



UNIVERSIDAD DE GRANADA
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE ELECTRICIDAD

ANALISIS ESPECTRAL POR MODELACION PARAMETRICA
DE SEÑALES ELECTROMAGNETICAS DISPERSADAS
POR BLANCOS DE RADAR

TESIS DOCTORAL

M.ª DEL CARMEN CARRION PEREZ

R. 31. 583

BIBLIOTECA
FACULTAD DE CIENCIAS
GRANADA
Estante <u>1</u>
Tabla
Núm. <u>77</u>

UNIVERSIDAD DE GRANADA
 FACULTAD DE CIENCIAS
 DEPARTAMENTO DE ELECTRICIDAD

UNIVERSIDAD DE GRANADA
FACULTAD DE CIENCIAS
SALIDA } N.º <u>192</u>
} Fecha <u>21 MAYO 1985</u>

ANALISIS ESPECTRAL POR MODELACION PARAMETRICA
 DE SEÑALES ELECTROMAGNETICAS DISPERSADAS
 POR BLANCOS DE RADAR

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
GRANADA
N.º Documento <u>61336618x</u>
N.º Copia <u>15307232</u>

TESIS DOCTORAL
 MARIA DEL CARMEN CARRION PEREZ
 GRANADA, 1986.

Tesis Doctoral dirigida por el Profesor Dr. D. Rafael Gómez Martín, Profesor Titular de Física Aplicada de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada. Fue leída el día 10 de Abril de 1986 ante el Tribunal formado por los Profesores: Bernardo García Olmedo, Gerardo Pardo Sanchez, Vicente Such Belenguer, Jose Margineda Puigpelat y L. Felipe Cátedra Pérez. Obtuvo la calificación de Apto "Cum Laude".

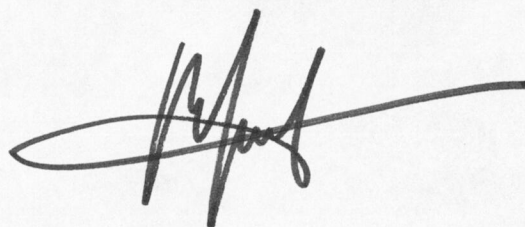
ANALISIS ESPECTRAL POR MODELACION PARAMETRICA
DE SEÑALES ELECTROMAGNETICAS DISPERSADAS
POR BLANCOS DE RADAR

D. Rafael Gómez Martín, Doctor en Ciencias Físicas y Profesor Titular de Departamento de Electricidad de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada,

MANIFIESTA: Que la presente Memoria, presentada por M^a del Carmen Carrión Pérez para optar al Grado de Doctor en Ciencias Físicas, ha sido realizada bajo mi dirección en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada.

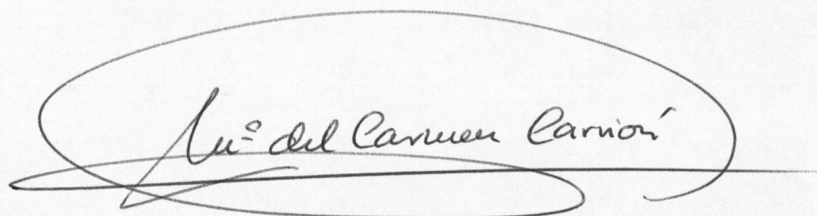
Con esta fecha autorizo la presentación de la misma.

Granada a 10 de Marzo de 1986



Fdo: Rafael Gómez Martín

Memoria presentada por M^a del Carmen Carrión Perez para optar al Grado de Doctor en Ciencias Físicas por la Universidad de Granada.



Fdo: M^a del Carmen Carrión Pérez

Quiero manifestar mi más sincero agradecimiento a todas aquellas personas que han hecho posible, de una u otra forma, la realización de esta Memoria.

Al Director de la misma Dr. D. Rafael Gómez Martín. Su eficaz dirección y constante ayuda han sido factores decisivos en el desarrollo de esta investigación.

A D. Bernardo García Olmedo, Safwan Al Khouri, Juan Antonio Morente, Amelia Rubio, Alfonso Salinas y restantes miembros del Departamento de Electricidad, por su colaboración e interés.

A mi marido y compañero Luis Miguel Jimenez del Barco Jaldo por su apoyo y estímulo constantes.

Y en general a todos aquellos compañeros cuyo estímulo ha supuesto una valiosa ayuda moral en la tarea diaria.

A Luis Miguel y a mi hijo

INDICE

	<u>Pág.</u>
INTRODUCCION	1
<u>CAPITULO 1: METODOS Y TECNICAS DEL ANALISIS ESPECTRAL</u>	
1.1 Introducción	5
1.2 Función de autocorrelación y espectro de potencia	6
1.3 Métodos tradicionales	9
1.3.1 Método de Blackman-Tukey	10
1.3.2 Método del Periodograma	12
1.3.3 Función ventana	13
1.4 Métodos de modelación paramétrica	16
1.4.1 Métodos de modelación mediante funciones de transferencia racionales	18
1.4.2 Modelos AR	22
1.4.2.1 Ecuaciones Yule-Walker	22
1.4.2.2 Predicción lineal	25
1.4.3 Método de máxima entropía	29
1.4.4 Métodos de estimación de parámetros de modelos AR	30
1.4.4.1 Métodos de autocorrelación y de covarianza	31
1.4.4.2 Método de Burg	33
1.4.4.3 Método de Fougere	34
1.4.4.4 Método de mínimos cuadrados	36
1.4.4.5 Problemas asociados a los métodos de estimación de parámetros de modelos AR	38
1.5 Análisis espectral de señales determinísticas	40

CAPITULO 2: APLICACION DEL ANALISIS ESPECTRAL
 POR MODELACION PARAMETRICA A LA
 DISCRIMINACION AZIMUTAL DE BLANCOS
 DE RADAR

2.1	Introducción	43
2.2	Detección de blancos: respuesta angular	44
2.3	Simulación de datos	46
2.4	Resultados	49

CAPITULO 3: PARAMETRIZACION DE LA RESPUESTA
 TRANSITORIA DE BLANCOS DE RADAR.
 RECONOCIMIENTO DE BLANCOS

3.1	Introducción	73
3.2	Método de expansión de singularidades	76
3.3	Aplicación de modelos AR al cálculo de las frecuencias de resonancia complejas de blancos de radar	78
3.4	Obtención de la respuesta impulso	81
3.5	Resultados	84
3.5.1	Señales transitorias sin ruido	85
3.5.2	Señales transitorias con ruido	87

CAPITULO 4: IDENTIFICACION DE BLANCOS DE RADAR

4.1	Introducción	102
-----	--------------------	-----

INTRODUCCION

INTRODUCCION

El análisis espectral es en la actualidad una herramienta de trabajo tan potente que resulta fundamental para el desarrollo de diversas áreas no sólo de la Física [1]-[3], sino también de otras Ciencias como la Geología [4], Medicina [5] etc. Los orígenes del análisis espectral moderno se remontan a 1807 en que Fourier introdujo las series que llevan su nombre. Sin embargo, sólo con el advenimiento de potentes ordenadores ha sido posible desarrollar los complejos métodos y técnicas del análisis espectral que existen actualmente. Entre estos métodos cabe destacar por sus excelentes resultados en una gran variedad de aplicaciones, los de modelación paramétrica [6]-[8].

En esta Memoria se aplican diversas técnicas de análisis espectral por modelación paramétrica a señales electromagnéticas dispersadas por blancos de radar excitados por tres clases diferentes de ondas electromagnéticas. En concreto, en el capítulo 2 se estudia el problema de la discriminación azimutal de blancos excitados por señales armónicas en función de la relación señal dispersada - ruido, mostrándose como los métodos de modelación autorregresiva (AR) permiten resolver blancos que no podrían ser detectados mediante

técnicas basadas en la transformada discreta de Fourier (DFT).

En el capítulo 3 se analiza la respuesta de blancos excitados por pulsos electromagnéticos Gaussianos de muy corta duración, orden de los nanosegundos y amplio contenido espectral que se extiende hasta la zona de las microondas del espectro. Este tipo de pulsos excitan las frecuencias de resonancia complejas o polos característicos del blanco, que dependen exclusivamente de su geometría y características electromagnéticas y por tanto pueden ser utilizados para su reconocimiento*.

En el capítulo 4 se plantea la identificación de blancos mediante la síntesis de señales específicas que exciten un único polo característico del blanco a identificar.

Las técnicas que se aplican en los capítulos 2, 3 y 4 de esta Memoria están basadas en métodos de modelación paramétrica que han aparecido de forma dispersa en la bibliografía. Por ello se ha considerado conveniente incluir un primer capítulo en el que se da una visión general actualizada de aquellos aspectos del análisis espectral que se aplicaran en los restantes capítulos.

* Siguiendo la terminología utilizada en análisis de voz para el reconocimiento e identificación de locutores [3], entenderemos por reconocimiento de un blanco a su clasificación entre un conjunto de patrones, y por identificación a la decisión de si el blanco detectado es o no uno preseleccionado.

CAPITULO 1

METODOS Y TECNICAS DEL ANALISIS ESPECTRAL

1. MÉTODOS Y TÉCNICAS DEL ANÁLISIS ESPECTRAL

Como se ha comentado en la introducción general, en este capítulo se van a definir y desarrollar los conceptos básicos, métodos y técnicas del análisis espectral que se aplicarán posteriormente.

1.1 INTRODUCCION

El objetivo del análisis espectral es la obtención del espectro de potencia o simplemente el espectro, según que se trate de una señal aleatoria o determinística. Entre los diversos métodos existentes cabe distinguir dos tipos claramente diferenciados: los tradicionales [9] - [11] y los de modelación paramétrica [7],[8],[13]. Se conocen con el nombre de métodos tradicionales a los que se basan en la transformada discreta de Fourier (DFT). Estos métodos proporcionan resultados razonables para una gran variedad de procesos y aplicaciones, aunque tienen limitaciones inherentes a la utilización de la DFT. Estas limitaciones dependen de la duración del intervalo de datos a analizar y se manifiestan fuertemente cuando éste es pequeño. En la práctica son numerosas las

aplicaciones en las que solo se dispone de un número reducido de datos, bien porque el proceso es de duración breve o porque su espectro varía lentamente con el tiempo, por lo que los datos solo se pueden considerar constantes en pequeños intervalos temporales.

En un intento por superar las limitaciones anteriormente indicadas han surgido un gran número de métodos alternativos basados en la modelación paramétrica [7],[8],[12],[13]. Estos métodos han suscitado un enorme interés debido fundamentalmente a la alta resolución en frecuencia que permiten obtener, muy por encima de la obtenida con los métodos tradicionales.

La figura 1.1 sitúa de modo esquemático, dentro del análisis espectral, los distintos métodos y algoritmos de modelación paramétrica que se desarrollan en este capítulo.

1.2 FUNCION DE AUTOCORRELACION Y ESPECTRO DE POTENCIA

Sea $S(t)$ un proceso aleatorio estacionario. La función de autocorrelación de $S(t)$ se define como:

$$\begin{aligned} R(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(t+\tau) s^*(t) \rho_{S(t+\tau)S^*(t)}(s(t+\tau), s^*(t)) ds(t+\tau) ds^*(t) = \\ &= E [S(t+\tau) S^*(t)] \end{aligned} \quad (1.1)$$

donde $\rho_{S(t+\tau)S^*(t)}(s(t+\tau), s^*(t))$ es la función densidad de probabilidad conjunta de las variables aleatorias $S(t+\tau)$ y $S^*(t)$, que se obtienen al particularizar el proceso para los instantes de tiempo $t+\tau$ y t y $s(t+\tau)$, $s^*(t)$ son sus valores en las distintas realizaciones del proceso; E representa el valor esperado y $*$ el complejo conjugado, ya que en general consideraremos que $S(t)$ toma valores complejos.

El espectro de potencia o la función densidad del espec-

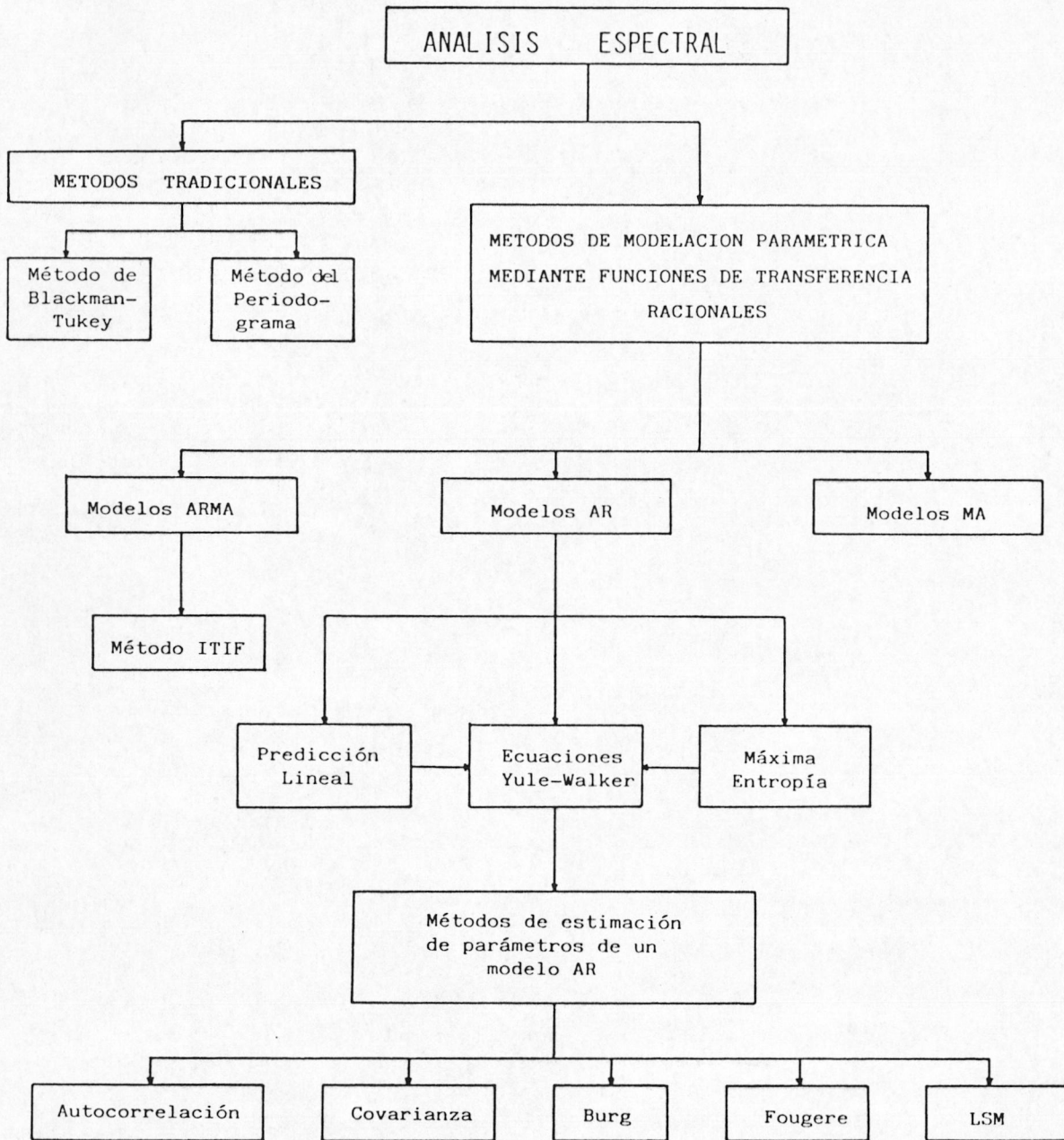


Figura 1.1

tro de potencia de $S(t)$ viene dado por la relación de Wiener-Kinchine:

$$P(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau = \mathcal{F} \left[R(\tau) \right] \quad (1.2)$$

es decir $P(f)$ es la transformada de Fourier (que notaremos por \mathcal{F}) de la función de autocorrelación de $S(t)$.

Ya que $S(t)$ es un proceso aleatorio y en general este tipo de procesos no son de cuadrado sumable, no existe necesariamente su transformada de Fourier. Sin embargo, si llamamos $s(t)$ a una realización de $S(t)$ y $s_T(t)$ a una parte de la misma de duración T y $s_T(t)$ es de cuadrado sumable, existirá su transformada de Fourier. Se puede demostrar que [9]:

$$P(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left[\frac{1}{T} \left| \mathcal{F} \left[s_T(t) \right] \right|^2 \right] = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left[\frac{1}{T} \left| \int_0^T s_T(t) e^{-j2\pi ft} dt \right|^2 \right] \quad (1.3)$$

donde a la cantidad entre corchetes, que representa la potencia media espectral en terminos de la transformada de Fourier de $s_T(t)$, se le denomina periodograma.

La igualdad (1.3) es de gran importancia ya que relaciona la función densidad del espectro de potencia, que es un concepto probabilístico, con la transformada de Fourier en el sentido usual determinístico de $s_T(t)$. De esta expresión es de donde ha surgido el nombre de función densidad del espectro de potencia para $P(f)$. En adelante, llamaremos a $P(f)$ simplemente espectro de potencia.

Es interesante notar que $P(f)$ es una función real y no negativa*.

* A partir de la expresión (1.3) es obvio comprobar que $P(f)$ es una función no negativa ya que es el límite del valor esperado de un módulo, que es siempre una cantidad positiva o cero. Además $P(f)$ es una función real ya que es la transformada de Fourier de una función que cumple la propiedad: $R(-\tau) = R^*(\tau)$ es decir cuya parte real es una función par y cuya parte imaginaria es impar, lo que implica, de las propiedades de la transformada de Fourier, que $P(f)$ es real.

Por necesidades de cálculo numérico, en la mayoría de las aplicaciones, la obtención de $P(f)$ se realiza para señales muestreadas, por lo que en lo que sigue se expresan las ecuaciones (1.1) y (1.2) para este tipo de señales.

Si $S(t)$ se muestrea a intervalos equiespaciados Δt , siendo por tanto Δt el periodo de muestreo, se obtiene un proceso discreto $S(n\Delta t)$, que por simplicidad notaremos por $S(n)$. La función de autocorrelación viene dada por:

$$R(m) = E \left[S(n+m) S^*(n) \right] \quad (1.4)$$

y el espectro de potencia será:

$$P(f) = \Delta t \sum_{m=-\infty}^{\infty} R(m) e^{-j2\pi f m \Delta t} \quad (1.5)$$

para el rango de frecuencias $-\frac{1}{2\Delta t} \leq f \leq \frac{1}{2\Delta t}$ (Teorema de Shannon).

1.3 MÉTODOS TRADICIONALES

El cálculo del espectro de potencia $P(f)$ a partir de cualquiera de las expresiones (1.2) ó (1.3) requiere el conocimiento de la función de autocorrelación o bien de los periodogramas obtenidos sobre todas las realizaciones del proceso. En la mayoría de las aplicaciones prácticas el problema que se plantea es que, por lo general, solo se dispone de datos experimentales sobre una o varias realizaciones en un intervalo finito T , que llamaremos tiempo de observación, por lo que solo se puede obtener una estimación de $P(f)$. A continuación abordaremos este problema y comentaremos las aproximaciones de $P(f)$ que realizan los métodos basados en la transformada de Fourier o métodos tradicionales.

1.3.1 Método de Blackman - Tukey

Para desarrollar este método es necesario introducir el concepto de función de autocorrelación temporal.

Dada una realización de duración T , $s_T(t)$, se define la función de autocorrelación temporal, en tiempo T , como:

$$\mathcal{R}_T(\tau) = \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} s_T(t+\tau) s^*(t) dt \quad \text{para } \tau \leq T \quad (1.6)$$

Para determinar en que modo $\mathcal{R}_T(\tau)$ aproxima la función de autocorrelación del proceso $R(\tau)$ calculemos su valor esperado:

$$\begin{aligned} E \left[\mathcal{R}_T(\tau) \right] &= E \left[\frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} s_T(t+\tau) s^*(t) dt \right] = \\ &= \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} E \left[s_T(t+\tau) s^*(t) \right] dt = \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} R(\tau) dt = R(\tau) \end{aligned} \quad (1.7)$$

Se verifica por tanto que el valor esperado de $\mathcal{R}_T(\tau)$ es igual a la función de autocorrelación del proceso, es decir $\mathcal{R}_T(\tau)$ es un estimador no desviado de $R(\tau)$.

Bajo la hipótesis de que el proceso es Gaussiano o normal* se puede demostrar que la varianza de la función

*Un proceso aleatorio estacionario se dice que es Gaussiano si todas las funciones densidad de probabilidad que describen el mismo son a su vez Gaussianas. Por ejemplo para una variable aleatoria $S(t)$ asociada al instante de tiempo t , la función densidad de probabilidad, si el proceso es Gaussiano, será de la forma:

$$f_{S(t)}(s(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} (s(t) - m_{S(t)})^2} \quad (1.8)$$

donde $m_{S(t)}$ es la media de $S(t)$ y σ^2 su varianza.

La hipótesis de normalidad es usual en señales de ruido, ya que este se puede considerar como suma de pequeñas contribuciones y el teorema del límite central asegura la tendencia a la normalidad de este tipo de procesos.

de autocorrelación temporal en tiempo T cumple la desigualdad [9]:

$$\text{Var } \mathcal{R}_T(\tau) \leq \frac{4}{T} \int_0^{\infty} R^2(\tau) d\tau \quad (1.9)$$

y si además la integral de $R^2(\tau)$ converge, la varianza de $\mathcal{R}_T(\tau)$ tiende a cero cuando T es suficientemente grande.

En resumen, si el proceso es gaussiano y la integral de $R^2(\tau)$ converge, $\mathcal{R}_T(\tau)$ es un buen estimador de $R(\tau)$ ya que su varianza tiende a cero cuando T tiende a infinito, es decir $\mathcal{R}_T(\tau)$ converge en media a $R(\tau)$.

Una vez conocido un estimador de $R(\tau)$, $P(f)$ se puede aproximar mediante la transformada de Fourier de la función de autocorrelación estimada $\mathcal{R}_T(\tau)$. Esta forma de estimar $P(f)$ se conoce en la bibliografía como método de Blackman-Tukey [10].

Para procesos muestreados la función de autocorrelación temporal, en tiempo T , viene dada por:

$$\mathcal{R}_T(m) = \frac{1}{N-m} \sum_{n=0}^{N-m-1} s_T(n+m) s_T^*(n) \quad (1.10)$$

para $m=0,1, \dots, M$, siendo $M \leq N-1$, donde N es el número de muestras, es decir, $N\Delta t = T$. En (1.10) las muestras de $s_T(t)$ se han notado como $s_T(n\Delta t) = s_T(n)$ y se suponen nulas fuera del intervalo $0 \leq n \leq N-1$.

A partir de $\mathcal{R}_T(m)$ el espectro de potencia, en la aproximación de Blackman-Tukey, se calcula mediante la función periódica, de periodo $1/\Delta t$, como sigue:

$$P_{BT}(f) = \Delta t \sum_{m=-M}^M \mathcal{R}_T(m) e^{-j2\pi f m \Delta t} \quad (1.11)$$

para $-(1/2\Delta t) \leq f \leq (1/2\Delta t)$. Es fácil comprobar que $\mathcal{R}_T(m)$ sigue cumpliendo la propiedad: $\mathcal{R}_T(-m) = \mathcal{R}_T(m)$.

1.3.2 Método del Periodograma

Otra forma de estimar el espectro de potencia es directamente a través de un periodograma, que según se definió en el apartado 1.2 viene dado por:

$$P_{\text{PER}}(f) = \frac{1}{T} \left| \mathcal{F} \left[s_T(t) \right] \right|^2 \quad (1.12)$$

Se puede demostrar [9] que para procesos Gaussianos se verifica :

$$\text{Var } P_{\text{PER}}(f) \geq \left[E \left(P_{\text{PER}}(f) \right) \right]^2 \quad (1.13)$$

y dado que $E \left[P_{\text{PER}}(f) \right]$ tiende a $P(f)$ cuando $T \rightarrow \infty$, la varianza de $P_{\text{PER}}(f)$ no tiende a cero cuando T aumenta. Es decir, el periodograma no converge en media a $P(f)$ cuando T tiende a infinito.

Cuando los datos experimentales son las muestras de una realización $s_T(t)$ del proceso, el cálculo del periodograma se realiza a través de la DFT y viene dado por:

$$P_{\text{PER}}(m) = \frac{1}{N \Delta t} \left| \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} s_T(n) e^{-j2\pi mn/N} \right|^2 \quad (1.14)$$

para $m = 0, 1, \dots, N-1$

donde por simplicidad se ha denotado $P_{\text{PER}}(m\Delta f) = P_{\text{PER}}(m)$, siendo $\Delta f = \frac{1}{N\Delta t}$.

La aproximación de $P(f)$ mediante $P_{\text{PER}}(f)$ recibe el nombre de método del periodograma y aunque se ha utilizado a menudo, debido fundamentalmente al desarrollo de la transformada rápida de Fourier (FFT) que reduce logarítmicamente el tiempo de cálculo, tiene una serie de limitaciones y ha de usarse con cuidado ya que generalmente constituye una aproximación burda y es necesario promediar los periodogra-

mas para obtener un espectro de potencia estadísticamente consistente [9], [11].

Otra limitación importante, implícita en el uso de la DFT, es suponer que las muestras de $s_T(t)$ se repiten periódicamente con período $T = N\Delta t$.

1.3.3 Función ventana

De acuerdo con el apartado anterior, los métodos tradicionales hacen suposiciones muy severas sobre el proceso $S(n)$ fuera del intervalo de muestras conocido, lo que da lugar a distorsiones en el espectro. Efectivamente, considerar que los datos son cero fuera del intervalo de observación es equivalente a multiplicarlos por la función ventana rectangular definida por:

$$v_r(n) = \begin{cases} 1 & \text{para } 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{" cualquier otro } n \end{cases} \quad (1.15)$$

y cuya DFT es proporcional a la función:

$$e^{-j\pi m/N} \frac{\text{sen}(\pi m)}{\text{sen}(\pi m/N)} \quad \text{para } m=0,1,\dots,N-1 \quad (1.16)$$

La amplitud en dB de esta función se muestra en la figura 1.2. En ella se observa como además del lóbulo principal

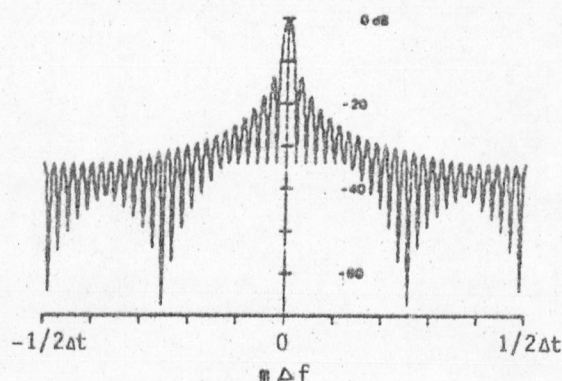


Figura 1.2. DFT de $v_r(n)$.

aparecen una serie de lóbulos secundarios que pueden afectar gravemente al espectro de $s(n)$, ya que el producto de $s(n)$ por $v_r(n)$ en el dominio del tiempo significa en el dominio de la frecuencia la convolución de ambos espectros. El efecto de los lóbulos laterales en el espectro recibe en la literatura inglesa el nombre de "leakage" y hace problemática la determinación de componentes armónicas, aspecto que interesa en la detección de blancos de radar. A modo de ejemplo ilustrativo la figura 1.3 muestra $P_{PER}(m)$ para tres señales definidas por:

$$\begin{aligned} \text{a) } s_1(n) &= \text{sen } (2\pi 0.15 F_m n + 45^\circ) \\ \text{b) } s_2(n) &= \text{sen } (2\pi 0.24 F_m n + 162^\circ) \\ \text{c) } s_3(n) &= s_1(n) + s_2(n) \end{aligned} \quad (1.17)$$

donde F_m es la frecuencia de muestreo. Cada señal se ha multiplicado por $v_r(n)$ y el número de muestras analizadas a sido $N=16$. En la Figura 1.3 se puede observar como debido a la interferencia negativa de los espectros a) y b) desaparece en la suma c) el pico correspondiente a la señal mas debil, $s_2(n)$.

Otros efectos de la función ventana son limitar la precisión en la localización de una componente espectral en el dominio de la frecuencia y disminuir la resolución, es decir, aumentar la distancia mínima necesaria para poder resolver entre dos componentes espectrales. Para cualquier tipo de función ventana, la resolución viene limitada por la anchura del lóbulo principal de su transformada de Fourier. Para la función ventana rectangular el ancho de banda del lóbulo principal es aproximadamente igual al inverso del tiempo de observación T .

La elección de una ventana adecuada puede reducir el efecto de los lóbulos laterales. Las funciones ventana que disminuyen este efecto son en general ahusadas, es decir

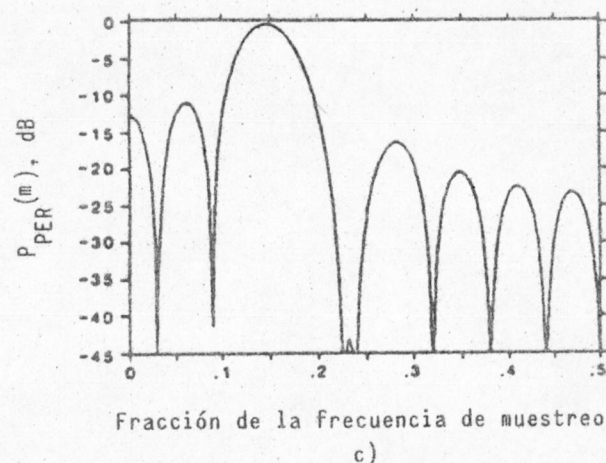
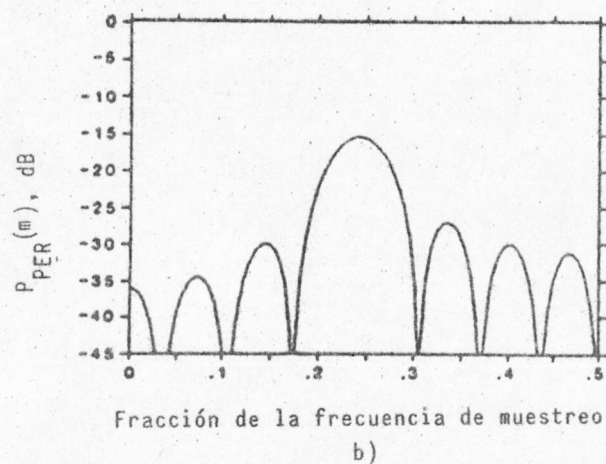
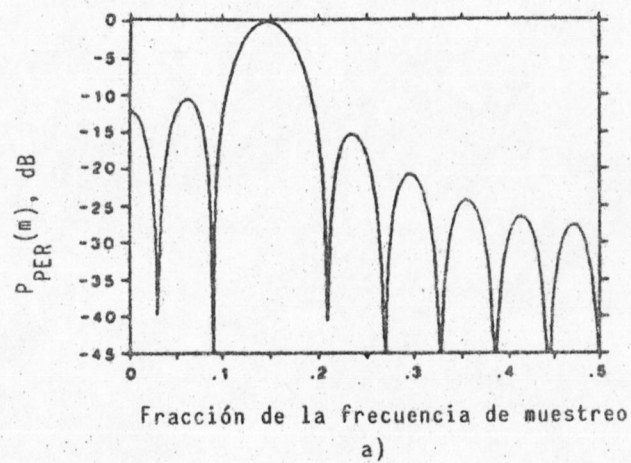


Figura 1.3: $P_{PER}^{(m)}$ normalizado de las señales definidas en (1.17).

tienden suavemente a cero en sus extremos para eliminar el efecto de principio y final de los datos. Ejemplos de este tipo de funciones ventana son las de Hamming, Hanning, Cauchy, etc. Un estudio detallado de este problema puede verse en [14]. Sin embargo este tipo de funciones ventana tienen un lóbulo principal con un ancho de banda mayor, en general, que el correspondiente a la función ventana cuadrada. La elección de una ventana adecuada depende por tanto, del problema a tratar y surge de un compromiso entre resolución en frecuencia y altura de los lóbulos laterales.

En el método de Blackman - Tukey también se plantea el problema de la elección de una función ventana, antes del cálculo de la función de autocorrelación temporal.

Es interesante notar que el empleo de cualquier función ventana distinta de la rectangular, significa la suma de N multiplicaciones al coste computacional del método que se considere.

En resumen, los denominados métodos tradicionales, a pesar de que son computacionalmente eficientes, sobre todo el periodograma implementado mediante la FFT, y proporcionar resultados aceptables cuando el número de muestras N no es demasiado pequeño, presentan una serie de limitaciones comunes entre las que cabe resaltar el efecto de los lóbulos laterales y la limitación de la resolución en frecuencia, como consecuencia de la función ventana.

1.4 MÉTODOS DE MODELACION PARAMETRICA

Son numerosos los métodos de análisis espectral desarrollados en los últimos años, que intentan superar las limitaciones de los métodos tradicionales. Un gran número de ellos

se pueden englobar bajo el nombre de métodos de modelación paramétrica, debido a que tienen en común modelar a un sistema lineal cuya respuesta a una excitación apropiada sea la señal de la cual se quiere calcular su espectro de potencia.

El cálculo del espectro de potencia en este contexto de modelación requiere de tres pasos:

- elección del modelo
- estimación de los parámetros del mismo
- obtención del espectro a partir de los parámetros del modelo.

Una de las mayores ventajas de todos estos métodos consiste en eliminar cualquier suposición sobre el proceso fuera del intervalo donde se dispone de muestras del mismo. Además se elimina la necesidad de utilizar funciones ventana quitando con ello las distorsiones que éstas introducen. Estas ventajas se mantienen incluso cuando el número de muestras es pequeño.

Dentro de estos métodos un gran apartado lo constituyen los de modelación paramétrica mediante funciones de transferencia racionales. Su validez e interés radica por un lado en que un gran número de procesos encontrados en la práctica se aproximan bien por estos modelos y por otro en su relación con la teoría de filtros lineales y con el problema general de la identificación de sistemas lineales. Este tipo de modelación encuentra aplicación en el análisis de señales de radar, sísmicas, aparato fonador humano, etc. [2]-[4], [15],[16].

1.4.1 Métodos de modelación paramétrica mediante funciones de transferencia racionales

La base de estos métodos de modelación consiste en considerar el proceso $S(n)$ como la salida de un sistema lineal que relaciona su entrada $U(n)$ y salida $S(n)$ mediante una ecuación en diferencias lineal:

$$S(n) = \sum_{j=0}^q b_j U(n-j) - \sum_{i=1}^p a_i S(n-i) \quad (1.18)$$

Este modelo lineal es el más general y se denomina modelo ARMA (Auto - Regresive Moving - Average).

La función de transferencia $H(z)$ para un proceso que satisfaga la ecuación (1.18), es decir, para un proceso ARMA, viene dada por la expresión racional:

$$H(z) = \frac{S(z)}{U(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{\sum_{j=0}^q b_j z^{-j}}{\sum_{i=0}^p a_i z^{-i}} \quad (1.19)$$

donde $S(z)$ y $U(z)$ son las transformadas z de la salida y entrada del sistema, respectivamente (Figura 1.4).

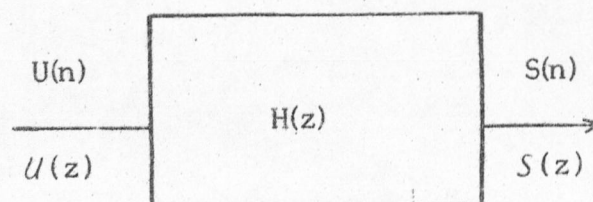


Figura 1.4

Si la señal de entrada es un ruido blanco de banda limitada*, media cero y varianza σ^2 , su espectro de potencia será:

$$P_U(f) = P_{R-B}(f) = \sigma^2 \Delta t \quad (1.20)$$

$$\text{para } -\frac{1}{2\Delta t} \leq f \leq \frac{1}{2\Delta t}$$

El espectro de potencia de la secuencia de salida del

* Por definición un ruido blanco de banda limitada es una señal aleatoria cuyo espectro de potencia es constante en un rango finito de frecuencias, tal como se expresa en la ecuación (1.20), y cuya función de autocorrelación viene dada por:

$$R_{R-B}(z) = \sigma^2 \frac{\text{sen} \left(\frac{\pi}{\Delta t} z \right)}{\frac{\pi}{\Delta t} z} \quad (1.21)$$

Las figuras 1.5 y 1.6 muestran $R_{R-B}(z)$ y $P_{R-B}(f)$, respectivamente. Es fácil comprobar de la ecuación (1.21) que $R_{R-B}(z)$ es cero para $z = \Delta t, 2\Delta t, \dots$. De este modo, si el ruido blanco de banda limitada se muestrea con periodo Δt se obtienen un conjunto de variables aleatorias incorrelacionadas, es decir cuya función de autocorrelación es cero salvo para $z=0$. Es interesante notar que dado que $R_{R-B}(0) = \sigma^2$ se implica que su media y varianza son cero y σ^2 , respectivamente.

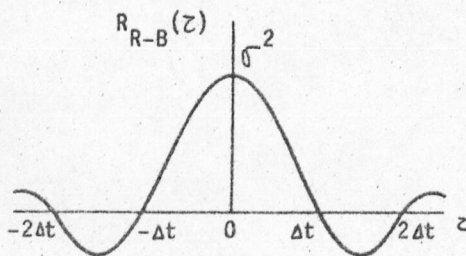


Figura 1.5

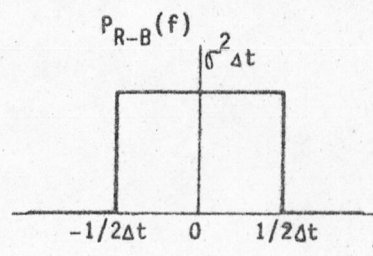


Figura 1.6

filtro lineal $H(z)$ vendrá dado por [11]:

$$P_{\text{ARMA}}(f) = P_S(f) = \sigma^2 \Delta t \left| \frac{B(f)}{A(f)} \right|^2 \quad (1.22)$$

donde $B(f)$ y $A(f)$ son las transformadas z , evaluadas en el círculo unidad esto es, para $z = e^{j2\pi f \Delta t}$, en el rango de frecuencias $-\frac{1}{2\Delta t} \leq f \leq \frac{1}{2\Delta t}$.

El cálculo de los parámetros del modelo:

- a_i (parámetros autorregresivos ó AR)
- b_j (parámetros de media móvil ó MA) y
- σ^2

es por tanto equivalente a la determinación del espectro de potencia del proceso $S(n)$. Suponiendo ganancia unidad y sin pérdida de generalidad se puede considerar que $a_0 = b_0 = 1$.

Si todos los coeficientes $\{a_i\}$ son cero salvo $a_0 = 1$, entonces:

$$S(n) = \sum_{i=0}^q b_i U(n-i) \quad (1.23)$$

y el proceso es estrictamente de media móvil de orden q . En este caso:

$$P_{\text{MA}}(f) = \sigma^2 \Delta t |B(f)|^2 \quad (1.24)$$

Este modelo se denomina todo ceros.

Si por el contrario son los coeficientes $\{b_j\}$ los que son cero, salvo $b_0 = 1$, se verificará:

$$S(n) = U(n) - \sum_{i=1}^p a_i S(n-i) \quad (1.25)$$

y el proceso es una autorregresión de orden p . Este proceso

se denomina AR ya que es una regresión lineal de si mismo. Su espectro de potencia viene dado por:

$$P_{AR}(f) = \frac{\sigma^2 \Delta t}{|A(f)|^2} = \frac{\sigma^2 \Delta t}{\left| 1 + \sum_{i=1}^p a_i e^{-j2\pi f i \Delta t} \right|^2} \quad (1.26)$$

es decir, equivale a un modelo todo polos.

El teorema de descomposición de Wold [17] relaciona los modelos ARMA, AR y MA. Básicamente el teorema asegura que cualquier proceso ARMA ó MA pueden representarse por un modelo AR de orden infinito y viceversa, cualquier proceso ARMA ó AR pueden expresarse como un modelo MA, también de orden infinito. Este teorema es importante ya que en el caso en que se desconozca el número de polos o ceros del sistema, permite su aproximación por un modelo todo polos o todo ceros, siempre que su orden sea suficientemente alto.

El cálculo de los parámetros correspondientes a un modelo AR presenta ventajas importantes sobre el que se necesita realizar para los otros dos modelos. Para modelos AR este cálculo se realiza a través de la resolución de un sistema de ecuaciones lineales, lo que no ocurre para modelos ARMA, donde el sistema de ecuaciones a resolver es, en general, no lineal [8], [18]. Además las técnicas de obtención de los parámetros $\{a_i\}$ presentan ventajas computacionales sobre las utilizadas en modelos ARMA y MA [8]. Estas ventajas junto con la equivalencia teórica entre modelos anteriormente comentada y los excelentes resultados que los modelos AR proporcionan para una gran variedad de aplicaciones, entre las que se encuentra su utilización como una primera etapa en la obtención de modelos ARMA, mediante una aproximación linealizada del problema [18]-[22], son la causa de su gran difusión y del gran esfuerzo investigador realizado sobre ellos en la última década.

1.4.2 Modelos AR

1.4.2.1 Ecuaciones Yule-Walker

En el caso en que se considere que un modelo AR es razonable para un problema determinado, el espectro de potencia asociado a este modelo viene dado según (1.26) por:

$$P_{AR}(f) = \frac{\sigma^2 \Delta t}{\left| 1 + \sum_{i=1}^p a_i e^{-j2\pi f i \Delta t} \right|^2} \quad (1.27)$$

Por tanto para obtener $P_{AR}(f)$ solo se necesitan conocer los parámetros $\{a_1, a_2, \dots, a_p, \sigma^2\}$.

Según se definió en (1.1) la función de autocorrelación de un proceso discreto estacionario viene dada por:

$$R(k) = E [S(n+k) S^*(n)] \quad (1.28)$$

en el caso en que $S(n)$ satisfaga la ecuación (1.25) es decir sea un proceso AR:

$$\begin{aligned} R(k) &= E \left[S^*(n) \left(- \sum_{i=1}^p a_i S(n-i+k) + U(n+k) \right) \right] = \\ &= - \sum_{i=1}^p a_i R(k-i) + E [U(n+k) S^*(n)] \end{aligned} \quad (1.29)$$

Ya que $H(z)$ debe ser un filtro estable y causal:

$$S(n) = \sum_{l=0}^{\infty} h(l) U(n-l) \quad (1.30)$$

donde $h(l)$ es la función ponderatriz correspondiente a $H(z)$

De este modo:

$$\begin{aligned}
 E [U(n+k) S^*(n)] &= E \left[U(n+k) \sum_{l=0}^{\infty} h^*(l) U^*(n-l) \right] = \\
 &= \sum_{l=0}^{\infty} h^*(l) E [U(n+k) U^*(n-l)] = \sum_{l=0}^{\infty} h^*(l) \sigma^2 \delta(k+l) = \\
 &= \sigma^2 \sum_{l=0}^{\infty} h^*(l) \delta(k+l) = \sigma^2 h^*(-k) = \begin{cases} 0 & \text{para } k > 0 \\ h^*(0) \sigma^2 & \text{para } k = 0 \end{cases} = \\
 &= \begin{cases} 0 & \text{para } k > 0 \\ \sigma^2 & \text{para } k = 0 \end{cases} \quad \text{ya que* } h(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} H(z) = 1
 \end{aligned}$$

Luego sustituyendo en (1.29) queda:

$$R(k) = \begin{cases} - \sum_{i=1}^p a_i R(k-i) & \text{para } k > 0 & (1.31.a) \\ - \sum_{i=1}^p a_i R(-i) + \sigma^2 & \text{para } k = 0 & (1.31.b) \end{cases}$$

Este conjunto de ecuaciones reciben el nombre de ecuaciones Yule - Walker. La determinación de los parámetros AR solo necesita la resolución de las p ecuaciones (1.31.a), pudiéndose determinar σ^2 posteriormente mediante la ecuación (1.31.b).

* Por definición $H(z) = \sum_n h(n) z^{-n}$ luego $\lim_{z \rightarrow \infty} H(z) = h(0) = 1$, donde el valor 1 se obtiene de (1.19) suponiendo $a_0 = b_0 = 1$, es decir ganancia unidad.

En forma matricial las ecuaciones (1.31) quedan como:

$$\begin{bmatrix} R(0) & R(-1) & \dots & R(-(p-1)) \\ R(1) & R(0) & \dots & R(-(p-2)) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ R(p-1) & R(p-2) & \dots & R(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R(1) \\ R(2) \\ \vdots \\ R(p) \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

Es interesante notar que la matriz del sistema de ecuaciones (1.32) es tipo Toeplitz. Además dado que la función de autocorrelación es Hermítica, la resolución de este sistema de ecuaciones solo necesita el conocimiento de $p+1$ valores de la función de autocorrelación.

Incluyendo la ecuación para $k = 0$ este conjunto de $p+1$ ecuaciones se expresan en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} R(0) & R(-1) & \dots & R(-p) \\ R(1) & R(0) & \dots & R(-(p-1)) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ R(p) & R(p-1) & \dots & R(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.33)$$

De este modo la resolución del sistema de ecuaciones (1.33) permite a partir de $p+1$ valores de la función de autocorrelación la determinación de los parámetros: $\{a_1, a_2, \dots, a_p, \sigma^2\}$. Una vez obtenidos estos parámetros el cálculo del espectro de potencia es inmediato, sin más que evaluar la ecuación (1.26). Notese que $P_{AR}(f)$ es una función continua de f , por lo que la determinación de sus máximos, lo que interesa en aplicaciones tales como la detección de blancos de radar, o el cálculo de las frecuencias de resonancia del aparato fonador humano etc., se puede hacer con la precisión que el equipo informático utilizado en el cálculo permita, a diferencia de los métodos tradicionales donde se obtiene un espectro de potencia discreto, con resolución en frecuencia limitada por el ancho del lóbulo principal de la ventana que se use.

El algoritmo de Levinson - Durbin (Apéndice A) proporciona una solución rápida y eficiente del sistema de ecuaciones (1.33). Además pone de manifiesto una serie de propiedades importantes para el estudio de los procesos AR.

1.4.2.2 Predicción lineal

El problema del cálculo de los parámetros de un modelo AR está estrechamente relacionado con la teoría de predicción lineal. Para establecer esta relación consideremos un proceso AR de orden p :

$$S(n) = U(n) - \sum_{k=1}^p a_k S(n-k) \quad (1.34)$$

La teoría de predicción lineal consiste en suponer que una muestra del proceso se puede aproximar mediante una combinación lineal de muestras anteriores [7]:

$$\hat{S}(n) = - \sum_{k=1}^p \hat{a}_k S(n-k) \quad (1.35)$$

donde $\{\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_p\}$ son los coeficientes que minimizan el error cuadrático medio de predicción Q_p definido por:

$$Q_p = E \left[| S(n) - \hat{S}(n) |^2 \right] = E \left[| e(n) |^2 \right] \quad (1.36)$$

donde:

$$c(n) = S(n) - \hat{S}(n) \quad (1.37)$$

recibe el nombre de error de predicción ya que representa la diferencia entre el valor real de $S(n)$ y el predicho $\hat{S}(n)$.

Para obtener la condición que hace mínimo Q_p partimos

de su definición:

$$\begin{aligned}
 Q_p &= E [|S(n) - \hat{S}(n)|^2] = E [(S(n) - \hat{S}(n))(S^*(n) - \hat{S}^*(n))] = \\
 &= E [S(n)S^*(n) - S(n)\hat{S}^*(n) - S^*(n)\hat{S}(n) + \hat{S}(n)\hat{S}^*(n)] = \\
 &= E [S(n)\hat{S}^*(n)] - E [S(n)\hat{S}^*(n) + S^*(n)\hat{S}(n)] + E[\hat{S}(n)\hat{S}^*(n)]
 \end{aligned} \tag{1.38}$$

Minimizando Q_p respecto a todos los coeficientes \hat{a}_k :

$$\frac{\partial Q_p}{\partial \hat{a}_k} = 0, \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, p \tag{1.39}$$

Ahora bien:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial Q_p}{\partial \hat{a}_k} &= \frac{\partial}{\partial \hat{a}_k} \left[E [\hat{S}(n)\hat{S}^*(n)] \right] - \frac{\partial}{\partial \hat{a}_k} \left[E [S(n)\hat{S}^*(n) + S^*(n)\hat{S}(n)] \right] = \\
 &= E \left[\frac{\partial (\hat{S}(n)\hat{S}^*(n))}{\partial \hat{a}_k} \right] - E \left[\frac{\partial (S(n)\hat{S}^*(n) + S^*(n)\hat{S}(n))}{\partial \hat{a}_k} \right] = 0 \tag{1.40}
 \end{aligned}$$

Luego:

$$E \left[\hat{S}^*(n) \frac{\partial \hat{S}(n)}{\partial \hat{a}_k} + \hat{S}(n) \frac{\partial \hat{S}^*(n)}{\partial \hat{a}_k} \right] - E \left[S(n) \frac{\partial \hat{S}^*(n)}{\partial \hat{a}_k} + \hat{S}^*(n) \frac{\partial \hat{S}(n)}{\partial \hat{a}_k} \right] = 0 \tag{1.41}$$

y teniendo en cuenta que $\frac{\partial \hat{S}^*(n)}{\partial \hat{a}_k} = 0$, queda:

$$E \left[- (S^*(n) - \hat{S}^*(n)) \frac{\partial \hat{S}(n)}{\partial \hat{a}_k} \right] = 0, \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, p \tag{1.42}$$

o lo que es lo mismo:

$$E [(S(n) - \hat{S}(n)) S^*(n-k)] = 0, \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, p \tag{1.43}$$

es decir:

$$E [e(n) S^*(j)] = 0, \quad \text{para } j = n-1, n-2, \dots, n-p \tag{1.44}$$

por tanto, para que Q_p sea mínimo, el error de predicción $e(n)$ debe ser ortogonal a los datos del proceso usados en la predicción de $S(n)$.

Desarrollando (1.44) se obtiene:

$$E [S(n)S^*(n-k) - \hat{S}(n)S^*(n-k)] = 0, \text{ para } k = 1, 2, \dots, p$$

$$E [S(n)S^*(n-k)] + E \left[\sum_{i=1}^p \hat{a}_i S(n-i)S^*(n-k) \right] = 0, \text{ } k=1, 2, \dots, p$$

$$R(k) = - \sum_{i=1}^k \hat{a}_i R(k-i), \text{ para } k = 1, 2, \dots, p \quad (1.45)$$

El error cuadrático medio de predicción mínimo será:

$$Q_{p_{\min}} = E[(S(n) - \hat{S}(n))(S^*(n) - \hat{S}^*(n))] = E[e(n)S^*(n)] - E[e(n)\hat{S}^*(n)] \quad (1.46)$$

pero si Q_p es mínimo:

$$E [e(n)\hat{S}^*(n)] = E \left[e(n) \sum_{i=1}^p \hat{a}_i^* S^*(n-i) \right] = 0$$

$$\text{luego: } Q_{p_{\min}} = E [e(n) S^*(n)] \quad (1.47)$$

Desarrollando la expresión (1.47):

$$Q_p = E[e(n)S^*(n)] = E[S(n)S^*(n)] + E \left[\sum_{i=1}^p \hat{a}_i S(n-i)S^*(n) \right]$$

$$Q_p = R(0) + \sum_{i=1}^p \hat{a}_i R(-i) \quad (1.48)$$

Las ecuaciones (1.45) y (1.48) son idénticas a las (1.31.a) y (1.31.b) por lo que debe verificarse que:

$$\hat{a}_i = a_i \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, p \quad \text{y}$$

$$Q_{p_{\min}} = \sigma^2$$

Sustituyendo los parámetros $\{a_i\}$ en (1.37) y despejando

$S(n)$ se obtiene:

$$S(n) = e(n) - \sum_{i=1}^p a_i S(n-i) \quad (1.49)$$

Comparando (1.49) y (1.34), en el caso en que $S(n)$ sea exactamente un proceso AR de orden p se tiene que $U(n)$ es igual a $e(n)$, es decir el error de predicción es un ruido blanco. En el caso general en que la ecuación (1.34) represente un modelo del proceso y no a este en si mismo, $e(n)$ no será un ruido blanco ya que según la ecuación (1.44) para que Q_p sea mínimo es necesario que $e(n)$ este incorrelacionado con los p datos del proceso que intervienen en la predicción de $S(n)$. En este caso, solo si $p \rightarrow \infty$ $e(n)$ llegará a ser un ruido blanco.

La teoría de predicción lineal da lugar a una interpretación importante del algoritmo de Levinson - Durbin. Consideremos el error de predicción de orden p :

$$e_p(n) = S(n) - \hat{S}(n) = S(n) + \sum_{i=1}^p a_{pi} S(n-i) \quad (1.50)$$

Teniendo en cuenta la ecuación (A.2.b) y sustituyendo en la anterior queda:

$$e_p(n) = S(n) + \sum_{i=1}^p (a_{p-1,i} + a_{pp} a_{p-1,p-i}^*) S(n-i) + a_{pp} S(n-p)$$

$$e_p(n) = e_{p-1}(n) + a_{pp} b_{p-1}(n-1) \quad (1.51)$$

donde a_{pp} es el p -ésimo coeficiente de reflexión (Apendice A) y $b_p(n)$ se define como:

$$b_p(n) = S(n-p) + \sum_{i=1}^p a_{pi}^* S(n-p+i) \quad (1.52)$$

es decir $b_p(n)$ representa el error de predicción que se comete al predecir hacia atrás $S(n-p)$ por $S(n-p+1), \dots, S(n)$. Se observa de (1.52) que los coeficientes que intervienen en el error de predicción hacia atrás son los complejos conjugados de los que aparecen en $e_p(n)$, es decir en el error de predicción hacia delante.

Se puede demostrar de forma análoga a (1.51) que:

$$b_p(n) = b_{p-1}(n-1) + a_{pp}^* e_{p-1}(n) \quad (1.53)$$

Las ecuaciones (1.51) y (1.53) sirven como base a una importante formulación recursiva conocida en predicción lineal como formulación de redes [23]. Sin embargo, esta vía de estimación secuencial de los parámetros de un modelo AR conduce a buenos resultados principalmente en aplicaciones en las que se dispone de un gran número de muestras del proceso aleatorio [1] [23], por lo que no entraremos en su estudio.

1.4.3 Método de Máxima Entropía

Como se ha demostrado en el apartado 1.4.2 el cálculo del espectro de potencia correspondiente a un proceso AR del que se conocen $p+1$ valores de su función de autocorrelación exige la resolución de las ecuaciones Yule - Walker. Para procesos Gaussianos se puede demostrar (Apéndice B) que la búsqueda del espectro de potencia que maximiza su entropía conduce a la resolución de las ecuaciones Yule - Walker, siendo por tanto este espectro el correspondiente a un modelo todo polos. Esta circunstancia justifica que muchos autores denominen método de máxima entropía (MEM) a la búsqueda de un modelo AR [12],[24]-[27].

1.4.4 Métodos de estimación de parámetros de modelos AR

En la mayoría de las aplicaciones prácticas en las que se quiere calcular el espectro de potencia de un proceso aleatorio solo se dispone de un número N de muestras de una única realización del mismo. Sin embargo, la resolución de las ecuaciones Yule - Walker para el cálculo de los parámetros de un modelo AR requiere el conocimiento de tantos valores de la función de autocorrelación como orden del modelo. Una posible solución a este problema consiste en aproximar los valores de la función de autocorrelación, lo que puede hacerse utilizando por ejemplo la ecuación (1.10). La dificultad surge cuando además el número de datos N es comparable con el orden del modelo p , ya que en este caso esta aproximación conduce a pobres resultados [8],[16]. Este es el caso que se presenta por ejemplo, en algunas aplicaciones a señales de radar. Como alternativa se ha desarrollado una serie de métodos basados en la técnica de mínimos cuadrados, que operando directamente sobre las muestras conocidas del proceso proporcionan buenos resultados. Estos métodos se describen a continuación en los apartados 1.4.4.1 al 1.4.4.4, en base a las definiciones que siguen.

Consideremos que las muestras de que se dispone de una realización $s(n)$ de $S(n)$ son:

$$s(0), s(1), \dots, s(N-1)$$

y que se desean calcular los parámetros de un modelo AR de orden p de las mismas. Según la teoría de predicción lineal se verifica:

$$\hat{s}(n) = -\sum_{i=1}^p a_{pi} s(n-i)$$

$$e_p(n) = s(n) - \hat{s}(n) = \sum_{i=0}^p a_{pi} s(n-i) ; a_{p0} = 0 \quad (1.54)$$

$e_p(n)$ recibe el nombre de error de predicción hacia delante ya que es el error que se comete al predecir $s(n)$ a partir de p muestras anteriores. Si el proceso es estacionario los coeficientes de predicción hacia delante son los mismos que los que permitirían predecir hacia atrás sin más que tomar sus complejos conjugados e invertir su orden. Es decir:

$$\hat{s}(n-p) = - \sum_{i=1}^p a_{pi}^* s(n-p-i) \quad \text{y}$$

$$b_p(n) = s(n-p) - \hat{s}(n-p) = \sum_{i=0}^p a_{pi}^* s(n-p-i), \quad \text{con } a_{p0} = 1 \quad (1.55)$$

donde $b_p(n)$ es el error de predicción hacia atrás ya que representa el error que se comete al predecir una muestra en función de las p posteriores.

Entre los distintos métodos de cálculo de parámetros AR cabe distinguir dos clases: los que minimizan el error de predicción hacia delante y los que minimizan una combinación lineal de ambos, $e_p(n)$ y $b_p(n)$. Entre los primeros destacan los métodos de autocorrelación y covarianza y entre los segundos los de Burg, Fougere y de mínimos cuadrados ó LS.

1.4.4.1 Métodos de autocorrelación y de covarianza

En el método de autocorrelación se minimiza el error cuadrático medio E_p definido por:

$$E_p = \sum_{n=0}^{N+p-1} |e_p(n)|^2 \quad (1.56)$$

con lo que se obtienen un conjunto de ecuaciones idénticas a las Yule - Walker, pero con los valores de la función de autocorrelación estimados mediante la ecuación (1.10). En

este caso la matriz asociada al sistema de ecuaciones es tipo Toeplitz permitiendo la utilización del algoritmo de Levinson Durbin.

En el método de covarianza se minimiza E_p definido por:

$$E_p = \sum_{n=p}^{N-1} |e_p(n)|^2 \quad (1.57)$$

por lo que al minimizar respecto a los coeficientes $\{a_{pi}\}$ se obtiene el sistema de ecuaciones:

$$\sum_{i=1}^p a_i \Phi(i,k) = \Phi(i,0), \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, p \quad (1.58)$$

donde

$$\Phi(i,k) = \sum_{n=0}^{N-1} s(n-i) s(n-k) \quad (1.59)$$

siendo $\Phi(i,k) = \Phi(k,i)$

La matriz asociada al sistema de ecuaciones pierde, en este método, la simetría Toeplitz quedando con ello eliminada la posibilidad de utilizar el algoritmo de Levinson - Durbin. A pesar de ello y dado que la matriz asociada al sistema de ecuaciones es simétrica, la descomposición de Cholesky (Apendice C) permite calcular eficazmente los parámetros AR.

En general todos los métodos que minimizan solo el error de predicción hacia delante conducen a un espectro de potencia con un mayor número de picos falsos así como una mayor deslocalización en frecuencia de los mismos, respecto a los métodos que minimizan tanto $e_p(n)$ como $b_p(n)$, por lo que son estos últimos los actualmente utilizados en la mayoría de las aplicaciones.

1.4.4.2 Método de Burg

El método de Burg calcula los parámetros de un modelo AR a partir de la minimización del error:

$$\xi_p = \sum_{n=p}^{N-1} |e_p(n)|^2 + \sum_{n=p}^{N-1} |b_p(n)|^2 \quad (1.60)$$

sujeto a la condición de que los parámetros del modelo satisfagan la recursión de Levinson - Durbin, es decir:

$$a_{pi} = a_{p-1,i} + a_{pp} a_{p-1,p-i}^* \quad (1.61)$$

Sustituyendo (1.51) y (1.53) en (1.60) resulta:

$$\xi_p = \sum_{n=p}^{N-1} |e_{p-1}(n) + a_{pp} b_{p-1}(n-1)|^2 + \sum_{n=p}^{N-1} |b_{p-1}(n-1) + a_{pp}^* e_{p-1}(n)|^2 \quad (1.62)$$

por lo que ξ_p es solo función de $k_p = a_{pp}$ y de los errores de predicción en la etapa anterior de orden $p-1$. De este modo solo se necesita minimizar respecto a a_{ii} para $i=1, 2, \dots, p$ ya que los restantes coeficientes se calculan mediante la ecuación (1.61). Haciendo la derivada de ξ_i con respecto a a_{ii} igual a cero:

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial a_{ii}} = \sum_{n=1}^{N-1} \left[b_{i-1}(n-1) (e_{i-1}(n) + a_{ii} b_{i-1}(n-1))^* + (b_{i-1}(n-1) + a_{ii}^* e_{i-1}(n)) e_{i-1}^*(n) \right] = 0 \quad (1.63)$$

Por tanto:

$$\sum_{n=1}^{N-1} \left[2b_{i-1}(n-1)e_{i-1}^*(n) + a_{ii}^* |b_{i-1}(n-1)|^2 + a_{ii} |e_{i-1}(n)|^2 \right] = 0 \quad (1.64)$$

y

$$a_{ii} = k_i = \frac{-2 \sum_{n=1}^{N-1} b_{i-1}^*(n-1) e_{i-1}(n)}{\sum_{n=1}^{N-1} \left[|b_{i-1}(n-1)|^2 + |e_{i-1}(n)|^2 \right]} \quad (1.65)$$

Es interesante notar que los coeficientes de reflexión así calculados verifican que $|a_{ii}| \leq 1$, por lo que la estabilidad del filtro $H(z)$ queda garantizada.

Anderson [28] ha desarrollado una recursión para el denominador de la ecuación (1.65), encontrando que:

$$\text{DEN}(i) = \text{DEN}(i-1) \left[1 - |a_{i-1, i-1}|^2 \right] - |b_{i-1}^{(N-i)}|^2 - |e_{i-1}(i)|^2 \quad (1.66)$$

Como se comenta en el apéndice D el método de Burg conduce a una mejor estimación de los parámetros de un modelo ARMA, cuando la excitación tiene una relación señal pulsada - ruido blanco $R_{SPRB} < 0$ dB [22].

1.4.4.3 Método de Fougere

Tras un estudio detallado de los problemas asociados al método de Burg [29] - [34], que se comentaran en el apartado 1.4.4.5, Fougere atribuye algunos de éstos al hecho de que el error cuadrático medio de predicción ξ_p calculado mediante este método no tome realmente su valor mínimo como consecuencia de que en el algoritmo de Burg ξ_i se va minimizando por etapas, en cada una de las cuales, de índice i , solo se minimiza respecto al coeficiente de reflexión k_i asociado a la misma. Por ello Fougere propone utilizar el método de Burg como una etapa inicial y partiendo de los coeficientes obtenidos en ella minimizar ξ_p haciendo que todos los coeficientes de reflexión varíen simultáneamente, pero manteniendo su módulo menor que la unidad para garantizar la estabilidad del filtro $H(z)$.

Concretamente se considera que los coeficientes de reflexión se pueden expresar de la forma:

$$k_i = u \sin \Theta_i e^{j\Phi_i} \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, p \quad (1.67)$$

donde $0 \leq \Theta_i \leq \pi$, siendo Θ_i y Φ_i reales y u una constante próxima a la unidad y cuyo valor se ajusta de modo que

$H(z)$ tenga todos sus polos dentro del círculo unidad.

Una vez obtenidos los valores iniciales θ_i° y ϕ_i° asociados a los coeficientes de reflexión obtenidos por el algoritmo de Burg, el procedimiento de minimización de ξ_p se inicia considerando que las variables θ_i y ϕ_i se incrementan de la forma:

$$\begin{aligned}\theta_i &= \theta_i^\circ + \Delta\theta_i \\ \phi_i &= \phi_i^\circ + \Delta\phi_i\end{aligned}\quad (1.68)$$

Desarrollando los errores de predicción $e_p(n)$ y $b_p(n)$ en series de Taylor alrededor de θ_i° y ϕ_i° y quedándose únicamente con los términos correspondientes a los dos primeros ordenes se obtiene:

$$e_p(n) = e_p^\circ(n) + \sum_{i=1}^p \left[\frac{\partial e_p(n)}{\partial \theta_i} \Delta\theta_i + \frac{\partial e_p(n)}{\partial \phi_i} \Delta\phi_i \right] \quad (1.69)$$

y análogamente para b_{pn} :

$$b_p(n) = b_p^\circ(n) + \sum_{i=1}^p \left[\frac{\partial b_p(n)}{\partial \theta_i} \Delta\theta_i + \frac{\partial b_p(n)}{\partial \phi_i} \Delta\phi_i \right] \quad (1.70)$$

Si se minimiza ξ_p respecto a θ_i y ϕ_i y se iguala a cero, es decir:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \xi_p}{\partial \Delta\theta_i} &= 0 \\ \frac{\partial \xi_p}{\partial \Delta\phi_i} &= 0\end{aligned}\quad \text{para } i = 1, 2, \dots, p \quad (1.71)$$

se obtiene un sistema de $2p$ ecuaciones lineales y $2p$ incógnitas cuya resolución permite obtener las variaciones $\Delta\theta_i$ y $\Delta\phi_i$. Obtenidas las correcciones se sustituyen en las ecuaciones (1.68) y se repite el proceso hasta que las correcciones son suficientemente pequeñas.

Un método alternativo para minimizar ξ_p es el cálculo de su gradiente respecto a las variables θ_i y ϕ_i . Este viene

dado por:

$$\nabla_{\Theta, \Phi} \xi_p = \sum_{i=1}^p \left(\frac{\partial \xi_p}{\partial \theta_i} \hat{\theta}_i + \frac{\partial \xi_p}{\partial \phi_i} \hat{\phi}_i \right) \quad (1.72)$$

donde $\hat{\theta}_i$ y $\hat{\phi}_i$ son vectores unitarios y las derivadas de ξ_p respecto a θ_i y ϕ_i se calculan mediante las ecuaciones (1.73):

$$\frac{\partial \xi_p}{\partial \theta_i} = 2 \sum_{n=p}^{N-1} \left[\text{Real} \left(e_p^o(n) \frac{e_p^{*(n)}}{\partial \theta_i} \right) + \text{Real} \left(b_p^o(n) \frac{b_p^{*(n)}}{\partial \theta_i} \right) \right] \quad (1.73)$$

y análogamente:

$$\frac{\partial \xi_p}{\partial \phi_i} = 2 \sum_{n=p}^{N-1} \left[\text{Real} \left(e_p^o(n) \frac{e_p^{*(n)}}{\partial \phi_i} \right) + \text{Real} \left(b_p^o(n) \frac{b_p^{*(n)}}{\partial \phi_i} \right) \right] \quad (1.74)$$

Dado que en general los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones requieren de técnicas de inversión de matrices y que ello significa tener que utilizar mucha memoria y tiempos de cálculo elevados, los métodos más utilizados son los basados en el cálculo del gradiente de ξ_p a través de métodos generales de minimización de funciones de varias variables, tales como el método de Fletcher y Powell [35] o el del gradiente conjugado [36].

1.4.4.4 Método de Mínimos Cuadrados

En este método también se minimiza, como en el método de Burg, el error ξ_p definido por (1.60) pero eliminando la restricción de que los coeficientes del modelo cumplan la recursión de Levinson - Durbin.

Minimizando ξ_p respecto a a_{pi} para $i = 1, 2, \dots, p$ e igualando a cero:

se obtiene:

$$\sum_{j=0}^p a_{pj} r_p(i,j) = 0, \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, p \quad (1.75)$$

donde $a_{p0} = 1$ por definición y

$$r_p(i,j) = \sum_{k=0}^{N-p-1} (s(k+p-j)s^*(k+p-i) + s(k+i)s^*(k+j)) \quad (1.76)$$

para $0 \leq i, j \leq p$

El error cuadrático medio de predicción ξ_p mínimo se obtiene sin más que sustituir las expresiones (1.54) y (1.55) en (1.60) y teniendo en cuenta el sistema de ec. (1.75) se obtiene:

$$\xi_{p_{\min}} = \sum_{j=0}^p a_{pj} r_p(0,j) \quad (1.77)$$

Combinando las ecuaciones (1.75) y (1.77) y expresándolas en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} r_p(0,0) & \dots & r_p(0,p) \\ r_p(1,0) & \dots & r_p(1,p) \\ \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \vdots \\ r_p(p,0) & \dots & r_p(p,p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_{p1} \\ \vdots \\ a_{pp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_{p_{\min}} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.78)$$

o de forma simplificada:

$$R_p A_p = \xi_p \quad (1.79)$$

Este sistema de ecuaciones permite el cálculo de los parámetros de un modelo AR por el algoritmo LS. Nutall [37] y Ulrych [38] propusieron, independientemente cada uno de ellos, este modelo calculando directamente cada término

$r_p(i,j)$ y posteriormente el vector de parámetros a_{pi} mediante inversión de matrices. Esto requiere del orden de p^3 operaciones computacionales, lo que pone en desventaja a este algoritmo frente al de Burg, cuyo coste computacional es del orden de p^2 operaciones. Marple [39] ha desarrollado un algoritmo para el método LS que consiste básicamente en expresar la matriz R_p como suma del producto de dos matrices tipo Toeplitz, lo que es posible dadas las propiedades de los elementos de R_p :

$$\begin{aligned} r_p(i,j) &= r_p^*(i,j) \\ r_p(1,j) &= r_p^*(p-i,p-j) \end{aligned} \quad (1.80)$$

Esta descomposición para R_p permite desarrollar un algoritmo recursivo con un coste computacional tan solo un 20% mayor que el requerido por el algoritmo de Burg [39].

Es interesante notar que en este método la estabilidad del filtro $H(z)$ no esta garantizada.

Las ventajas e inconvenientes que el método LS aporta al cálculo del espectro de potencia, junto con las de los métodos comentados en los apartados anteriores, se comentan a continuación.

1.4.4.5 Problemas asociados a los métodos de estimación de parámetros de modelos AR

Los estudios realizados por diferentes investigadores han puesto de manifiesto los problemas mas importantes que aparecen en el análisis espectral mediante modelos AR.

Cuando el orden del modelo es grande en relación con el número de muestras conocidas del proceso, el espectro de potencia obtenido presenta una serie de picos que en general

no corresponden a componentes espectrales contenidas en el proceso. Resultados empíricos recomiendan que el orden del modelo no sea mayor que $N/2$, siendo N el número de muestras [8], [38].

Para procesos formados por una seno sumergida en ruido se observa que la localización del pico correspondiente a la frecuencia de la seno depende de la fase de la misma [30], [31]. Además se ha observado que a veces en vez de un único pico aparecen dos muy próximos, indicando erróneamente una segunda seno. Este último fenómeno se conoce con el nombre de partición de una línea espectral [32].

La dependencia de $P_{AR}(f)$ con la fase de la seno decrece al aumentar el número de muestras [8]. Además depende del método que se utilice. Así, mientras que para el algoritmo de Burg la desviación de la posición en frecuencia del pico puede ser hasta de un 16% [30], dependiendo de la fase, en el algoritmo LS es casi nula [39]. En el caso en que el proceso tome valores complejos los resultados obtenidos por el algoritmo de Burg también disminuyen su dependencia con la fase [24].

El problema de la partición de una línea espectral ha sido estudiado por diferentes autores [30], [31]. Fougere [32] ha encontrado que para el algoritmo de Burg ésta tiene lugar fundamentalmente cuando:

- a) la relación señal ruido (SNR) de la seno es alta,
- b) la fase inicial de la seno es múltiplo impar de 45° ,
- c) la duración total de las muestras del proceso es tal que contiene un número impar de cuartos de ciclo,
- d) el orden del modelo AR es un porcentaje alto del número total de muestras usadas en la estimación.

Una solución a este problema propuesta por Fougere

ha sido ya comentada en el apartado 1.4.4.3. El algoritmo de Fougere así como el LS eliminan en la mayoría de los casos el problema de la partición de una línea espectral.

Otro factor que influye en el espectro de un modelo AR es la existencia de una componente de continua en el proceso. Estas componentes se deben eliminar de los datos antes de aplicar cualquier algoritmo ya que distorsionan el espectro, fundamentalmente en la zona de bajas frecuencias.

Quizas el problema más importante asociado a $P_{AR}(f)$ es la dependencia de su resolución en frecuencia con la adición de ruido al proceso ya que, según han demostrado varios autores ésta decrece a medida que la relación señal ruido aumenta [9], [31].

1.5 ANÁLISIS ESPECTRAL DE SEÑALES DETERMINÍSTICAS

Sea $s(t)$ una señal determinística que en general consideraremos que toma valores complejos. Si $s(t)$ es de cuadrado integrable, es decir de energía finita, entonces existe su transformada de Fourier y viene dada por:

$$S(f) = \mathcal{F} [s(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (1.81)$$

Al cuadrado de $S(f)$ se le denomina espectro de $s(t)$:

$$E(f) = |S(f)|^2 \quad (1.82)$$

Para señales discretas de las que solo se conoce un número finito de muestras N , el cálculo del espectro se realiza a través de la DFT de los datos y viene dado por:

$$E(m \Delta f) = |S(m \Delta f)|^2 \quad (1.83)$$

$$\text{siendo } \hat{E}(m \Delta f) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} s(n) e^{-j2\pi m \Delta f n \Delta t} \quad (1.84)$$

para $m = 0, 1, \dots, N-1$

donde $s(n)$ son las muestras de $s(t)$, $\Delta f = \frac{1}{N\Delta t}$ y Δt el periodo de muestreo.

Todas las consideraciones realizadas sobre la utilización de una función ventana en el método del periodograma (Apartado 1.4.1 de este capítulo) son válidas también para el cálculo del espectro de señales determinísticas.

Respecto a los métodos de modelación paramétrica cabe resaltar que todos ellos tienen una formulación análoga para el caso de señales determinísticas con la consideración de que la señal de excitación $u(n)$ (Figura 1.4 del apartado 1.4.1 de este capítulo) debe ser un tren de pulsos. Todos los algoritmos desarrollados en los apartados 1.4.4.1 al 1.4.4.4 son asimismo válidos para señales determinísticas.

CAPITULO 2

APLICACION DEL ANALISIS ESPECTRAL POR MODELACION

PARAMETRICA A LA DISCRIMINACION AZIMUTAL

DE BLANCOS DE RADAR

2. APLICACION DEL ANALISIS ESPECTRAL POR MODELACION PARAMETRICA A LA DISCRIMINACION AZIMUTAL DE BLANCOS DE RADAR.

2.1 INTRODUCCION

El problema que se aborda en este capítulo es la discriminación azimutal de blancos de radar mediante la determinación del ángulo con que incide el frente de ondas dispersado por los blancos sobre una línea de sensores.

El método más usual de abordar este problema es el cálculo de la DFT de las señales recibidas por la línea de sensores. La limitación que se presenta es que la mínima separación angular entre dos blancos para que estos puedan ser discriminados es inversamente proporcional al producto del número de sensores por la distancia entre cada dos de ellos.

Dado que cualquier método de análisis espectral puede aplicarse a este problema [40] - [48] y que como se comentó en el capítulo 1 la modelación mediante funciones de transferencia racionales permite solucionar algunas de las limitaciones que aparecen en las técnicas de análisis espectral

basadas en la DFT, en este capítulo aplicaremos métodos basados en este tipo de modelación y se pondrá de manifiesto a través de los resultados obtenidos, cómo es posible detectar blancos separados incluso un tercio de la mínima separación angular necesaria para que puedan ser resueltos mediante técnicas basadas en la DFT.

La aplicación de diversos algoritmos de análisis espectral AR (Burg, Fougere y LS) a este problema permitirá además una comparación entre ellos no existente en la bibliografía, poniéndose de manifiesto las ventajas e inconvenientes de cada uno de ellos.

2.2 DETECCION DE BLANCOS: RESPUESTA ANGULAR

Consideremos una línea de M sensores equiespaciados sobre la que incide una señal electromagnética tal como muestra la figura 2.1. Las señales recibidas por cada uno de los sensores constituyen un vector de señales de la forma:

$$\{s(t,0), s(t,\Delta x), \dots, s(t,i\Delta x), \dots, s(t,(M-1)\Delta x)\} \quad (2.1)$$

donde $s(t,i\Delta x)$ es la señal recibida por el i -ésimo sensor y Δx es la distancia entre cada dos de ellos. Esta señal se

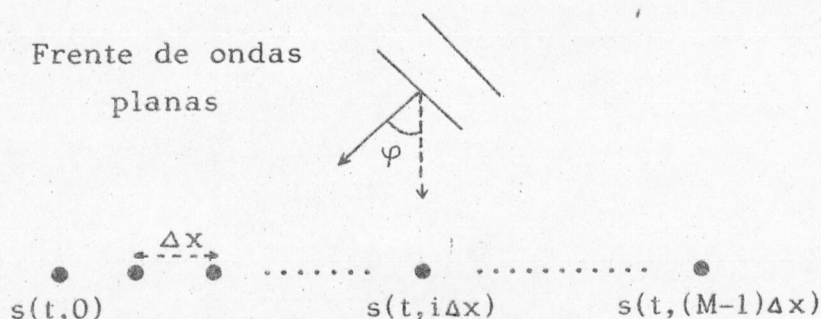


Figura 2.1. Esquema de la línea de sensores.

puede descomponer de la forma [40], [41]:

$$s(t, i \Delta x) = \iint \Psi(f, k_x) e^{j2\pi(ft - k_x i \Delta x)} df dk_x \quad (2.2)$$

es decir, como suma de infinitas ondas planas monocromáticas con amplitudes aleatorias $\Psi(f, k_x)$, donde f es la frecuencia temporal y k_x la espacial en la dirección x . Ya que $k_x = \frac{f}{c} \sin \varphi$, donde c es la velocidad de la luz en el vacío y φ es el ángulo que forma la normal al frente de ondas incidente con la normal a la línea de sensores, entonces $E[|\Psi(f, k_x)|^2]$ es la potencia que incide desde la dirección φ a la frecuencia f .

Calculando la transformada inversa de Fourier de la ecuación (2.2) se obtiene:

$$\begin{aligned} \Psi(f, k_x) &= \sum_{i=0}^{M-1} \left(\int s(t, i \Delta x) e^{j2\pi ft} dt \right) e^{-j2\pi k_x i \Delta x} = \\ &= \sum_{i=0}^{M-1} \chi_f(i \Delta x) e^{-j2\pi k_x i \Delta x} \end{aligned} \quad (2.3)$$

La ecuación (2.3) es la transformada de Fourier de la serie $\chi_f(i \Delta x)$, donde Δx es la distancia entre cada dos muestras y $\Psi(f, k_x)$ su espectro. Comparando las expresiones 2.3 y 1.5 vemos que la estimación del $E[|\Psi(f_0, \varphi)|^2]$ para cualquier φ , a una frecuencia dada f_0 es formalmente análoga a la estimación del espectro de potencia de un proceso temporal sin más que sustituir las muestras temporales por las espaciales definidas en (2.1), particularizadas para un valor fijo $t=t_0$. $E[|\Psi(f_0, \varphi)|^2]$ representa la potencia recibida por la línea de sensores en función de φ y por tanto sus máximos determinarán la posición angular de las fuentes de la señal recibida, es decir los blancos.

Cualquier técnica de análisis espectral se puede aplicar al cálculo de la respuesta angular de la señal recibida por la línea de sensores [44], [45]. En este capítulo aplicaremos concretamente los métodos de modelación medi-

ante funciones de transferencia racionales todo polos o modelos AR. La base de estos métodos consiste en considerar que la señal que se muestrea mediante la línea de sensores es la salida de un sistema lineal, invariante con el tiempo, excitado por un ruido blanco de banda limitada, tal como se comentó en el apartado 1.4.1 del capítulo 1 de esta memoria. En particular la estimación de $E[|\Psi(f_o, \varphi)|^2]$ mediante un modelo AR vendrá dada por la expresión (1.26) del capítulo 1, sin más que cambiar Δt por Δx y f por $\frac{f_o}{c} \sin \varphi$, de acuerdo con (2.3), obteniéndose la expresión:

$$P_{AR}(f_o, \varphi) = \frac{\Delta x \sigma_p^2}{\left| 1 + \sum_{i=1}^p a_{pi} e^{-j2\pi \frac{\Delta x}{\lambda_o} i \sin \varphi} \right|^2} \quad (2.4)$$

con los parámetros a_{pi} y σ_p^2 calculados a partir del vector de señales expresado en (2.1), siendo p el orden del modelo todo polos y $\lambda_o = \frac{c}{f_o}$. Es interesante resaltar que $P_{AR}(f_o, \varphi)$ es una función con máximos coincidentes con aquellos valores de φ en que se encuentren los blancos.

2.3 SIMULACION DE DATOS

Con objeto de comparar los resultados que se obtienen con los métodos de Burg, Fougere y LS se han simulado las señales recibidas por una línea de M sensores equiespaciados y longitud total D . Su diagrama de potencia normalizado viene dado por [49]:

$$G(\varphi) = 10 \lg_{10} \left[\frac{|F(\varphi)|}{M^2} \right] \quad (2.5)$$

donde $F(\varphi)$ es el factor de "array" definido por:

$$F(\varphi) = \sum_{i=1}^M e^{j(i-1)\varphi}, \text{ siendo } \varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda_0} \sin \varphi \quad (2.6)$$

En la figura 2.2 $G(\varphi)$ se representa, para el caso particular simulado en esta memoria, con: $M=8$, $D=1\text{m}$ y $f_0=5.45\text{ GHz}$, observándose un "grating lobe" ó lóbulo lateral de igual altura al principal en $(\lambda_0/D) = 22^\circ$, que restringe a este valor el campo angular total de la línea de sensores. Por tanto solo se podrán detectar blancos comprendidos entre $\pm 11^\circ$.

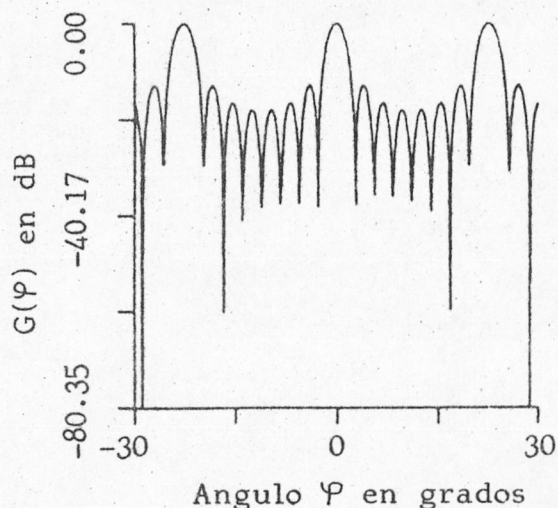


Figura 2.2. Diagrama de potencia normalizado de la línea de sensores: $M = 8$, $D = 1\text{ m.}$ y $f_0 = 5.45\text{ GHz.}$

La línea de sensores se considera como una antena receptora que busca blancos iluminados por una fuente adecuada. En cada sensor los campos se suman vectorialmente. Además se ha añadido un ruido gaussiano de media cero y varianza próxima a la unidad.

El campo recibido por cada sensor vendrá dado por $X + jY$ donde X e Y son las componentes en cuadratura definidas por:

$$X = \sum_{i=1}^L A_i \text{ sen } (\varnothing_{i0} + \varnothing_{i1}) + n$$

$$Y = \sum_{i=1}^L A_i \text{ sen } (\varnothing_{i0} + \varnothing_{i1}) + n$$
(2.7)

donde L es el número de blancos y n es el ruido. Las amplitudes A_i se consideran constantes a lo largo de la línea de sensores, mientras que las fases \varnothing_{i1} varían linealmente en función de la dirección del blanco en cuestión, es decir:

$$\varnothing_{i1} = 2 \pi i \frac{\Delta x}{\lambda_0} \text{ sen } \varphi$$
(2.8)

Las fases \varnothing_{i0} son constantes para cada blanco y se eligen de tal forma que las diferencias de fase están siempre referidas al centro de la línea de sensores. Todos sus elementos se muestran exactamente al mismo tiempo formando un conjunto de ocho números complejos. Se considera que todos los blancos dispersan la misma frecuencia, la del emisor. La respuesta azimutal de la línea de sensores se calcula sin más que sustituir en (2.4) los parámetros AR calculados.

Con la finalidad de hacer $P_{AR}(f_0, \varphi)$ independiente de cada realización particular del ruido se ha realizado un promedio sobre los coeficientes AR calculados a partir de 25 conjuntos de datos, con distintas realizaciones de n , antes del cálculo de la respuesta azimutal.

El método LS se ha implementado mediante el algoritmo de Marple, lo que permite obtener un coste computacional comparable al necesario para implementar el algoritmo de Burg.

2.4 RESULTADOS

Se presentan a continuación los resultados obtenidos por los métodos* de Burg, Fougere y LS, para el caso de dos blancos separados $1/3$, $2/3$, 1 y $3/2$ de la anchura de Fourier (FW), siendo FW la mínima separación angular necesaria entre dos blancos, para que éstos puedan ser discriminados mediante técnicas tradicionales basadas en la DFT y que viene dada por: $FW = \lambda_0/D$ radianes, es decir 3.15° para los valores de λ_0 y D aquí considerados.

Para una posición dada de los blancos los parámetros más significativos que permiten evaluar la eficiencia de los tres métodos son: la diferencia de fase entre las señales dispersadas por los blancos y la relación señal ruido* (SNR) que para el caso de un ruido gaussiano de media cero y varianza unidad se puede expresar en términos de la amplitud de la señal reflejada por cada uno de los blancos y viene dada por: $10 \lg_{10} \frac{A^2}{2}$. Los valores de SNR estudiados para cada separación angular entre blancos han sido: 10, 20, 30, 40, y 50 dB.

Las figuras 2.3 a 2.22 muestran los resultados obtenidos para cada una de las separaciones entre blancos y SNR estudiadas. Cada figura esta a su vez formada por otras tres designadas con las letras a, b, c y d, que muestran los resultados obtenidos por los métodos de Burg, Fougere y LS, respectivamente. En cada una de ellas se presentan los resultados obtenidos variando la diferencia de

*La validez experimental de los resultados obtenidos por algunos de estos métodos ya ha sido probada. Concretamente, en [48] se resumen las experiencias realizadas en la Universidad de Stanford para una línea de 12 sensores, mostrándose las ventajas que presenta la utilización del algoritmo de Burg frente a la DFT.

fase entre las señales dispersadas por los blancos desde 0° hasta 180° , con un incremento de 22.5° . En todas ellas las líneas verticales indican la posición exacta de los blancos. El orden de predicción usado ha sido de $p=4$ y el número de iteraciones realizadas en el método de Fougere ha sido siempre de diez.

En las figuras 2.11, 2.16 y 2.21 no aparece la correspondiente al método LS y en las 2.6 y 2.7 falta la respuesta azimutal de la línea de sensores para algunas diferencias de fase. Ello es debido a que en estos casos el método LS ha conducido a un filtro $H(z)$ inestable es decir, con polos fuera del círculo unidad. Todos estos casos se han presentado para datos en los que SNR era mayor o igual a 40 dB, coincidiendo con los resultados obtenidos por Marple aplicando su algoritmo a la estimación de senos en ambiente ruidoso [49].

En las figuras 2.3 a 2.7 se observa como al aumentar SNR hasta un valor de 30 dB el método LS es capaz de discriminar entre blancos separados tan solo $1/3$ FW, es decir 1.05° , cualquiera que sea la diferencia de fase entre las señales dispersadas por los blancos.

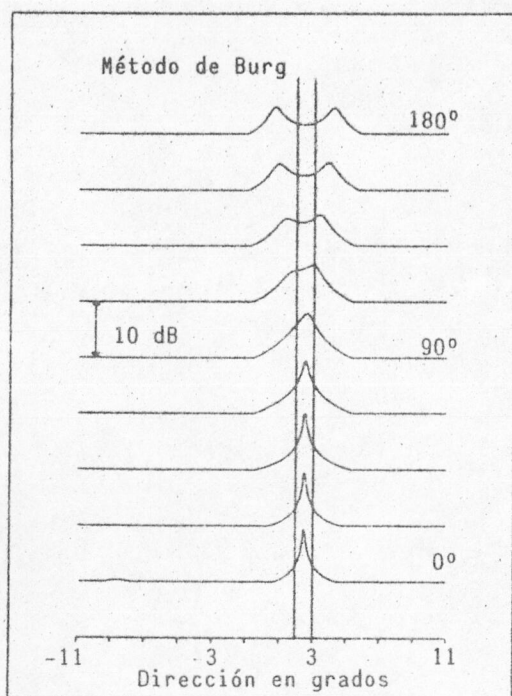
Para blancos separados $2/3$ FW, tal como muestran las figuras 2.8 a 2.12, el método de Fougere permite discriminar entre blancos para todas las SNR estudiadas. Para SNR superiores a 10 dB también el método LS obtiene una excelente discriminación.

* Sea $y(n) = x(n) + e(n)$ y σ_x^2, σ_e^2 la varianza de $x(n)$ y $e(n)$, respectivamente, donde $e(n)$ es el ruido. Se define la relación señal ruido de $y(n)$ como: $SNR = 10 \log_{10} (\sigma_x^2 / \sigma_e^2)$.

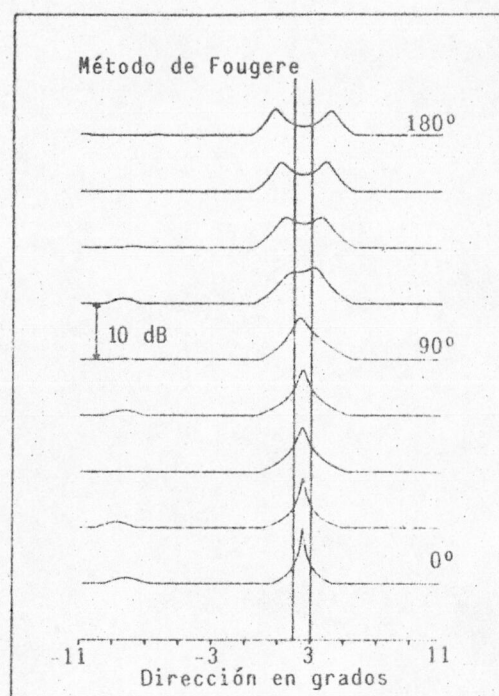
En el caso en que los blancos se encuentran separados exactamente un FW, los tres métodos permiten una buena discriminación para cualquiera de los valores de SNR considerados, como muestran las figuras 2.13 a 2.17.

Para blancos separados mas de un FW, caso de las figuras 2.18 a 2.22, tanto el método de Fougere como el LS permiten una excelente discriminación entre ambos blancos.

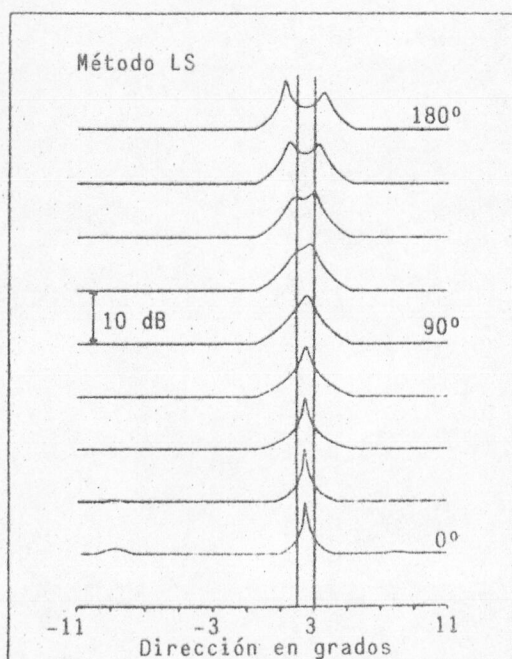
En los resultados obtenidos por el método de Burg es de resaltar la aparición del problema de la partición de una línea espectral, lo que da lugar a picos espúreos próximos a la posición real de los blancos. Este problema aparece siempre en este método, para SNR mayores o iguales a 30 dB, salvo cuando la separación angular entre blancos es exactamente un FW. Los métodos de Fougere y LS permiten eliminar este problema en todos los casos estudiados. Además ambos métodos mejoran la resolución angular respecto a los resultados obtenidos por el método de Burg.



a)



b)



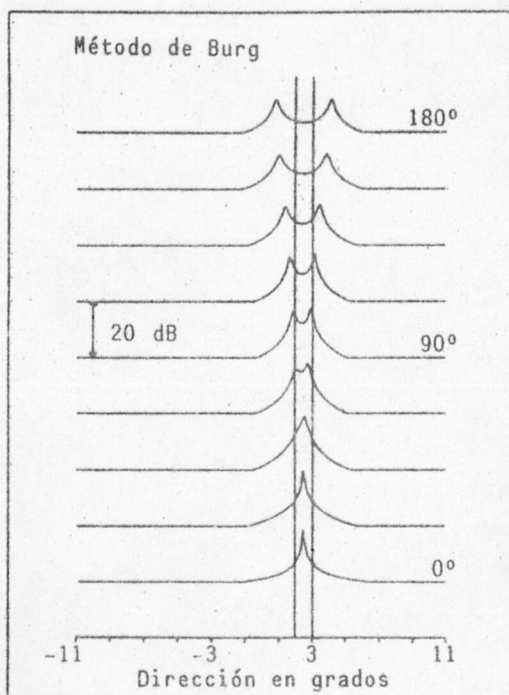
c)

Figura 2.3

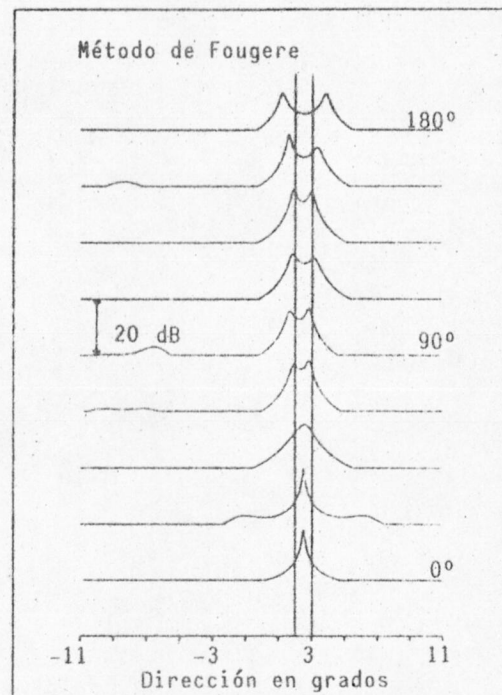
Respuesta azimutal de la línea de sensores para el caso de dos blancos separados $1/3$ FW y $SNR = 10$ dB.

Resultados obtenidos por los métodos de:

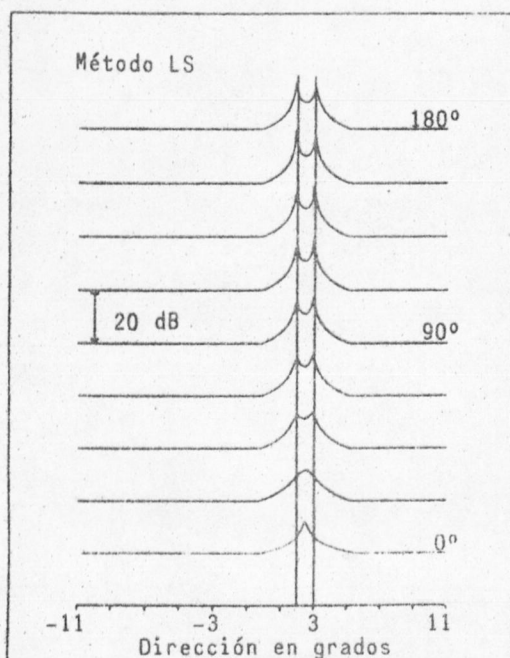
- a) Burg
- b) Fougere
- c) Mínimos cuadrados ó LS.



a)



b)



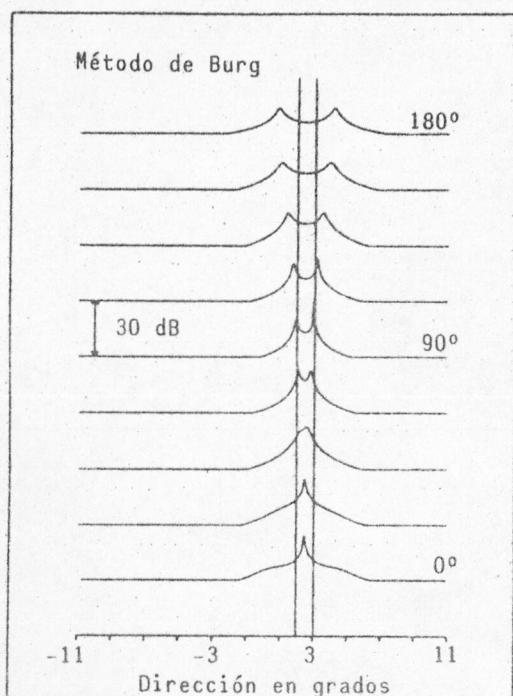
c)

Figura 2.4

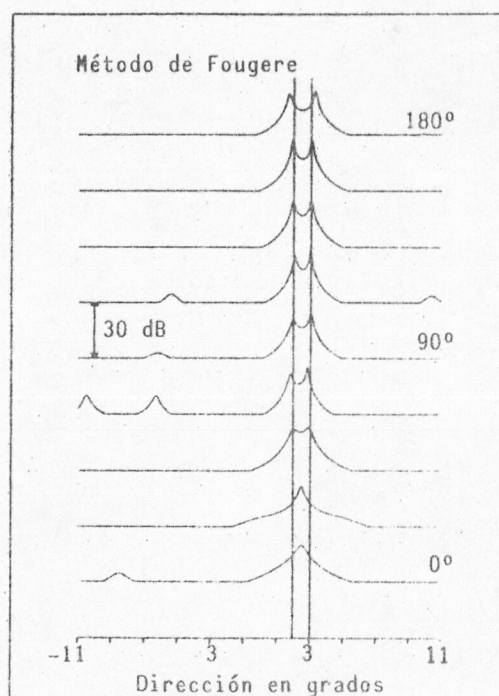
Respuesta azimutal de la línea de sensores para el caso de dos blancos separados $1/3$ FW y $SNR = 20$ dB.

Resultados obtenidos por los métodos de:

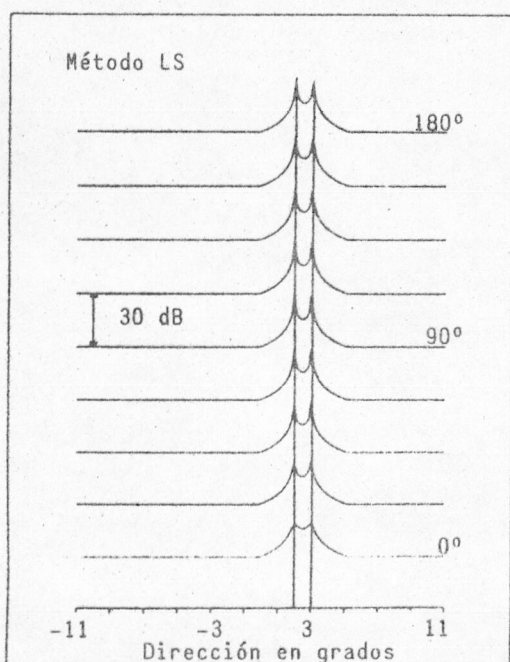
- a) Burg
- b) Fougere
- c) Mínimos cuadrados ó LS.



a)



b)



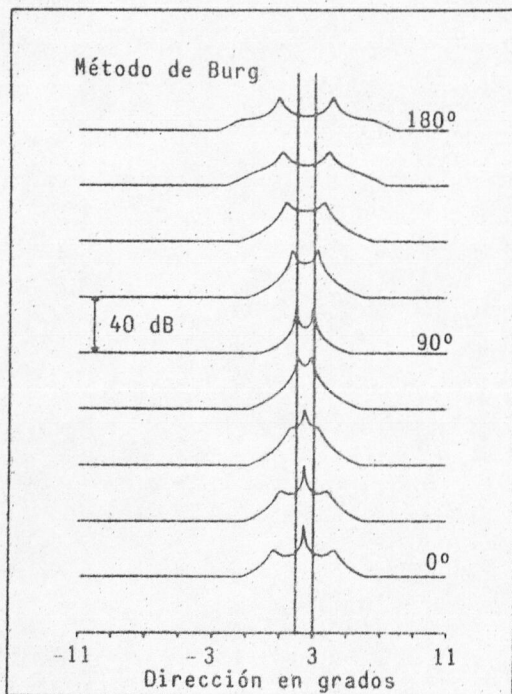
c)

Figura 2.5

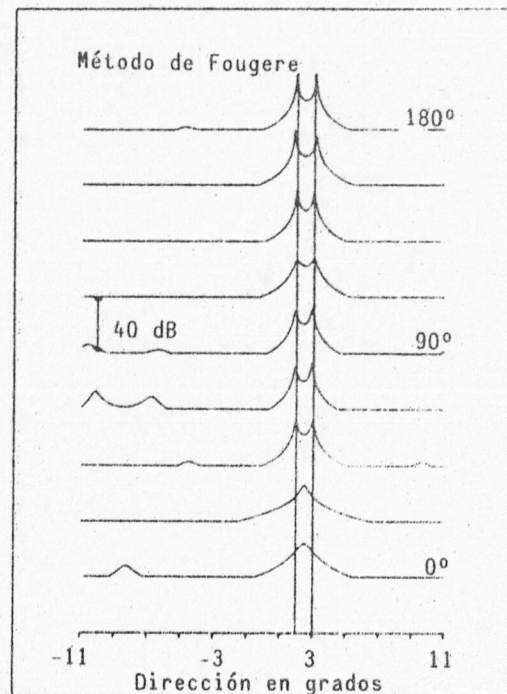
Respuesta azimutal de la línea de sensores para el caso de dos blancos separados $1/3$ FW y $SNR = 30$ dB.

Resultados obtenidos por los métodos de:

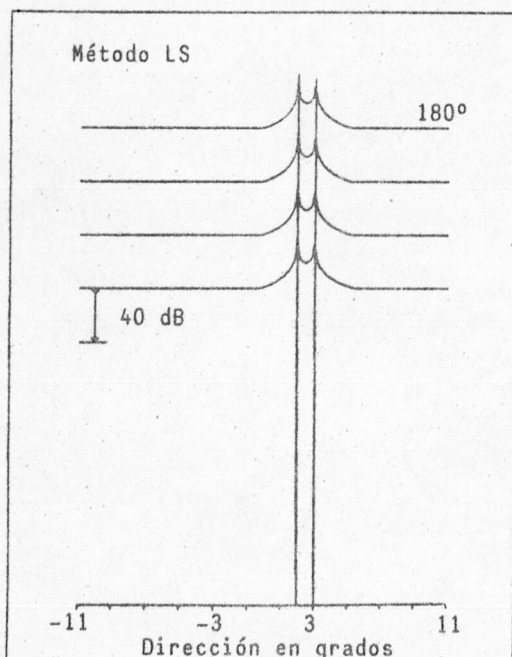
- a) Burg
- b) Fougere
- c) Mínimos cuadrados ó LS.



a)



b)



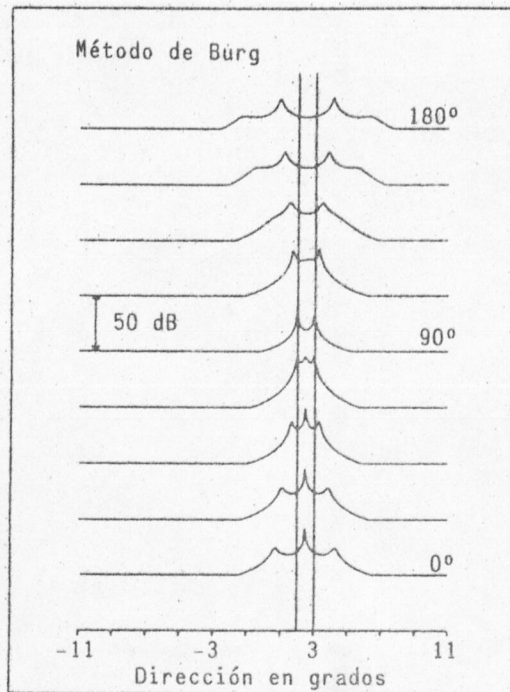
c)

Figura 2.6

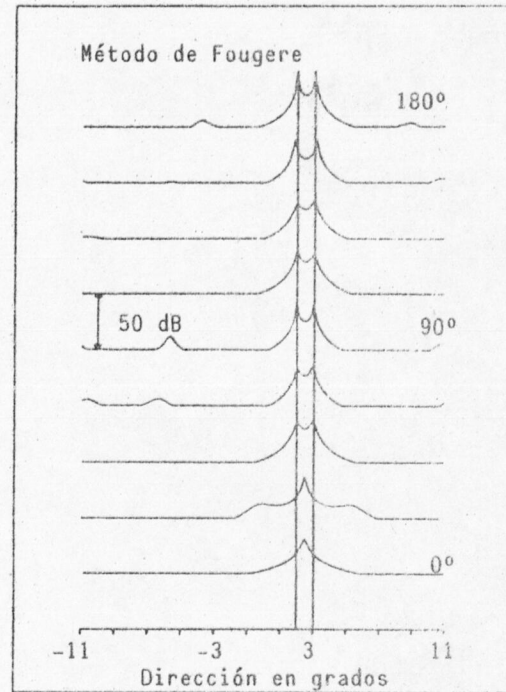
Respuesta azimutal de la línea de sensores para el caso de dos blancos separados $1/3$ FW y $SNR = 40$ dB.

Resultados obtenidos por los métodos de:

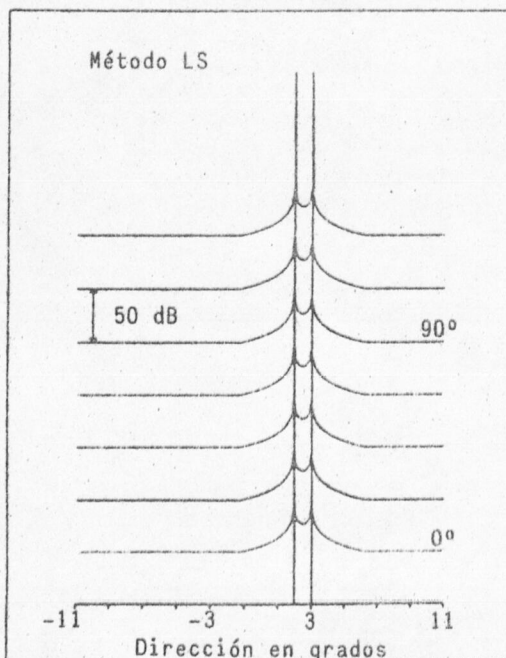
- a) Burg
- b) Fougere
- c) Mínimos cuadrados ó LS.



a)



b)



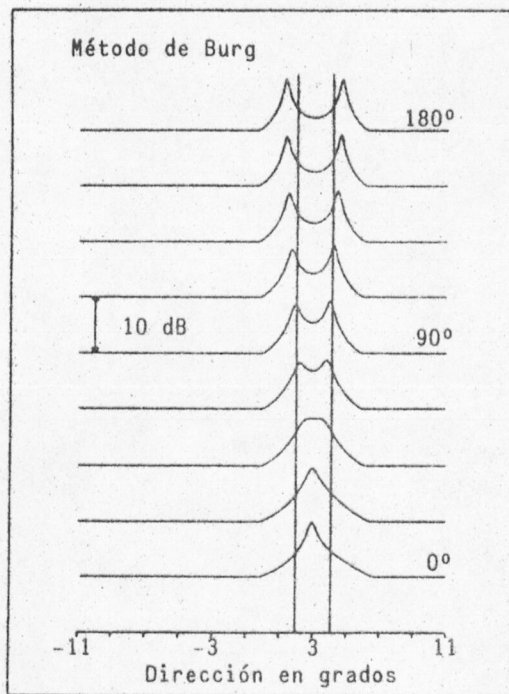
c)

Figura 2.7

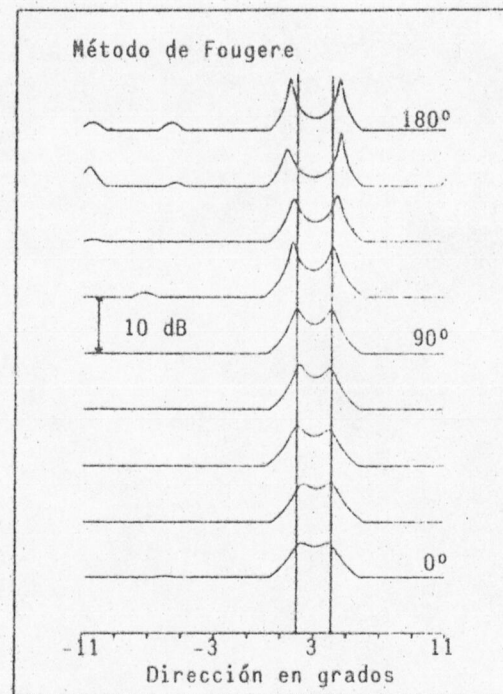
Respuesta azimutal de la línea de sensores para el caso de dos blancos separados $1/3$ FW y $SNR = 50$ dB.

Resultados obtenidos por los métodos de:

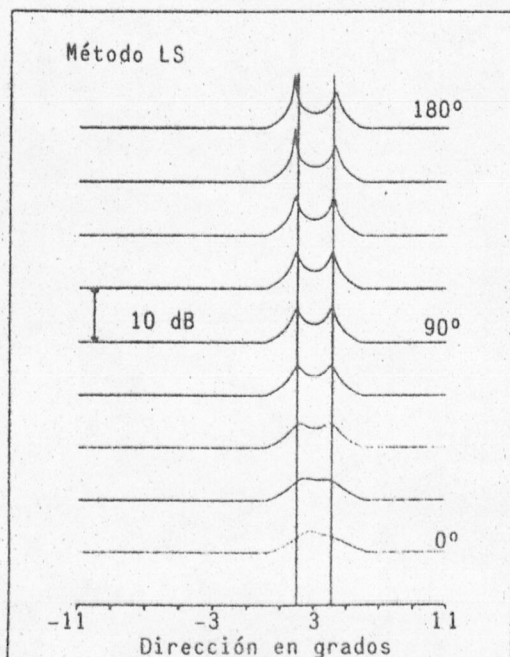
- a) Burg
- b) Fougere
- c) Mínimos cuadrados ó LS.



a)



b)



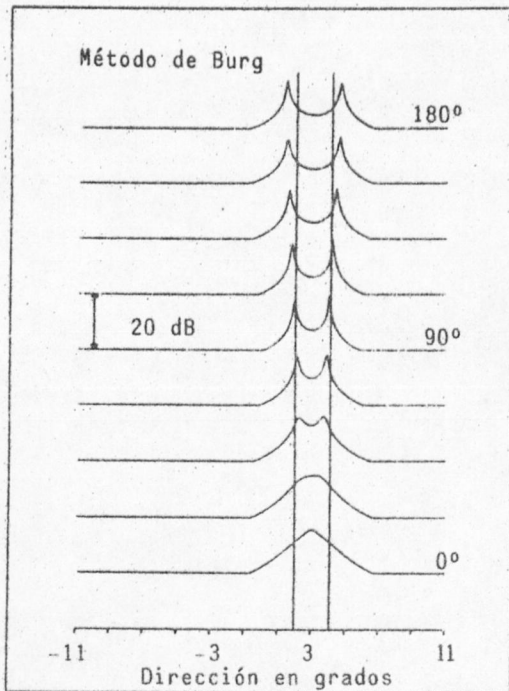
c)

Figura 2.8

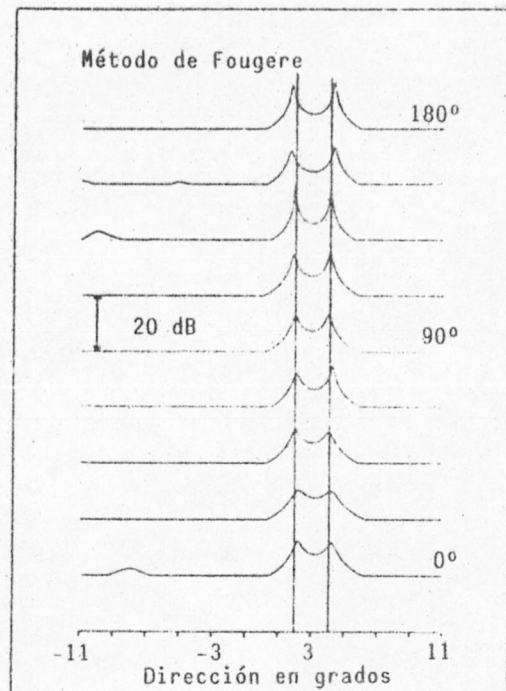
Respuesta azimutal de la línea de sensores para el caso de dos blancos separados $2/3$ FW y $SNR = 10$ dB.

Resultados obtenidos por los métodos de:

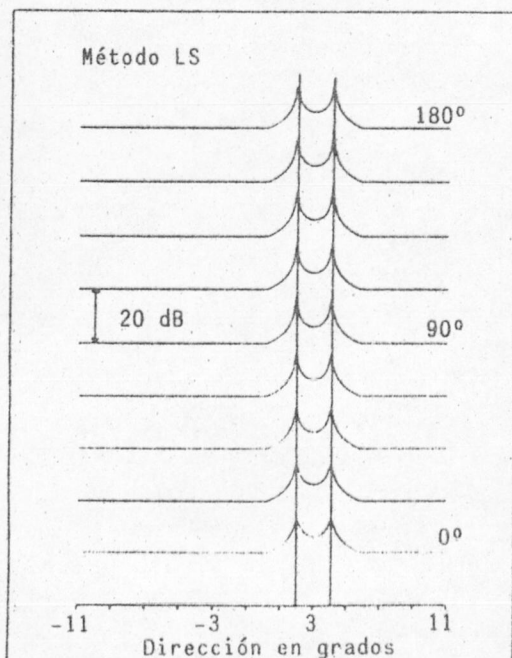
- a) Burg
- b) Fougere
- c) Mínimos cuadrados ó LS.



a)



b)



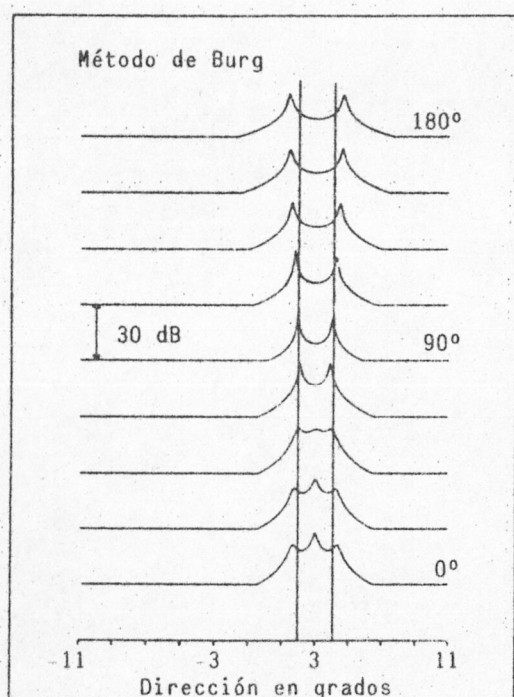
c)

Figura 2.9

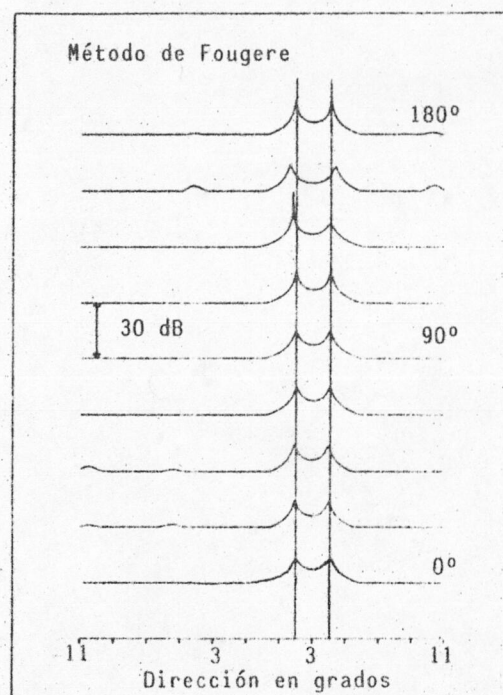
Respuesta azimutal de la línea de sensores para el caso de dos blancos separados $2/3$ FW y $SNR = 20$ dB.

Resultados obtenidos por los métodos de:

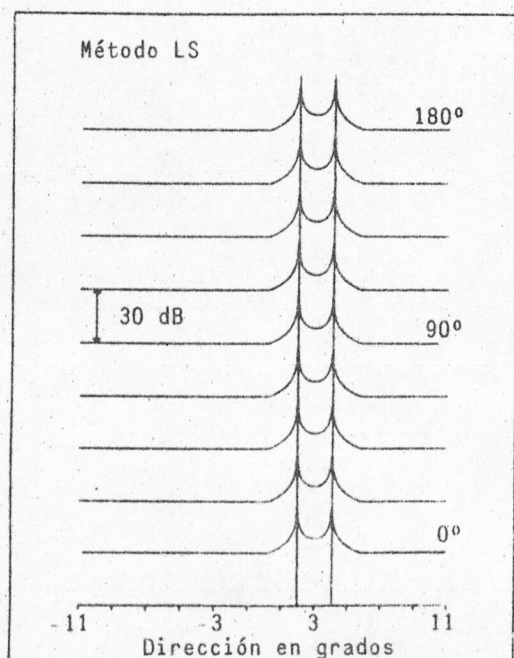
- a) Burg
- b) Fougere
- c) Mínimos cuadrados ó LS.



a)



b)



c)

Figura 2.10

Respuesta azimutal de la línea de sensores para el caso de dos blancos separados $2/3$ FW y $SNR = 30$ dB.

Resultados obtenidos por los métodos de:

- a) Burg
- b) Fougere
- c) Mínimos cuadrados ó LS.

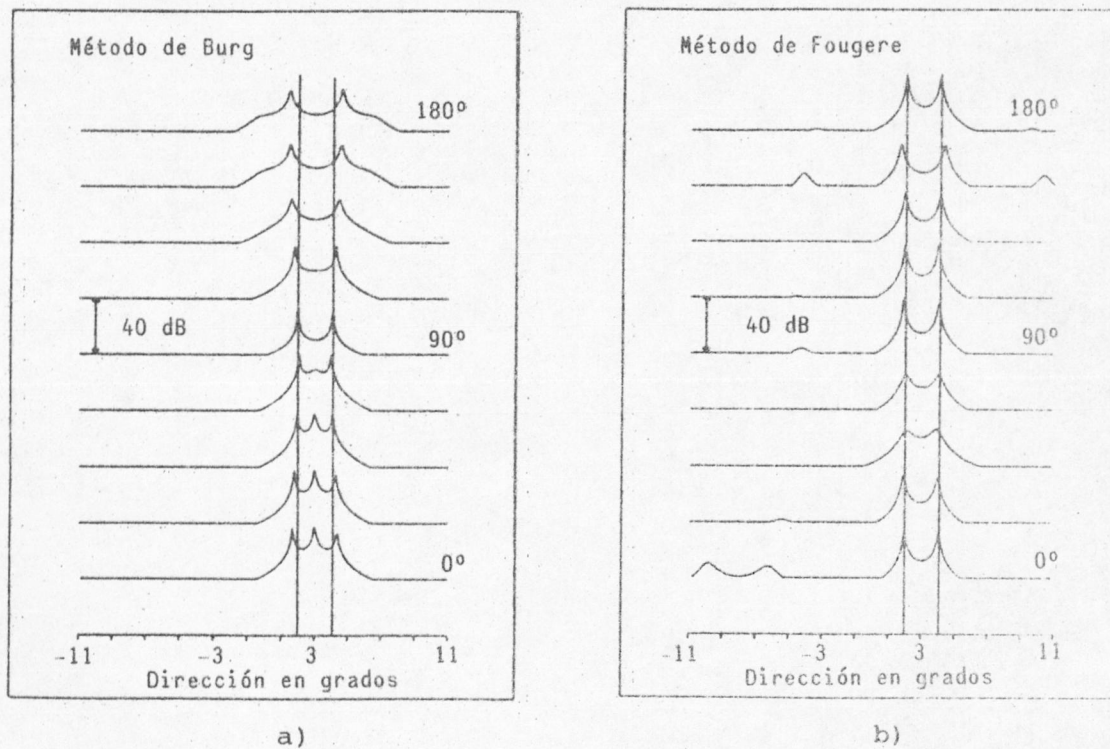
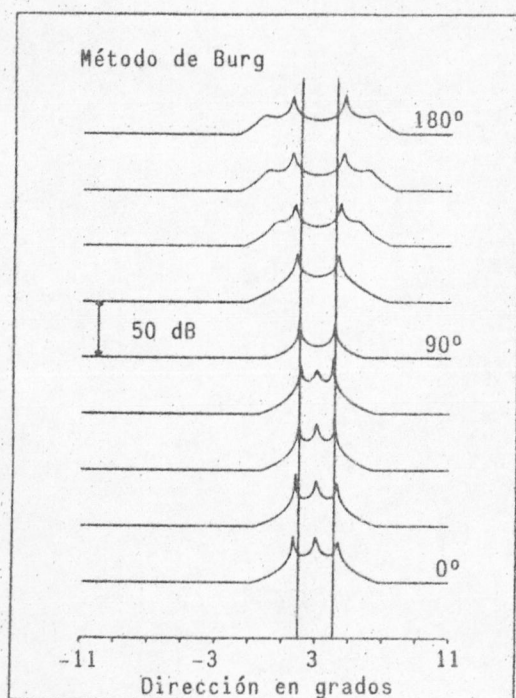


Figura 2.11

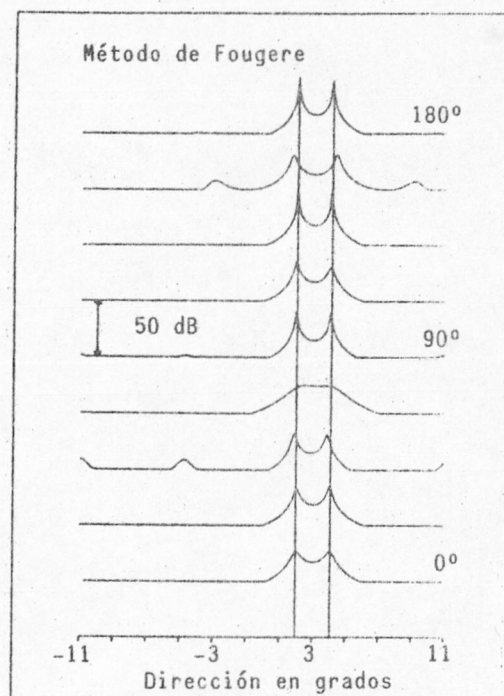
Respuesta azimutal de la línea de sensores para el caso de dos blancos separados $2/3$ FW y $SNR = 40$ dB.

Resultados obtenidos por los métodos de:

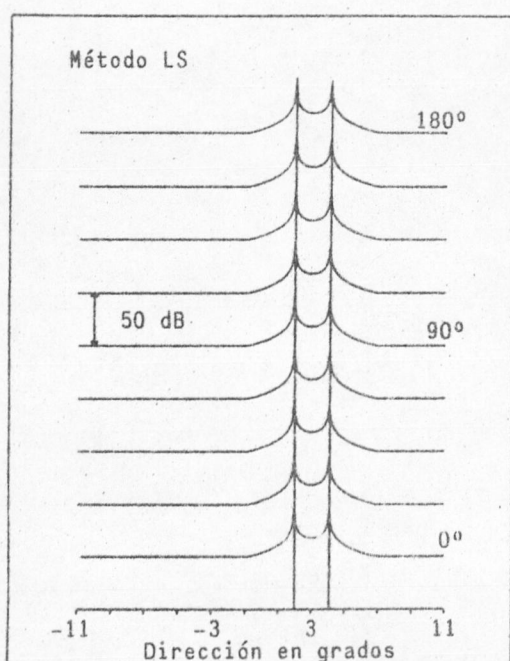
- a) Burg
- b) Fougere



a)



b)



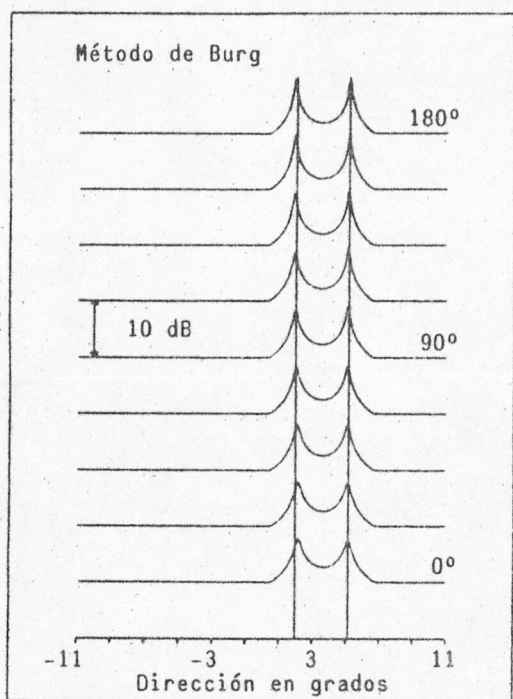
c)

Figura 2.12

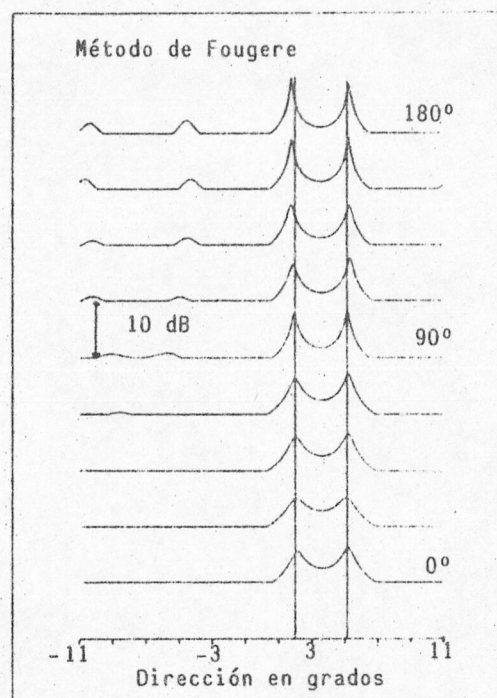
Respuesta azimutal de la línea de sensores para el caso de dos blancos separados $2/3$ FW y $SNR = 40$ dB.

Resultados obtenidos por los métodos de:

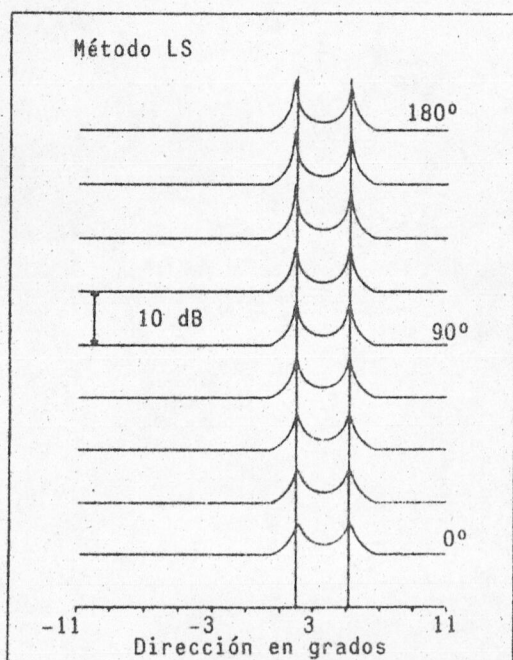
- a) Burg
- b) Fougere
- c) Mínimos cuadrados ó LS.



a)



b)



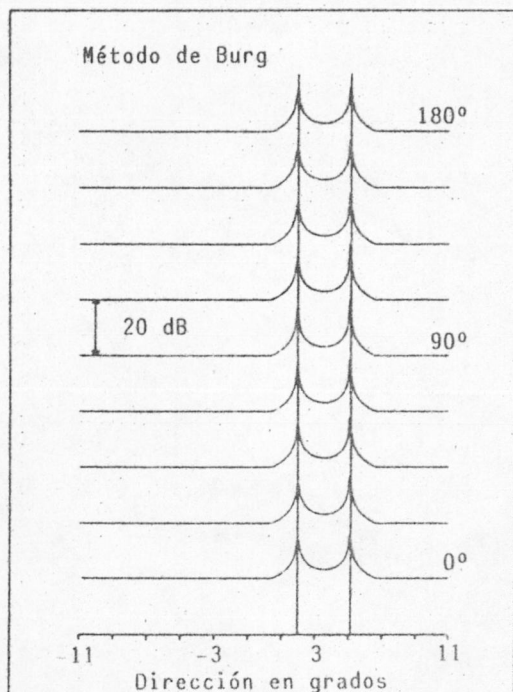
c)

Figura 2.13

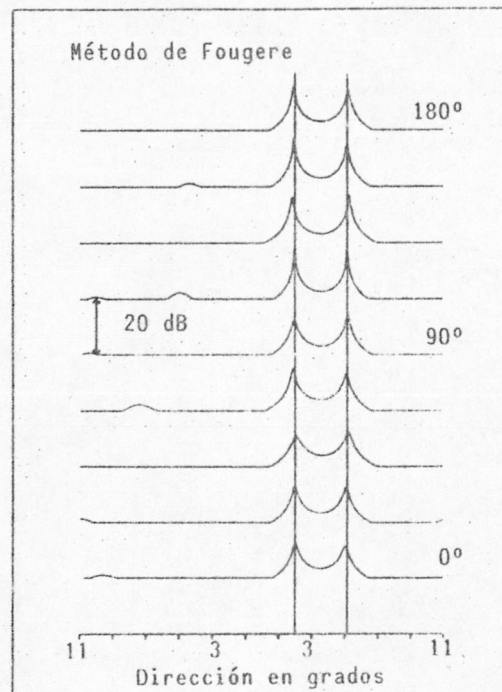
Respuesta azimutal de la línea de sensores para el caso de dos blancos separados 1 FW y $SNR = 10$ dB.

Resultados obtenidos por los métodos de:

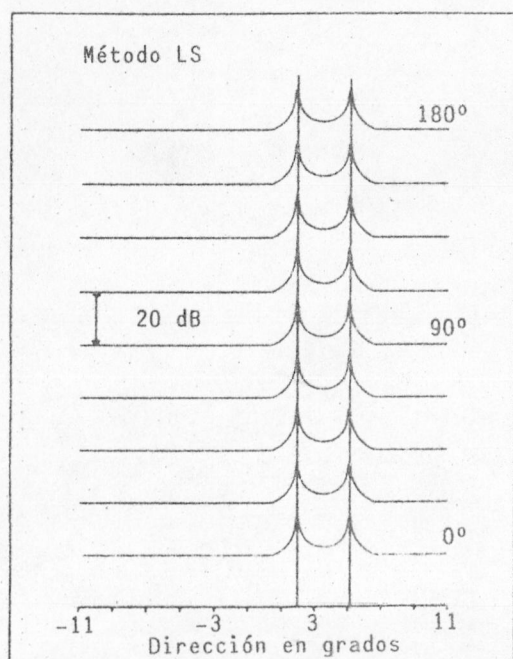
- a) Burg
- b) Fougere
- c) Mínimos cuadrados ó LS.



a)



b)



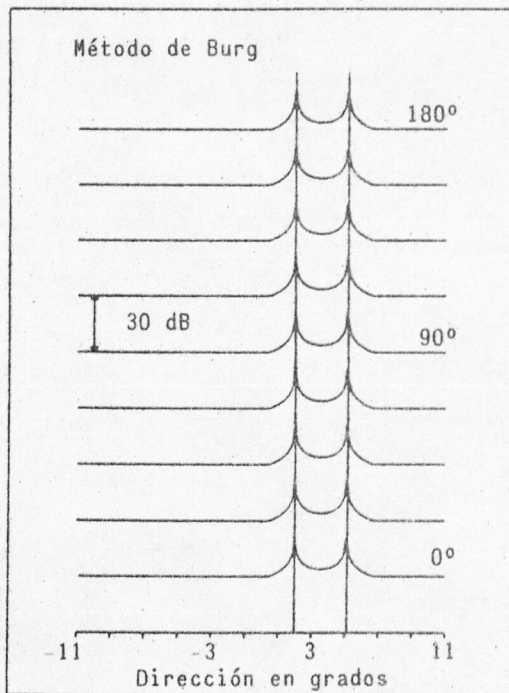
c)

Figura 2.14

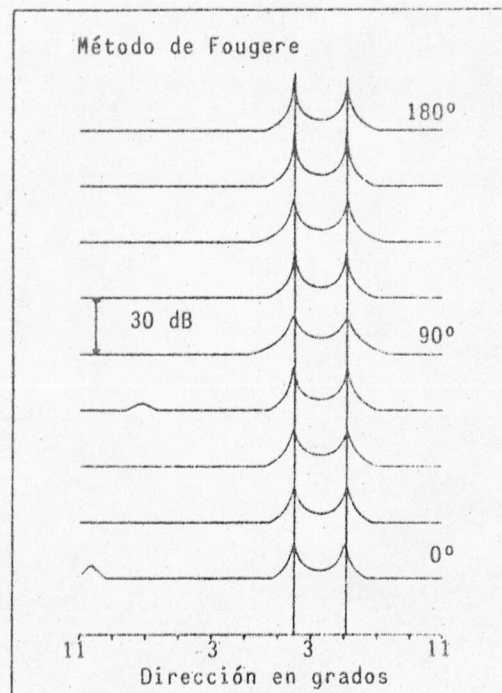
Respuesta azimutal de la línea de sensores para el caso de dos blancos separados 1 FW y $SNR = 20$ dB.

Resultados obtenidos por los métodos de:

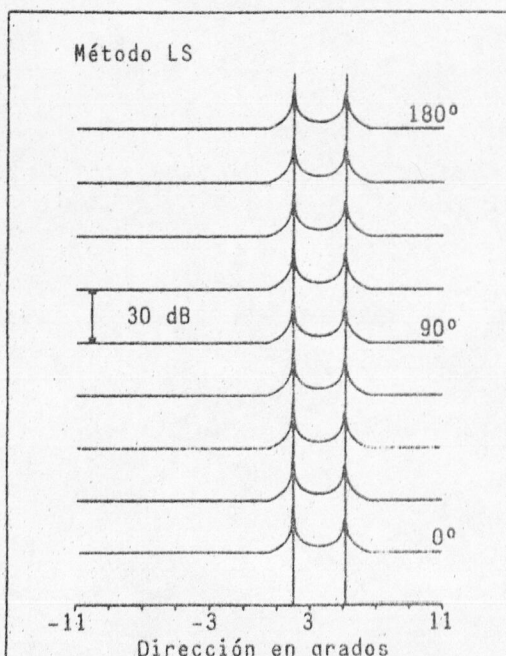
- a) Burg
- b) Fougere
- c) Mínimos cuadrados ó LS.



a)



b)



c)

Figura 2.15

Respuesta azimutal de la línea de sensores para el caso de dos blancos separados 1 FW y $SNR = 30$ dB.

Resultados obtenidos por los métodos de:

- a) Burg
- b) Fougere
- c) Mínimos cuadrados ó LS.

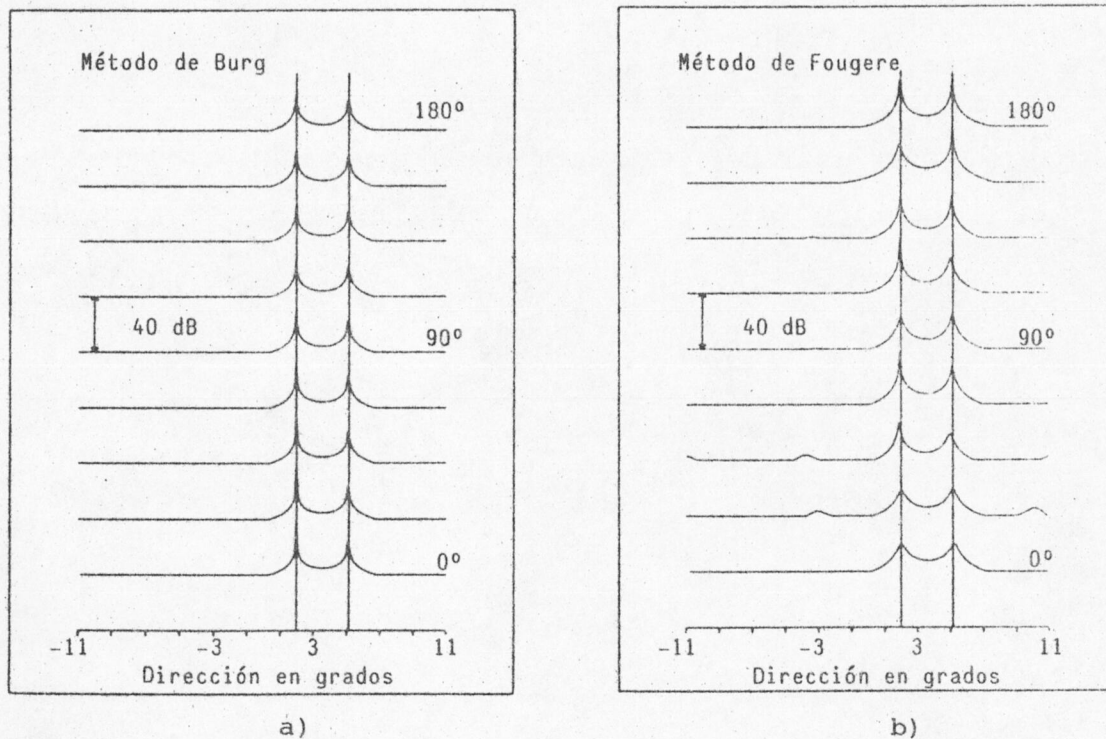
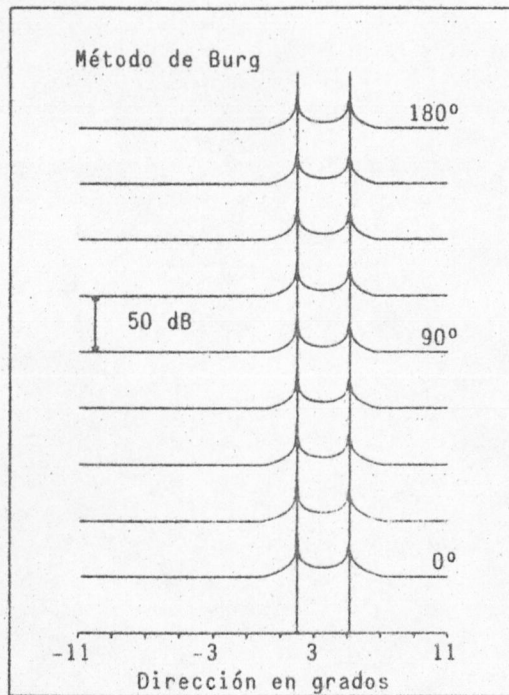


Figura 2.16

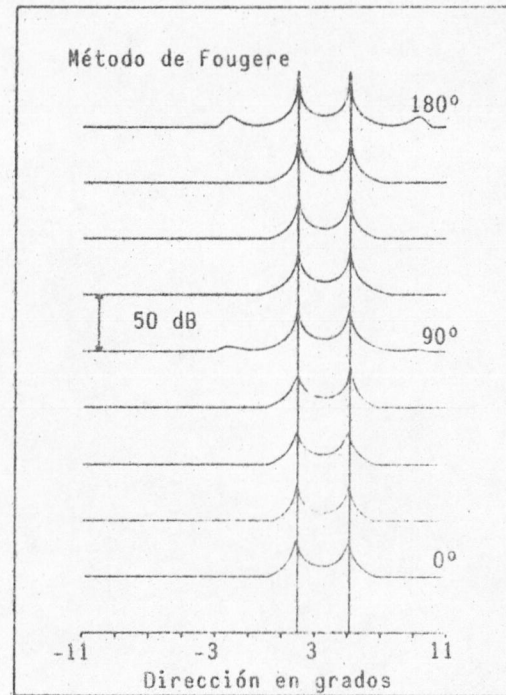
Respuesta azimutal de la línea de sensores para el caso de dos blancos separados 1 FW y $\text{SNR} = 40 \text{ dB}$.

Resultados obtenidos por los métodos de:

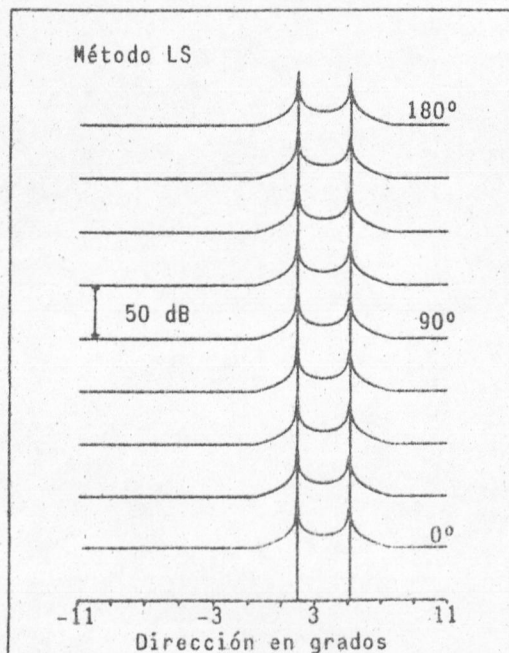
- a) Burg
- b) Fougere



a)



b)



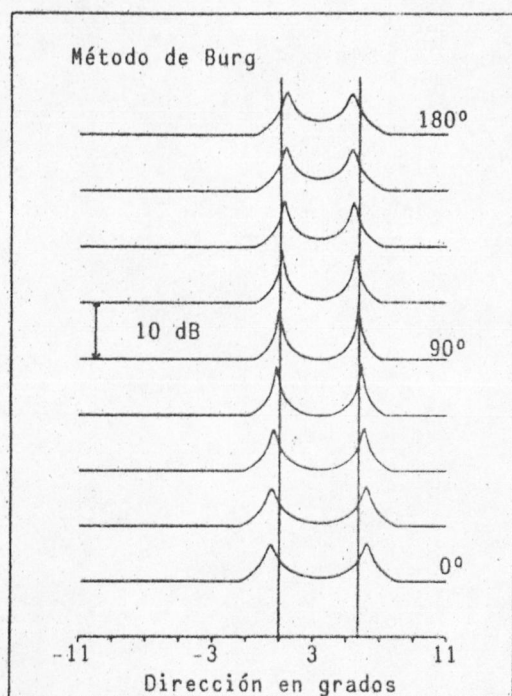
c)

Figura 2.17

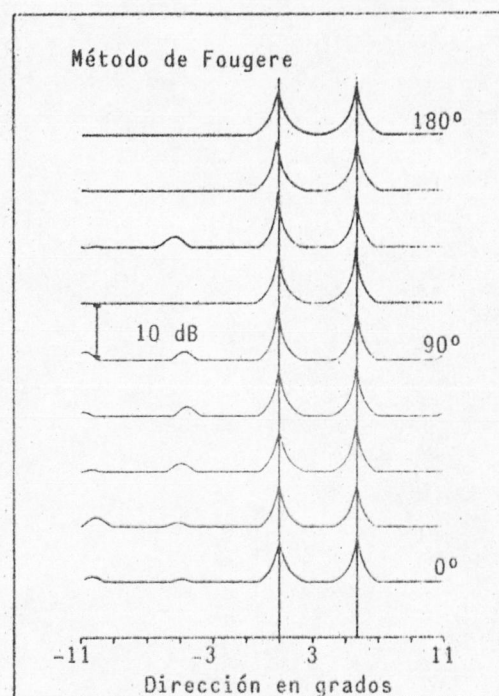
Respuesta azimutal de la línea de sensores para el caso de dos blancos separados 1 FW y SNR = 50 dB.

Resultados obtenidos por los métodos de:

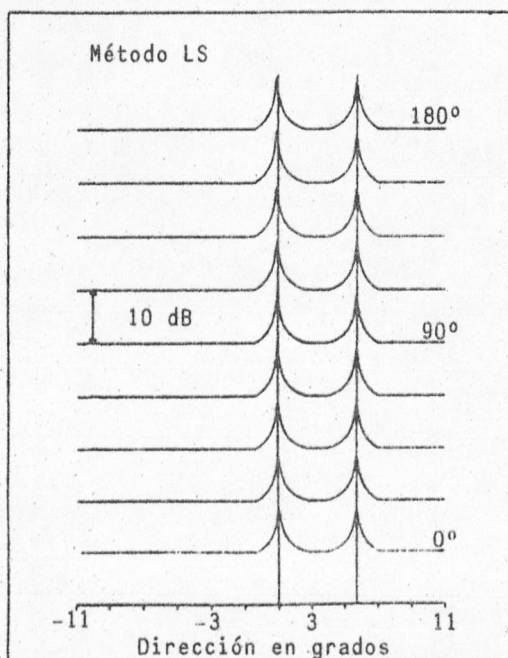
- a) Burg
- b) Fougere
- c) Mínimos cuadrados ó LS.



a)



b)



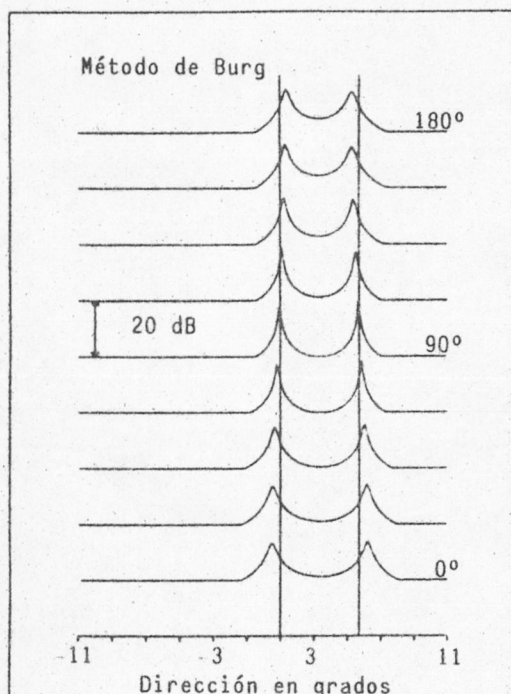
c)

Figura 2.18

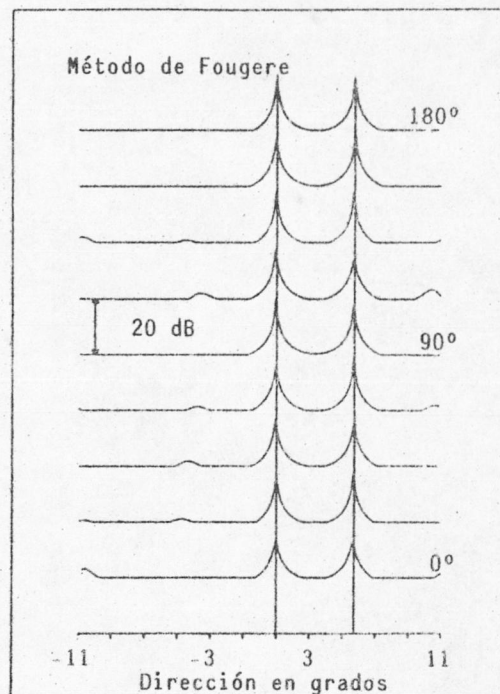
Respuesta azimutal de la línea de sensores para el caso de dos blancos separados $3/2$ FW y $SNR = 10$ dB.

Resultados obtenidos por los métodos de:

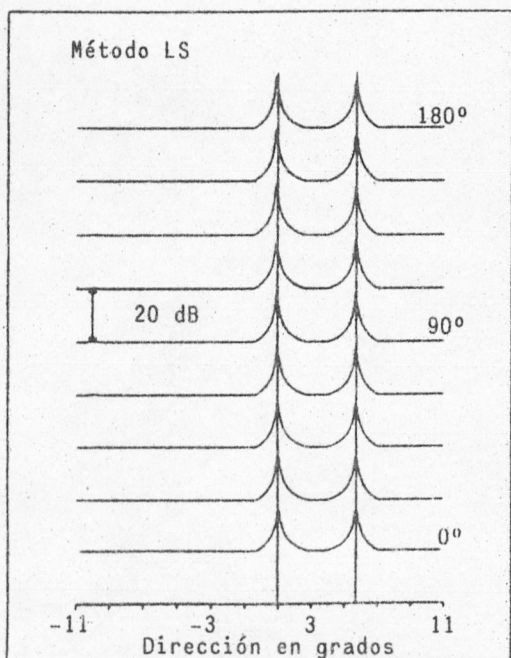
- a) Burg
- b) Fougere
- c) Mínimos cuadrados ó LS.



a)



b)



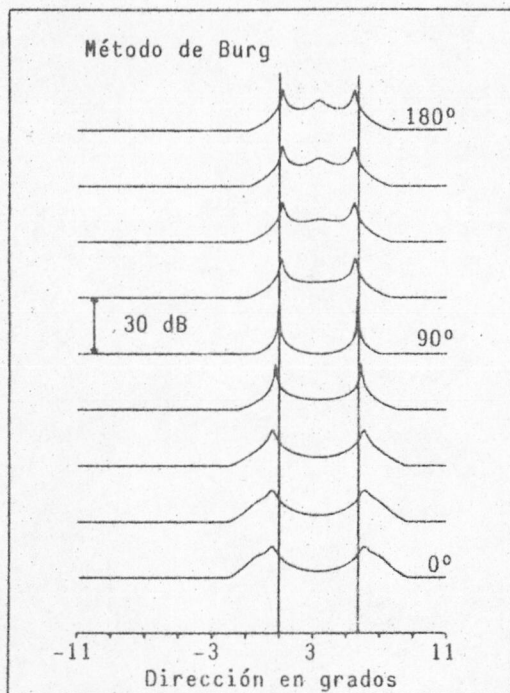
c)

Figura 2.19

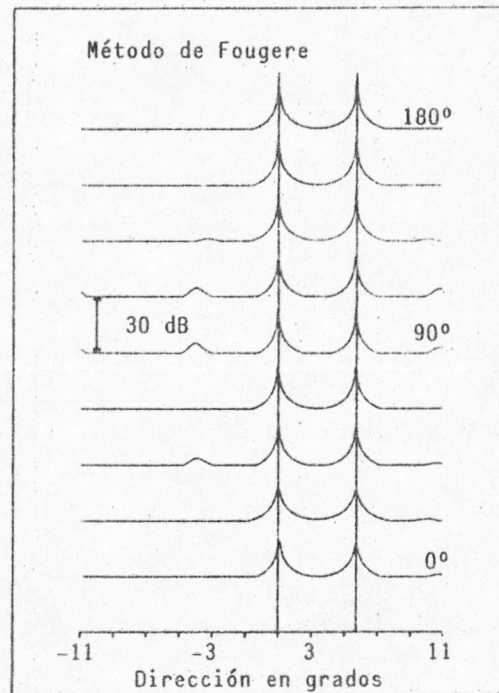
Respuesta azimutal de la línea de sensores para el caso de dos blancos separados $3/2$ FW y $SNR = 20$ dB.

Resultados obtenidos por los métodos de:

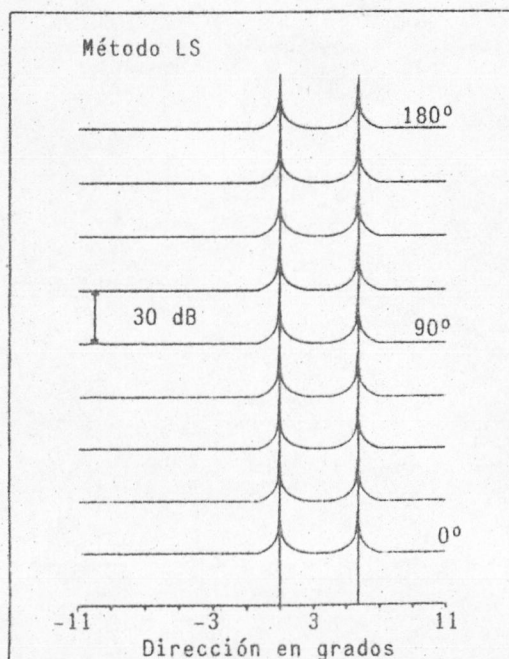
- a) Burg
- b) Fougere
- c) Mínimos cuadrados ó LS.



a)



b)



c)

Figura 2.20

Respuesta azimutal de la línea de sensores para el caso de dos blancos separados $3/2$ FW y $SNR = 30$ dB.

Resultados obtenidos por los métodos de:

- a) Burg
- b) Fougere
- c) Mínimos cuadrados ó LS.

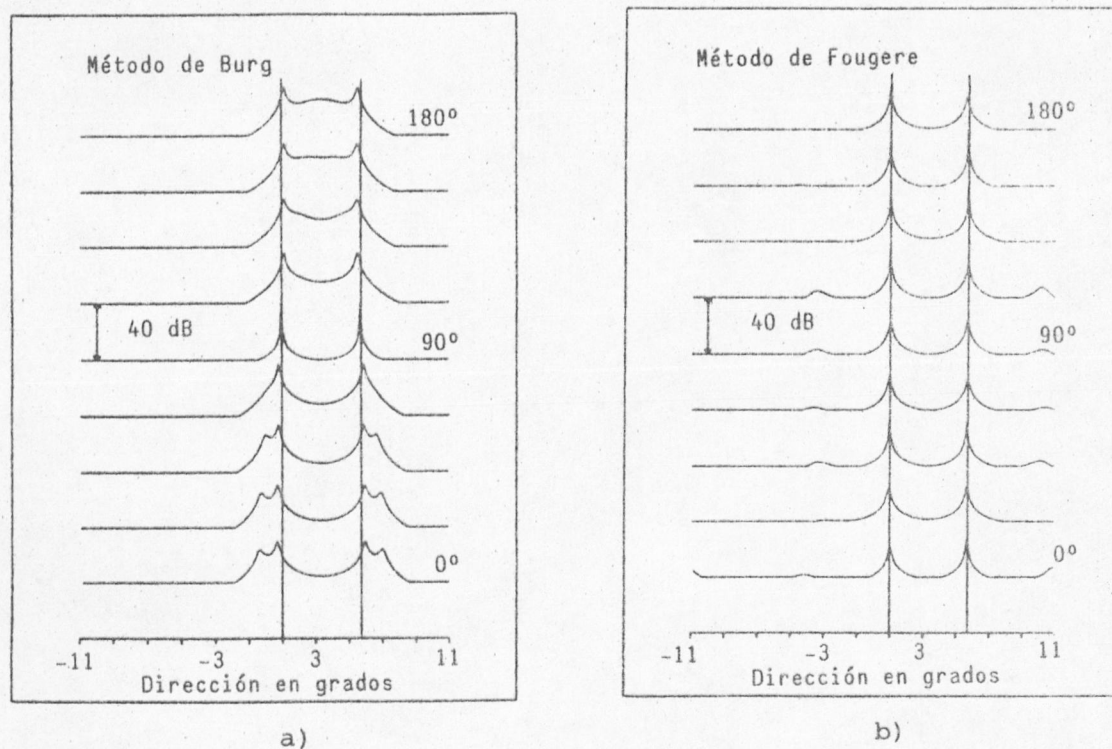
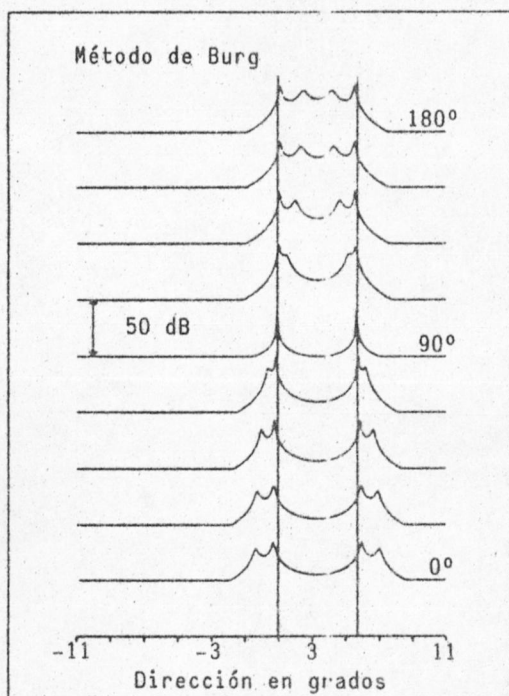


Figura 2.21

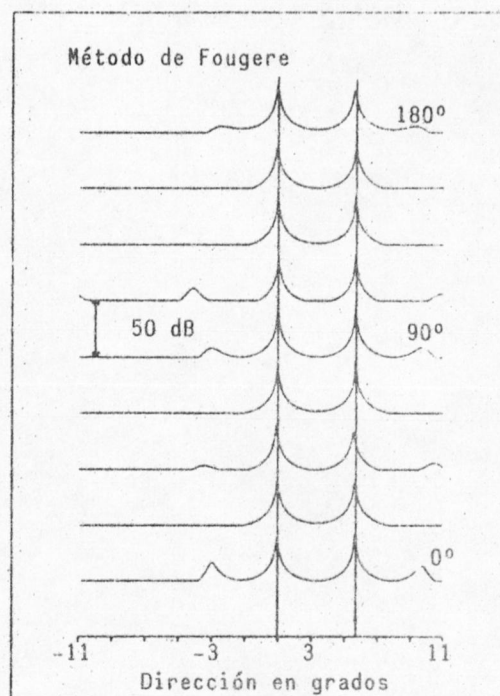
Respuesta azimutal de la línea de sensores para el caso de dos blancos separados $3/2$ FW y $SNR = 40$ dB.

Resultados obtenidos por los métodos de:

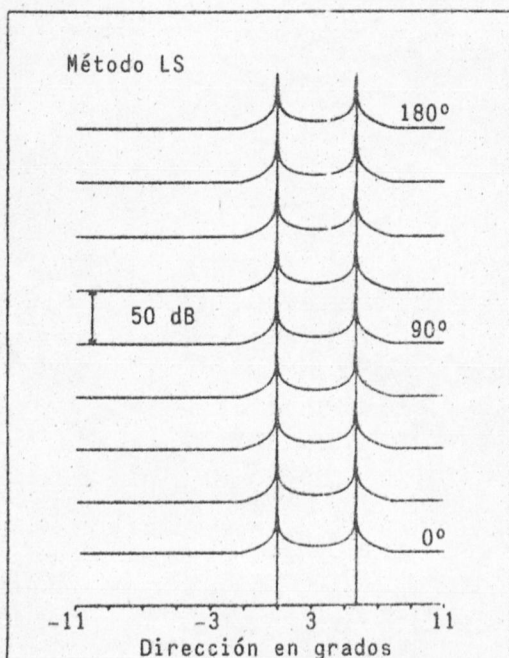
- a) Burg
- b) Fougere



a)



b)



c)

Figura 2.22

Respuesta azimutal de la línea de sensores para el caso de dos blancos separados $3/2$ FW y $SNR = 50$ dB.

Resultados obtenidos por los métodos de:

- a) Burg
- b) Fougere
- c) Mínimos cuadrados ó LS.

CAPITULO 3

PARAMETRIZACION DE LA RESPUESTA TRANSITORIA DE
BLANCOS DE RADAR. RECONOCIMIENTO DE BLANCOS.

3. PARAMETRIZACION DE LA RESPUESTA TRANSITORIA DE BLANCOS DE RADAR. RECONOCIMIENTO DE BLANCOS.

3.1 INTRODUCCION

El análisis de la radiación y dispersión de pulsos electromagnéticos (EMP) es de gran importancia en los campos de radares de alta resolución, comunicaciones de banda ancha y en el estudio de la vulnerabilidad de sistemas electrónicos a pulsos nucleares electromagnéticos (NEMP) [50]-[55]. Este tipo de análisis ha sido llevado a cabo tradicionalmente en el dominio de la frecuencia y convertido al dominio del tiempo usando la transformada de Fourier. Sin embargo, hoy día, la necesidad de llevar a cabo este análisis directamente en el dominio del tiempo se hace más evidente, ya que este tratamiento conduce a resultados que no son predecibles trabajando en el dominio de la frecuencia [50]-[51], [56]-[63].

En concreto, el estudio de los fenómenos asociados con pulsos electromagnéticos a dado lugar, en los últimos años, al desarrollo de técnicas, tanto numéricas como experimentales, que permiten obtener la respuesta transitoria electromag-

nética de blancos excitados por EMP [64]-[70]. La posibilidad de obtener la respuesta transitoria de un blanco ha generado, a su vez, interés por la búsqueda de métodos que permitan analizar y parametrizar la información que contiene. Este proceso de parametrización presenta un enorme interés, ya que, posibilita la comprensión de la respuesta transitoria, pone de manifiesto aspectos importantes relacionados con el proceso físico que la produce y permite, tras la elección de los parámetros adecuados, caracterizar y reconocer el blanco.

Uno de los parámetros más significativos para caracterizar el blanco son sus frecuencias naturales o de resonancia complejas. Su utilidad ha sido mostrada por Baum en fecha reciente mediante el método de expansión de singularidades (SEM) [71]-[72]. En sus trabajos Baum muestra que la respuesta de un blanco a un campo eléctrico transitorio está formada por una suma de ondas armónicas amortiguadas asociadas a las frecuencias de resonancia complejas del blanco. Estos resultados se comentan más adelante en el apartado 3.2.

El concepto de frecuencias de resonancia complejas, ampliamente usado en otras ramas de la Física, tiene una gran importancia debido a que solo dependen de la geometría y características electromagnéticas del blanco y son independientes de la excitación, cualidad que les hace de gran utilidad en el diseño de radares de alta resolución. Una etapa necesaria en este tipo de radares es el análisis de las señales electromagnéticas de radiación dispersadas por el blanco y la comparación de los parámetros obtenidos con los de un conjunto de blancos patrón que constituyen la librería a reconocer.

Aunque el cálculo de las frecuencias de resonancia complejas puede realizarse alternativamente en el dominio de la frecuencia o en el del tiempo, este último presenta venta-

jas importantes ya que la respuesta transitoria de un blanco, $f(t)$, a un pulso estrecho contiene información en un amplio intervalo continuo de frecuencias, lo que asegura que analizando adecuadamente $f(t)$ se pueden obtener los parámetros deseados. Para poder llevar a cabo el análisis en el dominio de la frecuencia es necesario conocer la respuesta en frecuencia del blanco para un intervalo discreto de frecuencias. Este intervalo debe ser suficientemente grande y con una resolución suficientemente pequeña como para no eliminar información sobre ninguna resonancia.

En ambos casos, el procedimiento generalmente utilizado para el cálculo de las frecuencias de resonancia es el método de Prony [73] en sus dos versiones: en el dominio de la frecuencia (MPDF) y en el dominio del tiempo (MPDT). Aunque ambos métodos constan esencialmente de las mismas etapas, el MPDT presenta ventajas computacionales como consecuencia de trabajar sobre una función real [74].

El MPDT se ha aplicado generalmente a N muestras de la respuesta transitoria, siendo $N=2p$ y p el número de resonancias a calcular. En este capítulo abordamos el problema de la obtención de las frecuencias de resonancia complejas de un blanco en el dominio del tiempo mediante la aplicación de técnicas de modelación de sistemas lineales, introducidas en el capítulo 1, que permiten generalizar el MPDT para el caso en que $N > 2p$.

Un factor de gran importancia en el cálculo de los parámetros de la respuesta transitoria es el nivel de ruido. Para el análisis de señales transitorias ruidosas proponemos una variante de la técnica denominada método de desplazamiento de la ventana (MDV), que llamaremos método de desplazamiento de la ventana en sentido inverso (MDVI) ya que esencialmente consiste en analizar los datos en cada ventana en sentido inverso, es decir, hacia tiempos decrecientes.

3.2 METODO DE EXPANSION DE SINGULARIDADES (SEM)

Experiencias realizadas sobre diferentes blancos excitados por campos electromagnéticos transitorios han permitido observar que la respuesta del blanco consiste en una superposición de funciones armónicas amortiguadas cuyas frecuencias están relacionadas con las dimensiones del blanco. Basándose en estos experimentos Baum ha desarrollado un formalismo matemático que permite representar cualquier variable electromagnética (campo dispersado, intensidad o carga inducidas en el blanco,..), en el dominio de frecuencias complejas (plano s) como:

$$\tilde{\vec{U}}_p(\vec{r}, s) = \sum_{\alpha} \eta_{\alpha}(\vec{e}, s) \vec{v}_{\alpha}(r) (s - s_{\alpha})^{-m_{\alpha}} \quad (3.1)$$

donde:

$\tilde{\vec{U}}_p(\vec{r}, s)$ es un vector en el plano s que representa la respuesta impulso que se desea caracterizar.

\vec{r} es el vector de posición de los puntos en la superficie del blanco.

s_{α} son las frecuencias de resonancia complejas, también conocidas como polos ó resonancias naturales, y que solo dependen de las características del objeto.

$\vec{v}_{\alpha}(r)$ son los modos naturales complejos que describen el comportamiento funcional de $\tilde{\vec{U}}_p(\vec{r}, s)$ sobre el blanco a la frecuencia f .

\vec{e} es un vector que define algunas de las características del campo de excitación, tales como su polarización y su dirección de incidencia.

$\eta_{\alpha}(\vec{e}, s)$ son los coeficientes de acoplo complejos, que dependen de las características de la señal de excitación y definen la magnitud de los modos naturales inducidos en el plano de frecuencias s ,

m_{α} es el grado de multiplicidad ó degeneración del α -ésimo polo.

La respuesta impulso en el dominio del tiempo, para el caso en que solo existen polos simples, como ocurre en general para blancos conductores perfectos, se calcula sin mas que aplicar la transformada inversa de Laplace a (3.1), obteniéndose:

$$\vec{U}_p(\vec{r}, t) = \sum_{\alpha} \eta_{\alpha}(\vec{e}, s_{\alpha}) \vec{v}_{\alpha}(\vec{r}) e^{s_{\alpha} t} U(t) \quad (3.2)$$

o bien para un punto campo definido por la coordenada \vec{R} :

$$h(t) = \vec{U}_p(\vec{R}, t) = \sum_{\alpha} R_{\alpha} e^{s_{\alpha} t} U(t); \quad s_{\alpha} = \sigma_{\alpha} + j\omega_{\alpha} \quad (3.3)$$

donde $U(t)$ es la función escalón y los coeficientes R_{α} los residuos.

Una de las características más importantes de las representaciones dadas en (3.1), (3.2) ó (3.3) es que los conjuntos de frecuencias complejas s_{α} y modos $\vec{v}_{\alpha}(\vec{r})$ naturales son independientes de la excitación y solo dependen de la geometría del objeto. El efecto de la excitación está contenido en los coeficientes de acoplo $\eta_{\alpha}(\vec{e}, s)$.

Dado que la función $h(t)$ es real, si el número total de sumandos en (3.3) es p , hay $p/2$ pares de polos complejos conjugados, verificándose que $R_{\alpha}(s_{\alpha}) = R_{\alpha}^*(s_{\alpha}^*)$ y $H(s) = H^*(s^*)$ donde $H(s)$ es la transformada de Laplace de $h(t)$, relacionadas mediante el par de transformadas:

$$h(t) = \sum_{\alpha=1}^P R_{\alpha} e^{s_{\alpha} t} \iff H(s) = \sum_{\alpha=1}^P \frac{R_{\alpha}}{s - s_{\alpha}} \quad (3.4)$$

Conocida la respuesta impulso $h(t)$, la respuesta $f(t)$ a una excitación arbitraria $u(t)$ se obtendrá por simple convolución:

$$f(t) = h(t) * u(t) \quad (3.5)$$

o bien en el dominio de s como:

$$F(s) = H(s) \cdot U(s) \quad (3.6)$$

donde $F(s)$ y $U(s)$ son las transformadas de Laplace de $f(t)$ y $u(t)$ respectivamente.

3.3 APLICACION DE MODELOS AR AL CALCULO DE LAS FRECUENCIAS DE RESONANCIA COMPLEJAS DE BLANCOS DE RADAR.

La posibilidad de obtener la respuesta transitoria electromagnética de blancos excitados por EMP, junto con el SEM han dado lugar a diversos procedimientos que permiten calcular los polos y residuos [73]-[76]. La mayoría de ellos están basados en el método de Prony [63], que adapta p exponenciales a $N=2p$ datos. A continuación se trata este problema desde el punto de vista de la modelación e identificación de sistemas lineales, lo que permite generalizar el método de Prony para $N > 2p$. Esta generalización es de gran utilidad práctica, ya que, en general no se conoce el número de frecuencias de resonancia completas contenidas en la respuesta transitoria del blanco.

La obtención de los polos de un blanco se puede interpretar como la búsqueda de los parámetros que caracterizan

la función de transferencia $H(s)$ de un sistema lineal excitado por una señal $u(t)$ y cuya respuesta es $f(t)$. La figura 3.1 muestra este esquema para el caso en que $u(t)$ es el campo eléctrico incidente $E^{inc}(t)$ y $f(t)$ el producto de la distancia por el campo eléctrico dispersado $E^{dis}(t)$.

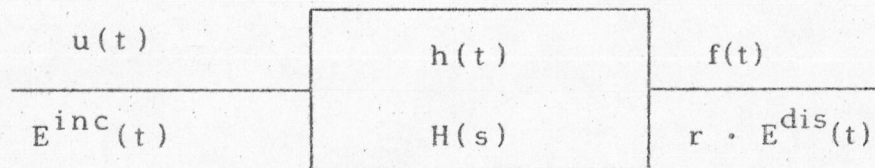


Figura 3.1

Puesto que se analizan señales muestreadas, la expresión 3.3 se transforma en:

$$h(n) = \sum_{i=1}^P R_i e^{(\sigma_i + j\omega_i)n\Delta t} = \sum_{i=1}^P R_i z_i^n, \text{ para } n=0, \dots, N-1 \quad (3.7)$$

donde N es el número de muestras de la respuesta impulso, que suponemos mucho mayor que p , $R_i = A_i e^{j\theta_i}$ y $z_i = e^{(\sigma_i + j\omega_i)\Delta t}$

La transformada z de la expresión (3.7) viene dada por:

$$H(z) = \frac{Q(z)}{P(z)} = \sum_{i=1}^P \frac{R_i}{z - z_i} = \frac{b_{p-1}z^{p-1} + \dots + b_1z + b_0}{z^p + a_{p-1}z^{p-1} + \dots + a_1z + a_0} \quad (3.8)$$

donde z_i son las raíces del polinomio en z del denominador o polos del sistema y los coeficientes R_i dependen de $P(z)$ y $Q(z)$.

El cálculo de z_i y R_i a partir de N muestras de la respuesta impulso $h(n)$ es un problema complejo que puede resolverse mediante técnicas de mínimos cuadrados no lineales [78] generalmente muy costosas en tiempo de cálculo.

Basándonos en resultados de anteriores trabajos [79]-[80], que muestran que la estimación de los polos de un modelo ARMA puede realizarse de forma precisa mediante un modelo AR síncrono, proponemos calcular los coeficientes del polinomio $P(z)$ mediante un modelo AR ó todo polos de la respuesta impulso. Conocidos los coeficientes a_i , el cálculo de las raíces del polinomio $P(z)$ permite obtener los parámetros z_i y por tanto σ_i y w_i mediante las relaciones:

$$\sigma_i = \frac{1}{\Delta t} \ln |z_i| \quad (3.9.a)$$

$$w_i = \frac{1}{\Delta t} \arctan \left[\frac{\text{Im}(z_i)}{\text{Re}(z_i)} \right] \quad (3.9.b)$$

donde \ln representa el logaritmo natural, Im la parte imaginaria y Re la parte real.

La última etapa del método consiste en el cálculo de los parámetros R_i o residuos. Ahora bien, puesto que ya las exponenciales z_i son conocidas (3.7) se transforma en un sistema de ecuaciones lineal que expresado en forma matricial queda como:

$$\emptyset R = \mathcal{H} \quad (3.10)$$

donde las matrices \emptyset , R y \mathcal{H} vienen definidas por:

$$\emptyset = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_p \\ z_1^2 & z_2^2 & \dots & z_p^2 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ z_1^{N-1} & z_2^{N-1} & \dots & z_p^{N-1} \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ R_p \end{bmatrix} \quad y \quad \mathcal{H} = \begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \cdot \\ \cdot \\ h(N-1) \end{bmatrix}$$

El cálculo de R_i se puede realizar aplicando la técnica de mínimos cuadrados, obteniéndose finalmente:

$$\mathcal{R} = \left[\Phi^H \Phi \right]^{-1} \Phi^H \mathcal{H} \quad (3.11)$$

donde los superíndices H y -1 representan la hermítica e inversa de una matriz respectivamente. La ecuación (3.11) permite calcular los residuos R_i y a partir de ellos obtener los coeficientes A_i y θ_i mediante las relaciones:

$$A_i = |R_i| \quad (3.12.a)$$

$$\theta_i = \text{arc tg} \left[\text{Imag}(R_i) / \text{Real}(R_i) \right] \quad (3.12.b)$$

Puesto que este procedimiento de cálculo de los polos y residuos de la respuesta transitoria del blanco consta de tres etapas similares a las del método de Prony en el dominio del tiempo, se puede interpretar como una extensión del mismo para el caso en que $N > p$.

3.4 OBTENCION DE LA RESPUESTA IMPULSO

La obtención de la respuesta a un EMP por análisis directo en el dominio del tiempo ha sido abordada recientemente por diferentes autores [50]-[51],[57],[64],[70].

En esta Memoria se hace uso de los resultados obtenidos para blancos formados por hilos delgados mediante la ecuación

integrodiferencial EFIE dada por (3.13) debido a que es la que menos problemas de cálculo numérico presenta [68]. Un estudio detallado de la radiación y dispersión de EMP mediante métodos numéricos y distintas ecuaciones integrodiferenciales ya ha sido realizado en trabajos anteriores de nuestro Departamento [57],[67]-[68], por lo que aquí sólo se introducen brevemente algunas ideas básicas.

$$\hat{s} \cdot \vec{E}^i(s,t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{C(s')} \left[\frac{\hat{s} \cdot \hat{s}'}{c^2 R} \frac{\partial}{\partial t'} I(s',t) + \frac{\hat{s} \cdot \vec{R}}{cR^2} \frac{\partial}{\partial s'} I(s',t') - \frac{\hat{s} \cdot \vec{R}}{R^3} q(s',t') \right] ds' \quad (3.13)$$

En (3.13) \hat{s} y \hat{s}' son los vectores unitarios tangentes al eje del hilo de contorno C en las posiciones $s(\vec{r})=s$ y $s(\vec{r}')=s'$ (figura 3.2). Las variables $I(s',t')$ y $q(s',t')$ representan las distribuciones de corriente y carga respectivamente, en el punto s' ; en el tiempo retardado $t'=t-R/c$. $\vec{E}^i(s,t)$ es el campo aplicado en el punto de observación $\vec{R}=|\vec{r}-\vec{r}'|$.

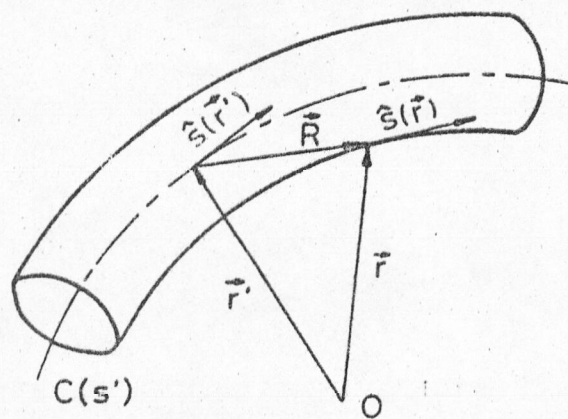


Figura 3.2

Coordenadas para la estructura de hilo delgado.

Para llevar a cabo la integración en (3.13) la estructura de hilo se aproxima por N_s segmentos rectos de igual longitud Δl y el tiempo se divide en N_t intervalos de duración $t = \Delta l/c$.

La ecuación (3.13) se puede transformar en una expresión que permite calcular numéricamente la distribución de corriente a lo largo del hilo usando la técnica de adaptación por puntos del método de los momentos y como función base una función de interpolación Lagrangiana de dos dimensiones y orden tres en cada dimensión, cuya expresión es:

$$I_{ij}(s_i'', t_j'') = \sum_{l=-1}^1 \sum_{m=n}^{n+2} B_{ij}^{(l,m)} I_{i+1, j+m} \quad (3.14)$$

con

$$B_{ij}^{(l,m)} = \prod_{p=-1}^1 \prod_{q=n}^{n+2} \frac{(s_i'' + s_i - s_{i+p})}{(s_{i+1} - s_{i+p})} \frac{(t_j'' - t_j - t_{j+q})}{(t_{j+m} - t_{j+q})} \quad (3.15)$$

donde $s'' = s' - s_i$, $t'' = t' - t_j$, s_i y t_j son las coordenadas espaciales y temporales del ij -ésimo valor de la corriente I_{ij} y los superíndices l y m de los productorios indican que los términos $p=1$ y $q=m$ deben omitirse. Esta interpolación permite calcular la intensidad en la estructura de hilo de forma escalonada en el tiempo.

Una vez que se ha obtenido la distribución de corriente en el hilo, el campo de radiación puede obtenerse resolviendo numericamente la ecuación [67]:

$$\vec{E}^{\text{rad}}(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon c^2} \int_{C(s')} \left[\frac{\dot{s}'}{R} - \frac{(\dot{s}' \cdot \vec{R})\vec{R}}{R^3} \right] \frac{\partial}{\partial t} I(s', t') ds' \quad (3.16)$$

Un estudio detallado del cálculo de la distribución de corriente a lo largo del hilo y del campo de radiación dispersado puede verse en [67], [68].

3.5 RESULTADOS

En este apartado se muestran los resultados obtenidos aplicando técnicas de modelación AR a la respuesta transitoria de blancos excitados por EMP. La señal analizada ha sido siempre el producto de la distancia por el campo eléctrico dispersado por el blanco en la zona lejana. La excitación generalmente utilizada ha sido un pulso Gaussiano muy estrecho y con contenido espectral que se extiende hasta región de la microondas. Como en el límite este pulso es una función delta de Dirac, la respuesta del sistema puede considerarse como su función ponderatriz, es decir para este tipo de pulso $f(t) \approx h(t)$. La zona donde se comete mayor error al considerar que $f(t)$ es la respuesta impulso es la mas cercana al origen de tiempo, sin embargo si se analiza la respuesta retardada es decir en una zona donde ya no existe influencia del pulso, el error cometido será prácticamente despreciable. Concretamente la excitación utilizada ha sido:

$$E^i(t) = e^{-g^2(t-t_{\max})^2} \quad (3.17)$$

con $g = 5 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$ y $t_{\max} = 4.29 \cdot 10^{-10} \text{ s}$.

En todos los casos estudiados el blanco se ha dividido en $N_s=60$ segmentos rectos de longitud $\Delta l=L/60$, siendo L la longitud del blanco, y se ha utilizado un intervalo temporal $\Delta t= \Delta l/c$, siendo c la velocidad de la luz en el vacío.

La etapa de modelación AR se ha implementado usando los algoritmos de covarianza y de Burg. A estas dos variantes las llamaremos ARCOVAR y ARBURG respectivamente.

Con objeto de sistematizar los resultados dividiremos estos en dos grupos según que la señal dispersada por el blanco haya sido o no perturbada con ruido.

3.5.1 Señal transitoria sin ruido

En la figura 3.3 se representan las resonancias complejas normalizadas ($\sigma_i L/\pi c$, $w_i L/\pi c$) obtenidas por las dos variantes ARCOVAR y ARBURG para el caso de un hilo recto de longitud $L=1$ m. y radio $a=0.00674$ m. sobre el que incide un pulso electromagnético en dirección normal al eje del hilo, caso de la figura 3.3.a y formando ángulos de 60° y 30° en los casos de la figura 3.3.b y 3.3.c, respectivamente. En la figura se muestra también la localización en el plano complejo de las resonancias normalizadas, calculadas analíticamente por Tesche [81]. Se observa que estas ocurren para valores de $wL/\pi c \approx m$, siendo m un número entero.

La figura 3.4 ilustra la variación espacial y temporal de los modos naturales de corriente inducidos en el hilo cuando la excitación es un impulso.

Comparando los resultados obtenidos por los métodos ARCOVAR y ARBURG con los calculados teóricamente por Tesche se observa que los polos obtenidos usando el método ARCOVAR se ajustan muy bien a los valores dados por Tesche. Esta conclusión coincide con lo previsto a partir de los resultados presentados en el apéndice D.

En la figura 3.5 se muestran los polos normalizados para un hilo con $L' = 1.5$ m. y $a' = 0.01011$ m. Comparando estos resultados con los correspondientes a la figura 3.3 se observa que la localización de los polos obtenida por el método ARCOVAR es prácticamente coincidente para ambos hilos, lo que corrobora el resultado obtenido por Tesche en el sentido de que la posición de los polos para un hilo recto solo depende de la razón longitud-radio, que en este caso para ambos hilos es $L/a = L'/a' = 148.36$.

Las figuras 3.6 y 3.7 muestran los polos y residuos normalizados para el hilo recto de longitud $L = 1$ m. y radio

$a=0.00674$ m en los casos de incidencia normal y a 60° respectivamente.

En las figuras 3.3.a, 3.5.a y 3.6 se observa que para el caso de incidencia normal solo aparecen polos muy próximos a los valores impares de m . Ello se debe a que la señal dispersada por el hilo, en este caso, solo contiene modos naturales de corriente simétricos respecto al centro del hilo (Figura 3.4), como consecuencia de la simetría de la excitación.

De todas las figuras anteriores se observa que la localización de los polos es independiente de la excitación y función de la geometría del blanco, es decir de su longitud y radio para los ejemplos que estamos considerando.

Las figuras 3.8 y 3.9 muestran para el caso del hilo de 1 m. de longitud y pulsos incidiendo con ángulos de 90° y 60° respecto al eje del hilo la señal dispersada, calculada por el método numérico descrito en el apartado 3.4 en trazo continuo, y su reproducción en términos de suma de exponenciales según la expresión 3.7 con *.

La figura 3.10 muestra la localización en el plano complejo de los polos obtenidos para una espira circular de longitud $L=1$ m. y radio $a=0.00674$ m., excitada por un pulso electromagnético que incide normalmente al plano de la espira. Se observa que en este caso solo aparecen polos para m par que corresponden a modos naturales de corriente antisimétricos. Es interesante observar que sus partes reales son mayores que las correspondiente para un hilo recto de iguales dimensiones, como consecuencia de las pérdidas de radiación debidas a la curvatura de la espira.

En la figura 3.11 se representan los polos obtenidos cuando se analiza la señal que resulta de sumar los campos dispersados por un hilo recto y una espira circular de longitud $L=1$ m. y radio $a=0.00674$ m. Dada la linealidad del modelo utilizado para el cálculo de los polos, se observa que éstos coinciden con los que se obtienen analizando cada

señal por separado, ya representados en las figuras 3.3.a y 3.10.

La figura 3.12 muestra s_i normalizados para el caso de un hilo recto cargado en su centro con una resistencia de 100Ω , excitado por un pulso incidiendo con un ángulo de 60° . Se observa como los polos correspondientes a modos naturales de corriente simétricos respecto al centro del hilo (Figura 3.4), es decir para $m \simeq 1, 3, 5, \dots$ se han desplazado hacia valores de σ crecientes. Esto es consecuencia de las pérdidas por efecto Joule en la resistencia para los modos de corriente con máximo en el centro del hilo, es decir donde se encuentra la resistencia.

3.5.2 Señal transitoria con ruido

Un factor importante en el cálculo de los parámetros asociados a la respuesta transitoria de un blanco es el nivel de ruido. Cuando la señal dispersada por el blanco se perturba con ruido, el cálculo de los polos y residuos mediante el método de Prony se afecta considerablemente. Un procedimiento utilizado para eliminar este problema consiste en dividir los datos en ventanas, y calcular los polos en cada una de ellas de forma que si se dividen en M ventanas y en cada una de ellas se calculan p polos se obtiene un conjunto de $M \cdot p$ polos. La validez de esta técnica depende de si al mover la ventana varían los polos debidos al ruido, mientras que los debidos al blanco permanecen fijos. Una vez que se ha determinado cuales son los conjuntos de M polos asociados a cada frecuencia de resonancia del blanco, ésta se puede obtener sin más que promediar los M valores. Esta técnica se denomina método de despazamiento de la ventana (MDV) [76], [82].

En lo que sigue se muestra como es posible mejorar

los resultados obtenidos con el MDV analizando los datos en cada ventana en dirección de tiempos decrecientes, es decir hacia atrás con respecto al tiempo. Llamaremos a esta técnica método de desplazamiento de la ventana por análisis de los datos en sentido inverso (MDVI). Su propiedad más importante es que al analizar los datos hacia atrás los polos se reflejan en el eje jw , ya que los factores de amortiguamiento se hacen positivos. Efectivamente, la expresión (3.4) para $t' = T - t$, donde $T = N\Delta t$, queda como:

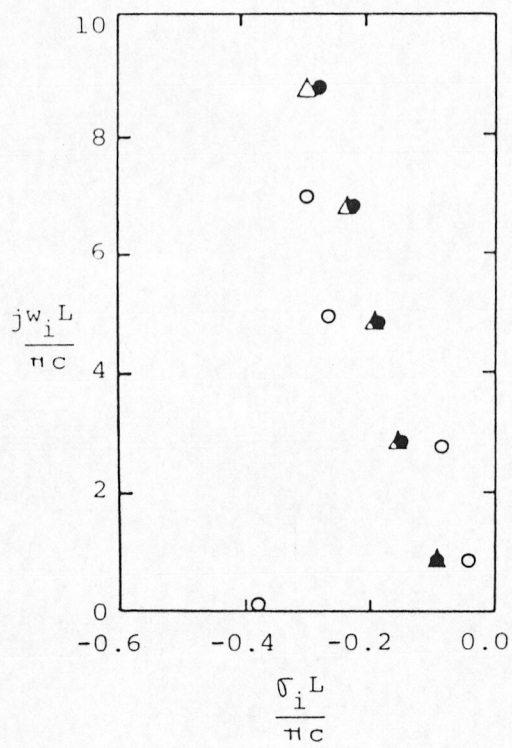
$$h(t') = \sum_{i=1}^P R_i e^{(\sigma_i + jw_i)(T-t)} = \sum_{i=1}^P R'_i e^{(-\sigma_i + jw_i)t} \quad (3.18)$$

es decir $h(t')$ tiene los mismos polos que $h(t)$ pero con valores de σ positivos.

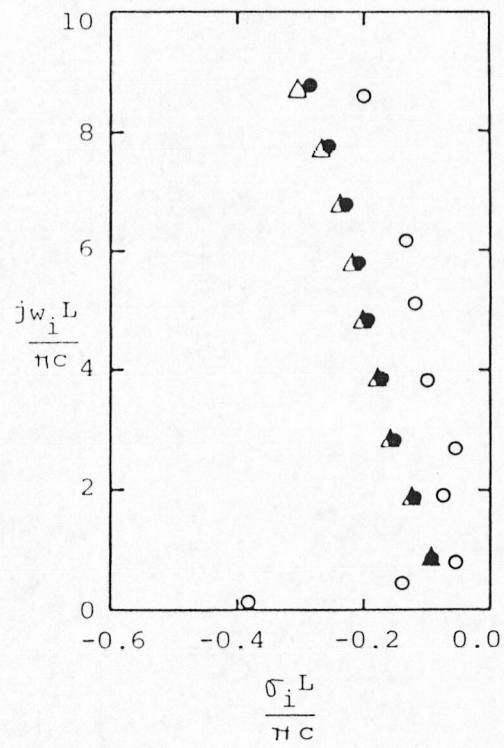
Para comparar ambas técnicas se han analizado $N = 480$ muestras de la respuesta transitoria de un hilo recto delgado de longitud $L = 1$ m. y radio $a = 0.00674$ m., divididas en tres ventanas de duración $N/2$ y solapadas $N/4$ muestras.

Las figuras 3.13 y 3.14 muestran los polos normalizados obtenidos para ángulos de incidencia del pulso de 90° y 60° . En ellas se observa claramente como con el método MDVI los polos correspondientes a las frecuencias de resonancias complejas del blanco se reflejan en el eje jw , mientras que los debidos al ruido permanecen predominantemente en el semiplano negativo. También se observa como el número de polos reflejados depende de la relación señal ruido.

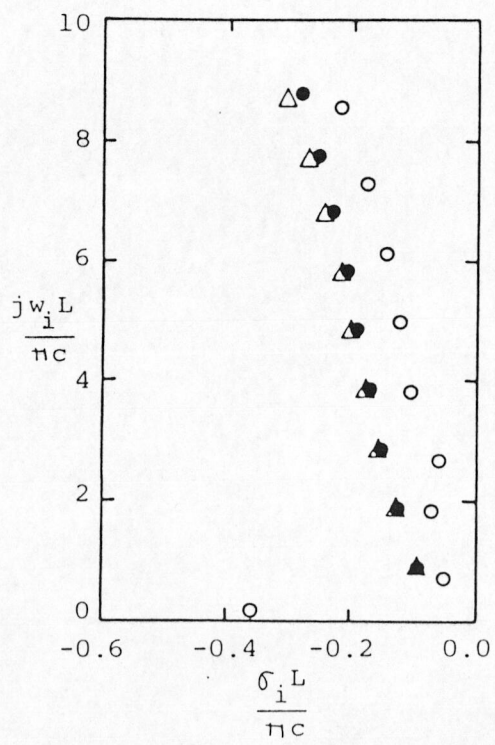
El método de Burg y en general ninguno de los métodos descritos en los apartados 1.4.4.2 - 1.4.4.4 del capítulo 1 de esta Memoria, pueden utilizarse en la implementación de la técnica MDVI, ya que según la expresión 1.60 estos métodos minimizan la suma de los errores de predicción hacia delante y hacia atrás y por tanto conducen a los mismos resultados independientemente del sentido en que se analicen los datos.



a)



b)



c)

Figura 3.3

Frecuencias de resonancia complejas para un hilo con $L = 1$ m. y $a = 0.00674$ m. El número de muestras analizadas ha sido $N=400$ y el orden de predicción $p = 10$ para la figura a) y $p = 18$ para b) y c).

- Teóricos
- △ ARCOVAR
- ARBURG

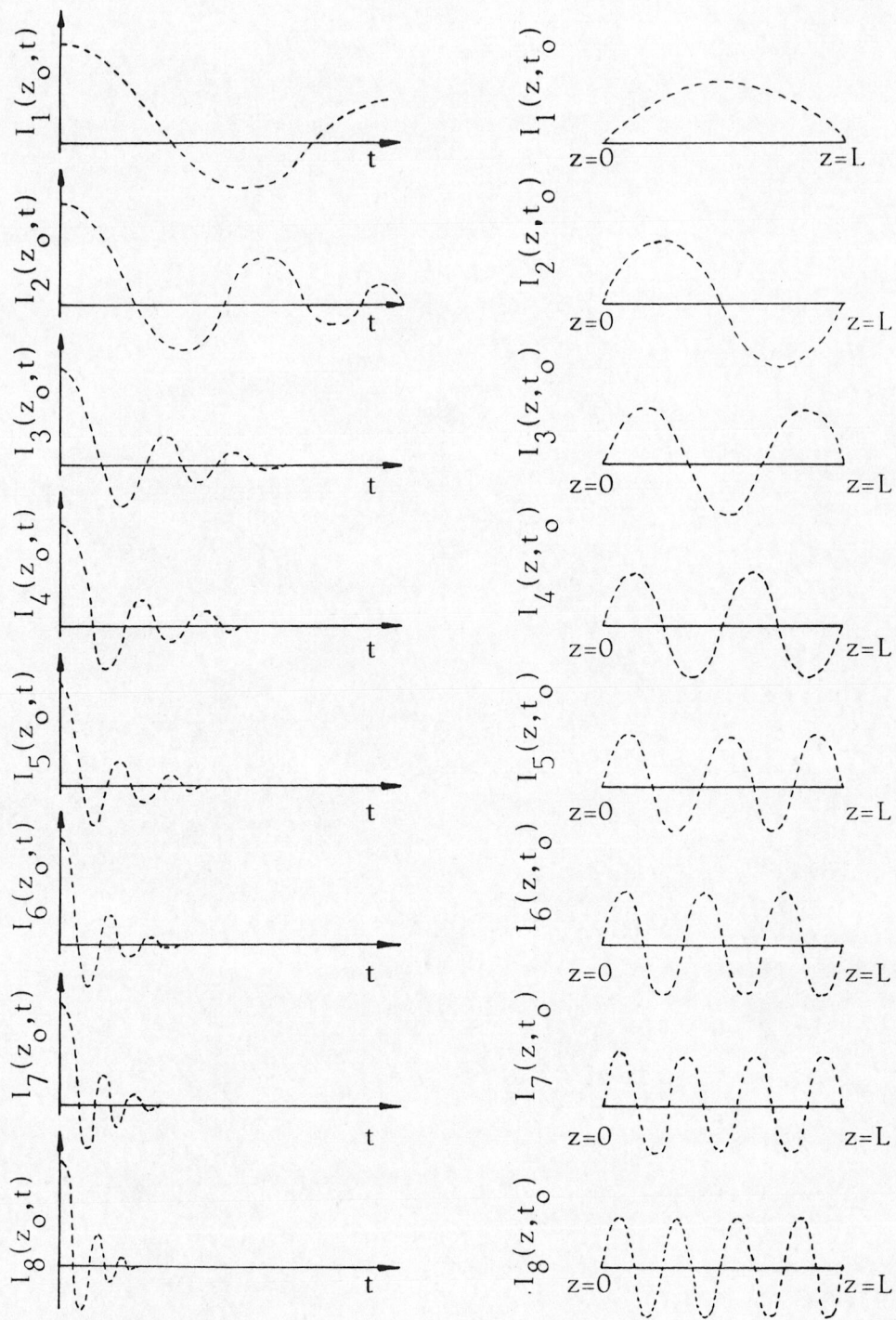


Figura 3.4: Variación espacial y temporal de los ocho primeros modos de corriente inducidos en un hilo recto excitado por un pulso.

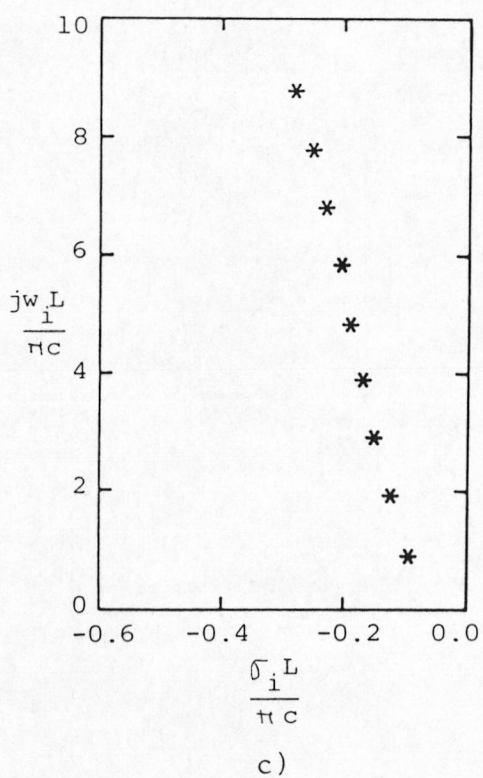
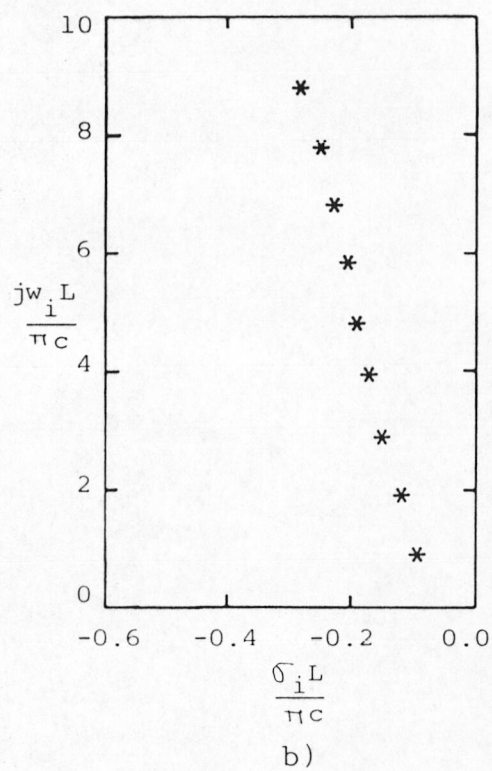
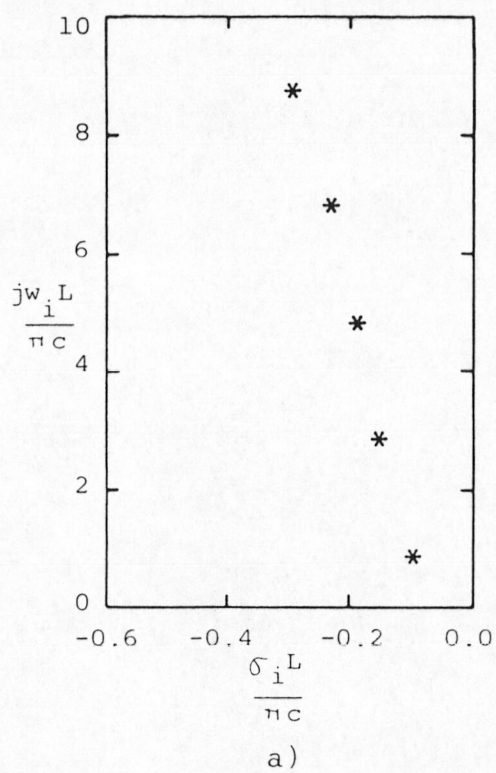


Figura 3.5

Frecuencias de resonancia complejas normalizadas para un hilo con $L' = 1.5$ m. y $a' = 0.01011$ m. El número de muestras analizadas ha sido $N=400$ y el orden de predicción utilizado $p=10$ para la figura a) y $p=18$ en b) y c).

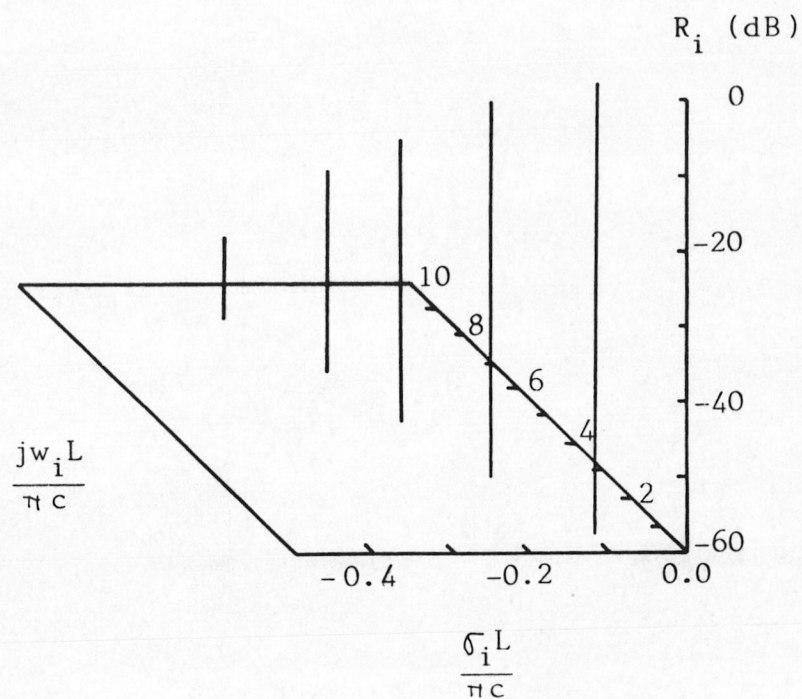


Figura 3.6: Polos y residuos normalizados para un hilo recto ($L=1$ m. $a=0.00674$ m.) e incidencia normal.

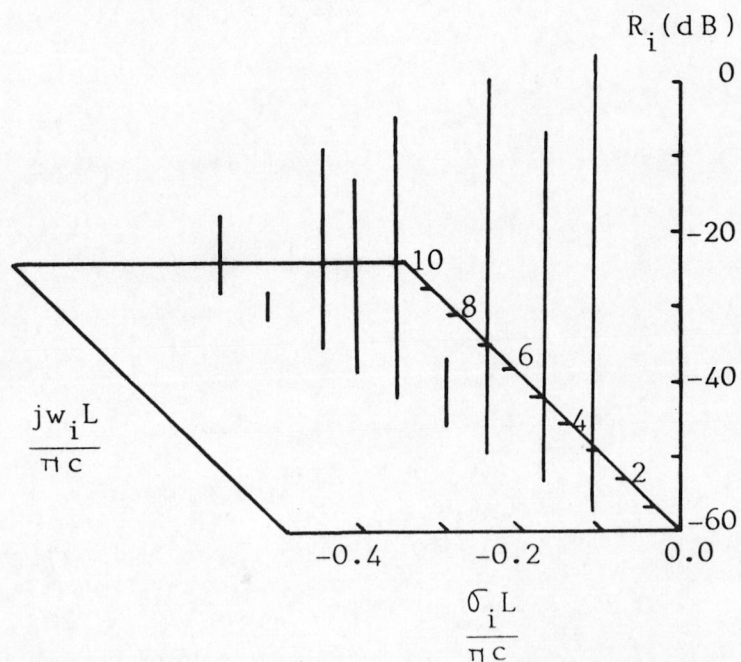


Figura 3.7: Polos y residuos normalizados para el mismo hilo de la figura 3.6 pero pulso incidente a 60° .

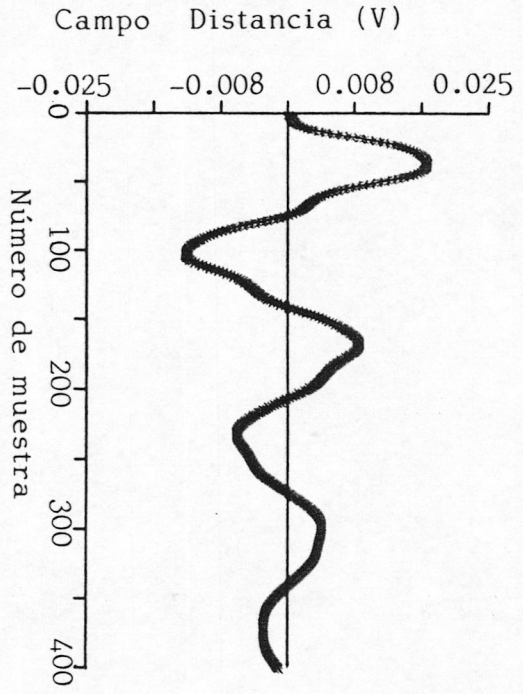


Figura 3.9

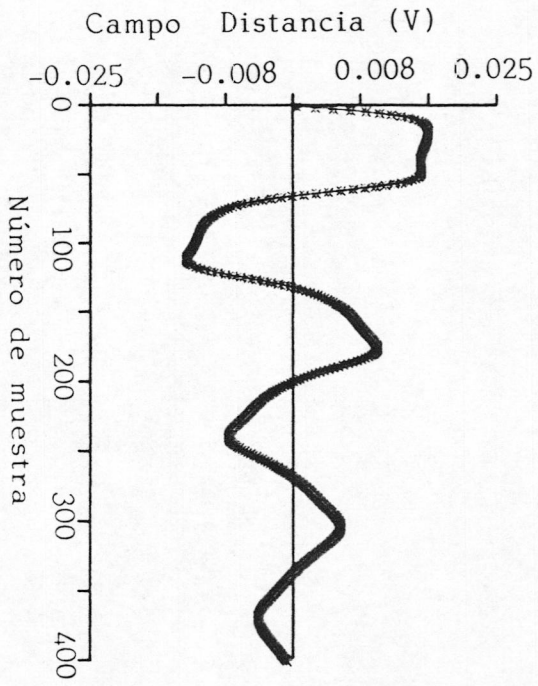


Figura 3.8

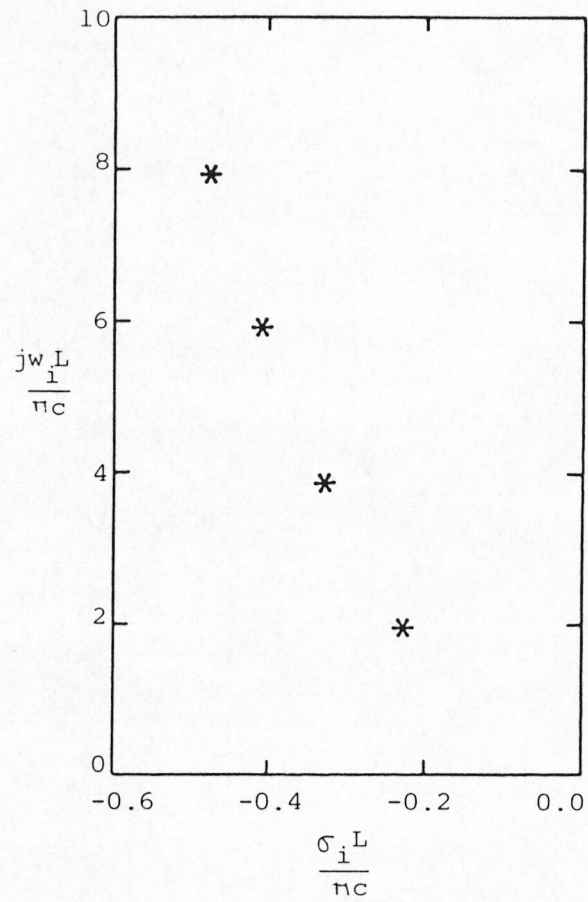


Figura 3.10: Frecuencias de resonancia complejas normalizadas para una espira circular de longitud $L=1$ m. y radio $a=0.00674$ m. El número de muestras analizadas ha sido $N=400$ y el orden de predicción utilizado $p=8$.

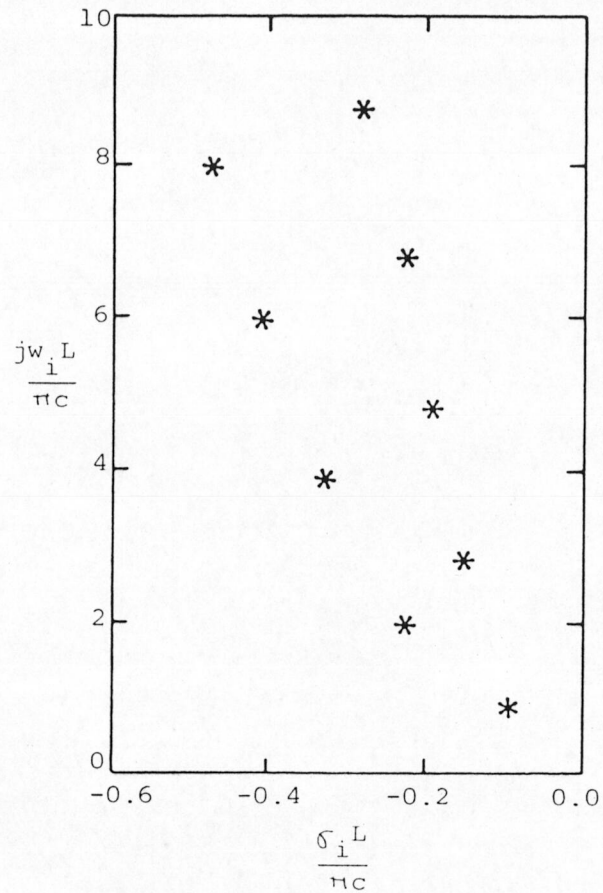


Figura 3.11: Frecuencias de resonancia complejas normalizadas obtenidas analizando la señal que resulta al sumar los campos dispersados por un hilo y una espira circular ambos de longitud $L=1$ m. y radio $a=0.00674$ m. El número de muestras analizadas ha sido $N=400$ y el orden de predicción utilizado $p=18$.

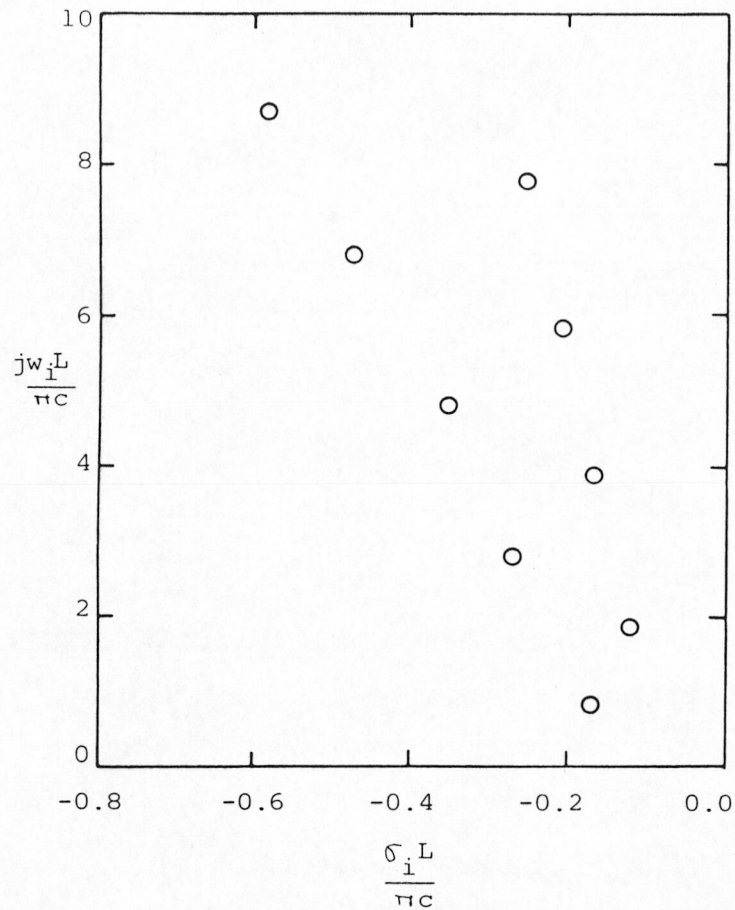


Figura 3.12: Frecuencias de resonancia complejas normalizadas para un hilo recto cargado en su centro con una resistencia de 100 de longitud $L=1$ m. y radio $a=0.00674$ m. El número de muestras analizadas ha sido $N=400$ y el orden de predicción utilizado $p=18$.

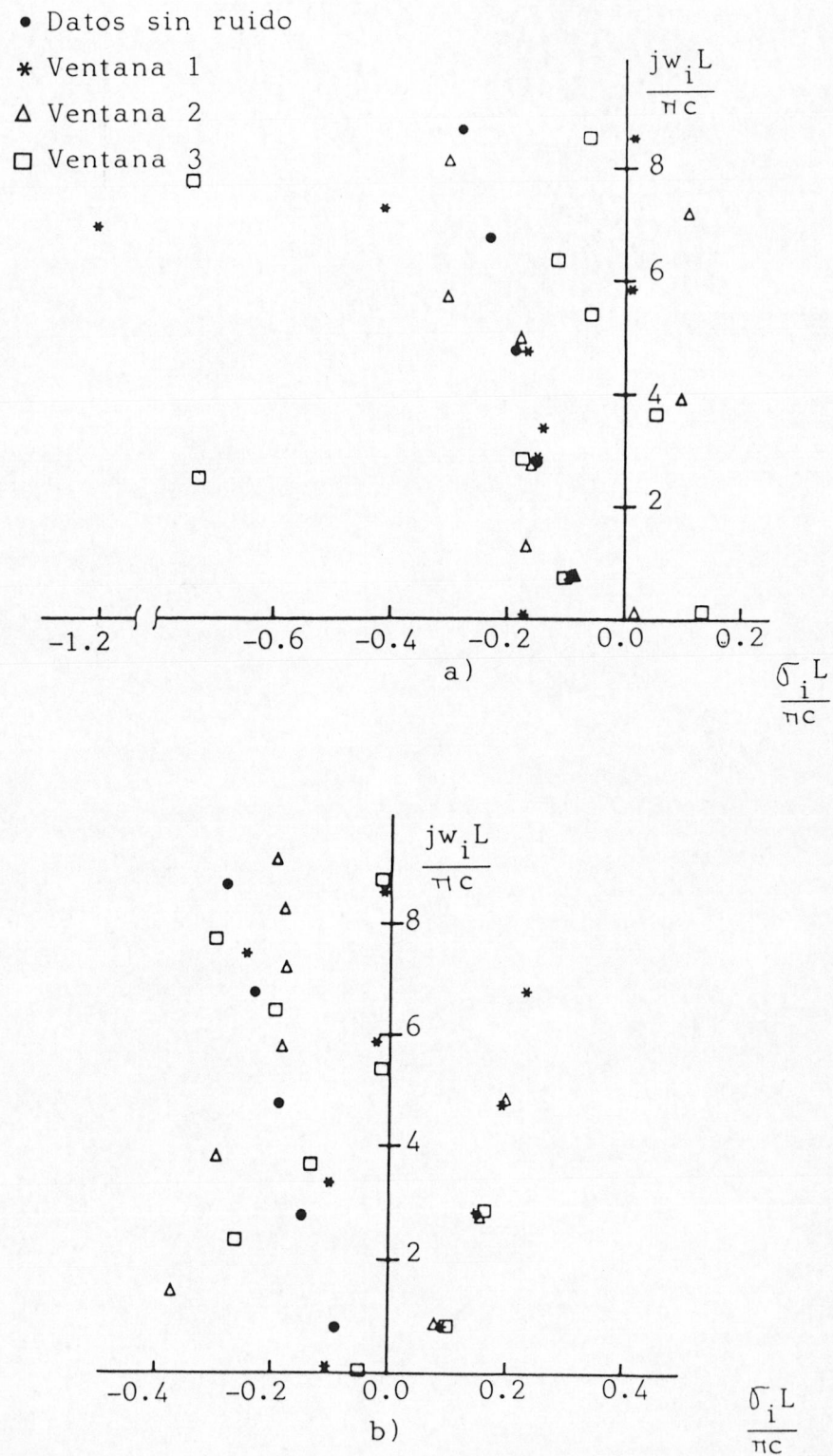


Figura 3.13: Polos normalizados para un hilo recto de longitud $L = 1$ m. sobre el que incide normalmente un pulso Gaussiano. a) Polos obtenidos por el MDV, SNR=60 dB y $p=18$. b) Polos obtenidos por el MDVI, SNR=60 y $p=18$.

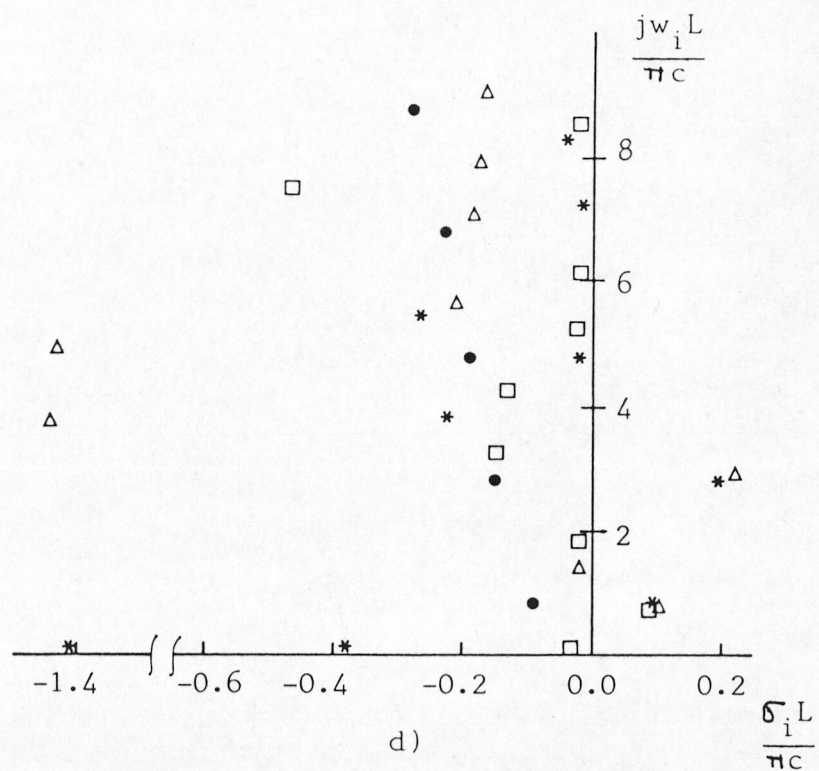
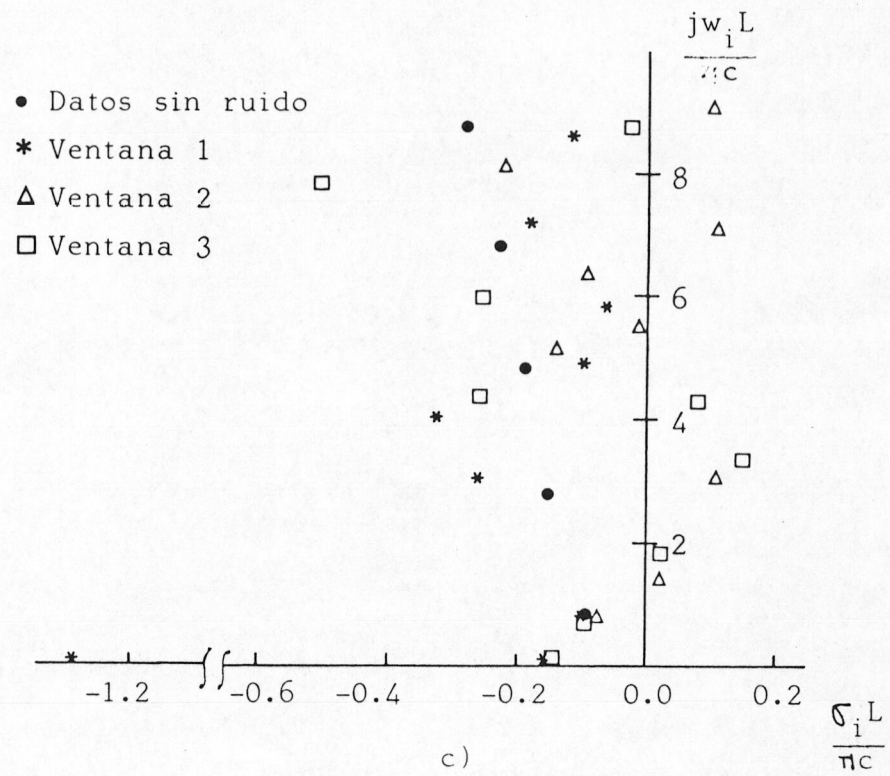


Figura 3.13: c) Polos obtenidos por el MDV, SNR=20 dB y $p=18$.

d) Polos obtenidos por el MDVI, SNR=20 dB y $p=18$.

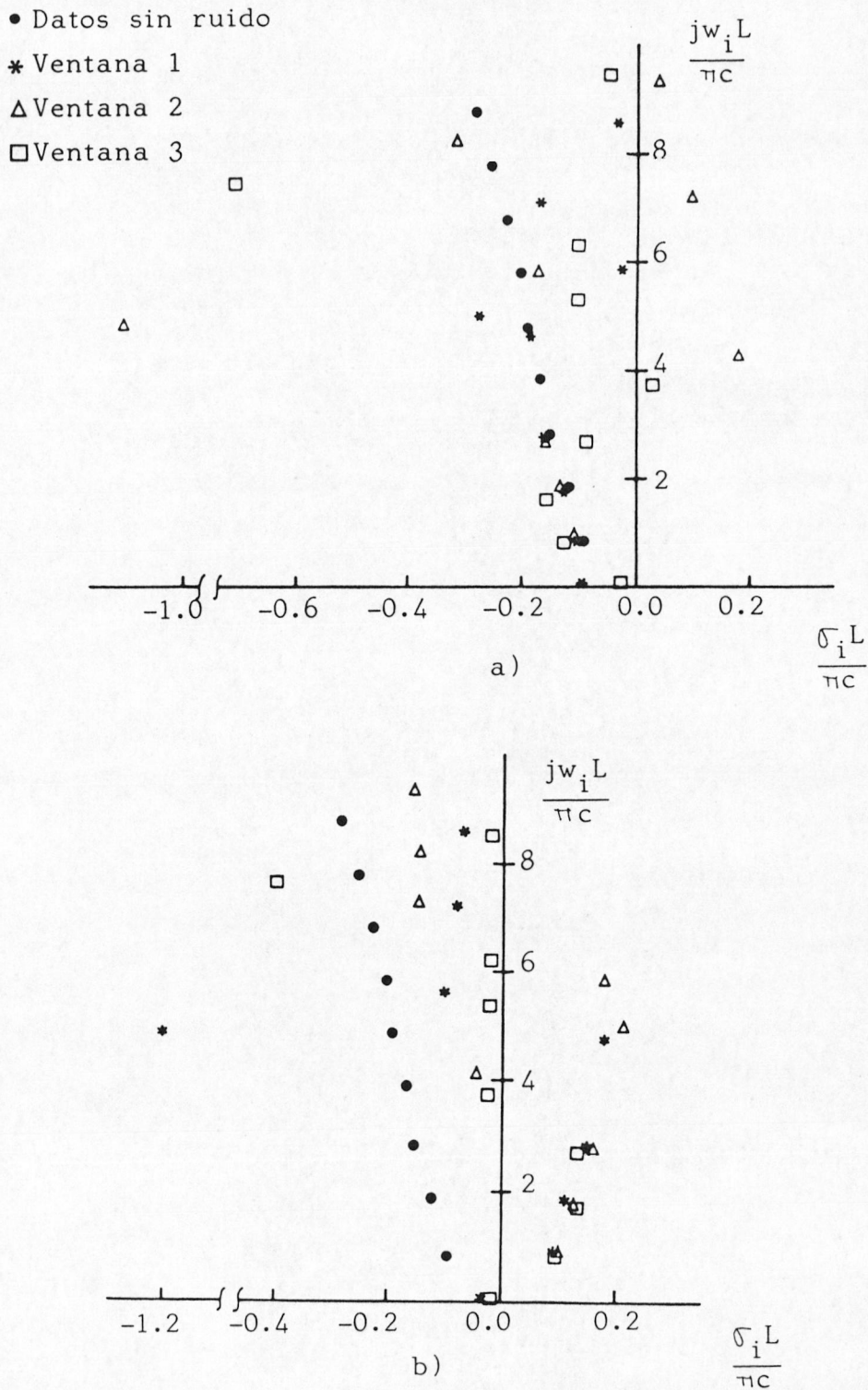


Figura 3.14: Polos normalizados para un hilo recto de longitud $L=1$ m. sobre el que incide a 60° un pulso Gaussiano. a) Polos obtenidos por el MDV $\text{SNR}=60$ dB y $p=18$. b) Polos obtenidos por el MDVI, $\text{SNR}=60$ dB y $p=18$.

- Datos sin ruido
- * Ventana 1
- △ Ventana 2
- Ventana 3 *

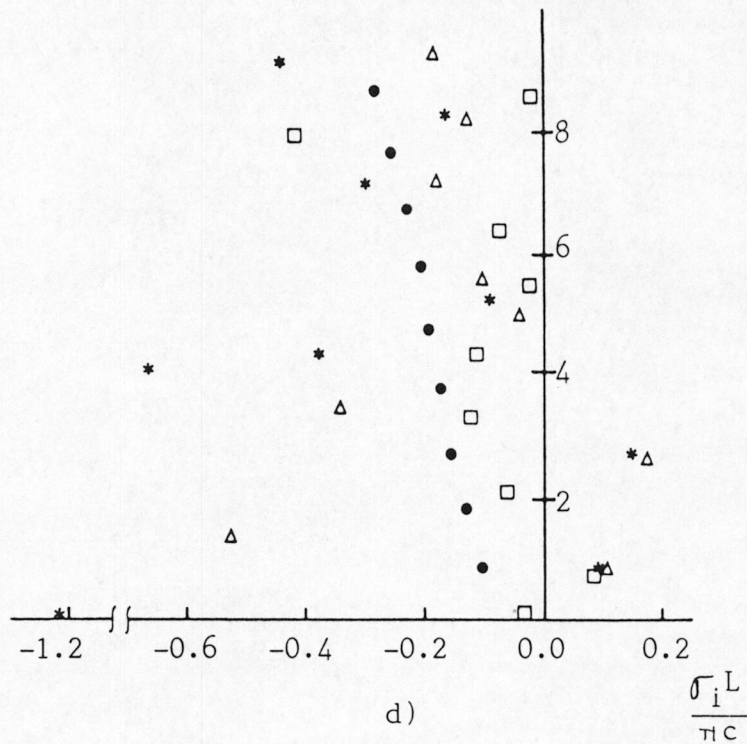
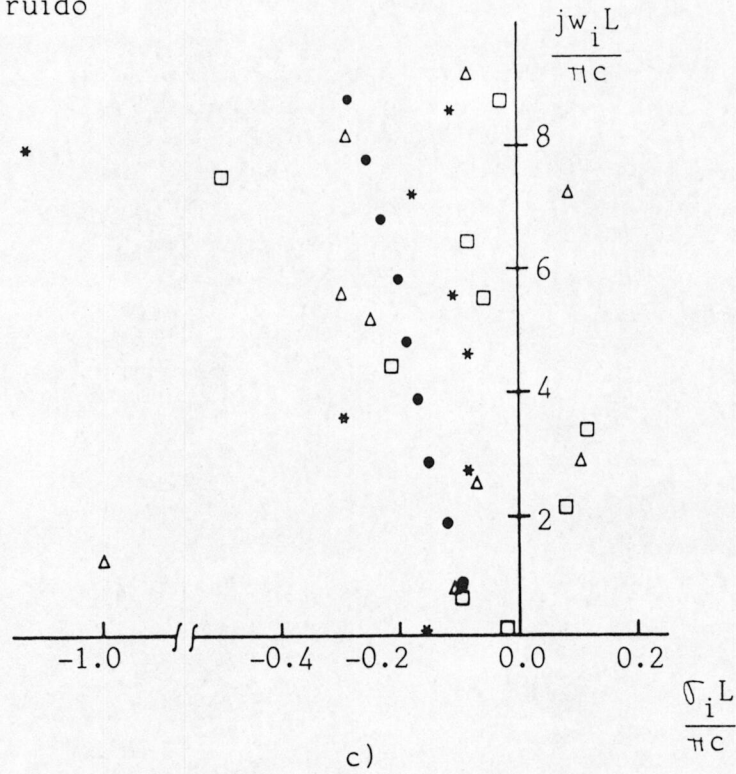


Figura 3.14: c) Polos obtenidos por el MDV, SNR=20 dB y $p=18$
 d) Polos obtenidos por el MDVI, SNR=20 dB y $p=18$.

CAPITULO 4

IDENTIFICACION DE BLANCOS DE RADAR

4. IDENTIFICACION DE BLANCOS DE RADAR

4.1 INTRODUCCION

De acuerdo con lo indicado en el capítulo anterior, el método de expansión de singularidades (SEM) muestra cómo cualquier observable de la respuesta de un blanco a una excitación impulso se puede expresar como una suma de exponenciales amortiguadas, en la que cada uno de los sumandos está asociado a una resonancia natural del blanco. Dado que, según se vió en el apartado 3.5, estos parámetros están exclusivamente ligados a la geometría y constitución del blanco, pueden ser utilizados para su reconocimiento e identificación.

En este capítulo se plantea la identificación de blancos es decir, determinar si el blanco detectado es, o no, uno pre-seleccionado o patrón.

La idea básica consiste en sintetizar una señal de forma que cuando excite al blanco patrón su respuesta contenga una única frecuencia de resonancia compleja, es decir, sea una señal armónica amortiguada. La validez de este método consistirá en su capacidad para dar una señal suficientemente diferente cuando la excitación sintetizada se aplique a un blanco de prueba, de modo que comparando ambas respuestas se puedan diferenciar. El método se aplicará a hilos rectos de distintas características geométricas (longitud y radio) y físicas (hilo con, o sin, pérdidas resistivas). Para el caso de hilos de diferentes características geométricas tanto la parte real como imaginaria de las resonancias complejas se modifican significativamente, influyendo en la periodicidad y amortiguamiento de la señal dispersada por los blancos de prueba, permitiendo por tanto su discriminación con el patrón. En el caso de hilos con pérdidas resistivas, son las partes reales de las resonancias complejas las que se ven afectadas, por lo que se modifica el factor de amortiguamiento de la señal dispersada por el blanco de prueba, permitiendo asimismo su discriminación con el patrón.

4.2 EXPRESION ANALITICA DEL CAMPO ELECTRICO DISPERSADO POR UN HILO RECTO SOBRE EL QUE INCIDE NORMALMENTE UNA EXCITACION ARBITRARIA.

A partir de la ecuación integral de Pocklington [84] y teniendo en cuenta el método de expansión de singularidades (expresión 3.1), se puede demostrar que la intensidad de corriente inducida en un hilo recto de longitud L y radio a excitado normalmente por un pulso electromagnético viene dada por [52]:

$$I_1(z, s) = K \sum_{\alpha = \text{impar}}^P \frac{1}{\alpha} \operatorname{sen} \left(\frac{\alpha \pi z}{L} \right) \left[\frac{1}{s - s^*} + \frac{1}{s - s^*} \right] \quad (4.1)$$

donde

$$K = \frac{8}{\mu_0 \left[2 \log \left(\frac{L}{a} \right) - 1 \right]} \quad (4.2)$$

y s_α representan las frecuencias de resonancia complejas del hilo que suponemos orientado en la dirección del eje z .

La corriente inducida en el hilo debido a una excitación arbitraria, cuya transformada de Laplace es $U(s)$, se obtendrá por:

$$I(z,s) = K \sum_{\alpha = \text{impar}}^P U(s) \frac{1}{\alpha} \operatorname{sen} \left(\frac{\alpha n z}{L} \right) \left[\frac{1}{s - s_\alpha} + \frac{1}{s - s_\alpha^*} \right] \quad (4.3)$$

El campo eléctrico dispersado por el hilo en la zona lejana es [49]:

$$\vec{E}^{\text{dis}}(t) = - \frac{\partial}{\partial t} \vec{A}(t) = \hat{k} \left(- \frac{\partial}{\partial t} A(t) \right) \quad (4.4)$$

siendo $\vec{A}(t)$ el potencial vector dado por:

$$A(t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^L \frac{I(z', t - R_0/c)}{R_0} dz' \quad (4.5)$$

donde R_0 es la distancia que separa al blanco de la antena receptora.

Las transformadas de Laplace del campo eléctrico y del potencial vector vienen dadas por:

$$\vec{E}^{\text{dis}}(s) = \hat{k} \vec{E}^{\text{dis}}(s) = \hat{k} (-s A(s)) \quad (4.6)$$

$$A(s) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e^{-sR_0/c}}{R_0} \int_0^L I(z', s) dz' \quad (4.7)$$

Teniendo en cuenta las expresiones (4.3) y (4.7), la transformada de Laplace del campo eléctrico dispersado se obtiene por:

$$E^{\text{dis}}(s) = K_1 \frac{e^{-sR_0/c}}{R_0} \sum_{\alpha=\text{impar}}^P s U(s) \frac{1}{\alpha^2} \left[\frac{1}{s-s_\alpha} + \frac{1}{s-s_\alpha^*} \right] \quad (4.8)$$

donde

$$K_1 = \left(-\frac{\mu_0}{4\pi} \right) (2L/c) K \quad (4.9)$$

Si se considera el producto del campo eléctrico dispersado por la distancia que separa el blanco de la antena receptora, queda:

$$R_0 E^{\text{dis}}(s) = K_1 e^{-sR_0/c} E_1^{\text{dis}}(s) \quad (4.10)$$

donde

$$E_1^{\text{dis}}(t) = \sum_{\alpha=\text{impar}}^P s U(s) \frac{1}{\alpha^2} \left[\frac{1}{s-s_\alpha} + \frac{1}{s-s_\alpha^*} \right] \quad (4.11)$$

la relación entre $E^{\text{dis}}(t)$ y $E_1^{\text{dis}}(t)$ es evidente a partir del teorema de desplazamiento de la transformada de Laplace:

$$R_0 E^{\text{dis}}(t) = K_1 E_1^{\text{dis}}(t - R_0/c) \quad \text{para } t > R_0/c \quad (4.12)$$

Por tanto, si se desea sintetizar $E^{\text{dis}}(s)$ sólo se necesita sintetizar $E_1^{\text{dis}}(s)$.

4.3 EXPRESIONES DE LAS SEÑALES QUE EXCITAN UNA ÚNICA FRECUENCIA DE RESONANCIA COMPLEJA.

Para que el campo eléctrico dispersado por el hilo contenga sólo la j -ésima resonancia natural y su valor inicial sea máximo, su transformada de Laplace debe ser:

$$E_1^{\text{max}}(s) = \frac{1}{s - s_\alpha} + \frac{1}{s - s_\alpha^*} \quad (4.13)$$

es decir, corresponda a una función coseno amortiguada en el dominio del tiempo de la forma:

$$E_1^{\text{max}}(t) = 2 e^{-\sigma_j t} \cos w_j t \quad (4.14)$$

Igualando (4.11) con (4.13) y despejando $U(s)$, se obtiene:

$$U_j^{\text{max}}(s) = \frac{\frac{1}{s - s_j} + \frac{1}{s - s_j^*}}{\sum_{\alpha=\text{impar}}^N s \frac{1}{\alpha^2} \left[\frac{1}{s - s_\alpha} + \frac{1}{s - s_\alpha^*} \right]} =$$

$$= \frac{(s - s_j^r) \prod_{\substack{\alpha=\text{impar} \\ \alpha \neq j}}^N (s - s_\alpha)(s - s_\alpha^*)}{s \left[\begin{array}{l} (s - s_1^r) \prod_{\substack{\alpha=\text{impar} \\ \alpha \neq 1}}^N (s - s_\alpha)(s - s_\alpha^*) + \frac{1}{9} (s - s_3^r) \prod_{\substack{\alpha=\text{impar} \\ \alpha \neq 3}}^N (s - s_\alpha)(s - s_\alpha^*) + \\ + \dots + \frac{1}{N^2} (s - s_N^r) \prod_{\substack{\alpha=\text{impar} \\ \alpha \neq N}}^N (s - s_\alpha)(s - s_\alpha^*) \end{array} \right]} \quad (4.15)$$

donde $U_j^{\max}(s)$ es la transformada de Laplace de la señal que excita la j -ésima resonancia natural del blanco dando un máximo inicial en la respuesta, y $s_\alpha^r = \text{Real}[s_\alpha]$.

Para que el campo eléctrico dispersado por el blanco contenga sólo la j -ésima resonancia natural del blanco pero su valor inicial sea cero, es decir, sea una función seno amortiguada, su transformada de Laplace será:

$$E_1^{\min}(s) = \frac{-j}{s - s_j} + \frac{j}{s - s_j^*} \quad (4.16)$$

y su transformada inversa de Laplace:

$$E_1^{\min}(t) = 2 e^{-\sigma_j t} \text{sen } w_j t \quad (4.17)$$

La transformada de Laplace de la función que excita la j -ésima resonancia natural y cuya respuesta tiene un valor inicial cero se obtiene de forma análoga a (4.15) y viene dada por:

$$U_j^{\min}(s) = \frac{\frac{1}{s - s_j} + \frac{1}{s - s_j^*}}{\sum_{\alpha=\text{impar}}^N s \frac{1}{\alpha^2} \left[\frac{1}{s - s_\alpha} + \frac{1}{s - s_\alpha^*} \right]} =$$

$$= \frac{s_j^i \prod_{\substack{\alpha=\text{impar} \\ \alpha \neq j}}^N (s - s_\alpha)(s - s_\alpha^*)}{s \left[(s - s_1^r) \prod_{\alpha=\text{impar}}^N (s - s_\alpha)(s - s_\alpha^*) + \dots + \frac{1}{N^2} (s - s_N^r) \prod_{\alpha=\text{impar}}^N (s - s_\alpha)(s - s_\alpha^*) \right]} \quad (4.18)$$

donde $s_\alpha^i = \text{Imag}[s_\alpha]$.

El cálculo de la transformada inversa de Laplace de las expresiones (4.15) y (4.18) permite la obtención de las señales $u_j^{\max}(t)$ y $u_j^{\min}(t)$. La respuesta del blanco patrón a

cada una de estas señales será una onda armónica amortiguada seno y coseno respectivamente.

Cuando un blanco de prueba cuyas frecuencias de resonancia naturales son s'_α , se excita con la función $u_j^{\max}(t)$ o la $u_j^{\min}(t)$, el campo eléctrico dispersado vendrá dado de acuerdo con (4.11) por:

$$E_1^{\text{dis}}(s) = s U_j^{\max}(t) \sum_{\alpha=\text{impar}}^{p'} \frac{1}{\alpha^2} \left[\frac{1}{s - s'} + \frac{1}{s - s'_{\alpha^*}} \right] \quad (4.19)$$

y análogamente:

$$E_1^{\text{dis}}(s) = s U_j^{\min}(s) \sum_{\alpha=\text{impar}}^{p'} \frac{1}{\alpha^2} \left[\frac{1}{s_\alpha - s'_\alpha} + \frac{1}{s - s'_{\alpha^*}} \right] \quad (4.20)$$

donde p' es el número de frecuencias de resonancia complejas del blanco de prueba.

El cálculo de la transformada inversa de Laplace de las ecuaciones (4.19) ó (4.20) permite obtener la señal dispersada por el blanco como respuesta a una señal electromagnética del tipo $u_j^{\max}(t)$ ó $u_j^{\min}(t)$.

4.4 RESULTADOS

Se ha elegido como blanco a identificar un hilo recto de longitud $L=1\text{m}$ y radio $a=0.00674\text{m}$. Las frecuencias de resonancia complejas de este hilo han sido calculadas en el capítulo 3 de esta memoria (Figura 3.3.a). Al sustituir estos valores en (4.15) ó (4.18) se obtienen unas expresiones racionales para $U_j^{\max}(s)$ y $U_j^{\min}(s)$, que permiten calcular $u_j^{\max}(t)$

y $u_j^{\min}(t)$ mediante un programa de transformada inversa de Laplace.

Las figuras 4.1 - 4.4 muestran las señales de excitación y la respuesta del blanco patrón para el caso en que se excita la primera o tercera frecuencia de resonancia del hilo, con un valor inicial máximo o mínimo. Las señales de excitación se han representado en función del tiempo normalizado $\Gamma = t(\pi c/L)$ y los campos dispersados en función del tiempo retardado $\Gamma' = (t - 2R_0/L)(\pi c/L)$. Todas las amplitudes se han normalizado a la unidad.

Para poner de manifiesto la validez del método para discriminar entre blancos, se han elegido tres de prueba. El primero de ellos es un hilo recto de longitud L' y radio a' , siendo:

$$\frac{L}{L'} = \frac{a}{a'} = C = 1.05$$

es decir, de radio y longitud un 5% menores que los del blanco patrón y cuyas frecuencias de resonancia complejas s'_α son, de acuerdo con los resultados obtenidos en el capítulo 3:

$$s'_\alpha = C s_\alpha = 1.05 s_\alpha$$

Las figuras 4.5 y 4.6 muestran $E_1^{\max}(t)$ y $E_1^{\min}(t)$ para el blanco patrón y de prueba.

Como segundo caso se ha elegido un hilo recto de longitud L'' y radio a'' , siendo:

$$\frac{L}{L''} = \frac{a}{a''} = 0.95$$

y

$$s''_\alpha = 0.95 s_\alpha$$

es decir, se trata de un hilo ligeramente más largo y ancho que el patrón. Las figuras 4.7 y 4.8 muestran $E_1^{\max}(t)$ y $E_1^{\min}(t)$ para este caso.

El tercer blanco de prueba es un hilo recto de idénticas características geométricas que el patrón pero cargado en su centro con una resistencia de 100Ω . Los valores de sus frecuencias de resonancia complejas se han obtenido en el capítulo anterior. Las figuras 4.9 - 4.12 muestran $E_1^{\max}(t)$ y $E_1^{\min}(t)$ para este caso.

En las figuras 4.5 - 4.12 se observa que en el caso de hilos con diferentes características geométricas, la periodicidad de la señal dispersada por los blancos de prueba se modifica significativamente, permitiendo la discriminación entre ellos.

En el caso de un hilo con pérdidas resistivas, figuras 4.9 - 4.12, son fundamentalmente las partes reales de las frecuencias de resonancia complejas las que se ven afectadas, influyendo en el amortiguamiento de la señal dispersada por el hilo, permitiendo por tanto su discriminación con el patrón.

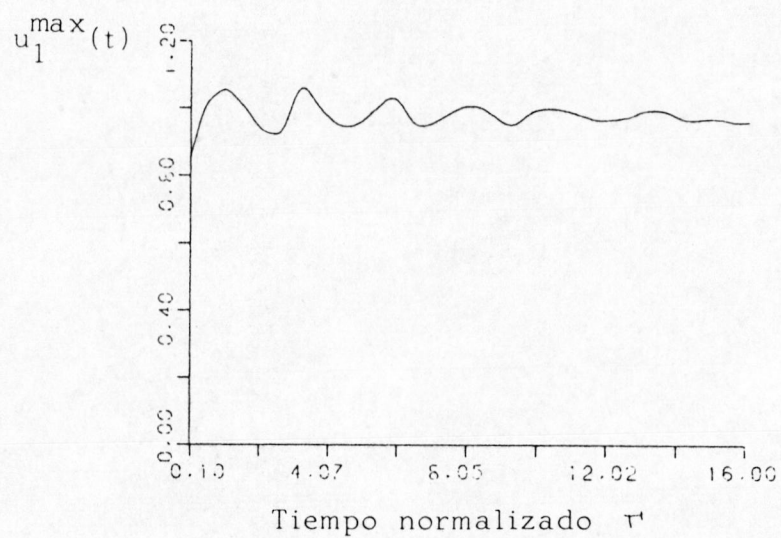


Figura 4.1.a: Amplitud normalizada de la señal que excita la 1ª frecuencia compleja de resonancia del blanco patrón.

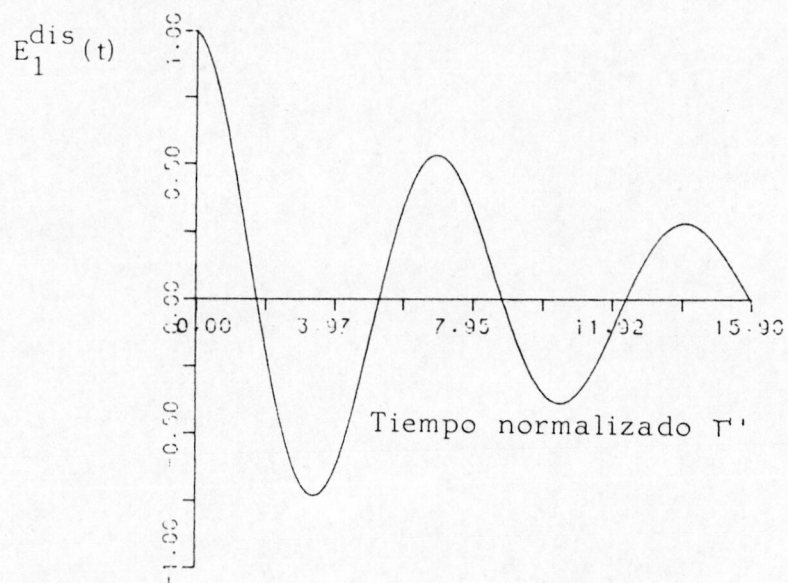


Figura 4.1.b: Amplitud normalizada del campo eléctrico dispersado por el hilo patrón excitado con $u_1^{\max}(t)$.

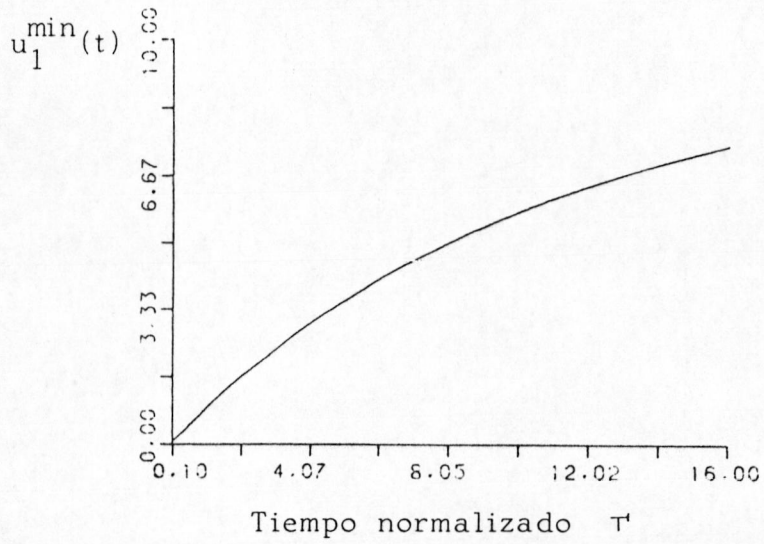


Figura 4.2.a: Amplitud normalizada de la señal que excita la 1ª frecuencia compleja de resonancia del blanco patrón.

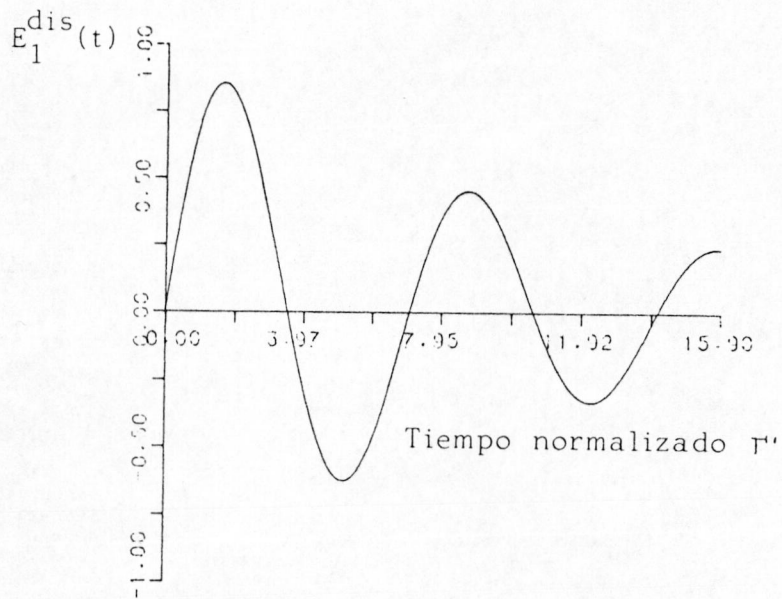


Figura 4.2.b: Amplitud normalizada del campo eléctrico dispersado por el hilo patrón excitado con $u_1^{\min}(t)$.

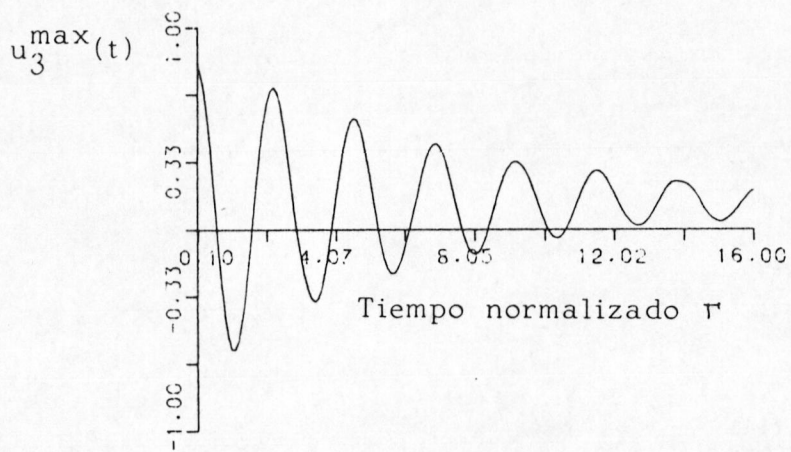


Figura 4.3.a: Amplitud normalizada de la señal que excita la 3ª frecuencia compleja de resonancia del blanco patrón.

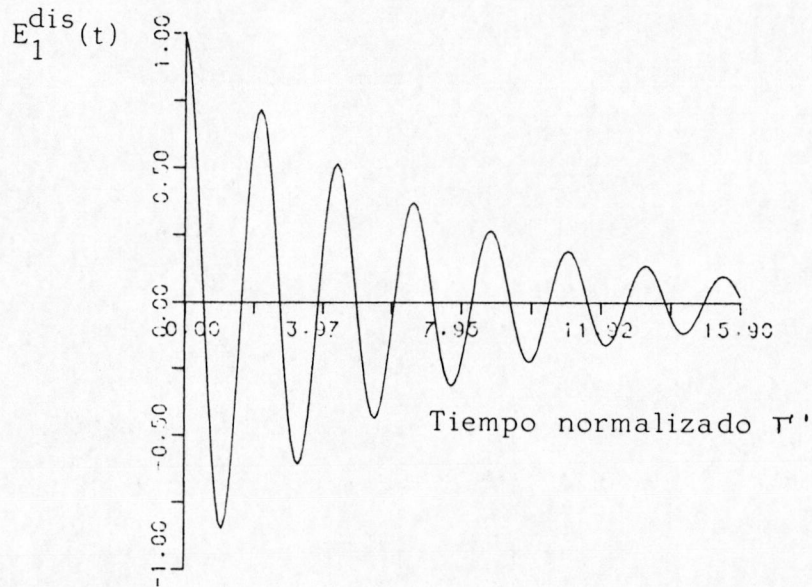


Figura 4.3.b: Amplitud normalizada del campo eléctrico dispersado por el hilo patrón excitado con $u_3^{\max}(t)$.

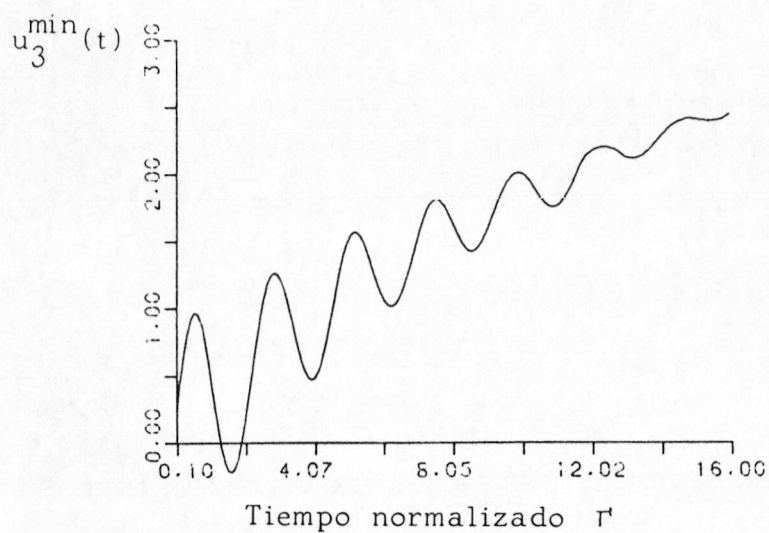


Figura 4.4.a: Amplitud normalizada de la señal que excita la 3ª frecuencia compleja de resonancia del blanco patrón.

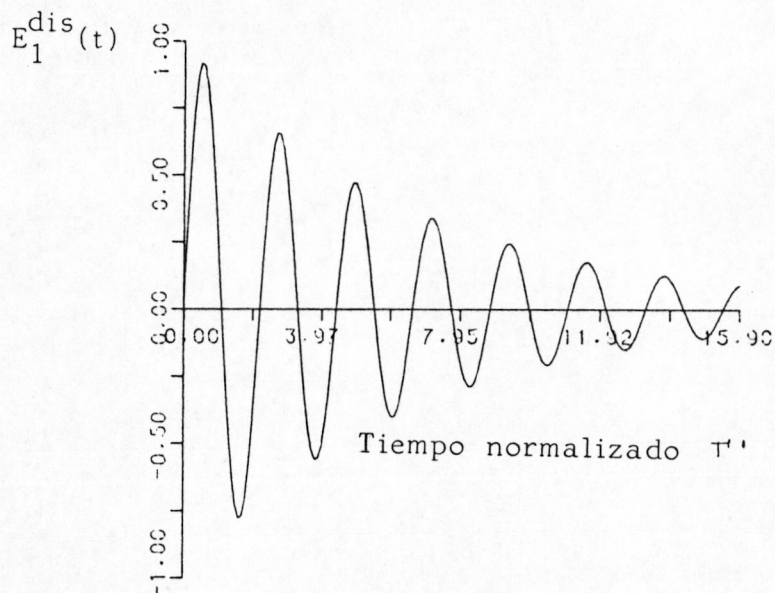


Figura 4.4.b: Amplitud normalizada del campo eléctrico dispersado por el hilo patrón excitado con $u_3^{\min}(t)$.

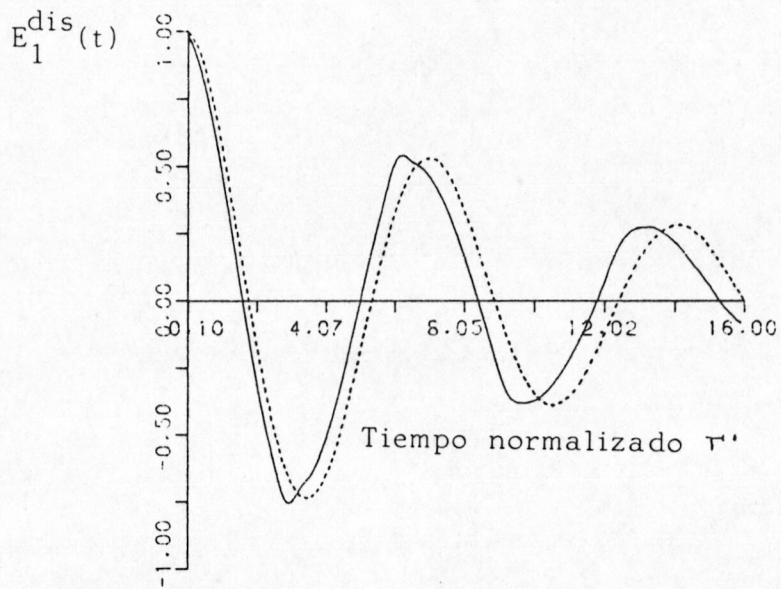


Figura 4.5: Amplitudes normalizadas de los campos dispersados por el patrón (trazo discontinuo) y el primer blanco de prueba (trazo continuo) excitados con $u_1^{\max}(t)$.

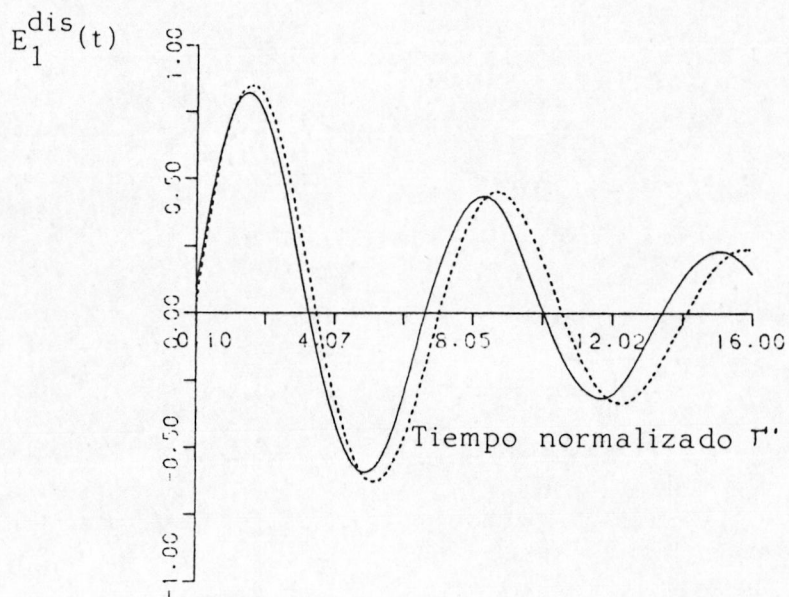


Figura 4.6: Amplitudes normalizadas de los campos dispersados por el patrón (trazo discontinuo) y el primer blanco de prueba (trazo continuo) excitados con $u_1^{\min}(t)$.

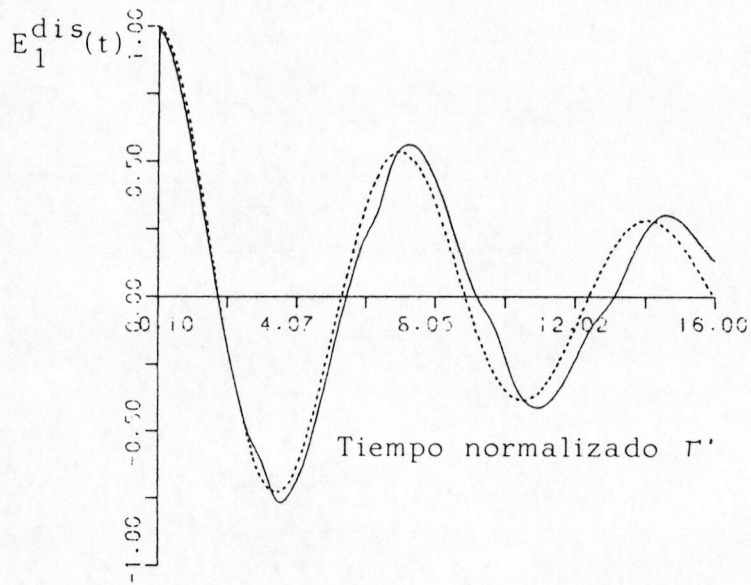


Figura 4.7: Amplitudes normalizadas de los campos dispersados por el patrón (trazo discontinuo) y segundo blanco de prueba (trazo continuo) excitados con $u_1^{\max}(t)$.

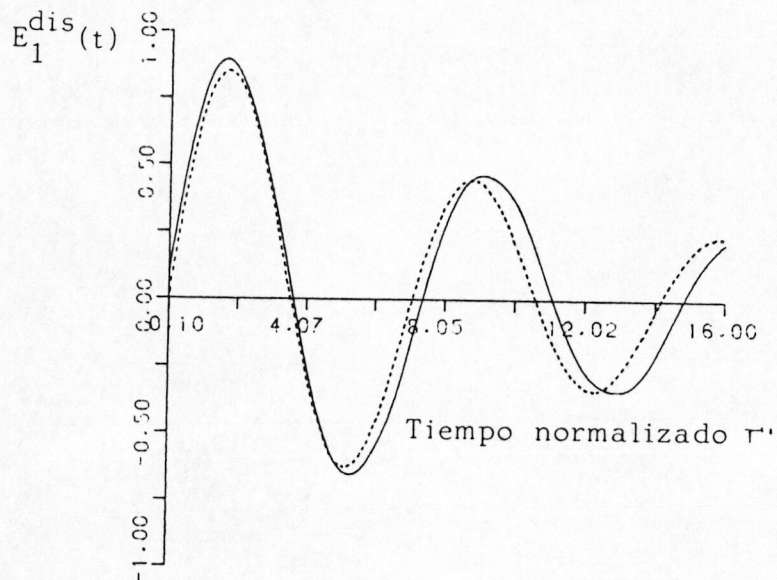


Figura 4.8: Amplitudes normalizadas de los campos dispersados por el patrón (trazo discontinuo) y segundo blanco de prueba (trazo continuo) excitados con $u_1^{\min}(t)$.

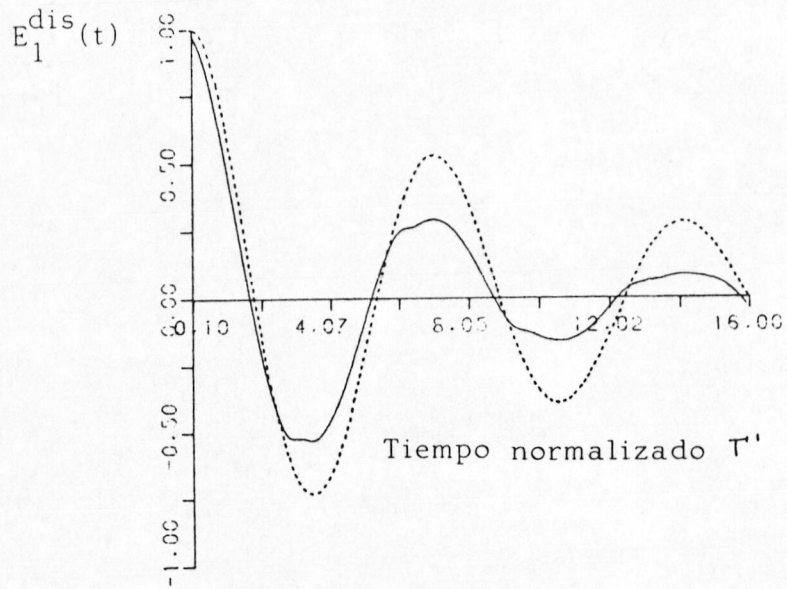


Figura 4.9: Amplitudes normalizadas de los campos dispersados por el patrón (trazo discontinuo) y el tercer blanco de prueba (trazo continuo) excitados con $u_1^{\max}(t)$.

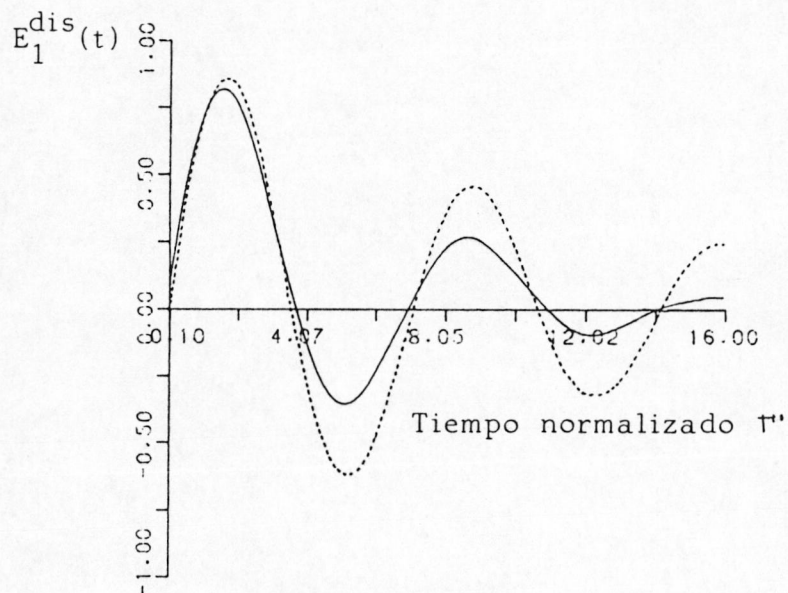


Figura 4.10: Amplitudes normalizadas de los campos dispersados por el patrón (trazo discontinuo) y el tercer blanco de prueba (trazo continuo) excitados con $u_1^{\min}(t)$.

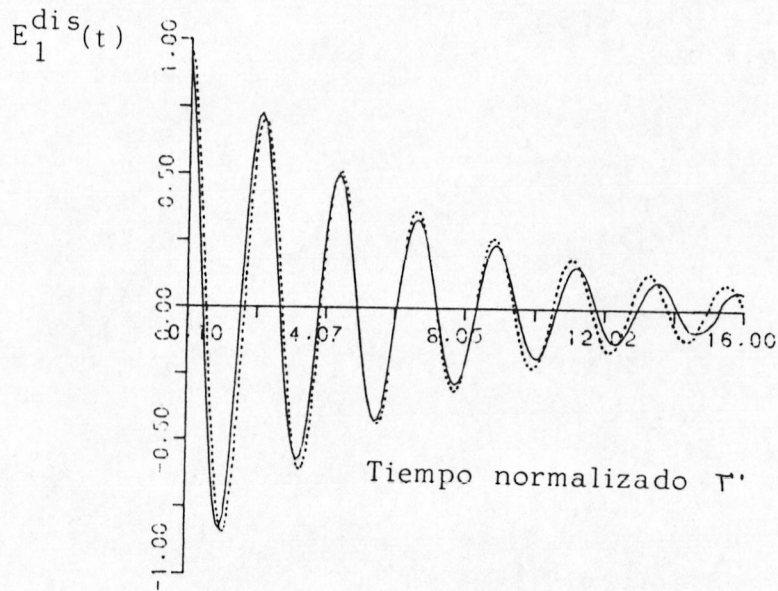


Figura 4.11: Amplitudes normalizadas de los campos dispersados por el patrón (trazo discontinuo) y el tercer blanco de prueba (trazo continuo) excitados con $u_3^{\max}(t)$.

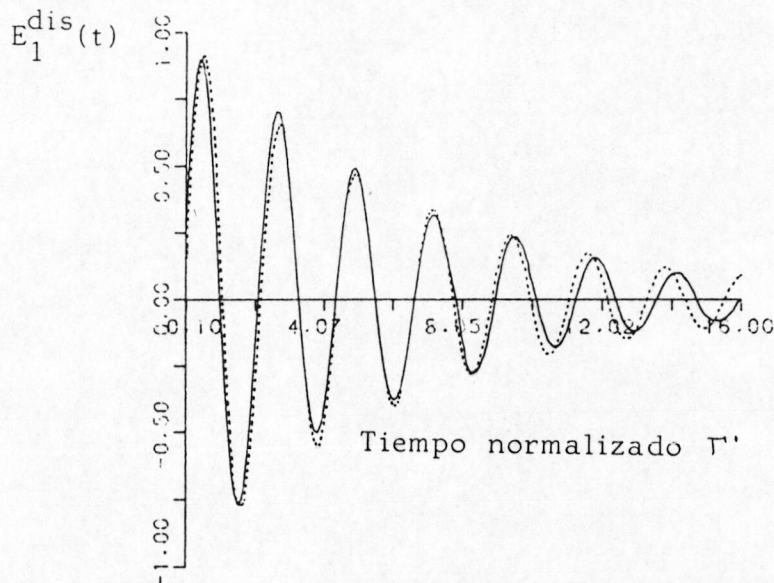


Figura 4.12: Amplitudes normalizadas de los campos dispersados por el patrón (trazo discontinuo) y el tercer blanco de prueba (trazo continuo) excitados con $u_3^{\min}(t)$.

CAPITULO 5
CONCLUSIONES

5. CONCLUSIONES.

En esta Memoria se ha mostrado la utilidad del análisis espectral por modelación paramétrica en el tratamiento de señales electromagnéticas dispersadas por blancos de radar para tres clases diferentes de problemas:

- A) Discriminación azimutal de blancos de radar
- B) Reconocimiento de blancos
- C) Identificación de blancos

En cada uno de estos apartados las conclusiones y principales aportaciones son:

Apartado A:

- A.1) Se ha estudiado el problema de la discriminación azimutal de blancos de radar excitados por señales armónicas, en función de la relación señal dispersada - ruido (SNR), mediante métodos de modelación autorregre-

siva (AR). Para SNR mayor o igual a 20 dB los métodos de Burg, Fougere, y LSM permiten discriminar blancos separados tan solo $1/3$ de la mínima distancia angular necesaria para que éstos puedan ser detectados mediante técnicas basadas en la DFT. Los métodos de Fougere y LSM resuelven el problema de la partición de una línea espectral y mejoran la resolución angular. Además el de Fougere presenta la ventaja de garantizar la estabilidad del modelo obtenido.

Apartado B:

B.1) Se ha mostrado la potencialidad de las técnicas de modelación paramétrica de sistemas lineales en la búsqueda de las frecuencias complejas de resonancia de la respuesta temporal retrasada de blancos a una onda transitoria electromagnética.

Dentro de los posibles algoritmos a utilizar en la modelación AR del sistema lineal, el de Covarianza es el que presenta mayores ventajas.

B.2) Como ejemplos concretos a los que se han aplicado estas técnicas se han considerado hilos conductores de distintas dimensiones (longitud y radio) y configuraciones geométricas (hilo recto, con, y sin carga y espira circular). El campo de excitación ha sido un pulso Gaussiano incidiendo desde diferentes ángulos. Los valores de los polos obtenidos coinciden con los calculados teóricamente por Tesche.

Se ha comprobado que la localización de los polos en el plano complejo depende de las características geométricas del hilo y es independiente del ángulo de incidencia del pulso.

El efecto de las pérdidas sobre el factor de amortiguamiento se ha puesto de manifiesto analizando

la respuesta de un hilo recto cargado y de una espira circular.

- B.3) Se ha comprobado como del análisis de una señal suma de las respuestas de dos blancos, resultan las frecuencias complejas de resonancia de cada uno de ellos y por tanto la posibilidad de discernir entre ambos.
- B.4) Se ha mostrado como con muy pocos parámetros, correspondientes a las frecuencias complejas de resonancia de menor factor de amortiguamiento, es posible reproducir la respuesta transitoria con gran precisión, resultado interesante desde el punto de vista de la compresión de datos por parametrización de la señal.
- B.5) Para el caso de señales transitorias con ruido se ha propuesto una variante de la técnica de desplazamiento de la ventana (MDV), que consiste en analizar los datos en sentido inverso (MDVI) es decir, en dirección de tiempos decrecientes. Con este metodo los polos asociados al blanco se reflejan respecto al eje $j\omega$ mientras que los debidos al ruido permanecen en el semiplano negativo. A pesar de que el MDVI ha resultado ser más potente que el MDV, para SNR por debajo de 20 dB los resultados obtenidos por ambos dejan de ser significativos. En este sentido consideramos que la utilización de métodos no lineales puede mejorar los resultados obtenidos por esta técnica.

Apartado C:

- C.1) Finalmente, se ha considerado el problema de la identificación de blancos mediante la síntesis de señales que exciten una única frecuencia compleja de resonancia del blanco a identificar. La eficiencia del método se ha puesto de manifiesto considerando hilos de diferentes características geométricas y electromagnéticas.

APENDICE AALGORITMO DE LEVINSON-DURBIN

En este algoritmo se procede de forma recursiva al cálculo de los siguientes conjuntos de parámetros:

$$\begin{aligned} & (a_{11}, \sigma_1^2) \\ & (a_{21}, a_{22}, \sigma_2^2) \\ & \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ & \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ & (a_{p1}, a_{p2}, a_{p3}, \dots, a_{pp}, \sigma_p^2) \end{aligned}$$

donde a los coeficientes a se les ha añadido un subíndice más para indicar el orden de la recursion (primer subíndice). El último conjunto de orden p es la solución del sistema de ecuaciones (1.33).

El algoritmo se inicializa por:

$$\begin{aligned} a_{11} &= -R(1) / R(0) \\ \sigma_1^2 &= (1 - |a_{11}|^2) R(0) \end{aligned} \tag{A.1}$$

Para ordenes superiores: $k = 2, 3, \dots, p$, la recursión viene dada por:

$$a_{kk} = - \left[R(k) + \sum_{i=1}^{k-1} a_{k-1,i} R(k-i) \right] / \sigma_{k-1}^2 \tag{A.2a}$$

$$a_{kj} = a_{k-1,j} + a_{kk} a_{k-1,k-j}^* \tag{A.2b}$$

$$\sigma_k^2 = (1 - |a_{kk}|^2) \sigma_{k-1}^2 \tag{A.2c}$$

Para demostrar que esta forma recursiva de calcular los parámetros del modelo AR soluciona el sistema de ecuaciones (1.33) consideremos las ecuaciones (1.31.a) y (1.31.b). Tomando complejos conjugados en ambos miembros y teniendo en cuenta que $R(-k)=R^*(k)$ se tiene:

$$R(-k) = \begin{cases} - \sum_{i=1}^P a_{pi}^* R(i-k) & \text{para } k > 0 & \text{(A.3a)} \\ - \sum_{i=1}^P a_{pi}^* R(i) + \sigma_p^2 & \text{para } k = 0 & \text{(A.3b)} \end{cases}$$

Particularizando para $k=0,1,2,\dots,p$ y escribiendo el sistema de ecuaciones (A.3) en forma matricial se transforma en:

$$\begin{bmatrix} R(0) & R(-1) & \dots & R(-p) \\ R(1) & R(0) & \dots & R(-(p-1)) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ R(p) & R(p-1) & \dots & R(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{pp}^* \\ a_{pp-1}^* \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \sigma_p^2 \end{bmatrix} \quad \text{(A.4)}$$

Este sistema de ecuaciones también permite el cálculo de los parámetros del modelo AR, salvo que a diferencia con el sistema de ecuaciones (1.33) éstos aparecen en orden inverso y además son los complejos conjugados de los coeficientes del modelo los que se obtienen. El algoritmo de Levinson-Durbin utiliza de forma implícita ambos sistemas de ecuaciones.

Supongamos que ya se conocen los parámetros del modelo AR de orden $m-1 < p$. Se tienen resueltos por tanto los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} R(0) & R(-1) & \dots & R(-(m-1)) \\ R(1) & R(0) & \dots & R(-(m-2)) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R(m-1) & R(m-2) & \dots & R(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_{m-1,1} \\ \vdots \\ a_{m-1,m-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{m-1}^2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

y

$$\begin{bmatrix} R(0) & R(-1) & \dots & R(-(m-1)) \\ R(1) & R(0) & \dots & R(-(m-2)) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R(m-1) & R(m-2) & \dots & R(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{m-1,m-1}^* \\ a_{m-1,m-2}^* \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \sigma_{m-1}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

Si se expresa el siguiente valor de la función de autocorrelación $R(m)$ en función de los parámetros del modelo de orden $m-1$ que se suponen conocidos, tendremos:

$$R(m) - \sum_{i=1}^{m-1} a_{m-1,i} R(m-i) = \Delta_{m-1} \quad (\text{A.7.a})$$

ó bien su complejo conjugado:

$$R(-m) - \sum_{i=1}^{m-1} a_{m-1,i}^* R(i-m) = \Delta_{m-1}^* \quad (\text{A.7.b})$$

donde Δ_{m-1} es un número complejo que representa la diferencia entre el valor real de $R(m)$ y el obtenido a partir de los parámetros del modelo de orden $m-1$.

Ampliando los sistemas de ecuaciones (A.5) y (A.6) con las ecuaciones (A.7) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} R(0) & R(-1) & \dots & R(-m) \\ R(1) & R(0) & \dots & R(-(m-1)) \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ R(m-1) & R(m-2) & \dots & R(-1) \\ R(m) & R(m-1) & \dots & R(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_{m-1,1} \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{m-1,m-1} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{m-1}^2 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ \Delta_{m-1} \end{bmatrix} \quad (A.8.a)$$

y

$$\begin{bmatrix} R(0) & R(-1) & \dots & R(-m) \\ R(1) & R(0) & \dots & R(-(m-1)) \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ R(m-1) & R(m-2) & \dots & R(-1) \\ R(m) & R(m-1) & \dots & R(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ a_{m-1,m-1}^* \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{m-1,1}^* \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_{m-1}^* \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ \sigma_{m-1}^2 \end{bmatrix} \quad (A.8.b)$$

Si ambos sistemas de ecuaciones son ciertos también lo será una combinación lineal de los mismos, es decir:

$$\begin{bmatrix} R(0) & R(1) & \dots & R(-m) \\ R(1) & R(0) & \dots & R(-(m-1)) \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ R(m-1) & R(m-2) & \dots & R(-1) \\ R(m) & R(m-1) & \dots & R(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_{m-1,1} \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{m-1,m-1} \\ 0 \end{bmatrix} + C_m \begin{bmatrix} 0 \\ a_{m-1,m-1}^* \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{m-1,1}^* \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{m-1}^2 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ \Delta_{m-1} \end{bmatrix} + C_m \begin{bmatrix} \Delta_{m-1}^* \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ \sigma_{m-1}^2 \end{bmatrix} \quad (A.9)$$

Ahora bien puesto que se debe seguir manteniendo el mismo tipo de sistema de ecuaciones que el expresado en (1.33), inde-

pendientemente del orden del modelo, para orden m se deberá cumplir:

$$\begin{bmatrix} R(0) & R(-1) & \dots & R(-m) \\ R(1) & R(0) & \dots & R(-(m-1)) \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ R(m-1) & R(m-2) & \dots & R(-1) \\ R(m) & R(m-1) & \dots & R(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_{m,1} \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{m,m-1} \\ a_{m,m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_m^2 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Comparando los sistemas de ecuaciones (A.9) y (A.10) e identificando términos se tiene:

$$\Delta_{m-1} + C_m \sigma_{m-1}^2 = 0 \quad (\text{A.11})$$

Despejando C_m y teniendo en cuenta la ecuación (A.7.a) se obtiene:

$$C_m = - \left[R(m) - \sum_{i=1}^{m-1} a_{m-i,i} R(m-i) \right] / \sigma_{m-1}^2 \quad (\text{A.12})$$

Por otra parte deberá verificarse que:

$$\sigma_m^2 = \sigma_{m-1}^2 + C_m \Delta_{m-1}^* \quad (\text{A.13})$$

y tomando complejos conjugados en (A.11) y sustituyendo en (A.13) se tiene:

$$\sigma_m^2 = (1 - |C_m|^2) \sigma_{m-1}^2 \quad (\text{A.14})$$

De la comparación de (A.9) con (A.10) debe cumplirse además:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ a_{m-1,1} \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{m-1,m-1} \\ 0 \end{bmatrix} + C_m \begin{bmatrix} 0 \\ a_{m-1,m-1}^* \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{m-1,m}^* \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ a_{m,1} \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{m,m-1} \\ a_{m,m} \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

es decir:

$$a_{m,i} = a_{m-1,i} + C_m a_{m-1,m-i}^* \quad \text{para } i=1,2, \dots, m-1$$

y (A.16)

$$a_{m,m} = C_m$$

Las ecuaciones (A.12), (A.14) y (A.16), que coinciden con las (A.2), permiten, de forma recursiva, el cálculo de los parámetros de un modelo AR, con la inicialización (A.1). De este modo, el algoritmo de Levinson-Durbin calcula no solo los parámetros correspondientes a un orden p dado, sino también a todos los inferiores a él. Este hecho se utiliza cuando no se conoce el orden exacto del modelo, en cuyo caso se pueden calcular los parámetros correspondientes a ordenes superiores hasta que σ_m^2 alcance una cota preestablecida [8].

Los parámetros $\{a_{11}, a_{22}, \dots, a_{pp}\}$ se conocen en la literatura con el nombre de coeficientes de reflexión. Dado que la varianza de un ruido blanco es un número positivo ($\sigma_m^2 > 0$), la ecuación (A.14) garantiza que $|a_{kk}| \leq 1$. Según se demuestra en [84] esta desigualdad es condición necesaria y suficiente para que $H(z)$ sea un filtro estable.

APENDICE B

METODO DE MAXIMA ENTROPIA

El método de máxima entropía (MEM) aborda el problema del cálculo del espectro de potencia de un proceso aleatorio estacionario, del que sólo se conoce un número fijo de valores de su función de autocorrelación, proponiendo la extrapolación de los mismos para eliminar de este modo el efecto de truncamiento de la función de autocorrelación ya comentado en el método de Blackman-Tukey.

Consideremos por tanto que $R(0), R(1), \dots, R(p-1)$ son conocidos. La pregunta es cómo extrapolar estos datos para obtener $R(p), R(p+1), \dots$. Para hallar la respuesta partimos del siguiente teorema fundamental:

Conocidos los valores $R(0), R(1), \dots, R(p-1)$ de la función de autocorrelación de un proceso estacionario, se ha de cumplir necesariamente que la matriz tipo Toeplitz formada con $R(0), R(1), \dots, R(p)$, con $R(p)$ calculado a partir de los anteriores, sea semi-definida positiva, es decir, su determinante sea no negativo.

Para demostrar este teorema formamos dicha matriz y la denominamos como \mathcal{R}_p :

$$\mathcal{R}_p = \begin{bmatrix} R(0) & R(-1) & \dots & R(-(p-1)) & R(-p) \\ R(+1) & R(0) & \dots & R(-(p-2)) & R(-(p-1)) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ R(p) & R(p-1) & \dots & R(p-1) & R(0) \end{bmatrix}$$

es fácil demostrar que el determinante de \mathcal{R}_p es una función cuadrática en $R(p)$, es decir:

$$\det(\mathcal{R}_p) = A R(p)^2 + B R(p) + C \quad (\text{B.1})$$

donde A es el determinante de \mathcal{R}_{p-2} que, por este mismo teorema debe de ser mayor que cero.

Estudiando la ecuación (B.1) se puede comprobar que se trata de una parábola como la de la siguiente figura:

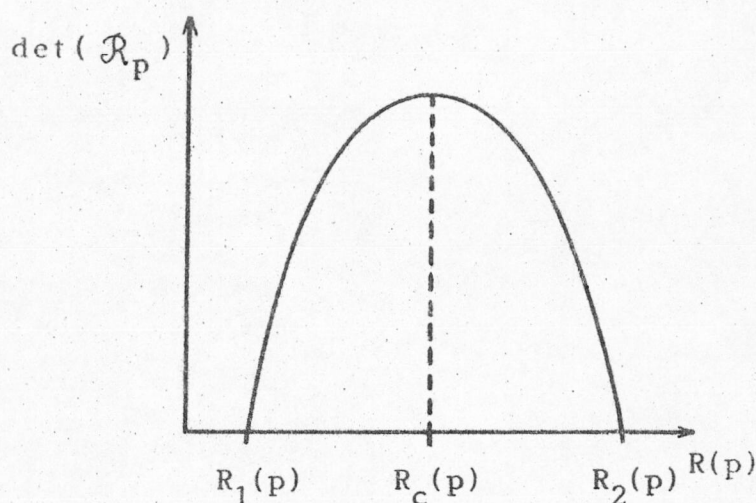


Figura B.2

es decir, se anula en dos puntos $R_1(p)$, $R_2(p)$ y es positiva en cualquiera de los puntos de este intervalo, presentando un máximo en el punto central del mismo $R_c(p) = -(B/2A)$.

Por tanto, según este teorema, se puede extrapolar $R(p)$ a partir de $R(0)$, $R(1)$, ..., $R(p-1)$, pero su valor no queda unívocamente definido, sino que existen infinitos valores para $R(p)$ en el intervalo comprendido entre $R_1(p)$ y $R_2(p)$. El MEM propone tomar para $R(p)$ el valor central, es decir, el que maximiza el $\det(\mathcal{R}_p)$. La razón de esta elección reside en que al maximizarse el $\det(\mathcal{R}_p)$, y si el proceso es gaussiano, también se maximiza la razón de entropía del mismo, ya que, para este tipo de procesos, se puede demostrar que:

$$h = C' \det(\mathcal{R}_p)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{B.2})$$

donde h es la razón de entropía y C' una constante. Al maximizarse la razón de entropía del proceso, éste será el más aleatorio posible que tiene sus $p+1$ primeros valores de la función de autocorrelación coincidentes con $R(0), \dots, R(p)$.

Desde el punto de vista del cálculo del espectro de potencia, el MEM se plantea, por tanto, el siguiente problema: conocidos p valores de la función de autocorrelación de un proceso aleatorio, ¿cuál es el espectro de potencia que maximiza la razón de entropía del mismo siendo a la vez consistente con los valores de la función de autocorrelación conocidos?

Si el proceso es gaussiano se puede demostrar [24] que:

$$h = \frac{1}{4 f_N} \int_{-f_N}^{f_N} \ln P(f) df \quad (B.3)$$

donde $f_N = \frac{1}{2 \Delta t}$ siendo Δt el periodo de muestreo.

El problema consiste pues, en calcular la función $P(f)$ que maximiza h con la condición de que:

$$R(k) = \int_{-f_N}^{f_N} P(f) e^{j2\pi f k \Delta t} df, \quad -p \leq k \leq p \quad (B.4)$$

donde se ha considerado que en realidad se conocen $2p+1$ valores de la función de autocorrelación ya que $R(-p)=R^*(p)$.

La solución de este problema se lleva a cabo mediante el método de los multiplicadores de Lagrange. Para ello se introducen las cantidades L_k definidas por:

$$L_k = R(k) - \int_{-f_N}^{f_N} P(f) e^{j2\pi f k \Delta t} df = 0 \quad (B.5)$$

Si aplicamos el principio variacional e introducimos los multiplicadores de Lagrange λ_k tendremos [25] :

$$\delta \left(h + \sum_{k=-p}^p \lambda_k^* L_k \right) = 0 \quad (\text{B.6})$$

donde los λ_k deben de ser hermíticos para que $P(f)$ sea real, es decir: $\lambda_k^* = \lambda_{-k}$.

Introduciendo (B.3) y (B.5) en (B.6) se tiene:

$$\delta \left[\frac{1}{4f_N} \int_{-f_N}^{f_N} \ln P(f) df - \sum_{k=-p}^p \lambda_k^* R(k) - \int_{-f_N}^{f_N} P(f) e^{j2\pi f k \Delta t} df \right] = 0 \quad (\text{B.7})$$

ahora bien

$$\int_{-f_N}^{f_N} R(k) df = R(k) 2 f_N \Rightarrow R(k) = \frac{1}{2f_N} \int_{-f_N}^{f_N} R(k) df$$

sustituyendo en (B.8) y sacando la integral fuera:

$$\delta \int_{-f_N}^{f_N} \left[\frac{1}{4f_N} \ln P(f) - \sum_{k=-p}^p \lambda_k^* P(f) e^{j2\pi f k \Delta t} - \frac{R(k)}{2f_N} \right] df = 0$$

y derivando:

$$\int_{-f_N}^{f_N} \left[\delta P(f) \right] \left[\frac{1}{4f_N P(f)} - \sum_{k=-p}^p \lambda_k^* e^{j2\pi f k \Delta t} \right] df = 0$$

y puesto que las variaciones de $P(f)$ son arbitrarias, deberá cumplirse que el segundo factor de la igualdad anterior sea el que es cero, es decir:

$$\frac{1}{4f_N P(f)} - \sum_{k=-p}^p \lambda_k^* e^{j2\pi f k \Delta t} = 0 \quad \text{y por tanto:}$$

$$P(f) = \frac{1}{4f_N \sum_{k=-p}^p \lambda_k^* e^{j2\pi f k \Delta t}} \quad (\text{B.8})$$

El problema del cálculo de $P(f)$ no queda así totalmente resuelto, sino que faltan por calcular los coeficientes λ_k^* que cumplan las restricciones impuestas, es decir, que sean consistentes con los valores de la función de autocorrelación conocidos.

Sustituyendo (B.8) en (B.4) se obtiene:

$$R(m) = \frac{1}{4f_N} \int_{-f_N}^{f_N} \frac{e^{j2\pi f m \Delta t}}{\sum_{k=-p}^p \lambda_k^* e^{j2\pi f k \Delta t}} df \quad -p \leq m \leq p \quad (\text{B.9})$$

haciendo el cambio de variable $z = e^{-j2\pi f \Delta t}$ por lo que:

$$dz = -j2\pi \Delta t e^{-j2\pi f \Delta t} df \quad (\text{B.10.a})$$

y

$$df = - \frac{dz}{j2\pi \Delta t z} = - \frac{f_N z^{-1} dz}{j\pi} \quad (\text{B.10.b})$$

y puesto que las variaciones de $P(f)$ son arbitrarias, deberá cumplirse que el segundo factor de la igualdad anterior sea el que es cero, es decir:

$$\frac{1}{4f_N P(f)} - \sum_{k=-p}^p \lambda_k^* e^{j2\pi f k \Delta t} = 0 \quad \text{y por tanto:}$$

$$P(f) = \frac{1}{4f_N \sum_{k=-p}^p \lambda_k^* e^{j2\pi f k \Delta t}} \quad (\text{B.8})$$

El problema del cálculo de $P(f)$ no queda así totalmente resuelto, sino que faltan por calcular los coeficientes λ_k^* que cumplan las restricciones impuestas, es decir, que sean consistentes con los valores de la función de autocorrelación conocidos.

Sustituyendo (B.8) en (B.4) se obtiene:

$$R(m) = \frac{1}{4f_N} \int_{-f_N}^{f_N} \frac{e^{j2\pi f m \Delta t}}{\sum_{k=-p}^p \lambda_k^* e^{j2\pi f k \Delta t}} df \quad -p \leq m \leq p \quad (\text{B.9})$$

haciendo el cambio de variable $z = e^{-j2\pi f \Delta t}$ por lo que:

$$dz = -j2\pi \Delta t e^{-j2\pi f \Delta t} df \quad (\text{B.10.a})$$

y

$$df = -\frac{dz}{j2\pi \Delta t z} = -\frac{f_N z^{-1} dz}{j\pi} \quad (\text{B.10.b})$$

la integral de la ecuación (B.9) se transforma en una integral sobre el círculo unidad, con sentido de giro contrario al de las agujas del reloj:

$$R(m) = \frac{1}{4f_N} \oint \frac{z^{-m}}{\sum_{k=-p}^p \lambda_k^* z^{-k}} \frac{f_N dz}{j\pi z} \quad -p \leq m \leq p \quad (\text{B.11})$$

y simplificando queda:

$$R(m) = \frac{1}{4\pi j} \oint \frac{z^{-m-1}}{\sum_{k=-p}^p \lambda_k^* z^{-k}} dz \quad -p \leq m \leq p \quad (\text{B.12})$$

El denominador de la integral del sistema de ecuaciones (B.12) se puede expresar [25], [26] como:

$$\sum_{k=-p}^p \lambda_k^* z^{-k} = \frac{1}{2Q_P} A_P(z) A_P^*(1/z^*) \quad (\text{B.13})$$

donde

$$A_P(z) = \sum_{n=0}^p a_n z^n \quad \text{con } a_0 = 1 \quad (\text{B.14.a})$$

y

$$A_P^*(1/z^*) = \sum_{n=0}^p a_n^* z^{-n} \quad (\text{B.14.b})$$

tal que $A(z)$ es una función que tiene sus ceros fuera del círculo unidad.

Sustituyendo ahora (B.13) en (B.12) se obtiene:

$$R(m) = \frac{2Q_P}{4\pi j} \oint \frac{z^{-m-1}}{A_P(z) A_P^*(1/z^*)} dz \quad -p \leq m \leq p \quad (\text{B.15})$$

Construyamos la siguiente sumatoria:

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^p a_k^* R(k-m) &= \frac{Q_p}{2j} \oint \frac{z^{m-1} \sum_{k=0}^p a_k^* z^{-k}}{A_p(z) A_p^*(1/z^*)} dz = \\ &= \frac{Q_p}{2j} \oint \frac{z^{m-1}}{A_p(z)} dz \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

Pero según el teorema integral de Cauchy y dado que $A_p(z)$ es una función analítica en todo el círculo unidad y por tanto $\frac{z^{-m-1}}{A_p(z)}$ también lo es salvo en $z = 0$, la ecuación

(B.16) se transforma en:

$$\sum_{k=0}^p a_k R(k-m) = \begin{cases} Q_p & m=0 \text{ (que es el valor del residuo en } z=0) \\ 0 & \text{para } m=1,2, \dots, p \end{cases} \quad (\text{B.17})$$

Hemos obtenido por tanto un sistema de $p+1$ ecuaciones que nos permiten calcular los coeficientes a_1, a_2, \dots, a_p y Q_p .

Tomando complejos conjugados en ambos miembros de las ecuaciones (B.17) se obtiene:

$$\sum_{k=0}^p a_k R(m-k) = \begin{cases} Q_p & \text{para } m=0 \\ 0 & \text{para } m=1,2, \dots, p \end{cases} \quad (\text{B.18})$$

o bien en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} R(0) & R(-1) & \dots & R(-p) \\ R(1) & R(0) & \dots & R(-p+1) \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ R(p) & R(p-1) & \dots & R(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_p \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.19})$$

El conjunto de ecuaciones (B.19) permite el cálculo de los parámetros $a_1, a_2, \dots, a_p, Q_p$. Recordemos que el espectro de potencia de máxima entropía viene dado por la expresión (B.8). Sustituyendo (B.13) y (B.14) en (B.8) se obtiene:

$$\begin{aligned} P(f) &= \frac{2 Q_p}{4 f_N A_p(z) A_p^*(1/z^*)} = \frac{Q_p}{2 f_N \sum_{n=0}^P a_n z^n \sum_{n=0}^P a_n^* z^{-n}} = \\ &= \frac{Q_p}{2 f_N \left| 1 + \sum_{k=1}^P a_k e^{-j2\pi f \Delta t k} \right|^2} \quad (\text{B.20}) \end{aligned}$$

con los coeficientes $\{a_k\}$ calculados por (B.19). Es interesante resaltar que el sistema de ecuaciones (B.19) es idéntico al (1.33) siendo $\sigma^2 = Q_p$ y que el espectro de potencia obtenido por el método de máxima entropía según la ecuación (B.20) es equivalente al de un modelo AR dado en (1.26). Sin embargo esta equivalencia entre modelos sólo es válida en el caso en que el proceso es gaussiano, ya que sólo en este caso la

expresión (B.3) es cierta. Además se puede demostrar [8] que el espectro de potencia calculado según (B.20) o (1.26) coincide con la transformada de Fourier de la función de autocorrelación extrapolada, es decir:

$$P(f) = \frac{\sigma_p^2 \Delta t}{\left| 1 + \sum_{k=1}^p a_k e^{-j2\pi f k \Delta t} \right|^2} = \Delta t \sum_{n=-\infty}^{\infty} R'(n) e^{-j2\pi f n \Delta t} \quad (\text{B.21})$$

donde

$$R'(n) = \begin{cases} R(n) & \text{para } |n| \leq p \\ - \sum_{k=1}^p a_k R'(n-k) & \text{para } |n| > p \end{cases} \quad (\text{B.22})$$

De este modo el cálculo del espectro de potencia que maximiza la entropía de un proceso gaussiano, a partir de un número dado de valores de su función de autocorrelación se puede realizar alternativamente a partir de las ecuaciones (B.20) o (B.21). Ambas alternativas necesitan del cálculo de los parámetros $a_1, a_2, \dots, a_p, \sigma_p^2$.

APENDICE C

DESCOMPOSICION DE CHOLESKY

En el método de covarianza el sistema de ecuaciones que debe resolverse para calcular los parámetros AR viene dado por (1.57):

$$\sum_{i=1}^p a_i \phi(i,k) = \phi(i,0) \quad \text{para } k=1,2,\dots,p \quad (\text{C.1})$$

o bien en forma matricial:

$$\Phi A = \Psi \quad (\text{C.2})$$

donde Φ es una matriz cuadrada simétrica, definida positiva, cuyos elementos se calculan mediante la expresión (1.59), A y Ψ son las matrices columna cuyos elementos son a_i y $\phi(i,0)$, respectivamente.

Dadas las propiedades de la matriz Φ , el sistema de ecuaciones (C.1) puede resolverse de modo eficiente descomponiendo Φ como:

$$\Phi = V D V^t \quad (\text{C.3})$$

donde V es una matriz triangular inferior cuyos elementos de la diagonal principal son iguales a la unidad, y D es una matriz diagonal cuyos elementos denotamos por d_1, \dots, d_p . El superíndice t denota la matriz traspuesta.

Los elementos de las matrices V y D se calculan identificando términos en la expresión (C.3), obteniéndose:

$$\phi(i,j) = \sum_{k=1}^j V(i,j) d_k V(j,k) \quad \text{para } 1 \leq j \leq i-1 \quad (\text{C.4})$$

donde teniendo en cuenta que $V(j,j)=1$ para $1 \leq j \leq p$ se obtiene:

$$V(i,j) = \frac{1}{d_j} \left[\Phi(i,j) - \sum_{k=1}^{j-1} V(i,k) d_k V(j,k) \right] \quad (C.5)$$

para los elementos de la diagonal principal de Φ se cumple:

$$\begin{aligned} \Phi(i,i) &= \sum_{k=1}^i V(i,k) d_k V(i,k) = \\ &= \sum_{k=1}^{i-1} V(i,k) d_k V(i,k) + d_i \end{aligned} \quad (C.6)$$

de donde se deduce:

$$d_i = \Phi(i,i) - \sum_{k=1}^{i-1} V^2(i,k) d_k \quad \text{para } i \geq 2 \quad (C.7.a)$$

$$\text{y } d_1 = \Phi(1,1) \quad (C.7.b)$$

Una vez que las matrices V y D han sido determinadas, la matriz columna A se calcula mediante un procedimiento que consta de dos etapas. De la ecuación (C.2) se obtiene:

$$\Psi = V D V^t A \quad (C.8)$$

que se puede escribir como:

$$\Psi = V Y \quad (C.9)$$

con

$$Y = D V^t A \quad (C.10)$$

ó

$$D^{-1} Y = V^t A \quad (C.11)$$

A partir de la matriz V , el vector columna Y se puede calcular de (C.9) mediante la recursión:

$$Y_i = \Psi_i - \sum_{j=1}^{i-1} V(i,j) Y_j, \quad p \geq i \geq 2 \quad (C.12)$$

con la condición inicial $Y_1 = \Psi_1$

Conocida Y , la matriz de coeficientes A se obtiene resolviendo recursivamente (C.11):

$$a_i = \frac{Y_i}{d_i} - \sum_{j=i+1}^p V(j,i) a_j, \quad 1 \leq i \leq p-1 \quad (C.13)$$

con $a_p = \frac{Y_p}{d_p}$

Una vez resuelto el sistema de ecuaciones (C.1), la descomposición de Cholesky conduce a una expresión sencilla para el error de predicción E_p definido en (1.57) en términos de las matrices columna Y y D :

$$E_p = \Phi(o,o) - \sum_{k=1}^p Y_k^2 / d_k \quad (C.14)$$

APENDICE DAPLICACION DEL ALGORITMO DE BURG A LA ESTIMACION
DE PARAMETROS DE MODELOS ARMA POR EL METODO ITIF

Como se comentó en el capítulo 1, el análisis espectral aborda el problema del cálculo del espectro de un proceso ya sea aleatorio o determinístico. La relación entre este problema y la identificación de sistemas es estrecha, pero existen sus diferencias. Para establecerlas consideremos un sistema lineal estacionario, discreto e invariante respecto al tiempo, cuya entrada y salida vienen dadas por las secuencias $u(n)$ y $s(n)$ respectivamente. Conocidas $u(n)$ y $s(n)$ el objetivo de la identificación de sistemas es la construcción de un modelo matemático del sistema y el cálculo de los parámetros asociados a este modelo.

En este apéndice abordamos un problema intermedio entre el análisis espectral y la identificación de sistemas: la modelación mediante funciones de transferencia racionales de sistemas de los que solo se conoce su respuesta y de cuya entrada, desconocida, puede hacerse la hipótesis de cuasi-planitud espectral (figura D.1). El problema presenta por tanto

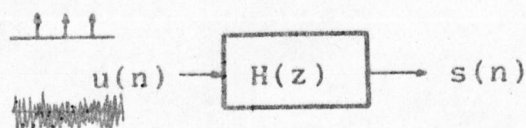


Figura D.1

mayor dificultad que la identificación de sistemas, ya que, al no conocerse la entrada, se hace necesaria una etapa de estimación de la misma. De otro lado, su relación con el análisis espectral es estrecha, fundamentalmente con los métodos de modelación paramétrica mediante funciones de transferencia racionales, ya que, el cálculo de los parámetros de estos modelos se realiza en muchos métodos bajo la hipótesis de planitud de la excitación.

Dentro de la modelación mediante funciones de transferencia racionales, nos centraremos en este apéndice en el modelo más general o modelo ARMA (Auto-Regresive Moving - Average), según el cual la función de transferencia del sistema viene dada por:

$$H(z) = \frac{S(z)}{U(z)} = G \frac{B(z)}{A(z)} = G \frac{1 + \sum_{j=1}^q b_j z^{-j}}{1 + \sum_{i=1}^p a_i z^{-i}} \quad (D.1)$$

siendo $S(z)$ y $U(z)$ las transformadas z de la salida y entrada del sistema respectivamente y G el factor de ganancia del modelo. En la expresión (D.1) p representa el número de polos del sistema y q el de ceros.

Las aplicaciones de este modelo se encuentran en áreas muy diversas; citaremos a título de ejemplo el análisis de señales geofísicas, la modelación de los fonemas nasales, fricativos y plosivos, que precisan del uso de modelos que tengan en cuenta la existencia de antiresonancias, etc.

Con objeto de estimar los parámetros $\{a_i, b_j\}$ asociados al modelo ARMA se han desarrollado, en los últimos años, un gran número de métodos, muchos de los cuales tienen carácter iterativo [18], [22]. Puesto que la entrada $u(n)$ se considera desconocida en todos ellos, se hace necesario distinguir dos

etapas: una primera de deconvolución para estimar la entrada y otra de estimación de los p parámetros $\{a_i\}$ y los p $\{b_j\}$. La figura D.2 muestra este esquema general adoptado por la mayoría de los métodos existentes.

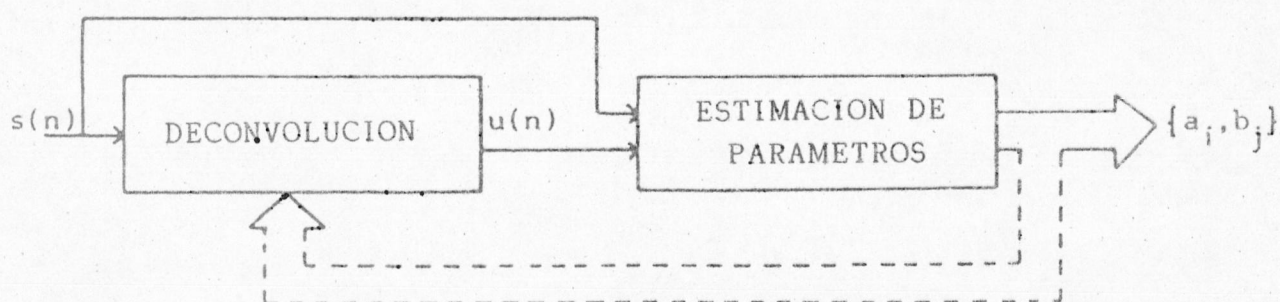


Figura D.2

Cerrando la línea discontinua ambas etapas se realizan de forma iterativa. Los algoritmos usados en cada etapa pueden ser muy diversos; por ejemplo, la etapa de deconvolución puede llevarse a cabo mediante deconvolución homomórfica [3] o por predicción lineal (LP) y filtrado inverso (IF) [7], y la etapa de estimación de parámetros puede realizarse usando diferentes algoritmos y criterios de minimización de error, [20] - [22].

Un estudio general y detallado sobre distintos métodos de estimación de parámetros de modelos ARMA ha sido realizado en anteriores trabajos de este Departamento y puede encontrarse en [18], [20]-[22], [79]-[80].

Entre los distintos métodos existentes cabe resaltar por su excelente comportamiento el denominado método de Filtrado Inverso Iterativo (ITIF). Una variante síncrona* del mismo ha sido propuesta en [79].

En este apéndice nos centraremos en el método ITIF y, tras describirlo brevemente, propondremos una variante del mismo que denominaremos ITIFBURG, presentando un estudio comparativo de ambos en función del carácter pulsado o no de la entrada. Como se pondrá de manifiesto en el apartado de resultados experimentales, el método ITIFBURG mejora los resultados obtenidos por el método ITIF cuando la entrada del sistema es ruido blanco.

METODO ITIF: ITIFBURG

El método ITIF responde al esquema general de la figura D.2 incluido el lazo marcado con línea discontinua, ya que, se trata de un método iterativo. Un esquema más detallado se muestra en la figura D.3 .

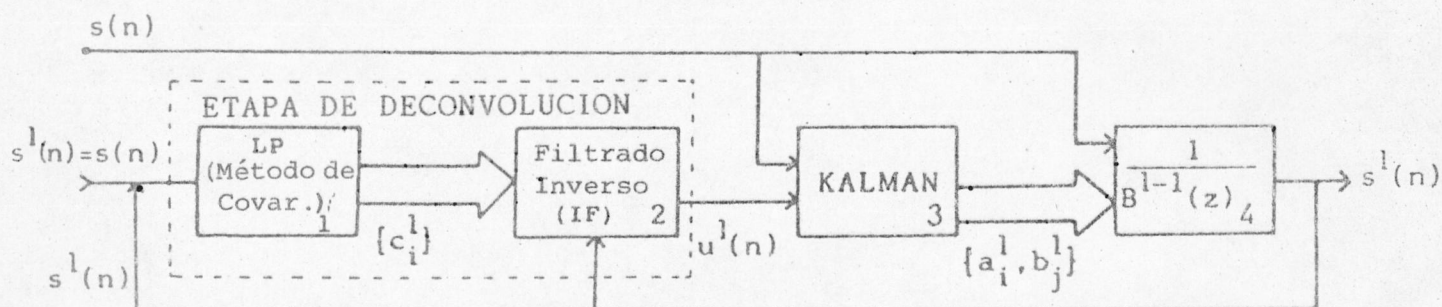


Figura D.3: Esquema general del método ITIF.

* Para el caso en que la excitación del sistema es de carácter pulsado, se entiende por análisis síncrono al que se realiza trabajando solo con muestras de la salida del sistema comprendidas entre la respuesta de dos pulsos consecutivos.

En este método la etapa de deconvolución se lleva a cabo mediante LP e IF. Durante la primera iteración la deconvolución se realiza sobre la salida del sistema $s(n)$, haciendo $B^0(z)=1$, pero en sucesivas iteraciones esta secuencia se filtra por los ceros obtenidos en la iteración anterior. Este filtrado se realiza en el bloque 4 de la figura D.3. Si el proceso converge, $s^1(n)$ que es el resultado de filtrar $s(n)$ por $1/B^{1-1}(z)$, se aproximará cada vez más a una secuencia todo polos, lo que implica que en la etapa de deconvolución (bloques 1 y 2 de la figura D.3) la estimación de la entrada $u^1(n)$ irá mejorándose sucesivamente.

La etapa de estimación de parámetros $\{a_i, b_j\}$ se lleva a cabo mediante el método de Kalman [85].

Los autores del método ITIF recomendaron la utilización del método de covarianza en el bloque 1 de la etapa de deconvolución, tal como muestra la figura D.3. Sin embargo puede usarse cualquier método de modelación autorregresiva en este bloque, por lo que proponemos la implementación del mismo mediante el método de Burg.

Como mostraremos en los resultados experimentales de este apéndice, esta variante del método ITIF mejora los resultados obtenidos por éste cuando la entrada es ruido blanco. Otra ventaja de esta variante es que, con el algoritmo de Burg, la estabilidad del modelo del sistema queda garantizada tal como se comentó en el capítulo 1. En adelante llamaremos a estas dos variantes ITIFCOVAR e ITIFBURG respectivamente.

RESULTADOS EXPERIMENTALES

A continuación mostramos algunos ejemplos representativos del comportamiento de las dos variantes del método ITIF en función de la relación señal pulsada/ruido blanco (RSPRB) de la entrada del sistema, para los sistemas especificados en

Dado que, analizamos sistemas conocidos, tomaremos como parámetro de comparación entre el espectro del sistema real y el espectro del sistema modelo obtenido, el propuesto en [79] y que llamaremos "error espectral" EE^1 :

$$EE^1 = \left[\frac{\sum_{i=1}^N \left[H_R(w_i) - F^1 H^1(w_i) \right]^2}{\sum_{i=1}^N \left[H_R(w_i) \right]^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (D.2)$$

donde $H_R(w)$ y $H^1(w)$ son las funciones de transferencia del sistema real y estimado respectivamente, y F^1 es un parámetro que se introduce para asegurar que se comparan espectros equienergéticos. F^1 viene definido por:

$$F^1 = \left[\frac{\sum_{i=1}^N \left[H_R(w_i) \right]^2}{\sum_{i=1}^N \left[H^1(w_i) \right]^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (D.3)$$

Para obtener una excitación con diferente RSPRB se ha utilizado un tren de pulsos definido por la relación:

$$p(n) = \begin{cases} K & \text{para } n=\Delta t, 101\Delta t, \dots \\ & \text{(donde } \Delta t \text{ es el periodo de muestreo)} \\ 0 & \text{para cualquier otro } n \end{cases}$$

y un ruido blanco gaussiano de media $m=0$ y varianza $\sigma^2=1$. A modo de ejemplo, la figura D.4 muestra la señal utilizada

como excitación del sistema para $RSPRB = 0$ dB y la figura D.5 su espectro correspondiente. En todos los casos el número de muestras analizadas han sido 256 y la frecuencia de muestreo 15 kHz.

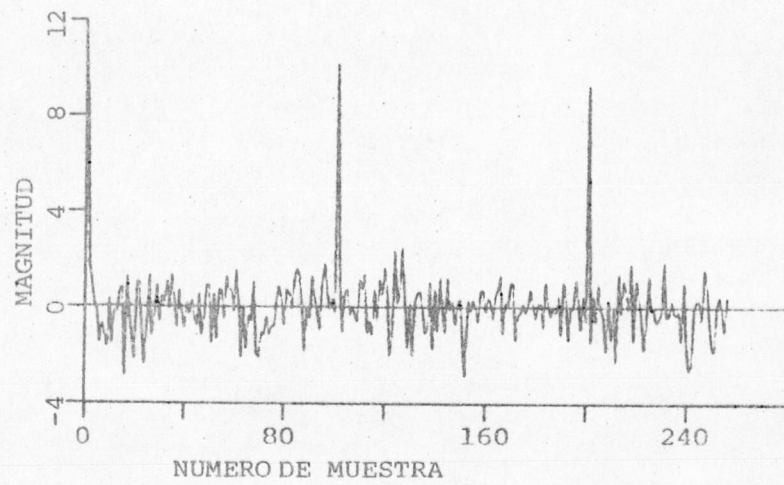


Figura D.4

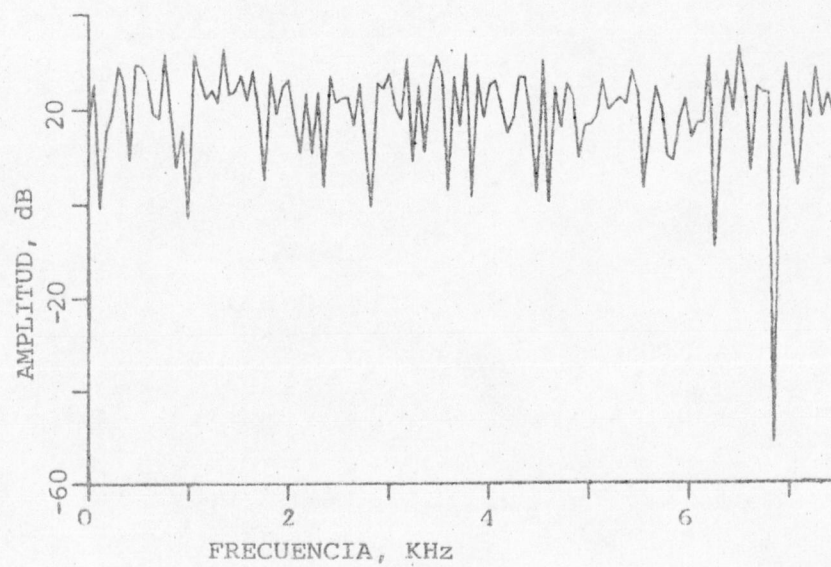


Figura D.5

la Tabla D.1. Cada sistema se ha caracterizado por sus resonancias, antirresonancias y anchos de banda correspondientes.

TABLA D.1

SISTEMA	POLOS (Hz)		CEROS (Hz)	
	f_o	f_o	f_o	f_o
1º	300	67	2100	40
	2500	150	3515	50
	4100	60	5300	100
2º	300	67	2100	40
	2500	150		
3º	300	67	1800	40
	2500	150		
	4100	60		
4º	270	60	1875	30
	2290	100		
	3010	120		
	3500	175		
	4500	281		
5º	250	40	1500	30
	1000	60		
	3000	60		
6º	750	100	2000	60
	1300	120		
	2500	150		
	4000	150		
7º	300	67	3515	50
	2500	150		
	4100	60		
8º	300	67	1800	40
	2500	150	3515	50
	4100	60	4400	100
9º	300	67	3515	50
	2500	150	4400	100
	4100	60		
10º	300	67	1800	40
	2500	150	4400	100
	4100	60		

Las figuras D.6 a D.15 muestran el error espectral cometido en la décima iteración, EE^{10} , para cada uno de los sistemas especificados en la Tabla D.1, en función de RSPRB y para las dos variantes del ITIF. Como puede observarse en dichas figuras, cuando la entrada del sistema tiene entropía máxima, es decir, es un ruido blanco, el método ITIFBURG produce un error espectral EE^{10} más pequeño que el que se obtiene usando el método ITIFCOVAR. Sin embargo, cuando la excitación tiene un carácter claramente pulsado y su entropía decrece, el método ITIFBURG proporciona, en general, una estimación peor que la que se obtiene con el método ITIFCOVAR.

La figura D.16 muestra EE^l para $l=1,2, \dots, 10$ en el primer sistema y para $RSPRB=-100$ dB. En ella se pone de manifiesto, a modo de ejemplo representativo, la convergencia de ambas variantes del método ITIF.

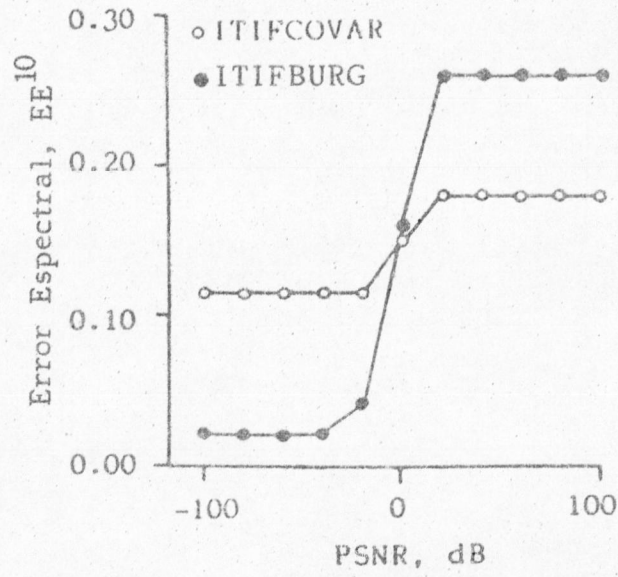


Figura D.6: Error espectral en la décima iteración para el 1º sistema.

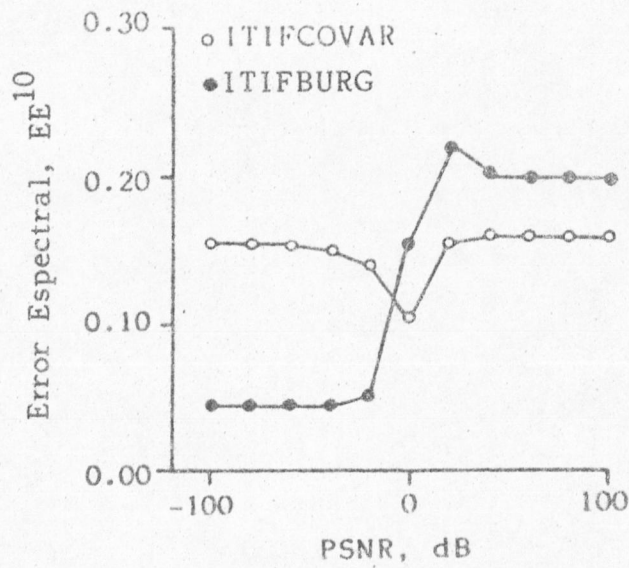


Figura D.7: Error espectral en la décima iteración para el 2º sistema.

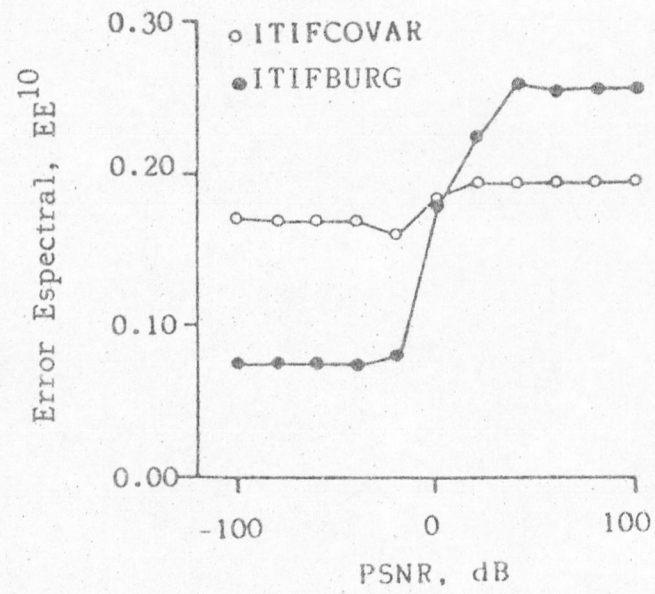


Figura D.8: Error espectral en la décima iteración para el 3º sistema.

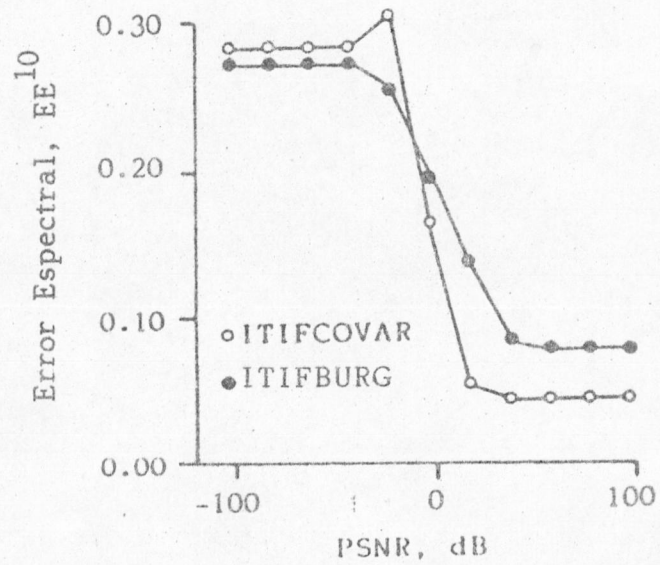


Figura D.9: Error espectral en la décima iteración para el 4º sistema.

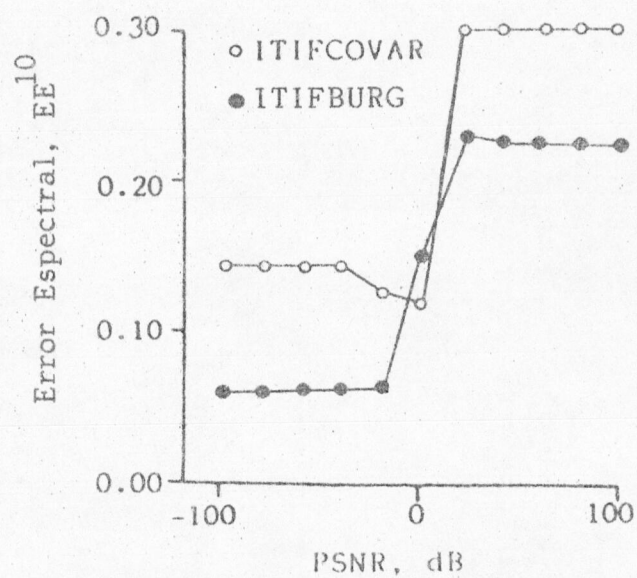


Figura D.10: Error espectral en la décima iteración para el 5º sistema.

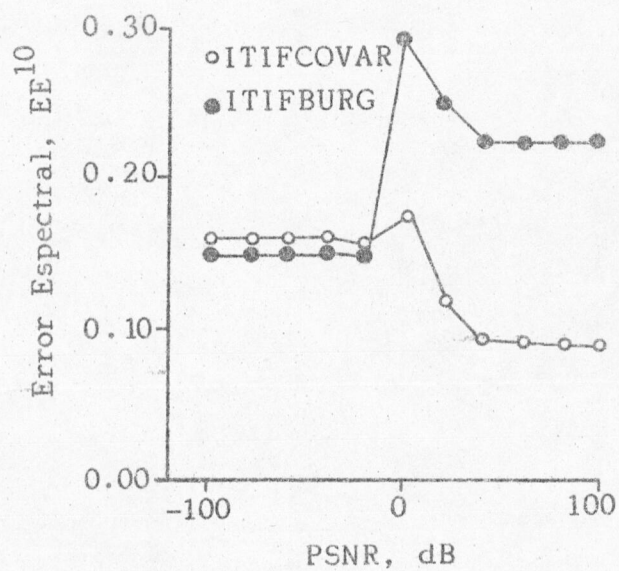


Figura D.11: Error espectral en la décima iteración para el 6º sistema.

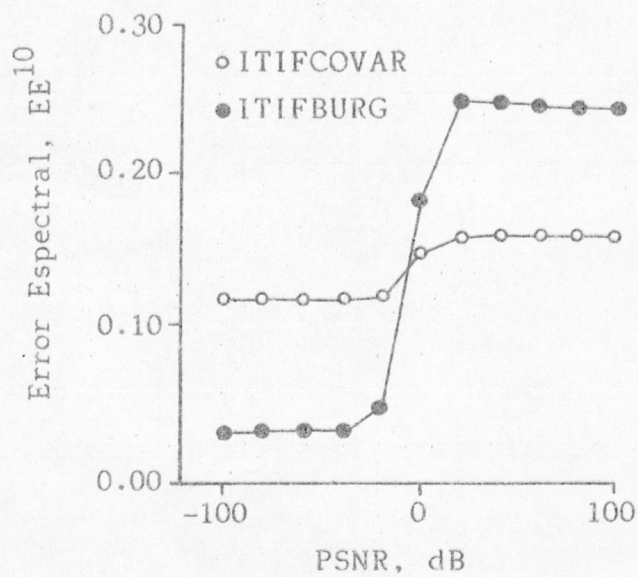


Figura D.12: Error espectral en la décima iteración para el 7º sistema.

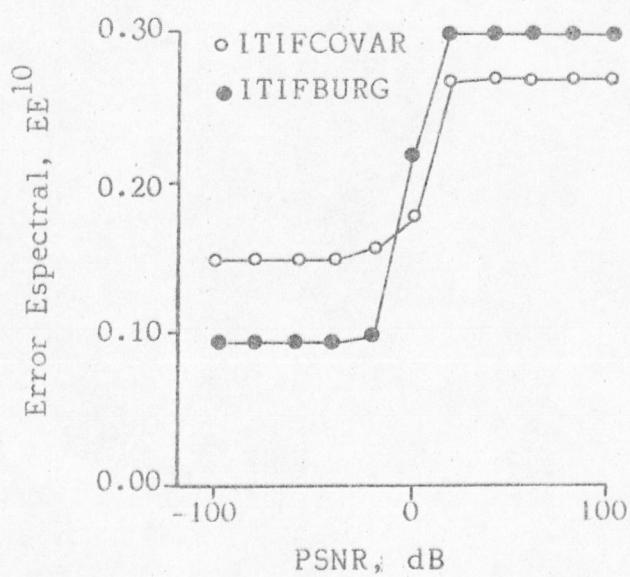


Figura D.13: Error espectral en la décima iteración para el 8º sistema.

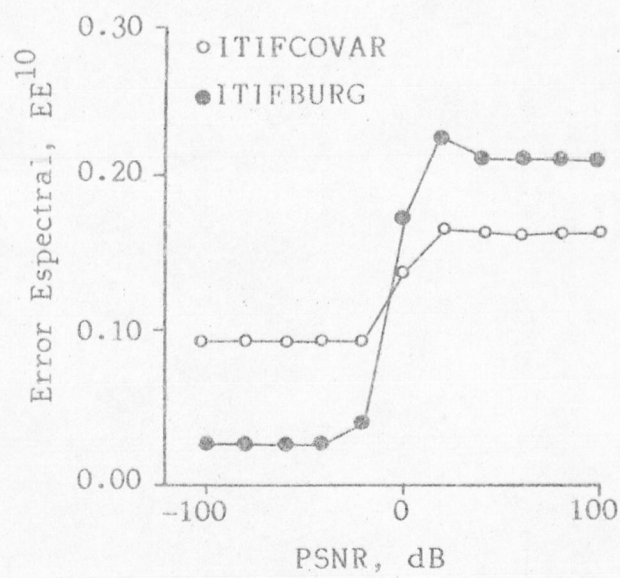


Figura D.14: Error espectral en la décima iteración para el 9º sistema.

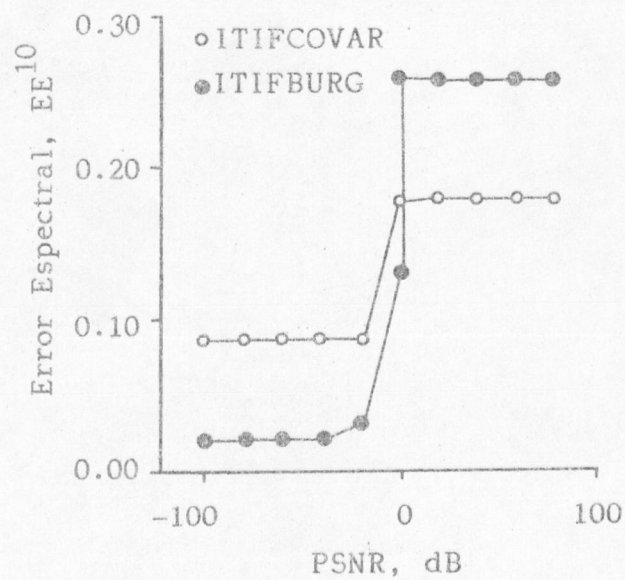


Figura D.15: Error espectral en la décima iteración para el 10º sistema.

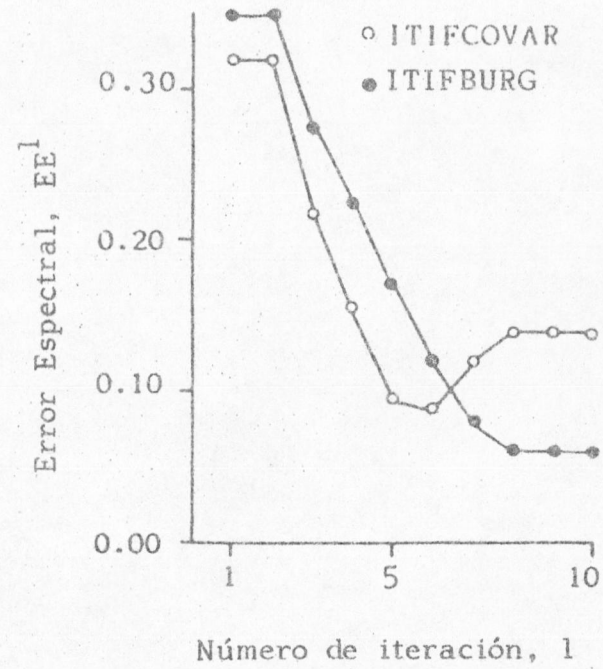


Figura D.16: Error espectral en función del número de la iteración para el 1º sistema y PSNR = -100 dB.

APENDICE E

PROGRAMAS

En este apéndice se muestran los organigramas y programas más importantes desarrollados para la realización de esta memoria. Se ha utilizado el equipo del Centro de Informática de la Universidad de Granada, cuyos ordenadores principales son un Eclipse S/250 y un MV10000, ambos de Data General. Los lenguajes usados han sido FORTRAN V y FORTRAN 77.

En los capítulos 2 y 3, así como en el apéndice D, se han utilizado varios métodos de estimación de parámetros de un modelo AR. Concretamente, se han implementado los métodos de Covarianza, Burg, Fougere y LSM.

Las figuras E.1, E.2, E.3, y E.4 muestran los organigramas correspondientes a cada uno de estos métodos.

La figura E.5 muestra el organigrama correspondiente al programa de cálculo de las frecuencias de resonancia complejas y residuos de un blanco según el método descrito en el apartado 3.3.

En la figura E.6 se presenta el organigrama correspondiente al programa que calcula la señal que excita una única frecuencia de resonancia natural del blanco patrón y la respuesta de un blanco de prueba a esta excitación.

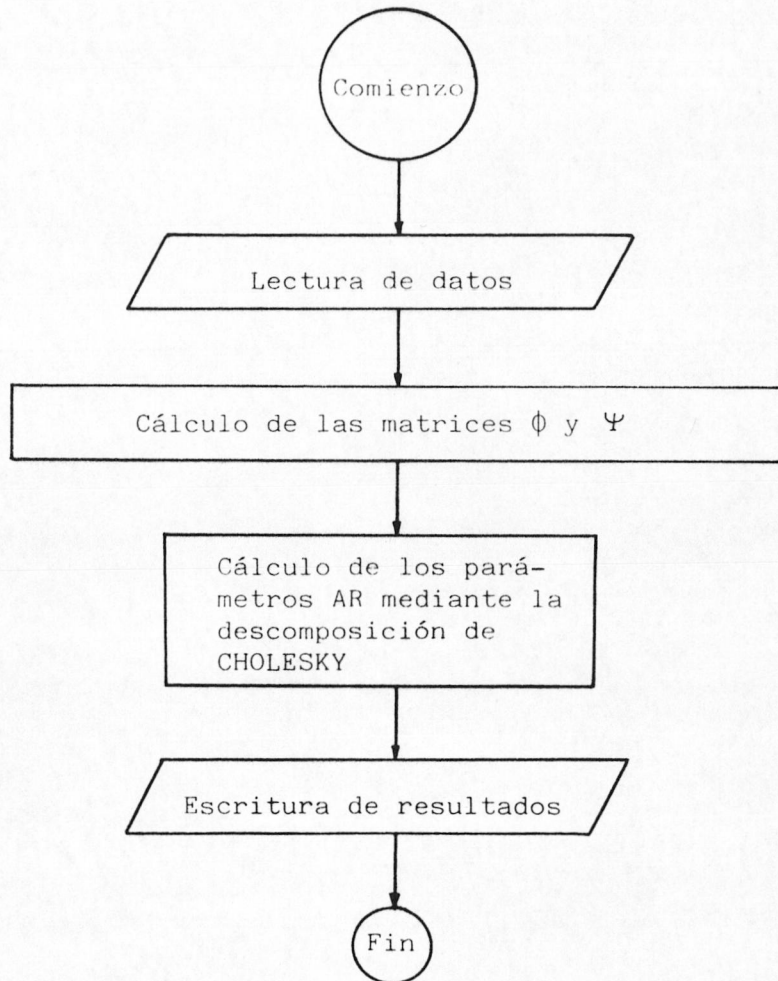


Figura E.1: Diagrama de flujo para el cálculo de los parámetros de un modelo AR por el método de covarianza.

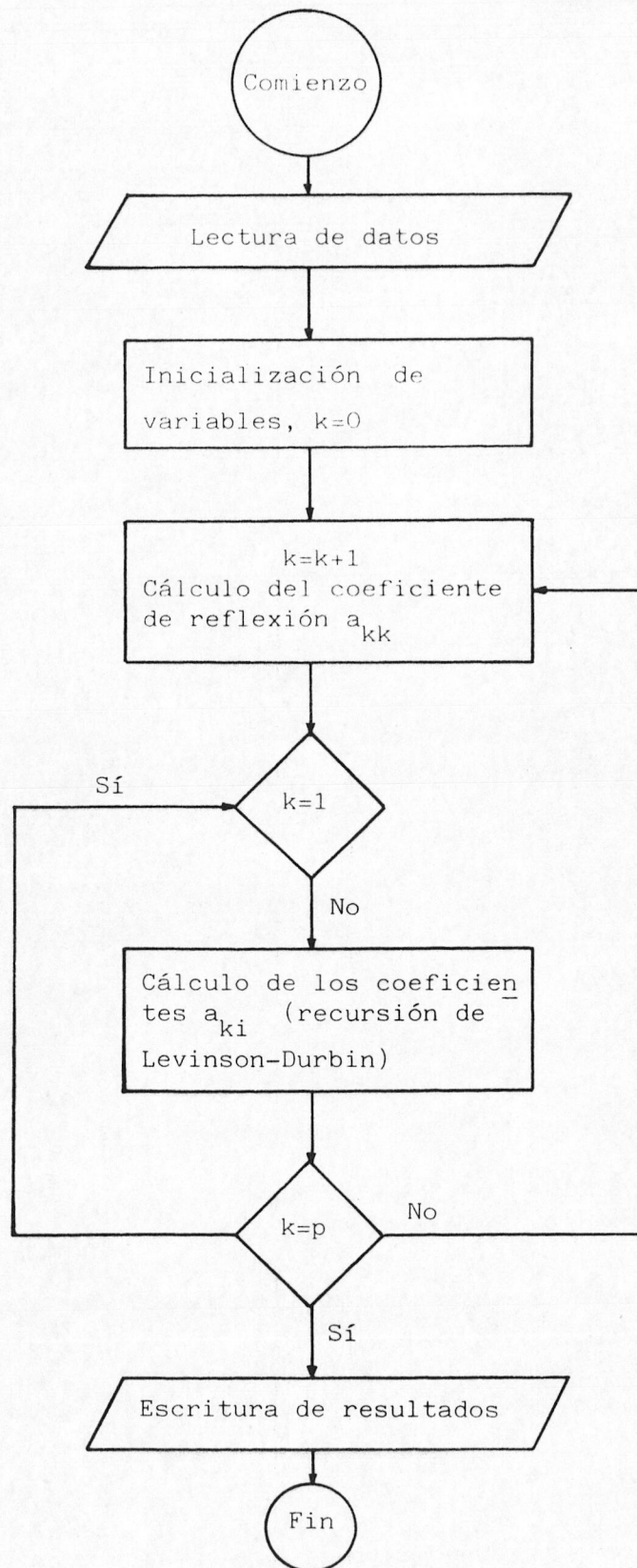


Figura E.2: Diagrama de flujo para el cálculo de los parámetros de un modelo AR por el método de Burg.

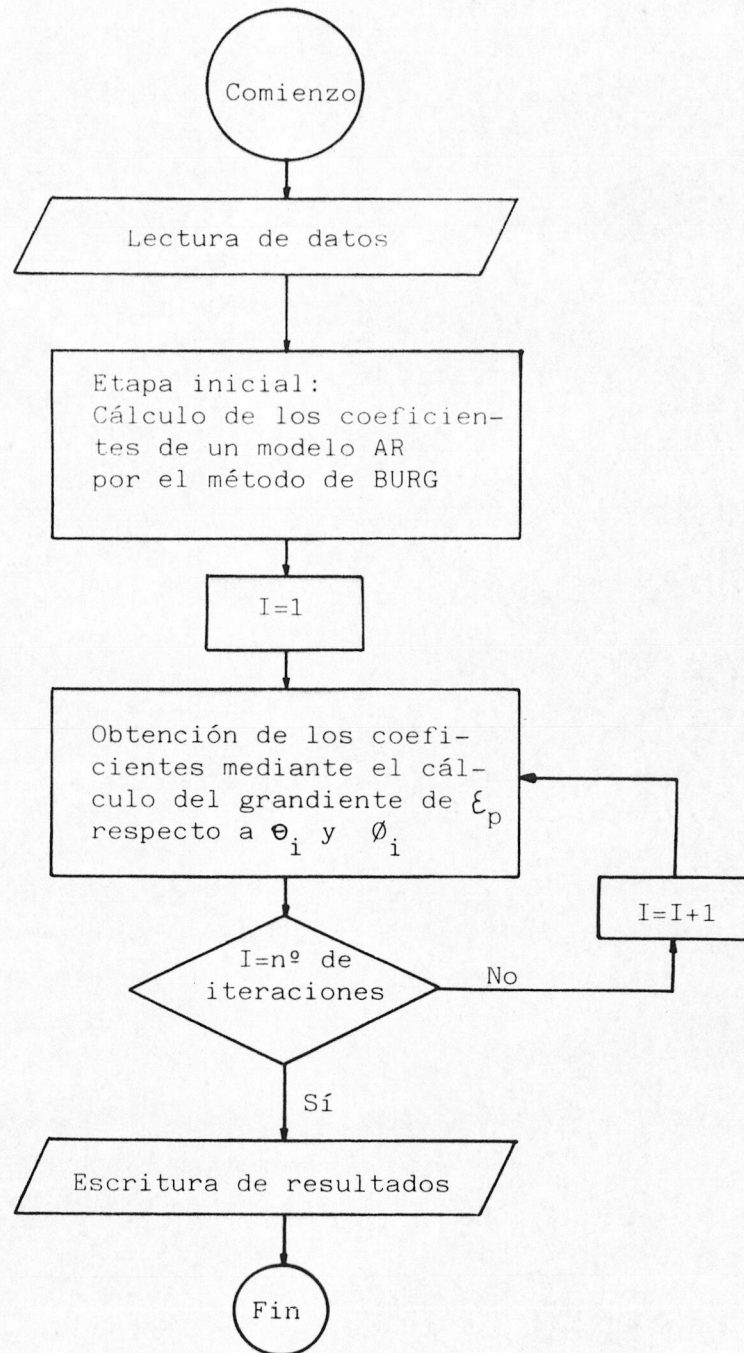


Figura E.3: Diagrama de flujo para el cálculo de los parámetros de un modelo AR por el método de Fougere.

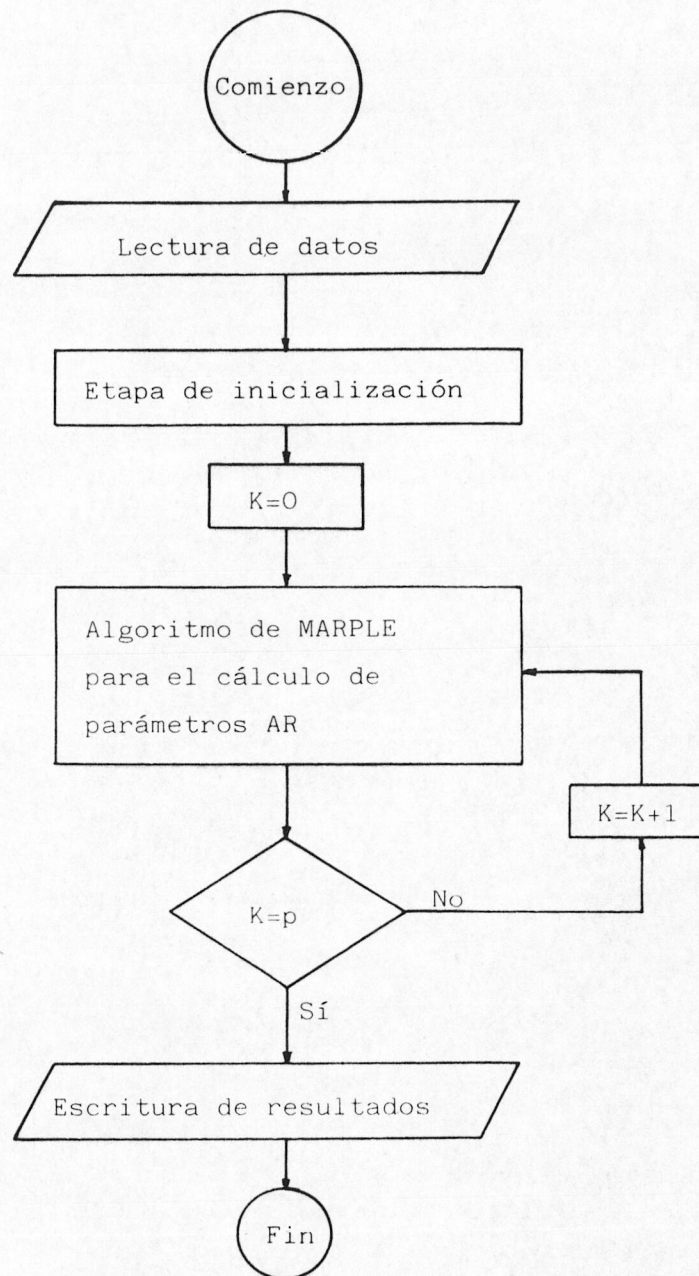


Figura E.3: Diagrama de flujo para el cálculo de los parámetros AR por el método LS.

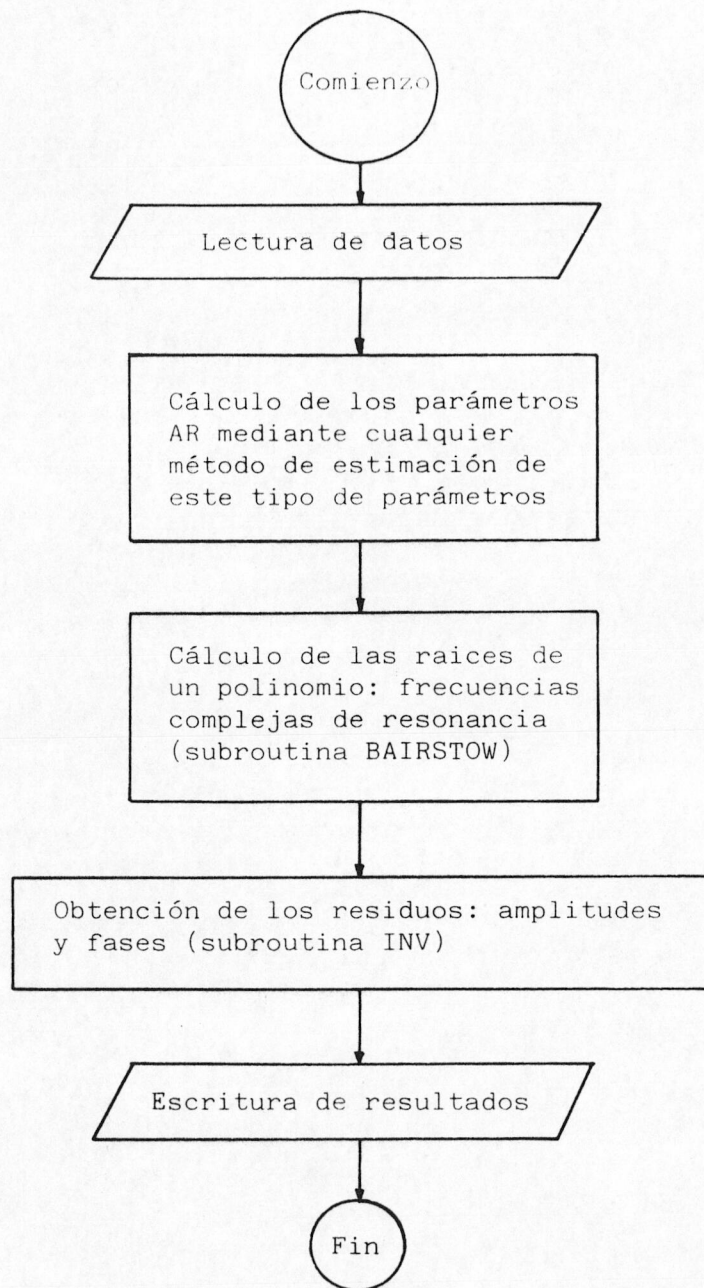


Figura E.5: Diagrama de flujo del método de cálculo de las frecuencias de resonancia complejas y residuos desarrollado en el capítulo 3.3

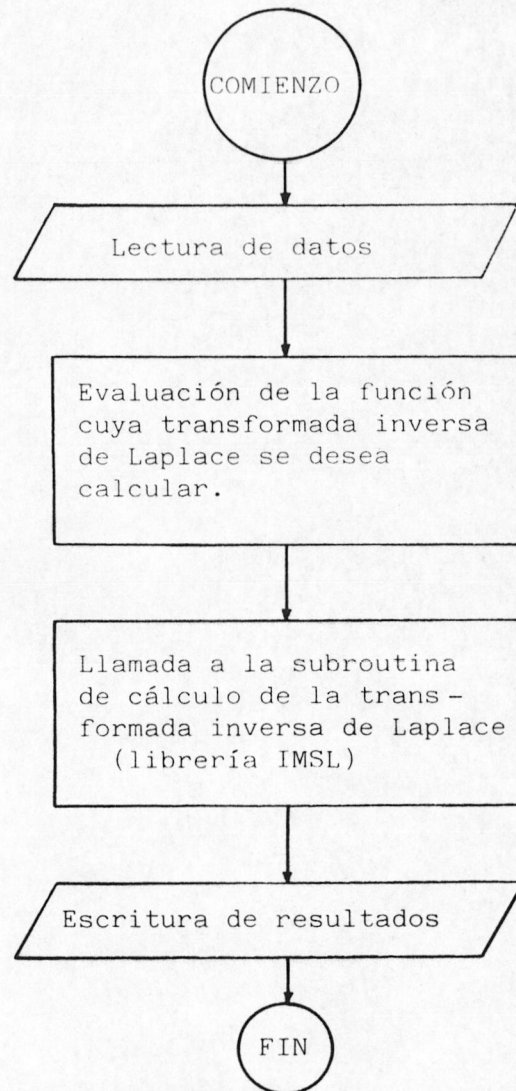


Figura E.6: Diagrama de flujo del programa que calcula la transformada inversa de Laplace de una función racional F .

```

=====
C
C   METODO DE BURG
C
=====
C   PROGRAMA BURG (METODO DE BURG PARA UN MODELO AR )
C   SECUENCIA DE DATOS DE ENTADA COMPLEJOS
C   ESTE PROGRAMA CALCULA LA RESPUESTA AZINUTAL DE LOS DATOS RE-
C   COGIDOS POR UNA ANTENA LINEAL DE n ELEMENTOS EQUISPACIADOS.
C   PERMITE LA DETECCION Y DISCRIMINACION ENTRE BLANCOS.
C   LOS DATOS SE GENERAN CON EL PROGRAMA "BLANCOS"
C   SE REALIZA UN PROMEDIO SOBRE NN CONJUNTOS DE COEFICIENTES CALCULADOS
C   SOBRE N REALIZACIONES DISTINTAS, ANTES DEL CALCULO DE LA
C   RESPUESTA AZINUTAL.
C   ESTE PROCESO SE REPITE NFASE VECES PARA CONJUNTOS DE DATOS CON
C   DIFERENTE DIFERENCIA DE FASE ENTRE BLANCOS (O BLANCO).
C
=====
C
C   PARAMETER NN=25
C   PARAMETER NFASE=9
C   PARAMETER NDATOS=8
C   PARAMETER NMAXPOL=10
C   FN=22.
C   DELTAF=0.05
C
C   DOUBLE PRECISION COMPLEX S(NDATOS),POL(NN,NMAXPOL),PL(NMAXPOL),A
C   DOUBLE PRECISION COMPLEX BB(NDATOS),CC(NDATOS),DD(NMAXPOL)
C   DOUBLE PRECISION COMPLEX DB,SS,ARG1
C   DOUBLE PRECISION ARG,H,PH
C   DOUBLE PRECISION QQ,P(NMAXPOL+1),PI/3.14159265/
C
C   OPEN 1,"RESULTADOS",ATT="S"
C   OPEN 2,"DATOS",ATT="S"
C   OPEN 3,"POL",ATT="S"
C   WRITE (3,100)
C   WRITE(3,105)NDATOS,NMAXPOL,FN,DELTAF
C   FN=(FN*2*PI)/360.
C   FN2=FN/2
C   DELTAF=(DELTAF*2*PI)/360.
C   NPOLOS=NMAXPOL
C
C   FASE=0.
C   DO 99 II=1,NFASE
C
C   PH=0.
C   DO 88 LL=1,NN
C

```

```

C=====
C   LECTURA DE LAS MUESTRAS DE LA SEÑAL ORIGINAL
C=====
      READ(2,200)(S(I),I=1,NDATOS)
C
C=====
C   CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE LOS POLOS
C=====
C
C   CALCULO DE P(1)= FUNCION DE AUTOCORRELACION DE ORDEN 0
C
      P(1)=0.
      DO 1 I=1,NDATOS
1  P(1)=P(1)+((DCABS(S(I)))**2)
      P(1)=P(1)/NDATOS
C
C   INICIALIZAMOS LOS ERRORES DE PREDICION BB, CC
C
      BB(1)=S(1)
      CC(NDATOS-1)=S(NDATOS)
      DO 2 I=2,NDATOS-1
2  BB(I)=CC(I-1)-S(I)
C
C   CALCULO DEL PRIMER COEFICIENTE
C
      QQ=0.
      SS=(0.,0.)
      DO 3 I=1,NDATOS-1
      SS=SS+(DCONJG(BB(I))*CC(I))
3  QQ=QQ+((DCABS(BB(I)))**2)+((DCABS(CC(I)))**2)
      POL(LL,1)=2*SS/qq
      P(2)=P(1)*(1-(DCABS(POL(LL,1)))**2))
C
C   CALCULO DE LOS RESTANTES COEFICIENTES
C
      DO 4 IK=2,NPOLOS
      DO 5 IJ=1,IK-1
5  DD(IJ)=POL(LL,IJ)
      DO 6 I=1,NDATOS-IK
      BB(I)=BB(I)-(DCONJG(DD(1K-1)))**CC(I)
6  CC(I)=CC(I+1)-DD(1K-1)*BB(I+1)
      QQ=0.
      SS=(0.,0.)
      DO 7 I=1,NDATOS-1K
      SS=SS+(DCONJG(BB(I))*CC(I))
7  QQ=QQ+((DCABS(BB(I)))**2)+((DCABS(CC(I)))**2)
      POL(LL,IK)=2*SS/qq
      P(1K+1)=P(1K)*(1-(DCABS(POL(LL,IK)))**2))
      DO 8 JJ=1,IK-1
8  POL(LL,JJ)=DD(JJ)-POL(LL,IK)*(DCONJG(DD(1K-JJ)))
4  CONTINUE

```

```

WRITE(3,101)P(NPOLOS+1)
DO 9 I=1,NPOLOS
9 POL(LL,I)=-POL(LL,I)
PH=PH+P(NPOLOS+1)
C
88 CONTINUE
PH=PH/NN
C
DO 89 J=1,NMAXPOL
A=(0.,0.)
DO 87 I=1,NN
87 A=A+POL(I,J)
89 PL(J)=A/NN
C
C ESCRITURA DE RESULTADOS
C
WRITE(3,106)NPOLOS
WRITE(3,107)(I,PL(I),I=1,NPOLOS)
WRITE(3,102)PH
C
C=====
C CALCULO DE LA RESPUESTA AZINUTAL H(F)
C=====
C
WRITE(1,108)FASE
DO 10 F=-FN2,FN2,DELTA F
DB=(1.,0.)
DO 11 N=1, NPOLOS
ARG=(N*PI*2*DSIN(F))/FN
ARG1=DCMPLX(DCOS(ARG),-DSIN(ARG))
11 DB=DB+PL(N)*ARG1
H=10.*DLOG10(1./DCABS(DB)**2)
WRITE(1,109)(FN*360.)/(2*PI),H
10 CONTINUE
READ(2,300)
C
99 FASE=FASE+(180./NFASE-1))
C
STOP
C=====
C FORMATOS
C=====
100 FORMAT(1X,"MEN COMPLEX, (DATOS COMPLEJOS)",
&/1X,"ALGORITMO DE MAX. ENTROPIA",
&/1X,"VERSION 1 ")
101 FORMAT("ERROR DE PREDICION NORMALIZADO=",D12.6)
102 FORMAT("ERROR DE PREDICION NORMALIZADO(PROMEDIADO EN NN)=",D12.6)
105 FORMAT(10X,"NUMERO DE DATOS:",I6/
&10X,"NUMERO MAXIMO DE POLOS NMAXPOL:",I6/
&10X,"GRATING LOBE (EN GRADOS):",I6/
&10X,"INTERVALO ENTRE DOS PUNTOS DE LA RESPUESTA AZINUTAL ?:",F6.2)
106 FORMAT(/," #NUMERO DE POLOS=",I3)
107 FORMAT(" A(",I3,")=",D12.6)
108 FORMAT(/," #DENSIDAD DEL ESPECTRO DE POTENCIA",2X,"DF FASE=",F7.2)
109 FORMAT(" P(",F8.4,")=",D12.6)
200 FORMAT(2D12.6)
300 FORMAT(/,/)/)
END

```

```

=====
C
C           METODO DE MINIMOS CUADRADOS (LSM)
C
=====
C
C     ESTE PROGRAMA CALCULA LOS COEFICIENTES AR DE UNA SECUENCIA DE
C     DATOS RECOGIDOS POR UNA ANTENA LINEAL DE n ELEMENTOS EQUIES-
C     PACIADOS, ASI COMO LA RESPUESTA AZINUTAL CORRESPONDIENTE.
C     SECUENCIA DE DATOS DE ENTADA COMPLEJOS.
C     PERMITE LA DETECCION Y DISCRIMINACION ENTRE BLANCOS.
C     LOS DATOS SE GENERAN CON EL PROGRAMA "BLANCOS".
C
=====
C
C     COMPLEX X(256),A(100),C(101),D(101),R(101),F,B,H,S,U,V,ARG1,DB
C     COMPLEX SAVE1,SAVE2,SAVE3,SAVE4,Q2,Q3,DELTA,C1,C2,C3,C4,C5,C6
C     INTEGER ESTADO
C     PI=4.0*ATAN(FLOAT(1))
C
C     OPEN 1,"RESULTADOS",ATT="ASP"
C     OPEN 7,"D.MENSAJE",ATT="OS"
C     OPEN 8,"D.CONTROL",ATT="IS"
C
=====
C
C     WRITE (1,99)
C     WRITE (7,101)
C     READ FREE (8) N
C     WRITE(7,102)
C     READ FREE (8) NMAX
C     WRITE(7,103)
C     READ FREE (8) FN
C     WRITE(7,104)
C     READ FREE (8) DELTAF
C     WRITE(1,105)N,NMAX,FN,DELTAF
C     FN=(FN*2*PI)/360.
C     FN2=FN/2
C     DELTAF=(DELTAF*2*PI)/360.
C
=====
C     LECTURA DE LAS MUESTRAS DE LA SEÑAL ORIGINAL
C
=====
C     OPEN 2,"D.ENTRA",ATT="S"
C     READ(2,200)(X(I),I=1,N)
C     CLOSE 2
C
=====
C     CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE LOS POLOS
C
=====
C     ACCEPT "INTRODUZCA TOL1",TOL1
C     ACCEPT "INTRODUZCA TOL2",TOL2
C

```



```

C      INICIALIZACION
C      -----
      EQ=0.
      DO 10 K=1,N
10     EQ=EQ+REAL(X(K))**2+AIMAG(X(K))**2
      EQ=2.*EQ
      Q1=1./EQ
      Q2=CNPLX(Q1*REAL(X(1)), -Q1*AIMAG(X(1)))
      G=Q1*(REAL(X(1))**2+AIMAG(X(1))**2)
      W=Q1*(REAL(X(N))**2+AIMAG(X(N))**2)
      DEN=1.-G-W
      Q4=1./DEN
      Q5=1.-G
      Q6=1.-W
      F=X(1)
      B=X(N)
      H=Q2*CONJG(X(N))
      S=Q2*X(N)
      U=Q1*X(N)*X(N)
      V=Q2*CONJG(X(1))
      E=EQ*DEN
      Q1=1./E
      C(1)=Q1*CONJG(X(1))
      D(1)=Q1*X(N)
      M=1
      SAVE1=(0.,0.)
      N1=N+1
      NN=N-1
      DO 20 K=1,NN
20     SAVE1=SAVE1+X(K+1)*CONJG(X(K))
      R(1)=2.*SAVE1
      A(1)=CNPLX(-Q1*REAL(R(1)), -Q1*AIMAG(R(1)))
      E=E*(1.-REAL(A(1))**2- AIMAG(A(1))**2)
C      FIN DE LA INICIALIZACION
C
30     IF(N.LT.MMAX) GOTO 40
      ESTADO=1
      GOTO 160
C
C
40     EOLD=E
      N1=M+1
      F=X(N1)
      B=X(NN)
      DO 50 K=1,N
      F=F+X(N1-K)*A(K)
50     B=B+X(NN+K)*CONJG(A(K))
C
C
      Q1=1./E
      Q2=CNPLX(Q1*REAL(F), -Q1*AIMAG(F))
      Q3=CNPLX(Q1*REAL(B), Q1*AIMAG(B))

```

```

DO 60 K=N,1,-1
K1=K+1
C(K1)=C(K)+Q2*A(K)
60 D(K1)=D(K)+Q3*A(K)
C(1)=Q2
D(1)=Q3
C
C
Q7=REAL(S)**2+AIMAG(S)**2
Y1=REAL(F)**2+AIMAG(F)**2
Y3=REAL(B)**2+AIMAG(B)**2
Y2=REAL(U)**2+AIMAG(U)**2
Y4=REAL(U)**2+AIMAG(U)**2
G=G+Y1*Q1+Q4*(Y2*Q6+Q7*Q5+2.*REAL(CONJG(U))*H*S)
W=W+Y3*Q1+Q4*(Y4*Q5+Q7*Q6+2.*REAL(CONJG(S))*H*U)
H=(0.,0.)
S=(0.,0.)
U=(0.,0.)
V=(0.,0.)
DO 70 K=0,M
K1=K+1
NK=N-K
H=H+CONJG(X(NH+K))*C(K1)
S=S+X(NK)*C(K1)
U=U+X(NK)*D(K1)
70 V=V+CONJG(X(K1))*C(K1)
C
C
Q5=1.-G

Q6=1.-W
DEN=Q5*Q6-REAL(H)**2-AIMAG(H)**2
C
IF(DEN.GT.0.)GOTO 80
ESTADO=2
GOTO 160
C
C
80 Q4=1./DEN
Q1=Q1*Q4
ALPHA=1./(1.+(Y1*Q6+Y3*Q5+2.*REAL(H*F*B))*Q1)
E=ALPHA*E
C1=Q4*(F*Q6+CONJG(B*H))
C2=Q4*(CONJG(B)*Q5+H*F)
C3=Q4*(U*Q6+H*S)
C4=Q4*(S*Q5+U*CONJG(H))
C5=Q4*(S*Q6+H*U)
C6=Q4*(U*Q5+S*CONJG(H))
DO 90 K=1,M
K1=K+1
90 A(K)=ALPHA*(A(K)+C1*C(K1)+C2*D(K1))

```

```

C=====
C   ESCRITURA DE RESULTADOS
C
C   WRITE(1,106)M
C   WRITE(1,107)(I,A(I),I=1,M)
C   WRITE(1,111)ESTADO,E,EQ
C
C=====
C   CALCULO DE LA RESPUESTA AZIMUTAL H(F)
C=====
C
C   WRITE(1,108)
C   DO 1 FS=-FN2,FN2,DELTA F
C   DB=(1.,0.)
C   DO 11 J=1,M
C   ARG=(J*PI*2*SIN(FS))/FH
C   ARG1=CMPLX(COS(ARG),-SIN(ARG))
11 DB=DB+A(J)*ARG1
C   HS=1./((CABS(DB))**2)
C   WRITE(1,109)(FS*360.)/(2*PI),HS
1   CONTINUE
C
C   STOP "FIN DE LA EJECUCION DEL PROGRAMA LMS ..."
C=====
C   FORMATOS
C=====
99  FORMAT(1X,"P_LMS (DATOS COMPLEJOS)",
      &/1X,"ALGORITMO LMS",
      &/1X,"VERSION 1 ")
101 FORMAT("NUMERO DE DATOS ? ", Z)
102 FORMAT("NUMERO MAXIMO DE POLOS MMAX ? ", Z)
103 FORMAT("GRATING LOBE (EN GRADOS) ? ", Z)
104 FORMAT("INTERVALO ENTRE DOS PUNTOS DE LA RESPUESTA AZIMUTAL ? ", Z)
105 FORMAT(10X,"NUMERO DE DATOS:",I6/
      &10X,"NUMERO MAXIMO DE POLOS MMAX:",I6/
      &10X,"GRATING LOBE (EN GRADOS):",I6/
      &10X,"INTERVALO ENTRE DOS PUNTOS DE LA RESPUESTA AZIMUTAL ?:",F6.2)
106 FORMAT(/," NUMERO DE POLOS REAL=",I3,/)
107 FORMAT(" A(",I3,")=",2E12.6)
108 FORMAT(/," *DENSIDAD DEL ESPECTRO DE POTENCIA")
109 FORMAT(" P(",F8.4,")=",E12.6)
111 FORMAT(" ESTADO=",I2,3X,"E.ERROR DE PRE=",E12.6,3X,"E.TOTAL=",E12.6)
200 FORMAT(2E12.6)
END

```

```

M2=M/2+1
DO 100 K=1,M2
MK=M+2-K
SAVE1=CONJG(C(K))
SAVE2=CONJG(D(K))
SAVE3=CONJG(C(MK))
SAVE4=CONJG(D(MK))
C(K)=C(K)+C3*SAVE3+C4*SAVE4
D(K)=D(K)+C5*SAVE3+C6*SAVE4
IF(MK.EQ.K)GOTO 100
C(MK)=C(MK)+C3*SAVE1+C4*SAVE2
D(MK)=D(MK)+C5*SAVE1+C6*SAVE2
100 CONTINUE
C
C
M=M+1
NM=N-M
M1=M-1
DELTA=(0.,0.)
C1=CONJG(X(N1-M))
C2=X(M)
DO 110 K=M1,1,-1
R(K+1)=R(K)-X(N1-K)*C1-CONJG(X(K))*C2
110 DELTA=DELTA+R(K+1)*A(K)
SAVE1=(0.,0.)
DO 120 K=1,NM
120 SAVE1=SAVE1+X(K+M)*CONJG(X(K))
R(1)=2.*SAVE1
DELTA=DELTA+R(1)
Q2=CMPLX(-REAL(DELTA)/E,-AIMAG(DELTA)/E)
A(N)=Q2
M2=M/2
DO 130 K=1,M2
MK=M-K
SAVE1=CONJG(A(K))
A(K)=A(K)+Q2*CONJG(A(MK))
IF(K.EQ.MK)GOTO 130
A(MK)=A(MK)+Q2*SAVE1
130 CONTINUE
Y1=REAL(Q2)**2+AIMAG(Q2)**2
E=E*(1.-Y1)
C
IF(Y1.LT.1.)GOTO 140
ESTADO=3
GOTO 160
C
140 IF(E.GE.EQ*TOL1)GOTO 150
ESTADO=4
GOTO 160
150 IF((EOLD-E).GE.(EOLD*TOL2))GOTO 30
ESTADO=5
160 CONTINUE

```

```

=====
C
C           METODO DE FOUGERE
C
=====
C
C     ESTE PROGRAMA CALCULA LA RESPUESTA AZINUTAL DE LOS DATOS RECIBI-
C     DOS POR UNA LINEA DE n SENSORES EQUIESPACIADOS.
C     PERMITE LA DETECCION Y DISCRIMINACION DE BLANCOS.
C     SE REALIZA UN PROMEDIO SOBRE NN CONJUNTOS DE COEFICIENTES
C     CALCULADOS SOBRE NN REALIZACIONES DISTINTAS ANTES DEL CALCULO
C     LA RESPUESTA AZINUTAL.
C     ESTE PROCESO SE REPITE NFASE VECES.
C
=====
C
C     DOUBLE PRECISION XR(25),XI(25),AR(10),AI(10),U,PH,POWER,EXTA(820)
C     DOUBLE PRECISION POLR(10),POLI(10),HS
C     DOUBLE PRECISION COMPLEX POL(10),DB,ARG,ARG1
C     COMMON /BLK0/LX,LA,U,PH,POWER/BLK1/XR,XI/BLK2/EXTA
C     EQUIVALENCE (EXTA(201),AR(1)),(EXTA(211),AI(1))
C     OPEN 1,"RESULTADOS",ATT="S"
C     OPEN 2,"DATOS",ATT="S"
C     OPEN 3,"POLOS",ATT="S"
C
C
C     LX=8
C     LA=4
C     LXX=25
C     LIMIT=10
C     LG=0
C     PARAMETER NFASE=9
C     FH=22.
C     DELTAF=0.05
C     PI=4.D0*DATAN(1.D0)
C     U=1.-1.D-6
C
=====
C
C     WRITE(3,99)
C     WRITE(3,100)LX,LA,FH,DELTAF
C     FH=(FH*2.*PI)/360.
C     FN2=FN/2.
C     DELTAF=(DELTAF*2.*PI)/360.
C
C
C     FASE=0.
C     DO 999 IJ=1,NFASE
C
C
C     DO 1 LL=1,LA
C     POLR(LL)=0.D0
C     POLI(LL)=0.D0
C
C
C     DO 88 II=1,LXX
C
C

```

```

=====
      READ(2,200)(XR(I),XI(I),I=1,LX)
C
C=====
C
C      CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE LOS POLOS POR EL METD DE FOUGERE
C=====
C
C
C      =====
C      ETAPA DE INICIALIZACION: METODO DE BURG
C      =====
C      CALL BUR(1)
C
C      =====
C      ETAPA DE OPTIMIZACION
C      =====
C      CALL OPTM(LIMIT,LG)
C      CALL FGR(1)
C
C      DO 2 LL=1,LA
C      POLR(LL)=POLR(LL)+AR(LL)
C      POLI(LL)=POLI(LL)+AI(LL)
C      CONTINUE
C      DO 3 LL=1,LA
C      POL(LL)=DCMPLX(POLR(LL)/LXX,POLI(LL)/LXX)
C
C      WRITE(3,101)(I,POL(I),I=1,LA)
C
C      =====
C      CALCULO DE LA RESPUESTA AZINUTAL
C      =====
C
C      WRITE(1,103)FASE
C      DO 4 FS=-FN2,FN2,DELTA F
C      DB=(1.D0,0.D0)
C      DO 5 LLL=1,LA
C      ARG=(LLL*2.*PI*DSIN(FS))/FN
C      ARG1=DCMPLX(DCOS(ARG),-DSIN(ARG))
C      DB=DB+POL(LL)*ARG1
C      HS=1.D0/(DCABS(DB)*DCABS(DB))
C      WRITE(1,104)(FS*360.)/(2.*PI),HS
C      CONTINUE
C      READ(2,300)
C
C      999 FASE=FASE+(180./NFASE-1)

```

```
C=====
C   FORMATOS
C=====
C
99   FORMAT(1X,"P_FGR (DATOS COMPLEJOS)",
      * /1X,"ALGORITMO DE FOUGERE",
      * /1X,"VERSION 1")
100  FORMAT(10X,"NUMERO ELEMENTOS DEL ARRAY:",I6/
      * 10X,"NUMERO DE POLOS:",I6/
      * 10X,"GRATING LOBE (EN GRADOS):",I6/
      * 10X,"INTERVALO ENTRE DOS PUNTOS DE LA RESPUESTA AZINUTAL:",F6.2)
101  FORMAT(" POL(",I3,")=",2D12.6)
103  FORMAT(/," *DENSIDAD DEL ESPECTRO DE POTENCIA ",2X,"FASE=",F6.2)
104  FORMAT(" P(",F8.4,")="D12.6)
200  FORMAT(2E12.6)
300  FORMAT(/,/)/
C
      END
```

```

=====
C
C          SUBROUTINE BURG
C
=====
C
      SUBROUTINE BUR(ICA)
      COMPLEX G(10),PEF(25),PER(25),H(10),F(25),GGG(10),P,Q,SH,SD
      DOUBLE PRECISION XR(25),XI(25),AR(10),AI(10),GR(10,10),GI(10,10)
      * ,U,PH,POWER,THETA(20),THPR,TMP,EXTA(760)
      COMMON /BLK0/NUM,LA,U,PH,POWER/BLK1/XR,XI/BLK2/EXTA
      EQUIVALENCE (EXTA(1),GR(1,1)),(EXTA(101),GI(1,1)),
      * (EXTA(201),AR(1)),(EXTA(211),AI(1)),(EXTA(221),THETA(1)),
      * (EXTA(261),PEF(1)),(EXTA(301),PER(1)),(EXTA(341),F(1)),
      * (EXTA(381),H(1)),(EXTA(391),G(1)),(EXTA(401),GGG(1))
      PH=POWER
      DO 10 I=1,NUM
10      F(I)=CMPLX(SNGL(XR(I)),SNGL(XI(I)))
      DO 110 NN=1,LA
      XERO=(0.,0.)
      N=NN-1
      IF(N.EQ.0)GOTO 30
      DO 20 J=1,NUM
      PEF(J)=XERO
20      PER(J)=XERO
30      SH=XERO
      SD=XERO
      JJ=NUM-N-1
      DO 40 J=1,JJ
      Q=F(J+N+1)+PEF(J)
      P=F(J)+PER(J)
      SH=SH+CONJG(P)*Q
      SD=SD+P*CONJG(P)+Q*CONJG(Q)
40      CONTINUE
      GGG(NN)=-2.*SH/SD
      GR(NN,NN)=REAL(GGG(NN))
      GI(NN,NN)=AIMAG(GGG(NN))
      THPR=CABS(GGG(NN))
      IF(THPR.GE.1.)THPR=.99999
      IF(ICA.EQ.0)GOTO 50
      TMP=THPR/U
      THETA(NN)=DATAN(TMP/DSQRT(1.DO-TMP*TMP))
      THETA(NN+LA)=DATAN2(GI(NN,NN),GR(NN,NN))
50      PH=PH*(1.-TMP*THPR)
      IF(N.EQ.0)GOTO 80
      DO 60 J=1,N
      K=N-J+1
      H(J)=GGG(J)+GGG(NN)*CONJG(GGG(K))
60      CONTINUE

```



```
      DO 70 J=1,N
70     GGG(J)=H(J)
      JJ=JJ-1
80     DO 90 J=1, JJ
      PER(J)=PER(J)+CONJG(GGG(NN))* (PEF(J)+F(J+NN))
      PER(J)=PER(J+1)+GGG(NN)* (PEF(J+1)+F(J+1))
90     CONTINUE
      DO 100 I=1, NN
100    G(I)=GGG(I)
110    CONTINUE
      DO 120 I=1, LA
      AR(I)=REAL(G(I))
120    AI(I)=AIMAG(G(I))
      RETURN
      END
```

```

=====
C
C          SUBROUTINA OPTM
C
=====
C
      SUBROUTINE OPTM(LIMIT,L6)
      DOUBLE PRECISION H(85),X(20),GRATH(20),F,OLDF,GRASUM,T,SQF,
* DY,HNRN,GNRN,EST,EPS,FY,ALFA,ANBDA,FX,DX,Z,DALFA,U,UER,EXTA(760)
* ,EXTS
      COMMON /BLK0/LX,N,UER,F,EXTS/BLK2/EXTA
      EQUIVALENCE (EXTA(221),X(1)),(EXTA(241),GRATH(1))
      LUN=2
      EPS=(10.D0)**(-16)
      ACCEPT "ESTIMADOR EST=",EST
      WRITE(2,2222)
2222  FORMAT(1X,/, "OPTIMIZACION",/)
      WRITE(LUN,5)
5      FORMAT(1X,"KOUNT",6X,"RMS GRADIENTE",6X,"RMS ERROR")
      CALL FGR(0)
      IER=0
      KOUNT=0
      N2=N+N
      N3=N2+N
      N31=N3+1
10     K=N31
      DO 40 J=1,N
      H(K)=1.D0
      NJ=N-J
      IF(NJ)50,50,20
20     DO 30 L=1,NJ
      KL=K+L
30     H(KL)=0.D0
40     K=KL+1
30     KOUNT=KOUNT+1
      OLDF=F
      GRASUM=0.D0
      DO 90 J=1,N
      GRASUM=GRASUM+GRATH(J)**2
      K=N+J
      H(K)=GRATH(J)
      K=K+N
      H(K)=X(J)
      K=J+N3
      T=0.D0
      DO 80 L=1,N
      T=T-GRATH(L)*H(K)
      IF(L-J)60,70,70
60     K=K+N-L
      GOTO 80

```

```

70   K=K+1
80   CONTINUE
90   H(J)=T
      GRASUM=DSQRT(GRASUM/DFLOAT(N))
      SQF=DSQRT(F)
      IF(MOD(KOUNT,1).EQ.0)WRITE(LUN,670)KOUNT,GRASUM,SQF
      DY=0.00
      HNRN=0.00
      GNRN=0.00
      DO 100 J=1,N
      HNRN=HNRN+DABS(H(J))
      GNRN=GNRN+DABS(GRATH(J))
100  DY=DY+H(J)*GRATH(J)
      IF(DY)110,540,540
110  IF(HNRN/GNRN-EPS)540,540,120
120  FY=F

      ALFA=2.00*(EST-F)/DY
      ANBDA=1.00
      IF(ALFA)150,150,130
130  IF(ALFA-ANBDA)140,150,150
140  ANBDA=ALFA
150  ALFA=0.00
160  FX=FY
      DX=DY
      DO 170 I=1,N
170  X(I)=X(I)+ANBDA*X(I)
      CALL FGR(0)
      FY=F
      DY=0.00
      DO 180 I=1,N
180  DY=DY+GRATH(I)*X(I)
      IF(DY)190,390,220
190  IF(FY-FX)200,220,220
200  ANBDA=ANBDA+ALFA
      ALFA=ANBDA
      IF(HNRN*ANBDA-1.010)160,160,210
210  IER=2
      TYPE "IER=",IER
      TYPE "DEJA LA SUBROUTINA POR 210"
      RETURN
220  T=0.00
230  IF(ANBDA)240,390,240
240  Z=3.00*(FX-FY)/ANBDA+DX+DY
      ALFA=DMAX1(DABS(Z),DABS(DX),DABS(DY))
      DALFA=Z/ALFA
      DALFA=DALFA*DALFA-DX/ALFA*DY/ALFA
      IF(DALFA)540,250,250
250  W=ALFA*DSQRT(DALFA)
      ALFA=DY-DX+W
      IF(ALFA)260,270,260
260  ALFA=(DY-Z+W)/ALFA
      GOTO 280

```

```

270 ALFA=(Z+DY-W)/(Z+DX+Z+DY)
280 ALFA=ALFA*AMBDA
    DO 290 I=1,N
290 X(I)=X(I)+(T-ALFA)*H(I)
    CALL FGR(0)
    IF(F-FX)300,300,310
300 IF(F-FY)390,390,310
310 DALFA=0.00
    DO 320 I=1,N
320 DALFA=DALFA+GRATH(I)*H(I)
    IF(DALFA)330,360,360
330 IF(F-FX)350,340,360
340 IF(DX-DALFA)350,390,350
350 FX=F
    DX=DALFA
    T=ALFA
    AMBDA=ALFA
    GOTO 230
360 IF(FY-F)380,370,380
370 IF(DY-DALFA)380,390,380
380 FY=F
    DY=DALFA
    AMBDA=AMBDA-ALFA
    GOTO 220
390 IF((OLDF-F)/OLDF-EPS*1.D-20)400,400,400
400 DO 410 J=1,N
    K=N+J
    H(K)=GRATH(J)-H(K)
    K=N+K
410 H(K)=X(J)-H(K)
    IER=0
    IF(KOUNT-N)450,420,420
420 T=0.00
    Z=0.00
    DO 430 J=1,N
    K=N+J
    W=H(K)
    K=K+N
    T=T+DABS(H(K))
430 Z=Z+W*H(K)
    IF(HNRN-EPS)440,440,450
440 IF(T-EPS)590,590,450
450 IF(KOUNT-LIMIT)460,530,530
460 ALFA=0.00
    DO 500 J=1,N
    K=J+H3
    W=0.00
    DO 490 L=1,N
    KL=N+L

```

```

W=W+H(KL)*H(K)
IF(L-J)470,480,480
470 K=K+N-L
GOTO 490
480 K=K+1
490 CONTINUE
K=N+J
ALFA=ALFA+W*H(K)
500 H(J)=W
IF(2*ALFA)510,10,510
510 K=N+1
DO 520 L=1,N
KL=N2+L
DO 520 J=L,N
NJ=N2+J
H(K)=H(K)+H(KL)*H(NJ)/Z-H(L)*H(J)/ALFA
520 K=K+1
GOTO 50
530 IER=1
TYPE "IER=",IER
TYPE "DEJA LA SUBROUTINA POR 530"
RETURN
540 DO 550 J=1,N
K=N2+J
550 X(J)=H(K)
CALL FOR(0)
IF(GNRN-EPS)580,580,560
560 IF(IER.LT.-2)GOTO 590
IER=IER-1
GOTO 10
C
580 IER=0
670 FORMAT(16,2E20.12)
TYPE "IER=",IER
TYPE "DEJA LA SUBR. POR 580"
590 CONTINUE
TYPE "IER=",IER
TYPE "DEJA LA SUBROUTINA POR 590"
RETURN
END

```

```

=====
C
C          SUBROUTINA FGR
C
=====
C
SUBROUTINE FGR(ISW)
DOUBLE PRECISION XR(25),XI(25),FR(25),FI(25),BR(25),BI(25),
* THETA(20),AR(10),AI(10),GR(10,10),GI(10,10),PS(20),PGPR(10,10),
* PGPI(10,10),PGNR(10,10),PGMI(10,10),U,PH,TNPR,TMPI,TNQR,THQI,
* T1R,T1I,T2R,T2I,P1R,P1I,P2R,P2I,POWER,EXTA(820)
COMMON /BLK0/N,M,U,PH,POWER/BLK1/XR,XI/BLK2/EXTA
EQUIVALENCE (EXTA(1),GR(1,1)),(EXTA(101),GI(1,1)),(EXTA(201),
* AR(1)),(EXTA(211),AI(1)),(EXTA(221),THETA(1)),(EXTA(241),PS(1)),
* (EXTA(261),FR(1)),(EXTA(301),FI(1)),(EXTA(341),BR(1)),(EXTA(381),
* BI(1)),(EXTA(421),PGPR(1,1)),(EXTA(521),PGPI(1,1)),(EXTA(621),
* PGNR(1,1)),(EXTA(721),PGMI(1,1))
DO 310 J=1,M
GR(J,J)=UMDSIN(THETA(J))*DCOS(THETA(N+J))
GI(J,J)=UMDSIN(THETA(J))*DSIN(THETA(N+J))
310 CONTINUE
DO 320 J=2,M
JI=J-1
DO 320 K=1,JI
CALL CN(GR(J,J),GI(J,J),GR(J-1,J-K),-GI(J-1,J-K),TNPR,TMPI)
320 CALL CAD(GR(J-1,K),GI(J-1,K),TNPR,TMPI,GR(J,K),GI(J,K))
IF(ISW.EQ.0) GOTO 377
DO 379 J=1,M
AR(J)=GR(N,J)
379 AI(J)=GI(N,J)
RETURN
377 PH=0.D0
NM=N-N
DO 410 K=1,NM
FR(K)=XR(K+N)
FI(K)=XI(K+N)
BR(K)=XR(K)
BI(K)=XI(K)
DO 420 I=1,M
CALL CN(XR(K+N-I),XI(K+N-I),GR(N,I),GI(N,I),TNPR,TMPI)
CALL CADE(FR(K),FI(K),TNPR,TMPI)
CALL CN(XR(K+I),XI(K+I),GR(N,I),-GI(N,I),TNPR,TMPI)
420 CALL CADE(BR(K),BI(K),TNPR,TMPI)
410 PH=PH+FR(K)*FR(K)+FI(K)*FI(K)+BR(K)*BR(K)+BI(K)*BI(K)
PH=PH/(2.D0*DFLOAT(NM))
DO 5 J=1,M
DO 510 I=1,M
PGPR(I,I)=0.D0
PGPI(I,I)=0.D0
PGMI(I,I)=0.D0
PGNR(I,I)=0.D0
IF(I.EQ.J)PGPR(I,I)=1.D0
510 IF(I.EQ.J)PGNR(I,I)=1.D0

```

```

DO 550 I=2,N
  I1=I-1
  DO 550 K=1,I1
    CALL CN(GR(I-1,I-K),-GI(I-1,I-K),PGPR(I,I),PGPI(I,I),TNPR,TNPI)
    CALL CN(GR(I,I),GI(I,I),PGPR(I-1,I-K),-PGPI(I-1,I-K),TNQR,TNQI)
    PGPR(I,K)=PGPR(I-1,K)+TNPR+TNQR
    PGPI(I,K)=PGPI(I-1,K)+TNPI+TNQI
    CALL CN(GR(I-1,I-K),-GI(I-1,I-K),PGNR(I,I),PGNI(I,I),TNPR,TNPI)
    CALL CN(GR(I,I),GI(I,I),-PGNR(I-1,I-K),PGNI(I-1,I-K),TNQR,TNQI)
    PGNR(I,K)=PGNR(I-1,K)+TNPR+TNQR
    PGNI(I,K)=PGNI(I-1,K)+TNPI+TNQI
550  CONTINUE
    TNPR=U*DCOS(THETA(J))*DCOS(THETA(J+N))
    TNPI=U*DCOS(THETA(J))*DSIN(THETA(J+N))
    TNQR=U*DSIN(THETA(J))*(-DSIN(THETA(J+N)))
    TNQI=U*DSIN(THETA(J))*DCOS(THETA(J+N))
    DO 25 I=1,N
      PGPR(I,I)=TNPR*PGPR(N,I)+TNPI*(-PGNI(N,I))
      PGPI(I,I)=TNPR*PGPI(N,I)+TNPI*PGNR(N,I)
      PGNR(I,I)=TNQR*PGPR(N,I)+TNQI*(-PGNI(N,I))
25  PGNI(I,I)=TNQR*PGPI(N,I)+TNQI*PGNR(N,I)
    PS(J)=0.D0
    PS(J+N)=0.D0
    DO 20 K=1,NN
      T1R=0.D0
      T1I=0.D0
      T2I=0.D0
      T2R=0.D0
      P1R=0.D0
      P1I=0.D0
      P2R=0.D0
      P2I=0.D0
    DO 30 I=1,N
      CALL CN(XR(K+N-I),-XI(K+N-I),PGPR(I,I),-PGPI(I,I),TNPR,TNPI)
      CALL CADE(T1R,T1I,TNPR,TNPI)
      CALL CN(XR(K+I),-XI(K+I),PGPR(I,I),PGPI(I,I),TNPR,TNPI)
      CALL CADE(T2R,T2I,TNPR,TNPI)
      CALL CN(XR(K+N-I),-XI(K+N-I),PGNR(I,I),-PGNI(I,I),TNPR,TNPI)
      CALL CADE(P1R,P1I,TNPR,TNPI)
      CALL CN(XR(K+I),-XI(K+I),PGNR(I,I),PGNI(I,I),TNPR,TNPI)
30  CALL CADE(P2R,P2I,TNPR,TNPI)
    CALL CN(FR(K),FI(K),T1R,T1I,TNPR,TNPI)
    CALL CN(BR(K),BI(K),T2R,T2I,TNQR,TNQI)
    PS(J)=PS(J)+TNPR+TNQR
    CALL CN(FR(K),FI(K),P1R,P1I,TNPR,TNPI)
    CALL CN(BR(K),BI(K),P2R,P2I,TNQR,TNQI)
20  PS(J+N)=PS(J+N)+TNPR+TNQR
    PS(J)=PS(J)/DFLOAT(NN)
5  PS(J+N)=PS(J+N)/DFLOAT(NN)
    RETURN
    END

```

```
=====
C
C   SUBROUTINE CADE
C
C=====
C
C   SUBROUTINE CADE(XR,XI,YR,VI)
C   DOUBLE PRECISION XR,XI,YR,VI
C   XR=XR+YR
C   XI=XI+VI
C   RETURN
C   END
```

```
=====
C
C   SUBROUTINE CAD
C
C=====
C
C   SUBROUTINE CAD(XR,XI,YR,VI,ZR,ZI)
C   DOUBLE PRECISION XR,XI,YR,VI,ZR,ZI
C   ZR=XR+YR
C   ZI=XI+VI
C   RETURN
C   END
```

```
=====
C
C   SUBROUTINE CH
C
C=====
C
C   SUBROUTINE CH(XR,XI,YR,VI,ZR,ZI)
C   DOUBLE PRECISION XR,XI,YR,VI,ZR,ZI
C   ZR=XR*YR-XI*VI
C   ZI=XR*VI+XI*YR
C   RETURN
C   END
```



```

C =====
C
C   PROGRAMA BLANCOS
C
C =====
C
C ESTE PROGRAMA SIMULA LOS DATOS RECIBIDOS POR UNA ANTENA LINEAL CONSTI-
C TUIDA POR OCHO ELEMENTOS IGUALMENTE ESPACIADOS, DE LONGITUD UN METRO Y
C RECIBIENDO UNA ONDA DE FRECUENCIA 5.45 GHZ.
C
C =====
C
C   OPEN 1,"DATOSBLANCOS",ATT="S"
C
C   DOUBLE PRECISION COMPLEX BLANCO
C   DOUBLE PRECISION ARG,BPR,BPI,SI,PI/3.14159265/
C   REAL R1(16),P(2),LONG,FASEI(2),FASEC(2)
C
C   PARAMETER N=25
C
C   FREC=5.45E 09
C   LONG=3.0E 08/FREC
C   PARAMETER HELE=8
C   D=1.
C   OPEN 2,"SENILLAS",ATT="S"
C
C
C   ACCEPT "NUMERO DE BLANCOS A SIMULAR (1 o 2)",NBLANCOS
C   ACCEPT "RELACION SEÑAL RUIDO (EN DB)=",SNR
C   A=10**((SNR+10*ALOG10(2.))/20)
C   IF(NBLANCOS.EQ.1) GOTO 2
C
C   ***** CASO DE DOS BLANCOS *****
C
C   ACCEPT "POSICION DEL PRIMER BLANCO (EN GRADOS)=",P(1)
C   ACCEPT "FW(NUMERADOR) ENTRE LOS DOS BLANCOS =",FWH
C   ACCEPT "FW(DENOMINADOR) ENTRE LOS DOS BLANCOS =",FWD
C   P(2)=P(1)+FWH*3.15/FWD
C   ACCEPT "FASE INICIAL DEL PRIMER BLANCO (EN GRADOS)=",FASEI(1)
C   ACCEPT "FASE INICIAL DEL SEGUNDO BLANCO (EN GRADOS)=",FASEI(2)
C
C
C   DO 3 I=1,NBLANCOS
C   P(I)=P(I)*2*PI/360.
C   FASEC(I)=PI*D*DSIN(P(I))/LONG
C   FASEI(I)=FASEI(I)*2*PI/360.
C
C   DO 99 K=1,H
C

```

```
BLANCO=DCNPLX(BPR+R1(I),BPI+R1(I+NELE))
WRITE(1,100)BLANCO
6 CONTINUE
98 CONTINUE
WRITE(1,200)NBLANCOS
WRITE(1,300)P(1)*360/(2*PI),FASEI(1)*360/(2*PI)
WRITE(1,450)SNR
WRITE(1,500)A
7 CONTINUE
WRITE(1,600)(I,R1(I),I=1,2*NELE)
C
STOP "FIN DE LA EJECUCION DEL PROGRAMA BLANCOS"
C
100 FORMAT(2D12.6)
200 FORMAT("NUMERO DE BLANCOS",I3)
300 FORMAT("P(1) EN GRADOS ",F6.2,3X,"FASEI(1)=",F6.2)
400 FORMAT("P(2) EN GRADOS ",F6.2,3X,"FASEI(2)=",F6.2)
450 FORMAT("SNR POR ELEMENTO Y BLANCO (EN DB) =",F6.2)
500 FORMAT("AMPLITUD DE LOS BLANCOS ",F6.2)
600 FORMAT(I3,F6.2)
999 FORMAT(I9)
C
END
```

```

C ***** GENERACION DEL RUIDO *****
C
  READ(2,999)S1
  CALL GGNML(S1,2*NELE,R1)
C
  DO 4 I=1,NELE
    BPR=0.
    BPI=0.
    DO 5 J=1,NBLANCOS
      ARG=((2.*PI*ND*(I-1)*DSIN(P(J)))/((NELE-1)*LONG))+FASEI(J)-FASEC(J)
      BPR=BPR+A*DCOS(ARG)
5     BPI=BPI+A*DSIN(ARG)
      BLANCO=DCMPLX(BPR+R1(I),BPI+R1(I+NELE))
      WRITE(1,100)BLANCO
4     CONTINUE
99    CONTINUE
      WRITE(1,200)NBLANCOS
      WRITE(1,300)P(1)*360/(2*PI),FASEI(1)*360/(2*PI)

      WRITE(1,400)P(2)*360/(2*PI),FASEI(2)*360/(2*PI)
      WRITE(1,450)SNR
      WRITE(1,500)A
      GOTO 7
2     CONTINUE
C
C
C ***** CASO DE UN SOLO BLANCO *****
C
  ACCEPT "POSICION DEL BLANCO (EN GRADOS)=",P(1)
  ACCERT "FASE INICIAL (EN GRADOS)=",FASEI(1)
C
  P(1)=P(1)*2*PI/360.
  FASEI(1)=FASEI(1)*2*PI/360.
  FASEC(1)=PI*ND*DSIN(P(1))/LONG
C
  DO 98 K=1,N
C
C ***** GENERACION DEL RUIDO *****
C
  READ(2,999)S1
  CALL GGNML(S1,2*NELE,R1)
  DO 6 I=1,NELE
    ARG=((2.*PI*ND*(I-1)*DSIN(P(1)))/((NELE-1)*LONG))+FASEI(1)-FASEC(1)
    BPR=A*DCOS(ARG)
    BPI=A*DSIN(ARG)

```

```

C =====
C
C   PROGRAM PLOT. 1
C
C =====
C
C ESTE PROGRAMA REPRESENTA 9 CURVAS EN UNOS MISMOS EJES, ASI COMO
C LA POSICION CORRECTA EN QUE SE ENCUENTRAN LOS BLANCOS.
C -----
C
C EL FICHERO "TEXT01" DEBE CONTENER:
C --PRIMEROS 20 CARACTERES PARA LA FRASE DEL EJE X.
C --LOS 20 SIGUIENTES PARA LA FRASE DEL EJE Y
C --LOS 20 SIGUIENTES PARA LA FRASE DEL TITULO (METODO ...)
C EL FICHERO "TEXT02" DEBE CONTENER:
C --PRIMEROS 20 CARACTERES PARA COMENTARIO DE LA PRIMERA GRAFICA.
C --LOS 20 SIGUIENTES PARA LA QUINTA
C --LOS 20 SIGUIENTES PARA LA ULTIMA.
C -----
C
C   DIMENSION X(443),Y(9,443),NX(10),NY(10),NT(10)
C   DIMENSION Q(443),NT1(10),NT2(10),NT3(10)
C   ACCEPT "NUMERO DE PUNTOS A DIBUJAR N= ? ",H
C   ACCEPT "NUMERO DE PULGADAS PARA EL EJE X: XN= ? ",XN
C   ACCEPT "NUMERO DE PULGADAS PARA EL EJE Y (PARA CADA CURVA)YN=?",YN
C   ACCEPT "POSICION DEL PRIMER BLANCO (EN GRADOS) P1 =?",P1
C   ACCEPT "POSICION DEL SEGUNDO BLANCO (EN GRADOS) P2 =?",P2
C   ACCEPT "VALOR AL QUE SE NORMALIZA LA AMPLITUD EN DB VN =?",VN
C   ACCEPT "FACTOR USADO EN LA SUBROUTINA FACTOR=?",FAC
C   OPEN 1,"CURVAS",ATT="S"
C   OPEN 20,"TEXT01",ATT="ISB"
C   OPEN 21,"TEXT02",ATT="ISB"
C   READ(20,101)(NX(I),I=1,10),(NY(I),I=1,10),(NT(I),I=1,10)
C   READ(21,101)(NT1(I),I=1,10),(NT2(I),I=1,10),(NT3(I),I=1,10)
C   CLOSE 20
C   CLOSE 21
C   Z=(XN/2.)-3.0
C
C   LECTURA DE DATOS
C   X(1)=-11.
C   DO 5 I=2,N-1
C   X(I)=X(I-1)+0.05
5   CONTINUE
C   X(N)=11.
C   DO 1001 J=1,9
C   READ(1,99)
C   DO 1000 I=1,N
C   READ(1,100)Y(J,I)
C   Y(J,I)=10.*LOG10(Y(J,I))
1000 CONTINUE
1001 CONTINUE
C

```

```

CALL PLOTS(0,0,6)
CALL FACTOR(FAC)
CALL PLOT(0,0,0.5,-3)
CALL PLOT(XN+4,0,0,2)
CALL PLOT(XN+4,10*XN+4,2)
CALL PLOT(0,0,10*XN+4,2)
CALL PLOT(0,0,0,2)
CALL PLOT(2,2,-3)
=====
DIBUJO DE LAS GRAFICAS
=====
YMAX=Y(1,1)
DO 10 I=1,9
DO 11 J=1,N
=====
11 YMAX=AMAX1(Y(I,J),YMAX)
10 CONTINUE
C NORMALIZACION DE LA AMPLITUD
C
DO 2 I=1,9
DO 3 J=1,N
Y(I,J)=(Y(I,J)*UN)/YMAX
IF (Y(I,J).LT.0.)Y(I,J)=0.
CONTINUE
CONTINUE
YMAX=UN
YMIN=0.
DELTA=(YMAX-YMIN)/YN
C
XMIN=X(1)
DELTA=(X(N)-X(1))/XN
X(N+1)=XMIN
X(N+2)=DELTA
CALL AXIS(0,0,0,NX,-20,XN,0,0,XMIN,DELTA)
P1=(P1-X(N+1))/X(N+2)
P2=(P2-X(N+1))/X(N+2)
CALL PLOT(P1,0,0,3)
CALL PLOT(P1,10*XN,2)
CALL PLOT(P2,10*XN,3)
CALL PLOT(P2,0,0,2)
C
CALL SYMBOL(Z,(10*YN)+1,0,21,HT,0,0,20)
CALL SYMBOL(0.5,(6*YN)-0.14,0,28,6,0,0,-1)
CALL SYMBOL(0.5,(5*YN)+0.14,0,28,6,180,0,-2)
CALL SYMBOL(1,7,5,5*YN,0,21,NV,0,0,20)
CALL SYMBOL(XN-1.55,YN+0.3,0,21,HT1,0,0,20)
CALL SYMBOL(XN-1.55,(3*YN)+0.3,0,21,NT2,0,0,20)
CALL SYMBOL(XN-1.55,(9*YN)+0.3,0,21,NT3,0,0,20)
Q(N+1)=YMIN
Q(N+2)=DELTA

```

```
DO 4 J=1,9
DO 7 I=1,N
7 Q(I)=Y(J,I)
CALL PLOT(0.,YN,-3)
CALL LINE(X,Q,N,1,0,0)
4 CONTINUE
C =====
C CALL PLOT(-2.0,YN+8,999)
```

```
99 FORMAT(/)
100 FORMAT(13X,E12.6)
101 FORMAT(30A2)
END
```

```

=====
C
C           METODO DE PRONY - COVARIANZA
C
=====
C
C     ESTE PROGRAMA CALCULA LOS POLOS Y RESIDUOS DE UNA SEÑAL MEDIAN-
C     TE EL METODO DE PRONY EXTENDIDO UTILIZANDO EL ALGORITMO DE COV-
C     RIANZA EN LA ETAPA DE MODELACION AR.
C
=====
C
C     DOUBLE PRECISION S(600),FACT(40),FREC(40),PI/3.14159265/
C     DOUBLE PRECISION A(41),B(41),C(40,40),V(40),BS(41),CS(41),JS(2,2)
C     DOUBLE PRECISION V(40,40),DU(40),DD2,E3,E4
C     DOUBLE PRECISION D1,D2,E,Z1,Z2,R2,R3,SS(100),PS(100),XS(2),RS(2),CC
C     DOUBLE PRECISION FM,TS(2),AMP(40),FASE(40),FRECNIN,E1(40),E2(40)
C     COMPLEX*16 ZS(40),FI(40,40),TER(40),RR,DD1
C     INTEGER ORDPER
C     PRINT*, "ORDEN DE PREDICION = "
C     READ(*,*) ORDPER
C     PRINT*, "MUESTRA DE COMIENZO PARA LA LECTURA DE DATOS = "
C     READ (*,*)NPRINERO
C     PRINT*, "NUMERO DE DATOS ="
C     READ (*,*)NDATOS
C     PRINT*, "ESPACIADO ENTRE MUESTRAS AL LEER = "
C     READ(*,*)INCR
C     PRINT*, "INCREMENTO EN LA LECTURA ORIGINAL = "
C     READ(*,*)INCRI
C     PRINT*, "LONGITUD DEL HILO = "
C     READ(*,*)RLONG
C     PRINT*, "COTA DE ERROR = "
C     READ(*,*)E
C     PRINT*, "VALORES INICIALES = "
C     READ(*,*)SS(1),PS(1)
C
C     CONST=2.99790D08
C     NS=60
C     FM=(CONST*NS)/(RLONG*INCRI)
C     INICIO=ORDPER+1
C     OPEN(2, FILE="RESULTADOS")
C     WRITE(2,302) NDATOS,NPRINERO,INCR,ORDPER,FM,E,SS(1),PS(1)
C
C
C     OPEN(1,FILE="DATOS")
C     IF(NPRINERO.EQ.1)GOTO 4
C     READ(1,900)(AA,I=1,NPRINERO-1)
4     CONTINUE

```

```

DO 3 J=1,NDATOS
READ(1,900)AA
S(J)=DBLE(AA)
IF(INCR.EQ.1) GOTO 20
DO 2 I=1,INCR-1
READ(1,900)AA
2 CONTINUE
20 CONTINUE
3 CONTINUE
CLOSE (1)

C
C
C
CALL COV (S,A,B,C,V,U,ORDPER,INICIO,NDATOS)
C
C CALCULO DE LOS ERRORES LPC
C
E3=0D0
DO 21 I=INICIO,NDATOS
21 E3=E3+S(I)*S(I)
E4=0D0
DO 22 I=1,ORDPER
E4=E4+(V(I)*V(I))/DU(I)
E1(I)=DSORT(DABS(E3-E4))
22 E2(I)=(E3-E4)/E3
C
C
DO 5 I=ORDPER,1,-1
5 B(I+1)=B(I)
B(1)=1.
WRITE (2,303) (I,B(I),I=1,ORDPER+1)
WRITE (2,301) (E1(I),E2(I),I=1,ORDPER)
C
C
C
CALL BAIRSTOUC(ORDPER,B,BS,CS,JS,SS,PS,XS,RS,TS,ZS,E)
WRITE(2,56)(I,ZS(I),I=1,ORDPER)
C
C
MM=ORDPER
DO 6 IR=1,MM
IF(DIMAG(ZS(IR)).EQ.0.)GOTO 67
IF(DREAL(ZS(IR)).LT.0.)GOTO 7
IF(DIMAG(ZS(IR)).LT.0.)GOTO 68
FREC(IR)=(FH/(2*PI))*DATAN((DIMAG(ZS(IR)))/(DREAL(ZS(IR))))
GOTO 6
68 FREC(IR)=(FH/(2*PI))*DATAN((DIMAG(ZS(IR)))/(DREAL(ZS(IR))))
GOTO 6
7 IF(DIMAG(ZS(IR)).LT.0.)GOTO 66
FREC(IR)=(FH/(2*PI))*((DATAN((DIMAG(ZS(IR)))/(DREAL(ZS(IR))))+PI)
GOTO 6

```



```

66  FREC(IR)=(FN/(2*PI))*(DATAN((DINAG(ZS(IR)))/(DREAL(ZS(IR))))-PI)
    GOTO 6
67  FREC(IR)=0.0
6   CONTINUE
C
    DO 8 I=1,NN
    FACT(I)=(FN/2.)*DLOG(DREAL(ZS(I))*DREAL(ZS(I))+DINAG(ZS(I))*
    *DINAG(ZS(I)))
    8   CONTINUE
C=====
C   CALCULO DE LOS COEFICIENTES DEL SISTEMA DE ECUACIONES A PARTIR
C   DEL CUAL SE OBTIENEN LOS RESIDUOS
C=====
C
    DO 9 I=1,NN
    DD1=DCMPLX(0.,0.)
    DO 10 J=1,NDATOS
10   DD1=DD1+(S(J)*(DCONJG(ZS(I)**(J-1))))
9    TER(I)=DD1
    DO 11 I=1,NN
    DO 12 J=1,NN
    DD1=DCMPLX(0.,0.)
    DO 13 L=1,NDATOS
    DD1=DD1+(CONJG(ZS(I)**(L-1))*(ZS(J)**(L-1)))
13   CONTINUE
    FI(I,J)=DD1
12   CONTINUE
11   CONTINUE
C
C   LLAMADA A LA SUBROUTINA INVC
C
C   CALL INVC(FI,TER,NN)
C
C   CALCULO DE LA AMPLITUD Y LA FASE
C
    DO 14 I=1,NN
    AMP(I)=DCABS(TER(I))
    FASE(I)=DATAN2(DINAG(TER(I)),DREAL(TER(I)))
    IF(FASE(I).LT.0)FASE(I)=FASE(I)+2*PI
14   FASE(I)=(FASE(I)*360)/(2*PI)
C
    OPEN(3,FILE="PARAMETROS")
    OPEN(4,FILE="POLOS")
C
    DO 15 IJ=1,NN
    FRECHIN=FREC(I)
    DO 16 J=1,NN
    IF(FREC(J).LE.FRECHIN)GOTO 17
    GOTO 16
17   ININ=J
    FRECHIN=FREC(J)
16   CONTINUE

```

```

C
C   ESCRITURA DE RESULTADOS
C
WRITE(2,210)IJ,AMP(ININ),FASE(ININ),FACT(ININ),FREC(ININ)
IF(FREC(ININ).LT.0.) GOTO 177
WRITE(3,211)AMP(ININ),FASE(ININ),FACT(ININ),FREC(ININ)
WRITE(4,212)FACT(ININ)*RLONG/(CONST*PI),FREC(ININ)*2.*RLONG/CONST,AMP(ININ)
177  FREC(ININ)=10.0D20
15   CONTINUE
C
C
C   FORMATOS
C
107  FORMAT(D12.6)
200  FORMAT(D12.6)
302  FORMAT(10X,"NUMERO DE DATOS:",I6/
      &10X,"PRIMERA MUESTRA:",I6/
      &10X,"INCREMENTO ENTRE DATOS AL LEER:",I6/
      &10X,"ORDEN DE PREDICCION:",I6/
      &10X,"FRECUENCIA DE MUESTREO:",D12.6/
      &10X,"COTA ESTABLECIDA DE ERROR :",D12.6/
      &10X,"VALORES INICIALES SS= ",D12.6/
      &10X,"VALORES INICIALES PS= ",D12.6)
301  FORMAT(/10X,"ERRORES DE PREDICCION"//
      &5X,"E1=",D12.6,3X,"E2=",D12.6)
303  FORMAT(/10X,"COEFICIENTES DE PREDICCION--METODO DE COVARIANZA"//
      &(3(5X,"B(",I3,")=",D12.6)))
56   FORMAT(/10X,"RAICES"//
      &(1(5X,"B(",I3,")=",D12.6)))
304  FORMAT(/10X,"RESIDUOS"//
      &(1(5X,"TER(",I3,")=",D12.6)))
210  FORMAT(1X,I2,2X,"AMP=",D12.6,1X,"FASE=",F12.6,1X,"FACT=",D12.6
      &,1X,"FREC=",D12.6)
211  FORMAT(D12.6,2X,D12.6,2X,D12.6,2X,D12.6)
212  FORMAT(D12.6,3X,D12.6,3X,D12.6)
900  FORMAT(26X,E10.4)
      STOP
      END

```

```

=====
C
C   SUBROUTINA DE INVERSION MATRICIAL
C
=====
C
      SUBROUTINE INVC(FI,TER,MM)
      COMPLEX*16 FI(40,40),TER(40),RR

9      DO 1 K=1,MM

          DO 13 I=1,MM
          IF(I.EQ.K) GOTO 13
          RR=FI(I,K)/FI(K,K)
          DO 14 J=1,MM
          IF(J.EQ.K)GOTO 14
          FI(I,J)=FI(I,J)-RR*FI(K,J)
14      CONTINUE
          TER(I)=TER(I)-RR*TER(K)
          FI(I,K)=-RR
13      CONTINUE

          RR=FI(K,K)
          DO 12 J=1,MM
          FI(K,J)=FI(K,J)/RR
12      CONTINUE
          TER(K)=TER(K)/RR

1      CONTINUE
      RETURN
      END

```

```

C =====
C
C   SUBROUTINA   CHOLESKY
C
C =====
C
C   SUBROUTINA PARA LA APLICACION DEL METODO DE CHOLESKY A LA RESOLUCION
C   DE ECUACIONES LINEALES. SE RESUELVE EL SISTEMA DE N ECUACIONES :
C   'C*S=IN' (C=MATRIZ DE COEFICIENTES,IN=MATRIZ DE TERMINOS INDEPEN-
C   DIENTES,S=SOLUCION). LA MATRICES U,D,Y SE EMPLEAN COMO MEMORIA AU-
C   XILIAR.
C =====
C
C   SUBROUTINE CHOL1(ORDPER,C,A,B,U,DU,Y)
C   DOUBLE PRECISION C(40,40),A(41),B(41),SUMA,DU(40),U(40,40),Y(40)
C   DO 9 I=1,ORDPER
C   DU(I)=0.
C   9 Y(I)=0.
C   DO 11 J=1,ORDPER
C   DO 11 K=1,ORDPER
C   11 U(J,K)=0.
C   DO 13 I=1,ORDPER
C   13 U(I,I)=1.
C   DU(I)=C(I,1)
C   DO 1 J=1,ORDPER-1
C   DO 2 I=J+1,ORDPER
C   SUMA=0.
C   IF(J.EQ.1) GO TO 2
C   DO 3 K=1,J-1
C   3 SUMA=SUMA+U(I,K)*DU(K)*U(J,K)
C   2 U(I,J)=(C(I,J)-SUMA)/DU(J)
C   SUMA=0.
C   DO 4 K=1,J
C   4 SUMA=SUMA+DU(K)*U(J+1,K)*U(J+1,K)
C   1 DU(J+1)=C(J+1,J+1)-SUMA
C   Y(1)=A(1)
C   DO 5 I=2,ORDPER
C   SUMA=0.
C   DO 6 J=1,I-1
C   6 SUMA=SUMA+U(I,J)*Y(J)
C   5 Y(I)=A(I)-SUMA
C   B(ORDPER)=Y(ORDPER)/DU(ORDPER)
C   I=ORDPER-1
C   7 SUMA=0.
C   DO 8 J=I+1,ORDPER
C   8 SUMA=SUMA+U(J,I)*B(J)
C   B(I)=Y(I)/DU(I)-SUMA
C   I=I-1
C   IF (I.NE.0) GO TO 7
C   RETURN
C   END

```

```

C=====
C
C   SUBROUTINA COVARIANZA
C
C=====
C   ESTA SUBROUTINA CALCULA LOS COEFICIENTES DE PREDICCION LINEAL
C   POR EL METODO DE COVARIANZA.
C
C=====
C   SUBROUTINE COV(S,A,B,C,Y,U,ORDPER,INICIO,NDATOS)
C   DOUBLE PRECISION S(600)
C   DOUBLE PRECISION A(41),B(41),C(40,40)
C   DOUBLE PRECISION Y(40),U(40,40),DU(40)
C   DOUBLE PRECISION DD2
C=====
C   CALCULO DE LOS COEFICIENTES L.P.C.
C=====
C   DO 2 I=1,ORDPER
C     DD2=0.
C     DO 3 J=INICIO,NDATOS
C       3 DD2=DD2+S(J)*S(J-I)
C     2 A(I)=-DD2
C     DO 4 K=1,ORDPER
C       DD2=0.
C       DO 5 J=INICIO,NDATOS
C         5 DD2=DD2+S(J-I)*S(J-K)
C         C(1,K)=DD2
C         C(K,1)=DD2
C     4 CONTINUE
C     DO 6 I=2,ORDPER
C       DO 6 K=I,ORDPER
C         C(I,K)=C(I-1,K-1)+S(INICIO-I)*S(INICIO-K)-S(NDATOS+1-I)*S(NDATOS+1-K)
C     6 C(K,I)=C(I,K)
C     CALL CHOL1(ORDPER,C,A,B,U,DU,Y)
C
C   RETURN
C   END

```

```

C=====
C
C      SUBROUTINA BAIRSTOW
C
C=====
C
C**SUBROUTINA PARA CALCULAR LAS RAICES DE UN POLINOMIO DE GRADO ORDPER**
C
C=====
C
      SUBROUTINE BAIRSTOWC (ORDPER,B,BS,CS,JS,SS,PS,XS,RS,TS,ZS,E)
      DOUBLE PRECISION B(41),BS(41),CS(41),JS(2,2),SS(100),PS(100)
      DOUBLE PRECISION XS(2),RS(2),TS(2),R2,R3,Z1,Z2,CC
      COMPLEX*16 ZS(40)
      NIN=ORDPER
      NA=1
44 I=1
29 BS(1)=B(1)
      BS(2)=B(2)-SS(I)*BS(1)
      IF((NIN-1).LT.3) GOTO 20
      DO 30 IB=3,NIN-1
30 BS(IB)=B(IB)-SS(I)*BS(IB-1)-PS(I)*BS(IB-2)
20 RS(1)=B(NIN)-SS(I)*BS(NIN-1)-PS(I)*BS(NIN-2)
      RS(2)=B(NIN+1)-PS(I)*BS(NIN-1)
      CS(1)=BS(1)
      CS(2)=BS(2)-SS(I)*CS(1)
      IF(NIN.LT.6) GOTO 21
      DO 31 IC=3,NIN-3
31 CS(IC)=BS(IC)-SS(I)*CS(IC-1)-PS(I)*CS(IC-2)
      GOTO 22
21 NUN=NIN-2
      IF(NUN) 23,24,22
23 R3=BS(NIN-2)
      R2=BS(NIN-1)
      GOTO 26
24 R3=BS(NIN-2)-SS(I)*CS(NIN-3)
      R2=BS(NIN-1)-PS(I)*CS(NIN-3)
      GOTO 26
22 R3=BS(NIN-2)-SS(I)*CS(NIN-3)-PS(I)*CS(NIN-4)
      R2=BS(NIN-1)-PS(I)*CS(NIN-3)
26 JS(1,1)=SS(I)*R3-R2
      JS(1,2)=-R3
      JS(2,1)=PS(I)*R3
      JS(2,2)=-R2
      TS(1)=-RS(1)
      TS(2)=-RS(2)
      CC=-JS(2,1)/JS(1,1)
      XS(2)=(CC*TS(1)+TS(2))/(CC*JS(1,2)+JS(2,2))
      XS(1)=(TS(1)-JS(1,2)*XS(2))/JS(1,1)
      IF(I.GT.100) GOTO 27

```

```

I=I+1
SS(I)=SS(I-1)+XS(1)
PS(I)=PS(I-1)+XS(2)
IF(SS(I)*SS(I).NE.4*PS(I)) GOTO 28
27 I=1
PRINT*, "INTRODUZCA NUEVOS VALORES INICIALES DE SS(I),PS(I)"
READ(*,*)SS(1),PS(1)
GOTO 29
28 E1=DABS(SS(I)-SS(I-1))
E2=DABS(PS(I)-PS(I-1))
IF((E1.LE.E).AND.(E2.LE.E)) GOTO 40
GOTO 29
40 CONTINUE
IF((SS(I)*SS(I)).GE.4*PS(I)) GOTO 41
Z1=-SS(I)/2
Z2=DSQRT(4*PS(I)-(SS(I)*SS(I)))/2
ZS(NA)=DCMPLX(Z1,Z2)
ZS(NA+1)=DCMPLX(Z1,-Z2)
NA=NA+2
WRITE(2,310) SS(I),PS(I)
GOTO 42
41 CONTINUE
Z1=-SS(I)/2
Z2=DSQRT(SS(I)*SS(I)-4*PS(I))/2
SIS=Z1+Z2
SIX=Z1-Z2
ZS(NA)=DCMPLX(SIS,0.0)
ZS(NA+1)=DCMPLX(SIX,0.0)
NA=NA+2
WRITE(2,320) SS(I),PS(I)
42 CONTINUE
NIN=NIN-2
IF(NIN.LT.3) GOTO 43
DO 32 ID=1,NIN+1
32 B(ID)=BS(ID)
GOTO 44
43 CONTINUE
IF((BS(2)*BS(2)-4*BS(3)).GE.0.) GOTO 45
Z1=-BS(2)/2
Z2=DSQRT(4*BS(3)-BS(2)*BS(2))/2
ZS(NA)=DCMPLX(Z1,Z2)
ZS(NA+1)=DCMPLX(Z1,-Z2)
GOTO 46
45 CONTINUE
Z1=-BS(2)
Z2=DSQRT(BS(2)*BS(2)-4*BS(3))

```

```
SUS=Z1+Z2
SUX=Z1-Z2
ZS<NA>=DCMPLX(SUS,0.0)
ZS<NA+1>=DCMPLX(SUX,0.0)
46 CONTINUE
WRITE(2,314) BS(2),BS(3)
C
C
C  FORMATOS
310 FORMAT(/10X,"COEFICIENTES DE LA FACTORIZACION"//
&(10X,"SS=",D12.6,10X,"PS=",D12.6))
320 FORMAT(/10X,"COEFICIENTES DE LA FACTORIZACION ***RAIZ REAL***"//
&(10X,"SS=",D12.6,10X,"PS=",D12.6))
314 FORMAT(/10X,"COEFICIENTES DEL ULTIMO FACTOR"//
&(10X,"SS=",D12.6,10X,"PS=",D12.6))
RETURN
END
```



```

=====
C
C      METODO DE PRONY -- BURG
C
=====
C
C      ESTE PROGRAMA CALCULA LOS POLOS Y RESIDUOS DE UNA SERAL MEDIAN-
C      TE EL METODO DE PRONY EXTENDIDO UTILIZANDO EL ALGORITMO DE BURG
C      EN LA ETAPA DE MODELACION AR.
C
=====
C
DOUBLE PRECISION S(256),U(40),FACT(40),FREC(40),PI/3.14159265/
DOUBLE PRECISION A(41),B11(256),BB(256),AA(40),BS(41),CS(41),JS(2,2)
DOUBLE PRECISION D1,D2,E,Z1,Z2,R2,R3,SS(100),PS(100),XS(2),RS(2)
DOUBLE PRECISION FH,TS(2),AMP(40),FASE(40),FRECHIN,CC,B(41)
COMPLEX*16 ZS(40),FI(40,40),TER(40),DD1,RR
INTEGER ORDPER
PRINT*, "ORDEN DE PREDICION ="
READ(*,*) ORDPER
PRINT*, "MUESTRA DE COMIENZO PARA LA LECTURA DE DATOS ="
READ (*,*) NPRINERO
PRINT*, "INCREMENTO ENTRE MUESTRAS AL LEER ="
READ(*,*) INCR
PRINT*, "INCREMENTO ENTRE MUESTRAS INICIAL ="
READ(*,*) INCRI
PRINT*, "NUMERO DE DATOS ="
READ (*,*) NDATOS
PRINT*, "LONGITUD DEL HILO ="
READ (*,*) RLONG
PRINT*, "VALORES INICIALES ="
READ (*,*) SS(1),PS(1)
C
E=1D-09
CONST=2.99793008
NUMSEG=60
FH=(CONST*NUMSEG)/(RLONG*INCRI)
OPEN(2,FILE="RESULTADOS")
WRITE(2,302) NDATOS,NPRINERO,INCR,ORDPER,FH,E,SS(1),PS(1)
C
C
C
OPEN(1,FILE="DATOS")
IF(NPRINERO.EQ.1)GOTO 1
READ(1,900)(S(I),I=1,NPRINERO-1)
1 CONTINUE
DO 111 J=1,NDATOS
READ(1,900)AAA
S(J)=DBLE(AAA)
IF(INCR.EQ.1)GOTO 111

```

```

DO 1111 I=1,INCR-1
  READ(1,900)AAA
1111 CONTINUE
111 CONTINUE
CLOSE (1)

C
C
C
  CALL SBURG(S,U,A,NDATOS,ORDPER,ER)
  WRITE (2,303) (I,A(I),I=1,ORDPER+1)

C
C
C
  CALL BAIRSTOWC(ORDPER,A,BS,CS,JS,SS,PS,XS,RS,TS,ZS,E)
  WRITE(2,56)(I,ZS(I),I=1,ORDPER)

C
C
  MN=ORDPER
  DO 58 IR=1,MN
    IF(DIMAG(ZS(IR)).EQ.0.)GOTO 62
    IF(DREAL(ZS(IR)).LT.0.) GOTO 59
    IF(DIMAG(ZS(IR)).LT.0.) GOTO 60
    FREC(IR)=(FH/(2*PI))*DATAN((DIMAG(ZS(IR)))/(DREAL(ZS(IR))))
    GOTO 58
  60 FREC(IR)=(FH/(2*PI))*DATAN((DIMAG(ZS(IR)))/(DREAL(ZS(IR))))
    GOTO 58
  59 IF(DIMAG(ZS(IR)).LT.0.) GOTO 61
    FREC(IR)=(FH/(2*PI))*((DATAN((DIMAG(ZS(IR)))/(DREAL(ZS(IR))))+PI)
    GOTO 58
  61 FREC(IR)=(FH/(2*PI))*((DATAN((DIMAG(ZS(IR)))/(DREAL(ZS(IR))))-PI)
    GOTO 58
  62 FREC(IR)=0.0
  58 CONTINUE

C
  DO 57 I=1,MN
    FACT(I)=(FH/2.)*DLOG(DREAL(ZS(I))*DREAL(ZS(I))+DIMAG(ZS(I))*
    *DIMAG(ZS(I)))
  57 CONTINUE

C=====
C   CALCULO DE LOS COEFICIENTES DEL SISTEMA DE ECUACIONES A PARTIR
C   DEL CUAL SE OBTIENEN LOS RESIDUOS
C=====
C
  DO 3 I=1,MN
    DD1=DCNPLX(0.,0.)
    DO 4 J=1,NDATOS
  4 DD1=DD1+(S(J)*(DCONJG(ZS(I)**(J-1))))
  3 TER(I)=DD1
  DO 5 I=1,MN

```

```

DO 6 J=1,MM
DD1=DCMPLX(0.,0.)
DO 12 L=1,NDATOS
DD1=DD1+(CONJG(ZS(I)**(L-1))*ZS(J)**(L-1)))
12 CONTINUE
FI(I,J)=DD1
6 CONTINUE
5 CONTINUE
C
C LLANADA A LA SUBROUTINA INU
C
C CALL INUC(FI,TER,MM)
WRITE(2,304)(I,TER(I),I=1,MM)
C
C CALCULO DE LA ANPLITUD Y LA FASE
C
DO 7 I=1,MM
AMP(I)=2.*DCABS(TER(I))
FASE(I)=DATAN2(DIMAG(TER(I)),DREAL(TER(I)))
IF(FASE(I).LT.0)FASE(I)=FASE(I)+2*PI
7 FASE(I)=(FASE(I)*360)/(2*PI)
C
C ORDENAMIENTO DE LOS RESULTADOS EN FUNCION DE FREC. CRECIENTES
OPEN(3,FILE="PARAMETROS")
OPEN(4,FILE="POLOS")
C
DO 11 IJ=1,MM
FRECIN=FREC(I)
DO 9 J=1,MM
IF(FREC(J).LE.FRECIN)GOTO 10
GOTO 9
10 ININ=J
FRECIN=FREC(J)
9 CONTINUE
C
C ESCRITURA DE RESULTADOS
C
WRITE(2,210)IJ,AMP(ININ),FASE(ININ),FACT(ININ),FREC(ININ)
IF(FREC(ININ).LT.0.)GOTO 999
WRITE(3,211)AMP(ININ),FASE(ININ),FACT(ININ),FREC(ININ)
WRITE(4,212)FACT(ININ)*RLONG/(PI*CONST),FREC(ININ)*2.*RLONG/CONST,AMP(ININ)
999 FREC(ININ)=10.0D20
11 CONTINUE
C

```

C FORMATOS

C

```
302 FORMAT(10X,"NUMERO DE DATOS:",I6/  
    &10X,"PRIMERA MUESTRA:",I6/  
    &10X,"INCREMENTO ENTRE DATOS AL LEER:",I6/  
    &10X,"ORDEN DE PREDICCIÓN:",I6/  
    &10X,"FRECUENCIA DE MUESTREO:",E12.6/  
    &10X,"COTA ESTABLECIDA DE ERROR :",D12.6/  
    &10X,"VALORES INICIALES SS= ",D12.6/  
    &10X,"VALORES INICIALES PS= ",D12.6)  
303 FORMAT(/10X,"COEFICIENTES DE PREDICCIÓN--MÁXIMA ENTROPÍA//  
    &(3(5X,"B(",I3,")="2D12.6)))  
56  FORMAT(/10X,"RAICES//  
    &(1(5X,"B(",I3,")="2D12.6)))  
304 FORMAT(/10X,"RESIDUOS//  
    &(1(5X,"TER(",I3,")="2D12.6)))  
210 FORMAT(1X,I2,2X,"AMP=",D12.6,1X,"FASE=",D12.6,1X,"FACT=",D12.6  
    &,1X,"FREC=",D12.6)  
211 FORMAT(D12.6,2X,D12.6,2X,D12.6,2X,D12.6)  
212 FORMAT(D12.6,3X,D12.6,3X,D12.6)  
900 FORMAT(26X,E10.4)  
    STOP  
    END
```

```

=====
C
C   TRANSFORMADA INVERSA DE LAPLACE
C
=====
C
C   ESTE PROGRAMA CALCULA LA TRASFORMADA INVERSA DE LAPLACE
C   MEDIANTE LA SUBROUTINA FLINU DE LA LIBRERIA INSL.
C
=====
C
C   INTEGER N, NSIG, KMAX, IER
C   DOUBLE PRECISION T(160), ALPHA, FINU(160)
C   DOUBLE PRECISION COMPLEX F
C   EXTERNAL F
C
C   N REPRESENTA EL NUMERO DE PUNTOS DONDE SE EVALUA LA T. INV. LAPL.
C
C   N=160
C
C   ALPHA, NSIG Y KMAX SON PARAMETROS DE ENTRADA DE LA SUB. FLINU
C
C   ALPHA=0.000
C   NSIG=3
C   KMAX=100
C
C   TINCRC REPRESENTA EL INCREMENTO TEMPORAL ENTRE CADA DOS MUESTRAS
C   DE LA TRANSFORMADA INVERSA DE LAPLACE
C
C   TINCRC=0.100
C
C   T ES UNA MATRIZ QUE DEBE CONTENER LOS VALORES DE TIEMPO DONDE SE
C   DESEA EVALUAR LA TRANSFORMADA INVERSA DE LAPLACE
C
C   TH=TINCRC
C   DO 1 I=1,N
C   T(I)=TH
C   TH=TH+TINCRC
C
C   CALL FLINU(F,N,T,ALPHA,NSIG,KMAX,FINU,IER)
C
C   OPEN 1,"RESULTADOS",ATT="S"
C   WRITE(1,100)(T(I),FINU(I),I=1,N)
C   WRITE(1,200)IER
100  FORMAT(" FINU(",D12.6,")= ",D12.6)
200  FORMAT(" IER= ",I3)
C   STOP
C   END

```

```

=====
C
C
C           FUNCION F
C
=====
C
C           XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C           FUNCION F PARA EL CASO DE MAXIMO INICIAL
C           QUE PERMITE OBTENER EL CAMPO REFLEJADO
C           POR UN BLANCO CON POLOS COLOCADOS EN UN
C           FACTOR M DE LOS DEL BLANCO PATRON
C           XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C           DOUBLE PRECISION COMPLEX FUNCTION F(S)
C           DOUBLE PRECISION COMPLEX RES(5),S,DEN1,PROD1,RESH(5),PROD2,DEN2,DEN3
C           DOUBLE PRECISION M

C
C
C           M REPRESENTA EL FACTOR ENTRE POLOS
C           MF REPRESENTA EL NUMERO DE LA RESONANCIA A EXCITAR
C           NRES REPRESENTA EL NUMERO DE RESONANCIAS TOTALES
C
C           MF=1
C           NRES=5
C           M=1.05D0

C
C           DO 11 I=1,NRES
11          RESH(I)=M**RES(I)
C
C           CALCULO DEL NUMERADOR DE LA FUNCION, N(S)
C
C           F=(S-(DREAL(RES(MF))))
C           DO 1 I=1,NRES
C           IF(I.EQ.MF)GOTO 1
C           F=F*(S-RES(I))*(S-DCONJG(RES(I)))
1          CONTINUE
C
C           IMPAR=1
C           DEN1=(0.0,0.0)
C           DO 2 I=1,NRES
C           PROD1=(1.0,0.0)
C           DO 3 J=1,NRES
C           IF(J.EQ.I)GOTO 3
C           PROD1=PROD1*(S-RESH(J))*(S-DCONJG(RESH(J)))
3          CONTINUE
C           DEN1=DEN1+(S-REAL(RESH(I)))*(PROD1/(IMPAR*IMPAR))
2          IMPAR=IMPAR+2

```

```
C
F=F*DEN1
C
C   CALCULO DEL DENOMINADOR, D(S)
C
DEN2=(1.0,0.0)
DO 12 I=1,NRES
DEN2=DEN2*(S-RES(I))*(S-DCONJG(RES(I)))
12 CONTINUE
INPAR=1
DEN3=(0.0,0.0)
DO 13 I=1,NRES
PROD2=(1.0,0.0)
DO 14 J=1,NRES
IF(J.EQ.I)GOTO 14
PROD2=PROD2*(S-RES(J))*(S-DCONJG(RES(J)))
14 CONTINUE
DEN3=DEN3+(S-REAL(RES(I)))*(PROD2/(INPAR*INPAR))
13 INPAR=INPAR+2
C
C   CALCULO DE LA FUNCION
C
F=F/(DEN2*DEN3)
RETURN
C
END
```

```

=====
C
C
C          FUNCION F
C
=====
C
C          XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C          FUNCION F PARA EL CASO DE MINIMO INICIAL
C          QUE PERMITE OBTENER EL CAMPO REFLEJADO
C          POR UN BLANCO CON POLOS COLOCADOS EN UN
C          FACTOR M DE LOS DEL BLANCO PATRON.
C          XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C          DOUBLE PRECISION COMPLEX FUNCION F(S)
C          DOUBLE PRECISION COMPLEX RES(S),S,DEN1,PROD1,RESM(S),PROD2,DEN2,DEN3
C          DOUBLE PRECISION M

C
C
C          M REPRESENTA EL FACTOR ENTRE POLOS
C          NF REPRESENTA EL NUMERO DE LA RESONANCIA A EXCITAR
C          NRES REPRESENTA EL NUMERO DE RESONANCIAS TOTALES
C
C          NF=1
C          NRES=5
C          M=0.9500

C
C          DO 11 I=1,NRES
11         RESM(I)=M*RES(I)
C
C          CALCULO DEL NUMERADOR DE LA FUNCION, N(S)
C
C          F=DIMAG(RES(NF))
C          DO 1 I=1,NRES
C          IF(I.EQ.NF)GOTO 1
C          F=F*(S-RES(I))*(S-DCONJG(RES(I)))
1         CONTINUE
C
C          IMPAR=1
C          DEN1=(0.0,0.0)
C          DO 2 I=1,NRES
C          PROD1=(1.0,0.0)
C          DO 3 J=1,NRES
C          IF(J.EQ.I)GOTO 3
C          PROD1=PROD1*(S-RESM(J))*(S-DCONJG(RESM(J)))
3         CONTINUE
C          DEN1=DEN1+(S-REAL(RESM(I)))*(PROD1/(IMPAR*IMPAR))
2         IMPAR=IMPAR+2

```



```
C      F=F*DEN1
C
C      CALCULO DEL DENOMINADOR, D(S)
C
      DEN2=(1.0,0.0)
      DO 12 I=1,NRES
      DEN2=DEN2*(S-RESN(I))*(S-DCONJG(RESN(I)))
12     CONTINUE
      IMPAR=1
      DEN3=(0.0,0.0)
      DO 13 I=1,NRES
      PROD2=(1.0,0.0)
      DO 14 J=1,NRES
      IF(J.EQ.I)GOTO 14
      PROD2=PROD2*(S-RES(J))*(S-DCONJG(RES(J)))
14     CONTINUE
      DEN3=DEN3+(S-REAL(RES(I)))*(PROD2/(IMPAR*IMPAR))
13     IMPAR=IMPAR+2
C
C      CALCULO DE LA FUNCION
C
      F=F/(DEN2*DEN3)
      RETURN
C
C      END
```

```

=====
C
C          FUNCION F
C
=====
C
C          *****
C          FUNCION F PARA EL CASO DE MINIMO INICIAL
C
C          EVALUA LA FUNCION QUE EXCITA LA NF RESONANCIA NATURAL DEL BLANCO
C          PARA EL CASO DE CAMPO DISPERSADO CON VALOR INICIAL CERO.
C
C          *****
C          DOUBLE PRECISION COMPLEX FUNCTION F(S)
C          DOUBLE PRECISION COMPLEX RES(5),S,DEN,PROD
C
C
C
C          NF REPRESENTA EL NUMERO DE LA RESONANCIA A EXCITAR
C          NRES REPRESENTA EL NUMERO DE RESONANCIAS TOTALES
C
C          NF=1
C          NRES=5
C
C          CALCULO DEL NUMERADOR DE LA FUNCION
C
C          F=DIMAG(RES(NF))
C          DO 1 I=1,NRES
C          IF(I.EQ.NF)GOTO 1
C          F=F*(S-RES(I))*(S-DCONJG(RES(I)))
1          CONTINUE
C
C          CALCULO DEL DENOMINADOR
C
C          IMPAR=1
C          DO 2 I=1,NRES
C          PROD=S
C          DO 3 J=1,NRES
C          IF(J.EQ.I)GOTO 3
C          PROD=PROD*(S-RES(J))*(S-DCONJG(RES(J)))
3          CONTINUE
C          IF(I.EQ.1) GOTO 4
C          DEN=DEN+(S-REAL(RES(I)))*(PROD/(IMPAR*IMPAR))
C          GOTO 2
4          DEN=(S-DREAL(RES(I)))*PROD
2          IMPAR=IMPAR+2
C
C          CALCULO DE LA FUNCION
C
C          F=F/DEN
C          RETURN
C
C          END

```

```

=====
C
C
C          FUNCION F
C
C=====
C
C          *****
C          FUNCION F PARA EL CASO DE MAXIMO INICIAL
C
C          EVALUA LA FUNCION QUE EXCITA LA NF RESONANCIA NATURAL DEL BLANCO
C          PARA EL CASO EN QUE EL CAMPO DISPERSADO TIENE VALOR INICAL MAXIM
C
C          *****
C          DOUBLE PRECISION COMPLEX FUNCTION F(S)
C          DOUBLE PRECISION COMPLEX RES(5),S,DEN,PROD
C
C
C
C          NF REPRESENTA EL NUMERO DE LA RESONANCIA A EXCITAR
C          NRES REPRESENTA EL NUMERO DE RESONANCIAS TOTALES
C
C          NF=1
C          NRES=5
C
C
C          CALCULO DEL NUMERADOR DE LA FUNCION
C
C          F=(S-(DREAL(RES(NF))))
C          DO 1 I=1,NRES
C          IF(I.EQ.NF)GOTO 1
C          F=F*(S-RES(I))*(S-DCONJG(RES(I)))
C          CONTINUE
C
C          CALCULO DEL DENOMINADOR
C
C          IMPAR=1
C          DO 2 I=1,NRES
C          PROD=S
C          DO 3 J=1,NRES
C          IF(J.EQ.I)GOTO 3
C          PROD=PROD*(S-RES(J))*(S-DCONJG(RES(J)))
C          CONTINUE
C          IF(I.EQ.1) GOTO 4
C          DEN=DEN+(S-REAL(RES(I)))*(PROD/(IMPAR*IMPAR))
C          GOTO 2
C          4 DEN=(S-DREAL(RES(I)))*PROD
C          2 IMPAR=IMPAR+2
C
C          CALCULO DE LA FUNCION
C
C          F=F/DEN
C          RETURN
C
C          END

```

```

C =====
C
C   METODO ITIF - EURG
C
C =====
C
  PARAMETER MAXIMOW=10
  INTEGER FINAL,P,VENTANA,W
  DOUBLE PRECISION S(256),U(256),R(256),T(256),BB(256),CC(256)
  DOUBLE PRECISION B(30),COEF(30),U(30),DD(30)
  DOUBLE PRECISION E(30,30),G(30),Q(MAXIMOW)
  DOUBLE PRECISION AUX(990),DB(128),DB1(128),DB2(128),DB3(128)
  DOUBLE PRECISION E1,E2,E4,D,D1,D2,D3,D4,PI/3,14159265/
  DOUBLE PRECISION WIND,ENERGIA,EMERGIA1,ENERGIA2,ENERGIA3,MEDIA
  DOUBLE PRECISION RAZON,RAZON1,RAZON2,RAZON3,RAZON4,RAZON5
  DOUBLE PRECISION REAL,IMAG,REAL1,IMAG1,SS,QQ
  WIND(JI,NDATOS)=1./(<math>1.+</math>(8.*(JI-NDATOS/2.)/NDATOS)**2)
  OPEN 4,"COEFICIENTES",ATT="ASP"
  OPEN 7,"D.MENSAJE",ATT="OS"
  OPEN 8,"D.CONTROL",ATT="IS"
  WRITE(4,320)
  WRITE(7,201)
  READ FREE (8) NCEROS
  WRITE(7,202)
  READ FREE (8) NPOLOS
  WRITE(7,400)
  READ FREE (8) NDATOS
  WRITE(7,110)
  READ FREE (8) NPRINERO
  WRITE(7,111)
  READ FREE (8) NPOL
  WRITE(7,112)
  READ FREE (8) NZER
  NI=NCEROS+NPOLOS
  P=NCEROS+NPOLOS
  VENTANA=1.
  ERROR=0.0
  INICIO=VENTANA+P+1
  FINAL=VENTANA+NDATOS-1
C
  OPEN 2,"RESULTADOS",ATT="ASP"
  WRITE(2,301)
  WRITE(2,302) NDATOS,NPRINERO,NPOLOS,NCEROS,NPOL,NZER,ERROR
  WRITE(4,302) NDATOS,NPRINERO,NPOLOS,NCEROS,NPOL,NZER,ERROR
C =====
C   LECTURA DE LAS NUESTRAS DE LA SENAL ORIGINAL
C =====
  OPEN 1,"D.ENTRA",ATT="R",LEN=12
  READ(1,200,REC=NPRINERO) S
  CLOSE 1

```

```

C=====
C  LECTURA DE LOS COEFICIENTES DEL MODELO ORIGINAL
C=====
      OPEN 3, "PARAMETROS", ATT='T58'
      READ(3,102)(COEF(I), I=1, NPOL+NZER)
      CLOSE 3
C=====
C  CALCULO DE LA ENERGIA DE LA SEÑAL ORIGINAL
C=====
      D3=0.
      DO 18 I=1, NDATOS
      D3=D3+S(I)*S(I)
      18 I(I)=S(I)
      WRITE(2,101) D3
C=====
C  CALCULO DE LA <(DFT)>, LA ENERGIA ESPACTRAL DE LA SEÑAL ORIGINAL
C=====
      ENERGIA1=0.
      ENERGIA3=0.
      DO 8 IJ=1, NDATOS/2
      REAL=0.
      IMAGI=0.
      REAL=0.
      IMAG=0.
      DO 9 JI=1, NDATOS
      REAL=REAL+T(IJ)*COS(2*PI*(JI-1)*(IJ-1)/NDATOS)
      IMAGI=IMAGI+T(IJ)*SIN(2*PI*(JI-1)*(IJ-1)/NDATOS)
      REAL=REAL+T(IJ)*WIND(IJ, NDATOS))*COS(2*PI*(JI-1)*(IJ-1)/NDATOS)
      9  IMAG=IMAG+T(IJ)*WIND(IJ, NDATOS))*SIN(2*PI*(JI-1)*(IJ-1)/NDATOS)
      DB1(IJ)=DSORT(REAL*REAL+IMAG*IMAG)
      DB3(IJ)=DSORT(REAL*REAL+IMAGI*IMAGI)
      ENERGIA3=ENERGIA3+DB3(IJ)*DB3(IJ)
      8  ENERGIA1=ENERGIA1+DB1(IJ)*DB1(IJ)
      WRITE(2,312) ENERGIA3
      WRITE(2,100) ENERGIA1
C=====
C  CALCULO DE LA <(DFT)> DE LA RESPUESTA DEL MODELO ORIGINAL
C=====
      ENERGIA2=0.
      DO 54 IC=1, NDATOS/2
      REAL=1.
      IMAG=0.
      DO 55 NZ=1, NZER
      REAL=REAL+COEF(NPOL+NZ)*COS(2*PI*NZ*(IC-1)/NDATOS)
      55  IMAG=IMAG+COEF(NPOL+NZ)*SIN(2*PI*NZ*(IC-1)/NDATOS)
      REAL=1.
      IMAGI=0.
      DO 56 NP=1, NPOL
      REAL=REAL+COEF(NP)*COS(2*PI*NP*(IC-1)/NDATOS)

```

```

56 IMAG1=IMAG1+COEF(NP)*SIN(2*PI*NP*(IC-1)/NDATOS)
   DB2(IC)=DSQRT((REAL**2+IMAG**2)/(REAL**2+IMAG1**2))
54 ENERGIA2=ENERGIA2+DB2(IC)*DB2(IC)
   WRITE(2,321) ENERGIA2
C=====
C   COMIENZO DE LA EJECUCION DEL ALGORITMO ((IT,I,F))
C=====
   U=1
C=====
C   CALCULO DE LOS COEFICIENTES L.P.C.(POR EL METODO DE BURG)
C=====
170 BB(1)=T(1)
   CC(NDATOS-1)=T(NDATOS)
   DO 2 I=2,NDATOS-1
2   BB(I)=CC(I-1)*T(I)
C   CALCULO DEL PRIMER COEFICIENTE
   SS=QQ=0
   DO 3 I=1,NDATOS-1
   SS=SS+BB(I)*CC(I)
3   QQ=QQ+BB(I)*BB(I)+CC(I)*CC(I)
   B(1)=U(1)=2*SS/QQ
C   CALCULO DE LOS RESTANTES COEFICIENTES
   DO 4 IK=2,P
   DO 5 IJ=1,IK-1
5   DD(IJ)=B(IJ)
   DO 6 I=1,NDATOS-IK
   BB(I)=BB(I)-DD(IK-1)*CC(I)
6   CC(I)=CC(I+1)-DD(IK-1)*BB(I+1)
   SS=QQ=0
   DO 60 I=1,NDATOS-IK
   SS=SS+BB(I)*CC(I)
60  QQ=QQ+BB(I)*BB(I)+CC(I)*CC(I)
   B(IK)=U(IK)=2*SS/QQ

   DO 61 JJ=1,IK-1
61  B(JJ)=DD(JJ)-B(IK)*DD(IK-JJ)
4   CONTINUE
   DO 42 I=1,P
42  B(I)=B(I)*(-1)
   WRITE(4,303)(I,B(I),I=1,P)
C
C   CALCULO DE LOS ERRORES L.P.C.
C
   E2=1
   DO 62 I=1,P
62  E2=E2*(1-U(I)*U(I))
   WRITE(2,305) E2
   E1=0.
   DO 41 I=INICIO,FINAL
41  E1=E1+T(I)*T(I)
   E1=E2*E1
   WRITE(2,304) E1
C

```

```

C =====
C   FILTRO   INVERSO
C =====
C
      DO 20 J=VENTANA,(INICIO-1)
        D=0.
        DO 21 I=1,P
          IF ((J-I).LT.VENTANA) GOTO 21
          D=D+B(I)*T(J-I)
        21 CONTINUE
      20 U(J)=T(J)+D
        DO 22 J=INICIO ,FINAL
          D=0.
          DO 23 I=1,P
            23 D=D+B(I)*T(J-I)
          22 U(J)=T(J)+D
C =====
C   CALCULO DE LA <<DFT>>,ENERGIA,MEDIA DE LA ENTRADA ESTIMADA (LPC)
C =====
      ENERGIA=0.
      MEDIA=0.
      DO 11 KI=1,NDATOS/2
        REAL=0.
        IMAG=0.
        DO 12 IK=1,NDATOS
          REAL=REAL+U(IK)*COS(2*PI*(IK-1)*(KI-1)/NDATOS)
          12 IMAG=IMAG+U(IK)*SIN(2*PI*(IK-1)*(KI-1)/NDATOS)
          DB(KI)=DSQRT(REAL*REAL+IMAG*IMAG)
          MEDIA=MEDIA+(DB(KI)/(NDATOS/2))
        11 ENERGIA=ENERGIA+DB(KI)*DB(KI)
C =====
C   CALCULO DEL ERROR DE PLANITUD
C =====
      D1=0.
      DO 13 IL=1,NDATOS/2
        13 D1=D1+(DB(IL)-MEDIA)*(DB(IL)-MEDIA)
      D1=DSQRT(D1/ENERGIA)
      WRITE(2,401) D1
C =====
C   CALCULO DEL ERROR DE ADAPTACION ESPECTRAL <<L.P.C.>>
C =====
      ENERGIA=0.
      DO 57 FA=1,NDATOS/2
        REAL=1.
        IMAG=0.
        DO 58 NP=1,P
          REAL=REAL+B(NP)*COS(2*PI*NP*(FA-1)/NDATOS)

```

```

58 IMAG=IMAG+B(NP)*SIN(2*PI*NP*(FA-1)/NDATOS)
   DB(FA)=DSQRT(1/(REAL**2+IMAG**2))
57 ENERGIA=ENERGIA+DB(FA)*DB(FA)
   RAZON=DSQRT(ENERGIA1/ENERGIA)
   RAZON1=DSQRT(ENERGIA2/ENERGIA)
   RAZON5=DSQRT(ENERGIA3/ENERGIA)
   WRITE(2,322) RAZON
   WRITE(2,315) RAZON1
   WRITE(2,316) RAZON5
   D1=0.
   D2=0.
   D3=0.
   D4=0.
   DO 59 FI=1,NDATOS/2
   D3=D3+(DB2(FI)-DB(FI))*(DB2(FI)-DB(FI))
   D2=D2+(DB2(FI)-RAZON1*DB(FI))*(DB2(FI)-RAZON1*DB(FI))
   D4=D4+(DB3(FI)-RAZON5*DB(FI))*(DB3(FI)-RAZON5*DB(FI))
59 D1=D1+(DB1(FI)-RAZON*DB(FI))*(DB1(FI)-RAZON*DB(FI))
   D3=DSQRT(D3/ENERGIA2)
   D1=DSQRT(D1/ENERGIA1)
   D2=DSQRT(D2/ENERGIA2)
   D4=DSQRT(D4/ENERGIA3)
   WRITE(2,340) D4
   WRITE(2,325) D3
   WRITE(2,323) D1
   WRITE(2,324) D2
C =====
C   KALMAN
C =====
C
C
   DO 30 I=1,NPOLOS
   D=0.
   DO 31 J=INICIO,FINAL
31 D=D+(U(J)-S(J))*S(J-I)
30 G(I)=D
   DO 32 I=1,NCEROS
   D=0.
   DO 33 J=INICIO,FINAL
33 D=D+(U(J)-S(J))*U(J-I)
32 G(NPOLOS+I)=D
   DO 34 I=1,NPOLOS
   DO 34 J=1,NPOLOS
   D=0.
   DO 35 K=INICIO,FINAL
35 D=D+S(K-I)*S(K-J)
34 E(I,J)=D
   DO 36 I=1,NPOLOS
   DO 36 J=1,NCEROS
   D=0.

```



```

DO 37 K=INICIO,FINAL
37 D=D+S(K-I)*U(K-J)
E(I,NPOLOS+J)=-D
36 E(NPOLOS+J,I)=D
DO 38 K=1,NCEROS
DO 38 J=1,NCEROS
D=0.
DO 39 II2=INICIO,FINAL
D=D+U(II2-K)*U(II2-J)
39 CONTINUE
38 E(NPOLOS+K,NPOLOS+J)=-D
C
NN=NI
NA=30
IDGT=0
M=1

CALL LEQT2F(E,M,NN,NA,G,IDGT,AUX,IERR)
WRITE(4,307) (I,G(I),I=1,NI)
C
C=====
C   CALCULO DE LOS ERRORES ESPECTRAL Y DE ADAPTACION
C=====
ENERGIA=0.
DO 40 IN=1,NDATOS/2
REAL=1.
IMAG=0.
DO 19 IN=1,NCEROS
REAL=REAL+G(NPOLOS+IN)*COS(2*PI*IN*(IN-1)/NDATOS)
19 IMAG=IMAG+G(NPOLOS+IN)*SIN(2*PI*IN*(IN-1)/NDATOS)
REAL1=1.
IMAG1=0.
DO 52 NP=1,NPOLOS
REAL1=REAL1+G(NP)*COS(2*PI*NP*(IN-1)/NDATOS)
52 IMAG1=IMAG1+G(NP)*SIN(2*PI*NP*(IN-1)/NDATOS)
DB(IN)=DSQRT((REAL**2+IMAG**2)/(REAL1**2+IMAG1**2))
40 ENERGIA=ENERGIA+DB(IN)*DB(IN)
RAZON2=DSQRT(ENERGIA1/ENERGIA)
RAZON3=DSQRT(ENERGIA2/ENERGIA)
RAZON4=DSQRT(ENERGIA3/ENERGIA)
WRITE(2,404) RAZON2
WRITE(2,408) RAZON3
WRITE(2,402) RAZON4
D1=0.
D2=0.
D3=0.
D4=0.
DO 53 PA=1,NDATOS/2
D1=D1+(DB1(PA)-RAZON2*DB(PA))*(DB1(PA)-RAZON2*DB(PA))
D2=D2+(DB2(PA)-DB(PA))*(DB2(PA)-DB(PA))
D3=D3+(DB3(PA)-RAZON4*DB(PA))*(DB3(PA)-RAZON4*DB(PA))

```

```

53 D4=D4+(DB2(PA)-RAZON3*DB(PA))*(DB2(PA)-RAZON3*DB(PA))
   D1=DSQRT(D1/ENERGIA1)
   D2=DSQRT(D2/ENERGIA2)
   D3=DSQRT(D3/ENERGIA3)
   D4=DSQRT(D4/ENERGIA2)
   WRITE(2,406) D1
   WRITE(2,405) D2
   WRITE(2,403) D3
   WRITE(2,407) D4
C=====
C   CALCULO DEL INDICE DE CONVERGENCIA
C=====
   DO 24 I=VENTANA,FINAL
   D1=0.
   DO 25 J=1,NPOLOS
   IF((I-J).LT.VENTANA) GOTO 25
   D1=D1+G(J)*S(I-J)
25 CONTINUE
   D2=0.
   DO 26 J=1,NCEROS
   IF((I-J).LT.VENTANA) GOTO 26
   D2=D2+G(NPOLOS+J)*R(I-J)
26 CONTINUE
24 R(I)=S(I)+D1-D2
   D=0.
   DO 27 IN=VENTANA,FINAL
27 D=D+(R(IN)*R(IN))
   Q(W)=DSQRT(D/NDATOS)
   IF(W.EQ.1) GOTO 70
C
C   ESCRIBIMOS EL ERROR DE LA ITERACION
C
   E4=DABS((Q(W)-Q(W-1))/Q(W))
   WRITE(2,309) W,E4
   IF(E4.LE.ERROR) GOTO 90
70 W=W+1
   IF(W.GT.MAXIMOW) GOTO 90
C
C=====
C   REDUCCION DEL EFECTO DE LOS CEROS
C=====
C
   DO 28 NU=1,NDATOS
   D=0.
   DO 29 MIO=1,NCEROS
   IF((NU-MIO).LT.VENTANA) GOTO 29
   D=D+G(NPOLOS+MIO)*T(NU-MIO)
29 CONTINUE
28 T(NU)=S(NU)-D
   TYPE "FIN DE LA ITERACION: ",W-1

```

```

GO TO 170
90 OPEN 3,"MATRIZ.R",ATT="OS",LEN=12
WRITE(3,102) R
CLOSE 3
OPEN 3,"D.PYC",ATT="OS"
WRITE(3,102) G
STOP "FIN PROGRAMA ITIFBURG"
C
C   FORMATOS
C
102 FORMAT(D12.6)
201 FORMAT("X NUMERO DE CEROS ? ",Z)
202 FORMAT("X NUMERO DE POLOS ? ",Z)
400 FORMAT("X NUMERO DE DATOS ? ",Z)
110 FORMAT("X MUESTRA DE COMIENZO ? ",Z)
111 FORMAT("X NUMERO REAL DE POLOS ? ",Z)
112 FORMAT("X NUMERO REAL DE CEROS ? ",Z)
200 FORMAT(D12.6)
320 FORMAT(30X,"COEFICIENTES")
301 FORMAT(1X,"XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX",
&/1X,"(ALGORITMO 'ITIFBURG' PARA MODELACION DE SISTEMAS LINEALES)"/
&1X,"VERSION 1")
302 FORMAT(10X,"NUMERO DE DATOS:",I6/
&10X,"PRIMERA MUESTRA:",I6/
&10X,"NUMERO DE POLOS:",I6/
&10X,"NUMERO DE CEROS:",I6/
&10X,"NUMERO REAL DE POLOS:",I6/
&10X,"NUMERO REAL DE CEROS:",I6/
&10X,"ERROR : ",F6.5/)
301 FORMAT(/10X,"ENERGIA DE LA SENAL ORIGINAL = ",D12.6)
312 FORMAT(/10X,"ENERGIA ESPECTRAL (VENTANA CUADRADA) = ",D12.6)
100 FORMAT(/10X,"ENERGIA ESPECTRAL (VENTANA ESPECIFICA) = ",D12.6)
321 FORMAT(/10X,"ENERGIA ESPECTRAL DEL MODELO ORIGINAL = ",D12.6)
303 FORMAT(/10X,"COEFICIENTES L.P.C. NETODO DE BURG"/
&(3(5X,"B(",I3,")=",D12.6)))
307 FORMAT(/10X,"COEFICIENTES DEL MODELO"/
&(3(5X,"H(",I3,")=",D12.6)))
304 FORMAT(/10X,"ERROR L.P.C. = ",D12.6)
305 FORMAT(/10X,"ERROR NORMALIZADO L.P.C. = ",D12.6)
401 FORMAT(/10X,"ERROR DE PLANITUD = ",D12.6)
316 FORMAT(/10X,"GANANCIA DEL MODELO (VENTANA CUADRADA.LPC) = ",D12.6)
322 FORMAT(/10X,"GANANCIA (VENTANA ESPECIFICA).LPC. = ",D12.6)
315 FORMAT(/10X,"FACTOR DE CORRECCION (LPC) = ",D12.6)
340 FORMAT(/10X,"ERROR ESPECTRAL (VENTANA CUADRADA) (LPC) = ",D12.6)
323 FORMAT(/10X,"ERROR ESPECTRAL (VENTANA ESPECIFICA) (LPC) = ",D12.6)
325 FORMAT(/10X,"ERROR DE ADAPTACION NO CORREGIDO (LPC) = ",D12.6)
324 FORMAT(/10X,"ERROR DE ADAPTACION CORREGIDO (LPC) = ",D12.6)
402 FORMAT(/10X,"GANANCIA DEL MODELO (VENTANA CUADRADA) = ",D12.6)

```

```
404 FORMAT(/10X,"GANANCIA DEL MODELO (VENTANA ESPECIFICA) = ",D12.6)
408 FORMAT(/10X,"FACTOR DE CORRECCION (PVC) = ",D12.6)
403 FORMAT(/10X,"ERROR ESPECTRAL (VENTANA CUADRADA) (PVC) = ",D12.6)
406 FORMAT(/10X,"ERROR ESPECTRAL (VENTANA ESPECIFICA) (PVC) = ",D12.6)
405 FORMAT(/10X,"ERROR DE ADAPTACION NO CORREGIDO (PVC) = ",D12.6 )
407 FORMAT(/10X,"ERROR DE ADAPTACION CORREGIDO (PVC) = ",D12.6)
309 FORMAT(/10X,"INDICE DE COVERGENCIA N=","I2," ES ",D18.9)
END
```

BIBLIOGRAFIA

BIBLIOGRAFIA

- 1.- E. A. ROBINSON
"A historical perspective of spectrum estimation"
Proc. IEEE, vol. 70, n° 9, pp. 885-907, September 1982.
- 2.- S. HAYKIN
"Radar signal processing"
IEEE ASSP Magazine, vol.2, n°2, pp. 2-18, April 1985,
- 3.- L.R. RABINER and R.W. SCHAFER
"Digital processing of speech signals"
Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1978.
- 4.- E.A. ROBINSON and S. TREITEL
"Geophysical signal analysis"
Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1980.
- 5.- B.H. JANSEN, J.R. BOURNE and J.W. WARD
"Autoregressive estimation of short segment spectral for computerized EEG analysis"
IEEE Trans. on Biomedical Engin. vol. BME-28, n°9, pp. 630-638, September 1981.
- 6.- P.R. GUTOWSKI, E.A. ROBINSON and S. TREITEL
"Spectral estimation: fact o fiction"
IEEE Trans. Geosc. Electronics, vol. GE-16, pp. 80-84, 1978.
- 7.- J. MAKHOUL
"Linear prediction: a tutorial review"
Proc. IEEE, vol. 63, pp. 561-580, April 1975.

- 8.- S.M. KAY and S.L. MARPLE
"Spectrum analysis - A modern perspective"
Proc. IEEE, vol. 69, nº 11, pp. 1380-1415, November 1981.
- 10.- R.B. BLACKMAN and J.W. TUKEY
"The measurement of power spectra from the point of view of
Communications Engineering"
Dover, New York, 1959.
- 11.- A.V. OPPENHEIM and R.W. SCHAFER
"Digital signal processing"
Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, 1975.
- 12.- J.P. BURG
"Maximun entropy spectral analysis"
Ph.D. Dissertation, Dep. Geophysics, Stanford Univ., Stanford
CA, May 1975.
- 13.- S.S. HAYKIN
"Non-linear methods of spectral analysis"
Springer-Verlag, New York, 1979.
- 14.- F.J. HARRIS
"On the use of windows for harnonic analysis with the discrete
Fourier transform"
Proc. IEEE, vol. 66, pp. 51-83, January 1978.
- 15.- M.C. CARRION
"Determinación por predicción lineal de las frecuencias de
resonancia de la cavidad vocal para las vocales castellanas"
Memoria de Licenciatura. Dpto. de Electricidad y Electrónica,
Universidad de Granada, 1980.

- 16.- R. GOMEZ, A. RUBIO, M.C. CARRION y J.A. MORENTE
"Análisis y síntesis por predicción lineal de las vocales castellanas"
Informática y Automática, nº49, pp. 19-25, 1981.
- 17.- E.C. WHITMAN
"The spectral analysis of discrete time series in terms of linear regressive models"
Naval Ordnance Labs Rep. NOLTR-70-109, White Oak, M.D., June 1974.
- 18.- S. AL KHOURI
"Nuevas aportaciones al modelado de sistemas lineales por polos y ceros"
Tesis Doctoral, Dpto. de Electricidad y Electrónica, Universidad de Granada, 1983.
- 19.- J.S. KONVALINKA and M.R. MATAUSÛK
"Simultaneous estimation of poles and zeros in speech analysis and ITIF-iterative inverse filtering algorithm"
IEEE Trans. Acoustics Speech and Signal Proc., vol. ASSP-27, nº5, pp. 485-492, 1979.
- 20.- S. AL KHOURI, R. GOMEZ y B. GARCIA
"Diversos aspectos de la modelación paramétrica de sistemas lineales mediante funciones de transferencia racionales"
Informática y Automática (en prensa).
- 21.- S. AL KHOURI, R. GOMEZ and B. GARCIA
"New contributions to the estimation of the parameters of ARMA models"
Proc. of Int. Conf. on Digital Signal Processing, pp. 140-144, Florence 1984.

- 22.- R. GOMEZ, M.C. CARRION, S. AL KHOURI and B. GARCIA
"Application of maximum entropy spectral analysis to estimation of parameters of ARMA models by the ITIF method"
IEE Electronics Letters, vol. 21, n° 14; pp. 611-613,
July 1985.
- 23.- J. MAKHOUL
"Stable and efficient lattice methods for linear prediction"
IEEE Trans. Acoustics Speech and Signal Proc., vol. ASSP-25,
n°5, pp. 423-428, October 1977.
- 24.- C.H. CHEN
"Nonlinear maximum entropy spectral analysis methods for signal recognition"
John Wiley, New-York 1982.
- 25.- P.R. SUTCHIFFE
"An introduction to maximum entropy spectral analysis"
Workshop on Digital Time Series Analysis with Geophysical Applications, Hernanus, South Africa, April 22-24, 1980.
- 26.- A. PAPOULIS
"Maximum entropy and spectral estimation: a review"
IEEE Trans. Acoustics Speech and Signal Proc., vol. ASSP-29,
n°6, pp. 1176-1186, December 1981.
- 27.- A. VAN DEN BOS
"Alternative interpretation of maximum entropy spectral analysis"
IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-17, pp. 493-494, July 1971.
- 28.- N.O. ANDERSON
"Comments on the performance of maximum entropy algorithms"
Proc. IEEE, vol. 66, pp. 1581-1582, November 1978.

- 29.- T.J. ULRYCH and T.N. BISHOP
"Maximum entropy spectral analysis and autoregressive decomposition"
Re. Geophysics Space Phys., vol. 13, pp. 183-200, February 1975.
- 30.- D.N. SWINGLER
"Frequency errors in MEM processing"
IEEE Trans. Acoustics Speech and Signal Proc., vol. ASSP-28, pp. 257-259, April 1980.
- 31.- W.Y. CHEN and G.R. STEGEN
"Experiments with maximum entropy power spectra of sinusoids"
J. Geophysical Res., vol. 79, pp. 3019-3022, July 1974.
- 32.- P.F. FOUGERE, E.J. ZAWALICK and H.R. RADOSKI
"Spontaneous line splitting in maximum entropy power spectrum analysis"
Physics, Earth Planetary Interiors, vol. 12, pp. 201-207, 1976.
- 33.- P.F. FOUGERE
"A solution to the problem of spontaneous line splitting in maximum entropy power, spectrum analysis"
J. Geophysical Res., vol. 82, pp. 1051-1054, March 1977.
- 34.- P.F. FOUGERE
"A solution to the problem of spontaneous line splitting in maximum entropy power spectrum analysis of complex signals"
Proc. of the RADC Spectrum Estimation Workshop, May 1978.
- 35.- R. FLETCHER and M.J.D. POWELL
"A rapid descent method for minimization"
Computer Journal, vol. 5, n° 2, pp. 163-168, 1963.

- 36.- R. FLETCHER and L.M. REEVES
"Function minimization by conjugate gradients"
Computer Journal, vol. 7, n°2, pp. 149-154, 1964.
- 37.- A. H. NUTTALL
"Spectral analysis of a univariate process with batch data points, via maximum entropy, and linear predictive techniques"
Naval Underwater Systems Center, Tech Rep. 5303, New London, C.T., 1976.
- 38.- T.J. ULRYCH and R.W. CLAYTON
"Time series modelling and maximum entropy"
Phys. Earth Planetary Interiors, vol. 12, pp. 188-200, Aug. 1976.
- 39.- J.D. MARPLE
"A new autoregressive spectrum analysis algorithm"
IEEE Trans. Acoustics Speech and Signal Proc., vol. ASSP-28, pp. 441-454, Aug. 1980.
- 40.- J. CAPON
"High-resolution frequency wavenumber spectrum analysis"
Proc. IEEE, vol. 57, pp. 1408-1418, Aug. 1969.
- 41.- R.N. Mc DONOUGH
"Maximum-entropy spatial processing of array data"
Geophys., vol. 39, pp. 843-851, December 1974.
- 42.- T. THORVALDSEN
"Maximum entropy spectral analysis in antenna spatial filtering"
IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. AP-28, n°4, pp. 556-560, July 1980.

- 43.- T. THORVALDSEN
"A comparison of the least squared method and the Burg method for autoregressive spectral analysis"
IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. AP-29, nº4, pp. 675-679, July 1981.
- 44.- R. GOMEZ y M.C. CARRION
"Aplicación de los métodos MEM (algoritmo de Burg) y LSM (algoritmo de Marple) a la detección de blancos de radar"
Informática y Automática, nº 65, pp. 30-37, Julio-Sept. 1985.
- 45.- R. GOMEZ y M.C. CARRION
"Comparación de los métodos de Burg, Fougere y LSM aplicados a la detección de blancos de radar"
Actas de la V Reunión URSI, Comisión B (Campos y Ondas), pp. 191-196. Granada, 23-24 Septiembre 1985.
- 46.- A.K. LUTHRA and B.D. STEINBERG
"Analysis of maximum entropy processing in the space-angle domain: two target case"
IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. AP-33, nº6, pp. 594-599, June 1985.
- 47.- R.W. HEWING
"Maximum entropy spectral analysis and radar signal processing"
CRC Report nº 1330, Ottawa, January 1980.
- 48.- T. THORVALDSEN, A.T. WATERMAN and R.W. LEE
"Maximum entropy angular response patterns of microwave transhorizon signals"
IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. AP-28, nº5 pp. 722-723, September 1980.

- 49.- R. GOMEZ
"Campo Electromagnético. Propagación y Radiación"
Universidad de Granada, 1985.
- 50.- E.K. MILLER and J.A. LANDT
"Direct time-domain techniques for transient radiation and scattering from wires"
Proc. IEEE, vol. 68, pp. 1396-1423, 1980.
- 51.- C.L. BENNETT
"Time-domain electromagnetics and its applications"
Proc. IEEE, vol. 66, pp. 299-317, 1978.
- 52.- K.M. CHEN
"Radar waveform synthesis method. A new radar detection scheme"
IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. AP-29, pp. 553-566, 1981.
- 53.- E. DOLLE MERE
"Target identification by means of radar"
Microwave Journal, pp. 85-102, December 1984.
- 54.- C.L. BENNETT
"Time domain approach to inverse scattering"
IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. 29, pp. 359-363, 1981.
- 55.- "Special joint issue in the nuclear electromagnetic pulse"
IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. 26, 1978.
- 56.- H.F. HARMUTH
"Antennas and waveguides for nonsinusoidal waves"
Academic Press, New York 1984.

- 57.- R. GOMEZ, J.A. MORENTE and A.R. BRETONES
"A new integro-differential equation for the time-domain analysis of thin-wire structures"
IEEE Int. Symp. Electr. Compat., pp. 343-345, Boston 1985.
- 58.- J.A. MORENTE and R. GOMEZ
"Comments on antennas for nonsinusoidal waves. Radiators"
IEEE Trans. Elect. Comp., vol. 26, pp. 50, 1984.
- 59.- R. GOMEZ, J.A. MORENTE and B. GARCIA
"Some thoughts about the radiation of antennas excited by nonsinusoidal currents"
Int. J. Electr., vol. 57, pp. 617-625, 1984.
- 60.- R. GOMEZ and J.A. MORENTE
"Analysis of the electric quadrupole radiation in time domain. Application to the large-current radiators"
Int. J. Electr., vol. 58, pp. 921-931, 1985.
- 61.- R. GOMEZ, J.A. MORENTE and A.R. BRETONES
"Arrays of hertzian electric dipoles for nonsinusoidal signal"
Int. J. Electr., vol. 59, pp. 435-438, 1985:
- 62.- R. GOMEZ, J.A. MORENTE and A. SALINAS
"Monopulse technique for an array of linear wire antennas"
8th Int. Symp. Electr. Comp. Wroclaw Poland, 1986.
- 63.- R. GOMEZ, J.A. MORENTE and A. SALINAS
"Time-domain analysis of an array of stright-wire coupled antennas"
IEE Electronics Letters (en prensa).
- 64.- R. GOMEZ, J.A. MORENTE, and A.R. BRETONES
"An approximate analysis of transient radiation from linear antennas".
Int. J. Electr. (en prensa)

- 65.- R. MITTRA
"Integral equation methods for transient scattering"
Topics in Applied Physics, vol. 10, cp. 2. Springer-Verlag, New York 1976.
- 66.- T.K. SARKAR, D.D. WEINER, V.K. JAIN and S.A. DIANAT
"Impulse reponse determination in the time-domain theory"
IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol 30,
pp. 657-664, 1982.
- 67.- J. A. MORENTE
"Estudio de la radiación y dispersión de pulsos electromagnéticos (EMP) en el dominio del tiempo"
Tesis Doctoral, Dpto. de Electricidad. Universidad de Granada, 1985.
- 68.- R. GOMEZ, J.A. MORENTE y A.R. BRETONES
"Estudio en el dominio del tiempo de agrupaciones de antenas lineales adaptadas, excitadas por EMP"
Monografía, Dpto. de Electricidad, Universidad de Granada. 1985.
- 69.- R. GOMEZ, J.A. MORENTE y A.R. BRETONES
"On the wire configuration study in the time-domain"
8th Int. Symp. Electr. Comp. Wroclaw Poland, 1986.
- 70.- J.A. LANDT and E.K. MILLER
"Time domain modelling of non linear loads"
IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. 31, pp. 121-126, 1983.
- 71.- C.E. BAUM
"The singularity expansion method"
Topics in Applied Physics, vol. 10, cap. 3, Springer-Verlag, New York 1976.

- 72.- C.E. BAUM
"The singularity expansion method: background and developments"
Electromagnetics, vol. 1, pp. 351-360, 1981.
- 73.- F.B. HILDEBRAND
"Introduction to Numerical Analysis"
Mc Graw-Hill, New York 1956.
- 74.- J.N. BRITTINGHAM, E.K. MILLER and J.L. WILLOWS
"Pole extraction from real-frequency information"
Proc. IEEE, vol. 68, n° 2, pp. 263-275, February 1980.
- 75.- M.L. VAN BLARICUM and R. MITRA
"A technique for extracting the poles and residues of a
system directly from its transient response"
IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. AP-23, n°6,
pp. 777-781, 1975.
- 76.- M.L. VAN BLARICUM
"A review of Prony's method techniques for parameter estimation"
Proc. of the RADC Spectrum Estimation Workshop, Main 1978.
- 77.- R. GOMEZ and M.C. CARRION
"Prony's method applied to processing electromagnetic transient data"
8th Int. Symp. Electr. Comp. Wroclaw Poland, 1986.
- 78.- S. HOLTZ
"Prony's method and related approaches to exponential approximation"
Aerospace Corp. Rep. ATR-73 (9990)-5, 1973.

- 79.- S. AL KHOURI, R. GOMEZ y B. GARCIA
"New contributions to the spectral estimation by means of the parametric modelling using rational transfer functions".
Signal Processing (pendiente de publicación).
- 80.- B. GARCIA, R. GOMEZ, S. AL KHOURI y M.C. CARRION
"Aplicación del análisis espectral de máxima entropía a la identificación mediante modelos ARMA por el método de inversión espectral".
Actas de la V Reunión del GEM. Sevilla 27 Septiembre 1984.
- 81.- F.M. TESCHE
"On the analysis of scattering and antenna problems using the singularity expansion technique".
IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. AP-21, nº 1, pp. 53-62, 1973.
- 82.- M.L. VAN BLARICUM
"An analysis of existing Prony's method techniques".
Spring Fulmen Meeting, 1977.
- 83.- W.L. STUTZMAN and G.A. THIELE
"Antenna Theory and Design"
John Wiley, New York 1981.
- 84.- S.W. LANG and J.H. Mc CLELLAN
"A simple proof of stability for all-pole linear prediction models".
Proc. IEEE, vol. 67, pp. 860-861, May 1979.
- 85.- R.E. KALMAN
"Design of a selft optimizing control system"
Trans. ASME, vol. 80, pp. 468-478, 1958.