



UNIVERSIDAD  
DE GRANADA

**Datación de cúmulos estelares jóvenes  
mediante análisis sísmico de estrellas  $\delta$  Scuti**

Autor:

David Pamos Ortega

Directores de tesis:

Juan Carlos Suárez Yanes

Antonio García Hernández

Programa de Doctorado en Física y Ciencias del Espacio

Septiembre 2024

*A Pilar y Fernando*

Editor: Universidad de Granada. Tesis Doctorales  
Autor: David Pamos Ortega  
ISBN: 978-84-1195-712-0  
URI: <https://hdl.handle.net/10481/102620>

# Agradecimientos

Quiero agradecer el soporte con fondos FEDER/Junta de Andalucía/Consejería de Economía y Conocimiento, bajo el proyecto E-FQM-041-UGR18, de la Universidad de Granada, con los que he podido realizar esta tesis doctoral.

Por supuesto, a Juan Carlos y Antonio, quienes me dieron la oportunidad de embarcarme en esta aventura, después de realizar el Máster en Astronomía y Astrofísica en la Universidad Internacional de Valencia (VIU), y que se convirtieron en mis directores de tesis. Ellos han sido la guía imprescindible sin la cuál no hubiera podido llegar hasta aquí. También quiero dar las gracias a todos los miembros del grupo de Astrofísica Estelar, algunos de ellos en el Instituto de Astrofísica de Andalucía, dependiente del Consejo de Investigaciones Científicas. En algún momento, cada uno de ellos han aportado su granito de arena durante el desarrollo de la investigación.

En lo personal, quiero acordarme de mis padres, Rafael y Asunción, porque en gran medida soy lo que soy gracias a ellos. Y también de mis dos pilares fundamentales, mi esposa Pilar y mi hijo Fernando. Su paciencia y cariño me han permitido salvar todas las dificultades en el camino.



# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>9</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>11</b>
1.1 La Astrosismología en la era de las misiones espaciales . . . . .	11
1.2 Las estrellas pulsantes en el diagrama HR . . . . .	16
1.3 La teoría de las pulsaciones estelares . . . . .	19
1.3.1 Las ecuaciones de la estructura estelar . . . . .	19
1.3.2 Perturbación del equilibrio: Oscilaciones estelares . . . . .	24
1.3.3 El mecanismo de excitación de los modos de oscilación . . . . .	29
1.4 Los efectos de la rotación en los modos de oscilación . . . . .	32
1.5 Observables sísmicos para modelar las estrellas . . . . .	34
1.5.1 Observables sísmicos basados en periodicidades . . . . .	34
1.5.2 La relación de escala entre la frecuencia de máxima amplitud y la temperatura efectiva . . . . .	37
1.6 La datación de cúmulos estelares . . . . .	38
1.7 Las estrellas $\delta$ Sct . . . . .	44
1.7.1 Periodicidades en el espectro de frecuencias de las $\delta$ Sct . . . . .	47

1.7.2	La relación $\nu_{\max} - T_{\text{eff}}$ en las estrellas $\delta$ Sct . . . . .	56
1.7.3	$\delta$ Sct en cúmulos . . . . .	57
<b>2</b>	<b>Objetivos y metodología</b>	<b>59</b>
2.1	Objetivos . . . . .	59
2.2	Metodología . . . . .	60
2.2.1	La fuente de datos: TESS . . . . .	63
2.2.2	Análisis de curvas de luz: MULTIMODES . . . . .	64
2.2.3	Modelos de estructura y evolución estelares: MESA . . . . .	71
2.2.4	Oscilaciones de los modelos estelares: FILOU . . . . .	74
2.2.5	Las incertidumbres en las edades de los cúmulos . . . . .	75
<b>3</b>	<b>Resultados</b>	<b>79</b>
3.1	Primera aproximación: $\alpha$ Per . . . . .	80
3.1.1	La muestra . . . . .	81
3.1.2	Análisis de frecuencias de la muestra . . . . .	83
3.1.3	La edad sísmica de $\alpha$ Per . . . . .	89
3.1.4	La incertidumbre en la edad de $\alpha$ Per . . . . .	94
3.2	Trumpler 10: Un cúmulo cerca de la PMS . . . . .	95
3.2.1	La muestra . . . . .	96
3.2.2	Análisis de frecuencias de la muestra . . . . .	98
3.2.3	La edad sísmica de Trumpler 10 . . . . .	100
3.3	Praesepe: Un cúmulo evolucionado en la MS . . . . .	102
3.3.1	La muestra . . . . .	104

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	7
3.3.2 Análisis de frecuencias de la muestra . . . . .	104
3.3.3 La edad sísmica de Praesepe . . . . .	106
3.4 Alcance del método . . . . .	109
3.4.1 $\delta$ Sct en el borde rojo de la banda de inestabilidad . . . . .	109
3.4.2 Otros cúmulos jóvenes . . . . .	115
<b>4 Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>131</b>
4.1 Conclusiones . . . . .	131
4.2 Limitaciones del método. Trabajo futuro . . . . .	133
<b>A <math>\Delta\nu_{\text{low}}</math> en el borde rojo de la banda de inestabilidad</b>	<b>135</b>
<b>B <math>\Delta\nu_{\text{low}}</math> en los 18 cúmulos</b>	<b>161</b>
<b>C Histogramas de edades y WPDF de los 18 cúmulos</b>	<b>173</b>
<b>D Parámetros en el borde rojo de la banda de inestabilidad</b>	<b>187</b>
<b>E Sísmica en el borde rojo de la banda de inestabilidad</b>	<b>193</b>
<b>Referencias</b>	<b>197</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>231</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>245</b>



# Resumen

La astrosismología es una rama de la astrofísica estelar que en las últimas décadas, y gracias a las misiones espaciales, se ha catapultado como una potente herramienta para caracterizar el interior de las estrellas pulsantes. Las estrellas  $\delta$  Sct son estrellas de tipo espectral A-F situadas en la zona de intersección entre la secuencia principal y la banda de inestabilidad clásica del diagrama HR. Las últimas misiones espaciales, en particular *Kepler* y *TESS*, ambas de la NASA, han permitido obtener curvas de luz de una calidad fotométrica sin precedentes, gracias a las sofisticadas cámaras que llevan a bordo y a una monitorización continua y larga en el tiempo. El análisis de estas curvas, basado en la transformada de Fourier, nos revela los espectros de frecuencias de pulsaciones. La calidad de estas curvas de luz, unida al desarrollo de técnicas de análisis, ha permitido detectar observables sísmicos que se venían usando en estrellas de tipo solar, pero que eran muy difíciles de observar en estrellas  $\delta$  Sct. Algunos de estos observables sísmicos son: la gran separación entre modos de pulsación del mismo grado y órdenes consecutivos, relacionado con la densidad media de la estrella; el desdoble de frecuencias del mismo orden y grado, pero diferente orden azimutal, causado por la alta rotación que tienen las estrellas  $\delta$  Sct; y la relación de escala que existe entre la frecuencia de máxima amplitud y la temperatura efectiva de la estrella. Estos observables se utilizan para restringir los modelos que nos permitan caracterizar de la mejor manera posible el interior de la estrella.

El objetivo de esta tesis doctoral ha sido datar cúmulos estelares jóvenes basándonos en el análisis sísmico de las estrellas  $\delta$  Sct, más abundantes en ellos que las estrellas de tipo solar. Para ello se han seguido los siguientes pasos en la investigación:

- Implementamos un código versátil, más rápido y más eficiente para extraer el contenido en frecuencias de las curvas de luz proporcionadas por las misiones *Kepler*

y *TESS*. El código se llama MULTIMODES, y está disponible en un repositorio público. Se puso a prueba con curvas de luz sintéticas y reales, con resultados satisfactorios.

- Desarrollamos un método sísmico para datar, a modo de prueba, el cúmulo joven  $\alpha$  Per, un cúmulo con abundantes referencias en la literatura, del que se disponían curvas de luz de *TESS* correspondientes a unas once estrellas  $\delta$  Sct. El método se basa en el uso de los observables sísmicos referidos arriba para seleccionar aquellos modelos con edades comunes en las estrellas analizadas. Presuponiendo que un cúmulo tiene estrellas de la misma química y la misma edad, la edad promedio de esta selección de modelos nos permite determinar la edad del cúmulo. Los resultados parciales de esta tesis se publicaron en un primer artículo ([Pamos Ortega et al., 2022](#)). Convencidos de la viabilidad del método continuamos adelante mejorando el método mediante un tratamiento estadístico de los modelos.
- Diseñamos una función de densidad de probabilidad que evitase los posibles sesgos. De esta manera pudimos estimar la incertidumbre en la predicción de la edad del cúmulo de forma más realista. El método actualizado se usó en dos cúmulos de diferentes edades, metalicidades y estadios evolutivos: Trumpler 10, un cúmulo en torno a la PMS, y Praesepe, un cúmulo algo más evolucionado en la MS. Nuevos resultados parciales se publicaron en un segundo artículo ([Pamos Ortega et al., 2023](#)).
- Haciendo un cruce entre el catálogo de *TESS* y uno de los catálogos más completos sobre estrellas pertenecientes a cúmulos estelares en la Vía Láctea ([Cantat-Gaudin et al., 2020](#)), obtuvimos una lista de 31 estrellas  $\delta$  Sct, pertenecientes a 18 cúmulos diferentes, de las que se disponían curvas de luz con las que poder aplicar el método expuesto. Se han datado todos ellos, obteniendo edades comprendidas entre 10 Myr y 900 Myr.

Los resultados obtenidos son bastante consistentes con otras determinaciones, basadas sobre todo en el tradicional método del ajuste de isócronas. Sin embargo, esperamos mejorar la precisión de los resultados cuando tengamos una malla de modelos más amplia y densa, con la que poder datar una gran diversidad de cúmulos con tan diferentes químicas y edades.

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1 La Astrosismología en la era de las misiones espaciales

Las estrellas no son inmutables. A veces exhiben una variación de su brillo, en contadas ocasiones notable a simple vista, como en las supernovas que se han registrado a lo largo de la historia. Por ejemplo, las célebres SN 1572 en la constelación de Casiopea, dentro de la Vía Láctea, y SN 1987A en la Gran Nube de Magallanes. Sabemos que este singular y espectacular aumento del brillo se produce repentinamente, en estrellas con una masa suficientemente grande y en estadios evolutivos muy avanzados. Una supernova es bastante imprevisible, y no tenemos una idea muy precisa de cuándo va a volver a ocurrir. Desde el siglo XVI se tienen evidencias de estrellas que manifiestan una previsibilidad en la variación de su brillo. Mira, en la constelación de Cetus (*La ballena*), fue la primera estrella identificada como variable en 1638 por Johannes Holwarda, al percatarse de que mostraba un ciclo de pulsaciones de unos 11 meses. Otras estrellas que fueron reconocidas como variables durante los siglos XVII y XVIII fueron Algol, en la constelación de Perseo, identificada por Geminiano Montanari en 1669; Chi Cygni, en la constelación del Cisne, identificada por Gottfried Kirch en 1689; R Hydrae, en la constelación de Hidra, identificada en 1704 por Jean-Dominique Maraldi. Delta Cephei, en la constelación de Cefeo, la estrella prototipo de Cefeidas, y Beta Lyrae, en la constelación de Lira, fueron identificadas por John Goodricke en 1784. Desde 1850 el número de estrellas variables creció rápidamente, cuando fue posible identificarlas por medio

de la fotografía. Hoy en día, los potentes telescopios terrestres y espaciales nos están permitiendo identificar miles de estos objetos. En algunos casos, esta variabilidad se produce porque hay un planeta o una estrella compañera menos brillante que se interpone en la línea de visión, causando una disminución periódica de su brillo: son las *variables eclipsantes*. En otros casos porque hay un mecanismo interno que produce esa variabilidad periódica: se trata de las *estrellas pulsantes*. Estas estrellas vibran como la membrana de un tambor al ser golpeado, o como lo hace la corteza terrestre cuando se produce un terremoto. Precisamente, en analogía al estudio sísmico del interior de la Tierra, se ha desarrollado en las últimas décadas la *astrosismología*, un nuevo campo de investigación en torno a las estrellas pulsantes. La astrónoma estadounidense Henrietta Swan-Leavitt utilizó por primera vez las pulsaciones estelares con un grupo de estrellas Cefeidas en la Nube de Magallanes (Leavitt, 1908) con fines astrofísicos. Con ellas logró determinar una relación entre el periodo de las pulsaciones y la luminosidad, aportando así un método para determinar las distancias en el universo. Hubble (1925) utilizó esta *relación periodo-luminosidad* en un grupo de Cefeidas en Andrómeda, demostrando que se trataba de una galaxia situada fuera de la Vía Láctea. El universo es mucho más grande de lo que se sospechaba.

Observaciones más precisas de la superficie solar permitieron detectar pulsaciones de unos cinco minutos (Leighton et al., 1962). Se desarrollaron nuevas técnicas para inferir características de la estructura y la dinámica internas del Sol a partir de estos datos sísmicos. La *heliosismología* permitió sentar las bases de la astrosismología, la cuál comenzó a cosechar importantes descubrimientos en la década de los 90 del siglo pasado, cuando se desarrollaron campañas en red desde observatorios terrestres dirigidas hacia distintos tipos de estrellas: enanas blancas (Winget et al., 1991), subenanas calientes (Kilkenny et al., 1999), estrellas de tipo espectral A químicamente peculiares y de oscilación rápida (roAp) (Kurtz et al., 2005), estrellas  $\delta$  Scuti ( $\delta$  Sct) (Breger et al., 1993) y estrellas  $\beta$  Cefeidas ( $\beta$  Cef) (Handler et al., 2006). Pronto llegaron los resultados: Bouchy and Carrier (2001) descubrieron oscilaciones de tipo solar en  $\alpha$  Cen A, Bedding et al. (2001) en la subgigante  $\beta$  Hydri y Frandsen et al. (2002) en la gigante roja  $\xi$  Hya. Esta rama de la astrofísica se ha catapultado en las últimas décadas gracias a los datos recogidos por las misiones espaciales.

La primera vez que se recopilaron datos espaciales útiles para la astrosismología fue con la misión canadiense *Microvariability and Oscillations of STars* (MOST), lanzada en 2003 (Walker et al., 2003). Los datos de MOST revelaron oscilaciones en todo tipo

de estrellas del diagrama de Hertzsprung-Russel (HRD): gigantes rojas (Barban et al., 2007); estrellas roAp (Huber et al., 2008);  $\delta$  Sct y  $\gamma$  Doradus ( $\gamma$  Dor) (Rowe et al., 2006; Sódor et al., 2014); estrellas Be (Saio et al., 2007); estrellas B de pulsación lenta (SPB) (Aerts et al., 2006; Cameron et al., 2008; Gruber et al., 2012); y estrellas de Pre-Secuencia Principal (PMS) (Zwintz, 2008; Zwintz et al., 2009). Aunque sólo podía monitorizar estrellas durante un periodo de tiempo máximo de seis semanas, con una precisión fotométrica limitada a unas cuantas partes por mil en el dominio temporal, se consiguieron detectar más oscilaciones que con las campañas anteriores hechas desde tierra. La primera gran misión destinada a monitorizar numerosas estrellas pulsantes desde el espacio, además de la caza de exoplanetas, fue *Convection and Rotation and exoplanetary Transits (CoRoT)* (Baglin et al., 2006), liderada por la agencia espacial francesa CNES, en colaboración con la ESA. Se lanzó en 2006 y estuvo operativa hasta 2012. Fue un éxito en varios frentes, pero sobre todo destacó en el desarrollo de la astrosismología en estrellas de tipo solar (Michel et al., 2008; Appourchaux et al., 2008; García et al., 2009; Benomar et al., 2009; Deheuvels et al., 2010; Mathur et al., 2010), y el descubrimiento de oscilaciones de tipo solar en gigantes rojas (De Ridder et al., 2009; Hekker et al., 2009; Miglio et al., 2009; Barban et al., 2009; Mosser et al., 2010; Kallinger et al., 2010). En 2009 se lanzó la misión de la NASA *Kepler*, (Koch et al., 2010), especialmente diseñada para encontrar exoplanetas en la zona de habitabilidad de sus estrellas. Proporcionó curvas de luz de una calidad sin precedentes, con una duración de unos cuatro años y dirigida hacia un total de 150 000 estrellas de masa baja e intermedia, concentradas en una estrecha región del cielo. La misión principal operó durante cuatro años, hasta 2014, y luego se extendió entre 2014 y 2018, operando bajo el nombre de *K2*, dirigida hacia 50 000 nuevos objetivos observados durante un tiempo de 90 días. En 2014 se lanzó la misión *BRIght Target Explorer constellation (BRITe)*, un conjunto de nanosatélites austríacos, canadienses y polacos, que sigue produciendo fotometría multicolor de las estrellas más brillantes en el cielo, para estudios de variabilidad y de astrosismología (Weiss et al., 2014). Uno de los éxitos más destacados de esta misión fue revelar más modos de oscilación no radiales que los obtenidos desde tierra, en estrellas de tipo OB y pulsantes de tipo Be (Baade et al., 2016; Handler et al., 2017; Kallinger et al., 2017; Pigulski et al., 2016; Ramiaramanantsoa et al., 2018, por ejemplo). También ha monitorizado un gran número de estrellas de gran masa, por lo que son un complemento a los objetivos observados por *Kepler*. La misión de la NASA *Transiting Exoplanet Survey Satellite (TESS)* (Ricker et al., 2015), diseñada para encontrar exoplanetas en un área 400 veces más grande que la de *Kepler*, fue lanzada en 2018 y todavía sigue

operativa, tras dos extensiones de la misión principal. Está escaneando casi todo el cielo, proporcionando fotometría de millones de estrellas con exposiciones comprendidas entre 27 d y 352 d. *TESS* está proporcionando datos de una mayor variedad de estrellas en el HRD. En esta tesis doctoral se han utilizado fundamentalmente datos de esta misión, por lo que expondremos sus características en la Sec. 2.2.1.

La astrosismología se nutre de series temporales de variabilidad estelar: pueden ser medidas fotométricas del brillo (*curvas de luz*) o medidas espectroscópicas de la velocidad radial. Con estos datos, se procede a un análisis de frecuencias, con técnicas basadas en la transformada de Fourier (FT) (Aerts et al., 2010; Appourchaux, 2014). Comparando las frecuencias observadas con las calculadas en los modelos, se pueden restringir los parámetros iniciales de estos modelos, para tener un conocimiento de la estructura interna de la estrella. Una de las claves para una correcta elección de los modelos es la identificación de los modos de pulsación observados. Las medidas de fluctuaciones del brillo de las estrellas en misiones espaciales como *Kepler* y *TESS* han alcanzado un nivel de precisión de hasta una parte en un millón ( $\sim\mu\text{mag}$ ), cien veces superior a la fotometría que se hace en las campañas de observación terrestre. Otra ventaja añadida de las misiones espaciales es que permiten observaciones más continuas, evitando huecos (*gaps*) en las series temporales de datos, debidos sobre todo a que la observación desde tierra sólo puede ser nocturna y con buen tiempo. Estos huecos añaden frecuencias espurias a la FT, frecuencias que no se corresponden con pulsaciones reales de la estrella. Además, una monitorización de la estrella más larga y continua en el tiempo da una mejor resolución en las frecuencias detectadas. En consecuencia, con los datos espaciales el número de estrellas de tipo solar que se han descubierto ha pasado de unas pocas docenas a más de 100 000. Y, en particular, el de estrellas  $\delta$  Sct y  $\gamma$  Dor ha pasado de unos pocos cientos a miles de ellas.

Hay cinco fuerzas restauradoras en la dinámica oscilatoria de una estrella: la presión (relacionada con los modos acústicos o modos p), la flotabilidad (relacionada con la gravedad o modos g), la fuerza de Coriolis (modos r o Rossby), la fuerza magnética y la fuerza de marea (Kurtz, 2022). A menudo, estas cinco fuerzas actúan conjuntamente. Las más importantes suelen ser la presión y la flotabilidad. Los modos p y g acoplados se denominan modos mixtos. Cuando la fuerza de Coriolis actúa conjuntamente con la gravedad, se denominan modos gravito-inerciales. En presencia de un campo magnético intenso y global, la fuerza de Lorentz combinada con las fuerzas de presión dan lugar a los modos magneto-acústicos. Con la precisión de la fotometría espacial, es posible observar

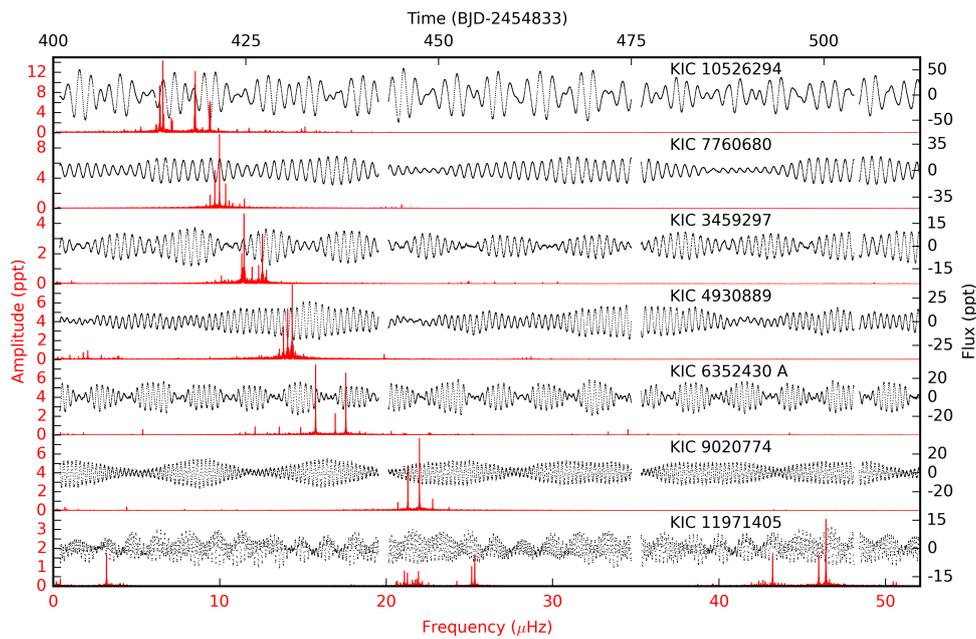


Figura 1.1: Figura 3 de [Aerts \(2021\)](#). Fragmentos de curvas de luz de unos 110 d (de un total de aproximadamente 1500 d) extraídas de *Kepler* en larga cadencia (30 min por cada punto) de 7 estrellas SPB. En rojo se muestra también el espectro de amplitudes obtenida con la FT de las curvas de luz completas. Estas curvas de luz muestran una gran variedad de patrones de pulsaciones y un desplazamiento gradual de las amplitudes máximas desde las bajas hasta las altas frecuencias conforme la frecuencia de rotación varía desde valores bajos en el panel superior hasta valores más altos en el panel inferior. De ninguna de estas estrellas se sabía que tuviera oscilaciones no radiales previamente a la misión *Kepler*, debido a la dificultad de detectar tales periodicidades desde tierra. La figura está basada en datos de [Pápics et al. \(2017\)](#).

los efectos de todas estas fuerzas restauradoras por inferencia astrosísmica. La Figura 1.2 muestra los diferentes tipos de estrellas pulsantes situadas en el HRD. Se trata de una de las últimas adaptaciones de la realizada por primera vez por Christensen-Dalsgaard (1998). En el diagrama actualizado se señala el tipo de oscilación predominante, acústico (p) o gravitatorio (g), en cada clase de estrella pulsante. Allí donde se intercepta la secuencia principal (MS) con la banda de inestabilidad clásica encontramos las estrellas  $\delta$  Sct, donde predominan los modos p, y las estrellas  $\gamma$  Dor, donde lo hacen los modos g. Muchas estrellas de tipo espectral A y F se hallan en esta zona del HRD, el laboratorio para la realización de esta tesis doctoral. Antes de una descripción más detallada de este tipo de estrellas, es conveniente dar un paseo por el HRD para comentar algunas particularidades sobre cada uno de los diferentes tipos de estrellas pulsantes, con objeto de entender mejor las que han sido de interés para esta investigación.

## 1.2 Las estrellas pulsantes en el diagrama HR

Comenzando en la parte inferior de la MS, encontramos las estrellas pulsantes de tipo solar. Sus oscilaciones se producen mediante un mecanismo estocástico, generado por movimientos turbulentos en las capas convectivas externas (Houdek et al., 1999; Samadi and Goupil, 2001, y referencias internas). También las gigantes rojas, como se ha señalado en la Sec. 1.1, muestran este tipo de oscilaciones. La condición necesaria para que tales oscilaciones se produzcan es la presencia de una capa convectiva cerca de la superficie de la estrella. Los periodos de oscilación suelen ser del orden de minutos (Stello et al., 2013, 2014; Chaplin et al., 2014).

En sentido ascendente por la secuencia principal nos encontramos con las  $\delta$  Sct y  $\gamma$  Dor. Son estrellas de tipo AF en el rango de masas  $1.3 M_{\odot}$  -  $2.5 M_{\odot}$ . Estas estrellas presentan una gran variedad de espectros de pulsaciones, son habituales los casos donde pueden presentarse cientos de frecuencias con periodos comprendidos entre 20 min y 8 h, mostrando modos p, modos g, modos mixtos, modos r y combinaciones de frecuencias (Kurtz, 2022). También suelen mostrar multipletes de frecuencias muy próximas desdobladas por la rotación, ya que son estrellas de rotación moderada-alta (ver Guzik, 2021, para una revisión de este tipo de estrellas). Todo ello complica la identificación de los modos de pulsación. En el caso de las  $\delta$  Sct, las pulsaciones son excitadas por un mecanismo de opacidad frente al flujo de radiación en diferentes capas de la envoltura radiativa. Este mecanismo actúa como un motor térmico que impulsa cíclicamente el

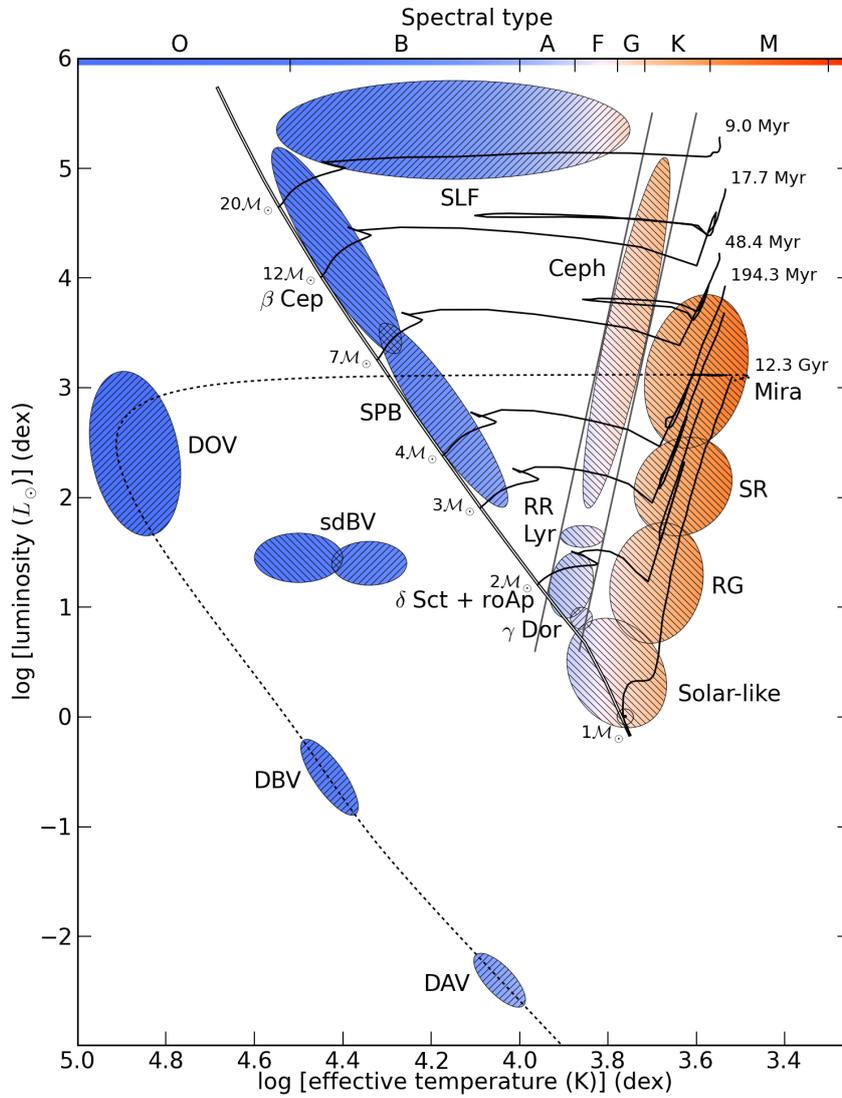


Figura 1.2: HRD con la posición de las principales estrellas pulsantes (Papics, 2013). Las abreviaturas de los nombres se sigue de la utilizada por Aerts et al. (2010). Las líneas continuas negras representan trazas evolutivas estándar para diferentes masas estelares. La banda de inestabilidad clásica está representada con líneas continuas de color gris claro. El rayado transversal en cada una de las elipses representa el tipo de pulsaciones dominantes: modos acústicos p (\\) y modos de gravedad g (//)

plasma parcialmente ionizado. Se llama mecanismo  $\kappa$ , y se cree que actúa sobre todo en la zona de ionización del HeII. En el mismo rango de temperaturas aparecen también las estrellas pulsantes roAp. Manifiestan modos magnetoacústicos con sobretonos altos, con periodos dentro del rango 4.7 min – 25.8 min (Holdsworth et al., 2021). En el caso de las  $\gamma$  Dor, los modos g predominantes son excitados por un mecanismo de bloqueo convectivo (Guzik et al., 2000; Dupret et al., 2005). Observar los modos g no es fácil puesto que están poco espaciados, se necesita una resolución muy alta para poder separarlos, la correspondiente a unos 90 días de observación continuada. Por esta razón, con la llegada de los datos de las misiones espaciales *Kepler* y *TESS*, se ha producido un avance muy significativo en la astrosismología de las estrellas  $\gamma$  Dor (Van Reeth et al., 2015, 2016), y también en las estrellas de pulsación lenta (SPB) (Balona et al., 2011; Kurtz et al., 2015). Estas estrellas son de Población I, con tipos espectrales B2 - B9, con masas en el rango  $3 M_{\odot}$  -  $8 M_{\odot}$ , en la MS. Pulsan en modos gravito-inerciales, con periodos comprendidos en el rango 0.5 d – 4 d (Kurtz, 2022).

En la parte superior de la MS encontramos las  $\beta$  Cef, estrellas de Población I con tipos espectrales entre O tardía y B temprana, y con masas comprendidas en el rango  $8 M_{\odot}$  -  $25 M_{\odot}$ . Pulsan en modos p y en modos g de bajo orden radial, excitados por el mecanismo  $\kappa$  operando a una gran profundidad (Dziembowski and Pamiatnykh, 1993). Se ha encontrado un gran salto de opacidad debido al hierro a temperaturas en torno a  $2 \cdot 10^5$  K, que puede contribuir a la excitación de tales oscilaciones (Moskalik and Dziembowski, 1992). Recientemente se ha descubierto que la gran mayoría de estrellas masivas de tipo espectral OB, entre la secuencia principal y la zona de supergigantes, muestran una variabilidad estocástica producida por ondas de gravedad internas (IGW) (Bowman et al., 2019), excitadas posiblemente por turbulencias en la zona de transición entre la región convectiva y la región radiativa, donde finalmente se propagan y se amortiguan estas oscilaciones (Rogers et al., 2013).

Las estrellas Be, en el rango espectral desde O hasta A temprano, se caracterizan por tener una rotación muy alta, cercana al límite crítico de Kepler, la velocidad crítica que se alcanza cuando se iguala la aceleración centrífuga con la aceleración de la gravedad efectiva en cualquier punto de la superficie estelar. También parecen mostrar estallidos de materia estelar que van dando lugar a un disco de decreción. En la mayoría de ellas se ha encontrado variabilidad de tipo SPB, y también de tipo estocástica en baja frecuencia (SLF) en las más calientes (ver Labadie-Bartz and Carciofi, 2020, una revisión actualizada con datos de *TESS* para este tipo de estrellas).

En la banda de inestabilidad clásica destacan las RR Lyrae y las Cefeidas. La relación periodo-luminosidad encontrada por Leavitt en 1908 es ahora entendida en el marco de la astrosismología: las estrellas más brillantes tienen velocidades del sonido más bajas, y por tanto mayores periodos de pulsación que las menos brillantes, como consecuencia de un mayor radio y una menor densidad. Esto hace que las Cefeidas sean excelentes indicadores de distancia en el universo. Pero también, una significativa fracción de las RR Lyrae y las Cefeidas muestran unos pocos modos de pulsación no radiales: las RR Lyrae con periodos en el rango 0.5 d – 1.2 d, y las Cefeidas en el rango 1 d – 100 d.

En la zona de las enanas blancas, gracias a las misiones espaciales, se han encontrado alrededor de 350 estrellas pulsantes (Córscico et al., 2019). En orden decreciente de temperatura, y con tipos espectrales O, B y A en la MS, respectivamente, se clasifican en tres grandes subgrupos: DOV, DBV y DAV. Se piensa que la variabilidad es producida por cambios en la temperatura superficial debidos a modos g no radiales (McGraw, 1979; Robinson et al., 1982). No está claro cuál puede ser el mecanismo por el que se excitan estos modos de pulsación. Algunos proponen un mecanismo de opacidad en zonas de ionización parcial, como  $\kappa$ , (Winget et al., 1982; Starrfield et al., 1984), mientras que otros proponen un mecanismo convectivo (Brickhill, 1991; Goldreich and Wu, 1999). Las enanas blancas tienen un gran interés más allá de la astrofísica estelar. En particular, las que forman sistemas binarios son importantes como precursoras de las supernova SN IA, los indicadores de distancia utilizados en cosmología.

Entre la MS y la zona de las enanas blancas, encontramos las subenanas calientes de tipo espectral O y B (sdO y sdB), estrellas que fusionan helio y que tienen una delgada envoltura de hidrógeno, con una masa en torno a  $0.5 M_{\odot}$ . Algunas de ellas muestran una variabilidad compleja (sdBV), presentando tanto modos acústicos como modos gravitatorios (ver Heber, 2016, para una revisión de este tipo de estrellas).

## 1.3 La teoría de las pulsaciones estelares

### 1.3.1 Las ecuaciones de la estructura estelar

La interpretación de los modos de oscilación requiere de una teoría de las oscilaciones, y entender cómo estos modos dependen de los parámetros del interior de la estrella. Esta

dependencia se estudia mediante modelos de estado de equilibrio computados numéricamente, estableciendo un conjunto de parámetros de entrada, unos con un valor determinado y otros libres. Las oscilaciones se introducen en las ecuaciones utilizando la teoría de perturbaciones. Veamos antes cuáles son las ecuaciones que deben resolverse para obtener un modelo de estado de equilibrio de una estrella.

Se parte de la base de que una estrella es un sistema gaseoso con simetría esférica, que evoluciona atravesando una sucesión de diferentes estados de equilibrio hidrostático, debido a que se compensan dos fuerzas opuestas, el colapso gravitatorio y la presión de radiación. Siendo un sistema aislado, se pueden aplicar las leyes físicas de conservación de la masa, de la energía y del momento (ver [Kippenhahn et al., 2013](#), para una discusión completa de estructura y evolución estelar).

La conservación de la masa se puede expresar así:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1.1)$$

donde  $\rho(\mathbf{r}, t)$  es la densidad local y  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$  es el vector velocidad local, ambos en la posición  $\mathbf{r}$  y en el instante  $t$ .

La ecuación de movimiento, o conservación del momento, es:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla p - \rho \nabla \Phi + \rho \mathbf{f}, \quad (1.2)$$

donde  $\mathbf{f}$  es la fuerza por unidad de masa y  $\Phi$  es el potencial gravitatorio que cumple la ecuación de Poisson:

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho. \quad (1.3)$$

Ignorando las fuerzas de fricción internas en un gas,  $\mathbf{f}$  involucra a las fuerzas electromagnéticas y las fuerzas externas, tales como las fuerzas de marea en sistemas múltiples.

La ecuación de la energía se obtiene a partir de las propiedades termodinámicas de un gas y de las reacciones nucleares:

$$\rho T \frac{\partial S}{\partial t} + \rho T \mathbf{v} \cdot \nabla S = \rho \epsilon - \nabla \mathbf{F}, \quad (1.4)$$

donde  $S$  es la entropía por unidad de masa,  $\epsilon$  es la tasa de producción de energía por unidad de masa en las reacciones nucleares, considerando la tasa de energía térmica perdida por neutrinos, y  $\mathbf{F}$  es el flujo de energía.

Además se necesita una ecuación para el transporte de energía. En las zonas radiativas de la estrella, el recorrido libre del fotón es pequeño en comparación con la

distancia característica en la que la estructura estelar cambia. En este caso, se utiliza la *aproximación por difusión*, dada por:

$$\mathbf{F} = -\frac{4\pi}{3\kappa\rho}\nabla B = -\frac{4acT^3}{3\kappa\rho}\nabla T, \quad (1.5)$$

donde  $B = (ac/4\pi)T^4$  es el resultado de integrar la función de radiación de Planck,  $\kappa$  es la opacidad,  $a$  es la constante de densidad de radiación y  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío. Si el transporte es por convección, entonces la Eq. 1.5 debe ser reemplazada por otra ecuación obtenida de una teoría de convección. En las zonas de convección del interior estelar, los movimientos de gas turbulentos transportan de manera eficiente, pero a la vez compleja, la energía. En ausencia de una teoría adecuada para los efectos dinámicos de la convección para interiores estelares, se utiliza una aproximación independiente del tiempo, de manera que los efectos dinámicos de la convección, o presión turbulenta, son ignorados. La más utilizada es la teoría de la longitud de mezcla (MLT), aplicada por primera vez por [Böhm-Vitense \(1958\)](#), la cuál viene a ser una parametrización de la convección en códigos 1D. El parámetro libre que lo caracteriza es  $\alpha_{ML}$ , que indica la eficiencia convectiva, y que está expresado en unidades de la escala para la presión local,  $H_P$ , es decir, la distancia que recorre una célula convectiva antes de disolverse en el entorno. Es un parámetro que suele ajustarse observacionalmente, tomando un valor en torno a 1.8 para el Sol. La condición general por la que en una zona con un gradiente de temperatura,  $\nabla \equiv d\ln T/d\ln P$ , existe estabilidad convectiva, reside en el *criterio de Ledoux*:

$$\nabla_{\text{rad}} < \nabla_{\text{ad}} + \frac{\varphi}{\delta}\nabla_{\mu}, \quad (1.6)$$

donde se ha introducido:

$$\nabla_{\text{rad}} = \frac{3\kappa\rho}{16\pi acGT^4} \frac{L(r)}{m(r)}$$

$$\nabla_{\text{ad}} = \left( \frac{\partial \ln T}{\partial \ln P} \right)_S, \quad \nabla_{\mu} = \frac{d\ln \mu}{d\ln P} \quad (1.7)$$

$$\delta = - \left( \frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T} \right)_{P,\mu}, \quad \varphi = \left( \frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln \mu} \right)_{P,T}$$

siendo  $\mu$  el peso molecular promedio del gas. Para zonas con una composición química homogénea, el criterio de Ledoux se reduce al *criterio de Schwarzschild*:

$$\nabla_{\text{rad}} < \nabla_{\text{ad}} \quad (1.8)$$

Estrellas con una masa  $M \geq 1.7 M_{\odot}$  tienen un núcleo convectivo en retroceso, a medida que se produce la quema del hidrógeno, porque la opacidad disminuye, reduciéndose  $\nabla_{\text{rad}}$

y produciéndose un gradiente de composición química no nulo,  $\nabla_\mu \neq 0$ , lo que aumenta la estabilidad en la zona. Por el contrario, en estrellas con una masa  $M \leq 1.3M_\odot$  domina el rápido crecimiento del término  $L/m$  frente a la disminución de la opacidad en el término  $\nabla_{\text{rad}}$ , lo cuál favorece la radiación. La situación es más compleja en las zonas de transición entre las capas radiativas y las capas convectivas. La inercia de una burbuja de gas en una zona convectiva provoca que, cuando llega al límite, se introduzca en la región radiativa una cierta distancia (Zahn, 1991). Este fenómeno se llama *overshooting*, y se caracteriza por el parámetro libre  $\alpha_{\text{ov}}$ , la distancia que penetra la burbuja de gas desde la zona convectiva a la zona radiativa adyacente, también en unidades de  $H_P$ .

La composición química de una estrella en el instante  $t$  se representa mediante las fracciones relativas  $X_i = X_i(r, t)$ , donde  $r \in [0, R(t)]$ , siendo  $R$  el radio de la estrella con simetría esférica en el instante  $t$ . Estos perfiles son un aspecto importante de los modelos estelares porque determinan la opacidad, las características termodinámicas y la producción de energía  $\epsilon$  debida a las reacciones nucleares. Es necesaria también una ecuación que tenga en cuenta el cambio en la composición química de cada elemento, debido a su generación en las reacciones nucleares y a su flujo difusivo:

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = -\frac{\partial F_i}{\partial t} + \frac{dX_i}{dt}, \quad i = 1, \dots, N \quad (1.9)$$

donde  $F_i$  es el flujo difusivo y  $dX_i/dt$  es la tasa de variación por las reacciones nucleares, ambos para el elemento  $X_i$ , y  $N$  es el número total de elementos.

Teniendo en cuenta la inmensa variedad de escalas espaciales y temporales que se dan en una estrella, se necesita asumir una serie de simplificaciones o aproximaciones para poder computar modelos de estructura estelar, además de las ya expuestas arriba. La más importante es la simetría esférica del sistema. Siempre que una estrella no rote demasiado rápido podemos confiar en los modelos 1D de equilibrio hidrostático. Pensando en las aplicaciones de la astrosismología, se considera una atmósfera estática y, por tanto los efectos del viento estelar no se tienen en cuenta. Ignorar la rotación requiere más justificación, puesto que las estrellas de tipo A y F suelen ser rotadores moderados o rápidos. La rotación actúa sobre la estrella rompiendo la simetría esférica, lo que provoca el efecto denominado *gravity darkening*, un aumento del brillo y de la temperatura efectiva en los polos y una disminución de las mismas en el ecuador de la estrella (von Zeipel, 1924). Este efecto, denominado *aproximación de von Zeipel*, es expresado así:

$$T_{\text{eff}} = T_{\text{eff,p}} \left( \frac{g_{\text{eff}}}{g_{\text{eff,p}}} \right)^\beta \quad (1.10)$$

siendo  $T_{\text{eff,p}}$  y  $g_{\text{eff,p}}$ , respectivamente, la temperatura efectiva y la gravedad en el polo de la estrella. Para una envoltura radiativa,  $\beta \approx 0.25$ . En presencia de una envoltura convectiva,  $\beta < 0.1$ . Estas limitaciones en el conocimiento del parámetro  $\beta$  hacen ver que el tratamiento de la rotación en los modelos de estructura estelar no es trivial.

La velocidad de rotación crítica se alcanza cuando se iguala la aceleración centrífuga con la aceleración de la gravedad efectiva en cualquier punto de la superficie estelar. Por debajo de ella, la estrella se mantiene estable. Normalmente se adopta la *aproximación de Roche*, donde se asume que la concentración de masa en el interior de la estrella no es distorsionada por la rotación. En tal caso, los radios polar,  $R_p$ , y ecuatorial,  $R_e$ , cumplen una relación simple en el límite:  $R_{e,\text{crit}}/R_{p,\text{crit}} = 3/2$ . Esto lleva a que la frecuencia crítica de rotación esté dada por:  $\Omega_{\text{crit}} = \sqrt{GM/R_{e,\text{crit}}^3} = \sqrt{8GM/27R_{p,\text{crit}}^3}$ , con  $M$  la masa de la estrella, y  $R_{e,\text{crit}}$ ,  $R_{p,\text{crit}}$  los radios ecuatorial y polar críticos, respectivamente. Una evaluación de la rotación llevada a cabo por [Gagnier et al. \(2019\)](#) con modelos 2D llevó a la conclusión de que  $\beta$  en la Eq. 1.10 se reduce desde 0.25 a 0.13 cuando la rotación aumenta desde valores bajos hasta el valor crítico. Por tanto, la computación de modelos en rotación 2D no se suele utilizar porque sólo son modelos de equilibrio y no de evolución, es decir, no tienen edad.

Para resolver las ecuaciones de estructura estelar, Eq. 1.1 a Eq. 1.4, más la ecuación del transporte, Eq. 1.5, y las de los cambios de los perfiles químicos, Eq. 1.9, se necesitan saber también las ecuaciones de las propiedades microscópicas de la materia estelar, como una función de  $p(r, t)$ ,  $T(r, t)$ , .... Esto requiere una ecuación de estado, varias propiedades termodinámicas, tablas de opacidad, un conjunto de reglas para calcular las tasas de reacciones nucleares, etc. Todo ello se refiere a la física de entrada para el cálculo de modelos estelares. Además hay que establecer adecuadas condiciones de frontera en la superficie y en el centro de la estrella, y las condiciones iniciales que caracterizan el nacimiento de la estrella cuando llega a la fase de la *Zero Age Main Sequence* (ZAMS). La ZAMS se define como el momento en el que la estrella comienza la fase de quema de hidrógeno en el núcleo en completo equilibrio. En la ZAMS la estrella tiene una mezcla de especies químicas  $X_i$  no determinada en su interior. Esta mezcla es el resultado de la mezcla inicial recibida de su anterior fase como nube protoestelar completamente convectiva en la traza de Hayashi, y también de los cambios en la composición química debidos a las reacciones nucleares y a la contracción gravitatoria durante la PMS hacia la ZAMS. La composición inicial debe ser un parámetro de entrada para la computación de los modelos. Se representa como  $X_i$ ,  $Y_i$ ,  $Z_i$ , referidas respectivamente a la fracción de

hidrógeno, helio y elementos metálicos, cumpliéndose que  $X_i + Y_i + Z_i = 1$ . La rotación tiene importantes efectos en la evolución estelar (Maeder, 2009). Su tratamiento es fundamental en la era de la astrosismología espacial. Se ha llegado a un nivel de precisión en los datos de la fotometría espacial que es posible poder inferir el perfil de rotación  $\Omega(r)$ , con la que poder calibrar los parámetros de la física de entrada de los modelos estelares con rotación. Tales modelos, a menudo adoptan la aproximación de Zahn (1992). En ella, se asume que la composición química y el momento angular permanecen constantes en isobaras. Para ello, el cociente entre la frecuencia de rotación y la frecuencia de rotación crítica,  $\Omega/\Omega_{\text{crit}}$ , es utilizado como un parámetro de entrada en el cálculo numérico de los modelos estelares. Debido a que no se conoce demasiado bien la evolución del momento angular en la fase de contracción de la nube protoestelar, el cociente  $\Omega/\Omega_{\text{crit}}$  se suele tomar en la ZAMS, suponiendo un perfil de rotación rígida para comenzar con los cálculos de las trazas evolutivas, como se ha hecho en esta tesis doctoral.

Los modelos estelares calculados con todas estas consideraciones y simplificaciones y con una atmósfera estática se llaman *modelos estelares estándar* (Aerts, 2021). Algunas trazas evolutivas de tales modelos están representados en línea continua en la Fig. 1.2.

### 1.3.2 Perturbación del equilibrio: Oscilaciones estelares

Consideramos ahora las pequeñas perturbaciones en modelos 1D de equilibrio hidrostático con simetría esférica. Utilizando el análisis de perturbaciones, las ecuaciones de estructura estelar Eq. 1.1 a Eq. 1.4 retienen sólo los términos lineales. Por ejemplo, un elemento de fluido en equilibrio hidrostático con vector de posición  $\mathbf{r}_0$  es desplazado de esta posición por una oscilación 3D a la nueva posición  $\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r}$ , donde  $\delta\mathbf{r}$  es la perturbación lagrangiana del vector de posición. La perturbación en la presión es entonces:

$$\delta p(\mathbf{r}) = p(\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r}) - p_0(\mathbf{r}_0) = p(\mathbf{r}_0) + \delta\mathbf{r} \cdot \nabla p_0 - p_0(\mathbf{r}_0) \quad (1.11)$$

Todas las cantidades perturbativas de las ecuaciones Eq. 1.1 a Eq. 1.4 se deducen de una manera análoga. Las versiones linealizadas de las ecuaciones perturbativas se obtienen insertando expresiones como la Eq. 1.11 en el conjunto de todas las ecuaciones, y sustrayendo la versión de todas esas ecuaciones para las soluciones de equilibrio hidrostático, y despreciando todos los términos de orden superior a uno en las cantidades perturbativas. Para una descripción más detallada de las ecuaciones perturbativas y de la teoría de oscilaciones se puede consultar Unno et al. (1989).

Las ecuaciones perturbativas se simplifican despreciando la fuerza de Coriolis y la de Lorentz. En ese caso, las fuerzas que intervienen son la de la presión y la gravedad. También se suele utilizar la aproximación adiabática, lo cuál significa que podemos ignorar las perturbaciones de la entropía en Eq. 1.4. Estas aproximaciones permiten separar las variables del sistema, en términos de las coordenadas esféricas  $(r, \theta, \phi)$ , y el tiempo  $t$ , donde  $r$  es el radio,  $\theta$  es la latitud, medida con respecto al eje polar, que se hace coincidir con el eje de rotación, y  $\phi$  es la longitud. El desplazamiento puede separarse en dos componentes, uno radial y otro horizontal:

$$\delta \mathbf{r} = \xi_r \mathbf{a}_r + \boldsymbol{\xi}_h \quad (1.12)$$

donde  $\mathbf{a}_r$  es un vector unitario dirigido radialmente hacia el exterior de la estrella. Los autovalores del sistema de ecuaciones perturbativas resultan ser las frecuencias de los modos de oscilación,  $\omega$ , y las autofunciones son las cantidades perturbativas en el interior estelar. Por ejemplo, el vector desplazamiento quedaría, en términos de los armónicos esféricos y de tres números enteros  $(n, \ell, m)$  de la siguiente manera (Aerts et al., 2010):

$$\xi(r, \theta, \phi, t) = [(\xi_{r,n,\ell} \mathbf{a}_r + \xi_{h,n\ell} \nabla_h) Y_\ell^m(\theta, \phi)] e^{-i\omega_{n\ell m} t} \quad (1.13)$$

Se pueden considerar los modos de pulsación de una estrella esférica como el análogo 3D de los armónicos 1D de una cuerda. Los tres números enteros, que definen un modo de oscilación, indican las posiciones de los nodos del vector desplazamiento con respecto al eje de simetría de la estrella. Son: el orden radial o sobretono,  $n$ , que indica el número de celdas nodales en el interior de la estrella que no se desplazan radialmente de la posición de equilibrio; el grado,  $\ell$ , representa el número total de líneas nodales sobre la superficie; y el orden azimutal,  $m$ , el número de líneas nodales que pasan por el eje de simetría de la estrella. Los modos radiales tienen  $\ell = 0$ , y los modos no radiales tienen  $\ell > 0$ . Los modos no radiales observados suelen ser  $\ell = 1$  (modos dipolares) y  $\ell = 2$  (modos cuadrupolares). El resto de los modos no radiales son indetectables en fotometría por los efectos de la cancelación al integrar el brillo sobre todo el disco estelar (Aerts et al., 2010). Modos con  $m = 0$  son modos zonales, con  $m = |\ell|$  son modos sectoriales, y con  $0 < m < |\ell|$  son modos teselares. Los modos sectoriales, principalmente, y los modos teselares en menor medida, son de gran interés porque sus frecuencias nos pueden aportar información sobre la rotación de la estrella. Los modos p tienen grandes desplazamientos radiales y son sensibles a las condiciones de la envoltura externa de la estrella, mientras que los modos g se desplazan horizontalmente y son más sensibles a la estratificación de las capas más profundas. Los modos p tienen frecuencias más altas que los modos g.

La frecuencia de los modos p crece con el orden radial  $n$ , mientras que la de los modos g decrecen con el orden radial. La Figura 1.3 proporciona una representación visual del desplazamiento radial,  $\xi_r$ , para algunos modos no radiales vistos bajo un ángulo de  $60^\circ$ . Estas oscilaciones no radiales hacen que algunas partes de la estrella se desplacen hacia arriba (azul) y otras hacia abajo (rojo). Tales movimientos provocan cambios locales en variables como la temperatura, la velocidad, o el radio, que a su vez provocan cambios locales en el flujo. Estas variaciones del flujo se producen de manera periódica en cada ciclo de oscilación. Por tanto, midiendo estas pequeñas variaciones de flujo, se puede deducir el periodo del modo de oscilación. Para ello se necesitan, a poder ser, largos e ininterrumpidos (libres de huecos) ciclos de observación de la estrella, como los que ofrecen las últimas misiones espaciales.

El sistema general de ecuaciones diferenciales que constituyen la base del problema de las autofunciones y los autovalores de las oscilaciones estelares no radiales es un sistema de cuarto orden en las siguientes cantidades perturbativas: el desplazamiento radial,  $\xi_r$ , y las perturbaciones en la presión,  $\delta p$ , el potencial gravitatorio,  $\Phi$ , y la derivada del propio potencial gravitatorio. Estas ecuaciones tienen como factor común  $Y_\ell^m(\theta, \phi)e^{-i\omega_{n\ell m}t}$ . Este factor puede omitirse para obtener el desplazamiento radial, ya que las soluciones no dependen del número azimutal  $m$ , debido a que se ha asumido simetría esférica. Cuando, además, se ignoran las perturbaciones debidas al potencial gravitatorio, ya que son pequeñas en comparación con las perturbaciones de densidad, el sistema de ecuaciones es de segundo orden, y por tanto, más fácil de resolver. Se trata de la *aproximación de Cowling* (Cowling, 1941). Requiere dos condiciones de frontera para obtener soluciones con significado físico. Son:  $\xi_r \approx \xi_h \ell \sim r^{\ell-1}$  para  $r \rightarrow 0$ , y  $\delta p = 0$  para  $r \rightarrow R$  (Unno et al., 1989). Bajo esta aproximación, se puede deducir una expresión analítica para el cociente del desplazamiento horizontal con respecto al desplazamiento radial en la superficie, la cuál solo depende de la frecuencia del modo:

$$\frac{\xi_h}{\xi_r} = \frac{GM}{\omega_{n\ell 0}^2 R^3} \quad (1.14)$$

Este cociente se llama valor K. Valores típicos de K son de 0.001 para modos p de alto orden como en el Sol, y del rango 10 - 1000 para modos g de alto orden para estrellas de quemado de hidrógeno en el núcleo (Aerts, 2021). La aproximación de Cowling es válida entonces para modos p de alto orden y alto grado  $\ell$ . Las dos ecuaciones de pulsaciones derivadas de la aproximación de Cowling pueden combinarse para escribir una sola ecuación diferencial de segundo orden en el desplazamiento radial:

$$\frac{d^2 \xi_r}{dr^2} \approx \frac{\omega^2}{c_s^2} \left( 1 - \frac{N^2}{\omega^2} \right) \left( \frac{S_\ell^2}{\omega^2} - 1 \right) \xi_r \quad (1.15)$$

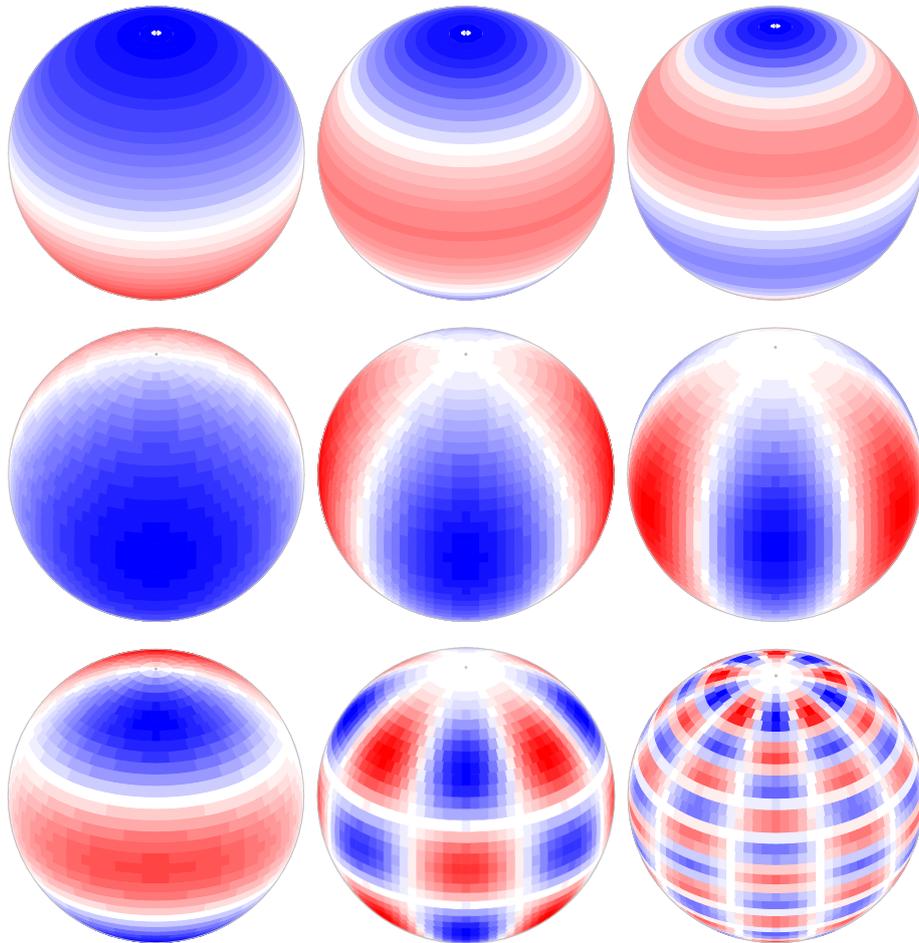


Figura 1.3: Figura 2 de [Aerts \(2021\)](#): Representación visual del desplazamiento radial,  $\xi_r$ , de la superficie estelar, para modos no radiales vistos con un ángulo de  $60^\circ$ . Las bandas blancas indican un desplazamiento nulo,  $\xi_r = 0$ , con respecto a la posición de equilibrio; las bandas rojas y azules representan desplazamientos de la superficie estelar hacia adentro y hacia afuera respectivamente. De izquierda a derecha: Primera fila: modos con  $m = 0$  y  $\ell = 1, 2, 3$ . Segunda fila: Modos sectoriales ( $m = |\ell|$ ) con  $\ell = 1, 2, 3$ . Tercera fila: Modos teselares con  $(\ell, m = |\ell|) = (3, 1), (6, 4), (15, 5)$ .

donde  $N(r)$  es la *frecuencia de Brunt-Väisälä*, la frecuencia característica con la que una burbuja de gas situada en una zona de estabilidad convectiva puede oscilar bajo la acción de la gravedad, dada por:

$$N^2 \simeq \frac{g}{H_P} [\delta(\nabla_{ad} - \nabla) + \varphi \nabla_\mu] \quad (1.16)$$

siendo  $g$  la gravedad local. El gradiente químico afecta al valor de  $N(r)$  en las diferentes capas radiativas estratificadas de la estrella. En caso de inestabilidad,  $N^2 < 0$ , la velocidad de la burbuja de gas se incrementa exponencialmente hasta que se rompe, mezclándose con el material del entorno.

Por otra parte se ha introducido la llamada *frecuencia de Lamb*, que es la frecuencia acústica local característica para el modo con grado  $\ell$ :

$$S_\ell^2 \equiv \frac{\ell(\ell+1)c_s^2}{r^2} \quad (1.17)$$

siendo  $c_s$  la velocidad del sonido en el interior de la estrella. La Eq. 1.15 es la forma más simple de describir las oscilaciones no radiales, y también una buena manera de introducir las *cavidades de propagación* de los modos de oscilación. Las soluciones para  $\xi_r$  son oscilatorias en dos casos: a) cuando  $|\omega| > |N|$  y  $|\omega| > |S_\ell|$ , o b) cuando  $|\omega| < |N|$  y  $|\omega| < |S_\ell|$ . Las zonas del interior de la estrella que cumplen con alguna de estas dos condiciones son cavidades resonantes en donde las ondas estacionarias quedan atrapadas. Los modos que cumplen la condición a) son los modos p, cuya fuerza restauradora es la presión. Dentro de estas cavidades resuenan ondas acústicas. Por convención, se adopta el criterio para el número de nodos  $n > 0$  en este tipo de modos. Si cumplen la condición b) son los modos g, cuya fuerza restauradora es la flotabilidad. El orden radial se define como  $n < 0$ , lo cuál significa que tienen  $-n$  nodos en el interior de la estrella. Dentro de su correspondiente cavidad, se comportan como ondas muy lentas de baja frecuencia con desplazamiento predominantemente horizontal en un gas estratificado radialmente por gravedad. Finalmente, las soluciones de la Eq. 1.14 para el desplazamiento radial que cumplen  $|N| < |\omega| < |S_\ell|$  ó  $|S_\ell| < |\omega| < |N|$  decaen exponencialmente. La Fig. 1.4 representa diagramas de propagación de modos de oscilación para cuatro modelos estelares a medio camino en su etapa de quemado de hidrógeno en el núcleo, con masas iniciales de  $1 M_\odot$ ,  $1.7 M_\odot$ ,  $5 M_\odot$  y  $15 M_\odot$ , con metalicidad solar.

Las cavidades resonantes cambian conforme la estrella evoluciona, debido a los cambios de densidad en el interior. Esto cambia drásticamente el perfil de la velocidad del sonido,  $c_s$ , y por tanto también el perfil de  $S_\ell$ . La distinción entre modos p y modos g deja de ser clara y se producen los denominados modos mixtos. Tienen el carácter de los

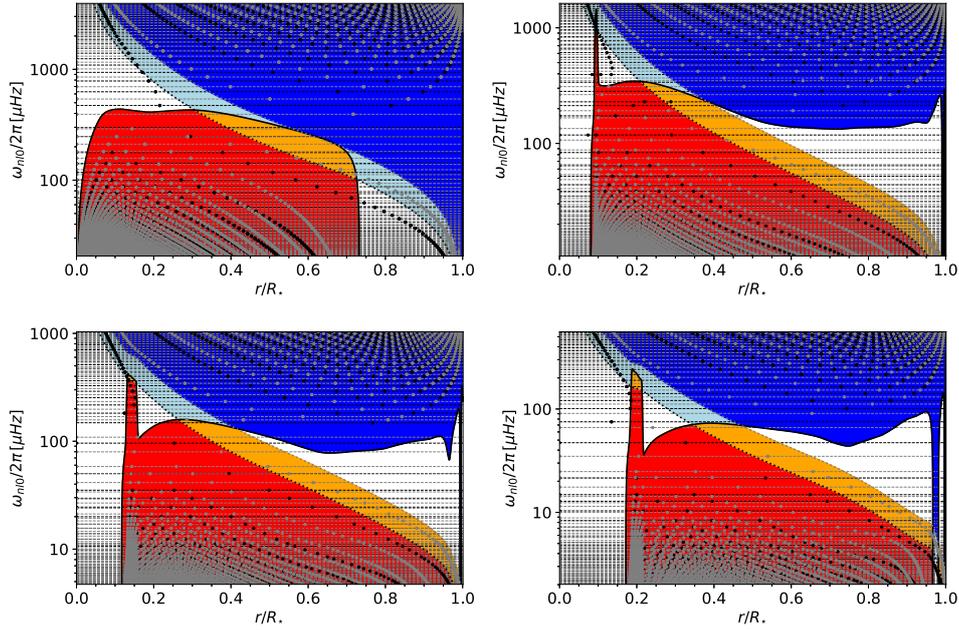


Figura 1.4: Figura 8 de [Aerts \(2021\)](#): Diagramas de propagación mostrando las cavidades de los modos p y los modos g, a medio camino de su etapa de quemado de hidrógeno en el núcleo. De izquierda a derecha y de arriba abajo, tienen masas de  $1 M_{\odot}$ ,  $1.7 M_{\odot}$ ,  $5 M_{\odot}$  y  $15 M_{\odot}$ . La línea sólida negra representa  $N(r)$ , mientras que las líneas discontinuas negra y gris representan  $S_1(r)$  y  $S_2(r)$ , respectivamente. Los valores de las frecuencias dipolares (negro) y de las frecuencias cuadrupolares (gris) están indicados como líneas horizontales discontinuas. Las posiciones de los nodos en  $\xi_r$  son los puntos de color negro (dipolos) y grises (cuadrupolos). La zona roja es la cavidad resonante de los modos g para los modos dipolares, la cuál se extiende en color naranja para los modos cuadrupolares. La zona de azul oscuro es la cavidad resonante de los modos p para los modos cuadrupolares, la cuál se extiende en color azul claro para los modos dipolares. La zona blanca son las regiones evanescentes para los modos en el interior estelar.

modos p en la envoltura convectiva, y el carácter de los modos g en las profundidades de la estrella. Este es el caso de los modos dipolares detectados en las gigantes rojas. [Dupret et al. \(2009\)](#) señaló su poder de sondeo para el centro de las estrellas evolucionadas, siguiendo el descubrimiento de oscilaciones no radiales en gigantes rojas con *CoRoT* ([De Ridder et al., 2009](#)), antes de su actual detección con los datos de *Kepler*.

### 1.3.3 El mecanismo de excitación de los modos de oscilación

Como se ha expuesto en [Sec. 1.3.2](#), despreciando las perturbaciones de la entropía en la ecuación de la energía, [Eq. 1.4](#), se simplifica el tratamiento de las oscilaciones estelares. Esto junto con la aproximación de Cowling permite llegar a una ecuación diferencial de segundo orden para el desplazamiento radial de la estrella, para entender que existen,

básicamente, dos tipos de modos de oscilación: los modos acústicos o modos p que se propagan radialmente cerca de la superficie de la estrella, y los modos gravitatorios o modos g que se propagan horizontalmente en las profundidades de la estrella. La resolución de esta ecuación diferencial nos proporciona las frecuencias de oscilación y las autofunciones en términos de los armónicos esféricos, las cuáles pueden caracterizarse mediante tres números cuánticos que sirven para describir los nodos de la onda tridimensional producida por la oscilación. Estos modos se propagan dentro de sus propias cavidades resonantes, las cuáles evolucionan de la mano de otros parámetros estelares, sobre todo la densidad. Sin embargo, se necesita una teoría no adiabática para entrar a considerar los mecanismos por los que se excitan las oscilaciones. Esto se discute con detalle en [Unno et al. \(1989\)](#) y en [Aerts et al. \(2010\)](#), en los que se basa esta sección.

La Eq. 1.4 establece que el cambio en la energía de una estrella se produce por el balance entre el aumento de la energía debida a las reacciones nucleares en el interior y las pérdidas por flujo radiativo hacia el exterior. La energía de la estrella, como la de cualquier otro sistema termodinámico, tiene tres contribuciones: cinética, potencial e interna. Cuando se produce una inestabilidad, se produce un intercambio entre estas formas de energía. En el caso de una vibración, este intercambio tiene una periodicidad. Se define la integral del trabajo,  $W$ , como el incremento de energía total,  $E$ , que tiene lugar durante el periodo de una oscilación. Para una oscilación casi estrictamente periódica,  $W$  viene dado por ([Eddington, 1926](#)):

$$\begin{aligned} W &= \oint \frac{dE}{dt} = \oint dt \int_0^M T \frac{dS}{dt} dM_r = \oint dt \int_0^M \delta T \frac{d\delta S}{dt} dM_r \\ &= \oint dt \int_0^M \frac{\delta T}{T} \delta \left( \epsilon_N - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{F} \right) dM_r, \end{aligned} \quad (1.18)$$

donde  $\epsilon_N$  es la energía liberada por reacciones nucleares, y  $\mathbf{F}$  es el flujo radiativo en toda la estrella. Si  $W$  es positivo, la energía de los fotones es convertida de forma eficiente en energía cinética a través de algún mecanismo. Este intercambio de energía expresada por la Eq. 1.18 se asemeja a la producción de energía de un motor de calor de tipo Carnot.

Desde un punto de vista práctico, la predicción para que un modo se excite o no se basa en el cálculo de una magnitud denominada *growth rate*, basada en la integral del trabajo, y se define como:

$$\eta = \frac{\int_0^R \frac{dW}{dr} dr}{\int_0^R \left| \frac{dW}{dr} \right| dr} \quad (1.19)$$

La función  $dW/dr$  es positiva cuando se aporta energía al sistema, y negativa cuando se

sustrae. Si  $\eta > 0$  el modo es excitado (inestable dinámicamente). En cambio, si  $\eta < 0$  el modo se verá sobreamortiguado. En términos físicos, el modo se excitará si se produce un intercambio eficiente entre la energía de expansión y de calentamiento del gas, como en un motor térmico.

Para entender cualitativamente el mecanismo responsable de las oscilaciones, se utiliza la llamada *aproximación casi-adiabática* (Unno et al., 1989; Aerts et al., 2010). En ella la integral del trabajo se descompone en tres contribuciones:

$$W = W_N + W_F + W_C, \quad (1.20)$$

donde  $W_N$  está relacionada con la perturbación en la producción de energía por reacciones nucleares,  $W_F$  lo está con la perturbación del flujo radiativo, y  $W_C$  con la del flujo convectivo. En función de cuál sea el término dominante en una determinada región de la estrella, se activará un mecanismo u otro.

En Unno et al. (1989) se demuestra que, en la aproximación casi-adiabática, la dependencia de la tasa de producción de energía por reacciones nucleares con la temperatura y la densidad siempre tiene un efecto desestabilizante. Entonces, cuando domina la perturbación del término  $W_N$  opera el llamado mecanismo  $\epsilon$  en las profundidades de la estrella. Si domina el término correspondiente al flujo por radiación, entonces son el mecanismo  $\kappa$  y el mecanismo  $\delta$  los que se activan. El primero lo hace en las zonas de ionización parcial de la envoltura radiativa de la estrella. La radiación es bloqueada por el efecto que tiene la dependencia de la opacidad con la temperatura y la densidad. La energía bloqueada es convertida en energía de la oscilación. Y el segundo se activa por la difusión radiativa de la energía térmica de un elemento gaseoso oscilante, siendo una región superadiabática la que excita los modos  $g$  de orden alto. El estudio de la perturbación del flujo convectivo presenta mayores dificultades, debido a que va asociado a las propiedades de la presión turbulenta. Para el interior estelar profundo, se puede tratar mediante una teoría de la convección independiente del tiempo, como la MLT. Sin embargo, para estrellas con envolturas convectivas, como el Sol, son más bien fuerzas de naturaleza estocástica las que excitan los modos de oscilación. La convección turbulenta puede excitar vibraciones resonantes que se mantienen gracias a la energía del ruido acústico de las partículas del sistema. Hacer predicciones a partir de fuerzas estocásticas es más complicado, porque se hace necesaria una teoría de la convección dependiente del tiempo, cuando las escalas de tiempo del movimiento convectivo y de la oscilación son similares. Houdek and Dupret (2015) ofrecen un buen resumen de los

avances realizados últimamente en este campo.

En el caso de las estrellas  $\delta$  Sct, es el mecanismo  $\kappa$  el responsable de excitar y conducir las oscilaciones. El mecanismo funciona si en una región de la envoltura radiativa se cumple la condición:

$$\frac{d}{dr} \left( \kappa_T + \frac{\kappa_\rho}{\Gamma_3 - 1} \right) > 0, \quad (1.21)$$

donde  $\Gamma_3 = \left( \frac{\partial \ln T}{\partial \ln \rho} \right)_S + 1$ . El valor de  $\kappa_T$  es mayor en la parte interior de una zona de ionización, y menor en la parte externa. Por tanto las oscilaciones se excitan en el interior y se amortiguan en el exterior de la zona de ionización. La opacidad es mayor en las zonas de ionización en el interior de la estrella, siendo más efectivo en la zona parcial de ionización del He II.

## 1.4 Los efectos de la rotación en los modos de oscilación

En presencia de rotación la fuerza de Coriolis se comporta como una fuerza restauradora del equilibrio para crear modos de oscilación inerciales, y combinada con la flotabilidad, los modos gravito-inerciales. Cuando la rotación es rápida, la fuerza de Coriolis tiene un efecto dominante sobre los modos g, mientras que la fuerza centrífuga lo tiene sobre los modos p. Ambos efectos afectan a las frecuencias de oscilación observadas.

[Lignières et al. \(2006\)](#); [Ballot et al. \(2010\)](#); [Ouazzani et al. \(2017\)](#) han hecho estudios comparativos de predicción de frecuencias de oscilación entre modelos 1D y modelos 2D, utilizando expresiones perturbativas de alto orden para el efecto de la rotación. Estos estudios demuestran que las frecuencias de los modos p predichas con los modelos 1D son bastante precisas hasta que la frecuencia de rotación alcanza un valor aproximadamente igual al 15 % de la frecuencia de rotación crítica. Para modos g de alto orden, los resultados con modelos 1D est n justificados hasta aproximadamente el 70 % de la frecuencia de rotación crítica ([Henneco et al., 2021](#)). Dentro de estos regímenes, est  justificado utilizar modelos de equilibrio 1D como entrada para el cálculo de los modos de oscilación.

Bajo la suposición de una frecuencia de rotación,  $\Omega$ , uniforme y a primer orden en teoría perturbativa, se obtiene un desdoblamiento del modo  $\omega_{n,\ell}$  en el orden azimutal,

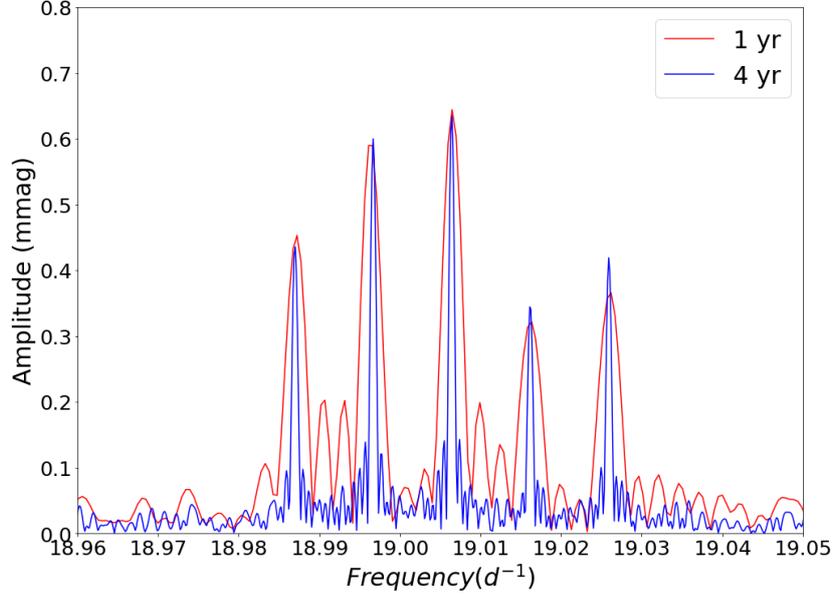


Figura 1.5: Desdoble rotacional correspondiente a los modos  $p$  cuadrupolares en un quintuplete, utilizando curvas de luz de 1 año (rojo) y 4 años (azul), para la estrella KIC 11145123. Adaptación de la Fig. 1 de [Bowman \(2020\)](#). Aquí los periodogramas se han obtenido con el código desarrollado en esta tesis doctoral, MULTIMODES (MM).

$m$ :

$$\omega_{n,\ell,m} = \omega_{n,\ell} + m(1 - C_{n,\ell})\Omega \quad (1.22)$$

donde  $C_{n,\ell}$  es la *constante de Ledoux*, que tiene en cuenta los efectos de la fuerza de Coriolis. La rotación produce entonces la degeneración del modo de frecuencia  $\omega_{n,\ell}$  en un multiplete con  $(2\ell + 1)$  frecuencias distintas, correspondientes a los valores diferentes de  $m$  para el mismo valor de  $\ell$ . En modos  $p$  de alto orden se cumple que  $C_{n,\ell} \simeq 0$  ([Aerts et al., 2010](#)). Para estos casos, los multipletes de frecuencias adyacentes con  $m = -\ell, -\ell + 1, \dots, 0, \dots, \ell - 1, \ell$ , constituyen un observable sísmico para determinar la frecuencia de rotación en la envoltura estelar, sin que dependa del modelo de equilibrio. La Fig. 1.5, adaptación de la Fig. 1 de [Bowman \(2020\)](#), muestra un ejemplo de un multiplete de frecuencias observado en la  $\delta$  Sct KIC 11145123 con rotación lenta ([Kurtz et al., 2014](#)). En ella se puede ver también la importancia que tienen las largas series temporales que ofrecen misiones espaciales como *Kepler* y *TESS* para obtener una mejor resolución de los picos de frecuencias observados.

Mientras que en las estrellas de rotación lenta, el desdoble rotacional es simétrico, es decir,  $\nu_{n,\ell,-m} - \nu_{n,\ell,0} = \nu_{n,\ell,0} - \nu_{n,\ell,m}$ , en el caso de las estrellas de rotación rápida pierden esta propiedad. De hecho, los multipletes asimétricos se extienden en el espectro

de tal manera que tienden a mezclarse, con lo que es difícil su identificación. Tales patrones, aunque elusivos, existen en rotadores rápidos (García Hernández et al., 2015, 2017; Papanicolas et al., 2016a; Bedding et al., 2020) y se han investigado en trabajos teóricos para modos p (Lignières and Georgeot, 2009; Suárez et al., 2014; Mirouh et al., 2019) y modos g (Bouabid et al., 2013; Ouazzani et al., 2017, 2020).

Las oscilaciones en estrellas de rotación rápida no pueden ser descritas en términos de armónicos esféricos. Se han hecho aproximaciones perturbativas más complejas de la rotación, llevando a la fuerza de Coriolis al segundo y tercer órdenes de perturbación en las computaciones de frecuencias, a partir de modelos de equilibrio 1D (ver Mirouh, 2022, para una revisión de los efectos de la rotación rápida en la geometría de los modos de oscilación). En esta tesis se ha hecho uso del método perturbativo hasta tercer orden y teniendo en cuenta la deformación de la estrella, desarrollado por Suárez et al. (2002), e introducido en el código Filou (Suárez and Goupil, 2008), para calcular los modos de oscilación en nuestras mallas de modelos (ver detalles en Sec. 2.2.4). Suárez et al. (2010) hicieron un cuidadoso análisis de los efectos de segundo orden en  $\Omega$  para los modos p estocásticos, y encontraron que son importantes para velocidades ecuatoriales por encima de  $15 \text{ km s}^{-1}$ . Resulta que este es también el límite para el tratamiento de los modos g en estrellas de masa intermedia (Schmid and Aerts, 2016). Estos autores muestran que con rotación rápida, los modos g entran en régimen gravitoinercial, en donde la fuerza de Coriolis ya no puede ser tratada mediante perturbaciones. Concluyen que el tratamiento de los modos g requiere un método no perturbativo para la fuerza de Coriolis en estrellas con un núcleo convectivo. Por esta razón se han utilizado exclusivamente los modos p en esta tesis para los objetivos planteados en la investigación.

## 1.5 Observables sísmicos para modelar las estrellas

### 1.5.1 Observables sísmicos basados en periodicidades

Debido a que no puede resolverse con suficiente detalle la superficie de una estrella pulsante, no es viable la deducción de los números enteros esféricos ( $\ell$ ,  $m$ ) en los modos de oscilación no radiales, a partir de mapas de los desplazamientos radiales, como se ha representado en la Fig. 1.3. La identificación modal debe resolverse a partir de observables. La llamada *teoría asintótica* describe las propiedades de los modos de oscilación

de alto orden y grado bajo, a partir de las ecuaciones diferenciales de segundo orden deducidas de la aproximación de Cowling. Las propiedades de los modos de oscilación no radiales en el *régimen asintótico* se han estudiado ampliamente (Tassoul, 1980; Aerts et al., 2010, por ejemplo).

En régimen asintótico, las frecuencias de los modos p vienen dadas por la ecuación (ver Christensen-Dalsgaard, 2002, por ejemplo):

$$\nu_{n\ell} \equiv \frac{\omega_{n\ell}}{2\pi} \simeq \left(n + \frac{\ell}{2} + \frac{1}{4} + \alpha\right) \Delta\nu \quad (1.23)$$

donde  $\alpha$  es una constante de fase y  $\Delta\nu$  es la llamada *gran separación*, dada por:

$$\Delta\nu = \left(2 \int_0^R \frac{dr}{c_s}\right)^{-1} \quad (1.24)$$

Está relacionado con la inversa del tiempo que tarda el sonido en viajar desde el centro hasta la superficie de la estrella. Según la Eq. 1.23, los modos radiales consecutivos del mismo grado  $l$  estarán igualmente espaciados:  $\Delta\nu = \nu_{n+1,\ell} - \nu_{n,\ell}$ . Esta aproximación sólo es válida para valores bajos de  $\ell$ , típicamente entre 0 y 3. El segundo término de la serie en la Eq. 1.23 predice que modos con valores iguales de  $n + \frac{\ell}{2}$  deben estar casi degenerados:  $\nu_{n,\ell} \simeq \nu_{n-1,\ell+2}$ , lo cuál lleva a otro espaciamiento llamado *pequeña separación*:

$$\delta\nu = \nu_{n,\ell} - \nu_{n-1,\ell+2} \simeq -(4\ell + 6) \frac{\Delta\nu}{4\pi^2 \nu_{n,\ell}} \int_0^R \frac{dc_s}{dr} \frac{dr}{r} \quad (1.25)$$

Este patrón se observó primeramente en modos p de bajo grado esférico en estrellas de tipo solar, lo cuál contribuyó al desarrollo de la heliosismología. La primera fue  $\eta$  Boo (Kjeldsen et al., 1995). Poco después comenzó a detectarse también en gigantes rojas (Frandsen et al., 2002). Dado que la excitación y la amortiguación de los modos solares se producen por los movimientos turbulentos en la capa convectiva externa, se esperan modos p de alto orden en otras estrellas que tengan también una envoltura convectiva. Esto se confirmó antes de la fotometría espacial, con datos de campañas de observación coordinada desde tierra para  $\beta$  Hydri (Bedding et al., 2001), y para  $\alpha$  Cen (Bouchy and Carrier, 2001). La fotometría espacial ha confirmado que estrellas con una envoltura convectiva, desde enanas blancas hasta estrellas del fondo de la rama asintótica de las gigantes, cumplen con la teoría asintótica. La Fig. 1.6 es un ejemplo de este tipo de periodicidades, en la estrella de tipo solar 16 CygA, encontradas por Chaplin and Miglio (2013).

Con respecto a los modos g, el análisis asintótico revela periodicidades en modos

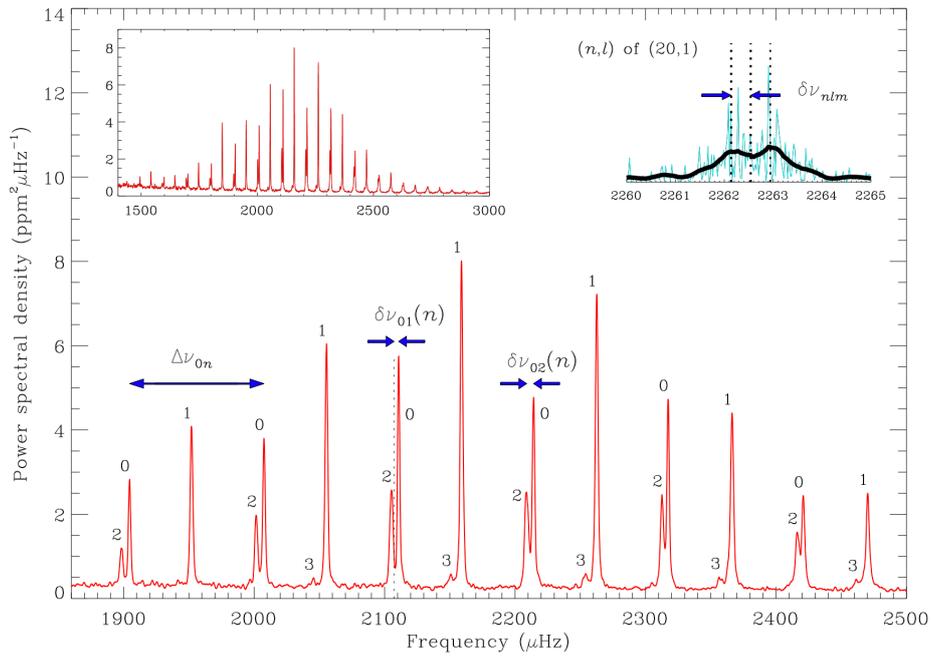


Figura 1.6: Figura 1 de [Chaplin and Miglio \(2013\)](#). Espectro de oscilaciones de la estrella de tipo solar 16 CygA (KIC 12069424), observada por *Kepler*. La gráfica principal muestra el espectro suavizado del rango de frecuencias que contiene los picos más prominentes del espectro, y también están marcadas la gran y pequeña separaciones. La frecuencia de máxima amplitud está alrededor de 2200  $\mu\text{Hz}$ . La pequeña gráfica de arriba a la izquierda muestra el espectro en un intervalo más amplio de frecuencias, apreciándose mejor la modulación gaussiana en los modos observados. La pequeña gráfica de arriba a la derecha es un zoom mostrando el multiplete rotacional en el modo no radial  $n = 20$ ,  $\ell = 1$  (espectro suavizado en negro).

de alto orden y grado bajo, en el espacio de los periodos en lugar de las frecuencias:

$$P_{n,\ell} = \frac{\Pi_0}{\sqrt{\ell(\ell+1)}}(|n| + \alpha_{\ell,g}) \quad (1.26)$$

con:

$$\Pi_0 \equiv 2\pi^2 \left( \int_{r_1}^{r_2} N \frac{dr}{r} \right)^{-1} \quad (1.27)$$

donde  $\Pi_0$  representa el periodo característico de los modos g,  $r_1$  y  $r_2$  son los radios interno y externo de la cavidad resonante donde se hallan atrapados estos modos. Los periodos están asintóticamente equiespaciados en el orden, con un valor que decrece con el grado  $\ell$ . La constante de fase,  $\alpha_{\ell,g}$ , depende de si la estrella tiene un núcleo radiativo o convectivo. Este patrón de periodicidad fue observado en las enanas blancas antes de la fotometría espacial (Winget et al., 1991). En estrellas SPB y  $\gamma$  Dor, estrellas pulsantes en modos g que tienen un núcleo convectivo, la constante  $\alpha_{\ell,g}$  es independiente de  $\ell$ ,  $\alpha_{\ell,g} = \alpha_g$ , y la periodicidad observada es:  $\Delta P \equiv P_{n,\ell} - P_{n-1,\ell} = \Pi_0/\sqrt{\ell(\ell+1)}$ . Este patrón de espaciado de periodos en modos g de alto orden es una sonda de las condiciones físicas cerca del núcleo convectivo de estrellas de secuencia principal. La primera detección de un patrón de espaciado de periodos en modos g se produjo en la estrella de tipo B3V HD 50230, con datos de *CoRoT* (Degroote et al., 2010).

### 1.5.2 La relación de escala entre la frecuencia de máxima amplitud y la temperatura efectiva

Existe una frecuencia máxima para los modos p denominada frecuencia de corte acústico (*acoustic cutoff*),  $\nu_{ac}$ . Esta frecuencia representa una escala de tiempo dinámica típica en la atmósfera. Por encima de su valor, el modo no llega hasta ella y no puede ser observado. Por otra parte, se puede definir la llamada *frecuencia de máxima amplitud*,  $\nu_{max}$ , como el centroide de la envoltura del espectro de potencias (Kjeldsen and Bedding, 1995). Puede apreciarse un ejemplo de ello en la Fig. 1.6, con la estrella KIC 12069424. Se ha sugerido una relación de escala, a partir del caso solar extendida para otras estrellas, entre  $\nu_{max}$  y  $\nu_{ac}$  (Brown et al., 1991). Es sencillo demostrar que  $\nu_{max} \propto g/\sqrt{T_{eff}}$ , una relación que ha sido ampliamente usada con estrellas de tipo solar (ver, por ejemplo, Belkacem et al., 2011; Chaplin and Miglio, 2013; Hekker, 2020).

## 1.6 La datación de cúmulos estelares

La datación de estrellas, estrechamente relacionada con la determinación de su composición química, es fundamental en el campo de la astrofísica estelar, y por extensión, en el dominio de la astrofísica galáctica. No es nada sencillo estimar la edad de una estrella, sobre todo porque no hay dos estrellas iguales. Medir la luminosidad y la temperatura efectiva con precisión para estimar el estadio evolutivo, es decir, su ubicación en el HRD, ya ofrece bastantes dificultades. Además, dos estrellas que se encuentren en el mismo estadio evolutivo no tienen por qué tener la misma edad, ya que sus orígenes pueden haber sido muy diferentes, por ejemplo en cuanto a su composición química, masa, tamaño y rotación iniciales, parámetros libres que deben introducirse en la física de entrada para computar los modelos que mejor expliquen las observaciones. En la literatura existen bancos de datos donde se pueden descargar trazas evolutivas e isócronas (curvas que unen estadios evolutivos de diferentes modelos de estrella con la misma edad,  $\log age$ ) calculadas a partir de diferentes conjuntos de condiciones iniciales, según las necesidades del investigador. Son ampliamente utilizadas, por ejemplo, las del *Observatorio Astronómico de Padova*<sup>1</sup> y las de *MESA Isochrones & Stellar Tracks*, MIST<sup>2</sup> (Dotter, 2016; Choi et al., 2016; Paxton et al., 2011, 2013, 2015). Un ejemplo de trazas e isócronas calculadas en MIST lo vemos en la Fig. 1.7 (Choi et al., 2016). A la izquierda se muestra cómo cambian de posición en el HRD las diferentes trazas evolutivas calculadas con modelos a partir de distintas masas y velocidades de rotación iniciales. A la derecha se muestra lo mismo con isócronas.

El tradicional método de ajuste de isócronas para datar cúmulos estelares consiste en estimar la mejor isócrona que pase por el conjunto de estrellas del cúmulo previamente situadas en el HRD. Estas estrellas se caracterizan por estar en diferentes estadios evolutivos teniendo la misma metalicidad y la misma edad. Uno de los trabajos más citados en cuanto a la datación de un cúmulo a través de este método es el de Perryman et al. (1998), realizado con el cúmulo Híades, uno de los más cercanos al Sistema Solar. En la Fig. 1.8 (Figs. 22 y 23 del citado artículo) se muestra cómo el ajuste de la isócrona debe hacerse con aquellas estrellas que se sitúan evolucionadas más allá de la MS (*turn-off*). Los autores señalan cómo la incertidumbre en la edad estimada puede alcanzar el 15% sólo con tener en cuenta o no el efecto del overshooting en la física de entrada de

---

<sup>1</sup><http://stev.oapd.inaf.it/cgi-bin/cmd>

<sup>2</sup><https://waps.cfa.harvard.edu/MIST/index.html>

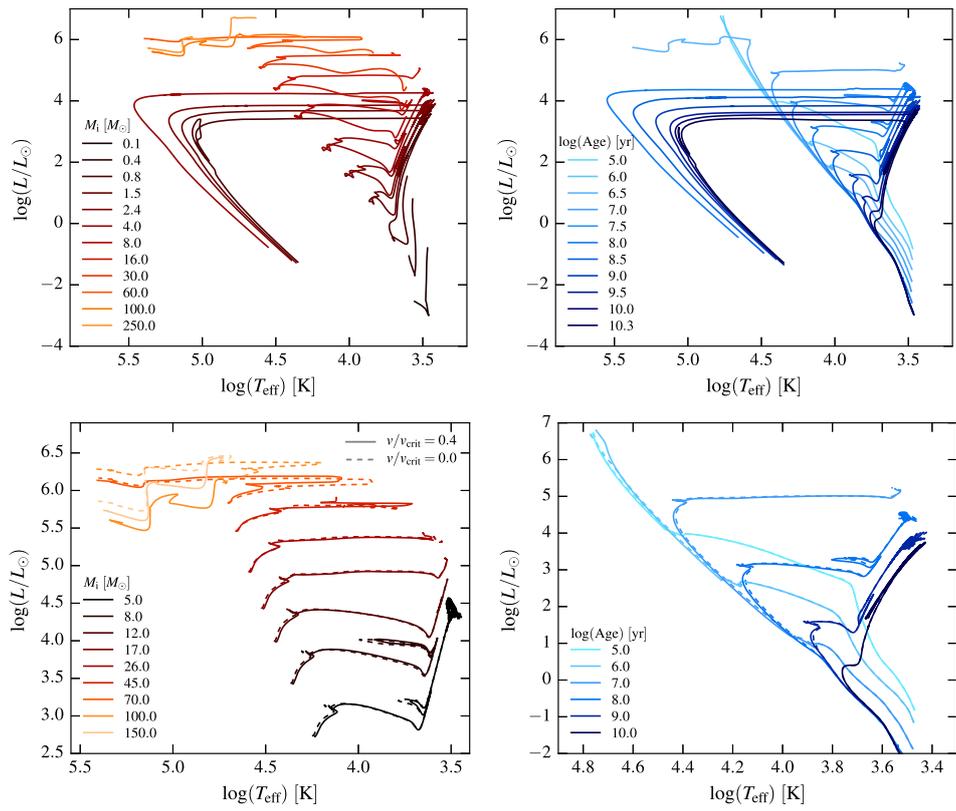


Figura 1.7: Panel superior: Fig. 7 de Choi et al. (2016). Trazas evolutivas (izquierda) e isócronas (derecha) cubriendo un amplio rango de masas, edades y estadios evolutivos. Panel inferior: Fig. 8 de Choi et al. (2016). Lo mismo que en el panel superior, pero mostrando los efectos de la rotación. Los modelos sin rotación se representan con línea discontinua y los modelos con rotación inicial en la ZAMS,  $\Omega_{\text{ZAMS}}/\Omega_{\text{crit}} = 0.4$ , en línea continua.

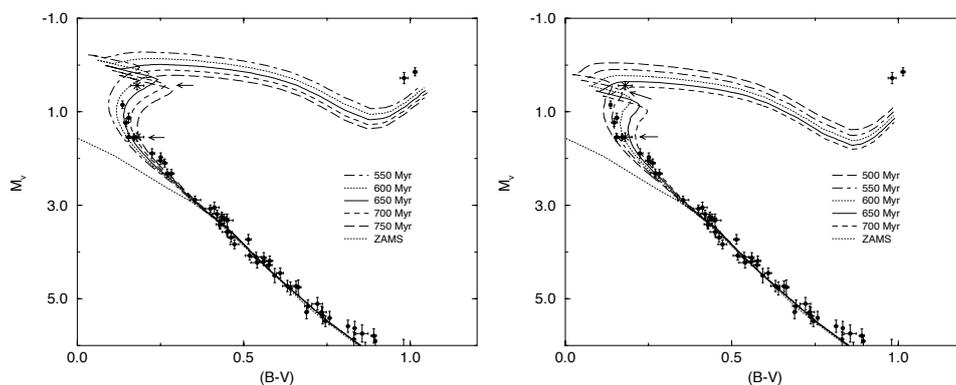


Figura 1.8: Izquierda: Fig. 22 de [Perryman et al. \(1998\)](#). Isócronas estimadas con overshooting para una agrupación de 69 estrellas en el cúmulo Híades. Derecha: Fig. 23 de [Perryman et al. \(1998\)](#). Lo mismo que a la izquierda, pero sin considerar los efectos del overshooting.

los modelos computados. Las causas que contribuyen a la incertidumbre en el método de ajuste de isócronas son: módulo de distancia incierto, la pertenencia o no de una estrella al cúmulo, que una estrella sea en realidad un sistema binario no resuelto, la extinción y el enrojecimiento de la luz observada, la incertidumbre en la metalicidad, los diferentes tratamientos para la física de los modelos utilizados para calcular las isócronas, y la incertidumbre del propio método de ajuste de las isócronas. La incertidumbre es todavía mayor cuando se trata de datar cúmulos jóvenes donde escasean estrellas situadas en el *turn-off*.

Otro método de datación de cúmulos estelares es el de las observaciones espectroscópicas del litio en estrellas de baja masa ([Basri and Martín, 1999](#); [Stauffer et al., 1999](#)). Se basa en el hecho de que la luminosidad a la que el litio se agota eficientemente en objetos totalmente convectivos es una función fuertemente dependiente del tiempo y prácticamente independiente del modelo. La Fig. 1.9 ([Basri and Martín, 1999](#)) muestra la evolución teórica del agotamiento del litio en función de la magnitud absoluta, utilizando dos filtros diferentes, y sobre ellas las estimaciones fotométricas de la magnitud absoluta y las estimaciones espectroscópicas del litio en tres estrellas pertenecientes al cúmulo  $\alpha$  Per, precisamente el primer cúmulo que se ha analizado en esta investigación con nuestro método de datación sísmica (Sec. 3.1). Algunas de las causas de incertidumbre mencionadas para el método de las isócronas lo son también para este método, pues un cálculo correcto de la edad debe basarse también en estimaciones precisas de la luminosidad o la magnitud absoluta de la estrella.

La *girocronología* es una técnica basada en la relación entre la tasa de rotación y la

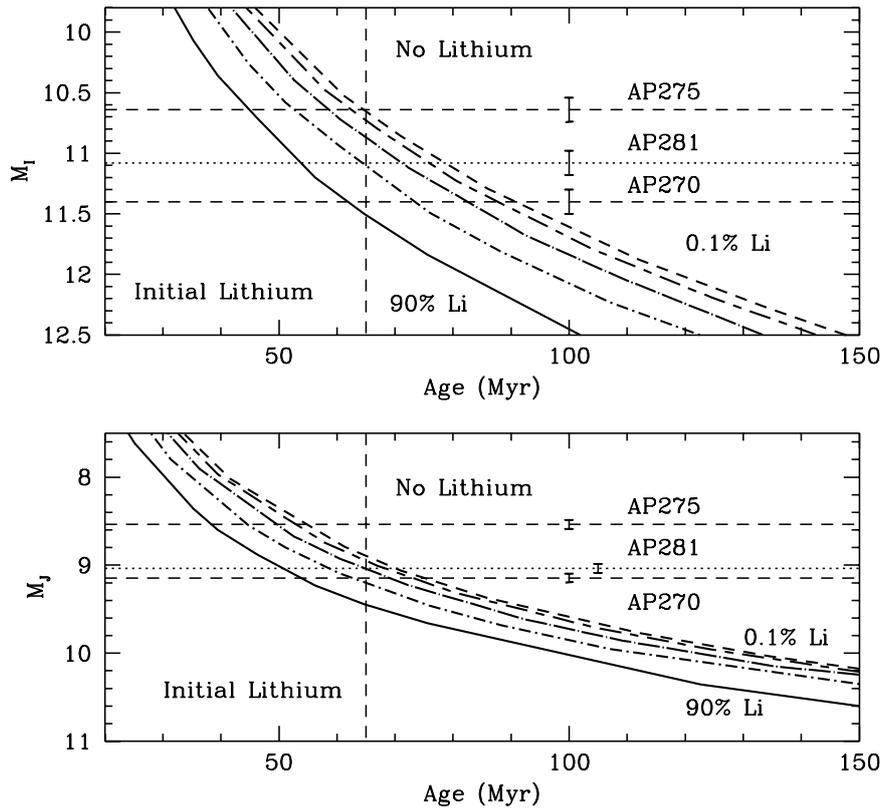


Figura 1.9: Fig. 5 de [Basri and Martín \(1999\)](#). Evolución predicha para el agotamiento del litio en función de la magnitud absoluta (filtro I arriba y filtro J abajo). Las líneas continuas se corresponden con las de aquellos objetos que han preservado el 90% del litio inicial; las líneas punto-guion corto las que han preservado el 50%; las líneas punto-guion largo las del 10%; las líneas guion corto-guion largo las del 1% y las líneas de guion corto las del 0.1%. Las líneas discontinuas horizontales representan las magnitudes estimadas para dos estrellas de baja masa en el cúmulo  $\alpha$  Per, AP270 y AP275. La línea de puntos horizontal representa la magnitud estimada para la estrella AP281, la cuál no tiene una pertenencia segura al cúmulo según este trabajo. La línea discontinua vertical es la edad estimada para el cúmulo de 65 Myr.

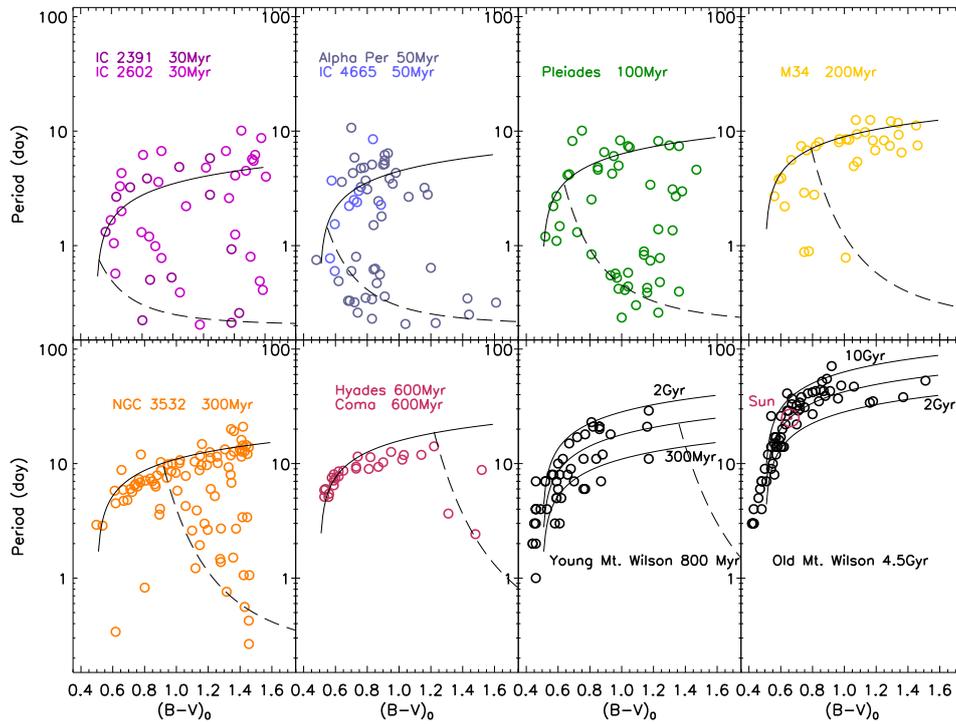


Figura 1.10: Fig. 2 de [Barnes \(2003\)](#). Diagramas color-periodo (en escala logarítmica) para una serie de cúmulos y de estrellas jóvenes y viejas Mt. Wilson. Las líneas plateadas en cada diagrama separan las dos secuencias de estrellas de rotación lenta (periodo largo) y de rotación rápida (periodo corto). Estas líneas también constituyen una familia de curvas parametrizadas en la edad.

edad de estrellas de tipo F tardía hasta M ([Barnes, 2003](#); [Angus et al., 2022](#); [Messina et al., 2022](#)). La mayoría de estas estrellas, entre las que se encuentra el Sol, poseen un campo magnético que conecta el exterior convectivo con el interior radiativo, frenando la velocidad de rotación según la ley exponencial  $P \propto t^{1/2}$  ([Skumanich, 1972](#)), donde  $P$  es el periodo y  $t$  el tiempo. Un cúmulo arquetípico con una fracción visible de estas estrellas es el de Híades (625 Myr). Por otra parte, una fracción más pequeña de estas estrellas, más jóvenes y de rotación rápida, enteramente convectivas, se frenan a un ritmo mucho más lento. Un ejemplo donde se hacen visibles estas estrellas es el cúmulo de las Pléyades (125 Myr). A medida que un cúmulo evoluciona, aumenta la fracción de estrellas del primer grupo y disminuye la del segundo. La Fig. 1.10 (Fig. 2 de [Barnes \(2003\)](#)) muestra la determinación de la edad de diferentes cúmulos y de dos agrupaciones de estrellas Mt. Wilson, una más joven y otra más vieja, dibujando las curvas que separan las dos distribuciones de estrellas, las de rotación lenta y las de rotación rápida, en las que la dependencia del periodo de rotación con el color se invierte de un grupo a otro.

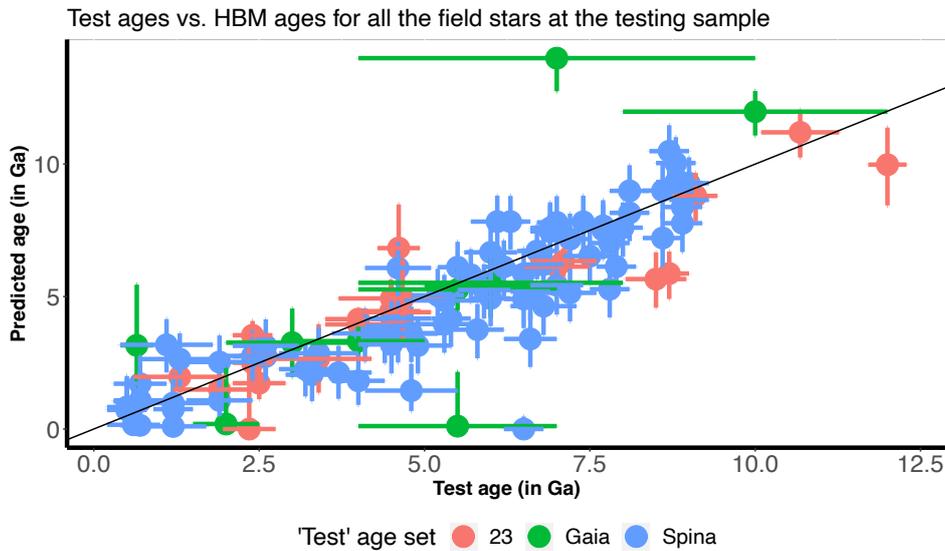


Figura 1.11: Fig. 6 de [Moya et al. \(2022\)](#). Predicciones de edad para todas las muestras de estrellas testeadas con el método HBM: un grupo de 23 estrellas con edades "fiables"; un grupo de 79 estrellas datadas en [Spina et al. \(2017\)](#) y un grupo de 10 estrellas de referencia *Gaia* estudiadas en [Sahlholdt et al. \(2019\)](#). A pesar de la heterogeneidad del conjunto de todas las muestras utilizadas, el resultado es robusto.

Otra técnica para la datación de cúmulos estelares se basa en los llamados *relojes químicos* ([da Silva et al., 2012](#); [Spina et al., 2017](#); [Moya et al., 2022](#)). Utiliza el hecho de que la evolución química de la galaxia es una consecuencia de las reacciones termo-nucleares y de fusión nuclear en el interior de las estrellas (y los consiguientes elementos químicos que se generan) y de la dependencia de la evolución estelar con la masa. Cuanto más masiva es la estrella más rápida es su evolución. En otras palabras, en la evolución estelar se asume que la estrella recién creada contiene una composición química inicial a partir de la nube de la que se ha formado, y los modelos predicen la evolución que tendrá la abundancia relativa de ciertos elementos químicos según los parámetros de la física de entrada, sobre todo la masa inicial. Por ejemplo, [Moya et al. \(2022\)](#) desarrollan un *hierarchical Bayesian model* (HBM) entrenado con datos de estrellas de las que se conocen con bastante certeza sus edades y abundancias químicas a partir de diferentes técnicas (Fig. 1.11), y después lo utilizan para determinar la edad de cúmulos como Híades, NGC 2632, Ruprecht 147 e IC 4651. Según estos autores, las incertidumbres son mayores en cúmulos y agrupaciones de estrellas jóvenes o poco evolucionados.

A pesar de los avances, en todos estos métodos se constata que todavía se necesita de un método fiable para datar los cúmulos estelares más jóvenes.

## 1.7 Las estrellas $\delta$ Sct

En esta sección expondremos el estado actual de conocimiento sobre las estrellas  $\delta$  Sct, sobre todo después de las misiones espaciales *Kepler/K2* y *TESS*. Son estrellas de Población I de tipo espectral entre A2 y F2, en torno a la secuencia principal, con temperaturas efectivas comprendidas entre  $6400 \text{ K} \leq T_{\text{eff}} \leq 8600 \text{ K}$  (Breger, 2000; Rodríguez and Breger, 2001; Aerts et al., 2010; Uytterhoeven et al., 2011). Se sitúan en una zona interesante del HRD, entre estrellas poco masivas con un núcleo radiativo y una delgada envoltura convectiva ( $M \lesssim 2M_{\odot}$ ), y aquellas más masivas con un gran núcleo convectivo y una envoltura radiativa ( $M \gtrsim 2M_{\odot}$ ). El estudio de este tipo de estrellas pueden aportar restricciones muy valiosas para los modelos de estructura y evolución estelar, ya que propiedades físicas como la rotación interna o el tamaño del núcleo convectivo determinan la evolución de las estrellas de masa intermedia y grande (Maeder, 2009; Meynet et al., 2013). Pueden mostrar hasta cientos de modos de pulsación radiales y no radiales, con periodos comprendidos entre 15 min y 8 h (Uytterhoeven et al., 2011; Holdsworth et al., 2014), excitados a través del mecanismo  $\kappa$ , en la región de ionización parcial del HeII (Cox, 1963). En general tienen una rotación alta (Royer et al., 2007). Se han hecho significativos avances a la hora de entender la física de las estrellas  $\delta$  Sct, gracias a la revolución de la fotometría espacial. El complejo espectro de pulsaciones de este tipo de estrellas permite construir física a diferentes profundidades. Aún está por explotar todo el potencial del estudio de los modos de pulsación de las  $\delta$  Sct en la era de la fotometría espacial.

Antes de las misiones espaciales, ya se habían observado cientos de  $\delta$  Sct (por ejemplo, el catálogo de Rodríguez and Breger, 2001), gracias a las observaciones realizadas desde tierra, en campañas fotométricas coordinadas, involucrando a varios observatorios en el mundo, como por ejemplo la red liderada por Michel Breger (*Delta Scuti Network*, DSN). De esta manera se consiguieron detectar decenas de oscilaciones en FG Vir (Breger et al., 1995), una estrella de referencia en el campo que continuamente se está revisitando para determinar mejor sus parámetros, a medida que se han ido obteniendo mejores datos con las misiones *Kepler/K2* y *TESS* (el más reciente de Guzik et al., 2022). A finales del siglo pasado no estaba claro si una estrella podía presentar, a la vez, oscilaciones de tipo  $\delta$  Sct y  $\gamma$  Dor, conocidas como estrellas híbridas. Páparó et al. (2000) reportaron la existencia de bajas frecuencias en el dominio de las  $\gamma$  Dor en la  $\delta$  Sct 57 Tau, perteneciente al cúmulo Híades. En el marco teórico, Dupret et al. (2005) demos-

traron que las estrellas híbridas son posibles, aplicando un *tratamiento dependiente del tiempo para la convección* (TDC). Uytterhoeven et al. (2011) llevaron a cabo un análisis de 750 estrellas de tipo A y F utilizando curvas de luz de *Kepler* de un año de duración, para llegar a la conclusión de que aproximadamente un 25 % de ellas, distribuidas por toda la banda de inestabilidad, eran híbridas. Análisis posteriores de un mayor número de estrellas A y F, realizados a partir de curvas de luz de *Kepler* de una mayor duración temporal, unos 4 años, llevaron a Balona (2014) a la audaz conclusión de que todas las  $\delta$  Sct son híbridas. Existen, sin embargo, numerosos casos de  $\delta$  Sct puras, es decir, que no muestran pulsaciones de baja frecuencia, o modos g, al menos no por encima del umbral de detección de la fotometría de *Kepler*, que es de unos pocos  $\mu\text{mag}$ . Según Bowman (2017), existen  $\delta$  Sct que no muestran frecuencias significativas por debajo de  $5 \text{ d}^{-1}$ , el límite estimado por Grigahcène et al. (2010) para separar las pulsaciones  $\delta$  Sct de las  $\gamma$  Dor, sobre una muestra de 554 estrellas seleccionadas de *Kepler*. Sin embargo, no es totalmente descartable que estas  $\delta$  Sct aparentemente puras puedan ocultar, en realidad, verdaderas pulsaciones en baja frecuencia, y que incluso puedan ser detectadas por métodos espectroscópicos, como en algunos casos de  $\gamma$  Dor (Pollard et al., 2013). No se entiende bien la naturaleza de la interacción entre el mecanismo  $\kappa$  con el que se excitan los modos p y el mecanismo de bloqueo convectivo con el que se excitan los modos g. Se están investigando nuevos mecanismos de excitación de modos de pulsación, que tratan de justificar la existencia de estas estrellas híbridas, más calientes que las  $\gamma$  Dor, utilizando otro tratamiento para la TDC (Xiong et al., 2016).

Para generar aún más confusión en la región de la banda de inestabilidad donde se hallan las  $\delta$  Sct,  $\gamma$  Dor y las híbridas, los datos de *Kepler* también revelaron que hay estrellas dentro de dicha región que no pulsan, al menos no de una manera detectable (Guzik et al., 2015; Balona et al., 2015b, por ejemplo). En un estudio de Murphy et al. (2019) hecho con 15 000 estrellas de tipo AF, sólo un 60 % de ellas muestran pulsaciones, lo que les condujo a revisar los límites de la banda de inestabilidad establecida por Dupret et al. (2005). Murphy et al. (2015) utilizó espectroscopía de alta resolución para investigar estrellas aparentemente constantes, que no muestran pulsaciones p, por encima de una amplitud de  $50 \mu\text{mag}$ , en toda la banda de inestabilidad de las  $\delta$  Sct. Encontraron que gran parte de estas estrellas tienen una peculiar abundancia o deficiencia de ciertos elementos, en comparación con las estrellas de tipo solar. Por ello, se han clasificado como estrellas de tipo A con líneas metálicas (Am). El resto de las estrellas no pulsantes se hallan muy cerca de los bordes de la banda de inestabilidad. Murphy et al. (2015) propusieron que puedan formar parte de sistemas binarios no detectados, y que

en realidad tengan temperaturas efectivas que las alejen de la banda de inestabilidad. Las estrellas Am desafían, pues, las teorías de evolución y de pulsaciones estelares. La sedimentación difusiva del helio desde las zonas impulsoras de las oscilaciones desactivaría el mecanismo  $\kappa$  con el que se producen las oscilaciones de tipo  $\delta$  Sct. Sin embargo, se han observado algunas estrellas Am que pulsan en régimen  $\delta$  Sct (Murphy et al., 2020). En este trabajo han propuesto que tales pulsaciones se producen por un aumento de la opacidad media de Rosseland a 50 000 K en el borde de ionización del H discontinuo. Otros como Smalley et al. (2017) han propuesto un mecanismo de presión turbulenta para excitar las pulsaciones  $\delta$  Sct en estrellas de tipo Am.

Las estrellas de tipo Ap forman *manchas químicas* en los polos magnéticos, que causan contrastes de brillo que se muestran como variaciones en las curvas de luz a medida que rotan. Muestran modos p en el régimen asintótico ( $n \gtrsim 15, \ell \lesssim 3$ ) (Holdsworth et al., 2021). La desalineación del eje del campo magnético y del eje de rotación es la explicación preferida para las propiedades de estos modos p de alta frecuencia de las estrellas Ap de rápida oscilación (roAp) (Kurtz, 1982).

El subgrupo de las *High Amplitude  $\delta$  Sct stars* (HADS) fue definido originalmente por McNamara (2000), con picos de amplitud que exceden los 0.3 mag. Son también rotantes lentas ( $v \text{ seni} \leq 40 \text{ kms}^{-1}$ ) y pulsan en el modo fundamental y/o primer sobretono radiales. No son abundantes, representan menos del 1% de las pulsantes en la banda de inestabilidad clásica (Lee et al., 2008).

Hay otro grupo de estrellas pulsantes, directamente relacionadas con las HADS, las SX Phe. Son estrellas de Población II (baja metalicidad) con uno o dos modos de gran amplitud, que suelen encontrarse en cúmulos globulares y en pequeñas galaxias del Grupo Local. Son más azules y brillantes que las estrellas del cúmulo que se encuentran en la fase *turn-off*, por eso se les llama rezagadas azules (*blue stragglers*). Podrían haberse formado por la fusión de binarias. Sin embargo, los datos de *Kepler* revelan que algunas de estas estrellas tienen una metalicidad más alta de la que le correspondería si fueran de Población II (Nemec et al., 2017, y referencias internas). Además, las curvas de luz de *Kepler* de estas estrellas muestran un espectro más complejo, con numerosos picos radiales y no radiales en bajas frecuencias, lo que las asemeja a las  $\delta$  Sct normales. Por tanto, quizás la definición característica de las estrellas SX Phe de campo, que principalmente muestran uno o dos modos de alta amplitud, es sólo un efecto bias de selección (Balona and Nemec, 2012). Hay también SX Phe multi-periódicas de baja

amplitud encontradas en cúmulos globulares, apoyando la tesis de que quizás no deban considerarse como una clase separada de  $\delta$  Sct normales. En resumen, en todo este debate intervienen factores como: si forma parte de un cúmulo o es una estrella de campo; la metalicidad (Población I o II); si ha sufrido una transferencia masiva o una fusión, si es una blue straggler. Según [Daszyńska-Daszkiewicz et al. \(2020\)](#), el análisis astrosísmico de la estrella prototipo SX Phe muestra que se halla en una fase de contracción del núcleo o de quemado en capa del hidrógeno, tiene una edad de  $\sim 4$  Gyr y una masa baja ( $M \sim 1.05M_{\odot}$ ), en comparación con las  $\delta$  Sct y las HADS. Se podría considerar adoptar un criterio de masa más edad para hacer la distinción, pero estas propiedades no son directamente observables y dependerían de análisis astrosísmicos. Afortunadamente, los análisis astrosísmicos son prometedores para limitar la metalicidad intrínseca y la abundancia de helio, y posiblemente si la estrella ha experimentado una transferencia de masa desde una compañera binaria o es producto de una fusión binaria, cualquiera de las cuales podría aumentar la abundancia de helio. ¿Debería mantenerse como criterio definitorio la amplitud del modo de pulsación o la presencia de sólo uno o unos pocos modos? Estas cuestiones requerirán mayor investigación y discusión en el futuro.

### 1.7.1 Periodicidades en el espectro de frecuencias de las $\delta$ Sct

Combinando datos de fotometría de la misión *CoRoT* con datos de espectroscopía *HARPS*, [García Hernández et al. \(2013\)](#) propusieron por primera vez que era posible encontrar la gran separación en una estrella  $\delta$  Sct, HD 174966, y dos años después, [García Hernández et al. \(2015\)](#) demostraron que la gran separación podía relacionarse con su densidad media, como se había hecho antes con estrellas de tipo solar (Sec. 1.5). [Suárez et al. \(2014\)](#) utilizaron una malla de modelos estelares sin rotación y calcularon modos de oscilación con grados esféricos comprendidos entre  $\ell = 0$  y  $\ell = 3$ , para demostrar una relación entre la gran separación y la densidad media de la estrella, muy útil para constreñir los modelos de una estrella objeto de estudio (Fig. 1.12). [García Hernández et al. \(2015, 2017\)](#) calibró esta relación  $\Delta\nu - \rho$  utilizando datos de binarias eclipsantes con alguna componente  $\delta$  Sct, observadas por *CoRoT* y *Kepler*, para obtener frecuencias de oscilación y parámetros físicos fiables (Fig. 1.13). También demostraron que dicha relación es independiente de la rotación de la estrella.

Estos métodos nos acercan a la identificación modal de las frecuencias observadas en las  $\delta$  Sct, aunque no resulta fácil encontrar estos patrones de espaciados entre modos

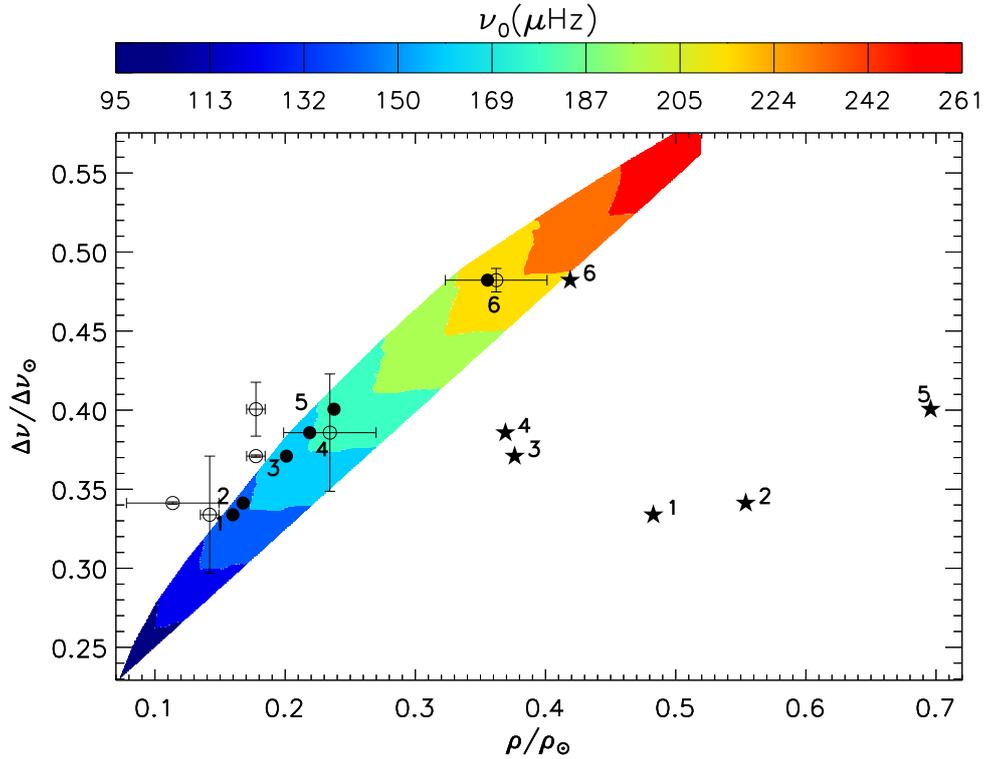


Figura 1.12: Figura 2 de Suárez et al. (2014). Relación predicha entre la gran separación,  $\Delta\nu$ , y la densidad media,  $\rho$ , normalizada a los correspondientes valores solares,  $134.8 \mu\text{Hz}$ , y  $1.48 \text{ g/cm}^3$ , respectivamente. En código de color se representa la frecuencia del modo fundamental radial. Los puntos rellenos, puntos huecos y estrellas rellenas representan las densidades medias encontradas en Suárez et al. (2014), en la literatura y en Tingley et al. (2011), respectivamente.

radiales consecutivos por las razones ya comentadas anteriormente, y que tienen que ver fundamentalmente con los fenómenos de *avoided-crossing*, es decir, el acoplamiento entre las cavidades de los modos p y los modos g, y con la considerable rotación que tienen estas estrellas. A pesar de ello, los trabajos de Páparó et al. (2016a,b); Michel et al. (2017) revelaron que era posible encontrar periodicidades en el espectro de frecuencias de estrellas  $\delta$  Sct observadas por *CoRoT*. Más recientemente, Bedding et al. (2020) encontraron secuencias de modos p muy regulares en unas 60 estrellas  $\delta$  Sct jóvenes observadas por *Kepler* y *TESS*.

### 1.7.1.1 Métodos para la detección

En Handler et al. (1997) utilizaron la técnica de la transformada de Fourier, teniendo en cuenta las amplitudes, para encontrar periodicidades en el espectro de frecuencias

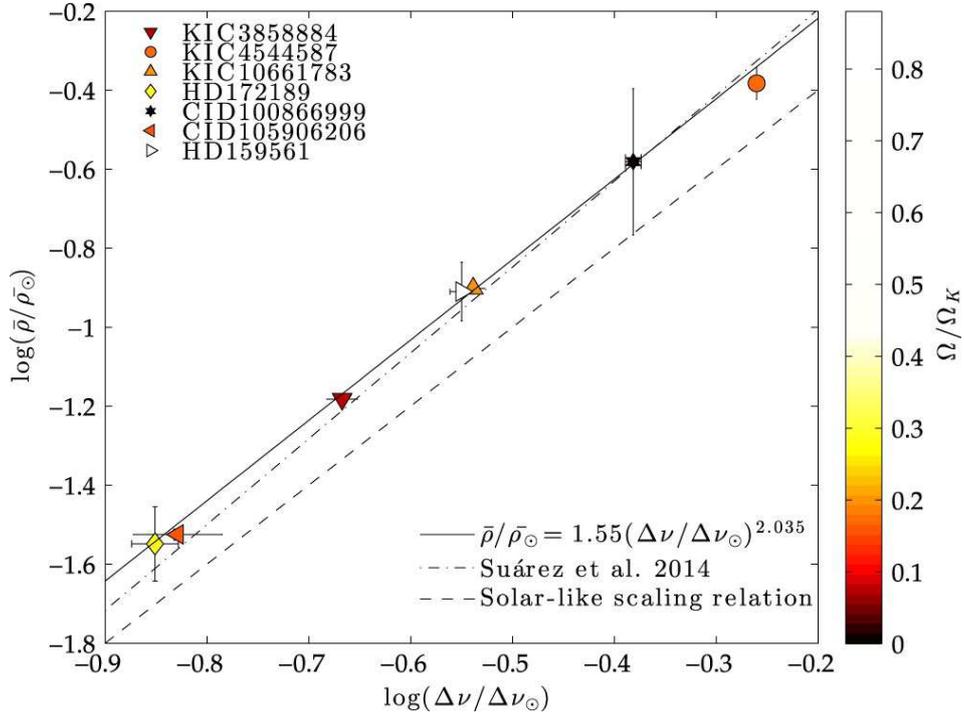


Figura 1.13: Figura 1 de [García Hernández et al. \(2015\)](#). Relación entre la gran separación,  $\Delta\nu$ , y la densidad media,  $\rho$ , obtenida para siete binarias eclipsantes.

de la  $\delta$  Sct CD-247599, marcando el camino hacia la sismología de este tipo de estrellas. Posteriormente, [García Hernández et al. \(2009, 2013\)](#); [Ramón-Ballesta et al. \(2021\)](#) mejoraron el método utilizando por primera vez y de forma combinada tres técnicas: la transformada de Fourier (FT), la autocorrelación (AC) y el histograma de diferencias de frecuencias (HFD), con las amplitudes normalizadas, evitando introducir un sesgo observacional en el que sólo se encontrasen periodicidades entre los picos de mayor amplitud. En esta tesis se han seguido los pasos de estos trabajos para hallar periodicidades en las estrellas estudiadas, añadiendo una cuarta técnica, el diagrama échelle (ED). Pasamos ahora a explicar con más detalle cada una de estas cuatro técnicas.

**Método de la transformada de Fourier** El espectro de frecuencias de una estrella, consideradas todas de igual amplitud, se puede describir matemáticamente como una sucesión de deltas de Dirac. Si están separadas periódicamente forman un *peine de Dirac*, definido del siguiente modo:

$$\Delta_T(\nu) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\nu - kT), \quad (1.28)$$

donde  $T$  representa la periodicidad. En los datos reales, las frecuencias están confinadas dentro de un rango. Matemáticamente esto se representa mediante una función rectangular, definida como:

$$\text{rect}(\nu) = \square(\nu) = \begin{cases} 0 & \text{si } |\nu| > 1/2 \\ 1/2 & \text{si } |\nu| = 1/2 \\ 1 & \text{si } |\nu| < 1/2 \end{cases} \quad (1.29)$$

Por tanto, un periodograma en el que todas las frecuencias estén equiespaciadas será el producto de ambas funciones:

$$F(\nu) = \Delta_T(\nu) \cdot \square(\nu - a), \quad (1.30)$$

donde  $a$  representa un desplazamiento de la función rectangular, puesto que las frecuencias no se encuentran en un rango centrado en cero.

Para detectar periodicidades en un espectro de estas características, podemos usar la FT. Siguiendo las reglas de la transformación, al aplicarla sobre la función Eq. 1.30, obtendríamos una convolución de la transformada de un peine de Dirac con una función *sinc*, que es el resultado de la FT de una función escalón:

$$\mathcal{F}(t) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - \frac{k}{T}) * [e^{-2\pi i a t} \cdot \text{sinc}(t)], \quad (1.31)$$

donde  $*$  representa la operación de convolución. La FT de una función peine acotada será otra función peine convolucionada con una *sinc*, en la que la periodicidad será la inversa de la periodicidad de la función generatriz. La exponencial  $e^{-2\pi i a t}$  es el resultado de que la función generatriz no esté centrada en cero.

En el caso real de una serie de frecuencias observadas, la FT no será un peine perfecto. Sin embargo, como la serie es una suma de deltas de Dirac, su transformada se puede calcular usando Eq. 1.31, sin más que sustituir el valor  $k/T$  por el de las frecuencias:

$$\mathcal{F}(t) \propto \sum_{\nu} e^{-2\pi i \nu t} \quad (1.32)$$

Consideraremos la lista de frecuencias como una serie de deltas de Dirac, normalizadas en la amplitud. Al eliminar la información sobre la amplitud, evitaremos sesgos observacionales relacionados con la inclinación de la estrella, la visibilidad de los modos u otros factores. Si tomamos este valor como uno, el factor de normalización será el número total de frecuencias usadas para calcular la FT.

García Hernández et al. (2009, 2013, 2015) utilizó esta técnica para encontrar las periodicidades en los espectros de frecuencias de las estrellas HD 174936 y HD 174966, observadas por *CoRoT* (Fig. 1.14).

**Método de la auto-correlación** La auto-correlación (AC) es un método para encontrar patrones de periodicidad en una señal correlada con una copia de sí misma con un cierto retraso. A las  $N$  frecuencias extraídas de mayor visibilidad se les asigna el mismo valor de la amplitud (la unidad), como se hace en la técnica de la FT, y sobre cada una de ellas se hace una convolución con un perfil Gaussiano de una determinada anchura en frecuencia, correspondiente a la resolución Rayleigh. Se suman todas estas funciones Gaussianas,  $f_n$ , y se calcula la auto-correlación sobre ellas, evaluando diferentes posibilidades para la gran separación,  $\Delta\nu$ :

$$AC(\Delta\nu) = \sum_{n=1}^N f_n \cdot \bar{f}_{n+\Delta\nu} \quad (1.33)$$

Esta técnica la utilizó Reese et al. (2017) para encontrar la gran separación de modos acústicos de órdenes bajos en modelos estelares de masa intermedia con rotación. Demostraron que se producen evidencias muy claras de  $\Delta\nu$  y la mitad de su valor en modelos estelares con configuración polar, es decir, vistas desde un ángulo polar ( $i \simeq 0^\circ$ ). Tales evidencias son producidas por la presencia dominante de *modos isla*. La evidencia sobre  $\Delta\nu/2$  desaparece para ángulos grandes, en una configuración casi ecuatorial, debido a los efectos de la cancelación de los modos isla antisimétricos. También demuestran que es posible la visibilidad de un pequeño pico en el AC correspondiente al doble de la frecuencia de rotación, sobre todo para grandes valores del ángulo  $i$ . Esto es causado por la diferencia en frecuencia entre modos con  $m = 1$  y  $m = -1$ , los modos no axi-simétricos más visibles.

**Método del histograma de diferencias de frecuencias** Se puede construir un histograma donde se representen todos los espaciados posibles entre las frecuencias extraídas (HFD). Un pico que sobresalga en este histograma de forma significativa nos dirá que hay una periodicidad dentro del espectro de frecuencias entre modos radiales adyacentes del mismo grado, denominados multipletes rotacionales. En la Fig. 1.16, se muestra un estudio comparativo entre el espaciado de frecuencias predicho por los modelos y las observaciones realizadas en la estrella FG Vir (Breger et al., 1999). Los modos de pulsación muestran un espaciado típico aproximado de  $4 \text{ d}^{-1}$  para órdenes radiales adyacentes de modos  $p$ , independiente del grado que tengan.

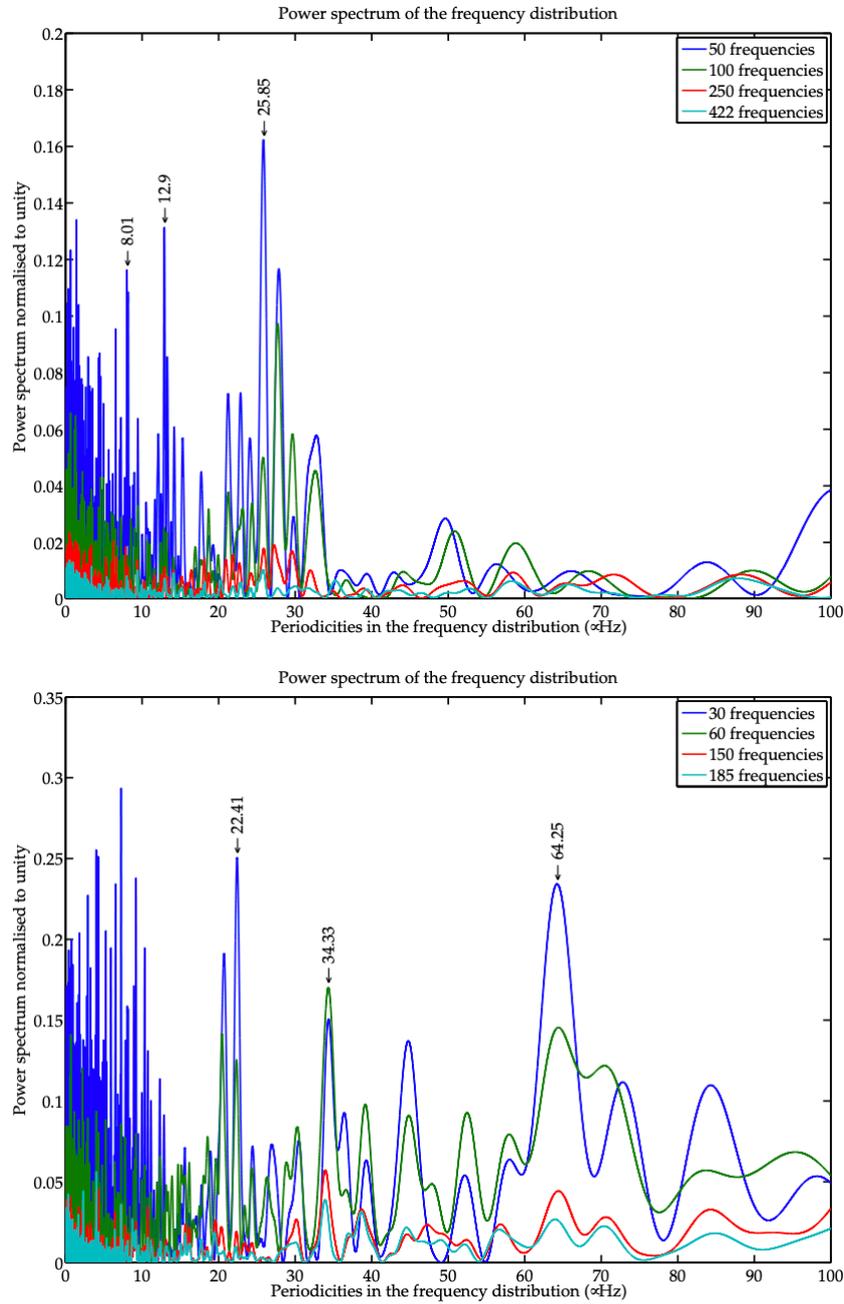


Figura 1.14: Figura 8.1 de [García Hernández et al. \(2009\)](#). La figura de arriba muestra picos en la FT de las frecuencias encontradas en la estrella HD 174936. La figura de abajo es para HD 174966.

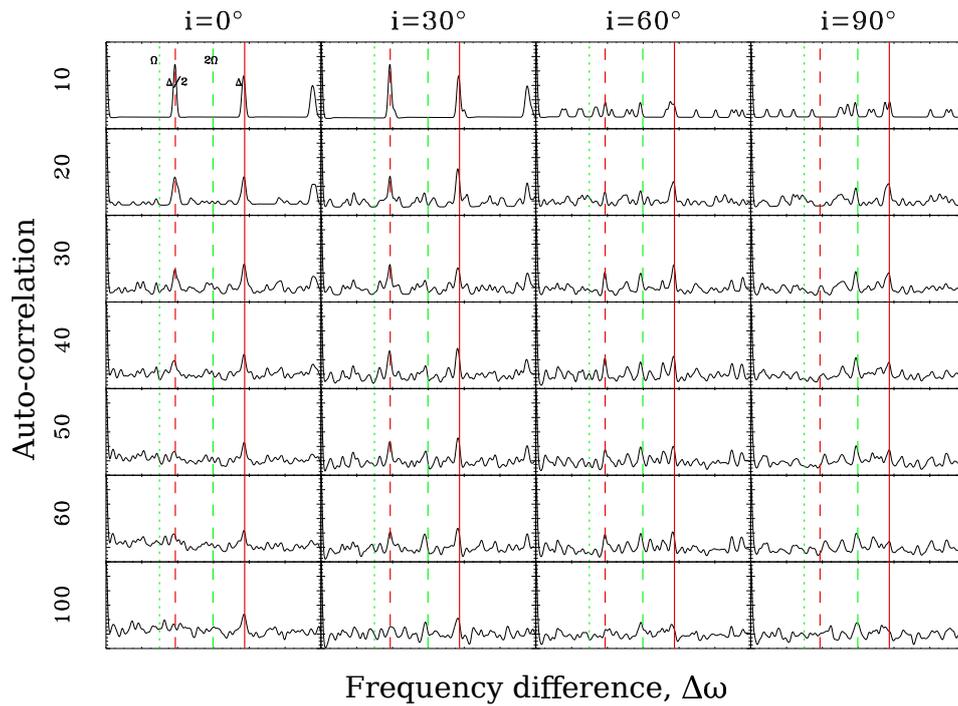


Figura 1.15: Figura 2 de [Reese et al. \(2017\)](#). Funciones AC en modelos estelares de  $2 M_{\odot}$ , y  $0.5 \Omega_c$ . Los órdenes radiales de los modos varían entre 2 y 9, por tanto se han computado siete grandes separaciones. Cada columna se corresponde con una inclinación diferente de la estrella, siendo  $i = 0^\circ$  la configuración polar. Cada fila se corresponde con un número diferente de frecuencias incluidas en el espectro, desde 10 en la fila de arriba hasta 100 en la fila de más abajo. La línea de puntos verde y la de trazos verde nos da la frecuencia de rotación,  $\Omega$ , y el doble de su valor, respectivamente. La línea continua roja y la de trazos roja nos da la gran separación y la mitad de su valor, respectivamente.

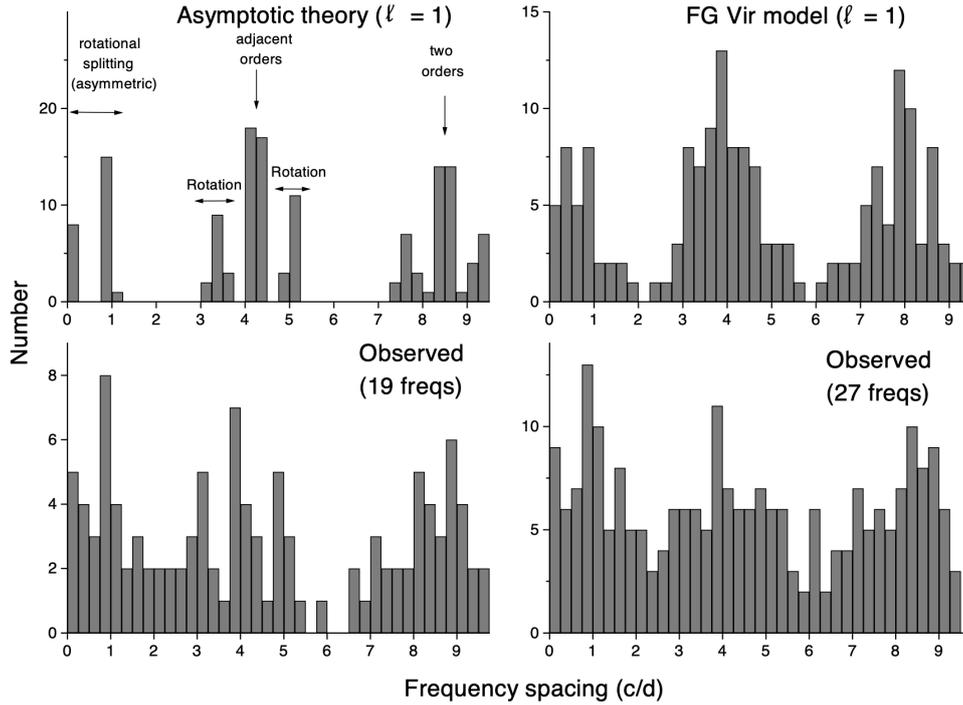


Figura 1.16: Figura 1 de [Breger et al. \(1999\)](#). Histogramas de diferencias de frecuencias. Panel superior izquierdo: Para altos órdenes radiales, el patrón de periodicidades muestra órdenes radiales adyacentes y multipletes de rotación, bastante asimétricos, incluso con una rotación moderada de  $45 \text{ km s}^{-1}$ . Panel superior derecho: Espaciado de frecuencias predicho para un modelo de FG Vir ( $\ell = 1$ ) en el rango de frecuencias comprendido entre 11 y  $35 \text{ d}^{-1}$ . Los patrones procedentes de órdenes adyacentes y de los multipletes con rotación siguen presentes. Paneles inferiores: Espaciado de frecuencias observado con 19 frecuencias (izquierda) y 27 frecuencias (derecha), extraídas de FG Vir, en el rango comprendido entre 11 y  $35 \text{ d}^{-1}$ . Aunque hay una mezcla de modos con grados  $\ell = 0, 1, 2$ , los picos de órdenes radiales adyacentes y un pequeño pico en el rango de los multipletes rotacionales pueden ser vistos.

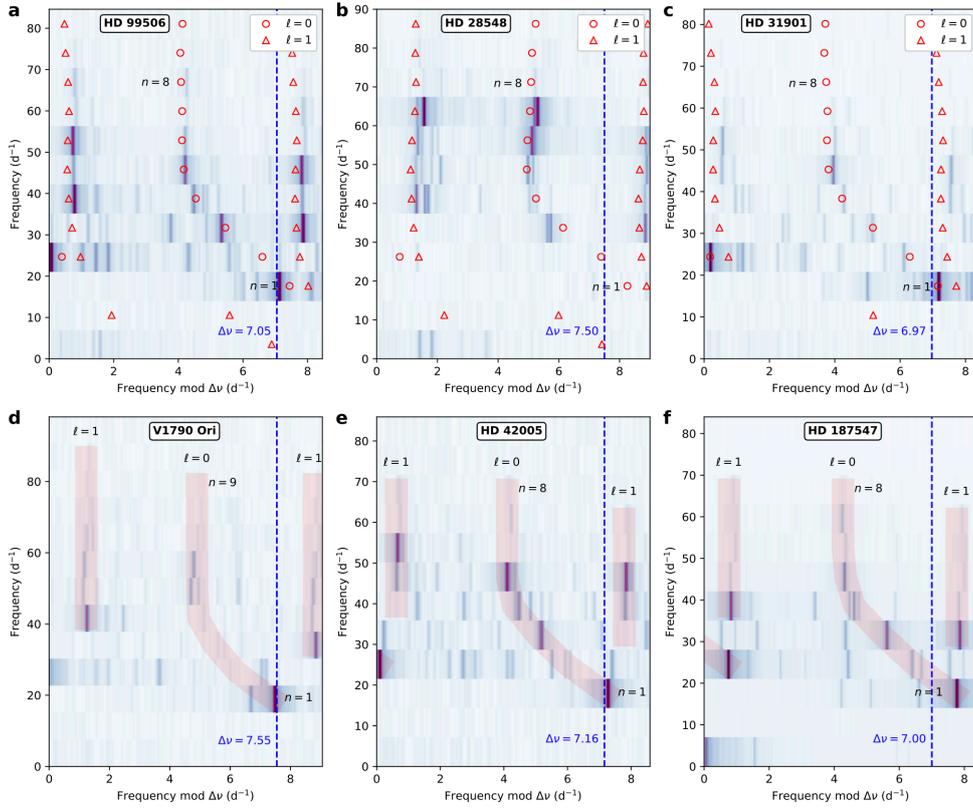


Figura 1.17: Figura 2 de [Bedding et al. \(2020\)](#). Diagramas échelle en estrellas  $\delta$  Sct. En cada panel la línea vertical discontinua azul muestra el valor de la gran separación,  $\Delta\nu$ . Los símbolos en rojo de la fila de arriba son modos de pulsación de modelos sin rotación, elegidos de forma conveniente para relacionarlos con las observaciones. Esto permite la identificación de modos en otras estrellas, como en la fila de abajo donde las bandas de color rojo claro marcan secuencias de sobretonos con  $\ell = 0$  y  $\ell = 1$ .

**Diagrama échelle** Un diagrama échelle (ED) es una gráfica de las frecuencias encontradas en función del módulo de frecuencias en la gran separación, accesible desde el espectro de potencias. En la práctica, consiste en segmentar el espectro de potencias en segmentos iguales al módulo. Estos segmentos se colocan verticalmente para hacer un mapa 2D de  $\nu$  en función de  $\nu \bmod \Delta\nu$ . De esta manera, los modos del mismo grado  $\ell$  quedan casi alineados verticalmente. Los ED son comúnmente utilizados para identificar los valores de  $n$  y de  $\ell$  en estrellas pulsantes de baja masa excitadas estocásticamente ([Chaplin and Miglio, 2013](#)), y más recientemente para modos p en estrellas  $\delta$  Sct ([Bedding et al., 2020](#)). La Fig. 1.17 muestra los ED de seis  $\delta$  Sct obtenidos con datos de un sector de 27 d de *TESS*, excepto el caso de HD 187547, con la que se hicieron observaciones con la misión *Kepler* durante 960 d.

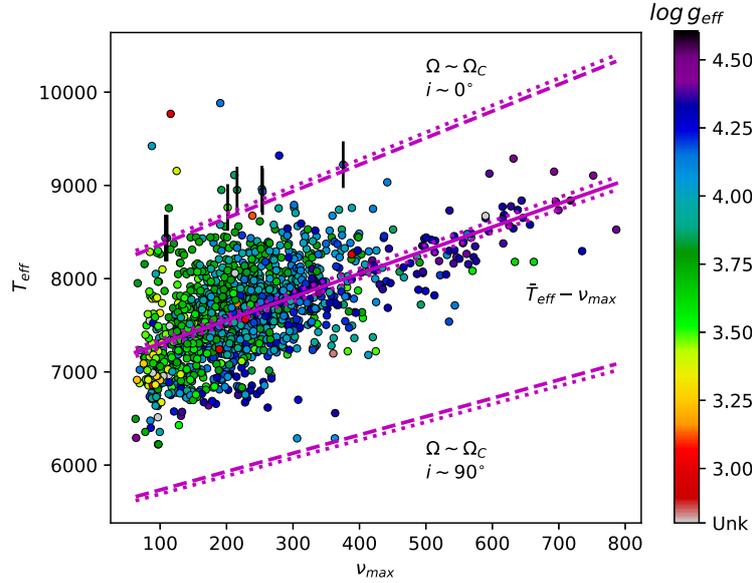


Figura 1.18: Figura 3 de [Barceló Forteza et al. \(2020\)](#). Relación entre la frecuencia de máxima amplitud,  $\nu_{\max}$ , y la temperatura efectiva,  $T_{\text{eff}}$ . En la barra de color se representa la gravedad efectiva. Las líneas discontinuas representan los límites de la dispersión, debidos a los efectos del gravity-darkening. Las líneas de puntos representan los errores estimados para el ajuste lineal.

### 1.7.2 La relación $\nu_{\max} - T_{\text{eff}}$ en las estrellas $\delta$ Sct

Por otra parte, con la llegada de datos de *CoRoT* y *Kepler*, comenzó a considerarse  $\nu_{\max}$  como un observable muy útil en estrellas  $\delta$  Sct, ya que se observaba una correlación con la temperatura efectiva,  $\nu_{\max} \propto T_{\text{eff}}$ , ([Balona and Dziembowski, 2011](#); [Barceló Forteza et al., 2018](#); [Bowman and Kurtz, 2018](#); [Barceló Forteza et al., 2020](#)).

En [Barceló Forteza et al. \(2020\)](#) se hizo un estudio estadístico de la relación entre  $\nu_{\max}$  y  $T_{\text{eff}}$  con una muestra de más de 2000 estrellas  $\delta$  Sct (Fig. 1.18). Estimaron diferentes relaciones de escala en función del estadio evolutivo de la estrella, a través de la gravedad. Estos autores definen la frecuencia de máxima amplitud de la siguiente manera:

$$\nu_{\max} = \sum \frac{A_i \nu_i}{A_i} \quad (1.34)$$

donde  $A_i$  y  $\nu_i$  son, respectivamente, la amplitud y la frecuencia de cada modo en la envoltura de los modos más destacados del espectro. En otro trabajo independiente, [Hasanzadeh et al. \(2021\)](#) la definen de otra forma basándose también en la envoltura. Otros como [Balona and Dziembowski \(2011\)](#) o [Bowman and Kurtz \(2018\)](#) se basan literalmente en la frecuencia del pico de mayor amplitud observada,  $\nu_0$ . Esta frecuencia

está más expuesta a variación conforme la estrella evoluciona, por tanto es más robusto utilizar una definición estadística de  $\nu_{\max}$  como la de [Barceló Forteza et al. \(2020\)](#) o [Hasanzadeh et al. \(2021\)](#). En este trabajo se han utilizado predominantemente las relaciones de escala  $\nu_{\max} - T_{\text{eff}}$  de [Barceló Forteza et al. \(2020\)](#) por esta razón y, sobre todo, porque son relaciones empíricas obtenidas exclusivamente con  $\delta$  Sct (Fig. 1.18). Algunos autores como [Bedding et al. \(2023\)](#) ponen en cuestión que esta relación pueda ser utilizada con estrellas  $\delta$  Sct, ya que el espectro de potencias de este tipo de estrellas es complejo y no se adecúa tanto al perfil de Gaussiana como en las estrellas de tipo solar, con una oscilaciones de naturaleza estocástica, y que presentan un máximo bien definido. No obstante, la relaciones independientes de [Barceló Forteza et al. \(2020\)](#) y [Hasanzadeh et al. \(2021\)](#) se han obtenido con muestras suficientemente grandes y homogéneas de estrellas  $\delta$  Sct puras. A pesar de la gran dispersión, la relación es útil para restringir aún más los modelos a través de la temperatura efectiva, en los casos en los que la envoltura no es muy ancha, encerrando modos acústicos fuertemente agrupados ([Pamos Ortega et al., 2022, 2023](#)).

### 1.7.3 $\delta$ Sct en cúmulos

Ha sido significativo, gracias a las misiones *Kepler* y *TESS*, el descubrimiento de numerosas estrellas  $\delta$  Sct en cúmulos. Asumiendo que tienen la misma edad y metalicidad del cúmulo, el análisis de las pulsaciones de estas estrellas ha abierto una gran oportunidad para datar cúmulos de una manera más fiable y precisa que con métodos más tradicionales, basados en el ajuste de isócronas en el diagrama HR. [Balona et al. \(2013a,b\)](#) utilizaron datos de *Kepler* para estimar las edades de los cúmulos NGC 6866 y NGC 6819, respectivamente. En el primero identificaron 31  $\delta$  Sct y 8  $\gamma$  Dor, además de 23 gigantes rojas con pulsaciones de tipo solar. En el segundo hallaron 8  $\delta$  Sct y al menos 38  $\gamma$  Dor, además de varias binarias eclipsantes de diferentes tipos. En los dos casos utilizaron el ajuste por isócronas para datar los cúmulos. En [Sandquist et al. \(2016\)](#) estimaron la edad del cúmulo NGC 6811, utilizando también datos de *Kepler*. Encontraron una binaria eclipsante, formada por una estrella Am y otra  $\gamma$  Dor, 28  $\delta$  Sct, 15  $\gamma$  Dor y 5 híbridas, además de muchas gigantes rojas con pulsaciones de tipo solar. Al utilizar diferentes métodos para la datación del cúmulo, hallaron inconsistencias entre la edad encontrada por el método de las isócronas, las edades estimadas para los componentes de la binaria eclipsante y las edades estimadas para el conjunto de las estrellas pulsantes por métodos sísmicos.

En esta tesis hemos utilizado curvas de luz de *TESS* para extraer el contenido en frecuencias de 11  $\delta$  Sct en el cúmulo  $\alpha$  Per, y hemos encontrado observables sísmicos en cuatro de ellas para poder restringir los modelos correspondientes a cada una de estas estrellas. Asumiendo que las cuatro tienen la misma edad y la misma metalicidad hemos estimado que la edad de este cúmulo es de aproximadamente 96 Myr. Los resultados parciales de esta tesis (Sec. 3.1) se publicaron en [Pamos Ortega et al. \(2022\)](#), y fueron muy importantes porque era la primera vez que se databa un cúmulo utilizando exclusivamente estrellas  $\delta$  Sct. En ese mismo año, [Murphy et al. \(2022\)](#) también hicieron un estudio para caracterizar cinco estrellas de este tipo presentes en el cúmulo de las Pléyades. Una vez que desarrollamos el método sísmico con el que tratamos de datar cúmulos jóvenes, incorporando un tratamiento adecuado de los modelos (Sec. 2.2.5), se publicó un segundo artículo con nuevos resultados parciales de esta tesis doctoral en el que se han datado dos cúmulos de muy diferentes edades y estadios evolutivos, con presencia de estrellas  $\delta$  Sct: Trumpler 10, un cúmulo situado entre la PMS y la ZAMS (Sec. 3.2), y Praesepe, un cúmulo algo más evolucionado en la MS (Sec. 3.3) ([Pamos Ortega et al., 2023](#)). Combinando observaciones fotométricas y espectroscópicas, con datos de *TESS* y de *Gaia*, y utilizando el ajuste de isócronas en combinación con el análisis sísmico de estrellas pulsantes de tipo A-F, [Palakkatharappil and Creevey \(2023\)](#) han estimado la edad del cúmulo NGC 2477 en aproximadamente 1 Gyr. Con una técnica muy parecida [Li et al. \(2023\)](#) han estimado también la edad del cúmulo NGC 2516 en aproximadamente 102 Myr. Todos estos recientes resultados demuestran el potencial que tiene la astrosismología de las estrellas  $\delta$  Sct para restringir modelos y conseguir datar con más precisión los cúmulos estelares más jóvenes, en los que no pueden encontrarse abundantes estrellas de tipo solar o en el brazo horizontal de las gigantes. Éste ha sido el objetivo más importante de esta tesis doctoral.

## Capítulo 2

# Objetivos y metodología

### 2.1 Objetivos

Los datos espaciales y las técnicas aportadas por la astrosismología han abierto una ventana para asomarnos al interior de las estrellas. Esta tesis doctoral sigue los esfuerzos realizados por tantos investigadores, muchos de ellos citados en el capítulo precedente, que han contribuido a hacer de la astrosismología la mejor herramienta para esclarecer los intrincados detalles de los procesos que se dan en el interior de las estrellas. En especial, las  $\delta$  Sct son una de las mejores opciones dentro de las estrellas pulsantes, puesto que con su complejo espectro de pulsaciones, permiten sondear desde la superficie hasta niveles muy profundos en la estrella. Si, además, consideramos que son estrellas con una considerable rotación, una correcta interpretación de los modos de pulsación contribuiría a mejorar las complejas teorías de convección y del transporte del momento angular.

El principal objetivo de esta tesis ha sido datar cúmulos jóvenes, donde escasean estrellas de tipo solar. Para ello se ha desarrollado una técnica novedosa basada en la astrosismología de las estrellas  $\delta$  Sct, donde los métodos tradicionales de datación expuestos en Sec. 1.6 no son tan fiables ni precisos. Esto ha sido posible aprovechando la calidad de las curvas de luz proporcionadas por la misión espacial *TESS*, que en los últimos años ha monitorizado todo el cielo por sectores (Sec. 2.2.1).

Otro objetivo de carácter secundario en esta investigación ha sido ayudar en la tan

difícil identificación de los modos no radiales. Identificar la combinación de números enteros  $(n, \ell, m)$  de las frecuencias observadas contribuiría enormemente a restringir los modelos calculados, lo que a su vez ayudaría a perfeccionar las teorías de estructura y evolución estelares. No es fácil porque, como ya hemos expuesto en Sec. 1.7, las estrellas  $\delta$  Sct suelen presentar un espectro de pulsaciones muy complejo, con cientos de picos que solapan dentro de un rango estrecho de frecuencias, correspondientes a modos de pulsaciones no radiales que están desdoblados por la alta rotación que tienen. Para acercarnos a la identificación de algunos de ellos, hemos de encontrar observables sísmicos que se hallan frecuentemente escondidos detrás de esos espectros tan complejos. Algunos de estos observables tienen que ver con periodicidades que no se dejan ver tan fácilmente mediante un mero análisis visual. Para revelarlas, se han aplicado las técnicas desarrolladas por otros investigadores, inicialmente para estrellas de tipo solar (Sec. 1.5), y más tarde adaptadas para otros tipos de estrellas pulsantes, como las  $\delta$  Sct (Sec. 1.7.1).

El análisis de pulsaciones estelares requiere de códigos que hagan una extracción precisa de los modos de pulsación, a partir de las curvas de luz proporcionadas por las misiones espaciales, fundamentalmente *Kepler* y *TESS*. Los más utilizados en este campo son PERIOD04 (Lenz and Breger, 2004), que tiene el gran inconveniente de extraer las frecuencias de una en una, siendo muy lento en su ejecución, y SIGSPEC (Reegen, 2007), que es un código capaz de extraer y ajustar simultáneamente todas las frecuencias, pero poco eficiente, no es públicamente accesible y ha dejado de estar en mantenimiento. Se hacía por tanto necesaria una nueva herramienta capaz de hacer la extracción simultánea de un número determinado de frecuencias, pero que además sea eficiente, rápida en su ejecución y accesible a través de un repositorio público, en lenguaje *python*, lo cuál contribuye también a su versatilidad y difusión. Este objetivo se ha alcanzado con la creación del código MULTIMODES, cuyas características se exponen con detalle en la Sec. 2.2.2.

## 2.2 Metodología

Con nuestro principal objetivo en mente, lo primero era encontrar cúmulos estelares jóvenes que contasen con un número suficiente de estrellas  $\delta$  Sct. Gracias a la misión *Gaia* (Gaia Collaboration et al., 2016), que está cartografiando toda la Vía Láctea, contamos con abundantes datos de paralajes y movimientos propios muy precisos de miles de millones de estrellas, con los que se puede determinar con un alto valor de la

probabilidad la pertenencia o no de una estrella a un determinado cúmulo. El catálogo de [Cantat-Gaudin et al. \(2020\)](#) (CG2020) es uno de los más amplios y homogéneos hasta la fecha con datos fotométricos de *Gaia* DR2<sup>1</sup> sobre más de 200 000 estrellas con magnitud  $G < 18$ , pertenecientes a unos 2000 cúmulos de la Vía Láctea. Por otra parte, el catálogo de la misión *TESS* (TIC, del inglés TESS Input Catalogue, [Stassun, 2019](#)) nos ofrece posibles objetivos entre una lista de unas 200 000 estrellas, de donde se han obtenido curvas de luz en corta cadencia (unos 2 minutos). Hemos preferido este tipo de curvas de luz porque las de larga cadencia (unos 30 minutos) no permiten analizar estrellas  $\delta$  Sct.

Se hizo un cruce entre ambos catálogos para encontrar curvas de luz en corta cadencia correspondientes a estrellas  $\delta$  Sct que estén en el catálogo TIC, y al mismo tiempo, que figuren también como miembros de algún cúmulo en el catálogo de CG2020. Así encontramos nuestro primer candidato para ver si la metodología era viable o no:  $\alpha$  Per, un cúmulo joven ampliamente estudiado con abundantes referencias en cuanto a su edad y metalicidad (Sec. 3.1). Obtuvimos una primera muestra con once estrellas  $\delta$  Sct pertenecientes al cúmulo.

El siguiente paso fue extraer el contenido de frecuencias de las curvas de luz de cada una de ellas, mediante la herramienta desarrollada en esta tesis doctoral, MULTIMODES (Sec. 2.2.2). Con objeto de detectar posibles periodicidades en el espectro de frecuencias de cada estrella, se utilizaron cuatro técnicas diferentes, siguiendo a [García Hernández et al. \(2009, 2013\)](#); [Ramón-Ballesta et al. \(2021\)](#): La FT, la AC, el FDH y el ED (Sec. 1.7.1.1), todas ellas aplicadas sobre, al menos, las 30 frecuencias de máxima amplitud, con valores por encima de  $5 \text{ d}^{-1}$ , para evitar modos g (Sec. 1.7.1.1). Los trabajos teóricos de [García Hernández et al. \(2009\)](#); [Reese et al. \(2017\)](#) señalaron que es posible encontrar picos prominentes en la FT correspondientes a la gran separación de órdenes bajos,  $\Delta\nu_{\text{low}}$ , y algunos submúltiplos. En la AC y en la FDH es más probable encontrar múltiplos de  $\Delta\nu_{\text{low}}$ . Comparando el resultado de todas ellas, se determinó el mejor valor posible para  $\Delta\nu_{\text{low}}$ , el observable sísmico más importante a la hora de restringir los modelos que caractericen las estrellas estudiadas, por su relación directa con la densidad media.

Se buscaron posibles multipletes rotacionales (Sec. 1.4) en el régimen de oscilacio-

---

<sup>1</sup>La diversidad de datos de *Gaia* DR2 se ve significativamente mejorada con respecto a *Gaia* DR1 a través de la disponibilidad de parámetros astrofísicos para una gran muestra de estrellas, el aumento significativo en el número y tipos de estrellas variables y sus curvas de luz

nes  $p$ , con los que poder estimar la frecuencia de rotación de alguna de las estrellas analizadas.

También se ha utilizado como observable sísmico la frecuencia de máxima amplitud,  $\nu_{\max}$ , siguiendo la definición y la correspondiente relación de escala con la temperatura efectiva de [Barceló Forteza et al. \(2020\)](#) (Sec. 1.5.2).

Con el fin de caracterizar las estrellas de la muestra, se construyó una malla de modelos de estructura y de evolución 1D lo más homogénea posible, utilizando el código abierto MESA, ([Paxton et al., 2019](#)), el más utilizado en el campo de la astrofísica. Los detalles de esta malla se exponen en Sec. 2.2.3. Como las estrellas  $\delta$  Sct tienen rotación moderada o alta ( $v \sin i > 100 \text{ km s}^{-1}$ ), los modelos tienen que tener en cuenta la deformación de su estructura a esas velocidades. Por eso se ha utilizado el código FILOU, ([Suárez and Goupil, 2008](#)), para calcular las oscilaciones utilizando como entrada los modelos de MESA, teniendo en cuenta los efectos de la rotación hasta segundo orden en la teoría de perturbaciones. Estos cálculos se hacen en la aproximación adiabática, incluyendo efectos de *casi-degeneración* y de deformación de la estructura estelar. Los detalles de los parámetros de entrada se exponen en Sec. 2.2.4.

Con la malla construida, se restringieron los modelos en la densidad media (por su relación con la gran separación en órdenes bajos), en la temperatura efectiva (por su relación con la frecuencia de máxima amplitud), y, en los casos donde fue posible, la frecuencia de rotación (por su relación con el multiplete de frecuencias no radiales del mismo orden  $n$  y con el mismo grado  $\ell$ ).

Seleccionando los modelos restringidos y con edades comunes en todas las estrellas de la muestra en las que fue posible determinar alguno de los observables sísmicos, se dató el cúmulo  $\alpha$  Per, (Sec. 3.1). Los resultados se publicaron en un primer artículo ([Pamos Ortega et al., 2022](#)). Tras comprobar la viabilidad del método, éste se mejoró incorporando un tratamiento estadístico de los modelos para calcular la incertidumbre en la predicción de la edad del cúmulo (Sec. 2.2.5). El método actualizado se probó con nuestros dos siguientes cúmulos: Trumpler 10 (Sec. 3.2) y Praesepe (Sec. 3.3), de muy diferentes edades y metalicidades, el primero en torno a la ZAMS con metalicidad solar, y el segundo más evolucionado en la MS, con metalicidad suprasolar. Los resultados se publicaron en un segundo artículo ([Pamos Ortega et al., 2023](#)). En la última fase de esta investigación analizamos una muestra de 76 estrellas del borde rojo de la banda de inestabilidad (46 de *Kepler* y 30 de *TESS*) con el fin de saber la edad media de las

estrellas  $\delta$  Sct más antiguas, y saber así el alcance superior que tiene el método para datar los cúmulos más jóvenes (Sec. 3.4.1). Finalmente aplicamos la metodología con todos los cúmulos que pudimos encontrar, en los que se disponía de curvas de luz en corta cadencia para las estrellas  $\delta$  Sct monitorizadas por *TESS* y, al mismo tiempo, presentes en el catálogo CG2020.

Pasamos ahora a describir con detalle las características de nuestra principal fuente de datos, *TESS* (Sec. 2.2.1), del código que se ha desarrollado para la extracción de las frecuencias de las curvas de luz, MULTIMODES (Sec. 2.2.2), y de las mallas de modelos de estructura-evolución y de oscilación que se han construido respectivamente con MESA (Sec. 2.2.3) y FILOU (Sec. 2.2.4), para caracterizar las estrellas  $\delta$  Sct de los cúmulos estudiados. Finalizamos este capítulo exponiendo el tratamiento estadístico de los modelos (Sec. 2.2.5), con objeto de determinar las incertidumbres en las predicciones de las edades de los cúmulos.

### 2.2.1 La fuente de datos: TESS

La misión desarrollada por la NASA *Transiting Exoplanet Survey Satellite (TESS)* (Ricker et al., 2015), se diseñó para detectar exoplanetas por el método del tránsito alrededor de las estrellas más brillantes y cercanas. Se lanzó en abril de 2018. La misión principal tuvo una duración de dos años, y desde 2020 se han hecho dos extensiones, de forma que en el momento de la escritura de esta tesis, *TESS* sigue en activo. Contiene cuatro cámaras CCD de campo amplio que pueden monitorizar juntas una región del cielo de  $24^\circ \times 96^\circ$  en cada sector. Las cámaras miden el brillo de unas 15 000 a 20 000 estrellas cada dos minutos en periodos comprendidos entre 27 d y 356 d, en la banda 600-1040 nm. De forma simultánea obtiene imágenes integradas de una exposición de 30 minutos de todos los campos de visión (*Field of View*, FOV) de todas las cámaras. *TESS* se despliega en una órbita elíptica sincrónica lunar 2:1 con un período de 13,7 d. Esta órbita proporciona un entorno térmico estable para las cámaras, lo que permite mediciones de alta precisión del brillo estelar, del orden de  $\mu\text{mag}$ . Está inclinada con respecto al plano de la eclíptica para evitar eclipses prolongados de la Tierra y la Luna.

Las observaciones de *TESS* se hacen por sectores, cada uno de una duración de 27 d, es decir, dos órbitas. Conforme se termina de observar un sector, las cámaras van pivotando de manera que las regiones cercanas a uno de los polos eclípticos se observan en todos los sectores. Como el satélite tiene una órbita sincrónica lunar, se cubren 13

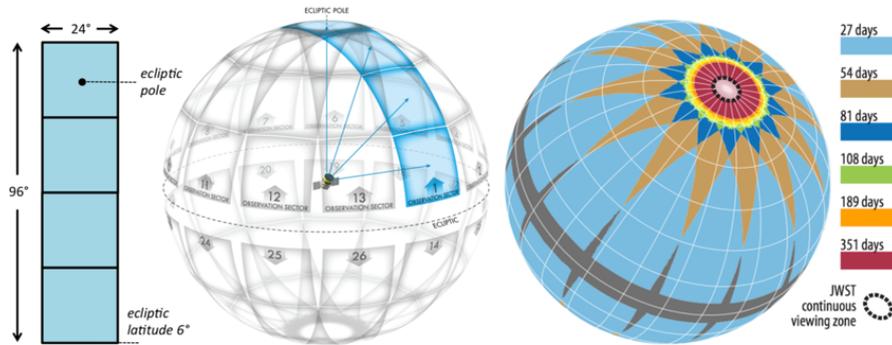


Figura 2.1: Fig. 2.5 de *TESS Instrument Handbook*. v01. Diciembre de 2018. Izquierda: Las cámaras se alinean a lo largo de una longitud eclíptica, con la cámara 4 centrada en el polo eclíptico. Centro: Representación de los FOVs de la cámara de orientación en el cielo durante la misión nominal, mostrando la superposición de FOVs cerca del polo de la eclíptica. Derecha: La superposición de campos de visión conduce a tiempos de observación más prolongados cerca del polo de la eclíptica.

sectores por año. De año a año se van alternando las observaciones hacia el hemisferio norte o hacia el hemisferio sur eclípticos. La Fig. 2.1<sup>2</sup> es una representación de cómo las cámaras de *TESS* van cubriendo todo el cielo por sectores.

Aunque la misión fue concebida principalmente para el descubrimiento de exoplanetas, también ha contribuido enormemente al desarrollo de la astrosismología, como lo hicieron otras misiones anteriores, de las cuáles se ha hablado en la Sec. 1.1. Curvas de luz con tan alta precisión y de largas exposiciones han servido para descubrir estrellas pulsantes a lo largo de todo el HRD, y también estudiar las ya conocidas con una precisión jamás obtenida. De ellas nos hemos valido en esta investigación para analizar el contenido en frecuencias de 46 estrellas  $\delta$  Sct pertenecientes a 21 cúmulos jóvenes, con el fin de datarlos de una forma fiable (Sec. 3).

### 2.2.2 Análisis de curvas de luz: MULTIMODES

Al comenzar esta investigación no había en el campo un código abierto, versátil y rápido que permitiese calcular las frecuencias de pulsación de múltiples curvas de luz. Hasta la fecha, los códigos más utilizados han sido PERIOD04 y SIGSPEC muy precisos para calcular las frecuencias de pulsación de una sola estrella, pero con los inconvenientes de no ser eficientes y versátiles. Por eso, uno de los grandes objetivos de esta tesis ha sido desarrollar la herramienta que permitiese calcular los modos de pulsación, no de una sola

<sup>2</sup><https://tasoc.dk/info/docs.php>

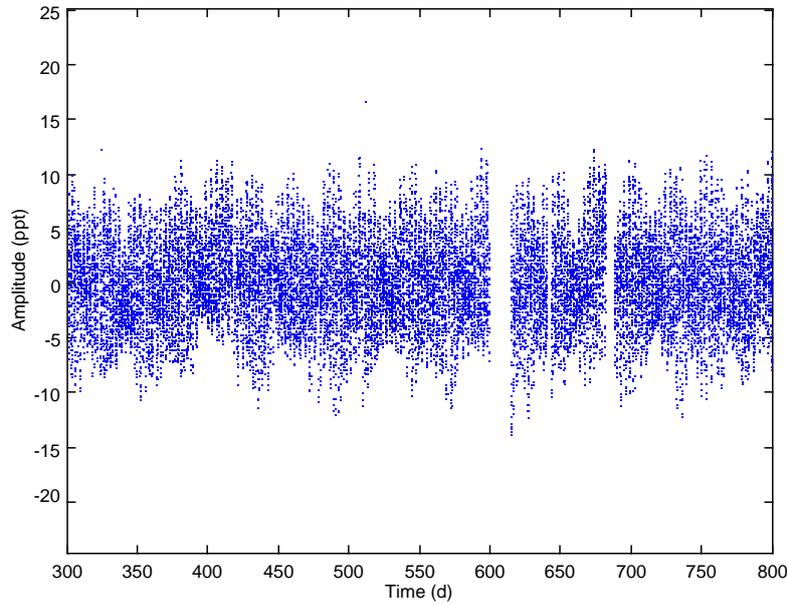


Figura 2.2: Curva de luz de KIC 11971405, obtenida de algunos sectores de la misión *Kepler*, en la que se aprecian algunos huecos.

estrella, sino de muchas de ellas agrupadas en una carpeta de entrada para la ejecución del código. Además de hacerlo de forma precisa, también es eficiente, de manera que se evita un excesivo gasto de computación. MULTIMODES se ha escrito en python para que pueda ser personalizable y lograr una mayor difusión, estando disponible en un repositorio público<sup>3</sup>. En los siguientes párrafos se explica su funcionamiento.

Un periodograma es la FT de una señal uniformemente muestreada,  $g_n$ , en los instantes  $t_i$ , con  $i = 1, \dots, N$ , siendo  $N$  el número total de observaciones realizadas. Para cada frecuencia muestreada,  $\nu$ , el periodograma es:

$$P(\nu) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=1}^N g_n e^{-2\pi\nu t_n} \right|^2 = \frac{1}{N} \left[ \left( \sum_n g_n \cos(2\pi\nu t_n) \right)^2 + \left( \sum_n g_n \sin(2\pi\nu t_n) \right)^2 \right] \quad (2.1)$$

Muchas de las curvas de luz proporcionadas por las misiones espaciales están muestreadas uniformemente, pero presentan algunos huecos debidos a la falta de observaciones, errores instrumentales o errores de origen ambiental (Fig. 2.2). El periodograma Lomb-Scargle (LS) es muy potente para analizar series de datos temporales no unifor-

<sup>3</sup><https://github.com/davidpamos/MultiModes>

mamente muestreadas (Scargle, 1982):

$$P_{LS}(\nu) = \frac{1}{2} \left\{ \left( \sum_n g_n \cos(2\pi\nu[t_n - \tau]) \right)^2 / \sum_n \cos^2(2\pi\nu[t_n - \tau]) + \left( \sum_n g_n \sin(2\pi\nu[t_n - \tau]) \right)^2 / \sum_n \sin^2(2\pi\nu[t_n - \tau]) \right\} \quad (2.2)$$

donde  $\tau$  es un desfase temporal especificado para cada frecuencia  $\nu$ , con el fin de asegurar la invariancia en el desplazamiento de fase:

$$\tau = \frac{1}{4\pi\nu} \tan^{-1} \left( \frac{\sum_n \sin(4\pi\nu t_n)}{\sum_n \cos(4\pi\nu t_n)} \right) \quad (2.3)$$

El algoritmo evalúa, para cada frecuencia de interés, un desplazamiento de fase temporal que haga que el LS sea independiente del desplazamiento de todos los puntos en cualquier constante. De esta manera, el cálculo de LS es equivalente a implementar un ajuste de mínimos cuadrados de los datos a una función senoidal para cada frecuencia evaluada. Hay una equivalencia entre la interpretación de la FT y la interpretación de mínimos cuadrados del LS.

En la interpretación de mínimos cuadrados del periodograma, se propone un modelo senoidal para cada frecuencia  $\nu$ :

$$y(t, \nu) = A_\nu \sin(2\pi\nu(t - \phi_\nu)), \quad (2.4)$$

donde la amplitud,  $A_\nu$ , y la fase,  $\phi_\nu$ , pueden variar en función de la frecuencia. Estos parámetros del modelo se ajustan a los datos por mínimos cuadrados, computando el factor de Pearson  $\chi^2$ , para cada frecuencia:

$$\chi^2 \equiv \sum_n (y_n - y(t_n; \nu))^2. \quad (2.5)$$

Podemos encontrar el mejor modelo,  $\hat{y}(t, \nu)$ , minimizando el valor de  $\chi^2$  para cada frecuencia con respecto a  $A_\nu$  y  $\phi_\nu$ . Denotaremos el valor mínimo de esta función como  $\hat{\chi}^2$ . Scargle (1982) demostró que la ecuación del periodograma, Eq. 2.2, se puede escribir de forma equivalente como:

$$P(\nu) = \frac{1}{2} [\hat{\chi}_0^2 - \hat{\chi}^2(\nu)], \quad (2.6)$$

donde  $\hat{\chi}_0^2$  es el modelo de referencia no variante.

La malla de frecuencias utilizada para el análisis del LS tiene que considerar dos importantes aspectos: el rango o frecuencias límite, y la densidad de la malla. En cuanto al

valor límite inferior de la frecuencia, se puede tomar la resolución Rayleigh o anchura del pico que el periodograma puede resolver,  $f_{\min} = 1/T$ , siendo  $T$  el tiempo total de la serie temporal; sin embargo, es más conveniente tomar el valor cero, ya que es poco probable añadir frecuencias espurias por esta razón y no supone mayor gasto computacional. En cuanto al límite superior de la frecuencia,  $f_{\max}$ , se puede tomar la frecuencia de Nyquist,  $f_N = 1/(2\Delta t)$ , o frecuencia máxima que es posible recuperar a partir de un intervalo de muestreo,  $\Delta t$ . En el caso de las curvas de luz en corta cadencia (2 minutos),  $f_N = 360 \text{ d}^{-1}$ . Como el límite superior de frecuencias que se espera encontrar en el análisis de las estrellas  $\delta$  Sctes  $f_{\max} \approx 100 \text{ d}^{-1}$ , éste es el que al final se ha tomado en la ejecución del código. En cuanto a la densidad de la malla, es importante que sea lo suficientemente alta como para que en el análisis no se pasen por alto frecuencias reales. Por tanto, para asegurar que la malla muestrea todos los picos verdaderos, es conveniente sobremuestrear en un factor, denominado *oversampling ratio*,  $n_o$ , es decir, evalúa el periodograma  $n_o$  veces por pico. El espaciado de la malla de frecuencias es, en función de este factor,  $\Delta = 1/(n_o T)$ . En la literatura es muy frecuente utilizar el valor  $n_o = 5$ . El número total de evaluaciones de periodograma requeridos sería  $N_{\text{eval}} = n_o T f_{\max}$ .

Supongamos que se tienen  $N$  observaciones en una serie temporal de duración  $T$ . La cadencia media sería  $\delta t = N/T$ . Teniendo en cuenta el número de evaluaciones estimado en el párrafo anterior, el número de frecuencias que se necesitan evaluar es  $N_f \propto N \nu_{\max} / \delta t$ , es decir, directamente proporcional al número de datos. El cálculo del periodograma LS en Eq. 2.2 requiere sumas sobre  $N$  sinusoides para cada una de las  $N_f$  frecuencias. Esto supone una computación del orden de  $N^2$  operaciones. Esta dificultad se resuelve parcialmente mediante el llamado *Fast Lomb Scargle* (FLS) (Press and Rybicki, 1989), basado en un método denominado *extrapolación* de los datos de una muestra no uniforme. Este método consiste en la sustitución de los puntos reales de una serie por otros que conforman una malla uniforme. Sobre esta base, el orden de los cálculos para la evaluación del periodograma se reduce a  $N \log N$ . Esta técnica del FLS es el que se ha utilizado para calcular los periodogramas en MM.

Los códigos de extracción de frecuencias de un periodograma, como PERIOD04, utilizan la llamada técnica de *pre-whitening*. En cada paso del bucle se sustrae una señal senoidal, correspondiente al pico de mayor amplitud en el espectro, a la señal original, para conseguir separar el conjunto de frecuencias reales del ruido. Como detalla Balona (2014), el problema de utilizar esta técnica está en el gran número de señales espurias con alto SNR que se generan. Si, en cada paso del pre-whitening, el ajuste no es muy

preciso, una señal muy similar a la que quiere extraerse puede en realidad añadirse a la curva de luz, generando un patrón de interferencias alrededor de la frecuencia añadida. El resultado es que se va incrementando la densidad de frecuencias del espectro en torno a la frecuencia real que se pretende extraer. Así, al calcular en cada paso el FLS con el residuo, el resultado se va alejando cada vez más del espectro real, al haber un gran número de frecuencias que están por debajo de la resolución Rayleigh, que es inversamente proporcional a la duración total de la serie temporal. Estas frecuencias espurias se pueden evitar, en gran medida, si se hace un ajuste simultáneo con todas las frecuencias extraídas, a través de una optimización no lineal. Se calcula un ajuste de mínimos cuadrados sobre una señal multisenoidal, y, tomando como parámetros las frecuencias,  $\nu_i$ , amplitudes,  $A_i$ , y fases,  $\phi_i$ , de todos los picos extraídos,  $N$ , en el FLS:

$$y = \sum_{i=1}^N A_i \sin(2\pi\nu_i + \phi_i) \quad (2.7)$$

El código SIGSPEC (*Significance Spectrum*), (Reegen, 2007), extensamente usado en el campo, utiliza también la técnica del pre-whitening para extraer todas aquellas frecuencias del espectro que están por encima de un denominado criterio de significancia. Se basa en la solución analítica de la función densidad de probabilidad (PDF) de un nivel de amplitud, incluyendo las dependencias en frecuencia y fase, y referidas al ruido blanco. La significancia espectral es una medida logarítmica del número de casos entre los cuáles se pudiera encontrar una amplitud correspondiente a una falsa señal (*Probabilidad de Falsa Alarma*, FAP): esto es  $\text{sig} = -\log(\text{FAP})$ . Por ejemplo, si  $\text{FAP} = 1/100\,000$ ,  $\text{sig} = 5$ , que es el valor por defecto que se suele tomar como criterio de significancia. Es decir, por debajo de este valor se considera que el espectro ya no es significativo (ruido blanco) y el proceso de extracción de frecuencias se interrumpe. Como se ha señalado antes, ha sido ampliamente usado en la astrosismología, pero no es un código en actual mantenimiento e incluso la página ya no existe.

Otro parámetro que se utiliza también como criterio de significancia es el cociente señal a ruido, SNR, por ejemplo en el código PERIOD04. Es el cociente entre la amplitud de la señal y la del ruido. Se suele considerar el espectro como significativo cuando  $\text{SNR} \geq 4$  (Breger et al., 1993), equivalente a  $\text{sig} \geq 5$ .

Inspirado en la metodología de SIGSPEC (SS), se ha desarrollado para esta tesis doctoral el código MULTIMODES (MM), para extraer las frecuencias más significativas de una muestra de estrellas pulsantes, en especial,  $\delta$  Sct, como se ha señalado al comienzo de esta sección. Se ha implementado utilizando el módulo Lomb Scargle del paquete

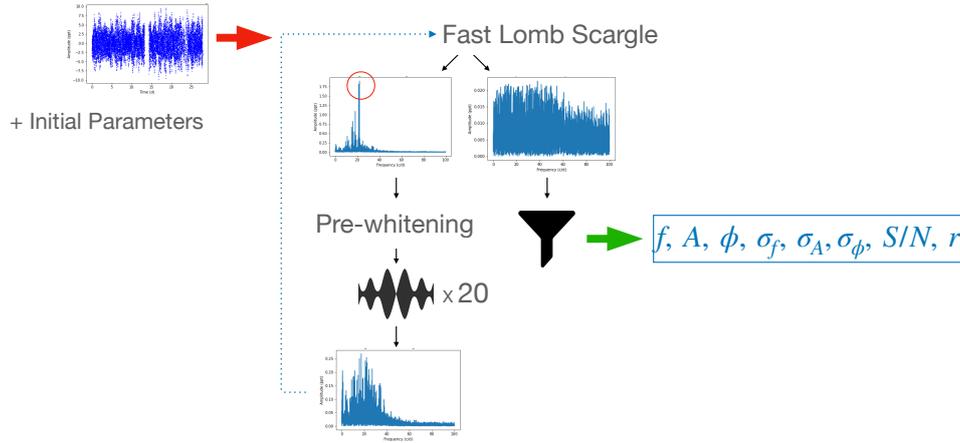


Figura 2.3: Esquema de trabajo del código MULTIMODES (MM). Detalles en el texto.

Astropy<sup>4</sup> para el cálculo del periodograma, y el paquete LMFIT<sup>5</sup>, para el ajuste no lineal de las señales extraídas.

El algoritmo (ver esquema de trabajo en Fig. 2.3) encuentra en cada paso del pre-whitening el pico de mayor amplitud, ajusta la frecuencia, amplitud y fase a través de una optimización por mínimos cuadrados, utilizando una función multiseno del tipo Eq. 2.7. Esta función se re-define con los valores de los parámetros ajustados. Cuando la función de ajuste alcanza un número de componentes senoidales (20 por defecto), se sustrae de la curva de luz original y el algoritmo vuelve al punto de partida, en un bucle, con el residuo como entrada. El proceso se repite hasta que se alcance el criterio de significancia. Después, el código filtra posibles frecuencias espurias de baja frecuencia y baja amplitud que se hallen estrechamente juntas, con una separación que esté por debajo de la resolución Rayleigh. También filtra posibles combinaciones de múltiplos enteros de los dos modos de mayor amplitud. En cuanto a la estimación de los errores correspondientes a las frecuencias, amplitudes y fases de los modos extraídos, se sigue de Montgomery and O'Donoghue (1999) que:

$$\sigma_\nu = \sqrt{\frac{6}{N} \frac{\sigma_N}{\pi T A}}, \quad \sigma_A = \sqrt{\frac{2}{N}} \sigma_N, \quad \sigma_\phi = \sqrt{\frac{2}{N} \frac{\sigma_N}{A}}, \quad (2.8)$$

donde  $N$  es el número total de puntos,  $T$  el tiempo total de la observación y  $\sigma_N$  la desviación estándar de la curva de luz residual.

Siguiendo a Balona (2014), se ha hecho un test de fiabilidad con MM utilizando

<sup>4</sup><https://www.astropy.org>

<sup>5</sup><https://lmfit.github.io/lmfit-py/>

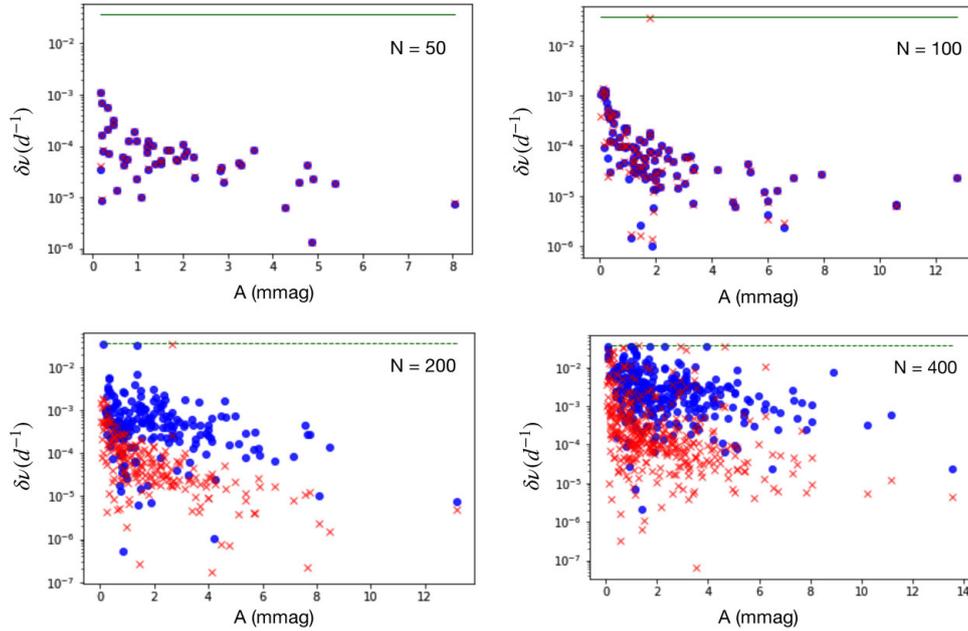


Figura 2.4: Figura 4 de [Pamos Ortega et al. \(2022\)](#). Análisis comparativo de precisión entre MULTIMODES (MM) y SIGSPEC (SS), utilizando curvas de luz simuladas con diferentes números de frecuencias: 50 (arriba a la izquierda); 100 (arriba a la derecha); 200 (abajo a la izquierda); 400 (abajo a la derecha). Cada gráfica representa la desviación en frecuencia de los picos extraídos con MM (círculos en azul) y SS (cruces en rojo). La línea horizontal verde es el nivel de la resolución Rayleigh.

curvas de luz sintéticas con 5, 100, 200 y 400 frecuencias, con valores uniformemente distribuidos entre 0 y  $30 \text{ d}^{-1}$ , amplitudes en el rango entre 0 y 10 mmag, exponencialmente distribuidas hacia valores bajos, fases uniformemente distribuidas y añadiendo un ruido Gaussiano de alrededor de 0.5 mmag. La desviación de frecuencia de MM es similar a la de SS en las curvas con 50 y 100 frecuencias, alrededor de  $10^{-4} \text{ d}^{-1}$ , utilizando un número ilimitado de frecuencias en el ajuste simultáneo a la señal simulada. Con un número más alto de frecuencias, 200 y 400, la precisión de SS es mayor que la de MM en un orden de magnitud, porque MM utiliza un número limitado de frecuencias en el ajuste simultáneo, no más de 50. Aún así, MM resulta bastante preciso en la extracción de frecuencias. Conforme la densidad de frecuencias aumenta, el problema se hace más inestable porque aumenta el número de frecuencias espurias, tanto con MM como con SS. No tiene sentido, por tanto, utilizar un número ilimitado de frecuencias en el ajuste simultáneo cuando la densidad de frecuencias es muy alta. Desde este punto de vista, MM nos permite tener un mayor control sobre el análisis de frecuencias, limitando el número de componentes del ajuste, y trabajando con paquetes de frecuencias. Además se gana un considerable tiempo de computación.

Para estar aún más seguros de la fiabilidad de MM, se procedió a comparar el conjunto de frecuencias significativas extraídas con las extraídas por SS, utilizando la muestra de once estrellas  $\delta$  Sct del cúmulo  $\alpha$  Per (ver Tabla 1 en Pamos Ortega et al. (2022) y Sec. 3.1), con las que se pretendía utilizar por primera vez el método de datación planteado en esta investigación. El nivel de coincidencia entre ambos códigos supera el 90 % en todos los casos, estableciendo como criterio de parada  $\text{SNR} \geq 4$ . Este porcentaje de coincidencia se estableció en base a si cada frecuencia extraída por MM estaba entre las extraídas por SS o no.

### 2.2.3 Modelos de estructura y evolución estelares: MESA

El código abierto y de acceso público *Modules of Experiments in Stellar Astrophysics*<sup>6</sup>, MESA, es el más ampliamente utilizado en el campo de la astrofísica estelar para calcular modelos 1D de estructura y de evolución estelares (Paxton et al., 2011, 2013, 2015, 2018, 2019). MESA resuelve las ecuaciones de estructura y composición simultáneamente utilizando módulos numéricos y físicos. Cada uno de estos módulos proporciona detalles de la macrofísica y la microfísica, tales como la ecuación de estado, la opacidad, la convección, el overshooting, las cadenas y tasas de reacciones nucleares, datos de difusión de elementos o las condiciones de frontera para la atmósfera. Cada módulo se ha construido en una librería de forma separada en Fortran 95, de manera que se facilite su desarrollo conforme se actualiza el estado del arte en cada uno de estos aspectos de la física de la estrella. Al ser abierto, son muchas las personas que han contribuido a su desarrollo y mantenimiento. Desde 2011, cuando se creó, ha mostrado una gran versatilidad, actualizando e incorporando nuevos módulos para tener en cuenta aspectos como la rotación y las oscilaciones, los efectos de proyección del oscurecimiento por gravedad (*gravity darkening*), la acreción de masa, las explosiones de estrellas masivas y las fronteras convectivas.

Los módulos de la microfísica de MESA aportan las propiedades físicas de la materia estelar. El módulo *const* contiene las constantes matemáticas, físicas y de astrofísica estelar relevantes en unidades cgs. El módulo *chem* es una colección de datos, funciones y subrutinas para manejar los elementos químicos y sus isótopos. La ecuación de estado está desarrollada en el módulo *eos*. Trabaja con la densidad y la temperatura como variables independientes, las variables naturales de la formulación termodinámica de la

---

<sup>6</sup><https://docs.mesastar.org/en/release-r23.05.1/>

energía libre de Helmholtz. Además de estas dos variables independientes, el módulo *eos* requiere como entrada  $X$ ,  $Z$  y  $\hat{A}$  (el peso atómico promedio de los metales). Por defecto devuelve 16 cantidades enumeradas en la Tabla 3 de Paxton et al. (2011). Entre ellas están la presión del gas, la energía interna, la entropía por unidad de masa y sus correspondientes gradientes. Esta es la opción que se ha utilizado al construir nuestras mallas de modelos. En cuanto a la opacidad, lo trata el módulo *kap*, el cuál utiliza las tablas de opacidad OPAL de Tipo 1 (con distribuciones fijas de metales), y de Tipo 2 (que permiten cantidades variables de C y O más allá de las representadas por Z), y que son necesarias para las etapas a partir del quemado de helio (Iglesias and Rogers, 1993, 1996). A pesar de que nuestros modelos no van más allá de la TAMS, hemos preferido utilizar las tablas de Tipo 2 porque actualizan a las de Tipo 1.

Para la macrofísica, destaca el módulo *mlt*, que implementa la teoría de la longitud de mezcla para la convección (MLT, Cox and Giuli (1968)). Una vez que este módulo calcula el coeficiente de difusión, el módulo *star* lo utiliza para determinar el coeficiente de overshooting, el cuál contiene un parámetro ajustable según las diferentes zonas convectivas en la estrella. MESA utiliza el módulo *atm* para establecer los valores superficiales de la temperatura y de la presión en la estrella. Estos valores se utilizan como condiciones de frontera durante la evolución del modelo interior. Es importante señalar que MESA trata la atmósfera de manera separada, ya que las condiciones físicas suelen ser muy diferentes de las del interior de la estrella. Por defecto utiliza la aproximación de Eddington, una atmósfera estática estratificada en capas plano-paralelas en las que no hay radiación entrante. Es la aproximación que también hemos utilizado nosotros para el cálculo de los modelos.

El módulo *star* de MESA utiliza todos los módulos numéricos y físicos para ir calculando los modelos. Primero lee los archivos de entrada, inicializa los módulos de física para crear una red de reacciones nucleares y acceder a la ecuación de estado (EOS) y a los datos de opacidad. La evolución puede comenzar de dos maneras: o bien a partir de un modelo calculado en una ejecución previa del código, o bien creando un modelo PMS con unos parámetros específicos, como la masa y la composición química inicial. El procedimiento para cada uno de los pasos temporales tiene cuatro etapas: En primer lugar, se prepara para dar un nuevo paso en el tiempo remallando el modelo si es necesario. En segundo lugar, ajusta el modelo para tener en cuenta las pérdidas de masa por viento estelar o las ganancias por acreción, ajusta las abundancias por difusión de elementos, determina los coeficientes de difusión convectiva y resuelve las nuevas ecuaciones

ciones de estructura y composición por el método de Newton-Raphson. En tercer lugar, estima el nuevo paso temporal. Y en cuarto lugar, se generan los archivos de salida.

El módulo *star* construye modelos unidimensionales, con simetría esférica, dividiendo la estructura en celdas, desde cientos hasta miles de ellas, dependiendo de la complejidad de las reacciones nucleares, los gradientes de las variables de estado, la composición y diversas tolerancias. Las celdas se enumeran en orden creciente desde la superficie hasta el centro de la estrella. Simultáneamente resuelve las ecuaciones acopladas de estructura y composición para todas las celdas. Cada celda tiene algunas variables promediadas en la masa y otras están definidas por los valores de la frontera superior. Las variables promediadas en la masa son la densidad, la temperatura y la fracción de cada isótopo. Las variables de frontera son la masa interior, el radio, la luminosidad y la velocidad. Además de estas variables básicas, se calculan variables de composición para cada celda y frontera, tales como la tasa de cada reacción nuclear, la opacidad, el coeficiente de difusión y el flujo de masa. El código utiliza el modelo anterior, modificado mediante mallado, cambio de masa y difusión de elementos, como solución de prueba inicial para el método de Newton-Raphson. En cada paso temporal, el código converge hacia una solución final mejorando iterativamente la solución de prueba. La selección del paso temporal es crucial en la evolución estelar. Es un compromiso entre la eficiencia computacional (un paso temporal pequeño implica pocas iteraciones para alcanzar la convergencia) y la eficiencia evolutiva que implica un paso temporal más grande. El algoritmo lo ajusta en función de la rapidez con la que va variando la estructura y la composición del modelo calculado en el paso previo.

Para esta investigación se han construido tres mallas de modelos utilizando MESA. Todas las trazas evolutivas se han calculado creando un modelo PMS en el que se especifican la masa y la composición química iniciales. Se ha utilizado la red de reacciones nucleares básica que el código establece por defecto, *basic.net*, del módulo *net*, con ocho isótopos:  $^1\text{H}$ ,  $^3\text{He}$ ,  $^4\text{He}$ ,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{14}\text{N}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{24}\text{Mg}$ . No consideramos necesario ampliar más la red de isótopos al tratarse de modelos en la PMS y en la MS, y no en estadios más avanzados. Tampoco se ha utilizado el *overshooting* en la computación de modelos, puesto que en cálculos preliminares se comprobó que las diferencias de edad que podían obtenerse entre utilizarlo o no eran menores que las incertidumbres obtenidas para las edades de los modelos. Se incluyó la rotación diferencial, con inicio en la ZAMS. En cuanto a la composición química inicial en la ZAMS, se mantiene igual el contenido de hidrógeno, X, de forma que cuando la metalicidad Z aumenta, el contenido en helio, Y,

disminuye en la misma cantidad. El parámetro de longitud de mezcla se ha establecido en  $\alpha = 2.0$ , en torno al que tienen las estrellas  $\delta$  Sct. El coeficiente de difusión para la mezcla de elementos se ha establecido en  $D_{mix} = 1/30$ , siguiendo a [Heger et al. \(2000\)](#). Los parámetros de cada una de las mallas se muestran en la Tabla 3.3 y la Tabla 3.8.

#### 2.2.4 Oscilaciones de los modelos estelares: FILOU

El código FILOU ([Suárez and Goupil, 2008](#)) está desarrollado para calcular las autofunciones y los autovalores correspondientes a las oscilaciones adiabáticas, y su principal característica es el cálculo de los modos radiales y no radiales en presencia de rotación. Lo que hace singular a este código es que tiene en cuenta los efectos de la deformación de la estrella por la rotación, hasta segundo orden en la teoría de perturbaciones e incluyendo efectos de casi degeneración, es decir, cuando las frecuencias de dos o tres modos de oscilación distintos se superponen, lo que afecta a la correcta identificación de los modos. Además está optimizado para el tipo de estrellas que se estudian aquí,  $\delta$  Sct y  $\gamma$  Dor, aunque puede ser de uso universal.

Está basado en las ecuaciones de oscilación y sus perturbaciones desarrolladas por [Dziembowski and Goode \(1992\)](#) y [Soufi et al. \(1998\)](#). Cuando se tienen en cuenta los efectos de casi degeneración, se asume que la frecuencia de un modo tiene la forma:

$$\omega^d = \hat{\omega}_0 + \tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2, \quad (2.9)$$

donde  $\omega^d$  es la media de dos modos acoplados y  $\tilde{\omega}_1, \tilde{\omega}_2$  son, respectivamente, las correcciones de primer y segundo orden de la casi degeneración.

FILOU está compuesto de un programa principal y dos módulos escritos en C, más dos subrutinas escritas en FORTRAN (77, 95), que lee los datos de entrada a partir de los modelos de equilibrio y calcula los efectos de casi-degeneración en los modos rotacionalmente acoplados. El cálculo de las frecuencias de pulsación radiales y no radiales de una cavidad resonante se divide en tres pasos secuenciales: primero calcula las frecuencias de orden cero. Después se calculan las correspondientes correcciones de segundo orden, sin incluir los efectos de casi-degeneración. Y, finalmente, selecciona pares de frecuencias acopladas para calcular los términos correctores que tienen en cuenta la casi-degeneración.

Desde el punto de vista numérico, FILOU resuelve el conjunto completo de ecuaciones diferenciales, bajo un problema de condiciones de contorno, utilizando un método numérico combinado de *Galerkine - B splines*, en donde es posible ajustar un buen número de parámetros, con el fin de optimizar el cálculo del modelo deseado. Está basado en las ecuaciones de oscilaciones y sus perturbaciones desarrolladas por [Dziembowski and Goode \(1992\)](#); [Soufi et al. \(1998\)](#). El código trabaja con diferentes escenarios de cálculo: sin rotación, en aproximación de Cowling, con rotación uniforme y con rotación por capas, o también llamada rotación diferencial, en la que la frecuencia de rotación es dependiente del radio,  $\Omega = \Omega(r)$ . Para este último caso, las oscilaciones son calculadas con modelos *pseudo-rotatorios*, que son construidos modificando las ecuaciones de estructura estelar, de modo que incluyan la simetría de la aceleración centrífuga, por medio de una gravedad efectiva,  $g_{\text{eff}} = g - \mathcal{A}_c$ , donde  $g$  y  $\mathcal{A}_c$  son la componente de la gravedad local y la aceleración centrífuga, respectivamente. Los efectos de las componentes no esféricas de la deformación se incluyen mediante perturbaciones en las ecuaciones de oscilación.

Los parámetros de entrada son algunas cantidades físicas leídas de un modelo de equilibrio, por ejemplo computado con MESA (Sec. 2.2.3), más algunos parámetros iniciales: el archivo con el modelo de equilibrio, el tipo de computación, el dominio de frecuencias y el rango de  $\ell$ , tipo de condiciones de contorno y tipo de asignación de nodos. La salida básica es la lista de autovalores y autofrecuencias. Para las mallas que se han construido en este trabajo se han calculado modos  $p$  entre  $n = 1$  y la frecuencia de corte, la frecuencia límite en la que los modos pueden propagarse sin amortiguación. Se han utilizado los modos con grados entre  $\ell = 0$  y  $\ell = 3$ , para calcular la gran separación de órdenes bajos, como propone [Suárez et al. \(2014\)](#).

### 2.2.5 Las incertidumbres en las edades de los cúmulos

El tratamiento estadístico de los modelos requiere tener en cuenta posibles sesgos que se producen por varias causas:

- Cada traza evolutiva calculada con MESA está sobre-muestreada a bajas edades. Por defecto el código elige el paso temporal más adecuado a los cambios significativos que se den en la estructura durante la evolución de la estrella. Como la evolución es más rápida en la PMS que en la MS, el número de modelos calculados es mayor en los estadios evolutivos más tempranos. Puede verse un ejemplo

de ello en el panel de la derecha de la Fig. 3.17 y también en el de la Fig. 3.20. Para compensar este efecto, nuestra función de densidad de probabilidad ponderada (WPDF) es proporcional al paso temporal dividida entre el tiempo total de la traza,  $\Delta t/t$ . Es decir, si el paso temporal es más corto, que es lo que ocurre al principio de la evolución, el peso del modelo será menor que en estadios evolutivos más avanzados, donde el paso temporal ya es más largo. La Fig. 3.11 muestra este efecto en la distribución de los modelos utilizados para datar el cúmulo  $\alpha$  Per.

- Los modelos correspondientes a las estrellas en las que se han determinado con menor incertidumbre los parámetros sísmicos, tienen que tener más peso que aquellos en los que la indeterminación ha sido mayor. Consideramos que estos modelos tendrán una probabilidad más alta de tener la edad que tiene la estrella que están caracterizando. Así, la WPDF es inversamente proporcional a los errores relativos de la gran separación,  $e_{\Delta\nu_{\text{low}}}/\Delta\nu_{\text{low}}$ , y la temperatura efectiva sísmica,  $e_{\tilde{T}_{\text{eff}}}/\tilde{T}_{\text{eff}}$  (ver este efecto en Fig. 3.12).
- La edad de un modelo se corresponde con mayor probabilidad a la del cúmulo si hay un mayor número de estrellas con modelos que presenten esta misma edad,  $n_{\text{stars}}/N_{\text{stars}}$ . Es decir, modelos con edades que se dan en un mayor número de estrellas tienen más peso que aquellos que aparezcan para un menor número de ellas (Fig. 3.13).
- El peso debe ser proporcional al cociente entre el número de modelos que presentan una misma edad dividida entre el número total de modelos,  $n/N$ .

Combinando los cuatro factores, el peso de cada modelo está dado por Eq. 2.10:

$$p = \frac{\Delta t}{t} \frac{\Delta\nu_{\text{low}}}{e_{\Delta\nu_{\text{low}}}} \frac{\tilde{T}_{\text{eff}}}{e_{\tilde{T}_{\text{eff}}}} \frac{n_{\text{stars}}}{N_{\text{stars}}} \frac{n}{N}. \quad (2.10)$$

La fórmula para  $\chi^2$  (Eq. 2.11) se aplica sobre las densidades del histograma,  $\text{his}(\text{age})$ , con el fin de obtener el mejor ajuste con relación a una distribución normal,  $\text{norm}(\text{age})$ .

$$\chi^2 = \sum_{\text{bins}} \frac{(\text{his}(\text{age}) - \text{norm}(\text{age}))^2}{\text{norm}(\text{age})^2}. \quad (2.11)$$

Incorporando este tratamiento estadístico, el método actualizado sigue los siguientes pasos:

Tabla 2.1: Razones entre los sobretonos radiales y el modo fundamental radial de los modelos MESA-FILOU calculados.

Relación	Valor con $1\sigma$
$f_1/f_2$	$0.77 \pm 0.01$
$f_1/f_3$	$0.63 \pm 0.02$
$f_1/f_4$	$0.53 \pm 0.02$
$f_1/f_5$	$0.45 \pm 0.02$
$f_1/f_6$	$0.40 \pm 0.02$
$f_1/f_7$	$0.35 \pm 0.01$
$f_1/f_8$	$0.31 \pm 0.01$

- Para cada estrella se restringen los modelos en la densidad media, a partir de su relación con  $\Delta\nu_{\text{low}}$ , y la temperatura efectiva sísmica,  $\tilde{T}_{\text{eff}}$ , obtenida a partir de la relación de escala con la frecuencia de máxima amplitud,  $\nu_{\text{max}}$ , con sus correspondientes incertidumbres.
- Se calculan las razones entre todas las frecuencias observadas, para seleccionar aquellas cuyos cocientes coinciden con las de los modelos (Tabla 2.1). Teóricamente, estas razones entre los modos radiales son fijas.
- Una vez que se encuentran rangos para modos radiales con las frecuencias observadas, se utilizan para restringir aún más los modelos seleccionados en el paso 1).
- Después de aplicar los pasos anteriores a todas las estrellas del grupo, se calculan histogramas ponderados de distribución de edades con todos los modelos restringidos.
- Se computa la WPDF sobre el histograma (Eq. 2.10). Para ello se asume una función de distribución normal, y se utilizan como valores invitados de entrada los correspondientes a la estimación de máxima verosimilitud (*maximum likelihood estimation*): la media ponderada de todas las edades de los modelos restringidos y su correspondiente desviación estándar. Finalmente, para determinar la edad del cúmulo y su desviación estándar, se toman los parámetros del ajuste de la WPDF en el proceso de minimización del factor de Pearson  $\chi^2$  (Eq. 2.11).



## Capítulo 3

# Resultados

Exponemos los resultados obtenidos en esta investigación dividiendo el capítulo en cinco secciones. La Sec. 3.1 se basa en los resultados parciales de esta tesis publicados en [Pamos Ortega et al. \(2022\)](#). Pusimos a prueba el método sísmico de datación explicado en Sec. 2.2 con cuatro estrellas  $\delta$  Sct en el cúmulo joven  $\alpha$  Per, aquellas con las que fue posible determinar observables sísmicos como la gran separación en órdenes bajos,  $\Delta\nu_{\text{low}}$ , la frecuencia de máxima amplitud,  $\nu_{\text{max}}$ , y la frecuencia de rotación,  $\omega_r$ . Con ellos se han restringido los modelos de una malla construida con MESA-FILOU (Sec. 2.2.3 y Sec. 2.2.4) para estimar la edad del cúmulo. Los parámetros de esta malla se muestran en la Tabla 3.3.

El siguiente paso fue mejorar el método incorporando un adecuado tratamiento estadístico de los modelos (Sec. 2.2.5). Se aplicó a dos cúmulos de diferentes edades, metalicidades y estadios evolutivos: Trumpler 10, un cúmulo situado entre la PMS y la ZAMS, con metalicidad solar (Sec. 3.2), y Praesepe, un cúmulo evolucionado en la MS con metalicidad suprasolar (Sec. 3.3). Los resultados parciales de esta tesis se publicaron en un segundo artículo ([Pamos Ortega et al., 2023](#)).

Sabiendo que este método permite datar con fiabilidad cúmulos situados en la ZAMS, e incluso en la PMS, queríamos saber cuál es el alcance superior, es decir, hasta qué edades máximas nos permite llegar la datación de cúmulos estelares utilizando estrellas  $\delta$  Sct. Para ello, había que analizar una muestra suficientemente grande de estrellas situadas en el borde rojo de la banda de inestabilidad, donde se sitúan las de mayor edad. Utilizando una muestra de 30 estrellas de *Kepler* y otra de 46 estrellas de *TESS*,

todas con metalicidades en torno a la solar. La estrella de mayor edad del grupo tiene aproximadamente 1200 Myr, y nuestros modelos alcanzan los 1300 Myr en la TAMS. Sin embargo, no esperamos datar cúmulos por encima de los 1000 Myr aproximadamente, debido a la gran dispersión de los modelos. Por tanto, buscamos objetivos que no tuvieran una edad superior a este límite y que no estuvieran a una distancia superior a 1000 kpc del Sistema Solar. Encontramos curvas de luz de *TESS* en corta cadencia correspondientes a 31 estrellas pertenecientes a 18 cúmulos. Su análisis nos ha dado edades comprendidas entre los 10 Myr y los 900 Myr. Los resultados obtenidos para este catálogo de cúmulos jóvenes se exponen en la Sec. 3.4.

### 3.1 Primera aproximación: $\alpha$ Per

El cúmulo abierto  $\alpha$  Per está localizado en la constelación de Perseo, a una distancia de  $174.89 \pm 0.16$  pc, calculada a partir de las paralajes de *Gaia* DR2 (Gaia Collaboration et al., 2018). Según Lodieu et al. (2019), quienes han hecho un censo muy detallado de este cúmulo, se han identificado 517 componentes dentro del radio de marea del cúmulo, mediante un método combinado en el que se utilizan las paralajes y movimientos propios de las estrellas candidatas. La mayoría de investigaciones estiman que la metalicidad del cúmulo está en torno a la solar (por ejemplo, Netopil and Paunzen, 2013), y una extinción de  $A_V = 0.3$  (Prosser, 1992).

Recientes determinaciones de la edad por ajuste de isócronas sitúan su edad entre 50 Myr y 90 Myr. Makarov (2006) la estimó en 52 Myr, ajustando isócronas en el diagrama  $M_V - (B-V)$ , con  $Z = 0.02$  y un enrojecimiento  $E(B-V) = 0.055$ , y utilizando un *overshooting* calculado a partir de los modelos de Pietrinferni et al. (2004). Este resultado es similar al que figura en el catálogo *Milky Way Star Clusters* (MWSC) (Kharchenko et al., 2013), de aproximadamente 50 Myr. Según Silaj and Landstreet (2014), la edad es  $60 \pm 7$  Myr, calculada con las isócronas de Girardi et al. (2000), con  $Z = 0.02$ , sobre un diagrama HRD. Las isócronas se han restringido mayoritariamente en torno a la que pasa por la estrella más brillante de la MS en el cúmulo,  $\psi$  Per (HD 22192), y que además se sitúa muy cerca de la TAMS. Los autores se apoyan en que investigaciones astrométricas anteriores demuestran con claridad que es una estrella perteneciente al cúmulo, y sus parámetros están determinados con una incertidumbre muy pequeña. CG2020 estiman que la edad es  $\log age = 7.71$ , equivalente a unos 51 Myr. Según Dias et al. (2021), la edad es de  $\log age = 7.921$ , unos 83 Myr, con metalicidad por encima de la solar ( $[Fe/H]$

= 0.158). Este resultado es muy parecido al de [Bossini et al. \(2019\)](#), con un valor de  $\log age = 7.938$ , unos 87 Myr, también con metalicidad por encima de la solar ( $[Fe/H] = 0.140$ ). La investigación de [Stauffer et al. \(1999\)](#) determinó que la edad de  $\alpha$  Per es  $90 \pm 10$  Myr, utilizando el método de las observaciones espectroscópicas del litio. En el censo de [Lodieu et al. \(2019\)](#) asumen esta edad para recopilar las estrellas que son miembros del cúmulo, al ser la más común en la literatura.

### 3.1.1 La muestra

El cruce entre los catálogos CG2020 y TIC (Sec. 2.2) nos proporcionó 112 objetivos en el campo de  $\alpha$  Per, con valores de la paralaje, la magnitud aparente  $G$ , el enrojecimiento  $E(B-V)$ , las correcciones bolométricas de [Andrae et al. \(2018\)](#) y las temperaturas efectivas. Todas ellas están en el censo de [Lodieu et al. \(2019\)](#). Se ha estimado la magnitud absoluta  $M_G$  a partir de la Eq. 3.1:

$$M_G = G - 5 \log r + 5 - A_G, \quad (3.1)$$

donde  $r$  es la inversa de la paralaje, y la extinción  $A_G$  se ha calculado como en [Stassun \(2019\)](#) (Eq. 3.2):

$$A_G = 2.72 (B-V). \quad (3.2)$$

La magnitud  $M_G$  es convertida en luminosidad utilizando la corrección bolométrica  $BC(T_{\text{eff}})$  con la Eq. 3.3:

$$-2.5 \log L = M_G + BC(T_{\text{eff}}) - M_{\odot}, \quad (3.3)$$

con  $L$  en unidades solares.

La Fig. 3.1 muestra el diagrama HRD de las 112 estrellas del campo de  $\alpha$  Per. Las líneas de color verde son los bordes de la banda de inestabilidad clásica estimadas por [Murphy et al. \(2019\)](#). En diferentes colores se han trazado cuatro isócronas MESA Isochrones & Stellar Tracks (MIST)<sup>1</sup> ([Choi et al., 2016](#); [Dotter, 2016](#); [Paxton et al., 2011, 2013, 2015](#)), con metalicidad solar ( $Z = 0.02$ ) y con rotación  $\Omega = 0.4 \Omega_{\text{crit}}$  iniciada en la ZAMS, con edades comprendidas entre 20 y 200 Myr, para cubrir todo el rango de la literatura. Todas ellas se han computado desde la PMS. Se aprecia cómo las cuatro isócronas están superpuestas dentro de la banda de inestabilidad, en la zona donde se encuentran las estrellas  $\delta$  Sct que componen la muestra. Esto demuestra que el método

<sup>1</sup><http://waps.cfa.harvard.edu/MIST/>

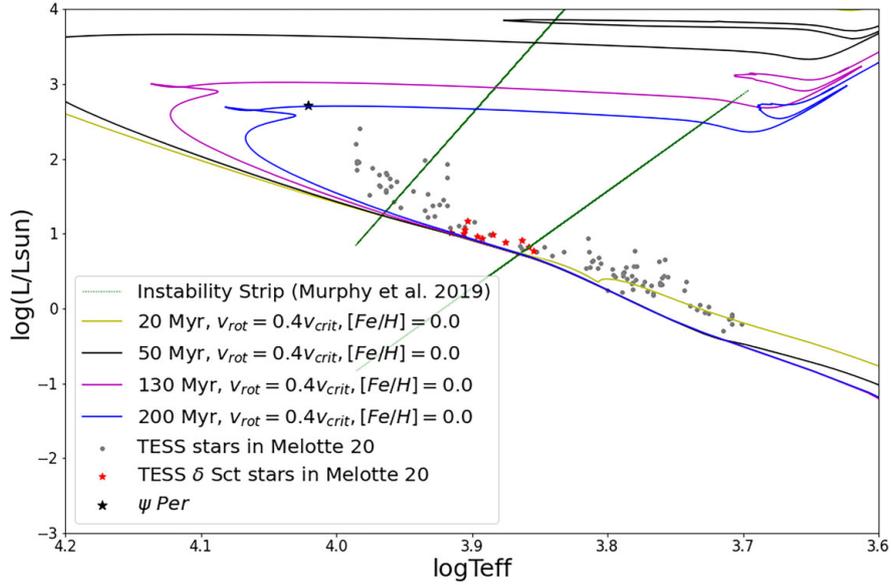


Figura 3.1: Figura 1 de Pamos Ortega et al. (2022). Diagrama HRD para la muestra de 112 estrellas del campo de  $\alpha$  Per, tomadas del catálogo TIC. Las isócronas con metalicidad solar y con rotación están tomadas de MESA Isochrones & Stellar Tracks (MIST). Las líneas de color verde son los bordes de la banda de inestabilidad clásica de Murphy et al. (2019). Como referencia, se indica también la posición de  $\psi$  Per, una de las más luminosas del cúmulo.

de las isócronas es muy ambiguo para poder datar cúmulos jóvenes utilizando estrellas  $\delta$  Sct lo cuál era de esperar. También se ha situado la posición en el diagrama para la estrella  $\psi$  Per. La isócrona que mejor se ajusta a su posición es la correspondiente a 200 Myr, muy lejos de la edad estimada por Silaj and Landstreet (2014), donde recordemos que el ajuste de isócronas se basó en los parámetros de esta estrella.

Se escogieron 32 estrellas utilizando datos del sector 18 de la misión *TESS*, con aproximadamente 14 700 puntos, una resolución Rayleigh de  $0.045 \text{ d}^{-1}$  y una cadencia de 2 min. Se utilizaron curvas de luz *Pre-Search Data Conditioned* (PDC), corregidas de efectos instrumentales, públicamente accesibles en Mikulski Archive for Space Telescopes (MAST)<sup>2</sup>. Estas curvas de luz tienen un hueco de 2.5 d causado por una desconexión del satélite cuando pasó a través de la sombra de la Tierra en la estrella en la órbita 43. Pascual-Granado et al. (2018) mostró que el análisis de frecuencias de curvas de luz con huecos tan considerables pueden producir numerosas frecuencias espurias. Por ello, hemos interpolado las curvas de luz de estas estrellas usando el algoritmo MIARMA (Pascual-Granado et al., 2015) basado en modelos ARMA (Autoregressive moving ave-

<sup>2</sup><https://archive.stsci.edu/>

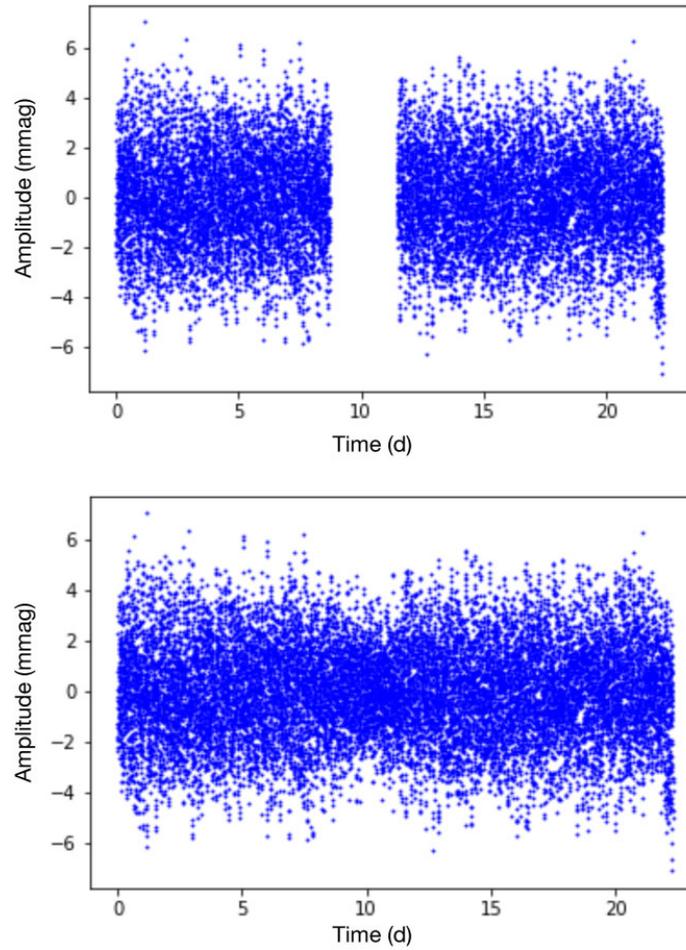


Figura 3.2: Figura 2 de [Pamos Ortega et al. \(2022\)](#). Panel de arriba: Curva de luz de TIC 252851046 del sector 18 de *TESS*. Panel de abajo: Curva de luz interpolada con MIARMA ([Pascual-Granado et al., 2018](#)) de TIC 252851046.

rage), el cual maximiza la extracción de la señal original, en contraste con los métodos basados en funciones analíticas que usualmente se utilizan en el campo (ver Fig. 3.2).

### 3.1.2 Análisis de frecuencias de la muestra

De las 32 estrellas analizadas con MM, se encontraron 11 candidatas de tipo  $\delta$  Sct. De ellas se encontraron cuatro con evidencias de regularidades en sus periodogramas de frecuencias: TIC 410732825, TIC 354792288, TIC 285935852 y TIC 252829836. Con ellas se pudo estimar la gran separación en órdenes bajos,  $\Delta\nu_{\text{low}}$ , tras utilizar las cuatro técnicas expuestas en Sec. 1.7.1.1. En dos de ellas, TIC 410732825 y TIC 285935852, se

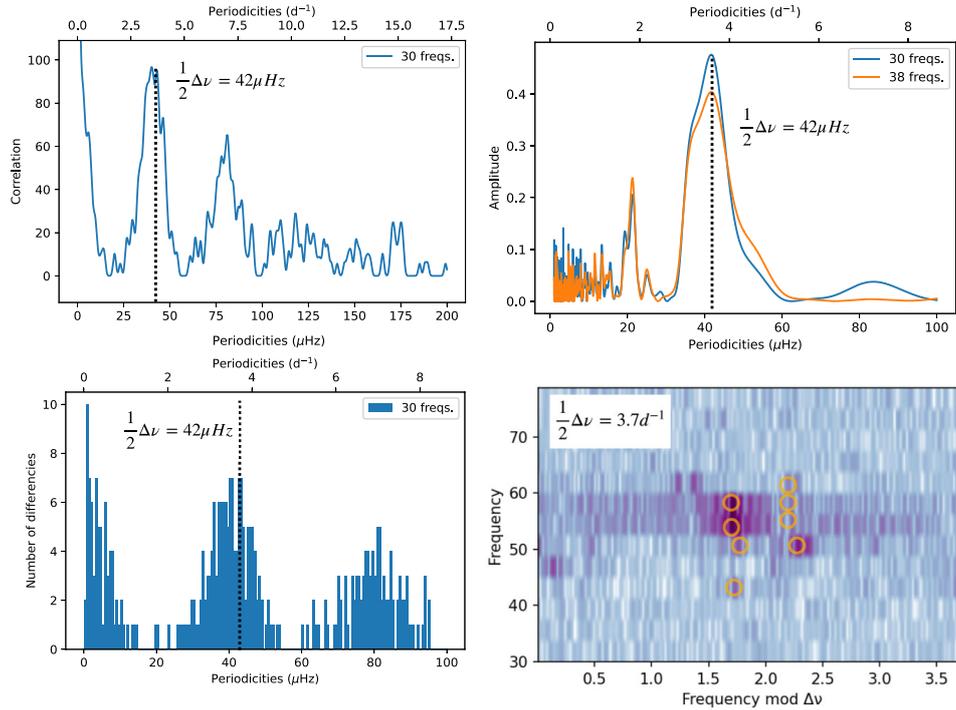


Figura 3.3: Figura 6 de Pamos Ortega et al. (2022). Estimación de  $\Delta\nu_{\text{low}}$  en TIC 354792288. Arriba a la izquierda: Diagrama de auto-correlación (AC), donde sobresalen dos picos muy notables en torno a  $42 \mu\text{Hz}$  y  $83 \mu\text{Hz}$ . Arriba a la derecha: Transformada de Fourier (FT), donde también es notable el pico en torno a  $42 \mu\text{Hz}$ . Abajo a la izquierda: Histograma de diferencias de frecuencias (HFD), donde son notables dos picos en torno a  $42 \mu\text{Hz}$  y  $83 \mu\text{Hz}$ . Abajo a la derecha: Diagrama échelle (ED), donde dos pliegues verticales, resaltados con círculos en naranja destacan cuando se selecciona como módulo de frecuencia un valor de  $3.7 \text{ d}^{-1}$ , equivalente a unos  $43 \mu\text{Hz}$ .

pudo estimar la frecuencia de rotación,  $\omega_r$ , a partir de la detección clara de multipletes de modos del mismo orden y grado. Y finalmente, con dos de ellas, TIC 354792288, TIC 285935852, se pudo estimar la frecuencia de máxima amplitud mediante los métodos de Barceló Forteza et al. (2018, 2020); Bowman and Kurtz (2018); Hasanzadeh et al. (2021) (Sec. 1.5.2).

Las cuatro técnicas utilizadas para el análisis de patrones aplicadas a TIC 354792288 (Fig. 3.3) muestran sin ambigüedad una periodicidad alrededor de  $42 \mu\text{Hz}$ , aproximadamente la mitad de la gran separación, que por el resultado del AC y el HFD estimamos en unos  $83 \pm 1 \mu\text{Hz}$ . Con respecto a TIC 252829836 (Fig. 3.4), el AC y el HFD parecen mostrar evidencias de periodicidad en torno a un valor  $71 \mu\text{Hz}$ , mientras que la FT lo hace en la mitad de su valor, unos  $35 \mu\text{Hz}$ .

En el caso de TIC 410732825 (Fig. 3.5), el AC y el HFD muestran una periodicidad

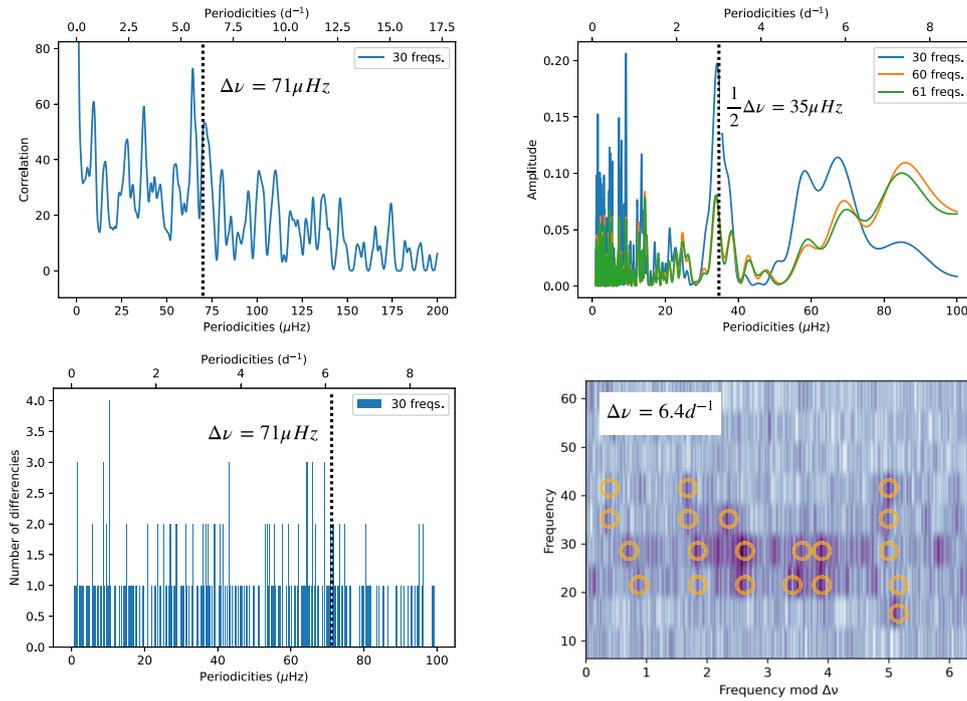


Figura 3.4: Figura B.2 de Pamos Ortega et al. (2022). Estimación de  $\Delta\nu_{\text{low}}$  en TIC 252829836. Arriba a la izquierda: AC, donde sobresalen un pico muy notable en torno a  $71\mu\text{Hz}$ . Arriba a la derecha: FT, donde es notable el pico en torno a  $35\mu\text{Hz}$ . Abajo a la izquierda: HFD, donde se acumulan valores en torno a  $71\mu\text{Hz}$ . Abajo a la derecha: ED, donde se manifiestan algunos pliegues verticales, resaltados con círculos en naranja cuando se selecciona como módulo de frecuencia un valor de  $6.4d^{-1}$ , equivalente a unos  $74\mu\text{Hz}$ .

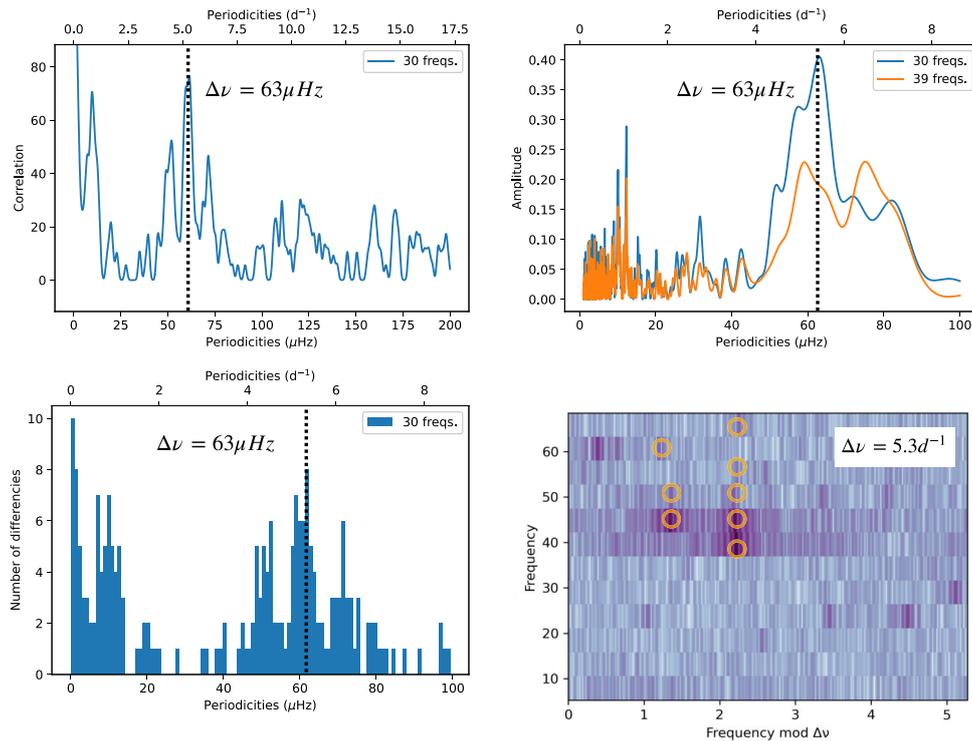


Figura 3.5: Figura 7 de Pamos Ortega et al. (2022). Estimación de  $\Delta\nu_{low}$  en TIC 410732825. Arriba a la izquierda: AC, donde sobresalen un pico muy notable en torno a  $63\mu Hz$ . Arriba a la derecha: FT, donde también es notable el pico en torno a  $63\mu Hz$ . Abajo a la izquierda: HFD, donde son notables un pico en torno a  $63\mu Hz$  y otro en torno a  $10\mu Hz$ , supuestamente la frecuencia de rotación, visible también en el multiplete central en torno a la frecuencia de  $63\mu Hz$ . Abajo a la derecha: ED, donde dos pliegues verticales, resaltados con círculos en naranja destacan cuando se selecciona como módulo de frecuencia un valor de  $5.3d^{-1}$ , equivalente a unos  $61\mu Hz$ .

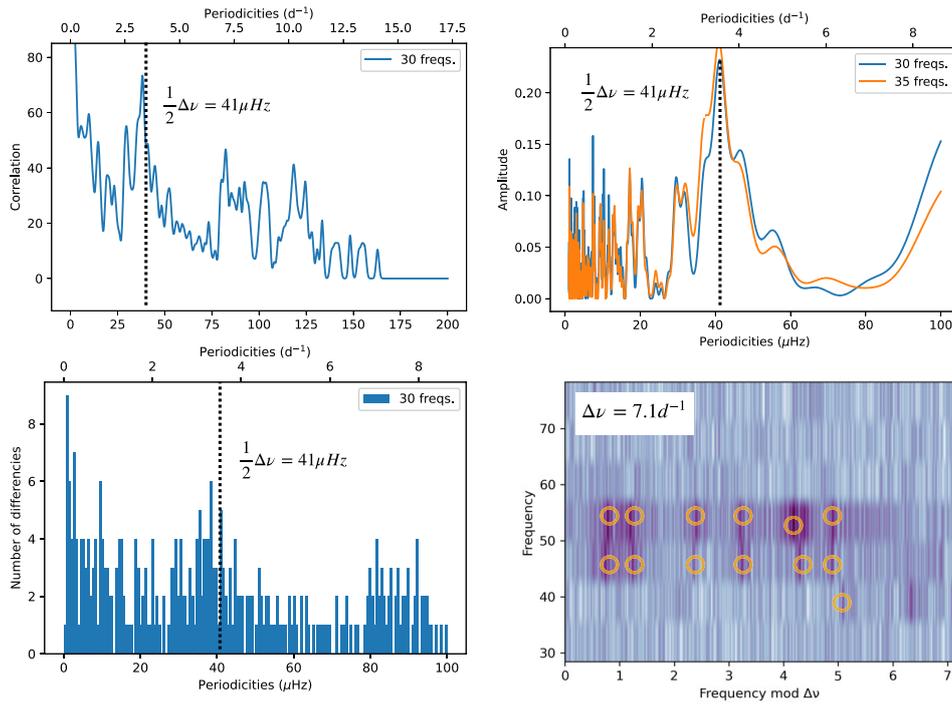


Figura 3.6: Figura B.1 de Pamos Ortega et al. (2022). Estimación de  $\Delta\nu_{low}$  en TIC 285935852. Arriba a la izquierda: AC, donde sobresalen un pico muy notable en torno a  $41 \mu Hz$ . Arriba a la derecha: FT, donde también es notable el pico en torno a  $41 \mu Hz$ . Abajo a la izquierda: HFD, donde son notables un pico en torno a  $41 \mu Hz$  y otro en torno a  $10 \mu Hz$ , supuestamente la frecuencia de rotación, visible también en el multiplete central en torno a la frecuencia de  $41 \mu Hz$ . Abajo a la derecha: ED, donde se manifiestan algunos pliegues verticales, resaltados con círculos en naranja cuando se selecciona como módulo de frecuencia un valor de  $7.1 d^{-1}$ , equivalente a unos  $82 \mu Hz$ .

Tabla 3.1: Observables sísmicos de los objetivos seleccionados en  $\alpha$  Per para restringir los modelos. De izquierda a derecha: Identificador del catálogo TIC; gran separación en órdenes bajos; frecuencia de rotación; frecuencia de máxima amplitud según las definiciones de [Bowman and Kurtz \(2018\)](#), [Barceló Forteza et al. \(2020\)](#) y [Hasanzadeh et al. \(2021\)](#).

TIC	$\Delta\nu_{\text{low}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\omega$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\nu_{\text{max},0}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\nu_{\text{max},w}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\nu_{\text{max},2D}$ ( $\mu\text{Hz}$ )
410732825	$63 \pm 1$	$10 \pm 1$	-	-	-
354792288	$83 \pm 1$	-	$670.587 \pm 0.001$	$624 \pm 15$	$620 \pm 70$
285935852	$82 \pm 1$	$10 \pm 1$	$625.026 \pm 0.001$	$602 \pm 40$	$605 \pm 70$
252829836	$71 \pm 1$	-	-	-	-

en torno a  $63 \mu\text{Hz}$ , y, además, ambos diagramas muestran evidencias claras del multiplete de rotación en modos del mismo orden y grado, con un valor para la rotación de unos  $10 \mu\text{Hz}$ . También ocurre algo parecido con TIC 285935852 (Fig. 3.6), donde los diagramas muestran evidencias claras de la gran separación y de la frecuencia de rotación.

La Tabla 3.1 resume los valores estimados para todos estos observables sísmicos en las cuatro estrellas.

Deteniéndonos con más detalle en TIC 285935852, en la Fig. 3.7 se ha hecho un análisis comparativo entre los modos observados y los modos teóricos de un modelo compatible. Algunos parecen seguir la distribución teórica de frecuencias, otros, relacionados con la rotación, donde los multipletes son visibles, no lo hacen. Incluso los centroides están desplazados con respecto al modelo. Sin embargo, los espaciados entre frecuencias siguen estando de manifiesto, lo que ayuda a estimar la gran separación en  $81 \mu\text{Hz}$ , muy cerca de los  $82 \mu\text{Hz}$  estimados mediante el uso de las técnicas descritas anteriormente. Este modelo es sólo un ejemplo y no pretende ser el más representativo de la estrella. No es objetivo de esta tesis caracterizar una estrella con el mejor modelo posible.

En cuanto a la frecuencia de máxima amplitud, se ha podido estimar sólo con dos de las cuatro estrellas, TIC 354792288 y TIC 285935852, las dos que muestran modos p estrechamente agrupados, y muy pocos modos g significativos, comportándose como estrellas  $\delta$  Sct puras, según la definición de [Grigahcène et al. \(2010\)](#); [Uytterhoeven et al. \(2011\)](#) (Fig. 3.8). Con ambas estrellas se han utilizado las relaciones entre la frecuencia de máxima amplitud y la temperatura efectiva de [Barceló Forteza et al. \(2018, 2020\)](#);

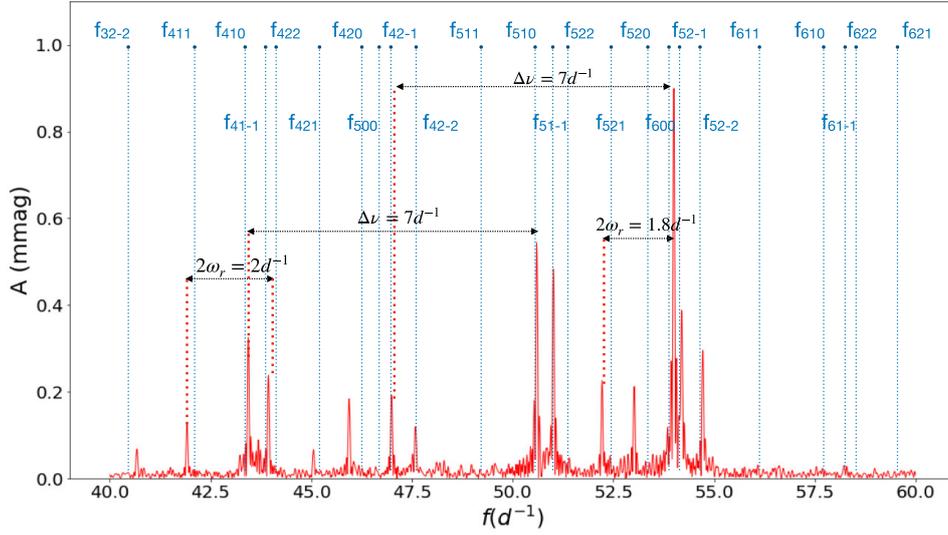


Figura 3.7: Figura 8 de Pamos Ortega et al. (2022). Modos más visibles en el periodograma de TIC 285935852. Se muestra la gran separación en órdenes bajos, con un valor de  $\Delta\nu_{\text{low}} = 7 \text{ d}^{-1} = 81 \text{ } \mu\text{Hz}$ . También es visible un multiplete rotacional, con  $2\omega_r = 1.8 \text{ d}^{-1} = 21 \text{ } \mu\text{Hz}$ . La distribución de los modos se ha comparado con la de un modelo compatible. Las líneas de puntos azules se corresponden con las posiciones de los modos teóricos, denotados como  $f_{n\ell m}$ .

Bowman and Kurtz (2018); Hasanzadeh et al. (2021) (Tabla 3.2). Las incertidumbres correspondientes a estas temperaturas efectivas sísmicas se han estimado por el método de propagación de errores.

### 3.1.3 La edad sísmica de $\alpha$ Per

La malla utilizada para el análisis de este cúmulo (Tabla 3.3) está limitada en el número de modelos calculados (aproximadamente 25 000) porque sólo sirvió para poner a prueba el método de datación desarrollado en este trabajo.

En la Fig. 3.9 se ha representado la temperatura efectiva frente a la edad de todos los modelos calculados. Se han restringido los modelos utilizando  $\Delta\nu_{\text{low}}$  y las diferentes relaciones entre la frecuencia de máxima amplitud y la temperatura efectiva. Utilizando las relaciones de BK2018 y de H2021, las edades comunes de los modelos restringidos de las cuatro estrellas están entre 96 Myr y 130 Myr. Con las relaciones de BF2018 y BF2020, la edad de este grupo de estrellas está entre 96 Myr y 100 Myr, no muy lejos de la edad más común para el cúmulo en la literatura, unos 90 Myr.

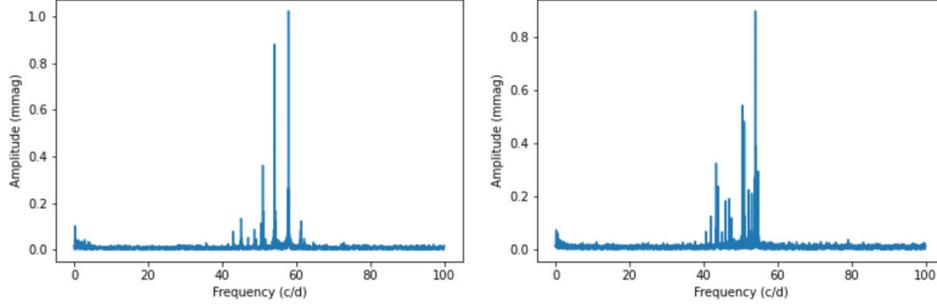


Figura 3.8: Figura 9 de [Pamos Ortega et al. \(2022\)](#). Periodogramas de TIC 354792288 y TIC 285935852, mostrando modos acústicos muy agrupados entre  $40 \text{ d}^{-1}$  y  $60 \text{ d}^{-1}$ .

Tabla 3.2: Relaciones entre la frecuencia de máxima amplitud y la temperatura efectiva para TIC 354792288 (T1) y TIC 285935852 (T2). Referencias: <sup>1</sup>[Barceló Forteza et al. 2018](#), <sup>2</sup>[Bowman and Kurtz 2018](#), <sup>3</sup>[Barceló Forteza et al. 2020](#), <sup>4</sup>[Hasanzadeh et al. 2021](#)

$\nu_{\max} - T_{\text{eff}}$	$\sigma$ (%)	T1 (K)	T2 (K)
<sup>1</sup> $(2.39 \pm 0.20)\nu_{\max,0}(\mu\text{Hz}) + (7110 \pm 50)$	5.87	$8710 \pm 180$	$8600 \pm 180$
<sup>2</sup> $(22.7 \pm 4.0)\nu_{\max,0}(\text{d}^{-1}) + (6819 \pm 21)$	-	$8130 \pm 250$	$8050 \pm 240$
<sup>3</sup> $(3.5 \pm 0.1)\nu_{\max,w}(\mu\text{Hz}) + (6460 \pm 40)$	3.36	$8630 \pm 150$	$8570 \pm 240$
<sup>4</sup> $(1.14 \pm 0.07)\nu_{\max,2D} + (1.22 \pm 0.01)$ (solar units)	-	$8400 \pm 300$	$8370 \pm 290$

Tabla 3.3: Tabla 4 de [Pamos Ortega et al. \(2022\)](#): Parámetros de los modelos calculados con MESA para las estrellas  $\delta$  Sct en el cúmulo  $\alpha$  Per. De arriba a abajo: Edad, masa, metalicidad inicial, cociente entre la velocidad angular y la velocidad angular crítica, y el parámetro de longitud de mezcla.

Parámetro	Rango	Paso
Edad	[20, 200] Myr	1 Myr
M ( $M_{\odot}$ )	[1.6, 2.7]	0.1 $M_{\odot}$
$Z_0$	[0.014, 0.020]	0.002
$\Omega/\Omega_{\text{crit}}$	[0.15, 0.25]	0.05
$\alpha$	2.0	Fijo

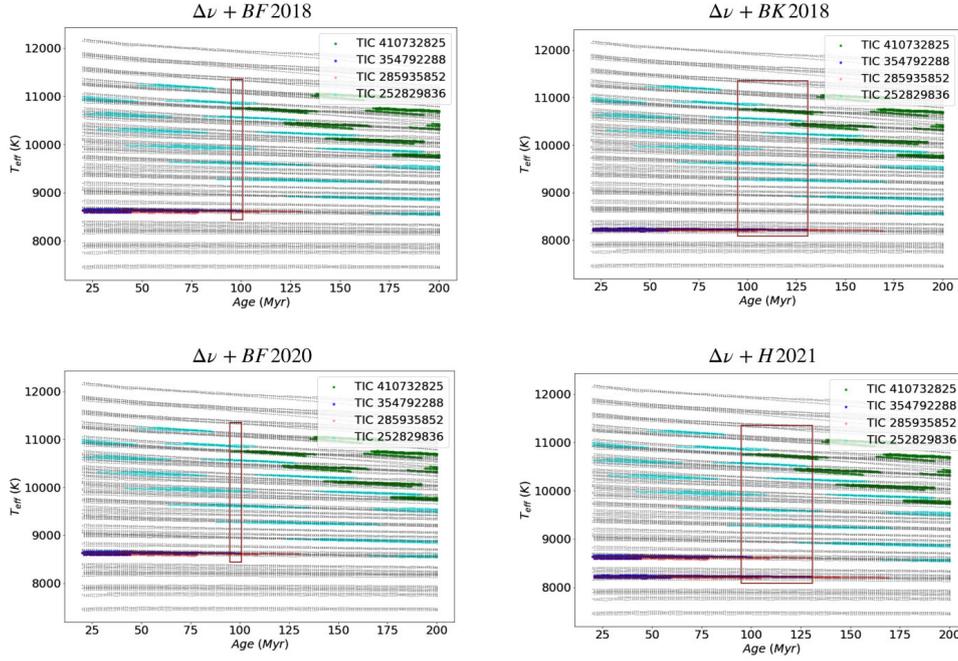


Figura 3.9: Figura 10 de [Pamos Ortega et al. \(2022\)](#). Modelos restringidos para datar las cuatro estrellas de  $\alpha$  Per, utilizando la gran separación en órdenes bajos,  $\Delta\nu_{\text{low}}$ , y las diferentes relaciones entre la frecuencia de máxima amplitud y la temperatura efectiva. Los rectángulos encierran la intersección de los modelos comunes en edad a las cuatro estrellas. Con dichas selecciones se ha datado el cúmulo.

Si añadimos como restricción las frecuencias de rotación de TIC 410732825 y TIC 285935852 (Fig. 3.10), el resultado no cambia utilizando las relaciones de BK2018 y H2021. Sin embargo, si utilizamos las relaciones de BF2018 y BF2020, no se encuentran edades comunes en los modelos para las cuatro estrellas.

La Tabla 3.4 muestra los valores observados para los principales parámetros de las cuatro estrellas, mientras que la Tabla 3.5 muestra los correspondientes valores de los modelos restringidos a través de  $\Delta\nu_{\text{low}}$  y la relación BF2020. El acuerdo entre las observaciones y los modelos es mayor cuando no se considera la rotación de TIC 410732825 y TIC 285935852. Con una malla insuficientemente densa, no se tienen modelos suficientes para encontrar algunos que tengan edades comunes a las cuatro estrellas.

Con respecto a TIC 410732825, predicen un radio más grande y una densidad más baja que los estimados a través de las observaciones. La densidad obtenida a través de la gran separación parece corroborarlo. Los valores de la velocidad de rotación proyectada de [Kounkel et al. \(2019\)](#) y de la rotación estimada a partir del multiplete son muy similares, por lo que parece que la estrella está en configuración ecuatorial. Esto podría

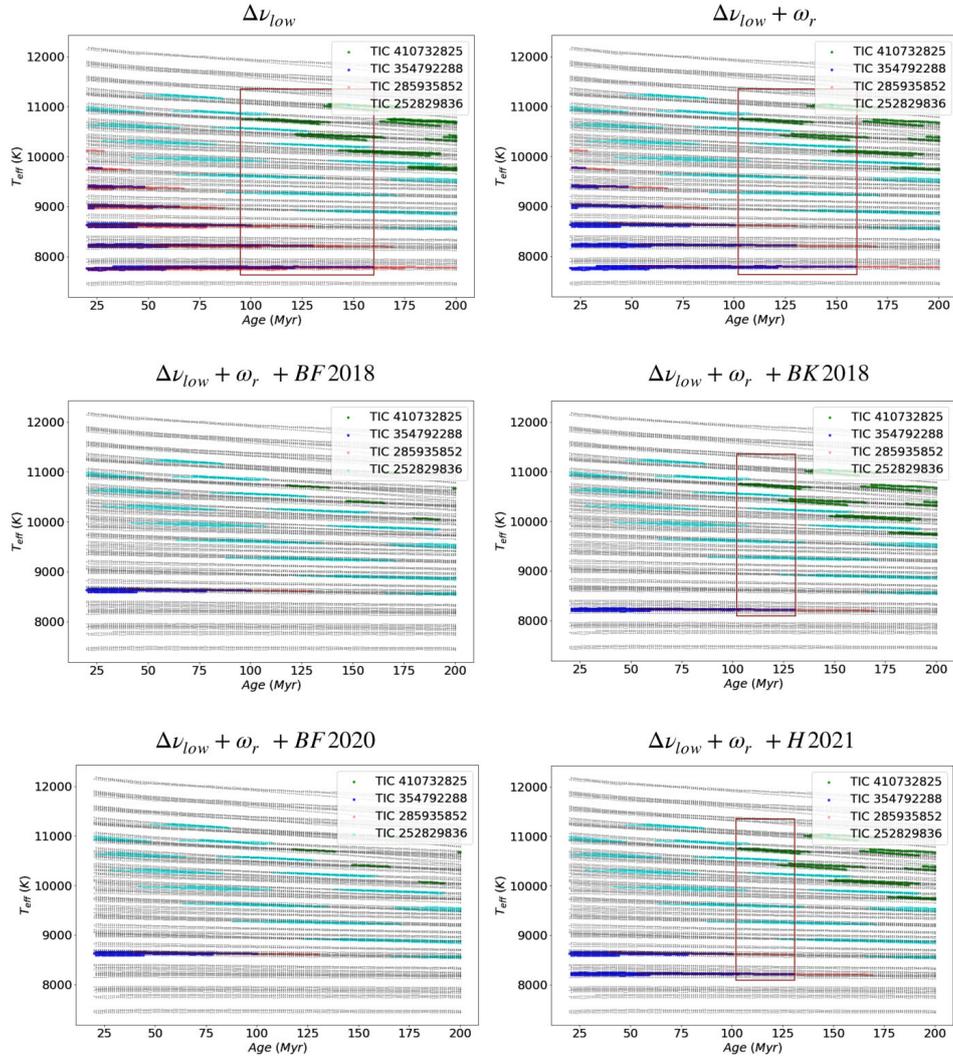


Figura 3.10: Figura 11 de [Pamos Ortega et al. \(2022\)](#). Modelos restringidos para datar las cuatro estrellas de  $\alpha$  Per, utilizando la gran separación en órdenes bajos,  $\Delta\nu_{\text{low}}$ , las diferentes relaciones entre la frecuencia de máxima amplitud y la temperatura efectiva y la frecuencia de rotación,  $\omega_r$ , estimada para TIC 410732825 y TIC 285935852. Al igual que en Fig. 3.9, los rectángulos representan la intersección de los modelos comunes en edad a las cuatro estrellas, los que han servido para datar el cúmulo.

Tabla 3.4: Rangos observados en los principales parámetros de las cuatro estrellas. Referencias: <sup>1</sup>Stassun (2019), <sup>2</sup>Kounkel et al. (2019).

TIC	$\log(L/L_{\odot})^1$	$M(M_{\odot})^1$	$R(R_{\odot})^1$	$\bar{\rho}(\bar{\rho}_{\odot})$	$\log g^1$	$T_{\text{eff}}(K)^1$	$v \sin i(\text{km s}^{-1})^2$
410732825	[1.18:1.28]	[1.983:2.651]	[1.592:1.686]	[0.41:0.66]	[4.30:4.45]	[8851:9453]	[71:107]
354792288	[0.93:1.08]	[1.666:2.370]	[1.518:1.624]	[0.39:0.68]	[4.27:4.44]	[7849:8605]	[107:119]
285935852	[0.84:0.92]	[1.465:2.063]	[1.545:1.645]	[0.33:0.56]	[4.20:4.36]	[7363:7815]	[68:73]
252829836	[0.80:0.84]	[1.313:1.863]	[1.617:1.747]	[0.25:0.44]	[4.10:4.27]	[6994:7272]	[37:39]

Tabla 3.5: Rangos de los principales parámetros de los modelos restringidos, utilizando  $\Delta\nu_{\text{low}}$  y la relación entre la frecuencia de máxima amplitud y la temperatura efectiva de BF2020

TIC	$\log(L/L_{\odot})$	$M(M_{\odot})$	$R(R_{\odot})$	$\bar{\rho}(\bar{\rho}_{\odot})$	$\log g$	$T_{\text{eff}}(K)$	$v(\text{km s}^{-1})$	Edad (Myr)
410732825	[1.49:1.75]	[2.3:2.6]	[1.94:2.10]	[0.28:0.32]	[4.20:4.24]	[9731:11055]	[72:125]	[96:200]
354792288	[1.05:1.06]	[1.75:1.85]	[1.51:1.54]	[0.49:0.52]	[4.32:4.34]	[8592:8666]	[71:116]	[20:100]
285935852	[1.05:1.07]	[1.75:1.85]	[1.51:1.55]	[0.48:0.52]	[4.31:4.33]	[8579:8660]	[71:116]	[20:130]
252829836	[1.13:1.71]	[1.9:2.6]	[1.68:1.94]	[0.36:0.40]	[4.24:4.30]	[8541:11248]	[69:126]	[20:200]

explicar por qué la luminosidad y la temperatura efectiva observadas están por debajo de las de los modelos.

Las cuatro estrellas, miembros del cúmulo según Lodieu et al. (2019), no parecen ser sistemas binarios de acuerdo con Kounkel et al. (2019), por lo bien pueden apuntar a una edad para el cúmulo de al menos 96 Myr. Hay que recordar que el método se ha aplicado sin un tratamiento estadístico de los modelos, y con una malla de modelos insuficientemente densa. Ambas cosas se corregirán en los estudios de Trumpler 10 y Praesepe (Sec. 2.2.5). Esta primera aproximación sirvió para convencernos de que un método basado en el estudio sismológico de las estrellas  $\delta$  Sct para datar cúmulos jóvenes es viable, y ofrece menos ambigüedades que el tradicional método del ajuste de isócronas.

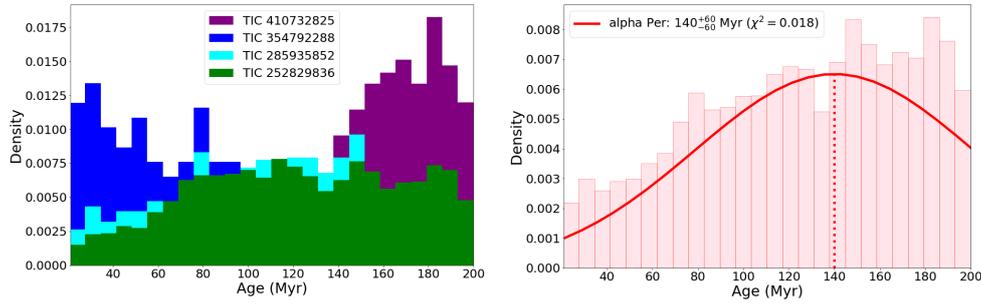


Figura 3.11: Histogramas ponderados en el paso temporal para la distribución de edades de la muestra de  $\alpha$  Per. Izquierda: Histogramas para cada estrella. Derecha: Histograma de toda la muestra. La línea roja es la WPDF con una edad media de  $140_{-60}^{+60}$  Myr.

### 3.1.4 La incertidumbre en la edad de $\alpha$ Per

Exponemos aquí los resultados que se obtienen cuando se hace el tratamiento estadístico expuesto en Sec. 2.2.5, con el fin de evitar sesgos y también de aportar una incertidumbre más realista a la edad estimada para  $\alpha$  Per. Es interesante ver cómo afecta cada factor de ponderación de la Eq. 2.10 a la edad media del cúmulo calculada a través de la WPDF.

Cuando sólo interviene el factor que compensa el sobre-muestreo de modelos a bajas edades por el código MESA,  $\Delta t/t$ , la edad es de  $140 \pm 60$  Myr, mayor que los 96 Myr que se obtuvieron en la sección previa. Esto era de esperar al haber dado más peso a los modelos con edades más avanzadas (Fig. 3.11).

Introduciendo el factor de ponderación asociado a los errores relativos de  $\Delta \nu_{\text{low}}$  y  $\tilde{T}_{\text{eff}}$ , la edad media de  $\alpha$  Per es de  $100 \pm 60$  Myr, similar al resultado obtenido sin el tratamiento estadístico (Fig. 3.12). Eso es porque la incertidumbre del parámetro  $\Delta \nu_{\text{low}}$  es menor en las estrellas aparentemente más jóvenes, TIC 354792288 y TIC 285935852. Además son las dos estrellas para las que se ha podido determinar  $\tilde{T}_{\text{eff}}$ , a partir de su relación con  $\nu_{\text{max}}$ . A los modelos de las otras dos estrellas, TIC 410732825 y TIC 252829836, a falta de estos parámetros, les hemos asignado un valor 1 al factor de ponderación.

Con respecto al factor que tiene en cuenta la probabilidad de que un modelo correspondiente a una de las estrellas tenga la edad del cúmulo,  $n_{\text{stars}}/N_{\text{stars}}$ , el resultado es de  $140 \pm 60$  Myr, algo mayor que sin el tratamiento estadístico. Esto es porque hay más modelos comunes en las cuatro estrellas con edades más avanzadas, sobre todo al considerar a TIC 410732825, la estrella que aparenta tener más edad que las otras tres,

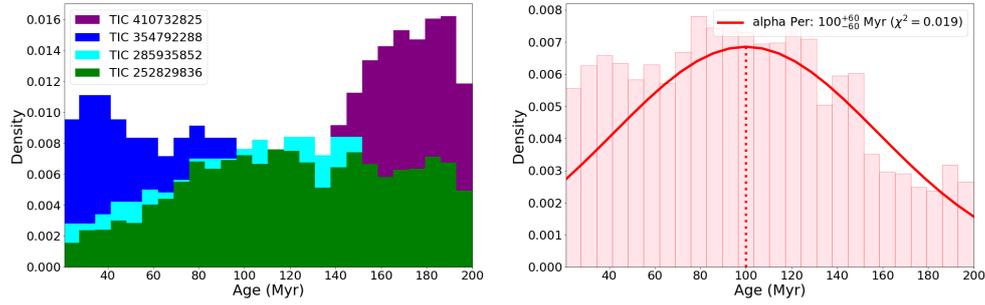


Figura 3.12: Histogramas ponderados en los errores relativos de la gran separación y la temperatura efectiva sísmica para la distribución de edades de la muestra de  $\alpha$  Per. Izquierda: Histogramas para cada estrella. Derecha: Histograma de toda la muestra. La línea roja es la WPDF con una edad media de  $100_{-60}^{+60}$  Myr.

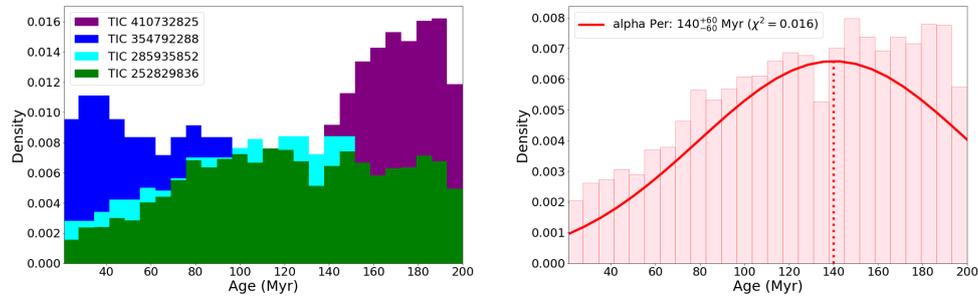


Figura 3.13: Histogramas ponderados en la probabilidad de pertenencia de una estrella al cúmulo para la distribución de edades de la muestra de  $\alpha$  Per. Izquierda: Histogramas para cada estrella. Derecha: Histograma de toda la muestra. La línea roja es la WPDF con una edad media de  $140_{-60}^{+60}$  Myr.

como se aprecia en el panel izquierdo de la figura mencionada.

En la Fig. 3.14 se representa el resultado final de aplicar la Eq. 2.10 para calcular la WPDF sobre el histograma de todos los modelos restringidos en  $\alpha$  Per. La edad media es de  $90 \pm 60$  Myr, muy cerca del valor que habíamos obtenido sin este tratamiento estadístico, unos 96 Myr. Esto nos dice que la selección de unos pocos modelos comunes en edad para las cuatro estrellas que habíamos utilizado en nuestra estimación anterior es acertada.

### 3.2 Trumpler 10: Un cúmulo cerca de la PMS

Trumpler 10 (C 0846–423) es un cúmulo abierto localizado en la constelación de Vela. Según el catálogo MWSC está a una distancia de 417 pc del Sistema Solar, tiene una

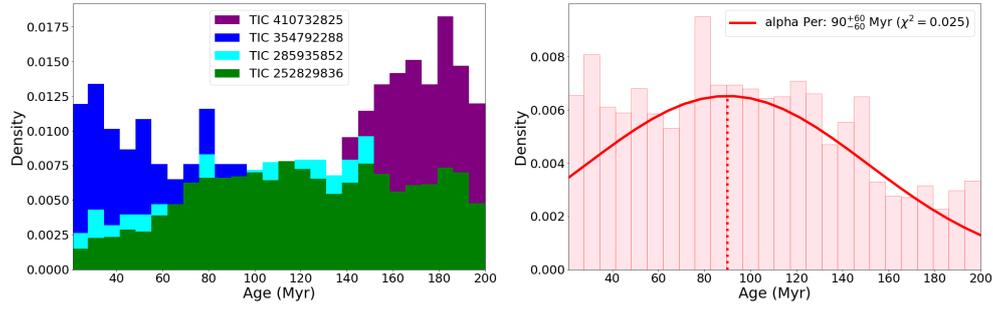


Figura 3.14: Histogramas ponderados para la distribución de edades de la muestra de  $\alpha$  Per. Izquierda: Histogramas para cada estrella. Derecha: Histograma de toda la muestra. La línea roja es la WPDF con una edad media de  $90_{-60}^{+60}$  Myr.

extinción de  $A_V = 0.138$  y una edad de unos 34 Myr. [Netopil et al. \(2016\)](#) estiman que su edad es de unos  $40 \pm 10$  Myr, con una metalicidad  $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.12 \pm 0.06$ , obtenida con varios sistemas de fotometría. El estudio de [Dias et al. \(2021\)](#) la estima en aproximadamente 57 Myr y una metalicidad de  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.043 \pm 0.050$ , utilizando fotometría *Gaia* DR2 y una malla de isócronas *Padova*<sup>3</sup>. Según [Bossini et al. \(2019\)](#), la edad es  $\log age = 7.740$ , equivalente a unos 55 Myr, con metalicidad por debajo de la solar,  $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.120$ . Por último, en el catálogo de CG2020 figura una edad de  $\log age = 7.51$ , unos 32 Myr. En resumen, de acuerdo con todas estas referencias, la edad del cúmulo parece estar entre 34 Myr y 57 Myr.

### 3.2.1 La muestra

El cruce entre los catálogos CG2020 y TIC ofreció cinco  $\delta$  Sct candidatas en Trumpler 10. Los datos corresponden al sector 35 de la misión *TESS*, con aproximadamente 13 800 puntos en cada curva de luz, una cadencia de unos 2 min y una resolución Rayleigh de  $0.041 \text{ d}^{-1}$ . Se utilizaron curvas de luz PDC, corregidas de efectos instrumentales, disponibles públicamente en *TESS* Asteroseismic Science Consortium (TASC)<sup>4</sup>. Los valores de los parámetros más importantes se muestran en la Tabla 3.6.

<sup>3</sup><http://stev.oapd.inaf.it/cgi-bin/cmd>

<sup>4</sup><https://tasoc.dk>

Tabla 3.6: Parámetros estelares de los cinco objetivos seleccionados en Trumpler 10. De izquierda a derecha: magnitud *TESS*, luminosidad, masa, radio, densidad, gravedad superficial, temperatura efectiva, probabilidad de pertenencia al cúmulo, tipo espectral. Referencias: <sup>(1)</sup>Stassun (2019), <sup>(2)</sup>Cantat-Gaudin et al. (2018), <sup>(3)</sup>Skiff (2014).

TIC	$T_{\text{mag}}^{(1)}$	$\log(L/L_{\odot})^{(1)}$	$M(M_{\odot})^{(1)}$	$R(R_{\odot})^{(1)}$	$\bar{\rho}(\bar{\rho}_{\odot})$	$\log g^{(1)}$	$T_{\text{eff}}(K)^{(1)}$	$P_{\text{member}}^{(2)}$	Tipo espectral <sup>(3)</sup>
28943819	$10.545 \pm 0.007$	$1.11 \pm 0.04$	$2.2 \pm 0.3$	$1.60 \pm 0.06$	$0.53 \pm 0.14$	$4.37 \pm 0.08$	$8646 \pm 161$	1.0	-
30307085	$10.294 \pm 0.006$	$1.28 \pm 0.04$	$2.5 \pm 0.3$	$1.47 \pm 0.04$	$0.80 \pm 0.17$	$4.51 \pm 0.06$	$9931 \pm 202$	0.8	A0
28944596	$10.354 \pm 0.006$	$1.12 \pm 0.03$	$2.1 \pm 0.3$	$1.72 \pm 0.06$	$0.41 \pm 0.10$	$4.28 \pm 0.07$	$8383 \pm 149$	1.0	A2
271061334	$10.347 \pm 0.006$	$1.12 \pm 0.03$	$2.2 \pm 0.3$	$1.58 \pm 0.05$	$0.56 \pm 0.13$	$4.38 \pm 0.07$	$8773 \pm 170$	0.9	-
271062192	$10.238 \pm 0.006$	$1.16 \pm 0.03$	$2.2 \pm 0.3$	$1.68 \pm 0.05$	$0.46 \pm 0.11$	$4.33 \pm 0.07$	$8689 \pm 158$	1.0	A3

Tabla 3.7: Parámetros sísmicos de los objetivos seleccionados en Trumpler 10: gran separación en órdenes bajos, la frecuencia de máxima amplitud, la temperatura efectiva sísmica y la temperatura efectiva TIC.

TIC	$\Delta\nu_{\text{low}}(\mu\text{Hz})$	$\nu_{\text{max}}(\mu\text{Hz})$	$\tilde{T}_{\text{eff}}(\text{K})$	TIC $T_{\text{eff}}(\text{K})$
28943819	$82 \pm 2$	$510 \pm 30$	$8250 \pm 200$	$8646 \pm 161$
30307085	$84 \pm 1$	$710 \pm 60$	$8950 \pm 320$	$9931 \pm 202$
28944596	$80 \pm 2$	$330 \pm 80$	$7620 \pm 350$	$8383 \pm 149$
271061334	$80 \pm 2$	$650 \pm 50$	$8740 \pm 280$	$8773 \pm 170$
271062192	$76 \pm 2$	$290 \pm 90$	$7480 \pm 380$	$8689 \pm 158$

### 3.2.2 Análisis de frecuencias de la muestra

La Fig. 3.15 muestra los periodogramas computados por MM para cada una de las cinco estrellas  $\delta$  Sct en Trumpler 10.

Aplicando las mismas técnicas que con el cúmulo  $\alpha$  Per (Sec. 3.1) se ha estimado  $\Delta\nu_{\text{low}}$  en cada una de estas cinco estrellas, así como la frecuencia de máxima amplitud según el método de Barceló Forteza et al. (2020). La relación de escala utilizada entre  $\nu_{\text{max}}$  y  $T_{\text{eff}}$ , dependiente de la gravedad superficial, es la correspondiente al valor medio que presentan este grupo de estrellas,  $\log g \simeq 4.3$ , (Eq. 3.4):

$$\tilde{T}_{\text{eff}} = (3.5 \pm 0.1)\nu_{\text{max}} (\mu\text{Hz}) + (6460 \pm 40) (\text{K}). \quad (3.4)$$

Los valores estimados para  $\Delta\nu_{\text{low}}$ ,  $\nu_{\text{max}}$  y su correspondiente temperatura efectiva sísmica se presentan en la Tabla 3.7. Comparando la temperatura efectiva sísmica con la correspondiente al catálogo TIC, vemos que hay importantes discrepancias en cuatro de las cinco estrellas. Sobre todo para TIC 30307085 y TIC 271062192, donde las diferencias están por encima de los 1000 K. La estructura que tiene el periodograma de TIC 30307085 en las bajas frecuencias (Fig. 3.15) es un indicio de un sistema binario no resuelto. No podemos descartar que sea un efecto de *gravity darkening* inducido por una alta rotación.

La Fig. 3.16 muestra las posiciones y los rangos para los posibles sobretonos radiales en el espectro de frecuencias de TIC 28943819. En algunos casos, estos rangos son muy

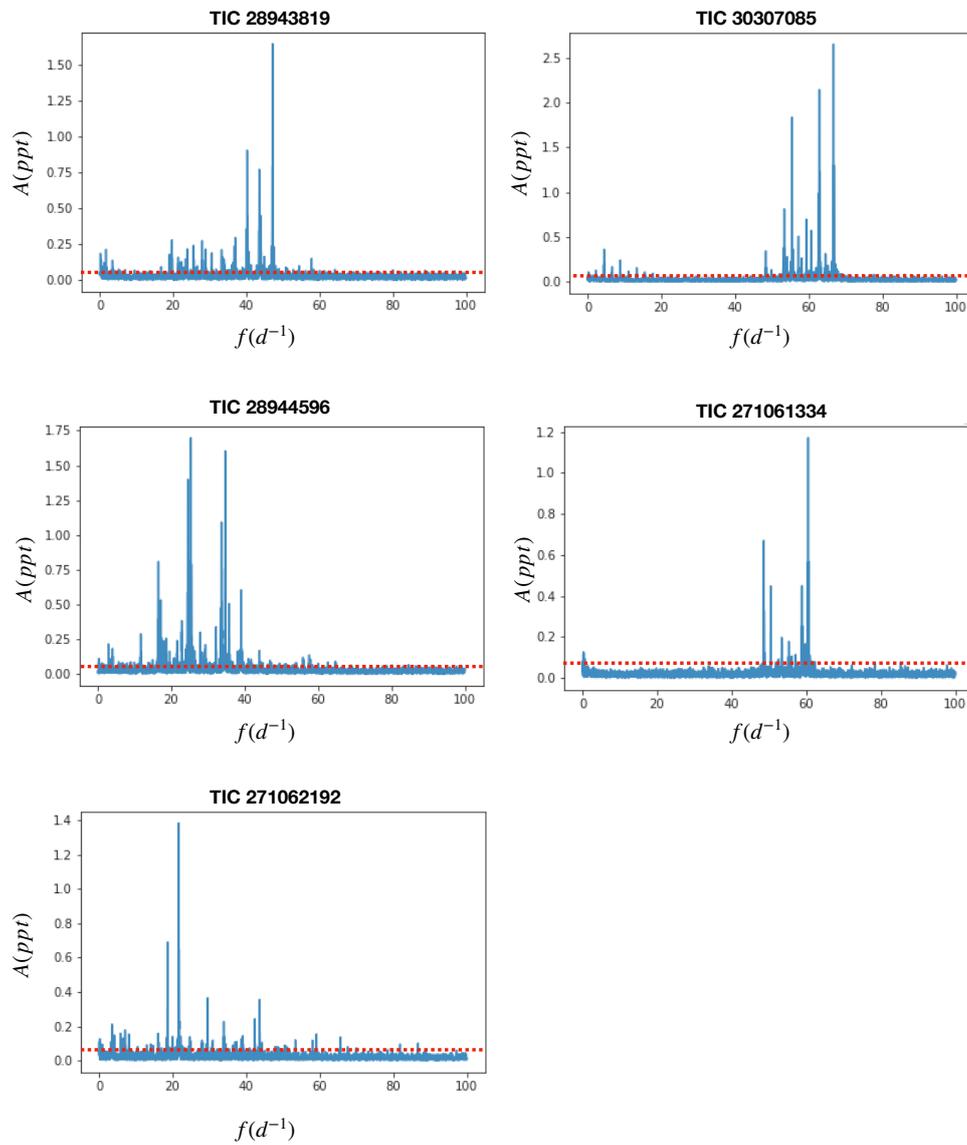


Figura 3.15: Figura 1 de Pamos Ortega et al. (2023). Periodogramas de las cinco estrellas  $\delta$  Sct encontradas en Trumpler 10. La línea discontinua roja marca el umbral de significancia ( $SNR = 4.0$ ).

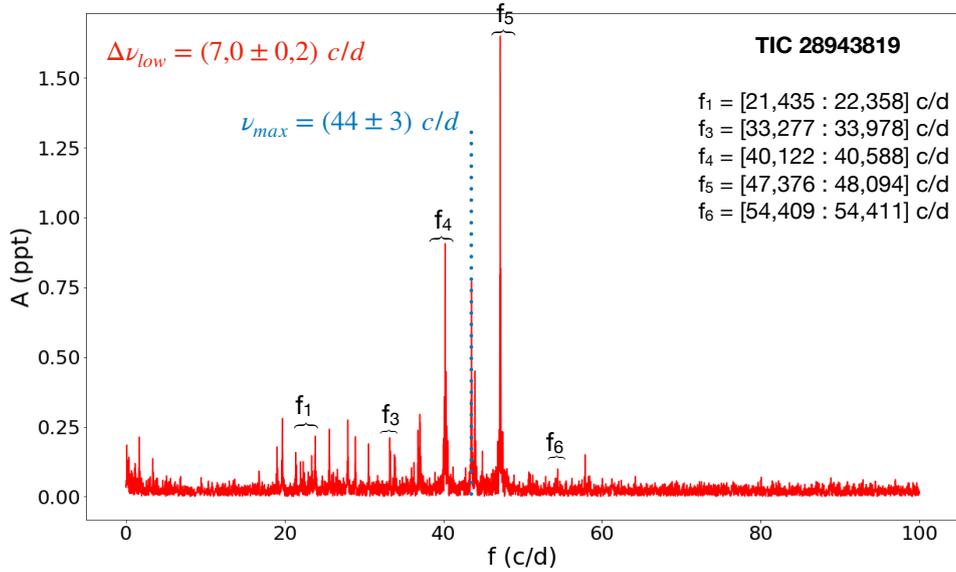


Figura 3.16: Figura 4 de Pamos Ortega et al. (2023). Posiciones y rangos para los posibles sobretonos radiales en TIC 28943819.

amplios porque se muestreó toda la malla para la identificación. Por tanto, la inclusión del modo fundamental como parámetro sísmico tuvo poco impacto en la restricción de los modelos, pero ayuda a confirmar los que se obtuvieron del resto de parámetros sísmicos. No se pudo obtener la identificación de modos radiales en aquellas estrellas donde se obtuvieron menos de 30 frecuencias significativas en sus espectros correspondientes: TIC 30307085 y TIC 271061334.

### 3.2.3 La edad sísmica de Trumpler 10

Para caracterizar las estrellas  $\delta$  Sct de Trumpler 10, y también las del otro cúmulo analizado, Praesepe, se computaron dos mallas más densas con aproximadamente 100 000 modelos cada una, y con diferentes rangos de metalicidad (solar para Trumpler 10, Sec. 3.2, y suprasolar para Praesepe, Sec. 3.3). La Tabla 3.8 recoge los valores de los principales parámetros para cada cúmulo.

El HRD de la Fig. 3.17 muestra las edades de los modelos sísmicamente restringidos para el grupo de estrellas  $\delta$  Sct de Trumpler 10. Se puede ver con claridad que están muy próximos a la ZAMS. Un zoom sobre los modelos comprendidos entre  $1.60 M_{\odot}$  y  $2.00 M_{\odot}$  (panel derecho) revela que TIC 28944596 y TIC 271062192, las estrellas menos

Tabla 3.8: Tabla 5 de [Pamos Ortega et al. \(2023\)](#): Parámetros de los modelos estelares calculados con MESA para las estrellas  $\delta$  Sct en Trumpler 10 y en Praesepe. De arriba a abajo: masa, metalicidad inicial (para Trumpler 10 y Praesepe), el cociente entre la velocidad angular y la velocidad angular crítica, y el parámetro de longitud de mezcla.

Parámetro	Rango	Paso
M ( $M_{\odot}$ )	[1.60, 2.50]	0.01 $M_{\odot}$
Z <sub>0</sub> (Trumpler 10)	[0.016, 0.020]	0.002
Z <sub>0</sub> (Praesepe)	[0.028, 0.032]	0.002
$\Omega/\Omega_{\text{crit}}$	[0.1, 0.5]	0.1
$\alpha$	2.0	Fijo

masivas de la muestra, parecen tener más edad que las otras estrellas de la muestra. Es posible que en realidad lo sean, o también que formen parte de sistemas binarios o que se trate de los efectos producidos por el *gravity darkening* derivado de una alta rotación. Radios más altos, densidades más bajas y luminosidades más altas observados (Tabla 3.7) podrían ser explicados mediante las tres hipótesis.

Para estimar la edad media del grupo, se calcularon los histogramas ponderados con la distribución de edades correspondientes a cada estrella de la muestra a partir de los modelos sísmicamente restringidos (Fig. 3.18, panel izquierdo). Después se estimó la edad media considerando la muestra como un único grupo calculando la WPDF (Fig. 3.18, panel derecho). El resultado es una edad media de unos  $30^{+30}_{-20}$  Myr, muy cerca de la ZAMS. Es una edad compatible con las estimadas por [Kharchenko et al. \(2013\)](#); [Netopil et al. \(2016\)](#), de unos 34 Myr y unos 40 Myr, respectivamente. Gran parte de la incertidumbre surge como consecuencia de que los parámetros sísmicos evolucionan muy rápido en la PMS. En la Tabla 3.9 se presentan los valores de los parámetros correspondientes a los modelos restringidos para cada estrella analizada.

Trabajos recientes han demostrado que la PMS es una fase más compleja de lo que se pensaba. Por ejemplo, [Kunitomo et al. \(2017\)](#) afirma que el desparrame de luminosidad durante la PMS se puede explicar mediante diferentes mecanismos por los que el material estelar acretaado se convierte eficientemente en energía para cada estrella. Para estos cúmulos tan jóvenes necesitamos añadir más fenómenos en los modelos para tener en cuenta toda la casuística. Esto se ha confirmado por [Steindl et al. \(2022\)](#), donde se ha demostrado que diferentes escenarios de acreción de material estelar causan diferencias

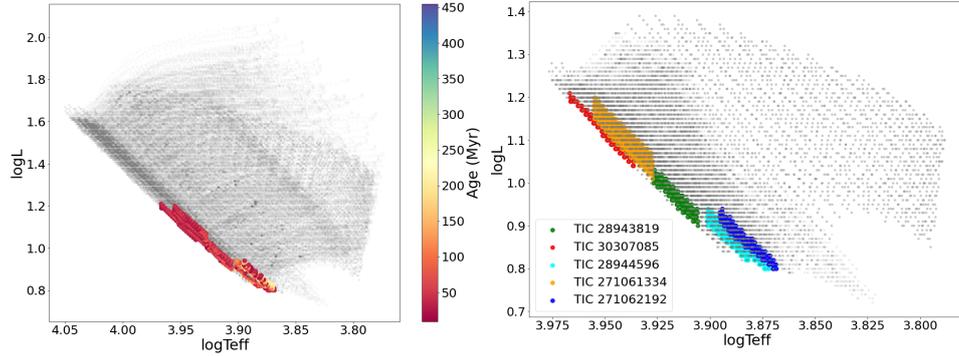


Figura 3.17: Figura 5 de Pamos Ortega et al. (2023). HRD de las trazas evolutivas de la malla de modelos representativos de la muestra de estrellas  $\delta$  Sct en Trumpler 10. Las edades de los modelos restringidos se han codificado en la barra de color. A la derecha se muestra un zoom en el intervalo comprendido entre  $1.60 M_{\odot}$  y  $2.00 M_{\odot}$ , donde se distinguen mejor los modelos correspondientes a cada una de las estrellas.

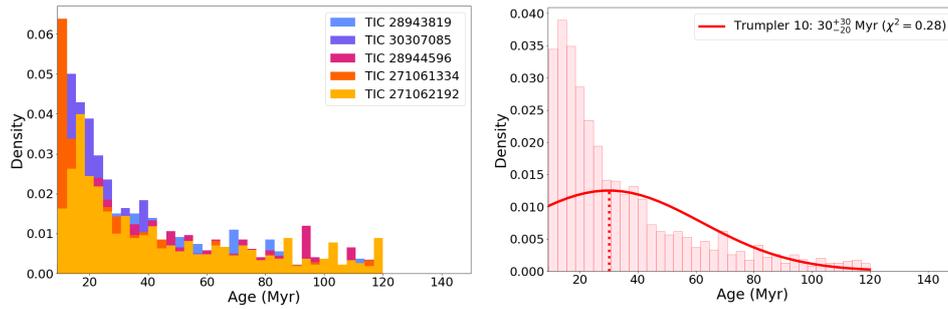


Figura 3.18: Figura 6 de Pamos Ortega et al. (2023). Histogramas ponderados de distribución de edades de la muestra de Trumpler 10. Izquierda: Histogramas para cada estrella. Derecha: Histograma de toda la muestra. La línea roja es la WPDF con una edad media de  $30^{+30}_{-20}$  Myr.

en los modos de pulsación, dejando una impronta en el contenido de frecuencias de la estrella  $\delta$  Sct. La astrosismología en la fase PMS parece aportar información relevante sobre el interior estelar.

### 3.3 Praesepe: Un cúmulo evolucionado en la MS

Praesepe (M44, NGC2632) es un cúmulo abierto localizado en la constelación de Cáncer. Al ser uno de los más cercanos al Sistema Solar, es también uno de los más estudiados (ver por ejemplo Suárez et al., 2002; Meibom and Mathieu, 2005; Fossati et al., 2008; Brandt and Huang, 2015; Choi et al., 2016; Cummings et al., 2017; Gaia Collaboration

Tabla 3.9: Parámetros de los modelos restringidos de la muestra de Trumpler 10, con sus correspondientes desviaciones estándar.

TIC	$\log(L/L_{\odot})$	$M(M_{\odot})$	$R(R_{\odot})$	$\bar{\rho}(\bar{\rho}_{\odot})$	$\log g$	$\tilde{T}_{\text{eff}}(\text{K})$	$v_{\text{rot}}(\text{km s}^{-1})$	Age (Myr)
28943819	$0.97 \pm 0.03$	$1.72 \pm 0.04$	$1.51 \pm 0.02$	$0.50 \pm 0.02$	$4.31 \pm 0.01$	$8250 \pm 120$	$70^{+40}_{-40}$	$30^{+30}_{-20}$
30307085	$1.12 \pm 0.04$	$1.87 \pm 0.05$	$1.53 \pm 0.02$	$0.52 \pm 0.01$	$4.34 \pm 0.01$	$8920 \pm 180$	$60^{+20}_{-10}$	$20^{+20}_{-10}$
28944596	$0.87 \pm 0.03$	$1.64 \pm 0.03$	$1.51 \pm 0.02$	$0.48 \pm 0.02$	$4.29 \pm 0.01$	$7780 \pm 120$	$80^{+40}_{-40}$	$40^{+40}_{-30}$
271061334	$1.11 \pm 0.04$	$1.87 \pm 0.05$	$1.58 \pm 0.03$	$0.48 \pm 0.02$	$4.31 \pm 0.01$	$8740 \pm 160$	$80^{+50}_{-50}$	$20^{+30}_{-15}$
271062192	$0.87 \pm 0.03$	$1.64 \pm 0.03$	$1.55 \pm 0.02$	$0.44 \pm 0.02$	$4.27 \pm 0.01$	$7670 \pm 120$	$110^{+50}_{-50}$	$40^{+40}_{-30}$

et al., 2018, y las referencias internas). Tomando como referencia el catálogo MWSC, está a una distancia de unos 187 pc, tiene una extinción de  $A_V = 0.032$  y una edad aproximada de  $\log age = 8.92$ , aproximadamente 832 Myr, con metalicidad  $[Fe/H] = 0.094$ . Según Netopil et al. (2016), su edad es  $730 \pm 190$  Myr y la metalicidad  $[Fe/H] = 0.13 \pm 0.03$ , obtenida también a partir de diferentes sistemas fotométricos, como en el caso de Trumpler 10. Zhong et al. (2020) determinaron la metalicidad en  $[Fe/H] = 0.22 \pm 0.08$ , utilizando espectroscopía *Large Sky Area Multi-Object Fiber Spectroscopic Telescope* (LAMOST). Meibom and Mathieu (2005) estimaron una edad de unos 630 Myr utilizando técnicas completamente diferentes, basada en la circularización de sistemas binarios con estrellas de tipo solar. La circularización ocurre a medida que la excentricidad de la órbita del sistema binario cambia con el tiempo, para pasar de ser elíptica a circular. Douglas et al. (2019) calcularon una edad de  $670 \pm 67$  Myr, utilizando una técnica basada en la girocronología. Según Bossini et al. (2019), la edad es de  $\log age = 8.875$ , equivalente a 750 Myr, con metalicidad  $[Fe/H] = 0.070$ . En el catálogo de CG2020, la estimación es de  $\log age = 8.83$ , unos 676 Myr. Dias et al. (2021) calculan una edad de  $\log age = 8.882$ , unos 762 Myr, con una metalicidad de  $[Fe/H] = 0.196 \pm 0.039$ . En resumen, todas estas referencias establecen que la edad de Praesepe está comprendida entre 590 y 840 Myr.

### 3.3.1 La muestra

Con el cruce entre los catálogos CG2020 y TIC se encontraron seis estrellas candidatas de tipo  $\delta$  Sct con una probabilidad cercana al 100% de ser miembros del cúmulo (Tabla 3.10). Para estas estrellas, además de los observables habituales, se encontraron valores de la rotación proyectada,  $v \sin i$ , la metalicidad y el tipo espectral, consultando las fuentes disponibles en *Simbad Astronomy Database*<sup>5</sup>.

### 3.3.2 Análisis de frecuencias de la muestra

El análisis del contenido de frecuencias de este grupo de estrellas se hizo con curvas de luz PDC procedentes del sector 45 de la misión *TESS*, con 15 500 puntos cada una, una cadencia de 2 min y una resolución Rayleigh de  $0.041 \text{ d}^{-1}$ . La Fig. 3.19 muestra los periodogramas de las seis estrellas calculadas por el código MM, de nuevo estableciendo

<sup>5</sup><https://simbad.unistra.fr/simbad>

Tabla 3.10: Parámetros estelares de los seis objetivos seleccionados en Praesepe. De izquierda a derecha: magnitud *TESS*, luminosidad, masa, radio, densidad, gravedad superficial, temperatura efectiva, probabilidad de pertenencia al cúmulo, rotación proyectada, metalicidad, tipo espectral. Referencias: <sup>(1)</sup>Stassun (2019), <sup>(2)</sup>Cantat-Gaudin et al. (2018), <sup>(3)</sup>Cummings et al. (2018), <sup>(4)</sup>Fossati et al. (2008), <sup>(5)</sup>Bochanski et al. (2018).

TIC	$T_{mag}^{(1)}$	$\log(L/L_{\odot})^{(1)}$	$M(M_{\odot})^{(1)}$	$R(R_{\odot})^{(1)}$	$\bar{\rho}(\bar{\rho}_{\odot})$	$\log g^{(1)}$	$T_{\text{eff}}(K)^{(1)}$	$P_{\text{member}}^{(2)}$	$v \sin i \text{ (km s}^{-1}\text{)}$	$[\text{Fe}/\text{H}]^{(4)}$	$[\text{Fe}/\text{H}]^{(5)}$	Tipo espectral <sup>(4)</sup>
175194881	$7.966 \pm 0.006$	$1.18 \pm 0.02$	$1.9 \pm 0.3$	$2.10 \pm 0.07$	$0.20 \pm 0.05$	$4.07 \pm 0.08$	$7873 \pm 125$	1.0	$85^{(4)}$	0.26	-	A7V
175264376	$8.233 \pm 0.008$	$1.09 \pm 0.01$	$1.7 \pm 0.3$	$2.13 \pm 0.09$	$0.17 \pm 0.05$	$4.01 \pm 0.08$	$7416 \pm 141$	1.0	$200^{(4)}$	0.12	0.08	F0Vn
175265807	$8.134 \pm 0.006$	$1.10 \pm 0.02$	$1.9 \pm 0.3$	$1.92 \pm 0.06$	$0.26 \pm 0.07$	$4.14 \pm 0.08$	$7826 \pm 126$	1.0	$135^{(3)}$	-	0.01	-
175291778	$7.771 \pm 0.006$	$1.26 \pm 0.01$	$1.9 \pm 0.3$	$2.31 \pm 0.06$	$0.15 \pm 0.04$	$3.98 \pm 0.08$	$7865 \pm 126$	1.0	$150^{(4)}$	0.09	-0.08	A7V
184914505	$8.255 \pm 0.007$	$1.00 \pm 0.02$	$1.7 \pm 0.3$	$1.94 \pm 0.06$	$0.23 \pm 0.06$	$4.09 \pm 0.08$	$7369 \pm 108$	1.0	$90^{(4)}$	0.31	-	A5
184917633	$8.155 \pm 0.006$	$1.08 \pm 0.02$	$1.7 \pm 0.3$	$2.08 \pm 0.07$	$0.19 \pm 0.05$	$4.03 \pm 0.08$	$7443 \pm 122$	1.0	$155^{(4)}$	-0.02	-0.02	A5

Tabla 3.11: Parámetros sísmicos de los objetivos seleccionados en Praesepe: gran separación en órdenes bajos, la frecuencia de máxima amplitud, la temperatura efectiva sísmica y la temperatura efectiva TIC.

TIC	$\Delta\nu_{\text{low}}(\mu\text{Hz})$	$\nu_{\text{max}}(\mu\text{Hz})$	$\tilde{T}_{\text{eff}}(\text{K})$	TIC $T_{\text{eff}}(\text{K})$
175194881	$58 \pm 1$	$350 \pm 30$	$8080 \pm 220$	$7873 \pm 125$
175264376	$52 \pm 3$	$210 \pm 60$	$7550 \pm 310$	$7416 \pm 141$
175265807	$57 \pm 2$	$360 \pm 40$	$8120 \pm 260$	$7826 \pm 126$
175291778	$52 \pm 3$	$200 \pm 70$	$7510 \pm 350$	$7865 \pm 126$
184914505	$56 \pm 1$	$320 \pm 60$	$7970 \pm 330$	$7369 \pm 108$
184917633	$56 \pm 1$	$270 \pm 80$	$7780 \pm 400$	$7443 \pm 122$

como umbral para el criterio de significancia  $\text{SNR} = 4.0$ .

La relación de escala utilizada entre  $\nu_{\text{max}}$  y  $T_{\text{eff}}$ , dependiente de la gravedad superficial, es la correspondiente al valor medio que presentan este grupo de estrellas,  $\log g \simeq 4.0$ , (Eq. 3.5):

$$\tilde{T}_{\text{eff}} = (3.8 \pm 0.2)\nu_{\text{max}} (\mu\text{Hz}) + (6750 \pm 40) (\text{K}). \quad (3.5)$$

Los valores estimados para los parámetros sísmicos de estas estrellas se muestran en Tabla 3.11. El acuerdo entre la temperatura efectiva sísmica y la temperatura TIC está dentro del error  $1\sigma$  en todas ellas.

### 3.3.3 La edad sísmica de Praesepe

La Fig. 3.20 muestra el diagrama HRD de los modelos sísmicamente restringidos para las seis estrellas  $\delta$  Sct de Praesepe. Dos de ellas, TIC 175264376 y TIC 175291778, parecen tener más edad que las otras cuatro (panel derecho). Esto es más evidente en la Fig. 3.21 (panel superior izquierdo), donde se ha representado el histograma de distribuciones de edad de cada estrella. Si consideramos la muestra como una única población de estrellas, entonces la WPDF nos da una edad media de  $580 \pm 230$  Myr, en buen acuerdo con las referencias mencionadas arriba. Es muy significativo que esté muy próxima a la edad utilizada por Fossati et al. (2008) de  $590^{+150}_{-120}$  Myr, donde los autores calcularon la metalicidad del cúmulo utilizando un análisis de abundancia de estrellas de tipo A y F. Cinco de ellas se han utilizado en este trabajo.

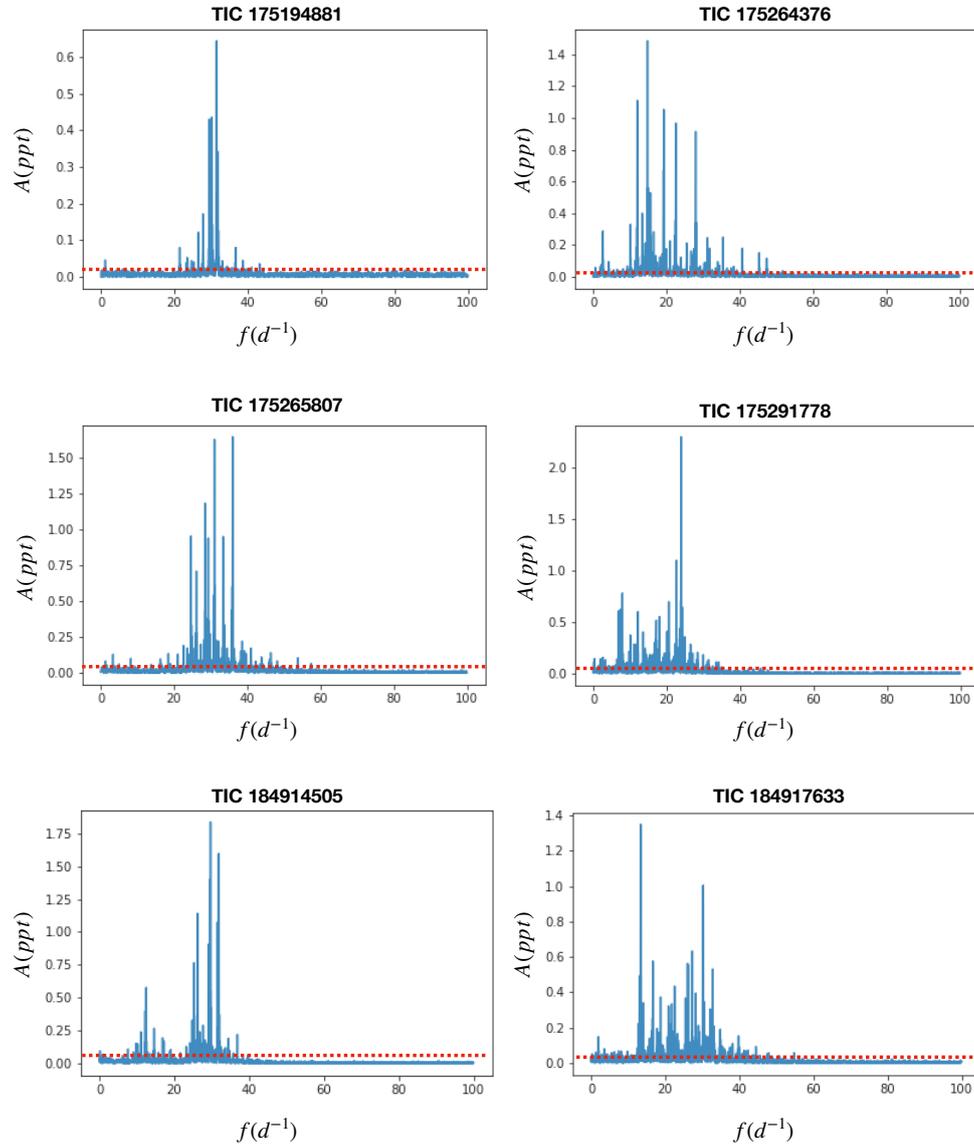


Figura 3.19: Figura 2 de [Pamos Ortega et al. \(2023\)](#). Periodogramas de las seis estrellas  $\delta$  Sct analizadas de Praesepe. La línea discontinua roja marca el umbral de significancia (SNR = 4.0).

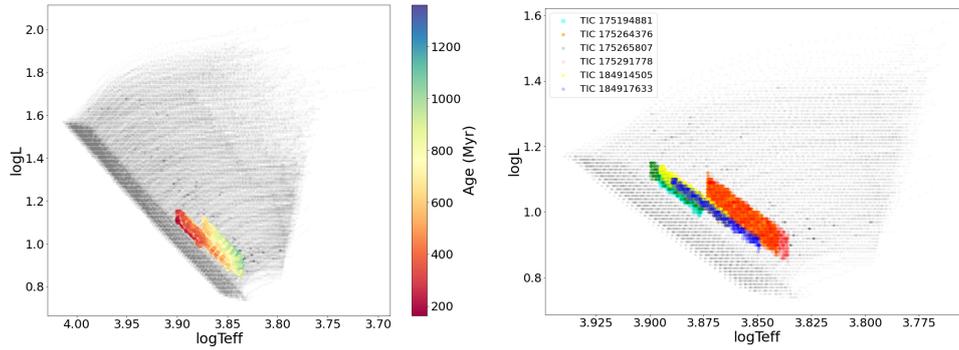


Figura 3.20: Figura 7 de Pamos Ortega et al. (2023). Izquierda: HRD de las trazas evolutivas de la malla de modelos representativos de la muestra de estrellas  $\delta$  Sct en Praesepe. Las edades de los modelos restringidos se han codificado en la barra de color. Derecha: un zoom en el intervalo comprendido entre  $1.6 M_{\odot}$  y  $2.00 M_{\odot}$ , donde se distinguen mejor los modelos correspondientes a cada una de las estrellas.

Las diferencias encontradas en la gran separación y la densidad entre las estrellas discrepantes y el resto de la muestra se pueden explicar en base a la rotación, poblaciones de diferente edad o sistemas binarios. En primer lugar, una rotación rápida puede modificar el valor de la gran separación, pero no la relación de escala entre la gran separación y la densidad media (García Hernández et al., 2015; Mirouh et al., 2019). Sus valores del radio más altos y de la densidad más bajos (Tabla 3.10) en relación a las otras cuatro estrellas están en consonancia con los valores más bajos de la gran separación y de la frecuencia de máxima amplitud observados para estas dos estrellas (Tabla 3.11). El valor alto de la rotación proyectada para TIC 175264376 ( $200 \text{ km s}^{-1}$ ) es muy significativo también en este sentido. Los modelos 1D utilizados dejan de ser fiables a estas velocidades. Se necesitan modelos 2D de equilibrio y de pulsación para caracterizar mejor a estas estrellas de rotación tan elevada. En cúmulos tan evolucionados como el de Praesepe, la rotación y los efectos de mezcla interna pueden afectar a la edad estimada para ellos.

En segundo lugar, las dos estrellas discrepantes podrían formar parte de sistemas binarios. Las mayores luminosidades observadas parecen corroborar esta hipótesis.

Y en tercer lugar, estrellas más grandes y de menor densidad con masas similares a las demás pueden indicar que se traten verdaderamente de estrellas más evolucionadas y con más edad. En la Tabla 3.10 podemos comprobar también que estas dos estrellas discrepantes, además de TIC 175194881, podrían ser A tardía o F temprana, mientras que las otras tres son A media, según Fossati et al. (2008). Esto apunta a dos poblaciones estelares distintas. Profundizando en esta suposición, se han calculado los histogramas

ponderados de distribución de edad separando el grupo de estrellas más jóvenes, Pop I, (TIC 175194881, TIC 175265807, TIC 184914505 y TIC 184917633), del grupo más evolucionado, Pop II, (TIC 175264376 y TIC 175291778) (Fig. 3.21, panel superior derecho). Con Pop I se calculó una WPDF con una edad de  $510 \pm 140$  Myr, mientras que con Pop II se obtuvo otra con una edad de  $890 \pm 140$  Myr. Estos histogramas son muy diferentes del histograma obtenido con una única población. Comparada con las estrellas de Pop I, las estrellas de Pop II contribuyen con menos peso a la WPDF de la totalidad de los modelos restringidos, debido a las mayores incertidumbres obtenidas en los parámetros sísmicos. Por tanto, suponiendo una única población, la edad media está más cerca de la obtenida para Pop I que de la obtenida para Pop II. En la Tabla 3.12 se presentan los valores de los parámetros correspondientes a los modelos restringidos para cada estrella.

## 3.4 Alcance del método

### 3.4.1 $\delta$ Sct en el borde rojo de la banda de inestabilidad

Como se ha podido ver con el caso de Trumpler 10, es posible datar cúmulos muy jóvenes, con estrellas  $\delta$  Sct que se encuentran incluso en la PMS, con unos pocos millones de años. Para establecer de forma aproximada el alcance superior del método, se tienen que buscar aquellas que se hallen en torno al borde rojo de la banda de inestabilidad clásica, la zona donde están las de mayor edad. En esta sección se ha hecho un estudio sísmico a un grupo de  $\delta$  Sct con datos de las misiones *Kepler* y *TESS*, con temperaturas efectivas comprendidas entre 6500 K y 7500 K, con metalicidades entre  $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.3$  y  $[\text{Fe}/\text{H}] = +0.3$  (Murphy et al., 2019; Stassun, 2019), de forma que la metalicidad media estuviese en torno a la solar,  $[\text{Fe}/\text{H}] \simeq 0.0$ . Al igual que con los tres cúmulos ya estudiados, las muestras se han seleccionado por la disponibilidad de curvas de luz en corta cadencia, unos 2 min aproximadamente, provenientes de algunos de los sectores de *Kepler* y *TESS*, en el repositorio público del TASC. El resultado de la búsqueda de objetivos con estas características arrojó 46  $\delta$  Sct observadas en los diferentes sectores de *TESS* (Tabla E.1) y 30  $\delta$  Sct observadas en los diferentes sectores de *Kepler* (Tabla E.2) La Fig. 3.22 muestra la ubicación de todas ellas en el HRD.

Con cada una de las estrellas de la muestra se procedió a extraer el contenido en frecuencias con MM, la determinación de observables sísmicos, principalmente  $\Delta\nu_{\text{low}}$

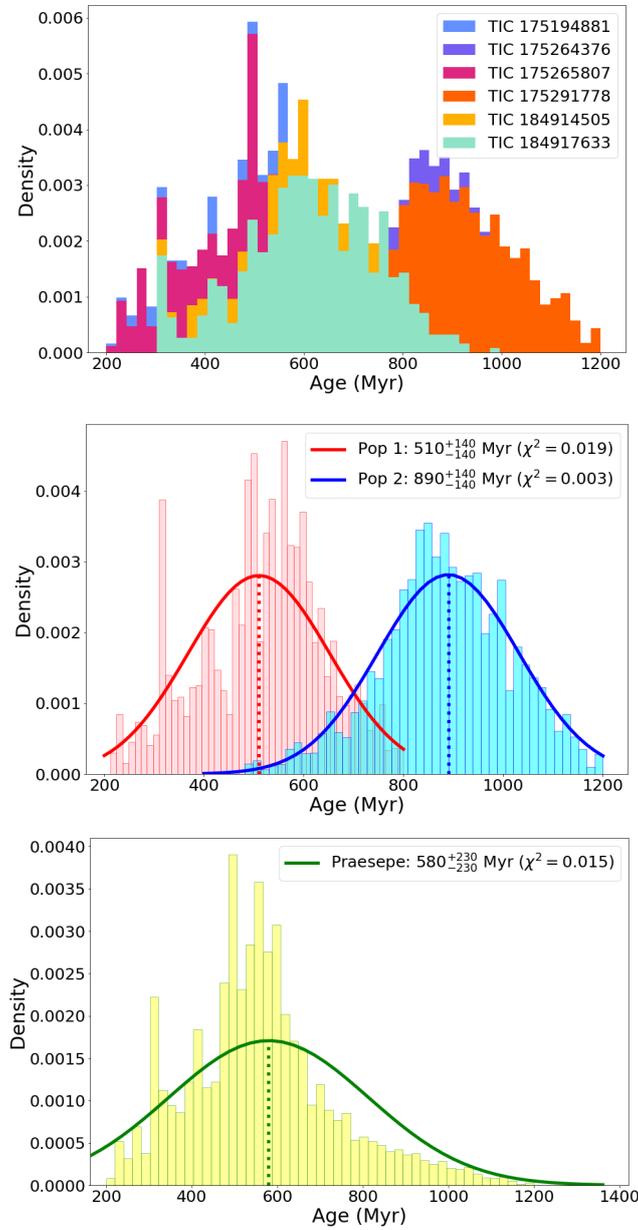


Figura 3.21: Figura 8 de [Pamos Ortega et al. \(2023\)](#). Histogramas ponderados de edades de la muestra de Praesepe. Arriba: Histogramas para cada estrella. Centro: Histogramas ponderados para dos poblaciones aparentes de estrellas  $\delta$  Sct: Pop I, que agrupa a las estrellas TIC 175194881, TIC 175265807, TIC 184914505 y TIC 184917633; y Pop II, que agrupa a las estrellas TIC 175264376 y TIC 175291778. La línea roja es la WPDF calculada para Pop I, con una edad media de  $510 \pm 140$  Myr. La línea azul es la WPDF calculada para Pop II, con una edad media de  $890 \pm 140$  Myr. Abajo: Histograma ponderado para toda la muestra, considerada como una única población de estrellas. La línea verde es la WPDF con una edad media de  $580 \pm 230$  Myr.

Tabla 3.12: Parámetros de los modelos restringidos de la muestra de Praesepe, con sus correspondientes desviaciones estándar.

TIC	$\log(L/L_{\odot})$	$M(M_{\odot})$	$R(R_{\odot})$	$\bar{\rho}(\bar{\rho}_{\odot})$	$\log g$	$\bar{T}_{\text{eff}}(\text{K})$	$v_{\text{rot}}(\text{km s}^{-1})$	Age (Myr)
175194881	$1.06 \pm 0.03$	$1.83 \pm 0.03$	$1.92 \pm 0.02$	$0.26 \pm 0.01$	$4.14 \pm 0.01$	$7680 \pm 100$	$130 \pm 60$	$470 \pm 120$
175264376	$0.99 \pm 0.05$	$1.73 \pm 0.05$	$2.03 \pm 0.05$	$0.21 \pm 0.01$	$4.06 \pm 0.02$	$7190 \pm 160$	$110 \pm 50$	$880 \pm 130$
175265807	$1.08 \pm 0.04$	$1.85 \pm 0.04$	$1.94 \pm 0.03$	$0.25 \pm 0.01$	$4.13 \pm 0.01$	$7730 \pm 130$	$140 \pm 60$	$480 \pm 130$
175291778	$0.98 \pm 0.06$	$1.72 \pm 0.06$	$2.02 \pm 0.06$	$0.21 \pm 0.02$	$4.06 \pm 0.02$	$7150 \pm 180$	$120 \pm 50$	$890 \pm 150$
184914505	$1.05 \pm 0.05$	$1.82 \pm 0.05$	$1.96 \pm 0.03$	$0.24 \pm 0.01$	$4.11 \pm 0.01$	$7590 \pm 160$	$130 \pm 60$	$580 \pm 130$
184917633	$1.01 \pm 0.06$	$1.77 \pm 0.06$	$1.93 \pm 0.03$	$0.25 \pm 0.01$	$4.11 \pm 0.01$	$7430 \pm 200$	$140 \pm 50$	$600 \pm 160$

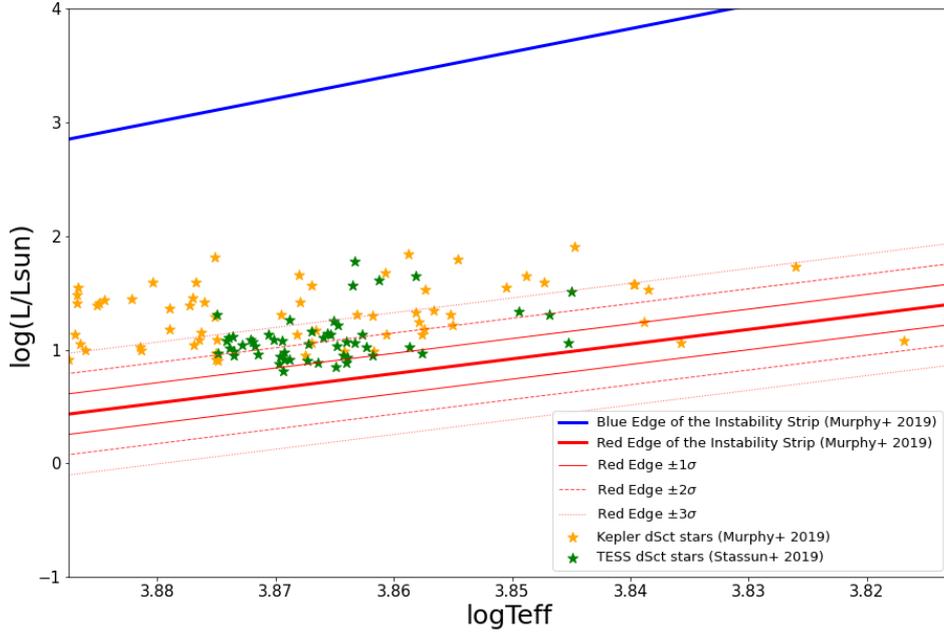


Figura 3.22: HRD de las 30  $\delta$  Sct observadas en los diferentes sectores de Kepler (naranja), y 46  $\delta$  Sct observadas en los diferentes sectores de TESS (verde), próximas al borde rojo de la banda de inestabilidad.

y  $\nu_{\max}$ . Para mejorar la estimación de  $\Delta\nu_{\text{low}}$ , se utilizó un algoritmo desarrollado por García Hernández, uno de los directores de esta tesis, para computar, de forma conjunta, la FT, AC, HFD y ED sobre las frecuencias más significativas extraídas en cada estrella (Fig. 3.23 para KIC 3942911 y Ap. A para el resto de la muestra). En los casos donde fue posible, se ha hecho una identificación modal utilizando las razones entre frecuencias correspondientes a los sobretonos radiales. Se utilizaron estos observables para restringir los modelos de la malla empleada en Pamos Ortega et al. (2023), y aplicamos el método para estimar la edad de cada una de estas estrellas. Para ello, en el cálculo de la WPDF sólo se tuvieron en cuenta los factores relacionados con la probabilidad de que tengan la edad de la estrella y no la edad del cúmulo. Un ejemplo se muestra en el histograma de distribución de edades obtenido para KIC 3942911 (Fig. 3.24). El objetivo no es caracterizarlas individualmente, sino estudiarlas en su conjunto para ver si son lo suficientemente homogéneas como para poder estimar la edad límite máxima de los cúmulos que contengan este tipo de estrellas. Nos fijamos en un parámetro que influye directamente en el tiempo que una estrella está en la MS: la masa, y por otro lado en dos parámetros que influyen en el estadio evolutivo: la luminosidad y la temperatura efectiva. La Tabla D.2 contiene los parámetros de La muestra de *Kepler*,

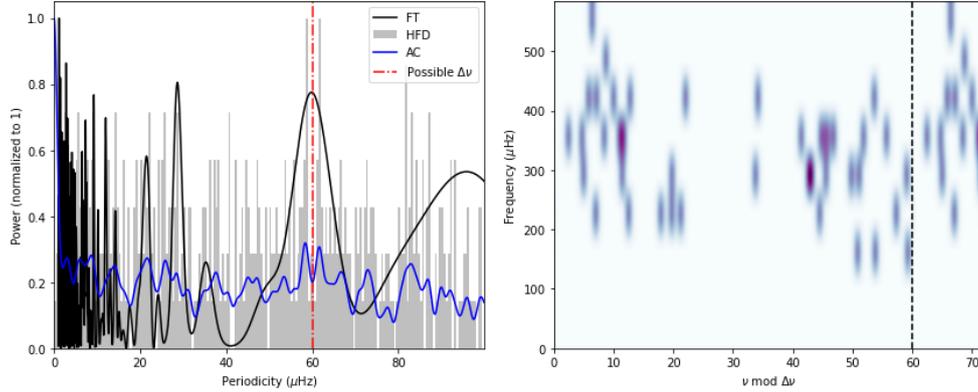


Figura 3.23: FT, AC, HFD y ED aplicadas sobre el espectro de frecuencias más significativas extraídas en la estrella KIC 3942911. Con ellas se estimó una  $\Delta\nu_{\text{low}} = 60 \pm 3 \mu\text{Hz}$ .

la mayoría de ellos extraídos del catálogo de [Murphy et al. \(2019\)](#). La masa promedio de todas ellas es  $M = 1.66 \pm 0.15 M_{\odot}$ , la luminosidad es  $\log(L/L_{\odot}) = 1.14 \pm 0.22$ , y la  $T_{\text{eff}} = 7250 \pm 300 \text{ K}$ . La muestra de *TESS* (Tabla D.1), con parámetros obtenidos del catálogo TIC de [Stassun \(2019\)](#), es más homogénea aún. La masa promedio es de  $M = 1.66 \pm 0.07 M_{\odot}$ , la luminosidad es  $\log(L/L_{\odot}) = 1.04 \pm 0.13$ , y la temperatura efectiva es  $T_{\text{eff}} = 7324 \pm 175 \text{ K}$ . Por tanto, creemos que la edad media de todas ellas puede darnos una idea aproximada del límite máximo que podemos alcanzar para estimar cúmulos, con nuestra actual malla de modelos y el método de análisis utilizado.

Los resultados obtenidos con toda la muestra se resumen en la Fig. 3.25, donde se representan los valores estimados para  $\Delta\nu_{\text{low}}$  y  $\nu_{\text{max}}$ . En el caso de las estrellas de *Kepler* (izquierda), se observa una separación muy clara entre las estrellas más jóvenes, con edades inferiores a 800 Myr, con un valor de  $\Delta\nu_{\text{low}} > 50 \mu\text{Hz}$ , y aquellas más evolucionadas, con edades comprendidas entre 800 Myr y 1200 Myr, con un valor  $\Delta\nu_{\text{low}} < 50 \mu\text{Hz}$ . En el caso de las estrellas de *TESS*, los resultados están más uniformemente distribuidos, no apreciándose hueco alguno en torno a un valor concreto de  $\Delta\nu_{\text{low}}$ . Esto puede deberse a que las estrellas observadas por *Kepler* se hallan en una región muy concentrada en el cielo, mientras que las de *TESS* están más uniformemente distribuidas por la Vía Láctea (Fig. 3.26).

La edad máxima que alcanzan nuestros modelos es de aproximadamente 1300 Myr (Fig. 3.20). La estrella de mayor edad que hemos encontrado dentro de la muestra, TIC 231148059, tiene una edad de  $1174 \pm 321 \text{ Myr}$  (Tabla E.1). Basándonos en este valor, el límite superior de edad que podemos alcanzar en un cúmulo sería de 1200 Myr,

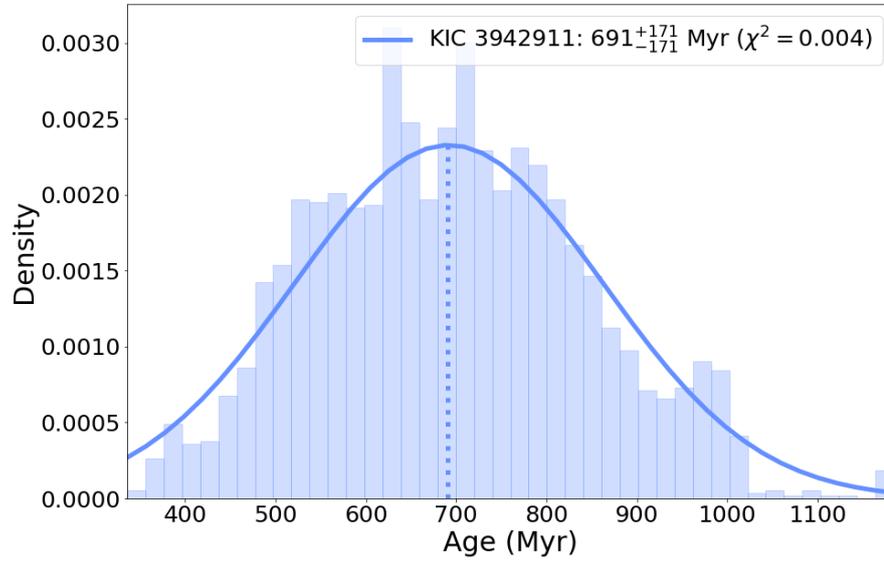


Figura 3.24: Histograma de distribución de edades obtenido para KIC 3942911, correspondientes a los modelos restringidos en los observables sísmicos.

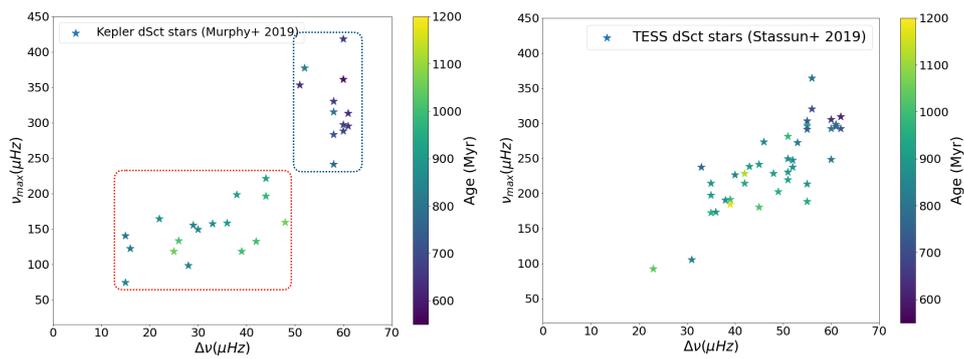


Figura 3.25: Valores de  $\Delta\nu_{\text{low}}$  y  $\nu_{\text{max}}$  para las estrellas observadas en *Kepler* (izquierda) y *TESS* (derecha). Se codifican mediante barras de color las edades estimadas de los modelos restringidos en estos observables sísmicos.

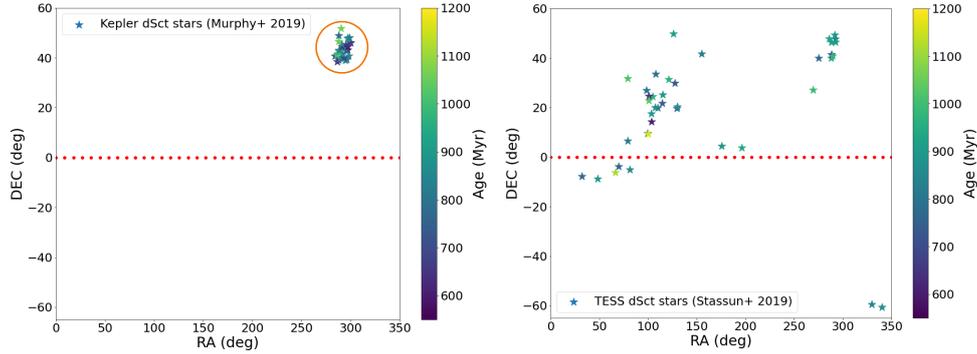


Figura 3.26: Localización (DEC y RA) de las estrellas  $\delta$  Sct analizadas. Izquierda: *Kepler*. Derecha: *TESS*. La línea discontinua roja es la correspondiente al ecuador celeste.

aproximadamente. Sin embargo, hay una dispersión amplia en edad, debido a las limitaciones de nuestra malla de modelos, como es la pobre cobertura en estadios evolucionados, y al análisis de los parámetros sísmicos de cada estrella. La edad promedio de la muestra de *Kepler* es de  $824 \pm 132$  Myr, mientras que la de *TESS* es  $871 \pm 115$  Myr. Comparada con la de *Kepler*, tiene menor dispersión, lo cuál nos vuelve a confirmar que la muestra de *TESS* es más homogénea. Por tanto, podemos concluir que 900 Myr es aproximadamente el límite superior en la edad de un cúmulo que podemos caracterizar, usando nuestra actual malla de modelos y herramientas de análisis.

### 3.4.2 Otros cúmulos jóvenes

Aparte de las estrellas ya analizadas pertenecientes a los cúmulos  $\alpha$  Per, Trumpler 10 y Praesepe, el cruce de los catálogos CG2020 y TIC ofreció la posibilidad de datar 31 estrellas pertenecientes a 18 cúmulos abiertos con presencia de, al menos, una  $\delta$  Sct (Tabla 3.13) en un radio de 1 kpc alrededor del Sistema Solar. Con las curvas de luz PDC en corta cadencia (2 min), procedentes de los diversos sectores de *TESS*, se ha hecho la extracción de las frecuencias más significativas utilizando MM. Se ha estimado  $\Delta\nu_{\text{low}}$  (Ap. B),  $\nu_{\text{max}}$  y la correspondiente temperatura efectiva sísmica obtenida con BF2020, y, cuando fue posible, los modos radiales comprendidos entre  $n = 1$  y  $n = 8$ . Con estos parámetros sísmicos se han restringido los modelos de la malla utilizada con el cúmulo Trumpler 10, con metalicidades en torno a la solar, y los de la malla correspondiente a Praesepe cuando las metalicidades eran suprasolares, como ha sido el caso de Híades. Se han calculado los histogramas de distribución de edades para cada estrella y la WPDF para estimar la edad media de cada una de ellas (Tabla 3.14), de la misma forma que se

ha hecho con las estrellas del borde rojo de la banda de inestabilidad. En los cúmulos con más de una  $\delta$  Sct, se ha calculado el histograma de distribución de edades de todos los modelos restringidos en todas las estrellas, consideradas como parte de una única población. Y por último se ha computado la WPDF de este histograma conjunto para estimar la edad del cúmulo (Ap. C). Los resultados para todos ellos se muestran en la Tabla 3.15, donde se pueden comparar con las edades estimadas por CG2020 utilizando el tradicional método de ajuste de isócronas. Otros catálogos de referencia con datos de la era *Gaia* utilizados para la discusión son [Dias et al. \(2021\)](#) (D2021) y [Bossini et al. \(2019\)](#) (B2019). El resto de los parámetros que resultan de la restricción de los modelos para cada estrella se muestra en Tabla 3.16.

Excepto en cinco de los 18 cúmulos analizados, las edades calculadas son sistemáticamente mayores que en otras determinaciones. Creemos que es porque no tenemos una malla de modelos lo suficientemente amplia y homogénea como para caracterizar un número tan alto de estrellas tan diversas. Necesitamos más tiempo para preparar una malla más densa que cuente con mayor rango de metalicidades y de rotación iniciales. Con ella estaremos en mejores condiciones de determinar, con más fiabilidad y precisión, las edades de estos cúmulos, y de otros que en el futuro puedan estudiarse a medida que contemos con más datos provenientes de las misiones espaciales. Esperamos publicar estos nuevos resultados en un artículo que está en preparación.

#### 3.4.2.1 ASCC 16

ASCC 16 (25 Ori Group) es un cúmulo muy joven, con abundancia de estrellas en la PMS, originalmente identificado por [Briceño et al. \(2005\)](#), quienes determinaron una edad para el cúmulo comprendida entre unos 7 y unos 10 Myr. Está situado a una distancia de 344 pc con una extinción  $A_V = 0.20$ . B2019 le atribuye una edad de  $\log age = 7.047$ , equivalente a unos 11 Myr, con una metalicidad solar ( $[Fe/H] = 0.000$ ), resultados muy similares a los de D2021, con edad  $\log age = 7$  y metalicidad  $[Fe/H] = -0.062$ . Este valor de metalicidad es el que emplea CG2020 para establecer una edad de  $\log age = 7.13$ , equivalente a unos 13 Myr. [Downes et al. \(2014\)](#) obtienen unos 6 Myr, haciendo un estudio de distribución de edades de estrellas de baja masa y enanas marrones presentes en el cúmulo. Todas estas referencias están de acuerdo en que el cúmulo no supera los 15 Myr, una edad que sitúa a la mayoría de sus miembros componentes en la PMS. El resultado que hemos obtenido para la única estrella de nuestra muestra, perteneciente

Tabla 3.13: Parámetros de estrellas  $\delta$  Sct correspondientes a 18 cúmulos abiertos. De izquierda a derecha: Cúmulo, probabilidad de pertenencia al cúmulo, magnitud G, luminosidad, masa, radio, densidad, gravedad superficial, temperatura efectiva, velocidad de rotación proyectada, metalicidad de la estrella, metalicidad del cúmulo, tipo espectral. Referencias: <sup>(1)</sup>Stassun (2019), <sup>(2)</sup>Cantat-Gaudin et al. (2018), <sup>(3)</sup>Dias et al. (2021), <sup>(4)</sup>Koumkel et al. (2019), <sup>(5)</sup>Gebran et al. (2016), <sup>(6)</sup>Royer et al. (2007), <sup>(7)</sup>Jönsson et al. (2020), <sup>(8)</sup>Bochanski et al. (2018), <sup>(9)</sup>Bader et al. (2021), <sup>(10)</sup>Frasca et al. (2016).

TIC	Cúmulo	$P_{member}^{(2)}$	$G_{mag}^{(1)}$	$\log(L/L_{\odot})^{(1)}$	$M (M_{\odot})^{(1)}$	$R (R_{\odot})^{(1)}$	$\rho (\rho_{\odot})$	$\log g^{(1)}$	$T_{eff} (K)^{(1)}$	$v \sin i (km s^{-1})$	$[Fe/H]$	$[Fe/H]_{(cluster)}^{(3)}$	Tipo espectral
264594259	ASCC 16	1.0	10.099 ± 0.000034	0.995 ± 0.023	1.9 ± 0.3	1.64 ± 0.06	0.44 ± 0.08	4.38 ± 0.07	8005 ± 129	63.51 <sup>4</sup>	-	-0.062	F0
257168451	ASCC 41	1.0	9.63807 ± 0.00049	1.015 ± 0.021	2.1 ± 0.3	1.50 ± 0.05	0.62 ± 0.11	4.41 ± 0.07	8457 ± 128	-	-	-0.089	A2
259722519	BH 164	1.0	9.39887 ± 0.00023	1.476 ± 0.027	2.1 ± 0.3	2.47 ± 0.08	0.14 ± 0.03	3.98 ± 0.07	8591 ± 151	-	-	0.134	A1V
260721077	BH 164	1.0	11.2939 ± 0.0007	0.773 ± 0.026	1.6 ± 0.3	1.55 ± 0.06	0.44 ± 0.10	4.27 ± 0.09	7244 ± 132	-	-	0.134	-
93548492	IC 2391	1.0	8.47255 ± 0.00043	0.986 ± 0.018	1.9 ± 0.3	1.53 ± 0.04	0.54 ± 0.10	4.35 ± 0.07	7988 ± 140	-	-0.17 <sup>8</sup>	0.000	A7/8III
141905922	IC 2395	1.0	11.3337 ± 0.00058	1.301 ± 0.029	2.0 ± 0.3	2.23 ± 0.08	0.18 ± 0.03	4.04 ± 0.07	8184 ± 141	-	-	-0.007	-
323246150	Mamaşek 1	1.0	7.35642 ± 0.00044	0.946 ± 0.014	2.0 ± 0.3	1.53 ± 0.04	0.55 ± 0.10	4.36 ± 0.07	8052 ± 123	-	-0.11 <sup>8</sup>	-	A1V
285117481	Melotte 111	1.0	6.63945 ± 0.00031	1.169 ± 0.028	1.7 ± 0.3	2.32 ± 0.11	0.14 ± 0.03	3.94 ± 0.09	7426 ± 132	116 <sup>5</sup>	-0.3 <sup>5</sup>	-0.060	Am
328860893	Melotte 111	1.0	6.39928 ± 0.00051	1.196 ± 0.011	1.9 ± 0.3	2.10 ± 0.06	0.21 ± 0.04	4.07 ± 0.08	7931 ± 126	190 <sup>5</sup>	-0.1 <sup>5</sup>	-0.060	A6IV-V
440690782	Melotte 22	1.0	8.32423 ± 0.00038	0.965 ± 0.040	1.9 ± 0.3	1.66 ± 0.10	0.40 ± 0.10	4.26 ± 0.09	7796 ± 137	70 <sup>5</sup>	0.15 <sup>1</sup>	0.032	F0IV
440681425	Melotte 22	0.8	7.7321 ± 0.0005	1.150 ± 0.041	2.2 ± 0.3	1.65 ± 0.05	0.48 ± 0.09	4.34 ± 0.07	8704 ± 262	219 <sup>6</sup>	-0.03 <sup>8</sup>	0.032	A3V
405483707	Melotte 22	1.0	8.02789 ± 0.00048	1.033 ± 0.034	2.1 ± 0.3	1.54 ± 0.07	0.57 ± 0.12	4.38 ± 0.08	8430 ± 133	35 <sup>5</sup>	0.106 <sup>1</sup>	0.032	A5V
405484188	Melotte 22	1.0	8.23167 ± 0.00039	0.880 ± 0.032	2.0 ± 0.3	1.40 ± 0.07	0.71 ± 0.15	4.44 ± 0.08	8083 ± 125	18 <sup>5</sup>	0.22 <sup>1</sup>	0.032	A7V
14111056	Melotte 22	1.0	8.28883 ± 0.00046	0.881 ± 0.054	1.8 ± 0.3	1.57 ± 0.05	0.46 ± 0.10	4.30 ± 0.08	7638 ± 283	96 <sup>7</sup>	-0.10 <sup>8</sup>	0.032	A0
245860427	Melotte 25	1.0	4.60509 ± 0.00451	1.321 ± 0.036	1.8 ± 0.3	2.68 ± 0.13	0.09 ± 0.02	3.83 ± 0.08	7550 ± 123	100 <sup>5</sup>	0.12 <sup>1</sup>	0.149	A8V
52593512	Melotte 25	1.0	5.49079 ± 0.00245	1.118 ± 0.013	1.8 ± 0.3	2.09 ± 0.06	0.19 ± 0.04	4.05 ± 0.07	7600 ± 112	131 <sup>6</sup>	-	0.149	F05
435916016	Melotte 25	1.0	5.21311 ± 0.00403	1.132 ± 0.014	1.8 ± 0.3	2.07 ± 0.06	0.20 ± 0.04	4.06 ± 0.08	7703 ± 113	79 <sup>6</sup>	0.05 <sup>1</sup>	0.149	F0IV-V
435910664	Melotte 25	1.0	5.51921 ± 0.00233	0.975 ± 0.017	1.7 ± 0.3	1.91 ± 0.08	0.24 ± 0.05	4.09 ± 0.08	7320 ± 132	110 <sup>6</sup>	-0.352 <sup>9</sup>	0.149	F0IV
17417633	Melotte 25	1.0	4.22572 ± 0.006	1.481 ± 0.025	1.6 ± 0.3	3.46 ± 0.14	0.04 ± 0.008	3.57 ± 0.08	7278 ± 103	200 <sup>5</sup>	-0.4 <sup>5</sup>	0.149	A8V
245792896	Melotte 25	1.0	3.41661 ± 0.00499	1.881 ± 0.019	1.9 ± 0.3	4.60 ± 0.14	0.02 ± 0.004	3.39 ± 0.08	7950 ± 123	85 <sup>5</sup>	0.01 <sup>1</sup>	0.149	A7III
179438643	NGC 1901	1.0	10.5246 ± 0.00055	1.147 ± 0.026	2.1 ± 0.3	1.72 ± 0.06	0.42 ± 0.07	4.29 ± 0.07	8510 ± 161	-	-	-0.042	A7
22022393	NGC 2264	1.0	11.379 ± 0.0005	1.257 ± 0.321	2.2 ± 0.4	1.91 ± 0.55	0.31 ± 0.19	4.21 ± 0.24	8624 ± 353	-	-	-0.184	A5IV
382631447	NGC 2516	0.7	10.9967 ± 0.00082	0.828 ± 0.022	1.6 ± 0.3	1.69 ± 0.07	0.33 ± 0.07	4.19 ± 0.08	7161 ± 105	-	-0.355 <sup>1</sup>	-0.008	-
122093026	Platais 8	1.0	7.93885 ± 0.0004	0.906 ± 0.024	2.0 ± 0.3	1.57 ± 0.05	0.51 ± 0.10	4.35 ± 0.08	8167 ± 145	-	-0.09 <sup>8</sup>	-0.05	A3V
185953037	RSG 5	1.0	9.94524 ± 0.00072	1.043 ± 0.027	2.1 ± 0.3	1.59 ± 0.05	0.52 ± 0.10	4.35 ± 0.08	8350 ± 157	-	-0.15 <sup>10</sup>	0.012	A3V
416402521	UBC 1	1.0	10.1216 ± 0.00042	0.860 ± 0.017	1.7 ± 0.3	1.61 ± 0.06	0.41 ± 0.08	4.25 ± 0.08	7451 ± 121	96 <sup>7</sup>	-	0.020	-
26500322	UBC 19	1.0	9.2285 ± 0.00021	1.597 ± 0.056	2.2 ± 0.3	2.72 ± 0.18	0.11 ± 0.03	3.91 ± 0.08	8782 ± 171	-	-	-	-
467684973	UBC 31	1.0	10.9082 ± 0.00048	0.817 ± 0.024	1.7 ± 0.3	1.60 ± 0.06	0.40 ± 0.09	4.25 ± 0.09	7295 ± 138	-	-	0.425	F0
467762884	UBC 31	1.0	10.8037 ± 0.00041	0.888 ± 0.018	1.8 ± 0.3	1.53 ± 0.05	0.51 ± 0.10	4.33 ± 0.08	7781 ± 129	-	-	0.425	A0
293474955	UPK 385	1.0	9.98771 ± 0.00075	1.119 ± 0.062	2.2 ± 0.3	1.63 ± 0.06	0.50 ± 0.10	4.35 ± 0.07	8614 ± 321	-	-	-0.116	-
303599346	UPK 385	1.0	10.0189 ± 0.00039	1.239 ± 0.093	2.4 ± 0.4	1.61 ± 0.06	0.56 ± 0.12	4.39 ± 0.09	9275 ± 260	-	-	-0.116	A2

Tabla 3.14: Parámetros sísmicos y edades estimadas para las estrellas  $\delta$  Sct correspondientes a 18 cúmulos abiertos. De izquierda a derecha: Cúmulo al que pertenece la estrella, gran separación en órdenes bajos, densidad media sísmica estimada partir de la relación de escala con la gran separación, la frecuencia de máxima amplitud, la temperatura efectiva sísmica estimada a partir de la relación de escala con la gran separación y la edad estimada para la estrella.

TIC	Cúmulo	$\Delta\nu_{\text{low}}(\mu\text{Hz})$	$\bar{\rho}_{\Delta\nu_{\text{low}}}(\bar{\rho}_{\odot})$	$\nu_{\text{max}}(\mu\text{Hz})$	$\tilde{T}_{\text{eff}}$ (K)	Edad sísmica (Myr)
264594259	ASCC 16	$74 \pm 2$	$0.44 \pm 0.02$	$470 \pm 130$	$8110 \pm 540$	$73_{-65}^{+144}$
257168451	ASCC 41	$81 \pm 3$	$0.53 \pm 0.04$	$630 \pm 97$	$8670 \pm 440$	$28_{-19}^{+55}$
259722519	BH 164	-	-	$252 \pm 117$	$7710 \pm 540$	-
260721077	BH 164	$70 \pm 3$	$0.39 \pm 0.03$	$302 \pm 97$	$7520 \pm 410$	$69_{-55}^{+120}$
93548492	IC 2391	$72 \pm 3$	$0.42 \pm 0.04$	$329 \pm 76$	$7610 \pm 340$	$113_{-104}^{+204}$
141905922	IC 2395	$42 \pm 2$	$0.14 \pm 0.01$	$207 \pm 86$	$7540 \pm 410$	$38_{-23}^{+51}$
323246150	Mamajek 1	$74 \pm 3$	$0.44 \pm 0.04$	$370 \pm 178$	$7760 \pm 700$	$78_{-69}^{+149}$
285117481	Melotte 111	$42 \pm 2$	$0.14 \pm 0.01$	$342 \pm 121$	$8050 \pm 570$	$768 \pm 231$
328860893	Melotte 111	$28 \pm 2$	$0.06 \pm 0.01$	$194 \pm 105$	$7490 \pm 480$	$861 \pm 292$
440690782	Melotte 22	$64 \pm 3$	$0.33 \pm 0.03$	$375 \pm 105$	$7770 \pm 450$	$594 \pm 140$
440681425	Melotte 22	$69 \pm 3$	$0.38 \pm 0.03$	$262 \pm 167$	$7380 \pm 650$	$432 \pm 164$
405483707	Melotte 22	$80 \pm 2$	$0.52 \pm 0.03$	$542 \pm 92$	$8360 \pm 420$	$33_{-23}^{+64}$
405484188	Melotte 22	$79 \pm 2$	$0.50 \pm 0.03$	$294 \pm 97$	$7490 \pm 410$	$54_{-41}^{+97}$
14111056	Melotte 22	$79 \pm 3$	$0.50 \pm 0.04$	$507 \pm 120$	$8230 \pm 510$	$41_{-31}^{+94}$
245860427	Melotte 25	$54 \pm 3$	$0.23 \pm 0.03$	$296 \pm 100$	$7870 \pm 480$	$547 \pm 145$
52593512	Melotte 25	$48 \pm 2$	$0.18 \pm 0.02$	$302 \pm 85$	$7900 \pm 420$	$642 \pm 138$
435916016	Melotte 25	$52 \pm 2$	$0.21 \pm 0.02$	$272 \pm 113$	$7780 \pm 520$	$631 \pm 160$
435910664	Melotte 25	$53 \pm 2$	$0.22 \pm 0.02$	$224 \pm 89$	$7600 \pm 420$	$668 \pm 140$
17417633	Melotte 25	$24 \pm 2$	$0.04 \pm 0.01$	$128 \pm 109$	$7690 \pm 750$	$782 \pm 228$
245792896	Melotte 25	$33 \pm 2$	$0.08 \pm 0.01$	$153 \pm 66$	$7790 \pm 600$	$778 \pm 235$
179438643	NGC 1901	$66 \pm 3$	$0.35 \pm 0.03$	$311 \pm 92$	$7550 \pm 390$	$587 \pm 126$
220322393	NGC 2264	$78 \pm 3$	$0.49 \pm 0.04$	$346 \pm 67$	$7670 \pm 310$	$60_{-49}^{+115}$
382631447	NGC 2516	$72 \pm 3$	$0.42 \pm 0.04$	$371 \pm 100$	$7760 \pm 430$	$111_{-103}^{+196}$
122093026	Platais 8	$76 \pm 3$	$0.47 \pm 0.04$	$507 \pm 127$	$8230 \pm 540$	$54_{-45}^{+123}$
185953037	RSG 5	$78 \pm 2$	$0.49 \pm 0.03$	$509 \pm 169$	$8240 \pm 680$	$42_{-33}^{+94}$
416402521	UBC 1	$71 \pm 3$	$0.41 \pm 0.03$	$346 \pm 102$	$7670 \pm 430$	$122_{-114}^{+216}$
26500322	UBC 19	$85 \pm 3$	$0.59 \pm 0.04$	$482 \pm 51$	$8580 \pm 330$	$25_{-14}^{+24}$
467684973	UBC 31	$82 \pm 3$	$0.54 \pm 0.04$	$338 \pm 149$	$7640 \pm 600$	$35_{-23}^{+33}$
467762884	UBC 31	$83 \pm 3$	$0.56 \pm 0.04$	$555 \pm 76$	$8400 \pm 360$	$28_{-17}^{+29}$
293474955	UPK 385	$82 \pm 3$	$0.54 \pm 0.04$	$543 \pm 96$	$8360 \pm 430$	$28_{-18}^{+30}$
303599346	UPK 385	$84 \pm 3$	$0.57 \pm 0.04$	$602 \pm 79$	$8570 \pm 380$	$26_{-16}^{+28}$

Tabla 3.15: Edades de los 18 cúmulos analizados, comparadas con las de los catálogos de [Cantat-Gaudin et al. \(2020\)](#) (CG2020), [Dias et al. \(2021\)](#) (D2021) y [Bossini et al. \(2019\)](#) (B2019).

Cúmulo	Edad sísmica (Myr)	Edad CG2020 (Myr)	Edad D2021 (Myr)	Edad B2019 (Myr)
ASCC 16	$73^{+144}_{-65}$	$\simeq 13$	$\simeq 10$	$\simeq 11$
ASCC 41	$28^{+55}_{-19}$	$\simeq 214$	$\simeq 97$	$\simeq 110$
BH 164	$69^{+120}_{-55}$	$\simeq 32$	-	-
IC 2391	$113^{+204}_{-104}$	$\simeq 29$	$\simeq 49$	$\simeq 36$
IC 2395	$38^{+51}_{-23}$	$\simeq 20$	$\simeq 14$	-
Mamajek 1	$78^{+149}_{-69}$	-	-	-
Melotte 111	$810 \pm 270$	$\simeq 646$	$\simeq 619$	-
Melotte 22	$70^{+200}_{-60}$	$\simeq 78$	$\simeq 131$	$\simeq 92$
Melotte 25	$670 \pm 200$	$\simeq 794$	$\simeq 836$	-
NGC 1901	$587 \pm 126$	$\simeq 891$	$\simeq 861$	$\simeq 830$
NGC 2264	$60^{+115}_{-49}$	$\simeq 28$	$\simeq 7$	-
NGC 2516	$111^{+196}_{-103}$	$\simeq 240$	$\simeq 277$	-
Platais 8	$54^{+123}_{-45}$	$\simeq 30$	$\simeq 37$	-
RSG 5	$42^{+94}_{-33}$	$\simeq 35$	$\simeq 52$	-
UBC 1	$122^{+216}_{-114}$	$\simeq 69$	-	-
UBC 19	$25^{+24}_{-14}$	$\simeq 7$	-	-
UBC 31	$30^{+30}_{-20}$	$\simeq 26$	-	-
UPK 385	$30^{+30}_{-20}$	$\simeq 12$	-	-

Tabla 3.16: Parámetros de los modelos sísmicamente restringidos, correspondientes a las estrellas  $\delta$  Sct de los 18 cúmulos analizados. De izquierda a derecha: Cúmulo, luminosidad, masa, radio, densidad, gravedad superficial, temperatura efectiva, velocidad de rotación.

TIC	Cúmulo	$\log (L/L_{\odot})$	$M (M_{\odot})$	$R (R_{\odot})$	$\bar{\rho} (\bar{\rho}_{\odot})$	$\log g$	$T_{\text{eff}} (K)$	$v (km s^{-1})$
264594259	ASCC 16	$1.00 \pm 0.08$	$1.76 \pm 0.08$	$1.61 \pm 0.04$	$0.42 \pm 0.02$	$4.27 \pm 0.01$	$8110 \pm 310$	$118 \pm 58$
257168451	ASCC 41	$1.08 \pm 0.06$	$1.84 \pm 0.07$	$1.56 \pm 0.04$	$0.48 \pm 0.02$	$4.31 \pm 0.01$	$8650 \pm 250$	$76 \pm 43$
260721077	BH 164	$0.90 \pm 0.07$	$1.72 \pm 0.06$	$1.67 \pm 0.04$	$0.37 \pm 0.02$	$4.23 \pm 0.01$	$7520 \pm 240$	$100 \pm 44$
93548492	IC 2391	$0.90 \pm 0.05$	$1.66 \pm 0.04$	$1.61 \pm 0.04$	$0.40 \pm 0.02$	$4.25 \pm 0.02$	$7680 \pm 170$	$113 \pm 61$
141905922	IC 2395	$0.86 \pm 0.02$	$1.62 \pm 0.02$	$1.48 \pm 0.02$	$0.50 \pm 0.01$	$4.31 \pm 0.01$	$7830 \pm 75$	$61 \pm 26$
323246150	Mamajek 1	$0.96 \pm 0.08$	$1.72 \pm 0.07$	$1.60 \pm 0.04$	$0.42 \pm 0.02$	$4.27 \pm 0.02$	$7950 \pm 290$	$118 \pm 56$
285117481	Melotte 111	$1.33 \pm 0.09$	$1.98 \pm 0.11$	$2.51 \pm 0.09$	$0.14 \pm 0.01$	$3.97 \pm 0.02$	$7990 \pm 330$	$92 \pm 43$
328860893	Melotte 111	$1.44 \pm 0.09$	$2.06 \pm 0.12$	$3.12 \pm 0.13$	$0.07 \pm 0.01$	$3.76 \pm 0.03$	$7490 \pm 280$	$88 \pm 39$
440690782	Melotte 22	$1.01 \pm 0.07$	$1.72 \pm 0.07$	$1.77 \pm 0.05$	$0.31 \pm 0.02$	$4.18 \pm 0.02$	$7800 \pm 250$	$102 \pm 46$
440681425	Melotte 22	$0.94 \pm 0.05$	$1.68 \pm 0.05$	$1.66 \pm 0.04$	$0.37 \pm 0.02$	$4.22 \pm 0.02$	$7740 \pm 180$	$111 \pm 49$
405483707	Melotte 22	$1.01 \pm 0.06$	$1.77 \pm 0.06$	$1.55 \pm 0.03$	$0.48 \pm 0.02$	$4.31 \pm 0.01$	$8360 \pm 240$	$81 \pm 45$
405484188	Melotte 22	$0.87 \pm 0.03$	$1.64 \pm 0.03$	$1.52 \pm 0.02$	$0.47 \pm 0.01$	$4.29 \pm 0.01$	$7730 \pm 110$	$87 \pm 42$
14111056	Melotte 22	$0.99 \pm 0.07$	$1.75 \pm 0.08$	$1.55 \pm 0.04$	$0.47 \pm 0.02$	$4.30 \pm 0.01$	$8220 \pm 290$	$91 \pm 49$
245860427	Melotte 25	$1.16 \pm 0.08$	$1.92 \pm 0.09$	$2.05 \pm 0.06$	$0.22 \pm 0.02$	$4.10 \pm 0.02$	$7880 \pm 280$	$116 \pm 58$
52593512	Melotte 25	$1.25 \pm 0.07$	$1.98 \pm 0.08$	$2.24 \pm 0.06$	$0.18 \pm 0.01$	$4.03 \pm 0.02$	$7930 \pm 240$	$117 \pm 55$
435916016	Melotte 25	$1.16 \pm 0.08$	$1.91 \pm 0.09$	$2.09 \pm 0.06$	$0.21 \pm 0.01$	$4.08 \pm 0.02$	$7790 \pm 300$	$116 \pm 55$
435910664	Melotte 25	$1.10 \pm 0.07$	$1.85 \pm 0.08$	$2.05 \pm 0.05$	$0.22 \pm 0.01$	$4.08 \pm 0.02$	$7610 \pm 250$	$114 \pm 56$
17417633	Melotte 25	$1.58 \pm 0.12$	$2.25 \pm 0.15$	$3.59 \pm 0.18$	$0.05 \pm 0.01$	$3.68 \pm 0.04$	$7570 \pm 420$	$101 \pm 51$
245792896	Melotte 25	$1.43 \pm 0.10$	$2.13 \pm 0.13$	$2.89 \pm 0.12$	$0.09 \pm 0.01$	$3.84 \pm 0.02$	$7780 \pm 350$	$104 \pm 51$
179438643	NGC 1901	$0.96 \pm 0.05$	$1.67 \pm 0.05$	$1.72 \pm 0.04$	$0.33 \pm 0.02$	$4.19 \pm 0.02$	$7660 \pm 170$	$100 \pm 46$
220322393	NGC 2264	$0.88 \pm 0.04$	$1.65 \pm 0.03$	$1.54 \pm 0.03$	$0.46 \pm 0.02$	$4.28 \pm 0.01$	$7760 \pm 140$	$100 \pm 48$
382631447	NGC 2516	$0.94 \pm 0.06$	$1.69 \pm 0.06$	$1.62 \pm 0.04$	$0.40 \pm 0.02$	$4.25 \pm 0.02$	$7810 \pm 220$	$113 \pm 60$
122093026	Platais 8	$1.01 \pm 0.08$	$1.77 \pm 0.08$	$1.59 \pm 0.04$	$0.44 \pm 0.02$	$4.28 \pm 0.01$	$8220 \pm 310$	$108 \pm 56$
185953037	RSG 5	$1.00 \pm 0.10$	$1.76 \pm 0.10$	$1.57 \pm 0.04$	$0.46 \pm 0.02$	$4.29 \pm 0.01$	$8250 \pm 380$	$96 \pm 49$
416402521	UBC 1	$0.93 \pm 0.06$	$1.68 \pm 0.05$	$1.63 \pm 0.04$	$0.39 \pm 0.02$	$4.24 \pm 0.02$	$7740 \pm 210$	$105 \pm 63$
26500322	UBC 19	$1.03 \pm 0.05$	$1.78 \pm 0.05$	$1.50 \pm 0.02$	$0.52 \pm 0.01$	$4.33 \pm 0.01$	$8570 \pm 190$	$61^{+21}_{-15}$
467684973	UBC 31	$0.90 \pm 0.04$	$1.66 \pm 0.04$	$1.50 \pm 0.03$	$0.49 \pm 0.02$	$4.31 \pm 0.01$	$7950 \pm 180$	$70 \pm 37$
467762884	UBC 31	$1.01 \pm 0.05$	$1.76 \pm 0.05$	$1.52 \pm 0.03$	$0.50 \pm 0.02$	$4.32 \pm 0.01$	$8390 \pm 210$	$71 \pm 37$
293474955	UPK 385	$1.00 \pm 0.06$	$1.76 \pm 0.07$	$1.53 \pm 0.03$	$0.49 \pm 0.02$	$4.31 \pm 0.01$	$8360 \pm 250$	$71 \pm 38$
303599346	UPK 385	$1.04 \pm 0.05$	$1.79 \pm 0.06$	$1.52 \pm 0.02$	$0.51 \pm 0.01$	$4.32 \pm 0.01$	$8560 \pm 220$	$63 \pm 31$

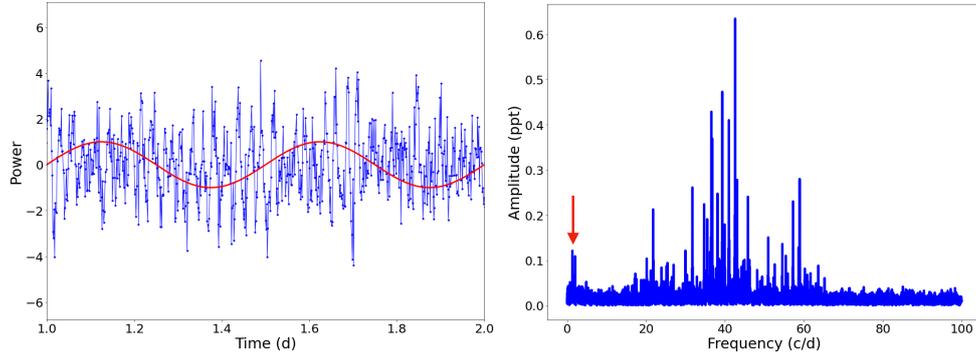


Figura 3.27: Izquierda: Fragmento de la curva de luz de TIC 264594259 de dos días de duración, observada por *TESS*, perteneciente al cúmulo ASCC 16. La línea senoidal roja tiene una frecuencia de  $2 \text{ d}^{-1}$ , que puede deberse a la rotación de la estrella. Derecha: Periodograma de frecuencias encontradas por MM en TIC 264594259. En rojo se destacan frecuencias en torno a  $2 \text{ d}^{-1}$ , responsable de la modulación observada en la curva de luz.

a este cúmulo, TIC 264594259, es de  $73_{-65}^{+144}$  Myr, asumiendo una metalicidad igual a la del cúmulo, ya que no se tienen datos de la metalicidad para esta estrella. Se puede decir que está de acuerdo con los valores de las referencias debido al gran margen de error estimado, aunque lejos de lo que sería una estrella en la PMS. Nuestra estimación de  $\Delta\nu_{\text{low}}$  no debe considerarse tan fiable en este caso, como puede apreciarse en el análisis de periodicidades realizado en Fig. B.1 (panel superior). Si observamos con más atención la curva de luz y el periodograma de esta estrella (Fig. 3.27), se aprecia una modulación de unos  $2 \text{ d}^{-1}$  aproximadamente, que puede corresponderse con su frecuencia de rotación. Una rotación elevada dificulta la estimación de la gran separación, pues contribuye a mezclar modos g con modos p, y al mismo tiempo hace que la estrella aparente más edad de la que en realidad tiene. Tampoco teníamos modelos con rotaciones tan elevadas.

### 3.4.2.2 ASCC 41

ASCC 41 (Herschel 1) se halla a una distancia de unos 300 pc con una extinción  $A_V = 0.0$ . B2019 calculan una edad de  $\log age = 8.040$ , equivalente a unos 110 Myr, y una metalicidad  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.000$ , próxima a la estimación de D2021, donde  $\log age = 7.986$ , equivalente a unos 97 Myr, con una metalicidad de  $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.089$ . El resultado obtenido por CG2020,  $\log age = 8.33$ , equivalente a unos 213 Myr, se aleja de estas estimaciones. No hay muchas referencias sobre la estrella analizada, TIC 257168451, de la cuál se desconoce su metalicidad. Diversas fuentes le atribuyen ser de tipo espectral A2. Para modelarla se ha asumido una metalicidad solar, similar a la del cúmulo. Nuestra esti-

mación para la edad de esta estrella, y por tanto extensible a todo el cúmulo, es de  $28_{-19}^{+55}$  Myr, más próxima a las de B2019 y D2021 que del resultado de CG2020. Los observables sísmicos estimados para esta estrella (ver Fig. B.1, panel central, para la estimación de  $\Delta\nu_{\text{low}}$ ) apuntan con mayor claridad a una edad inferior que la que estas referencias atribuyen al cúmulo.

### 3.4.2.3 BH 164

BH 164, situado a unos 438 pc con extinción  $A_V = 0.17$ , es considerado por algunos, más que como un cúmulo, como una asociación filamentosa de estrellas (Kounkel and Covey, 2019). Apenas hay literatura sobre él. El único dato sobre metalicidad lo aporta D2021, con un valor de  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.134$ , lo que apunta a un valor suprasolar, muy similar a la metalicidad de Praesepe, por lo que se ha utilizado la misma malla de modelos para caracterizar las dos estrellas de la muestra perteneciente a BH 164. De las dos, TIC 259722519 y TIC 260721077, sólo se ha podido estimar  $\Delta\nu_{\text{low}}$  con la segunda. En el primer caso, la curva de luz y el periodograma calculado por MM muestran evidencias de la presencia de una posible compañera alrededor de esta estrella (Fig. 3.28), siendo muy probable que se trate de un sistema binario no resuelto. La gran luminosidad y el gran tamaño observados por *TESS* pueden ser explicados por esta hipótesis. Esto ha podido dificultar la detección de periodicidades en el espectro de frecuencias de esta  $\delta$  Sct. Por tanto, para datar este cúmulo o agrupación de estrellas nos hemos basado en la caracterización de una única estrella, TIC 260721077, con una edad estimada de  $69_{-55}^{+120}$  Myr, consistente con la estimación realizada por CG2020,  $\log age = 7.51$ , equivalente a unos 32 Myr. Es un caso similar al de TIC 264594259, en el cúmulo ASCC 16 (Sec. 3.4.2.1), donde la curva de luz y el periodograma revelan una modulación a baja frecuencia (Fig. 3.29), asociada a la posible frecuencia de rotación de la estrella, aproximadamente  $0.5 \text{ d}^{-1}$ . Esto explicaría la aparente mayor edad obtenida con nuestro método.

### 3.4.2.4 IC 2391

IC 2391 es un cúmulo formado también por estrellas muy jóvenes, situado en la constelación de Vela, a una distancia de 148 pc, con extinción  $A_V = 0.04$ . El catálogo CG2020 le atribuye una edad de  $\log age = 7.46$ , equivalente a unos 29 Myr, con metalicidad  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.000$ . Otros catálogos ofrecen edades muy similares, por ejemplo según D2021

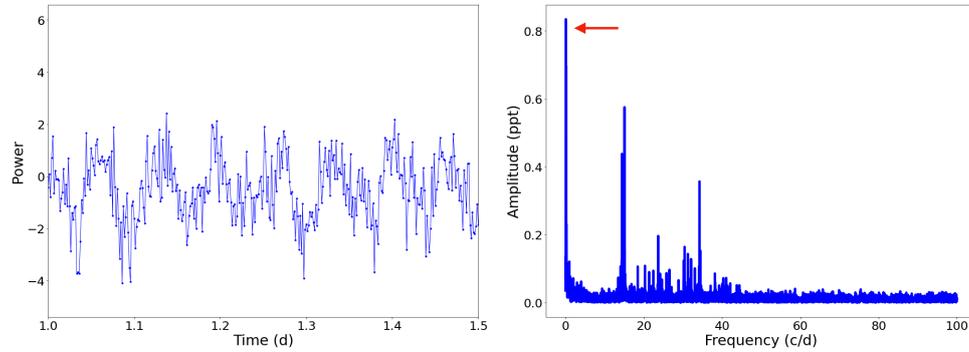


Figura 3.28: Izquierda: Fragmento de la curva de luz de 2 d de duración de TIC 259722519, observada por *TESS*, perteneciente a la agrupación BH 164. Presenta las características de un tránsito producido por algún objeto compañero orbitando a su alrededor. La caída de luminosidad en intervalos periódicos así lo demuestra. Derecha: Periodograma de frecuencias encontradas por MM en TIC 259722519. Sobresalen picos muy significativos en bajas frecuencias, que pueden corresponderse con la presencia de una estrella compañera no resuelta.

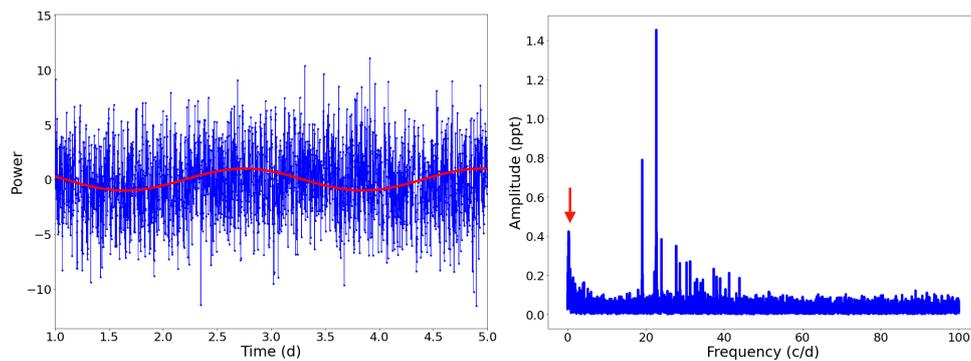


Figura 3.29: Izquierda: Fragmento de la curva de luz de TIC 260721077 de 4 d de duración, observada por *TESS*, perteneciente a la agrupación BH 164. La línea senoidal roja tiene una frecuencia de  $0.5 \text{ d}^{-1}$ , que puede deberse a la rotación de la estrella. Derecha: Periodograma de frecuencias encontradas por MM en TIC 260721077. En rojo se destacan frecuencias en torno a  $0.5 \text{ d}^{-1}$ , responsable de la modulación observada en la curva de luz.

tiene  $\log age = 7.69$ , equivalente a unos 49 Myr, utilizando la misma metalicidad que CG2020. Para B2019, la edad es  $\log age = 7.56$ , equivalente a unos 36 Myr, también con metalicidad solar. Las abundantes referencias en la literatura a este cúmulo de la era Gaia le atribuyen una edad comprendida entre 25 Myr y 55 Myr. Sólo un estudio de la era Pre-Gaia (Kharchenko et al., 2013) estima una edad inconsistente con las demás, de valor  $\log age = 8.05$ , equivalente a unos 112 Myr. En esta investigación se ha analizado la curva de luz correspondiente a una  $\delta$  Sct, TIC 93548492, de la que se ha derivado una edad aproximada de  $113_{-104}^{+204}$  Myr, consistente con la estimada por Kharchenko et al. (2013), y considerando la gran incertidumbre relativa obtenida, también con todas las demás referencias. Sin embargo, también en este caso debemos ser muy cautos con la estimación de  $\Delta\nu_{\text{low}}$ . El análisis de periodicidades en el espectro de frecuencias (Fig. B.1, panel inferior) se hizo sobre un número insuficiente de ellas, ya que se extrajeron en total menos de 30 frecuencias significativas.

#### 3.4.2.5 IC 2395

IC 2395 es un cúmulo muy joven con estrellas en la PMS situado también en la constelación de Vela, al igual que IC 2391 (Sec. 3.4.2.4). Está a una distancia de 702 pc, con extinción  $A_V = 0.51$ . Según CG2020 tiene una edad de  $\log age = 7.31$ , equivalente a unos 20 Myr. El catálogo de Dias et al. (2021) le da una edad de  $\log age = 7.15$ , equivalente a unos 14 Myr, con metalicidad  $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.007$ . Dentro de este cúmulo se ha hecho el análisis sísmico de la estrella TIC 141905922, con una edad estimada de  $38_{-23}^{+51}$  Myr, en consonancia con la edad del cúmulo de las referencias citadas.

#### 3.4.2.6 Mamajek 1

Mamajek 1 es una pequeña agrupación de estrellas, recién descubierta por Eric Mamajek en 1999 (Mamajek et al., 1999), en la constelación del Camaleón. Está a una distancia aproximada de unos 100 pc, con extinción  $A_V = 0.00$ . No está suficientemente estudiado, no hay muchas referencias sobre él en la literatura. La única referencia a la edad está en el repositorio WEBDA, con un valor de  $\log age = 6.778$ , unos 6 Myr, sin que conste metalicidad alguna. Dentro de esta agrupación de estrellas se halla TIC 323246150, la estrella de la que se ha obtenido una edad de  $78_{-69}^{+149}$  Myr, la cuál no es consistente con la referencia citada. Al igual que en los casos analizados en ASCC 16 y BH 164, también esta estrella muestra evidencias, a través de su curva de luz y de su periodograma

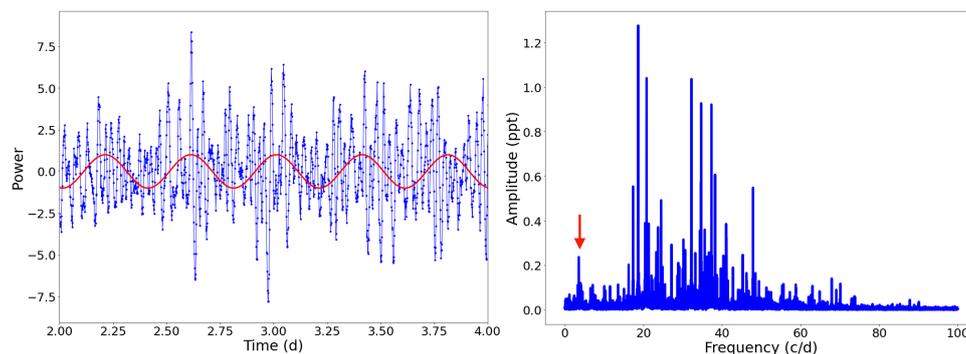


Figura 3.30: Izquierda: Fragmento de la curva de luz de TIC 323246150 de 2 d de duración, observada por *TESS*, perteneciente al cúmulo Mamajek 1. La línea senoidal roja tiene una frecuencia de  $2.5 \text{ d}^{-1}$ , que puede deberse a la rotación de la estrella. Derecha: Periodograma de frecuencias encontradas por MM en TIC 323246150. En rojo se destacan frecuencias en torno a  $2.5 \text{ d}^{-1}$ , responsable de la modulación observada en la curva de luz.

(Fig. 3.30), de un pico de bajas frecuencias en torno al valor  $2.5 \text{ d}^{-1}$ , responsable de una rotación elevada, que podría explicar la aparente mayor edad obtenida. Por otra parte, según [Bochanski et al. \(2018\)](#), la metalicidad de la estrella es  $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.11$ , muy por debajo de la metalicidad solar, la que se ha utilizado para calcular los modelos. Sin referencias sobre la metalicidad del cúmulo, la edad estimada resulta menos fiable.

### 3.4.2.7 Melotte 111

Melotte 111 (Cúmulo estelar de Coma) es un cúmulo estelar situado a una distancia de 85 pc, con extinción  $A_V = 0.00$ . Según CG2020 tiene una edad de  $\log age = 8.81$ , equivalente a unos 646 Myr, similar a la estimada por [Silaj and Landstreet \(2014\)](#), con  $\log age = 8.75$ , equivalente a 562 Myr, con metalicidad  $Z = 0.015$ . También es muy parecida la estimación de D2021, con  $\log age = 8.792$ , equivalente a 619 Myr. Las distintas referencias de la era *Gaia* establecen una metalicidad comprendida entre  $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.06$  (D2021) y  $[\text{Fe}/\text{H}] = +0.076$  ([Fu et al., 2022](#)), es decir, en torno a la solar. Han sido dos las estrellas  $\delta$  Sct analizadas: TIC 285117481 y TIC 328860893. La edad de ambas, considerada como grupo, es de  $810 \pm 270$ , consistente con la estimación de CG2020. Las dos parecen tener metalicidad subsolar y alta rotación, (Tabla 3.13). Además, TIC 285117481 es de tipo Am. Son observaciones que pueden explicar que aparenten más edad que el cúmulo, según las citadas referencias.

### 3.4.2.8 Melotte 22 (Las Pléyades)

Las Pléyades es uno de los cúmulos más cercanos al Sistema Solar. Está situado en la constelación de Tauro a una distancia de 128 pc y una extinción de  $A_V = 0.18$ . En él predominan estrellas calientes de tipo B. La edad estimada por CG2020 es  $\log age = 7.89$ , equivalente a unos 78 Myr. Las diferentes referencias de la era *Gaia* sobre la metalicidad del cúmulo establecen valores para  $[Fe/H]$  comprendidos entre -0.01 y 0.09. Según D2021, la edad es de  $\log age = 8.116$ , equivalente a 131 Myr, con metalicidad  $[Fe/H] = 0.032$ . Y según B2019, es de  $\log age = 7.966$ , equivalente a 92 Myr, con metalicidad  $[Fe/H] = 0.000$ . La determinación de la edad conjunta del grupo de cinco  $\delta$  Sct analizadas nos da una edad aproximada de  $70_{-60}^{+200}$  Myr. Ahora bien, como ocurre con el caso de Praesepe, también aquí parece haber dos poblaciones de diferente edad. Una formada por dos estrellas más evolucionadas en la MS, TIC 440690782 y TIC 440681425, con  $594 \pm 140$  Myr y  $432 \pm 164$  Myr, respectivamente; y otra formada por tres estrellas más jóvenes, TIC 405483707, TIC 405484188 y TIC 14111056, con  $33_{-23}^{+64}$  Myr,  $54_{-41}^{+97}$  Myr y  $41_{-31}^{+94}$  Myr, respectivamente. Dentro de la pareja de estrellas de aparente mayor edad, TIC 440681425 sobresale por su considerable rotación,  $v \sin i = 219 \text{ km s}^{-1}$  (Royer et al., 2007), lo que puede explicar la enorme discrepancia con el grupo de estrellas más jóvenes.

### 3.4.2.9 Melotte25 (Híades)

Melotte 25 (Híades) es el cúmulo más cercano al Sistema Solar, situado en la constelación de Tauro a una distancia de 47 pc, y una extinción de  $A_V = 0.00$ . La edad de CG2020 es de  $\log age = 8.90$ , equivalente a unos 794 Myr, valor muy parecido al de D2021,  $\log age = 8.922$ , equivalente a 836 Myr, con metalicidad  $[Fe/H] = 0.149$ . Las abundantes referencias de la era *Gaia* apuntan a una metalicidad suprasolar, con valores para  $[Fe/H]$  comprendido entre 0.12 (Netopil et al., 2022) y 0.27 (Fu et al., 2022), similares a los del cúmulo de Praesepe. Por ello hemos utilizado la misma malla de modelos para ambos cúmulos. La edad conjunta estimada para el grupo de seis  $\delta$  Sct es de  $670 \pm 200$  Myr, en consonancia con las referencias anteriores, sobre todo con la de CG2020. En este caso, se ha encontrado completa homogeneidad en las edades estimadas para el conjunto de las seis estrellas, todas ellas de tipo A tardía o F temprana.

#### 3.4.2.10 NGC 1901

NGC 1901 es un cúmulo poco poblado y disperso, en la constelación Dorado, a unos 427 pc, con extinción  $A_V = 0.21$ . Según CG2020 tiene una edad de  $\log age = 8.95$ , equivalente a 891 Myr. B2019 establecen que  $\log age = 8.919$ , equivalente a 830 Myr, con metalicidad  $[Fe/H] = -0.080$ , y D2021 le atribuyen una edad de  $\log age = 8.935$ , equivalente a 861 Myr, con metalicidad  $[Fe/H] = -0.042$ . Las referencias sobre metalicidad en la era *Gaia* le dan valores para  $[Fe/H]$  comprendidos entre -0.27 (Kos et al., 2018) y -0.042 (D2021), es decir valores más bien apuntando a una metalicidad subsolar. Se ha caracterizado una sola estrella en este cúmulo, TIC 179438643, de tipo A tardía, muy similar a las de la muestra del cúmulo Híades, con una estimación de edad de  $587 \pm 126$  Myr. Esta estimación no está de acuerdo con las citadas anteriormente, pero sí con la de Pavani et al. (2001), de  $0.6 \pm 0.1$  Gyr, donde emplearon un valor para la extinción notablemente más bajo,  $A_V = 0.04$ , para hacer el ajuste con isócronas de metalicidad solar, la que se ha utilizado en este trabajo para datar la estrella.

#### 3.4.2.11 NGC 2264

NGC 2264 es un cúmulo formado por estrellas jóvenes, oscurecidas por una densa nube de gas y polvo. Está situada en la constelación Monoceros, a una distancia de 707 pc, con un valor para la extinción de  $A_V = 0.79$ . La edad de CG2020 es de  $\log age = 7.44$ , unos 28 Myr. Según D2021, la edad es  $\log age = 6.847$ , equivalente a 7 Myr, con metalicidad  $[Fe/H] = -0.184$ . Las referencias de la era *Gaia* le atribuyen una metalicidad subsolar, con valores para  $[Fe/H]$  comprendidos entre -0.051 (Zhong et al., 2020) y -0.278 Spina et al. (2017). Nuestra estimación de edad para la única estrella de este cúmulo en la muestra, TIC 220322393, es de aproximadamente  $60^{+115}_{-49}$  Myr, utilizando una metalicidad solar. La gran luminosidad observada (Tabla 3.13), junto con un pico notable a bajas frecuencias en su periodograma, pueden ser evidencias de un objeto compañero orbitando alrededor de ella, una binaria no resuelta o posiblemente el disco protoplanetario de un planeta en formación (Mendigutía et al., 2022), teniendo en cuenta la gran densidad de gas y polvo en la que están inmersas las estrellas de este cúmulo.

#### 3.4.2.12 NGC 2516

NGC 2516 está en la constelación de Carina, a una distancia de unos 423 pc, con extinción  $A_V = 0.11$ . La edad de CG2020 es de  $\log age = 8.38$ , unos 240 Myr. Según D2021 es de  $\log age = 8.442$ , equivalente a 277 Myr, con metalicidad  $[Fe/H] = -0.008$ . Las referencias de la era *Gaia* estiman metalicidad de tipo solar, con valores para  $[Fe/H]$  comprendidas entre -0.079 (Spina et al., 2017) y 0.05 (Netopil et al., 2022). La estrella analizada, TIC 382631447, tiene una edad estimada en  $111^{+196}_{-103}$  Myr, consistente con estas referencias, y más aún con el valor de unos 150 Myr, según el estudio hecho por Bouma et al. (2021), basado en modelos girocronológicos de miembros que forman el amplio halo de unos 500 pc que rodea el núcleo de este cúmulo, del que forma parte nuestra estrella. No se han encontrado datos en la literatura sobre tipo espectral y rotación para esta estrella. Sí se han encontrado datos de metalicidad, como el proporcionado en el catálogo TIC, con un valor de  $[Fe/H] = -0.354$ , claramente subsolar y alejado de la metalicidad media de tipo solar del cúmulo. Un estudio reciente de Li et al. (2023), basado también en la astrosismología, estima que la edad de NGC 2516 es de  $102 \pm 15$  Myr, muy consistente también con nuestra determinación.

#### 3.4.2.13 Platais 8

Platais 8 es un cúmulo muy joven con una treintena de estrellas aproximadamente. Está localizado en la constelación de Carina a unos 134 pc, con una extinción  $A_V = 0.14$ . Según CG2020, su edad es de  $\log age = 7.48$ , equivalente a unos 30 Myr, muy similar a la de D2021, con un valor de  $\log age = 7.567$ , equivalente a 37 Myr, con una metalicidad  $[Fe/H] = -0.05$ . Por su parte, para Vande Putte et al. (2010) es de unos 60 Myr, mediante un análisis cinemático del cúmulo. Dentro de él se halla TIC 122093026, cuyo análisis sísmico nos ha aportado una edad de unos  $54^{+123}_{-45}$  Myr, consistente con todas las referencias citadas.

#### 3.4.2.14 RSG 5

RSG 5 es un cúmulo situado a una distancia de unos 328 pc, con extinción  $A_V = 0.01$ . En CG2020 la edad es  $\log age = 7.54$ , equivalente a unos 35 Myr. Y según Dias et al. (2021) es  $\log age = 7.718$ , unos 52 Myr, con una metalicidad de  $[Fe/H] = 0.012$ . En este cúmulo encontramos la estrella TIC 185953037, cuyo análisis sísmico nos da una edad

de  $42_{-33}^{+94}$  Myr, consistente con las demás determinaciones.

#### 3.4.2.15 UBC 1

UBC 1, al igual que los que forman la lista UBC, es un cúmulo recién descubierto con datos de *Gaia*. Está situado a una distancia de unos 326 pc con extinción  $A_V = 0.35$ . Sólo hemos encontrado una referencia a la metalicidad, con valor  $[Fe/H] = 0.020$  (Spina et al., 2021). La edad de CG2020 es de  $\log age = 7.84$ , equivalente a unos 69 Myr. Está incluido en la lista de Kounkel and Covey (2019), con una edad de unos 182 Myr. Recientemente se ha publicado un estudio específico para este cúmulo (Fritzewski et al., 2024), combinando tres métodos diferentes: astrosismología con modos g, la girocronología y el ajuste de isócronas. Dicho estudio ha concluido que la edad del cúmulo se encuentra entre los 150 y los 300 Myr. La estrella que se ha analizado en este estudio es TIC 416402521, cuyo análisis sísmico nos ha aportado una edad estimada en  $122_{-114}^{+216}$  Myr, muy de acuerdo con todos estos estudios.

#### 3.4.2.16 UBC 19

UBC 19 es un cúmulo con una treintena de estrellas muy jóvenes, situado a una distancia de 416 pc, con extinción  $A_V = 0.70$ . CG2020 estima una edad de  $\log age = 6.84$ , unos 7 Myr. La única referencia a la metalicidad la encontramos en Fu et al. (2022), con un valor de  $[Fe/H] = 0.082$ . Dentro de este cúmulo hemos analizado la estrella TIC 26500322, obteniendo una edad de  $25_{-14}^{+24}$  Myr, algo mayor que la de CG2020. En este caso, la fiabilidad de nuestro resultado se ve comprometida por la influencia de un pico considerable a bajas frecuencias en el periodograma de esta estrella (Fig. 3.31), lo cuál revela la presencia de un objeto cercano en órbita alrededor de ella, como un posible disco protoplanetario, dada su juventud y el valor tan alto de la extinción, que revela la presencia de mucho gas y polvo envolviendo a la estrella.

#### 3.4.2.17 UBC 31

UBC 31 está situado a una distancia de unos 341 pc, con extinción  $A_V = 0.18$ . La determinación de la edad de CG2020 aporta un valor de  $\log age = 7.42$ , equivalente a unos 26 Myr, prácticamente idéntica a la obtenida por D2021, con metalicidad  $[Fe/H] = 0.425$ . El estudio de Fu et al. (2022) le otorga una metalicidad más parecida a la

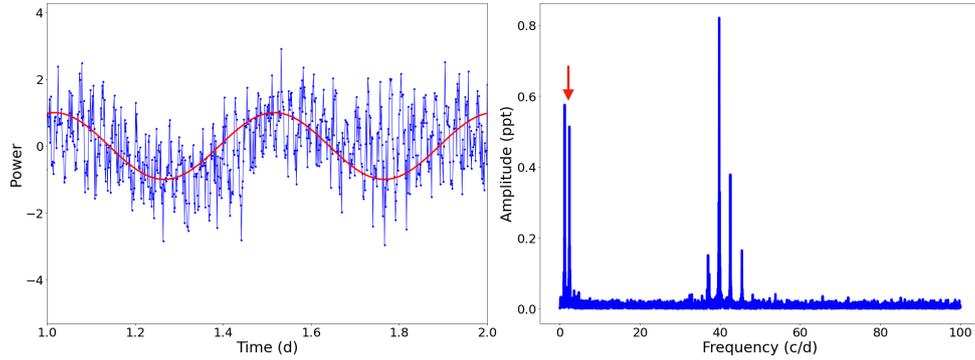


Figura 3.31: Izquierda: Fragmento de la curva de luz de TIC 26500322 de 2 d de duración, observada por *TESS*, perteneciente al cúmulo UBC 19. La línea senoidal roja tiene una frecuencia de  $2 \text{ d}^{-1}$ , que puede deberse a la rotación de la estrella. Derecha: Periodograma de frecuencias encontradas por MM en TIC 26500322. En rojo se destacan frecuencias en torno a  $2 \text{ d}^{-1}$ , responsable de la modulación observada en la curva de luz.

solar,  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.003$ . Con ella hemos modelado las dos estrellas de la muestra que pertenecen a este cúmulo, TIC 467684973 y TIC 467762884, de tipos espectrales F0 y A0 respectivamente. El análisis sísmico revela que se trata de dos estrellas jóvenes, que consideradas como grupo tendrían una edad de  $30^{+30}_{-20}$  Myr, muy de acuerdo con las referencias citadas.

#### 3.4.2.18 UPK 385

UPK 385 es un cúmulo situado a una distancia de 321 pc, con extinción  $A_V = 0.87$ , y con una edad, según CG2020, de  $\log \text{age} = 7.07$ , unos 12 Myr, coincidiendo casi plenamente con la de D2021, en la que la metalicidad es de  $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.116$ . Según Fu et al. (2022) la metalicidad de este cúmulo es  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.127$ . Teniendo ambos valores en cuenta, hemos optado por utilizar una metalicidad de tipo solar para caracterizar las dos estrellas de nuestra muestra presentes en este cúmulo: TIC 293474955 y TIC 303599346, muy similares en sus características, también en los observables sísmicos obtenidos, y por consiguiente en su edad. Consideradas como un grupo, tienen una edad conjunta de unos  $30^{+30}_{-20}$  Myr, consistente con las referencias citadas.

## Capítulo 4

# Conclusiones y trabajo futuro

### 4.1 Conclusiones

Se resumen a continuación las principales conclusiones tras la realización de este trabajo:

- Se ha desarrollado una nueva herramienta para extraer las frecuencias de pulsación de una estrella, en particular de tipo  $\delta$  Sct, a partir de las curvas de luz proporcionadas por las misiones espaciales, principalmente de Kepler y *TESS*. Se trata de MULTIMODES, disponible en un repositorio público, versátil y más rápida que otras herramientas utilizadas en el campo. Tras someterlo a prueba con curvas de luz sintéticas y curvas de luz reales, se procedió con confianza a utilizarlo en el desarrollo de esta investigación.
- Se ha observado la gran separación en órdenes bajos con las frecuencias significativas de mayor amplitud de un número considerable de estrellas: 46 pertenecientes a 21 cúmulos estelares de diferentes edades y metalicidades, más otras 76 estrellas cercanas al borde rojo de la banda de inestabilidad, con el fin de datar las posibles  $\delta$  Sct de mayor edad.
- Se han utilizado tres observables sísmicos para restringir los modelos de una malla, diseñada con los valores característicos de una estrella  $\delta$  Sct, con objeto de explorar la viabilidad de datar cúmulos estelares jóvenes con presencia de este tipo de estrellas. Estos tres observables son: la gran separación en órdenes bajos, por su relación con la densidad media de la estrella; la frecuencia de máxima amplitud, por

su relación con la temperatura efectiva; y, en los pocos casos donde fue posible, el multiplete de frecuencias del mismo orden y grado, por su relación con la frecuencia de rotación. En primera aproximación se ha hecho con el cúmulo  $\alpha$  Per, dejando de lado un tratamiento estadístico de los modelos en la predicción de su edad. El resultado es que  $\alpha$  Per tiene una edad de unos 96 Myr, un valor que está de acuerdo con algunas referencias de la literatura. Una vez que mejoramos el método introduciendo un tratamiento estadístico adecuado de los modelos, la edad de este cúmulo resulta ser  $90 \pm 60$  Myr, muy similar a la estimación anterior. Esto nos dice que la selección de unos pocos modelos con edades comunes en las estrellas analizadas fue suficiente para datar el cúmulo.

- El análisis de Trumpler 10 nos da como resultado una edad media de  $30^{+30}_{-20}$  Myr, consistente con las estimaciones realizadas, por ejemplo, por [Netopil et al. \(2016\)](#); [Dias et al. \(2021\)](#), de 34 Myr y 57 Myr respectivamente. Esta gran incertidumbre relativa se reproduce con otros cúmulos de edades similares. Se necesitan modelos con un mejor tratamiento en la PMS para aumentar la precisión.
- Por lo que respecta a Praesepe, encontramos que la muestra de seis  $\delta$  Sct, consideradas como una única población, tiene una edad promedio de  $580 \pm 230$  Myr, consistente con algunas referencias en la literatura, como [Meibom and Mathieu \(2005\)](#); [Fossati et al. \(2008\)](#), de 590 Myr y 630 Myr respectivamente. No obstante, dentro de la muestra se distinguen claramente dos grupos con edades aparentemente diferentes: un grupo de cuatro estrellas más jóvenes, cuya edad promedio es de  $510 \pm 140$  Myr, y otro de dos estrellas con una edad promedio de  $890 \pm 140$  Myr. Las tres hipótesis que pueden explicar estas dos poblaciones son: 1) Realmente son dos poblaciones de edades diferentes. 2) Una rotación elevada disminuye la densidad media de la estrella, lo cuál hace que la gran separación observada sea más pequeña. 3) Si la estrella forma parte de un sistema binario no resuelto, la luminosidad y el tamaño observados son mayores, y por tanto la densidad es menor, lo que hace que la gran separación observada sea menor.
- De las 76 estrellas analizadas en el borde rojo de la banda de inestabilidad, encontramos que la de mayor edad en el grupo es TIC 231148059, con  $1174 \pm 321$  Myr. Tratándose de una muestra homogénea en parámetros como la masa, la luminosidad y la temperatura efectiva, hemos podido calcular una edad promedio que nos sirva como orientación para saber el límite máximo que podemos alcanzar a la hora de estimar la edad de un cúmulo, utilizando la sismología de las estrellas  $\delta$  Sct.

Con nuestra actual malla de modelos y nuestro método de análisis, no esperamos datar cúmulos por encima de unos 900 Myr.

- Bajo las condiciones demandadas por nuestro método, se ha encontrado un grupo de 31 estrellas pertenecientes a otros 18 cúmulos de diferentes edades y metalicidades. Encontramos que los resultados son consistentes en 16 de los 18 cúmulos, comparando con las determinaciones de otros estudios realizados con datos de la era *Gaia*. Sin embargo, casi de forma sistemática obtenemos edades superiores a otras determinaciones. Esto tiene que ver con que nuestros modelos han sido insuficientes en el rango de metalicidad y en el de los valores de rotación iniciales escogidos.

## 4.2 Limitaciones del método. Trabajo futuro

La principal novedad de este trabajo ha sido el uso de estrellas  $\delta$  Sct para datar cúmulos jóvenes, donde el tradicional método del ajuste de isócronas es muy ambiguo en la MS. A la vista de los resultados obtenidos, el método promete para convertirse en una referencia dentro de este campo, con la ayuda de futuras misiones espaciales, como el proyecto de la ESA PLANetary Transits and Oscillations of stars<sup>1</sup> (PLATO, Rauer et al. (2014)) y High-precision AsteroseismologY in DeNse stellar fields<sup>2</sup> (HAYDN, Miglio et al. (2021)), más específica para el estudio de cúmulos estelares. Se espera que ambas nos aporten datos fotométricos de mayor resolución.

Sin embargo se necesita trabajar en las siguientes mejoras:

- La estimación de la gran separación no es fácil en la mayoría de los casos. Para este trabajo se ha tenido que ir estrella por estrella, comparando los resultados aportados por las cuatro técnicas utilizadas, y decidiendo a ojo la mejor opción posible. Con ayuda de algoritmos, se necesita automatizar este proceso utilizando criterios más objetivos para obtener una estimación más fiable de este importante observable.
- La frecuencia de rotación es un observable sísmico de gran valor que ayudaría a restringir aún más los modelos con los que queremos caracterizar las  $\delta$  Sct.

---

<sup>1</sup><https://sci.esa.int/web/plato>

<sup>2</sup><http://www.asterochronometry.eu/haydn>

Discriminar los multipletes de frecuencias del mismo orden y grado dentro del complejo espectro de frecuencias de este tipo de estrellas es fundamental para conseguir este objetivo. Para ello se necesitan curvas de luz de mayor resolución fotométrica, y eso pasa por monitorizar las estrellas desde el espacio en series temporales más largas.

- La identificación de los modos de pulsación observados es uno de los grandes objetivos sobre los que se está trabajando en el campo de la astrosismología. Seguir dando pasos para avanzar en esta tarea es crucial para mejorar los modelos, y obtener información detallada y más precisa sobre la estructura interna de la estrella.
- Teniendo en cuenta las grandes incertidumbres relativas que se generan cuando se trata de datar cúmulos en la PMS o en la ZAMS, se necesitan modelos que caractericen con más precisión estas fases donde ocurren cambios con más rapidez.
- Necesitamos una malla de modelos mucho más amplia y homogénea. Si queremos reducir la incertidumbre tenemos que abarcar un mayor rango en los diversos parámetros de entrada, principalmente la metalicidad y la rotación inicial.

## Apéndice A

# $\Delta\nu_{\text{low}}$ en el borde rojo de la banda de inestabilidad

A continuación se detallan las gráficas de la FT, HFD, AC (izquierda) y la ED (derecha) donde se estima la gran separación correspondiente a cada una de las estrellas analizadas cerca del borde rojo de la banda de inestabilidad.

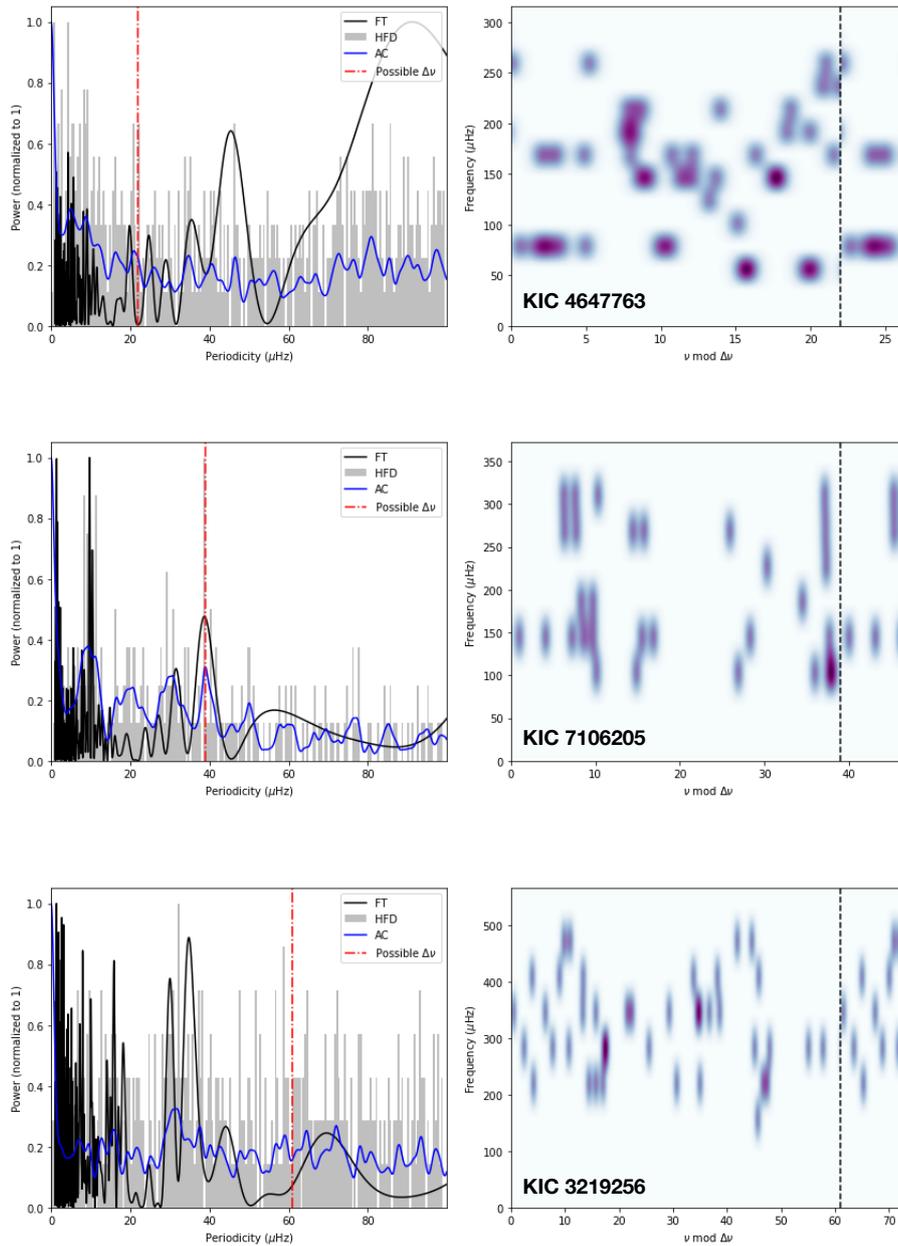


Figura A.1: Gran separación estimada (línea roja vertical discontinua en panel de la izquierda) para la muestra de estrellas cercanas al borde rojo de la banda de inestabilidad. Izquierda: transformada de Fourier (FT), el diagrama de autocorrelación (AC), el histograma de separaciones de frecuencia (HFD). Derecha: diagrama échelle (ED).

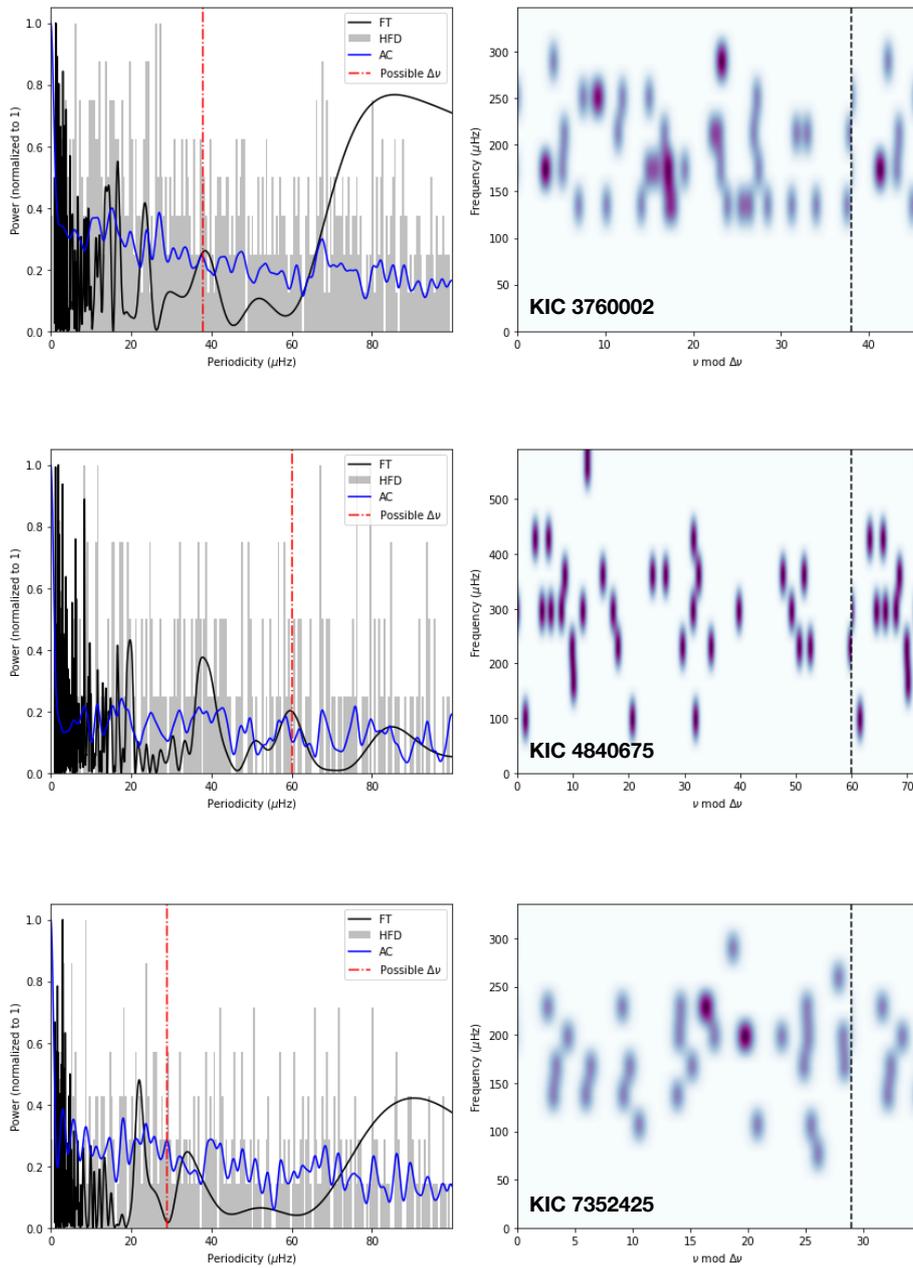


Figura A.2: Igual que Fig. A.1.

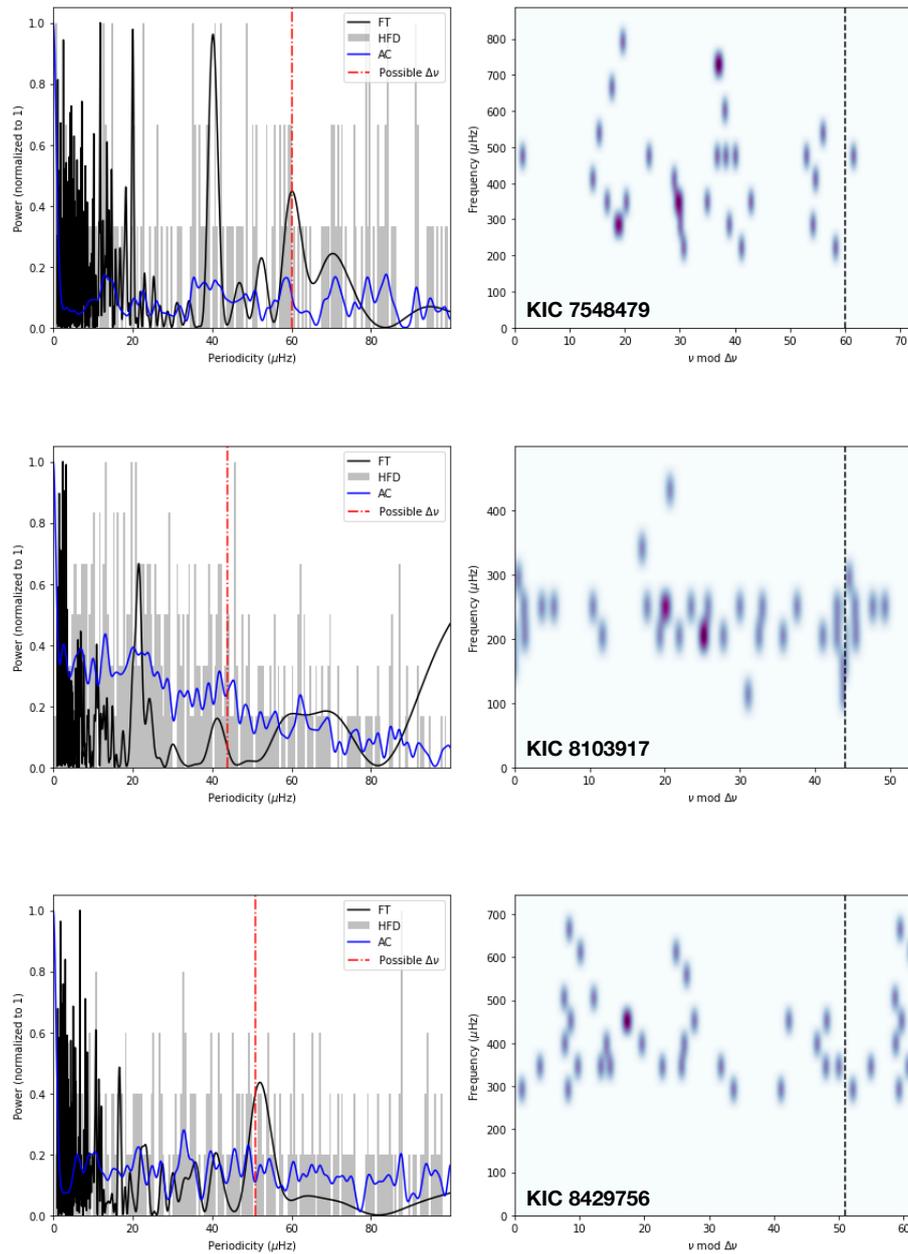


Figura A.3: Igual que Fig. A.1.

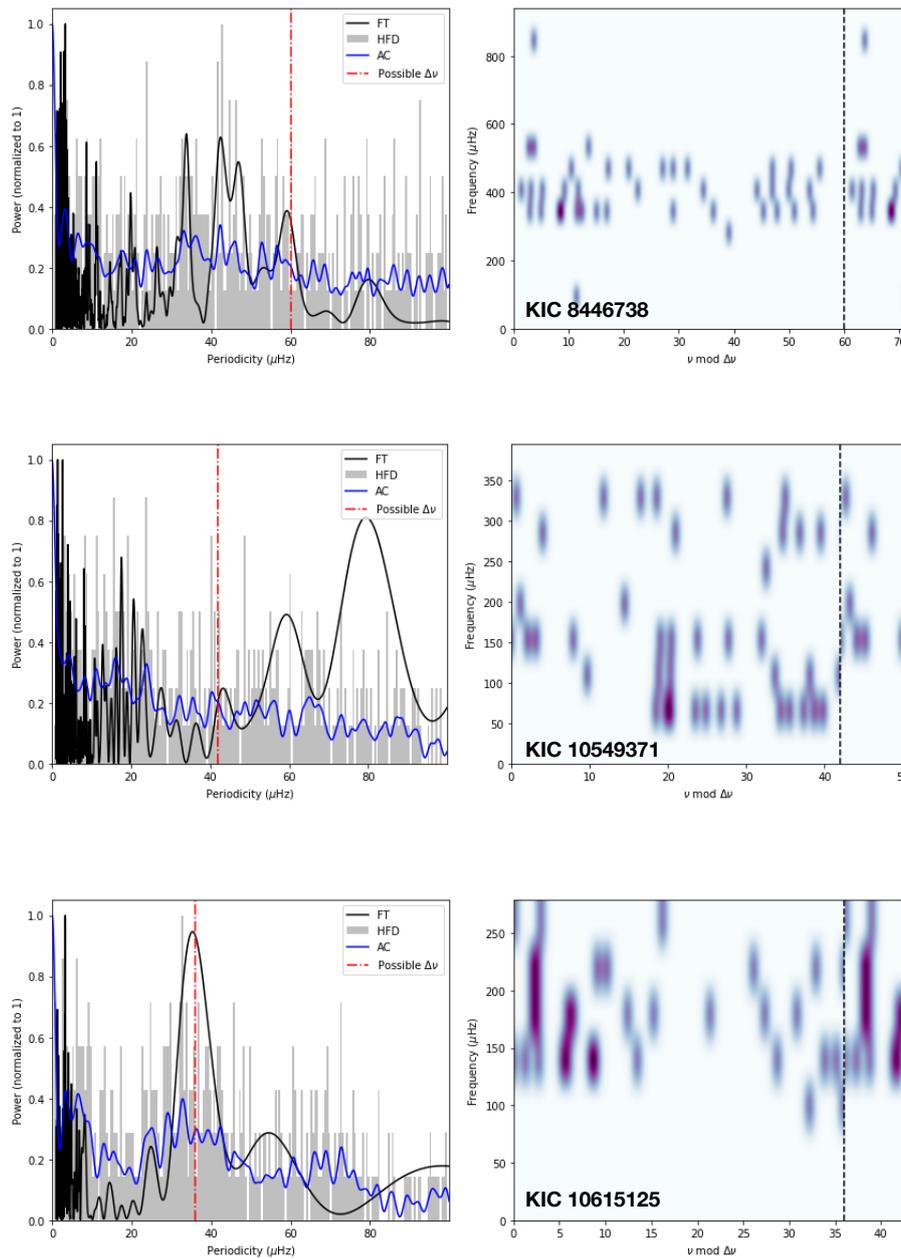


Figura A.4: Igual que Fig. A.1.

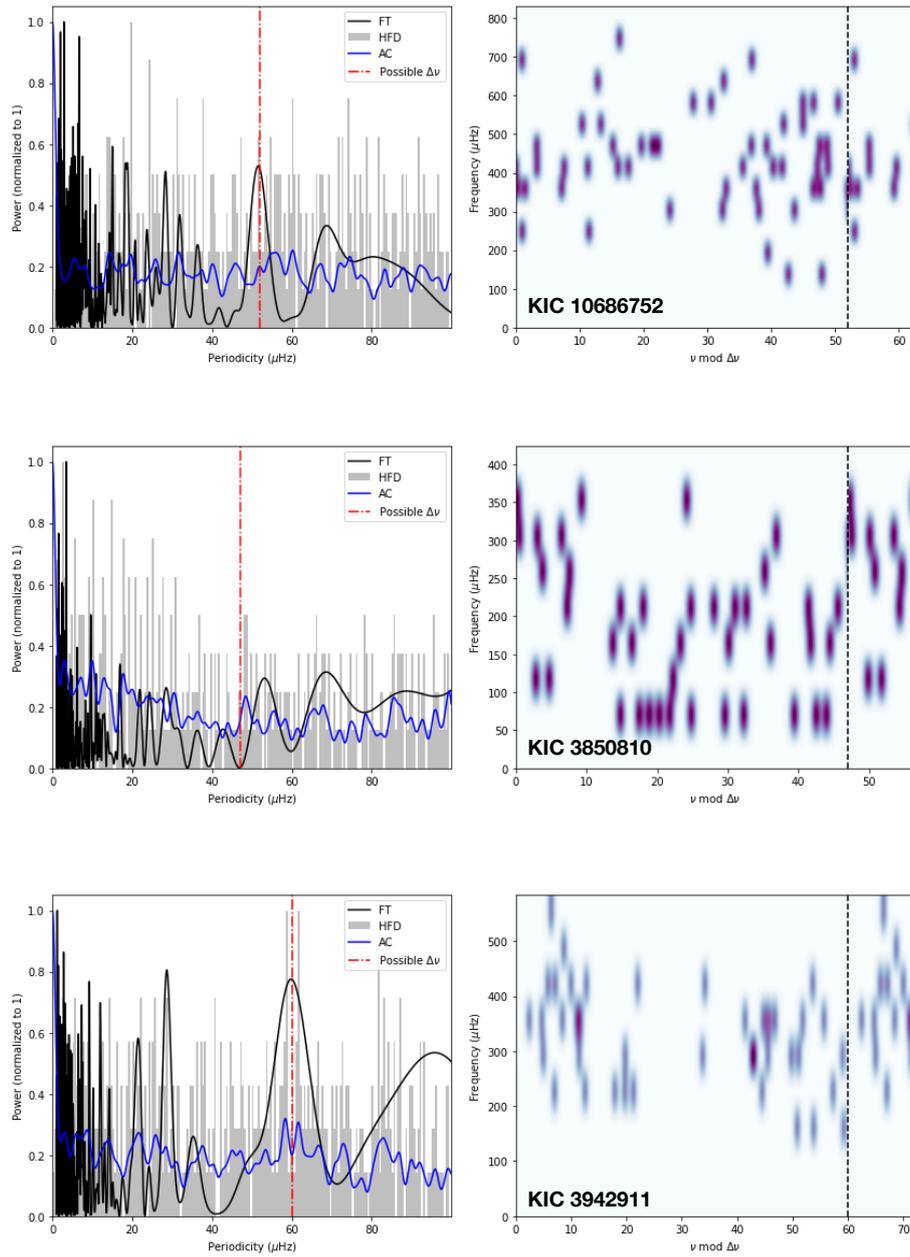


Figura A.5: Igual que Fig. A.1.

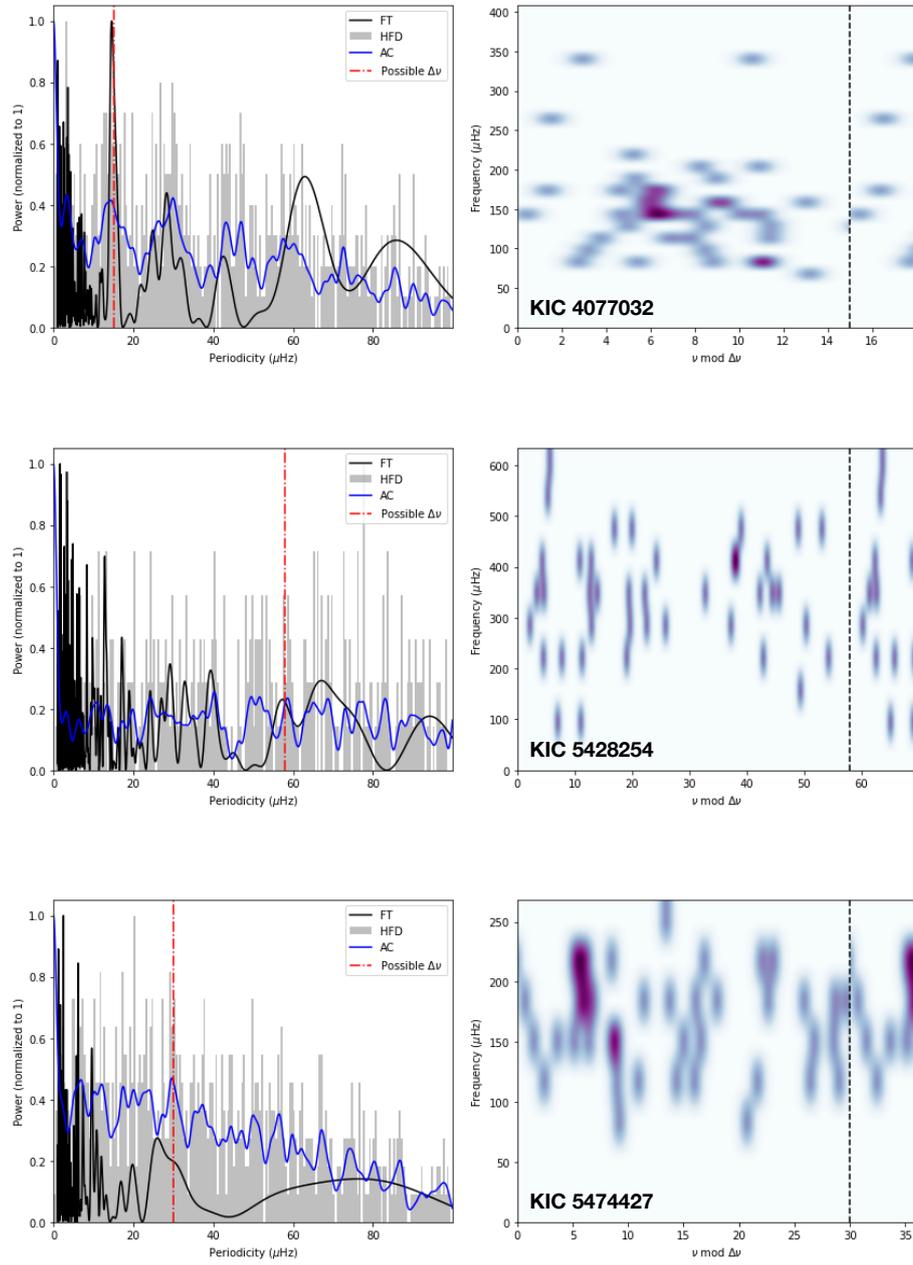


Figura A.6: Igual que Fig. A.1.

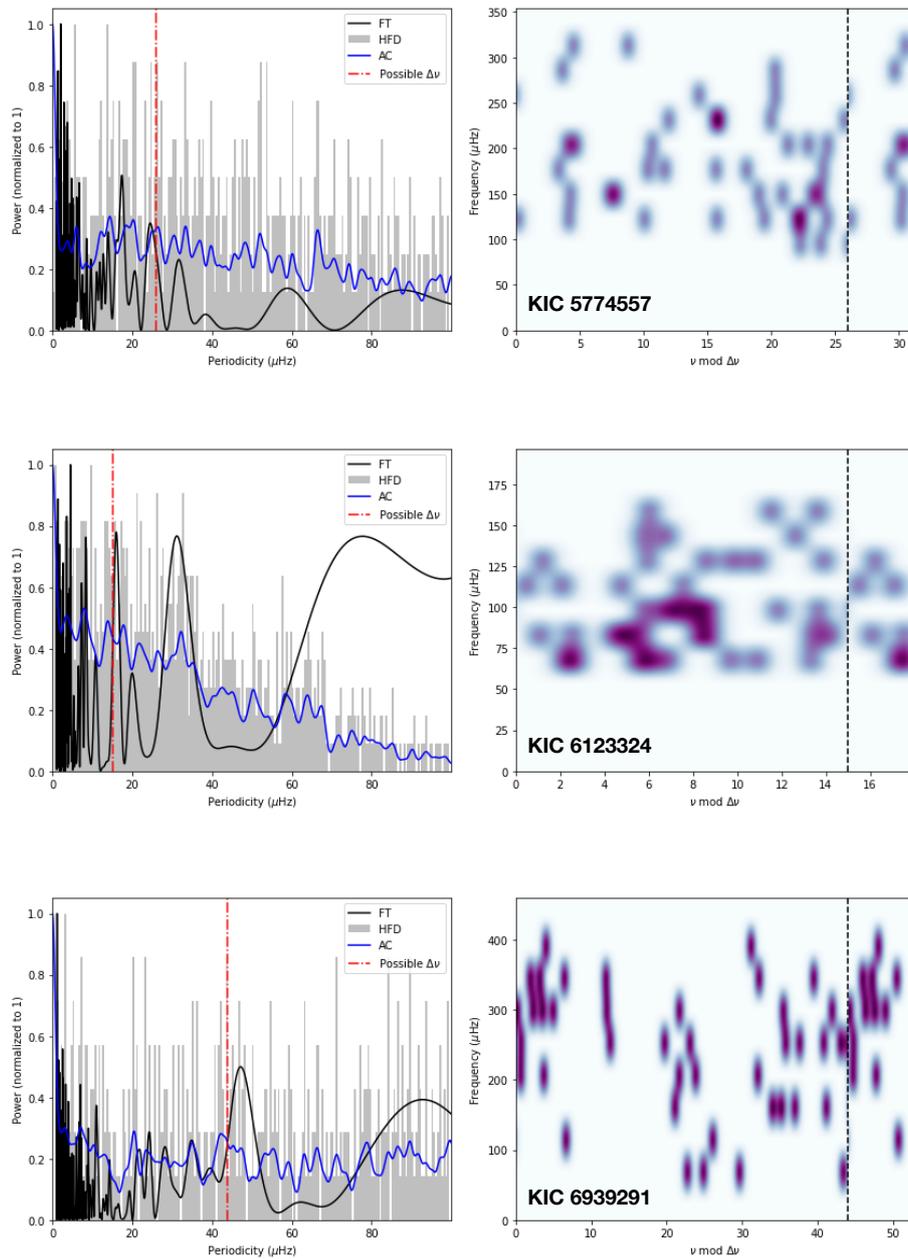


Figura A.7: Igual que Fig. A.1.

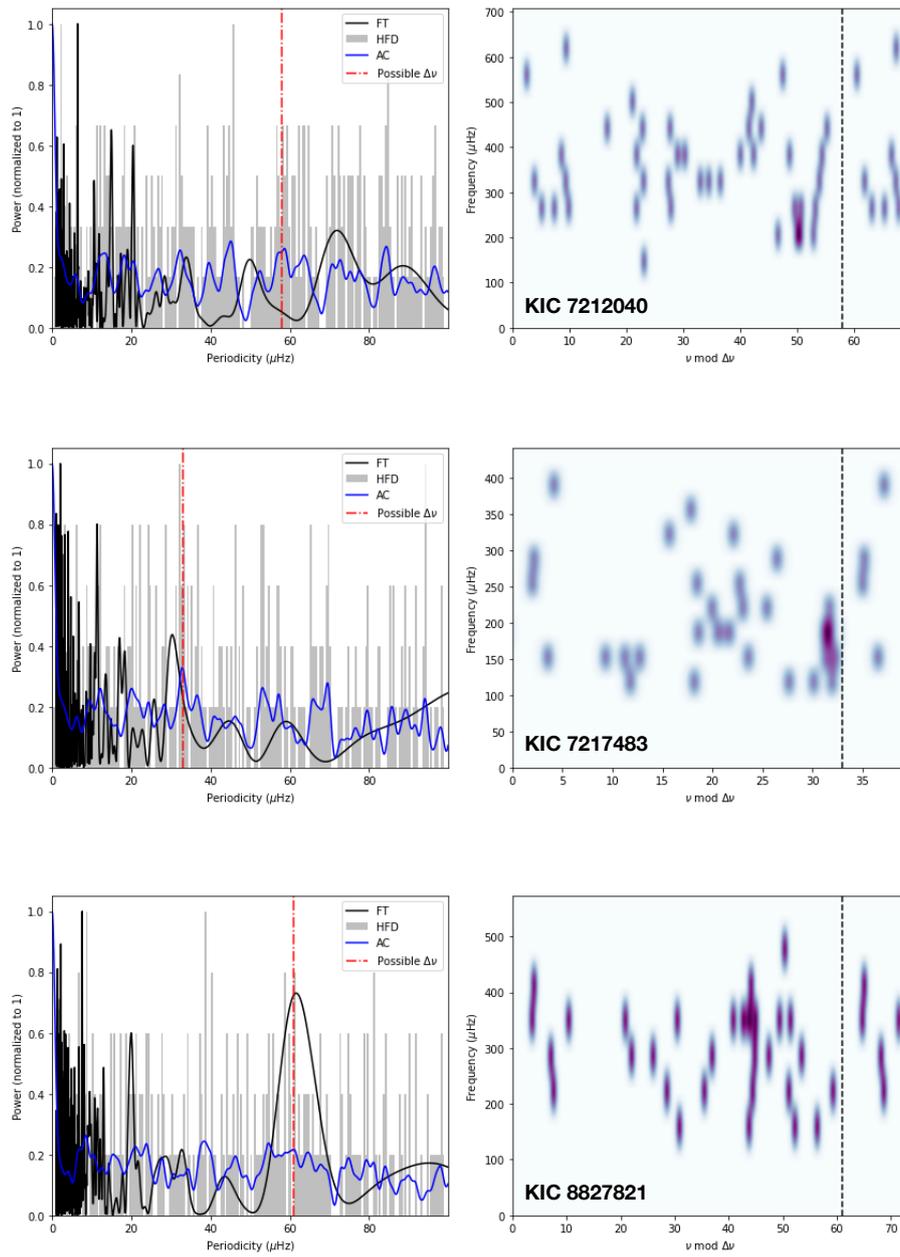


Figura A.8: Igual que Fig. A.1.

144APÉNDICE A.  $\Delta\nu_{\text{low}}$  EN EL BORDE ROJO DE LA BANDA DE INESTABILIDAD

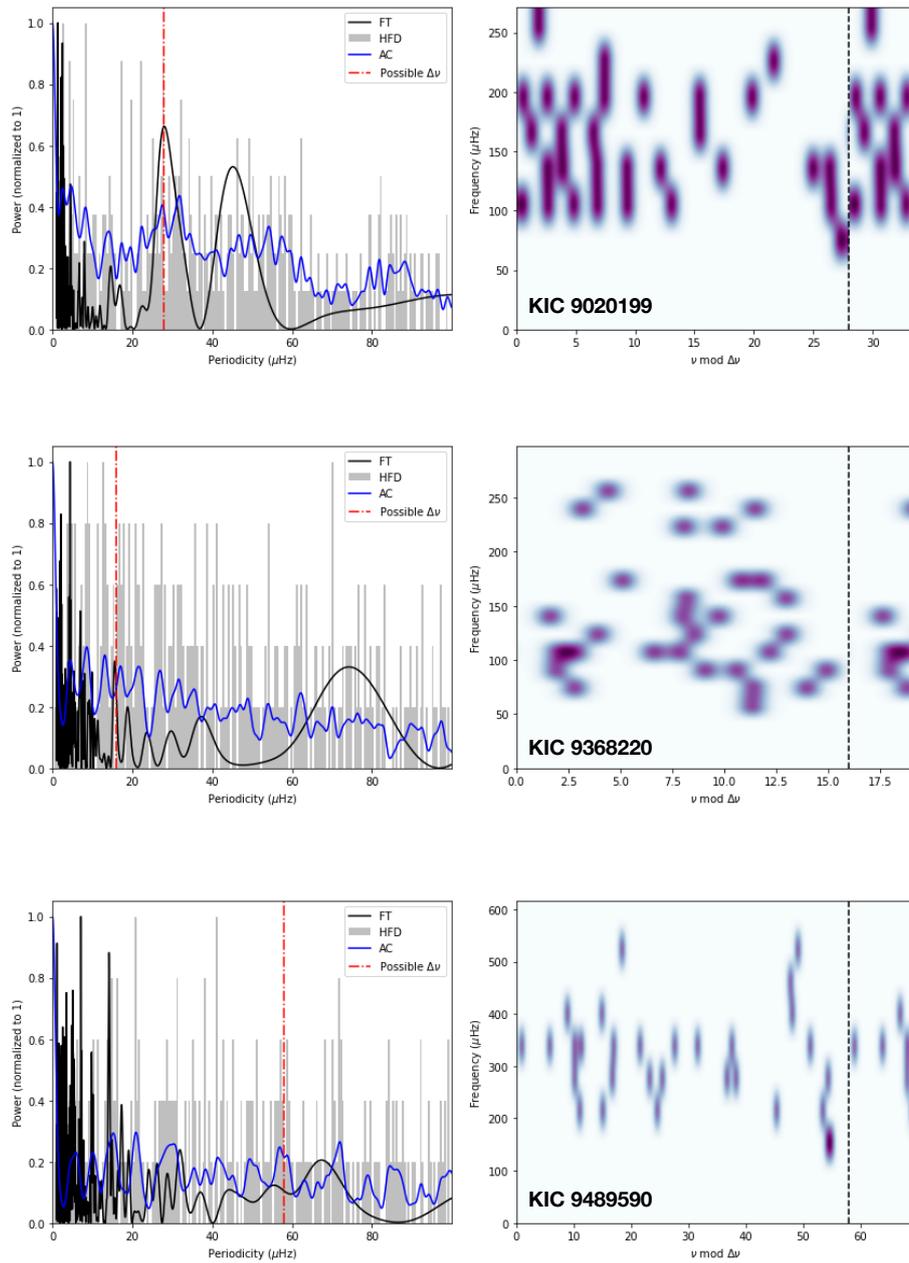


Figura A.9: Igual que Fig. A.1.

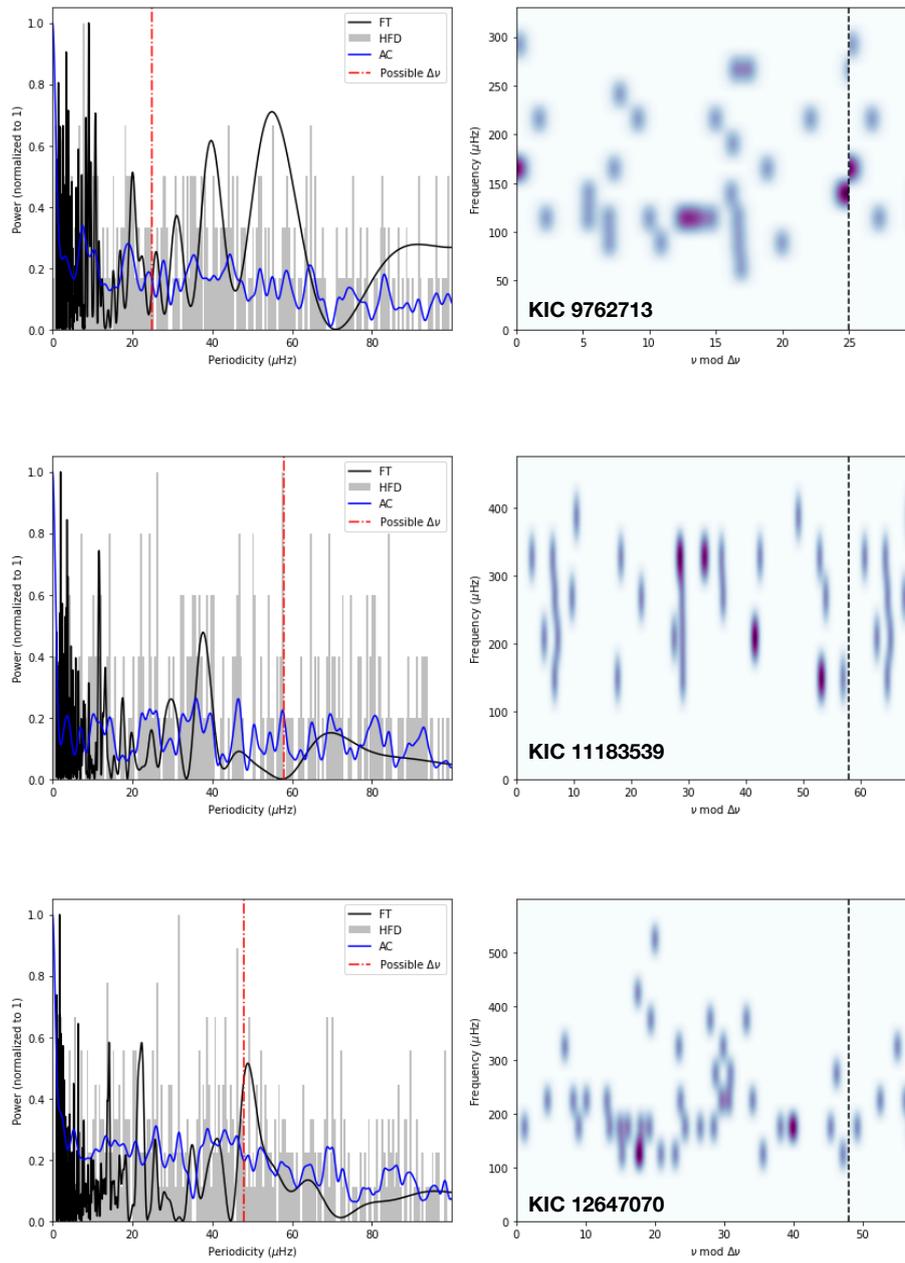


Figura A.10: Igual que Fig. A.1.

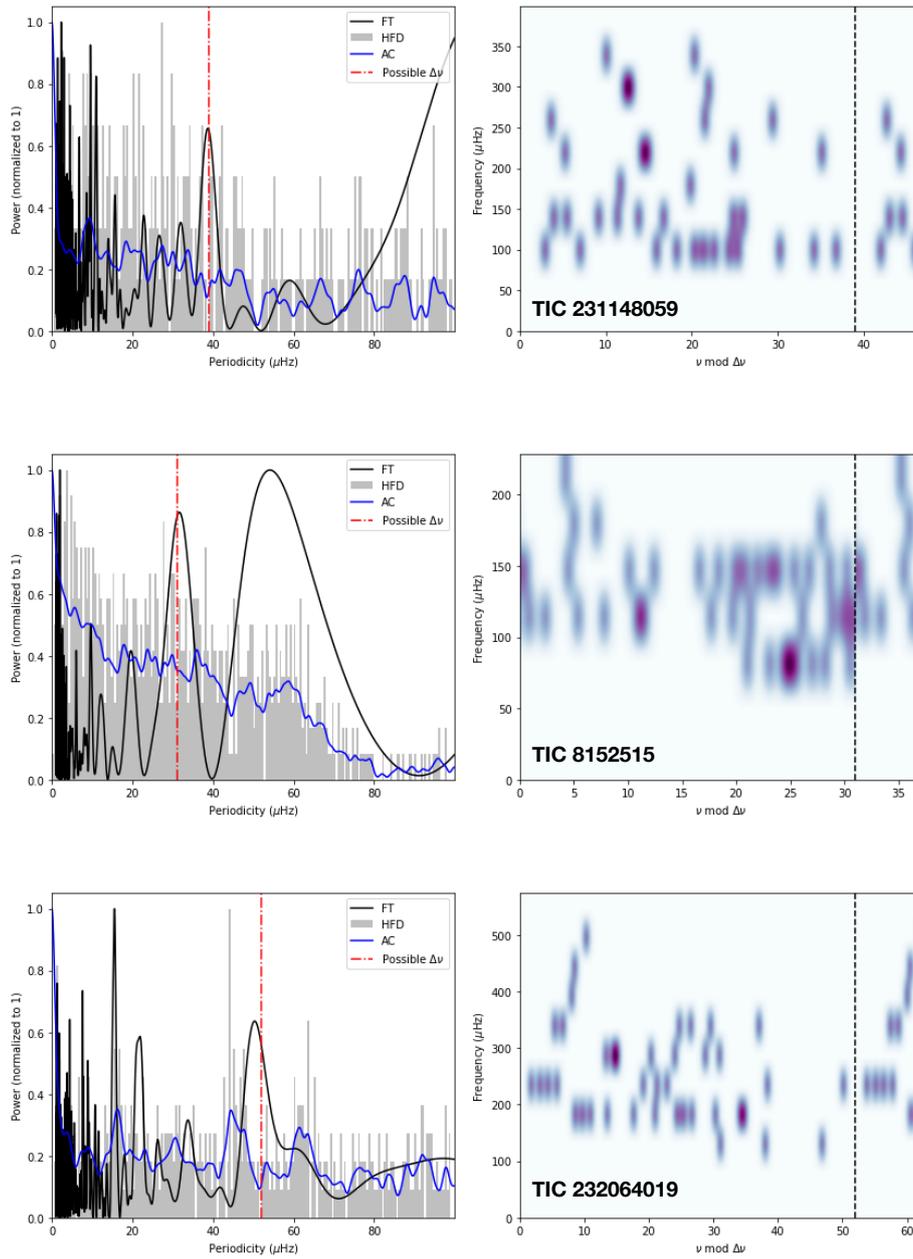


Figura A.11: Igual que Fig. A.1.

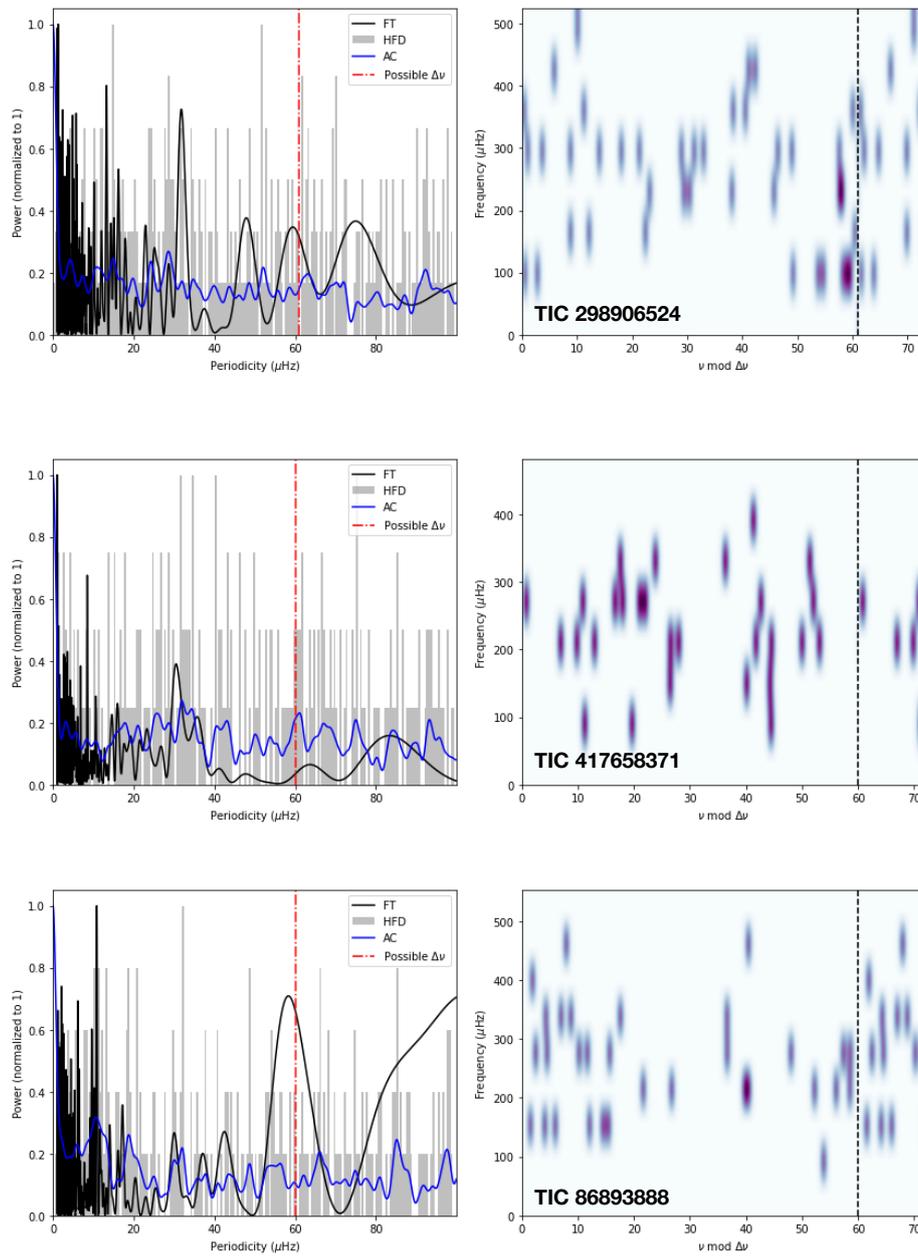


Figura A.12: Igual que Fig. A.1.

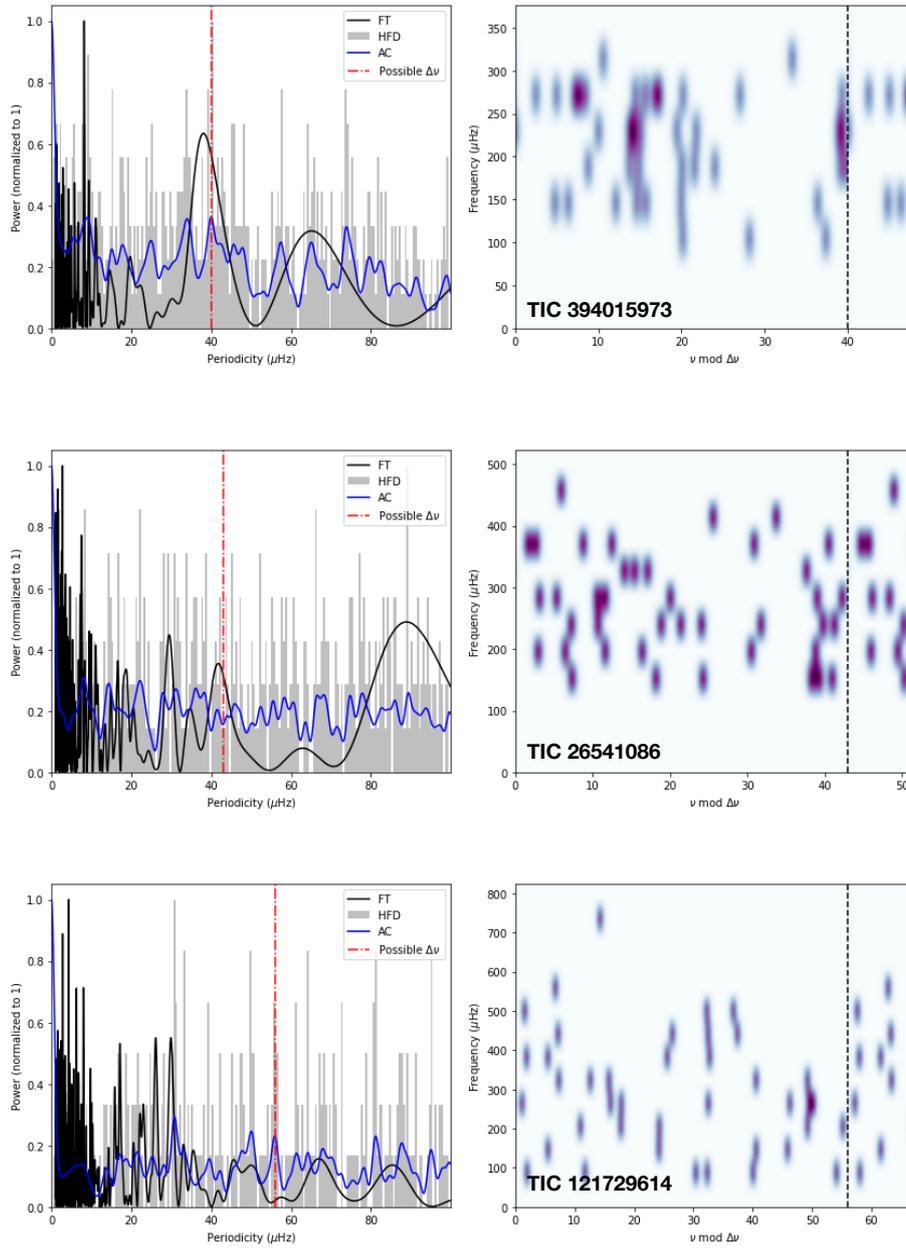


Figura A.13: Igual que Fig. A.1.

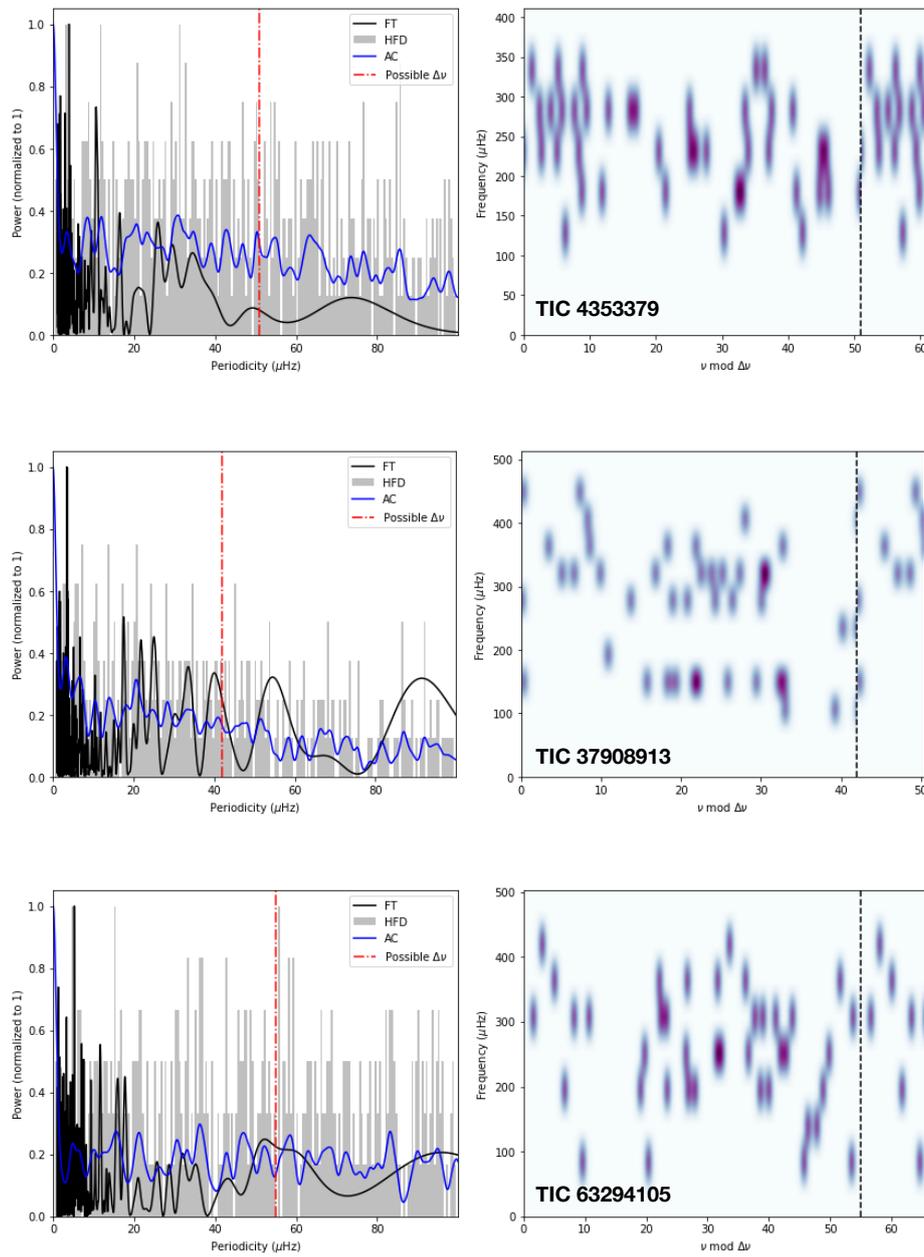


Figura A.14: Igual que Fig. A.1.

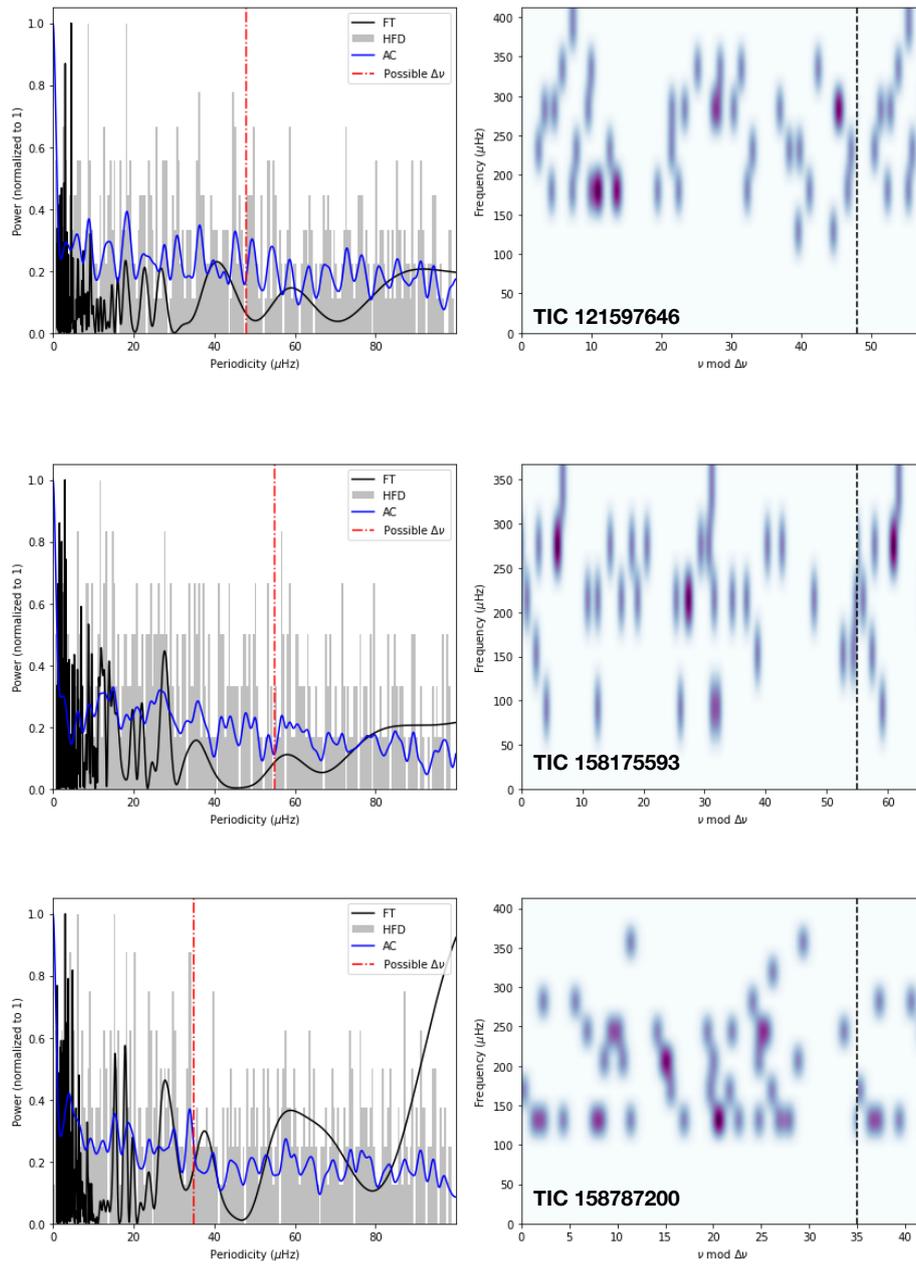


Figura A.15: Igual que Fig. A.1.

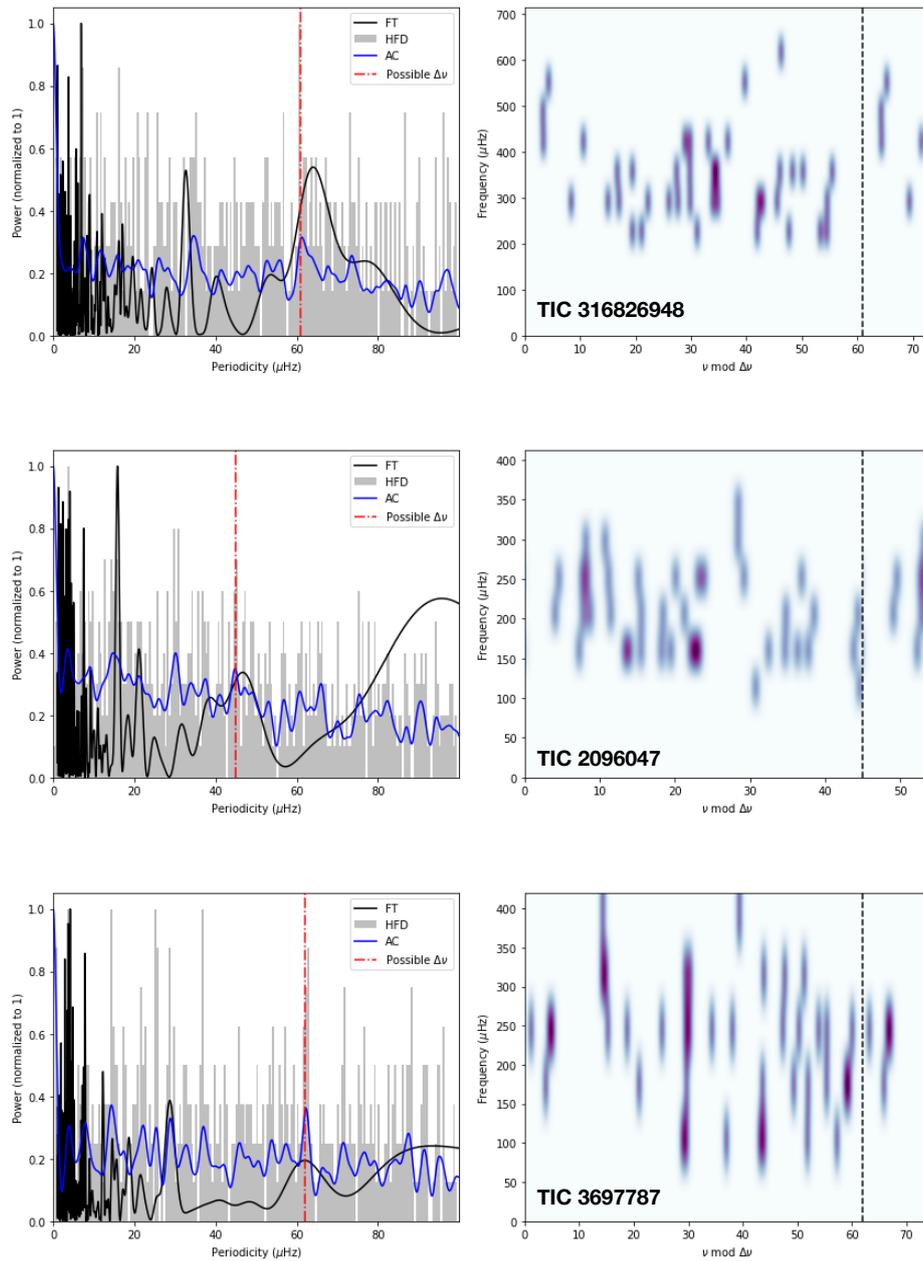


Figura A.16: Igual que Fig. A.1.

152 APÉNDICE A.  $\Delta\nu_{\text{low}}$  EN EL BORDE ROJO DE LA BANDA DE INESTABILIDAD

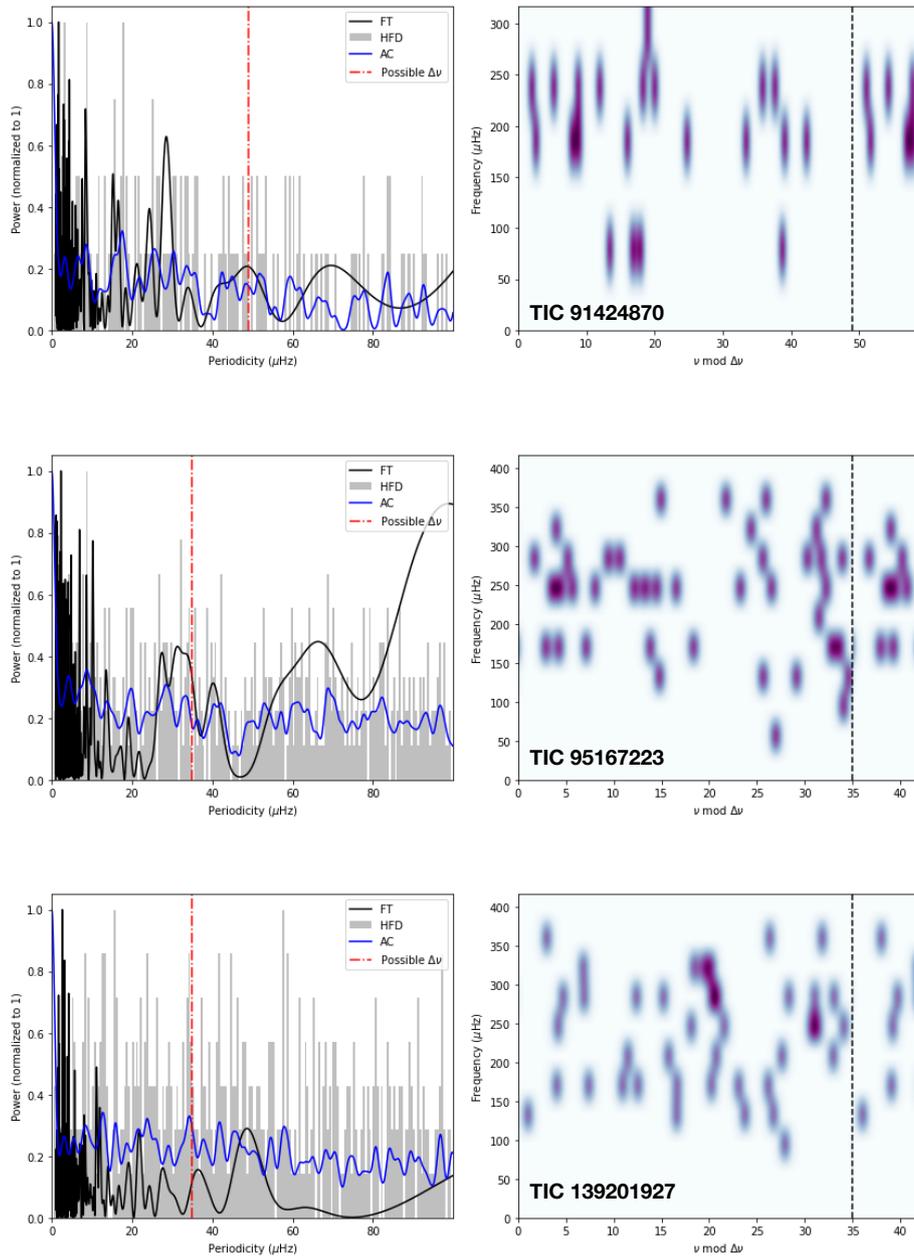


Figura A.17: Igual que Fig. A.1.

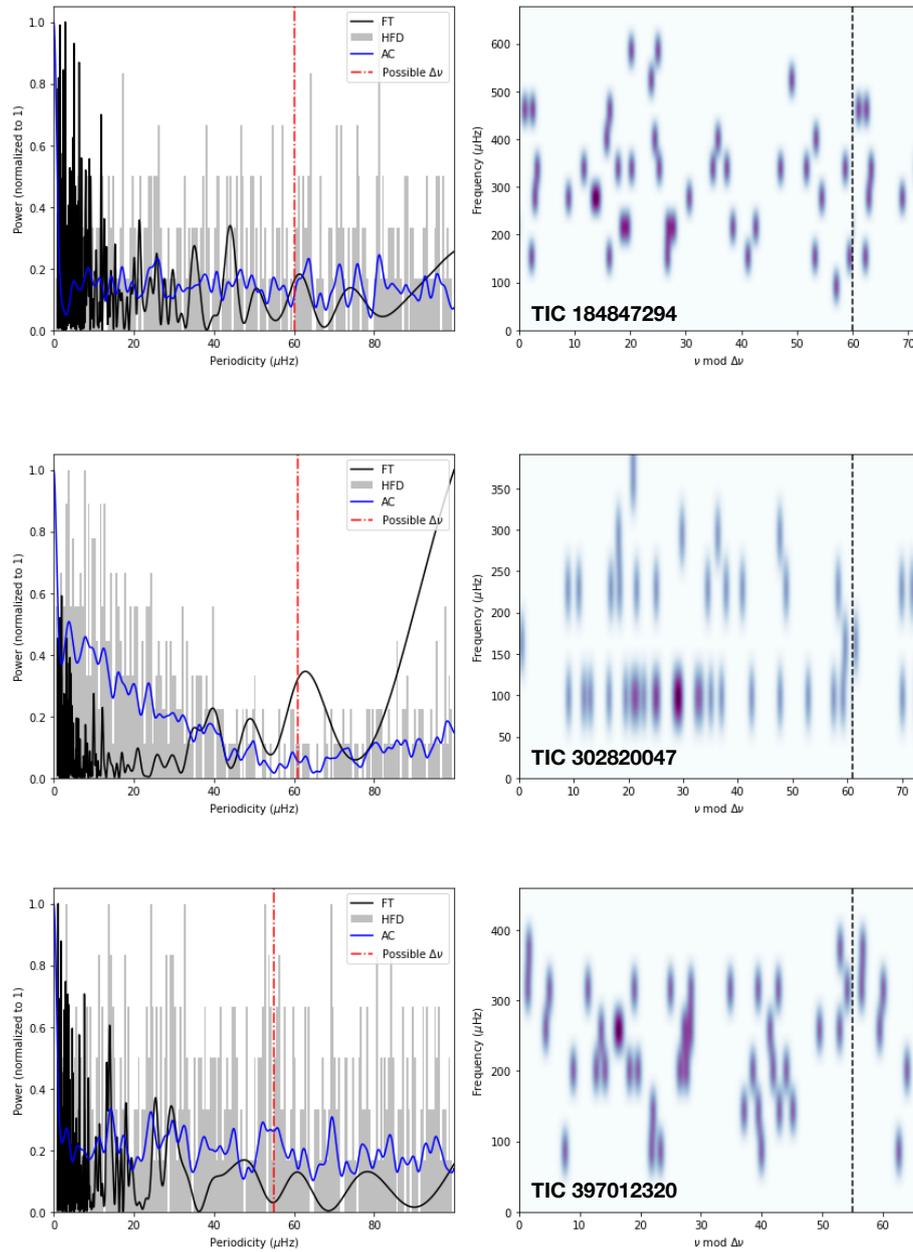


Figura A.18: Igual que Fig. A.1.

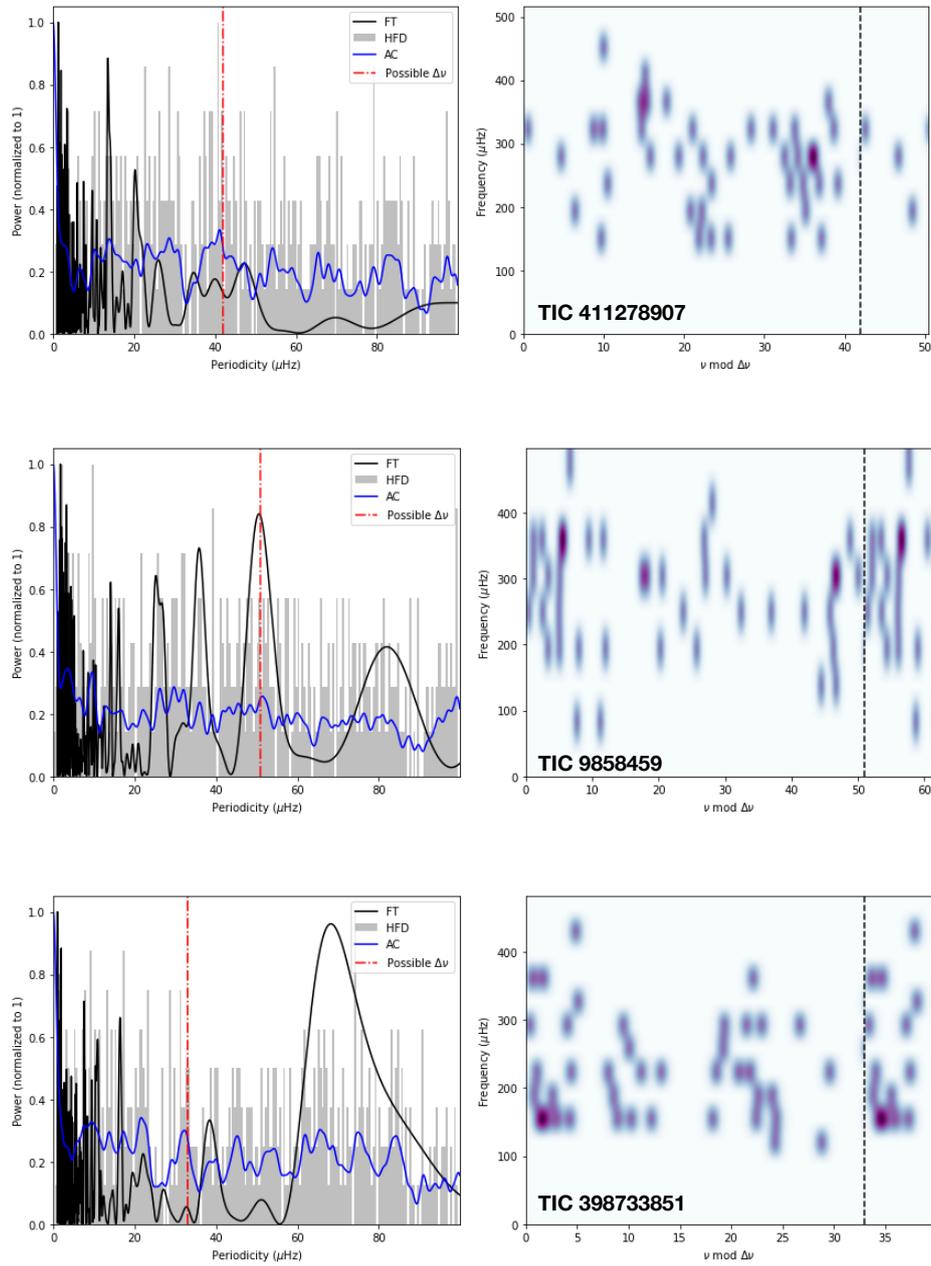


Figura A.19: Igual que Fig. A.1.

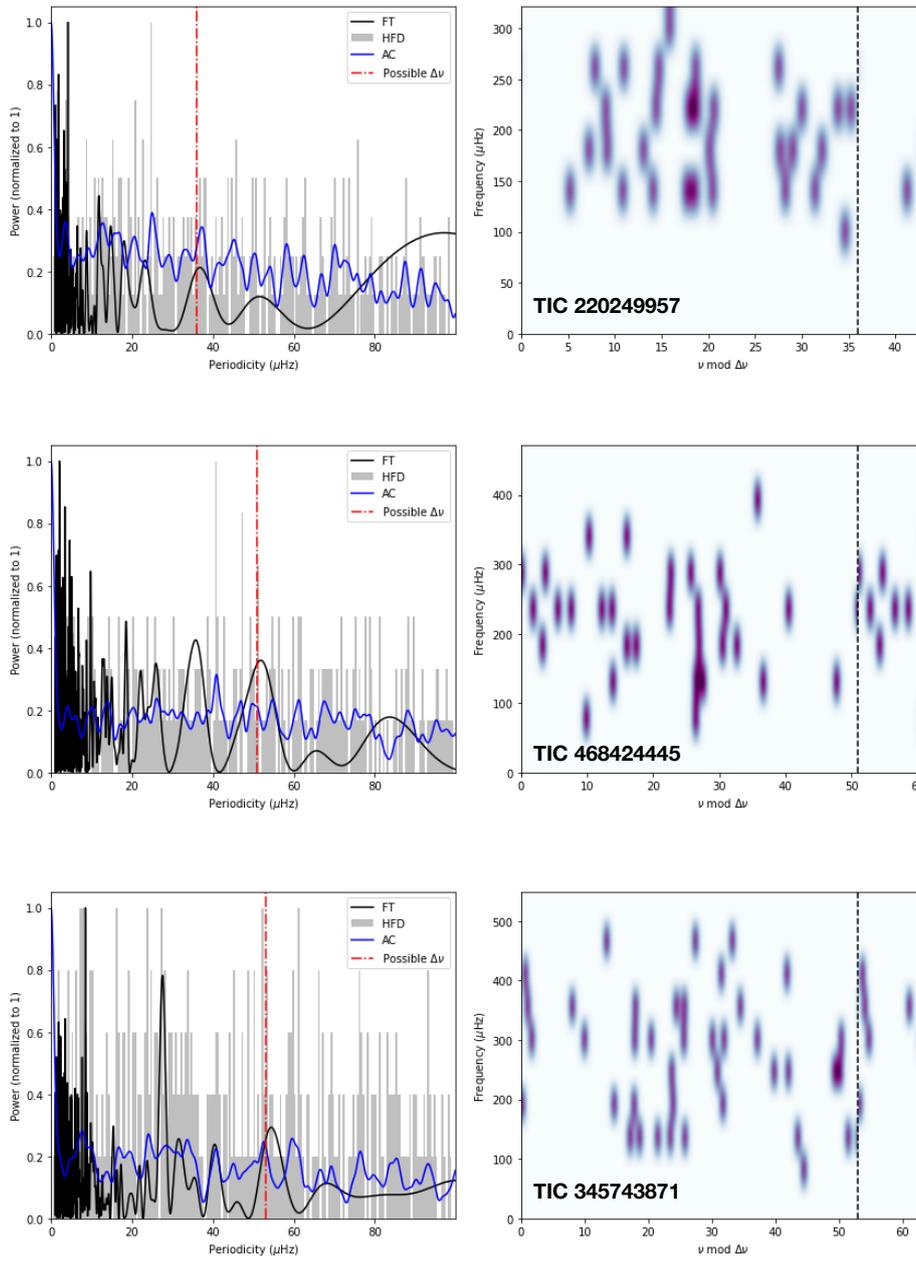


Figura A.20: Igual que Fig. A.1.

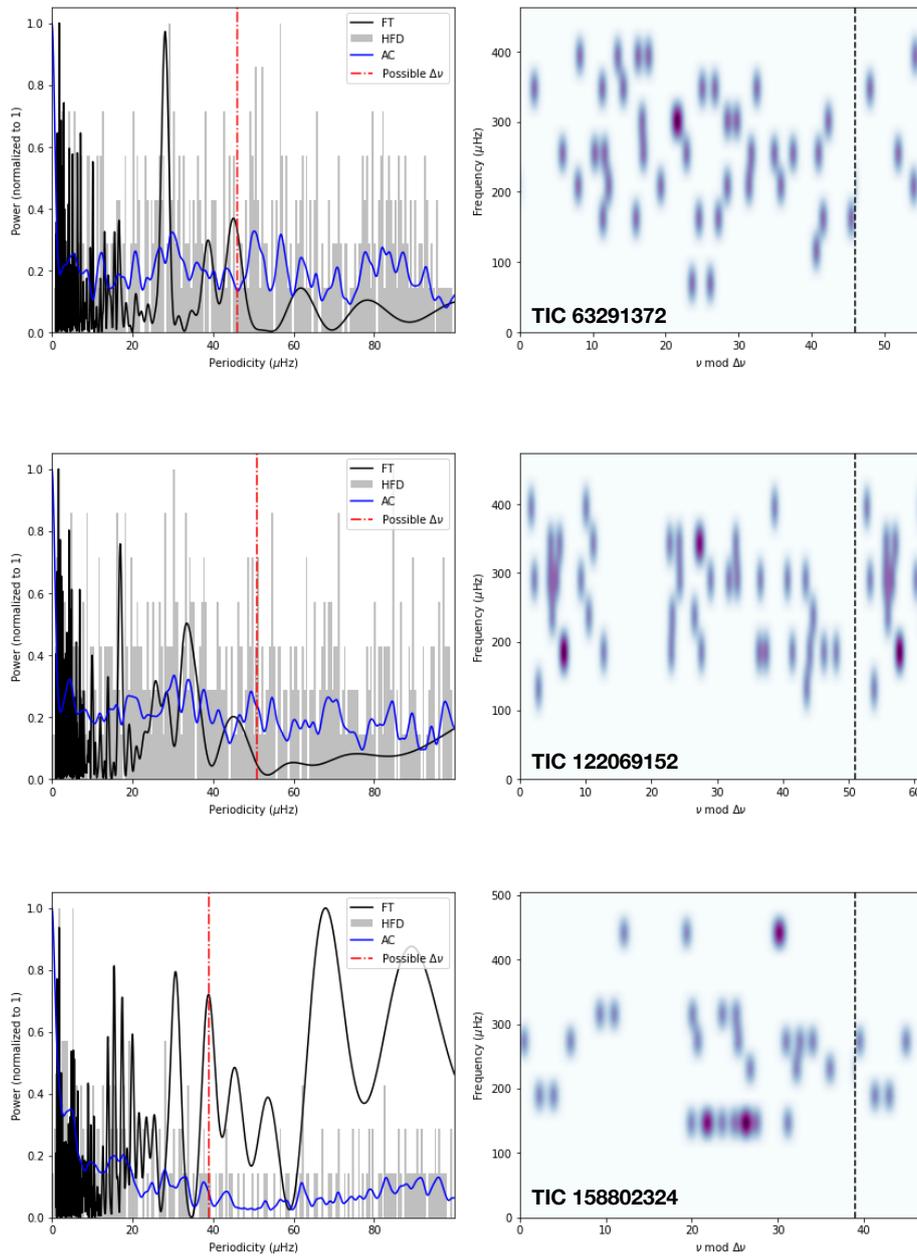


Figura A.21: Igual que Fig. A.1.

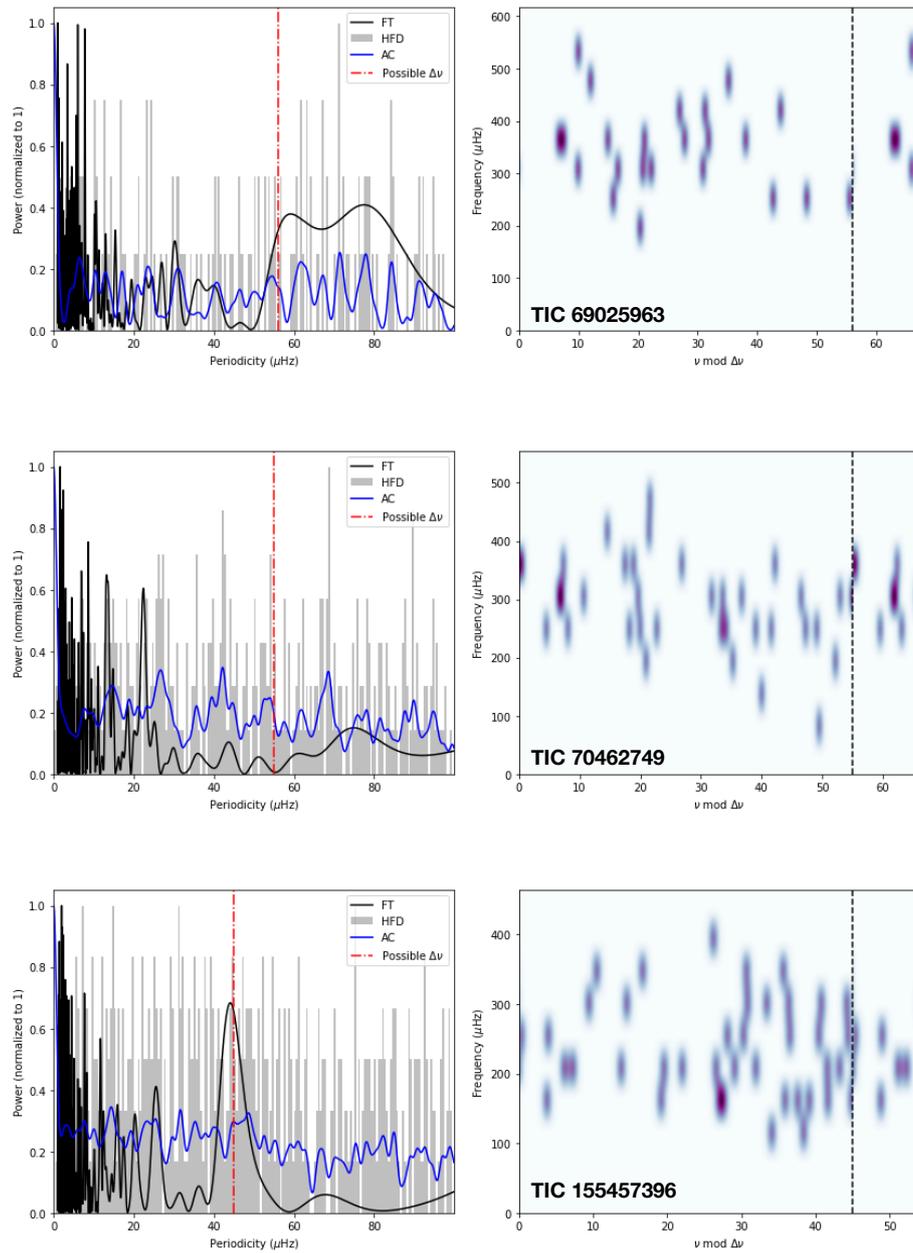


Figura A.22: Igual que Fig. A.1.

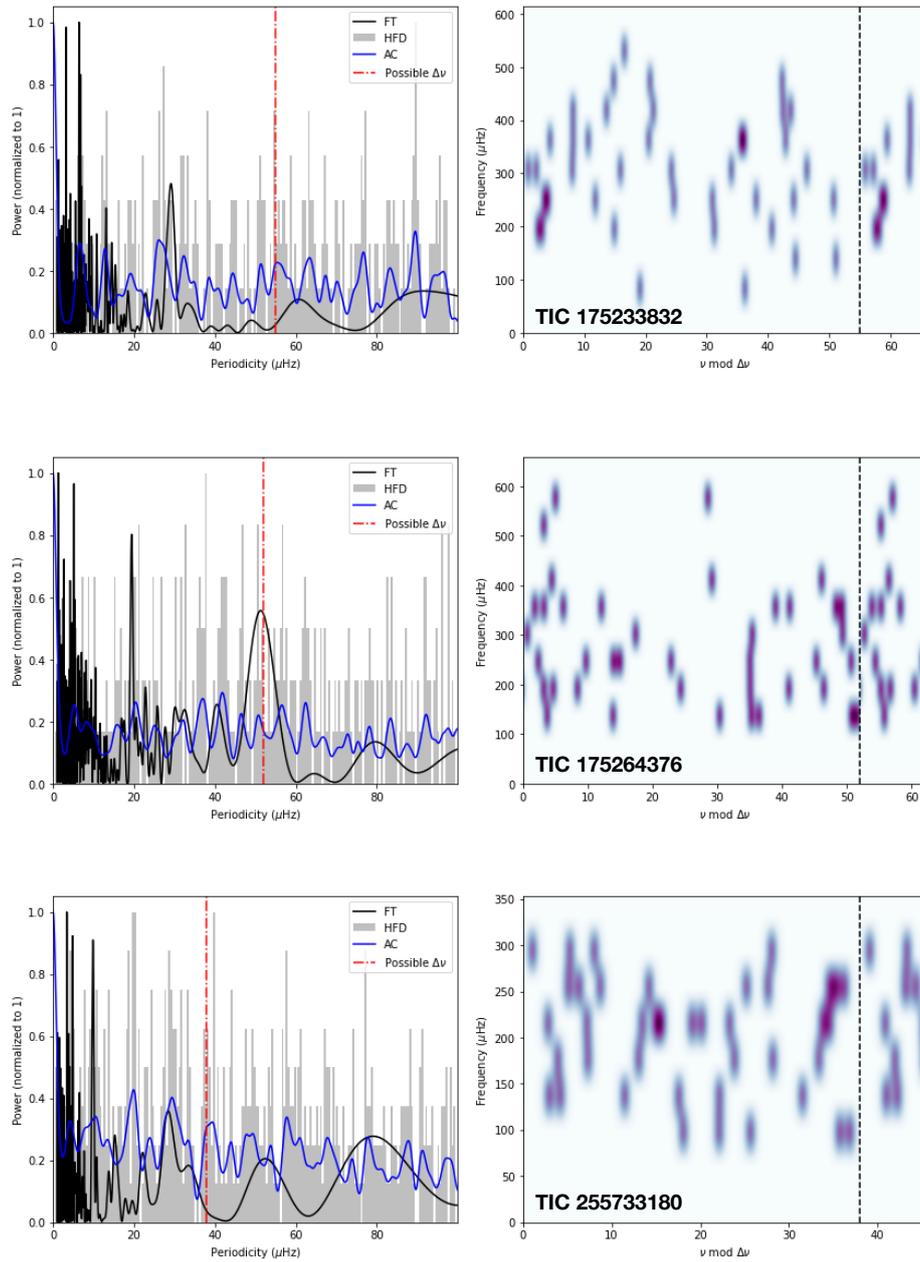


Figura A.23: Igual que Fig. A.1.

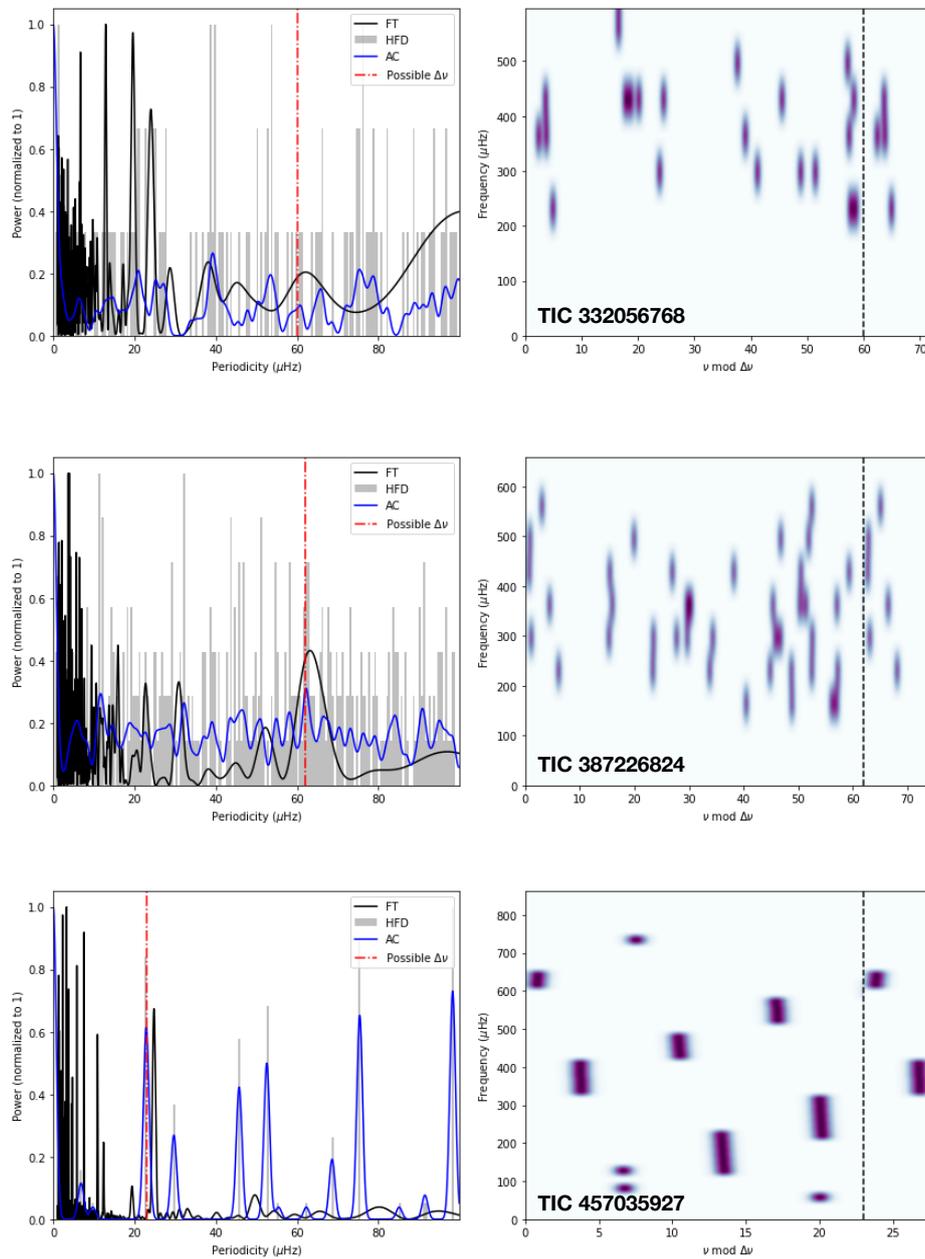


Figura A.24: Igual que Fig. A.1.



## Apéndice B

### $\Delta\nu_{\text{low}}$ en los 18 cúmulos

A continuación se detallan las gráficas de la FT, HFD, AC (izquierda) y la ED (derecha) donde se estima la gran separación correspondiente a cada una de las estrellas en los cúmulos analizados.

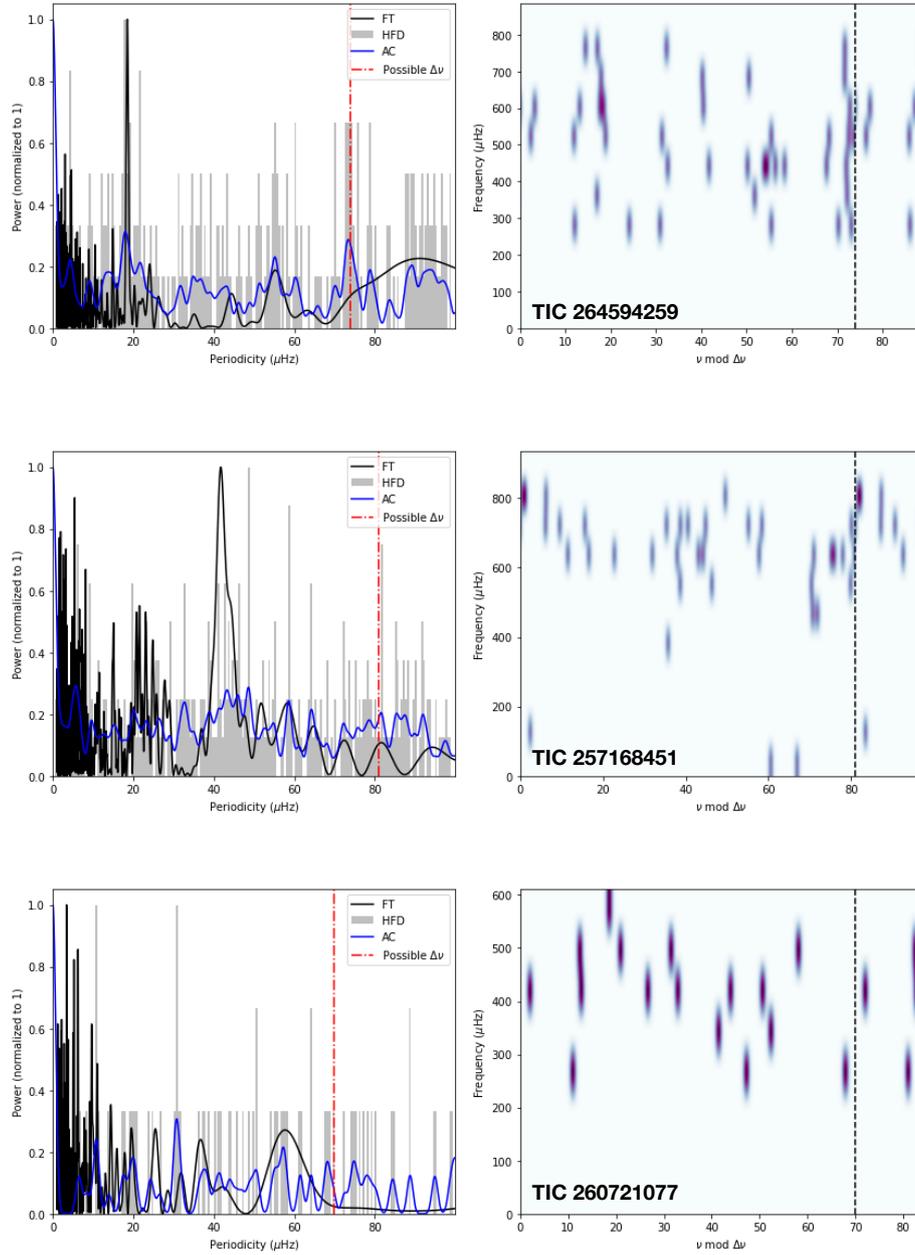


Figura B.1: Gran separación estimada (línea roja vertical discontinua en panel de la izquierda) para las estrellas pertenecientes a los 18 cúmulos analizados. Izquierda: transformada de Fourier (FT), el diagrama de autocorrelación (AC), el histograma de separaciones de frecuencia (HFD). Derecha: diagrama échelle (ED).

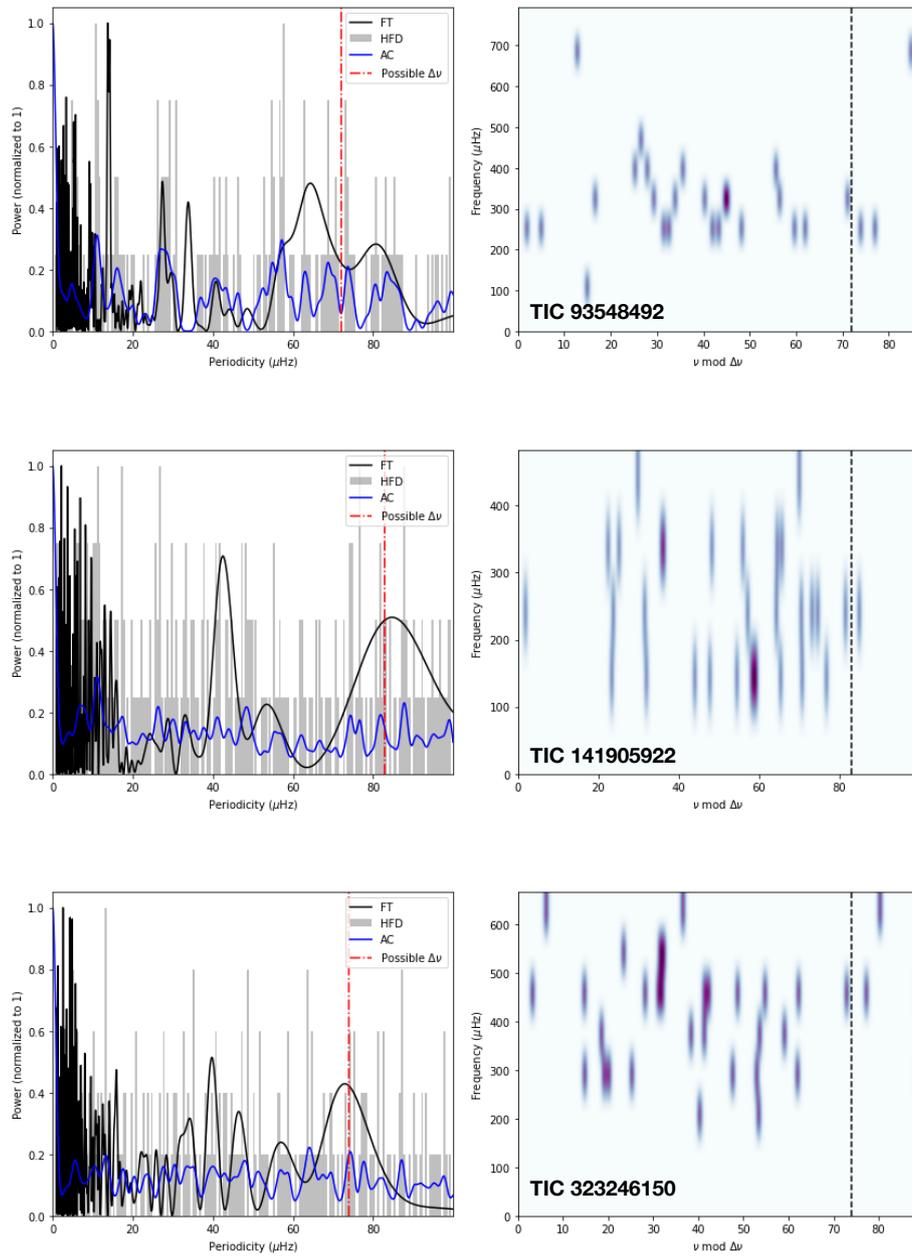


Figura B.2: Igual que Fig. B.1.

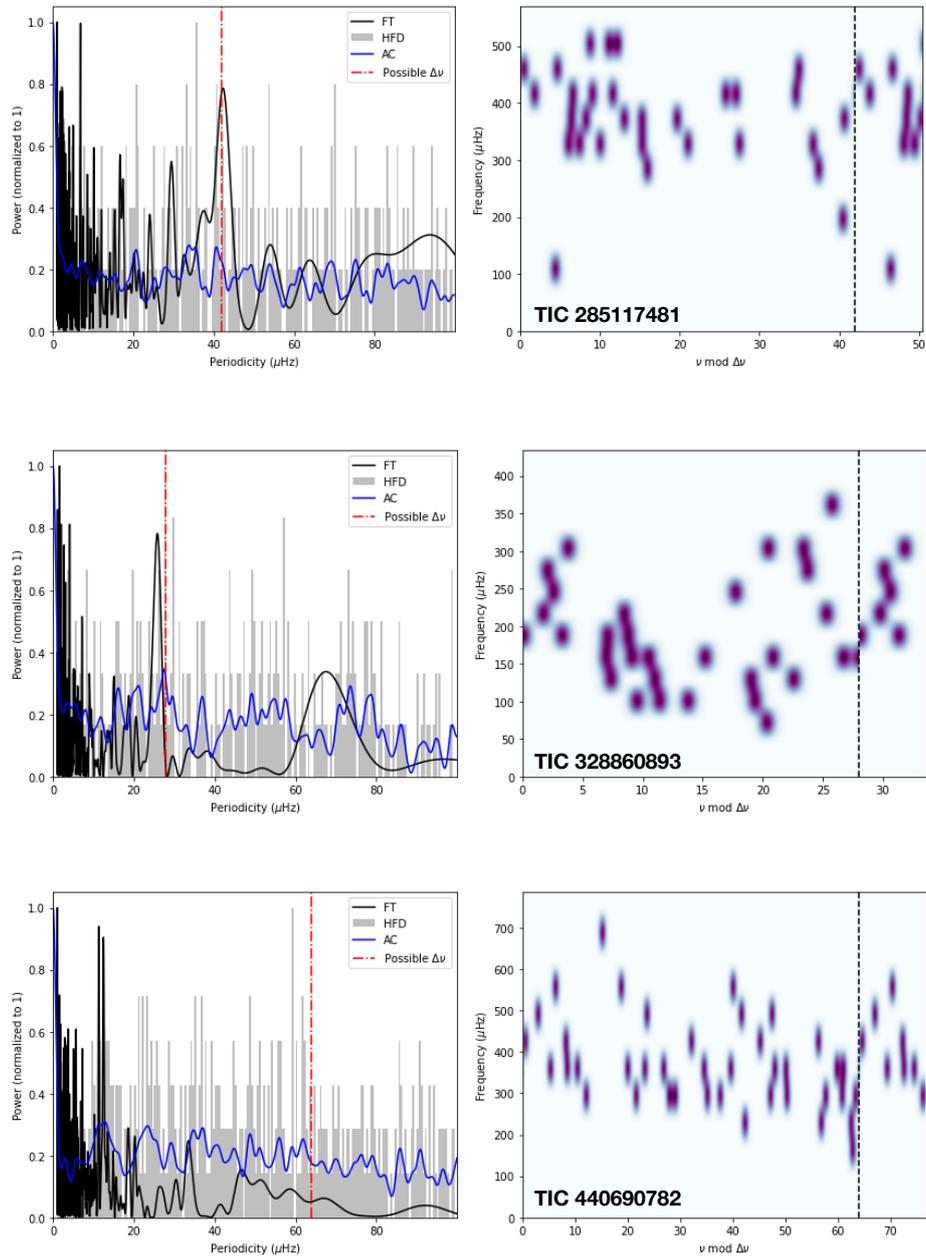


Figura B.3: Igual que Fig. B.1.

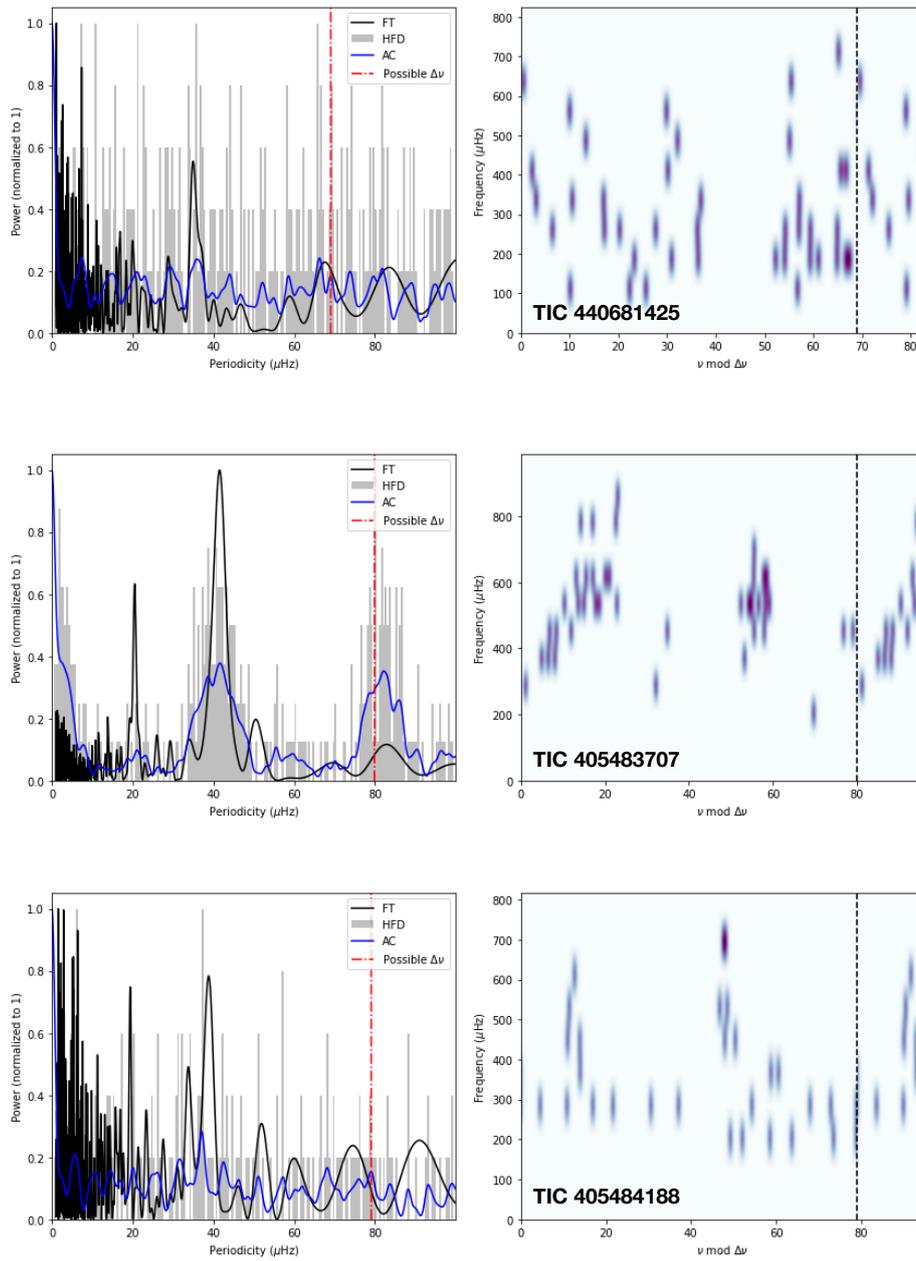


Figura B.4: Igual que Fig. B.1.

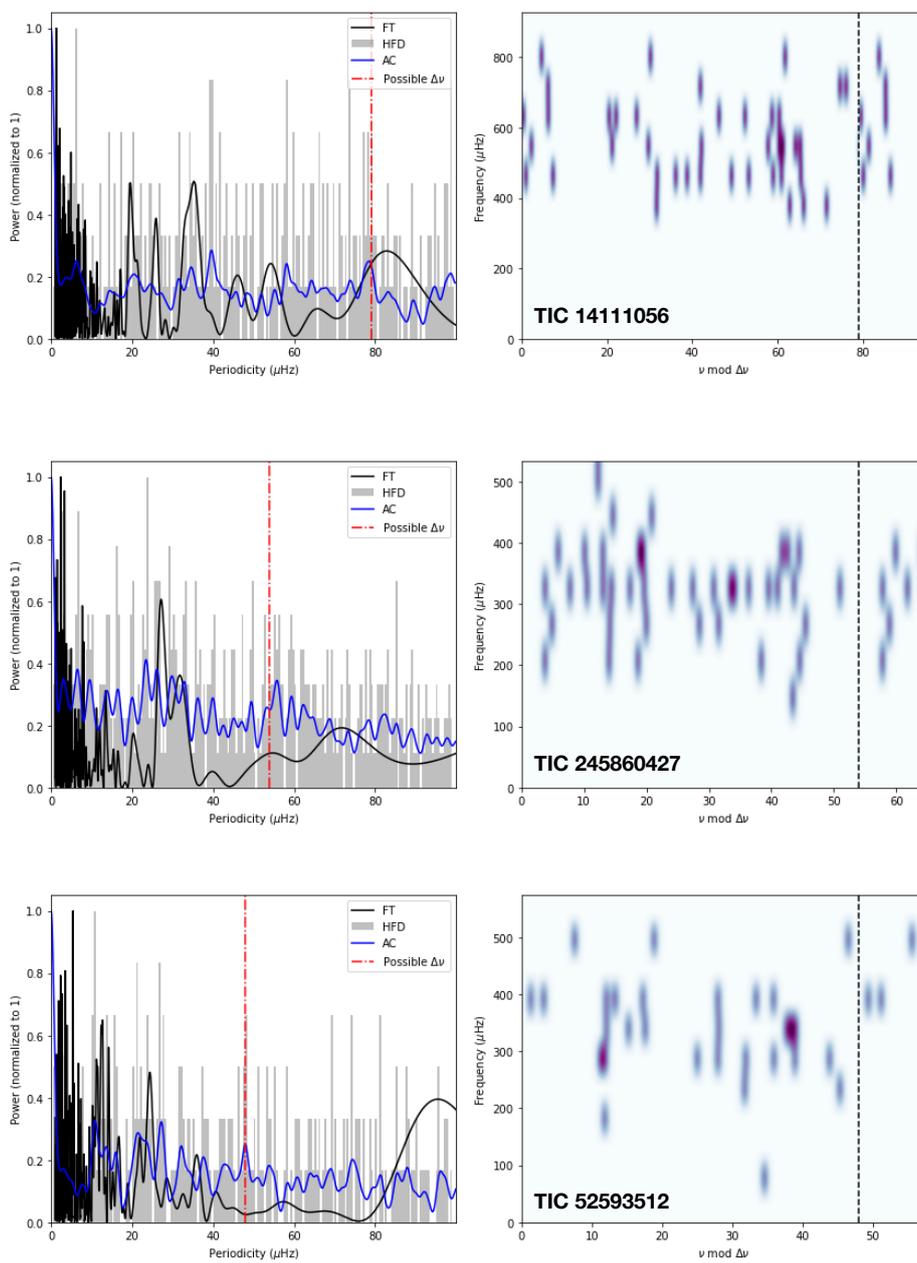


Figura B.5: Igual que Fig. B.1.

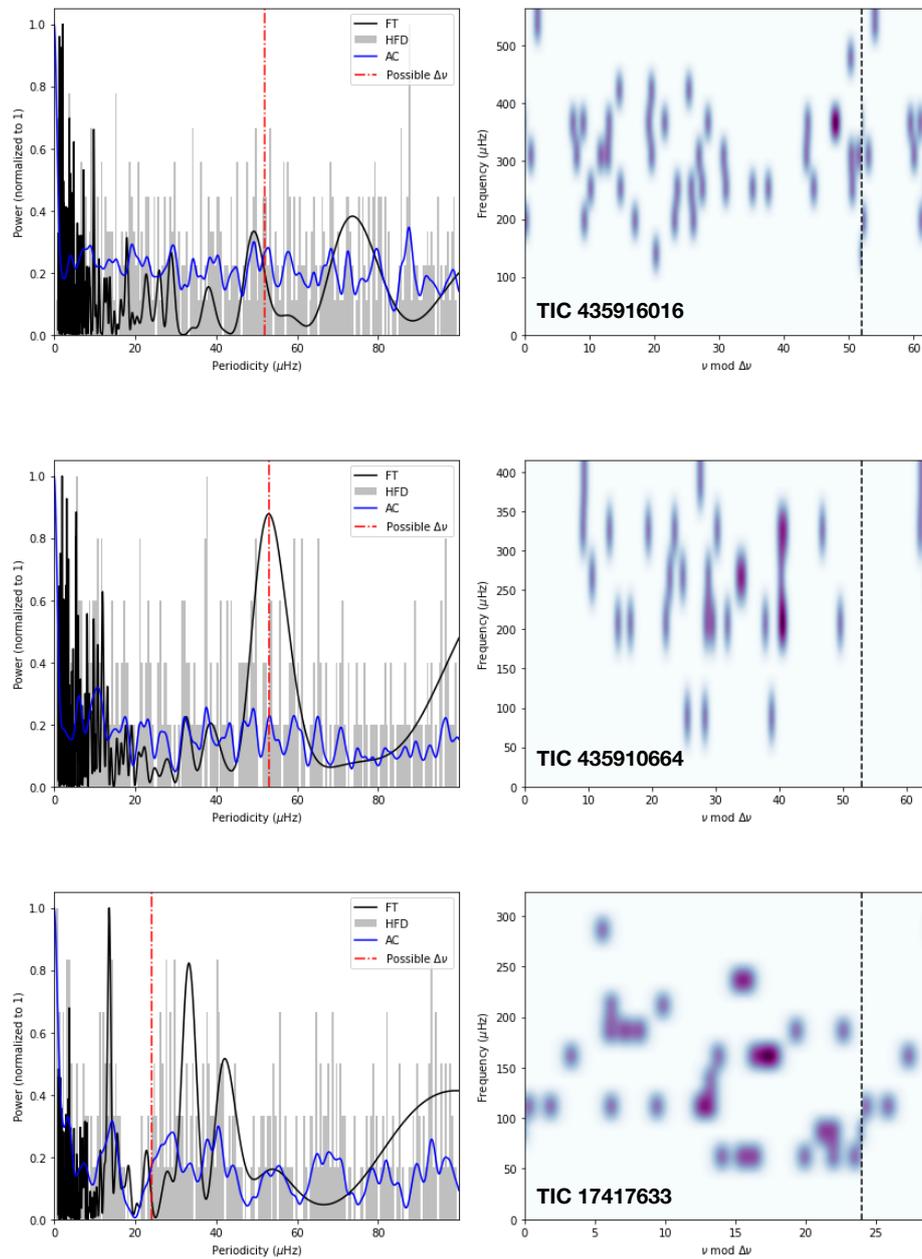


Figura B.6: Igual que Fig. B.1.

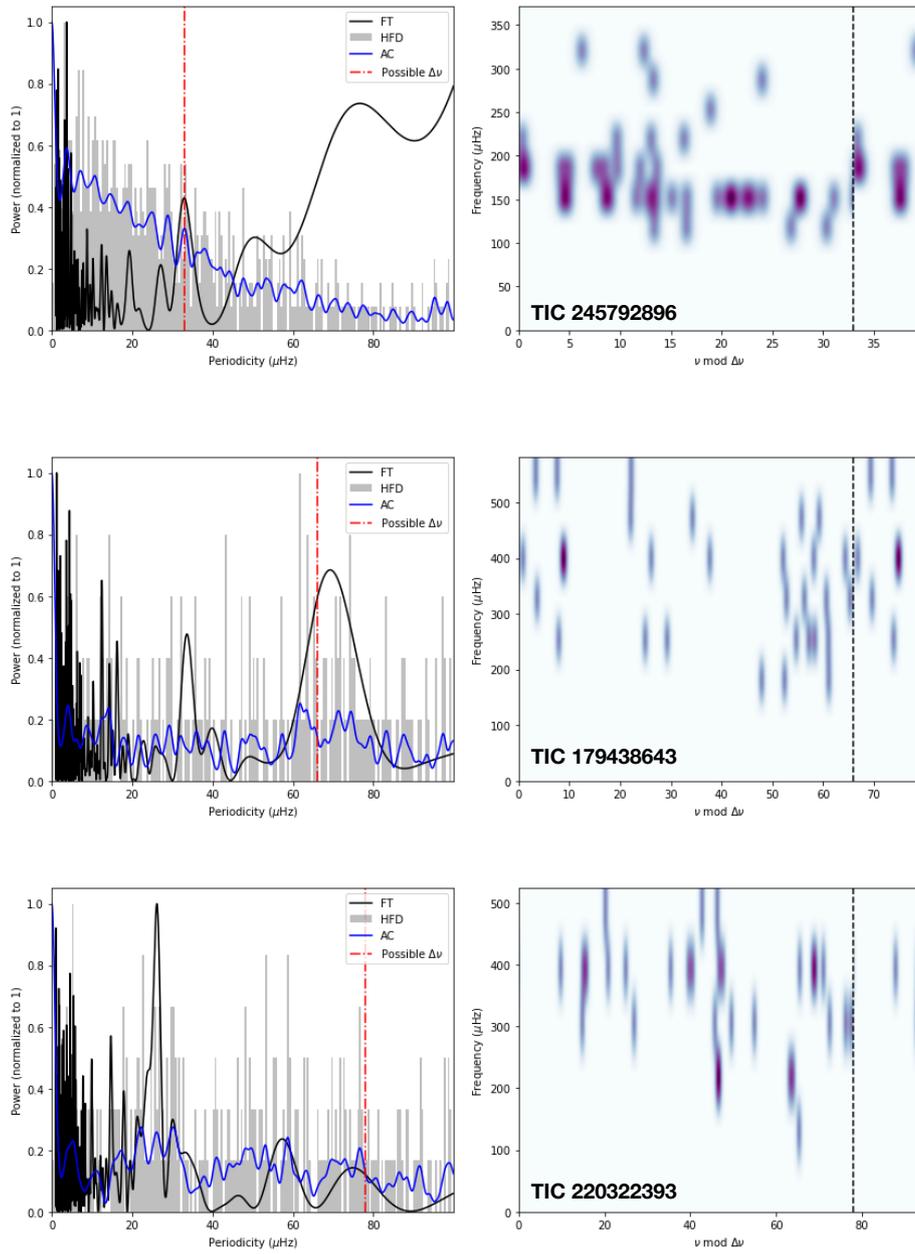


Figura B.7: Igual que Fig. B.1.

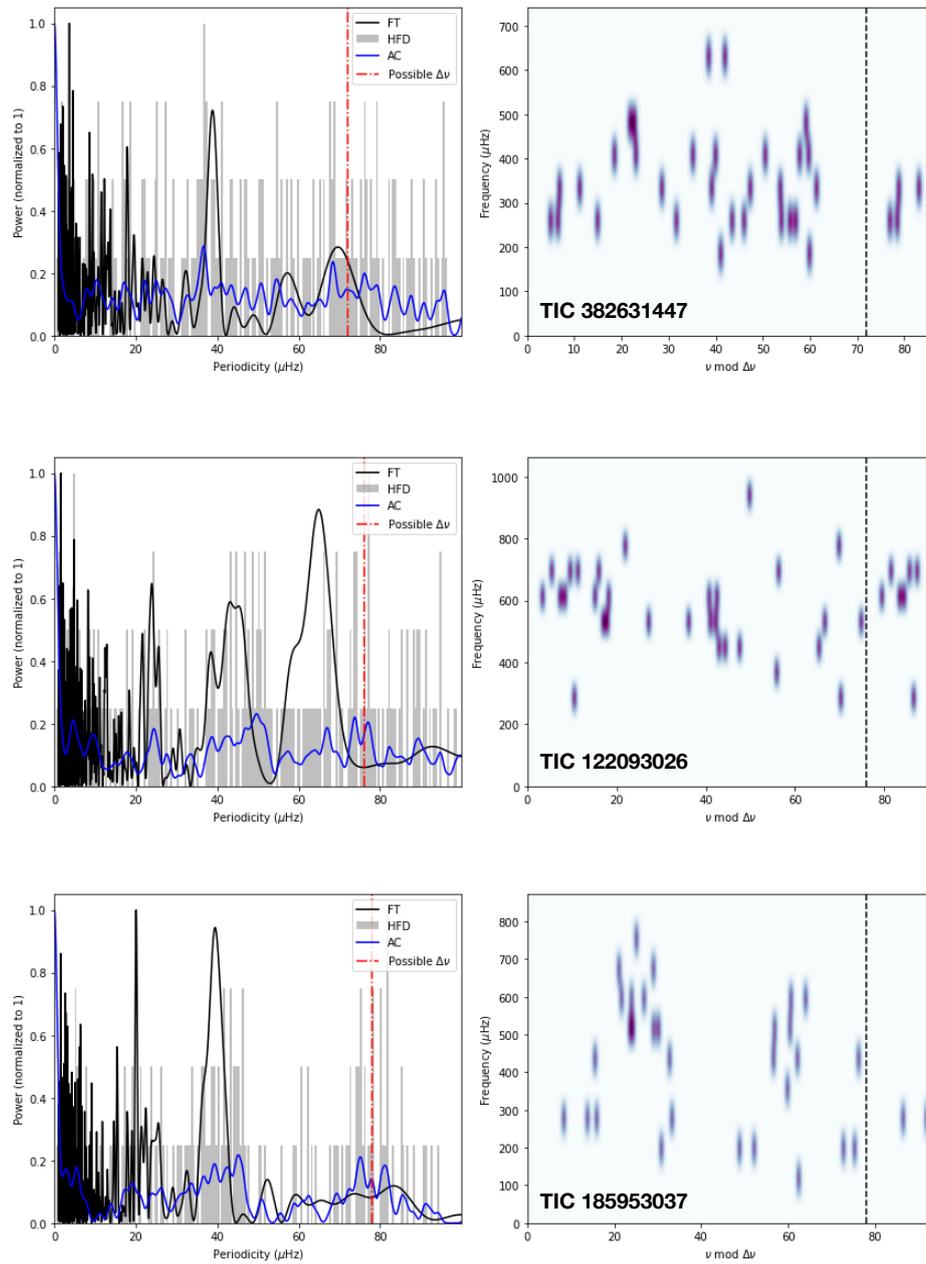


Figura B.8: Igual que Fig. B.1.

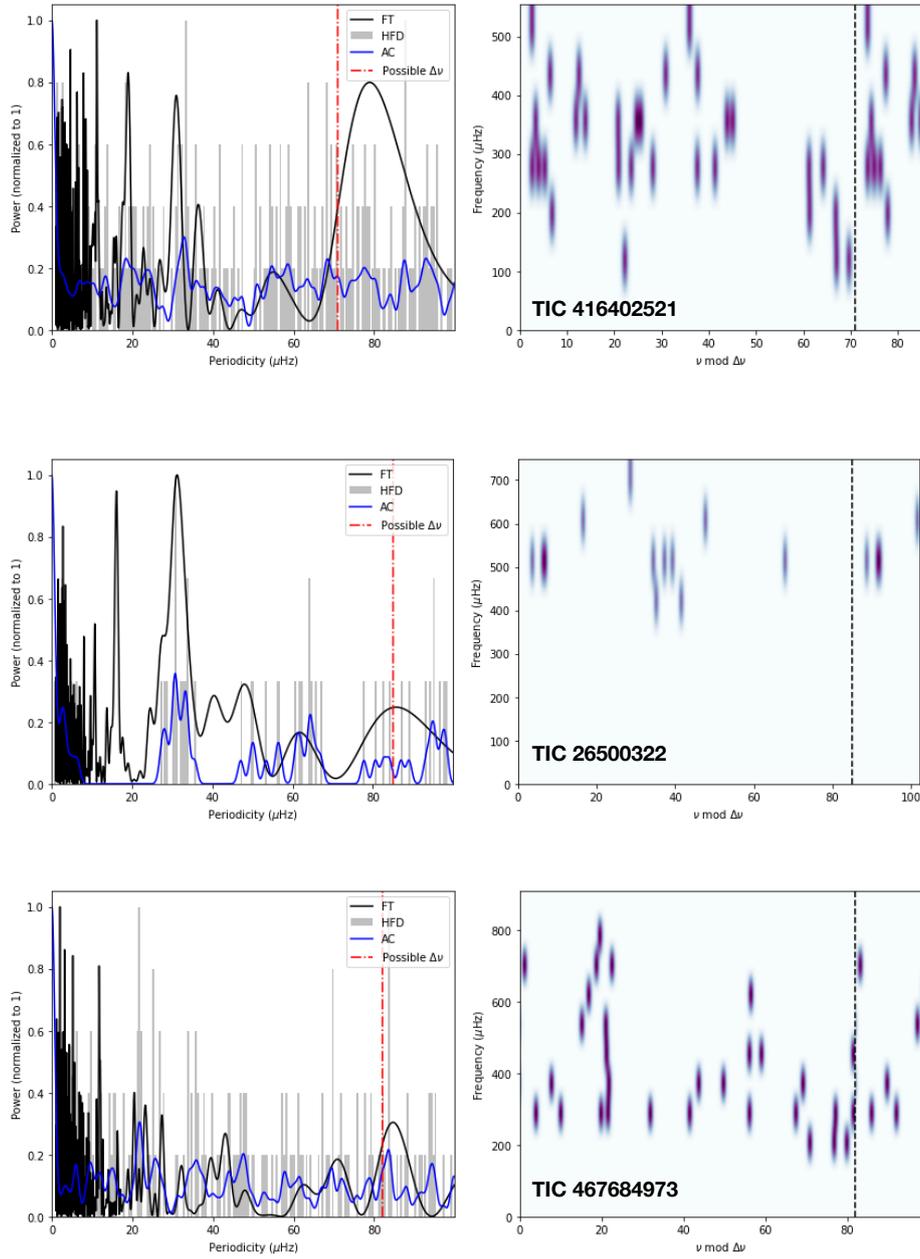


Figura B.9: Igual que Fig. B.1.

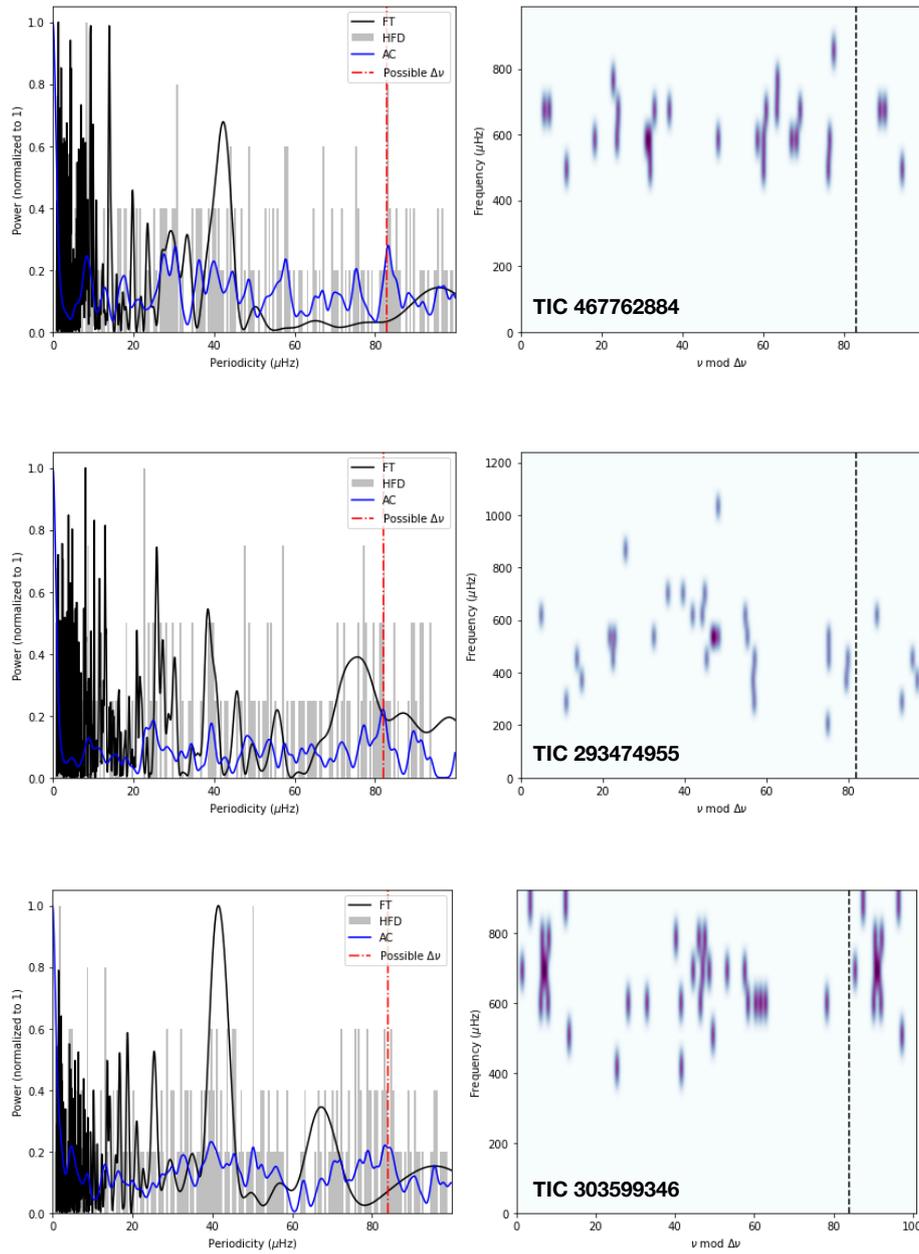


Figura B.10: Igual que Fig. B.1.



## Apéndice C

# Histogramas de edades y WPDF de los 18 cúmulos

A continuación se detallan las gráficas con los histogramas de distribución de edades de las estrellas de cada cúmulo, junto con la WPDF estimada para cada uno de ellos.

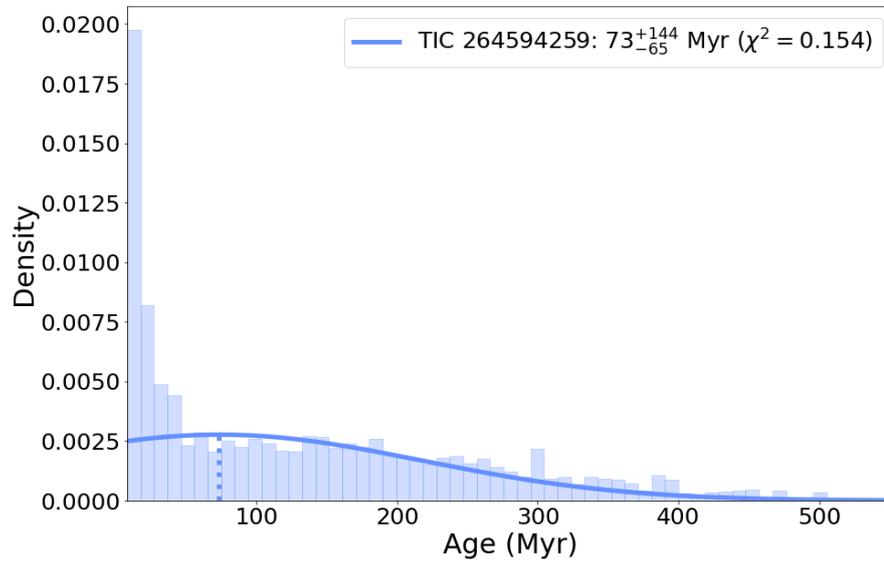


Figura C.1: Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo ASCC 16.

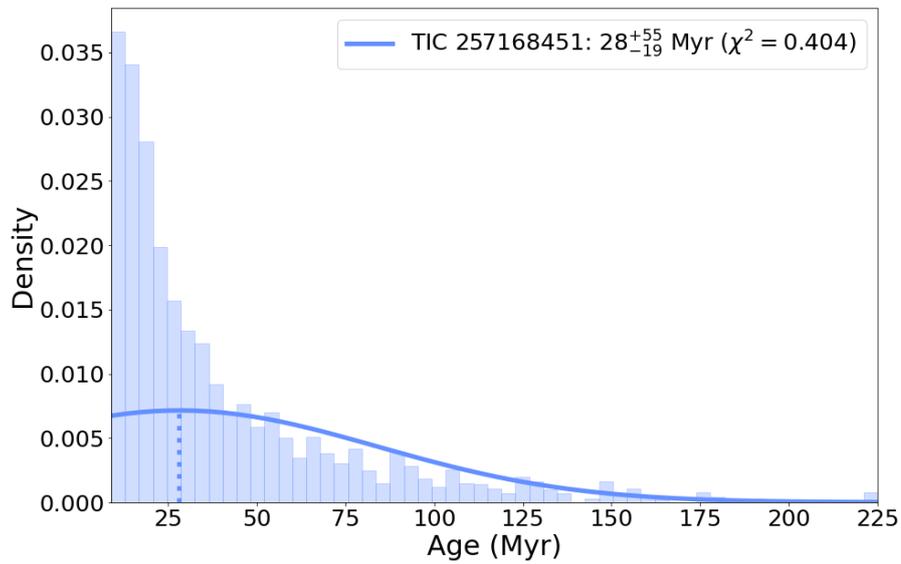


Figura C.2: Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo ASCC 41.

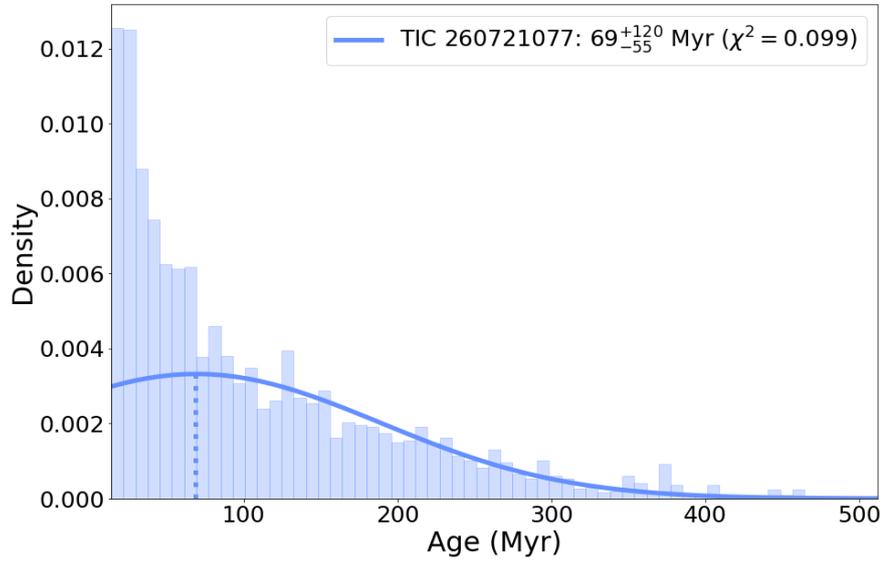


Figura C.3: Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo BH 164.

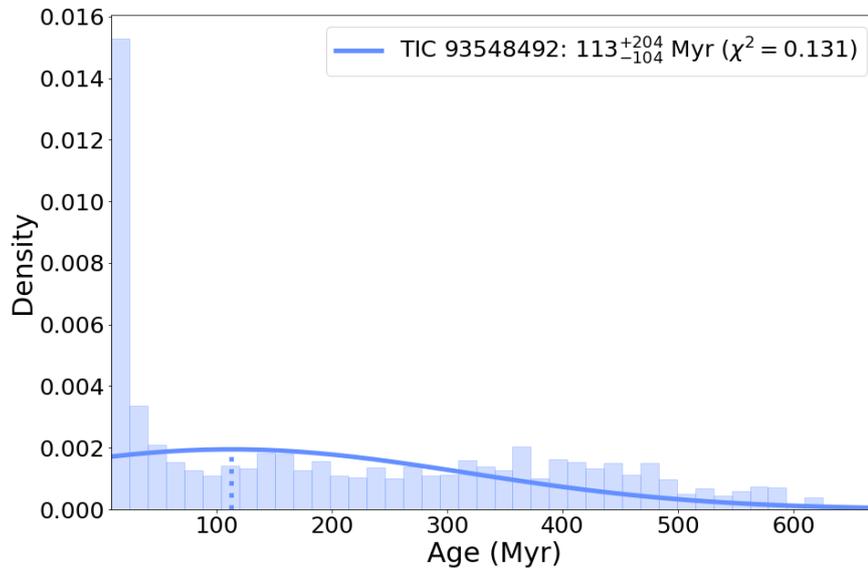


Figura C.4: Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo IC 2391.

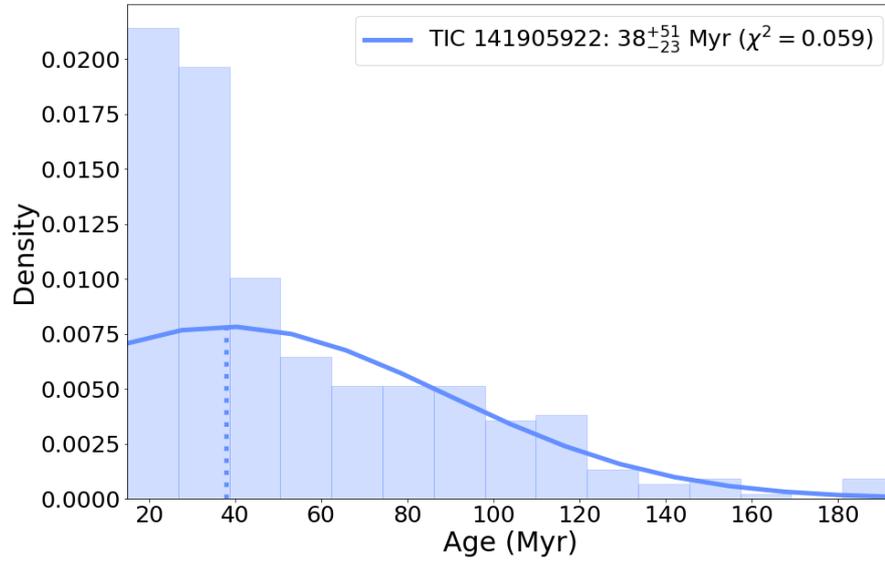


Figura C.5: Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo IC 2395.

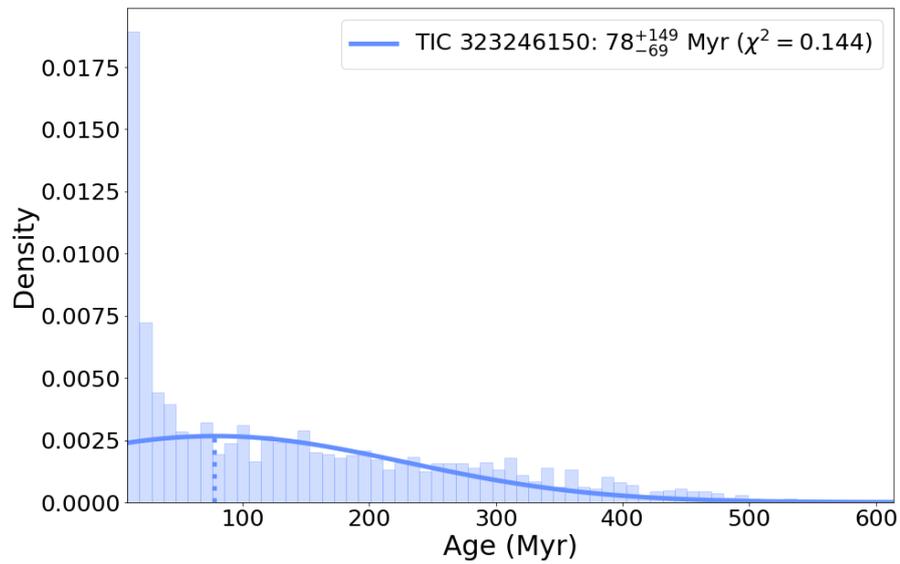


Figura C.6: Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo Mamajek 1.

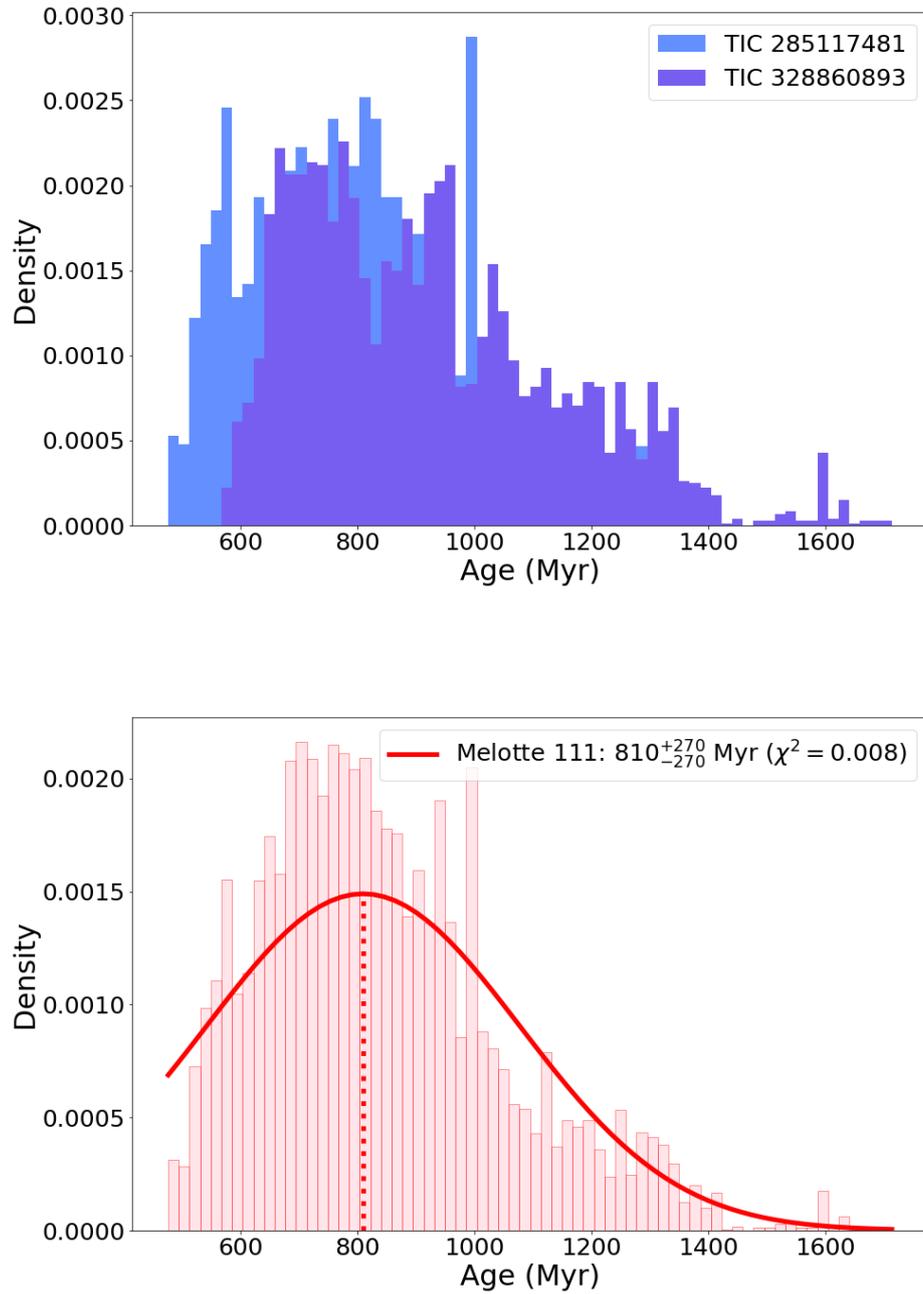


Figura C.7: Arriba: Histogramas de distribución de edades para las dos estrellas analizadas del cúmulo Melotte 111. Abajo: Histograma conjunto de las dos estrellas y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) del cúmulo Melotte 111.

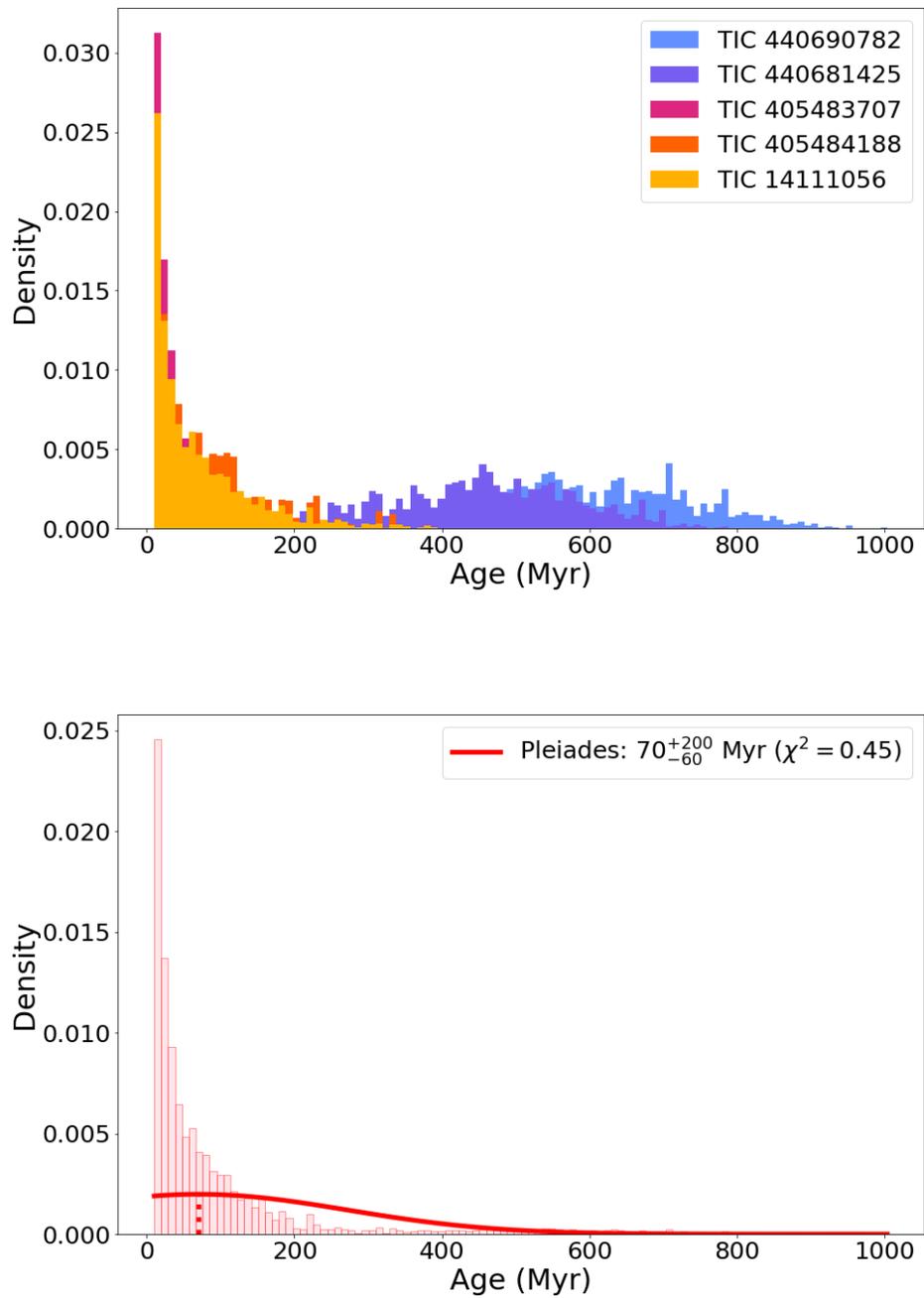


Figura C.8: Arriba: Histogramas de distribución de edades para las cinco estrellas analizadas del cúmulo Melotte 22. Abajo: Histograma conjunto de las cinco estrellas y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) del cúmulo Melotte 22.

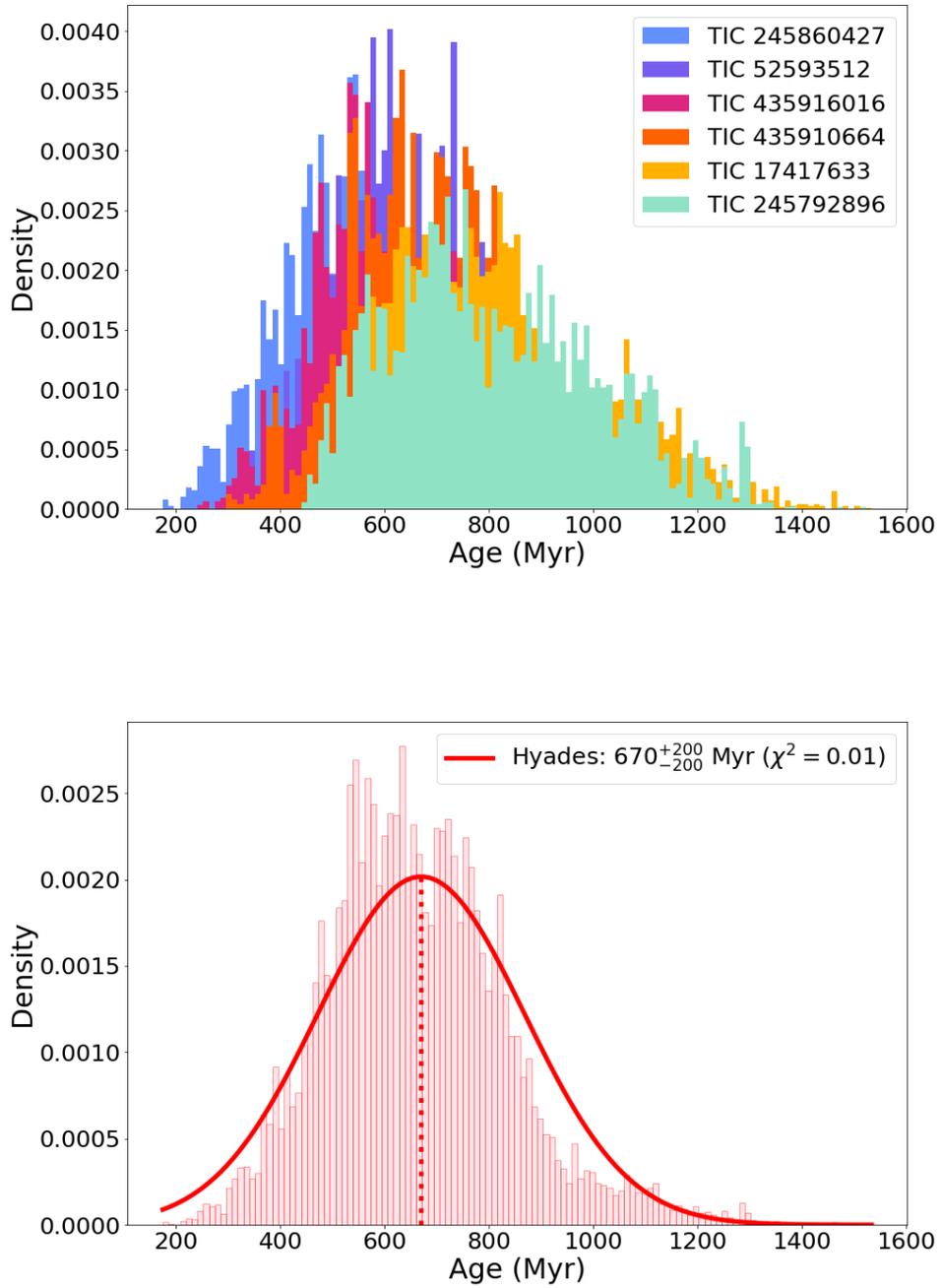


Figura C.9: Arriba: Histogramas de distribución de edades para las seis estrellas analizadas del cúmulo Melotte 25. Abajo: Histograma conjunto de las seis estrellas y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) del cúmulo Melotte 25.

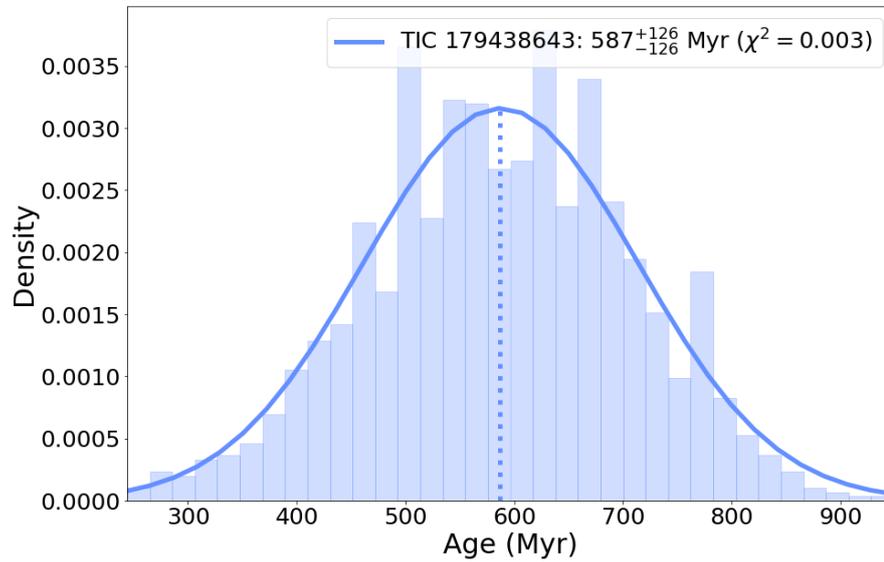


Figura C.10: Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo NGC 1901.

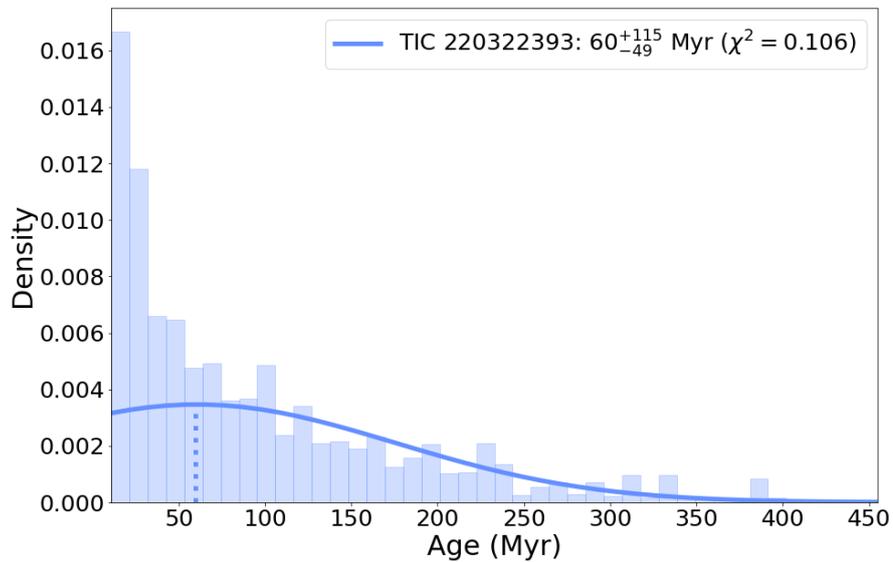


Figura C.11: Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo NGC 2264.

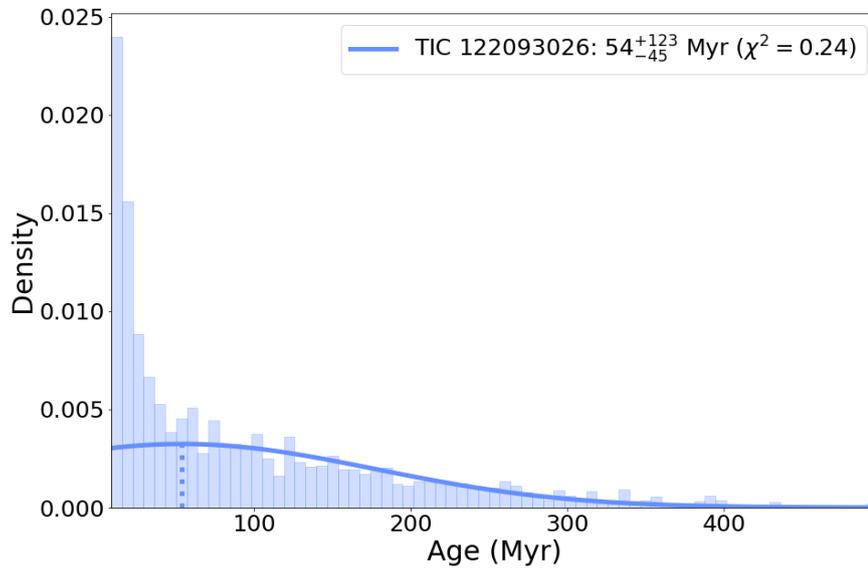


Figura C.12: Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo NGC 2516.

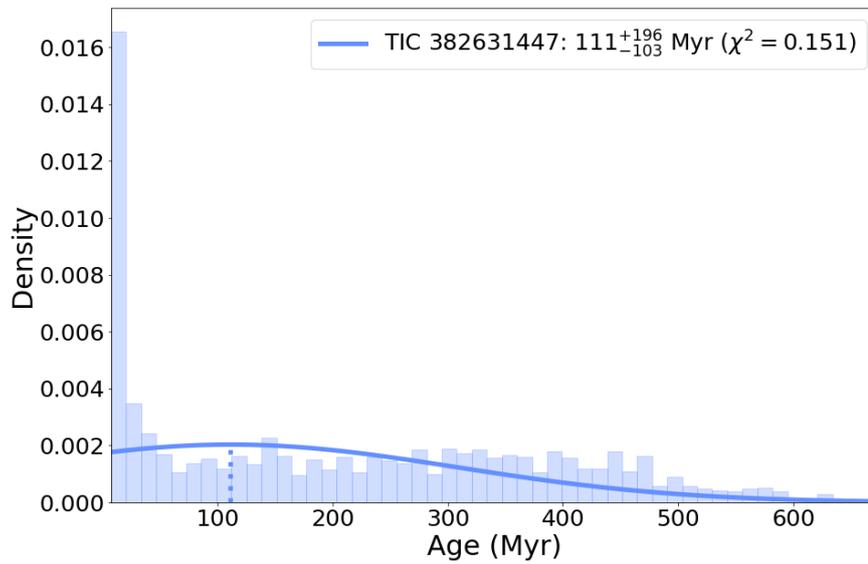


Figura C.13: Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo Platais 8.

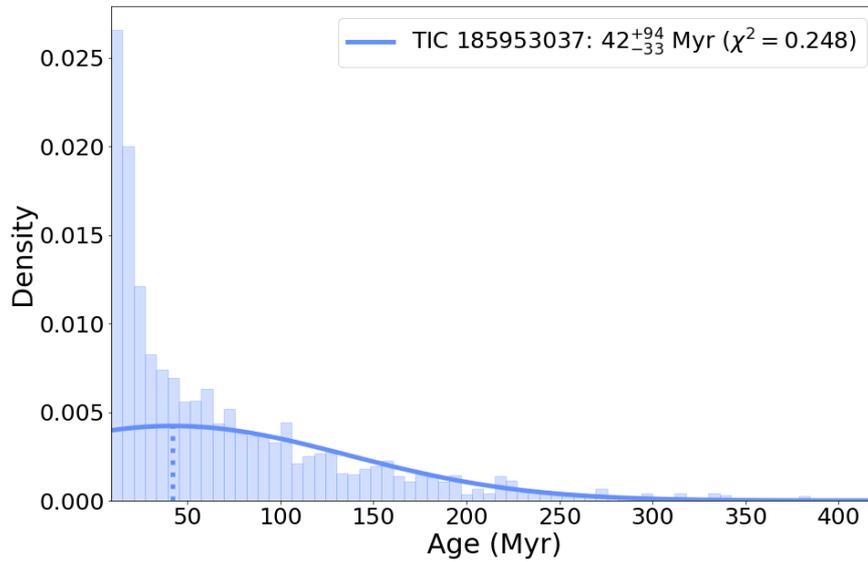


Figura C.14: Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo RSG 5.

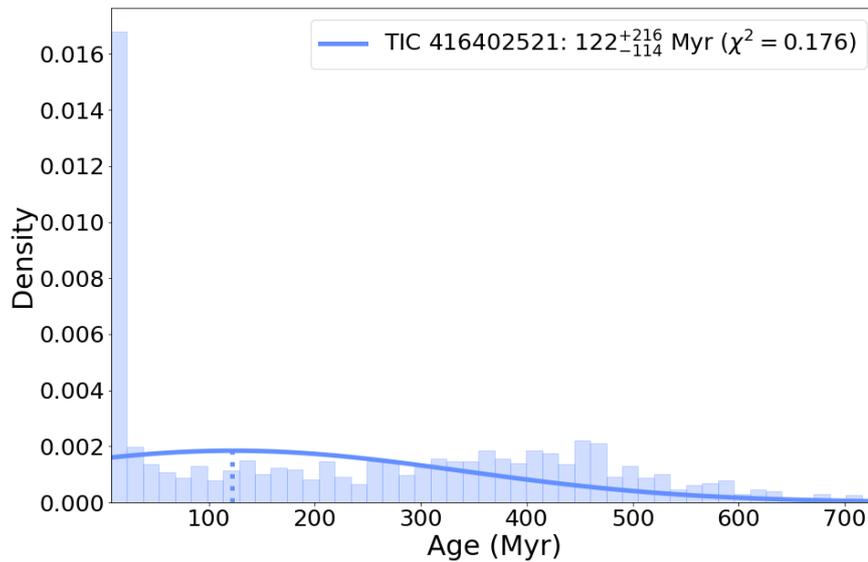


Figura C.15: Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo UBC 1.

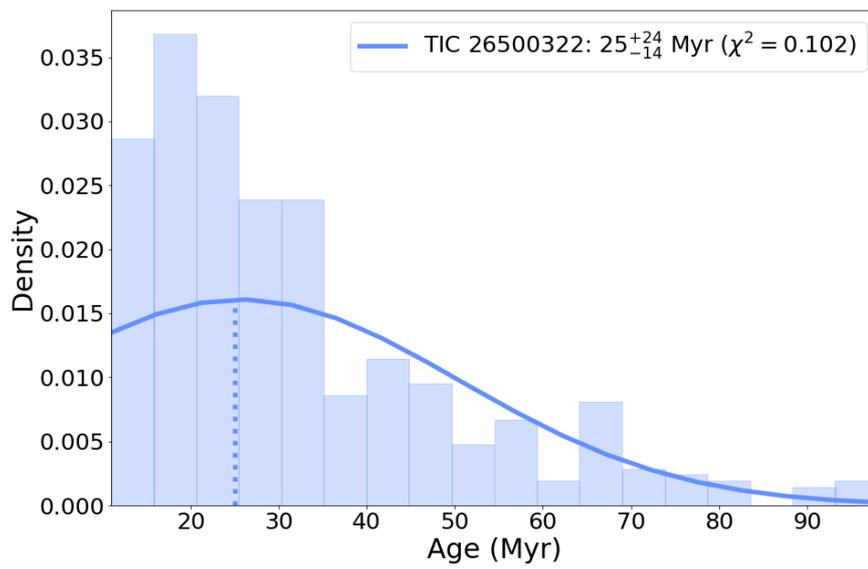


Figura C.16: Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo UBC 19.

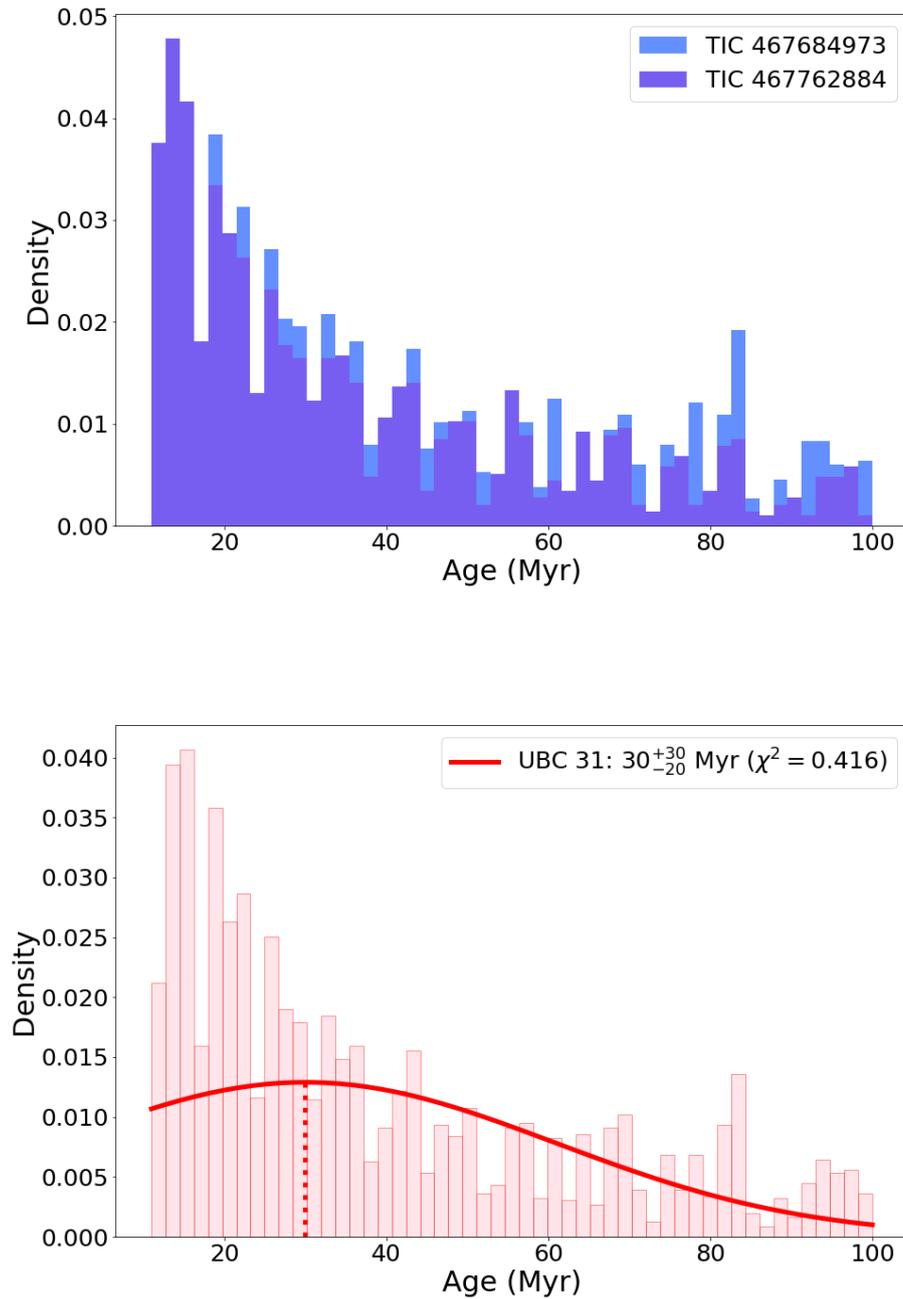


Figura C.17: Arriba: Histogramas de distribución de edades para las dos estrellas analizadas del cúmulo UBC 31. Abajo: Histograma conjunto de las dos estrellas y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) del cúmulo UBC 31.

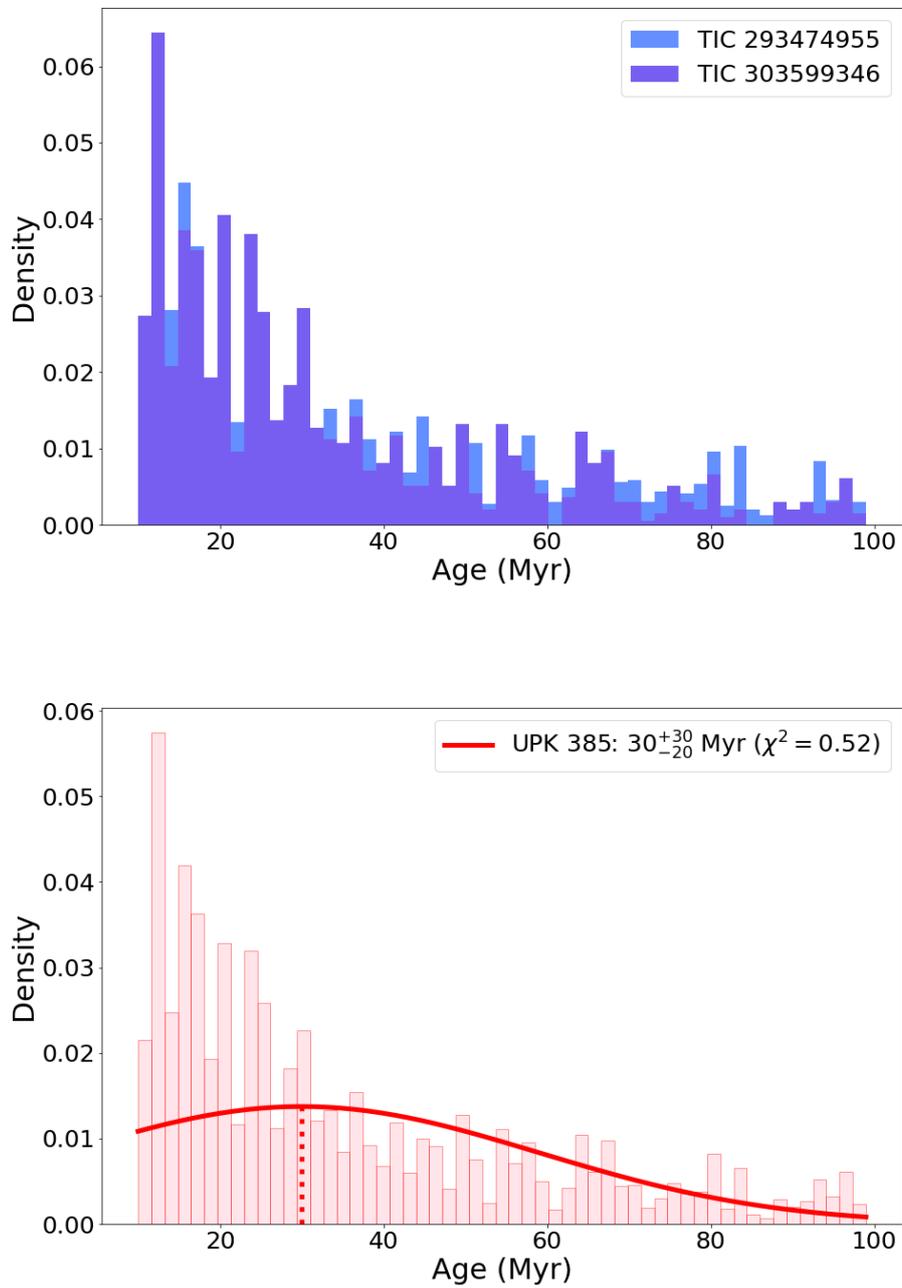


Figura C.18: Arriba: Histogramas de distribución de edades para las dos estrellas analizadas del cúmulo UPK 385. Abajo: Histograma conjunto de las dos estrellas y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) del cúmulo UPK 385.



## Apéndice D

# Parámetros en el borde rojo de la banda de inestabilidad

A continuación se presentan las tablas completas con los parámetros observados en la muestra de 46 estrellas de *TESS*, y en la muestra de 30 estrellas de *Kepler*.

Tabla D.1: Parámetros de 46 estrellas  $\delta$  Sct de *TESS*. De izquierda a derecha: Magnitud G, luminosidad, masa, radio, densidad, gravedad superficial, temperatura efectiva, velocidad de rotación proyectada, metalicidad de la estrella, tipo espectral. Referencias: <sup>(1)</sup>Stassun (2019), <sup>(2)</sup>Frasca et al. (2016), <sup>(3)</sup>Niemczura et al. (2015), <sup>(4)</sup>Jönsson et al. (2020), <sup>(5)</sup>Nesterov et al. (1995), <sup>(6)</sup>Houk and Cowley (1975), <sup>(7)</sup>Houk and Swift (1999), <sup>(8)</sup>Hou et al. (2015), <sup>(9)</sup>Karlssohn (1972), <sup>(10)</sup>Cannon and Pickering (1993), <sup>(11)</sup>Cummings et al. (2017).

TIC	$G_{mag}^{(1)}$	$\log(L/L_{\odot})^{(1)}$	$M(M_{\odot})^{(1)}$	$R(R_{\odot})^{(1)}$	$\bar{\rho}(\bar{\rho}_{\odot})$	$\log g^{(1)}$	$T_{\text{eff}}(K)^{(1)}$	$v \sin i$ (km s <sup>-1</sup> )	[Fe/H] <sup>(1)</sup>	Tipo espectral
2096047	11.190	1.02 ± 0.037	1.62 ± 0.27	2.07 ± 0.12	0.18 ± 0.05	4.02 ± 0.09	7222 ± 143	-	0.09	-
3697787	10.640	0.91 ± 0.049	1.69 ± 0.29	1.74 ± 0.11	0.32 ± 0.08	4.18 ± 0.09	7393 ± 107	-	0.06	-
4353379	10.655	1.11 ± 0.026	1.67 ± 0.27	2.21 ± 0.11	0.15 ± 0.04	3.97 ± 0.09	7344 ± 152	-	-0.08	A2 <sup>5</sup>
8152515	8.757	1.25 ± 0.022	1.33 ± 0.23	3.31 ± 0.24	0.04 ± 0.01	3.52 ± 0.12	6502 ± 220	27 <sup>4</sup>	-0.05	-
9858459	9.394	1.09 ± 0.020	1.71 ± 0.29	2.10 ± 0.07	0.18 ± 0.04	4.03 ± 0.08	7449 ± 105	-	-0.04	A9V <sup>(7)</sup>
26541086	8.080	1.06 ± 0.016	1.65 ± 0.27	2.12 ± 0.09	0.17 ± 0.04	4.00 ± 0.08	7300 ± 144	96 <sup>4</sup>	0.27	F0IV <sup>(3)</sup>
37908913	11.329	0.96 ± 0.038	1.70 ± 0.28	1.81 ± 0.09	0.29 ± 0.07	4.15 ± 0.09	7439 ± 110	-	-0.23	-
63291372	10.608	1.08 ± 0.020	1.69 ± 0.28	2.11 ± 0.09	0.18 ± 0.04	4.02 ± 0.08	7404 ± 134	-	0.15	-
63294105	10.947	0.90 ± 0.026	1.68 ± 0.28	1.74 ± 0.08	0.32 ± 0.07	4.18 ± 0.09	7368 ± 145	-	-0.05	A7III <sup>(2)</sup>
69025963	11.126	0.97 ± 0.025	1.73 ± 0.28	1.82 ± 0.07	0.29 ± 0.06	4.16 ± 0.08	7497 ± 103	-	-0.08	-
70462749	11.059	1.01 ± 0.038	1.72 ± 0.27	1.92 ± 0.11	0.25 ± 0.06	4.11 ± 0.09	7480 ± 140	96 <sup>4</sup>	-0.14	-
86893888	10.877	0.81 ± 0.021	1.69 ± 0.27	1.54 ± 0.06	0.46 ± 0.10	4.29 ± 0.08	7402 ± 100	-	0.10	A7 <sup>(8)</sup>
91424870	10.747	1.07 ± 0.044	1.65 ± 0.26	2.14 ± 0.12	0.17 ± 0.04	4.00 ± 0.09	7312 ± 104	-	-0.08	-
95167223	11.023	1.13 ± 0.026	1.66 ± 0.28	2.26 ± 0.09	0.14 ± 0.03	3.95 ± 0.08	7334 ± 107	-	0.10	-
121597646	10.631	1.03 ± 0.022	1.66 ± 0.28	2.04 ± 0.09	0.20 ± 0.04	4.04 ± 0.09	7325 ± 136	-	-0.09	-
121729614	8.555	0.98 ± 0.015	1.69 ± 0.29	1.88 ± 0.10	0.26 ± 0.07	4.12 ± 0.10	7400 ± 200	260 <sup>3</sup>	-0.02	A3IV <sup>3</sup>
122069152	10.520	0.99 ± 0.021	1.72 ± 0.28	1.87 ± 0.08	0.26 ± 0.06	4.13 ± 0.08	7474 ± 145	-	-0.03	A7III <sup>(2)</sup>
139201927	11.036	1.14 ± 0.037	1.66 ± 0.27	2.30 ± 0.13	0.14 ± 0.03	3.94 ± 0.09	7339 ± 144	-	-0.07	-

TIC	$G_{mag}^{(1)}$	$\log(L/L_{\odot})^{(1)}$	$M(M_{\odot})^{(1)}$	$R(R_{\odot})^{(1)}$	$\bar{\rho}(\bar{\rho}_{\odot})$	$\log g^{(1)}$	$T_{\text{eff}}(K)^{(1)}$	$v \sin i$ (km s <sup>-1</sup> )	[Fe/H] <sup>(1)</sup>	Tipo espectral
155457396	11.212	1.16 ± 0.052	1.67 ± 0.27	2.34 ± 0.16	0.13 ± 0.04	3.92 ± 0.10	7362 ± 127	-	-0.09	-
158175593	10.337	0.95 ± 0.018	1.64 ± 0.27	1.89 ± 0.07	0.24 ± 0.05	4.10 ± 0.08	7275 ± 104	94 <sup>4</sup>	0.27	-
158787200	11.292	1.13 ± 0.069	1.65 ± 0.28	2.30 ± 0.21	0.14 ± 0.04	3.93 ± 0.11	7289 ± 145	-	0.20	-
158802324	10.292	1.13 ± 0.021	1.70 ± 0.28	2.22 ± 0.09	0.16 ± 0.03	3.98 ± 0.08	7423 ± 125	-	0.22	-
159050655	8.792	0.91 ± 0.016	1.69 ± 0.28	1.74 ± 0.07	0.32 ± 0.07	4.19 ± 0.08	7400 ± 145	89 <sup>4</sup>	-0.07	F0V <sup>(3)</sup>
175233832	8.441	1.12 ± 0.052	1.72 ± 0.28	2.17 ± 0.14	0.17 ± 0.04	4.00 ± 0.09	7476 ± 111	166 <sup>11</sup>	0.07	A9V
175264376	8.419	1.09 ± 0.018	1.69 ± 0.28	2.13 ± 0.09	0.17 ± 0.04	4.01 ± 0.08	7416 ± 141	200 <sup>11</sup>	0.13	F0V
184847294	9.591	0.94 ± 0.022	1.69 ± 0.30	1.78 ± 0.07	0.30 ± 0.07	4.16 ± 0.08	7407 ± 108	-	0.18	-
220249957	9.329	1.22 ± 0.060	1.66 ± 0.28	2.54 ± 0.19	0.10 ± 0.03	3.85 ± 0.10	7324 ± 112	-	-0.03	F0/2 <sup>(9)</sup>
231148059	11.200	0.89 ± 0.040	1.67 ± 0.28	1.73 ± 0.10	0.32 ± 0.08	4.19 ± 0.09	7352 ± 149	-	0.05	A5/7 <sup>(9)</sup>
232064019	9.208	1.06 ± 0.022	1.54 ± 0.26	2.29 ± 0.09	0.13 ± 0.03	3.91 ± 0.08	7002 ± 106	-	0.12	A9IV-V <sup>(6)</sup>
255733180	9.594	1.25 ± 0.027	1.66 ± 0.27	2.60 ± 0.12	0.09 ± 0.02	3.83 ± 0.09	7330 ± 135	-	-0.14	-
298906524	10.390	0.88 ± 0.022	1.69 ± 0.28	1.67 ± 0.06	0.36 ± 0.07	4.22 ± 0.08	7408 ± 103	-	0.08	-
302820047	10.555	0.89 ± 0.022	1.65 ± 0.26	1.74 ± 0.08	0.31 ± 0.07	4.17 ± 0.08	7312 ± 143	-	0.19	A6mF3 <sup>(8)</sup>
312691592	11.283	1.11 ± 0.042	1.72 ± 0.27	2.15 ± 0.13	0.17 ± 0.05	4.01 ± 0.09	7481 ± 148	-	-0.12	-
316826948	10.987	0.95 ± 0.019	1.72 ± 0.28	1.79 ± 0.06	0.30 ± 0.06	4.17 ± 0.08	7474 ± 107	-	0.09	-
332056768	8.766	1.04 ± 0.020	1.71 ± 0.28	1.98 ± 0.08	0.22 ± 0.05	4.08 ± 0.08	7462 ± 146	-	0.08	A2 <sup>(10)</sup>
345743871	11.483	1.08 ± 0.031	1.72 ± 0.27	2.06 ± 0.09	0.20 ± 0.05	4.04 ± 0.08	7484 ± 110	-	-0.01	-
387226824	10.244	1.03 ± 0.034	1.71 ± 0.27	1.96 ± 0.09	0.23 ± 0.05	4.08 ± 0.08	7443 ± 100	-	0.13	-
394015973	8.152	1.31 ± 0.023	1.55 ± 0.25	3.05 ± 0.12	0.05 ± 0.01	3.66 ± 0.08	7028 ± 113	-	0.17	A9III-IV <sup>6</sup>
397012320	9.833	1.02 ± 0.024	1.64 ± 0.28	2.02 ± 0.09	0.20 ± 0.05	4.04 ± 0.09	7283 ± 129	-	-0.16	A8V <sup>7</sup>
398733851	9.845	1.51 ± 0.033	1.54 ± 0.26	3.86 ± 0.20	0.03 ± 0.01	3.45 ± 0.09	6998 ± 129	-	0.12	A7III <sup>7</sup>

190 APÉNDICE D. PARÁMETROS EN EL BORDE ROJO DE LA BANDA DE INESTABILIDAD

TIC	$G_{mag}^{(1)}$	$\log(L/L_{\odot})^{(1)}$	$M(M_{\odot})^{(1)}$	$R(R_{\odot})^{(1)}$	$\bar{\rho}(\bar{\rho}_{\odot})$	$\log g^{(1)}$	$T_{\text{eff}}(K)^{(1)}$	$v \sin i$ (km s <sup>-1</sup> )	[Fe/H] <sup>1</sup>	Tipo espectral
407229868	10.629	0.95 ± 0.052	1.66 ± 0.28	1.86 ± 0.13	0.26 ± 0.07	4.12 ± 0.10	7316 ± 137	-	-0.08	-
411278907	9.931	1.05 ± 0.024	1.68 ± 0.27	2.06 ± 0.08	0.19 ± 0.04	4.03 ± 0.08	7366 ± 105	-	0.05	A5II <sup>7</sup>
417658371	11.318	0.97 ± 0.026	1.61 ± 0.27	1.96 ± 0.08	0.21 ± 0.05	4.06 ± 0.08	7204 ± 98	-	0.02	F0V <sup>2</sup>
435923755	5.648	0.93 ± 0.016	1.65 ± 0.27	1.82 ± 0.06	0.28 ± 0.06	4.14 ± 0.08	7310 ± 123	30 <sup>11</sup>	0.07	A3m
457035927	12.469	1.34 ± 0.061	1.57 ± 0.27	3.11 ± 0.24	0.05 ± 0.02	3.65 ± 0.11	7070 ± 142	-	-0.04	-
468424445	9.364	1.07 ± 0.020	1.71 ± 0.27	2.07 ± 0.07	0.19 ± 0.04	4.04 ± 0.08	7447 ± 100	92 <sup>4</sup>	-0.09	F <sup>10</sup>

Tabla D.2: Parámetros de 30 estrellas  $\delta$  Sct de *Kepler*. De izquierda a derecha: Magnitud G, luminosidad, masa, radio, densidad, gravedad superficial, temperatura efectiva, velocidad de rotación proyectada, metalicidad de la estrella, tipo espectral. Referencias: <sup>(1)</sup>Murphy et al. (2019), <sup>(2)</sup>Frasca et al. (2016), <sup>(3)</sup>Niemczura et al. (2015), <sup>(4)</sup>Jönsson et al. (2020), <sup>(5)</sup>Gebran et al. (2016), <sup>(6)</sup>Balona et al. (2015a).

KIC	$G_{mag}^{(1)}$	$\log(L/L_{\odot})^{(1)}$	$M(M_{\odot})^{(1)}$	$R(R_{\odot})^{(1)}$	$\bar{\rho}(\bar{\rho}_{\odot})$	$\log g^{(1)}$	$T_{\text{eff}}(K)^{(1)}$	$v \sin i$ (km s <sup>-1</sup> )	$[\text{Fe}/\text{H}]^{(1)}$	Tipo espectral
3219256	8.279	0.97 ± 0.021	1.53 ± 0.25	1.81 ± 0.09	0.258 ± 0.081	4.11 ± 0.08	7500 ± 150	96 <sup>4</sup>	-0.02	F0IV <sup>(2)</sup>
3760002	10.632	1.13 ± 0.040	1.63 ± 0.25	2.32 ± 0.19	0.131 ± 0.052	3.92 ± 0.10	7255 ± 253	-	-0.12	F1V <sup>(2)</sup>
3850810	10.032	1.09 ± 0.027	1.62 ± 0.25	2.06 ± 0.16	0.185 ± 0.072	4.01 ± 0.10	7525 ± 263	103 <sup>3</sup>	-0.08	F1V <sup>3</sup>
3942911	10.837	1.04 ± 0.022	1.58 ± 0.25	1.95 ± 0.14	0.213 ± 0.080	4.06 ± 0.09	7532 ± 263	93 <sup>4</sup>	0.03	F0V <sup>(2)</sup>
4077032	9.716	1.58 ± 0.034	1.92 ± 0.25	4.28 ± 0.39	0.024 ± 0.010	3.46 ± 0.09	6914 ± 283	< 120 <sup>(2)</sup>	-0.28	A9III <sup>(2)</sup>
4647763	10.897	1.06 ± 0.022	1.56 ± 0.25	2.41 ± 0.11	0.111 ± 0.033	3.87 ± 0.08	6850 ± 137	-	-0.05	-
4840675	9.685	0.99 ± 0.043	1.52 ± 0.25	1.95 ± 0.10	0.205 ± 0.065	4.04 ± 0.09	7315 ± 80	263 <sup>(2)</sup>	-0.07	A5V <sup>(3)</sup>
5428254	10.506	1.02 ± 0.026	1.58 ± 0.25	1.87 ± 0.15	0.242 ± 0.096	4.09 ± 0.10	7612 ± 266	96 <sup>4</sup>	0.13	-
5474427	11.443	1.33 ± 0.034	1.80 ± 0.25	2.96 ± 0.021	0.069 ± 0.024	3.75 ± 0.09	7213 ± 220	< 120 <sup>(2)</sup>	-0.07	F0V <sup>(2)</sup>
5774557	11.056	1.30 ± 0.019	1.78 ± 0.25	2.82 ± 0.20	0.079 ± 0.028	3.79 ± 0.09	7274 ± 254	96 <sup>4</sup>	-0.07	F0IV <sup>(2)</sup>
6123324	8.780	1.73 ± 0.024	2.12 ± 0.25	5.42 ± 0.27	0.013 ± 0.004	3.30 ± 0.07	6700 ± 134	-	0.11	F2.5V <sup>(3)</sup>
6939291	10.156	1.06 ± 0.019	1.58 ± 0.25	2.08 ± 0.15	0.176 ± 0.066	4.01 ± 0.09	7362 ± 257	-	-0.10	F0IV <sup>(2)</sup>
7106205	11.514	1.24 ± 0.018	1.72 ± 0.25	2.90 ± 0.14	0.071 ± 0.020	3.74 ± 0.08	6900 ± 138	< 120 <sup>2</sup>	0.30	F1V <sup>(2)</sup>
7212040	10.859	0.91 ± 0.031	1.52 ± 0.25	1.60 ± 0.12	0.371 ± 0.145	4.21 ± 0.10	7718 ± 270	-	0.08	-
7217483	10.702	1.31 ± 0.037	1.78 ± 0.25	2.92 ± 0.24	0.071 ± 0.028	3.76 ± 0.10	7165 ± 250	150 <sup>2</sup>	-0.10	F0IV <sup>(2)</sup>
7352425	10.692	1.22 ± 0.019	1.71 ± 0.25	2.65 ± 0.16	0.092 ± 0.030	3.83 ± 0.08	7162 ± 203	-	-0.09	-
7548479	8.347	0.91 ± 0.024	1.49 ± 0.25	1.68 ± 0.08	0.314 ± 0.098	4.17 ± 0.09	7500 ± 150	10 <sup>5</sup>	0.01	A4V <sup>(6)</sup>
8103917	11.561	1.17 ± 0.020	1.68 ± 0.25	2.38 ± 0.17	0.125 ± 0.045	3.91 ± 0.09	7355 ± 257	-	0.05	Am <sup>(2)</sup>
8429756	10.526	1.08 ± 0.025	1.57 ± 0.25	2.69 ± 0.10	0.25 ± 0.081	3.78 ± 0.07	6560 ± 80	277 <sup>2</sup>	0.03	G1V <sup>(2)</sup>
8446738	11.089	0.95 ± 0.034	1.50 ± 0.25	1.82 ± 0.15	0.249 ± 0.103	4.09 ± 0.10	7370 ± 257	-	-0.20	A7III <sup>(2)</sup>
8827821	11.160	1.00 ± 0.026	1.56 ± 0.25	1.83 ± 0.14	0.255 ± 0.099	4.11 ± 0.10	7610 ± 266	-	-0.01	A8IV-V <sup>(3)</sup>
9020199	8.948	1.58 ± 0.022	1.92 ± 0.25	4.29 ± 0.27	0.024 ± 0.008	3.46 ± 0.08	6912 ± 207	85 <sup>4</sup>	-0.13	Am <sup>(2)</sup>
9368220	11.381	1.53 ± 0.035	1.88 ± 0.25	4.09 ± 0.27	0.027 ± 0.009	3.49 ± 0.08	6894 ± 191	139 <sup>2</sup>	-0.03	F0IV <sup>(2)</sup>
9489590	10.906	1.13 ± 0.040	1.64 ± 0.25	2.23 ± 0.20	0.148 ± 0.062	3.95 ± 0.10	7383 ± 258	-	0.03	A9III <sup>(2)</sup>
9762713	11.206	1.35 ± 0.017	1.82 ± 0.25	3.05 ± 0.19	0.064 ± 0.021	3.73 ± 0.08	7188 ± 210	-	0.17	-
10549371	9.469	1.18 ± 0.020	1.67 ± 0.25	2.49 ± 0.08	0.108 ± 0.027	3.87 ± 0.07	7201 ± 80	71 <sup>3</sup>	0.07	F2II <sup>(2)</sup>
10615125	10.302	1.24 ± 0.021	1.72 ± 0.25	2.66 ± 0.09	0.091 ± 0.023	3.83 ± 0.07	7209 ± 80	-	0.34	F2II-III <sup>(2)</sup>
10686752	11.311	0.90 ± 0.044	1.49 ± 0.25	1.66 ± 0.15	0.326 ± 0.143	4.17 ± 0.11	7497 ± 262	-	-0.12	A9V <sup>(2)</sup>
11183539	10.769	1.00 ± 0.018	1.57 ± 0.25	1.79 ± 0.13	0.274 ± 0.103	4.13 ± 0.09	7693 ± 269	96 <sup>4</sup>	-0.07	-
12647070	10.684	1.09 ± 0.023	1.62 ± 0.25	2.07 ± 0.16	0.183 ± 0.071	4.01 ± 0.09	7498 ± 262	-	-0.19	-



## Apéndice E

# Sísmica en el borde rojo de la banda de inestabilidad

A continuación se presentan las tablas completas con los parámetros sísmicos observados en la muestra de 46 estrellas de *TESS*, y en la muestra de 30 estrellas de *Kepler*.

Tabla E.1: Parámetros sísmicos de 46 estrellas  $\delta$  Sct de *TESS*. De izquierda a derecha: Gran separación en órdenes bajos, densidad media sísmica estimada partir de la relación de escala con la gran separación, la frecuencia de máxima amplitud, la temperatura efectiva sísmica estimada a partir de la relación de escala con la gran separación y la edad estimada para la estrella.

TIC	$\Delta\nu_{\text{low}}(\mu\text{Hz})$	$\bar{\rho}_{\Delta\nu_{\text{low}}}(\bar{\rho}_{\odot})$	$\nu_{\text{max}}(\mu\text{Hz})$	$\tilde{T}_{\text{eff}}(\text{K})$	Edad sísmica (Myr)
2096047	45 $\pm$ 3	0.16 $\pm$ 0.02	180 $\pm$ 46	7430 $\pm$ 250	1017 $\pm$ 219
3697787	62 $\pm$ 2	0.31 $\pm$ 0.02	292 $\pm$ 96	7480 $\pm$ 410	728 $\pm$ 116
4353379	51 $\pm$ 3	0.21 $\pm$ 0.02	249 $\pm$ 70	7700 $\pm$ 360	864 $\pm$ 163
8152515	31 $\pm$ 2	0.07 $\pm$ 0.01	105 $\pm$ 40	7590 $\pm$ 430	830 $\pm$ 252
9858459	51 $\pm$ 2	0.21 $\pm$ 0.02	230 $\pm$ 98	7620 $\pm$ 460	898 $\pm$ 186
26541086	43 $\pm$ 3	0.15 $\pm$ 0.02	238 $\pm$ 84	7650 $\pm$ 410	907 $\pm$ 213
37908913	42 $\pm$ 3	0.14 $\pm$ 0.02	228 $\pm$ 90	7260 $\pm$ 380	1119 $\pm$ 315
63291372	46 $\pm$ 2	0.17 $\pm$ 0.01	273 $\pm$ 91	7790 $\pm$ 440	847 $\pm$ 216
63294105	55 $\pm$ 3	0.24 $\pm$ 0.03	296 $\pm$ 89	7500 $\pm$ 380	903 $\pm$ 147
69025963	56 $\pm$ 3	0.25 $\pm$ 0.03	364 $\pm$ 66	7730 $\pm$ 310	793 $\pm$ 127
70462749	55 $\pm$ 3	0.24 $\pm$ 0.03	291 $\pm$ 62	7860 $\pm$ 330	749 $\pm$ 124
86893888	60 $\pm$ 3	0.29 $\pm$ 0.03	292 $\pm$ 81	7480 $\pm$ 350	803 $\pm$ 140
91424870	49 $\pm$ 3	0.19 $\pm$ 0.02	202 $\pm$ 50	7520 $\pm$ 270	962 $\pm$ 179

194 APÉNDICE E. SÍSMICA EN EL BORDE ROJO DE LA BANDA DE INESTABILIDAD

TIC	$\Delta\nu_{\text{low}} (\mu\text{Hz})$	$\bar{\rho}_{\Delta\nu_{\text{low}}} (\bar{\rho}_{\odot})$	$\nu_{\text{max}} (\mu\text{Hz})$	$\tilde{T}_{\text{eff}} (\text{K})$	Edad sísmica (Myr)
95167223	35±3	0.10±0.02	214 ± 72	7560 ± 360	894±226
121597646	48±3	0.18±0.02	228 ± 66	7620 ± 340	918±194
121729614	56±3	0.25±0.03	320 ± 127	7970 ± 590	708±172
122069152	51±3	0.21±0.02	281 ± 74	7440 ± 330	983±164
139201927	35±3	0.10±0.02	172 ± 73	7400 ± 350	967±285
155457396	45±3	0.16±0.02	241 ± 71	7670 ± 360	898±197
158175593	55±3	0.24±0.03	188 ± 40	7460 ± 230	939±131
158787200	35±3	0.10±0.02	197 ± 56	7500 ± 290	911±223
158802324	39±3	0.12±0.02	191 ± 105	7480 ± 480	988±361
159050655	-	-	328 ± 62	76100 ± 290	-
175233832	55±3	0.24±0.03	303 ± 107	7900 ± 510	741±161
175264376	52±3	0.21±0.03	237 ± 106	7650 ± 490	880±185
184847294	60±3	0.29±0.03	248 ± 105	7330 ± 430	814±137
220249957	36±3	0.10±0.02	173 ± 58	7610 ± 340	881±203
231148059	39±3	0.12±0.02	184 ± 78	7100 ± 330	1174±321
232064019	52±3	0.21±0.03	247 ± 77	7690 ± 380	865±165
255733180	38±3	0.11±0.02	190 ± 76	7680 ± 420	873±209
298906524	61±3	0.30±0.03	295 ± 111	7490 ± 460	756±144
302820047	-	-	198 ± 87	7150 ± 360	-
312691592	-	-	301 ± 55	7890 ± 310	-
316826948	61±3	0.30±0.03	298 ± 83	7500 ± 360	771±140
332056768	60±3	0.29±0.03	305 ± 69	7910 ± 360	644±122
345743871	53±3	0.22±0.03	272 ± 105	7780 ± 490	817±184
387226824	62±3	0.31±0.03	309 ± 91	7920 ± 450	615±133
394015973	40±3	0.13±0.02	226 ± 113	7820 ± 580	842±235
397012320	55±3	0.24±0.03	213 ± 80	7560 ± 390	888±151
398733851	33±3	0.08±0.02	237 ± 78	7870 ± 440	768±202
407229868	-	-	209 ± 88	7540 ± 420	-
411278907	42±3	0.14±0.02	214 ± 84	7560 ± 400	943±285
417658371	-	-	254 ± 68	7720 ± 350	-
435923755	-	-	150 ± 68	6990 ± 290	-
457035927	23±3	0.04±0.01	92 ± 129	7290 ± 600	1030±262
468424445	51±3	0.21±0.02	219 ± 64	7580 ± 330	923±163

Tabla E.2: Parámetros sísmicos de 30 estrellas  $\delta$  Sct de *Kepler*. De izquierda a derecha: Gran separación en órdenes bajos, densidad media sísmica estimada partir de la relación de escala con la gran separación, la frecuencia de máxima amplitud, la temperatura efectiva sísmica estimada a partir de la relación de escala con la gran separación y la edad estimada para la estrella.

KIC	$\Delta\nu_{\text{low}}(\mu\text{Hz})$	$\bar{\rho}_{\Delta\nu_{\text{low}}}(\bar{\rho}_{\odot})$	$\nu_{\text{max}}(\mu\text{Hz})$	$\tilde{T}_{\text{eff}}(\text{K})$	Edad sísmica (Myr)
3219256	61±3	0.30±0.03	295 ± 135	7870 ± 610	650±177
3760002	38±3	0.11±0.02	198 ± 67	7500 ± 330	917±224
3850810	-	-	218 ± 103	7580 ± 480	-
3942911	60±3	0.29±0.03	288 ± 113	7840 ± 530	691±171
4077032	15±2	0.02±0.005	140 ± 95	7740 ± 700	806±177
4647763	22±3	0.04±0.01	164 ± 75	7580 ± 410	869±177
4840675	60±3	0.29±0.03	297 ± 118	7880 ± 550	679±172
5428254	58±3	0.27±0.03	283 ± 157	7830 ± 690	719±202
5474427	30±3	0.07±0.014	149 ± 60	7520 ± 350	847±243
5774557	26±2	0.05±0.008	133 ± 53	7450 ± 310	1014±174
6123324	15±2	0.02±0.005	74 ± 77	7460 ± 550	846±175
6939291	44±3	0.15±0.02	196 ± 77	7490 ± 370	979±276
7106205	39±2	0.12±0.01	118 ± 44	7390 ± 270	1001±298
7212040	58±3	0.27±0.03	315 ± 131	7560 ± 530	797±169
7217483	33±3	0.08±0.02	157 ± 56	7550 ± 330	866±219
7352425	29±2	0.07±0.009	155 ± 79	7540 ± 420	846±251
7548479	60±3	0.29±0.03	418 ± 155	7920 ± 620	660±184
8103917	44±3	0.15±0.02	221 ± 67	7590 ± 340	927±207
8429756	51±3	0.21±0.03	353 ± 119	8330 ± 640	634±159
8446738	60±3	0.29±0.03	361 ± 115	8120 ± 550	582±140
8827821	61±3	0.30±0.03	313 ± 102	7940 ± 490	634±143
9020199	28±2	0.06±0.009	98 ± 64	7560 ± 530	836±265
9368220	16±2	0.02±0.005	122 ± 86	7660 ± 650	812±177
9489590	58±3	0.27±0.03	330 ± 101	8000 ± 490	659±147
9762713	25±2	0.05±0.008	118 ± 45	7390 ± 280	1053±163
10549371	42±2	0.14±0.014	132 ± 48	7450 ± 290	1000±290
10615125	36±3	0.10±0.02	158 ± 73	7550 ± 400	900±227
10686752	52±3	0.21±0.03	377 ± 115	7780 ± 480	826±178
11183539	58±3	0.27±0.03	241 ± 128	7670 ± 570	773±183
12647070	48±3	0.18±0.02	159 ± 76	7350 ± 360	1061±204



# Referencias

- C. Aerts. Probing the interior physics of stars through asteroseismology. *Reviews of Modern Physics*, 93(1):015001, January 2021. doi: 10.1103/RevModPhys.93.015001.
- C. Aerts, P. De Cat, R. Kuschnig, J. M. Matthews, D. B. Guenther, A. F. J. Moffat, S. M. Rucinski, D. Sasselov, G. A. H. Walker, and W. W. Weiss. Discovery of the New Slowly Pulsating B Star HD 163830 (B5 II/III) from MOST Space-based Photometry. *The Astrophysical Journal Letters*, 642(2):L165–L168, May 2006. doi: 10.1086/504634.
- Conny Aerts, Jørgen Christensen-Dalsgaard, and Donald W. Kurtz. *Asteroseismology*. Astronomy and Astrophysics Library. ISBN 978-1-4020-5178-4. Springer Science+Business Media, 2010. doi: 10.1007/978-1-4020-5803-5.
- René Andrae, Morgan Fouesneau, Orlagh Creevey, Christophe Ordenovic, Nicolas Mary, Alexandru Burlacu, Laurence Chaoul, Anne Jean-Antoine-Piccolo, Georges Kordopatis, Andreas Korn, Yveline Lebreton, Chantal Panem, Bernard Pichon, Frédéric Thévenin, Gavin Walmsley, and Coryn A. L. Bailer-Jones. Gaia Data Release 2. First stellar parameters from Apsis. *Astronomy & Astrophysics*, 616:A8, August 2018. doi: 10.1051/0004-6361/201732516.
- Ruth Angus, Adrian M. Price-Whelan, Joel C. Zinn, Megan Bedell, Yuxi (Lucy) Lu, and Daniel Foreman-Mackey. The 3D Galactocentric Velocities of Kepler Stars: Marginalizing Over Missing Radial Velocities. *The Astrophysical Journal*, 164(1):25, July 2022. doi: 10.3847/1538-3881/ac6fea.
- T. Appourchaux, E. Michel, M. Auvergne, A. Baglin, T. Toutain, F. Baudin, O. Benomar, W. J. Chaplin, S. Deheuvels, R. Samadi, G. A. Verner, P. Boumier, R. A. García, B. Mosser, J. C. Hurlot, J. Ballot, C. Barban, Y. Elsworth, S. J. Jiménez-Reyes, H. Kjeldsen, C. Régulo, and I. W. Roxburgh. CoRoT sounds the stars: p-mode parameters of Sun-like oscillations on HD 49933. *Astronomy & Astrophysics*, 488(2):705–714, September 2008. doi: 10.1051/0004-6361:200810297.
- Thierry Appourchaux. A crash course on data analysis in asteroseismology. In Pere L. Pallé and Cesar Esteban, editors, *Asteroseismology*, page 123. Asteroseismology, 22nd Canary Islands

- Winter School of Astrophysics. Edited by Pere L. Pallé and Cesar Esteban, Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2014, p.123, 2014. doi: 10.48550/arXiv.1103.5352.
- D. Baade, Th. Rivinius, A. Pigulski, A. C. Carciofi, Ch. Martayan, A. F. J. Moffat, G. A. Wade, W. W. Weiss, J. Grunhut, G. Handler, R. Kuschnig, A. Mehner, H. Pablo, A. Popowicz, S. Rucinski, and G. Whittaker. Short-term variability and mass loss in Be stars. I. BRITe satellite photometry of  $\eta$  and  $\mu$  Centauri. *Astronomy & Astrophysics*, 588:A56, April 2016. doi: 10.1051/0004-6361/201528026.
- A. Baglin, M. Auvergne, P. Barge, M. Deleuil, C. Catala, E. Michel, W. Weiss, and COROT Team. Scientific Objectives for a Minisat: CoRoT. In M. Fridlund, A. Baglin, J. Lochard, and L. Conroy, editors, *The CoRoT Mission Pre-Launch Status - Stellar Seismology and Planet Finding*, volume 1306 of *ESA Special Publication*, page 33, November 2006.
- J. Ballot, F. Lignières, D. R. Reese, and M. Rieutord. Gravity modes in rapidly rotating stars. Limits of perturbative methods. *Astronomy & Astrophysics*, 518:A30, July 2010. doi: 10.1051/0004-6361/201014426.
- L. A. Balona. Low frequencies in Kepler  $\delta$  Scuti stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 437(2):1476–1484, January 2014. doi: 10.1093/mnras/stt1981.
- L. A. Balona and W. A. Dziembowski. Kepler observations of  $\delta$  Scuti stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 417(1):591–601, October 2011. doi: 10.1111/j.1365-2966.2011.19301.x.
- L. A. Balona and J. M. Nemeč. A search for SX Phe stars among Kepler  $\delta$  Scuti stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 426(3):2413–2418, November 2012. doi: 10.1111/j.1365-2966.2012.21957.x.
- L. A. Balona, A. Pigulski, P. De Cat, G. Handler, J. Gutiérrez-Soto, C. A. Engelbrecht, F. Frescura, M. Briquet, J. Cuypers, J. Daszyńska-Daszkiewicz, P. Degroote, R. J. Dukes, R. A. Garcia, E. M. Green, U. Heber, S. D. Kawaler, H. Lehmann, B. Leroy, J. Molenda-Żaaowicz, C. Neiner, A. Noels, J. Nuspl, R. Østensen, D. Pricopi, I. Roxburgh, S. Salmon, M. A. Smith, J. C. Suárez, M. Suran, R. Szabó, K. Uytterhoeven, J. Christensen-Dalsgaard, H. Kjeldsen, D. A. Caldwell, F. R. Girouard, and D. T. Sanderfer. Kepler observations of the variability in B-type stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 413(4):2403–2420, June 2011. doi: 10.1111/j.1365-2966.2011.18311.x.
- L. A. Balona, S. Joshi, Y. C. Joshi, and R. Sagar. Pulsation and rotation of Kepler stars in the NGC 6866 field. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 429(2):1466–1478, February 2013a. doi: 10.1093/mnras/sts429.
- L. A. Balona, T. Medupe, O. P. Abedigamba, G. Ayane, L. Keeley, M. Matsididi, G. Mekonnen, M. D. Nhlapo, and N. Sithole. Kepler observations of the open cluster NGC 6819. *Monthly*

- Notices of the Royal Astronomical Society*, 430(4):3472–3482, April 2013b. doi: 10.1093/mnras/stt148.
- L. A. Balona, A. S. Baran, J. Daszyńska-Daszkiewicz, and P. De Cat. Analysis of Kepler B stars: rotational modulation and Maia variables. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 451(2):1445–1459, August 2015a. doi: 10.1093/mnras/stv1017.
- L. A. Balona, J. Daszyńska-Daszkiewicz, and A. A. Pamyatnykh. Pulsation frequency distribution in  $\delta$  Scuti stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 452(3):3073–3084, September 2015b. doi: 10.1093/mnras/stv1513.
- C. Barban, J. M. Matthews, J. De Ridder, F. Baudin, R. Kuschnig, A. Mazumdar, R. Samadi, D. B. Guenther, A. F. J. Moffat, S. M. Rucinski, D. Sasselov, G. A. H. Walker, and W. W. Weiss. Detection of solar-like oscillations in the red giant star  $\epsilon$  Ophiuchi by MOST spacebased photometry. *Astronomy & Astrophysics*, 468(3):1033–1038, June 2007. doi: 10.1051/0004-6361:20066716.
- C. Barban, S. Deheuvels, F. Baudin, T. Appourchaux, M. Auvergne, J. Ballot, P. Boumier, W. J. Chaplin, R. A. García, P. Gaulme, E. Michel, B. Mosser, C. Régulo, I. W. Roxburgh, G. Verner, A. Baglin, C. Catala, R. Samadi, H. Bruntt, Y. Elsworth, and S. Mathur. Solar-like oscillations in HD 181420: data analysis of 156 days of CoRoT data. *Astronomy & Astrophysics*, 506(1):51–56, October 2009. doi: 10.1051/0004-6361/200911937.
- S. Barceló Forteza, T. Roca Cortés, and R. A. García. The envelope of the power spectra of over a thousand  $\delta$  Scuti stars. The  $T_{eff} - \nu_{max}$  scaling relation. *Astronomy & Astrophysics*, 614:A46, June 2018. doi: 10.1051/0004-6361/201731803.
- S. Barceló Forteza, A. Moya, D. Barrado, E. Solano, S. Martín-Ruiz, J. C. Suárez, and A. García Hernández. Unveiling the power spectra of  $\delta$  Scuti stars with TESS. The temperature, gravity, and frequency scaling relation. *Astronomy & Astrophysics*, 638:A59, June 2020. doi: 10.1051/0004-6361/201937262.
- Sydney A. Barnes. On the Rotational Evolution of Solar- and Late-Type Stars, Its Magnetic Origins, and the Possibility of Stellar Gyrochronology. *The Astrophysical Journal*, 586(1):464–479, March 2003. doi: 10.1086/367639.
- Gibor Basri and Eduardo L. Martín. The Mass and Age of Very Low Mass Members of the Open Cluster  $\alpha$  Persei. *The Astrophysical Journal*, 510(1):266–273, January 1999. doi: 10.1086/306564.
- Timothy R. Bedding, R. Paul Butler, Hans Kjeldsen, Ivan K. Baldry, Simon J. O’Toole, Christopher G. Tinney, Geoffrey W. Marcy, Francesco Kienzie, and Fabien Carrier. Evidence for Solar-like Oscillations in  $\beta$  Hydri. *The Astrophysical Journal Letters*, 549(1):L105–L108, March 2001. doi: 10.1086/319139.

- Timothy R. Bedding, Simon J. Murphy, Daniel R. Hey, Daniel Huber, Tanda Li, Barry Smalley, Dennis Stello, Timothy R. White, Warrick H. Ball, William J. Chaplin, Isabel L. Colman, Jim Fuller, Eric Gaidos, Daniel R. Harbeck, J. J. Hermes, Daniel L. Holdsworth, Gang Li, Yaguang Li, Andrew W. Mann, Daniel R. Reese, Sanjay Sekaran, Jie Yu, Victoria Antoci, Christoph Bergmann, Timothy M. Brown, Andrew W. Howard, Michael J. Ireland, Howard Isaacson, Jon M. Jenkins, Hans Kjeldsen, Curtis McCully, Markus Rabus, Adam D. Rains, George R. Ricker, Christopher G. Tinney, and Roland K. Vanderspek. Very regular high-frequency pulsation modes in young intermediate-mass stars. *Nature*, 581(7807):147–151, 2020. ISSN 14764687. doi: 10.1038/s41586-020-2226-8.
- Timothy R. Bedding, Simon J. Murphy, Courtney Crawford, Daniel R. Hey, Daniel Huber, Hans Kjeldsen, Yaguang Li, Andrew W. Mann, Guillermo Torres, Timothy R. White, and George Zhou. TESS Observations of the Pleiades Cluster: A Nursery for  $\delta$  Scuti Stars. *The Astrophysical Journal Letters*, 946(1):L10, March 2023. doi: 10.3847/2041-8213/acc17a.
- K. Belkacem, M. J. Goupil, M. A. Dupret, R. Samadi, F. Baudin, A. Noels, and B. Mosser. The underlying physical meaning of the  $\nu_{max} - \nu_c$  relation. *Astronomy & Astrophysics*, 530:A142, June 2011. doi: 10.1051/0004-6361/201116490.
- O. Benomar, F. Baudin, T. L. Campante, W. J. Chaplin, R. A. García, P. Gaulme, T. Toutain, G. A. Verner, T. Appourchaux, J. Ballot, C. Barban, Y. Elsworth, S. Mathur, B. Mosser, C. Régulo, I. W. Roxburgh, M. Auvergne, A. Baglin, C. Catala, E. Michel, and R. Samadi. A fresh look at the seismic spectrum of HD49933: analysis of 180 days of CoRoT photometry. *Astronomy & Astrophysics*, 507(1):L13–L16, November 2009. doi: 10.1051/0004-6361/200913111.
- John J. Bochanski, Jacqueline K. Faherty, Jonathan Gagné, Olivia Nelson, Kristina Coker, Iliya Smithka, Deion Desir, and Chelsea Vasquez. Fundamental Properties of Co-moving Stars Observed by Gaia. *The Astrophysical Journal*, 155(4):149, April 2018. doi: 10.3847/1538-3881/aaaebe.
- E. Böhm-Vitense. Über die Wasserstoffkonvektionszone in Sternen verschiedener Effektivtemperaturen und Leuchtkräfte. Mit 5 Textabbildungen. *Zeitschrift für Astrophysik*, 46:108, January 1958.
- D. Bossini, A. Vallenari, A. Bragaglia, T. Cantat-Gaudin, R. Sordo, L. Balaguer-Núñez, C. Jordi, A. Moitinho, C. Soubiran, L. Casamiquela, R. Carrera, and U. Heiter. Age determination for 269 Gaia DR2 open clusters. *Astronomy & Astrophysics*, 623:A108, March 2019. doi: 10.1051/0004-6361/201834693.
- M. P. Bouabid, M. A. Dupret, S. Salmon, J. Montalbán, A. Miglio, and A. Noels. Effects of the Coriolis force on high-order g modes in  $\gamma$  Doradus stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 429(3):2500–2514, March 2013. doi: 10.1093/mnras/sts517.

- F. Bouchy and F. Carrier. P-mode observations on  $\alpha$  Cen A. *Astronomy & Astrophysics*, 374: L5–L8, July 2001. doi: 10.1051/0004-6361:20010792.
- L. G. Bouma, J. L. Curtis, J. D. Hartman, J. N. Winn, and G. Á. Bakos. Rotation and Lithium Confirmation of a 500 pc Halo for the Open Cluster NGC 2516. *The Astronomical Journal*, 162(5):197, November 2021. doi: 10.3847/1538-3881/ac18cd.
- Dominic M. Bowman. *Amplitude Modulation of Pulsation Modes in Delta Scuti Stars*. Springer Theses series. ISBN 978-3-319-66649-5. Springer International Publishing, 2017. doi: 10.1007/978-3-319-66649-5.
- Dominic M. Bowman. Asteroseismology of high-mass stars: new insights of stellar interiors with space telescopes. *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, 7:70, October 2020. doi: 10.3389/fspas.2020.578584.
- Dominic M. Bowman and Donald W. Kurtz. Characterizing the observational properties of  $\delta$  Sct stars in the era of space photometry from the Kepler mission. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 476(3):3169–3184, May 2018. doi: 10.1093/mnras/sty449.
- Dominic M. Bowman, Siemen Burssens, May G. Pedersen, Cole Johnston, Conny Aerts, Bram Buyschaert, Mathias Michielsen, Andrew Tkachenko, Tamara M. Rogers, Philipp V. F. Edelmann, Rathish P. Ratnasingam, Sergio Simón-Díaz, Norberto Castro, Ehsan Moravveji, Benjamin J. S. Pope, Timothy R. White, and Peter De Cat. Low-frequency gravity waves in blue supergiants revealed by high-precision space photometry. *Nature Astronomy*, 3:760–765, May 2019. doi: 10.1038/s41550-019-0768-1.
- Timothy D. Brandt and Chelsea X. Huang. The Age and Age Spread of the Praesepe and Hyades Clusters: a Consistent,  $\sim$ 800 Myr Picture from Rotating Stellar Models. *The Astrophysical Journal*, 807(1):24, July 2015. doi: 10.1088/0004-637X/807/1/24.
- M. Breger.  $\delta$  Scuti stars (Review). In Michel Breger and Michael Montgomery, editors, *Delta Scuti and Related Stars*, volume 210 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 3, January 2000.
- M. Breger, J. Stich, R. Garrido, B. Martin, S. Y. Jiang, Z. P. Li, D. P. Hube, W. Ostermann, M. Paparo, and M. Scheck. Nonradial pulsation of the delta Scuti star BU CANCRI in the Praesepe cluster. *Astronomy & Astrophysics*, 271:482–486, April 1993.
- M. Breger, G. Handler, R. E. Nather, D. E. Winget, S. J. Kleinman, D. J. Sullivan, Z. P. Li, J. E. Solheim, S. Y. Jiang, Z. L. Liu, M. A. Wood, T. K. Watson, W. A. Dziembowski, E. Serkowitsch, H. Mendelson, J. C. Clemens, J. Krzesinski, and G. Pajdosz. The  $\delta$  Scuti star FG Virginis. I. Multiple pulsation frequencies determined with a combined DSN/WET campaign. *Astronomy & Astrophysics*, 297:473, May 1995.

- M. Breger, A. A. Pamyatnykh, H. Pikall, and R. Garrido. The delta Scuti star FG Virginis. IV. Mode identifications and pulsation modelling. *Astronomy & Astrophysics*, 341:151–162, January 1999. doi: 10.48550/arXiv.astro-ph/9811338.
- Cesar Briceño, Nuria Calvet, J. Hernández, A. K. Vivas, Lee Hartmann, J. J. Downes, and Perry Berlind. The CIDA Variability Survey of Orion OB1. I. The Low-Mass Population of Ori OB1a and 1b. *The Astronomical Journal*, 129(2):907–926, February 2005. doi: 10.1086/426911.
- A. J. Brickhill. The pulsations of ZZ Ceti stars. III. The driving mechanism. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 251:673–680, August 1991. doi: 10.1093/mnras/251.4.673.
- Timothy M. Brown, Ronald L. Gilliland, Robert W. Noyes, and Lawrence W. Ramsey. Detection of Possible p-Mode Oscillations on Procyon. *The Astrophysical Journal*, 368:599, February 1991. doi: 10.1086/169725.
- Sven Buder, Sanjib Sharma, Janez Kos, Anish M. Amarsi, Thomas Nordlander, Karin Lind, Sarah L. Martell, Martin Asplund, Joss Bland-Hawthorn, Andrew R. Casey, Gayandhi M. de Silva, Valentina D’Orazi, Ken C. Freeman, Michael R. Hayden, Geraint F. Lewis, Jane Lin, Katharine J. Schlesinger, Jeffrey D. Simpson, Dennis Stello, Daniel B. Zucker, Tomaz Zwitter, Kevin L. Beeson, Tobias Buck, Luca Casagrande, Jake T. Clark, Klemen Čotar, Gary S. da Costa, Richard de Grijs, Diane Feuillet, Jonathan Horner, Prajwal R. Kafle, Shourya Khanna, Chiaki Kobayashi, Fan Liu, Benjamin T. Montet, Govind Nandakumar, David M. Nataf, Melissa K. Ness, Lorenzo Spina, Thor Tepper-García, Yuan-Sen Ting, Gregor Traven, Rok Vogrinčič, Robert A. Wittenmyer, Rosemary F. G. Wyse, Maruša Žerjal, and Galah Collaboration. The GALAH+ survey: Third data release. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 506(1):150–201, September 2021. doi: 10.1093/mnras/stab1242.
- C. Cameron, H. Saio, R. Kuschnig, G. A. H. Walker, J. M. Matthews, D. B. Guenther, A. F. J. Moffat, S. M. Rucinski, D. Sasselov, and W. W. Weiss. MOST Detects SPBe Pulsations in HD 127756 and HD 217543: Asteroseismic Rotation Rates Independent of  $v \sin i$ . *The Astrophysical Journal*, 685(1):489–507, September 2008. doi: 10.1086/590369.
- A. J. Cannon and E. C. Pickering. VizieR Online Data Catalog: Henry Draper Catalogue and Extension (Cannon+ 1918-1924; ADC 1989). VizieR On-line Data Catalog: III/135A. Originally published in: Harv. Ann. 91-100 (1918-1924), October 1993.
- T. Cantat-Gaudin, C. Jordi, A. Vallenari, A. Bragaglia, L. Balaguer-Núñez, C. Soubiran, D. Bossini, A. Moitinho, A. Castro-Ginard, A. Krone-Martins, L. Casamiquela, R. Sordo, and R. Carrera. A Gaia DR2 view of the open cluster population in the Milky Way. *Astronomy & Astrophysics*, 618:A93, October 2018. doi: 10.1051/0004-6361/201833476.

- T. Cantat-Gaudin, F. Anders, A. Castro-Ginard, C. Jordi, M. Romero-Gómez, C. Soubiran, L. Casamiquela, Y. Tarricq, A. Moitinho, A. Vallenari, A. Bragaglia, A. Krone-Martins, and M. Kounkel. Painting a portrait of the Galactic disc with its stellar clusters. *Astronomy & Astrophysics*, 640:A1, August 2020. doi: 10.1051/0004-6361/202038192.
- W. J. Chaplin, S. Basu, D. Huber, A. Serenelli, L. Casagrande, V. Silva Aguirre, W. H. Ball, O. L. Creevey, L. Gizon, R. Handberg, C. Karoff, R. Lutz, J. P. Marques, A. Miglio, D. Stello, M. D. Suran, D. Pricopi, T. S. Metcalfe, M. J. P. F. G. Monteiro, J. Molenda-Żakowicz, T. Appourchaux, J. Christensen-Dalsgaard, Y. Elsworth, R. A. García, G. Houdek, H. Kjeldsen, A. Bonanno, T. L. Campante, E. Corsaro, P. Gaulme, S. Hekker, S. Mathur, B. Mosser, C. Régulo, and D. Salabert. Asteroseismic Fundamental Properties of Solar-type Stars Observed by the NASA Kepler Mission. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 210(1):1, January 2014. doi: 10.1088/0067-0049/210/1/1.
- William J. Chaplin and Andrea Miglio. Asteroseismology of Solar-Type and Red-Giant Stars. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 51(1):353–392, August 2013. doi: 10.1146/annurev-astro-082812-140938.
- Jieun Choi, Aaron Dotter, Charlie Conroy, Matteo Cantiello, Bill Paxton, and Benjamin D. Johnson. Mesa Isochrones and Stellar Tracks (MIST). I. Solar-scaled Models. *The Astrophysical Journal*, 823(2):102, June 2016. doi: 10.3847/0004-637X/823/2/102.
- Jørgen Christensen-Dalsgaard. Asteroseismology. *Astrophysics and Space Science*, 261:1–12, January 1998. doi: 10.1023/A:1002067301259.
- Jørgen Christensen-Dalsgaard. Helioseismology. *Reviews of Modern Physics*, 74(4):1073–1129, November 2002. doi: 10.1103/RevModPhys.74.1073.
- Alejandro H. Córscico, Leandro G. Althaus, Marcelo M. Miller Bertolami, and S. O. Kepler. Pulsating white dwarfs: new insights. *The Astronomy and Astrophysics Review*, 27(1):7, September 2019. doi: 10.1007/s00159-019-0118-4.
- T. G. Cowling. The non-radial oscillations of polytropic stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 101:367, January 1941. doi: 10.1093/mnras/101.8.367.
- J. P. Cox and R. T. Giuli. *Principles of stellar structure*. Gordon and Breach, 1968.
- John P. Cox. On Second Helium Ionization as a Cause of Pulsational Instability in Stars. *The Astrophysical Journal*, 138:487, August 1963. doi: 10.1086/147661.
- Jeffrey D. Cummings, Constantine P. Deliyannis, Ryan M. Maderak, and Aaron Steinhauer. WIYN Open Cluster Study. LXXV. Testing the Metallicity Dependence of Stellar Lithium Depletion Using Hyades-aged Clusters. I. Hyades and Praesepe. *The Astrophysical Journal*, 153(3):128, March 2017. doi: 10.3847/1538-3881/aa5b86.

- Jeffrey D. Cummings, Jason S. Kalirai, P. E. Tremblay, Enrico Ramirez-Ruiz, and Jieun Choi. The White Dwarf Initial-Final Mass Relation for Progenitor Stars from 0.85 to 7.5  $M_{\odot}$ . *The Astrophysical Journal*, 866(1):21, October 2018. doi: 10.3847/1538-4357/aadfd6.
- R. da Silva, G. F. Porto de Mello, A. C. Milone, L. da Silva, L. S. Ribeiro, and H. J. Rocha-Pinto. Accurate and homogeneous abundance patterns in solar-type stars of the solar neighbourhood: a chemo-chronological analysis. *Astronomy & Astrophysics*, 542:A84, June 2012. doi: 10.1051/0004-6361/201118751.
- J. Daszyńska-Daszkiewicz, A. A. Pamyatnykh, P. Walczak, and W. Szewczuk. Seismic analysis of the double-mode radial pulsator SX Phoenicis. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 499(2):3034–3045, December 2020. doi: 10.1093/mnras/staa3056.
- Joris De Ridder, Caroline Barban, Frédéric Baudin, Fabien Carrier, Artie P. Hatzes, Saskia Hekker, Thomas Kallinger, Werner W. Weiss, Annie Baglin, Michel Auvergne, Réza Samadi, Pierre Barge, and Magali Deleuil. Non-radial oscillation modes with long lifetimes in giant stars. *Nature*, 459(7245):398–400, May 2009. doi: 10.1038/nature08022.
- Pieter Degroote, Conny Aerts, Annie Baglin, Andrea Miglio, Maryline Briquet, Arlette Noels, Ewa Niemczura, Josefina Montalbán, Steven Bloemen, Raquel Oreiro, Maja Vučković, Kristof Smolders, Michel Auvergne, Frederic Baudin, Claude Catala, and Eric Michel. Deviations from a uniform period spacing of gravity modes in a massive star. *Nature*, 464(7286):259–261, March 2010. doi: 10.1038/nature08864.
- S. Deheuvels, H. Bruntt, E. Michel, C. Barban, G. Verner, C. Régulo, B. Mosser, S. Mathur, P. Gaulme, R. A. Garcia, P. Boumier, T. Appourchaux, R. Samadi, C. Catala, F. Baudin, A. Baglin, M. Auvergne, I. W. Roxburgh, and F. Pérez Hernández. Seismic and spectroscopic characterization of the solar-like pulsating CoRoT target HD 49385. *Astronomy & Astrophysics*, 515:A87, June 2010. doi: 10.1051/0004-6361/200913490.
- W. S. Dias, H. Monteiro, A. Moitinho, J. R. D. Lépine, G. Carraro, E. Paunzen, B. Alessi, and L. Vilella. Updated parameters of 1743 open clusters based on Gaia DR2. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 504(1):356–371, June 2021. doi: 10.1093/mnras/stab770.
- Aaron Dotter. MESA Isochrones and Stellar Tracks (MIST) 0: Methods for the Construction of Stellar Isochrones. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 222(1):8, January 2016. doi: 10.3847/0067-0049/222/1/8.
- S. T. Douglas, J. L. Curtis, M. A. Agüeros, P. A. Cargile, J. M. Brewer, S. Meibom, and T. Jansen. K2 Rotation Periods for Low-mass Hyads and a Quantitative Comparison of the Distribution of Slow Rotators in the Hyades and Praesepe. *The Astrophysical Journal*, 879(2):100, July 2019. doi: 10.3847/1538-4357/ab2468.

- Juan José Downes, César Briceño, Cecilia Mateu, Jesús Hernández, Anna Katherina Vivas, Nuria Calvet, Lee Hartmann, Monika G. Petr-Gotzens, and Lori Allen. The low-mass star and sub-stellar populations of the 25 Orionis group. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 444(2):1793–1811, October 2014. doi: 10.1093/mnras/stu1553.
- M. A. Dupret, A. Grigahcène, R. Garrido, M. Gabriel, and R. Scuflaire. Convection-pulsation coupling. II. Excitation and stabilization mechanisms in  $\delta$  Sct and  $\gamma$  Dor stars. *Astronomy & Astrophysics*, 435(3):927–939, June 2005. doi: 10.1051/0004-6361:20041817.
- M. A. Dupret, K. Belkacem, R. Samadi, J. Montalbán, O. Moreira, A. Miglio, M. Godart, P. Ventura, H. G. Ludwig, A. Grigahcène, M. J. Goupil, A. Noels, and E. Caffau. Theoretical amplitudes and lifetimes of non-radial solar-like oscillations in red giants. *Astronomy & Astrophysics*, 506(1):57–67, October 2009. doi: 10.1051/0004-6361/200911713.
- W. A. Dziembowski and Philip R. Goode. Effects of Differential Rotation on Stellar Oscillations: A Second-Order Theory. *The Astrophysical Journal*, 394:670, August 1992. doi: 10.1086/171621.
- W. A. Dziembowski and A. A. Pamiatnykh. The opacity mechanism in B-type stars - I. Unstable modes in beta Cephei star models. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 262: 204, May 1993. doi: 10.1093/mnras/262.1.204.
- A. S. Eddington. *The Internal Constitution of the Stars*. Cambridge University Press, 1926. ISBN 9780521337083, 1926.
- L. Fossati, S. Bagnulo, J. Landstreet, G. Wade, O. Kochukhov, R. Monier, W. Weiss, and M. Gebran. The effect of rotation on the abundances of the chemical elements of the A-type stars in the Praesepe cluster. *Astronomy & Astrophysics*, 483(3):891–902, June 2008. doi: 10.1051/0004-6361:20080946710.48550/arXiv.0803.3540.
- S. Frandsen, F. Carrier, C. Aerts, D. Stello, T. Maas, M. Burnet, H. Bruntt, T. C. Teixeira, J. R. de Medeiros, F. Bouchy, H. Kjeldsen, F. Pijpers, and J. Christensen-Dalsgaard. Detection of Solar-like oscillations in the G7 giant star  $\xi$  Hya. *Astronomy & Astrophysics*, 394:L5–L8, October 2002. doi: 10.1051/0004-6361:20021281.
- A. Frasca, J. Molenda-Żakowicz, P. De Cat, G. Catanzaro, J. N. Fu, A. B. Ren, A. L. Luo, J. R. Shi, Y. Wu, and H. T. Zhang. Activity indicators and stellar parameters of the Kepler targets. An application of the ROTFIT pipeline to LAMOST-Kepler stellar spectra. *Astronomy & Astrophysics*, 594:A39, October 2016. doi: 10.1051/0004-6361/201628337.
- D. J. Fritzewski, T. Van Reeth, C. Aerts, J. Van Beeck, S. Gossage, and G. Li. Age-dating the young open cluster UBC 1 with g-mode asteroseismology, gyrochronology, and isochrone fitting. *Astronomy & Astrophysics*, 681:A13, January 2024. doi: 10.1051/0004-6361/202347618.

- Xiaoting Fu, Angela Bragaglia, Chao Liu, Huawei Zhang, Yan Xu, Ke Wang, Zhi-Yu Zhang, Jing Zhong, Jiang Chang, Lu Li, Li Chen, Yang Chen, Fei Wang, Eda Gjergo, Chun Wang, Nannan Yue, and Xi Zhang. LAMOST meets Gaia: The Galactic open clusters. *Astronomy & Astrophysics*, 668:A4, December 2022. doi: 10.1051/0004-6361/202243590.
- D. Gagnier, M. Rieutord, C. Charbonnel, B. Putigny, and F. Espinosa Lara. Evolution of rotation in rapidly rotating early-type stars during the main sequence with 2D models. *Astronomy & Astrophysics*, 625:A89, May 2019. doi: 10.1051/0004-6361/201832581.
- Gaia Collaboration, T. Prusti, J. H. J. de Bruijne, A. G. A. Brown, A. Vallenari, C. Babusiaux, C. A. L. Bailer-Jones, U. Bastian, M. Biermann, D. W. Evans, L. Eyer, F. Jansen, C. Jordi, S. A. Klioner, U. Lammers, L. Lindegren, X. Luri, F. Mignard, D. J. Milligan, C. Panem, V. Poinignon, D. Pourbaix, S. Randich, G. Sarri, P. Sartoretti, H. I. Siddiqui, C. Soubiran, V. Valette, F. van Leeuwen, N. A. Walton, C. Aerts, F. Arenou, M. Cropper, R. Drimmel, E. Høg, D. Katz, M. G. Lattanzi, W. O’Mullane, E. K. Grebel, A. D. Holland, C. Huc, X. Passot, L. Bramante, C. Cacciari, J. Castañeda, L. Chaoul, N. Cheek, F. De Angeli, C. Fabricius, R. Guerra, J. Hernández, A. Jean-Antoine-Piccolo, E. Masana, R. Messineo, N. Mowlavi, K. Nienartowicz, D. Ordóñez-Blanco, P. Panuzzo, J. Portell, P. J. Richards, M. Riello, G. M. Seabroke, P. Tanga, F. Thévenin, J. Torra, S. G. Els, G. Gracia-Abril, G. Comoretto, M. Garcia-Reinaldos, T. Lock, E. Mercier, M. Altmann, R. Andrae, T. L. Astraatmadja, I. Bellas-Velidis, K. Benson, J. Berthier, R. Blomme, G. Busso, B. Carry, A. Cellino, G. Clementini, S. Cowell, O. Creevey, J. Cuypers, M. Davidson, J. De Ridder, A. de Torres, L. Delchambre, A. Dell’Oro, C. Ducourant, Y. Frémat, M. García-Torres, E. Gosset, J. L. Halbwachs, N. C. Hambly, D. L. Harrison, M. Hauser, D. Hestroffer, S. T. Hodgkin, H. E. Huckle, A. Hutton, G. Jasiewicz, S. Jordan, M. Kontizas, A. J. Korn, A. C. Lanzafame, M. Manteiga, A. Moitinho, K. Muinonen, J. Osinde, E. Pancino, T. Pauwels, J. M. Petit, A. Recio-Blanco, A. C. Robin, L. M. Sarro, C. Siopis, M. Smith, K. W. Smith, A. Sozzetti, W. Thuillot, W. van Reeve, Y. Viala, U. Abbas, A. Abreu Aramburu, S. Accart, J. J. Aguado, P. M. Allan, W. Allasia, G. Altavilla, M. A. Álvarez, J. Alves, R. I. Anderson, A. H. Andrei, E. Anglada Varela, E. Antiche, T. Antoja, S. Antón, B. Arcay, A. Atzei, L. Ayache, N. Bach, S. G. Baker, L. Balaguer-Núñez, C. Barache, C. Barata, A. Barbier, F. Barblan, M. Baroni, D. Barrado y Navascués, M. Barros, M. A. Barstow, U. Becciani, M. Bellazzini, G. Bellei, A. Bello García, V. Belokurov, P. Bendjoya, A. Berihuete, L. Bianchi, O. Bienaymé, F. Billebaud, N. Blagorodnova, S. Blanco-Cuaresma, T. Boch, A. Bombrun, R. Borrachero, S. Bouquillon, G. Bourda, H. Bouy, A. Bragaglia, M. A. Breddels, N. Brouillet, T. Brüsemeister, B. Bucciarelli, F. Budnik, P. Burgess, R. Burgon, A. Burlacu, D. Busonero, R. Buzzzi, E. Caffau, J. Cambras, H. Campbell, R. Cancelliere, T. Cantat-Gaudin, T. Carlucci, J. M. Carrasco, M. Castellani, P. Charlot, J. Charnas, P. Charvet, F. Chassat, A. Chiavassa, M. Clotet, G. Coccozza, R. S. Collins, P. Collins, G. Costigan, F. Crifo, N. J. G. Cross, M. Crosta, C. Crowley, C. Dafonte, Y. Damerdjji, A. Dapergolas, P. David, M. David,

P. De Cat, F. de Felice, P. de Laverny, F. De Luise, R. De March, D. de Martino, R. de Souza, J. Debosscher, E. del Pozo, M. Delbo, A. Delgado, H. E. Delgado, F. di Marco, P. Di Matteo, S. Diakite, E. Distefano, C. Dolding, S. Dos Anjos, P. Drazinos, J. Durán, Y. Dzigan, E. Ecale, B. Edvardsson, H. Enke, M. Erdmann, D. Escolar, M. Espina, N. W. Evans, G. Eynard Bontemps, C. Fabre, M. Fabrizio, S. Faigler, A. J. Falcão, M. Farràs Casas, F. Faye, L. Federici, G. Fedorets, J. Fernández-Hernández, P. Fernique, A. Fienga, F. Figueras, F. Filippi, K. Findeisen, A. Fonti, M. Fouesneau, E. Fraile, M. Fraser, J. Fuchs, R. Furnell, M. Gai, S. Galleti, L. Galluccio, D. Garabato, F. García-Sedano, P. Garé, A. Garofalo, N. Garralda, P. Gavras, J. Gerssen, R. Geyer, G. Gilmore, S. Girona, G. Giuffrida, M. Gomes, A. González-Marcos, J. González-Núñez, J. J. González-Vidal, M. Granvik, A. Guerrier, P. Guillout, J. Guiraud, A. Gúrpide, R. Gutiérrez-Sánchez, L. P. Guy, R. Haignon, D. Hatzidimitriou, M. Haywood, U. Heiter, A. Helmi, D. Hobbs, W. Hofmann, B. Holl, G. Holland, J. A. S. Hunt, A. Hypki, V. Icardi, M. Irwin, G. Jevardat de Fombelle, P. Jofré, P. G. Jonker, A. Jorissen, F. Julbe, A. Karampelas, A. Kochoska, R. Kohley, K. Kolenberg, E. Kontizas, S. E. Koposov, G. Kordopatis, P. Koubsky, A. Kowalczyk, A. Krone-Martins, M. Kudryashova, I. Kull, R. K. Bachchan, F. Lacoste-Seris, A. F. Lanza, J. B. Lavigne, C. Le Poncin-Lafitte, Y. Lebreton, T. Lebzelter, S. Leccia, N. Leclerc, I. Lecoeur-Taibi, V. Lemaitre, H. Lenhardt, F. Leroux, S. Liao, E. Licata, H. E. P. Lindstrøm, T. A. Lister, E. Livanou, A. Lobel, W. Löffler, M. López, A. Lopez-Lozano, D. Lorenz, T. Loureiro, I. MacDonald, T. Magalhães Fernandes, S. Managau, R. G. Mann, G. Mantelet, O. Marchal, J. M. Marchant, M. Marconi, J. Marie, S. Marinoni, P. M. Marrese, G. Marschalkó, D. J. Marshall, J. M. Martín-Fleitas, M. Martino, N. Mary, G. Matijević, T. Mazeh, P. J. McMillan, S. Messina, A. Mestre, D. Michalik, N. R. Millar, B. M. H. Miranda, D. Molina, R. Molinaro, M. Molinaro, L. Molnár, M. Moniez, P. Montegriffo, D. Monteiro, R. Mor, A. Mora, R. Morbidelli, T. Morel, S. Morgenthaler, T. Morley, D. Morris, A. F. Mulone, T. Muraveva, I. Musella, J. Narbonne, G. Nelemans, L. Nicastro, L. Noval, C. Ordénovic, J. Ordieres-Méré, P. Osborne, C. Pagani, I. Pagano, F. Pailler, H. Palacin, L. Palaversa, P. Parsons, T. Paulsen, M. Pecoraro, R. Pedrosa, H. Pentikäinen, J. Pereira, B. Pichon, A. M. Piersimoni, F. X. Pineau, E. Plachy, G. Plum, E. Poujoulet, A. Prša, L. Pulone, S. Ragaini, S. Rago, N. Rambaux, M. Ramos-Lerate, P. Ranalli, G. Rauw, A. Read, S. Regibo, F. Renk, C. Reylyé, R. A. Ribeiro, L. Rimoldini, V. Ripepi, A. Riva, G. Rixon, M. Roelens, M. Romero-Gómez, N. Rowell, F. Royer, A. Rudolph, L. Ruiz-Dern, G. Sadowski, T. Sagristà Sellés, J. Sahlmann, J. Salgado, E. Salguero, M. Sarasso, H. Savietto, A. Schnorhk, M. Schultheis, E. Sciacca, M. Segol, J. C. Segovia, D. Segransan, E. Serpell, I. C. Shih, R. Smareglia, R. L. Smart, C. Smith, E. Solano, F. Solitro, R. Sordo, S. Soria Nieto, J. Souchay, A. Spagna, F. Spoto, U. Stampa, I. A. Steele, H. Steidelmüller, C. A. Stephenson, H. Stoev, F. F. Suess, M. Süveges, J. Surdej, L. Szabados, E. Szegedi-Elek, D. Tapiador, F. Taris, G. Tauran, M. B. Taylor, R. Teixeira, D. Terrett, B. Tingley, S. C. Trager, C. Turon, A. Ulla,

E. Utrilla, G. Valentini, A. van Elteren, E. Van Hemelryck, M. van Leeuwen, M. Varadi, A. Vecchiato, J. Veljanoski, T. Via, D. Vicente, S. Vogt, H. Voss, V. Votruba, S. Voutsinas, G. Walmsley, M. Weiler, K. Weingrill, D. Werner, T. Wevers, G. Whitehead, L. Wyrzykowski, A. Yoldas, M. Žerjal, S. Zucker, C. Zurbach, T. Zwitter, A. Alecu, M. Allen, C. Allende Prieto, A. Amorim, G. Anglada-Escudé, V. Arsenijevic, S. Azaz, P. Balm, M. Beck, H. H. Bernstein, L. Bigot, A. Bijaoui, C. Blasco, M. Bonfigli, G. Bono, S. Boudreault, A. Bressan, S. Brown, P. M. Brunet, P. Bunclark, R. Buonanno, A. G. Butkevich, C. Carret, C. Carrion, L. Chemin, F. Chéreau, L. Corcione, E. Darmigny, K. S. de Boer, P. de Teodoro, P. T. de Zeeuw, C. Delle Luche, C. D. Domingues, P. Dubath, F. Fodor, B. Frézouls, A. Fries, D. Fustes, D. Fyfe, E. Gallardo, J. Gallegos, D. Gardiol, M. Gebran, A. Gomboc, A. Gómez, E. Grux, A. Gueguen, A. Heyrovsky, J. Hoar, G. Iannicola, Y. Isasi Parache, A. M. Janotto, E. Joliet, A. Jonckheere, R. Keil, D. W. Kim, P. Klagyivik, J. Klar, J. Knude, O. Kochukhov, I. Kolka, J. Kos, A. Kutka, V. Lainey, D. LeBouquin, C. Liu, D. Loreggia, V. V. Makarov, M. G. Marseille, C. Martayan, O. Martinez-Rubi, B. Massart, F. Meynadier, S. Mignot, U. Munari, A. T. Nguyen, T. Nordlander, P. Ocvirk, K. S. O’Flaherty, A. Olias Sanz, P. Ortiz, J. Osorio, D. Oszkiewicz, A. Ouzounis, M. Palmer, P. Park, E. Pasquato, C. Peltzer, J. Peralta, F. Péturaud, T. Pieniluoma, E. Pigozzi, J. Poels, G. Prat, T. Prod’homme, F. Raison, J. M. Rebordao, D. Risquez, B. Rocca-Volmerange, S. Rosen, M. I. Ruiz-Fuertes, F. Russo, S. Sembay, I. Serraller Vizcaino, A. Short, A. Siebert, H. Silva, D. Sinachopoulos, E. Slezak, M. Soffel, D. Sosnowska, V. Straižys, M. ter Linden, D. Terrell, S. Theil, C. Tiede, L. Troisi, P. Tsalmantza, D. Tur, M. Vaccari, F. Vachier, P. Valles, W. Van Hamme, L. Veltz, J. Virtanen, J. M. Wallut, R. Wichmann, M. I. Wilkinson, H. Ziaepour, and S. Zschocke. The Gaia mission. *Astronomy & Astrophysics*, 595:A1, November 2016. doi: 10.1051/0004-6361/201629272.

Gaia Collaboration, C. Babusiaux, F. van Leeuwen, M. A. Barstow, C. Jordi, A. Vallenari, D. Bossini, A. Bressan, T. Cantat-Gaudin, M. van Leeuwen, A. G. A. Brown, T. Prusti, J. H. J. de Bruijne, C. A. L. Bailer-Jones, M. Biermann, D. W. Evans, L. Eyer, F. Jansen, S. A. Klioner, U. Lammers, L. Lindegren, X. Luri, F. Mignard, C. Panem, D. Pourbaix, S. Randich, P. Sartoretti, H. I. Siddiqui, C. Soubiran, N. A. Walton, F. Arenou, U. Bastian, M. Cropper, R. Drimmel, D. Katz, M. G. Lattanzi, J. Bakker, C. Cacciari, J. Castañeda, L. Chaoul, N. Cheek, F. De Angeli, C. Fabricius, R. Guerra, B. Holl, E. Masana, R. Messineo, N. Mowlavi, K. Nienartowicz, P. Panuzzo, J. Portell, M. Riello, G. M. Seabroke, P. Tanga, F. Thévenin, G. Gracia-Abril, G. Comoretto, M. Garcia-Reinaldos, D. Teyssier, M. Altmann, R. Andrae, M. Audard, I. Bellas-Velidis, K. Benson, J. Berthier, R. Blomme, P. Burgess, G. Busso, B. Carry, A. Cellino, G. Clementini, M. Clotet, O. Creevey, M. Davidson, J. De Ridder, L. Delchambre, A. Dell’Oro, C. Ducourant, J. Fernández-Hernández, M. Fouesneau, Y. Frémat, L. Galluccio, M. García-Torres, J. González-Núñez, J. J. González-Vidal, E. Gosset, L. P. Guy, J. L. Halbwachs, N. C. Hambly, D. L. Harrison, J. Hernández, D. Hestroffer,

S. T. Hodgkin, A. Hutton, G. Jasniewicz, A. Jean-Antoine-Piccolo, S. Jordan, A. J. Korn, A. Krone-Martins, A. C. Lanzafame, T. Lebzelter, W. Löffler, M. Manteiga, P. M. Marrese, J. M. Martín-Fleitas, A. Moitinho, A. Mora, K. Muinonen, J. Osinde, E. Pancino, T. Pauwels, J. M. Petit, A. Recio-Blanco, P. J. Richards, L. Rimoldini, A. C. Robin, L. M. Sarro, C. Siopis, M. Smith, A. Sozzetti, M. Süveges, J. Torra, W. van Reeve, U. Abbas, A. Abreu Aramburu, S. Accart, C. Aerts, G. Altavilla, M. A. Álvarez, R. Alvarez, J. Alves, R. I. Anderson, A. H. Andrei, E. Anglada Varela, E. Antiche, T. Antoja, B. Arcay, T. L. Astraatmadja, N. Bach, S. G. Baker, L. Balaguer-Núñez, P. Balm, C. Barache, C. Barata, D. Barbato, F. Barblan, P. S. Barklem, D. Barrado, M. Barros, L. Bartholomé Muñoz, J. L. Bassilana, U. Becciani, M. Bellazzini, A. Berihuete, S. Bertone, L. Bianchi, O. Bienaymé, S. Blanco-Cuaresma, T. Boch, C. Boeche, A. Bombrun, R. Borrachero, S. Bouquillon, G. Bourda, A. Bragaglia, L. Bramante, M. A. Breddels, N. Brouillet, T. Brüsemeister, E. Brugaletta, B. Bucciarelli, A. Burlacu, D. Busonero, A. G. Butkevich, R. Buzzzi, E. Caffau, R. Cancelliere, G. Cannizzaro, R. Carballo, T. Carlucci, J. M. Carrasco, L. Casamiquela, M. Castellani, A. Castro-Ginard, P. Charlot, L. Chemin, A. Chiavassa, G. Cocozza, G. Costigan, S. Cowell, F. Crifo, M. Crosta, C. Crowley, J. Cuypers, C. Dafonte, Y. Damerdjji, A. Dapergolas, P. David, M. David, P. de Laverny, F. De Luise, R. De March, D. de Martino, R. de Souza, A. de Torres, J. Debosscher, E. del Pozo, M. Delbo, A. Delgado, H. E. Delgado, S. Diakite, C. Diener, E. Distefano, C. Dolding, P. Drazinos, J. Durán, B. Edvardsson, H. Enke, K. Eriksson, P. Esquej, G. Eynard Bontemps, C. Fabre, M. Fabrizio, S. Faigler, A. J. Falcão, M. Farràs Casas, L. Federici, G. Fedorets, P. Fernique, F. Figueras, F. Filippi, K. Findeisen, A. Fonti, E. Fraile, M. Fraser, B. Frézouls, M. Gai, S. Galletti, D. Garabato, F. García-Sedano, A. Garofalo, N. Garralda, A. Gavel, P. Gavras, J. Gerssen, R. Geyer, P. Giacobbe, G. Gilmore, S. Girona, G. Giuffrida, F. Glass, M. Gomes, M. Granvik, A. Gueguen, A. Guerrier, J. Guiraud, R. Gutiérrez, R. Haigron, D. Hatzidimitriou, M. Hauser, M. Haywood, U. Heiter, A. Helmi, J. Heu, T. Hilger, D. Hobbs, W. Hofmann, G. Holland, H. E. Huckle, A. Hypki, V. Icardi, K. Janßen, G. Jevardat de Fombelle, P. G. Jonker, Á. L. Juhász, F. Julbe, A. Karampelas, A. Kewley, J. Klar, A. Kochoska, R. Kohley, K. Kolenberg, M. Kontizas, E. Kontizas, S. E. Kuposov, G. Kordopatis, Z. Kostrzewa-Rutkowska, P. Koubzsky, S. Lambert, A. F. Lanza, Y. Lasne, J. B. Lavigne, Y. Le Fustec, C. Le Poncin-Lafitte, Y. Lebreton, S. Leccia, N. Leclerc, I. Lecoeur-Taibi, H. Lenhardt, F. Leroux, S. Liao, E. Licata, H. E. P. Lindstrøm, T. A. Lister, E. Livanou, A. Lobel, M. López, S. Managau, R. G. Mann, G. Mantelet, O. Marchal, J. M. Marchant, M. Marconi, S. Marinoni, G. Marschalló, D. J. Marshall, M. Martino, G. Marton, N. Mary, D. Massari, G. Matijević, T. Mazeh, P. J. McMillan, S. Messina, D. Michalik, N. R. Millar, D. Molina, R. Molinaro, L. Molnár, P. Montegriffo, R. Mor, R. Morbidelli, T. Morel, D. Morris, A. F. Mulone, T. Muraveva, I. Musella, G. Nelemans, L. Nicastro, L. Noval, W. O'Mullane, C. Ordénovic, D. Ordóñez-Blanco, P. Osborne, C. Pagani, I. Pagano, F. Pailler, H. Palacin, L. Palaversa, A. Panahi, M. Pawlak,

- A. M. Piersimoni, F. X. Pineau, E. Plachy, G. Plum, E. Poggio, E. Poujoulet, A. Prša, L. Pulone, E. Racero, S. Ragaini, N. Rambaux, M. Ramos-Lerate, S. Regibo, C. Reylé, F. Riclet, V. Ripepi, A. Riva, A. Rivard, G. Rixon, T. Roegiers, M. Roelens, M. Romero-Gómez, N. Rowell, F. Royer, L. Ruiz-Dern, G. Sadowski, T. Sagristà Sellés, J. Sahlmann, J. Salgado, E. Salguero, N. Sanna, T. Santana-Ros, M. Sarasso, H. Saviotto, M. Schultheis, E. Sciacca, M. Segol, J. C. Segovia, D. Ségransan, I. C. Shih, L. Siltala, A. F. Silva, R. L. Smart, K. W. Smith, E. Solano, F. Solitro, R. Sordo, S. Soria Nieto, J. Souchay, A. Spagna, F. Spoto, U. Stampa, I. A. Steele, H. Steidelmüller, C. A. Stephenson, H. Stoev, F. F. Suess, J. Surdej, L. Szabados, E. Szegedi-Elek, D. Tapiador, F. Taris, G. Tauran, M. B. Taylor, R. Teixeira, D. Terrett, P. Teyssandier, W. Thuillot, A. Titarenko, F. Torra Clotet, C. Turon, A. Ulla, E. Utrilla, S. Uzzi, M. Vaillant, G. Valentini, V. Valette, A. van Elteren, E. Van Hemelryck, M. Vaschetto, A. Vecchiato, J. Veljanoski, Y. Viala, D. Vicente, S. Vogt, C. von Essen, H. Voss, V. Votrubá, S. Voutsinas, G. Walmsley, M. Weiler, O. Wertz, T. Wevers, L. Wyrzykowski, A. Yoldas, M. Žerjal, H. Ziaeeepour, J. Zorec, S. Zschocke, S. Zucker, C. Zurbach, and T. Zwitter. Gaia Data Release 2. Observational Hertzsprung-Russell diagrams. *Astronomy & Astrophysics*, 616:A10, August 2018. doi: 10.1051/0004-6361/201832843.
- R. A. García, C. Régulo, R. Samadi, J. Ballot, C. Barban, O. Benomar, W. J. Chaplin, P. Gaulme, T. Appourchaux, S. Mathur, B. Mosser, T. Toutain, G. A. Verner, M. Auvergne, A. Baglin, F. Baudin, P. Boumier, H. Bruntt, C. Catala, S. Deheuvels, Y. Elsworth, S. J. Jiménez-Reyes, E. Michel, F. Pérez Hernández, I. W. Roxburgh, and D. Salabert. Solar-like oscillations with low amplitude in the CoRoT target HD 181906. *Astronomy & Astrophysics*, 506(1):41–50, October 2009. doi: 10.1051/0004-6361/200911910.
- A. García Hernández, A. Moya, E. Michel, R. Garrido, J. C. Suárez, E. Rodríguez, P. J. Amado, S. Martín-Ruiz, A. Rolland, E. Poretti, R. Samadi, A. Baglin, M. Auvergne, C. Catala, L. Lefevre, and F. Baudin. Asteroseismic analysis of the CoRoT  $\delta$  Scuti star jASTROBJ<sub>i</sub>HD 174936<sub>i</sub>/ASTROBJ<sub>j</sub>. *Astronomy & Astrophysics*, 506(1):79–83, October 2009. doi: 10.1051/0004-6361/200911932.
- A. García Hernández, A. Moya, E. Michel, J. C. Suárez, E. Poretti, S. Martín-Ruiz, P. J. Amado, R. Garrido, E. Rodríguez, M. Rainer, K. Uytterhoeven, C. Rodrigo, E. Solano, J. R. Rodón, P. Mathias, A. Rolland, M. Auvergne, A. Baglin, F. Baudin, C. Catala, and R. Samadi. An in-depth study of HD 174966 with CoRoT photometry and HARPS spectroscopy. Large separation as a new observable for  $\delta$  Scuti stars. *Astronomy & Astrophysics*, 559:A63, November 2013. doi: 10.1051/0004-6361/201220256.
- A. García Hernández, S. Martín-Ruiz, Mário J. P. F. G. Monteiro, J. C. Suárez, D. R. Reese, J. Pascual-Granado, and R. Garrido. Observational  $\Delta\nu$ - $\rho^-$  Relation for  $\delta$  Sct Stars using Eclipsing Binaries and Space Photometry. *The Astrophysical Journal Letters*, 811(2):L29, October 2015. doi: 10.1088/2041-8205/811/2/L29.

- A. García Hernández, J. C. Suárez, A. Moya, M. J. P. F. G. Monteiro, Z. Guo, D. R. Reese, J. Pascual-Granado, S. Barceló Forteza, S. Martín-Ruiz, R. Garrido, and J. Nieto. Precise surface gravities of  $\delta$  Scuti stars from asteroseismology. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 471(1):L140–L144, October 2017. doi: 10.1093/mnrasl/slx117.
- M. Gebran, W. Farah, F. Paletou, R. Monier, and V. Watson. A new method for the inversion of atmospheric parameters of A/Am stars. *Astronomy & Astrophysics*, 589:A83, May 2016. doi: 10.1051/0004-6361/201528052.
- L. Girardi, A. Bressan, G. Bertelli, and C. Chiosi. Evolutionary tracks and isochrones for low- and intermediate-mass stars: From 0.15 to 7  $M_{sun}$ , and from  $Z=0.0004$  to 0.03. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, 141:371–383, February 2000. doi: 10.1051/aas:2000126.
- Peter Goldreich and Yanqin Wu. Gravity Modes in ZZ Ceti Stars. I. Quasi-adiabatic Analysis of Overstability. *The Astrophysical Journal*, 511(2):904–915, February 1999. doi: 10.1086/306705.
- A. Grigahcène, V. Antoci, L. Balona, G. Catanzaro, J. Daszyńska-Daszkiewicz, J. A. Guzik, G. Handler, G. Houdek, D. W. Kurtz, M. Marconi, M. J. P. F. G. Monteiro, A. Moya, V. Ripepi, J. C. Suárez, K. Uytterhoeven, W. J. Borucki, T. M. Brown, J. Christensen-Dalsgaard, R. L. Gilliland, J. M. Jenkins, H. Kjeldsen, D. Koch, S. Bernabei, P. Bradley, M. Breger, M. Di Criscienzo, M. A. Dupret, R. A. García, A. García Hernández, J. Jackiewicz, A. Kaiser, H. Lehmann, S. Martín-Ruiz, P. Mathias, J. Molenda-Żakowicz, J. M. Nemeč, J. Nuspl, M. Páparó, M. Roth, R. Szabó, M. D. Suran, and R. Ventura. Hybrid  $\gamma$  Doradus- $\delta$  Scuti Pulsators: New Insights into the Physics of the Oscillations from Kepler Observations. *The Astrophysical Journal Letters*, 713(2):L192–L197, April 2010. doi: 10.1088/2041-8205/713/2/L192.
- D. Gruber, H. Saio, R. Kuschnig, L. Fossati, G. Handler, K. Zwintz, W. W. Weiss, J. M. Matthews, D. B. Guenther, A. F. J. Moffat, S. M. Rucinski, and D. Sasselov. New slowly pulsating B stars in the field of the young open cluster NGC 2244 discovered by the MOST photometric satellite. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 420(1):291–298, February 2012. doi: 10.1111/j.1365-2966.2011.20033.x.
- J. A. Guzik, P. A. Bradley, J. Jackiewicz, J. Molenda-Zakowicz, K. Uytterhoeven, and K. Kinemuchi. The occurrence of non-pulsating stars in the  $\gamma$  Dor and  $\delta$  Sct pulsation instability regions: results from Kepler quarter 14-17 data. *The Astronomical Review*, 11(1):1–24, January 2015. doi: 10.1080/21672857.2015.1023120.
- Joyce A. Guzik, Anthony B. Kaye, Paul A. Bradley, Arthur N. Cox, and Corinne Neuforge. Driving the Gravity-Mode Pulsations in  $\gamma$  Doradus Variables. *The Astrophysical Journal Letters*, 542(1):L57–L60, October 2000. doi: 10.1086/312908.

- Joyce A. Guzik, Jason Jackiewicz, and Anne M. Hedlund. Revisiting the  $\delta$  Scuti star FG Virginis using Kepler K2 and TESS data. *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, 9: 948180, August 2022. doi: 10.3389/fspas.2022.948180.
- Joyce Ann Guzik. Highlights of Discoveries for  $\delta$  Scuti Variable Stars From the Kepler Era. *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, 8:55, April 2021. doi: 10.3389/fspas.2021.653558.
- G. Handler, H. Pikall, D. O’Donoghue, D. A. H. Buckley, G. Vauclair, M. Chevreton, O. Giovannini, S. O. Kepler, P. R. Goode, J. L. Provencal, M. A. Wood, J. C. Clemens, M. S. O’Brien, R. E. Nather, D. E. Winget, S. J. Kleinman, A. Kanaan, T. K. Watson, A. Nitta, M. H. Montgomery, E. W. Klumpe, P. A. Bradley, D. J. Sullivan, K. Wu, T. M. K. Marar, S. Seetha, B. N. Ashoka, H. S. Mahra, B. C. Bhat, V. C. Babu, E. M. Leibowitz, S. Hemar, P. A. Ibbetson, E. Mashal, E. G. Meistas, W. A. Dziembowski, A. A. Pamyatnykh, P. Moskalik, S. Zola, G. Pajdosz, J. Krzesinski, J. E. Solheim, S. Bard, C. M. Massacand, M. Breger, M. J. Gelbmann, E. Paunzen, and P. North. New Whole Earth Telescope observations of CD-24 7599: steps towards delta Scuti star seismology. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 286(2):303–314, April 1997. doi: 10.1093/mnras/286.2.303.
- G. Handler, M. Jerzykiewicz, E. Rodríguez, K. Uytterhoeven, P. J. Amado, T. N. Dorokhova, N. I. Dorokhov, E. Poretti, J. P. Sareyan, L. Parrao, D. Lorenz, D. Zsuffa, R. Drummond, J. Daszyńska-Daszkiewicz, T. Verhoelst, J. De Ridder, B. Acke, P. O. Bourge, A. I. Movchan, R. Garrido, M. Paparó, T. Sahin, V. Antoci, S. N. Udovichenko, K. Csorba, R. Crowe, B. Berkey, S. Stewart, D. Terry, D. E. Mkrtichian, and C. Aerts. Asteroseismology of the  $\beta$  Cephei star 12 (DD) Lacertae: photometric observations, pulsational frequency analysis and mode identification. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 365(1):327–338, January 2006. doi: 10.1111/j.1365-2966.2005.09728.x.
- G. Handler, M. Rybicka, A. Popowicz, A. Pigulski, R. Kuschnig, E. Zocłońska, A. F. J. Moffat, W. W. Weiss, C. C. Grant, H. Pablo, G. N. Whittaker, S. M. Ruciński, T. Ramiaramanantsoa, K. Zwintz, and G. A. Wade. Combining BRITE and ground-based photometry for the  $\beta$  Cephei star  $\nu$  Eridani: impact on photometric pulsation mode identification and detection of several g modes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 464(2): 2249–2258, January 2017. doi: 10.1093/mnras/stw2518.
- A. Hasanzadeh, H. Safari, and H. Ghasemi. Relations between the asteroseismic indices and stellar parameters of  $\delta$  Scuti stars for two years of TESS mission. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 505(1):1476–1484, July 2021. doi: 10.1093/mnras/stab1411.
- U. Heber. Hot Subluminous Stars. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 128 (966):082001, August 2016. doi: 10.1088/1538-3873/128/966/082001.
- Alexander Heger, S. E. Woosley, and Norbert Langer. Stellar models including pre-SN/SN

- phases. *New Astronomy Reviews*, 44(4-6):297–302, July 2000. doi: 10.1016/S1387-6473(00)00043-9.
- S. Hekker, T. Kallinger, F. Baudin, J. De Ridder, C. Barban, F. Carrier, A. P. Hatzes, W. W. Weiss, and A. Baglin. Characteristics of solar-like oscillations in red giants observed in the CoRoT exoplanet field. *Astronomy & Astrophysics*, 506(1):465–469, October 2009. doi: 10.1051/0004-6361/200911858.
- Saskia Hekker. Scaling relations for solar-like oscillations: a review. *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, 7:3, February 2020. doi: 10.3389/fspas.2020.00003.
- J. Henneco, T. Van Reeth, V. Prat, S. Mathis, J. S. G. Mombarg, and C. Aerts. The effect of the centrifugal acceleration on period spacings of gravito-inertial modes in intermediate-mass stars. *Astronomy & Astrophysics*, 648:A97, April 2021. doi: 10.1051/0004-6361/202039464.
- D. L. Holdsworth, M. S. Cunha, D. W. Kurtz, V. Antoci, D. R. Hey, D. M. Bowman, O. Kobzar, D. L. Buzasi, O. Kochukhov, E. Niemczura, D. Ozuyar, F. Shi, R. Szabó, A. Samadi-Ghadim, Zs Bognár, L. Fox-Machado, V. Khalack, M. Lares-Martiz, C. C. Lovekin, P. Mikołajczyk, D. Mkrtichian, J. Pascual-Granado, E. Paunzen, T. Richey-Yowell, Á. Sódor, J. Sikora, T. Z. Yang, E. Brunsten, A. David-Uraz, A. Derekas, A. García Hernández, J. A. Guzik, N. Hatamkhani, R. Handberg, T. S. Lambert, P. Lampens, S. J. Murphy, R. Monier, K. R. Pollard, P. Quitral-Manosalva, A. Ramón-Ballesta, B. Smalley, I. Stateva, and R. Vanderspek. TESS cycle 1 observations of roAp stars with 2-min cadence data. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 506(1):1073–1110, September 2021. doi: 10.1093/mnras/stab1578.
- Daniel L. Holdsworth, B. Smalley, M. Gillon, K. I. Clubb, J. Southworth, P. F. L. Maxted, D. R. Anderson, S. C. C. Barros, A. Collier Cameron, L. Delrez, F. Faedi, C. A. Haswell, C. Hellier, K. Horne, E. Jehin, A. J. Norton, D. Pollacco, I. Skillen, A. M. S. Smith, R. G. West, and P. J. Wheatley. High-frequency A-type pulsators discovered using SuperWASP. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 439(2):2078–2095, April 2014. doi: 10.1093/mnras/stu094.
- Wen Hou, Ali Luo, Haifeng Yang, Peng Wei, Yongheng Zhao, Fang Zuo, Yihan Song, Bing Du, Zhongrui Bai, Yong Zhang, Yonghui Hou, and Xiaowei Liu. A large sample of metallic-line star candidates from LAMOST Data Release 1. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 449(2):1401–1407, May 2015. doi: 10.1093/mnras/stv176.
- G. Houdek, N. J. Balmforth, J. Christensen-Dalsgaard, and D. O. Gough. Amplitudes of stochastically excited oscillations in main-sequence stars. *Astronomy & Astrophysics*, 351: 582–596, November 1999. doi: 10.48550/arXiv.astro-ph/9909107.
- Günter Houdek and Marc-Antoine Dupret. Interaction Between Convection and Pulsation. *Living Reviews in Solar Physics*, 12(1):8, December 2015. doi: 10.1007/lrsp-2015-8.

- N. Houk and A. P. Cowley. *University of Michigan Catalogue of two-dimensional spectral types for the HD stars. Volume I. Declinations -90\_ to -53\_f0*. University of Michigan, 1975.
- Nancy Houk and Carrie Swift. *Michigan catalogue of two-dimensional spectral types for the HD Stars ; vol. 5*, volume 5. University of Michigan, 1999.
- E. P. Hubble. Cepheids in Spiral Nebulae. *Popular Astronomy*, 33:252–255, January 1925.
- D. Huber, H. Saio, M. Gruberbauer, W. W. Weiss, J. F. Rowe, M. Hareter, T. Kallinger, P. Reegen, J. M. Matthews, R. Kuschnig, D. B. Guenther, A. F. J. Moffat, S. Rucinski, D. Sasselov, and G. A. H. Walker. MOST photometry of the roAp star 10 Aquilae. *Astronomy & Astrophysics*, 483(1):239–248, May 2008. doi: 10.1051/0004-6361/20079220.
- Carlos A. Iglesias and Forrest J. Rogers. Radiative Opacities for Carbon- and Oxygen-rich Mixtures. *Astrophysical Journal*, 412:752, August 1993. doi: 10.1086/172958.
- Carlos A. Iglesias and Forrest J. Rogers. Updated Opal Opacities. *Astrophysical Journal*, 464: 943, June 1996. doi: 10.1086/177381.
- Henrik Jönsson, Jon A. Holtzman, Carlos Allende Prieto, Katia Cunha, D. A. García-Hernández, Sten Hasselquist, Thomas Masseron, Yeisson Osorio, Matthew Shetrone, Verne Smith, Guy S. Stringfellow, Dmitry Bizyaev, Bengt Edvardsson, Steven R. Majewski, Szabolcs Mészáros, Diogo Souto, Olga Zamora, Rachael L. Beaton, Jo Bovy, John Donor, Marc H. Pinsonneault, Vijith Jacob Poovelil, and Jennifer Sobeck. APOGEE Data and Spectral Analysis from SDSS Data Release 16: Seven Years of Observations Including First Results from APOGEE-South. *The Astronomical Journal*, 160(3):120, September 2020. doi: 10.3847/1538-3881/aba592.
- T. Kallinger, W. W. Weiss, C. Barban, F. Baudin, C. Cameron, F. Carrier, J. De Ridder, M. J. Goupil, M. Gruberbauer, A. Hatzes, S. Hekker, R. Samadi, and M. Deleuil. Oscillating red giants in the CoRoT exofield: asteroseismic mass and radius determination. *Astronomy & Astrophysics*, 509:A77, January 2010. doi: 10.1051/0004-6361/200811437.
- T. Kallinger, W. W. Weiss, P. G. Beck, A. Pigulski, R. Kuschnig, A. Tkachenko, Y. Pakhomov, T. Ryabchikova, T. Lüftinger, P. L. Palle, E. Semenko, G. Handler, O. Koudelka, J. M. Matthews, A. F. J. Moffat, H. Pablo, A. Popowicz, S. Rucinski, G. A. Wade, and K. Zwintz. Triple system HD 201433 with a SPB star component seen by BRITE - Constellation: Pulsation, differential rotation, and angular momentum transfer. *Astronomy & Astrophysics*, 603:A13, July 2017. doi: 10.1051/0004-6361/201730625.
- B. Karlsson. The distribution of stars and obscuring matter in a Monoceros field. *Astronomy and Astrophysics Supplement*, 7:35, September 1972.

- N. V. Kharchenko, A. E. Piskunov, E. Schilbach, S. Röser, and R. D. Scholz. Global survey of star clusters in the Milky Way. II. The catalogue of basic parameters. *Astronomy & Astrophysics*, 558:A53, October 2013. doi: 10.1051/0004-6361/201322302.
- D. Kilkenny, C. Koen, D. O’Donoghue, F. van Wyk, K. A. Larson, R. Shobbrook, D. J. Sullivan, M. R. Burleigh, P. D. Dobbie, and S. D. Kawaler. The EC 14026 stars - X. A multi-site campaign on the sdBV star PG 1605+072. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 303(3):525–534, March 1999. doi: 10.1046/j.1365-8711.1999.02256.x.
- Rudolf Kippenhahn, Alfred Weigert, and Achim Weiss. *Stellar Structure and Evolution*. Springer Berlin Heidelberg, 2013. doi: 10.1007/978-3-642-30304-3.
- H. Kjeldsen and T. R. Bedding. Amplitudes of stellar oscillations: the implications for asteroseismology. *Astronomy & Astrophysics*, 293:87–106, January 1995. doi: 10.48550/arXiv.astro-ph/9403015.
- Hans Kjeldsen, Timothy R. Bedding, Michael Viskum, and Soren Frandsen. Solarlike Oscillations in eta Boo. *The Astrophysical Journal*, 109:1313, March 1995. doi: 10.1086/117363.
- David G. Koch, William J. Borucki, Gibor Basri, Natalie M. Batalha, Timothy M. Brown, Douglas Caldwell, Jørgen Christensen-Dalsgaard, William D. Cochran, Edna DeVore, Edward W. Dunham, III Gautier, Thomas N., John C. Geary, Ronald L. Gilliland, Alan Gould, Jon Jenkins, Yoji Kondo, David W. Latham, Jack J. Lissauer, Geoffrey Marcy, David Monet, Dimitar Sasselov, Alan Boss, Donald Brownlee, John Caldwell, Andrea K. Dupree, Steve B. Howell, Hans Kjeldsen, Søren Meibom, David Morrison, Tobias Owen, Harold Reitsema, Jill Tarter, Stephen T. Bryson, Jessie L. Dotson, Paul Gazis, Michael R. Haas, Jeffrey Kolodziejczak, Jason F. Rowe, Jeffrey E. Van Cleve, Christopher Allen, Hema Chandrasekaran, Bruce D. Clarke, Jie Li, Elisa V. Quintana, Peter Tenenbaum, Joseph D. Twicken, and Hayley Wu. Kepler Mission Design, Realized Photometric Performance, and Early Science. *The Astrophysical Journal Letters*, 713(2):L79–L86, April 2010. doi: 10.1088/2041-8205/713/2/L79.
- Janez Kos, Gayandhi de Silva, Sven Buder, Joss Bland-Hawthorn, Sanjib Sharma, Martin Asplund, Valentina D’Orazi, Ly Duong, Ken Freeman, Geraint F. Lewis, Jane Lin, Karin Lind, Sarah L. Martell, Katharine J. Schlesinger, Jeffrey D. Simpson, Daniel B. Zucker, Tomaz Zwitter, Timothy R. Bedding, Klemen Čotar, Jonathan Horner, Thomas Nordlander, Denis Stello, Yuan-Sen Ting, and Gregor Traven. The GALAH survey and Gaia DR2: (non-)existence of five sparse high-latitude open clusters. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 480(4):5242–5259, November 2018. doi: 10.1093/mnras/sty2171.
- Marina Kounkel and Kevin Covey. Untangling the Galaxy. I. Local Structure and Star Formation History of the Milky Way. *The Astrophysical Journal*, 158(3):122, September 2019. doi: 10.3847/1538-3881/ab339a.

- Marina Kounkel, Kevin Covey, Maxwell Moe, Kaitlin M. Kratter, Genaro Suárez, Keivan G. Stassun, Carlos Román-Zúñiga, Jesus Hernandez, Jinyoung Serena Kim, Karla Peña Ramírez, Alexandre Roman-Lopes, Guy S. Stringfellow, Karl O. Jaehrig, Jura Borissova, Benjamin Tofflemire, Daniel Krolikowski, Aaron Rizzuto, Adam Kraus, Carles Badenes, Penélope Longa-Peña, Yilen Gómez Maqueo Chew, Rodolfo Barba, David L. Nidever, Cody Brown, Nathan De Lee, Kaike Pan, Dmitry Bizyaev, Daniel Oravetz, and Audrey Oravetz. Close Companions around Young Stars. *The Astrophysical Journal*, 157(5):196, May 2019. doi: 10.3847/1538-3881/ab13b1.
- Masanobu Kunitomo, Tristan Guillot, Taku Takeuchi, and Shigeru Ida. Revisiting the pre-main-sequence evolution of stars. I. Importance of accretion efficiency and deuterium abundance. *Astronomy & Astrophysics*, 599:A49, March 2017. doi: 10.1051/0004-6361/201628260.
- D. W. Kurtz. Rapidly oscillating AP stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 200:807–859, September 1982. doi: 10.1093/mnras/200.3.807.
- D. W. Kurtz, C. Cameron, M. S. Cunha, N. Dolez, G. Vauclair, E. Pallier, A. Ulla, S. O. Kepler, A. da Costa, A. Kanaan, L. Fraga, O. Giovannini, M. A. Wood, N. Silvestri, S. D. Kawaler, R. L. Riddle, M. D. Reed, T. K. Watson, T. S. Metcalfe, A. Mukadam, R. E. Nather, D. E. Winget, A. Nitta, S. J. Kleinman, J. A. Guzik, P. A. Bradley, J. M. Matthews, K. Sekiguchi, D. J. Sullivan, T. Sullivan, R. Shobbrook, X. Jiang, P. V. Birch, B. N. Ashoka, S. Seetha, V. Girish, S. Joshi, P. Moskalik, S. Zola, D. O’Donoghue, G. Handler, M. Mueller, J. M. Gonzalez Perez, J. E. Solheim, F. Johannessen, and L. Bigot. Pushing the ground-based limit: 14- $\mu$ mag photometric precision with the definitive Whole Earth Telescope asteroseismic data set for the rapidly oscillating Ap star HR1217. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 358(2):651–664, April 2005. doi: 10.1111/j.1365-2966.2005.08807.x.
- Donald W. Kurtz. Asteroseismology Across the Hertzsprung-Russell Diagram. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 60:31–71, August 2022. doi: 10.1146/annurev-astro-052920-094232.
- Donald W. Kurtz, Hideyuki Saio, Masao Takata, Hiromoto Shibahashi, Simon J. Murphy, and Takashi Sekii. Asteroseismic measurement of surface-to-core rotation in a main-sequence A star, KIC 11145123. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 444(1):102–116, October 2014. doi: 10.1093/mnras/stu1329.
- Donald W. Kurtz, Hiromoto Shibahashi, Simon J. Murphy, Timothy R. Bedding, and Dominic M. Bowman. A unifying explanation of complex frequency spectra of  $\gamma$  Dor, SPB and Be stars: combination frequencies and highly non-sinusoidal light curves. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 450(3):3015–3029, July 2015. doi: 10.1093/mnras/stv868.
- J. Labadie-Bartz and A. C. Carciofi. Be star variability as seen from ground-based and space photometry. In C. Neiner, W. W. Weiss, D. Baade, R. E. Griffin, C. C. Lovekin, and A. F. J.

- Moffat, editors, *Stars and their Variability Observed from Space*, pages 137–145, January 2020.
- Henrietta S. Leavitt. 1777 variables in the Magellanic Clouds. *Annals of Harvard College Observatory*, 60:87–108.3, January 1908.
- Yong-Hwa Lee, Sungsoo S. Kim, Jihye Shin, Jiwon Lee, and Ho Jin. Incidence of High-Amplitude  $\delta$  Scuti-Type Variable Stars. *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 60:551, June 2008. doi: 10.1093/pasj/60.3.551.
- Robert B. Leighton, Robert W. Noyes, and George W. Simon. Velocity Fields in the Solar Atmosphere. I. Preliminary Report. *The Astrophysical Journal*, 135:474, March 1962. doi: 10.1086/147285.
- Patrik Lenz and Michel Breger. Period04: A software package to extract multiple frequencies from real data. In Juraj Zverko, Jozef Ziznovsky, Saul J. Adelman, and Werner W. Weiss, editors, *The A-Star Puzzle*, volume 224, pages 786–790, December 2004. doi: 10.1017/S1743921305009750.
- Gang Li, Conny Aerts, Timothy R. Bedding, Dario J. Fritzewski, Simon J. Murphy, Timothy Van Reeth, Benjamin T. Montet, Mingjie Jian, Joey S. G. Mombarg, Seth Gossage, and K. R. Sreenivas. Asteroseismology of the young open cluster NGC 2516 I: Photometric and spectroscopic observations. *arXiv e-prints*, art. arXiv:2311.16991, November 2023. doi: 10.48550/arXiv.2311.16991.
- F. Lignières and B. Georgeot. Asymptotic analysis of high-frequency acoustic modes in rapidly rotating stars. *Astronomy & Astrophysics*, 500(3):1173–1192, June 2009. doi: 10.1051/0004-6361/200811165.
- F. Lignières, M. Rieutord, and D. Reese. Acoustic oscillations of rapidly rotating polytropic stars. I. Effects of the centrifugal distortion. *Astronomy & Astrophysics*, 455(2):607–620, August 2006. doi: 10.1051/0004-6361:20065015.
- N. Lodieu, A. Pérez-Garrido, R. L. Smart, and R. Silvotti. A 5D view of the  $\alpha$  Per, Pleiades, and Praesepe clusters. *Astronomy & Astrophysics*, 628:A66, August 2019. doi: 10.1051/0004-6361/201935533.
- André Maeder. *Physics, Formation and Evolution of Rotating Stars*. Astronomy and Astrophysics Library. ISBN 978-3-540-76948-4. Springer Berlin Heidelberg, 2009. doi: 10.1007/978-3-540-76949-1.
- Valeri V. Makarov. Precision Kinematics and Related Parameters of the  $\alpha$  Persei Open Cluster. *The Astrophysical Journal*, 131(6):2967–2979, June 2006. doi: 10.1086/503900.

- Eric E. Mamajek, Warrick A. Lawson, and Eric D. Feigelson. The  $\eta$  Chamaeleontis Cluster: A Remarkable New Nearby Young Open Cluster. *The Astrophysical Journal*, 516(2):L77–L80, May 1999. doi: 10.1086/312005.
- S. Mathur, R. A. García, C. Catala, H. Bruntt, B. Mosser, T. Appourchaux, J. Ballot, O. L. Creevey, P. Gaulme, S. Hekker, D. Huber, C. Karoff, L. Piau, C. Régulo, I. W. Roxburgh, D. Salabert, G. A. Verner, M. Auvergne, A. Baglin, W. J. Chaplin, Y. Elsworth, E. Michel, R. Samadi, K. Sato, and D. Stello. The solar-like CoRoT target HD 170987: spectroscopic and seismic observations. *Astronomy & Astrophysics*, 518:A53, July 2010. doi: 10.1051/0004-6361/201014103.
- J. T. McGraw. The physical properties of the ZZ Ceti stars and their pulsations. *The Astrophysical Journal*, 229:203–211, April 1979. doi: 10.1086/156946.
- D. H. McNamara. The High-Amplitude  $\delta$  Scuti Stars. In Michel Breger and Michael Montgomery, editors, *Delta Scuti and Related Stars*, volume 210 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 373, January 2000.
- Søren Meibom and Robert D. Mathieu. A Robust Measure of Tidal Circularization in Coeval Binary Populations: The Solar-Type Spectroscopic Binary Population in the Open Cluster M35. *The Astrophysical Journal*, 620(2):970–983, February 2005. doi: 10.1086/427082.
- I. Mendigutía, E. Solano, M. Vioque, L. Balaguer-Nuñez, A. Ribas, N. Huélamo, and C. Rodrigo. Gaia EDR3 comparative study of protoplanetary disk fractions in young stellar clusters. *Astronomy & Astrophysics*, 664:A66, August 2022. doi: 10.1051/0004-6361/202243146.
- S. Messina, D. Nardiello, S. Desidera, M. Baratella, S. Benatti, K. Biazzo, and V. D’Orazi. Gyrochronological dating of the stellar moving group Group X. *Astronomy & Astrophysics*, 657:L3, January 2022. doi: 10.1051/0004-6361/202142276.
- Georges Meynet, Sylvia Ekstrom, André Maeder, Patrick Eggenberger, Hideyuki Saio, Vincent Chomienne, and Lionel Haemmerlé. Models of Rotating Massive Stars: Impacts of Various Prescriptions. In Mariejo Goupil, Kévin Belkacem, Coralie Neiner, Francois Lignières, and John J. Green, editors, *Studying Stellar Rotation and Convection*, volume 865, page 3. Lecture Notes in Physics, ISBN 978-3-642-33379-8. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013. doi: 10.1007/978-3-642-33380-4\_1.
- Eric Michel, Annie Baglin, Michel Auvergne, Claude Catala, Reza Samadi, Frédéric Baudin, Thierry Appourchaux, Caroline Barban, Werner W. Weiss, Gabrielle Berthomieu, Patrick Boumier, Marc-Antoine Dupret, Rafael A. Garcia, Malcolm Fridlund, Rafael Garrido, Marie-Jo Goupil, Hans Kjeldsen, Yveline Lebreton, Benoît Mosser, Arlette Grotzsch-Noels, Eduardo Janot-Pacheco, Janine Provost, Ian W. Roxburgh, Anne Thoul, Thierry Toutain, Didier Tiphène, Sylvaine Turck-Chieze, Sylvie D. Vauclair, Gérard P. Vauclair, Conny

- Aerts, Georges Alecian, Jérôme Ballot, Stéphane Charpinet, Anne-Marie Hubert, François Lignières, Philippe Mathias, Mario J. P. F. G. Monteiro, Coralie Neiner, Ennio Poretti, José Renan de Medeiros, Ignasi Ribas, Michel L. Rieutord, Teodoro Roca Cortés, and Konstanze Zwintz. CoRoT Measures Solar-Like Oscillations and Granulation in Stars Hotter Than the Sun. *Science*, 322(5901):558, October 2008. doi: 10.1126/science.1163004.
- Eric Michel, Marc-Antoine Dupret, Daniel Reese, Rhita-Maria Ouazzani, Jonas Debosscher, Antonio García Hernández, Kevin Belkacem, Reza Samadi, Sébastien Salmon, Juan Carlos Suarez, and Sebastia Barceló Forteza. What CoRoT tells us about  $\delta$  Scuti stars. Existence of a regular pattern and seismic indices to characterize stars. In *European Physical Journal Web of Conferences*, volume 160 of *European Physical Journal Web of Conferences*, page 03001, October 2017. doi: 10.1051/epjconf/201716003001.
- A. Miglio, J. Montalbán, F. Baudin, P. Eggenberger, A. Noels, S. Hekker, J. De Ridder, W. Weiss, and A. Baglin. Probing populations of red giants in the galactic disk with CoRoT. *Astronomy & Astrophysics*, 503(3):L21–L24, September 2009. doi: 10.1051/0004-6361/200912822.
- Andrea Miglio, Léo Girardi, Frank Grundahl, Benoit Mosser, Nate Bastian, Angela Bragaglia, Karsten Brogaard, Gaël Buldgen, William Chantereau, William Chaplin, Cristina Chiappini, Marc-Antoine Dupret, Patrick Eggenberger, Mark Gieles, Robert Izzard, Daisuke Kawata, Christoffer Karoff, Nadège Lagarde, Ted Mackereth, Demetrio Magrin, Georges Meynet, Eric Michel, Josefina Montalbán, Valerio Nascimbeni, Arlette Noels, Giampaolo Piotto, Roberto Ragazzoni, Igor Soszyński, Eline Tolstoy, Silvia Toonen, Amaury Triaud, and Fiorenzo Vincenzo. Haydn. *Experimental Astronomy*, 51(3):963–1001, June 2021. doi: 10.1007/s10686-021-09711-1.
- Giovanni M. Mirouh. Forward modelling and the quest for mode identification in rapidly rotating stars. *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, 9:952296, October 2022. doi: 10.3389/fspas.2022.952296.
- Giovanni M. Mirouh, George C. Angelou, Daniel R. Reese, and Guglielmo Costa. Mode classification in fast-rotating stars using a convolutional neural network: model-based regular patterns in  $\delta$  Scuti stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 483(1):L28–L32, February 2019. doi: 10.1093/mnrasl/sly212.
- M. H. Montgomery and D. O’Donoghue. A derivation of the errors for least squares fitting to time series data. *Delta Scuti Star Newsletter*, 13:28, July 1999.
- P. Moskalik and W. A. Dziembowski. New opacities and the origin of the  $\beta$  Cephei pulsation. *Astronomy & Astrophysics*, 256:L5–L8, March 1992.

- B. Mosser, K. Belkacem, M. J. Goupil, A. Miglio, T. Morel, C. Barban, F. Baudin, S. Hekker, R. Samadi, J. De Ridder, W. Weiss, M. Auvergne, and A. Baglin. Red-giant seismic properties analyzed with CoRoT. *Astronomy & Astrophysics*, 517:A22, July 2010. doi: 10.1051/0004-6361/201014036.
- A. Moya, L. M. Sarro, E. Delgado-Mena, W. J. Chaplin, V. Adibekyan, and S. Blanco-Cuaresma. Stellar dating using chemical clocks and Bayesian inference. *Astronomy & Astrophysics*, 660:A15, April 2022. doi: 10.1051/0004-6361/202141125.
- Simon J. Murphy, Timothy R. Bedding, Ewa Niemczura, Donald W. Kurtz, and Barry Smalley. A search for non-pulsating, chemically normal stars in the  $\delta$  Scuti instability strip using Kepler data. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 447(4):3948–3959, March 2015. doi: 10.1093/mnras/stu2749.
- Simon J. Murphy, Daniel Hey, Timothy Van Reeth, and Timothy R. Bedding. Gaia-derived luminosities of Kepler A/F stars and the pulsator fraction across the  $\delta$  Scuti instability strip. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 485(2):2380–2400, May 2019. doi: 10.1093/mnras/stz590.
- Simon J. Murphy, Hideyuki Saio, Masahide Takada-Hidai, Donald W. Kurtz, Hiromoto Shibahashi, Masao Takata, and Daniel R. Hey. On the first  $\delta$  Sct-roAp hybrid pulsator and the stability of p and g modes in chemically peculiar A/F stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 498(3):4272–4286, November 2020. doi: 10.1093/mnras/staa2667.
- Simon J. Murphy, Timothy R. Bedding, Timothy R. White, Yaguang Li, Daniel Hey, Daniel Reese, and Meridith Joyce. Five young  $\delta$  Scuti stars in the Pleiades seen with Kepler/K2. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 511(4):5718–5729, April 2022. doi: 10.1093/mnras/stac240.
- James M. Nemeč, Luis A. Balona, Simon J. Murphy, Karen Kinemuchi, and Young-Beom Jeon. Metal-rich SX Phe stars in the Kepler field. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 466(2):1290–1329, April 2017. doi: 10.1093/mnras/stw3072.
- V. V. Nesterov, A. V. Kuzmin, N. T. Ashimbaeva, A. A. Volchkov, S. Röser, and U. Bastian. The Henry Draper Extension Charts: A catalogue of accurate positions, proper motions, magnitudes and spectral types of 86933 stars. *Astronomy and Astrophysics*, 110:367, April 1995.
- M. Netopil and E. Paunzen. Towards a photometric metallicity scale for open clusters. *Astronomy & Astrophysics*, 557:A10, September 2013. doi: 10.1051/0004-6361/201321829.
- M. Netopil, E. Paunzen, U. Heiter, and C. Soubiran. On the metallicity of open clusters. III. Homogenised sample. *Astronomy & Astrophysics*, 585:A150, January 2016. doi: 10.1051/0004-6361/201526370.

- Martin Netopil, İnci Akkaya Oralhan, Hikmet Çakmak, Raúl Michel, and Yüksel Karataş. The Galactic metallicity gradient shown by open clusters in the light of radial migration. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 509(1):421–439, January 2022. doi: 10.1093/mnras/stab2961.
- E. Niemczura, S. J. Murphy, B. Smalley, K. Uytterhoeven, A. Pigulski, H. Lehmann, D. M. Bowman, G. Catanzaro, E. van Aarle, S. Bloemen, M. Briquet, P. De Cat, D. Drobek, L. Eyer, J. F. S. Gameiro, N. Gorlova, K. Kamiński, P. Lampens, P. Marcos-Arenal, P. I. Pápics, B. Vandebussche, H. Van Winckel, M. Stęślicki, and M. Fagas. Spectroscopic survey of Kepler stars. I. HERMES/Mercator observations of A- and F-type stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 450(3):2764–2783, July 2015. doi: 10.1093/mnras/stv528.
- R. M. Ouazzani, F. Lignières, M. A. Dupret, S. J. A. J. Salmon, J. Ballot, S. Christophe, and M. Takata. First evidence of inertial modes in  $\gamma$  Doradus stars: The core rotation revealed. *Astronomy & Astrophysics*, 640:A49, August 2020. doi: 10.1051/0004-6361/201936653.
- Rhita-Maria Ouazzani, S. J. A. J. Salmon, V. Antoci, T. R. Bedding, S. J. Murphy, and I. W. Roxburgh. A new asteroseismic diagnostic for internal rotation in  $\gamma$  Doradus stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 465(2):2294–2309, February 2017. doi: 10.1093/mnras/stw2717.
- D. B. Palakkatharappil and O. L. Creevey. Asteroseismic age constraints on the open cluster NGC 2477 using oscillating stars identified with TESS FFI. *Astronomy & Astrophysics*, 674:A146, June 2023. doi: 10.1051/0004-6361/202243624.
- D. Pamos Ortega, G. M. Mirouh, A. García Hernández, J. C. Suárez Yanes, and S. Barceló Forteza. Dating young open clusters using  $\delta$  Scuti stars. Results for Trumpler 10 and Praesepe. *Astronomy & Astrophysics*, 675:A167, July 2023. doi: 10.1051/0004-6361/202346323.
- David Pamos Ortega, Antonio García Hernández, Juan Carlos Suárez, Javier Pascual Granado, Sebastià Barceló Forteza, and José Ramón Rodón. Determining the seismic age of the young open cluster  $\alpha$  Per using  $\delta$  Scuti stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 513(1):374–388, June 2022. doi: 10.1093/mnras/stac864.
- M. Paparó, E. Rodríguez, B. J. McNamara, Z. Kolláth, A. Rolland, S. F. Gonzalez-Bedolla, Shi-yang Jiang, and Zhi-ping Li. A comprehensive study of the delta Scuti star, 57 Tauri (= HR 1351) in the Hyades cluster. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, 142:1–11, February 2000. doi: 10.1051/aas:2000131.
- M. Paparó, J. M. Benkó, M. Hareter, and J. A. Guzik. Unexpected Series of Regular Frequency Spacing of  $\delta$  Scuti Stars in the Non-asymptotic Regime. I. The Methodology. *The Astrophysical Journal*, 822(2):100, May 2016a. doi: 10.3847/0004-637X/822/2/100.

- M. Paparó, J. M. Benkő, M. Hareter, and J. A. Guzik. Unexpected Series of Regular Frequency Spacing of  $\delta$  Scuti Stars in the Non-asymptotic Regime. II. Sample-Echelle Diagrams and Rotation. *The Astrophysical Journal*, 224(2):41, June 2016b. doi: 10.3847/0067-0049/224/2/41.
- P. I. Pápics, A. Tkachenko, T. Van Reeth, C. Aerts, E. Moravveji, M. Van de Sande, K. De Smedt, S. Bloemen, J. Southworth, J. Debosscher, E. Niemczura, and J. F. Gameiro. Signatures of internal rotation discovered in the Kepler data of five slowly pulsating B stars. *Astronomy & Astrophysics*, 598:A74, February 2017. doi: 10.1051/0004-6361/201629814.
- Peter I. Pápics. *Observational asteroseismology of B-type stars on the main sequence with the CoRoT and Kepler satellites*. PhD thesis, Katholieke University of Leuven, Astronomical Institute, May 2013.
- J. Pascual-Granado, R. Garrido, and J. C. Suárez. MIARMA: A minimal-loss information method for filling gaps in time series. Application to CoRoT light curves. *Astronomy & Astrophysics*, 575:A78, March 2015. doi: 10.1051/0004-6361/201425056.
- J. Pascual-Granado, J. C. Suárez, R. Garrido, A. Moya, A. García Hernández, J. R. Rodón, and M. Lares-Martiz. Impact of gaps in the asteroseismic characterization of pulsating stars. I. The efficiency of pre-whitening. *Astronomy & Astrophysics*, 614:A40, June 2018. doi: 10.1051/0004-6361/201732431.
- D. B. Pavani, E. Bica, C. M. Dutra, H. Dottori, B. X. Santiago, G. Carranza, and R. J. Díaz. Open clusters or their remnants: B and V photometry of NGC 1901 and NGC 1252. *Astronomy & Astrophysics*, 374:554–563, August 2001. doi: 10.1051/0004-6361:20010741.
- Bill Paxton, Lars Bildsten, Aaron Dotter, Falk Herwig, Pierre Lesaffre, and Frank Timmes. Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA). *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 192(1):3, January 2011. doi: 10.1088/0067-0049/192/1/3.
- Bill Paxton, Matteo Cantiello, Phil Arras, Lars Bildsten, Edward F. Brown, Aaron Dotter, Christopher Mankovich, M. H. Montgomery, Dennis Stello, F. X. Timmes, and Richard Townsend. Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA): Planets, Oscillations, Rotation, and Massive Stars. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 208(1):4, September 2013. doi: 10.1088/0067-0049/208/1/4.
- Bill Paxton, Pablo Marchant, Josiah Schwab, Evan B. Bauer, Lars Bildsten, Matteo Cantiello, Luc Dessart, R. Farmer, H. Hu, N. Langer, R. H. D. Townsend, Dean M. Townsley, and F. X. Timmes. Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA): Binaries, Pulsations, and Explosions. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 220(1):15, September 2015. doi: 10.1088/0067-0049/220/1/15.

- Bill Paxton, Josiah Schwab, Evan B. Bauer, Lars Bildsten, Sergei Blinnikov, Paul Duffell, R. Farmer, Jared A. Goldberg, Pablo Marchant, Elena Sorokina, Anne Thoul, Richard H. D. Townsend, and F. X. Timmes. Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA): Convective Boundaries, Element Diffusion, and Massive Star Explosions. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 234(2):34, February 2018. doi: 10.3847/1538-4365/aaa5a8.
- Bill Paxton, R. Smolec, Josiah Schwab, A. Gaudy, Lars Bildsten, Matteo Cantiello, Aaron Dotter, R. Farmer, Jared A. Goldberg, Adam S. Jermyn, S. M. Kanbur, Pablo Marchant, Anne Thoul, Richard H. D. Townsend, William M. Wolf, Michael Zhang, and F. X. Timmes. Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA): Pulsating Variable Stars, Rotation, Convective Boundaries, and Energy Conservation. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 243(1):10, July 2019. doi: 10.3847/1538-4365/ab2241.
- M. A. C. Perryman, A. G. A. Brown, Y. Lebreton, A. Gomez, C. Turon, G. Cayrel de Strobel, J. C. Mermilliod, N. Robichon, J. Kovalevsky, and F. Crifo. The Hyades: distance, structure, dynamics, and age. *Astronomy & Astrophysics*, 331:81–120, March 1998. doi: 10.48550/arXiv.astro-ph/9707253.
- Adriano Pietrinferni, Santi Cassisi, Maurizio Salaris, and Fiorella Castelli. A Large Stellar Evolution Database for Population Synthesis Studies. I. Scaled Solar Models and Isochrones. *The Astrophysical Journal*, 612(1):168–190, September 2004. doi: 10.1086/422498.
- A. Pigulski, H. Cugier, A. Popowicz, R. Kuschnig, A. F. J. Moffat, S. M. Rucinski, A. Schwarzenberg-Czerny, W. W. Weiss, G. Handler, G. A. Wade, O. Koudelka, J. M. Matthews, St. Mochnacki, P. Orleański, H. Pablo, T. Ramiaramanantsoa, G. Whittaker, E. Zocłowska, and K. Zwintz. Massive pulsating stars observed by BRITe-Constellation. I. The triple system  $\beta$  Centauri (Agena). *Astronomy & Astrophysics*, 588:A55, April 2016. doi: 10.1051/0004-6361/201527872.
- K. R. Pollard, E. J. Brunsten, P. L. Cottrell, M. W. Davie, A. Greenwood, and P. M. Kil-martin. Spectroscopic Mode Identification in  $\gamma$  Doradus Stars. In H. Shibahashi and A. E. Lynas-Gray, editors, *Progress in Physics of the Sun and Stars: A New Era in Helio- and Asteroseismology*, volume 479 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 105, December 2013.
- William H. Press and George B. Rybicki. Fast Algorithm for Spectral Analysis of Unevenly Sampled Data. *The Astrophysical Journal*, 338:277, March 1989. doi: 10.1086/167197.
- Charles F. Prosser. Membership of Low-Mass Stars in the Open Cluster (Alpha) Persei. *The Astrophysical Journal*, 103:488, February 1992. doi: 10.1086/116077.
- Tahina Ramiaramanantsoa, Anthony F. J. Moffat, Robert Harmon, Richard Ignace, Nicole St-Louis, Dany Vanbeveren, Tomer Shenar, Herbert Pablo, Noel D. Richardson, Ian D.

- Howarth, Ian R. Stevens, Caroline Piaulet, Lucas St-Jean, Thomas Eversberg, Andrzej Pigulski, Adam Popowicz, Rainer Kuschnig, Elżbieta Zocłońska, Bram Buyschaert, Gerald Handler, Werner W. Weiss, Gregg A. Wade, Slavek M. Rucinski, Konstanze Zwintz, Paul Luckas, Bernard Heathcote, Paulo Cacella, Jonathan Powles, Malcolm Locke, Terry Bohlsen, André-Nicolas Chené, Brent Miszalski, Wayne L. Waldron, Marissa M. Kotze, Enrico J. Kotze, and Torsten Böhm. BRITE-Constellation high-precision time-dependent photometry of the early O-type supergiant  $\zeta$  Puppis unveils the photospheric drivers of its small- and large-scale wind structures. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 473(4):5532–5569, February 2018. doi: 10.1093/mnras/stx2671.
- A. Ramón-Ballesta, A. García Hernández, J. C. Suárez, J. R. Rodón, J. Pascual-Granado, and R. Garrido. Study of rotational splittings in  $\delta$  Scuti stars using pattern finding techniques. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 505(4):6217–6224, August 2021. doi: 10.1093/mnras/stab1719.
- H. Rauer, C. Catala, C. Aerts, T. Appourchaux, W. Benz, A. Brandeker, J. Christensen-Dalsgaard, M. Deleuil, L. Gizon, M. J. Goupil, M. Güdel, E. Janot-Pacheco, M. Mas-Hesse, I. Pagano, G. Piotto, D. Pollacco, C. Santos, A. Smith, J. C. Suárez, R. Szabó, S. Udry, V. Adibekyan, Y. Alibert, J. M. Almenara, P. Amaro-Seoane, M. Ammler-von Eiff, M. Asplund, E. Antonello, S. Barnes, F. Baudin, K. Belkacem, M. Bergemann, G. Bihain, A. C. Birch, X. Bonfils, I. Boisse, A. S. Bonomo, F. Borsa, I. M. Brandão, E. Brocato, S. Brun, M. Burleigh, R. Burston, J. Cabrera, S. Cassisi, W. Chaplin, S. Charpinet, C. Chiappini, R. P. Church, Sz. Csizmadia, M. Cunha, M. Damasso, M. B. Davies, H. J. Deeg, R. F. Díaz, S. Dreizler, C. Dreyer, P. Eggenberger, D. Ehrenreich, P. Eigmüller, A. Erikson, R. Farmer, S. Feltzing, F. de Oliveira Fialho, P. Figueira, T. Forveille, M. Fridlund, R. A. García, P. Giommi, G. Giuffrida, M. Godolt, J. Gomes da Silva, T. Granzer, J. L. Grenfell, A. Grotzsch-Noels, E. Günther, C. A. Haswell, A. P. Hatzes, G. Hébrard, S. Hekker, R. Helled, K. Heng, J. M. Jenkins, A. Johansen, M. L. Khodachenko, K. G. Kislyakova, W. Kley, U. Kolb, N. Krivova, F. Kupka, H. Lammer, A. F. Lanza, Y. Lebreton, D. Margrin, P. Marcos-Arenal, P. M. Marrese, J. P. Marques, J. Martins, S. Mathis, S. Mathur, S. Messina, A. Miglio, J. Montalbán, M. Montalto, M. J. P. F. G. Monteiro, H. Moradi, E. Moravveji, C. Mordasini, T. Morel, A. Mortier, V. Nascimbeni, R. P. Nelson, M. B. Nielsen, L. Noack, A. J. Norton, A. Ofir, M. Oshagh, R. M. Ouazzani, P. Pápics, V. C. Parro, P. Petit, B. Plez, E. Poretti, A. Quirrenbach, R. Ragazzoni, G. Raimondo, M. Rainer, D. R. Reese, R. Redmer, S. Reffert, B. Rojas-Ayala, I. W. Roxburgh, S. Salmon, A. Santerne, J. Schneider, J. Schou, S. Schuh, H. Schunker, A. Silva-Valio, R. Silvotti, I. Skillen, I. Snellen, F. Sohl, S. G. Sousa, A. Sozzetti, D. Stello, K. G. Strassmeier, M. Švanda, Gy. M. Szabó, A. Tkachenko, D. Valencia, V. Van Grootel, S. D. Vauclair, P. Ventura, F. W. Wagner, N. A. Walton, J. Weingrill, S. C. Werner, P. J. Wheatley, and K. Zwintz. The PLATO 2.0 mission. *Experimental Astronomy*, 38(1-2):249–330, November 2014. doi: 10.1007/s10686-014-9383-4.

- P. Reegen. SigSpec. I. Frequency- and phase-resolved significance in Fourier space. *Astronomy & Astrophysics*, 467(3):1353–1371, June 2007. doi: 10.1051/0004-6361:20066597.
- D. R. Reese, F. Lignières, J. Ballot, M. A. Dupret, C. Barban, C. van’t Veer-Menneret, and K. B. MacGregor. Frequency regularities of acoustic modes and multi-colour mode identification in rapidly rotating stars. *Astronomy & Astrophysics*, 601:A130, May 2017. doi: 10.1051/0004-6361/201321264.
- George R. Ricker, Joshua N. Winn, Roland Vanderspek, David W. Latham, Gáspár Á. Bakos, Jacob L. Bean, Zachory K. Berta-Thompson, Timothy M. Brown, Lars Buchhave, Nathaniel R. Butler, R. Paul Butler, William J. Chaplin, David Charbonneau, Jørgen Christensen-Dalsgaard, Mark Clampin, Drake Deming, John Doty, Nathan De Lee, Courtney Dressing, Edward W. Dunham, Michael Endl, Francois Fressin, Jian Ge, Thomas Henning, Matthew J. Holman, Andrew W. Howard, Shigeru Ida, Jon M. Jenkins, Garrett Jernigan, John Asher Johnson, Lisa Kaltenegger, Nobuyuki Kawai, Hans Kjeldsen, Gregory Laughlin, Alan M. Levine, Douglas Lin, Jack J. Lissauer, Phillip MacQueen, Geoffrey Marcy, Peter R. McCullough, Timothy D. Morton, Norio Narita, Martin Paegert, Enric Palle, Francesco Pepe, Joshua Pepper, Andreas Quirrenbach, Stephen A. Rinehart, Dimitar Sasselov, Bun’ei Sato, Sara Seager, Alessandro Sozzetti, Keivan G. Stassun, Peter Sullivan, Andrew Szentgyorgyi, Guillermo Torres, Stephane Udry, and Joel Villaseñor. Transiting Exoplanet Survey Satellite (TESS). *Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems*, 1:014003, January 2015. doi: 10.1117/1.JATIS.1.1.014003.
- E. L. Robinson, S. O. Kepler, and R. E. Nather. Multicolor variations of the ZZ CET stars. *The Astrophysical Journal*, 259:219–231, August 1982. doi: 10.1086/160162.
- E. Rodríguez and M. Breger. delta Scuti and related stars: Analysis of the R00 Catalogue. *Astronomy & Astrophysics*, 366:178–196, January 2001. doi: 10.1051/0004-6361:20000205.
- T. M. Rogers, D. N. C. Lin, J. N. McElwaine, and H. H. B. Lau. Internal Gravity Waves in Massive Stars: Angular Momentum Transport. *The Astrophysical Journal*, 772(1):21, July 2013. doi: 10.1088/0004-637X/772/1/21.
- J. F. Rowe, J. M. Matthews, C. Cameron, D. A. Bohlender, H. King, R. Kuschnig, D. B. Guenther, A. F. J. Moffat, S. M. Rucinski, D. Sasselov, G. A. H. Walker, and W. W. Weiss. Discovery of hybrid  $\gamma$  Dor and  $\delta$  Sct pulsations in BD+18 4914 through MOST spacebased photometry. *Communications in Asteroseismology*, 148:34–43, December 2006. doi: 10.1553/cia148s34.
- F. Royer, J. Zorec, and A. E. Gómez. Rotational velocities of A-type stars. III. Velocity distributions. *Astronomy & Astrophysics*, 463(2):671–682, February 2007. doi: 10.1051/0004-6361:20065224.

- Christian L. Sahlholdt, Sofia Feltzing, Lennart Lindegren, and Ross P. Church. Benchmark ages for the Gaia benchmark stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 482(1):895–920, January 2019. doi: 10.1093/mnras/sty2732.
- H. Saio, C. Cameron, R. Kuschnig, G. A. H. Walker, J. M. Matthews, J. F. Rowe, U. Lee, D. Huber, W. W. Weiss, D. B. Guenther, A. F. J. Moffat, S. M. Rucinski, and D. Sasselov. MOST Detects g-Modes in the Late-Type Be Star  $\beta$  Canis Minoris (B8 Ve). *The Astrophysical Journal*, 654(1):544–550, January 2007. doi: 10.1086/509315.
- R. Samadi and M. J. Goupil. Excitation of stellar p-modes by turbulent convection. I. Theoretical formulation. *Astronomy & Astrophysics*, 370:136–146, April 2001. doi: 10.1051/0004-6361:20010212.
- Eric L. Sandquist, J. Jessen-Hansen, Matthew D. Shetrone, Karsten Brogaard, Søren Meibom, Marika Leitner, Dennis Stello, Hans Bruntt, Victoria Antoci, Jerome A. Orosz, Frank Grundahl, and Søren Frandsen. The Age and Distance of the Kepler Open Cluster NGC 6811 from an Eclipsing Binary, Turnoff Star Pulsation, and Giant Asteroseismology. *The Astrophysical Journal*, 831(1):11, November 2016. doi: 10.3847/0004-637X/831/1/11.
- J. D. Scargle. Studies in astronomical time series analysis. II. Statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data. *The Astrophysical Journal*, 263:835–853, December 1982. doi: 10.1086/160554.
- V. S. Schmid and C. Aerts. Asteroseismic modelling of the two F-type hybrid pulsators KIC 10080943A and KIC 10080943B. *Astronomy & Astrophysics*, 592:A116, August 2016. doi: 10.1051/0004-6361/201628617.
- J. Silaj and J. D. Landstreet. Accurate age determinations of several nearby open clusters containing magnetic Ap stars. *Astronomy & Astrophysics*, 566:A132, June 2014. doi: 10.1051/0004-6361/201321468.
- B. A. Skiff. VizieR Online Data Catalog: Catalogue of Stellar Spectral Classifications (Skiff, 2009- ). *VizieR Online Data Catalog*, art. B/mk, October 2014.
- A. Skumanich. Time Scales for Ca II Emission Decay, Rotational Braking, and Lithium Depletion. *The Astrophysical Journal*, 171:565, February 1972. doi: 10.1086/151310.
- B. Smalley, V. Antoci, D. L. Holdsworth, D. W. Kurtz, S. J. Murphy, P. De Cat, D. R. Anderson, G. Catanzaro, A. Collier Cameron, C. Hellier, P. F. L. Maxted, A. J. Norton, D. Pollacco, V. Ripepi, R. G. West, and P. J. Wheatley. Pulsation versus metallicity in Am stars as revealed by LAMOST and WASP. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 465(3):2662–2670, March 2017. doi: 10.1093/mnras/stw2903.

- Á. Sódor, A. N. Chené, P. De Cat, Zs. Bognár, D. J. Wright, C. Marois, G. A. H. Walker, J. M. Matthews, T. Kallinger, J. F. Rowe, R. Kuschnig, D. B. Guenther, A. F. J. Moffat, S. M. Rucinski, D. Sasselov, and W. W. Weiss. MOST light-curve analysis of the  $\gamma$  Doradus pulsator HR 8799, showing resonances and amplitude variations. *Astronomy & Astrophysics*, 568:A106, August 2014. doi: 10.1051/0004-6361/201423976.
- F. Soufi, M. J. Goupil, and W. A. Dziembowski. Effects of moderate rotation on stellar pulsation. I. Third order perturbation formalism. *Astronomy & Astrophysics*, 334:911–924, June 1998.
- L. Spina, Y. S. Ting, G. M. De Silva, N. Frankel, S. Sharma, T. Cantat-Gaudin, M. Joyce, D. Stello, A. I. Karakas, M. B. Asplund, T. Nordlander, L. Casagrande, V. D’Orazi, A. R. Casey, P. Cottrell, T. Tepper-García, M. Baratella, J. Kos, K. Čotar, J. Bland-Hawthorn, S. Buder, K. C. Freeman, M. R. Hayden, G. F. Lewis, J. Lin, K. Lind, S. L. Martell, K. J. Schlesinger, J. D. Simpson, D. B. Zucker, and T. Zwitter. The GALAH survey: tracing the Galactic disc with open clusters. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 503(3): 3279–3296, May 2021. doi: 10.1093/mnras/stab471.
- Lorenzo Spina, Jorge Meléndez, Amanda I Karakas, Leonardo dos Santos, Megan Bedell, Martin Asplund, Ivan Ramírez, David Yong, Alan Alves-Brito, Jacob L Bean, and Stefan Dreizler. The temporal evolution of neutron-capture elements in the Galactic discs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 474(2):2580–2593, 11 2017. ISSN 0035-8711. doi: 10.1093/mnras/stx2938. URL <https://doi.org/10.1093/mnras/stx2938>.
- S. Starrfield, A. N. Cox, R. B. Kidman, and W. D. Pesnell. Nonradial instability strips based on carbon and oxygen partial ionization in hot, evolved stars. *The Astrophysical Journal*, 281:800–810, June 1984. doi: 10.1086/162158.
- K. G. Stassun. VizieR Online Data Catalog: TESS Input Catalog - v8.0 (TIC-8) (Stassun+, 2019). *VizieR Online Data Catalog*, art. IV/38, November 2019.
- John R. Stauffer, David Barrado y Navascués, Jerome Bouvier, Heather L. Morrison, Paul Harding, K. L. Luhman, Thomas Stanke, Mark McCaughrean, Donald M. Terndrup, Lori Allen, and Patrick Assouad. Keck Spectra of Brown Dwarf Candidates and a Precise Determination of the Lithium Depletion Boundary in the  $\alpha$  Persei Open Cluster. *The Astrophysical Journal*, 527(1):219–229, December 1999. doi: 10.1086/308069.
- Thomas Steindl, Konstanze Zwintz, and Eduard Vorobyov. The imprint of star formation on stellar pulsations. *Nature Communications*, 13:5355, September 2022. doi: 10.1038/s41467-022-32882-0.
- Dennis Stello, Daniel Huber, Timothy R. Bedding, Othman Benomar, Lars Bildsten, Yvonne P. Elsworth, Ronald L. Gilliland, Benoît Mosser, Bill Paxton, and Timothy R. White. Astero-

- seismic Classification of Stellar Populations among 13,000 Red Giants Observed by Kepler. *The Astrophysical Journal Letters*, 765(2):L41, March 2013. doi: 10.1088/2041-8205/765/2/L41.
- Dennis Stello, Douglas L. Compton, Timothy R. Bedding, Jørgen Christensen-Dalsgaard, Laszlo L. Kiss, Hans Kjeldsen, Beau Bellamy, Rafael A. García, and Savita Mathur. Non-radial Oscillations in M-giant Semi-regular Variables: Stellar Models and Kepler Observations. *The Astrophysical Journal Letters*, 788(1):L10, June 2014. doi: 10.1088/2041-8205/788/1/L10.
- J. C. Suárez and M. J. Goupil. flou oscillation code. *Astrophysics and Space Science*, 316(1-4): 155–161, August 2008. doi: 10.1007/s10509-007-9568-7.
- J. C. Suárez, E. Michel, F. Pérez Hernández, Y. Lebreton, Z. P. Li, and L. Fox Machado. A study of correlation between the oscillation amplitude and stellar parameters of delta Scuti in open clusters. Toward selection rules for delta Scuti star oscillations. *Astronomy & Astrophysics*, 390:523–531, August 2002. doi: 10.1051/0004-6361:20020565.
- J. C. Suárez, M. J. Goupil, D. R. Reese, R. Samadi, F. Lignières, M. Rieutord, and J. Lochard. On the Interpretation of Echelle Diagrams for Solar-like Oscillations Effect of Centrifugal Distortion. *The Astrophysical Journal*, 721(1):537–546, September 2010. doi: 10.1088/0004-637X/721/1/537.
- J. C. Suárez, A. García Hernández, A. Moya, C. Rodrigo, E. Solano, R. Garrido, and J. R. Rodón. Measuring mean densities of  $\delta$  Scuti stars with asteroseismology. Theoretical properties of large separations using TOUCAN. *Astronomy & Astrophysics*, 563:A7, March 2014. doi: 10.1051/0004-6361/201322270.
- M. Tassoul. Asymptotic approximations for stellar nonradial pulsations. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 43:469–490, August 1980. doi: 10.1086/190678.
- B. Tingley, A. S. Bonomo, and H. J. Deeg. Using Stellar Densities to Evaluate Transiting Exoplanetary Candidates. *The Astrophysical Journal*, 726(2):112, January 2011. doi: 10.1088/0004-637X/726/2/112.
- Wasaburo Unno, Yoji Osaki, Hiroyasu Ando, H. Saio, and H. Shibahashi. *Nonradial oscillations of stars*. University of Tokyo Press, 1989.
- K. Uytterhoeven, A. Moya, A. Grigahcène, J. A. Guzik, J. Gutiérrez-Soto, B. Smalley, G. Handler, L. A. Balona, E. Niemczura, L. Fox Machado, S. Benatti, E. Chapellier, A. Tkachenko, R. Szabó, J. C. Suárez, V. Ripepi, J. Pascual, P. Mathias, S. Martín-Ruiz, H. Lehmann, J. Jackiewicz, S. Hekker, M. Gruberbauer, R. A. García, X. Dumusque, D. Díaz-Fraile, P. Bradley, V. Antoci, M. Roth, B. Leroy, S. J. Murphy, P. De Cat, J. Cuyppers, H. Kjeldsen, J. Christensen-Dalsgaard, M. Breger, A. Pigulski, L. L. Kiss, M. Still, S. E. Thomp-

- son, and J. van Cleve. The Kepler characterization of the variability among A- and F-type stars. I. General overview. *Astronomy & Astrophysics*, 534:A125, October 2011. doi: 10.1051/0004-6361/201117368.
- T. Van Reeth, A. Tkachenko, C. Aerts, P. I. Pápics, P. Degroote, J. Debosscher, K. Zwintz, S. Bloemen, K. De Smedt, M. Hrudkova, G. Raskin, and H. Van Winckel. Detecting non-uniform period spacings in the Kepler photometry of  $\gamma$  Doradus stars: methodology and case studies. *Astronomy & Astrophysics*, 574:A17, February 2015. doi: 10.1051/0004-6361/201424585.
- T. Van Reeth, A. Tkachenko, and C. Aerts. Interior rotation of a sample of  $\gamma$  Doradus stars from ensemble modelling of their gravity-mode period spacings. *Astronomy & Astrophysics*, 593:A120, October 2016. doi: 10.1051/0004-6361/201628616.
- D. Vande Putte, T. P. Garnier, I. Ferreras, R. P. Mignani, and Mark Cropper. A kinematic study of open clusters: implications for their origin. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 407(4):2109–2121, October 2010. doi: 10.1111/j.1365-2966.2010.17025.x.
- H. von Zeipel. The radiative equilibrium of a rotating system of gaseous masses. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 84:665–683, June 1924. doi: 10.1093/mnras/84.9.665.
- Gordon Walker, Jaymie Matthews, Rainer Kuschnig, Ron Johnson, Slavek Rucinski, John Pazder, Gregory Burley, Andrew Walker, Kristina Skaret, Robert Zee, Simon Grocott, Kieran Carroll, Peter Sinclair, Don Sturgeon, and John Harron. The MOST Asteroseismology Mission: Ultraprecise Photometry from Space. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 115(811):1023–1035, September 2003. doi: 10.1086/377358.
- W. W. Weiss, S. M. Rucinski, A. F. J. Moffat, A. Schwarzenberg-Czerny, O. F. Koudelka, C. C. Grant, R. E. Zee, R. Kuschnig, St. Mochnacki, J. M. Matthews, P. Orleanski, A. Pamyatnykh, A. Pigulski, J. Alves, M. Guedel, G. Handler, G. A. Wade, and K. Zwintz. BRITE-Constellation: Nanosatellites for Precision Photometry of Bright Stars. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 126(940):573, June 2014. doi: 10.1086/677236.
- D. E. Winget, E. L. Robinson, R. D. Nather, and G. Fontaine. Photometric observations of GD 358 : OB white dwarfs do pulsate. *The Astrophysical Journal Letters*, 262:L11–L15, November 1982. doi: 10.1086/183902.
- D. E. Winget, R. E. Nather, J. C. Clemens, J. Provencal, S. J. Kleinman, P. A. Bradley, M. A. Wood, C. F. Claver, M. L. Frueh, A. D. Grauer, B. P. Hine, C. J. Hansen, G. Fontaine, N. Achilleos, D. T. Wickramasinghe, T. M. K. Marar, S. Seetha, B. N. Ashoka, D. O’Donoghue, B. Warner, D. W. Kurtz, D. A. Buckley, J. Brickhill, G. Vauclair, N. Dolez, M. Chevreton, M. A. Barstow, J. E. Solheim, A. Kanaan, S. O. Kepler, G. W. Henry, and

- S. D. Kawaler. Asteroseismology of the DOV Star PG 1159-035 with the Whole Earth Telescope. *The Astrophysical Journal*, 378:326, September 1991. doi: 10.1086/170434.
- D. R. Xiong, L. Deng, C. Zhang, and K. Wang. Turbulent convection and pulsation stability of stars - II. Theoretical instability strip for  $\delta$  Scuti and  $\gamma$  Doradus stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 457(3):3163–3177, April 2016. doi: 10.1093/mnras/stw047.
- J. P. Zahn. Convective penetration in stellar interiors. *Astronomy & Astrophysics*, 252:179–188, December 1991.
- J. P. Zahn. Circulation and turbulence in rotating stars. *Astronomy & Astrophysics*, 265:115–132, November 1992.
- Jing Zhong, Li Chen, Di Wu, Lu Li, Leya Bai, and Jinliang Hou. Exploring open cluster properties with Gaia and LAMOST. *Astronomy & Astrophysics*, 640:A127, August 2020. doi: 10.1051/0004-6361/201937131.
- K. Zwintz. Comparing the Observational Instability Regions for Pulsating Pre-Main-Sequence and Classical  $\delta$  Scuti Stars. *The Astrophysical Journal*, 673(2):1088–1092, February 2008. doi: 10.1086/524293.
- K. Zwintz, M. Hareter, R. Kuschnig, P. J. Amado, N. Nesvacil, E. Rodriguez, D. Diaz-Fraile, W. W. Weiss, T. Pribulla, D. B. Guenther, J. M. Matthews, A. F. J. Moffat, S. M. Rucinski, D. Sasselov, and G. A. H. Walker. MOST observations of the young open cluster NGC 2264. *Astronomy & Astrophysics*, 502(1):239–252, July 2009. doi: 10.1051/0004-6361/200911863.

# Índice de figuras

1.1	Figura 3 de Aerts (2021). Fragmentos de curvas de luz de unos 110 d (de un total de aproximadamente 1500 d) extraídas de <i>Kepler</i> en larga cadencia (30 min por cada punto) de 7 estrellas SPB. En rojo se muestra también el espectro de amplitudes obtenida con la FT de las curvas de luz completas. Estas curvas de luz muestran una gran variedad de patrones de pulsaciones y un desplazamiento gradual de las amplitudes máximas desde las bajas hasta las altas frecuencias conforme la frecuencia de rotación varía desde valores bajos en el panel superior hasta valores más altos en el panel inferior. De ninguna de estas estrellas se sabía que tuviera oscilaciones no radiales previamente a la misión <i>Kepler</i> , debido a la dificultad de detectar tales periodicidades desde tierra. La figura está basada en datos de Pápics et al. (2017). . . . .	15
1.2	HRD con la posición de las principales estrellas pulsantes (Papics, 2013). Las abreviaturas de los nombres se sigue de la utilizada por Aerts et al. (2010). Las líneas continuas negras representan trazas evolutivas estándar para diferentes masas estelares. La banda de inestabilidad clásica está representada con líneas continuas de color gris claro. El rayado transversal en cada una de las elipses representa el tipo de pulsaciones dominantes: modos acústicos p (\\) y modos de gravedad g (/) . . . . .	17
1.3	Figura 2 de Aerts (2021): Representación visual del desplazamiento radial, $\xi_r$ , de la superficie estelar, para modos no radiales vistos con un ángulo de $60^\circ$ . Las bandas blancas indican un desplazamiento nulo, $\xi_r = 0$ , con respecto a la posición de equilibrio; las bandas rojas y azules representan desplazamientos de la superficie estelar hacia adentro y hacia afuera respectivamente. De izquierda a derecha: Primera fila: modos con $m = 0$ y $\ell = 1, 2, 3$ . Segunda fila: Modos sectoriales ( $m =  \ell $ ) con $\ell = 1, 2, 3$ . Tercera fila: Modos teselares con $(\ell, m =  \ell ) = (3, 1), (6, 4), (15, 5)$ . . . . .	27

1.4	<p>Figura 8 de Aerts (2021): Diagramas de propagación mostrando las cavidades de los modos p y los modos g, a medio camino de su etapa de quemado de hidrógeno en el núcleo. De izquierda a derecha y de arriba abajo, tienen masas de <math>1 M_{\odot}</math>, <math>1.7 M_{\odot}</math>, <math>5 M_{\odot}</math> y <math>15 M_{\odot}</math>. La línea sólida negra representa <math>N(r)</math>, mientras que las líneas discontinuas negra y gris representan <math>S_1(r)</math> y <math>S_2(r)</math>, respectivamente. Los valores de las frecuencias dipolares (negro) y de las frecuencias cuadrupolares (gris) están indicados como líneas horizontales discontinuas. Las posiciones de los nodos en <math>\xi_r</math> son los puntos de color negro (dipolos) y grises (cuadripolos). La zona roja es la cavidad resonante de los modos g para los modos dipolares, la cuál se extiende en color naranja para los modos cuadrupolares. La zona de azul oscuro es la cavidad resonante de los modos p para los modos cuadrupolares, la cuál se extiende en color azul claro para los modos dipolares. La zona blanca son las regiones evanescentes para los modos en el interior estelar. . . . .</p>	29
1.5	<p>Desdoble rotacional correspondiente a los modos p cuadrupolares en un quintuplete, utilizando curvas de luz de 1 año (rojo) y 4 años (azul), para la estrella KIC 11145123. Adaptación de la Fig. 1 de Bowman (2020). Aquí los periodogramas se han obtenido con el código desarrollado en esta tesis doctoral, MULTIMODES (MM). . . . .</p>	33
1.6	<p>Figura 1 de Chaplin and Miglio (2013). Espectro de oscilaciones de la estrella de tipo solar 16 CygA (KIC 12069424), observada por <i>Kepler</i>. La gráfica principal muestra el espectro suavizado del rango de frecuencias que contiene los picos más prominentes del espectro, y también están marcadas la gran y pequeña separaciones. La frecuencia de máxima amplitud está alrededor de <math>2200 \mu\text{Hz}</math>. La pequeña gráfica de arriba a la izquierda muestra el espectro en un intervalo más amplio de frecuencias, apreciándose mejor la modulación gaussiana en los modos observados. La pequeña gráfica de arriba a la derecha es un zoom mostrando el multiplete rotacional en el modo no radial <math>n = 20, \ell = 1</math> (espectro suavizado en negro). . . . .</p>	36
1.7	<p>Panel superior: Fig. 7 de Choi et al. (2016). Trazas evolutivas (izquierda) e isócronas (derecha) cubriendo un amplio rango de masas, edades y estadios evolutivos. Panel inferior: Fig. 8 de Choi et al. (2016). Lo mismo que en el panel superior, pero mostrando los efectos de la rotación. Los modelos sin rotación se representan con línea discontinua y los modelos con rotación inicial en la ZAMS, <math>\Omega_{\text{ZAMS}}/\Omega_{\text{crit}} = 0.4</math>, en línea continua. . . . .</p>	39

1.8	Izquierda: Fig. 22 de Perryman et al. (1998). Isócronas estimadas con overshooting para una agrupación de 69 estrellas en el cúmulo Híades. Derecha: Fig. 23 de Perryman et al. (1998). Lo mismo que a la izquierda, pero sin considerar los efectos del overshooting. . . . .	40
1.9	Fig. 5 de Basri and Martín (1999). Evolución predicha para el agotamiento del litio en función de la magnitud absoluta (filtro I arriba y filtro J abajo). Las líneas continuas se corresponden con las de aquellos objetos que han preservado el 90 % del litio inicial; la líneas punto-guión corto las que han preservado el 50 %; las líneas punto-guión largo las del 10 %; las líneas guión corto-guión largo las del 1 % y las líneas de guión corto las del 0.1 %. Las líneas discontinuas horizontales representan las magnitudes estimadas para dos estrellas de baja masa en el cúmulo $\alpha$ Per, AP270 y AP275. La línea de puntos horizontal representa la magnitud estimada para la estrella AP281, la cuál no tiene una pertenencia segura al cúmulo según este trabajo. La línea discontinua vertical es la edad estimada para el cúmulo de 65 Myr. . . . .	41
1.10	Fig. 2 de Barnes (2003). Diagramas color-periodo (en escala logarítmica) para una serie de cúmulos y de estrellas jóvenes y viejas Mt. Wilson. Las líneas ploteadas en cada diagrama separan las dos secuencias de estrellas de rotación lenta (periodo largo) y de rotación rápida (periodo corto). Estas líneas también constituyen una familia de curvas parametrizadas en la edad. . . . .	42
1.11	Fig. 6 de Moya et al. (2022). Predicciones de edad para todas las muestras de estrellas testeadas con el método HBM: un grupo de 23 estrellas con edades "fiabes"; un grupo de 79 estrellas datadas en Spina et al. (2017) y un grupo de 10 estrellas de referencia <i>Gaia</i> estudiadas en Sahlholdt et al. (2019). A pesar de la heterogeneidad del conjunto de todas las muestras utilizadas, el resultado es robusto. . . . .	43
1.12	Figura 2 de Suárez et al. (2014). Relación predicha entre la gran separación, $\Delta\nu$ , y la densidad media, $\rho$ , normalizada a los correspondientes valores solares, $134.8 \mu\text{Hz}$ , y $1.48 \text{g/cm}^3$ , respectivamente. En código de color se representa la frecuencia del modo fundamental radial. Los puntos rellenos, puntos huecos y estrellas rellenas representan las densidades medias encontradas en Suárez et al. (2014), en la literatura y en Tingley et al. (2011), respectivamente. . . . .	48
1.13	Figura 1 de García Hernández et al. (2015). Relación entre la gran separación, $\Delta\nu$ , y la densidad media, $\rho$ , obtenida para siete binarias eclipsantes. . . . .	49

1.14	Figura 8.1 de García Hernández et al. (2009). La figura de arriba muestra picos en la FT de las frecuencias encontradas en la estrella HD 174936. La figura de abajo es para HD 174966. . . . .	52
1.15	Figura 2 de Reese et al. (2017). Funciones AC en modelos estelares de $2 M_{\odot}$ , y $0.5 \Omega_c$ . Los órdenes radiales de los modos varían entre 2 y 9, por tanto se han computado siete grandes separaciones. Cada columna se corresponde con una inclinación diferente de la estrella, siendo $i = 0^{\circ}$ la configuración polar. Cada fila se corresponde con un número diferente de frecuencias incluidas en el espectro, desde 10 en la fila de arriba hasta 100 en la fila de más abajo. La línea de puntos verde y la de trazos verde nos da la frecuencia de rotación, $\Omega$ , y el doble de su valor, respectivamente. La línea continua roja y la de trazos roja nos da la gran separación y la mitad de su valor, respectivamente. . . . .	53
1.16	Figura 1 de Breger et al. (1999). Histogramas de diferencias de frecuencias. Panel superior izquierdo: Para altos órdenes radiales, el patrón de periodicidades muestra órdenes radiales adyacentes y multipletes de rotación, bastante asimétricos, incluso con una rotación moderada de $45 \text{ km s}^{-1}$ . Panel superior derecho: Espaciado de frecuencias predicho para un modelo de FG Vir ( $\ell = 1$ ) en el rango de frecuencias comprendido entre 11 y $35 \text{ d}^{-1}$ . Los patrones procedentes de órdenes adyacentes y de los multipletes con rotación siguen presentes. Paneles inferiores: Espaciado de frecuencias observado con 19 frecuencias (izquierda) y 27 frecuencias (derecha), extraídas de FG Vir, en el rango comprendido entre 11 y $35 \text{ d}^{-1}$ . Aunque hay una mezcla de modos con grados $\ell = 0, 1, 2$ , los picos de órdenes radiales adyacentes y un pequeño pico en el rango de los multipletes rotacionales pueden ser vistos. . . . .	54
1.17	Figura 2 de Bedding et al. (2020). Diagramas échelle en estrellas $\delta$ Sct. En cada panel la línea vertical discontinua azul muestra el valor de la gran separación, $\Delta\nu$ . Los símbolos en rojo de la fila de arriba son modos de pulsación de modelos sin rotación, elegidos de forma conveniente para relacionarlos con las observaciones. Esto permite la identificación de modos en otras estrellas, como en la fila de abajo donde las bandas de color rojo claro marcan secuencias de sobretonos con $\ell = 0$ y $\ell = 1$ . . . . .	55
1.18	Figura 3 de Barceló Forteza et al. (2020). Relación entre la frecuencia de máxima amplitud, $\nu_{\text{max}}$ , y la temperatura efectiva, $T_{\text{eff}}$ . En la barra de color se representa la gravedad efectiva. Las líneas discontinuas representan los límites de la dispersión, debidos a los efectos del gravity-darkening. Las líneas de puntos representan los errores estimados para el ajuste lineal. . . . .	56

2.1	Fig. 2.5 de <i>TESS</i> Instrument Handbook. v01. Diciembre de 2018. Izquierda: Las cámaras se alinean a lo largo de una longitud eclíptica, con la cámara 4 centrada en el polo eclíptico. Centro: Representación de los FOVs de la cámara de orientación en el cielo durante la misión nominal, mostrando la superposición de FOVs cerca del polo de la eclíptica. Derecha: La superposición de campos de visión conduce a tiempos de observación más prolongados cerca del polo de la eclíptica. . . . .	64
2.2	Curva de luz de KIC 11971405, obtenida de algunos sectores de la misión <i>Kepler</i> , en la que se aprecian algunos huecos. . . . .	65
2.3	Esquema de trabajo del código MULTIMODES (MM). Detalles en el texto. . . . .	69
2.4	Figura 4 de Pamos Ortega et al. (2022). Análisis comparativo de precisión entre MULTIMODES (MM) y SIGSPEC (SS), utilizando curvas de luz simuladas con diferentes números de frecuencias: 50 (arriba a la izquierda); 100 (arriba a la derecha); 200 (abajo a la izquierda); 400 (abajo a la derecha). Cada gráfica representa la desviación en frecuencia de los picos extraídos con MM (círculos en azul) y SS (cruces en rojo). La línea horizontal verde es el nivel de la resolución Rayleigh. . . . .	70
3.1	Figura 1 de Pamos Ortega et al. (2022). Diagrama HRD para la muestra de 112 estrellas del campo de $\alpha$ Per, tomadas del catálogo TIC. Las isócronas con metalicidad solar y con rotación están tomadas de MESA Isochrones & Stellar Tracks (MIST). Las líneas de color verde son los bordes de la banda de inestabilidad clásica de Murphy et al. (2019). Como referencia, se indica también la posición de $\psi$ Per, una de las más luminosas del cúmulo. . . . .	82
3.2	Figura 2 de Pamos Ortega et al. (2022). Panel de arriba: Curva de luz de TIC 252851046 del sector 18 de <i>TESS</i> . Panel de abajo: Curva de luz interpolada con MIARMA (Pascual-Granado et al., 2018) de TIC 252851046. . . . .	83

3.3	<p>Figura 6 de Pamos Ortega et al. (2022). Estimación de <math>\Delta\nu_{\text{low}}</math> en TIC 354792288. Arriba a la izquierda: Diagrama de auto-correlación (AC), donde sobresalen dos picos muy notables en torno a 42 <math>\mu\text{Hz}</math> y 83 <math>\mu\text{Hz}</math>. Arriba a la derecha: Transformada de Fourier (FT), donde también es notable el pico en torno a 42 <math>\mu\text{Hz}</math>. Abajo a la izquierda: Histograma de diferencias de frecuencias (HFD), donde son notables dos picos en torno a 42 <math>\mu\text{Hz}</math> y 83 <math>\mu\text{Hz}</math>. Abajo a la derecha: Diagrama échelle (ED), donde dos pliegues verticales, resaltados con círculos en naranja destacan cuando se selecciona como módulo de frecuencia un valor de 3.7 <math>\text{d}^{-1}</math>, equivalente a unos 43 <math>\mu\text{Hz}</math>. . . . .</p>	84
3.4	<p>Figura B.2 de Pamos Ortega et al. (2022). Estimación de <math>\Delta\nu_{\text{low}}</math> en TIC 252829836. Arriba a la izquierda: AC, donde sobresalen un pico muy notable en torno a 71 <math>\mu\text{Hz}</math>. Arriba a la derecha: FT, donde es notable el pico en torno a 35 <math>\mu\text{Hz}</math>. Abajo a la izquierda: HFD, donde se acumulan valores en torno a 71 <math>\mu\text{Hz}</math>. Abajo a la derecha: ED, donde se manifiestan algunos pliegues verticales, resaltados con círculos en naranja cuando se selecciona como módulo de frecuencia un valor de 6.4 <math>\text{d}^{-1}</math>, equivalente a unos 74 <math>\mu\text{Hz}</math>. . . . .</p>	85
3.5	<p>Figura 7 de Pamos Ortega et al. (2022). Estimación de <math>\Delta\nu_{\text{low}}</math> en TIC 410732825. Arriba a la izquierda: AC, donde sobresalen un pico muy notable en torno a 63 <math>\mu\text{Hz}</math>. Arriba a la derecha: FT, donde también es notable el pico en torno a 63 <math>\mu\text{Hz}</math>. Abajo a la izquierda: HFD, donde son notables un pico en torno a 63 <math>\mu\text{Hz}</math> y otro en torno a 10 <math>\mu\text{Hz}</math>, supuestamente la frecuencia de rotación, visible también en el multiplete central en torno a la frecuencia de 63 <math>\mu\text{Hz}</math>. Abajo a la derecha: ED, donde dos pliegues verticales, resaltados con círculos en naranja destacan cuando se selecciona como módulo de frecuencia un valor de 5.3 <math>\text{d}^{-1}</math>, equivalente a unos 61 <math>\mu\text{Hz}</math>. . . . .</p>	86
3.6	<p>Figura B.1 de Pamos Ortega et al. (2022). Estimación de <math>\Delta\nu_{\text{low}}</math> en TIC 285935852. Arriba a la izquierda: AC, donde sobresalen un pico muy notable en torno a 41 <math>\mu\text{Hz}</math>. Arriba a la derecha: FT, donde también es notable el pico en torno a 41 <math>\mu\text{Hz}</math>. Abajo a la izquierda: HFD, donde son notables un pico en torno a 41 <math>\mu\text{Hz}</math> y otro en torno a 10 <math>\mu\text{Hz}</math>, supuestamente la frecuencia de rotación, visible también en el multiplete central en torno a la frecuencia de 41 <math>\mu\text{Hz}</math>. Abajo a la derecha: ED, donde se manifiestan algunos pliegues verticales, resaltados con círculos en naranja cuando se selecciona como módulo de frecuencia un valor de 7.1 <math>\text{d}^{-1}</math>, equivalente a unos 82 <math>\mu\text{Hz}</math>. . . . .</p>	87

3.7	Figura 8 de Pamos Ortega et al. (2022). Modos más visibles en el periodograma de TIC 285935852. Se muestra la gran separación en órdenes bajos, con un valor de $\Delta\nu_{\text{low}} = 7 \text{ d}^{-1} = 81 \mu\text{Hz}$ . También es visible un multiplete rotacional, con $2\omega_r = 1.8 \text{ d}^{-1} = 21 \mu\text{Hz}$ . La distribución de los modos se ha comparado con la de un modelo compatible. Las líneas de puntos azules se corresponden con las posiciones de los modos teóricos, denotados como $f_{n\ell m}$ . . . . .	89
3.8	Figura 9 de Pamos Ortega et al. (2022). Periodogramas de TIC 354792288 y TIC 285935852, mostrando modos acústicos muy agrupados entre $40 \text{ d}^{-1}$ y $60 \text{ d}^{-1}$ . . . . .	90
3.9	Figura 10 de Pamos Ortega et al. (2022). Modelos restringidos para datar las cuatro estrellas de $\alpha$ Per, utilizando la gran separación en órdenes bajos, $\Delta\nu_{\text{low}}$ , y las diferentes relaciones entre la frecuencia de máxima amplitud y la temperatura efectiva. Los rectángulos encierran la intersección de los modelos comunes en edad a las cuatro estrellas. Con dichas selecciones se ha datado el cúmulo. . . . .	91
3.10	Figura 11 de Pamos Ortega et al. (2022). Modelos restringidos para datar las cuatro estrellas de $\alpha$ Per, utilizando la gran separación en órdenes bajos, $\Delta\nu_{\text{low}}$ , las diferentes relaciones entre la frecuencia de máxima amplitud y la temperatura efectiva y la frecuencia de rotación, $\omega_r$ , estimada para TIC 410732825 y TIC 285935852. Al igual que en Fig. 3.9, los rectángulos representan la intersección de los modelos comunes en edad a las cuatro estrellas, los que han servido para datar el cúmulo. . . . .	92
3.11	Histogramas ponderados en el paso temporal para la distribución de edades de la muestra de $\alpha$ Per. Izquierda: Histogramas para cada estrella. Derecha: Histograma de toda la muestra. La línea roja es la WPDF con una edad media de $140_{-60}^{+60}$ Myr. . . . .	94
3.12	Histogramas ponderados en los errores relativos de la gran separación y la temperatura efectiva sísmica para la distribución de edades de la muestra de $\alpha$ Per. Izquierda: Histogramas para cada estrella. Derecha: Histograma de toda la muestra. La línea roja es la WPDF con una edad media de $100_{-60}^{+60}$ Myr. . . . .	95
3.13	Histogramas ponderados en la probabilidad de pertenencia de una estrella al cúmulo para la distribución de edades de la muestra de $\alpha$ Per. Izquierda: Histogramas para cada estrella. Derecha: Histograma de toda la muestra. La línea roja es la WPDF con una edad media de $140_{-60}^{+60}$ Myr. . . . .	95

3.14	Histogramas ponderados para la distribución de edades de la muestra de $\alpha$ Per. Izquierda: Histogramas para cada estrella. Derecha: Histograma de toda la muestra. La línea roja es la WPDF con una edad media de $90_{-60}^{+60}$ Myr. . . . .	96
3.15	Figura 1 de Pamos Ortega et al. (2023). Periodogramas de las cinco estrellas $\delta$ Sct encontradas en Trumpler 10. La línea discontinua roja marca el umbral de significancia (SNR = 4.0). . . . .	99
3.16	Figura 4 de Pamos Ortega et al. (2023). Posiciones y rangos para los posibles sobretonos radiales en TIC 28943819. . . . .	100
3.17	Figura 5 de Pamos Ortega et al. (2023). HRD de las trazas evolutivas de la malla de modelos representativos de la muestra de estrellas $\delta$ Sct en Trumpler 10. Las edades de los modelos restringidos se han codificado en la barra de color. A la derecha se muestra un zoom en el intervalo comprendido entre $1.60 M_{\odot}$ y $2.00 M_{\odot}$ , donde se distinguen mejor los modelos correspondientes a cada una de las estrellas. . . . .	102
3.18	Figura 6 de Pamos Ortega et al. (2023). Histogramas ponderados de distribución de edades de la muestra de Trumpler 10. Izquierda: Histogramas para cada estrella. Derecha: Histograma de toda la muestra. La línea roja es la WPDF con una edad media de $30_{-20}^{+30}$ Myr. . . . .	102
3.19	Figura 2 de Pamos Ortega et al. (2023). Periodogramas de las seis estrellas $\delta$ Sct analizadas de Praesepe. La línea discontinua roja marca el umbral de significancia (SNR = 4.0). . . . .	107
3.20	Figura 7 de Pamos Ortega et al. (2023). Izquierda: HRD de las trazas evolutivas de la malla de modelos representativos de la muestra de estrellas $\delta$ Sct en Praesepe. Las edades de los modelos restringidos se han codificado en la barra de color. Derecha: un zoom en el intervalo comprendido entre $1.60 M_{\odot}$ y $2.00 M_{\odot}$ , donde se distinguen mejor los modelos correspondientes a cada una de las estrellas. . . . .	108

3.21	Figura 8 de Pamos Ortega et al. (2023). Histogramas ponderados de edades de la muestra de Praesepe. Arriba: Histogramas para cada estrella. Centro: Histogramas ponderados para dos poblaciones aparentes de estrellas $\delta$ Sct: Pop I, que agrupa a las estrellas TIC 175194881, TIC 175265807, TIC 184914505 y TIC 184917633; y Pop II, que agrupa a las estrellas TIC 175264376 y TIC 175291778. La línea roja es la WPDF calculada para Pop I, con una edad media de $510 \pm 140$ Myr. La línea azul es la WPDF calculada para Pop II, con una edad media de $890 \pm 140$ Myr. Abajo: Histograma ponderado para toda la muestra, considerada como una única población de estrellas. La línea verde es la WPDF con una edad media de $580 \pm 230$ Myr. . . . .	110
3.22	HRD de las 30 $\delta$ Sct observadas en los diferentes sectores de Kepler (naranja), y 46 $\delta$ Sct observadas en los diferentes sectores de TESS (verde), próximas al borde rojo de la banda de inestabilidad. . . . .	112
3.23	FT, AC, HFD y ED aplicadas sobre el espectro de frecuencias más significativas extraídas en la estrella KIC 3942911. Con ellas se estimó una $\Delta\nu_{\text{low}} = 60 \pm 3 \mu\text{Hz}$ .113	
3.24	Histograma de distribución de edades obtenido para KIC 3942911, correspondientes a los modelos restringidos en los observables sísmicos. . . . .	114
3.25	Valores de $\Delta\nu_{\text{low}}$ y $\nu_{\text{max}}$ para las estrellas observadas en <i>Kepler</i> (izquierda) y <i>TESS</i> (derecha). Se codifican mediante barras de color las edades estimadas de los modelos restringidos en estos observables sísmicos. . . . .	114
3.26	Localización (DEC y RA) de las estrellas $\delta$ Sct analizadas. Izquierda: <i>Kepler</i> . Derecha: <i>TESS</i> . La línea discontinua roja es la correspondiente al ecuador celeste.115	
3.27	Izquierda: Fragmento de la curva de luz de TIC 264594259 de dos días de duración, observada por <i>TESS</i> , perteneciente al cúmulo ASCC 16. La línea senoidal roja tiene una frecuencia de $2 \text{ d}^{-1}$ , que puede deberse a la rotación de la estrella. Derecha: Periodograma de frecuencias encontradas por MM en TIC 264594259. En rojo se destacan frecuencias en torno a $2 \text{ d}^{-1}$ , responsable de la modulación observada en la curva de luz. . . . .	121

3.28 Izquierda: Fragmento de la curva de luz de 2 d de duración de TIC 259722519, observada por <i>TESS</i> , perteneciente a la agrupación BH 164. Presenta las características de un tránsito producido por algún objeto compañero orbitando a su alrededor. La caída de luminosidad en intervalos periódicos así lo demuestra. Derecha: Periodograma de frecuencias encontradas por MM en TIC 259722519. Sobresalen picos muy significativos en bajas frecuencias, que pueden corresponderse con la presencia de una estrella compañera no resuelta. . . . .	123
3.29 Izquierda: Fragmento de la curva de luz de TIC 260721077 de 4 d de duración, observada por <i>TESS</i> , perteneciente a la agrupación BH 164. La línea senoidal roja tiene una frecuencia de $0.5 \text{ d}^{-1}$ , que puede deberse a la rotación de la estrella. Derecha: Periodograma de frecuencias encontradas por MM en TIC 260721077. En rojo se destacan frecuencias en torno a $0.5 \text{ d}^{-1}$ , responsable de la modulación observada en la curva de luz. . . . .	123
3.30 Izquierda: Fragmento de la curva de luz de TIC 323246150 de 2 d de duración, observada por <i>TESS</i> , perteneciente al cúmulo Mamajek 1. La línea senoidal roja tiene una frecuencia de $2.5 \text{ d}^{-1}$ , que puede deberse a la rotación de la estrella. Derecha: Periodograma de frecuencias encontradas por MM en TIC 323246150. En rojo se destacan frecuencias en torno a $2.5 \text{ d}^{-1}$ , responsable de la modulación observada en la curva de luz. . . . .	125
3.31 Izquierda: Fragmento de la curva de luz de TIC 26500322 de 2 d de duración, observada por <i>TESS</i> , perteneciente al cúmulo UBC 19. La línea senoidal roja tiene una frecuencia de $2 \text{ d}^{-1}$ , que puede deberse a la rotación de la estrella. Derecha: Periodograma de frecuencias encontradas por MM en TIC 26500322. En rojo se destacan frecuencias en torno a $2 \text{ d}^{-1}$ , responsable de la modulación observada en la curva de luz. . . . .	130
A.1 Gran separación estimada (línea roja vertical discontinua en panel de la izquierda) para la muestra de estrellas cercanas al borde rojo de la banda de inestabilidad. Izquierda: transformada de Fourier (FT), el diagrama de autocorrelación (AC), el histograma de separaciones de frecuencia (HFD). Derecha: diagrama échelle (ED). . . . .	136
A.2 Igual que Fig. A.1. . . . .	137
A.3 Igual que Fig. A.1. . . . .	138
A.4 Igual que Fig. A.1. . . . .	139

A.5 Igual que Fig. A.1. . . . .	140
A.6 Igual que Fig. A.1. . . . .	141
A.7 Igual que Fig. A.1. . . . .	142
A.8 Igual que Fig. A.1. . . . .	143
A.9 Igual que Fig. A.1. . . . .	144
A.10 Igual que Fig. A.1. . . . .	145
A.11 Igual que Fig. A.1. . . . .	146
A.12 Igual que Fig. A.1. . . . .	147
A.13 Igual que Fig. A.1. . . . .	148
A.14 Igual que Fig. A.1. . . . .	149
A.15 Igual que Fig. A.1. . . . .	150
A.16 Igual que Fig. A.1. . . . .	151
A.17 Igual que Fig. A.1. . . . .	152
A.18 Igual que Fig. A.1. . . . .	153
A.19 Igual que Fig. A.1. . . . .	154
A.20 Igual que Fig. A.1. . . . .	155
A.21 Igual que Fig. A.1. . . . .	156
A.22 Igual que Fig. A.1. . . . .	157
A.23 Igual que Fig. A.1. . . . .	158
A.24 Igual que Fig. A.1. . . . .	159
B.1 Gran separación estimada (línea roja vertical discontinua en panel de la izquierda) para las estrellas pertenecientes a los 18 cúmulos analizados. Izquierda: transformada de Fourier (FT), el diagrama de autocorrelación (AC), el histograma de separaciones de frecuencia (HFD). Derecha: diagrama échelle (ED). . . . .	162
B.2 Igual que Fig. B.1. . . . .	163

B.3 Igual que Fig. B.1. . . . .	164
B.4 Igual que Fig. B.1. . . . .	165
B.5 Igual que Fig. B.1. . . . .	166
B.6 Igual que Fig. B.1. . . . .	167
B.7 Igual que Fig. B.1. . . . .	168
B.8 Igual que Fig. B.1. . . . .	169
B.9 Igual que Fig. B.1. . . . .	170
B.10 Igual que Fig. B.1. . . . .	171
C.1 Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo ASCC 16. . . . .	174
C.2 Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo ASCC 41. . . . .	174
C.3 Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo BH 164. . . . .	175
C.4 Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo IC 2391. . . . .	175
C.5 Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo IC 2395. . . . .	176
C.6 Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo Mamajek 1. . . . .	176
C.7 Arriba: Histogramas de distribución de edades para las dos estrellas analizadas del cúmulo Melotte 111. Abajo: Histograma conjunto de las dos estrellas y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) del cúmulo Melotte 111. . . . .	177
C.8 Arriba: Histogramas de distribución de edades para las cinco estrellas analizadas del cúmulo Melotte 22. Abajo: Histograma conjunto de las cinco estrellas y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) del cúmulo Melotte 22. . . . .	178

C.9 Arriba: Histogramas de distribución de edades para las seis estrellas analizadas del cúmulo Melotte 25. Abajo: Histograma conjunto de las seis estrellas y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) del cúmulo Melotte 25. . . . .	179
C.10 Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo NGC 1901. . . . .	180
C.11 Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo NGC 2264. . . . .	180
C.12 Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo NGC 2516. . . . .	181
C.13 Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo Platais 8. . . . .	181
C.14 Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo RSG 5. . . . .	182
C.15 Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo UBC 1. . . . .	182
C.16 Histograma de distribución de edades y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) para la estrella analizada del cúmulo UBC 19. . . . .	183
C.17 Arriba: Histogramas de distribución de edades para las dos estrellas analizadas del cúmulo UBC 31. Abajo: Histograma conjunto de las dos estrellas y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) del cúmulo UBC 31. . . . .	184
C.18 Arriba: Histogramas de distribución de edades para las dos estrellas analizadas del cúmulo UPK 385. Abajo: Histograma conjunto de las dos estrellas y Función de Densidad de Probabilidad Ponderada (WPDF) del cúmulo UPK 385. . . . .	185



# Índice de tablas

2.1 Razones entre los sobretonos radiales y el modo fundamental radial de los modelos MESA-FILOU calculados. . . . .	77
3.1 Observables sísmicos de los objetivos seleccionados en $\alpha$ Per para restringir los modelos. De izquierda a derecha: Identificador del catálogo TIC; gran separación en órdenes bajos; frecuencia de rotación; frecuencia de máxima amplitud según las definiciones de Bowman and Kurtz (2018), Barceló Forteza et al. (2020) y Hasanzadeh et al. (2021). . . . .	88
3.2 Relaciones entre la frecuencia de máxima amplitud y la temperatura efectiva para TIC 354792288 (T1) y TIC 285935852 (T2). Referencias: <sup>1</sup> Barceló Forteza et al. 2018, <sup>2</sup> Bowman and Kurtz 2018, <sup>3</sup> Barceló Forteza et al. 2020, <sup>4</sup> Hasanzadeh et al. 2021 . . . . .	90
3.3 Tabla 4 de Pamos Ortega et al. (2022): Parámetros de los modelos calculados con MESA para las estrellas $\delta$ Sct en el cúmulo $\alpha$ Per. De arriba a abajo: Edad, masa, metalicidad inicial, cociente entre la velocidad angular y la velocidad angular crítica, y el parámetro de longitud de mezcla. . . . .	90
3.4 Rangos observados en los principales parámetros de las cuatro estrellas. Referencias: <sup>1</sup> Stassun (2019), <sup>2</sup> Kounkel et al. (2019). . . . .	93
3.5 Rangos de los principales parámetros de los modelos restringidos, utilizando $\Delta\nu_{\text{low}}$ y la relación entre la frecuencia de máxima amplitud y la temperatura efectiva de BF2020 . . . . .	93

3.6	Parámetros estelares de los cinco objetivos seleccionados en Trumpler 10. De izquierda a derecha: magnitud <i>TESS</i> , luminosidad, masa, radio, densidad, gravedad superficial, temperatura efectiva, probabilidad de pertenencia al cúmulo, tipo espectral. Referencias: <sup>(1)</sup> Stassun (2019), <sup>(2)</sup> Cantat-Gaudin et al. (2018), <sup>(3)</sup> Skiff (2014). . . . .	97
3.7	Parámetros sísmicos de los objetivos seleccionados en Trumpler 10: gran separación en órdenes bajos, la frecuencia de máxima amplitud, la temperatura efectiva sísmica y la temperatura efectiva TIC. . . . .	98
3.8	Tabla 5 de Pamos Ortega et al. (2023): Parámetros de los modelos estelares calculados con MESA para las estrellas $\delta$ Sct en Trumpler 10 y en Praesepe. De arriba a abajo: masa, metalicidad inicial(para Trumpler 10 y Praesepe), el cociente entre la velocidad angular y la velocidad angular crítica, y el parámetro de longitud de mezcla. . . . .	101
3.9	Parámetros de los modelos restringidos de la muestra de Trumpler 10, con sus correspondientes desviaciones estándar. . . . .	103
3.10	Parámetros estelares de los seis objetivos seleccionados en Praesepe. De izquierda a derecha: magnitud <i>TESS</i> , luminosidad, masa, radio, densidad, gravedad superficial, temperatura efectiva, probabilidad de pertenencia al cúmulo, rotación proyectada, metalicidad, tipo espectral. Referencias: <sup>(1)</sup> Stassun (2019), <sup>(2)</sup> Cantat-Gaudin et al. (2018), <sup>(3)</sup> Cummings et al. (2018), <sup>(4)</sup> Fossati et al. (2008), <sup>(5)</sup> Bochanski et al. (2018). . . . .	105
3.11	Parámetros sísmicos de los objetivos seleccionados en Praesepe: gran separación en órdenes bajos, la frecuencia de máxima amplitud, la temperatura efectiva sísmica y la temperatura efectiva TIC. . . . .	106
3.12	Parámetros de los modelos restringidos de la muestra de Praesepe, con sus correspondientes desviaciones estándar. . . . .	111
3.13	Parámetros de estrellas $\delta$ Sct correspondientes a 18 cúmulos abiertos. De izquierda a derecha: Cúmulo, probabilidad de pertenencia al cúmulo, magnitud G, luminosidad, masa, radio, densidad, gravedad superficial, temperatura efectiva, velocidad de rotación proyectada, metalicidad de la estrella, metalicidad del cúmulo, tipo espectral. Referencias: <sup>(1)</sup> Stassun (2019), <sup>(2)</sup> Cantat-Gaudin et al. (2018), <sup>(3)</sup> Dias et al. (2021), <sup>(4)</sup> Kounkel et al. (2019), <sup>(5)</sup> Gebran et al. (2016), <sup>(6)</sup> Royer et al. (2007), <sup>(7)</sup> Jönsson et al. (2020), <sup>(8)</sup> Bochanski et al. (2018), <sup>(9)</sup> Buder et al. (2021), <sup>(10)</sup> Frasca et al. (2016). . . . .	117

3.14	Parámetros sísmicos y edades estimadas para las estrellas $\delta$ Sct correspondientes a 18 cúmulos abiertos. De izquierda a derecha: Cúmulo al que pertenece la estrella, gran separación en órdenes bajos, densidad media sísmica estimada partir de la relación de escala con la gran separación, la frecuencia de máxima amplitud, la temperatura efectiva sísmica estimada a partir de la relación de escala con la gran separación y la edad estimada para la estrella. . . . .	118
3.15	Edades de los 18 cúmulos analizados, comparadas con las de los catálogos de Cantat-Gaudin et al. (2020) (CG2020), Dias et al. (2021) (D2021) y Bossini et al. (2019) (B2019). . . . .	119
3.16	Parámetros de los modelos sísmicamente restringidos, correspondientes a las estrellas $\delta$ Sct de los 18 cúmulos analizados. De izquierda a derecha: Cúmulo, luminosidad, masa, radio, densidad, gravedad superficial, temperatura efectiva, velocidad de rotación. . . . .	120
D.1	Parámetros de 46 estrellas $\delta$ Sct de <i>TESS</i> . De izquierda a derecha: Magnitud G, luminosidad, masa, radio, densidad, gravedad superficial, temperatura efectiva, velocidad de rotación proyectada, metalicidad de la estrella, tipo espectral. Referencias: <sup>(1)</sup> Stassun (2019), <sup>(2)</sup> Frasca et al. (2016), <sup>(3)</sup> Niemczura et al. (2015), <sup>(4)</sup> Jönsson et al. (2020), <sup>(5)</sup> Nesterov et al. (1995), <sup>(6)</sup> Houk and Cowley (1975), <sup>(7)</sup> Houk and Swift (1999), <sup>(8)</sup> Hou et al. (2015), <sup>(9)</sup> Karlsson (1972), <sup>(10)</sup> Cannon and Pickering (1993), <sup>(11)</sup> Cummings et al. (2017). . . . .	188
D.2	Parámetros de 30 estrellas $\delta$ Sct de <i>Kepler</i> . De izquierda a derecha: Magnitud G, luminosidad, masa, radio, densidad, gravedad superficial, temperatura efectiva, velocidad de rotación proyectada, metalicidad de la estrella, tipo espectral. Referencias: <sup>(1)</sup> Murphy et al. (2019), <sup>(2)</sup> Frasca et al. (2016), <sup>(3)</sup> Niemczura et al. (2015), <sup>(4)</sup> Jönsson et al. (2020), <sup>(5)</sup> Gebran et al. (2016), <sup>(6)</sup> Balona et al. (2015a). . . . .	191
E.1	Parámetros sísmicos de 46 estrellas $\delta$ Sct de <i>TESS</i> . De izquierda a derecha: Gran separación en órdenes bajos, densidad media sísmica estimada partir de la relación de escala con la gran separación, la frecuencia de máxima amplitud, la temperatura efectiva sísmica estimada a partir de la relación de escala con la gran separación y la edad estimada para la estrella. . . . .	193

E.2 Parámetros sísmicos de 30 estrellas  $\delta$  Sct de *Kepler*. De izquierda a derecha:  
Gran separación en órdenes bajos, densidad media sísmica estimada partir de  
la relación de escala con la gran separación, la frecuencia de máxima amplitud,  
la temperatura efectiva sísmica estimada a partir de la relación de escala con la  
gran separación y la edad estimada para la estrella. . . . . 195