelos hidráulicos

Ya que los modelos hidráulicos son por lo general usados junto con un modelo de escorrentía o al menos tienen incorporado un componente de escorrentía, los modelos de escorrentía se estudian, en las secciones siguientes, como parte de la modelización hidráulica. Algunos modelos incluyen componentes hidráulicos como la calidad del agua, mientras otros se limitan a uno o a otro. Los modelos hidráulicos usados para simulaciones CSS pueden ser divididos en tres categorías principales (USEPA/832-B, 1999):

- Modelos de escorrentía basados en las curvas de escorrentía del Servicio de Conservación del Suelo (SCS) u otros métodos similares para la generación de caudal. Estos modelos pueden estimar la influencia de los caudales de escorrentía en el sistema de alcantarillado y en menor medida, pueden servir para el cálculo de caudales en diferentes puntos del sistema. Los modelos de escorrentía no simulan el caudal en el CSS y no predicen parámetros como la profundidad o latura de lámina de caudal que con frecuencia interesa enormemente en el control del evento y la generación del CSO.
- Modelos basados en la aproximación de onda cinemática de ecuaciones hidrodinámicas completas. Estos modelos pueden predecir las profundidades del agua y por lo tanto los volúmenes de caudal y descarga, en sistemas que no están sujetos a sobrecarga o reservas (remansos). Estos modelos requieren que el usuario introduzca hidrogramas de resultados originados por modelos de escorrentía.
- Modelos complejos dinámicos basados en las ecuaciones hidrodinámicas completas. Pueden simular sobrecarga, remansos, o sistemas cerrados y representar todos los procesos pertinentes. Estos modelos requieren que el usuario introduzca hidrogramas originados por modelos de escorrentía.

Criterios para la elección de un modelo hidráulico CSS. (USEPA/832-B, 1999):

- Habilidad de reproducir exactamente el comportamiento hidráulico del CSS. El modelo hidráulico debería ser seleccionado con las características de las tres susodichas categorías. Por ejemplo, un modelo complejo, dinámico, puede ser apropiado cuando los CSOs son causados por reservas o sobrecargas. Ya que los

modelos se diferencian por su capacidad de reproducir tales factores como secciones transversales de los conductos, estructuras especiales, controles de las estaciones de bombeo, simulación de mareas y reguladores automáticos, estas características en un CSS pueden servir de guía en la elección de un modelo.

- Habilidad de reproducir exactamente la escorrentía en el CSS. La componente de la escorrentía en el modelo hidráulico (o el modelo de escorrentía, si un modelo hidrológico es usado de forma independiente) debería estimar correctamente la influencia de los caudales de escorrentía en el sistema de alcantarillado. Debería describir correctamente las características de la precipitación así como los factores hidrológicos como tamaño de la cuenca, pendientes, tipos de suelo e impermeabilidad.
- Grado de control. El control, por lo general, no puede cubrir todo el CSS entero, en particular en el caso de un CSS grande. Un modelo dinámico es más confiable para predecir el comportamiento de desbordamientos no supervisados, ya que puede simular todas las características hidráulicas controlando el desbordamiento, pero esto a menudo requiere importantes recursos para su aplicación. Además, la mayor parte de estos modelos usan complejas técnicas del método de diferencias finitas para calcular las ecuaciones. Una sana simulación del comportamiento hidráulico requiere que el modelador consiga la estabilidad numérica de la técnica de solución a través de la selección apropiada de intervalos de tiempo y espacio.
- Necesidad de simulaciones a largo plazo. Las simulaciones a largo plazo son preferibles para predecir la frecuencia de CSO, volúmenes, y cargas de contaminantes durante ciertos períodos de tiempo, como por ejemplo un año. Esta información puede ayudar al enfoque de presunción. Para grandes sistemas, las simulaciones a largo plazo usando un modelo dinámico complejo a menudo requieren larguísimos tiempos de cálculo de ordenador y pueden ser poco prácticas.

2.4.8 Los sedimentos y la entrada y lavado de contaminantes

En cálculos de diseño de alcantarillado unitario, los aspectos de calidad del agua y el transporte de sedimentos no son los intereses principales, sólo los caudales máximos, a menos que el transporte de sedimento limite el caudal por los conductos. Incluso entonces la sedimentación es incorporada con una profundidad permanente en el fondo de los conductos, reduciendo así la sección del mismo. Sin embargo, para cálculos de impacto medioambiental, puede convertirse en un componente importante del modelo. Los aspectos de calidad de agua pueden ser considerados de un modo análogo que los aspectos de cantidad de agua. La Figura 2-6 ilustra los diferentes aspectos implicados. La descripción detallada del lavado es muy compleja, requiere una enorme cantidad de datos de entrada y consume mucho tiempo. Por lo tanto las relaciones (semi-) empíricas utilizadas a menudo están parcialmente basadas en propiedades físicas observadas (Vaes, G., 1999).

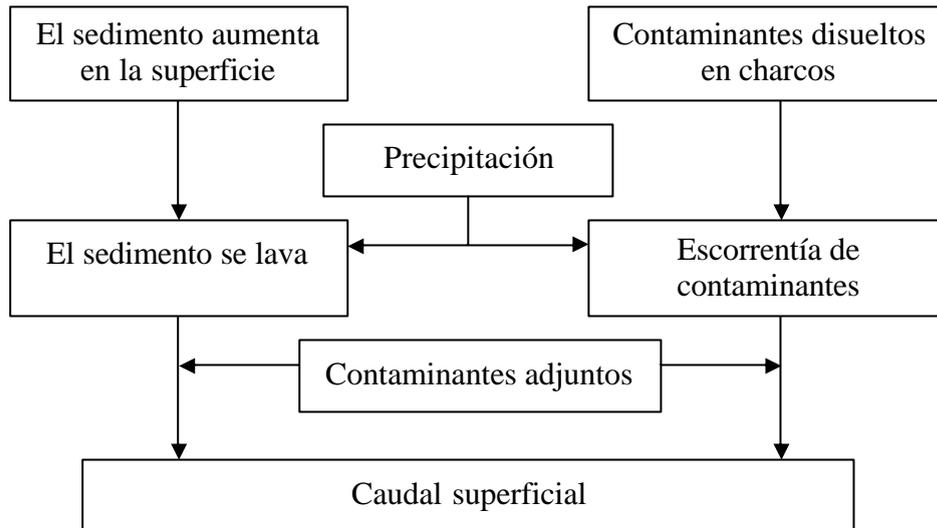


Figura 2-6: Descripción de los diferentes aspectos del lavado de la superficie (Vaes, G., 1999).

Durante condiciones meteorológicas secas frecuentemente se asume una concentración lineal de sedimentos en función del tiempo. Una saturación de concentración es considerada o, en otras palabras, una desintegración adicional es asumida (lineal) en la masa de concentración. Cuando el material de lavado es transportado por la escorrentía de una precipitación, el transporte de contaminantes puede ser correlacionado, frecuentemente, al transporte de sedimento ya que se asume que los contaminantes están (parcialmente) fijados a los sedimentos. Los factores de correlación entre contaminantes acarreados y los sedimentos son llamados factores de potencia. Otra fuente de contaminación pueden ser los contaminantes disueltos en las masas de agua. A menudo se asume que la cantidad de contaminantes disueltos aumenta de manera lineal en el tiempo durante períodos meteorológicos secos, aunque en este caso también la saturación puede ser considerada. El sedimento y los contaminantes lavados son entonces obtenidos del balance global de masas teniendo en cuenta el evento combinado de la concentración y de los lavados (Vaes, G., 1999).

La mayoría de los datos de entrada no pueden ser obtenidos desde un enfoque determinista pues están relacionados con procesos estocásticos. La probabilidad de que una cierta entrada pueda ocurrir es muy dependiente del uso específico de las superficies, p.ej la entrada de sedimento en un sistema de alcantarillado durante trabajos en la calle es mucho más alta que la carga media o mucho más pequeña en el período de limpieza de las calles. Esto hace que la evaluación de la entrada de sedimentos y los contaminantes sea muy difícil. Por lo tanto, a menudo se asume concentraciones de contaminantes constantes en la entrada de los modelos.

En los estudios de la escorrentía, el caudal de contaminación con meteorología seca puede ser detalladamente descrito en la mayor parte del software comercial (ciclos diarios, diferencia entre el caudal meteorológico seco durante la semana y el fin de semana...).

2.5 Modelo de Gestión de Aguas Pluviales de la USEPA (SWMM)

La Agencia de Protección del Medio Ambiente estadounidense (USEPA), Metcalf y Eddy, Inc, la Universidad de Florida, y Water Resources Engineers, Inc desarrollaron el Modelo de Gestión de Agua Pluvial (SWMM) durante los años 1969-71, habiendo sido actualizado en los años 1975, 1981, 1988, 1999, 2001, 2002, 2003, 2004 y 2005. El SWMM es un gran y sofisticado programa de simulaciones hidrológicas, hidráulicas y de control de calidad de agua escrito en Fortran. El SWMM es uno de los varios modelos operacionales existentes adecuados, tanto para la planificación como para el análisis de diseño de la cantidad de escorrentía y calidad de aguas en áreas urbanas. Debido a su temprano desarrollo, buena documentación, disponibilidad y apoyo al usuario ha sido extensamente usado dentro de la comunidad de la Ingeniería del agua. El SWMM es un modelo usado tanto para un solo evento como en simulación (continua) a largo plazo de la cantidad escorrentía y la calidad de aguas. El modelo está estructurado en 'bloques' según los procesos físicos que ocurren en la hidrología urbana. RUNOFF (escorrentía), TRANSPORT (conducción), EXTRAN (conducción ampliada) y el STORAGE/TREATMENT (almacenamiento/tratamiento) son los cuatro bloques computacionales principales. En SWMM, la salida de datos de un bloque puede ser introducida como dato en otro bloque. Esto proporciona gran flexibilidad al SWMM y un enfoque organizado hacia el modelización de sistemas complejos. El TRANSPORT, el EXTRAN y el bloque STORAGE/TREATMENT pueden usar todos los datos de la salida de un bloque como datos de entrada a cualquier otro bloque, incluso entre ellos mismos. El bloque de EXTRAN es el único bloque que no simula la calidad de agua. Además de los bloques mencionados anteriormente, existen seis bloques de servicio (GRAPH, COMBINE, RAIN, TEMP, STATISTICS) (Umakhanthan, K., 2002). Como muestra la Figura 2-7, hay seis bloques de servicio que son utilizados conjuntamente con los cuatro bloques computacionales mencionados. El bloque EJECUTIVO adjudica unidades de números lógicos a los archivos de línea y determina que bloque o que secuencia de bloques serán ejecutados. Todo el acceso a los bloques computacionales y bloques de servicio y sus transferencias entre ellos deben pasar por el programa principal del bloque EJECUTIVO.

En el modelización con SWMM tanto los eventos solitarios como simulaciones continuas pueden ser introducidos para predecir el caudal, estados y las concentraciones de contaminantes en captaciones que tienen sistema unitario de saneamiento. El bloque RUNOFF de SWMM simula la escorrentía sobre generada por la entrada de precipitación. Entonces, SWMM conduce esta escorrentía con el bloque TRANSPORT por un sistema de conductos, canales, dispositivos de almacenamiento/tratamiento, bombas, y dispositivos reguladores. También pueden ser simuladas fuentes no puntuales de calidad de escorrentía y su conducción, así como almacenamiento, tratamiento y otras buenas prácticas de gestión (BMPs). El SWMM calcula la cantidad y la calidad de escorrentía generada dentro de cada subcaptación, el caudal, la altura de lámina en conductos, y la calidad del agua en cada conducto y canal durante un período de simulación comprendido por múltiples intervalos de tiempo.

Los hietogramas (historia en función del tiempo de la precipitación) y las características del sistema (captación, transporte, almacenamiento/tratamiento) son usadas como entradas a SWMM y la salida serán hidrogramas (descarga en función del tiempo) y polutográficos (concentraciones vs. tiempo) así como resúmenes de simulación diarios,

mensuales, anuales y totales (para la simulación continua). La simulación hidrológica del bloque RUNOFF usa las ecuaciones de Horton ó de Green-Ampt donde los datos necesarios incluyen el área de la cuenca vertiente, así como su impermeabilidad, la pendiente, la rugosidad, anchura (coeficiente de forma), almacenamiento en depresiones, y los valores de infiltración. Son usadas las ecuaciones de Saint Venant para calcular el caudal dinámico.

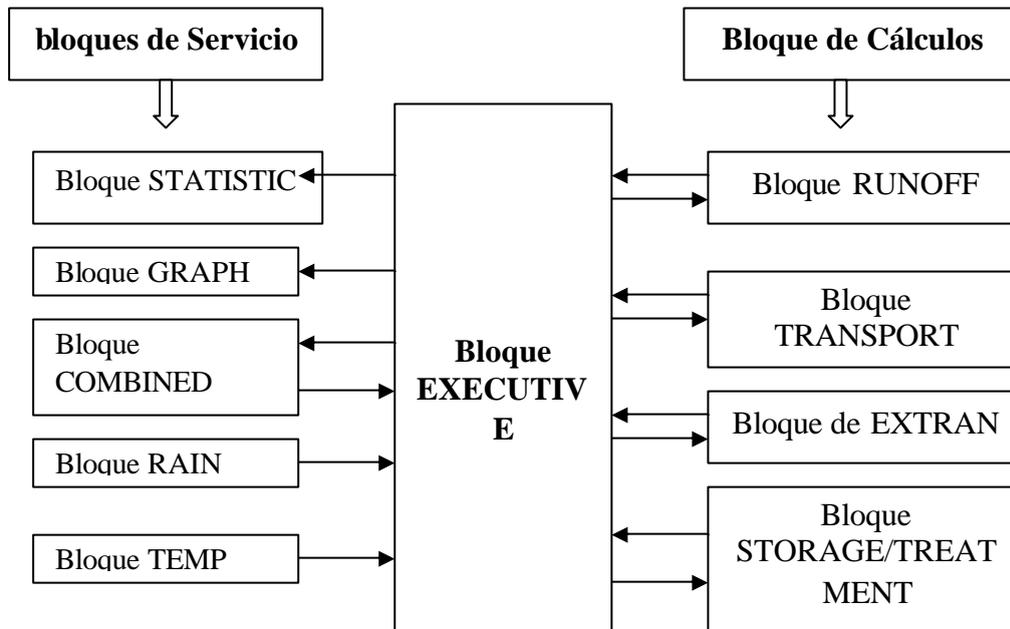


Figura 2-9: Estructura del programa de SWMM (Huber y Dickinson, 1988)

Los procesos de calidad se inician en el Bloque RUNOFF (escorrentía) e incluyen opciones para introducir una concentración constante, la regresión de la carga vs. caudal, y la concentración se lavados, éste último requiere más datos de entrada. Los datos de calibración consisten en hidrogramas medidos y polutogramas para la determinación de los valores de los parámetros de entrada para los que unas estimaciones previas son insuficientes. La salida de SWMM básica consiste en hidrogramas y polutogramas para cualquier posición del CSS. Las alturas de lámina y las velocidades están disponibles y también los valores estadísticos de la sobrecarga de volúmenes, continuidad y demás parámetros de cantidad. La salida de datos de calidad incluyen las cargas, identificación del origen, continuidad, residuos y demás parámetros. El bloque STATISTIC (estadística) puede ser usado para separar hidrogramas y polutogramas en eventos pluviales y luego calcular la estadística en parámetros como el volumen, la duración, la intensidad, tiempo de interevención, estado de carga, promedio de concentración, y concentración pico máxima.

En esta tesis, se usa la salida del modelo de EVT-cópula como la entrada al bloque de RAIN de SWMM, a fin de estudiar el futuro funcionamiento del CSS vía el proceso de simulación por RUNOFF, EXTRAN y los bloques de TRANSPORT. El SWMM ofrece unas extraordinarias posibilidades. Por lo tanto, el usuario de SWMM debería ser entendido en técnicas de modelización (p.ej, embalses no lineales, ondas cinemáticas, ecuaciones de Saint Venant,). Es necesario saber como los procesos físicos pueden ser simulados en un programa FORTRAN. Como corolario, se asume que el usuario es

conocedor del problema para encontrar su solución y de las técnicas usuales para manejarlo. Una clara definición del problema es un requisito previo a cualquier metodología de solución.

3.0 Modelos de precipitación - escorrentía

3.1 Introducción

Los estudios hidrológicos del proceso de escorrentía de una precipitación proporcionan la base para la valoración de los caudales en los CSS, que inciden en las inundaciones y en el transporte de sedimentos y contaminantes. La escorrentía de una cuenca, después o durante una precipitación, consiste en el exceso de aguas que llegan a la red de drenaje después de varias pérdidas o abstracciones de aguas en la cuenca. El proceso de escorrentía es muy complejo debido a las variables propiedades de la cuenca. Los modelos hidrológicos urbanos tienen dos componentes principales: la generación de escorrentía y el encauzamiento de la escorrentía. El componente de generación de la escorrentía se encarga de dividir la precipitación en escorrentía superficial y en pérdidas o abstracciones en la cuenca, mientras los componentes del encauzamiento derivan la escorrentía superficial de la cuenca a la salida. La escorrentía de una cuenca de drenaje urbano consiste en una escorrentía inicial sobre áreas impermeables (como azoteas, edificios, caminos y aparcamientos), que fluye hacia el CSS. Hay también una respuesta retrasada que provoca la infiltración y el almacenamiento. Estos son fenómenos que ocurren en áreas permeables que son horizontales o con leves pendientes como jardines, parques y patios. Puede esperarse que las superficies permeables e impermeables en una cuenca urbana se comporten de forma completamente diferente, tanto en términos de pérdidas de precipitación como en tiempos de retraso de circulación. La mayoría de los modelos de drenaje urbanos consideran estas áreas permeables e impermeables por separado.

Los modelos de ordenador que son capaces de generar hidrogramas de caudales completos están sustituyendo a los métodos que producen solamente resultados de picos máximos en la mayor parte de aplicaciones en hidrología y de gestión urbana de pluviales. El paquete SWMM es uno de los mejores programas de producción de hidrogramas conocido. Este modelo convierte los hidrogramas de precipitación en hidrogramas de caudal, por varios procedimientos, definiendo los caudales que ocurren en distintos intervalos de tiempo. Como menciona la sección 1.5, los investigadores que usan SWMM como el software para sus estudios deben conocer las técnicas de modelización. Por lo tanto, este capítulo describe los modelos principales usados por el paquete de SWMM y otros paquetes similares.

3.2 Generación de escorrentía

La escorrentía urbana se define como un flujo de caudales o sea como la suma de escorrentía superficial y de la escorrentía subsuperficial. La escorrentía superficial ocurre cuando el almacenamiento superficial y el suelo se saturan, se interrumpe la infiltración y la precipitación subsecuente se convierte en escorrentía superficial. La escorrentía subsuperficial es el agua de lluvia que se infiltra en la superficie y fluye mucho más despacio en su camino a una corriente de agua que la escorrentía superficial (Horner et al., 1994).

La precipitación y las características del suelo son las causas directas de la escorrentía urbana. La precipitación puede tomar varias rutas una vez que alcanza la superficie de la tierra. El agua de lluvia puede ser absorbida por el suelo en la superficie de la tierra, interceptada por la vegetación, directamente retenida en superficie, o infiltrarse por la

superficie y la subsuperficie hacia la capa freática. Otra opción de la precipitación es la generación de escorrentía. Las características del suelo de una cuenca tienen un efecto directo en el proceso de escorrentía. Influyen el espesor de capa de suelo, su permeabilidad, el ritmo de infiltración, y el tipo de humedad del suelo antes del acontecimiento de las lluvias. Cuanto mayor es la permeabilidad del suelo, o la capacidad de infiltrarse la precipitación a sus estratos inferiores, menor es la cantidad de agua que se convertirá en escorrentía. (Horner et al., 1994). La Figura 3-1 ilustra el proceso de escorrentía.

La cubierta vegetal existente de forma natural en áreas rurales afecta directamente el proceso de escorrentía de una precipitación y es una medida de contención importante en muchas técnicas de valoración de escorrentía. La velocidad de caudal de agua de la escorrentía sobre una superficie lisa, impermeable, como un camino o aparcamiento, es aproximadamente diez veces mayor que sobre una superficie vegetal. Las urbanizaciones cambian el régimen hidrológico de las aguas superficiales cambiando la forma en que el agua discurre hacia un tanque de detención. En un ambiente natural, la precipitación es interceptada o retrasada por la cubierta forestal y capa de cobertura del suelo. La vegetación, accidentes en la superficie y el suelo proporcionan una extensa capacidad de almacenamiento para el agua de una precipitación. El agua que excede esta capacidad se convierte en escorrentía subsuperficial no profunda que puede alcanzar la capa freática para finalmente descargar gradualmente en cuerpos de agua. En una cuenca virgen arbolada, la escorrentía superficial ocurre raramente o no ocurre, porque las intensidades de precipitación no exceden el ritmo de infiltración del suelo. (Horner et al., 1994).

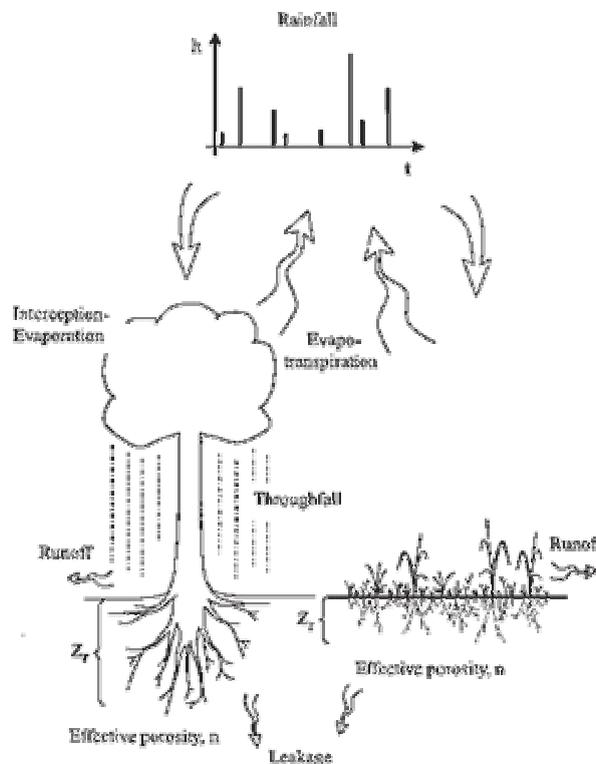


Figura 3-1: Representación esquemática de varios mecanismos que intervienen en la escorrentía para dos tipos de vegetación diferentes (Laio et al., 2001)

La escorrentía superficial ocurre relativamente rápidamente en una cuenca urbana, ya que el almacenamiento y la capacidad de infiltración son reducidos, en algunos lugares se aproxima a cero. La mayor parte de la superficie consiste en materiales impermeables como el hormigón o asfalto (Rechace, 1994). Las estructuras que añaden áreas impermeables grandes a la cuenca aumentan en general las pendientes y disminuyen en gran medida la capacidad de almacenamiento de agua. El aumento de los volúmenes y caudales de la escorrentía que se produce en cuencas urbanas tiene varios efectos dañinos como pueden ser la inundación y la erosión. (Rechace 1994).

3.3 Pérdidas de precipitación

La pérdida o abstracción de la precipitación es la pérdida de agua de la precipitación que no se transforma en escorrentía de agua pluvial. El volumen de la escorrentía de agua pluvial es el volumen de precipitación menos el volumen de abstracciones. La precipitación menos abstracciones también es conocida como exceso de precipitación o precipitación eficaz. Así, el volumen de la escorrentía de agua pluvial es igual al volumen de la precipitación eficaz. Las abstracciones incluyen la interceptación, evapotranspiración, Almacenamiento en depresiones superficiales y huecos, almacenamiento en depresiones e infiltración (Haan C.T. et al., 1993). Las pérdidas más importantes que pueden afectar la modelización de CSS son las siguientes:

- Almacenamiento en depresiones superficiales y huecos
- Infiltración en el suelo
- Evaporación

3.3.1 Almacenamiento en depresiones superficiales

El agua de precipitación que llega a la tierra puede infiltrarse, o quedar atrapada en pequeñas depresiones de las cuales puede a su vez liberarse parte a través de la evaporación de la infiltración antes de que la escorrentía superficial ocurra. El tamaño y la capacidad de depresiones son una función del terreno y la vegetación. Debido a la extrema variabilidad de estas características es muy difícil especificar una relación general para las pérdidas debido a las depresiones. Las pérdidas de depresión por lo general ocurren durante el período inicial de la tormenta y son insignificantes después de un cierto tiempo. En los modelos, las pérdidas de depresión son por lo general incluidas en la estimación empírica “de la infiltración inicial”.

Según Linsley et al., el volumen del agua almacenada por depresiones superficiales en cualquier tiempo dado puede ser calcularse usando la ecuación siguiente:

$$V = S_d (1 - e^{-kP_e}) \quad (3-1)$$

donde:

V	=	El volumen realmente almacenado en un tiempo dado
S_d	=	La capacidad de almacenamiento máxima de las depresiones
P_e	=	El exceso de precipitación (precipitación total menos la pérdida)
k	=	una constante relacionada con $1/S_d$

El valor de la constante k puede ser determinado considerando que si $P_e \approx 0$, esencialmente toda el agua llenará depresiones y dV/dP_e será igual a 1. Esto requiere que $k = 1/S_d$. Las estimaciones de S_d pueden ser obtenidas haciendo medidas de campo y con toma de muestras del área en estudio. Combinando estos datos con estimaciones de P_e se podemos abstraer las pérdidas por depresión de la entrada de precipitación total. Una presunción en cuanto dV/dP_e es que todas las depresiones están llenas antes de que comience el flujo de caudal en el terreno. Realmente, esto no estaría de acuerdo con la realidad a menos que las posiciones de depresiones fueran clasificadas de menor a mayor en el sentido de aguas abajo. Si el almacenamiento por depresión es abstraído en esta manera, el volumen total se descuenta a partir del período pluvial inicial como muestra el área sombreada en la Figura 3-2; tales postulados han sido usados con resultados satisfactorios en circunstancias particulares (Viessman W. y Lewis G. L., 1995)

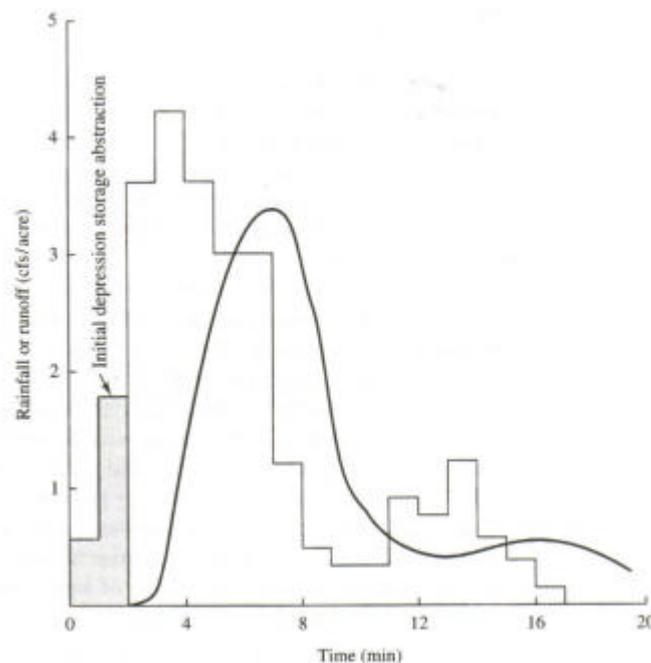


Figura 3-2: Esquema de pérdidas de almacenamiento de una depresión simple (Viessman W. y Lewis G. L.1995)

Los Ingenieros de Wright-McLaughlin (1969) en un estudio hidrológico urbano en Denver, Colorado, recomendaron los valores que muestra la Tabla 3-1 para el almacenamiento superficial (Hann C.T., et al., 1993).

Desestimando las pérdidas de interceptación, el ritmo en que el agua se transforma en escorrentía s superficial, es $i - f - y$, donde i es el ritmo de precipitación, f es el ritmo de infiltración y y es igual a dV/dt . Basado en esto, el ritmo de generación de escorrentía superficial es:

$$s = (i - f)(1 - e^{-P_e/S_d}) \quad (3-2)$$

La relación entre el ritmo de generación de escorrentía y la diferencia entre precipitación y ritmo de infiltración es:

$$s / (i - f) = 1 - e^{-P_e / S_d} \quad (3-3)$$

Y varía de 0, al principio del acontecimiento ($P_e=0$), a 1. La ecuación 3-3 es representada en la Fig. 3-3 para un área de césped con un promedio general $S_d = 0.25$ pulg. o un pavimento $S_d \text{ con} = 0.0625$ pulg. La línea discontinua vertical en la Fig. 3-3 representa la proporción de generación de escorrentía superficial si es asumido que el almacenamiento superficial medio total se obtiene restando previamente al inicio de la tormenta las abstracciones indicadas en la Tabla 3-1 (Hann C.T., et al., 1993).

Tabla 3-1: Valores típicos de almacenamiento superficial (encharcamientos) (Ingenieros de Wright-Mclaughlin, 1969)

Cubierta vegetal	Almacenamiento superficial (Pul.)	Valor recomendado (Pul.)
Impermeable		
Área pavimentada extensa	0.05 – 0.15	0.1
Azoteas de edificios	0.10 – 0.30	0.1
Azoteas inclinadas	0.05 – 0.10	0.05
Permeable		
Hierba de césped	0.20 – 0.50	0.30
Área arbolada	0.20 – 0.60	0.40
Campo abierto	0.20 – 0.60	0.40

Tholin y Keifer (1960) concluyeron que la situación real podría estar entre la dada por la Tabla 2-1 y la dada por la Ecuación 2-3, ellos comprobaron que la curva de distribución normal, como se muestra en la Figura 2-3, cae en el rango deseado. El fenómeno puede ser aproximado utilizando una distribución normal:

$$\frac{s}{i - f} = \int_{-\infty}^{D/S_d} \frac{3}{S_d \sqrt{2p}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - S_d}{S_d/3}\right)^2\right) dx \quad (3-4)$$

Los datos de S_d podrían ser estimados de los datos en la Tabla 3-1 (Hann C.T., et al., 1993). Para la modelización de un sistema de alcantarillado unitario, el almacenamiento superficial tiene mayor importancia en superficies horizontales que en superficies escarpadas. Viessman (1967) encontró la relación mostrada en Figura 3-4 para cuatro áreas de drenaje impermeables.

3.3.2 Infiltración en el suelo

La infiltración de agua en áreas permeables es considerada como la principal abstracción de agua durante una esorrentía de significativa precipitación. El proceso de infiltración del agua y movimiento subsecuente es un proceso sumamente complejo. La Fig. 3-5 muestra el contenido de agua del suelo como una función del tiempo y la profundidad de lluvia durante un evento de precipitación. Las curvas representan el contenido de agua en distintos tiempos observando que éste aumenta con el tiempo; también refleja el avance de la saturación del suelo, la cual avanza en mayor medida cuanto mayor es la profundidad en el suelo. Se asume que el suelo tiene un contenido de agua inicial uniforme y las propiedades de éste son uniformes con la profundidad (Haan C.T. et al., 1993).

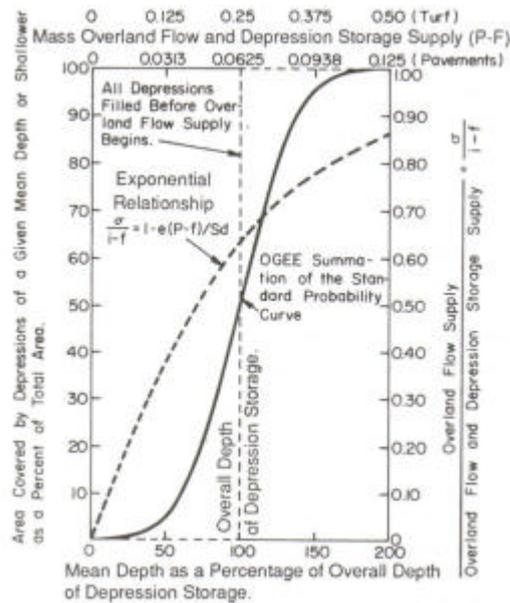


Figura 3-3: Curva de distribución de profundidad de agua de almacenamiento por depresión. (Hann C.T., et al., 1993)

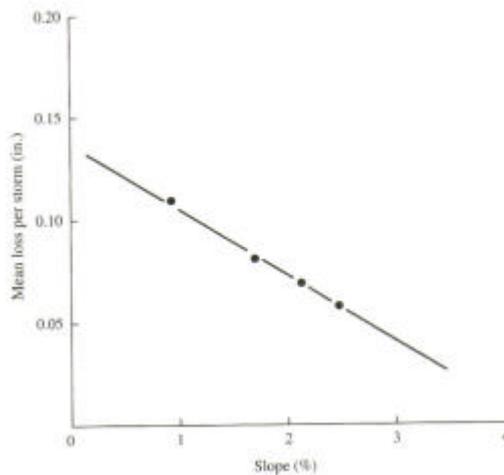


Figura 3-4: Pérdida de almacenamiento por depresión versus pendiente de cuatro áreas de drenaje impermeables (Viessman W. y Lewis G. L., 1995)

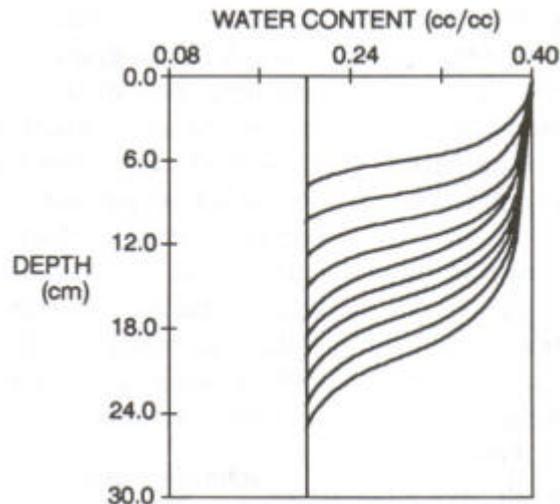


Figura 3.5: Perfil del contenido de agua (Haan C.T. et. al., 1993)

En general, el ritmo de infiltración depende de las condiciones locales (p.ej, tipo de precipitación, tipo de suelo, cubierta vegetal, pendientes, condiciones climáticas, humedad de suelo inicial, etc.). Parte de la precipitación que alcanza la superficie del terreno, se infiltra por el suelo y continúa filtrando hacia abajo. La restante puede encharcarse en la superficie, o se transforma en la escorrentía superficial.

Cuando el caudal del agua en superficie excede el ritmo de infiltración, que está relacionada con las características y propiedades del suelo y su contenido de humedad, éste ritmo de infiltración disminuye al máximo posible. Este ritmo es entonces definido como capacidad de infiltración.

La infiltración y los procesos de filtración son inherentes a los cambios de la saturación dentro de la zona porosa. Esta redistribución de la humedad en la subsuperficie continuará durante algún tiempo después del cese de la infiltración. En principio, el ritmo de infiltración debería ser estimado solucionando un modelo de flujo de caudal en la zona no saturada, sujeta a la asignación de condiciones de borde apropiadas, sobre todo en la superficie del terreno.

En tal modelo, las propiedades del suelo y las características de precipitación son representadas. Sin embargo, el ritmo de infiltración para ser usado como una condición de borde no es conocido a priori, ya que rara vez es igual al ritmo con el cual el agua es aplicado en la superficie del terreno. Este hecho, combinado con las dificultades inherentes de la solución del problema, ha hecho este modus operandi poco práctico, al menos hasta años recientes. En cambio, en hidrología práctica, diversa formulación empírica es empleada. Tales fórmulas incluyen coeficientes que describen el tipo de suelo y las condiciones de humedad que existen al principio del acontecimiento pluvial. Para tales condiciones, las fórmulas empíricas sugieren una cierta capacidad de infiltración inicial (que depende de la clase de suelo y de la humedad de suelo inicial) y una disminución de ritmo cuando la tormenta sigue y aumenta la saturación del suelo. Obviamente, tales fórmulas son válidas para un ritmo de recarga que es más alto que el ritmo de capacidad de infiltración inicial. Tales fórmulas sugieren una reducción gradual del índice de capacidad de infiltración en función del tiempo, hasta alcanzar un valor que corresponde a un suelo saturado, al menos cerca de la superficie del terreno.

Por lo general, el ritmo de decaimiento está relacionado también con las condiciones superficiales del suelo, p.ej, la vegetación, y la intensidad de precipitación.

Una solución analítica exacta de un modelo de flujo en una columna de suelo vertical, sujeta a condiciones de recarga en la superficie es una tarea bastante difícil (al menos hasta años recientes) debido a su no linealidad. Las siguientes secciones describen los mejores modelos disponibles de la infiltración. Las descripciones de los modelos de infiltración dados en las secciones siguientes se aplican igualmente a fracciones impermeables como a permeables de la captación.

3.3.2.1 El modelo de infiltración de Horton

El proceso de infiltración fue estudiado a fondo por Horton a principios de los años 1930 (Viessman W., y Lewis G. L., 1995). Él observó que la capacidad de infiltración se reduce de una manera exponencial desde un ritmo máximo inicial f_0 a un ritmo f_c constante final. Una consecuencia de su trabajo fue la relación siguiente, para determinar la capacidad de infiltración f_{capac} en función del tiempo t .

$$f_{capac} = f_c + (f_0 - f_c) e^{-t/K} \quad (3-5)$$

donde:

f_{capac}	=	capacidad de infiltración máxima del suelo
f_0	=	capacidad de infiltración inicial
f_c	=	capacidad de infiltración final o de equilibrio
t	=	tiempo desde el principio de la precipitación
K	=	constante de tiempo

Durante la tormenta, en cualquier punto o tiempo, el ritmo de infiltración real debe ser igual a o más pequeño que la intensidad de precipitación $i(t)$ y la capacidad f_{capac} de infiltración. Así, el modelo de Horton para abstracciones es dado por las Ecuaciones 3-6 y 3-7.

$$f = f_{capac} \quad \text{for } i > f_{capac} \quad (3-6)$$

$$f = i \quad \text{for } i \leq f_{capac} \quad (3-7)$$

Donde:

f	=	ritmo de infiltración real (mm/hora o pulgadas/hora)
i	=	intensidad de precipitación (mm/hora o pulgadas/hora)

La Figura 3-6 muestra un problema típico en el cual la intensidad de precipitación promedio en cada paso de la función tiempo se muestra como una función escalonada. Está claro que si el volumen total de la lluvia con el paso 1 es menor que el volumen de infiltración es razonable pensar que la reducción f es dependiente del volumen de infiltración en vez del tiempo transcurrido. Es por lo tanto habitual usar 'una curva móvil' técnica en la cual la curva f_t es cambiada por un tiempo transcurrido que produciría un volumen infiltrado igual al volumen de precipitación (Smith A. A., 2005).

La figura 3-6 muestra una curva de infiltración desplazada un tiempo t , que se define de la siguiente forma:

Siendo
$$\Delta F = \int_t^{t+\Delta t} f_{capac} dt$$

Si
$$i \Delta t \geq \Delta F \quad \text{y} \quad t = \Delta t$$

Entonces

$$f_0(new) = f_c + (f_0 - f_c) e^{-\Delta t/k} \quad (3-8)$$

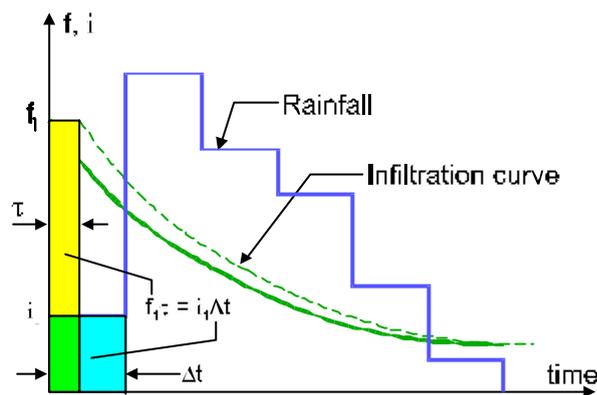


Figura 3-6: Representación de la curva móvil - Ecuación de Horton (Smith A. A., 2005)

Si
$$i \cdot \Delta t < \Delta F$$

Entonces t es definido implícitamente por la ecuación:

$$\int_t^{t+t} f_{capac} dt = i \cdot \Delta t$$

y
$$f_0(new) = f_c + (f_0 - f_c) e^{-t/k} \quad (3-9)$$

La solución para t implica la solución de la ecuación 3-10

$$f_c t + K (f_0 - f_c) \left(1 - e^{-t/k}\right) = i \cdot \Delta t \quad (3-10)$$

Tras la aplicación de las Ecuaciones 2-8 y 2-10 a cada intervalo de tiempo de la tormenta obtenemos un Hietograma de la intensidad efectiva de la precipitación en zonas impermeables o en permeables. Si la superficie tiene un almacenamiento por depresión superficial cero, esta será la precipitación neta que generará el flujo de aguas superficial. Sin embargo, si el almacenamiento por depresión es finito, se supone que será la primera demanda de la precipitación efectiva las que llenarán las depresiones antes de que la escorrentía pueda ocurrir (Smith A. A., 2005).

3.3.2.2 Modelo de infiltración de Green y Ampt

El modelo de Horton muestra el comportamiento básico de la infiltración, pero la interpretación física de la constante exponencial es incierta. En 1911 Green y Ampt presentaron una aproximación al problema que está basada en Física elemental y que también da resultados que equivalen a observaciones empíricas. La Figura 3-7 ilustra la simplificación del modelo de infiltración. La suposición básica de la ecuación de Green y Ampt es que el agua se infiltra en un suelo relativamente seco en forma de un ataque severo de humedad. Mein R.G. y C.L. Larson (1973), quienes simplificaron y redujeron el modelo de Green y Ampt a algo tan aplicable como las ecuaciones siguientes.

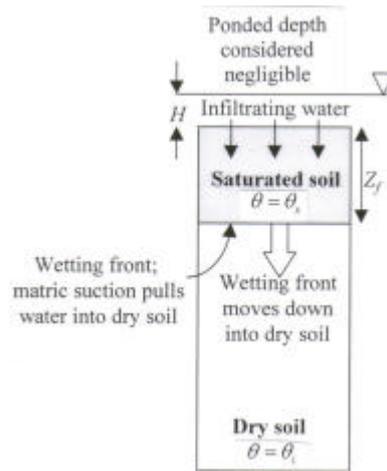


Figura 3-7: Esbozo de un modelo de Green y Ampt

En su forma más simple el modelo de Green y Ampt para un ritmo de infiltración, f , puede ser escrito como:

$$\left. \begin{aligned} f &= K_s \frac{dh}{dz}, & \frac{dh}{dz} &= \text{Gradiente Hidráulico} \quad (\text{cm}^3 \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-2}) \\ f &= K_s \frac{h_f - h_o}{Z_f - Z_o}, & h_o &= 0, Z_o = 0 & (\text{cm}^3 \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-2}) \\ f &= K_s \frac{y_{mf} + Z_f}{Z_f} & & (\text{cm}^3 \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-2}) \end{aligned} \right\} \quad (3-11)$$

donde:

- f = Coeficiente de humedad
- o = Superficie del suelo
- h_f = Altura hidráulica en el frente de humedad
- K_s = Conductividad hidráulica saturada (cm/hora), (es la suma de fuerzas métricas en el frente de humedad más la presión del agua por encima)
- h_o = La altura hidráulica en la superficie (cero, a menos que haya agua encharcada en la superficie)
- y_{mf} = succión métrica en el frente de humedad (cm de agua)

Entonces la profundidad del frente de humedad puede relacionarse con la cantidad de agua de infiltración acumulada, F (cm), por la siguiente ecuación:

$$F = Z_f (\mathbf{q}_s - \mathbf{q}_i) \quad (\text{Cm}^3 \text{ s}^{-1} \text{ cm}^2) \quad (3-12)$$

donde:

q_s = Contenido de humedad saturado
 q_i = Contenido de humedad inicial antes de que comience la infiltración

Reajustando la ecuación 3-12 para resolver por Z_f y aplicando éste a la ecuación 3-11, el ritmo de infiltración, $f(t)$, es:

$$\left. \begin{aligned} f(t) &= K_s + K_s \frac{y_{mf} (\mathbf{q}_s - \mathbf{q}_i)}{F} \quad \text{for } t > t_p \quad (\text{cm}^3 \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-2}) \\ f(t) &= P \quad \text{for } t \leq t_p \quad (\text{cm}^3 \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-2}) \end{aligned} \right\} \quad (3-13)$$

donde:

P = Ritmo de precipitación (cm hora⁻¹)
 t_p = Tiempo transcurrido hasta que el agua comienza a encharcarse (horas).

Lamentablemente, la ecuación 4.13 no es una función del tiempo y en cambio usa F , la cantidad de agua acumulada que se ha infiltrado. Podemos escribir la expresión siguiente para $F(t)$:

$$t = t_p + \frac{1}{K_s} \left[F - F_p + y_{mf} (\mathbf{q}_s - \mathbf{q}_i) \ln \left(\frac{y_{mf} (\mathbf{q}_s - \mathbf{q}_i) + F_p}{y_{mf} (\mathbf{q}_s - \mathbf{q}_i) + F} \right) \right] \quad (3-14)$$

Donde

F_p = La cantidad de agua infiltrada antes de que el agua comience a encharcarse (cm)
 t_p = Tiempo transcurrido en que el agua comienza a encharcarse (hora).

Las siguientes expresiones indican estas cantidades.

$$F_p = \frac{y_{mf} K_s (\mathbf{q}_s - \mathbf{q}_i)}{P - K_s} \quad t = t_p \text{ y } P > K_s \quad (3-15)$$

$$t_p = \frac{F_p}{P} \quad (3-16)$$

Para determinar la cantidad de infiltración producida por una precipitación de duración, t_r , e intensidad P primero tenemos que determinar el tiempo en el cual la superficie comienza a encharcarse según las Ecuaciones 3-15 y 3-16. Si $t_r < t_p$ o $P < K_s$ entonces la cantidad de infiltración, $F = P t_r$ y el ritmo de infiltración, $f = P$. Si $t_r > t_p$, aplicando la Ecuación 3-15 y por el método de tanteos el valor F nos da $t = t_r$.

La ecuación empírica siguiente nos da el valor de S según las unidades usadas.

$$\left. \begin{aligned} S &= \frac{1000}{CN} - 10 && \text{(Pulgados)} \\ S &= \frac{25400}{CN} - 254 && \text{(milímetros)} \end{aligned} \right\} \quad (3-18)$$

La Figura 3-9 muestra los valores típicos del Número de Curva CN como una función del tipo de suelo, uso del terreno y grado de saturación. Las curvas de SCS no están diseñadas para estimar la infiltración directamente.

Algunas veces los valores *del* CN mencionado se obtienen como una función del porcentaje de área impermeable. Por lo general se calculan como un promedio ponderado que asume $CN_{impermeable} = 98$ y $CN_{permeable}$ igual al valor para un césped en buenas condiciones.

La precipitación eficaz es calculada por la ecuación siguiente:

$$Q(t) = \frac{(P(t) - I_a)^2}{(P(t) + S - I_a)} \quad (3-19)$$

donde:

- $Q(t)$ = profundidad acumulada de precipitación eficaz en el tiempo t
- $P(t)$ = profundidad acumulada de precipitación en el tiempo t
- I_a = abstracción inicial
- S = almacenamiento potencial en el suelo

Todos los términos en la ecuación 3-19 están en unidades de milímetros o pulgadas. La profundidad de precipitación eficaz o escorrentía serán cero hasta que la profundidad de precipitación acumulada $P(t)$ exceda la abstracción inicial I_a . El método de SCS original asumía que el valor de la pérdida inicial I_a era igual al 20 % del potencial de almacenamiento S , pero muchos ingenieros ahora consideran este criterio como inaceptablemente alto para la mayoría de las situaciones de gestión de pluviales (Smith A. A., 2005).

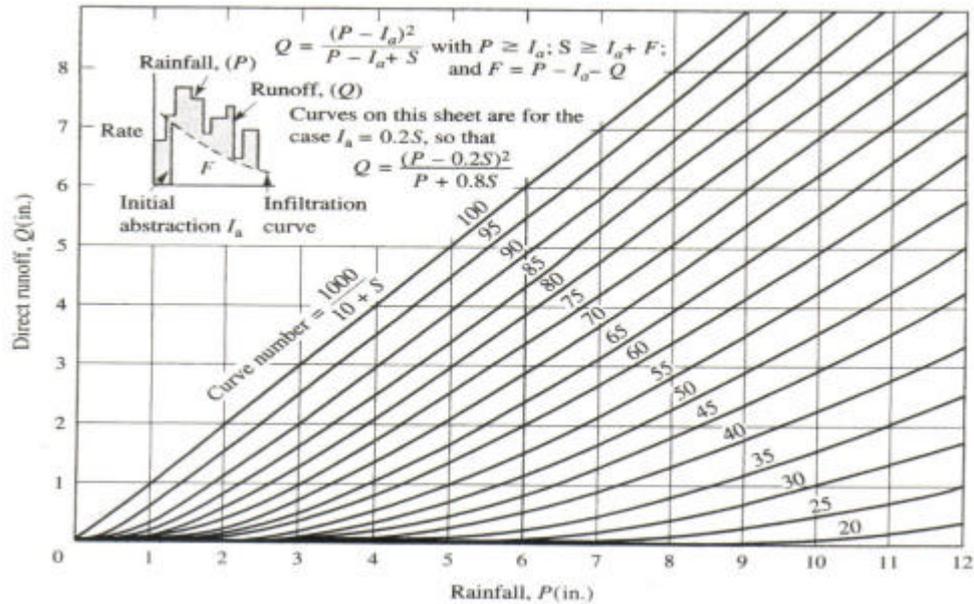


Figura 3-9: Valores típicos para el Número de Curva de SCS CN como una función del tipo de suelo, uso del terreno y grado de la saturación (Viessman W. y Lewis G. L.1995)

El valor *SCS CN* es una función del coeficiente de escorrentía *C*, la profundidad de precipitación total y la relación $f_a = I_a / S$. La ecuación usada es la siguiente:

$$CN = \frac{1000}{10 + p_{tot} \left[\frac{1}{f_a} + \frac{1-f_a}{2f_a^2} C \left(1 - \left(1 + \frac{4f_a}{(1-f_a)^2 C} \right)^{1/2} \right) \right]} \quad (3-20)$$

Esta es una manera útil para hacer una estimación del valor de *CN* a falta de más información.

3.3.3 Evaporación

La evaporación es el proceso por el cual el agua superficial del terreno se convierte en vapor y se transfiere a la atmósfera. Para estimar las cantidades de evaporación potenciales, una ecuación de evaporación popular es la conocida como la ecuación de Penmann-Monteith:

$$E = \frac{\Delta}{\Delta + g} E_r + \frac{g}{\Delta + g} E_a = w_r E_r + w_a E_a, \quad w_r + w_a = 1 \quad (3-21)$$

donde:

$$\Delta = \frac{4098 e_{as}}{(273.3 + T_a)^2} = \text{Gradiente de la curva de presión de vapor saturada a la}$$

temperatura de aire T_a .

g = Constante de Psicometría

$E_r = \frac{R_n}{l_v r_w}$ = Evaporación debida a la radiación y :

R_n = Radiación neta

l_v = Calor latente de vaporización

r_w = Densidad del agua

$E_a = B(e_{as} - e_a)$ = Evaporación debido al efecto aerodinámico

B = Coeficiente de transferencia de vapor

$e_{as} = 611 \exp\left(\frac{17.27T_a}{237.3+T_a}\right)$ = La presión de vapor saturada a la temperatura T_a

$e_a = R_h e_{as}$ = Presión de vapor real a la temperatura T_a

R_h = Humedad relativa

Empíricamente ha sido demostrado que generalmente la contribución del segundo término (es decir el debido al efecto aerodinámico) es una fracción del primer término. Por lo tanto, una forma alternativa de la susodicha ecuación, llamada la ecuación de Priestly-Taylor se escribe como:

$$E = a \frac{\Delta}{\Delta + g} E_r \quad (3-22)$$

Donde el coeficiente a es aproximadamente igual a 1.3. este valor puede variar ligeramente de un lugar a otro.

3.4 Escorrentía superficial

Una vez que las pérdidas de la cuenca han sido calculadas, el Hietograma de la precipitación eficaz puede convertirse en un Hidrograma de Escorrentía Superficial. El Hidrograma representa el caudal superficial. En el proceso de formación del hidrograma, la escorrentía se mueve sobre la superficie de la subcuenca hasta el punto de entrada más cercano del sistema de alcantarillado unitario.

Hay muchos modelos que han sido desarrollados para simular el proceso de escorrentía en áreas urbanas. Estos modelos pueden clasificarse en dos categorías: modelos hidrológicos y modelos hidráulicos. Los modelos hidrológicos están basados en una relación hipotética entre el flujo de salida y el almacenamiento de agua en la cuenca, que a menudo se modela como un reservorio hipotético. Los modelos hidráulicos están basados en aproximaciones del verdadero proceso físico de escorrentía. Los modelos hidrológicos por lo general satisfacen la ecuación de continuidad solamente, mientras

que los modelos hidráulicos solucionan la ecuación de continuidad así como el momento o las ecuaciones de energía como un sistema doble de ecuaciones. La diferencia principal entre estas diferentes formas de aproximación a la modelización es que los modelos hidráulicos describen el comportamiento espacial de un proceso. Por su parte, es la ecuación del momento la que define la velocidad a la cual un proceso puede ocurrir.

3.4.1 Modelización hidráulica

3.4.1.1 Modelo de Saint-Venant (Modelo de onda Dinámico)

El Modelo de Saint-Venant fue desarrollado para describir gradualmente los diferentes caudales inestables en canales abiertos en una sola dimensión. Estas ecuaciones también pueden ser utilizadas para describir el flujo en tubos parcialmente llenos y se han aplicado con éxito para describir los caudales inestables en redes de alcantarillado. Por lo general la modelización del movimiento hidráulico en un sistema de alcantarillado está basado en las ecuaciones de "Saint Venant".

Las ecuaciones de "Saint Venant" constan de dos partes: una ecuación de continuidad (conservación de masa) y la ecuación dinámica (conservación de momento). Estas pueden escribirse como:

Ecuación de continuidad:

$$\frac{dA}{dt} + \frac{dQ}{dx} = 0 \quad (3-23)$$

Ecuación de momento:

$$\sqrt{1 - S_0^2} \frac{dh}{dx} + a \frac{UdU}{gdx} + \frac{ldU}{gdt} = S_0 - S_f \quad (3-24)$$

Donde:

A = sección	Q = descarga
t = tiempo	x = distancia
h = profundidad de agua	g = aceleración de la gravedad
U = velocidad	a = coeficiente de distribución de velocidad
S_0 = pendiente	S_f = pendiente de fricción

Las ecuaciones de "Saint Venant" son válidas en las siguientes condiciones (Butler y Davies, 2000):

- la presión de distribución es hidroestática
- la pendiente es pequeña
- la velocidad de distribución es uniforme
- el canal es prismático
- las pérdidas de fricción son las mismas que en condiciones de caudal estable

- el caudal lateral es insignificante

Casi siempre, estas condiciones se cumplen en sistemas de alcantarillado unitarios, por lo que el caudal inestable dentro de tubos de alcantarillado puede ser calculado usando estas ecuaciones.

Algunos términos de la ecuación 3-24, en varios casos podrían ser poco significativos, pudiendo simplificar las ecuaciones. Si uno toma sólo la pendiente y la fricción en cuenta, las ecuaciones se simplifican a ecuaciones de onda cinemáticas. La onda no se atenúa, pero se traduce en una cierta velocidad de onda. Si se ignora la variación del caudal en el tiempo, las ecuaciones se simplifican a las ecuaciones de onda difusivas. Estas ecuaciones son capaces de describir fenómenos como efectos de remanso y atenuación de onda. Si ningún término es ignorado, las ecuaciones de onda dinámicas son capaces de describir los efectos de remanso y atenuación de onda, así como la aceleración del caudal. Según la situación del sistema en estudio, una u otra de las ecuaciones puede ser la adecuada.

Con caudales altos, cuando los tubos están completamente llenos de agua, el flujo en los tubos se presuriza (sobrecarga de flujo). La sobrecarga de flujo es un importante fenómeno (p.ej en inundaciones o daños en los tubos) y tiene que ser modelización adecuadamente.

Las ecuaciones de "Saint Venant" son ecuaciones diferenciales parciales en Q y son funciones tanto de la distancia (x) como del tiempo (t). Este tipo de ecuaciones requieren métodos numéricos para solucionarlas. Son los ejemplos típicos de los métodos de diferencias finitas y de los elementos finitos. Estas aproximaciones al problema pueden sufrir de varias formas de inexactitud de la solución numérica lo que se refleja terminológicamente como "la oscilación numérica" "o inestabilidad numérica". Para vencer estos problemas deben utilizarse pequeños intervalos de tiempo (Butler y Davies, 2000). Cuando deben modelarse grandes redes, estas técnicas numéricas exigen una gran cantidad de cálculos, que requieren mucho tiempo de cálculo. Esto puede limitar el uso de estos modelos en la simulación reiterativa de las series con un período de tiempo largo, a pesar de la creciente velocidad de los procesadores de ordenadores personales.

3.4.1.2 Modelo de onda cinemático

El modelo de onda cinemático asume una insignificante aceleración y términos de presión en la ecuación de momento, y el movimiento de onda es descrito por la ecuación de continuidad. En la práctica, esto significa que la onda cinemática sólo puede ser usada con pendientes del drenaje relativamente elevadas, donde puede asumirse que la pendiente de la superficie del agua es igual a la pendiente de la superficie del fondo del agua, $S_f = S_0$. Con una relación circular entre caudal y altura de lámina de agua, la onda cinemática está basada en la solución de la ecuación 3-24 y $Q = f(y)$.

Entonces la ecuación de continuidad 3-24, puede ser escrita como:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{dQ}{dA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0. \quad (3-25)$$

Recordando que:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{dQ}{dA} \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{dQ}{dt} \quad (3-26)$$

Entonces la ecuación Cinemática viene dada por:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + V \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (3-27)$$

En la que la velocidad de onda Cinemática, V viene dada por:

$$V = \frac{dQ}{dA} \quad (3-28)$$

que es conocida como la ley de *Kleitz-Sneddon*. La velocidad de onda cinemática puede ser obtenida diferenciando la forma funcional de la relación monótona entre Q y y , dada por 3-28. La onda cinemática no experimenta ninguna atenuación, sin embargo, ésta aumenta realmente con el tiempo. En problemas prácticos, esta ecuación es solucionada numéricamente. El esquema numérico introduce errores de truncamiento debido a las aproximaciones de diferencia finitas. Éstos no deben ser confundidos con errores de redondeamiento, relacionados con la precisión de la máquina. El esquema numérico introduce la difusión numérica, que causa la atenuación del hidrograma simulado. Esta difusión no tiene ninguna justificación física, depende del tiempo computacional utilizado en el cálculo y de la distancia de los pasos usados en el modelo.

La ventaja principal entre esta y otras aproximaciones a las ecuaciones de onda de agua de poca profundidad es que la información detallada en la captación no es requerida. En este modelo, la velocidad de onda Cinemática es requerida, que puede ser calculada según las propiedades del canal o por estimación directa de datos observados. Ya que esta aproximación posee un sistema de características, entonces sólo una condición de contorno es requerida para su solución. Esto nos indica que necesitamos mucha menos información que en el Modelo Saint-Venant, que requiere dos condiciones divisorias.

3.4.1.3 Modelo de onda de difusión

En la analogía de onda de difusión, sólo el convectiva y los términos de la aceleración local en la ecuación de momento son ignorados. Por lo tanto, la onda de difusión está basada en

$$\frac{dA}{dt} + \frac{dQ}{dx} = q \quad (3-29)$$

y

$$S_f = S_0 - \frac{\partial y}{\partial x} \quad (3-30)$$

en que la aportación de caudal lateral ha sido introducida de nuevo en la ecuación 3-29. La ecuación de onda de difusión es capaz de simular la atenuación en el flujo porque la pendiente de presión es incluida en la ecuación de momento.

Si el canal es rectangular, entonces $A = By$. Diferenciando 3-29 con respecto a x se tiene:

$$B \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = 0 \quad (3-31)$$

La diferenciación (3-30) con respecto a t entonces viene dada por:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} = \frac{2Q}{K^2} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{2Q^2}{K^3} \frac{\partial K}{\partial t} \quad (3-32)$$

Calculando la segunda derivada de la profundidad de caudal entre estas ecuaciones:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = \frac{2QB}{K^2} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{2Q^2 B}{K^3} \frac{\partial K}{\partial t} \quad (3-33)$$

Aplicando la ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial K}{\partial t} = \frac{\partial K}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial K}{\partial y} \left(\frac{q}{B} - \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial x} \right) \quad (3-34)$$

Y substituyendo en (3-32) obtenemos una ecuación en términos de Q :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + V \frac{\partial Q}{\partial x} = D \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + S \quad (3-35)$$

en que V es la velocidad de onda y D es un coeficiente de difusión, tiene la forma de un modelo de advective-difusión. Los coeficientes vienen dados por

$$V = \frac{Q}{KB} \frac{dK}{dy}, \quad D = \frac{K^2}{2QB} \quad \text{y} \quad S = \frac{q}{KB} \frac{dK}{dy} \quad (3-36)$$

Para canales casi prismáticos y suponiendo que la pendiente de la presión es pequeña, entonces V viene dada según la ley Kleitz-Sneddon y la ecuación de difusión es simplemente dada por la ecuación 3-28.

3.4.2 Modelos Hidrológicos

Los modelos hidrológicos no tienen en cuenta la variabilidad espacial del problema y en general se basan en la conservación de masa solamente. El hidrograma unitario, los modelos de continuidad total, el método Muskingum o el de almacenamiento no lineal son todos considerados como métodos hidrológicos. Algunos modelos hidrológicos pueden ser interpretados como modelos hidráulicos. El método Muskingum es una

aproximación que puede ser descrita como una aproximación a las ecuaciones de onda de agua poco profundas o en términos de conservación de la masa.

3.4.2.1 Método del Hidrograma unitario

El hidrograma unitario UH, Figura 3-10, es un modelo empírico muy conocido, comúnmente usado para obtener la relación de la escorrentía directa y el exceso de precipitación. Como propuso Sherman en 1932, el Hidrograma Unitario es el hidrograma de escorrentía directa causado por una lluvia efectiva unitaria (de 1 cm ó 1 mm, por ejemplo), de intensidad constante a lo largo de la duración efectiva y distribuida uniformemente sobre el área de drenaje. El concepto subyacente del UH es que el proceso de escorrentía es lineal, entonces la escorrentía de mayor o menor intensidad que una unidad es simplemente un múltiplo del hidrograma de escorrentía unitario (HIC,2000)

Para calcular el hidrograma de escorrentía directo a partir del hidrograma unitario, debe usarse una representación discreta del exceso de precipitación. Entonces la solución de la ecuación de circunvolución tiene que ser calculada por un sistema lineal:

$$Q_n = \sum_{m=1}^{n \leq M} P_m U_{n-m+1} \quad (3-37)$$

donde:

- Q_n = abcisa en el hidrograma de la tormenta en el tiempo $n\Delta t$
- P_m = profundidad de exceso de precipitación en el intervalo de tiempo $m\Delta t$
a $(m+1)\Delta t$
- M = número total de pulsos de precipitación discretos;
- U_{n-m+1} = Ordenada de UH en el tiempo $(n-m+1)\Delta t$.

Q_n y P_m expresan el caudal y la profundidad de lluvia respectivamente, U_{n-m+1} tiene dimensiones de caudal por unidad de profundidad. El uso de esta ecuación requiere asumir implícitamente las siguientes hipótesis (HIC, 2000):

1. El exceso de precipitación es espacialmente uniformemente distribuido y es de intensidad constante para todo intervalo de tiempo t .
2. Las ordenadas de un hidrograma de escorrentía directo correspondiente a un exceso de precipitación de una duración dada son directamente proporcionales al exceso de volumen. Así, a doble exceso obtenemos el doble de ordenada en el hidrograma de escorrentía y a la mitad del exceso obtenemos la mitad. Esto es la llamada suposición de linealidad.

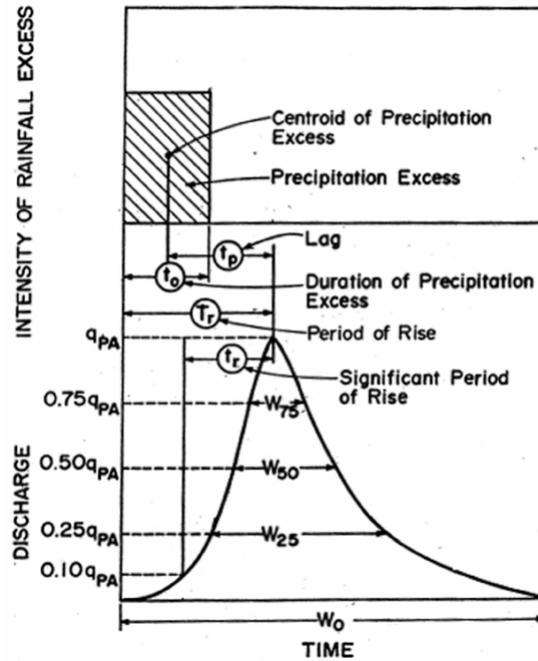


Figura 3-10: El hidrograma unitario

3. El hidrograma de escorrentía directa que resulta de un incremento dado del exceso es independiente del tiempo del acontecimiento del exceso y de la precipitación anterior. Este es la suposición de tiempo-invariable.
4. Se asume que excesos de precipitación de igual duración producen hidrogramas con bases de tiempo equivalentes sin considerar la intensidad de la precipitación.

3.4.1.1.1 Componentes del hidrograma

El caudal total durante un acontecimiento de precipitación incluye el caudal inicial que existe en la cuenca antes de la tormenta y la escorrentía debido a la precipitación de una tormenta dada. El hidrograma de caudal total generalmente se considera formado por (de Ramírez, J. A., 2000):

- La escorrentía directa, que está formada por las contribuciones de la escorrentía superficial y el caudal rápido aportado. El análisis del hidrograma unitario se refiere sólo a la escorrentía directa.
- El caudal de base, que está formado por las contribuciones del caudal aportado retrasado y de la escorrentía de la capa freática.

La escorrentía superficial incluye todo el caudal por el terreno así como toda la precipitación que cae directamente en los canales de transporte de la corriente. La escorrentía superficial es el dorante principal al pico de descarga.

El caudal interno es el caudal aportado por el agua infiltrada que se mueve lateralmente en la subsuperficie hasta que alcanza un canal. El *caudal interno* es un proceso más lento que la escorrentía superficial. Los componentes del *caudal interno* son el caudal rápido aportado, que se aporta directamente a la escorrentía, y el caudal aportado retrasado, que contribuye al caudal de base (p.ej, Chow, 1964.)

La escorrentía de la capa freática es el componente del caudal que afluye por la capa freática. Este proceso es extremadamente lento comparado con la escorrentía.

La figura 3-10 muestra esquemáticamente el hidrograma de flujo subdividido en:

Curva creciente: es la parte creciente del hidrograma, formada sobre todo por la escorrentía superficial.

La cresta: es la zona del hidrograma alrededor de la descarga máxima.

Curva decreciente es la parte del hidrograma después de la descarga máxima, formada sobre todo por el agua liberada del almacenamiento en la balsa o tanque. La parte inferior de esta curva corresponde a las contribuciones de caudal de la capa freática.

Los factores principales que afectan a la forma del hidrograma son:

- Características del drenaje: área de la cuenca, forma de la cuenca, pendiente de la cuenca, tipo de suelo y uso del terreno, densidad de dispositivos de drenaje, y la topología de la red de drenaje. La mayor parte de los cambios en el uso del terreno tienden a aumentar la cantidad de la escorrentía para una tormenta dada (p.ej, Chow et al., 1988; Singh, 1989; Sujetadores, .1990).
- Características de precipitación: intensidad de precipitación, duración y sus distribuciones espacial y temporal; el movimiento de la tormenta, las tormentas que se mueven aguas abajo en general tienden a producir caudales máximos mayores que tormentas que se mueven aguas arriba (p.ej, Chow et al., 1988; Singh, 1989; Bras, .1990).

Los hidrogramas también son descritos por los términos parámetros en función del tiempo (ver Figura 3-10):

El tiempo para alcanzar su pico máximo es el tiempo a partir del principio de la curva creciente hasta el acontecimiento de la descarga máxima. El tiempo para alcanzar este punto máximo es usualmente determinado por características de drenaje como densidad de drenaje, pendiente, superficie del canal, y las características de infiltración del suelo. La distribución de precipitación en el espacio también afecta el tiempo necesario para alcanzar el punto máximo del hidrograma.

Las características del drenaje, longitud y pendiente, en conjunto las características hidráulicas del recorrido del caudal, determinan el tiempo de concentración.

Tiempo de Retraso, t_p es el tiempo entre el centro de masa de la precipitación eficaz del Hietograma y el centro de masa del hidrograma de escorrentía directo. El retraso en la cuenca es un concepto importante en la modelización lineal de la respuesta de la cuenca. El tiempo de retraso es un parámetro que aparece a menudo en modelos teóricos y conceptuales del comportamiento de cuenca. Sin embargo, es a veces difícil medirlo en situaciones reales. Muchas ecuaciones empíricas han sido propuestas en la literatura. Las más simples de estas ecuaciones calculan el retraso de la cuenca como una función intrínseca del área de la cuenca.

El Tiempo Base es la duración del hidrograma de escorrentía directo.

Tiempo de concentración

Es el tiempo que tarda una gota de agua en recorrer la distancia desde el punto más remoto hidráulicamente de la cuenca hasta la salida de ella. Para acontecimientos de precipitación de duración muy larga, el tiempo de concentración tiene que ver con el tiempo requerido para que el sistema consiga el equilibrio o la máxima descarga. Kibler (1982) y Chow et al. (1988) han resumido varias de muchas ecuaciones de cálculo del tiempo de concentración que han sido desarrolladas, la mayoría empíricas y basadas en parámetros físicos de la cuenca. Las características de drenaje, longitud y pendiente, junto con las características hidráulicas del recorrido del caudal, determinan el tiempo de concentración (Ramírez, J. A., 2000).

En el proceso de diseño de un sistema de alcantarillado el tiempo de concentración es un parámetro muy importante. Este es uno de los parámetros básicos del cálculo de caudal en un sistema de alcantarillado y por lo tanto tiene que ser incorporado a los modelos. Para un sistema de alcantarillado, el tiempo de concentración es la suma del tiempo de admisión o escorrentía (tiempo que el agua fluye sobre la superficie hasta alcanzar el sistema de alcantarillado) y el tiempo de recorrido (desde el punto donde entra en el sistema al punto considerado en el diseño). Habrá una contribución de toda la cuenca aguas arriba al flujo en el punto de diseño si la duración de la tormenta es al menos igual al tiempo de concentración. Esto significa que para una cierta intensidad de precipitación (constante), el caudal máximo será obtenido en el punto de cálculo después de una duración igual al tiempo de concentración (si hay una contribución igual en toda la cuenca entera). Por lo tanto, si la duración de la tormenta iguala al tiempo de concentración es la duración de la tormenta crítica. El tiempo de concentración y así también la duración de la tormenta crítica son parámetros específicos para cada punto. No hay ninguna duración crítica única para la cuenca entera. Para puntos aguas arriba, las duraciones cortas de tormenta serán críticas y para puntos aguas abajo y cuencas mayores las duraciones de tormenta más largas serán críticas (Vaes, G., 1999).

Para una cierta frecuencia o período de retorno la intensidad media de precipitación de duraciones cortas será más alta que para duraciones mayores. Esto significa que para un cierto período de retorno la duración de la tormenta crítica (o sea igual al tiempo de concentración) conducirá al efecto máximo. Cuando un evento de precipitación pico es distribuido en el tiempo de concentración, la diferencia entre el pico del hidrograma que resulta y el pico del evento de precipitación inicial es igual a este tiempo de concentración. El tiempo de concentración puede aproximarse a la diferencia de tiempo entre la precipitación máxima y el flujo máximo en cada punto. Como el tiempo de flujo sobre la superficie y por el sistema de alcantarillado dependen de la velocidad de flujo y la velocidad está relacionada de alguna manera con la aportación de precipitación, el tiempo de concentración realmente no será un valor constante para un punto específico. Esto significa que el tiempo de concentración en realidad no es estático, sino un parámetro dinámico (Vaes, G., 1999).

2.4.1.2 Modelización conceptual de almacenamiento

La mayoría de los modelos conceptuales están basados en la cascada Nash, que modela el caudal en subcaptaciones llevándolo conceptualmente por una serie de embalses lineales (Viessman et. Al., 1989.). En esta cascada, la entrada del embalse aguas abajo, está formado por la salida del embalse anterior. La Fig. 3-11 ilustra la cascada de

tanques o embalses como un concepto en serie. Cada uno de los embalses puede ser descrito por una ecuación de almacenamiento 3-38 y una ecuación de continuidad 3-39 (Meirlaen J., 2002):

$$\frac{dS(t)}{dt} = I(t) - Q(t) \quad (3-38)$$

$$Q(t) = \frac{1}{K} S(t) \quad (3-39)$$

Donde:

$I(t)$ Aportación de caudal en el tiempo t (m^3/s)

$Q(t)$ Caudal de descarga en tiempo t (m^3/s)

$S(t)$ Almacenamiento en tiempo t (m^3)

K Constante de Almacenamiento (s)

En este modelo de embalse la verdadera intensidad de la precipitación puede incluirse. También la precipitación anterior es incluida, porque la variación en el tiempo del almacenamiento en el sistema de alcantarillado se tiene en cuenta. Debido a su simplicidad, el modelo de cascada de embalse permite la simulación rápida; por otra parte, los efectos como remanso y caudales presurizados no pueden ser simulados, lo que es una severa limitación, en particular para redes con tubos circulares u horizontales. El método Muskingum-Cunge (Cunge, 1969) relaciona el almacenamiento con la aportación y la descarga.

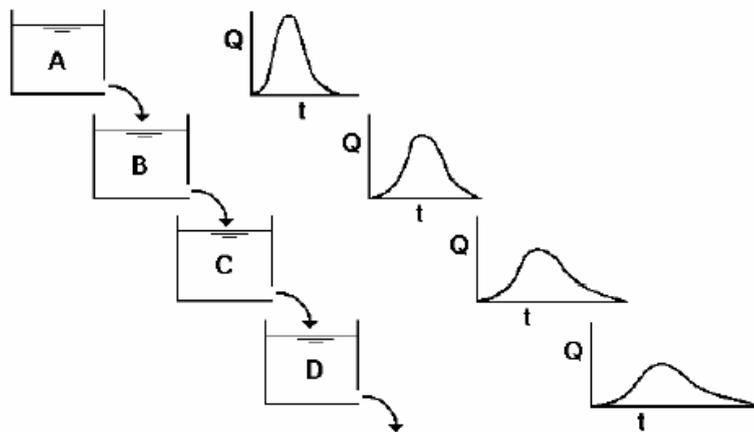


Figura 3-11: Concepto de una serie de embalses en cascada

El concepto de serie de embalses fue posteriormente desarrollado por Vaes y Berlamont (1998, 1999). En su modelo de Remuli, la relación entre el almacenamiento en el sistema y el caudal es más compleja que la relación dada en la Ecuación 3-24. Remuli usa un enfoque multi-lineal para modelar la relación entre el almacenamiento y el caudal. Esta relación es calibrada en base a datos generados con un modelo determinista. Debido a que se trata de modelos lineales, las ecuaciones diferenciales pueden ser solucionadas analíticamente, resultando tiempos de cálculo cortos. Los autores concluyen que el sistema de modelización de embalse es un instrumento ideal para realizar análisis de sensibilidad y de escenario, la optimización del

almacenamiento, la calibración de un modelo de escorrentía, etc. Una explicación detallada puede ser encontrada en Vaes (1999), Sartor (1999) y Motiee et al. (1997). Cada uno describe un método para simular un sistema de alcantarillado basado en métodos hidrológicos, siendo incluso capaces dichos modelos de tener en cuenta de manera realista los efectos de remanso. Sendas aproximaciones al problema usan datos generados por un modelo determinista dinámico para calibrar el modelo hidrológico.

3.4.1.3 Almacenamiento no lineal

En los métodos de almacenamiento no lineales, el almacenamiento es expresado como una función no lineal de la descarga de modo que:

$$S(t) = KQ_w^m \quad (3-40)$$

donde:

$$\begin{aligned} Q_w &= XI + (1 - X)Q \\ X &= \text{constante empírica para ser determinada por método de tanteos} \\ m &= \text{exponente constante} \end{aligned}$$

Substituyendo en la ecuación de almacenamiento discretizada (3-33), entonces

$$Q_2 \Delta t + 2KQ_{w_2}^m = (I_2 + I_1 - Q_1) \Delta t + 2KQ_{w_1}^m$$

Todos los términos a la derecha de la ecuación son conocidos. Ya que esta ecuación es no lineal, se requiere un cálculo iterativo para su solución.

3.5 Conclusiones

Este capítulo presenta el uso de técnicas de modelización usadas por muchos paquetes de software para diseño y planificación de los sistemas de drenaje. Los investigadores que usan este software en sus estudios deben conocer estas técnicas de modelización. Las técnicas de modelización descritas en este capítulo incluyen el cálculo de pérdidas, modelos hidrológicos y modelos hidráulicos. La infiltración es la pérdida más significativa que puede afectar el diseño y la planificación de los sistemas. Este capítulo presenta tres modelos para la estimación de infiltración: Horton, Green y Ampt y el Método del Número de Curva de la SCS.

El modelo de Horton está basado en observaciones empíricas y según dicho modelo durante el transcurso de un evento de precipitación de larga duración las infiltraciones disminuyen exponencialmente desde un ritmo máximo inicial a un ritmo mínimo. Los parámetros de entrada requeridos para este modelo incluyen los ritmos de infiltración (máximo y mínimo), un coeficiente de decaimiento que describe la velocidad de disminución del ritmo de infiltración con el tiempo, y el tiempo en que un suelo totalmente saturado queda completamente seco.

Por su parte el modelo de Green y Ampt asume que un frente de humedad agudo existe en la columna de suelo, distinguiendo el suelo saturado del suelo con poco contenido de

humedad inicial. Los parámetros de entrada necesarios son el déficit de humedad inicial del suelo, la conductividad hidráulica del suelo y la columna de succión en el frente de humedad.

El modelo del Número de Curva del SCS asume que la capacidad total de la infiltración de un suelo puede ser estimada a partir del Número de Curva tabulado del suelo. Esta capacidad es mermada mediante una función de la precipitación acumulada y la capacidad remanente durante el evento de lluvia. Los parámetros de entrada de este método son el número de curva, la conductividad hidráulica del suelo (utilizado para estimar un tiempo de separación mínimo entre eventos de lluvia distintos) y el tiempo que tarda un suelo totalmente saturado en quedar completamente seco.

Este capítulo también presenta tres modelos hidráulicos para el caudal de escorrentía y modela el comportamiento de caudales de aguas pluviales: Ecuaciones de Saint Venant, onda cinemática y modelos de onda de difusión. Más recientemente, las ecuaciones de Saint Venant han sido solucionadas. Esto no es debido a nuevas técnicas desarrolladas para solucionar estas ecuaciones, sino a la disponibilidad de ordenadores más económicos y más potentes que hacen la solución de grandes sistemas de ecuaciones más manejable y por lo tanto producen resultados más exactos. Estos modelos consisten en ecuaciones de continuidad y momento para conductos y una ecuación de continuidad de volumen en nodos. De esta forma es posible representar el caudal presurizado cuando un conducto cerrado se llena, de manera tal que los caudales de flujo lleno pueden exceder el valor de la ecuación de Manning. La inundación ocurre cuando la profundidad de agua en un nodo excede la máxima profundidad disponible. El modelo de onda dinámica puede explicar el almacenamiento en canal, remansos, pérdidas de entrada/salida, inversión de flujo, y flujo presurizado. Este es el método apropiado para sistemas sujetos a efectos de remanso significativos debidos a restricciones de caudal aguas abajo y con la regulación de caudal vía represas y orificios.

La onda cinemática y los modelos de onda de difusión solucionan la ecuación de continuidad junto con una forma simplificada de la ecuación de momento en cada conducto. Esta última requiere que la pendiente de la superficie del agua iguale la pendiente del conducto. El caudal máximo que puede ser transportado por un conducto es el valor de caudal lleno de la ecuación de Manning. Cualquier caudal superior a esta entrada en el nodo de admisión. El modelo de onda cinemático permite que flujo y área varíen tanto espacialmente como temporalmente dentro de un conducto. Esto puede causar hidrogramas de descarga atenuados y retrasados cuando el caudal de entrada es conducido por la red. Sin embargo no se puede incluir efectos de remanso, pérdidas de entrada/salida, inversión de flujo, o caudal presurizado, y por tanto su aplicación restringe mucho para disposiciones de red con tubos circulares. Si no se espera que los efectos mencionados sean significativos, entonces esta alternativa puede ser un método exacto y eficiente de modelización, sobre todo para simulaciones a largo plazo.

4. Estructuras de detención

4.1 Introducción

La capacidad de un sistema de alcantarillado unitario se calcula generalmente como un múltiplo del caudal de aguas residuales de origen doméstico en tiempo seco. En la mayoría de los casos, los alcantarillados unitarios proporcionan capacidades mínimas para caudales de agua pluviales. A veces los alcantarillas troncales se diseñan para drenar la escorrentía pluvial máxima. La mayoría de alcantarillas y colectores de una red de saneamiento han sido diseñadas para un caudal máximo entre tres y cinco veces el caudal de aguas residuales de origen doméstico en tiempo seco. Los caudales de aguas pluviales casi siempre exceden enormemente la capacidad hidráulica del sistema de alcantarillado, donde además últimamente se observan aumentos de intensidades y duraciones de precipitación a consecuencia del cambio climático así como el aumento del área impermeable en la superficie, que, por su parte, incrementa los caudales de aguas pluviales en alcantarillados unitarios. El almacenamiento es a menudo la mejor medida para atenuar el pico de caudales en sistemas unitarios. Las instalaciones de almacenamiento han sido usadas extensivamente para la mitigación de CSO (Urbonas y Stahre, 1993; Field, 1997). Además de la atenuación de caudales máximos y la reducción de los impactos en la calidad del agua al mínimo, el almacenamiento de CSO elimina o reduce el riesgo de obstrucción de secciones en las redes de alcantarillado, mejora la eficacia de las plantas de tratamiento existentes y mejora la calidad de aguas residuales efluente de las instalaciones de tratamiento (WEF/ASCE, 1992). Los depósitos de almacenamiento autónomos son los más usados frente al almacenamiento en línea donde las instalaciones lineales no son prácticas (p.ej, donde la pérdida de carga debe ser mínima) o donde algún tipo de tratamiento es requerido.

El almacenamiento autónomo es más costoso que el almacenamiento lineal porque deben ser construidas líneas paralelas y casi siempre se requieren instalaciones para bombear las aguas residuales almacenadas de retorno a la red. Como se ha indicado, el almacenamiento autónomo es requerido donde es una preocupación la pérdida de carga máxima admisible en el sistema y donde sedimentación u otros métodos de tratamiento son deseados. El almacenamiento autónomo puede ser localizado en emplazamientos aguas arriba o aguas abajo en el sistema de alcantarillado. Las ventajas del control aguas arriba incluyen la mayor flexibilidad en la selección de lugares para ubicar las instalaciones y el control más eficiente de los caudales enviados a la instalación de tratamiento aguas abajo. La ventaja principal del almacenamiento aguas abajo consiste en que son requeridas menos instalaciones, reduciendo costos de construcción, mantenimiento y operación. Puede ser posible optimizar los costos al máximo si la capacidad de almacenamiento se encuentra en la planta de tratamiento aguas residuales.

Los depósitos de detención de CSO vacíos captan y almacenan parte del exceso del caudal del sistema que, de otra manera, sería enviado sin tratamiento al cuerpo receptor de aguas principal. Los caudales almacenados son posteriormente devueltos al sistema de alcantarillado en episodios secos, cuando los caudales en la red son reducidos y hay mayor capacidad en la instalación de tratamiento. Estos depósitos funcionan bien en situaciones locales controlando la cantidad de aguas de escorrentía urbana. Si la salida es diseñada apropiadamente, la calidad de agua también puede ser controlada hasta cierto punto. Un depósito de detención está concebido para permanecer vacío entre

eventos pluviales, pero a veces puede no tener posibilidad para drenar completamente entre eventos pluviales muy cercanos.

Los depósitos de retención del CSO son similares a los depósitos de detención, con la diferencia de que el volumen necesario es mayor. Aumentando el volumen de depósito permanente, aumenta el tratamiento físico y biológico debido a que el tiempo de estancia es más largo en el depósito. Estos tipos de depósitos son llamados tanques o lagunas de retención, o estanques húmedos. La capacidad de almacenamiento físico disponible queda determinado por la diferencia entre el nivel fijado como fondo permanente y el nivel del vertedero o estructura de salida .

Los depósitos de detención comienzan a llenarse cuando la escorrentía de agua pluvial entra en la instalación. El primer volumen es capturado a fin de asegurar la calidad del agua. Una o varias estructuras de salida entonces liberan la escorrentía de agua pluvial despacio para reducir caudales de descarga máximos y proporcionar el tiempo para que los sedimentos decanten. Se impide la salida de la contaminación, y los contaminantes solubles son capturados por una combinación de vegetación y suelo. Las concentraciones de bacterias coliformes, sólidos suspendidos, nutrientes y DBO pueden ser reducidas en los depósitos diseñados para inducir la sedimentación. Los rangos de captura estimados de DBO₅ y sólidos suspendidos son determinados por el tiempo de detención y caudales de descarga (basado en el caudal promedio diario). La Figura 4-1 muestra la eliminación en porcentaje medio de DBO₅ y sólidos suspendidos esperables para aguas residuales municipales.

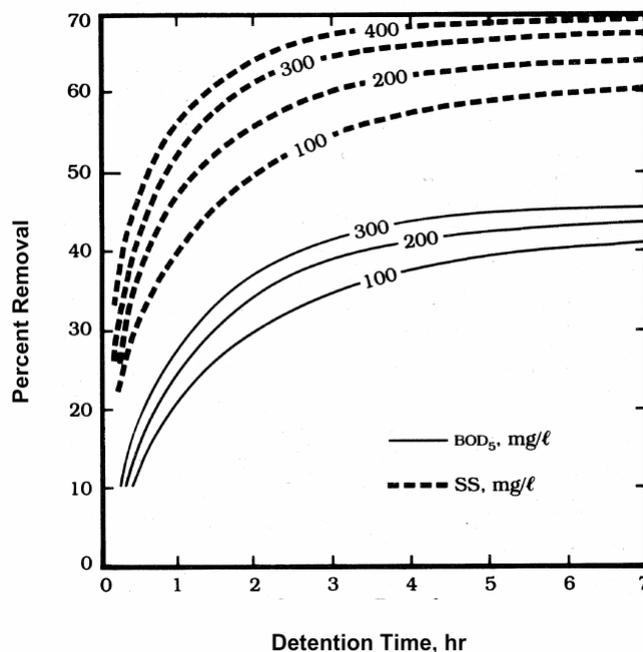


Figura 4-1: Porcentaje de DBO₅ y eliminación de sólidos suspendidos para varios caudales de descarga en función del tiempo de detención (Steel, 1960).

Los depósitos de detención pueden ser colocados en línea o ser autónomos del alcantarillado. Los depósitos de detención en línea están conectados en serie con el alcantarillado unitario y retienen el exceso de caudal cuando el flujo de admisión supera

la capacidad de salida. Los depósitos de detención autónomos están conectados en paralelo con el alcantarillado y reciben caudales sólo durante episodios de lluvia. Los depósitos de detención autónomos son balsas o tanques de hormigón, cubiertos o no. Los tanques cubiertos son más comunes porque proporcionan mejor control de olores y mejores condiciones de seguridad.

4.2 Criterios de diseño generales

4.2.1 Criterios de selección

Reducir el caudal entrante máximo de descarga y desacelerar la escorrentía de agua pluvial de la cuenca, y por lo tanto reducir o eliminar la inundación aguas abajo, es el objetivo primario del depósito de detención. La protección de la calidad de agua es el objetivo secundario, en aquellos casos en los que el diseño admite la retención de sedimentos suspendidos, basura y desperdicios, petróleo, grasa y otros contaminantes. Los estanques de detención proporcionan múltiples ventajas en la recreación durante períodos secos (paseos recreacionales, campos de pelota, picnics). Algunos de estos estanques que no son inundados con frecuencia pueden ser atractivamente ajardinados o usados para otros usos.

4.2.2 Consideraciones de diseño para estructuras de detención

Los depósitos de detención deben ser diseñados para tener estructuras de salida y capacidad de almacenamiento suficientes. Deberían ser considerados eventos de tormenta con un período de retorno de al menos 25 años en todas las cuencas, a fin de limitar el caudal de descarga máximo para las condiciones de postdesarrollo no sea mayor que el caudal de descarga máximo para las condiciones de predesarrollo. También es frecuente compartimentar el volumen total de modo que la mejora de calidad de agua es obtenida usando el primer volumen de tratamiento. Podemos definir como primer volumen de escorrentía los primeros 13 mm de escorrentía de agua pluvial sobre la cuenca (este criterio suele implicar un volumen mínimo de 128 m³). La onda inicial de la escorrentía de agua pluvial con gran probabilidad contendrá sedimentos depositados por el aire, partículas provenientes de vehículos (como la combustión incompleta, polvo de pastillas del freno, partículas de neumático), hojas, basura, colillas, etc. El primer volumen obtenido de purga debe ser capturado y luego liberado despacio durante un período mínimo de 24 horas (y el máximo de 72 horas). El objetivo total para el tratamiento de agua pluvial está basado en la eliminación del 75 % de los sedimentos suspendidos del total para este primer volumen obtenido de purga. A fin de mejorar la calidad de agua pluvial, pueden ser requeridas medidas adicionales en función de la naturaleza del uso del suelo y los contaminantes esperados. El pretratamiento de la escorrentía de agua pluvial con un dispositivo en la entrada consistente en un medio filtrante o un separador de petróleo/agua puede ser necesario. La captura de restos plásticos flotantes utilizando una rejilla o dsbaste es un equipo estándar para un tratamiento de agua pluvial.

4.2.3 Disposición y situación de estanques de detención

Los siguientes apartados se centran en la descripción detallada de los diferentes componentes de una estructura de detención, aunque en la mayoría de los casos se hará

referencia a los estanques de detención como exponente más general de este tipo de estructuras.

La figura 3-2 muestra los elementos fundamentales de los depósitos de detención, que incluyen primero el uso de un sedimentador, para reducir la entrada de sedimentos, sobre todo si el depósito de detención consiste en una modificación de una laguna de sedimentación temporal utilizada durante la fase de construcción. Hay tanto ventajas como desventajas en usar una etapa con un volumen muy importante (para el almacenamiento de tormentas infrecuentes), por lo tanto la construcción de esta unidad es opcional y depende de las condiciones de cada emplazamiento. Un estanque de detención poco profundo con un área superficial grande funcionará por lo general mejor que un estanque de detención más profundo con el mismo volumen. Sin embalse, las áreas de almacenamiento poco profundas aumentan el área superficial total necesaria para la detención.

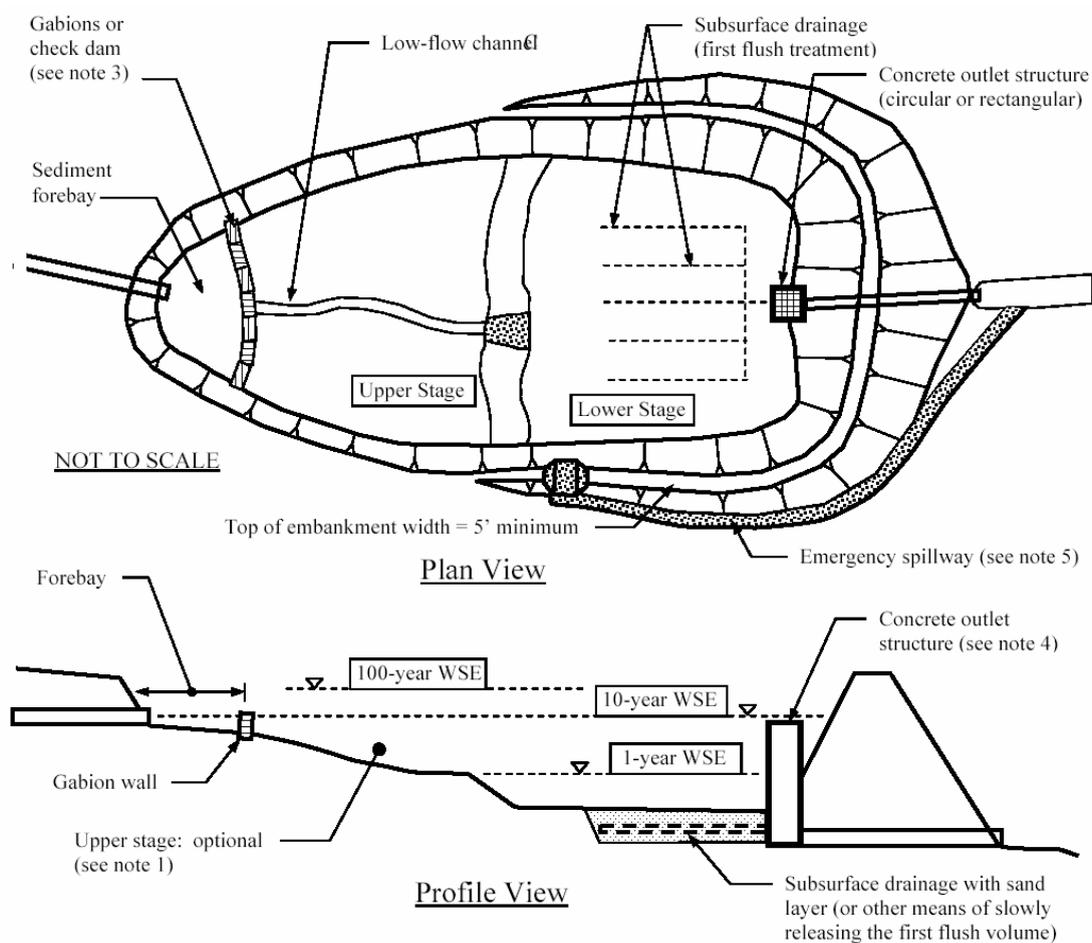


Figura 4-2: Elementos básicos de estanques o depósitos de almacenamiento (USEPA, 2003)

Notas

1. Este es un ejemplo de una disposición de estanque típico que muestra una etapa de volumen superior que es usada para la detención de aguas de tormentas infrecuentes. Una etapa superior también puede ser localizada junto al estanque de detención, eliminando la necesidad de un canal de caudal bajo.

2. La etapa inferior es típicamente dimensionada para contener los primeros volúmenes o la tormenta de diseño de 1° año, la que sea mayor.
3. Un sedimentador puede ser construido con gaviones, presas de control de roca, o una berma separada con tuberías. Este sedimentador inicial puede facilitar la captura y la limpieza de sedimentos gruesos, desperdicios y basura.
4. La estructura de salida típicamente tiene orificios o presas en elevaciones calculadas que liberarán los caudales correspondientes a 1 año, 2 años, 5 años, tormentas de 10 años y de 25 años, que proporcionarán los caudales de pico.
5. El vertedero de emergencia es generalmente construido en tierra natural o áreas excavadas (mejor que con rellenos) para reducir el peligro de erosión y lavado.

Es importante diseñar los recorridos de caudales en el estanque de detención a fin de minimizar los atajos, localizando las entradas tan lejos de la estructura de salida como sea posible. La proporción de longitud-anchura de un estanque debería ser al menos 3:1. Pantallas o ataguías pueden ser utilizadas para prevenir atajos. En algunos casos a consecuencia de la topografía o consideraciones estéticas el estanque requerirá tener una forma irregular, en cuyo caso es necesario aumentar el área de estanque y el volumen para compensar espacios muertos, además es importante reducir la velocidad de agua pluvial entrante usando disipadores de energía.

En general, la construcción y el mantenimiento de los depósitos de detención secos son menos caros que los depósitos de detención húmedos, pero proporcionan calidades de agua inferiores. Sin embargo la desventaja principal de un estanque de detención seca es la cantidad de superficie requerida, que puede ser reducida utilizando paredes de hormigón en uno o varios lados. Durante el diseño preliminar, el tipo de roca geológica y la topografía deben ser consideradas y correctamente investigadas. Además, las servidumbres y el acceso al estanque de detención deben ser considerados, a fin de tener en cuenta el acceso para su construcción y su posterior mantenimiento. En particular, se debe proporcionar acceso para inspecciones y mantenimiento al sedimentador y también a la estructura de control de salida. En general, pequeños estanques de detención que sirven a pequeñas cuencas no proporcionan tantas ventajas recreacionales a la comunidad como los estanques de detención de mayor volumen que dan servicio por ejemplo a una mancomunidad. Los estanques de detención de grandes dimensiones son por lo general ajardinados con el fin de proporcionar ventajas recreacionales y estéticas. Los paseos, las áreas de picnic o campos deportivos son algunos usos típicos. Por ejemplo, partes de los estanques de detención de tormentas principales pueden ser usadas como áreas de ejercicio o campos de fútbol. Pueden proporcionarse ventajas a la fauna también, en forma de islas, zonas buffer, o zonas de preservación. Es importante mantener tales áreas sin embalse cuando su objetivo principal es destinado a la gestión de aguas pluviales. De ninguna manera debe permitirse la acumulación de residuos cerca de la salida de descarga.

4.2.4 Pendientes de taludes laterales en estanques de detención

Las pendientes laterales de los estanques de detención serán 3: 1 (H:V) o más leves. Esta pendiente es ideal para el crecimiento de la vegetación en los taludes laterales, ayuda a prevenir la erosión de suelo, y da facilidad de acceso. La vegetación es muy importante para pendientes escarpadas, en particular en terraplenes u otros rellenos, donde una pendiente no correctamente estabilizada o cubierta de vegetación se erosiona más rápidamente, y así reduce o neutraliza la eficacia del estanque de detención,

respecto a la calidad de agua. La anchura mínima para la cumbre de terraplén es 2 metros, y la altura de terraplén debería permitir hasta el 10 % de asentamiento del terraplén. La cumbre de terraplén (después del asentamiento esperado) estará generalmente al menos 60 cm encima de la cumbre de la estructura de salida y al menos 30 cm encima del nivel de superficie del agua correspondiente a volumen de 100 años. La compactación en el área inmediata del vertedero de emergencia puede ser difícil, pero es necesaria. La utilización de ataguías en el desagüe puede ser muy beneficiosa para prevenir la erosión en estanques de detención. Ver Figura 4-5 para un detalle típico. El uso de ataguías es también útil para aumentar longitudes de caminos de flujo y prevenir atajos en el estanque de detención. Las aguas pluviales interceptadas pueden ser conducidas alrededor del estanque de detención para que descarguen en el punto hidráulicamente más distante de la estructura de salida.

4.2.5 Estructuras de salida

Las estructuras de salida del estanque de detención deberían ser construidas con materiales duraderos, como obra de fábrica u hormigón.

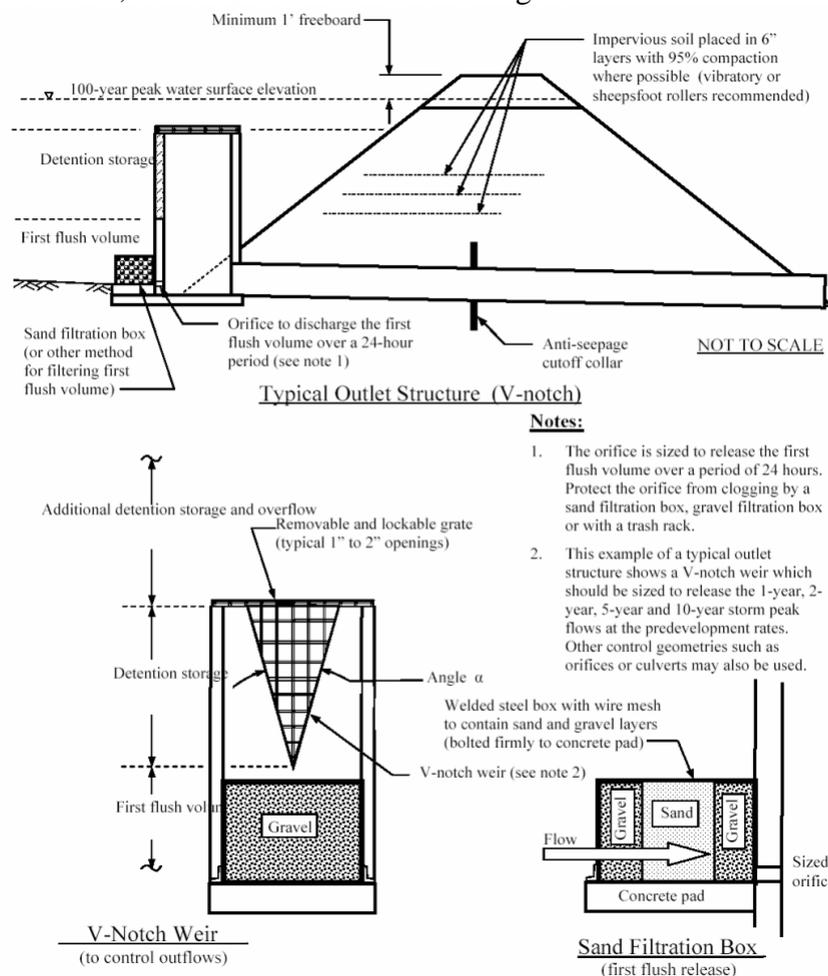


Figura 4-3: Estructura de salida típica (USEPA, 2003)

Los elementos específicos que controlan el caudal de una estructura de salida pueden incluir uno o varios de los siguientes: un orificio circular, un orificio no circular, una presa rectangular, una presa trapezoidal, una presa triangular, una presa con sección en V, control de entrada o una compuerta de apertura para alivio superior. Las figuras 4-3 y

4-4, muestran los posibles diseños de una estructura de salida. Estos detalles son sólo dos maneras posibles de cumplir con la detención de pluviales y su control de calidad. Usando un orificio con un tamaño diseñado, los primeros volúmenes son drenados, típicamente, durante un tiempo mínimo de 24 horas. El tiempo máximo de desagüe debería ser menos de 72 horas para permitir la recuperación de volumen suficiente antes del próximo período de precipitación. Los primeros volúmenes de lluvia pueden ser filtrados por arena usando un sistema de drenes (mostrado en la Figura 4-3) o por pozo con filtro de superficie de arena o gravas (mostrado en Figura 4-4). La Figura 3-5 muestra una estructura de salida alternativa con una cámara subterránea de control de calidad de agua. Proporciona un vertedero de emergencia a fin de evacuar grandes tormentas por la instalación sin rebasamiento.

4.2.6 Vertedero de Emergencia

Junto a la estructura de salida primaria, debería preverse un vertedero de emergencia en el estanque de detención, con el fin de evitar el efecto de eventos pluviales que excedan la capacidad de diseño del estanque, previniendo el rebasamiento del terraplén. El vertedero de emergencia debe ser localizado, por motivos de estabilidad, sobre un estribo en un área tranquila y no sobre el terraplén.

En las siguientes figuras se observan diferentes dispositivos posibles para la estructura de salida.

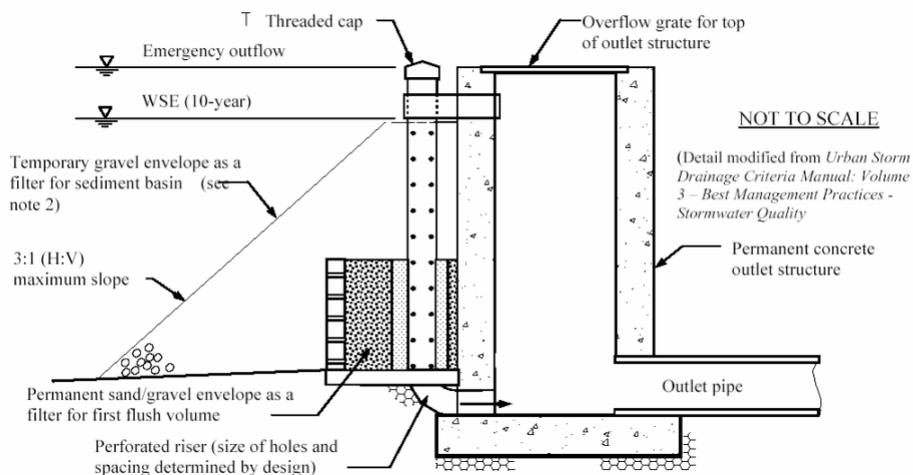


Figura 4-4: Estructura de salida – Alternativa A (BMP, 2003)

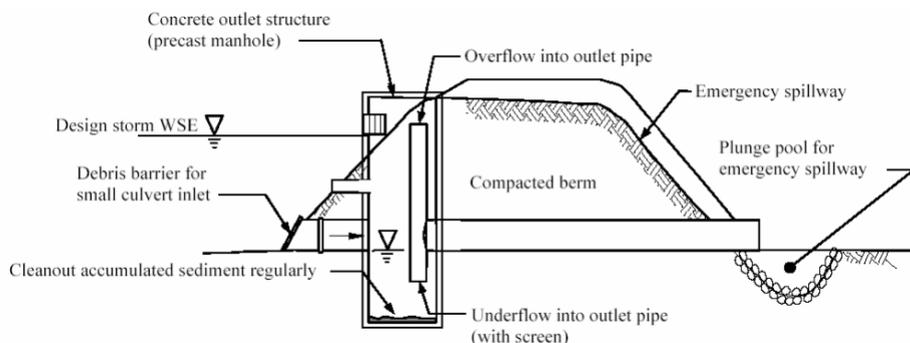


Figura 4-5: Estructura de salida – Alternativa B (USEPA, 2003)

A backslope drain has two purposes:

1. Safely convey stormwater to the bottom of a detention basin slope.
2. Increase flow paths by channeling stormwater into the detention basin far from outlet structure.

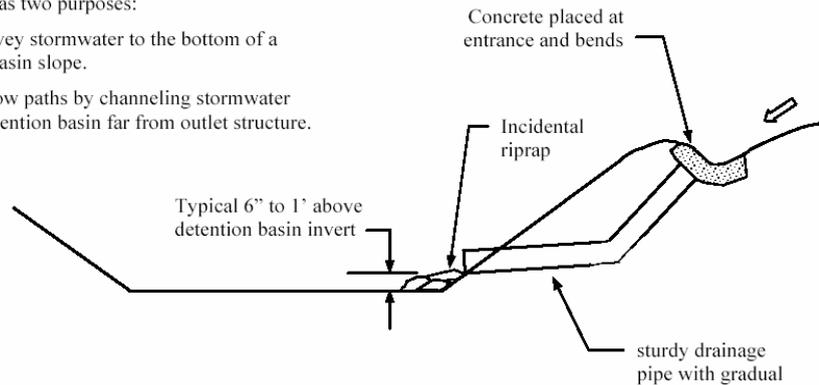


Figura 4-6: Detalle típico – desagüe de Ataguías (USEPA, 2003)

La capacidad del vertedero de emergencia debería ser diseñado para prevenir el rebasamiento de la estructura del terraplén durante un acontecimiento pluvial equivalente al volumen total, con el consiguiente potencial riesgo de inundar aguas abajo en el caso de fallo del terraplén. La capacidad de vertedero mínima debería ser capaz de contener un acontecimiento de tormenta de un período de retorno de 100 años. Un vertedero de emergencia secundario debe ser colocado, en el caso de que el vertedero de emergencia se incorpore en la estructura de salida.

4.3 Modelización de estructuras de detención usando SWMM

El volumen de un tanque de detención está formado por dos elementos: la parte superior del tanque que representa la capacidad de detención y el primer volumen, la parte inferior del tanque, que representa el tratamiento de la calidad de las aguas pluviales. El volumen de la sección superior debería ser mayor o igual que la diferencia entre estos volúmenes.

Se trata de calcular el volumen deseado de almacenamiento para llevar a cabo la reducción de pico necesaria y luego almacenar esta agua para liberarla gradualmente a un ritmo que, no cause daños aguas abajo. Esto es ilustrado por los hidrogramas mostrados en la Figura 4-7. En esta figura, el caudal objetivo (descarga del estanque de detención) es 113 unidades. El pico de entrada es como se muestra en la figura: 186 unidades. Para reducir este pico a la cantidad deseada, se necesita el almacenamiento. Así el volumen del agua representada por el área sombreada es almacenado y luego liberado gradualmente. El volumen total del hidrograma de entrada y el volumen del hidrograma de descarga (la línea de puntos) es el mismo, pero la distribución de tiempo de la escorrentía cambia debido a la instalación del almacenamiento (HEC-HMS, 2000).

La salida del volumen de almacenamiento puede consistir en una estructura con un vertedero en forma de V como muestra la Figura 4-3. También puede consistir en conductos separados de varios tamaños o varias entradas a una cámara o distribuidor que conduce a un solo tubo o conducto de salida como se muestra en las Figuras 4-4 y 4-5.

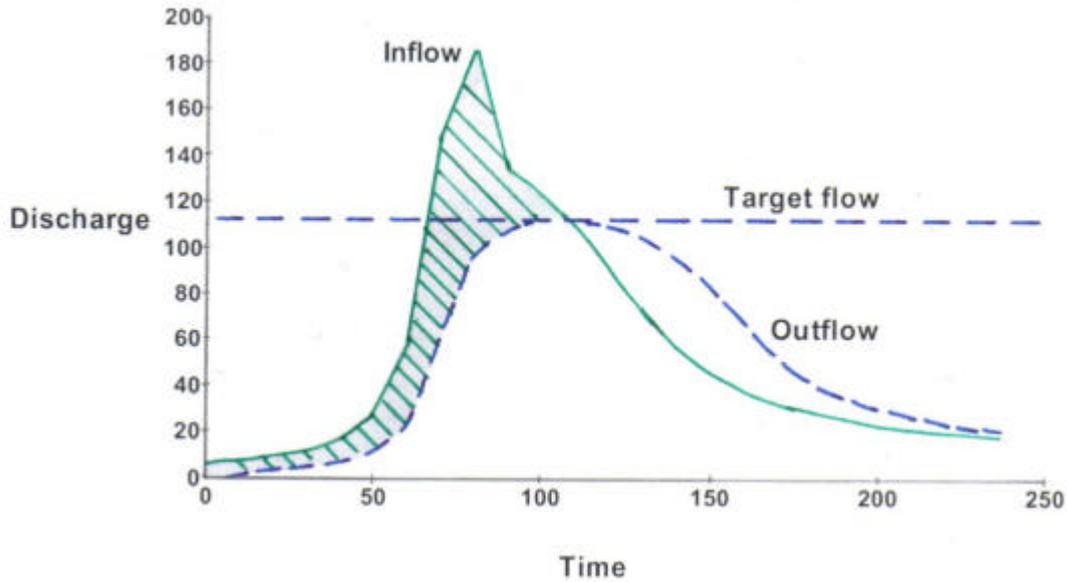


Figura 4-7: Ilustración del impacto de la detención

La descarga de un embalse con una superficie de agua horizontal puede ser calculada con el llamado modelo de nivel conducido (también conocido como el modelo de Pulso Modificado conducido). Aquel modelo discretiza tiempo, descomponiendo el tiempo de análisis total en intervalos iguales de duración Δt . Este problema se soluciona recurrentemente mediante la siguiente aproximación unidimensional de la ecuación de continuidad 3-1 (HEC-HMS, 2000):

$$I_{avg} - O_{avg} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad (4-1)$$

donde:

- I_{avg} = promedio de la carga durante el intervalo de tiempo
- O_{avg} = descarga media durante el intervalo de tiempo
- ΔS = diferencia de almacenamiento

Con una aproximación finita, esto puede ser escrito como:

$$\frac{I_t + I_{t+1}}{2} - \frac{O_{t+1}}{2} = \frac{S_{t+1} - S_t}{\Delta t}$$

donde:

- t = índice de intervalo de tiempo
- I_t and I_{t+1} = valores de carga al inicio y al intervalo de tiempo $t+1$
- O_t and O_{t+1} = los valores de descarga correspondientes
- S_t and S_{t+1} = valores de almacenamiento correspondientes

Esta ecuación puede ser escrita como sigue:

$$\left(\frac{2S_{t+1}}{\Delta t} + O_{t+1} \right) = (I_t + I_{t+1}) \left(\frac{2S_t}{\Delta t} - O_t \right) \quad (4-2)$$

Todos los términos de la derecha de la ecuación son conocidos. Los valores I_t and I_{t+1} son las ordenadas del hidrograma de entrada. Los valores O_t y O_{t+1} son conocidos en el intervalo de tiempo $t+1$. En $t = 0$, se dan las condiciones iniciales, y en cada intervalo subsecuente, son conocidos del cálculo en el intervalo anterior. Así, la cantidad $(2S_{t+1}/\Delta t + O_{t+1})$ puede ser calculada con la ecuación 4-2. Para un embalse, el almacenamiento y la descarga están relacionados, y con esta relación de descarga-almacenamiento, los valores O_{t+1} and S_{t+1} correspondientes pueden ser encontrados. Los cálculos pueden ser repetidos para intervalos sucesivos, originando los valores de $O_{t+1}, O_{t+2}, \dots, O_{t+n}$, que son las coordenadas del hidrograma de descarga requeridas.

4.3.1 Cálculos de estructuras de detención en SWMM: Transport Block

La simulación de tanques de detención puede ser realizada por el paquete de SWMM en el Transport Block, Extended Transport Block (EXTRAN), y el Storage/Treatment Block. Todos estos bloques usan todas las mismas ecuaciones matemáticas para cálculos de detención. El Treatment Block sólo permite la simulación de detención en una instalación de tratamiento. Los efectos de remanso no son considerados en el Transport Block. Por lo tanto, EXTRAN puede ser usado en vez del Transport Block en los casos en que los efectos de remanso son una preocupación, que explicita los niveles de la superficie del agua en el sistema. El almacenamiento en estructuras de detención en línea y autónomo en el sistema de alcantarillado puede ser calculado con el Transport Block. En general, dos tanques de almacenamiento pueden ser simulados por este bloque (ver Figura 4-8). Sin embargo, si más de dos tanques son necesarios, el sistema puede ser descompuesto en subsistemas más pequeños que permiten simulaciones secuenciales utilizando los resultados de la red anterior como datos introducidos en la red siguiente. Los datos de entrada necesarios para el cálculo de almacenamientos incluyen lo siguiente:

- El tipo de estructura de salida (orificio de fondo, bomba de caudal constante o un vertedero) son datos de entrada del paquete.
- Relación de área/profundidad para hasta 11 niveles de agua diferentes. Esto puede ser simplificado en el caso de un tanque de almacenamiento que tiene formas sencillas, como por ejemplo la forma de un cono circular truncado invertido, en cuyo caso la introducción de datos por el usuario es solamente el área de fondo y la pendiente de las paredes.
- El nivel de agua máximo.
- El nivel de agua y el caudal de descarga en el principio de la simulación.

Las ecuaciones siguientes se emplean para describir la descarga para cada tipo de salida:

Salida de Orificio de Fondo:

$$Q = AK_1 H^{1/2}$$

Vertedero:

$$Q = LK_2 (H - h)^{3/2}$$

Bomba de Caudal Constante:

$$Q = K_3$$

donde:

Q	=	caudal de descarga,
H	=	Profundidad del agua en el tanque,
un	=	área del orificio de salida,
$K1$	=	constante dependiente de la configuración del orificio,
L	=	longitud de vertedero,
$K2$	=	constante dependiente de la configuración del vertedero,
h	=	altura de cresta del vertedero por encima del fondo del tanque,
$K3$	=	capacidad de la bomba de caudal constante.

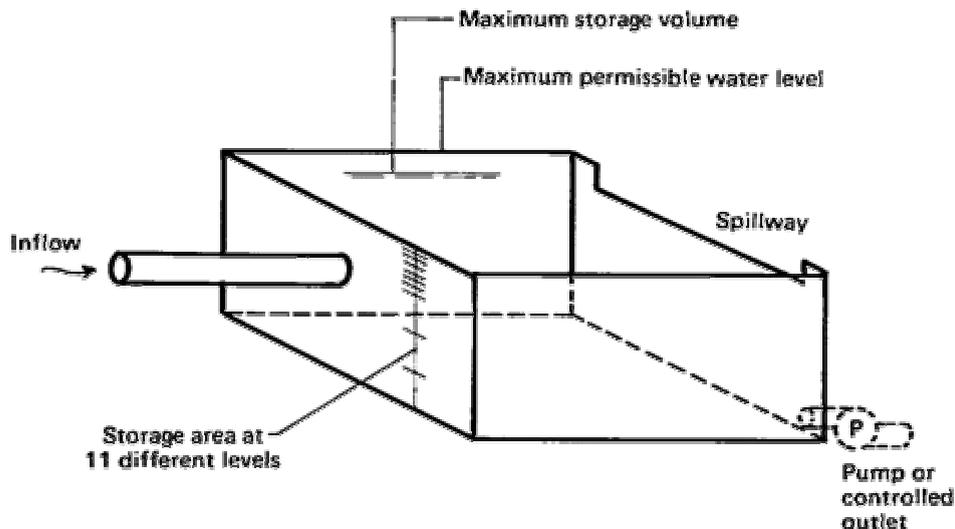


Figura 4-8: Tanque de detención según Transport Block

Es necesario, en el caso de que se utilice, la introducción de los niveles en los cuales la bomba se enciende o apaga. en el caso de operar de este modo, puede ocurrir una situación en la que el exceso no se introduce en el tanque de almacenamiento si el nivel de agua en el tanque de detención durante la simulación se eleva por encima del nivel aceptable máximo, en cambio, es considerado como un exceso de volumen en el informe de la simulación. De esta manera el proyectista es consciente de cuánto puede haber sido sobrecargado el tanque.

El paquete puede evaluar la eliminación de los contaminantes sedimentados dentro del tanque de almacenamiento. Por consiguiente, el paquete provee al modelización de un hidrograma simulado y un gráfico de polución (polutograma). También la salida proporciona la profundidad de agua y el volumen de almacenamiento en cada momento. El programa no proporciona un hidrograma del agua que puede exceder la capacidad de almacenamiento de la instalación y que puede derramarse como desbordamiento incontrolado.

4.3.2 Cálculos mediante el bloque Storage/Treatment

El modelización de una planta de tratamiento localizada aguas abajo del sistema es posible en el paquete de SWMM. Puede modelarse desde los componentes de la planta de tratamiento hasta los procesos (es decir rejillas, desbaste, desarenadores, grasas, tamices, sedimentación, filtración, tratamiento biológico y desinfección con cloro). En

este bloque los tanques de almacenamiento pueden ser localizados en línea o autónomos en relación al colector que entra en la planta (ver Figura 3-9). Es posible utilizar otros esquemas de conexión entre la planta de tratamiento y la estructura de detención, diferentes a los mostrados en esta figura. Por ejemplo, cuando el almacenamiento está conectado fuera de la línea, es posible conducir o bombear el agua del tanque a la planta. El modelización de los tanques de detención en este bloque utiliza las mismas ecuaciones matemáticas que las usadas en el bloque de transporte descrito antes. La única diferencia es que en el Storage/Treatment Block el usuario tiene que especificar la eficacia de tratamiento para la eliminación de contaminantes en la instalación de almacenamiento para detención.

4.3.3 Utilización del Bloque de EXTRAN para cálculos de la estructura de detención

La red de CSS es introducida en el Bloque de EXTRAN como una serie de conducciones que están relacionadas unas con otras en nodos. El modelización proporciona las características físicas de cada tubo (es decir geometría, rugosidad y pendientes del intradós). También tiene que ser proporcionado en cada nodo el nivel la cota del terreno. En el caso de que el tanque de detención tenga forma irregular, es posible aproximar sus características empleando una combinación de tuberías conectadas en paralelo o en serie. Las secciones de tubo incluidas en el programa son indicadas en la Figura 4-10. El modelización puede incluir otros tubos que tengan otra geometría.

También es posible simplificar inicialmente el estudio del comportamiento de un tanque sin entrar en un gran detalle geométrico de la instalación. En efecto, pueden definirse tanques de almacenamiento de nodo. La única información requerida es introducir la superficie de agua disponible en el nodo indicado. Entonces el EXTRAN calcula el volumen almacenado en el nodo deseado asumiendo que el área superficial permanece constante con las subidas y bajadas de agua. En EXTRAN la descarga de un tanque de almacenamiento es descrita dando a las dimensiones del tubo de salida o uno de los elementos reguladores del caudal siguientes: vertederos, orificios de salida, unidades de bombeo y compuertas de pleamar. En caso de que uno de estos elementos de regulación sea seleccionado para describir las características de descarga entre dos nodos, el modelización tiene que introducir sus características hidráulicas, es decir, coeficientes de descarga, longitudes de vertedero, caudales de bombeo, etc. La Figura 4-11 ilustra un ejemplo de como un tanque de detención puede ser simulado usando conducciones, nodos y elementos de regulación de caudal.

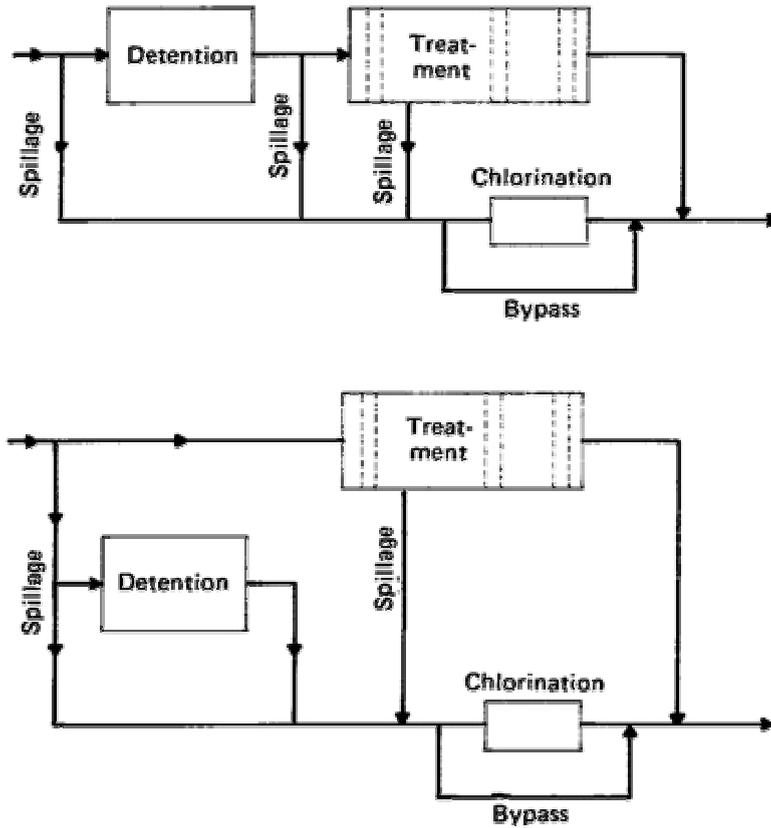


Figura 4-9: Procesos de tratamiento simulados por el Treatment/Storage Block de SWMM

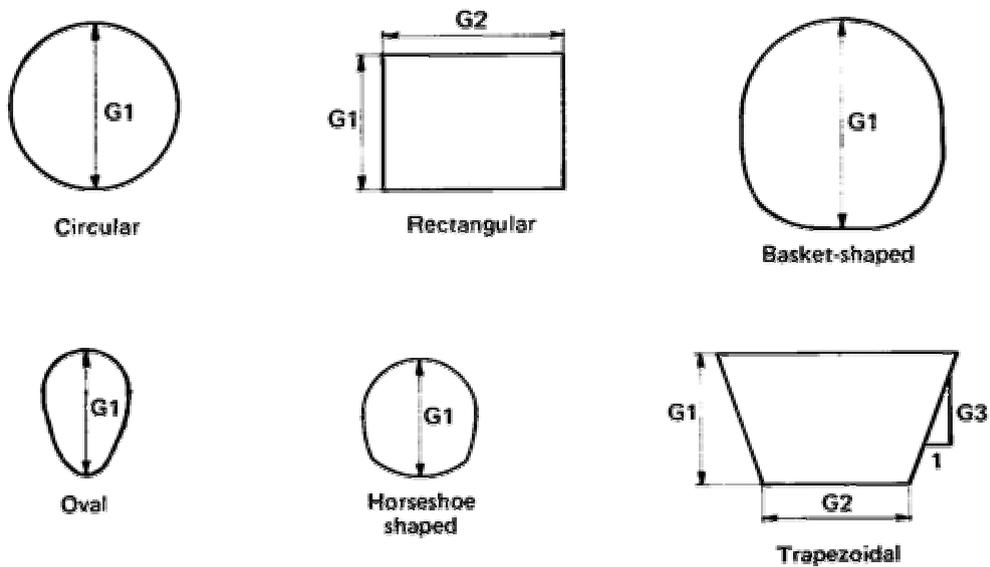


Figura 4-10: Secciones de tubo estándar provistas en el EXTRAN Block

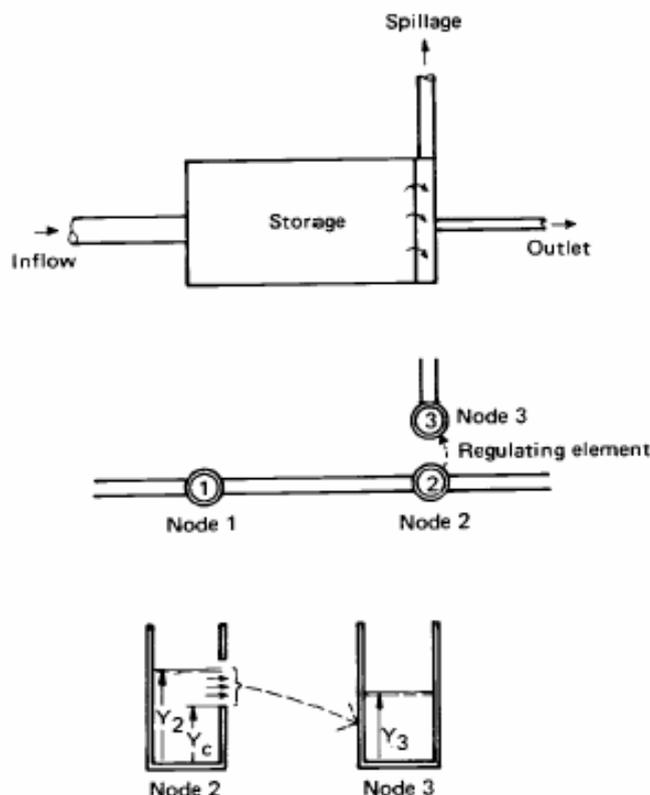


Figura 4-11: Ejemplo de como la detención puede ser descrita usando conducciones, nodos y reguladores de flujo en el EXTRAN Block

Las velocidades de caudal en los tubos y niveles de agua en todos los nodos de la red en cada instante son evaluadas en la salida del bloque de EXTRAN. Además para cada instante el hidrograma de entrada, el hidrograma de descarga y los niveles de agua son interdependientes, y son evaluados simultáneamente en cada una de las estructuras de detención. Sin embargo, no es fácil usar el bloque EXTRAN, ya que todas las partes componentes del sistema de alcantarillado tienen que ser descritas detalladamente y los cálculos tienden a hacerse inestables si las longitudes de elemento son demasiado cortas. Este es un poderoso instrumento para el análisis de un sistema existente y para probar diseños propuestos. No es, sin embargo, el bloque que debería usarse para la proyección general de muchas alternativas durante la etapa de planificación.

4.4 Costes de construcción

A la hora de evaluar el coste de las estructuras de detención en función de su volumen, que es necesario para afrontar un análisis de coste-beneficio, y a falta de más datos concretos para nuestro entorno más cercano, se ha optado por acudir a la bibliografía internacional. La mejor fuente de información de coste es Young et al. (1996), que proporciona el coste como una función del volumen de almacenamiento, según se muestra en la ecuación 4-3:

$$\left. \begin{aligned} C &= 55,000V^{0.69} && \text{para la tanque de detención} \\ C &= 61,000V^{0.75} && \text{para la tanque de retención} \end{aligned} \right\} \quad (4-3)$$

Donde:

C = coste de construcción (1/99 \$)
 V = volumen de tanque (Mgal)

Los costes del terreno están excluidos. En la figura 4-13, el almacenamiento de CSO es representado en línea de trazos junto a los resultados de un estudio realizado para el Consejo de Gobierno de Washington Metropolitano (Wiegand et al., 1986).

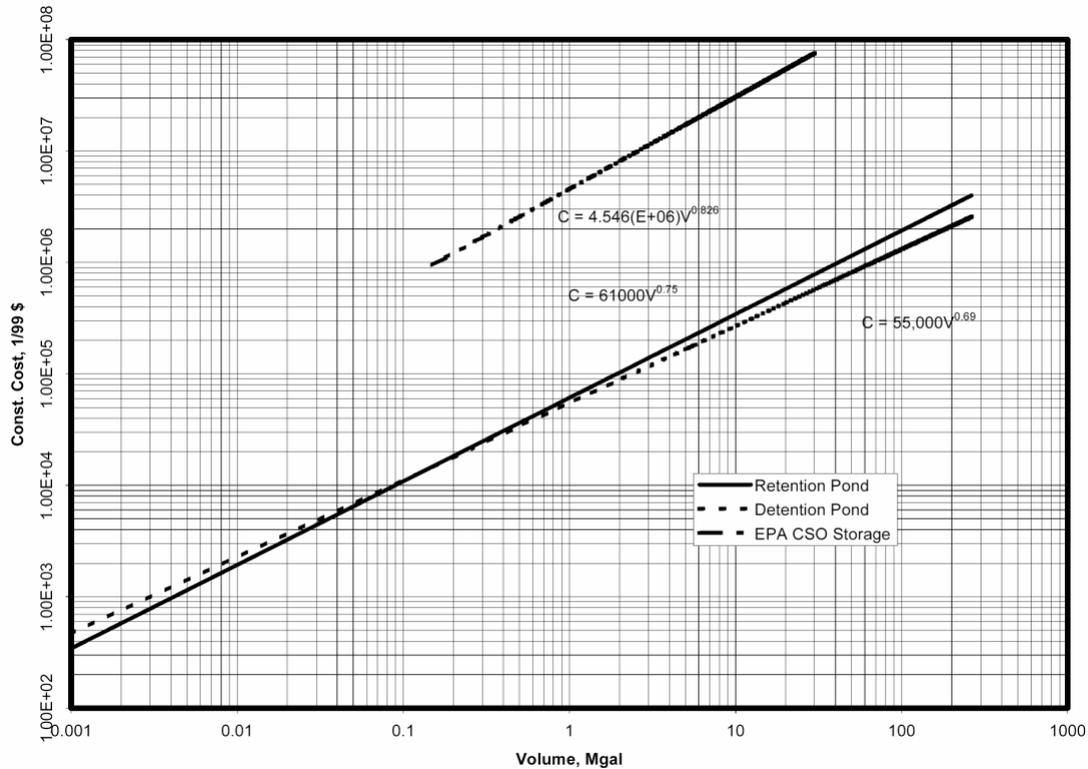


Figura 4-12: Coste de construcción de tanques de detención en función del volumen de almacenamiento

4.5 Conclusiones

- Los tanques de detención son en la práctica una de las mejores medidas de gestión del agua pluvial, (Best Management Practice, BMP), para control de las inundaciones. Estas instalaciones pueden ser clasificadas como estructuras de detención seca o instalaciones de detención húmedas. Las estructuras de detención secas son aquellas estructuras de gestión de aguas pluviales permanentes cuyo objetivo principal es almacenar temporalmente la escorrentía de agua pluvial y la liberación de la escorrentía almacenada en caudales controlados. Por lo tanto, las estructuras de detención secas son diseñadas para reducir la descarga máxima y detener la escorrentía durante algún período corto del tiempo. Estas estructuras son diseñadas para drenar completamente después de que la tormenta de diseño ha pasado. Por su parte las estructuras de detención húmedas son aquellas estructuras permanentes que durante todo el tiempo almacenan un volumen dado de escorrentía de agua pluvial. Estas estructuras típicamente almacenan un volumen adicional de escorrentía de agua pluvial para su liberación o infiltración mediante orificios de salida, estructuras de

desbordamiento y/o evaporación. Por lo tanto, funcionan en una manera similar a las instalaciones secas de detención al reducir la descarga máxima.

- Generalmente el almacenamiento temporal de escorrentía de agua pluvial mejora la calidad del agua descargada por la instalación.
- El modelo SWMM concibe las unidades de detención como un sistema de transporte de nodos que proporcionan el volumen de almacenamiento. Físicamente podrían representar algo tan pequeño como un estanque o tan grande como un lago. En SWMM pueden tener cualquier forma al ser descritas como una función de superficie vs. altura. Los parámetros de entrada principales para unidades de almacenamiento (estructuras de detención) incluyen: pendiente del intradós, profundidad máxima, datos de la relación superficie-profundidad, potencial de evaporación, área superficial encharcada y datos de entrada de caudal externo. Los datos de salida consisten en: profundidad de agua, caudal de entrada externo, caudal de desbordamiento, y la concentración de cada componente de la calidad del agua.
- La inspección frecuente y el mantenimiento son necesarios en las estructuras de detención, donde los residuos deben ser retirados de los tanques inmediatamente después de cada tormenta.
- Se requiere un área superficial relativamente grande (típicamente del 1 % al 3 % del área de drenaje contribuyente) para la construcción de estructuras de detención a fin de proporcionar el volumen suficiente y para asegurar una buena calidad del agua. La existencia de una cota diferencial entre entradas y salidas es necesaria para las estructuras de detención. Por lo tanto, en áreas muy planas, el diseño hidráulico puede ser complicado.

5. Teoría de valores extremos (EVT) en la modelación de precipitaciones

5.1 Introducción

A consecuencia de los cambios climáticos, posiblemente debido al recalentamiento global, se esperan cambios evidentes en la distribución de las probabilidades de las precipitaciones regionales/locales. Además de desplazamientos simples en la distribución debidos a cambios del valor medio, probablemente ocurrirán cambios más complicados en la distribución de los datos precipitación. En particular la frecuencia, la intensidad, y la persistencia de la ocurrencia de acontecimientos raros (extremos en la cola de la distribución) podrían cambiarse de manera no trivial, de tal forma que podrían conducir a mayores riesgos medio-ambientales en muchos lugares del mundo. Un acontecimiento meteorológico extremo es un acontecimiento que es raro dentro de su distribución de referencia estadística en un lugar determinado. La definición de 'raro' varía, pero un acontecimiento meteorológico extremo sería normalmente raro cuando su probabilidad de ocurrencia es inferior al 10%. Por definición, las características de lo que es llamado tiempo extremo pueden variar de un lugar a otro. Un acontecimiento de clima extremo es un promedio de varios acontecimientos meteorológicos durante un cierto período de tiempo, un promedio que en sí mismo es extremo (p.e. precipitación durante una temporada). Los acontecimientos de clima, por su rareza y la severidad del tiempo extremo tienen impactos sociales muy grandes.

La teoría de valores extremos proporciona técnicas simples para estimar las probabilidades de ocurrencia de niveles extremos en procesos originados por datos históricos. En el diseño del sistema de alcantarillado unitario, es necesario conocer la frecuencia o el período de retorno de una intensidad de precipitación o el volumen de precipitación que puede ser esperado dentro de un cierto período. Lamentablemente por lo general, la cantidad de puntos de obtención de datos disponibles no coincide con la longitud del intervalo de tiempo para el cual la predicción es necesaria, por ejemplo si queremos encontrar la intensidad de precipitación esperada durante los próximos 50 años para un área que sólo cuenta con 20 años de datos históricos de precipitación disponibles. Por lo tanto las extrapolaciones son necesarias.

La mayor parte de métodos estadísticos estudian principalmente lo que ocurre en el centro de una distribución estadística y no prestan particular atención a las colas de la distribución, en las otras palabras, los valores más extremos ya sea en el extremo alto o en el bajo. Sin embargo, en los problemas de diseño en ingeniería, por lo general los valores extremos son la parte más importante del problema.

5.2 Métodos univariantes para el análisis de valores extremos

Los métodos de análisis de valores extremos de una sola variable se pueden clasificar en tres categorías generales:

- Enfoque de máximos (o de mínimos) por bloque, estudiando los tres tipos de distribuciones límites de la teoría del valor extremo (Fréchet, Weibull, Gumbel).
- Enfoques de umbral, usando todas las excedencias que sobrepasen un determinado umbral alto (considerando la distribución de Pareto Generalizada).

- El enfoque de procesos puntual (Smith, 1989 y Coles, 2001) en que todos los valores y los puntos de tiempo por encima de un determinado umbral son trazados como un proceso de dos dimensiones (se consideran diversos modelos).

El primer método es el que se usa tradicionalmente para analizar datos estacionales. Los métodos segundo y tercero son más flexibles que el primero, ya que estos tienen en cuenta todas las excedencias que sobrepasan un umbral determinado, y por lo tanto emplean los datos más eficazmente. Además estos métodos se pueden extender fácilmente a situaciones donde uno quiera estudiar cómo los niveles extremos de la variable Y dependen de otra variable X , y esta clase de problemas es casi imposible de tratarse con el método de máximos anuales. Por estas razones, son los métodos elegidos en las aplicaciones recientes. En las secciones siguientes, se presenta el soporte teórico base de los métodos considerados anteriormente.

5.2.1 Enfoque de máximos por bloque

Consideremos una variable aleatoria que puede representar cantidades de precipitación diaria. El enfoque de máximos por bloque considera el valor máximo obtenido en períodos sucesivos, por ejemplo meses o años. Las observaciones seleccionadas constituyen los sucesos extremos, también llamado conjunto de máximos (por periodo). La figura 5-1, muestra que las observaciones X_2, X_5, X_7 and X_{11} (ojo: cambia and por y) representan estos máximos por bloque durante cuatro períodos de observaciones.

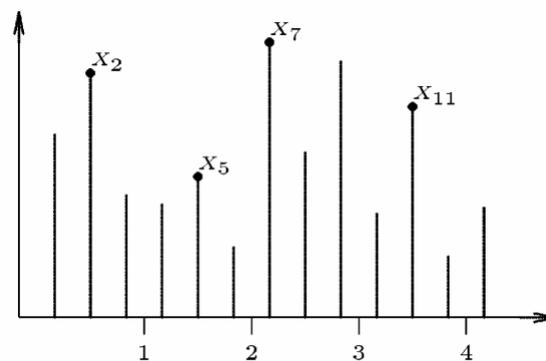


Figura 5-1: Máximos por bloque

La elección del tamaño del bloque puede ser crítica pues la selección de bloques demasiado pequeños puede inducir a tendencias, y en bloques demasiado grandes se generan pocos máximos, lo que conduce a una discordancia grande en los valores (Coles, 2001). El enfoque de máximos por bloque está muy relacionado con el uso de Familia GEV.

5.2.2 Las distribuciones de valores extremos

Las distribuciones de valores extremos son formalmente distribuciones límite para máximos, dada una secuencia de variables aleatorias. Suponiendo que X_1, \dots, X_n es una secuencia de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (v.a.i.i.d.) con una función de distribución F . La función de distribución del máximo $M_n = \max \{X_1, \dots, X_n\}$ está dada por:

$$\begin{aligned}
\Pr(M_n \leq x) &= \Pr(X_1 \leq x, X_2 \leq x, \dots, X_n \leq x) \\
&= \Pr(X_1 \leq x) \Pr(X_2 \leq x) \dots \Pr(X_n \leq x) \\
&= F^n(x).
\end{aligned} \tag{5.1}$$

Si es F desconocido y se desea conocer M_n , entonces esta fórmula, obviamente, no es de ninguna ayuda. No obstante, aunque F sea desconocida, asintóticamente si se puede deducir la distribución de M_n .

Normalizando con el uso de constantes enteras $a_n > 0$ y b_n tenemos que:

$$\begin{aligned}
\Pr\left(\frac{M_n - b_n}{a_n} \leq x\right) &= \Pr(M_n \leq a_n x + b_n) \\
&= F^n(a_n x + b_n) \\
&\rightarrow H(x) \text{ cuando } n \rightarrow \infty.
\end{aligned} \tag{5-2}$$

Donde H es no degenerada, o en otras palabras, una función de distribución de probabilidad que no es siempre 0 ó 1. Pues bien, resulta que hay sólo tres tipos de valores de distribuciones de extremos (máximo o mínimo) a pesar del tipo de distribución de los datos de entrada (Fisher y Tippett, 1928). Estas distribuciones en su forma estándar son:

- Gumbel $H(x) = \exp(-\exp(-x)), \quad -\infty < x < \infty$ (5-3)

- Weibull $H(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x > 0 \\ \exp(-(-x)^a) & \text{if } -\infty < x < 0 \end{cases}$ (5-4)

- Fréchet $H(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < 0 \\ \exp(-x^{-a}) & \text{if } 0 < x < \infty \end{cases}$ (5-5)

(cambia if por si)

Las distribuciones anteriores con parámetros de localización, escala y forma, se escriben (Castillo 1988):

- Gumbel $H(x) = \exp\left(-\exp\left(-\frac{x-m}{s}\right)\right) -\infty < x < \infty, s > 0$ (5-6)

- Weibull $H(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < m, g > 0, s > 0 \\ \exp\left(-\left(\frac{x-m}{s}\right)^g\right) & \text{if } x \geq m, g > 0, s > 0 \end{cases}$ (5-7)

- Fréchet $H(x) = \begin{cases} \exp\left(-\left(\frac{x-m}{s}\right)^{-g}\right) & \text{if } x \geq m, g > 0, s > 0 \\ 0 & \text{if } x < m, g > 0, s > 0 \end{cases}$ (5-8)

Donde \mathbf{s} , \mathbf{m} , \mathbf{g} son la escala, la posición y la forma de la distribución respectivamente. La figura 5-2 muestra algunos ejemplos de distribuciones de valores extremos.

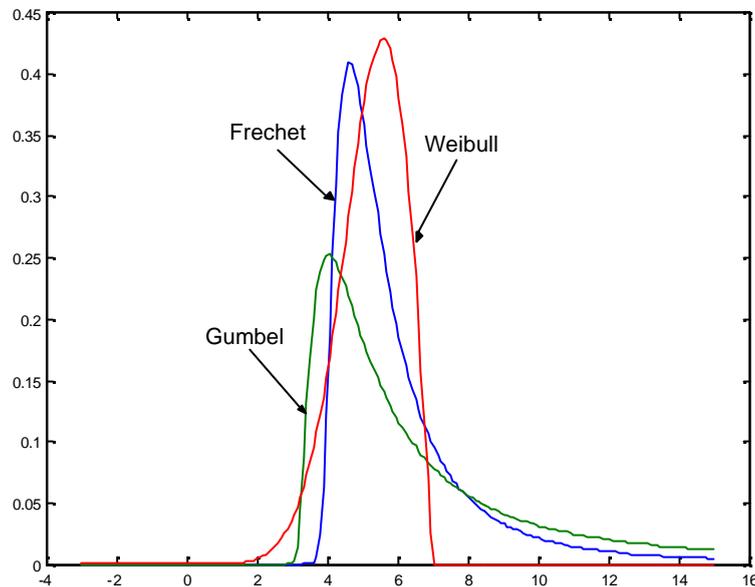


Figura 5-2: Ejemplo de distribuciones de valores extremos

5.2.1.1 La distribución de valores extremos generalizada (GEV)

Se desprende claramente de la figura 5-2 que los tres tipos de distribuciones tienen una sustentación diferente y desigual comportamiento de colas. La densidad de la distribución Gumbel decae exponencialmente, en la distribución Weibull cae de forma algebraica por la cola izquierda y por la cola derecha en la distribución Frechet. Por lo tanto no es conveniente desde el punto de vista estadístico trabajar con tres clases distintas de distribuciones límites como mencionamos en la sección anterior: es preferible adoptar una parametrización que unifique estas distribuciones. Von Mises (1954) y Jenkinson (1955) obtuvieron una función de distribución GEV ($\mathbf{I}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$) :

$$G(x) = \exp \left(- \left(1 + \mathbf{z} \left(\frac{x - \mathbf{I}}{\mathbf{y}} \right) \right)_+^{-1/\mathbf{z}} \right) \quad (5-9)$$

$\mathbf{y}, \mathbf{I}, \mathbf{z}$ son la escala, la posición y la forma de la distribución respectivamente. Donde $x_+ = \max(x, 0)$ y $\mathbf{y} > 0$, entonces la distribución GEV es:

$$G(x) = \exp \left(- (1 + \mathbf{z} x)_+^{1/\mathbf{z}} \right)$$

- La distribución de Frechet corresponde a $\mathbf{z} > 0$; $\text{GEV}(1 \mathbf{g}^{-1}, \mathbf{g}^{-1}) = \text{Frechet}(\mathbf{g})$,
- Weibull negativa corresponde a $\mathbf{z} < 0$; $\text{GEV}(-1 \mathbf{g}^{-1}, -\mathbf{g}^{-1}) = \text{Frechet}(\mathbf{g})$.

- Mientras el caso $z = 0$ depende del resultado del cálculo elemental de:

$$\lim_{z \rightarrow 0} G(x; I, Y, z) = \exp \left\{ - \exp \left(- \frac{x - I}{Y} \right) \right\} \quad (5-10)$$

En otras palabras, la distribución Gumbel en una posición arbitraria y parámetros de escala. Según Smith (2001) algunas propiedades básicas de la distribución GEV son: la media existe si $z < 1$ y la varianza si $z < \frac{1}{2}$; generalmente, los momentos *késimos* que existen cuando $z < \frac{1}{k}$. La media y la varianza están dados por:

$$m_1 = E(X) = I + \frac{Y}{z} \{ \Gamma(1-z) - 1 \}, \quad z < 1 \quad (5-11)$$

$$m_2 = E \left[(X - I_1)^2 \right] = \frac{Y^2}{z^2} [\Gamma(1-2z) - \Gamma^2(1-z)], \quad z < \frac{1}{2} \quad (5-12)$$

Donde $\Gamma(\cdot)$ es la función Gamma. En el caso límite $z \rightarrow 0$, se reduce a:

$$I_1 = I + \mathbf{sn}, \quad I_2 = \frac{Y^2 \mathbf{p}^2}{6} \quad (5-13)$$

Donde $\mathbf{n} = 0.5772$ es la constante de Euler.

En la mayor parte de las aplicaciones en procesos medio-ambientales, las distribuciones de valores extremos son usadas como aproximaciones a máximos anuales de un proceso (ó a máximos durante algún otro período) sin interesar demasiado conocer como se originan. Por lo general es razonable asumir que implícitamente el máximo anual puede estar representado por la ecuación 5-1. Una objeción a esto consiste en que los procesos medio-ambientales raramente producen observaciones que son independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d.). Sin embargo, hay una información extensa acerca de la teoría de valor extremo para procesos de no-i.i.d. y se conoce que las distribuciones de valores extremos clásicas muy a menudo se aplican también en este contexto.

5.3 Métodos estadísticos en aplicación de EVT

5.3.1 Valoración de parámetro

Se han propuesto muchas técnicas para evaluar los parámetros en modelos de valores extremos. Entre ellas hay técnicas gráficas basadas en versiones de curvas de probabilidad, técnicas basadas en momentos en las cuales los momentos teóricos se comparan con sus equivalentes empíricos, procedimientos en los cuales los parámetros son estimados como funciones específicas de un orden estadístico y métodos a base de probabilidades. Cada técnica tiene sus pros y sus contras, pero la utilidad de su generalidad y la adaptabilidad a la construcción de modelos complejos a base de técnicas de probabilidades hacen a este enfoque muy atractivo.

5.3.1.1 Valoración de probabilidad máxima

Todos los modelos descritos hasta ahora pueden ser ajustados por el método de máxima verosimilitud (Cox e Hinkley, 1974). En este capítulo se hace una breve descripción de los principales principios detrás de este enfoque.

Dada una variable aleatoria continua X con pdf $f(x, \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_n)$, donde $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_n$ son parámetros constantes desconocidos k que tienen que ser estimados, y dadas N observaciones independientes, x_1, x_2, \dots, x_N , la función de probabilidad conjunta (para datos completos) viene dada por,

$$L(x_1, x_2, \dots, x_N | \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_k) = L = \prod_{i=1}^N f(x_i; \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_k), \quad i=1, 2, \dots, N \quad (5-14)$$

La función soporte (o segunda verosimilitud) es,

$$l = \ln L = \sum_{i=1}^N \ln f(x_i, \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_k) \quad (5-15)$$

El estimador de máxima verosimilitud (MLE) $\bar{\mathbf{q}}$ de $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_k$ se obtiene maximizando L ó l .

Maximizando l , que es mucho más fácil para trabajar que con L , los estimadores de máxima verosimilitud (MLE) $\bar{\mathbf{q}}$ son los valores $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_k$ que maximizan l en las soluciones simultáneas de k ecuaciones tal que,

$$\frac{\partial(l)}{\partial \mathbf{q}_j} = 0, \quad j=1, 2, \dots, k \quad (5-16)$$

La derivada segunda o matriz Hessiana de $-l$, calculada en $\bar{\mathbf{q}}$, es llamada la matriz de información observada,

$$J = \left[-\frac{\partial^2 l}{\partial \mathbf{q}_i \partial \mathbf{q}_j} \left(\bar{\mathbf{q}} \right), \quad i, j = 1, \dots, n \right] \quad (5-17)$$

Esto está estrechamente relacionado y asintóticamente equivale a la matriz de información de Fisher, que se obtiene sustituyendo el valor real $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_k$ por el MLE $\bar{\mathbf{q}}$ y operando:

$$I = \left[E_x \left(-\frac{\partial^2 l}{\partial \mathbf{q}_i \partial \mathbf{q}_j} (\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_n) \right), \quad i, j = 1, \dots, n \right] \quad (5-18)$$

La importancia de Y y J descansa en gran parte en el siguiente hecho: si el tamaño de las muestras n es grande, entonces la distribución de $\bar{\mathbf{q}}$ es aproximadamente la

distribución normal multivariante con media $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_k$ y matriz de covarianzas dada por I^{-1} o J^{-1} . En particular las raíces cuadradas de las entradas I^{-1} diagonales de o J^{-1} , son aproximadamente la desviación estándar de $\bar{\mathbf{q}}_1, \dots, \bar{\mathbf{q}}_n$, y son por lo tanto conocidas como los errores estándares de la estimación de los parámetros.

5.3.1.2 Estimación de Máxima Verosimilitud en la distribución GEV

Siendo X_1, \dots, X_m m variables independientes con distribución GEV, la expresión de la función soporte de verosimilitud para los parámetros GEV cuando $\mathbf{z} \neq 0$ es,

$$l(\mathbf{I}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = -m \log \mathbf{y} - (1 + 1/\mathbf{z}) \sum_{i=1}^m \log \left[1 + \mathbf{z} \left(\frac{x_i - \mathbf{I}}{\mathbf{y}} \right) \right] - \sum_{i=1}^m \left[1 + \mathbf{z} \left(\frac{x_i - \mathbf{I}}{\mathbf{y}} \right) \right]^{-1/\mathbf{z}} \quad (5-19)$$

Suponiendo que,

$$1 + \mathbf{z} \left(\frac{x_i - \mathbf{I}}{\mathbf{y}} \right) > 0, \text{ para } i = 1, \dots, m \quad (5-20)$$

Para las combinaciones de parámetros que no cumplen con la ecuación 5-19, correspondientes a una configuración para la cual al menos uno de los datos observados cae más allá del extremo final de la distribución, la probabilidad es cero y, por tanto, la verosimilitud es $-\infty$.

El caso en que $\mathbf{z} = 0$ requiere un tratamiento distinto utilizando el límite de Gumbel de la distribución GEV. Este conduce a la expresión,

$$l(\mathbf{I}, \mathbf{y}) = -m \log \mathbf{y} - \sum_{i=1}^m \left(\frac{x_i - \mathbf{I}}{\mathbf{y}} \right) - \sum_{i=1}^m \exp \left[- \left(\frac{x_i - \mathbf{I}}{\mathbf{y}} \right) \right] \quad (5-21)$$

La maximización del par de ecuaciones (5-19) y (5-20) con respecto al vector $(\mathbf{I}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ de parámetros conduce a la estimación de la máxima verosimilitud con respecto a familia GEV completa. No hay ninguna solución analítica, pero para cualquier conjuntos de datos la solución es directa con la aplicación de algoritmos de optimización numéricos estándar. Para asegurar que tal algoritmo no obtiene una combinación de parámetros que no cumpla la ecuación 5-20, se evita la evaluación de la ecuación 5-19 en los alrededores $\mathbf{z} = 0$. Este último problema es simplemente resuelto empleando la ecuación 4-21 en el lugar de la ecuación 5-20 para valores de \mathbf{z} dentro de un pequeño intervalo cercano a cero.

La falta de cumplimiento de las condiciones habituales de regularidad significa que los resultados para el caso asintótico no es automáticamente aplicable. Smith (1985) estudió este problema en detalle y obtuvo los siguientes resultados:

- Cuando $\mathbf{z} > -0.5$, los estimadores de máxima verosimilitud son regulares, en el sentido de tener las propiedades asintóticas habituales.

- Cuando $-1 < z < -0.5$, los estimadores de máxima verosimilitud son generalmente calculables, pero no tienen las propiedades asintóticas estándares.
- Cuando $z < -1$, los estimadores de máxima verosimilitud no son obtenibles.

El caso $z \leq -0.5$ corresponde a distribuciones con saltos muy breves en la cola superior. Esta situación se encuentra raramente en aplicaciones de modelización basadas en valores extremos, donde las limitaciones teóricas del enfoque de máxima verosimilitud no son en la práctica, por lo general, ningún obstáculo.

5.3.1.3 Método de los Momentos Ponderados

En el método de los momentos se compararan los momentos modelados con momentos empíricos. Incluso aunque las propiedades generales de los estimadores obtenidos puedan ser no fiables, el método de momentos puede ser muy útil en la obtención de una aproximación inicial para las estimaciones. Los resultados obtenidos con esta técnica son usados como valores iniciales para otros métodos cuando se aplican técnicas numéricas (Zhongxian H., 2003),

Sea $\mathbf{j} = (z; \mathbf{I}, \mathbf{y})$ y defina $w_r(\mathbf{j}) = E[XG_j^r(X)]$ para $r = 0, 1, 2, \dots$ (5-22)

En el caso $z < 1$, el cálculo resulta:

$$w_r(\mathbf{j}) = \frac{1}{r+1} \left\{ \mathbf{I} - \frac{\mathbf{y}}{z} \left[1 - \Gamma(1-z)(1+r)^z \right] \right\} \quad (5-23)$$

Donde Γ es la función Gamma $\Gamma(t) = \int_0^{\infty} x^{t-1} e^{-x} dx$ for $t > 0$. Eligiendo $r = 0, 1, 2$ obtenemos:

$$\begin{cases} w_0 & = \mathbf{I} - \frac{\mathbf{y}}{z} [1 - \Gamma(1-z)] \\ 2w_1(\mathbf{j}) - w_0(\mathbf{j}) & = \frac{\mathbf{y}}{z} \Gamma(1-z) (2^z - 1) \\ 3w_1(\mathbf{j}) - w_0(\mathbf{j}) & = \frac{\mathbf{y}}{z} \Gamma(1-z) (3^z - 1) \end{cases} \quad (5-24)$$

$(z; \mathbf{I}, \mathbf{y})$ pueden ser resueltos explícitamente del sistema de ecuaciones 5-24. Por ejemplo

$$\frac{2^z - 1}{3^z - 1} = \frac{2w_1(\mathbf{j}) - w_0(\mathbf{j})}{3w_1(\mathbf{j}) - w_0(\mathbf{j})} \quad (5-25)$$

La valoración de parámetro se obtiene sustituyendo los momentos teóricos $w_r(\mathbf{j})$ en la ecuación 5-25 por momentos empíricos $\bar{w}_r(\mathbf{j})$. Para obtener momentos empíricos, donde,

$$\bar{w}_r(\mathbf{j}) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_j G_j^r(X_j), \text{ for } r = 0, 1, 2 \quad (5-26)$$

Donde X_1, X_2, \dots, X_n son los valores ordenados de la muestra. Esto se deduce de la transformación,

$$(G_j(X_1), \dots, G_j(X_n)) = (U_1, \dots, U_n) \quad (5-27)$$

(ojo: los valores ordenados se denotan de forma diferente)

Donde U_1, U_2, \dots, U_n son los valores ordenados de la secuencia U_1, U_2, \dots, U_n iid distribuida uniformemente en el intervalo $(0, 1)$. Así, la ecuación 3.26 se puede volver a escribir como:

$$\bar{w}_r(\mathbf{j}) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_j U_j^r, \text{ para } r = 0, 1, 2 \quad (5-28)$$

Donde U_j^r a menudo son aproximados por sus valores esperados.

5.3.2 Interfaz para niveles de retorno

Las estimaciones de los cuantiles extremos de la máxima distribución anual se pueden obtener invirtiendo la ecuación 5-9 (Coles, 2001):

$$x_p = \begin{cases} \mathbf{I} - \frac{\mathbf{Y}}{\mathbf{Z}} \left[1 - \{-\log(1-p)\}^{-z} \right], & \text{para } z \neq 0 \\ \mathbf{I} - \mathbf{y} \log \{-\log(1-p)\} & \text{para } z = 0 \end{cases} \quad (5-29)$$

Sustituyendo las estimaciones de máxima verosimilitud de los parámetros GEV en la ecuación 5-29, la estimación de la máxima verosimilitud de x_p para $0 < p < 1$, el nivel de retorno $1/p$, se consigue como:

$$\bar{x}_p = \begin{cases} \bar{\mathbf{I}} - \frac{\bar{\mathbf{Y}}}{\bar{\mathbf{Z}}} \left[1 - y_p^{-\bar{z}} \right], & \text{para } \bar{z} \neq 0 \\ \bar{\mathbf{I}} - \bar{\mathbf{y}} \log y_p, & \text{para } \bar{z} = 0 \end{cases} \quad (5-30)$$

Donde $y_p = -\log(1-p)$. Aplicando el método delta,

$$\text{Var} \left(\bar{x}_p \right) \approx \nabla_p^T V \nabla_{x_p} \quad (5-31)$$

Donde V es la matriz de varianzas-covarianzas de $(\bar{I}, \bar{y}, \bar{z})$ y,

$$\nabla_{x_p}^T = \left[\frac{\partial x_p}{\partial I}, \frac{\partial x_p}{\partial y}, \frac{\partial x_p}{\partial z} \right] = \left[1, -z^{-1}(1 - y_p^{-z}), yz^{-2}(1 - y_p^{-z}) - yz^{-1}y_p^{-z} \log y_p \right] \quad (5-32)$$

Calculada en $(\bar{I}, \bar{y}, \bar{z})$

Usualmente interesan largos períodos de retorno correspondientes a valores pequeños de p . Si $\bar{z} < 0$ es también posible hacer conclusiones en el extremo final superior de la distribución, que es efectivamente el “período de retorno de observación infinito”, correspondiente a x_p para $p = 0$. La estimación de máxima verosimilitud es,

$$\bar{x}_0 = \bar{I} - \bar{y} / \bar{z} \quad (5-33)$$

La ecuación 5-31 es todavía válida para:

$$\nabla_{x_0}^T = [1, -z^{-1}, yz^{-2}] \quad (5-34)$$

Calculada nuevamente en $(\bar{I}, \bar{y}, \bar{z})$. Cuando $\bar{z} \geq 0$ la estimación de máxima verosimilitud del extremo final superior es infinito.

5.3.3 Gráficos de Probabilidad y Quantiles (QQ-plot)

La razón de ajustar un modelo estadístico con datos es encontrar conclusiones sobre algún aspecto de la población de la cual los datos fueron extraídos. Tales conclusiones pueden ser sensibles a la exactitud del modelo que ha sido ajustado, y es necesario entonces comprobar el modelo se ajusta bien. La principal cuestión se refiere a la capacidad del modelo de describir variaciones en una población más amplia, lo que es por lo general inalcanzable, a menos que haya datos adicionales sobre los cuales el modelo se pueda probar. Por consiguiente, la única opción normalmente disponible debe juzgar la exactitud del modelo en términos de su concordancia con los datos que realmente fueron usados en su estimación.

Supongamos que X_1, X_2, \dots, X_n son variables aleatorias continuas y que x_1, x_2, \dots, x_n son observaciones independientes de una población común con una función de distribución desconocida F . De una estimación de F , supongamos que hemos obtenido \bar{F} . La probabilidad y los gráficos de quantiles proporcionan una evaluación gráfica de la distribución \bar{F} ajustada. De la transformación de quantiles se deduce que $F(X_i)$ tiene una distribución uniforme en $(0,1)$ para $i=1, \dots, n$. Continuando, si $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ son las muestras ordenadas, entonces la esperanza de estos quantiles puede ser calculada como:

$$E[F(X_i)] = \frac{i}{n+1}, \quad \text{para } i=1, \dots, n \quad (5-35)$$

Considerando una muestra pedida de observaciones $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ independientes de una población con función \bar{F} de distribución empírica, el gráfico obtenido como:

$$\left\{ \left(\bar{F}(x_i), \frac{i}{n+1} \right) : i=1, \dots, n \right\} \quad (5-36)$$

se denomina un gráfico probabilístico o de probabilidad (PPS PLOT).

Si \bar{F} es un modelo razonable para la distribución de la población, los puntos del gráfico de probabilidad deberían estar cerca de la unidad diagonal. Desviaciones importantes de la linealidad nos indicarán la inadecuación de \bar{F} como modelo para los datos.

El gráfico de probabilidad crea una función de distribución acumulativa estimada (CDF) de la muestra de datos, trazando el valor de cada observación (incluso valores repetidos) contra su probabilidad acumulativa estimada. La probabilidad acumulativa estimada puede ser calculada también por una de las fórmulas siguientes.

$$\frac{i-0.3}{n+0.4} \quad \text{Método rango medio (Benard)}$$

$$\frac{i-1/2}{n} \quad \text{Método modificado de Kaplan-Meier}$$

$$\frac{i}{n} \quad \text{Método de Kaplan-Meier}$$

La línea ajustada representa la (CDF) para la distribución teórica elegida con los parámetros indicados (ya sean estimados o históricos). Los y-valores son transformados de modo que la línea ajustada sea lineal. La tabla 5-1 muestra las transformaciones para cada distribución.

Tabla 5-1: Transformaciones para las distribuciones extremas

Distribución	X-coordenada	Y-coordenada
Weibull	ln (datos)	ln (-ln (1-p))
Weibull	ln (datos – umbral)	ln (-ln (1-p))
Gumble	datos	-ln (-ln (p))
Donde datos = valor de los datos para la observación ln (x) = logaritmo natural de x		

5.3.4 Gráfico de Cuantiles (QQ-plot)

Considerando una muestra ordenada de observaciones independientes $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ de una población con función de distribución \bar{F} estimada, el gráfico:

$$\left\{ \left(\bar{F}^{-1} \left(\frac{i}{n+1} \right), x_i \right) : i = 1, \dots, n \right\} \quad (5-37)$$

Es llamado un gráfico de Cuantiles (QQ-gráfico) donde se representa este gráfico de probabilidad después de ajustar el modelo.

Los cuantiles x_i son los cuantiles empíricos $\frac{i}{n+1}$ de una población de distribución F mientras que la valoración es $\bar{F}^{-1} \left(\frac{i}{n+1} \right)$. Si \bar{F} es una valoración razonable de F , el gráfico de cuantiles debería aparecer aproximadamente lineal. Esto es cierto si los datos provienen de una transformación lineal de la distribución. Y por lo tanto, un cambio de ubicación y de los parámetros de escala sólo cambian el gráfico en la pendiente y en la constante de ajuste estimada. La probabilidad y el gráfico de cuantiles contienen la misma información expresada en una escala diferente. Sin embargo, la percepción ganada en diferentes escalas puede ser importante, de manera que lo que parece adecuado y razonable en una escala, puede parecer pobre en la otra.

Los puntos alejados fuera de la curva pueden ser fácilmente identificados en el gráfico QQ en un análisis estadístico general. Mientras el método del valor extremo se centra en el estudio del extremo superior, en particular deberíamos ser cautelosos sobre cualquier punto que se desvía considerablemente del modelo en el final de una observación importante. Ya que el parámetro de forma determina el peso de la cola en la distribución, se puede deducir alguna diferencia en la forma distribucional por medio del gráfico. En general, una sobrestimación del parámetro de forma (cola pesada) causará una curva cóncava hacia abajo en el gráfico-QQ y una subestimación del parámetro de forma (cola ligera) causará una curva cóncava hacia arriba en el gráfico QQ (Zhongxian H., 2003).

5.4 Estudio de un caso: Modelización de los datos de precipitación anuales máximos

Se dispone de datos que incluyen registros de la precipitación máxima anual. Los registros están disponibles en el período comprendido entre 1942 a 2004 y se ha representado los máximos anuales en la figura 4.3. No se deduce ninguna tendencia obvia en los datos, aunque la característica excepcional es que el máximo de 1957 es casi dos veces el segundo máximo más grande, lo que nos indica que los datos pueden ser de cola pesada.

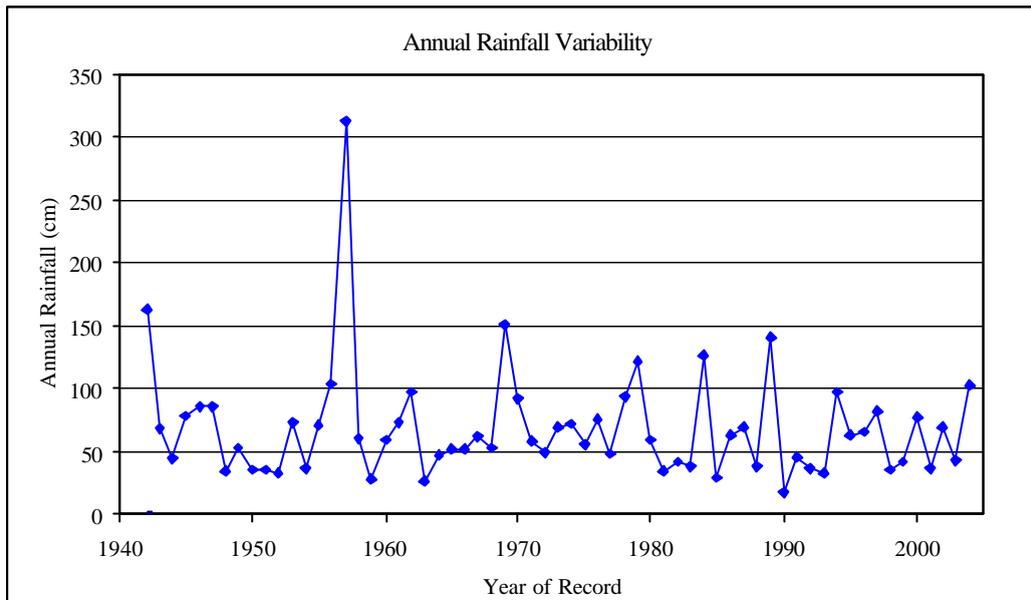


Figura 5-3: La precipitación máxima anual valora registros

El modelo clásico para extremos se puede obtener estudiando el comportamiento $M_n = \max(X_1, \dots, X_n)$ de para los valores grandes n , donde X_1, \dots, X_n , son las observaciones diarias. Con $n = 365$, M_n corresponde, naturalmente, al máximo anual. La distribución de M_n debería ser aproximadamente una de Valores Extremos Generalizados (GEV), según la ecuación 4-9. La ecuación de distribución de Gumbel 4-6, que es un caso especial de Familia GEV es la distribución usada habitualmente hasta que se desarrolló la GEV como modelo para máximos anuales. En esta sección ajustaremos los datos a las dos distribuciones y comprobaremos la diferencia entre ellos.

5.4.1 Ajuste de datos a un modelo GEV

En esta sección se trata de ajustar los datos a un modelo GEV (ver la sección 5.3.2.1):

La maximización de la función de máxima verosimilitud GEV para datos de precipitación conducen a la estimación

$$(\mathbf{I}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = (48.70 \ 21.83 \ 0.24)$$

y el error estándar para las estimaciones de parámetros:

$$(\mathbf{I}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = (3.11 \ 2.54 \ 0.10)$$

La figura 5-4 muestra los gráficos de diagnóstico para un modelo GEV ajustado con los datos de precipitación. El gráfico de probabilidad y el gráfico de cuantiles nos muestran un buen ajuste al modelo, especialmente en el final del gráfico de cuantiles.

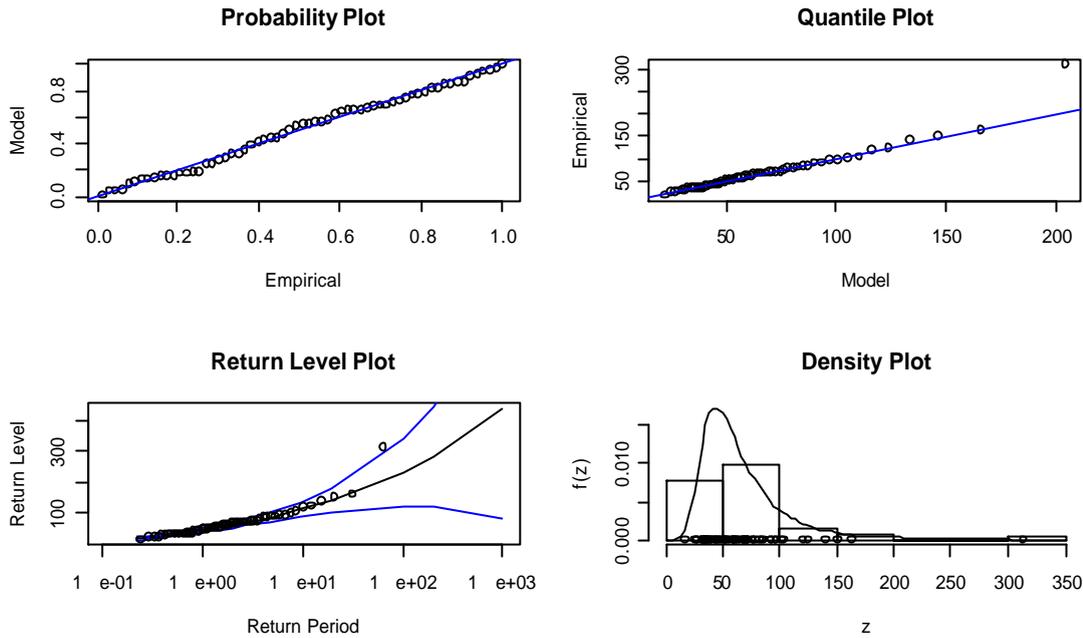


Figura 5-4: Calidad de los ajustes de gráficos en el modelo GEV

5.4.2 Ajuste de los datos al modelo de Gumbel

La maximización de la función de máxima verosimilitud de Gumbel con los datos de precipitación nos conduce a la estimación:

$$(\mathbf{m}, \mathbf{s}) = (51.87 \quad 25.02)$$

y el error estándar para las estimaciones de parámetros

$$(\mathbf{m}, \mathbf{s}) = (3.1 \quad 1.9)$$

La figura 5-5 muestra los gráficos de diagnóstico para el modelo ajustado de Gumbel con los datos de precipitación. El gráfico de probabilidad y el gráfico de cuantiles muestran un buen ajuste del modelo.

A pesar de las semejanzas entre los modelos de Gumbel y los estimados de GEV hay una diferencia esencial entre estos una vez que son tenidos en cuenta los valores de la incertidumbre. Esto se muestra claramente en los gráficos de retorno de nivel de las figuras 5-4 y 5-5. La curvas de máxima probabilidad de retorno de nivel son casi idénticas para los dos modelos, al menos dentro del rango de los datos observados. Sin embargo, los intervalos de confianza del 95 % basados en el modelo de GEV son bastante más amplios que los intervalos correspondientes en el modelo de Gumbel, pero no afecta mucho el valor estimado, lo que nos lleva a un aumento dramático de la supuesta precisión.

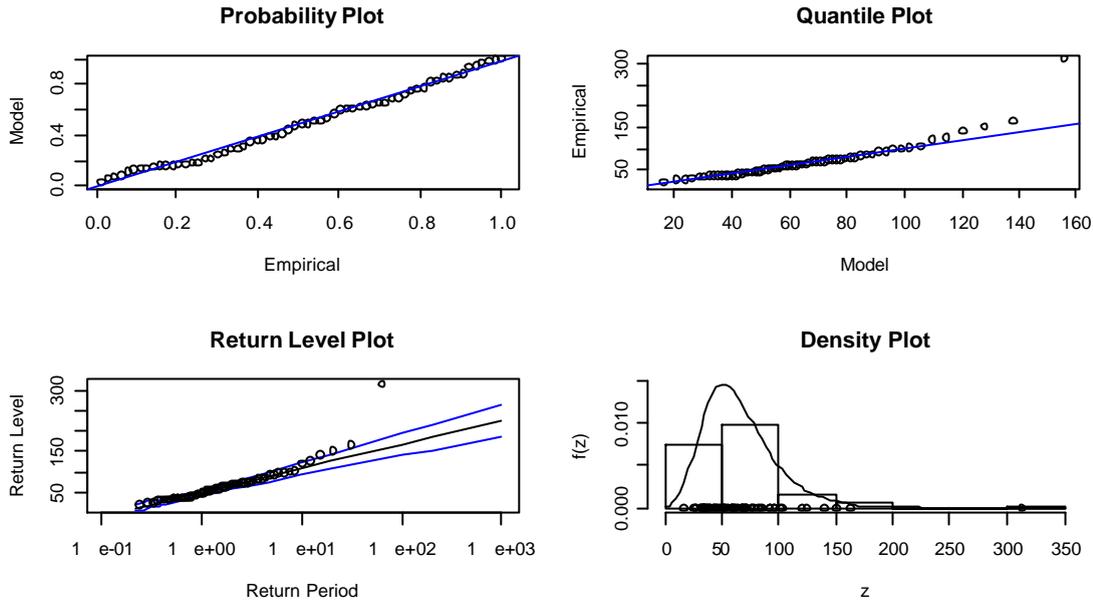


Figura 5-5: Calidad de gráficos ajustados por el modelo de Gumbel

5.5 Enfoque de Picos sobre un Umbral (Peak Over Threshold – POT-)

El enfoque de Pico sobre un Umbral es la principal alternativa al enfoque de las distribuciones de valores extremos, y se basa en las excedencias sobre umbrales altos. Queda claro de las anteriores secciones que la modelización por bloques de máximos es un enfoque limitado para el análisis de valores extremos si hay otros datos de extremos disponibles, como series de valores horarios o diarios. En la figura 5-6 las observaciones X_1, X_2, X_7, X_8, X_9 y X_{11} , exceden todas el umbral u , por lo que se pueden considerar sucesos extremos.

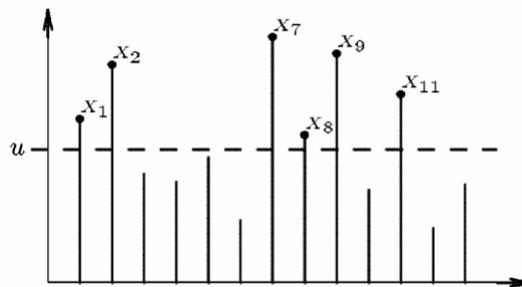


Figura 5-6: Excesos sobre un umbral dado u

La idea básica de este enfoque es seleccionar un umbral alto u (en las siguientes secciones se desarrolla como debe elegirse) para luego estudiar todas las excedencias de u . Este enfoque incorpora dos cosas: cuántas excedencias sobrepasan dicho umbral en un período de tiempo dado y los valores de sus excesos, en otras palabras, las cantidades que exceden el umbral. Para esto, usamos la distribución Pareto generalizada (GPD), figura 5-7, que es la análoga para el umbral de excedencias de la distribución de máxima GEV (Smith, 2001).

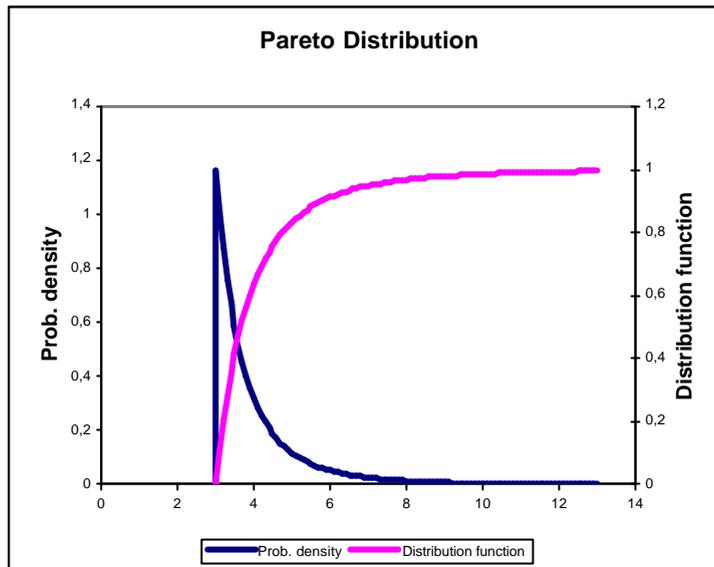


Figura 5-7: Distribución de Pareto

Supongamos que X es una variable aleatoria cuya función de distribución es F y siendo $Y = X - u$ condicionado en $X > u$ entonces:

$$\Pr[Y \leq y] = \Pr\{X \leq u + y \mid X > u\} = F_u(y) = \frac{F(u + y) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (5-38)$$

El interés aquí es cuando u se acerca al (finito o infinito) punto final superior w_F . En este caso tenemos una aproximación de la forma:

$$F_u(y) \approx G(y; \mathbf{s}_u, \mathbf{z}) \quad (5-39)$$

Donde G es la distribución Pareto generalizada (GPD) dada por:

$$G(y; \mathbf{s}, \mathbf{z}) = 1 - \left(1 + \mathbf{z} \frac{y}{\mathbf{s}}\right)^{-1/\mathbf{z}} \quad (5-40)$$

El sentido de la ecuación 5-40 es que para un umbral suficientemente alto u , hay unos \mathbf{s}_u (que dependen de u) y unos \mathbf{z} (que no dependen) para los que la GPD es una aproximación muy buena a la función F_u de distribución de excesos. La precisión de la aproximación fue desarrollada por Pickands (1975), quién demostró que la ecuación 5-39 es válida como una aproximación siempre que la ecuación 5-2 sea válida y en este caso, \mathbf{z} que resulta de la ecuación 4.40 representa lo mismo que H en la ecuación 5-2 para la distribución GEV.

Con el GPD, como en la distribución GEV, hay tres casos diferentes según el signo de \mathbf{z} :

1. Si $z > 0$, entonces la ecuación 5-40 es válida entre $0 < x < \infty$ y la función de distribución de la cola satisface (ojo: falta algo) $1 - G(y; \mathbf{s}, z) : cy^{-1/z}$ por $c > 0$; esto es lo que se denomina tradicionalmente una "cola de Pareto".
2. Si $z = 0$, entonces de manera similar que en la ecuación 4.10, tenemos:

$$G(y; \mathbf{s}, 0) = 1 - \exp\left(-\frac{y}{\mathbf{s}}\right) \quad (5-41)$$

Una distribución exponencial con media \mathbf{s} .

3. Si $z < 0$, el G tiene un punto final superior finito en $-\mathbf{s}/z$. Otros resultados elementales de GPD son:

$$E(Y) = \frac{\mathbf{s}}{1-z}, (z < 1),$$

$$Var(Y) = \frac{\mathbf{s}^2}{(1-z)^2(1-2z)}, (z < \frac{1}{2}),$$

$$E(Y - y | Y > y > 0) = \frac{\mathbf{s} + z y}{1-z}, (z < 1). \quad (5-42)$$

Debemos estudiar después como combinar la información en valores de excesos con esta distribución durante los tiempos de excedencia de un umbral fijo u . El caso más simple es cuando el proceso subyacente consiste en variables aleatorias i.i.d.. En este caso, la propiedad de excedencias de Poisson (Leadbetter et al., 1983) sugiere el siguiente modelo conocido como el *modelo de Poisson - GPD*:

- El número de excedencias N , del nivel u en cualquier año tiene una distribución Poisson con media \mathbf{I} ,
- Cuando $N \geq 1$, los valores Y_1, \dots, Y_N de exceso son i.i.d. de la ecuación GPD 5-40

Este modelo está estrechamente relacionado a la distribución GEV para máximos anuales, así:

Supongamos $x > u$. La probabilidad que el máximo anual del proceso descrito, sea menor que x es:

$$\begin{aligned} \Pr\left[\max_{1 \leq i \leq N} Y_i \leq x\right] &= \Pr\{N = 0\} + \sum_{n=1}^{\infty} \Pr\{N = n, Y_1 \leq x, \dots, Y_n \leq x\} \quad (5-43) \\ &= e^{-\mathbf{I}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mathbf{I}^n e^{-\mathbf{I}}}{n!} \cdot \left\{1 - \left(1 + z \frac{x-u}{\mathbf{s}}\right)^{-1/z}\right\}^n \end{aligned}$$

$$= \exp \left\{ -I \left(1 + z \frac{x-u}{s} \right)^{-1/z} \right\}$$

Esta expresión es la misma que la ecuación 5.3 si:

$$s = y + z(u - m), \quad I = \left(1 + z \frac{u - m}{y} \right)^{-1/z} \quad (5-44)$$

Así el GEV y los modelos de GPD son completamente coherentes uno con otro sobre el umbral GPD y además la ecuación 5-44 demuestra como los parámetros de Poisson-GPD s y I varían con u .

5.6 Enfoque de proceso de punto

En este enfoque en vez de considerar el tiempo en el que ocurren las excedencias para un umbral alto y los valores de exceso sobre el umbral como dos procesos separados, se combinan en un proceso basado en un gráfico bi-dimensional de tiempos de excedencia y valores de excedencia, ver la figura 5-8. La teoría asintótica del umbral de excedencia muestra que bajo una conveniente normalización, este proceso se comporta como un proceso no homogéneo de Poisson (Smith, 2003).

En general, un proceso no homogéneo de Poisson en un dominio D está definido por la intensidad $I(x)$, $x \in D$, tal que si A es un subconjunto medible de D y $N(A)$ es la cantidad de puntos en A , entonces $N(A)$ tiene una distribución de Poisson con media:

$$\Lambda(A) = \int_A I(x) dx \quad (5-45)$$

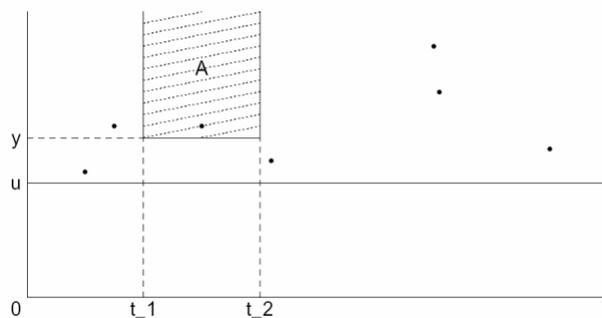


Figura 5-8: Ilustración del enfoque del proceso de punto. Si el proceso es observado sobre un intervalo de tiempo $[0; T]$ y son registradas todas las observaciones por encima de un determinado umbral u . Estos puntos son representados en un gráfico de dispersión bi-dimensional. Para un conjunto A , se asume que el conteo de observaciones $N(A)$ en el conjunto A es un proceso de Poisson con media de la forma dada por la ecuación 5-47 (Smith, 2003).

Si A_1, A_2, \dots , son subconjuntos no correlacionados de D , entonces $N(A_1), N(A_2), \dots$, son variables aleatorias independientes de Poisson. Asumimos que x es de dos dimensiones

e identificada en (t, y) donde t es el tiempo e $y \geq u$ es el valor del proceso, $D = [0, T] \times [u, \infty)$, escribimos

$$I(t, y) = \frac{1}{y} \left(1 + z \frac{y - m}{y} \right)^{-1/z-1} \quad (5-46)$$

Definido siempre que $\{1 + z(y - m)/y\} > 0$ (en cualquier otra parte será: $I(t, y) = 0$). Si A es un conjunto de forma $[t_1, t_2] \times [y, \infty)$, entonces

$$\Lambda(A) = (t_2 - t_1) \left(1 + z \frac{y - m}{y} \right)^{-1/z}$$

Con la condición de que:

$$y \geq u, 1 + z(y - m)/y > 0 \quad (5-47)$$

La justificación matemática de este enfoque tiene su base en los teoremas límite con $T \rightarrow \infty$ y $1 - F(u) \rightarrow 1$, que no expondremos aquí. Para ajustar el modelo, notamos que si es observado un proceso no homogéneo de intensidad $I(t, y)$ en una esfera D y si $(T_1, Y_1), \dots, (T_N, Y_N)$ son los N puntos observados del proceso, la densidad conjunta es:

$$\prod_{i=1}^N I(T_i, Y_i) \cdot \exp\left\{-\int_D I(t, y) dt dy\right\} \quad (5-48)$$

Entonces la ecuación 5-48 puede ser tratada como una función de probabilidad y maximizada con respecto a los parámetros desconocidos del proceso. En la práctica, la integral en la ecuación 5-48 se aproxima por una suma, p.e. a lo largo de todos los días si las observaciones son registradas diariamente.

Una extensión de este enfoque tiene en cuenta procesos no estacionarios en los cuales todos los parámetros m, y y z dependen del tiempo, expresados m_t, y_t, z_t y así, la ecuación 5-48 es sustituida por:

$$I(t, y) = \frac{1}{y_t} \left(1 + z_t \frac{y - m_t}{y_t} \right)^{-1/z_t-1} \quad (5-49)$$

En el caso homogéneo donde m, y y z son constantes, el modelo es matemáticamente equivalente al modelo de Poisson-GPD mencionado en la sección anterior, pero con diferente parametrización. La ecuación de extensión 4-46 (¿?) particularmente valiosa en relación a problemas de regresión de valor extremos.

5.7 Selección del umbral

Los datos sin estudiar, consisten en una secuencia x_1, \dots, x_n de medidas independientes e idénticamente distribuidas. Los acontecimientos extremos son identificados definiendo un umbral alto u , para el cual los excedencias son $\{x_i : x_i > u\}$. Clasificando estas excedencias x_1, \dots, x_k y definiendo los excesos de umbral por $y_i = x_i - u$, para $j = 1, \dots, k$. y_i , se pueden considerar como resultados independientes de la variable aleatoria cuya distribución se aproxima a la de un miembro de la familia Pareto generalizada. Como consecuencia se ajustará la familia Pareto generalizada al umbral observado de excedencias continuando con un modelo de verificación y extrapolación (Coles S., 2001).

Este enfoque contrasta con el enfoque de máximos por bloque por la caracterización de una observación como extrema, si esta excede un umbral alto. Pero la cuestión de la opción del umbral es análoga a la opción del tamaño del bloque para los máximos que implica un equilibrio entre tendencia y varianza. En este caso, un umbral demasiado bajo probablemente quebrantará la base asintótica del modelo, originando una tendencia; un umbral demasiado alto generará pocos picos-excesos para la estimación del modelo, originando una varianza alta. En la práctica debe buscarse un umbral tan bajo como sea posible, sujeto a que el modelo límite suministre una aproximación razonable.

Hay dos métodos disponibles con este fin: el Gráfico de la media del exceso, que es una técnica exploratoria realizada antes de la valoración del modelo; y el Gráfico de la vida residual media, que es un método de evaluación de la estabilidad de los parámetros estimados, basadas en la adecuación de modelos a través de una variedad de umbrales diferentes.

Más detalladamente, equivale a decir que el método del gráfico de la vida residual media está basado en la media de la distribución generalizada de Pareto. Si Y es una distribución generalizada de Pareto con parámetros \mathbf{s} y \mathbf{z} , entonces:

$$E(Y) = \frac{\mathbf{s}}{1 - \mathbf{z}} \quad (5-50)$$

Siendo $\mathbf{z} < 1$ (cuando $\mathbf{z} \geq 1$ la media no es finita). Ahora, supongamos que la distribución generalizada de Pareto es válida como un modelo para los excesos de un umbral u_0 generado por una serie X_1, \dots, X_n , de la cual un término arbitrario es X por la ecuación 5-14,

$$E(X - u_0 | X > u_0) = \frac{\mathbf{s}_{u_0}}{1 - \mathbf{z}} \quad (5-51)$$

Si $\mathbf{z} < 1$, donde convenimos usar \mathbf{s}_{u_0} para expresar el parámetro de escala correspondiente a los excesos sobre el umbral u_0 , deberá ser igualmente válido también

para todo umbral $u > u_0$, sujeto a un cambio apropiado del parámetro de escala a s_u . Ya que $u > u_0$

$$\begin{aligned} E(X - u | X > u) &= \frac{s_u}{1 - z} \\ &= \frac{s_{u_0} + z u}{1 - z} \end{aligned} \quad (5-52)$$

Donde para $u > u_0$, $E(X - u | X > u)$ es una función lineal de u . Además, $E(X - u | X > u)$ es simplemente la media de los excesos sobre el umbral u . La media de la muestra en el ejemplo de los valores en exceso sobre el umbral u proporcionará una estimación empírica. Según la ecuación 5-15, se espera que estas estimaciones varíen de manera lineal con u , en los niveles de u en los que el modelo generalizado de Pareto es apropiado. Este conduce al siguiente procedimiento: el lugar geométrico de puntos:

$$\left\{ \left(u, \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n_u} (x_{(i)} - u) : u < x_{\max} \right) \right\}, \quad (5-53)$$

Donde x_1, \dots, x_{n_u} son las n_u observaciones que exceden u y x_{\max} es el mayor de los x_i , es llamado el gráfico de vida residual media. Encima de un umbral u_0 en el cual la distribución Pareto generalizada proporciona una aproximación válida a la distribución de exceso, el gráfico de vida residual media debería variar de forma lineal en u . Se pueden añadir intervalos de confianza en el gráfico basándose en la normalidad aproximada de la media muestral.

5-8 Período de retorno

Para el método de picos sobre un umbral, sabemos que la función de distribución de sucesos extremos $F(x)$, el período de retorno R y el valor x_R de retorno pueden ser estimados por las siguientes fórmulas:

$$R = \frac{1}{I[1 - F(x)]} \quad (5-54)$$

$$x_R = F^{-1} \left(1 - \frac{1}{IR} \right) \quad (5-55)$$

5.9 Ejemplo: Modelado de los datos de precipitación anuales máximos

Los modelos clásicos para extremos, GEV o de Gumbel, se basan en aproximaciones asintóticas de la muestra al comportamiento de máximos por bloque. Con bloques de un año, la teoría da aproximaciones de la distribución máxima anual. Sin embargo, en la

mayoría de los casos hay registros diarios completos de la precipitación disponibles y existe un peligro potencial de desperdicio al no usar más información de la disponible en los extremos de la que estos proporcionan. En la serie de precipitación, los registros diarios están disponibles para un período de 20 años, a partir de 1994 hasta el 2004. Según la teoría asintótica, tomando observaciones diarias, al estar independiente e idénticamente distribuidas, es común modelar los extremos usando el modelo del umbral (POT), que consiste en dos partes: proceso de excedencias sobre un umbral alto de Poisson y una distribución generalizada de Pareto para el exceso sobre las magnitudes del umbral (sección 5-7).

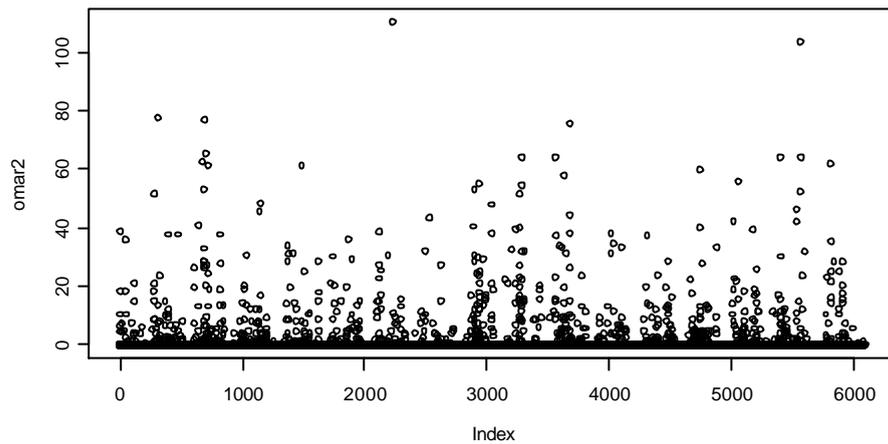


Figura 5-9: Registros de valor de precipitación diarios

La elección del umbral requiere cierto cuidado, como hemos dicho buscar un equilibrio entre tendencia y varianza. Un valor demasiado grande conducirá a pocas excedencias y en consecuencia un gran varianza de las estimaciones, mientras un valor muy bajo es posible que comprometa la justificación asintótica del modelo lo que nos llevará a una tendencia. Por lo tanto, el gráfico de media residual es usado para elegir el trillado (¿?) (ver la sección 5.7). La figura 5-10, muestra el gráfico de la vida residual media y el intervalo de confianza del 95 % para los datos de precipitación diarios

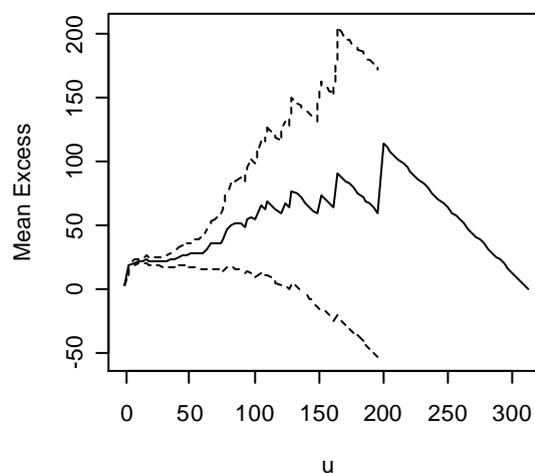


Figura 5-10: Gráfico de vida residual media de datos de precipitación diarios

5.9.1 Ajuste de los datos usando el modelo POT

La maximización de la verosimilitud del modelo GPD para los datos de precipitación conduce a la estimación

$$(\mathbf{s}, \mathbf{z}) = (17.39 \ 0.13)$$

y el error estándar para las estimaciones de los parámetros

$$(\mathbf{s}, \mathbf{z}) = (0.99 \ 0.04)$$

La figura 5-11, muestra los gráficos de diagnósticos para el modelo ajustado GPD de los datos de precipitación. El gráfico de probabilidad indica un buen ajuste del modelo, sobre todo al ajuste final más alto.

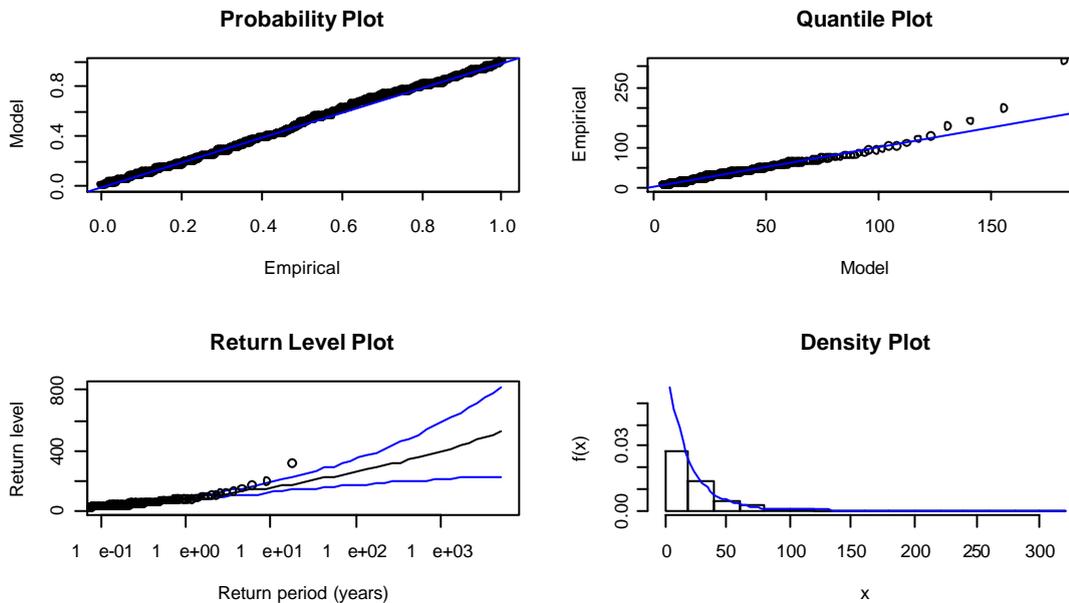


Figura 5-11: Calidad de Gráficos ajustados para el modelo de GPD

5.10 Conclusiones

- El objetivo de este capítulo es proporcionar una ilustración de como la Teoría del Valor Extremo puede ser usada como un práctico instrumento para la solución de problemas en la ingeniería. Este capítulo comienza con una introducción general a la Teoría del Valor Extremo y son presentados los dos enfoques principales a la estimación de distribuciones de cola: “los Máximos por Bloque” “y los Picos sobre Umbral”. También se muestra como una Distribución Generalizada Pareto puede ajustarse a datos reales de precipitación.

- Los métodos paramétricos y no paramétricos tradicionales trabajan bien en áreas de la distribución empírica donde hay muchas observaciones, pero proporcionan un ajuste pobre en las colas extremas de la distribución. Esto es claramente una desventaja porque la gestión del riesgo extremo pide la valoración de cuantiles y probabilidades de cola que, por lo general, no son directamente observables de los datos. La teoría de valores extremos (EVT) se centra en el modelado del comportamiento de cola de una distribución de datos usando el valor sólo extremo más que en el conjunto de datos.
- Hay un riesgo implícito en la adopción del modelo de Gumbel sin tener en cuenta las incertidumbres que tal opción acarrea. Por lo tanto es aconsejable usar el modelo de GEV en el lugar del de Gumbel, a menos que haya información adicional que apoye el enfoque de Gumbel.

6.0 Calibración y simulación de funciones de cópula

6.1 Introducción

El objeto principal de todos los esfuerzos de modelización en ingeniería es el conocimiento y la cuantificación de la dependencia. El coeficiente de correlación lineal, que es el valor más utilizado para verificar la dependencia en la ingeniería civil (y también en otras ciencias), no es una medida general sino que da idea de la dependencia lineal. Si el problema está bien representado por una distribución elíptica, por la Normal multivariante ó por la *t-student* multivariante, la estructura de su dependencia es lineal. Por lo tanto, el coeficiente de correlación lineal da una medida significativa de su dependencia.

Fuera del ámbito de las distribuciones elípticas, sin embargo, el uso del coeficiente de correlación lineal como una medida de la dependencia puede llevar a conclusiones equivocadas. En la ingeniería, hay a menudo una dependencia no lineal entre las variables. Así para calcular la co-dependencia deberían ser considerados métodos alternativos como los basados en las funciones cópula, usadas para combinar distribuciones marginales con distribuciones multivariantes.

El concepto de cópula fue introducido por Sklar (1959) y durante mucho tiempo ha sido reconocido como un poderoso instrumento para modelizar la dependencia entre variables aleatorias. El uso de la teoría de cópulas en la ingeniería es relativamente nuevo y de rápido crecimiento. Desde un punto de vista práctico la ventaja de este enfoque consiste en que para una distribución multivariante, podemos seleccionar distribuciones marginales apropiadas para luego unir las por una cópula adecuada. Es decir las funciones de cópula permiten que se modele la dependencia de la estructura de manera independiente a las distribuciones marginales. Cualquier función de distribución multivariante puede servir como una cópula.

6.2 Definición de función de cópula

Una cópula C de multivariante es la restricción $[0,1]^2$ a de una función de distribución acumulada (c.d.f.) bivalente, con marginales uniformemente distribuidas en $[0,1]$. Consideremos un vector aleatorio $X = (X_1, \dots, X_n)$ que representa por ejemplo los n componentes de la precipitación (intensidad pluvial, duración y modelo de tiempo), con distribución conjunta F , es decir $F(x_1, \dots, x_n) = P[X_1 \leq x_1, \dots, X_n \leq x_n]$. Consideremos además que cada X_i tiene distribución marginal continua F_i , con $F_i(x_i) = P[X_i \leq x_i] \ i = \{1, \dots, n\}$. Entonces, se tiene que (Sklar, 1959) existe una función única C , definida en $[0,1]^2$, que vincula F con sus marginales F_1, \dots, F_n a saber

$$F(x_1, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)), (x_1, \dots, x_n) \in R^2 \quad (6-1)$$

La función C es llamada la cópula F ó de X , y es la restricción al cuadrado unidad $[0,1]^2$ de una función de distribución multivariable con marginales uniformes en $[0,1]$. Además, la cópula C contiene la estructura de dependencia completa de la variable

aleatoria (X_1, \dots, X_n) . Para un estudio detallado de la teoría de cópulas véase Nelsen, 1999.

Si se escribe $F_1(x_1) = u_1$ y $F_2(x_2) = u_2$, entonces la ecuación 6-1 del teorema de Sklar pueden escribirse de la forma

$$C(u_1, u_2) = F(F_1^{-1}(u_1), F_2^{-1}(u_2)) \quad (u_1, u_2) \in [0,1]^2, \quad (6-2)$$

Donde F_i^{-1} es la inversa generalizada de F_i .

6.3 Familias de Cópula

En los problemas de modelización estadística en ingeniería civil, las funciones cópula se han probado como una excelente alternativa ya que esta función no impone ninguna restricción en el modelo. Por tanto, con el fin de alcanzar un modelo útil en un problema de ingeniería civil debe ser elegida una representación particular de la cópula. Entre la amplia variedad de cópulas que existen, las cópulas Elípticas y las Arquimedianas son las más utilizadas en las aplicaciones de ingeniería civil.

Las cópulas elípticas son simplemente las cópulas de distribuciones de perfil elíptico (ó curvas elípticas), como la normal y la *t-student* multivariantes, citadas anteriormente. La correlación por rangos y los coeficientes de dependencia de cola pueden ser fácilmente calculados en las cópulas elípticas. Sin embargo hay algunos inconvenientes como que las cópulas elípticas no tienen expresiones de forma cerradas, están restringidas a tener simetría radial y todas sus distribuciones marginales son del mismo tipo. Estas restricciones descartan a las cópulas elípticas en algunos problemas de la ingeniería civil.

En contraste con las cópula elípticas, todas las cópulas Arquimedianas encontradas comúnmente son expresiones de forma cerrada. Su popularidad también proviene del hecho de que permiten una gran variedad de estructuras de dependencia diferentes.

6.3.1 Cópula normal

La cópula normal es una cópula de la distribución normal multivariable. Se definen así: Asumiendo una multivariable normal, si y sólo si (i) sus marginales F_1, \dots, F_n son normalmente distribuidas y (ii) una función cópula única C (p.e.: cópula normal) existe, tal que:

$$C_R^{Ga}(u_1, \dots, u_n) = \Phi_R(\mathbf{f}^{-1}(u_1), \dots, \mathbf{f}^{-1}(u_n)) \quad (6-3)$$

Donde Φ_R es la c.d.f. de una distribución multivariable normal estándar, con matriz de correlación lineal R y \mathbf{f}^{-1} la inversa de una v.a. normal estándar univariante.

Para una cópula normal $n = 2$, la expresión anterior puede escribirse como:

$$C_R^{Ga}(u, v) = \int_{-\infty}^{F^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{F^{-1}(v)} \frac{1}{2p(1-R_{12}^2)^{1/2}} \exp\left\{-\frac{s^2 - 2R_{12}st + t^2}{2(1-R_{12}^2)}\right\} ds dt \quad (6-4)$$

Donde R_{12} es simplemente el coeficiente de correlación lineal entre las dos variables aleatorias.

6.3.2 Cópula *t-student*

Continuando con el mismo concepto, la *t-cópula* es la función cópula de la distribución multivariable *t-student*. Sea X un vector de n -variables de una distribución *t-student* con ν grados de libertad, vector media \mathbf{m} (para $\nu > 1$) y matriz de covariancia $\frac{\nu}{\nu-2}\Sigma$ (para $\nu > 2$). Puede representarse del modo siguiente:

$$X = \mathbf{m} + \frac{\sqrt{\nu}}{\sqrt{S}} Z \quad (6-5)$$

Donde $\mathbf{m} \in R^n$, $S : \mathbf{c}_\nu^2$ y el vector aleatorio $Z : N_n(0, \Sigma)$ son independientes.

La cópula del vector X es la cópula *t-student* con ν grados de libertad y se puede representar analíticamente del siguiente modo:

$$C_{\nu, R}^t(u) = t_{\nu, R}^n(t_v^{-1}(u_1), \dots, t_v^{-1}(u_n)) \quad (6-6)$$

Donde $R_{ij} = \Sigma_{ij} / \sqrt{\Sigma_{ii} \Sigma_{jj}}$ para $i, j \in \{1, \dots, n\}$ y donde $t_{\nu, R}^n$ es la función de densidad multivariable del vector aleatorio $\sqrt{\nu}Y / \sqrt{S}$, donde la variable aleatoria $S : \mathbf{c}_\nu^2$ y el vector aleatorio Y que tiene una distribución normal n -dimensional con vector media 0 y matriz de covarianzas R independientes. t_v denota las marginales de $t_{\nu, R}^n$.

Para la cópula uni-variable *t-student* $n=2$ se tiene la forma analítica siguiente:

$$C_{\nu, R}^t(u, v) = \int_{-\infty}^{t_v^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{t_v^{-1}(v)} \frac{1}{2p(1-R_{12}^2)^{1/2}} \left\{ 1 + \frac{s^2 - 2R_{12}st + t^2}{\nu(1-R_{12}^2)} \right\}^{-(\nu+2)/2} ds dt \quad (6-7)$$

Donde R_{12} es la correlación lineal de la distribución de *t-student* bi-variable con ν grados de libertad, si $\nu > 2$.

6.3.3 Cópulas Arquimedianas

La clase de cópulas Arquimedianas ha demostrado ser suficientemente rica en relación a que permite la consideración de varios atributos distribucionales en el proceso de modelización. Además, las propiedades matemáticas de miembros de esta clase facilitan el cálculo de probabilidades y gradientes. Por otra parte, las cópulas Arquimedianas son de especial interés en el estudio de datos empíricos de acontecimientos extremos porque

se pueden construir fácilmente utilizando una medida de dependencia, como es el coeficiente tau de Kendall. Una cópula Arquimediana C es una cópula generada por una función \mathbf{j} convexa, continua y estrictamente decreciente llamada generador, (que depende de un parámetro dependiente \mathbf{a} , del intervalo $[0,1]$ al $[0,\infty]$ con $\mathbf{j}(0) = \infty$; $\mathbf{j}(1) = 0$, y definido por:

$$C(u_1, \dots, u_n) = \mathbf{j}^{-1}[\mathbf{j}(u_1) + \dots + \mathbf{j}(u_n)]; \quad (u_1, \dots, u_n) \in [0,1]^2. \quad (6-8)$$

Las diferentes opciones del generador proporcionan varias importantes familias de cópulas Arquimedianas. El generador únicamente determina (hasta el múltiplo escalar) una cópula Arquimediana. Así, estas ayudas de representación identifican la forma de la cópula. Seguidamente se dan algunos ejemplos de cópulas Arquimedianas bi-variables:

- Cópula de independencia

$$\mathbf{j}(t) = -\ln t; C(u_1, u_2) = u_1 \cdot u_2$$

- Cópula de Clayton, Cook-Johnson, Oakes

$$\mathbf{j}(t) = t^{-\mathbf{a}} - 1, \mathbf{a} > 0; C(u_1, u_2) = (u_1^{-\mathbf{a}} + u_2^{-\mathbf{a}} - 1)^{-1/\mathbf{a}}.$$

- Cópula de Gumbel

$$\mathbf{j}(t) = (-\ln t)^{\mathbf{a}}, \mathbf{a} \geq 1; C(u_1, u_2) = \exp\left\{-\left[(-\ln u_1)^{\mathbf{a}} + (-\ln u_2)^{\mathbf{a}}\right]^{1/\mathbf{a}}\right\}.$$

- Cópula de Frank

$$\mathbf{j}(t) = -\ln \frac{e^{-\mathbf{a}t} - 1}{e^{-\mathbf{a}} - 1}, \mathbf{a} \in R; C(u_1, u_2) = -\frac{1}{\mathbf{a}} \ln \left(1 + \frac{(e^{-\mathbf{a}u_1} - 1)(e^{-\mathbf{a}u_2} - 1)}{e^{-\mathbf{a}} - 1} \right).$$

6.3.3.1 Extensión al caso multivariable

Una familia bi-variable de cópulas Arquimedianas puede ser extendida bajo algunas restricciones, de un modo natural a una familia de cópulas Arquimedianas de n -variables, $n \geq 3$ (Joe, 1997). Para conseguir esta extensión, necesitamos que todas las cópulas bi-variables de la cópula multivariable pertenezcan a esa familia bi-variable. También todas las cópulas multivariables marginales de 3er. orden al orden $n-1$ tienen la misma forma multivariable. Los siguientes son ejemplos de las extensiones al caso de multivariable aleatoria:

- Cópula de Cook-Johnson

$$C(u_1, \dots, u_n) = \left(\sum_{j=1}^n u_j^{-\mathbf{a}} - n + 1 \right)^{1/\mathbf{a}}$$

- Cópula de Gumbel-Hougaard

$$C(u_1, \dots, u_n) = \exp\left\{-\left[(-\ln u_1)^{\mathbf{a}} + (-\ln u_2)^{\mathbf{a}} + \dots + (-\ln u_n)^{\mathbf{a}}\right]^{1/\mathbf{a}}\right\}$$

- Cópula de Frank

$$C(u_1, \dots, u_n) = -\frac{1}{\mathbf{a}} \ln \left(1 + \frac{(e^{-\mathbf{a}u_1} - 1) \cdot (e^{-\mathbf{a}u_2} - 1) \cdot \dots \cdot (e^{-\mathbf{a}u_n} - 1)}{(e^{-\mathbf{a}} - 1)^{n-1}} \right).$$

6.4 Medidas de asociación

Consideremos de nuevo la cópula de la función de distribución representada en la ecuación 6-1.

$$F(x_1, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)),$$

Con esta expresión F es una función de sus marginales y su cópula. Esto conduce a examinar la cópula y sus marginales por separado que es la manera natural de especificar la función de distribución. Además, el caso de independencia es una forma especial de la cópula $C(u_1, \dots, u_n) = u_1, \dots, u_n$ (sin considerar las marginales) y nos sugiere estudiar la función cópula para entender las relaciones entre variables aleatorias. Ya que el objeto es encontrar las medidas de correlación, restringiremos nuestro estudio a $n=2$. Según Schweizer y Wolff (1981) la cópula considera toda la dependencia entre las variables, X_1 and X_2 (cambia and por y) de la forma siguiente:

Sean g_1 y g_2 , funciones estrictamente crecientes en el entorno X_1 y X_2 entonces las variables transformadas $g_1(X_1)$ y $g_2(X_2)$ tienen la misma cópula que X_1 y X_2 . Así la forma en la cual X_1 y X_2 "varían juntas" es representada por la cópula, sin tener en cuenta la escala en la que se mide cada variable. Dos medidas de correlación no paramétricas estándares podrían ser expresadas únicamente en términos de la función de cópula. Éstos son el coeficiente de correlación de Kendall τ , y el coeficiente de correlación de Spearman.

Definimos la medida ***Tau de Kendall*** para el par aleatorio (X_1, X_2) como la diferencia entre las probabilidades de concordancia y discordancia, es decir

$$\tau(X_1, X_2) = P[(X_1 - Y_1)(X_2 - Y_2) > 0] - P[(X_1 - Y_1)(X_2 - Y_2) < 0], \quad (6-9)$$

donde (Y_1, Y_2) es un par aleatorio con la misma distribución que (X_1, X_2) . El coeficiente τ de Kendall mide el grado de dependencia entre dos variables aleatorias y tiene en cuenta tanto la estructura de dependencia lineal como la no lineal de los conjuntos de datos. Si C es la cópula del par aleatorio (X_1, X_2) , entonces:

$$\tau(X_1, X_2) = 4 \int_0^1 \int_0^1 C(u, v) dC(u, v) - 1 \quad (6-10)$$

Un estudio detallado se encuentra en Nelsen, 1999. Además, para cópulas Arquimedianas Genest y Mackay, (1986) demostraron que:

$$\tau(X_1, X_2) = 4 \int_0^1 \frac{j_a(t)}{j_a(t)} dt + 1. \quad (6-11)$$

A continuación se muestran algunas expresiones del coeficiente τ de Kendall calculado para cópulas Arquimedianas bivariantes:

- Cópula de independencia

$$\tau = 0; C(u_1, u_2) = u_1 u_2$$

- Cópula de Clayton, Cook-Johnson, Oakes

$$\tau = \frac{a}{a+2}; C(u_1, u_2) = (u_1^{-a} + u_2^{-a} - 1)^{-1/a}.$$

- Cópula de Gumbel

$$j(t) = t = 1 - a^{-1}; C(u_1, u_2) = \exp\left\{-\left[(-\ln u_1)^a + (-\ln u_2)^a\right]^{1/a}\right\}.$$

- Cópula de Frank

$$\tau = 1 - \frac{4}{a}\{D_1(-a) - 1\}; C(u_1, u_2) = -\frac{1}{a} \ln\left(1 + \frac{(e^{-au_1} - 1)(e^{-au_2} - 1)}{e^{-a} - 1}\right)$$

En cuanto a la correlación por rangos de Spearman r , ésta no depende de las distribuciones marginales y puede ser definida de la siguiente manera:

$$r(X_1, X_2) = 12 \int_0^1 \int_0^1 \{C(u, v) - uv\} dudv \quad (6-12)$$

Las constantes 4 y 12, en las ecuaciones 6-11 y 6-12, escalan las integrales en el intervalo $[0, 1]$. De esta manera τ resulta el valor esperado de la cópula bajo la densidad de probabilidad C , mientras r es la medida de su valor esperado bajo la densidad uniforme $U(0,1)$.

Los siguientes expresiones son ejemplos de la correlación por rangos de Spearman r calculados para cópulas Arquimedianas bivariantes:

- Cópula de independencia

$$r = 0; C(u_1, u_2) = u_1 u_2$$

- Cópula de Frank

$$r = 1 - \frac{12}{a}\{D_2(-a) - D_1(-a)\}; C(u_1, u_2) = -\frac{1}{a} \ln\left(1 + \frac{(e^{-au_1} - 1)(e^{-au_2} - 1)}{e^{-a} - 1}\right)$$

Las correlaciones de la cópula de Frank se fundamentan en las llamadas funciones de Debye, definidas como:

$$D_k(x) = \frac{k}{x^k} \int_0^x \frac{t^k}{e^t - 1} dt \quad (6-13)$$

Para $k = 1, 2$. Para evaluar los argumentos negativos de la función de Debye D_k , un cálculo básico demuestra:

$$D_k(-x) = D_k(x) + \frac{kx}{k+1} \quad (6-14)$$

6.5 Selección de la cópula Arquimediana correcta

Las medidas de correlación resumen la información en la cópula acerca de la asociación entre las variables aleatorias. Después del procedimiento de Genest y Rivest (1993), es posible usar también la medida de la dependencia para especificar la cópula Arquimediana que se ajusta mejor a los datos reales.

Puesto que la ecuación 5-2 no da la representación analítica de una cópula Arquimediana, se trata de identificar el generador j para seleccionar la cópula. En el caso bi-variable ($n=2$), Genest Rivest definió una función univariante K , que está relacionada con el generador de la cópula Arquimediana por la siguiente expresión:

$$K(z) = z - \frac{j(z)}{j'(z)} \quad (6-15)$$

Los siguientes pasos son necesarios para identificar el generador j :

1. Se estima el parámetro, a de la cópula Arquimediana seleccionada, por ejemplo, utilizando la siguiente estimación de Kendall t :

$$t = \binom{r}{2}^{-1} \sum_{i < j} \text{sign} \left[(x_{1i} - x_{1j})(x_{2i} - x_{2j}) \right] \quad (6-16)$$

2. Se construye una estimación no paramétrica de K , de la siguiente manera:

- Primero, se definen las pseudo-observaciones

$$Z_i = \frac{\left\{ \text{Número de } (X_{1j}, X_{2j}) \text{ tal que } X_{1j}, X_{1i} \text{ y } X_{2j}, X_{2i} \right\}}{(n-1)} \text{ para } i=1, \dots, n$$

- Segundo, se determina la estimación de K como $K_n(z) = \text{proporción de los } Z_s \leq z$

3. Se determina una estimación paramétrica de K utilizando la relación

$$K_j(z) = z - \frac{j(z)}{j'(z)} \quad (6-17)$$

Todos los pasos descritos son repetidos para diferentes valores de j . A fin de seleccionar la cópula Arquimediana que se ajusta mejor en el conjunto de datos, Frees y Valdez (1998) proponen usar el gráfico-QQ entre la ecuación 6-17 y $K_n(z)$ del paso 2.

La cópula óptima también puede ser seleccionada minimizando la distancia basada en la norma L^2 entre la ecuación 6-17 y $K_n(z)$:

$$d_2\left(\bar{K}, K\right)=\int_0^1\left[K_j(z)-K_n(z)\right]^2 dz$$

El método descrito en esta sección también puede ser utilizado gráficamente para estimar el parámetro \mathbf{a} de una cópula de Arquimediana dada.

6.6 Selección de la cópula correcta utilizando la cópula empírica

Sea $\{C_k\}_{1 \leq k \leq K}$ el conjunto de cópulas disponibles. Elegimos la cópula C_k que minimiza la distancia, según la norma discreta L^n , entre el mismo C_k y la cópula empírica como fue definida en la ecuación 6-8:

$$\bar{d}_n\left(\bar{C}, C_k\right)=\left(\sum_{t_1=1}^T \dots \sum_{t_n=1}^T \left[C\left(\frac{t_1}{T}, \dots, \frac{t_n}{T}\right)-C_k\left(\frac{t_1}{T}, \dots, \frac{t_n}{T}\right)\right]^2\right)^{1/2}$$

La distancia, la ecuación el 6-11 también se usa para estimar el vector de parámetros $\mathbf{u} \in \Theta$ de la cópula $C(\mathbf{u}; \mathbf{u})$ dada del modo siguiente:

$$\bar{\mathbf{u}}=\operatorname{argmin}_{\mathbf{u} \in \Theta}\left(\sum_{\mathbf{u} \in \Theta}\left(C(\mathbf{u})-\bar{C}(\mathbf{u}; \mathbf{u})\right)^2\right)^{1/2}$$

6.7 Estimación de parámetros de una cópula dada

Hay principalmente dos modos de estimar los parámetros de una cópula; un método totalmente paramétrico y un método semi-paramétrico. El método totalmente paramétrico puede ser dividido otra vez en dos subenfoques. En el primero se maximizando la función de probabilidad con todos los parámetros simultáneamente, tanto para los parámetros de las marginales como en los de la cópula. Cuando la escala de los problemas aumenta, este método necesita mucho coste computacional. Por ello se ha propuesto un enfoque más simple, pero menos exacto, que ha sido planteado en términos de las Inferencias de las Funciones Marginales, (IFM) (Joe, 1997). En este enfoque se estima en primer lugar los parámetros de las marginales y luego cada marginal paramétrica se introduce en la probabilidad de la cópula, y esta probabilidad completa se maximiza con respecto a los parámetros de cópula.

El éxito del método totalmente paramétrico obviamente depende de hallar los modelos paramétricos apropiados para las marginales, que no siempre pueden ser tan correctos si muestran indicios de colas pesadas y/o oblicuidad. De ahí, es mejor tener un procedimiento que evite el riesgo marginal tanto como sea posible. Varios autores, p.e. Demarta y McNeil (2004) y Romano (2002), han propuesto un enfoque semiparamétrico, en el cual no se toma ninguna presunción paramétrica para las

marginales. En cambio, se introducen en la probabilidad las funciones de distribución acumuladas empíricas unidimensionales.

6.7.1 Método de Máxima Verosimilitud (ML)

Suponga que la variable bidimensional $X = (X_1, X_2)$ posee función de densidad. Entonces, esto se puede expresar en términos de la función densidad marginal y de la cópula en la siguiente forma:

$$f(x_1, x_2) = c(F_1(x_1), F_2(x_2)) \times f_1(x_1) \times f_2(x_2)$$

con

$$c(u_1, u_2) = \frac{C(u_1, u_2)}{u_1 u_2}.$$

En el caso de distribuciones n -dimensionales, si la función de densidad existe obtendremos análogamente:

$$f(x_1, \dots, x_n) = c(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) \times \prod_{i=1}^n f_i(x_i)$$

con :

$$c(u_1, \dots, u_n) = \frac{C(u_1, \dots, u_n)}{u_1 \dots u_n}.$$

Supongamos que disponemos de un conjunto de datos empíricos T de n vectores aleatorios $\mathbf{c} = \left\{ (x_1^t, \dots, x_n^t) \right\}_{t=1}^T$. donde $\mathbf{u} = (\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_n, \mathbf{a})$ es el vector de parámetros a estimar, donde $\mathbf{u}_i, i = 1, \dots, n$ es el vector de parámetros de la distribución marginal F_i y \mathbf{a} es el vector de parámetros de la cópula. La función de máxima verosimilitud viene dada por la siguiente expresión:

$$l(\mathbf{u}) = \sum_{t=1}^T \ln c(F_1(x_1^t; \mathbf{u}_1), \dots, F_n(x_n^t; \mathbf{u}_n); \mathbf{a}) + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n \ln f_i(x_i^t; \mathbf{u}_i)$$

El ML, estimador de máxima verosimilitud del vector $\bar{\mathbf{u}}$ del parámetro \mathbf{u} es el es maximizado en la fórmula anterior es decir:

$$\bar{\mathbf{u}} = \operatorname{argmax} l(\mathbf{u})$$

6.7.2 El método de la Inferencia de Funciones para Marginales (IFM)

Según el método IFM, los parámetros de las distribuciones marginales se estiman por separado respecto de los parámetros de la cópula. En otras palabras, el proceso de estimación se divide en los dos pasos siguientes:

- La estimación de los parámetros $\bar{\mathbf{u}}_i, i = 1, \dots, n$ de las distribuciones F_i marginales utilizando el método ML:

$$\bar{\mathbf{u}}_i = \operatorname{argmax} l^i(\mathbf{u}_i) = \operatorname{argmax} \sum_{t=1}^T \ln f_i(x_i^t; \mathbf{u}_i)$$

Donde l^i es la función de verosimilitud de la distribución marginal F_i ;

- La estimación de los parámetros de la cópula \mathbf{a} , considerando las operaciones realizadas en el paso anterior:

$$\bar{\mathbf{a}} = \operatorname{argmax} l^c(\mathbf{a}) = \operatorname{argmax} \sum_{t=1}^T \ln c \left(F_1(x_1^t; \bar{\mathbf{u}}_1), \dots, F_n(x_n^t; \bar{\mathbf{u}}_n); \mathbf{a} \right)$$

Donde l^c es la función de probabilidad troncal de la cópula.

6.7.3 Método de la Máxima Verosimilitud Canónica (CML)

El método CML se diferencia del método IFL porque no se hace ninguna presunción sobre la forma paramétrica de las distribuciones marginales. El proceso de estimación se realiza en dos pasos:

- La transformación del conjunto de datos $(x_1^t, \dots, x_n^t), t = 1, \dots, T$ en variables aleatorias uniformes $(\bar{u}_1, \dots, \bar{u}_n)$ utilizando la distribución empírica;
- La estimación de los parámetros de cópula de la siguiente manera:

$$\bar{\mathbf{a}} = \operatorname{argmax} \sum_{t=1}^T \ln c(\bar{u}_1, \dots, \bar{u}_n; \mathbf{a}) .$$

6.7.4 Estimación No-paramétrica

Hasta ahora se han estimado los parámetros de un tipo dado de cópula. La cópula empírica (o la cópula Deheuvels) se calcula con los datos de la muestra. Esto es así para cualquier cópula de una distribución multivariante empírica.

Sean $\{x_{(1)}^{(t)}, \dots, x_{(n)}^{(t)}\}$ los vectores ordenados y sean $\{r_1^{(t)}, \dots, r_n^{(t)}\}$ los vectores fila del conjunto de datos $t = 1, \dots, T$. Tenemos $x_i^{(t)} = x_i^t, i = 1, \dots, n$. Entonces, cualquier función

$$\bar{c} \left(\frac{t_1}{T}, \dots, \frac{t_n}{T} \right) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \prod_{i=1}^n 1_{[r_i^{(t)} \leq t_i]}$$

definido en la cuadrícula $l = \left\{ \left(\frac{t_1}{T}, \dots, \frac{t_n}{T} \right) : 1 \leq i \leq n; t_i = 0, \dots, T \right\}$ es una cópula empírica.

La densidad de la cópula empírica tiene la siguiente expresión:

$$\bar{c} \left(\frac{t_1}{T}, \dots, \frac{t_n}{T} \right) = \sum_{i_1=1}^2 \dots \sum_{i_n=1}^2 (-1)^{i_1 + \dots + i_n} \bar{c} \left(\frac{t_1 - i_1 + 1}{T}, \dots, \frac{t_n - i_n + 1}{T} \right)$$

6.8 Simulación de Monte Carlo

En este método se genera una gran secuencia de acontecimientos y se cuenta el número de fracasos. El número de fracasos es:

$$N_f = \sum_{j=1}^N I(g(x_j))$$

En que N es el número total de simulaciones. La probabilidad de fracaso puede ser estimada por:

$$P_f \approx \frac{N_f}{N}$$

El coeficiente de variación de la probabilidad de fracaso puede ser estimado por:

$$V_{p_f} \approx \frac{1}{\sqrt{P_f N}}$$

En donde p_f denota la probabilidad de fracaso estimada. La exactitud del método depende del número de simulaciones (CUR, 1997 ¿está citado?). El error relativo de la simulación puede ser escrito como:

$$e = \frac{\frac{N_f}{N} - P_f}{P_f}$$

El valor esperado del error es cero. La desviación estándar está dada por:

$$s_e = \sqrt{\frac{1 - P_f}{NP_f}}$$

En un gran número de simulaciones el error es de distribución Normal. Por lo tanto la probabilidad de que el error relativo sea más pequeño que un cierto valor E puede escribirse como:

$$P(e < E) = \Phi\left(\frac{E}{s_e}\right)$$

$$N > \frac{k^2}{E^2} \left(\frac{1}{P_f} - 1 \right)$$

La probabilidad del error relativo E de ser más pequeño que ks_e ahora iguala $\Phi(k)$. Para valores deseados de k y E el número requerido de simulaciones es dado por:

$$N > 400 \left(\frac{1}{P_f} - 1 \right) \quad (5-18)$$

6.9 Simulación Monte Carlo “modificado” de Cópulas

La simulación es un instrumento extensamente utilizado para sintetizar la distribución de resultados estocásticos y advertir los resultados de modelos complejos. Trabajar con cópulas nos permite estimar fácilmente los resultados de una distribución aleatoria multivariable. En esta sección mostraremos una colección de algoritmos para simular variables aleatorias (u_1, \dots, u_n) de ciertos tipos de cópula C . En la definición de cópulas, estas variables aleatorias u_i se utilizan para determinar la correlación de variables aleatorias de interés, una vez conocida la de las variables con distribución $U(0,1)$. De este modo, para simular variables aleatorias (x_1, \dots, x_n) de una distribución aleatoria multivariable F con marginales $F_i, i=1, \dots, n$ dados y cópula C , tenemos que invertir cada u_i utilizando las distribuciones marginales:

$$x_i = F_i^{-1}(u_i), i=1, \dots, n$$

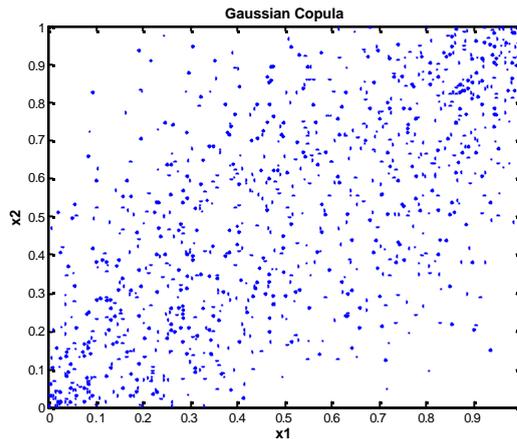
6.9.1 Simulación de la cópula Gaussiana

El siguiente procedimiento puede ser utilizado para generar variables aleatorias de la cópula Gaussiana. Sea una $n \times n$ matriz tal que $R = AA^T$; Si la matriz R es definida positiva y asumiendo que las variables aleatorias Z_1, \dots, Z_n tienen distribución normal estándar, entonces, el vector aleatorio $\mathbf{m} + AZ$ (donde $Z = (Z_1, \dots, Z_n)^T$ y el vector $\mathbf{m} \in R^n$) tiene distribución normal multivariante con vector de medias \mathbf{m} y matriz de covarianzas R .

Una matriz A puede ser fácilmente determinada con la descomposición Cholesky de R . Esta descomposición es la matriz inferior triangular única L tal que $LL^T = R$. De ahí, se pueden generar variables aleatorias de la cópula n -dimensional Gaussiana calculando el siguiente algoritmo:

- Encuentre la descomposición Cholesky de la matriz R ;
- Simule n variables aleatorias normales estándares independientes $z = (z_1, \dots, z_n)^T$;
- Determine $x = Az$;
- Determine los componentes $u_i = f(x_i), i=1, \dots, n$;
- El vector $(u_1, \dots, u_n)^T$ es una variable aleatoria de la cópula n -dimensional Gaussiana, C_R^{Ga}

La figura 6-1 muestra 1000 simulaciones de Monte Carlo de la variables bidimensional de datos (x_1, x_2) que utilizan el algoritmo mencionado para la cópula Gaussiana.



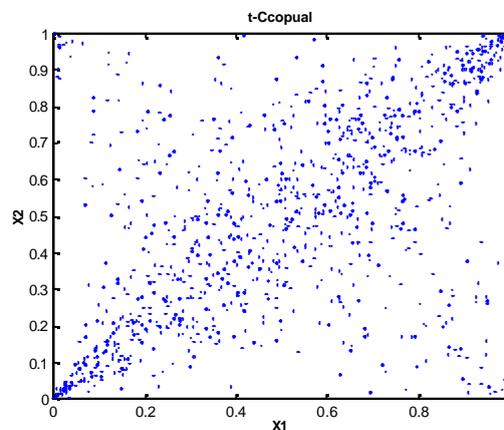
La figura 6-1: 1000 simulaciones de Monte Carlo de la variables bidimensional (x_1 , x_2) utilizando la cópula Gaussiana

6.9.2 Simulación de la cópula $t_v - Student$

Variables de la cópula $t_v - Student$, $C_{v,R}^t$:

- Encuentar la descomposición Cholesky, A perteneciente a R ;
- Simular n variables aleatorias independientes $z = (z_1, \dots, z_n)^T$ de la distribución normal estándar;
- Simular una variable aleatoria, s , de la distribución χ_v^2 , independiente de z ;
- Determinar el vector $y = Az$;
- Sea $x = \frac{\sqrt{v}}{\sqrt{s}} y$;
- Determinar los componentes $u_i = t_v(x_i), i = 1, \dots, n$;
- El vector resultante es: $(u_1, \dots, u_n)^T : C_{v,R}^t$.

La figura 6-2 muestra 1000 simulaciones de datos de Monte Carlo de la variable bidimensional (x_1, x_2) utilizando el algoritmo mencionado para la cópula t .



La figura 6-2: 1000 simulación de Monte Carlo de la variable bidimensional (x_1, x_2) utilizando t cópula

6.9.3 Algoritmo general para cópulas Arquimedianas

El uso de distribuciones condicionales es un método general de generar números aleatorios de una cópula dada. Los pasos principales son los siguientes:

- Simular una variable aleatoria u_1 de la distribución uniforme $U(0,1)$
- Simular una variable aleatoria aleatoria u_2 de $C_2(\bowtie u_1)$
- M
- Simular una variable aleatoria u_n de $C_n(\bowtie u_1, L, u_{n-1})$

Obviamente, con el fin de simular un valor u_k $C_k(\bowtie u_1, L, u_{k-1})$ se debe dibujar v desde $U(0,1)$ en donde $u_k = C_k^{-1}(v | u_1, L, u_{k-1})$ puede obtenerse buscando la solución de la ecuación $v = C_k(u_k | u_1, L, u_{k-1})$. Con este propósito son necesarios a menudo, los instrumentos de aproximación numéricos.

Este procedimiento general toma una forma particular de las cópulas multivariantes Arquimedianas debido al teorema siguiente.

Teorema

Suponga el generador j de la cópula Arquimediana. Entonces:

$$C_k(u_k | u_1, L, u_{k-1}) = \frac{j^{-1(k-1)}(j(u_1) + j(u_2) + L + j(u_k))}{j^{-1(k-1)}(j(u_1) + j(u_2) + L + j(u_{k-1}))}$$

El algoritmo en el caso Clayton toma la forma:

- Simular n variables aleatorias (v_1, v_2, L, v_n) de $U(0,1)$;
- Sea $u_1 = v_1$;
- Sea $v_2 = C_2(u_2 | v_1)$ por lo que $v_2 = \frac{j^{-1(1)}(c_2)}{j^{-1(1)}(c_1)}$ con $c_1 = j(u_1) = u_1^{-q} - 1$ y

$$c_2 = j(u_1) + j(u_2) = u_1^{-q} + u_2^{-q} - 2 \text{ de modo que } v_2 = \left(\frac{u_1^{-q} + u_2^{-q} - 1}{u_1^{-q}} \right)^{\frac{1}{q-1}}. \text{ Deducimos}$$

$$\text{entonces: } u_2 = \left[v_1^{-q} \cdot \left(v_2^{\frac{-q}{q+1}} - 1 \right) + 1 \right]^{\frac{1}{q}};$$

- Sea $v_3 = C_3(u_3 | u_1, u_2) = \frac{j^{-1(2)}(c_3)}{j^{-1(2)}(c_2)} = \left(\frac{u_1^{-q} + u_2^{-q} + u_3^{-q} - 2}{u_1^{-q} + u_2^{-q} - 1} \right)^{\frac{1}{q-2}}$ y solucionándolo en u_3 ;

• M

- Solucionar en u_n la ecuación $v_n = \left(\frac{u_1^{-q} + u_2^{-q} + L + u_n^{-q} - n + 1}{u_1^{-q} + u_2^{-q} + L + u_{n-1}^{-q} - n + 2} \right)^{\frac{1}{q-n+1}}$. Deducimos

$$\text{entonces: } u_n = \left[\left(u_1^{-q} + u_2^{-q} + L + u_{n-1}^{-q} - n + 2 \right) \cdot \left(v_n^{\frac{q}{(1-n)q-1}} - 1 \right) + 1 \right]^{\frac{1}{q}}$$

La figura 6-3 muestra 1000 datos de simulaciones de Monte Carlo de la variable bidimensional (x_1, x_2) utilizando el mencionado algoritmo para la cópula de Clayton.

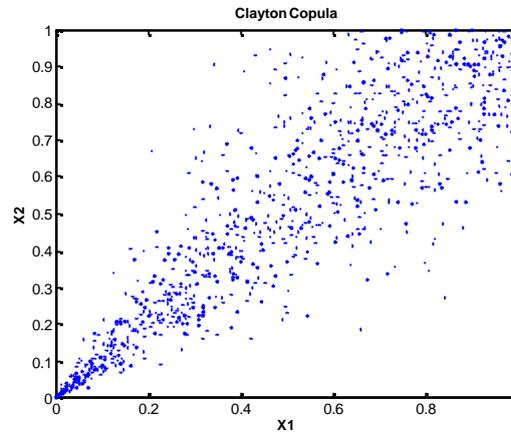
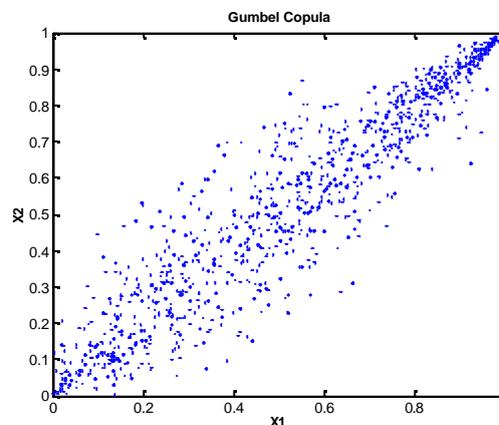


Figura 6-3: 1000 simulación de Monte Carlo de la variable bidimensional (x_1, x_2) utilizando la cópula de Clayton

El algoritmo toma la forma en el caso Gumbel:

- Simular variables aleatorias n (v_1, v_2, \dots, v_n) de $U(0,1)$
- Sea $u_1 = v_1$;
- Sea $v_2 = C_2(u_2 | v_1)$ de ahí $v_2 = \frac{j^{-1(1)}(c_2)}{j^{-1(1)}(c_1)}$ con $c_1 = j(u_1) = (-\log u_1)^q$ y $c_2 = j(u_1) + j(u_2) = (-\log u_1)^q + (-\log u_2)^q$. Se debe resolver esta ecuación con respecto a u_2 ;
- Sea $v_3 = C_3(u_3 | u_1, u_2) = \frac{j^{-1(2)}(c_3)}{j^{-1(2)}(c_2)}$ y resolviéndola en u_3 ;
- etcétera...

La figura 6-4 muestra 1000 datos de simulación de Monte Carlo de la variable bidimensional (x_1, x_2) utilizando el mencionado algoritmo de la cópula Gumbel.



La figura 6-4: 1000 simulación de Monte Carlo de la variable bidimensional (x_1, x_2) utilizando la cópula de Gumbel

En el caso Frank el algoritmo toma la forma:

- Simular n variables aleatorias (v_1, v_2, \dots, v_n) de $U(0,1)$;
- Sea $u_1 = v_1$;
- Sea $v_2 = C_2(u_2 | v_1)$ de ahí $v_2 = \frac{j^{-1(1)}(c_2)}{j^{-1(1)}(c_1)}$ con $c_1 = j(u_1) = \log \frac{e^{-qu_1} - 1}{e^{-q} - 1}$ y

$$c_2 = j(u_1) + j(u_2) = \log \frac{(e^{-qu_1} - 1)(e^{-qu_2} - 1)}{(e^{-q} - 1)^2} \text{ de modo que}$$

$$v_2 = e^{-qu_1} \times \frac{e^{-qu_2} - 1}{e^{-q} - 1 + (e^{-qu_1} - 1)(e^{-qu_2} - 1)}. \text{ Deducimos entonces:}$$

$$u_2 = -\frac{1}{q} \cdot \log \left[1 + \frac{v_2 \cdot (1 - e^{-q})}{v_2 \cdot (e^{-qu_1} - 1) - e^{-qu_1}} \right];$$

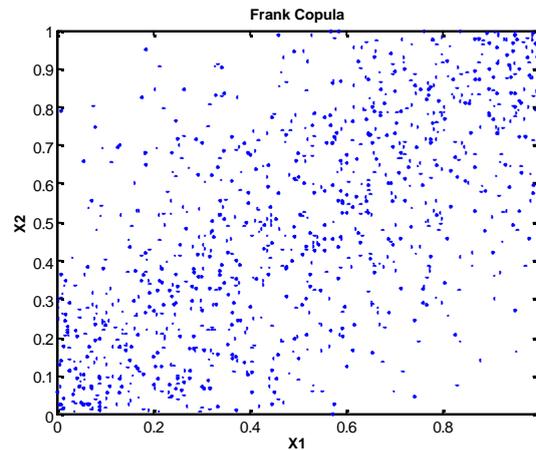
- Sea $v_3 = C_3(u_3 | u_1, u_2) = \frac{j^{-1(2)}(c_3)}{j^{-1(2)}(c_2)}$ con $c_3 = \log \frac{(e^{-qu_1} - 1)(e^{-qu_2} - 1)(e^{-qu_3} - 1)}{(e^{-q} - 1)^3}$ de ahí

$$v_3 = \frac{(e^{-q} - 1) \cdot \left[(e^{-q} - 1) + (e^{-qu_1} - 1) \cdot (e^{-qu_2} - 1) \right]^2 \cdot e^{-qu_3} - 1}{\left[(e^{-q} - 1)^2 + (e^{-qu_1} - 1) \cdot (e^{-qu_2} - 1) \cdot (e^{-qu_3} - 1) \right]^2} \text{ que tiene que ser resuelto}$$

con respecto a u_3 ;

- etcétera.

La figura 6-5 muestra 1000 datos de simulación de Monte Carlo de la variable bidimensional (x_1, x_2) utilizando el susodicho algoritmo para la cópula de Frank.



La figura 6-5: 1000 simulación de Monte Carlo de la variable bidimensional (x_1, x_2) utilizando cópula Frank

6.9.4 Simulación de la cópula empírica

El algoritmo siguiente permite generar un vector de variables aleatorias de la cópula empírica:

- Representar de manera aleatoria un vector completo de observación (x_1^t, \dots, x_n^t) del conjunto de datos históricos c ;
- Utilizar las funciones de distribución empíricas \bar{F}_i , para transformar cada componente del vector de observación a un conjunto de variables uniformes:

$$u_i = \bar{F}_i(x_i^t), i = 1, \dots, n$$

- (u_1, \dots, u_n) es un vector no independiente uniforme $(0,1)$ que es dependiente por la cópula empírica.

6.10 Conclusiones

- En este momento no existe ningún método numérico para estimar la distribución multivariante. Para resolver este problema se introduce en este capítulo la función de cópula, a fin de que se pueda aplicar en la estimación de las distribuciones bi o multivariantes. De hecho se han desarrollado varios métodos de análisis bivariante. Sin embargo, estos modelos tienen los siguientes inconvenientes:
 - Cada modelo bivariante debería tener marginales iguales. Esta exigencia es demasiado restrictiva, pues en la práctica de la ingeniería las variables de los problemas no tienen los mismos tipos de distribución.
 - La medida de asociación o correlación es sensible a la estructura de la correlación de las distribuciones marginales de la distribución multivariable.
 - Excepto en la distribución bivariante normal, las demás distribuciones multivariantes no se pueden ampliar a más de dos dimensiones pues no se conoce la estructura de correlación entre variables.
- Hay muchas otras familias de cópula no mencionadas en este capítulo. Incluso con las mismas correlaciones de fila, las familias de cópula diferentes imponen estructuras de dependencia diferentes. La opción de familia puede depender de preocupaciones teóricas, de la necesidad de imitar datos históricos, o en el deseo de experimentar con posibilidades diferentes. Las figuras 5-1,2,3,4,5 comparan cinco cópulas. Cada gráfico tiene 1,000 pares simulados de valores aleatorios $\in [0,1]$. Cada par fue creado con un tipo diferente de la cópula, pero tiene la misma correlación de fila. Las cinco cópulas crean distribuciones que son muy diferentes con respecto a la asociación de los extremos de una u otra variable.
- Hay varios motivos por los que la cópula es un instrumento tan atractivo para el modelado:
 - Representan un modo para tratar de definir la estructura de dependencia de la función de distribución conjunta, y separar el comportamiento de la dependencia y el comportamiento de las marginales.
 - Proveen de un poderoso instrumento para construir un gran número de modelos multivariantes y son muy útiles en las simulaciones de Monte Carlo;

- Permiten construir ejemplos que dependen solo de la estructura de correlación.
- Proporcionan un modo de estudiar el grado de dependencia sin factor de escala;
- Expresan la dependencia por una escala de cuantiles, que es muy útil para describir la dependencia de resultados extremos.

7.0 Aplicación del modelo propuesto

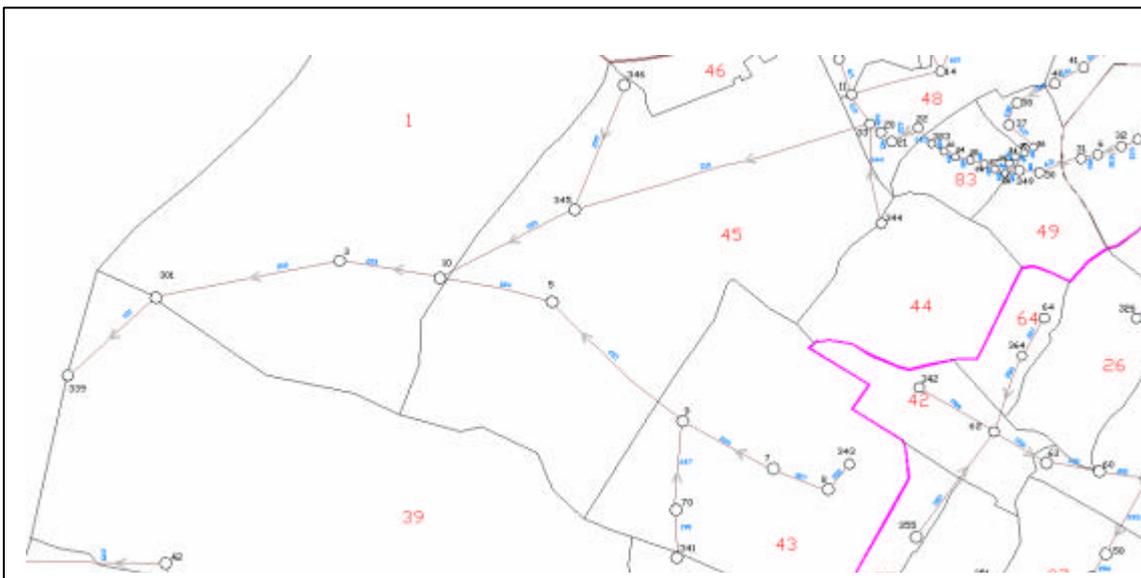
El objeto de este capítulo es mostrar un caso práctico de modelado de CSS. El objetivo principal de este modelo es desarrollar un plan que prevenga cualquier aumento de cantidad de CSO en el área estudiada utilizando un tanque de detención. Este modelo usará el modelo de Cópula-EVT para prevenir las inundaciones con períodos de retorno de 10, 25, 50 y 100 años. A fin de analizar el CSO del área estudiada, el modelo de SWMM es utilizado como un modelo de cantidad de escorrentía, que utiliza métodos completos de distribución y de conducción de caudales pluviales además de que es uno de los modelos más completo para el diseño, gestión y evaluación de alternativas de control de pluviales. Los siguientes son los pasos incorporados al proceso de modelado:

- Identificar las distribuciones de los componentes de la tormenta. En este contexto, la tormenta es definida como una sola tormenta principal, que produce la pluvial más intensa dentro de la tormenta completa. Representamos las tormentas pluviales por unas tormentas triangulares equivalentes. La altura del triángulo representa la pluvial más intensa y principal de la tormenta S_i , igual a la intensidad máxima por hora en la tormenta real y la base del triángulo representa la duración del centro tormentoso S_d . El patrón de la intensidad de tiempo de la tormenta S_p , es un valor adimensional que indica la variación de la intensidad de pluvial dentro de la duración de la tormenta de pluvial. El modelo de intensidad de tiempo de la tormenta es representado como un porcentaje de la duración pluvial (0.1 a 0.9 de la duración pluvial). Este enfoque define los componentes pluviales como variables aleatorias, así permitiendo ajuste estas variables en distribuciones convenientes.
- Identificar la función de distribución conjunta (cópula) que mejor se ajusta a las bi-variables (S_i, S_d) y (S_i, S_p) .
- A continuación las dos cópulas se aplican simultáneamente para generar un número de la máxima intensidad pluvial, duración y modelo de tiempo igual a las tormentas anuales medias en el área, para cada período de retorno (2, 10, 25, 50 y 100 años). Entonces este proceso se repite 10,000 veces para cada período de retorno. A fin de reducir el tiempo de simulación, sólo las tormentas que tienen una intensidad y una duración mayor que la tormenta de diseño de CSS son consideradas para el análisis.
- Dividir las tormentas seleccionadas en intensidades de 1 hora, a fin de usar SWMM.
- Evaluar la respuesta del CSS a las tormentas generadas en cada período de retorno asociado a los diferentes tipos y usos del terreno. Por consiguiente se estima el volumen de almacenamiento de los tanques de detención necesarios. En este caso, el volumen de almacenamiento será estimado para la tormenta más severa, la que produce la escorrentía máxima para cada período de retorno.
- Seleccionar el período de retorno que produce el volumen de almacenamiento óptimo minimizando el coste total, que comprende la inversión inicial para la construcción del tanque y el costo de los daños medioambientales ocasionados por los desbordamientos. A tal fin, modelos de CSS incluyendo los depósitos estimados en el paso anterior de cada período de retorno fueron probados con tormentas generadas por un período de retorno de 150 años. Tenemos así la estimación del

número de tormentas que producen inundaciones para cada modelo. El coste del daño ambiental se presume constante, es decir cada desbordamiento tiene un efecto inmediato que es independiente de su volumen.

7.1 Presentación del caso de estudio. La cuenca

Esta sección contiene una breve descripción de una cuenca y su sistema de drenaje. El área tiene grupos de edificios y calles que han ocupado el 65 % del área de cuenca. Sin embargo, fuera de esta área, el nivel de desarrollo desciende y las zonas impermeables son el 10-25 %, debido a una abundancia de tierras con hierbas de conservación y arboladas.



La figura 7-1: Mapa del sistema de alcantarillado del área estudiada

7.1.1 Exigencias de datos para SWMM

Los datos que se deberían introducir en el SWMM consisten en el área de subcuenca y los datos del CSS. En las áreas de subcuenca, deben determinarse las zonas impermeables y las permeables así como la información de los parámetros de infiltración. Los parámetros de subcuenca consisten en un nodo de salida, el área superficial, porcentaje de área impermeable, el ancho y las pendientes características de la subcuenca. En relación a los datos del sistema de drenaje, la información en nodos (uniones, aliviaderos, divisorias y almacenamiento), se necesita la información de los elementos vinculantes (conductos, bombas, aliviaderos, geometría de la sección transversal y presas).

Las uniones son nodos del sistema de transporte que vinculan el sistema. Físicamente pueden representar la confluencia de canales superficiales naturales, cámaras subterráneas en un sistema de alcantarillado, o accesorios de uniones de los tubos. Aportes externos pueden entrar en el sistema por estas uniones. El exceso de agua en una unión puede presurizarse parcialmente durante eventos de sobrecarga y puede ser evacuada por el sistema o encharcarse encima de la unión para posteriormente drenar por ella. Los parámetros de entrada de una unión son: elevación del intradós,

profundidad a la superficie, área superficial encharcada y los datos del caudal de entrada externo. Los datos de salida del ordenador incluyen: la profundidad del agua, la carga hidráulica, datos de la variación de caudal de entrada externo, datos de la variación del caudal de alivio y concentración de cada componente relacionado con la calidad de agua.

Los conductos son tubos o canales que trasladan el agua de un nodo al otro del sistema de drenaje. Las secciones transversales pueden ser seleccionadas de una variedad de geometrías abiertas o cerradas estándares. Son aceptadas también secciones transversales irregulares. Los principales datos de entrada en conductos son: nombres de los nodos entrada y salida, la diferencia de altura del intradós de los tubos de entrada y salida en cada nodo, longitud del conducto, la rugosidad de Manning, descripción de la geometría de las secciones transversales, coeficientes de pérdidas de entrada y salida y la presencia de compuertas para prevenir la inversión de caudales. Las secciones transversales de los conductos pueden ser circulares, rectangulares, abiertas o cerradas, trapezoidales, triangulares, de elipse horizontal o vertical, de arco, parabólicas, etc. Los datos de salida del ordenador incluyen: variación de los cambios de caudal, altura de lámina, velocidad, sección de conducto lleno y concentración de cada componente de la calidad del agua.

La Tabla 7-1 ilustra las características físicas de la cuenca en las condiciones representativas del año 2004 (p.ej, porcentaje de área impermeable, pendiente, superficie, la rugosidad de Manning para zonas permeables e impermeables, parámetros de infiltración). La Tabla 6-2 muestra las características del CSS.

Tabla 7-1: Características del CSS

Entrada Nodo	Salida Nodo	Longitud (m)	Coefficiente de Manning	Tipo	Geom1 (m)	Geom2 (m)	Geom3 (m)
341	70	27.7	0.013	Circular	0.45	0	0
301	339	153.7	0.1	Trapezoidal	2.16	3.17	1.77
3	301	208.8	0.1	Trapezoidal	1	3.9	0.34
10	3	263.8	0.1	Trapezoidal	1.77	2.44	0.39
5	10	106.4	0.1	Trapezoidal	1.4	0.81	0.37
9	5	278.6	0.019	Circular	1.52	0	0
7	9	189.3	0.08	Trapezoidal	1.02	2.1	0.66
8	7	35.5	0.015	Circular	0.91	0	0
343	8	30.5	0.013	Circular	1.22	0	0
345	10	168.8	0.1	Trapezoidal	1.16	1.46	0.34
33	345	461.2	0.023	Circular	1.83	0	0
346	345	195	0.013	Trapezoidal	0.91	1.83	0.61
344	33	215	0.13	Trapezoidal	1.22	0.91	0.35
70	9	205	0.1	Trapezoidal	1.37	1.83	0.36
Geom1 Geom2 Geom3							
Circular		Diameter		--	--		
Trapezoidal		Side slope (V/H)		Bottom width	Depth		

Tabla 7-2: Condiciones de impermeabilidad de la cuenca.

Entrada Node	Area (ha)	Ancho (m)	Pendiente (%)	Superficie Impermeable Total				
				Actual (%)		Futura (%)		
				2004	2014	2029	2054	2104
339	25.53	589	12.2	10.4	25	33.3	50	75
301	22	228	4.82	13.7	30	37	55	75
341	1.5	208	15	10	30	37	55	75
343	11	705	6.1	24.5	50	65	65	75
345	22	942	2.8	32	45	60	65	75
346	1.3	320	13.3	3.22	23	42	56	75
33	688	2100	9	65	75	75	75	75
3	202	1500	5.6	25.6	30	39.5	49.5	75
10	15	150	6.9	25	45	50	55	75
5	35	750	8.2	15	38	45	53.5	75
9	37	800	4.3	12.3	30	38	45	75
7	78.5	560	11	15	30	35	48	75
8	385	1020	10.92	13.3	37	40	55	75
70	32.4	320	6.8	25	53	65	65	75
344	121.5	420	9.06	25	55	65	65	75

7.2 La cópula -EVT para la simulación de modelado pluvial

7.2.1 Definición de tormenta

El modelo propuesto de Cópula-EVT trata las tres características de la precipitación (duración de la tormenta, su intensidad y el comportamiento temporal) como variables aleatorias. Así, la nueva definición de evento tiene que incorporar la naturaleza arbitraria de aquellos eventos, que tienen el potencial para producir la escorrentía, pero por simplicidad en su representación, incluir sólo aquellas partes de un acontecimiento que tendrá una influencia significativa en la respuesta de la escorrentía. La “tormenta completa” y el “núcleo de la tormenta” (la parte más intensa de la tormenta) se definen como sigue.

Tormenta completa

Según Hoange et al., (1999), la tormenta completa es definida por los tres pasos mostrados en la figura 7-2:

1. Una tormenta ‘en bruto’ es un período de precipitación que comienza y termina antes de una hora no seca (es decir precipitaciones por hora mayor que C_I mm/h), precedidas y seguidas de al menos seis horas secas. Esto es definido como el tiempo de separación, $h = 6$ horas.
2. ‘Precipitación insignificante’ períodos al principio o al final de una tormenta ‘en bruto’, si algún período es extraído entonces de la tormenta, la parte resultante de la tormenta gruesa es definida como la tormenta ‘neta’.

- Las tormentas netas, ahora llamadas como tormentas completas, son evaluadas en términos de su potencial para producir una escorrentía pluvial significativa evaluando sus magnitudes de precipitación y comparando el promedio de sus intensidades con el umbral de intensidades.

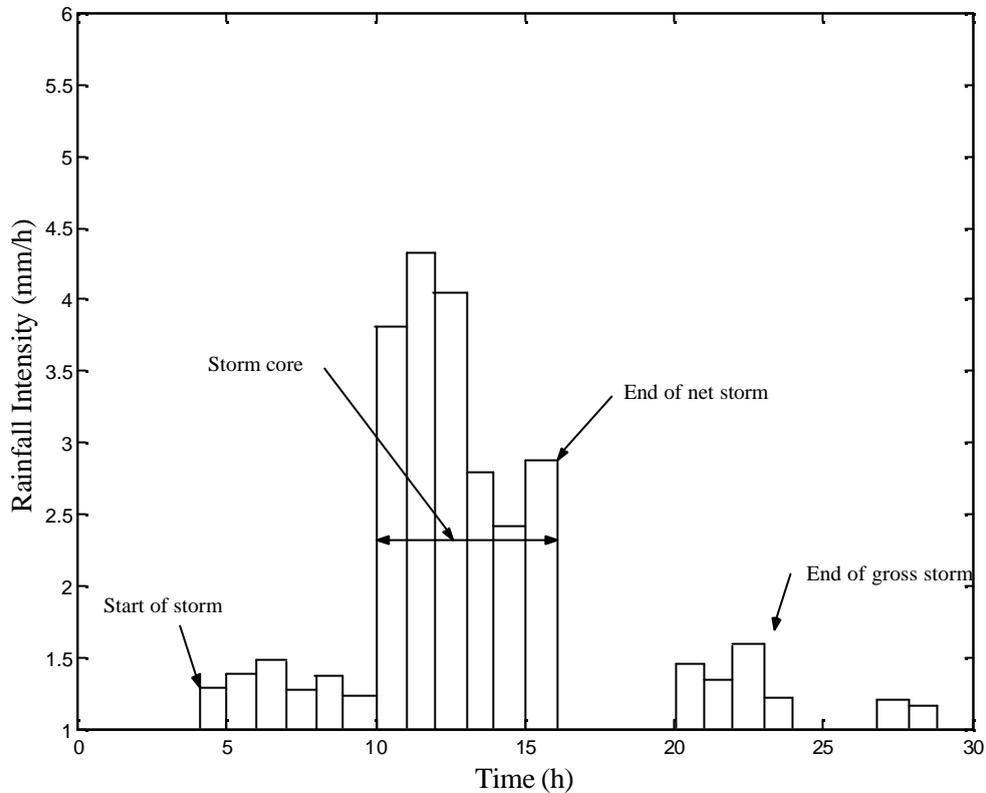


Figura 7-2: Tormenta completa y núcleo de la tormenta

Núcleo de la tormenta

Una tormenta completa debe seleccionarse para su estudio en profundidad si sus tormentas tienen el potencial de producir una escorrentía pluvial significativa. Un único núcleo de tormenta, (que es la precipitación de pluviales más intensa de una tormenta completa), es representada por un triángulo equivalente, ver figura 7-3. La altura del triángulo representa la intensidad de la tormenta, igual la intensidad máxima horaria en la tormenta real y la base de triángulo representa la duración del núcleo de la tormenta. La forma del patrón de la intensidad es un valor adimensional que indica la variación de la intensidad de pluviales dentro de la duración de la tormenta. El patrón de intensidad de tiempo de la tormenta es representado como un porcentaje de la duración de la tormenta (de 0.1 a 0.9 de la duración de la tormenta).

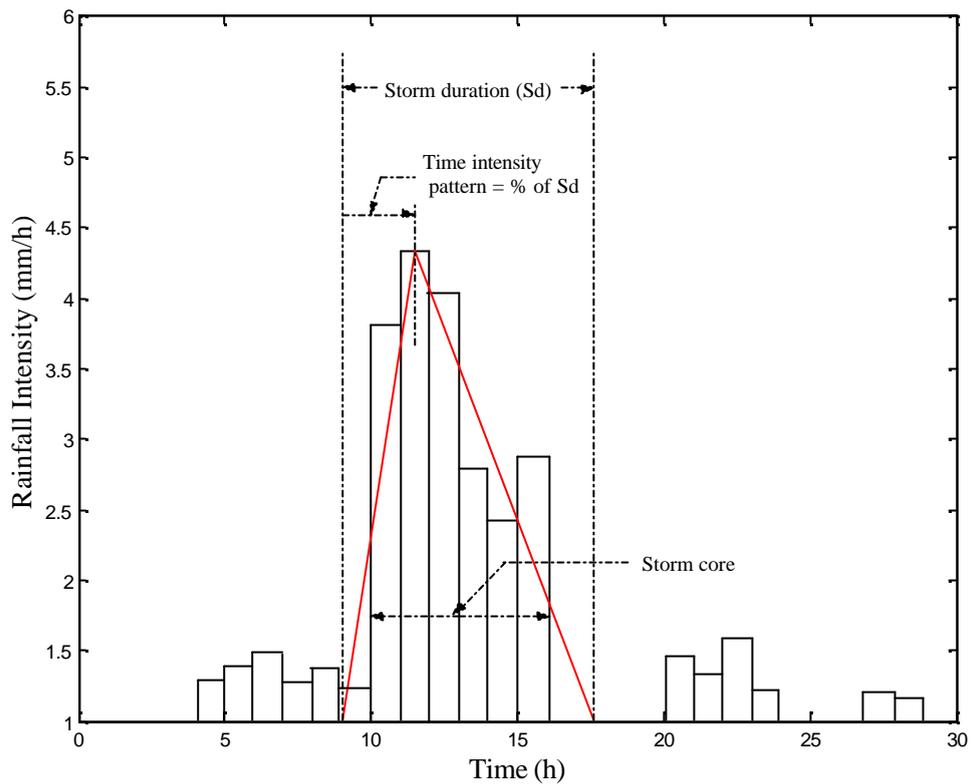


Figura 7-3: Substitución del núcleo de la tormenta por un triángulo equivalente

7.3.1 Identificación de los componentes de las distribuciones

Los datos disponibles comprenden registros horarios de pluviales durante el período 1989 - 2004. Un total de 850 núcleos de tormenta han sido extraídos del registro. Cada núcleo de tormenta es representado por un triángulo equivalente y las tres variables (componentes de la distribución) que han sido seleccionadas para la descripción estocástica y que son: la duración del núcleo, la intensidad del núcleo de la tormenta y su patrón temporal. La figura 7-4 muestra una dispersión de la duración del núcleo vs. la intensidad del núcleo de la tormenta y la figura 7-5 muestra una dispersión de la intensidad máxima del núcleo de la tormenta y su patrón temporal. Las distribuciones marginales de estos componentes son descritas en las secciones siguientes.

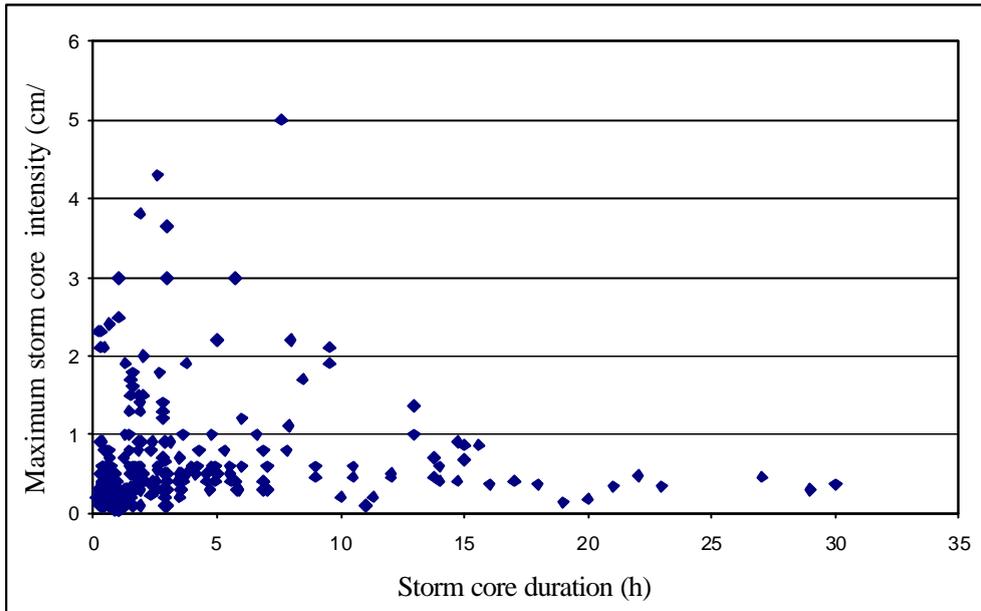


Figura 7-4: Gráfico de dispersión de la duración de núcleos y la intensidad máxima de núcleos de tormenta.

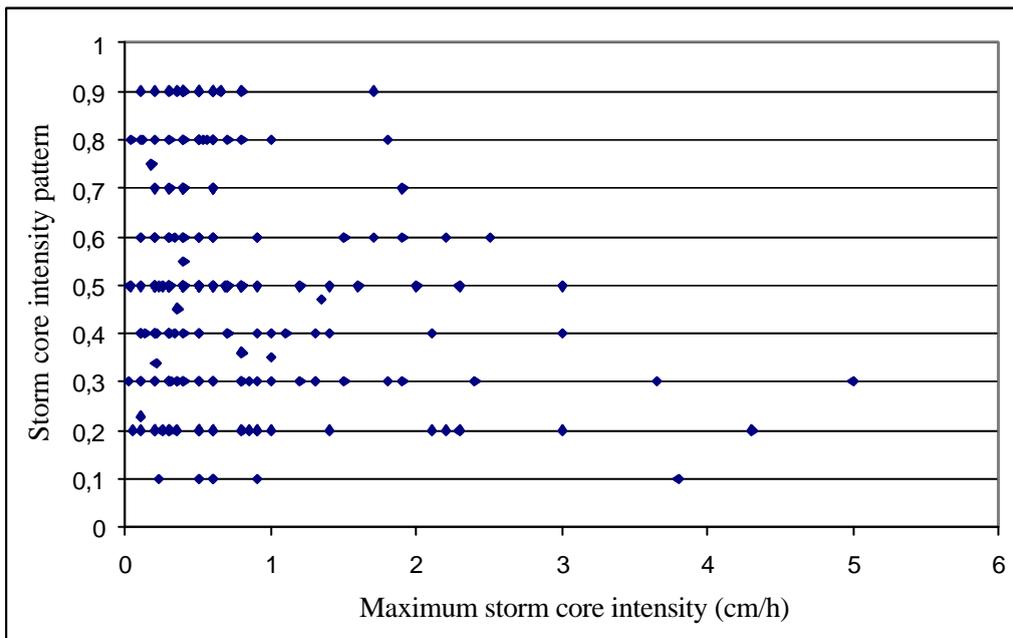


Figura 7-5: Gráfico de dispersión de la duración del núcleo y el patrón de intensidad del núcleo de tormenta.

7.3.1.1 Distribución marginal de las intensidades máximas del núcleo de tormenta S_i

Para modelar la intensidad máxima S_i del núcleo de la tormenta, se utiliza el enfoque del pico sobre un umbral (POT). Este enfoque está basado en el uso de todos los eventos superiores, que exceden un valor de umbral especificado alto u de los datos disponibles (llamados excedencias). Para un umbral suficientemente alto, el número de observaciones encima del umbral u por año son bajas en número y con una distribución de Poisson. El comportamiento de los eventos encima del umbral u se describe por la ecuación de Pareto generalizada 5-40. Para los datos de intensidad máxima del núcleo de la tormenta, dado un umbral u , se seleccionan los que sobrepasen 1 mm/h utilizando el gráfico de vida media residual. Adicionalmente se aplican otros dos umbrales 5 y 10 mm/h. Desde un punto de vista físico, corresponde a la investigación de diferentes condiciones climáticas, donde la situación presente se fija en un umbral de 1 mm/h y las otras dos condiciones climáticas posibles cambian en correspondencia a los umbrales de 5 y 10 mm/h. Utilizando el método de máxima verosimilitud, los parámetros GPD para los tres umbrales y los errores estándares aparecen en la lista de la Tabla 7-3.

Tabla 7-3: Valores estimados de los parámetros GPD y errores estándares para S_i como una función del umbral u .

u (cm/h)	s	St. error	z	St. error
0.1	0.51	0.057	0.19	0.08
0.5	0.62	0.08	0.20	0.1
1	1.35	0.21	-0.22	0.1

La figura 7-6 muestra los gráficos de diagnóstico para el modelo de GPD ajustado de los datos de la intensidad máxima de núcleos de tormenta para los tres umbrales.

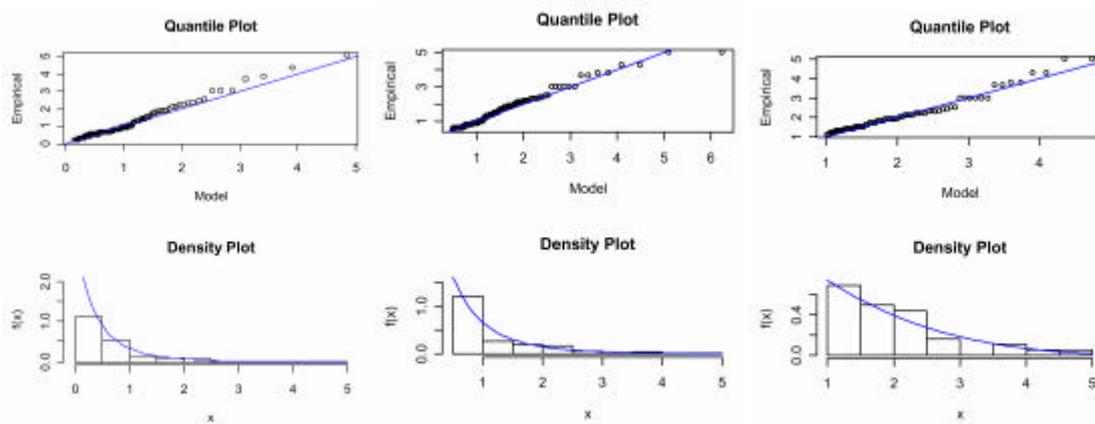


Figura 7-6: Calidad de Gráficos ajustados para el modelo GPD para tres umbrales

7.3.1.2 Distribución marginal de la duración del núcleo de tormenta S_d

Los mismos procedimientos utilizados en la sección previa son utilizados en esta sección para estimar las duraciones de los núcleos de tormenta para diferentes umbrales.

La tabla 7-4 muestra los valores estimados de los parámetros GPD y los errores estándares para S_d como una función del umbral u .

Tabla 7-4: Valores estimados de los parámetros GPD y error estándar para datos correspondientes a S_d como una función del umbral u .

u	s	St. error	z	St. error
0.1	3.29	0.3	0.18	0.07
0.5	3.07	0.28	0.087	0.064
1	1.25	0.095	-0.17	0.043

La figura 7-7 muestra los gráficos de diagnóstico para el modelo de GPD ajustado de los datos de duraciones núcleos de tormenta.

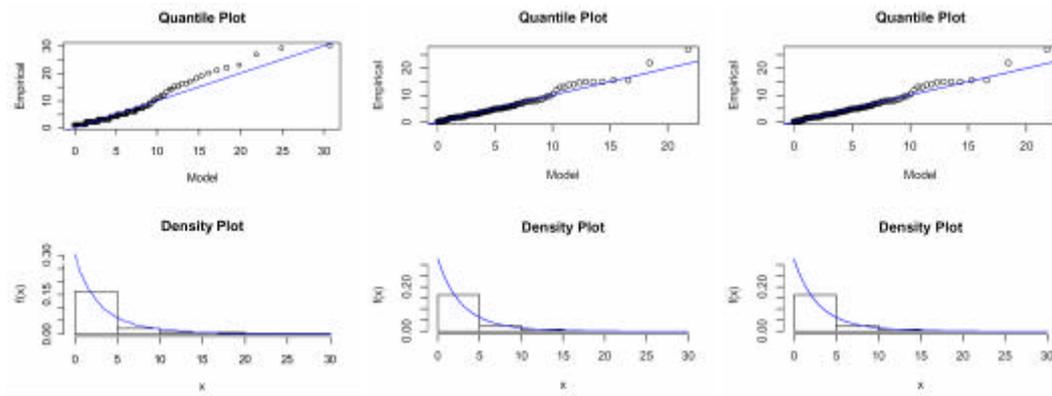


Figura 7-7: Calidad de gráficos ajustados para el modelo GPD S_d en tres umbrales

7.3.1.3 Distribución marginal del patrón de intensidad del núcleo de tormenta S_p

La tabla 7-5 muestra los valores estimados de los parámetros Gumbel y errores estándares de S_d como una función del umbral u .

Tabla 7-5: Valores estimados de los parámetros Gumbel y errores estándares de S_p como una función del umbral u .

u	m	St. error	s	St. error
0.1	0.37	0.01	0.18	0.009
0.5	0.35	0.013	0.19	0.009
1	0.33	0.017	0.15	0.012

La figura 7-8 muestra los gráficos de diagnóstico para el modelo de Gumbel ajustado a los datos del patrón de intensidad de núcleos de tormenta. El gráfico de probabilidad muestra un buen ajuste al modelo.

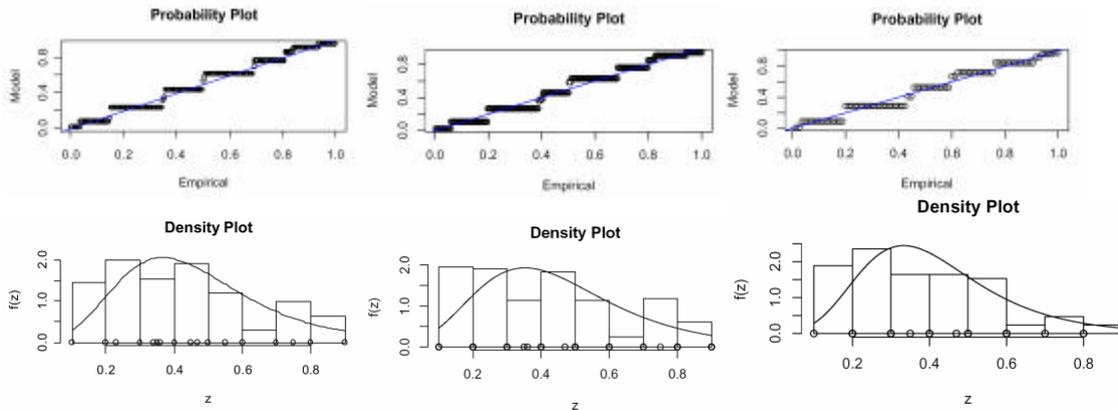


Figura 7-8: Calidad del ajuste de los gráficos del modelo Gumbel S_p en tres umbrales

7.3.2 Dependencia estadística

La dependencia estadística entre dos variables bidimensionales (S_i, S_d) (S_i, S_p) se estima usando el coeficiente *tau de Kendall* como medida de asociación. Desde un punto de vista estadístico, se pueden considerar valores de S_i mayores que los umbrales para investigar diferentes "tendencias" de la dependencia entre las variables (S_i, S_d) y (S_i, S_p) . La tabla 7-6 muestra los valores estimados del *tau de Kendall*, como una función de los umbrales considerados.

Tabla 7-6: Valores estimados del *tau de Kendall* como una función del umbral u .

u	(S_i, S_d)	(S_i, S_p)
0.1	0.17	0.12
0.5	0.14	0.11
1	0.09	0.08

Como un comentario general, en ambos casos para las variables (S_i, S_d) y (S_i, S_p) la dependencia disminuye (decrece) al aumentar el umbral.

7.4 Ajuste de una Cópula a los datos

Para ajustar una cópula a los datos, primero debe identificarse la forma de la cópula propuesta (ver sección 6.4). Luego se estima la cópula utilizando el método de máxima verosimilitud (la sección 6.6.1). o bien se define la cópula como una función *de tau de Kendall*. Las dos secciones siguientes ilustran la aplicación de estos enfoques.

7.4.1 Identificación de una Cópula para las variables (S_i, S_d) y (S_i, S_p) .

Para identificar una cópula apropiada para las variables bidimensionales, se utiliza el procedimiento desarrollado por Genest y Rivest (1993). Según este procedimiento, se prueba el grado de proximidad de la versión paramétrica y no paramétrica de la función de distribución $K(z)$ (ver la sección 6.4). Este procedimiento se basa en la comparación de las estimaciones de $K(z)$ y los correspondientes a los basados en una forma específica de la cópula. Los cuantiles de cada distribución estimada se comprueban a fin de comparar las dos estimaciones de $K(z)$. Como hemos comentado en secciones anteriores, tres cópulas son extensamente usadas en la identificación de dos variables bidimensionales, a saber: Frank, Clayton y Gumbel. La forma de las cópulas para cada una de estas familias aparece en la sección 6.2.3. Las figuras 7-9 y 7-10, ilustran los gráficos de Q-Q para dos variables bidimensionales. En caso de la variable (S_i, S_d) , debido al acuerdo cercano entre cuantiles no paramétricos y paramétricos, el procedimiento sugiere el uso de la cópula Clayton. También en el caso de la variable (S_i, S_p) , el procedimiento sugiere el uso de la cópula Clayton. Por lo tanto, en ambos casos las cópulas Clayton son las que mejor se ajustan los datos.

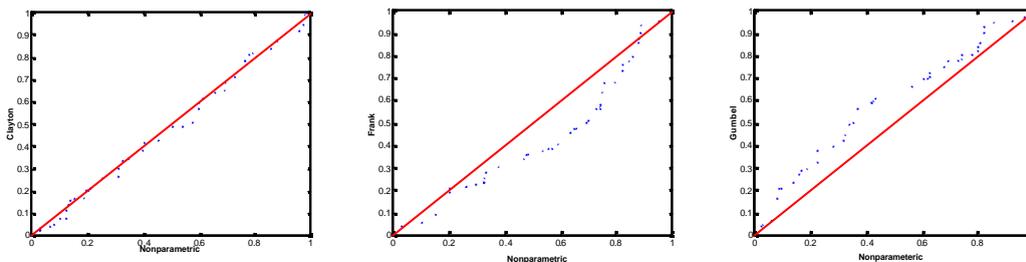


Figure 7-9: Gráficos Q-Q de la variable (S_i, S_d)

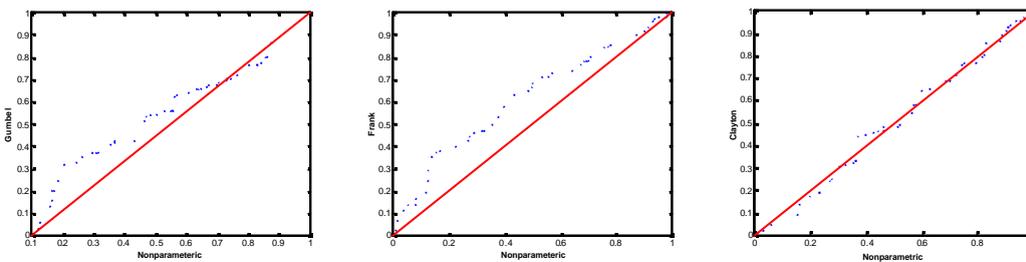


Figure 7-10: Gráficos Q-Q de la variable (S_i, S_p)

7.4.3 Ajuste de una Cópula utilizando máxima verosimilitud

Después que se estimen las distribuciones marginales de los componentes de las tormentas, se seleccione un tipo de cópula particular, los parámetros de cópula deben ser estimados. El ajuste puede ser realizado por el método de los mínimos cuadrados y el método de la máxima verosimilitud. Sin embargo, para algunos tipos de cópula puede no ser posible maximizar la función de probabilidad. En tales casos se debe ser usar el método de los mínimos cuadrados. La máxima verosimilitud estima el recuento de los datos que consisten de dos variables aleatorias X e Y , representando por ejemplo la

intensidad máxima del núcleo de la tormenta y la duración de dicho núcleo respectivamente. Los parámetros son calculados con los procedimientos de probabilidad máxima que están programados en Matlab. Se usan las siguientes derivadas parciales para desarrollar la ecuación de verosimilitud:

$$F_x(x, y) = \frac{\partial F(x, y)}{\partial x}$$

$$F_y(x, y) = \frac{\partial F(x, y)}{\partial y}$$

y

$$f(x, y) = \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x \partial y}$$

Del mismo modo, las primeras derivadas parciales de la cópula serán llamadas C_x y C_y , y la segunda derivada parcial mixta por C_{xy} .

Usando un parámetro de cópula y marginales GPD por ejemplo, entonces hay un total de cinco parámetros a ser estimados: dos para cada uno de las marginales y uno para los parámetros de dependencia. Entonces la función de probabilidad es

$$f(x, y) = f_x(x) f_y(y) C_{xy}(F_x(x), F_y(y))$$

El logaritmo de la función de probabilidad es

$$\log l(x, y) = \log(x, y) + \log(C_y(F_x(x), F_y(y)))$$

Entonces las estimaciones de los parámetros pueden ser determinadas maximizando la probabilidad para el conjunto datos entero:

$$\sum_{i=1}^n \log L(x, y)$$

En las Tabla 7-7 y 7-8 se muestran los resultados de la estimación máxima que se ajusta a la cópula Clayton para las variables bidimensionales. Un comentario general sobre las Tablas 7-7 y 7-8, es que las estimaciones de parámetro de las distribuciones marginales en gran parte están sin alterar cuando comparamos el ajuste uni-variable al ajuste bi-variable, indicando una mayor precisión de las estimaciones de parámetro.

Tabla 7-7: Estimaciones de parámetro utilizando cópula de Clayton para la variable (S_i, S_d)

Umbral u		Parámetro	Distribución de Bi-variable		Distribución de Uni-variable	
			Estimación	Error Std	Estimación	Error Std
0.1	S_i	s	0.49	0.045	0.51	0.057
		z	0.17	0.07	0.19	0.08
	S_d	s	3.15	0.26	3.29	0.30
		z	0.17	0.06	0.18	0.07
	Dependencia	a	0.45	0.039	--	--
0.5	S_i	s	0.61	0.075	0.62	0.08
		z	0.2	0.089	0.2	0.1
	S_d	s	3.30	0.20	3.07	0.28
		z	0.2	0.05	0.18	0.07
	Dependencia	a	0.35	0.02	--	--
1	S_i	s	1.30	0.23	1.35	0.21
		z	-0.18	0.12	-0.22	0.1
	S_d	s	1.20	0.08	1.25	0.095
		z	-0.15	0.037	-0.17	0.043
	Dependencia	a	0.2	0.09	--	--

Tabla 7-8: Estimaciones de parámetro utilizando cópula de Clayton para la variable (S_i, S_p)

Umbral u		Parámetro	Distribución de Bi-variable		Distribución de Uni-variable	
			Estimación	Error Std	Estimación	Error Std
0.1	S_i	s	0.53	0.055	0.51	0.057
		z	0.20	0.088	0.19	0.08
	S_p	s	0.36	0.01	0.37	0.01
		z	0.17	0.009	0.18	0.009
	Dependencia	a	0.28	0.05	--	--
0.5	S_i	s	0.66	0.068	0.62	0.08
		z	0.17	0.073	0.2	0.1
	S_p	s	0.37	0.01	0.35	0.013
		z	0.2	0.008	0.19	0.009
	Dependencia	a	0.27	0.07	--	--
1	S_i	s	1.35	0.28	1.35	0.21
		z	-0.2	0.17	-0.22	0.1
	S_p	s	0.33	0.013	0.33	0.017
		z	0.13	0.009	0.15	0.012
	Dependencia	a	0.17	0.093	--	--

7.4.4 Ajuste de una Cópula utilizando el coeficiente tau de Kendall

Las cópulas Arquimedeanas pueden ser fácilmente construidas asociándolas con el *tau de Kendall* (ver la sección 6.3). La tabla 7-7 muestra el tau de Kendall estimado y Clayton \mathbf{a} para las variables (S_i, S_d) y (S_i, S_p) . Los resultados obtenidos, son muy parecidos a los obtenidos en la sección anterior. Lo que indica una mayor precisión en las estimaciones de parámetros.

Tabla 7-7: Estimación del Clayton \mathbf{a} como una función del tau de Kendall para las variables (S_i, S_d) y (S_i, S_p)

u	(S_i, S_d) Tau de Kendall	(S_i, S_d) Clayton \mathbf{a}	(S_i, S_p) Tau de Kendall	(S_i, S_p) Clayton \mathbf{a}
0.1	0.17	0.41	0.12	0.27
0.5	0.14	0.33	0.11	0.25
1	0.09	0.2	0.08	0.17

7.5 Generación de tormentas utilizando el modelo de Cópula-EVT

Utilizando los parámetros estimados de cópulas y la función de distribución de las variables aleatorias que se estimaron en la sección anterior, es posible ahora generar los componentes de las tormentas aleatorias, a fin de ser usadas como datos de entrada para SWMM. Los pasos siguientes muestran el proceso de generación.

1. Generar varias tormentas componentes, (S_i, S_d, S_p) igual al número medio de las tormentas por año en el área (= 11 tormentas) utilizando la cópula de Clayton y el escenario de clima deseado.
2. Repetir el paso 1 un número de veces igual al del período de retorno requerido (es decir 10, 25, 50 años ...).
3. Repetir el paso 1 y 2, durante 10.000 veces, donde este número fue estimado de la ecuación 5-18 para $p_f = 0.038$.
4. Dividir las tormentas que resultan para la intensidad de horas (ver la figura 7-13)

Las figuras 7-11 y 7-12 muestran una generación simultánea de 1000 veces para cada una de las variables (S_i, S_d) y (S_i, S_p) con un período de retorno de 10 años y en la condiciones del primer escenario de clima. Estas tormentas se dividen entonces en intensidades por hora (ver la figura 7-13) a fin de ser utilizadas como los datos de las tormentas de entrada para SWMM después de convertir su formato al formato del Centro de Datos de Clima Nacional, DSI 3240.

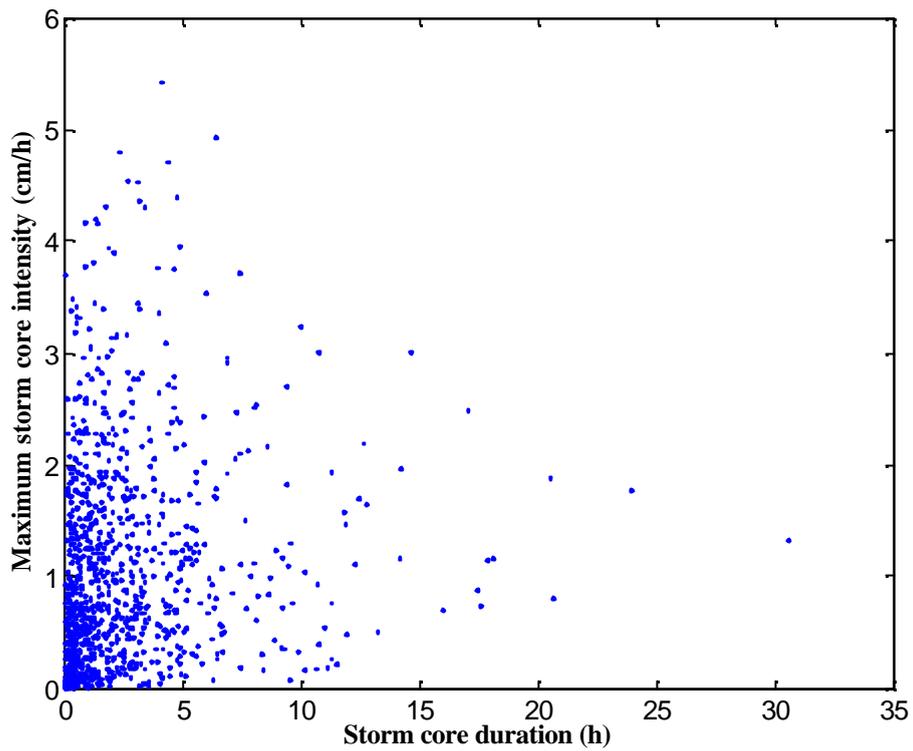


Figura 7-11: 10000 simulaciones Monte Carlo “modificado” de (S_i, S_d)

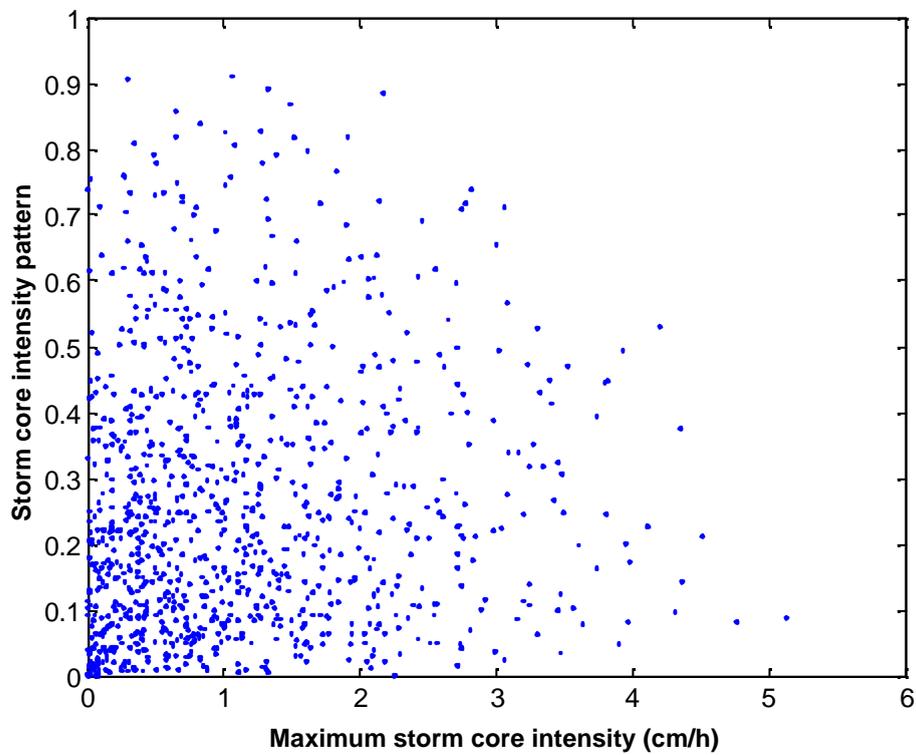


Figura 7-12: 10000 simulaciones Monte Carlo “modificado” de (S_i, S_p)

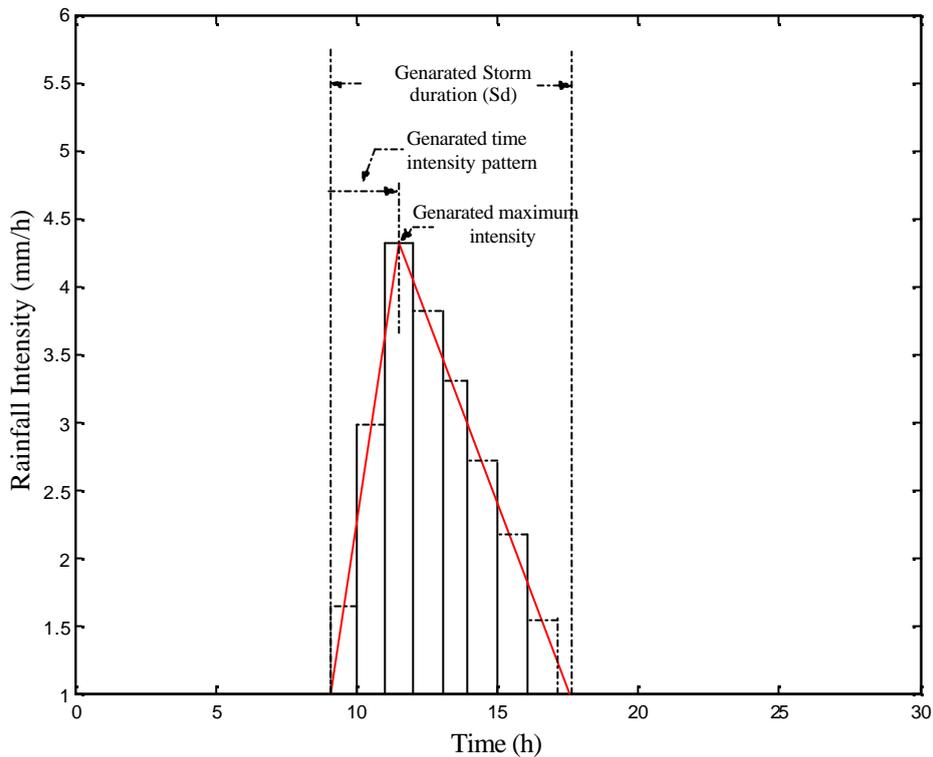
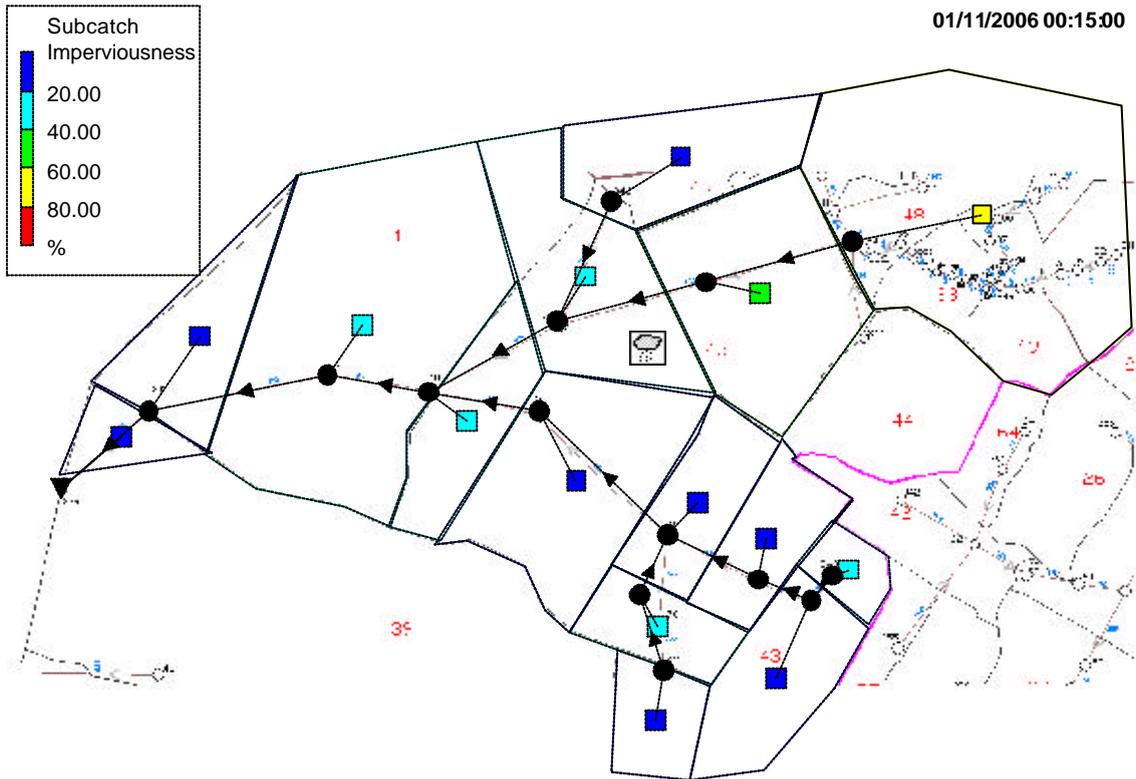


Figura 7-13: Tormenta generada

7.6 Modelado de un sistema de alcantarillado unitario con SWMM

El modelo de CSS es desarrollado utilizando el paquete de software SWMM. El análisis hidráulico del tubo es manejado por el bloque EXTRAN mientras que para generar los caudales de entrada de escorrentía al sistema de alcantarillado unitario se utiliza el módulo RUNOFF (escorrentía). Los caudales sanitarios domésticos (caudales en tiempo meteorológico seco) son añadidos directamente al bloque de EXTRAN como un flujo constante basado en la contribución de la población. El diagrama esquemático mostrado en la figura 7-14 es el área de estudio conceptuada del modelo CSS. El modelo es utilizado para estudiar los impactos de unas series generadas de futuras tormentas utilizando la cópula-EVT durante varios períodos de retorno y escenarios de cambio climático diferentes que sirven como una serie de ensayo para evaluar la respuesta del sistema CSS así como para obtener la evaluación técnica de cambios de diseño potenciales. Las simulaciones resultantes son resumidas con respecto a los impactos en:

- Volúmenes de escorrentía.
- Exigencias de control de almacenamiento y costes asociados.



La figura 7-14: Esquemmatización del área estudiada

7.6.1 Estimación de volúmenes de escorrentía actuales utilizando curvas IDF versus el modelo propuesto.

El uso de relaciones entre Intensidad/Duración/Frecuencia de pluviales (IDF) es una práctica estándar en el diseño de los sistemas de alcantarillado y otras estructuras hidráulicas. Las IDF dan una idea sobre la frecuencia o el período de retorno de una intensidad de lluvia media o el volumen de pluviales que puede esperarse dentro de cierto período, es decir, la duración de la tormenta. Las precipitaciones intensas de duraciones cortas por lo general ocurren dentro de tormentas de duración más larga más bien que como eventos aislados. Esta es la práctica común para calcular la escorrentía de varias tormentas con duraciones diferentes para luego basar el funcionamiento de la evaluación/diseño en la tormenta "crítica", que produce la descarga máxima. Sin embargo la duración de la tormenta "crítica" determinada de esta manera puede no ser la más crítica para la estructura de mitigación (es decir el tanque de detención). La práctica recomendada es calcular el hidrograma de varias tormentas con duraciones diferentes, y usar el que produce el efecto más severo. Seleccionando varias duraciones de tormentas de las IDF que probablemente producirán el pico más alto de escorrentía máxima, la figura 7-15 muestra las relaciones entre el período de retorno y el ratio de predicciones de volúmenes de escorrentía reales para diferentes períodos de retorno utilizando tanto tormentas críticas de las curvas IDF como el modelo propuesto para el umbral $u = 1$ mm.

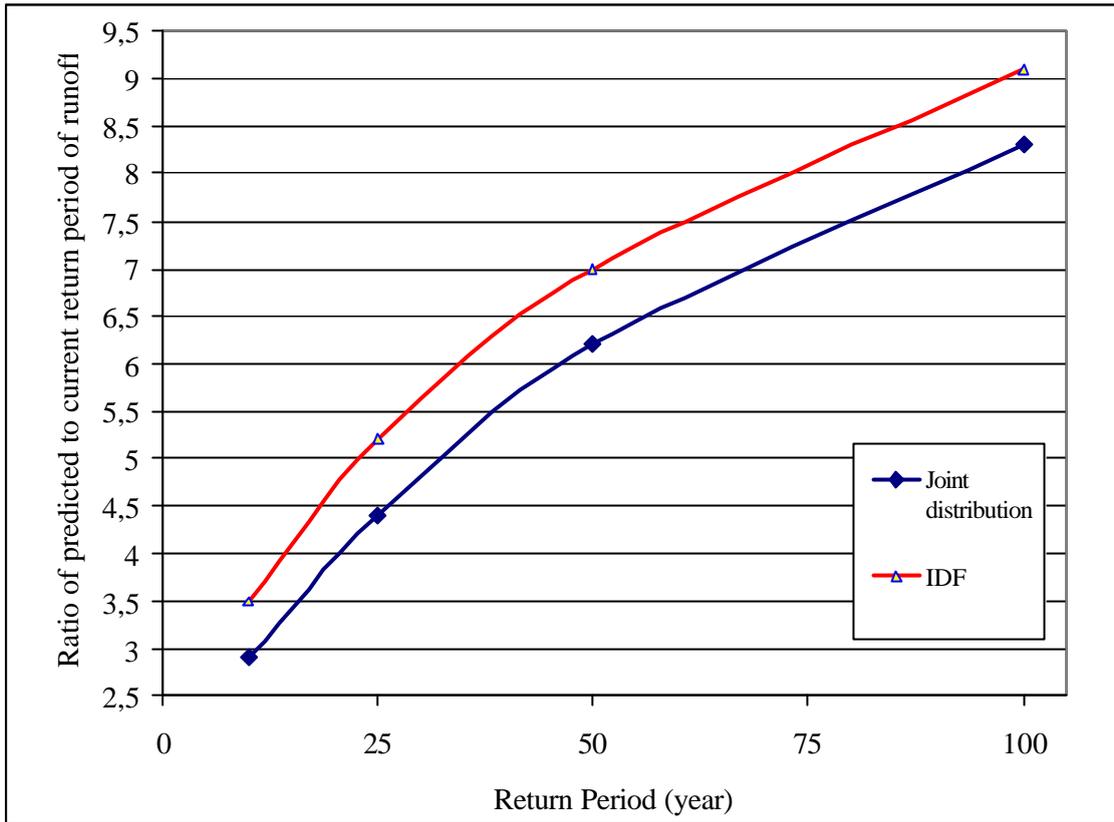
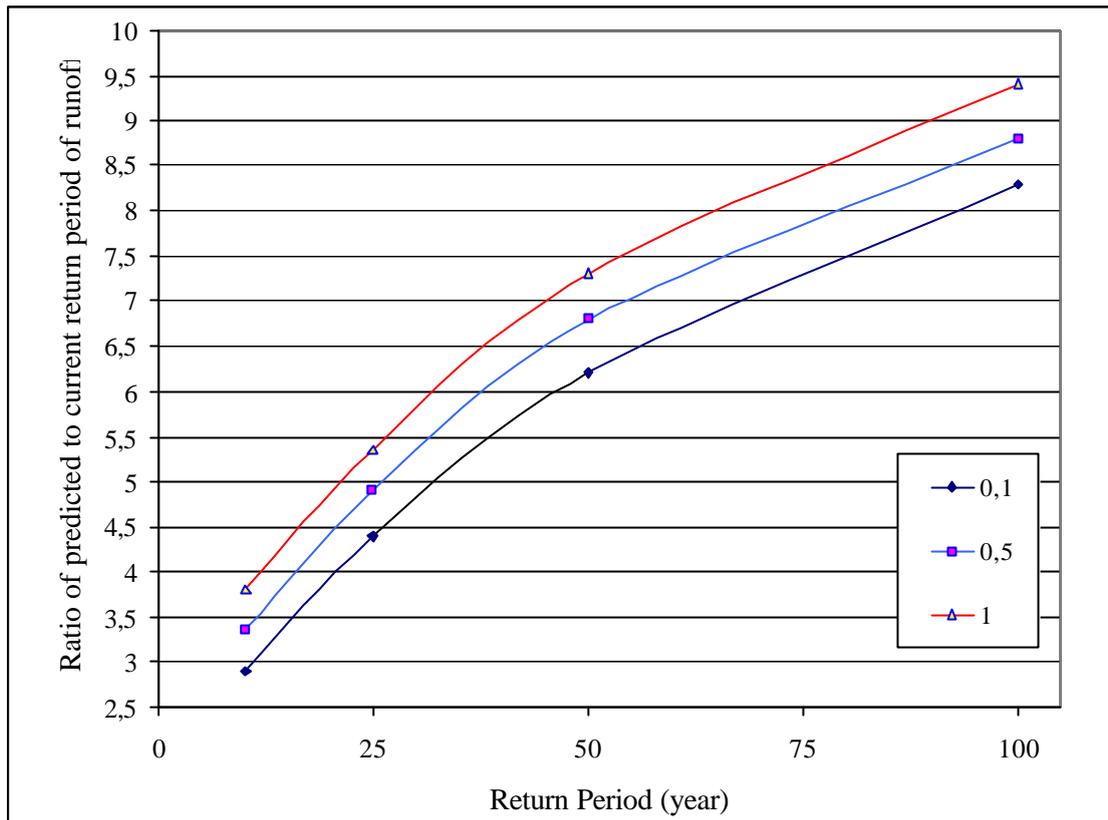


Figura 7-15: Las relaciones entre el período de retorno y el ratio de predicciones de volúmenes de escorrentía reales para períodos de retorno diferentes utilizando tanto las tormentas críticas de curvas IDF como el modelo propuesto para el umbral $u = 1$ mm (modelo de infiltración de Horton).

7.6.2 Impactos en volúmenes de escorrentía relativos con respecto al período de retorno utilizando el nuevo modelo

El primer conjunto de análisis estudió el impacto relativo en el volumen de escorrentía a consecuencia de escenarios de cambio climático con respecto al período de retorno y el nivel de impermeabilización con la utilización del modelo de infiltración Green-Ampt.. Esto es llevado a cabo utilizando los datos de pluviales disponibles reales para analizar el CSS real, que fue dimensionado para tormentas de 5 años y cuatro series adicionales generadas de datos futuros de pluviales utilizando tres escenarios de clima. Las conclusiones de simulación utilizando el modelo de infiltración de Green-Ampt son mostradas en la figuras 7-16.



La figura 7-16: Aumento relativo del volumen de escorrentía como función del período de retorno y escenarios de cambios climáticos (modelo de infiltración de Green-Ampt).

7.6.3 Impactos en los volúmenes de detención en tanques con respecto al período de retorno

A consecuencia del aumento de superficies impermeables y los cambios climáticos mencionados en las secciones anteriores la predicción de escorrentías también ha aumentado dramáticamente (ver la figura 7-16). Esta situación causa serios problemas de inundación en el área estudiada, donde los CSS existentes son insuficientes para captar la escorrentía futura esperada. A fin de mitigar los problemas de inundación la rehabilitación de CSS es la medida necesaria teniendo en consideración que la construcción de nuevos colectores es difícil debido a los problemas del tráfico, molestias a la población, etc.. Por consiguiente, los tanques de detención proporcionan una alternativa de rehabilitación, si son localizados en puntos apropiados del CSS. Esta sección ilustra los volúmenes de almacenamiento esperados y los requeridos en los tanques de detención y sus costes. Se presume que los tanques de detención en estas simulaciones funcionan sin regulación de caudales de salida y en este caso las aguas son evacuadas por un orificio de sección constante (ver Capítulo 4). Esto supone la necesidad de una cierta área superficial y un cierto volumen de almacenamiento para atenuar los picos de caudales máximos y aliviar el CSS de una cantidad de agua que no es capaz de transportar. La gestión de tanques sin regulación de los caudales de salida es denominada gestión estática. Este tipo de operación, ha estado dando buenos resultados en relación a reducción de las descargas de caudales del sistema (se evitan inundaciones) y tiene gastos mínimos de gestión. Los datos de salida calculados por el software consisten en: profundidad del agua, carga hidráulica, caudal de entrada externo, caudal de desbordamiento y la concentración de cada componente indicativo de

la calidad del agua. La figura 7-17 muestra las simulaciones resultantes del volumen total necesario de futuros tanques de detención para escenarios diferentes de cambios climáticos utilizando el enfoque de la onda dinámica y el modelo de infiltración de Horton. La figura 7-18 muestra los costes de futuras tanques de detención requeridos, basados en la ecuación 4-3 y la figura 4-12.

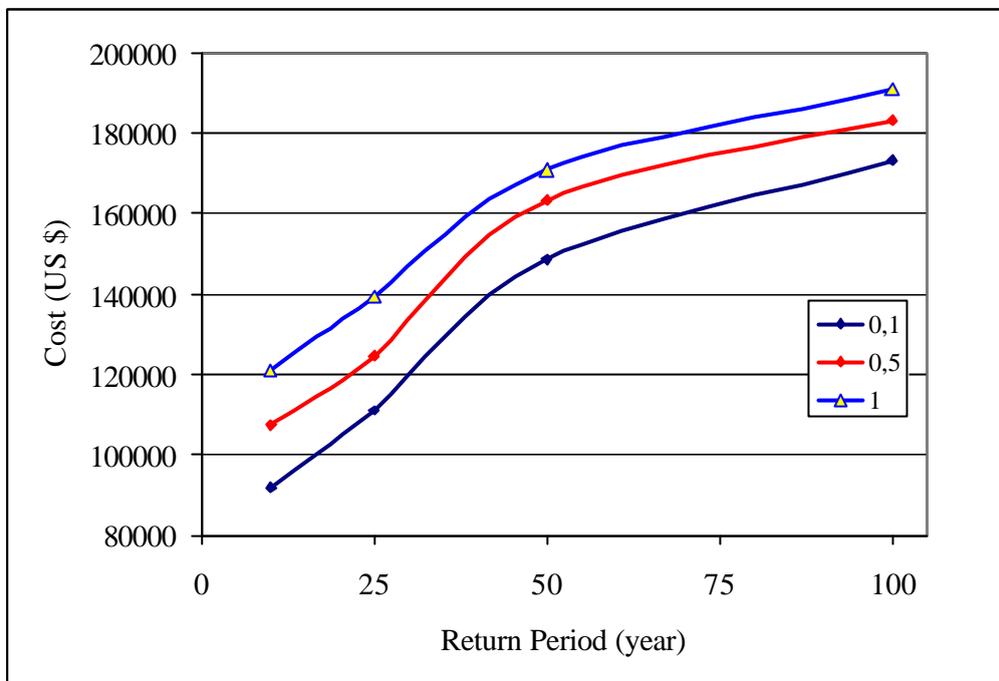


Figura 7-17: Volumen total requerido de tanques de detención para el cambio climático en diferentes escenarios.

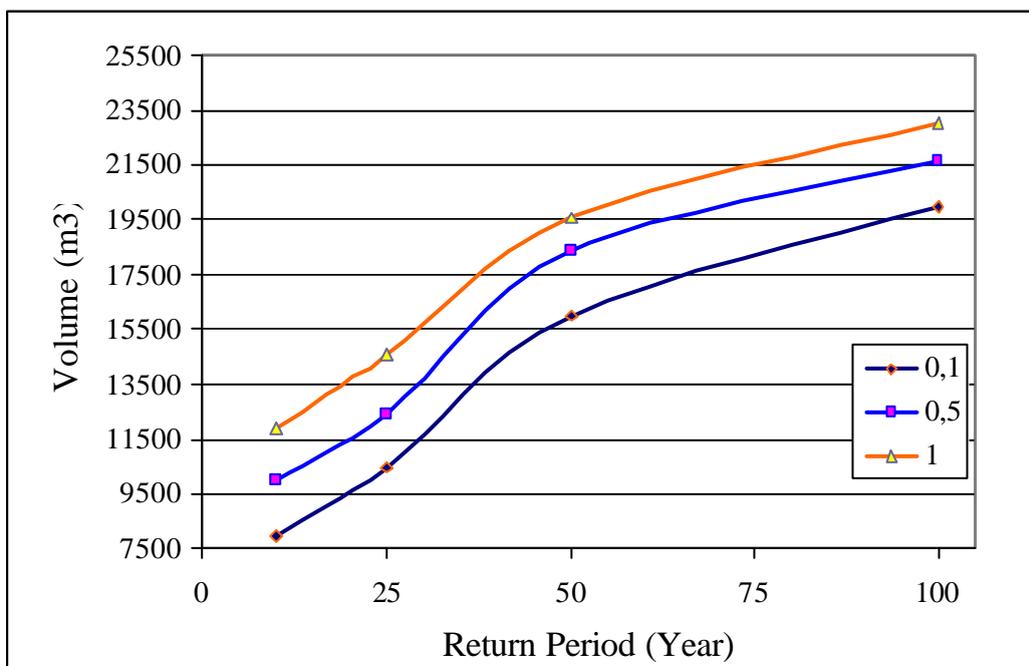


Figura 7-18: Coste del volumen requerido de futuros tanques de detención con cambio climático en diferentes escenarios.

7.7 Diseño basado en el riesgo del CSS utilizando el nuevo modelo

La diferencia más importante y clara del modelado estocástico comparado al modelado convencional (determinista) del sistema de alcantarillado unitario es que en el modelado estocástico se toman explícitamente en cuenta las incertidumbres implicadas en el comportamiento del sistema considerado. Hay muchas definiciones de incertidumbre. Quizás la más simple y más completa definición de la incertidumbre ‘es un concepto general que refleja nuestro grado de certeza sobre algo o alguien, en el límite mínimo de un indicio de certeza a la total convicción de la certeza de un evento futuro’ (NRC, 2000). La capacidad del CSS y las cargas impuestas (precipitaciones) son arbitrarias y sujetas a algún grado de incertidumbre. De ahí que el diseño y el análisis de interpretación están siempre sujetos a incertidumbres y potenciales fallos. Pueden ocurrir dos tipos de fallos, que se pueden evitar: las deficiencias y los fallos ocasionados por condiciones extremas que interfieren en como un sistema funcione como ha sido diseñado. Sin embargo, estos son fundamentalmente diferentes:

- Un fallo del sistema sucede cuando este ya no realiza su función intencionada debido a condiciones extremas u otros eventos extraordinarios más allá de los parámetros de diseño, controles adicionales o tratamientos que no son factibles o económicos aceptados según las prácticas de ingeniería.
- Una deficiencia en el sistema existe cuando su funcionamiento se ve impedido de su diseño original, pero mejoras planificadas en el CSS (es decir un tanque de detención) pueden diseñarse y construirse económicamente, como consecuencia de prácticas ingenieriles, generalmente aceptadas que eliminarán o reducirán los impactos negativos de desbordamientos de pluviales. En esta sección, solamente consideraremos este tipo de fallo.

La fiabilidad r_s , del CSS está definida como la probabilidad de éxito en la cual la capacidad del sistema excede la carga; es decir

$$r_s = P(L \leq R)$$

donde $P(\bullet)$ denota la probabilidad. La probabilidad P_f de fracaso, es el complemento de la fiabilidad que puede ser expresada como

$$P_f = P[(L > R)] = 1 - r_s$$

Basándose en el análisis de fiabilidad, son desarrollados dos métodos de diseño. El primero es el diseño a base de fiabilidad, donde la capacidad óptima del CSS es obtenida reduciendo al mínimo el coste de construcción bajo una reducción en la probabilidad de desbordarse (≤ 10 p. a.). El diseño a base de fiabilidad es una parte integrante del segundo método de diseño, diseño a base de riesgo. En el diseño a base de riesgo, la probabilidad de inundación apropiada del CSS es obtenida comparando el coste de la construcción CSS con la reducción de riesgo obtenida.

7.7.1 El volumen óptimo del tanque de detención

La optimización económica ayudaría a la toma de decisiones en el almacenamiento adicional requerido que considera la variabilidad natural de los regímenes pluviales. Esto determina el volumen de almacenamiento óptimo minimizando del coste total que incluye la inversión inicial de la construcción y el coste de los daños medioambientales debido a desbordes. En este trabajo es requerido considerar el valor del dinero en el tiempo, por lo tanto, el análisis del Costo del Capital Inmovilizado, puede utilizarse a fin de convertir los gastos de diferentes escenarios en un punto común: el presente. En este método, todos los costos futuros son descontados hacia el presente, lo que permite elegir el volumen de detención óptimo más económico.

La figura 7-19 muestra la relación entre el período de retorno y el coste total del tanque de detención. El coste del tanque de detención es estimado como una función de su volumen utilizando la ecuación 4-3 y la figura 4-12. Se asume que el coste (no incluye el daño indirecto) resultado del daño de inundación es constante, lo que significa que cada evento de inundación tiene un efecto inmediato que es independiente de su volumen, se estima que este coste es de 1350 dólares. El volumen de almacenamiento de detención óptimo corresponde al período de retorno de 50 años, que es igual a 16,000 m³. La función de coste es relativamente plana alrededor del volumen óptimo lo que indica la robustez de la decisión a tomar.

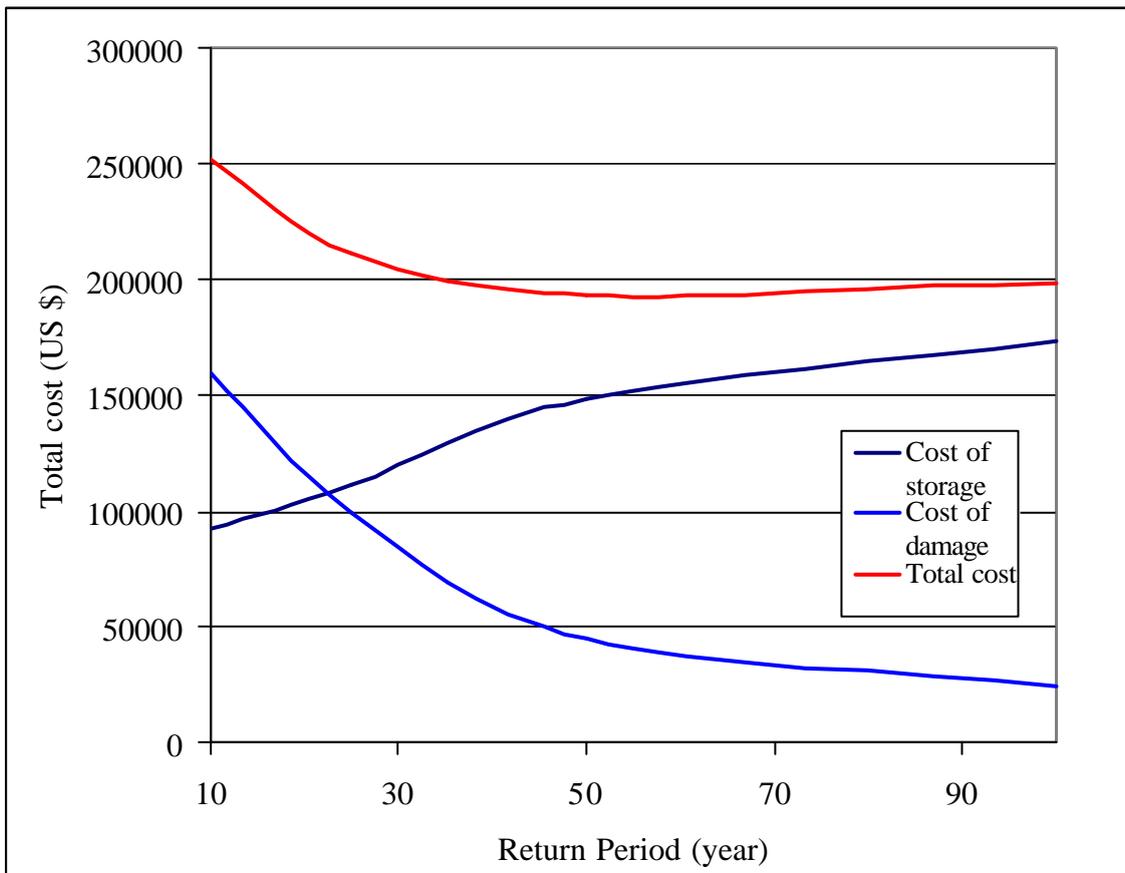


Figura 7-19: Relación entre el período de retorno y el coste total del tanque de detención para el primer escenario de clima

8.0 Conclusiones

Al final de cada uno de los capítulos se ha dedicado un apartado a comentar la conclusiones específico de cada uno de ellos. En este apartado se presentan los logros alcanzados en cada uno de los tres objetivos específicos planteados al inicio del trabajo.

- En esta tesis se propone un original modelo que considera la intensidad, duración y patrón de tiempo de precipitaciones como variables aleatorias. El modelo describe la dependencia entre estas variables por medio de cópulas y marginales del valor extremo para las tres variables. El modelo de Cópula-EVT desarrollado en la tesis tiene su foco en la unión entre cópula y estadística, la teoría de datos. La cópula es introducida y aplicada para estimar las distribuciones de multivariantes aleatorias de los elementos aleatorios de las tormentas.
- El modelo propuesto es una alternativa al método de enfoque del evento de diseño, Design Event Approach Method. El nuevo modelo permite explicar la relación probabilística de la naturaleza de los componentes de las aguas pluviales en una manera rigurosa. Este enfoque es utilizado para predecir el funcionamiento del CSS, considera el comportamiento probabilístico de las variables de entrada en una manera explícita en la valoración de inundaciones y por consiguiente del volumen óptimo del tanque de detención como estructura de almacenamiento.
- La teoría del valor extremo proporciona una técnica simple para estimar las probabilidades de futuros niveles extremos en un proceso en función de datos históricos. El uso de la teoría de valores extremos reducirá la incertidumbre en el proceso de modelado y por lo tanto reducirá el riesgo de fallo del CSS.
- El uso de la función de cópula en este trabajo fue de gran interés a fin de construir modelos de bi-variables. Además son muy útiles en las simulaciones de Monte Carlo de variables dependientes. Las cópula capturan la dependencia en la estructura de los datos y por lo tanto son muy útiles para describir la dependencia de resultados extremos y mostraron también ser muy útiles en el estudio de medidas no paramétricas de la dependencia.
- Una presunción clave que es implícitamente usada por ingenieros en el estudio de modelos tradicionales de drenaje es que las precipitaciones de una frecuencia dada producen caudales máximos de la misma frecuencia. Esta presunción subyacente a menudo es violada dada la variabilidad de las condiciones de humedad del suelo existente y la distribución en el tiempo de eventos de lluvia que no son considerados en la transformación de la precipitación a escorrentía. Por lo tanto se ha visto que la escorrentía estimada utilizando el enfoque de curvas IDF es generalmente más elevada que en el modelo propuesto.

9.0 References

1. Arnell, V., (1982), "Rainfall Data for the Design of Sewer Pipe System. Department of Hydraulics", Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden.
2. Arsov, R., (Editor), et al. (2003), "*Urban Water Management Science Technology and Service Delivery (Nato Science Series: IV: Earth and Environmental Sciences)*". Wiley Publishers.
3. Beatriz, P., Kobayashi, N., and Melby, J. A., (2002), "Monte Carlo simulation of cumulative damage on rubble mound breakwaters" Proc. 28th Coastal engineering conf., Vol 2, 1498-1510.
4. Best Management Practice (PMP) Manual, May 2003, City of Knoxville
5. Bras, R. L., (1990), "*Hydrology, an Introduction to Hydrologic Science*", Addison Wesley.
6. Butler D. and Davies W. J., (2004), Urban drainage.
7. Brink, H.W., van den., Können, G.P., and Opsteegh, J.D., (2004), "Uncertainties in extreme surge level estimates from observational records", Trans. A. of the Royal Society (in press).
8. Bo, Z., S., Islam, and E. A. B. Eltahir, (1994), "Aggregation-disaggregation properties of a stochastic rainfall model", Water Resour. Res., 30, 3423-3435.
9. Cameron, D., Beven, K., Tawn, J., and Naden, P., (1999), "Flood frequency estimation by continuous simulation for a gauged upland catchment (with uncertainty)", Journal of Hydrology, vol. 1, no. 219, pp. 169-187.
10. Castillo, E., (1988), "*Extreme Value Theory in Engineering*", Academic Press.
11. Chia, E., (1991) "Stochastic simulation of daily weather sequences at a single site" An appraisal of the state of the art. Singapore J. Trop. Geogr., 12, 31-43.
12. Chow, V.T., Maidment, D., and Mays, L. W., (1988), "*Applied Hydrology*", McGraw Hill.
13. Chow, V. T., (ed.) (1964), "*Handbook of Applied Hydrology*", New York: McGraw Hill.
14. Cigana, J. F., and Couture M., (2000), "Global approach to wet weather issues: key steps to an improved water wuality", working paper.
15. Coles, S., (2001), "*An introduction to statistical modelling of extreme values.*", Springer-Verlag London.
16. Coles, S., and Pericchi, L., (2003), "Anticipating catastrophes thought extreme value modelling." Appl. Statist 52, Part 4, pp. 405-416.
17. Coles, S., Perccho, L., and Sisson, S., (2003), "A fully probabilistic approach to extreme rainfall modelling." Journal of Hydrology 273, 35-50.
18. Gross, C.E., Huang, N., Mauro, J.T. and Driscoll, E.D., (1994), "Nine minimum control requirements for combined sewer overflows", In WEF. A Global Perspective for Reducing CSOS: Balancing Technologies, Costs, and Water Quality. WEF Specialty Conference Series Proceeding. July 10- 13, 1994. Louisville, KY. Water Environment Federation. Alexandria, VA.
19. de Haan, L., (1990), "Fighting the arch-enemy with mathematics". Statistica Neerlandica, **44**, 45-68.
20. De Michele, C., and Salvadori, G., (2003), "A generalized Pareto intensity-duration model of storm rainfall exploiting 2-Copulas", Geophysical research letters. Vol. 108, doi:10.1029/2002JD002534.
21. Desanker, P. V., and Reed, D. D., (1991), "A stochastic model for simulating daily growing season weather variables for input into ecological models", Proc.

- 1991 Symp. of System Analysis in Forest Resources, Charleston, SC, Society of American Foresters, 1–10.
22. Dowd, K., (2005), “Topics in actuarial analysis”.
 23. Drake, A. W., (1967), *“Fundamentals of Applied Probability Theory”* McGraw-Hill, 283 pp.
 24. Eagleson, P. S., and Qinliang, W., (1987) The role of uncertain catchment storm size in the moments of peak streamflow. *J. Hydrol.*, 96, 329–344.
 25. Eagleson, P. S., (1978) “Climate, soil and vegetation”, 2. The distribution of annual precipitation derived from observed storm sequences. *Water Resour. Res.*, 14, 713–721.
 26. EPA/832-B-99-002, (1999), “Combined Sewer Overflows Guidance for Monitoring and Modelling”.
 27. EPA-600/R-02/02, “Costs of Urban Stormwater Control”.
 28. Field, R., and O'Connor, T.P., (1997), “Control and Treatment of Combined Sewer Overflows”, In: *Control and Treatment of Combined Sewer Overflows*. P. Moffa (ed), Van Nostrand Reinhold, New York, NY.
 29. Field R., *“Management of combined sewer overflows”*.
 30. Ferguson, B., (1999), *“Introduction to Stormwater”*, John Wiley & Sons. Canada.
 31. Frees, E. W. and Valdez, E. A., (1998), “Understanding relationships using copulas”, *North American Actuarial Journal*, 2, pp. 1-25.
 32. Genest, C., and Mackay, J., (1986), “The joy of copulas: bivariate distributions with uniform marginals” *The American Statistician*, Vol. 40, No. 4, 280-283.
 33. Genest, C., and Mackay, J., “Copulas Archimédiennes et familles de lois bidimensionnelles dont les marges sont données”, *Canad. J. Statist.* 14, 145-149.
 34. Genest, C., and Rivest, L.-P., (1989), “A characterization of Gumbel's family of extreme value distributions” *Statist. Probab. Lett.* 8, 207-211.
 35. Goda, Y., (2000), *“Random seas and design of maritime structures.”*, *World Scientific*.
 36. Goda, Y., (2001), “Extreme wave statistics for reliability-based design of caisson breakwaters” International workshop on advanced design of maritime structures in the 21st century (ADMS21), 1-13.
 37. Gong, G., D. Entekhabi, and G. D. Salvucci, (1994), “Regional and seasonal estimates of spatial rainstorm coverage based on station precipitation observations”, *J. Climate*, 7, 1495–1505.
 38. Gribbin, J. E., (2001), *“Introduction to Hydraulics & Hydrology: With Applications for Stormwater anagement”*, Thomson, Delmar Learning.
 39. Gribbin, J. E., (1996), *“Hydraulics and Hydrology for Stormwater Management”*, Thomson, Delmar Learning.
 40. Guégan, D., and Ladoucette, S.A., (2004), “Dependence modelling of the joint extremes in a portfolio using Archimedean copulas: application to the MSCI indices”, MORA-IDHE Report 2004-05, Ecole Normale Supérieure de Cachau, France. Submitted.
 41. Gumbel, E. J. (1960), "Distributions des valeurs extrêmes en plusieurs dimensions," *Publ. Inst. Statist. Univ. Paris* 9, 171-173.
 42. Haan, C. T., Barfield, B. J., and Hayes, J.C., (1993) *“Design hydrology and sedimentology for small catchments”* .
 43. Hawk, K. L., and Eagleson, P. S., (1992), “Climatology of station storm rainfall in the continental United States: Parameters of the Bartlett–Lewis and Poisson rectangular pulses models”, Report 336, Ralph M. Parsons Laboratory,

- Department of Civil and Environmental Engineering, Massachusetts Institute of Technology, 330 pp. [Available from R. M. Parsons Laboratory, MIT, Building 48, 77 Massachusetts Avenue, Cambridge, MA 02139].
44. HEC-HMS, (2000), "Hydrologic Modelling System, Technical Reference Manual".
 45. Hemain, J.C., (1986), "Statistically based modelling of urban runoff quality", state of the art, pp. 277-3003. NATO ASI series. Springer-verlarge.
 46. Hoang, T., Rahman, A., Weinmann, P.E., Laurenson, E.M., and Nathan, R.J., (1999), "Joint Probability Descriptions of Design Rainfalls", Thesis presented at the International Hydrology and Water Resources Symposium of the I.E. Aust. and 2nd International Conference on Water Resources and Environmental Research, Brisbane, Australia, 6-8 July, 1999.
 47. Horner, R., Skupien, J. J., Livingston, H., and Shaver, H.E., (1994), "Fundamentals of urban runoff management: Technical and Institutional Issues" Terrene Institute. Washington, D.C.
 48. Hougaard, P., (1986), "A class of multivariate failure time distributions," *Biometrika* 73, 671-678.
 49. Huber, W.C., and Dickinson, R. E., (1992), "Storm water management model", version 4: user's manual.
 50. Huber, WC & Dickinson, R.E, (1998), "Storm water Management Model", Users Manual.
 51. Huffman, G., and Coauthors, (1997), "The Global Precipitation Climatology Project (GPCP) combined precipitation dataset", *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 78, 5-20.
 52. Jenkinson, A. F., (1955), "The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) of meteorological elements", *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 81,158-171.
 53. Karl, T. R., and R. W., Knight, (1998), "Secular trends of precipitation amount, frequency, and intensity in the United States". *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 79, 231-241.
 54. Katz, R. W., Parlange, M. B., and Naveau, P., (2002), "Statistics of extremes in hydrology", *Advances in water resources* 25, 1287-1304.
 55. Katz, R. W., and Parlange, M. B., (1993), "Effects of an index of atmospheric circulation on stochastic properties of precipitation", *Water Resour. Res.*, 29, 2335-2344.
 56. Katz, R. W., and Parlange, M. B., (1998), "Overdispersion phenomenon in stochastic modeling of precipitation", *J. Climate*, 11, 591-601.
 57. Korving, H., van Noordwijk, J.M., van Gelder, P.H.A.J.M., and Parkhi., R.S., In T. Bedford and P.H.A.J.M., (2003), "Coping with uncertainty in sewer system rehabilitation", *Safety and Reliability, Proceedings of ESREL 2003 - European Safety and Reliability Conference 2003, 15-18 June 2003, Maastricht, The Netherlands, pages 959-967. Lisse: Swets & Zeitlinger, 2003.*
 58. Korving, H., Clemens, F. , van Noordwijk, J., and van Gelder, P., (2002), In E.W. Strecker and W.C. Huber, "Bayesian estimation of return periods of CSO volumes for decision-making in sewer system management"; editors, *Global Solutions for Urban Drainage, Proceedings of the Ninth International Conference on Urban Drainage, September 8-13, 2002, Portland, Oregon, U.S.A.. New York: American Society of Civil Engineers (ASCE), 2002.*
 59. Kotz, S., and Nadarajah, S., (2000), *'Extreme value distributions. Theory and applications'*.

60. Larsen, G. A., and R. B., Pense, (1982), "Stochastic simulation of daily climatic data for agronomic models", *Agron. J.*, 74, 510–514.
61. Leadbetter, M.R., Lindgren, G., and Rootzen, H., (1983), *Extreme and related properties of random sequences and series*. Springer Verlag, New York.
62. Linsley, R.K., Kohler, M.A., and Paulhus J. H, (1982), "*Hydrology for engineers*", McGraw–Hill, New York.
63. Marani, M., Grossi, C., Napolitano, F., Wallace, M., and Entekhabi, D., (1997), "Forcing, intermittency and land surface hydrology partitioning". *Water Resour. Res.*, 33, 167–176.
64. Marsalek, J., (2002), "Abatement of pollution due to combined sewer overflows (Technical bulletin) (Technical bulletin)", Springer Publishers.
65. Marsalek, J., (Editor), et al., (2001), "Advances in Urban Stormwater and Agricultural Runoff Source Controls (Nato Science Series: IV: Earth and Environmental Sciences)", Springer Publishers.
66. Marsalek, J., (Editor), et al., (1998), "*Hydroinformatics Tools for Planning, Design, Operation and Rehabilitation of Sewer Systems (NATO Science Partnership Sub-Series: 2:)*", Springer Publishers.
67. Mays, L.W., (2004), "*Urban Stormwater Management Tools*", McGraw-Hill professional.
68. Mays, L.W., (2001), "*Stormwater collection systems design handbook*", McGraw-Hill professional.
69. Mein, R.G., and Larson, C.L., (1973), "Modelling infiltration during a steady rain", *Water Resources Research* 9(2): 384-394.
70. Meirlaen, J., (2002), "Immission based real-time control of the integrated urban wastewater system", PhD. Thesis, Gent University
71. Melby, P., and Cathcart, T., (2003), "*Regenerative Design Techniques: Practical Applications in Landscape Design*", Wiley Publishers.
72. Moffa, P., (1995), "Control and Treatment of Combined Sewer Overflows", Van Nostrand Reinhold, New York, Second Edition.
73. Munson, B., Young, D., and Okiishi., T., (1990), "Fundamentals of Fluid Mechanics", John Wiley and Sons, New York.
74. Nelsen, R. B., (1999), "An Introduction to Copulas" *Lecture Notes in Statistics* 139, Springer-Verlag, New York.
75. Nix, S.J., (1982), "Analysis of storage/release systems in urban stormwater quality management", Ph.D. thesis, University of Florida, Gainesville, Florida,
76. Nix, S.J., (1994), "Urban Stormwater Modeling and Simulation", Lewis Publishers, Boca Raton, Florida.
77. Nix, S.J., and Heaney J.P., (1988), "Optimization of storm water storage-release strategies" *Water Resources Research*, 24(11):1831-1838.
78. Osman, A., Robert A. J., (2003), "*Urban Hydrology, Hydraulics, and Stormwater Quality : Engineering Applications and Computer Modelling*", Wiley Publishers.
79. Palutikof, J.P., Brabson, B.B., Lister, D.H. and Adcock, S.T., (1999) "A review of methods to calculate extreme wind speeds." *Meteorol. Appl.* 6, 119-132.
80. Pattison, A., (1965), "Synthesis of hourly rainfall data", *Water Resour. Res.*, 1, 489–498.
81. Rahman, A., Weinmann, P.E., Hoang, T.M.T., and Laurenson, E.M., (2002a), "Monte Carlo Simulation of Flood Frequency Curves from Rainfall", *Journal of Hydrology*, 256(3-4), pp. 196-210.

82. Rahman, A., Carroll, D., and Wienmann, P.E., (2002b), "Integration of Monte Carlo Simulation Technique with URBS model for Design Flood Estimation", Twenty-seventh (27th) National Hydrology and Water Resources Symposium, I.E. Aust., Melbourne, 20-23 May.
83. Rahman, A., and Weinmann, P.E., (2002c), "Flood Estimation in Northern Australian Catchments Using Monte Carlo Simulation Technique", Twenty-seventh (27th) National Hydrology and Water Resources Symposium, I.E. Aust., Melbourne, 20-23 May.
84. Rahman, A., Weinmann, P.E., and Mein, R.G., (2002d), "The use of Probability-Distributed Initial Losses in Design Flood Estimation", Australian Journal of Water Resources, 6(1), pp.17-30,.
85. Rahman, A., Weinmann, P.E., Hoang, T.M.T., Laurenson. E.M., and Nathan, R.J., (2001), "Monte Carlo Simulation of Flood Frequency Curves from Rainfall", CRC for Catchment Hydrology Report 01/4, Monash University, p. 63.
86. Rahman, A., Bates, B.C., Mein, R.G., and Weinmann, P.E., (1999), "Regional Flood Frequency Analysis for Ungauged basins in South-Eastern Australia", Australian Journal of Water Resources. 3(2), pp. 199-207.
87. Ramírez, J. A., (2000), "Prediction and Modeling of Flood Hydrology and Hydraulics", Chapter 11 of Inland Flood Hazards: Human, Riparian and Aquatic Communities Eds. Ellen Wohl; Cambridge University Press; 293-329.
88. Rahman, A., Hoang, T.M.T., Weinmann, P.E., and Laurenson, E.M., (1998), "Joint Probability Approaches to Design Flood estimation: A Review", CRC for Catchment Hydrology Report 98/8, Monash University, p. 77.
89. Restrepo-Posada, P. J., and Eagleson, P. S., (1982), "Identification of independent rainstorms". J. Hydrol., 55, 303–319.
90. Rodriguez-Iturbe, I., Cox, D. R., and Isham, V., (1998), "A point process model for rainfall: Further developments", Proc. Roy. Soc. London, 417A, 283–298.
91. Schlutter F., (1999), "Numerical modelling of sediment transport in combined sewer systems", PhD thesis, University of Aalborg, Denmark.
92. Salvadori, G., and De Michele, C., (2004), "Analytical calculation of storm volume statistics involving Pareto-like intensity-duration marginals", Geophysical research letters. Vol. 31, doi:10.1029/2003GL018767.
93. Singh, V. P., (1989), "*Hydrologic Systems*", Watershed Modelling. Volume II. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
94. Sivandran, G., (2002), "Effects of Rising Water Tables and Climate Change on Annual and Monthly Flood Frequencies", Msc thesis, Department of Environmental Engineering University of Western Australia.
95. Smith, J. A., (1989a), "Regional Flood frequency analysis using upper order statistics of the annual peak record", Water Resources Research, 25(2), 311 - 317.
96. Smith, R. L., (2001), "*Environmental Statistics*" Lecture Notes v. 5', Univ. of North Carolina.
97. Sklar, A., (1959), "Fonctions de répartition à n dimensions et leur marges," *Publ. Inst. Statist. Univ. Paris* 8, 229-231.
98. Tarboton, D. G., Sharma, A., and Lall, U., (1998), "Disaggregation procedures for stochastic hydrology based on nonparametric density estimation", Water Resour. Res., 34, 107–119.
99. Traver, R. G., and Chadderton, R. A., (1983), "The Downstream Effects of Storm Water Detention Basins" International Symposium on Urban Hydrology,

- Hydraulics and Sediment Control”, University of Kentucky, Lexington, KY, 455-460.
100. Umakhanthan, K., (2002), “Estimation of the spatio-temporal heterogeneity of rainfall and its importance towards robust catchment simulation, within a hydroinformatic environment”, Ph.D. thesis report, University of New South Wales Sydney, Australia
 101. Urbonas, B., and Stahre, P., (1993), “*Stormwater: Best Management Practices and Detention for Water Quality, Drainage, and CSO Management*”, PTR Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
 102. USEPA (1995a), “Combined Sewer Overflows: Guidance For Long-Term Control Plan”, EPA 832-B-95-002. Office of Water. Washington, DC.
 103. USEPA (1995b), “Combined Sewer Overflows: Guidance For Nine Minimum Controls”, EPA 832-B-95-003. Office of Water. Washington, DC.
 104. USEPA, (1995c), “Combined Sewer Overflows: Screening and Ranking Guidance”, EPA 832-B95-004. Office of Water. Washington, DC.
 105. Vaes, G., (1999), “The influence of rainfall and model simplification on the design of combined sewer systems”, PhD thesis, University of Leuven, Belgium.
 106. Viessman, Jr., W., and Lewis, G. L., (1995), “*Introduction to hydrology*”, Fourth Edition, Harper Collins,
 107. Waymire, E., and V. K., Gupta, (1981), “The mathematical structure of rainfall representations, 1, A review of the stochastic rainfall models” *Water Resour. Res.*, 17, 1261–1272.
 108. WEF/ASCE, (1992), “Design and Construction of Urban Stormwater Management Practices”, Water Environment Federation, Alexandria, VA, American Society of Civil Engineers, Washington, D.C.
 109. Wiegand, C., Schueler, T., Chittenden, W., and Jellick., D., (1986), “Cost of Urban Runoff Quality Controls” pp. 366-380. In: “*Urban Runoff Quality*”, Engineering Foundation Conference. ASCE, Henniker, NH. June 23-27.
 110. Wilks, D. S., (1989), “Conditioning stochastic daily precipitation models on total monthly precipitation”, *Water Resour. Res.*, 25, 1429–1439.
 111. Xiong, Y., and Melching, S. C., (2005), “Comparison of Kinematic-Wave and Nonlinear Reservoir Routing of Urban Watershed Runoff”, *J. Hydrologic Engrg.*, Volume 10, Issue 1, pp. 39-49.
 112. Young, G.K., Stein, S., Cole, P., Kammer, T., Graziano, F., and Bank., F., (1996), “Evaluation and Management of Highway Runoff”, Water Quality Technical Report. Department of Environmental Programs, Metropolitan Washington Council of Governments, Washington, DC.
 113. Zoppou, C., (1999) “Review of storm water models”, Technical report No. 52/99

