

El presente libro pretende ser un manual de referencia para titulaciones relacionadas con la Ingeniería de Telecomunicación, en materias vinculadas con el procesado digital de señal. En él, se presentan los fundamentos del tratamiento digital de señal, haciendo énfasis en el dominio espectral y en el filtrado, como aspectos básicos para su correcta comprensión.

El texto, pensado para la docencia, incluye, además de los contenidos teóricos propios de la materia, ejercicios para el aprendizaje progresivo y la autoevaluación, dirigidos a facilitar el proceso de aprendizaje y asimilación de los contenidos por parte del alumno.



Editorial Técnica AVICAM

SEÑALES DIGITALES

P. Padilla - A. M. Gómez
J. M. Mateos - C. García - M. C. Benítez

SEÑALES DIGITALES

Pablo Padilla de la Torre
Ángel Manuel Gómez García
José Miguel Mateos Ramos
Conrado García Ruiz
M^a Carmen Benítez Ortúzar



FLEMING

Señales Digitales

Manual para la docencia

Pablo Padilla de la Torre - Ángel Manuel Gómez García
José Miguel Mateos Ramos - Conrado García Ruiz
M^a Carmen Benítez Ortúzar

Los autores donarán los beneficios económicos de sus derechos de autor y propiedad intelectual a una organización no gubernamental sin ánimo de lucro, para su empleo con un fin social

© LOS AUTORES

Primera Edición, febrero de 2019

**Edita: Editorial Técnica AVICAM
avicamediciones@gmail.com**

**ISBN: 978-84-17628-94-9
Depósito Legal: GR 1478-2019**

**Impresión: Editorial Técnica AVICAM
Impreso en España - Printed in Spain**

El ámbito de las telecomunicaciones ha sufrido una completa revolución en las últimas décadas. En ese sentido, es destacable el papel predominante que ha adquirido en nuestro tiempo el empleo de sistemas digitales para todo tipo de servicios y sistemas de telecomunicación. Dichos sistemas digitales están omnipresentes en nuestra actividad diaria y son fundamentales en la actual Sociedad de la Información.

El presente libro pretende ser un manual de referencia para titulaciones relacionadas con la Ingeniería de Telecomunicación, en materias vinculadas con el procesado digital de señal. En él, se presentan los fundamentos del tratamiento digital de señal, haciendo énfasis en la transformación espectral y en el filtrado, como aspectos básicos para su correcta comprensión. El texto, en su estado actual, realiza un recorrido teórico progresivo de conceptos, estudiados matemáticamente, y con ejemplos y ejercicios intercalados para facilitar la comprensión. Cada capítulo incluye, además, una batería de ejercicios y problemas para el estudio adecuado de la materia.

Los autores

Siguiendo el río se llega a la mar.

Tito Maccio Plauto

Índice general

1. Introducción a las señales digitales y al procesado digital de señal	11
1.1. Introducción	13
1.2. Muestreo	14
1.3. Introducción a las señales discretas	15
1.3.1. Señales discretas básicas	15
1.3.2. Transformaciones básicas	16
1.3.3. Clasificación básica de una señal digital	19
1.3.4. Descomposición básica de una señal digital	20
1.3.5. Operaciones básicas	21
1.4. Periodicidad y frecuencia	25
1.5. Teorema del muestreo	29
1.6. Reconstrucción de la señal analógica original	35
1.7. Muestreo Paso-Banda	37
1.7.1. Reconstrucción de la señal analógica original de una señal muestreada paso-banda	41
1.8. Cuantización	42
1.8.1. Cuantización uniforme	42
1.8.2. Cuantización logarítmica	44
1.9. Ejercicios	45
2. Transformada Z	49
2.1. Introducción	51
2.2. Propiedades de la transformada Z	55
2.3. Transformadas Z relevantes	60
2.4. Transformadas Z racionales	61
2.5. Transformada Z inversa	64
2.5.1. Expansión en serie de términos	65
2.5.2. Expansión en fracciones simples	66
2.6. Transformada Z unilateral	70
2.7. Ejercicios	72

3. Transformada de Fourier de señal discreta (DTFT) y Transformada Discreta de Fourier (DFT)	75
3.1. Introducción	77
3.2. Transformada de Fourier de una señal discreta, DTFT	77
3.2.1. Transformada directa, DTFT	78
3.2.2. Transformada inversa, $DTFT^{-1}$	80
3.2.3. Energía de una señal discreta	82
3.2.4. Relación entre la Transformada Z y la DTFT	82
3.2.5. Propiedades de la DTFT	83
3.3. Transformada Discreta de Fourier de una señal discreta, DFT	88
3.3.1. Propiedades de la DFT	92
3.3.2. Convolución circular	92
3.4. Ejercicios	96
4. Sistemas discretos, lineales e invariantes en el tiempo (LTI)	101
4.1. Introducción	103
4.2. Sistemas lineales e invariantes en el tiempo, LTI	104
4.3. Ecuación en diferencias	111
4.4. Función de transferencia	117
4.5. Estabilidad de un sistema LTI	120
4.6. Ejercicios	122
5. Sistemas LTI como filtros digitales en frecuencia	127
5.1. Introducción	129
5.2. Respuesta en Frecuencia	129
5.2.1. Cálculo del módulo y fase de la respuesta en frecuencia	131
5.3. Filtros tipo relevantes	135
5.3.1. Resonadores digitales	135
5.3.2. Osciladores digitales	137
5.3.3. Filtros ranura (<i>notch</i>)	138
5.3.4. Filtros peine (<i>comb</i>)	139
5.3.5. Filtros paso-todo	141
5.3.6. Filtros de fase mínima	144
5.4. Sistemas Invertibles	145
5.4.1. División de filtros en fase mínima y paso-todo	146

5.4.2.	Estabilización de filtros preservando su respuesta espectral en amplitud	147
5.4.3.	Estabilización de filtros preservando su respuesta espectral en amplitud y fase	148
5.5.	Criterio de estabilidad	149
5.6.	Filtrado de tonos puros	150
5.7.	Deconvolución	155
5.8.	Ejercicios	157
6.	Filtros IIR	165
6.1.	Introducción a los Filtros IIR	167
6.2.	Transformaciones para conversión de filtros analógicos .	169
6.2.1.	Aproximación de la derivada	169
6.2.2.	Invarianza Impulsional	172
6.2.3.	Transformación Bilineal	175
6.3.	Transformación en Frecuencia	179
6.4.	Ejercicios	181
7.	Filtros FIR	183
7.1.	Introducción a los Filtros FIR	185
7.1.1.	El concepto de filtro de Fase Lineal	185
7.2.	Filtros FIR de Fase Lineal	191
7.3.	Diseño de Filtros FIR de fase lineal	199
7.3.1.	Diseño mediante ventanas	199
7.3.2.	Diseño por muestreo en frecuencia	204
7.4.	Ejercicios	205
8.	Diezmado e Interpolación	209
8.1.	Introducción	211
8.2.	Diezmado	212
8.3.	Interpolación	216
8.4.	Conversión en un factor M/L	219
8.5.	Ejercicios	224
I.	Recordatorio de señales analógicas	229
I.1.1.	Representación de una función periódica mediante serie de Fourier en $(-\infty, +\infty)$	230
I.1.2.	Espectro complejo de Fourier	231

I.1.3.	Ejemplo: Espectro de una señal rectangular periódica	231
I.2.	Transformada de Fourier	233
I.2.1.	Ejemplo I: Transformada de Fourier de la Función Pulso Rectangular	235
I.2.2.	Ejemplo II: La Transformada de Fourier de la función δ de Dirac	235
I.3.1.	Transformada de Fourier de una señal constante .	237
I.3.2.	Transformada de Fourier de una función exponencial compleja	237
I.3.3.	Transformada de Fourier de las funciones $\text{sen}(\Omega_0 t)$ y $\text{cos}(\Omega_0 t)$	238
I.4.1.	Transformada de Fourier de una función pulso rectangular periódica	239
I.4.2.	Transformada de Fourier de un tren de impulsos .	239
I.5.	Propiedades de convolución de la Transformada de Fourier	240
I.6.	Transformada de Laplace	241
II.	Resumen de transformadas y propiedades	243
II.1.	Transformada Z	243
II.2.	Transformada de Fourier de señal discreta (DTFT)	246
II.3.	Transformada Discreta de Fourier (DTF)	250
II.4.	Transformada de Laplace (TL)	251
II.5.	Transformada de Fourier de señal continua (TF)	254

Capítulo 1.

Introducción a las señales digitales y al procesamiento digital de señal

Este capítulo pretende ser una introducción a las *Señales Digitales*. En él se introducen los conceptos de discretización, muestreo y cuantificación de una señal de naturaleza continua (analógica), y de las implicaciones que ello conlleva, al abrir todo un mundo de posibilidades al respecto del procesamiento digital de señal.

Objetivos:

- Introducir los conceptos de discretización y cuantificación de una señal analógica.
- Estudiar el Teorema de Muestreo.
- Estudiar las propiedades de las señales discretas.
- Introducir el concepto de cuantización de una señal discreta.
- Introducir operaciones básicas: convolución y correlación.

Capítulo 2.

Transformada Z

Este capítulo está dedicado en su totalidad a la transformada Z, sus características e implicaciones.

Objetivos:

- Presentar el concepto de transformada Z bilateral y unilateral.
- Estudiar matemáticamente la transformación directa e inversa.
- Estudiar su dominio de validez (región de convergencia, ROC).
- Presentar operaciones relevantes, propiedades y transformadas frecuentes.
- Estudiar el caso particular de las transformadas racionales.

Capítulo 3.

Transformada de Fourier de señal discreta (DTFT) y Transformada Discreta de Fourier (DFT)

Este capítulo está dedicado en su totalidad a la transformada de Fourier de señales discretas (DTFT), así como a la transformada discreta de Fourier de señales discretas (DFT), junto con sus características e implicaciones.

Objetivos:

- Presentar el concepto de transformada de Fourier de señales discretas (DTFT), así como el de su versión discretizada en frecuencia: la transformada discreta de Fourier de señales discretas (DFT).
- Estudiar matemáticamente dichas transformaciones directas e inversas.
- Analizar las implicaciones de la discretización en el dominio frecuencial.
- Estudiar el concepto de convolución circular.

Capítulo 4.

Sistemas discretos, lineales e invariantes en el tiempo (LTI)

En este capítulo estudiaremos los sistemas en tiempo discreto, prestando especial atención a aquellos de naturaleza lineal e invariante en el tiempo.

Objetivos:

- Estudio y clasificación de los sistemas en tiempo discreto.
- Estudio de los sistemas discretos lineales e invariantes en el tiempo (LTI).
- Estudio del dominio temporal discreto: ecuación en diferencias.
- Estudio del dominio transformado: función de transferencia.
- Estudio de la estabilidad de los sistemas LTI.

Capítulo 5.

Sistemas LTI como filtros digitales en frecuencia

Este capítulo es una introducción al filtrado digital. En él se estudia el comportamiento en frecuencia de los sistemas LTI, de modo que pueden ser empleados como filtros digitales.

Objetivos:

- Estudiar el comportamiento en frecuencia de los sistemas LTI.
- Introducir el filtrado digital.
- Profundizar en el concepto de estabilidad para filtros.
- Estudiar distintos tipos de filtros digitales y sus propiedades.
- Estudiar el método de la deconvolución.

Capítulo 6.

Filtros IIR

En este capítulo se abordará el diseño de filtros de respuesta al impulso infinita IIR. Los filtros digitales de tipo IIR rara vez se diseñan específicamente, sino que generalmente se aprovechan los métodos de diseño existentes para filtros analógicos, cuyas expresiones posteriormente se transforman al mundo discreto. En este tema estudiaremos las transformaciones disponibles para conseguir esto.

Objetivos:

- Comprender el concepto de transformación biyectiva o mapeo entre el plano s y el plano z .
- Estudiar las tres transformaciones existentes para conversión de filtros analógicos en digitales, y sus limitaciones.
- Conocer la extensión del concepto de mapeo para la conversión de filtros paso-bajo hacia otros tipos de filtros.

Capítulo 7.

Filtros FIR

Este capítulo presenta el caso concreto de los filtros digitales de respuesta al impulso finita (FIR). En él se estudian las particularidades de estos filtros, así como un subgrupo concreto de estos: los filtros FIR de fase lineal.

Objetivos:

- Introducir el concepto de filtros FIR.
- Analizar sus propiedades y características
- Estudiar los filtros FIR de fase lineal.
- Presentar las distintas estrategias para el diseño de filtros FIR de fase lineal.

Capítulo 8.

Diezmado e Interpolación

El objetivo de este capítulo es introducir los conceptos de **diezmado** (eliminación de muestras) y de **interpolación** (adición de muestras), como herramientas para modificar la frecuencia de muestreo de una señal discreta. Además, se analizan ambos conceptos desde la perspectiva del Teorema de Muestreo.

Objetivos:

- Introducir el concepto de diezmado.
- Introducir el concepto de interpolación.
- Estudiar sistemas mixtos diezmado/interpolación.
- Elaborar filtros equivalentes aplicando diezmado e interpolación, a partir de un filtro digital dado.