



UNIVERSIDAD DE GRANADA
INSTITUTO DE CIENCIAS DE LA EDUCACION



**FORMACIÓN CIENTÍFICO-DIDÁCTICA
DEL
PROFESOR DE MATEMÁTICAS
DE SECUNDARIA**

*LUIS RICO ROMERO
JOSÉ GUTIÉRREZ PÉREZ*

GRANADA 24 Y 27 DE MARZO DE 1993

SEMINARIO

Formación Científico-Didáctica del Profesor de Matemáticas de Secundaria

Granada 24/27 marzo 1993

Editores: Luis Rico Romero

José Gutiérrez Pérez

Imprime: Instituto de Ciencias de la Educación. Univ. Granada

Editores: Luis Rico y José Gutiérrez.

Imprime: Instituto de Ciencias de la Educación,
Universidad de Granada. Granada, 1993

ISBN: 84-86848-66-0

INDICE

1. <i>Presentación General del Simposio</i>	5
1.1. <i>Introducción</i>	5
1.2. <i>Objetivos</i>	10
1.3. <i>Contenidos</i>	10
1.4. <i>Metodología</i>	11
1.5. <i>Asistentes y Ponentes</i>	11
1.6. <i>Resumen de las Sesiones</i>	16
1.7. <i>Conclusiones</i>	21
2. <i>Documentos Mesa 1: Epistemología y Educación</i>	
<i>Matemática</i>	23
2.1. <i>Coordinadores</i>	25
2.2. <i>Esquema</i>	25
2.3. <i>Desarrollo del Esquema</i>	26
2.4. <i>Documentos de Trabajo</i>	28
3. <i>Documentos Mesa 2: Análisis Didáctico de Contenidos</i>	
<i>en el Area de Matemáticas</i>	43
3.1. <i>Coordinadores</i>	45
3.2. <i>Esquema</i>	45
3.3. <i>Resumen del Debate</i>	46

4. Documentos Mesa 3: Psicología Cognitiva, Teorías del Aprendizaje y Educación Matemática.....	51
4.1. Coordinadores.....	53
4.2. Esquema.....	53
4.3. Desarrollo del Esquema.....	54
4.4. Resumen del Debate.....	70
5. Documentos Mesa 4: Teoría Curricular y Educación Matemática.....	73
5.1. Coordinadores.....	75
5.2. Esquema.....	75
5.3. Desarrollo del Esquema.....	76
5.4. Resumen del Debate.....	83
6. Documentos Mesa 5: Materiales Curriculares, Medios, Modelos y Recursos para el aula de Matemáticas.....	89
6.1. Coordinadores.....	91
6.2. Introducción.....	91
6.3. Algunas referencias.....	92
6.4. Resumen del Debate.....	95
7. Documentos Mesa 6: Conclusiones y Propuestas Alternativas.....	101
7.1. Coordinadores.....	103
7.2. Resumen del Debate.....	103

FEDERACION ESPAÑOLA DE SOCIEDADES DE PROFESORES DE MATEMATICAS.

SEMINARIO:

“LA FORMACION CIENTIFICO-DIDACTICA DEL PROFESOR DE MATEMATICAS EN EDUCACION SECUNDARIA OBLIGATORIA Y BACHILLERATO.”

GRANADA 24, 25, 26 y 27 de marzo de 1993.

1.1 INTRODUCCION

El momento educativo actual, en lo que a Formación Inicial del Profesorado se refiere, se caracteriza por dos datos determinantes. En primer lugar, la transformación en curso de los niveles de Educación Infantil, Primaria, Secundaria, Bachillerato y Formación Profesional derivados de la reforma que establece la LOGSE. Esta transformación va acompañada de nuevas metas generales para cada uno de los niveles, que determinan nuevos diseños curriculares, nuevos programas y orientaciones docentes y, lo que es más importante, nuevos perfiles y necesidades profesionales, que demandan un tipo de formación más completo, sistemático y profundo para el Profesorado.

En segundo lugar, la elaboración de nuevos planes de estudios para las titulaciones y carreras universitarias, con los que se trata de agilizar y modernizar la organización de los estudios universitarios. Rasgos característicos de la ordenación y estructura del nuevo sistema son la delimitación por créditos de las titulaciones y de las disciplinas; el establecimiento de un grupo reducido de materias troncales que permiten un amplio margen para la autonomía de cada Universidad, de cada Centro, e, incluso, de cada alumno, incorporando la idea de currículo autodiseñado; la división en ciclos, la potenciación de carreras de ciclo corto con pasarelas a otras titulaciones; la necesidad de una actualización y formación permanentes, con la realización de cursos de ampliación, programas de tercer ciclo, programas de experto o máster u obtención de titulaciones propias de cada Universidad, con la necesaria potenciación de las características específicas y los equipos docentes e investigadores más prestigiosos.

En este marco general, las condiciones establecidas por la LOGSE para ejercer la docencia en los Centros de Enseñanza Secundaria, Bachillerato o Formación Profesional como Profesor, y en particular como Profesor de Matemáticas, determinan que es necesario estar en posesión del título de Licenciado, Arquitecto o Ingeniero, o estar en posesión de un título equivalente a efectos de docencia.

“Para impartir las enseñanzas de la Educación Secundaria será necesario además estar en posesión de un título profesional de especialización didáctica. Este título se obtendrá mediante la realización de un curso de cualificación pedagógica, con una duración mínima de un año académico, que incluirá en todo caso un periodo de prácticas docentes.

Para impartir el bachillerato se exigirán las mismas titulaciones y la misma cualificación pedagógica que las requeridas para la educación secundaria obligatoria.

Para la formación profesional específica se exigirán los mismos requisitos de titulación que para la educación secundaria.” (LOGSE, 1990).

Estas condiciones generales no suponen, en principio, una variación significativa en relación con la situación actual, vinculada al Certificado de Aptitud Pedagógica desarrollado mediante cursos específicos que se realizan en los Institutos de Ciencias de la Educación. Las nuevas condiciones establecen un título profesional de especialización didáctica, pero sin indicar qué institución va a responsabilizarse del mismo; es posible que se obtenga dentro de la Universidad, pero parece claro que puede seguir configurándose mediante cursos de carácter atípico y, en principio, desvinculados de los Departamentos Universitarios. Las dos características positivas de este título son su obtención mediante la realización de un curso de un año de duración y la incorporación de un período de prácticas. Sin embargo, son rasgos negativos el que no esté definida una troncalidad, que no exista una valoración en créditos -ni siquiera en horas- para estos cursos, que no aparezca una atribución de responsabilidades, un esquema organizador o una orientación para sus programas ni para la evaluación y promoción de quienes los siguen.

Toda la reflexión anterior hace referencia, principalmente, a la Formación Inicial del Profesorado. Por lo que se refiere a la Formación Permanente las actuaciones de la Administración Educativa han ido encaminadas a crear una red de centros de formación y actualización del profesorado en ejercicio, los Centros de Profesores, mediante los que llevar adelante la implantación de la reforma educativa en curso y, con una visión de más largo plazo, convertirlos en los impulsores de la capacitación didáctica y profesional de los profesores en ejercicio, con una apuesta por la autonomía, la innovación y la potenciación de un pensamiento crítico. Por razones políticas y económicas, que no han permitido la puesta en práctica y desarrollo de un proyecto más ambicioso, los Centros de Profesores se encuentran en un momento de estancamiento, uno de cuyos rasgos destacables es el distanciamiento del Profesorado de Secundaria en relación con las actividades de estos Centros.

Aún así, las Administraciones Educativas -Central y Autonómicas- han venido desarrollando planes de Formación Permanente para el profesorado en ejercicio, contando unas veces con elementos preparados y eficaces de las redes de Centros de Profesores y, en otros casos, firmando convenios

con las Universidades de los respectivos territorios para el desarrollo conjunto de cursos de actualización.

Después de una primera etapa, en la que se trató de seleccionar a profesores concienciados por sus preocupaciones e intereses didácticos, y formar una élite que dirigiese los Centros de Profesores (etapa que se concretó en cursos dirigidos a *Formadores de Profesores*) se ha pasado recientemente a los denominados cursos de *Actualización Científico-Didáctica*, dirigidos a todo el profesorado y con distintas modalidades.

La primera diferencia entre las distintas variedades de cursos es el número de horas dedicadas al mismo. Los cursos de Formadores son cursos de larga duración -unas 300 horas, por término medio- mientras que los de Actualización suelen oscilar entre 30 y 150 horas.

Los objetivos de cada uno de los cursos establecen las diferencias subsiguientes entre los mismos. Sin embargo, se reconocen unos elementos permanentes en los programas de estos cursos, independientemente de su duración y de sus objetivos finales.

Por lo que se refiere al Área de Matemáticas, un análisis de los programas de los cursos desarrollados hasta el momento permite reconocer unos elementos estables que forman parte de la mayoría de ellos, por no decir de su totalidad. Todos los cursos de formación permanente han incluido una o varias sesiones sobre Epistemología e Historia de las Matemáticas, así como de Epistemología de la Educación Matemática; igualmente, han incluido sesiones sobre Psicología Cognitiva, aspectos evolutivos del niño y del adolescente, reflexiones sobre diversas Teorías del Aprendizaje, en particular las relacionadas con el Aprendizaje de las Matemáticas; en la mayor parte de los casos se han impartido algunas sesiones sobre Sociología de la Educación, Antropología y dimensiones culturales de la educación y, en especial, de la Educación Matemática; también se han incluido estudios y reflexiones sobre Teoría Curricular: diseño, desarrollo y evaluación de las Matemáticas escolares, materiales curriculares e innovaciones didácticas; las referencias a teorías de instrucción específicamente pensadas para abordar los problemas derivados de la enseñanza de las matemáticas, el análisis didáctico de los contenidos de las matemáticas escolares, han formado una parte destacable del núcleo de información transmitido en estos cursos; finalmente, y sin pretender la exhaustividad, un estudio detallado de materiales y recursos para el aula, la organización de talleres y laboratorios, el uso de calculadoras y ordenadores, constituyen un elemento permanente en el contenido de los cursos.

Sobre la base de los elementos anteriores, con los matices correspondientes, es posible configurar el programa de la totalidad de los cursos realizados hasta ahora sobre Actualización y Formación del Profesor de Matemáticas. Parece existir un consenso sobre cuáles son las disciplinas básicas sobre las que diseñar la formación de estos profesores. Además de las diferentes disciplinas matemáticas: Álgebra, Análisis, Estadística e Investigación Operativa, Geometría y Topología, a las que se puede agregar unos conocimientos generales sobre Informática, hay un núcleo de materias que configuran el currículo para el Profesor o Educador Matemático. Estas materias son Epistemología e Historia de las Matemáticas, Sociología de la Educación, Psicología Cognitiva, Psicología Evolutiva, Teoría del

Aprendizaje, Teoría Curricular, Didáctica de la Matemática, Materiales y Recursos para el Aula de Matemáticas, principalmente. Algunos podrían añadir la Lingüística y los Métodos de Inv. Educativa. Aunque parece existir consenso sobre cuáles son las fuentes de información disciplinares a partir de las cuales construir el programa adecuado para la Formación del Profesor de Matemáticas, un análisis más detallado de dichos programas pone de manifiesto más diferencias que coincidencias. Hay acuerdo sobre el tipo de información que hay que transmitir, en términos generales, pero ahí concluyen las coincidencias. Cuando se trata de elaborar un programa concreto se agudizan las diferencias ya que no hay acuerdo sobre cuáles son las ideas y temas prioritarios que, respecto de cada disciplina, hay que seleccionar y desarrollar. Sorprendentemente, los diferentes cursos, aún tratando de las mismas materias, pueden ser muy distintos entre sí por el orden de prioridades que establecen y la selección de temas que realizan.

Se echaba en falta un debate en profundidad sobre los bloques temáticos prioritarios de cada una de las disciplinas mencionadas que deben formar parte del núcleo de la formación del Profesor de Matemáticas, así como de las interrelaciones entre ellos.

Consciente de esta necesidad, la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas decidió celebrar un Seminario en el que debatir las aportaciones de cada una de las materias indicadas y de los sectores profesionales involucrados en los planes de Formación del Profesorado de Matemáticas, marcando prioridades y entrando en el fondo de las necesidades del profesorado en ejercicio. De este modo se realizaba una contribución destacable y, al mismo tiempo, se ponía de manifiesto el **interés prioritario del movimiento asociativo de educadores matemáticos por los temas de formación de los miembros de su comunidad**. El ejercicio de la autonomía profesional y el desarrollo de una visión crítica de la profesión por parte de cada educador matemático impulsan esta línea de trabajo dentro de la Federación.

Por otra parte, el espacio de las Sociedades de Profesores de Matemáticas pone fácilmente en contacto a los profesores universitarios de las diferentes Áreas de Conocimiento implicadas con los asesores de Matemáticas de los CEPs, otros profesores con responsabilidad en la red de formación de profesores de la Administración Educativa, y los profesores en ejercicio -cuyas necesidades y opiniones deben ser tenidas en cuenta prioritariamente.

En este contexto se acordó celebrar una reunión en Granada, durante los días 24, 25, 26 y 27 de marzo, a la que asistieron un total de 33 profesores, convocados por la Federación, para iniciar un debate sobre las necesidades de formación que tienen los actuales Profesores de Matemáticas de Secundaria.

La necesidad de llevar a cabo esta reunión se planteó durante el Simposio celebrado en Alicante "*Matemáticas en el Bachillerato*" en abril de 1992, donde la Sociedad Andaluza asumió la responsabilidad ante la Federación de organizar un Seminario que retomara este debate al año siguiente; centrando su atención especialmente en los aspectos más polémicos en la formación científico-didáctica del profesor de matemáticas de secundaria; algunos de ellos ya habían sido

señalados en Alicante, tal es el caso de cuestiones como las siguientes: énfasis prioritario sobre la formación inicial o sobre la formación permanente; diplomatura versus licenciatura; licenciatura en matemáticas versus otras licenciaturas; formación teórica versus desarrollo de competencias prácticas; didáctica de la matemática versus disciplinas psicopedagógicas generales.

Esta necesidad de debate mantenida en el seno de las Sociedades de Matemáticas viene justificada, además, por una serie de actuaciones prácticas e iniciativas formales por parte de las Administraciones Educativas de las distintas comunidades autónomas, que de forma eventual solicitan la implicación de las Sociedades de Matemáticas en la Formación Permanente de los Profesores en ejercicio y, en algunos casos, promueven su consulta como interlocutores técnico-especialistas, invitándoles a informar acerca de los planes de formación y los documentos curriculares específicos del área de matemáticas en vías de aprobación.

La ambigüedad e imprecisión de la L.O.G.S.E. en el tema de la Formación Inicial y Permanente del Profesorado, la Renovación de los Planes de Estudio en los ámbitos universitarios, el fracaso de las propuestas globales del Grupo XV para institucionalizar un modelo de formación inicial incardinado en las Facultades de Educación, unido a la profundización cada vez más técnica y especializada de los planes de matemáticas, así como la inercia histórica en los Cursos de Adaptación Pedagógica para licenciados, obliga a responder desde las sociedades matemáticas con una toma de posición unánime y asumir un compromiso colectivo de carácter técnico-profesional, donde la formación inicial y permanente puedan ser sistemáticamente vehiculadas y críticamente dinamizadas por estas estructuras profesionales, dotadas ya de una amplia tradición asociativa e innovadora en el campo de la Educación Matemática en nuestro país, y portadoras de un modelo de formación continua que apuesta por una mayor autonomía del profesorado en unas condiciones de mejora profesional voluntaria y altruista motivada por la necesidad práctica de mejorar los programas, descubrir nuevos recursos e intercambiar experiencias de tipo práctico. La experiencia internacional en este sentido pasa, en buena medida, por este tipo de cauces de formación, donde las asociaciones profesionales han servido de verdaderos motores del cambio y la innovación curricular en el ámbito de la educación matemática.

Bajo estas circunstancias cristaliza la propuesta de la SAEM “Thales” de Granada de celebrar un debate intenso sobre el tema de ***“La Formación Científico-Didáctica de los Profesores de Matemáticas de Educación Secundaria”***, donde se han dado cita representantes de las distintas Sociedades de Profesores de Matemáticas, promovido por la Federación Nacional y bajo el patrocinio de la Subdirección General de Formación del Profesorado del Ministerio de Educación y Ciencia, del Instituto Andaluz de Formación del Profesorado de la Consejería de Educación y Ciencia de la Junta de Andalucía y del Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada.

Pasamos a exponer el programa con el que se organizó y posteriormente se desarrolló el Seminario.

1.2 OBJETIVOS

- * Explicitar las necesidades de formación que tienen los actuales Profesores de Matemáticas de Secundaria derivadas de los cambios organizativos en el Sistema Educativo y de los nuevos Diseños Curriculares.
- * Delimitar las disciplinas teóricas y actividades prácticas mediante las que se puede abordar la actualización científico-didáctica del Profesorado de Matemáticas de Secundaria.
- * Discutir los objetivos que se deben cubrir mediante un plan de actualización científico-didáctica para el profesorado de Matemáticas de Secundaria, según las diferentes necesidades formativas explicitadas.
- * Establecer criterios que permitan el diseño de un plan de actualización científico-didáctica para el Profesorado de Matemáticas de Secundaria, determinando módulos, contenidos, tareas y materiales, así como la metodología con la que desarrollar dicho plan.
- * Estudiar las condiciones organizativas, académicas, materiales y de infraestructura necesarias para el desarrollo y puesta en práctica del plan de actualización diseñado.
- * Establecer las dimensiones sobre las que se debe valorar la competencia científico-didáctica del Profesor de Matemáticas en ejercicio y las condiciones bajo las que diagnosticar necesidades formativas concretas.

1.3 CONTENIDOS

Los espacios de trabajo y discusión del Simposio se estructuraron en torno a cinco mesas de trabajo, que fueron desarrolladas sucesivamente.

Primera Sesión: Epistemología y Educación Matemática. (24 de marzo de 16h. a 20.30 h.)

Segunda Sesión: Análisis Didáctico de contenidos en el Area de Matemáticas. (25 de marzo de 9.30h. a 14 h.)

Tercera Sesión: Psicología Cognitiva, teorías del aprendizaje y Educación Matemática. (25 de marzo de 16h. a 20.30 h.)

Cuarta Sesión: Teoría Curricular y Educación Matemática.(26 de marzo de 9.30h a 14h.)

Quinta Sesión: Materiales curriculares y criterios para medios, modelos y recursos en el aula de matemáticas. (26 de marzo de 16h a 20.30h.)

Sexta Sesión: Presentación de conclusiones y discusión de alternativas para un plan de formación científico-didáctica dirigido a Profesores de Matemáticas.(27 de marzo de 10h a 14h.)

1.4 METODOLOGIA

Cada sesión fue coordinada por tres profesores, que constituyeron la mesa, encargados de presentar un marco en el que plantear cuestiones, fijar referencias y proponer ideas y documentos; también animaron la discusión, coordinaron el debate y explicitaron las coincidencias y desacuerdos que surgieron; finalmente, redactaron las conclusiones correspondientes a su mesa.

Los componentes de cada mesa redactaron la documentación previa que sirvió para iniciar y ordenar los debates en cada sesión. Esta documentación se ajustó, con carácter orientativo, a los siguientes apartados:

- * esquema de temas y núcleos prioritarios por tópico;
- * referencias documentales relevantes (no más de 3 documentos por tópico)
- * bibliografía básica (no mas de 15 títulos)
- * puntos críticos en cada tópico y análisis de los mismos
- * prioridades en cada tópico para la formación del profesor de matemáticas

Las sesiones de trabajo contaron con la asistencia de todos los participantes. Cada sesión estuvo coordinada por la mesa correspondiente, que organizó el tiempo y moderó los debates.

La última sesión estuvo dedicada a articular los componentes adecuados a un plan de formación científico-didáctica para el Profesorado de Matemáticas.

Fue objetivo de este Seminario que las sesiones de trabajo se desarrollasen dentro de una dinámica de intervención y participación críticas por parte de los asistentes.

Sobre cada uno de los tópicos enumerados se trató de determinar los núcleos formativos más importantes y señalar su contribución a la mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en el sistema educativo.

1.5 ASISTENTES Y PONENTES:

Según los acuerdos de la Junta Directiva de la Federación de Sociedades de Profesores de Matemáticas, cada sociedad federada pudo enviar a dos de sus profesores asociados, excepto la Sociedad Canaria que disponía de cuatro y la Andaluza que disponía de seis invitaciones. Entre los asistentes se encontraban profesores de matemáticas de todos los niveles del sistema educativo, así como algunos representantes de instituciones educativas vinculadas a la Formación del Profesorado.

Ponentes:

Tópico Epistemología y Educación Matemática

José Ramón Pascual (Navarra); José Luis González (Málaga); Pablo Flores (Granada)

Tópico Análisis Didáctico de contenidos en el Area de Matemáticas

José Carrillo (Huelva); Antonio Marín (Granada)

Tópico Psicología cognitiva, teorías del aprendizaje y Educación Matemática

Luz Callejo (Madrid); Diego Alonso (Almería); José Gutiérrez (Granada)

Tópico Teoría curricular y Educación Matemática

Ricardo Luengo (Badajoz); Miguel de la Fuente (Córdoba); Moisés Coriat (Granada)

Tópico Materiales curriculares, medios, modelos y recursos para el aula de matemáticas

Luis Cachafeiro (Santiago de Compostela); Manuel Alcalá (Málaga); Luis Pérez Bernal (Málaga)

Mesa de conclusiones: Salvador Guerrero (Málaga); Juan Díaz (Granada)

Comité Organizador:

Gregorio Palomino: Coordinador

Miguel Serrano: Coordinador

Luis Rico: Director

Lugar de Realización:

Hotel Camino de Granada. Carretera Antigua de Málaga, Km 291. Urb. Fatinafar, 18015 Granada. Tlf. (958) 28 62 00. Fax (958) 280400.

ASISTENTES AL SIMPOSIO DE FORMACION CIENTIFICO-DIDACTICA DEL PROFESORADO DE MATEMATICAS DE SECUNDARIA.

Alcalá Hernández, Manuel. C. P. Virgen del Rosario, Pobalán (Málaga).

Alonso Cánovas, Diego. I.B. Nicolás Salmerón y Alonso, Almería.

Ariza Granados, Manuel. Dpto. Didáctica de las Ciencias. E. U. Formación del Profesorado de E.G.B. de Sevilla.

Cachafeiro Chamosa, Luis. I.B. Pontepedriña, Santiago de Compostela.

Callejo de la Vega, M^a Luz. Instituto de Estudios Pedagógicos de Somosaguas. Madrid.

Carrillo Yáñez, José. Dpto. Didáctica de las Ciencias. Facultad de Humanidades y C.C. de la Educación, Huelva.

Cid Castro, Eva. Dpto. Matemáticas. Facultad de Ciencias, Zaragoza.

Colera Jiménez, José. I.C.E. de la Univ. Autónoma, Madrid.

Contreras González, Luis Carlos. Dpto. Didáctica de las Ciencias. Facultad de Humanidades y C.C. de la Educación, Huelva.

Coriat Benarroch, Moisés. Dpto. Didáctica de las Matemáticas. Facultad de C.C. de la Educación, Granada.

Díaz Godino, Juan. Dpto. Didáctica de las Matemáticas. Facultad de C.C. de la Educación, Granada.

Flores Martínez, Pablo. Dpto. Didáctica de las Matemáticas. Facultad de C.C. de la Educación, Granada.

Fuente Martos, Miguel de la. Dpto. de Matemáticas Aplicadas y Didáctica de las Matemáticas. E. U. de Formación del Profesorado, Córdoba.

Gairín Sallán, José M. Dpto. de Matemáticas. E. U. de Formación del Profesorado, Zaragoza.

García Armendáriz, Victoria. Unidad Técnica de Formación del Profesorado. Gobierno de Navarra, Pamplona.

García Blanco, Mercedes. Dpto. Didáctica de las Ciencias Experimentales. E.U. de Formación del Profesorado, Sevilla.

González Marí, José Luis. Dpto. Didáctica de las Matemáticas y C.C. Experimentales. E. U. de Formación del Profesorado, Málaga.

Guerrero Hidalgo, Salvador. Centro de Profesores, Málaga.

Gutiérrez Pérez, José. Dpto. Pedagogía. Facultad de C.C. de la Educación, Granada.

Luengo González, Ricardo. Dpto. Didáctica de las C.C. Experimentales y de las Matemáticas, Badajoz.

Labraña Barreiro, Antón. Centro de Profesores, Santiago de Compostela.

Lacasta Zabalza, Eduardo. Dpto. de Matemáticas e Informática. Universidad Pública de Navarra, Pamplona.

Marín del Moral, Antonio. Delegación de Educación. Servicio de Ordenación Educativa, Granada.

Navarro Peinado, Ladislao. I. B. Nervión, Sevilla.

Palomino Palma, Gregorio. I. B. Albayzin, Granada.

Pascual Bonís, José Ramón. Dpto. de Matemática e Informática. Universidad Pública de Navarra, Pamplona.

Pérez Bernal, Luis. I. B. Emilio Prados, Málaga.

Rico Romero, Luis. Dpto. Didáctica de las Matemáticas. Facultad de Ciencias, Granada.

Rodríguez Fernández, Celso. Departamento de Álgebra. Facultad de Matemáticas, Santiago de Compostela.

Ruesga Ramos, Pilar. E.U. de Formación del Profesorado, Burgos.

Sánchez Cobo, Francisco Tomás. I.F.P. Andrés Vandelvira, Baeza (Jaén).

Sánchez Vázquez, Gonzalo. Presidente de la SAEM "THales", Sevilla.

Serrano García, Miguel. C. P. Fuentenueva, Granada.

A efectos de valorar la procedencia de los asistentes al Simposio según la Institución de trabajo, el nivel docente y la Sociedad de procedencia se adjuntan las siguientes gráficas:

1.6 RESUMEN DE LAS SESIONES

El contenido del Simposio se centró en la discusión de una serie de bloques científico-didácticos, cada uno de los cuales se estructuró en torno a una mesa; para otras reuniones quedó la discusión sobre la formación matemática del Profesor de matemáticas e, igualmente, la integración entre la teoría y la práctica docente. Cada una de las sesiones se organizó en torno a un documento elaborado por los ponentes, que se presenta en los siguientes capítulos de estas Actas, junto con las conclusiones a cada una de las sesiones.

No obstante, y de manera resumida, se presenta aquí un esquema del trabajo realizado en cada una de las sesiones y de las ideas presentadas durante el desarrollo del Seminario.

1ª Mesa: Epistemología y Educación Matemática; el esquema de trabajo propuesto constaba de los siguientes puntos:

1.1 Fundamentación epistemológica de la práctica educativa.

Cuestiones epistemológicas generales.

Cuestiones de la Epistemología de las matemáticas.

Cuestiones epistemológicas de la práctica educativa.

1.2 Contenidos epistemológicos en la formación de profesores de matemáticas de secundaria.

Tópicos de formación epistemológica.

Cuestiones metodológicas y organizativas.

Las **cuestiones fundamentales** que se debatieron en esta sesión fueron las siguientes:

¿Qué aporta la teoría del conocimiento científico a la Educación Matemática?,

¿Qué es la matemática?, ¿Cuál es la naturaleza y entidad de los objetos matemáticos?,

¿En qué consiste el trabajo ordinario del matemático?, ¿Y el del profesor de matemáticas?,

¿Qué aporta la Historia de la Matemática a la Educación Matemática?

En síntesis, los **acuerdos y divergencias** explicitados en esta mesa de trabajo fueron:

- a) El profesor necesita conocimientos epistemológicos cuya utilidad se pone de manifiesto a la hora de interpretar el currículo desde estructuras conceptuales sólidas y marcos teóricos organizados; igualmente necesita clarificar y documentar científicamente sus intuiciones profesionales, explicitar sus creencias o valorar críticamente otros sistemas teórico-prácticos de intervención didáctica o fundamentación pedagógica para la enseñanza de las matemáticas.

- b) La formación epistemológica es útil ya sirve para comprender los fundamentos del currículo, aunque también puede obstaculizar los cambios e innovaciones.
- c) Respecto a la incorporación práctica de este tipo de conocimientos a la formación del profesor de matemáticas, no hubo acuerdo acerca de:
- Si debe ser un conocimiento a abordar de forma diferenciada o integrado con otras áreas de interés científico-didáctico.
 - Si la Historia de las Matemáticas debe incorporarse conjuntamente con la reflexión epistemológica o de forma separada.
 - Si debe considerarse una orientación de tipo generalista o, por el contrario, debe asumir un carácter de fundamentación práctica y reflexión activa, sobre la base de tópicos y situaciones concretas.

2ª Mesa: Análisis didáctico de contenidos en el Area de Matemáticas, con el siguiente esquema:

2.1 Competencias deseadas del Profesor de Matemáticas de Secundaria.

2.2 ¿Cómo trabaja y qué problemas profesionales tiene un Profesor de Matemáticas de Secundaria?

2.3 Tópicos a incluir en un plan de formación permanente:

Criterios y propuestas de selección, secuenciación y organización de los contenidos.

Distintas perspectivas metodológicas del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Las **cuestiones fundamentales** que se discutieron en este tópico fueron las siguientes:

¿Cuáles son las competencias del profesor de matemáticas respecto a: la materia, el diseño curricular, los procedimientos didácticos, la gestión del aula y la tutoría con grupos de alumnos o la atención de la diversidad?;

¿Cómo trabaja el profesor en su aula y cuáles son los principales problemas que se le plantean?;

¿Qué dificultades se derivan de la coordinación con los compañeros del área?;

¿Cómo articular un plan de formación adecuado, práctico y efectivo?

En síntesis, los **acuerdos y divergencias** explicitados en esta mesa de trabajo fueron:

- El profesor debe tener competencia en áreas de conocimiento como la Sociología de la Educación, la Psicología, la Pedagogía, la Filosofía de la Ciencia y de las Matemáticas.

- El profesor de matemáticas debe ser competente en su propia Area de Conocimiento: la Didáctica de las Matemáticas.
- Todo proceso de reflexión didáctica pasa por considerar aspectos relacionados con la epistemología del concepto, la fenomenología, la transferencia del conocimiento, los errores y dificultades, el contraste de secuencias didácticas, los costes para el profesor y la materialización física sobre la base de modelos, representaciones, materiales, recursos e ingeniería didáctica.

3ª Mesa: Psicología cognitiva, teorías del aprendizaje y Educación Matemática, con el siguiente esquema:

- 3.1 La psicología: un instrumento al servicio del Educador Matemático y su racional toma de decisiones.
- 3.2 El difícil entendimiento entre las Teorías del Aprendizaje y el trabajo escolar.
- 3.3 Las tareas de razonamiento matemático en el ámbito de preocupaciones de la investigación psicológica.
- 3.4 Cuestiones generales sobre el papel de la Psicología Cognitiva en la formación del Educador Matemático de Secundaria y Bachillerato.
- 3.5 Propuesta de módulos a contemplar en un Plan de Formación Psicopedagógica del Educador Matemático.

Las **cuestiones fundamentales** que se discutieron en este tópico fueron las siguientes:

- ¿Es útil la Psicología para la Educación Matemática?;
- ¿Cuáles son las expectativas de la Didáctica de las Matemáticas sobre la Psicología?;
- ¿Existe un pensamiento específicamente matemático?;
- ¿Cómo instrumentalizar los conocimientos psicológicos en la formación inicial y permanente?;
- ¿Qué teorías del aprendizaje ofrecen una aportación más clara a la tarea del profesor?

En síntesis, los **acuerdos y divergencias** que se explicitaron en esta mesa de trabajo fueron los siguientes:

- El conocimiento psicológico aporta información práctica para el profesor acerca de qué ocurre en la mente de las personas, cómo piensan los alumnos, cómo evolucionan los conceptos matemáticos, qué estructuras se desarrollan frente a determinadas tareas, cuáles son los motivos más frecuentes de error en el uso de determinadas estrategias, etc.

- En cuanto a los núcleos de contenido básico que debe conocer un profesor de matemáticas, existe unanimidad en cuanto a Teorías del Aprendizaje, Modelos de Procesamiento de la Información, Resolución de Problemas, Psicología Evolutiva, Motivación y atención de la diversidad.

4ª Mesa: Teoría curricular y Educación Matemática, con el siguiente esquema:

- 4.1 Currículos de Matemáticas (ESO y Bachillerato).
- 4.2 Práctica docente en matemáticas.
- 4.3 Hacia los currículos del Profesor.

Las **cuestiones fundamentales** que se discutieron en este tópico fueron las siguientes:

- ¿Cuáles son las nuevas circunstancias sociales que estimulan la incorporación de cambios curriculares en el área de matemáticas?;
- ¿Qué viabilidad tienen actualmente los nuevos modelos de práctica docente?;
- ¿Qué aporta la comunidad de educadores matemáticos como cuerpo de especialistas?;
- ¿Qué patrones encarnan las nuevas ofertas editoriales?;
- ¿Existen dimensiones culturales en los currícula de matemáticas actuales?;
- ¿Cómo se abordan estas cuestiones en la L.O.G.S.E.?

En síntesis, los **acuerdos y divergencias** que se explicitaron en esta mesa de trabajo fueron los siguientes:

- Se señala la necesidad de enriquecer y mejorar los planes de formación inicial y perfeccionamiento incorporando más contenidos de matemática discreta, estadística instrumental, métodos de investigación cualitativa, estrategias de evaluación de materiales y recursos curriculares; tomando como referente básico en todos los casos la utilidad para la práctica docente.
- Se elabora un balance del perfil de profesor propuesto por la L.O.G.S.E. y se valora la trascendencia social del trabajo del profesor frente a sus compañeros de centro. También se hizo una propuesta de organización en créditos de el curso de Curso de Aptualización Didáctica propuesto por la L.O.G.S.E. y a desarrollar por las Facultades de Educación en las distintas Universidades.
- Se constata la diversidad de manifestaciones y puntos de vista teóricos para abordar el análisis de la intervención didáctica y se señala el peligro de convertir a los profesores en practicantes acríticos de una determinada doctrina pedagógica.

5ª Mesa: Materiales curriculares y criterios para medios, modelos y recursos en el aula de matemáticas, con el siguiente esquema:

- 5.1 Aproximación histórica al material para la enseñanza de la matemática.
Materiales, metodologías y concepciones; algunos puntos conflictivos.
- 5.2 Material habitual de los alumnos; material habitual en el aula; acceso a otros materiales; material elaborado por el profesor. Análisis crítico de materiales.

Las **cuestiones fundamentales** que se discutieron en este tópico fueron las siguientes:

- ¿Por qué los materiales en el aula de matemáticas?;
- ¿Qué materiales para las nuevas matemáticas?;
- ¿Es necesario un cambio organizativo para incorporar el trabajo con materiales?;
- ¿Se requiere alguna preparación especial por parte del profesor o del alumno en relación con los materiales?

En síntesis, los **acuerdos y divergencias** que se explicitaron en esta mesa de trabajo fueron los siguientes:

- Son funciones de los materiales: atraer la atención; proporcionar experiencias sensibles y estímulos de reflexión que permiten mover la mente más que las manos; así como reforzar y ayudar a la memorización.
- El uso de un determinado tipo de material condiciona un modelo de enseñanza y genera una opción metodológica no neutral.
- Incorporar nuevos materiales al aula de matemáticas puede acarrear un nuevo tipo de problemas en los que respecta a la mejora de los mismos, la dedicación extra de tiempo, la gestión del aula bajo unas nuevas condiciones de interacción, la correcta explicitación de objetivos a conseguir y adecuación material/contenido/secuencia didáctica.

6ª Mesa: Conclusiones y alternativas, con el siguiente esquema:

- 6.1. Papel de las Sociedades de Profesores de Matemáticas en la Formación Inicial y Permanente.
- 6.2. Perfil de Formación del Profesor de Matemáticas.
- 6.3. La Formación Inicial, estructura curricular y criterios de selección del profesorado.
- 6.4. Metodologías para la formación permanente.

1.7 CONCLUSIONES

- * La complejidad de componentes que intervienen en la formación científico-didáctica de los Profesores de Matemáticas exige llevar a cabo reflexiones sistemáticas acerca de un conjunto de competencias que no son estrictamente “tecnico-matemáticas” y que, de forma ineludible, poseen un peso específico propio, una base de fundamentación científica y una incidencia práctica en las situaciones de aprendizaje matemático que cada profesor promueve y gestiona en su aula, ordinariamente. Los conocimientos que sirven de fundamento a estas competencias deben formar parte del núcleo de los cursos para la Formación Inicial y Permanente del Profesor de Matemáticas de Secundaria: en su planificación, desarrollo y evaluación.
- * La pluralidad de competencias científico-didácticas analizadas en las diferentes sesiones del Seminario puso de manifiesto una diversidad de campos de conocimiento necesarios; hubo consenso global en la validez de aportaciones de ámbitos de conocimiento muy diversos, tan dispares como la Sociología, Antropología, Lingüística o Metodología de Investigación, siempre que aparezcan conectados con los problemas de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.
- * Del contenido de las distintas sesiones se desprenden una serie de teorías y campos conceptuales prioritarios para la formación del Profesor de Matemáticas de Secundaria. No fue un objetivo del Seminario elaborar programas concretos de las diferentes disciplinas que pueden articular un plan de formación adecuado, pero queda como una tarea pendiente, a partir de los documentos aportados y de las discusiones realizadas, avanzar en la configuración de ese plan y de sus programas correspondientes. Este documento pretende ser una primera aportación en este sentido.
- * A lo largo de las discusiones aparecieron marcados desacuerdos en torno a quiénes debían -qué instituciones y qué especialistas- asumir las competencias docentes e investigadoras para desarrollar las componentes científico-didácticas anteriores. Una fuerte discrepancia se planteó en torno a si deberían ser especialistas en Didáctica de la Matemática los encargados de poner en marcha planes de formación integrados basados en estos principios, o bien, deberían ser especialistas de cada una de las áreas mencionadas los encargados de poner en marcha planes de formación diferenciados, abordados desde las perspectivas disciplinares propias de cada una de las áreas de conocimiento en cuestión.
- * La cuestión anterior generó un intenso debate acerca de cuál debería ser la función de la Didáctica de la Matemática en la formación inicial y permanente de los Profesores de Matemáticas. Las líneas maestras de esta discusión abierta, se resumen en dos cuestiones clave: ¿cada profesor debe construir toda la arquitectura curricular a partir de

una sólida fundamentación interdisciplinar, o simplemente debe utilizar y poner en práctica la información que aportan unas y otras disciplinas desde su propia perspectiva epistemológica y su estatus científico? ¿Cuál es el núcleo de competencias de la Didáctica de la Matemática en la Formación de Profesores?

- * También se puso de manifiesto una cuestión fundamental respecto a la forma de poner en práctica todas las competencias profesionales que deben integrar la formación de todo profesor de matemáticas; para ello se planteó la necesidad de acogerse, de protegerse, bajo una teoría específica de la instrucción en matemáticas, ya elaborada previamente desde instancias teóricas, o bien si cada profesor debe ser el protagonista de sus decisiones y construir autónomamente marcos teóricos propios en función de sus concepciones, creencias, experiencia profesional y necesidades formativas, acerca de la práctica educativa como fenómeno abierto o como estrategia de intervención altamente tecnificada y dirigida desde las instancias teóricas.
- * No se discutió la formación matemática del Profesor de Matemáticas, aunque sí se consideró muy oportuno dedicar un Seminario específico a este tema. ¿Cuántas y cuáles son las matemáticas que debe saber un profesor?, ¿qué titulación?, ¿qué formación?
- * El debate teoría/práctica se centró en la necesidad o no de que la formación científico-didáctica se haga desde el ejercicio de la práctica, en conexión con ella o posteriormente a ella. Debate iniciado, recurrente, pero no concluido. También se planteó la necesidad de un Seminario específico sobre el tema.

Como balance del Seminario queda la documentación preparada por las mesas de trabajo de cada uno de los bloques mencionados y los tres días de trabajo intenso, fructífero y apasionado, sobre un tópico en el que, cada vez más, deben implicarse y avanzar propuestas de actuación bien fundadas y operativas las Sociedades de Profesores y Educadores Matemáticos españoles.

En última instancia, hemos de mostrar nuestro agradecimiento a todas aquellas instituciones y organismos que han hecho posible la celebración de este Seminario: Subdirección General de Formación del Profesorado del Ministerio, Instituto Andaluz de Evaluación Educativa y Formación del Profesorado, Federación Nacional de Profesores de Matemáticas, Sociedad Andaluza de Educación Matemática “Thales”, Junta de Andalucía, Instituto de Ciencias de la Educación y Delegación de Educación de Granada. También mostramos nuestro agradecimiento a los componentes de las distintas mesas y a todos los asistentes en representación de sus respectivas sociedades.

2: Mesa 1ª

“Epistemología y Educación Matemática”

Mesa 1: *EPÍSTEMOLOGÍA Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA.*

2.1-COORDINADORES:

Pablo Flores Martínez, Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

José Luis Gozález Mari, Departamento de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Sociales y Experimentales. Universidad de Málaga.

José Ramón Pascual Bonis, Departamento de Matemáticas e Informática. Universidad Pública de Navarra, Pamplona.

2.2-ESQUEMA:

1. Fundamentación epistemológica de la práctica educativa.

- 1.1. Cuestiones epistemológicas generales.
- 1.2. Cuestiones de la Epistemología de las Matemáticas.
- 1.3. Cuestiones Epistemológicas sobre la Práctica Educativa.

2. Contenidos epistemológicos en la formación de profesores de matemáticas de secundaria.

- 2.1. Inclusión de formación epistemológica en programas de formación de profesores.
- 2.2. Tópicos de formación epistemológica.
- 2.3. Cuestiones metodológicas y organizativas.

Bibliografía Básica:

Davis, J.P.; Hersh, T. (1988). **Experiencia Matemática**. Ministerio de Educación y Ciencia, Labor S.A. Madrid.

Kline, M. (1985). Matemáticas. **La pérdida de la certidumbre**. Siglo XXI de España Editores,

Lakatos, I. (1986). Pruebas y refutaciones. La lógica del descubrimiento matemático. Alianza Universidad Madrid.

Piaget, J. (1978). **Introducción a la Epistemología Genética**. El pensamiento matemático. Paidós, Buenos Aires.

2.3-DESARROLLO DEL ESQUEMA:

§1. Necesidad de que la práctica educativa esté fundamentada epistemológicamente:

¿Necesita el profesor tener conocimientos epistemológicos?.

¿Conocemos los profesores de matemáticas lo que estamos enseñando?.

¿Qué es la Matemática?. ¿Cómo caracterizar las Matemáticas escolares?.

¿Qué cualidades educativas tienen las Matemáticas escolares?

Los Diseños Curriculares Base de Matemáticas de Primaria y Secundaria contemplan las Matemáticas desde una perspectiva epistemológica que debe ser explicitada.

El **Documento 1** presenta consideraciones epistemológicas que aparecen en el DCB del MEC y de la Junta de Andalucía, reformuladas para suscitar la reflexión.

El **Documento 2** analiza de una manera más concreta la necesidad de profundizar en el análisis epistemológico de la práctica del profesor de Matemáticas.

1.1. Cuestiones de la Epistemología General.

¿Cómo se construye/crea el conocimiento?

Esencia de la verdad científica

¿Cuál es el objeto del conocimiento?, ¿Cuáles son los límites de la cognición?

¿Qué relación existe entre el conocimiento científico y el mundo sensible?

1.2. Cuestiones de la Epistemología de las Matemáticas.

La reflexión epistemológica sobre la educación matemática se fundamenta en la Epistemología de las Matemáticas.

El **Documento 3** resume las principales corrientes de la Epistemología de las Matemáticas, proponiendo repuestas a las cuestiones:

Naturaleza de los objetos matemáticos.

Existencia de los objetos matemáticos.

Características del proceso de construcción del conocimiento matemático.

Aplicación del conocimiento matemático.

El **Documento 4** desarrolla de manera esquemática la postura cuasi-empirista de Hersh, en relación con el trabajo del matemático profesional.

1.3. Cuestiones epistemológicas sobre la práctica educativa.

¿Qué es enseñar Matemáticas?. ¿Para qué enseñarlas?. ¿Cómo?. ¿Qué matemáticas enseñar?.

¿Qué es aprender matemáticas?. ¿Cómo aprenderlas?

El **Documento 5** presenta de manera esquemática las respuestas a estas cuestiones desde diferentes corrientes de pensamiento en Matemáticas.

§2. Contenidos epistemológicos en la formación de profesores de matemáticas de secundaria.

¿Qué preparación epistemológica necesita un profesor de Matemáticas de Secundaria?

¿Cuáles son los módulos de formación epistemológica que deben contemplarse?

2.1. Formación epistemológica en programas de formación de profesores.

El **Documento 6** trata de justificar la inclusión de un programa de Epistemología en la Formación de profesores de Enseñanza de Secundaria.

2.2. Tópicos de formación epistemológica.

El **Documento 7** presenta la Epistemología Genética y, sobre todo, la Epistemología de las Matemáticas como tópicos que consideramos fundamentales de la formación epistemológica del profesor de Matemáticas de Secundaria. Esta oferta no pretende ser exhaustiva.

2.3. Cuestiones metodológicas y organizativas.

A partir de estas notas hemos querido sentar ciertas bases que nos permitan reflexionar sobre los interrogantes relacionados con la Epistemología que se plantean al elaborar un plan de formación de profesores de Matemáticas de Secundaria:

¿Cómo tratar las cuestiones epistemológicas en la formación de profesores?

La reflexión epistemológica afecta a todos los demás aspectos de la formación contemplados en este Seminario.

¿Deben tratarse las cuestiones epistemológicas de manera aislada del resto de los tópicos de formación de profesores o se trata de realizar una reflexión epistemológica a partir de estos tópicos?. ¿Tiene sentido tratar la Epistemología Genética en un módulo independiente del módulo dedicado a la preparación psicopedagógica del profesor?.

Las tendencias y escuelas actuales en Educación Matemática parten de posiciones epistemológicas que se diferencian en matices más o menos significativos.

¿Cómo contemplar estas opciones epistemológicas explícitas en la formación de profesores de Matemáticas de Secundaria? (Escuela francesa, Escuela alemana, Escuela americana, Enseñanza por diagnóstico, Resolución de Problemas, etc.)

No debemos olvidar que la reflexión epistemológica debe realizarse con la vista puesta en la práctica educativa.

¿Cuál es el perfil idóneo del formador que coordina la reflexión epistemológica en los programas de formación de profesores de Matemáticas de Secundaria? ¿En qué área de conocimiento se ubica este formador? ¿Debe ser diferente el tratamiento epistemológico en el marco de la formación permanente de profesores que en el marco de la formación inicial?. ¿Cuáles son los parámetros que articulan esta diferencia?

2.4- DOCUMENTOS DE TRABAJO:

Mesa 1: Epistemología y Educación Matemática. Documento 1.

“Consideraciones epistemológicas sobre la Matemática y la Educación Matemática formuladas para la reflexión e incluidas en su mayoría explícita o implícitamente en los nuevos diseños curriculares”. González Marí, J.L.

- 1).- Las matemáticas son un conjunto de conocimientos en evolución continua.
- 2).- La evolución, no se produce sólo por acumulación. A veces las matemáticas son reales y vivas.
- 3).- Las matemáticas escolares, se deben adaptar al nivel, lugar, edad, expectativas, etc.
- 4).- Y deben ser tanto deductivas como empírico-inductivas. Análogamente a como lo hace el matemático en su trabajo.
- 5).- Formalización, al final; definición, al final; axiomatización, al final. Problemas, tentativas, conjeturas y procedimientos intuitivos, primero. En la historia de los conceptos y teorías, casi siempre (¿o siempre?) ha ocurrido así.
- 6).- Las notaciones simbólicas sólo son un vehículo para las ideas. Si no hay ideas y conceptos en el aula, el vehículo no sirve para nada o para casi nada.
- 7).- El proceso de construcción, en sus comienzos, tiene características distintas que en un estado avanzado de elaboración. La formalización, la precisión y la ausencia de ambigüedad, no son el punto de partida sino el de llegada de un largo proceso.
- 8).- Hay que distinguir entre la ciencia constituida y la ciencia en formación. Esta, es más educativa que aquélla aunque ambas son necesarias.
- 9).- Educar no es sólo enseñar (mostrar) la ciencia constituida, sino mostrar también el camino y sobre todo, favorecer la creación (re-creación) de "nuevos" conocimientos. Para ésto, no es necesario conocer previamente todo el conocimiento ya constituido.
- 10).- La re-creación y la creación de conocimientos, debe ser el propósito principal en Educación Matemática.
- 11).- "Una explicación, sólo sirve para convencer al que duda y no para conducir a la comprensión" (Skemp, R.). ¿Quién duda de esta conjetura psicopedagógica?. ¿Quién está dispuesto a elevarla a la categoría de axioma didáctico?.
- 12).- El conocimiento matemático, es construido por el individuo a partir de la acción sobre objetos. ¿Que acción?. ¿Que objetos?. Depende del nivel, evidentemente.
- 13).- El profesor de matemáticas, debe procurar que el alumno se implique personal y activamente en la resolución de situaciones-problema. En terminología francesa, debe conseguir la "devolución de la responsabilidad" al alumno.
- 14).- Es fundamental para la Educación Matemática, distinguir claramente entre ejercicio y problema.

- 15).- Las matemáticas son más constructivas que deductivas desde el punto de vista de su aprendizaje.
- 16).- En Educación Matemática hay que tener en cuenta también las dualidades: exactitud - estimación-aproximación; certeza - probabilidad; matemática nítida - matemática difusa.
- 17).- El aprendizaje matemático, desarrolla capacidades cognitivas. ¿Más que otros aprendizajes?. También puede proporcionar un grado elevado de autonomía para adaptarse al medio y organizarlo.
- 18).- Ser un buen matemático y ser un matemático erudito, son cosas distintas. Muy pocos son las dos cosas. Hay también malos matemáticos y no eruditos, a pesar de lo cual, pueden estar orgullosos de saber muchas más matemáticas que la mayoría de la gente. Es necesario desmitificar la figura del matemático. Es necesario desmitificar la matemática en el aula.
- 19).- Un matemático profesional es aquél que trata de hacer matemáticas. Un profesor de matemáticas, es aquél que trata de hacer que sus alumnos hagan matemáticas. Todos tenemos algo que hacer pero los objetos son muy distintos.
- 20).- La Educación Matemática no puede vivir de espaldas a la realidad sociocultural, sencillamente porque tendría que vivir de espaldas a los alumnos, lo cual es un contrasentido desde todos los puntos de vista.
- 21).- Del mismo modo, la creación matemática no puede vivir de espaldas a la realidad sociocultural, sencillamente porque tendría que vivir de espaldas a los matemáticos que la hacen posible. Sin embargo, a veces ocurre que las realidades socioculturales de épocas y lugares diferentes, son muy parecidas y, sobre todo, las mentes de los matemáticos suelen ser muy parecidas.
- 22).- La utilidad individual de la matemática en la vida diaria, es más indirecta que directa. ¿Quién ha tenido necesidad alguna de vez de hacer una integral, hallar las raíces de un polinomio de 6º grado o calcular un límite?. ¡Ni siquiera para hacer la declaración de la renta!. No es una justificación sólida para su inclusión en el currículum. Sin embargo, ¿quién no necesita cada día: ordenar, estructurar, establecer prioridades, axiomatizar, algoritmizar acciones, decidir estrategias, estimar, razonar, codificar y decodificar mensajes, construir comportamientos complejos, manejar varias variables simultáneamente, esquemas topológicos, etc.?. Esto sí es útil, pero ¿cómo se lo explicamos a los alumnos?. Quizás no haya que explicárselo; simplemente que lo comprueban por ellos mismos.
- 23).- Los axiomas, las definiciones y las demostraciones matemáticas surgen por la necesidad de superar las dudas, de fundamentar, de convencer a otros, de comunicar ideas. Cuando puede haber problemas, es cuando se refina y se mira con lupa el producto del que se está convencido. Un matemático no convencido del todo, no axiomatiza ni define; se pone a revisar intuitiva y empíricamente todo el planteamiento.
- 24).- En Educación Matemática, la Historia y la Epistemología deben ser medios, instrumentos y no fines en sí mismas. En principio, pueden actuar cambiando la mentalidad del profesor con respecto a la asignatura, su enseñanza y aprendizaje.

Epistemología y Educación Matemática. Documento 2

“Necesidad del análisis epistemológico del conocimiento matemático”.

González Marí, J.L.

Algunas proposiciones básicas.

a).- Un hecho constatable: Muy pocos diseñadores curriculares, escritores de libros de texto y profesores de matemáticas, sabemos realmente y con seguridad lo que estamos "enseñando" o proponiendo "enseñar". Atendiendo estrictamente al contenido matemático, el producto acabado, tal y como se transmite a los futuros Profesores en la mayor parte de los estudios universitarios, es insuficiente para cubrir con garantías una parte importante de los fundamentos científicos de la labor docente en Primaria y Secundaria.

(Seguro que conocemos una parte importante y necesaria; utilizamos un enfoque entre varios posibles; dominamos una faceta, un matiz crucial de los conceptos y teorías matemáticas pero, al mismo tiempo, tenemos a menudo una visión parcial, incompleta y a veces sesgada de lo que enseñamos, lo que en muchas ocasiones no es suficiente para conducir a los alumnos a la comprensión y lo que, posiblemente, constituya una de las causas importantes del fracaso escolar en matemáticas. La ventaja con respecto a las demás, es que ésta, a diferencia de otras causas "externas", es patrimonio exclusivo de la comunidad de educadores matemáticos y, por tanto, podemos tener su control al alcance de la mano. El principal inconveniente, es que no es un asunto de especial interés fuera de dicha comunidad).

b).- Una propuesta justificable: La Epistemología en general, y en particular la Epistemología de la Matemática, deberían alcanzar un protagonismo importante en todas las consideraciones y actuaciones que tengan que ver con la Educación Matemática. En este sentido, la Historia y la Epistemología, deben ser medios y no fines en sí mismas, pudiendo actuar, por ejemplo, como catalizadores de cambios sustanciales en la mentalidad de los Profesores.

(No se trata sólo de incluir la historia o las reflexiones metamatemáticas en el currículum. Se trata de algo más profundo que puede afectar significativamente a la elección de contenidos, de enfoques y de métodos y que puede suponer un cambio importante del punto de vista bajo el que se tratan actualmente las matemáticas del currículum de Educación Primaria y Secundaria.)

c).- Una **conjetura plausible**: Antes de cualquier otra consideración, hemos de buscar en la Historia y Epistemología de la Matemática, las claves de la Educación Matemática. Todo cuanto se añade después desde el punto de vista psicológico, sociológico o pedagógico, sólo puede venir a mejorar los resultados, ya que se apoyará en principios sólidamente fundamentados.

Breve reflexión al hilo de las proposiciones:

Enfoques didácticos usuales. Un tópico concreto se puede considerar como:

- a) Una cuestión de cultura matemática.
 - b) Un medio más para estimular y favorecer el desarrollo de habilidades, destrezas y capacidades intelectuales.
 - c) Herramientas matemáticas necesarias y útiles para otros contenidos matemáticos posteriores.
 - d) Instrumentos útiles para otras Ciencias y para la vida.
 - e) Medio de comunicación.
- Y aquellos otros que incluirían varios de los puntos anteriores.

Una planificación y desarrollo didácticos coherentes con todos y cada uno de los enfoques anteriores, requieren de un conocimiento profundo y amplio del contenido matemático.

¿Que entendemos por conocimiento profundo y amplio sobre un contenido matemático concreto?

- 1) Dominar las construcciones matemáticas pertinentes, las estructuras y propiedades en juego, así como las herramientas matemáticas que se utilizan. Conocer, asimismo, los contenidos matemáticos relacionados con el tema y sus aplicaciones en otras ramas de la Matemática y en contextos no matemáticos. Dominar, en definitiva, el **producto final del hacer matemático** en su consideración actual, tanto en su aspecto puntual y aislado como contextual y aplicativo.
- 2) Conocer los hechos históricos relevantes relacionados con el tema específico, dentro de un marco de referencias generales de la **Historia** de la Matemática; los marcos y periodos históricos en los que ocurrieron; los obstáculos que han impedido su comprensión y aceptación; las rupturas en las que tomaron parte, así como la situación actual a la luz de las matemática contemporáneas.
- 3) Conocer los estudios y reflexiones sobre la naturaleza y existencia de los objetos matemáticos en general y de los involucrados en el tema en particular, así como sobre los procesos y relaciones implicadas en la formación de los conceptos correspondientes, en su formalización y en su devenir histórico. En otras palabras, conocer la **Epistemología** del contenido concreto como parte de la Epistemología de la Matemática, atendiendo a varios niveles de análisis (J. Piaget, 1979) :

- **nivel histórico-crítico:** en el que se trata de interpretar la historia y buscar en ella respuestas a las cuestiones anteriormente planteadas.
- **nivel psicogenético:** en el que se trata de buscar en el propio individuo el modo de formación y evolución de los conocimientos, las características de estos y los factores que dan lugar al paso de unas situaciones cognoscitivas a otras más evolucionadas.
- **nivel lógico-formal:** en el que se pretenden desmenuzar las relaciones lógicas existentes bajo la construcción formal.

(Ni que decir tiene que la combinación adecuada de las reflexiones realizadas en los niveles anteriores, puede ser también una fuente importante de datos epistemológicos. Así, J. Piaget (1.979) afirma : "Sólo existe un medio para llegar a las raíces epistemológicas del conocimiento matemático: combinar el análisis lógico con el análisis genético, el análisis general de naturaleza lógica con el análisis elemental de naturaleza psicogenética".)

El análisis epistemológico, es necesario para todas y cada una de las opciones citadas.- En primer lugar, considerar el enfoque de un tema como una cuestión de cultura matemática (**Opción a**), conlleva, como toda formación cultural, un carácter global y contextual, lo que obliga en cierto modo a incluir elementos de los tres apartados anteriores. El producto matemático aislado, acabado, aunque importante, es una información puntual y descontextualizada. No existen referencias con las que situar de forma adecuada los conceptos y que permitan al mismo tiempo relacionarlos con otros conocimientos, hechos o situaciones, salvo, claro está, las referencias puramente matemáticas, que vendrían a engrosar la idea tan extendida de la matemática perfecta y acabada como un edificio construido al margen de la realidad.

Por el contrario, para comprender los procesos y relaciones, así como para construir ideas completas sobre la naturaleza de los conceptos implicados, el enfoque cultural necesita no sólo del producto aislado y de sus contextos matemáticos, sino también de las referencias tanto históricas y epistemológicas como de las relativas a las aplicaciones en contextos no matemáticos. Comprender y relacionar entre si los hechos históricos, así como conocer los significados e interpretaciones que el sujeto da a los conocimientos y la génesis de los mismos, supone un punto de partida fundamental para poder influir posteriormente en una correcta formación cultural.

El conocimiento matemático como medio para conseguir otros fines, bien para estimular y favorecer el desarrollo de habilidades, destrezas y capacidades intelectuales (**Opción b**), bien para proporcionar instrumentos útiles en la vida o en el campo de la propia matemática (**Opciones d y c**), o que permitan la comunicación concisa y sin ambigüedades de conceptos y proposiciones (**Opción e**), parece en un principio que no necesita expresamente de consideraciones epistemológicas. Así, si el profesor se propone desarrollar habilidades y capacidades intelectuales en sus alumnos, puede pensar que es posible hacerlo sin ninguna otra información que la que proporcionan la mayoría de los

textos de matemáticas, en los que se desarrolla de forma aceptable el producto matemático así como sus consecuencias y aplicaciones también matemáticas. Basta para ello considerar el trabajo sobre el tema, como un juego intelectual basado en motivaciones extrínsecas, por las que se aprende la teoría y/o se aplica prácticamente, mediante la realización de todo tipo de ejercicios directamente relacionados con ella. Veamos no obstante, que tal afirmación resulta una verdad a medias.

Las cuestiones fundamentales que suscitan la duda en el planteamiento anterior, surgen de un análisis de las habilidades y capacidades que supuestamente potenciarían tal enfoque de la enseñanza. Así, se puede pensar en estimular la memoria, aunque si ésta no es significativa, pueden existir serias limitaciones. También, se puede tratar de desarrollar la agilidad mental en lo que a estrategias de actuación y a la capacidad de análisis-síntesis se refiere, lo que requiere previamente que el alumno tenga una comprensión clara sobre los conceptos y procedimientos, sus aplicaciones y representaciones.

Del mismo modo, conseguir una mejora en la capacidad de razonamiento en situaciones problemáticas, requiere de otros ingredientes como son las capacidades de generalización y transferibilidad de conceptos y propiedades a otros contextos distintos de los ejercitados, codificar y decodificar mensajes, particularizar, elaborar hipótesis, conjeturar y demostrar, etc., lo que complica enormemente la afirmación tan simple expuesta en los párrafos anteriores. Es decir, al analizar las características de las capacidades que se presume potenciar, nos encontramos con que el planteamiento es insuficiente para provocar por sí sólo un auténtico avance intelectual en el individuo.

Por el contrario, Sastre, G. y Moreno, M. (1980), apuntan en el sentido de que ignorar estas cuestiones, puede conducir a:

- *Desarrollar capacidades rígidamente ligadas a la asignatura de matemáticas y al contexto escolar, no integradas en el universo de posibilidades de actuación del individuo y, por tanto, no aplicables a situaciones distintas de las típicamente escolares o de aquellas que las originaron.*
- *Desarrollar desmesuradamente unas capacidades frente a otras, obligando al individuo a utilizar mecanismos tediosos o no deseados, ante la ausencia de instrumentos intelectuales apropiados para llegar a las respuestas correctas. (Ejemplo: memorización de tipos de problemas y de mecanismos de resolución correspondientes).*
- *Fomentar las consecuencias funestas del sentimiento de imposición de unos contenidos y unos ejercicios que pueden ser ingeniosos, pero cuyas conexiones con los mecanismos y experiencias anteriores, quedan si acaso a cargo del propio alumno.*
- *Violentar el desarrollo natural y espontáneo de los conocimientos del alumno, aumentando aún más el desfase existente entre el nivel aparente y el nivel real de conocimientos; entre lo que aparentemente sabe y es capaz de reproducir, y lo que realmente utiliza y aplica al desenvolverse en su medio.*

Si se desea evitar lo anterior, y se quiere potenciar el desarrollo de habilidades y destrezas intelectuales realmente construidas, generalizables, e integradas en el repertorio de potencialidades mentales del individuo, es necesario hacer algo más que abordar el tema, sus aplicaciones y ejercicios, desde el punto de vista puramente matemático como un producto acabado que hay que aprender. Hay que conectar la tarea a realizar: con los conocimientos y capacidades reales de los alumnos, con las ideas y significados previos y posiblemente rudimentarios y erróneos sobre los conceptos en juego y con los conocimientos y mecanismos reales que utilizan cotidianamente.

Sin la valiosa información que proporciona el conocimiento del trasfondo histórico, psicogenético y lógico-formal del tema, es difícil aspirar a algo más de lo que realmente se consigue en la práctica actual en las aulas: que algunos alumnos (los comúnmente llamados inteligentes o dotados especialmente para las matemáticas, o los que se embarcan con constancia, pundonor y en ocasiones con clases particulares, a la ardua, solitaria y particular tarea de comprender lo que tienen que "aprender"), descubran, a veces por casualidad y por su cuenta, parte de esas conexiones, construyendo algún conocimiento significativo, en el proceso de búsqueda de respuestas correctas y mecanismos fiables de reproducción, dentro de la dinámica de intercambios de actuaciones por calificaciones dentro del aula, y por consideración social fuera de ella.

Del mismo modo, los análisis epistemológicos se evidencian como necesarios frente a la intención de dotar al alumno de herramientas o instrumentos útiles para distintos fines. Ya sea para un desenvolvimiento posterior en la Matemática (**Opción c**), en la vida o en otros contextos (**Opción d**), ya para poder comunicar (emitir y recibir) informaciones precisas (**Opción e**), parece evidente que los objetos y teorías matemáticas como instrumentos, deben ser conocidos en profundidad por el alumno, para que de su utilización se obtengan resultados óptimos. Y si ésto no es así, ¿cómo es posible obtener el máximo rendimiento de una herramienta, sin conocer bien su estructura y utilidad y comprender su funcionamiento?

Parece razonable pensar que con metas menos pretenciosas que las anteriores se pueden conseguir avances significativos en Educación Matemática. No obstante, la pérdida de esas referencias ambiciosas, es algo que no debe tener cabida en los contextos educativos, en los que cualquier dato, cualquier información adicional por simple que parezca, puede ser de inestimable ayuda.

En consecuencia, al margen de toda cuestión teleológica coherente con los planteamientos teóricos modernamente aceptados en Educación Matemática, existe un hecho objetivo digno de toda consideración, cual es, la insuficiencia del producto matemático acabado y la necesidad de los análisis epistemológicos en torno al mismo, atendiendo al propio individuo, sus conocimientos y capacidades, a la sociedad y a la cultura, a otras Ciencias, buscando en la Historia, y desmenuzando por fin las definiciones y leyes formales que lo caracterizan, dotándolo de pleno significado y transformándolo en una información accesible, interpretable y completa, lo que no es poco para empezar a pensar en el tratamiento didáctico más adecuado, si no es que se deduce ya directamente de los mencionados análisis, como así ocurre en numerosos ejemplos de la Matemática Elemental.

Epistemología y Educación Matemática. Documento 3.

“Epistemología de la Matemática. Descripción de las principales corrientes”.

González Marí, J.L.

Platonismo

Los **objetos matemáticos** son objetos reales; no son ni físicos ni materiales; son inmutables; no son creados; no pueden cambiar ni desaparecer; pertenecen a un "mundo de las ideas" existente con independencia del individuo y fuera de él.

Los objetos matemáticos **existen** con independencia completa del conocimiento que de ellos se tenga, fuera del espacio y el tiempo de la existencia física.

El **trabajo del matemático** platónico, es un trabajo empirista; no inventa sino que descubre; utiliza la percepción y la intuición matemática.

La mayor parte de los matemáticos son platonistas o se encuentran entre el platonismo y el formalismo según conviene.

Fueron platonistas: Gödel, Thom, Hermite, Hardy, Hadamard, etc.

Formalismo (Hilbert)

La Matemática es un juego desprovisto de significado constituido por axiomas, definiciones, teoremas y fórmulas; son un producto del pensamiento humano.

No tiene sentido hablar de la **naturaleza** de los objetos matemáticos puesto que no existen; sólo hay reglas y cadenas de símbolos.

Las fórmulas y símbolos no tienen valor de verdad puesto que no tienen sentido o significado alguno por sí mismas. Sólo cuando se aplican a algún problema real adquieren significado.

Logicismo

Más que corriente se trata de una postura histórica surgida en plena crisis de fundamentos. Considera la lógica como anterior o más fundamental que la matemática, reduciendo ésta a una rama de la lógica.

Los argumentos de los logicistas (Russell, Frege, etc.), son rechazados por los formalistas y los intuicionistas.

Constructivismo matemático - intuicionismo

La única matemática es la que proviene de construcciones finitas. Ni el conjunto de los números reales ni ningún conjunto infinito puede ser obtenido de tal manera.

Los objetos matemáticos tienen significado y existen en la medida en que se construyen mediante un número finito de pasos a partir de los números naturales.

Se caracteriza por la negativa a participar en la aceptación de un mito; la matemática clásica es una aberración. No aceptan el principio del tercio excluso y por tanto, gran parte de la matemática al afectar a la ley de tricotomía.

Brouwer (1908) dió un contraejemplo a la ley de tricotomía construyendo un número del que no se puede demostrar constructivamente que sea cero, positivo o negativo; según su punto de vista, dicho contraejemplo demuestra la falsedad de la ley de tricotomía.

Formalismo contemporáneo

Descendiente del formalismo hilbertiano aunque no exactamente igual a él.

Hilbert distinguía entre las matemáticas finitas y las matemáticas infinitas. Las segundas fueron inventadas para justificar las primeras. El matemático formalista contemporáneo, no hace distinciones: todas las matemáticas son un juego de deducciones lógicas (la matemática es la ciencia de la demostración rigurosa).

Cuasi-empirismo (Lakatos)

El conocimiento matemático es falible. Se caracteriza por ser un sistema hipotético-deductivo pero en el que lo que se transmite no es la verdad desde las premisas verdaderas a las conclusiones, sino la falsedad desde los resultados a los axiomas.

La Historia de la Matemática es considerada como elemento central de esta posición filosófica.

La matemática informal, práctica, en construcción, es más importante que la matemática formal o acabada. El descubrimiento matemático se produce en la elaboración de teorías matemáticas informales, caracterizadas por la dialéctica conjeturas-refutaciones y la constante utilización de contraejemplos. Esta corriente, conlleva una teoría sobre la creación del conocimiento matemático.

Constructivismo social

Corriente muy reciente (Ernest, Paul; 1991), que considera el conocimiento matemático como una construcción social: las bases del conocimiento matemático están en el conocimiento lingüístico, en sus convenciones y reglas; el conocimiento matemático subjetivo, se convierte en objetivo mediante la comunicación y publicación; la objetividad del conocimiento es social; etc. (ver libro del autor "The Philosophy of Mathematics Education". The Falmer Press).

Epistemología y Educación Matemática. Documento 4:

“La Matemática a través del análisis del trabajo del matemático”¹

González Marí, J. L.

- La Matemática tiene que ver con *ideas u objetos conceptuales*.
- Dichos objetos son independientes de su simbolización o representación ya sea lingüística ó mediante objetos materiales que los sugieran.
- Los objetos matemáticos, son inventados o creados por los seres humanos (a diferencia de los objetos materiales), de una forma peculiar e irreductible y por tanto:
- tienen una existencia ficticia o convencional.
- La creación, no es arbitraria sino que involucra actividades con objetos matemáticos ya existentes y tiene que ver en muchos casos con las necesidades de las ciencias y de la vida diaria.
- Los objetos matemáticos ya creados tienen propiedades objetivas, bien determinadas, que poseen con independencia del conocimiento que de ellos se tenga.
- Los objetos matemáticos, a pesar de ser creaciones humanas sobre abstracciones y objetos matemáticos ya existentes, sin ninguna relación aparente con la realidad, llegan a ser útiles para la descripción y el manejo de fenómenos naturales o materiales.
- Los objetos matemáticos, una vez creados y comunicados, pasan a formar parte de la cultura, del patrimonio de conocimientos válidos, consistentes y creíbles (si son aceptados en éstos términos), adquiriendo entonces una categoría de realidad distinta de la del sujeto individual y de la del mundo exterior: una tercera realidad a la que pertenecen las tradiciones, las costumbres, las creencias, etc., que no se encuentra ni dentro ni fuera del individuo aunque compartiendo ambos lugares. Existen en la mente como objetos conceptuales sobre los que pensar (existencia conceptual o individual), y al mismo tiempo, una vez aceptados y siempre que exista algún ser capaz de pensar sobre ellos, existen realmente fuera de la mente del que los creó, como parte del patrimonio cultural (existencia supraindividual ó cultural). (*Mundo 3 de Popper*).
- Las ideas matemáticas, son ideas compartidas, como si hubiese algo de común en todas las mentes que las piensan, como si existiese una conciencia compartida formada por un conjunto de ideas con propiedades objetivas. *Coincidencias, que pueden tener su explicación en lo que hay de común a todos los individuos: mente, medio y la interacción entre ambos.*
- El hacer matemático presenta las características de toda actividad y conocimientos humanos, a saber: perfectibilidad, sujeción a errores, parcialidad e incompletitud, etc, *lo cual induce a poner en duda que la Matemática sea una fuente de verdades universales y absolutas. La historia nos da la razón en la medida en que la noción de verdad, ha sido siempre relativa a un marco*

¹Elaboración con comentarios añadidos (cursiva no negrita y pequeña) a partir de: Hersch, R. "Some proposal for reviving the Philosophy of Mathematics". En: Tymoczko, T. (1986), pp. 9-28.

histórico, a las ideas filosóficas dominantes y a las necesidades sociales, científicas y culturales de cada época.

Con estas consideraciones, y teniendo en cuenta el trabajo matemático contemporáneo, nos da la impresión de que la Matemática tiende a dar explicaciones formales del pensamiento humano (estructuras madres, categorías, probabilidad subjetiva, etc), de su funcionamiento y de sus interpretaciones de la realidad. Parece que se va encerrando en la mente que la crea, intentando dar explicación de su propio funcionamiento.

Epistemología y Educación Matemática. Documento 5.

“Reflexión sobre la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática”.

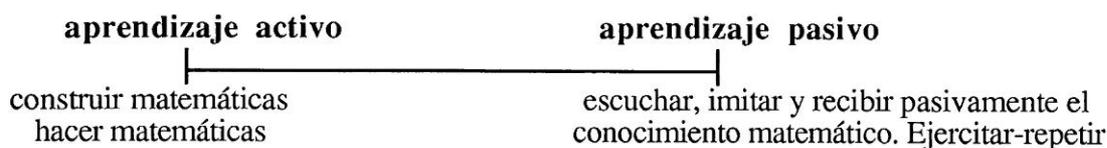
González Marí, J.L.

Algunas preguntas epistemológicas importantes en Educación Matemática:

Sobre el aprendizaje: ¿Que es aprender matemáticas?; ¿Qué es saber matemáticas?; ¿Cómo se aprenden?

Sobre la enseñanza: ¿Que es enseñar matemáticas?; ¿Que matemáticas enseñar?; ¿Cómo enseñarlas?

¿Que es aprender matemáticas?. Se puede situar la respuesta en el continuo siguiente:



¿Que es construir matemáticas?. Se puede contestar desde distintas posiciones epistemológicas, ej.:

Formalismo: Construcción de los sistemas formales explícitos y consistentes. Construcción del producto final. Creación de fórmulas con mero valor sintáctico. No se consideran ni el proceso seguido ni el conocimiento implícito.

Intuicionismo: llegar al conocimiento matemático (puede ser el formal), paulatinamente a partir de las intuiciones inmediatas y autoevidentes. Crear matemáticas a partir de la intuición.

A pesar de que en algunas cuestiones intervienen nuevos elementos no considerados en la epistemología de la matemática (psicología, sociología, etc.), las respuestas hacen siempre referencia en último término a consideraciones epistemológicas sobre el conocimiento matemático.

¿Que es enseñar matemáticas? Hay muchos planos a los que atender. Algunos de ellos se pueden simplificar mediante esquemas contínuos que ejemplifican posiciones extremas:

<p>Explicar, repetir, realizar ejercicios de aplicación El Profesor organiza sus actividades y exposiciones La principal preocupación es la exposición clara y ordenada de los contenidos (El Profesor como fuente y transmisor de conocimientos)</p>	-----	<p>Organizar los contenidos y las actividades para facilitar a los alumnos la construcción del conocimiento La preocupación se centra en las actividades de los alumnos y en la supervisión y mediación en el aprendizaje (El Profesor como mediador y guía en el aprendizaje)</p>
<p>Simplificar, descomponer, recetar, atomizar, separar en lecciones claramente diferenciadas, no mezclar tareas y aplicaciones para no confundir al alumno</p>	-----	<p>Llevar a los alumnos al corazón de los conocimientos favoreciendo la aparición de obstáculos y conflictos mediante problemas y cuestiones adecuadas</p>
<p>Detectar y formar prioritariamente a los buenos alumnos, discriminando entre los mejor y los peor dotados para las matemáticas</p>	-----	<p>Favorecer el aprendizaje de todo el grupo, utilizando para ello los métodos más adecuados</p>
<p>Restringir las estrategias, procedimientos y respuestas a los que se han establecido, no admitiendo variaciones ni enfoques originales</p>	-----	<p>Admitir la originalidad de pensamiento como elemento importante, animando la búsqueda de estrategias y soluciones alternativas</p>

¿Que Matemáticas enseñar?

<p>Las que indique la estructura de la propia matemática según el nivel y con independencia de las características de los alumnos</p>	-----	<p>Las que se adapten en cada momento al desarrollo de las ideas matemáticas de los alumnos</p>
<p>El producto matemático acabado siguiendo una secuencia lógica en función de los conocimientos matemáticos necesarios en cada momento para el desarrollo de otros nuevos (el contenido como fin en sí mismo)</p>	-----	<p>Las matemáticas necesarias para resolver problemas y plantear cuestiones e interrogantes (el contenido como medio)</p>
<p>Técnicas y destrezas matemáticas ante todo y como componentes aisladas de la comprensión y resolución de problemas</p>	-----	<p>Primero el sentido de los conceptos y después las destrezas. Estas deben estar relacionadas y supeditadas a la comprensión y a la resolución de problemas</p>

¿Como se deben enseñar?

Del mismo modo, se pueden plantear polos opuestos para este apartado. Detrás de todos los planteamientos, hay consideraciones epistemológicas claras acerca de la Matemática.

Epistemología y Educación Matemática. Documento 6

“Una posible justificación para un programa de Epistemología en la Formación de Profesores de Enseñanza Secundaria” Pascual Bonis, J. R.

1. Cuestiones generales.

1.1. Sería preciso, para fijar ideas, establecer la distinción entre epistemología escolar, epistemología espontánea de los profesores y epistemología desde un punto de vista científico.

1.2. La Epistemología permite al profesor conocer el desarrollo histórico y el funcionamiento de un determinado concepto matemático. al mismo tiempo, le facilita el distanciamiento preciso para poder controlar la que hemos llamado epistemología escolar, producida por la enseñanza.

2. A finales de los años setenta, E. Borrás, M.E. Carrillo, F. Hernan, J. d’Opazo, A. Salvador y J. L. Tomás en su escrito ¿Para qué las Matemáticas? defendían la existencia de varios niveles de rigor frente a la práctica de la enseñanza que cultivaba el rigor en Matemáticas como algo acabado y perfecto, casi eterno. A través de la evolución histórica, la Epistemología nos lleva a esa relativización del rigor así como a observar que la fundamentación de las matemáticas sólo se plantea como problema bastantes siglos después de una extensa utilización de los conceptos matemáticos. El caso de la geometría cuyos fundamentos fueron ultimados por Hilbert a principios de este siglo bastante significativo. Y otro tanto podría decirse del Análisis.

3. Los alumnos adquieren las nociones matemáticas mediante la adaptación a condiciones específicas que le dan su significación. Para ello, los profesores tienen que reproducir las condiciones de una génesis del concepto matemático, aunque artificial, aceptable desde el punto de vista epistemológico.

4. Epistemología y obstáculos. El filósofo y epistemólogo francés Gaston Bachelard introdujo la noción de obstáculo epistemológico en las ciencias físico-naturales. A pesar de que Bachelard no incluía a las Matemáticas en su estudio, incluso las excluía, Guy Brousseau (números decimales), Glaeser (enteros), Sierpinski (noción de límite), etc. han abordado su estudio desde esta perspectiva. Un aspecto interesante a analizar es si es cierto que en las concepciones de los alumnos aparecen semejanzas con los obstáculos observados en la evolución histórica de un concepto matemático.

5. Epistemología y concepciones. Al transmitir un concepto matemático, y a pesar del esfuerzo del profesor, se observa una diversidad de concepciones en los alumnos, diferenciadas del saber que efectivamente se pretendía comunicar. Tales expresiones distintas del saber ponen de manifiesto la adaptación de cada una de ellas a la resolución de determinado tipo de problemas e, incluso, la multiplicidad de concepciones (la evolución histórica) de un mismo concepto a lo largo del tiempo. Habbiba El Bouazzaoui ha analizado este problema en relación a la continuidad (“Conception des élèves et des professeurs a propos de la notion de continuité d’une fonction”. These de Doctorat. Université de Laval. Quebec, 1988).

Epistemología y Educación Matemática. Documento 7.

“Tópicos relativos a la Epistemología a tratar en la formación de profesores de Secundaria. Objetivos y Contenidos”. Pascual Bonis J.R.

1. Epistemología Genética (en relación con la formación que vayan a recibir en áreas psicopedagógicas).

1.1. Objetivo. Enseñar la génesis de la construcción de conceptos matemáticos en el alumno.

1.2. Contenidos: Basándose en los estudios de Piaget sobre invariantes operatorias y la equilibración de estructuras cognitivas, así como los restantes estudios de sus alumnos de la Escuela de Ginebra: Génesis de estructuras numéricas y de las nociones espaciales.

2. Epistemología de las Matemáticas.

(Tiempo asignado: 5-10 % de la carga docente global del curso)

2.1. Objetivo: Enseñar, a partir de un concepto concreto, como función, continuidad, etc. un conocimiento del funcionamiento de las Matemáticas y su desarrollo histórico.

2.2. Contenidos:

* Estudio de la evolución y desarrollo de un concepto matemático: numeración, cálculo infinitesimal, función continuidad, probabilidades y estadística...

* Obstáculos epistemológicos. Concepciones.

3: Mesa 2

*“Análisis Didáctico de Contenidos
en el Area de Matemáticas”*

Mesa 2: ANÁLISIS DIDÁCTICO DE CONTENIDOS EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS.

3.1-COORDINADORES:

José Carrillo Yañez. Profesor de la Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación. Departamento de Didáctica de las Ciencias.

Antonio Marín del Moral. Profesor de Matemáticas de I. Bachillerato. Jefe del Servicio de Ordenación Educativa de la Delegación de Educación y Ciencia de Granada.

3.2-ESQUEMA:

El profesor de matemáticas debe entender de múltiples aspectos relacionados con su docencia, los cuales pueden venir agrupados alrededor de diversas ciencias: Epistemología, Psicología, Sociología y Pedagogía.

La Mesa que nos ocupa puede situarse dentro de la última citada y se articulan alrededor de cuestiones como:

- I) ¿Qué competencias (esperadas/deseables) debe tener un profesor de Educación Secundaria?
- II) ¿Qué elementos intervienen en el análisis didáctico de los contenidos matemáticos.?
- III) ¿Cuál es el conjunto de tópicos, disciplinas, conocimientos que habrían de incluirse en un plan de formación inicial o permanente del profesorado en E. Secundaria en este campo?
- IV) ¿Qué consideraciones metodológicas son pertinentes en este núcleo de formación?
- V) ¿Cómo trabaja y qué problemas rodean a un profesor de E. Secundaria en su quehacer profesional.? ¿De qué forma un plan de formación en este ámbito ayuda en la toma de decisiones?.

3.3-RESUMEN DEL DEBATE:

I) Sobre las competencias esperadas del profesor de Educación Secundaria.

Este aspecto se propone tratarlo en el contexto de la Mesa que analice el tema de Curriculum.

II) ¿Qué elementos intervienen en el análisis didáctico de contenidos?

La idea predominante es que alrededor del análisis didáctico de contenidos se nuclea el campo de trabajo de la didáctica de las matemáticas. Debe tener un papel crucial en la formación del profesor de E. Secundaria y abarcar estos elementos:

- a) El análisis epistemológico, fenomenológico e histórico de los objetos/conceptos matemáticos.
- b) La descripción de las trasposiciones didácticas que han surgido a lo largo de la Historia para cada contenido (H^a de la enseñanza del contenido)
- c) El análisis de los aspectos psicológicos relativos al aprendizaje de cada contenido.
- d) La descripción de las referencias curriculares (objetivos y finalidades educativas) de cada contenido matemático.
- e) El análisis de situaciones didácticas que contextualizan los objetos matemáticos
- f) El análisis de los errores, dificultades, obstáculos conocidos que aparecen en el aprendizaje de los conocimientos matemáticos.

III) ¿Cuál es el conjunto de tópicos, disciplinas, conocimientos que habrían de incluirse en un plan de formación inicial o permanente del profesorado en E. Secundaria en este campo?

a) Los módulos de análisis didáctico de los contenidos matemáticos deben informar al menos sobre:

- a1) La fenomenología de los contenidos
- a2) Los objetivos de aprendizaje referentes a cada contenido
- a3) El estudio de los errores y dificultades del aprendizaje de los contenidos
- a4) El análisis de distintos modos de enseñanza del concepto y sus consecuencias.
- a5) El análisis de las situaciones de enseñanza.

b) Los contenidos a los que se hace referencia son los que se encuentran formulados en los actuales diseños curriculares y decretos de enseñanzas del MEC y CCAA.

IV) ¿Qué consideraciones metodológicas son pertinentes en este núcleo de formación?

a) Se han presentado dos experiencias de tratamiento de un análisis didáctico de contenidos en formación inicial del profesorado. Una de ellas parte del campo conceptual (núcleo temático) como eje metodológico y alrededor de él se organiza toda la formación con el esquema que se describe en III a).

Otra perspectiva inicia la formación con aspectos generales de carácter transversal -análisis de errores, corrientes didácticas, etc.- desembocando en una sistemática de análisis didáctico por núcleos temáticos. En ambos casos se analizaron distintas ventajas e inconvenientes

b) Existe unanimidad en considerar que es el profesor de Didáctica de Matemáticas el especialista adecuado para impartir este núcleo.

c) Se constata la necesidad de potenciar líneas de trabajo que desarrollen publicaciones cuyo objeto sea recopilar los resultados actuales en esta materia y profundizar en los campos que abarca, manejando como referencia unificadora cada núcleo temático.

d) Es necesario distinguir en el plan de formación las acciones dedicadas a la E.S.O. de las propias del nuevo Bachillerato.

e) La perspectiva metodológica no puede olvidar que en este plan de formación se pretende una modificación de actitudes (sobre todo en la formación permanente), por lo cual la estrategia de trabajo tiene que ser dinámica e implicativa.

V) ¿Cómo trabaja y qué problemas rodean a un profesor de E. Secundaria en su quehacer profesional.? ¿De qué forma un plan de formación en este ámbito ayuda en la toma de decisiones?.

El profesor "traduce, incorpora, traspone" cotidianamente conocimientos académicos al saber escolar. Esta tarea genera presiones desde la sociedad científica y contradicciones inherentes a una concepción de las matemáticas escolares incorrecta, que provoca angustias y decisiones ocultas que mediatizan todas las actividades de aula. El modelo de formación que se adopte (sobre todo permanente) tiene que dar respuesta activa para que el profesor haga explícitas estas contradicciones y las reinterprete correctamente

Referencias bibliográficas:

I) Competencias deseadas del Profesor de E. Secundaria

* ICMI-KUWAIT (1987). **Las Matemáticas en Primaria y Secundaria en la década de los 90**. Mestral Valencia . Cap. 6

* **GIL,D. (1991) ¿Qué hemos de saber y saber hacer los profesores de Ciencias?** (Intento de síntesis de las aportaciones de la investigación didáctica), en Enseñanza de las Ciencias, 9(1).

II) ¿Cómo trabaja y qué problemas profesionales tiene un profesor de E.Secundaria ?

* En el ICMI-Kuwait hay una referencia cualitativa a los contenidos con los que trabaja un profesor al inicio de la E. Secundaria y que valora especialmente.

* El artículo de G. Brousseau en **SUMA 4 y 5 Utilidad e interés de la didáctica para un profesor** se muestra la problemática del aula y algunos fenómenos simplificadores que enmascaran las contradicciones del trabajo.

III) "Tópicos" a incluir en un plan de formación permanente en relación con el análisis didáctico de contenidos

a) Sobre criterios y propuestas de selección, secuenciación y organización de los contenidos

* **CARL,I.M. (1989). Essential Mathematics for the Twenty-first Century: The Position of the National Council of Supervisors of Mathematics**, en Mathematics Teacher, 82(6)

* NCTM, (trad. SAEM Thales)(1991) Estándares curriculares y de evaluación. Niveles 9 a 12

* Decretos de enseñanzas en E.S.O. del MEC y distintas comunidades autónomas

b) Sobre distintas perspectivas metodológicas del proceso de enseñanza y aprendizaje

* Perspectiva fenomenológica

DE LANGE, J. y otros (1989). **Las matemáticas en la enseñanza secundaria. Materiales didácticos diseñados en el OW&OC (antiguo IOWO).** ICE Salamanca.

* Perspectiva de la Teoría de las Situaciones Didácticas

VERGNAUD y otros (1988) **Introduction de l'algebre aupres de debutans faibles. Problemes epistemologiques et didactiques** en Actes du colloque de Sevres 1987 La Pensée Sauvage

* Perspectiva de la Enseñanza por diagnóstico

BELL, A. (1986). Enseñanza por diagnóstico. Algunos problemas sobre números enteros, en **Enseñanza de las Ciencias**, 4(3).

* Perspectiva del aprendizaje por descubrimiento

DEL RÍO, J. (1991). **Aprendizaje de las matemáticas por descubrimiento. Estudio comparado de dos metodologías.** CIDE. Madrid.

* Perspectiva de análisis didáctico de dificultades en el aprendizaje de distintos núcleos temáticos

DICKSON, L. y otros (1991). **El aprendizaje de las matemáticas.** Labor-MEC. Barcelona.

WAGNER, S. y KIERAN, C. (eds.) (1989). **Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra.** Lawrence Erlbaum Associates and NCTM. Reston, Virginia. Cap 20 y ss.

JANVIER, C. (ed.) (1987). **Problems of representation in the teaching and learning of mathematics.** Lawrence Erlbaum Associates. New Jersey.

GUTIERREZ, A. (1990). **Enseñanza y aprendizaje de la geometría según el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele.** Dpto. Did. de la Mat., Univ. Valencia.

* Perspectiva desde el análisis didáctico complementario (objeto/proceso) de algunos conceptos matemáticos

SFARD, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin, en **Educational Studies in Mathematics**, 22.

4: Mesa 3

*“Psicología Cognitiva, Teorías del
Aprendizaje y Educación Matemática”*

**Mesa 3: PSICOLOGÍA COGNITIVA, TEORÍAS DEL APRENDIZAJE
Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

4.1-COORDINADORES:

Alonso Cánovas, D. Prof. Matemáticas del I.B. “Nicolás Salmerón”. Almería

Callejo de la Vega, M^a. L., Profa. Matemáticas del I. E. P. S. Madrid.

Gutiérrez Pérez, J. Prof. Ayudante Metodología Inv. Educativa. Unv. Granada.

4.2-ESQUEMA:

¿Es útil la Psicología para la Educación Matemática?

1. La Psicología: un instrumento al servicio del educador matemático y su racional toma de decisiones.
2. El difícil entendimiento entre las Teorías del Aprendizaje y el trabajo escolar en el Instituto.
3. Las Tareas de razonamiento matemático en el ámbito de preocupaciones de la Investigación Psicológica.
4. Cuestiones generales sobre el papel de la Psicología Cognitiva en la formación del educador matemático de Secundaria y Bachillerato.
5. Propuesta de Módulos a contemplar en un Plan de Formación Psico-Pedagógica del Educador Matemático.
6. Bibliografía sobre el tema.
7. ANEXO: Algunos programas para el entrenamiento en operaciones cognitivas.

4.3. DESARROLLO DEL ESQUEMA:

¿Es útil la Psicología para la Educación Matemática?

1. La Psicología: un instrumento al servicio del educador matemático y su racional toma de decisiones.

A menudo, los educadores matemáticos nos planteamos una serie de cuestiones relativas al proceso de enseñanza/aprendizaje, al desarrollo biológico, afectivo, psicológico y social de los alumnos y a los factores motivacionales: **¿por qué las matemáticas resultan especialmente fáciles o difíciles a ciertos alumnos?, ¿están los programas adaptados al nivel de maduración de sus destinatarios?, ¿cómo motivar hacia las matemáticas?, ¿qué relaciones se dan en el aula?, etc.** El análisis de estos problemas y los intentos de respuesta no son tareas sencillas; generalmente no somos capaces de encontrar una respuesta adecuada que nos deje satisfechos o repercuta de forma eficaz en la mejora de los problemas que nos preocupan como profesores de esos alumnos.

Una estrategia altamente ineficaz, aunque bastante extendida, consiste en culpar a los alumnos de su propio fracaso, a los sistemas de aprendizaje dominantes, a la escasez de recursos disponibles en los centros, a las administraciones educativas por el tipo de contenidos y procedimientos que promueven, a la precaria situación laboral en que se encuentra el profesorado...

Sin embargo, como profesionales no podemos reducir nuestras vías de solución a meros lamentos, por eso no renunciamos a diario a tomar decisiones más racionales que dan lugar al cambio de libro de texto, a incorporar el video como recurso motivador o a adquirir algún nuevo material para construir de forma novedosa el concepto de función o la idea de derivada. Incluso, en muchas ocasiones nos aventuramos a la lectura, poniendo las esperanzas en **la Psicología** como área de conocimiento que podría aportar alguna luz a nuestras dudas, con ánimo de cubrir aquellas lagunas heredadas del plan de estudios de que fuimos víctimas en la licenciatura de matemáticas.

Tomando como referencia algunos de los elementos básicos del currículum (cfr. D.C.B. Educación Secundaria, MEC: 1989), se pueden plantear desde la Didáctica de las Matemáticas, entre otras, las siguientes cuestiones a la psicología:

a) **¿Qué enseñar?** En el ámbito de la selección y contextualización de los objetivos y contenidos de área, ¿cómo adecuar la demanda cognitiva de los aprendizajes al nivel de maduración y a los intereses y motivaciones del alumnado?

b) **¿Cómo enseñar?** ¿Cómo explican las teorías del aprendizaje cómo se aprende? ¿cuál es su alcance y cuáles sus limitaciones?, ¿qué modelos de instrucción propugnan?, ¿qué elementos intervienen en la motivación?

c) **¿Cuándo enseñar?** En el establecimiento de secuencias de aprendizaje, ¿cómo relacionar de forma coherente la lógica de la materia y su significatividad psicológica?

¿Por qué acudimos a la Psicología para dar respuesta a nuestros problemas como docentes? ¿Mejorará en algún sentido nuestra práctica educativa? ¿A qué decisiones de la Educación Matemática afecta el conocimiento psicológico?

2. El difícil entendimiento entre las Teorías del Aprendizaje y el trabajo escolar en el Instituto.

Cuando el psicólogo construye una teoría del aprendizaje, prescinde de las posibles aplicaciones prácticas que a posteriori pueda ocasionar su modelo en el ámbito de los contextos escolares, su objetivo prioritario consiste en construir un marco teórico desde el ámbito de la investigación básica que permita argumentar con evidencia experimental la veracidad de sus conclusiones, independientemente de la casuística de circunstancias donde el fenómeno pueda tener lugar y el grado de amplitud de sus teorías. Por esta razón se reconoce como ámbito de trabajo natural del psicólogo el laboratorio, como un contexto artificial sobre el que se construyen teorías a partir de experimentos muy controlados.

Sin embargo, la naturalidad con la que se desarrollan los acontecimientos escolares en el instituto es directamente proporcional al número de variables que inciden en este contexto; por eso, aumenta ostensiblemente la dificultad a la hora de llevar a la práctica la aplicación directa de esos modelos de aprendizaje concebidos por los psicólogos desde el laboratorio.

Teóricos del aprendizaje como Binet (1886); Lellan & Dewey (1895); Thorndike (1924); Vigotski (1930); Brownell (1935) o Skinner (1968)² argumentaron en su momento

² Binet: "Psicología del Razonamiento"; Mc. Lellan y Dewey: "Psicología del número"; Thorndike: "Psicología de la Aritmética"; Vigotski: "El desarrollo de los procesos psicológicos superiores"; Brownell: "Consideraciones psicoógicas en el aprendizaje y enseñanza de la Aritmética"; Piaget: "La Psicología de la Inteligencia"; Piaget-Inhelder: "El desarrollo de las cantidades en el niño"; Skinner: "La Enseñanza Programada"

que **la instrucción debería estar directamente basada en las teorías del aprendizaje**, y que los programas de instrucción habrían de enriquecerse y mejorarse a partir de los descubrimientos aportados por sus teorías sobre los modos de aprender. Aunque abundan los ejemplos para ilustrar este deseo de impregnar los hábitos y estructurar las actividades escolares siguiendo las directrices marcadas en cada momento por la corriente psicológica de mayor auge, los resultados prácticos no han sido todo lo amplios que era de esperar, reduciéndose en gran parte de las ocasiones a simples declaraciones de intención, trasladadas a la legislación educativa del momento como proyectos utópicos escritos sobre papel mojado hacia los que no ha sido posible llegar por el gran desajuste existente entre la teoría y la práctica del aprendizaje.

En el otro extremo, investigadores del fenómeno educativo como Gage (1964), Sthenhouse(1975), Eisner(1967) o Parlet & Hamilton(1976) conciben la enseñanza como un fenómeno social complejo, al que las teorías del aprendizaje psicológico tienen poco o nada que aportar; dado que las teorías del aprendizaje son meramente descriptivas y abordan preocupaciones propias del ámbito estricto de la investigación básica tales como los modelos de razonamiento, los patrones de memoria o los heurísticos más habituales para la resolución de problemas. Sin embargo, las teorías de la enseñanza, son ante todo propuestas normativas holísticas que ofrecen recomendaciones acerca de cómo la enseñanza debe ser guiada y organizada en su estructura global para alcanzar aprendizajes consistentes, estimulantes y duraderos; adaptados a las necesidades y particularidades de cada contexto.

No vamos a entrar en una polémica estéril que intenta cargar las tintas sobre la teoría o la práctica de los currícula; sino, más bien, vamos a indagar en una propuesta integradora que nos permita trasladar a la vida ordinaria del aula, aquel conjunto de evidencias teóricas y resultados de investigación que pueden tener algún tipo de utilidad para la mejora de los procesos de pensamiento de nuestros alumnos. En definitiva, se trata de dar respuesta a la cuestión:

¿Es posible convertir los descubrimientos especializados de la psicología en una herramienta al servicio de la toma de decisiones del profesor en sus fases de planificación, desarrollo y evaluación de su tarea como docente? ¿Son necesarias las teorías del aprendizaje en educación? ¿Qué teorías del aprendizaje explican la adquisición del conocimiento matemático?

3. Las Tareas de razonamiento matemático en el ámbito de preocupaciones de la Investigación Psicológica.

¿Se puede caracterizar el pensamiento matemático?

Los intentos más antiguos por aplicar una teoría del aprendizaje al ámbito escolar eligen como materia favorita y campo de experimentación privilegiado las matemáticas. Es extraño el psicólogo preocupado por estos temas que no haya puesto sus ojos en la matemática como campo de experimentación con cualidades especiales para la observación y unas estructuras propias que facilitan el análisis de los procesos de pensamiento del ser humano.

¿Qué peculiaridades poseen las matemáticas que la convierten en uno de los campos de experimentación predilectos de las investigaciones psicológicas?

Las características especiales de la actividad matemática han contribuido a que gran parte de los psicólogos investigadores hayan tomado como líneas de investigación propias el ámbito de **las destrezas, algoritmos y problemas matemáticos como campo de exploración de los procesos mentales y ámbito de investigación** capaz de generar modelos explicativos sobre la naturaleza del pensamiento, la estructura del razonamiento y los mecanismos específicos de su funcionamiento, sacando a la luz el clásico dilema acerca de la similitud intrínseca entre pensamiento y matemáticas.

El **pensamiento matemático** conceptualmente concebido, presenta una serie de características específicas:

- * Es abstracto.
- * Se expresa mediante un lenguaje formal.
- * Utiliza un razonamiento axiomático y hace un uso amplio de las técnicas y procedimientos de la lógica.

Actualmente, predomina una visión más dinámica del pensamiento que dista mucho de la identificación de éste con la matemática concebida como producto mental; esto es, el pensamiento como proceso mental, como actividad dinámica y relacional. En esta acepción **la matemática se concibe como conjunto de estrategias y razonamientos creativos** que desarrollan dos modelos de pensamiento diferentes:

a) Pensamiento instrumental. Aquel que abarca los cálculos, el trabajo con algoritmos y la resolución de problemas. Tradicionalmente, se ha identificado la Matemática con este tipo de razonamiento mecánico e instrumental.

b) Pensamiento relacional. Es aquel que enfatiza la descripción, la construcción creativa y la clasificación de relaciones y regularidades. Es esta una visión que ha ganado terreno en los últimos tiempos como consecuencia de las aportaciones de la psicología cognitiva; superando en el seno de la propia matemática esa visión sesgada y auxiliar que se le había asignado tradicionalmente.

c) Pensamiento visual o figurativo. Fruto de las aportaciones de la psicología de la Gestalt concibe los procesos de producción mental como intuiciones repentinas, estrechamente asociadas a la percepción de imágenes y formas, a partir de las cuales se estructuran los conceptos en la mente.

La importancia que tiene para el educador matemático el ser consciente de estas modalidades de pensamiento va a ser un determinante básico de su labor docente ordinaria. Según se opte por potenciar uno u otro modelo de trabajo en el aula de matemáticas: ¿deberemos acogernos a una u otra teoría del pensamiento? ¿será necesario conocer los supuestos básicos en que fundamenta sus descubrimientos la Psicología?, ¿consideramos necesario en los planes de formación de los futuros educadores matemáticos incluir aquellos contenidos que hacen referencia a las aportaciones de la psicología sobre estos temas?, ¿servirá para explicitar con mayor precisión los modelos de intervención educativa en el área de matemáticas?, ¿se desarrollarán mejor las estructuras del pensamiento relacional y constructivo en nuestros alumnos cuando el profesor planifique de una forma sistemática, deliberada y documentada sus sesiones de aula teniendo presentes las capacidades mentales que desea estimular?...

4. Cuestiones generales sobre el papel de la Psicología Cognitiva en la formación del educador matemático de Secundaria y Bachillerato

Estas serán algunas de las cuestiones que vamos a someter a debate durante el transcurso de la sesión de trabajo dedicada al tópico de **Psicología Cognitiva, Teorías del Aprendizaje y Educación Matemática**:

- * ¿Qué claves puede aportar la Psicología como área de conocimiento con tradición en el estudio de los problemas del pensamiento de manera que puedan ser extrapolables al acontecer cotidiano de nuestras clases de matemáticas de Secundaria y Bachillerato?
- * ¿Para qué sirve una Teoría del Aprendizaje?
- * ¿Qué limitaciones tiene el conductismo como modelo explicativo de la conducta? ¿Por qué se ha mantenido el conductismo en la práctica educativa, cuando realmente en los ámbitos teóricos es una corriente en declive?
- * ¿Qué debe conocer de Psicología Cognitiva el profesor en formación que le sea útil para la organización diaria de los contenidos, las destrezas y los procedimientos de su asignatura?
- * ¿Cuáles son los nuevos modelos cognitivos que ha desarrollado la psicología actual para la comprensión del pensamiento humano?
- * ¿Cómo se relaciona el pensamiento matemático con la estructura global de la mente humana?
- * ¿Qué similitudes podemos encontrar entre razonamiento matemático y razonamiento en general?
- * ¿Existe un corpus de conocimientos lo suficientemente amplio y estructurado al que podamos denominar Psicología de la Educación Matemática? En caso de existir, ¿servirían para el aula?
- * ¿Qué papel juega la memoria y sus diferentes modalidades en estos procesos?
- * ¿Qué aportaciones ofrece la Psicología Cognitiva al ámbito de la resolución de problemas como conjunto de capacidades mentales tradicionalmente cultivadas desde la matemática?
- * ¿Se pueden mejorar las capacidades mentales a través de programas de entrenamiento en habilidades de razonamiento matemático específico o son simplemente productos superfluos de un mercado pedagógico extenso?
- * ¿Cómo fomentar determinados tipos de razonamiento heurístico y estimular el pensamiento divergente a través de las tareas ordinarias y extraordinarias de la asignatura de matemáticas?
- * ¿Qué papel juegan los errores en los procesos de aprendizaje de nuestros alumnos?
- * ¿Cómo incorporar metodologías de trabajo que pongan el énfasis en los procesos y estimulen ampliamente los modelos de pensamiento relacional?
- * ¿Qué estrategias de formación pueden dar lugar a un cambio hacia modelos de enseñanza más comprensivos y centrados en los procesos?

- * Ventajas e inconvenientes de un modelo de enseñanza basado en el descubrimiento frente a la enseñanza expositiva.
- * ¿Qué tipos de razonamiento están implicados en el pensamiento matemático?
- * ¿Cómo evaluar modelos de aprendizaje centrados en los procesos?
- * ¿Cuáles son las vías de formación actual que emprende el educador matemático acerca de la Psicología?
- * ¿Qué estructura de formación podría articular un programa equilibrado y eficaz en el entrenamiento de los profesores sobre este tipo de competencias docentes?
- * ¿Se deben incluir determinados conocimientos de Psicología en el currículo del futuro educador matemático? ¿Cuáles serían los tópicos principales sobre los que se debería incidir?
- * ¿Qué estrategias de perfeccionamiento podrían emprenderse para atender los vacíos de formación psicológica que posee el educador matemático en activo? ¿Qué instituciones deberían vehicular estos programas de actualización psico-pedagógica?

5. Propuesta de Módulos a contemplar en un Plan de Formación Psico-Pedagógica del Educador Matemático

Para su discusión, se proponen a continuación cuatro módulos fundamentales que organizan la formación psico-pedagógica que debe adquirir todo educador matemático.

MODULO 1. Teorías del aprendizaje:

- * **El modelo de Gagné:** Las “condiciones del aprendizaje”. Las jerarquías gagnetianas y la secuencia didáctica. Algunos aspectos criticados: a) concepto de aprendizaje; b) diseño de jerarquías y diferencias individuales. La corriente conductista en la enseñanza de las matemáticas.
- * **El modelo de Ausubel:** El aprendizaje significativo. La estructura mental y la secuencia didáctica. Algunos aspectos criticados: a) concepto de aprendizaje; b) las diferencias individuales.
- * **El modelo de Piaget:** El desarrollo mental. Los aspectos psicoevolutivos y la secuencia didáctica. Algunos aspectos criticados: a) los estadios piagetianos; b) las diferencias individuales.
- * Las aportaciones de **la Gestalt:** Wertheimer, Fischbein y Van Hiele.
- * Las propuestas integradoras del **Constructivismo** al proceso de enseñanza-aprendizaje: El Modelo de mapas conceptuales de Novak. El modelo de aprendizaje generativo de Wittrock.

Comentarios Módulo 1.- La Psicología en bastantes ocasiones ha aportado al ámbito de la educación modelos teóricos bien definidos acerca de cómo piensa el ser humano, cuáles son las características intelectuales que diferencian al adulto del joven, y cuáles los procesos mediante los cuales se construyen los conceptos y se otorga significado a las ideas desconocidas y a las nuevas experiencias.

Todos los modelos han disfrutado, en general, de intervalos de plenitud, llegando a convertirse en su momento en la única alternativa a seguir en ese período histórico. Sin embargo, la aparición de nuevas alternativas psicológicas, ha provocado sistemáticamente confrontaciones conceptuales y crisis epistemológicas en el terreno educativo, cuya respuesta más inmediata ha sido la incorporación a los procesos de planificación, desarrollo y evaluación de las nuevas perspectivas aportadas por los psicólogos: el análisis de tareas en las **jerarquías gagnetianas**; los **organizadores previos** de Ausubel para que el aprendizaje se revele significativo, las **intuiciones repentinas** de Wertheimer, o la **Pedagogía Operatoria** derivada de la psicología genética de Piaget y del estructuralismo, son un simple ejemplo de los esfuerzos permanentes por acercar los conocimientos teóricos de la Psicología al ámbito cotidiano de las aulas.

En una línea de trabajo más reciente, hemos incorporado al final de este módulo, **el modelo generativo de Wittrock**, y los **mapas conceptuales de Novak**, dos nuevos ejemplos que ilustran las posibles aplicaciones prácticas que, desde la Investigación Básica en Psicología del Procesamiento de la Información, han llegado a concretarse en modelos de intervención en el aula. El primero, propone una secuencia didáctica que consta de tres fases distintas en la enseñanza (“enfoque”, “confrontación” y “aplicación”), precedidas por una fase de preparación sistemática por parte del profesor; el segundo incide en la necesidad de que el alumno tome consciencia de sus niveles de maduración a través de técnicas específicas.

MODULO 2. Los modelos de la Psicología del Procesamiento de la Información:

* **Origen del Paradigma Cognitivo.** Factores que facilitaron la emergencia del cognitivismo. Cognitivismo versus conductismo.

* **El enfoque del Procesamiento de Información.** Supuestos básicos. La analogía funcional mente-ordenador.

* **Estructuras, procesos básicos y representaciones:** a) Las Estructuras de la memoria. Teorías multialmacén. Memorias sensoriales, Memoria a Corto Plazo y Memoria a Largo Plazo. Propiedades. Críticas a estas teorías. Memoria activa y memoria inactiva. b) La

atención: los modelos de filtro y de recursos limitados. c) Los procesos de memoria. Procesos de codificación y de recuperación de información. La hipótesis de los niveles del procesamiento. d) Representaciones mentales: Imágenes, Representaciones proposicionales, Conceptos y Categorías.

* **Procesos cognitivos de Alto Nivel:** Comprensión. Tipos de Razonamiento: Razonamiento Inductivo y Razonamiento deductivo. Los errores de razonamiento. ¿Existe un pensamiento específicamente matemático?.

* Aportaciones del **enfoque del procesamiento de la información** al aprendizaje en el aula.

Comentarios Módulo 2.- Durante los años 70, una nueva forma de concebir el aprendizaje humano comienza a ganar posiciones en los ámbitos teóricos, cuyos aportes básicos vienen determinados por **los progresos cibernéticos y el desarrollo de los modelos de simulación tecnológica en procesos de inteligencia artificial:** son las Teorías del Procesamiento de la Información, estructuradas en una nueva forma de concebir la Psicología bajo la perspectiva de la contemplación exhaustiva de los mecanismos cognitivos implícitos a la actividad de los individuos.

Lo que tienen en común estas nuevas concepciones teóricas del pensamiento humano es su afán por describir los procesos mentales en forma de **estrategias de codificación simbólica**, que estructuran la información recibida del medio con un alto grado de precisión en forma de representaciones y modelos mentales habilitados para cada tipo de tarea.

Los **supuestos básicos del nuevo Paradigma de la Psicología Cognitiva** compartidos por las Teorías sobre el Procesamiento de la Información se pueden reducir a tres ideas:

1. La disponibilidad de un registro senso-admisor.
2. La existencia de una memoria operante.
3. La presencia de una memoria a largo plazo.

Si comparamos estos tres elementos con nuestro ordenador personal, podemos hablar de:

1. Un sistema operativo complementado por procesador de textos, base de datos y paquete estadístico.
2. Una memoria RAM con capacidad de ejecución limitada.
3. Un disco duro de memoria ilimitada puesto que podemos ampliarla con disketes complementarios.

La información llega al sistema a través del registro senso receptivo y será retenida durante un corto periodo de tiempo mientras va a ser utilizada por esa memoria operante. La

memoria a largo plazo es potencialmente ilimitada en su capacidad y contiene toda la información que uno conoce. La limitación de la memoria a largo plazo reside en las dificultades para poder acceder a la información almacenada previamente.

Junto a estos tres componentes esenciales, existen otra serie de funciones ejecutoras y procesos de control que dirigen la actividad del sistema y garantizan su eficacia y operatividad. Estos procesos incluyen desde sencillas estrategias para acceder y revisar la información almacenada, hasta modelos heurísticos complicados para resolver problemas de alto nivel cognitivo.

En líneas generales, las teorías del procesamiento de la información se pueden estructurar en **dos grandes bloques**:

1. Aquellas que se interesan por la naturaleza del sistema y las características de sus componentes.
2. Aquellas que se preocupan por la forma como procede y actúa dicho sistema ante situaciones de interacción específicas.

Las características especiales de la actividad matemática han contribuido a que gran parte de los investigadores hayan puesto sus ojos en las destrezas, algoritmos y problemas matemáticos como campo de exploración de los procesos mentales y ámbito de investigación capaz de generar modelos explicativos sobre la naturaleza del pensamiento, la estructura del razonamiento y los mecanismos específicos de su funcionamiento, sacando a la luz el clásico dilema acerca de la similitud intrínseca entre pensamiento y matemáticas.

Independientemente de la curiosidad que despierta un modelo descriptivo acerca de cuál es la naturaleza de las ideas, al educador matemático le interesan las reglas de funcionamiento que siguen cada una de las componentes del modelo, para poder de esta forma incidir en la mejora general de estas estructuras a través de una ordenada estructuración de las situaciones de aprendizaje y una coherente selección de tareas que permitan al alumno tomar conciencia de sus propios modelos de conocimiento; y al profesor estimular aquellas capacidades de pensamiento relacional.

Necesariamente, toda reforma del contenido, la estructura y la metodología de los programas de matemáticas que se preste de tal, deberá escuchar las observaciones y hallazgos de aquellas disciplinas que se dedican a estudiar cómo los alumnos aprenden los conceptos y destrezas matemáticas.

MODULO 3. Resolución de Problemas, Estrategias, Algoritmos y Heurísticos.

* **El modelo de Wertheimer.** Los Psicólogos de la **Gestalt** y las aportaciones de Poincaré y Hadamard. La psicología del **procesamiento de la información** y las heurísticas de Polya.

* Categorías del conocimiento y la conducta implicados en el proceso de **resolución de problemas** (trabajos de Schoenfeld): base de conocimientos, estrategias heurísticas, mecanismos de regulación y control, sistemas de creencias y afectos, inculturación.

* Planificación didáctica y resolución de problemas. Implicaciones para el aula.

Comentario Módulo 3.- La resolución de problemas es una de las capacidades humanas más complejas, por tanto es difícil encontrar un modelo psicológico que explique adecuadamente los fenómenos que tienen lugar en el proceso de resolver problemas. Los fenómenos y procesos implicados en estas tareas han merecido la atención de psicólogos y matemáticos, entre los que se dan ciertas convergencias y divergencias. Una de las divergencias más importantes gira en torno a la naturaleza de la tarea: lo que se denomina “problemas” en los trabajos de algunos psicólogos, son “problemas rutinarios”, “problemas-tipo” o simplemente “ejercicios” en la perspectiva de la educación matemática.

De entre las **corrientes de investigación** surgidas en la resolución de problemas, las más significativas para la Educación Secundaria son las que se han centrado en la resolución de problemas complejos, en la que cabe destacar, entre otros, los trabajos de Schoenfeld, Estados Unidos; Stacey, Australia; Mason y Burton, Gran Bretaña; o Glaeser y Arsac, Francia.

Un breve recorrido histórico en el tema de la resolución de problemas nos permitirá comprender mejor el estado actual de las investigaciones. Podemos iniciar el recorrido con **el modelo de la Gestalt** que describe los fenómenos que se producen en la resolución de problemas tales como la incubación y la inspiración, pero que explica cómo se producen dichos fenómenos. Las experiencias de introspección de célebres matemáticos y científicos respecto a sus procesos creativos de resolución de problemas recogidos por **Hadamard** en su célebre “Psicología de la invención en el dominio matemático” encajan perfectamente en este modelo.

En 1945 **Polya** hizo una aportación importante con la publicación de su libro “Cómo plantear y resolver problemas”, en el que describe una serie de heurísticos o estrategias de resolución de problemas que a su juicio nacen del sentido común y que él, a través de la introspección, ha tratado de explicitar. Este trabajo hunde sus raíces en aportaciones de matemáticos anteriores que se ocuparon del estudio de los procesos del pensamiento matemático, entre los que cabe destacar a Descartes.

Más tarde, la **Psicología del Procesamiento de la Información** y la Inteligencia Artificial, han estudiado las estrategias de resolución de problemas muy estructurados como juegos de estrategia o criptogramas o de dominios específicos de la matemática como el álgebra o la teoría de grafos, pero se tropiezan con la dificultad de simular mediante el ordenador los procesos no algorítmicos del pensamiento que intervienen en la resolución de problemas como el “sentido común”, los “juicios de verdad”, la “comprensión”, o el “sentido estético”, sentido éste último que a veces hace de guía del descubrimiento.

Los **heurísticos de Polya** han sido sometidos a un análisis detallado por parte de la inteligencia artificial y de la educación matemática, lo que ha permitido comprender mejor su naturaleza dentro del proceso de resolución de problemas. Cada estrategia es una descripción de un conjunto de estrategias más concretas que es necesario saber elegir, adaptar y aplicar en cada problema, por tanto, son útiles en cuanto descripciones de modos de proceder, pero trabajadas aisladamente, no es condición suficiente para garantizar su aplicación cuando las circunstancias lo requieran.

Los trabajos de **Flavell** sobre la metamemoria, así como los estudios sobre las perspectivas sociales de la conducta humana, abrieron nuevos horizontes a las investigaciones en resolución de problemas. Actualmente se consideran cinco categorías del conocimiento y de la conducta implicadas en la resolución de problemas (Schoenfeld: 1992): bases de conocimientos, estrategias heurísticas, mecanismos de control y regulación, sistemas de creencias y afectos e inculcación.

Recientemente están apareciendo abundantes trabajos de divulgación sobre resolución de problemas que, favorecen todos ellos, una nueva perspectiva en el tratamiento de este tipo de tareas en nuestras aulas³. La perspectiva psicológica juega un interesante papel en estas publicaciones: ya como modelo de introspección que facilita la sistematización de experiencias que posteriormente dan lugar a interesantes propuestas didácticas; ya como soporte metodológico a investigaciones exhaustivas acerca de los procesos y errores más frecuentes en la resolución de determinado tipo de problemas que se traducen en orientaciones directas para el profesor en la planificación de sus contenidos.

³Corbalán F. y Gairín J. M. (1987). Las matemáticas que no aprendimos. Zaragoza: Ed. Vallés; Coriat Benarroch M. y otros (1987). Seis para cuadrar. Madrid: MEC; Masón J., Burton L. y Stacey D. (1988). Pensar Matemáticamente. Barcelona: Labor; De Guzmán M. (1991). Para pensar mejor. Barcelona: Labor.

MODULO 4. Psicología Evolutiva, Motivación y atención a las diferencias individuales en el Aprendizaje de las Matemáticas.

- * **El desarrollo psicológico del adolescente.** Modelos explicativos de la madurez intelectual en la etapa de los 12-18. Características Generales del Pensamiento Formal.
- * **Papel de la Motivación en el Aprendizaje de las Matemáticas.** Motivación intrínseca o Motivación extrínseca. ¿Cómo puede la psicología -si es que puede- ayudar al profesor a aumentar la motivación intrínseca del alumno hacia las matemáticas?
- * Influencia de los Estilos Cognitivos en las destrezas y procedimientos de nuestros alumnos:
a) Reflexividad-Impulsividad, b) Dependencia-Independencia de Campo.
- * Aportaciones de la Psicología a la **atención de alumnos con necesidades especiales** en el aula de matemáticas: superdotados, deficientes sensoriales, alumnos de bajo rendimiento...

Comentarios Módulo 4.- Los estudios especializados en Psicología Evolutiva pueden aportar ideas útiles al educador matemático acerca de las características generales de la psicología del adolescente, los patrones de desarrollo intelectual más frecuentes y los rasgos motivacionales que predominan en una etapa madurativa que posee sus propias claves y hacen de la Enseñanza Secundaria y del Bachillerato un periodo “especialmente dificultoso”, y de las matemáticas un “campo de problemas indeseable” para nuestras nuevas generaciones. El establecimiento de unas adecuadas relaciones de comunicación, un diálogo cercano, fluido y exigente con nuestros alumnos de secundaria es quizá otro de tantos tópicos de los que afortunadamente, no están reñidos con el perfil de lo que ha de ser el futuro un buen profesor de matemáticas.

También la psicología enriquece nuestro campo de trabajo con aportaciones puntuales propias de sus diversas esferas de conocimiento, especial interés para el profesor de matemáticas pueden tener las nuevas concepciones sobre los estilos cognitivos que de forma caracteral, llevan asociados comportamientos diferenciados. **Los estilos cognitivos** son:

- * Unas dimensiones generales del funcionamiento cognitivo.
- * Estudian las diferencias individuales.
- * Nacen en el campo de la Psicología de la Personalidad, aunque actualmente tienden a integrarse dentro de la corriente de la Psicología Cognitiva.
- * Se contemplaron inicialmente como una posible alternativa al C.I. ya que éste no parecía ser un índice de predicción de ciertas actividades cognitivas que algunos autores han considerado importantes en el desarrollo de la cultura, tales como la creatividad y la empatía.

* Actualmente, los estilos cognitivos se contemplan como rasgos, es decir, como características de los individuos que tienden a ser invariantes, independientemente de la situación con la que se enfrentará una persona. Es decir, pone el énfasis en las características estilísticas del pensamiento.

La concepción predominante actualmente, al definir Estilo Cognitivo pone su interés esencial sobre las diferencias que existen entre unos individuos y otros en lo relativo a las estrategias y procedimientos de que se sirven en la resolución de problemas. Kogan define los E.C. como “la variación individual de los modos de percibir, recordar y emplear la información”. Esta línea se va vinculando más con la Psicología del procesamiento de la información, al ser definidos como formas, modos, maneras peculiares de llevar a cabo dicho procesamiento de información. Puesto que una tarea cognitiva puede ser enfocada de diferentes formas, las personas pueden diferir en la solución como consecuencia de su estilo en la forma de abordar y programar la secuencia de pasos que le han de llevar a alcanzar la solución.

Es probable que, la ejecución de algunas tareas pueda verse facilitada por estrategias particulares de solución de problemas que reflejen diferencias individuales en programación. La psicología cognitiva no tiene una clara vocación hacia el estudio de las diferencias individuales, sino más bien del abordaje de modelos generales y patrones comunes. Quizán no haya llegado el momento aún de dar este paso desde esta joven área de conocimiento.

6. Bibliografía sobre el tema:

Alonso Tapia, J. (1991). **Motivación y aprendizaje en el aula. Cómo enseñar a pensar.** Madrid: Santillana, Aula XXI.

Coll Salvador C. (1990). **Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento.** Barcelona: Paidós.

Cuadernos de Pedagogía (1986). Monográfico: **¿Cómo aprenden los adolescentes?**, Nº 133:

MORENO, A.: EL Desarrollo Psicológico del Adolescente.

PUY, M^a, CARRETERO M., POZO I.: Los adolescentes ante las Matemáticas: Proporción y Probabilidad.

García M., Azcárate C., Deulofeu J. (1992). **Didáctica de las Matemáticas y Psicología.** Ponencia presentada en el I Enc. de Psicología y Didáctica. Barcelona: IMIPAE.

Guilford, J.P. (1986). **La naturaleza de la inteligencia humana**. Barcelona: Paidós.

Mayer, R.E. (1986). **Pensamiento, Resolución de Problemas y Cognición**. Barcelona: Paidós.

Morine H. y Monire G. (1978). **El descubrimiento: un desafío a los profesores**. Madrid: Siglo XXI.

Nesher, P. & Kilpatrick J. (Ed.) (1990). **Mathematics and Cognition: A Research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Cambridge: Cambridge University Press.

Norman D.A. (1987). **“Doce problemas para la ciencia cognitiva”**, en Norman D.A. (Comp.): **Perspectivas de la Ciencia cognitiva**. Paidós: Barcelona.

Novak J.D. y Gowing D.B. (1988). **Aprendiendo a Aprender**. Barcelona: Martínez Roca.

Osborne, R.J. & Wittrock, M.C. (1983). **“Learning Science: a generative process”** *Science Education* 67 (4), pp. 489-508.

Perret-Clermont A. N. (1986). **La construcción de la inteligencia en la interacción social**. Madrid: Visor/Aprendizaje.

Polya, G. (1972). **Cómo plantear y resolver problemas**. Méx.: Trillas.

Resnick, L.B. y Ford, W.W. (1991). **La enseñanza de las Matemáticas y sus fundamentos psicológicos**. Barcelona: Paidós-MEC.

Rico, L. (1988). **Didáctica Activa para la Resolución de Problemas**. Granada: Depart. de Didáctica de la Matemática, Univ. Granada.

Shoenfeld, A. (1992). **“Learning To Think Mathematically: Problem solving, Metacognition and Sense-making in Mathematics”**, en Grouws, D.A. (Ed.): **Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: MacMillan.

Sternberg, J. (1986). **Las capacidades humanas**. Barcelona: Labor.

Vega, M. de (1985). **Introducción a la Psicología Cognitiva**. Madrid: Alianza Universidad.

7. ANEXO: Algunos programas de entrenamiento en operaciones cognitivas.

A. Proyecto Inteligencia (P.I.), de la Universidad de Harvard.

Pertenece a la categoría de programas en los que se aborda el entrenamiento en operaciones cognitivas básicas - observar, recordar, comparar, seriar, clasificar, razonar inductiva y deductivamente, etc-. Consta de seis series: fundamentos de razonamiento, comprensión de lenguaje, razonamiento verbal, resolución de problemas, toma de decisiones y pensamiento inventivo y creativo. Se aplica a alumnos de edades comprendidas entre los 10 y 15 años.

HARVARD, UNIV. (1983). Project Intelligence: The development of procedures to enhance thinking skills. Informe final. Venezuela. Octubre.

B. Programa de enriquecimiento instrumental (F.I.E.), de Feuerstein.

Incluye catorce subprogramas básicos:

- | | |
|----------------------------------|--------------------------------|
| * Organización de puntos. | * Percepción analítica. |
| * Ilustraciones. | * Orientación en el espacio I. |
| * Orientación en el espacio III. | * Comparaciones. |
| * Relaciones familiares. | * Progresiones numéricas. |
| * Diseño de patrones. | * Categorización. |
| * Instrucciones. | * Relaciones temporales. |
| * Relaciones transitivas. | * Silogismos. |

Pretende cambiar la estructura cognitiva del individuo de ejecución retardada y transformarlo en un pensador autónomo e independiente capaz de iniciar y elaborar ideas. Es aplicable a personas desde los 10 años hasta adultos privados de cultura, y desde los 8 años hasta la edad adulta para individuos normales con ciertos problemas específicos.

Sus objetivos específicos son:

1. Corregir las funciones cognitivas deficientes en las fases de input, elaboración y output.
2. Adquirir conceptos básicos, vocabulario, operaciones y relaciones relevantes del programa.
3. Desarrollar una motivación intrínseca en la formación de hábitos.
4. Producir insight, proceso reflexivo del alumno, confrontando con sus éxitos y fracasos.
5. Crear una motivación intrínseca de la tarea.

6. Cambiar la actitud del alumno para sí mismo, viéndose como fuente activa de información y no como recipiente pasivo.

Su aplicación en la escuela o el instituto puede ser complementaria al aprendizaje de contenido o instrucción en asignaturas básicas como las matemáticas.

FEURSTEIN, R. et al. (1980). **Instrumental enrichment**. Baltimore: University Park Press.

Observación: Una de las cosas que parece quedar clara como consecuencia de la aplicación de estos programas es que se obtienen mejores resultados en el mismo tiempo, cuando se utiliza un tipo de intervención planificada sistemáticamente, que cuando se utilizan otros modos de intervención menos estructurados. Estos u otros programas, ¿pueden servir de punto de referencia al profesor de matemáticas para planificar su actuación en el aula en lo referente a entrenamiento de procesos cognitivos básicos?.

4.4-CONCLUSIONES:

* Se aprobaron globalmente los cuatro módulos presentados en la propuesta, haciendo las siguientes matizaciones:

Módulo 1.

* Incorporar en el apartado “el modelo de Piaget” los siguientes puntos:

- Invariantes operatorias.
- Teoría de la equilibración.
- Investigaciones neopiagetianas.

* Dar más relevancia al apartado cinco sobre “las propuestas integradoras del constructivismo”. Para ello se podría simplemente realzar el apartado cuatro del módulo 1, para que estuviese al mismo nivel que los demás epígrafes.

Módulo 2.

* Resumir el tercer apartado. Para ellos, se podría conservar el enunciado de cada uno de los subapartados, es decir:

- Las estructuras de la memoria.
- La atención.
- Los procesos de memoria.
- Niveles de procesamiento.
- Representaciones mentales.

* Introducir la metacognición. Para ello se podrían incorporar un apartado específico en “Procesos cognitivos de alto nivel”.

Módulo 3.

* Quitar del título “Algoritmos” para evitar la confusión de la resolución de problemas con un tipo de pensamiento eminentemente instrumental y mecánico.

* Quitar del primer apartado “El modelo de Wertheimer”, pues ya está incluido en el módulo 1.

Módulo 4.

* En el apartado 3 introducir “Atención a la diversidad” al comienzo, seguida del sexto en el que se introduce: “estilos y enfoques cognitivos”.

Todos los módulos anteriores se consideran necesarios en la Formación Inicial del Profesorado de Secundaria.

En relación con la Formación Permanente:

- Se constata por una parte, que éstos aportan una formación consistente al profesorado en ejercicio y pueden enriquecer los vacíos y necesidades reales, aunque por otra parte, un exceso de formación teórica puede encubrir las verdaderas necesidades sentidas en la práctica. Se considera pues que hay que tratar de sensibilizar al profesorado hacia estas aportaciones de la psicología. Una estrategia posible podría ser la integración de algunos aspectos en propuestas de formación amplia, dedicando algunas horas a estos temas (por ejemplo en los cursos ACD-modalidad A de 150 horas); o también, planterarlos en grupos de trabajo y seminarios a partir de necesidades surgidas de la práctica que permitan contextualizar desde la teoría situaciones de trabajo concreto.

5: Mesa 4

*“Teoría Curricular y Educación
Matemática”*

Mesa 4. TEORÍA CURRICULAR Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA

5.1- COORDINADORES:

Moisés Coriat Benarroch

* Departamento de Didáctica de la Matemática (Universidad de Granada)

* Facultad de Ciencias de la Educación

* Campus Universitario de Cartuja, s/n. 18071 Granada

Tel. 958 - 243949. Fax. 958 - 203561

Miguel de la Fuente Martos

* Departamento de Matemáticas Aplicadas y Didáctica de las Matemáticas (Univ. de Córdoba)

* Escuela Universitaria de Formación del Profesorado de EGB

* c/ Priego de Córdoba, 4. 14013 Córdoba

Tel. 957 - 218963. Fax. 957 - 218923

Ricardo Luengo González

* Departamento de Didáctica de las Ciencias y de la Matemática (Universidad de Extremadura)

* Escuela Universitaria de Formación del Profesorado de EGB

* Avda. de Elvas, s/n. 06071 Badajoz

Tel. 924 - 272936. Fax. 924 - 270214

5.2- ESQUEMA:

La teoría curricular incide al menos de tres maneras en la labor de los profesores: el currículum como plan de formación institucional, el currículum que aplicamos en la Escuela y el currículum que nos forma como profesores. Por ello, hemos convenido en proponer que se articulen las discusiones en tres grandes Apartados:

Apartado 1: Currículos de matemáticas (ESO y Bachillerato).

Apartado 2: Práctica docente en matemáticas

Apartado 3: Hacia los currículos del profesor

Al ser la terminología usada en estos asuntos menos precisa que en matemáticas, es necesario acompañar estos títulos de unos breves comentarios que precisen sus significados (si no para compartirlos, al menos para caracterizarlos con más propiedad).

5.3. DESARROLLO DEL ESQUEMA:

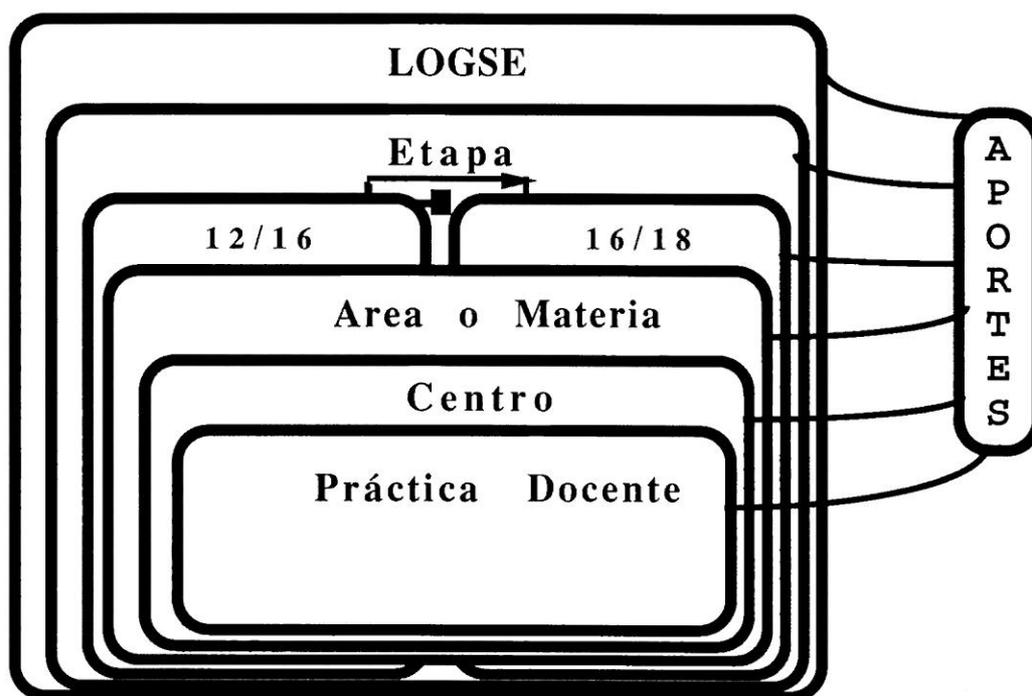
Apartado 1: Currículos de matemáticas (ESO y Bachillerato)

La noción de Currículo adoptada por la LOGSE es de carácter operacional: “el conjunto de los objetivos, contenidos, metodología y evaluación que caracterizan una Etapa, Nivel o modalidad...”. Con ello, el Legislador recoge opiniones expresadas anteriormente por investigadores como H. TABA (v. Bibliografía), HOWSON, KEITEL y KILPATRICK (ver Bibliografía) o STEINER.

Los currículos, una vez definidos (como hace, por ejemplo, Rico Romero (ver Bibliografía: LLINARES Y SANCHEZ), deben ser tipificados [¿con qué intenciones se elabora un plan de formación? (ejemplos: terminal / propedéutico; formación general / formación específica de carácter profesional; etc.)], diseñados y desarrollados mediante “aproximaciones sucesivas” que van teniendo en cuenta cada vez mejor las características concretas de las situaciones de enseñanza-aprendizaje. En la figura siguiente se muestra un “plano” de los sucesivos grados de concreción aceptados en nuestro país.

Grados de concreción del currículum

Según L. Rico y M. Coriat



Los currículos españoles para las edades 12-18 años reconocen las matemáticas como una materia con caracteres distintivos (“área de matemáticas” en la Etapa 12/16; asignaturas de Matemáticas en las distintas modalidades del Bachillerato). Muchos se han preguntado por qué se deben incorporar las matemáticas a lo largo de estas Etapas educativas y las respuestas a favor de la inclusión se han razonado. Surge, en cualquier caso, la noción de “currículo de”. El currículum de matemáticas debe poder justificarse (ver Bibliografía, ALONSO y otros)..

Un elemento característico de las matemáticas lo constituyen sus aplicaciones en distintas ramas de las ciencias, artes y técnicas. Por ello, es legítimo preguntarse también acerca del carácter interdisciplinar que pueda tener un currículum de matemáticas.

Asimismo, la organización del Estado español por Autonomías, algunas de las cuales tienen reconocidas competencias en Educación, parece sugerir que debemos centrarnos en los Decretos MEC para extraer de él ideas relativas a (1) la preparación que necesita el Profesor en

formación y (2) los cambios de mentalidad y preparación que necesita el Profesor en activo para comprenderlos y aplicarlos.

Sugerimos que el Apartado 1 se desarrolle según el siguiente esquema:

1.1. Conceptos de currículo

1.2. Tipos de currículo. Noción de cambio curricular. Efectos de un cambio curricular en la formación inicial y permanente de los profesores.

1.3. Grandes niveles de reflexión en la elaboración del currículo.

1.4. Currículos “de” matemáticas

1.4.1. Justificación

1.4.2. Los Decretos de Enseñanza 12/16 y 16/18 (MEC). Consecuencias para la formación inicial y permanente de los profesores. Matizaciones autonómicas (si ha lugar).

1.4.3. Aspectos interdisciplinares del currículo de matemáticas (ESO y Bachilleratos) . (grado de concreción: Decretos de Enseñanza.)

Los “Temas” correspondientes a este **Apartado 1** se articularán de la siguiente manera: una breve exposición por parte de un miembro de la mesa, un primer turno de palabras, para el intercambio de opiniones, y un segundo turno con propuestas de síntesis relativas a los grandes aspectos de este Apartado. Sugerimos que se dedique una hora a este Apartado.

Apartado 2: Práctica docente en matemáticas

Los componentes básicos del currículo de matemáticas (objetivos, contenidos, metodología y evaluación) (1) están siempre íntimamente relacionados entre sí y (2) dependen del grado de concreción en que se trabaja. Desde el punto de vista de la práctica en un Centro docente, aparecen de manera problemática en la secuenciación y organización de los conocimientos y en las actividades de aula. Es muy posible que se esté dando una fuerte variedad de estilos en estos asuntos, por lo que sería deseable conocer, si es que disponeis de información al respecto,

- una caracterización o definición de “secuenciación” y “organización”;
- una breve colección de criterios para realizarlas;
- un plan o “receta” para desarrollar actividades de aula;
- una relación de organizadores.

No hay que olvidar que estas tres “cosas” se realizan en el Centro Docente, por lo que conviene pensar acerca de su integración en el Proyecto Curricular de Centro, así como la incidencia de dos grandes y difíciles temas como son las diversificaciones curriculares y las nuevas tecnologías de la información.

En el grado de concreción “Centro Docente” se ponen explícitamente de manifiesto cuestiones de carácter sociológico, cultural y antropológico que requieren un análisis algo refinado por parte del Claustro.

La problemática generada por las diversificaciones curriculares y las nuevas tecnologías adquieren su verdadera importancia si se tiene en cuenta que, en casi todas las ocasiones, el profesor deberá recibir un apoyo externo a su labor. Por ejemplo: no sabemos, no podemos ni nos compete diagnosticar que un alumno sea hipoacúsico, pero necesitaremos la ayuda de un pedagogo o un psicólogo, junto con la de un logopeda, para aprender a atenderle; por la misma razón, no tenemos que ser expertos programadores para aprender -con ayuda externas- a sacar partido didáctico de la inteligencia artificial en sus muchas facetas.

Estas consideraciones justifican el siguiente plan para el Apartado 2:

- 2.1. Los componentes básicos del currículo de matemáticas: objetivos, contenidos, metodologías y evaluación.**
 - 2.1.1. Concimientos operativos del Profesor en los distintos grados de concreción.**
- 2.2. La secuenciación y organización de los conocimientos de matemáticas.**
 - 2.2.1. Criterios para secuenciar y organizar.**
 - 2.2.2. Organizadores.**
- 2.3. Integración de la secuenciación y organización en un Proyecto Curricular de Centro.**
- 2.4. Las actividades de aula.**
 - 2.4.1. Criterios para elaborarlas.**
 - 2.4.2. Organizadores**
- 2.5. Mirando “el bosque” desde dentro:**
 - 2.5.1. Problemas relacionados con las diversificaciones curriculares**
 - 2.5.2. Problemas relacionados con las nuevas tecnologías de la información**

Si alguna persona remitiera con antelación las tareas reseñadas arriba se podrían incluir en la documentación general y ganaríamos tiempo para sintetizar o para comentar otras cuestiones. Como la práctica docente es apasionante, procuraremos entre todos ser concisos en nuestras intervenciones y anotar los grandes temas que consideramos prioritarios. ¡Su resolución exige muchas horas de esfuerzo compartido y no sería posible en este Seminario! Dispondremos, como sugerencia, de una hora para debatir el Apartado 2.

Apartado 3: Hacia los currículos del profesor

La formación del profesor de Matemáticas, ¿debe coordinarse mediante un currículo -por tanto, con planificación? Si la respuesta es negativa, el asunto queda en manos de los individuos, que diseñarán su formación, si lo desean, como mejor crean conveniente. Si la respuesta es afirmativa, en cambio, se abre un campo de problemas regido por dos grandes cuestiones con varias modulaciones.

La primera gran cuestión se refiere al contenido de dicha formación. En otras Sesiones de este Seminario nos habremos referido a aquél en su vertiente “no matemática” (perdón por el abuso de lenguaje): epistemología, psicología, etc. Lógicamente, en el asunto al que nos referimos, estas grandes áreas de conocimiento deben orbitar alrededor de la educación matemática, por lo que no es trivial considerar también la formación matemática del Profesor de esta materia. Este segundo aspecto de la cuestión surge también de una realidad que no conviene ignorar: hoy día no es necesario ser Licenciado en Matemáticas (por tanto, no es necesario “tener” una formación matemática institucionalmente garantizada) para ser Profesor de matemáticas.

La segunda gran cuestión se refiere al proceso de adquisición de (y actualización en) dicha formación. Este proceso debe compatibilizar diferentes planes de carácter personal con una visión global relacionada con la tarea y el papel del Profesor. Consideramos que este proceso se inicia con la consideración del Profesor de Matemáticas como Profesional con autonomía para diseñar sus enseñanzas y con capacidad de decisión en los grados de concreción que son de su competencia: el Centro y la Práctica docente. Nos referimos a dicho proceso con la expresión “Carrera Docente”.

En el estudio de estas dos grandes cuestiones consideramos útil y necesario matizar -o modular- en función de la Formación Inicial, de la Formación Permanente y, como subcaso especialmente importante y actual de ésta, la Formación en tiempos de cambio curricular (en el sentido del currículo aplicado).

Cuando se olvida “la realidad” se corre el riesgo de fomentar sólo la utopía o, al menos, de suscitar falsas expectativas. De acuerdo con esto, parece sensato acercarse a las cuestiones que consideremos importantes a la luz de la situación actual, para avanzar, a partir de ésta, en el sentido que parezca correcto. En este análisis de la “realidad” aparecen problemas que, en cierto modo, apelan a los tres grandes Apartados; así: la homologación de las enseñanzas y los aprendizajes, cuestiones relacionadas con el horario laboral y docente, etc. (Ver Bibliografía, LAPPAN y otros.)

Por estas razones, proponemos para el Apartado 3 el siguiente marco:

3.1. La formación del Profesor de matemáticas.

3.1.1. “No matemática”. (Conexiones con otras mesas)

3.1.2. Matemática (ESO y Bachillerato).

3.1.3. Factores problemáticos de la formación.

3.2. Carrera Docente

3.2.1. Formación Inicial

3.2.2. Formación Permanente

3.2.2. bis. Formación en tiempos de cambio curricular

3.2.3. Otros elementos de la carrera docente.

3.2.3.1. Formación para la gestión de un Centro.

3.2.3.2. Incentivos profesionales

3.2.3.3. El logro del reconocimiento social

3.3. Líneas de avance desde la situación actual

3.3.1. La búsqueda de equilibrios en las formaciones inicial y permanente.

3.4.2. La delimitación de competencias profesionales

3.4.3. El trabajo en equipo. Espacios de trabajo. Horarios

3.4.4. Los servicios de apoyo para el Profesor. (Departamentos de Orientación, Asesores de Matemáticas, Acceso a Fuentes documentales, Intercambios de experiencias, Departamentos de Investigación).

Un miembro de la Mesa hará un primer esbozo y, a continuación, se abrirá un turno de palabras. Podrá ser conveniente seleccionar tres o cuatro subapartados y analizarlos con cierta profundidad o bien realizar intervenciones sobre la globalidad. Dedicaremos 2 horas al análisis de las cuestiones que, en relación con los asuntos de este Apartado, se consideren más pertinentes.

Muchos de los asuntos tratados en esta Sesión corren el riesgo de solaparse con los que se aborden durante la de Conclusiones. El matiz de separación es delicado y debemos estar atentos, entre todos, para distinguir que, durante la Sesión 4ª, nuestra búsqueda está principalmente orientada a delimitar cuestiones sobre las que se tomarán decisiones en la Sesión 6ª. Así, sin imponer limitaciones a esta última, estaremos, en cierto modo, preparándola.

Granada, a 3 de Marzo de 1993

Moisés Coriat y Miguel de la Fuente.

=====

Breve Bibliografía sobre Currículo y Educación Matemática
(Claves muy genéricas en cursiva)

ALONSO, F. y otros. Aportaciones al debate sobre las matemáticas en los 90. Seminario de Valencia. Mestral, Valencia, 1987. *Política educativa. Currículo de matemáticas.*

APPLE, M.W. Ideología y currículo Akal Madrid 1986. *Currículo. General. Sociología. Cultura.*

CARRETERO R. Y OTROS Diseños curriculares de matemáticas (Etapa 16-18) Consejería de Educación y Ciencia (Junta de Andalucía) Sevilla 1989. *Diseño del Currículo de matemáticas (Bachillerato).*

CONSEJERIA DE EDUCACION Y CIENCIA Diseño curricular de matemáticas Junta de Andalucía Sevilla 1989 *Diseño del Currículo de matemáticas (ESO)*

GIMENO SACRISTAN, J. Teoría de la enseñanza y desarrollo del currículo Anaya Madrid 1986. *T. curricular. General.*

HANCOCK, D.J.S. Mathematics in the National Curriculum. Department of education and science and the welsh office. Londres. 1989 *Currículo de matemáticas en Gran Bretaña.*

HOWSON, G., KEITEL, C. y KILPATRICK, J. Curriculum development in Mathematics. Cambridge University Press, 1981. *Currículos en general. Currículos de matemáticas.*

LAPPAN, G. y otros. Professional standards for teaching mathematics. NCTM. Virginia 1991. *Formación de profesores de matemáticas.*

LLINARES, S. y SANCHEZ, M^a Victoria (eds.) Teoría y Práctica de la Educación Matemática. Alfar, Sevilla, 1990. *Currículos de matemáticas. Educación matemática.*

MEIRING, S.P. "A core curriculum: Making mathematics counts for everyone" (Curriculum and evaluation standards for school. mathematics. Addenda Series. Grades 9-12) NCTM Virginia 1992. *Tipos de desarrollos curriculares en los EEUU*

MINISTERIO DE EDUCACION Y CIENCIA *Diseño Curricular Base. Educación Secundaria Obligatoria Ministerio de Educación y Ciencia Madrid 1989. General. Currículo de matemáticas.*

ROMBERG, S. y otros. Estandares curriculares y de evaluación para la educación matemática Thales Sevilla 1991. *Currículo de matemáticas en los EEUU.*

STENHOUSE, L. Investigación y desarrollo del curriculum Morata Madrid 1987. *T. Curricular. General. Investigación en el aula.*

TABA, H. Elaboración del currículo Troquel Buenos Aires 1974. *Teoría curricular. General.*

Anexo a la bibliografía: Entre 1989 y 1992, la Revista CUADERNOS DE PEDAGOGIA ha venido publicando un "Dossier Europa" con descripciones de los currículos en distintos países. A continuación se indican como pares ordenados el número de la Revista y el Estado cuyo currículo se describe: (169, Portugal), (172, Reino Unido), (176, Dinamarca), (182, Italia), (185, Bélgica), (187, Grecia), (190, Francia), (196, Holanda), (198, Irlanda), (201, Alemania), (207, Luxemburgo).

5.4-RESUMEN DEL DEBATE:

Durante la 4ª sesión se contabilizaron más de 80 intervenciones y un par de fuertes polémicas. Se ha optado por seleccionar y extraer, de manera casi cronológica, las intervenciones que más se aproximaron a la temática de la Sesión ("Teoría Curricular y Educación Matemática"). Se piden excusas a aquellas personas cuyas intervenciones no han sido reseñadas; no es que carecieran de interés, evidentemente. El desarrollo amplio de las ideas planteadas cabría muy dignamente en artículos de opinión y de investigación.

La dinámica de la sesión permite reconocer tres grandes núcleos temáticos de interés para los que participaron en ella: (1) La Formación Inicial del Profesor de Matemáticas de Secundaria y los nuevos planes de estudios que deberán desarrollar las Universidades. (2) La sociología derivada de la LOGSE y sus implicaciones en la práctica docente. (3) La “dialéctica” entre las concepciones teóricas de los investigadores en Educación Matemática, por una parte, y las necesidades prácticas de los Profesores de Matemáticas, por otra.

Realmente, exceptuando cuestiones muy puntuales que se indicarán, puede decirse que los turnos de palabra sirvieron para recorrer de modo transversal el esquema inicialmente propuesto por la Mesa.

1. La Formación Inicial del Profesor de Matemáticas de Secundaria

Se inició la Sesión con una exposición de los Proyectos de la Universidad de Extremadura en la relativo a Planes de Formación Inicial del Profesorado de Secundaria. Como estos Planes son de próxima publicación, sólo se reseña el debate a que la exposición dio lugar.

De ésta se desprende que, de forma general, "han sido tomadas" las siguientes decisiones:

- La Formación Inicial será competencia de las Universidades;
- La Formación Permanente será competencia de las Universidades y de las Delegaciones Provinciales de Educación y Ciencia (vía Centros de Profesores).

Por otra parte, parece observarse que los diseños de los currículos de formación inicial y permanente están algo "en las nubes" y necesitan más concreción, mientras que los desarrollos de esos currículos están algo más precisados en cuanto a créditos, opcionalidades, incidencia en el currículum vitae, etc.

Las discusiones (sobre lo expuesto) se orientaron, esencialmente, a exponer necesidades que debería contemplar dicha Formación Inicial. He aquí las principales opiniones consideradas:

- * los modelos de formación no deben limitarse a "Cursos";
- * cualquier intervención sobre el profesorado en formación o en activo debe basarse en una gestión rigurosa de los tiempos, con convergencias de intereses de formación y de utilidad para la práctica docente de los profesores;
- * es imprescindible que los profesores de matemáticas tengan conocimientos operativos de estadística instrumental;
- * la formación inicial debe incorporar más contenidos de matemática discreta, teniendo en cuenta que ya no se necesita ser Licenciado en Matemáticas para ser profesor de matemáticas;

* el tronco común de la formación debería incorporar: la preparación para el trabajo en grupo y para la toma de decisiones, el aprendizaje de cómo se elabora un proyecto de Centro, la evaluación en relación con los materiales curriculares;

* los profesores deben ser formados en métodos de investigación cualitativa.

Transcurre así la primera hora y, cerrada esa discusión, la Mesa invita a entrar en las Apartados del Documento correspondiente a Teoría Curricular y Educación Matemática, habida cuenta de que ya se han hecho "incursiones" inevitables en los tres, especialmente en el tercero.

2. La sociología derivada de la LOGSE y sus implicaciones en la práctica docente

Los asistentes no lo entienden así, y el debate adquiere aspectos marcadamente sociológicos con, como temas centrales, la LOGSE y la práctica docente.

Distintas intervenciones independientes pero convergentes, insisten en las siguientes ideas: la LOGSE propone un modelo procesual esencialmente orientado, en la Etapa 12/16, a formar ciudadanos, en el que la gran novedad corresponde a la función diseñadora del profesor, función que se integra en el Proyecto Curricular de Centro. Se apuntalan estas ideas recordando que la LOGSE dibuja un perfil del profesor diferente que exige una nueva cultura pedagógica o profesional, pero que no desmerece la constante histórica según la cual el profesor siempre interpretó dialécticamente el currículo.

Un segundo grupo de asistentes pone de manifiesto "hechos" menos optimistas:

* la función diseñadora, ¿no está siendo rechazada por el profesorado en su conjunto?;

* la novedad no implica cambios de modo automático y, en particular, los cambios no deberían ser impuestos;

* se glosa la idea de que todas las reformas [¿educativas?] están llamadas al fracaso; y

* se encuentra chocante la ausencia de ecos críticos, dentro de los planes de formación de profesores. en relación con el marco legal, con las instituciones [¿educativas] o con el papel de la Escuela en la sociedad.

Durante el debate de estas ideas, se propone el enunciado de problemas algo más concretos. Reconózcense (a) la diversidad del profesorado de las distintas Etapas y Niveles y (b) cómo el tradicional individualismo que se suele reconocer en la labor del profesor debería sustituirse -por medios que están por descubrir- por el reconocimiento del margen de actuación en el que dicho individualismo tendría un mejor sentido. La dimensión social del trabajo educativo es prioritaria,

necesita de soluciones consensuadas por los Equipos Docentes o por los Claustros y es en su seno donde hay un margen para la actuación individual.

Con este debate -inconcluso- se termina la primera parte de la Sesión.

3. Concepciones teóricas, necesidades prácticas.

Para relanzar las animadas intervenciones, la Mesa hace una breve mención de los tres grandes Apartados que, en su opinión, podrían estructurar la sesión, y resume rápidamente la selección de documentos remitidos.

Un primer intercambio de opiniones gira alrededor de la siguiente pregunta: ¿en qué medida los contenidos psicopedagógicos [de la formación de profesores de matemáticas] no habría que "cedérselos" a psicólogos y pedagogos? Se insiste en la posibilidad de que los formadores de profesores tengan la necesidad de "acercar" los conocimientos psicopedagógicos al área de matemáticas, a fin de poner de manifiesto su utilidad en nuestro campo.

R. Luengo, considerando que el cambio educativo tiene un punto de partida (lo que denomina "modelo tecnológico" a abandonar) y un punto de llegada ("modelo procesual" a instaurar), expone en un cuadro comparativo las, a su juicio, diferencias entre ambos en cuanto a objetivos, contenidos, metodología y evaluación. Esta exposición da lugar a una intensa polémica que no se ha considerado necesario incluir en estas Notas.

Se entra entonces en el debate sobre "concepciones teóricas" versus "necesidades prácticas", que queda planteado mediante una petición de principio; el esquema secuenciación, organización y actividades de aula (Apartado 2, Items 2.2. a 2.4.) aparece como invertebrado y, para darle cuerpo, sería necesario apelar a la teoría de situaciones. Este comentario genera un apasionado debate:

* **La Mesa**, en primer lugar, explicita su opinión de que el problema planteado por dicho comentario es un problema de investigación, no de formación de profesores.

* Se enriquece la selección bibliográfica aportada por la Mesa, exponiéndose un punto de vista según el cual distintas teorías que permiten llegar a análisis didácticos (enfoques de Bishop -etnomatemáticas-, de Webb -evaluación/valoración- y, por supuesto, también la teoría de situaciones didácticas) son capaces de vertebrar el citado esquema.

* Se reclama la necesidad de apelar a teorías-sistemas de preferencia a un enfoque de carácter pluridisciplinar como el que acaba de resumirse.

- * Algunos asistentes piden que se vea en las conclusiones del Seminario la aportación de la escuela francesa.
- * Otros asistentes recuerdan al auditorio que el marco de la discusión es un Seminario organizado por la Federación de Asociaciones de Profesores de Matemáticas, por lo que invitan a los participantes a trasladar las discusiones relacionadas con la investigación pura y con los métodos de investigación a otro marco.
- * Se menciona que la teoría de la elaboración sirvió para desarrollar una secuenciación y organización de la Etapa 12/16 por encargo del MEC.
- * Se avisa del “peligro” de convertir a los profesores, con tales supuestos, en practicantes de una teoría.

Este debate agota el tiempo asignado a la Sesión nº 4, resultando imposible ni tan siquiera que el Grupo esboce líneas de conclusiones.

Por el resumen: Moisés Coriat Benarroch.

6: Mesa 5

*“Materiales Curriculares y Criterios
para medios, modelos y recursos
en el aula de matemáticas”*

Mesa 5: MATERIALES CURRICULARES Y CRITERIOS PARA MEDIOS, MODELOS Y RECURSOS EN EL AULA DE MATEMÁTICAS.

6.1-COORDINADORES:

Manuel Alcalá Hernández (Málaga)

Luis Cachafeiro Chamosa (Santiago de Compostela)

Luis Pérez Bernal (Málaga).

6.2-INTRODUCCION:

Tratar el tópico **materiales curriculares y criterios para medios, modelos y recursos**, conduce a entrar de lleno en la formación técnica del profesor de matemáticas, pues aborda aspectos eminentemente prácticos y de importancia vital para su trabajo. La formación -inicial y permanente- del profesorado relativa al tópico resulta imprescindible si se contempla desde la perspectiva de la modernización de la enseñanza, de la adecuación de la misma a las exigencias de una sociedad cada vez más tecnológica y en evolución, desde la mejora de la calidad de la oferta educativa.

La educación matemática ha de ir evolucionando a tenor de los tiempos y dando respuestas coherentes a las necesidades y expectativas de formación de las nuevas generaciones. En este sentido también se hace necesaria una formación del enseñante acorde con las exigencias sociales actuales y en consonancia con los aportes de las ciencias de la educación. Y esa formación debe ser, desde nuestro punto de vista, de orientación eminentemente práctica.

El profesor no puede seguir apoyándose únicamente en la pizarra, la tiza, el papel, los lápices y los libros de texto; debe tener información y formación suficiente sobre otras alternativas para poder optar a la hora de organizar el trabajo en el aula.

En una situación ideal el profesor no debería ser un mero usuario de materiales elaborados; parece importante que asuma el protagonismo y se convierta en un elaborador de materiales para sus alumnos (como mínimo en un adaptador crítico de los existentes).

El uso de los materiales está ineludiblemente ligado a la opción metodológica del profesor. Hablar de materiales sin hacerlo de la intencionalidad con la que se proponen actividades a partir de ellos es absurdo.

En lo que se refiere a la formación inicial o permanente del profesorado sólo se comprende hablar del tema a partir de una reflexión desde la práctica, y en este sentido se encaminan las propuestas.

6.3-ALGUNAS REFERENCIAS:

(De El Material para la Enseñanza de las Matemáticas)

Un minucioso examen de las razones que abogan a favor de la introducción del material concreto o semiconcreto en la actividad del alumno (haciéndole manejar y observar situaciones adecuadas) en sus estudios matemáticos debe eliminar, por lo menos en parte, la influencia que ejerce sobre los profesores de matemáticas el prejuicio de la abstracción a ultranza.

Obrar y percibir no son lujos para el matemático. Sin ellos no existe experiencia, sea matemática o de cualquier otro tipo. Con ellos, cabe la esperanza de que se entable el diálogo buscado y que se logre al nivel más común, pues ofrece enormes posibilidades de éxito.

Los modelos deberán traducir o sugerir, creando situaciones activas de aprendizaje.

(Del Informe Cockcroft)

604: En cambio, en la enseñanza secundaria las matemáticas deben enseñarse en aulas especiales debidamente equipadas, y la disponibilidad de éstas facilita la realización de prácticas adecuadas, sobre todo cuando hay un buen liderazgo por parte del director del departamento.

612: Las escuelas secundarias deben disponer, asimismo, del correspondiente equipo de prácticas.

616: Tanto las escuelas primarias como las secundarias deben poseer libros de consulta para los profesores, relacionados con la enseñanza de las matemáticas.

(De los Standars del NCTM)

...Tampoco creemos que los libros de texto debieran guiar la docencia. Por el contrario, deben desarrollarse otros materiales que apoyen los estándares, como materiales de manipulaciones y programas didácticos para ordenador, además de libros de texto nuevos.

...una buena docencia de las matemáticas requiere calculadoras, ordenadores, programas didácticos y materiales de manipulación; el profesor no puede seguir apoyándose únicamente en la pizarra, la tiza, el papel, los lápices y los libros de texto.

...debe tenerse en cuenta, sin embargo, que no basta con dar a los profesores todo este material para dar lugar a un programa nuevo; los profesores deben saber a su vez como integrar esta tecnología en un programa de matemáticas de calidad.

(De De 12 a 16, Grupo Cero)

...(los materiales) provocan multitud de cuestiones matemáticas que hacen significativo el aprendizaje de las matemáticas para el alumno. Con frecuencia se utilizan sólo como motivadores para justificar un concepto o una relación; pero su papel es muy superior a ése; permiten explorar, descubrir posibilidades y elegir unas y no otras. Y ésta es una de las bases del aprendizaje.

El estudio de materiales y de sus posibilidades es una tarea de gran interés para el desarrollo de métodos de aprendizaje de las matemáticas. Unas veces actúan como herramientas, otras como catalizadores de reacciones, preguntas y respuestas y, con frecuencia, los materiales son un verdadero “micromundo” para una especie específica de conceptos matemáticos.

En otros casos lo que interesa es buscar materiales para un tema.

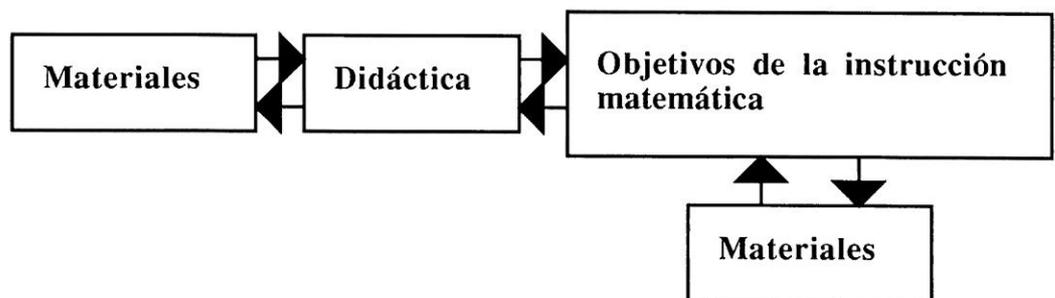
Un marco de reflexión.

1º ¿Por qué? Problemas que suscita.

2º ¿Cómo? ¿Qué materiales?

1º ¿Por qué?

El papel de los materiales en la instrucción matemática



Pueden usarse como objetivo en sí mismo o como recurso (en función de la didáctica).

Se utilizan en el aula como:

- . Forma de atraer la atención a un problema u objeto dados.
- . Refuerzo y ayuda a la memorización.
- . Proporcionar experiencias sensibles sobre las que razonar con mayor coherencia.

Los problemas que suscita en el profesor el uso de materiales hay que contemplarlos en su formación (no hay que pensar en un profesor homogéneo)

- . ¿Necesito realizar cambios organizativos? : ¿cómo abordarlos?
- . ¿dispongo de ese material ?, ¿en número suficiente?
- . ¿Me requiere mucho tiempo de preparación? ¿Sólo la primera vez, o cada vez que lo utilice?
- . El tiempo que se precisa en el aula para la preparación, exploración y puesta en común ¿es excesivo para el objetivo que pretendo? ¿puedo alcanzar ese objetivo por otro método más rápido?

2º ¿Cómo?

Formación inicial:

- .En una fase práctica.
- .Estudiando un material concreto como parte de una solución didáctica a un problema dado.
- .Estudiando los materiales como una unidad separada:
 - .Materiales existentes
 - .¿cómo sacar provecho a un material?

Formación permanente:

- .Cursos. Problemas de la diversidad.
- .Seminarios y grupos. ¿Se puede constituir un grupo/seminario suficientemente homogéneo?

6.4.RESUMEN DEL DEBATE:

El trabajo con materiales es un proceso esencial favorecedor del razonamiento; es un componente clave del análisis didáctico, ligado a la idea de modelo y sirve para encauzar intuiciones. Si la meta es que el alumno “haga” matemáticas, a través de la acción puede conseguirse. Sin embargo, el material en sí mismo no garantiza el éxito en el aprendizaje.

El trabajo como investigación en matemáticas es distinto al que tiene lugar en las demás ciencias; en otros casos el objeto de estudio es perceptible, mientras que en matemáticas se acaba hablando de relaciones, formas, ...que no son directamente perceptibles. El proceso de construcción del conocimiento matemático necesita soporte físico, aunque éste deba estar adaptado a los niveles de abstracción de los alumnos.

La mayor parte de las intervenciones son favorables a la importancia de los materiales, resaltando su utilización en el aula:

- * Para atraer la atención a un problema u objeto dados (función motivadora).
- * Como refuerzo y ayuda a la memorización.
- * Para proporcionar experiencias sensibles sobre las que razonar con mayor coherencia. En este sentido el material debe mover la mente más que las manos (que la experiencia manipulativa sirva para crear experiencias mentales).
- * Para provocar fenómenos y posibilitar que los alumnos “se” planteen problemas.

Otras opiniones inciden más en la necesidad de incluir algunas prevenciones sobre su uso:

- * Hay que descontextualizar para que el alumno aprenda matemáticas.
- * En ocasiones pueden usarse para problemas muy específicos y hay que advertir al profesor que puede generar obstáculos de aprendizaje de otros conceptos.
- * Hay que ayudar a distinguir las propiedades del material que no cumple el modelo; y viceversa, las propiedades del modelo que no cumple la realidad.

Los problemas que suscita en el profesor el uso de materiales hay que contemplarlos en su formación (no pensar en un profesor homogéneo):

- * ¿Necesito realizar cambios organizativos?; ¿cómo abordarlos?
- * ¿Dispongo de ese material?, ¿en número suficiente?
- * ¿Me requiere mucho tiempo de preparación? ¿Sólo la primera vez, o cada vez que lo utilice?

- * El tiempo que se precisa en el aula para la preparación, exploración y puesta en común ¿es excesivo para el objetivo que pretendo? ¿puedo alcanzar ese objetivo por otro método más rápido?

Aunque las respuestas a estas preguntas salen del marco del debate sí parece importante recalcar que estos factores influyen de forma clara en la utilización de materiales en el aula. La mejora de las condiciones de los centros, tanto en la disponibilidad de materiales como en la existencia de espacios adecuados para que los alumnos los usen, puede favorecer la experimentación.

En este sentido cabe mencionar las aportaciones hechas en torno a la idea de taller o laboratorio de matemáticas.

En cuanto a la construcción de materiales por los alumnos, hay que procurar que el tiempo dedicado a la misma sea adecuado a la duración de las actividades propuestas con dichos materiales. Se sugieren posibilidades de colaboración con el Área de Tecnología - de las que existen algunas experiencias interesantes-, para la elaboración de los materiales.

La distinción entre taller (con elaboración) y laboratorio (trabajo sobre materiales elaborados) no resuelve el problema fundamental, que es disponer de espacios específicos en los centros para que los alumnos puedan experimentar en grupos reducidos.

2º ¿Cómo?

En la formación inicial: parece claro que no debe haber un tópico específico en la formación inicial que sistematice el estudio de los materiales. La propuesta es que los materiales aparezcan impregnando otros tópicos, sobre todo el análisis didáctico de contenidos y la epistemología.

Del mismo modo, en la fase de prácticas de los futuros profesores deberían tener cabida experiencias de uso de materiales con los alumnos que permitan una reflexión posterior sobre los mismos.

En la formación permanente: la divulgación de materiales en congresos, jornadas y otras reuniones de profesores se ha hecho por medio de talleres, que han gozado de una gran capacidad de convocatoria; sin embargo no hay una repercusión en el aula. Algunas causas pueden ser:

- * Los asistentes comprenden que exige más trabajo por su parte y provoca un aprendizaje más lento en los alumnos, con lo que no se acaban los temarios,
- * También frustra ver que el material no sirve para todo ni es la panacea de nada.
- * A la gente le molesta cambiar; y aún más si se trata de cambiar algo en lo que se siente seguro por algo en lo que no.

En los cursos de formación los materiales han sido usados de forma espectacular, no se ha incidido adecuadamente en la intención de su uso y en general no se han tratado en forma longitudinal sino en forma transversal, lo que dificulta su aplicación en el aula.

En este sentido cabría la posibilidad de considerar los materiales de forma longitudinal, es decir, contemplando su uso dentro de la elaboración de unidades temáticas, estudiando un material concreto como parte de una solución didáctica a un problema dado. Este aspecto “utilitario” podría favorecer la aplicación de materiales en el aula.

En los modelos actuales de formación hay que contemplar como inconvenientes la falta de homogeneidad entre los asistentes a los curso, lo que provoca una diversidad de intereses que dificulta concretar en niveles de edad las propuestas didácticas. Estos problemas de homogeneidad pueden salvarse en los seminarios y grupos de trabajo.

En cualquier caso, parece más conveniente (la comunicación es mejor recibida) que sea un profesor, y a ser posible trabajando en el aula con sus alumnos, quién acerque a los profesores o futuros profesores al conocimiento de los materiales y su uso.

¿Qué materiales?

No puede hacerse un enfoque global de los materiales incluyendo en ellos elementos tan diversos como los libros de texto, los juegos, los materiales manipulativos, el ordenador y las calculadoras. El análisis didáctico de un material debe responder a preguntas como las siguientes: ¿representa bien?, ¿es adecuado?, ¿contextualiza bien?.

Incluso entre los libros de texto, cabría tratar de sus diferencias metodológicas y sobre todo de la necesaria adaptación que el profesor debe hacer de los mismos para que no sustituyan su labor.

Caben al menos dos actitudes complementarias respecto al análisis de los materiales: una, que partiendo de la situación didáctica seleccione material específico para la misma; otra que abordando directamente el estudio de un material, examine las situaciones didácticas en las que ese material podría ser utilizado.

Parece necesario adoptar una postura ecléctica en lo anterior pues no resulta fácil seleccionar materiales sin conocerlos mínimamente. Y nuevamente aquí es difícil dar una respuesta global; algunos materiales como el ordenador o la calculadora parece que precisan de un estudio especial, al menos mientras no se generalicen aparatos y programas de propósito específico para la enseñanza.

El problema de fondo es la selección del material. ¿Qué criterios o causas motivan el uso de uno u otro material? Y nuevamente estaríamos hablando de intencionalidad en su

uso y por tanto de opciones metodológicas.

El debate no pudo abarcar la clasificación o selección de materiales, aunque se apuntaron algunas sugerencias en función del enfoque o en función de su utilización.

Al menos parece necesario diferenciar entre las acepciones siguientes:

La dotación de medios en una aula de matemáticas:

- . Pizarra cuadrículada . Retroproyector
- . Ordenador con software adecuado.

Los materiales del entorno y los medios de comunicación:

- . Prensa . Otros
- . Televisión . Publicidad

Los materiales curriculares escritos:

- . Los libros de texto
- . Las actividades diseñadas
- . Los libros de enseñanza programada.

Los materiales audiovisuales:

- . Diapositivas
- . Fotografías
- . Transparencias
- . Vídeos y películas.

Los materiales manipulativos:

- . para la geometría
- . para el azar y la probabilidad
- . otros materiales.

Las calculadoras y ordenadores:

- . Calculadoras: científicas, programables, gráficas.
- . Ordenadores: Programas de usuario: hojas de cálculo, diseñadores gráficos, paquetes estadísticos; Programas específicos; Lenguajes de programación.

Los juegos:

- . Juegos de tablero
- . Rompecabezas
- . Barajas
- . Dominós

Bibliografía Básica:

- Alsina, C. y otros: *Materiales para construir la geometría*. Madrid, 1988. Síntesis.
- Callejo, M.L.: *La enseñanza de las matemáticas*. Madrid, 1987. Narcea.
- Gattegno, C. y otros: *El material para la enseñanza de las matemáticas*. Madrid, 1967. Aguilar.
- Grupo Cero: *De 12 a 16. Un proyecto de curriculum de matemáticas*. Valencia, 1990. Generalitat Valenciana.
- Hernán, F; carrillo, E.: *Recursos en el aula de matemáticas*. Madrid, 1989. Síntesis.
- Pérez, A.: *Matemáticas Experimentales*. Revista SUMA, nº 11-12.
- Udina, F. : *Aritmética y Calculadoras*. Madrid, 1989. Síntesis.

7: Mesa 6

“Conclusiones y Alternativas”

Mesa 6: CONCLUSIONES Y ALTERNATIVAS.

7.1-COORDINADORES:

Juan Díaz, Departamento de Didáctica de la Matemática, Univ. de Granada.

Salvador Guerrero, Coordinador de Matemáticas del C.E.P. de Málaga.

7.2-RESUMEN DEL DEBATE:

Las ideas más importantes tratadas en el desarrollo de la última sesión fueron las siguientes:

- 1º Las **Sociedades de Profesores de Matemáticas** deben participar en el diseño de los **Planes para la Formación Permanente del profesorado de Matemáticas**, e igualmente sería deseable que lo hiciesen en la Formación Inicial; así se establece en el Convenio de la Consejería de Educación y Ciencia de la Junta de Andalucía con la Sociedad Thales y en el del Ministerio de Educación y Ciencia con la Federación.
- 2º La **formación matemática del profesor de matemáticas** no ha sido objeto de debate en este Seminario, pero los asistentes coinciden en expresar su preocupación porque en los niveles de enseñanza secundaria y bachillerato empiezan a ejercer licenciados de otras licenciaturas distintas de las de matemáticas. En estos casos la comprensión profunda del sentido de las matemáticas en el currículo es, fundamentalmente, instrumental, y de hecho orientada hacia el cálculo. Se hace necesario establecer el perfil y la orientación que debe tener la formación matemática del profesor de secundaria,
- 3º Complemento del análisis anterior está en la consideración de que la **formación inicial** de los profesores de matemáticas para enseñanza secundaria no debe establecerse en seis años - cinco de licenciatura mas uno de capacitación didáctica-, pues ésto conducirá a la aparición de vías alternativas de acceso al profesorado, en detrimento de una formación básica sólida en matemáticas. Por ello se hace necesario hacer fuertes recomendaciones en favor de las siguientes opciones:
 - * licenciatura de cuatro años para matemáticas;
 - * inclusión en las licenciaturas de matemáticas de asignaturas optativas, que faciliten itinerarios dirigidos hacia la especialización en didáctica de las matemáticas; entre estas asignaturas debe haber algunas de contenido técnico;

* existencia de asignaturas optativas en la licenciatura de matemáticas que sean convalidables -por equivalencia de contenidos- con algunas de las asignaturas del curso de capacitación didáctica.

4º El desarrollo de las **materias psicopedagógicas del curso de capacitación para profesores de matemáticas** deben abordarse desde la especialización y el dominio en matemáticas. Esto parece exigido por la naturaleza específica de los procesos de aprendizaje de las matemáticas y el desarrollo reciente de la Educación Matemática como área de conocimiento.

5º **Las Prácticas de Enseñanza en los centros** de Secundaria y Bachillerato es uno de los puntos clave para la formación del profesorado. Parecen de interés las consideraciones siguientes:

* los Centros en los que se vayan a realizar prácticas deben estar regulados mediante convenio; las condiciones que se establezcan deben definirse objetivamente, huyendo del voluntarismo y el favoritismo endémicos en planes anteriores. Hay que definir con precisión y claridad el estatuto y funciones del tutor, en aspectos docentes, académicos, económicos, etc.

* Hay que favorecer una enseñanza de orientación clínica -pequeños grupos con profesores tutores- en la que se haga un seguimiento del aprendizaje de los profesores en formación.

* La fase de prácticas debe ir precedida de una preparación teórica, que continúe una vez concluida aquélla. El trabajo en equipo entre los profesores de la materia teórica y los tutores de prácticas se considera imprescindible; la constitución de un seminario de Prácticas, cuyas sesiones estuvieran dedicadas a la preparación de las prácticas, asistencia técnica y asesoramiento, así como a orientaciones sobre su evaluación.

* La impartición de cursos de formación inicial de profesores de secundaria y bachillerato, incluyendo la coordinación de prácticas de enseñanza, deben formar parte de la carga lectiva ordinaria de los profesores correspondientes.

6º La **metodología más recomendable para la formación permanente** consiste en el planteamiento de situaciones prácticas de enseñanza y, a partir de ellas, introducir todos los aspectos psicopedagógicos, matemáticos y didácticos. También en la formación inicial debiera atenderse al carácter profesional de los estudios; por ello, la metodología de impartición de los cursos debiera desarrollarse a partir del análisis de situaciones y problemas didácticos concretos.

7º El **sistema de acceso a la función docente** debe ser coherente con la programación y el desarrollo de los cursos.

