NIVELES DE COMPRENSIÓN DE TABLAS Y GRÁFICOS ENTRE ESTUDIANTES DE QUINTO Y SEXTO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Fifth and sixth elementary school grade students' levels of understanding of tables and graphs

Pérez-Martos, M. C.[a], López, M. A.[b], Brizuela, B. M.[b] y Moreno, A.[a]

[a]Universidad de Granada, [b]Universidad de Tufts

Resumen

Este estudio es parte de una investigación más amplia que indaga sobre el pensamiento funcional de estudiantes de educación primaria en España. El objetivo de este trabajo es describir diferentes niveles de comprensión de tablas y gráficos. Analizamos las entrevistas realizadas tras cuatro sesiones de clase con un estudiante de quinto y otro estudiante de sexto de Educación Primaria. Mostramos ejemplos de cada uno de sus niveles de comprensión a través de su trabajo con tareas de generalización con funciones lineales y diferentes representaciones, específicamente tablas y gráficos. El marco proceso-objeto de Sfard (1991) nos permitió explicar los niveles de comprensión para la representación tabular y gráfica.

Palabras clave: *educación primaria, generalización, pensamiento funcional, representación gráfica, representación tabular*.

Abstract

This study is part of a broader research project that explores functional thinking among primary school students in Spain. The aim of this paper is to describe the different levels of understanding of tables and graphs. We analyzed two students' interviews, one fifth grader and one sixth grader, conducted after four classroom sessions. We share examples of each of their levels of understanding through their work with generalization tasks with linear functions and different representations, specifically tables and graphs. Sfard's (1991) process-object theoretical framework allowed us to explain students' levels of understanding of the table and graphical representation.

Keywords: *elementary education, functional thinking, generalization, graphic representation, table representation*.

INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN

Centramos este estudio en la comprensión de las representaciones tabulares y gráficas dentro del pensamiento algebraico, concretamente en el pensamiento funcional. Según Cañadas y Molina (2016) el pensamiento funcional es un tipo de pensamiento algebraico centrado en el trabajo con funciones y los elementos que las constituyen. Autores como Cañadas et al. (2019) evidencian el interés que, hoy en día, existe por este tipo de pensamiento dentro de la investigación en Educación Matemática.

Otra justificación sobre la importancia de este estudio es la inclusión del sentido algebraico en el currículo de Educación Primaria, en vigor en España desde hace tan solo dos años (Real Decreto, 2022). Además, entre las competencias específicas de matemáticas que definen este currículum se encuentran comunicar y representar, por lo que la comprensión de tablas y gráficos que exploramos en este estudio es crucial.

Investigaciones recientes han explorado cómo distintas representaciones algebraicas como las tablas (Brizuela et al., 2021; Torres et al., 2022) apoyan el desarrollo del pensamiento funcional. Existen también investigaciones que exploran cómo los estudiantes trabajan la representación gráfica en

Pérez-Martos, M. C., López, M. A., Brizuela, B. M. y Moreno, A. (2024). Niveles de comprensión de tablas y gráficos entre estudiantes de quinto y sexto de Educación Primaria. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent y C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (pp. 425-432). SEIEM.

diferentes contextos como la interpretación del gráfico de barras (Martí et al., 2010) o la comprensión de gráficos de manera más general (Friel et al., 2001). Sin embargo, aún son escasos los estudios que abordan cómo estudiantes de educación primaria trabajan con gráficos para representar funciones (Pérez-Martos et al., 2023). Utilizando trabajos anteriores como el de Gabucio et al. (2010) que establecieron diferentes niveles de comprensión de la representación tabular y el de Martí et al. (2010) que definieron diferentes niveles de comprensión para los gráficos, Strachota et al. (2024) desarrollaron dos progresiones que incluyen distintos niveles de comprensión: una sobre gráficos y otra sobre tablas.

En este estudio utilizamos los datos de dos estudiantes para identificar los diferentes niveles de las progresiones desarrolladas por Strachota et al. (2024) en el contexto de Estados Unidos. Atendiendo a todo lo anterior surge nuestra pregunta de investigación: basado en las progresiones de Strachota et al. (2024), ¿cuáles son los niveles de comprensión de gráficos y tablas entre estudiantes de quinto y sexto de primaria en España al trabajar con tareas de generalización con funciones lineales? El objetivo de esta investigación es identificar y describir diferentes niveles de comprensión de tablas y gráficos de estudiantes de quinto y sexto de educación primaria. Aquí presentamos una primera aproximación a través de un estudio exploratorio con dos estudiantes.

ANTECEDENTES Y MARCO TEÓRICO

En torno a la representación tabular, destacamos a Brizuela et al. (2021), quienes observaron cómo Max, un niño de 5 años, fue capaz de hacer inferencias y generalizaciones sobre relaciones funcionales a partir de la visualización de la tabla. Concluyeron que este alumno podía mirar *a través de* la representación tabular (Kaput et al., 2008) ya que comenzó a usarla como herramienta para pensar y razonar sobre la información subyacente. Por otra parte, la forma en que estudiantes de segundo de primaria organizaron los datos en tablas al trabajar tareas sobre funciones permitió a Torres et al. (2022) identificar más fácilmente las estructuras que evidenció el alumnado. Finalmente, en Pérez-Martos et al. (2023) se extendió a los gráficos de funciones la idea de mirar *a través de* una representación. Estos autores observaron cómo un estudiante de quinto de primaria fue capaz de mirar *a través de* la representación gráfica, haciendo inferencias, predicciones y generalizaciones evidenciadas a través de conceptos relacionados con esta representación.

Utilizamos las progresiones de Strachota et al. (2024) para explorar cómo dos estudiantes españoles comprenden tablas y gráficos en contextos de pensamiento funcional. Estas progresiones utilizaron el marco teórico de proceso-objeto de Sfard (1991) para explicar las comprensiones de los estudiantes. El marco establece tres etapas, *interiorización, condensación* y *reificación,* que permiten describir el proceso por el cual el estudiante consolida un objeto matemático. En la etapa de *interiorización* los estudiantes pueden considerar, analizar y comparar un proceso sin necesidad de realizarlo (Sfard, 1991). Por ejemplo, la autora describe cómo los estudiantes que están desarrollando una comprensión de la cardinalidad de los números interiorizan el proceso de contar. Durante la etapa de *condensación* los estudiantes manipulan entidades de mayor tamaño. Siguiendo el ejemplo anterior, esta etapa describiría cómo los alumnos pueden contar de cinco en cinco, o que el número cincuenta está compuesto por cinco decenas. Finalmente, la autora señala que la *reificación* sucede cuando el proceso se convierte en un objeto matemático. En el ejemplo que seguimos, para la autora se presenta la reificación cuando el número 50 es considerado un objeto matemático por el alumno, él ya no precisa contar hasta 50, es decir, el número se ha convertido en un objeto en sí, y podrá ser utilizado por el alumno en otros contextos. Estas tres etapas subyacen a las progresiones de Strachota et al. (2024) que usamos en este estudio.

METODOLOGÍA

Esta investigación cualitativa es un estudio de casos que se llevó a cabo en un colegio público del sur de España seleccionado de forma intencional.

Participantes

Centramos nuestra atención en el tercer ciclo de educación primaria (quinto y sexto). Los participantes (un total de 52, 26 en quinto y 26 en sexto) habían tenido cierto contacto con la representación tabular como herramienta para organizar datos en las diferentes asignaturas. Por el contrario, el único contacto mantenido con la representación gráfica y la generalización en contextos funcionales fue en las cuatro sesiones de clase que llevamos a cabo en cada uno de los cursos. Estas sesiones giraron en torno a tareas de generalización con funciones lineales y diversas representaciones: verbal, simbólica, tabular y gráfica. Durante la clase los estudiantes respondieron preguntas que involucraban la lectura e interpretación de algunas de estas representaciones, principalmente la tabular y la gráfica.

Entrevistas individuales y selección de participantes

Realizamos entrevistas individuales semi-estructuradas con seis estudiantes de cada curso al finalizar las cuatro sesiones. La selección de los seis estudiantes para entrevistar se realizó en base a su trabajo con la generalización en las sesiones previas de grupo-clase. La intención era entrevistar a dos estudiantes que generalizaron desde el principio en las sesiones, otros dos que no generalizaron al principio, pero sí al final y otros dos que no generalizaron en ningún momento del presente estudio. Las entrevistas las realizó el mismo investigador-docente que dirigió las sesiones de clase, siguiendo un protocolo diseñado por los miembros del equipo de investigación. Cada entrevista tuvo una duración en torno a 23 minutos y planteamos tres tareas que resumimos en la Tabla 1. De los seis niños entrevistados, en este trabajo informamos sobre dos de ellos: Q1 de quinto y S1 de sexto, seleccionados porque fueron los que ofrecieron más información sobre las representaciones.

Tabla 1. Breve descripción de la entrevista

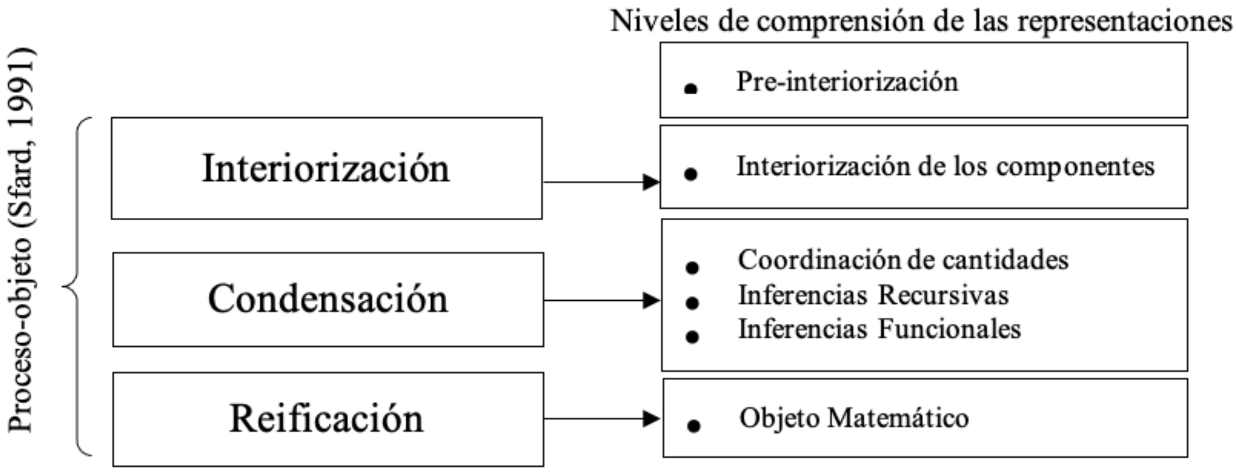
Nota. Tabla modificada de Pérez-Martos et al. (2023).

Tarea	Relaciones asociadas	Preguntas planteadas	Representaciones
1	$y=3x+1$	Si entran 4 bolas, ¿cuántas saldrían? (y así para varios casos particulares) Para cualquier número de bolas que entre, ¿cuántas bolas saldrían? ¿Cómo me explicarías el funcionamiento de la máquina? ¿Serías capaz de hacer una tabla para esta situación? ¿Serías capaz de representar en un gráfico esta situación?	Pictórica, tabular y gráfica.
2	$y=3x+1$	Si entro al parque y hago 4 viajes, ¿cuánto pago? (y así para varios casos particulares) Si hago un número de viajes cualquiera, ¿cómo sabría cuánto tengo que pagar? ¿Es posible que pagase 33 euros en viajes? ¿Podrías organizar esta situación en una tabla? El gráfico de esta situación, ¿lo podrías representar?	Tabular y gráfica.
3	$y=2x+5$ $y=3x$	A partir del gráfico de la comparación de dos parques de atracciones, les hicimos preguntas como las siguientes: ¿Cómo puedo saber cuánto tengo que pagar en cada parque? ¿Cuál de los dos parques crees que es más caro? ¿A qué parque me interesaría ir? ¿Cómo observas eso en el gráfico?	Gráfica.

Análisis de datos

Nuestra unidad de análisis fue cada una de las verbalizaciones realizadas por los dos estudiantes en su entrevista. Cada verbalización abarcó de principio a fin cada enunciado realizado por un estudiante. Justo antes y justo después de cada verbalización ocurrían cada una de las verbalizaciones del entrevistador. Para identificar y describir los niveles de comprensión de gráficos y tablas de los alumnos utilizamos la codificación temática (Gibbs, 2007). Utilizando el marco proceso-objeto de Sfard (1991), Strachota et al. (2024) desarrollaron dos progresiones que expanden las tres etapas: 1) interiorización, 2) condensación y 3) reificación, como se detalla en la Figura 1.

Figura 1. Niveles de comprensión de las representaciones gráfica y tabular



El primer nivel, *pre-interiorización,* ocurre cuando el estudiante no puede identificar o comprender la representación. En este nivel el estudiante es capaz de trabajar con la representación, pero no de manera específica. Es decir, no puede diferenciar la representación con la que está trabajando de otras. En el siguiente nivel, *interiorización de los componentes*, el estudiante comienza a interiorizar los componentes de la representación. Por ejemplo, las columnas, filas y etiquetas en las tablas y los ejes y puntos en los gráficos. Al interiorizar las partes de cada representación el estudiante es capaz de entender de qué trata la representación pudiendo indicar la información que se está registrando. *Coordinación de cantidades* ocurre cuando el estudiante ha desarrollado una conceptualización de la representación como la coordinación de componentes de la representación. En el nivel *inferencias recursivas* el estudiante es capaz de relacionar dos o más pares de valores en la representación describiendo un patrón recursivo. Cuando un estudiante puede relacionar los valores mediante una relación funcional comprendida en la representación el alumno realiza *inferencias funcionales*. Una diferencia entre los niveles *inferencias recursivas* y *funcionales* es que en el primero los estudiantes refieren a valores de la representación consecutivos (filas o puntos), mientras que en el segundo los estudiantes articulan la relación para todos los valores. En el último nivel, *representación como objeto matemático*, los estudiantes son capaces de extender la comprensión más allá de la representación; esto es, pueden utilizarla para dar lugar a una nueva relación funcional, manipulando o transformando la representación original sin tener que construirla nuevamente.

La primera autora codificó las verbalizaciones de cada alumno. El segundo autor confirmó la codificación de cada verbalización. En casos de desacuerdo se discutieron con la tercera autora hasta llegar a un común acuerdo y consenso. Una vez codificadas las entrevistas, seleccionamos las verbalizaciones que consideramos más significativas para describir cada nivel y así contestar nuestra pregunta de investigación.

RESULTADOS

Niveles de comprensión de tablas

En el nivel de *pre-interiorización* se observó que los estudiantes no eran capaces de identificar la representación tabular ni sus elementos, es decir, no sabían que estaban trabajando con una tabla ni tampoco lograron identificar sus componentes. El siguiente fragmento de la transcripción de S1, cuando le preguntamos si se acordaba de la tabla para representar los datos, es un ejemplo claro de este nivel:

S1: ¿De multiplicar? Sí.

I: No, de multiplicar no. Unas tablas para representar datos (dice mientras traza la T de la tabla con su dedo sobre la mesa) ¿Te acuerdas?

S1: Pero, a ver, depende de cómo es...

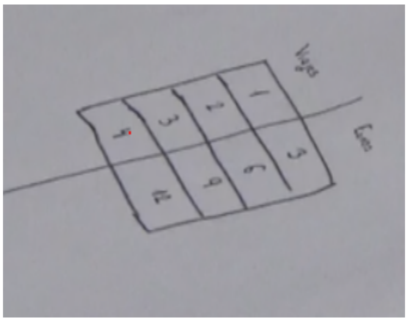
I: Dame (dice cogiendo el folio y el lápiz), si yo te digo... (dibuja la T de la tabla en el folio) ¿Te suena?

S1: Sí... (aunque no parece muy convencido).

El segundo nivel, *interiorización*, se evidenció cuando los estudiantes fueron capaces de identificar los elementos de la tabla, pero aún no encontraban relaciones entre ellos. Una evidencia de este nivel la obtuvimos de Q1, cuando identificó las etiquetas que debía poner en la tabla: “aquí (dice señalando el lugar donde va la etiqueta de la columna de la izquierda) es atracciones. Aquí (señalando lo mismo) es el número de atracciones que haces y aquí el total (se refiere al total de euros. Señala el lugar donde va la etiqueta de la columna de la derecha)”.

Se observó el tercer nivel, *coordinación de cantidades*, cuando los estudiantes consiguieron coordinar los valores de columnas y filas. Aunque la relación que obtuvo no es correcta, S1 es un ejemplo de este nivel ya que logró leer los valores de la tabla y entendió el significado de los pares de valores: “(S1 comienza a rellenar la columna viajes, colocando los números 1, 2, 3 y 4, y comienza a rellenar la columna euros) Tres (dice colocando el 3 en la primera casilla de la columna euros), dos por tres, seis (dice mientras coloca un 6 en la casilla siguiente), tres por tres da nueve (coloca un 9 en la siguiente) y cuatro por tres da doce (coloca el 12 y resulta lo que se puede observar en la Figura 2)”.

Figura 2. Ejemplo de coordinación de cantidades de S1



Los niveles *inferencias recursivas* y *funcionales* fueron los más sencillos de identificar. S1 ofreció la siguiente inferencia recursiva al explicar cómo había construido la tabla: “Pues, por ejemplo, en una salen cuatro y con dos salen siete, entonces con tres saldrían diez porque cada vez diez porque cada vez que vayas aumentando una moneda salen tres más”.

Se trata de una *inferencia recursiva* puesto que para hallar un caso particular necesitó el caso anterior, como muestra al decir “al aumentar una salen tres más”. En este nivel, el alumno prestó atención a la relación entre los valores de la columna. Observamos la *inferencia funcional* cuando le preguntamos a Q1 qué pasaba si entraba cualquier número de bolas y respondió: “Podría hacer así, ¿sabes? Directamente (escribe correctamente la relación funcional 3x+1 en la columna “salen” de la tabla)”.

A diferencia del nivel anterior, esta inferencia funcional le permitió a este alumno obtener un valor arbitrario de una columna a partir de la otra. En otras palabras, pudo articular una relación sin la necesidad de recurrir a valores consecutivos. El nivel *tabla como objeto matemático* se caracteriza por una comprensión que se extiende más allá de lo que está presente. Q1 identificó la igualdad de la tabla que realizó con la tabla de la tarea anterior, es decir, fue capaz de trabajar la situación actual con la tabla anterior sin necesidad de realizar una nueva:

I: Bueno, suficiente. ¿Cómo lo haces?

Q1: Es la misma que esta (señala la tabla del contexto anterior).

I: ¿Es la misma? Entonces, ¿cómo lo haces?

Q1: Pues primero me fijo en estos, los que tenga hechos (refiriéndose a copiar los datos de la tabla de la otra situación) y luego pues se puede conseguir con lo mismo que esto (refiriéndose a la tabla de antes), atracciones por tres, más uno.

Niveles de comprensión de gráficos

Si bien sugerimos que en el nivel *pre-interiorización* los estudiantes no son capaces de reconocer los componentes de un gráfico, no observamos evidencia de este nivel en los dos estudiantes entrevistados. La *interiorización* en el contexto de las representaciones gráficas sucedió cuando los estudiantes identificaron los ejes del gráfico y la variable a la que cada uno refiere; esto es, podían comprender de qué trataba el gráfico, pero aún no podían interpretar puntos. Para que esto suceda el alumno debe coordinar cantidades. Por ejemplo, Q1 mostró evidencia de este nivel:

I: Bueno, y ahora yo te digo: esta información, ¿eres capaz de convertirla en un gráfico?

Q1: (Comienza a hacerlo y rápidamente pregunta) ¿Aquí tengo que poner las que salen (señalando el eje x) y aquí las que entran (señalando eje y)?

I: En el orden que tú creas. ¿Tú cómo crees que deben ir? ¿A ti cómo te resulta más fácil entender el gráfico?

Q1: Espérate que lo voy a hacer. (Comienza a poner números en el eje x.) ¿Hasta cuánto?

I: Ya está.

Q1: Y aquí (refiriéndose al eje y)… me falta el cero…

I: ¿Te falta el cero? Bueno, pues dale la vuelta (dice dándole la vuelta al folio cuadriculado), ahí está. Lo vas a repetir porque tú dices que te falta el cero.

Aquí se puede observar cómo el alumno supo qué información se estaba registrando en el gráfico, pero aún no llegó a interpretar puntos.

El nivel de *coordinación de cantidades* en los gráficos se caracterizó por una comprensión de la representación gráfica como una coordinación entre los ejes (filas y columnas uniformes según Battista et al., 1998). En las entrevistas se pudo observar cómo esta coordinación estructurada permitió a los estudiantes interpretar puntos del gráfico, como fue el caso de S1 en la tarea 3, que fue capaz de coordinar las cantidades de los ejes y así leer los puntos del gráfico: "Si doy nueve viajes (dice algo inaudible) en el parque 1 pagas veintitrés ¿y en el parque 2 veintisiete?"

Cuando un alumno es capaz de relacionar dos o más puntos del gráfico describiendo un patrón recursivo realiza *inferencias recursivas*. Aquí pudimos observar cómo los estudiantes pudieron identificar nuevos puntos a partir del anterior, logrando articular una regla que les permitía construir nuevos puntos. Sin embargo, en este nivel el alumno no logró identificar la relación funcional. Como ejemplo de *inferencia recursiva* en el gráfico tenemos el siguiente:

I: Bueno, pero te pregunto entonces, ahora viendo el gráfico, ¿eres capaz de decirme una expresión más general? Una especie de fórmula, algo, para que sepamos cómo funciona la máquina.

S1: Que con una salen cuatro y a partir de ahí van saliendo tres, ya está. Con una más que eches salen tres más (dice mirando y señalando los saltos de las coordenadas en el gráfico).

S1 hizo referencia al patrón recursivo cuando indicó "tres más" mientras señalaba el eje de las coordenadas. Esto muestra que en este nivel aún es necesario recurrir a puntos anteriores para articular una regla general. El nivel de *inferencias funcionales* se observó cuando los estudiantes generalizaron la relación para todos los puntos utilizando el gráfico. Q1 nos dejó una clara evidencia de ello al mostrar la siguiente relación general entre las variables:

I: Vale. Este punto tres, dos que me estás diciendo, ¿tiene sentido o no?

Q1: No.

I: ¿Por qué?

Q1: Porque el que sale no puede ser mayor que el que entra.

El último nivel se caracterizó por el logro de condensar el gráfico y tratarlo como *objeto matemático*. En este caso describieron el comportamiento y forma de otro gráfico a partir del primero sin necesidad de hacer uno nuevo. Q1 evidenció este nivel cuando al preguntarle por el gráfico de la tarea 2 nos dijo que ya estaba hecho, identificando la igualdad entre las relaciones funcionales involucradas en las tareas 1 y 2:

I: Ah bueno, el gráfico de esta situación ¿cómo lo harías?

Q1: Pues lo mismo, mira, ya está hecho (dice señalando el gráfico trabajado en la tarea 1).

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Las progresiones de Strachota et al. (2024) nos permiten explicar cómo dos alumnos reificaron un gráfico según el marco proceso-objeto de Sfard (1991). Dentro del marco de Sfard, la etapa de interiorización ocurre cuando un estudiante puede considerar un proceso sin necesidad de realizarlo. Según los niveles que presentamos, esta etapa ocurre en el nivel de pre-interiorización e interiorización que describimos anteriormente ya que tanto en la tabla como en el gráfico los alumnos comenzaron a organizar los diferentes valores dando lugar a los diferentes elementos de las representaciones (e.g., columnas en las tablas y los ejes en los gráficos). Esto quiere decir que los alumnos comenzaron a trabajar con estos elementos de mayor orden, en vez de trabajar con cada valor de manera independiente. La etapa de condensación (Sfard, 1991) ocurre cuando el alumno puede concebir los pares de coordenadas como una unidad, esto se pudo ver cuando los alumnos comenzaron a coordinar las cantidades. Los niveles de inferencias recursivas y funcionales permiten también observar esta fase porque requiere que los estudiantes condensen pares de valores. Cuando condensaron pares de valores consecutivos los alumnos fueron capaces de articular una regla recursiva y cuando la condensación fue total pudieron describir una regla funcional. Finalmente, el proceso de reificación (Sfard, 1991) se observó cuando los alumnos fueron capaces de considerar la tabla y el gráfico como objetos matemáticos. La representación se convirtió en una herramienta que les permitió trabajar en diferentes contextos sin la necesidad de realizar el proceso nuevamente; es decir, sin necesidad de construir un nuevo gráfico o tabla. Volviendo al objetivo de investigación, pudimos identificar los seis niveles para la representación tabular, y cinco niveles para la representación gráfica en dos alumnos españoles. Las evidencias de estos niveles nos permitieron describir con mayor atención cada nivel de las progresiones realizadas por Strachota et al. (2024) en el contexto de Estados Unidos, y así establecer relaciones con el marco proceso-objeto de Sfard (1991). Hemos podido evidenciar con este trabajo que la relación entre las progresiones de Strachota et al. (2024) y el marco de Sfard (1991) es válida tanto para la representación gráfica como para la tabular en distintos contextos y escolares. Vimos cómo los alumnos comienzan a *interiorizar* elementos de la representación, luego fueron capaces de *condensar* pares de valores para finalmente *reificar* las representaciones.

Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado con el apoyo del Proyecto PID2020-113601GB-I00 financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033 y el Proyecto National Science Foundation DRK-12 #1154355.

Referencias

Battista, M. T., Clements, D. H., Arnoff, J., Battista, K. y Borrow, C. V. A. (1998). Students' spatial structuring of 2D arrays of squares. *Journal for Research in Mathematics Education*, *29*(5), 503-532. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.29.5.0503

Cañadas, M. C. y Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruíz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en educación matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209-218). Comares. http://funes.uniandes.edu.co/8379/1/2016_Can%CC%83adasMolina.pdf

Friel, S. N., Curcio, F. R. y Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, *32*(2), 124-158. https://doi.org/10.2307/749671

Gabucio, F., Martí, E., Enfedaque, J., Gilabert, S. y Konstantinidou, A. (2010). Niveles de comprensión de las tablas en alumnos de primaria y secundaria. *Cultura y Educación*, *22*(2), 183-197. https://doi.org/10.1174/113564010791304528

Gibbs, G. R. (2007). Thematic coding and categorizing. *Analyzing qualitative data, 703* (38-56).

Kaput, J., Blanton, M. y Moreno, L. (2008). Algebra from a symbolization point of view. En J. Kaput, D. W. Carraher y M. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 19–56). Lawrence Erlbaum Associates/Taylor & Francis Group.

Martí, E., Gabucio, F., Enfedaque, J. y Gilabert, S. (2010). Cuando los alumnos interpretan un gráfico de frecuencias. Niveles de comprensión y obstáculos cognitivos. *Irice, 21*, 65-80. https://doi.org/10.35305/revistairice.v21i21.508

Pérez-Martos, M. C., Moreno, A., Cañadas, M. C. y Torres, M. D. (2023). Una mirada a través de gráficos funcionales del alumnado de quinto de educación primaria. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, E. y P. Ivars (Eds.), *Investigación en educación matemática XXVI* (pp. 435-442). SEIEM. http://funes.uniandes.edu.co/32623/

Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria (*BOE, num 52,* de 2 de marzo de 2022). https://www.boe.es/boe/dias/2022/03/02/pdfs/BOE-A-2022-3296.pdf

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, *22*(1), 1-36. https://doi.org/10.1007/BF00302715

Strachota, S., López, M. A., Brizuela, B. M., Pérez-Martos, M. C., Gardiner, A. y Blanton, M. (2024). Young students' understandings of function graphs. Paper to be presented at the *18th International Conference of the Learning Sciences*. Buffalo, NY.

Torres, M. D., Brizuela, B. M., Cañadas, M. C. y Moreno, A. (2022). Introducing tables to second-grade elementary students in an algebraic thinking context. *Mathematics, 10*(1) 56. https://doi.org/10.3390/math10010056