



UNIVERSIDAD DE GRANADA

Máster en Didáctica de la Matemática
Departamento de Didáctica de la Matemática
Curso 2019/2020

Trabajo Fin de Máster

LOS NÚMEROS RACIONALES EN EL CURRÍCULO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA EN CHILE (1974-2012)

Camila González Peñaloza

Granada, 2021



UNIVERSIDAD DE GRANADA

Máster en Didáctica de la Matemática
Departamento de Didáctica de la Matemática
Curso 2019/2020

Trabajo Fin de Máster

LOS NÚMEROS RACIONALES EN EL CURRÍCULO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA EN CHILE (1974-2012)

Presentado por

Camila González Peñaloza

Fdo.: Camila González Peñaloza

Dirigido por

Elena Castro Rodríguez

Fdo.: Elena Castro Rodríguez

*A Dios, a mis padres, a mi familia materna...gracias por confiar en mí y ayudarme a
convertirme en quién quiero ser.*

*A mis amigas que a la distancia me acompañaron en este desafío y que hacen más
bonita mi vida.*

A Sulayr por su cariño y preocupación en tiempos de pandemia...mil gracias.

AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo de investigación se realizó con la colaboración del grupo de investigación Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico de la Universidad de Granada perteneciente al Plan Andaluz de Investigación, Desarrollo e Innovación de la Junta de Andalucía (FQM-193).

Este estudio fue financiado por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID)/ Beca de Magíster en el Extranjero para Profesionales de la Educación convocatoria 2019/ Becas Chile Folio 77200034.

Agradecer la colaboración y autorización en el acceso a la información con fines académicos a la Biblioteca Patrimonial y Archivo Fotográfico del Museo de la Educación Gabriela Mistral ubicado en Santiago de Chile, y a la Biblioteca del Congreso Nacional de Chile a través de su plataforma digital.

RESUMEN

Presentamos un análisis descriptivo-comparativo del tratamiento de números racionales en los niveles de tercero a sexto básico (8-12 años) en cuatro programas de estudio de matemática vigentes en Chile desde 1974 hasta la actualidad. Mediante el método de análisis de contenido, se estudian los objetivos de aprendizaje vinculados a fracción, decimal y porcentaje, según las categorías del National Council of Teacher of Mathematics (NCTM, 2003). Los resultados reflejan que la mayoría de las nociones relativas al número racional y su comprensión se manifiestan de manera similar en los programas. Sin embargo, difieren en su uso flexible, en sus representaciones, en el cálculo y resolución de problemas.

Palabras clave: análisis curricular, currículo de matemática, programas de estudio, educación básica, números racionales, NCTM.

ABSTRACT

We present a descriptive-comparative analysis on the treatment of rational numbers in the educational levels from third to sixth year (8-12 years) of four mathematics programs that have been developed in Chile from 1974 up to these days. The learning objectives were analyzed according to the notion of fractions, decimals and percentages of the standards of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2003), using content analysis as a method. The results reflect that the majority of the notions of the rational number and his understanding are similar in the programs. However, they differ in their flexible use, in their representations, calculation and solving problem.

Keywords: curriculum analysis, mathematics curriculum, study programs, basic education, rational numbers, NCTM.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	1
1.1 Introducción	1
1.2 Justificación	3
1.3 Planteamiento del problema	4
1.4 Pregunta y objetivo de investigación	4
CAPÍTULO 2. ANTECEDENTES	5
2.1 Estudios curriculares de tipo transversal	5
2.2 Estudios curriculares de tipo longitudinal	7
2.3 Estudios del currículo chileno	8
CAPÍTULO 3. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA	10
3.1 Significados del número racional	10
3.2 La noción de currículo	10
<i>3.2.1 Evolución histórica del concepto currículo.</i>	11
<i>3.2.2 Noción actual de currículo.</i>	12
CAPÍTULO 4. CONTEXTO POLÍTICO Y SOCIAL DE LOS CURRÍCULOS CHILENOS.....	13
4.1 Primer momento: redefinición del currículo (1973-1979)	13
4.2 Segundo momento: descentralización, flexibilidad y reducción curricular (1980-1989)	14
4.3 Tercer momento: la LOCE, amarre y proyecciones curriculares (1990- 2009)	15
4.4 Cuarto momento: la LGE y Bases Curriculares (2009-2012)	16
CAPÍTULO 5. METODOLOGÍA.....	17
5.1 Muestra y contexto	17
5.2 Análisis de datos	18
<i>5.2.1 Unidades de análisis</i>	19

5.2.2 <i>Categorías de análisis</i>	19
5.3 Subcategorías emergentes para el análisis de programas de estudio chileno	21
5.3.2 <i>Utilizar modelos y referencias para representar números decimales</i> ...	22
5.3.3 <i>Reconocer la utilidad de los racionales en diferentes contextos, disciplinas y problemas de la vida diaria</i>	22
5.3.4 <i>Desarrollar fluidez en el cálculo de porcentajes</i>	22
CAPÍTULO 6. RESULTADOS	23
6.1 Resultados relativos a la categoría 1: números, representaciones, relaciones y sistemas numéricos	23
6.1.1 <i>Programa de estudio de 1974</i>	23
6.1.2 <i>Programa de estudio de 1981</i>	28
6.1.3 <i>Programa de estudio de 1996</i>	30
6.1.4 <i>Programa de estudio de 2012</i>	31
6.2 Comparación de los programas de estudio en relación a la primera categoría	34
6.2.1 <i>Significado de fracción, porcentaje y descripción de decimales.</i>	35
6.2.2 <i>Representación de fracciones</i>	35
6.2.3 <i>Equivalencia de fracciones</i>	36
6.2.4 <i>Reconocer y generar formas equivalentes entre fracciones y decimales</i> 36	
6.2.6 <i>Comparación y orden de fracciones y decimales</i>	38
6.3 Resultados relativos a la categoría 2: significado de las operaciones y sus relaciones	38
6.3.1 <i>Programa de estudio de 1974</i>	39
6.3.2 <i>Programa de estudio de 1981</i>	39
6.3.3 <i>Programa de estudio de 1996</i>	39
6.3.4 <i>Programas de estudio de 2012</i>	39
6.4 Comparación de los programas de estudio en relación a la segunda categoría	40

6.4.1 Significado de las operaciones	41
6.4.2 Relación entre las operaciones	41
6.4.3 Uso de propiedad conmutativa y/o asociativa	41
6.5 Resultados relativos a la categoría 3: calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables.....	41
6.5.1 Programa de estudio de 1974	42
6.5.2 Programa de estudio de 1981	43
6.5.3 Programa de estudio de 1996	44
6.5.4 Programa de estudio de 2012	44
6.6 Comparación de los programas de estudio en relación a la tercera categoría	45
CAPÍTULO 7. CONCLUSIONES	48
7.1 Recomendaciones para los diseñadores de currículos	51
7.2 Limitaciones del trabajo	52
7.3 Líneas de investigación abiertas	53
REFERENCIAS	54

ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1.</i> Categorías y subcategorías del NCTM (2003) relacionadas a números racionales	20
<i>Tabla 2.</i> Edades en las que se introducen las nociones de la primera categoría en cada programa de estudio.....	34
<i>Tabla 3.</i> Edades en las que se introducen las nociones de la segunda categoría en cada programa de estudio.....	40
<i>Tabla 4.</i> Edades en las que se introducen las nociones de la tercera categoría en cada programa de estudio.....	46

CAPÍTULO 1. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 Introducción

Desde la década de los setenta ha aumentado el interés en la investigación en educación por la mejora e innovación curricular (Rico, 1997). Estos trabajos han estado ligados principalmente al mundo anglosajón (Tröhler, 2017) y han considerado el análisis curricular como un aspecto indisociable de otras líneas de investigación.

Durante los últimos veinticinco años la internacionalización y globalización han influenciado en el diseño instruccional y políticas educativas de los currículos (Cai y Howson, 2012). Esto ha proporcionado mecanismos para comprender los diferentes sistemas educativos y permitir “a los encargados de formular políticas educativas, y a los investigadores y profesionales mirar más allá de las experiencias evidentes en sus propios sistemas y, por lo tanto, reflexionar sobre cuestiones en el currículo y la instrucción que podrían facilitar la mejora educativa” (Cai y Howson, 2012, p. 954).

A comienzos del siglo XX la reflexión y discusión curricular se vio incrementada por las controversias y debates generados sobre las necesidades de innovación y mejoras educativas de algunos países. Esto revivió las investigaciones sobre innovación curricular y muchos estudios estuvieron a cargo de instituciones gubernamentales, comités internacionales, sociedades de profesores y grupos de expertos (Díez, 2011).

Actualmente, gran parte de los estudios surgen de la confrontación curricular originadas por evaluaciones internacionales como TIMSS o PISA (Rott, 2018). Estas desafían a la comunidad de investigadores a revisar y analizar sus resultados para la toma de decisiones, atendiendo a la singularidad de cada sistema educativo según contexto socio-cultural, (Cai y Howson, 2012) a fin de implementar cambios en los planes de estudio desde sus necesidades, objetivos y recursos disponibles (Clarke, 2003).

Dentro de la investigación en Educación Matemática, en el III *International Congress on Mathematical Education* (ICME) de Karlsruhe celebrado en 1976, la preocupación por cuestiones curriculares fue prioritaria. En dicho encuentro se realizó una revisión exhaustiva de los diferentes planes de formación en matemática escolar y de los diversos componentes que intervienen en los planes de estudio desde una perspectiva comparativa (Rico, 1998). Cuatro años después en el IV ICME celebrado en Berkeley, fueron escasas las comunicaciones que se refieren explícitamente al currículo (9 de 108 documentos). A pesar del limitado interés, en el V ICME de Australia (1984) uno de los grupos temáticos se dedicó al Desarrollo Curricular, sin embargo, fueron otros grupos de trabajo los que se presentaron más activos que el liderado y coordinado por Howson (Rico, 1998).

En 1986 se celebró el encuentro monográfico *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI) dedicado a la innovación curricular, última iniciativa de esta comisión con el tema currículo como centro de reflexión (Rico, 1997). Entre 1984 y 1998, surgen en España diversos trabajos de innovación curricular dentro del Seminario Currículo e Innovación en Educación Matemática (CIEM) asociado al Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada (Diez, 2011). Gran parte de las aportaciones y estudios sobre este tópico, han sido recogidos en la revisión de Rico (1997).

Posterior a la década de los noventa se gestionaron en congresos internacionales de investigación de Educación Matemática, grupos de trabajo que abordan temáticas relacionadas con el currículo. Ejemplo de esto es el último *Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (CERME 11) celebrado en 2019, donde dos grupos de investigación abordan el ámbito curricular desde la innovación en el uso de metodología y recursos para la enseñanza, la formación docente y la comparación curricular entre naciones.

Esta revisión de antecedentes da cuenta de que, si bien existe un interés común por los aspectos curriculares, aún prevalece la dificultad para delimitar las investigaciones sobre currículo. Para Rico (1997) esto se debe a: “(a) la versatilidad y generalidad de los conceptos de currículo e innovación curricular, que los hace aparecer de un modo u otro en

la mayoría de las investigaciones; (b) la inexistencia de un grupo internacional, organizado y estable, de investigadores interesados por el tema; y (c) la discontinuidad en el tratamiento dado al tema del currículo en las reuniones y encuentros internacionales” (p. 267).

Rico (1997) identifica que la mayoría de las investigaciones centradas en el currículo se encuentran vinculadas a algún estudio asociado a otra temática más predominante de la matemática escolar. Es así como propone seis categorías para clasificar las investigaciones sobre el currículo de matemática (p. 271): (a) estudios comparativos y longitudinales, (b) estudios sobre movimientos y programas, (c) investigaciones sobre enseñanza de las matemáticas, (d) investigaciones sobre evaluación de las matemáticas, (e) estudios sobre la formación del profesor y (f) estudios sobre materiales curriculares.

La presente investigación se sitúa dentro de la primera categoría provista por Rico (1997), estudios comparativos y longitudinales, en la que se pretende analizar los documentos curriculares chilenos desde 1974 a la actualidad. A continuación, se presentan las razones e interés de este estudio junto al planteamiento del problema.

1.2 Justificación

El interés de este estudio reside en los aportes que el análisis curricular brinda en la toma de decisiones para la configuración, reestructuración e innovación curricular del sistema educativo de un país atendiendo a los factores del contexto en que se resuelve.

En Chile los estudios interesados en el análisis curricular asociado a la revisión de un contenido matemático son escasos, y gran parte de ellos dedican su atención a cómo estos se abordan en libros de textos. Ninguno se ha dedicado a explorar la progresión y cambios experimentados en el currículo en torno a un contenido particular. Por esta razón se presenta un estudio descriptivo-comparativo de cuatro programas de estudio de matemáticas en Chile desde 1974 hasta la actualidad, centrándose en el tratamiento de los números racionales en la Enseñanza Básica.

La elección del tópico responde a que la normativa curricular para las matemáticas de educación primaria enfatiza que los escolares, a lo largo de esta etapa educativa, deben adquirir un conocimiento reflexivo de las relaciones numéricas y de sus operaciones, lo que incluye comprender y dominar el conjunto de los racionales.

1.3 Planteamiento del problema

El currículo es indispensable en la organización de un sistema educativo, así como en la formación de los estudiantes y la labor del docente. Los bajos resultados en las pruebas estandarizadas en Chile dan cuenta del bajo sentido numérico que desarrollan los estudiantes sobre los números racionales, cuyas concepciones erróneas son arrastradas hasta la enseñanza secundaria (Agencia de la Calidad de la Educación, 2017; 2019).

Este estudio indaga la presencia y evolución de los números racionales en el currículo chileno a través de los objetivos de aprendizaje de los niveles de tercero a sexto año de primaria. Este conjunto numérico corresponden a uno de los contenidos matemáticos más complejos e importantes del currículo en estos niveles, y su dominio resulta indispensable para el desarrollo de estructuras cognitivas que influirán en el aprendizaje futuro.

1.4 Pregunta y objetivo de investigación

La revisión de investigaciones ha revelado que el análisis curricular desde la comparativa longitudinal, es un ámbito de interés para estudios internacionales que buscan caracterizar sus propuestas y reformas, centrándose en algunos casos en un tópico matemático. Sin embargo, en Chile no se ha llevado a cabo un estudio similar, lo que nos llevó a plantear la siguiente pregunta de investigación:

¿Qué transformaciones han experimentado los números racionales en los currículos chilenos de Educación Básica desde 1974 hasta la actualidad?

Para responder a la pregunta de investigación se propone como objetivo describir y comparar los currículos chilenos de Educación Básica desde 1974 hasta la actualidad para observar las transformaciones que han experimentado los números racionales en ellos.

CAPÍTULO 2. ANTECEDENTES

Las investigaciones que preceden a este estudio se relacionan al análisis curricular en el campo de la matemática escolar desde diferentes enfoques. La búsqueda de antecedentes se centró en estudios curriculares comparativos. Para ello se utilizaron las bases de datos WOS y SCOPUS, donde se revisaron trabajos con palabras clave como comparación curricular, análisis curricular y matemática, todos limitados al idioma inglés y español.

La búsqueda de antecedentes permitió distinguir entre estudios transversales y longitudinales, cuya categorización permite organizar y presentar el capítulo. Además brindó la oportunidad reconocer algunos estudios recientes desarrollados en Chile relacionados a este ámbito y que son presentados en el último apartado.

2.1 Estudios curriculares de tipo transversal

Las investigaciones halladas de tipo transversal atienden a la revisión, descripción y comparación de dos o más documentos curriculares. Gran parte de estos trabajos se originan por la disparidad de resultados en evaluaciones estandarizadas, especialmente la prueba PISA (Choi y Park, 2013; Piñeiro, Castro-Rodríguez y Castro, 2016; Rott, 2018), cuyos resultados han dado origen a diferentes investigaciones. Entre ellas se encuentran el estudio de Choi y Park (2013), en donde se muestran las diferencias de enfoque que Estados Unidos y Corea tienen en relación a la enseñanza de la Geometría. A través de una revisión de los planes de estudio y libros de texto de ambos países, se interpretan las diferencias en los rendimientos proporcionadas por PISA, según las categorías de complejidad que la misma evaluación propone. Los resultados de este estudio muestran que dichas diferencias radican en la forma en que los temas de geometría son abordados en cada uno de los planes de estudio, así como en la fluidez en el cálculo, la perspectiva sobre el algoritmo y en el uso de la tecnología. También existe discrepancia en el uso de situaciones de la vida real y en la resolución de problemas de geometría de diversa complejidad que figuran en sus libros de texto.

De manera similar, Rott (2018) revisó los contenidos matemáticos evaluados en los ítems de PISA 2012 para comparar y analizar el papel de la resolución de problemas en los procesos de aprendizajes previstos en los planes de estudio de Indonesia y Singapur. Sus resultados muestran claras diferencias en la amplitud de los contenidos matemáticos que estos abordan. El de Singapur trabaja algunos contenidos de matemáticas que fueron examinados en la evaluación del 2012 e insiste en la resolución de problemas, mientras que el de Indonesia carece de ambos aspectos. A pesar de estas evidencias, Rott (2018) declara que es difícil identificar las posibles razones del dispar desempeño entre ambos países.

Piñeiro, Castro-Rodríguez y Castro (2016) presentan una comparación de los currículos de Educación Primaria de seis países seleccionados según sus resultados PISA 2012. A través de un análisis de contenido los autores identifican cómo se configura la competencia de resolución de problemas en sus respectivos currículos y el rendimiento alcanzado en la evaluación internacional. Concluyen que los países con currículos que manifiestan un mayor nivel de explicitación curricular, no necesariamente obtienen un mayor puntaje.

Desde otra perspectiva, existen trabajos que contrastan paradigmas educativos y analizan cómo estos se reflejan en los documentos curriculares. Tal es el caso presentado por Sugandia y Delicea (2014), quienes a través de un estudio comparativo, describen y analizan los planes y textos de estudio de Turquía e Indonesia. Sus resultados indican que, si bien el cambio de paradigma (conductismo al constructivismo) se declara en los respectivos documentos curriculares, aluden a que este hecho no es suficiente para obtener el impacto deseado, pues se requiere influir también en la formación docente.

La comparación de currículos se ha realizado en algunos casos, tomando como referencia un tópico matemático. Ejemplo de ello se encuentra en un reciente estudio realizado por Hemmi, Brating y Lepik (2020) en el que comparan los enfoques del álgebra en los planes de estudio de educación primaria de Estonia, Finlandia y Suecia. Con la descripción de estos en relación al álgebra, determinan una clara diferencia entre el enfoque estonio, por un lado, y finlandés y sueco por otro. Mientras estos dos últimos abordan métodos algebraicos más formales y sofisticados, el primero carece de ellos.

2.2 Estudios curriculares de tipo longitudinal

Este tipo de estudios se caracterizan por describir los cambios curriculares experimentados durante un período de tiempo según factores sociales, políticos y necesidades educativas de un país. Un ejemplo de ello es el trabajo de Rico, Díez, Castro y Lupiáñez (2011), quienes a través del análisis de cuatro programas de momentos de España, describen las diferencias y semejanzas del currículo desde la noción del concepto, fines de la educación, organización del sistema educativo y el plan de trabajo del profesorado. Con manifiestan “la importancia de cada momento del contexto social, de las expectativas formativas, del modo de entender las matemáticas escolares y de la investigación en educación matemática” (p. 139).

Castillo y Valenzuela (2019) realizan una revisión, descripción y comparación de tres programas de estudio de educación primaria de matemática tras las reformas impulsadas en los años 2009, 2011 y 2017 en México. A pesar de que las modificaciones son escasas entre un documento y otro, logran identificar la relevancia que estos cambios tienen para determinar con mayor eficacia los aprendizajes esperados en los estudiantes, y la necesidad de utilizar contextos de la vida diaria para la enseñanza de las matemáticas.

Otros trabajos han centrado su interés en analizar cómo se aborda un tópico matemático en el currículo por un período de tiempo. Ejemplo de esto es lo desarrollado por Castro-Rodríguez, Lupiáñez, Ruiz-Hidalgo, Rico y Díez (2015), quienes con la revisión de cuatro programas de estudio en España desde 1945 hasta 2014 indagan en el tratamiento de los números racionales, logrando identificar las prioridades y concepciones del currículo escolar en torno al conjunto numérico según las leyes promulgadas en distintos momentos.

En su tesis doctoral Díez (2011) se propone identificar la concordancia entre lo declarado en distintos currículos de educación primaria de España y el rendimiento que alcanzan los estudiantes en relación a las habilidades de cálculo aritmético. Para ello compara la aritmética escolar propuesta en las leyes LEP, LGE y la LOGSE para la educación obligatoria, describiendo los objetivos, contenidos, metodología y criterios de evaluación. Entre sus conclusiones se refiere a la compleja evolución que desarrollan las matemáticas

escolares en el currículo, indicando que conforme pasa el tiempo este se amplía, enriquece y sustancialmente se modifica respecto de la propuesta anterior.

En Díez, Cañadas, Picado, Rico, Castro (2016) se proponen ampliar los antecedentes del trabajo desarrollado por Díez (2011), presentando un estudio descriptivo-comparativo de la normativa curricular en España sobre aritmética de magnitudes en el período 1945 al 2013. Entre sus resultados obtienen que el metro y el tiempo sean utilizados como principales unidades de medida, y al describir su desarrollo en los distintos documentos curriculares, dan cuenta de que no existe un programa estable para la enseñanza de las magnitudes y su medida en la educación primaria durante ese período.

Estudios similares se encuentran en educación secundaria. Gök, Erdoğan y Erdoğan (2019) realizan una revisión del concepto de función desde su perspectiva histórica en planes, programas y libros de texto utilizados desde 1924 hasta 2017 en Turquía. El estudio demostró que el concepto de función pasó por tres períodos básicos, influenciados por el proceso de desarrollo histórico del concepto.

2.3 Estudios del currículo chileno

En Chile gran parte de los estudios curriculares realizados se han centrado en revisar y describir las incesantes reformas que han configurado el sistema educativo en sus lineamientos generales (Cox, 2006, 2011; Gysling, 2003). Así como análisis que ponen en tela de juicio la configuración del currículo chileno (Mujica, 2019; Redon y Angulo, 2015).

Mujica (2019) analiza críticamente los objetivos de aprendizaje y evaluación del currículo escolar chileno en función de la justicia social como perspectiva. Los resultados de este estudio plantean la existencia de un currículo estandarizado que aumenta la presión laboral y propicia la competitividad desigual entre alumnos, profesores y centros educativos, dando cuenta del carácter segregador de la educación chilena. Por otro lado, Redon y Angulo (2015) realizan una revisión de la configuración de las asignaturas y su desarrollo histórico-político en la educación chilena, afirmando que cualquier asignatura educativa se construye

socialmente y se reproduce por medio del currículo nacional como instrumento que permite difundir las ideas del Estado.

Desde otra perspectiva se hallan investigaciones dedicadas a la revisión de documentos curriculares. Si bien se realiza esta tarea desde los programas de estudios, hay algunos que complementan su indagación con la revisión de los textos escolares, apelando a que estos son el reflejo de las propuestas curriculares que rigen el sistema educativo y un recurso pedagógico importante para los docentes (Monje, Seckel y Breda, 2018). Centrándose en el tratamiento de la inequidad en el currículo, Monje, Seckel y Breda (2018) llevan a cabo una investigación exploratoria en torno a la comparación de la presencia del contenido en los programas de estudio y textos escolares chilenos. Identificaron rupturas en la progresión de la enseñanza de la inequidad, afirmando que en base al documento curricular y los libros escolares en los niveles que se trabaja, el contenido no es abordado en su totalidad.

Por otro lado Olivares y Segovia (2018) inician una revisión de la literatura sobre la resolución de problemas. Este estudio permitió identificar aspectos que sirven de insumo para analizar el currículo en relación a la resolución de problemas, originando un primer avance en el diseño de un instrumento de sistema de categorías para tal efecto. Considerando este precedente Olivares, Lupiáñez y Segovia (2020) utilizaron como referencia los elementos del modelo del sistema curricular de Remillard y Heck (2014, citado en Olivares et al. 2020), y con el análisis de 78 documentos, construyeron un sistema de categorización que organiza la literatura curricular en: estructura curricular, condiciones del sistema educativo, características del currículo, tipos de problemas incluidos, características de las tareas y gestión de clases y evaluación.

Con esta revisión de antecedentes se puede concluir que en Chile no se han desarrollado estudios comparativo-longitudinales de los documentos curriculares de matemática escolar. Este hecho incita a llevar a cabo un estudio con estas características, utilizando como tópico matemático el conjunto de los racionales, a fin de comprender qué novedades existen en las prácticas curriculares actuales y qué tan pertinente ha sido rechazar otras con el paso del tiempo.

CAPÍTULO 3. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Este capítulo pretende dar a conocer los cimientos teóricos que sustentan el estudio y que permitirán interpretar los resultados. A continuación se define la noción escolar de número racional y el concepto de currículo considerado para esta investigación.

3.1 Significados del número racional

Diversos autores destacan que los números racionales adquieren diversos significados o subconstructos (Behr, et al., 1983; Kieren, 1976). Flores y Torralbo (2011) distinguen dos formas de interpretar el significado de número racional: como porción y razón. Para el primer caso el racional puede a su vez tener diversos significados, tales como: Parte-todo: al referirse a una relación multiplicativa entre el número de partes que forman la porción y las partes consideradas. Cociente: al verlo como la porción que resulta de una división entre dos cantidades (generalmente reparto). Medida: al expresar una comparación multiplicativa entre dos cantidades, tomando como unidad (todo) una de ellas. Operador: al expresa una operación multiplicativa sobre una cantidad (todo), indicando una división en tantas partes iguales como dice el denominador y una multiplicación por el número de partes que dice el numerador. En cuanto al racional como razón, se refiere cuando “el todo no está definido, ya que propone la relación entre dos magnitudes” (Flores y Torralbo, 2011, p. 194).

3.2 La noción de currículo

Durante muchos años el concepto de currículo ha sido objeto de reflexión (Gimeno, 2010; Kemmis, 1988; Rico, 1997). Este es un término que genera controversia, pues su carácter polisémico determina su significado según la perspectiva, enfoque educativo y contexto en que se desarrolle (Caicedo y Calderón, 2016). A pesar de los innumerables esfuerzos, aún no es posible proporcionar una definición común, sin embargo, existe consenso entre los expertos al considerar que “una noción teórica de currículo resulta imprescindible para entender hoy día la elaboración y desarrollo de un plan educativo para abordar su estudio e interpretarlo” (Díez, 2011, p. 96).

3.2.1 Evolución histórica del concepto currículo.

Etimológicamente el concepto de currículo proviene del sustantivo de origen latino *currículum*, que significa “carrera” para alcanzar una meta (RAE, 2019). En las últimas décadas gran parte de los investigadores interesados en su estudio, lo vinculan a un campo de acción en un momento determinado (Caicedo y Calderón, 2016), considerándolo como una construcción histórica que se origina a partir de determinadas condiciones políticas, sociales, económicas, paradigmas educativos, entre otros (Gimeno, 2010).

La conceptualización de currículo es relativamente reciente. Su origen se remonta a Estados Unidos a comienzos del siglo XX, pero no es hasta después de la segunda guerra mundial en que se realizan importantes aportes al ámbito de la educación obligatoria (Taba, 1962 citado en Díez, 2011; Tyler, 1949). En Europa, la teoría desarrollada en torno a su concepto es posterior, tal como lo menciona Stenhouse en 1984 (Díez, 2011).

En 1973 Tyler plantea el currículo como un documento que prescribe la práctica pedagógica para alcanzar el aprendizaje en los estudiantes. Su modelo se refiere al proceso de planificación instruccional, indicando que para crear cualquier currículo y sistema de enseñanza se debe responder a ¿qué fines desea alcanzar la escuela?, ¿qué experiencias ofrecen mayores posibilidades de alcanzar esos fines?, ¿cómo se pueden organizar de manera eficaz esas experiencias? y ¿cómo podemos comprobar si se han alcanzado los objetivos propuestos? (Tyler, 1973 citado en Rico, 1997).

Para Dewey (1973) un currículo corresponde a un plan de trabajo escrito que se utiliza para guiar y dar estructura al proceso de enseñanza (citado en Caicedo y Calderón, 2016). Beauchamp en 1981 se refiere a este como un documento que diseña y estructura el programa e instrucción educativa pensado para una institución (citado en Caicedo y Calderón, 2016). Stenhouse (1984) por su parte afirma que, “un currículo es una tentativa para comunicar los principios y rasgos esenciales de un propósito educativo, de forma que permanezca abierto a la discusión y a la crítica y se pueda trasladar efectivamente a la práctica” (citado en Rico, 1997, p. 100).

3.2.2 Noción actual de currículo.

El diccionario de la Real Academia Española (2019) define currículo como un “conjunto de estudios y prácticas destinadas a que el alumnado desarrolle plenamente sus posibilidades”. Si bien esto contempla un rasgo importante del término, referirse exclusivamente a este aspecto resulta restrictivo. Según Rico (1997) el concepto de currículo se ha convertido en un término genérico que comprende toda actividad de planificar una formación, y para que esto ocurra, es preciso prevenir los propósitos, contenidos, métodos y procedimientos de evaluación según el contexto en el que se desarrolla.

Actualmente se concibe el currículo como una normativa oficial que organiza un conjunto de oportunidades de aprendizaje. Esta concepción se traduce en programas de estudio que se establecen institucionalmente en cada país mediante leyes que los regulan (Rico, 1997). Desde esta perspectiva Rico (1997) afirma que en todo documento o reflexión curricular se reconocen el colectivo de personas a formar, su edad y formación previa, el tipo de formación que se quiere entregar (normas, valores, destrezas y técnicas, capacidades y conocimientos), la institución social con sus medios, recursos y personas, las finalidades socio-culturales, formativas y profesionales, más los mecanismos de control y valoración (evaluación y autorregulación).

Esta noción de currículo permite analizar de manera sistemática los planes y programas educativos, como es que estos se renuevan y son un plan de actuación para el profesor (Díez, 2011; Rico, Díez, Castro y Lupiáñez, 2011). El presente estudio considera como currículo a una prescripción escrita que domina toda aquella actividad que organiza y lleva a cabo un plan de formación para un colectivo de personas a través de un conjunto de objetivos, contenidos, metodologías y tipos de evaluación con las que se busca alcanzar unas finalidades específicas (Rico, 1998, 2011). Esta prescripción, a la que llamaremos documento curricular, se considera una fuente de datos especialmente adecuada para caracterizar y estudiar la evolución de su estructura y la pertinencia de sus reformas.

CAPÍTULO 4. CONTEXTO POLÍTICO Y SOCIAL DE LOS CURRÍCULOS CHILENOS

La configuración del currículo para la Educación Básica en Chile, es producto de innumerables momentos de reflexión y construcción política (Cox, 2006). Un primer hito se remonta a 1860 cuando bajo el gobierno de Manuel Montt, se promulga la Ley de Instrucción Primaria, normativa que disponía la obligación de los padres de enviar a sus hijos a los establecimientos educacionales cuyo cumplimiento no era supervisado por el Estado. En 1920 se promulga la Ley de Instrucción Primaria Obligatoria con la que el estado procura la cobertura universal de la enseñanza primaria (Cox, 2006), estableciendo que el Estado debía garantizar el acceso y el cumplimiento de la normativa.

Comenzando la década de los setenta el sistema educativo focaliza sus esfuerzos en la formación de ciudadanos acorde a las ideologías políticas de la Unidad Popular y luego del régimen militar. En la década de los noventa, en cambio, procura adaptarse a los requerimientos seculares de la globalización y la sociedad del conocimiento, junto con el tránsito del régimen autoritario a la democracia (Cox, 2006). En este capítulo se describen cuatro épocas relevantes de la configuración del currículo chileno como se conoce hoy en día. Utilizando como referencia los momentos establecidos por Gysling (2003) y Cabaluz (2015), se caracterizan estos períodos atendiendo a sus rasgos políticos y sociales.

4.1 Primer momento: redefinición del currículo (1973-1979)

En un intento infructuoso por definir los límites entre escuela y trabajo, el gobierno del presidente Salvador Allende (1970-1973), propuso la denominada Escuela Nacional Unificada (ENU), orientada a centralizar en una única organización las escuelas del país según los principios socialistas de la época. A la profunda división y convulsión política que se vivía, los miembros opositores al gobierno se manifestaron en contra de este control marxista a través del sistema escolar, lo que contribuyó a la crisis de la democracia chilena (Cox, 1986 citado en Cox 2011).

Tras el golpe de estado de 1973 al mando de Augusto Pinochet (1973-1990), las políticas estuvieron orientadas a la redefinición del currículo nacional. Se eliminan todas las expresiones contrarias a la ideología del régimen militar, del currículo se excluye el debate, la participación y la búsqueda de conocimiento, lo que genera un empobrecimiento de la experiencia educativa (Gysling, 2003). Debido a la convulsión que experimentaba el país, no hubo tiempo para poner en funcionamiento un nuevo marco curricular, por lo que en 1974 se decidió continuar con el legado del gobierno de Frei Montalva (Cabaluz, 2015).

4.2 Segundo momento: descentralización, flexibilidad y reducción curricular (1980-1989)

Tras el golpe de estado se vivió una época caracterizada por la persecución y represión de cualquier idea contraria al gobierno. El sistema educativo representaba un medio eficiente para controlar las conciencias, y por esta razón se eliminaron contenidos, asignaturas y textos de estudio que fuesen considerados una amenaza, y se reforzaron los elementos de la enseñanza que fomentaban los valores nacionales (Oliva, 2010 citado en Cabaluz, 2015). Esto terminó por resquebrajar la sociedad chilena y su vinculación con la política.

Comenzada la década de los ochenta, acorde a las ideas neoliberales, se impulsan los procesos de privatización, descentralización administrativa, flexibilización curricular y la implementación de evaluaciones estandarizadas como el PER¹ en 1982 y el SIMCE² en 1988 (Cabaluz, 2015) cuyo objetivo era promover la competencia para mejorar la calidad educativa y orientarla al modelo económico al que se aspiraba instaurar.

En 1980 se aprueba una nueva Constitución Política cuyas disposiciones reflejaban nuevos derechos y deberes entre el estado y la ciudadanía. En términos educativos se suscita la libertad de enseñanza implantando el principio de flexibilidad, algo sin precedentes en el

¹ Programa de Evaluación del Rendimiento para la asignatura de Matemática y Castellano

² Sistema de Medición de la Calidad de la Educación, evaluación que informa “sobre los logros de aprendizaje de los estudiantes en diferentes áreas de aprendizaje del currículo nacional, y relacionándolos con el contexto escolar y social en el que estos aprenden.” (Agencia de la Calidad de la Educación, s.f.)

país. Esto implicaba que cada centro escolar tenía la oportunidad de decidir los contenidos y la metodología a enseñar, sin embargo, las circunstancias coercitivas del estado hacen que esto no se lleve a la práctica. Distintas fuentes atribuyen a que este principio correspondía en realidad a la práctica de “reducción curricular”, tiempo de enseñanza y a la eliminación de asignaturas, pues se consideraba que los programas de estudios eran extensos en contenidos específicos y muy deficientes en exigencias (Gysling, 2003).

4.3 Tercer momento: la LOCE, amarre y proyecciones curriculares (1990-2009)

En diciembre de 1989 se vivió en Chile la primera elección presidencial democrática tras diecisiete años de dictadura. Patricio Aylwin (1990-1994) debió afrontar en su mandato asuntos referidos a los derechos humanos y a la exclusión de sectores sociales y políticos, y el sistema educativo experimenta una serie de procesos de reconstrucción curricular. Entre 1990 y 1998, “se establecen los fundamentos del currículo nacional de Chile como lo conocemos hoy” (Ministerio de Educación, 2012, p. 12).

El 10 de marzo de 1990 el régimen militar en su último día al poder, aprueba y publica la Ley Orgánica Constitucional de la Enseñanza (LOCE, Ley N° 18.962), la “que pone fin al monopolio ministerial sobre el currículo escolar, consagrando la autonomía de los establecimientos para producir sus propios programas de estudio” (Cox, 2006, p. 2). Este cuerpo de disposiciones era bastante rígido, y en el que se indicaba que el Ministerio de Educación debía definir los Objetivos Fundamentales (OF) y Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO) para el logro de aprendizajes educativos (Gysling, 2003).

Ante la necesidad de adaptarse a la ley, las autoridades educativas buscaron la forma de elaborar un currículo que contemplara tres elementos claves: (a) actualizar la experiencia curricular acorde al retorno a la democracia, (b) mejorar la calidad educativa basada en la equidad y calidad, y (c) reinstalar los valores democráticos y culturales (Gysling, 2003). Para ello fue necesario transformar los contenidos curriculares influenciados por la globalización económica y computacional. En el gobierno de Eduardo Frei Ruiz-Tagle (1994-2000) se gestaron importantes reformas a la Educación Básica, aprobándose un

nuevo currículo y la elaboración de planes y programas de estudio acorde a la LOCE (Gysling, 2003). Desde ese momento la mayoría de los centros educativos aplicaron los programas propuestos por el Ministerio de Educación.

Los resultados de Matemática en el SIMCE de cuarto año básico publicado a mediados del año 2000, alertaron el bajo logro de aprendizajes. Esto obligó al gobierno de Ricardo Lagos (2000-2004) revisar la política educativa implementada hasta ese entonces. Se vuelve a modificar el currículo, detallando el orden de enseñanza de contenidos y actividades que los estudiantes deben resolver para alcanzar los objetivos esperados (Gysling, 2003).

4.4 Cuarto momento: la LGE y Bases Curriculares (2009-2012)

Las demandas estudiantiles del año 2006 dejaron en evidencia las profundas deficiencias del sistema educativo chileno: desigualdad, segregación y deficiente calidad. En el intento por convalidar el orden educativo y el sistema económico era necesario una mejora urgente. Fue así como en el primer mandato de Michelle Bachelet (2006-2010) surge una nueva institucionalidad educativa en la Ley General de Educación (LGE N° 20.370) y la creación de un Sistema Nacional de Aseguramiento de la Calidad (Ministerio de Educación, 2012).

La LGE se configura como el nuevo marco legal del sistema educativo que busca promover la universalidad, la educación permanente, gratuidad, equidad, diversidad, integración e inclusión, calidad, flexibilidad y transparencia. Este incide sobre el currículo y los programas de estudio en dos elementos fundamentales, por un lado, reemplaza las categorías anteriores de OF y CMO por Objetivos de Aprendizaje (OA). Y por otro, se define a seis años la duración de la Educación Básica (Ministerio de Educación, 2012).

El 2012 fue el inicio de una aplicación progresiva de las denominadas Bases Curriculares. En ellas se configuran las mejoras del marco anterior, determinando lo que los estudiantes deben aprender en términos de habilidades, actitudes y conocimientos.

CAPÍTULO 5. METODOLOGÍA

En este capítulo se describe la metodología aplicada en esta investigación. Para alcanzar el objetivo propuesto, se siguió el proceso cualitativo de investigación descrito por Hernández-Sampieri, Fernández-Collado y Baptista (2014), otorgando especial relevancia a la muestra y su contexto, las categorías de análisis y el reporte de los resultados obtenidos. En términos generales esta investigación corresponde a un estudio descriptivo-comparativo de documentos históricos con un enfoque cualitativo. Dada sus características se consideró adecuado aplicar la técnica de análisis de contenido para examinar los datos según Fraenkel, Wallen y Hyun (2011).

5.1 Muestra y contexto

Para efectos de esta investigación se revisaron documentos curriculares correspondientes a programas de estudio de matemática de Educación Básica de Chile en diferentes momentos de su historia. Tras la revisión de gran parte de estos, se optó por considerar cuatro de ellos, que se caracterizan por reflejar la definición del sistema educativo en Chile en los años 1974, 1981, 1996 y 2012.

El procedimiento para su elección responde a dos razones. En primer lugar se encuentra el acceso a las fuentes de información, cuyos datos se obtuvieron desde la colección Revista de Educación disponible en la Biblioteca Patrimonial y Archivo Fotográfico del Museo de la Educación Gabriela Mistral ubicado en Santiago, Chile, con previa autorización para su revisión con fines académicos. Paralelamente se revisaron dos leyes promulgadas para la reforma educativa de 1981 y 1996: el Decreto 4002 que fija los objetivos de los planes y programas de la Educación Básica a partir de 1981 y el Decreto 40 correspondiente al marco curricular de 1996. Ambos documentos legales disponibles en la Biblioteca del Congreso Nacional de Chile en formato digital.

En segundo lugar, el carácter representativo del momento histórico que tienen dichos documentos curriculares motivó la decisión. Cada uno de ellos refleja el contexto en el que

se desarrollaron, lo que permite visualizar la progresión y eficacia de las reformas aplicadas conforme a las necesidades de estos cuatro momentos. El capítulo anterior da cuenta de sus características.

Cada uno de estos programas de estudio se ha configurado a partir del anterior, tomando en cuenta los aspectos positivos y sus deficiencias. Sus últimas versiones han considerado para su elaboración las exigencias de las pruebas internacionales (TIMSS y PISA), las investigaciones sobre la matemática escolar y el currículo de países exitosos en educación matemática como Argentina, Australia, Canadá, Cuba, España, Estados Unidos, Finlandia, Inglaterra, México, Nueva Zelandia y Singapur (Ministerio de Educación, 2012).

Entre las características comunes de los documentos, se encuentra la estructura basada en niveles de aprendizaje, objetivos, contenidos, metodología y evaluación. De cada programa se consideraron los niveles de estudio de tercero a sexto básico (3^o a 6^o año de primaria) cuyo rango etario comprende de los 8 a 12 años, y de cada nivel, se analizaron los objetivos de aprendizaje ya que representan una primera concreción de los propósitos educativos sobre qué enseñar, y proporcionan información relevante en cuanto a los aprendizajes esperados y las directrices que configuran el proceso educativo. Dada la relevancia que los programas de estudio le otorgan a estos objetivos de aprendizaje, es que la investigación se concibe desde esta dimensión.

5.2 Análisis de datos

En el análisis de datos se siguió el procedimiento descrito por Fraenkel et al. (2011) para llevar a cabo el análisis de contenido en tres etapas. El primer paso consistió en establecer mediante un proceso deductivo las categorías de análisis generales. Estas se obtuvieron a partir de los estándares de aprendizaje del *National Council of Teachers of Mathematics* (2003) propuestos para el área de Números y Operaciones. Y con ello, se consideraron las subcategorías que las describen y que se relacionan exclusivamente con el conjunto de los números racionales.

El segundo paso consistió en organizar los objetivos de los programas de estudio, tabulando la información según las categorías y subcategorías consideradas. Con ello fue posible describir cada documento y compararlos entre sí, logrando identificar la insuficiencia de las mismas y la necesidad de gestionar nuevas subcategorías.

En un tercer y último momento se atiende a dos aristas. La primera de ella consta en mencionar aquellas subcategorías que no se relacionan con ningún objetivo de los programas de estudio, mientras que la segunda corresponde a formular subcategorías emergentes para clasificar aquellos objetivos que no se ajustan a ninguno de los descriptores propuestos por el NCTM (2003).

5.2.1 Unidades de análisis

El análisis de contenido fue realizado en torno a un tópico matemático: los números racionales. Cada una de las menciones a los números racionales presentes en los objetivos de los currículos, se corresponde con las unidades de análisis de esta investigación. De este modo se define como unidades de análisis a todas las frases u oraciones que hagan referencia explícita a las palabras fracciones, decimales y porcentaje, incluyendo también todos los elementos que explicitan lo que debería lograrse y trabajar con ellos.

No se toman en consideración las menciones presentes en otro componente del currículo, ya que el foco de la investigación se encuentra en visualizar la progresión de la enseñanza de los racionales, y para este fin, los objetivos son un elemento principal que determinan la trayectoria del proceso de enseñanza, y que además le otorgan sentido y estructura al marco curricular de matemática.

5.2.2 Categorías de análisis.

Tal como se ha mencionado, se consideraron las categorías y subcategorías de análisis a partir de los estándares establecidos por el *National Council of Teacher of Mathematics* (NCTM, 2003) en torno al área de Números y Operaciones. Estas categorías son:

- Categoría 1: Números, representaciones, relaciones y sistemas numéricos.

- Categoría 2: Significado de las operaciones y sus relaciones.
- Categoría 3: Calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables.

A través de ellas se busca desmembrar y revisar los documentos, y con ello, identificar elementos característicos de los programas chilenos. En la siguiente tabla se detallan las subcategorías que las componen, haciendo referencia exclusiva al contenido de los números racionales en las etapas de 3-5 (8-11 años) y 6-8 (11-14 años)

Tabla 1. *Categorías y subcategorías del NCTM (2003) relacionadas a números racionales*

Categorías	Subcategorías
Números, representaciones, relaciones y sistemas numéricos	Etapa 3-5
	<ul style="list-style-type: none"> ❖ reconocer representaciones equivalentes del mismo número, y generarlas mediante la composición y descomposición de números; ❖ desarrollar la comprensión de las fracciones como partes de la unidad entera, como partes de una colección, como puntos en la recta numérica y como divisiones de números naturales; ❖ utilizar modelos, referencias y formas equivalentes para juzgar el tamaño de una fracción; ❖ reconocer y generar formas equivalentes de las fracciones, decimales y porcentajes más comunes; ❖ describir las clases de números según características como la naturaleza de los factores.
Significado de las operaciones y sus relaciones	Etapa 6-8
	<ul style="list-style-type: none"> ❖ trabajar flexiblemente con fracciones, decimales y porcentajes para resolver problemas; ❖ comparar y ordenar fracciones, decimales y porcentajes con eficacia, y encontrar su situación aproximada en la recta numérica; ❖ desarrollar el significado de los porcentajes mayores que 100 y menores que 1.
	Etapa 3-5
	<ul style="list-style-type: none"> ❖ comprender diversos significados de la multiplicación y división

Etapa 6-8

- ❖ comprender el significado y los efectos de las operaciones aritméticas con fracciones, decimales y enteros;
- ❖ utilizar las propiedades asociativa y conmutativa de la adición y la multiplicación, y la distributividad de la multiplicación respecto a la adición, para simplificar cálculos con enteros, fracciones y decimales;
- ❖ Comprender y utilizar las relaciones inversas entre la adición y la sustracción, la multiplicación y la división, elevar al cuadrado y extraer raíz cuadrada, para simplificar cálculos y resolver problemas

Calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables

Etapa 3-5

- ❖ utilizar modelos visuales, referencias y formas equivalentes para sumar y restar fracciones y decimales de uso común;

Etapa 6-8

- ❖ seleccionar y aplicar los métodos y herramientas apropiados en cada situación para calcular con fracciones y decimales, eligiendo entre cálculo mental, estimación, calculadoras u ordenadores y papel y lápiz;
- ❖ desarrollar y analizar algoritmos para calcular con fracciones, decimales y enteros, y desarrollar fluidez con ellos.

5.3 Subcategorías emergentes para el análisis de programas de estudio chileno

Si bien para el desarrollo de este estudio se definieron categorías a priori, sucedió que durante el proceso de análisis de datos, algunos de los objetivos de aprendizaje de los programas de estudio no se relacionaban con estas. Por esta razón fue preciso incorporar cuatro nuevas subcategorías que permitieran completar el análisis de los documentos. A continuación se describen estas subcategorías emergentes:

5.3.1 *Comprender la notación usual de los racionales*

Si bien la mayoría de los programas se refiere a la noción de fracción, sólo en uno de sus documentos se detiene a reconocer qué significa los términos de la notación usual de las fracciones correspondiente al programa de 1980. Identificar sus componentes y reconocer a qué se refieren sus partes, se asume como un elemento inherente para desarrollar comprensión de las fracciones, sin embargo, este objetivo implica identificar y nombrar

como denominador a la cantidad de partes iguales en las que se divide la unidad y como numerador a las partes consideradas, lo que no se declara en las categorías utilizadas.

5.3.2 Utilizar modelos y referencias para representar números decimales

La lectura y escritura de números decimales aparece en gran parte de los programas de estudio, pero el NCTM (2003) no lo considera. Su foco está en la expresión fraccionaria de los racionales y todos los modelos y referencias que surgen de dicha representación. A partir de estas se promueve la flexibilidad para pasar de una representación a otra, siendo la relación entre fracciones y decimales las más relevantes, sin embargo, dada la presencia en tres de los cuatro documentos curriculares, se considera importante declarar explícitamente el uso de modelos y referencias para aludir a los números decimales.

5.3.3 Reconocer la utilidad de los racionales en diferentes contextos, disciplinas y problemas de la vida diaria

En el último documento curricular del 2012 el describir la utilidad de fracciones y decimales en la vida cotidiana, pasa a ser un elemento importante en la comprensión de los racionales. Esto se refleja en la necesidad de contextualizar el uso de estas representaciones, así como en extender su uso a otras disciplinas, a fin de evitar la mera ejercitación y conseguir un aprendizaje significativo y útil del cálculo con racionales.

5.3.4 Desarrollar fluidez en el cálculo de porcentajes

Las subcategorías del NCTM (2003) se limitan a desarrollar el significado de porcentaje, dejando fuera su cálculo en la resolución de problemas. Entre los programas analizados se incluyen este tipo de tareas, por lo que se considera pertinente incluir este aspecto, delimitando su cálculo a porcentajes de uso común a fin de hacer funcional y comprensivo el tratamiento de esta expresión.

CAPÍTULO 6. RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados conforme al análisis de los cuatro programas de estudio chilenos correspondientes al período 1974-2012. Para ello el capítulo se organiza en apartados y subapartados. Los primeros corresponden a cada una de las categorías de análisis tomadas del NCTM (2003), mientras que los segundos, describen cada programa de estudio en orden a las subcategorías que las caracterizan. Al final de cada apartado se presenta una comparación de documentos curriculares en relación a la categoría analizada.

6.1 Resultados relativos a la categoría 1: números, representaciones, relaciones y sistemas numéricos

Esta primera categoría contempla el desarrollo de un aprendizaje comprensivo del número racional. Se propone el uso de modelos y establecer relaciones entre las diferentes representaciones del número racional para emplearlo flexiblemente al resolver problemas.

Las etapas consideradas para este estudio (3-5 y 6-8) contemplan en sus subcategorías el significado de fracción, el uso de modelo para su representación, la equivalencia y el orden y comparación de fracciones. Se contempla también el significado de porcentaje junto con reconocer y generar formas equivalentes entre fracciones, decimales y porcentajes. Asimismo se referirá a las subcategorías emergentes relacionadas a la comprensión de la notación de los racionales, el uso de modelo para representar decimales y reconocer la utilidad de los racionales en diferentes contextos.

6.1.1 Programa de estudio de 1974

El primer acercamiento de este programa al número racional ocurre a través de la interpretación de las fracciones para luego incorporar su representación como decimal.

Significado de fracción. Las primeras nociones del concepto de fracción se desarrollan en segundo básico (7 años) a través de fracciones unitarias con denominador dos, cuatro y ocho. En el siguiente nivel se incluye el resto de denominadores hasta completar el décimo

y proponen desarrollar un aprendizaje comprensivo de las fracciones utilizando términos como fraccionar y separar para referirse al número de partes equivalentes en que se divide la unidad y lo que se consideran de esta. El programa no se refiere a comprender los términos numerador y denominador.

En tercero básico se utilizan modelos para indicar el significado de fracción a través de objetivos como, dado un elemento concreto, un conjunto, una región cuadrada o rectangular, o un diagrama de un conjunto discreto considerado como unidad, fraccionarlos en dos, tres, cuatro...o diez partes, subconjuntos o regiones equivalentes, y nominar cada parte en términos fraccionarios. Estos propósitos presentan un carácter exploratorio, en los que el estudiante debe realizar la acción de fraccionar un elemento en partes iguales, para posteriormente, representar mediante un modelo una fracción dada. Ejemplo de esto corresponde a que “dado un elemento concreto, conjunto de elementos semejantes, una región cuadrada o rectangular, o un diagrama de un conjunto discreto, separar o achurar un determinado número de medios, tercios, cuartos...o décimos” (Ministerio de Educación Pública, 1974, pp. 69,70) según se le indique.

Del mismo modo se gestionan de tercero a sexto básico tres objetivos que implican la interpretación de fracciones. En primer lugar, “interpretar una fracción señalando el número de partes equivalentes en que se ha dividido la unidad y el número de partes que se han considerado” (Ministerio de Educación Pública, 1974, pp. 71, 79), idea que se diferencia entre los niveles por considerar fracciones menores o iguales que $\frac{10}{10}$ (3° básico), $\frac{100}{100}$ (4° básico) y $\frac{1000}{1000}$ (5° y 6° básico). Esta referencia numérica se utiliza en todos los objetivos del programa tal como se verá más adelante.

En segundo lugar se presenta para todos los niveles “interpretar las fracciones de tipo $\frac{0}{b}$ con b distinto de cero” (Ministerio de Educación Pública, 1974, pp. 79, 91), identificándose esta expresión como un racional de valor cero. Y finalmente, de cuarto a sexto básico, se plantea como objetivo interpretar una fracción impropia como “el número de regiones equivalentes en que se dividió la unidad y el número total de regiones que se tomaron” son mayores a

uno (Ministerio de Educación Pública, 1974, pp. 81, 91). Así busca distinguir entre la parte entera y fraccionaria restante.

Representación de fracciones y decimales. El programa apela al uso de modelos y otras estrategias para representar fracciones. Los objetivos que propone se relacionan a la acción de achurar, escribir y ubicar fracciones, las que se utilizan de forma similar en tercero y cuarto básico con modelos de área (cuadrado y rectangular), par ordenado de números y diagramas de conjuntos discretos. Sin embargo, en quinto y sexto básico se limita su representación a la lectura y escritura de fracciones hasta la milésima, ya que el énfasis se encuentra en la operatoria con fracciones y decimales.

Entre los apoyos visuales que se mencionan con mayor frecuencia se encuentran las representaciones pictóricas. El uso de modelos gráficos, como regiones cuadradas y/o rectangulares y diagramas, son utilizados en tercero y cuarto básico diferenciándose uno del otro por el rango numérico que tiene el denominador: fracciones iguales o menores que $\frac{10}{10}$, y fracciones iguales o menores que $\frac{20}{20}$ respectivamente.

Otro referente que se propone es representar las fracciones como un par ordenado de números a partir de diagramas, regiones y fracciones y viceversa. Este sistema de referencia se expresa igual que una notación de coordenadas, refiriéndose al numerador y denominador como sus componentes.

La recta numérica, como gráfico unidimensional, es otra herramienta que se utiliza para representar racionales, en primer lugar para ubicar fracciones cuyo denominador son décimos (3° básico), veinteavos, centésimos (4° básico) y milésimos (5° y 6° básico), y más adelante, para hallar fracciones equivalentes y comparar expresiones fraccionarias.

Como expresión verbal se identifica la lectura y escritura de fracciones. Si bien esto se propone en todos los niveles educativos, no se menciona si es que la tarea debe realizarse utilizando numerales o palabras. Este es el único referente que el programa utiliza para representar decimales, ya que el uso de modelos se limita a la notación fraccionaria.

Equivalencia de fracciones. Para referirse a la equivalencia de fracciones, el programa de 1974 plantea dos tipos de objetivos. Por un lado, señalar si dos fracciones dadas son o no equivalentes, y por otro, encontrar otra fracción de igual valor a una dada. En el primer caso se trabaja en base a diagramas y al uso de simbología ($=$ o \neq) para indicar si tienen o no el mismo valor. Para el segundo caso en cambio, se utiliza el método de amplificación y simplificación, utilizando diagramas y/o recta numérica para comprobar si la fracción encontrada es correcta.

Reconocer y generar formas equivalentes entre fracciones y decimales. El programa propone que los estudiantes sean capaces de señalar “cuántos medios, tercios, cuartos..., o décimos tiene una unidad” (Ministerio de Educación Pública, 1974, p. 70), para luego “expresar la unidad en términos de fracciones, hasta décimos, centésimos y milésimos” (Ministerio de Educación Pública, 1974, pp. 71, 79, 91) según el nivel educativo.

En segundo lugar, en los niveles de cuarto a sexto básico, se espera que logren reconocer representaciones equivalentes de un mismo número generadas por composición y descomposición de fracciones. Así, se espera que a partir de una fracción propia logren “expresar la fracción con la que se completaría la unidad” (Ministerio de Educación, pp. 79, 91), lo que implica expresar un entero como la suma de dos fracciones. En los niveles de quinto y sexto básico se procura expresar cualquier número cardinal en términos de fracción y cualquier fracción impropia en número mixto, estableciendo un primer acercamiento a esta equivalencia.

Desde otra perspectiva este documento se refiere a dos tipos de relaciones: (a) fracciones y decimales y (b) fracciones y número mixto. En cuanto a la primera, los números decimales surgen a partir de las denominadas fracciones decimales (denominadores 10, 100 y 1000) cuya correspondencia se trabaja de cuarto a sexto básico. Para el nivel de quinto básico se describen dos formas de llevar a cabo esta tarea, por un lado, se propone utilizar el método de amplificación y simplificación de una fracción común con denominador factor o múltiplo de 10 y/o 100, para obtener una fracción decimal equivalente que se pueda escribir con numerales decimales; Y por otro, se encuentra en que fracciones sencillas sean escritas

de forma rápida en su notación decimal sin hacer uso del método utilizado en el caso anterior.

En cuanto a la segunda relación, expresar una fracción impropia como número mixto y viceversa se propone para quinto y sexto básico, sin referirse al procedimiento implicado.

Resolución de problemas con fracciones, decimales y porcentajes. El programa de 1974 no se refiere a reconocer la utilidad de los racionales en diferentes contextos y disciplinas, solo se limita a plantear la resolución de problemas relacionado al uso de alguna operación matemática a partir del nivel de cuarto básico.

Una primera forma de trabajo que presenta consiste en “crear y expresar una situación problemática a partir de un ejercicio” (Ministerio de Educación Pública, 1974, pp. 81, 82), ya sea de adición o sustracción con fracciones de igual denominador (4° básico), o de multiplicación o división de decimales hasta el milésimo (5° y 6°). Una segunda propuesta se refiere a plantear el ejercicio a partir de una situación problemática dada y resolverlo, considerando las operaciones de igual manera que en el caso anterior.

Para quinto básico se presenta un tercer modo de resolución de problemas, en el que se espera que los estudiantes sean capaces de “plantear ejercicios combinados necesarios para solucionar una situación problemática dada y resolverlo” (Ministerio de Educación Pública, 1974, p. 95), ya sea utilizando dos o tres operaciones con números decimales. De forma similar se menciona resolver problemas dados de hasta dos operaciones, utilizando la adición, sustracción, multiplicación y/o división de números decimales hasta la milésima.

Comparación y orden de fracciones y decimales. Entre los últimos aspectos que considera esta categoría, el comparar y establecer equivalencia entre dos fracciones dadas, aparece de forma simultánea a partir de tercero básico. Se propone para tal caso, utilizar la recta numérica y diagramas para indicar igualdad o para distinguir qué fracción es mayor. Finalmente, de cuarto a sexto básico se trabaja el orden de racionales sólo con decimales.

6.1.2 Programa de estudio de 1981

En lo que se refiere a esta categoría el programa promueve la comprensión de los racionales desde su expresión como fracción a partir de tercero básico, incluyendo progresivamente tareas que implican operar con ellas y desde su expresión decimal.

Significado de fracción. Con el propósito de generar significado de las expresiones fraccionarias, el programa de estudio promueve experiencias en la que puedan “identificar fracciones asociadas al número de regiones congruente obtenidas al fraccionar un entero considerado como unidad” (Ministerio de Educación, 1981, p. 61), así como “expresar en términos fraccionarios qué parte representa un número determinado de subconjuntos, disjuntos y equivalentes con respecto al conjunto considerado como unidad” (Ministerio de Educación, 1981, p. 61) a partir de tercero y cuarto básico. A estos dos objetivos se le incorpora más adelante, “identificar fracciones asociadas al número de regiones equivalentes obtenidas al fraccionar dos o más enteros” (Ministerio de Educación, 1981, p. 61), previo al trabajo con fracciones impropias y número mixto.

Representación de fracciones y decimales. Este documento curricular procura el uso de modelos, referencias y formas equivalentes en los niveles de tercero y cuarto básico a través de dos líneas de trabajo. La primera, consta en representar una fracción dada, sea propia o impropia, utilizando formas gráficas; la segunda se refiere a identificar el valor señalado en un diagrama de regiones congruentes y/o conjuntos divididos en subconjuntos equivalentes utilizando una expresión fraccionaria. A partir de quinto y sexto básico esto se declara como “representar la fracción del total de elementos de un conjunto y anotar su valor” (Ministerio de Educación, 1981, p. 63, 66). La lectura y escritura de fracciones y decimales aparecen en todos los niveles con fracciones de denominador menor o igual a 100 atendiendo a la secuencia didáctica.

Equivalencia de fracciones. Para establecer relación entre dos fracciones de igual valor, aquí se distinguen dos tipos de objetivos. Por un lado se promueve identificar fracciones equivalentes y por otro, generar fracciones equivalentes a partir de una dada. La primera consideración surge en tercero y cuarto básico en que los estudiantes deben ser capaces de

“identificar conjuntos de fracciones equivalentes” (Ministerio de Educación, 1981, p. 61) haciendo uso de modelos pictóricos. La segunda en cambio, consiste en “escribir fracciones equivalentes a una fracción dada” de tercero a quinto básico (Ministerio de Educación, 1981, pp. 61, 64), precisando sólo en este último nivel el método de amplificación y simplificación.

Reconocer y generar formas equivalentes entre fracciones y decimales. El programa propone reconocer representaciones equivalentes y generarlas mediante la composición y descomposición de expresiones fraccionarias. Es así como en los niveles de tercero y cuarto básico sugiere “señalar cuántos medios, tercios, cuartos...o décimos tiene una unidad” (Ministerio de Educación, 1981, p. 61), así como “expresar en términos de fracción un número conocido” (Ministerio de Educación, 1981, p. 61). En quinto y sexto básico se espera que utilicen cualquier número natural distinto de cero.

Por otro lado, el programa se refiere a dos tipos de relaciones: (a) fracción y número mixto, y (b) fracción y decimal. La primera se propone desde tercero a quinto básico para expresar una fracción impropia en forma de numeral mixto y viceversa, distinguiendo entre la parte entera y fraccionaria. La segunda se aborda sólo en tercero y cuarto básico, en los que se incentiva identificar y representar fracciones con denominadores 10 ó 100, para que luego en quinto básico logren “expresar fracciones decimales en numerales decimales” (Ministerio de Educación, 1981, pp. 61, 64) hasta el milésimo y viceversa.

Resolución de problemas con fracciones, decimales y porcentajes. Para promover un trabajo flexible con fracciones, decimales y porcentaje, el documento curricular declara el uso de operaciones para plantear un ejercicio relacionado a una situación problemática para luego resolverla. Algunos de estos son desarrollados en los niveles de tercero y cuarto básico, pero la mayoría se trabajan en sexto básico. A pesar de su relevancia el programa no se refiere a reconocer la utilidad de los racionales en diferentes contextos y disciplinas.

Cabe señalar que para dar cumplimiento a los objetivos anteriores, el programa de estudio distingue entre el trabajo con fracciones y decimales. En torno a las primeras expresiones, en los niveles de cuarto a sexto básico se habla de “plantear el ejercicio de adición o

sustracción de fracciones de igual y distinto denominador, que corresponde a una situación problemática dada y resolverla” (Ministerio de Educación, 1981, pp. 61, 66). El mismo objetivo aparece para los números decimales en tercero, cuarto y sexto básico, llegando a incluir en el último nivel el “plantear el ejercicio de multiplicación de números decimales que corresponda a una situación problemática dada y resolverla” (Ministerio de Educación, 1981, p. 67). Se considera además, la resolución de problemas empleando las cuatro operaciones conocidas pero sólo con números decimales.

En cuanto a la expresión porcentual de los racionales, aquí se identifica un único objetivo orientado a “resolver problemas sencillos que impliquen cálculo de porcentaje” (Ministerio de Educación, 1981, p. 66) en el nivel de sexto básico.

Comparación y orden de fracciones y decimales. En los niveles de tercero y cuarto básico se plantea “relacionar fracciones dadas mediante la comparación de los diagramas que le corresponden” (Ministerio de Educación, 1981, p. 61) y luego “establecer las relaciones “mayor que”, “menor que” o “igual a” entre números decimales” (Ministerio de Educación, 1981, p. 61).

El orden de racionales distingue entre fracciones y decimales. En tercero y cuarto básico se especifica el orden de fracciones de igual denominador, mientras que, en lo que corresponde a los decimales se extiende hasta sexto básico con centésimos y milésimos.

6.1.3 Programa de estudio de 1996

Gran parte de los objetivos que aquí se proponen buscan desarrollar la comprensión en torno a los racionales a partir de su expresión como fracción. Sin embargo no entrega mucha información en relación a las subcategorías que configuran esta primera categoría.

Significado de fracción. En tercero y cuarto básico se plantea “utilizar fracciones para interpretar y comunicar información relativa a partes de un objeto o de una unidad de medida” reconociendo a los racionales como “números que permiten cuantificar esas partes” (Ministerio de Educación Pública, 1996, p. 69). El documento no se refiere a comprender el significado de los términos de una fracción.

Representación de fracciones y decimales. En relación a este aspecto se espera que los estudiantes logren “reconocer la multiplicidad de formas que puede asumir un valor fraccionario” (Ministerio de Educación Pública, 1996, p. 75) en el nivel de quinto básico. El programa no propone el uso de modelos para representar decimales.

Resolución de problemas con fracciones y decimales. El documento curricular establece para los niveles de quinto y sexto básico se debe tomar en consideración las relaciones existentes entre los números y las exigencias del problema a resolver. Esto a fin de seleccionar el método adecuado al utilizar expresiones fraccionarias o decimales. Asimismo en sexto básico el énfasis se centra en “operar con cantidades no enteras, de acuerdo a la situación, números decimales o fracciones” (Ministerio de Educación Pública, 1996, p. 77), permitiendo decidir qué procedimiento es pertinente para abordar la problemática planteada. Aun así, el documento en cuestión no se refiere a reconocer la utilidad de los racionales en diferentes contextos y disciplinas.

Comparación y orden de fracciones y decimales. El programa de 1996 se refiere a comparar fracciones entre sí y con los números naturales en los niveles de tercero y cuarto básico. No menciona nada en relación al orden de racionales.

6.1.4 Programa de estudio de 2012

Los aspectos de este programa relacionados con la primera categoría, se empapan del enfoque concreto-pictórico-simbólico (COPISI). Gran parte de los objetivos lo incluyen a fin de desarrollar un aprendizaje comprensivo del número racional.

Significado de fracción y descripción de decimales. El trabajo comienza en tercero básico con el uso de fracciones de uso común como $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$, con las que se espera que los estudiantes sean capaces de demostrar comprensión “explicando que una fracción representa la parte de un todo, de manera concreta, simbólica, de forma manual y/o software educativo” (Ministerio de Educación, 2012, p. 236).

En cuarto básico se incorporan expresiones con denominador 100, 12, 10, 8, 6, 5, 4, 3 y 2, y se espera que los estudiantes nuevamente acrediten comprensión al explicar que una fracción también corresponde a la parte de un grupo de elementos y a un lugar en la recta numérica. Con ello se propone como objetivo describir los decimales según sus características y la naturaleza de sus factores. En el siguiente nivel educativo se incluye la comprensión de fracciones impropias de uso común con denominadores 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10 y 12 y los números mixtos asociados. Para el siguiente nivel se plantea el mismo objetivo, pero sin restringir el ámbito numérico de los denominadores.

Representación de fracciones y decimales. Tal como se ha mencionado, el programa hace suyo el enfoque COPISI (concreto pictórico, simbólico), el que se caracteriza por representar un objeto matemático de diferentes maneras a fin de desarrollar una comprensión conceptual del mismo. Con su consideración, en cuarto básico se espera que los estudiantes comprendan las fracciones propias “mostrando que una fracción puede tener representaciones distintas” (Ministerio de Educación, 2012, p. 242), así como también identifiquen y escriban fracciones propias y números mixtos de manera concreta, pictórica y simbólica en el contexto de la resolución de problemas. Para quinto y sexto básico se promueve la representación de fracciones impropias y números mixtos y se incorpora el uso de la recta numérica. En cuanto a los números decimales promueve “describir y representar números decimales” (Ministerio de Educación, 2012, p. 242) utilizando el mismo enfoque.

Equivalencia de fracciones. El programa distingue entre sus objetivos “crear grupos de fracciones propias equivalentes, simplificando y amplificando de manera concreta, pictórica y simbólica, de forma manual o utilizando software educativo” (Ministerio de Educación, 2012, p. 248) para quinto básico. En el siguiente nivel no se hace referencia a un objetivo similar, sino más bien, a la aplicación de este aprendizaje en la operatoria con fracciones de distinto denominador.

Reconocer y generar formas equivalentes entre fracciones y decimales. El programa presenta dos tipos de relaciones para representar a los números racionales a partir de su expresión como fracción. La primera corresponde a “identificar y determinar equivalencias

entre fracciones impropias y números mixtos” (Ministerio de Educación, 2012, pp. 248, 253) utilizando modelos de área y la recta numérica. A pesar de que este propósito es el mismo para quinto y sexto básico, se diferencian al emplear denominadores de uso común (2, 3, 4, 5, 6, 8 y 12), y en no declarar restricciones en torno a los mismos.

En segundo lugar se encuentra la relación entre fracciones y su expresión como decimal. Se identifica en quinto básico el objetivo “determinar el decimal que corresponde a fracciones con denominador 2, 4, 5 y 10” (Ministerio de Educación, 2012, p. 248), acción que no se presenta en ningún otro nivel educativo.

Resolución de problemas con fracciones, decimales y porcentajes. El desarrollo de un trabajo flexible con fracciones y decimales incluye reconocer la utilidad de los racionales de diferentes contextos como un aspecto que demuestre comprensión de la expresión fraccionaria, planteando que los estudiantes deberán ser capaces de describir “situaciones en las cuales se pueda usar fracciones” (Ministerio de Educación, 2012, p. 242). Este documento curricular aborda la resolución de problemas clasificándolos en rutinarios y no rutinarios en los niveles de quinto y sexto básico, en los que se espera que apliquen adiciones y sustracciones de fracciones propias o de decimales hasta la milésima, para luego incluir fracciones impropias y números mixtos en la resolución de un problema.

Comparación y orden de fracciones y decimales. En relación a este aspecto, el programa propone para tercero básico que los estudiantes sean capaces de comparar “fracciones de un mismo todo, de igual denominador” (Ministerio de Educación, 2012, p. 236), para que en cuarto básico logren ordenar y comparar fracciones unitarias de distinto denominador haciendo uso de material concreto, pictórico y simbólico. Para el nivel de quinto básico se propone la comparación de fracciones propias con igual y distinto denominador aplicando el enfoque COPISI. En cuanto a la comparación y orden de decimales, esto se trabaja hasta la centésima y milésima, en cuarto y quinto básico respectivamente.

Noción de porcentaje. El programa propone que los estudiantes de sexto básico demuestren la comprensión del concepto de manera concreta, pictórica y simbólica, ya sea de forma manual y/o usando software educativo para la resolución de problemas.

6.2 Comparación de los programas de estudio en relación a la primera categoría

La siguiente tabla presenta las nociones de los racionales de los programas de estudio relacionados con esta categoría, haciendo referencia a la edad en la que estos se introducen. En ella se puede distinguir que en el programa de 2012 aumenta la edad en que se incluyen la mayoría de los tópicos descritos, mientras que el de 1996 es el que menos nociones presenta. Por otro lado el de 1981 promueve gran parte del trabajo con racionales a la edad de 8-9 años, relegando el cálculo con porcentaje para los siguientes niveles educativos.

Tabla 2. *Edades en las que se introducen las nociones de la primera categoría en cada programa de estudio*³

	1974	1981	1996	2012
Significado de fracción	7-8 años	8-9 años	8-9 años	8-9 años
Representación de fracciones	8-9 años	8-9 años	10-11 años	8-9 años
Equivalencia de fracciones	8-9 años	8-9 años	Sin mención	10-11 años
Comparación y orden de fracciones	8-9 años	8-9 años	8-9 años	8-9 años
Transformación de fracciones impropias a número mixto y viceversa	10-11 años	8-9 años	Sin mención	10-11 años
Transformación de fracción a decimal y viceversa	8-9 años	8-9 años	Sin mención	10-11 años
Problemas con fracciones y decimales	8-9 años	8-9 años	10-11 años	10-11 años
Descripción de decimales	8-9 años	8-9 años	Sin mención	9-10 años
Representación de decimales	Sin mención	Sin mención	Sin mención	9-10 años
Comparación y orden de decimales	8-9 años	8-9 años	Sin mención	9-10 años
Problemas con decimales	8-9 años	8-9 años	10-11 años	10-11 años
Noción de porcentaje	Sin mención	11-12 años	Sin mención	11 años
Problemas de porcentaje	Sin mención	11-12 años	Sin mención	Sin mención

³ Las nociones que aquí se presentan hacen referencia a los aspectos principales de esta categoría.

6.2.1 Significado de fracción, porcentaje y descripción de decimales.

Las nociones iniciales sobre los números racionales, surgen desde su expresión como fracción a partir de los 8-9 años de edad (4° básico), a la que se incluye progresivamente el resto de las representaciones. Cada programa de estudio se refiere al significado de fracción apelando a su representación pictórica y simbólica. De forma similar la conciben como una expresión que indica la parte de un todo (unidad), el que puede ser un conjunto de elementos, un diagrama, una región o un punto en la recta numérica. Es así como a partir de su notación usual $\frac{a}{b}$ se introduce su expresión decimal mediante el uso de denominadores 10, 100 y 1000 según el nivel que corresponda. Sin embargo, el programa de 1981 es el único que se refiere a reconocer el significado de los términos de una fracción.

De los números decimales, el programa de 2012 es el único que propone describirlos y representarlos a partir de los 9 y 10 años de edad (5° básico). El trabajo con esta expresión, a excepción del programa de 1996, ocurre como consecuencia de la transformación de fracciones decimales a numerales decimales. La mayoría de los objetivos los asocian a tareas como ordenar, comparar y operar. Finalmente, el programa del 2012 es el único que se refiere al concepto de porcentaje, mientras que el de 1981 sólo lo asocia al cálculo.

6.2.2 Representación de fracciones

El uso de modelos, referencias y formas equivalentes son utilizados por los programas tanto al inicio como para acompañar el aprendizaje de las fracciones. El análisis da cuenta que desde 1974 el uso de estos resulta ser algo característico en la enseñanza de los racionales para atender a la noción de fracción, la comparación y equivalencia a partir de los 8 años (4° básico). A diferencia del resto de los programas, el de 1974 es el único que incluye presentar una fracción como par de números ordenados y viceversa.

El programa de 1996 se refiere a reconocer la multiplicidad de formas que puede asumir valores fraccionarios a partir de los 10-11 años de edad (5° básico), sin embargo, no detalla qué tipo de modelos y referencias que utiliza. Mientras que el programa de 2012 se diferencia de sus precedentes por incluir el uso de material concreto, pictórico y simbólico

en la mayoría de sus objetivos, mencionando la posibilidad de hacerlo de forma manual y/o con software educativo. Además, es el único que plantea el representar los números decimales utilizando el enfoque COPISI.

Las representaciones más características de los cuatro programas de estudio corresponden a las pictóricas. Entre estos modelos cabe destacar el uso de la recta numérica, cuya aparición en tres de los cuatro programas de estudio tiene como objetivo ubicar expresiones fraccionarias para luego establecer equivalencias, ordenar y comparar. El programa de 1981 es el único que no la considera entre sus objetivos. En cuanto a la lectura y escritura de fracciones y decimales, el programa de 1996 no se refiere a este aspecto, mientras que en el resto de los programas indican que se debe hacer al dictado, utilizando palabras y simbólicamente.

6.2.3 Equivalencia de fracciones

Para referirse a la relación entre dos fracciones como expresiones que representan un mismo valor, el análisis da cuenta de que los documentos curriculares promueven en primer lugar, el uso de diagramas y la recta numérica para lograrlo, a partir de los 8-9 años en los documentos de 1974 y 1981, y a los 10-11 años, en el de 2012. Luego plantean incorporar el método de amplificación y simplificación como procedimiento eficiente en quinto y sexto básico. El programa de 1996 no formula objetivos que se refieran a este aspecto.

6.2.4 Reconocer y generar formas equivalentes entre fracciones y decimales

Los programas de 1974 y 1981 son los únicos que dedican objetivos orientados a reconocer representaciones equivalentes del mismo número generadas a partir de la composición y descomposición de fracciones. Para ello gestionan una progresión similar en cuanto a señalar cuántos medios, tercios, cuartos, etc. hay en un entero, para luego expresar en términos de fracción un número cardinal. No obstante, el programa de 1974 es el único que incluye expresar dos fracciones cuya suma completa la unidad.

En cuanto a reconocer y generar formas equivalentes de fracciones, decimales y porcentajes más comunes, se promueve formar la capacidad de moverse de una expresión a otra de

igual valor, considerado una habilidad necesaria en la resolución de problemas. Esto en los programas de 1974 y 1981 trabaja a partir de los 8-9 años, mientras que en los otros dos programas, a partir de los 10 años, otorgándole un mayor énfasis a la transformación de fracción en decimal y viceversa.

A excepción del programa de 1996, los programas de estudio proponen objetivos similares para la relación entre fracción-número mixto, y fracción-decimal, no obstante, varían en la edad en que estos objetivos son introducidos. En el primer caso, los documentos de 1974 y 2012 lo proponen para estudiantes de 10-11 años (5° básico), mientras que el de 1981, entre 8-9 años (4° básico). Para el segundo caso, en los programa de 1974 y 1981 se trabaja a partir de los 8- 9 años, mientras que el de 2012 lo hace a partir de los 10-11 años.

6.2.5 Resolución de problemas con fracciones, decimales y porcentajes.

El trabajo flexible con racionales para resolver problemas en su mayoría se presenta asociado a alguna operatoria. El programa de 2012 es el único que menciona describir situaciones en que se utilizan fracciones para contextualizar su uso y utilidad.

Los problemas de adición y sustracción con fracciones y decimales se abordan a partir de los 8-9 años (4° básico) en los programas de 1974 y 1981, mientras que para el de 1996 y 2012 lo hacen a la edad de 10-11 años (5° básico), llegando a incorporar las cuatro operaciones con decimales. El programa de 1974 a diferencia de los otros presenta dos tipos de objetivos relacionados a esto: el primero dirigido a crear y expresar una situación problema a partir de un ejercicio, y el segundo, semejante a plantear un ejercicio a partir de una situación problemática dada. Este último es similar en los programa de 1981 y 2012.

El programa de 1996 propone considerar las relaciones entre las representaciones de los racionales para que, según las exigencias del problema a resolver, se seleccione el método más adecuado. Por otro lado, el programa de 2012 clasifica resolver problemas en rutinarios y no rutinarios, en los que se deberá aplicar adiciones y sustracciones con fracciones impropias y números mixtos.

En cuanto al trabajo con porcentaje, el programa de 1981 es el único que propone su cálculo para resolver problemas sencillos a partir de los 11 años (6° básico), mientras que el de 2012 se refiere a la comprensión del tópico matemático.

6.2.6 Comparación y orden de fracciones y decimales

Este aspecto se presenta de diferentes maneras en los programas de estudio. El de 1974 es el único que distingue entre comparar fracciones y ordenar decimales. En relación a lo primero, se habla de establecer equivalencia entre dos fracciones utilizando diagramas, las que de no representar el mismo valor, deben indicar cuál es mayor. En cuanto a lo segundo, se refiere a ordenar decimales de menor a mayor y viceversa a partir de los 9 años.

El programa de 1996 también presenta algunas restricciones, ya que sólo se refiere a comparar fracciones entre sí y con los números naturales, y no plantea objetivos para el orden de racionales. A diferencia de los dos casos anteriores los programas de 1981 y 2012 consideran comparar y ordenar tanto fracciones como decimales.

En lo que respecta al orden de racionales, el programa de 1981 lo limita al trabajo con fracciones de igual denominador y a un conjunto de decimales, para luego limitarlo a los decimales. El programa de 2012 comienza comparando fracciones de igual denominador para luego incluir las de distinto, refiriéndose simultáneamente a comparar y ordenar decimales hasta la centésima y milésima.

6.3 Resultados relativos a la categoría 2: significado de las operaciones y sus relaciones

Esta segunda categoría se caracteriza por desarrollar el significado de las cuatro operaciones, de sus relaciones y de sus propiedades. Este propósito se apoya sobre el trabajo con el conjunto de los naturales que se transfiere al ámbito de las fracciones y decimales. Las etapas consideradas para este estudio (3-5 y 6-8) contemplan entre sus subcategorías el significado y efecto de las operaciones aritméticas con fracciones y decimales, además del uso de la propiedad asociativa y conmutativa de la adición y la multiplicación, junto al utilizar las relaciones inversas de las operaciones.

6.3.1 Programa de estudio 1974

En relación a la segunda categoría, este atiende a dos ideas: comprender la relación entre la adición y sustracción por un lado, y al uso de propiedades de la multiplicación, por otro.

Relación entre las operaciones de adición y sustracción. A través del objetivo “dado un ejercicio de adición de fracciones o decimales en el que se conoce el total, se debe obtener y anotar el sumando desconocido” (Ministerio de Educación Pública, 1974, pp. 81, 92) este documento aborda la relación entre la adición y sustracción con racionales, a fin de que se utilice la sustracción para responder. Por otro lado, se presenta que “dado un ejercicio de sustracción de fracciones de igual denominador, expresarlo en términos de adición con una incógnita” (Ministerio de Educación Pública, 1974, pp. 82, 92) y a su vez se espera que sean capaces de “resolver ejercicios de sustracción hasta el centésimo con numerales decimales, interpretando la sustracción como operación inversa de la adición” (Ministerio de Educación Pública, 1974, p.83).

Uso de propiedades conmutativa y/o asociativa. Ambas propiedades de la multiplicación se abordan desde los numerales decimales. Esto se propone para quinto básico a fin de replantear los ejercicios dados y hacer más fácil su solución.

6.3.2 Programa de estudio de 1981

Acorde a esta categoría el programa se refiere únicamente a “relacionar la división con los números decimales y viceversa” (Ministerio de Educación, 1981, p.64). Este no presenta objetivos asociados al uso de propiedades de la adición o multiplicación con racionales.

6.3.3 Programa de estudio de 1996

Este documento no propone objetivos que se relacionen con esta categoría.

6.3.4 Programas de estudio de 2012

Con la intención de desarrollar comprensión en torno al significado de la multiplicación y división, este documento propone el único objetivo que se describe a continuación.

Significado de las operaciones. Para sexto básico indica que los estudiantes deberán ser capaces de “demostrar que comprenden la multiplicación y división de decimales por números naturales de un dígito, múltiplos de 10 y decimales hasta la milésima” (Ministerio de Educación, 2012, p. 253) de manera concreta, pictórica y simbólica.

6.4 Comparación de los programas de estudio en relación a la segunda categoría

Los resultados obtenidos indican que esta es la categoría menos considerada en los programas, hecho que se atribuye a que gran parte de sus descriptores son abordados desde los números naturales. La siguiente tabla desglosa algunas de las nociones que se abordan en los documentos curriculares mencionando la edad en la que estas se incluyen.

Tabla 3. *Edades en las que se introducen las nociones de la segunda categoría en cada programa de estudio*⁴

	1974	1981	1996	2012
Significado de adición y sustracción	Sin mención	Sin mención	Sin mención	Sin mención
Significado de multiplicación y división	Sin mención	Sin mención	Sin mención	11-12 años
Relación entre adición y sustracción de fracciones y decimales	8-9 años	Sin mención	Sin mención	Sin mención
Relación división con decimales	Sin mención	10-11 años	Sin mención	Sin mención
Uso de propiedad conmutativa y/o asociativa	10-11 años	Sin mención	Sin mención	Sin mención

Tal como se puede observar, prescripciones que eran consideradas en el programa de 1974 se pierden en los documentos posteriores, en los que se enfatiza la representación y la operatoria con fracciones y decimales. Por otro lado, el programa de 1996 no presenta ningún objetivo relacionado a los aspectos que desarrolla esta categoría.

⁴ Las nociones que aquí se presentan hacen referencia a los aspectos principales de esta categoría.

6.4.1 Significado de las operaciones

El programa de 2012 es el único que alude a comprender la multiplicación y división racionales desde su representación decimal. Los demás no se pronuncian al respecto.

6.4.2 Relación entre las operaciones

Únicamente el programa de 1974 se refiere explícitamente a interpretar la sustracción como la operación inversa de la adición en la resolución de ejercicios con fracciones y numerales decimales. Por otro lado el programa de 1981, es el único que habla de relacionar la división de naturales con la obtención de números decimales en quinto básico. Los programas de 1996 y 2012 no proponen objetivos en torno a este aspecto.

6.4.3 Uso de propiedad conmutativa y/o asociativa

Excepcionalmente el programa de 1974 se refiere al uso de la propiedad conmutativa y/o asociativa de la multiplicación con decimales a partir de los 10-11 años de edad (5° básico). El resto de los documentos insertan el uso de ambas propiedades en el trabajo con números naturales, pero no lo extienden al trabajo con fracciones y decimales.

6.5 Resultados relativos a la categoría 3: calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables

Esta última categoría se refiere tanto a la fluidez en el cálculo como a realizar estimaciones razonables. Esto implica comprender procedimientos, contextualizar las operaciones y trabajar eficazmente con fracciones, decimales y porcentajes. Las etapas consideradas para este estudio (3-5 y 6-8) contemplan en sus subcategorías el uso de modelos para abordar la adición y sustracción de fracciones y decimales, así como la selección y aplicación de métodos apropiados junto al desarrollo y análisis de los algoritmos de las operaciones con números racionales. A esto se incluye como subcategoría emergente el desarrollar fluidez en el cálculo de porcentaje.

6.5.1 Programa de estudio 1974

Resolver ejercicios forma parte recurrente en los objetivos de cuarto a sexto básico de este programa, y se caracterizan por trabajar las operaciones con fracciones y decimales de forma separada. El rango numérico con el que se abordan estos cálculos difieren en los niveles: en cuarto básico se procura obtener resultados igual o menores que $\frac{100}{100}$ mientras que en quinto y sexto básico, se espera que sea igual o menor al $\frac{1000}{1000}$.

Algoritmo de la adición y sustracción de fracciones y decimales. La primera operación que se trabaja con expresiones fraccionarias y decimales es la adición. En torno a esta se formulan, de cuarto a sexto básico, objetivos como “resolver ejercicios de adición de fracciones de igual denominador hasta cuatro sumandos” (Ministerio de Educación Pública, 1974, pp. 81, 92) diferenciándose en el rango numérico descrito. A estos propósitos le siguen del tipo “resolver ejercicios de adición de fracciones con tres o cuatro sumandos planteados usando paréntesis” (Ministerio de Educación Pública, 1974, p. 81), lo que también se trabaja con decimales pero sin restringir la cantidad de sumandos.

Posteriormente se presentan objetivos para la sustracción con ambas expresiones de cuarto a sexto básico. Al igual que en el caso de la adición, el trabajo comienza con fracciones de igual denominador, en el que se incentiva además, la comprobación de la exactitud del resultado. Se propone también, resolver ejercicios de sustracción con paréntesis.

Multiplicación y división de decimales. En el nivel de quinto y sexto básico se incorpora la multiplicación y división únicamente con expresiones decimales. Para dar cumplimiento a los objetivos relacionados con la multiplicación, se plantean las siguientes situaciones en cuanto a sus factores: “(a) numerales decimales solo en el multiplicador, (b) numerales decimales solo en el multiplicando, (c) numerales decimales tanto en el multiplicando como en el multiplicador” (Ministerio de Educación Pública, 1974, p. 94).

En cuanto a la división de decimales se propone comenzar por abordar la operatoria con números cardinales cuyo resultado no es exacto, para luego resolver ejercicios con decimales hasta el milésimo considerando en sus términos, “(a) numerales decimales solo

en el dividendo, (b) numerales decimales solo en el divisor y (c) numerales decimales tanto en el dividendo como en el divisor” (Ministerio de Educación Pública, 1974, p. 95).

Cálculo de porcentaje. El documento no lo incluye en ninguno de sus objetivos.

Ejercicios combinados. En relación a esto el programa se refiere a ejercicios o problemas que requieren resolver dos o más operaciones. Para ello considera a partir de cuarto básico, ejercicios que incluyan adición y sustracción con fracciones de igual denominador. Igualmente incluye “resolver ejercicios combinados de adición y sustracción de numerales decimales hasta centésimos planteados usando paréntesis” (Ministerio de Educación Pública, 1974, pp. 83, 94) en cuarto básico, y hasta milésimos en quinto básico.

Con la incorporación de la multiplicación de decimales en quinto y sexto básico, se propone resolver ejercicios combinados que contemplen las tres operaciones con paréntesis hasta milésimos, al incluir la división, se plantea resolver ejercicios combinados de las cuatro operaciones con numerales decimales, usando paréntesis y respetando el orden de prioridad de estas (Ministerio de Educación Pública, 1974).

6.5.2 Programa de estudio de 1981

Para este programa el realizar cálculos con fluidez se centra en desarrollar y analizar algoritmos para calcular con fracciones y decimales.

Algoritmo de la adición y sustracción de fracciones y decimales. En todos los niveles el énfasis se encuentra en resolver adiciones y sustracciones de fracciones con igual denominador hasta el centésimo, y de la misma manera se desarrollan dichas operaciones utilizando decimales en el ámbito mencionado. No se mencionan procedimientos implicados para el aprendizaje de estos algoritmos.

Algoritmo de la multiplicación y división de decimales. Para el nivel de quinto básico se promueve “resolver ejercicios de multiplicación con números decimales, con producto hasta el milésimo” (Ministerio de Educación, 1981, p. 64), para luego a partir de números

naturales “resolver ejercicios de división no exacta y expresar el cociente hasta con tres cifras decimales” (Ministerio de Educación, 1981, pp. 64, 67) en quinto y sexto básico. Posteriormente se propone en los mismos niveles “resolver ejercicios de división de números decimales” (Ministerio de Educación, 1981, p. 67)

Cálculo de porcentaje. El documento incluye para el nivel de sexto básico “calcular un tanto por ciento de una cantidad dada” (Ministerio de Educación, 1981, p. 67). También se refiere al cálculo de porcentaje en la resolución de problemas sencillos en el mismo nivel.

Ejercicios combinados. Una vez trabajada la adición y sustracción, el programa propone “resolver ejercicios combinados con ambas operaciones utilizando solo fracciones de igual denominador” (Ministerio de Educación, 1981, p. 61) para tercero, cuarto y sexto básico, acorde al rango numérico que alcanzan los denominadores. En el caso de los decimales se tiene que, tras incorporar la multiplicación en quinto básico, se trabaja en el siguiente nivel “resolver ejercicios combinados de adición, sustracción y multiplicación de números decimales” (Ministerio de Educación, 1981, p.67).

Cálculo de la fracción de un número. Al trabajo desarrollado con las tres operaciones se incorpora en quinto y sexto básico “calcular una fracción decimal de un número natural dado” y “calcular una fracción común de un número natural dado” (Ministerio de Educación, 1981, pp. 64, 66). No se describen los procedimientos implicados.

6.5.3 Programa de estudio de 1996

Este documento curricular no declara objetivos que se relacionen con esta categoría. La idea de operar con números fraccionarios o decimales se encuentra vinculada al trabajo flexible para la resolución de problema descrito en la primera categoría.

6.5.4 Programa de estudio de 2012

Los aspectos de este documento curricular que se relacionan con esta categoría, se hallan relacionados a la adición y sustracción de fracciones y decimales.

Uso de modelos visuales para la adición y sustracción de fracciones y decimales. El programa plantea en cuarto básico “resolver adiciones y sustracciones de fracciones con igual denominador (100, 12, 8, 6, 5, 4, 3 y 2) de manera concreta y pictórica en el contexto de la resolución de problemas” (Ministerio de Educación, 2012, p. 242). El uso de modelos pictóricos caracteriza el aprendizaje de este y el siguiente nivel, declarando “resolver adiciones y sustracciones con fracciones propias con denominadores menores o iguales a 12, de manera pictórica y simbólica” (Ministerio de Educación, 2012, p. 248). En quinto básico se incluye la amplificación y simplificación en la aplicación de los algoritmos.

Algoritmo de adición y sustracción de fracciones y decimales. Para el nivel de sexto básico la aplicación de algoritmos se realiza exclusivamente de manera simbólica. Con esta consideración se propone “resolver adiciones y sustracciones de fracciones propias e impropias y número mixto con numeradores y denominadores de hasta dos dígitos” (Ministerio de Educación, 2012, p. 253). Mientras que en cuanto a la adición y sustracción con decimales, el documento declara necesario emplear el valor posicional para alinear las comas y comprender la estructura de dichas expresiones. Para ello se trabaja con decimales “hasta la centésima en el contexto de la resolución de problemas” (Ministerio de Educación, 2012, p. 248) en cuarto básico, y hasta la milésima en quinto básico.

Cálculo de porcentaje. El documento se refiere a comprender el concepto de porcentaje pero no declara objetivos relativos a su cálculo en ningún contexto.

6.6 Comparación de los programas de estudio en relación a la tercera categoría

Los cuatro programas de estudio se asemejan en el énfasis por resolver adiciones y sustracciones con fracciones y decimales, sin embargo la aplicación del algoritmo de la multiplicación, división y resolución de ejercicios combinados con racionales no se presentan en los últimos dos currículos. En la siguiente tabla se comparten algunas de las nociones incluidas en los programas de estudio relacionados a esta tercera categoría, indicando la edad en las que estas se incluyen.

Tabla 4. *Edades en las que se introducen las nociones de la tercera categoría en cada programa de estudio*⁵

	1974	1981	1996	2012
Algoritmo de la adición y sustracción de fracciones	8-9 años	8-9 años	Sin mención	8-9 años
Ejercicios combinados con fracciones	8-9 años	8-9 años	Sin mención	Sin mención
Cálculo de la fracción de un número	Sin mención	10-11 años	Sin mención	Sin mención
Algoritmo de la adición y sustracción de decimales	8-9 años	10-11 años	Sin mención	8-9 años
Algoritmo de la multiplicación y división de decimales	10-11 años	10-11 años	Sin mención	Sin mención
Cálculo de porcentaje				
Ejercicios combinados con decimales	Sin mención	11-12 años	Sin mención	Sin mención
	10-11 años	11-12 años	Sin mención	Sin mención

6.6.1 *Algoritmo de la adición y sustracción con fracciones y decimales*

En relación a esta subcategoría se identifica la progresión similar que los programas de estudio le otorgan al trabajo con las operaciones, y la distinción entre fracciones y decimales al aplicar los algoritmos. Es así como los programas de 1974, 1981 y 2012, proponen comenzar con la adición y sustracción de fracciones de igual denominador para luego incluir el trabajo con expresiones decimales. El programa de 1996 no propone objetivos relacionado con esta categoría, por lo que no es comparable con el resto.

También se identifica que los programas de 1974 y 1981 enfatizan el cálculo de fracciones de igual denominador, mientras que el de 2012 al trabajo con fracciones propias, incluye fracciones impropias, de igual y distinto denominador, y números mixtos.

El cálculo de adición y sustracción con números decimales en el programa de 2012, apela al uso del valor posicional como criterio que sustenta su algoritmo. Esta consideración no aparece en los otros programas y en el de 1974 y 1981 plantean ambos algoritmos desde la ejercitación para luego resolver problemas.

⁵ Las nociones que aquí se presentan hacen referencia a los aspectos principales de esta categoría.

6.6.2 Algoritmo de la multiplicación y división con decimales

En los dos programas de estudio anteriores al de 1996, se propone trabajar el algoritmo de la multiplicación y división exclusivamente con números decimales. En ambos casos esto se promueve en los niveles de quinto y sexto básico, comenzando por trabajar la multiplicación de decimales hasta milésimos. Sin embargo estos programas se distinguen en la progresión didáctica que prescriben para ambos algoritmos. Mientras que en el caso del documento de 1974, se indica que los estudiantes deben comenzar por resolver ejercicios de multiplicación con numerales decimales en uno de los dos factores para luego hacerlo con ambos factores decimales, el programa de 1981 sólo se refiere a multiplicar decimales con producto hasta el milésimo, sin decretar una progresión didáctica.

Lo mismo ocurre con el algoritmo de la división. El documento de 1974 vuelve a declarar una secuencia en la que primero se dividen números cardinales cuyo resultado es una expresión decimal, para luego resolver una división en la que sólo el dividendo o el divisor es decimal, para finalmente conseguir operar con ambos términos decimales. Esto se diferencia con el programa de 1981, pues este sólo se refiere a resolver divisiones no exactas, expresando el cociente con hasta tres cifras decimales y en resolver ejercicios de división de decimales sin especificar una secuencia didáctica. Estos objetivos no aparecen en los programas de 1996 y 2012 para los niveles considerados en este estudio.

6.6.3 Ejercicios combinados

Los programas de 1996 y 2012 no se refieren a la resolución de ejercicios combinados, mientras que el de 1974 y 1981 sí lo hacen. Si bien ambos consideran la adición y sustracción de fracciones por un lado, y la adición, sustracción y multiplicación con decimales por otro, se diferencian en que el de 1974 incluye la división con expresiones decimales, el uso de paréntesis y la prioridad de las operaciones en este tipo de ejercicios.

6.6.4 Cálculo de porcentaje

El programa de 1981 es el único que se refiere a desarrollar fluidez en el cálculo de porcentajes. Si bien el de 2012 apela a la comprensión del concepto, no declara su cálculo.

CAPÍTULO 7. CONCLUSIONES

En este último capítulo se presentan las conclusiones de la investigación realizada, se justifica el logro de los objetivos propuestos, se indican las limitaciones y se exponen posibles líneas de continuidad para este trabajo.

En el primer capítulo se dio a conocer el interés por analizar el currículo chileno a fin de identificar qué transformación ha experimentado el tratamiento de los números racionales en los currículos de Educación Básica desde 1974 hasta la actualidad. Para dar respuesta a esta cuestión se planteó como objetivo de investigación describir y comparar los programas de estudio correspondientes a dicho período de tiempo. Por consiguiente, se llevó a cabo un análisis de contenido de los objetivos de aprendizaje propuesto en cada documento curricular que tuviesen relación directa con la noción de número racional.

A la luz de las categorías utilizadas, destacamos como un hallazgo importante el que ciertos objetivos incluidos en los programas de estudio no se corresponden con algunas de las subcategorías propuestas por el NCTM (2003), por lo que fue necesario crear unas nuevas que permitiesen completar el análisis de los documentos curriculares. Estas son (a) reconocer el significado de los términos de una fracción, (b) leer y escribir números decimales (c) describir y representar números decimales, (d) describir situaciones en las que se pueden usar fracciones y (e) calcular un tanto por ciento de una cantidad dada.

Por otro lado, el análisis reveló que algunas de las subcategorías que describen las categorías del NCTM (2003) no tienen presencia en los documentos curriculares de la muestra, específicamente aquellas referidas a: (a) comprender y utilizar razones y proporciones, (b) identificar, y utilizar la relación inversa de la división y multiplicación en la resolución de problemas, (c) comprender y utilizar las propiedades de la distributividad de la multiplicación respecto de la suma, y el (d) desarrollar y utilizar estrategias para estimar los resultados de cálculos con racionales y juzgar si son razonables.

Para referirnos a las similitudes y diferencias de los programas en cuestión, es preciso señalar que los cuatro procuran abordar nociones del número racional semejante, junto con promover el aprendizaje comprensivo del número racional. No obstante, difieren en la forma en que esto se suscita al abordar algunos elementos exclusivos que no se mencionan en los otros documentos, específicamente:

- El programa de estudio de 1974 es el único documento que incluye como objetivo presentar una fracción como par de números ordenados (notación de coordenadas) y viceversa, lo que denota una influencia de la matemática moderna a través de la teoría de conjuntos. Así como también, fomentar la división con decimales y el uso de propiedades de la multiplicación (conmutativa y asociativa) en favor de hacer más sencillo un cálculo.
- El programa de estudio de 1981 refleja la depuración ideológica de la época y plantea menos objetivos que el programa anterior. Es el único documento que no incluye el uso de la recta numérica como modelo para representar fracciones y decimales, no obstante, incorpora el cálculo de porcentaje y la fracción de un número.
- El programa de estudio de 1996 es el que presenta menos detalles en sus objetivos. Esto se debe a que gran parte de los aprendizajes esperados se encuentran declarados en los Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO) del programa de estudio. Es así como en los Objetivos Fundamentales Verticales (OFV), sólo se presentan directrices generales, mientras que los CMO incluyen los conocimientos, habilidades y actitudes.
- El programa de estudio 2012 es el resultado de una serie de reformas que incluye los avances de investigación y las demandas sociales gestadas en la primera década del siglo XXI. Este se caracteriza por su insistencia en el uso del enfoque COPISI (concreto, pictórico y simbólico) y el desarrollo de habilidades arraigadas en un aprendizaje comprensivo del número. Es el único que incluye el comprender el concepto de porcentaje y el significado de la multiplicación y división de decimales, así como el describir situaciones en que se utilizan fracciones.

Cabe destacar que los cuatro programas de estudio han evolucionado tanto en la edad en la que introducen algunas nociones, como en el interés en el uso de representaciones, el trabajo flexible con fracciones, decimales y porcentaje, las operaciones y sus propiedades, y también en su incidencia en el desarrollo del sentido numérico en la Enseñanza Básica.

La investigación llevada a cabo por Castro-Rodríguez et al. (2015) y la presentada en este documento, se caracterizan por desarrollar un estudio comparativo-longitudinal del tratamiento de los números racionales según los estándares del NCTM (2003). Evidentemente el contexto curricular es distinto, ya que el primero se refiere al caso de España y el segundo considera la situación educativa en Chile. Si bien ambos manifiestan interés por el análisis curricular, la comparación se realiza desde diferentes componentes: mientras que Castro-Rodríguez et al. (2015) lo hace desglosando los contenidos, esta lo hace desde la revisión de los objetivos de aprendizaje. Aun así, ambas investigaciones concluyen y reflejan que los números racionales corresponden un aspecto relevante del currículo de la educación obligatoria cuyo tratamiento ha evolucionado con el transcurso del tiempo y se ha consolidado desde su carácter prescriptivo. Sin embargo, sus resultados dan cuenta de que en los programas españoles provenientes de la LOGSE y LOE incluyen aspectos de los estándares del NCTM (2003) que los documentos chilenos no consideran en ninguna de sus versiones, tales como la estimación de resultados, el cálculo mental, el uso de la calculadora y la resolución de problemas con porcentajes.

Asimismo, la revisión de antecedentes da cuenta de que, si bien en los últimos años en Chile se han realizado estudios relacionados al análisis curricular estos son muy escasos, diferenciándose con el trabajo actual en la perspectiva en que cumplen dicho propósito. Tal es el caso de Monje, Seckel y Breda (2018), Olivares y Segovia (2018) y Olivares, Lupiáñez y Segovia (2020), quienes centrados en el estudio de un tópico matemático como la inecuación y la resolución de problemas, proponen objetivos de investigación relacionados con la revisión y comparación del currículo nacional. No obstante, sus resultados difieren del presente estudio. Monje, Seckel y Breda (2018) identifican que existen rupturas entre lo plasmado en el currículo y los textos de estudio sobre el contenido

de inequación, mientras que Olivares y Segovia (2018) y Olivares, Lupiáñez y Segovia (2020) tras la revisión de la literatura y el análisis de documentos construyen un sistema de categorías que sirve como herramienta para analizar la resolución de problemas en el currículo chileno. Estos resultados manifiestan una clara diferencia con los obtenidos en este estudio, pues no pretenden bajo ninguna perspectiva realizar un estudio comparativo de carácter longitudinal ni mucho menos abordar el tratamiento de los números racionales.

Entre las consideraciones finales es preciso señalar que la utilidad de este estudio va desde un aspecto prescriptivo hasta tener implicancias prácticas relevantes. El análisis de los objetivos de aprendizaje según estándares internacionales, permite replantear el tratamiento que se le ha dado a los racionales, y así orientar, mejorar y contextualizar su enseñanza según las exigencias y necesidades en un período determinado.

7.1 Recomendaciones para los diseñadores de currículos

Este estudio contribuye a mirar críticamente la organización y descripción de los objetivos de aprendizaje y considerar que su planteamiento en el currículo oficial no debe ser aleatorio. Las decisiones para su configuración deben estar cimentadas sobre argumentos sólidos que orienten el proceso educativo, atendiendo al contexto en el que surgen y se aplican. En vista de los resultados surgen algunas sugerencias para el diseño de currículos, tales como:

El análisis curricular permite atender las necesidades que se le demandan al proceso educativo y sus reformas constituyen un proceso arduo y lento. En esto el centro del aprendizaje debe ser el estudiante, por lo que la priorización curricular debe estar orientada a dicho propósito y los documentos deben reflejarlo.

El siglo XXI exige una formación integral basada en el desarrollo de habilidades, la interdisciplinariedad y en potenciar el trabajo colaborativo, por lo que los documentos curriculares deben incorporar directrices claras y concretas que se orienten a este fin.

La implementación en el aula implica que el docente tenga conocimiento sobre estos documentos, y ya que gran parte de los establecimientos educativos en Chile utiliza los planes y programas del Ministerio de Educación, se precisa de una descripción detallada de lo que se espera de los estudiantes evitando la interpretación arbitraria.

Si bien la comparación con referentes externos entregan información relevante para promover una mayor exigencia en los documentos curriculares, se debe velar para que esto se adapte al contexto real que tiene la educación chilena, cuyas condiciones particulares presentan sus propias limitaciones y potencialidades.

7.2 Limitaciones del trabajo

A pesar de que este estudio proporciona hallazgos relevantes en el análisis curricular, no está libre de limitaciones. Específicamente:

- Dado que el análisis curricular se centró sólo en los números racionales, este no debe considerarse un estudio finalizado sobre el currículo chileno, sino un primer paso para determinar exhaustivamente la toma de decisiones que dieron origen a la configuración de los objetivos de aprendizaje estudiados.
- El analizar sólo los objetivos de aprendizaje, deja fuera otros aspectos importantes del currículo como contenidos, metodología y evaluación, lo que obstaculiza tener una visión panorámica sobre el tratamiento de los números racionales. Este fue un motivo que impidió conseguir más detalles del programa de estudio de 1996, ya que gran parte de la información se presentaba en los Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO).
- Otro aspecto limitante es que se realiza desde una perspectiva netamente teórica. Tomando en cuenta que su aplicación es tan relevante como su prescripción escrita, la investigación no indaga en el impacto de los objetivos en el aprendizaje.

7.3 Líneas de investigación abiertas

La presente investigación se desarrolla en un campo poco explorado en Chile y contribuye al conocimiento curricular que se tiene del tratamiento de los números racionales, aun así genera nuevas vías de indagación entre las que se destacan:

- Ampliar el estudio del tratamiento de los números racionales en Educación Básica al análisis de los otros componentes del currículo: contenidos, metodología y evaluación.
- La explicitación de los objetivos en el currículo requiere de su comparación con la realidad de las aulas. Un estudio de campo podría entregar información sobre la eficacia de la formulación de dichos objetivos de aprendizaje.
- Finalmente, la posibilidad de realizar un estudio similar utilizando como referente otro tópico matemático.

Tal como se puede apreciar existen varias líneas de continuidad y ampliación a este trabajo. Sin duda alguna, cualquiera de ellas permitirá comprender y caracterizar en profundidad el currículo chileno.

REFERENCIAS

- Agencia de la Calidad de la Educación (s.f.). ¿Qué es el Simce? *Agencia de la Calidad de la Educación*. Recuperado de <https://www.agenciaeducacion.cl/evaluaciones/que-es-el-simce/nacionales/>
- Agencia de la Calidad de la Educación (2017). Aprendiendo de los errores: Un análisis de los errores frecuentes de los estudiantes de II medio en las pruebas Simce y sus implicancias pedagógicas. Recuperado de http://archivos.agenciaeducacion.cl/Aprendiendo_de_los_errores.pdf
- Agencia de la Calidad de la Educación (2019). Aprendiendo de los errores: Un análisis de los errores frecuentes de los estudiantes de 4° básico en las pruebas Simce y TIMSS y sus implicancias pedagógicas. Recuperado de https://archivos.agenciaeducacion.cl/Aprendiendo_de_los_errores_4_basico_Final.pdf
- Behr, M., Lesh, R., Post, T. y Silver, E. (1983). Rational number concept. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisitions of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 91-126). Nueva York, Estados Unidos: Academy Press.
- Cabaluz, J. (2015). El proyecto curricular de la dictadura cívico-militar en Chile (1973–1990). *Perspectiva Educacional, Formación de Profesores*, 54(2) 165-180.
- Cai J. y Howson G. (2012). Toward an International Mathematics Curriculum. En Clements M., Bishop A., Keitel C., Kilpatrick J., Leung F. (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education*, vol. 27 (pp. 949-974). Nueva York, Estados Unidos: Springer.

- Caicedo, J. y Calderón, J. (2016). Currículo: búsqueda de precisiones conceptuales. *Revista de educación y pensamiento*, 23, 57- 76.
- Castillo, I. y Valenzuela, G. (2019). Análisis comparativo de los Programas de Estudio de Matemáticas de 5º Grado de Primaria en las Reformas Curriculares 2009, 2011 y 2017. En A. Díaz y M. Jiménez-Vásquez (Eds.), *Debates en Evaluación y Currículum. V Congreso Internacional de Educación*. Universidad Autónoma de Tlaxcala, México.
- Castro-Rodríguez, E., Lupiáñez, J., Ruiz-Hidalgo, J., Rico, L. y Díez, Á. (2015). Matemáticas escolares y cambio curricular (1945-2014). El caso de los números racionales. *Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 19(3), 421-438. Granada, España.
- Choi, K. y Park, H. (2013). A Comparative Analysis of Geometry Education on Curriculum Standards, Textbook Structure, and Textbook Items between the U.S. and Korea. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 9(4), 379-391.
- Clarke D. (2003). International Comparative Research in Mathematics Education. En A. Bishop, M. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y F. Leung (Eds.), *Second International Handbook of Mathematics Education. Springer International Handbooks of Education*, vol. 10 (pp. 143-184), Dordrecht, Holanda.
- Cox, C. (2006). Construcción política de reformas curriculares: El caso de Chile de los noventa. *Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 10(1), 1-24.
- Cox, C. (2011). Le curriculum scolaire au Chili: Genèse, mise en oeuvre et développement [Currículo en Chile: génesis, implementación y desarrollo]. *Revue internationale d'éducation de Sèvres*, 56(Abril), 51-61.

- Decreto 4.002, Fija objetivos, Planes y Programas de la Educación General Básica, a partir de 1981. Ministerio de Educación Pública. Santiago, Chile (5 de junio de 1980).
- Díez, A. (2011). Evaluación del Rendimiento Aritmético, un Estudio Comparativo (tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Díez, A., Cañadas, M., Picado, M., Rico, L. y Castro, E. (2016). Magnitudes y su medida en el currículo de primaria en España (1945-2013). *Revista de Currículum y formación del profesorado*, 20(1), 342-359.
- Flores, P. y Torralbo, M. (2011). Números racionales. En I. Segovia y L. Rico (Coords.), *Matemáticas para maestros de Educación Primaria* (pp. 189-218). Madrid, España: Ediciones Pirámide.
- Fraenkel, J., Wallen, N. y Hyun, H. (2011). Content Analysis. *How to Design and Evaluate Research in Education*. San Francisco, CA: McGraw-Hill Education Learning Technology Specialist.
- Gimeno, J. (2010). ¿Qué significa currículum? En J. Gimeno (Coord.), *Saberes e incertidumbres sobre el currículum* (pp. 21-44). Valencia, España. Editorial Morata.
- Gök, M., Erdoğan, A. y Erdoğan, E. (2019). Transpositions of Function Concept in Mathematics Curricula and Textbooks from the Historical Development Perspective. *International Journal of Instruction*, 12(1), 1189-1206.
- Gysling, J. (2003). Reforma Curricular: Itinerario de una transformación cultural. En C. Cox (Ed.), *Políticas Educativas en el cambio de siglo. La reforma del sistema escolar de Chile* (pp. 213-252). Santiago, Chile: Editorial Universitaria.

- Hemmi, K., Bråting, K. y Lepik, M. (en prensa). Curricular approaches to algebra in Estonia, Finland and Sweden—a comparative study. *Mathematical Thinking and Learning*, 1-23. doi: <https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1740857>
- Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C. y Baptista, P. (2014). (6 ed.) Metodología de la investigación. México, D.F.: Mc Graw Hill.
- Kieren, T. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. En R. Lesh (Ed.), *Number and measurement* (pp. 101-144).
- Ministerio de Educación (2012). Matemática. Programa de Estudio para Tercer, Cuarto, Quinto y Sexto Año Básico. Unidad de Currículum y Evaluación. Santiago, Chile.
- Ministerio de Educación (Febrero 1981). Programa de Matemática. Educación General Básica. *Revista de educación* (76), 56-71
- Ministerio de Educación Pública (Enero 1974). Programas Transitorios. Programa de Matemática Educación General Básica. *Revista de educación* (49-50-51), 52-106
- Ministerio de Educación Pública (1996). Establece Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios para la Educación Básica y fija Normas Generales para su Aplicación. Decreto 40 Subsector de Educación Matemática. Santiago, Chile.
- Ministerio de Educación. (2012). *Bases curriculares, 1° a 6° básico*. Santiago: Chile.
- Monje, Y., Seckel, M., Breda, A. (2018). Tratamiento de la Inecuación en el Currículum y Textos Escolares Chilenos. *Bolema-Mathematics Education Bulletin*, 32(61), 480-502.
- Mujica, F. (2019). Analizar la forma crítica de los objetivos de aprendizaje y evaluación del currículo escolar chileno en función de la perspectiva de la justicia social. *Revista Electrónica Educare*, 24(1), 1-14.

- NCTM (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática. Primera edición en castellano*. Servicio de Publicaciones de la S.A.E.M. THALES.
- Olivares, D. y Segovia, I. (2018). Primer avance de un estudio sobre el rol de la resolución de problemas en los materiales de diseminación del currículo chileno. *Revista de Educación de la Universidad de Granada*, 25, 319-337.
- Olivares, D., Lupiáñez, J. y Segovia, I. (en prensa). Roles and characteristics of problem solving in the mathematics curriculum: a review. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-18. doi: <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1738579>
- Pallauta, J., Gea, M. y Batanero, C. (2020). Un análisis semiótico del objeto tabla estadística en libros de texto chilenos. *Zetetike*, 28(enero), 1-18.
- Piñero, J., Castro-Rodríguez, E. y Castro, E. C. (2016). Resultados PISA y resolución de problemas matemáticos en los currículos de Educación Primaria. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 5(2), 50-64.
- Real Academia Española [RAE] (2019). Currículo. Edición vigésimo tercera. Recuperado de <https://dle.rae.es/curr%C3%ADculo>
- Redon, S. y Angulo, F. (2015). Subject and curriculum in Chile: a historical political perspective. *The Curriculum Journal*, 26(4), 534-552.
- Rico, L (1998). Concepto de Currículum desde la Educación Matemática. *Revista de Estudios del Currículum*, 1(4), 7-42.
- Rico, L., Coriat, M., Castro, E., Castro, Enr., Segovia, I. (1997). Investigación, diseño y desarrollo curricular. En L. Rico (Coord.) *Bases teóricas del currículo de*

Matemáticas en Educación Secundaria (pp. 265-317). Madrid, España:
Editorial Síntesis.

Rico, L., Díez, A., Castro, E. y Lupiáñez, J. L. (2011). Currículo de matemáticas para la educación obligatoria en España durante el periodo 1945-2010. *Educatio Siglo XXI*, 29(2), 139-172.

Rott, B. (2018). The different mathematics performances in PISA 2012 and a curricula comparison: enriching the comparison by an analysis of the role of problem solving in intended learning processes. *Mathematics Education Research Journal*, 31(2), 175-195.

Sugandia, B. y Delicea, A. (2014). Comparison of Turkish and Indonesian secondary mathematics curricula; reflection of the paradigms. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 152, 540-545.